



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE QUÍMICA

**SIMULACIÓN NUMÉRICA DE FLUJO DE
FLUIDOS VISCOELÁSTICOS
ALREDEDOR DE ESFERAS.**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO QUÍMICO**

PRESENTA

OSVALDO RESENDIZ TOLENTINO



MÉXICO, CDMX

2019



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: Profesor: Francisco López Serrano Ramos

VOCAL: Profesor: Simón López Ramírez

SECRETARIO: Profesor: José Esteban López Aguilar

1er. SUPLENTE: Profesor: Marcos Turcio Cuevas

2° SUPLENTE: Profesor: David Frago Osorio

SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:

FACULTAD DE QUÍMICA, EDIFICIO D, CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. DE MÉXICO

ASESOR DEL TEMA:

DR. JOSÉ ESTEBAN LÓPEZ AGUILAR

SUSTENTANTE:

OSVALDO RESENDIZ TOLENTINO

Lista de símbolos

A	Área transversal de la tubería [m^2]
f	Fluidez, adimensional
Q	Flujo volumétrico [m^3]
L	Longitud característica [m]
G_0	Modulo elástico a rapidez de corte cero [Pa]
De	Número de Deborah, adimensional
Re	Número de Reynolds, adimensional
T_R	Número de Trouton, adimensional
Wi	Número de Weissenberg, adimensional
k_0	Parámetro de destrucción de la estructura [m^2/N]
N_1	Primera diferencia de esfuerzos normales [N/m^2]
N_2	Segunda diferencia de esfuerzos normales [N/m^2]
\mathbf{D}	Tensor rapidez de deformación [s^{-1}]
U	Velocidad característica [m/s]

Símbolos griegos

τ_{rz}	Esfuerzo cortante [N/m^2]
τ_{rr}	Esfuerzo normal en la dirección r [N/m^2]
τ_{zz}	Esfuerzo normal en la dirección z [N/m^2]
$\tau_{\theta\theta}$	Esfuerzo normal en la dirección θ [N/m^2]
β	Fracción de solvente, adimensional

ω	Número adimensional para construcción de estructuras, adimensional
ξ_{G0}	Número adimensional para la destrucción de las micelas, adimensional
ξ	Número adimensional para la destrucción de las micelas, adimensional
$\dot{\gamma}$	Rapidez de deformación [s^{-1}]
τ_p	Tensor de esfuerzos del fluido complejo viscoelástico [N/m^2]
τ_s	Tensor de esfuerzos del solvente [N/m^2]
τ	Tensor de esfuerzos total [N/m^2]
λ_s	Tiempo de construcción de estructura [s]
λ	Tiempo de relajación [s]
$\eta_{\infty+\delta}$	Viscosidad a altos valores de rapidez de deformación [Pa s]
η_0	Viscosidad aparente de fluido micelar a corte cero [Pa s]
η_s	Viscosidad aparente del solvente [Pa s]
μ	Viscosidad dinámica [Pa s]

ÍNDICE

[0]	RESUMEN.....	10
[1]	INTRODUCCIÓN.....	12
	[1.1] Antecedentes.....	12
[2]	MARCO TEÓRICO.....	21
	[2.1] Modelo constitutivo y ecuaciones de balance.....	21
	[2.2] Sistema analizado: Flujo alrededor de esferas.....	26
	[2.3] Algoritmo numérico.....	28
[3]	HIPÓTESIS, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS.....	29
	[3.1] Hipótesis.....	29
	[3.2] Justificación.....	29
	[3.3] Objetivos.....	30
[4]	RESULTADOS Y ANÁLISIS.....	31
	[4.1] Efecto de la corrección ABS- f	32
	[4.1.1] Primera diferencia de esfuerzos normales.....	33
	[4.1.2] Segunda diferencia de esfuerzos normales.....	34
	[4.1.3] Fluidez.....	35
	[4.2] Efecto de la concentración.....	39
	[4.2.1] Primera diferencia de esfuerzos normales.....	42

[4.2.2]	Segunda diferencia de esfuerzos normales.....	47
[4.2.3]	Fluidez.....	50
[4.3]	Efecto de la relación de aspecto.....	52
[4.3.1]	Primera diferencia de esfuerzos normales.....	53
[4.3.2]	Segunda diferencia de esfuerzos normales.....	55
[4.3.3]	Fluidez.....	58
[5]	CONCLUSIONES.....	60
[6]	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	62

Índice de Figuras

Figura 1.1. Componentes del tensor de esfuerzos en un flujo tridimensional (Chhabra, 2009).....	12
Figura 1.2. Curva de flujo de fluidos viscosos newtonianos (Chhabra, 2009).....	14
Figura 1.3. Fluidos no newtonianos independientes del tiempo (Chhabra, 2009).....	15
Figura 1.4. Fluidos no newtonianos dependientes del tiempo (Chhabra, 2009).....	16
Figura 1.5. Ejemplo de fluido micelar de tipo gusano (Yang, 2002).....	18
Figura 2.1. a) Viscosidad extensional y de corte, b) esfuerzo cortante, c) Primera diferencia normal de esfuerzos para tres fluidos con distinto engrosamiento extensional a $\beta=1/9$; No engrosante (NH) $\{\omega, \xi_{G0}\} = \{4,1\}$; Medianamente engrosante (MH) $\{\omega, \xi_{G0}\} = \{4,0.1125\}$; Fuertemente engrosante (SH) $\{\omega, \xi_{G0}\} = \{0.28,0.1125\}$ (Lopez-Aguilar et al., 2018).....	25
Figura 2.2. Efecto de obstáculos en un flujo en una tubería (Boger & Walters, 1998).....	28
Figura 4.1 Comparación de N_1 en casos con y sin corrección ABS-f.....	33
Figura 4.2 Valores máximos de N_1 para dos ecuaciones constitutivas.....	34
Figura 4.3 Comparación de N_2 en casos con y sin corrección ABS-f.....	34
Figura 4.4 Valores máximos de N_2 para dos ecuaciones constitutivas	35

Figura 4.5 Comparación de mínimos de fluidez a distintas fracciones de solvente para la ecuación sin valor absoluto	36
Figura 4.6 Comparación de fluidez en casos con y sin corrección ABS-f.....	36
Figura 4.7 Valores mínimos de fluidez para dos ecuaciones constitutivas.....	37
Figura 4.8 Perfil de fluidez para ecuación constitutiva con la corrección ABS-f ($\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$) a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	38
Figura 4.9 Perfil de fluidez para ecuación constitutiva sin valor absoluto ($\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$) a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	39
Figura 4.10 a) Viscosidad extensional y de corte, b) esfuerzo cortante, c) Primera diferencia de esfuerzos normales, para tres fluidos con distinta fracción de solvente $\beta=1/9$, 0.5 y 0.9 y con un fluido fuertemente engrosante (López-Aguilar et al, 2018).....	41
Figura 4.11 Comparación de los valores de los distintos esfuerzos para $\beta=1/9$, relación 2:1, con corrección ABS-f.....	42
Figura 4.12 Efecto de concentración en máximos globales de N_1	43
Figura 4.13 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=0.9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=5$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	44
Figura 4.14 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=5$ a) Perfil 3D b) Perfil 2D	45
Figura 4.15 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=0.5$ a) Perfil 3D b) Perfil 2D	46

Figura 4.16 Valores máximos de Trz a distintos Wi	46
Figura 4.17 Efecto de concentración en máximos globales de N_2	47
Figura 4.18 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=0.9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	48
Figura 4.19 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	49
Figura 4.20 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=0.5$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D	49
Figura 4.21 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=0.9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D	51
Figura 4.22 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	51
Figura 4.23 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=1$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	52
Figura 4.24 Efecto de la relación de aspecto en máximos globales de N_1	53
Figura 4.25 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	54
Figura 4.26 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2.5:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	55
Figura 4.27 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 5:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	55

Figura 4.28 Efecto de la relación de aspecto en máximos globales de N_2	56
Figura 4.29 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	57
Figura 4.30 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2.5:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	57
Figura 4.31 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 5:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	57
Figura 4.32 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	59
Figura 4.33 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2.5:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	59
Figura 4.34 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 5:1, $Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D.....	59

Índice de Tablas

Tabla 1. Valores de fluidez con y sin corrección ABS-f.....	37
Tabla 2. Valores máximos y mínimos globales de N_1 a distintos β	44
Tabla 3. Valores máximos y mínimos globales de N_1 a distintos β	48
Tabla 4. Valores máximos y mínimos globales de fluidez a distintos β	50
Tabla 5. Valores de N_1 a distintas relaciones de aspecto.....	54
Tabla 6. Valores de N_2 a distintas relaciones de aspecto.....	56
Tabla 7. Valores de fluidez a distintas relaciones de aspecto.....	58

SIMULACIÓN NÚMÉRICA DE FLUJO DE FLUIDOS VISCOELÁSTICOS ALREDEDOR DE ESFERAS

Resumen

En el presente trabajo se estudia la solución numérica del flujo alrededor de esferas de fluidos viscoelásticos (soluciones micelares tipo gusano) caracterizados con el modelo $BMP+_{\tau_p}$, explorando distintos efectos como son: modificación de la ecuación constitutiva, el flujo volumétrico, la concentración de soluto en la solución y la relación de aspecto geométrica entre el radio de la esfera y el canal que la contiene, a través del análisis de propiedades reológicas como la fluidez, la primera diferencia de esfuerzos normales (N_1) y la segunda diferencia de esfuerzos normales (N_2).

Esta tesis se encuentra dividida de la siguiente forma:

En el capítulo denominado “Introducción”, se indican de manera general las diferencias entre los fluidos newtonianos y no newtonianos, a fin de tener un marco general del amplio campo de la reología, así como se describirán a las soluciones micelares tipo gusano y sus características generales. Posteriormente, en el capítulo “Marco teórico” se abordan las ecuaciones que constituyen el modelo matemático y se indican las condiciones de flujo (fluido complejo: mezcla de deformaciones de corte y extensionales). Después, en la sección de “Hipótesis, justificación y objetivos”, se detallan los aspectos que son el sustento y metas del presente trabajo. Subsecuentemente, con el capítulo “Resultados y análisis”, se presentan las soluciones numéricas obtenidas y se contrastan entre sí los efectos

de las distintas variables analizadas, a fin de corroborar la consistencia del modelo constitutivo empleado, dividiendo algunos efectos por cada propiedad reológica a fin de facilitar el análisis de cada resultado. Finalmente, en el capítulo de “Conclusiones” se listan los logros alcanzados por este trabajo de tesis, indicando aspectos que permitan llevar a un trabajo futuro.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

En la vida diaria como en la industria, se está en contacto directo con una enorme cantidad de diversos fluidos; basta con nombrar el aire que nos rodea, el agua que tomamos diariamente, los alimentos que consumimos tales como mayonesa, miel, leche, etc. (Morrison, 2001). Esta enorme variedad de fluidos con los que se tiene contacto conlleva a y hace necesario un análisis más profundo de sus propiedades y a su propia clasificación, a fin de poder tener una base científica que permita avances tecnológicos (Barnes et al., 1989).

En mecánica de fluidos y fenómenos de transporte, se considera al tensor de esfuerzos como la representación de las fuerzas por unidad de área que exhibe un fluido al experimentar una deformación (Bird et al., 1960). Este tensor de esfuerzos está representado en una matriz que toma como elementos los distintos componentes que pueden manifestarse en un fluido, en deformaciones normales y cortantes en las tres direcciones del espacio (Bird et al., 1960; ver Fig.1.1).

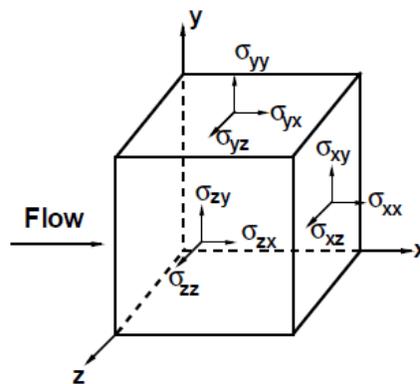


Figura 1.1 Componentes del tensor de esfuerzos en un flujo tridimensional
(Chhabra, 2009)

Dado lo anterior, definimos como esfuerzo normal a aquellos componentes del tensor de esfuerzos en donde la dirección de la fuerza es la misma que la dirección del vector normal que define al área en donde se aplica esa fuerza; y, como esfuerzo cortante, a aquel esfuerzo en donde la fuerza tiene una dirección perpendicular al vector normal que define el área donde se aplica la fuerza (Chhabra, 2009).

El primer fluido que, por su simplicidad, se toma como referencia es el fluido viscoso newtoniano (Bird et al., 1960). Un fluido newtoniano exhibe viscosidad constante con respecto a la rapidez de corte a una presión y temperatura dadas, así como la ausencia de esfuerzos normales en corte simple (Bird et al., 1960). Esto implica que la curva de flujo (gráfica de esfuerzo cortante en función de la rapidez de corte) sea una línea recta que parte del origen (Fig.1.2). La relación entre fuerzas y rapidez de deformación se denomina ecuación constitutiva o ecuación de estado reológica. La ecuación constitutiva para un fluido newtoniano incompresible en flujo cortante simple isotérmico e isobárico toma la siguiente forma:

$$\sigma_{yx} = \frac{F}{A} = \mu \dot{\gamma}_{yx}, \quad (1)$$

donde F es la fuerza cortante aplicada sobre el área A , μ representa a la viscosidad del fluido y $\dot{\gamma}_{yx}$ es la rapidez de corte.

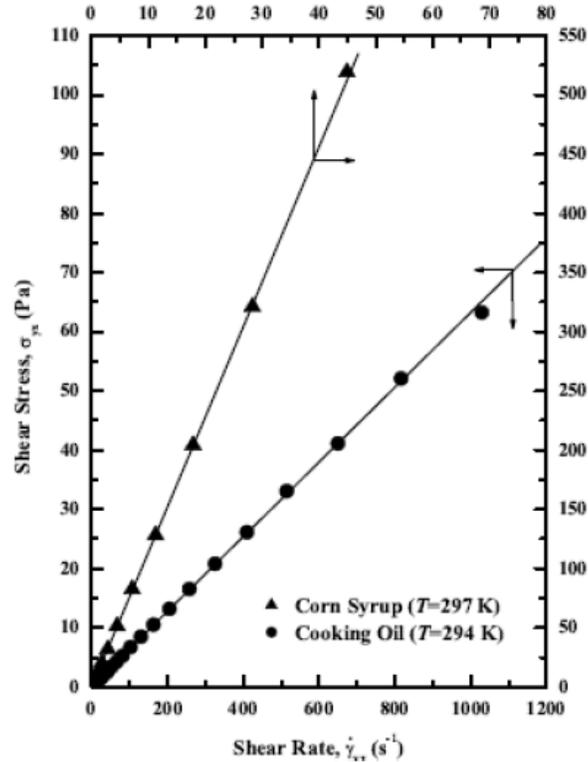


Figura 1.2 Curva de flujo de fluidos viscosos newtonianos (Chhabra, 2009)

Pese a que se conocen muchos fluidos newtonianos, la mayoría de los fluidos en la naturaleza no exhiben una curva de flujo lineal con ordenada al origen nula. Esta característica de muchos materiales naturales y sintéticos los clasifica como fluidos no-newtonianos (Bird et al., 1960). Como ejemplos de la vida cotidiana se tiene a los productos de limpieza (emulsiones, pastas, barnices), de cuidado de la salud (shampoo, jabones), alimentos (mayonesa, cremas, bolo alimenticio), pinturas, recubrimientos, aceites lubricantes, biofluidos (sangre, saliva, bilis, mucosas), y el petróleo y sus mezclas (Barnes et al., 1989).

Una primera clasificación de fluidos no newtonianos está dada por aquellos fluidos que tienen viscosidad independiente del tiempo, los cuales se pueden clasificar únicamente con su funcionalidad con respecto a la rapidez de corte (Fig. 1.3). Entre

los fluidos no newtonianos con viscosidad independiente del tiempo existen características importantes a destacar, como el adelgazamiento al corte, el cual se define como la disminución de la viscosidad del fluido al incrementar la rapidez de corte; el caso contrario es conocido como engrosamiento al corte (Barnes et al., 1989). Dichas propiedades son definiciones de suma importancia para el análisis de estos fluidos y constituyen aspectos relevantes en su estudio. En particular, un fluido dilatante es un fluido engrosante al corte y un fluido pseudoplástico es adelgazante al corte (Barnes et al., 1989).

