

00576
rej.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**FACULTAD DE QUÍMICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**VALIDACION ANALITICA DE SEÑALES CRITICAS
PARA EL SISTEMA DE EXHIBICION DE
PARAMETROS DE SEGURIDAD (SEPS) DE LA
CENTRAL NUCLEOELECTRICA DE LAGUNA VERDE**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS NUCLEARES**

P R E S E N T A :

JOSE RAUL DIAZ MARTINEZ

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

MEXICO, D. F.

1989





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

SUMMARY:

After studying the causes that originated the accident at the Three Mile Island Nuclear Plant in the United States several corrective actions were taken. One of these actions was the creation of the "Safety Parameter Display System (SPDS)" which helps the operator to determine the state of security at the plant. This system has the main proposal of showing the operator the values of the critical parameters of the nuclear plant.

The validation of the parameters that are contained in the SPDS are important because the operator is required to have reliable information to operate the plant. Therefore, it's presented in this thesis 5 sequential analytical methods that can be run in real time for the determination of a faulty measurement of a variable in a process of a nuclear plant.

The first 4 methods are referred to the case in which the variable is measured in a stable state and any deviation of this state will be declared a failure of the measurement. The last method called the vector of parity-space which is applied only when there are available two or more redundant measurements of the same variable. This method can be used in a stable or unstable state of the plant.

RESUMEN:

Después de estudiarse las causas que originaron el accidente de la central nuclear de la isla de Tres Millas en los Estados Unidos de Norteamérica varias acciones correctivas fueron tomadas. Una de estas acciones fue la creación del "Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS)", el cual ayuda al operador a determinar el estado de seguridad de la central. Este sistema tiene el propósito principal de mostrar al operador los valores de los parámetros críticos de la central.

La validación de los parámetros que están contenidos en el SEPS son importantes debido a que el operador requiere tener información confiable para operar la central. De este modo, son presentados en esta tesis 5 métodos analíticos secuenciales que pueden ser corridos en tiempo real para la determinación de una medición fallada de una variable en un proceso de la central.

Los primeros 4 métodos son referidos al caso en el cual la variable es medida en un estado estable y cualquier desviación de este estado es declarada una falla de la medición. El último método llamado vector de espacio-paridad es aplicado solamente cuando tenemos dos o más mediciones redundantes de la misma variable. Este método puede ser usado en un estado estable o inestable de la central.

Metodología:

- Investigación bibliográfica.
- Recuperación de información.
- Análisis y discusión de la información obtenida.
- Elaboración de los métodos analíticos, programas de cómputo y su verificación por medio de datos de fallas de señales.
- Elaboración del documento final.
- Presentación del trabajo en examen profesional.

Prólogo

El objetivo de esta tesis es la plantear y analizar métodos analíticos que nos permitan verificar o validar las señales de los sensores de una planta nuclear en línea y en tiempo real, teniendo como aplicación práctica la validación de las señales que forman al Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS) para la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde. Con esta finalidad en el capítulo 1 se da una breve descripción de la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde dándose algunos datos históricos acerca de la planta nuclear, ubicación geográfica, datos técnicos, disposición de los edificios, ciclo termodinámico, Unidad 1 y tipo de reactor adquirido.

En el capítulo 2 se da una breve descripción del "Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS)", en donde se dan algunas características de este sistema así como algunos de sus constituyentes como son: la validación de los parámetros, estimación del valor de la variable y su exhibición por medio de pantallas de rayos catódicos usando gráficos y diagramas de color, mencionándose también el hecho de que este sistema debe funcionar en línea y en tiempo real, por lo que tomando como introducción esta breve descripción del SEPS se establece el objetivo de la presente tesis que es la validación analítica de los parámetros que forman al SEPS.

En el capítulo 3 se da un análisis estadístico de las mediciones de la variable, lo cual servirá de base en el criterio utilizado para la asignación de los valores de ciertas constantes que aparecen en los métodos de detección de falla que se ven en los capítulos 4 y 5. En este capítulo se dan los lineamientos generales del tratamiento numérico de las señales con el propósito de obtener la ecuación de la curva de distribución de probabilidad de las señales, por lo que para lograr este propósito se ordenan en orden ascendente los datos, se obtienen los cuadros de frecuencia y sus respectivos histogramas, se obtienen algunas medidas de centralización y dispersión; además se obtienen los coeficientes de sesgo y curtosis de la muestra de datos. Se dan algunos conceptos de la teoría de la probabilidad y se ajustan los datos a las distribuciones de probabilidad binomial, poisson y normal estándar. Por último, se analiza la bondad del ajuste de los datos a estas curvas usando el criterio de la prueba chi-cuadrada. El programa de cómputo para hacer este proceso numérico viene dado en el apéndice A.

El capítulo 4 se inicia dándose algunos conceptos básicos de la teoría clásica de prueba, para posteriormente presentar los algoritmos de 4 métodos de detección de falla de una señal de la medición de una variable considerada en estado estacionario, estos métodos son:

- (a) Método secuencial tomando muestras de tamaño uno.
- (b) Método secuencial tomando muestras de tamaño mayor de uno.
- (c) Método "A" de la prueba del cociente de probabilidades.

(d) Método "B" de la prueba del cociente de probabilidades.

Siendo estos métodos aplicables solamente en el caso en que la variable medida esté en estado estacionario, declarándose la falla de la señal cuando se pierde esta condición.

En el capítulo 5 se da lo que se llama "Redundancia Analítica", que es la obtención de una o más mediciones de una variable por medios analíticos, los cuales son expresiones matemáticas que tienen como datos de entrada los valores de otras mediciones distintas a la considerada, en otras palabras la idea es la de obtener una o varias señales redundantes extras aparte de las que se obtienen por medición directa de la variable por medio de sensores.

La redundancia analítica se puede obtener utilizando ecuaciones o expresiones matemáticas que representen un fenómeno que ocurre en una planta nuclear, siendo algunos ejemplos de estas ecuaciones: el balance de masa, el balance de cantidad de movimiento, el balance de energía, etc.

Como un ejemplo, se dan las ecuaciones de la redundancia analítica del nivel y temperatura de la alberca de supresión de la Central de Laguna Verde, las cuales se obtienen haciendo un balance de masa y energía en el sistema formado por el pozo húmedo y alberca de supresión, haciéndose notar que no se llegan a obtener soluciones numéricas de estas ecuaciones y tampoco a su validación, ya que se consideró que estos puntos deberían ser tratados como un trabajo aparte de la presente tesis debido a la extensión del tema.

En el capítulo 6 se da el método del vector en el espacio-paridad, el cual es un método para la detección y aislamiento de fallas de las mediciones de la variable, la cual se puede encontrar en estado estacionario o transitorio. En este capítulo se da la teoría de este método, en donde primeramente, el vector en el espacio-paridad queda en función de una matriz llamada de "proyección" y del vector columna cuyos componentes son los errores de medición de la variable, sugiriéndose posteriormente la proyección del vector en el espacio-paridad con respecto a los subespacios ortogonales a los subespacios de falla, quedando finalmente: que la decisión de falla de las mediciones se hace formando subconjuntos de las mediciones y declarándose la inconsistencia entre estos subconjuntos de mediciones.

En el capítulo 7 se dan los pasos analíticos necesarios que se deben hacer para la formación posterior de los programas de cómputo para los métodos de falla de los capítulos 4 y 6.

En primer lugar, para hacer los programas de cómputo para los 4 métodos de detección de falla dados en el capítulo 4, se toma como ejemplo una señal en donde se representa su salida por una curva de distribución normal y haciéndose el análisis matemático para este tipo de curva se escriben posteriormente los programas de cómputo. Estos programas son verificados inventando fallas de las señales y analizando el funcionamiento de los programas de cómputo. En segundo lugar, se analiza el método dado en el capítulo 6, que es el del vector-paridad, para el caso en que el vector columna de los valores verdaderos de la

variable sea un escalar, para posteriormente formarse el programa de cómputo, el cual es verificado para cuando existen de 2 hasta 4 señales redundantes, introduciéndose todas las fallas posibles de las señales que puedan ocurrir y analizándose los resultados obtenidos.

Se da también un apéndice "A" que abarca principalmente puntos de estadística que son utilizados en el capítulo 3, en el cual se analiza el aspecto estadístico de las señales, dándose además en este apéndice el programa de cómputo que se utiliza en el procesamiento de datos de los ejemplos numéricos dados en el capítulo 3.

Al final de la tesis se dan las conclusiones de la misma, en donde resulta que el método más adecuado para usarse en una central nuclear es el del vector en el espacio-paridad debido a su aplicabilidad a la detección y aislamiento de las fallas de las mediciones de una variable que puede estar en estado estacionario o inestable. Además se dan algunas deficiencias que presenta este método como lo son: que no presenta un sistema binario de respuesta de falla o correcto, sino que presenta varios niveles de caracterización de las respuestas y también de que no siempre puede dar una estimación del valor de la variable que es medida.

Contenido

1 Descripción General de la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde	1
1.1 Datos Históricos	1
1.2 Marco Institucional para el Desarrollo de las Actividades Nucleares en México	2
1.3 Ubicación Geográfica de la Planta	3
1.4 Datos Técnicos	3
1.5 Disposición de los Edificios	3
1.6 Ciclo termodinámico	5
1.7 Unidad 1	5
1.8 Tipo de Reactor Adquirido	12
1.9 Adaptación de Nuevas Tecnologías	12
2 Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad	14
2.1 Introducción	14
2.2 Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS)	14
2.2.1 Conjunto mínimo de señales o variables, que definen el estado de seguridad de la planta	15
2.2.2 Validación de los parámetros	18
2.2.3 Estimación del valor del parámetro	19
2.2.4 Exhibición de los parámetros utilizando pantallas de tubos de rayos catódicos	20
2.2.5 Aumento de los observadores	20
2.2.6 Procesamiento en línea y en tiempo real	24
2.2.7 Otras características del SEPS	24
2.3 Objetivo de la tesis	24
3 Estadística de las Mediciones de los Sensores	26
3.1 Introducción	26
3.2 Población y muestra	27
3.3 Presentación de los datos	28

3.4	Ajuste de los datos de frecuencia a una curva teórica de probabilidad	48
3.5	Medidas de centralización, dispersión y otras características de los datos de la muestra.	58
3.6	Probabilidad	60
3.7	Elección de la curva de ajuste	61
	3.7.1 Distribuciones de probabilidad discreta	63
	3.7.2 Distribuciones de probabilidad continua	68
3.8	Bondad del ajuste	76
	3.8.1 Prueba chi-cuadrada (χ^2)	76
3.9	Teoría elemental de muestreo	87
	3.9.1 La ley de los Números Grandes	90
	3.9.2 El teorema del Límite Central	90
4	Detección de fallas de señales bajo condiciones de estado estable	92
4.1	Introducción	92
	4.1.1 Señales digitales	93
	4.1.2 Señales analógicas	93
4.2	Teoría clásica de la prueba	94
4.3	Referencia relativa del tiempo de monitoreo	101
4.4	Método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$	102
4.5	Método secuencial tomando muestras de tamaño $n > 1$	104
4.6	Prueba secuencial del cociente de probabilidades	106
5	Redundancia Analítica	115
5.1	Conceptos Generales	115
5.2	Balace de Masa y Energía para el Pozo Húmedo y Alberca de Supresión	117
	5.2.1 Sistema de Recombinación de Hidrógeno y Oxígeno	119
	5.2.2 Sistema de la Atmósfera Inerte de Nitrógeno	119
	5.2.3 Sistemas de Aspersión del Núcleo a Alta y Baja Presión	120
	5.2.4 Sistema de Válvulas de Alivio de Presión	121
	5.2.5 Sistema de Enfriamiento del Núcleo con el Reactor Aislado	122
	5.2.6 Sistema de Remoción de Calor	123
	5.2.7 Sistema de Enfriamiento y Limpieza de la Alberca de Supresión	125
	5.2.8 Tubos descendentes de desfogue	126
	5.2.9 Sistema de Control de Fugas de las Válvulas de Aislamiento de la Línea de Vapor Principal	126
5.3	Redundancia Analítica de la Temperatura y Nivel de la Alberca de Supresión	130
5.4	Adquisición de Datos de Entrada y Verificación de la Redundancia Analítica	147

6	Detección y Aislamiento de Fallas de Señales Bajo Condiciones de Estado Estable y Transitorio	149
6.1	Introducción	149
6.2	Método del Vector en el Espacio-Paridad	150
6.3	Proyección del vector de paridad con respecto a los subespacios ortogonales a los subespacios de falla	153
7	Pruebas de verificación simulando fallas	157
7.1	Introducción	157
7.2	Detección de fallas de señales bajo condiciones de estado estable	158
7.2.1	Comparación de los métodos de prueba usando una distribución normal estandar con varianzas conocida constante	158
7.3	Programa de cómputo en lenguaje FORTRAN para el caso de que el vector columna de los valores verdaderos de las variables sea escalar	201
A	Estadística	223
A.1	Nomenclatura	223
A.2	Medidas de Centralización	224
A.2.1	Media aritmética	224
A.2.2	Media aritmética ponderada	224
A.2.3	Mediana	224
A.2.4	Moda	225
A.2.5	Media Geométrica	225
A.2.6	Media armónica	225
A.2.7	Media cuadrática	225
A.3	Medidas de dispersión	226
A.3.1	Amplitud	226
A.3.2	Desviación media	226
A.3.3	Varianza	226
A.3.4	Desviación Típica	226
A.3.5	Coefficiente de variación	227
A.3.6	Variable normalizada	227
A.4	Momentos, sesgo y curtosis	227
A.4.1	Momentos con respecto a la media aritmética	227
A.4.2	Sesgo (medida de la asimetría)	227
A.4.3	Curtosis (Medida de la agudeza)	228
A.5	Probabilidad	228
A.6	Variables Aleatorias	230
A.6.1	Funciones de probabilidad discreta	230
A.6.2	Funciones de probabilidad continua	230
A.6.3	Propiedades de la expectativa	231
A.7	Medio y varianzas de χ^2	231

A.7.1 Para calcular la media	232
A.7.2 Para calcular la variancia	232
A.8 Distribución chi-cuadrada	233
A.9 Areas bajo la curva de distribución de probabilidad normal típica	233
A.10 Diagrama de flujo y programa en lenguaje FORTRAN 77 del procesamiento de datos para los ejemplos dados en el capítulo 2	237
Conclusiones	263
Bibliografía	266

Capítulo 1

Descripción General de la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde

1.1 Datos Históricos

El interés de México por emprender un desarrollo nuclear tuvo su origen, como en muchos otros países, en las grandes expectativas que se generaron en los usos pacíficos de la energía nuclear a partir del programa de Atomos para la Paz (1953) y de la Conferencia Internacional sobre los Usos Pacíficos de la Energía Atómica (1955) [1]. El 19 de diciembre de 1955, el gobierno mexicano expidió la ley que creaba la Comisión Nacional de Energía Nuclear (CNEEN), emergente a raíz de la Conferencia de Ginebra de crear organismos gubernamentales para responsabilizarse del desarrollo nuclear [1].

Sin contar aun con experiencia en plantas nucleares de potencia, pero con el apoyo de algunas gentes de prestigio y de la CNEEN, en 1966 la Comisión Federal de Electricidad decidió incursionar en el campo de la nucleoelectricidad y realizó análisis económicos superficiales que sugerían la competitividad de la opción nucleoelectrónica frente a otras fuentes de energía, correspondiendo al gobierno del Presidente Gustavo Díaz Ordaz iniciar estos estudios [1].

Para determinar que tipo de reactor se debería instalar se convocó a un concurso invitando a nueve proveedores y sólo se recibieron ofertas de siete empresas, entre ellas General Electric, Westinghouse, Combustion Engineering (EU); Atomic Energy of Canada Limited (Canadá); Kraftwerk Union (Alemania Federal); Mitsubishi (Japón) y Asea-Atom (Suecia), siendo evaluadas las ofertas por miembros de la Comisión Federal de Electricidad y la Comisión Nacional de Energía Nuclear, contando con la asesoría de la firma norteamericana Burns and Rowe, declarándose como la mejor oferta la de Combustion Engineering.

No obstante, al poco tiempo el concurso fue cancelado [1].

De 1970 a 1972 se elevaron las importaciones de crudo con el fin de cubrir la brecha creciente entre producción y consumo interno [1], y la instalación de una planta nuclear permitiría sustituir al combustible utilizado para la generación de electricidad. Fue así que se convocaron otra vez las ofertas para el proyecto de Laguna Verde y en esa ocasión Atomic Energy of Canada Limited decidió retirarse del concurso. Alrededor de mayo de 1972 se resolvió que la General Electric fuera la suministradora de un reactor de agua hirviendo (BWR) y que la Mitsubishi aportara el generador de turbina, firmándose oficialmente el contrato el 23 de agosto de 1972 para la adquisición de la Unidad 1 y posteriormente el 23 de agosto de 1973 se firmó el contrato para la adquisición de la Unidad 2.

1.2 Marco Institucional para el Desarrollo de las Actividades Nucleares en México

El 1 de enero de 1973 se expidió la Ley Orgánica del Instituto Nacional de Energía Nuclear (INEN), con la cual se crea dicho instituto, y se le asignan las atribuciones de la Comisión Nacional de Energía Nuclear (CENEN), desapareciendo esta última.

El 26 de enero de 1976, apareció en el Diario Oficial de la Federación la partición del INEN en tres instituciones:

Uranio Mexicano (URAMEX)

Tiene por objeto explorar, explotar, beneficiar y comercializar minerales radioactivos; realizar las diferentes etapas del ciclo de combustible y exportar dichos minerales y combustibles. También se indica que el uso de la energía nuclear sólo podrá tener fines pacíficos y que el abastecimiento de combustible nuclear, ya sea fabricado en el país o adquirido del exterior, sería contratado por URAMEX y que el combustible quemado debería ponerse a disposición de ese organismo para su reprocesamiento, almacenamiento y eliminación.

Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ)

Tiene por objeto planear y realizar la investigación y desarrollo en ciencia y tecnología nucleares, así como promover los usos pacíficos de la energía nuclear y difundir los avances alcanzados para vincularlos al desarrollo del país.

Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardias (CNSNS)

Tiene por objeto la de establecer normas para que en el desarrollo de la industria nuclear se garantice la seguridad de los habitantes del país y vigilar su cumplimiento, así como de los tratados internacionales en

materia de seguridad nuclear, física, radiológica y salvaguardias, de los que México es signatario.

Cabe señalar que para el licenciamiento de la Central de Laguna Verde, se convino que se utilizara la reglamentación correspondiente al país de origen del proveedor del reactor. Por lo tanto, como el diseño de la Central es Mark II de General Electric, corresponde cumplir la reglamentación de la U.S. Nuclear Regulatory Comisión (NRC) de los Estados Unidos de Norteamérica.

Actualmente de estas tres dependencias sólo quedan funcionando el ININ y la CNSNS, ya que URAMEX ha desaparecido, quedando sus funciones a cargo de la Secretaría de Minas e Industria Parastatal (SEMIP).

El artículo 17 de la Ley Reglamentaria del Artículo 27 Constitucional señala: "El quemado de combustible nuclear para la producción de energía eléctrica se reserva en exclusiva a la Comisión Federal de Electricidad (CFE), la que cumplirá con las disposiciones que señale la CNSNS".

Con el fin de sacar adelante el proyecto de Laguna Verde la Comisión Federal de Electricidad ha contado con la colaboración de otras instituciones afines al proyecto entre las que se encuentra el Instituto de Investigaciones Eléctricas y en cuyo departamento de Energía Nuclear es donde se ha desarrollado la presente tesis. A continuación se dan algunos aspectos generales de la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde.

1.3 Ubicación Geográfica de la Planta

La central nucleoelectrica de Laguna Verde se localiza en el municipio de Alto Lucejo del estado de Veracruz, como se muestra en la figura 1.1. En la figura 1.2, se ve una versión arquitectónica de la Central.

1.4 Datos Técnicos

En la figura 1.3 se dan los datos técnicos principales de la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde.

1.5 Disposición de los Edificios

En la figura 1.4 se ve la disposición de los edificios, dentro del área de la planta.

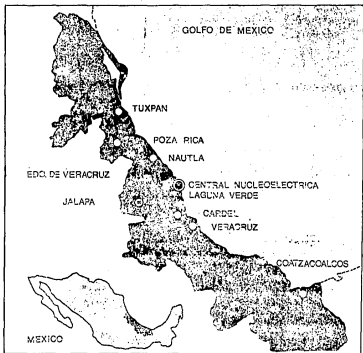


Figura 1.1: Localización geográfica de la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde.

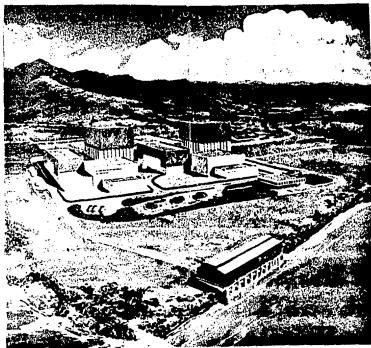


Figura 1.2: Versión Arquitectónica de la Central.

DATOS TÉCNICOS

1.- REACTOR

Número de unidades	2 a 854 MWa (total)
Tipo	De agua liviana (DAB)
Configuración	U2, empacado
Enriquecimiento en U ²³⁵	2.1% de U ²³⁵ (en peso)
Enriquecimiento en U ²³⁸	9.1% de U ²³⁸ (en peso)
Número de elementos	444 con 22 buses de conexión y 2 de agua por elemento

Número total de canales de combustible	2172
Peso total de uranio	81261 Toneladas de uranio
Longitud efectiva del combustible	249 cm
Diámetro exterior de la vaina	2.761 cm
Espesor del ánodo	0.283 cm
Diámetro exterior de la pastilla	0.641 cm
Material de enriquecimiento	Zircaloy 2
Material del canal de combustible	Zircaloy 4
Material de las placas de regulación	Aguero inoxidable 304

Número de sistemas de control de reactor (incluyendo la línea de control de boro)	10
Sistema de reserva de control líquido	Perforación de Boro
Presión de servicio	11.78 kg/cm ²
Parámetro mínimo de aislamiento	1.521 Atm
Presión en los bujes	2.9 Atm
Parámetro mínimo al salir de la vaina	1.853 Atm
Flujo de vapor	3.233 Ton/h
Presión del vapor a la salida	63.2 kg/cm ²
Humedad del vapor	0.2%
Entalpa	698.15 cal/g
Bombas de recirculación	2

Potencia de cada fuente de energía	4,500 Caballos de potencia
Flujo de refrigeración	9,900 Ton/h
Bombas de carga de refrigeración	20
Flujo de recirculación interior	21,250 Ton/h
Velocidad	Ajuste al carbón (revestido externamente de acero estriado)

2.- TURBINA

Tipo	De doble eje tipo impulse- reaction
De alta presión	1 eje (imp)
Presión a la entrada	88.5 kg/cm ²
Presión a la salida	13.7 kg/cm ²
Presión en el primer paso	52.8 kg/cm ²
Frecuencia de rotación	1,800 rpm
Temperatura del vapor a la entrada	283°C
No. de extracciones	2
De baja presión	2 ejes (imp)
Presión a la entrada	13.3 kg/cm ²
Presión a la salida	7.5 mm de Hg.
Temperatura del vapor a la entrada	267°C
No. de extracciones	10

3.- GENERADOR

Tipo	Cerrado con polo no saliente sincronizado
Capacidad máxima	516.6 MW
Frecuencia	60 Hz
Voltaje	23 kV
Factor de potencia	0.82 cos φ
Corriente	16,863 A
Factor de potencia	0.9

4.- EXCITADOR

Tipo	Directamente accionado sin excitación
Capacidad	1,360 kW
Voltaje	225 V
Corriente	5,715 A

5.- CONDENSADOR

Tipo	De superficie de dos cuerpos con dos circuitos en la entrada y dos en la salida
Capacidad	1,072 a 1,083 MW/h
Número de tubos	45,734
Superficie efectiva total	47,117 m ²
Caudal de agua de mar para enfriamiento	26.2 m ³ /seg

6.- BOMBAS DE CONDENSADO

Tipo	Centrifugas verticales con diámetro
Número de bombas	3
Capacidad de diseño	352.5 U/seg
Carga total	120 m
Frecuencia de rotación	1,110 rpm
Temperatura de diseño en la succión	60°C

7.- BOMBAS DE REFUERZO DE CONDENSADO

Tipo	Centrifugas horizontales
Número de bombas	3
Capacidad de diseño	252.5 U/seg
Carga total	211 m
Frecuencia de rotación	1,500 rpm
Temperatura de diseño en la succión	60°C

8.- BOMBAS DE ALIMENTACIÓN AL REACTOR

Tipo	Turbo bombas, centrifugas horizontales
Capacidad de diseño	665 U/seg
Carga total	696.3 m
Frecuencia de rotación	Variable (3,200 rpm, nominal)
Temperatura de diseño en la succión	154.9°C

9.- CALENTADORES DE AGUA DE ALIMENTACIÓN AL REACTOR

Tipo	De dos buses en paralelo
Número de calentadores de baja presión	12
Presión de diseño	36 kg/cm ²
Número de calentadores de alta presión	2
Presión de diseño	18.7 kg/cm ²

Figura 13 Datos técnicos de la Central Nuclear de Laguna Verde.

DISPOSICION DE EDIFICIOS

NOMENCLATURA

- 1 EDIFICIO DEL TURBOGENERADOR No.2
- 2 EDIFICIO DEL REACTOR No.2
- 3 EDIFICIO DE PURIFICACION
- 4 EDIFICIO DE CONTROL U-2
- 5 EDIFICIO DE GENERADORES AUXILIARES DIESEL U-2
- 6 TANQUE DE AGUA DE CONDENSADO U-2
- 7 TANQUES DE ALMACENAMIENTO DE COMBUSTIBLE DIESEL
- 8 EDIFICIO DE OFICINAS ADMINISTRATIVAS
- 9 TANQUE DE AGUA DE CONDENSADO U-1
- 10 EDIFICIO DE TRATAMIENTO DE RESIDUOS RADIOACTIVOS
- 11 EDIFICIO DEL REACTOR No.1
- 12 EDIFICIO DE CONTROL U-1
- 13 EDIFICIO DE GENERADORES AUXILIARES DIESEL U-1
- 14 EDIFICIO DEL TURBOGENERADOR No.1
- 15 EDIFICIO DE INTERES Y TRATAMIENTO DE AGUA
- 16 OBRA DE TOMA DE AGUA DE ENTRAMIENTO
- 17 OBRA DE TOMA DE AGUA DE SERVICIO NUCLEAR
- 18 SUBESTACION

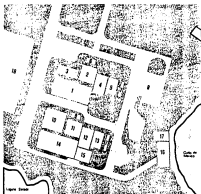


Figura 1.4: Disposición de los edificios.

1.6 Ciclo termodinámico

El refrigerante utilizado en los reactores de Laguna Verde es agua desmineralizada, la cual cambia de fase líquida a la de vapor al absorber el calor generado por la fisión nuclear en el combustible. El vapor húmedo se seca dentro de la misma vasija y alcanza una calidad de 99.1% y se envía directamente para mover la turbina, cuya rotación se transmite al generador, ver la fig. 1.5.

Al salir de la turbina, el vapor de baja presión pasa a la caja del condensador, que opera al vacío, donde se enfría con agua de mar y se convierte nuevamente en líquido. El caudal de 30 m³/seg de agua de mar, que fluye en circuito abierto por los tubos del condensador a presión atmosférica, no entra en contacto con el vapor ni con el líquido condensado.

Se utilizan resinas de intercambio iónico para quitar las impurezas del agua proveniente del condensador, luego es precalentado y vuelve a entrar a la vasija del reactor, cerrándose de esta forma el ciclo termodinámico.

1.7 Unidad I

La central de Laguna Verde va a constar de 2 unidades de 1,031 Mw(térmicos) por cada unidad; actualmente, tenemos que la Unidad I está casi terminada, mientras la Unidad II se encuentra todavía en estado de construcción.

En la fig. 1.8 se muestra un corte de la Unidad I.

A. EDIFICIO DEL REACTOR

- 1.-Vasija del reactor
- 2.-Muro de blindaje
- 3.-Contenedor primario
- 4.-Pozo seco
- 5.-Tuberías y bombas de recirculación (2)
- 6.-Tuberías de vapor
- 7.-Tubos guía de las barras de control (100)
- 8.-Loss diafragma separación del pozo seco y el pozo húmedo
- 9.-Pozo húmedo
- 10.-Alberca de supresión
- 11.-Tuberías de descarga del vapor (60)
- 12.-Descargas de las válvulas de alivio (10)
- 13.-Bomba de aspersión del núcleo a baja presión
- 14.-Bomba de carga del sistema de aspersión del núcleo a baja presión
- 15.-Bomba de carga del sistema de aspersión del núcleo a alta presión
- 16.-Unidad de aire acondicionado
- 17.-Cambiadores de calor del sistema cerrado para enfriamiento de componentes nucleares
- 18.-Almacén de combustible surco
- 19.-Alberca de almacenamiento de contenedores para transporte de combustible

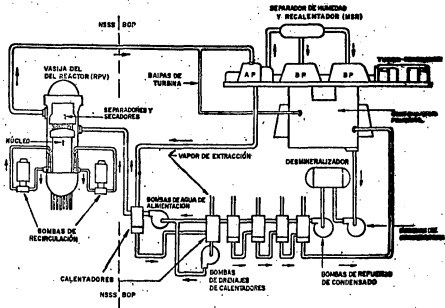


Figura 1.5: Ciclo termodinámico

CORTE DE LA UNIDAD I

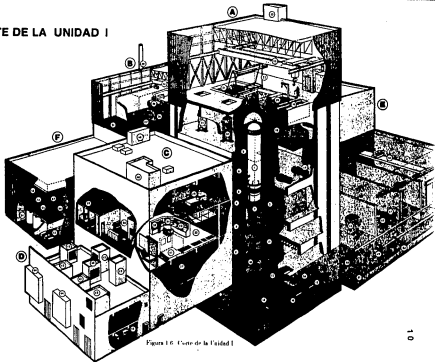


Figura 1.6 Corte de la Unidad I

- 20.-Alberca de combustible irradiado
- 21.-Alberca para almacenar el separador y secador de vapor durante el recambio de combustible
- 22.-Máquina de recambio de combustible
- 23.-Grúa del edificio del reactor
- 24.-Cambiadores de calor del sistema de retención de calor residual
- 25.-Chimenea de salida de gases
- B.-EDIFICIO DEL TURBOGENERADOR
- 26.-Turbina de alta presión
- 27.-Válvula principal de paro
- 28.-Recalentadores de vapor
- 29.-Chimenea de la caldera auxiliar
- 30.-Grúa del edificio
- 31.-Pozo de salida y entrada de equipos
- C.-EDIFICIO DE CONTROL
- 32.-Sala de control
- 33.-Tablero de control del turbogenerador
- 34.-Tablero de control del reactor
- 35.-Tablero de control de sistemas auxiliares
- 36.-Pantalla impresora de la computadora
- 37.-Cuarto de cableado
- 38.-Cuarto de computación
- 39.-Residencia para operadores
- 40.-Equipos de aire acondicionado
- 41.-Cuarto de observación para visitantes
- D.-EDIFICIO DE GENERADORES DE DIESEL
- 42.-Salidas de aire de los generadores
- 43.-Salidas de aire del sistema de aire acondicionado
- 44.-Entradas de aire a los generadores
- 45.-Generador diesel(3)
- E.-EDIFICIO DE TRATAMIENTO DE RESIDUOS RADIATIVOS
- 46.-Grúa del edificio
- 47.-Mezcladores evaporadores del sistema de desechos sólidos(2)
- 48.-Tanque de los concentrados de los evaporadores(2)
- 49.-Absorbedores de carbón activado(8)
- 50.-Bomba de glicol(4)
- 51.-Máquinas de refrigeración(2)
- 52.-Preenfriadores(4)
- F.-EDIFICIO DE LA PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUA DE TALLER MECANICO
- 53.-Bombas de agua desmineralizada(3)
- 54.-Tanques de agua potable(2)
- 55.-Intercambiadores estacionarios(2)
- 56.-Lechos intercambiadores de iones(2)

- 57.-Intercambiador de iones
 58.-Regenerador de agua caliente

1.8 Tipo de Reactor Adquirido

Como ya se mencionó anteriormente la General Electric de Estados Unidos fue la compañía elegida para proveer los dos reactores de Laguna Verde, siendo el reactor suministrado el BWR/S con contención MARK-II. Como su nombre lo indica este reactor es del tipo de agua de ebullición BWR (Boiler Water Reactor).

En la fig. 1.7 se muestra el dibujo de la vasija del reactor BWR/S.

1.9 Adaptación de Nuevas Tecnologías

Cuando se lleva a cabo un proyecto que dura tanto tiempo como la construcción de las unidades 1 y 2 de la planta nuclear de Laguna Verde, se debe pensar que la ciencia avanza día tras día, y que no podemos conservar la visión que se tenía algunos años atrás de la planta, ni conservar aquellas tecnologías y experiencias que se consideraron buenas en un tiempo determinado, siendo necesario cambiarlas por otras que han demostrado ser mejores. Entre una de estas tecnologías que han surgido tenemos la creación del Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS), el cual tiene como objetivo ayudar al operador de la central, a determinar el estado de seguridad de la misma en forma oportuna, precisa y sin ambigüedad. Este sistema se piensa instalar en el cuarto de control de las unidades de la Central de Laguna Verde, usando la tecnología moderna de computación para llevar a cabo funciones tales como: la de mostrar al operador información del proceso de la central en forma de gráficos a color, mostrar un conjunto de señales prioritarias y otras que serán mencionadas en el capítulo 2.

Esta tesis constituye sólo una parte del proyecto del "Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS)", consistiendo en investigar y desarrollar algoritmos para la validación de los parámetros críticos que están contenidos en este sistema, con el fin incrementar la confiabilidad de los parámetros presentados al operador.

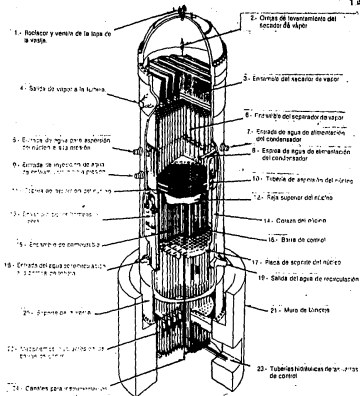


Figura 1.7: Vasija del Reactor de Agua Herviente (BWR-5)

Capítulo 2

Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad

2.1 Introducción

El Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS) tuvo su origen en las lecciones y recomendaciones que se dieron, después del análisis del accidente ocurrido en la unidad 2 de la planta nuclear de Three Mile Island (TMI-2).

El Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad ha ido evolucionando, adaptándose y mejorándose, a partir de las experiencias que se han obtenido y se siguen obteniendo de su instalación en plantas nucleares, por lo que no lo podemos definir como un sistema estático, bien delineado y mucho menos estandarizado.

En este capítulo daremos la finalidad principal del Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad y también se darán algunas de sus características y componentes principales, entre los que se encuentra la validación de los parámetros, siendo este punto el objeto de estudio de esta tesis.

2.2 Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS)

El propósito del Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS) es el de asistir al personal del cuartel de control en la evaluación del estado de seguridad de la planta. El SEPS sirve para proveer una indicación continua de los parámetros de la planta o variables derivadas representativas del estado de seguridad de la planta. La función primaria del SEPS es auxiliar al operador en la detección rápida y oportuna de condiciones de operación anormales [4].

El SEPS es una parte del conjunto de instalaciones de respuesta de emergencia que requiere la reglamentación nuclear; esto es, intercomunicados con el SEPS y con acceso a la información proporcionada por este, existen el Centro de Apoyo Técnico (CAT), el Centro de Operaciones de Emergencia (COE) y el Sistema de Enlace de Datos Nucleares (EDN) con la Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y de Salvaguardias (CNSNS).

A continuación se citan algunas de las principales características del Sistema de Exhibición de los Parámetros de Seguridad.

2.2.1 Conjunto mínimo de señales o variables, que definen el estado de seguridad de la planta

Con el fin de evitar la situación que se presentó en el accidente de TMI-2, en donde alrededor de 100 alarmas aparecieron en los primeros pasos del accidente, sin manera de suprimir las menos importantes [2], se recomienda que las alarmas y señales sean clasificadas de acuerdo a su importancia, y el operador cuente con un máximo de señales que le den el panorama general del estado de seguridad de la planta, y no se distraiga con señales insignificantes.

Este punto es muy interesante, ya que se pregunta uno ¿quién debe de decidir acerca del número de parámetros que se deben exhibir? y realmente ¿cuántos parámetros son los necesarios?, por ejemplo: si un ingeniero electricista hiciera este trabajo, él elegiría un cierto número de parámetros de acuerdo a su criterio, lo mismo ocurriría si lo hiciera un físico, un supervisor de la planta, el diseñador de la planta, un ingeniero mecánico, la CNSNS, la General Electric, etc. Finalmente veríamos que algunos de ellos le dan más importancia a algunos de los parámetros que a otros.

También se han publicado trabajos relacionados con este aspecto: por ejemplo: el dado por la referencia [3], en la que se busca un conjunto de parámetros para un reactor PWR, tomándose en ese reporte dos propuestas iniciales: en la primera el sistema es visto en forma operacional y se analizan los indicadores de seguridad de:

1. Reactividad.
2. Inventario de refrigerante.
3. Remoción de calor.
4. Integridad del contenedor.

El segundo punto de vista es del nivel de defensa de las tres barreras:

1. Integridad del ensamblado del combustible.
2. Barrera primaria a la presión.
3. Integridad del contenedor.

Reduciendo y combinando el número de variables que se obtienen de esos dos puntos de vista, operacional y de integridad de las barreras, en dicho reporte se concluye que con un mínimo de 48 variables se puede obtener el estado de seguridad que guarda la planta nuclear.

Como otro ejemplo de ese tipo de trabajos podemos mencionar el de la referencia [6], en la que se busca también un conjunto mínimo de parámetros, pero ahora para un BWR, tomándose como objetivo el desarrollo de un método genérico basado en las funciones de seguridad y no en los eventos de plantas preensalzadas.

En la referencia [6], las funciones importantes que son consideradas para la seguridad del público son:

1. Contención de la radioactividad (control del escape de la radioactividad).
2. Integridad de la barrera de los productos de fisión.
3. Transporte de calor.
4. Control de la reactividad.

Llegando a un conjunto de 21 parámetros que son:

1. Monitores de ventilación de la planta.
2. Monitor de la chimenea de la planta.
3. Actividad del sistema de refrigeración primario.
4. Actividad del contenedor primario.
5. Sumidero de drenes del piso del foso seco.
6. Presión del foso seco.
7. Presión del sistema de refrigeración primario.
8. Nivel de agua del sistema de refrigeración primario.
9. Posiciones de las válvulas de alivio de seguridad.
10. Demanda de aislamiento por fuga.
11. Nivel de la alberca de supresión.
12. Concentración de hidrógeno.
13. Presión del contenedor secundario.
14. Temperatura del foso seco.
15. Monitor del intervalo de potencia promedio.

16. Flujo de agua en el núcleo.
17. Temperatura de la alberca de supresión.
18. Monitor del intervalo de fuente.
19. Posición del monitor del intervalo de fuente.
20. Señal de demanda de paro.
21. Posición del interruptor de modo.

Estos parámetros fueron validados usando los siguientes tipos de transitorios:

1. Accidentes de pérdida de refrigerante.
2. Eventos de presurización del reactor.
3. Anomalías de reactividad.
4. Disminución del inventario del refrigerante.
5. Incremento del inventario del refrigerante.
6. Disminución de la velocidad del flujo del refrigerante del reactor.
7. Fallos en sistemas auxiliares.
8. Fuga de radioactividad de subsistemas y componentes.
9. Transitorios de la química del agua.
10. Falta en la remoción del calor del núcleo.

En el caso de la Central de Laguna Verde, el análisis y obtención de un conjunto de parámetros representaría un trabajo aparte de la presente tesis, pero sí debemos hacer notar que el estado de seguridad de una planta nuclear no se puede establecer si monitoreamos una sola variable y por el contrario resultaría inadmisible incluir un conjunto enorme de parámetros que confundiría y haría muy complejo, para el operador, determinar el estado de seguridad que guarda la planta, por lo que se puede decir que hay que buscar un conjunto de parámetros para el SEPS, de tal forma, que sea el mayor número de variables posibles que sean representativas del estado de seguridad que guarda la planta y que a la vez no sobrepase la capacidad del operador para determinar en una forma rápida una situación anormal de la planta.



Figura 2.1: Exhibición de la señal de un sensor al operador.



Figura 2.2: Exhibición de las señales de n sensores al operador.

2.2.2 Validación de los parámetros

El operador tiene la necesidad de conocer los parámetros de la planta como son: presiones, temperaturas, flujos, posición de las barras de control, niveles de agua, etc., y esto se logra a base de sensores colocados en diferentes puntos de la planta. Estos sensores mandan las señales y estas a la vez deben de ser exhibidas ante el operador para que este tome las acciones correctivas adecuadas o simplemente se de cuenta que todo va bien, pero bien el proceso puede indicarse en forma sencilla como en la figura 2.1.

El operador también tiene la necesidad de que los parámetros medidos por los sensores sean verdaderos y confiables, pero si vemos el diagrama de la figura 2.1 puede ocurrir que el sensor falle y que el operador pierda la información necesaria para establecer un juicio conveniente respecto al estado de seguridad de la planta, o puede suceder que el operador crea que existe un transitorio cuando realmente lo que está fallando es el sensor, o que el sensor falle completamente y el operador pierda toda la información. También puede ocurrir que el sensor esté funcionando bien pero solamente esté mal ajustado, por lo que para evitar estas situaciones inciertas, se colocan sensores redundantes que midan la misma variable del proceso con el fin de prevenir la falla de uno de ellos y evitar la pérdida de información al operador. Véase la figura 2.2.

Como se ve ahora en el fig. 2.2, hemos aumentado la confiabilidad de una planta al poner sensores redundantes, pero hemos incrementado el costo de la

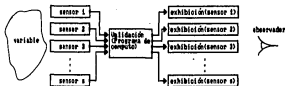


Figura 2.3: Validación de las n señales antes de ser exhibidas.

mismo al tenese que comparar más sensores y también hemos aumentado la confusión para la exhibición del parámetro al operador, ya que antes solamente estaba al pendiente de un sensor y ahora tiene que estar al pendiente de varios y a la vez tiene que decidir cual sensor es el que está fallando si se diera el caso de que uno de ellos fallara.

Una manera de ayudar al operador en esta situación es usar la capacidad que tiene una máquina computadora, la cual ejecutaría la tarea de validar los parámetros e indicar directamente al operador cual señal está fallando, como se muestra en la figura 2.3.

Debe hacerse notar que la realización de la validación de la señal del sensor que mide la variable, por medio de un programa de cómputo, tiene la ventaja de que se pueden incluir datos de diseño, redundancia analítica, modificar el intervalo del sensor, y esto es posible debido a que la computadora puede manejar grandes cantidades de datos precisos y realizar operaciones mucho más rápidas, superando en este aspecto a la capacidad de cualquier operador y además su funcionamiento no depende del estado de ánimo que el operador tiene en un cierto momento, ni de su capacidad como operador.

2.2.3 Estimación del valor del parámetro

Como se ha visto en la subsección 2.2.1, es necesario contar con un conjunto de parámetros mínimos que nos indiquen el estado de seguridad de la planta, pero esto se contrapone al hecho de aumentar los sensores redundantes como se vió en la subsección 2.2.2. Una forma de evitar esta contradicción es obtener una estimación del valor de la variable por medio de un promedio aritmético de las señales de los sensores redundantes, o por otra metodología de tal forma que juntemos las señales de los n sensores redundantes que miden una variable en una sola, como se muestra en la figura 2.4.

O sea que después de que son validadas las señales de los sensores, son juntadas o integradas en una sola por medios analíticos, lo cual nos va a dar

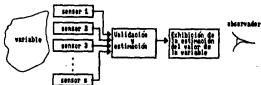


Figura 2.4: Unión de las n señales en una sola estimada.

una estimación obtenida de las n señales, que será exhibida al operador, y esto habrá reducido el trabajo del operador, al estar pendiente nuevamente de una sola señal, en vez de las n señales de los sensores redundantes.

2.2.4 Exhibición de los parámetros utilizando pantallas de tubos de rayos catódicos

Una vez que se determina el valor estimado del parámetro, éste se exhibe al operador. La exhibición se lleva a cabo incorporando la Ingeniería de Factores Humanos por medio de gráficos y diagramas a color [3]. La fig. 2.5 es un ejemplo de la exhibición de la información y corresponde a la vasija del reactor BWR/5. En este caso se ve en la fig.2.5 un dibujo esquemático de la vasija del reactor e indicadores que corresponden al dibujo presentado tales como: indicación del nivel de agua, de presión, flujo en el núcleo, potencia, etc.. Además este tipo de figuras incluyen un código de colores y a veces movimientos de las partes de la figura, que hacen que en forma mimica el operador se da cuenta de que una señal está fallando.

Para la formación de cada figura se requiere un programa de cómputo, la cual es exhibida al operador, de esta forma se modifica la fig. 2.4 y se obtiene la fig. 2.6.

Para el caso de la Central de Laguna Verde se han empezado a realinear las primeras figuras en el Dpto. de Energía Nuclear del Instituto de Investigaciones Eléctricas [7], resultando demasiado extenso el tema como para que se incluya su estudio dentro de esta tesis.

2.2.5 Aumento de los observadores

Ahora que ya se han computarizado las señales de la planta, podemos aumentar las personas que analicen estas señales y optimizar las actividades relacionadas dentro y fuera de la planta, modificándose la fig. 2.6 en la fig. 2.7.

VASOJA DEL REACTOR

REAC TIVIDAD	ENFRIAM NUCLEAR	INTEGR PRY PRIN	INTEGR GNT PRIN	LIBER RADIACI	RC CONTR VASOJA	RC CONTR GNT PRIN	SC CONTR GNT SEC			
LOCA	ATUB	SCRAN	RFB	SLDR	HBIU	ADR/B	HPCS	LPCS	LPCI	ROIC

LOOP

RPT

PRPT

Y Y

LCU

BRU

CRD

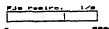
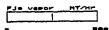
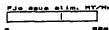
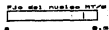
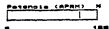
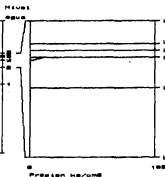
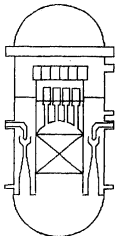


Figura 1.6: Vasoja del Reactor.

SALIDA

AYUDA

MIMIC

BRAP
KY

CURU
TEND

INPRIN

N

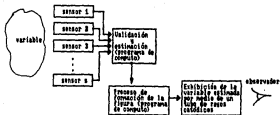


Figura 2.6: Exhibición de la señal estimada empleando una figura.

Por ejemplo, el observador 1 de la fig. 2.3 puede ser el operador de la planta que está en el cuarto de control y el cual requiere que las señales le sean exhibidas lo más pronto posible y de esta forma tomar las decisiones pertinentes en el tiempo más corto posible de acuerdo a su experiencia y nivel de conocimientos, evitándose además que una falla en el equipo o proceso computacional interfiera con las señales directas que recibe el operador en el cuarto de control.

Si se compara la figura 2.2 con la figura 2.7, se ve que solamente se le ha aumentado la capacidad de una computadora a la fig. 2.7, se puede decir que la diferencia entre el observador 1 y los demás 2, 3, 4, ..., n_{da} es que el observador 1 tiene la exhibición de una gran cantidad de parámetros y los demás observadores 2, 3, 4, ..., n_{da} sólo reciben la exhibición de una cantidad mínima de parámetros, que son los indispensables para representar el estado de seguridad de la planta. El observador 2 puede ser el Centro de Apoyo Técnico, el 3 puede ser el Centro de Operaciones de Emergencia, el 4 puede ser el Enlace con la Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardias (CNSNS), el 5 las autoridades encargadas en caso de una evacuación, etc.

Una desventaja que hemos notado al modificar la fig. 2.2 a la 2.7, es que ahora necesitaremos una comunicación directa y sin interferencias entre los observadores 1, 2, 3, ..., n_{da} de tal manera que las actividades de cada uno de ellos se pueda realizar de la mejor manera posible, pero de las ventajas podemos mencionar, que ahora el observador 1 va a estar respaldado por mucho más personal y que los observadores 2, 3, 4, ..., n_{da} van a contar con los servicios inherentes de la computación, como puede ser la observación en línea de las variables más importantes de la planta y su obtención inmediata por medio de una impresora, lo cual ayuda también a análisis posteriores de los eventos registrados.

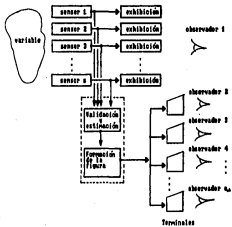


Figura 2.7: Transmisión y exhibición de la señal estimada de la variable a Q_o observadores

2.2.6 Procesamiento en línea y en tiempo real

El SEPS es un sistema recibiendo directamente las señales de los sensores que están midiendo una variable de la planta, debiendo adquirir, procesar y exhibir la información en tiempo real.

Un parámetro que va a ser muy importante en nuestro procesamiento de datos es el tiempo que este tarde en realizarse, siendo esto menos crítico en una situación estable de la planta que en un transitorio, ya que los operadores que están encargados de los procedimientos de emergencia necesitan contar con la información lo más rápido posible, de tal manera, que puedan remediar la situación anormal existente. Esto trae como consecuencia, que restrinjamos nuestros algoritmos en los programas de computación que se vayan a usar; por ejemplo: si deseamos que nuestra validación, estimación y formación de la figura sea hecho por un programa muy sofisticado y nos de resultados mejores que otros más sencillos, quizá este modelo de programa no nos sirva ya que gastaría mucho tiempo de procesamiento y el operador recibiría la exhibición de la señal demasiado tarde para poder corregir la situación, por lo que existe un compromiso entre la exactitud de nuestro programa de computación y el tiempo que tarde en procesarse, teniéndose que analizar este aspecto en particular para cada señal y ver cual es su situación real.

2.2.7 Otras características del SEPS

A continuación damos otras características del SEPS que fueron sacadas de la ref. [8]:

1. Debe indicar cuando se van aproximando las señales a los límites de un proceso o excederlos.
2. Debe ser operacional en condiciones normales y anormales de la planta.
3. El SEPS y los sistemas de seguridad deben estar aislados, para proteger los sistemas de seguridad de un mal funcionamiento del SEPS.
4. Deben incluirse los factores humanos.
5. Asegurar que la información exhibida refleje la correcta relación entre el sensor y la variable exhibida.

2.3 Objetivo de la tesis

El objetivo de esta tesis es la de plantear y analizar métodos analíticos que nos permitan verificar o validar las señales de los sensores de una planta nuclear en línea y en tiempo real, teniendo como aplicación práctica la validación de las señales que formarían al Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad (SEPS) para la Central Nuclearifétrica de Laguna Verde.

Si vemos nuevamente la fig. 2.7, podemos decir que lo que pretendemos desarrollar es la metodología dentro de la caja que dice "validación". También debemos aclarar que para hacer esta validación de las señales de los sensores tendremos que juntar o hacer la integración de las señales de los sensores, que a veces va a ser necesario en su utilización en los modelos analíticos de validación.

Viendo la fig. 2.7, debemos hacer notar que en esta tesis no vamos a tratar del estudio detallado de los sensores ni del origen del ruido asociado con ellos, tampoco vamos a realizar la formación de las figuras, ni de la selección del conjunto básico de los parámetros que formarían el SEPS para la Central Nuclear de Laguna Verde, sino solamente nos restringiremos a su validación por métodos analíticos como se describió anteriormente.

No se pretende que nosotros vayamos a terminar y abarcar todo lo que se refiere a la validación de las señales, sino que se va a analizar la viabilidad de varios métodos, pero dejando siempre la perspectiva de que se puedan mejorar o plantear otros nuevos en los trabajos venideros sobre el tema.

Capítulo 3

Estadística de las Mediciones de los Sensores

3.1 Introducción

En este capítulo se estudiará la estadística de los datos tomados de las señales que dan los sensores de la planta. Si vemos la fig.3.1, podemos decir que nos interesa estudiar el comportamiento de las señales que vamos a tener como entrada a nuestros modelos analíticos, los cuales se van a utilizar en la validación de las señales.

Las variables de los procesos de una planta nuclear van a estar medidos por medio de sensores, los cuales presentan disturbios en su salida, debido al ruido del sensor, al tipo de conducción de la señal, al medio ambiente al que se encuentra expuesto el sensor o cableado, a la naturaleza de la misma variable que es medida, etc., dando una señal con cierto grado de incertidumbre.

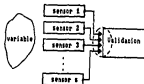


Figura 3.1: Entrada de las señales de los sensores al sistema de validación.

Los métodos estadísticos tratados en este capítulo solo son aplicables a sensores que estén midiendo una variable del proceso en estado estacionario o casi estable, ya que si esta variable del proceso es inestable, estos métodos deben de ser modificados o tal vez no sea recomendable utilizarlos, dependiendo esto del comportamiento inherente de la variable del proceso.

Uno de los objetivos principales que se pretende con el análisis estadístico de los datos es la obtención de una función que sea representativa de la distribución de probabilidades de las señales, la cual se utilizará posteriormente en los métodos del capítulo 4 con el fin de detectar la degradación de una señal.

Existen libros de estadística en donde se encuentran métodos de tratar estos tipos de datos, por lo que solamente los citaremos y no los trataremos en una manera rigurosa, sino más bien en una manera práctica, ilustrando como encajan estos métodos con los datos de las señales de los sensores de la Central Nuclearéctrica de Laguna Verde.

3.2 Población y muestra

Podemos decir que en nuestro caso la población o universo la constituirán todos los datos del monitoreo de las señales, durante la vida útil de la planta, considerando que la vida útil de una planta es de aproximadamente 30 años y que su monitoreo es menor de este tiempo debido a paros de la planta y a otros contratiempos, pero de cualquier manera este número de datos de la población lo tenemos indeterminado por el momento, ya que el proceso que sigue una computadora es el de leer el valor de la variable del proceso de la planta cada cierto tiempo T ; por ejemplo: supongamos que $T=1$ segundo, en cuyo caso la máquina va a estar tomando la medición de la variable cada segundo y vamos a tener 60 datos por cada minuto, ahora bien, si conociéramos el tiempo real de monitoreo efectuado durante la vida útil de la planta se podría estimar cual va a ser el tamaño de nuestra población, si cambiamos $T=2$ seg., para la misma planta entonces vemos que el tamaño de la población es la mitad de la anterior o si damos a T otro valor vemos que su valor cambia de nuevo, por lo que se deduce que el tamaño de la población va a estar en función del período de tiempo T en el cual se toma cada dato, dando entonces

$$N = f(T) \quad (3.1)$$

donde:

N = población o universo.

T = período de tiempo en el cual se toma cada dato.

Siguiendo en el mismo punto, vemos que el tamaño de la población va a estar dado por

$$N = i_m \cdot T \quad (3.2)$$

donde:

N = número de datos totales de la población.

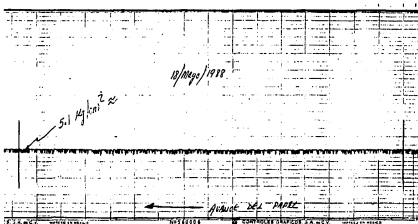


Figura 3.2: Registro de la presión de descarga de las bombas de agua de de la división I del Sistema de Servicio Nuclear.

t_m = tiempo total de monitoreo de la variable.

T = intervalo constante de tiempo o periodo de la toma de cada dato.

Por ejemplo, si el tiempo en el que en una planta se monitoreó una variable fue de 25 años y se tomó un dato cada segundo, tenemos que el tamaño de nuestra población sería

$$\begin{aligned} N &= (25 \text{ años})(365 \text{ días/año})(24 \text{ hrs/día})(3600 \text{ seg/hr})(1 \text{ dato/seg}) \\ &= 7.884 \times 10^8 \text{ datos} \end{aligned}$$

Se debe aclarar que el valor de t_m corresponde al tiempo real en que la variable se está monitoreando y no al de vida útil de la planta, por lo que el valor de N se podrá estimar después de habersele asignado cierto valor a T . Por otro lado, vemos que nuestra población va a ser finita y muy grande, por lo que para fines matemáticos se puede suponer que $N \rightarrow \infty$.

Debido a que no podemos analizar toda la población de datos, debemos de tomar muestras de datos que sean representativas de toda la población y hacer inferencias acerca de ésta, debemos tener en mente que la cantidad de datos que obtenemos va a estar en función del tiempo de monitoreo y del tiempo en que se tome cada dato; por ejemplo: si necesitamos una muestra de 60 datos para hacer nuestras inferencias acerca de la población de datos de un sensor, y si estamos obteniendo 1 dato cada segundo, necesitaremos 1 minuto para juntar los 60 datos, ahora si necesitáramos una muestra de 3 600 datos necesitaríamos esperar 1 hora con el fin de obtenerlos. Por lo que se puede decir que si el tamaño de la muestra va creciendo se tendrá una mayor aproximación a los parámetros característicos de la población, pero se tendrá que monitorear más tiempo la variable con el fin de obtenerlos.

El trabajo que debe de tratar de hacerse es el de aproximarse al comportamiento de la variable, tomando muestras de datos.

