



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL**

**CONTROL DE MICRO-REDES ELÉCTRICAS CON SOLUCIÓN**  
**DINÁMICA DE FLUJOS DE POTENCIA**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**PEDRO PEÑA MIRANDA**

**TUTOR**  
**DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MÉXICO, CDMX, ENERO 2019**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Marco Antonio Arteaga Pérez

Vocal: Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

Secretario: Dr. Luis A. Álvarez Icaza Longoria

Primer suplente: Dr. Rubén Tapia Olvera

Segundo suplente: Dr. Gerardo René Espinosa Pérez

Esta tesis se realizó en el Laboratorio de Control de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería en la UNAM.

Director de Tesis:

---

Dr. Gerardo René Espinosa Pérez.







# Reconocimientos

---





# Resumen

---

La importancia de estudiar y resolver problemas referentes a los Sistemas Eléctricos es evidente. En este sentido, aunque los problemas han sido reconocidos desde los análisis iniciales desarrollados para los SEPs, actualmente su estudio ha sido retomado considerando nuevos escenarios. En este trabajo de tesis se hace énfasis en que las técnicas basadas en energía recuperan la estructura original del sistema y permiten un análisis dinámico modular Hamiltoniano. Este enfoque modular permite analizar por separado cada componente de la red, diseñar leyes de control basadas en pasividad para los elementos individuales e interconectarlos de manera que el sistema completo siga teniendo estructura Hamiltoniana.

En este trabajo de tesis se presentó un esquema de control para el modelo de una Microred compuesto por un conjunto de fuentes distribuidas y un conjunto de cargas interconectadas por medio de líneas de transmisión. La propuesta fue el resultado de la integración de un esquema de control propuesto en Avila-Becerril et al. (2018) y el de un conjunto de ecuaciones diferenciales cuyo diseño se propuso en Machado et al. (2017) para resolver las ecuaciones algebraicas de potencia asociadas a la red.

Como resultado del trabajo desarrollado fue posible demostrar que el esquema de control en lazo cerrado posee propiedades de estabilidad Global Asintótica del punto de operación del sistema que corresponde a valores prescritos de tensiones y corrientes correspondientes a un balance de potencia impuesto por la demanda de las cargas. Las propiedades del esquema de control fueron validadas por medio de simulaciones numéricas.

Tomando como base los resultados obtenidos, fue posible identificar temas que deben ser elaborados en un trabajo futuro, entre ellos se pueden mencionar: Considerar un modelo más detallado de las fuentes distribuidas, incluir la existencia de incertidumbre paramétrica en el modelo, considerar la existencia de perturbaciones en términos de cambios en la capacidad de generación de las fuentes e incluir de manera explícita en el diseño del esquema de control el hecho de que, en términos generales, las fuentes siempre tienen una capacidad de generación limitada.



# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>xI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Formulación del problema . . . . .	3
1.2. Organización de la tesis . . . . .	4
<b>2. Preliminares</b>	<b>5</b>
2.1. Notación y Acrónimos . . . . .	5
2.2. Teoría de Grafos . . . . .	6
2.2.1. Matrices Asociadas a Grafos . . . . .	7
2.3. Preliminares en Sistemas Hamiltonianos . . . . .	7
2.3.1. Pasividad . . . . .	9
2.3.2. Sistemas Hamiltonianos Controlados por Puerto . . . . .	11
2.4. Preliminares en Sistemas Eléctricos de Potencia . . . . .	13
2.4.1. Conceptos Fundamentales . . . . .	14
2.4.2. Flujos de Potencia . . . . .	16
2.5. Micro-redes . . . . .	19
<b>3. Modelado</b>	<b>23</b>
3.1. Líneas de Potencia y Cargas . . . . .	24
3.2. Convertidores de Potencia . . . . .	26
3.3. Modelo Hamiltoniano de la Micro-red . . . . .	29
<b>4. Estabilización de la Micro-red</b>	<b>33</b>
4.1. Diseño del Controlador . . . . .	33
4.2. Análisis del Estado Estacionario . . . . .	39
4.3. Selección de las Referencias . . . . .	42
4.4. Evaluación Numérica . . . . .	45
<b>5. Conclusiones y Trabajo Futuro</b>	<b>53</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>55</b>



## Índice de figuras

---

2.1. Puerto . . . . .	8
2.2. Circuito equivalente $\pi$ de una línea de transmisión . . . . .	16
2.3. Representación de inversor en modo conectado a la red. a) Caso <i>grid-forming</i> . b) Caso <i>grid-following</i> . . . . .	20
3.1. Esquema del convertidor grid forming . . . . .	27
3.2. Esquema general del convertidor grid following . . . . .	28
3.3. Esquema general de interconexión . . . . .	30
4.1. Ejemplo de una red AC con dos fuentes controladas supliendo energía eléctrica a una carga . . . . .	46
4.2. Esquema de simulación . . . . .	48
4.3. Voltaje y voltaje deseado . . . . .	49
4.4. Magnitud de voltajes . . . . .	49
4.5. Errores de control . . . . .	50
4.6. Potencias de salida de los convertidores . . . . .	50
4.7. Potencias de entrada en la carga . . . . .	51



# Introducción

---

En términos generales, un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) es un conjunto de unidades generadoras y cargas, interconectadas por líneas de transmisión, cuyo objetivo es suministrar a las cargas la energía eléctrica que demanden satisfaciendo estándares de calidad como son tensión con amplitud y frecuencia constantes y la satisfacción de una potencia (tanto activa como reactiva) prescrita. Históricamente, la mayor fuente de energía han sido los materiales fósiles.

Debido a la creciente demanda de energía eléctrica y a la disminución notoria de materiales fósiles, se vislumbra una nueva estructura de los SEPs en la que destacan dos características: por un lado, se contempla la existencia de sub-redes equipadas con unidades generadoras locales y, por otro lado, se desean fuentes alternativas de energía que exhiban una naturaleza sustentable.

En este contexto, una entidad que está recibiendo especial atención es la que se conoce como Micro-red, la cual se refiere a una clase particular de SEP que ofrece la posibilidad de integrar fuentes distribuidas de generación en la red eléctrica como lo indica Farhangi (2010). Usualmente, las Microredes están compuestas por fuentes de energía renovables y debido a su naturaleza heterogénea (solar, eólica, etc.) imponen la necesidad de incluir dispositivos de electrónica de potencia con la finalidad de homogeneizar la energía generada para hacerla compatible con los requerimientos de las cargas Guerrero et al. (2013). Este tipo de red puede operar en modo conectado (a una red de dimensión mayor) o en modo aislado (en operación autónoma). Sin embargo y como se mencionó antes, su objetivo fundamental sigue siendo el de satisfacer la potencia demandada por las cargas garantizando, al mismo tiempo, que las tensiones permanezcan alrededor de valores, tanto en magnitud como en frecuencia, preestablecidos (ver por ejemplo Barklund et al. (2008), Lasseter (2002), Hill and Chen (2006), Van Cutsem and Vournas (1998) y sus referencias).

Aunque conceptualmente las Micro-redes son atractivas, su operación impone numerosos retos. Entre estos destacan: Es necesario desarrollar esquemas de control particulares para cada uno de los sistemas que transforman las energías no convencionales en energía eléctrica; En la estructura de estas redes se incluyen almacenadores de energía, para los cuales se requieren a su vez esquemas de control para su carga; Es imperativo



## 1. INTRODUCCIÓN

---

garantizar una operación estable y con capacidad de atender la demanda impuesta por las cargas, lo que implica el desarrollo de nuevos esquemas de despacho de energía.

Por otro lado, características de los SEPs convencionales se han establecido sobre la base de décadas de experiencia, de modo que existen modelos estándar de máquinas síncronas, gobernadores y sistemas de excitación de diferentes órdenes que se sabe que capturan los modos importantes y de interés para problemas particulares. Sin embargo, esto aún no existe en las micro-redes, por lo que se puede iniciar desarrollando modelos que capturen la dinámica completa de la micro-red para después, con la experiencia, reducirlos y seleccionarlos con el objetivo de resolver problemas específicos de las micro-redes (ver lo expuesto por Pogaku et al. (2007)).

Así, desde el punto de vista de sistemas dinámicos, el escenario arriba mencionado, considerando los requisitos impuestos, se traduce en la concepción de un sistema altamente no lineal conformado por la interconexión de sub-sistemas que por sí mismos también exhiben una naturaleza no lineal. Así, la cobertura de los objetivos de operación planteados se convierten en uno doble, es decir, el diseño de controladores locales para la electrónica de potencia que garanticen regulación de tensión y el diseño de algoritmo que permita el cálculo de valores de específicos de tensión para satisfacer el balance de potencia deseado.

El escenario descrito anteriormente se vuelve más complicado en el modo de operación aislado, ya que en contraste con el modo conectado no existe un nodo de referencia de tensión para la red y por lo tanto es responsabilidad de las estrategias de control el generar este tipo de nodos. De esta forma, se contempla la necesidad de considerar la generación de dos tipos de nodos, los de referencia mencionados y los de seguimiento, encargados principalmente de satisfacer valores prescritos de potencia. Por supuesto, esta tarea debe llevarse a cabo considerando que las Micro-redes resienten de una manera notable cambios bruscos en las condiciones de operación ya que no cuentan con unidades robustas de generación como son los generadores síncronos.

Para completar la descripción de la complejidad del problema de control en Micro-redes, es necesario decir que el problema de diseñar algoritmos para establecer el balance de potencias deseado es por sí mismo altamente complicado, pues se trata de la solución de un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales (conocidas como Flujos de Potencia en SEPs) cuya solución analítica no es posible. Como resultado de esta situación, en la actualidad esta tarea se realiza usualmente utilizando métodos numéricos con las consecuentes desventajas, se trata de estrategias implementadas fuera de línea y que proveen estimados de los valores requeridos para una determinada condición de operación.

Como una consecuencia natural a la problemática planteada, el análisis y diseño de esquemas de control para Microredes ha sido formulado en un contexto de sistemas dinámicos no lineales por la comunidad dedicada a la Teoría de Control. Bajo este enfoque diferentes resultados han sido reportados acerca del modelado de este tipo de sistemas (por ejemplo Schiffer et al. (2016), De Persis and Monshizadeh (2017)), del análisis de estabilidad de esquemas industrialmente utilizados como el Control Droop Schiffer et al. (2014), Simpson-Porco et al. (2013), del impacto que tienen retrasos en

el envío de información en la operación de la red Efimov et al. (2016), del despacho óptimo de los recursos disponibles en las fuentes de energía Stegink et al. (2017) y de la existencia de puntos de equilibrio Machado et al. (2017) entre otros temas.

De manera desafortunada, una característica común de las referencias mencionadas es la falta de inclusión de un modelo detallado de la red ya que en lo referente a los convertidores de potencia usualmente se utilizan modelos simplificados. De manera específica, se supone la existencia de un control local para estos dispositivos que permite modelar su funcionamiento de manera que la magnitud y frecuencia de las tensiones en sus terminales aparecen desacopladas, lo que implícitamente supone que el sistema opera en estado estacionario sinusoidal.

La ventaja de la visión descrita, es que es posible concentrar la atención en el estudio de la red en el efecto de controladores tipo Droop encargados de suministrar las referencias de tensión para garantizar un determinado balance de potencia, pero su desventaja radica en el hecho de que elimina la posibilidad de analizar y estudiar el efecto de la operación de los convertidores de potencia, situación que, como se mencionó arriba, puede tener un impacto notorio en la operación de la Microred, como lo indica Han et al. (2016a).

## 1.1. Formulación del problema

Bajo las condiciones descritas anteriormente, el objetivo de este trabajo de tesis es doble:

- Considerar un esquema de control desarrollado bajo argumentos de la Teoría de Pasividad para garantizar la regulación de tensión en las terminales de las fuentes distribuidas y establecer de manera formal sus propiedades de estabilidad, y
- Resolver el problema de generación de referencias de tensión que cumplan con un balance de potencia prescrito resolviendo las ecuaciones algebraicas no lineales de manera dinámica, es decir, proponer una ecuación diferencial (no lineal) cuya solución converja a la solución de las ecuaciones algebraicas.

Para la cobertura del objetivo planteado se tomó como base el esquema de control reportado por Avila-Becerril et al. (2018) cuya estructura considera la necesidad de generar tanto nodos de referencia como de seguimiento en una Microred genérica. Este esquema fue desarrollado bajo argumentos energéticos usando un modelo del sistema del tipo Hamiltoniano controlado por puerto (PCH por sus siglas en inglés) Fiaz et al. (2013), van der Schaft and Maschke (2010), y aplicando la metodología de diseño de controladores conocida como Control Basado en Pasividad (PBC por sus siglas en inglés) garantizando que el estado del sistema, dado en términos de corrientes y tensiones, alcanza valores de referencia.

La red considerada está compuesta por un conjunto de convertidores de potencia interconectados con un conjunto de cargas por medio de líneas de transmisión. Se

asumió que algunas de estas fuentes establecen nodos de referencia mientras que el resto constituyen nodos de seguimiento. En este contexto, imponiendo un valor apropiado a las tensiones de los nodos se garantiza la regulación de tensión mientras que para el resto de las fuentes se impuso un valor determinado de la corriente para alcanzar el seguimiento de potencia.

Para el problema de solución de las ecuaciones algebraicas no lineales de potencia, se utilizó un esquema reportado por Machado et al. (2017) el cual, después de lograr una representación apropiada del mapeo que existe entre la tensión y la corriente de las cargas, permite el establecimiento de un conjunto de ecuaciones diferenciales que cumplen con el segundo de los objetivos planteados.

Respecto a las propiedades del esquema propuesto, es formalmente probado que, utilizando únicamente mediciones locales para cada esquema de control de los convertidores, el sistema completo en lazo cerrado es Globalmente Asintóticamente Estable respecto a los valores prescritos de tensión y corriente, siempre y cuando las cargas satisfagan algunas propiedades de pasividad y que la potencia demandada por las cargas corresponda a un comportamiento alcanzable por las fuentes de energía. La utilidad del esquema se verificó por medio de simulaciones numéricas.

### 1.2. Organización de la tesis

El trabajo de tesis está organizado de la siguiente manera:

El Capítulo 1 es introductorio y se presenta el estado del arte, así como la formulación del problema. El Capítulo 2 está dedicado a los preliminares y antecedentes necesarios para esta tesis. En el Capítulo 3 se presenta el modelo considerado para la Microred. El diseño del esquema de control para cada uno de los convertidores de potencia junto con el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado está contenido en el Capítulo 4; en este mismo capítulo se presenta el diseño de la ecuación diferencial que resuelve las ecuaciones algebraicas de potencia. El documento se finaliza con algunas conclusiones contenidas en el Capítulo 5.

# Preliminares

---

En este capítulo se introduce la notación utilizada durante el resto de la tesis y algunos antecedentes necesarios para el desarrollo de la tesis. Se presentan conceptos fundamentales en el área de los sistemas Hamiltonianos Controlados por puerto y teoría básica de Sistemas Eléctricos de Potencia.

## 2.1. Notación y Acrónimos

### Acrónimos frecuentes

AC	Corriente Alterna
DC	Corriente Directa
DG	Generación Distribuida
GAS	Estabilidad Asintótica Global
LCK	Ley de Corrientes de Kirchhoff
LVK	Ley de Voltajes de Kirchhoff
PCH	Sistemas Hamiltonianos Controlados por Puerto
PBC	Control Basado en Pasividad
PI	Control Proporcional Integral
VSI	Inversor por fuente de voltaje
CSI	Inversor por fuente de corriente
SEP	Sistema Eléctrico de Potencia

### Símbolos matemáticos más usados

$\mathbb{R}$	Campo de los números reales
$Re(z)$	Parte real del número complejo $z = a + bi$
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Espacio de matrices con $n$ renglones y $m$ columnas
$A^*$	Transpuesta conjugada de la matriz $A$
$\mathbf{1}_p$	Vector columna lleno de unos de orden $p$
$\mathbf{0}_{m \times n}$	Matriz llena de ceros de $m \times n$
$t$	Tiempo, $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$

## 2.2. Teoría de Grafos

La Teoría de Grafos es una herramienta natural para representar las interacciones entre los elementos de un sistema o de una red. A continuación se presentan algunas definiciones las cuales fueron tomadas de lo presentado por Ren and Cao (2010) y Bollobás (1998).

Un *grafo*  $G$  es un par ordenado de conjuntos disjuntos  $(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ , donde  $\mathcal{V}(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  es el conjunto finito de *nodos*, mientras que el conjunto finito de *bordes*  $\mathcal{E}(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_b\}$  es un subconjunto del conjunto  $\mathcal{V}^2$  de parejas de  $\mathcal{V}$ .

El borde  $(i, j)$  en el conjunto  $\mathcal{E}$  de un grafo dirigido denota que el nodo  $j$  puede obtener información del nodo  $i$ , pero no necesariamente viceversa; en este caso, al nodo  $i$  se le conoce como el *nodo padre* y al  $j$ , como el *nodo hijo*. En este trabajo los auto-bordes  $(i, i)$  no son permitidos. Además si un borde  $(i, j) \in \mathcal{E}$ , entonces se dice que el nodo  $i$  es *vecino* del nodo  $j$  o bien que son nodos *adyacentes*. Al conjunto de vecinos de un nodo  $i$ , o adyacentes al nodo  $i$ , se le denota como  $\mathcal{N}_i$ . En contraste con un grafo dirigido, en un *grafo no-dirigido* las parejas de nodos no están ordenados, en este caso, el borde  $(i, j)$  indica que los nodos pueden obtener información uno del otro. Así mismo, un *grafo ponderado* asocia un peso a cada borde en el grafo. Una *trayectoria dirigida* es una secuencia de bordes en un grafo dirigido de la forma  $(e_1, e_2), (e_2, e_3) \dots$ . Un grafo dirigido está *fuertemente conectado* si existe una trayectoria dirigida desde cada nodo a todos los demás nodos.