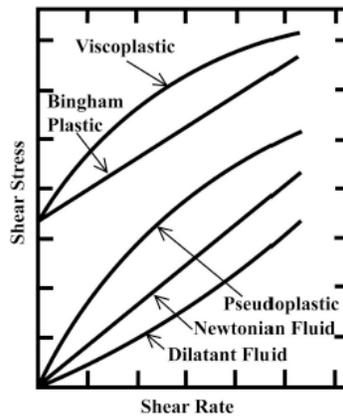


Figura 1.3 Fluidos no newtonianos independientes del tiempo (Chhabra, 2009)

Cuando hablamos de fluidos con propiedades mecánicas dependientes del tiempo se debe de considerar la clasificación en fluidos tixotrópicos y reopécticos, siendo los primeros aquellos fluidos que, al incrementar el tiempo de aplicación de una rapidez de corte constante, la viscosidad decrece (Chhabra, 2009); mientras que los fluidos reopécticos o antitixotrópicos muestran un comportamiento inverso: a mayores tiempos de deformación, su viscosidad incrementa (Fig. 1.4)

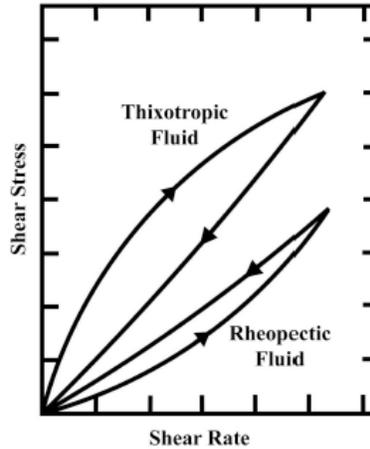


Figura 1.4 Fluidos no newtonianos dependientes del tiempo (Chhabra, 2009)

Por otra parte, una tercera clasificación básica comprende a los fluidos que se encuentran entre dos límites lineales de las relaciones fuerza-deformación: la ley de sólidos elásticos de Hooke y la ley de fluidos viscosos de Newton (Chhabra, 2009). Ambas leyes establecen la manera de comportarse de dos estados de agregación distintos y comprenden los límites de un conjunto de materiales que se conocen como fluidos viscoelásticos (Barnes et al., 1989). Estos materiales tienen comportamientos que se catalogan intermedios a las dos leyes mencionadas, y que se pueden entender a partir de la definición del número de Deborah (Barnes et al., 1989):

$$De = \frac{\lambda}{T}, \quad (2)$$

donde λ representa el tiempo de relajación y T el tiempo característico del proceso. El número adimensional de Deborah De indica el grado de viscoelasticidad de un fluido. Un fluido con un número de Deborah que tiende a cero se comportará como un fluido puramente viscoso, mientras que en el límite cuando $De \rightarrow \infty$, será

considerado un sólido elástico (Barnes et al., 1989). Procesos de flujo con *De* intermedios refieren a un comportamiento viscoelástico.

Al hablar de toda esta diversidad de fluidos, es evidente que resulta una tarea importante poder analizar y clasificar cada uno estos comportamientos, y así formular mejores modelos que los aproximen, puesto que el hecho de presentar viscoelasticidad no impide la presencia de engrosamiento o adelgazamiento al corte, siendo posible una amplia combinación de propiedades en fluidos complejos (Barnes et al., 1989). Dependiendo de la naturaleza del fluido y de la representación matemática que lo explique, los modelos constitutivos se generan y/o se escogen para aproximar su comportamiento en diversas situaciones de flujo. En mecánica de fluidos no newtonianos, existen sistemas típicos que sirven como base para comparación de datos e idealización de geometrías en desarrollos tecnológicos y ciencia básica; por ejemplo: flujo en una contracción y flujo alrededor de esferas (Mitsoulis & Tsamopoulos, 2016; López- Aguilar et al., 2018). Estos flujos típicos de la Mecánica de Fluidos No-Newtonianos (Barnes et al. 1989) son un punto de referencia, por su amplio desarrollo experimental y facilidad de ejecución en sistemas controlados. En particular, al analizar el flujo alrededor de esferas en una tubería (Owens & Philips, 2002), estamos accediendo a comportamientos que bien pueden extenderse a la aplicación industrial y representar una mejora en el avance científico y tecnológico, esclareciendo los efectos producidos por una geometría dada y relación de aspecto que se pueden presentar (McKinley, 2002).

Por otro lado, la representación matemática de la respuesta mecánica de fluidos no newtonianos se ha abordado tradicionalmente a través de una mezcla o solución de

un soluto viscoelástico en un solvente viscoso newtoniano (López-Aguilar et al., 2018). Al saber que existe una enorme cantidad de sustancias, cabe destacar los fluidos a analizar en este trabajo, los cuales son soluciones micelares tipo gusano, y que son conocidas por sus propiedades viscoelásticas (Chu et al., 2013; Fig.1.5). Asimismo, se les conocen como fluidos “inteligentes”, dada su capacidad de romper y reformar su estructura interna dependiendo de las fuerzas y deformaciones que experimenten (López-Aguilar et al., 2018). Este tipo de fluidos tiene una enorme cantidad de aplicaciones tecnológicas dadas sus propiedades reológicas (Yang, 2002; Dreiss 2007). Entre ellas destaca su uso como líquido de fractura hidráulica en operaciones de extracción mejorada de petróleo, agente reductor de arrastre, productos del cuidado del hogar, así como también de cuidado personal. Esta versatilidad obedece a sus propiedades viscoelásticas, su capacidad de reformar y destruir su estructura interna con el flujo y a su composición (tensoactivos) (Chu et al., 2013).



Figura 1.5 Ejemplo de fluido micelar de tipo gusano (Yang, 2002)

Las micelas tipo gusano son arreglos físicos que, al ser estudiadas por sus propiedades reológicas, exhiben características mecánicas similares a las observadas en soluciones de polímeros (Khatory et al., 1993; López-Aguilar et al., 2018; Yang, 2002; Dreiss 2007). No obstante, las micelas tipo gusano relajan

esfuerzos, adicionalmente, a través del rompimiento de las interacciones intermoleculares, debido a deformaciones, por lo que resulta importante considerar dicho mecanismo de construcción-destrucción de estructura interna en la ecuación constitutiva que considere dichos cambios en el arreglo micelar (Khatory et al., 1993; López-Aguilar et al., 2018; Fig. 1.5).

Una familia de modelos reológicos que describen el comportamiento de estas soluciones micelares es la designada como los modelos Bautista-Manero-Puig (BMP; Manero et al., 2007; López-Aguilar et al., 2014; López Aguilar et al., 2015; López-Aguilar et al., 2016; López-Aguilar et al., 2018). El avance en el desarrollo de modelos que parten del análisis del modelo BMP (López-Aguilar et al., 2015; López-Aguilar et al., 2016; López-Aguilar et al., 2018), proveen descripciones más completas y consistentes con la Segunda Ley de la Termodinámica (López-Aguilar et al., 2015; López-Aguilar et al., 2016; López-Aguilar et al., 2018), además de dar la pauta para nuevos desarrollos de ecuaciones constitutivas con diferentes propiedades materiales (López-Aguilar et al., 2016; López-Aguilar et al., 2017; López-Aguilar et al., 2018).

En este trabajo se explorará una versión mejorada del modelo BMP para fluidos micelares, el cuál es denominado BMP+ τ_p (López Aguilar et al., 2018), que recopila la esencia del modelo BMP, añadiendo términos que consideran la inclusión de la viscoelasticidad en la dinámica de construcción y destrucción de la estructura de las micelas al ser sometidas a cierto flujo (López-Aguilar et al., 2018). Además, incluye la corrección ABS-f, que garantiza el cumplimiento de la Segunda Ley de la Termodinámica, observada a través de la predicción consistente de propiedades

físicas, como la viscosidad. Para el caso de estudio presente en este escrito, se considera el sistema de flujo alrededor de esferas, en donde se prueba este modelo constitutivo $BMP+_{\tau_p}$. El flujo alrededor de esferas es un flujo complejo que consiste en una mezcla de deformaciones de corte y extensión en el dominio de flujo, i.e. deformaciones de corte cerca de paredes y deformaciones de extensión en la línea central de simetría y en la parte posterior (cauda) de la esfera (Mitsoulis & Tsamopoulos, 2016; Owens & Philips, 2002).

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Modelo constitutivo y ecuaciones de balance

En fluidos no-newtonianos es importante reconocer la existencia de esfuerzos normales con valores comparables, e incluso mayores, a los esfuerzos de corte en un flujo cortante simple, y que, en un sistema coordenado cilíndrico, están dados por:

$$\tau_{rz} = \tau = \eta \dot{\gamma}, \quad (3)$$

$$\tau_{zz} - \tau_{rr} = N_1, \quad (4)$$

$$\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} = N_2, \quad (5)$$

donde la letra griega η representa la viscosidad aparente debida al esfuerzo cortante; a su vez, N_1 es conocida como la primer diferencia de esfuerzos normales, la cual se define como la diferencia entre el esfuerzo normal en la dirección del flujo principal (z) menos el esfuerzo normal en la dirección del gradiente (r); mientras que N_2 es la segunda diferencia de esfuerzos normales, definida como la resta del esfuerzo normal en dirección del gradiente menos el esfuerzo en la dirección neutral (θ), como es posible apreciar en las Ec. (3)–(5).

Para un fluido incompresible y en condiciones isotérmicas, se puede escribir el principio de conservación de masa en la ecuación de continuidad, ya que se asume que la densidad es constante. Asimismo, en su forma adimensional, se puede escribir la ecuación de movimiento como sigue:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (6)$$

$$Re \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - Re \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla p. \quad (7)$$

En las expresiones anteriores, la letra t representa el tiempo y los operadores gradiente y divergencia son de carácter espacial en coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , debido al sistema estudiado. Las variables \mathbf{u} , p y $\boldsymbol{\tau}$ corresponden a la velocidad del fluido, la presión hidrodinámica y el tensor de esfuerzos, respectivamente. Además, la variable $\boldsymbol{\tau}$ se considera una suma de una contribución del solvente (con un comportamiento viscoso inelástico, $\boldsymbol{\tau}_s = 2\beta\mathbf{D}$) y un componente no lineal polimérico $\boldsymbol{\tau}_p$, i.e. $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_p + \boldsymbol{\tau}_s = \boldsymbol{\tau}_p + 2\beta\mathbf{D}$.

El fluido se modelará como una solución micelar de tipo gusano en un fluido viscoso newtoniano, cuya composición se representa a través de la relación entre las viscosidades de las dos sustancias presentes en la mezcla; dicho valor se representa como la fracción de solvente (véase Ec. (8)), que es un cociente de la viscosidad aparente del solvente dividido por la suma de la viscosidad del solvente y la del polímero a rapidez de corte cero:

$$\beta = \frac{\eta_s}{\eta_s + \eta_{p0}}. \quad (8)$$

Adicionalmente, si se define \mathbf{D} como el tensor rapidez de deformación; que se define como $\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T)$, donde el operador “T” indica el transpuesto el gradiente de velocidades. Las Ec. (6)-(8) se adimensionalizan con las siguientes definiciones:

$$\mathbf{z}^* = \frac{\mathbf{z}}{L}, \quad \mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U}, \quad t^* = \frac{U}{L}t, \quad \mathbf{D}^* = \frac{L}{U}\mathbf{D}, \quad \boldsymbol{\tau}_p^* = \frac{\boldsymbol{\tau}_p}{(\eta_{p0} + \eta_s)\frac{U}{L}}, \quad p^* = \frac{p}{(\eta_{p0} + \eta_s)\frac{U}{L}}$$

Estas variables adimensionales, al realizar el cambio respectivo en la ecuación de movimiento, generan el número adimensional de Reynolds, definido como:

$$Re = \frac{\rho UL}{(\eta_{p0} + \eta_s)}. \quad (9)$$

Por otro lado, cabe recordar que el fluido micelar de tipo gusano posee viscoelasticidad (Yang, 2002), medida a partir del número adimensional de Weissenberg (Wi ; Crochet & Walters, 1993); para este trabajo se define como:

$$Wi = \lambda_1 \frac{U}{L}, \quad (11)$$

donde:

$$\lambda_1 = \frac{\eta_{p0}}{G_0}. \quad (12)$$

Cabe destacar que el tiempo de relajamiento se define a partir del cociente en la Ec. 12, donde se relacionan la viscosidad límite del polímero a corte cero entre el módulo elástico a las mismas condiciones; esta constante representa el tiempo que tarda un fluido en relajar esfuerzos después de sufrir una deformación y depende de la naturaleza del fluido (Morrison, 2001).

También, se aprecia que el número adimensional Wi depende de la velocidad característica del fluido y mediante la relación dada por: $Q=AU$, podemos establecer una relación directamente proporcional entre el número de Weissenberg y el flujo volumétrico en la tubería.

Considerando los aspectos anteriores, la parte de la ecuación constitutiva para el soluto viscoelástico puede representarse como:

$$Wi \overset{\nabla}{\tau}_p = 2(1 - \beta)\mathbf{D} - f\tau_p, \quad (13)$$

donde el término $\overset{\nabla}{\tau}_p$ representa a la derivada convectiva superior del tensor de esfuerzos, expresada como: $\overset{\nabla}{\tau}_p = \frac{\partial \tau_p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \tau_p - \nabla \mathbf{u}^T \cdot \tau_p - \tau_p \cdot \nabla \mathbf{u}$. Asimismo, la

variable f de la Ec. (13) representa para este modelo una fluidez adimensional, definida como $f = \frac{\eta_{p0}}{\eta_p}$.

El modelo BMP+ $_{-\tau_p}$ posee modificaciones a la ecuación constitutiva BMP (Manero et al. 2007; Lopez-Aguilar et al., 2018), que mejoran su consistencia con respecto a las propiedades reológicas que provee, al incluir la viscoelasticidad en la dinámica de destrucción y construcción de la estructura micelar. Estas modificaciones son evidentes en la ecuación para la fluidez adimensional:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\right) f = \frac{1}{\omega}(1 - f) + (\xi_{G_0} Wi - \xi f) |\boldsymbol{\tau} : D|, \quad (14)$$

para la cual hay que destacar la aparición de números adimensionales que consideran la estructura micelar. En primera instancia, el término de construcción, i.e. $\omega = \lambda_s \frac{U}{L}$; y dos términos de destrucción, el primero definido como $\xi_{G_0} = \frac{k_0 G_0}{\eta_{\infty} + \delta} (\eta_{p0} + \eta_s)$ y el segundo como $\xi = k_0 (\eta_{p0} + \eta_s) \frac{U}{L}$. En dichos coeficientes, λ_s representa el tiempo característico de construcción de la estructura, k_0 resulta ser el inverso del esfuerzo de destrucción de la estructura y $(\eta_{\infty} + \delta)$ es la viscosidad del polímero a alta rapidez de deformación.

A partir del modelo planteado, podemos realizar ajustes en los parámetros: ξ_{G_0} y ω , a fin de ejemplificar fluidos con distintas propiedades engrosantes y subsecuentemente adelgazantes a la extensión (Fig. 2.1). Dichas propiedades son análogas al engrosamiento y adelgazamiento al corte discutido en el Capítulo 1 y están ligadas a una rapidez de deformación extensional; que de igual manera es análoga a la rapidez de corte (Barnes et al., 1989). Es decir, que existe una

viscosidad extensional característica de los fluidos y representa una resistencia a ser estirado y/o comprimido, al igual que el término de viscosidad de corte puede incrementar o disminuir conforme la naturaleza del fluido y rapidez de deformación aplicado (Barnes et al., 1989).