3.3 Presentación de los datos

Como se mencionó en la sección anterior, se van a tomar muestras de datos con el fin de conocer algo acerca de la población, pero los datos los vamos a obtener secuencialmente y en una forma desordenada.

Para hacer más explícita nuestra discusión daremos 4 ejemplos:

EjemPlo 1

Los datos de este primer ejemplo no son de algún proceso de la Central de Laguna Verde, sino que fueron tomados en un laboratorio [9]. La justificación de tomar estos datos es la que su distribución se aproxima a la de una curva normal la cual es muy frecuentemente utilizada, por lo que representa cierto interés el desarrollo estadístico de estos datos.

4659	4564	4483	4515	4474	4597	4479	4538	4553	4625
4455	4535	4579	4473	4502	4599	4579	4581	4435	4570
4523	4580	4523	4607	4624	4623	4544	4664	4597	4463
4516	4586	4507	4634	4640	4517	4560	4522	4455	4425
4485	4569	4607	4599	4471	4501	4591	4547	4595	4566
4537	4484	4565	4498	4445	4541	4602	4679	4483	4594
4559	4494	4604	4561	4544	4679	4605	4698	4600	4521
4563	4568	4650	4574	4419	4615	4593	4615	4560	4410
4587	4514	4471	4460	4701	4511	4447	4557	4456	4570
4560	4625	4506	4532	4563	4596	4533	4557	4563	4566
4510	4523	4570	4463	4556	4473	4597	4449	4570	4456
4476	4585	4548	4476	4520	4561	4627	4517	4486	4497
4632	4585	4528	4537	4537	4480	4461	4532	4551	4554
4555	4516	4528	4668	4554	4553	4442	4552	4403	4566
4586	4618	4474	4494	4573	4581	4606	4554	4562	4604
4475	4596	4588	4568	4627	4568	4460	4527	4525	4519
4570	4446	4567	4603	4677	4450	4524	4577	4528	4614
4639	4633	4573	4441	4602	4564	4673	4542	4549	4568
4361	4574	4592	4618	4524	4452	4473	4516	4614	4630
4444	4505	4567	4520	4511	4613	4583	4475	4548	4593
4519	4520	4557	4523	4484	4511	4631	4502	4515	4450
4692	4487	4481	4583	4563	4634	4655	4513	4689	4509
4517	4511	4621	4545	4570	4485	4462	4643	4562	4494
4685	4615	4503	4541	4698	4649	4547	4533	4576	4534
4547	4550	4517	4589	4437	4565	4570	4510	4596	4516

Tabla 3.1: Conteo con duración de 30 segundos de una fuente de Sr^{90} con un detector Geiger-Müller, repitiéndose 250 veces la misma medición.

Se tomó el conteo de un contador Geiger-Müller con ventana para betas, utilizando una fuente de Sr^{90} cuya vida media es de 11 030 días ref.[9]. En este experimento se tomaron 250 datos con una duración de conteo de 30 segundos cada uno, obteniéndose la tabla 3.1.

EJEMPLO 2

En este ejemplo se tomó la salida de un registrador de presión en la descarga de las bombas de agua de la división I del Sistema de Servicio Nuclear [Nuclear Service Water System (NSWS)] de la Central Nuclearéctrica de Laguna Verde.

En este ejemplo se trata de simular como una computadora ejecuta el proceso de leer los valores de las señales de los sensores, pasando de una curva continua del proceso a una tabla de datos discretos. Primeramente se tomó la salida del registrador que da una curva continua, como se muestra en la fig. 3.2, en donde, la amplitud del sensor que mide la presión es de 0 a 15 kg/cm² y la señal de salida es registrada en papel con una velocidad de 12 cm/Ar.

Para pasar de la curva continua dada por la fig. 3.2 a una tabla de datos se utilizó un escalímetro utilizando la parte en donde tiene subdivisiones de 0.5

65.5	67.0	67.0	65.5	64.5	66.5	64.0	66.5	67.0	66.5
66.5	66.5	67.0	64.0	67.0	67.0	67.0	66.5	67.0	63.0
67.0	66.5	66.5	66.5	65.5	66.5	66.5	65.5	64.0	62.0
62.5	65.5	66.5	66.5	63.5	64.5	66.5	63.5	63.5	63.5
64.5	63.0	64.5	66.5	62.5	66.5	66.5	66.0	66.5	66.5
64.5	62.0	66.5	63.0	63.5	63.0	63.5	66.5	66.5	66.5
66.5	66.5	65.5	64.5	65.5	66.5	62.5	66.5	64.5	66.5
63.5	66.0	66.5	66.0	64.5	63.0	65.5	66.0	66.5	63.5
63.0	66.5	65.5	64.5	63.0	64.5	64.5	63.0	64.5	66.0
62.5	66.5	64.5	66.0	63.0	66.0	63.5	62.5	64.0	66.0
63.5	66.0	65.5	64.5	66.5	62.5	64.5	67.0	64.5	63.5
62.5	65.5	66.0	62.5	66.0	66.5	63.0	66.5	63.0	64.5
66.5	64.5	66.0	64.5	66.5	64.0	62.5	66.5	66.0	62.5
67.0	67.0	67.0	64.5	64.0	64.5	64.5	63.5	66.5	66.5
64.5	66.5	64.5	66.5	64.5	67.0	63.5	67.0	63.5	64.0
67.0	63.5	67.0	65.5	63.5	64.5	67.0	61.5	63.5	63.5
63.5	66.5	67.0	67.0	67.0	67.0	67.0	67.0	67.0	67.0
63.5	67.0	67.5	67.0	67.5	63.5	67.5	64.5	64.5	64.5
67.0	64.5	67.0	63.5	66.5	67.0	67.0	64.5	67.5	67.5
67.0	64.5	65.5	67.5	64.5	67.0	64.5	64.5	64.5	64.0

Tabla 3.2: Datos en unidades de 0.5 mm.

mm, de esta forma se leyeron 200 datos entre las dos líneas verticales dibujadas en la fig. 3.2 en la dirección del avance del papel tomando como punto de partida la línea vertical izquierda y avanzando 1 mm al leer cada lectura. De esta manera se obtuvo la tabla 3.2, en donde la amplitud en unidades de 0.5 mm es de 0 a 204, que corresponden a la amplitud de 0 a 15 kg/cm² en unidades de presión.

En la tabla 3.2 se muestran los 200 datos leídos originalmente en unidades de 0.5 mm y en la tabla 3.3 se dan los mismos datos pero ahora en unidades de presión, los cuales fueron obtenidos por la fórmula

$$Presión = (15/204)(lectura \text{ en unidades de } 0.5\text{mm}) \text{ kg/cm}^2$$

En este ejemplo se debe hacer notar que si usáramos un instrumento más preciso, que el escalímetro con subdivisiones de 0.5 mm de anchura obtendríamos lecturas más precisas que las de la tabla 3.2. Por otro lado, si usáramos una regla con subdivisiones mayores de 0.5 mm obtendríamos más imprecisión en nuestras lecturas. Por lo que de una forma similar se debe de considerar cual es la exactitud de los valores de las señales que está recibiendo la computadora de parte de los sensores que han sido instrumentado.

EJEMPLO 3

4.82	4.92	4.93	4.82	4.74	4.89	4.71	4.09	4.93	4.89
4.89	4.89	4.93	4.71	4.93	4.93	4.93	4.89	4.93	4.63
4.93	4.89	4.89	4.09	4.82	4.89	4.09	4.82	4.71	4.56
4.60	4.82	4.89	4.89	4.67	4.74	4.89	4.67	4.67	4.67
4.74	4.63	4.74	4.89	4.50	4.89	4.89	4.85	4.89	4.89
4.74	4.56	4.09	4.63	4.67	4.63	4.67	4.89	4.89	4.89
4.89	4.09	4.02	4.74	4.82	4.89	4.60	4.89	4.74	4.89
4.67	4.05	4.89	4.85	4.74	4.63	4.82	4.85	4.89	4.67
4.63	4.89	4.82	4.74	4.63	4.74	4.74	4.63	4.74	4.65
4.60	4.09	4.74	4.05	4.63	4.85	4.67	4.60	4.71	4.85
4.67	4.85	4.82	4.74	4.89	4.60	4.74	4.93	4.74	4.67
4.60	4.82	4.05	4.60	4.85	4.89	4.63	4.09	4.63	4.74
4.89	4.74	4.63	4.74	4.09	4.71	4.60	4.09	4.85	4.60
4.93	4.93	4.93	4.74	4.91	4.74	4.74	4.67	4.89	4.89
4.74	4.89	4.74	4.89	4.74	4.93	4.67	4.93	4.67	4.71
4.93	4.67	4.91	4.82	4.67	4.74	4.93	4.52	4.67	4.67
4.67	4.89	4.93	4.93	4.93	4.03	4.93	4.93	4.93	4.93
4.67	4.93	4.96	4.96	4.96	4.67	4.96	4.74	4.74	4.74
4.63	4.74	4.91	4.67	4.89	4.93	4.93	4.74	4.96	4.96
4.91	4.74	4.82	4.96	4.96	4.93	4.74	4.74	4.74	4.71

Tabla 3.3: Datos en unidades de presión kg/cm².

Se tomaron 800 datos del flujo de entrada al tanque desmineralizador 1-CPR DM 001B del Sistema de Desmineralización de Condensado (Condensate Demineralizer System) por medio del Sistema de Registro y Análisis de Transitorios (SIRAT).

Esta variable es identificada en el SIRAT como la T230 y los datos son mostrados en la tabla 3.4 en unidades de litros/minuto, tomándose un dato cada 0.5 de segundo

EJEMPLO 4

Se tomaron 800 datos de la caída de presión entre el flujo de entrada y el de salida del tanque desmineralizador 1-CPR DM 001A del Sistema de Desmineralización de Condensado (Condensate Demineralizer System) por medio del Sistema de Registro y Análisis de Transitorios (SIRAT).

Esta variable es identificada en el SIRAT como la T236 y los datos son mostrados en la tabla 3.5 en unidades de kg/cm², tomándose un dato cada 0.5 de segundo.

Como se ve en las tablas 3.1 a la 3.4, los datos se obtienen originalmente en una forma desordenada y no podemos inferir a simple vista el comportamiento del sensor, exceptuando los datos de la tabla 3.5 en donde se repite el mismo valor, por lo que lo recomendable es ordenar estos datos como se muestra en las tablas 3.6 a la 3.8.

1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.70	1.70	1.70
1.70	1.70	1.70	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.70
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.70	1.70	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.70
1.70	1.70	1.70	1.70	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.70
1.70	1.70	1.70	1.70	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.70	1.70	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.70	1.70	1.70
1.71	1.70	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.70	1.70	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71
1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.71	1.71	1.71
1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.70	1.70	1.70

Tabla 3.4: Mediciones del flujo de entrada al tanque desmineralizador 1-CPR DM 001B en litros/minuto(Continuación).

DATOS EN ORDEN ASCENDENTE

4361	4402	4410	4419	4425	4435	4437	4441	4442	4444
4445	4446	4447	4449	4450	4450	4452	4455	4455	4456
4456	4460	4460	4461	4463	4463	4471	4471	4473	4473
4473	4474	4474	4475	4475	4476	4476	4479	4480	4481
4482	4483	4483	4484	4484	4485	4485	4486	4487	4494
4494	4494	4497	4498	4501	4502	4502	4503	4505	4506
4509	4510	4510	4511	4511	4511	4511	4513	4514	4515
4515	4516	4516	4516	4516	4517	4517	4517	4517	4519
4519	4520	4520	4520	4521	4522	4522	4523	4523	4523
4524	4524	4525	4527	4528	4528	4528	4532	4532	4533
4533	4534	4535	4537	4537	4537	4538	4541	4541	4542
4544	4544	4545	4547	4547	4547	4548	4548	4549	4550
4551	4552	4553	4553	4554	4554	4554	4555	4556	4557
4557	4557	4559	4560	4560	4560	4561	4561	4562	4562
4563	4563	4563	4563	4564	4564	4565	4565	4566	4566
4566	4567	4567	4568	4568	4568	4568	4569	4570	4570
4570	4570	4570	4570	4570	4572	4573	4574	4574	4576
4577	4579	4579	4580	4581	4581	4583	4583	4585	4585
4586	4586	4587	4587	4588	4588	4591	4592	4593	4593
4594	4595	4596	4596	4596	4597	4597	4597	4599	4599
4600	4602	4602	4603	4604	4605	4606	4607	4607	4613
4614	4614	4615	4615	4615	4618	4618	4621	4623	4624
4625	4625	4627	4627	4630	4631	4632	4633	4634	4634
4639	4640	4643	4649	4650	4655	4659	4664	4668	4673
4677	4679	4679	4684	4685	4689	4692	4698	4698	4701

NUMERO MAYOR= 4701

NUMERO MENOR= 4361

AMPLITUD = 340

Tabla 3.6: Datos ordenados en orden ascendente de los conteos, pertenecientes al ejemplo 1.

De las tablas 3.6 a la 3.8 podemos deducir cual es el valor mayor y menor de cada una de las muestras de datos, así como la amplitud de la muestra que está dada por

$$\text{amplitud} = \text{valor mayor} - \text{valor menor} \quad (3.3)$$

El orden de los datos en orden ascendente o descendente ya nos da una visión de como se está comportando nuestras mediciones, pero podemos obtener más información si tratamos de construir un histograma a partir de la condensación de los datos.

Para construir nuestro histograma debemos construir primero nuestro cuadro de frecuencias, pero para hacer nuestro cuadro de frecuencias debemos analizar o decidir cuantos intervalos de clases son los que deseamos trabajar. Este número de intervalos de clase depende de los datos que tengamos, pero se recomienda entre 3 y 20-30.

A continuación se obtuvieron los cuadros de frecuencias y sus respectivos histogramas de los datos de los ejemplos 1 al 4.

EJEMPLO 1

En las siguientes tablas 3.9 a 3.13 se procesaron los 250 datos, obteniéndose el cuadro de frecuencias para 5, 10, 15, 20 y 25 intervalos de clase.

En el cuadro de frecuencias se da en la primera columna de la izquierda los intervalos de clase (ver tablas 3.9 a 3.13), en donde se ven separados por un guión el límite inferior de clase y el límite superior de clase, en la siguiente columna hacia la derecha se da la marca de clase o punto medio de la clase, a continuación siguiendo de izquierda a derecha se dan las frecuencias que corresponde al número de datos que cae dentro de cada intervalo de clase y por último se dan las frecuencias relativas de cada clase, que no es otra cosa que el número de frecuencia de cada clase dividido entre el número total de datos que en este caso es de 250.

Cuando ya tenemos nuestro cuadro de frecuencias, pasamos a graficar nuestro histograma, como se muestra en las figuras 3.3 a 3.7, para 5, 10, 15, 20 y 25 intervalos de clase respectivamente.

De las figuras 3.3 a 3.7 se debe hacer notar que el eje vertical izquierdo, representa el número de frecuencias y el derecho representa el número de frecuencias relativas, también se han dibujado los polígonos de frecuencia, que se forma uniendo los puntos medios de los techos de los rectángulos del histograma, como se muestra en estas figuras.

Con la construcción de nuestros histogramas ya nos podemos dar una idea aproximada del tipo de curva teórica a la cual se ajustan nuestros datos.

En nuestro caso particular se ve que los polígonos de frecuencia de los datos se pueden ajustar a las distribuciones de probabilidad binomial, Poisson y normal.

EJEMPLO 2

En las siguientes tablas 3.14 a 3.17 se procesaron los 200 datos, obteniéndose el cuadro de frecuencias para 3, 5, 7 y 10 intervalos de clase.

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4358.5-4427.5	4393.0	5.0	0.0200000
4427.5-4496.5	4462.0	47.0	0.1880000
4496.5-4565.5	4531.0	96.0	0.3840000
4565.5-4634.5	4600.0	82.0	0.3280000
4634.5-4703.5	4669.0	20.0	0.0800000
TOTALES =		SUMA= 250.0	SUMA=1.0000000

Tabla 3.9: Cuadro de frecuencias tomando 5 intervalos de clase.

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4356.5-4391.5	4374.0	1.0	0.0040000
4391.5-4426.5	4409.0	4.0	0.0160000
4426.5-4461.5	4444.0	19.0	0.0760000
4461.5-4496.5	4479.0	28.0	0.1120000
4496.5-4531.5	4514.0	45.0	0.1800000
4531.5-4566.5	4549.0	54.0	0.2160000
4566.5-4601.5	4584.0	50.0	0.2000000
4601.5-4636.5	4619.0	29.0	0.1160000
4636.5-4671.5	4654.0	9.0	0.0360000
4671.5-4706.5	4689.0	11.0	0.0440000
TOTALES =		SUMA= 250.0	SUMA=1.0000000

Tabla 3.10: Cuadro de frecuencias tomando 10 intervalos de clase.

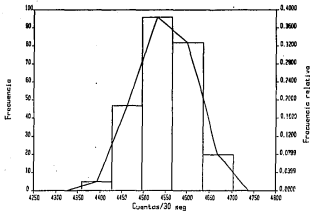


Figura 3.3: Histograma de los 350 datos tomando 5 intervalos de clase.

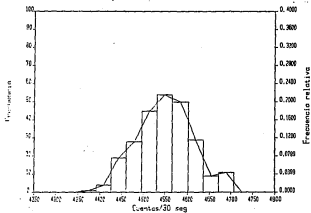


Figura 3.4: Histograma de los 250 datos tomando 10 intervalos de clase.

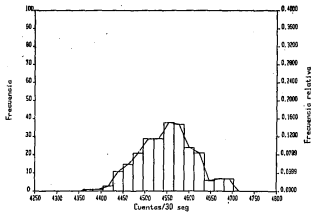


Figura 3.5: Histograma de los 250 datos tomando 15 intervalos de clase.

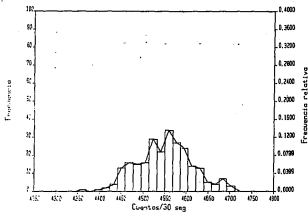


Figura 3.0: Histograma de los 150 datos tomando 20 intervalos de clase.

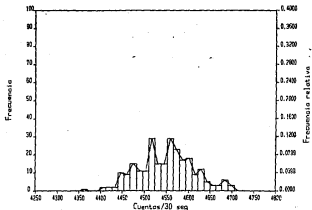


Figura 3.7: Histograma de los 150 datos tomando 25 intervalos de clase.

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4355.5-4381.5	4370.0	1.0	0.0040000
4381.5-4404.5	4393.0	1.0	0.0040000
4404.5-4427.5	4416.0	3.0	0.0120000
4427.5-4450.5	4439.0	11.0	0.0440000
4450.5-4473.5	4462.0	15.0	0.0600000
4473.5-4496.5	4485.0	21.0	0.0840000
4496.5-4519.5	4508.0	29.0	0.1160000
4519.5-4542.5	4531.0	29.0	0.1160000
4542.5-4565.5	4554.0	38.0	0.1520000
4565.5-4588.5	4577.0	37.0	0.1480000
4588.5-4611.5	4600.0	24.0	0.0960000
4611.5-4634.5	4623.0	21.0	0.0840000
4634.5-4657.5	4646.0	6.0	0.0240000
4657.5-4680.5	4669.0	7.0	0.0280000
4680.5-4703.5	4692.0	7.0	0.0280000
TOTALS =		SUMA= 250.0	SUMA=1.0000000

Tabla 3.11: Cuadro de frecuencias tomando 15 intervalos de clase.

Los histogramas de nuestros cuadros de frecuencia se muestran en las figuras de la 3.8 a la 3.11, para 3, 5, 7, y 10 intervalos de clase respectivamente.

EJEMPLO 3

Para este caso solamente es posible formar uno o dos intervalos de clase debido a que el valor de la señal leída toma solamente dos valores que son de 1.70 y 1.71 lt/min, por lo que se puede ajustar una infinidad de curvas que pasen por estos dos puntos.

El cuadro de frecuencias para estos dos valores que toma la medición de flujo viene dado por la tabla 3.18.

EJEMPLO 4

Para los datos de este ejemplo solamente tenemos un valor que es de 1.98 kg/cm^2 , por lo que tampoco se puede determinar una curva de ajuste.

3.4 Ajuste de los datos de frecuencia a una curva teórica de probabilidad

Una de las cosas que hemos hecho hasta ahora es la de condensar nuestros datos en un cuadro de frecuencias y dibujar los correspondientes histogramas, lo cual significa un cierto tiempo de monitoreo y de procesamiento de datos. Pues

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4351.5-4369.5	4360.5	1.0	0.0040000
4369.5-4387.5	4378.5	0.0	0.0000000
4387.5-4405.5	4396.5	1.0	0.0040000
4405.5-4423.5	4414.5	2.0	0.0080000
4423.5-4441.5	4432.5	4.0	0.0160000
4441.5-4459.5	4450.5	13.0	0.0520000
4459.5-4477.5	4468.5	16.0	0.0640000
4477.5-4495.5	4486.5	15.0	0.0600000
4495.5-4513.5	4504.5	16.0	0.0640000
4513.5-4531.5	4522.5	29.0	0.1160000
4531.5-4549.5	4540.5	22.0	0.0880000
4549.5-4567.5	4558.5	34.0	0.1360000
4567.5-4585.5	4576.5	27.0	0.1080000
4585.5-4603.5	4594.5	24.0	0.0960000
4603.5-4621.5	4612.5	14.0	0.0560000
4621.5-4639.5	4630.5	13.0	0.0520000
4639.5-4657.5	4648.5	5.0	0.0200000
4657.5-4675.5	4666.5	4.0	0.0160000
4675.5-4693.5	4684.5	7.0	0.0280000
4693.5-4711.5	4702.5	3.0	0.0120000
TOTALES *		SUMA= 250.0	SUMA=1.0000000

Tabla 3.12: Cuadro de frecuencias tomando 20 intervalos de clase.

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4356.5-4370.5	4363.5	1.0	0.0040000
4370.5-4384.5	4377.5	0.0	0.0000000
4384.5-4398.5	4391.5	0.0	0.0000000
4398.5-4412.5	4405.5	2.0	0.0080000
4412.5-4426.5	4419.5	2.0	0.0080000
4426.5-4440.5	4433.5	2.0	0.0080000
4440.5-4454.5	4447.5	10.0	0.0400000
4454.5-4468.5	4461.5	9.0	0.0360000
4468.5-4482.5	4475.5	15.0	0.0600000
4482.5-4496.5	4489.5	11.0	0.0440000
4496.5-4510.5	4503.5	11.0	0.0440000
4510.5-4524.5	4517.5	29.0	0.1160000
4524.5-4538.5	4531.5	15.0	0.0600000
4538.5-4552.5	4545.5	15.0	0.0600000
4552.5-4566.5	4559.5	29.0	0.1160000
4566.5-4580.5	4573.5	23.0	0.0920000
4580.5-4594.5	4587.5	17.0	0.0680000
4594.5-4608.5	4601.5	18.0	0.0720000
4608.5-4622.5	4615.5	9.0	0.0360000
4622.5-4636.5	4629.5	12.0	0.0480000
4636.5-4650.5	4643.5	5.0	0.0200000
4650.5-4664.5	4657.5	3.0	0.0120000
4664.5-4678.5	4671.5	3.0	0.0120000
4678.5-4692.5	4685.5	6.0	0.0240000
4692.5-4706.5	4699.5	3.0	0.0120000
TOTALS =		SUMA= 250.0	SUMA=1.0000001

Tabla 3 13: Cuadro de frecuencias tomando 25 intervalos de clase.

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4.500- 4.600	4.550	24.0	0.0960000
4.600- 4.700	4.650	79.1	0.3165000
4.800- 4.900	4.850	97.0	0.4850000
TOTALS =		SUMA= 200.000	SUMA=1.0000000

Tabla 3 14: Cuadro de frecuencias tomando 3 intervalos de clase.

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4.495- 4.595	4.545	3.0	0.0150000
4.595- 4.695	4.645	43.0	0.2150000
4.695- 4.795	4.745	44.0	0.2200000
4.795- 4.895	4.845	70.0	0.3500000
4.895- 4.995	4.945	40.0	0.2000000
TOTALES =		SUMA= 200.0000	SUMA=1.0000000

Tabla 3.15: Cuadro de frecuencias tomando 5 intervalos de clase.

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4.475- 4.505	4.530	3.0	0.0150000
4.505- 4.535	4.600	11.0	0.1050000
4.635- 4.715	4.670	23.0	0.1100000
4.705- 4.775	4.740	44.0	0.2200000
4.775- 4.845	4.810	13.0	0.0650000
4.845- 4.915	4.890	57.0	0.2850000
4.915- 4.985	4.950	40.0	0.2000000
TOTALES =		SUMA= 200.0000	SUMA=1.0000001

Tabla 3.16: Cuadro de frecuencias tomando 7 intervalos de clase.

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
4.495 - 4.545	4.520	1.0	0.0050000
4.545 - 4.595	4.570	2.0	0.0100000
4.595 - 4.645	4.620	21.0	0.1050000
4.645 - 4.695	4.670	22.0	0.1100000
4.695 - 4.745	4.720	44.0	0.2200000
4.745 - 4.795	4.770	0.0	0.0000000
4.795 - 4.845	4.820	13.0	0.0650000
4.845 - 4.895	4.870	57.0	0.2850000
4.895 - 4.945	4.920	34.0	0.1700000
4.945 - 4.995	4.970	6.0	0.0300000
TOTALES		SUMA= 200.0000	SUMA=1.0000001

Tabla 3.17: Cuadro de frecuencias tomando 10 intervalos de clase.

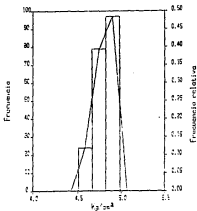


Figura 3.6: Histograma de los 200 datos tomando 3 intervalos de clase.

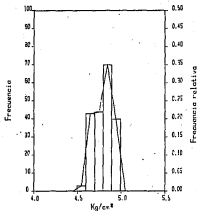


Figura 3.9: Histograma de los 100 datos tomando 5 intervalos de clase.

MEDICION	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
1.70	415.0	0.5107500
1.71	385.0	0.4912500
SUMA= 800.0000		SUMA=1.0000000

Tabla 3.18: Cuadro de frecuencias de las mediciones.

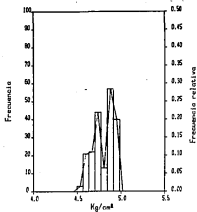


Figura 3.10: Histograma de los 300 datos tomando 7 intervalos de clase.

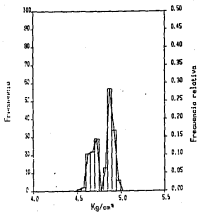


Figura 3.11: Histograma de los 200 datos tomando 10 intervalos de clase.

bien, una de las ventajas de obtener una ecuación analítica de probabilidades que se aproxime a nuestros datos obtenidos es principalmente el de evitar este tiempo de monitoreo y procesamiento de datos y poder predecir por medio de una expresión teórica cuales serían las probabilidades de nuestras mediciones de salida de nuestro sensor las cuales es posible usarlas en la ayuda de la detección en la falla de un sensor como se verá en nuestro próximo capítulo 4.

Otras de las ventajas que tiene el ajuste de curva es el que la mayoría de las curvas a las que se va a ajustar ya son bien conocidas matemáticamente, y si no lo fueren, cabe la posibilidad de hacerse este análisis matemático y poder sacar algunas de sus principales características.

3.5 Medidas de centralización, dispersión y otras características de los datos de la muestra.

Los valores de las mediciones x_i que son tomadas por un sensor que está midiendo la variable de un proceso, se pueden expresar como

$$x_i = v - e_i \text{ donde } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.4)$$

donde:

x_i = valor de la medición del sensor.

v = valor real de la variable estable que está siendo medida.

e_i = error de la medición de la variable v .

O sea que nuestras mediciones se van a estar moviendo alrededor de v que es el valor real de la variable que se está midiendo, pero nosotros lo que tomamos es una muestra de n mediciones y no sabemos cual es el valor de v . Entonces para obtener un valor aproximado de v , existen en la estadística medidas de centralización, como son: la media aritmética, la mediana, la moda y otras que son dadas en el apéndice A.2.

Otra de las características de las mediciones, que se debe considerar es la dispersión del error e_i o grado en que las mediciones x_i tienden a extenderse alrededor del valor v . entonces, tendremos sensores que den mediciones más dispersas que otros, teniendo que medir dicha dispersión con el fin de determinar cuando estas mediciones están dentro de un intervalo aceptable o ya están fuera de él y se considera la falla del sensor, lo cual se verá en el capítulo 4. Pues bien, para medir esta dispersión del error de las mediciones existen medidas de dispersión, como son: la amplitud, la desviación media, la varianza, la desviación típica y otras que se dan en el apéndice A.3.

Además como un análisis preliminar del ajuste de los datos observados a una curva determinada, es bueno saber el grado de simetría y agudeza que presenta la curva de frecuencias de los datos observados, pero antes debemos definir lo que

son los momentos de los datos de la muestra con respecto a su media aritmética cuya expresión está dada por

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r}{n} \quad (3.5)$$

donde:

$i = 1, 2, \dots, n$

$r = 1, 2, \dots$

m_r = es el r momento con respecto a su media aritmética \bar{x} .

\bar{x} = media aritmética de los datos de la muestra.

n = número total de los datos de la muestra.

x_i = es el dato i -ésimo de la muestra.

Analizando la ec.3.5 para cuando $r = 1$, que es el primer momento m_1 , tenemos

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})}{n} \quad (3.6)$$

Desarrollando

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x}}{n} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x}}{n} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \bar{x} \end{aligned}$$

pero:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

entonces:

$$m_1 = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

$m_1 = 0$

entonces siempre vamos a obtener que $m_1 = 0$ para cualquier muestra de datos n .

Ahora analizando el segundo momento con respecto a la media aritmética, o sea $r = 2$, tenemos

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (3.7)$$

que no es otra cosa que la variancia de la muestra, $s^2 = m_2$. Ahora analizando el tercer momento, o sea $r = 3$, tenemos

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n} \quad (3.8)$$

Este tercer momento alrededor de la media aritmética, puede usarse para determinar si una distribución es simétrica o asimétrica. Puesto que todas las

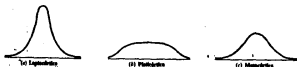


Figura 3.12: 3 figuras que dan una idea de la agudeza de una distribución de probabilidad

desviaciones en m_3 son elevadas al cubo, las desviaciones negativas y positivas tenderán a anularse entre sí, dando $m_3 = 0$ si la distribución es simétrica alrededor de \bar{x} . Si la distribución es asimétrica a la derecha, entonces $m_3 > 0$. Por el contrario, dada una distribución asimétrica a la izquierda, tendríamos $m_3 < 0$. de esta forma se define el coeficiente de sesgo que está dado por

$$\text{coeficiente de sesgo} = c.s. = \frac{m_3}{d^3} \quad (3.9)$$

donde:

$c.s.$ = coeficiente de sesgo de la muestra.

m_3 = tercer momento con respecto a la media aritmética de la muestra.

d = desviación típica de la muestra.

Entonces cuando $c.s. = \pm 1$, la distribución es altamente asimétrica; cuando $0.5 < c.s. < 1$ la distribución es moderadamente asimétrica; cuando $0 < c.s. < 0.5$, la distribución es casi simétrica.

Ahora analizando el cuarto momento con respecto de la media aritmética, o sea $r = 4$, tenemos

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n} \quad (3.10)$$

El cuarto momento alrededor de la media aritmética es siempre no negativo y puede usarse para reflejar el grado de agudeza, por lo que se define el coeficiente de curtosis como

$$\text{coeficiente de curtosis} = c.c. = \frac{m_4}{d^4} \quad (3.11)$$

donde:

$c.c.$ = coeficiente de curtosis de la muestra.

m_4 = cuarto momento con respecto de la media aritmética de la muestra.

d = desviación típica de la muestra.

Para una distribución normal $c.c. = 3$ y se dice que la distribución es mesocúrtica (ver la fig. 3.12). Cuando $c.c. < 3$ se dice que la distribución es platicúrtica, y cuando $c.c. > 3$, la distribución es leptocúrtica.

MEDIA ARITMETICA =	4549.628
MEDIANA =	4554.000
MODA	1 4570
MOMENTO UNO=	0.000
MOMENTO DOS=	4015.267
MOMENTO TRES=	10001.078
MOMENTO CUATRO=	45202284.000
VARIANZA=	4015.267
DESVIACION TIPICA=	63.366
COEFICIENTE DE SESGO=	0.039
COEFICIENTE DE CURTOSIS=	2.804

Tabla 3.19 Medidas de centralización, dispersión, asimetría y agudeza de la muestra para el ejemplo 1

A continuación se dan los cálculos de la media aritmética, mediana, moda, los primeros cuatro momentos con respecto a la media aritmética, la varianza, la desviación típica, el coeficiente de sesgo y el de curtosis de los datos no agrupados para los 4 ejemplos. Las fórmulas vienen dadas en las secciones A.1 a A.4 del apéndice A.

EJEMPLO 1

Se observaron los datos de la tabla 3.19, en donde se ve el valor de la media aritmética, mediana, la existencia de una sola moda, los cálculos de los primeros cuatro momentos con respecto de la media aritmética, los valores de la varianza y de la desviación típica, el valor del coeficiente de sesgo de 0.039 lo cual significa que nuestra distribución es casi simétrica y por último se calculó el coeficiente de curtosis, que nos da un valor de 2.804 que nos dice que está muy próximo al valor de 3 de una distribución de probabilidad normal.

EJEMPLO 2

Los resultados para esta muestra se dan en la tabla 3.20, en donde los valores de los coeficientes de sesgo y curtosis nos indican que no es tan correcto decir que los datos se ajustan tan bien a una curva normal como los datos del ejemplo 1.

EJEMPLO 3

Los resultados de esta muestra se dan en la tabla 3.21, pero se debe aclarar

```

MEDIA ARITMETICA =      4.799

MEDIANA =      4.820

MODA  1= 4.890

MOMENTO UNO=-.97751615E-06
MOMENTO DOS=0.12999605E-01
MOMENTO TRES=-.53916371E-03
MOMENTO CUATRO=0.30796646E-03

VARIANZA= 0.12999605E-01

DESVIACION TIPICA= 0.11401601E+00

COEFICIENTE DE SESGO= -.36376876E+00
COEFICIENTE DE CURTOSID= 0.18223974E+01

```

Tabla 3.26 Medidas de centralización, dispersión, asimetría y agudeza de la muestra para el ejemplo 2.

que estos resultados no son de mucha utilidad como en los ejemplos anteriores debido a que las mediciones toman solamente dos valores.

EJEMPLO 4

Como el ejemplo 3, el análisis de estos datos no es de utilidad debido que las mediciones solamente toman un solo valor.

3.6 Probabilidad

Podemos decir que nuestras mediciones son aleatorias, o sea que no existe una regla, expresión analítica o empírica, que se pueda establecer para predecir cual va a ser el valor de una medición x_i , solamente sabemos que se va a mover alrededor del valor de μ , que es el valor real de la variable que se está midiendo, pero realmente no sabemos cual es su valor exacto a priori.

Dado que nuestras mediciones son independientes, puesto que, la probabilidad de obtener una medición x_i , no va depender de las otras mediciones ya obtenidas con anterioridad, por lo que tomando el teorema 11 del apéndice A.5, para dos hechos A y B independientes, la probabilidad de ocurrencia de A y B estará dada por:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

MEDIA ARITMETICA = 1.705
 MEDIANA = 1.700
 MODA 1 = 1.700
 MOMENTO UNO=0.97006557E-06
 MOMENTO DOS=0.24964864E-04
 MOMENTO TRES=0.94340775E-08
 MOMENTO CUATRO=0.62678929E-09
 VARIANZA= 0.24964864E-04
 DESVIACION TIPICA= 0.49964851E-02
 COEFICIENTE DE SESGO= 0.75632006E-01
 COEFICIENTE DE CURTOSIS= 0.10056878E+01

Tabla 2.21 Medidas de centralización, dispersión, asimetría y agudeza de la muestra para el ejemplo 2.

Generalizando para nuestro caso, para n mediciones

$$P(x_1 \cap x_2 \cap x_3 \dots x_n) = P(x_1)P(x_2)P(x_3) \dots P(x_n) \quad (3.12)$$

Por otra parte, resulta también importante definir cuales son los requisitos que se requieren para que una función sea de probabilidad. Tenemos que se dice que la función P es una función de probabilidad si satisface los tres siguientes axiomas 11:

Axioma 1 La probabilidad de un hecho existe y es restringida a la amplitud de cero a uno, inclusive. Es decir, si designamos la probabilidad de un hecho E como $P(E)$, entonces $0 \leq P(E) \leq 1$.

Axioma 2 La probabilidad de todo el espacio de muestras es 1; es decir $P(S) = 1$.

Axioma 3 Si A y B son hechos disyuntivos, es decir, $A \cap B = \emptyset$, definidos en S , entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

3.7 Elección de la curva de ajuste

De acuerdo a la forma de nuestro polígono de frecuencias, debemos decidir a que tipo de curva se desea ajustar los datos y de acuerdo a esta decisión va a

dependen de la metodología del ajuste.

Existen dos clases de distribuciones de probabilidad a las cuales podemos ajustar nuestros datos, que son las distribuciones de probabilidad discreta y las distribuciones de probabilidad continua, las cuales explicamos en las siguientes dos subsecciones.

3.7.1 Distribuciones de probabilidad discreta

Si una variable x puede tomar una serie de valores discretos x_1, x_2, \dots, x_k con probabilidades respectivas p_1, p_2, \dots, p_k donde

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1$$

se dice que ha sido definida para x una distribución de probabilidad discreta [10].

Aquí, solamente vamos a dar las características de dos de las distribuciones de probabilidad discreta más comunes, que son la binomial y la de Poisson.

Distribución binomial

Si p es la probabilidad de un suceso en un solo ensayo (llamada probabilidad de éxito) y $q = 1 - p$ es la probabilidad de que el suceso no ocurra en un solo ensayo (llamada probabilidad de fallo), entonces la probabilidad de que el suceso se presente exactamente x veces en k ensayos (es decir x en $k - x$ fallos) viene dada por [10,13].

$$f(x; k, p) = \begin{cases} \binom{k}{x} p^x q^{k-x} & \text{para } x = 0, 1, \dots, k \\ 0 & \text{para otra } x \end{cases} \quad (3.13)$$

La ecuación 3.13 nos da el modelo binomial y se puede observar su gráfica en la figura 3.13, para los valores de $p = 0.5$ y 0.2 [1].

Y algunas de las propiedades de la distribución binomial son dadas en la tabla 3.22

Como se observa en la ecuación 3.13 vamos a obtener diferentes curvas de ajuste para una misma muestra de datos dependiendo de los valores que le demos a k, p o q .

A continuación se da el ajuste de los datos de los ejemplos 1 y 2 a este tipo de curva:

EJEMPLO 1

Se tomaron 15 intervalos de clase dando un valor de $k = 14$, donde $x = 0, 1, 2, \dots, 14$, los resultados del ajuste a la distribución de probabilidad binomial se muestra en la tabla 3.23.

En donde en la primer columna de la izquierda se ven los intervalos de clase que son 15 (ver tabla 3.23), en la segunda columna de izquierda a derecha se

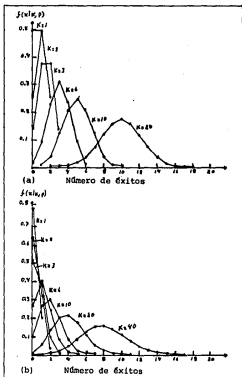


Figura 3.13: Distribuciones binomiales: (a) con $p = 0.5$ y $k = 1, 2, 3, 6, 10$ y 20 ; (b) con $p = 0.2$ y $k = 1, 2, 3, 6, 10, 20$ y 40 .

Media	$\mu = kp$
Varianza	$\sigma^2 = k p q$
Desviación típica	$\sigma = \sqrt{k p q}$
Coefficiente de sesgo	$C. S. = \frac{q-p}{\sqrt{k p q}}$
Coefficiente de curtosis	$C. C. = \frac{1-3pq}{k p q}$

Tabla 3.22: Algunas propiedades de la distribución binomial.

don los puntos medio de clase, en la tercera columna están las frecuencias que corresponden a cada intervalo de clase, en la cuarta columna se encuentran las probabilidades calculadas por la ecuación 3.14

$$P(x) = \frac{14!}{x!(14-x)!} (p)^x (1-p)^{14-x} \quad (3.14)$$

donde el valor de p fue calculado por la ecuación $p = \mu/k$, con

$$\mu = \frac{\sum_{i=0}^k f_i x_i}{n}, \text{ para } x = 0, 1, \dots, k \quad (3.15)$$

siendo:

μ - media aritmética de la distribución binomial.

f_i - frecuencia del intervalo i .

x_i - abscisa del intervalo de clase i .

n - número de datos de la muestra.

Y la quinta columna hacia la derecha contiene las frecuencias calculadas, que no es otra cosa, que el producto de la probabilidad por el número total de los datos, que en este caso es de 250.

Por último se calcularon algunos parámetros importantes de la ec. 3.14; como son: su media, varianza, desviación típica, coeficiente de sesgo y de curtosis.

EJEMPLO 2

Se tomaron 5 intervalos de clase dando un valor de $k = 4$, donde $x = 0, 1, 2, 3$ y 4 , los resultados del ajuste a la distribución de probabilidad binomial se muestra en la tabla 3.24.

La ecuación de la distribución binomial a la que se ajustaron los datos viene dada por:

$$P(x) = \frac{4!}{x!(4-x)!} (0.62025)^x (0.37375)^{4-x} \quad (3.16)$$

AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION BINOMIAL

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4358.5-4381.5	4370.0	1.0	0.0000111	0.003
4381.5-4404.5	4393.0	1.0	0.0001950	0.049
4404.5-4427.5	4416.0	3.0	0.0015967	0.399
4427.5-4450.5	4439.0	11.0	0.0000443	2.011
4450.5-4473.5	4462.0	15.0	0.0278628	6.966
4473.5-4496.5	4485.0	21.0	0.0701077	17.547
4496.5-4519.5	4508.0	29.0	0.1326044	33.151
4519.5-4542.5	4531.0	39.0	0.1908779	47.719
4542.5-4565.5	4554.0	30.0	0.2103631	52.591
4565.5-4588.5	4577.0	37.0	0.1766379	44.159
4588.5-4611.5	4600.0	24.0	0.1112397	27.810
4611.5-4634.5	4623.0	21.0	0.0509407	12.737
4634.5-4657.5	4646.0	6.0	0.0160427	4.011
4657.5-4680.5	4669.0	7.0	0.0031006	0.777
4680.5-4703.5	4692.0	7.0	0.0002797	0.070
TOTALES=		SUMA= 250.0	SUMA= 1.0000004	SUMA= 250.000

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL

$p = 0.5574265$
 $q = 0.4425715$
 $k = 14$

MEDIA= 7.804
 VARIANZA= 1.454
 DESVIACION TYPICA= 1.2058
 COEFICIENTE DE SESGO= -0.062
 COEFICIENTE DE CURTOSIS= 2.061

Tabla 3.23: Ajuste de los datos a la distribución de probabilidad binomial.

AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION BINOMIAL

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4.495- 4.595	4.545	3.0	0.0195130	3.903
4.595- 4.695	4.645	43.0	0.1307030	26.157
4.695- 4.795	4.745	44.0	0.3287071	65.741
4.795- 4.895	4.845	70.0	0.3671045	73.437
4.895- 4.995	4.945	40.0	0.1530123	30.762
TOTALES:		SUMA= 200.0	SUMA= 1.0000000	SUMA= 200.000

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL

p= 0.6262500

q= 0.3737500

k= 4

MEDIA= 2.505

VARIANZA= 0.936

DESVIACION TIPICA= 0.968

COEFICIENTE DE SESGO= -0.261

COEFICIENTE DE KURTOSIS= 2.560

Tabla 3.24: Ajuste de los datos a la distribución de probabilidad binomial.

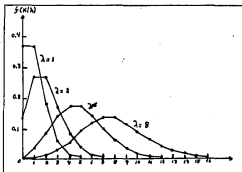


Figura 3.14: Distribución de Poisson para $\lambda = 1, 2, 5$ y 8 .

Distribución de Poisson

La distribución de Poisson viene dada por la expresión (3.15):

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} & \text{para } x = 0, 1, \dots \\ 0 & \text{para otra } x \end{cases} \quad (3.17)$$

donde

λ es una constante dada.

La ecuación 3.17 se encuentra graficada en la figura 3.14 para valores de $\lambda = 1, 2, 5$ y 8 .

Algunas de las propiedades de la distribución de Poisson son dadas en la tabla 3.25.

A continuación se da el ajuste de los datos de los ejemplos 1 y 2 a este tipo de curva:

EJEMPLO 1

Se toman de nuevo 15 intervalos de clase, correspondiendo a los valores de $x = 0, 1, \dots, 14$ y haciendo $\lambda =$ media aritmética calculada por la ecuación 3.15; los resultados del ajuste a esta distribución se muestran en la tabla 3.26.

Las tres columnas a la izquierda de la tabla 3.26 son las mismas que las de la tabla 3.25 y en la cuarta columna se encuentran las probabilidades calculadas

Media	$\mu = \lambda$
Varianza	$\sigma^2 = \lambda$
Desviación típica	$\sigma = \sqrt{\lambda}$
Coefficiente de sesgo	c. s. = $1/\sqrt{\lambda}$
Coefficiente de curtosis	c. c. = $3 + 1/\lambda$

Tabla 3.25: Algunas de las propiedades de la distribución de Poisson.

por la ecuación de Poisson de ajuste que es

$$P(x) = \frac{7.804^x e^{-7.804}}{x!} \quad (3.18)$$

cuya suma de probabilidades no es igual a uno debido a que solo se calcularon los primeros 15 términos de los valores de $x = 0, 1, 2, \dots$ en la quinta columna se encuentran las frecuencias calculadas, que se obtienen de la multiplicación de la probabilidad por el valor de 250 datos.

En la parte de abajo de la tabla 3.26 se dan algunos parámetros de la ecuación 3.18.

EJEMPLO 2

Se tomaron 3 intervalos de clase dando un valor de $k = 4$, donde $x = 0, 1, 2, 3$ y 4, los resultados del ajuste a la distribución de probabilidad de Poisson se muestra en la tabla 3.27.

La ecuación de la distribución de Poisson a la que se ajustaron los datos viene dada por:

$$P(x) = \frac{2.305^x e^{-2.305}}{x!} \quad (3.19)$$

3.7.2 Distribuciones de probabilidad continua

Una distribución de probabilidad continua no es otra cosa que una función continua, la cual para que sea continua en el punto a debe de cumplir las tres siguientes condiciones

- (i) $f(a)$ existe
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION DE POISSON

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4350.5-4301.5	4370.0	1.0	0.0004081	0.102
4381.5-4404.5	4393.0	1.0	0.0031848	0.796
4404.5-4427.5	4416.0	3.0	0.0124271	3.107
4427.5-4450.5	4439.0	11.0	0.0323271	8.082
4450.5-4473.5	4462.0	15.0	0.0630701	15.768
4473.5-4496.5	4485.0	21.0	0.0984398	24.610
4496.5-4519.5	4508.0	29.0	0.1280374	32.009
4519.5-4542.5	4531.0	29.0	0.1427435	35.686
4542.5-4565.5	4554.0	30.0	0.1392462	34.812
4565.5-4588.5	4577.0	37.0	0.1207420	30.185
4588.5-4611.5	4600.0	24.0	0.0942270	23.557
4611.5-4634.5	4623.0	21.0	0.0660498	16.712
4634.5-4657.5	4646.0	6.0	0.0434746	10.869
4657.5-4680.5	4669.0	7.0	0.0260902	6.525
4680.5-4703.5	4692.0	7.0	0.0145479	3.637
TOTALES		SUMA= 250.0	SUMA= 0.9050238	SUMA= 246.456

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION DE POISSON

MEDIA= 7.804
 VARIANZA= 7.804
 DESVIACION TIPICA= 2.794
 COEFICIENTE DE SESGO= 0.358
 COEFICIENTE DE CURTOSIS= 3.128

Tabla 3.28: Ajuste de los datos a la distribución de Poisson para el ejemplo 1.

AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION DE POISSON

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4.495 - 4.595	4.545	3.0	0.0016756	16.335
4.595 - 4.695	4.645	43.0	0.2045974	40.919
4.695 - 4.795	4.745	44.0	0.2562582	51.252
4.795 - 4.895	4.845	70.0	0.2139756	42.795
4.895 - 4.995	4.945	40.0	0.1340022	26.800
TOTALES=		SUMA= 200.0	SUMA= 0.89050895	SUMA= 178.102

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION DE POISSON

MEDIA=	2.505
VARIANZA=	2.505
DESVIACION TIPICA=	1.583
COEFICIENTE DE SESGO=	0.632
COEFICIENTE DE CURTOSIS=	3.399

Tabla 3.27: Ajuste de los datos a la distribución de probabilidad de Poisson para el ejemplo 2.

Ahora bien, una función cuyo dominio incluye el intervalo cerrado $[a, b]$ se dice que es continua si y solo si es continua en el intervalo abierto (a, b) , así como continua por la derecha de a y continua por la izquierda de b [13].

Ahora podemos decir que una variable x puede tomar cualquier valor real comprendido en el intervalo cerrado $[a, b]$, cuya probabilidad es $f(x)$, donde

$$\int_a^b f(x) = 1$$

y se conoce $f(x)$ como una función de densidad de la probabilidad.

Una de las distribuciones de probabilidad continua más importantes es la normal, la cual describimos a continuación.

Distribución de probabilidad normal

Esta distribución viene dada por la ecuación

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, -\infty < x < \infty \quad (3.20)$$

donde:

μ = media aritmética.

σ = desviación típica.

Cuando la variable x viene expresada en unidades de desviación,

$$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma} \quad (3.21)$$

La ecuación 3.20 queda sustituida por la forma llamada tipificada o estandar.

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}, -\infty < z < \infty \quad (3.22)$$

En la figura 3.15 se dan algunas de las propiedades geométricas de la distribución normal.

En la tabla 3.28 se dan algunas de las propiedades de la ec. 3.20.

A continuación se da el ajuste de los datos de los ejemplos 1 y 2 a este tipo de curva:

EJEMPLO 1

Se tomaron 15 intervalos de clase, se hacen los cálculos en base a los puntos de los límites inferior y superior de cada intervalo de clase, en vez de tomarse los puntos del polígono de frecuencia. Los resultados del ajuste a una distribución normal estandar se dan en la tabla 3.29.

En la primera columna de la izquierda se dan los límites de los 15 intervalos de clase, en la segunda columna son los mismos de la primera pero estos valores ya estandarizados usando la ec. 3.21, en la tercera columna se dan las frecuencias

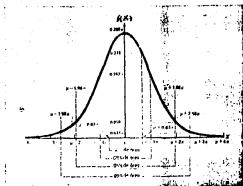


Figura 3.15: Gráfico de la función general normal.

Media	μ
Varianza	σ^2
Desviación típica	σ
Coefficiente de sesgo	$C. s. = 0$
Coefficiente de curtosis	$C. c. = 3$

Tabla 3.28: Algunas propiedades de la distribución normal.

**AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION
NORMAL ESTANDARIZADA**

INTERVALO DE CLASE	VALOR DE LA VARIABLE ESTANDARIZADA	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4350.5-4301.5	-3.016 a -2.653	1.0	0.0027061	0.677
4381.5-4404.5	-2.653 a -2.290	1.0	0.0070160	1.754
4404.5-4427.5	-2.290 a -1.927	3.0	0.0159670	3.992
4427.5-4450.5	-1.927 a -1.564	11.0	0.0318968	7.974
4450.5-4473.5	-1.564 a -1.201	15.0	0.0559320	13.983
4473.5-4496.5	-1.201 a -0.838	21.0	0.0860967	21.524
4496.5-4519.5	-0.838 a -0.475	27.0	0.1163349	29.084
4519.5-4542.5	-0.475 a -0.112	29.0	0.1379878	34.497
4542.5-4565.5	-0.112 a 0.250	30.0	0.1436742	35.919
4565.5-4588.5	0.250 a 0.613	37.0	0.1313184	32.830
4588.5-4611.5	0.613 a 0.976	24.0	0.1053609	26.340
4611.5-4634.5	0.976 a 1.339	21.0	0.0742061	18.552
4634.5-4657.5	1.339 a 1.702	6.0	0.0458778	11.469
4657.5-4680.5	1.702 a 2.065	7.0	0.0248980	6.224
4680.5-4703.5	2.065 a 2.428	7.0	0.0118609	2.965
TOTALES=		SUMA= 250.0	SUMA= 0.9911343	SUMA= 247.784

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

MEDIA= 4549.628
DESVIACION TIPICA= 63.366
COEFICIENTE DE SESGO= 0
COEFICIENTE DE CURTOSIS= 3

Tabla 3.29: Ajuste de los datos a la distribución normal estandarizada correspondientes al ejemplo 1.

observadas que caen dentro de cada intervalo de clase, en la cuarta columna se calcularon las probabilidades con la integral

$$P(x_1 < x < x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-x^2/2} dx \quad (3.23)$$

donde x_1 y x_2 son los límites inferior y superior del intervalo de clase, respectivamente. Para esto se usó la regla de integración de Simpson, que está dada por la ecuación A.47 en el apéndice A.9, tomándose 10 intervalos para integración en este caso.

El cálculo de las ordenadas se efectuó por medio de la ecuación 3.24, cuyos valores de la media aritmética y desviación típica son los mismos de la tabla 3.19.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - 200}{100} \right)^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (3.24)$$

También, se debe hacer notar que la suma total de las probabilidades es menor de uno, debido a que solamente se integró de $-3.016 < z < 2.428$ y no de $-\infty < z < \infty$ que correspondería a un valor de uno. En la quinta columna se dan las frecuencias calculadas, que es el producto de las probabilidades por el valor de 250 datos.

Por último se dan algunos de los parámetros importantes de la ecuación 3.24.

EJEMPLO 2

Se tomaron 5 intervalos de clase y los resultados del ajuste a la distribución de probabilidad normal estándar se muestran en la tabla 3.20, tomándose 10 intervalos para la realización de la integración por la regla de Simpson.

La ecuación de la distribución normal estándar a la que se ajustaron los datos viene dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - 200}{100} \right)^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (3.25)$$

Otras funciones

Además de la curva normal, que es la más común en nuestro estudio, existen muchas otras funciones que podemos utilizar para ajustar nuestros datos a un tipo de función determinada. Algunas de estas funciones se dan a continuación:

1. $y = a_0 + a_1 x$ línea recta
2. $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ parábola o curva cuadrática
3. $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ polinomial de grado n
4. $y = \frac{1}{a_0 + a_1 x}$ hipérbola
5. $y = ab^x$ curva exponencial

AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION
NORMAL ESTANDARIZADA

INTERVALO DE CLASE	VALOR DE LA VARIABLE ESTANDARIZADA	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4.495- 4.595	-2.670 a -1.793	3.0	0.0327123	6.542
4.595- 4.695	-1.793 a -0.916	43.0	0.1434132	28.683
4.695- 4.795	-0.916 a -0.039	44.0	0.3046849	60.937
4.795- 4.895	-0.039 a 0.838	70.0	0.3145116	62.902
4.895- 4.995	0.838 a 1.716	40.0	0.1577594	31.552
TOTALES=	SUMA=	200.0	SUMA= 0.9530815	SUMA= 190.616

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

MEDIA= 4.799
 DESVIACION TIPICA= 0.114
 COEFICIENTE DE SESGO= 0
 COEFICIENTE DE CURTOSIS= 3

Tabla 3.30: Ajuste de los datos a la distribución de probabilidad normal estandar correspondientes al ejemplo 1.

6. $y = ax^b$ curva geométrica
7. $y = ab^x + c$ curva exponencial modificada
8. $y = ax^b + c$ curva geométrica modificada
9. etc.

Existiendo una infinidad de estas curvas de las cuales deberá buscarse la que más se adapte a nuestros datos observados.

3.8 Bondad del ajuste

Un número de pruebas pueden ser usadas para evaluar la calidad del ajuste entre los datos observados y una hipótesis dada, aquí solamente mencionaremos la prueba chi-cuadrada [14].

3.8.1 Prueba chi-cuadrada (χ^2)

Es una medida de la discrepancia entre las frecuencias observadas y esperadas, y está dado por [10],

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} + \frac{(o_2 - e_2)^2}{e_2} + \dots + \frac{(o_k - e_k)^2}{e_k} \\ &= \sum_{j=1}^k \frac{(o_j - e_j)^2}{e_j}\end{aligned}\quad (3.26)$$

Si $\chi^2 = 0$, las frecuencias observadas y teóricas concuerdan exactamente. A valores mayores de χ^2 , mayores son las discrepancias entre las frecuencias observadas y esperadas.

El número de grados de libertad ν está dado por

1. $\nu = k - 1$ si las frecuencias esperadas pueden calcularse sin tener que estimar parámetros poblacionales con los estadísticos muestrales.
2. $\nu = k - 1 - m$ si las frecuencias esperadas solamente pueden calcularse estimando m parámetros de la población a partir de los estadísticos muestrales.