Un *ciclo* o *lazo*, es una secuencia de nodos y bordes  $v_0 v_1 \dots v_k$  tal que  $k \geq 3$ ,  $v_0 = v_k$  y los nodos  $v_i$ ,  $0 < i < k$ , son distintos entre sí y entre  $v_0$ . Esto es, cada nodo en un lazo tiene grado dos. Un *conjunto de lazo* o *loopset* es el conjunto de nodos y bordes en un lazo. Un *conjunto de corte* o *cutset* es un conjunto de bordes de un grafo conectado tal que al cortar estos bordes se separa al grafo en dos grafos conectados. Si cualquier borde del cutset se omite, el grafo debe permanecer conectado. Si todos los bordes en un cutset son incidentes a un nodo, el nodo es llamado *cutset de nodo*.

Un *árbol* es un subgrafo conectado que contiene todos los nodos del grafo pero no tiene lazos, a sus elementos se les denomina *ramas*. Su complemento, formado por todos los bordes que cierran lazos con las ramas del árbol, es llamado *co-árbol* y a sus elementos se les nombra *cuerdas*. Más aún, de acuerdo al Teorema 7 de Bollobás (1998): *Un grafo de orden  $n$  es un árbol si y sólo si está conectado y tiene tamaño  $(n - 1)$ .*

### 2.2.1. Matrices Asociadas a Grafos

Esta subsección presenta la definición de ciertas matrices asociadas a los grafos, cuya estructura caracteriza completamente las interconexiones. Se definen dos matrices asociadas a las *restricciones de compatibilidad y continuidad*, respectivamente. Para esto, sea  $L$  un loop básico en  $G$  con una orientación dada, este loop puede ser identificado con un elemento  $z_L$  como

$$z_L(e_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } e_i \in \mathcal{E}(L) \text{ y } e_i \text{ está orientado en la dirección de } L, \\ -1 & \text{si } e_i \in \mathcal{E}(L) \text{ y } e_i \text{ no está orientado en la dirección de } L, \\ 0 & \text{si } e_i \notin \mathcal{E}(L) \end{cases} \quad (2.1)$$

**Definición 1.** Se define a la matriz de loopsets básicos  $B_b$  de  $(b - n + 1) \times b$  como la matriz cuyo  $i$ -ésimo renglón es el vector fundamental de lazos  $z_L(e_i)$ .

□

Similar a lo anterior, sea  $P$  un cutset básico, entonces hay un vector  $u_P$  en  $C_1(G)$  llamado *vector de cutsets básicos* asociado a esta partición:

$$u_P(e_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } e_i \in \mathcal{E}(P) \text{ y } e_i \text{ entra al cutset } P, \\ -1 & \text{si } e_i \in \mathcal{E}(P) \text{ y } e_i \text{ sale del cutset } P, \\ 0 & \text{si } e_i \notin \mathcal{E}(P) \end{cases} \quad (2.2)$$

**Definición 2.** Se define a la matriz de cutsets básicos  $C_b$  de orden  $(n - 1) \times b$  como la matriz cuyo  $i$ -ésimo renglón es el vector de cuts básicos  $u_P(e_i)$ .

Más aún, existen diferentes matrices asociadas a los espacios vectoriales mencionados anteriormente. Así, la *matriz de incidencia* de un grafo se considera la orientación de los bordes. Esta matriz  $B = B(G) = (b_{ij})$  de  $G$  induce un mapeo  $B : \mathbb{R}^b \mapsto \mathbb{R}^n$  por lo que es de  $n \times b$  y está determinada por

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } v_i \text{ es el nodo inicial del borde } e_j, \\ -1 & \text{si } v_i \text{ es el nodo terminal del borde } e_j, \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases} \quad (2.3)$$

donde se puede demostrar que el  $\text{rank}(B) = b - (b - n + 1) = n - 1$ .

## 2.3. Preliminares en Sistemas Hamiltonianos

Para Ortega et al. (2013) un sistema físico de parámetros concentrados está descrito por un conjunto de elementos almacenadores de energía, un conjunto de elementos

disipadores de energía y un conjunto de puertos, interconectados entre sí por medio de estructuras que preservan potencia.

Según Wellstead (1979), el acoplamiento energético de los sistemas puede representarse por un par de variables cuyo producto interno es la potencia transmitida en un puerto. Así, el acto de entregar energía está asociada a una variable intensiva o *de flujo* (e.g. corriente eléctrica) y a una variable extensiva o *de esfuerzo* (e.g. voltaje). De ahí que un puerto energético pueda representarse por un par de terminales con un par de variables generalizadas, flujo  $f$  y esfuerzo  $e$ , tal como se muestra en la Figura ???. En consecuencia, existen dos formas de almacenar energía, en términos del esfuerzo

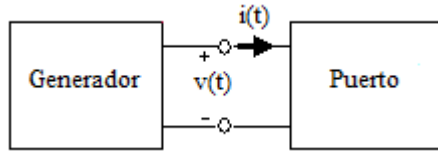


Figura 2.1: Puerto

o en términos del flujo  $y$ , dado que el almacenamiento de energía puede concebirse en términos de la integral, estos almacenamientos pueden definirse como

$$e_a = \int_0^t e \, dt \quad \text{ó} \quad e = \frac{de_a}{dt}; \quad f_a = \int_0^t f \, dt \quad \text{ó} \quad f = \frac{df_a}{dt}, \quad (2.4)$$

de manera que el comportamiento de un sistema dinámico de parámetros concentrados puede expresarse como un conjunto de ecuaciones diferenciales donde las variables de estado son los esfuerzos y flujos acumulados. Para hablar de modelado hay que distinguir tres elementos básicos en un sistema: fuentes de flujo y esfuerzo, elementos almacenadores de energía (almacenadores de flujo y de esfuerzo) y disipadores, cuyas propiedades están especificadas por sus *relaciones constitutivas*. Por ejemplo, para un elemento almacenador de flujo, la relación constitutiva expresa la acumulación de flujo como una función de la salida (esfuerzo)  $f_a = \psi(e)$ . Si se tiene un almacenador de esfuerzo, la relación constitutiva expresa la acumulación de esfuerzo como función del flujo  $e_a = \psi(f)$ . Por consiguiente, si la energía almacenada  $H_a(f_a, e_a)$  es una función conocida, entonces las variables de puerto pueden recuperarse a partir de

$$\dot{f}_a = f, \quad e = \frac{\partial H_a(f_a, e_a)}{\partial f_a} = \nabla_{f_a} H_a \quad (2.5a)$$

$$\dot{e}_a = e, \quad f = \frac{\partial H_a(f_a, e_a)}{\partial e_a} = \nabla_{e_a} H_a \quad (2.5b)$$

Algo semejante ocurre con los elementos disipadores, donde la relación constitutiva toma la forma

$$e = \psi(f) \quad (2.6)$$

y la potencia  $e^T f \leq 0$ . En el caso lineal, la relación (2.6) se vuelve  $e = Rf$ , con  $R$  una matriz diagonal con los valores de los disipadores.

Ahora bien, de manera particular, hay dos formas en las que pueden ser conectados los elementos de un puerto, en serie o en paralelo. Cada caso induce un conjunto de restricciones relacionadas con las variables de flujo y esfuerzo. Estas restricciones son llamadas restricciones de *compatibilidad* y *continuidad*. La de compatibilidad demanda que si un conjunto de puertos son conectados de manera que formen una trayectoria cerrada o lazo, entonces la suma de los esfuerzos alrededor del lazo es cero. La restricción complementaria requiere que la suma de todos los flujos en una terminal común sea cero. Estas restricciones pueden ser expresadas en un marco generalizado por medio de la teoría de grafos. Esto es,

$$C_b f = 0 \quad ; \quad B_b e = 0 \tag{2.7}$$

donde  $f \in \mathbb{R}^b$  y  $e \in \mathbb{R}^b$  son vectores de flujo y esfuerzo de borde, y  $C_b \in \mathbb{R}^{n-1 \times b}$ ,  $B_b \in \mathbb{R}^{b-n+1 \times b}$  son las matrices cutsets y loopsets básicos, respectivamente. Así, mientras las ecuaciones (3.1) definen la topología de la interconexión, (2.5) y (2.6) establecen la dinámica.

### 2.3.1. Pasividad

En la teoría de circuitos los elementos que no generan su propia energía son llamados pasivos Desoer and Kuh (1969). Los sistemas pasivos son una clase de sistemas dinámicos en los que la energía intercambiada con el ambiente tiene un rol principal. En los sistemas pasivos, la tasa de variación de la energía que fluye hacia el circuito es no menor que el incremento en la energía almacenada, es decir, un sistema pasivo no puede almacenar más energía de la que le es provista desde el exterior.

El concepto de pasividad está relacionado tanto con la física del sistema como con las propiedades de estabilidad Khalil and Grizzle (2002), Ortega et al. (2013). Así, si se toma la retro-alimentación negativa como un proceso de intercambio energético, se puede mostrar que la pasividad es invariante respecto a esta interconexión. En este sentido, los sistemas pasivos son fáciles de controlar con una simple retroalimentación de la salida pasiva.

Así, las nociones de pasividad están asociadas a sistemas con la propiedad de que su energía puede ser incrementada sólo a través del suministro desde una fuente externa. En principio, esta propiedad es independiente de cualquier norma, sin embargo, requiere de una dualidad entre el espacio de entradas y el de salidas.

Considere el espacio vectorial lineal de entradas  $U$  con dimensión  $m$  y permita que el espacio de salidas sea su espacio dual  $Y = U^*$  formado por las funciones lineales en  $U$ . Denote el producto interno por

$$\langle y|u \rangle \tag{2.8}$$

con estas consideraciones es posible presentar la definición de pasividad.



**Definición 3** (Van der Schaft (1999), Definición 2.2.1). Sea  $G : L(U) \rightarrow L(U^*)$ , el mapeo  $G$  es pasivo si existe alguna constante positiva  $\beta$  tal que

$$\int_0^T \langle y(t)|u(t) \rangle dt \geq -\beta, \quad \forall u \in L(U), \forall T \geq 0 \quad (2.9)$$

donde se ha asumido que el lado derecho de la integral está bien definido.

Observe también que si se considera un sistema dinámico  $\Sigma$  en el espacio de estados, con  $u$  como vector de entradas y  $y$  el vector de salidas, para el cual se define la potencia como el producto de la entrada por la salida  $u^T y$  y su función de energía asociada  $V(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , positiva semi-definida y continuamente diferenciable, se dice que el sistema  $\Sigma$  es pasivo, si

$$W(x(\tau)) - W(x(0)) \leq \int_0^\tau u^T y dt, \quad (2.10)$$

lo cual implica que la potencia que fluye en el sistema es mayor o igual al cambio de energía almacenada en el mismo para toda  $u$  y para todo  $T > 0$ . Esta ecuación de pasividad se puede re-interpretar como:

$$[\text{Energía almacenada}] - [\text{Energía inicial almacenada}] \leq [\text{Energía suministrada}]$$

Observe que si la ecuación de pasividad (2.10) también puede ser expresada en su forma diferencial, para esto,

$$\begin{aligned} W(x(\tau)) &\leq W(x(0)) + \int_0^\tau u^T y dt \\ \dot{W}(x) &\leq u^T y \end{aligned}$$

En este caso, note que si  $u = 0$  ó  $y = 0$ , entonces

$$\dot{W}(x) \leq 0$$

lo cual indica que el sistema, con entrada cero, es estable y que en un sistema pasivo las trayectorias tenderán naturalmente (con entrada cero) al punto de mínima energía. La rapidez con que estas trayectorias tenderán al punto de menor energía depende de la función de disipación  $F(u, y)$ .

Al considerar la función de disipación, la propiedad de pasividad se puede describir

como

$$W(x(\tau)) - W(x(0)) \leq \int_0^\tau u^T y dt - F(u, y)$$

$$[\text{E. almacenada}] - [\text{E. inicial almacenada}] \leq [\text{E. suministrada}] - [\text{E. disipada}]$$

Así, en la literatura Khalil and Grizzle (2002) se encuentra otra manera de definir pasividad para el sistema dinámico representado por las ecuaciones:

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{2.11a}$$

$$y = h(x, u) \tag{2.11b}$$

el cual se dice ser pasivo, si existe una función de almacenamiento de energía  $V(x)$  tal que

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x, u)$$

Más aún, se dice ser estrictamente pasivo a la salida si  $\dot{V} \leq u^T y - y^T \rho(y)$

### 2.3.2. Sistemas Hamiltonianos Controlados por Puerto

Siguiendo la definición dada por Van der Schaft (1999), la clase de sistemas Hamiltonianos Controlados por Puerto (PCH) puede describirse por

$$\dot{x} = J(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)u, \quad x \in \mathcal{X}, \quad u \in \mathbb{R}^m \tag{2.12a}$$

$$y = g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x), \quad y \in \mathbb{R}^m \tag{2.12b}$$

donde  $J(x)$  es una matriz de  $n \times n$ , asumida antisimétrica i.e.  $J(x) = -J(x)^T$ , cuyas entradas dependen suavemente de  $x$  y  $x = (x_1, \dots, x_n)$  son coordenadas locales para un subespacio de estados  $\mathcal{X}$  de dimensión  $n$ . El sistema (2.12) se define por el subespacio  $\mathcal{X}$  dotado de una terna  $(J, g, H)$ . El par  $(J(x), g(x))$ ,  $x \in \mathcal{X}$  captura la estructura de interconexión del sistema, en particular  $g(x)$  modela los *puertos* del sistema; mientras que el Hamiltoniano  $H : \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}$  define la energía almacenada. Calculando la derivada temporal del Hamiltoniano  $H$  a lo largo de las trayectorias del sistema (2.12), se encuentra una propiedad básica de estos sistemas que se refiere al balance energético

$$\frac{dH}{dt}(x(t)) = u^T(t)y(t) \tag{2.13}$$

## 2. PRELIMINARES

---

que, debido a la antisimetría de  $J(x)$ , corresponde a una estructura interna de conservación de potencia, mientras que  $u$  y  $y$  son las variables de potencia de los puertos definidos por  $g(x)$ , por lo que  $u^T y$  es la potencia externa suministrada. Por lo tanto, si  $H$  es no-negativa (o acotada por abajo) entonces el sistema Hamiltoniano (2.12) es conservativo.

La disipación de energía puede incluirse por medio de algunos puertos terminales considerando, en vez de  $g(x)u$ , el término

$$\begin{bmatrix} g(x) & g_R(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ u_R \end{bmatrix} = g(x)u + g_R(x)u_R \quad (2.14)$$

y su correspondiente salida extendida

$$\begin{bmatrix} y \\ y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) \\ g_R^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

donde  $u_R, y_R \in \mathbb{R}^{m_r}$  determinan las variables de potencia en los puertos con relaciones constitutivas disipativas

$$u_R = -F(y_R) \quad (2.16)$$

donde el mapeo  $F : \mathbb{R}^{m_r} \mapsto \mathbb{R}^{m_r}$  satisface

$$y_R^T F(y_R) \geq 0, \quad y_R \in \mathbb{R}^{m_r} \quad (2.17)$$

Es importante hacer notar que en algunos casos  $F$  se puede encontrar a partir de la llamada *función de disipación de Rayleigh* Ortega et al. (2013),  $R : \mathbb{R}^{m_r} \mapsto \mathbb{R}$  tal que

$$F(y_R) = \frac{\partial R}{\partial y_R}(y_R) \quad (2.18)$$

Dado que un sistema pasivo no puede almacenar más energía que la que se le suministra desde el exterior, donde la diferencia es la energía disipada. El siguiente balance energético muestra que el sistema (2.12) con (2.14) define un mapeo pasivo. En este caso, la ecuación (2.13) toma la forma

$$\frac{dH}{dt}(x(t)) = u^T(t)y(t) - y_R^T(t)F(y_R(t)) \quad (2.19)$$

e integrando (2.19) de  $t_0$  a  $t_1$  se puede establecer la ecuación de balance energético

$$H(x(t_1)) - H(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} y_R^T(t)F(y_R(t))dt = \int_{t_0}^{t_1} u^T(t)y(t)dt, \quad (2.20)$$

con el término  $\int_{t_0}^{t_1} y_R^T(t)F(y_R(t))dt$  no negativo representando la energía disipada en el intervalo  $[t_0, t_1]$ . Ahora observe que si  $H(x)$  está acotada por una constante  $c$  entonces el sistema es pasivo. Más aún, si  $u = 0$  de la ecuación (2.20) puede concluirse que la energía no se incrementa, por lo que el punto de equilibrio trivial del sistema no-forzado es *estable* en el sentido de Lyapunov; esta estabilidad se preserva si la salida  $y = 0$ , reflejando el hecho de que el sistema es de *fase mínima*.

Finalmente, si se considera que los elementos disipativos son lineales, esto es, que

$$u_R = -Sy_R \quad (2.21)$$

para alguna matriz  $S = S^T \geq 0$ , entonces el sistema Hamiltoniano es llamado sistema Hamiltoniano Controlado por Puerto con Disipación (PCHD por sus siglas en inglés) y puede escribirse como

$$\dot{x} = [J(x) - R(x)] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)u \quad (2.22a)$$

$$y = g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) \quad (2.22b)$$

con  $R(x) := g_R(x)Sg_R^T(x)$  simétrica positiva semidefinida. En este caso,

$$\frac{dH}{dt}(x(t)) = u^T(t)y(t) - \frac{\partial^T H}{\partial x}(x)R \frac{\partial H}{\partial x}(x) \leq u^T(t)y(t) \quad (2.23)$$

## 2.4. Preliminares en Sistemas Eléctricos de Potencia

Según Kundur et al. (1994) aunque los Sistemas Eléctricos de Potencia varíen en tamaño tienen las mismas características, esto es, están formados por tres subsistemas: generación, transmisión y distribución. La función de un SEP es convertir energía de una de las formas naturalmente disponibles a la forma eléctrica y transportarla hasta los puntos de consumo. El SEP debe ser capaz de mantener la demanda de carga, en términos de potencia activa y reactiva y debe mantener estándares en la calidad de la energía respecto a una frecuencia y voltaje constantes.

