



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
(INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA)

MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
**FAUSTINO DE LUNA CRUZ**

TUTOR PRINCIPAL:  
DR. ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

COMITÉ TUTOR  
DR. JESÚS GRACIA SÁNCHEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM  
DR. RAMÓN DOMÍNGUEZ MORA, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM  
DR. ADRIÁN PEDROZO ACUÑA, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM  
DR. JOSÉ LUIS ARAGÓN HERNÁNDEZ, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CIUDAD DE MÉXICO; FEBRERO 2019



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Gracia Sánchez Jesús  
Secretario: Dr. Domínguez Mora Ramón  
Primer Vocal: Dr. Fuentes Mariles Óscar Arturo  
Segundo Vocal: Dr. Pedrozo Acuña Adrián  
Tercer. Vocal: Dr. Aragón Hernández José Luis

Lugar donde se realizó la tesis: Ciudad Universitaria, Ciudad de México; febrero 2019

**TUTOR DE TESIS:**

DR. Óscar Arturo Fuentes Mariles

---

**FIRMA**

**Adriana Guadalupe:**

Por el apoyo incondicional a este proyecto de vida  
y por estar conmigo para llegar a éste momento

**Andrés y Fernando:**

Los principales motivos para seguir adelante.

**Andy**, con ese enorme ángel

**Fer**, llegaste con la chispa a nuestra familia

Nos llenan de alegría y le dan sentido a nuestras vidas

# **AGRADECIMIENTOS**

A mi madre y a mi padre, gracias por todas sus bases, físicamente no están con nosotros, pero siempre nos guían, por estar siempre al tanto de los que hacemos.

A mi tía Chepita, que sin ella esto simplemente no sería posible, por ser un ejemplo en toda la extensión de la palabra.

Martha del Carmen y Francisco Javier, mis hermanos, siempre juntos.

A mi Alma Mater, la Universidad Nacional Autónoma de México, por mi formación académica, por haberme enseñando a quererla, por ende, a mi país, por permitirme participar en sus aulas como profesor y por el apoyo que siempre me ha brindado en mi superación.

Al Instituto de Ingeniería, por permitirme ejercer la ingeniería y en algunos casos, tener ese contacto con la sociedad, a la cual nos debemos.

A mis buenos amigos y compañeros con los cuales he tenido la fortuna del día a día, Darío Alfredo siempre con ese toque de realidad que ubica, Germán Adrián, Luis Omar, Ángel compartiendo momentos inolvidables, el regreso de Raymundo que dio un revulsivo a nuestra convivencia.

Un agradecimiento especial al Dr. Óscar Arturo Fuentes Mariles por todo el apoyo otorgado para la realización de este trabajo, por su guía y tiempo dedicado en el desarrollo del mismo, así como también infinitas gracias por su colaboración en mi formación.

A mis maestros, por la aportación y por la revisión a este trabajo: Dr. Ramón Domínguez Mora, Dr. Jesús Gracia Sánchez, Dr. Adrián Pedrozo Acuña y Dr. José Luis Aragón Hernández, gracias por su tiempo.

Una mención especial al Ing. Víctor Franco, excelente persona, uno siempre cuenta con usted, gracias por sus consejos y por su apoyo, gracias maestro.

Al M. en I. Horacio Rubio Gutiérrez, por su interés en aplicar los desarrollos de México.

## RESUMEN

Las inundaciones son parte de la naturaleza, en mayor o menor medida se presentan en diferentes partes del mundo. A lo largo de la historia, la humanidad ha vivido con este fenómeno y ha tratado de entender, predecir y manejarlas, sobre todo para evitar daños a las poblaciones asentadas en las cercanías a cuerpos de agua tales como los ríos, lagos y costas. Algunas veces las afectaciones que han originado las inundaciones han sido devastadoras, generando destrucción o han provocado la pérdida de vidas humanas.

La distribución de los fenómenos sobre un continuo espacial hace necesario la descripción con magnitudes evaluadas en cada instante y en cada punto del espacio. Así es como en los modelos matemáticos que representan de manera simplificada un fenómeno de la naturaleza expresan la rapidez de cambio de las variables descriptivas y requieren de soluciones de las derivadas parciales, para tener también en cuenta la variación espacial.

Para ciertas clases de ecuaciones diferenciales parciales se conocen las soluciones analíticas, pero en general es necesario buscar soluciones aproximadas, tanto como posible o necesario, a las soluciones exactas (desconocidas), todo esto función del paso del tiempo de cálculo y del tamaño del elemento de estudio, ya que para obtener resultados más detallados se recurre en el caso de análisis de flujos bidimensionales a mallas muy finas, del orden metros hasta decenas de metros, pero esto requiere de intervalos de tiempo de cálculos de unos cuantos segundos, lo cual hace a estos modelos matemáticos perder aplicabilidad por el excesivo tiempo de cálculo del evento a representar. Por eso es necesario encontrar un tamaño de elemento y paso de tiempo de cálculo que los haga presentar resultados en un tiempo tal que cuando sean utilizados con el objetivo de pronóstico, se permita emitir alertas con la antelación suficiente y prevenir a la población que es el principal objetivo de este tipo de herramientas.

El trabajo de investigación desarrollado propone un modelo matemático hidráulico de flujo no permanente de tipo bidimensional para estimar caudales a partir de datos de lluvia distribuidos, para ello se utiliza un esquema de diferencias finitas de tipo explícito para la solución.

La validación del modelo propuesto se lleva a cabo mediante Test resueltos con códigos existentes en el mercado, aplicados en condiciones adversas de solución, en donde se obtienen resultados satisfactorios.

Adicionalmente, el modelo se aplica a tres casos de cuencas reales en la República Mexicana en donde se pone a prueba su confiabilidad dando resultados que pudieron ser comprobados con algunas mediciones realizadas en campo.

## **ABSTRACT**

Floods are part of nature, they could be presented in different ways, Floods occur in different parts of the world. Throughout history, humanity has lived with this phenomenon and has tried to understand, predict and manage them, especially to avoid damage to the populations settled nearby bodies of water such as rivers, lakes and coasts. Sometimes the damage that the floods have caused have been devastating, generating destruction or causing death

The distribution of the phenomes on a spatial continuum requires the description with magnitudes evaluated at each instant and at each point in space. This is how in mathematical models that represent in a simplified way a phenomenon of nature express the speed of change of descriptive variables and require solutions of partial derivatives, to also take into account spatial variation.

For certain classes of partial differential equations the analytical solutions are known, but in general it is necessary to look for approximate solutions, as much as possible or necessary, to the exact (unknown) solutions, all this function of the passage of the calculation time and the size of the element of study, since to obtain more detailed results it is recurred in the case of analysis of two-dimensional flows to very fine meshes, of the order meters up to tens of meters, but this requires intervals of calculation time of a few seconds, which makes These mathematical models lose applicability due to the excessive calculation time of the event to be represented. That is why it is necessary to find an element size and calculation time step that makes them present results in a time such that when they are used for the purpose of forecasting, it is possible to issue alerts with sufficient time and prevent the population that is the main objective of this type of tools.

The research work developed proposes a hydraulic mathematical model of non-permanent flow of two-dimensional type to estimate flows from distributed rainfall data, for which a finite difference scheme of explicit type is used for the solution.

The validation of the proposed model is carried out by Test resolved with existing codes in the market, applied in adverse conditions of solution, where satisfactory results are obtained.

Additionally, the model is applied to three cases of real basins in the Mexican Republic where its reliability is tested, giving results that could be verified with some measurements made in the field.



# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	1
OBJETIVOS .....	3
<b>1. ANTECEDENTES .....</b>	<b>7</b>
1.1. ASPECTOS HISTÓRICOS .....	11
1.2. MODELOS MATEMÁTICOS.....	11
<b>2. MODELOS LLUVIA-ESCURRIMIENTO .....</b>	<b>13</b>
2.1. MODELOS HIDROLÓGICOS .....	14
2.1.1. Clasificación .....	14
2.1.2. Modelos concentrados frente a modelos distribuidos.....	17
2.2. MODELOS HIDRÁULICOS.....	19
2.2.1. Descripción.....	19
2.2.2. Ecuaciones fundamentales.....	21
2.3. MÉTODOS RECIENTES DE OBTENCIÓN DE PARÁMETROS.....	22
2.4. MODELOS HIDROLÓGICOS E HIDRÁULICOS UTILIZADOS EN LOS ÚLTIMOS AÑOS 26	
2.4.1. MIKE-SHE .....	27
2.4.2. SAC-SMA .....	27
2.4.3. DBSIM.....	28
2.4.4. TOPMODEL .....	29
2.4.5. HBV.....	29
2.4.6. MIKE 11.....	30
2.4.7. TETIS.....	30
2.4.8. LISFLOOD.....	31
2.4.9. MPE .....	31
2.4.10. IBER.....	32
2.4.11. ITZI.....	32
<b>3. MODELO HIDRÁULICO PROPUESTO.....</b>	<b>33</b>
3.1. ESQUEMA PROPUESTO .....	34
3.1.1. Ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento .....	35
3.1.2. Ecuaciones de conservación de masa.....	37
3.2. MÉTODO DE SOLUCIÓN .....	38
3.2.1. Planteamiento.....	38
3.2.2. Condiciones iniciales .....	43
3.2.3. Hidrograma de entrada.....	44



3.2.4.	Precipitación .....	46
3.2.5.	Mojado y secado de celdas .....	46
3.2.6.	Coeficiente de rugosidad "n" de Manning .....	47
3.2.7.	Malla con elevaciones del terreno.....	47
3.2.8.	Pérdidas por infiltración .....	48
<b>4.</b>	<b>VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL MODELO HIDRÁULICO PROPUESTO EN CONDICIONES IDEALIZADAS.....</b>	<b>57</b>
4.1.	TEST 1 FLUJO EN UN CUERPO DE AGUA .....	60
4.1.1.	Descripción.....	60
4.1.2.	Condiciones de modelación.....	61
4.1.3.	Comparación de resultados .....	61
4.1.1.	Comentarios .....	62
4.2.	TEST 2 LLENADO DE DEPRESIONES POR INUNDACIÓN.....	63
4.2.1.	Descripción.....	63
4.2.2.	Condiciones para modelación.....	64
4.2.3.	Comparación de resultados .....	64
4.2.4.	Comentarios .....	71
4.3.	TEST 3 CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO SOBRE UNA PEQUEÑA OBSTRUCCIÓN.....	73
4.3.1.	Descripción.....	73
4.3.2.	Comparación de resultados .....	74
4.3.3.	Comentarios .....	75
4.4.	TEST 4 PROPAGACIÓN DE LA INUDACIÓN SOBRE UNA PLANICIE .....	76
4.4.1.	Descripción.....	76
4.4.2.	Comparación de resultados .....	76
4.4.3.	Comentarios .....	81
4.5.	TEST 5 INUNDACIÓN EN UN VALLE .....	82
4.5.1.	Descripción.....	82
4.5.2.	Comparación de resultados .....	83
4.5.3.	Comentarios .....	87
4.6.	TEST 6A RUPTURA DE UNA PRESA.....	88
4.6.1.	Descripción.....	88
4.6.2.	Comparación de resultados .....	88
4.6.3.	Comentarios .....	91
4.7.	TEST 7 ACOPLAMIENTO DEL DERRAME EN UN CAUCE HACIA UNA PLANICIE	92
4.7.1.	Descripción.....	92
4.7.2.	Comparación de resultados .....	95



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

4.7.3. Comentarios .....	103
4.8. TEST 8A INUNDACIONES EN ZONAS URBANAS .....	104
4.8.1. Descripción.....	105
4.8.2. Comparación de resultados .....	106
4.8.3. Comentarios .....	109
4.9. COMENTARIOS A LAS APLICACIONES .....	110
<b>5. APLICACIÓN A CUENCAS REALES .....</b>	<b>113</b>
5.1. CUENCA DE LA ESTACIÓN HIDROMÉTRICA TEAPA .....	114
5.1.1. Estimación de caudales en la cuenca de la E. H. Teapa, Tab. ....	115
5.1.2. Modelo Digital de Elevaciones .....	119
5.1.3. Resultados de la modelación matemática.....	119
5.2. CUENCA DEL VALLE DEL GUADIANA .....	121
5.2.1. Precipitación .....	122
5.2.2. Modelo Digital de Elevaciones .....	123
5.2.3. Resultados de la modelación matemática.....	124
5.3. RÍO LA SABANA .....	126
5.3.1. Registros de precipitaciones e hidrograma .....	126
5.3.2. Modelo Digital de Elevaciones .....	127
5.3.3. Resultados de la modelación matemática.....	128
<b>6. CONCLUSIONES .....</b>	<b>131</b>
6.1. APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN .....	133
6.1.1. Validación del modelo matemático .....	134
6.1.2. Estimación de hidrogramas de escurrimiento .....	135
6.2. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.....	135
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>137</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>147</b>





## Relación de figuras

Figura I. Modelo conceptual.....	5
Figura 3.1. Zona de cálculo dentro de la cual se encuentra el área de inundación .....	38
Figura 3.2. Zona de cálculo dentro de la cual se encuentra el área de inundación .....	39
Figura 3.3. Condiciones de frontera consideradas en el esquema de cálculo .....	44
Figura 3.4. Ingreso del gasto que produce el flujo de agua.....	45
Figura 3.5. Ingreso de la precipitación que produce el flujo de agua.....	46
Figura 3.6. Cálculo de las velocidades del flujo en el método numérico propuesto .....	47
Figura 3.7. Número "N" de Curva para el cálculo del escurrimiento a partir de la precipitación efectiva (NRCS, 1986) .....	54
Figura 4.1. Test 1 Flujo en un cuerpo de agua con una sobre elevación intermedia. Néelz and Pender (2013).....	61
Figura 4.2. Comparación de resultados Test 1 Néelz and Pender (2013) .....	62
Figura 4.3. Test 2 Llenado de depresiones por inundación. Néelz and Pender (2013).....	64
Figura 4.4. Comparación de resultados Test 2. Sitios 1 y 2. Néelz and Pender (2013)....	65
Figura 4.5. Comparación de resultados Test 2. Sitios 3 y 4. Néelz and Pender (2013)....	66
Figura 4.6. Comparación de resultados Test 2. Sitios 5 y 6. Néelz and Pender (2013)....	67
Figura 4.7. Comparación de resultados Test 2. Sitios 7 y 8. Néelz and Pender (2013)....	68
Figura 4.8. Comparación de resultados Test 2. Sitios 9 y 10. Néelz and Pender (2013)..	69
Figura 4.9. Comparación de resultados Test 2. Sitios 11 y 12. Néelz and Pender (2013)	70
Figura 4.10. Comparación de resultados Test 2. Sitio 13. Néelz and Pender (2013) .....	71
Figura 4.11. Comparación de resultados Test 2. Sitios 14, 15 y 16. Néelz and Pender (2013).....	71
Figura 4.12. Datos para el canal del Test 3. Néelz and Pender (2013) .....	73
Figura 4.13. Comparación de resultados, velocidades y profundidades en el punto 1. Néelz and Pender (2013).....	74
Figura 4.14. Comparación de resultados para profundidades en el punto 2. Néelz and Pender (2013).....	75
Figura 4.15. Dominio en planta para modelación e hidrograma del Test 4. Néelz and Pender (2013).....	76
Figura 4.16. Comparación de resultados para profundidades en el punto 1. Néelz and Pender (2013).....	77
Figura 4.17. Comparación de resultados para profundidades en el punto 3. Néelz and Pender (2013).....	77
Figura 4.18. Comparación de resultados para profundidades en el punto 5. Néelz and Pender (2013).....	78
Figura 4.19. Comparación de resultados para profundidades en el punto 6. Néelz and Pender (2013).....	78
Figura 4.20. Comparación de resultados para velocidades en el punto 1. Néelz and Pender (2013).....	79
Figura 4.21. Comparación de resultados para velocidades en los puntos 3 y 5. Néelz and Pender (2013).....	79



Figura 4.22. Comparación de resultados para velocidades en el punto 6. Néelz and Pender (2013).....	80
Figura 4.23. Perfil del cauce con la profundidad en el tiempo 1 hora de modelación. Néelz and Pender (2013).....	80
Figura 4.24. Perfil del cauce con la velocidad en el tiempo 1 hora de modelación. Néelz and Pender (2013).....	81
Figura 4.25. MDE, perfil e hidrograma utilizado para el Test 5. Néelz and Pender (2013)	83
Figura 4.26. Comparaciones de profundidades de inundación en los sitios 1, 3, 5 y 7. Néelz and Pender (2013).....	83
Figura 4.27. Comparaciones de velocidades en los sitios 1, 3, 4 y 7. Néelz and Pender (2013).....	84
Figura 4.28. Perfil 0 a 2 km. Comparaciones de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013).....	84
Figura 4.29. Perfil 0 a 2 km. Comparaciones de velocidades máximas. Néelz and Pender (2013).....	85
Figura 4.30. Perfil 2 a 5 km. Comparaciones de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013).....	85
Figura 4.31. Perfil 2 a 5 km. Comparaciones de velocidades máximas. Néelz and Pender (2013).....	85
Figura 4.32. Perfil 5 a 10 km. Comparaciones de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013).....	86
Figura 4.33. Perfil 5 a 10 km. Comparaciones de velocidades máximas. Néelz and Pender (2013).....	86
Figura 4.34. Perfil 10 a 15 km. Comparaciones de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013).....	86
Figura 4.35. Perfil 10 a 15 km. Comparaciones de velocidades máximas. Néelz and Pender (2013).....	87
Figura 4.36. Consideraciones para el Test 6A (adaptado de 2013).....	89
Figura 4.37. Comparaciones de profundidades en los puntos G2 y G4. Néelz and Pender (2013).....	89
Figura 4.38. Comparaciones de profundidades en los puntos G5 y G6. Néelz and Pender (2013).....	90
Figura 4.39. Comparaciones de velocidades en los puntos G2 y G4. Néelz and Pender (2013).....	91
Figura 4.40. Mapas para la modelación del River Severn y la zona de inundación alrededor de Upton upon Severn, Worcester, Reino Unido. Néelz and Pender (2013) ....	96
Figura 4.41. Mapas de inundación de la zona en estudio. Néelz and Pender (2013) .....	96
Figura 4.42. Comparaciones de profundidades en las secciones M025, M035 y M045. Néelz and Pender (2013).....	97
Figura 4.43. Comparaciones de velocidades en las secciones M025 y M035. Néelz and Pender (2013).....	98
Figura 4.44. Comparaciones de profundidades en los puntos 1, 2 y 6. Néelz and Pender (2013).....	99



---

Figura 4.45. Comparaciones de profundidades en los puntos 8 y 9. Néelz and Pender (2013) .....	100
Figura 4.46. Comparaciones de profundidades en los puntos 11, 12, 14 y 17. Néelz and Pender (2013).....	100
Figura 4.47. Comparaciones de velocidades en los puntos 2, 6 y 17. Néelz and Pender (2013) .....	101
Figura 4.48. Comparaciones de velocidades máximas obtenidas con los modelos. Néelz and Pender (2013).....	102
Figura 4.49. Comparaciones de profundidades finales. Néelz and Pender (2013) .....	103
Figura 4.50. Consideraciones para el Test 8. Néelz and Pender (2013) .....	105
Figura 4.51. Comparación de profundidades en los puntos 1 y 2. Néelz and Pender (2013) .....	106
Figura 4.52. Comparación de profundidades en los puntos 3 y 6. Néelz and Pender (2013) .....	107
Figura 4.53. Comparación de velocidades en los puntos 2 y 6. Néelz and Pender (2013) .....	108
Figura 4.54. Comparación de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013) .....	109
Figura 5.1. Cuenca de la Estación Hidrométrica Teapa .....	114
Figura 5.2. Información disponible en tiempo real.....	115
Figura 5.3. Registros de precipitación del 18 al 24 de noviembre de 2015.....	116
Figura 5.4. Análisis espacial de precipitación del 18 al 24 de noviembre de 2015 .....	117
Figura 5.5. Registros de niveles del 18 al 24 de noviembre de 2015 .....	118
Figura 5.6. Análisis de aforos en el año 2015 .....	118
Figura 5.7. Modelo Digital de Elevaciones. INEGI CEM 3.0 .....	119
Figura 5.8. Comparación de hidrogramas .....	120
Figura 5.9. Comparación de niveles.....	120
Figura 5.10. Zona de estudio para el Valle del Guadiana.....	121
Figura 5.11. Estaciones climatológicas la zona de estudio .....	122
Figura 5.12. Modelo Digital de Elevaciones del Valle del Guadiana. CEM 3.0 INEGI ....	123
Figura 5.13. Resultados del modelo lluvia-escorrentía asociados a un periodo de retorno de 10 años.....	124
Figura 5.14. Profundidades de inundación asociados a un periodo de retorno de 10 años .....	125
Figura 5.15. Velocidades asociadas a un periodo de retorno de 10 años .....	125
Figura 5.16. Zona de estudio para la cuenca del río La Sabana .....	126
Figura 5.17. Precipitación y escurrimiento para el periodo de simulación .....	127
Figura 5.18. MDE para la cuenca del río La Sabana.....	127
Figura 5.19. Resultados de la modelación matemática .....	130





## Relación de tablas

Tabla 3.1. Factores para precipitación en función del cultivo y humedad antecedente ....	51
Tabla 3.2. Valores del número N de curva .....	55
Tabla 4.1 Características de los Test evaluados. Néelz and Pender (2013) .....	58
Tabla 4.2 Características de los modelo evaluados. Néelz and Pender (2013).....	59
Tabla 4.3. Comparación de parámetros de modelación para Test 2. Néelz and Pender (2013) .....	72
Tabla 5.1 Estaciones climatológicas en la zona de estudio.....	123
Tabla 5.2 Cartas topográficas de INEGI 1:50,000 en la zona de estudio .....	123





## INTRODUCCIÓN

Generalmente las inundaciones, se asocian con impactos negativos pero es sabido que no siempre es así; ya que por ejemplo, los nutrientes que arrastran los escurrimientos fertilizan en gran medida zonas específicas generando así mayor productividad de la tierra (Zevenbergen C. et al., 2011).

En la actualidad, en gran parte de los estudios formales sobre inundaciones incluyen a los análisis del tipo lluvia-escurrimiento basados en conceptos hidrológicos y no en métodos hidráulicos, ya que se considera que el tiempo de cálculo de estos últimos, es considerablemente mayor, además de que requieren mayor cantidad de información que no suele estar disponible.

Una de las tareas de la investigación sobre inundaciones consiste en crear o emplear modelos matemáticos hidráulicos para estimar los escurrimientos y la anegación del suelo a lo largo del tiempo con intervalos de confianza adecuados para que en caso de ser necesario, se emitan alertas oportunas para resguardar y proteger a los habitantes y sus bienes materiales, así como para ubicar temporalmente a las personas en lugares seguros.

La relación entre la precipitación y el escurrimiento no es sencilla de plantear, ya que depende de muchos aspectos, entre los que destacan las características físicas de la superficie de la tierra, así como de la distribución espacial y temporal de la lluvia sobre ella (Linsley et al., 1986).



---

Un reto importante de la Hidráulica es plantear como es la relación entre precipitación y escurrimiento en determinadas zonas geográficas. Un modelo adecuado de dicha relación sirve para obtener una buena estimación de los flujos del agua de lluvia sobre la superficie del terreno y las consecuencias de ellos, para ser empleados en el diseño de obras para controlar inundaciones o para pronosticarlas oportunamente (Domínguez R., et al., 2008).

La incertidumbre en los resultados del modelado hidráulico se debe a limitaciones en el conocimiento de las condiciones de frontera, imprecisiones de la elevación del terreno, calidad de los datos hidrológicos y aspectos físicos no tomados en cuenta como son los cambios en la topografía y cauces por las corrientes de agua y los sedimentos.



## OBJETIVOS

El objetivo principal en ésta investigación doctoral es desarrollar un modelo matemático para estimar la relación lluvia-escorrentía considerando aspectos hidráulicos en el flujo superficial del agua que proporcione mejores resultados que otros modelos con un tiempo de proceso acorde al tiempo de ocurrencia del fenómeno, así como precisar la metodología para determinar la evolución y la disminución de las zonas inundadas con la finalidad de reducir los daños que puedan provocar. Los resultados consideran varios aspectos que no tienen otros métodos tanto para los flujos de agua de las corrientes que ingresan a la cuenca como para la lluvia de cuenca propia en forma simultánea.

Además, obtener los valores máximos de las profundidades hidráulicas de inundación en un lapso de varias horas o días, así como las magnitudes de las velocidades de las corrientes de agua que permitan elaborar mapas peligro, vulnerabilidad y riesgo de daño por inundación de ciertos sistemas expuestos (por ejemplo, viviendas, cultivos, carreteras, hospitales, etc.).

Por mucho tiempo, para analizar el proceso de transformación de la lluvia en escorrentía, se utilizaron modelos hidrológicos de parámetros concentrados, como es el método de Clark que se supone que la cuenca funciona como un depósito donde se aplica la ecuación de conservación de la masa (continuidad). De manera que, existirá un caudal de entrada a la cuenca y uno de salida, éste último es proporcional al volumen almacenado en la cuenca.



Los métodos hidrológicos de parámetros concentrados son alimentados con valores medios y tratan a las características de la cuenca y de la precipitación como si fueran los mismos en toda su área, por lo que no pueden considerar las variaciones espaciales en el interior de la cuenca, de tipo y uso del suelo, ni de precipitación (Campos D., 1998)

Debido a la cantidad y calidad de la información disponible actualmente, en los últimos años se han desarrollado diferentes métodos para relacionar la lluvia con el escurrimiento. Dichos métodos van desde aplicaciones de fórmulas empíricas, hasta modelos matemáticos detallados que se fundamentan en principios físicos (Fuentes et al., 1981, Domínguez et al., 1999, Aparicio 2002)

El planteamiento de la investigación se resume de manera conceptual en la *Figura 1*, en donde la parte principal de la propuesta es el modelo matemático de simulación numérica que permitirá transformar los datos de precipitación horaria espacial y temporal en hidrogramas de escurrimiento en cualquier sitio que resulte de interés en toda la cuenca de estudio, así como de las posibles zonas de inundaciones asociadas a dicho evento.

Como resultado de la aplicación del modelo matemático se obtendrán:

- a) Los valores máximos de las profundidades hidráulicas de inundación así como de las magnitudes de las velocidades para ser utilizados en la representación de mapas peligro, vulnerabilidad y riesgo de daño por inundación de ciertos sistemas expuestos (uno de ellos es el de las viviendas urbanas y no urbanas).
- b) Hidrogramas con tiempo base que pueden ser de varios días en los sitios de interés a partir de los hietogramas de intensidad de lluvia (estimados a partir de imágenes satelitales, de radares meteorológicos o con alguna otra metodología) para ser empleados en métodos hidráulicos de flujo bidimensional, en un tiempo de cálculo comparable respecto al de los métodos hidrológicos.
- c) Estimaciones del tiempo de permanencia de la inundación en determinadas áreas susceptibles a quedar anegada.

Los modelos matemáticos consideran aspectos hidráulicos y el proceso físico con mayor detalle, casi siempre considerando ecuaciones diferenciales de las ecuaciones de conservación de la masa como de la cantidad de movimiento, para obtener flujos de agua superficial en el tiempo que tengan respuesta a los impulsos de precipitación (horarios) y de los desbordamientos de los ríos. En ocasiones se requieren conocer hidrogramas en algunas secciones transversales de los ríos que tiene tiempo base grande. Si bien al día de hoy ya se cuenta en la literatura técnica de herramientas o modelos para conocer las trayectorias de los escurrimientos así como las posibles



áreas de inundación, estos modelos están limitados ya que no permiten particularizar características importantes. Aunado a lo anterior, la propuesta de investigación pretende hacer un uso adecuado de herramientas con las que se cuenta hoy en día, tal es el caso de los sistemas de información geográfica así como de las imágenes satelitales o de radar que cada vez son más comunes en nuestro ámbito.

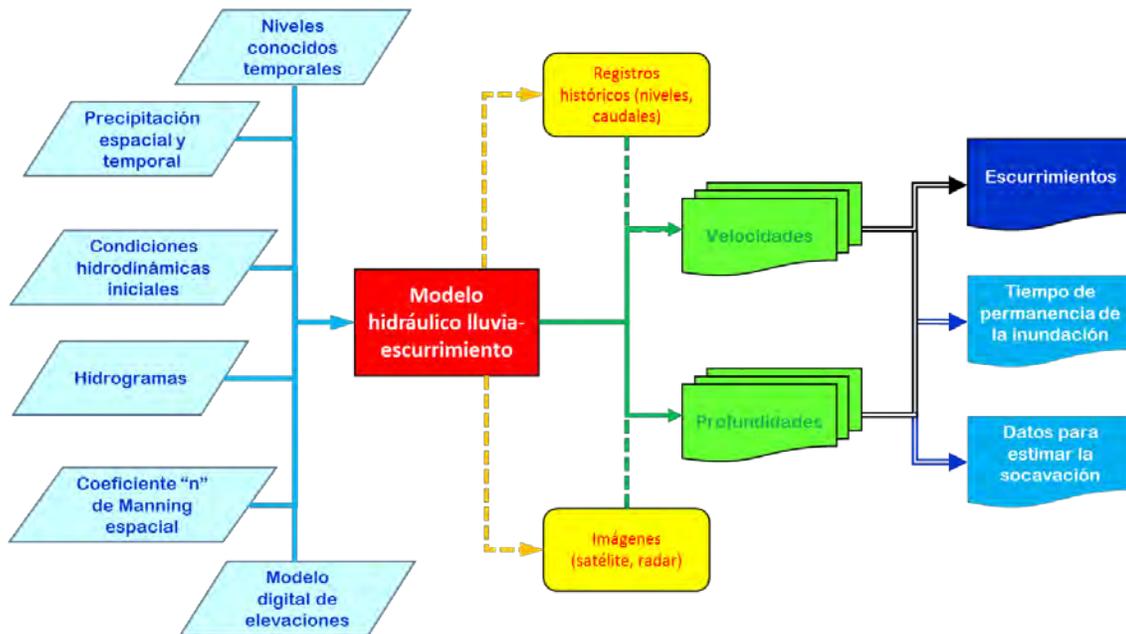


Figura 1. Modelo conceptual

La metodología propuesta en la investigación es útil para obtener los hidrogramas de escurrimiento a partir de la ingesta de la precipitación variable temporal y espacial en una cuenca.

Para comprobar el modelo matemático propuesto, se aplica en test resueltos mediante otros modelos de simulación comerciales con lo cual se tienen elementos de para su evaluación tanto para aspectos cualitativos como cuantitativos para comprobar que el modelo matemático propuesto proporciona resultados satisfactorios y es aplicable en la solución de diversos problema de la ingeniería para los que fue planteado.





## 1. ANTECEDENTES

Las principales características de las cuencas expuestas a las inundaciones es que a partir de precipitaciones frecuentes, se generan escurrimientos superficiales rápidos y en ocasiones la sincronización temporal de los picos de los hidrogramas que llegan a la corriente principal (Gupta y Waymire, 1998; Kusumastuti et al., 2007; Robinson et al, 1995). El impacto de la inundación puede ser local, afectando a una comunidad; o regional, que afecte a toda la cuenca del río, incluso si la inundación es grande. En particular, la recurrencia de grandes inundaciones en un río es una función de la meteorología y de las características fisiográficas. Por lo tanto, un cambio en el clima modifica el potencial de inundación en magnitud y frecuencia, pero Blum (2007) consideró que no es directamente proporcional al aumento o disminución de la precipitación, ya que la fisiografía de la cuenca podría acelerar la inundación como resultado de la erosión de las tierras altas, los patrones de drenaje y tipos de accidentes geográficos, además de la cantidad de humedad presentada. En general, las cuencas hidrográficas expuestas a precipitaciones relevantes presentan una red de drenaje organizada, que aumenta el flujo de agua en la corriente principal de acuerdo con la cantidad e intensidad de la precipitación y la topografía en la cuenca (Gupta, 2010).

Los escurrimientos también dependen de la geometría y la rugosidad del río, características que son algunas de las relaciones no lineales presentes en el sistema hidrológico. Sin embargo, incluso si las descargas de inundaciones son comunes, no hay tantos registros disponibles, a diferencia de los registros de lluvia, a los que se puede acceder en varias series temporales: diaria, quincena o estacional. Por lo tanto,



la variabilidad interanual en el pico de descarga debe estar correlacionada eficientemente con la precipitación media anual o el escurrimiento medio anual (Wohl, 2007).

Además, para determinar qué tan fácil es para el agua de lluvia que cae sobre el terreno alcanzar la corriente, se puede usar la generación de flujos preferenciales y los umbrales de conectividad de escurrimiento superficial (Beven y Davies, 2015). En este punto, una alta conectividad representa un gran riesgo de inundación debido a que mayores volúmenes de agua alcanzarán los arroyos y ríos generando rápidamente una descarga de volumen de escurrimiento. Además, la relación entre la forma de la pendiente de la cuenca y la corriente y las pendientes pronunciadas sin un área plana junto a la corriente representan un nivel más alto de conectividad, a diferencia de las pendientes en las zonas planas. Por lo tanto, existe la necesidad de comprender la conectividad hidrológica entre el río y su llanura de inundación, que requiere un conocimiento de la interacción entre los procesos climáticos, ecológicos, geomorfológicos e hidrológicos en el ecosistema (Hudson et al., 2013). En consecuencia, el escurrimiento y las inundaciones también son procesos impulsados por umbrales no lineales como resultado de las interacciones entre el clima y las características de la cuenca, como las vías superficiales y en el subsuelo que son dinámicas, heterogéneas y altamente no lineales con otras variables (Kusumastuti et al. al., 2006).

Las no linealidades del sistema también implican, entre otras características, diferentes volúmenes de insumos de lluvia para diferentes condiciones de humedad del suelo, por lo que se modifican los hidrogramas unitarios del río, ya que no existe una relación lineal que transforme las alturas de precipitación efectivas en el hidrograma de escurrimiento de precipitaciones (Sherman, 1942 y 1932). Sin embargo, el escurrimiento varía con los patrones espaciales y temporales de la lluvia y las características topográficas e hidrológicas de la cuenca, los flujos preferenciales y no preferenciales se generan recorriendo diferentes distancias y velocidades (Jothityangkoon et al., 2001; Kusumastuti et al., 2007; Robinson and Sivapalan, 1997; Spence y Woo, 2006). Por lo tanto, para predecir el hidrograma de escurrimiento de lluvia, es necesario considerar diferentes precipitaciones, el tamaño y la forma de la cuenca de drenaje, la topografía, la vegetación y el clima, que generan un hidrograma de precipitaciones característico de una duración determinada similar al hidrograma unitario y diferentes inundaciones. Se esperan respuestas entre temporadas o durante un período de muchos años en la misma región. Strahler (1964) señaló que la morfometría de la cuenca de drenaje tiene un efecto directo en el hidrograma de inundación. Además, Gupta (2010) mencionó otras condiciones como la forma de la cuenca y la relación de bifurcación.



Además, es importante considerar la variabilidad temporal en una escala de tiempo: dentro de la tormenta, estacional (anual), inter-década e interanual y establecer una conexión hidrológica con el canal principal en la cuenca y el drenaje red. Comúnmente, los usuarios de hidrogramas ignoran las no linealidades de la lluvia, el escurrimiento y las inundaciones, aunque podrían introducir una intermitencia en el proceso de precipitación-escurrimiento. Esto se debe a que los cuerpos de agua naturales o artificiales podrían atenuar o terminar la respuesta de escurrimiento o, a su vez, producir inundaciones por desbordamiento (Kusumastuti et al., 2006). Además, Blöschl y Sivapalan (1997) demostraron que el coeficiente de variación de una curva de frecuencia de inundación aumentó en un factor de cuatro cuando se introduce la no linealidad en la relación lluvia-escurrimiento. Fiorentino e Iacobellis (2001) analizaron el efecto de los umbrales de escurrimiento que refuerzan los diferentes mecanismos de generación en las distribuciones de frecuencia de inundación resultantes y establecieron el concepto de área de contribución de escurrimiento variable. Nippgen et al. (2015) reconocieron que es necesario diferenciar entre áreas activas y contribuyentes porque no son términos intercambiables.

Para Ambroise (2004), las áreas activas no tienen conexión hidráulica a la red de arroyos, por lo que no contribuyeron al escurrimiento de la cuenca cuando las vías de flujo descendentes son discontinuas. De esta manera, se ha estudiado con más detalle la conectividad lateral de los ríos y las llanuras de inundación, así como las descargas máximas, como en el caso de Middelkoop y Asselman (1998) que examinan las planicies de inundación con bordos. Hudson et al. (2013) señalaron que al utilizar sólo un enfoque de canal de sección transversal convencional para explicar la conectividad, la contribución lateral es limitada (Mejía y Reed, 2011) debido a la restricción de los tipos de ríos y planicies de inundación probados por ellos. Además, estos autores han notado que a veces se usan datos de elevación de planicie aluvial que hacen difícil estimar con precisión el umbral exacto de conectividad. Otros estudios han considerado las diferencias en la geomorfología de la llanura de inundación para comprender el patrón y la extensión espacial de la inundación. En algunos casos, los estudios han utilizado el mismo período de retorno o la duración del flujo sin tener en cuenta que la etapa del río varía longitudinalmente como resultado de un perfil descendente no lineal (Hudson et al., 2013).

Para simular las inundaciones teóricas distribuidas que favorecen el uso de modelos de simulación numérica, el área de contribución de escurrimiento variable es fundamental (Fiorentino et al., 2006). Algunos de estos modelos, desde empíricos con bases físicas o estocásticos con parámetros distribuidos, no han podido reproducir la forma en que una cuenca medianas y grandes responde (características típicas del proceso de escurrimiento) a la precipitación porque considera un comportamiento lineal. Un hidrograma de arroyos solo tiene un valor limitado para evaluar si la



simulación obtenida se ajusta con precisión al flujo de agua dentro de la cuenca tanto en el espacio como en el tiempo. Para comprender el efecto del flujo de agua en una inundación, McDonnell y Beven (2014) mencionaron que es necesario probar modelos para resolver múltiples hipótesis de trabajo para diferentes respuestas de captación, como lo hizo Néelz y Pender (2013).

Los modelos matemáticos hidráulico, así como los hidrológicos, pueden representar una inundación utilizando solo secciones transversales o incluyen el desarrollo de la conexión entre el canal principal y la llanura de inundación en modelos de dos dimensiones (2D). Los modelos 2D también incluyen características de los componentes de la red de drenaje. Bates y De Roo (2000) indicaron que la topografía debe considerarse con particular detalle para modelar los niveles de agua alcanzados, a fin de evitar errores significativos en la estimación de inundaciones utilizando los modelos 2D. Por ejemplo, el uso de modelos de elevación digital (MDE) o datos de detección remota como LiDAR ayuda a comprender los procesos de la llanura de inundación y a utilizar enfoques de volumen finito (Marks y Bates, 2000).

El objetivo principal de esta investigación es el de proponer un modelo matemático que estima el escurrimiento a partir de la precipitación de parámetros distribuidos con fundamentos hidráulicos, llamado FluBiDi (Flujo Bi Dimensional) como una alternativa a los comerciales y académicos que ya se utilizan en todo el mundo. Como otros códigos 2D que predicen el escurrimiento y la inundación, el objetivo es el de estimar el escurrimiento en una cuenca fluvial mediana o grande. Adicionalmente con FluBiDi se simula eventos de inundación de varios días con un utilizando tamaños de píxeles (400 m o más pequeños) y con varios pasos de tiempo (5 minutos o menos) logrando con precisión los hidrogramas de escurrimiento directo. Para evaluar la precisión y la robustez del modelo, se replican diez test resueltos del informe de referencia (Néelz y Pender, 2013) para simular:

- El movimiento del flujo de agua en condiciones extremas (condiciones iniciales y de frontera con topografía idealizada)
- Eventos de inundación cuasi naturales que tienen en cuenta las condiciones de frontera y una topografía real (ecosistema real).

Además, el modelo se aplica a una cuenca real con los datos registrados de lluvia para un periodo de 5 días, registros de niveles de la superficie libre del agua en la salida, así como de aforos realizados con métodos tradicionales, los cuales son utilizados para comparar con los obtenidos con el modelo matemático.



## 1.1. ASPECTOS HISTÓRICOS

Hasta el siglo 18 los sistemas de drenaje fueron diseñados por prueba y error, porque no había suficiente información para desarrollar métodos para especificar caudales de diseño apropiados, sin embargo, el progreso llegó con el desarrollo de la fórmula de fricción de Chezy en 1770, la invención del pluviómetro y la recolección de datos meteorológicos en Europa en el siglo XIX (O'Loughlin, G. et al, 2010).

En 1850 Thomas J. Mulvaney y su hermano dirigieron un grupo de ingenieros que idearon un método para la determinación de gastos de diseño para establecer el tamaño de los canales de drenaje de tierras rurales, llamado método racional. El anterior es considerado el primer modelo del proceso de lluvia-escurrimiento (O'Loughlin, G. et al, 2010).

Aun cuando el método racional no fue aceptado inmediatamente, de él partieron muchos estudios y aportaciones como el método de Talbot para la creación de las curvas i-d-Tr, Sherman (1932) generó el método del hidrograma unitario, Horton (1933) desarrolló una teoría sobre la infiltración, Clark (1945) y Zoch (1934-1937) realizaron estudios sobre las trayectorias, Dooge (1959) dio a conocer la teoría general del hidrograma unitario.

## 1.2. MODELOS MATEMÁTICOS

Con el avance de los sistemas de cómputo se crearon programas dedicados a esta área del conocimiento; uno de los programas más utilizados fue el de Stanford de Crawford y Linsley (1966), la Universidad de Illinois desarrolló un programa para estudios de sistemas en cascada o sistemas ramificados en almacenamientos bajo la dirección de Ven Te Chow.

Durante las décadas finales del siglo 20 se lanzaron programas como: SWMM (EEUU, Environmental Protection Agency, 1971), HEC-1 (Hydrologie Engineering Center, 1981), Tr55 (Soil Conservation Service EE.UU, 1975), el WASSP (U.K: National Water Council, 1981), MOUSE (Danish Hydraulics Institute, 1996), etc.

Los programas mencionados anteriormente se pueden agrupar en categorías, las que son objeto de estudio de este trabajo en modelos de tipo hidrológico y de tipo hidráulico.





## 2. MODELOS LLUVIA-ESCURRIMIENTO

En términos generales, la representación mediante un modelo es la sustitución de un objeto considerado por un cuasiobjeto o proceso con objeto de extraer información acerca de él. El modelo intenta imitar los aspectos más relevantes del objeto de interés. Puede considerarse como una analogía simplificada del objeto real. Básicamente, la modelización permite simular y predecir el comportamiento de un objeto o sistema complicado de modo más manejable. Algunos detalles del objeto real son ignorados, por no ser importantes para un caso dado, o bien por ser demasiado complicados que no aportan una precisión relevante (Dooge, 1973).

Para llevar a cabo gran parte de los proyectos de ingeniería hidráulica es necesario el cálculo de gastos de diseño; una de las maneras de obtener esta información es por medio de la observación y de la medición directa de eventos, sin embargo, la dificultad de recolectar esta información ha llevado a la ingeniería a tomar medios indirectos para conseguir dicho fin.

Lo mencionado tiene la idea de identificar una variable ligada al escurrimiento que sea fácil de medir. La variable que resulta adecuada es la lluvia; de aquí nace la necesidad de generar teorías y métodos que se enmarcan en el proceso llamado lluvia-escurrimiento.

Con el paso de tiempo y debido a las necesidades de la ingeniería se han dado avances en la recopilación de datos y modelado; que son utilizados para resolver problemas como: estimar gastos de diseño y descargas en las salidas en cuencas



rurales. En el caso de cuencas urbanas es necesario el cálculo de gastos de diseño para cada elemento que constituye el sistema de drenaje. En ambos casos resulta de interés conocer los mapas de peligro debido a inundaciones.

Se han desarrollado numerosas clases de enfoques en flujos bidimensionales horizontales (2D); sin embargo, las fuentes de incertidumbre en la generación de mapas de inundación están vinculados a la representación correcta de la lluvia y la topografía (Balas y Wagner, 2008)

Los modelos se pueden reagrupar en categorías según el aspecto de interés, los que son objeto de estudio de este trabajo son los modelos de tipo hidrológico y de tipo hidráulico.

## 2.1. MODELOS HIDROLÓGICOS

Un modelo hidrológico tiene como objetivo la representación de los procesos que conforman el ciclo hidrológico y la interrelación entre las variables que influyen en el mismo. Estos modelos se pueden dividir en determinísticos o probabilísticos (Orduña M. L., 2007).

- Un modelo determinístico estimará la respuesta hidrológica a unos datos de entrada mediante una representación matemática abstracta o una ecuación basada físicamente, dando como resultados un valor numérico concreto.
- Un modelo probabilístico, tanto estadístico como estocástico, sigue las leyes de la probabilidad, dando como resultado una función de distribución de ocurrencia de cada uno de los intervalos que conforman una variable discreta.

### 2.1.1. Clasificación

Los modelos hidrológicos se pueden clasificar desde tres puntos de vista. La primera se fundamenta en el tipo de representación espacial del modelo; la segunda en la forma de representar los procesos hidrológicos que ocurren en la cuenca y la última en la extensión temporal en la que se puede aplicar el modelo (Orduña M. L., 2007).

La primera clasificación se subdivide en:

- **Modelos agregados:** son aquellos que consideran una distribución espacial uniforme de lluvia en la cuenca, utilizando como variable la precipitación media, y supone que los parámetros de los diferentes sub-modelos, que simulan los



diferentes procesos hidrológicos, son globales para toda la cuenca y permanecen a lo largo de un episodio.

- **Modelos semidistribuidos:** Son aquellos que permiten una cierta variabilidad de la lluvia y de los parámetros de los submodelos que lo componen, mediante la división de la cuenca en multitud de pequeñas subcuencas con lluvia y parámetros constantes en cada uno de ellos.
- **Modelos distribuidos:** Son aquellos que permiten la variabilidad espacial de la lluvia y de los parámetros, mediante la división de la cuenca en celdas, en las que se simulan los diferentes procesos hidrológicos.

En función del tipo de representación de los procesos hidrológicos que ocurren en la cuenca se pueden clasificar en tres grupos:

- **Modelos métricos:** Son aquellos que tienen una gran dependencia respecto de los datos observados, realizando una búsqueda sobre los mismos para caracterizar la respuesta del sistema, mediante un método de extracción de la información a partir de los datos existentes. Estos modelos se construyen con una consideración pequeña o nula de los procesos físicos que ocurren en el sistema hidrológico. Los modelos métricos utilizan la representación más simple del comportamiento de una cuenca hidrológico, ya que la relación entre la lluvia y el escurrimiento resultan a partir de las condiciones iniciales de la cuenca pueden ser simuladas mediante una variable de pérdida volumétrica, que engloba los procesos de pérdida por evaporación, almacenamiento de humedad en el suelo y recargar de aguas subterráneas, y una función de distribución temporal, que simula los diferentes modos dinámicos de respuesta. El ejemplo más común de este tipo de modelos son los basados en el concepto de hidrograma unitario, que simula la respuesta de del escurrimiento a un episodio de lluvia mediante una función de transferencia lineal.

La gran ventaja de estos modelos es que requieren una cantidad mínima de datos, pero tiene un rango de aplicación limitado por la variabilidad de los datos observados y no son capaces de tomar en cuenta los cambios producidos en la cuenca, por ejemplo la expansión urbana sin realizar modificaciones en el modelo.

- **Modelos conceptuales:** Son aquellos que representan los procesos hidrológicos más importantes mediante una base de conocimiento inicial en forma de representación conceptual de los mismos. El inicio de estos modelos se produce con el avance de los equipos de cómputo, que permitió la representación integrada de la fase terrestre del ciclo hidrológico para generar secuencias continuas del flujo, sin embargo, aún se necesita una etapa de calibración.



La principal desventaja de estos modelos es la existencia de diferentes valores de los parámetros del modelo con los que se obtienen similares medidas de ajuste. Por tanto, si los valores de los parámetros no pueden ser definidos de manera única, los parámetros no pueden asociarse directamente a las características de la cuenca, y por tanto, el modelo no puede aplicarse a nuevas cuencas sin observaciones, e incluso a la misma cuenca después de haberse producido cambios en la misma.

- **Modelos físicamente basados:** Estos modelos utilizan los conocimientos más recientes del comportamiento físico de los procesos hidrológicos realizando la simulación del comportamiento hidrológico de una cuenca mediante la utilización de la ecuación de continuidad, resolviendo las ecuaciones diferenciales de forma numérica. Estos modelos permiten la descripción de los fenómenos en cada una de las celdas del sistema, tanto desde el punto de vista de los parámetros como de la resolución de los sistemas de ecuaciones diferenciales, por tanto el sistema físico se representa por mediante un sistema de ecuaciones diferenciales que expresan la masa, el momentum y el balance de energía.

La gran ventaja de los modelos físicamente basados, estriba en utilizar parámetros que en principio pueden ser medidos directamente en el campo y tienen un sentido físico directo, por tanto, si los valores de estos parámetros se pueden determinar a priori, estos modelos pueden ser aplicados a cuencas sin datos observados, e incluso se pueden tener en cuenta los cambios en la misma cuenca.

Por otra parte, los modelos físicamente basados permiten una representación matemática ideal de un fenómeno real, con la limitante de que requiere ser alimentado con un gran número de datos, que en su mayoría son difíciles de conseguir, a la vez, que necesitan un gran tiempo de procesamiento computacional.

En función de la extensión temporal en la que se puede aplicar el modelo, se clasifican en dos grupos:

- **Modelos de episodio:** Son aquellos desarrollados para simulaciones de cortos intervalos de tiempo normalmente de un único evento de lluvia. Estos modelos se encuentran en la simulación de los procesos de infiltración y escurrimiento superficial, ya que su principal objetivo es la evaluación del escurrimiento directo, pero no toman en cuenta la recuperación de humedad entre episodios de lluvias. Los modelos de episodio se aplican fundamentalmente para simular gastos de avenida, principalmente en aquellos casos en los que el escurrimiento directo es la principal fuente de generación de escurrimiento total, sin embargo no son recomendables para los cálculos en la época de estiaje ni en la simulación de gastos diarios.



- **Modelos continuos:** Son aquellos que permiten la simulación de caudales diarios, mensuales o estacionales, es decir, permiten la simulación durante intervalos de tiempo mayores a un episodio de lluvia. Estos modelos consideran todo los procesos que influyen en la generación de escurrimiento, tanto el escurrimiento directo mediante el flujo subterráneo. Los modelos continuos se centran en la simulación de la evapotranspiración y de los procesos que influyen a largo plazo en la recuperación de la humedad durante los periodos en los que no hay ocurrencia de precipitación. Por tanto, el objetivo principal de los modelos continuos es la simulación del balance de humedad total de la cuenca durante períodos largos de tiempo. Los modelos continuos se aplican fundamentalmente para el pronóstico de gastos.

### **2.1.2. Modelos concentrados frente a modelos distribuidos**

La principal diferencia entre los modelos concentrados y distribuidos se fundamenta en que los primeros no consideran la variabilidad espacial de los parámetros los segundos permiten la variabilidad espacial de los parámetros. Por tanto, los modelos concentrados sólo pueden evaluar la respuesta de la cuenca en el punto de salida de la misma, sin tener en cuenta la respuesta de las subcuencas de forma individual, mientras que los modelos distribuidos permiten la evaluación de la respuesta tanto de la cuenca en conjunto como de las subcuencas de manera individual, pudiendo así mismo obtener la respuesta en cualquier punto de la cuenca (Ponce, 1989).

Históricamente se ha tendido a utilizar modelos concentrados sobre modelos distribuidos; debido principalmente a la limitación de los ordenadores y a la falta de disponibilidad de datos. Sin embargo, como consecuencia de los avances tecnológicos de la última década y la gran cantidad de datos procedentes de los SIG, que permiten una descripción de la cuenca topográfica, uso de suelo, tipos de suelo, lluvia, etc., se produce una mayor utilización de los modelos hidrológicos distribuidos con el objeto de utilizar su capacidad de representación espacial de los parámetros y datos de entrada y así aprovechar toda esta cantidad de datos disponibles (Vieux, 2004).

La utilización de modelos concentrados puede estar justificada en zonas donde la variabilidad espacial de los parámetros sea más o menos uniforme. Sin embargo, un modelo de parámetros concentrados no será capaz de representar correctamente los cambios de pendiente y la forma de la red de drenaje, que tiene una influencia considerable en la respuesta hidrológica de una cuenca. En muchos casos se prefiere utilizar un modelo concentrado debido a la simplicidad que se tiene para dar los parámetros que representan a la cuenca y la forma en la que se calibran, en cambio



la aplicación de modelos distribuidos conlleva un mayor reto en la caracterización de los parámetros de la cuenca.

Una solución intermedia consistirá en la construcción de un modelo semidistribuido; el cual consiste en la división de la cuenca en un conjunto de subcuencas, con parámetros y características uniformes y conectadas entre sí, mediante un modelo agregado. Pero normalmente se tiene los siguientes inconvenientes (Vieux 2004):

- La obtención de los valores de los parámetros a la escala de las subcuencas consideradas resultaría complicado, debido a que no se dispondrá de valores de caudal en la salida de cada una de las cuencas.
- La representación del modelo puede verse afectada en función del número de subcuencas consideradas.
- La variabilidad de los parámetros no se presenta correctamente, debido a la agregación en la escala de las subcuencas.
- El modelo resultante no tiene una base física.

Además de la consideración de la variabilidad espacial de los parámetros del modelo, una de las principales ventajas de los modelos distribuidos frente a los modelos concentrados consiste en la consideración de la variabilidad espacial de la lluvia (Orduña M. L., 2007).

La variabilidad espacial de la lluvia tiene una influencia muy importante en la respuesta de la cuenca, sobre todo para el caso de lluvias con generación convectiva, siendo uno de los factores más determinantes en el gasto máximo y la duración del hidrograma. Si el área de la tormenta es mucho menor que el área de la cuenca, el gasto máximo estará muy influenciado por la dirección y velocidad de la tormenta. En esta caso, una tormenta que se mueve hacia aguas abajo de la cuenca, siguiendo la dirección de la red de drenaje y de flujo, produce un hidrograma con un gasto máximo mayor y una curva de ascenso más aguda, sin embargo, una tormenta que se mueve hacia aguas arriba de la cuenca produce un hidrograma con un gasto máximo menor y una curva de ascenso y descenso más suave.

Se han realizado numerosas comparaciones entre modelos distribuidos y modelos concentrados, obteniendo como resultado que la distribución espacial de la lluvia debería tenerse en cuenta para cualquier tamaño de cuenca, ya que no sólo influye en los valores del gasto máximo, sino también en el tiempo de los hidrogramas.

Es importante resaltar que hay casos muy particulares en lo que los modelos distribuidos y modelos concentrados dan resultados parecidos, es decir la lluvia variable en el espacio y una lluvia espacial media es equivalente, estos casos



particulares se pueden tener por errores en los datos, en la estructura del modelo y en los parámetros con los que se alimentó, ya que las características no lineales de los modelos distribuidos pueden magnificar los errores en los datos de lluvia en vez de suavizarlos. Por otra parte, los resultados pueden ser muy específicos y localizados, y pueden tener una gran dependencia respecto de la escala de la cuenca, la variabilidad de la lluvia en la zona y las características de los mecanismos de generación de escurrimiento, además de que en cada estudio se han utilizado diferentes modelos para simular el proceso lluvia-escurrimiento.