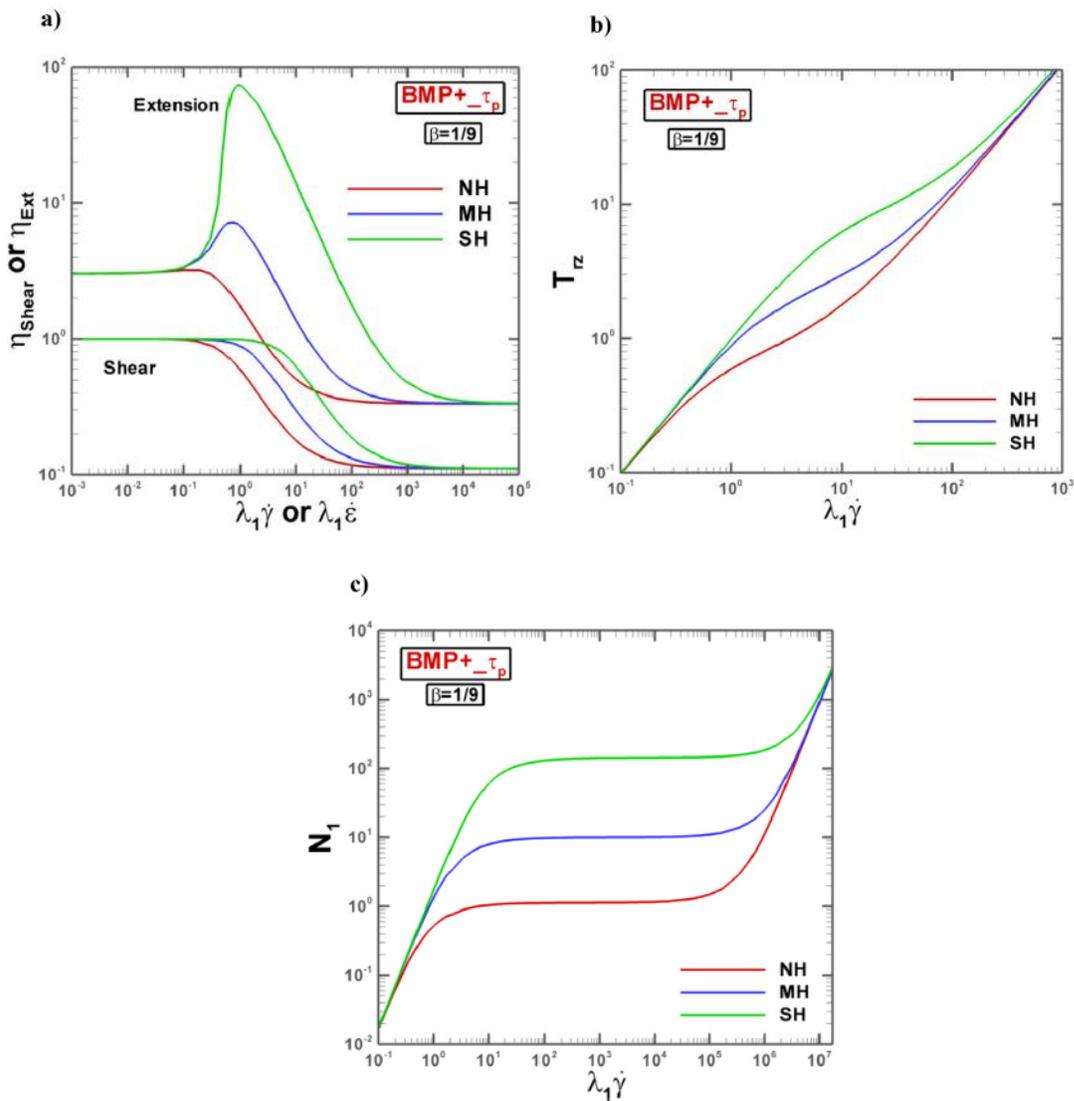


Figura 2.1 a) Viscosidad extensional y de corte, b) esfuerzo cortante, c) Primera diferencia normal de esfuerzos para tres fluidos con distinto engrosamiento extensional a $\beta=1/9$; No engrosante (NH) $\{\omega, \xi_{G0}\} = \{4, 1\}$; Medianamente engrosante (MH) $\{\omega, \xi_{G0}\} = \{4, 0.1125\}$; Fuertemente engrosante (SH) $\{\omega, \xi_{G0}\} = \{0.28, 0.1125\}$ (Lopez-Aguilar et al., 2018).

De esta manera, el hecho de modificar los parámetros de construcción y destrucción de la estructura nos permite explorar diferentes características reológicas. Al observar ambos extremos de las situaciones, para el estudio de este sistema, se ha optado por considerar un fluido medianamente engrosante a la extensión, ya que resulta un buen punto de partida para someter a pruebas de consistencia el modelo $BMP+_{\tau_p}$.

Al observar cómo se comporta el fluido entre altos y bajos números de Weissenberg (Fig. 2.1) se aprecian dos regiones en las que la viscosidad de corte y extensional se mantienen constantes, estos valores de viscosidades si se contrastaran en un cociente, conduciría a la definición del número de Trouton (T_R ; Barnes et al. 1989) y que se expresa como:

$$T_R = \frac{\eta_{Ext}}{\eta_{Shear}}. \quad (15)$$

Para los fluidos que siguen el modelo de la ley de Newton, el valor del Trouton es constante y resulta ser igual a tres (Morrison, 2001; Webster, 2008). Los fluidos viscoelásticos se distinguen por poseer altos valores de T_R (Barnes et al., 1989), pero en regímenes bajos de flujo se espera que los efectos viscosos sean más importantes que los elásticos (Wi pequeños), por lo que el valor a rapidez de corte cero debe de ser el representado por un fluido newtoniano, lo cual es apreciable en los distintos fluidos en la Fig. 2.1.

2.2 Sistema analizado: Flujo alrededor de esferas

El flujo de fluidos complejos alrededor de esferas es un problema típico en la reología computacional (Mitsoulis & Tsamopoulos, 2016). Si bien, se conoce bien

un resultado analítico para una esfera sedimentando en un fluido newtoniano, conocido como el problema de Stokes (Bird et al., 1960), no se ha podido obtener para fluidos con mayor complejidad (Mitsoulis & Tsamopoulos, 2016). El flujo de un fluido viscoelástico alrededor de esferas se ha convertido en uno de los temas más estudiados en reología (Mckinley, 2002; Owens & Phillips, 2002), y es clave representar este problema para poder generalizar la aplicación de un modelo.

Por otra parte, en fluidos viscoelásticos adelgazantes al corte, numerosos experimentos previos han demostrado la existencia de un efecto denominado “cauda negativa” (Mckinley, 2002). Ésta consiste en una región donde la dirección del flujo se invierte; dicha cauda negativa se localiza en la parte posterior de la esfera. Se sabe que existe una relación de la formación de la cauda negativa por el adelgazamiento al corte y la elasticidad, ya que modelos carentes de alguno de estos efectos no exhiben cauda negativa (Mckinley, 2002).

De esta manera los fenómenos producidos por un obstáculo en un fluido no-newtoniano generan diversos efectos (Fig. 2.2) que son objeto de estudio a fin de por ser modelados y encontrar ecuaciones constitutivas que nos permitan obtener predicciones útiles para la aplicación en la industria.

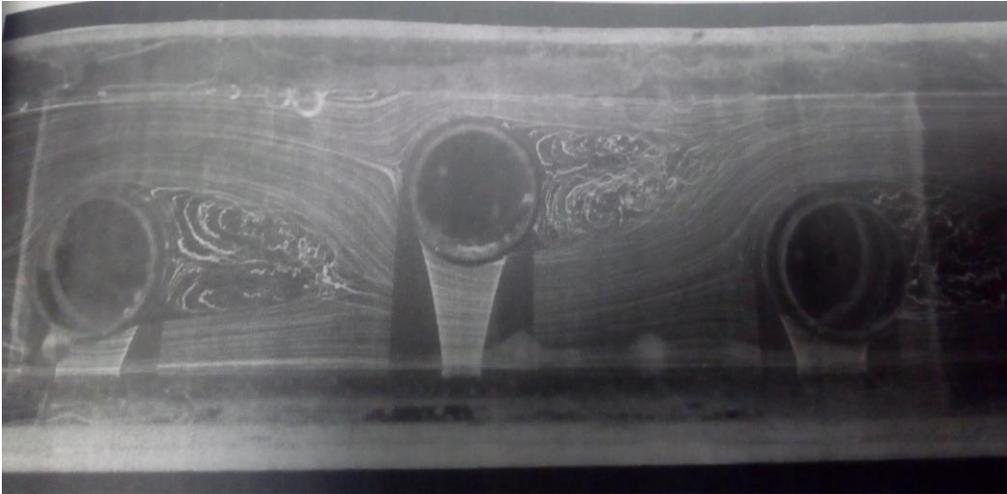


Figura 2.2 *Efecto de obstáculos en un flujo en una tubería (Boger & Walters, 1993)*

2.3 Algoritmo numérico

El algoritmo numérico utilizado en este trabajo se basa en una discretización híbrida de elementos finitos (ecuación de balance de cantidad de movimiento y ecuación de balance de masa) y volúmenes finitos (ecuación constitutiva) embebidos en un esquema de pasos fraccionados en el tiempo, en donde se aproxima la solución de la ecuación de balance de cantidad de momentum y la ecuación constitutiva, para después corregir la velocidad a través del cumplimiento de la ecuación de continuidad. La convergencia de este esquema numérico es cuadrática. Mayores detalles sobre el algoritmo numérico pueden encontrarse en López-Aguilar et al. (2014), López-Aguilar et al. (2015) y López-Aguilar et al. (2018).

2. HIPÓTESIS, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

3.1 Hipótesis

Existen un tipo específico de fluidos que presentan viscoelasticidad: las soluciones micelares de tipo gusano. Estos han sido modelados con base en el modelo BMP (Manero et al., 2007), el cuál presenta inconsistencias que han sido corregidas hasta llegar a versiones más completas, como BMP+ τ_p (López-Aguilar et al., 2018), el cuál considera correcciones que mejoran las predicciones de propiedades materiales del fluido, siendo probado para un sistema en contracción con bordes redondeados y filosos. El siguiente paso en la consistencia del modelo es someterlo a prueba en un flujo alrededor de esferas.

Por lo tanto, la hipótesis fundamental de este trabajo de tesis es:

El modelo BMP+ τ_p , al ser sometido a pruebas de consistencia relacionadas a: la aplicación de un valor absoluto en la ecuación constitutiva, la modificación de la composición de la solución micelar y el cambio en la relación de aspecto en un flujo alrededor de una esfera, comprobará su progreso como un modelo constitutivo que puede avanzar en la descripción y entendimiento del flujo de soluciones micelares alrededor de esferas.

3.2 Justificación

El presente trabajo explora la congruencia del modelo BMP+ τ_p , sometiéndolo a un sistema típico en reología computacional, del cuál se pueden obtener múltiples aplicaciones, debido al efecto de la cauda negativa, en donde se presentan efectos

extensionales puros, y con lo cuál se profundiza en el conocimiento de dichos efectos en fluidos micelares de tipo gusano.

3.3 Objetivos

Los objetivos generales de este trabajo de tesis son:

- Comparar los efectos de concentración, relación de aspecto y modificación de ecuación constitutiva en el modelo $BMP+_{\tau_p}$ en el sistema de un flujo alrededor de una esfera, con relaciones de aspecto canal-esfera 2:1, 2.5:1 y 5:1.
- Resolver el problema de flujo en cuestión usando un algoritmo numérico basado en los métodos de elemento finito y volumen finito (López-Aguilar et al., 2018; Webster et al. 2005).
- Analizar los aspectos mecánicos de este flujo a través de soluciones del flujo alrededor de esferas mediante los campos de flujo (primera y segunda diferencias de esfuerzos normales, N_1 y N_2 , respectivamente) y de propiedades reológicas (viscosidad y fluidez), sea niveles de flujo volumétrico (número de Weissenberg) observables en su evolución (soluciones numéricas convergentes) y posible acercamiento al fenómeno físico.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se analizan las soluciones numéricas obtenidas, realizando un comparativo de las propiedades más relevantes para el estudio de las soluciones viscoelásticas tipo gusano usando el modelo $BMP+_{\tau_p}$ (López Aguilar et al., 2018).

Para la obtención de los distintos campos de propiedades básicas en mecánica de fluidos no newtonianos, como la primera y segunda diferencias de esfuerzos normales N_1 y N_2 , y la fluidez, se empleó un método de análisis por incrementos de flujos volumétricos, que como se ha explicado en el Capítulo 2, dada la naturaleza del número adimensional de Weissenberg (Wi), se correlacionan proporcionalmente. De esta manera, un análisis de incrementos en el Wi provee resultados de incrementos en Q (López Aguilar et al., 2018). El proceso de simulación comienza con un primer valor de Wi (generalmente $Wi=1$) que irá en aumento, y se recupera la información del paso previo como condición inicial a fin de ayudar al proceso de convergencia del método numérico (Saramito & Wachs, 2016; Webster et al. 2005; López Aguilar et al. 2018).

Para cada uno de los siguientes casos, en los cuales se analizan los efectos del uso de la corrección ABS-f (López Aguilar et al. 2018), de la concentración de soluto y de la relación de aspecto entre la esfera y el canal que la contiene, se sigue una metodología similar con las respectivas modificaciones en los parámetros de simulación. Inicialmente, con base en el código que establece el modelo $BMP+_{\tau_p}$, se obtienen resultados producto de la generación de una discretización por un algoritmo numérico híbrido de elemento finito/volumen finito (López-Aguilar et al.,

2017; López-Aguilar et al. 2018; Belblidia et al., 2008). Posterior a la obtención de las soluciones, éstas son post-procesadas con la ayuda del programa Tecplot.

4.1 Efecto de la corrección ABS-f

Como primer caso, se realizará una corrección a la ecuación constitutiva, a través de un valor absoluto en la fuerza motriz que promueve la manifestación de no-linealidades en las propiedades reológicas del fluido. En particular, dicha fuerza motriz para el modelo BMP+ τ_p es la función de disipación, que representa el flujo de energía por unidad de volumen que el fluido disipa al moverse. Esta función de disipación se encuentra en la ecuación de estructura, cuya evolución es promovida por mecanismos de construcción y destrucción de la estructura interna del fluido; la corrección implementada en esta sección ya ha sido probada en flujo de fluidos micelares en geometrías de contracción-expansión, y es conocida como corrección ABS-f (López-Aguilar et al. 2018).

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\right) f = \frac{1}{\omega}(1 - f) + (\xi_{G_0} Wi - \xi f) |\boldsymbol{\tau} : D|. \quad (14)$$

La corrección ABS-f se ha empleado como estrategia para evitar la aparición de viscosidades negativas para el caso de una contracción-expansión (Lopez-Aguilar et al, 2018). En este trabajo, se evalúan los efectos de esta corrección en este nuevo sistema de aplicación, puesto que los efectos de cauda negativa elevan la dificultad del problema y provocan regiones con valores negativos localizados en los campos de algunas propiedades reológicas. Una vez analizado el efecto que genera el cambio en la ecuación constitutiva del sistema, se pueden contrastar los efectos del modelo con signos naturales y el modelo corregido con ABS-f.

Para analizar los efectos que se producen por la modificación de la ecuación constitutiva con la corrección ABS-f, debemos de partir de las propiedades reológicas más importantes, entre las que destacan la primera diferencia de esfuerzos normales N_1 , la segunda diferencia de esfuerzos normales N_2 y la fluidez (inverso de viscosidad) (Barnes et al, 1993).

4.1.1 Primera diferencia de esfuerzos normales

En este caso de manera general, la primera diferencia de esfuerzos normales N_1 presenta valores máximos en la región posterior de la esfera cerca de la línea central, que es justamente donde se presenta la cauda negativa y domina una deformación extensional inhomogénea (Fig. 4.1).