De manera clásica, los SEP son unidireccionales y tienen una generación centralizada. Sin embargo, los avances tecnológicos en generadores pequeños, electrónica de potencia y almacenadores han acelerado la penetración de unidades de *Generación Distribuida* (DG), por ejemplo paneles solares y pequeñas turbinas de viento, que son generadores de pequeña escala, típicamente entre 3kW y 10,000kW, lo que ha originado una nueva generación de SEP llamadas *microrredes*.

### 2.4.1. Conceptos Fundamentales

Para circuitos lineales, si el interés está en la respuesta en estado senoidal, se pueden dar caracterizaciones en términos de la representación fasorial de corrientes y voltajes (para detalles sobre este tema ver por ejemplo Desoer and Kuh (1969) y sus referencias).

Considere una función senoidal de frecuencia angular  $\omega$  de la forma

$$x(t) \triangleq A_m \cos(\omega t + \phi) \quad (2.24)$$

donde las constantes reales  $A_m$ ,  $\omega$  y  $\phi$  son llamadas la amplitud, la frecuencia angular y la fase de la señal senoidal, respectivamente. La señal (2.24) está completamente caracterizada por su amplitud  $A_m$  y su fase  $\phi$ . Específicamente,  $x(t)$  en (2.24) está representada por el número complejo  $\mathbf{A} \triangleq A_m e^{j\phi}$ , llamado fasor, y de manera converso, dado el número complejo  $\mathbf{A} = A_m e^{j\phi}$  y la frecuencia angular  $\omega$ , la señal senoidal puede recuperarse como

$$x(t) = \text{Re}\{\mathbf{A}e^{j\omega t}\} \quad (2.25)$$

**Definición 4** (Desoer and Kuh (1969)). *Considere un circuito eléctrico de un puerto formado por una interconexión arbitraria de elementos lineales invariantes en el tiempo. Considere además que  $i_s$  es una señal senoidal con frecuencia angular  $\omega$ , tal que*

$$i_s(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) \quad (2.26)$$

con  $I_m$ ,  $\omega$  y  $\phi$  la amplitud, frecuencia angular y fase de la senoidal, respectivamente. La senoidal puede ser representada por el número complejo

$$\mathbf{I} \triangleq I_m e^{j\phi}, \quad (2.27)$$

donde  $I_m = |\mathbf{I}|$  es la magnitud del número complejo  $\mathbf{I}$  y  $\phi = \angle \mathbf{I}$  es la fase. Al número complejo  $\mathbf{I}$  se le conoce como fasor de la señal senoidal.

Considere ahora que la señal  $i_s(t)$  es la corriente de entrada al circuito; de manera que,

$$i_s(t) = \text{Re}\{\mathbf{I}e^{j\omega t}\} = |\mathbf{I}| \cos(\omega t + \angle \mathbf{I}) \quad (2.28)$$

y permita que la respuesta de voltaje en estado senoidal sea

$$v(t) = \text{Re}\{\mathbf{V}e^{j\omega t}\} = |\mathbf{V}| \cos(\omega t + \angle \mathbf{V}) \quad (2.29)$$

Entonces, se pueden formular las siguientes definiciones:

**Definición 5** (Desoer and Kuh (1969)). *Se define la impedancia del circuito de un puerto en la frecuencia angular  $\omega$  como la división del fasor de voltaje de salida  $\mathbf{V}$  entre el fasor de corriente de entrada  $\mathbf{I}_s$ , esto es*

$$Z(j\omega) \triangleq \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_s} \quad (2.30)$$

*Mientras que la admitancia del circuito de un puerto en la frecuencia angular  $\omega$  es la división del fasor de corriente de salida  $\mathbf{I}$  entre el fasor de voltaje de entrada  $\mathbf{V}_s$*

$$Y(j\omega) \triangleq \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}_s} \quad (2.31)$$

Bajo las definiciones anteriores es posible definir la impedancia y admitancia en términos de su parte real y su parte imaginaria como se presenta en las siguientes definiciones,

**Definición 6** (Desoer and Kuh (1969)). *Sean  $C \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ ,  $L \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  y  $\omega \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  constantes que denotan una capacitancia, una inductancia y una frecuencia, respectivamente. La reactancia de una capacitancia está definida como*

$$X_C \triangleq \frac{1}{\omega C} \quad (2.32)$$

*y la reactancia inductiva está definida como*

$$X_L \triangleq \omega L \quad (2.33)$$

**Definición 7** (Desoer and Kuh (1969)). *Sea  $R \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  y  $X \in \mathbb{R}$  constantes denotando la resistencia y la reactancia, respectivamente. Permita que la impedancia  $Z$  sea expresada como  $Z = R + jX \in \mathbb{C}$ . Para  $Z \neq 0$ , la admitancia compleja  $Y$  se define como*

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{R}{R^2 + X^2} + j \frac{X}{R^2 + X^2} \triangleq G + jB \quad (2.34)$$

Más aún, al escalar  $G$  se le llama conductancia, mientras que  $B$  es llamado susceptancia.

### 2.4.2. Flujos de Potencia

El análisis de flujo de potencias involucra el cálculo de flujos de potencia y voltajes en una red para condiciones específicas en estado estacionario; este análisis describe las interacciones entre las fuentes y las cargas. Para esto, son necesarias dos suposiciones usuales en los SEP (ver Kundur et al. (1994) y sus referencias) que serán usadas a lo largo de la tesis.

#### Suposición 1.

- La red de potencia considerada está balanceada.
- Las líneas de transmisión pueden representarse por circuitos  $\pi$  equivalentes con parámetros lineales concentrados (ver Figura 2.2).

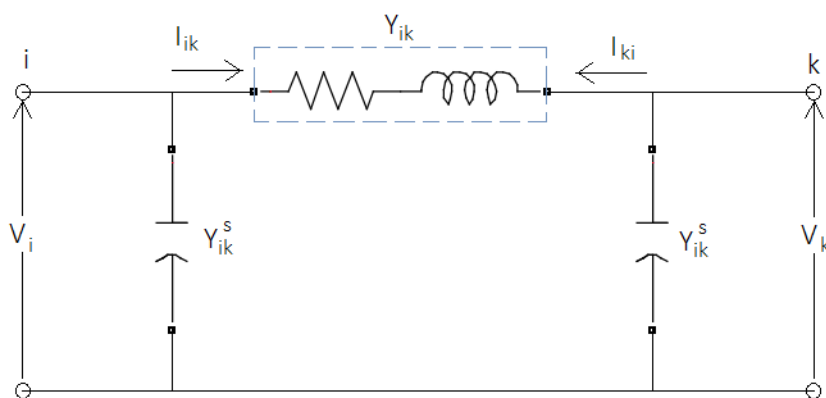


Figura 2.2: Circuito equivalente  $\pi$  de una línea de transmisión

Por un lado, la primera parte de la Suposición 1 permite la representación de una fase del sistema. Mientras que la segunda parte, posibilita el modelado de las líneas de transmisión como circuitos  $RLC$ . En general, existen diferentes unidades de generación o cargas conectadas a diferentes nodos en la red, modeladas, para fines de análisis de flujos de potencia, como inyecciones o consumos de potencia activa y reactiva.

Así, se considera que hay cuatro cantidades asociadas a cada bus o nodo: la potencia activa  $P$ , la potencia reactiva  $Q$ , la magnitud de voltaje  $V$  y el ángulo de voltaje  $\theta$ . Cada bus tiene determinadas dos de las cuatro cantidades y desde un punto de vista matemático cualesquiera de las dos cantidades pueden ser especificadas, sin embargo,

la elección se basa en aquellas variables que pueden ser controladas físicamente por un controlador (ver Acha et al. (2004)). Dependiendo de qué variables sean especificadas se distinguen diferentes tipos de buses:

1. **Bus PQ carga:** no hay generadores conectados, por lo que la potencia generada localmente es nula ( $P_G = Q_G = 0$ ), mientras que las potencias consumidas por la cargas  $P_L$  y  $Q_L$  son medidas. En estos buses las potencias activa y reactiva netas son especificadas, mientras que  $V$  y  $\theta$  se calculan.
2. **Bus PV generador:** un generador es conectado al bus, por lo que la magnitud de voltaje nodal  $V$  se mantiene en un valor constante al ajustar la corriente del generador, por lo que absorbe o genera potencia reactiva. Asimismo, la potencia activa generada  $P_G$  está fija en un valor. Las otras dos variables  $\theta$  y  $Q_G$  son calculadas. Esta operación a voltaje constante es posible mientras los límites de generación de potencia reactiva no sean violados, esto es,  $Q_{Gmin} < Q_G < Q_{Gmax}$ .
3. **Bus PQ generador:** si el generador no es capaz de proveer la potencia reactiva necesaria, entonces la potencia reactiva es fijada en el límite de violación y la magnitud de tensión es liberada. En este caso, las variables a calcular son  $V$  y  $\theta$ .
4. **Slack o bus de referencia:** Están dadas la magnitud de voltaje y el ángulo de fase. Sólo hay un nodo slack y su función es producir la potencia suficiente para las cargas o pérdidas que no son conocidas *a priori* en el cálculo de flujos de potencia.

Considere entonces una red de  $n$  nodos, las relaciones entre las corrientes y los voltajes de nodo pueden representarse en términos de la matriz de *admitancias de nodo* como

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

donde  $Y_{ii}$  es la admitancia propia i.e. la suma de todas las admitancias conectadas al nodo  $i$ ,  $Y_{ij}$  es la admitancia mutua entre el nodo  $i$  y el  $j$  y es de signo contrario a  $Y_{ii}$ ,  $V_i$  es el fasor de voltaje a tierra del nodo  $i$ , mientras que  $I_i$  es el fasor de corriente que circula dentro de la red en el nodo  $i$ .

De las Leyes de Kirchhoff en la línea de transmisión mostrada en la Figura 2.2,

$$I_{ik} = (Y_{ik} + Y_{ik}^s)V_i - Y_{ik}V_k \quad (2.36a)$$

$$I_{ki} = (Y_{ik} + Y_{ik}^s)V_k - Y_{ik}V_i \quad (2.36b)$$

donde  $Y_{ii} = Y_{ik} + Y_{ik}^s$ . Mientras que, la potencia aparente en cada nodo está determinada



## 2. PRELIMINARES

---

por la *inyección de potencia* del resto de los nodos, esto es

$$S_{ik} = P_{ik} + jQ_{ik} = V_i I_{ik}^* \quad (2.37a)$$

$$S_{ki} = P_{ki} + jQ_{ki} = V_k I_{ki}^*. \quad (2.37b)$$

Sustituyendo la expresión para las corrientes (2.36) en (2.39) y haciendo uso de la identidad de Euler, se tiene que

$$P_{ik} + jQ_{ik} = V_i^2(G_{ii} - jB_{ii}) + V_i V_k (G_{ik} - jB_{ik}) e^{j(\theta_i - \theta_k)} \quad (2.38a)$$

$$P_{ki} + jQ_{ki} = V_k^2(G_{kk} - jB_{kk}) + V_k V_i (G_{ki} - jB_{ki}) e^{j(\theta_k - \theta_i)}, \quad (2.38b)$$

con  $Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$ , en donde  $G_{ik}$  es llamada conductancia y  $B_{ik}$  susceptancia, respectivamente. Separando la parte real de la imaginaria y recordando que  $re^{j\phi} = r\cos(\phi) + jr\sin(\phi)$  se tienen las ecuaciones de flujo de potencias entre el nodo  $i$  y el  $k$  como

$$P_{ik} = V_i^2 G_{ii} - V_i V_k (G_{ik} \cos\theta_{ik} + B_{ik} \sin\theta_{ik}) \quad (2.39a)$$

$$Q_{ik} = -V_i^2 B_{ii} - V_i V_k (G_{ik} \sin\theta_{ik} - B_{ik} \cos\theta_{ik}) \quad (2.39b)$$

donde  $\theta_{ik} \triangleq \theta_i - \theta_k$ . Así, los flujos de potencia activa y reactiva totales (inyectados o consumidos)  $P_i : \mathbb{S}^n \times \mathbb{R}_{>0}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $Q_i : \mathbb{S}^n \times \mathbb{R}_{>0}^n \rightarrow \mathbb{R}$  en el nodo  $i$  se obtienen como

$$P_i^{cal} = P_i = G_{ii} V_i^2 - \sum_{k \sim \mathcal{N}_i} V_i V_k (G_{ik} \cos\theta_{ik} + B_{ik} \sin\theta_{ik}), \quad (2.40a)$$

$$Q_i^{cal} = Q_i = -B_{ii} V_i^2 - \sum_{k \sim \mathcal{N}_i} V_i V_k (G_{ik} \sin\theta_{ik} - B_{ik} \cos\theta_{ik}), \quad (2.40b)$$

donde  $G_{ii} \triangleq \hat{G}_{ii} + \sum_{k \sim \mathcal{N}_i} G_{ik}$  y  $B_{ii} \triangleq \hat{B}_{ii} + \sum_{k \sim \mathcal{N}_i} B_{ik}$ , con  $\hat{G}_{ii} \in \mathbb{R}$  y  $\hat{B}_{ii} \in \mathbb{R}$  las conductancias y susceptancias en derivación en el nodo  $i$ , respectivamente.

Finalmente, para evaluar la operación en estado estacionario del sistema de potencia, se escriben las ecuaciones que estipulan que en un bus dado la generación, la carga y la potencia intercambiada a través de las líneas deben sumar cero, por lo que

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P_{Gi} - P_{Li} - P_i^{cal} = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_{Gi} - Q_{Li} - Q_i^{cal} = 0, \end{aligned}$$

donde los términos  $\Delta P_i$  y  $\Delta Q_i$  son los desajustes de potencia en el nodo  $i$ ,  $P_{Gi}$  y  $Q_{Gi}$  representan las potencias inyectadas por el generador en el nodo  $i$ , mientras que  $P_{Li}$  y  $Q_{Li}$  son las potencias consumidas por las cargas.

## 2.5. Micro-redes

Existen diferentes definiciones de un micro-red, en el trabajo de Chip Domínguez (2018) se hace una recopilación de definiciones y de controladores para las diferentes etapas en su esquema de control. Por ejemplo, para el Departamento de Energía (Department of Energy Office), en su más reciente informe "Summary Report: 2012 DOE Microgrid Workshop" (Junio 2013):

*Una micro-red es un grupo de cargas interconectadas y fuentes de energía distribuidas (DER distributed energy resources) con características específicas que actúan como una sola entidad controlable con respecto a la red. Una micro-red puede conectarse o desconectarse de la red, de modo tal que puede operar tanto en modo aislado como conectado.*

La microred se debe desconectar cuando ocurra una condición anormal y, al cambiar a su modo aislado, de acuerdo a Pedrasa and Spooner (2006), se enfrenta a los siguientes problemas: gestión y regulación de frecuencia y voltaje, calidad de potencia, es decir, rectificar desviaciones de frecuencia y voltaje, así como absorber potencia activa o reactiva. En general, el voltaje de estas microfuentes es acondicionado utilizando un convertidor de potencia y una de las técnicas de control más usadas para estos convertidores es el *controlador droop* (Lasseter (2002)).

En el modo aislado, las unidades DG son responsables del control de voltaje, así como del balance y despacho de potencia (ver lo reportado por Chip Domínguez (2018)), por lo que los convertidores requieren de estrategias de control específicas. Dichas unidades de generación distribuida se clasifican en *grid-forming* (también llamadas controladas por voltaje o VSI) y en *grid-following* (también llamadas controladas por corriente o control PQ). Dicha clasificación es debida al tipo de control implementado en ellas; mientras que las *grid-forming* proporcionan las referencias de voltaje y frecuencia (que usualmente corresponderían a la red de distribución tradicional), las *grid-feeding* satisfacen la potencia que demandan sus respectivas micro-redes. Información detallada de inversores *grid-forming* y *grid-feeding* puede consultarse en Schiffer et al. (2014), Vandoornt et al. (2013), Han et al. (2016b)). Las principales características de estos modos son las siguientes (ver Lopes et al. (2006), Rocabert et al. (2012) y las referencias en ellos):

1. *Grid-forming* (VSI). Estas unidades son las encargadas de reaccionar a las variaciones rápidas de las cargas dependiendo de sus índices. El inversor es controlado de tal forma que su salida de voltaje puede ser especificada por el diseñador; es decir, este inversor por fuente de voltaje (VSI por sus siglas en inglés) emula el comportamiento de una máquina sincrónica cuya magnitud  $E$  y su frecuencia  $\omega$  en la salida de voltaje pueden ser controladas mediante controladores tipo Droop. En la Figura 2.3 se muestra el control de  $E$  y  $\omega$  donde  $E^*$  y  $\omega^*$  son los valores requeridos o nominales.

Operando como fuentes de voltaje, estas unidades presentan una impedancia de

## 2. PRELIMINARES

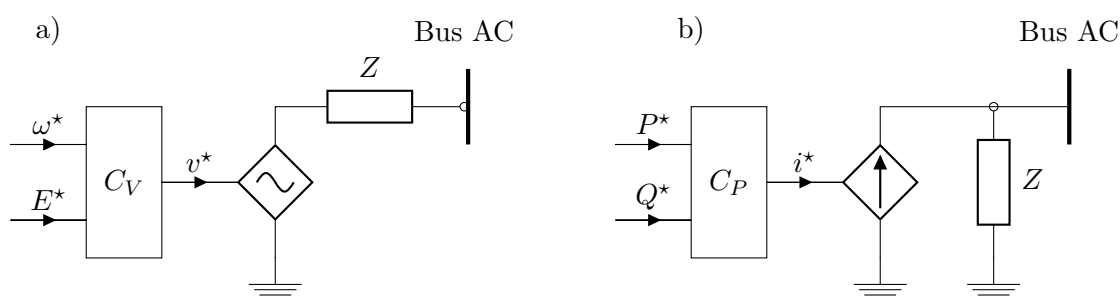
---

salida baja que hace necesario tener un sistema de sincronización muy preciso para poder operar en paralelo con otros inversores *grid-forming*. En una micro-red, el voltaje de AC generado por el inversor *grid-forming* se utiliza como una referencia para el resto de convertidores conectados a él, de manera análoga al UPS, sistema que permanece desconectado de la red principal mientras que las condiciones de operación estén dentro ciertos límites y al presentarse una falla en la red, su convertidor de potencia genera el voltaje de la red.