Cuando se aplica a datos discretos los resultados para distribuciones continuas se debe corregir

$$\chi^2(\text{corregida}) = \frac{(o_1 - e_1 - 0.5)^2}{e_1} + \frac{(o_2 - e_2 - 0.5)^2}{e_2} + \dots + \frac{(o_k - e_k - 0.5)^2}{e_k}\quad (3.27)$$

se conoce generalmente como corrección de Yates [10].

En general, la corrección se hace solamente cuando el número de grados de libertad es $\nu = 1$.

La prueba de chi cuadrada no puede ser usada si cualquiera de los intervalos de clase tiene una frecuencia menor de 5. Si un intervalo de clase tiene menos de 5 elementos, estos elementos son transferidos a otro intervalo de clase [14].

A continuación se analiza la bondad del ajuste, utilizándose el criterio del valor de chi cuadrada de los datos de los ejemplos 1 y 2 a las curvas de distribución de probabilidad: binomial, Poisson y normal estándar.

EJEMPLO 1

El cálculo de χ^2 a partir de la ecuación 3.26, para el ajuste a las distribuciones binomial, de Poisson y normal estándar, se da en la tabla 3.31 (dándole 10 intervalos para realizarse la integración de la ec. 3.23 por medio de la regla de Simpson, en el caso de las probabilidades de la distribución normal estándar).

Para calcular el nivel de ajuste o de significación, se deben calcular los grados de libertad, que para las distribuciones binomial, de Poisson y normal estándar vienen dados por la ecuación $\nu = k - 1 - m$, donde k es el número de intervalos de clase para este ejemplo.

DISTRIBUCION BINOMIAL

Para la distribución binomial, los grados de libertad vienen dados por

$$\nu = k - 1 - 1 = k - 2 \quad (3.28)$$

debido a que $m = 1$, puesto que se requiere calcular el parámetro p de los datos. Posteriormente, con los grados de libertad se consultan los correspondientes valores de χ^2 en las tablas del apéndice A.8.

En la tabla 3.32, se comparan los valores de chi-cuadrada con la chi-cuadrada corregida calculada por la ec. 3.27, también se compara con las $\chi^2_{0.01}$ y $\chi^2_{0.05}$ que corresponden a las significancias de 0.01 y 0.05 respectivamente. En este caso si el valor de χ^2 es mayor que el valor de $\chi^2_{0.01}$, se rechaza la hipótesis que los datos se ajustan a la curva propuesta con una significancia de 0.01 y si $\chi^2 > \chi^2_{0.05}$, se rechaza la hipótesis de que los datos se ajustan a la curva propuesta con una significancia de 0.05.

Por otra parte, si tenemos frecuencias menores de 5 en un intervalo de clase, la aplicación de la prueba chi-cuadrada sería errónea [10]. Se realiza un análisis de los ajustes de curva de la tabla 3.32 empleando el programa de cómputo dado en el apéndice A.10 y se encuentra que solamente la cumplen los ajustes que tienen intervalos de clase 3, 4 y 5.

De la tabla 3.32 vemos que para 3 intervalos de clase $\chi^2 > 6.63$ y de 3.84, por lo que se rechaza la hipótesis de que los datos se ajustan a la distribución binomial con significancias de 0.01 y 0.05; para 4 intervalos de clase, $\chi^2 < 9.21$ y $\chi^2 > 5.99$, por lo que se rechaza la hipótesis a nivel de 0.05 y se acepta al nivel de 0.01, o sea que los datos no se ajustan muy bien a una distribución binomial; para 5 intervalos de clase tenemos que $\chi^2 < 11.3$ y de 7.81, por lo que concluimos que nuestros datos se ajustan muy bien a una curva de distribución binomial

NUMERO DE CLASES	DISTRIBUCION BINOMIAL	DISTRIBUCION DE POISSON	DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR
2	0.000	70.088	0.025
3	13.954	72.323	0.529
4	8.991	67.901	0.210
5	3.408	55.051	0.979
6	2.511	35.984	2.388
7	11.054	33.696	6.134
8	27.352	21.536	8.571
9	49.431	21.112	10.682
10	94.268	15.564	11.134
11	157.671	16.867	14.820
12	284.180	13.754	15.025
13	349.205	14.996	15.392
14	642.540	18.778	17.020
15	1201.944	19.380	12.213
16	1675.560	38.980	26.525
17	3244.272	44.027	18.590
18	8574.718	78.278	22.482
19	15411.712	131.853	30.517
20	22236.639	171.912	20.531
21	48837.457	301.713	31.797
22	115643.297	509.322	22.448
23	278448.031	904.201	33.915
24	480267.938	1409.891	35.327
25	1142889.875	2509.086	34.896

Tabla 3.31: Cálculo de χ^2 para el ajuste de los datos a las distribuciones binomial, de Poisson y normal estandar correspondientes al ejemplo 1.

DISTRIBUCION BINOMIAL

NUMERO DE CLASES	GRADOS DE LIBERTAD	CHI-CUADRADA	CHI-CUADRADA CORREGIDA	CHI-CUADRADA PARA 0.95	CHI-CUADRADA PARA 0.95
3	1	13.954	13.240	6.63	3.84
4	2	8.991	8.111	9.21	5.99
5	3	3.408	2.685	11.30	7.81
6	4	2.511	1.761	13.30	9.49
7	5	11.054	9.360	15.10	11.10
8	6	27.352	24.343	16.80	12.60
9	7	49.431	42.947	18.50	14.10
10	8	94.268	81.021	20.10	15.50
11	9	157.671	130.905	21.70	16.90
12	10	284.180	230.994	23.20	18.30
13	11	349.205	260.503	24.70	19.70
14	12	642.540	455.345	26.20	21.00
15	13	1201.944	800.435	27.70	22.40
16	14	1675.560	958.837	29.10	23.70
17	15	3244.272	1691.321	30.60	25.00
18	16	8574.718	4925.267	32.00	26.30
19	17	15411.712	7569.963	33.40	27.60
20	18	22236.639	7645.750	34.80	28.90
21	19	48837.457	15902.137	36.20	30.10
22	20	115643.297	38905.695	37.60	31.40
23	21	278448.031	95578.609	38.90	32.70
24	22	480267.938	139501.078	40.30	33.90
25	23	1142889.875	324535.000	41.60	35.20

Tabla 3.32: Cálculo de los valores de chi-cuadrada para la curva de ajuste de distribución binomial correspondientes al ejemplo 1.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

con significancias de 0.01 y 0.05, para que al menos aplicando este criterio de chi-cuadrada a los ajustes con mayores de 5 intervalos de clase sería necesario volverse a crear nuevos intervalos de clase para cada curva de ajuste de tal forma que cada uno de ellos contenga por lo menos 5 elementos.

En la tabla 3.33 se da el ajuste de los datos a una curva de distribución binomial tomando 5 intervalos de clase.

Cuya ecuación viene dada por

$$P(x) = \frac{4!}{x!(4-x)!} (0.565)^x (0.435)^{4-x} \text{ para } x = 0, 1, 2, 3 \text{ y } 4 \quad (3.29)$$

DISTRIBUCION DE POISSON

Para la distribución de Poisson, los grados de libertad vienen dados por

$$\nu = k - 1 - 1 = k - 2 \quad (3.30)$$

debido a que $m = 1$, puesto que se requiere calcular el parámetro λ , a partir de los datos.

En la tabla 3.34, se dan los valores de chi cuadrada, chi cuadrada corregida, $\chi^2_{.10}$ y $\chi^2_{.05}$.

Nuevamente analizando solo el ajuste de los datos a la distribución de Poisson para los valores de 3,4 y 5 intervalos de clase, se ve en la tabla 3.34 que $\chi^2 >$ para todos los $\chi^2_{.10}$ y $\chi^2_{.05}$, correspondientes a las curvas de ajuste con este número de intervalos de clase, por lo que se rechaza la hipótesis de que los datos se ajustan a la distribución de Poisson para significancias de 0.01 y 0.05.

Por otra parte, vemos en la tabla 3.34 que los datos se ajustan a la distribución de Poisson, para los intervalos de clase de 11 a 15 para niveles de significancia de 0.01 y 0.05 aun sin hacer la corrección de la agrupación de por lo menos 5 elementos en cada intervalo de clase.

En la tabla 3.35 se da el ajuste de los datos a una curva de distribución de Poisson tomándose 12 intervalos de clase.

Cuya ecuación viene dada por

$$P(x) = \frac{(0.156)^x e^{-0.156}}{x!} \text{ para } x = 0, 1, \dots \quad (3.31)$$

DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

Para la distribución normal estandar, los grados de libertad vienen dados por

$$\nu = k - 1 - 2 = k - 3 \quad (3.32)$$

debido a que $m = 2$, ya que se requieren calcular μ y σ a partir de los datos de la muestra.

En la tabla 3.36 se calcularon los valores de χ^2 , χ^2 (corregida), $\chi^2_{.10}$ y $\chi^2_{.05}$, dándose 10 intervalos para la realización de la integración de la ec. 3.23 por medio de la regla de Simpson.

AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION BINOMIAL

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4350.5-4407.5	4379.0	5.0	0.0358061	8.952
4427.5-4496.5	4462.0	47.0	0.1060271	46.507
4496.5-4565.5	4531.0	96.0	0.3624321	90.608
4565.5-4634.5	4600.0	82.0	0.3138301	78.458
4634.5-4703.5	4669.0	20.0	0.1019046	25.476
TOTALES=		SUMA= 250.0	SUMA= 0.9999999	SUMA= 250.000

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL

p= 0.5670000

q= 0.4330000

k= 4

MEDIA= 2.268

VARIANZA= 0.762

DESVIACION TIPICA= 0.872

COEFICIENTE DE SESGO= -0.131

COEFICIENTE DE CURVATURA= 2.517

CHI CUADRADO= 3.408

CHI-CUADRADO CORREGIDO= 2.685

Tabla 3.33: Ajuste de la curva binomial a los datos, tomándose 5 intervalos de clase para el ejemplo 1.

DISTRIBUCION DE POISSON

NUMERO DE CLASES	GRADOS DE LIBERTAD	CHI-CUADRADA	CHI-CUADRADA CORREGIDA	CHI-CUADRADA PARA 0.99	CHI-CUADRADA PARA 0.95
3	1	72.323	70.814	6.63	3.84
4	2	67.901	66.196	9.21	5.99
5	3	55.051	52.701	11.30	7.81
6	4	35.984	33.825	13.30	9.49
7	5	33.696	31.376	15.10	11.10
8	6	21.536	19.442	16.80	12.60
9	7	21.112	18.791	18.50	14.10
10	8	15.564	13.204	20.10	15.50
11	9	16.867	14.801	21.70	16.90
12	10	13.754	10.973	23.20	18.30
13	11	14.996	11.113	24.70	19.70
14	12	18.778	12.983	26.20	21.00
15	13	19.380	10.499	27.70	22.40
16	14	38.980	23.345	29.10	23.70
17	15	44.027	19.156	30.60	25.00
18	16	78.278	34.972	32.00	26.30
19	17	131.053	57.784	33.40	27.60
20	18	171.912	57.225	34.80	28.90
21	19	301.713	101.020	36.20	30.10
22	20	509.322	157.022	37.60	31.40
23	21	904.201	276.623	38.90	32.70
24	22	1409.891	414.092	40.30	33.90
25	23	2509.086	721.462	41.60	35.20

Tabla 3.34: Cálculo de los valores de chi-cuadrada para la curva de ajuste de la distribución de Poisson para el ejemplo 1.

AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION DE POISSON

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4357.5-4386.5	4372.0	1.0	0.0021207	0.530
4386.5-4415.5	4401.0	2.0	0.0130551	3.264
4415.5-4444.5	4430.0	7.0	0.0401837	10.046
4444.5-4473.5	4459.0	21.0	0.0824570	20.614
4473.5-4502.5	4488.0	26.0	0.1259014	31.725
4502.5-4531.5	4517.0	40.0	0.1562410	39.060
4531.5-4560.5	4546.0	39.0	0.1603033	40.076
4560.5-4589.5	4575.0	50.0	0.1409753	35.244
4589.5-4618.5	4604.0	31.0	0.1084805	27.120
4618.5-4647.5	4633.0	16.0	0.0742007	18.550
4647.5-4676.5	4662.0	7.0	0.0456779	11.419
4676.5-4705.5	4691.0	10.0	0.0255630	6.391
TOTALS=		SUMA= 250.0	SUMA= 0.9761596	SUMA= 244.040

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION DE POISSON

MEDIA=	6.156
VARIANZA=	6.156
COEFICIENTE DE VARIACION=	2.481
COEFICIENTE DE ASIMETRIA=	0.403
COEFICIENTE DE CURTOSIS=	3.160
CHI-CUADRADO=	13.754
CHI-CUADRADO CORREGIDO=	10.073

Tabla 3.33: Ajuste de los datos a la distribución de Poisson, tomándose 11 intervalos de clase para el ejemplo 1.

DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

NUMERO DE CLASES	GRADOS DE LIBERTAD	CHI-CUADRADA	CHI-CUADRADA CORREGIDA	CHI-CUADRADA PARA 0.99	CHI-CUADRADA PARA 0.95
4	1	0.210	0.081	6.63	3.84
5	2	0.979	0.617	9.21	5.99
6	3	2.388	1.652	11.30	7.81
7	4	6.124	4.818	13.30	9.49
8	5	8.571	6.876	15.10	11.10
9	6	10.682	8.478	16.00	12.60
10	7	11.134	9.010	18.50	14.10
11	8	14.820	12.376	20.10	15.50
12	9	15.025	12.346	21.70	16.90
13	10	15.392	12.270	23.20	18.30
14	11	17.020	13.328	24.70	19.70
15	12	12.213	8.685	26.20	21.00
16	13	26.525	21.141	27.70	22.40
17	14	18.590	12.750	29.10	23.70
18	15	22.482	16.740	30.60	25.00
19	16	30.517	23.619	32.00	26.30
20	17	20.531	13.461	33.40	27.60
21	18	31.797	23.716	34.80	28.90
22	19	22.448	14.575	36.20	30.10
23	20	33.915	25.006	37.60	31.40
24	21	35.327	24.958	38.90	32.70
25	22	34.896	24.420	40.30	33.90

Tabla 3.30: Cálculo de los valores de chi-cuadrada para el ajuste de los datos a una distribución normal estándar para el ejemplo 1.

**AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION
NORMAL ESTANDARIZADA**

INTERVALO DE CLASE	VALOR DE LA VARIABLE ESTANDARIZADA	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4358.5-4427.5	-3.016 a -1.927	5.0	0.0256892	6.432
4427.5-4496.5	-1.927 a -0.838	47.0	0.1739258	43.481
4496.5-4565.5	-0.838 a 0.250	76.0	0.3979976	99.499
4565.5-4634.5	0.250 a 1.339	82.0	0.3108854	77.721
4634.5-4703.5	1.339 a 2.420	20.0	0.0826363	20.659
TOTALES:		SUMA= 250.0	SUMA= 0.9911343	SUMA= 247.784

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

MEDIA = 4.70108
 DESVIACION ESTANDAR = 62.065
 COEFICIENTE DE VARIACION = 0
 COEFICIENTE DE ASIMETRIA = 0
 CHI CUADRADO = 0.079
 CHI-CUADRADO POR GRADO = 0.617

Tabla 3.33: Ajuste de los datos a una curva normal estandar, tomándose 5 intervalos de clase para el ejemplo 1.

Analizando nuevamente solo los valores de chi-cuadrada para los ajustes a una distribución normal estandar de los datos, para los que tienen intervalos de clase de 4 y 5 (que son los que tienen por lo menos 5 elementos en cada intervalo de clase), se ve de la tabla 3.33, que $\chi^2 < \chi^2_{0.05}$ y $\chi^2 < \chi^2_{0.01}$ para los dos ajustes considerados, por lo que se acepta la hipótesis de que los datos se ajustan a la distribución normal estandar para significancias de 0.01 y 0.05.

Para este ejemplo, la ecuación normal de ajuste viene dada por la ecuación 3.24 y un ajuste de los datos a esta curva viene dado en la tabla 3.37, en donde se han tomado 5 intervalos de clase.

EJEMPLO 2

El cálculo de χ^2 a partir de la ecuación 3.26, para el ajuste a las distribuciones binomial, de Poisson y normal estandar, se da en la tabla 3.38 (dándole 10 intervalos para realizarse la integración de la ec. 3.23 por medio de la regla de Simpson, en el caso de las probabilidades de la distribución normal estandar).

DISTRIBUCION BINOMIAL

En la tabla 3.29, se comparan los valores de chi-cuadrada con la chi-cuadrada

NÚMERO DE CLASES	DE DISTRIBUCION BINOMIAL	DISTRIBUCION DE POISSON	DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR
2	0.000	39.709	14.225
3	1.569	66.910	11.205
4	79.627	103.272	81.429
5	31.180	35.013	16.035
6	90.691	70.465	61.833
7	170.276	67.691	63.069
8	319.539	99.140	100.257
9	81.956	60.925	48.406
10	360.982	120.790	104.552

Tabla 3.38: Cálculo de χ^2 para el ajuste de los datos a las distribuciones binomial, de Poisson y normal estándar para el ejemplo 2.

corregida calculada por la ec. 3.27. También se compara con las χ^2_{95} y χ^2_{99} , que corresponden a las significancias de 0.01 y 0.05 respectivamente. De la tabla 3.39 vemos que para 3 intervalos de clase $\chi^2 < 8.65$ y de 3.84, por lo que se acepta la hipótesis de que los datos se ajustan a esta curva con significancias de 0.01 y 0.05. Para los demás ajustes a esta curva con el número de intervalos de clase mayores de 3 se ve en la tabla 3.39 que el valor de χ^2 es mayor que los valores de χ^2_{95} y de χ^2_{99} , por lo que se rechaza la hipótesis de que estos datos se ajusten a esta curva con significancias de 0.01 y 0.05.

En la tabla 3.40 se da el ajuste de los datos a una curva de distribución binomial tomando 3 intervalos de clase.

Cuya ecuación viene dada por

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} (0.6825)^x (0.3175)^{n-x} \text{ para } x = 0, 1 \text{ y } 2 \quad (3.33)$$

DISTRIBUCION DE POISSON

En la tabla 3.41, se dan los valores de chi cuadrada, chi cuadrada corregida, χ^2_{95} y χ^2_{99} .

Nuevamente analizando los datos, se ve en la tabla 3.41 que los valores de χ^2 son mayores que los correspondientes valores de χ^2_{95} y χ^2_{99} , por lo que se rechaza la hipótesis de que los datos se ajustan a la distribución de Poisson para significancias de 0.01 y 0.05.

DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

En la tabla 3.42 se dan los valores de χ^2 , χ^2 (corregida), χ^2_{95} y χ^2_{99} , dándose 10 intervalos para la realización de la integración de la ec. 3.23 por medio de la regla de Simpson.

Nuevamente analizando los datos, se ve en la tabla 3.42 que los valores de χ^2 son mayores que los correspondientes valores de χ^2_{95} y χ^2_{99} , por lo que se

DISTRIBUCION BINOMIAL

NUMERO DE CLASES	GRADOS DE LIBERTAD	CHI-CUADRADA	CHI-CUADRADA CORREGIDA	CHI-CUADRADA PARA 0.99	CHI-CUADRADA PARA 0.95
3	1	1.569	1.267	6.63	3.84
4	2	79.627	77.465	9.21	5.99
5	3	21.100	19.716	11.30	7.81
6	4	90.691	86.805	13.30	9.49
7	5	170.276	157.725	15.10	11.10
8	6	319.539	294.648	16.80	12.60
9	7	54.256	74.540	18.50	14.10
10	8	340.952	213.357	20.10	15.50

Tabla 3.39: Cálculo de los valores de chi-cuadrada para la caja de ajuste de distribución binomial para el ejemplo 2.

rechaza la hipótesis de que los datos se ajustan a la distribución normal estándar para significancias de 0.01 y 0.05.

3.9 Teoría elemental de muestreo

La teoría de muestreo es un estudio de las relaciones existentes entre una población y muestras extraídas de la misma. Tiene gran interés en muchos aspectos de la estadística. Por ejemplo, permite estimar cantidades desconocidas de la población (tales como la media poblacional, la varianza, etc.) frecuentemente llamadas parámetros poblacionales o brevemente parámetros, a partir del conocimiento de las correspondientes cantidades muestrales (tales como la media muestral, la varianza, etc.), a menudo llamadas estadísticos muestrales o brevemente estadísticos [36].

La teoría de muestreo es también útil para determinar si las diferencias que se puedan observar entre dos muestras son debidas a la aleatoriedad de las mismas o si por el contrario son realmente significativas. Estas decisiones envuelven a los llamados ensayos e hipótesis de significación que tienen gran importancia en teoría de la decisión, la cual será tratada en nuestro siguiente capítulo 4, en donde se analizará la decisión de la declaración de la falla de un sensor o no, midiendo la variable de un proceso en estado estacionario.

En general, un estudio de las inferencias, realizado sobre una población mediante muestras extraídas de la misma, junto con las indicaciones sobre la exactitud de tales inferencias, aplicadas a la teoría de la probabilidad se conoce como inferencia estadística.

Las inferencias estadísticas tienen ciertos errores que se originan de las varia-

AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION BINOMIAL

INTERVALO DE CLASE	PUNTO MEDIO DE LA CLASE	FRECUENCIA OBSERVADA	PROBABILIDAD	FRECUENCIA CALCULADA
4.505- 4.565	4.535	24.0	0.1008062	20.161
4.665- 4.725	4.695	79.0	0.4333875	85.677
4.825- 4.885	4.855	97.0	0.4658062	93.161
TOTAL: n=		SUMA= 200.0	SUMA= 1.0000000	SUMA= 200.000

PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL

$p = 0.6005000$
 $q = 0.3995000$
 $n = 2$

MEDIA = 1.201
 VARIANZA = 0.433
 DESVIACION TIPICA = 0.658
 COEFICIENTE DE SESGO = -0.854
 COEFICIENTE DE CURTOSIS = 2.307
 CHI-CUADRADO = 1.560
 CHI-CUADRADO CORREGIDO = 1.267

Tabla 3.40: Ajuste de la curva binomial a los datos, tomándose 3 intervalos de clase para el ejemplo 2.

DISTRIBUCION DE POISSON

NUMERO DE CLASES	GRADOS DE LIBERTAD	CHI-CUADRADA	CHI-CUADRADA CORREGIDA	CHI-CUADRADA PARA 0.99	CHI-CUADRADA PARA 0.95
3	1	66.910	65.222	6.63	3.84
4	2	103.272	100.408	9.21	5.99
5	3	25.813	33.718	11.30	7.81
6	4	70.465	66.878	13.30	9.49
7	5	67.691	64.229	15.10	11.10
8	6	99.148	94.810	16.80	12.60
9	7	69.335	57.091	18.50	14.10
10	8	120.790	115.036	20.10	15.50

Tabla 3.41: Cálculo de los valores de chi-cuadrada para la curva de ajuste de la distribución de Poisson para el ejemplo 1.

DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

NUMERO DE CLASES	GRADOS DE LIBERTAD	CHI-CUADRADA	CHI-CUADRADA CORREGIDA	CHI-CUADRADA PARA 0.99	CHI-CUADRADA PARA 0.95
4	1	75.429	70.332	6.63	3.84
5	2	111.891	105.199	9.21	5.99
6	3	27.872	33.690	11.30	7.81
7	4	69.062	66.067	13.30	9.49
8	5	100.252	95.909	15.10	11.10
9	6	69.406	44.644	16.80	12.60
10	7	120.850	104.293	18.50	14.10

Tabla 3.42: Cálculo de los valores de chi-cuadrada para el ajuste de los datos a una distribución normal estándar para el ejemplo 2.

ciones al azar es el valor de una estadística de muestras de una muestra a otra. Como tales, pueden ser evaluadas solo en términos de distribuciones de probabilidad estadísticas de muestra. Una estadística de muestra, que ha de ser calculada partiendo de una muestra al azar, es una variable aleatoria; por consiguiente, tiene una distribución de probabilidad propia.

Considerese todas las posibles muestras de tamaño n que pueden extraerse de una población dada. Para cada muestra puede calcularse un estadístico, tal como la media, la desviación típica, etc., que variará de una muestra a otra. De esta forma se obtiene una distribución del estadístico que se conoce como "distribución muestral".

Para hacer nuestras distribuciones muestrales tenemos que tomar n muestras cada una de un tamaño n de datos y luego tratar de inferir los valores de los parámetros de la distribución de la población, que es realmente lo que nos interesa conocer acerca del comportamiento de los valores de medición de un sensor en estado estable. Para realizar estas inferencias nos puede ayudar los dos teoremas básicos que son la "Ley de los Números Grandes" y el "Teorema del Límite Central", los cuales explicamos a continuación.

3.9.1 La ley de los Números Grandes

En esencia, la ley de los números grandes afirma que el promedio de un número de variables aleatorias idénticamente distribuidas e independientes x_i , donde $i = 1, 2, \dots, n$ converge hacia el valor esperado de la distribución subyacente de x_i , cuando aumenta el número de variables aleatorias [11].

Matemáticamente este teorema puede expresarse como:

$$P(|\bar{x}_n - \mu| > \epsilon) \rightarrow 0, \text{ cuando } n \rightarrow \infty \quad (3.34)$$

donde:

\bar{x}_n = es la media de las variables aleatorias x_i .

μ = es la media de la población.

ϵ = número real positivo pequeño.

En nuestro caso no se debe asumir esta ley como un hecho, sino que se debe investigar más a fondo construyendo nuestra distribución muestral y confirmado que realmente se cumple la ecuación 3.34.

3.9.2 El teorema del Límite Central

Si S_n es la suma de un gran número de variables aleatorias x_i , idénticamente distribuidas e independientes, cada una de ellas con media μ y varianza σ^2 , entonces la función densidad de probabilidad de la variable

$$S^* = \frac{S_n - E[S_n]}{\sigma(S_n)} \quad (3.35)$$

se convierte en la distribución normal estándar cuando $n \rightarrow \infty$ [11,12].

Aquí:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{E}_n$$

$$E(\bar{x}) = \frac{E(\sum x_i)}{n}$$

$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2(\sum x_i)}{n^2}$$

También se demuestra en el apéndice A.7, que

$$E(\bar{x}) = \mu \quad (3.36)$$

$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad (3.37)$$

Para la aplicación de este teorema se debe de hacer la misma advertencia que se hizo para la ley de los números grandes, o sea que se debe graficar el cuadro de frecuencias de medias (\bar{x}) de las m muestras y observar que realmente se comportan como una distribución normal.

Capítulo 4

Detección de fallas de señales bajo condiciones de estado estable

4.1 Introducción

En este capítulo trataremos el mecanismo de decisión para determinar cuando un canal de instrumentación está fallando o cuando se considera simplemente un disturbio del mismo instrumento de medición, ayudando con esto a disminuir la incertidumbre de esta decisión y reduciendo de esta forma los paros esporádicos de una planta nuclear debido a señales erróneas de los sensores.

Al igual que en el capítulo 3, en este capítulo sólo analizaremos las señales midiendo una variable del proceso en estado estacionario, dejando las señales en estado inestable para el capítulo 6.

Si un sensor se estuviera degradando muy lentamente con el tiempo, esto podría ser poco sensible para el operador, pero debido a que el monitoreo de las señales es permanente, se puede llevar una bitácula del sensor y esto ayudaría al operador de la planta a detectar cambios pequeños en las señales de la misma, lo cual sería de gran ayuda en la detección anticipada de una falla.

En este capítulo nos delimitaremos a estudiar el caso de cuando se puede decir que una medición x , con un error e , de medición está dentro del límite aceptable de error o cuando ya este error es muy grande para ser aceptable y se declara la falla del instrumento de medición.

En una planta nuclear vamos a tener dos tipos de señales que son: digitales y analógicas, las cuales tratamos a continuación.

4.1.1 Señales digitales

Las señales digitales solo pueden tener dos valores que son 0 y 1, por lo que para decidir cuando una señal digital está fallando no incluye gran esfuerzo, ya que sólo basta revisar estos dos valores contra una lógica y decidir, si la señal está correcta.

4.1.2 Señales analógicas

Las señales analógicas son aquellas que tienen una escala de valores reales, tales como presiones, temperaturas, flujos, etc., generalmente todo instrumento tiene una escala de medición en donde se indica el intervalo en que ese instrumento puede funcionar, y los valores que dan incluyen ya cualquier número real, formado por los 10 números básicos 0,1,2,3,4, 5,6,7,8,9 del sistema decimal, y no se basa en el 0 y 1 como el sistema digital.

En este caso es más difícil decidir cuando un sensor está fallando, puesto que por un lado tenemos que la variable de proceso es una función del tiempo, ya que puede estar en estado estable o inestable y además nuestras mediciones vienen acompañadas de un error de medición debido al ruido del aparato y a otros factores.

Debido a la complejidad de analizar este tipo de señales, es recomendable que las dividamos en dos casos hipotéticos, uno cuando la variable del proceso se encuentra estable, o sea que podemos hacer nuestros cálculos en un tiempo menor, en comparación del tiempo que tarda en variar la variable que se mide, y el otro caso, en que se considera que nuestra variable está en estado inestable y los cálculos deben hacerse de acuerdo a su velocidad de cambio.

Como se mencionó al inicio de esta introducción solamente nos dedicaremos en este capítulo a analizar la decisión de cuando una señal se puede declarar fallada si la variable que se mide se encuentra en estado estacionario, siendo este caso el más fácil de analizar, ya que se puede eliminar la variable tiempo en la variable que se mide, dejando nuestro estudio de las señales de medición de una variable en estado inestable para el capítulo 6, ya que para analizar este tipo de señales es necesario ver lo que es la redundancia analítica que será tratada en el siguiente capítulo 5.

En este capítulo analizaremos el algoritmo de tres métodos para la detección de la falla de un sensor, que son: definición de un intervalo de confianza tomando muestras de tamaño $n = 1$, definición de un intervalo de confianza tomando muestras de tamaño $n > 1$ y la prueba secuencial del cociente de probabilidades. Pero antes de comenzar a analizar los tipos de prueba que le vamos aplicar a nuestras mediciones, para decidir si están falladas o no, debemos de revisar la "Teoría Clásica de la Prueba" y revisar la nomenclatura acerca de la variable del tiempo, lo cual resumimos a continuación.

4.2 Teoría clásica de la prueba

Muy a menudo, en la práctica, se tienen que tomar decisiones sobre poblaciones, partiendo de la información muestral de las mismas, tales decisiones se llaman decisiones estadísticas.

Para llegar a tomar decisiones, conviene hacer determinados supuestos o conjeturas acerca de las poblaciones que se estudian. Tales supuestos que pueden ser o no ciertos se llaman hipótesis estadísticas y, en general, lo son sobre las distribuciones de probabilidad de las poblaciones [10].

En nuestro caso se van tomando valores de las mediciones de un sensor en forma sucesiva y dependiendo de estas muestras de mediciones decidimos si el sensor es declarado fallado o no.

Denotado por n el número de observaciones en las que se basa la decisión de aceptación o rechazo de la hipótesis en cuestión, entonces cualquier posible resultado de n posibles sucesivas observaciones es una muestra de medida n .

La prueba de aceptación o rechazo de la hipótesis en cuestión es simplemente una regla especificando, para cada posible muestra de medida n , si la hipótesis debe ser rechazada o aceptada basándose en la muestra.

Esto puede ser expresado como sigue: Un procedimiento de prueba es simplemente una subdivisión de la totalidad de todas las posibles muestras de tamaño n en dos partes mutuamente excluyentes, decimos parte 1 y parte 2, juntándolas con la aplicación de la regla de que la hipótesis será rechazada si la muestra es contenida en la parte 1 y que la hipótesis será aceptada si la muestra observada es contenida en la parte 2.

La parte 1 es llamada la región crítica, siendo la parte 2 la totalidad de todas las muestras de tamaño n las cuales no son incluidas en la parte 1, la parte 2 es únicamente determinada por la parte 1 [17].

Una forma cómoda de especificar lo que se requiere de un procedimiento de prueba es concentrar la atención en dos conjuntos posibles de valores del parámetro, o dos hipótesis estadísticas. A tal par de conjuntos se le llama, respectivamente, hipótesis nula, designada por H_0 , e hipótesis alternativa designada por H_1 [11].

Aquí H_0 será la hipótesis de aceptar que el sensor está trabajando bien y H_1 será hipótesis de aceptar que el sensor está fallando. También tendremos conjuntos de valores de indiferencia en que no podemos decidir si aceptar H_0 o aceptar H_1 , lo que se hará en esta situación es la de seguir tomando más datos hasta que se pueda tomar una decisión.

La práctica de probar la hipótesis nula contra una alternativa sobre la base de la información obtenida de la muestra conducirá a dos tipos posibles de error debido a fluctuaciones al azar del muestreo. Cometemos un error de primer tipo si rechazamos H_0 cuando es cierta y cometemos uno de segundo tipo si aceptamos H_0 cuando H_1 es cierta.

Después de que una región crítica particular ha sido escogida, la probabilidad de cometer un error de primer tipo, así como la probabilidad de cometer un

error de segundo tipo, es determinada. La probabilidad de cometer un error de primer tipo es igual a la probabilidad, determinada sobre la asunción de que H_0 es cierta, y que la muestra será incluida en la región crítica R . La probabilidad de cometer un error de segundo tipo es igual a la probabilidad, determinada sobre la asunción de que H_1 es cierta, y que la muestra observada caerá fuera de la región crítica R . Para cualquier región crítica dada R , denotaremos la probabilidad de un error de primer tipo por α y la probabilidad de un error de segundo tipo por β [17].

Antes de seguir adelante, debemos mencionar que en el hecho de comparar dos hipótesis H_0 y H_1 , se ha presupuesto que nuestros datos son aleatorios y pertenecen a una distribución de probabilidad definida por los parámetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$. En el caso de que estos parámetros sean desconocidos, que es lo común, se pueden hacer dos clases de hipótesis: Una que se llama "hipótesis simple" que es cuando damos una afirmación de que el valor para cada uno de los valores de los k parámetros es única, y la otra que se llama "hipótesis compuesta" que consiste en dar más de un valor, intervalo de valores para cada uno o solo algunos de los parámetros k , diciéndose una hipótesis compuesta si no cae dentro de la definición de la hipótesis simple.

Las probabilidades α y β tienen la siguiente interpretación práctica: Supongamos que extraemos una gran número de muestras de tamaño n , haciendo m el número de tales muestras extraídas. Supongamos que para cada una de estas m muestras nosotros rechazamos H_0 si la muestra es incluida en R y aceptamos H_0 si la muestra cae afuera de R . De esta manera nosotros hacemos m afirmaciones de rechazo o de aceptación. Sin embargo, algunas de estas afirmaciones serán erróneas. Si H_0 es cierta y m es grande, la probabilidad es cercana a 1 de que la proporción de afirmaciones erróneas será aproximadamente α (el número de afirmaciones erróneas dividida por m). Si H_1 es cierta, la probabilidad es cercana a 1 de que la proporción de afirmaciones erróneas sean aproximadamente igual a β . Así, podemos decir que la proporción de afirmaciones erróneas será α si H_0 es verdadera y β si H_1 es verdadera, para un m grande [17].

Como α y β representan probabilidades de error de nuestras decisiones, es claro que nosotros deseamos que nuestros errores sean mínimos, pero es imposible hacer α y β muy pequeños a la vez, cuando tenemos una muestra de tamaño n . Para demostrar esto, tomaremos el ejemplo de la referencia [17]: (caso 1) R es vacío, por lo que, nosotros siempre aceptamos H_0 , para cualquier resultado de la muestra, en este caso $\alpha = 0$ y $\beta = 1$; (caso 2) R es la totalidad de todas las posibles muestras, por lo que, siempre rechazamos H_0 , en este caso $\alpha = 1$ y $\beta = 0$.

Por lo que se debe de decir que tendremos tres parámetros relacionados entre sí, el tamaño de la muestra n , y los errores α y β , por lo que asignándole un valor al tamaño de la muestra y a uno de los errores, podemos calcular el mínimo valor que puede tomar el otro tipo de error, o sea que si asignamos un valor a α y n , podemos minimizar a β . En general, cuando un rechazo erróneo de H_0 sea costoso o grave, el riesgo α debe ser pequeño; cuando una aceptación errónea

de H_2 sea costosa o grave, el error β debe ser pequeño o un α alto.

Generalizando nuestras reglas de decisión, tomando a δ como una estadística de prueba de una variable aleatoria cuya distribución es conocida, decimos que hemos dividido nuestros resultados de nuestras muestras en tres tipos de conjuntos: Uno que es el llamado conjunto o región crítica R , en donde si $\delta \in R$, rechazamos H_0 , el otro que le llamaremos conjunto de aceptación A , en donde si $\delta \in A$, aceptamos H_0 y un último conjunto llamado de indiferencia I , en donde no podemos decir que pertenece a A o R sino que $\delta \in (A \cap R)$, o sea que cae en la frontera entre A y R , y por lo tanto no podemos aceptar o rechazar H_0 . Nuestro conjunto universo de todos los posibles resultados de nuestras muestras va a estar dado por $U = A \cup R \cup I$.

Otro concepto que se maneja en la estadística son las llamadas funciones de potencia y funciones de operación, antes de definir estas funciones debemos observar que en los problemas de prueba de dos acciones, una y solo una, de las cuatro consecuencias siguientes pueden ocurrir en una prueba dada [11].

1. Podemos rechazar una H_0 cierta. La probabilidad de esta decisión incorrecta es α .
2. Podemos aceptar una H_0 cierta. La probabilidad de esta decisión es $1 - \alpha$.
3. Podemos aceptar una H_0 falsa. La probabilidad de esta decisión incorrecta es β .
4. Podemos rechazar una H_0 falsa. La probabilidad de esta decisión correcta es $1 - \beta$.

Debe de hacerse notar que en estos 4 puntos no se considera el conjunto de datos I de indiferencia, por lo que en nuestro caso estos cuatro puntos presentan una incompletes, ya que nosotros si vamos a tener datos en los cuales no podamos decidir si el instrumento está correcto o está fallado, debido a que estos datos se encuentran en la frontera entre estas dos decisiones, como se verá más adelante.

Así, si probamos

$$H_0: \theta = \theta_0 \text{ contra } H_1: \theta = \theta_1$$

entonces definimos la función de potencia como:

$$FP(\delta) = P\{\delta \in R \mid \theta = \theta_1\} \quad (4.1)$$

y la función de operación como:

$$FO(\delta) = P\{\delta \in A \mid \theta = \theta_0\} \quad (4.2)$$

Además como se supuso que $I = \emptyset$, implícito en los cuatro puntos anteriores, tenemos que

$$FP(\delta) + FO(\delta) = 1 \quad (4.3)$$

Entonces analizando de nuevo los cuatro puntos anteriores tenemos:
 1.- Rechazamos una H_0 cierta, entonces la función potencia es

$$FP(\hat{\theta}) = P\{\hat{\theta} \in R | \theta = \theta_0\} = \alpha \quad (4.4)$$

2.- Aceptamos una H_0 cierta

$$FO(\hat{\theta}) = P\{\hat{\theta} \in A | \theta = \theta_0\} = 1 - \alpha \quad (4.5)$$

3.- Aceptamos una H_0 falsa

$$FO(\hat{\theta}) = P\{\hat{\theta} \in A | \theta = \theta_1\} = \beta \quad (4.6)$$

4.- Rechazamos una H_0 falsa

$$FP(\hat{\theta}) = P\{\hat{\theta} \in R | \theta = \theta_1\} = 1 - \beta \quad (4.7)$$

Adaptando estos conceptos a nuestro caso, en el cual si vamos a tener un conjunto de indiferencia $I = [A \cap B]$ de datos, tenemos ahora los siguientes 5 puntos.

1. Podemos rechazar H_0 cierta. La probabilidad de esta decisión incorrecta es α .
2. Podemos aceptar una H_0 cierta.
3. Podemos aceptar una H_0 falsa. La probabilidad de esta decisión incorrecta es β .
4. Podemos rechazar una H_0 falsa.
5. Podemos no saber si aceptar H_0 o rechazarla.

Ahora como hemos agregado un punto de indiferencia, podemos definir una función de indiferencia dada por:

$$FI(\hat{\theta}) = P\{\hat{\theta} \in I | \theta = \theta_0 \text{ o } \theta_1\} \quad (4.8)$$

Y como ahora, $I = A \cap B$, se debe modificar la ecuación 4.3

$$FP(\hat{\theta}) - FO(\hat{\theta}) - FI(\hat{\theta}) = 1 \quad (4.9)$$

Aquí se debe mencionar que el conjunto I de datos de indiferencia es muy pequeño, ya que solamente incluye los valores que son la frontera entre los conjuntos A y B de datos, y que si hacemos la aproximación $FI(\hat{\theta}) \approx 0$, entonces nuestra ecuación 4.9 se aproxima a la ecuación 4.3, y regresamos al caso anterior en que solamente se consideraban 4 puntos.

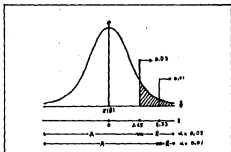


Figura 4.1: Regiones de rechazo para probar $\theta \leq \theta_0$ contra $\theta > \theta_0$ en $\alpha = 0.05$ y 0.01 .

Existen ensayos de una y dos colas [1], dependiendo de la clase de hipótesis y alternativa que deseamos probar, dando la posibilidad de estas tres hipótesis:

$$H_0: \theta \leq \theta_0 \text{ contra } H_1: \theta > \theta_0 \text{ es de cola derecha} \quad (4.10)$$

$$H_0: \theta \geq \theta_0 \text{ contra } H_1: \theta < \theta_0 \text{ es de cola izquierda} \quad (4.11)$$

$$H_0: \theta = \theta_0 \text{ contra } H_1: \theta \neq \theta_0 \text{ es de dos colas} \quad (4.12)$$

Estas hipótesis pueden ser adaptables a cualquier tipo de distribución de probabilidad de los datos, pero sólo con el fin de ilustración, presentamos los gráficos de una distribución normal estándar. En la figura 4.1, se muestran las regiones de aceptación y rechazo para la de la ecuación 4.10 para una sola cola derecha, para valores de $\alpha = 0.05$ y 0.01 ; en la fig. 4.2 se muestran las regiones de aceptación y rechazo para la hipótesis de la ecuación 4.11 para una sola cola izquierda, para valores de $\alpha = 0.05$ y 0.01 ; en la fig. 4.3, se muestran las regiones de aceptación y rechazo para la hipótesis de la ecuación 4.12 de dos colas, para valores de $\alpha = 0.05$ y 0.01 .

Analizando las figuras 4.1 a 4.3, vemos que nuestras decisiones de aceptación o rechazo de la hipótesis H_0 van a estar afectadas por la elección del ensayo de una cola o de dos, ya que las zonas de aceptación o rechazo van a diferir; por ejemplo: para $\alpha = 0.05$ vemos que los ensayos de una cola derecha o izquierda

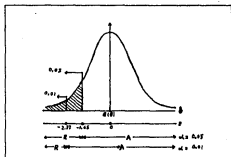


Figura 4.2: Regiones de rechazo para probar $\theta \geq \theta_0$ contra $\theta < \theta_0$ en $\alpha = 0.05$ y 0.01 .

el valor de z que limita las zonas de rechazo y aceptación son respectivamente 1.65 y -1.65 , pero para un ensayo de dos colas para el mismo $\alpha = 0.05$, tenemos que este valor es $z = \pm 1.96$, por lo que se puede dar el caso que para un cierto resultado de una muestra de datos que caiga cerca de la frontera de las regiones de aceptación y rechazo, este puede ser rechazado si se aplica una prueba de una cola y, sin embargo, aceptado si se aplica una de dos colas para un valor de α determinado, debido a los diferentes valores de z que limitan estas dos zonas.

Para definir A y B , debemos conocer que tipo de distribución presentan nuestros datos de muestra, y haber estimado sus parámetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$, que la definen.

La manera de hacer este procedimiento ya fue planteado en el capítulo 3, por lo que en los siguientes métodos se presupone que ya se hizo este trabajo y por lo tanto conocemos la distribución y comportamiento de los valores de las señales del sensor que está midiendo una variable en estado estable.

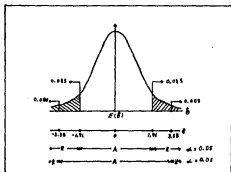


Figura 4.3: Regiones de rechazo para probar $\delta = \delta_0$ contra $\delta \neq \delta_0$ en $\alpha = 0.05$ y 0.01 .

4.3 Referencia relativa del tiempo de monitoreo

Con el fin de evitar confusiones con la variable del tiempo t , crea pertinente explicar como se puede tomar un valor arbitrario t_1 en el cual se supone que el tiempo inicia y desde el cual se empieza a tomar el tiempo.

En nuestro mundo se ha empezado a contar el tiempo tomando $t_1 = 0$, en el momento del inicio de lo que hemos llamado la era cristiana, y nosotros situamos un hecho diciendo que pasó antes o después de la era cristiana, tomando este punto como referencia; por ejemplo: yo puedo decir que nací el 2 de enero de 1969 a las 2 a.m., y todo mundo entenderá cuando es esta fecha y hora. Sin embargo, cuando marcamos nuestras ecuaciones las cuales involucran la variable tiempo lo consideramos el tiempo t , como el inicio de la era cristiana, sino que le damos un valor arbitrario que solo es utilizable para fines de cálculo, esto mismo es lo que hacemos nosotros asignándole a t_1 diferentes tiempos de inicio.

Por ejemplo, podemos decir que empezamos nuestro monitoreo a las 10hrs 47' 02" del 27 de mayo de 1988, tomando una medición en cada período de tiempo T , entonces en este caso podemos hacer $t_1 = 10\text{hrs}47'02"$ y tomaremos un valor de la medición en el tiempo dado por

$$t = t_1 + aT \quad \text{para } a = 1, 2, \dots \quad (4.13)$$

donde:

t = es el tiempo en que se toma una medición.

t_1 = es el tiempo de inicio del monitoreo.

T = período de tiempo en que toma una medición.

Entonces, en t_1 se empieza el monitoreo de la variable del proceso, y en $t = t_1 + T$ se toma el primer dato de la medición, en $t = t_1 + 2T$ se toma el segundo, en $t = t_1 + 3T$ se toma el tercero y así sucesivamente.

Ahora bien, en vez de tomar $t_1 = 10\text{hrs} 47' 02"$ podemos tomar $t_1 = 0$, y con esto simplificamos los cálculos, ya que es más fácil manejar $t_1 = 0$ que $t_1 = 10\text{hrs} 47' 02"$, pero perdemos la noción del tiempo de inicio verdadero. Podemos decir que si tomamos a $t_1 = 10\text{hrs} 47' 02"$ o $t_1 = 0$ u otro valor de referencia, de cualquier manera la ecuación 4.13 es aplicable e indicando una función del tiempo como

$$\text{función del tiempo} = f(t) \quad (4.14)$$

Otra forma de hacer esta referencia de inicio del conteo del tiempo es la de tomar $t_1 = 0$, empezar a contar el tiempo y cuando $t = T$ tomar un dato y colocar otra vez $t_1 = 0$, y cuando t alcance el valor de $t = T$ se vuelve a tomar otro dato y se pone otra vez $t_1 = 0$ y así sucesivamente, poniendo en ceros el tiempo inicial cada vez que se tome un dato, por lo que una función del tiempo de indicará como

$$\text{función del tiempo} = f(T) \quad (4.15)$$

Las ecuaciones 4.14 y 4.15 son equivalentes y solamente las diferencia la forma de nomenclatura, pudiéndose expresar una ecuación en función del tiempo en cualesquiera de las dos formas sin afectar su significado físico. Por otra parte si usamos una forma de monitoreo para una toma de datos determinado esto se debe de especificar por separado y no debe influir en la nomenclatura de nuestras funciones de tiempo.

4.4 Método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$

Este método consiste en poner un intervalo en el cual se puede mover el valor de nuestra medición y cuando el valor de la medición se salga de este intervalo se declara la falla del sensor. Además, nuestras mediciones pueden tomar dos valores de indiferencia, ya que cuando el valor de la medición es exactamente igual al valor de cualquiera de los dos límites extremos de nuestro intervalo, no podemos decir si la señal está fallada o no.

Digamos que estamos monitoreando una variable del proceso con un cierto sensor y cuyo valor de la medición la podemos expresar como $x(t)$ o $x(T)$ (de acuerdo a la sección 4.3), entonces tenemos

$$x(T) = v - e(T) \quad (4.16)$$

donde:

$x(T)$ = valor de la medición de la variable por el sensor.

v = valor real de la variable estacionaria del proceso.

$e(T)$ = error de la medición.

Esta ecuación es igual que la ecuación ec. (3.4), pero está limitada para un estado estacionario ya que v que es la variable del proceso no está en función del tiempo, lo cual es hipotético ya que v es realmente función del tiempo, pero con este supuesto lo que se pretende es que cuando los valores de $x(T)$ lleguen a salirse fuera del intervalo considerado se declare la falla de la medición sea cual fuere su causa, ya sea falla del sensor o variación de la variable del proceso.

Pues bien, el método consiste en definir un intervalo de aceptación, el cual estará limitado por los valores L_I y L_S ($L_I < L_S$), que son el límite inferior y superior respectivamente, dándonos tres casos de análisis que son:

- (I) Cuando el valor de $x(T)$ caiga dentro del intervalo (L_I, L_S)

$$L_I < x(T) < L_S \quad (4.17)$$

la medición es declarada aceptable.

- (II) Cuando la medición $x(T)$ tenga cualquiera de los dos valores

$$x(T) < L_I \text{ o } x(T) > L_S \quad (4.18)$$

entonces la medición es rechazada

(III) Si la medición toma cualquiera de estos dos valores

$$z(T) = L_1 \text{ o } z(T) = L_2 \quad (4.19)$$

no existe decisión, y debemos tomar otra medición.

Ahora podemos poner estas condiciones de aceptación, falla o indiferencia solamente en función del error, haciendo

$$L_1 = v + B_1 \text{ y } L_2 = v + A_2 \quad (4.20)$$

donde A_1 y B_2 son constantes que necesitan ser definidas, además utilizaremos la ec. 4.16 y tomando en cuenta que se supuso $v = \text{constante}$ tenemos el siguiente cuadro de decisiones

(I) cuando en la ec. 4.17

$$L_1 < z(T) < L_2$$

sustituimos la ec. 4.16 y 4.20 tendremos

$$v + B_1 < v + e(T) < v + A_2$$

restando el valor de v en estas ecuaciones nos da

$$B_1 < e(T) < A_2 \quad (4.21)$$

decimos que la medición es declarada aceptable.

Como vemos en la ec. 4.21 solamente estamos analizando el error de la medición, entonces de la misma forma obtendremos los dos resultados siguientes.

(II) cuando

$$e(T) < B_1 \text{ o } e(T) > A_2 \quad (4.22)$$

entonces la medición es rechazada

(III) cuando

$$e(T) = B_1 \text{ o } e(T) = A_2 \quad (4.23)$$

no existe decisión y debemos tomar otra medición.

En el caso especial de que la distribución de probabilidad sea simétrica, tomando un valor C_{21M} positivo tendremos,

(I) cuando

$$|z(T)| < C_{21M} \quad (4.24)$$

entonces la medición es aceptable

(II) cuando

$$|z(T)| > C_{21M} \quad (4.25)$$

la medición es rechazada

(III) cuando

$$|z(T)| = C_{21M} \quad (4.26)$$

no hay decisión y se toma otro dato.

Realmente no existe una regla que defina los valores de los límites del intervalo de aceptación y estos van a depender del conocimiento que tengamos de la distribución de probabilidad de las señales de salida del sensor, así como del valor que le asignemos al error de primer tipo α .

Como último comentario a este método, podemos decir que al iniciar el procedimiento de monitoreo de las señales, se puede asignar un cierto intervalo de aceptación, pero como se va probando experimentalmente este intervalo se puede ampliar o reducir, obteniéndose de esta manera un valor óptimo para los valores de los límites del intervalo, reduciendo al máximo las señales espurias y aumentando a lo más que se pueda la posibilidad de detectar una falla en el tiempo más corto posible, lo que se contrapone entre sí, ya que si aumentamos la amplitud del intervalo, disminuimos la cantidad de fallas espurias, pero aumentamos el tiempo que tarda una señal en ser declarada fallada cuando el valor de $x(T)$ se está degradando lentamente, correspondiendo esto mismo a tratar de buscar los valores óptimos de los errores α y β .

4.5 Método secuencial tomando muestras de tamaño $n > 1$

Este método es similar al explicado en la sección 4.4, lo que pasa es que aquí vamos a tomar muestras mayores de uno (es decir $n > 1$), calculando su media aritmética \bar{x} , y este valor es el que vamos a tomar como dato para hacer una decisión acerca del estado de la medición $x(T)$ del sensor.

Entonces definiendo el valor de n , vamos a tener las siguientes mediciones que forman la muestra de tamaño n , dada por la ecuación 4.18

$$\begin{aligned} x(t_1) &= v + e(t_1) \\ x(t_2) &= v + e(t_2) \\ &\vdots \\ x(t_n) &= v + e(t_n) \end{aligned}$$

cuyos valores se tienen que almacenar en la memoria de la computadora, para calcular su media aritmética

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(t_i) \quad (4.27)$$

El siguiente valor que sigue a la medición correspondiente a $x(t_n)$, debe ser $x(t_{n+1})$ dando el comienzo de la siguiente muestra de tamaño n de datos, cuando esta termine empezará la otra y así sucesivamente.

Entonces vamos a tener la posibilidad de tres tipos de decisiones que son:

(I) Cuando

$$L_1 < x(t) < L_2 \quad (4.28)$$

las mediciones son aceptadas.

(II) Cuando

$$x(t) < L_1 \text{ o } x(t) > L_2 \quad (4.29)$$

las mediciones son rechazadas.

(III) Cuando

$$x(t) = L_1 \text{ o } x(t) = L_2 \quad (4.30)$$

no hay decisión y se toma la siguiente muestra.

Podemos también expresar estas formas de decisión en función del error de medición partiendo de la ec. 4.27 y utilizando la ec. 4.16

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(t_i) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [v + e(t_i)] \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e(t_i) \\ &= \frac{nv}{n} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e(t_i) \end{aligned}$$

pero haciendo

$$e(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e(t_i)$$

nos queda finalmente

$$x(t) = v + e(t) \quad (4.31)$$

Ahora tenemos que

(I) cuando (de la ec. 4.28)

$$L_1 < x(t) < L_2$$

en donde sustituyendo las ecuaciones 4.30 y 4.31 nos queda

$$v - B_1 < v + e(t) < v + A_2$$

y restando v

$$B_1 < e(t) < A_2 \quad (4.32)$$

entonces, decidimos que la medición es declarada aceptable.

Haciendo lo mismo para las otras dos formas de decisión, tenemos que

(II) cuando

$$t(t) < B_L \text{ o } t(t) > A_B \quad (4.33)$$

entonces la medición es rechazada.

(III) Cuando

$$t(t) = B_L \text{ o } t(t) = A_B \quad (4.34)$$

no existe decisión y debemos de tomar otra muestra.

En el caso especial, en que la distribución de probabilidad de $x(t)$ sea simétrica, tomando un valor C_{SIM} positivo como límite tendremos

(I) cuando

$$|t(t)| < C_{SIM} \quad (4.35)$$

la medición es aceptada.

(II) Cuando

$$|t(t)| > C_{SIM} \quad (4.36)$$

la medición es rechazada.

(III) Cuando

$$|t(t)| = C_{SIM} \quad (4.37)$$

no existe decisión y se toma otra muestra.

Como se puede apreciar, este método es semejante al anterior de la sección 4.4, la única diferencia es que ahora el tamaño de la muestra n es mayor que 1 y debe especificarse su valor de acuerdo al tiempo que es posible esperar para obtener una decisión, ya que si n es muy grande se obtendrá una respuesta mejor, pero tardaría mucho tiempo en obtenerse esta respuesta.

La definición de los límites del intervalo se hace de igual forma que en el método dado en la sección 4.4. repetirse.

4.6 Prueba secuencial del cociente de probabilidades

Denotamos como $f(x, \theta)$ la distribución de la variable aleatoria x bajo consideración, donde $f(x, \theta)$ denota la función de densidad de probabilidad de x , si una función de esa existe y si x tiene una distribución discreta, $f(x, \theta)$ denota la probabilidad de que la variable aleatoria bajo consideración tome el valor de x .¹⁷

En este caso se trata de probar

$$H_0: \theta = \theta_0 \text{ contra } H_1: \theta = \theta_1 \quad (4.38)$$

Así la distribución de x es dada por $f(x, \theta_0)$ cuando H_0 es verdadero, y por $f(x, \theta_1)$ cuando H_1 es verdadero. Denotando las observaciones sucesivas en x por x_1, x_2, \dots, n .

Como se mencionó en el primer párrafo vamos a tener dos clases de distribuciones que son las continuas y las discretas, las cuales se van a cubrir simultáneamente, y tendremos que hacer ligeras modificaciones de acuerdo al tipo de distribución que estemos considerando.

Para cualquier número entero n la probabilidad de que una muestra x_1, x_2, \dots, x_n se obtenga, siendo H_1 verdadero es

$$P_{1n} = f(x_1, \theta_1) \cdots f(x_n, \theta_1) \quad (4.30)$$

y cuando H_0 es verdadero

$$P_{0n} = f(x_1, \theta_0) \cdots f(x_n, \theta_0) \quad (4.40)$$

La prueba secuencial del cociente de probabilidades para probar H_0 contra H_1 se define como: Dos constantes D_1 y E_2 ($D_1 < E_2$) son escogidas, y en cada paso del experimento (n -ésima prueba para cualquier valor entero de n), la razón de las probabilidades P_{1n}/P_{0n} es calculada.