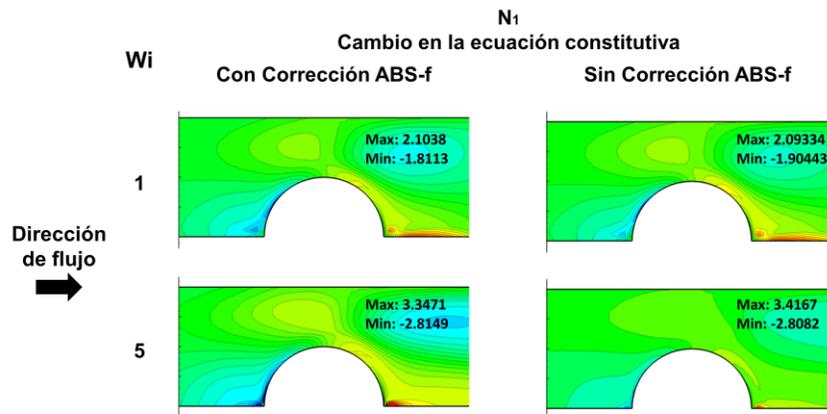


Figura 4.1 Comparación de N_1 en casos con y sin corrección ABS-f

Por otra parte, al comparar los máximos globales de N_1 en función del Wi (Fig. 4.2), nos percatamos que no existen cambios significativos entre ambos modelos, lo que indica que el efecto por implementar la corrección ABS-f no altera la primera diferencia de esfuerzos normales de manera importante.

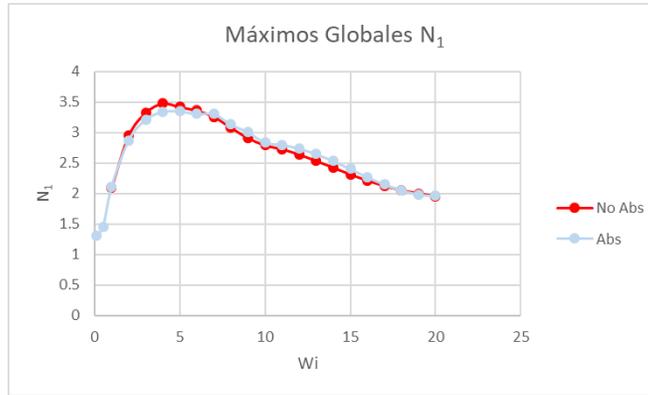


Figura 4.2 Valores máximos de N_1 para dos ecuaciones constitutivas

4.1.2 Segunda diferencia de esfuerzos normales

Con respecto a la segunda diferencia de esfuerzos normales N_2 , se pueden localizar máximos relativos tanto en la parte posterior como en la parte anterior de la esfera, que corresponden con las regiones más importantes del contacto establecido entre el fluido viscoelástico y la esfera (Fig. 4.3).

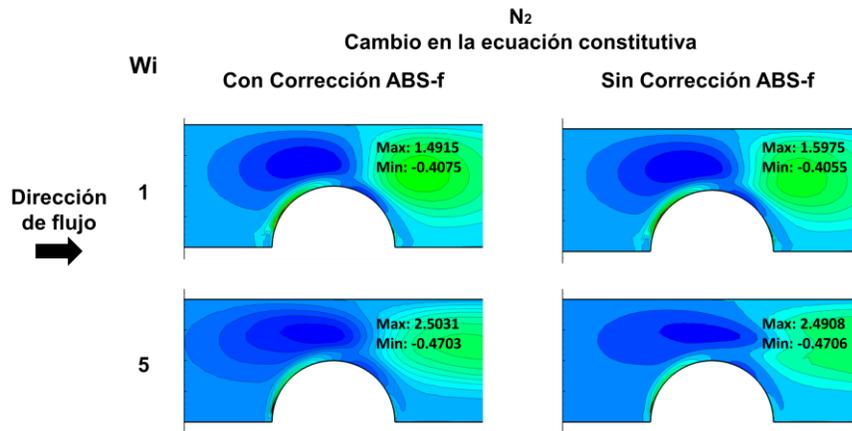


Figura 4.3 Comparación de N_2 en casos con y sin corrección ABS-f

Asimismo, se identifica un resultado similar en los valores máximos de N_2 al obtenido para las soluciones de N_1 , en otras palabras, la corrección ABS-f nuevamente no impacta de sobremanera las soluciones referentes a N_2 (Fig. 4.4).

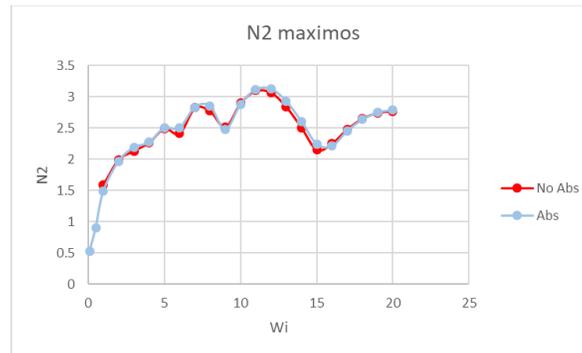


Figura 4.4 Valores máximos de N_2 para dos ecuaciones constitutivas

4.1.3 Fluidez

Al partir de una ecuación constitutiva BMP+ τ_p con signos naturales en la función de disipación, entre los valores de sus propiedades reológicas destaca una por su inconsistencia física: la fluidez. En la Fig. 4.5 se muestran los mínimos globales de fluidez adimensional (i.e. $f = \eta_{pd} / \eta_p$) a distintas fracciones de solvente $\beta = \{1/9, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$ en una relación de aspecto de 2:1. Aquí se puede observar una mejora en la estimación de la fluidez a medida que aumentan los valores de la fracción de solvente cuando se usa la corrección ABS-f. Esto indica que este modelo presentará menores problemas a medida que nos acerquemos a un comportamiento mayormente newtoniano. Este hecho es consistente, ya que fluidos con fracciones de solvente β que tienden a la unidad, mostrarán comportamientos lineales.

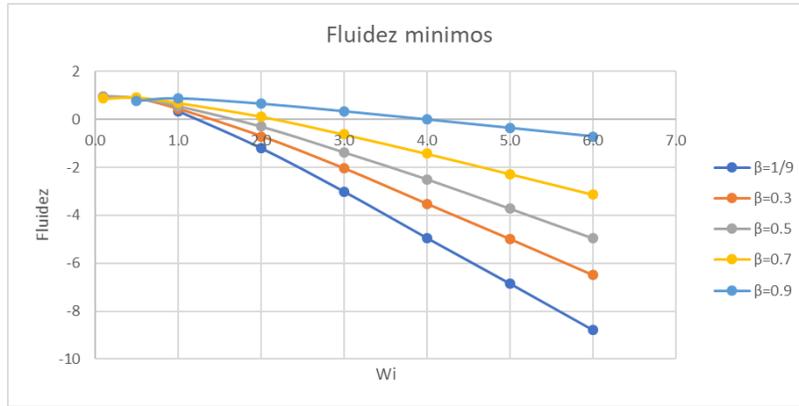


Figura 4.5 Comparación de mínimos de fluidez a distintas fracciones de solvente para la ecuación sin valor absoluto

Además, en el caso de la fluidez podemos observar cómo la región de valores máximos se encuentra localizada en la parte superior de la esfera, donde existe la mayor contracción y deformación (extensión) que sufre el fluido. En contraparte, la región con los mínimos globales se sitúa en la parte posterior de la esfera (Fig. 4.6).

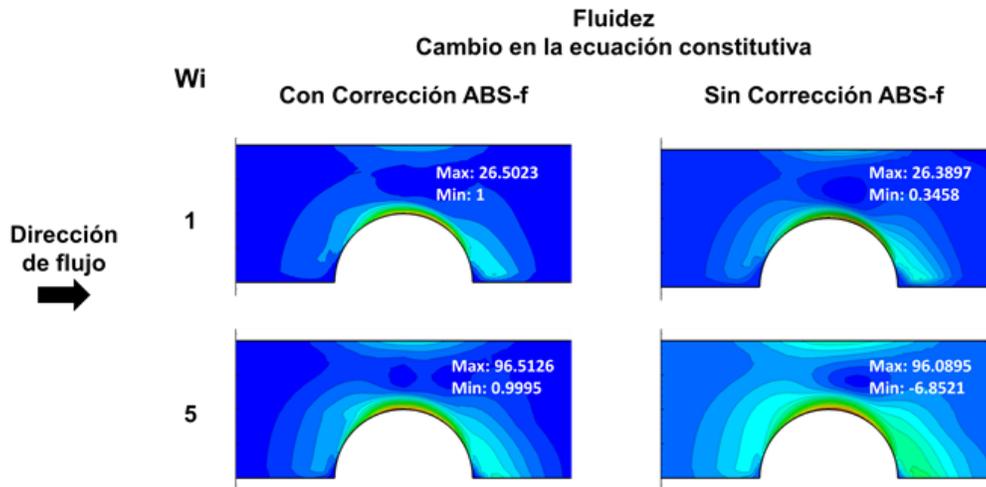


Figura 4.6 Comparación de fluidez en casos con y sin corrección ABS-f

No obstante, para los valores mínimos globales de fluidez (Fig. 4.7) se registra un cambio abrupto en su comportamiento con el uso de la corrección ABS-f. Esta corrección permite que, para los valores de fluidez que salían de la consistencia

física ($Wi > 1$; Tabla 1), ahora se obtienen valores físicamente consistentes. Esto indica que el uso de la corrección ABS-f da consistencia física al modelo y sus soluciones numéricas (Lopez-Aguilar et al, 2018).

Tabla 1. Valores de fluidez con y sin corrección ABS-f

Wi	Sin ABS-f		Con ABS-f	
	Fluidez		Fluidez	
	Mín	Máx	Mín	Máx
1	0.345814	26.3897	1	26.5023
2	-1.19686	44.9344	0.999847	45.309
3	-3.01005	61.8677	0.999689	62.4701
4	-4.94994	79.19305	0.999569	79.6045
5	-6.85215	96.0895	0.999482	96.5126
6	-8.78936	112.68	0.999416	113.302
7	-10.762	129.133	0.999361	130.04
8	-12.6547	145.626	0.999319	146.788
9	-14.5542	162.321	0.99929	163.622
10	-16.4039	179.33	0.99928	180.626

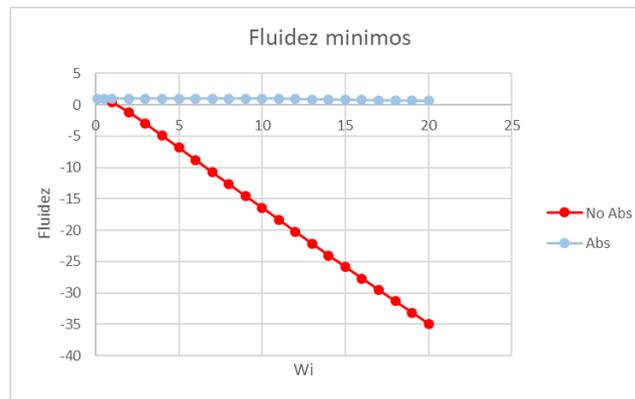


Figura 4.7 Valores mínimos de fluidez para dos ecuaciones constitutivas

Al comparar los dos perfiles de fluidez a $Wi=10$, tanto para las soluciones con signos naturales y con la corrección ABS-f, podemos observar no sólo la divergencia de los valores de fluidez, sino también un cambio en la localización de los mínimos. Se puede notar que para la solución con signos naturales en la función de disipación (Fig. 4.8), la zona de mínimos se localiza en la parte superior de la esfera, mientras

que en la solución con la corrección ABS-f (Fig. 4.9) podemos apreciar la zona de mínimos globales en la parte posterior de la esfera.

Por otra parte, hay que resaltar cómo la corrección ABS-f provee un comportamiento de la fluidez sin fluctuaciones importantes en el resto de la geometría. Así, la corrección ABS-f sirve para eliminar la inconsistencia de valores de fluidez negativos (y, por lo tanto, viscosidades negativas) y para mantener estabilidad en las soluciones respecto a la física esperada en un fluido viscoelástico.

Finalmente, al observar los perfiles de fluidez (Fig. 4.8 y 4.9) se puede notar claramente que, debido a la contracción a la que es sometido el fluido, una región con un máximo relativo cercano a la pared del tubo está presente, y consistentemente, se genera un incremento localizado en la fluidez, que persiste para ambas soluciones.

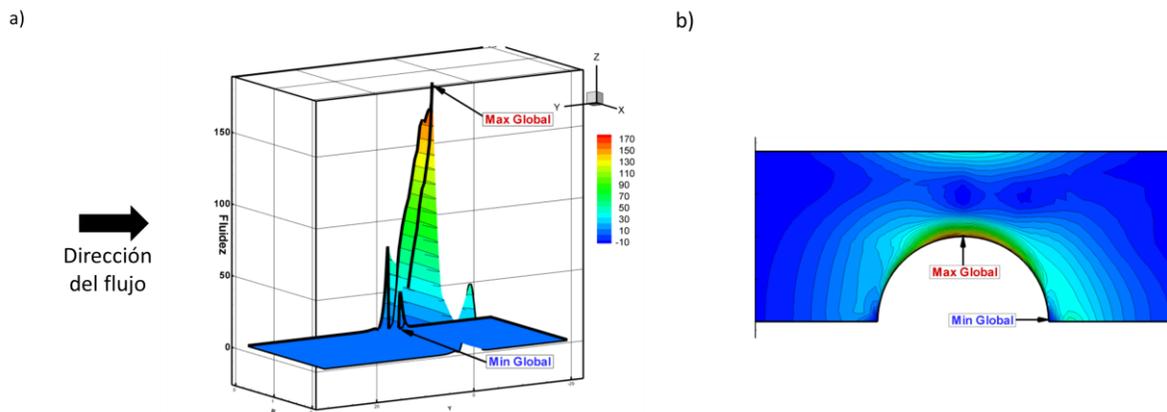


Figura 4.8 Perfil de fluidez para ecuación constitutiva con la corrección ABS-f

($\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$) a) Perfil 3D b) Perfil 2D

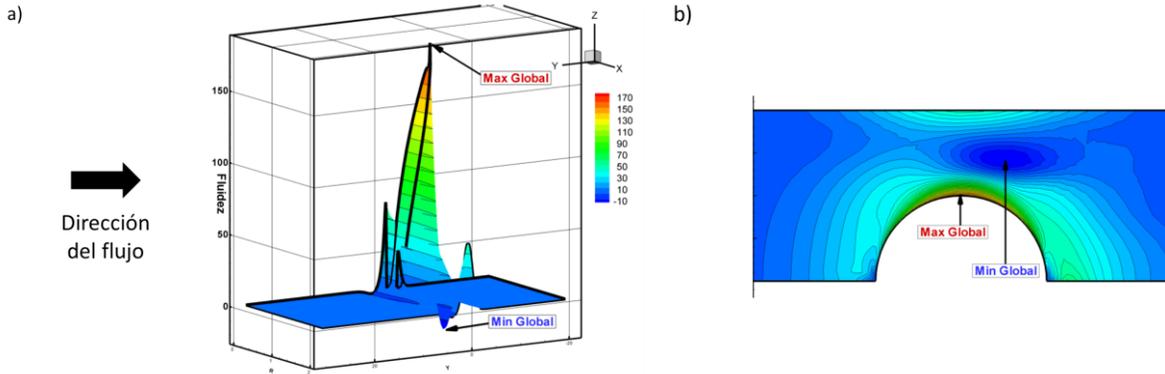


Figura 4.9 Perfil de fluidez para ecuación constitutiva sin valor absoluto ($\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$) a) Perfil 3D b) Perfil 2D

4.2 Efecto de concentración

En esta subsección, para poder analizar el efecto de la concentración a través de la fracción de solvente β en las soluciones, se escogió una relación de aspecto 2:1 en particular, que indica que el radio de la esfera es la mitad del radio del tubo en el que se encuentra inmersa. Asimismo, como este es un problema simétrico, basta con analizar la mitad del sistema para poder concluir de manera general los efectos en el tubo, por lo que se divide el sistema mediante un eje ecuatorial.

Las distintas fracciones de solvente que se analizan son: $\beta = \{1/9, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$, con las cuales es apreciable la evolución de las soluciones numéricas con respecto a la cantidad de componente no-newtoniano en la mezcla. En el régimen dominado por el solvente, una fracción de solvente $\beta=0.9$ implica que la concentración de la solución micelar está dada por un 90% de solvente newtoniano y un 10% de soluto viscoelástico. Por otro lado, en el régimen dominado por el soluto, una fracción de solvente $\beta=1/9$ caracteriza a una solución micelar con 10% de solvente y 90 de soluto. Estas soluciones modelan, como se expuso en el Capítulo 2 (Fig. 4.12) a

una sustancia medianamente engrosante a la extensión (MH) en solución con un fluido newtoniano.