Como consecuencia se ha sugerido que lo importante no es determinar si una cuenca tiene una gran espacialidad de la lluvia y de las características físicas, sino de la identificación de si la variabilidad de la lluvia filtrada a través de las características físicas de la cuenca, produce cambios significativos en la respuesta de la cuenca, en estos casos, un modelo distribuido producirá una mejora en los resultados respecto a un modelo agregado.

Se puede concluir que los modelos distribuidos requieren un mayor tiempo de cálculo respecto a los modelos concentrados, debido al mayor detalle con que realizan las simulaciones; sin embargo, la principal ventaja de los modelos distribuidos consiste en la consideración de la variabilidad espacial tanto de la lluvia, como de los procesos hidrológicos, ya que las heterogeneidades espaciales de un sistema hidrológico pueden no estar bien reproducidas mediante valores medios de los parámetros. Por el contrario, los modelos hidrológicos distribuidos tienen el inconveniente de requerir una considerable calidad y cantidad de datos disponibles en la cuenca.

## **2.2. MODELOS HIDRÁULICOS**

Los modelos hidráulicos pretenden representar los fenómenos hidráulicos a partir de abstracciones matemáticas. Al igual que en los modelos hidrológicos estos modelos se pueden dividir por la complejidad de las ecuaciones a utilizar.

### **2.2.1. Descripción**

Una forma de distinguir los modelos matemáticos para resolver las ecuaciones fundamentales de la hidráulica podría ser la siguiente (Echavarría, S. B. 2013):

- La aproximación de las ecuaciones.
- Los métodos numéricos.



- Las herramientas de apoyo para simular condiciones de frontera internas.
- El ambiente de programación en que fueron desarrollados.

Los métodos que representan las ecuaciones de Saint-Venant se conocen como dinámicos. Los que emplean simplificaciones de las ecuaciones de Saint-Venant se conocen como métodos hidráulicos. Este último se conoce como el método de la onda difusa y de la onda cinemática. La ecuación de la onda difusa se usa para analizar la evolución del hidrograma en tramos largos del cauce y produce resultados comparables a los que se obtienen con las ecuaciones completas de Saint-Venant. La ecuación de la onda cinemática se obtiene al considerar que la pendiente de la línea de energía es igual a la pendiente del terreno.

Las ecuaciones de Saint-Venant tienen diferentes formas y simplificaciones para definir el tránsito de avenidas del flujo en una dimensión. Se desprecia el efecto del flujo lateral, la resistencia por viento y las pérdidas por vórtices.

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (2.1)$$

donde

$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t}$	Aceleración local (m/s <sup>2</sup> )
$\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right)$	Aceleración convectiva (m/s <sup>2</sup> )
$g \frac{\partial y}{\partial x}$	Fuerza debida a la presión por unidad de masa (m/s <sup>2</sup> )
$g(S_0 - S_f)$	Fuerza de gravedad y fuerza de fricción por unidad de masa (m/s <sup>2</sup> )

La fuerza de gravedad y de fricción representan en conjunto la onda cinemática, la onda cinemática si se le adiciona el término de la fuerza de presión representan a la onda difusa y si a la última se le adiciona los términos de aceleración local y aceleración convectiva se usa la ecuación de onda dinámica.

La ecuación de momentum está compuesta de términos para describir los procesos físicos que gobiernan el momentum del flujo:

- *Aceleración local* que describe el cambio en el momentum debido al cambio de velocidad en el tiempo.



- *Aceleración convectiva* que describe el cambio en el momentum debido al cambio de velocidad a lo largo del conducto.
- *Fuerza debida a la presión* que es proporcional a la variación del tirante a lo largo de la conducción.
- *Fuerza de gravedad* que es proporcional a la pendiente del fondo ( $S_0$ )
- *Fuerza de fricción* que es proporcional a la pendiente de fricción ( $S_f$ )

Otros métodos utilizan mayores simplificaciones, pero son menos exactos que los obtenidos con los métodos hidráulicos y caen dentro de los llamados métodos hidrológicos; entre los más usados son los de Muskingum y Muskingum Modificado.

Las condiciones de frontera internas generalmente representan una particularidad en los modelos matemáticos ya que forman una discontinuidad en el armado convencional. Por ejemplo para representar el funcionamiento hidráulico de una planta de bombeo (al tener un conducto a una elevación menor que la del conducto de descarga), en el modelo matemático normalmente se requiere transitar el hidrograma conservando la descarga libre en la salida, por lo que se incorpora una condición de frontera interna que permita ambas condiciones simultáneamente. Algunos modelos tienen implementado un algoritmo para resolver este tipo de arreglos geométricos.

El desarrollo de las computadoras permite que en la actualidad se manejen en ambiente Windows los modelos matemáticos, a diferencia de los modelos que se utilizaban en modo terminal, como los programas de C++, Fortran, Turbo Pascal, etc.

### 2.2.2. Ecuaciones fundamentales

A continuación se expresan las ecuaciones fundamentales de la hidráulica que son utilizadas en los modelos de tipo hidráulico.

Ecuación de continuidad cuando no hay almacenamiento:

$$Q_1 V_1 = Q_2 V_2 \quad (2.2)$$

Ecuación de conservación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \left( \frac{\alpha Q^2}{A} \right)}{\partial x} + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(I_0 - I_f) \quad (2.3)$$

Para simular el funcionamiento de flujos a presión:



$$-\frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} dxdt = \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} dxdt \quad (2.4)$$

donde:

Q	Gasto (m <sup>3</sup> /s)
A	Área hidráulica (m <sup>2</sup> )
y	Tirante (m)
g	Aceleración de la gravedad (m/s <sup>2</sup> )
x	Distancia en la dirección del flujo (m)
t	Tiempo (s)
$\alpha$	Coefficiente de corrección por la distribución de velocidad
$I_0$	Pendiente del fondo
$I_f$	Pendiente de fricción
$\rho$	Densidad del agua (kg/m <sup>3</sup> )

### 2.3. MÉTODOS RECIENTES DE OBTENCIÓN DE PARÁMETROS

Existen diversos artículos y publicaciones que abordan el tema de los modelos en la relación lluvia-escorrimento, debido a que un modelo lluvia-escorrimento se aplica normalmente a las tormentas fuera del rango de las condiciones en que ha sido exitosamente calibrado y verificado, Yu et al, 2001 examina la incertidumbre del resultado del modelo causado por los parámetros de calibración. Aplica cuatro métodos, la simulación de Monte Carlo (MCS), Latin Hypercube Sampling (LHS), el método de Rosenblueth del punto de estimación (RPEM) y el método de Harr del punto de estimación (HPEM), los cuales se utilizaron para construir los límites de incertidumbre en un hidrograma estimado. De una comparación de resultados de estos cuatro métodos, se encontró que el LHS produce resultados analíticos similares a los de MCS.

Por otra parte los modelos hidrológicos distribuidos se utilizan eficazmente para la simulación de eventos de inundaciones en cuencas donde un complicado sistema de embalses afecta al régimen de flujo natural. La valoración de este efecto en un sistema de este tipo se realiza con un modelo hidrológico distribuido espacialmente, donde la formación del escurrimento superficial y el enrutamiento hidráulico a través de cada



depósito y el sistema del río se efectúan con una resolución espacial y temporal; (Montaldo N. et al, 2004).

La cuenca del río Toce se presenta como un caso de estudio, debido a la presencia de 14 presas hidroeléctricas activas que afectan el régimen de flujo natural. Un acontecimiento reciente de inundación extrema se simula mediante un método Kriging multi-realización para modelar la distribución espacial de la precipitación. Los resultados muestran cómo un modelo hidrológico distribuido puede contribuir a la definición de estrategias para la gestión de embalses en la mitigación de inundaciones.

La Universidad de Shahid Bahor en Irán, realizó una aplicación de la teoría de redes neuronales para procesos lluvia-escorrentía en el río Zard. Las redes neuronales generalmente utilizan un sistema de nodos y capas que son una representación simple del cerebro humano, se denomina multicapa de percepción (MLP), el estudio propone una nueva estructura llamada Función de Base Radial (RBF) la cual se compara con el modelo tradicional. La base de datos con la que se alimentó este modelo fue con 14 tormentas seleccionadas de 10 años de registros pluviométricos y de escorrentía, estos eventos se seleccionaron porque generaron inundaciones en la zona; el 80 % de las tormentas se utilizaron para entrenar el modelo de RNA y el otro 20 % para validarlo; los resultados se compararon por medio del error cuadrático medio (RMSE), la suma de error cuadrático (SSE) y el coeficiente de correlación. (Mehrdad, 2004).

Mehrdad en el 2004 propone una aplicación en el sitio de estudio para estimar la descarga del río, una de las etapas del estudio consistió en entrenar un modelo MLP y RBF, las diferencias entre ambos modelos es la siguiente:

- 1.- La Red RFB tiene una capa oculta y las funciones de activación de las neuronas son de tipo Gaussiano con centro y propagación especial.
- 2.- La red RBF contiene funciones lineales simples, lo que hace posible la aplicación de optimización por algoritmos lineales, por esta razón se mejora la velocidad de procesamiento y evita caer en mínimos locales, como sucede en el proceso de aprendizaje en la red de tipo MLP.

Las conclusiones del estudio de Mehrdad es que los resultados de las RNA son buenos si se alimentan con una base de datos de calidad y si se combina con un modelo como el HECHMS pueden llegar a ser utilizados para estimar el gasto de una avenida en una cuenca.

Manoj K. Jain, et al, 2004 describen un proceso basado en un modelo de lluvia-escorrentía por medio de la división de una cuenca en una red de celdas o células, para desarrollar un modelo capaz de manejar de forma heterogénea la información



disponible como el uso y tipo de suelo, la pendiente del terreno, y las precipitaciones de tormentas aisladas de varias cuencas.

La información se ingresa al modelo a través de un Sistema de Información Geográfica (SIG) para cada celda, la infiltración se calcula por medio del modelo de Philip, modelo de infiltración de dos términos, los cuales se obtienen a través de la información del tipo de suelo, la mecánica de flujo superficial es descrito por la aproximación de las ecuaciones de difusión de onda de St. Venant que se resuelve numéricamente para la profundidad de flujo y el escurrimiento por el método de volumen finito. El modelo utiliza una relación que explica la dependencia de la resistencia al flujo en la profundidad de la corriente y la rugosidad de la superficie.

Los resultados de varias cuencas indican que el modelo puede simular razonablemente bien el hidrograma de salida. El modelo también predice de forma realista la variación temporal y la distribución espacial de la profundidad de flujo y el gasto sobre la cuenca. También permite estudiar la distribución espacial y temporal del gasto por el efecto de las modificaciones de captación en términos de cambios en el uso y tipo de suelo. Sin embargo, Manoj K. Jain, et al, 2004 concluyen que el modelo propuesto tiene la limitación de que los valores de algunos parámetros se obtienen mediante calibración.

Wang et al, 2010 compara tres métodos, el método Evolution Complex (SCE), el algoritmo genético simple (SGA) y Micro-Genetic Algorithm ( $\mu$ GA), aplicados en la calibración de parámetros de una red distribuida basada en modelo de lluvia-escurrimiento (GBDM) y se compararon su desempeño.

Catorce tormentas históricas en la cuenca Yan-Shui Creek, Taiwán, proporcionan la base de datos para la calibración del modelo y su verificación. El estudio revela que la SCE, SGA y  $\mu$ GA tienen resultados próximos de calibración, y ninguno de ellos son superiores con respecto a todas las medidas de rendimiento, es decir, en los errores de tiempo de pico, el tiempo de descarga, el volumen total de escurrimiento, etc., los resultados son bastante satisfactorios. Entre los tres métodos, el SCE parece ser más robusto que los otros dos métodos debido a la menor influencia de las diferentes generaciones de números aleatorios iniciales para los parámetros de modelo calibrado, y tiene el mejor rendimiento de la verificación con un número relativamente pequeño de eventos de calibración.

En cuanto a modelos hidráulicos con inclusión de la precipitación para la estimación del escurrimiento podemos mencionar a El Servicio de Conservación de Suelos-Número de Curva (SCS-CN) S. Grimaldi, et al. 2012, un método que se utiliza ampliamente para estimar el escurrimiento directo de pequeñas cuencas no aforadas. El SCS-CN es un método sencillo y valioso para cuantificar el volumen total de gasto



generado por precipitaciones de tormenta, pero su uso no es apropiado para estimar la precipitación en exceso. Para superar este inconveniente, se propone incluir el modelo de infiltración en un procedimiento mixto, que se conoce como número de curva para Green-Ampt (CN4GA), con el objetivo de distribuir en el tiempo de la información proporcionada por el método SCS-CN.

Para una tormenta dada, el método SCS-CN registra la cantidad total de precipitación que a su vez, es utilizada para calibrar el parámetro de la conductividad hidráulica del suelo del modelo GA. El procedimiento propuesto se evalúa mediante el análisis de 100 eventos de lluvia-escorrentía que se observaron en cuatro pequeñas cuencas de diferente tamaño. CN4GA parece proporcionar resultados alentadores para predecir el pico de la precipitación neta y los valores de duración, ha demostrado, al menos para los casos de prueba considerados en este estudio, una mejor concordancia con la observada en los hidrogramas en el clásico método SCS-CN.

Por otra parte, los parámetros utilizados habitualmente para el diseño de estructuras hidráulicas se obtienen de hidrogramas de diseño. Sus estimaciones estadísticas no son siempre posibles de obtener debido a la falta de suficientes datos de gasto. En estos casos se utilizan los modelos lluvia-escorrentía. Sin embargo, en sustitución de datos de gasto por lluvia reduce el problema, pero no lo elimina por completo.

Archana S., et al., 2012, comenta que las Redes Neuronales Artificiales (RNA) se han propuesto como modelos de caja negra eficientes para la predicción de la hidrología. Se dice que las RNA poseen la capacidad de reproducir relaciones complejas y en algunos casos desconocidas entre una o más variables de entrada con relación a una o más variables de salida (Chakraborty K. et al, 1992). En los últimos años las RNA han demostrado un desempeño excepcional como herramientas de regresión, especialmente cuando se utilizan para el patrón de reconocimiento y la estimación de la función. Estas son altamente no lineales y pueden capturar las interacciones complejas entre las variables de entrada de un sistema y sin ningún reconocimiento previo sobre la naturaleza de estas interacciones (Hammerstorm D., et al, 1993).

Dentro de las ventajas de las RNA se encuentra que en el caso de existir gran variación en los datos de entrada se pueden retrasar o incluso prevenir por medio de transformaciones lineales, logarítmicas o normales, donde además se puede prevenir problemas de asíntotas. (Haykin S. ,1994)

Una RNA es un sistema informático compuesto por un conjunto de información y procesamientos para elementos simples, análogos a una neurona. La neurona recoge una o varias entradas y produce una salida de acuerdo con una función no lineal. Un modelo de RNA es creado por la interconexión de muchas neuronas en una configuración conocida. Los elementos principales que caracterizan a la RNA son la



representación distribuida de la información, las operaciones locales y el procesamiento no lineal. (Archana S. et. al., 2012) Generalmente hay cuatro etapas distintas en el desarrollo de una solución basada en RNA. El primer paso es la transformación de datos o de escala. El segundo paso es la arquitectura de la red, donde se establece el número de neuronas en cada capa, y la conectividad entre las neuronas de las capas ocultas. El tercer paso es un algoritmo de aprendizaje que permite responder de manera correcta a las entradas de la red. Por último, viene la etapa de validación en el que el rendimiento de la RNA se mide por medio de criterios estadísticos seleccionados. (Archana S. et. al., 2012)

Archana S y otros en el 2012 realizaron un estudio en río Ajay en la cuenca de Sarath, en donde desarrollaron un modelo de RNA que identificara las variables de entrada y salida. Las variables de entras han sido seleccionadas en base a los conceptos de tiempo de concentración y la recesión de un hidrograma de la tormenta.

Para alimentar los modelos de Redes Neuronales Artificiales (RNA) se utilizan datos disponibles los cuales se dividen en dos partes. La primera parte se utiliza para calibrar el modelo y el segundo para validarlo. La longitud de los datos de calibración depende del número de parámetros a estimar. La práctica general es usar un medio o dos tercios de los datos para la calibración y el restante para la validación.

En el caso de estudio se seleccionaron seis tormentas de las cuales cuatro fueron utilizados para la calibración y dos más para la validación. Se tomaron varios criterios para la validación de información calculadas por las RNA, en el estudio estaban el coeficiente de correlación (R), el error cuadrático medio (RMSE) y el coeficiente de correlación. Se determinó que los resultados de los eventos proporcionados son buenos y que las redes neuronales son aplicables para los modelos lluvia-escorrimento de un solo evento.

## **2.4. MODELOS HIDROLÓGICOS E HIDRÁULICOS UTILIZADOS EN LOS ÚLTIMOS AÑOS**

Los sistemas hidrológicos suelen presentar una gran heterogeneidad, tanto en los datos de entrada de lluvia, como en las características del terreno a lo largo de la cuenca. La gran ventaja de los modelos hidrológicos distribuidos es que permiten tener en cuenta estas heterogeneidades mediante una discretización de la cuenca en celdas. Los principales modelos hidrológicos de lluvia-escorrimento de parámetros distribuidos en el espacio que han sido utilizados hasta la actualidad se mencionan a continuación:



### 2.4.1. MIKE-SHE

Fue uno de los primeros modelos que utilizó una discretización de la cuenca en celdas. La estructura del modelo se fundamenta en la unión de dos módulos independientes: Un módulo unidimensional que representa las columnas de flujo vertical no saturado de profundidad variable y un módulo bidimensional que representa la escorrentía saturada. El modelo SHE está formado por los siguientes componentes (DHI, 2007):

- Componente que representa los procesos de intercepción de lluvia por la cubierta vegetal y evapotranspiración: Calcula la evapotranspiración y la cantidad de lluvia neta resultante a partir de los datos meteorológicos de entrada y los parámetros de vegetación.
- Componente que representa los procesos de escurrimiento y flujo en canal: Calcula el transporte del agua superficial en forma de escurrimiento por el terreno y flujo en los cauces, a partir de los datos de topografía, forma del cauce y parámetros de rugosidad. La profundidad de agua superficial disponible como escurrimiento se determina a partir de la lluvia beta y los coeficientes de evaporación dados por el componente anterior y por el coeficiente de infiltración del suelo determinado por el siguiente componente.
- Componente que representa la zona no saturada: Calcula el contenido de humedad del suelo, así como la distribución de presiones en la zona no saturada. La zona no saturada se extiende desde la superficie del suelo hasta el nivel freático.
- Componente de la zona saturada: Calcula la cota del nivel freático y los flujos en la zona saturada, que se suponen tener una dirección únicamente horizontal.
- Componente de deshielo: Calcula la transferencia de humedad debida a la nieve a partir de un conjunto de parámetros de vegetación, nieve y unos datos de entrada meteorológicos.

### 2.4.2. SAC-SMA

El modelo SAC-SMA (Sacramento Soil Moisture Accounting) ha sido desarrollado por el National Weather Service de los Estados Unidos (Bunash, 1995; Ajami et al 2004). El modelo se fundamenta en un algoritmo de cálculo del escurrimiento generado a partir de una división del suelo en dos capas, una superior y otra inferior. Cada capa incluye almacenamientos que interactúan para generar estados de humedad del suelo y cinco formas de generación del escurrimiento:



- Escurrimiento directo procedente de las zonas impermeables, tanto temporales como permanentes.
- Escurrimiento superficial debido a una precipitación más rápida que el tiempo necesario para que se produzca el proceso de percolación cuando las zonas más altas del almacenamiento están llenas.

Flujo de base primario. El modelo utiliza un conjunto de almacenamientos que se encuentran unidos mediante una serie de procesos. Los almacenamientos se llenan si ocurre una precipitación lo suficientemente fuerte, mientras que se vacían debido a la percolación vertical, la evapotranspiración y el drenaje lateral. El volumen de agua que excede la capacidad de tensión del agua genera el exceso de lluvia.

Este exceso se introduce en el tanque de almacenamiento libre, desde el cuál se produce el percolamiento vertical hacia la capa inferior o fluye horizontalmente. Finalmente, el agua que excede la capacidad de percolamiento y de flujo lateral se convierte en escurrimiento superficial.

### **2.4.3. DBSIM**

El modelo DBSIM (Distributed Basin Simulator) realiza una parametrización de los procesos de generación de escurrimiento de una forma más física que en el caso de los modelos conceptuales (Garnote y Bras, 1995). El modelo está formado por dos componentes principales:

- Módulo de generación de escurrimiento: Calcula la distribución espacial de la capacidad de infiltración superficial de la cuenca con el objeto de representar la evolución de las zonas saturadas durante una tormenta. Se utiliza un modelo de infiltración cinemática.

La generación de escurrimiento se puede producir mediante dos mecanismos: Escurrimiento producido por la infiltración del flujo subterráneo y escurrimiento producido por la superación de la capacidad de infiltración del suelo.

- Módulo de transporte del flujo superficial: Calcula el caudal en un punto de la cuenca a partir de la distribución de la tasa de generación de escurrimiento en la cuenca y una función de respuesta instantánea de cada celda, que sigue una función delta de Dirac con un retardo igual al tiempo de viaje desde dicha celda al punto en el que se está calculando el gasto.



#### **2.4.4. TOPMODEL**

El modelo TOPMODEL se utiliza para simular el comportamiento hidrológico en cuencas de pequeño tamaño (Beven et al, 1995). Se fundamenta en la representación del flujo subterráneo mediante una aproximación de onda cinemática, suponiendo que la variación de la zona saturada se puede simular mediante sucesivas representaciones en régimen uniforme y que el gradiente hidráulico de la zona saturada puede ser simulado mediante la pendiente topográfica local. De esta suposición se deriva una relación simple entre el almacenamiento en la cuenca y el índice topográfico (relación entre el área drenada y la pendiente), que representa la propensión de alcanzar las condiciones saturadas en cualquier punto de la cuenca. Una tercera suposición consiste en que la distribución de la transmisividad aguas abajo de un punto es una función exponencial del déficit de almacenamiento. Por tanto, en un intervalo de tiempo con lluvia, el modelo predice que cualquier lluvia sobre una zona saturada alcanzara el cauce del río como escurrimiento superficial o subterráneo, junto con el exceso de lluvia sobre el requerido para rellenar las zonas donde el déficit es pequeño.

El modelo queda completo mediante las componentes que representan el comportamiento de la zona no saturada y del transporte de gasto. La zona no saturada se representa mediante dos tipos de almacenamiento, uno representa el almacenamiento por intercepción de la vegetación y el otro el almacenamiento por drenaje que controla la recarga de la zona saturada.

#### **2.4.5. HBV**

El modelo HBV se fundamenta en un balance hidrológico en el cual el escurrimiento o diferencia entre la precipitación y la suma de la evapotranspiración y el gasto, es igual al incremento de la suma del escurrimiento debido al deshielo de nieve, de la humedad del suelo y la profundidad de la zona saturada. Los datos de entrada son la lluvia, la zona cubierta de nieve y la temperatura del aire. La humedad del suelo se calcula a partir de un índice de humedad que tiene en cuenta la intercepción y el almacenamiento de la humedad del suelo. La generación de escurrimiento se simula mediante una representación con dos almacenamientos y un filtro de suavización del flujo generado, a partir de una función de ponderación triangular. El transporte de gasto se simula mediante un modelo de Muskingum. (Bergström, S., 1995)



---

#### **2.4.6. MIKE 11**

El modelo MIKE 11 es un modelo hidrológico en dos dimensiones que simulan los procesos de generación de escurrimiento, transporte de sedimento y calidad de las aguas. Uno de los módulos que incluye es el hidrológico de lluvia-escurrimiento. El comportamiento hidrológico de la cuenca se simula de modo semi-distribuido mediante la división de la cuenca en subcuencas unidas a la red de drenaje. El modelo permite simular el proceso lluvia-escurrimiento mediante un modelo que utiliza en zonas rurales, teniendo en cuenta el contenido de humedad en cuatro almacenamientos interconectados, o mediante un modelo de hidrograma unitario que utiliza el método del SCS. Por otra parte, hay que mencionar el modelo MIKE-SHE que supone un desarrollo del modelo SHE. (DHI, 2003)

#### **2.4.7. TETIS**

El modelo TETIS es un modelo hidrológico distribuido de tipo conceptual, que utiliza un método de onda cinemática unido a las características geomorfológicas de la cuenca, con el objeto de transportar el flujo a lo largo de la red de drenaje, este método se conoce como Onda Cinemática Geomorfológico. (Dávila O. M. V. y Frances G. F., 2011)

El modelo TETIS está basado en una simulación de la cuenca en la que cada celda se representa mediante seis tanques verticales. Las conexiones verticales entre tanques describen los procesos de precipitación, deshielo, evapotranspiración, infiltración y percolación, mientras que las conexiones horizontales describen los procesos de escurrimiento y flujo base. El primer tanque tiene en cuenta la nieve mediante un método de grado día. El segundo representa el almacenamiento estático que tiene pérdida de flujo por evapotranspiración. El tercero simula el almacenamiento superficial, donde el escurrimiento superficial es producido por el agua que no ha sido infiltrada en el terreno. El cuarto tanque representa el almacenamiento debido a la gravedad. El quinto corresponde a la simulación de acuífero, donde el flujo horizontal representa el flujo de base. Por último, el sexto tanque representa el comportamiento de la celda como canal, estando cada celda conectada a la de aguas abajo, según la forma de la red de drenaje. De esta forma el comportamiento hidrológico de la cuenca es representado mediante un conjunto de celdas drenantes en tres dimensiones, hacia aguas abajo hasta encontrar el cauce, donde el transporte del flujo es representado mediante el modelo GWK. (Dávila O. M. V. y Frances G. F., 2011)



#### **2.4.8. LISFLOOD**

Recientemente se han desarrollado modelos que utilizan las ventajas derivadas de la disponibilidad de SIG, como por ejemplo, el modelo LISFLOOD. Este modelo se utiliza para simular la generación de escurrimientos en cuencas de gran tamaño mediante la representación de los procesos de lluvia, intercepción, deshielo, evapotranspiración, infiltración, percolación flujo subterráneo y escurrimiento superficial. (Van Der Knijff J. M., Younis J. y De Roo A. P. J., 2008)

El modelo toma como datos de entrada las series temporales de lluvia y temperatura. La infiltración se simula mediante la ecuación de Green-Ampt, En los procesos de escurrimiento superficial y transporte de flujo por el cauce se ha utilizado el módulo de transporte de onda cinemática basado en SIG. El modelo LISFLOOD también permite estimar las zonas inundadas a partir de los datos MDT. (Van Der Knijff J. M., Younis J. y De Roo A. P. J., 2008)

#### **2.4.9. MPE**

Modelo para pronóstico de escurrimiento (MPE) se desarrolló en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (Domínguez, *et al* 2008) con el objetivo de pronosticar los escurrimientos de una cuenca mediante un modelo de parámetros distribuidos. El método empleado para la producción del escurrimiento está basado en el Soil Conservation Service (SCS), con una consideración que permite contemplar el secado del suelo después de una lluvia. La transferencia del escurrimiento se hace con el método de Clark modificado. El programa trabaja con la información de una red de estaciones pluviográficas instaladas en la cuenca y con los parámetros hidrológicos de la cuenca en forma de malla, obtenidos con la ayuda de un SIG (Sistema de Información Geográfica). El modelo es capaz de obtener: la precipitación media en la cuenca, el hietograma, la lluvia en exceso, las pérdidas y el hidrograma a la salida de la cuenca.

El objetivo de este tipo de programas es modelar la relación entre precipitación y escurrimiento; con el fin de hacer una buena estimación de los escurrimientos en una cuenca.

La modelación que permite transformar la lluvia en escurrimiento, se suele dividir en dos partes:

- a) Modelos de producción.- Estiman que parte de la lluvia no se transforma en escurrimiento, es decir las pérdidas, por diferencias, que parte de esta lluvia se transforma en escurrimiento.



- b) Modelos de Transferencia.- Estiman como el escurrimiento se desplaza a través de las distintas partes de la cuenca hasta llegar al sitio de interés.

En este tipo de modelos se desarrolló fundamentalmente en el método del hidrograma unitario.

En años atrás estos procesos se estudiaron mediante modelos de parámetros concentrados, que son alimentados con valores medios y tratan a las características de la cuenca y de la precipitación como si fueran las mismas en toda su área, por lo que no pueden considerar las variaciones espaciales en el interior de la cuenca, del tipo y uso del suelo y de la precipitación.

Con el desarrollo de los Sistemas de Información Geográfica (SIG) y algunas de sus utilerías se pueden dividir la cuenca en estudio en partes tan pequeñas (Generalmente celdas cuadradas o pixeles) cada una con sus características específicas.

#### **2.4.10. IBER**

Iber es un modelo matemático bidimensional desarrollado por el Grupo de Ingeniería del Agua y del Medio Ambiente, GEAMA (Universidad de A Coruña, UDC) y el Instituto FLUMEN (Universitat Politècnica de Catalunya, UPC, y Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE).

Iber es un modelo numérico de simulación de flujo turbulento en lámina a superficie libre en régimen no permanente, y de procesos medioambientales en hidráulica fluvial. El rango de aplicación de Iber abarca la hidrodinámica fluvial, la simulación de rotura de presas la evaluación de zonas inundables, el cálculo de transporte de sedimentos y el flujo de mareas en estuarios.

El modelo Iber consta actualmente de 3 módulos de cálculo principales: un módulo hidrodinámico, un módulo de turbulencia y un módulo de transporte de sedimentos. Todos los módulos trabajan sobre una malla no estructurada de volúmenes finitos formada por elementos triangulares o cuadriláteros.

#### **2.4.11. ITZI**

Itzi es un modelo numérico que tiene su base en la discretización de las ecuaciones simplificadas de aguas someras, en una plataforma compatible con Sistemas de Información Geográfica y de libre distribución (Courty, 2018).



### 3. MODELO HIDRÁULICO PROPUESTO

Se han desarrollado varios modelos numéricos 2D para simular el comportamiento de llanuras de inundación. La elección de modelo depende de la magnitud del problema, los recursos computacionales disponibles y las necesidades de la modelación. Sin embargo, cualquier modelo es sólo tan bueno, como lo sean los datos utilizados para parametrizarlo, calibrarlo y validarlo.

Modelos bidimensionales han sido considerados como adecuados para los problemas que simulan cambios a través del tiempo, (por ejemplo, Bates y Horritt, 2005). Esto incluye la solución completa de las ecuaciones de St Venant para 2D (Gee et al, 1990; Feldhaus et al, 1992; Zhao et al, 1994.; Bates et al, 1998.; Nicolás y Mitchell, 2003). Estos tipos de modelos son los que más a menudo se aplican a los flujos que tienen una gran extensión superficial en comparación con su profundidad, y donde hay grandes variaciones laterales en la velocidad. Por lo tanto, son muy adecuadas para el cálculo de flujos de inundación (Hervouet y Van Haren, 1996).

El modelo hidrodinámico resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes y se emplean las aproximaciones de Boussinesq y la presión hidrostática. Esto implica la solución de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento (para más detalles, consultar Fuentes, 2009). Las ecuaciones se resuelven en el centro de cada elemento en el modelo del dominio.



Se plantea un modelo matemático para simular el flujo en llanuras adenañas al cauce para obtener el área inundada, así como la magnitud de los niveles y de las velocidades del agua alcanzados durante la creciente. Lo anterior, permite definir las zonas de riesgo (donde el agua provoca daños debido a la velocidad de la corriente o por el tirante alcanzado por el agua).

En los estudios apoyados en un modelo matemático de simulación del flujo en las regiones de inundación se incorporan las condiciones locales de las zonas cercanas al cauce susceptibles a inundaciones y estructuras tales como puentes y obras de protección.

El empleo de modelos de este tipo sirve para evaluar los daños que provoca una inundación, definir zonas de riesgo, e incluso estimar el funcionamiento de obras de protección tanto existentes como de proyecto. Por otra parte, también hace posible definir estrategias de protección civil después de haber comprobado su efectividad con el modelo de cálculo, para así aprovechar de modo más racional los recursos económicos disponibles.

Para analizar las consecuencias de las inundaciones es importante disponer de procedimientos de cálculo para estimar el área cubierta por el agua y las magnitudes de la velocidad del flujo y del tirante. Éstos consisten usualmente en simplificaciones a las ecuaciones básicas que describen el flujo del agua a superficie libre. Sin embargo, el carácter dinámico de las inundaciones y la influencia del desplazamiento del agua hacia las zonas bajas, hacen necesario emplear modelos matemáticos que, por lo menos, incluyan ecuaciones de flujo en dos dimensiones horizontales. En este trabajo, se propone un modelo numérico bidimensional con base en dos ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y en la ecuación de continuidad; en ellas las velocidades corresponden a su valor promedio en la vertical. Se considera el flujo sobre una región con o sin agua.

### **3.1. ESQUEMA PROPUESTO**

El modelo propuesto está basado en dos ecuaciones, la de conservación de cantidad de movimiento y la ecuación de conservación de masa; en ellas las velocidades corresponden a su valor promedio en la vertical. Se considera el flujo sobre una región con o sin agua, es decir, se contempla la condición de mojar y secar una celda centro del dominio de cálculo. Por las características hidráulicas de este fenómeno se requiere tomar en cuenta a la influencia de la pendiente del terreno en dos direcciones horizontales. Además, se considera a las velocidades de desplazamiento del agua en cada dirección y la profundidad del agua en las zonas donde ocurre la inundación.



### 3.1.1. Ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento

Para estudiar el flujo de agua sobre una planicie se utilizan dos ecuaciones dinámicas en dos dimensiones horizontales. En efecto, en un sistema de ejes cartesiano horizontal las ecuaciones de Navier-Stokes (Mahmood, *et al.*, 1975) se pueden escribir como:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X - F_{sx} = \frac{du}{dt} \quad (3.1)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + Y - F_{sy} = \frac{dv}{dt} \quad (3.2)$$

Como la fuerza debida a la resistencia al movimiento ( $F_{sx}$  y  $F_{sy}$ ) se puede expresar en términos de la pendiente de fricción ( $S_{fx}$  y  $S_{fy}$ ), se tiene que:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X - gS_{fx} = \frac{du}{dt} \quad (3.3)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + Y - gS_{fy} = \frac{dv}{dt} \quad (3.4)$$

Por otra parte, como la velocidad cambia en el espacio y en el tiempo, la diferencial total de su componente en la dirección del eje  $x$  está dado como:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy \quad (3.5)$$

Si se divide la ecuación anterior por  $dt$  y se toma en cuenta que las derivadas ordinarias de  $x$  y  $y$  con respecto al tiempo  $t$  corresponden a las velocidades  $u$  y  $v$ , se obtiene:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.6)$$

En forma análoga, para el componente de velocidad  $v$  queda:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.7)$$

Con la ecuación anterior (y su análoga para el componente de la velocidad  $u$ ) se sustituyen en las ecuaciones 3.1 y 3.2 resultando que:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X - gS_{fx} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.8)$$



$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + Y - gS_{fy} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.9)$$

Es necesario mencionar que las aceleraciones gravitacionales  $X$  y  $Y$  son iguales a las derivadas del potencial gravitacional con respecto a  $x$  y  $y$ . Si ese potencial se define como la aceleración de la gravedad en el sentido del eje  $z$  (perpendicular a los ejes  $x$  y  $y$ ), resultan ser:

$$X = -\frac{\partial}{\partial x}(gz) \quad (3.10)$$

$$Y = -\frac{\partial}{\partial y}(gz) \quad (3.11)$$

o bien

$$X = -g \frac{\partial}{\partial t}(z) \quad (3.2)$$

$$Y = -g \frac{\partial}{\partial t}(z) \quad (3.3)$$

Ya que estas derivadas son iguales a las pendientes del fondo ( $S_x$  y  $S_y$ ) multiplicadas por 1; ambos términos quedan como:

$$X = gS_x \quad (3.4)$$

$$Y = gS_y \quad (3.5)$$

Al sustituir y ordenar sumando en las ecuaciones 3.9 y 3.10 se obtiene:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + gS_x - gS_{fx} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.6)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + gS_y - gS_{fy} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.7)$$

Por último, si se considera que la presión es hidrostática ( $p = \rho g h$ ) se llega a:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_x - S_{fx}) \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = g(S_y - S_{fy}) \quad (3.19)$$



Debido a que los cambios de la velocidad en la distancia en una celda pueden considerarse como despreciables, las derivadas de  $u$  y  $v$  con respecto a  $x$  y  $y$  son eliminadas de las ecuaciones anteriores y al dividir entre la aceleración de la gravedad se encuentra:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} = (S_x - S_{fx}) \quad (3.9)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial y} = (S_y - S_{fy}) \quad (3.21)$$

Para el cálculo de las pendientes de fricción, se propone en uso de la fórmula de Manning-Strickler. De modo que:

$$S_{fx} = \frac{n^2 |u| u}{h^{4/3}} \quad (3.22)$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 |v| v}{h^{4/3}} \quad (3.23)$$

Si se considera a las ecuaciones 3.22, 3.23 y 3.12, 3.13 en las ecuaciones 3.20 y 3.21 se tiene:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{n^2 |u| u}{h^{4/3}} = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \quad (3.10)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{n^2 |v| v}{h^{4/3}} = -\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \quad (3.11)$$

Las expresiones 3.24 y 3.25 son las ecuaciones dinámicas que describen la conservación de cantidad de movimiento considerando que el flujo se lleva a cabo en una llanura.

### 3.1.2. Ecuaciones de conservación de masa

El principio de conservación de masa en dos dimensiones horizontales (Mahmood y Yevjevich, 1975) establece que:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} uh + \frac{\partial}{\partial y} vh = 0 \quad (3.12)$$

A esta expresión también se le llama ecuación de continuidad.



### 3.2. MÉTODO DE SOLUCIÓN

Para calcular el flujo del agua en una planicie de inundación se debe resolver el sistema de ecuaciones diferenciales formado por las expresiones ya mencionadas, considerando ciertas condiciones iniciales y de frontera.

Como no existe un método analítico para encontrar la solución de las ecuaciones mencionadas, para dar con una solución aproximada de las mismas, se propone un método de diferencias finitas.

#### 3.2.1. Planteamiento

El área (en proyección horizontal) de la llanura a inundarse, se divide en celdas de forma rectangular de largo  $\Delta x$  y ancho  $\Delta y$ . El conjunto de estas celdas forma una malla (Figura 3.1)

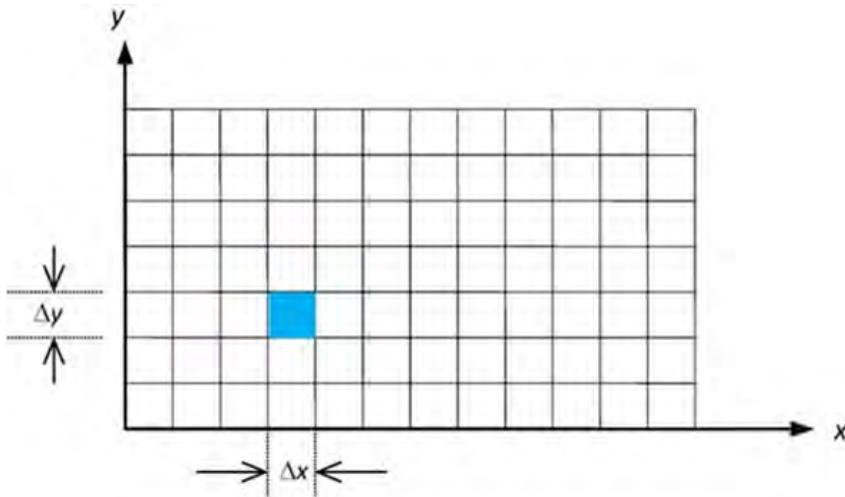


Figura 3.1. Zona de cálculo dentro de la cual se encuentra el área de inundación

Las ecuaciones 3.24 y 3.25 pueden escribirse también de la siguiente manera:

$$|u|u + \alpha \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} = -\alpha \left[ \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right] \quad (3.13)$$

$$|v|v + \alpha \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = -\alpha \left[ \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right] \quad (3.14)$$

siendo:



$$\alpha = \frac{h^{4/3}}{n^2} \tag{3.29}$$

Las velocidades se consideran ubicadas a la mitad de los lados de las celdas. Los tirantes y elevaciones del terreno se localizan en el centro de ellas.

Se expresa la ecuación 3.27 en diferencias finitas del modo siguiente:

$$\begin{aligned} & \left| u_{i+1/2,j}^{p+1} \right| u_{i+1/2,j}^{p+1} + \alpha_{i+1/2,j}^p \frac{u_{i+1/2,j}^{p+1} - u_{i+1/2,j}^p}{g\Delta t} \\ & = -\alpha_{i+1/2,j}^p \left[ \frac{h_{i+1,j}^p - h_{i,j}^p}{\Delta x} + \frac{z_{i+1,j} - z_{i,j}}{\Delta x} \right] \end{aligned} \tag{3.15}$$

donde:

$$x = i\Delta x; \quad y = j\Delta y; \quad t = p\Delta t \tag{3.16}$$

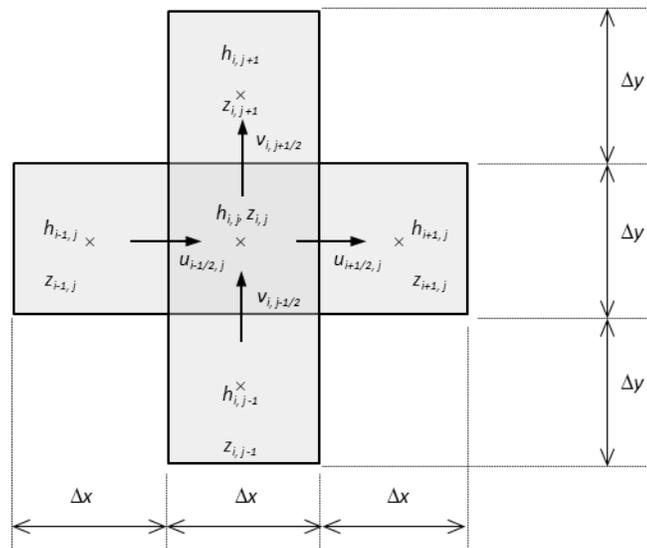
$$h(x, y, t) = h(i\Delta x, j\Delta y, p\Delta t) = h_{i,j}^p \tag{3.17}$$

$$u(x + \Delta x/2, y, t) = u((i + 1/2)\Delta x, j\Delta y, p\Delta t) = u_{i+1/2,j}^p \tag{3.18}$$

$$v(x, y + \Delta y/2, t) = v(i\Delta x, (j + 1/2)\Delta y, p\Delta t) = v_{i+1/2,j}^p \tag{3.19}$$

$$z(x, y) = z(i\Delta x, j\Delta y) = z_{i,j} \tag{3.20}$$

En las expresiones anteriores  $i$  y  $j$  son subíndices que se emplean para ubicar en el espacio a las literales de interés (*Figura 3.2*) y  $p$  un superíndice que representa al instante en que se considera a dichas literales.



*Figura 3.2. Zona de cálculo dentro de la cual se encuentra el área de inundación*



El parámetro  $\alpha_{i+1/2,j}^p$  se determina así:

$$\alpha_{i+1/2,j}^p = \left( \frac{h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p}{2} \right)^{4/3} \frac{1}{n_{i+1/2,j}^2} \quad (3.21)$$

donde:

$$n_{i+1/2,j} = \frac{n_{i,j} + n_{i+1,j}}{2} \quad (3.22)$$

La ecuación 3.30 puede ser escrita también de la siguiente manera:

$$\left| u_{i+1/2,j}^{p+1} \right| u_{i+1/2,j}^{p+1} + B_x u_{i+1/2,j}^{p+1} + C_x = 0 \quad (3.23)$$

Siendo:

$$B_x = \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{g\Delta t} \quad (3.39)$$

$$C_x = \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{\Delta x} (h_{i+1,j}^p - h_{i,j}^p + z_{i+1,j} - z_{i,j}) - \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{g\Delta t} u_{i+1/2,j}^p \quad (3.24)$$

Como los tirantes son positivos o nulos,  $B_x$  es positiva o igual a cero y  $C_x$  es un número real, por lo que para resolver la ecuación 3.38 se consideran dos casos:

a)  $C_x \leq 0$

La velocidad  $u_{i+1/2,j}^{p+1}$  sería positiva para cumplir con la ecuación 3.15. En estas condiciones:

$$\left| u_{i+1/2,j}^{p+1} \right| = u_{i+1/2,j}^{p+1} \quad (3.25)$$

con lo cual la ecuación 3.38 quedaría como una ecuación de segundo grado cuya solución sería:

$$u_{i+1/2,j}^{p+1} = \frac{1}{2} \left( -B_x + \sqrt{B_x^2 - 4C_x} \right) \quad (3.26)$$

El argumento de la raíz cuadrada es mayor a cero (ya que  $C_x$  es negativo o nulo) y el signo de ella debe ser positivo para que la velocidad también lo sea. Así, la velocidad resulta ser positiva.



b)  $C_x > 0$

Para cumplir con la expresión 3.38 la suma de sus dos primeros términos tiene que ser negativa. Así  $|u_{i+1/2,j}^{p+1}|u_{i+1/2,j}^{p+1}$  cambiaría por  $-(u_{i+1/2,j}^{p+1})^2$  de modo que la solución de la ecuación de segundo grado formada se obtendría como:

$$u_{i+1/2,j}^{p+1} = -\frac{1}{2}(-B_x + \sqrt{B_x^2 + 4C_x}) \quad (3.27)$$

o sea:

$$u_{i+1/2,j}^{p+1} = \frac{1}{2}(B_x - \sqrt{B_x^2 + 4C_x}) \quad (3.28)$$

También en este caso el argumento de la raíz cuadrada sería positivo y la velocidad en este caso es negativa.

Para el componente de velocidad  $v$  se sigue un razonamiento semejante. En efecto, en lugar de la expresión 3.38 se tiene que

$$\begin{aligned} & |v_{i,j+1/2}^{p+1}|v_{i,j+1/2}^{p+1} + \beta_{i,j+1/2}^p \frac{v_{i,j+1/2}^{p+1} - v_{i,j+1/2}^p}{g\Delta t} \\ &= -\beta_{i,j+1/2}^p \left( \frac{h_{i+1,j}^p - h_{i,j}^p}{\Delta y} + \frac{z_{i+1,j} - z_{i,j}}{\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

donde:

$$\beta_{i,j+1/2}^p = \left( \frac{h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p}{2} \right)^{4/3} \frac{1}{n_{i,j+1/2}^2} \quad (3.30)$$

y:

$$n_{i,j+1/2} = \frac{n_{i,j} + n_{i,j+1}}{2} \quad (3.31)$$

Reescribiendo la ecuación 3.45:

$$|v_{i,j+1/2}^{p+1}|v_{i,j+1/2}^{p+1} + B_y v_{i,j+1/2}^{p+1} + C_y = 0 \quad (3.32)$$

siendo:



$$B_y = \frac{\beta_{i,j+1/2}^p}{g\Delta t} \quad (3.49)$$

$$C_y = \frac{\beta_{i+1/2,j}^p}{\Delta y} (h_{i,j+1}^p - h_{i,j}^p + z_{i,j+1} - z_{i,j}) - \frac{\beta_{i,j+1/2}^p}{g\Delta t} v_{i,j+1/2}^p \quad (3.33)$$

En la dirección  $y$  se tendrá para:

a)  $C_y \leq 0$

$$v_{i,j+1/2}^{p+1} = \frac{1}{2} \left( -B_y + \sqrt{B_y^2 - 4C_y} \right) \quad (3.34)$$

a)  $C_y > 0$

$$v_{i,j+1/2}^{p+1} = \frac{1}{2} \left( B_y - \sqrt{B_y^2 + 4C_y} \right) \quad (3.35)$$

La ecuación 3.26 en diferencias finitas se considerará del modo siguiente:

$$\frac{h_{i,j}^{p+1} - h_{i,j}^p}{\Delta t} + \frac{u_{i+1/2,j}^{p+1}(h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-1/2,j}^{p+1}(h_{i,j}^p + h_{i-1,j}^p)}{2\Delta x} + \frac{v_{i,j+1/2}^{p+1}(h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p) - v_{i,j-1/2}^{p+1}(h_{i,j}^p + h_{i,j-1}^p)}{2\Delta y} = q_{i,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t \quad (3.36)$$

Ordenando términos se llega a:

$$h_{i,j}^{p+1} = h_{i,j}^p + q_{i,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ u_{i+1/2,j}^{p+1} (h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-1/2,j}^{p+1} (h_{i,j}^p + h_{i-1,j}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[ v_{i,j+1/2}^{p+1} (h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p) - v_{i,j-1/2}^{p+1} (h_{i,j}^p + h_{i,j-1}^p) \right] \quad (3.37)$$

Con las ecuaciones 3.43 ó 3.44, 3.51 ó 3.52 y 3.54 se obtienen los valores de  $u$ ,  $v$  y  $h$  en el tiempo  $(p+1)\Delta t$  para las celdas ubicadas en el interior de la zona donde ocurre la inundación.



### 3.2.2. Condiciones iniciales

Para la solución de las ecuaciones diferenciales de cantidad de movimiento, se consideran las condiciones iniciales y de frontera que se describen a continuación.

Para comenzar los cálculos en el modelo matemático en el tiempo inicial  $t_0$  es necesario asignar los valores a las variables  $u$ ,  $v$  y  $h$ . En este caso, como la zona aledaña al río está sin agua, a estas variables en el tiempo  $t_0$  se les asigna cero.

Cuando existe un cuerpo de agua en la región de interés, las profundidades ( $h$ ) en algunas celdas serían diferentes del valor nulo y corresponderían a tirantes conocidos de dicho cuerpo de agua, es decir, una matriz con valores conocidos de profundidades y de velocidades en ambos ejes.

#### Condiciones para las fronteras izquierda y derecha

Se considera que en estas fronteras la velocidad es nula. Atendiendo a la distribución de variables de la *Figura 3.1* y la *Figura 3.2*, cuando  $i$  es igual a  $1$ , la velocidad  $u_{i-1/2, j} = u_{1/2, j}$  es igual a **cero**. Lo mismo puede decirse de la velocidad  $u_{i-1/2, j} = u_{M-1/2, j}$  cuando  $i$  adquiere su valor máximo posible en la zona en estudio ( $i=M$ ).

En efecto, para el cálculo de la profundidad  $h$  en la frontera izquierda ( $i = 1$ ) la ecuación 3.54 queda así:

$$h_{i,j}^{p+1} = h_{i,j}^p + q_{i,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ u_{i+\frac{1}{2},j}^{p+1} (h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-\frac{1}{2},j}^{p+1} (h_{i,j}^p + h_{i-1,j}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[ v_{i,j+\frac{1}{2}}^{p+1} (h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p) - v_{i,j-\frac{1}{2}}^{p+1} (h_{i,j}^p + h_{i,j-1}^p) \right] \quad (3.38)$$

y para la frontera derecha ( $i=M$ ) se plantea de este modo:

$$h_{M,j}^{p+1} = h_{M,j}^p + q_{M,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ -u_{M-\frac{1}{2},j}^{p+1} (h_{M,j}^p + h_{M-1,j}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[ v_{M,j+\frac{1}{2}}^{p+1} (h_{M,j+1}^p + h_{M,j}^p) - v_{M,j-\frac{1}{2}}^{p+1} (h_{M,j}^p + h_{M,j-1}^p) \right] \quad (3.39)$$

#### Condiciones para las fronteras superior e inferior

Se considera que en estas fronteras la velocidad es igual a *cero*. Así en las celdas de la frontera superior ( $j=N$ ) se tiene que  $v_{i,j-1/2} = v_{i,N-1/2} = 0$ . En lo que respecta a la frontera inferior ( $j=1$ ), las velocidades  $v_{i,j-1/2} = v_{i,1/2}$  también son iguales a *cero* (*Figura 3.3*).

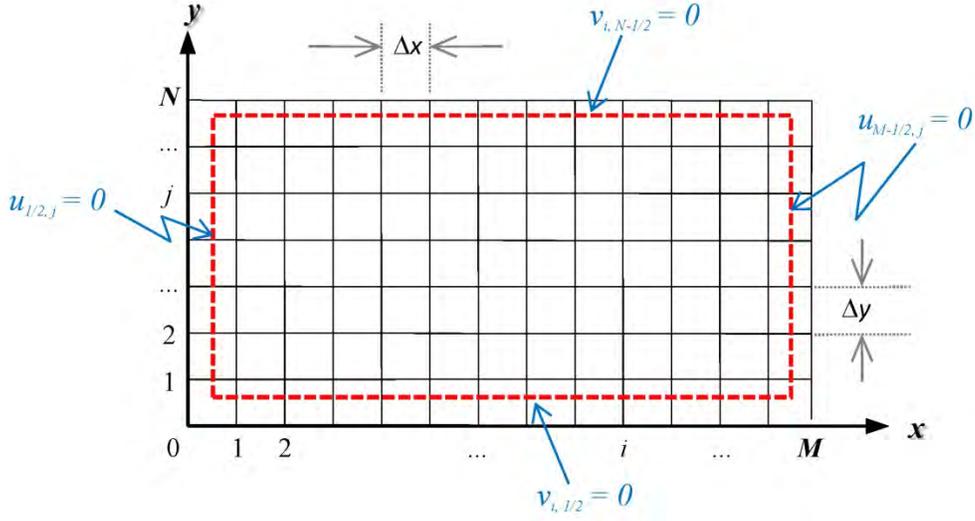


Figura 3.3. Condiciones de frontera consideradas en el esquema de cálculo

De la ecuación 3.54, la profundidad  $h$  para la frontera superior se calcula con la expresión siguiente:

$$h_{i,N}^{p+1} = h_{i,N}^p + q_{i,N}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ u_{i+\frac{1}{2},N}^{p+1} (h_{i+1,N}^p + h_{i,N}^p) - u_{i-\frac{1}{2},N}^{p+1} (h_{i,N}^p + h_{i-1,N}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[ -v_{i,N-\frac{1}{2}}^{p+1} (h_{i,N}^p + h_{i,N-1}^p) \right] \quad (3.40)$$

y para la frontera inferior se tiene:

$$h_{i,1}^{p+1} = h_{i,1}^p + q_{i,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ u_{i+\frac{1}{2},1}^{p+1} (h_{i+1,1}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-\frac{1}{2},1}^{p+1} (h_{i,1}^p + h_{i-1,1}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[ v_{i,\frac{3}{2}}^{p+1} (h_{i,2}^p + h_{i,j}^p) \right] \quad (3.41)$$

### 3.2.3. Hidrograma de entrada

El sitio de entrada del hidrograma puede ser cualquiera de las celdas, de preferencia en las de la frontera. Suponiendo el caso de que sea en la frontera inferior ( $j = 1$ ), se requiere conocer el gasto  $Q$  que ingresa a la malla durante cada intervalo  $\Delta t$ .