(I) Entonces si

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} \leq D_1 \quad (4.41)$$

el proceso se termina, con la aceptación de H_0

(II) si

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} \geq E_2 \quad (4.42)$$

el proceso se termina con el rechazo de H_0 (aceptación de H_1)

(III) si

$$D_1 < \frac{P_{1n}}{P_{0n}} < E_2 \quad (4.43)$$

el experimento se continúa tomando una observación adicional.

Si para una muestra particular $P_{1n} = P_{0n} = 0$, se debe de analizar que decisión tomar, dependiendo del tipo de distribución $f(x, \theta)$ que se está considerando. Si para alguna muestra tenemos que $P_{1n} > 0$ y $P_{0n} = 0$, entonces H_0 es rechazada.

Para propósitos de computación, es más conveniente computar el logaritmo de la razón P_{1n}/P_{0n} que la razón P_{1n}/P_{0n} . La razón de esto es que $\ln(P_{1n}/P_{0n})$ puede escribirse como la suma de

$$\ln \frac{P_{1n}}{P_{0n}} = \ln \frac{f(x_1, \theta_1)}{f(x_1, \theta_0)} + \ln \frac{f(x_2, \theta_1)}{f(x_2, \theta_0)} + \dots + \ln \frac{f(x_n, \theta_1)}{f(x_n, \theta_0)} \quad (4.44)$$

si denotamos ahora $F_i = \ln D_1, G_i = \ln E_2$ y

$$t_i = \ln \frac{f(x_i, \theta_1)}{f(x_i, \theta_0)} \quad (4.45)$$

tenemos que

$$\ln D_1 < \sum_{i=1}^n \ln \frac{f(x_i, \theta_1)}{f(x_i, \theta_0)} < \ln E_2 \quad (4.48)$$

sustituyendo la ec. 4.45 y los valores de $F_1 = \ln D_1$ y $G_2 = \ln E_2$ en la ecuación 4.46

$$F_1 < \sum_{i=1}^n l_i < G_2 \quad (4.47)$$

utilizando esta nueva nomenclatura nuestro cuadro de decisiones nos daría:

(I) Cuando

$$\sum_{i=1}^n l_i \leq F_1 \quad (4.48)$$

se acepta H_0 .

(II) Si

$$\sum_{i=1}^n l_i \geq G_2 \quad (4.49)$$

se rechaza H_0 (se acepta H_1).

(III) Si

$$F_1 < \sum_{i=1}^n l_i < G_2 \quad (4.50)$$

se continúa, tomando una observación adicional.

Una explicación del cálculo exacto de los valores de los límites D_1 y E_2 está fuera del alcance de la presente tesis, pero una aproximación casi exacta viene dada por [7]:

$$D_1 = \frac{\beta}{1-\alpha} \quad \text{y} \quad E_2 = \frac{1-\beta}{\alpha} \quad (4.51)$$

subsecuentemente

$$F_1 = \ln \frac{\beta}{1-\alpha} \quad \text{y} \quad G_2 = \ln \frac{1-\beta}{\alpha} \quad (4.52)$$

Podemos añadir que esta prueba resulta óptima en el sentido de que se requiere, en promedio, el mínimo número de observaciones para identificar H_0 o H_1 para entores específicos de probabilidad α y β [12].

Pero en nuestro caso no nos interesa mucho probar la hipótesis dada por la ec. 4.28, salvo en alguna excepción, sino más bien estamos interesados en probar la hipótesis dada por la ec. 4.12.

En este tipo de prueba en que aceptamos H_0 (el sensor está funcionando bien) cuando $\theta = \theta_0$ y rechazamos H_0 , aceptando H_1 (el sensor está fallando) cuando $\theta \neq \theta_0$, entonces vemos que no podemos calcular en esta prueba la probabilidad de la muestra R_1 , dada por la ec. 4.28, debido a que no se define un $\theta = \theta_1$, sino más bien abarca todos los valores de $\theta \neq \theta_0$ en la región de rechazo R .

Considerando una distribución de probabilidad discreta o continua, vemos que podemos asignar un valor de error α , debido a que $\theta = \theta_0$, pero no podemos decir que tenemos un valor determinado del error β , debido a que tenemos un conjunto no determinado de $\theta \neq \theta_0$, diciendo que β es función del $\theta \neq \theta_0$ que se le asigne, expresándose $\beta(\theta)$, entonces podemos concluir, que no podemos aplicar el método del cociente de probabilidades $P_{1\alpha}/P_{0\alpha}$, debido a que $P_{1\alpha}$ no se puede definir para un valor específico, ya que existen un conjunto de valores para los cuales $\theta \neq \theta_0$.

Una manera de solucionar este tipo de problema es convertir nuestra hipótesis compuesta, dada por la ec. 4.12, a una hipótesis simple como la dada por la ec. 4.38 y de esta forma poder calcular el cociente $P_{1\alpha}/P_{0\alpha}$.

A continuación daremos dos métodos nombrados arbitrariamente A y B, los cuales explicamos a continuación:

Método A:

En este método damos dos valores específicos de β y α , con lo cual podemos especificar dos valores de $\theta \neq \theta_0$, dados por $\theta_1 < \theta_0 < \theta_2$ (donde los subíndices indican inferior y superior respectivamente).

Después de encontrar los valores de θ_1 y θ_2 , que satisfacen los valores de los errores $\alpha(\theta_1)$, $\beta(\theta_1)$ y $\beta(\theta_2)$, le aplicamos a cada dato x , tomado secuencialmente dos pruebas con las cuales podemos declarar la aceptación o rechazo de H_0 , denominando estas pruebas como A:1 y A:2, las cuales explico a continuación:

Prueba A:1

Esta prueba que le aplicamos a una observación x_1 , es la explicada en la sección 4.4, donde se definen dos límites L_1 y L_2 (donde $L_1 < L_2$) de un intervalo dentro del cual se le puede permitir moverse al valor de x_1 , sin declararse fallada pero en este caso los límites L_1 y L_2 deben de cumplir la condición

$$L_1 \leq \theta_1 < \theta_0 < \theta_2 \leq L_2 \quad (4.53)$$

Definiendo los valores de L_1 y L_2 , de tal forma que el intervalo abarque casi el 100 % de todos los valores posibles de x , cuando el sensor está funcionando correctamente, quedando nuestras decisiones como:

(I) Si

$$x_1 \leq L_1 \text{ o } x_1 \geq L_2 \quad (4.54)$$

entonces H_0 es rechazada y ya no se hace la prueba A:2.

(II) Si

$$L_1 < x_1 < L_2 \quad (4.55)$$

se le aplica a x , la prueba A:2.

Entonces como se ve, la primer prueba A:1 consiste en determinar la falla de x , considerando un intervalo amplio, y si x_1 pasa esta prueba sin declararse fallada, entonces se prosigue a efectuarle la prueba A:2.

Prueba A:2

Después de que la x_1 observación ha pasado la prueba A:1, se le aplica esta prueba que es la del cociente de probabilidades. Hasta este punto debemos tener

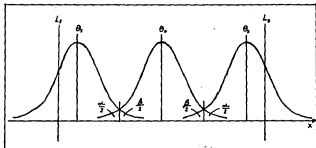


Figura 4.4: Gráfica de los valores de $\alpha, \beta, \theta_1, \theta_2, L_1$ y L_2 para una distribución de probabilidad Gaussiana.

determinados los valores de $\alpha, \beta, \theta_1, \theta_2, L_1$ y L_2 ; cuya representación gráfica se muestra en la fig. 4.4, para una distribución gaussiana de varianzas conocidas constante.

Entonces viendo la figura 4.4, podemos decir que con la prueba AII se ha asegurado que x , este dentro del intervalo $L_1 < x_1 < L_2$, y ahora podemos decir que si $\theta = \theta_0$, entonces H_0 es aceptada y si $\theta = \theta_1$ o $\theta = \theta_2$, entonces H_0 es rechazada.

Pero aún es imposible formar un cociente de probabilidades con tres probabilidades de muestra que son P_{1n}, P_{0n} y P_{2n} , por lo que aplicamos dos pruebas, una de cola izquierda dada por

$$H_0: \theta = \theta_0 \text{ contra } H_1: \theta = \theta_1 \quad (4.56)$$

y otra de cola derecha

$$H_0: \theta = \theta_0 \text{ contra } H_1: \theta = \theta_2 \quad (4.57)$$

con lo cual queda reducida la hipótesis compuesta dada por la ec. 4.12 a dos hipótesis simples dadas por las ecuaciones 4.56 y 4.57, con las cuales ya se puede aplicar la prueba del cociente de probabilidades secuencial.

Entonces primero calculamos los logaritmos de los cocientes de probabilidad

$$\ln \frac{P_{1n}}{P_{0n}} \text{ y } \ln \frac{P_{2n}}{P_{0n}} \quad (4.58)$$

usando la ec. 4.44, y después calculamos los valores

$$F'_j = \ln\left(\frac{\beta/2}{1 - \alpha/2}\right) \text{ y } G'_j = \ln\left(\frac{1 - \beta/2}{\alpha/2}\right) \quad (4.59)$$

dados por la ec. 4.52, en donde se considera que la prueba es originalmente de dos colas, por lo que se debe tomar los valores de los errores $\alpha/2$ y $\beta/2$ para cada una de las pruebas de cola derecha e izquierda, teniendo errores totales de α y β .

Entonces nuestro cuadro de decisiones, para probar la hipótesis de cola izquierda primero, dada por la ec. 4.56 sería:

(I) Si

$$\ln \frac{P_{2n}}{P_{0n}} \leq F'_j \quad (4.60)$$

se continúa con la prueba de la hipótesis de cola derecha.

(II) Si

$$\ln \frac{P_{2n}}{P_{0n}} \geq G'_j \quad (4.61)$$

se rechaza H_0 (aceptación de H_1), y ya no se efectúa la prueba de la hipótesis de cola derecha.

(III) Si

$$F'_j < \ln \frac{P_{2n}}{P_{0n}} < G'_j \quad (4.62)$$

se continúa, tomando otra observación y ya no se efectúa la prueba de la hipótesis de cola derecha.

Después de que nuestra observación ha cumplido con la prueba A1 y satisfecho la condición (I) de la prueba de la hipótesis de cola izquierda. Por último se le hace la prueba de la hipótesis de cola derecha dada por la ec. 4.57, quedando nuestras decisiones como

(I) Si

$$\ln \frac{P_{2n}}{P_{0n}} \leq F'_j \quad (4.63)$$

entonces se acepta H_0 .

(II) Si

$$\ln \frac{P_{2n}}{P_{0n}} \geq G'_j \quad (4.64)$$

se rechaza H_0 (aceptándose H_1).

(III) Si

$$F'_j < \ln \frac{P_{2n}}{P_{0n}} < G'_j \quad (4.65)$$

se continúa tomando otra observación y no hay decisión.

Una de las observaciones que debemos hacer antes de pasar a ver el método B, es que podemos obtener una indeterminación en el cálculo del logaritmo del

cociente de probabilidades $\ln(\frac{P_{10}}{P_{00}})$ y $\ln(\frac{P_{20}}{P_{00}})$ ya que para calcular estos cociente utilizamos la ec. 4.44 cuyo término l_1 está dado por la ec. 4.45, dando para la prueba de la hipótesis de la cola izquierda

$$l_1 = \ln \frac{f(x_1, \theta_1)}{f(x_1, \theta_0)} \quad (4.66)$$

y para la prueba de cola derecha, daría

$$l_1 = \ln \frac{f(x_1, \theta_2)}{f(x_1, \theta_0)} \quad (4.67)$$

En cuyo caso particular, si $f(x_1, \theta_1) > 0$ y $f(x_1, \theta_0) = 0$ se debe rechazar H_0 para esta prueba, siguiendo este mismo criterio para $f(x_1, \theta_2) > 0$ y $f(x_1, \theta_0) = 0$. Si $f(x_1, \theta_1) = 0$ y $f(x_1, \theta_0) = 0$ entonces se hace $l_1 = 0$, tomándose esta misma decisión para $f(x_1, \theta_2) = 0$ y $f(x_1, \theta_0) = 0$, continuando el proceso.

Otra de las determinaciones que puede aparecer es cuando damos un valor de $\alpha = 0$ o $\beta = 0$, y tratamos de calcular los límites F_1^* y G_2^* por medio de la ec. 4.55, por lo que es recomendable hacer un escrutamiento de todas las posibles indeterminaciones que se puedan presentar y tomar una decisión determinada acerca de cada una de ellas.

Método B:

Este método lo vamos a dividir también en dos pruebas B:1 y B:2, como se hizo en el método A, siendo la prueba B:1 igual a la prueba anterior A:1, y la prueba B:2 en la cual se hacen modificaciones que la hacen diferir de la prueba A:2.

Como se hizo en el método A, trataremos que una observación x_1 , que es tomada de manera secuencial sea sometida a las pruebas B:1 y B:2 con el fin de determinar si está fallada o no una señal.

Prueba B:1

Esta prueba es igual a la A:1, donde se especifica los valores de α y β , y con estos valores se determina θ_1, θ_2, L_1 y L_2 , de tal forma que deben cumplir con la condición de la ec. 4.55. Después de haberse asignado valores a estos parámetros se hacen las pruebas dadas por las ecuaciones 4.54 y 4.55 a la observación x_1 , con los cual se determina que si cumple con la condición dada por la ec. 4.54 la hipótesis H_0 es rechazada y si por el contrario cumple con la condición dada por la ec. 4.55 se continúa el procedimiento aplicándole la prueba B:2 a la observación x_1 .

Prueba B:2

Supongamos que la observación x_1 cumplió con la condición dada por la ecuación 4.55, entonces se le aplica la prueba del cociente de probabilidades, pero esta prueba difiere en la prueba anterior A:2 en la forma de resolver la indefinición del cociente P_{10}/P_{00} , en donde no era posible calcular P_{10} en una forma determinística para la hipótesis dada por la ecuación 4.12, como ya se explicó anteriormente en esta misma sección.

Entonces, otra manera de resolver la indefinición del cálculo de P_{1n} [17], es la que en vez de dividir el problema de doble cola en dos problemas; uno de cola izquierda y el otro de cola derecha, como se hizo en la prueba A12, se trata de obtener un promedio pesado de las funciones de la distribución de probabilidad $f(x_1, \theta_1, \dots, \theta_r) \cdots f(x_n, \theta_1, \dots, \theta_r)$, donde θ_i son los parámetros de la distribución de probabilidad que están dentro de la zona de rechazo R .

Considerando todo desde el principio, hemos dicho que si tenemos para $H_2: \theta = \theta_2$, entonces podemos asignar un valor de error α determinado y como para $H_1: \theta \neq \theta_1$, entonces designamos a $\beta(\theta)$ para todos los valores θ en la zona de rechazo. Así $\beta(\theta)$ es la probabilidad de un error de segundo tipo que debe de cumplir la condición de que no debe de exceder un valor preasignado para todos los θ en R . Lo que requerirá de un promedio pesado de $\beta(\theta)$, con una función de peso $w(\theta)$, el cual deberá ser igual a β , por ejemplo:

Para una distribución discontinua

$$\sum_{i=1}^r w(\theta_i) \beta(\theta_i) = \beta, \quad \forall \theta_i \in R \quad (4.68)$$

donde $w(\theta_i) \geq 0$ y además se debe de cumplir, que

$$\sum_{i=1}^r w(\theta_i) = 1 \quad \forall \theta_i \in R \quad (4.69)$$

para una distribución continua

$$\int_R \beta(\theta) w(\theta) d\theta = \beta \quad \forall \theta \in R \quad (4.70)$$

donde $w(\theta) \geq 0$ y debe de cumplirse además que

$$\int_R w(\theta) d\theta = 1 \quad \forall \theta \in R \quad (4.71)$$

Entonces una prueba secuencial cuyo procedimiento satisface estos requerimientos puede ser construida, tomando P_{1n} igual al expuesto en la ec. 4.40 y modificando el cálculo de P_{1n} , de la forma siguiente:

Para una distribución discreta

$$P_{1n} = \sum_{j=1}^r \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta_j) w(\theta_j) \quad \forall \theta_j \in R \quad (4.72)$$

para una distribución continua

$$P_{1n} = \int_R \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) w(\theta) d(\theta) \quad \forall \theta \in R \quad (4.73)$$

Por lo que definiendo P_{2n} y P_{1n} , podemos calcular el cociente P_{1n}/P_{2n} y aplicar la prueba del cociente de probabilidades secuencial. Sin embargo existen todavía varios puntos vagos que presentan las ecuaciones 4.72 y 4.73, en primer lugar pueden existir varios valores $w(\theta_i)$ para una distribución discreta o varias funciones $w(\theta)$ para una distribución continua, por lo que no tenemos una forma de decidir cual es la óptima a emplear, en segundo lugar no definen una manera por la cual se puedan determinar $w(\theta_i)$ o $w(\theta)$ en una forma general y única, sino que se resuelve basándose en condiciones que se dan arbitrariamente al inicio que pueden conducir a diferentes valores si cambiamos dichas condiciones iniciales [12].

Calcular y hacer un análisis de las funciones de peso sería un trabajo largo y laborioso que va más allá del alcance de la presente tesis. Pero lo que sí podemos visualizar es que hemos pasado de una indeterminación del cálculo de P_{1n} a otra indeterminación en el cálculo de las funciones de peso involucradas en el cálculo de P_{1n} . En la subsección 7.2.1 del capítulo 7 se da el ejemplo para el caso de que tenemos una distribución de probabilidad normal estándar con varianza conocida constante.

Capítulo 5

Redundancia Analítica

5.1 Conceptos Generales

En una planta ocurren muchos procesos térmicos, hidráulicos, químicos, nucleares, etc., que pueden modelarse por medio de una expresión analítica. Entonces decimos que podemos establecer un modelo analítico de alguno de estos procesos, si existe una expresión analítica que pueda modelar el fenómeno o proceso que se está considerando. Dada esta expresión analítica en forma de función nos daría

$$f(v_1, v_2, \dots, v_n, \dots, v_n) = 0 \quad (5.1)$$

donde:

v_i = i -ésima variable del proceso.

La ec. 5.1 puede ser una función que sea deducible por medio de conceptos fundamentales, puede ser empírica o puede tener partes deducibles y partes empíricas. También puede existir la posibilidad de que la ecuación implícita 5.1 se pueda poner en forma explícita, para una variable v_i , de tal forma que

$$v_i = g(v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_{i+1}, \dots, v_n) \quad (5.2)$$

Entonces decimos que si podemos obtener el valor de la variable v_i a partir de los valores de las restantes variables ($n - 1$), ya sea en forma implícita como la expresada en la ec. 5.1 o explícita como la expresada en la ec. 5.2, decimos que hemos obtenido una redundancia analítica de la variable v_i del proceso.

De las ecuaciones 5.1 y 5.2 vemos que v_i es la variable dependiente de las $(n - 1)$ variables independientes $\{v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_{i+1}, \dots, v_n\}$, donde los valores de estas variables independientes van a ser obtenidos midiendo directamente su valor por medio de la medición directa de un sensor o por medio de otras redundancias analíticas.

Una representación gráfica de la redundancia analítica expresada por medio de la ec. 5.1 o por la ec. 5.2, se puede hacer similar al símbolo de una compuerta

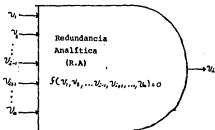


Figura 5.1: Representación gráfica de la Redundancia Analítica (R.A.) como una compuerta AND.

AND (como se usa en electrónica), de tal forma que para que exista una salida v_i deben de existir todos los valores $\{v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_{i+1}, \dots, v_m\}$ de entrada, ya que si falta alguno de ellos no existe la salida v_i , esto viene representado por la figura 5.1.

La confiabilidad de los resultados de la redundancia analítica, dependerá primordialmente de la profundidad de conocimiento del sistema bajo estudio, de manera que nuestros modelos analíticos deberán ser buenos representantes del sistema real. Los modelos analíticos son obtenidos empleando, por ejemplo, las ecuaciones de balance de masa, conservación de cantidad de movimiento, conservación de energía, relaciones empíricas validadas, etc. Son este tipo de relaciones las que nos ayudaran a determinar los parámetros críticos que nos describirán adecuadamente el sistema bajo estudio.

La ecuación 5.1 se puede ver también como una ecuación de estado del sistema bajo consideración, ya que si conocieramos el valor de todas las variables v_1, \dots, v_m (que incluye a la variable tiempo) quedaría completamente definido su estado en un instante dado. Como ejemplo, podemos citar la ecuación de estado para un sistema termodinámico simple para fluidos o sólidos homogéneos, no sujetos a fuerzas externas, excepto a una presión hidrostática constante que viene dada por

$$f(P, V, T) = 0 \quad (5.2)$$

donde:

P = presión ejercida por el sistema.

V = volumen del sistema.

T = temperatura del sistema.

entonces conociendo los valores de P , V y T , el estado del sistema queda definido.

Otras ecuaciones como la 5.1 son las dadas por las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, que se pueden expresar como las ecuaciones 5.4, 5.5 y 5.6, respectivamente [19].

Conservación de masa:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{flujo de} \\ \text{masa saliendo} \\ \text{del sistema} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{flujo de} \\ \text{masa entrando} \\ \text{al sistema} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{cambio de} \\ \text{masa en} \\ \text{el sistema} \end{array} \right\} = 0 \quad (5.4)$$

Conservación de cantidad de movimiento:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{flujo de} \\ \text{cantidad de} \\ \text{movimiento} \\ \text{saliedo del} \\ \text{sistema} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{flujo de} \\ \text{cantidad de} \\ \text{movimiento} \\ \text{entrando al} \\ \text{sistema} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{cambio} \\ \text{de la cantidad} \\ \text{de movimiento} \\ \text{en el} \\ \text{sistema} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{suma de} \\ \text{las fuerzas} \\ \text{actuando sobre} \\ \text{el sistema} \end{array} \right\} \quad (5.5)$$

Conservación de energía:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{flujo de} \\ \text{energía saliendo} \\ \text{del sistema} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{flujo de} \\ \text{energía entrando} \\ \text{en el sistema} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{cambio} \\ \text{de energía} \\ \text{en el sistema} \end{array} \right\} = 0 \quad (5.6)$$

A continuación, obtendremos el balance de masa y energía del sistema formado por el pozo húmedo y alberca de supresión para el reactor BWR/5 de la Central Nuclear de Laguna Verde, con la intención de plantear como se puede obtener una redundancia analítica de la temperatura y nivel de la piscina de supresión, cuyas señales nos indican en forma indirecta la capacidad de absorción de calor de la piscina de supresión.

5.2 Balance de Masa y Energía para el Pozo Húmedo y Alberca de Supresión

La principal función de la piscina de supresión es la de servir como un sumidero de calor, pero además puede limitar la fuga de productos de fisión en el caso de un accidente de pérdida de refrigerante, por lo que es de suma importancia asegurar su disponibilidad en caso de un transitorio.

Se tomó como sistema para hacer nuestro balance de masa y energía el pozo húmedo y alberca de supresión, debido a que presenta un volumen constante

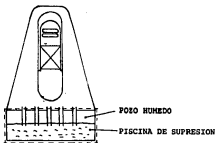


Figura 5.2: La línea punteada indica el contorno del sistema considerado para el balance de masa y energía.

delimitado por barreras físicas, ya que si tomáramos únicamente la piscina de supresión como sistema, tendríamos el inconveniente de considerar su volumen variable.

El sistema usado para hacer nuestros balances de masa y energía que abarca al pozo húmedo y alberca de supresión se muestra en la fig. 5.2

Como se ve en las ecuaciones 5.4 y 5.6 para hacer los balances de masa y energía, es necesario conocer las corrientes de masa y energía que entran y salen del sistema, lo cual no es tan simple de visualizar, ya que el pozo húmedo y alberca de supresión se encuentran relacionados con varios sistemas, como son: El Sistema de Recombinación de Hidrógeno y Oxígeno, El Sistema de la Atmósfera Inerte de Nitrógeno, El Sistema de Aspiración del Núcleo a Alta Presión, El Sistema de Aspiración del núcleo a Baja Presión, El Sistema de Válvulas de Alivio de Presión, El Sistema de Enfriamiento del Núcleo con el Reactor Aislado, El Sistema de Remoción de Calor Residual, El Sistema de Enfriamiento y Limpieza de la Alberca de Supresión, El conjunto de tubos descendentes de desfogue y El Sistema de Control de Fuga de las Válvulas de Aislamiento de la Línea de Vapor Principal, los cuales consideramos cada uno de ellos de una manera funcional a continuación.

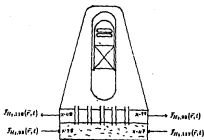


Figura 5.2: Diagrama simplificado del Sistema de Recombinación de Hidrógeno y Oxígeno, mostrándose solamente los flujos de salida y entrada al pozo húmedo y alberca de supresión.

5.2.1 Sistema de Recombinación de Hidrógeno y Oxígeno

Este Sistema de Recombinación de Hidrógeno y Oxígeno (Hydrogen/Oxygen Recombiner System) consiste de dos recombinadores de hidrógeno redundantes los cuales controlan la cantidad de hidrógeno en el contenedor primario, usando calor para causar la recombinación del hidrógeno liberado con el oxígeno libre en el aire para formar agua. 21

En la Fig. 5.2 se muestra un diagrama de este sistema en forma simplificada 20.21, en donde se han dibujado únicamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de supresión, manteniendo la nomenclatura utilizada en la Central de Laguna Verde en todas las penetraciones a la contención primaria, las cuales vienen indicadas por la letra "x" y un número.

5.2.2 Sistema de la Atmósfera Inerte de Nitrógeno

Este Sistema de la atmósfera Inerte de Nitrógeno (Containment Nitrogen Inerting System) provee de una atmósfera inerte de nitrógeno a los pozos seco y húmedo, con el fin de reducir la concentración de oxígeno en el contenedor, y de esta forma evitar la formación de una mezcla combustible con el hidrógeno que se pudiera generar durante un accidente. 21.

En la Fig. 5.4 se muestra un diagrama de este sistema en forma simplificada

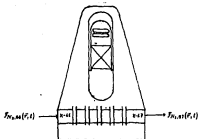


Figura 5.4: Diagrama simplificado del Sistema de la atmósfera Inerte de Nitrógeno, mostrando solamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de supresión.

N_2 , en donde se han dibujado solamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de supresión.

5.2.3 Sistemas de Aspersión del Núcleo a Alta y Baja Presión

Estos dos sistemas forman parte de los Sistemas de Enfriamiento de Emergencia del Núcleo Emergency Core Cooling Systems (ECCS), [21].

El Sistema de Aspersión del Núcleo a Alta Presión [High Pressure Core Spray (HPCS)] es un sistema que rocía agua sobre el núcleo del reactor, cuando existe una señal de iniciación de bajo nivel de agua en la vasija o de alta presión en el pozo seco. Este sistema puede funcionar en toda la amplitud de las presiones de operación, su principal objetivo es la de mantener el inventario de agua de la vasija del reactor después de un accidente pequeño de pérdida de refrigerante, el cual no ocasiona y no necesita la despresurización de la vasija del reactor.

El Sistema de Aspersión del Núcleo a Baja Presión Low Pressure Core Spray (LPCS) es independiente y tiene las mismas funciones del Sistema de Aspersión a Alta Presión, la única diferencia es que este sistema necesita para iniciar, además de una señal de bajo nivel de agua en la vasija o alta presión en el pozo seco, de una señal de baja presión en la vasija.

El principal propósito de este sistema es el de mantener el rocío e inventario del agua en la vasija durante un accidente grande de pérdida de refrigerante

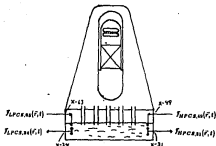


Figura 5.3. Diagrama simplificado de los Sistemas de Aspersión del Núcleo de Alta y Baja Presión, mostrando solamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de aspersión.

en esa ocasión que se despresurice la vasija o bien cuando se presente un accidente de pérdida de refrigerante pequeño en cuyo caso se requiere que la vasija sea despresurizada previamente por medio de las válvulas de alivio de presión Automatic Depressurization System (ADS) para que el sistema pueda iniciar.

En la fig. 5.5 se muestra un diagrama que incluye estos dos sistemas en forma simplificada 21, en donde se han dibujado únicamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de aspersión.

5.2.4 Sistema de Válvulas de Alivio de Presión

Este sistema forma parte de los Sistemas de Enfriamiento de Emergencia del Núcleo Emergency Core Cooling Systems (ECCS) 22.

El Sistema de Válvulas de Alivio de Presión (The Nuclear Pressure Relief System (NPRS) consiste de 10 válvulas de alivio (FO13A,H,C,D,F,G,K,L,P y R) las cuales han sido diseñadas para prevenir una sobrepresión en el sistema nuclear que podría dañar las barreras físicas que contienen al vapor a presión. Este sistema también puede realizar una despresurización automática cuando ocurre una fuga pequeña de refrigerante y el Sistema de Aspersión del Núcleo a Alta Presión (HPCS) falla o es insuficiente para mantener un nivel de agua en la vasija; permitiendo de este modo que los sistemas de Aspersión del Núcleo a

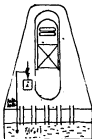


Figura 5.6: Diagrama simplificado del Sistema de Válvulas de Alivio de Presión, mostrando el flujo X_i de descarga en la alberca de supresión, donde $i = F012A, B, C, D, F, G, K, L, P$ y R .

Baja Presión (LPCS) y el de Inyección de Refrigerante a Baja Presión (LPCI) puedan entrar en operación. Las siguientes 5 válvulas de alivio (F013C, F, G, L y R), son las que pueden ser accionadas para realizar esta operación de despresurización cuyo conjunto es llamado el Sistema Automático de Despresurización [Automatic Depressurization System (ADS)] [22,23].

Debido al funcionamiento antes mencionado este sistema remove calor hacia la alberca de supresión.

En la fig. 5.6 se muestra un diagrama de este sistema en forma simplificada [24,25], en el que se ha dibujado el flujo de descarga X_i (donde $i = F013A, F013B, F013C, F013D, F013F, F013G, F013K, F013L, F013P$ y $F013R$) descargando en la alberca de supresión.

5.2.5 Sistema de Enfriamiento del Núcleo con el Reactor Aislado

El Sistema de Enfriamiento del Núcleo con el Reactor Aislado (Reactor Core Isolation Cooling (RCIC)), es un sistema de seguridad, diseñado para que un cierto inventario de agua sea mantenido en la vasija, con el fin de garantizar el enfriamiento del núcleo [2].

Este sistema evita el sobrecalentamiento del núcleo, durante las siguientes condiciones [22,26]:



Figura 5.3: Diagrama simplificado del Sistema de Enfriamiento del Núcleo con el Reactor Aislado, mostrándose solamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de supresión.

1. Cuando la vasija es aislada y el reactor se mantiene en un estado caliente (hot standby) (que es definido como la condición donde el reactor es sub-crítico con la temperatura del refrigerante superior a 100°C).
2. Cuando la vasija es aislada y acompañada por la pérdida de flujo de refrigerante del Sistema de Agua de Alimentación.
3. Siguiendo la pérdida del Sistema de Agua de Alimentación hasta que el reactor puede ser enfriado en parada por el Sistema de Remoción de Calor (Residual Heat Removal System (RHR)).

Este sistema puede iniciarse automáticamente a partir de una señal de bajo nivel en la vasija y se puede decir de cierta manera que este sistema es redundante con el Sistema de Aspersión del Núcleo a Alta Presión.

En la fig. 5.7 se muestra un diagrama de este sistema en forma simplificada (2.2.17), en donde se han dibujado solamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de supresión.

5.2.6 Sistema de Remoción de Calor

El Sistema de Remoción de Calor (Residual Heat Removal System (RHR)) tiene tres circuitos independientes A, B y C.

Este sistema se subdivide en 5 subsistemas o modos de operación que son (2.2.24):

1. Modo de Remoción de Calor (Modo de Enfriamiento de Paro (Shutdown Cooling Mode))

La base de diseño funcional de este modo es la de tener la capacidad de remover el calor de decaimiento y el calor sensible del sistema primario

del reactor, cuando el núcleo está en un estado de paro con las barras de control insertadas y llevándose a un estado frío, es el cual pueden cambiarse las barras de combustible y dársele servicio.

Este modo se efectúa por medio de los circuitos redundantes A y B.

2. Modo de Inyección de Refrigerante a Baja Presión [Low Pressure Coolant Injection (LPCI) Mode]

La base de diseño funcional de este modo es la de inyectar agua a la vasija automáticamente después de que ha ocurrido un accidente de pérdida de refrigerante y ha sido despresurizada la vasija.

Las señales de inicio pueden ser una señal de bajo nivel de la vasija o una señal de alta presión en el peso seco, este modo se efectúa por medio de los circuitos redundante A, B y C.

3. Modo de Enfriamiento de la Piscina de Supresión [Suppression Pool Cooling Mode]

La base de diseño funcional de este modo es la de enfriar el agua de la alberca de supresión, con el fin de mantener su temperatura dentro de los límites especificados.

Esta función se puede efectuar con los circuitos redundantes A y B.

4. Modo de Rociado en la Contención Primaria [Containment Spray Cooling Mode]

La base de diseño funcional de este modo es la de reducir la presión en el contenedor después de un accidente de pérdida de refrigerante, condensando el vapor en los pozos seco y húmedo.

Esta función se puede efectuar con los circuitos redundantes A y B.

5. Modo de Condensación de Vapor [Reactor Steam Condensing Mode]

La base de diseño funcional de este modo es la de condensar el vapor del reactor, para enfriarlo y limitar su presión, cuando el reactor está aislado del condensador principal.

Este sistema está interconectado con el Sistema de Enfriamiento del Núcleo con el Reactor Aislado (RCIC), ayudándolo a cumplir su función condensando vapor por medio de los intercambiadores de calor del Sistema de Remoción de Calor Residual y después regresándole el condensado para que sea inyectado al reactor.

Esta función se puede efectuar con los circuitos redundantes A y B.

Además de las funciones principales que han sido mencionadas dentro de los 5 modos en los que puede funcionar este sistema, también cumple con funciones secundarias, como son: la de ayudar al subsistema de Enfriamiento de la



Figura 5.8 Diagrama simplificado del Sistema de Remoción de Calor Residual, mostrando solamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de supresión

Piscina de combustible (Fuel Pool Cooling), que es un subsistema del Sistema de Enfriamiento y Limpieza de la Piscina de Combustible (Fuel Pool Cooling and Cleanup System (FPCC)), cuando este es insuficiente para mantener la temperatura de la piscina de combustible debajo de un valor determinado. También ayuda en la condensación y enfriamiento de los gases de los recombinadores de hidrógeno y oxígeno, además puede proveer un flujo de emergencia de agua del Sistema de Agua de Servicio Nuclear (Nuclear Service Water System (NSW)) a la vasija del reactor y también provee drenes para la vasija del reactor, la piscina de supresión o su taberna [38].

En la figura 5.8 se muestra un diagrama de este sistema en forma simplificada [39], en donde se han dibujado solamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de supresión.

5.2.7 Sistema de Enfriamiento y Limpieza de la Alberca de Supresión

Este sistema es parte de los sistemas de Enfriamiento y Limpieza de la Alberca de Combustible (Fuel Pool Cooling and Cleanup System (FPCC)) [34].

El propósito del subsistema de Enfriamiento del Agua de la Piscina de Supresión es el de remover calor de la piscina de supresión durante las operaciones normales, ya que si existen condiciones anormales, el Sistema de Remoción de Calor residual (RHR) es el encargado de enfriar el agua de la piscina de supresión.

Otra función del subsistema de Limpieza de la Alberca de Supresión es la de remover las impurezas del agua de la alberca de supresión por medio de filtros desmineralizadores.

En la fig. 5.9 se muestra un diagrama de este sistema en forma simplificada [32], en donde se han dibujado solamente los flujos de entrada y salida al pozo

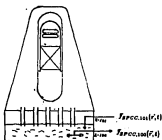


Figura 5.9: Diagrama simplificado del Sistema de Enfriamiento y Limpieza de la Alberca de Supresión, mostrando solamente los flujos de entrada y salida al pozo húmedo y alberca de supresión.

húmedo y alberca de supresión.

5.2.8 Tubos descendientes de desfogue

Los tubos descendientes de desfogue (Downcomers) son 68 tubos que conectan al pozo seco con la alberca de supresión, y tienen como función la de conducir por gravedad y presión al vapor y agua del pozo seco a la alberca de supresión, que resulte de un accidente de fuga de refrigerante en la contención primaria, burbujando la mezcla de agua y vapor en el agua de la piscina de supresión de tal forma que se favorece la condensación de vapor.

Estos tubos también conducen por gravedad a la piscina de supresión cualquier fuga de refrigerante pequeña que pudiera resultar en el contenedor primario. Un diagrama simplificado de estos 68 tubos se muestra en la Fig. 5.10 [33], en donde $f_{D,j}$ es el flujo por cada tubo j , donde $j = 1, 2, \dots, 68$.

5.2.9 Sistema de Control de Fugas de las Válvulas de Aislamiento de la Línea de Vapor Principal

El propósito del Sistema de Control de Fugas de las Válvulas de Aislamiento de la Línea de Vapor Principal (Main Steam Isolation Valve Leakage Control System (MSIVLCS)) es controlar y minimizar la fuga de productos de fisión que pudieran escapar a través del cerramiento de las Válvulas de Aislamiento de la

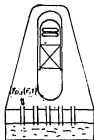


Figura 5.10: Flujos $F_{D,j}$ por los tubos descendentes de drenaje (downcomers), donde $j = 1, 2, \dots, 68$.

Línea de Vapor Principal [Main Steam Isolation Valves (MSIV)] después de un accidente de pérdida de refrigerante.

Este sistema lo que hace es drenar el espacio entre las válvulas de aislamiento interior y exterior a la contención primaria operadas por aire, y entre la válvula exterior a la contención primaria de aislamiento operada con aire y la tercera válvula de aislamiento operada con motor.

Cuando ocurre un accidente de pérdida de refrigerante dentro de la contención primaria el drenaje es dirigido hacia el Sistema de Tratamiento de gases Standby Gas Treatment System (SGTS), y cuando ocurre un accidente de pérdida de refrigerante fuera de la contención primaria el drenaje es dirigido hacia la piscina de supresión [31.34].

En la Fig. 5.11 se muestra un diagrama de este sistema en forma simplificada [31], en donde se ha dibujado solamente los dos flujos de entrada al pozo húmedo y alberca de supresión.

Utilizando los diagramas de las figuras 5.3 a la 5.11 podemos formar nuestras ecuaciones de balances de masa y energía para el sistema del pozo húmedo y alberca de supresión.

Balace de Masa:

$$\begin{aligned} \frac{dM(r,t)}{dt} = & F_{N_2,32}(r,t) + F_{N_2,112}(r,t) \\ & - F_{M_2,112}(r,t) - F_{M_2,32}(r,t) - F_{N_2,32}(r,t) \\ & - F_{N_2,31}(r,t) - F_{LPCS,32}(r,t) - F_{LPCS,31}(r,t) \end{aligned}$$

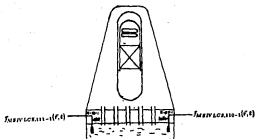


Figura 5.11: Diagrama simplificado del Sistema de Control de Fuga de la Válvula de Aislamiento de las Líneas Principales de Vapor, mostrándose solamente los dos flujos de entrada al pozo húmedo y alberca de supresión.

$$\begin{aligned}
 & -\dot{M}_{PC3,42}(\tau,t) - \dot{M}_{PC3,31}(\tau,t) - \dot{M}_{124}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{120}(\tau,t) - \dot{M}_{110}(\tau,t) + \dot{M}_{110}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{117}(\tau,t) - \dot{M}_{110}(\tau,t) - \dot{M}_{124}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{114}(\tau,t) + \dot{M}_{117}(\tau,t) - \dot{M}_{124}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{C1C,41}(\tau,t) - \dot{M}_{C1C,41}(\tau,t) - \dot{M}_{C1C,41}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{C1C,114}(\tau,t) - \dot{M}_{C1C,11}(\tau,t) - \dot{M}_{HR,17}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{HR,122A}(\tau,t) - \dot{M}_{HR,122A}(\tau,t) + \dot{M}_{HR,21A}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{HR,41}(\tau,t) - \dot{M}_{HR,122B}(\tau,t) - \dot{M}_{HR,122B}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{HR,21}(\tau,t) - \dot{M}_{HR,21B}(\tau,t) - \dot{M}_{HR,21}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{HR,21}(\tau,t) - \dot{M}_{HR,21}(\tau,t) - \dot{M}_{PCC,101}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{PCC,101}(\tau,t) - \sum_{j=1}^{68} \dot{D}_j(\tau,t) - \dot{M}_{MSVLCR,111-1}(\tau,t) \\
 & -\dot{M}_{MSVLCR,110-1}(\tau,t)
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

donde:

$M(\tau,t)$ = masa en el pozo húmedo y alberca de supresión.

$\dot{F}(\tau,t)$ = flujo de masa [masa/ tiempo], donde los subíndices indican a que corriente pertenecen, lo cual es ilustrado en los diagramas de los sistemas de las figuras 5.2 a 5.11

Balace de energía:

$$\begin{aligned}
 \frac{dE(r,t)}{dt} = & \dot{E}_{N1,22}(r,t) + \dot{E}_{N1,117}(r,t) \\
 & - \dot{E}_{N1,112}(r,t) - \dot{E}_{N1,22}(r,t) + \dot{E}_{N1,22}(r,t) \\
 & - \dot{E}_{N1,27}(r,t) + \dot{E}_{LPC2,22}(r,t) - \dot{E}_{LPC2,22}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{LPC2,22}(r,t) - \dot{E}_{LPC2,22}(r,t) + \dot{E}_{0122}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{0122}(r,t) + \dot{E}_{0122}(r,t) + \dot{E}_{0122}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{0122}(r,t) + \dot{E}_{0122}(r,t) + \dot{E}_{0122}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{0122}(r,t) - \dot{E}_{0122}(r,t) + \dot{E}_{0122}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{NC1C,22}(r,t) + \dot{E}_{NC1C,2}(r,t) + \dot{E}_{NC1C,22}(r,t) \\
 & - \dot{E}_{NC1C,112}(r,t) - \dot{E}_{NC1C,112}(r,t) + \dot{E}_{RNR,22}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{RNR,122A}(r,t) + \dot{E}_{RNR,122A}(r,t) + \dot{E}_{RNR,122A}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{RNR,12}(r,t) + \dot{E}_{RNR,127D}(r,t) + \dot{E}_{RNR,122D}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{RNR,12}(r,t) + \dot{E}_{RNR,122D}(r,t) - \dot{E}_{RNR,12}(r,t) \\
 & - \dot{E}_{RNR,12}(r,t) - \dot{E}_{RNR,12}(r,t) + \dot{E}_{SPCC,101}(r,t) \\
 & - \dot{E}_{SPCC,100}(r,t) + \sum_{j=1}^{22} \dot{E}_{D,j}(r,t) + \dot{E}_{MSIVLCR,111-1}(r,t) \\
 & + \dot{E}_{MSIVLCR,110-1}(r,t) - \dot{Q}(r,t) \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

donde:

$\dot{E}(r,t)$ = energía en el pozo húmedo y alberca de supresión.

$\dot{Q}(r,t)$ = flujo de energía que sale del sistema.

$\dot{E}(r,t)$ = flujo de energía (energía/tiempo), donde los subíndices indican a que corriente pertenecen, lo cual es ilustrado en las figuras 5.2 a 5.11.

Las ecuaciones 5.7 y 5.8 incluyen a todos los flujos de masa y energía de los sistemas relacionados con el pozo húmedo y alberca de supresión. Las ecuaciones se pueden reducir haciendo ceros todos los flujos de masa y energía de los sistemas que no estén funcionando en un cierto momento, lo cual simplifica la resolución del problema.

Después de haber planteado nuestras ecuaciones de balance de masa y energía en el sistema del pozo húmedo y alberca de supresión, podemos considerar implícitamente o explícitamente una de las variables de las ecuaciones de estos balances, obteniéndose de esta forma una redundancia analítica de dicha variable, la cual estará en función de otras variables cuyo valor podamos obtener midiéndonlas directamente o por otras redundancias analíticas; como ejemplo: obteniéndose la redundancia analítica de la temperatura y nivel de la alberca de supresión, utilizando las ecuaciones 5.7 y 5.8, los cuales son parámetros importantes que nos indican en forma indirecta cual es la capacidad que tiene el agua de la alberca de supresión para absorber calor.

5.3 Redundancia Análítica de la Temperatura y Nivel de la Alberca de Supresión

Para resolver modelos matemáticos que representan un fenómeno real comúnmente se hacen suposiciones, las cuales ayudan a que se simplifiquen y se obtengan en forma más fácil las soluciones; pero estas suposiciones nos conducen a que dichos modelos vayan perdiendo su precisión en representar los fenómenos reales, por lo que es pertinente advertir que el presente trabajo es un modelo prototipo y que para que un modelo sea operacional y pueda usarse en una planta nuclear, primero debe haberse comprobado experimentalmente con el fin de valorar el impacto de las suposiciones. Teniendo en mente lo anteriormente mencionado comensuraremos a resolver las ecuaciones 5.7 y 5.8, con el fin de obtener una redundancia analítica de la temperatura y nivel de la alberca de supresión.

Suponiendo que nuestras ecuaciones de balance de masa y energía en nuestro sistema del pozo húmedo y alberca de supresión no dependan de la posición, las ecuaciones 5.7 y 5.8 se reducen a:

$$\begin{aligned} \frac{dM(t)}{dt} = & \dot{M}_{1,30}(t) - \dot{M}_{1,117}(t) - \dot{M}_{1,118}(t) - \dot{M}_{1,30}(t) \\ & - \dot{N}_{1,30}(t) - \dot{N}_{1,37}(t) - \dot{L}_{PC2,32}(t) - \dot{L}_{PC2,24}(t) \\ & + \dot{M}_{PC2,40}(t) - \dot{M}_{PC2,21}(t) + \dot{K}_{12,4}(t) + \dot{K}_{12,8}(t) \\ & + \dot{K}_{13,0}(t) - \dot{K}_{13,0}(t) + \dot{K}_{13,7}(t) - \dot{K}_{13,0}(t) \\ & + \dot{K}_{12,8}(t) + \dot{K}_{13,2}(t) + \dot{K}_{13,7}(t) + \dot{K}_{13,8}(t) \\ & - \dot{M}_{PC1,24}(t) + \dot{M}_{PC1,4}(t) + \dot{M}_{PC1,24}(t) - \dot{M}_{PC1,118}(t) \\ & - \dot{M}_{PC1,24}(t) - \dot{M}_{HR,37}(t) - \dot{M}_{HR,122A}(t) + \dot{M}_{HR,122A}(t) \\ & + \dot{M}_{HR,21A}(t) + \dot{M}_{HR,48}(t) + \dot{M}_{HR,122B}(t) + \dot{M}_{HR,122B}(t) \\ & - \dot{M}_{HR,20}(t) - \dot{M}_{HR,122}(t) - \dot{M}_{HR,20}(t) - \dot{M}_{HR,20}(t) \\ & - \dot{M}_{HR,20}(t) - \dot{M}_{PC2,101}(t) - \dot{M}_{PC2,100}(t) + \sum_{j=1}^{48} \dot{K}_{0,j}(t) \\ & - \dot{M}_{SIVLCR,111-1}(t) + \dot{M}_{SIVLCR,110-1}(t) \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} = & \dot{E}_{M,30}(t) + \dot{E}_{M,117}(t) - \dot{E}_{M,118}(t) - \dot{E}_{M,30}(t) \\ & - \dot{E}_{N,30}(t) - \dot{E}_{N,37}(t) - \dot{E}_{LPC2,32}(t) - \dot{E}_{LPC2,24}(t) \\ & - \dot{E}_{MPC2,40}(t) - \dot{E}_{MPC2,21}(t) - \dot{E}_{K12,4}(t) + \dot{E}_{K12,8}(t) \\ & - \dot{E}_{K13,0}(t) - \dot{E}_{K13,0}(t) - \dot{E}_{K13,7}(t) - \dot{E}_{K13,0}(t) \\ & - \dot{E}_{K12,8}(t) - \dot{E}_{K13,2}(t) - \dot{E}_{K13,7}(t) - \dot{E}_{K13,8}(t) \\ & - \dot{E}_{MPC1,24}(t) - \dot{E}_{MPC1,4}(t) - \dot{E}_{MPC1,24}(t) - \dot{E}_{MPC1,118}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\dot{\mathcal{E}}_{RCC,32}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,17}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,192A}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,192A}(t) \\
& + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,25A}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,48}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,125B}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,125B}(t) \\
& + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,16}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{RHR,16D}(t) - \dot{\mathcal{E}}_{RHR,24}(t) - \dot{\mathcal{E}}_{RHR,24}(t) \\
& - \dot{\mathcal{E}}_{RHR,32}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{SPCC,101}(t) - \dot{\mathcal{E}}_{SPCC,100}(t) + \sum_{j=1}^{88} \dot{\mathcal{E}}_{D,j}(t) \\
& + \dot{\mathcal{E}}_{MSIVLOS,111-1}(t) + \dot{\mathcal{E}}_{MSIVLOS,110-1}(t) - \dot{Q}(t) \quad (5.10)
\end{aligned}$$

El flujo de energía $\dot{\mathcal{E}}(t)$ se puede expresar como:

$$\dot{\mathcal{E}}(t) = \mathcal{E}(t)F(t) \quad (5.11)$$

donde:

$\dot{\mathcal{E}}(t)$ = flujo de energía (energía/tiempo)

$\mathcal{E}(t)$ = energía específica (energía/masa)

$F(t)$ = flujo másico (masa/tiempo).

Considerando las energías: interna, cinética, potencial y el trabajo de la presión por el volumen, la energía específica \mathcal{E} nos quedaría

$$\mathcal{E}(t) = \left[\bar{U} + P\bar{V} - \frac{1}{2}u^2 + gz \right] \quad (5.12)$$

donde:

$\bar{U} = \left\{ \frac{\bar{U}}{m} \right\}$ = energía específica interna (energía/masa).

$P\bar{V} = \left\{ \frac{P\bar{V}}{m} \right\}$ = trabajo específico (energía/masa).

$\frac{1}{2}u^2 = \frac{1}{2} \frac{m u^2}{m}$ = energía cinética específica (energía/masa).

$gz = \frac{m g z}{m}$ = energía potencial específica (energía/masa).

P = presión.

\bar{U} = energía interna.

V = volumen.

m = masa.

g = aceleración debido a la gravedad.

z = altura con respecto a un punto determinado.

Recordando la definición de entalpía

$$H = \bar{U} + P\bar{V} \quad (5.13)$$

y sustituyendo la ec. 5.13 en la ec. 5.12, nos da

$$\mathcal{E}(t) = \left[H + \frac{1}{2}u^2 - gz \right] \quad (5.14)$$

Despreciando las energías cinética y potencial de la ec. 5.14, debido a que sus valores son pequeños en comparación con el valor de la entalpía, nos queda

$$\mathcal{E}(t) = H(t) \quad (5.15)$$

y sustituyendo la ec. 5.15 en la ec. 5.11, nos da

$$\dot{\mathcal{E}}(t) = \dot{N}(t)\mathcal{F}(t) \quad (5.16)$$

Por otro lado, de igual forma considerando la energía \mathcal{E} de nuestro sistema como la suma de la energías: cinética, interna y potencial, nos da

$$\mathcal{E}(t) = (U - \frac{1}{2}Mu^2 + pMx) \quad (5.17)$$

y volviendo a despreciar los valores de las energías cinética y potencial, debido a que sus valores son pequeños en comparación al valor de la energía interna, nos queda

$$\mathcal{E}(t) = U(t) \quad (5.18)$$

sustituyendo las ecuaciones 5.16 y 5.18 en la ec. 5.10, nos queda

$$\begin{aligned} \frac{dU(t)}{dt} = & \{RF\}_{N_1, 00}(t) + \{RF\}_{N_1, 11}(t) \\ & - \{RF\}_{N_1, 110}(t) - \{RF\}_{N_1, 00}(t) - \{RF\}_{N_1, 00}(t) \\ & - \{RF\}_{N_1, 01}(t) + \{RF\}_{LPC, 00}(t) - \{RF\}_{LPC, 01}(t) \\ & - \{RF\}_{HPC, 00}(t) - \{RF\}_{HPC, 01}(t) - \{RF\}_{000, 0}(t) \\ & - \{RF\}_{0100}(t) + \{RF\}_{0000}(t) - \{RF\}_{0000}(t) \\ & - \{RF\}_{0000}(t) + \{RF\}_{0000}(t) + \{RF\}_{0000}(t) \\ & - \{RF\}_{0000}(t) + \{RF\}_{0000}(t) + \{RF\}_{0000}(t) \\ & - \{RF\}_{0000}(t) - \{RF\}_{0000}(t) - \{RF\}_{0000}(t) \\ & - \{RF\}_{0000}(t) + \{RF\}_{0000}(t) + \{RF\}_{0000}(t) \\ & - \{RF\}_{0000}(t) + \{RF\}_{0000}(t) - \{RF\}_{0000}(t) \\ & - \{RF\}_{0000}(t) + \{RF\}_{0000}(t) - \{RF\}_{0000}(t) \\ & - \{RF\}_{0000}(t) - \{RF\}_{0000}(t) - \{RF\}_{0000}(t) \\ & - \{RF\}_{0000}(t) - \sum_{j=1}^{00} \{RF\}_{0, j}(t) - \{RF\}_{MSV, LC2, 111-1}(t) \\ & - \{RF\}_{MSV, LC2, 110-1}(t) - \dot{Q}(t) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Si despejamos la energía interna U de la ec. 5.18 y la sustituimos en el lado izquierdo de la ec. 5.19, obtenemos

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(N - PV) \quad (5.20)$$

puesto que el volumen del sistema es constante ($V = \text{constante}$) y haciendo $\dot{N} = \dot{N}M$ la ec. 5.20 se puede expresar como

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dN}{dt}M - V \frac{dP}{dt} \quad (5.21)$$

sustituyendo esta ec. 5.21 en la ec. 5.19, obtenemos nuestra ecuación de balance de energía en función de la entalpía

$$\begin{aligned} \frac{dH_M(t)}{dt} = & V \frac{dP}{dt} + (RF)_{N_1, 20}(t) + (RF)_{O_2, 217}(t) \\ & - (RF)_{N_2, 218}(t) - (RF)_{H_2, 20}(t) + (RF)_{N_1, 20}(t) \\ & - (RF)_{N_1, 21}(t) + (RF)_{LPCX, 22}(t) - (RF)_{LPCX, 23}(t) \\ & + (RF)_{NPCX, 15}(t) - (RF)_{NPCX, 24}(t) + (RF)_{O_2, 24}(t) \\ & + (RF)_{O_2, 25}(t) + (RF)_{O_2, 26}(t) + (RF)_{O_2, 27}(t) \\ & - (RF)_{O_2, 28}(t) - (RF)_{O_2, 29}(t) + (RF)_{O_2, 30}(t) \\ & - (RF)_{O_2, 31}(t) + (RF)_{O_2, 32}(t) - (RF)_{O_2, 33}(t) \\ & - (RF)_{NCIC, 34}(t) - (RF)_{NCIC, 35}(t) - (RF)_{NCIC, 36}(t) \\ & - (RF)_{NCIC, 37}(t) - (RF)_{NCIC, 38}(t) - (RF)_{NHR, 39}(t) \\ & - (RF)_{NHR, 40}(t) - (RF)_{NHR, 41}(t) + (RF)_{NHR, 42}(t) \\ & - (RF)_{NHR, 43}(t) + (RF)_{NHR, 44}(t) - (RF)_{NHR, 45}(t) \\ & - (RF)_{NHR, 46}(t) + (RF)_{NHR, 47}(t) - (RF)_{NHR, 48}(t) \\ & - (RF)_{NHR, 49}(t) - (RF)_{NHR, 50}(t) - (RF)_{NHR, 51}(t) \\ & - (RF)_{NHR, 52}(t) - (RF)_{NHR, 53}(t) - (RF)_{SPCC, 100}(t) \\ & - (RF)_{SPCC, 101}(t) + \sum_{j=1}^{n_1} (RF)_{D, j}(t) - (RF)_{MSVICX, 111-1}(t) \\ & - (RF)_{MSVICX, 112-1}(t) - \dot{Q}(t) \end{aligned} \quad (5.22)$$

La masa total M de nuestro sistema va a ser la suma de las masas de los elementos, moléculas o compuestos que la constituyen, por lo que se puede expresar como:

$$M = \sum_{i=1}^{n_1} M_i \quad (5.23)$$

dónde,

M = masa total del sistema.

M_i = masa del componente i .

n_1 = número de componentes presentes en el sistema.

Dividiendo la ec. 5.23 entre M , obtenemos las fracciones másicas que cumplen

$$\sum_{i=1}^{n_1} y_i = 1 \quad (5.24)$$

dónde y_i es la fracción másica del componente i en el sistema, dado como

$$y_i = \frac{M_i}{M} \quad (5.25)$$

La entalpía específica del sistema \bar{R} se puede expresar como

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^{n_c} y_i \bar{R}_i \quad (5.26)$$

donde:

\bar{R} = entalpía específica del sistema (energía/masa).