En la Fig. 4.10, se muestra el efecto del cambio en la fracción de solvente en la viscosidad de corte y la viscosidad extensional uniaxial para el modelo $BMP+_{\tau_p}$ (López-Aguilar et al., 2018). Se puede ver que un fluido con $\beta=0.9$, despliega adelgazamiento al corte mínimo y engrosamiento al corte apreciable que regresa básicamente al mismo nivel a altas rapidezces de extensión. En el otro extremo de composición, para un fluido con $\beta=1/9$, se aprecia un adelgazamiento al corte severo, acompañado con un engrosamiento y adelgazamiento a la extensión mayor a dos órdenes de magnitud. Por otro lado, para un valor $\beta=0.9$ el esfuerzo cortante T_{rz} tiene un comportamiento cercano de la linealidad, mientras que en el caso $\beta=1/9$, el comportamiento es marcadamente no newtoniano. Adicionalmente, la solución con mayor soluto $\beta=0.9$ presenta diferencias en el valor de N_1 con respecto a $\beta=1/9$ cuando se encuentran a bajas y altas rapidezces de corte, sin embargo, existe una región de 4 órdenes de magnitud en la rapidez de corte donde ambas fracciones de solvente poseen el mismo nivel de N_1 .

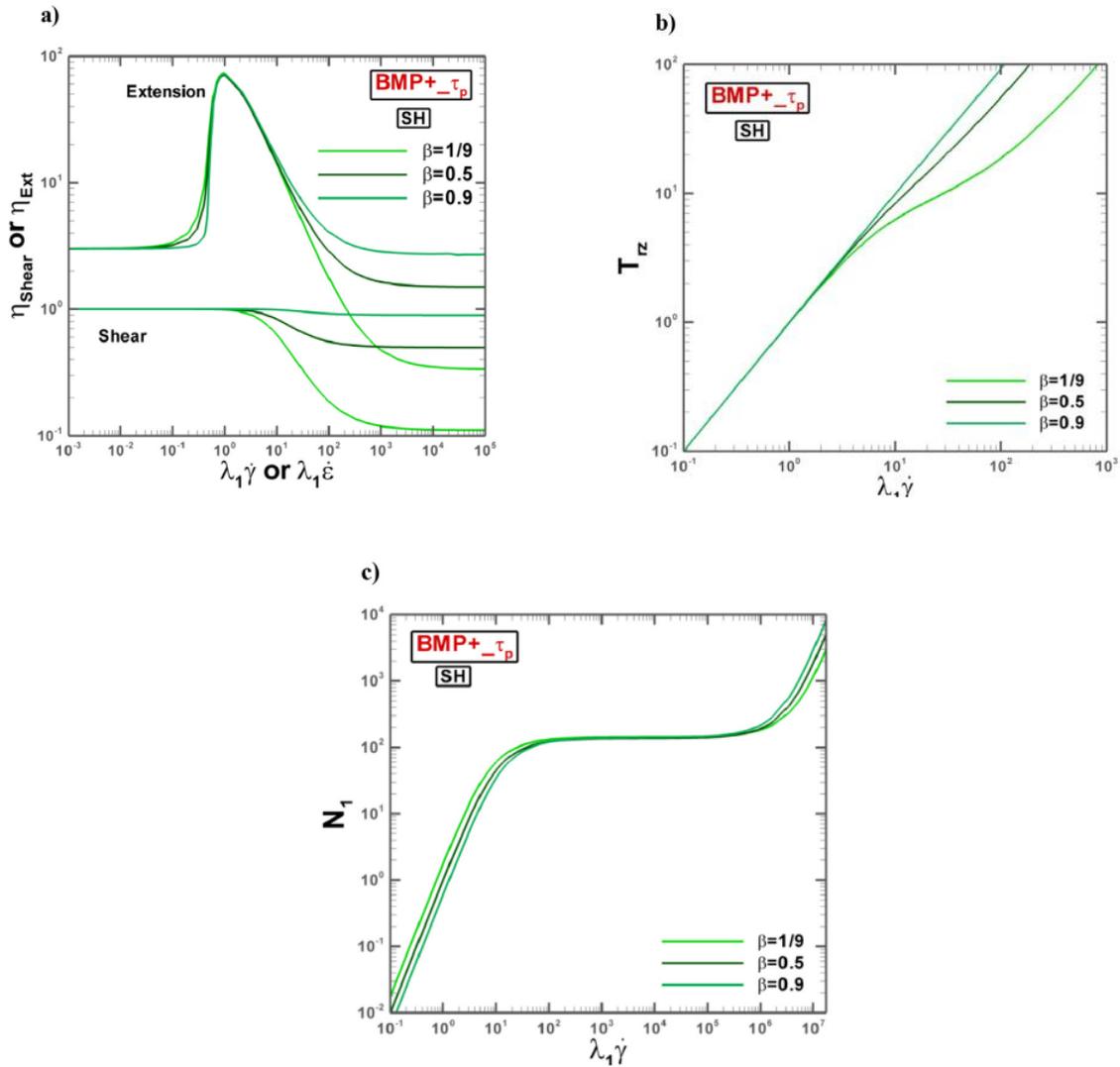


Figura 4.10 a) Viscosidad extensional y de corte, b) esfuerzo cortante, c) Primera diferencia de esfuerzos normales, para tres fluidos con distinta fracción de solvente $\beta=1/9, 0.5$ y 0.9 y con un fluido fuertemente engrosante (López-Aguilar et al, 2018).

Como rasgo significativo en el flujo alrededor de esferas con composiciones altas de soluto viscoelástico ($\beta=1/9$) y con propiedades de engrosamiento a la extensión importantes para el modelo BMP+ $-\tau_p$ y la corrección ABS-f, en la Fig.4.11 se grafican los máximos globales del esfuerzo cortante T_{rz} , la primera diferencia de los

esfuerzos normales N_1 y la segunda diferencia del esfuerzos normales N_2 , en donde se aprecia que, bajo concentraciones altas de soluto, los esfuerzos normales son mayores que el esfuerzo cortante. Así, nuestro análisis se centra en el análisis de los esfuerzos normales para distintas fracciones de solvente.

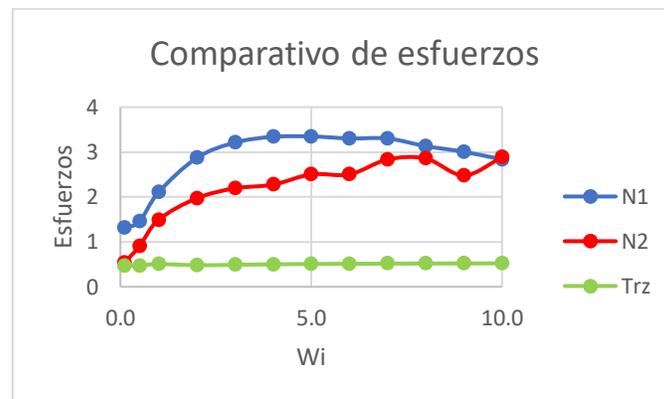


Figura 4.11 Comparación de los valores de los distintos esfuerzos para $\beta=1/9$, relación 2:1, con corrección ABS-f.

4.2.1 Primera diferencia de esfuerzos normales

Se comienza por analizar la primera diferencia de esfuerzos normales N_1 , la cual es el esfuerzo de mayor magnitud y que posee una correlación con el desarrollo de la cauda negativa (McKinley, 2002). En el rango $0.1 \leq W_i \leq 10$, el nivel de los valores máximos de N_1 disminuye al aumentar la fracción de solvente (Fig. 4.12). Esto corresponde consistentemente con la descripción que provee el modelo: valores grandes de la fracción de solvente corresponden a soluciones con una concentración baja de soluto, en donde predominan las características newtonianas del solvente.

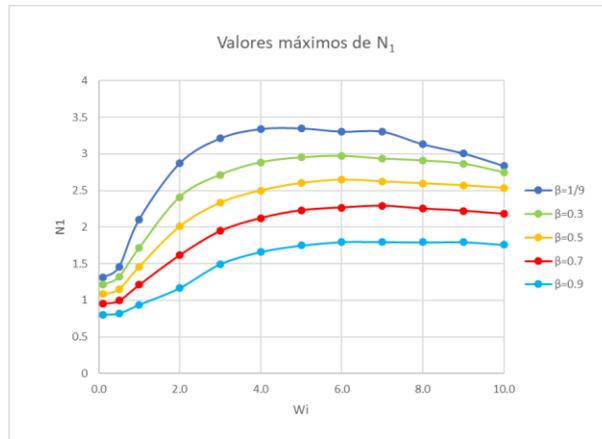


Figura 4.12 Efecto de concentración en máximos globales de N_1

Al comparar dos fracciones de solvente distintas entre sí ($\beta=1/9$ y $\beta=0.9$; Fig. 4.13 y Fig. 4.14), los valores extremos en N_1 permanecen localizados en una misma zona, pero con diferente magnitud; mientras que para $Wi=5$ una fracción $\beta=1/9$ se posee un valor máximo de $N_1=3.34$ unidades, para $\beta=0.9$ se tiene que $N_1=1.75$ unidades (Tabla 2). Es decir, al contrario del cambio provocado por la corrección ABS-f, en el caso de cambio en la composición del fluido, no se provoca una modificación en la zona donde se encuentran ubicados los valores extremos de N_1 . En este mismo contexto, se ve que para una fracción de solvente de $\beta=0.9$ (Fig. 4.13), el valor de N_1 es mucho más bajo que para el caso con $\beta=1/9$ (Fig. 4.14); lo que nos demuestra que el modelo reproduce de manera adecuada los fenómenos en una solución de solvente newtoniano y soluto viscoelástico. También cabe recalcar que la región de máximo global en ambos casos se encuentra en la parte posterior de la esfera, lo que alude a que la primera diferencia de esfuerzos normales tiene un fuerte impacto en la región de la cauda negativa, donde los esfuerzos normales en deformaciones extensionales inhomogéneas prevalecen (McKinley, 2002).

Tabla 2. Valores máximos y mínimos globales de N_1 a distintos β

Wi	$\beta=1/9$		$\beta=0.3$		$\beta=0.5$		$\beta=0.7$		$\beta=0.9$	
	N_1		N_1		N_1		N_1		N_1	
	Mín	Máx								
1	-1.811	2.104	-1.582	1.716	-1.339	1.46	-1.07	1.211	-0.777	0.935
2	-2.355	2.87	-2.162	2.41	-1.853	2.008	-1.393	1.616	-0.824	1.166
3	-2.582	3.21	-2.388	2.713	-2.102	2.332	-1.646	1.945	-0.971	1.493
4	-2.63	3.339	-2.563	2.882	-2.284	2.5	-1.812	2.122	-1.047	1.661
5	-2.815	3.347	-2.649	2.950	-2.281	2.600	-1.889	2.228	-1.127	1.750
6	-2.849	3.302	-2.784	2.969	-2.531	2.646	-2.056	2.266	-1.156	1.798
7	-3.131	3.301	-2.714	2.933	-2.325	2.623	-2.083	2.289	-1.266	1.8
8	-3.186	3.131	-2.954	2.907	-2.515	2.596	-1.889	2.252	-1.287	1.794
9	-2.715	3.005	-2.86	2.864	-2.595	2.57	-2.07	2.223	-1.228	1.797
10	-3.134	2.835	-2.501	2.747	-2.447	2.534	-2.096	2.18	-1.151	1.76

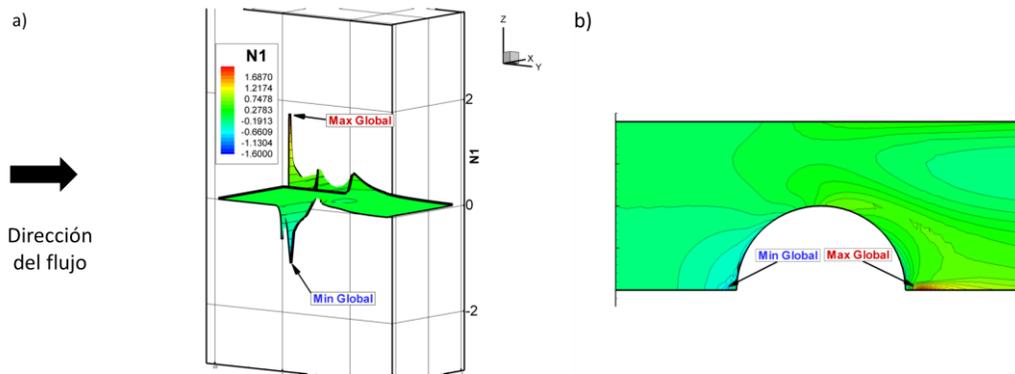


Figura 4.13 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=0.9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=5$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

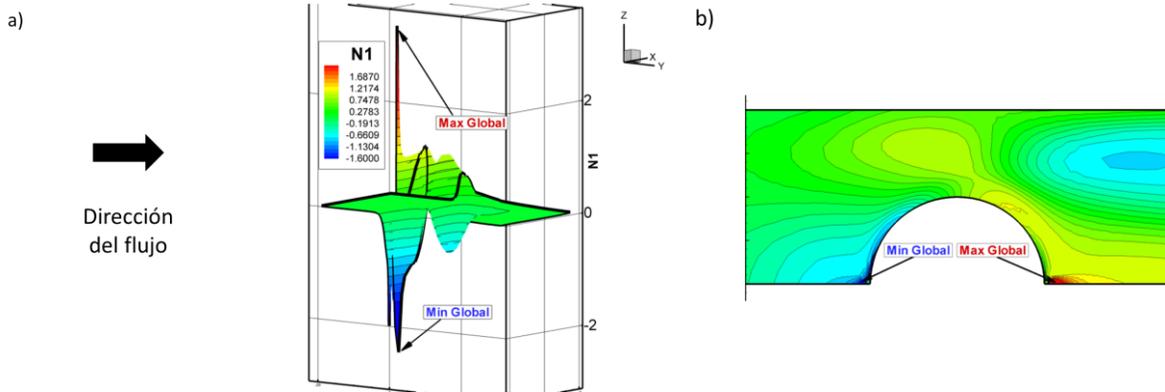


Figura 4.14 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=5$

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

Al comparar la primera diferencia de esfuerzos normales en dos niveles diferentes de viscoelasticidad (flujo volumétrico), un bajo $Wi=0.5$ tiene un valor máximo de $N_1=1.45$ unidades (Fig. 4.15), a un $Wi=5$, se obtiene un valor de $N_1=3.35$ unidades (Fig. 4.14). Además, se puede observar como a bajos Wi , los contornos de nivel cubren una amplia área en la región que rodea al máximo global. Con el aumento de Wi , se localiza más puntualmente a una zona menor en la parte posterior de la esfera, como un efecto de la viscoelasticidad en un régimen de flujo más elevado. Así, los efectos de viscoelasticidad concentran el máximo en N_1 en la región donde hay mayor pérdida de la presión; es decir, la región de la cauda negativa corresponde con un valor máximo de N_1 .