El gasto se considera igual a:

$$Q = Bq \tag{3.59}$$

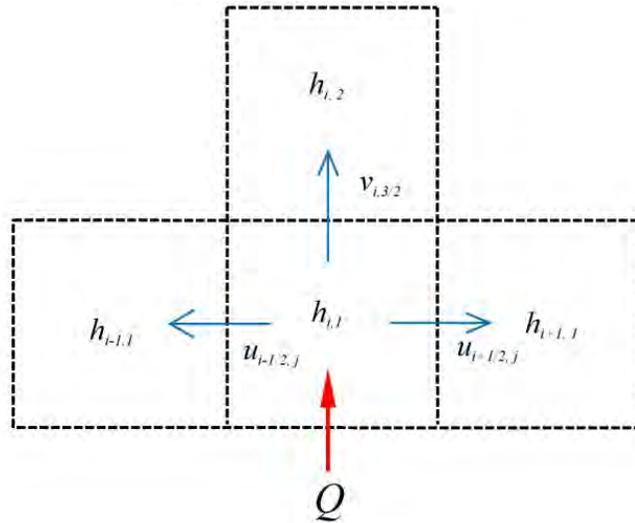
donde:

$B$  es la longitud por donde entra el gasto

$Q$  es el gasto de ingreso en la celda

La longitud  $B$  es igual a  $\Delta x$  (si ingresa en dirección paralela al eje  $y$ ) o a  $\Delta y$  (si ingresa en dirección paralela al eje  $x$ )

En las orillas de las celdas donde entra el gasto que produce la inundación se especifica el gasto unitario  $q$ . Por ejemplo, si se lleva a cabo por el lado inferior de la celda  $i, l$  mostrada en la *Figura 3.4*, se tiene:



*Figura 3.4. Ingreso del gasto que produce el flujo de agua*

La ecuación de continuidad 3.54 queda:

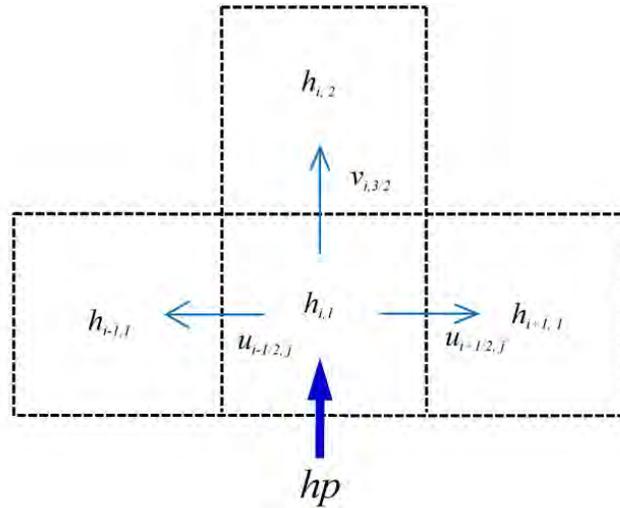
$$h_{i,1}^{p+1} = h_{i,1}^p + q_{i,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ u_{i+\frac{1}{2},1}^{p+1} (h_{i+1,1}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-\frac{1}{2},1}^{p+1} (h_{i,1}^p + h_{i-1,1}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[ v_{i,\frac{3}{2}}^{p+1} (h_{i,2}^p + h_{i,j}^p) + 2q \right] \tag{3.42}$$

El gasto que entra a la zona de inundación varía en el tiempo.



### 3.2.4. Precipitación

De manera análoga al ingreso de un gasto al sistema, se considera la precipitación neta promedio ( $hp_{i,j}^{p+1}$ ) variable en el tiempo y que se ingresa en cada celda, se representa, por ejemplo, en la celda  $i,1$  mostrada en la *Figura 3.5*, siguiente:



*Figura 3.5. Ingreso de la precipitación que produce el flujo de agua*

En este caso, y en general la ecuación de continuidad se expresa de la manera siguiente, considerando la variación de la precipitación en el tiempo:

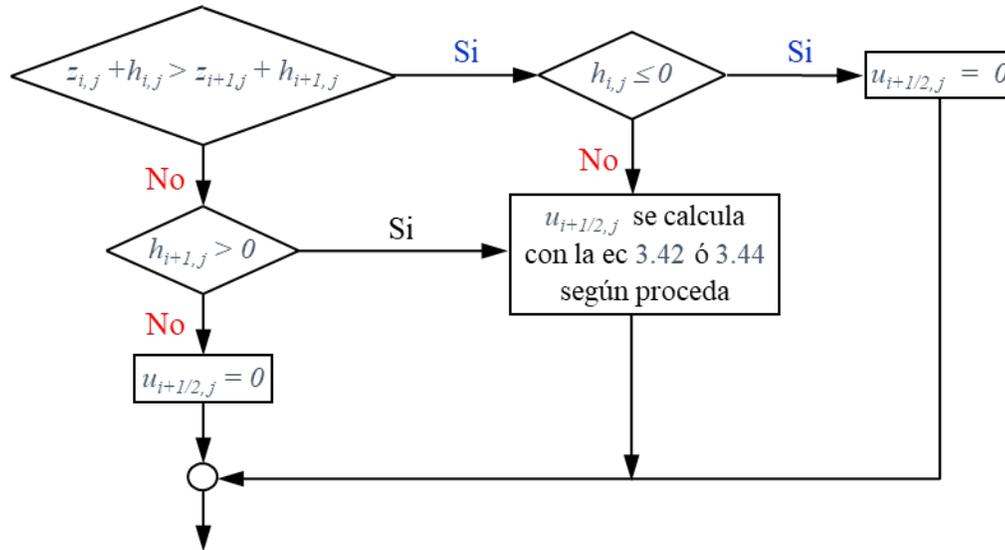
$$h_{i,1}^{p+1} = h_{i,1}^p - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ u_{i+\frac{1}{2},1}^{p+1} (h_{i+1,1}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-\frac{1}{2},1}^{p+1} (h_{i,1}^p + h_{i-1,1}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[ v_{i,\frac{3}{2}}^{p+1} (h_{i,2}^p + h_{i,j}^p) \right] + hp_{i,j}^{p+1} \quad (3.43)$$

### 3.2.5. Mojado y secado de celdas

Se observa en las ecuaciones 3.24 y 3.25 que si la derivada parcial del tirante es nula y la derivada parcial de la elevación del fondo es distinta de cero, la velocidad debe ser igual a cero. De este modo, el método numérico cumple con la ecuación de continuidad y conforme transcurre el tiempo, se establece un flujo bidimensional en la llanura y si no tiene aportaciones ni extracciones de gasto, las velocidades tienden a cero.



En el diagrama de la *Figura 3.6* se muestra la forma en que se lleva a cabo el cálculo de las velocidades en la dirección  $x$  en el método numérico



*Figura 3.6. Cálculo de las velocidades del flujo en el método numérico propuesto*

Para la velocidad en la dirección  $y$  se sigue un procedimiento similar.

### 3.2.6. Coeficiente de rugosidad “n” de Manning

Para el cálculo de la pendiente de fricción, se realiza con la fórmula de Manning-Strickler y se requiere de una malla con valores de coeficiente de rugosidad de Manning para cada celda con elevación, es decir, se tiene una matriz de  $i, j$  valores de coeficientes. Para simulaciones matemáticas en donde el periodo de simulación sea considerablemente largo, se puede tener valores que varíen en el tiempo.

### 3.2.7. Malla con elevaciones del terreno

La resolución espacial de la malla utilizada para representar el área de interés, se considera un parámetro clave que afecta a la solución de las ecuaciones y por lo tanto los resultados de la simulación (Hardy et al., 1999). Los esfuerzos en la mejora de la definición de una malla de alta resolución tiene que incorporar los atributos de la topografía para representar bien los datos en la malla del modelo (Bates et al., 2003).



El uso de datos LIDAR permite identificar las características de la vegetación y especialmente sirve para determinar dónde refinar la malla de acuerdo con árboles, setos, etc. (Cobby *et al.*, 2003). Reciente algunos estudios han proporcionado orientaciones sobre las mejores resoluciones que se debe utilizar en un problema de modelado de inundaciones, por lo tanto, si el objeto de interés es el patrón de las inundaciones que ocurre en una zona rural y los tirantes de agua que se producen en las poblaciones, una malla gruesa con un tamaño de celda de cuadrícula de más de 10 m es suficiente detalle y los edificios no tienen que considerarse de no ser por el cambio de rugosidad que producen.

De hecho, en zonas, donde la topografía es plana se recomienda una resolución de 100 m, mientras que en las zonas con una topografía irregular una resolución de 50 m puede ser demasiado gruesa (Asselman *et al.*, 2009a). Un factor adicionalmente muy importante en la selección de la malla es el tiempo de cómputo, ya que si bien puede calcularse empleando grandes cantidades de tiempo por lo fino de la malla, muchas veces no se gana mayor precisión simplemente por hacer mallas más finas y sin embargo tardan mucho más tiempo.

### 3.2.8. Pérdidas por infiltración

La determinación del agua de lluvia que contribuye al escurrimiento superficial puede ser estimada al descontar a la lluvia total, la retención del agua sobre el suelo, la evaporación, evapotranspiración de las plantas, la almacenada en pequeñas depresiones topográficas, la infiltración entre otras más.

En particular, para determinar la infiltración se ha revisado el concepto del número de curva y se ha sugerido en esta investigación doctoral, una forma complementaria de estimarla a partir del análisis teórico.

### Método del Número de Curva

El método del Número de Curva (NC), es un modelo conceptual de pérdidas de precipitación, cuyo objetivo es calcular la precipitación neta o escorrentía generada por la precipitación en una cuenca de pequeñas dimensiones (López-Alonso, 2001; Mishra, *et al.*, 2003). Ha sido desarrollado por el *Soil Conservation Service* (SCS) – llamado desde 1994 *National Resources Conservation Service* (NRCS) - del Departamento de Agricultura de los Estados Unidos (USDA), para cuencas no aforadas en las que se deseen estimar los caudales circulantes por métodos hidrometeorológicos. La primera versión apareció en el *National Engineering*



*Handbook* del SCS en 1954, habiéndose publicado revisiones posteriores hasta 1997 (NRCS, 1997), y versiones de ámbito reducido para usos del suelo y vegetación locales (Ponce, 2009). Existe, asimismo, una adaptación a cuencas urbanas (SCS, 1986).

El método del Número de Curva del *Soil Conservation Service* (SCS-CN) se basa en la ecuación de balance hídrico y en dos hipótesis fundamentales. La primera hipótesis establece que la razón entre el volumen de escurrimiento directo y el escurrimiento potencial máximo es igual a la razón entre la infiltración real y la infiltración potencial máxima. La segunda hipótesis establece que la infiltración inicial es una fracción de la retención potencial.

Con éste método se estima la precipitación efectiva o en exceso a partir de la precipitación total, al descontar la lámina de lluvia que se pierde por infiltración, la evapotranspiración, la interceptación y el almacenamiento superficial.

### 1) Tormenta aislada

El método del número de curva N se basa en la estimación directa de la lámina lluvia efectiva que produce una tormenta aislada a partir de características del suelo, uso del mismo y de su cubierta vegetal.

El número adimensional del Número de Curva N, que varía de 1 a 100, N igual a 1 indica que toda la lluvia se infiltra y N de 100 que toda la precipitación es efectiva.

En el método se considera que el suelo tiene cierta cantidad de humedad, que a medida que aumenta, la precipitación efectiva será mayor y que cuando disminuye la humedad del suelo, la precipitación efectiva, se reduce.

El método del número se curva se apoya en las siguientes hipótesis:

- a) La precipitación efectiva comienza cuando la precipitación  $P$  excede a un umbral de lámina de pérdida (principalmente por la infiltración, también llamada abstracción original  $I_0$  y que la lámina de pérdida máxima es  $S$  .
- b) El umbral de lámina de pérdida  $I_0$  inicial es el 20% de la lámina de pérdida máxima  $S$  , es decir,  $I_0 = 0.2S$  .



c) Se acepta que la precipitación efectiva total  $P_n$ , la precipitación efectiva total máxima  $(P_n)_{\max}$ , el umbral de lámina de pérdida  $I$  y el umbral de lámina de infiltración máxima  $(I_0)_{\max}$  están relacionados de la manera siguiente:

$$\frac{I}{(I_0)_{\max}} = \frac{P_n}{(P_n)_{\max}} \quad (3.62)$$

d) Se considera que  $(I_0)_{\max} = S$  y que  $(P_n)_{\max} = P - I_0$ , por lo que la ecuación 3.62 queda

$$\frac{I}{S} = \frac{P_n}{P - I_0} \quad (3.63)$$

e) La precipitación total menos la lámina de pérdida inicial  $(P - I_a)$  es igual a la precipitación efectiva total más la lámina de pérdida total que produjo  $(P_n + I)$ .

Después de varios pasos algebraicos se llega a:

$$P_n = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} \quad (3.64)$$

Cuando se maneja la lámina de lluvia en mm, la lámina de pérdida máxima  $S$  se ha representado como:

$$S = \frac{25400}{N} - 254 \quad (3.65)$$

El número de curva se puede seleccionar de acuerdo con el uso de la tierra, la pendiente del terreno y grupo de suelo.

El suelo se clasifica en cuatro grupos como sigue:

- A. En ellos el agua se infiltra rápidamente, aun cuando estén muy húmedos, profundos y de texturas gruesas (arenosas o areno-limosas), están excesivamente drenados.
- B. Cuando están muy húmedos tienen una capacidad de infiltración moderada. La profundidad del suelo es de media a profunda y su textura es franco-arenosa, franca, francoarcillosa o franco limosa. Están bien o moderadamente drenados.



C. Cuando están muy húmedos la infiltración es lenta. La profundidad de suelo es inferior a la media y su textura es franco-arcillosa, franco-arcillo-limosa o arcillo-arenosa. Son suelos imperfectamente drenados.

D. Cuando están muy húmedos la infiltración es muy lenta. Tienen horizontes de arcilla en la superficie o próximos a ella y están pobremente o muy pobremente drenados. También se incluyen aquí los terrenos con nivel freático permanentemente alto y suelos de poco espesor (litosuelos).

Los números de curva se aplican para diferentes condiciones de humedad antecedente, siendo la condición II la que corresponde a humedad media del suelo. Si en el momento de producirse la precipitación el suelo se encuentra saturado de acuerdo con lluvias precedentes en el período de 5 días anteriores, se supone un aumento de la lluvia efectiva (condición III); por el contrario, si el suelo está seco la infiltración será predominante, por lo que la lluvia efectiva disminuye (condición I). En la *Tabla 3.1* aparecen los factores por los que se tiene que multiplicar a la lámina de pérdida máxima de la ecuación 3.65 para obtener la precipitación neta.

*Tabla 3.1. Factores para precipitación en función del cultivo y humedad antecedente*

Condición de humedad previa	Precipitación total en los 5 días anteriores		Multiplicar lámina de pérdida máxima $S$ por
	Plantas en periodo latente	Plantas en periodo de crecimiento	
I seca	Menor a 13 mm	Menor de 35mm	2.38
II normal	De 13 a 32 mm	De 35 a 52 mm	1.00
III húmeda	Mayor a 32 mm	Mayor de 52 mm	0.42

## 2) Tormenta continua

Para representar a las actuales condiciones de humedad del suelo en los modelos de predicción del escurrimiento a partir de la precipitación, de manera similar a lo que emplearon Betson *et al* 1969, Kohler y 1951 Linsley, Lee y Bray 1969, Sittner *et al* 1969 con índice de precipitación antecedente, se considera la ecuación siguiente:

$$I_i = C I_{i-1} + P_i \quad (3.66)$$

además, si  $I_i < 0.2S$  entonces  $I_i = 0.2S$  o si  $I_i > S$  entonces  $I_i = S$

En las ecuaciones anteriores  $I_i$  es la pérdida de lámina de lluvia entre el tiempo  $i\Delta t$  e  $(i+1)\Delta t$ ,  $P_i$  es la precipitación que se produce entre el tiempo  $i\Delta t$  e  $(i+1)\Delta t$  y  $C$  es



el coeficiente de recesión. De esta manera, las precipitaciones anteriores deben tener menos influencia sobre la respuesta de los escurrimientos que la precipitación reciente.

El coeficiente de recesión  $C$  representa la "memoria" de una cuenca determinada por la descomposición del efecto de lluvia acumulada en cada paso de tiempo, suele tener un valor de 0.9. El valor es función del tamaño del intervalo de tiempo; se ha usado entre 0.8 y 0.9 para intervalos diarios

Una pérdida de lámina de lluvia  $I_i$  de largo plazo refleja las condiciones estacionales de humedad, mientras que una  $I_i$  de corto plazo refleja la intensidad de las lluvias más reciente que influye en el caudal máximo.

La determinación del coeficiente de recesión se impone si una pérdida de lámina de lluvia  $I_i$  es pequeña.

Se demuestra que luego de varios pasos algebraicos (Fuentes, *et al.*, 2013), que la precipitación neta se obtiene como:

$$P_n = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} + \frac{(P - 0.2S)}{P + 0.8S} I_{ant} \quad (3.67)$$

El término  $\frac{(P - 0.2S)}{P + 0.8S} I_{ant}$  ( $I_{ant}$  es la infiltración antecedente) no aparece en el análisis reportado en la bibliografía consultada y se cree que mejora la estimación de la lámina de lluvia efectiva.

Como antes, el valor de la precipitación efectiva  $P_n$  obtenido con la ecuación 3.67 y el de la infiltración  $I$  calculada con la ecuación 3.66, son correctos si  $0.2S \leq I \leq S$ , de otro modo, se tiene dos casos distintos.

En el primero, cuando la infiltración obtenida con la ecuación 3.67 resulta ser  $I < 0.2S$ , se considera que la infiltración es  $I = 0.2S$  y que la precipitación neta es:

$$P_n = \begin{cases} P - I & \text{si } P \geq I \\ 0 & \text{si } P < I \end{cases} \quad (3.68)$$

En el segundo, ocurre que la infiltración calculada con la ecuación 3.67 es  $I > S$ , la infiltración está dada como  $I = S$  y la precipitación neta es la que se obtiene con la expresión 3.68.



### 3) Tormenta con láminas de lluvia en intervalos de tiempos menores de un día

Se propone emplear la ecuación siguiente en lugar de la ecuación 3.66:

$$I_{ant} = C' I_{i-1} \quad (3.69)$$

donde

$$C' = C^{1/m} \quad (3.70)$$

siendo

$$m = 24 / \Delta t \quad (3.71)$$

donde  $\Delta t$  el intervalo de tiempo en horas de la infiltración  $I_{i-1}$  ocurrida entre los tiempos  $(i-1)\Delta t$  e  $(i-2)\Delta t$  ( $C' = 0.9852$  si  $C = 0.7$  cuando se usan intervalos de tiempo de una hora).

Tomando como base la ecuación 3.67, se emplea:

$$(P_n)_i = \frac{(P_i - 0.2S)^2}{P_i + 0.8S} + \frac{(P_i - 0.2S)}{P_i + 0.8S} I_{ant} \quad (3.72)$$

donde  $P_i$  y  $(P_n)_i$  son la precipitación total y precipitación neta respectivamente en los tiempos  $i\Delta t$  e  $(i-1)\Delta t$ .

Luego se calcula la infiltración  $I_i$  con una ecuación similar a la 3.69 que es:

$$I_i = [P_i - (P_n)_i] + C' I_{i-1} \quad (3.73)$$

si  $I_i < S$  son correctos los valores de la precipitación neta  $(P_n)_i$  y la lámina de infiltración  $I_i$ . De otra manera, se tiene que:

$$I_i = S \quad (3.74)$$

por lo tanto:

$$(P_n)_i = P_i - (S - C' I_{i-1}) \quad (3.75)$$



Cuando se tiene que la precipitación total  $P_i$  es menor o igual a la lámina de infiltración mínima  $P_i \leq 0.2S$ , se consideran 2 situaciones distintas. Si  $P_i + C'I_{i-1} < S$  se considera  $I_i = P_i + C'I_{i-1}$  y la precipitación neta es  $(P_n)_i = 0$  ó sí  $P_i + C'I_{i-1} > S$ , se acepta que  $I_i = S$  y que la precipitación neta  $(P_n)_i = P_i + C'I_{i-1} - S$ .

Una vez obtenida la precipitación neta  $(P_n)_i$  y la infiltración  $I_i$ , se incrementa el valor del índice  $i$  en uno y se realiza el cálculo correspondiente al tiempo  $i\Delta t$  hasta concluir con el último tiempo de interés.

En la siguiente figura y tabla se muestra la relación entre la precipitación total, número de curva y precipitación efectiva.

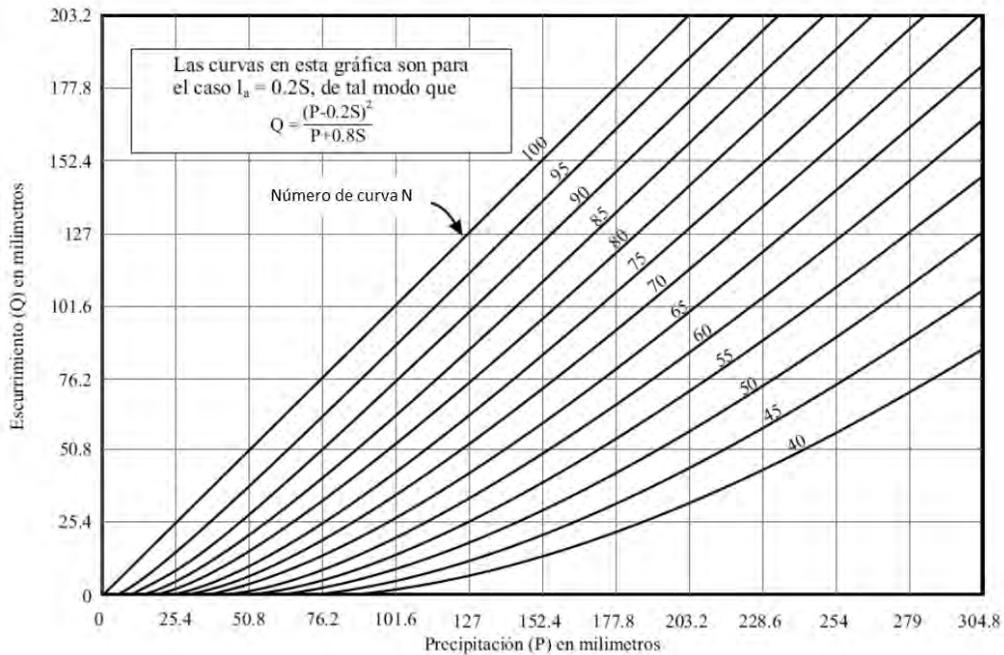


Figura 3.7. Número “N” de Curva para el cálculo del escurrimiento a partir de la precipitación efectiva (NRCS, 1986)

Con base en las curvas que indican el número de escurrimiento, se determinarán las pérdidas potenciales de las láminas de lluvia, en distintas zonas dentro de las cuencas donde se generan las inundaciones.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 “MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
 ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN”

Tabla 3.2. Valores del número N de curva

Uso de la tierra	Pendiente	A	B	C	D
N, el cultivo sigue las curvas de nivel					
R, el cultivo sigue la línea de máxima pendiente					
Barbecho R	mayor o igual a 3%	77	68	89	93
Barbecho N	mayor o igual a 3%	74	82	86	89
Barbecho R/N	menor a 3%	71	78	82	86
Cultivos en hilera R	mayor o igual a 3%	69	79	86	89
Cultivos en hilera N	mayor o igual a 3%	67	76	82	86
Cultivos en hilera R/N	menor a 3%	64	73	78	82
Cereales de invierno R	mayor o igual a 3%	63	75	83	86
Cereales de invierno N	mayor o igual a 3%	61	73	81	83
Cereales de invierno R/N	menor a 3%	59	70	78	81
Rotación de cultivos pobres R	mayor o igual a 3%	66	77	85	89
Rotación de cultivos pobres N	mayor o igual a 3%	64	75	82	86
Rotación de cultivos pobres R/N	menor a 3%	63	73	79	83
Rotación de cultivos densos R	mayor o igual a 3%	58	71	81	85
Rotación de cultivos densos N	mayor o igual a 3%	54	69	78	82
Rotación de cultivos densos R/N	menor a 3%	52	67	76	79
Pradera pobre	mayor o igual a 3%	68	78	86	89
Pradera media	mayor o igual a 3%	49	69	78	85
Pradera buena	mayor o igual a 3%	42	60	74	79
Pradera muy buena	mayor o igual a 3%	39	55	69	77
Pradera pobre	menor a 3%	46	67	81	88
Pradera media	menor a 3%	39	59	75	83
Pradera buena	menor a 3%	29	48	69	78
Pradera muy buena	menor a 3%	17	33	67	76
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal pobre	mayor o igual a 3%	45	66	77	83
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal media	mayor o igual a 3%	39	60	73	78
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal buena	mayor o igual a 3%	33	54	69	77
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal pobre	menor a 3%	40	60	73	78
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal media	menor a 3%	35	54	69	77
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal buena	menor a 3%	25	50	67	76
Masa forestal (bosques, monte bajo, ...) muy clara		56	75	86	91
Masa forestal (bosques, monte bajo, ...) clara		46	68	78	83
Masa forestal (bosques, monte bajo, ...) media		40	60	69	76
Masa forestal (bosques, monte bajo, ...) espesa		36	52	62	69
Masa forestal (bosques, monte bajo, ...) muy espesa		29	44	54	60
Rocas permeables	mayor o igual a 3%	94	94	94	94
Rocas permeables	menor a 3%	91	91	91	91
Rocas impermeables	mayor o igual a 3%	96	96	96	96
Rocas impermeables	menor a 3%	93	93	93	93





#### **4. VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL MODELO HIDRÁULICO PROPUESTO EN CONDICIONES IDEALIZADAS**

Los modelos matemáticos hidráulicos que analizan los flujos de inundación en dos dimensiones (2D) son una herramienta vital en la evaluación de los riesgos de inundación y los efectos de las medidas estructurales planteadas ex profeso. Una amplia gama de herramientas de modelado hidráulicos están disponibles. Esto significa que el progreso científico y tecnológico aplicado en los algoritmos y herramientas de modelado continuará evolucionando y mejorando con el tiempo. Ese informe describe los resultados de un ejercicio de evaluación comparativa de la última generación de herramientas de modelado hidráulico 2D para una variedad de propósitos en la inundación y Gestión de Riesgos Costeros para el apoyo en la toma de decisiones de la Environment Agency.

Un informe de 2009 sobre la base teórica de los modelos de inundación 2D puso de manifiesto los beneficios de contar con un conjunto estándar de casos de prueba de referencia con el que diferenciar entre el rendimiento y la capacidad de predicción de diferentes tipos de modelo de inundación 2D.

Los resultados de un ejercicio de evaluación comparativa inicial que implica 10 casos de prueba de referencia contra el cual 12 organizaciones de desarrollo de software ponen a prueba el rendimiento de un total de 14 paquetes de modelado de inundación 2D se publicaron en 2010. Desde entonces, muchos de los paquetes de modelado han experimentado más desarrollo y algunos de los paquetes de modelado se han convertido en disponible de manera gratuita.



Los objetivos generales de esa investigación son los siguientes:

- Considerar una base de pruebas de los paquetes de modelado de inundación 2D utilizado para la gestión del riesgo de inundación por la Agencia de Medio Ambiente y comparar como son capaces de predecir adecuadamente las variables sobre las que las decisiones de gestión del riesgo de inundación se basan.

Un conjunto de datos contra el que este tipo de paquetes pueden ser evaluados por sus desarrolladores.

En el desarrollo del trabajo de investigación se recomendó llevar a cabo una comparación de los resultados del modelo matemático propuesto con la evaluación realizada en el “Benchmarking the latest generation of 2D hydraulic modelling packages Report – SC120002, cuyas características se presentan en la Tabla 4.1

*Tabla 4.1 Características de los Test evaluados. Néelz and Pender (2013)*

Número de Test	Tipo de inundación a representar	Propósito
1	Inundación en un cuerpo de agua con una cresta	Evaluar la capacidad para simular la inundación de cuerpos de agua desconectados en las planicies aluviales o en las zonas costeras.
2	Llenado de depresiones de llanuras de inundación	Prueba la capacidad para predecir la extensión y la profundidad de la inundación final para un flujo con topografías complejas.
3	Conservación del Momentum sobre una pequeña obstrucción (0,25 m)	Prueba la capacidad para simular el flujo a profundidades relativamente bajas sobre una obstrucción con una pendiente adversa.
4	Velocidad de propagación de de un hidrograma sobre una planicie de inundación	Pruebas de simulación de la velocidad de propagación de la onda de inundación y la predicción de velocidades en el frente de avance de la inundación.
5	Inundaciones en un valle	Simulación de pruebas de inundaciones a la escala real.
6A	Ruptura de una cortina	Pruebas de simulación de zonas de choques cerca de una cortina que falla. Predicción de inundaciones en la cuenca.
6B		Pruebas de simulación de zonas de estela cerca de una cortina que falla. Geometría obtenida de un MDE
7	Acoplamiento río - llanura de inundación	Evalúa la capacidad para simular la transferencia de volumen de inundación entre ríos y planicies de inundación mediante el enlace de modelos 1D a 2D.
8A	Inundación por lluvias y alcantarillado en zonas urbanas	Capacidad para simular flujos de poca profundidad en áreas urbanas considerando lluvia por cuenca propia
8B		Capacidad para simular flujos de poca profundidad en áreas urbanas considerando aportaciones de alcantarillado.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 “MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
 ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN”

*Tabla 4.2 Características de los modelo evaluados. Néelz and Pender (2013)*

Modelo	Desarrollador	Ecuaciones	Esquema Numérico	Tipo de malla	Shock capturing	Control en el $\Delta t$ de cálculo
ANUGA (2009)	Geoscience Australia and Australian National University	Ecuaciones para aguas someras (SWEs)	Volumen Finito explícito	Flexible	Si	
Ceasg	Ceasg Flow Modelling (Amazi Consulting Ltd)	Conservación de masa y momentum (mismos procesos físicos que los modelados por el SWEs)	Célula automática	Flexible (Malla cuadrada)	No	
Flowroute- $i^M$	Ambiental Ltd	Ecuaciones para aguas someras	Volumen Finito explícito	Cuadrada	No	
InfoWorks ICM	Innovyze	Ecuaciones para aguas someras	Volumen Finito explícito	Flexible	Si (Solución Roe's Riemann)	
ISIS 2D	Halcrow (a CH2M Hill company)	Ecuaciones para aguas someras	Finite Differences (implicit ADI or explicit TVD)	Cuadrada	Si (solo en la versión TVD)	
ISIS 2D GPU	Halcrow SINTEF (Norway)	Ecuaciones para aguas someras	Volumen Finito explícito (Kurganov– Petrova)	Cuadrada	Si (TVD)	
ISIS Fast	Halcrow	Algoritmo de difusión del volumen. Usualmente predice solo un estado "final" de inundación.	Sin tiempo de discretización	Espacio dividido en 'depresiones'	No	
ISIS Fast Dynamic	Halcrow	Algoritmo de dispersión de volumen + ecuación de Manning entre depresiones		Espacio dividido en 'depresiones'	No	
JFLOW +	JBA Consulting	Ecuaciones para aguas someras	Volumen Finito explícito	Cuadrada	Si (Solución Roe's Riemann)	Adaptación de paso de tiempo de condicionalmente estable basado en la condición CFL y la restricción de inversión de flujo
LISFLOOD FP	University of Bristol	Ecuaciones en aguas someras 1D, sin los términos de aceleración convectiva, en una cuadrícula 2D regular	Diferencias finitas explícito	Cuadrada (misma resolución que el raster DTM)	No	Paso de tiempo de adaptación incondicionalmente estable basado en la condición CFL y el análisis de estabilidad de Von Neumann para un sistema de difusión
MIKE FLOOD	DHI	Ecuaciones para aguas someras	Diferencias finitas (ADI)	Cuadrada	Adecúa al flujo supercrítico	
RFSM (Direct) (2009)	HR Wallingford	Algoritmo de difusión del volumen. Predice un estado "final"	Sin tiempo de discretización	Polígonos irregulares considerados en función de las características topográficas	No	
RFSM EDA	HR Wallingford and Heriot- Watt University	Aproximación a las SWE, ignorando el término de inercia convectiva	Mixto Diferencias finitas / volumen finito (explícito)	Polígonos irregulares considerados en función de las características topográficas	No	
SOBEK (2009)	Deltares	Ecuaciones para aguas someras	Diferencias finitas (implícita - malla escalonada)	Cuadrada	Si	
TUFLOW	BMT WBM	Ecuaciones para aguas someras	Diferencias finitas implícita (ADI)	Cuadrada	Adecúa al flujo supercrítico	Constant time step eddy viscosity (scaling coefficient $k_0 = 0.2$ ) for turbulence closure Paso de tiempo constante. Constante de Viscosidad Eddy (coeficiente de escala $k_0 = 0.2$ ) para cierre de turbulencia
TUFLOW GPU	BMT WBM	Ecuaciones para aguas someras	Volumen Finito	Cuadrada	Si	
TUFLOW FV	BMT WBM	Ecuaciones para aguas someras	Volumen Finito (esquemas de primer y segundo orden probados)	Flexible	Si	
UIM (2009)	University of Exeter	Ecuaciones para aguas someras sin los términos de aceleración	Diferencias finitas (explícita)	Cuadrada	No	
XPSTORM	Micro Drainage Ltd	Ecuaciones para aguas someras	Diferencias finitas implícita (ADI)	Cuadrada	No (pero cambia entre sub y supercrítico)	

ADI = alternating direction implicit; DTM = digital terrain model; TVD = total variation diminishing



A continuación se presentan las características a las evaluaciones realizadas.

#### **4.1. TEST 1 FLUJO EN UN CUERPO DE AGUA**

El objetivo de la prueba es evaluar las capacidades básicas de los paquetes, tales como el manejo de agua en cuerpos desconectados por la topografía y el secado-mojado de las celdas que conforman la llanura de inundación.

##### **4.1.1. Descripción**

Esta prueba consiste en una topografía en pendiente con una depresión como se ilustra en la figura 2(a). El dominio modelado es un rectángulo perfecto 700 m x 100 m. El nivel de agua es variable, véase la figura 2(b), se aplica como una condición de contorno a lo largo de toda la longitud de la parte izquierda del rectángulo, haciendo que el agua se eleve a 10.35 m. Esta elevación se mantiene durante el tiempo suficiente para que el agua llene la depresión y convertirse en horizontal sobre todo el dominio. A continuación, se baja de nuevo a su estado inicial, haciendo que el nivel del agua en el estanque se convierta en horizontal a la misma altura que la cima, 10.25 m.

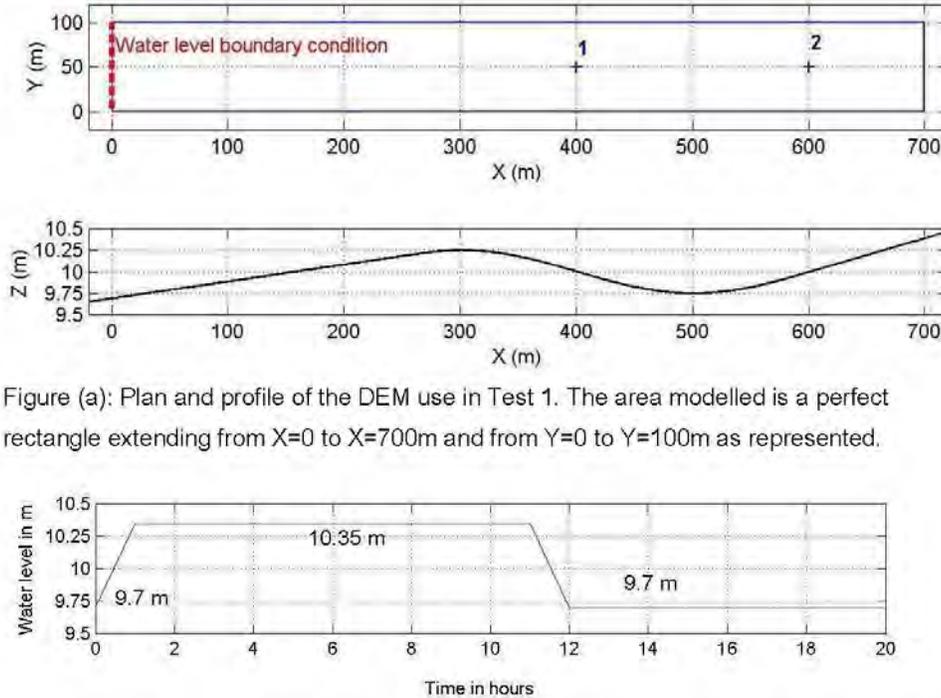


Figure (a): Plan and profile of the DEM use in Test 1. The area modelled is a perfect rectangle extending from X=0 to X=700m and from Y=0 to Y=100m as represented.

Figure (b): Water level hydrograph used as boundary condition (table provided as part of dataset).

Figura 4.1. Test 1 Flujo en un cuerpo de agua con una sobre elevación intermedia. Néelz and Pender (2013)

#### 4.1.2. Condiciones de modelación

El Nivel del agua varía a lo largo de la línea roja discontinua en la figura 2(a). Todos los otros límites están cerrados. La elevación del nivel de agua como condición Inicial igual a 9.7 m. Coeficiente de Manning  $n = 0.030$  (uniforme). Resolución de la malla: 10m (o 700 nodos en el área modelada). El tiempo de modelación es de 20 horas

#### 4.1.3. Comparación de resultados

En la figura 2 se observa la comparación gráfica de los resultados obtenidos para la evaluación en los dos puntos considerados para tal fin.



#### 4.1.1. Comentarios

Todos los paquetes que participan en el test demostraron la capacidad básica para predecir correctamente el estado final de la inundación en un caso relacionado con el relleno de una depresión y la disminución de niveles posterior, resultando en una superficie horizontal de agua en la depresión, en la elevación del punto de separación más bajo de la depresión desde el origen de la inundación.

Para el caso del modelo matemático propuesto, los resultados obtenidos son satisfactorios según lo visto en la figura.

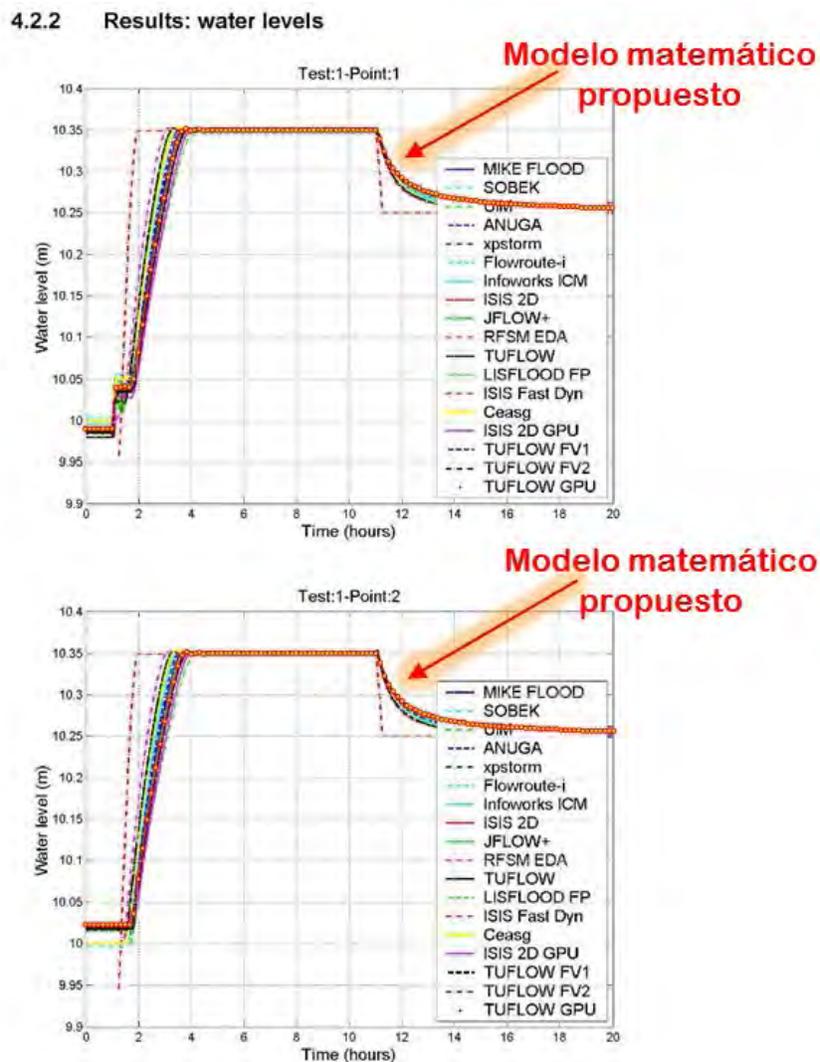


Figure 4.3 Results from Test 1

The following observations can be made from Figure 4.3.

Figura 4.2. Comparación de resultados Test 1 Néelz and Pender (2013)



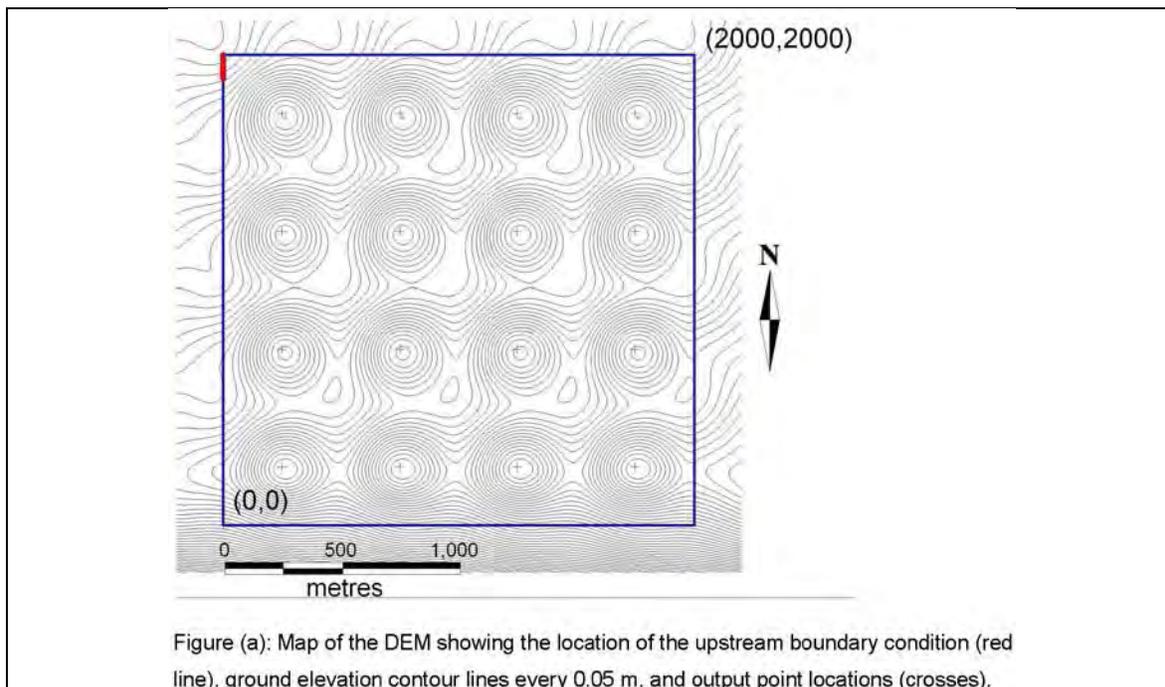
## 4.2. TEST 2 LLENADO DE DEPRESIONES POR INUNDACIÓN

La prueba se ha diseñado para evaluar la capacidad de un paquete para determinar la extensión y la profundidad de inundación, en un caso relacionado con flujo de bajo momentum en una topografía compleja.

El objetivo de la prueba es evaluar la capacidad de los paquetes para manejar los cuerpos de agua desconectados, secado-mojado de las celdas que conforman la llanura de inundación, y para predecir el grado de inundación debido a las inundaciones en una topografía complicada, con énfasis en la distribución final de agua de la inundación y el valor de los niveles máximos.

### 4.2.1. Descripción

El área de modelado, que se muestra en la figura 3(a), es un cuadrado de 2,000 m x 2,000 m y consiste en una matriz de 4 x 4 depresiones profundas de ~ 0.5 m con transiciones topográficos suaves. El Modelo Digital de Elevaciones (DEM por sus siglas en inglés) se obtuvo multiplicando sinusoides en la dirección de Norte a Sur y de Este a Oeste, las depresiones son todas idénticas en forma.



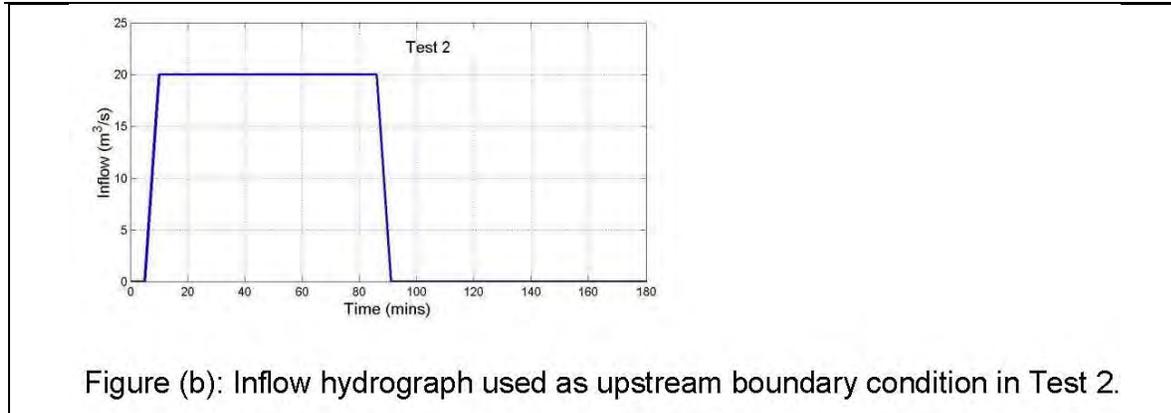


Figure (b): Inflow hydrograph used as upstream boundary condition in Test 2.

Figura 4.3. Test 2 Llenado de depresiones por inundación. Néelz and Pender (2013)

#### 4.2.2. Condiciones para modelación

La condición de frontera de entrada se aplica a lo largo de una línea de 100 metros corriendo desde la esquina occidental del norte hacia el sur del dominio modelado, como se observa en la figura 4.4(a). Se utiliza un hidrograma con un gasto máximo de  $20 \text{ m}^3/\text{s}$  y tiempo base de  $\sim 85$  minutos. El modelo se ejecuta durante 2 días (48 horas) para permitir que la inundación llegue a su estado final, es decir, se establezcan los niveles.

Todas las fronteras son cerradas. El coeficiente de Manning  $n=0.03$  (uniforme). Las condiciones iniciales corresponden a las celdas secas. La malla para el modelado es de  $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$  (o aproximadamente 10,000 nodos en el área). El modelo se corre para 48 horas.

#### 4.2.3. Comparación de resultados

El Test 2 especifica 16 puntos de evaluación de resultados, ubicados en los centros de las 16 depresiones. Para el propósito de comparación de resultados, las depresiones están numeradas por columnas del 1 al 16 a partir de la esquina inferior izquierda. Los elementos de la figura 4.5 representan series de tiempo de los niveles de agua en las depresiones como se ilustra en los bocetos del plan que acompañan todos los gráficos.