\bar{R}_i = entalpía específica del componente i (energía/masa).

y_i = fracción molar del componente i .

A continuación se da el desarrollo para la obtención de las expresiones analíticas de dos modelos: En el primero se obtiene la redundancia analítica de la temperatura de la alberca de supresión y en el segundo modelo se obtiene la redundancia analítica del nivel y temperatura de la alberca de supresión.

MODELO I:

Una vez que hemos puesto nuestra ecuación de energía en función de los flujos máximos y sus entalpías, podemos proponer un primer modelo que sea función del tiempo e independiente de la posición con el fin de obtener una redundancia analítica de la temperatura de la alberca de supresión, considerando que el sistema solamente contiene agua líquida, despreciando la masa de vapor de agua y masas de otras sustancias en la alberca de supresión, por lo que para $n_c = 1$ la ecuación 5.23 se reduce a

$$\dot{M} = \dot{M}_{H_2O}(t) \quad (5.27)$$

donde:

\dot{M} = masa total en el pozo húmedo y alberca de supresión.

$\dot{M}_{H_2O}(t)$ = masa del agua líquida de la alberca de supresión.

y la ec. 5.26 se reduce a

$$\bar{R} = \bar{R}_{H_2O}(t) \quad (5.28)$$

Por otra parte, la definición de capacidad calorífica C_p viene dada por

$$C_p = \left(\frac{\partial \bar{R}}{\partial T} \right)_P \quad (5.29)$$

donde:

C_p = capacidad calorífica (cal/gr^oC).

\bar{R} = entalpía específica (cal/gr^o).

T = temperatura (°C).

Despejando la diferencial de la entalpía de la ec. 5.29 e integrando de un valor de referencia \bar{R}_0 para una temperatura de referencia T_0 y un \bar{R} para una temperatura T , considerando la capacidad calorífica constante ($C_p = \text{cte}$) nos da

$$\bar{R} = \bar{R}_0 - C_p [T - T_0] \quad (5.30)$$

Considerando la entalpía de referencia $\bar{H}_0 = 0$ para una temperatura de referencia $T_0 = 0^\circ\text{C}$ (lo cual es usado en las tablas de vapor para agua líquida saturada), la ec. 5.30 nos queda

$$\bar{H} = C_p T \quad (5.31)$$

donde C_p corresponde a la capacidad calorífica del agua líquida.

Combinando las ecuaciones 5.27, 5.28 y 5.31, el lado izquierdo de la ec. 5.22 nos queda

$$\frac{d\bar{H}_M}{dt} = \frac{dM_{H_2O(l)}}{dt} C_p T + M_{H_2O(l)} C_p \frac{dT}{dt} \quad (5.32)$$

La entalpía de los flujos de agua líquida que salen de la piscina de supensión van a ser

$$\bar{H}_{LFC,234} = \bar{H}_{H_2O(l)} = C_p T \quad (5.33)$$

$$\bar{H}_{NFC,235} = \bar{H}_{H_2O(l)} = C_p T \quad (5.34)$$

$$\bar{H}_{MC,235} = \bar{H}_{H_2O(l)} = C_p T \quad (5.35)$$

$$\bar{H}_{RNR,26} = \bar{H}_{H_2O(l)} = C_p T \quad (5.36)$$

$$\bar{H}_{RNR,26} = \bar{H}_{H_2O(l)} = C_p T \quad (5.37)$$

$$\bar{H}_{RNR,22} = \bar{H}_{H_2O(l)} = C_p T \quad (5.38)$$

$$\bar{H}_{SPCC,200} = \bar{H}_{H_2O(l)} = C_p T \quad (5.39)$$

El flujo de pérdida de calor \dot{Q} se puede considerar como el calor perdido por conducción, expresado como

$$\dot{Q} = \frac{AK}{L} (T - T_{PR}) \quad (5.40)$$

donde:

\dot{Q} = flujo de calor (cal/seg).

K = conductividad térmica de conducción del agua líquida, considerada constante (cal seg cm²C).

A = área perpendicular al flujo de calor (cm²).

L = anchura de la capa de agua en contacto con la pared del recipiente (cm).

T = temperatura del agua (°C).

T_{PR} = temperatura de la pared del recipiente en contacto con el agua (°C).

Esto se muestra esquemáticamente en la fig. 5.12

Finalmente sustituyendo las ecuaciones 5.32 a la 5.40 en la 5.22 y reorganizando términos llegamos a la siguiente ecuación 5.41, en donde el término $\frac{d\bar{H}_M}{dt}$

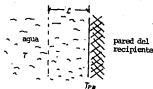


Figura 5.12: Capa de agua que está en contacto con la pared del recipiente.

se ha depreciado debido a que hemos considerado que nuestro sistema solamente contiene agua líquida.

$$\begin{aligned}
 \frac{dT(t)}{dt} = & \left(\frac{1}{M_{H_2O(l)} C_p} \right) [-C_p \frac{dN_{H_2O(l)}}{dt} \\
 & - \dot{F}_{LPCB,34} C_p - \dot{F}_{NPCB,31} C_p - \dot{F}_{BCIC,35} C_p \\
 & - \dot{F}_{RHR,32} C_p - \dot{F}_{RHR,36} C_p - \dot{F}_{RHR,32} C_p \\
 & - \dot{F}_{SPCC,100} C_p - \frac{AK}{z} |T| + \frac{1}{M_{H_2O(l)} C_p}] \\
 & (\dot{R}F)_{M_1,26} - (\dot{R}F)_{M_2,117} - (\dot{R}F)_{M_2,118} \\
 & - (\dot{R}F)_{O_1,88} - (\dot{R}F)_{N_1,16} - (\dot{R}F)_{N_1,87} \\
 & + (\dot{R}F)_{LPCB,34} + (\dot{R}F)_{NPCB,31} + (\dot{R}F)_{O_1,84} \\
 & - (\dot{R}F)_{O_1,20} - (\dot{R}F)_{O_1,21} - (\dot{R}F)_{O_1,22} \\
 & - (\dot{R}F)_{O_1,23} - (\dot{R}F)_{O_1,24} - (\dot{R}F)_{O_1,25} \\
 & - (\dot{R}F)_{O_1,26} - (\dot{R}F)_{O_1,27} - (\dot{R}F)_{O_1,28} \\
 & - (\dot{R}F)_{RHR,32} - (\dot{R}F)_{RHR,36} - (\dot{R}F)_{RHR,35} \\
 & - (\dot{R}F)_{RHR,32} - (\dot{R}F)_{RHR,36} - (\dot{R}F)_{RHR,35} \\
 & - (\dot{R}F)_{RHR,32} - (\dot{R}F)_{RHR,36} - (\dot{R}F)_{RHR,35} \\
 & - (\dot{R}F)_{RHR,32} + (\dot{R}F)_{SPCC,100} + \sum_{j=1}^{58} (\dot{R}F)_{O,j} \\
 & - (\dot{R}F)_{MNH_2CO_3,112-1} - (\dot{R}F)_{MNH_2CO_3,110-1} \\
 & - \frac{AK}{z} T_{PR} \quad (5.41)
 \end{aligned}$$

Esta ecuación 5.41 se puede expresar como

$$\frac{dT}{dt} = a(t)T + b(t) \quad (5.42)$$

donde:

$$\begin{aligned} a(t) = & \left(\frac{1}{N_{M_1,011}CP} \right) \left[-CP \frac{dM_{M_1,011}}{dt} - I_{LPCS,21}CP \right. \\ & - I_{NPCS,21}CP - I_{RCIC,22}CP - I_{RHR,23}CP - I_{RHR,25}CP \\ & \left. - I_{RHR,27}CP - I_{SPCC,100}CP - \frac{AK}{T} \right] \\ b(t) = & \frac{1}{N_{M_1,011}CP} \left[(RF)N_{2,58} + (RF)N_{2,117} \right. \\ & - (RF)N_{2,118} - (RF)N_{2,59} + (RF)N_{2,60} \\ & - (RF)N_{2,67} + (RF)I_{LPCS,22} - (RF)I_{NPCS,20} \\ & - (RF)I_{212A} + (RF)I_{212B} + (RF)I_{212C} \\ & - (RF)I_{212D} - (RF)I_{212F} + (RF)I_{212G} \\ & - (RF)I_{212K} + (RF)I_{212L} + (RF)I_{212P} \\ & - (RF)I_{212R} - (RF)I_{RCIC,25} + (RF)I_{RCIC,4} \\ & - (RF)I_{RCIC,24} - (RF)I_{RCIC,116} + (RF)I_{RHR,47} \\ & - (RF)I_{RHR,122A} - (RF)I_{RHR,122B} + (RF)I_{RHR,122C} \\ & - (RF)I_{RHR,45} + (RF)I_{RHR,122D} + (RF)I_{RHR,122E} \\ & - (RF)I_{RHR,28} + (RF)I_{RHR,29D} + (RF)I_{SPCC,101} \\ & - \sum_{j=1}^{48} (RF)I_{D,j} + (RF)I_{MSIVLCS,111-1} \\ & \left. - (RF)I_{MSIVLCS,110-1} + \frac{AK}{T} T_{PR} \right] \end{aligned}$$

Para solucionar la ec. 5.42 se requiere una condición inicial para un tiempo inicial $t = t_1$, dada por

$$\begin{aligned} T(t_1) &= T_1 \\ a(t_1) &= a_1 \\ b(t_1) &= b_1 \end{aligned} \quad (5.43)$$

Puesto que nuestro monitoreo es discreto y no continuo, tomándose una muestra de datos en cada periodo de tiempo $T = \Delta t$, debemos expresar la ec. 5.42 de tal forma que se consideren solamente los puntos en donde es tomada cada muestra de datos, por lo que si discretizamos la ec. 5.42 nos da

$$\left(\frac{dT}{dt} \right)_n = a_n T_n - b_n \quad (5.44)$$

donde:

$$\begin{aligned} a_n = & \left(\frac{1}{N_{M_1,011}CP} \right) \left[-CP \left(\frac{dM_{M_1,011}}{dt} \right)_n - I_{LPCS,21}CP \right. \\ & - I_{NPCS,21}CP - I_{RCIC,22}CP - I_{RHR,23}CP - I_{RHR,25}CP \\ & \left. - I_{RHR,27}CP - I_{SPCC,100}CP - \frac{AK}{T} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_n = & \frac{1}{M_{n,2,010}C_p} \{ (R\mathcal{F})_{n,N_1,98} + (R\mathcal{F})_{n,N_1,117} \\
& - (R\mathcal{F})_{n,N_1,118} - (R\mathcal{F})_{n,N_1,99} + (R\mathcal{F})_{n,N_1,88} \\
& - (R\mathcal{F})_{n,N_1,87} + (R\mathcal{F})_{n,LPC8,88} + (R\mathcal{F})_{n,HPC8,88} \\
& + (R\mathcal{F})_{n,018A} + (R\mathcal{F})_{n,018B} + (R\mathcal{F})_{n,018C} \\
& + (R\mathcal{F})_{n,018D} + (R\mathcal{F})_{n,018F} + (R\mathcal{F})_{n,018G} \\
& + (R\mathcal{F})_{n,018K} + (R\mathcal{F})_{n,018L} + (R\mathcal{F})_{n,018P} \\
& + (R\mathcal{F})_{n,018R} + (R\mathcal{F})_{n,RCIC,88} + (R\mathcal{F})_{n,RCIC,87} \\
& - (R\mathcal{F})_{n,RCIC,84} - (R\mathcal{F})_{n,RCIC,118} - (R\mathcal{F})_{n,RHR,87} \\
& - (R\mathcal{F})_{n,RHR,122A} - (R\mathcal{F})_{n,RHR,122B} + (R\mathcal{F})_{n,RHR,122A} \\
& - (R\mathcal{F})_{n,RHR,88} + (R\mathcal{F})_{n,RHR,122B} - (R\mathcal{F})_{n,RHR,122B} \\
& - (R\mathcal{F})_{n,RHR,88} + (R\mathcal{F})_{n,RHR,100} - (R\mathcal{F})_{n,SPCC,100} \\
& - \sum_{j=1}^{88} (R\mathcal{F})_{n,D_j} - (R\mathcal{F})_{n,MSIVLCS,111-1} \\
& - (R\mathcal{F})_{n,MSIVLCS,110-1} + \frac{AK}{L} T_{n,PR} \}.
\end{aligned}$$

Los valores de $I_{n,LPC8,88}, \dots, (R\mathcal{F})_{n,RHR,87}, \dots, T_{n,PR}$ son obtenidos secuencialmente por medio de su monitoreo, midiéndose directamente a través de sensores o calculándose por medio de otras redundancias analíticas, el valor $(\frac{dN}{dt})_n$, se puede obtener si discretizamos la ec. 5.9, obteniéndose

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dN}{dt}\right)_n = & I_{n,N_1,98} - I_{n,N_1,117} - I_{n,N_1,118} - I_{n,N_1,99} \\
& - I_{n,N_1,88} - I_{n,N_1,87} - I_{n,LPC8,88} - I_{n,LPC8,87} \\
& - I_{n,HPC8,88} - I_{n,HPC8,87} - I_{n,018A} + I_{n,018B} \\
& - I_{n,018C} - I_{n,018D} + I_{n,018F} - I_{n,018G} \\
& - I_{n,018K} + I_{n,018L} - I_{n,018P} - I_{n,018R} \\
& - I_{n,RCIC,88} - I_{n,RCIC,87} - I_{n,RCIC,84} - I_{n,RCIC,118} \\
& - I_{n,RCIC,85} - I_{n,RHR,87} - I_{n,RHR,122A} - I_{n,RHR,122B} \\
& - I_{n,RHR,122A} + I_{n,RHR,88} - I_{n,RHR,122B} - I_{n,RHR,122B} \\
& - I_{n,RHR,88} - I_{n,RHR,100} - I_{n,RHR,88} - I_{n,RHR,100} \\
& - I_{n,RHR,87} - I_{n,SPCC,100} - I_{n,SPCC,100} + \sum_{j=1}^{88} I_{n,D_j} \\
& - I_{n,MSIVLCS,111-1} - I_{n,MSIVLCS,110-1} \quad (5.48)
\end{aligned}$$

por último el valor de N_n se obtiene si hacemos la siguiente aproximación

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_n \approx \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N_n - N_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \quad (5.49)$$

Por lo que si sustituimos esta ec. 5.46 en la ec. 5.45, se obtiene

$$\begin{aligned}
 M_n = & M_{n-1} + \{F_{n,M_2,38} + F_{n,M_2,117} - F_{n,M_2,118} - F_{n,M_2,99} \\
 & + F_{n,M_2,88} - F_{n,M_2,87} + F_{n,LPCS,82} - F_{n,LPCS,84} \\
 & + F_{n,NPCS,89} - F_{n,NPCS,81} + F_{n,O124} + F_{n,O128} \\
 & + F_{n,O130} + F_{n,O150} + F_{n,O18P} + F_{n,O180} \\
 & + F_{n,O18K} + F_{n,O18L} + F_{n,O18P} + F_{n,O18R} \\
 & + F_{n,RCIC,84} - F_{n,RCIC,84} + F_{n,RCIC,84} - F_{n,RCIC,118} \\
 & - F_{n,RCIC,82} + F_{n,RHR,87} + F_{n,RHR,128A} + F_{n,RHR,128A} \\
 & + F_{n,RHR,128A} + F_{n,RHR,88} + F_{n,RHR,128D} + F_{n,RHR,128D} \\
 & + F_{n,RHR,128} + F_{n,RHR,288} - F_{n,RHR,28} - F_{n,RHR,88} \\
 & - F_{n,RHR,82} - F_{n,SPCC,101} - F_{n,SPCC,100} + \sum_{j=1}^{88} F_{n,D,j} \\
 & + F_{n,MNV,LCS,111-1} + F_{n,MNV,LCS,110-1}\} \Delta t \quad (5.47)
 \end{aligned}$$

Para iniciar las iteraciones de la ec. 5.47 se necesita un valor inicial M_0 para un tiempo inicial $t = t_0$

$$M(t_0) = M_0 \quad (5.48)$$

Existen varios métodos numéricos para solucionar la ec. 5.42 o 5.46 de los cuales podemos decir que hay métodos numéricos que sólo requieren un conocimiento de T_n para determinar T_{n+1} que se conocen como métodos de un escalón, paso a paso o de arranque, y hay otros métodos numéricos en los que se usan datos más allá del punto anterior, digamos T_n , T_{n-1} , T_{n-2} para determinar T_{n+1} que se conocen como métodos de varios escalones o prolongados [35].

Uno de los métodos de paso a paso más sencillos para resolver numéricamente el problema de valores iniciales es el método de Euler, dado por

$$\bar{T}_{n+1} = T_n + \left(\frac{dT}{dt}\right)_n \Delta t \quad (5.49)$$

por lo que si sustituimos la ec. 5.46 en la ec. 5.49, nuestro cálculo de T_{n+1} quedará

$$\bar{T}_{n+1} = T_n + (a_n T_n + b_n) \Delta t \quad (5.50)$$

donde para empezar nuestras iteraciones de la ec. 5.50, utilizamos la condición inicial dada por la ec. 5.47.

De los métodos de escalones, podemos mencionar a los de estimación-corrección que es un conjunto de dos ecuaciones para T_{n+1} . La primera ecuación, que se llama de estimación, se usa para predecir (obtener una primera aproximación a) T_{n+1} ; la segunda ecuación, llamada de corrección se usa entonces para obtener un valor corregido (segunda aproximación) de T_{n+1} . En general, la corrección depende del valor estimado [36].

Un método de segundo orden de estimación-corrección, se obtiene combinando el método de Nystrom y el trapezoidal.

La estimación se lleva a cabo por el método de Nystrom, que viene dado por

$$T_{n+1} = T_{n-1} + 2\left(\frac{dT}{dt}\right)_n \Delta t \quad (5.51)$$

La corrección se lleva a cabo por el método trapezoidal, que viene dado por

$$T_{n+1} = T_n + \frac{\Delta t}{2} \left[\left(\frac{dT}{dt}\right)_n + \left(\frac{dT}{dt}\right)_{n+1} \right] \quad (5.52)$$

Para iniciar este método se requiere de los datos $a_{n-1}, b_{n-1}, T_{n-1}, a_n, b_n, T_n, a_{n+1}$ y b_{n+1} . Los valores de $a_{n-1}, b_{n-1}, a_n, b_n, a_{n+1}$ y b_{n+1} se obtienen por monitoreo y el valor de T_{n-1} se toma como el valor dado por la condición inicial de la ec. 5.43, el valor de T_n se puede calcular usando el método de Euler dado por la ec. 5.49 utilizando los valores de a_{n-1}, b_{n-1} y T_{n-1} .

Con los valores de T_n, a_n y b_n se calcula $\left(\frac{dT}{dt}\right)_n$ de la ec. 5.44 y después utilizando estos valores se estima T_{n+1} con la ec. 5.51, con los valores a_{n+1}, b_{n+1} y T_{n+1} (obtenido de la ec. 5.51) se calcula $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{n+1}$ con la ec. 5.44, luego con la ec. 5.52 se calcula T_{n+1} , siendo este, el valor que se toma finalmente.

Estos métodos numéricos para resolver la ecuación diferencial 5.42 tratados aquí así como otros más son analizados en libros de métodos numéricos y de ecuaciones diferenciales, como los dados en las referencias [35,36,37], por lo que creo que es innecesario profundizar más acerca de ellos.

MODELO II:

Con el fin de obtener una redundancia analítica de la temperatura y nivel de la alberca de supresión, otro modelo más completo que el anterior (modelo I), que esté en función del tiempo e independiente de la posición, se puede proponer considerando que la masa de nuestro sistema está constituida por agua en estado líquido (sin ninguna otra sustancia disuelta), agua en estado de vapor y gases, por lo que la ec. 5.23 se reduce a

$$M = M_{H_2O(l)} - M_{H_2O(v)} + M_g \quad (5.53)$$

donde:

M = masa total en el sistema.

$M_{H_2O(l)}$ = masa de agua líquida en la piscina de supresión.

$M_{H_2O(v)}$ = masa de vapor de agua en el pozo húmedo.

M_g = masa de los gases en estado gaseoso en el pozo húmedo.

La masa de los gases en estado gaseoso M_g estará dada por la suma de las masas de los gases presentes en estado gaseoso

$$M_g = M_{N_2} + M_{O_2} + M_{H_2} + \dots \quad (5.54)$$

donde M_{N_2} es la masa de N_2 en estado gaseoso, M_{O_2} es la masa del O_2 en estado gaseoso, y así sucesivamente hasta abarcar todos los gases en estado gaseoso presentes.

Las ecuaciones 5.53 y 5.54 se pueden discretizar para dar

$$M_n = M_{n,N_2,O(l)} + M_{n,N_2,O(v)} + M_{n,g} \quad (5.55)$$

$$M_{n,g} = M_{n,N_2} + M_{n,O_2} + M_{n,H_2} + \dots \quad (5.56)$$

La ecuación 5.54 que define las fracciones máxicas se reduce a

$$Y_{N_2,O(l)} + Y_{N_2,O(v)} + Y_g = 1 \quad (5.57)$$

donde:

$Y_{N_2,O(l)}$ = fracción máxica del agua líquida.

$Y_{N_2,O(v)}$ = fracción máxica del vapor de agua.

Y_g = fracción máxica de los gases en estado gaseoso.

La fracción máxica de los gases en estado gaseoso Y_g estará dada por la suma de las fracciones máxicas de los gases presentes en estado gaseoso

$$Y_g = Y_{N_2} + Y_{O_2} + Y_{H_2} + \dots \quad (5.58)$$

donde Y_{N_2} es la fracción máxica del N_2 en estado gaseoso, Y_{O_2} es la fracción máxica de O_2 en estado gaseoso, y así sucesivamente hasta abarcar todos los gases en estado gaseoso.

Las ecuaciones 5.57 y 5.58 se pueden discretizar para dar

$$Y_{n,N_2,O(l)} + Y_{n,N_2,O(v)} + Y_{n,g} = 1 \quad (5.59)$$

$$Y_{n,g} = Y_{n,N_2} + Y_{n,O_2} + Y_{n,H_2} + \dots \quad (5.60)$$

Para determinar los valores de Y_{n,N_2} , Y_{n,O_2} , Y_{n,H_2} , etc., se debe medir las concentraciones de estos gases en el pozo húmedo en forma seca.

La entalpía específica del sistema \bar{h} se obtiene reduciendo la ec. 5.39 a

$$\bar{h} = Y_{N_2,O(l)} \bar{h}_{N_2,O(l)} + Y_{N_2,O(v)} \bar{h}_{N_2,O(v)} + Y_g \bar{h}_g \quad (5.61)$$

donde:

\bar{h} = entalpía específica del sistema (energía/masa).

$\bar{h}_{N_2,O(l)}$ = entalpía específica del agua líquida de la alberca de supresión (energía/masa).

$\bar{h}_{N_2,O(v)}$ = entalpía específica del vapor de agua en el pozo húmedo (energía/masa).

\bar{h}_g = entalpía específica de los gases en estado gaseoso en el pozo húmedo (energía/masa).

El término $Y_g \bar{h}_g$ viene dado por

$$Y_g \bar{h}_g = Y_{N_2} \bar{h}_{N_2} + Y_{O_2} \bar{h}_{O_2} + Y_{H_2} \bar{h}_{H_2} + \dots \quad (5.62)$$

donde \bar{h}_{N_2} es la entalpía específica del N_2 en estado gaseoso, \bar{h}_{O_2} es la entalpía específica del O_2 en estado gaseoso, y así sucesivamente hasta abarcar todos los gases presentes.

Las ecuaciones 5.61 y 5.62 se pueden discretizar para dar

$$\bar{R}_n = \bar{Y}_{n, H_2O(l)} \bar{R}_{n, H_2O(l)} + \bar{Y}_{n, H_2O(v)} \bar{R}_{n, H_2O(v)} + \bar{Y}_{n, g} \bar{R}_{n, g} \quad (5.63)$$

$$\bar{Y}_{n, g} \bar{R}_{n, g} = \bar{Y}_{n, N_2} \bar{R}_{n, N_2} + \bar{Y}_{n, O_2} \bar{R}_{n, O_2} + \bar{Y}_{n, H_2} \bar{R}_{n, H_2} + \dots \quad (5.64)$$

Suponiendo que el vapor de agua y los demás gases se comportan como gases ideales, entonces podemos aplicar la "Ley de Dalton de las Presiones Parciales", dando

$$P_n = P_{H_2O(l)} + P_g \quad (5.65)$$

donde:

P_n = presión de la mezcla de vapor de agua y otros gases.

$P_{H_2O(l)}$ = presión parcial del vapor de agua.

P_g = presión parcial de los gases.

y la presión parcial P_g estará dada por

$$P_g = P_{N_2} + P_{O_2} + P_{H_2} + \dots \quad (5.66)$$

donde P_{N_2} es la presión parcial del N_2 gas, P_{O_2} es la presión parcial del O_2 gas, y así sucesivamente.

Para poder conocer las presiones parciales P_{N_2} , P_{O_2} , P_{H_2} , etc., se deben de conocer las cantidades de moles presentes en la mezcla del vapor de agua y de cada uno de los gases presentes.

$$n'_m = n'_{H_2O(v)} + n'_{N_2} + n'_{O_2} + n'_{H_2} + \dots \quad (5.67)$$

donde n'_m son los moles de la mezcla de vapor de agua y otros gases en el peso húmedo, $n'_{H_2O(v)}$ son los moles de vapor de agua en el peso húmedo, n'_{N_2} son los moles de N_2 gas en el peso húmedo, y así sucesivamente hasta abarcar todos los gases en el peso húmedo.

Una vez conociendo la cantidad de moles de cada uno de los gases en el peso húmedo, podemos calcular las presiones parciales por medio de las expresiones

$$\begin{aligned} P_{H_2O(v)} &= \left(\frac{n'_{H_2O(v)}}{n'_m} \right) P_m \\ P_{N_2} &= \left(\frac{n'_{N_2}}{n'_m} \right) P_m \\ P_{O_2} &= \left(\frac{n'_{O_2}}{n'_m} \right) P_m \\ &\vdots \end{aligned} \quad (5.68)$$

La presión y la temperatura del peso húmedo son respectivamente P_m y T_m , las cuales se pueden medir directamente. Por lo que conociendo el valor de T_m y las presiones parciales dadas por la ec. 5.68 podemos leer en tablas o gráficas

de propiedades correspondientes a cada uno de los gases y en particular para el vapor de agua en las tablas de vapor o en el diagrama de Mollier, los valores de las entalpías específicas $\bar{h}_{N_2O_2(v)}$, \bar{h}_{N_2} , \bar{h}_{O_2} , etc.

Las ecuaciones de la 5.65 a la 5.68 se pueden discretizar para dar

$$\bar{P}_{n,m} = \bar{P}_{n,N_2O_2(v)} + \bar{P}_{n,g} \quad (5.69)$$

$$\bar{P}_{n,g} = \bar{P}_{n,N_2} + \bar{P}_{n,O_2} + \bar{P}_{n,N_2} + \dots \quad (5.70)$$

$$n_{n,m}^i = n_{n,N_2O_2(v)}^i + n_{n,N_2}^i + n_{n,O_2}^i + n_{n,N_2}^i + \dots \quad (5.71)$$

Estas cantidades de moles de los gases se deben de medir secuencialmente, de tal forma que ya obtenidos estos valores se puedan calcular las presiones parciales de los gases dadas por

$$\begin{aligned} \bar{P}_{n,N_2O_2(v)} &= \left(\frac{n_{n,N_2O_2(v)}^i}{n_{n,m}^i} \right) \bar{P}_{n,m} \\ \bar{P}_{n,N_2} &= \left(\frac{n_{n,N_2}^i}{n_{n,m}^i} \right) \bar{P}_{n,m} \\ \bar{P}_{n,O_2} &= \left(\frac{n_{n,O_2}^i}{n_{n,m}^i} \right) \bar{P}_{n,m} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (5.72)$$

Para obtener el valor de la entalpía del sistema \bar{h} discretizamos la ec. 5.22, dando

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\bar{h}}{dt} \right)_m &= V \left(\frac{dP}{dt} \right)_m - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,N_2,30} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,H_2,117} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,H_2,118} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,H_2,30} + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,N_2,30} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,N_2,57} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,LPG,88} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,LPG,34} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,HPC,48} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,HPC,31} + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,54} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,50} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,52} + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,50} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,57} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,52} + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,58} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,52} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,57} + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,O_2,58} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,HCIC,85} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,HCIC,4} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,HCIC,4} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,HCIC,118} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,HCIC,32} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,47} \\ &\quad + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,122A} + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,122A} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,20A} \\ &\quad + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,48} + (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,122B} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,122B} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,20} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,20} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,20} \\ &\quad - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,20} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,RHR,22} - (\bar{h}\mathcal{F})_{n,SPCC,100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -(\dot{R}F)_{n,SPCC,100} + \sum_{j=1}^{28} (\dot{R}F)_{n,D,j} + (\dot{R}F)_{n,MSIVLCS,111-1} \\
 & + (\dot{R}F)_{n,MSIVLCS,110-1} - \dot{Q}_n
 \end{aligned} \quad (5.73)$$

Considerando que el agua de la alberca de supresión es agua líquida saturada, entonces podemos usar la ec. 5.31 en forma discretizada, para calcular la entalpía $\bar{h}_{n,O(1)}$

$$\bar{h}_{n,M_2,O(1)} = C_{FH,O(1)} T_n \quad (5.74)$$

suponiendo que el flujo de pérdida de calor \dot{Q} del sistema es dado por la ec. 5.40, la cual si discretizamos nos queda

$$\dot{Q}_n = \frac{AK}{L} (T_n - T_{\infty,PK}) \quad (5.75)$$

Las ecuaciones 5.73 a 5.79 que corresponden a la entalpía de los flujos de agua líquida que salen de la piscina de supresión se pueden discretizar, para dar

$$\bar{h}_{n,LPCC,24} = \bar{h}_{n,M_2,O(1)} = C_{FH,O(1)} T_n \quad (5.76)$$

$$\bar{h}_{n,NPCC,31} = \bar{h}_{n,M_2,O(1)} = C_{FH,O(1)} T_n \quad (5.77)$$

$$\bar{h}_{n,BCIC,33} = \bar{h}_{n,M_2,O(1)} = C_{FH,O(1)} T_n \quad (5.78)$$

$$\bar{h}_{n,MNR,35} = \bar{h}_{n,M_2,O(1)} = C_{FH,O(1)} T_n \quad (5.79)$$

$$\bar{h}_{n,MNR,36} = \bar{h}_{n,M_2,O(1)} = C_{FH,O(1)} T_n \quad (5.80)$$

$$\bar{h}_{n,MNR,37} = \bar{h}_{n,M_2,O(1)} = C_{FH,O(1)} T_n \quad (5.81)$$

$$\bar{h}_{n,SPCC,100} = \bar{h}_{n,M_2,O(1)} = C_{FH,O(1)} T_n \quad (5.82)$$

Además si hacemos las siguientes dos aproximaciones

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_n \approx \frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{\bar{h}_n M_n - \bar{h}_{n-1} M_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \quad (5.83)$$

$$\left(\frac{dP}{dt}\right)_n \approx \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_{n,n} - P_{n-1,n}}{t_n - t_{n-1}} \quad (5.84)$$

Por lo que si sustituimos las ecuaciones 5.75 a 5.84 en la ecuación 5.72 y despejamos el valor de \bar{h}_n nos da

$$\begin{aligned}
 \bar{h}_n &= \frac{1}{M_n} \{ \bar{h}_{n-1} M_{n-1} + V \Delta P_n \} \\
 & - \frac{\Delta t}{M_n} \{ (\dot{R}F)_{n,M_2,24} - (\dot{R}F)_{n,M_2,31} \\
 & - (\dot{R}F)_{n,M_2,33} - (\dot{R}F)_{n,M_2,35} - (\dot{R}F)_{n,M_2,36} - (\dot{R}F)_{n,M_2,37} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(\dot{R}T)_{n,N_1,81} + (\dot{R}T)_{n,\Delta P C R,83} - \dot{I}_{n,L P C R,83} C_{P H_2 O(1)} T_n \\
& + (\dot{R}T)_{n,H P C R,89} - \dot{I}_{n,H P C R,81} C_{P H_2 O(1)} T_n + (\dot{R}T)_{n,012A} \\
& + (\dot{R}T)_{n,012B} + (\dot{R}T)_{n,012C} + (\dot{R}T)_{n,012D} \\
& + (\dot{R}T)_{n,012F} + (\dot{R}T)_{n,012G} + (\dot{R}T)_{n,012K} \\
& + (\dot{R}T)_{n,012L} + (\dot{R}T)_{n,012P} - (\dot{R}T)_{n,012R} \\
& + (\dot{R}T)_{n,R C I C,45} + (\dot{R}T)_{n,R C I C,4} + (\dot{R}T)_{n,R C I C,61} \\
& - (\dot{R}T)_{n,R C I C,118} - \dot{I}_{n,R C I C,21} C_{P H_2 O(1)} T_n + (\dot{R}T)_{n,R H R,81} \\
& - (\dot{R}T)_{n,R H R,122A} + (\dot{R}T)_{n,R H R,122A} + (\dot{R}T)_{n,R H R,25A} \\
& + (\dot{R}T)_{n,R H R,49} + (\dot{R}T)_{n,R H R,122B} - (\dot{R}T)_{n,R H R,122D} \\
& + (\dot{R}T)_{n,R H R,25} + (\dot{R}T)_{n,R H R,25D} - \dot{I}_{n,R H R,25} C_{P H_2 O(1)} T_n \\
& - \dot{I}_{n,R H R,25} C_{P H_2 O(1)} T_n - \dot{I}_{n,R H R,25} C_{P H_2 O(1)} T_n + (\dot{R}T)_{n,S P C C,100} \\
& - \dot{I}_{n,S P C C,100} C_{P H_2 O(1)} T_n - \sum_{j=1}^{19} (\dot{R}T)_{n,D,j} - (\dot{R}T)_{n,M S I V L C R,110-1} \\
& - (\dot{R}T)_{n,M S I V L C R,110-1} - \frac{\Delta K}{L} (T_n - T_n, P R) \} \quad (5.85)
\end{aligned}$$

para iniciar las iteraciones de la ec. 5.85 se necesita un valor inicial de $\dot{R} = \dot{R}_0$ para un tiempo inicial $t = t_0$

$$\dot{R}(t_0) = \dot{R}_0 \quad (5.86)$$

La obtención de M_n se hace por medio de la ec. 5.47 en la cual se requiere la condición inicial dada por la ec. 5.48 y los demás valores necesarios para la evaluar la ec. 5.85 deberán ser obtenidos secuencialmente por medición directa o por medio de otras redundancias analíticas.

La fracción másica $Y_{n,H_2O(1)}$ se puede obtener directamente de la siguiente expresión

$$Y_{n,H_2O(1)} = \frac{M_{n,H_2O(1)}}{M_n} = \frac{F_{n,H_2O(1)} V_{n,H_2O(1)}}{M_n} = \frac{F_{n,H_2O(1)} A_n^* M_w}{M_n} \quad (5.87)$$

donde:

$Y_{n,H_2O(1)}$ = fracción másica de agua líquida en el sistema.

M_n = masa del sistema.

$M_{n,H_2O(1)}$ = masa del agua líquida en la alberca de supresión.

$F_{n,H_2O(1)}$ = densidad del agua líquida.

$V_{n,H_2O(1)}$ = volumen del agua líquida de la piscina de supresión.

A_n^* = área donde $A_n^* = V_{n,H_2O(1)} / M_w$.

M_w = nivel de la piscina de supresión.

Para la obtención de la redundancia analítica de la temperatura del agua de la alberca de supresión, sustituimos las ecuaciones 5.74, 5.85 y 5.87 en la ec.

5.63 y despejamos la variable T_n

$$T_n = \frac{\delta_n}{c_n} \quad (5.66)$$

donde:

$$c_n = C_{PN_2O(1)} \left\{ \frac{P_n N_2O(1) A_n M_n}{\Delta t} + F_{n,LPCL34} + F_{n,NPCL31} + F_{n,NCIC.23} + F_{n,NHR.23} + F_{n,NHR.24} - F_{n,NHR.22} + F_{n,SPCC.100} + \frac{AK}{2C_{PN_2O(1)}} \right\}$$

$$\begin{aligned} \delta_n = & \left(\frac{M_n}{\Delta t} \right) \left\{ \frac{P_{n-1} M_{n-1}}{M_n} + \frac{V \Delta P_n}{M_n} \right. \\ & - Y_{n,N_2O(1)} \beta_{n,N_2O(1)} - Y_{n,O} \beta_{n,O} \} + (RF)_{n,N_1.33} \\ & - (RF)_{n,N_1.117} - (RF)_{n,N_1.118} - (RF)_{n,N_1.99} \\ & - (RF)_{n,N_1.88} - (RF)_{n,N_1.87} + (RF)_{n,LPCL.43} \\ & + (RF)_{n,NPCL.48} - (RF)_{n,NCIC.4} + (RF)_{n,NCIC.23} \\ & - (RF)_{n,NCIC.24} - (RF)_{n,NCIC.25} + (RF)_{n,NCIC.26} \\ & + (RF)_{n,NCIC.27} - (RF)_{n,NCIC.28} + (RF)_{n,NCIC.29} \\ & - (RF)_{n,NCIC.30} + (RF)_{n,NCIC.34} - (RF)_{n,NCIC.134} \\ & - (RF)_{n,NHR.41} + (RF)_{n,NHR.125A} + (RF)_{n,NHR.125B} \\ & - (RF)_{n,NHR.21A} - (RF)_{n,NHR.45} - (RF)_{n,NHR.122D} \\ & - (RF)_{n,NHR.122E} - (RF)_{n,NHR.20} + (RF)_{n,NHR.24D} \\ & - (RF)_{n,SPCC.100} + \sum_{j=1}^{88} (RF)_{n,D_j} \\ & - (RF)_{n,MSIVLCL.111-1} + (RF)_{n,MSIVLCL.110-1} + \frac{AK}{L} T_{n,PR} \end{aligned}$$

La redundancia analítica de la temperatura del agua de la alberca de supresión viene dada por la ec. 5.66, que tiene como parámetro de entrada el valor del nivel de la alberca de supresión M_n , que es medido directamente por un sensor. Pues bien ahora, para obtener la redundancia analítica del nivel de la alberca de supresión M_n , podemos utilizar como parámetro de entrada, el valor de la medición directa de la temperatura del agua de la alberca de supresión por medio de un sensor.

Entonces, sustituyendo las ecuaciones 5.74 y 5.87 en la ec. 5.63 y despejando \bar{X}_n , nos da

$$\bar{X}_n = \left(\frac{\mathcal{M}_n}{F_{n, N_1 O(i)} K_a C_{PN_2 O(i)} V_a} \right) (\bar{X}_n - \bar{Y}_{n, N_1 O(i)} \bar{R}_{n, N_2 O(i)} - \bar{Y}_{n, O} \bar{R}_{n, O}) \quad (5.89)$$

donde el valor de \bar{X}_n viene dado por la ec. 5.35.

Otros modelos:

Además de las expresiones de las redundancias analíticas de las ecuaciones 5.44 y 5.89, para la temperatura del agua de la alberca de supresión y de la ec. 5.89 para el nivel, se pueden obtener otros modelos en donde se considere otras suposiciones.

Los modelos I y II se supusieron independientes de la posición (del vector r) y solo se consideró la variable del tiempo. Sin embargo, los flujos máxicos descargan en ciertos puntos o zonas de la alberca de supresión, lo cual ocasionará la creación de gradientes de temperatura dentro de la piscina de supresión debido a la diferencia de temperatura entre el agua de la alberca de supresión y la temperatura de los flujos máxicos que están descargando en ella; por ejemplo: esto ocurre cuando descargan las válvulas de alivio de la línea de vapor principal en la alberca de supresión, provocando que las zonas de contacto con el vapor tengan mayor temperatura en comparación con la temperatura global o promedio del agua de la alberca de supresión, por lo que consecuentemente podemos decir, que si los modelos I y II demuestran que son ineficientes y no representan la realidad física de los fenómenos, estos se deben de modificar o buscar otros modelos más adecuados.

Antes de terminar esta sección, se debe mencionar que pueden frecuentemente aparecer en el desarrollo de la obtención de nuestras redundancias analíticas, ecuaciones diferenciales lineales, no lineales u otras expresiones matemáticas para las cuales se requiere el uso de métodos numéricos para su resolución, lo cual ocasiona que al usar estos métodos numéricos se introduzca un error adicional el cual debe de ser tomado en cuenta. Existen otros métodos para la resolución de las expresiones de la redundancia analítica en tiempo real tales como la utilización del filtro de Kalman [38,39], los cuales van más allá del alcance de la presente tesis.

5.4 Adquisición de Datos de Entrada y Verificación de la Redundancia Analítica

Para resolver las expresiones matemáticas de la redundancia analítica se requieren datos de entrada en forma secuencial. Parte de estos datos se pueden obtener directamente por las mediciones de los sensores, pero existen otros datos que no se pueden obtener por este medio; por ejemplo: la entalpia del vapor de agua sobrecalentado, la cual se obtiene midiendo su temperatura y presión

a la que se encuentra confinado, y luego con estos valores se lee su entalpía en las tablas de vapor o en el diagrama de Mollier. Por lo anterior podemos decir que, se necesita tener un banco de datos de los valores de constantes, tablas o ecuaciones de las gráficas de las propiedades de las sustancias, etc. Otra fuente de datos la constituyen las señales de salida de otras redundancias analíticas. Resumiendo decimos, que los datos de entrada a nuestra redundancia analítica pueden ser obtenidos de las mediciones de los sensores, de un banco de datos o de las salidas de otras redundancias analíticas.

Una vez que se haya construido nuestra redundancia analítica y la infraestructura para la obtención de datos de entrada, viene otra pregunta ¿en qué condiciones normales y anormales es confiable los valores dados por nuestra redundancia analítica?. Esta pregunta es muy importante ya que si regresamos a la fig. 3.1, vemos que la redundancia analítica se comporta como una compuerta AND en la cual es necesario que existan todas las señales de entrada, ya que si falla una de ellas no existirá una señal de salida; es decir que debemos estar preparados para aceptar que la salida de nuestra redundancia analítica se puede perder o verse afectada por cualquier falla de alguna de las señales de entrada. Otro punto a tratar, es el de verificar en que condiciones anormales de la central nuestra redundancia analítica representa la realidad física de los transitorios reales, asegurándose que nuestra redundancia analítica de respuestas verdaderas. Para llevar a cabo esta verificación, nuestro modelo se debe validar (comparar) contra la central real o algún otro patrón reglamentado como por ejemplo códigos de referencia. Uno de los problemas básicos de este programa de verificación y validación de la redundancia analítica es la obtención de los datos de entrada de transitorios reales, ya que resulta inaplicable ocasionar transitorios en centrales nucleares, tales como la de Laguna Verde con el solo propósito de obtener dichos datos. Por lo anterior, se pueden buscar fuentes alternativas de obtención de estos datos u otras opciones de verificación de la redundancia analítica, como: datos de transitorios de plantas similares a la de Laguna Verde, códigos que simulen transitorios de la Central de Laguna Verde, hacer una redundancia analítica para un reactor experimental en donde se puedan realizar transitorios cuyos datos sirvan para su verificación y luego asumir que esta redundancia analítica funcionará para una central comercial con ciertas modificaciones, diseñar un transitorio, etc. Sin embargo, la verificación de la redundancia analítica por medio de estas fuentes alternativas de datos de entrada no ofrece una efectividad total para su aplicación en plantas nucleares comerciales.

Capítulo 6

Detección y Aislamiento de Fallas de Señales Bajo Condiciones de Estado Estable y Transitorio

6.1 Introducción

En este capítulo se plantea un método para detectar la falla de una señal $x_i(t)$ y aislarla, la cual puede ser una medición directa de un sensor o una redundancia analítica de la variable $v(t)$ de un sistema de la planta nuclear, la cual puede estar en estado estable o transitorio.

Se consideran ℓ señales redundantes de medición $x_i(t)$ (donde $i = 1, \dots, \ell$) de una variable $v(t)$, en donde la medición $x_i(t)$ se puede modelar como:

$$x_i(t) = v(t) - \varepsilon_i(t) \text{ para } i = 1, \dots, \ell \quad (6.1)$$

donde:

$x_i(t)$ = medición directa proveniente de un sensor o redundancia analítica de la variable $v(t)$.

$v(t)$ = variable del proceso de la planta nuclear.

$\varepsilon_i(t)$ = error de la medición $x_i(t)$ de la variable $v(t)$.

La metodología presentada en este capítulo es la del vector en el espacio-paridad (parity-space), la cual explicamos a continuación.

6.2 Método del Vector en el Espacio-Paridad

En esta metodología del vector en el espacio-paridad o vector paridad (parity-space) las mediciones redundantes son modeladas por [40]

$$\tilde{z} = H\tilde{u} + \tilde{\epsilon} \quad (6.2)$$

donde:

\tilde{z} = vector columna $(\ell \times 1)$ cuyos elementos se obtienen por medio de una medición directa o redundancia analítica de la variable.

H = matriz de medición $(\ell \times n_d)$ de rango n_d .

\tilde{u} = vector columna $(n_d \times 1)$ cuyos elementos son los valores verdaderos de las variables que son medidas.

$\tilde{\epsilon}$ = el vector columna $(\ell \times 1)$ cuyos elementos son los errores de medición de la variable.

Las mediciones del vector \tilde{z} pueden combinarse para dar un sistema de ecuaciones linealmente independientes de paridad, dadas por [40]:

$$\tilde{p} = V\tilde{z} \quad (6.3)$$

donde

p = vector columna $(\ell - n_d) \times 1$ de paridad.

V = matriz de proyección $(\ell - n_d) \times \ell$.

\tilde{z} = vector columna $(\ell \times 1)$, cuyos elementos son obtenidos por medio de una medición directa o redundancia analítica de la variable.

La matriz V es condicionada a que cumpla las siguientes propiedades

$$VH = 0 \quad \text{.los vectores hilera de } V \text{ son} \quad (6.4)$$

perpendiculares con los vectores columna de H.

$$VV^T = I_{(\ell - n_d) \times (\ell - n_d)} \quad \text{.los vectores hilera de} \quad (6.5)$$

V son ortogonales.

donde $I_{(\ell - n_d) \times (\ell - n_d)}$ es la matriz identidad. Sustituyendo la ec. 6.2 en la ec. 6.3 y utilizando la restricción hecha a la matriz V dada por la ec. 6.5, se obtiene

$$\tilde{p} = VH\tilde{u} - V\tilde{\epsilon} = V\tilde{\epsilon} \quad (6.6)$$

En la ecuación 6.6 se puede ver que el vector de espacio-paridad \tilde{p} no depende del vector \tilde{z} , sino que solamente depende del vector $\tilde{\epsilon}$ cuyas componentes son los errores de medición; como un ejemplo de la ec. 6.6 tomaremos el caso en que tenemos $\ell = 3$ mediciones y $n_d = 1$, suponiendo primeramente que no tenemos falla entre las tres mediciones, por lo que el error es muy pequeño, quedando el

vector de espacio-paridad \bar{p} como

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} V_{11}\epsilon_1 + V_{12}\epsilon_2 + V_{13}\epsilon_3 \\ V_{21}\epsilon_1 + V_{22}\epsilon_2 + V_{23}\epsilon_3 \end{pmatrix} \quad (6.7)\end{aligned}$$

En este caso el tamaño del vector \bar{p} es pequeño, debido a que no hay falla y los valores de los errores son pequeños, pero si existe alguna falla de una medición x_i , entonces el valor absoluto del error de dicha medición va a crecer y el vector \bar{p} lo va a hacer también, en nuestro ejemplo de tres mediciones supongamos que falla la medición 2, lo que quedaría expresado como

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2(\text{falla}) \\ \epsilon_3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} V_{11}\epsilon_1 - V_{12}\epsilon_2(\text{falla}) + V_{13}\epsilon_3 \\ V_{21}\epsilon_1 - V_{22}\epsilon_2(\text{falla}) + V_{23}\epsilon_3 \end{pmatrix} \quad (6.8)\end{aligned}$$

Entonces cuando existe una falla de una medición x_i , su error correspondiente ϵ_i va a ocasionar que el vector de error ϵ en dimensión ℓ crezca hacia una dirección determinada que indica cual medición x_i es la que falla, pero este vector ϵ no se puede conocer debido a que no conocemos al vector ℓ de valores verdaderos de la variable, por este motivo lo que se hará es proyectar este vector de error ϵ en un espacio llamado de paridad de dimensión $(\ell - n_d)$ lo cual genera el vector de paridad \bar{p} , el cual se puede conocer si utilizamos la ec. 6.3 conociendo al vector ℓ de mediciones, por lo que ya que \bar{p} es una proyección de ϵ , entonces la dirección de \bar{p} nos indicará también cual de las mediciones x_i está fallando y su magnitud estará en función del tamaño de ϵ_i .

También podemos tener más de una medición x_i que está fallando por lo que el vector $\epsilon = [\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \dots \ \epsilon_\ell]^T$ va a crecer en una cierta dirección de acuerdo al tamaño y signo de sus componentes ϵ_i , de las mediciones que están fallando lo cual se proyectará en el vector de paridad \bar{p} cuya dirección determinará cuales mediciones están fallando.

Ya que hemos dado algunas características cualitativas del vector \bar{p} en los dos párrafos anteriores, proseguiremos con la obtención de otras expresiones útiles.

Podemos deducir una expresión para $V^T V$ si definimos las matrices cuadradas A y B como 41

$$A = \begin{pmatrix} H^T H^{-1} H^T \\ V \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

$$B = (H \quad V^T) \quad (6.10)$$

Haciendo la multiplicación de matrices AB , se obtiene

$$AB = \begin{pmatrix} (H^T H)^{-1} H^T H & (H^T H)^{-1} H^T V^T \\ VH & VV^T \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

utilizando las restricciones impuestas a la matriz V , dadas por las ecuaciones 6.4 y 6.5, obtenemos

$$AB = \begin{pmatrix} I_{n_x \times n_x} & 0 \\ 0 & I_{(l-n_x) \times (l-n_x)} \end{pmatrix} = I_{l \times l} \quad (6.12)$$

Puesto que A y B son cuadradas se debe cumplir que:

$$BA = AB = I_{l \times l} \quad (6.13)$$

entonces haciendo el producto de matrices BA , obtenemos

$$BA = H(H^T H)^{-1} H^T + V^T V = I_{l \times l} \quad (6.14)$$

resreglando la ec. 6.14, nos da

$$V^T V = I_{l \times l} - H(H^T H)^{-1} H^T \quad (6.15)$$

Por otro lado, podemos encontrar un valor óptimo de la estimación del vector \hat{x} de los valores verdaderos de la variable, utilizando el método de mínimos cuadrados, tratando de minimizar la suma de los cuadrados de los errores de las mediciones, lo cual se expresa como

$$Y(x) = \sum_{i=1}^l e_i^2 = e^T e = e \cdot e > 0 \quad e \cdot e > 0 \quad e^T e = \text{mínimo} \quad (6.16)$$

Donde la función vectorial $Y(x)$ es escalar, además si despejamos el vector del error e de la ec. 6.2 y lo sustituimos en la ec. 6.16, nos da

$$Y(x) = |x - Hc|^T |x - Hc| \quad (6.17)$$

La ec. 6.17 se puede escribir como

$$Y(x) = |x - Hc|^T I_{l \times l} x - Hc| \quad (6.18)$$

en donde $I_{l \times l}$ es la matriz identidad, la cual es una matriz simétrica y su forma cuadrática $Q_c = e^T I e > 0$ es positiva definida para un vector $e \neq 0$ [4].

Para obtener los vectores columna c críticos de la ec. 6.18, igualamos a cero su primer derivada con respecto a c , dando

$$\frac{dY(c)}{dc} = -2H^T I x - Hc_c = 0 \quad (6.19)$$

en donde \bar{u}_c son los valores de \bar{u} que satisfacen la ec. 6.19 llamados vectores críticos, lo cual despreciando este vector de esta ecuación nos da

$$\bar{c}_c = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \bar{z} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \bar{z} \quad (6.20)$$

ahora para saber si el vector columna \bar{c}_c es un vector columna máximo o mínimo, sacamos la segunda derivada de la ec. 6.15 con respecto a \bar{u} para obtener

$$\frac{d^2 Y(\bar{z})}{d\bar{u}^2} = 2\mathbf{H}^T \mathbf{H} > 0 \quad (6.21)$$

Concluyendo que el vector columna \bar{c}_c es un mínimo, debido a que la forma cuadrática que da la segunda derivada de la función vectorial $Y(\bar{z})$ es positiva definida $Q_c = \mathbf{H}^T \mathbf{H} > 0$, por lo que la ec. 6.20 se escribe como

$$\bar{c}_c = \bar{c}_{\min} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \bar{z} \quad (6.22)$$

Se puede definir además un vector residual \bar{a} de dimensión $(L \times 1)$, dado por

$$\bar{a} = \mathbf{V}^T \bar{z} \quad (6.23)$$

sustituyendo las ecuaciones 6.5, 6.15 y 6.22 en la ecuación 6.23, obtenemos

$$\bar{a} = \mathbf{V}^T \bar{z} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} \bar{z} = [\mathbf{I} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T] \bar{z} = \bar{z} - \mathbf{H} \bar{c}_{\min} \quad (6.24)$$

por lo que el vector residual queda expresado como

$$\bar{a} = \bar{z} - \mathbf{H} \bar{c}_{\min} = \bar{z} - \bar{z}_{\min} \quad (6.25)$$

en donde se ve en la ec. 6.25, que el vector \bar{a} está formado de los residuos que se obtienen de la sustracción del vector \bar{z} de las mediciones menos un vector \bar{z}_{\min} que se obtiene por el método de mínimos cuadrados minimizando el error como se explicó con anterioridad.

Utilizando las ecuaciones 6.5 y 6.23 se encuentra que

$$\bar{a}^T \bar{a} = \bar{z}^T \bar{z} \quad (6.26)$$

6.3 Proyección del vector de paridad con respecto a los subespacios ortogonales a los subespacios de falla

En la sección anterior 6.2 se explicó la forma de detectar la falla de una medición o de varias, basándose en la dirección y magnitud del vector de paridad \bar{z} , pero ahora lo que se trata de hacer es de variar esta metodología y considerar las proyecciones del vector de paridad en subespacios que van a ser ortogonales a

los subespacios de falla (cuyo espacio es formado por los vectores columna de la matriz de proyección V) [40], lo cual se enuncia de una manera más formal en el siguiente párrafo.

Si tenemos el vector columna de medición x , de dimensión $(l \times 1)$ y representamos las direcciones de falla por $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_k$ (que son los vectores columna de la matriz de proyección V) en el espacio de paridad de dimensión $(l - n_d)$. Entonces si solamente se consideran k mediciones ($l > k > n_d$), la proyección del vector de paridad \hat{z} de dimensión $(l - n_d) \times 1$ (generado por todas las mediciones f) sobre el subespacio de dimensión $(k - n_d)$ ortogonal al subespacio generado por los vectores $\vec{V}_{k+1}, \vec{V}_{k+2}, \dots, \vec{V}_l$, es el vector de paridad \hat{z} directamente generado por las mediciones x_1, x_2, \dots, x_k [40].

Para visualizar mejor lo que se ha dicho en el párrafo anterior, divídamos el conjunto de mediciones $S_l = \{x_1, x_2, \dots, x_l\}$ en dos subconjuntos $S_1 = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ y $S_2 = \{x_{k+1}, x_{k+2}, \dots, x_l\}$ por lo que nuestro vector de mediciones \hat{z} lo podemos expresar partido como

$$\hat{z} = \begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \end{pmatrix} = [\hat{z}_1^T \quad \hat{z}_2^T]^T \quad (6.27)$$

donde:

\hat{z}_1 - vector de mediciones de orden reducido $k \times 1$.

\hat{z}_2 - vector de mediciones de orden reducido $(l - k) \times 1$.

\hat{z} - vector de mediciones de dimensión $l \times 1$.

partiendo a la matriz V de proyección, nos da

$$V = [V_1 \quad V_2] \quad (6.28)$$

donde:

V_1 = matriz de dimensión $(l - n_d) \times (k)$.

V_2 = matriz de dimensión $(l - n_d) \times (l - k)$.

V = matriz de proyección de dimensión $(l - n_d) \times l$.

y por último partiendo también la matriz H , tenemos

$$H = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} \quad (6.29)$$

donde:

H_1 = matriz de dimensión $(k - n_d)$.

H_2 = matriz de dimensión $(l - k) \times n_d$.

H = matriz de medición de dimensión $l \times n_d$.