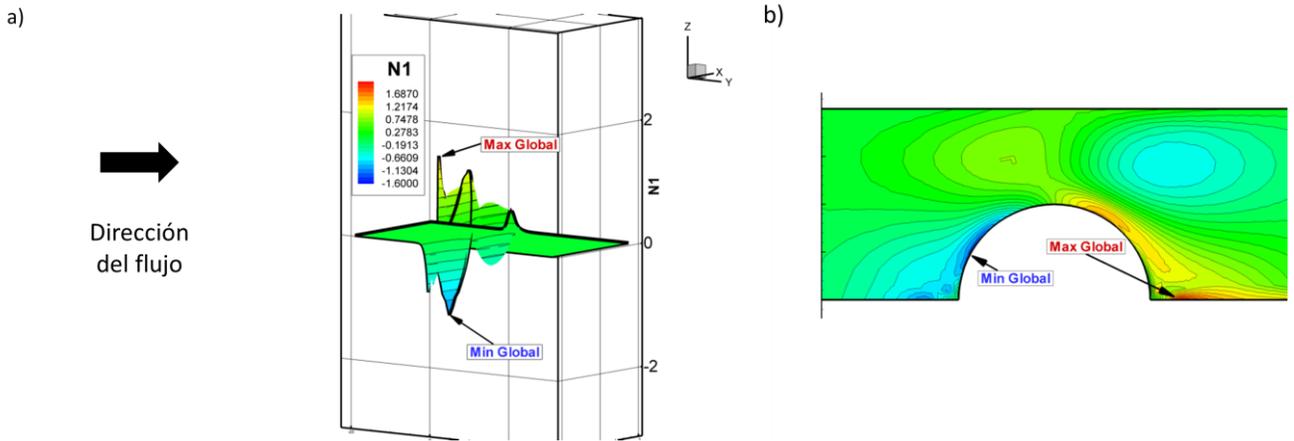


Figura 4.15 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=0.5$

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

También hay que indicar un efecto encontrado al incrementar Wi : se espera que, a bajas rapidezces de deformación, el fluido despliegue un comportamiento similar al de un fluido newtoniano, debido a que la respuesta elástica del fluido no se promueve a bajas rapidezces de deformación. Este hecho se evidencia a través del comportamiento de los máximos valores de esfuerzo cortante T_{rz} (Fig. 4.16), en los cuales inicialmente se observa un incremento en el esfuerzo cortante de manera lineal en bajos valores de Wi para después modificar su comportamiento.

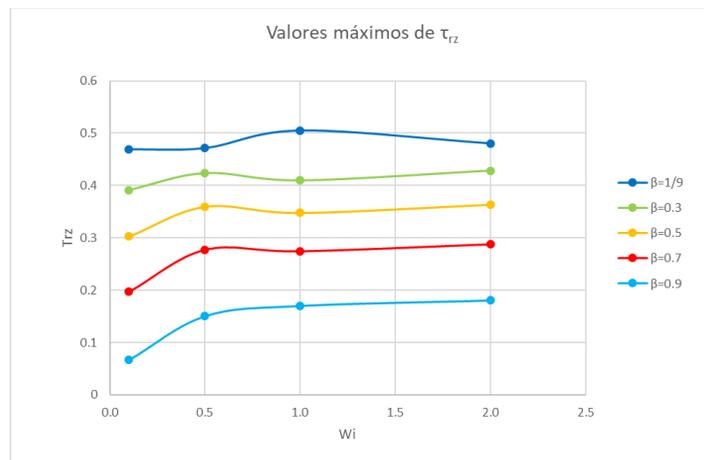


Figura 4.16 Valores máximos de T_{rz} a distintos Wi

4.2.2 Segunda diferencia de esfuerzos normales

Para la segunda diferencia de esfuerzos N_2 se debe destacar la variación en la tendencia que poseen los máximos globales del sistema (Fig. 4.17), donde, de manera similar a los valores de N_1 , los valores que presentan una mayor cantidad de polímero (que se traduce como un menor valor de β) representan tantos valores más bajos de N_2 .

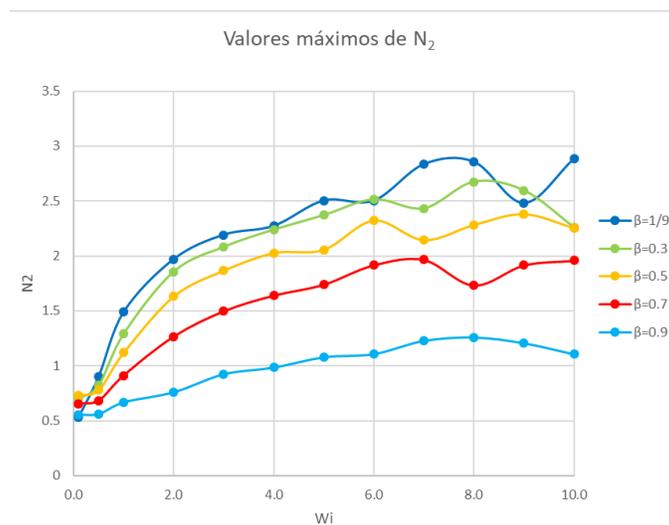


Figura 4.17 Efecto de concentración en máximos globales de N_2

Al observar el perfil de la segunda diferencia de esfuerzos normales, los resultados son interesantes al contrastar los efectos de concentración, puesto que, al emplear una fracción de solvente elevada, como por ejemplo $\beta=0.9$ (Fig. 4.18), observamos que existe un máximo global sobresaliente del resto del campo, en la región anterior de la esfera con $N_2=1.106$. No obstante, no se presenta un mínimo importante en ninguna región; es decir, el mínimo global, no compite en magnitud con el máximo global (Tabla 3). Sin embargo, para la fracción de solvente $\beta=1/9$ con máximo global $N_2=2.883$ (Fig. 4.19) podemos verificar que el mínimo global, compite en su

magnitud con un máximo relativo y que en efecto tenemos dos valores mínimos que se asemejan en magnitud, esto sin negar el hecho de que se observa una mayor simetría que para el caso con fracciones de solvente altas.

Tabla 3. Valores máximos y mínimos globales de N_1 a distintos β

Wi	$\beta=1/9$		$\beta=0.3$		$\beta=0.5$		$\beta=0.7$		$\beta=0.9$	
	N ₂		N ₂		N ₂		N ₂		N ₂	
	Mín	Máx								
0.1	-0.258	0.534	-0.165	0.7	-0.111	0.731	-0.068	0.654	-0.031	0.557
0.5	-0.328	0.904	-0.266	0.825	-0.202	0.779	-0.132	0.682	-0.051	0.562
1	-0.408	1.491	-0.331	1.293	-0.256	1.12	-0.175	0.912	-0.077	0.669
2	-0.451	1.97	-0.379	1.858	-0.305	1.632	-0.219	1.266	-0.108	0.761
3	-0.464	2.192	-0.393	2.083	-0.319	1.867	-0.232	1.497	-0.119	0.925
4	-0.469	2.273	-0.401	2.239	-0.326	2.026	-0.239	1.64	-0.125	0.986
5	-0.47	2.503	-0.405	2.371	-0.331	2.057	-0.244	1.74	-0.129	1.079
6	-0.47	2.502	-0.409	2.514	-0.335	2.323	-0.247	1.917	-0.132	1.108
7	-0.47	2.834	-0.411	2.433	-0.338	2.145	-0.25	1.965	-0.134	1.229
8	-0.47	2.855	-0.413	2.675	-0.34	2.283	-0.251	1.732	-0.136	1.26
9	-0.47	2.479	-0.415	2.596	-0.341	2.381	-0.253	1.915	-0.137	1.208
10	-0.47	2.883	-0.416	2.261	-0.342	2.256	-0.254	1.958	-0.138	1.106

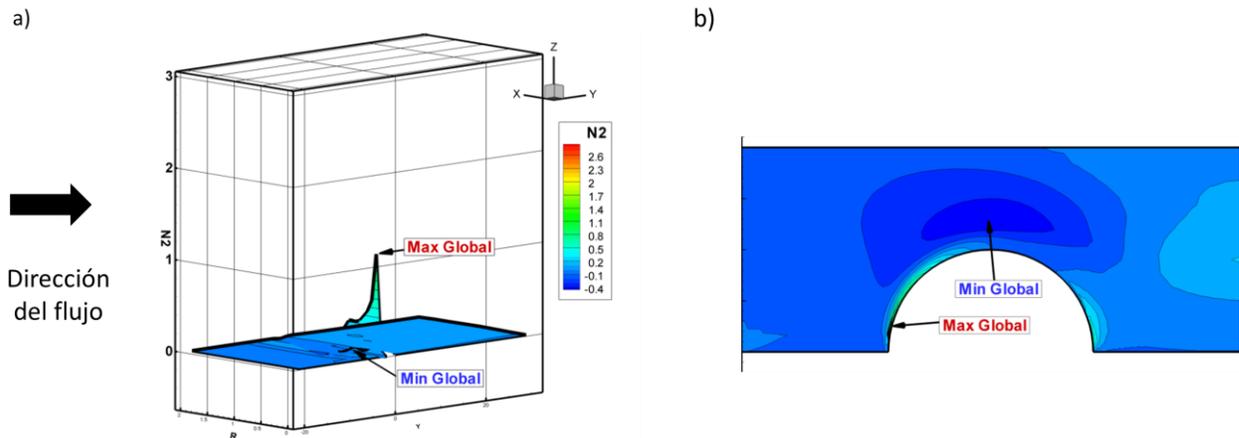


Figura 4.18 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=0.9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

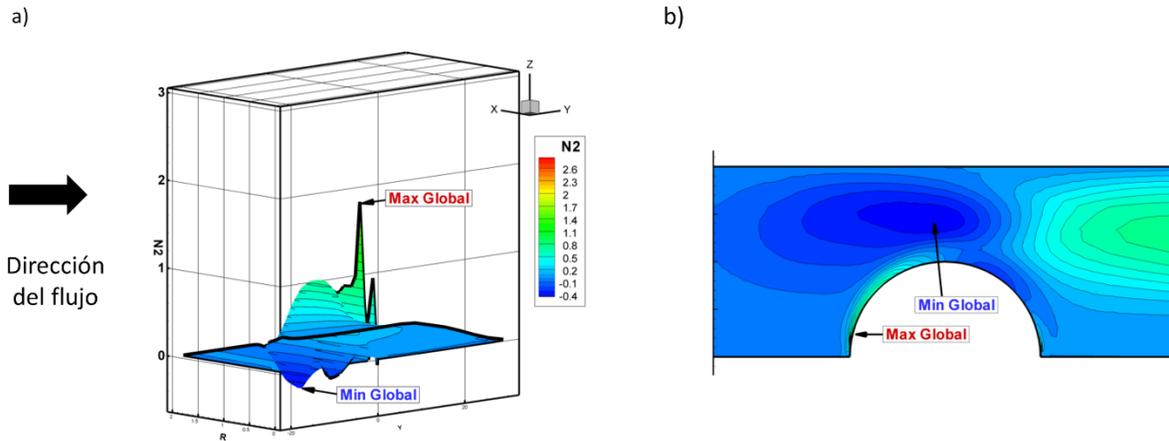


Figura 4.19 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=10$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

Finalmente, al comparar el perfil de N_2 en una misma fracción de solvente ($\beta=1/9$) pero modificando el flujo aplicado, se observa el mismo efecto que se presencia en N_1 , valores menores de sus valores extremos para menores flujos ($Wi=0.5$, $N_2=0.904$ unidades; Fig. 4.20) en comparación con mayores flujos ($Wi=5$, $N_2=2.503$ unidades; Fig. 4.19).

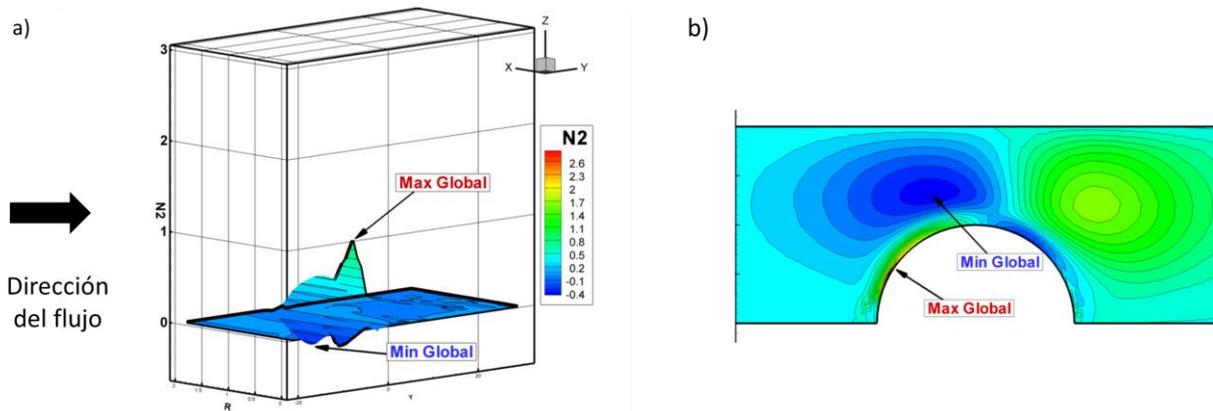


Figura 4.20 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=0.5$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

4.2.3 Fluidez

Al analizar los perfiles de fluidez, podemos notar cómo, en efecto, la región de mínimos globales no presenta diferencias notables para dos valores distintos de fracción de solvente: por ejemplo, para el caso con $\beta=0.9$ (Fig. 4.21), los valores de fluidez llegan en la región de máximos a valores relativamente bajos en comparación con una fracción de solvente mucha más baja: el valor máximo para $\beta=0.9$ es $f=64.408$ unidades, mientras que en el caso de $\beta=1/9$ se alcanza un valor de $f=180.626$ unidades (Fig. 4.22; Tabla 4). Así, se puede observar que fluidos con fracciones de solvente altas presentan valores de fluidez más bajo en la zona de contracción entre la esfera y la pared de la tubería. Consistentemente, el aumento en la concentración de soluto, que implica un fluido con una mayor caída de la viscosidad por pseudoplasticidad y por lo tanto fluideces mayores, refleja un efecto de disminución de viscosidad en la mezcla al transitar por la zona donde se reduce el área del flujo y aumenta la rapidez de deformación.

Tabla 4. Valores máximos y mínimos globales de fluidez a distintos β

Wi	$\beta=1/9$		$\beta=0.3$		$\beta=0.5$		$\beta=0.7$		$\beta=0.9$	
	Fluidez		Fluidez		Fluidez		Fluidez		Fluidez	
	Mín	Máx								
0.1	0.92866	10.5604	0.96356	9.47333	0.9588	8.57598	0.82855	7.55465	0.37346	6.2224
0.5	0.98632	15.7575	0.99975	11.6964	0.9997	9.45245	0.99953	7.87654	0.74971	6.37062
1	1	26.5023	1	18.5566	1	14.7522	1	11.3295	0.99987	16.2715
2	0.99985	45.309	0.99996	32.2506	1	26.3136	0.99999	20.8006	0.99954	13.535
3	0.99969	62.4701	0.99992	46.7831	1	38.5314	0.99999	30.7536	1	20.0218
4	0.99957	79.6045	0.99989	61.2502	1	50.7507	0.99998	40.5807	0.99999	26.4596
5	0.99948	96.5126	0.98921	75.711	1	63.0511	0.99998	50.4686	0.99999	32.7975
6	0.99942	113.302	0.99038	90.2564	0.9999	75.604	0.99998	60.081	0.99999	38.9764
7	0.99936	130.04	0.99982	104.914	0.9999	88.5401	0.99997	70.0934	0.99999	44.9813
8	0.99932	146.788	0.99979	119.633	0.9999	101.83	0.99998	81.0709	1	50.8357
9	0.99929	163.622	0.99977	134.333	0.9999	115.271	0.99998	92.55	0.99999	57.4505
10	0.99928	180.626	0.99976	148.942	0.9999	128.558	0.99998	104.302	0.99999	64.408

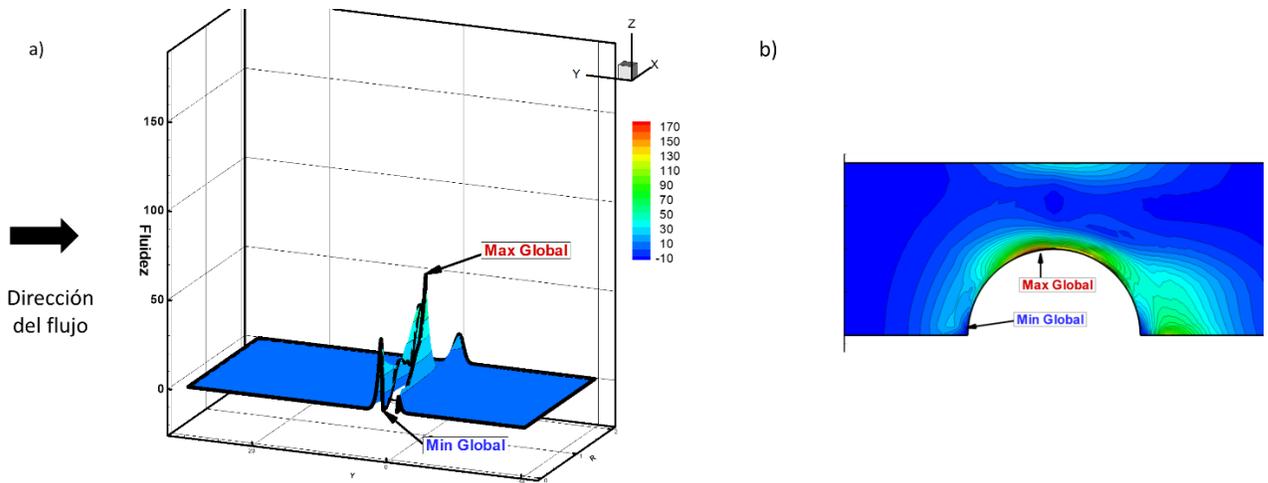


Figura 4.21 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=0.9$, relación de aspecto 2:1,
 $Wi=10$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D