NB directo RFSM calcula un nivel de agua "final", representada como una línea horizontal que abarca todo el dominio del tiempo



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

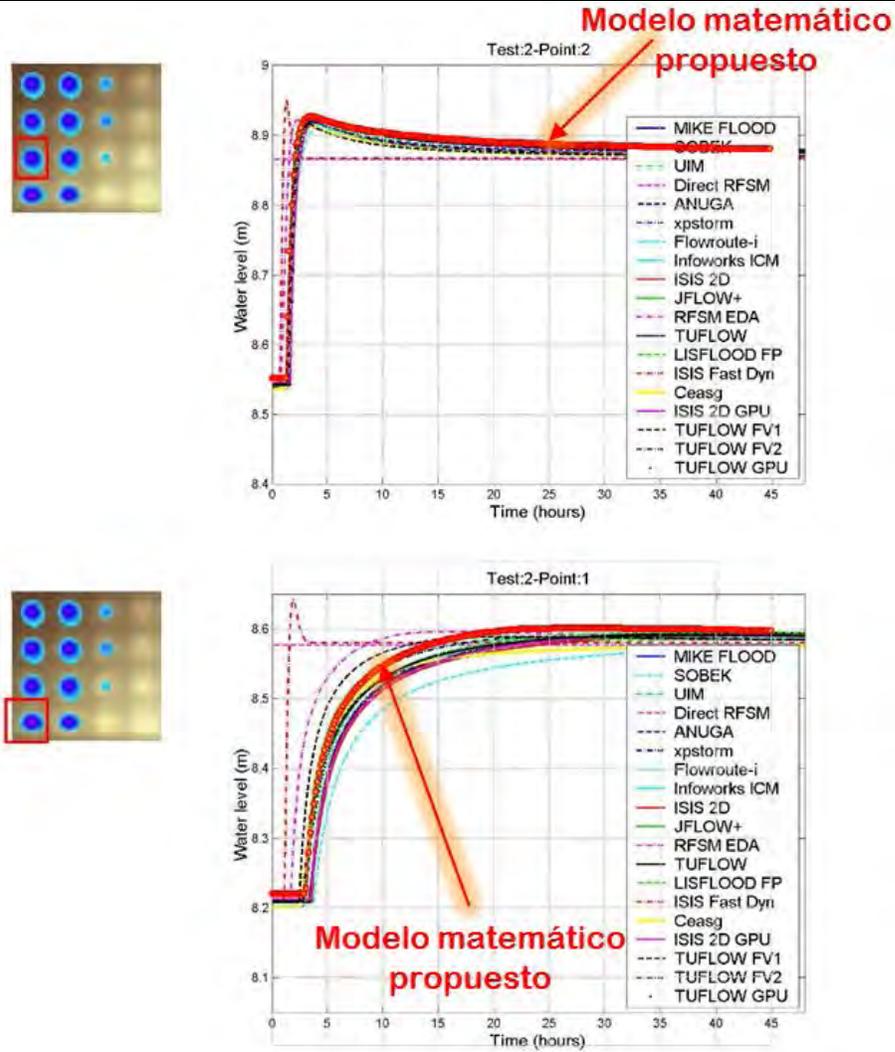


Figura 4.4. Comparación de resultados Test 2. Sitios 1 y 2. Néelz and Pender (2013)

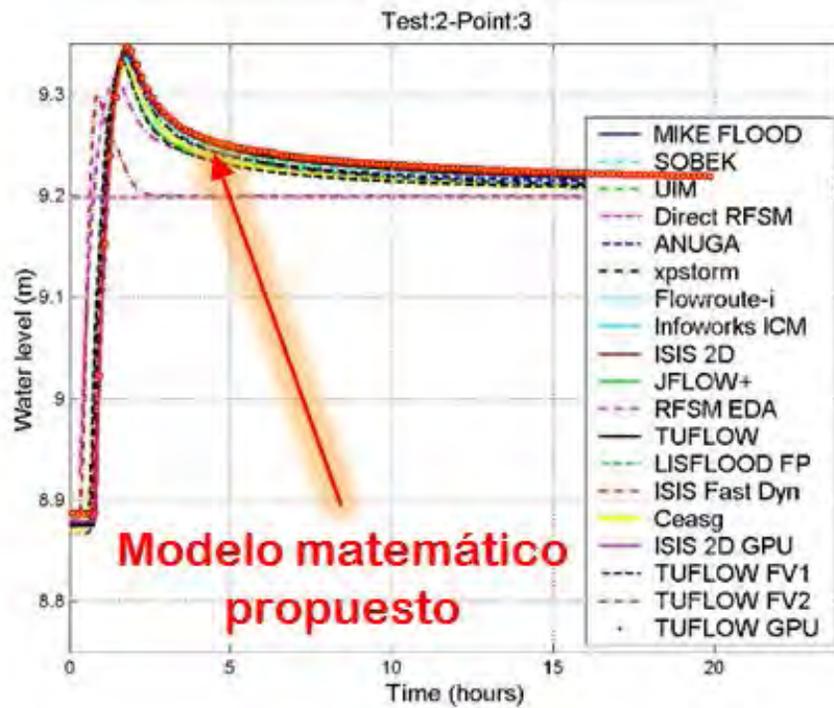
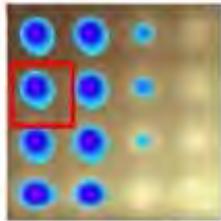
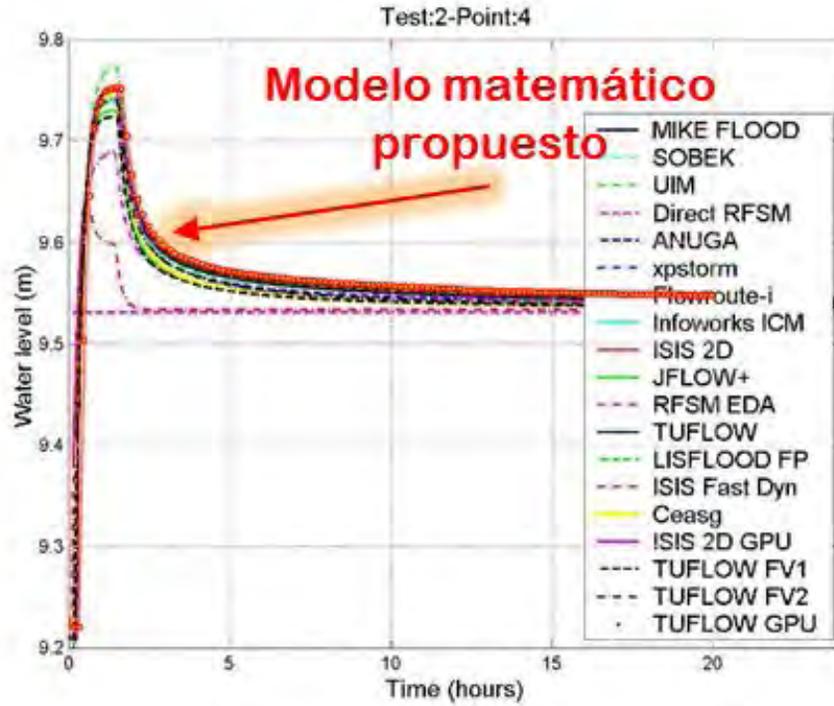
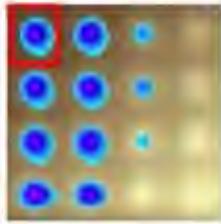
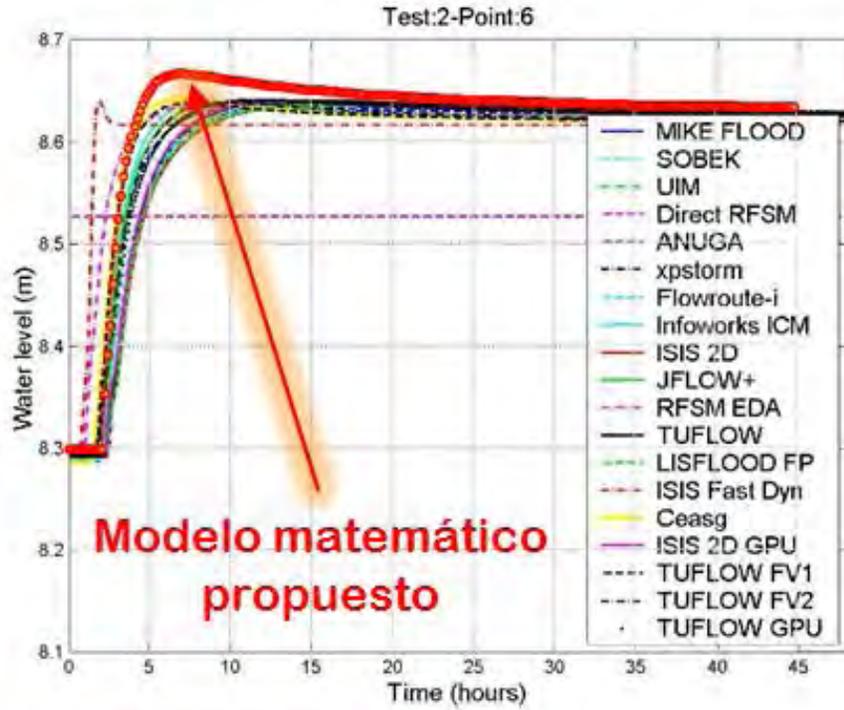
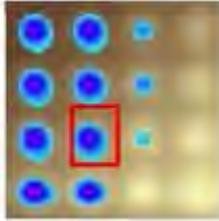


Figura 4.5. Comparación de resultados Test 2. Sitios 3 y 4. Néelz and Pender (2013)



**Modelo matemático propuesto**

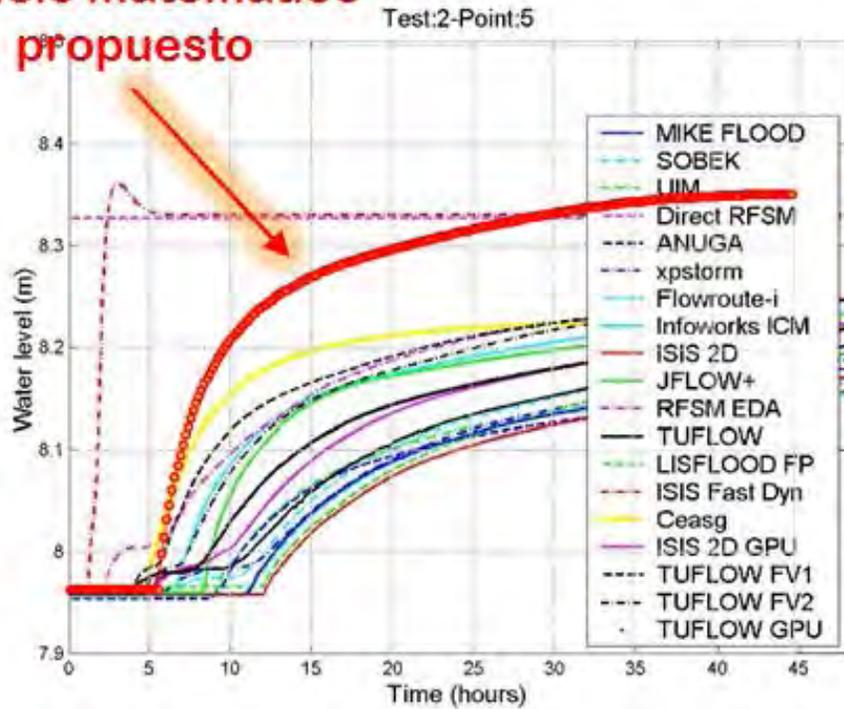
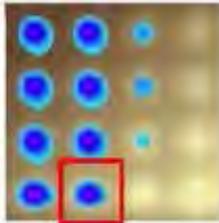
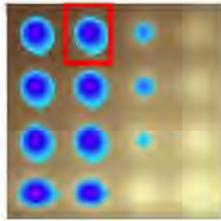
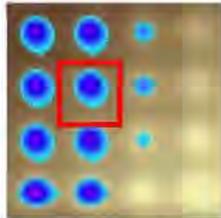
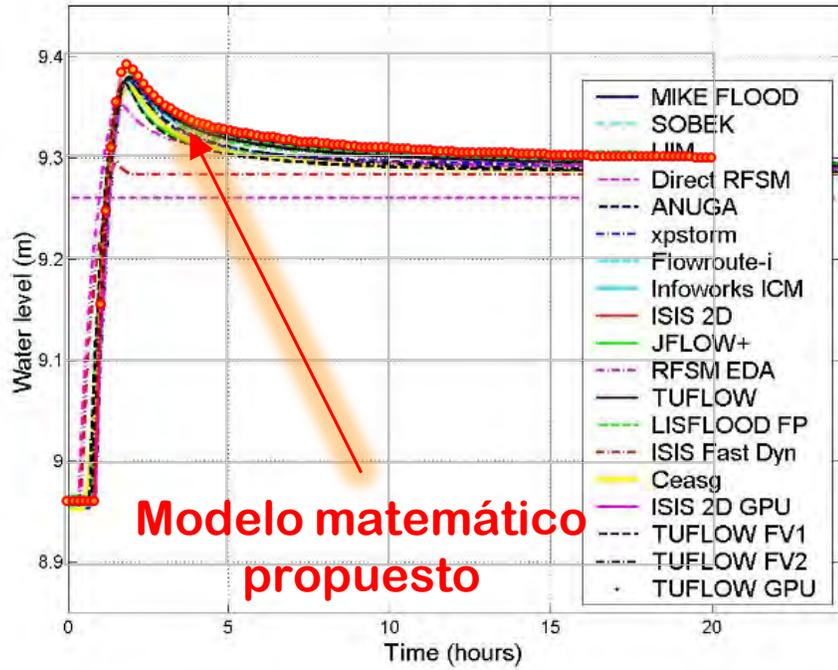


Figura 4.6. Comparación de resultados Test 2. Sitios 5 y 6. Néelz and Pender (2013)



Test:2-Point:8



Test:2-Point:7

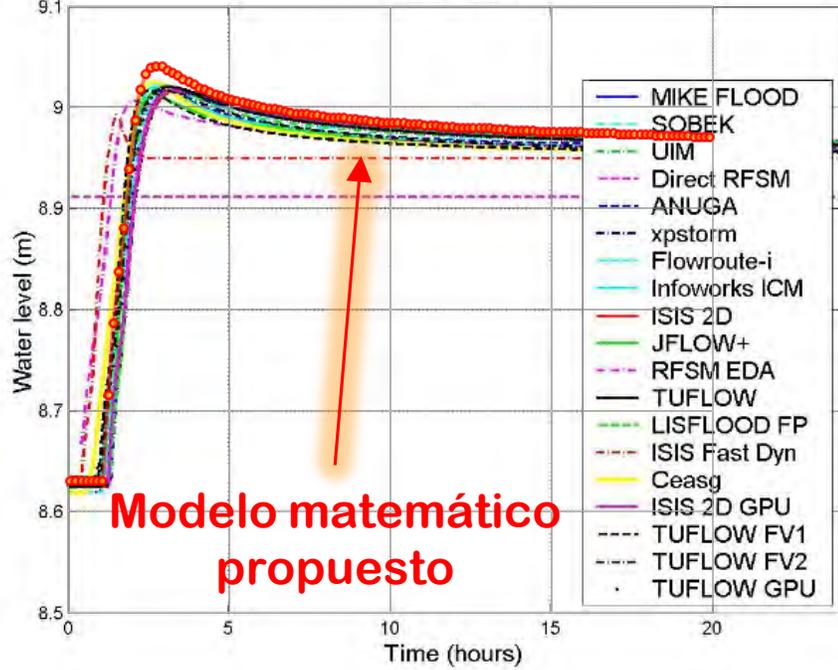


Figura 4.7. Comparación de resultados Test 2. Sitios 7 y 8. Néelz and Pender (2013)

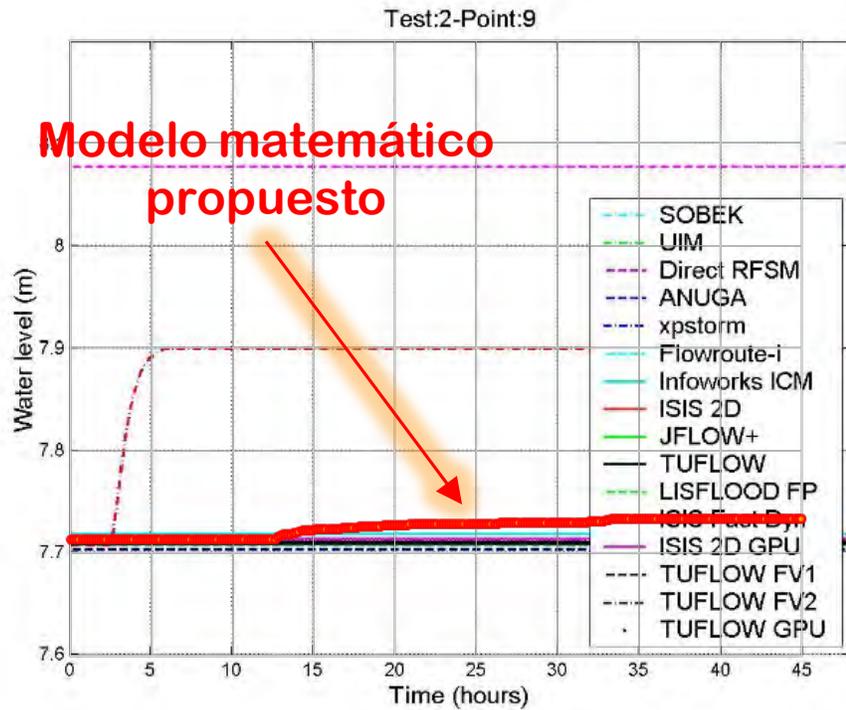
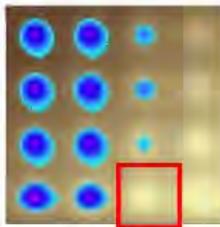
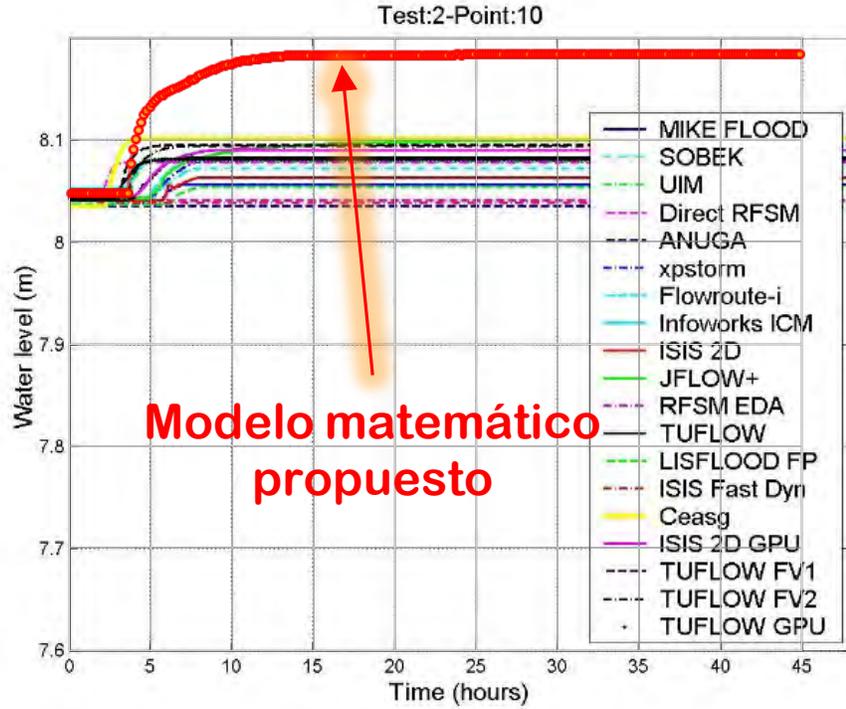
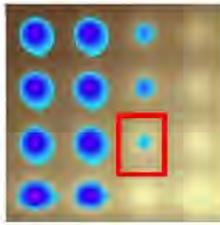


Figura 4.8. Comparación de resultados Test 2. Sitios 9 y 10. Néelz and Pender (2013)

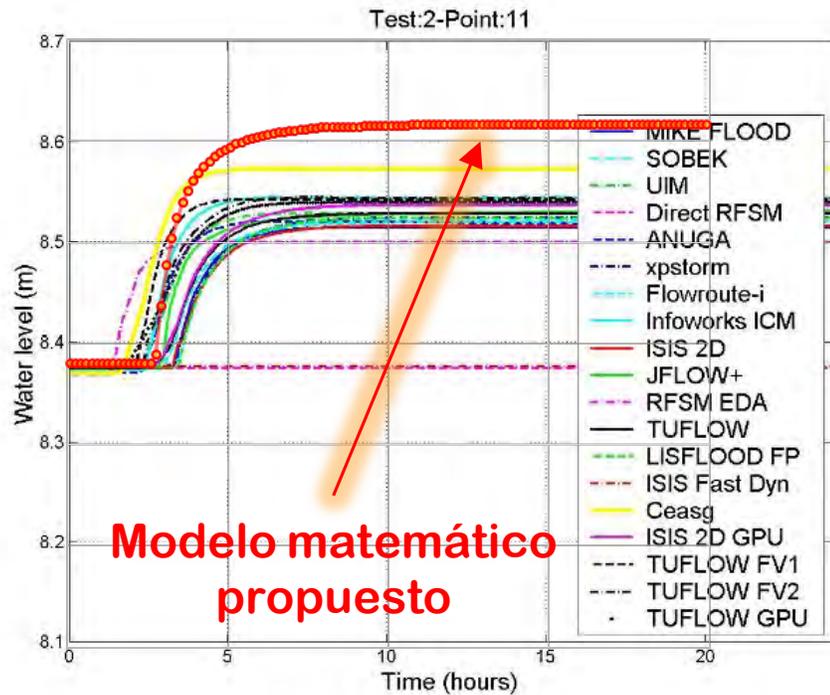
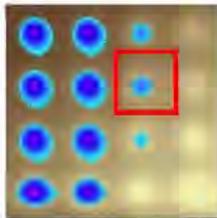
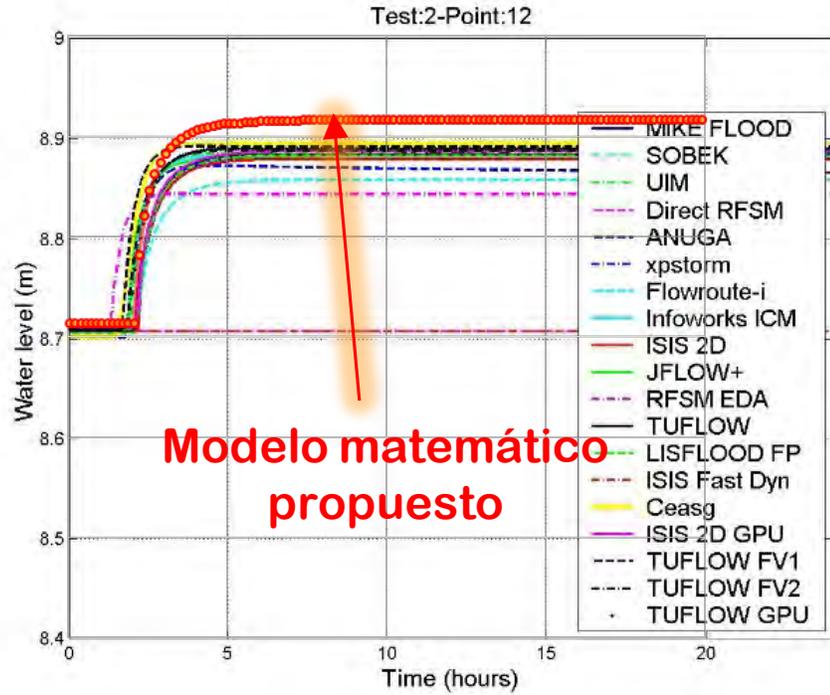
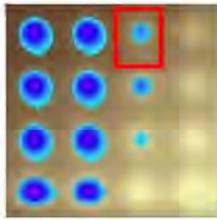
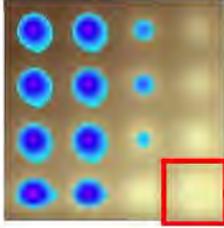
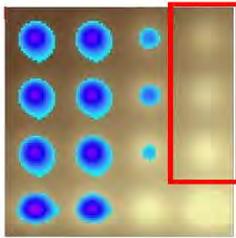


Figura 4.9. Comparación de resultados Test 2. Sitios 11 y 12. Néelz and Pender (2013)



Point 13: This was predicted to remain dry by all models, except RFSM Direct which predicted a water depth of 0.15m.

Figura 4.10. Comparación de resultados Test 2. Sitio 13. Néelz and Pender (2013)



Points 16, 15, 14: These were predicted to remain dry by all models.

Figura 4.11. Comparación de resultados Test 2. Sitios 14, 15 y 16. Néelz and Pender (2013)

#### 4.2.4. Comentarios

Todos los modelos que consideran las **SWE completas** predijeron resultados muy similares en los valores cuando la inundación es definitiva (es decir, los niveles de agua finales). Las diferencias entre las predicciones del nivel de agua eran pequeñas y dentro del rango de precisión deseable para aplicaciones prácticas a un problema de este tipo. El alto nivel de consistencia en los resultados de los modelos completos, se obtuvo utilizando algoritmos numéricos de una amplia variedad de clases, por lo tanto se consideran motivos suficientes para un alto nivel de confianza en la exactitud de los resultados.

Los modelos **3-términos** (y UIM) predijeron un resultado final para la inundación similar a la predicha por los modelos completos, aunque con algunas pequeñas diferencias en la predicción de la propagación hidrodinámica. Esto se debe a que los modelos de 3 términos desprecian el término de aceleración convectiva (como LISFLOOD-FP, UIM y RFSM EDA), son adecuados para la modelización de situaciones de propagación de la inundación para bajo momentum.

Los modelos de **2 y 0 términos** como ISIS Fast Dynamic y RFSM Direct, tendían a ofrecer notablemente diferentes distribuciones. La inundación definitiva ISIS Fast se consideró inadecuado y por lo tanto no fue probado.



## Comparación de volúmenes

El cambio de volumen más grande reportado es una pérdida de volumen de 1,46% en Flowroute-i™. Esto no tiene ninguna consecuencia identificable en los resultados y el efecto de la elección del modelo era claramente más importante que la falta de conservación de volumen de esta magnitud.

Para el caso del modelo propuesto, el volumen al final de la modelación matemática es de 97,238 m<sup>3</sup>, lo que significa 38 m<sup>3</sup> (0.04% mayor), lo cual para fines prácticos se considera el mismo volumen que en las condiciones iniciales.

Tabla 4.3. Comparación de parámetros de modelación para Test 2. Néelz and Pender (2013)

(1) Name	(2) Version	(3) Multi-processing	(4) Resolution (expected: 20m or 10000 elements)	(5) Time-stepping	(6) Run time	(7) Final volume (m <sup>3</sup> )
ANUGA	1.1beta_7501	No	10,088 elements	Adaptive	1130s	97,223.15
Ceasg	1.12	Yes – GPU	20m	2.5s	15s	97,200
Flowroute-i™	3.2.0	Yes – 4 CPUs	20m	Adaptive	6s	95,583.6
InfoWorks ICM	2.5.2	Yes – GPU	9997	60s	11s	97,200
ISIS 2D	3.6 (ADI)	Partial <sup>1</sup>	20m	15s	22s	96,275.61
ISIS 2D GPU	1.17	Yes	20m	Adaptive	22s	97,204
ISIS Fast Dynamic	3.6		20m	5s	2s	97,200
JFLOW+	2.0	Yes – GPU	20m	Adaptive average 5.17s	10s	97,200
LISFLOOD-FP	5.5.2	Yes	20m	Adaptive	7.2s	97,162
MIKE FLOOD	2012	Yes – 8 CPUs	20m	25s	9.6s	97,252
RFSM (Direct)	3.5.4	No	16 elements <sup>1</sup>	N/A	1s	97,200
RFSM – EDA	1.2	no	16 elements <sup>1</sup>	Adaptive typically 60s	11s	97,200
SOBEK	2.13	No	20m	15s	100s	97,200
TUFLOW	2012-05-AA Single precision	No	20m	Adaptive (5–120s)	7.3s	97,195
TUFLOW GPU	2012-05-AA	Yes – 448 GPU cores	20m	Adaptive (4– 5s)	16s <sup>2</sup>	97,200
TUFLOW FV <sup>3</sup>	2012.000b First order (and second order)	Yes – 12 CPU cores	20m	Adaptive (~5s)	26s (41s)	97,192 (97,189)
UIM	2009.12	OMP	20m	1s	712s	97,200
XPSTORM	2011; 2010-10-AB-IDP-w32	No	20m	10s	12.1s	97,393

Notes: <sup>1</sup> See Appendix B.

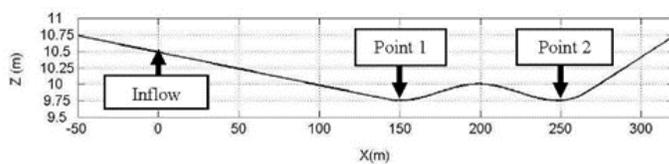
<sup>2</sup> These simulation times for TUFLOW GPU are not indicative of the significant speed gains achieved for larger models (for example, >1,000,000 cells for which TUFLOW GPU is typically 10–100 times faster than TUFLOW 'Classic').

<sup>3</sup> Run times: 1st order solution (2nd order solution)

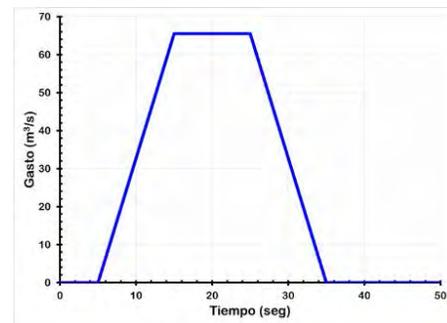


### 4.3. TEST 3 CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO SOBRE UNA PEQUEÑA OBSTRUCCIÓN

El objetivo de la prueba es evaluar la capacidad de los paquetes para conservar la cantidad de movimiento sobre una obstrucción en la topografía. Esta capacidad es importante cuando se simula una inundación pluvial en las llanuras aluviales urbanizadas. La barrera de flujo en el canal está diseñada para diferenciar el rendimiento de los paquetes sin términos de inercia y los paquetes hidrodinámicos 2D con términos de inercia. Con términos de inercia, parte del agua de la inundación pasará por encima de la obstrucción.



a) Perfil del Modelo Digital de Elevaciones



b) Hidrograma

Figura 4.12. Datos para el canal del Test 3. Néelz and Pender (2013)

#### 4.3.1. Descripción

Esta prueba consiste en una topografía inclinada con dos depresiones separadas por una obstrucción como se ilustra en la Figura 4.12 a). Las dimensiones del dominio son 300 m longitudinalmente (X) por 100 m transversalmente (Y). Un hidrograma de entrada mostrado en la Figura 4.12 b), se aplica como una condición de frontera aguas arriba en el extremo izquierdo, haciendo que una ola de inundación se desplace por la pendiente 1: 200. Mientras que el volumen de entrada total es suficiente para llenar la depresión del lado izquierdo a  $x = 150$  m, se espera que parte de este volumen sobrepase la obstrucción debido a la conservación de la cantidad de movimiento y se asiente en la depresión en el lado derecho en  $x = 250$  m. El modelo se ejecuta hasta el tiempo  $T = 900$  s (15 min) para permitir que el agua se estabilice.

Las condiciones de modelación iniciales corresponden a la superficie seca.



### 4.3.2. Comparación de resultados

A continuación se presenta la comparación de resultados del modelo matemático propuesto con los otros analizados en el test.

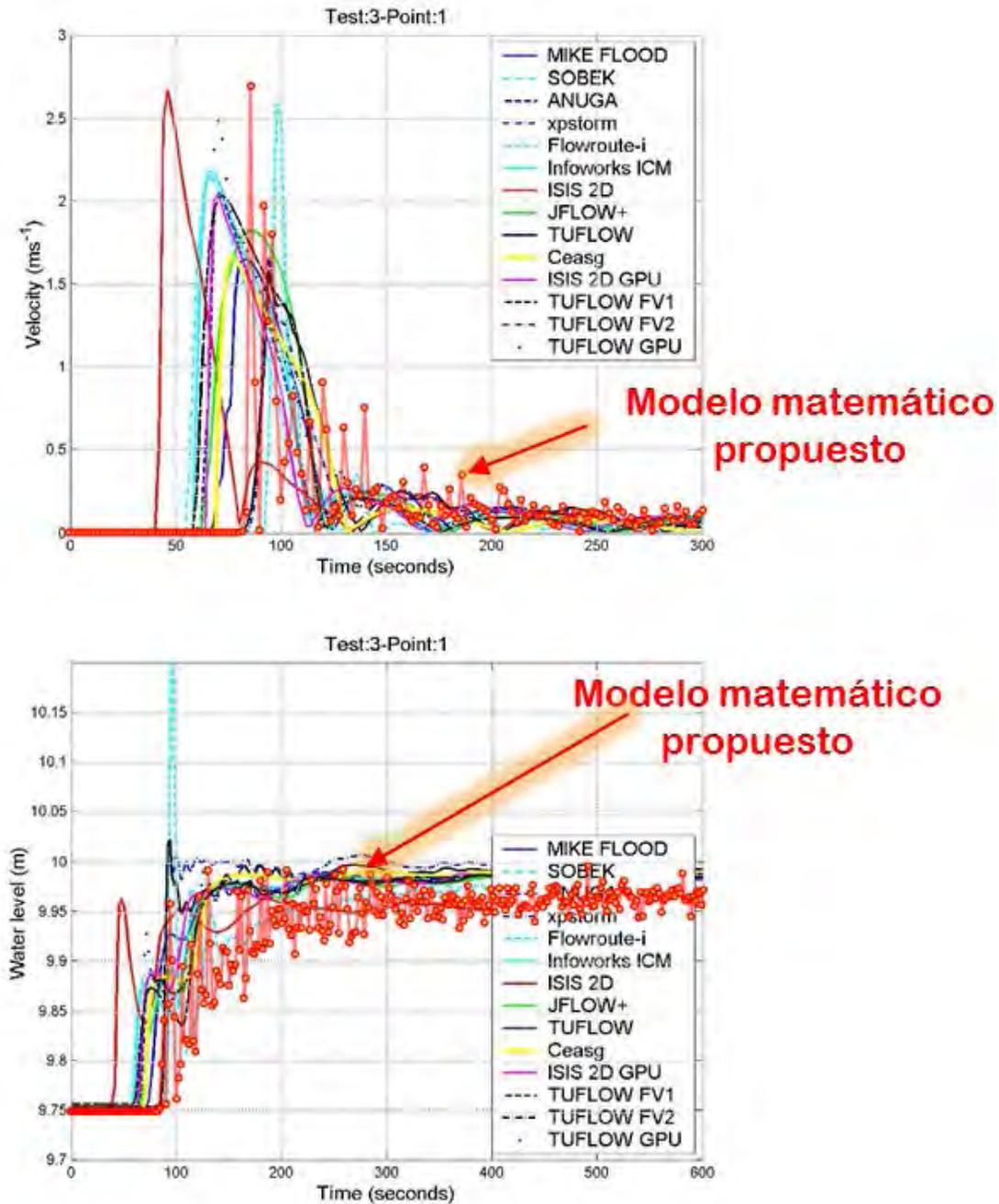


Figura 4.13. Comparación de resultados, velocidades y profundidades en el punto 1. Néelz and Pender (2013)

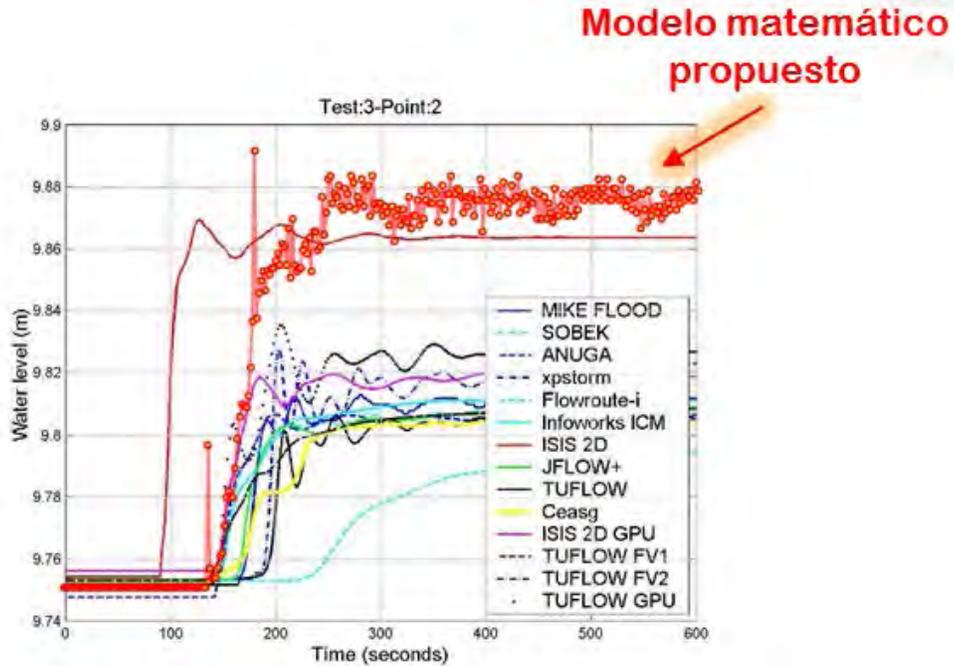


Figura 4.14. Comparación de resultados para profundidades en el punto 2. Néelz and Pender (2013)

Todos los modelos completos de SWE pronosticaron resultados muy similares, prediciendo que el agua contenía suficiente impulso para fluir sobre la obstrucción.

Como se esperaba, ninguno de los modelos simplificados resulta adecuado para esta simulación, lo que demuestra la importancia de utilizar las ecuaciones hidrodinámicas completas cuando la conservación de la cantidad de movimiento es importante para las simulaciones satisfactorias.

Los resultados pueden verse afectados significativamente por el ancho del dominio modelado efectivo en caso de que esto no sea exactamente 100 m.

### 4.3.3. Comentarios

Los resultados obtenidos con el modelo matemático propuesto en el punto 1 presentan una diferencia del orden de 0.025 m, el frente de onda llega 30 segundos después que la mayoría de los modelos. En el punto 2 la diferencia es de 0.06 m.



#### 4.4. TEST 4 PROPAGACIÓN DE LA INUDACIÓN SOBRE UNA PLANICIE

La prueba se ha diseñado para evaluar la capacidad de un paquete para determinar la extensión y la profundidad de inundación, en un caso relacionado con flujo de baja cantidad de movimiento en una topografía compleja.

El objetivo de la prueba es evaluar la capacidad del paquete para simular la celeridad de propagación de una onda de inundación y predecir velocidades y profundidades del frente de onda de la inundación que avanza. La aplicación es relevante para las inundaciones de tipos fluviales y costeros.

##### 4.4.1. Descripción

La prueba consiste en una llanura horizontal plana de dimensiones 1000 m x 2000 m, con una sola condición de frontera de entrada, se simula la falla de un terraplén por brecha o superación, con un flujo máximo de 20 m<sup>3</sup>/s y un tiempo aproximado de 5 horas. La comparación se aplica a lo largo de una línea de 20 m en el centro de la planicie de inundación.

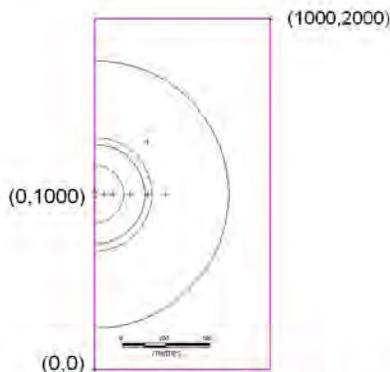


Figure (a): Modelled domain, showing the location of the 20m inflow, 6 output points, and possible 10cm and 20cm contour lines at time 1 hour (dashed) and 3 hours (solid).

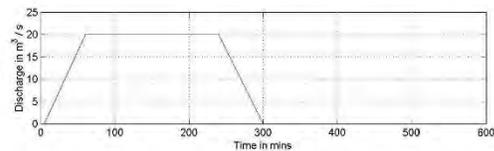


Figure (b): Hydrograph applied as inflow boundary condition

Figura 4.15. Dominio en planta para modelación e hidrograma del Test 4. Néelz and Pender (2013)

##### 4.4.2. Comparación de resultados

A continuación se presenta la comparación de resultados del modelo matemático propuesto con los otros analizados en el test.

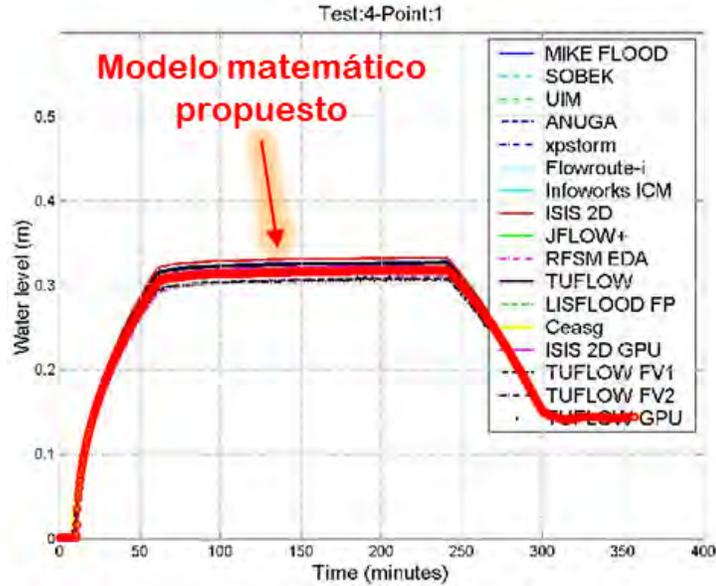


Figura 4.16. Comparación de resultados para profundidades en el punto 1. Néelz and Pender (2013)

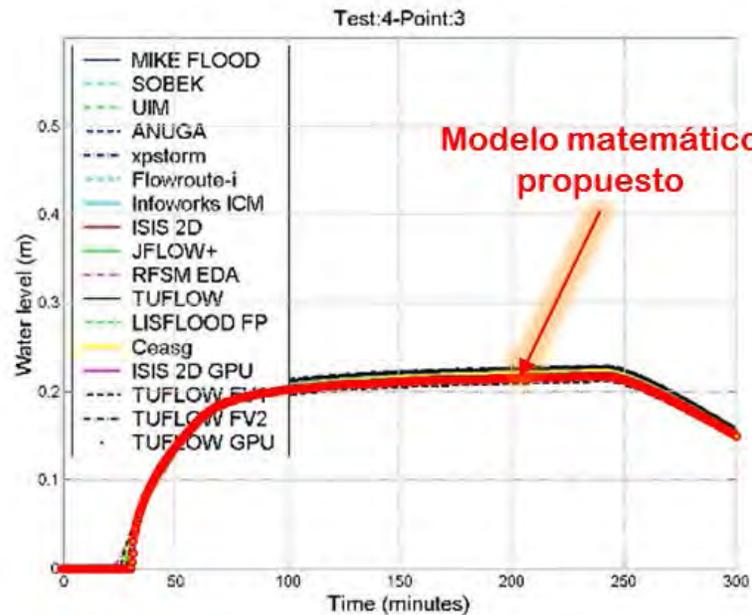


Figura 4.17. Comparación de resultados para profundidades en el punto 3. Néelz and Pender (2013)

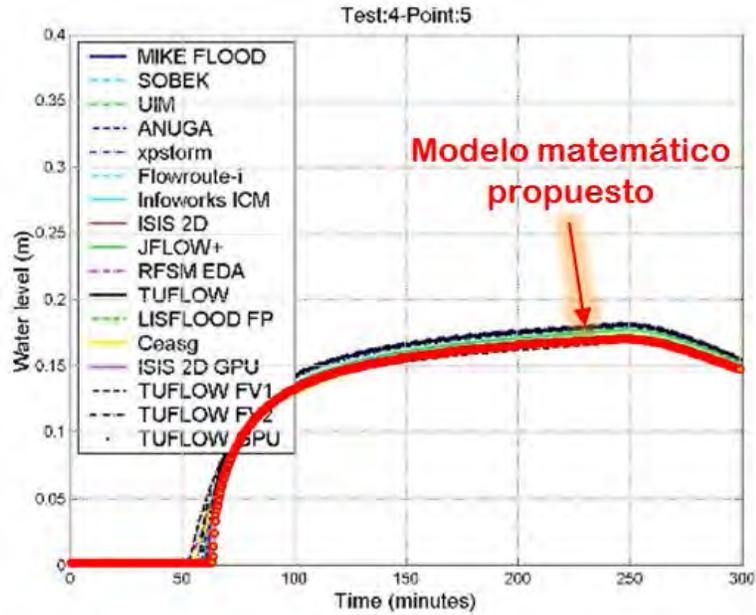


Figura 4.18. Comparación de resultados para profundidades en el punto 5. Néelz and Pender (2013)

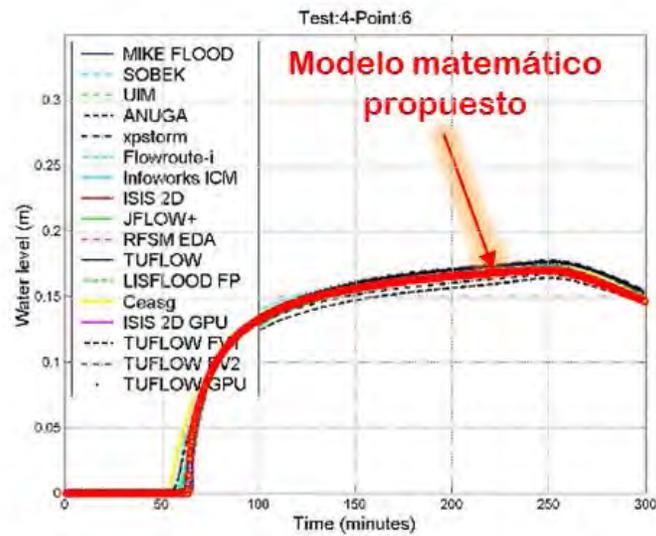


Figura 4.19. Comparación de resultados para profundidades en el punto 6. Néelz and Pender (2013)



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

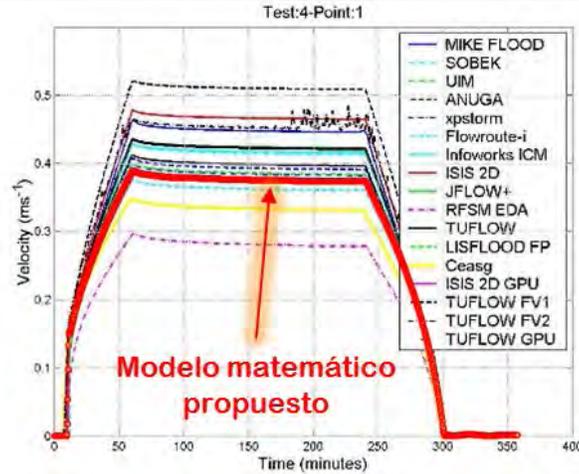


Figura 4.20. Comparación de resultados para velocidades en el punto 1. Néelz and Pender (2013)

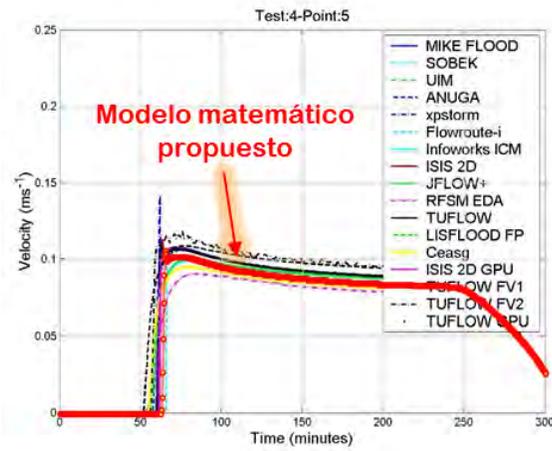
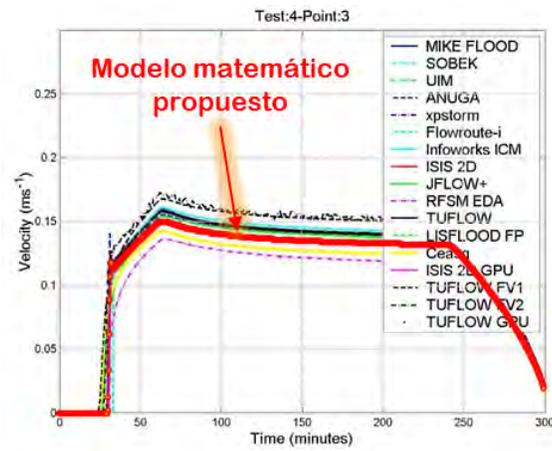


Figura 4.21. Comparación de resultados para velocidades en los puntos 3 y 5. Néelz and Pender (2013)

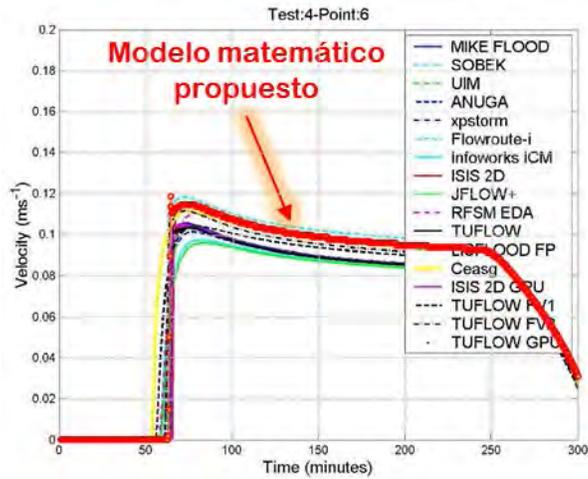


Figura 4.22. Comparación de resultados para velocidades en el punto 6. Néelz and Pender (2013)

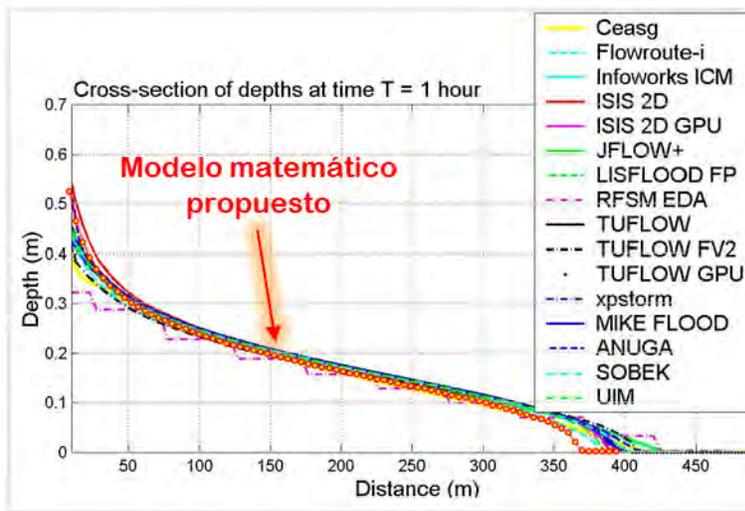


Figura 4.23. Perfil del cauce con la profundidad en el tiempo 1 hora de modelación. Néelz and Pender (2013)

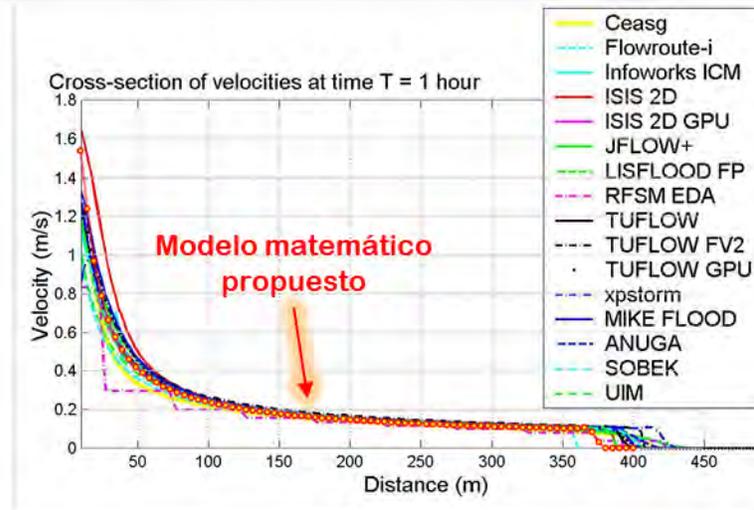


Figura 4.24. Perfil del cauce con la velocidad en el tiempo 1 hora de modelación. Néelz and Pender (2013)

#### 4.4.3. Comentarios

Todos los modelos completos y los modelos con 3 términos pronosticaron resultados muy similares en tiempos de traslado de la onda, niveles máximos de agua y velocidades máximas. Las discrepancias entre los modelos fueron relativamente pequeñas: aproximadamente 10% para los tiempos de viaje. Esto es poco probable que sea mayor que las expectativas típicas de precisión en un problema de este tipo en una aplicación práctica.

El alto nivel de consistencia en los resultados de los modelos completos proporciona un nivel de confianza en la exactitud de estas predicciones. También se observa que en aplicaciones prácticas del modelado de flujo en las proximidades de la ruptura, los efectos de la topografía (que son inexistentes en el test debido al terreno perfectamente horizontal) son en la práctica más significativos para influir en las predicciones del modelo que las diferencias en la predicción numérica de la solución de las ecuaciones completas de aguas poco profundas.

Las predicciones de velocidades en las proximidades al sitio de ingreso muestran menos consistencia y se observa que son sensibles a la aproximación utilizada para implementar la condición de frontera (que se especificó como descarga en función del tiempo como puede considerarse normal en una aplicación práctica). En el modelo RFSM-EDA, que se basa en una resolución más gruesa de lo especificado, los cambios rápidos (con distancia) en la vecindad de la brecha dieron lugar a diferencias significativas entre éste y el otro modelo de predicciones.



Estas conclusiones sugieren que la aceleración advectiva no siempre puede ser un proceso dominante en el cálculo de la propagación de inundaciones que surge de una brecha.

Los modelos de 2 como ISIS Fast Dynamic, ISIS Fast y RFSM Direct son, comprensiblemente inapropiados para simular el flujo después de una brecha. Sin embargo, los resultados de UIM son comparables con los de los modelos completos y de 3 términos, a costa de un tiempo de ejecución mucho más largo.

#### **4.5. TEST 5 INUNDACIÓN EN UN VALLE**

Esta prueba está diseñada para simular la propagación de las olas de inundación en un valle fluvial que se observa en la figura 4.24 a), tras el fallo de una cortina, cuya condición se estima mediante un hidrograma de tipo trapezoidal sesgado con un caudal pico de  $3000 \text{ m}^3/\text{s}$  y un tiempo total de 100 minutos.

El objetivo de la prueba es evaluar la capacidad de los paquetes para simular inundaciones de grandes extensiones de terreno y predecir el riesgo de inundación debido a la falla de la cortina (niveles máximos, velocidades y tiempos de traslado de la onda).

##### **4.5.1. Descripción**

Esta prueba está diseñada para simular la propagación de las ondas de inundación en un valle fluvial tras la ruptura de una cortina. El modelo digital de elevaciones del valle es de aproximadamente  $0.8 \text{ km}$  por  $17 \text{ km}$  y la topobatimetría se inclina hacia aguas abajo en una pendiente de  $0.01 \text{ m/km}$  aproximadamente en su región superior, disminuyendo a  $0.001 \text{ m/km}$  aprox. en su región más baja. El hidrograma de entrada aplicado como una condición de frontera a lo largo de una línea de  $260 \text{ m}$  de largo en el extremo de aguas arriba está diseñado para representar a una falla típica de una cortina pequeña y para asegurar que flujos supercríticos y subcríticos ocurrirán en diferentes partes de la zona en estudio. El modelo se ejecuta hasta un tiempo total de 30 horas para permitir que la inundación se estabilice en las partes bajas del valle.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

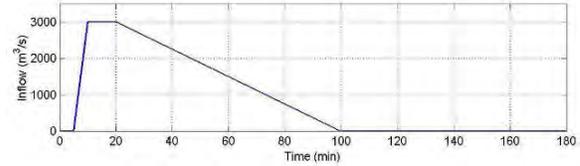
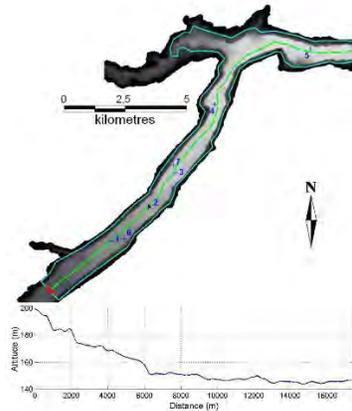


Figure (b): Inflow hydrograph applied in Test 5.

Figure (a): DEM used, with cross-section along the centre line, and location of the output points. The red line indicates the location of the boundary condition and the blue polygon is the modelled area.

Figura 4.25. MDE, perfil e hidrograma utilizado para el Test 5. Néelz and Pender (2013)

### 4.5.2. Comparación de resultados

A continuación se presenta la comparación de los resultados, en donde el modelo matemático propuesto se asemeja a los resultados obtenidos con los otros modelos utilizados para la comparación.