En aplicaciones industriales, este tipo de inversores son alimentados con fuentes de voltajes DC estables, tales como baterías o celdas de combustibles.

2. *Grid-following* (PQ). El inversor es operado como una fuente de potencia, es decir, inyecta una cantidad pre-especificada de potencia activa y reactiva a la red. Este valor está definido localmente o de manera centralizada por medio del MGCC. Así, la manera más simple de representar estos convertidores es por medio de una fuente de corriente ideal conectada en paralelo con un impedancia grande. El esquema simplificado se muestra en la Figura 2.3, donde  $P^*$  y  $Q^*$  son las referencias de potencias activa y reactiva a ser entregadas. En este modo de operación, la corriente de la fuente debe estar perfectamente sincronizada con el voltaje AC en el punto de interconexión. Asimismo, usualmente se utiliza un esquema de control en cascada con un lazo interno de control de corriente y un lazo externo de control de potencia.

Debido a su alta impedancia de salida, son adecuados para ser operados en paralelo con otros inversores *grid-following* cuando la micro-red está en modo conectado. De hecho, la mayoría de los inversores que pertenecen a un sistema de generación distribuido, como los paneles solares y pequeñas turbinas de viento, operan como *grid-following*; su operación usualmente es regulada por un controlador como el MPPT, el cual fija los valores de referencia de  $P^*$  y  $Q^*$ .



**Figura 2.3:** Representación de inversor en modo conectado a la red. a) Caso *grid-forming*. b) Caso *grid-following*

Es importante mencionar que en una red aislada, se requiere que al menos una unidad DG sea *grid-forming*, ya que de otra manera no habría referencia de voltaje de la red (como lo indican Vandoorn et al. (2013); Rocabert et al. (2012)); es decir, los

inversores *grid-feeding* no pueden operar de manera independiente en una red aislada. Así, en la llamada operación maestro-esclavo, una sola unidad opera como inversor *grid-forming*, mientras que en la multi-maestro existen múltiples inversores *grid-forming* y posiblemente se combinan con unidades *grid-following*.



# Modelado

---

En la literatura, el análisis dinámico de micro-redes aisladas se ha llevado a cabo suponiendo un inversor ideal como en Schiffer et al. (2014); Simpson-Porco et al. (2013)). Esto significa que se asume que los convertidores en lazo cerrado con un controlador interno, realizan un seguimiento perfecto, preciso y rápido de las referencias de voltaje y corriente. Por lo tanto, no tienen ningún efecto sobre la estabilidad del sistema. Esta suposición se basa en el hecho de que el ancho de banda del convertidor en lazo cerrado está muy por encima del ancho de banda de los controladores de potencia que generan las referencias de voltaje y de frecuencia Schiffer et al. (2016). Esta es una suposición relativamente segura para los inversores de baja potencia con una alta frecuencia de conmutación, pero hace que se omita una dinámica importante para los inversores grandes, donde el ancho de banda del sistema en lazo cerrado con el control interno está limitado. Asimismo, el uso de estos modelos simplificados limita la posibilidad de incluir fenómenos exhibidos por las micro-redes relacionados con la calidad de potencia y las perturbaciones durante la operación de los equipos basados en electrónica de potencia.

En el mismo sentido, en los SEPs convencionales la dinámica de la red se desprecia. La razón detrás de esto es que las constantes de tiempo de las máquinas síncronas y sus controladores son mucho más grandes que las de la red. En el caso de las microrredes, las micro-fuentes se conectan a través de inversores cuyos tiempos de respuesta son muy pequeños, como consecuencia la dinámica de la red sí influiría en la estabilidad del sistema.

Basados en lo previamente reportado por Avila-Becerril et al. (2018), en este capítulo se presenta una manera sistemática de modelar una micro-red basada en convertidores de potencia. Se presenta el modelo matemático de las componentes individuales de la microrred desde el enfoque de sistemas Hamiltonianos controlados por puerto (PCH), para posteriormente presentar un modelo general y modular de la microrred que aprovecha las propiedades de interconexión de la clase de sistemas Hamiltonianos.

Como en la micro-red existen tanto convertidores alimentados por voltaje (VSI) como alimentados por corriente (CSI), entonces se consideran tres tipos de buses: grid forming, grid-following y cargas. En particular, se asume que existen  $n_1$  convertidores

grid-forming (alimentados por voltaje),  $n_2$  cargas,  $n_3$  líneas de potencia y  $n_4$  convertidores grid-following (alimentados por corriente). En lo siguiente, los subíndices 1 y 2 se reservarán para los convertidores grid-forming, los subíndices 3 y 4 para los elementos de la red de interconexión (modelo II) y los subíndices 5 y 6 se usarán para los convertidores grid-following

### 3.1. Líneas de Potencia y Cargas

La red de interconexión está compuesta por las líneas de potencia que interconectan a los puertos de generación, esto es los convertidores de potencia, con los puertos de carga. Siguiendo la literatura de SEPs Kundur et al. (1994), las líneas de potencia pueden representarse por circuitos II equivalentes de parámetros concentrados, lo que da lugar al establecimiento de las siguientes suposiciones para el modelado:

**S.1** Cada línea de potencia es modelada por un circuito lineal  $R - L$  en serie

**S.2** Cada carga y cada puerto grid-following tiene un capacitor en derivación conectado en paralelo

De acuerdo a las suposiciones descritas, las variables dinámicas asociadas al circuito eléctrico están representadas por  $x_3$  y  $x_4$ , donde

$$x_3 = \begin{bmatrix} x_{3z} \\ x_{3s} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n_2+n_4)}$$

es el vector de voltajes en los capacitores, con  $x_{3z}$  el estado relacionado con las cargas y  $x_{3s}$  con los convertidores grid-following, mientras que  $x_4 \in \mathbb{R}^{n_3}$  es el vector de corrientes en los inductores. Cabe notar que, de acuerdo a la Suposición **S.1**, las corrientes en las resistencias de las líneas de potencia están dadas por el vector de estados  $x_4$ .

Siguiendo los lineamientos propuestos en Avila-Becerril et al. (2017) y las ideas de Teoría de Grafos Bollobás (1998) se puede obtener el modelo. Bajo las suposiciones **S.1-S.2**, la red puede ser representada por un circuito eléctrico sobre un grafo con  $n = n_1 + n_2 + n_4$  nodos y  $n_3$  bordes. Por lo tanto, existen  $n - 1$  restricciones de corriente linealmente-independientes y  $n_3 - (n - 1)$  restricciones independientes de voltaje establecidas por las leyes de Kirchhoff.

Ahora bien, si se considera un árbol del grafo y su correspondiente co-árbol, explotando los conceptos de cutsets y loopsets básicos Wellstead (1979), las restricciones de corrientes y voltajes quedan dadas por

$$\begin{bmatrix} I & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t \\ i_c \end{bmatrix} = 0; \quad \begin{bmatrix} -H^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t \\ v_c \end{bmatrix} = 0 \quad (3.1)$$

con  $i_t \in \mathbb{R}^{n-1}$  las corrientes asociadas al árbol,  $i_c \in \mathbb{R}^{n_3-(n-1)}$  las corrientes del co-árbol,

$v_t \in \mathbb{R}^{n-1}$  los voltajes de rama,  $v_c \in \mathbb{R}^{n_3-(n-1)}$  los voltajes de cuerda,  $\mathbf{I}$  una matriz identidad genérica de orden apropiado y  $H \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n_3-(n-1))}$  la *matriz Fundamental de loops*.

Desde la perspectiva de la red de interconexión, permita que los convertidores grid-forming se representen en la red como puertos con fuentes de voltaje, y que los convertidores grid-following se representen en la red como puertos con fuentes de corriente. Asumiendo que el circuito está *completo* (ver Brayton and Moser (1964)) es posible definir a las  $n_1$  fuentes de voltaje, los  $n_2 + n_4$  capacitores y las  $n_3$  resistencias en serie con los inductores como los elementos que forman al árbol, mientras que los  $n_3$  inductores, las  $n_2$  cargas y las  $n_4$  fuentes de corriente forman el co-árbol del grafo. Bajo estas condiciones, la matriz Fundamental de loops puede ser particionada como:

$$H = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & H_{1L} & \mathbf{0} \\ H_{CZ} & H_{CL} & H_{C2} \\ \mathbf{0} & -I & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

donde  $I$  y  $\mathbf{0}$  representan a la matriz identidad y una llena de ceros, respectivamente. Para el resto de las submatrices, el primer subíndice se refiere a los elementos del árbol y el segundo a los del co-árbol (el lector se refiere a Avila-Becerril et al. (2016) para detalles). En particular, y como consecuencia de las suposiciones **S.1-s.2**, las matrices  $H_{CZ}$  y  $H_{C2}$  toman la forma

$$H_{CZ}^\top = \begin{bmatrix} I_{n_2} & \vdots & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad H_{C2}^\top = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \vdots & I_{n_4} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Por otro lado, la energía almacenada total del sistema  $W_{34} : \mathbb{R}^{(n_2+n_4)} \times \mathbb{R}^{n_3} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  está dada por

$$W(x_3, x_4) = \frac{1}{2} x_3^\top C x_3 + \frac{1}{2} x_4^\top L x_4 \quad (3.4)$$

donde  $C = \text{diag}\{C_z, C_s\} = C^\top > 0$  y  $L = L^\top > 0$  son las matrices de capacitancias e inductancias, respectivamente. De esta función está claro que las variables asociadas a los elementos almacenadores de energía del circuito pueden ser obtenidos como la derivada parcial de  $W_{34}$  respecto la voltaje de los capacitores y la corriente de los inductores.

Una vez descrita la dinámica de los elementos almacenadores, se incluye en el análisis a las resistencias en serie con los inductores y a las cargas de la red. En cuanto a las resistencias de los inductores sus relaciones constitutivas están dada por

$$i_R = x_4 = R^{-1} v_R \quad (3.5)$$

donde  $R = \text{diag}\{R_i\} \in \mathbb{R}^{n_3 \times n_3}$  es una matriz de resistencias, con  $R_i$  constantes estrictamente positivas.



### 3. MODELADO

---

Por su parte, defina a  $i_z, v_z \in \mathbb{R}^{n_2}$  como las corrientes y voltajes de puerto de las cargas, por lo que el comportamiento dinámico de las cargas queda representado por

$$i_z = \psi_c^{-1}(v_z) = \psi_c^{-1}(x_{3z}), \quad (3.6)$$

donde  $\psi_c(\cdot)$  es un vector formado por funciones biyectivas posiblemente no-lineales.

Así pues, bajo las suposiciones **S1-S2** y sustituyendo las relaciones constitutivas en las restricciones algebraicas dadas por las Leyes de Kichhoff (3.1), con la matriz  $H$  descrita en (3.2) y usando (3.3), se obtiene el modelo dinámico de la red de interconexión descrita por el siguiente sistema Hamiltoniano controlado por puerto

$$P_{34}\dot{x}_{34} = [\mathbb{J}_{34} - R_{34}]x_{34} + \psi_{34} + E_{34} \quad (3.7)$$

con el estado  $x_{34} = [x_{3z}^T \ x_{3s}^T \ x_4^T]^T \in \mathbb{R}^{(n_2+n_4+n_3)}$ , las matrices de parámetros  $R_{34} = \text{diag}\{0, 0, R\}$ ,  $P_{34} = \text{diag}\{C_z, C_s, L\}$  y

$$\mathbb{J}_{34} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -H_{C_z L} \\ 0 & 0 & -H_{C_s L} \\ H_{C_z L}^\top & H_{C_s L}^\top & 0 \end{bmatrix}; E_{34} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_2 \\ H_{1L}^\top e_1 \end{bmatrix}; \psi_{34} = \begin{bmatrix} -i_z \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

con  $\mathbb{J}_{34} = -\mathbb{J}_{34}^\top$ . El modelo (3.7) está sujeto a las restricciones algebraicas

$$-f_1 = -H_{1L}x_4 \quad (3.8)$$

$$e_2 = x_{3s} \quad (3.9)$$

$$v_z = x_{3z} \quad (3.10)$$

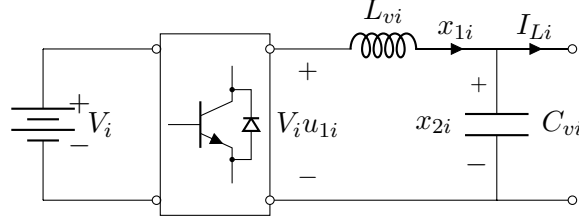
donde  $f_1, e_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$  y  $f_2, e_2 \in \mathbb{R}^{n_4}$  son las corrientes y voltajes de las fuentes de voltaje y corriente, respectivamente.

## 3.2. Convertidores de Potencia

Las DG están interconectadas con la red por medio de convertidores de potencia; estos convertidores tienen la función de acondicionar las energías generadas, por lo que es natural asumir que cada DG está provista de un convertidor. De acuerdo a la literatura de micro-redes Schiffer et al. (2016), Han et al. (2016a) en general se reportan dos condiciones generales que incluyen fenómenos producidos por diferentes unidades de generación. En este sentido, se considera que algunas DERs tienen una salida de voltaje (grid-forming) y que el resto provee una salida de corriente (grid-following).

Considere que el conjunto de  $n_1$  convertidores grid-forming tiene asociado un filtro  $L_v$ - $C_v$  de segundo orden que extrae la frecuencia fundamental de la salida de voltaje. La

Figura 3.1 muestra la topología considerada para el  $i$ -ésimo convertidor grid forming. Así, estos convertidores pueden representarse por una forma Hamiltoniana con energía



**Figura 3.1:** Esquema del convertidor grid forming

almacenada  $W_1 : \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  dada por

$$W_1(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1^\top L_v x_1 + \frac{1}{2}x_2^\top C_v x_2, \quad (3.11)$$

donde  $x_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$  y  $x_2 \in \mathbb{R}^{n_1}$  son los vectores de corrientes y voltajes en los elementos del filtro, respectivamente, y  $L_v = L_v^\top > 0$  y  $C_v = C_v^\top > 0$  son matrices de inductancias y capacitancias. La dinámica de los  $n_1$  convertidores grid-forming en su forma vectorial puede expresarse como

$$P_{12}\dot{x}_{12} = (\mathbb{J}_{12} - R_{12})x_{12} + \begin{bmatrix} V u_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ I_L \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

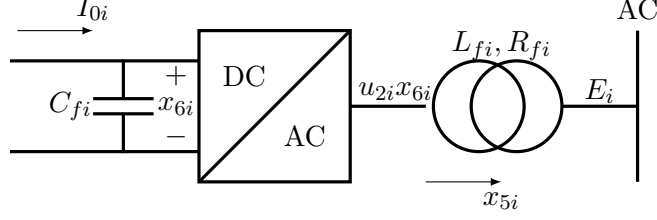
con el estado  $x_{12} = [x_1^\top \ x_2^\top]^\top \in \mathbb{R}^{2n_1}$ , las pérdidas en los capacitores  $R_{12} = \text{diag}\{0, r^{-1}\}$ ,  $r^{-1} = \text{diag}\{r_1^{-1}, \dots, r_{n_1}^{-1}\}$ , y la matriz de parámetros  $P_{12} = \text{diag}\{L_v, C_v\}$ ,

$$\mathbb{J}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} = -\mathbb{J}_{12}^\top \in \mathbb{R}^{2n_1 \times 2n_1},$$

$u_1 = \text{col}(u_{1i}) \in \mathbb{R}^{n_1}$ , donde  $u_{1i}$  representa a la señal de control PWM para cada convertidor y  $V = \text{diag}\{V_i\} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$  es la matriz de fuentes de voltaje constante  $V_i > 0$  proveniente de las micro-fuentes de DC.

Respecto al conjunto de  $n_4$  convertidores de potencia grid-following, la estructura asumida está dada por un capacitor  $C_f$  conectado en paralelo con la fuente de corriente, un dispositivo de conmutación con entrada de control  $u_2$  y un inductor de enlace  $L_f$ , como se muestra en la Figura 3.2 para el  $i$ -ésimo convertidor. Por lo que, en este caso, la función de energía asociada toma la forma

$$W_2(x_5, x_6) = \frac{1}{2}x_5^\top L_f x_5 + \frac{1}{2}x_6^\top C_f x_6, \quad (3.13)$$



**Figura 3.2:** Esquema general del convertidor grid following

con el vector de corrientes en los inductores  $x_5 \in \mathbb{R}^{n_4}$  y  $x_6 \in \mathbb{R}^{n_4}$  el vector de voltajes en los capacitores. Por lo que, definiendo a la matriz de parámetros  $P_{56} = \text{diag}\{L_f, C_f\}$ , donde a su vez  $L_f = L_f^T > 0$ ,  $C_f = C_f^T > 0$  son las matrices de inductancias y capacitancias, respectivamente, entonces la dinámica de los  $n_4$  convertidores de potencia está representado por el sistema PCH

$$P_{56}\dot{x}_{56} = [\mathbb{J}_{56}(U_2) - R_{56}]x_{56} + \epsilon \quad (3.14)$$

con el estado  $x_{56} = [x_5^T \quad x_6^T]^T \in \mathbb{R}^{2n_4}$  y las matrices

$$\mathbb{J}_{56}(U_2) = \begin{bmatrix} 0 & U_2 \\ -U_2 & 0 \end{bmatrix} = -\mathbb{J}_{56}^T \in \mathbb{R}^{2n_4 \times 2n_4}; \quad \epsilon = \begin{bmatrix} -E \\ I_0 \end{bmatrix},$$

con  $U_2 = \text{diag}\{u_{21}, \dots, u_{2n_4}\}$ ,  $R_{56} = \text{diag}\{R_f, r_f^{-1}\}$  y  $R_f = \text{diag}\{R_{f1}, \dots, R_{fn_4}\}$ ,  $r_f^{-1} = \text{diag}\{r_{f1}^{-1}, \dots, r_{fn_4}^{-1}\}$  las pérdidas en los inductores y capacitores. El vector  $E = \text{col}\{E_i\} \in \mathbb{R}^{n_4}$  está compuesto por los voltajes de puerto  $E_i \in \mathbb{R}$  de la red donde este tipo de convertidores es concetado y el vector  $I_0 = \text{col}\{I_{0i}\} \in \mathbb{R}^{n_4}$  es el vector de corrientes constantes  $I_{0i} > 0$  provenientes de las DERs.