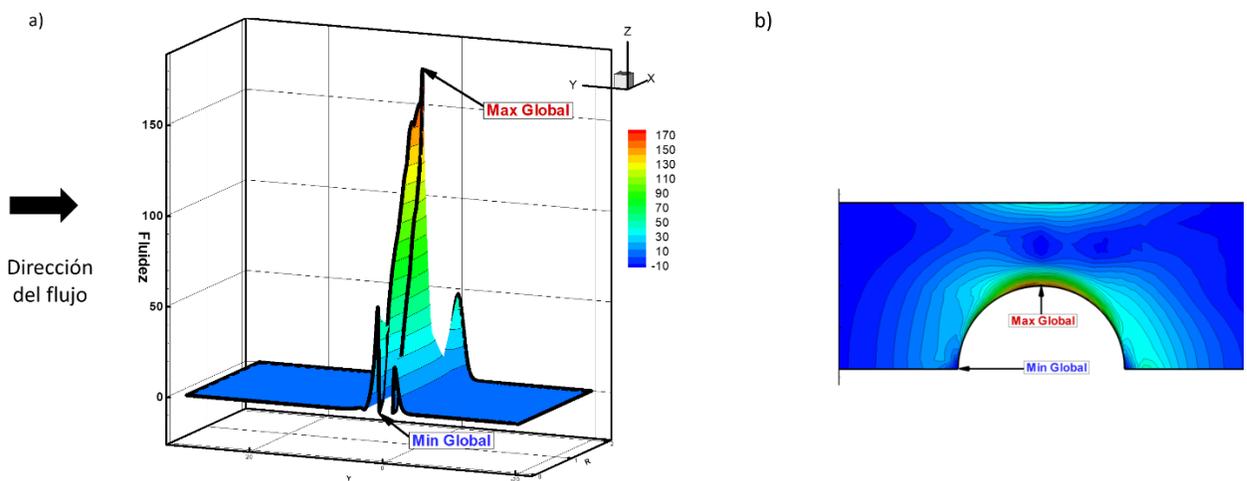


Figura 4.22 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1,
 $Wi=10$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D

Asimismo, las zonas donde existen máximos y mínimos relativos en la fluidez no cambian de posición al modificar la concentración de polímero, simplemente se modifica su magnitud (Fig. 4.21 y 4.22; Tabla 4).

Al comparar flujos volumétricos distintos ($Wi=10$ y $Wi=1$; Fig. 4.22 y 4.23), se aprecia que el fluido es adelgazante al corte. Esto debido a que mientras mayor es el flujo, la fluidez tiende a incrementar, observando como el máximo global tiene un valor superior a su contraparte con menor flujo.

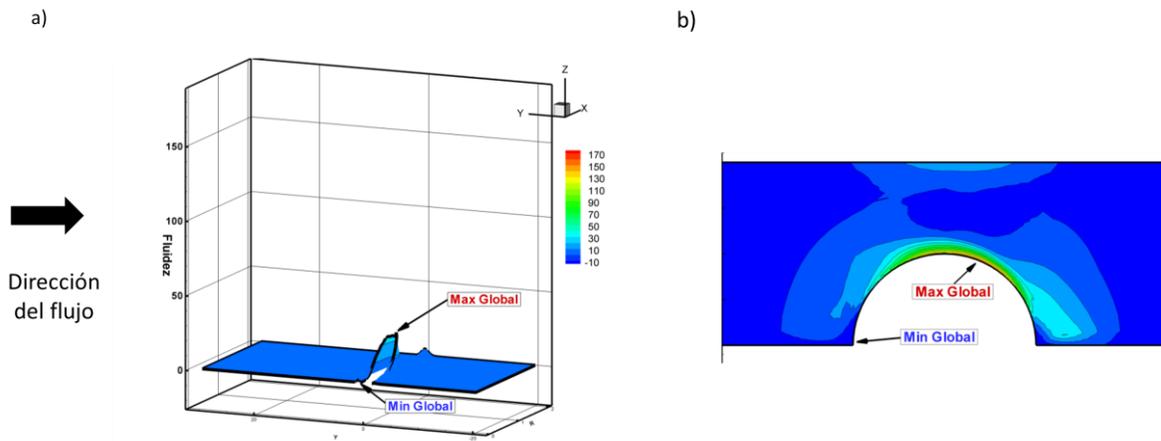


Figura 4.23 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=1$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

4.3 Efecto de la relación de aspecto

Como se explicó en el apartado anterior, la relación de aspecto hace referencia a la diferencia que se posee entre el radio del tubo con respecto al radio de la esfera inmersa. Para este comparativo, cabe destacar que se escogieron tres relaciones de aspecto, i.e. 2:1, 2.5:1 y 5:1. La relación de aspecto con un valor menor implica un sistema con mayor obstrucción para el tránsito del fluido y, por lo tanto, mayores rapidezces de deformación en esa región. Todas las distintas relaciones de aspecto fueron sometidas a una sola fracción de solvente, i.e. $\beta=1/9$ (valor típico en mecánica de fluidos no-newtonianos; Owens & Phillips, 2002). Aquí, se analizan las consecuencias debidas a la obstrucción, y que presentan una mayor disipación de

energía la cual debe impactar directamente en las propiedades reológicas estudiadas. Nuevamente, en esta subsección se ocupa la corrección ABS-f en la ecuación constitutiva.

4.3.1 Primera diferencia de esfuerzos normales

Al analizar los valores máximos globales presentes en cada relación de aspecto en un intervalo $1 \leq W_i \leq 5$ (Fig. 4.24), se registra un comportamiento adecuado de N_1 conforme a la relación de aspecto. La relación más estrecha (2:1) resulta ser el caso con valores de N_1 más elevados; no obstante, al incrementar el valor del flujo volumétrico a través del W_i , la diferencia que posee respecto a la siguiente relación de aspecto (2.5:1) se ve disminuida.

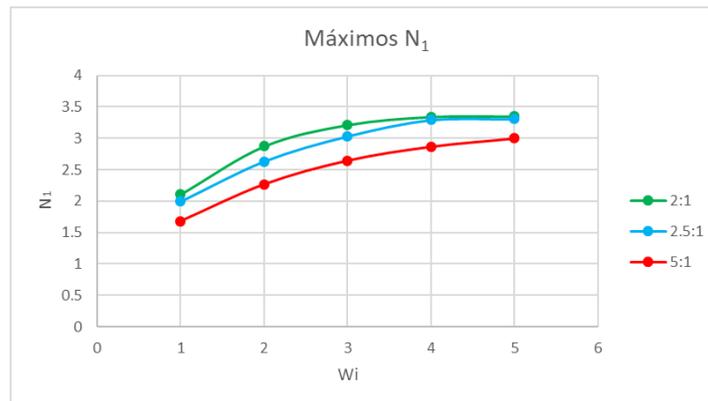


Figura 4.24 Efecto de la relación de aspecto en máximos globales de N_1

Al colocar en comparación los perfiles de N_1 para las tres relaciones de contracción, (2:1: Fig. 4.25; 2.5:1: Fig. 4.26; 5:1: Fig. 4.27), se aprecia que la ubicación de los máximos y mínimos globales no se modifica. En todos los casos se aprecia el máximo en la parte posterior de la esfera, permitiendo un claro contraste entre los valores de las magnitudes presentes en su primera diferencia de esfuerzos

normales N_1 (Tabla 5). En relación con las dos primeras relaciones de aspecto, si se contrasta los resultados obtenidos en la relación de aspecto menos drástica (5:1), se observa que el máximo y mínimo global tienen un cambio más drástico en sus magnitudes respecto a las dos primeras relaciones. Este resultado es consistente, dada la enorme diferencia entre la última relación de aspecto con respecto a las primeras dos.

Tabla 5. Valores de N_1 a distintas relaciones de aspecto

Wi	2:1		2.5:1		5:1	
	N_1		N_1		N_1	
	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx
1	-1.8113	2.10385	-1.6564	1.99465	-1.3849	1.67772
2	-2.3555	2.8696	-2.0593	2.63159	-1.7758	2.26584
3	-2.5824	3.20988	-2.3126	3.03157	-2.0034	2.64408
4	-2.6305	3.33854	-2.4727	3.28922	-2.1565	2.86489
5	-2.8149	3.34714	-2.5521	3.30496	-2.2262	2.99706

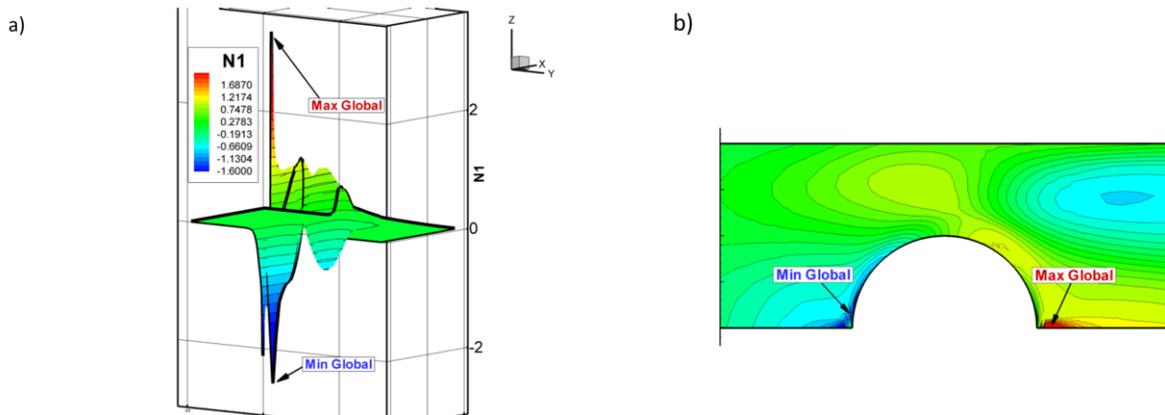


Figura 4.25 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=4$; a)

Perfil 3D b) Perfil 2D

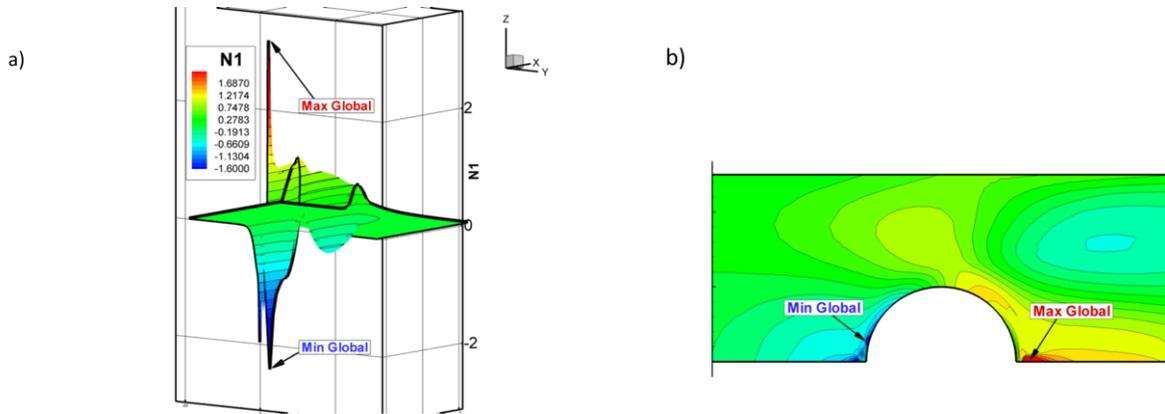


Figura 4.26 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2.5:1, $Wi=4$;
a) Perfil 3D b) Perfil 2D

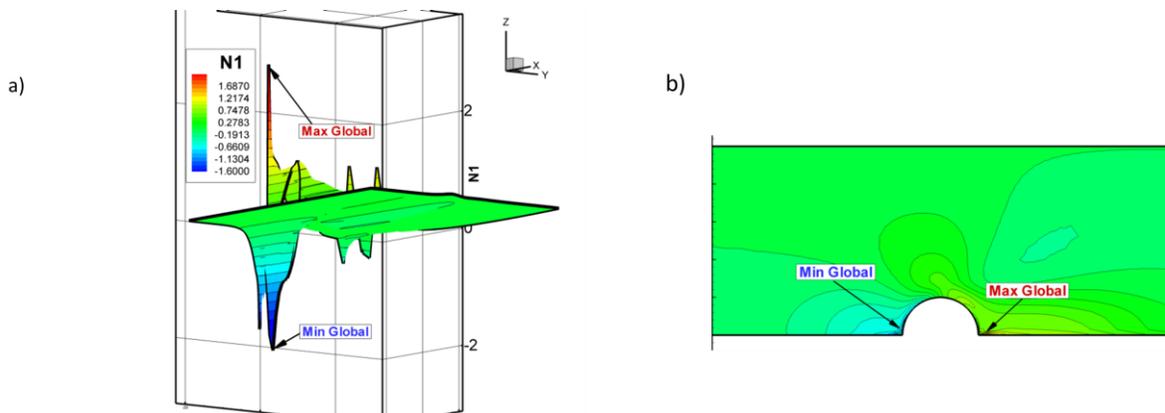


Figura 4.27 Perfil de N_1 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 5:1, $Wi=4$; a)
Perfil 3D b) Perfil 2D

4.3.2 Segunda diferencia de esfuerzos normales

A continuación, se explorará los resultados de la simulación respecto a N_2 . Como en la propiedad anterior se somete a análisis una serie de valores ascendentes de Wi (Fig. 4.28), donde se muestran resultados similares a los implicados en N_1 .

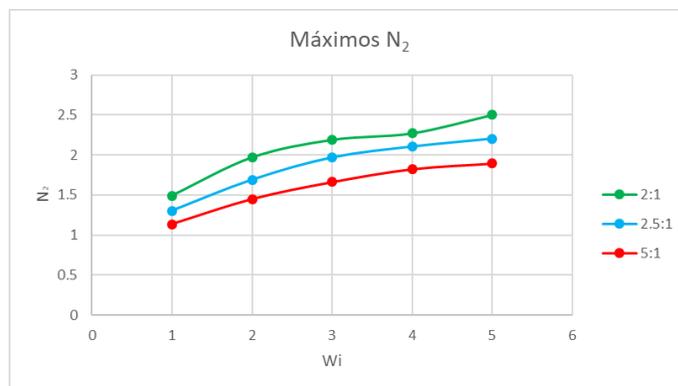


Figura 4.28 Efecto de la relación de aspecto en máximos globales de N_2

Así, N_2 presenta valores mayores para casos con una pequeña relación de aspecto (2:1; Fig. 4.29; Tabla 6), tanto en sus máximos como en sus mínimos globales con respecto a los reportados por relaciones de aspecto mayores (Fig. 4.30 y Fig. 4.31 respectivamente).