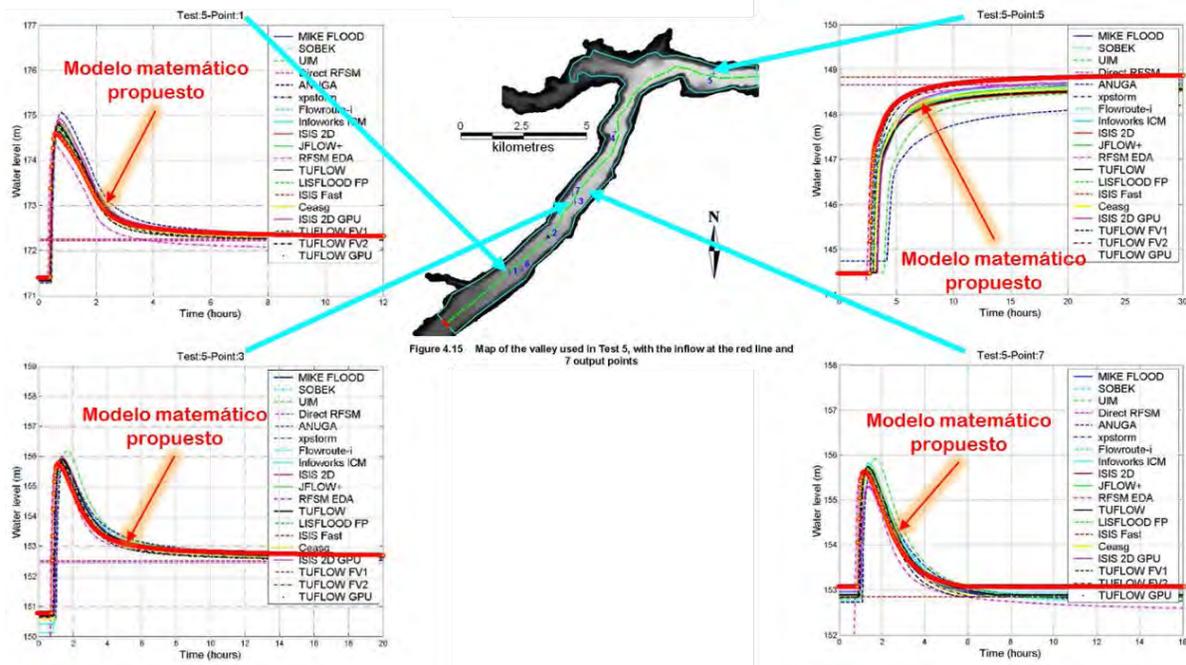


Figure 4.15 Map of the valley used in Test 5, with the inflow at the red line and 7 output points

Figura 4.26. Comparaciones de profundidades de inundación en los sitios 1, 3, 5 y 7. Néelz and Pender (2013)

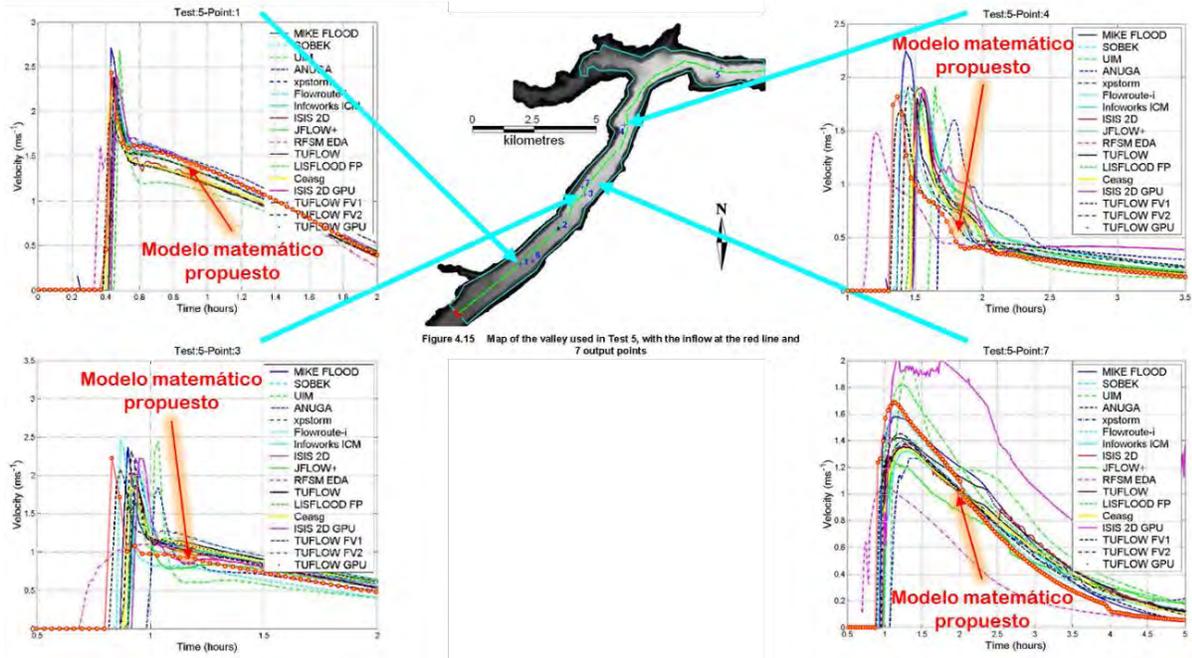


Figure 4.15 Map of the valley used in Test 5, with the inflow at the red line and 7 output points

Figura 4.27. Comparaciones de velocidades en los sitios 1, 3, 4 y 7. Néelz and Pender (2013)

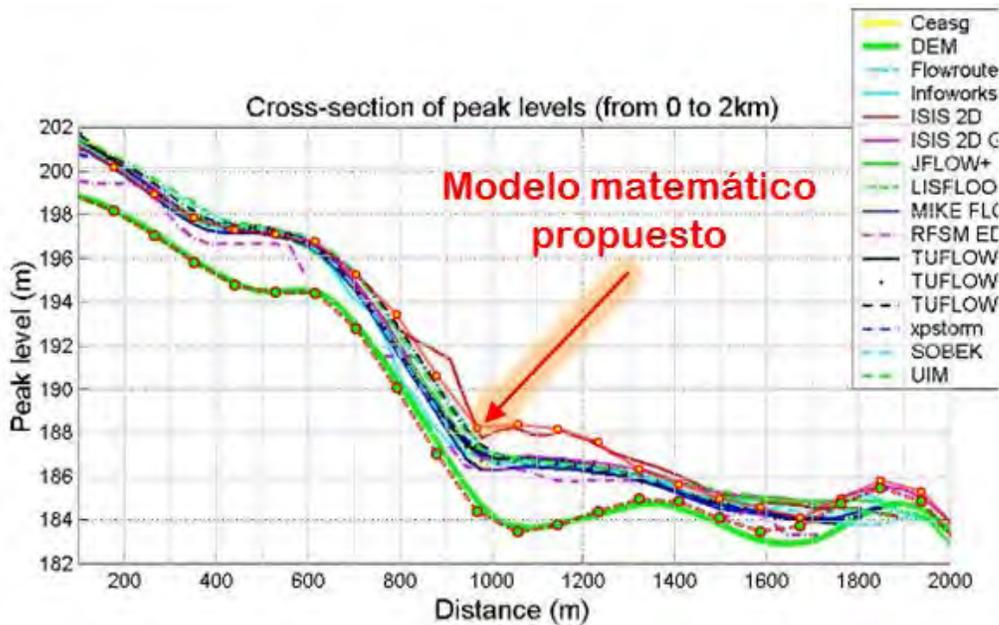


Figura 4.28. Perfil 0 a 2 km. Comparaciones de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013)

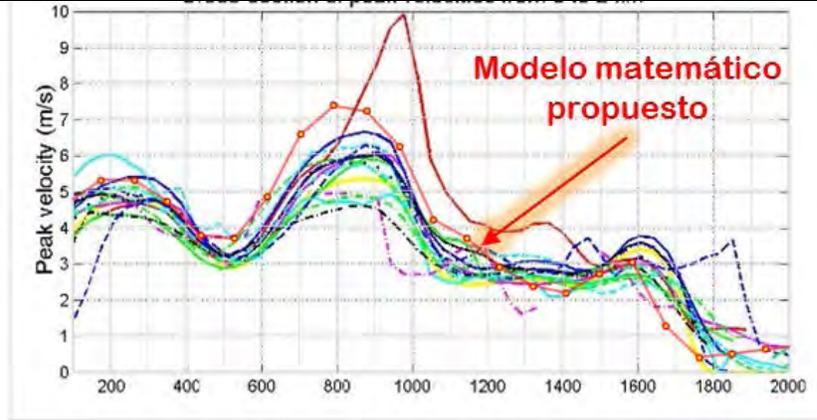


Figura 4.29. Perfil 0 a 2 km. Comparaciones de velocidades máximas. Néelz and Pender (2013)

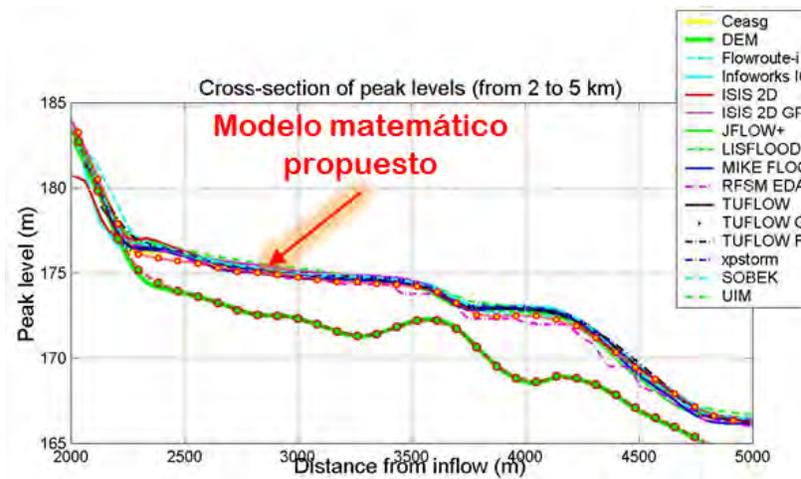


Figura 4.30. Perfil 2 a 5 km. Comparaciones de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013)

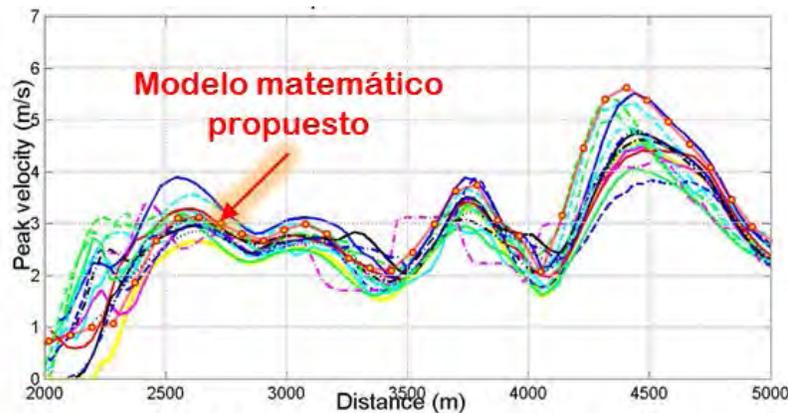


Figura 4.31. Perfil 2 a 5 km. Comparaciones de velocidades máximas. Néelz and Pender (2013)

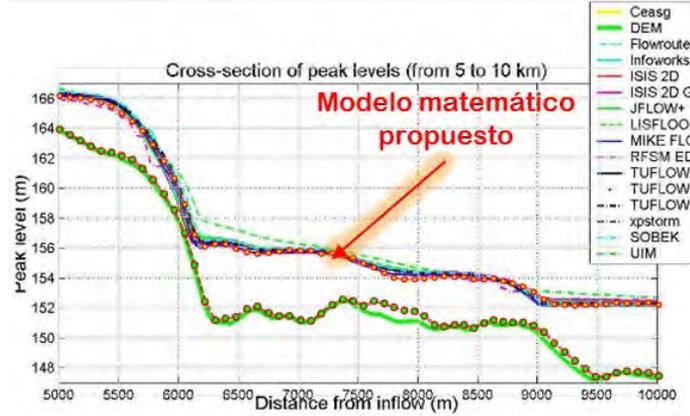


Figura 4.32. Perfil 5 a 10 km. Comparaciones de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013)

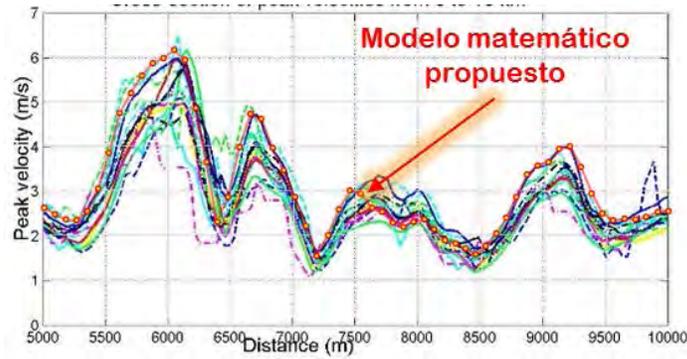


Figura 4.33. Perfil 5 a 10 km. Comparaciones de velocidades máximas. Néelz and Pender (2013)

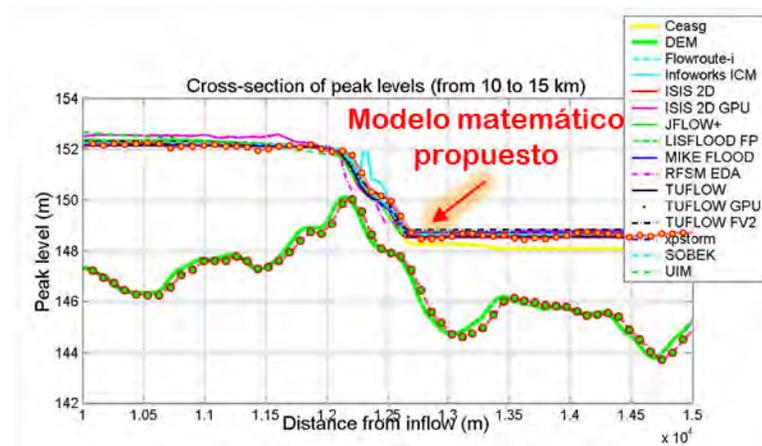


Figura 4.34. Perfil 10 a 15 km. Comparaciones de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013)

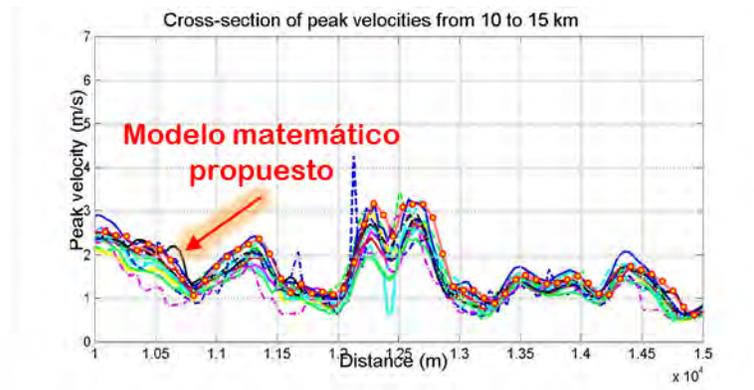


Figura 4.35. Perfil 10 a 15 km. Comparaciones de velocidades máximas. Néelz and Pender (2013)

### 4.5.3. Comentarios

Todos los modelos completos de SWE predijeron resultados similares en términos de tiempos de traslado de la onda y niveles máximos de inundación, dentro de un rango de precisión que es probable que sea adecuado para un problema de este tipo y escala en una aplicación práctica. Sin embargo, respecto a las predicciones de la extensión de la inundación a lo largo de los bordes de la inundación, donde las profundidades son poco profundas, no se cuenta con información suficiente para determinar la consistencia entre los paquetes.

Las diferencias observadas en las estimaciones de velocidad por los modelos completos sugieren que las predicciones (de velocidad o de cualquier variable, tal como el riesgo, que es una función de la velocidad) por cualquier modelo particular, estarán de acuerdo en un orden de magnitud no así de una cuantificación precisa, particularmente en aplicaciones prácticas donde se pueden esperar patrones de flujo locales más complejos y pueden modelarse inadecuadamente con una resolución relativamente gruesa.

Los resultados de los modelos de GPU ANUGA e ISIS 2D presentaron velocidades anormalmente altas, particularmente en áreas de flujo superficial. Estos se debieron a dificultades numéricas o al enfoque utilizado para generar resultados en formato de cuadrícula a partir de los datos generados por el esquema de solución.

Los modelos simplificados de 3 términos y UIM fueron ampliamente precisos cuando se predijeron los niveles máximos de inundación, no así cuando se predijeron los tiempos de traslado, las velocidades o cualquier patrón de flujo en detalle, para lo cual el uso de un modelo SWE completo parece ser el más deseable para este tipo de



análisis de inundación. Se encontró que LISFLOOD daba las mejores comparaciones en esta categoría.

#### **4.6. TEST 6A RUPTURA DE UNA PRESA**

Este caso de prueba está como referencia original disponible en el proyecto IMPACT (Soares-Frazão y Zech 2002), para el cual las mediciones de un modelo físico en el Laboratorio de Ingeniería Civil de la Université Catholique de Louvain (UCL). Las dimensiones físicas son las del modelo de laboratorio.

Los niveles y velocidades de agua medidos fueron proporcionados por UCL para seis puntos (G1 a G6, excepto para velocidades en G6). Algunos de los datos de medición no se presentan para todo el tiempo de modelación, particularmente velocidades.

El objetivo de la prueba es evaluar la capacidad de los paquetes para simular saltos hidráulicos y zonas de reflujos detrás de obstáculos usando modelos de alta resolución.

##### **4.6.1. Descripción**

Este caso de prueba de ruptura de cortina ha sido adaptado a partir de un caso de prueba de referencia original disponible en el proyecto IMPACT (IMPACT, 2004, Soares-Frazao y Zech, 2002) para el cual se llevaron a cabo las mediciones en un modelo físico en el Laboratorio de Ingeniería Civil de la Université Catholique De Louvain (UCL) los cuales están disponibles.

La prueba 6A es la prueba original propuesta en Soares-Frazao y Zech 2002, donde las dimensiones físicas son las del modelo de laboratorio. La prueba implica una topografía simple, una cortina con una abertura de 1 m de ancho y una representación idealizada de un solo edificio aguas abajo de la cortina, véase la figura 4.35. Se aplica una condición inicial, consistente en una profundidad uniforme de 0,4 m aguas arriba y 0,02 m aguas abajo de la cortina. El flujo está contenido por paredes verticales en todos los límites del DEM.

##### **4.6.2. Comparación de resultados**

De la comparación gráfica de resultados, se observa que no fue posible representar las condiciones que se presentan en el modelo físico y en la mayoría de los modelos matemáticos presentados en dicha evaluación.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

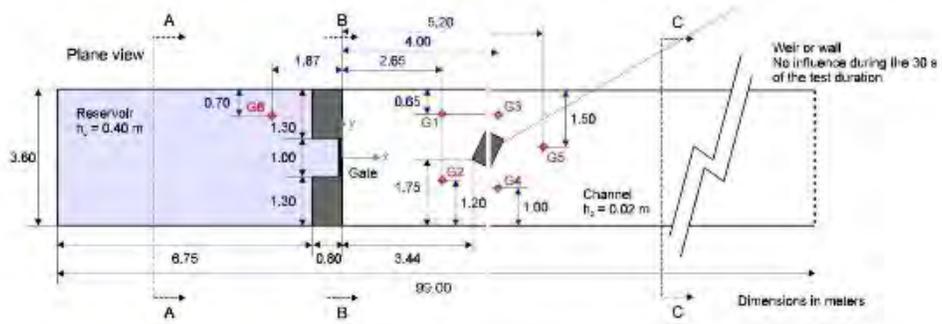


Figura 4.36. Consideraciones para el Test 6A (adaptado de 2013)

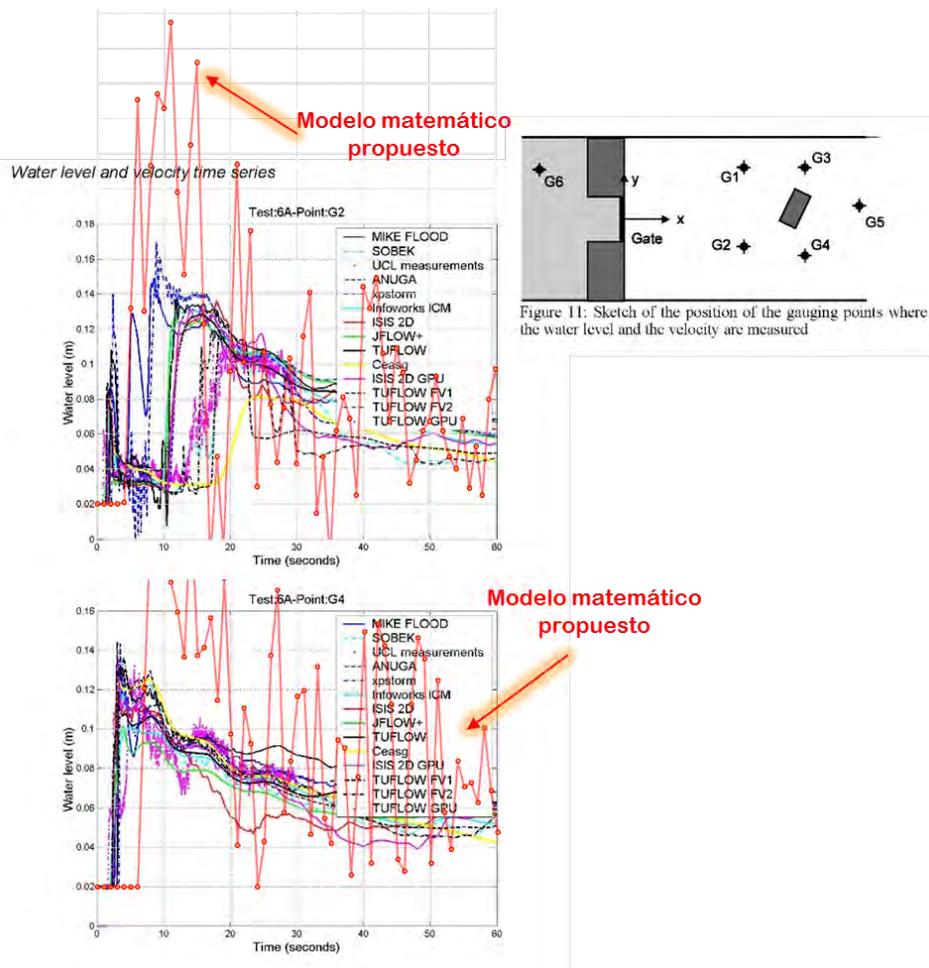


Figura 4.37. Comparaciones de profundidades en los puntos G2 y G4. Néelz and Pender (2013)

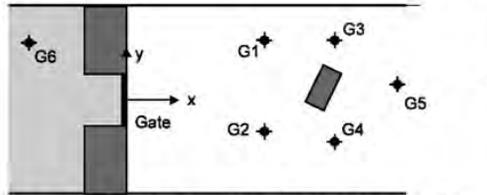


Figure 11: Sketch of the position of the gauging points where the water level and the velocity are measured

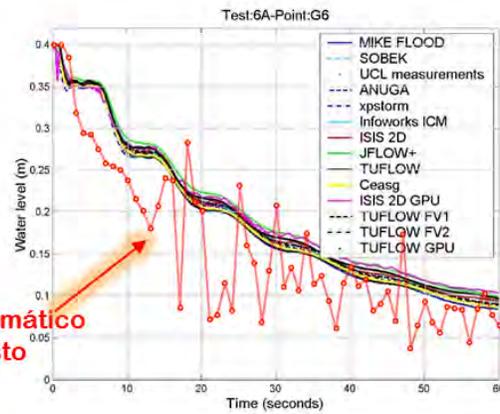
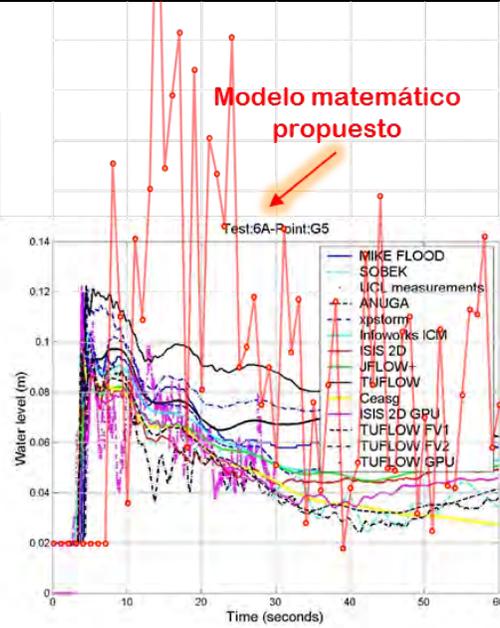


Figure 4.25 Water levels time series (results at a selection of points: G2, G4, G5 and G6)

Figura 4.38. Comparaciones de profundidades en los puntos G5 y G6. Néelz and Pender (2013)

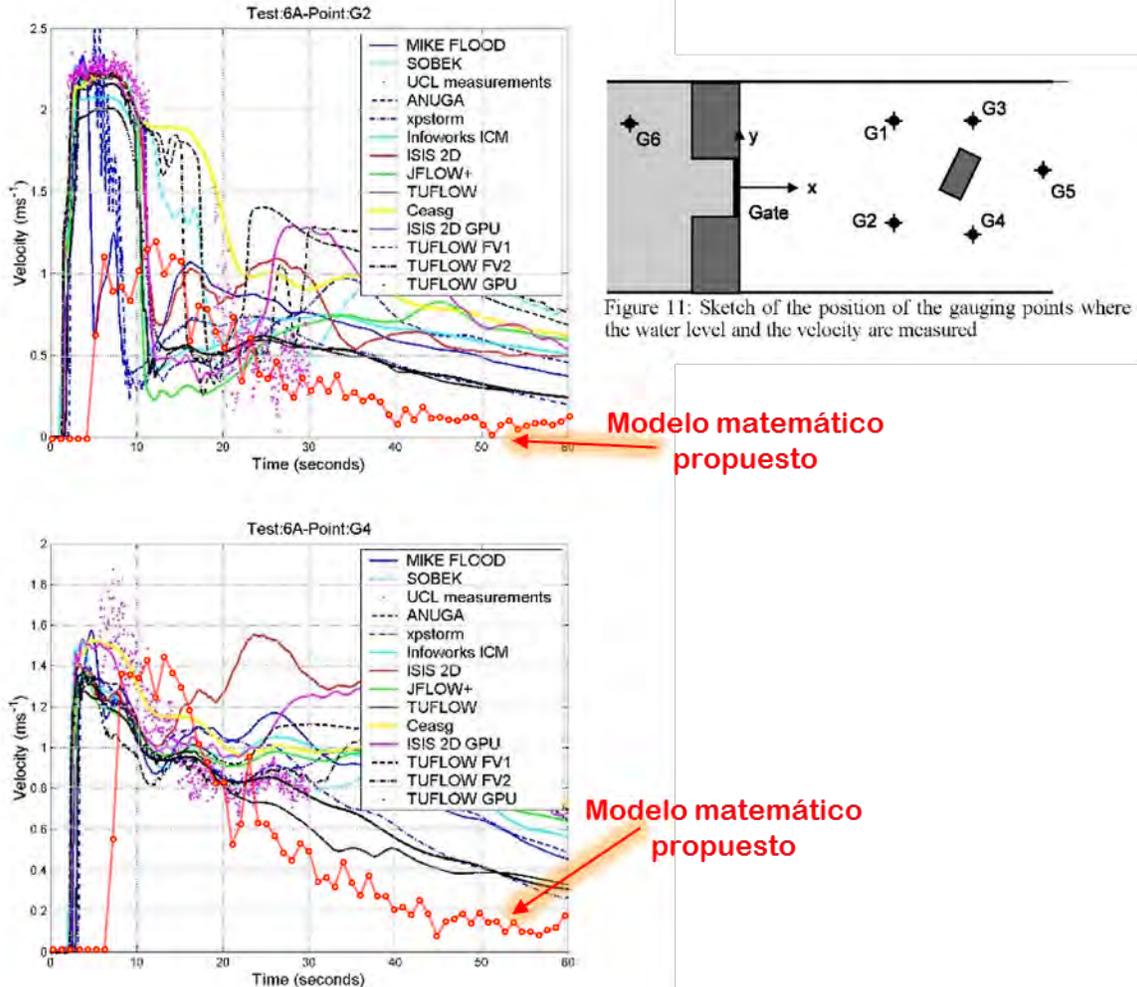


Figura 4.39. Comparaciones de velocidades en los puntos G2 y G4. Néelz and Pender (2013)

#### 4.6.3. Comentarios

La prueba 6A no demostró de manera concluyente una capacidad superior por parte de cualquiera de los modelos SWE completos para predecir con exactitud los saltos hidráulicos y las zonas de refluo alrededor de los edificios en la escala de los datos del modelo físico. Se predijeron rangos de variabilidad, es decir, valores máximos (que son importantes en aplicaciones de manejo de inundaciones) en vez de valores de niveles de agua en momentos específicos. Los esquemas de captura de choque, sin embargo, tienden a funcionar mejor en este aspecto.

Es necesario mencionar que los resultados de los modelos son comparados con las mediciones realizadas en el laboratorio.



## **4.7. TEST 7 ACOPLAMIENTO DEL DERRAME EN UN CAUCE HACIA UNA PLANICIE**

El objetivo de la prueba es evaluar la capacidad de los modelos para simular las inundaciones fluviales en un río relativamente grande, con inundaciones de la planicie de inundación que tienen lugar como resultado de la superación de los bordos de las secciones de los ríos.

También se prueban las siguientes capacidades:

- vincular un componente de modelo de río 1D y un componente de modelo de planicie de inundación 2D, con la transferencia de volumen ocurriendo por el terraplén de terraplén / banco y por alcantarillas y otros caminos
- construir la cubeta del río usando secciones transversales 1D
- procesar las características topográficas de la planicie de inundación suministradas como líneas de división 3D para complementar el DEM

### **4.7.1. Descripción**

Este caso de prueba de modelado de ríos y llanuras aluviales consta de una planicie de inundación de aproximadamente 7 km de largo por 0.75 a 1.75 km de ancho (compuesta de tres áreas distintas, llanuras de inundación 1, 2 y 3). En la prueba, el río Severn que fluye a través del sitio se modela para una distancia total del orden de 20 km. Las condiciones de frontera son un hipotético hidrograma de entrada y una curva de descarga aguas abajo para el río Severn

Lo anterior plantea una prueba relativamente desafiante a través de la necesidad de que el modelo identifique y simule adecuadamente las inundaciones a lo largo de corrientes de flujo hacia las llanuras de inundación separadas y estimar los volúmenes correctos de superposición de bancos / terraplenes. El intercambio de volúmenes tiene lugar sobre bancos naturales de río y / o terraplenes a lo largo de los cuales se espera que las profundidades de inundación sean pequeñas.

El sitio constantemente se ve afectado por inundaciones, pero no es la intención representar una inundación observada para este ejercicio, por lo tanto las condiciones de frontera han sido diseñadas para proporcionar un caso de evaluación comparativa adecuado.



## Geometría del canal del río

La geometría del canal se proporciona en forma de un archivo de texto con secciones transversales etiquetadas desde la M013 a M054 (se proporciona un archivo csv separado que contiene ubicaciones de sección transversal y espaciamiento). Se utiliza un valor constante de rugosidad del canal. Se desprecian las pérdidas de carga debidas a las curvas del río (meandros). A lo largo de algunas secciones, el canal está adyacente a las llanuras de inundación en uno o en ambos lados.

Se proporcionan "líneas " 3D que definen:

- a) el límite entre el cauce del río y el área que se espera que sea modelada en 2D, y
- b) las elevaciones a lo largo de estos límites (estas son consistentes con las elevaciones del DEM).

Estas elevaciones se utilizan para la estimación de los niveles cuando superan el banco / terraplén. Donde quiera que no se haya modelado una llanura de inundación a lo largo del canal del río (más del 50% de la longitud total de los ríos), debe aplicarse un método de "pared de vidrio" o equivalente si los niveles de agua exceden la elevación del banco en la sección transversal (por ejemplo, cuando el nivel del agua se encuentra por encima del banco sin derramarse del modelo 1D).

El puente en el extremo norte de Upton (entre las secciones transversales M033 y M034), para el cual no se proporciona ninguna información, se ignora. En la otra estructura se sabe que se afecta el flujo a lo largo del modelado del río, por lo tanto, influye en los resultados

## Llanuras de inundación

Planta de inundación FP1: en la orilla occidental del río, desde aguas arriba de la sección transversal M024, aguas arriba de M030 (línea de ruptura de la llanura de inundación número 2).

Planta de inundación FP2: en la orilla este del río, desde aguas arriba de la sección transversal M029, hasta aguas arriba de M036.

Planta de inundación FP3: en la orilla oeste del río, desde la mitad de las secciones M031 y M032 hasta la mitad de las secciones transversales M043 y M044. Esto incluye la "isla" en la que se encuentra el pueblo de Upton.

Las llanuras de inundación están por otra parte limitadas por las líneas de restricción del río proporcionadas. Desde el río, por su consistencia en la extensión del modelo, se sugiere trazar los límites de los modelos 2D aproximadamente a lo largo de la línea de contorno de 16 m.



La FP3 tiene una abertura física debajo de la altitud 16m a lo largo de la corriente del arroyo proveniente de un almacenamiento al noroeste de Upton. El modelo debe estar en el borde del DEM en esta ubicación. (Sin embargo, este límite debe ser tratado como cerrado, es decir, sin flujo)

Obsérvese que la franja estrecha de llanura de inundación (entre FP1 y FP3) en la orilla oeste del río en las proximidades de las secciones transversales M030 y M031 no necesita modelado en 2D. Las intersecciones M030 y M031 se han extendido hasta la ladera hacia el oeste.

Una serie de características de la llanura de inundación tienen un impacto significativo en los resultados de la modelación. Esto incluye:

- terraplenes y carreteras elevadas, para los cuales se proporcionan líneas 3D como parte del conjunto de datos. Éstos se pueden utilizar para ajustar elevaciones de nodos en la cuadrícula computacional. Deben distinguirse de las líneas de ruptura de los límites de río / inundación mencionadas en la sección anterior.
- un conjunto de puentes bajos de anchura total aproximadamente de 40 m bajo el camino elevado (carretera A4104) inmediatamente al oeste de Upton. Esto se puede modelar como una sola abertura de 40m a través de la calzada A4104.

No se espera que la inundación modelada esté por encima de las carreteras y que afecte las áreas edificadas en ninguna extensión significativa. Por lo tanto, se aplica un valor uniforme de rugosidad a través de las llanuras de inundación, con un valor especificado. El uso de la tierra de la planicie de inundación en este alcance es predominantemente pastos con menor cantidad de cultivos herbáceos. Cualquier efecto de los edificios es ignorado (por ejemplo en la ciudad de Upton).

Cualquier característica de la planicie de inundación no mencionada anteriormente, incluyendo cualquier "bloqueo falso" percibido debe ser ignorado. 2 "marinas" dentro de la llanura de inundación FP1 (cerca del extremo norte) y de la llanura de inundación FP2 (cerca del extremo sur) deben ser simplemente modeladas como tierra, con elevaciones como las dadas por el DEM.

### **Transferencia de volumen 1D-2D**

No se especifica ningún valor de parámetro o enfoque de modelado para la predicción de transferencia de volumen de río / planicie (excepto las elevaciones especificadas por las líneas de división).



En el sitio real, el intercambio de volumen entre el canal y las llanuras aluviales también se produce a través de un número de estructuras perfectamente identificadas. Estos deben ser ignorados.

Sin embargo, una alcantarilla de mampostería inmediatamente arriba de la aldea de Upton es modelada. Se supone circular en sección transversal.

Se supone que en el extremo sur de la llanura de inundación FP1 (bloqueada por una compuerta en la realidad) se abre una abertura en el terraplén (zona de rotura de la llanura de inundación FP2) durante la duración de la inundación. Esto debe entenderse como una abertura de 10 m de ancho que ocasiona un camino desde la llanura de inundación FP1 hasta el río en la sección transversal M030.

### **Miscelánea**

El DEM es un modelo de terreno digital LiDAR de 1.0m de resolución (sin vegetación ni edificios) proporcionado por la Agencia de Medio Ambiente (<http://www.geomatics-group.co.uk>). Debido al tamaño muy grande del archivo DEM de 1 m, también se proporciona un DEM de 10 m, pero se enfatiza que es poco probable que proporcione las elevaciones correctas a lo largo de terraplenes, riberas de ríos y otras características, para las que se proporcionan líneas 3D.

El modelo se ejecuta hasta el tiempo  $T = 72$  horas para permitir que la inundación se estabilice en las partes inferiores de la zona de modelado.

#### **4.7.2. Comparación de resultados**

A continuación se presenta la comparación de resultados de los modelos aplicados al test de inundación. Cabe mencionar que en el caso del modelo propuesto, la simulación se lleva a cabo de manera simultánea, es decir, el flujo en el cauce y los derrames hacia la planicie de inundación y su posterior flujo, de manera simultánea, en el caso de algunos modelos aplicados, primeramente se lleva a cabo el flujo de tipo unidimensional en el cauce y posteriormente el flujo en las planicies de inundación, pero realizado esto de manera independiente.

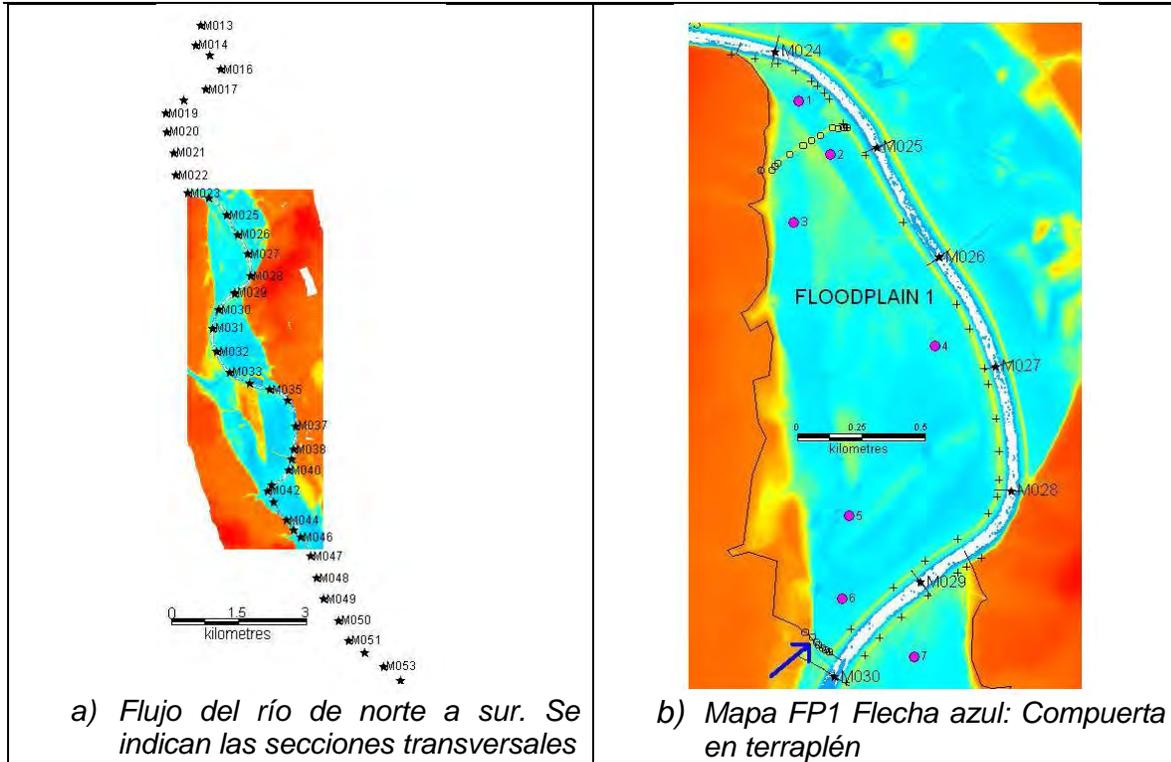


Figura 4.40. Mapas para la modelación del River Severn y la zona de inundación alrededor de Upton upon Severn, Worcester, Reino Unido. Néelz and Pender (2013)

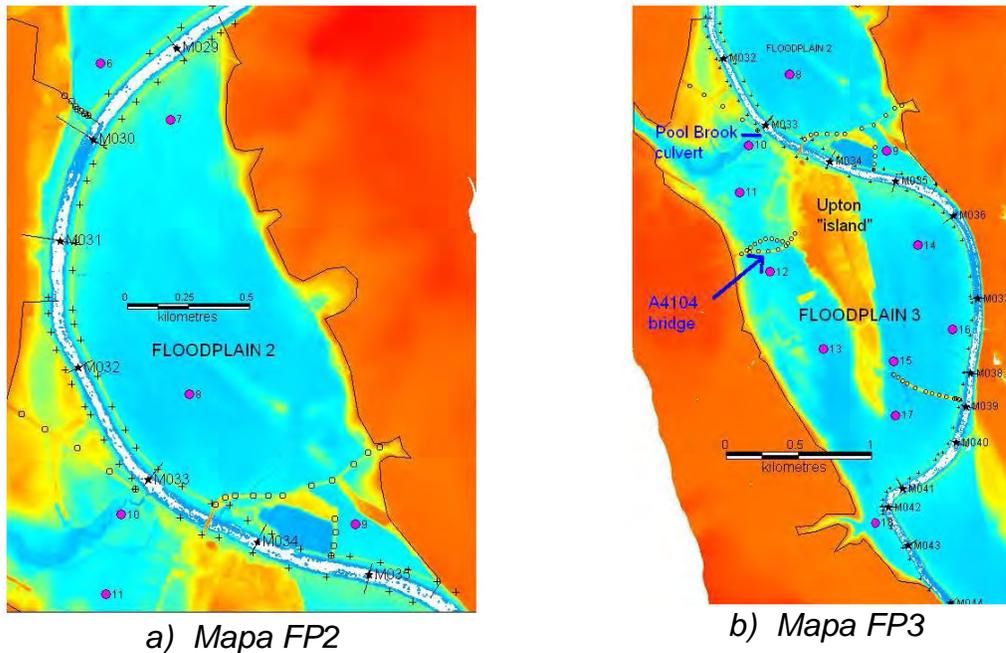


Figura 4.41. Mapas de inundación de la zona en estudio. Néelz and Pender (2013)

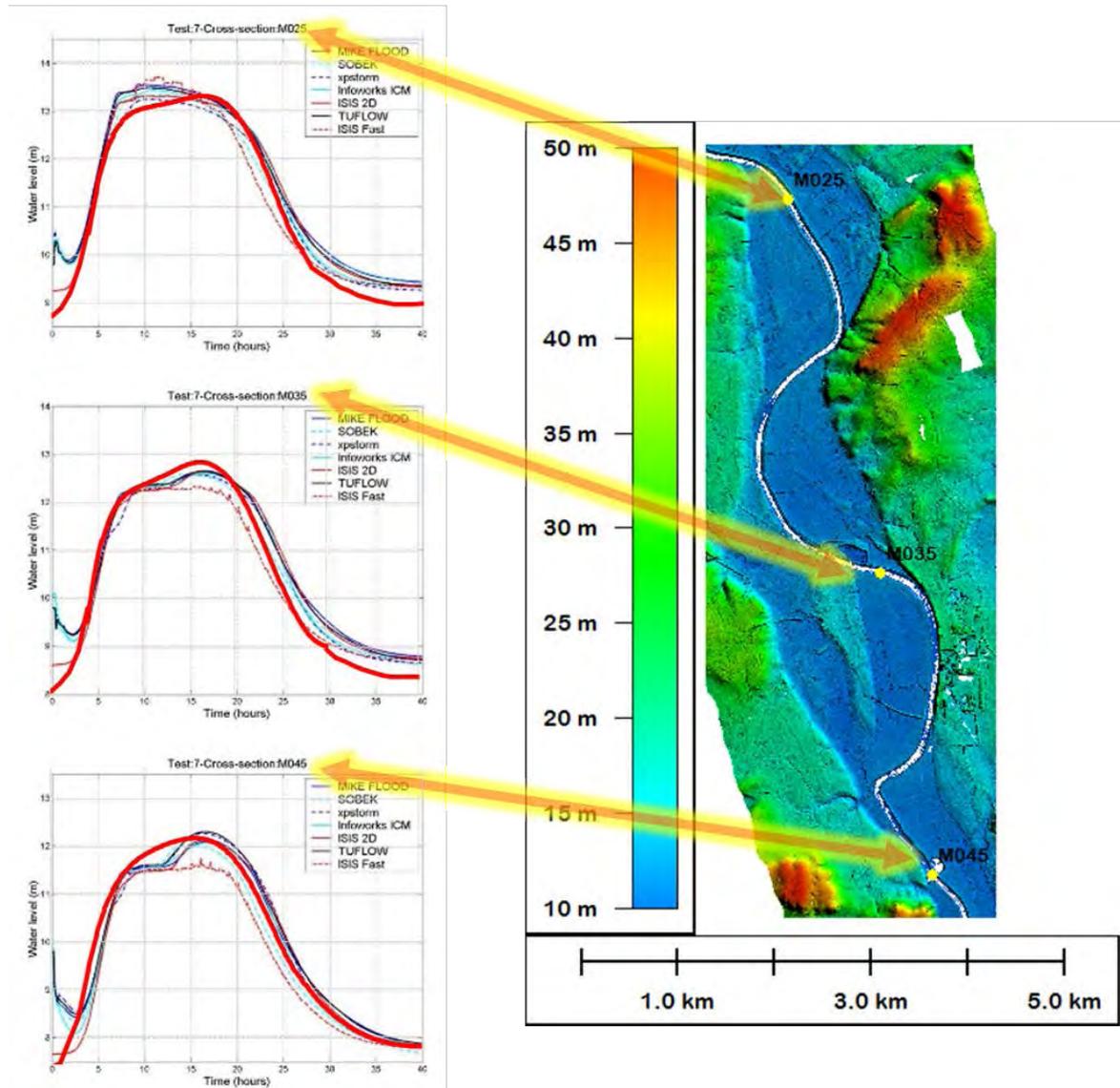


Figura 4.42. Comparaciones de profundidades en las secciones M025, M035 y M045. Néelz and Pender (2013)

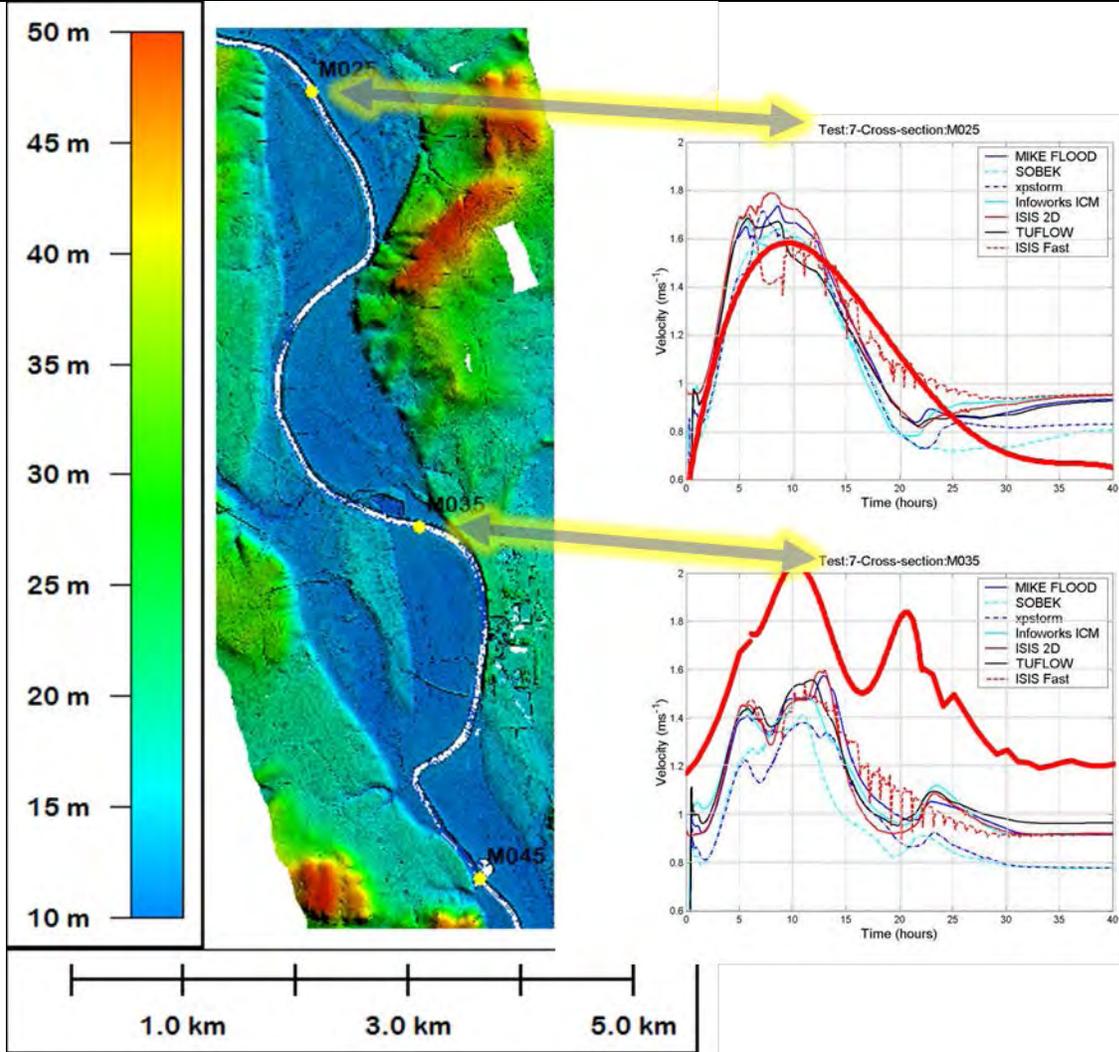


Figura 4.43. Comparaciones de velocidades en las secciones M025 y M035. Néelz and Pender (2013)



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

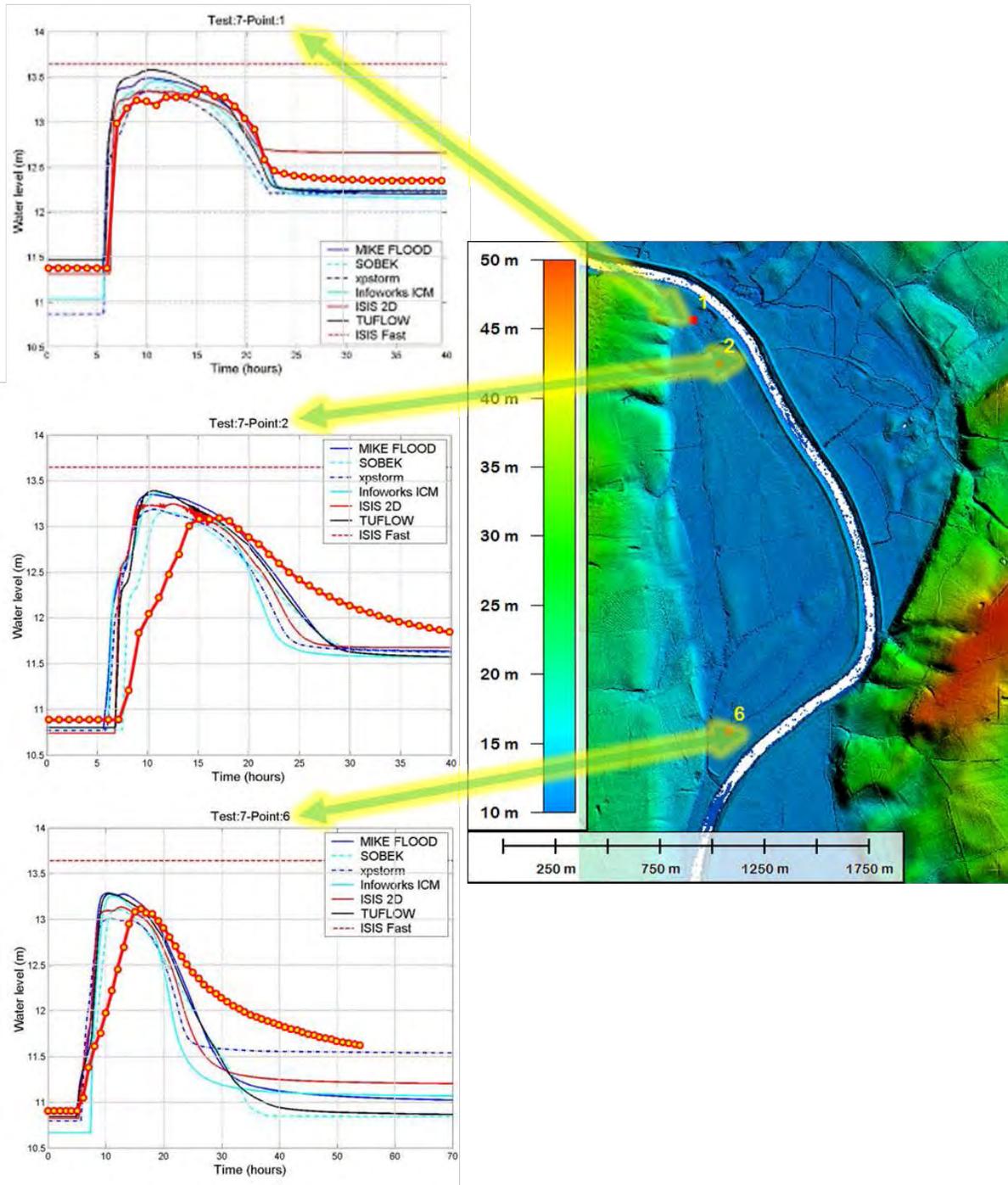


Figura 4.44. Comparaciones de profundidades en los puntos 1, 2 y 6. Néelz and Pender (2013)

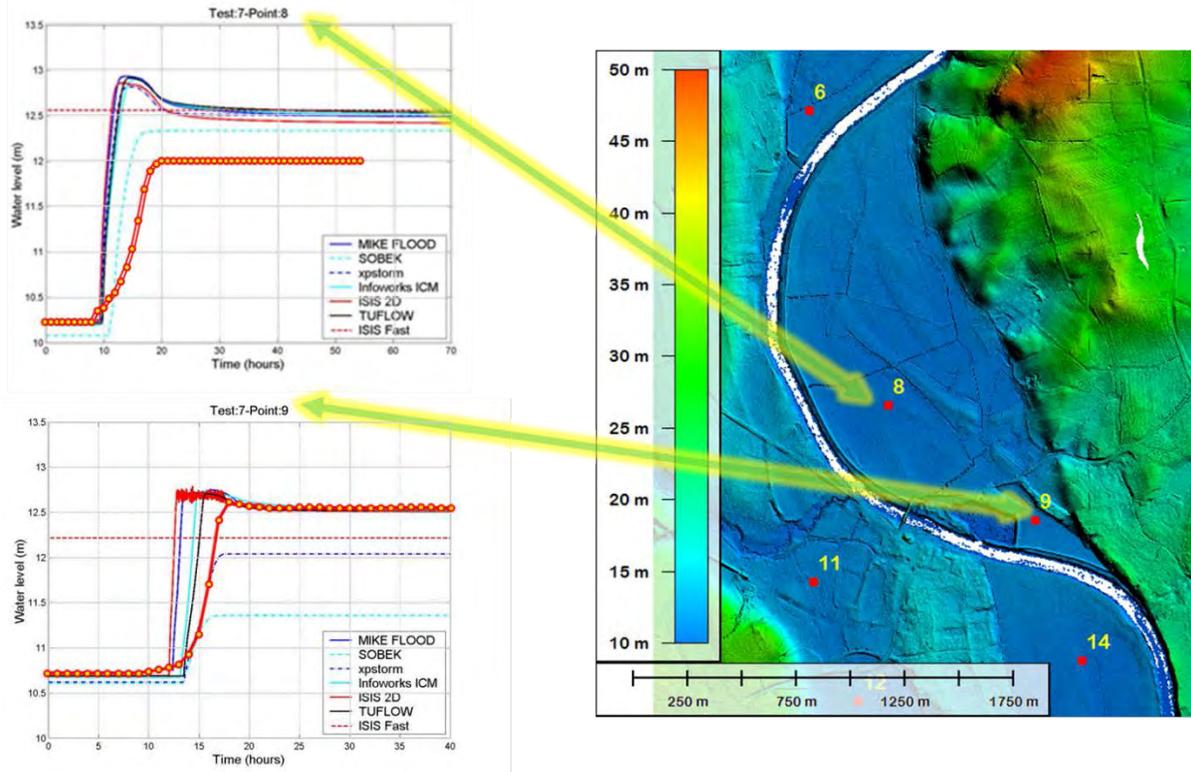


Figura 4.45. Comparaciones de profundidades en los puntos 8 y 9. Néelz and Pender (2013)

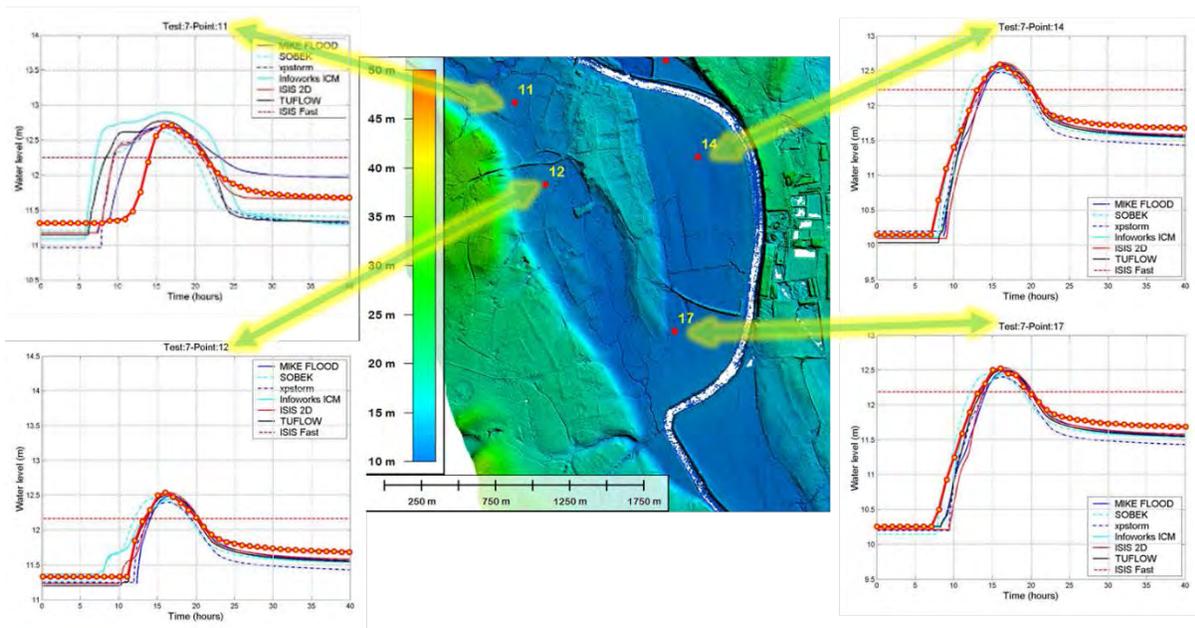


Figura 4.46. Comparaciones de profundidades en los puntos 11, 12, 14 y 17. Néelz and Pender (2013)