En este punto es importante notar que una de las dificultades que aparecen en el diseño de controladores es que la señal de control aparece como dentro de la matriz antisimétrica  $\mathbb{J}_{56}$ ; sin embargo, este modelo posee algunas propiedades que permiten lidiar con el diseño del controlador (ver por ejemplo Cisneros et al. (2015)). Estas propiedades se anuncian a continuación:

**P.1** Bajo definiciones adecuadas de  $J_i$ , la matriz  $\mathbb{J}_{56}$  satisface

$$\mathbb{J}_{56} = J_1 u_{21} + \dots + J_{n_4} u_{2n_4} \quad (3.15)$$

Tomando en cuenta la propiedad (3.15), el modelo (3.14) también puede ser escrito como

$$P_{56}\dot{x}_{56} = -R_{56}x_{56} + G_2(x_{56})u_2 + \epsilon \quad (3.16)$$

con la entrada de control  $u_2 = \text{col} \{u_{2i}\}$  y la matriz  $G_2(x_{56}) \in \mathbb{R}^{2n_4 \times n_4}$  definida como

$$G_2(x_{56}) := \begin{bmatrix} J_1 x_{56} & \vdots & \cdots & \vdots & J_{n_4} x_{56} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

*Nota 1.* Los modelos presentados para los convertidores son conocidos como *modelos promedio* e involucran un procedimiento de modelado formal basado en la suposición de que los interruptores conmutan a frecuencias muy altas. La operación de los IGBTs de los inversores ocurre típicamente a muy altas frecuencias (2-20kHz) comparadas con la frecuencia de la red (45-65Hz), lo anterior justifica el modelo promedio continuo propuesto para el inversor.

*Nota 2.* Es importante remarcar que estas estructuras de convertidor se incluye con fines ilustrativos; sin embargo, se eligió esta representación porque las topologías de convertidores de potencia comúnmente usadas en la práctica admiten una representación Hamiltoniana (Noriega-Pineda et al. (2010); Pérez et al. (2008)) sin importar la estructura del arreglo de conmutación ni si los elementos pasivos son lineales o no-lineales.

### 3.3. Modelo Hamiltoniano de la Micro-red

Para obtener el modelo completo de la micro-red en lazo abierto, se toman las ecuaciones (3.14) y (3.12) para los convertidores de potencia y el modelo de las líneas y cargas dado por la ecuación (3.7). En este modelo de líneas y cargas se debe hacer una elección adecuada de los puertos, la cual equivale a reemplazar en (3.7) las fuentes de voltaje (con vectores de voltajes  $e_1$  y corrientes  $f_1$ ) por la salida de voltaje de los convertidores grid forming; al mismo tiempo que se reemplaza a las variables de las fuentes de corriente (con vectores de voltajes  $e_2$  y corrientes  $f_2$ ) por la salida de los convertidores grid following. Una ilustración de la conexión de los puertos es la que se muestra en la Figura 3.3 y equivale a las siguientes igualdades:

$$f_1 = -I_L = -H_{1L}x_4, \quad (3.18a)$$

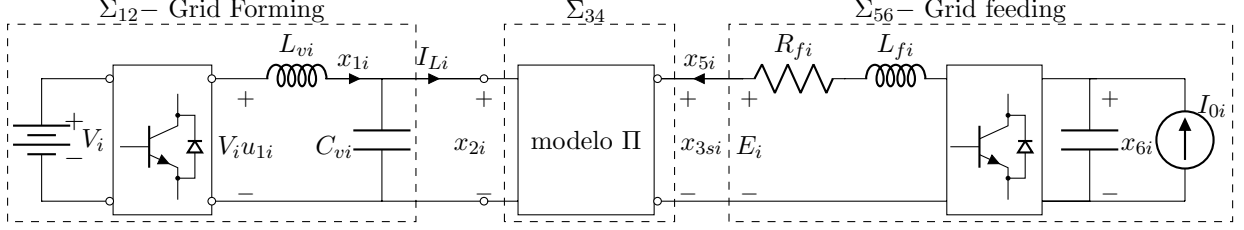
$$e_1 = x_2, \quad (3.18b)$$

$$e_2 = E = x_{3s}, \quad (3.18c)$$

$$f_2 = x_5 \quad (3.18d)$$

### 3. MODELADO

Se define a  $x = [x_1^T \ x_2^T \ x_{3z}^T \ x_{3s}^T \ x_4^T \ x_5^T \ x_6^T]^T \in \mathbb{R}^n$  como el estado completo



**Figura 3.3:** Esquema general de interconexión

de la micro-red, con  $n = 2n_1 + n_2 + n_3 + 3n_4$  y la energía total asociada al sistema

$$W_T(x) = x^\top P x, \quad (3.19)$$

con la matriz de parámetros  $P = \text{diag}\{P_{12}, P_{34}, P_{56}\} = P^\top > 0$ . La elección de puertos (3.18) y la concatenación de los tres subsistemas Hamiltonianos que forman a la microred lleva al sistema completo

$$P\dot{x} = [\mathbb{J}_T(U_2) - \mathbb{R}_T] x + \mathbb{V}u_1 + \mathbb{I}_0 - \Psi_{34}(x_{3z}) \quad (3.20)$$

con  $\mathbb{R}_T = \text{diag}\{0, r^{-1}, 0, 0, R, R_f, r_f^{-1}\}$  y las siguientes matrices de dimensiones adecuadas

$$\mathbb{J}_T = \begin{bmatrix} 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & -H_{1L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -H_{C_zL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -H_{C_sL} & I & 0 \\ 0 & H_{1L}^\top & H_{C_zL}^\top & H_{C_sL}^\top & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & U_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -U_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{V} = \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{I}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_0 \end{bmatrix}, \quad \Psi_{34}(x_{3z}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\psi_c^{-1}(x_{3z}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Más aún, bajo la Propiedad **P.1**, queda claro que el modelo completo (3.20) puede

ser equivalentemente rescrito como el siguiente sistema Hamiltoniano afín a la entrada

$$P\dot{x} = (\mathbb{J}_0 - \mathbb{R}_T)x + \mathbb{G}_T(x_{56})u + \mathbb{I}_0 - \Psi_{34}(x_{3z}), \quad (3.21)$$

con el vector de control  $u = [ u_1^\top \quad u_2^\top ] \in \mathbb{R}^{n_1+n_4}$  y

$$\mathbb{G}_T(x_{56}) := \begin{bmatrix} \mathbb{V}_1 & \vdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \vdots & G_2(x_{56}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{V} & \vdots & \mathbb{G}_2(x_{56}) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

donde  $\mathbb{G}_T(x_{56}) \in \mathbb{R}^{n \times (n_1+n_4)}$ ,  $\mathbb{V}_1 = \text{col}\{ V \ 0 \ 0 \ 0 \}$  y  $G_2(x_{56})$  están definidas en (3.17).

*Nota 3.* Uno de los retos que es necesario considerar como trabajo futuro está relacionado con las fuentes de voltaje constantes  $V_i$ ,  $I_{0i}$  del modelo de los inversores. En un escenario más realista, estos voltajes o corrientes deben ser entregados por una unidad de generación distribuida, por lo que deben tener asociados otro sistema dinámico, en principio otro sistema Hamiltoniano.



# Estabilización de la Micro-red

---

En este capítulo se presenta una estrategia de control local para los convertidores que forman a la micro-red (3.20) presentada. Este esquema resuelve un problema de seguimiento de voltaje y de corriente para los convertidores. La primer contribución de la esta tesis es el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado. En este mismo capítulo se presenta, como segunda contribución, el análisis del estado estacionario y finalmente se propone, como tercer contribución, hacer uso de resultados reportados en la literatura para calcular las referencias por medio de la solución dinámica de los flujos de potencia de la red.

## 4.1. Diseño del Controlador

El problema de estabilización en un primer nivel involucra un lazo de control interno en los convertidores que garantice un seguimiento de voltaje y/o corriente en su puerto de salida. Para esto, se recupera una estrategia de control, previamente reportada en la literatura (ver por ejemplo Cisneros et al. (2015) y Avila-Becerril et al. (2018)) la cual para cada convertidor de potencia resuelve un problema de seguimiento bajo las siguientes suposiciones:

**S.3** Las corrientes  $I_L$  entregadas a las líneas de potencia representadas en la ecuación (3.18a) y el vector de voltaje  $E$ , en la ecuación (3.18c) que muestra el voltaje de salida hacia las líneas, son medidos.

La suposición **S.3** implica que sólo las variables de puerto de salida de los convertidores deben estar disponibles para su medición, lo cual es usual, pero es una primer diferencia con lo reportado por Avila-Becerril et al. (2018) y marca una primer extensión.

En este punto es importante reconocer que, bajo una operación adecuada de la micro-red, la satisfacción de la potencia demandada por las cargas se garantiza si las variables asociadas con las fuentes  $x_{12}$  y  $x_{56}$  alcanzan valores pre-establecidos, mientras que los estados asociados a las líneas de potencia  $x_{34}$  se les permite evolucionar de manera libre, puesto que si se tiene un balance de potencia, entonces las variables de



líneas convergirán a un valor compatible. Con esta última condición en mente, el primer paso en el diseño del controlador es identificar el comportamiento dinámico que la red es capaz de alcanzar. El establecimiento de esta condición de operación deseada se discutirá a detalle más adelante, sin embargo, debe satisfacer el modelo del sistema por lo que está restringida. Su caracterización está dada por las *trayectorias admisibles del sistema*, las cuales son solución de las ecuaciones diferenciales dadas por

$$P_{12}\dot{x}_{12}^* = (\mathbb{J}_{12} - R_{12})x_{12}^* + \begin{bmatrix} Vu_1^* \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ I_L \end{bmatrix} \quad (4.1a)$$

$$P_{56}\dot{x}_{56}^* = -R_{56}x_{56}^* + G_2^*(x_{56}^*)u_2^* + \begin{bmatrix} -E \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (4.1b)$$

con  $u_1^*$  y  $u_2^*$  las entradas de control que generan el estado admisible  $x_{12}^*$  y  $x_{56}^*$ , respectivamente. Estas ecuaciones son obtenidas por medio de una copia directa del sistema (3.20), considerando que las variables  $x_{34}$  son señales externas conocidas (medidas).

Ahora bien, como el objetivo del esquema de control es que las trayectorias de los convertidores alcancen el descrito por las ecuaciones (4.1), es natural definir y analizar la variable de error

$$\tilde{x}_i = x_i - x_i^* \quad (4.2)$$

con  $i = 12, 56$ . Con esto, la dinámica del error toma la forma

$$P_{12}\dot{\tilde{x}}_{12} = (\mathbb{J}_{12} - R_{12})\tilde{x}_{12} + \begin{bmatrix} V\tilde{u}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.3a)$$

$$P_{56}\dot{\tilde{x}}_{56} = (\mathbb{J}_{56}(U_2) - R_{56})\tilde{x}_{56} + G_2(x_{56}^*)\tilde{u}_2 \quad (4.3b)$$

donde el lado derecho de la ecuación (4.3b) se obtiene usando la Propiedad **P.1**.

A continuación se presenta la primera parte de la contribución de la tesis, la cual es la propuesta de controladores locales para la micro-red y está dada en la siguiente proposición:

**Proposición 1.** *Considere el modelo de la micro-red dado por la ecuación (3.20), bajo las suposiciones **S.1-S.3**. Adicionalmente, asuma que:*

**A.3** *Las corrientes  $x_1$ ,  $x_5$  y los voltajes  $x_6$  están disponibles para medición.*

**A.4** *Los parámetros de los convertidores grid forming  $P_{12}$  y grid following  $P_{56}$  son conocidos.*

**A.5** *Los voltajes deseados  $x_2^*$  y las corrientes deseadas  $x_5^*$  son funciones conocidas, acotadas con segunda derivada acotada.*

**A.6** Las variables de puerto de las cargas satisfacen la siguiente condición de pasividad:

$$x_{3z}^T \psi_c^{-1}(x_{3z}) \geq 0$$

Bajo estas condiciones, los esquemas de control

$$u_1 = -V^{-1}K_{p1}\tilde{x}_1 + u_1^* \quad (4.4a)$$

$$u_2 = -K_{p2}y_2 + u_2^* \quad (4.4b)$$

con la salida pasiva  $y_2 := G_2^\top(x_{56}^*)\tilde{x}_{56}$ , las matrices positivas definidas de ganancias  $K_{p1}, K_{p2}$  y algunas variables  $u_1^*, u_2^*$  que satisfagan las trayectorias admisibles dadas por (4.1) para una  $x^*$ , logran que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_{12} = 0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_{56} = 0$$

garantizando estabilidad interna

*Prueba.* La prueba está basada en argumentos en cascada (ver ?). Para mostrar que el sistema tiene estructura en cascada, primero note que el sistema (4.3) en lazo cerrado con los controladores (4.4) puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} P_{12}\dot{\tilde{x}}_{12} \\ P_{56}\dot{\tilde{x}}_{56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{J}_{12} - \bar{R}_{12} & 0 \\ 0 & \mathbb{J}_{56}(U_2) - \bar{R}_{56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{12} \\ \tilde{x}_{56} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ G_2(x_{56}^*)K_{p2}y_2 \end{bmatrix}$$

con la matriz positiva definida  $\bar{R}_{12} = \text{diag}\{K_{p1}, r^{-1}\} = \bar{R}_{12}^T > 0$ . Ahora, para escribir a la expresión (4.5) de forma compacta, defina la variable auxiliar  $\zeta = [\tilde{x}_{12}^T \ \tilde{x}_{56}^T]^T$ , tal que, en términos de la nueva variable, el sistema en lazo cerrado queda dado por

$$\bar{P}\dot{\zeta} = (\bar{J}(U_2) - \bar{R})\zeta - \begin{bmatrix} 0 \\ G_2(x_{56}^*)K_{p2}y_2 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

con las matrices de parámetros  $\bar{P} = \text{diag}\{P_{12}, P_{56}\}$ ,  $\bar{R} = \text{diag}\{\bar{R}_{12}, \bar{R}_{56}\} = \bar{R}^T > 0$  y  $\bar{J} = \text{diag}\{\mathbb{J}_{12}, \mathbb{J}_{56}(U_2)\} = -\bar{J}^T$ .

Como segundo punto, observe que la dinámica de la red dada por (3.7), bajo las

interconexiones de puerto (3.18b) y (3.18d) toma la forma:

$$P_{34}\dot{x}_{34} = [\mathbb{J}_{34} - R_{34}]x_{34} - \psi_{34} + A \begin{bmatrix} \tilde{x}_{12} + x_{12}^* \\ \tilde{x}_{56} + x_{56}^* \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

con la matriz constante  $A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & H_{C2} & 0 \\ 0 & H_{1L}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

De manera que, bajo el formalismo de los sistemas en cascada, el subsistema (4.6) puede considerarse como el subsistema *maestro*, mientras que (4.5) toma el rol del subsistema esclavo, puesto que en conjunto exhiben una estructura como

$$\dot{x}_{34} = f(x_{34}) + \Gamma(\zeta, \zeta^*) \quad (4.7a)$$

$$\dot{\zeta} = g(\zeta) \quad (4.7b)$$

con la función  $\Gamma(\zeta, \zeta^*) = A(\zeta - \zeta^*)$  y la definición de  $\zeta^* = \begin{bmatrix} x_{12}^{*T} & x_{56}^{*T} \end{bmatrix}$ .