Definiendo ahora una matriz C de dimensión $(k - n_d) \times (l - n_d)$ [40], de tal forma que cumpla

$$C^T C = I_{(k - n_d) \times (l - n_d)} - V_2 (V_2^T V_2)^{-1} V_2^T \quad (6.30)$$

$$C V_2 = 0_{(k - n_d) \times (l - n_d)} \quad (6.31)$$

$$CC^T = I_{(k-n_d) \times (k-n_d)} \quad (6.32)$$

Entonces utilizando esta matriz C para proyectar al vector de paridad $\hat{\beta}$ y utilizando las ecuaciones 6.3, 6.28 y 6.31, obtenemos

$$\hat{\beta} = C\hat{\beta} = CV\hat{z} = C(V_1 \ V_2) \begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \end{pmatrix} = CV_1 \hat{z}_1 \quad (6.33)$$

y haciendo $CV_1 = \hat{V}$ en la ec. 6.33, obtenemos

$$\hat{\beta} = \hat{V}\hat{z}_1 \quad (6.34)$$

De la ecuación 6.33 y 6.34 se ve que $\hat{\beta}$ es la proyección del vector de paridad $\hat{\beta}$ sobre el espacio formado por los vectores hilera de C y que es ortogonal al espacio generado por los vectores columna de la matriz V_2 , y es obtenido a partir del vector \hat{z}_1 que contiene las mediciones x_1, x_2, \dots, x_k .

Combinando las ecuaciones 6.30 y 6.33 podemos obtener la norma al cuadrado del vector $\hat{\beta}$ expresada como:

$$\hat{\beta}^T \hat{\beta} = \hat{\beta}^T \hat{\beta} = \hat{\beta}^T \hat{\beta} - \hat{\beta}^T V_2 (V_2^T V_2)^{-1} V_2^T \hat{\beta} \quad (6.35)$$

Entonces el vector $\hat{\beta}$ puede usarse como una medida de las consistencias relativas de las mediciones del subconjunto S_1 . Ahora bien, esto se puede ampliar si probamos la consistencia entre todos los posibles subconjuntos S_1, S_2, \dots, S_ℓ de tamaño $(n_d - 1)$ del conjunto S_2 de todas las mediciones, donde ℓ representa el número total de subconjuntos cuyo valor viene dado por la fórmula de combinaciones

$$i = \binom{\ell}{n_d - 1} = \frac{\ell!}{(n_d - 1)! (\ell - n_d + 1)!} \quad (6.36)$$

Para determinar la consistencia relativa de un subconjunto de mediciones y el grado de inconsistencia de cada medición se hacen varias definiciones.

Entonces tomando a $\hat{\beta}$ como el vector cuyos elementos contienen los límites permitidos a los errores de las mediciones y su dimensión es $(n_d - 1) \times 1$, a V_i como la matriz de proyección $1 \times (n_d - 1)$ (debido a que el espacio de paridad se reduce a la dimensión de 1) y a $\hat{\alpha}_i$ como el vector residual, para un subconjunto S_i de $(n_d - 1)$ mediciones 40.

Definición 1: Un subconjunto S_i es consistente si $\hat{\alpha}_i \leq \hat{\beta}$, donde $\hat{\alpha}_i = V_i(\text{sig} V_i) \hat{\beta}$, y $\text{sig} V_i$ es una matriz diagonal de dimensiones $(n_d - 1) \times (n_d - 1)$ de elementos 1 o -1 dependiendo del signo del elemento asociado en la matriz V_i (esto es con la finalidad de tener valores positivos en las componentes del vector renglón resultante del producto $V_i(\text{sig} V_i)$).

Definición 2: Un conjunto \hat{S} de k mediciones $(n_d - 1) \leq k \leq \ell$ es consistente si todos los subconjuntos $\binom{k}{n_d - 1}$ de \hat{S} , cada uno conteniendo $(n_d - 1)$ mediciones, son consistentes.

Definición 3: Dos conjuntos de mediciones son relativamente inconsistentes (uno con respecto del otro) si ningún conjunto de $(n_d + 1)$ mediciones que incluye mediciones de ambos conjuntos, es consistente.

Definición 4: Un conjunto el cual no es consistente es inconsistente si puede ser dividido en dos conjuntos de medidas relativamente inconsistentes, y es moderadamente inconsistente si no es consistente y no se puede dividir en dos conjuntos de medidas relativamente inconsistentes.

Definición 5: El grado de inconsistencia I_i de una medición dada x_i es igual al número de los distintos subconjuntos inconsistentes de $(n_d + 1)$ mediciones que contienen a x_i .

El grado de inconsistencia I_i de una medición x_i , puede tomar cualquier valor entero entre 0 y $\binom{\ell - 1}{n_d}$, por lo que habrá $\binom{\ell - 1}{n_d} + 1$ niveles de caracterización de inconsistencia de una medición en lugar de una decisión binaria de correcto o falla.

El máximo número de fallas que puede ser identificado es idénticamente igual a $\lfloor \frac{\ell - 1}{n_d} \rfloor$ donde $\lfloor x \rfloor$ indica la parte entera de x [40].

Un ejemplo de la aplicación de este método a la detección y aislamiento de fallas de señales viene dado en la sección 7.3 para el caso de que el vector columna \bar{v} de los valores verdaderos de las variables sea un escalar.

Capítulo 7

Pruebas de verificación simulando fallas

7.1 Introducción

En este capítulo se trata de obtener ejemplos numéricos de los métodos tratados en el capítulo 4 para la detección de fallas de señales bajo condiciones de estado estable y del método del capítulo 6 para la detección y aislamiento de fallas de señales bajo condiciones de estado estable y transitorio.

Para los métodos de detección de falla de señales bajo condiciones de estado estable se considera el caso en el cual las mediciones de salida presentan una distribución de probabilidad normal estandar con varianzas constante, haciéndose el análisis matemático para este tipo de situación para cada uno de los métodos, elaborándose posteriormente los programas de computo en lenguaje FORTRAN 77 cuya verificación se realiza introduciendo fallas idealizadas de las señales y analizando los resultados obtenidos.

El análisis matemático del método para detectar la falla de un sensor que mide una variable en estado estable o inestable se hace de una manera general, construyéndose el programa de computo en lenguaje FORTRAN 77 y verificándose su funcionamiento a través de introducción de datos que simulan todas las posibles fallas que pueden ocurrir de las señales de un sensor.

Se utilizó una computadora de tiempo compartido VAX/VMS versión V4.4 y la introducción de los datos de entrada a los programas de computo se hizo por medio de archivos.

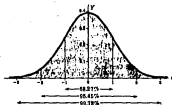


Figura 7.1: Áreas bajo la curva de distribución de probabilidad normal para diferentes intervalos.

7.2 Detección de fallas de señales bajo condiciones de estado estable

La teoría correspondiente a los métodos mencionados aquí viene dada en el capítulo 4.

7.2.1 Comparación de los métodos de prueba usando una distribución normal estándar con varianzas conocida constante

Se comparan los métodos de prueba secuenciales para tamaños de muestra de $n = 1$ y $n > 1$, y la del cociente de probabilidades, utilizándose como ejemplo una distribución normal con varianzas conocida constante y media desconocida, simulándose la degradación del sensor con el fin de declarar su falla.

En este ejemplo, tenemos que las señales de salida del sensor son descritas por una distribución de probabilidad normal, con media θ y varianzas $\sigma^2 = cte$, por lo que podemos reescribir la ec. (3.20) en este caso como

$$f(x, \mu = \theta, \sigma = cte) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (7.1)$$

Método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$

La teoría general de este método se explicó en la sección 4.4, en donde se dice que tenemos que asignarle un valor al error α y calcular los límites L_1 y L_2 del intervalo dentro del cual se puede mover nuestras observaciones $x(T)$ sin declararse falladas.

Nivel de confianza	99,73%	99%	98%	96%	95,45%	95%	90%	80%	68,27%	50%
z_c	3,00	2,58	2,33	2,06	2,00	1,96	1,645	1,28	1,00	0,6745

Tabla 7.1: Niveles de confianza, para diferentes z_c de una distribución normal estándar.

Entonces analizando la ec. 7.1 para cualquier θ y $\sigma = cte$ dados y viendo la fig. 7.1 tenemos que si escogemos

$$\mu - \sigma < x < \mu + \sigma \quad (7.3)$$

existe la posibilidad de que el 68.27 % de nuestras mediciones caigan dentro de este intervalo, si escogemos

$$\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma \quad (7.3)$$

existe la posibilidad de que el 95.45 % de nuestro datos caigan dentro de nuestro intervalo, y si escogemos

$$\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma \quad (7.4)$$

existe la posibilidad de que el 99.73 % de nuestros datos caiga dentro de este intervalo.

En general, podemos definir para una distribución normal estándar el intervalo de confianza como [10]

$$\mu - z_c \sigma < x < \mu + z_c \sigma \quad (7.5)$$

donde z_c se calcula por la ec. (3.21), llamándose al 68.27%, 95.45% y 99.73% niveles de confianza, algunos de los cuales son dados en la tabla 7.1.

Otros valores del nivel de confianza o de z_c , se pueden obtener de la tabla A.2 del apéndice A.9 o también por tanteos dando valores de x y calculando el área bajo la curva usando el programa dado en el apéndice A.9.

Entonces el procedimiento a seguir sería: Primeramente dar un valor al error o para calcular el valor de z_c , luego con este valor de z_c podemos calcular los valores de los límites L_1 y L_2 por medio de la ec. (3.21).

Método secuencial tomando muestras de tamaño $n > 1$

El método para calcular los valores de los límites L_1 y L_2 es el mismo que el anterior, en donde se toman muestras de tamaño $n = 1$.

Prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "A"

La explicación general de este método viene dada en la subsección 4.6, teniéndose para este ejemplo las siguientes ecuaciones de las distribuciones normales

como:

$$f(x, \theta_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta_1)^2/\sigma^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (7.6)$$

$$f(x, \theta_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta_0)^2/\sigma^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (7.7)$$

$$f(x, \theta_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta_2)^2/\sigma^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (7.8)$$

y cuya gráfica se da en la Fig. 4.4.

Primeramente calcularemos los logaritmos naturales de los cocientes de probabilidad dados por las ecuaciones (4.66) y (4.67), quedando para la prueba de la hipótesis de cola izquierda

$$\begin{aligned} l_1 &= \ln \frac{f(x_1, \theta_1)}{f(x_1, \theta_0)} \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2}(x_1 - \theta_1)^2 + \frac{1}{2\sigma^2}(x_1 - \theta_0)^2 \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2}(x_1^2 - 2x_1\theta_1 + \theta_1^2 - x_1^2 + 2x_1\theta_0 - \theta_0^2) \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2}(-2x_1\theta_1 + 2x_1\theta_0 - \theta_1^2 + \theta_0^2) \end{aligned}$$

dando finalmente

$$l_1 = \frac{1}{\sigma^2}[(\theta_1 - \theta_0)x_1 + \frac{1}{2}(\theta_0^2 - \theta_1^2)] \quad (7.9)$$

Haciendo lo mismo para la prueba de la hipótesis de cola derecha

$$\begin{aligned} l_2 &= \ln \frac{f(x_1, \theta_2)}{f(x_1, \theta_0)} \\ &= \frac{1}{\sigma^2}[(\theta_2 - \theta_0)x_1 + \frac{1}{2}(\theta_2^2 - \theta_0^2)] \end{aligned} \quad (7.10)$$

Quedando la sumatoria para la prueba de la hipótesis de cola izquierda como

$$\begin{aligned} \ln \frac{P_{1n}}{P_{0n}} &= \sum_{i=1}^n l_1 \\ &= \frac{1}{\sigma^2}[(\theta_1 - \theta_0) \sum x_i + \frac{n}{2}(\theta_0^2 - \theta_1^2)] \end{aligned} \quad (7.11)$$

y para la prueba de la hipótesis de cola derecha como

$$\begin{aligned} \ln \frac{P_{2n}}{P_{0n}} &= \sum_{i=1}^n l_2 \\ &= \frac{1}{\sigma^2}[(\theta_2 - \theta_0) \sum x_i - \frac{n}{2}(\theta_0^2 - \theta_2^2)] \end{aligned} \quad (7.12)$$

También es conveniente cambiar nuestros límites de la prueba dados por F_1^* y G_2^* en la ec. (4.59) a los límites dados por $H_1 = F_1^* \sigma^2$ y $P_2 = G_2^* \sigma^2$, e introduciendo los términos $a(n)_1$ y $a(n)_2$ dados por:

$$a(n)_1 = \{(\theta_1 - \theta_2) \sum x_i + \frac{n}{2}(\theta_1^2 - \theta_2^2)\} \quad (7.13)$$

$$a(n)_2 = \{(\theta_2 - \theta_0) \sum x_i + \frac{n}{2}(\theta_0^2 - \theta_2^2)\} \quad (7.14)$$

Quedando nuestro cuadro de decisiones como

Prueba A:1

(I) Si

$$x_1 \leq L_1 \text{ o } x_1 \geq L_2 \quad (7.15)$$

entonces H_0 es rechazada y ya no se hace la prueba A:2 (se declara la falla).

(II) Si

$$L_1 < x_1 < L_2 \quad (7.16)$$

entonces se continúa con la prueba A:2.

Prueba A:2

Prueba de la hipótesis de cola izquierda

(I) Si

$$a(n)_1 \leq H_1 \quad (7.17)$$

se continúa con la prueba de la hipótesis de cola derecha.

(II) Si

$$a(n)_1 \geq P_2 \quad (7.18)$$

el proceso es terminado con el rechazo H_0 (declaración de falla), y ya no se efectúa la prueba de la hipótesis de la cola derecha.

(III) Si

$$H_1 < a(n)_1 < P_2 \quad (7.19)$$

se continúa tomando otro dato y ya no se efectúa la prueba de la hipótesis de la cola derecha.

Prueba de la hipótesis de cola derecha

(I) Si

$$a(n)_2 \leq H_2 \quad (7.20)$$

entonces, se acepta H_0 (se declara correcta la señal).

(II) Si

$$a(n)_2 \geq P_1 \quad (7.21)$$

se rechaza H_0 (se declara la falla).

(III) Si

$$H_1 < a(n)_2 < P_1 \quad (7.22)$$

se continúa tomando otro dato.

Haciendo unas pocas manipulaciones se puede mostrar que $a(n)_1$ y $a(n)_2$, se pueden calcular recursivamente, teniendo entonces para $a(n)_1$ de la ec. 7.13 que

$$\begin{aligned} a(n)_1 &= [(\theta_1 - \theta_0) \sum_{i=1}^n x_i + \frac{n}{2}(\theta_1^2 - \theta_0^2)] \\ &= [(\theta_1 - \theta_0) \sum_{i=1}^{n-1} x_i + \frac{(n-1)}{2}(\theta_1^2 - \theta_0^2)] + \\ &\quad (\theta_1 - \theta_0)x_n + \frac{1}{2}(\theta_1^2 - \theta_0^2) \\ &= a(n-1)_1 + (\theta_1 - \theta_0)x_n + \frac{1}{2}(\theta_1^2 - \theta_0^2) \end{aligned} \quad (7.23)$$

haciendo lo mismo para $a(n)_2$, partiendo de la ec. 7.14

$$a(n)_2 = a(n-1)_2 + (\theta_2 - \theta_0)x_n + \frac{1}{2}(\theta_2^2 - \theta_0^2) \quad (7.24)$$

Para calcular los valores de θ_1 y θ_2 se utiliza la ec. 7.5 para las tres ecuaciones de distribución de probabilidad 7.6, 7.7 y 7.8, obteniéndose

$$\theta_1 - x_{c1}\sigma < x < \theta_1 + x_{c1}\sigma \quad (7.25)$$

$$\theta_0 - x_{c0}\sigma < x < \theta_0 + x_{c0}\sigma \quad (7.26)$$

$$\theta_2 - x_{c2}\sigma < x < \theta_2 + x_{c2}\sigma \quad (7.27)$$

de la fig. 4.4, se ve que existen dos puntos de intersección entre las tres curvas, cuyas medias son θ_1, θ_0 y θ_2 , por lo que se pueden hacer las siguientes igualdades

$$\theta_1 + x_{c1}\sigma = \theta_0 - x_{c0}\sigma \quad (7.28)$$

$$\theta_0 - x_{c0}\sigma = \theta_2 - x_{c2}\sigma \quad (7.29)$$

por lo que despejando los valores de θ_1 y θ_2 de estas ecuaciones obtenemos

$$\theta_1 = \theta_0 - x_{c0}\sigma - x_{c1}\sigma \quad (7.30)$$

$$\theta_2 = \theta_0 + x_{c0}\sigma - x_{c2}\sigma \quad (7.31)$$

Prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "B"

La explicación general de este método viene dado en la sección 4.6, entonces, tenemos que la aceptación de H_0 no será considerado un error serio si $\theta \neq \theta_0$ pero cercana a θ_0 . Por consiguiente habrá, en general, un valor positivo δ tal que la aceptación de H_0 es considerado un error de importancia práctica si

$|\frac{x_i - \theta_0}{\sigma}| \geq \delta$, donde σ denota la desviación estándar conocida de la distribución. Así, la región de preferencia de rechazo puede ser definida como el conjunto de valores θ tales que $|\frac{x_i - \theta_0}{\sigma}| \geq \delta$, la región de preferencia de aceptación consistirá del único valor $\theta = \theta_0$, y la región de indiferencia será el conjunto de todos los valores θ para los cuales $0 < |\frac{x_i - \theta_0}{\sigma}| < \delta$ [17].

La densidad probabilística de la muestra (x_1, \dots, x_n) bajo H_0 es dada por la ec. (4.40), en la cual si sustituimos la ec. 7.7, obtenemos

$$\begin{aligned} P_{1n} &= f(x_1, \theta_0) \cdots f(x_n, \theta_0) \\ &= \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x_1 - \theta_0)^2}{\sigma^2}} \right) \cdots \\ &\quad \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x_n - \theta_0)^2}{\sigma^2}} \right) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0)^2} \end{aligned} \quad (7.32)$$

De acuerdo a la teoría general discutida en la sección 4.6, P_{1n} es definida como un promedio pesado de la densidad de probabilidad correspondiente a varios valores de θ en la zona de preferencia para rechazo. De esta zona definida para este caso como $|\frac{x_i - \theta_0}{\sigma}| \geq \delta$, podemos considerar arbitrariamente los dos valores para los cuales $|\frac{x_i - \theta_0}{\sigma}| = \delta$, que es valor de la frontera de la zona de rechazo, entonces tendremos que

$$\left| \frac{\theta - \theta_0}{\sigma} \right| = \sqrt{\left(\frac{\theta - \theta_0}{\sigma} \right)^2} = \delta \quad (7.33)$$

despejando θ de la ec. 7.33 obtenemos

$$\theta = \theta_0 \pm \delta\sigma \quad (7.34)$$

Para comparar este resultado con el dado por la prueba A:2, ponemos la ec. 7.34 como

$$\theta_1 = \theta_0 - \delta\sigma \quad (7.35)$$

$$\theta_2 = \theta_0 + \delta\sigma \quad (7.36)$$

El cálculo de P_{1n} se hace por medio de la ec. (4.73), pero como solamente estamos considerando dos valores de θ en la zona de rechazo (discretizando esta zona), entonces debemos de usar la ec. (4.72) con $r = 2$, quedando

$$P_{1n} = w_1 f(x_1, \theta_1) \cdots f(x_n, \theta_1) + w_2 f(x_1, \theta_2) \cdots f(x_n, \theta_2) \quad (7.37)$$

sustituyendo las ecuaciones 7.6 y 7.8 en la ec. 7.37 y haciendo el mismo procedimiento que se hizo para la obtención de la ec. 7.32, se obtiene

$$\begin{aligned} P_{1n} &= w_1 \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_1)^2} \right] + \\ &\quad w_2 \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_2)^2} \right] \end{aligned} \quad (7.38)$$

Como se ve en la ec. 7.38, w_1 y w_2 pueden tomar cualquier valor, pero deberán cumplir con la condición de la ec. (4.69), que en este ejemplo se reduce a

$$w_1 + w_2 = 1 \quad (7.39)$$

No se ha encontrado una demostración satisfactoria en la que se demuestre cual debe de ser el valor óptimo de una función de peso, pero en este caso por simetría asignemos $w_1 = w_2 = \frac{1}{2}$, quedando el valor de P_{1n} de la ec. 7.38 como

$$P_{1n} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{\sigma^n}} e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1)^2 \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{\sigma^n}} e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_2)^2 \right) \quad (7.40)$$

y sustituyendo las ecuaciones 7.35 y 7.36 en la ec. 7.40, tendremos

$$P_{1n} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{\sigma^n}} \right) \left(e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1 + t\sigma)^2 + e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_2 - t\sigma)^2 \right) \quad (7.41)$$

Entonces calculando el cociente P_{1n}/P_{0n} , a partir de las ecuaciones 7.32 y 7.41, tenemos

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} = \frac{\frac{1}{2} \left(e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1 + t\sigma)^2 + e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_2 - t\sigma)^2 \right)}{e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1)^2} \quad (7.42)$$

La expresión dada por la ec. 7.42 se puede simplificar haciendo algunas manipulaciones algebraicas, entonces vemos que esta ecuación se puede escribir como

$$\begin{aligned} \frac{P_{1n}}{P_{0n}} &= \frac{\frac{1}{2} e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1)^2}{\left(e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1 + t\sigma)^2 + e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_2 - t\sigma)^2 \right)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \left(e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1 + t\sigma)^2 - (x_i - \theta_1)^2 + e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_2 - t\sigma)^2 - (x_i - \theta_2)^2 \right)}{\left(e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1 + t\sigma)^2 + e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_2 - t\sigma)^2 \right)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \left(e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1)^2 + 2(x_i - \theta_1)t\sigma + t^2\sigma^2 - (x_i - \theta_1)^2 + e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_2)^2 - 2(x_i - \theta_2)t\sigma - t^2\sigma^2 - (x_i - \theta_2)^2 \right)}{\left(e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_1 + t\sigma)^2 + e^{-t^2/\sigma^n} \sum (x_i - \theta_2 - t\sigma)^2 \right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left[e^{-\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_i} e^{-\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0)} + \right. \\
 &\quad \left. e^{-\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_i} e^{\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0)} \right] \\
 &= \frac{1}{2} e^{-\frac{\delta^2}{\sigma^2} \left[e^{-\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0)} + e^{\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0)} \right]} \quad (7.43)
 \end{aligned}$$

pero recordando que

$$\cosh z = \frac{e^{-z} + e^z}{2}$$

por lo que la ec. 7.43 se puede escribir como

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} = e^{-\frac{\delta^2}{\sigma^2}} \cosh \left[\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0) \right] \quad (7.44)$$

y sacando el logaritmo natural a ambos lados de esta ecuación, obtenemos

$$\ln \frac{P_{1n}}{P_{0n}} = -\frac{\delta^2 n}{2} + \ln \left\{ \cosh \left[\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0) \right] \right\} \quad (7.45)$$

por último si hacemos los siguientes cambios de variable, definiendo

$$h(n) = \ln D_Y + \frac{\delta^2 n}{2} \quad (7.46)$$

$$p(n) = \ln E_Y + \frac{\delta^2 n}{2} \quad (7.47)$$

$$a(n) = \ln \left\{ \cosh \left[\frac{\delta}{\sigma} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0) \right] \right\} \quad (7.48)$$

donde $D_Y = \beta/(1 - \alpha)$ y $E_Y = (1 - \beta)/\alpha$ (de la ec. 4.51), podemos ahora construir nuestro cuadro de decisiones, quedando como:

(I) Si

$$a(n) \leq h(n) \quad (7.49)$$

entonces H_0 es aceptada.

(II) Si

$$a(n) \geq p(n) \quad (7.50)$$

entonces H_0 es rechazada (se acepta H_1).

(III) Si

$$h(n) < a(n) < p(n) \quad (7.51)$$

se prosigue tomándose otra observación.

Ejemplo del tratamiento numérico para una función gaussiana tipificada dada

Con el fin de que este análisis abarque también el aspecto numérico y poder simular una falla hipotética de la señal del sensor, vamos a suponer arbitrariamente que tenemos un sensor que tiene una amplitud de escala de 0 a 16 y está dando mediciones x , las cuales se pueden representar como una distribución de probabilidad gaussiana dada por

$$f(x) = \frac{1}{(0.3)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}[(x-5.00)/(0.30)]^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (7.52)$$

En nuestro caso no se están especificando las unidades de la medición x debido a que se está considerando un caso arbitrario en general en el cual no importan las unidades de la variable independiente para su análisis numérico. Correspondiendo esta ec. 7.52 a la forma de una distribución de probabilidad normal tipificada, cuya z está dada por la ec. (3.21), dando en este caso

$$z = \frac{x - 5.00}{0.30} \quad (7.53)$$

1). Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$.

Para nuestro caso particular dado por la ecuación 7.52, tenemos que vamos a probar la hipótesis de dos colas, dada por la ec. (4.12), que en nuestro caso tomaría la forma de

$$H_0: \theta = 5.00 \text{ contra } H_1: \theta \neq 5.00 \quad (7.54)$$

Entonces si elegimos $\alpha = 0.05$ [ver la tabla 7.1 tenemos que nuestro intervalo de aceptación va a estar dado por:

$$\mu - 1.96\sigma < x < \mu + 1.96\sigma \quad (7.55)$$

sustituyendo valores

$$\begin{aligned} 5.00 - 1.96(0.30) < x < 5.00 + 1.96(0.30) \\ L_1 = 4.608 < x < 5.392 = L_2 \end{aligned} \quad (7.56)$$

y para un $\alpha = 0.01$, el intervalo de aceptación sería

$$\begin{aligned} 5.00 - 2.58(0.30) < x < 5.00 + 2.58(0.30) \\ L_1 = 4.484 < x < 5.516 = L_2 \end{aligned} \quad (7.57)$$

Entonces por lo que se ve de las ecuaciones 7.56 y 7.57, podemos calcular los valores de los límites L_1 y L_2 dando un valor determinado de α .

También se le puede asignar al error β un cierto valor, pero esto no es necesario para calcular los límites de nuestro intervalo, sino más bien asignando

un valor α determinado y con el tamaño de la muestra $n = 1$, quedaría por estimarse el valor del error β que es ocasionado.

Si por ejemplo decidimos dejar que los datos de las señales de salida del sensor les vamos a permitir moverse dentro del intervalo para un $\alpha = 0.01$ dado por la ec. 7.57, nuestro cuadro de decisiones quedaría como

$$(I) \text{ Cuando} \quad 4.484 < x < 5.516 \quad (7.58)$$

H_0 es aceptada [el sensor está funcionando bien].

$$(II) \text{ Cuando} \quad x < 4.484 \text{ o } x > 5.516 \quad (7.59)$$

H_0 es rechazada [H_1 es aceptada, declarándose que el sensor está fallado].

$$(III) \text{ Cuando} \quad x = 4.484 \text{ o } x = 5.516 \quad (7.60)$$

Se toma otro dato y no hay decisión.

El diagrama de flujo para este método viene dado por la fig. 7.2 y el programa por la figura 7.3.

2).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n > 1$.

El método para calcular los valores de los límites L_1 y L_2 es el mismo que para el inciso (I) anterior, en donde se toman muestras de tamaño $n = 1$.

Si por ejemplo decidimos dejar que los datos de las señales de salida del sensor les vamos a permitir moverse dentro del intervalo para un $\alpha = 0.01$ dado por la ec. 7.57, nuestro cuadro de decisiones quedaría como

$$(I) \text{ Cuando} \quad 4.484 < x < 5.516 \quad (7.61)$$

H_0 es aceptada [el sensor está funcionando bien].

$$(II) \text{ Cuando} \quad x < 4.484 \text{ o } x > 5.516 \quad (7.62)$$

H_0 es rechazada [H_1 es aceptada, declarándose que el sensor está fallado].

$$(III) \text{ Cuando} \quad x = 4.484 \text{ o } x = 5.516 \quad (7.63)$$

Se toma otro dato y no hay decisión.

El diagrama de flujo del programa de cómputo se da en la fig. 7.4 y el programa en FORTRAN 77 viene dado por la fig. 7.5 para cuando se toman muestras de tamaño $n = 3$.

3).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "A".

Por ejemplo si damos un valor al error $\alpha = 0.01$ y al error $\beta = 0.01$, vemos de la tabla 7.1 que $x_{c1} = x_{c0} = x_s = 2.58$, donde además sabemos que $\theta_0 = 5.00$ y $r = 0.20$, por lo que sustituyendo valores en las ecuaciones 7.30 y 7.31, obtenemos

$$\theta_1 = 5.00 - (2.58)(0.20) - (2.58)(0.20) = 3.968 \quad (7.64)$$

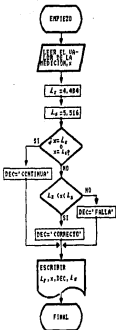


Figura 7.2: Diagrama de flujo para la declaración de falla de una señal.

```

AAAAAAA ESTADO ESTABLE AAAAAA
A METODO SECUENCIAL PARA DETERMINAR
A LA FALLA DE UNA SEÑAL, TOMANDOSE
A MUESTRA DE UN SOLO DATO
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAA IDENTIFICACION DE VARIABLES AAAAAA
A NOMBRES DE VARIABLES SIMPLES
A X= VALOR DE LA MEDICION
A NLI= LIMITE INFERIOR
A NLS= LIMITE SUPERIOR
AAAAAAA DECLARACION DE TIPO AAAAAA
CHARACTER D,DIGIT
A FORMULACION DEL ARCHIVO DE SALIDA
OPEN(UNIT=32,FILE='FORO32',STATUS='NEW')
A LEYER EL VALOR DE LA MEDICION
READ(NLI,10) Y
10 FORMAT (F5.3)
AAAAAAA COMIENZO DEL PROGRAMA AAAAAA
A VALORES DE LOS LIMITES INFERIOR Y SUPERIOR
NLI=4.400
NLS=5.510
IF ((X.EQ.4.400).OR.(X.EQ.5.510)) THEN
DECI= ' '
GOTO 30
ELSE
GOTO 30
ENDIF
30 IF (ABS(X-NLI).AND.(X-NLS)) THEN
DECI= 'CORROCIDO'
ELSE
DECI= 'ESTABLE'
ENDIF
40 WRITE(32,10) 'LIMITE INFERIOR',X,' DATO',Y,' LIMITE SUPERIOR'
10 FORMAT (F5.3,F5.3,F5.3,F5.3,F5.3)
50 FORMAT (10A,20C,1X,F5.3,1X,4C,4X,F5.3)
END

```

Figura 7.3: Programa en lenguaje FORTRAN II para la declaración de falla de una señal

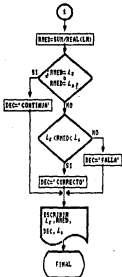
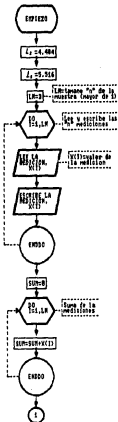


Figura 7.4: Diagrama de flujo del programa para la declaración de una falla.

```

AAAAAA  ESTADO ESTABLE  AAAAAA
A  METODO SECUENCIAL PARA DETERMINAR
A  LA FALLA DE UNA SEÑAL, TOMÁNDOSE
A  MUESTRAS MAYORES DE UN DATO.
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAA  IDENTIFICACION DE VARIABLES  AAAAAA
A  NOMBRE DE ARREGLOS
A  A= VALOR DE LA MEDICION
A  NOMBRE DE VARIABLES SIMPLES
A  LI= LIMITE INTERIOR
A  LS= LIMITE SUPERIOR
A  LN= NUMERO DE DATOS DE LA MUESTRA
A  SUM= SUMA DE LOS DATOS DE LA MUESTRA
A  MED= MEDIA ARITMETICA DE LA MUESTRA
AAAAAA  DECLARACION DE TIPO  AAAAAA
CHARACTER DECAS
AAAAAA  DIMENSIONAMIENTO  AAAAAA
DIMENSION X(300)
A  FORMULACION DEL ARCHIVO DE SALIDA
OPEN(UNIT=34,FILE='FOR034',STATUS='NEW')
A  VALORES DE LOS LIMITES
LI=4.484
LS=5.516
A  TAMAÑO DE LA MUESTRA
LN=3
A  LEER Y ESCRIBIR LOS DATOS
WRITE(4,*) 'MEDICIONES'
DO I=1,LN
READ(3,*) X(I)
WRITE(4,10) X(I)
10  FORMAT (X,F5.3)
ENDDO
AAAAAA  LOGICADO DEL PROGRAMA  AAAAAA
SUM=0
DO I=1,LN
LI=LI-X(I)
ENDDO
MED=SUM/REAL(LN)
MED=ABS(MED)
MED=ABS(MED)/100
IF (ABS(MED).GT.(LS+LI)/2) THEN
DECAS
GOTO 20
ELSE
GOTO 30
ENDIF
20  WRITE(4,*) 'SEÑAL FALLA'
30  WRITE(4,*) 'SEÑAL ESTABLE'
END

```

Figure 7.5: Programa en FORTRAN 77 para la declaración de una falla de las señales, tomando muestras $n = 3$.

```
DEC='FALLA'  
ENDIC  
30 WRITE(A,35)  
35 FORMAT(12X,'LIMITE',31X,'LIMITE',12X,  
1 'INFERIOR',29X,'SUPERIOR')  
WRITE(A,50)RLI,RMED,DEC,RLS  
50 FORMAT(10X,F7.3,5X,'MEDIA= ',F7.3,X,A0,2X,F7.3)  
END
```

Fig.7.5:Continuación.

$$\theta_2 = 5.00 + (2.58)(0.20) + (2.58)(0.20) = 6.032 \quad (7.65)$$

Para este ejemplo se van a tomar los valores de los límites $L_1 = \theta_1$ y $L_2 = \theta_2$.

El diagrama de flujo del programa de computo se da en la Fig. 7.6 y el programa en FORTRAN 77 viene dado por la Fig. 7.7.

4).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "IP".

Conociendo los valores de $\theta_0 = 5.00$, $\sigma = 0.20$, y usando los valores de $\theta_1 = 3.968$ y $\theta_2 = 6.032$ calculados de la forma dada en el anterior inciso (3) para valores de los errores de $\alpha = \beta = 0.01$, podemos calcular el valor de δ por cualesquiera de las ecuaciones 7.35 o 7.36, por lo que utilizando la ec. 7.35 y sustituyendo valores en ella, obtenemos

$$\delta = \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma} = \frac{5.00 - 3.968}{0.20} = 5.16 \quad (7.66)$$

Puesto que el tamaño n de la muestra de mediciones se va incrementando conforme se va tomando cada nuevo dato, se ha puesto un valor máximo de $n = 5$ arbitrariamente (se puede establecer otro valor), de tal forma que $n = 1$ para el primer dato tomado, $n = 2$ para el segundo, continuando hasta $n = 5$ para el quinto dato tomado, pero para el sexto dato tomado el proceso se vuelve a empezar haciendo nuevamente $n = 1$ considerando que éste es el primer dato tomado.

El diagrama de flujo del programa de computo se da en la Fig. 7.8 y el programa en FORTRAN viene dado por la Fig. 7.9.

Simulación de una falla

Realmente existen infinidad de maneras que nos podemos imaginar para hacer la simulación de la falla de un sensor con el fin de probar los modelos de declaración de falla del sensor, presentándose a continuación solamente 4 formas idealizadas de la falla del sensor dado como ejemplo en esta sección, tomándose una medición cada segundo.

a).-El valor de la señal cae subitamente.

El diagrama de este tipo de falla viene dado por la Fig. 7.10.

Los valores de entrada para los programas de computo vienen dados por la tabla 7.2.

1).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$.

Los datos de la tabla 7.2 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.3, obteniéndose los resultados de la tabla 7.3.

2).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n > 1$.

Los datos de la tabla 7.2 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.5, obteniéndose los resultados de la tabla 7.4, en donde el valor de n del tamaño de la muestra se ha puesto igual a 3.

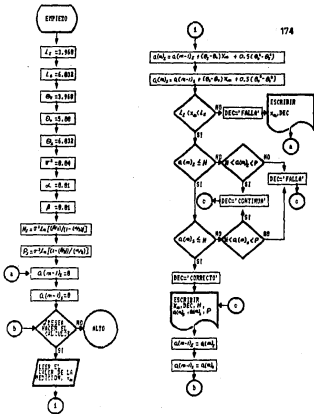


Figura 7.6: Diagrama de flujo del programa de computo para la declaración de una falla de las señales, utilizando el método "A" de la prueba del cociente de probabilidades.

```

AAAAAA ESTADO ESTABLE AAAAAA
* METODO SECUENCIAL 'A' DEL COCIENTE
* DE PROBABILIDADES PARA DETERMINAR
* LA FALSA DE UNA SEÑAL.
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAA IDENTIFICACION DE VARIABLES AAAAAA
* NOMBRES DE VARIABLES SIMPLES
* XN= VALOR DE LA MEDICION
* XL= LIMITE INTERIOR
* XU= LIMITE SUPERIOR
* TETA1= MEDIA ARITMETICA INTERIOR
* TETA0= MEDIA ARITMETICA
* TETA5= MEDIA ARITMETICA SUPERIOR
* VXA= VARIANZA
* ALFA= ERROR DE PRIMER TIPO
* BETA= ERROR DE SEGUNDO TIPO
* H= LIMITE INTERIOR PARA LA PRUEBA DE LA HIPOTESIS
* P= LIMITE SUPERIOR PARA LA PRUEBA DE LA HIPOTESIS
* ANIA= VALOR DE  $\alpha(n-1)$  CONSIDERANDO LA PRUEBA
* EN LA COLA IZQUIERDA
* ANSA= VALOR DE  $\alpha(n-1)$  CONSIDERANDO LA PRUEBA
* EN LA COLA DERECHA
* ANI= VALOR DE  $\alpha(n)$  CONSIDERANDO LA PRUEBA
* EN LA COLA IZQUIERDA
* ANS= VALOR DE  $\alpha(n)$  CONSIDERANDO LA PRUEBA
* EN LA COLA DERECHA
AAAAAA DECLARACION DE TIPO AAAAAA
CHARACTER DICAP,RESPAZ
* FORMULACION DEL ARCHIVO DE SALIDA
OPEN('N1')=06,FILE='F00006',STATUS='NEW')
RLI=0.068
RES=0.002
TETA1=0.968
TETA0=0.00
TETA5=0.032
VXA=0.04
ALFA=0.01
BETA=0.01
H=VXA*(LOG((BETA/2)/(1-(ALFA/2))))
P=VXA*(LOG((1-(BETA/2))/(ALFA/2)))
DIFI=(TETA1-TETA0)
DICS=(TETA5-TETA0)
TERM1=0.5*(TETA1+2)-(TETA0+2)
TERM5=0.5*(TETA5+2)-(TETA0+2)
3 ANIA=0
ANSA=0
5 WRITE(1,1) 'DEBE HACER EL CALCULO'
WRITE(1,1) ' SI' O 'NO'
CALL(1,1) RESP
IF (RES.DI. 'SI') GO TO 7

```

Figura 1.3: Programa en FORTRAN 77 para la declaración de una falla de las señales, utilizando el método "A" de la prueba del cociente de probabilidades.

```

STOP
A  LEER EL VALOR DE LA MEDICION
7  WRITE(A,1) 'DE EL VALOR DE LA MEDICION '
   READ(A,10) XN
10  FORMAT ('S.3)
AAAAAAA  LOMIENZO DEL PROGRAMA  AAAAAAA
ANI=ANIA*(DIFIAKN)-TERMI
ANS=ANCA*(DIFSAKN)-TERMS
IF ((RLI.LT.XN).AND.(XN.LT.RLS)) GOTO 30
DEC='FALLA'
WRITE(A,20)
20  FORMAT(5X,'DATOS')
   WRITE(A,25) XN,DEC
25  FORMAT (9X,'S.3,X,AB)
   GOTO 3
30  WRITE(A,40)
40  FORMAT(5X,'DATOS',16X,'M',10X,'a(n)',9X,'a(n)',10X,'P'/
   1 37X,'COLA',9X,'COLA'/34X,'IZQUIERDA',6X,'DERECHA')
   IF (ANI.LT.H) GOTO 110
   IF ((H.LT.ANI).AND.(ANI.LT.P)) GO TO 140
   DEC='FALLA'
   GOTO 160
110  IF (ANS.LT.H) GOTO 120
   IF ((H.LT.ANS).AND.(ANS.LT.P)) GO TO 140
   DEC='FALLA'
   GOTO 150
120  DEC='IZQUIERDA'
   GOTO 160
140  DEC='CONTINUA'
   WRITE(A,150) XN,DEC,H,ANI,ANS,P
150  FORMAT (9X,'S.3,X,AB,X,F12.2,X,F12.2,X,F12.2)
   GOTO 170
160  WRITE(A,170) XN,DEC,H,ANI,ANS,P
170  ANI=ANI+1
   ANS=ANS+1
   GOTO 7
999  END

```

Fig.7.7. Continuación.

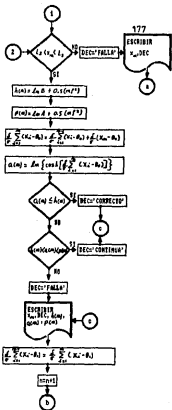
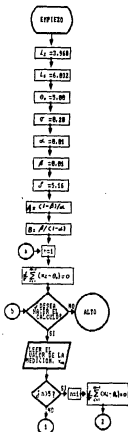


Figura 7.8: Diagrama de flujo del programa para la declaración de falla de las señales, utilizando el método "B" de la prueba del cociente de probabilidades.

```

AAAAAA ESTADO ESTABLE AAAAAA
A METODO SECUENCIAL "B" DEL COCIENTE
A PROBABILIDADES PARA DETERMINAR
A LA FALSA DE UNA SEÑAL.
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAA IDENTIFICACION DE VARIABLES AAAAAA
A NOMBRES DE VARIABLES SIMPLES
A XM= VALOR DE LA MEDICION
A RL= LIMITE INFERIOR
A RS= LIMITE SUPERIOR
A DIFJA= VALOR ABSOLUTO DE LA DIFERENCIA ENTRE LA
A MEDIA DE LA DISTRIBUCION Y CUALESQUIERA
A DE LAS MEDIAS DE LAS DISTRIBUCIONES QUE
A LA ACOTAN A LA DERECHA O A LA IZQUIERDA
A
A TIAO= MEDIA ARITMETICA
A DESTIP= DESVIACION TIPICA
A ALTA= VECTOR DE PRIMER TIPO
A DELTA= ERROR DE SEGUNDO TIPO
A SM= VALOR DE h(n)
A PM= VALOR DE p(n)
A SM= VALOR DE s(n)
A NM= NUMERO DE LA MEDICION
A SUMA= SUMATORIA DEL CALCULO ANTERIOR
A
AAAAAA DECLARACION DE TIPO AAAAAA
CHARACTER OSCAS,SCPAZ
A DECLARACION DEL ARCHIVO DE SALIDA
OPEN(UNIT=30,FILE='TORO30',STATUS='NEW')
RL=0.968
RS=6.032
TFO=5.00
DESTIP=0.20
ALTA=0.01
DELTA=0.01
DIFJA=1.16
OS(1)=OSIA/ALTA
S=D:TA/(1-ALTA)
PI=LOG(S)
TERM=0.5A(DPLJAAZ)
TERM=DELTA/DESTIP
NM=1
SUMA=0
WRITE(1,3) 'DVCPA HACE EL CALCULO'
WRITE(1,4) ' *SI' O *NO'
READ(1,4) RESP
IF (RESP.EQ.'SI') GOTO 20
STOP
A 1112 EL VALOR DE LA MEDICION
20 WRITE(1,4) 'DE EL VALOR DE LA MEDICION'

```

Figura 18. Programa en FORTRAN 77 para la declaración de falla de las señales, utilizando el método "B" de la prueba del cociente de probabilidades.

```

30      READ(A,20) XN
      ENDWHY (C5,3)
AAAAAAA      CON)FNZO DEL PROGRAMA      AAAAAAA
      IF ((N.GT.5) THEN
      NN=1
      SUMA=0
      ELSE
      GOTO 45
      ENDIF
45      IF ((N.LT.XN).AND.(XN.LT.RLS)) GOTO 50
      DEC='TALLA'
      WRITE(A,46)
46      FORMAT(11X,'DATOS')
      WRITE(A,47) XN,DEC
47      FORMAT (9X,F5.3,X,AB)
      GOTO 3
50      XX=CC(1,48)
48      FORMAT(11X,'DATOS',14X,'h(n)',9X,'a(n)',9X,'p(n)')
      ICSN=MM*ICSN1
      MM=1+1/8*NN
      PN=1+1/8*PNN
      SUM=SUM+1/8*DEC*(XN-FTAG)
      AN=LOG(COSH(SUM))
      IF (AN.LE.PN) GOTO 120
      IF ((N.LT.AN).AND.(AN.LT.PN)) GO TO 140
      IF 'TALLA'
      GOTO 125
120      DEC='TALLA' GOTO 1
      GOTO 125
140      DEC='TALLA' INVA'
135      WRITE(A,150) XN,DEC,NN,AN,PN
150      FORMAT (9X,F5.3,X,40X,F12.7,X,F12.7,X,F12.7)
      SUMA=SUM
      MM=MM+1
      GOTO 10
899      END

```

Fig. 7.9:Continuación.

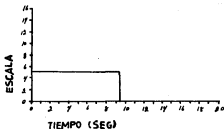


Figura 1.10: El valor de la señal del sensor cae subitamente.

TIEMPO (SEG.)	MEDICION
1	5.00
2	5.00
3	5.00
4	5.00
5	5.00
6	5.00
7	5.00
8	5.00
9	5.00
10	0.00
11	0.00
12	0.00
13	0.00
14	0.00
15	0.00
16	0.00
17	0.00
18	0.00
19	0.00
20	0.00

Tabla 1.1: Valores de las mediciones tomadas cada segundo para el caso de que la señal del sensor caiga subitamente.

LIMITE INFERIOR	DATO	LIMITE SUPERIOR
4.484	5.00 CORRECTO	5.516
4.464	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.484	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	0.00 FALLA	5.516
4.451	0.00 FALLA	5.516
4.404	0.00 FALLA	5.516
4.404	0.00 FALLA	5.516
4.404	0.00 FALLA	5.516
4.484	0.00 FALLA	5.516
4.404	0.00 FALLA	5.516
4.484	0.00 FALLA	5.516
4.404	0.00 FALLA	5.516
4.484	0.00 FALLA	5.516
4.404	0.00 FALLA	5.516

Tabla 7.3: Declaración de falla de una señal utilizando el método sucesional tomando muestras de tamaño $n = 1$.

LIMITE INFERIOR	DATOS	LIMITE SUPERIOR
	5.00	
	5.00	
4.404	5.00 MEDIA= 5.000 CORRECTO	5.516
	5.00	
	5.00	
4.404	5.00 MEDIA= 5.000 CORRECTO	5.516
	5.00	
	5.00	
4.404	5.00 MEDIA= 5.000 CORRECTO	5.516
	0.00	
	0.00	
4.404	0.00 MEDIA= 0.000 FALLA	5.516
	0.00	
	0.00	
4.404	0.00 MEDIA= 0.000 FALLA	5.516
	0.00	
	0.00	
4.404	0.00 MEDIA= 0.000 FALLA	5.516
	0.00	
	0.00	

Tabla 7.4: Declaración de falla de una señal utilizando el método sucesional tomando muestras de tamaño $n = 3$.

DATOS	H	a(n)	a(n)	P
		COLA IZQUIERDA	COLA DERECHA	
5.00 CORRECTO	-0.21	-0.53	-0.53	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-1.07	-1.07	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-1.60	-1.60	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-2.13	-2.13	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-2.66	-2.66	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-3.20	-3.20	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-3.73	-3.73	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-4.26	-4.26	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-4.79	-4.79	0.21
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				
0.00 FALLA				

Tabla 7.5: Declaración de falla de una señal utilizando el método "A" secuencial del cociente de probabilidades.

3).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "A".

Los datos de la tabla 7.2 son introducidos en el programa dado en la fig. 7.7, obteniéndose los resultados de la tabla 7.5.

4).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "B".

Los datos de la tabla 7.2 son introducidos en el programa dado en la fig. 7.9, obteniéndose los resultados de la tabla 7.6.

b).-El valor de la señal sube súbitamente.

El diagrama de este tipo de falla viene dado por la fig.7.11.

Los valores de entrada para los programas de cómputo vienen dados en la tabla 7.7.

1).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$.

Los datos de la tabla 7.7 son introducidos en el programa dado en la fig. 7.3, obteniéndose los resultados de la tabla 7.8.

2).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n > 1$.

Los datos de la tabla 7.7 son introducidos en el programa dado en la fig. 7.5, obteniéndose los resultados de la tabla 7.9, en donde el valor de n del tamaño

DATOS	$h(n)$	$v(n)$	$p(n)$
5.00 CORRECTO	8.7176000	0.0000000	17.9079189
5.00 CORRECTO	22.0304794	0.0000000	31.2207184
5.00 CORRECTO	35.3432808	0.0000000	44.5335197
5.00 CORRECTO	48.6560703	0.0000000	57.8463173
5.00 CORRECTO	61.9688759	0.0000000	71.1591187
5.00 CORRECTO	8.7176000	0.0000000	17.9079189
5.00 CORRECTO	22.0304794	0.0000000	31.2207184
5.00 CORRECTO	35.3432808	0.0000000	44.5335197
5.00 CORRECTO	48.6560783	0.0000000	57.8463173
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			
0.00 FALLA			

Tabla 7.8: Declaración de falla de una señal utilizando el método "B" sucesional del cociente de probabilidades.

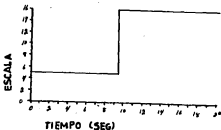


Figura 7.11: El valor de la señal del sensor sube súbitamente.

TIEMPO (seg.)	MEDICION
1	5.00
2	5.00
3	5.00
4	5.00
5	5.00
6	5.00
7	5.00
8	5.00
9	5.00
10	16.00
11	16.00
12	16.00
13	16.00
14	16.00
15	16.00
16	16.00
17	16.00
18	16.00
19	16.00
20	16.00

Tabla 7.7: Valores de las mediciones tomadas cada segundo para el caso de que la señal del sensor sube súbitamente.

LÍMITE INTERIOR	DATOS	LÍMITE SUPERIOR
	5.00	
	5.00	
4.404	5.00 MEDIA= 5.000 CORRECTO	5.516
	5.00	
	5.00	
4.404	5.00 MEDIA= 5.000 CORRECTO	5.516
	5.00	
	5.00	
4.404	5.00 MEDIA= 5.000 CORRECTO	5.516
	16.00	
	16.00	
4.404	16.00 MEDIA= 16.000 FALLA	5.516
	16.00	
	16.00	
4.404	16.00 MEDIA= 16.000 FALLA	5.516
	16.00	
	16.00	
4.404	16.00 MEDIA= 16.000 FALLA	5.516
	16.00	
	16.00	

Tabla 7.9: Declaración de falla de una señal utilizando el método secuencial tomándose muestras de tamaño $n = 3$.

de la muestra se ha puesto igual a 3.

3).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "A".

Los datos de la tabla 7.7 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.7, obteniéndose los resultados de la tabla 7.10.

4).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "B".

Los datos de la tabla 7.7 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.9, obteniéndose los resultados de la tabla 7.11.

c).-El valor de la señal sube en línea recta.

Se supone que la señal de salida del sensor se incrementa a partir del cuarto segundo, obedeciendo la ecuación de la línea recta

$$y = \frac{x}{8} - 4.5 \quad (7.67)$$

El diagrama de este tipo de falla viene dado por la Fig. 7.12.

Los valores de entrada para los programas de cómputo vienen dados en la tabla 7.12.

1).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$.

DAIOS	H	s(n) COLA IZQUIERDA	s(n) COLA DERECHA	P
5.00 CORRECTO	-0.21	-0.53	-0.53	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-1.07	-1.07	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-1.60	-1.60	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-2.13	-2.13	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-2.66	-2.66	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-3.20	-3.20	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-3.73	-3.73	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-4.26	-4.26	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-4.79	-4.79	0.21
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				
16.00 FALLA				

Tabla 7.10: Declaración de falla de una señal utilizando el método "A" secuencial del cociente de probabilidades.

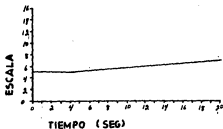


Figura 7.12: El valor de la señal del sensor sube en línea recta.

DATOS	$h(n)$	$a(n)$	$p(n)$
5.00 CORRECTO	0.7176000	0.0000000	17.9079189
5.00 CORRECTO	27.0304774	0.0000000	31.2207184
5.00 CORRECTO	35.3432808	0.0000000	44.5335197
5.00 CORRECTO	48.6560703	0.0000000	57.8463173
5.00 CORRECTO	61.9688759	0.0000000	71.1591187
5.00 CORRECTO	8.7176800	0.0000000	17.9079189
5.00 CORRECTO	22.0304794	0.0000000	31.2207184
5.00 CORRECTO	35.3432808	0.0000000	44.5335197
5.00 CORRECTO	48.6560783	0.0000000	57.8463173
6.00 FALLA			
10.00 FALLA			
11.00 FALLA			
16.00 FALLA			
15.00 FALLA			
16.00 FALLA			
17.00 FALLA			
18.00 FALLA			
19.00 FALLA			
20.00 FALLA			
21.00 FALLA			

Tabla 7.11: Declaración de falla de una señal utilizando el método "B" sucesional del cociente de probabilidades.

TIEMPO (seg.)	MEDICION
1	5.00
2	5.00
3	5.00
4	5.00
5	5.13
6	5.25
7	5.38
8	5.50
9	5.63
10	5.75
11	5.88
12	6.00
13	6.13
14	6.25
15	6.38
16	6.50
17	6.63
18	6.75
19	6.88
20	7.00

Tabla 7.12: Valores de las mediciones tomadas cada segundo para el caso de que la señal del sensor sube en línea recta.

LIMITE INFERIOR	DATO	LIMITE SUPERIOR
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.434	5.00 CORRECTO	5.516
4.404	5.00 CORRECTO	5.516
4.484	5.13 CORRECTO	5.516
4.404	5.25 CORRECTO	5.516
4.484	5.38 CORRECTO	5.516
4.404	5.50 CORRECTO	5.516
4.484	5.63 FALLA	5.516
4.434	5.75 FALLA	5.516
4.484	5.88 FALLA	5.516
4.494	6.00 FALLA	5.516
4.484	6.13 FALLA	5.516
4.494	6.25 FALLA	5.516
4.484	6.38 FALLA	5.516
4.494	6.50 FALLA	5.516
4.484	6.63 FALLA	5.516
4.494	6.75 FALLA	5.516
4.494	6.88 FALLA	5.516
4.404	7.00 FALLA	5.516

Tabla 7.12: Declaración de falla de una señal utilizando el método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$.

Los datos de la tabla 7.12 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.3, obteniéndose los resultados de la tabla 7.13.

2).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n > 1$.

Los datos de la tabla 7.12 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.3, obteniéndose los resultados de la tabla 7.14, en donde el valor de n del tamaño de la muestra se ha puesto igual a 2.

3).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "A".

Los datos de la tabla 7.12 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.7, obteniéndose los resultados de la tabla 7.15.

4).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "B".

Los datos de la tabla 7.12 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.9, obteniéndose los resultados de la tabla 7.16.

d).-El valor de la señal se mueve siguiendo la forma de una función senoidal. Se supone que la señal de salida del sensor se mueve obedeciendo la función senoidal

$$x = 5 - 2\cos t \quad (7.68)$$

LÍMITE INFERIOR	DATOS	LÍMITE SUPERIOR
	5.00	
	5.00	
4.484	5.00 MEDIA= 5.000 CORRECTO	5.516
	5.00	
	5.13	
4.484	5.25 MEDIA= 5.126 CORRECTO	5.516
	5.38	
	5.50	
4.484	5.63 MEDIA= 5.503 CORRECTO	5.516
	5.75	
	5.88	
4.484	6.00 MEDIA= 5.876 FALLA	5.516
	6.13	
	6.25	
4.484	6.38 MEDIA= 6.253 FALLA	5.516
	6.50	
	6.63	
4.484	6.75 MEDIA= 6.526 FALLA	5.516
	6.88	
	7.00	

Tabla 7.16: Declaración de falla de una señal utilizando el método secuencial tomándose muestras de tamaño $n = 2$.

DAIOS	H	$z(n)$ COLA IZQUIERDA	$z(n)$ COLA DERECHA	P
5.00 CORRECTO	-0.21	-0.53	-0.53	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-1.07	-1.07	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-1.60	-1.60	0.21
5.00 CORRECTO	-0.21	-2.13	-2.13	0.21
5.13 CORRECTO	-0.21	-2.90	-2.53	0.21
5.25 CORRECTO	-0.21	-3.59	-2.80	0.21
5.38 CORRECTO	-0.21	-4.51	-2.94	0.21
5.50 CORRECTO	-0.21	-5.56	-2.96	0.21
5.63 CORRECTO	-0.21	-6.74	-2.84	0.21
5.75 CORRECTO	-0.21	-8.00	-2.60	0.21
5.90 CORRECTO	-0.21	-9.49	-2.22	0.21
6.00 CORRECTO	0.21	-11.05	-1.73	0.21
6.13 FALLA				
6.25 FALLA				
6.38 FALLA				
6.50 FALLA				
6.63 FALLA				
6.75 FALLA				
6.90 FALLA				
7.00 FALLA				

Tabla 7.15: Declaración de falla de una señal utilizando el método "A" secuencial del cociente de probabilidades.