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

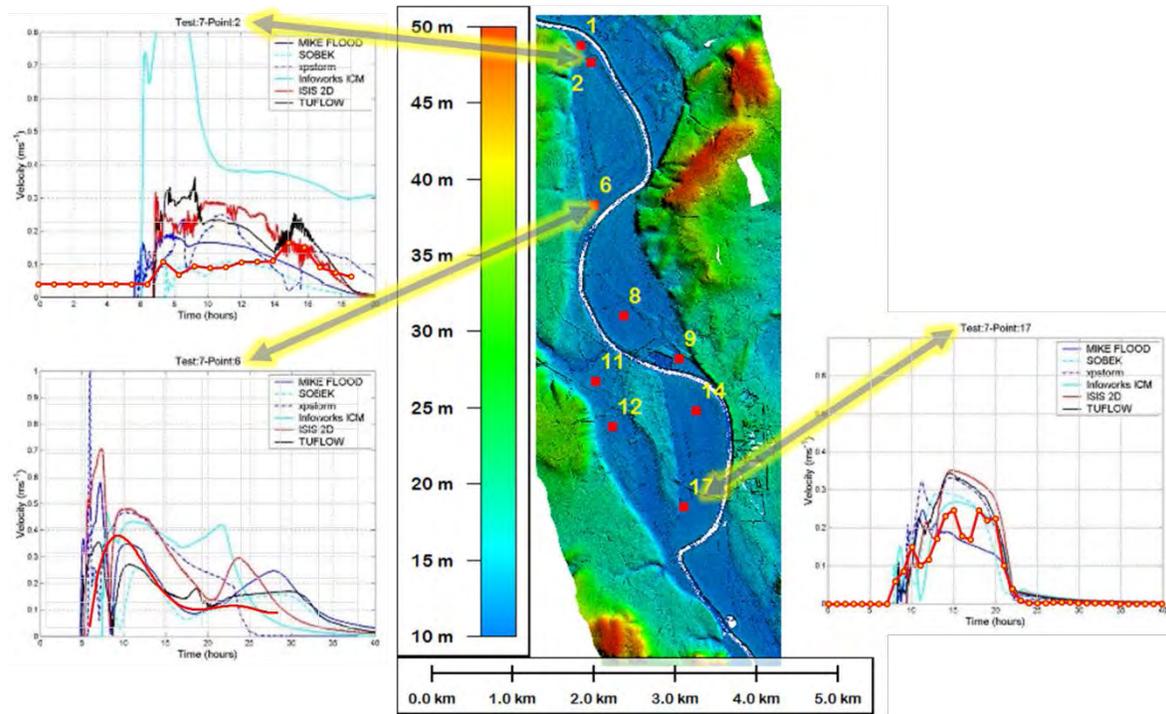


Figura 4.47. Comparaciones de velocidades en los puntos 2, 6 y 17. Néelz and Pender (2013)

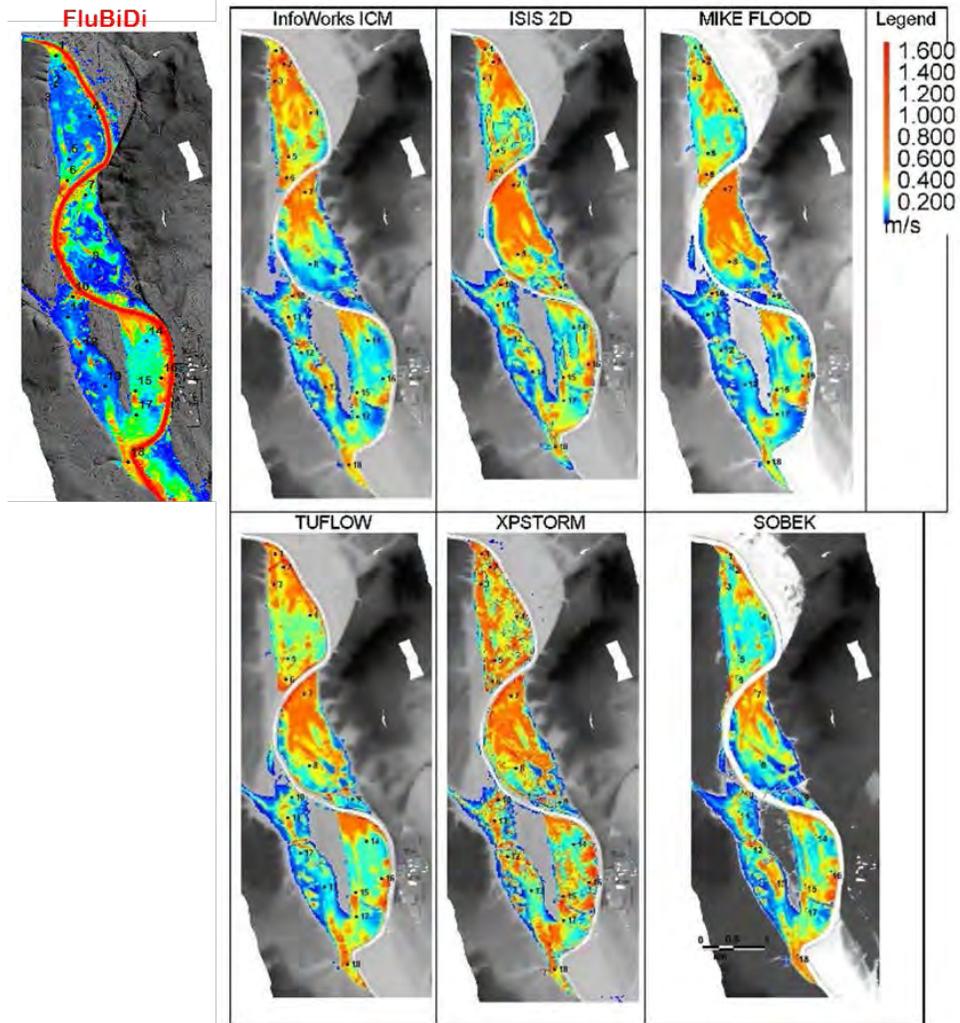


Figura 4.48. Comparaciones de velocidades máximas obtenidas con los modelos. Néelz and Pender (2013)

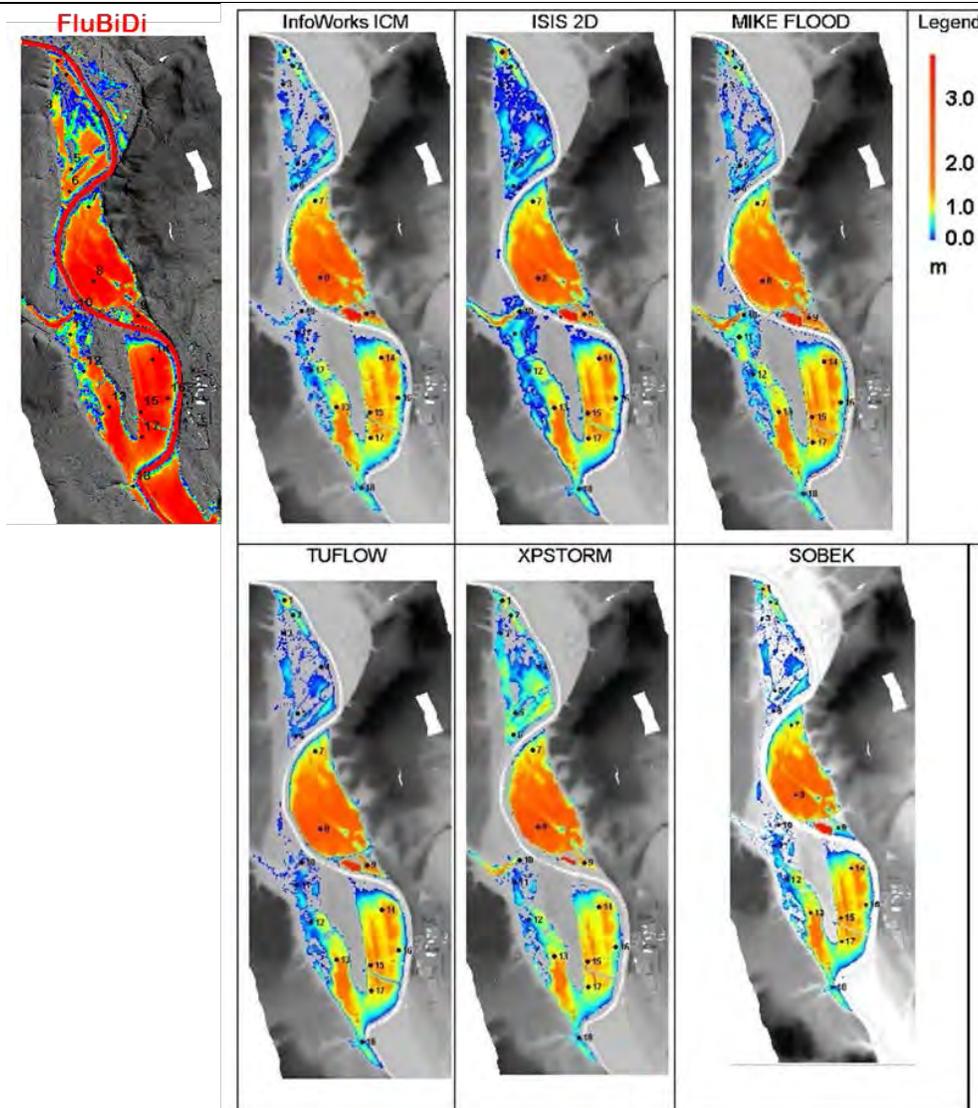


Figura 4.49. Comparaciones de profundidades finales. Néelz and Pender (2013)

#### 4.7.3. Comentarios

Todos los paquetes que participan en el Test 7 han demostrado su capacidad para implementar la modelación 1D río / 2D inundable vinculada. Esta funcionalidad aún no es compatible con las versiones actuales de ANUGA, Ceasg, Flowroute-iTM, JFLOW +, RFSM, TUFLOW FV, TUFLOWGPU y UIM (LISFLOOD-FP no se ejecutó debido a la falta de recursos de personal).

La prueba ha identificado un nivel relativamente alto de inconsistencia en los resultados producidos por los diversos modelos. Las discrepancias observadas entre los modelos reflejan la física de un evento de inundación fluvial de este tipo.



- La dinámica del río y de la planicie de inundación es compleja. Los intercambios de agua afectan los niveles de los ríos, que a su vez afectan a los niveles en las planicies, inclusive aguas arriba en los flujos de los ríos en los tramos subcríticos, lo que resulta en una complicada propagación en cascada de cualquier diferencia que surja en las predicciones del modelo.
- Estos intercambios dependen de manera preponderante de las descargas de riberas de los ríos o terraplenes y de las estructuras de flujo a través de ellas.
- Las velocidades máximas en las planicies de inundación dependen de la superación de las descargas, del flujo a través de las estructuras y de la velocidad a la que éstas cambian en el tiempo.

El modelado preciso de estos procesos de intercambio es por lo tanto crucial para la predicción exacta del peligro de inundación en las llanuras aluviales donde se usan modelos 1D-2D acoplados. Esto incluye la necesidad de implementar con precisión la geometría de estructuras críticas tales como terraplenes o incluso bancos naturales de ríos (donde cualquier inexactitud en la geometría debe ser pequeña en comparación con las profundidades típicas de superación, que a menudo son tan pequeñas como de aproximadamente 0.10 m).

Aunque se especificó la topografía de la planicie de inundación y las dimensiones de las estructuras, se utilizaron diferentes enfoques de modelado y parámetros para modelar el vertido del río a la planicie (estos no se especificaron y no existen técnicas de modelado consistentes con orientación adecuada sobre parametrización en la actualidad). Además, hay evidencia de que en los modelos no siempre fueron capaces de implementar las dimensiones correctas de la estructura o las elevaciones correctas a lo largo de los bancos de río y terraplenes. Los errores relativos a éstos eran a menudo comparables (o no más grandes), que los tirantes de vertido y por lo tanto tenían efectos muy significativos en la predicción de patrones de flujo de inundación.

#### **4.8. TEST 8A INUNDACIONES EN ZONAS URBANAS**

Esta prueba tiene como objetivo comparar la capacidad de los modelos para simular la inundación superficial que proviene de una fuente puntual y de la precipitación aplicada directamente al modelo digital de elevaciones con una resolución relativamente alta.



#### 4.8.1. Descripción

El área modelada es de aproximadamente 0.4 km por 0.96 km y cubre enteramente el modelo digital de elevaciones proporcionado y mostrado en la Figura 4.50 a). Las elevaciones de terreno abarcan un rango de 21 m a 37 m aproximadamente.

Se supone que la inundación surge de dos fuentes:

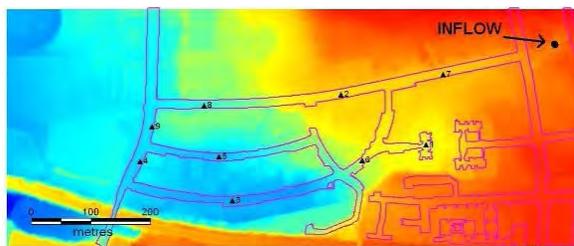
- un episodio de lluvia uniformemente distribuido ilustrado por el hietograma de la Figura 4.50 b). Esto se aplica sólo al área modelada (el resto de la cuenca se ignora).
- una fuente puntual en la posición representada en la Figura 4.50 a), e ilustrada por el hidrograma de la Figura 4.50 c). (Esto puede suponerse, por ejemplo, que surja de una alcantarilla).

La superficie es un modelo digital de elevaciones de 0.5 m de resolución (sin vegetación o edificios) creado a partir de datos LiDAR recogidos el 13 de agosto de 2009 y proporcionados por la Agencia de Medio Ambiente (<http://www.geomatics-group.co.uk>).

Para la evaluación se ignora cualquier edificio en la localización real (calle de Cockenzie y calles circundantes en Glasgow, Reino Unido).

Se aplica un valor de rugosidad dependiente de la cobertura de la tierra, con 2 categorías: 1) Carreteras y pavimentos; 2) Cualquier otro tipo de uso de suelo.

El modelo se ejecuta hasta el tiempo  $T = 5$  horas para permitir que la inundación se estabilice en las partes bajas del dominio modelado.



a) DEM used, with the location of the point source

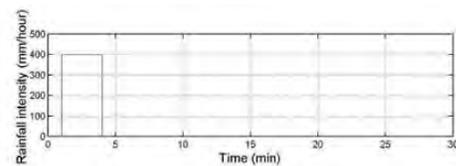


Figure (b): Hyetograph applied in Test 8A.

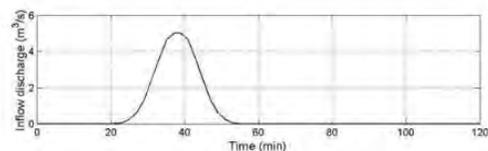


Figure (c): Inflow hydrograph applied in Test 8A at point location shown in Figure (a).

Figura 4.50. Consideraciones para el Test 8. Néelz and Pender (2013)



#### 4.8.2. Comparación de resultados

A continuación se presenta la comparación de resultados de los modelos aplicados al test de inundaciones en una zona urbana.

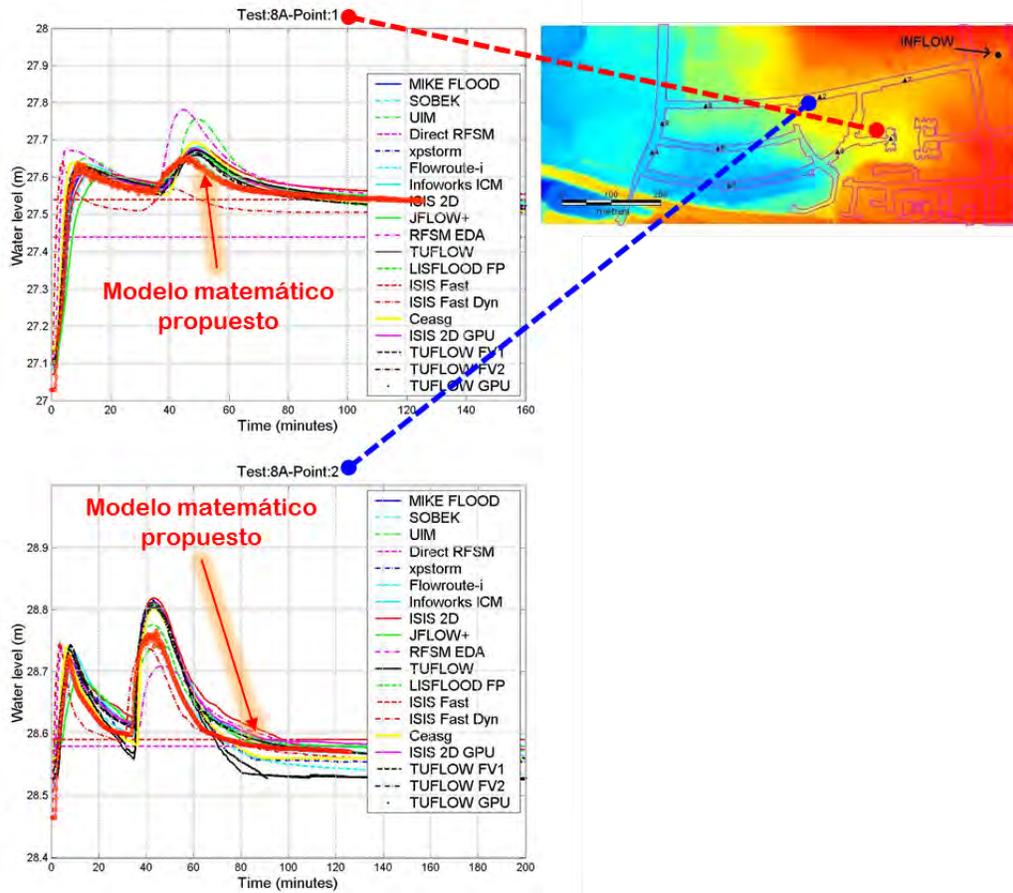


Figura 4.51. Comparación de profundidades en los puntos 1 y 2. Néelz and Pender (2013)



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

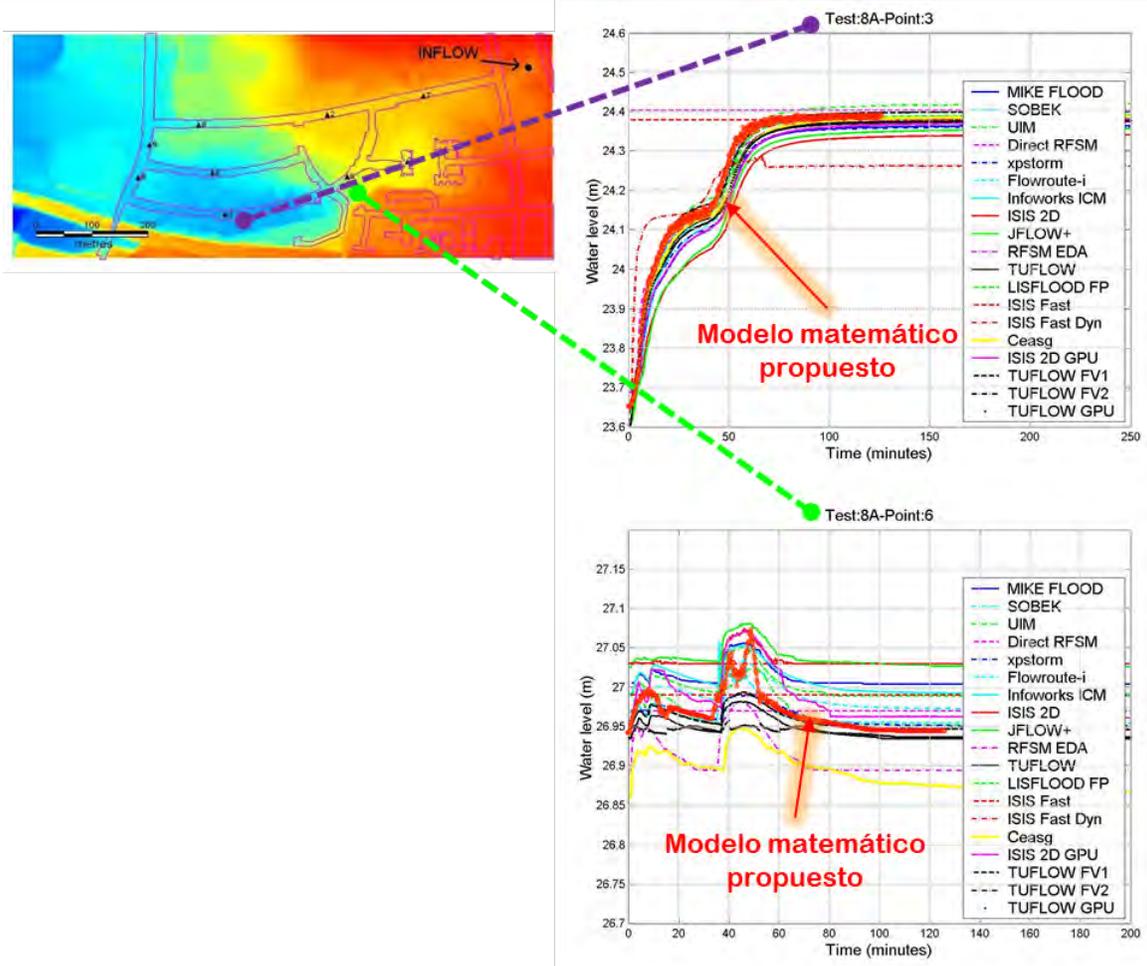


Figura 4.52. Comparación de profundidades en los puntos 3 y 6. Néelz and Pender (2013)



**Modelo matemático  
propuesto**

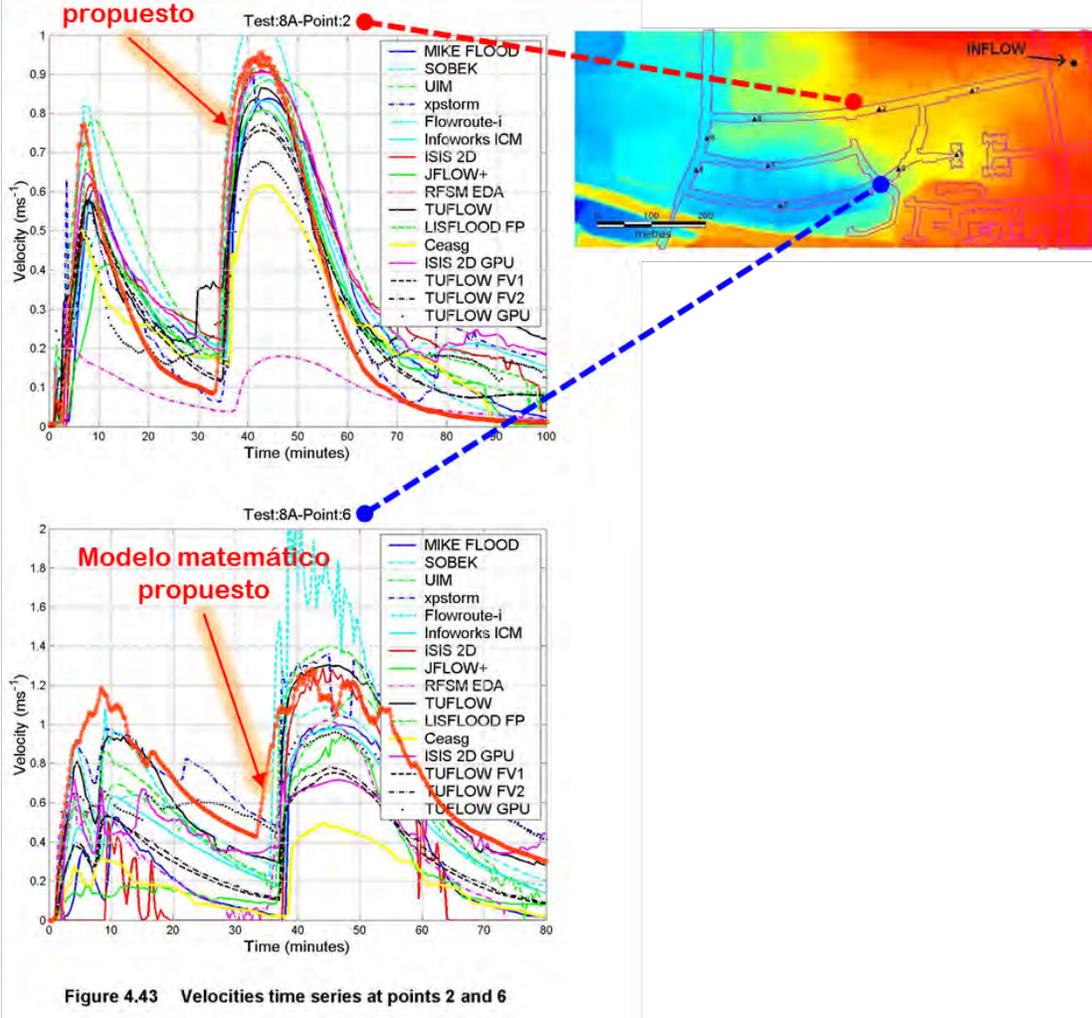


Figure 4.43 Velocities time series at points 2 and 6

Figura 4.53. Comparación de velocidades en los puntos 2 y 6. Néelz and Pender (2013)

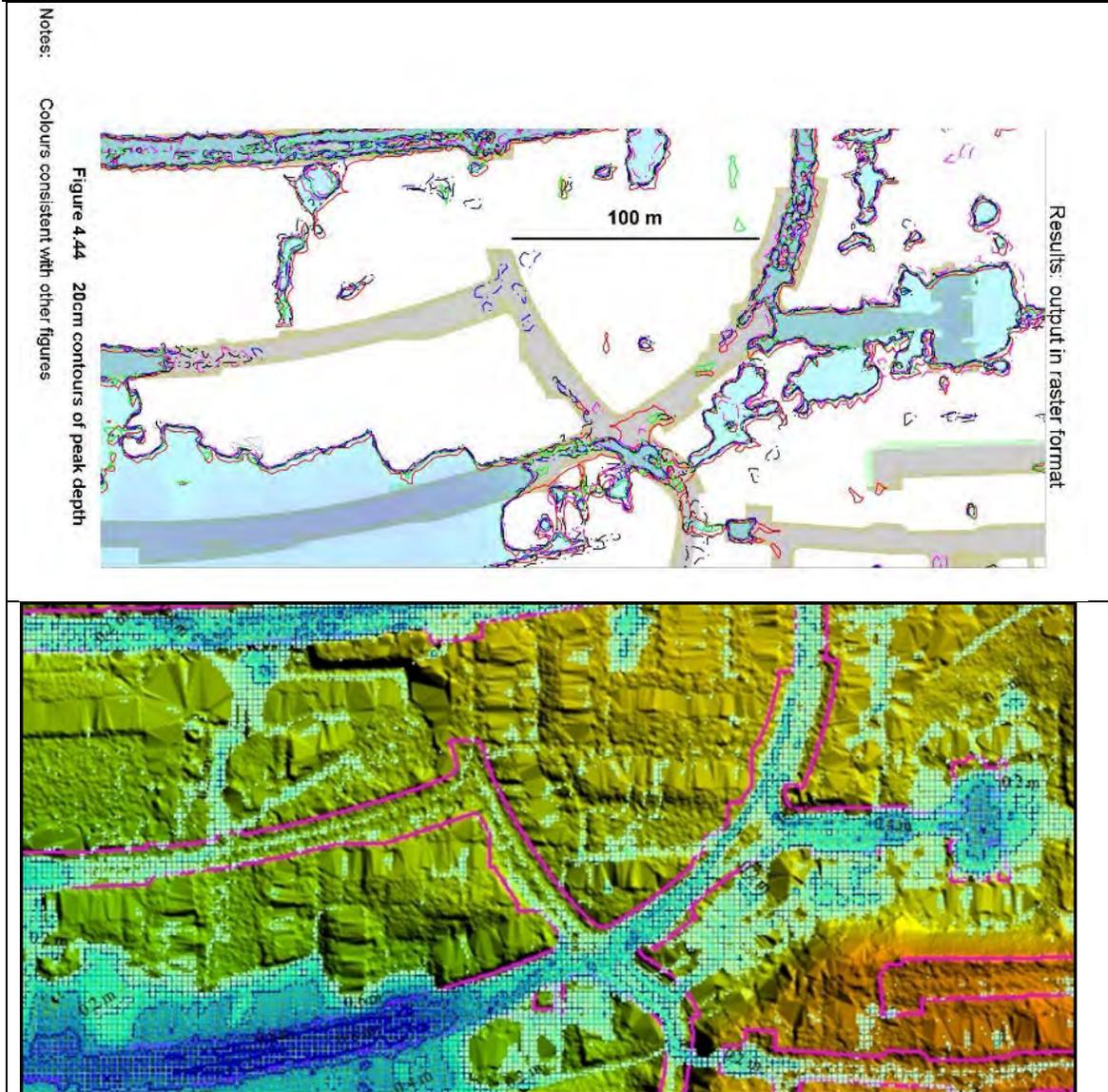


Figura 4.54. Comparación de profundidades máximas. Néelz and Pender (2013)

### 4.8.3. Comentarios

La mayoría de los modelos SWE predicen resultados similares en términos de picos de los niveles de agua dentro de un rango de unos pocos centímetros. Tales diferencias son insignificantes en problemas donde las profundidades de inundación son varias veces más grandes, pero en problemas de inundación urbana, pueden afectar las predicciones de flujo ya que las profundidades de flujo son a menudo de algunos centímetros en tales problemas.



Diferencias significativas debido a los enfoques utilizados para procesar la topografía sugieren que una cuadrícula de 2 m puede ser insuficientemente fina para el modelado de alta resolución de flujos urbanos poco profundos, particularmente si se esperan predicciones precisas de velocidad. Sin embargo, no se debe concluir en esta etapa que el refinamiento de la red (a resoluciones de menos de 2 m) es necesariamente un camino a seguir, ya que es probable que tenga efectos contraproducentes en términos de eficiencia computacional y por lo tanto la capacidad de ejecutar simulaciones múltiples como por ejemplo cuantificar incertidumbres, realizar estudios de riesgo, calibrar modelos, etc.

Se pronosticaron flujos superficiales rápidos en algunas áreas a expensas de oscilaciones numéricas (por ejemplo, ISIS 2D, Flowroute-i™).

Los modelos de 3 términos (RFSM-EDA, LISFLOOD) y UIM predijeron los procesos transitorios (ondas de inundación, niveles máximos) con un nivel de precisión aceptable, aunque LISFLOOD estaba en este aspecto más acorde con los modelos SWE completos. RFSM EDA predijo órdenes de magnitud de velocidades similares a las predichas por los modelos SWE, pero no valores precisos. Lo mismo se observó generalmente con ISIS Fast Dynamic, aunque sin predicciones de velocidad, y tiempos de viaje mucho más cortos que otros (este último punto también se observó con RFSM EDA). RFSM Direct e ISIS Fast pronosticaron un estado "final" en línea con otros.

#### 4.9. COMENTARIOS A LAS APLICACIONES

La prueba se ha diseñado para evaluar la capacidad de un paquete para determinar la extensión y la profundidad de inundación, en un caso relacionado con flujo de bajo momentum en una topografía compleja.

Importantes conclusiones del modelo matemático propuesto se obtienen con la evaluación comparativa de su desempeño respecto al reportado en el ***"Benchmarking the latest generation of 2D hydraulic modelling packages Report – SC120002"***.

En estos ejemplos, se obtuvieron resultados satisfactorios del modelo matemático propuesto en cuanto a los valores obtenidos por otros modelos ya que por lo general se encuentran en el promedio de los resultados, con lo cual se da por validado el modelo para representar fenómenos de tipo lento, ya que para eventos de tipo rápido como lo son las ondas de ruptura no fue posible representar dichos fenómenos, pero también es necesario mencionar que el objetivo del modelo es ser aplicado a cuencas de la República Mexicana, lo cual significa considerar fenómenos de respuesta que no son rápidos, pero si para áreas extensas.



Ocho pruebas de Néelz y Pender (2013) fueron replicadas con el fin de determinar cómo es el desempeño del modelo matemático propuesto respecto a varios modelos hidráulicos 2D que son evaluados en diferentes condiciones extremas con el fin de lograr una simulación de un flujo en particular.

Los resultados numéricos obtenidos de cada prueba ponen de manifiesto un desempeño razonablemente bueno respecto a otros modelos en términos de valores máximos de niveles y caudales, así como de los tiempos en que se presentan.

Debido a que el modelo matemático fue propuesto para resolver problemas que tienen relación con cuencas reales, se eliminaron algunos términos de las ecuaciones que se requieren para resolver fenómenos con duraciones muy cortas (algunos cuantos segundos) y en áreas de reducidas (centímetros).

Lo anterior se hace evidente cuando se resuelven problemas con flujos supercríticos; pero en los resultados se demostró que no hay una gran discrepancia con los otros modelos SWE 2D en flujos subcríticos. En los problemas en donde el modelo digital de elevaciones es de ríos las diferencias obtenidas cuando se presentan los flujos supercríticos resultan de algunos centímetros para valores de metros.

La mayoría de los modelos SWE pronosticaron resultados similares en términos de niveles máximos de agua dentro de un rango de unos pocos centímetros a los resultados del modelo matemático propuesto.

En particular, se observó que en algunos casos, el cambio del valor del coeficiente de rugosidad de la fórmula de Manning (considerando una mayor rugosidad de las superficies) permite hacer coincidir valores con menos del 10% de error. Además, en algunos casos, el modelo matemático propuesto presentó un comportamiento muy similar al obtenido por los modelos JFlow +, ISIS 2D GPU, Flowroute-iTM, y TUFLOW incluso algunos de ellos utilizan volúmenes finitos con esquemas de solución explícitos y no implícitos.

Con el resultado global obtenido mediante la evaluación comparativa se concluye que el modelo matemático propuesto predice con una diferencia menor al 10% los niveles de agua, las velocidades, los gastos máximos y la forma de los hidrogramas respecto al promedio obtenido con la aplicación de varios programas comerciales.

En casos en donde los resultados del modelo matemático propuesto presentan gran diferencia respecto a los otros modelos usados en la comparación, se encontraron consideraciones para la representación que no fueron claras o carentes de fundamentos, razón por la cual no es posible lograr una mejor aproximación de los resultados. Sin embargo, es necesario garantizar un buen conocimiento de las condiciones hidráulicas e hidrológicas, así como los aspectos fisiográficos de la cuenca



(topografía, geología, edafología, vegetación) lo cual es fundamental para realizar estudios de riesgo por inundaciones u otros estudios relacionados con la gestión integral de recursos hídricos.

Como señalan Néelz y Pender (2013), el modelado de procesos hidrodinámicos rápidos o supercríticos, es técnicamente complejo. Aunque el modelo matemático propuesto se ajustaba bien a los niveles de agua de la serie temporal y a los niveles máximos de agua comparados con los otros códigos, reflejó variaciones significativas en las predicciones de velocidad a las obtenidas por los otros códigos de ecuaciones de aguas poco profundas, como por ejemplo ANUGA, InfoWorks ICM e ISIS 2D GPU.

En el caso de la Test 7, fue interesante reproducir las condiciones originales de la prueba, pero también incluir algunos de los resultados reportados por Néelz y Pender (2013). Esto se debe a que se observó que el ensayo no proporcionaba las condiciones apropiadas para ser evaluadas ya que los resultados dependían en gran medida de la capacidad del modelador para aplicar las condiciones de frontera y las condiciones iniciales. Las condiciones de acoplamiento entre los códigos 1D y 2D son la reportadas por Néelz y Pender (2013), que fue la razón principal de las diferencias observadas en la evolución del flujo en la planicie de inundación.

Particularmente en el Test 7 es importante definir un modelo digital de elevaciones preciso. Las diferencias en los niveles de los ríos, el Talweg del canal, así como las características tanto del río como de la llanura de inundación, el uso del mismo tamaño o de diferente malla en toda la zona, influyen de manera preponderante en cómo los códigos pueden modelar el sistema.



## 5. APLICACIÓN A CUENCAS REALES

En este capítulo, se valida el modelo matemático propuesto con tres problemas reales en donde se abordan diferentes problemáticas comúnmente relacionadas con estudios con la relación lluvia-escorrentía, a saber:

1. Estimación del caudal a partir de la precipitación
2. Mapas de peligro por inundaciones
3. Análisis de inundaciones considerando hidrogramas de ingreso además de la lluvia por cuenca propia.

En los tres casos se utilizan datos de precipitación registrados en tiempo real, modelo digitales de elevaciones con resolución de 100 m obtenidos del Continuo de Elevaciones Mexicano 3.0, así como también con una definición del LIDAR de 10 m que se encuentra disponible en el INEGI.

Los resultados obtenidos de la modelación matemática que básicamente corresponden profundidades de inundación y velocidades del flujo para cada celda de análisis, lo cual nos permite representar mapas de peligro por inundaciones y de manera combinada, se pueden estimar valores relacionados con estudios de estabilidad en las paredes de las viviendas que se ubican dentro de las zonas vulnerables a inundaciones.



## 5.1. CUENCA DE LA ESTACIÓN HIDROMÉTRICA TEAPA

La primera aplicación para la validación del modelo matemático corresponde a la estimación de los caudales en la cuenca de la Estación Hidrométrica Teapa, ubicada dentro de la cuenca de los ríos de la Sierra que aportan su caudal a la planicie Tabasqueña. Para estimar dichos caudales, se cuenta con registros de precipitación a cada 10 minutos, el modelo digital de elevaciones se obtuvo del Continuo de Elevaciones Mexicano con resolución para la modelación matemática de 100 m por lado del tamaño de celda.

El área considerada en la modelación matemática corresponde a 423.07 km<sup>2</sup>, donde predominan la vegetación de tipo selvática. En la Figura 5.1 se presenta dos imágenes con la zona de estudio

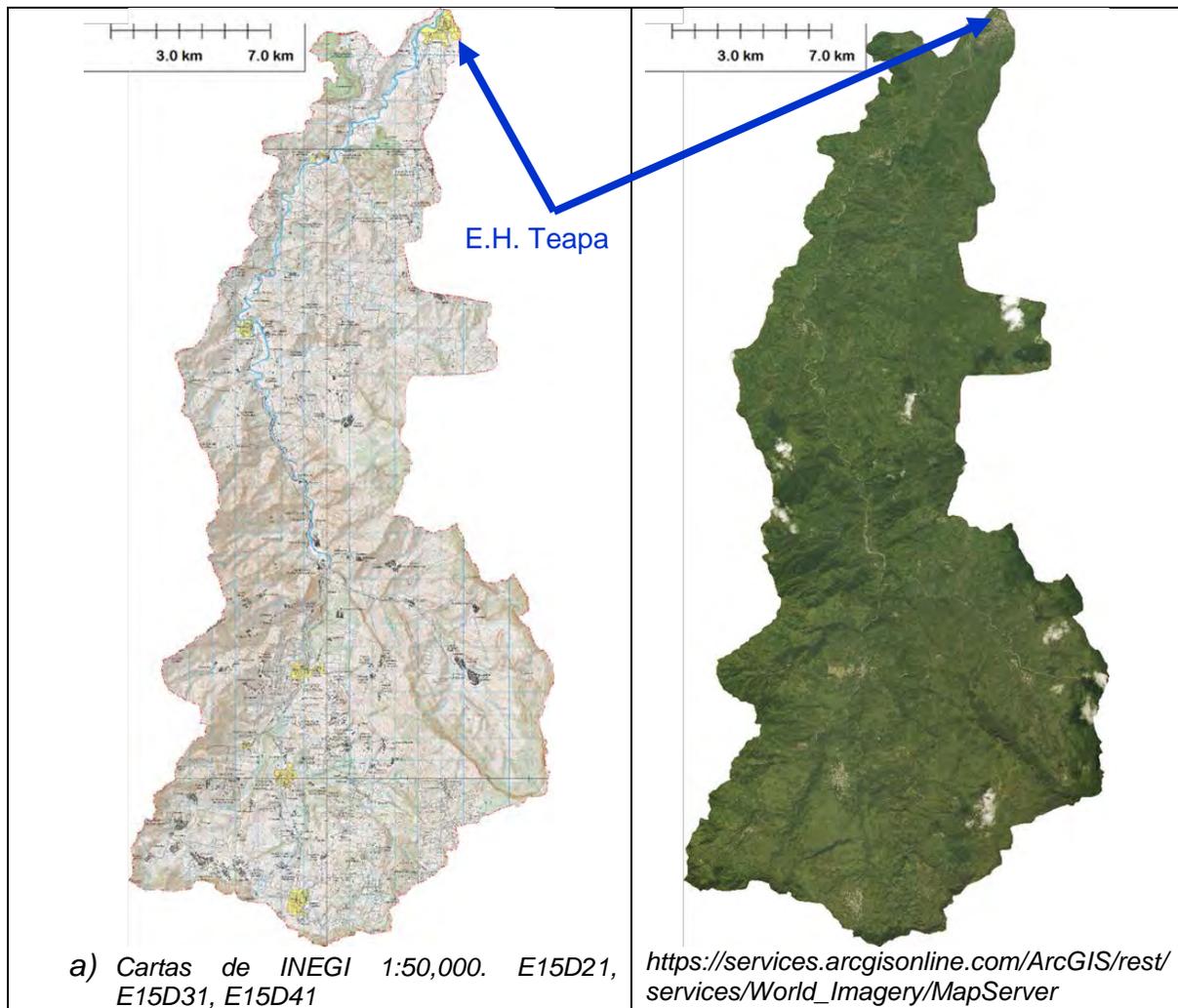


Figura 5.1. Cuenca de la Estación Hidrométrica Teapa



Se cuenta con registros de niveles horarios en la estación hidrométrica, así como también de aforos de caudales diarios, lo cual permite estimar la bondad de los resultados obtenidos con la metodología propuesta.

Es necesario mencionar que gracias al apoyo del personal técnico de la Comisión Nacional del Agua (Conagua), en particular de la Subdirección General Técnica, se cuenta con información de cuencas instrumentadas; ello es importante también para el aspecto académico, ya que se permite validar las metodologías que día a día surgen de parte del conocimiento desarrollado, además, por supuesto de conocer lo que sucede en nuestro país, de manera confiable y en tiempo real.

### 5.1.1. Estimación de caudales en la cuenca de la E. H. Teapa, Tab.

De la información disponible en la página de internet <http://igs-hydro.com/tabasco/tabasco.html#tabasco/dashboard1.html>, se tomaron los registros del periodo comprendido del 19 al 24 de noviembre de 18 estaciones con precipitaciones y los niveles de la superficie libre del agua de la Estación Hidrométrica Teapa. La información disponible se encuentra a cada 10 minutos.

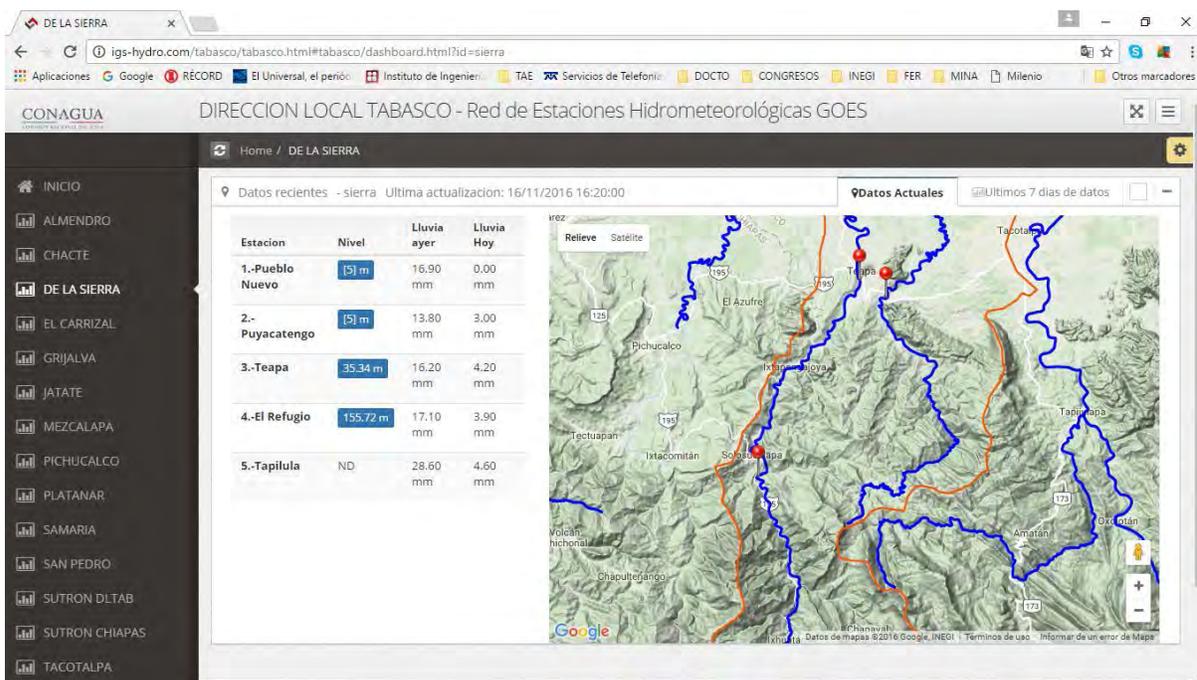


Figura 5.2. Información disponible en tiempo real



### a) Precipitación

En la Figura 5.3 se presenta la curva masa de las estaciones climatológicas registradas en toda la zona de interés, con lo cual se hace una interpretación de la distribución espacial y temporal de la precipitación.

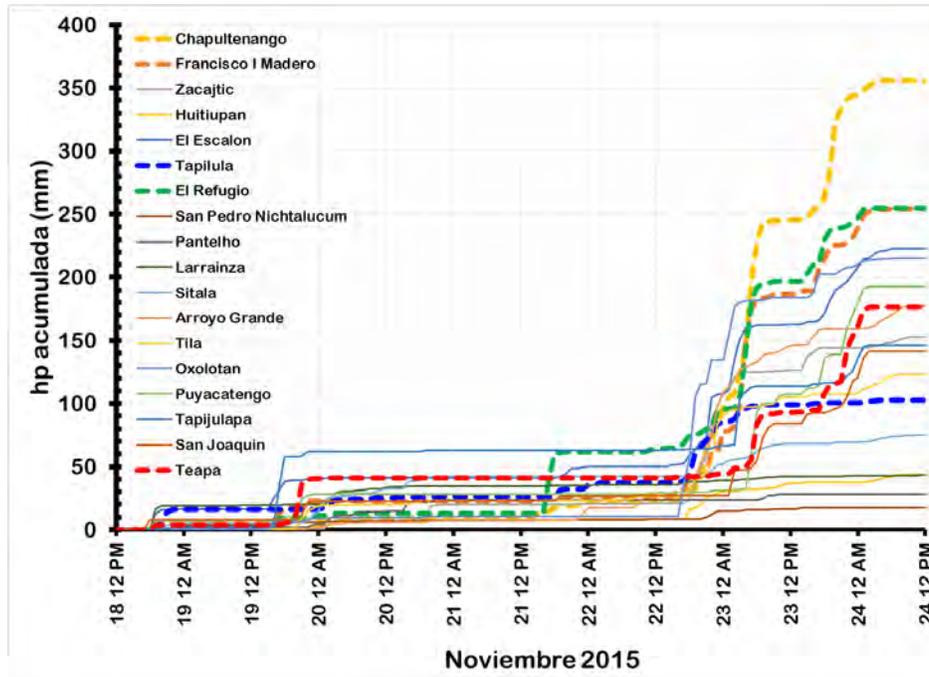


Figura 5.3. Registros de precipitación del 18 al 24 de noviembre de 2015

Se observa que por ejemplo en la estación Chapultenango ( $17^{\circ} 20.340'N$ ,  $93^{\circ} 7.775'O$ , elevación 635 msnm), se acumularon del orden de 250 mm en 24 horas, para la estación climatológica Teapa ( $17^{\circ} 33.231'N$ ,  $92^{\circ} 56.938'O$ , elevación 34 msnm) la precipitación máxima acumulada en 24 horas es de aproximadamente 120 mm.

Para los estudios hidrológicos es importante considerar la distribución espacial y temporal de la precipitación, por tal razón, en la Figura 5.4 se presenta el análisis de los registros espaciales de precipitación para algunas horas, así como la representación acumulada para el periodo total de modelación.

La precipitación representada corresponde a la lluvia total registrada en los aparatos.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

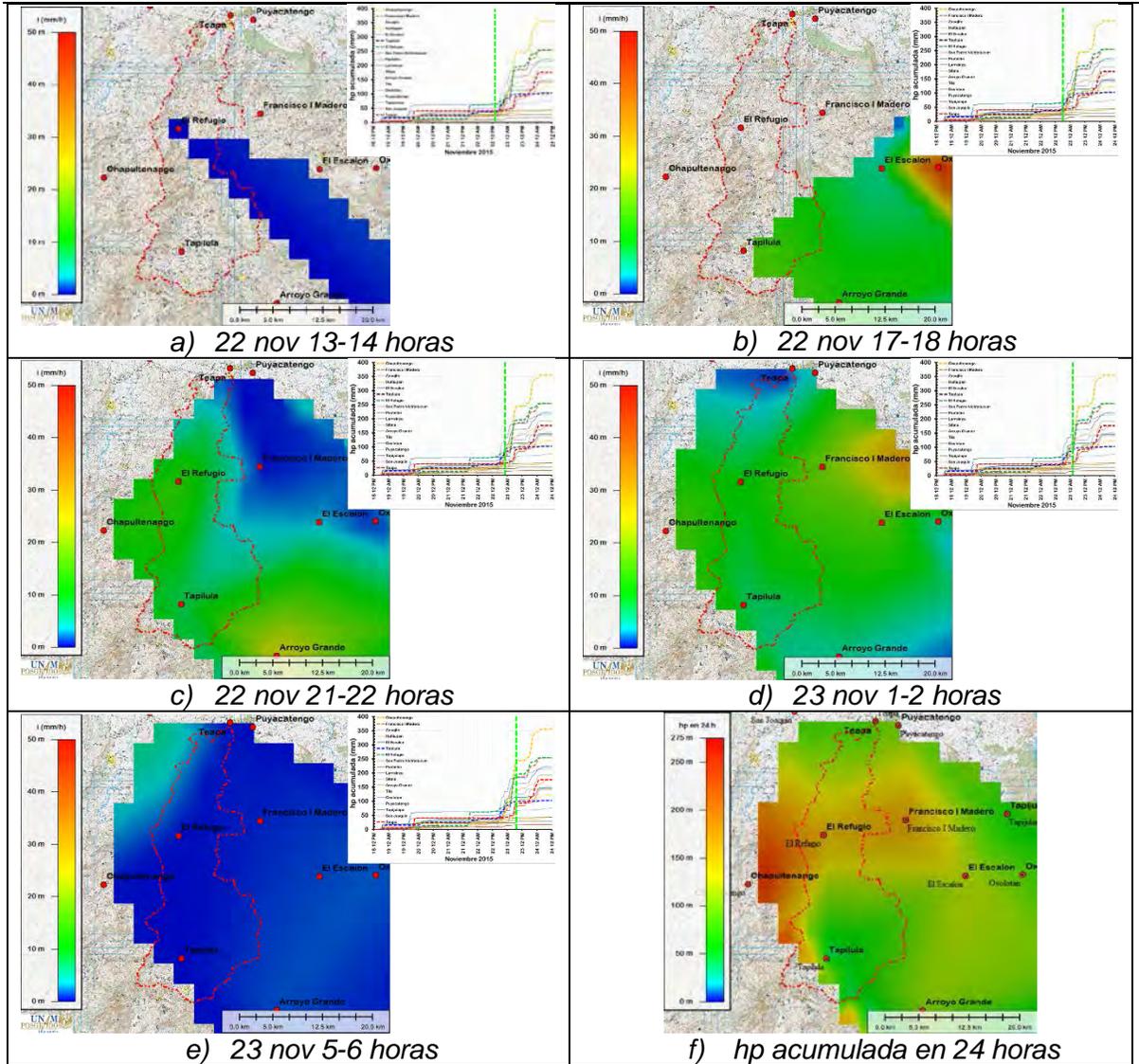


Figura 5.4. Análisis espacial de precipitación del 18 al 24 de noviembre de 2015

b) Limnigrama

Para validar los resultados obtenidos con el modelo matemático para el periodo del 18 al 24 de noviembre de 2015, se cuenta con los registros de niveles de la superficie libre del agua en la estación hidrométrica obtenidos mediante el sistema en tiempo real, además se cuenta con los boletines emitidos por la Dirección Local Tabasco de la CONAGUA con información de los aforos a los caudales realizados con el método tradicional, los cuales son utilizados para verificar los resultados emitidos por el sistema electrónico de medición.

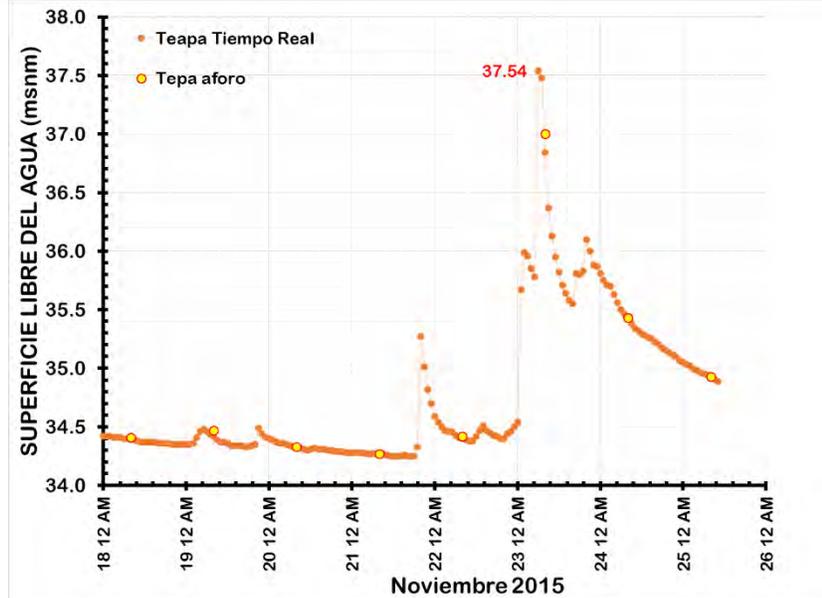


Figura 5.5. Registros de niveles del 18 al 24 de noviembre de 2015

c) Aforos registrados

Del análisis de la información publicada por la Subgerencia Técnica de la Dirección Local Tabasco referente a los aforos en la Estación Hidrométrica, se obtiene el comportamiento mostrado en la Figura 5.6 para la relación elevaciones-gastos. Dicha información se utiliza para estimar el caudal para las elevaciones reportadas por el sistema en tiempo real.

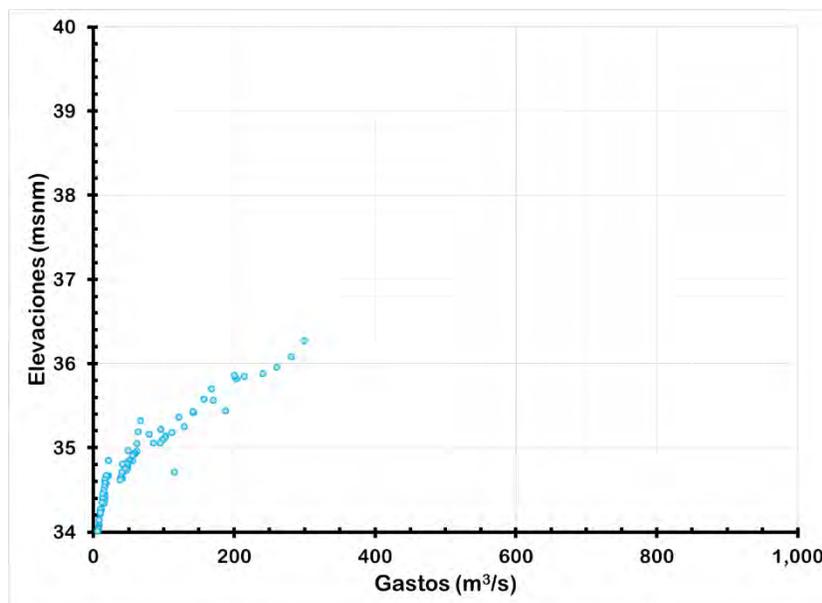


Figura 5.6. Análisis de aforos en el año 2015

### 5.1.2. Modelo Digital de Elevaciones

Como se mencionó, para aplicar el modelo matemático se requiere de una malla que representa las elevaciones de la superficie a representar, que en éste caso corresponde a una malla regular de 100 m por 100 m de lado. En la Figura 5.7 se observa el modelo digital de elevaciones que varía desde 2,000 hasta 30 msnm en la salida del sistema representado.