El sistema en cascada dado por (4.7) tiene las siguientes propiedades:

**P.2** De la definición de la función de interconexión  $\Gamma(\zeta, \zeta^*)$  en la ecuación (4.7) y la desigualdad del triángulo

$$|\Gamma| \leq |A||\zeta| + |A||\zeta^*|.$$

Más aún, si la suposición **A.5** se cumple, entonces el estado deseado  $\zeta^*$  satisface que

$$|A||\zeta^*| \leq \gamma_2$$

para una constante positiva  $\gamma_2$  y consecuentemente, el término de interconexión  $\Gamma(\zeta, \zeta^*)$  está restringido a ser lineal en  $|\zeta|$ , puesto que

$$|\Gamma| \leq \gamma_1(|\zeta|) + \gamma_2 \quad (4.8)$$

con  $\gamma_1(|\zeta|) = |A||\zeta|$

**P.3** Esta propiedad se refiere a los convertidores en lazo cerrado con su controlador interno. Considere el sistema  $\dot{\zeta} = g(\zeta)$  definido en (4.5) y la función de Lyapunov

$$V_1(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta^\top \bar{P}\zeta \quad (4.9)$$

con  $\bar{P} = \bar{P}^\top > 0$ . Tomando la derivada temporal de  $V_1(\zeta)$  a lo largo del sistema

en lazo cerrado (4.5) se tiene que

$$\dot{V}_1(\zeta) = -\zeta^\top \bar{R}\zeta - y_2^\top K_{p2}y_2 \leq -\lambda_{\min}(\bar{R})|\zeta|^2$$

por lo que consecuentemente (ver por ejemplo ?), habrá constantes positivas  $c_1$ ,  $c_2$  y  $\alpha$  tal que

$$|\zeta(t)| \leq c_1|\zeta(t_0)|e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad \forall |\zeta(t_0)| < c_2 \quad (4.10)$$

**P.4** Tome la función positiva

$$W(x_{34}) = \frac{1}{2}x_{34}^\top P_{34}x_{34}, \quad (4.11)$$

la derivada direccional de  $W(x_{34})$  respecto al campo vectorial  $f$  es

$$\begin{aligned} L_f W(x_{34}) &= \left( \frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}} \right)^\top f(x_{34}) \\ &= x_{34}^\top ([J_{34} - R_{34}]x_{34} - \psi_{34}) \\ &= -x_4^\top R x_4 - x_3^\top H_{CZ} \psi_c^{-1}(x_{3z}), \end{aligned}$$

y si la suposición **A.6** se satisface, entonces el último término del lado derecho es positivo y por lo tanto

$$L_f W(x_{34}) \leq 0 \quad (4.12)$$

**P.5** Considere a  $W(x_{34})$  definida en (4.11), entonces se cumple que

$$\left| \frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}} \right| \leq cW(x_{34}) \quad (4.13)$$

para  $|x_{34}(t)| \geq 1$  y  $c = 4$ , por ejemplo.

Bajo las propiedades **P2-P5** las trayectorias del sistema (4.7) están acotadas bajo el siguiente argumento. Sean  $x_{34}(0)$  y  $\zeta(0)$  condiciones iniciales arbitrarias, tome la derivada temporal de  $W(x_{34})$  definida en (4.11) a lo largo de las trayectorias de (4.7),

entonces se tiene que

$$\begin{aligned}\dot{W}(x_{34}) &= \left( \frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}} \right)^\top f(x_{34}) + \left( \frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}} \right)^\top \Gamma(\zeta, \zeta^*) \\ &\leq \left( \frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}} \right)^\top \Gamma(\zeta, \zeta^*) \\ &\leq \left| \left( \frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}} \right) \right| |\Gamma(\zeta, \zeta^*)|\end{aligned}$$

donde se ha utilizado la ecuación (4.12) y la desigualdad de Cauchy. Ahora, empleando las ecuaciones (4.8) y (4.13), la derivada temporal  $\dot{W}(x_{34})$  puede expresarse como

$$\begin{aligned}\dot{W}(x_{34}) &\leq \left| \left( \frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}} \right) \right| (\gamma_1 |\zeta| + \gamma_2) \\ &\leq cW(x_{34}) (\gamma_1 |\zeta| + \gamma_2),\end{aligned}$$

y de la ecuación (4.10) se tiene que

$$\dot{W}(x_{34}) \leq K_1(|\zeta(0)|)e^{-\alpha t}W(x_{34}) \quad (4.14)$$

para alguna  $K_1 \in \mathcal{K}$  y  $|x_{34}(t)| \geq 1$ . Esto prueba el acotamiento de  $W(x_{34}(t))$ , puesto que del Lema de comparación se puede obtener que

$$\begin{aligned}W(x_{34}(t)) &\leq W(x_{34}(0))e^{\int_0^t K_1(|\zeta(0)|)e^{-\alpha s} ds} \\ &\leq K(|\zeta(0)|)W(x_{34}(0))\end{aligned}$$

para alguna  $K \in \mathcal{K}$ . El acotamiento de  $W(x_{34})$  implica que  $|x_{34}(t)| \in \mathcal{L}_\infty$  porque  $W(x_{34})$  es radialmente no-acotada.

Finalmente, como el subsistema  $\dot{x}_{34} = f(x_{34})$  es Globalmente Asintóticamente Estable, de la Proposición 4.1 de ? el equilibrio  $(x_{34}, \zeta) = (x_{34}^*, 0)$  es asintóticamente estable, lo que concluye la prueba.  $\square$

*Nota 4.* De las definiciones en la ecuación (3.18), el hecho de que el estado  $x_{34}(t)$  esté acotado implica que la salida de corrientes de los convertidores grid forming  $I_L$  y la salida de voltaje de los convertidores grid following  $E$  también están acotados.

*Nota 5.* Para poder implementar la ley de control (4.4), además del conocimiento de  $x_2^*$  y  $x_5^*$  es necesario conocer explícitamente a  $u^*$ .

Se debe notar que el resultado presentado garantiza que el sistema en lazo cerrado

compuesto por la micro-red y el esquema de control interno propuesto tiene un comportamiento acotado. Más aún, también garantiza que la salida de voltaje de los nodos grid forming tiende asintóticamente a un valor prescrito  $x_2^*$  y que la salida de corriente de los convertidores grid following alcanza asintóticamente un valor deseado  $x_5^*$ . Lo anterior está sujeto a que los valores deseados satisfagan la suposición **A.5**.

Las condiciones anteriores permiten abordar el siguiente paso en la estabilidad de la micro-red, en este segundo paso, el propósito es generar los valores específicos para las corrientes y voltajes deseados de tal forma que la potencia demandada por las cargas se satisfaga. Esto, a su vez, definirá el valor requerido de las señales  $u^*$ . La siguiente sección está dedicada a este asunto.

## 4.2. Análisis del Estado Estacionario

Para obtener la expresión de  $u^*$ , asuma que el valor del voltaje de salida deseado de los convertidores grid-forming  $x_2^*$  y la corriente deseada  $x_5^*$  de los convertidores grid-following están dadas y satisfacen **A.6**. De la ecuación (4.1a), la variable  $x_2^*$  debe satisfacer las siguientes restricciones:

$$L_v \dot{x}_1^* = -x_2^* + V u_1^*, \quad (4.15a)$$

$$C_v \dot{x}_2^* = x_1^* - r^{-1} x_2^* - I_L \quad (4.15b)$$

Por lo tanto, la entrada requerida para los convertidores grid-forming puede ser obtenida como

$$u_1^* = V^{-1} [L_v \dot{x}_1^* + x_2^*] \quad (4.16)$$

con

$$x_1^* = C_v \dot{x}_2^* + I_L,$$

donde de **A.3** se ha considerado que la corriente  $I_L$ , la cual está acotada (ver Nota 4), es medida.

Correspondiente a los convertidores grid-following, de la ecuación (4.1b), la dinámica que debe satisfacerse está dada por

$$L_f \dot{x}_5^* = -R_f x_5^* + \text{diag}\{x_{6i}^*\} u_2^* - E \quad (4.17a)$$

$$C_f \dot{x}_6^* = -r_f^{-1} x_6^* - \text{diag}\{x_{5i}^*\} u_2^* + I_0 \quad (4.17b)$$

donde se han usado las identidades

$$\begin{aligned} U_2^* x_6^* &= \text{diag}\{u_{2i}\} x_6^* \\ &= \text{diag}\{x_{6i}^*\} u_2^* \end{aligned}$$

#### 4. ESTABILIZACIÓN DE LA MICRO-RED

---

y de acuerdo a la suposición **S.3**, el valor del voltaje de salida  $E$ , que también está acotado, es medido.

En este momento, se mostrará que la el objetivo de regulación para el voltaje  $x_6$  sólo es alcanzable en un valor promedio. Esta afirmación tiene como razonamiento lo siguiente: si  $x_6^*$  es constante, entonces de la ecuación (4.17b), se cumple que

$$-r_f^{-1}x_6^* - \text{diag}\{x_{5i}^*\}u_2^* + I_0 = 0$$

por lo que el vector  $\text{diag}\{x_{5i}^*\}u_2^*$  también debe ser constante. Sin embargo, por otro lado, la corriente  $x_5^*$  es una señal periódica, por lo que se puede notar de la expresión en (4.17a) que la señal  $u_2^*$  tiene las mismas armónicas que  $x_5^*$  y en consecuencia el término  $\text{diag}\{x_{5i}^*\}u_2^*$  también debe tener algunas armónicas, lo que contradice el primer argumento.

Así pues, la entrada de control  $u_2^*$  puede ser obtenida de la expresión (4.17a) como

$$u_2^* = \text{diag}^{-1}\{x_{6i}^*\} [L_f \dot{x}_5^* + R_f x_5^* + E] \quad (4.18)$$

Mientras tanto, la sustitución de (4.18) en (4.17b) conlleva al siguiente sistema dinámico

$$C_f \dot{x}_6^* = -\text{diag} \left\{ \begin{array}{c} x_{5i}^* \\ x_{6i}^* \end{array} \right\} [L_f \dot{x}_5^* + R_f x_5^* + E] - r_f^{-1}x_6^* + I_0 \quad (4.19)$$

o de manera equivalente

$$\begin{aligned} \text{col}(C_f \dot{x}_{6i}^* x_{6i}^*) + \text{col}(r_f^{-1} x_{6i}^{*2}) - \text{col}(I_{0i} x_{6i}^*) &= \\ &= -\text{diag}\{x_{5i}^*\} [L_f \dot{x}_5^* + R_f x_5^* + E] \end{aligned} \quad (4.20)$$

Defina a  $\mu_i \in \mathbb{R}$  como un parámetro libre, de la suposición **A.6** se puede afirmar que la corriente  $x_{5i}^*$  está dada por

$$x_{5i}^* = \mu_i \sin(\omega_0 t), \quad (4.21)$$

y de acuerdo a la suposición **S.3**, cada voltaje  $E_i$  es conocido y, en estado estacionario, debe tener una forma senoidal, por lo que

$$E_i = \nu_i \sin(\omega_0 t), \quad (4.22)$$

así que el producto del término del lado derecho en la ecuación (4.20) es un vector

columna con  $i$ -ésima entrada dada por

$$\begin{aligned} x_{5i}^* [L_{fi}\dot{x}_{5i}^* + R_{fi}x_{5i}^* + E_i] &= \\ &= \mu_i \sin(\omega_0 t) [\omega_0 L_{fi}\mu_i \cos(\omega_0 t) + R_{fi}\mu_i \sin(\omega_0 t) + \nu_i \sin(\omega_0 t)] \end{aligned} \quad (4.23)$$

Ahora note que el valor promedio de (4.23) es

$$\overline{x_{5i}^* [L_{fi}\dot{x}_{5i}^* + R_{fi}x_{5i}^* + E_i]} = \frac{1}{2} (R_{fi}\mu_i^2 + \nu_i\mu_i) \quad (4.24)$$

entonces, (4.20) en su valor promedio es

$$\overline{\text{col} \left( C_{fi}\dot{x}_{6i}^* x_{6i}^* + r_{fi}^{-1} x_{6i}^{*2} - I_{0i} x_{6i}^* \right)} = \frac{1}{2} \text{col} (R_{fi}\mu_i^2 + \nu_i\mu_i) \quad (4.25)$$

cuya solución provee el valor correspondiente para  $\overline{x_6^*}$ . Por su parte, la señal senoidal  $x_6^*$  puede ser re-construida como

$$x_6^* = \frac{\pi}{2} \overline{x_6^*}$$

*Nota 6.* Note que la variable  $u_1^*$  es obtenida algebraicamente, este no es el caso para  $u_2^*$  donde la ecuación diferencial (4.25) debe ser resuelta. En este sentido, la estrategia de propuesta requiere de una prueba de acotamiento del estado

Expuesto lo anterior, para mostrar que  $x_{6i}^*$  está acotado, asuma que el producto de las magnitudes  $\nu_i\mu_i$  es positivo y considere a  $W_6$  dada por

$$W_6(x_{6i}^*) = \frac{1}{2} x_{6i}^{*T} C_f x_{6i}^*, \quad (4.26)$$

su derivada temporal a lo largo de (4.19) es

$$\dot{W}_6 = -x_5^{*T} [L_f \dot{x}_5^* + R_f x_5^* + E] - x_6^{*T} r_f^{-1} x_6^* + x_6^{*T} I_0$$

esta última expresión, bajo la condición (4.25) puede ser acotada por

$$\begin{aligned} \dot{W}_6 &\leq -\lambda_{\min}\{r_f^{-1}\} \|x_6^*\|^2 + \|x_6^{*T} I_0\| \\ &\leq -(1 - \theta) x_6^{*T} r_f^{-1} x_6^*, \quad \forall \|x_6^*\| \geq \frac{\|I_0\|}{\theta \lambda_{\min}\{r_f^{-1}\}} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el sistema es entrada-estados estable, lo que significa que para una entrada acotada  $I_0$ , el estado  $x_6^*$  permanecerá acotado.



### 4.3. Selección de las Referencias

En esta sección, se aborda el problema de elección de las referencias. En este sentido, se asume que los  $n_1$  convertidores grid-forming son alimentados por fuentes de voltaje ideales, lo cual permite que algunos de estos convertidores operen como una referencia de voltaje, lo cual emula la existencia de un nodo tipo bus infinito. De esta forma, el voltaje  $x_2^*$  puede ser fijado a un valor nominal (el de la red eléctrica principal).

En cambio, todos los convertidores grid-following están limitados por la fuente de corriente que los alimenta, de manera que cada convertidor puede proveer sólo una cantidad específica de potencia. En este caso, el problema radica en encontrar la referencia de corriente  $x_5^*$  que satisface la demanda de potencia de las cargas en la micro-red. Para esto, una solución inmediata es utilizar los flujos de potencia de la red, los cuales pueden ser obtenidos, por ejemplo, por medio del método numérico Newton-Raphson. Sin embargo, como el cálculo de estos flujos es llevado a cabo fuera de línea, el criterio no es robusto ante variaciones en las cargas. En este sentido, la siguiente aportación de esta tesis radica en la aplicación del resultado reportado en Machado et al. (2017) para poder generar las referencias de corriente de los convertidores  $x_5^*$ , este nuevo método está basado en la solución dinámica de los flujos de potencia.

Así, bajo las condiciones descritas anteriormente, para el cálculo dinámico de los flujos de potencia nos regresamos al modelo de las líneas-cargas del capítulo de modelado de esta tesis (ver Figura 3.3), donde para este subsistema las entradas son las variables de los convertidores  $(x_2, I_L)$  y  $(x_{3s}, x_5)$  y la salida del subsistema son las variables de las cargas  $(x_{3z}, iz)$ .

Note que la generación de trayectorias deseadas se establece en el contexto del estado estacionario y siguiendo la metodología propuesta en Machado et al. (2017), el primer paso es obtener la función de transferencia del subsistema de interconexión. Es decir, se asume que la red eléctrica trabaja en un régimen senoidal en una frecuencia  $\omega_0$  y que las relaciones entre las corrientes y los voltajes de bus están completamente especificadas por la matriz de admitancias de nodo  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  (para detalles ver Kundur et al. (1994) y los preliminares de esta tesis), con  $N = n_1 + m$  y  $m = n_2 + n_4$ ; de manera que en particular

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_L \\ \mathbf{I}_z^* \\ \mathbf{X}_5^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_2^* \\ \mathbf{X}_{3z}^* \\ \mathbf{X}_{3s}^* \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

con  $\mathbf{I}_L$ ,  $\mathbf{I}_z^*$ ,  $\mathbf{X}_5^*$ ,  $\mathbf{X}_2^*$ ,  $\mathbf{X}_{3z}^*$  y  $\mathbf{X}_{3s}^*$  transformadas generalizadas de Fourier de los voltajes de puerto y de las corrientes evaluadas en la frecuencia  $\omega_0$ .

Para presentar la función de transferencia, se define como entrada  $U(j\omega_0) \in \mathbb{C}^m$  y salida  $Y(j\omega_0) \in \mathbb{C}^m$  a las siguientes expresiones

$$U(j\omega_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_z^* \\ \mathbf{X}_5^* \end{bmatrix}, \quad Y(j\omega_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{3z}^* \\ \mathbf{X}_{3s}^* \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Utilizando los renglones de la ecuación (4.27) y después de alguna álgebra, se puede obtener la relación entrada-salida del subsistema de interconexión, el cual queda dado por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{3z}^* \\ \mathbf{X}_{3s}^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_s & -Y_s Y_{23} Y_{33}^{-1} \\ -Y_{33}^{-1} Y_{32} Y_s & Y_{33}^{-1} + Y_{33}^{-1} Y_{32} Y_s Y_{23} Y_{33}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_z^* \\ \mathbf{X}_5^* \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} -Y_s(Y_{21} - Y_{23} Y_{33}^{-1} Y_{31}) \mathbf{X}_2^* \\ -Y_{33}^{-1} Y_{31} - Y_s(Y_{21} - Y_{23} Y_{33}^{-1} Y_{31}) \mathbf{X}_2^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.29)$$

con la matriz de admitancias  $Y_s = [Y_{22} - Y_{23} Y_{33}^{-1} Y_{32}]^{-1}$ . Note que la ecuación (4.29) también puede ser escrita en forma compacta como

$$Y(j\omega_0) = G(j\omega_0)U(j\omega_0) + K(j\omega_0) \quad (4.30)$$

Para simplificar la notación y al mismo tiempo seguir el análisis reportado en Machado et al. (2017), se re-nombran a los elementos de las matrices  $G(j\omega_0)$  y  $K(j\omega_0)$  en la ecuación (4.29) como

$$G(j\omega_0) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{12} & g_{22} \end{bmatrix}, \quad K(j\omega_0) = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}$$

Ahora bien, para continuar con el cálculo de las potencias en los nodos, es importante recordar que la potencia aparente o potencia compleja en el nodo  $i$ , en sus coordenadas cartesianas, está dada por

$$S_i = \mathcal{P}_i + j\mathcal{Q}_i = \mathcal{E}_i \mathcal{J}_i^c; \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad (4.31)$$

donde  $\mathcal{P}_i$  y  $\mathcal{Q}_i$  son las llamadas potencias activa y reactiva en el puerto  $i$ , mientras que  $\mathcal{E}_i$  e  $\mathcal{J}_i$  son los voltajes y las corrientes en el nodo  $i$ , respectivamente; en esta notación, el símbolo  $(\cdot)^c$  denota el operador complejo conjugado.