DATOS	$h(n)$	$a(n)$	$p(n)$
5.00 CORRECTO	8.7176800	0.0000000	17.9079189
5.00 CORRECTO	22.0304794	0.0000000	31.2207184
5.00 CORRECTO	35.3432808	0.0000000	44.5335197
5.00 CORRECTO	48.6560783	0.0000000	57.8463173
5.13 CORRECTO	61.9688759	2.6620762	71.1591187
5.25 CORRECTO	9.7176000	5.7568550	17.9079189
5.30 CORRECTO	22.0304794	15.5608568	31.2207184
5.50 CORRECTO	35.3432808	28.4608555	44.5335197
5.53 CORRECTO	48.6560783	44.7140590	57.8463173
5.75 CONTINUA	61.9688759	64.0648575	71.1591187
5.80 FALLA	8.7176000	22.0108547	17.9079189
6.00 FALLA	22.0304794	47.0108559	31.2207184
6.13 FALLA			
6.25 FALLA			
6.30 FALLA			
6.50 FALLA			
6.53 FALLA			
6.75 FALLA			
6.80 FALLA			
7.00 FALLA			

Tabla 7.18: Declaración de falla de una señal utilizando el método "B" sucesional del cociente de probabilidades.

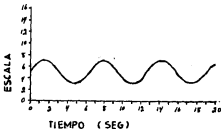


Figura 7.13: El valor de la señal del sensor se mueve en forma de una función senoidal.

El diagrama de este tipo de falla viene dado por la Fig.7.13.

Los valores de entrada para los programas de computo vienen dados en la tabla 7.17.

1).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$.

Los datos de la tabla 7.17 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.5, obteniéndose los resultados de la tabla 7.18.

2).-Para el método secuencial tomando muestras de tamaño $n > 1$.

Los datos de la tabla 7.17 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.5, obteniéndose los resultados de la tabla 7.19, en donde el valor de n del tamaño de la muestra se ha puesto igual a 3.

3).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "A".

Los datos de la tabla 7.17 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.7, obteniéndose los resultados de la tabla 7.20.

4).-Para la prueba secuencial del cociente de probabilidades utilizando el método "B".

Los datos de la tabla 7.17 son introducidos en el programa dado en la Fig. 7.9, obteniéndose los resultados de la tabla 7.21.

TIEMPO (seg.)	MEDICION
1	5.00
2	5.00
3	5.00
4	5.00
5	5.13
6	5.25
7	5.38
8	5.50
9	5.63
10	5.75
11	5.88
12	6.00
13	5.13
14	6.25
15	5.38
16	6.50
17	5.63
18	6.75
19	5.88
20	7.00

Tabla 7.17: Valores de las mediciones tomadas cada segundo para el caso de que la señal del sensor se mueva en la forma de una función senoidal.

LIMITE INFERIOR	DATO	LIMITE SUPERIOR
4.404	6.08 FALLA	5.516
4.484	6.82 FALLA	5.516
4.484	5.28 CORRECTO	5.516
4.484	2.45 FALLA	5.516
4.404	3.08 FALLA	5.516
4.404	4.44 FALLA	5.516
4.404	6.31 FALLA	5.516
4.474	6.98 FALLA	5.516
4.484	5.82 FALLA	5.516
4.404	2.21 FALLA	5.516
4.404	2.80 FALLA	5.516
4.404	2.22 FALLA	5.516
4.404	5.04 FALLA	5.516
4.404	6.78 FALLA	5.516
4.404	5.70 FALLA	5.516
4.484	4.42 FALLA	5.516
4.404	3.08 FALLA	5.516
4.404	2.50 FALLA	5.516
4.404	5.70 CORRECTO	5.516
4.404	6.07 FALLA	5.516

Tabla 7.18: Declaración de falla de una señal utilizando el método secuencial tomando muestras de tamaño $n = 1$.

LIMITE INTERIOR	DATOS	LIMITE SUPERIOR
	6.68	
	6.82	
4.404	5.20 MEDIA= 6.260 FALLA	5.516
	3.49	
	3.08	
4.484	4.44 MEDIA= 3.670 FALLA	5.516
	6.31	
	6.98	
4.404	5.02 MEDIA= 6.370 FALLA	5.516
	3.91	
	3.00	
4.404	3.93 MEDIA= 3.613 FALLA	5.516
	5.84	
	6.98	
4.484	6.20 MEDIA= 6.373 FALLA	5.516
	4.42	
	3.00	
4.484	3.50 MEDIA= 3.066 FALLA	5.516
	5.30	
	5.03	

Tabla 1.19: Declaración de falla de una señal utilizando el método sucesional tomando muestras de tamaño $n = 3$.

DAIOS	H	$z(n)$ COLA IZQUIERDA	$z(n)$ COLA DERECHA	P
6.66 FALLA				
6.92 FALLA				
5.28 CORRECTO	0.21	-0.02	-0.24	0.21
3.49 FALLA				
3.08 FALLA				
4.44 CONTINUA	0.21	0.05	-1.11	0.21
6.71 FALLA				
6.89 FALLA				
5.02 FALLA	0.21	-1.38	0.31	0.21
3.71 FALLA				
3.00 FALLA				
3.93 FALLA				
5.84 FALLA	0.21	-1.40	0.33	0.21
6.28 FALLA				
3.70 FALLA				
4.42 CONTINUA	0.21	0.07	-1.13	0.21
6.18 FALLA				
3.53 FALLA				
5.21 CORRECTO	0.21	-0.24	-0.22	0.21
6.05 FALLA				

Tabla 7.30: Declaración de falla de una señal utilizando el método "A" secuencial del cociente de probabilidades.

DATOS	$h(n)$	$a(n)$	$p(n)$
6.50 FALLA			
6.02 FALLA			
5.28 CORRECTO	0.7176800	6.5308585	17.9079189
3.49 FALLA			
3.08 FALLA			
4.44 CONTINUA	0.7176800	13.7548504	17.9079189
6.31 FALLA			
6.28 FALLA			
5.07 FALLA	0.7176000	20.4628563	17.9079189
3.71 FALLA			
3.00 FALLA			
3.93 FALLA			
5.84 FALLA	0.7176800	20.9708551	17.9079189
6.90 FALLA			
6.30 FALLA			
4.42 CONTINUA	0.7176300	14.2708502	17.9079189
1.00 FALLA			
3.50 FALLA			
5.30 CORRECTO	0.7176800	7.0468574	17.9079189
6.00 FALLA			

Tabla 7.21: Declaración de falla de una señal utilizando el método "B" sucesional del cociente de probabilidades.

7.3 Programa de computo en lenguaje FORTRAN para el caso de que el vector columna de los valores verdaderos de las variables sea escalar

En esta sección vamos a tratar de desarrollar un programa de computo en lenguaje FORTRAN con el propósito de mostrar la aplicación desarrollada en las secciones precedentes 6.2 y 6.3 a las señales de una planta nuclear, las cuales se pueden tratar como escalares dadas por la ec. (6.1) que dependen del tiempo, teniendo ℓ señales redundantes x_i de la medición de la variable $v(t)$, las cuales se pueden expresar como:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= v(t) + e_1(t) \\x_2(t) &= v(t) + e_2(t) \\&\vdots \\x_\ell(t) &= v(t) + e_\ell(t)\end{aligned}\quad (7.69)$$

y escribiendo esta ec. 7.30 en forma matricial

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_\ell \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} v(t) + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_\ell(t) \end{pmatrix}\quad (7.70)$$

Por lo que si hacemos

$$F = \{ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_\ell \}^T$$

$$H = \{ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \}^T$$

$$E = \{ e_1 \ e_2 \ \dots \ e_\ell \}^T$$

obtenemos la ec. (6.2), en donde

F = vector columna de mediciones de dimensión $\ell \times 1$.

H = matriz de medición de dimensión $\ell \times 1$.

$v(t)$ = valor verdadero de la variable, el cual se redujo a escalar 1×1 .

E = vector columna de error de dimensión $\ell \times 1$.

Entonces como se ve lo único que hemos hecho es hacer para la ec. (6.2)

$x_i = 1$, por lo que podemos aplicar las ecuaciones (6.3) a la (6.30) las cuales fueron desarrolladas posteriormente a esta ec. (6.2).

Primeramente, podemos obtener una estimación del valor verdadero de la variable $v(t)$, utilizando $H = \{ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \}^T$ en la ecuación (6.22), lo cual nos da

$$\hat{v}(t)_{m\hat{v}} = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} x_i(t)\quad (7.71)$$

que no es otra cosa que la media aritmética de todas las mediciones $x_i(t)$.

De la metodología dada en la sección 6.3 a continuación tenemos, que del conjunto de mediciones $S_t = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_\ell(t))$ se van a formar $S_1, S_2, \dots, S_{\ell/2}$ subconjuntos de tamaño $(n_d + 1) = (1 + 1) = 2$ mediciones cada uno de ellos y ℓ va a estar dado por la ec. (6.36), donde sustituyendo el valor de $n_d = 1$ tenemos

$$\ell = \binom{\ell}{2} = \frac{\ell(\ell-1)}{2!(\ell-2)!} = \frac{\ell(\ell-1)}{2} \quad (7.73)$$

Entonces vamos a tener $\ell(\ell-1)/2$ subconjuntos $S_i = \{x_u(t), x_v(t)\}$ de dos mediciones cada uno (donde los subíndices $u \neq v$). Para definir la consistencia relativa entre los $\ell(\ell-1)/2$ subconjuntos utilizaremos la definición 1 de la sección 6.3, la cual nos dice que el conjunto $S_i = \{x_u(t), x_v(t)\}$ es consistente si cumple

$$\|\tilde{a}_i\| \leq \beta_i \text{ donde } \beta_i = V_i(\sigma_i^2 V_i)^{-1} \tilde{b}_i \quad (7.74)$$

donde para $n_d = 1$, tenemos que

\tilde{a}_i = vector residual de dimensión 2×1 .

\tilde{b}_i = escalar de dimensión 1×1 .

\tilde{b}_i = vector de los valores límites permitidos a los valores de los errores.

V_i = matriz de proyección de dimensión 2×2 .

$\sigma_i^2 V_i$ = matriz diagonal de dimensión 2×2 .

la expresión del vector residual viene dada por la ec. (6.25), por lo que en nuestro caso daría

$$\begin{aligned} \tilde{a}_i &= z_i - H_i v_{m(i,j)}(t) \\ &= \begin{pmatrix} x_u(t) \\ x_v(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} v_{m(i,j)}(t) \\ &= \begin{pmatrix} x_u(t) - v_{m(i,j)}(t) \\ x_v(t) - v_{m(i,j)}(t) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.74)$$

el valor de $v_{m(i,j)}(t)$ se puede obtener de la ec. 7.71, la cual nos da para el subconjunto S_i

$$v_{m(i,j)}(t) = \frac{x_u(t) + x_v(t)}{2} \quad (7.75)$$

sustituyendo la ec. 7.75 en la ec. 7.74

$$\tilde{a}_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_u(t) - x_v(t) \\ x_u(t) - x_v(t) \end{pmatrix} \quad (7.76)$$

por lo que la norma del vector residual \tilde{a}_i vendrá dada por

$$\begin{aligned} \|\tilde{a}_i\| &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(x_u(t) - x_v(t))^2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} |x_u(t) - x_v(t)| \end{aligned} \quad (7.77)$$

Ahora para calcular el valor de β_i es necesario primero calcular los elementos de la matriz de proyección V_i , la cual debe de cumplir con las condiciones dadas por las ecuaciones (6.4), (6.5) y (6.15), por lo que empezando por la condición dada por la ec. (6.4), tenemos

$$V_i H_i = \begin{pmatrix} V_{11,i} & V_{12,i} \\ V_{21,i} & V_{22,i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

quedando

$$V_{11,i} - V_{12,i} = 0 \quad (7.76)$$

de la condición dada por la ec. (6.5), tenemos

$$V_i V_i^T = \begin{pmatrix} V_{11,i} & V_{12,i} \\ V_{21,i} & V_{22,i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{11,i} \\ V_{12,i} \end{pmatrix} = 1$$

quedando

$$V_{11,i} V_{11,i} - V_{12,i} V_{12,i} = 1 \quad (7.77)$$

y de la ec. (6.15)

$$\begin{aligned} V_i^T V_i &= \begin{pmatrix} V_{11,i} \\ V_{12,i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{11,i} & V_{12,i} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} V_{11,i} V_{11,i} & V_{11,i} V_{12,i} \\ V_{12,i} V_{11,i} & V_{12,i} V_{12,i} \end{pmatrix} \\ &= I - H_i (H_i^T H_i)^{-1} H_i^T \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} (2)^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

quedando

$$\begin{pmatrix} V_{11,i} V_{11,i} & V_{11,i} V_{12,i} \\ V_{12,i} V_{11,i} & V_{12,i} V_{12,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \quad (7.80)$$

por lo que nos genera tres ecuaciones

$$V_{11,i} V_{11,i} = 1/2 \quad (7.81)$$

$$V_{12,i} V_{11,i} = -1/2 \quad (7.82)$$

$$V_{12,i}V_{12,i} = 1/2 \quad (7.85)$$

De las ecuaciones 7.81 y 7.83 tenemos que $V_{11,i} = \pm\sqrt{1/2}$ y $V_{12,i} = \pm\sqrt{1/2}$, pero de la ecuación 7.78 se debe de cumplir que $V_{11,i} = -V_{12,i}$, por lo que si consideramos primeramente las soluciones $V_{11,i} = \sqrt{1/2}$ y $V_{12,i} = -\sqrt{1/2}$ la matriz $\text{sig}V_i$ va a estar dada por

$$\text{sig}V_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (7.84)$$

calculándose de esta forma el valor de β_i dado por la ec. 7.73

$$\begin{aligned} \beta_i &= V_i(\text{sig}V_i)\bar{k}_i \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{1/2} & -\sqrt{1/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_i \\ b_i \end{pmatrix} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}(b_i - b_i) \end{aligned} \quad (7.85)$$

en donde $\bar{k}_i = [b_i \ b_i]^T$, ahora si tomáramos las soluciones $V_{11,i} = -\sqrt{1/2}$ y $V_{12,i} = \sqrt{1/2}$ la matriz $\text{sig}V_i$ debe estar dada por

$$\text{sig}V_i = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.86)$$

de tal forma que se vuelve a obtener el mismo resultado para β_i .

Sustituyendo las ecuaciones 7.77 y 7.86 en la ec. 7.73, y dividiendo la ecuación resultante entre $\sqrt{2}/2$, obtenemos que el subconjunto $S_i = \{x_i(t), x_i(t)\}$ va a ser consistente si cumple

$$|x_i - x_i| \leq (b_i + b_i) \quad (7.87)$$

por lo que se ve en la ecuación 7.87 que para probar la consistencia de los subconjuntos S_i que contienen dos mediciones cada uno solamente es necesario efectuar su diferencia y tomar su valor absoluto, siendo innecesario utilizar los valores de la matriz de proyección V_i en cada proceso de prueba.

De la definición 5 de la sección 6.2, tenemos entonces que el grado de inconsistencia I_i de la medición x_i va a estar dado por

$$I_i = \sum_{j=1}^l \xi_i(x_i(t) - x_j(t)) \leq (b_i - b_j), \text{ donde } i = 1, 2, \dots, l \quad (7.88)$$

donde:

$$\xi_i(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta \text{ es verdadero} \\ 1 & \text{si } \theta \text{ es falso} \end{cases}$$

de esta ecuación 7.68 se obtiene que el grado de inconsistencia I_i de un subconjunto de mediciones S_i puede tomar los valores desde 0 a $(l-1)$, por lo que vamos a tener l diferentes niveles de caracterización en lugar de la binaria de falso y correcto.

Con el fin de checar las consistencias entre nuestros subconjuntos de mediciones S_i , se van a considerar 6 posibles resultados [45]

1. Si todos los I_i son cero, entonces cada medición $x_i(t)$ es consistente con todas las demás. En este caso todas las mediciones x_i son declaradas consistentes.
2. Si al menos una I_i es cero, entonces al menos una $x_i(t)$ es consistente con todas las demás. Esto indica que las mediciones $x_i(t)$ son parcialmente consistentes.
3. Si una o más I_i son iguales a $l-1$, entonces estas mediciones son totalmente inconsistentes con las otras mediciones. Las mediciones $x_i(t)$ con I_i igual a $l-1$ son eliminadas y se comienza de nuevo el chequeo de consistencia utilizándose solamente las k mediciones $x_i(t)$ restantes.
4. Si todas las I_i son iguales a $k-1$, entonces todas las mediciones $x_i(t)$ son inconsistentes.
5. Si todas las I_i son iguales a $l/2$; por ejemplo, si tenemos cuatro mediciones $x_i(t)$ y dos de estas mediciones son consistentes y las dos restantes lo son también entre ellas, pero un par es inconsistente con el otro par, esto indica una posible falla común. Las mediciones $x_i(t)$ son declaradas inconsistentes porque es imposible identificar cual mitad de las mediciones está fallando.
6. Si ninguna de las I_i es cero y ninguna de las I_i son iguales a $l-1$, puede haber una falla común afectando dos o más mediciones $x_i(t)$. Los máximos valores de I_i son eliminados y se comienza de nuevo el chequeo de consistencia utilizándose solamente las k mediciones $x_i(t)$ restantes.

El diagrama de flujo del programa de computo en FORTRAN 77 viene dado la fig. 7.14 y las subrutinas ocupadas en este programa vienen dadas en las figuras 7.15 a 7.17 [46].

En la fig. 7.18 se da el programa en FORTRAN incluyendo las tres subrutinas empleadas.

El diagrama dado en la fig. 7.18 se prueba para cualquier tipo de falla de la señal que pueda ocurrir, esto se hace introduciendo valores de las mediciones de la variable (de los sensores redundantes o de redundancias analíticas) y de sus valores absolutos del límite permitido al error para cada uno de los valores de las mediciones, de tal forma que podamos introducir datos al programa para todas las posibles formas de falla de las señales y de esta manera verificar su correcto funcionamiento.

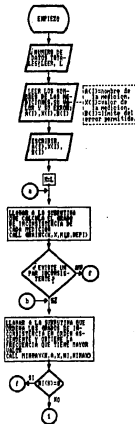


Figura 7.14: Diagrama de flujo del programa principal del método del vector de espacio-paridad.

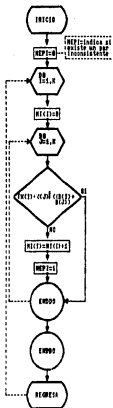


Figura 7.15: Subprograma que calcula el grado de inconsistencia para cada una de las mediciones.

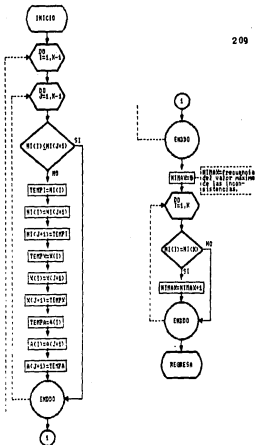


Figura 7.10: Subprograma que ordena los grados de inconsistencia en orden ascendente y obtiene la frecuencia del valor mayor.

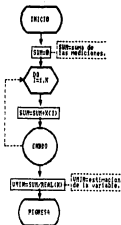


Figura 7.17: Subprograma que estima el valor de la variable, por medio del cálculo de la media aritmética de las mediciones.

```

AAAAAA PROGRAMA PARA DETECTAR LA FALLA DE UNA SEÑAL AAAAAA
* DETECCIÓN DE FALLA Y AJUSTAMIENTO DE UNA SEÑAL POR
* EL MÉTODO DEL VECTOR EN EL ESPACIO DE PARIDAD
* CON UN NÚMERO DE MUESTRAS Y MUESTRAS QUE MIDEN UNA VARIABLE
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAA DECLARACION DE VARIABLES AAAAAA
A NÚMERO DE LOS MUESTRAS
A M NÚMERO DE LA SEÑAL
A N VALOR DE LA SEÑAL
A NI GRADO DE INCONSISTENCIA
A N ERROR DE LA SEÑAL
A MUESTRAS DE LAS VARIABLES SIMPLES
A L NÚMERO DE SEÑALES A PROCESAR
A M NÚMERO DE SEÑALES COMPLEJAS
A NEPT INDICAR LA EXISTENCIA DE UN TAG INCONSISTENTE
A NIMAX PROPORCIONA EL GRADO DE INCONSISTENCIA MÁXIMO
A NINE ESTIMACION DEL VALOR DE LA VARIABLE
AAAAAA DECLARACION DE TIPO AAAAAA
CHARACTER A*
AAAAAA DIMENSIONAMIENTO AAAAAA
DIMENSION A(10),X(10),M(10),L(10)
A FORMULACION DEL APOYING DE SALIDA
OPENUNIT=12,FILE='TOROID',STATUS='NEW'
AAAAAA COMIENZO DEL PROGRAMA AAAAAA
A NÚMERO DE DATOS QUE SE VAN A PROCESAR
WRITE(6,*) 'NUMERO DE DATOS TITULOS = '
READ A,L
A VERIFICACION DE LOS DATOS DE ENTRADA
A LEER LOS VALORES DE LAS MEDICIONES Y SU ERROR
DO 1,10
READ 10,A(1),X(1),M(1),L(1)
ENDDO
A MUESTRAS LOS VALORES DE LAS MEDICIONES Y SU ERROR
WRITE(6,*)
FORMAT(' Datos de entrada ')
WRITE(6,*)
FORMAT(' NÚMERO DE LA 'OX,' VALOR DE LA 'OY,' LÍMITE DEL 'Z',
Y,' VARIABLE',OX,' VARIABLE',OY,' ERROR')
DO 1,10
WRITE(10,*) A(1),X(1),M(1)
FORMAT(OY,'L',OX,'O',OY,'O',OY,'O')
ENDDO
WRITE(6,*)
FORMAT(OX,' Datos de salida ')
ENDDO
10 CALL GRAFNC(M,X,NI,S,NEPT)
IF(MEPI.EQ.0) GO TO 20
20 CALL MINMAX(M,X,NI,MINAX)
IF(MINX.EQ.0) GO TO 30
IF(MINX.EQ.0) GO TO 30

```

Figura 7.18: Programa en FORTRAN del método del vector en el espacio de paridad.

```

      (XMIN).00,(N-1) GOTO 40
      (XMAX).00,1) GOTO 50
      (N.EQ.NMAX) GOTO 60
40    K=N-MINAX
      GOTO 30
50    IF (N.EQ.NMAX) GOTO 50
      K=N-MINAX
      DO 141,1
      NTC1=NTC11-NIMAX
      ENDDO
      GOTO 20
60    WRITE(12,A) 'LAS MEDICIONES SON INCONSISTENTES'
      WRITE(12,A) 'NO EXISTE ESTIMACION'
      GOTO 70
70    WRITE(12,A) 'EXISTE LA POSIBILIDAD DE UNA FALLA CORUN'
      WRITE(12,A) 'NO EXISTE ESTIMACION'
      DO 142,1
      WRITE(12,A) A(1),X(1)
      ENDDO
      GOTO 100
80    CALL 'OTIMACK,X,UNIT'
      IF (UNIT) GOTO 90
      WRITE(12,A) 'LAS SIGUIENTES MEDIDAS SON INCONSISTENTES'
      DO 143,1
      IF (X(1).GT.0) ENDDO
      WRITE(12,A) 'LA SIGUIENTE MEDICION TIENE LECTURA ALTA'
      WRITE(12,A) A(1),X(1)
      ELSE
      WRITE(12,A) 'LA SIGUIENTE MEDICION TIENE LECTURA BAJA'
      WRITE(12,A) A(1),X(1)
      ENDDO
      ENDDO
90    WRITE(12,A) 'EL VALOR ESTIMADO DE LA VARIABLE ES',UNIT
100   STOP
      END
      SUBROUTINE GRAINDIR(X,N,D,NEXT)
***** IDENTIFICACION DEL PROGRAMA *****
A     CALCULA EL GRADO DE INCONSISTENCIA ENTRE LAS
      MEDICIONES
***** IDENTIFICACION DE VARIABLES *****
A     NOMBRES DE LOS ARREGLOS
A     N= VALOR DE LA SEMA
A     N1= GRADO DE INCONSISTENCIA
A     N2= VALOR DE LA SEMA
A     N3= GRADO DE LAS MEDICIONES EMPLEAS
A     N4= NOMBRE DE LOS ARREGLOS EMPLEADOS
A     N5= VALOR UNICO DE LA EXISTENCIA DE UN PAR INCONSISTENTE
A *****
      DIMENSION N1(10),N2(10),N3(10)
*****
      N1=0

```

Fig. 7.18:Continuación.


```

      NO I=1,N
      NIT=0
      DO I=1,N
      TIME=X(I)-Y(I)
      Y=SIGN(Y,ABS(TIME))
      IF(ABS(SIGNX).LE.CUMB) GO TO 10
      N(I)=N(I)+1
      NIT=NIT+1
10    CONTINUE
      ENDDO
      ENDDO
      PRINTN
      END
      PRINTOUT=44-NMAXX,N,X,NIT,NITMAX
***** IDENTIFICACION DEL PROGRAMA *****
*  REPETA LAS OPERACIONES EN ORDEN ASCENDENTE A LA PAD
*  CON SU PRODUCTIVA INCONSISTENCIA Y OBTIENE LA FRECUENCIA
*  CON LA QUE SE REPITE EL GRADO DE INCONSISTENCIA MAXIMA
*****
***** IDENTIFICACION DE VARIABLES *****
A  NOMBRES DE LOS ARREGLOS
A  A= NOMBRE DE LA SEÑAL
A  X= VALOR DE LA SEÑAL
A  NI= GRADO DE INCONSISTENCIA
A  NOMBRES DE LAS VARIABLES SIMPLES
A  N= NUMERO DE GRADOS REMANENTES
A  NITMAX= FRECUENCIA DEL GRADO DE INCONSISTENCIA MAXIMO
A  TEMPI= ALMACENAMIENTO TEMPORAL DE NI(I)
A  TEMPX= ALMACENAMIENTO TEMPORAL DE X(I)
A  TEMPY= ALMACENAMIENTO TEMPORAL DE Y(I)
***** DECLARACION DE TIPO *****
DIMENSION A(1),TEMP(1)
***** ASIGNACION DE ALMACENAMIENTO *****
DIMENSION NI(1),X(10),Y(10)
***** INICIO DE LA SUBROUTINA *****
      NO I=1,N-1
      DO I=1,N-1
      IF (ABS(X(I)).LE.NIT(I+1)) GO TO 10
      TEMPI=NIT(I+1)
      NIT=NIT(I+1)
      NI(I)=NIT(I)
      TEMPX=X(I)
      NIT=NIT(I)
      Y(I)=Y(I)
      X(I)=TEMPX
      Y(I)=TEMPY
      NIT=NIT(I)
      A(I)=NIT-TEMPX
      N=NIT
      ENDDO
      ENDDO
      NITMAX=N
      DO I=1,N

```

Fig. 7.18:Continuación.

```

      IV (N11),EQ,N1(K)) THEN
      VMAX=V1M*X-1
      ELSE
      TOTD=D0
      ENDF
70      CONTINUE
      ENDD0
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ESTIMA(K,X,VMIN)
      AAAAAA IDENTIFICACION DEL PROGRAMA AAAAAA
      A CALCULA UNA ESTIMACION DEL VALOR DE LA VARIABLE QUE SE
      A MIDE, POR MEDIO DEL PROMEDIO DE LAS MEDICIONES
      AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
      AAAAAA IDENTIFICACION DE VARIABLES AAAAAA
      A NOMBRES DE LOS APREGLOS
      A N= VALOR DE LA SEÑAL
      A NOMBROS DE LAS VARIABLES SIMPLES
      A N= NUMERO DE SEÑALES PERMANENTES
      A VMIN= ESTIMACION DEL VALOR DE LA VARIABLE
      A SUM= SUMA DE LAS SEÑALES
      AAAAAA ASIGNACION DE ALMACENAMIENTO AAAAAA
      DIMENSION X(10)
      AAAAAA INICIO DE LA SUBROUTINA AAAAAA
      DIM=0
      DO I=1,N
      SUM=SUM+X(I)
      ENDDO
      VMIN=SUM/REAL(N)
      RETURN
      END

```

Fig.7.18:Continuación.

Datos de entrada

NOMBRE DE LA VARIABLE	VALOR DE LA VARIABLE	LIMITE DEL ERROR
A	24.90	1.00
B	25.10	1.00

Datos de salida

EL VALOR ESTIMADO DE LA VARIABLE ES= 25.05000

Tabla 7.22: Se tienen dos señales redundantes sin falla.

Datos de entrada

NOMBRE DE LA VARIABLE	VALOR DE LA VARIABLE	LIMITE DEL ERROR
A	29.20	1.00
B	25.20	1.20

Datos de salida

LAS MEDICIONES SON INCONSISTENTES
NO EXISTE ESTIMACION

A 29.20000
B 25.20000

Tabla 7.23: Se tienen dos señales redundantes con falla.

A continuación se analiza las situaciones en las cuales se puede contar con dos señales redundantes de las mediciones de una variable ($t = 2$) hasta cuando se tiene cuatro señales redundantes ($t = 4$), lo cual muestra a través de los resultados obtenidos que el programa funciona correctamente.

Los valores asignados a las mediciones son arbitrarios y los límites del error permitidos se toman igual a uno por comodidad, mostrándose los datos de entrada al programa y los obtenidos por éste mismo.

a).-Existen dos señales redundantes ($t = 2$) de una misma variable.

CASO 1

(no existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig. 7.18 se dan en la tabla 7.22. En este caso se calcula simplemente el promedio de los valores de las dos mediciones y se da como su estimación.

CASO 2

(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig. 7.18 se dan en la tabla 7.23. En este caso no se puede saber cual de las mediciones está fallando y no existe estimación.

b).-Existen tres señales redundantes ($t = 3$) de una misma variable.

CASO 1

(no existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig. 7.18 se dan en la tabla

```

      *Datos de entrada*
NOMBRE DE LA VARIABLE DE LA VARIABLE LIMITE DEL
VARIABLE VARIABLE ERROR
A          25.10        1.00
B          24.90        1.00
C          24.80        1.00
      *Datos de salida*
EL VALOR ESTIMADO DE LA VARIABLE ES=  24.93333

```

Tabla 7.24: Se tienen tres señales redundantes sin falla.

```

      *Datos de entrada*
NOMBRE DE LA VARIABLE DE LA VARIABLE LIMITE DEL
VARIABLE VARIABLE ERROR
A          25.10        1.00
B          25.20        1.00
C          25.30        1.00
      *Datos de salida*
EL VALOR ESTIMADO DE LA VARIABLE ES=  24.86667

```

Tabla 7.25: Se tienen tres señales redundantes sin falla.

7.24. En este caso se calcula simplemente el promedio de los valores de las tres mediciones y se da como su estimación.

CASO 2

(no existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig.7.18 se dan en la tabla

7.25. En este caso existe la inconsistencia entre las mediciones 26.20 y 25.30, pero la medición 25.10 es consistente con 26.20 y 25.30 por lo que no se declara la falla y se calcula el promedio de los valores de las tres mediciones, dándose como la estimación de la variable.

CASO 3

(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig.7.18 se dan en la tabla

7.26. En este caso la medición 29.20 es inconsistente con 25.10 y 24.90, por lo que se indica que presenta un valor alto y se calcula la estimación del valor de la variable utilizando los valores de 25.10 y 24.80.

CASO 4

(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig.7.18 se dan en la tabla

7.27. En este caso la medición 20.00 es inconsistente con 25.10 y 24.90, por lo que se indica que presenta un valor bajo y se calcula la estimación del valor de la variable utilizando los valores de 25.10 y 24.90.

CASO 5

(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig.7.18 se dan en la tabla

```

'Datos de entrada'
NOMBRE DE LA VARIABLE VALOR DE LA VARIABLE LIMITE DEL ERROR
A 25.10 1.00
B 27.00 1.00
C 24.00 1.00
'Datos de salida'
LAS COEFICIENTES ADJUSTADOS SON INCONSISTENTES
LA SOLUCION OPTIMA TIENE LECTURA ALTA
Z 20.00000
EL VALOR OPTIMIZADO DE LA VARIABLE ES= 24.95000

```

Tabla 7.28: Se tienen tres señales redundantes con falla.

```

'Datos de entrada'
NOMBRE DE LA VARIABLE VALOR DE LA VARIABLE LIMITE DEL ERROR
A 24.10 1.00
B 24.70 1.00
C 20.70 1.00
'Datos de salida'
LAS COEFICIENTES ADJUSTADOS SON INCONSISTENTES
LA SOLUCION OPTIMA TIENE LECTURA BAJA
Z 20.00000
EL VALOR OPTIMIZADO DE LA VARIABLE ES= 25.00000

```

Tabla 7.29: Se tienen tres señales redundantes con falla.

"Datos de entrada"		
NOMBRE DE LA VARIABLE	VALOR DE LA VARIABLE	LIMITE DEL ERROR
A	25.10	1.00
B	25.30	1.00
C	20.40	1.00

"Datos de salida"

LAS MEDICIONES SON INCONSISTENTES
NO EXISTE ESTIMACION

A	25.10000
B	25.20000
C	20.10000

Tabla 7.28: Se tienen tres señales redundantes con falla.

"Datos de entrada"		
NOMBRE DE LA VARIABLE	VALOR DE LA VARIABLE	LIMITE DEL ERROR
A	24.80	1.00
B	24.70	1.00
C	25.00	1.00
D	25.40	1.00

"Datos de salida"

EL VALOR ESTIMADO DE LA VARIABLE ES= 25.00500

Tabla 7.29: Se tienen cuatro señales redundantes sin falla.

7.28. En este caso no se puede saber cual de las mediciones está fallando y no existe estimación.

c).-Existen cuatro señales redundantes ($l = 4$) de una misma variable.

CASO 1

(no existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig.7.18 se dan en la tabla

7.29. En este caso se calcula simplemente el promedio de los valores de las cuatro mediciones y se da como su estimación.

CASO 2

(no existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig.7.18 se dan en la tabla

7.30. En este caso existe la inconsistencia entre las mediciones 25.10 y 25.40, pero las mediciones 24.90 y 25.00 son consistentes con todas las demás mediciones, por lo que no se declara la falla y se calcula el promedio de los valores de las cuatro mediciones, dándose como estimación de la variable.

CASO 3

(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig.7.18 se dan en la tabla

7.31. En este caso la medición 29.80 es inconsistente con 24.90, 25.00 y 25.4.

```

'Datos de entrada'
NOMBRE DE LA VARIABLE VALOR DE LA VARIABLE LIMITE DEL
VARIABLE VARIABLE ERROR
A 26.10 1.00
B 24.90 1.00
C 25.00 1.00
D 23.40 1.00

'Datos de salida'
EL VALOR ESTIMADO DE LA VARIABLE ES= 24.82000

```

Tabla 7.30: Se tienen cuatro señales redundantes sin falla.

```

'Datos de entrada'
NOMBRE DE LA VARIABLE VALOR DE LA VARIABLE LIMITE DEL
VARIABLE VARIABLE ERROR
A 26.40 1.00
B 24.90 1.00
C 25.00 1.00
D 23.40 1.00

'Datos de salida'
EL VALOR ESTIMADO DE LA VARIABLE ES= 24.43300
LA SEÑAL CON MENOR ERROR DE LAS MEDICIONES
LA SEÑAL CON MENOR ERROR TIENE SEÑAL ALTA
A 26.40000
EL VALOR ESTIMADO DE LA VARIABLE ES= 24.43300

```

Tabla 7.31: Se tienen cuatro señales redundantes con falla.

por lo que se indica que presenta un valor alto y se calcula la estimación del valor de la variable utilizando los valores de 24.90, 25.00 y 23.40.

CASO 4
(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la Fig. 7.13 se dan en la tabla 7.32. En este caso la medición 20.30 es inconsistente con 25.20, 24.90 y 25.00, por lo que se indica que presenta un valor bajo y se calcula la estimación del valor de la variable utilizando los valores de 25.20, 24.90 y 25.00.

CASO 5
(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la Fig. 7.13 se dan en la tabla 7.33. En este caso las mediciones 29.40 y 20.30 son inconsistentes con 24.90 y 25.00, por lo que se indica que los valores 29.40 y 20.30 presenta un valor alto y bajo respectivamente, se calcula la estimación del valor de la variable utilizando los valores de 24.90 y 25.00.

CASO 6
(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la Fig. 7.13 se dan en la tabla

```

      *Datos de entrada*
NOMBRE DE LA VARIABLE VALOR DE LA VARIABLE LIMITE DEL ERROR
A                25.20          1.00
B                24.90          1.00
C                25.00          1.00
D                20.30          1.00
      *Datos de salida*
LAS SIGUIENTES MEDIDAS SON INCONSISTENTES
LA SIGUIENTE MEDICION TIENE LECTURA ALTA
D 20.0000
EL VALOR MEDIANO DE LA VARIABLE ES= 25.0000

```

Tabla 7.32: Se tienen cuatro señales redundantes con falla.

```

      *Datos de entrada*
NOMBRE DE LA VARIABLE VALOR DE LA VARIABLE LIMITE DEL ERROR
A                24.40          1.00
B                24.70          1.00
C                25.00          1.00
D                21.20          1.00
      *Datos de salida*
LAS SIGUIENTES MEDIDAS SON INCONSISTENTES
LA SIGUIENTE MEDICION TIENE LECTURA ALTA
C 25.0000
LA SIGUIENTE MEDICION TIENE LECTURA BAJA
D 20.0000
EL VALOR MEDIANO DE LA VARIABLE ES= 24.0000

```

Tabla 7.33: Se tienen cuatro señales redundantes con falla.


```

'Datos de entrada'
NOMBRE DE LA VARIABLE VALOR DE LA VARIABLE LIMITE DEL ERROR
A 29.40 1.00
B 29.20 1.00
C 24.90 1.00
D 25.00 1.00

'Datos de salida'
EXISTE LA POSIBILIDAD DE UNA FALLA COMUN
NO EXISTE ESTIMACION
A 29.40000
B 29.20000
C 24.90000
D 25.00000

```

Tabla 7.34: Se tienen cuatro señales redundantes con falla.

7.34. En este caso las mediciones 29.40 y 29.20 son consistentes entre sí pero inconsistentes con el par de mediciones 24.90 y 25.00 las cuales son también consistentes entre sí, por lo que se indica que existe una falla común ya que no podemos saber cual par de mediciones es el correcto.

CASO 7

(existe falla)

Los datos de entrada y salida del programa de la fig. 7.18 se dan en la tabla

7.35. En este caso no se puede saber cual de las mediciones está fallando y no existe estimación.

Hasta aquí se han introducido al programa de la fig. 7.18 los datos que simulan todas las posibles fallas que pueden ocurrir de las señales de la medición de una variable y se han obtenido las salidas del programa correspondientes a cada una de estas fallas para cuando se cuenta hasta con 4 señales redundantes. Para cuando se tienen 5 señales redundantes o más es recomendable hacer este mismo procedimiento mostrado aquí con el fin de verificar todas las posibles fallas de una señal y la respuesta que el programa da a cada una de ellas, haciéndose si fuera necesario modificaciones al programa.

```

      'Datos de entrada'
      NOMBRE DE LA  VALOR DE LA  LIMITE DEL
      VARIABLE     VARIABLE     ERROR
      A            24.00      1.00
      B            28.20      1.00
      C            24.90      1.00
      D            20.10      1.00
      'Datos de salida'
      LAS MEDICIONES SON INCONSISTENTES
      NO EXISTE ESTIMACION
      A  34.00000
      B  20.20000
      C  24.00000
      D  20.10000

```

Tabla 7.35: Se tienen cuatro señales redundantes con falla.

Apéndice A

Estadística

A.1 Nomenclatura

Con el fin de introducir una nomenclatura homogénea, las medidas y características de la población se representarán por mayúsculas y las referentes a la muestra se representarán por minúsculas (se incluyen algunas excepciones).

- N = número de elementos de la población
- n = número de elementos de la muestra
- X_i = i -ésimo elemento de la población.
- x_i = i -ésimo elemento de la muestra.
- $\mu = \bar{X}$ = media aritmética de la población.
- \bar{x} = media aritmética de la muestra.
- W_i = peso del elemento X_i de la población.
- w_i = peso del elemento x_i de la muestra.
- $M.A.P.$ = media aritmética ponderada de la población.
- $m.a.p.$ = media aritmética ponderada de la muestra.
- $M.G.$ = media geométrica de la población.
- $m.g.$ = media geométrica de la muestra.
- $M.A.$ = media armónica de la población.
- $m.a.$ = media armónica de la muestra.
- $M.C.$ = media cuadrática de la población.
- $m.c.$ = media cuadrática de la muestra.
- $D.M.$ = desviación media de la población.
- $d.m.$ = desviación media de la muestra.
- $\sigma^2 = D^2$ = variancia de la población.
- d^2 = variancia de la muestra.
- $\sigma = D$ = desviación típica de la población.
- d = desviación típica de la muestra.
- $C.V.$ = coeficiente de variación para la población.
- $c.v.$ = coeficiente de variación para la muestra.

Z = Variable normalizada de la población.

z = Variable normalizada de la muestra.

M_r = momento de la población con respecto a \bar{X} .

m_r = momento de la muestra con respecto a \bar{x} .

$C.S.$ = coeficiente de sesgo de la población.

$c.s.$ = coeficiente de sesgo de la muestra.

$C.C.$ = coeficiente de curtosis de la población.

$c.c.$ = coeficiente de curtosis de la muestra.

A.2 Medidas de Centralización

A.2.1 Media aritmética

Para la población

$$\mu = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad (\text{A.1})$$

Para la muestra

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (\text{A.2})$$

Das características de la media aritmética es que: $\sum (X_i - \bar{X}) = 0$ y $\sum (X_i - \bar{X})^2 = \text{Mínimo}$, para la población; $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$ y $\sum (x_i - \bar{x})^2 = \text{mínimo}$, para la muestra.

A.2.2 Media aritmética ponderada

Para la población

$$M.A.P = \frac{\sum_{i=1}^N W_i X_i}{\sum_{i=1}^N W_i} \quad (\text{A.3})$$

Para la muestra

$$m.a.p. = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (\text{A.4})$$

A.2.3 Mediana

La mediana de una colección de datos ordenados en orden de magnitud es el valor medio o la media aritmética de los valores medios.

Para la población o muestra de:

Ejemplo 1.

Un número impar de datos: 5,4,4,5,6 entonces 4 es la mediana.

Ejemplo 2.

Un número par de datos: 3,4,5,6,7,9 entonces $(3+6) \cdot 2$ es la mediana.

La mediana de la población y de la muestra tienen las características de que $\sum X_i - \text{Mediana} = \text{Mínimo}$ y $\sum x_i - \text{mediana} = \text{mínimo}$ respectivamente.

A.2.4 Moda

La moda de una serie de números es aquel valor que se presente con la mayor frecuencia, es decir es el valor más común. La moda puede no existir, incluso si existe puede no ser única.

Para la Población y muestra a la vez:

Ejemplo 1

sean los datos: 2,3,4,7,8,9,11 no tiene moda.

Ejemplo 2

sean los datos: 2,2,3,9,9,9,10,11,12 la moda es el 9.

Ejemplo 3

sean los datos: 2,3,4,4,4,5,5,7,7,7 tiene dos modas 4 y 7.

y aún puede tener más de 2 modas.

A.2.5 Media Geométrica

Para la población

$$M.G. = \sqrt[N]{X_1 X_2 \dots X_N} \quad (A.5)$$

Para la muestra

$$m.g. = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \quad (A.6)$$

A.2.6 Media armónica

Para la población

$$M.A. = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} \quad (A.7)$$

Para la muestra

$$m.a. = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \quad (A.8)$$

A.2.7 Media cuadrática

Para la población

$$M.C. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N X_i^2}{N}} \quad (A.9)$$

Para la muestra

$$m.c. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad (A.10)$$

A.3 Medidas de dispersión

A.3.1 Amplitud

Es la diferencia entre el valor mayor de los datos y el menor.

Para la población

$$AMPLITUD = X_{\text{mayor}} - X_{\text{menor}} \quad (\text{A.11})$$

Para la muestra

$$\text{amplitud} = x_{\text{mayor}} - x_{\text{menor}} \quad (\text{A.12})$$

A.3.2 Desviación media

Para la población

$$D.M. = \frac{\sum_{i=1}^N |X_i - \bar{X}|}{N} \quad (\text{A.13})$$

Para la muestra

$$d.m. = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \quad (\text{A.14})$$

A.3.3 Varianza

Para la población

$$\sigma^2 = D^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N} \quad (\text{A.15})$$

Para la muestra

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (\text{A.16})$$

A.3.4 Desviación Típica

Para la población

$$\sigma = D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}} \quad (\text{A.17})$$

Para la muestra se puede calcular de dos maneras

$$d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (\text{A.18})$$

$$d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{A.19})$$

A.3.5 Coeficiente de variación

Para la población

$$C.V. = \frac{D}{\bar{X}} \text{ para } \bar{X} \neq 0 \quad (\text{A.30})$$

Para la muestra

$$c.v. = \frac{d}{\bar{x}} \text{ para } \bar{x} \neq 0 \quad (\text{A.31})$$

A.3.6 Variable normalizada

Para la población

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (\text{A.32})$$

Para la muestra

$$z = \frac{x - \bar{x}}{d} \quad (\text{A.23})$$

A.4 Momentos, sesgo y curtosis

A.4.1 Momentos con respecto a la media aritmética

Los momentos de orden r con respecto a la media \bar{X} ó \bar{x} se definen como:

Para la población

$$M_r = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^r}{N} \quad (\text{A.24})$$

Para la muestra

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r}{n} \quad (\text{A.25})$$

A.4.2 Sesgo (medida de la asimetría)

El tercer momento alrededor de la media aritmética, puede usarse para determinar si una distribución es simétrica o asimétrica. Puesto que todas las desviaciones en M_3 o m_3 son elevadas al cubo, las desviaciones negativas y positivas tendrán a anularse entre sí, dando $M_3 = m_3 = 0$. Si la distribución es simétrica alrededor de \bar{X} o \bar{x} , respectivamente. Si la distribución es asimétrica a la derecha, entonces M_3 o $m_3 > 0$. Por el contrario, dada una distribución asimétrica (negativamente) a la izquierda, tendríamos M_3 o $m_3 < 0$.

Para la población

$$\text{Coeficiente de sesgo} = C.S. = \frac{M_3}{D^3} \quad (\text{A.26})$$

Para la muestra

$$\text{Coeficiente de sesgo} = c.s. = \frac{m_3}{d^3} \quad (\text{A.27})$$



Figura A.1: 3 figuras que dan una idea de la agudeza de una distribución de probabilidad.

Cuando $C.S. \text{ o } c.a. = \pm 1$, la distribución es altamente asimétrica; cuando $0.5 < |C.S. \text{ o } c.a.| < 1$, la distribución es moderadamente asimétrica; cuando $0 < |C.S. \text{ o } c.a.| < 0.5$, la distribución es casi simétrica [1].

A.4.3 Curtosis (Medida de la agudeza)

El cuarto momento alrededor de la media aritmética \bar{X} o \bar{Y} es siempre no negativo y puede usarse para reflejar el grado de agudeza. Para la población

$$\text{Coeficiente de curtosis} = C.C. = \frac{M_4}{D_2^2} \quad (\text{A.28})$$

Para la muestra

$$\text{Coeficiente de curtosis} = c.c. = \frac{m_4}{d_2^2} \quad (\text{A.29})$$

Para una distribución normal el $C.C. \text{ o } c.c. = 3$ y se dice que la distribución es mesocúrtica (ver la fig. A.1). Cuando $C.C. \text{ o } c.c. < 3$, se dice que la distribución es platicúrtica, y cuando $C.C. \text{ o } c.c. > 3$, la distribución es leptocúrtica [10].

A.5 Probabilidad

Si el espacio de muestra de un experimento tiene $N(S)$ resultados igualmente probables, y si un hecho, definido en este espacio de muestra, tiene $n(E)$ elementos, la probabilidad de este hecho representada por $P(E)$, es la razón de $n(E)$ a $N(S)$ [1]. Es decir

$$P(E) = \frac{n(E)}{N(S)} \quad (\text{A.30})$$

Los siguientes 11 teoremas fueron extraídos de la referencia [11].

Teorema 1 Si E es un hecho definido de S , entonces $0 \leq P(E) \leq 1$.

Teorema 2 Sea S un espacio de muestra. Entonces,

$$P(S) = 1$$

Teorema 3 Si A y B son dos hechos cualesquiera definidos en el mismo espacio de muestra y si $A \cap B = \phi$, entonces A y B se dice que son mutuamente exclusivos y la probabilidad que ocurra A o B es la suma de sus probabilidades. Por tanto,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B), \text{ para } A \text{ y } B \text{ disjuntivos}$$

Teorema 4 Si A y B se definen en el mismo espacio de muestra y si $A \cap B \neq \phi$, entonces A y B se dicen que son hechos traslapantes (hechos que no son mutuamente exclusivos), y la probabilidad de que A o B , o ambos, ocurra es la suma de sus probabilidades menos la probabilidad de su ocurrencia junta. Por consiguiente,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Teorema 5 Si S es cualquier espacio de muestra y P es cualquier función de probabilidad definida en S , entonces

$$P(\phi) = 0$$

Teorema 6 Sea E el complemento de E en S . Entonces,

$$P(E) = 1 - P(E)$$

Teorema 7 Sea E el complemento de E en S , y sea \bar{E} el complemento de E en S . Entonces,

$$P(\bar{E}) = P(E)$$

Teorema 8 La probabilidad de que ocurra un hecho A , dado que otro hecho B ya ha ocurrido, se llama probabilidad condicional de A dado B y se expresa como sigue:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) > 0$$

Teorema 9 Si A y B son dos hechos, la probabilidad de la ocurrencia conjunta de A y B se da por

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B) = P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

Teorema 10 Sea H_i , para $(i = 1, 2, \dots, n)$ n hechos no nulos mutuamente exclusivos y colectivamente exhaustivos, y sea E un hecho definido en el mismo espacio de muestra; dado que las probabilidades marginales, $P(H_i)$, y las probabilidades condicionales, $P(E|H_i)$, para todas las i , son conocidas, la probabilidad marginal de E se define como:

$$P(E) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(E|H_i)$$

Teorema 11 Dos hechos, A y B , definidos en el mismo espacio de muestra, se dice que son independientes entre sí, y solo si la probabilidad de la ocurrencia conjunta de A y B es igual al producto de sus respectivas probabilidades individuales. Es decir, A y B son hechos independientes si, y solo si,

$$P\{A \cap B\} = P\{A\}P\{B\}$$

A.6 Variables Aleatorias

A.6.1 Funciones de probabilidad discreta

Si x representa una variable aleatoria discreta que puede tomar los valores x_1, x_2, \dots, x_k con probabilidades respectivas p_1, p_2, \dots, p_k , donde $p_1 + p_2 + \dots + p_k = 1$, la esperanza matemática de x o simplemente la esperanza de x , simbolizada por $E\{x\}$, se define como [10].

$$E\{x\} = \sum_{j=1}^k p_j x_j \quad (\text{A.31})$$

Los momentos son simplemente la expectativa de diferentes potencias de la variable aleatoria. Así, el momento r -ésimo de una variable aleatoria discreta x alrededor del origen se define como [11].

$$E\{x^r\} = \sum_{j=1}^k x_j^r p_j \quad (\text{A.32})$$

El valor esperado de $|x - E\{x\}|^r$ es llamado el r -ésimo momento de x referido a la media. El segundo momento referido a la media es llamado varianza de x , la raíz cuadrada de la varianza es llamada la desviación típica.

A.6.2 Funciones de probabilidad continua

La expectativa $E\{x\}$ de cualquier variable x con la función de probabilidad densa F es definida por la ecuación

$$E\{x\} = \int_{R^1} x dF(x) \quad (\text{A.33})$$

La expectativa $E\{x\}$ se dice que existe si, y solo si, la integral en la ecuación A.33 existe. La expectativa $E\{x\}$ de cualquier variable x es también llamada la "media" de x o valor esperado de x .

Más generalmente, supongamos que $F = [x_1, \dots, x_n]$ es un vector aleatorio con una función de probabilidad densa F , y supongamos que g es una función integrable de F . La expectativa $E\{g(F)\}$ es definida por la ecuación

$$E\{g(F)\} = \int_{R^n} g(F) dF(F) \quad (\text{A.34})$$

Esta definición de expectativa no puede ser ambigua debido al siguiente hecho: Si $y = g(\bar{x})$ y si F_y denota la función de probabilidad densa de y , entonces la integral en la ecuación A.34 debe tener el mismo valor que la integral

$$E[y] = \int_{R^1} y dF_y(y) \quad (\text{A.35})$$

Para cualquier variable aleatoria x y cualquier entero positivo r , la expectativa $E[x^r]$ es llamado el r -ésimo momento de x . Los momentos $E[(x - E(x))^r]$ con respecto a la media son llamados los momentos centrales de x . Por supuesto para ciertas variables aleatorias, algunas de estas expectativas pueden no existir.

En particular, la varianza σ^2 de x es el segundo momento central, definido por la ecuación

$$\sigma^2(x) = E[(x - E(x))^2] = E(x^2) - E^2(x) \quad (\text{A.36})$$

La desviación típica de x es la raíz cuadrada de $\sigma^2(x)$.

A.6.3 Propiedades de la expectativa

Siendo x y y variables aleatorias discretas o continuas, obedecen las siguientes propiedades [6]

Propiedad 1: $E(x + y) = E(x) + E(y)$

Propiedad 2: $E(cx) = cE(x)$, $c = \text{constante}$

Propiedad 3: $E(1) = 1$

Propiedad 4a: $E(x) > E(y)$, si $x > y$

Propiedad 4b: $E(x) \geq E(y)$, si $x \geq y$

Propiedad 5: $E(xy) = E(x)E(y)$, si x y y son variables aleatorias independientes

A.7 Media y varianza de \bar{x}

En esta sección se utilizarán las propiedades de la expectativa dadas en la subsección A.6.3, para realizar las siguientes demostraciones.

A.7.1 Para calcular la media

Suponemos que x_1, x_2, \dots, x_n son variables aleatorias, entonces

$$\begin{aligned} E(z) &= E\left\{\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}\right\} \\ &= \frac{E(x_1) + E(x_2) + \dots + E(x_n)}{n} \end{aligned}$$

Así, si x_1, x_2, \dots, x_n todas tienen la misma distribución de probabilidad cuya media es μ_x

$$E(z) = \frac{\mu_x + \mu_x + \dots + \mu_x}{n} = \mu_x \quad (\text{A.37})$$

A.7.2 Para calcular la varianza

De la propiedad 1, tenemos

$$E(x - y) = E(x) + E(y)$$

dando:

$$\mu_{x-y} = \mu_x + \mu_y \quad (\text{A.38})$$

para x y y , independientes o no. Aplicando la ec. A.38

$$\begin{aligned} (x + y - \mu_{x+y})^2 &= [(x - \mu_x) + (y - \mu_y)]^2 \\ &= (x - \mu_x)^2 + 2(x - \mu_x)(y - \mu_y) + (y - \mu_y)^2 \end{aligned}$$

pero:

$$\begin{aligned} \mu_{x-y}^2 &= E\{(x - y - \mu_{x+y})^2\} \\ &= E\{(x - \mu_x)^2\} + 2E\{(x - \mu_x)(y - \mu_y)\} + E\{(y - \mu_y)^2\} \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} E\{(x - \mu_x)^2\} &= \sigma_x^2 \\ E\{(x - \mu_x)(y - \mu_y)\} &= E\{xy - x\mu_y - \mu_x y + \mu_x \mu_y\} \\ &= \mu_x \mu_y - \mu_x \mu_y - \mu_x \mu_y + \mu_x \mu_y \\ &= 0 \\ E\{(y - \mu_y)^2\} &= \sigma_y^2 \end{aligned}$$

Así:

$$\sigma_{x-y}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (\text{A.39})$$

Ahora si x y y son independientes. Aplicando este resultado a n observaciones independientes en x , tenemos

$$\begin{aligned} \sigma_{x_1+x_2+\dots+x_n}^2 &= \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \dots + \sigma_{x_n}^2 \\ &= n\sigma_x^2 \\ \sigma_x^2 &= \frac{\sigma_{x_1+x_2+\dots+x_n}^2}{n} \\ &= \frac{1}{n^2} \sigma_{x_1+x_2+\dots+x_n}^2 \\ &= \frac{n\sigma_x^2}{n^2} \end{aligned}$$

quedando

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_x^2}{n} \quad (\text{A.40})$$

A.8 Distribución chi-cuadrada

Si $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n$ son variables normales estandarizadas independientes, la suma de los cuadrados de estas variables se dice que es una variable chi-cuadrada, χ^2 con ν grados de libertad [1]. Es decir,

$$\chi^2 = \chi_1^2 + \chi_2^2 + \dots + \chi_n^2 \quad (\text{A.41})$$

Hay un número infinito de distribuciones chi cuadrada, una correspondiente a cada entero positivo ν . Una distribución chi cuadrado correspondiente al número ν se designará por χ_ν^2 y se define por la siguiente densidad:

$$f(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{(\nu/2)-1} e^{-(\chi^2/2)}}{(2^{(\nu/2)} \Gamma(\frac{\nu}{2}))}, \quad 0 \leq \chi^2 < \infty \quad (\text{A.42})$$

En la figura A.2 se muestran algunas curvas de densidad de distribuciones chi cuadrada.

En la tabla A.1 se dan algunos valores percentiles correspondientes al número de grados de libertad ν [10].