Tabla 6. Valores de N_2 a distintas relaciones de aspecto

W_i	2:1		2.5:1		5:1	
	N_2		N_2		N_2	
	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx
1	-0.4075	1.49148	-0.3857	1.30414	-0.3274	1.13557
2	-0.4507	1.97029	-0.4476	1.69065	-0.4232	1.44838
3	-0.4643	2.19154	-0.4679	1.96921	-0.4582	1.66089
4	-0.4693	2.27315	-0.4767	2.10498	-0.4743	1.8222
5	-0.4703	2.50313	-0.4809	2.20369	-0.4835	1.89267

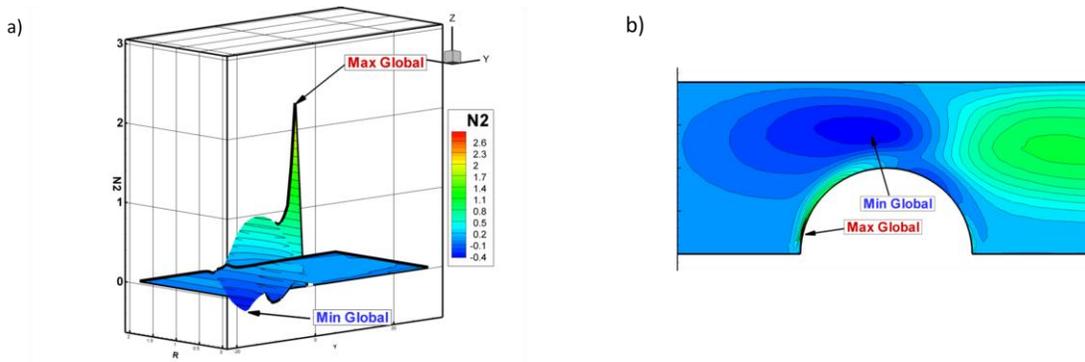


Figura 4.29 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=4$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

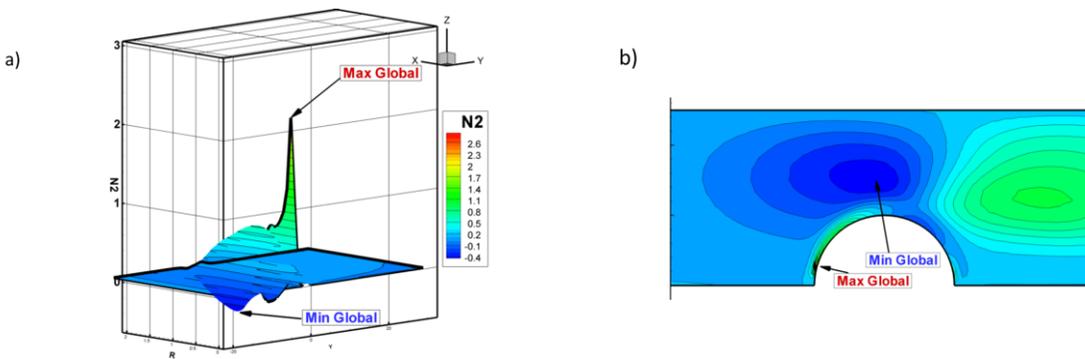


Figura 4.30 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2.5:1, $Wi=4$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

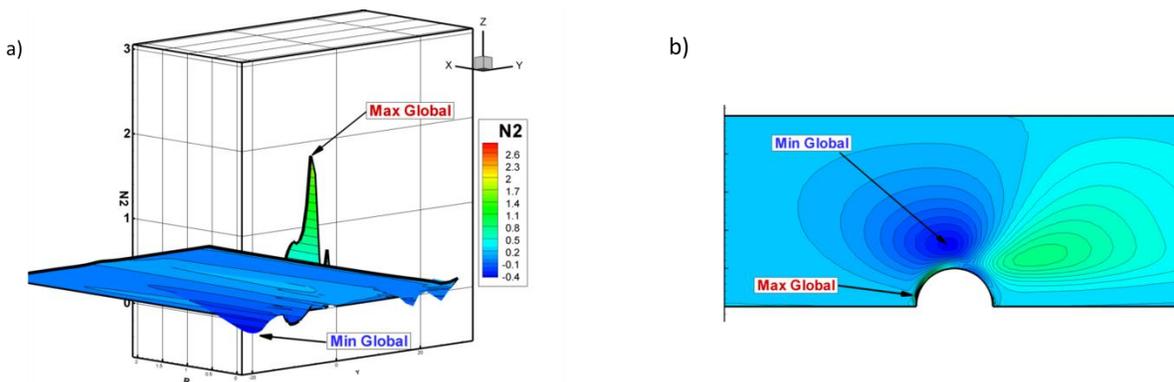


Figura 4.31 Perfil de N_2 con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 5:1, $Wi=4$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

4.3.3 Fluidez

Para observar el efecto de la relación de aspecto en el perfil de la fluidez se emplea un valor fijo de flujo volumétrico adimensional ($Wi=4$), tomando en cuenta la relación de aspecto más estrecha (2:1; Fig. 4.32). Podemos observar un máximo global en la parte superior de la esfera con valor $f=96.5126$ (Tabla 7), así como un máximo relativo cercano a la pared de la tubería en la contracción. Posteriormente, al contrastar contra una relación de aspecto de 2.5:1 (Fig. 4.33), se ve como disminuyen las magnitudes del máximo global y máximos relativos en el sistema con obstrucción menos severa, alcanzando un valor máximo $f=57.4869$. Esto sucede porque el fluido se ve sometido a una obstrucción menos severa y, por lo tanto, existe una disminución de la disipación energética a la que se somete. Finalmente, en el último caso (5:1; Fig. 4.34), los máximos de fluidez no sólo presentan la misma localización que en las figuras precedentes, sino que disminuye dramáticamente el pico del máximo global, ya que se alcanza solamente $f=49.55$ unidades tal y como se espera al modificar la relación de aspecto. Asimismo, cabe indicar que en la relación de aspecto menos abrupta (5:1), el máximo relativo cercano a la tubería desaparece por completo.

Tabla 7. Valores de fluidez a distintas relaciones de aspecto

Wi	2:1		2.5:1		5:1	
	Fluidez		Fluidez		Fluidez	
	Mín	Máy	Mín	Máy	Mín	Máy
1	1	26.5023	0.99983	20.5398	1	12.3938
2	0.99985	45.309	0.99971	35.2304	0.99983	25.4464
3	0.99969	62.4701	0.99963	47.0056	0.99956	34.2805
4	0.99957	79.6045	0.99957	57.4869	0.99932	41.628
5	0.99948	96.5126	0.99951	67.7639	0.99911	49.5542

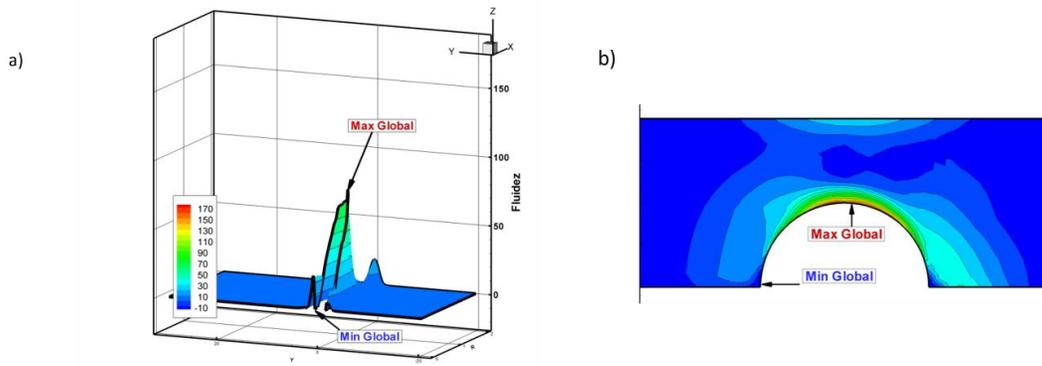


Figura 4.32 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2:1, $Wi=4$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

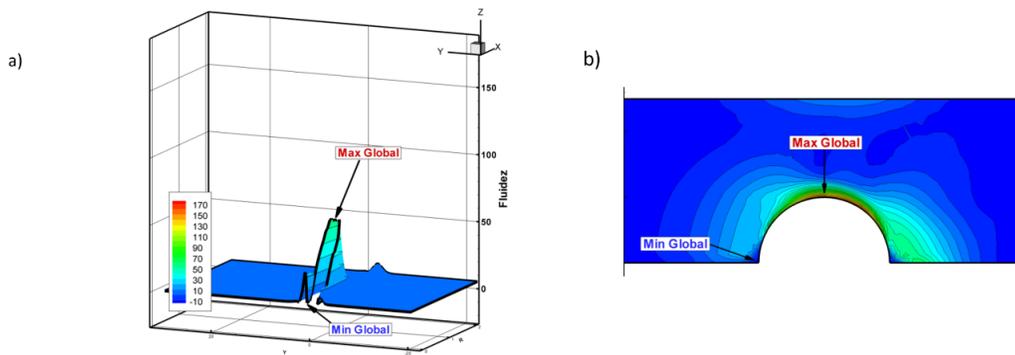


Figura 4.33 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 2.5:1,

$Wi=4$; a) Perfil 3D b) Perfil 2D

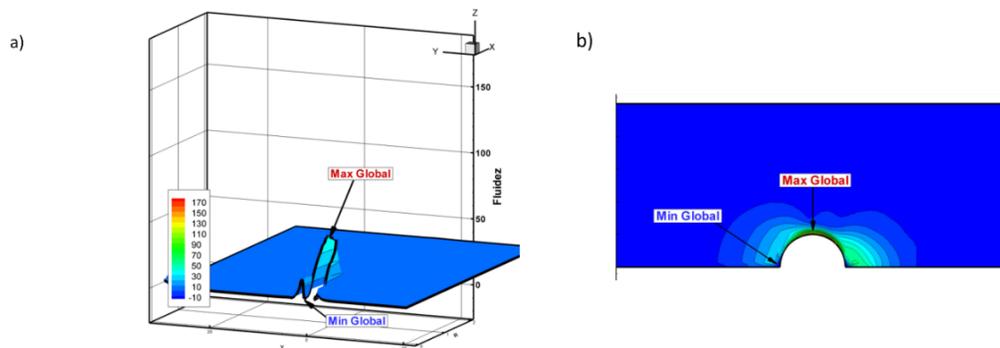


Figura 4.34 Perfil de fluidez con parámetros: $\beta=1/9$, relación de aspecto 5:1, $Wi=4$;

a) Perfil 3D b) Perfil 2D

6. CONCLUSIONES

En este trabajo de tesis se han obtenido soluciones numéricas del flujo alrededor de esferas de soluciones micelares tipo gusano, caracterizadas reológicamente con la ecuación de estado reológica $BMP+_{\tau_p}$ (López-Aguilar et al., 2018). Aquí, el estudio de tres aspectos fundamentales en el modelado de dichos materiales en flujos alrededor de esferas permitió llegar a las siguientes conclusiones:

- En primera instancia, con respecto a la ecuación constitutiva, en la estimación de la corrección de fluidez mediante el uso de un término de disipación viscosa con valor absoluto (corrección ABS-f; López-Aguilar et al., 2018), resulta en una mejora notable de la estabilidad de las soluciones numéricas obtenidas, el aplicar dicho valor absoluto, puesto que los mínimos de fluidez tienden a divergir a resultados negativos en su ausencia.
- El modelo $BMP+_{\tau_p}$ representa con congruencia los resultados con fracciones de solvente diversas en números de Weissenberg en el intervalo $1 \leq Wi \leq 10$, puesto que la transición de características dominantes newtonianas a altas fracciones de solvente se presenta con mayor fuerza a valores de β más elevados, y dicho efecto se ve bien representado en el modelo a partir de sus propiedades reológicas más importantes (N_1 , N_2 y fluidez).
- La variación en la relación geométrica de aspecto presenta efectos importantes en los valores de los esfuerzos normales, siendo una mayor obstrucción el causante de un aumento en los valores de N_1 y N_2 , así como la presencia de máximos relativos en la región de la pared de la tubería.

- Como trabajo futuro, se planea estudiar:
 - La respuesta de este sistema a mayores números de Weissenberg, a fin simular resultados experimentales con posible aplicación industrial.
 - El aspecto energético en el flujo de soluciones micelares tipo gusano alrededor de esferas, a través de la evolución del coeficiente de arrastre y la estructura de flujo (vórtices) con el aumento del flujo volumétrico y la viscoelasticidad, y su interrelación con la reología de estos materiales.
 - Explorar la plasticidad presente en soluciones micelares de tipo gusano en concentraciones de soluto extremadamente altas ($\beta < 10^{-2}$).

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Barnes, H.A., Hutton, J.F. & Walters, K., An Introduction to Rheology, Elsevier, Amsterdam, 1989.
- [2] Belblidia, F., Matallah, H., & Webster, M. F. Alternative subcell discretisations for viscoelastic flow: Velocity-gradient approximation. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 151(1-3), 2008, pp. 69–88.
- [3] Bird, R.B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N. *Transport phenomena*, Wiley, New York, 1960.
- [4] Boger, D.V. & Walters, K., *Rheological Phenomena in focus*, Elsevier, 1993.
- [5] Chhabra R.P., *Non-Newtonian Fluids: An Introduction*, 2009.
- [6] Chu, Z., Dreiss C.A, Feng, Y, *Smart wormlike micelles*, The Royal Society Chemistry, USA, 2013.
- [7] Crochet, M. J & Walters, K., *Computational rheology: a new science*, Endeavour, Gran Bretaña, 1993, pp.64-77
- [8] Dreiss, C.A., Wormlike micelles: where do we stand? Recent developments, linear rheology and scattering techniques, *Soft Matter* 3, 2007, pp. 956–970.
- [9] Khatory, A., Kern, F., Lequeux, F., Appell, J., Porte, G., Morie, N., ... Urbach, W., Entangled versus multiconnected network of wormlike micelles, *Langmuir*, 9(4), 1993, pp. 933–939.

- [10] López-Aguilar, J. E., Webster, M. F., Tamaddon-Jahromi, H. R., & Manero, O., Predictions for circular contraction-expansion flows with viscoelastoplastic & thixotropic fluids, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2018.
- [11] López-Aguilar, J. E., Webster, M. F., Tamaddon-Jahromi, H. R., & Manero, O., High-Weissenberg predictions for micellar fluids in contraction–expansion flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 222, 2015, pp. 190–208
- [12] López-Aguilar, J. E., Webster, M. F., Tamaddon-Jahromi, H. R., & Manero, O., A new constitutive model for worm-like micellar systems – Numerical simulation of confined contraction–expansion flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 204, 2014, pp. 7–21.
- [13] López-Aguilar, J.E., Webster, M.F., Tamaddon-Jahromi, H.R., Manero, O., Binding, D.M., Walters, K., On the use of continuous spectrum and discrete-mode differential models to predict contraction-flow pressure drops for Boger fluids, *Phys. Fluids*, 29, 2017, pp.121-613.
- [14] López-Aguilar, J.E., Webster, M.F., Tamaddon-Jahromi, H.R., Pérez-Camacho, M., Manero, O., Contraction-ratio variation and prediction of large experimental pressure-drops in sharp-corner circular contraction-expansions–Boger fluids, *J. Non-Newtonian Fluid Mech*, 237, 2016, pp. 39–53.
- [15] McKinley, G.H., *Steady and Transient Motion of Spherical Particles in Viscoelastic Liquids*, *Transport Processes in Bubbles, Drops & Particles*, USA, 2002, pp.338-375.

- [16] Mitsoulis, E. & Tsamopoulos, J., Numerical simulations of complex yield-stress fluid flows, *Rheol. Acta*, 2016, pp. 13-24.
- [17] Morrison, F.A., *Understanding Rheology*, Oxford University Press, New York, USA, 2001.
- [18] Owens, R. G. and Phillips, T.N. *Computational Rheology*, Imperial College Press, UK, 2002.
- [19] Saramito, P. y Wachs, A., *Progress in numerical simulation of yield stress fluid flows*, Berlin, 2016, pp. 3-8.
- [20] Webster M.F., Tamaddon-Jahromi, H.R., Aboubacar, M., Time-dependent algorithms for viscoelastic flow: finite element/volume schemes, *Numer. Methods Partial Differ. Equations*, 21, 2005, pp. 272–296
- [21] Webster, M.F., Tamaddon-Jahromi, H.R., Belblidia, F., *Computational Rheology, Rheology*, Gran Bretaña, Vol. 1, 2008.
- [22] Yang, J., Viscoelastic wormlike micelles and their applications, *Curr. Opin. Colloid Interface*, 7, 2002, pp. 276-281.