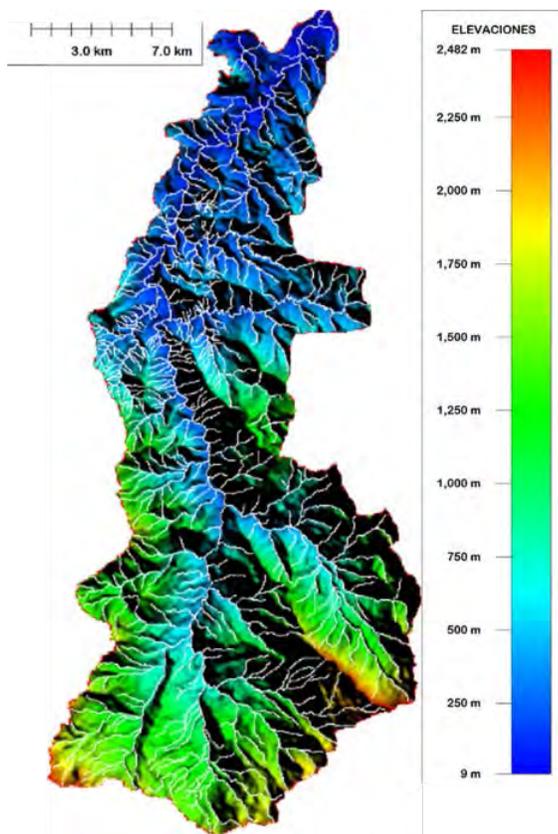


Figura 5.7. Modelo Digital de Elevaciones. INEGI CEM 3.0

### 5.1.3. Resultados de la modelación matemática

Con los registros de lluvia horaria y el modelo digital de elevaciones como insumos al modelo matemático propuesto, se obtienen los niveles en la salida, así como los caudales correspondientes. Para validar los resultados se utilizan los niveles registrados en la estación en tiempo real y los caudales fueron son comparados con los aforos del método tradicional.



a) Caudales

En la siguiente figura se observan los resultados del modelo matemático (423 m<sup>3</sup>/s) y con los valores estimados con el aforo de 400 m<sup>3</sup>/s para el día 24 de noviembre a las 6:00 am, en donde se obtiene una diferencia menor al 6%.

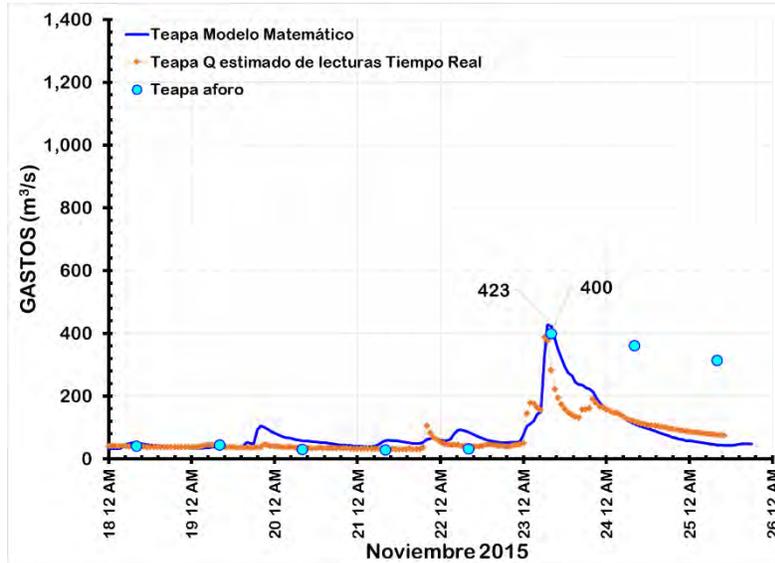


Figura 5.8. Comparación de hidrogramas

b) Niveles

En lo que respecta al nivel máximo de la superficie libre, la diferencia es de 8 cm.

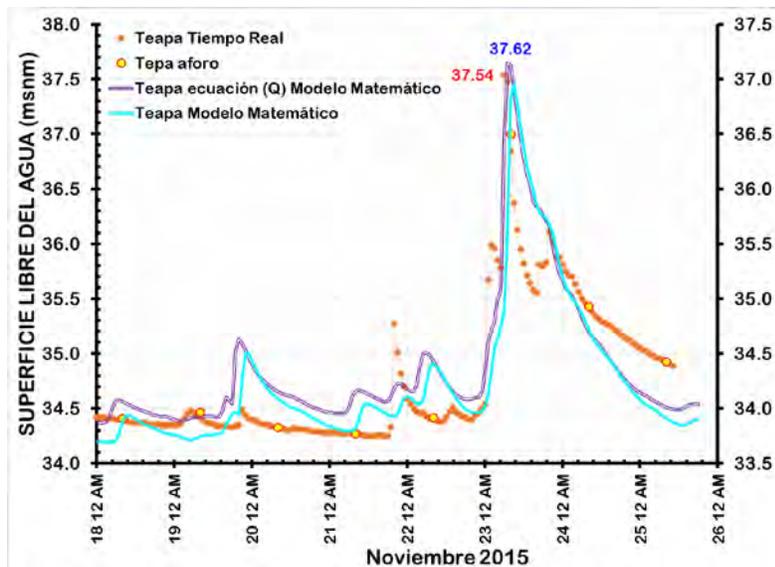


Figura 5.9. Comparación de niveles



## 5.2. CUENCA DEL VALLE DEL GUADIANA

La cuenca del Valle del Guadiana, en donde se ubica la Ciudad de Victoria de Durango, contaba en el año 2010 con 518,709 habitantes (195,408 viviendas), según los "Principales resultados por localidad (ITER), del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2010).

En la Figura 5.10 se presenta la zona de estudio, se encuentra entre el paralelo  $23^{\circ}57'$  y el  $24^{\circ}05'$  de latitud norte y entre los meridianos  $104^{\circ}33''$  y el  $104^{\circ}43''$  relativos a Greenwich. El valle donde se localiza tiene una superficie de aproximadamente  $700 \text{ km}^2$  y limita al norte con el valle de Canatlán, al sur y al oeste con la Sierra Madre Occidental, al sureste con la sierra del Registro y al este con la zona de los llanos limitándola con una serie de lomeríos y elevaciones.

Dentro del valle, a una altitud promedio de 1880 msnm solo se encuentran dos accidentes notables: El cerro de Mercado (2040 msnm) al norte de la ciudad y el cerro de los Remedios (1980 msnm) al poniente, además de varias lomas que aumentan hasta el oeste del valle para dar paso a la Sierra Madre Occidental. En el centro del valle se encuentran varias depresiones como "El Arenal" que desvían el cauce de los ríos del valle y los hacen "retornar" a la Sierra Madre. Se ubican 3 presas para el aprovechamiento y regulación en la zona, a saber: Peña del Águila, Presidente Guadalupe Victoria y Santiago Bayácora, las cuales se consideran como condición de frontera aguas arriba para la zona de estudio.



Figura 5.10. Zona de estudio para el Valle del Guadiana

El drenaje natural de la cuenca se hace por el río El Tunal, para el caso de la zona de estudio, la condición de frontera aguas abajo para el escurrimiento se establece sobre



dicho cauce, en la población de “Independencia y Libertad”, ya que en éste sitio se ubica el puente de la carretera estatal.

La aplicación del modelo matemático se hace para las condiciones de precipitación asociadas a un periodo de retorno de 10 años, en lo que respecta a los escurrimientos, para dicho escenario se considera que las tres presas pueden regular los ingresos de caudales, es decir, no se utilizan las obras de toma ni de excedencias de las tres estructuras.

### 5.2.1. Precipitación

Para el análisis de la precipitación se consideran 4 (cuatro) estaciones climatológicas dentro de la zona de estudio. En la Figura 5.11 se presenta su ubicación con la nomenclatura del Servicio Meteorológico Nacional.

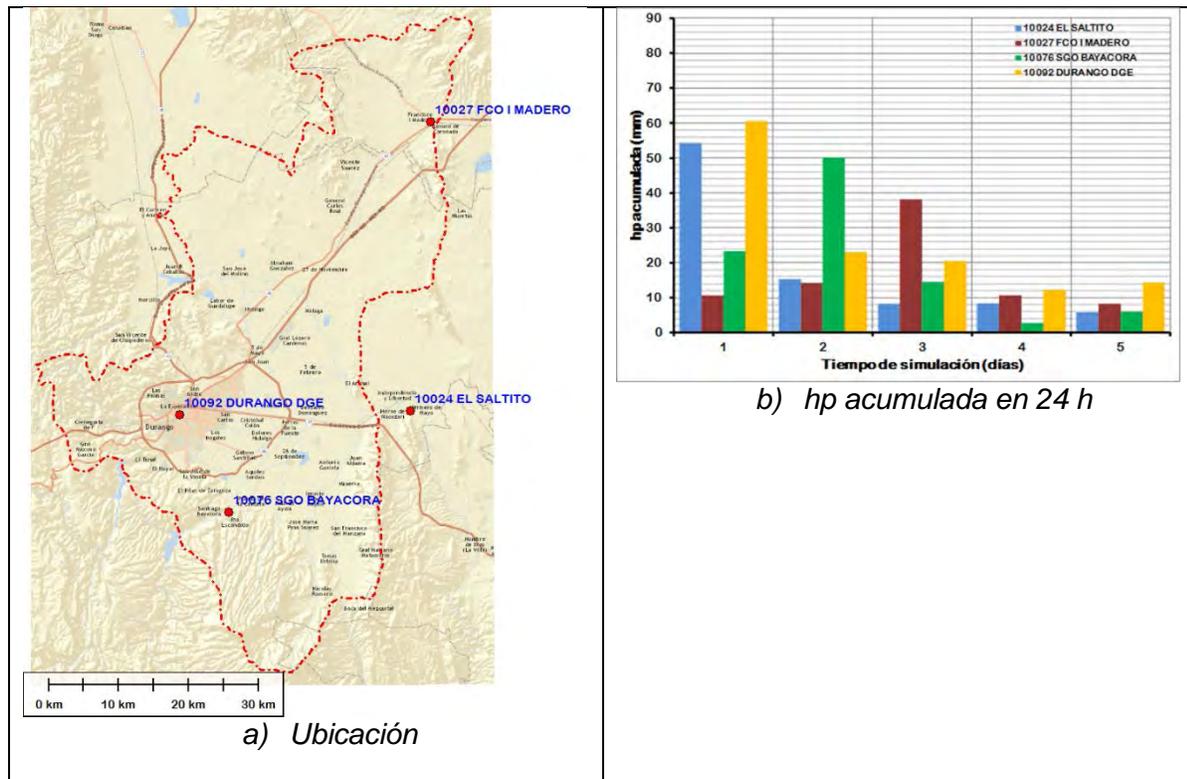


Figura 5.11. Estaciones climatológicas la zona de estudio

El periodo común considerado para el estudio, corresponde del 1 de enero de 1941 al 31 de diciembre de 2000 y los valores acumulados que se utilizan para el estudio, corresponden a 5 días consecutivos.



Tabla 5.1 Estaciones climatológicas en la zona de estudio

Estación climatológica	Periodo de registros
10024 El Saltito	1/08/1963 hasta la fecha operando
10027 Francisco I. Madero	1/03/1932 hasta la fecha sigue operando
10076 Santiago Bayacora	1/08/1963 hasta la fecha operando
10092 Durango DGE	1/01/1941 al 31/12/2000

### 5.2.2. Modelo Digital de Elevaciones

Para conformar el modelo digital de elevaciones de la zona en estudio, se utiliza el Continuo de Elevaciones Mexicano versión 3.0 de 12 cartas topográficas escala 1:50,000, cuya referencia se presenta en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2 Cartas topográficas de INEGI 1:50,000 en la zona de estudio

Clave	Nombre	Clave	Nombre
G13D62	Donato Guerra	G13D82	Durango Este
G13D63	Ignacio Ramírez	G13D83	Tuitán
G13D71	José Guadalupe Aguilera	F13B11	Presidencia Presidente Guadalupe Victoria
G13D72	General Carlos Real	F13B12	Santiago Bayácora
G13D73	Ciudad Guadalupe Victoria	F13B13	Nombre de Dios
G13D81	Durango Oeste	F13B22	Agua Zarca

El modelo digital de elevaciones de las 12 (doce) cartas de INEGI fue procesado mediante un sistema de información geográfico para conformar un solo MDE con resolución de 100 m por 100 m de lado del tamaño de la celda que se ocupa en la zona de estudio. El modelo resultante se presenta en la Figura 5.12 a continuación, como se puede observar, las elevaciones varían desde 1850 hasta 2200 msnm.

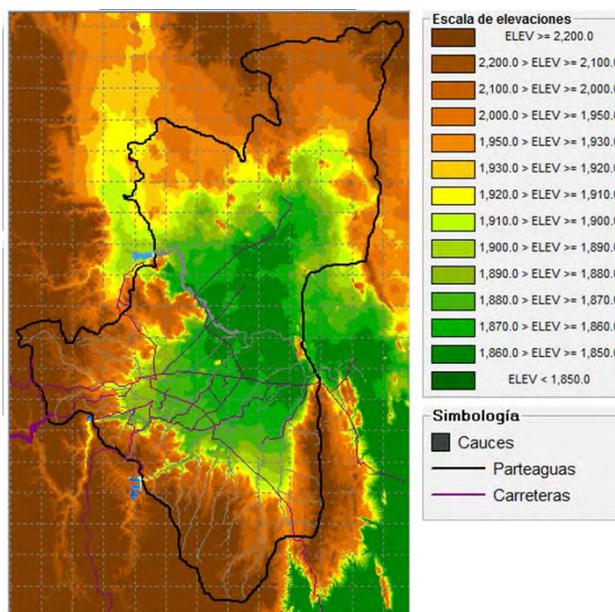


Figura 5.12. Modelo Digital de Elevaciones del Valle del Guadiana. CEM 3.0 INEGI



Para aplicar el modelo matemático se conforma una matriz de 971 renglones por 643 columnas y un incremento de tiempo para el cálculo de 10 segundos.

### 5.2.3. Resultados de la modelación matemática

Los resultados obtenidos de la modelación matemática para esta aplicación corresponden a dos tipos, caudales y niveles estimados en algunos cauces de interés en secciones y en lo que corresponde a las celdas de la malla modelada, la profundidad de inundación máxima y la velocidad del flujo, lo que puede ser utilizado para otros estudios que pueden relacionarse con mapas relacionados con el uso de suelo.

#### a) Caudales y niveles estimados

En la Figura 5.13 se presenta de manera gráfica la relación lluvia-escorrimento, estimada con el modelo matemático. Para un área de 65 km (este-oeste) por 97 km (norte-sur), el máximo escurrimiento a la salida del sistema se presenta 32 horas después de haberse presentado la mayor precipitación, el caudal máximo es del orden de 400 m<sup>3</sup>/s.

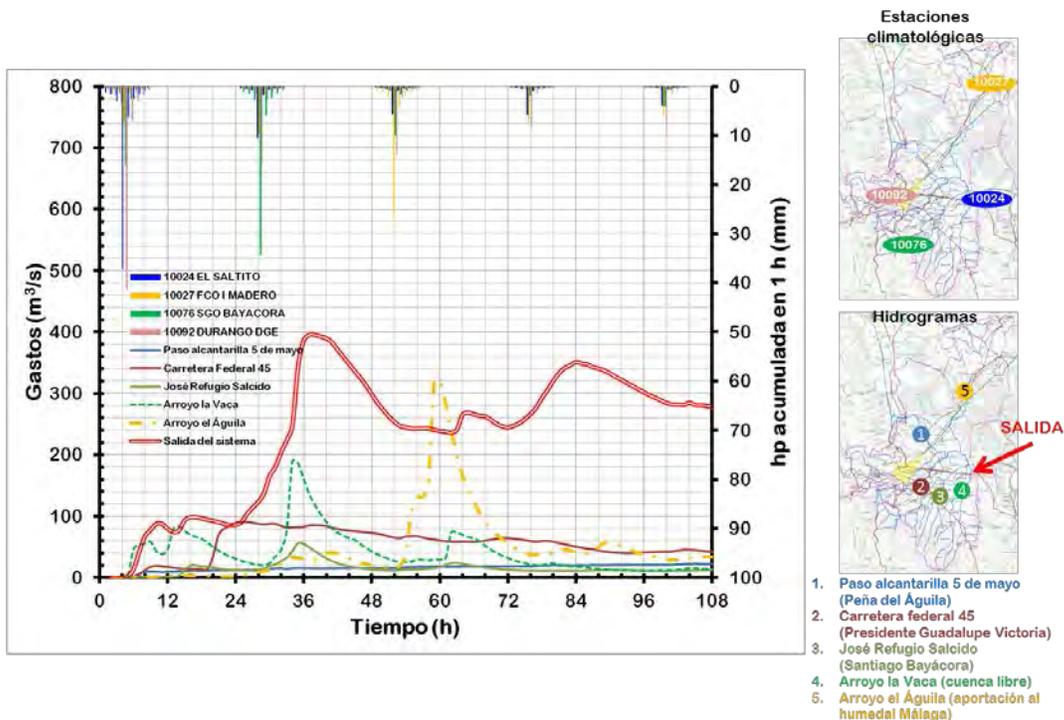


Figura 5.13. Resultados del modelo lluvia-escorrimento asociados a un periodo de retorno de 10 años



b) Profundidades de inundación

En la Figura 5.14 se presenta la envolvente de valores máximos de profundidades de inundación, es decir, el valor máximo para 108 horas de simulación.

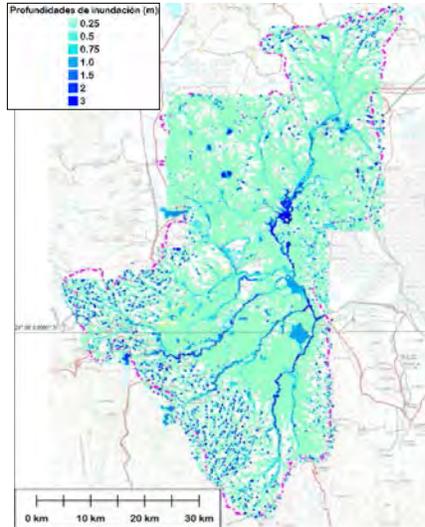


Figura 5.14. Profundidades de inundación asociadas a un periodo de retorno de 10 años

c) Velocidades en la celda de análisis

En la Figura 5.15 se presenta de la envolvente de valores máximos de la velocidad en cada celda para 4 días de simulación. En general, para periodo de retorno de 10 años se observan velocidades menores a 0.50 m/s en las planicies de inundación, excepto en los cauces, en donde se estiman velocidades del orden de 1.0 m/s.

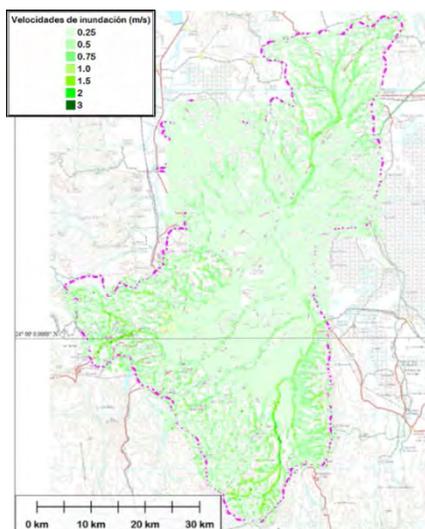
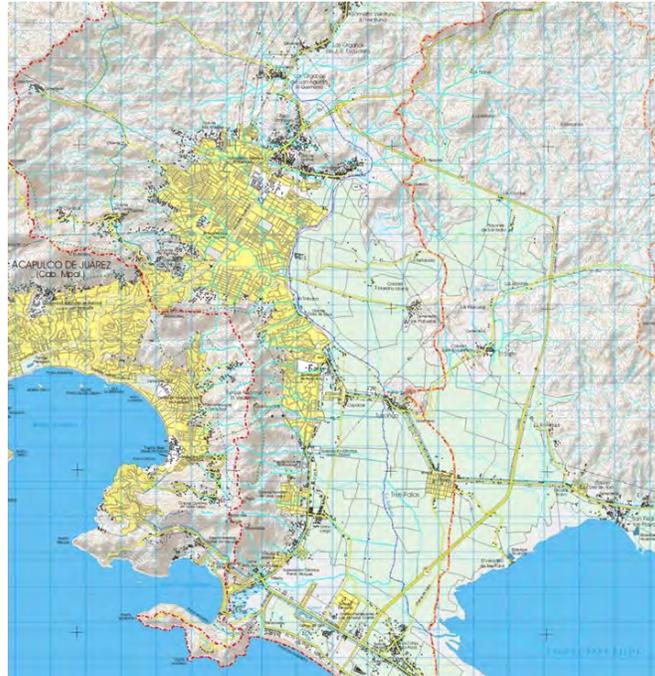


Figura 5.15. Velocidades asociadas a un periodo de retorno de 10 años



### 5.3. RÍO LA SABANA

Otra de las aplicaciones del modelo matemático es cuando se requiere llevar a cabo una modelación matemática en donde se conoce para un cierto periodo de interés las precipitaciones, un hidrograma de ingreso como condición de frontera aguas arriba y la superficie libre del agua expresada mediante un mareograma, condicionando la frontera aguas abajo. Para representar la zona en estudio en la Figura 5.16, se utiliza la carta topográfica de INEGI 1:50,000 E14C57 Acapulco.



*Figura 5.16. Zona de estudio para la cuenca del río La Sabana*

Para éste caso de aplicación, se requiere conocer la evolución de las elevaciones de la superficie libre del agua de la inundación en algunos sitios para corroborar con los datos que se recopilaron en la hemeroteca.

#### 5.3.1. Registros de precipitaciones e hidrograma

El evento representado con el modelo matemático corresponde al evento de septiembre de 2013 en la zona de descarga del río La Sabana al Océano Pacífico.

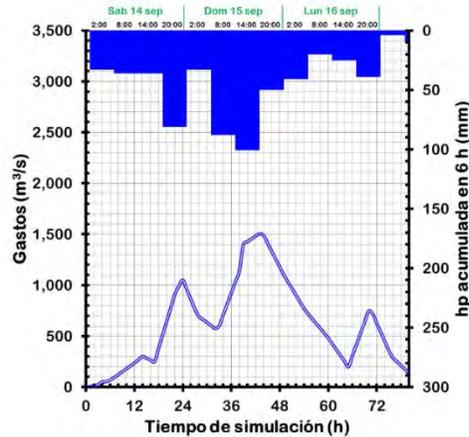


Figura 5.17. Precipitación y escurrimiento para el periodo de simulación

En la Figura 5.17 se presentan el hietograma de precipitación y el hidrograma de escurrimiento directo estimado en el río La Sabana, a la altura de la estación hidrométrica "km 21+000".

### 5.3.2. Modelo Digital de Elevaciones

El modelo digital de elevaciones se conformó a partir de los datos de LIDAR INEGI 2010 con clave e14c57d2, e14c57e1, e14c57e2, e14c57e3, e14c57e4 y e14c57f1

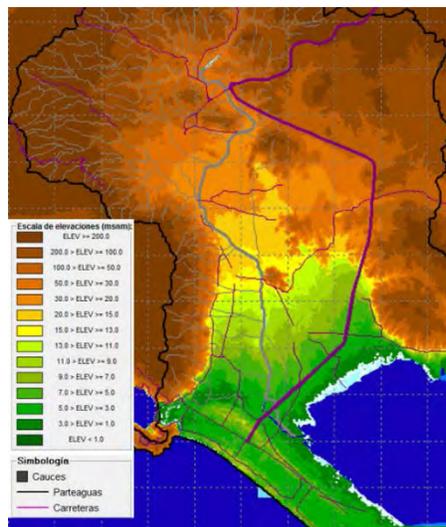


Figura 5.18. MDE para la cuenca del río La Sabana

En la Figura 5.18, se presenta la malla regular utilizada para la modelación matemática, con una resolución de celda de 20 m por 20 m por lado, 1,131 renglones

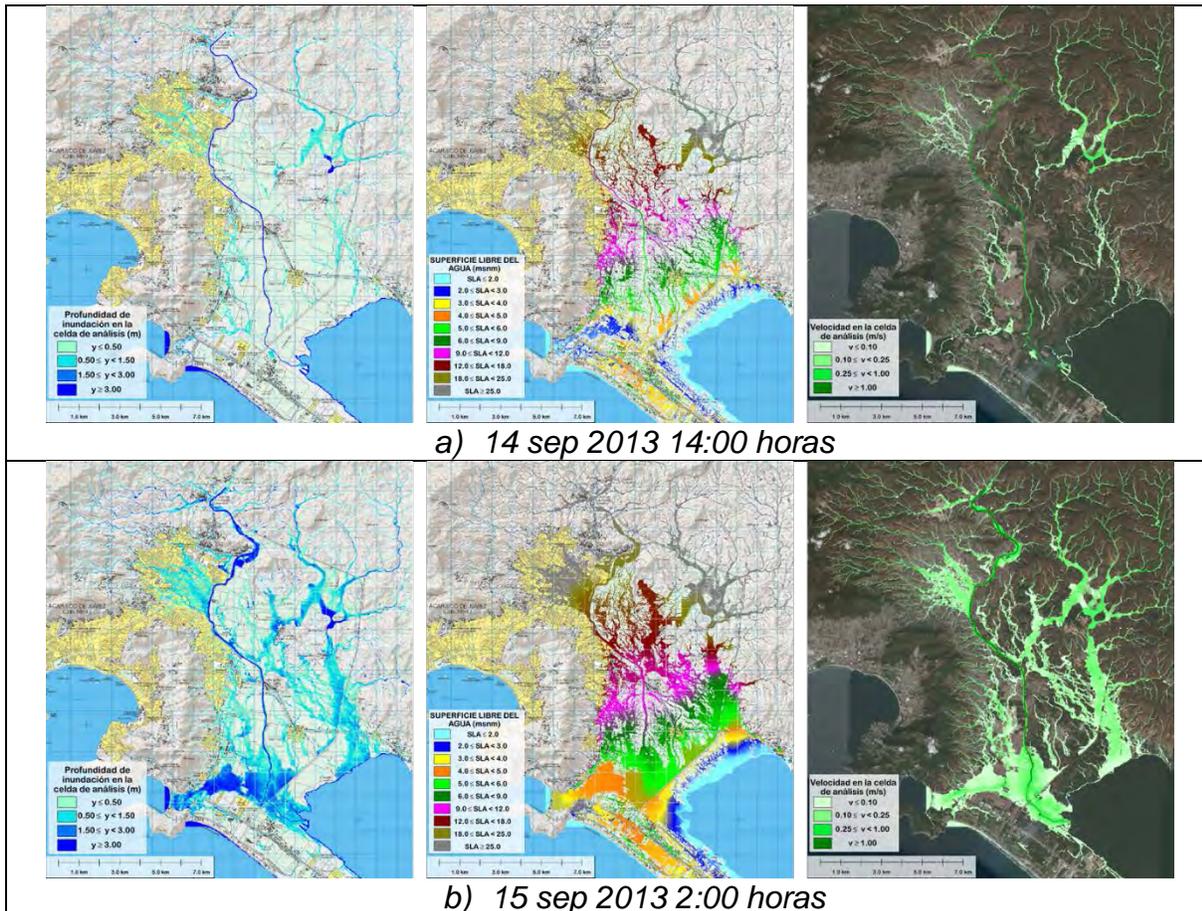


por 961 columnas, lo que resulta del orden de 30,500 has, con un incremento de tiempo para el paso de cálculo del modelo matemático de 2 segundos.

### 5.3.3. Resultados de la modelación matemática

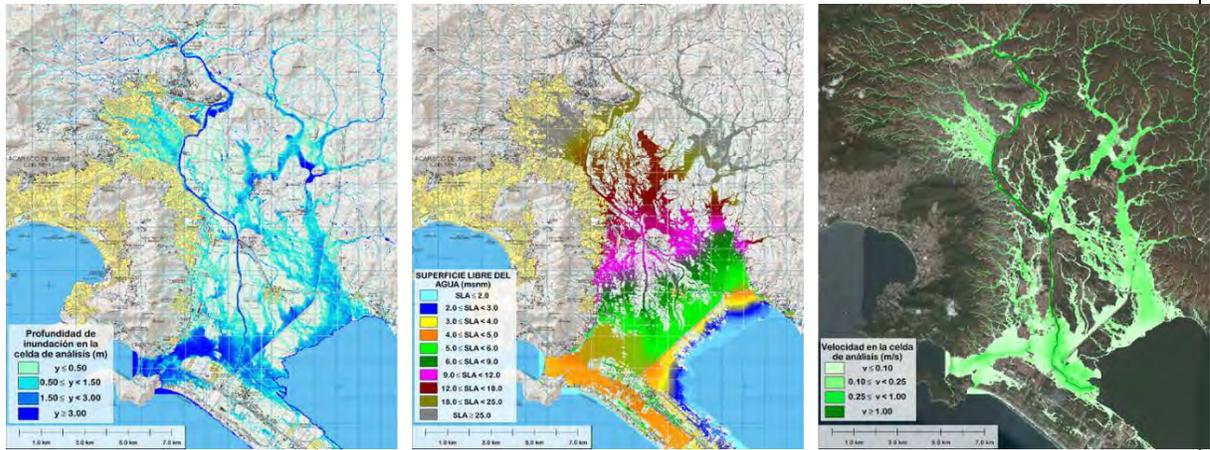
Los resultados de la modelación matemática se presentan para su interpretación mediante tres formatos gráficos, a saber: profundidad de inundación, superficie libre del agua y velocidad de flujo de inundación para cada celda en un determinado tiempo de simulación, lo cual puede ser corroborado con lo sucedido en la zona en estudio.

Mediante los mapas de profundidad de inundación es posible observar las zonas en donde preferente se acumulan los flujos de agua y se forman las lagunas temporales, en los gráficos de la superficie libre del agua se identifican las zonas con inundaciones, cuáles serían drenadas con mayor facilidad considerando que los volúmenes de agua pueden conducirse hasta el mar y por último, con la magnitud de la velocidad del flujo en cada celda se establece, por ejemplo, el potencial de arrastre de sedimentos, un análisis de estabilidad en viviendas, en vialidades se considera la dificultad de las personas para cruzar las corrientes de agua, entre otros aspectos importantes.

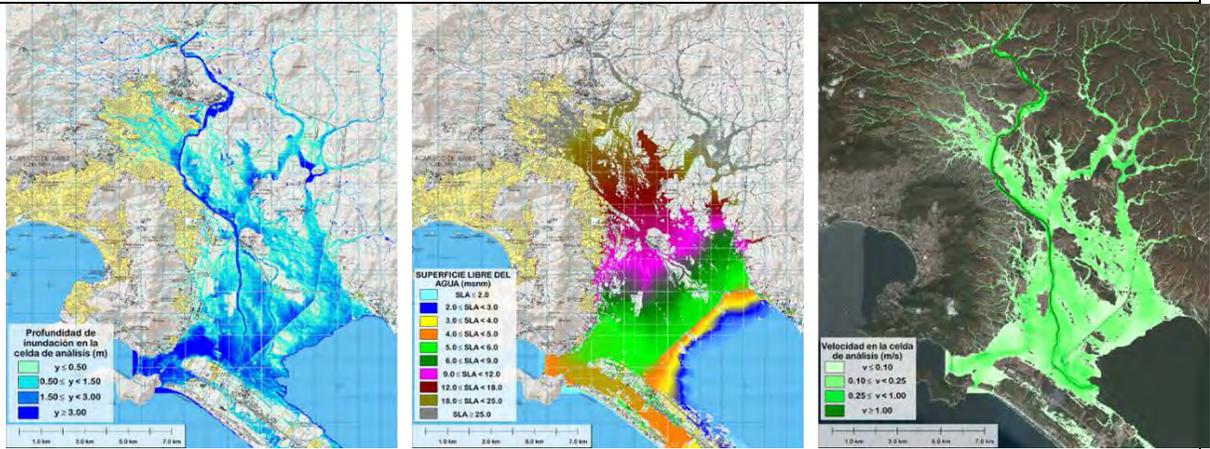




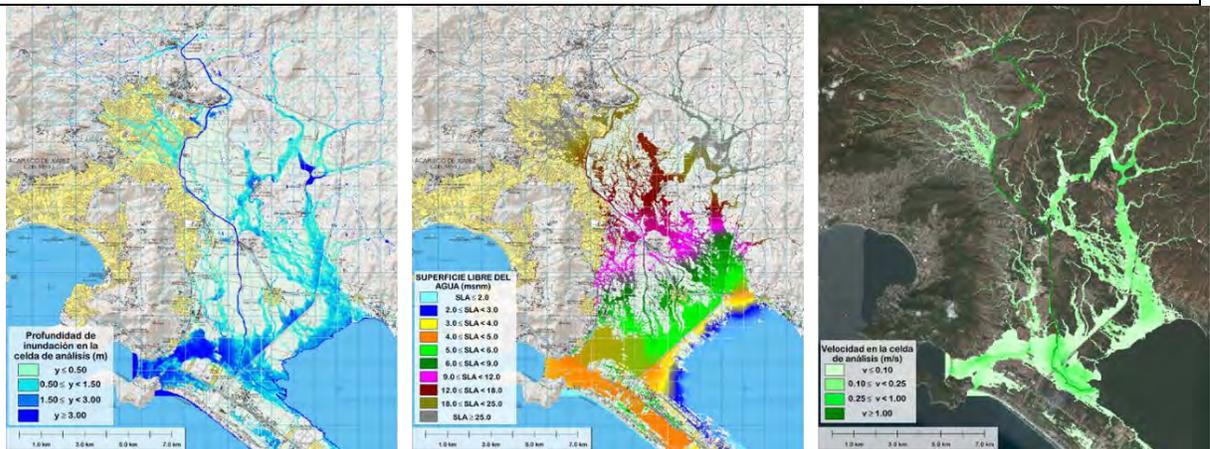
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



c) 15 sep 2015 14:00 horas



d) 16 sep 2013 2:00 horas



e) 16 sep 2013 14:00 horas

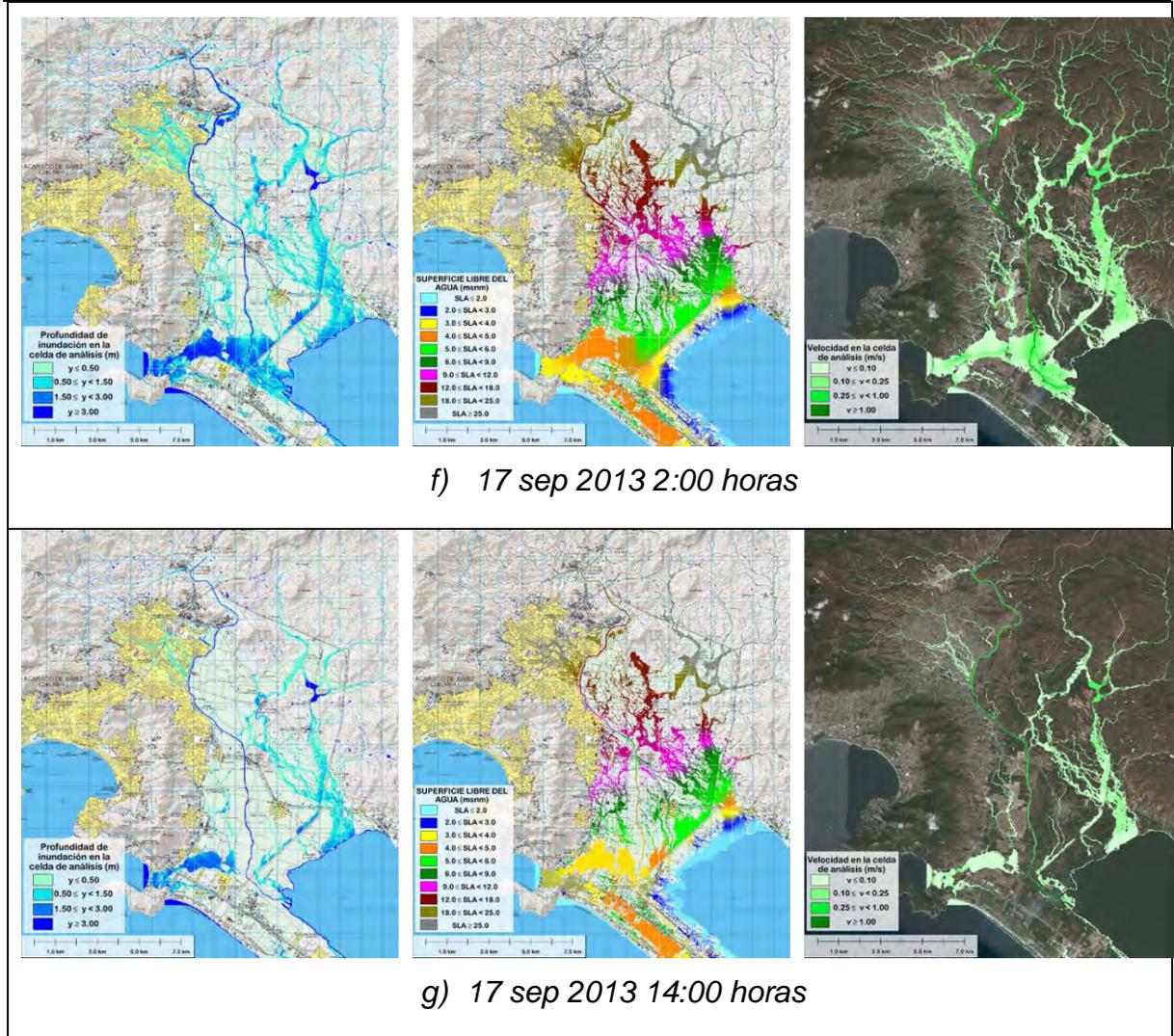


Figura 5.19. Resultados de la modelación matemática

Los gráficos mostrados en la Figura 5.19 corresponden a los resultados del modelo matemático (valor en cada celda) representados mediante un sistema de información geográfico, es decir, el formato de salida de valores del modelo matemático propuesto pueden ser exportado para cualquier sistema de información geográfica que permita que los resultados se expresen de manera estandarizada como cualquiera de los modelos matemáticos comerciales que se encuentran actualmente en el mercado.

El contar con los resultados de velocidad en el eje x, en el eje y, el módulo de velocidad y la profundidad de inundación para cada celda y en cada instante de la modelación matemática, permite hacer las operaciones necesarias para otros estudios.



## 6. CONCLUSIONES

El trabajo de investigación consistió en el desarrollo y análisis detallado de los resultados de un modelo matemático de flujo bidimensional superficial que tiene grandes ventajas para considerar la relación lluvia-escorrimento, ya que provee de información confiable y útil para el mejoramiento de estrategias en el manejo de riesgos de daño asociados a inundaciones.

Se puede decir que el modelo matemático proporciona una adecuada aproximación a la realidad física, representa varios aspectos fundamentales que intervienen en el proceso físico del flujo de agua sobre la superficie del suelo.

Las relaciones matemáticas formales entre los objetos del modelo, representan de alguna manera las relaciones reales existentes entre los diferentes aspectos del sistema u objeto real. Así al "representar" el proceso de flujo del agua de lluvia no infiltrada por encima del terreno o del agua que procede del desbordamiento en un río o la falla de una obra hidráulica dentro del modelo matemático, se deduce el comportamiento del fenómeno físico del movimiento del agua en una zona bajo estudio.

En la actualidad, la mayoría de los estudios que incluyen a los análisis del tipo lluvia-escorrimento se basan en conceptos hidrológicos y no en métodos hidráulicos, ya que se considera que el tiempo de cálculo es considerablemente mayor, así como también la cantidad de información requerida, que no suele estar disponible. Los métodos hidrológicos tienen el inconveniente de obtener algunas respuestas específicas como el hidrograma de salida de un sistema (que también se consigue con métodos



hidráulicos) pero no las áreas susceptibles a sufrir inundaciones ni su evolución en el tiempo, lo cual si es posible estimar con modelos hidráulicos.

Una de las tareas asignadas a la investigación consiste en crear y proporcionar a las áreas técnicas, un modelo matemático que basado en aspectos hidráulicos sea capaz de pronosticar los escurrimientos con intervalos de confianza adecuados, que además permitan una interpretación de resultados con el tiempo corto, para que en caso de ser necesario, se emitan tanto avisos como alertas oportunas que permitan con antelación resguardar y proteger a los habitantes y a sus bienes materiales contra inundaciones.

El contar con modelos matemáticos que estimen los escurrimientos asociados a eventos hidrometeorológicos, además ayuda al dimensionamiento de estructuras cuyo objetivo es mitigar los efectos de las inundaciones y tener una herramienta que permita hacer una comparación de las profundidades de inundación para diferentes escenarios de precipitación para que de manera mancomunada con los análisis de costos de construcción, se lleve a cabo los análisis de beneficio-costos de dichas estructuras.

La relación entre la precipitación y el escurrimiento no es sencilla de plantear, ya que depende de muchos aspectos, entre los que destacan las características físicas de la cuenca y la distribución espacial y temporal de la lluvia en la cuenca así como la particularidad en cada caso en estudio, ya que como condición de frontera aguas arriba y aguas abajo se pueden ser hidrogramas, limnigramas (nivel constante o nivel variable) y la precipitación por cuenca propia (representada mediante Polígonos de Thiessen o una matriz con pixeles de lluvia), éstas condiciones se requieren de manera individual o en una combinación, para realizar una adecuada representación del proceso lluvia-escurrimiento en una zona en particular.

Parte importante en el trabajo de investigación corresponde a la aplicación del modelo matemático propuesto a representaciones de condiciones ideales y resueltas con algunos modelos comerciales, que permiten evaluar aspectos tanto de los valores máximos y mínimos obtenidos de profundidades y velocidades como de los tiempos utilizados para el proceso.

Se aplicó el modelo propuesto a una cuenca real en donde considerando el modelo digital de elevaciones y la precipitación registrada en múltiples estaciones climatológicas (con variación temporal y espacial), se obtuvo un hidrograma de escurrimiento que fue comparado con el obtenido mediante mediciones de nivel y algunos aforos, obteniéndose diferencias menores al 6% en los valores máximos de caudal.

Para el caso de la aplicación del modelo lluvia-escurrimiento a una cuenca con topografía real en donde únicamente se cuenta con datos de precipitación estadísticos con variación temporal y espacial, los resultados obtenidos permiten representar zonas



susceptibles a sufrir inundaciones y en las zonas urbanas se pueden analizar de manera simultánea la profundidad con la velocidad de inundación para cada celda de análisis. En esta aplicación realizada, se cuenta con información para elaborar mapas de peligro debido a las inundaciones.

En otra de las aplicaciones del modelo matemático propuesto, se comparan los niveles máximos de inundación estimados en las zonas urbanas, cuyo resultado es una combinación de la lluvia por cuenca propia y flujos provenientes del cauce, en donde los bordos que conforman dicho cauce se ven excedidos por los niveles de la superficie libre del agua.

Como resultado de las aplicaciones a diversas condiciones de simulación para el modelo matemático propuesto, se encontraron que en el caso de fenómenos transitorios (rápidos) en canales de laboratorio en donde se tienen mallas regulares con longitudes de centímetros por lado de la celda, los resultados obtenidos no fueron satisfactorios, pero es necesario mencionar que la solución a dichos fenómenos no son objetivo del modelo matemático propuesto.

## **6.1. APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN**

Como resultado del trabajo de investigación, se tienen las aportaciones académicas que se presentan a continuación:

- ✓ Modelo lluvia-escorrentía basado en conceptos hidráulicos cuya velocidad de cálculo no representa gran diferencia respecto al de los métodos hidrológicos existentes y que proporciona información que no es posible obtener con los métodos hidrológicos.
- ✓ Para la aplicación del modelo matemático propuesto se representa la distribución de las intensidades de lluvias tanto espacial como temporal considerando las herramientas tecnológicas actuales, ya que se permite representar la lluvia mediante una matriz (pixel renglón-columna), un solo valor de espacial o mediante múltiples estaciones climatológicas.
- ✓ Con la herramienta propuesta, es posible representar de manera rápida diversos escenarios de precipitación, lo cual para cuencas medianas y grandes permite evaluar en el escurrimiento.
- ✓ Se generan datos para obtener mapas de peligro tanto de valores puntuales como de envolventes máximas de profundidades hidráulicas y velocidades de inundación así como de tiempos de drenaje del flujo. También con los mismos datos es posible generar mapas que indican los sentidos de drenaje de las



zonas de inundación, lo cual es muy útil al momento de analizar los comportamientos en múltiples zonas lagunares con comunicación entre sí.

- ✓ Con los resultados generados con el modelo matemático propuesto es posible contar con para análisis de estabilidad en las personas (para que no sean arrastradas por los flujos de agua), estabilidad en estructuras como por ejemplo las viviendas (desde afectaciones a menajes y acabados en las paredes hasta pérdida total por socavación en la cimentación de dicha vivienda). También es posible tomar los resultados del modelo para estudios de arrastre de sedimentos.
- ✓ El modelo matemático propuesto fue utilizado para resolver problemas tanto para condiciones totalmente idealizadas como para condiciones con hidrología y topografía reales que son representadas dentro de un lapso de unos cuantos días.
- ✓ Es un modelo matemático propio, desarrollado con tecnología del país y que permite contar con independencia tecnológica para la solución de problemas reales que aquejan a la sociedad, por lo cual los resultados de la investigación se considera una aportación relevante.

### **6.1.1. Validación del modelo matemático**

Mediante la evaluación de resultados, se comprobó que el modelo matemático propuesto, al igual que algunos otros modelos, tiene la capacidad de identificar con precisión tanto la profundidad del agua como los valores medios de velocidad de la serie de tiempo y que dichos valores pueden utilizarse para generar mapas de peligro de inundaciones con aceptable confiabilidad.

Para la simulación, el modelo matemático propuesto considera aspectos como topografía, geomorfología, clima, características geométricas del canal y de las planicies inundable, las condiciones de profundidades de inundación iniciales, estructuras hidráulicas, etc., pero como en todos los casos la calidad de los datos de entrada y modelo digital de elevaciones son decisivos. Como se resalta, es importante contar con una definición de malla adecuada (tamaño de celda) que represente las condiciones del terreno ya que resultan niveles de inundación y velocidad de agua que se ajusten a cada celda, por lo tanto cualquier valor medio o asociación a otros valores de terreno podría proporcionar valores más precisos. Sin embargo, el conocimiento del código y la experiencia del modelador son fundamentales para obtener mejores resultados. Por lo tanto, la confiabilidad de los niveles estimados puede verse afectada por cualquier supuesto o decisión relacionada con las condiciones iniciales, de frontera



y de definición de las variables que se ingresan al modelo, puede resultar en predicciones incorrectas para la magnitud y extensión de la inundación y en general, la representación del evento.

### **6.1.2. Estimación de hidrogramas de escurrimiento**

Para cumplir con uno de los objetivos de la investigación, se realizó una aplicación con el modelo matemático propuesto que corresponde al proceso de transformación de la precipitación en escurrimiento, en donde los resultados se evalúan con el hidrograma de escurrimiento que produce una precipitación de 72 horas, obteniéndose diferencias en el gasto máximo menores al 6%, con lo que se consideran aceptables los resultados obtenidos.

Es necesario mencionar que el modelo matemático se aplicó a un evento en particular, cuya precipitación máxima acumulada en 24 horas para la zona en estudio corresponde a 10 años de periodo de retorno aproximadamente, durante dicho evento se contaron con registros razonablemente confiables de precipitación, niveles en las estaciones de aforo, inclusive aforos puntuales en la corriente realizados con el método tradicional. El aplicar el modelo matemático propuesto en repetidas ocasiones para otros eventos en los cuales se cuente con información confiable, permitirá tener un mejor conocimiento del comportamiento de las precipitaciones en la cuenca, lo cual puede ser replicado a otras cuencas en donde no se cuente con información suficiente de aforos en las corrientes, pero lo que si es necesario contar es con registros de lluvias, un modelo digital de elevaciones y conocimiento del uso de suelo, para tener mejores resultados.

### **6.2. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

El modelo matemático desarrollado en esta investigación es una aportación que proporcionan elementos a los tomadores de decisiones con información útil para el manejo y prevención de inundaciones. De la aplicación a muy diversos casos surgieron cuestionamientos que serán abordados como futuras líneas de investigación:

- El acoplamiento de modelos matemáticos para el análisis 1D con los modelos 2D para el caso de estudios en donde se evalúe la interacción de un cauce con planicies de inundación y su correspondiente drenaje por el mismo cauce.
- Evaluar las subrutinas que puedan hacerse más eficientes para disminuir los tiempos de resolución.



- Se considera necesario evaluar el cambio de la plataforma de programación a otras que permitan ser utilizados inclusive en equipos de cómputo considerados para el manejo de grandes cantidades de datos, no únicamente en computadoras personales. Es necesario mencionar que éste aspecto tiene más componentes de ingeniería de sistemas.
- El modelo matemático propuesto se ha aplicado para generar mapas de peligro por inundaciones en distintas cuencas (en este trabajo se presentaron como ejemplo 2 casos con características relativamente similares de pendiente suave en zonas urbanas).
- Se considera que sería relativamente sencillo, por la forma en que está planteado, extender el modelo al análisis del comportamiento de sedimentos.
- Aplicación para estudios de riesgo de daño por inundación (Daño anual esperado)

Los mapas de riesgo de daños por inundación son una herramienta insustituible para detectar las áreas y los elementos sometidos a riesgo y así poder distribuir los esfuerzos proporcionalmente a los niveles de afectación. Es decir, conocer el nivel potencial de impacto de la inundación sobre los diversos elementos distribuidos en el territorio ayuda a analizar, a tomar decisiones y a desarrollar medidas de gestión.

Es conveniente llevar a cabo varias modelaciones matemáticas para fenómenos hidrometeorológicos de distintas intensidad (distintos periodos de retorno) para hacer un estudio de riesgo de daño por inundaciones entendido como la esperanza matemática de los costos de daño causado por las lluvias o escurrimientos de distinto periodo de retorno que se resume en el llamado "Daño Anual Esperado" (que suele ser considerando desde el punto de vista de aseguradoras de bienes), por lo que el modelo matemático propuesto es una herramienta de gran utilidad para este fin



## BIBLIOGRAFÍA

- **Ajami N. K., Gupta H., Wagener T. and Sorooshian S.** (2004) "*Calibration of a semi distributed hydrologic model for streamflow estimation along a river system*", *Journal of Hydrology*, 198, pp. 112-135.
- **Ambroise, B** (2004). Variable 'active' versus 'contributing' areas or periods: a necessary distinction. *Hydrological Processes* 18, 1149-1155 (2004) DOI: 10.1002 <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/hyp.5536/abstract>
- **Aparicio F.** (2002) *Fundamentos de Hidrología de Superficie*. Ed. Limusa, Noriega Editores, 303 pp
- **Archana S. and Rakesh K.** (2012) "*Artificial Neural Networks for Events Based Rainfall-Runoff Modelling*", *Journal of Water Resource and Protection*, Vol. 4, 891-897.
- **Asselman N., Bates P. D. and Woodhead S.** (2009) *FLOOD site Project. Task 8 - Flood Inundation Modelling; Model Choice and Proper Application. Report*.
- **Bates P. D., De Roo APJ** (2000). A simple raster-based model for flood inundation simulation. *J. Hydrol*, 236:54–77. doi: S0022-1694(00)00278-X
- **Bates P. D., Marks K. J. and Horrits M. S.** (2003) "*Optimal use of high resolution topographic data in flood inundation models*". *Hydrological Processes*, 17, 537-557
- **Bates P. D., Stewart M. D., Siggers G. B., Smith C. N., Hervouet J-M., and Sellin R. J. H.** (1998) "*Internal and external validation of a two-dimensional finite element code for river flood simulations*". *Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Water, Maritime and Energy* 130: 127–141.
- **Bergström S.** (1995) "*The HBV model*. In: Singh, V.P. (Ed.) *Computer Models of Watershed Hydrology*". *Water Resources Publications, Highlands Ranch, CO.*, pp. 443-476.
- **Betson R. P. and Marius J. B.** (1969) "*Source areas of storm runoff*". *Water Resour. Res.* 5, 574–582.
- **Beven K, Davies J** (2015). Velocities, celerities and the basin of attraction in catchment Response. *Hydrol. Process*, 29:5214–5226. doi: 10.1002/hyp.10699.



- **Beven K., Lamb J., Quinn P., Romanowicz R. and Freer J.** (1995) "*TOPMODEL*. In: Singh V. P. *Computers Models of watershed Hydrology Water Resource Publications*", Highlands Ranch, pp. 219-23.
- **Bladé E., Cea L., Corestein G., Escolano E., Puertas J., Vázquez-Cendón E., Dolz J. y Coll A.** (2014) Iber: herramienta de simulación numérica del flujo en ríos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya)*, 30(1), 1-10.
- **Blöschl G, Sivapalan M** (1997). Process controls on regional flood frequency: Coefficient of variation and basin scale. *Water Resour. Res.*, 33:12:2967–2980. doi: 0043-1397/97/97WR-00568.
- **Blum M. D.** (2007). Large River systems and climate change. In A. Gupta (ed.), *Large rivers: Geomorphology and Management*, Wiley and Sons, Ltd, Chichester, pp 627-656.
- **Bunash R. J. C.** (1995) "*The NWS river forecast system – Catchment modelling*. In: Singh V.P. *Computers Models Watershed Hydrology Water Resource Publication, Highlands Ranch*", pp. 311-366.
- **Campos D.** (1998) *Procesos del ciclo hidrológico*. Publicado por: Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ingeniería. Tercera reimpresión. México
- **Chakraborty K., Mehrotra K., Mohan K., and Ranka S.** (1992) "*Neural networks and their applications*". *Review of scientific instruments*. 1803-0832.
- **Chaudhry M. H.** (2008) "*Open-Channel Flow*", 2nd ed., Springer, New York, NY.
- **Clark C.O.** (1945) "*Storage and the unit hydrograph*" *Transactions: American Society of Civil Engineers*, vol. 110, p. 1419-1488.
- **Cobby D. M., Mason D. C., Horrit M. S., and Bates P. D.** (2003) "*Two-dimensional hydraulic flood modelling using a finite-element mesh decomposed according to vegetation and topographic feature derived from air borne scanning laser altimetry*". *Hydrological Processes*, 17, 1979-2000
- **Courty, Laurent Guillaume** (2018). *Modelización integrada de flujos superficiales y redes de drenaje en un ambiente urbano*. Tesis Doctorado. División de Estudios de Posgrado, UNAM. México.
- **Crawford N. A. and Linsley R. K.** (1966) "*Digital Simulation in hydrology; the Stanford Watershed Simulation Model IV. Technical Report no. 39*". *Department of Civil Engineering, Stanford University. Stanford. Calif*



- **Danish Hydraulic Institute (DHI).** (2003) *Software "Mike 11 User Guide" y "Mike 11 Reference Manual"*. DHI Water and Environment.
- **Danish Hydraulic Institute (DHI).** 2007. *Software "Mike SHE User Guide" y "Mike SHE Reference Manual"*. DHI Water and Environment.
- **Dávila M. V.** (2011) "Modelación distribuida con 'TETIS', dentro del marco del proyecto comparación de modelos distribuidos del NWS de E.E.U.U. aplicado en la 'Región de Oklahoma'." Trabajo Fin de Máster. Valencia, España: Universidad Politécnica de Valencia.
- **Domínguez R., Esquivel G., Méndez B., Mendoza A., Arganis M. L. y Carrizosa E.** (2008) "Manual del Modelo para Pronóstico de Escorrimento (MPE)". Series Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Pag. 101
- **Domínguez R., Pereyra D., Gómez L., Sosa I. y Pérez J. A.** (1999) "Estimación de las Características de Infiltración Puntual en los Diversos Suelos de la Cuenca del río Ídolos y su Relación con la Infiltración Global de dicha Cuenca. Universidad Veracruzana e Instituto de Ingeniería de la UNAM". Informe Técnico del proyecto
- **Dooge J. C. I.** (1959) *A General Theory of the Unit Hydrograph, Journal Geophysical. Res.*, 64, 2, 241–256.
- **Dooge J. C. I.** (1973) "*Linear theory of hydrologic systems*", U.S. Dept. Agr. ARS Tech. Bull. 1468 Superintendent of Documents, Washington, October 1973, 327 pp., reprinted in 2003 by European Geosciences Union, Katlenburg-Lindau, Germany.
- **Echavarría S. B.** (2013) "Modelo de simulación del funcionamiento hidráulico del sistema de drenaje del área metropolitana del valle de México. Aplicación a las políticas de operación", Tesis Doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM
- **Feldhaus R.; Höttges J.; Brockhaus T. and Rouvé G.** (1992) "*Finite element simulation of flow and pollution transport applied to a part of the River Rhine*". In: Falconer, R.A., Shiono, K., Matthews, R.G.S. (Eds.) *Hydraulic and Environment Modelling; Estuarine and River Waters*. Ashgate Publishing, Aldershot, pp. 323-334.
- **Fiorentino M, A Gioia, V Iacobellis, S Manfreda,** (2006). Analysis on flood generation processes by means of a continuous simulation model. *Advances in Geosciences*, 7:231–236. doi: 1680-7359/adgeo/2006-7-231.