A.9 Áreas bajo la curva de distribución de probabilidad normal tipificada

La función densidad de la distribución de probabilidad normal tipificada, z , viene dada por

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}, \quad -\infty < z < \infty \quad (\text{A.43})$$

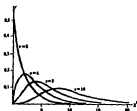


Figura A.2: Distribuciones de chi-cuadrado para varios valores de v .

donde:

$$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma} \quad (\text{A.44})$$

El área total limitada por la curva A.43 y el eje x es uno; de aquí que el área bajo la curva entre dos ordenadas $x = a$ y $x = b$, donde $a < b$, representa la probabilidad de que x se encuentre entre a y b y se denota por

$$P[a < x < b] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-x^2/2} dx \quad (\text{A.45})$$

En la siguiente tabla A.2 se dan las áreas bajo la curva, limitadas por la ordenada $a = 0$ y cualquier otro valor positivo de x . De esta tabla puede sacarse el área comprendida entre dos ordenadas cualesquiera por la simetría de la curva respecto de $x = 0$.

Otra forma de obtener el valor de la integral dada por la ec. A.45 es la de obtener su valor por medio de un método numérico de integración y de esta forma obtener la probabilidad $P(a < x < b)$ para cualesquiera de los valores de a y b .

Uno de estos métodos numéricos de integración que es muy frecuentemente usado es la regla de Simpson 1/3, que está dada por

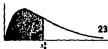
$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} [f_0 + 4(f_1 + f_3 + \dots + f_{2n-1}) + 2(f_2 + f_4 + \dots + f_{2n-2}) + f_{2n}] + E_n \quad (\text{A.46})$$

donde:

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{2n-1} < x_{2n} = b$$

$$h = x_{i+1} - x_i = \text{cte. } i = 0, 1, \dots, 2n - 1$$

PERCENTILES (χ^2_p)
DE LA
DISTRIBUCION CHI-CUADRADO
CON ν GRADOS DE LIBERTAD
(AREA SOMBRADA = p)



ν	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.85}$	$\chi^2_{.80}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.70}$	$\chi^2_{.65}$	$\chi^2_{.60}$	$\chi^2_{.55}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.45}$	$\chi^2_{.40}$	$\chi^2_{.35}$	$\chi^2_{.30}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.20}$	$\chi^2_{.15}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	0.455	0.103	0.0158	0.0019	0.0010	0.0002	0.0000									
2	10.6	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	0.575	0.211	0.103	0.0306	0.0201	0.0108									
3	12.8	11.3	9.35	7.81	6.25	4.31	2.37	1.21	0.594	0.352	0.216	0.115	0.072									
4	14.9	13.2	11.1	9.49	7.78	5.39	3.36	1.92	1.06	0.711	0.484	0.297	0.207									
5	16.7	15.1	12.8	11.1	9.24	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	0.831	0.554	0.412									
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.34	0.872	0.676									
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0	9.04	6.35	4.25	2.83	2.17	1.69	1.24	0.989									
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4	10.2	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34									
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7	11.4	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.75									
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0	12.5	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16									
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3	13.7	10.3	7.58	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60									
12	28.3	26.2	23.3	21.0	18.5	14.8	11.3	8.44	6.30	5.23	4.40	3.57	3.07									
13	29.8	27.7	24.7	22.4	19.8	16.0	12.3	9.30	7.04	5.89	5.01	4.11	3.57									
14	31.3	29.1	26.1	23.7	21.1	17.1	13.3	10.2	7.79	6.57	5.63	4.66	4.07									
15	32.8	30.6	27.5	25.0	22.3	18.2	14.3	11.0	8.55	7.26	6.26	5.23	4.60									
16	34.3	32.0	28.8	26.3	23.5	19.4	15.3	11.9	9.31	7.96	6.91	5.81	5.14									
17	35.7	33.4	30.2	27.6	24.8	20.5	16.3	12.8	10.1	8.67	7.56	6.41	5.70									
18	37.2	34.8	31.5	28.9	26.0	21.6	17.3	13.7	10.9	9.39	8.23	7.01	6.26									
19	38.6	36.2	32.9	30.1	27.2	22.7	18.3	14.6	11.7	10.1	8.91	7.63	6.84									
20	40.0	37.6	34.2	31.4	28.4	23.8	19.3	15.5	12.4	10.9	9.59	8.26	7.43									
21	41.4	38.9	35.5	32.7	29.6	24.9	20.3	16.3	13.2	11.6	10.3	8.80	8.03									
22	42.8	40.3	36.8	33.9	30.8	26.0	21.3	17.2	14.0	12.3	11.0	9.54	8.64									
23	44.2	41.6	38.1	35.2	32.0	27.1	22.3	18.1	14.8	13.1	11.7	10.2	9.26									
24	45.6	43.0	39.4	36.4	33.2	28.2	23.3	19.0	15.7	13.8	12.4	10.9	9.89									
25	46.9	44.3	40.6	37.7	34.4	29.3	24.3	19.9	16.5	14.6	13.1	11.5	10.5									
26	48.3	45.6	41.9	38.9	35.6	30.4	25.3	20.8	17.3	15.4	13.8	12.2	11.2									
27	49.6	47.0	43.2	40.1	36.7	31.5	26.3	21.7	18.1	16.2	14.6	12.9	11.8									
28	51.0	48.3	44.5	41.3	37.9	32.6	27.3	22.7	18.9	16.9	15.3	13.6	12.5									
29	52.3	49.6	45.7	42.6	39.1	33.7	28.3	23.6	19.8	17.7	16.0	14.3	13.1									
30	53.7	50.9	47.0	43.8	40.3	34.8	29.3	24.5	20.6	18.5	16.8	15.0	13.8									
40	66.8	63.7	59.3	55.8	51.8	45.6	39.3	33.7	29.1	26.5	24.4	22.2	20.7									
50	79.5	76.2	71.4	67.5	63.2	56.3	49.3	42.9	37.7	34.8	32.4	29.7	28.0									
60	91.0	88.4	83.3	79.1	74.4	67.0	59.3	52.3	46.5	43.2	40.5	37.5	35.5									
70	104.2	100.4	95.0	90.5	85.5	77.6	69.3	61.7	55.3	51.7	48.8	45.4	43.3									
80	116.3	112.3	106.6	101.9	96.6	88.1	79.3	71.1	64.3	60.4	57.2	53.5	51.2									
90	128.3	124.1	118.1	113.1	107.6	98.6	89.3	80.6	73.3	69.1	65.6	61.8	59.2									
100	140.2	135.8	129.6	124.3	118.5	109.1	99.3	90.1	82.4	75.9	74.2	70.1	67.3									

Tabla A.1: Percentiles de la distribución chi-cuadrada con ν grados de libertad

AREAS
BAJO LA
CURVA NORMAL
TIPIFICADA
DE 0 a z



236

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0238	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0754
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2258	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2518	0.2549
0.7	0.2580	0.2612	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4235	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4755	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4908	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4985	0.4985
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Tabla A.2: Áreas bajo la curva de distribución de probabilidad normal tipificada

$$E_n = -\frac{h^4}{30} f^{(4)}(\xi), a < \xi < b$$

Tomando a $N = 2n$ y haciendo la aproximación

$$\int_{a_n}^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} [f_0 + 4(f_1 + f_3 + \dots + f_{N-1}) + 2(f_2 + f_4 + \dots + f_{N-2}) + f_N] \quad (A.47)$$

Podemos calcular la integral de la ec. A.45 utilizando la aproximación dada por la ec. A.47 tomando un número par grande, con el fin de minimizar el valor del residuo E_n y obtener una buena aproximación al valor exacto de nuestra integral.

Entonces nuestro diagrama de flujo y programa de computo para calcular la integral dada por la ec. A.45 por medio de la regla de Simpson dada por la ec. A.47, empleando lenguaje FORTRAN 77 viene dado por las figuras A.3 y A.4.

A.10 Diagrama de flujo y programa en lenguaje FORTRAN 77 del procesamiento de datos para los ejemplos dados en el capítulo 3

En esta sección se da el diagrama de flujo y el programa de computo que se utilizó para el procesamiento de los datos de los ejemplos 1, 2 y 3 explicados en el capítulo 3. Pero debe de aclararse que para que este programa funcione correctamente se le debe de hacer ligeras modificaciones que dependen del tipo de datos que deseamos procesar, siendo una de estas modificaciones el tener las apropiadas instrucciones de los formatos para la entrada y salida de datos.

Ver:

Figura A.5: Diagrama de flujo.

Figura A.6: Programa en FORTRAN.

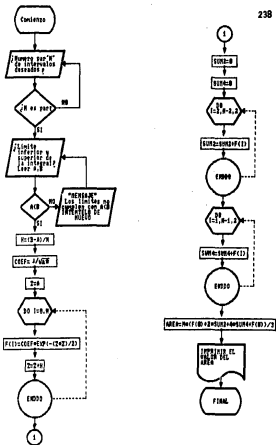


Figura A.3: Diagrama de flujo de la integración por la regla de Simpson.

```

AAAAAAA IDENTIFICACION DEL PROGRAMA AAAAAA
A DETERMINACION DEL AREA BAJO LA CURVA
A NORMAL ESTANDAR USANDOSE LA REGLA DE
A SIMPSON CON EL FIN DE OBTENER EL VALOR
A APROXIMADO DE LA INTEGRAL DEFINIDA.
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAA IDENTIFICACION DE VARIABLES AAAAAA
A NOMBRES DE ARREGLOS
A F(I): ORDENADA DE LA CURVA NORMAL
A VARIABLES SIMPLES
A M= NUMERO DE INTERVALOS PAR DE INTEGRACION
A A= LIMITE INFERIOR DE LA INTEGRAL
A B= LIMITE SUPERIOR DE LA INTEGRAL
A H= INCREMENTO CONSTANTE DE LA ABSCISA
A Z= VALOR DE LAS ABSCISAS
A SUM2= SUMA DE LAS ORDENADAS PARES
A SUM4= SUMA DE LAS ORDENADAS IMPARES
A AREA= AREA BAJO LA CURVA
AAAAAAA DIMENSIONAMIENTO AAAAAA
DIMENSION F(0:300)
AAAAAAA EMPLEO DEL PROGRAMA AAAAAA
10 WRITE(A,A) 'NUMERO DE SEGMENTOS PARA LA INTEGRACION'
WRITE(A,A) 'DE UN NUMERO PAR'
READ(A,A) N
DIF=(REAL(N)/2)-(INI(N/2))
IF (DIF.EQ.0) GOTO 20
WRITE(A,A) 'EL NUMERO NO ES UN NUMERO PAR'
WRITE(A,A) 'INTENTELO DE NUEVO'
GOTO 10
20 WRITE(A,A) 'DE EL LIMITE INFERIOR Y SUPERIOR DE LA '
WRITE(A,A) 'INTEGRAL A,B DONDE A<B '
READ(A,A) A,B
IF (A.LT.0) GOTO 30
WRITE(A,A) 'LOS LIMITES DE INTEGRACION NO CUMPLEN CON A<B'
WRITE(A,A) 'INTENTELO DE NUEVO'
GOTO 20
30 H=(B-A)/N
COEF=1/5625*(240.1415927)
Z=A
DO J=0,N
F(J)=COEF*EXP(-(7A+J)/2)
Z=Z+H
ENDDO
SUM2=0
SUM4=0
DO J=1,N-1,J
SUM2=SUM2+F(J)
ENDDO
DO J=1,N-1,J
SUM4=SUM4+F(J)

```

Figura A 4. Programa de comput. del método de integración por la regla de Simpson.

```
ENDDO  
AREA=H*(F(0)+2*SUM2+4*SUM4+F(N))/3  
WRITE(A,I) 'AREA = ',AREA  
STOP  
END
```

Fig. A.A: Continuación.

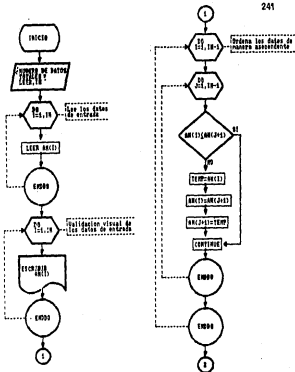


Figura A.5. Diagrama de flujo

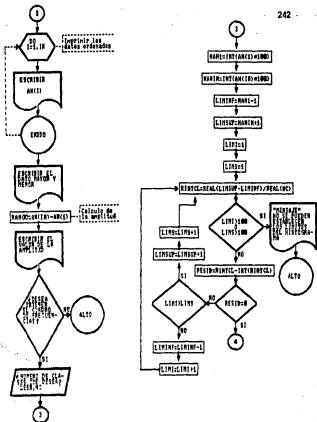


Fig. A.5:Continuación.

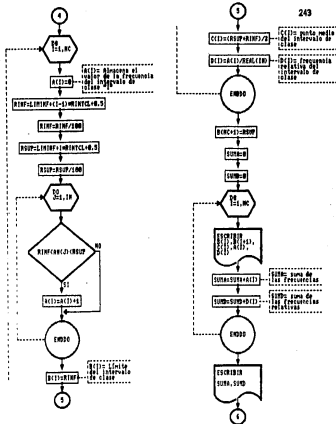


Fig. A.5: Continuación.

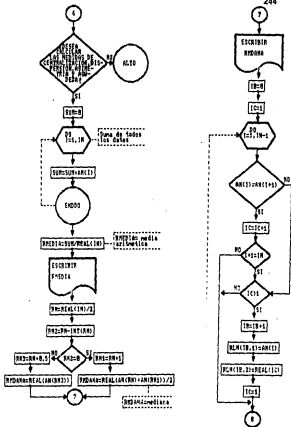


Fig. A.5; Continuación.

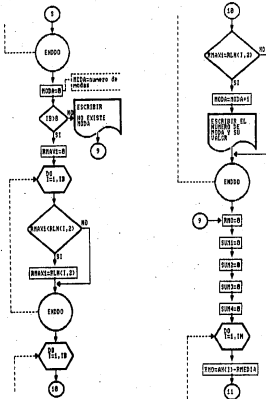


Fig. A.5: Continuación.

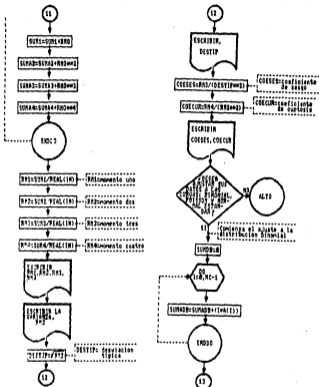


Fig.A.5: Continuación.

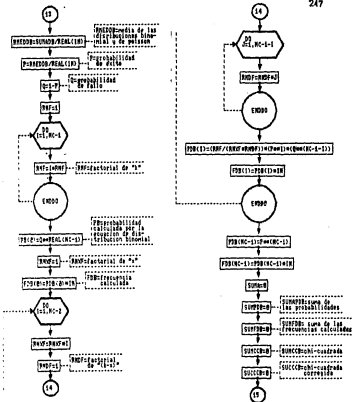


Fig. A.5: Continuación.

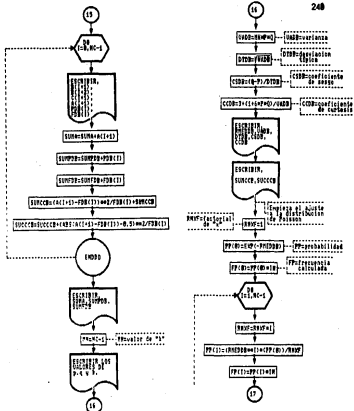


Fig. A.5:Continuación.

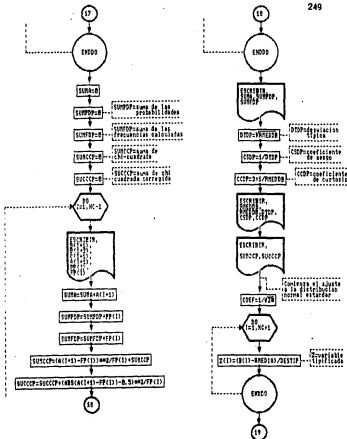


Fig. A.5:Continuación.

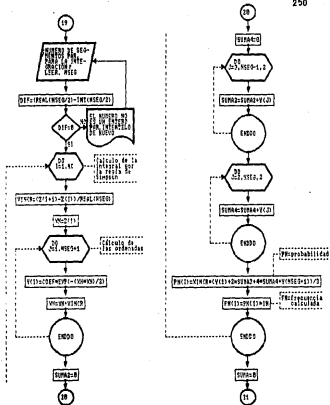


Fig. A.5: Continuación.

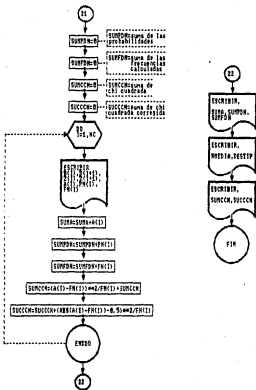


Fig.A.5: Continuación.

```

AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAA  PROGRAMA QUE PROCESA UNA MUESTRA DE DATOS AAAAAAA
A      PROGRAMA QUE LEE UNA LISTA DE 'IN' NUMEROS REALES Y
A      LOS CLASIFICA EN ORDEN ASCENDENTE, OBTIENE LA TABLA
A      DE FRECUENCIAS, LA MEDIA ARITMETICA, LA MEDIANA, LA
A      MODA, LA AMPLITUD, LA VARIANZA, LA DESVIACION TIPICA,
A      LOS MOMENTOS CUARTO MOMENTO CON RESPECTO A LA MEDIA
A      ARITMETICA, EL COEFICIENTE DE SESGO Y EL COEFICIENTE
A      DE CURTOSID.
A      ADEMÁS AJUSTA LOS DATOS DE LAS FRECUENCIAS A LAS
A      DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD:
A      1.- BINOMIAL
A      2.- POISSON
A      3.- NORMAL ESTANDAR
A      CALCULANDOSE Y COMPARANDOSE EL VALOR DE CHI-CUADRADA
A      PARA CADA UNO DE ESTOS TRES AJUSTES DE CURVAS, CON EL
A      FIN DE VER LA DONDA DEL AJUSTE.
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAA  IDENTIFICACION DE VARIABLES AAAAAAA
A      NOMBRES DE ARREGLOS
A      NUN= VALOR DE LA MODA Y SU FRECUENCIA
A      AN= DATOS INICIALES
A      A= VALORES DE LAS FRECUENCIAS
A      B= LIMITES DE LOS INTERVALOS DE CLASE
A      C= PUNTOS MEDIOS DE LOS INTERVALOS DE CLASE
A      D= FRECUENCIAS RELATIVAS
A      PDB= PROBABILIDADES DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL
A      PDD= FRECUENCIAS CALCULADAS DE LA DISTRIBUCION
A      BINOMIAL
A      PD= PROBABILIDADES DE LA DISTRIBUCION DE POISSON
A      CP= FRECUENCIAS CALCULADAS DE LA DISTRIBUCION DE
A      POISSON
A      X= DATOS DEFINIDOS DE LOS LIMITES DE LOS
A      INTERVALOS DE CLASE
A      Y= ORDENADAS DE LA CURVA NORMAL ESTANDAR
A      PN= PROBABILIDADES DE LA DISTRIBUCION NORMAL
A      ESTANDAR
A      FN= FRECUENCIAS CALCULADAS DE LA DISTRIBUCION
A      NORMAL ESTANDAR
A      VARIABLES SIMPLES
A      IN= NUMERO DE DATOS TOTALES
A      TEND= ALMACENAMIENTO TEMPORAL
A      RANGD= AMPLITUD
A      NC= NUMERO DE CLASES
A      LIMIN= LIMITE INTERIOR DEL HISTOGRAMA
A      LINSU= LIMITE SUPERIOR DEL HISTOGRAMA
A      LIMI= CONTADOR DE LOS UNOS QUITADOS AL LIMITE
A      INFERIOR DEL HISTOGRAMA
A      LINS= CONTADOR DE LOS UNOS AGREGADOS AL LIMITE
A      SUPERIOR DEL HISTOGRAMA

```

Figura A.6: Programa en FORTRAN

A RINTCL= AMPLITUD DEL INTERVALO DE CLASE
 A RESID= DIFERENCIA ENTRE EL VALOR REAL Y SU PARTE
 A ENTERA DE LA AMPLITUD DEL INTERVALO DE CLASE
 A RINTP= LÍMITE INFERIOR DE LA CLASE
 A RSUP= LÍMITE SUPERIOR DE LA CLASE
 A SUMA= SUMA DE LAS FRECUENCIAS
 A SUMO= SUMA DE LAS FRECUENCIAS RELATIVAS
 A SUM= SUMA DE LOS DATOS
 A RMECDA= MEDIA ARITMÉTICA
 A RNR= NUMERO DE DATOS DIVIDIDO POR 2
 A RNR= DIFERENCIA ENTRE EL VALOR REAL Y SU PARTE
 A ENTERA DEL NUMERO DE DATOS ENTRE DOS
 A RNT= NUMERO DE DATOS DIVIDIDO ENTRE 2 MAS 1,
 A CUANDO EL NUMERO DE DATOS ES PAR
 A RND= NUMERO DE DATOS DIVIDIDO ENTRE 2 MAS 0.5,
 A CUANDO EL NUMERO DE DATOS ES IMPAR
 A RNDANA= MODIANA
 A REP= CONTADOR DE LOS DATOS QUE SE REPITEN
 A REP= FRECUENCIA DE LOS DATOS QUE SE REPITEN
 A MODA= NUMERO DE LA MODA EN LA MUESTRA
 A RMAXI= FRECUENCIA MAXIMA DE LOS DATOS QUE SE
 A REPITEN
 A RNDI= DIFERENCIA ENTRE EL DATO X(I) Y SU
 A MEDIA ARITMÉTICA
 A SUMI= SUMA DE LOS TERMINOS (X(I)-MEDIA ARITMÉTICA)
 A SUMI= SUMA DE LOS TERMINOS (X(I)-MEDIA ARITMÉTICA)²
 A SUMI= SUMA DE LOS TERMINOS (X(I)-MEDIA ARITMÉTICA)³
 A SUMI= SUMA DE LOS TERMINOS (X(I)-MEDIA ARITMÉTICA)⁴
 A RNTI= MOMENTO 1 CON RESPECTO A LA MEDIA ARITMÉTICA
 A RNTI= MOMENTO 2 CON RESPECTO A LA MEDIA ARITMÉTICA
 A O VARIANZA
 A RNDI= MOMENTO 3 CON RESPECTO A LA MEDIA ARITMÉTICA
 A RNDI= MOMENTO 4 CON RESPECTO A LA MEDIA ARITMÉTICA
 A RNTIIP= DESVIACION TÍPICA
 A COESESQ= COEFICIENTE DE SESGO
 A COECUR= COEFICIENTE DE CURTOSIS
 A SUMABD= SUMA DE LOS PRODUCTOS DEL NUMERO DEL
 A INTERVALO DE CLASE POR SU FRECUENCIA
 A RMDI= MEDIA ARITMÉTICA DE LAS DISTRIBUCIONES
 A BINOMIAL Y DE POISSON
 A P= PROBABILIDAD DE ÉXITO EN LA DISTRIBUCION BINOMIAL
 A Q= PROBABILIDAD DE FALLO EN LA DISTRIBUCION BINOMIAL
 A RNF= FACTORIAL DE k EN LA DIST. BINOMIAL
 A RNXI= FACTORIAL DE x EN LAS DISTRIBUCIONES BINOMIAL Y
 A DE POISSON; DONDE: X=1,2,...,k
 A RNTI= TATORIAL DE (k-x) EN LA DISTRIBUCION BINOMIAL
 A SUMPOB= SUMA DE LAS PROBABILIDADES CALCULADAS DE LA
 A CURVA DE DISTRIBUCION BINOMIAL
 A SUMPOB= SUMA DE LAS FRECUENCIAS CALCULADAS POR LA
 A DISTRIBUCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL
 A SUMCHI= SUMA DE CHI CUADRADO DE LA DIST. BINOMIAL
 A SUMCOR= SUMA DE CHI CUADRADO CORREGIDO DE LA

Fig. A.6: Continuación.

```

A          DIGITRIBUCION BINOMIAL
A          MN= VALOR DE K EN LA DISTRIBUCION BINOMIAL
A          VADD= VARIANZA DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL
A          MODD= DESVIACION TIPICA DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL
A          CSDD= COEFICIENTE DE SESGO DE LA DIST. BINOMIAL
A          CTDD= COEFICIENTE DE CURTOSIS DE LA DIST. BINOMIAL
A          SUMPOD= SUMA DE LAS PROBABILIDADES CALCULADAS DE LA
A                  CUAVA DE DISTRIBUCION DE POISSON
A          SUMEOP= SUMA DE LAS FRECUENCIAS CALCULADAS POR LA
A                  ECUACION DE LA DISTRIBUCION DE POISSON
A          SUMCCP= SUMA DE CHI CUADRADO DE LA DIST. DE POISSON
A          SUCCCT= SUMA DE CHI CUADRADO CORREGIDO DE LA
A                  DISTRIBUCION DE POISSON
A          MTD= DESVIACION TIPICA DE LA DISTRIBUCION DE POISSON
A          CDD= COEFICIENTE DE SESGO DE LA DIST. DE POISSON
A          CTDD= COEFICIENTE DE CURTOSIS DE LA DIST. DE POISSON
A          NSEDI= NUMERO DE SEGMENTOS PAR PARA LA INTEGRACION
A          NY= DISTANCIA ENTRE EL VALOR REAL Y SU PARTE ENTERA
A                  DEL NUMERO DE SEGMENTOS PARA LA INTEGRACION
A          XINCR= INCREMENTO DE LA ABSCISA Z
A          XN= VALOR INICIAL DE LA ABSCISA Z
A          SUMAP= SUMA DE LAS ORDENADAS PARES
A          SUMAI= SUMA DE LAS ORDENADAS IMPARES
A          SIMPDI= SUMA DE LAS PROBABILIDADES CALCULADAS POR LA
A                  ECUACION DE LA DIST. NORMAL ESTANDAR
A          CUMFNI= SUMA DE LAS FRECUENCIAS CALCULADAS POR LA
A                  ECUACION DE LA DIST. NORMAL ESTANDAR
A          SUMECH= SUMA DE CHI CUADRADO PARA LA DISTRIBUCION
A                  NORMAL ESTANDAR
A          SUCCCN= SUMA DE CHI CUADRADO CORREGIDO PARA LA
A                  DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR
A          AAAAAA DIMENSIONAMIPNTO AAAAAA
A          DIMENSION RIN(250,3),AN(900),A(50),B(50),C(50)
A          DIMENSION PRP(0:50),PRB(0:50),D(50),PP(0:50)
A          DIMENSION FP(0:50),Z(50),Y(0:100),PN(0:50),FN(0:50)
A          AAAAAA DESCRIPCION DE TIPO AAAAAA
A          CHARACTER RESP1A2,RESP2A2,RESP3A2
A          AAAAAA FORMULACION DEL ARCHIVO DE SALIDA
A          OPEN(UNIT=16,FILE='TAB016',STATUS='NEW')
A          AAAAAA NUMERO DE DATOS IN USE DE VAN A PROCESAR AAAAAA
A          WRITE(A,1) 'NUMERO DE DATOS TOTALES= '
A          READ J, IN
A          AAAAAA VERIFICACION DE DATOS DE ENTRADA AAAAAA

A          LEER LOS DATOS
A          DO I=1, JN, 10
A          READ(15,1) AN(I),AN(I+1),AN(I+2),AN(I+3),AN(I+4),
A          1 AN(I+5),AN(I+6),AN(I+7),AN(I+8),AN(I+9)
A          ENDDO
A          ESCRIBIR LOS DATOS
A          WRITE (A,20)(AN(I),J=1, IN)
20          FORMAT(10(X,'5.2'))

```

Fig. A.5: Continuación.

```

AAAAAAA IMPICIO DEL PROGRAMA AAAAAAA
A ORDENAR LOS NUMEROS EN FORMA ASCENDENTE
DO (1, IN-1
DO J=1, IN-1
IF (AN(J).LE.AN(J+1)) GO TO 30
TEMP=AN(J)
AN(J)=AN(J+1)
AN(J+1)=TEMP
30 CONTINUE
ENDDO
ENDDO
A ESCRIBIR LOS DATOS
WRITE(A,35)
35 FORMAT(1)5X,'DATOS EN ORDEN ASCENDENTE',//)
WRITE(A,30)(AN(I),I=1,IN)
WRITE(A,40) AN(IN),AN(1)
40 FORMAT(0) 'NUMERO MAYOR= ',F5.2,'/0',
1 'NUMERO MENOR= ',F5.2)
A CALCULO DEL RANGO
RANGO=AN(IN)-AN(1)
WRITE(A,50) RANGO
50 FORMAT(//,5X,'AMPLITUD = ',F6.3)
A CALCULO DEL CUADRO DE FRECUENCIAS
WRITE(A,6) 'DESEA OBTENER LA TABLA DE FRECUENCIAS'
WRITE(A,7) 'SI' O 'NO'
READ(A,8) RESP1
IF (RESP1.EQ.'SI') GO TO 60
STOP
60 WRITE(A,9) 'NUMERO DE CLASES QUE DESEA'
READ(A,9) NC
NAN1=INT(AN(1)/100)
NANIN=INT(AN(IN)/100)
LIMIN=NAN1-1
LIMSUP=NANIN+1
LIMI=1
LIMS=1
61 RINTCL=REAL(LIMSUP-LIMIN)/REAL(NC)
IF ((LIMI.GT.100).OR.(LIMS.GT.100)) THEN
WRITE(A,6) 'NO SE PUEDEN ESTABLECER LOS'
WRITE(A,6) 'LIMITES DEL HISTOGRAMA'
STOP
ELSE
GOTO 62
ENDIF
62 RESID=RINTCL-INT(RINTCL)
IF (RESID.EQ.0) GO TO 63
IF (1.)N.GT.LIMI) THEN
LIMS=LIMS+1
LIMSUP=LIMSUP+1
GOTO 61
ELSE

```

Fig. A.6: Continuación.

```

LIMI=LIMI+1
LIMINF=LIMINF-1
GO TO 61
ENDIE
63 DO I=1,NC
A(I)=0
RINF=LIMINF+(I-1)*RINTCL+0.5
RINE=R(INC/100
RSUP=LIMINF+I*RINTCL+0.5
RSUP=RSUP/100
DO J=1,IN
IF ((AN(J).GT.RINF).AND.(AN(J).LT.RSUP)) THEN
A(I)=A(I)+1
ELSE
GO TO 65
ENDIE
65 CONTINUE
ENDDO
B(I)=RINE
C(I)=(RSUP+RINF)/2
D(I)=A(I)/REAL(IN)
ENDDO
B(NC)=RSUP
WRITE(A,70)
70 FORMAT ('1',2X,'INTERVALO',6X,'PUNTO MEDIO',4X,
1 'FRECUENCIA',6X,'FRECUENCIA',3X,'DE CLASE',7X,
2 'DE LA CLASE',20X,'RELATIVA',/)
SUMA=0
SUND=0
DO I=1,NC
WRITE(A,80) B(I),B(I+1),C(I),A(I),D(I)
80 FORMAT (2X,F6.3,'-',F6.3,5X,F6.3,10X,F6.1,9X,F9.7)
SUMA=SUMA + A(I)
SUND=SUND + B(I)
ENDDO
WRITE(A,90) SUMA,SUND
90 FORMAT (/,2X,'TOTALES = ',19X,'SUMA=',F9.4,
1 4X,'SUND=',F9.7)
A CALCULO DE LAS MEDIDAS DE CENTRALIZACION,
A DISPERSION, ASIMETRIA Y AGUJERZA.
WRITE(A,A) 'DESEA CALCULAR LAS MEDIDAS DE'
WRITE(A,A) 'CENTRALIZACION, DISPERSION Y OTRAS'
WRITE(A,A) 'CARACTERISTICAS DE LA MUESTRA,'
WRITE(A,A) 'CONTIENE "SI" O "NO" '
READ(A,A) RESP2
IF (RESP2.EQ.'SI') GO TO 100
STOP
100 SUM=0.0
DO I=1,IN
SUM=SUM + AN(I)
ENDDO
RMEDIA=REAL(SUM)/REAL(IN)

```

Fig. A.6: Continuación.

```

110      WRITE(A,110) RMEDIA
        FORMAT (' ',5X,'MEDIA ARITMETICA = ',F10.3)
        RM=REAL(IN)/2
        RNC=RM-INT(RM)
        IF (RNC.GT.0) THEN
            RNI=RM+1
            RMDANA=REAL((AN(RN)+AN(RNI))/2)
        ELSE
            RNR=RM+0.5
            RMDANA=REAL(AN(RNR))
        ENDIF
120      WRITE(A,120) RMDANA
        FORMAT (//,5X,'MEDIANA = ',F10.3)
        IB=0
        IC=1
        DO I=1,IN-1
            IF (AN(I).EQ.AN(I+1)) THEN
                IC=IC+1
                GOTO 130
            ELSE
                GOTO 140
            ENDIF
130      IF ((I+1).EQ.IN) THEN
                GOTO 140
            ELSE
                GOTO 150
            ENDIF
140      IF ((C.GT.1)) THEN
                IS=IS+1
                RLN(IS,1)=AN(I)
                RLN(IS,2)=REAL(IC)
                IC=1
            ELSE
                GOTO 150
            ENDIF
150      CONTINUE
        ENDDO
        MODA=0
        IF (IB.GT.0) THEN
            GOTO 160
        ELSE
            WRITE (A,A) 'NO EXISTE MODA'
            GOTO 180
        ENDIF
160      RMAX1=0
        DO I=1,IB
            IF (RMAX1.LT.RLN(I,2)) THEN
                RMAX1=RLN(I,2)
            ENDIF
        ENDDO
        DO I=1,IB
            IF (RMAX1.EQ.RLN(I,2)) THEN

```

Fig. A.6: Continuación.

```

MODA=MODA+1
WRITE (A,170) MODA,BLN(I,1)
170  FORMAT (/,2X,'MODA ',I3,'=',E6.3)
ELSE
CONTINUE
ENDIF
ENDDO
180  RMO=0
SUM1=0
SUM2=0
SUM3=0
SUM4=0
DO J=1,IN
RMO=AN(I)-RMO*IA
SUM1=SUM1+RMO
SUM2=SUM2+RMO**2
SUM3=SUM3+RMO**3
SUM4=SUM4+RMO**4
ENDDO
RM1=REAL(SUM1)/REAL(IN)
RM2=REAL(SUM2)/REAL(IN)
RM3=REAL(SUM3)/REAL(IN)
RM4=REAL(SUM4)/REAL(IN)
WRITE(A,190) RM1,RM2,RM3,RM4
190  FORMAT(/,2X,'MOMENTO UNO=',E14.8/,2X
1 'MOMENTO DOS=',E14.8/,2X,'MOMENTO TRES=',E14.8/,2X
2 'MOMENTO CUATRO=',E14.8)
WRITE(A,195) RM2
195  FORMAT(/,2X,'VARIANZA= ',E14.8)
DESTIP=SQRT(RM2)
WRITE (A,200) DESTIP
200  FORMAT(/,2X,'REGUACION TIPICA= ',E14.8)
COESES=RM2/(DESTIP**3)
COECUR=RM4/(RM2**2)
WRITE (A,210) COESES,COECUR
210  FORMAT(/,2X,'COEFICIENTE DE SESGO=',E14.8/,2X,
1 'COEFICIENTE DE CURTOSIS=',E14.8)
A  AJUSTE DE LOS DATOS A LAS DISTRIBUCIONES BINOMIAL,
A  DE POISSON Y NORMAL ESTANDAR.
WRITE(A,A) 'DESEA AJUSTAR SUS DATOS A LAS CURVAS:'
WRITE(A,A) ' BINOMIAL, POISSON, Y NORMAL'
WRITE(A,A) ' ESTANDARIZADA, CONTESTE 'SI' O 'NO''
READ (A,A) RESP3
IF (RESP3.EQ.'SI') GO TO 220
STOP
A  AJUSTE A LA DISTRIBUCION BINOMIAL
220  SIMADD=0.0
DO J=0,NC-1
SUMADD=REAL(SUMADD)+(IA*(I+1))
ENDDO
RMEDDD=REAL(SUMADD)/REAL(IN)
P=RMEDDD/REAL(NC-1)

```

Fig. A.6: Continuación.

```

Q=1-P
RNF=1
DO I=1,NC-1
RNC=(ARNE
ENDDO
PDB(0)=GAAREAL(NC-1)
RNXF=1
FDB(0)=PDB(0)*AIN
DO I=1,NC-2
RNXL=RNXL+AI
RNDE=1
DO J=1,NC-1-I
RNDE=RNDE*AJ
ENDDO
PDB(I)=(RNXF/(RNXF+RNDF))*A(PAAI)*A(QAA(NC-1-I))
FDB(I)=PDB(I)*AIN
ENDDO
PDB(NC-1)=PAA(NC-1)
FDB(NC-1)=PDB(NC-1)*AIN
WRITE(16,230)
FORMAT('1',5X,
230 1 'AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION BINOMIAL')
WRITE(16,240)
FORMAT('//,2X,'INTERVALO',6X,'PUNTO MEDIO',4X,
240 1 'FRECUENCIA',6X,'PROBABILIDAD',4X,'FRECUENCIA',2X,
2 'DE CLASE',7X,'DE LA CLASE',4X,'OBSERVADA',23X,
3 'CALCULADA')
SUMA=0
SUMFPDB=0
SUMFDB=0
SUMCCB=0
SUCCCB=0
DO I=0,NC-1
WRITE (16,250) H(I+1),H(I+2),C(I+1),A(I+1),
250 1 PDB(I),FDB(I)
FORMAT (2X,F6.3,'-',F6.3,5X,F6.3,7X,F6.1,9X,
1 F10.7,6X,F0.3)
SUMA=SUMA+A(I+1)
SUMFPDB=SUMFPDB+PDB(I)
SUMFDB=SUMFDB+FDB(I)
SUCCCB=(A(I+1)-FDB(I))*A2/FDB(I)+SUMCCB
SUCCCB=SUCCCB+(ABS(A(I+1)-FDB(I))-0.5)*A2/FDB(I)
ENDDO
WRITE (16,260) SUMA,SUMFPDB,SUMFDB
260 FORMAT(/,2X,'TOTALES=',17X,'SUMA=',F6.1,3X,'SUMA=',
1 F9.7,'SUMA=',F9.3//)
NN=NC-1
WRITE(16,270) P,Q,NN
270 FORMAT(2X,'PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL'//,
1 2X,'p=',F10.7//,2X,'q=',F10.7//,2X,'k=',I4//)
VADB=KNAPAD
DIDD=SQRT(VADB)

```

Fig. A.6: Continuación.

```

CCDB=(Q-1)/NTDB
CCDB=3+(1-5APAD)/VADB
WRITE(16,290) RNEEDB,VADB,DTDB,CSDB,CCDB
290  EDRHAT (2X,'MEDIA= ',F10.3/,2X,'VARIANZA= ',F10.3/,
1 2X,'DESVIACION TIPICA= ',F10.3/,2X,
2 'COEFICIENTE DE SESGO= ',F10.3/,
3 2X,'COEFICIENTE DE CURTOSIS= ',F10.3)
295  WRITE(16,295) SUMCCB,SUCCCB
FORMAT (2X,'CHI-CUADRADO= ',F12.3/,
1 2X,'CHI-CUADRADO CORREGIDO= ',F12.3)
A  AJUSTE A LA DISTRIBUCION DE POISSON
RNXE=1
PP(0)=EXP(-RNEEDB)
EP(0)=PP(0)AIN
DO I=1,NC-1
RNXE=RNXEAI
PP(I)=(RNEEDB**I)A(PP(0))/RNXE
EP(I)=PP(I)AIN
ENDDO
WRITE(A,300)
300  CURHAT(' ',5X,
1 'AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION DE POISSON')
WRITC(A,310)
310  FORHAT(//,2X,'INTERVALO',6X,'PUNTO MEDIO',4X,
1 'FRECUENCIA(A',6X,'PROBABILIDAD',4X,'FRECUENCIA',/
1 2X,'DE CLASE',7X,'DE LA CLASE',4X,
2 'OBSERVADA',23X,'CALCULADA'//)
SUMA=0
SUMPOP=0
SUMFDP=0
SUMCCP=0
SUCCCP=0
DO I=0,NC-1
WRITE(A,320) B(I+1),B(I+2),C(I+1),A(I+1),
1 PP(I),EP(I)
320  FORMAT (2X,F6.3,'-',F6.3,5X,F6.3,7X,F6.1,9X,
1 F10.2,6X,F0.3)
SUMA=SUMA+A(I+1)
SUMPOP=SUMPOP+PP(I)
SUMFDP=SUMFDP+PP(I)
SUMCCP=(A(I+1)-PP(I))A2/PP(I)+SUMCCP
SUCCCP=SUCCCP+(ABS(A(I+1)-EP(I))-0.5)A2/EP(I)
ENDDO
340  WRITE(A,340) SUMA,SUMPOP,SUMFDP
FORMAT(2X,'TOTALES= ',17X,'SUMA= ',F6.1,3X,
1 'SUMA= ',F9.7,'SUMA= ',F9.3//)
WRITE(A,350)
350  FORHAT(2X,'PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION DE POISSON'//)
DTDB=SQRT(RNEEDB)
CCDB=(1)/RNEEDB
CCDB=3+1/RNEEDB
WRITE(A,360) RNEEDB,RNEEDB,DTDB,CSDB,CCDB

```

Fig A.6:Continuación.


```

360   FORMAT (2X,'MEDIA= ',F10.3/,2X,'VARIANZA= ',
1     F10.3/,2X,'DESVIACION TIPICA= ',F10.3/,2X,
2     'COEFICIENTE DE SESGO= ',F10.3/,
3     2X,'COEFICIENTE DE CURTOSIS= ',F10.3)
WRITE(A,365) SUMCCP,SUCCCP
365   FORMAT (2X,'CHI-CUADRADO= ',F12.3/,
1     2X,'CHI-CUADRADO CORREGIDO= ',F12.3)
A     AJUSTE A LA DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR
      COEF=1/SQRT(2*3.1416)
      DO J=1,NC+1
      Z(I)=(R(I)-XMEDIA)/DESGIP
      ENDDO
370   WRITE(A,A) 'NUMERO DE SEGMENTOS PARA LA INTEGRACION'
      WRITE(A,A) 'DE UN NUMERO ENTERO PAR'
      READ(A,A) NSEG
      DIE=(REAL(NSEG)/2)-(INT(NSEG/2))
      IF (DIE.EQ.0) GOTO 380
      WRITE (A,A)'EL NUMERO NO ES UN ENTERO PAR'
      WRITE (A,A)'INTENTELO DE NUEVO'
      GOTO 370
380   DO I=1,NC
      XINCR=(Z(I+1)-Z(I))/REAL(NSEG)
      XN=Z(I)
      DO J=1,NSEG+1
      Y(J)=COEFAEXP(-(XN*XN)/2)
      XN=XN+XINCR
      ENDDO
      SUMA2=0
      SUMA4=0
      DO J=3,NSEG-1,2
      SUMA2=SUMA2+Y(J)
      ENDDO
      DO J=2,NSEG,2
      SUMA4=SUMA4+Y(J)
      ENDDO
      FN(I)=XINCR*(Y(1)+2*SUMA2+4*SUMA4+Y(NSEG+1))/3
      FN(I)=FN(I)*A*IN
      ENDDO
      WRITE(A,390)
390   FORMAT(' ',5X,'AJUSTE DE LOS DATOS A LA DISTRIBUCION'/,
1     11X,'NORMAL ESTANDARIZADA')
      WRITE(A,400)
400   FORMAT(//,2X,'INTERVALO',6X,'VALOR DE LA VARIABLE',2X,
1     'FRECUENCIA',4X,'PROBABILIDAD',5X,'FRECUENCIA',/,2X,
2     'DE CLASE',7X,'ESTANDARIZADA',9X,'OBSERVADA',22X,
3     'CALCULADA'//)
      SUMA=0
      SUMPDN=0
      SUMEDM=0
      SUMCCN=0
      SUCCCN=0
      DO I=1,NC

```

Fig. A.5: Continuación.

```

WRITE (A,410) B(I),D(I+1),Z(I),Z(I+1),A(I),
1 PN(I),CN(I)
410  FORMAT (2X,F6.3,'-',F6.3,3X,F7.3,' a',F7.3,5X,
1 F6.1,8X,F10.7,6X,F8.3)
SUMA=SUMA+A(I)
SUMPDN=SUMPDN+PN(I)
SUMEDN=SUMEDN+EN(I)
SUMCCN=(A(I)-PN(I))**2/EN(I)+SUMCCN
SUCCCN=SUCCCN+(ABS(A(I)-EN(I))-0.5)**2/EN(I)
ENDDO
WRITE (A,420) SUMA,SUMPDN,SUMEDN
420  FORMAT(/2X,'TOTALES= ',22X,'SUMA= ',F6.1,3X,
1 'SUMA= ',F9.7,'SUMA= ',F9.3//)
WRITE(A,430) RMEDIA,DESTIP
430  FORMAT(2X,
1 'PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR'//,
2 2X,'MEDIA= ',F10.3/,2X,'DESVIACION TIPICA= ',F10.3/,
3 2X,'COEFICIENTE DE SESGO= 0'/,2X,
4 'COEFICIENTE DE CURTOSIS= 3 ')
440  WRITE(A,440) SUMCCN,SUCCCN
FORMAT (2X,'CHI-CUADRADO= ',F12.3/,
1 2X,'CHI-CUADRADO CORREGIDO= ',F12.3)
END

```

Fig. A.6: Continuación.

Conclusiones

1. Con el fin de estimar los valores de las constantes que se van a usar en los métodos analíticos de detección de falla de las señales es recomendable hacer un estudio estadístico de las señales que entran a los modelos matemáticos, lo cual se puede realizar periódicamente cada cierto tiempo. De este estudio estadístico se pueden obtener uno de los dos siguientes resultados:

- I).- El valor de la medición es casi determinístico o sea que presenta un valor aleatorio con muy poca variación en su lectura y no se puede especificar su comportamiento con una curva de distribución de probabilidad debido a que se presentan pocos puntos para su cálculo, en este caso los valores de las constantes se determinan de acuerdo a la experiencia operacional que se tenga acerca de la señal.
- II).- El valor de la medición es aleatorio y se puede representar su probabilidad de ocurrencia con una curva de distribución de probabilidad, en este caso se toma en cuenta el estudio estadístico de las señales así como la experiencia operacional que se tenga acerca de la señal.

2. Se presentan en esta tesis 4 métodos de detección de la falla de una señal de la medición de una variable en estado estacionario y 1 método para el caso de que la variable este en estado estacionario o transitorio, los cuales son:

- Variable en estado estacionario.
 - a).- Método secuencial tomando muestras de tamaño uno.
 - b).- Método secuencial tomando muestras de tamaño mayor de uno.
 - c).- Método "A" de la prueba secuencial del cociente de probabilidades.
 - d).- Método "B" de la prueba secuencial del cociente de probabilidades.
- Variable en estado estacionario o transitorio.
 - a).- Método del vector en el espacio-paridad.

Los cuatro métodos que miden la falla de una señal de la medición de una variable en estado estacionario sólo se deben aplicar en casos especiales en los cuales el valor de la variable solo se le permite moverse dentro de un intervalo determinado y cuando su valor se sale de este intervalo se indica la falla de la señal, por lo que el método del vector en el espacio-paridad es el más recomendable para usarse en una central nuclear, ya que puede funcionar para detectar y aislar las fallas de señales bajo condiciones de estado estacionario o transitorio.

3. Para poder utilizar los métodos "A" y "B" de la prueba secuencial del cociente de probabilidades es necesario conocer la ecuación de la curva de la distribución de probabilidad de las mediciones de la variable.
4. Además de las señales de los sensores redundantes instalados en la planta que miden una variable, es posible obtener una redundancia analítica que está en función de las mediciones de otras variables. La aplicabilidad de la Redundancia Analítica depende de la complejidad del modelo matemático que se vaya a usar y de la dificultad en la obtención de los datos de entrada que necesite este modelo matemático para hacer cada cálculo.
5. La Redundancia Analítica funciona como si fuera una compuerta AND, ya que necesita todas las señales de entrada para que exista señal de salida.
6. Se debe de considerar el número de señales redundantes que se tiene disponibles de la medición de una variable debido a que el método de detección y aislamiento de fallas del vector en el espacio-paridad, solamente se puede aplicar cuando el número de señales redundantes es igual o mayor de dos.
7. Cuando en el método del vector en el espacio-paridad el vector columna \bar{u} del valor verdadero de la variable es un escalar, este método se reduce a la comparación de los valores de las mediciones y de esta forma se le puede asignar un valor de inconsistencia I_i a cada una de las mediciones i .
8. El método de detección y aislamiento de fallas del vector en el espacio-paridad no tiene el sistema binario de respuesta de falla o correcto, sino que tiene $\binom{\ell-1}{n_d} + 1$ niveles de caracterización, donde $\ell =$ número de mediciones redundantes y $n_d =$ número de hilos del vector columna $[n_d \times 1]$ de los valores verdaderos de la variable.
9. El método de detección y aislamiento de fallas del vector en el espacio-paridad no siempre tienen una salida de la estimación de la variable, sino que presenta casos como los de falla común o el de inconsistencias entre las mediciones redundantes en los cuales no se puede calcular una estimación de la variable.
10. De los métodos tratados en esta tesis se puede decir que el método más adecuado para usarse en una central nuclear es el del vector en el espacio-paridad, debido a su aplicabilidad en la detección y aislamiento de las fallas de las mediciones de una variable que puede estar en estado estacionario o inestable. Se ha llegado a esta conclusión a pesar de que este método presenta ciertas limitaciones como las dadas en los dos puntos anteriores.

Bibliografía

- [1] Rogelio Ruiz; *La Problemática de la Planta Nuclear de Laguna Verde; Programa de Energéticos del Colegio de México; Cuadernos Sobre Prospectiva Energética No. 28, 1982.*
- [2] John G. Keeney; *The President's Commission on the Accident of Three Mile Island; Library of Congress Catalog Card Number 79-25694, ISBN 0-925728-00-3.*
- [3] J.W. Hallam, K.B. Ng, G.L. Upham; *The IMAGE Information Monitoring and Applied Graphics Software Environment; Electric Power Research Institute, NP-4758-CCM, proyecto 2247-3, vol.4, pág. 1.6, septiembre 1980.*
- [4] U.S. Nuclear Regulatory Commission; *Functional Criteria for Emergency Response Facilities; Washington, D.C. 20 555; NUREG-0696, Reporte final, febrero, 1981.*
- [5] J.C. Robinson, J.W. Allen, A.R. Buhl, F.E. Levert y C.B. Ok; *A Parameter Set for a Nuclear Plant Safety Console; preparado por Technology For Energy Corporation y por Nuclear Safety Analysis Center; operado por Electric Power Research Institute, NSAC-10, noviembre, 1980.*
- [6] C.B. Johnson, F.S. Mollerus, L.A. Carmichael; *Fundamental Safety Parameter Set for Boiling Water Reactors; preparado por S. Levy, Inc. y Nuclear Safety Analysis Center; operado por Electric Power Research Institute, NSAC-21, diciembre, 1980.*
- [7] C. Monika Mejías Gotsz; *Figuras de la Variación del Reactor para el Sistema de Exhibición de Parámetros de Seguridad de la Central Nuclearéctrica de Laguna Verde; Proyecto terminal de licenciatura en Ingeniería Física, UAM-Acapulco, Ochoho, 1987.*
- [8] R.J. Eckenrodt, G.W. Lapinsky y S.H. Weiss; *NRC Experience In SPDS Reviews; Seminario: Safety Parameter Display System (SPDS) Implementations and Emergency Response Facilities (ERF); preparado por Electric Power Research Institute (EPRI); The Lafayette Hotel, Boston, Massachusetts, Mayo 6-8, 1986.*

- [9] Humberto Arriola S. y Juan Manuel Bravo S.; *Curso de Instrumentación Nuclear*; Fac. de Química, División de Estudios de Posgrado, Dpto. de Ciencias Nucleares, 1985.
- [10] Murray R. Spiegel; *Estadística*; Schaum-McGraw-Hill; Primera edición en español, 1970.
- [11] Ya-Lun Chou; *Análisis Estadístico*; Interamericana; Traducido al español por Vicente Agust Armer; Primera edición en español, 1972.
- [12] B. Ramdas Bhat; *Modern Probability Theory*; John Wiley & Sons; segunda edición, 1985.
- [13] Louis Leithold; *El Cálculo con Geometría Analítica*; Editorial Harla S.A. de C.V.; Segunda edición, 1975.
- [14] Frank A. Valentine; *A manual of Experiments in Reactor Physics*; The Macmillan Company, New York y Collier-Macmillan Limited, London; primera edición 1963.
- [15] Morris H. De Groot; *Optimal Statistical Decisions*; Mc Graw-Hill Company, 1970.
- [16] Herman Chernoff, Lincoln E. Moses; *Elementary Decision Theory*; John Wiley & Sons, Inc.; quinta impresión, enero, 1947.
- [17] Abraham Wald; *Sequential Analysis*; Dover Publications, Inc., 1973.
- [18] Philip J. Davis y Philip Rabinowitz; *Methods of Numerical Integration*; Academic Press, Inc.; Segunda edición, 1984.
- [19] Owen C. Jones Jr.; *Nuclear Reactor Safety Heat Transfer*; Hemisphere Publishing Cooperation y Mc Graw-Hill International Book Company, 1981.
- [20] Comisión Federal de Electricidad (CFE); Laguna Verde, plano M-3085.
- [21] Comisión Federal de Electricidad (CFE); *Final Safety Analysis Report (FSAR)*, Laguna Verde Power Station (Units 1 & 2), volumen VII, 1979.
- [22] Comisión Federal de Electricidad (CFE); *Final Safety Analysis Report (FSAR)*, Laguna Verde Power Station (Units 1 & 2), volumen VI, 1979.
- [23] Comisión Federal de Electricidad (CFE); *Nuclear Pressure Relief (NPR)*, Laguna Verde, System Description (SD-52), volúmenes I y II.
- [24] Comisión Federal de Electricidad (CFE); Laguna Verde, plano M-3080 SI.
- [25] Comisión Federal de Electricidad (CFE); Laguna Verde plano M-3080 SE.

- [16] Comisión Federal de Electricidad (CFE); *Reactor Core Isolation Cooling (RCIC)*, Laguna Verde, System Description (SD-13), volúmenes I y II.
- [17] Comisión Federal de Electricidad (CFE); Laguna Verde, plano M-1088.
- [18] Comisión Federal de Electricidad (CFE); *Residual Heat Removal System (RHR)*, Laguna Verde, System Description (SD-42), volúmenes I y II.
- [19] Comisión Federal de Electricidad (CFE); Laguna Verde, plano M-1084 SI.
- [20] Comisión Federal de Electricidad (CFE); Laguna Verde, plano M-1084 SE.
- [21] Comisión Federal de Electricidad (CFE); *Fuel Pool Closed Cooling and Chonap Systems (FPCC)*, Laguna Verde, System Description (SD-55), volúmenes I y II.
- [22] Comisión Federal de Electricidad (CFE); Laguna Verde, plano M-1088 SI.
- [23] Comisión Federal de Electricidad (CFE); *Final Safety Analysis Report (FSAR)*, Laguna Verde Power Station (Units 1 & 2), volumen V, 1970.
- [24] Comisión Federal de Electricidad (CFE); *Main Steam Isolation Valve Leakage Control System (MSIVLCS)*, Laguna Verde, System Description (SD-72), volúmenes I y II.
- [25] William E. Boyce y Richard C. DiPrima; *Ecuaciones diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*; editorial: Limusa, tercera edición, 1978.
- [26] Richard Bronson; *Ecuaciones Diferenciales Modernas; Serie de compendios Schaum-McGraw-Hill*; editorial: McGraw-Hill, primera edición en español, 1976.
- [27] R.W. Hamming; *Numerical Methods for Scientists and Engineers*; editorial: McGraw-Hill, segunda edición, 1973.
- [28] J. Louis Tylce; *On Line Failure Detection in Nuclear Power Plant Instrumentation*; IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-28, No.3, March, 1983, page: 406-415.
- [29] M. Kitamura; *Detection of Sensor Failures in Nuclear Plants Using Analytic Redundancy*; Trans. Am. Soc., 34, 581 (1980).
- [30] Mukund Desai and Anil Ray; *A Fault Detection And Isolation Methodology*; Proc. 20th IEEE Conf. on Decision and Control, San Diego, California, December 1981, pag: 1383-1389.
- [31] Kevin C. Daly, Eliezer Gal and James V. Harrison; *Generalized Likelihood Test for FDI in Redundant Sensor Configurations*; Journal of Guidance and Control, vol.2, January-February 1979, pag: 9-17.

- [42] Andrew P. Sage; *Optimum Systems Control*; Prentice-Hall, Inc., 1968.
- [43] V.I. Swisher; *User's Guide for Signal Validation Software*; Electric Power Research Institute (EPRI); NP-5590, Research Project 2202-3, Final Report, September 1987.
- [44] J. Fisher, O. Deutch, A. Ray and R. Orseda; *Demonstration of a BWR Suppression Pool Signal-Validation Program*; Electric Power Research Institute (EPRI); NP-2041, Research Project 2126-3, Final Report, July 1984.