Observe que, en estado estacionario, los voltajes de nodo carga están dados por  $\mathbf{X}_{3zi}^*$  y los de fuentes de corriente por  $\mathbf{X}_{3si}^*$ , mientras que sus corrientes correspondientes son  $\mathbf{I}_z^{*c}$  y  $\mathbf{X}_5^{*c}$ , respectivamente. Así, para obtener la potencia aparente, de las ecuaciones (4.29) ó (4.30), puede verse que

$$\begin{bmatrix} \text{diag}\{\mathbf{X}_{3zi}^*\} & 0 \\ 0 & \text{diag}\{\mathbf{X}_{3si}^*\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_z^{*c} \\ \mathbf{X}_5^{*c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_z + j\mathcal{Q}_z \\ \mathcal{P}_s + j\mathcal{Q}_s \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Ahora, de la definición de  $G$  y  $K$  en las ecuaciones (4.29) ó (4.30), defina a  $\bar{G}$  y a

$\bar{K}$  como

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{G\} & -\operatorname{Im}\{G\} \\ \operatorname{Im}\{G\} & \operatorname{Re}\{G\} \end{bmatrix}; \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{K\} \\ \operatorname{Im}\{K\} \end{bmatrix}$$

con  $\operatorname{Re}\{G\}$  y  $\operatorname{Im}\{G\} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  matrices con entradas  $\operatorname{Re}\{g_{ii}\}$  y  $\operatorname{Im}\{g_{ii}\}$  respectivamente. Reemplazando las ecuaciones (4.29) en (4.32) y separando la parte real y la parte imaginaria, el conjunto de ecuaciones puede ser escrito de la forma

$$q - P(z)z = 0 \tag{4.33}$$

con los vectores  $q := \begin{bmatrix} \mathcal{P}_z \\ \mathcal{P}_s \\ \mathcal{Q}_z \\ \mathcal{Q}_s \end{bmatrix}$ ,  $z = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_z^*\} \\ \operatorname{Re}\{\mathbf{X}_5^*\} \\ \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_z^*\} \\ \operatorname{Im}\{\mathbf{X}_5^*\} \end{bmatrix}$  y la matriz

$$P(z) = - \begin{bmatrix} \operatorname{diag}\{e_i^\top \bar{G}z + \bar{K}_i\} & \operatorname{diag}\{e_{m+i}^\top \bar{G}z + \bar{K}_{m+i}\} \\ \operatorname{diag}\{e_{m+i}^\top \bar{G}z + \bar{K}_{m+i}\} & -\operatorname{diag}\{e_i^\top \bar{G}z + \bar{K}_i\} \end{bmatrix},$$

Como se adelantó, para encontrar una solución a (4.33), se utiliza el método numérico recientemente propuesto por Machado et al. (2017). A grandes rasgos, este método consiste en producir un sistema *sintético* de ecuaciones diferenciales ordinarias cuya solución converja asintóticamente a un equilibrio específico que codifique en sus componentes las raíces de (4.33). Estas raíces son entonces recuperadas observando el comportamiento asintótico de cualquier trayectoria calculada del sistema dinámico. En este sentido, aunque la construcción explícita del sistema dinámico implica un procedimiento algebraico elaborado, el razonamiento que hay detrás es simple y recae en teoría clásica de estabilidad en el sentido de Lyapunov. La estructura general del sistema es de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= q - P(z)z, \\ \dot{z} &= \hat{u}(x, z, \Theta), \\ \dot{\Theta} &= \hat{W}(x, z, \Theta), \end{aligned} \tag{4.34}$$

donde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  y  $\Theta(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son los estados del sistema y los mapeos  $\hat{u}$  y  $\hat{W}$  corresponden a un controlador por retroalimentación de estados especificado que lleva a los equilibrios del sistema (4.34) dados por

$$\mathcal{E} := \{(x, z, \Theta) \in \mathbb{R}^{2n+n^2} : x = 0, q - P(z)z = 0, \Theta = P(z)\},$$

a ser localmente asintóticamente estables<sup>1</sup> Claramente, las raíces de (4.33) están inmersas en el conjunto  $\mathcal{E}$ , *i.e.*, si  $(x, z, \Theta) \in \mathcal{E}$ , entonces,  $z$  satisface (4.33).

---

<sup>1</sup>En esta tesis se omite la presentación explícita de estos mapeos y se invita al lector a consultar la (Machado et al., 2017, Section III).

Esta discusión es formalizada en la siguiente proposición cuya prueba aparece en Machado et al. (2017).

**Proposición 2.** *Cualquier solución  $(x(t), z(t), \Theta(t))$  de (4.34), iniciando lo suficientemente cerca de cualquier punto en  $\bar{X} \in \mathcal{E}$ , converge asintóticamente a  $\bar{X}$ . Más aún, una raíz de (4.33) puede obtenerse como el límite de  $z(t)$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .*

Una vez que la solución  $z$  de (4.34) ha sido calculada, las corrientes de los convertidores grid-following pueden ser recuperadas en su representación en coordenadas rectangulares, en particular

$$x_5^* = \text{Re}\{\mathbf{X}_5^*\} + j \text{Im}\{\mathbf{X}_5^*\}$$

Finalmente, note que también bajo estas condiciones, el parámetro  $\mu_i$  en la ecuación (4.21) es calculado como

$$\mu_i = \sqrt{\text{Re}^2\{\mathbf{X}_5^*\} + \text{Im}^2\{\mathbf{X}_5^*\}} \quad (4.35)$$

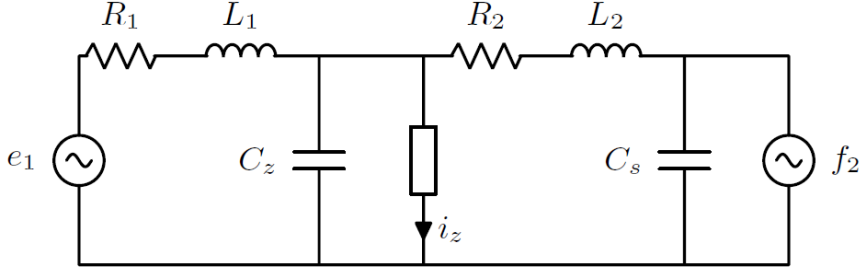
*Nota 7.* Una ventaja considerable es que el conocimiento explícito de la potencia demandada por las cargas no es requerido. Esta ventaja es consecuencia de que la elección de los estados admisibles son ajustados y dependen del comportamiento de la red.

*Nota 8.* Aún cuando el valor explícito de  $\nu_i$  en la ecuación (4.22) no es requerido por el controlador para su implementación, este valor puede ser obtenido de (4.29).

## 4.4. Evaluación Numérica

Para la evaluación numérica del controlador considere la red mostrada en la Figura 4.1. En esta red existen dos convertidores de potencia, un convertidor grid-forming con salida de voltaje  $e_1$ , un convertidor grid-following con salida de corriente  $f_2$  y una carga con demanda de corriente  $i_z$ . Las salidas de los convertidores de potencia alimentan a la carga por medio de dos líneas de potencia modeladas por medio del modelo II, cuyos parámetros son  $L_i$  y  $R_i$  para  $i = 1, 2$ . A su vez, cada convertidor es controlado por una señal de control dada por (4.4), de manera que, de acuerdo a la prueba de estabilidad, en el estado estacionario la salida del convertidor grid-forming es  $x_2 = x_2^* = e_1$ , mientras que la salida del convertidor grid-following es tal que  $x_5 = x_5^* = f_2$ .

Los objetivos de la simulación son por un lado, evidenciar el buen desempeño de los controladores locales, en el sentido de que sean capaces de estabilizar al sistema garantizando que todas las señales permanezcan acotadas. Por otro lado, también se



**Figura 4.1:** Ejemplo de una red AC con dos fuentes controladas supliendo energía eléctrica a una carga

busca que las potencias  $P$  y  $Q$  de las cargas demandadas puedan ser satisfechas por los convertidores de potencia a través del uso, en línea con el controlador, del método de cálculo de referencias a través del flujo de potencias presentado en la sección anterior.

Un primer paso para aplicar el método de cálculo de referencias, es encontrar la función de transferencia del circuito que describe la interconexión. Con este objetivo, se definen a  $v_a(t)$  y  $i_a(t)$  como los voltajes y las corriente en cualquier instante de tiempo  $t \geq 0$ , respectivamente, de cualquier elemento

$$a \in \{L_1, L_2, C_s, C_z, R_1, R_2\} =: \Lambda, \quad (4.36)$$

de la red. Entonces, de acuerdo a la ecuación (3.7), el modelo dinámico de la red puede ser escrito como

$$C_z \dot{v}_{C_z} = -i_{C_z} + i_{L_1} + i_{L_2}, \quad (4.37a)$$

$$C_s \dot{v}_{C_s} = f_2 - i_{L_2}, \quad (4.37b)$$

$$L_1 \dot{i}_{L_1} = -R_1 i_{L_1} - v_{C_z} + e_1, \quad (4.37c)$$

$$L_2 \dot{i}_{L_2} = -R_2 i_{L_2} - v_{C_z} + v_{C_s}, \quad (4.37d)$$

donde  $e_1$  es el voltaje en la fuente de voltaje,  $f_2$  es la corriente en la fuente de corriente y  $i_{C_z}$  es la corriente en la carga. Ahora, siguiendo lo desarrollado en la sección anterior, se establece que (4.37) admite un estado estacionario senoidal de frecuencia  $\omega_0$  si y sólo si (4.30) y (4.31) admiten solución. Para la red bajo consideración, los elementos

complejos  $G(j\omega) \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  y  $K(j\omega) \in \mathbb{C}^2$  están dados por

$$G(s) = \begin{bmatrix} -sC_z - \frac{1}{sL_1+R_1} - \frac{1}{sL_2+R_2} & \frac{1}{sL_2+R_2} \\ -\frac{1}{sL_2+R_2} & sC_s + \frac{1}{sL_2+R_2} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.38a)$$

$$K(s) = -G(s) \begin{bmatrix} \frac{E_1(s)}{sL_1+R_1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.38b)$$

$$s := j\omega_0 \quad (4.38c)$$

donde  $E_1(j\omega_0)$  denota el fasor de voltaje del convertidor grid-forming cuyo valor se asume *especificado*. Después de escribir (4.30) y (4.31) en la forma de (4.33) se calculan las soluciones de este último de acuerdo a la Proposición 2.

Así pues, la evaluación numérica se realizó en el SIMULINK de Matlab con un paso de integración variable y el método numérico ODE23tb. El esquema general de simulación es el que se muestra en la Figura 4.2. Asimismo, los parámetros del sistema y las ganancias del controlador están enlistadas en la Tabla 4.1

Para evaluar la robustez del controlador local y del algoritmo del cálculo de flujos de potencia, se sometió al sistema a variaciones de carga de alrededor del 30%: una disminución en el  $t = 0.08s$ , un aumento en  $t = 0.2s$  y de nuevo una disminución en  $t = 0.3s$ . Las condiciones iniciales del controlador y del sistema de cálculo dinámico de flujos de potencia se consideraron todas en cero. Es importante mencionar que en el esquema dinámico de cálculo de potencias se fijaron las potencias activas y reactivas  $P_s^*$  y  $Q_s^*$  de los convertidores grid-following asumiendo que son dictadas por algún controlador externo, producto por ejemplo de un algoritmo de despacho económico de potencia.

Dicho lo anterior, en la Figura 4.3 se presenta el voltaje a la salida del convertidor grid-forming comparado con su voltaje deseado. En este caso, como se muestra en la

**Tabla 4.1:** Parámetros del sistema

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$L_v$	0.2 mH	$L_1$	20 mH
$C_v$	4.7 $\mu$ F	$L_2$	30mH
$r$	50 m $\Omega$	$C_1$	30 $\mu$ F
$V_{DC}$	300 V	$C_2$	10 $\mu$ F
$L_f$	2.5 mH	$R_1$	40 $\Omega$
$C_f$	4.7 $\mu$ F	$R_2$	30 $\Omega$
$R_f$	10 m $\Omega$	$K_{p1}$	250
$r_f$	10 m $\Omega$	$K_{p2}$	0.5
$f$	60 Hz	$ x_2^* $	180 V

#### 4. ESTABILIZACIÓN DE LA MICRO-RED

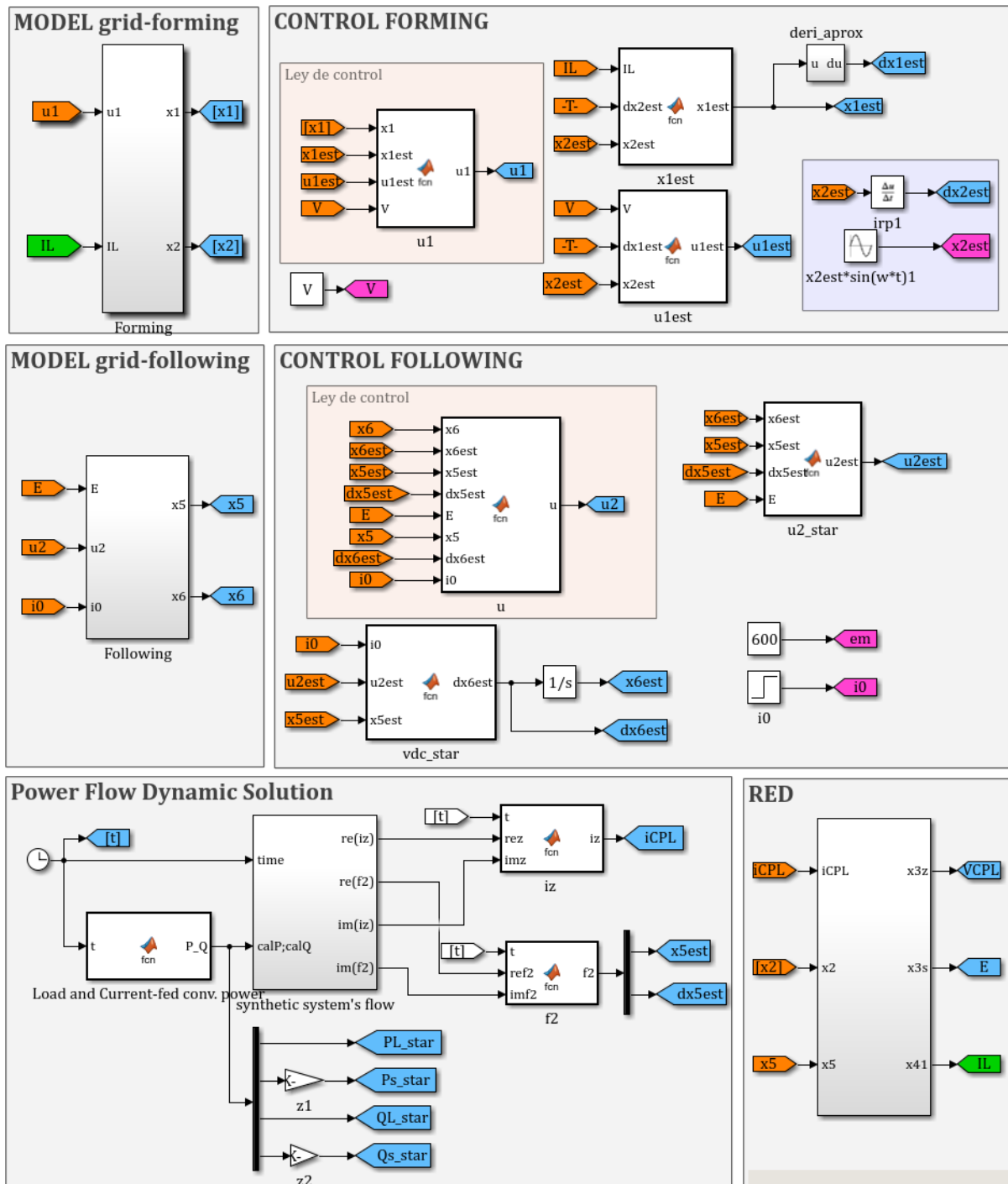


Figura 4.2: Esquema de simulación

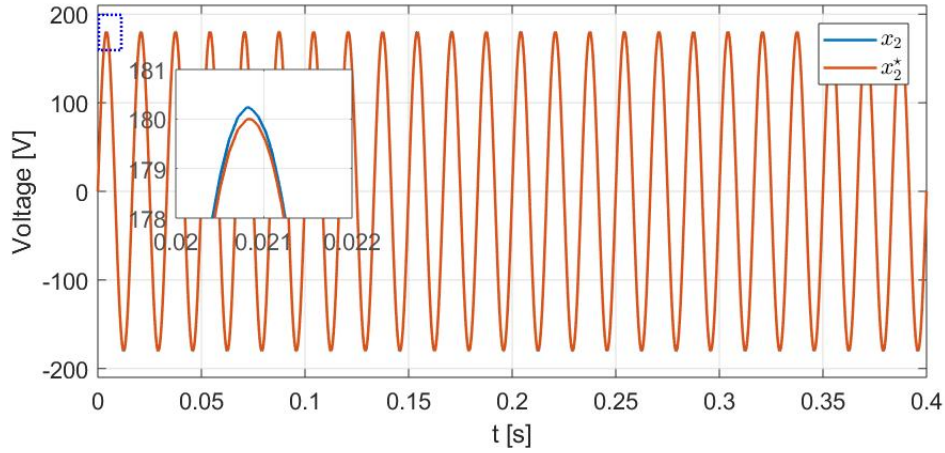


Figura 4.3: Voltaje y voltaje deseado

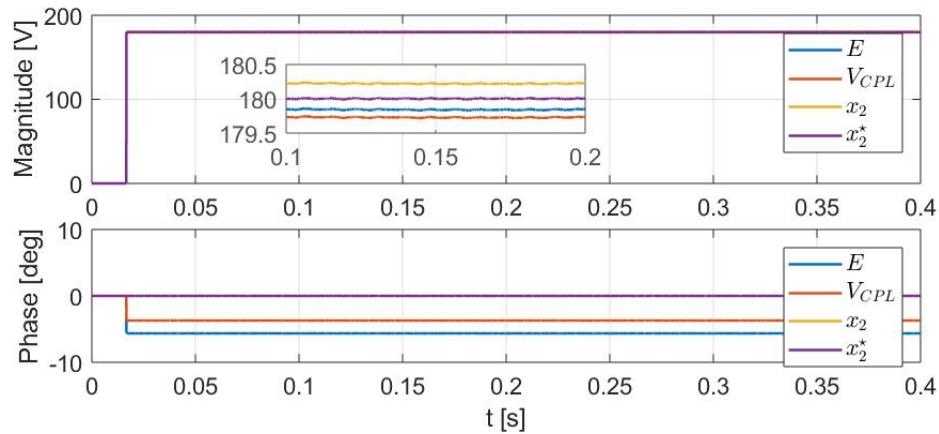


Figura 4.4: Magnitud de voltajes

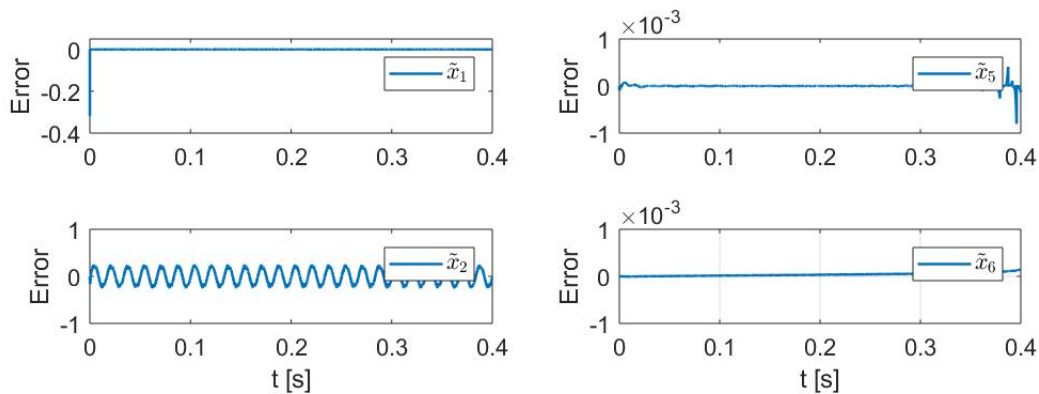
Tabla 4.1, el valor deseado para el nodo de referencia son 180V pico a 60Hz. En esta gráfica se observa cómo es que el controlador  $u_1$  logra un buen desempeño.

La Figura 4.4 muestra la magnitud de los voltajes en los nodos de salida de los convertidores  $x_2$  y  $E$ , comparados con el voltaje de referencia  $x_2^*$ . También, se muestra el voltaje en la carga de potencia constante, las magnitudes de estos nodos se muestran para evidenciar que las variables están acotadas y que la regulación de voltaje está dentro de los límites permitidos. En el mismo sentido, la Figura 4.5 tiene como objetivo mostrar el desempeño de los controladores, puesto que muestra los errores para las señales de corriente y voltaje en los dos convertidores de potencia.

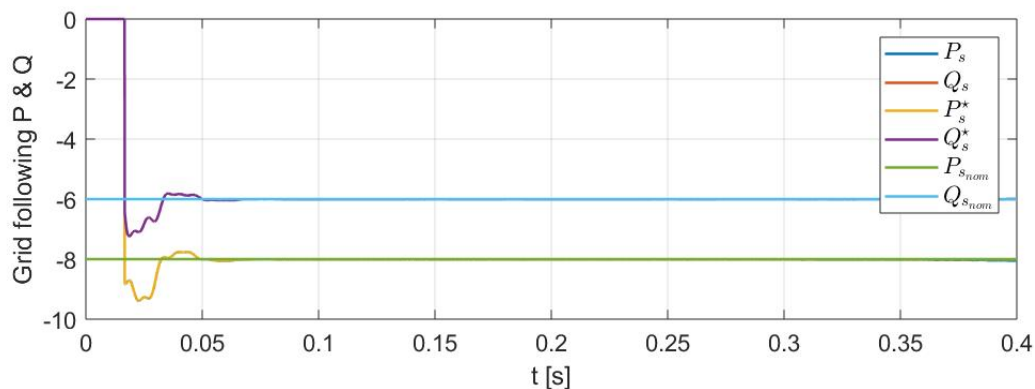
Por su parte, las Figuras 4.6 y 4.7 muestran el buen funcionamiento del algoritmo de cálculo de referencias por medio de flujos de potencia. En este punto es necesario hacer una distinción entre tres notaciones,  $P_{s_{nom}}$  y  $Q_{s_{nom}}$  son las potencias nominales que han



#### 4. ESTABILIZACIÓN DE LA MICRO-RED



**Figura 4.5:** Errores de control



**Figura 4.6:** Potencias de salida de los convertidores

siendo especificadas por un controlador externo,  $P_s^*$  y  $Q_s^*$  son las potencias obtenidas como resultado de los voltajes y/o corrientes deseadas, mientras que  $P_s$  y  $Q_s$  son los valores reales. Así, ambas figuras muestran que el algoritmo de potencia permite la convergencia a los valores nominales y, más aún, como los valores de corrientes y voltajes de salida convergen a sus deseados, también las potencias  $(\cdot)^*$  se hacen iguales a las nominales.

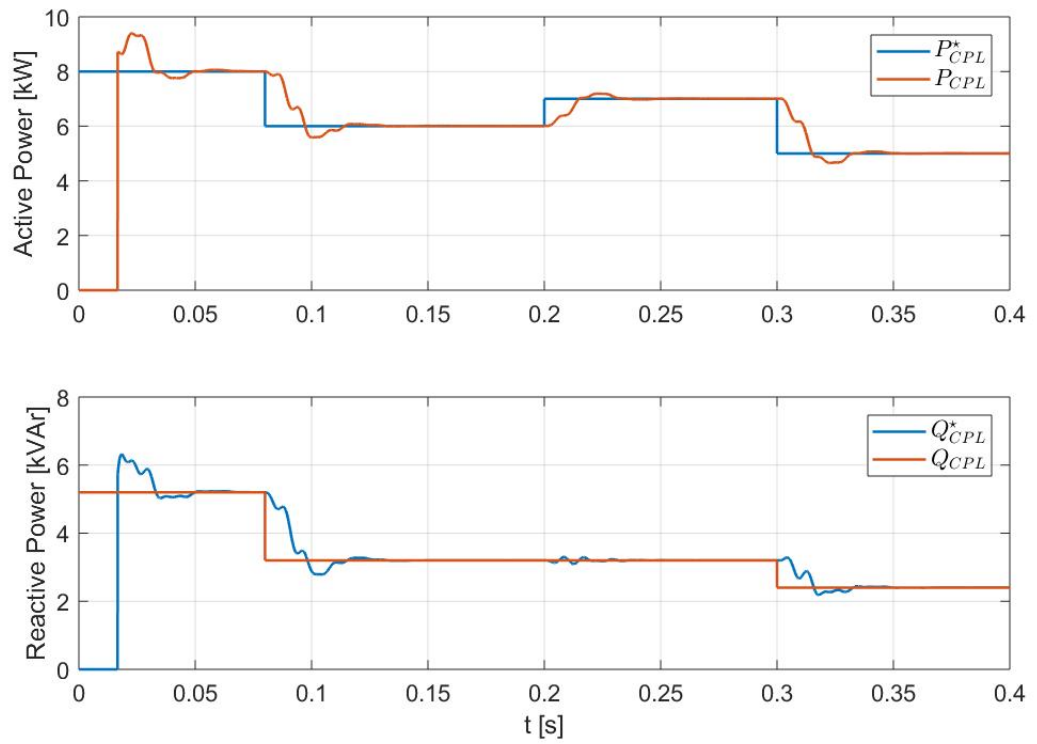


Figura 4.7: Potencias de entrada en la carga



## Conclusiones y Trabajo Futuro

---

La importancia de estudiar y resolver problemas referentes a los Sistemas Eléctricos es evidente. En este sentido, aunque los problemas han sido reconocidos desde los análisis iniciales desarrollados para los SEPs, actualmente su estudio ha sido retomado considerando nuevos escenarios. En este trabajo de tesis se hace énfasis en que las técnicas basadas en energía recuperan la estructura original del sistema y permiten un análisis dinámico modular Hamiltoniano. Este enfoque modular permite analizar por separado cada componente de la red, diseñar leyes de control basadas en pasividad para los elementos individuales e interconectarlos de manera que el sistema completo siga teniendo estructura Hamiltoniana.

En este trabajo de tesis se presentó un esquema de control para el modelo de una Microred compuesto por un conjunto de fuentes distribuidas y un conjunto de cargas interconectadas por medio de líneas de transmisión. La propuesta fue el resultado de la integración de un esquema de control propuesto en Avila-Becerril et al. (2018) y el de un conjunto de ecuaciones diferenciales cuyo diseño se propuso en Machado et al. (2017) para resolver las ecuaciones algebraicas de potencia asociadas a la red.

Como resultado del trabajo desarrollado fue posible demostrar que el esquema de control en lazo cerrado posee propiedades de estabilidad Global Asintótica del punto de operación del sistema que corresponde a valores prescritos de tensiones y corrientes correspondientes a un balance de potencia impuesto por la demanda de las cargas. Las propiedades del esquema de control fueron validadas por medio de simulaciones numéricas.

Tomando como base los resultados obtenidos, fue posible identificar temas que deben ser elaborados en un trabajo futuro, entre ellos se pueden mencionar: Considerar un modelo más detallado de las fuentes distribuidas, incluir la existencia de incertidumbre paramétrica en el modelo, considerar la existencia de perturbaciones en términos de cambios en la capacidad de generación de las fuentes e incluir de manera explícita en el diseño del esquema de control el hecho de que, en términos generales, las fuentes siempre tienen una capacidad de generación limitada.



# Bibliografía

---

- Acha, E., Fuerte-Esquivel, C. R., Ambriz-Perez, H., and Angeles-Camacho, C. (2004). *FACTS: modelling and simulation in power networks*. John Wiley & Sons. 17
- Avila-Becerril, S., Espinosa-Pérez, G., and Canseco-Rodal, R. (2017). On the control of power flows in microgrids. In *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 3252–3257. IEEE. 24
- Avila-Becerril, S., Espinosa-Pérez, G., and Fernandez, P. (2016). Dynamic characterization of typical electrical circuits via structural properties. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016. 25
- Avila-Becerril, S., Montoya, O. D., Espinosa-Pérez, G., and Garcés, A. (2018). Control of a detailed model of microgrids from a hamiltonian approach. *IFAC-PapersOnLine*, 51(3):187–192. VII, 3, 23, 33, 53
- Barklund, E., Pogaku, N., Prodanović, M., Hernandez-Aramburo, C., and Green, T. C. (2008). Energy management in autonomous microgrid using stability-constrained droop control of inverters. *Transactions on Power Electronics, IEEE*, 23(5):2346–2352. 1
- Bollobás, B. (1998). *Modern graph theory*, volume 184. Springer Science & Business Media. 6, 24
- Brayton, R. and Moser, J. (1964). A theory of nonlinear networks i. *Quart. Appl. Math*, 22(1):1–33. 25
- Chip Domínguez, K. L. (2018). *Controladores para micro-redes*. Tesis. Facultad de Ingeniería. UNAM. 19
- Cisneros, R., Pirro, M., Bergna, G., Ortega, R., Ippoliti, G., and Molinas, M. (2015). Global tracking passivity-based pi control of bilinear systems: Application to the interleaved boost and modular multilevel converters. *Control Engineering Practice*, 43:109–119. 28, 33
- De Persis, C. and Monshizadeh, N. (2017). Bregman storage functions for microgrid control. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Desoer, C. and Kuh, E. (1969). *Basic Circuit Theory*. McGraw-Hill. [9](#), [14](#), [15](#)
- Efimov, D., Schiffer, J., and Ortega, R. (2016). Robustness of delayed multistable systems with application to droop-controlled inverter-based microgrids. *International Journal of Control*, 89(5):909–918. [3](#)
- Farhangi, H. (2010). The path of the smart grid. *Power and Energy Magazine, IEEE*, 8(1):18–28. [1](#)
- Fiaz, S., Zonetti, D., Ortega, R., Scherpen, J., and van der Schaft, A. (2013). A port-hamiltonian approach to power network modeling and analysis. *European Journal of Control*, 19(6):477 – 485. [3](#)
- Guerrero, J. M., Chandorkar, M., Lee, T.-L., and Loh, P. C. (2013). Advanced control architectures for intelligent microgrids, part i: decentralized and hierarchical control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(4):1254–1262. [1](#)
- Han, H., Hou, X., Yang, J., Wu, J., Su, M., and Guerrero, J. M. (2016a). Review of power sharing control strategies for islanding operation of ac microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 7(1):200–215. [3](#), [26](#)
- Han, H., Hou, X., Yang, J., Wu, J., Su, M., and Guerrero, J. M. (2016b). Review of power sharing control strategies for islanding operation of ac microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 7(1):200–215. [19](#)
- Hill, D. J. and Chen, G. (2006). Power systems as dynamic networks. In *Circuits and Systems, 2006. ISCAS 2006. Proceedings. 2006 IEEE International Symposium on*, pages 4–pp. IEEE. [1](#)
- Khalil, H. K. and Grizzle, J. (2002). *Nonlinear systems*, volume 3. Prentice hall Upper Saddle River, NJ. [9](#), [11](#)
- Kundur, P., Balu, N., and Lauby, M. (1994). *Power system stability and control*, volume 7. McGraw-hill New York. [13](#), [16](#), [24](#), [42](#)
- Lasseter, R. H. (2002). Microgrids. In *Power Engineering Society Winter Meeting, 2002. IEEE*, volume 1, pages 305–308. IEEE. [1](#), [19](#)
- Lopes, J. P., Moreira, C., and Madureira, A. G. (2006). Defining control strategies for microgrids islanded operation. *IEEE Transactions on power systems*, 21(2):916–924. [19](#)
- Machado, J. E., Griño, R., Barabanov, N., Ortega, R., and Polyak, B. (2017). On existence of equilibria of multi-port linear ac networks with constant-power loads. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 64(10):2772–2782. [VII](#), [3](#), [4](#), [42](#), [43](#), [44](#), [45](#), [53](#)

- Noriega-Pineda, D., Espinosa-Pérez, G., Cardenas, V., and Alvarez-Ramírez, J. (2010). Passivity-based control of multilevel cascade inverters: High-performance with reduced switching frequency. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 20(9):961–974. [29](#)
- Ortega, R., Perez, J. A. L., Nicklasson, P. J., and Sira-Ramirez, H. (2013). *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media. [7](#), [9](#), [12](#)
- Pedrasa, M. A. and Spooner, T. (2006). A survey of techniques used to control microgrid generation and storage during island operation. In *Proceedings of the 2006 Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC'06)*, pages 1–6. [19](#)
- Pérez, I. M., Pérez, G. E., Rodríguez, G. S., and Cerezo, A. D. (2008). Ida passivity-based control of single phase back-to-back converters. In *Industrial Electronics, 2008. ISIE 2008. IEEE International Symposium on*, pages 74–79. IEEE. [29](#)
- Pogaku, N., Prodanovic, M., and Green, T. C. (2007). Modeling, analysis and testing of autonomous operation of an inverter-based microgrid. *IEEE Transactions on power electronics*, 22(2):613–625. [2](#)
- Ren, W. and Cao, Y. (2010). *Distributed coordination of multi-agent networks: emergent problems, models, and issues*. Springer Science & Business Media. [6](#)
- Rocabert, J., Luna, A., Blaabjerg, F., and Rodriguez, P. (2012). Control of power converters in ac microgrids. *IEEE transactions on power electronics*, 27(11):4734–4749. [19](#), [20](#)
- Schiffer, J., Ortega, R., Astolfi, A., Raisch, J., and Sezi, T. (2014). Conditions for stability of droop-controlled inverter-based microgrids. *Automatica*, 50(10):2457–2469. [2](#), [19](#), [23](#)
- Schiffer, J., Zonetti, D., Ortega, R., Stanković, A. M., Sezi, T., and Raisch, J. (2016). A survey on modeling of microgrids—from fundamental physics to phasors and voltage sources. *Automatica*, 74:135–150. [2](#), [23](#), [26](#)
- Simpson-Porco, J. W., Dörfler, F., and Bullo, F. (2013). Synchronization and power sharing for droop-controlled inverters in islanded microgrids. *Automatica*, 49(9):2603–2611. [2](#), [23](#)
- Stegink, T., De Persis, C., and van der Schaft, A. (2017). A unifying energy-based approach to stability of power grids with market dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(6):2612–2622. [3](#)
- Van Cutsem, T. and Vournas, C. (1998). Voltage stability of electric power systems. 441. [1](#)



## BIBLIOGRAFÍA

---

- Van der Schaft, A. (1999). *L2-gain and passivity in nonlinear control*. Springer-Verlag New York, Inc. [10](#), [11](#)
- van der Schaft, A. J. and Maschke, B. (2010). Port-hamiltonian dynamics on graphs: Consensus and coordination control algorithms. In *Estimation and Control of Networked Systems*, pages 175–178. [3](#)
- Vandoorn, T., De Kooning, J., Meersman, B., and Vandeveldel, L. (2013). Review of primary control strategies for islanded microgrids with power-electronic interfaces. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 19:613–628. [19](#), [20](#)
- Wellstead, P. (1979). *Introduction to physical system modelling*. Academic Press London. [8](#), [24](#)