- **Fiorentino M, Iacobellis V** (2001). New insights about the climatic and geologic control on the probability distribution of floods. *Water Resour. Res.*, 37:3:721–730. doi: 10.1029/2000WR900315.
- **Fuentes O., Domínguez R., y Franco V.** (1981) "Relación entre Precipitación y Escurrimiento". Manual de Diseño de Obras Civiles, Sección Hidrotécnica. C. F. E. 66 pp
- **Fuentes O. A. y Franco L. E.** (1997) "Modelo Matemático de Áreas de Inundación". Cuadernos de Investigación, No. 4, Centro Nacional de Prevención de Desastres, México.
- **Fuentes O. A., Franco V., Aragón-Hernández J. L., De Luna F., Vélez L., Sánchez J. A., Hernández G. B. y Ramos J. G.** (2013) "Estudio de inundaciones fluviales y mapas de peligro para el Atlas Nacional de Riegos por Inundaciones. Organismo de cuenca VI. Cuencas Centrales del Norte. Sabinas." Instituto de Ingeniería, UNAM, México
- **Garnote L. and Bras R. L.** (1995) "A distributed model for a real-time forecasting using digital elevation models". *Journal of Hydrology*, 167, pp. 279-306.
- **Gee M. E., Anderson M. G. and Baird L.** (1990) "Large-scale floodplain modelling". *Earth Surface. Processes Land*. 15, 513-523
- **Grimaldi S., Petroselli A., and Romano N.** (2012) *Green-Ampt Curve-Number mixed procedure as an empirical tool for rainfall–runoff modelling in small and ungauged basins. Hydrological Process.*
- **Gupta A** (2010). The hazardouness of high-magnitude floods. In: Irasema Alcántara-Ayala, AS Goudie (eds.) *Geomorphological Hazards and Disaster Prevention*, Cambridge University Press, Cambridge, pp 97-107.
- **Gupta V, Waymire E** (1998). Some mathematical aspects of rainfall landforms and floods. In: Barndorff-Nielsen OE, Gupta VK, Perez-Abreu V, Waymire EC (eds.) *Stochastic Methods in Hydrology, Rainfall, landforms and flood. Adv. Series Stat. Sci and Appl. Prob.* 7, World Scientific, pp 129-171.
- **Hammerstorm D.** (1993) "Neural networks at work". *IEEE spectrum*. 46-53.
- **Hardy R. J., Bates P. D., and Anderson M. G.** (1999) "The importance of spatial resolution in hydraulic models for floodplain environments". *Journal of Hydrology* 216: 124-136
- **Haykin S.** (1994). "Neural networks-A comprehensive Foundation". New York: Macmillan.



- **Hervouet J-M., and Van Haren L.** (1996) "*Recent advances in numerical methods for fluid flows. In Floodplain Processes*". Anderson MG, Walling DE, Bates PD (Eds). Wiley: Chichester; 183–214.
- **Horritt M.S. and Bates P. D.** (2002) "*Evaluation of 1-D and 2-D numerical models for predicting river flood inundation*". *Journal of Hydrology*, 268, 87-99.
- **Horton R. E.** (1933) "*The role of infiltration in the hydrologic cycle*" *Transactions of the American Geophysics Union, 14th Annual Meeting*, pp. 446–460.
- **Hudson PF, Sounny-Slitine MA, LaFevor M** (2013). A new longitudinal approach to assess hydrologic connectivity: Embanked floodplain inundation along the lower Mississippi River. *Hydrol. Process.* 27:2187–2196. doi: 10.1002/hyp.9838
- **Jothityangkoon C, Sivapalan M, Farmer DL** (2001). Process controls of water balance variability in large semi-arid catchment: downward approach to hydrological model development. *J. Hydrol*, 254:174-198.
- **Kohler M. A., and Linsley R. K. Jr.** (1951) "*Predicting the Runoff from Storm Rainfall*". U. S. Weather Bureau, Research Paper 54
- **Kusumastuti DI** (2006). Effects of threshold nonlinearities on the transformation of rainfall to runoff to flood in a lake dominated catchment system. Ph.D. Dissertation, University of Western Australia.
- **Kusumastuti DI, Struthers I, Sivapalan M, Reynolds DA** (2007). Threshold effects in catchment storm response and the occurrence and magnitude of flood events: implications for flood frequency. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 11:1515–1528. doi: 10.5194/hess-11-1515-2007.
- **Linsley R. K., Kohler M. A. and Paulhus J. L.** (1986) *Hidrología para Ingenieros*. McGraw-Hill, México. 386 pp.
- **López-Alonso R.** (2001) "Consideraciones acerca de los límites de aplicación del método del número de Curva del *Soil Conservation Service*". *Montes*. 66. 92-97.
- **Mahmood K., and Yevjevich V.** (1975). "*Unsteady flow in open channels*", Vol 1. Fort Collins, Colorado, *Water Resources Publications*
- **Manoj K. J., Umesh C. K., Kittur G. R. R.** (2004) "*A GIS based distributed rainfall–runoff model*". *Journal of Hydrology No. 299* 107–135 pp.



- **Marks K, Bates PD** (2000). Integration of high-resolution topographic data with floodplain flow models. *Hydrological Processes*, 14:2109–2122. doi: 10.1002/1099-1085(20000815/30)14:11/12<2109::AID-HYP58>3.0.CO;2-1.
- **McDonnell JJ, Beven K** (2014). Debates-The future of hydrological sciences: A (common) path forward? A call to action aimed at understanding velocities, celerities, and residence time distributions of the headwater hydrograph. *Water Resour. Res.*, 50:5342–5350. Doi:10.1002/ 2013WR015141.
- **Mehrdad A.** (2004) *“Simulation of rainfall-runoff process by artificial neural networks and Hec-Hms model (case study Zard river basin)” Proceedings of the Fourth International Iran and Russia Conference*
- **Mejia, A. I., and S. M. Reed** (2011), Role of channel and floodplain cross-section geometry in the basin response, *Water Resour. Res.*, 47, W09518. doi:10.1029/2010WR010375
- **Middelkoop H, Asselman NEM.** (1998). Spatial Variability of Floodplain Sedimentation at the Event Scale in The Rhine–Meuse Delta, The Netherlands. *Earth Surf. Process. Landforms* 23, 561–573. doi: 10.1002/(SICI)1096-9837(199806)23:6<561::AID-ESP870>3.0.CO;2-5
- **Mishra S. K., and Singh V. P.** (2003) *“Soil Conservation Service Curve Number (SCS-CN) methodology”*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht
- **Montaldo N., Mancini M. and Rosso R.** (2004) *“Flood hydrograph attenuation induced by a reservoir system: analysis with a distributed rainfall-runoff model”*. *Hydrological Process*. No. 18, 545–563 pp.
- **Natural Resources Conservation Service** (NRCS), (1986) *National Engineering Manual Section 4 Hydrology, USDA (Also known as National Engineering Manual Part 630)*.
- **Natural Resources Conservation Service** (NRCS), (1997) *Part 630. Hydrology. National Engineering Handbook, Washington D. C.*
- **Néelz S. and Pender G.** (2013) *“Delivering Benefits through evidence. Benchmarking the latest generation of 2D hydraulic modelling packages Report – SC120002”*. Funded by the joint Environment Agency/Defra Flood and Coastal Erosion Risk Management Research and Development Programme, Department for Environment Food and Affairs, Environmental Agency, Bristol.



- **Nicholas A. P. and Mitchell C. A.** (2003) "*Numerical simulation of overbank processes in topographically complex floodplain environments.*" *Hydrological Processes* 17: 727-746
- **Nippgen, F., B. L. McGlynn, and R. E. Emanuel** (2015). The spatial and temporal evolution of contributing areas, *Water Resources Res.*, 51, 4550–4573, DOI: 10.1002/2014WR016719
- **O'Loughlin G., Hubber W. and Chocat B.** (2010) "*Rainfall-runoff processes and modelling.*" *Journal of Hydraulic Research*, 733-751.
- **Orduña, M. L.** (2007) "Pronóstico probabilístico de caudales de avenida mediante redes bayesianas aplicadas sobre un modelo hidrológico distribuido", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, E. T. S. I. Caminos, Canales y Puertos.
- **Ponce V. M.** (2009) Prof. Victor Miguel Ponce Website. <http://ponce.sdsu.edu> (9/10/2009).
- **Ponce V. M.** (1989) "*Engineering hydrology. Principles and Practices.*" Ed Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey.
- **Robinson JS, Sivapalan M** (1997). Temporal scales and hydrological regimes: Implications for flood frequency scaling. *Water Resour. Res.*, 33:12:2981-2999. doi: 10.1029/97WR01964.
- **Robinson JS, Sivapalan M, Snell JD** (1995). On the relative roles of hillslope processes, channel routing, and network geomorphology in the hydrologic response of natural catchments. *Water Resour. Res.*, 31:12: 3089-3101, 1995.
- **Soil Conservation Service** (SCS) (1986) "*Urban hydrology for small watersheds.*" *Technical Release-55, Washington D. C.*
- **Sherman L. K.**, (1932) "*Streamflow from rainfall by the unit hydrograph method.*" *Eng. News-Record*, 108, 501-505
- **Sherman L. K.** (1942). "*Hydrograph of runoff. Physics of the Earth.*", IX, Hydrology, O. E. Meinzer, eds., McGraw-Hill, New York.
- **Sittner W. T., Schauss C. E. and Monro J. C.** (1969). "*Continuous hydrograph synthesis with an API type hydrologic model.*" *Water Resource. Res.* 5(5), 1007–1022
- **Soares-Frazão S. and Zech Y.** (2002). "*Dam break flow experiment: the isolated building test case. Technical Report, WP3 Flood Propagation.*", IMPACT



---

*(Investigation of Extreme Flood Processes and Uncertainty), EC Research Project No. EVG1-CT2001-0037. Available from: [http://www.impact-project.net/wp3\\_technical.htm](http://www.impact-project.net/wp3_technical.htm). Accessed March 15 2013.*

- **Spence C, Woo MK** (2006). Hydrology of subarctic Canadian Shield: Heterogeneous headwater basins. *J. Hydrol.*, 317:138–154. doi: 10.1016/j.jhydrol.2005.05.014.
- **Strahler AN** (1964). Quantitative Geomorphology of drainage basins and channel networks. In: V.T. Chow (ed.), *Handbook of Applied Hydrology*, New York, McGraw Hill, pp 4.40-4.74.
- **Toro, E. F.** (2001) *"Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows"*. John Wiley & Sons, Hoboken, N.J., USA, 309 pp.
- **Van Der Knijff J. M., Younis J. and De Roo A. P. J.**, (2008) *"LISFLOOD: a GIS-based distributed model for river basin scale water balance and flood simulation"*. *International Journal of Geographical Information Science*, pp. 189-212
- **Vázquez-Cendón, M. E.** (1999) *"Improved Treatment of Source Terms in Upwind Schemes for the Shallow Water Equations in Channels with Irregular Geometry"*. *Journal of Computational Physics*, 148(2), 497-526. doi:10.1006/jcph.1998.6127
- **Vieux, B. E.** (2004) *"Distributed hydrological modelling using GIS"*. Ed. Kluwer Academic Publisher. Dordrecht, Holland,
- **Wang Y.-Ch., Yu P.-S., and Yang T.-Ch.** (2010) *"Comparison of genetic algorithms and shuffled complex evolution approach for calibrating distributed rainfall–runoff model"*. *Hydrological Process*. No. 24, 1015–1026 pp. 2010.
- **Wohl EE** (2007). Hydrology and Discharge. In: A. Gupta (ed.), *Large Rivers: Geomorphology and Management*, Wiley and Sons, Ltd., Chichester, pp 27-44.
- **Yu P.-S., Yang T.-Ch. and Chen S.-J.** (2001) *"Comparison of uncertainty analysis methods for a distributed Rainfall runoff model"*. *Journal of Hydrology* No. 244 43±59 pp.
- **Zevenbergen, C., Cashman, A., Evelpidou, N., Pashe, N., Garvin, S., and Ashley, R.** (2011) *"Urban Flood Management.2 Published by CRC Press/Balkema. Taylor & Francis Group, London, UK. 2011. ISBN: 978-0-415-55944-7"*
- **Zhao, D. H., Shen, H. W., Tabios III, G. Q., Lai, J. S. and Tan, W. Y.** (1994) *"Finite-Volume Two-Dimensional Unsteady- Flow Model for River Basins"*, *Journal of Hydraulic Engineering*, 120, pp. 863-883.



- **Zoch, R. R.** (1934) *"On the relation between rainfall and streamflow"*, in: U.S. Dept. of Commerce, *Monthly Weather Review, Part I*, 62, 315–322,
- **Zoch, R. R.** (1937) *"On the relation between rainfall and streamflow"*, in: U.S. Dept. of Commerce, *Monthly Weather Review, Part III*, 65, 135–147.



## Páginas de internet consultadas

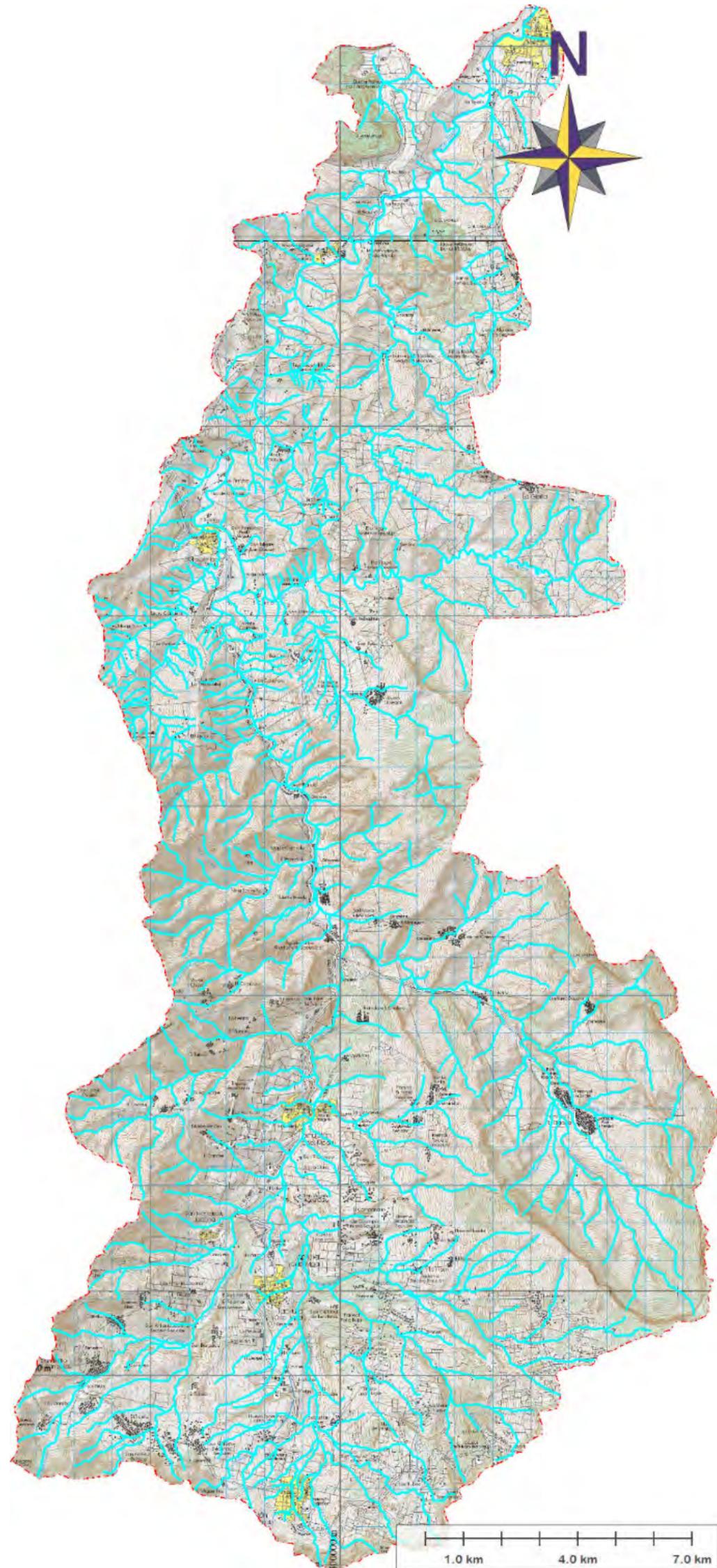
- [http://antares.inegi.org.mx/analisis/red\\_hidro/SIATL/#](http://antares.inegi.org.mx/analisis/red_hidro/SIATL/#)
- <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/biblioteca/detalle2.aspx?c=2031&upc=0&s=geo&tg=999&f=2&cl=0&pf=Prod&ef=0&ct=206000000>
- <http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/datosrelieve/continental/descarga.aspx>
- <http://h06814.iie.org.mx/Cuencas/logon.aspx?ReturnUrl=%2fcuencas%2fPrincipal.aspx>



# ANEXOS



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
“MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN”



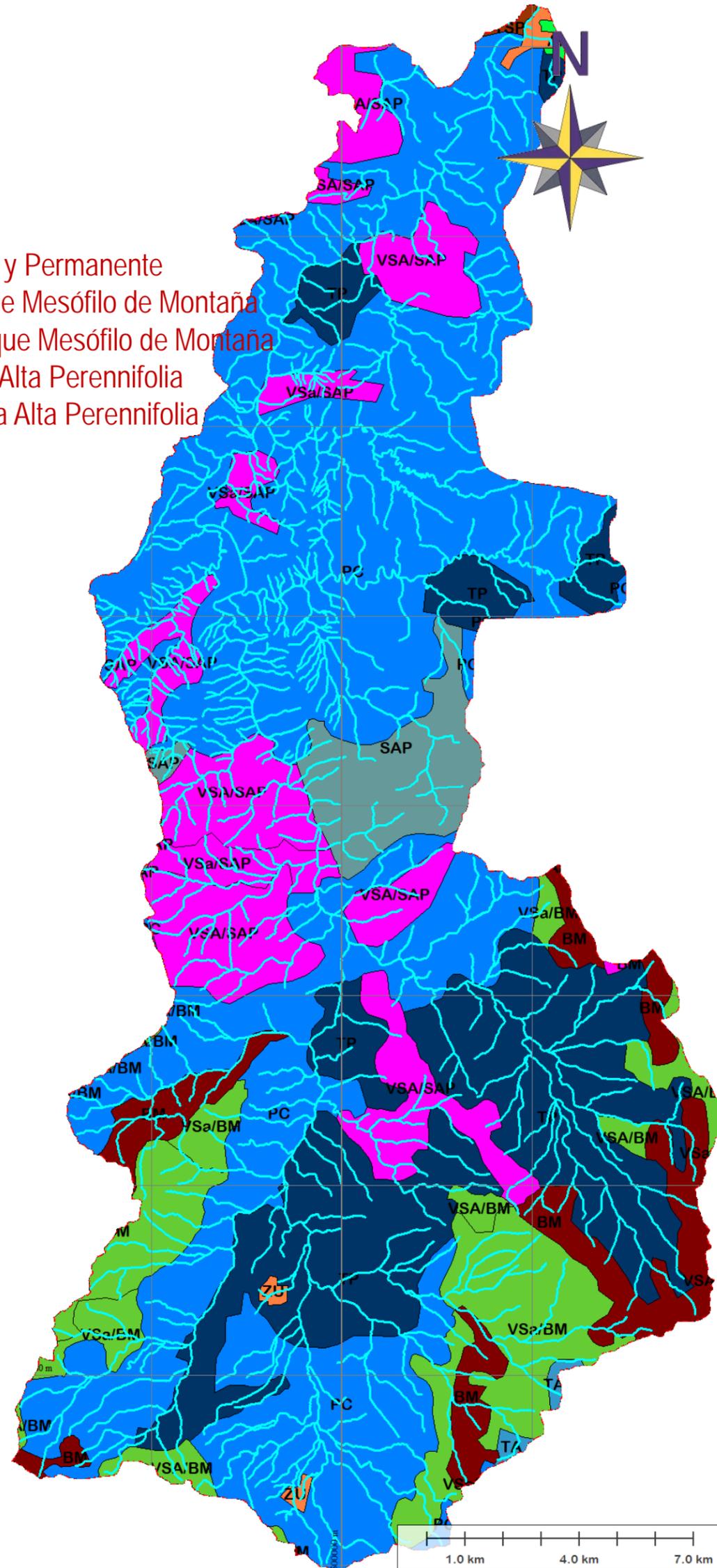
**A.1 Cuenca de la estación hidrométrica Teapa.  
Cartas topográficas INEGI 1:50,000**



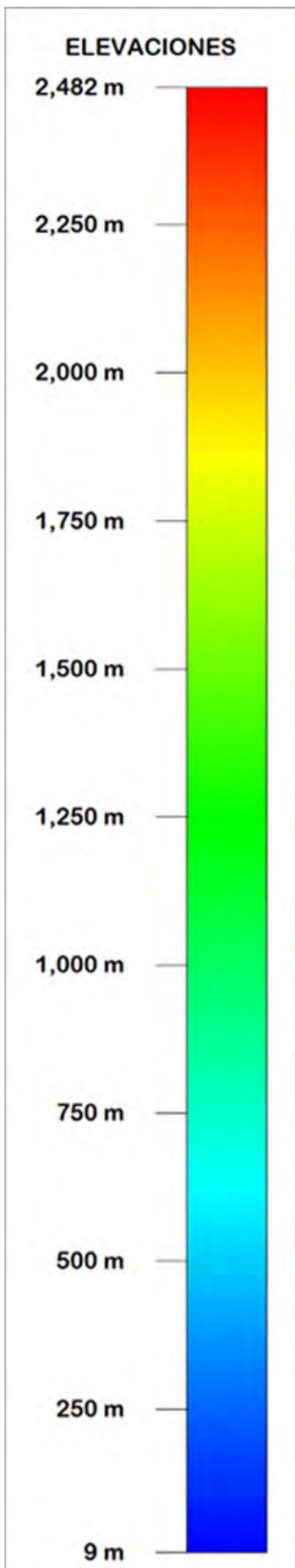
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



-  AH Asentamientos Humanos
-  BM Bosque Mesófilo de Montaña
-  PC Pastizal Cultivado
-  SAP Selva Alta Perennifolia
-  TA Agricultura de Temporal Anual
-  TP Agricultura de Temporal Permanente
-  TSP Agricultura de Temporal Semipermanente y Permanente
-  VSA/BM Vegetación Secundaria Arbórea de Bosque Mesófilo de Montaña
-  VSa/BM Vegetación Secundaria Arbustiva de Bosque Mesófilo de Montaña
-  VSA/SAP Vegetación Secundaria Arbórea de Selva Alta Perennifolia
-  VSa/SAP Vegetación Secundaria Arbustiva de Selva Alta Perennifolia
-  ZU Zona Urbana



**A.2 Cuenca de la estación hidrométrica Teapa.  
Uso de suelo INEGI 1:250,000**



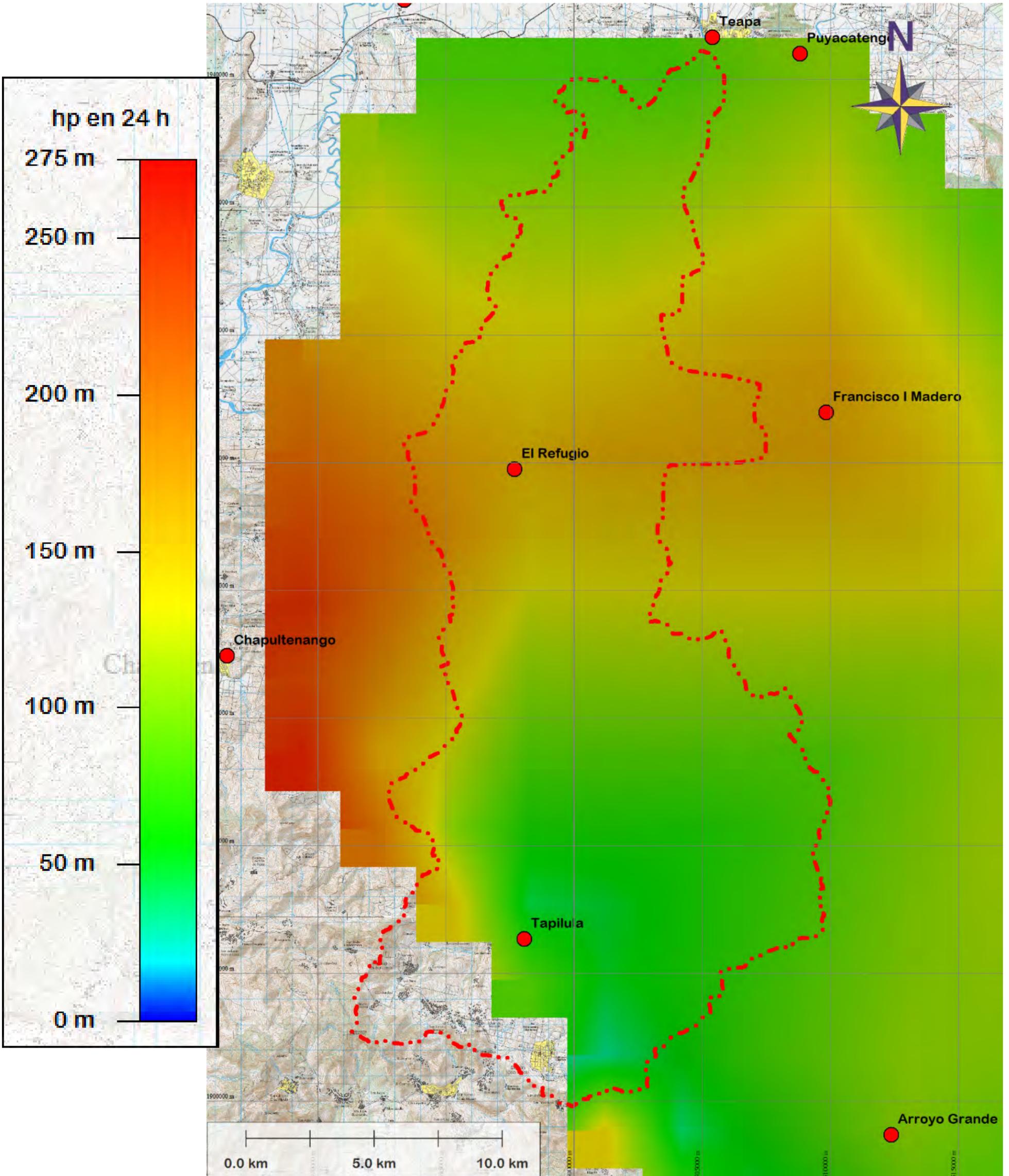
<https://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>



**A.3 Cuenca de la estación hidrométrica Teapa.  
Modelo Digital de Elevaciones**



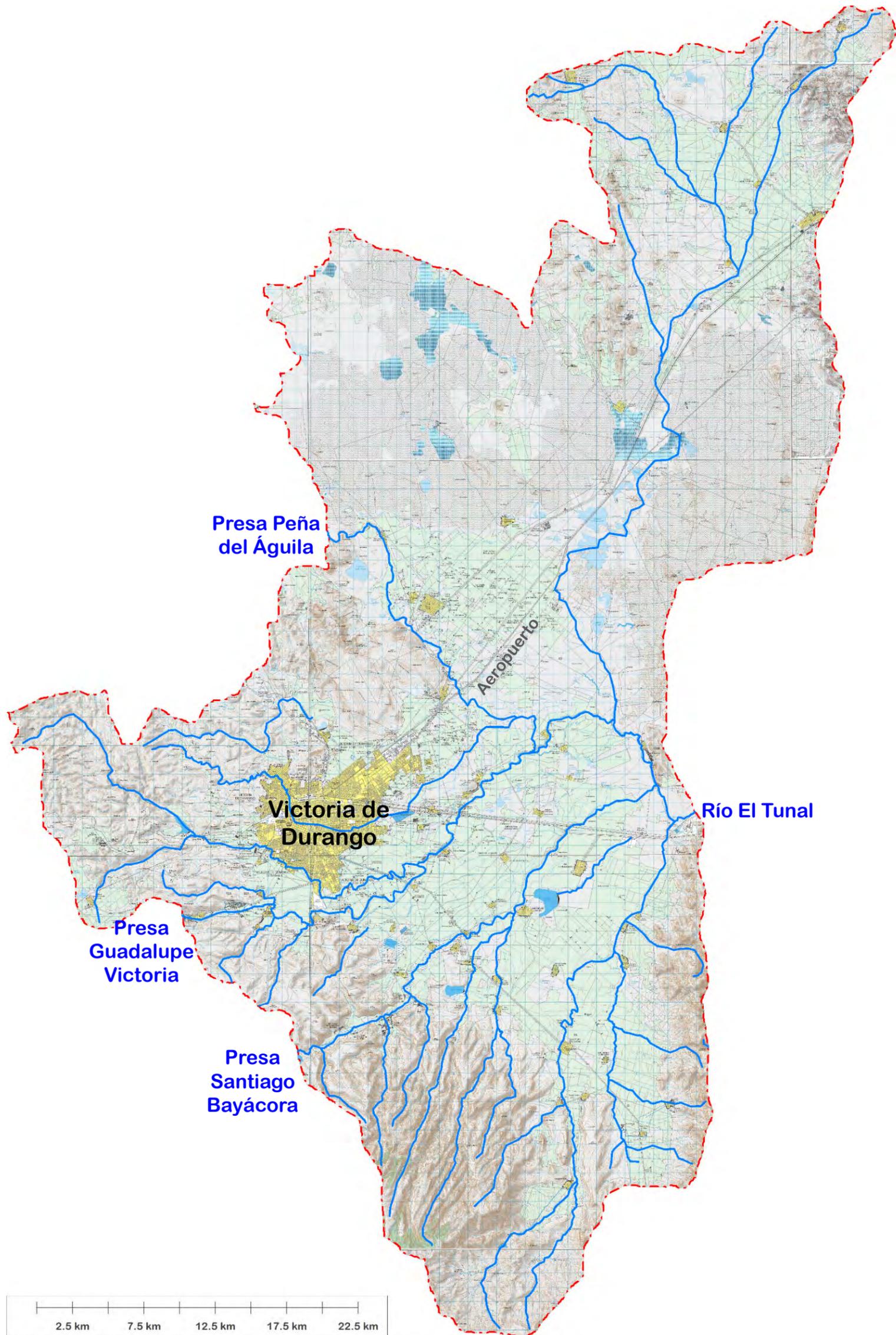
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



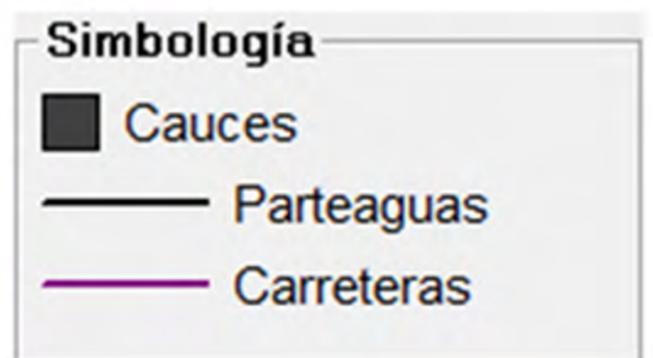
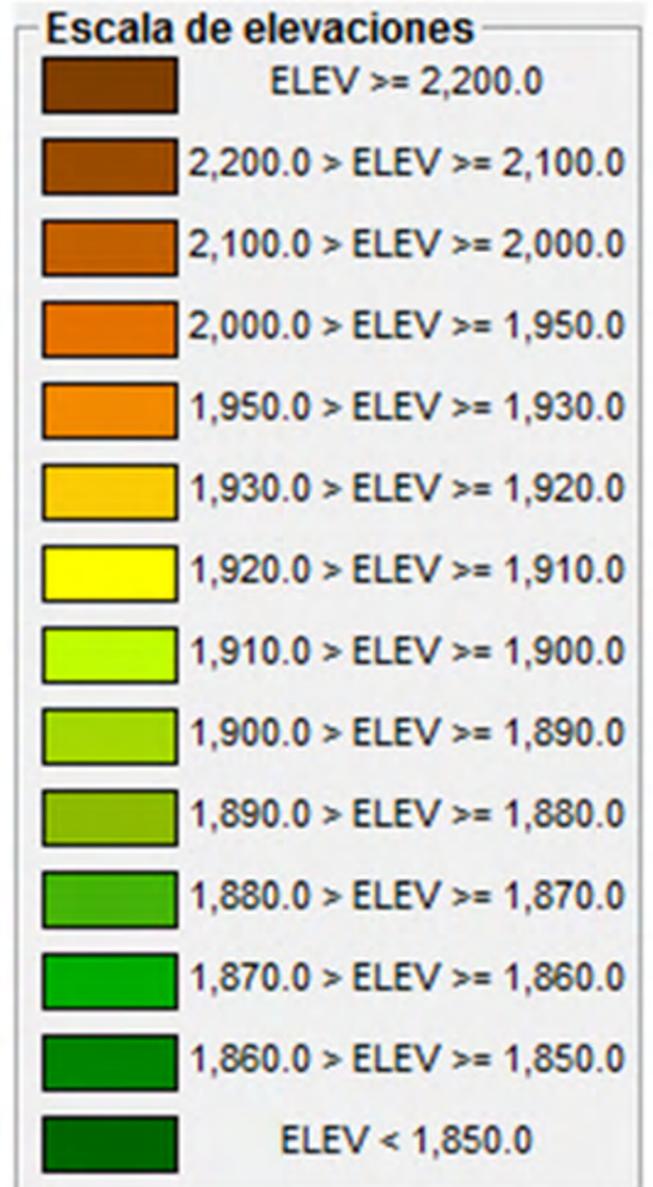
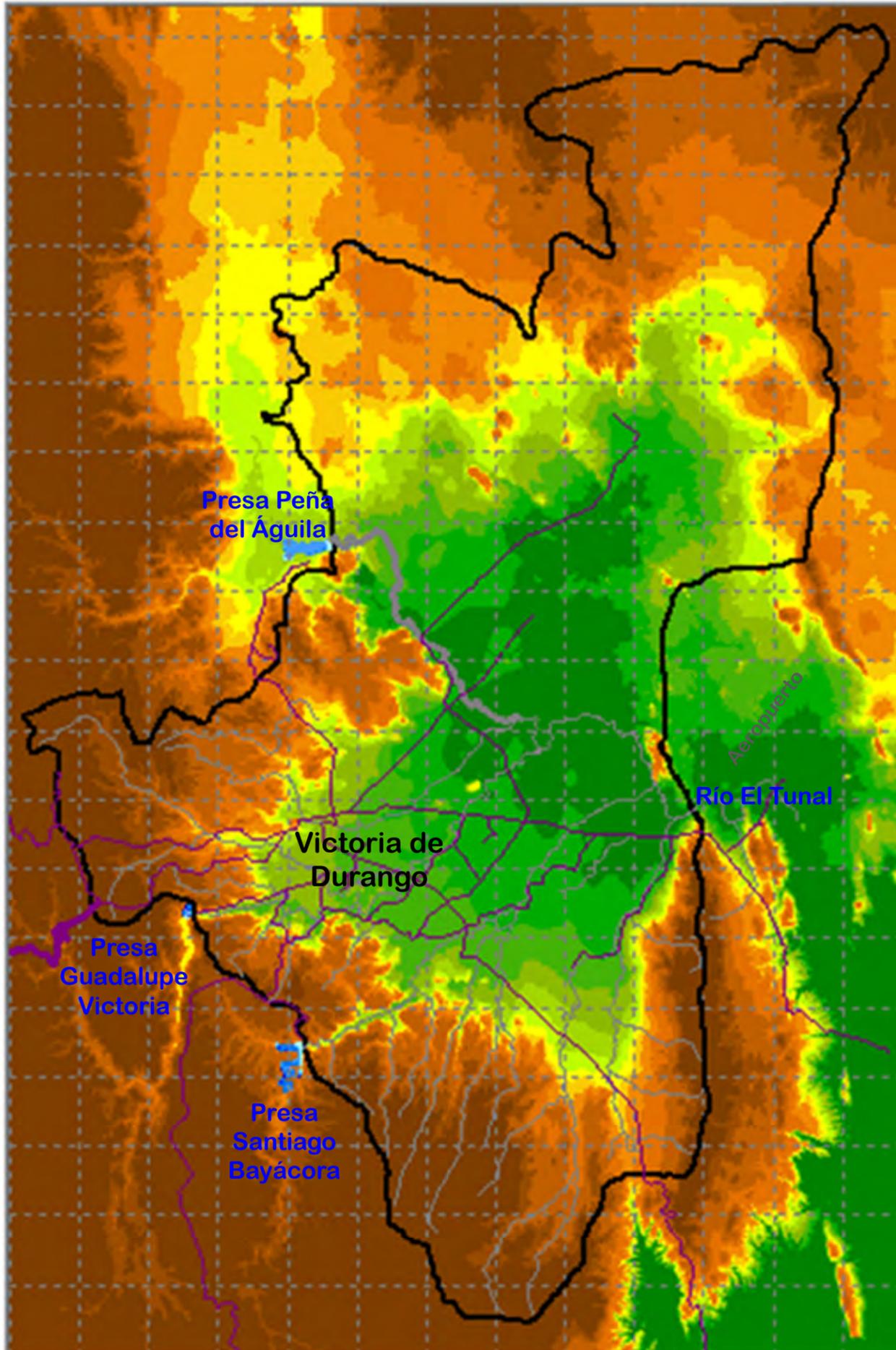
**A.4 Cuenca de la estación hidrométrica Teapa.  
Altura de precipitación acumulada 22-23 noviembre 2015**



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



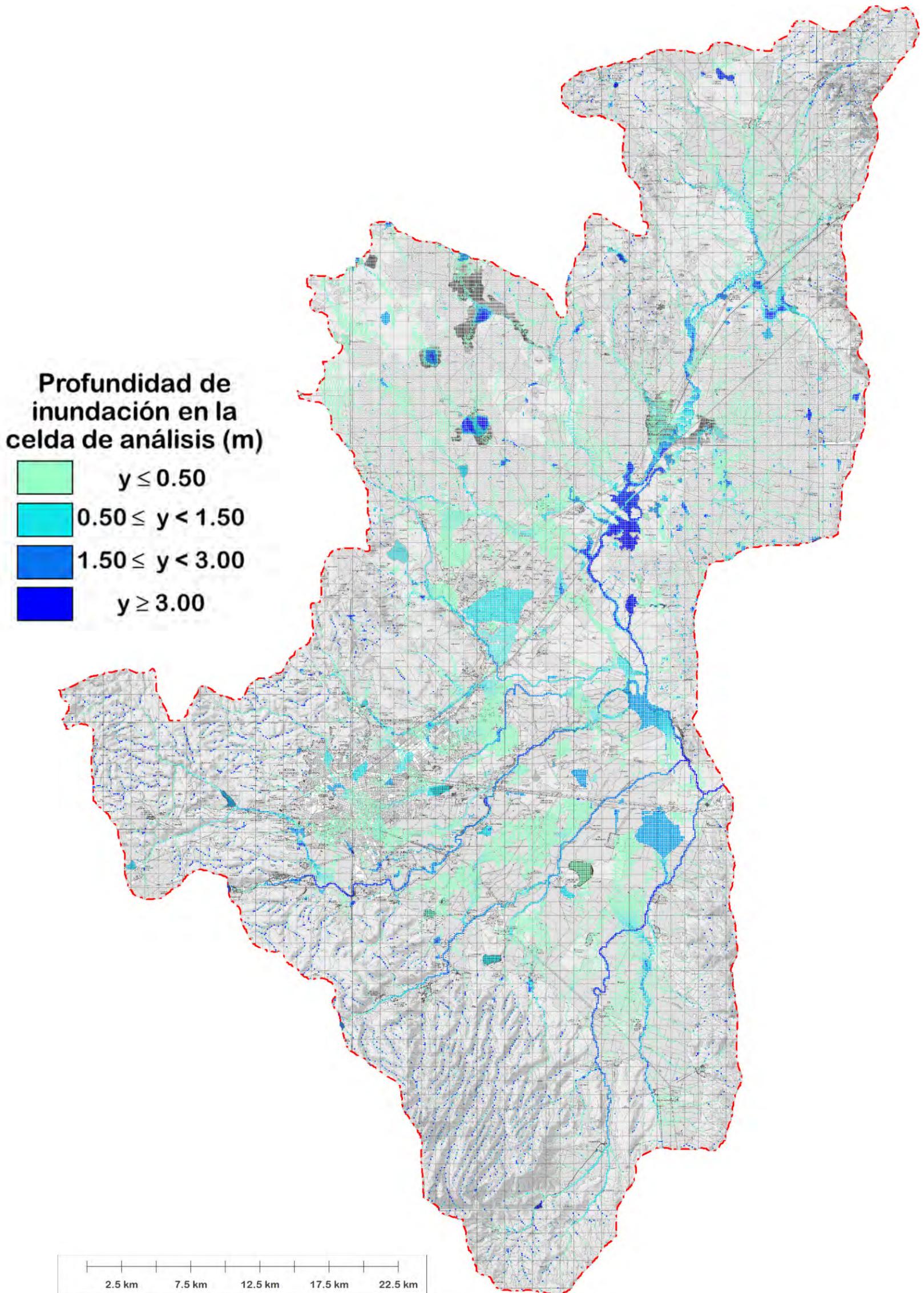
**B.1 Valle del Guadiana**  
**Cartas topográficas INEGI 1:50,000**



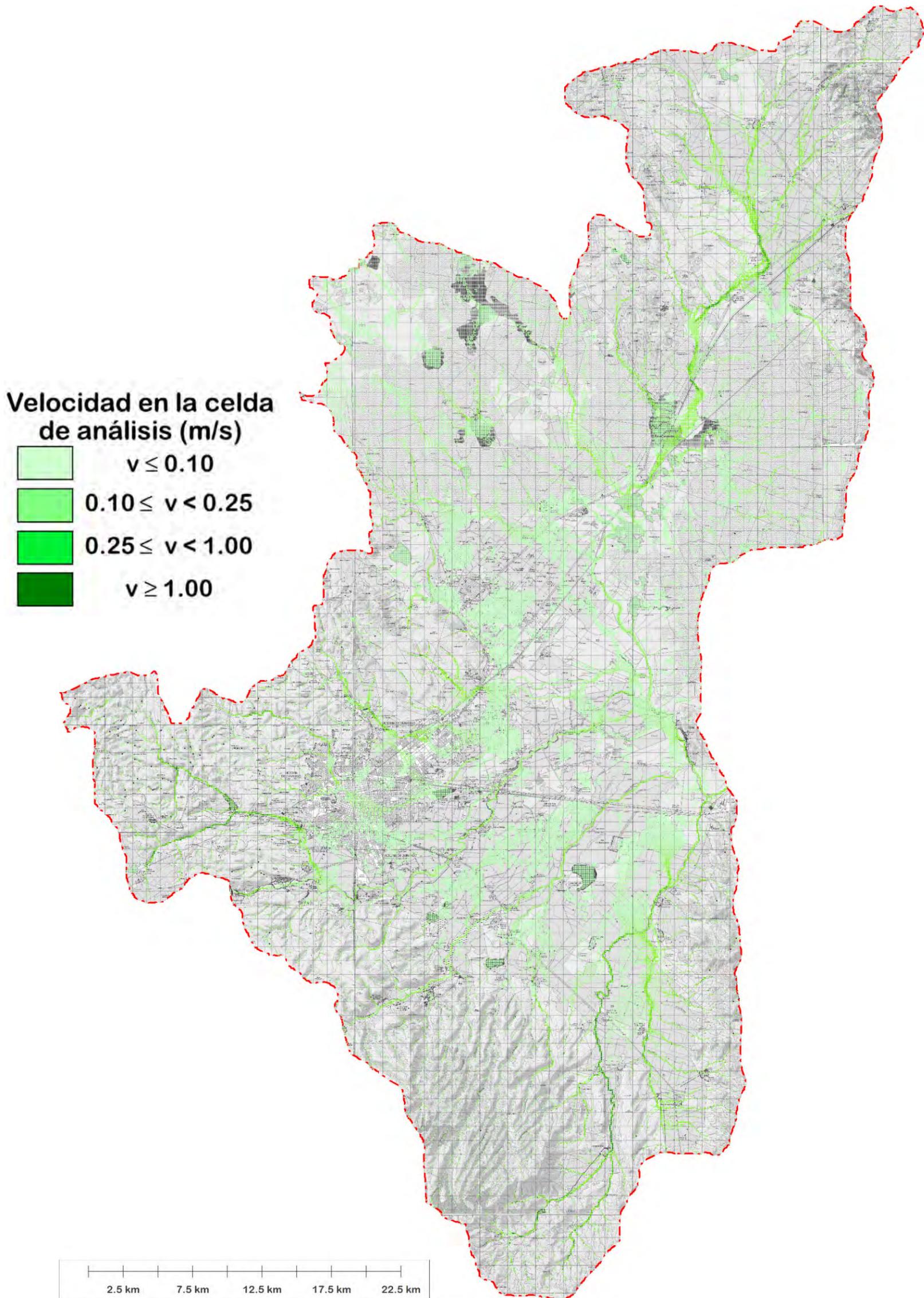
**SALIR**

Tiempo  horas  min

## B.2 Valle del Guadiana Continuo de Elevaciones Mexicano 3.0 INEGI



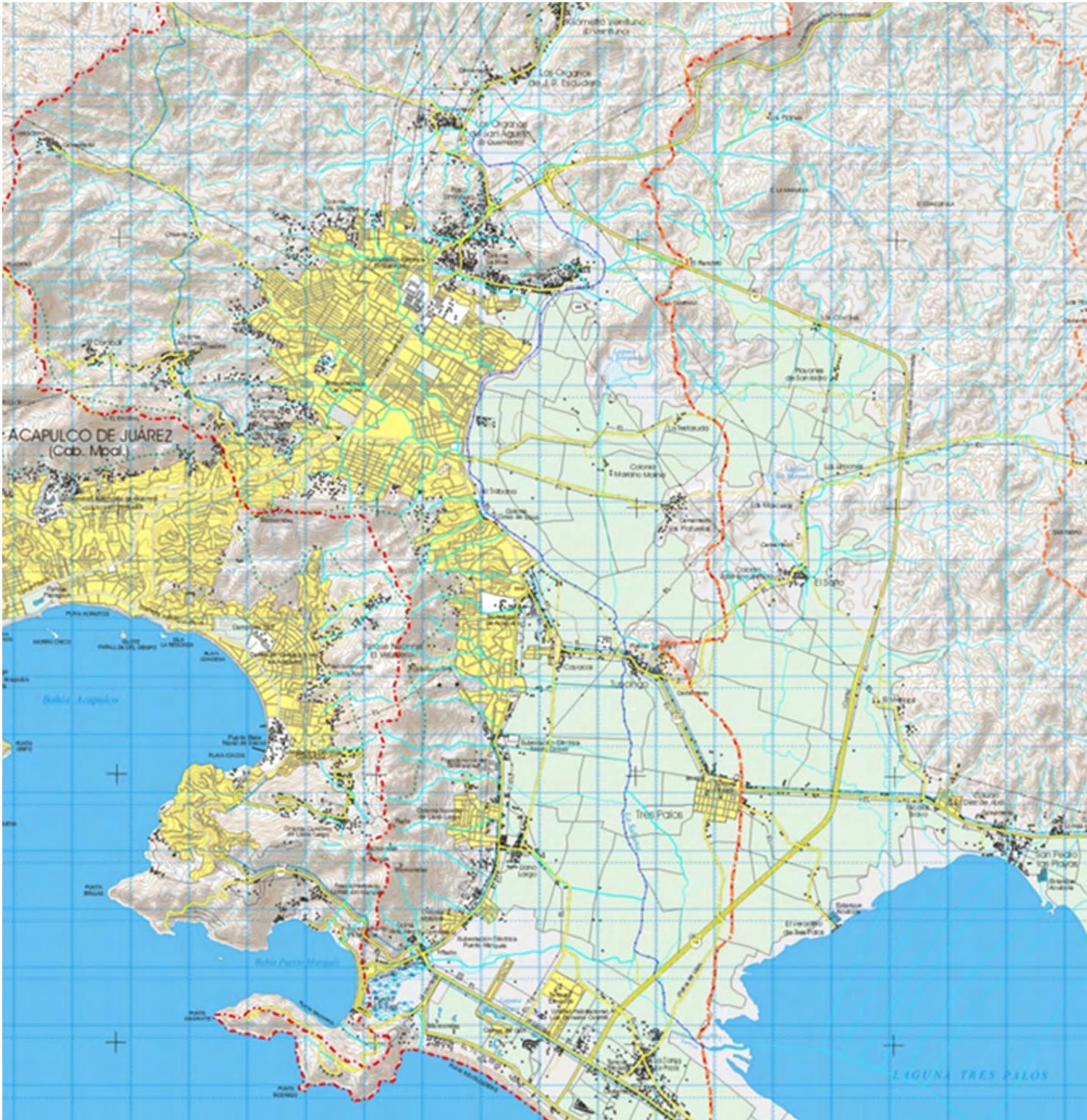
**B.2 Valle del Guadiana**  
**Profundidades de inundación máxima asociadas a Tr 10 años**



**B.2 Valle del Guadiana**  
**Velocidades máximas asociadas a Tr 10 años**



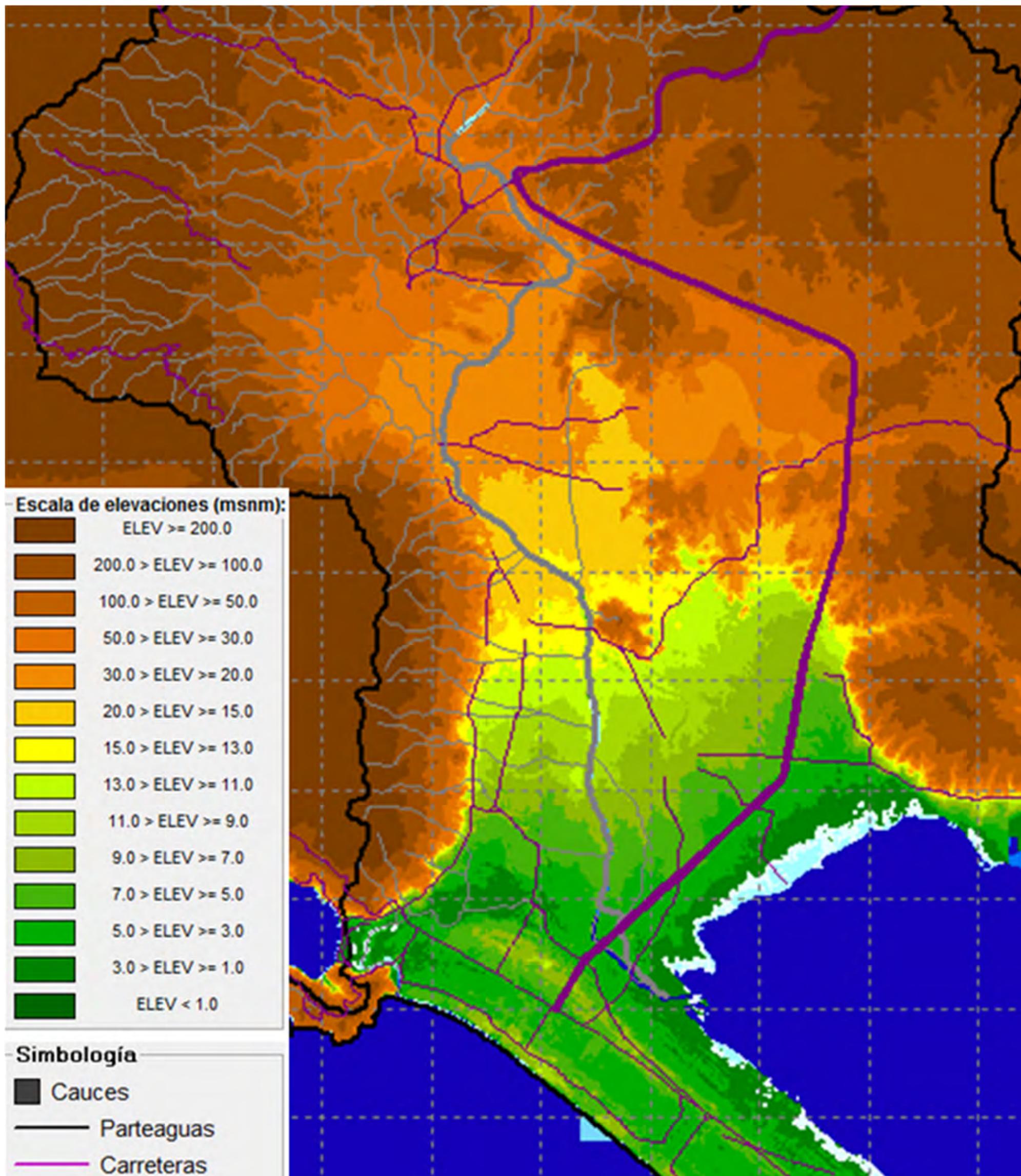
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
“MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN”



**C.1 Cuenca del río la Sabana.  
Cartas topográficas INEGI 1:50,000**



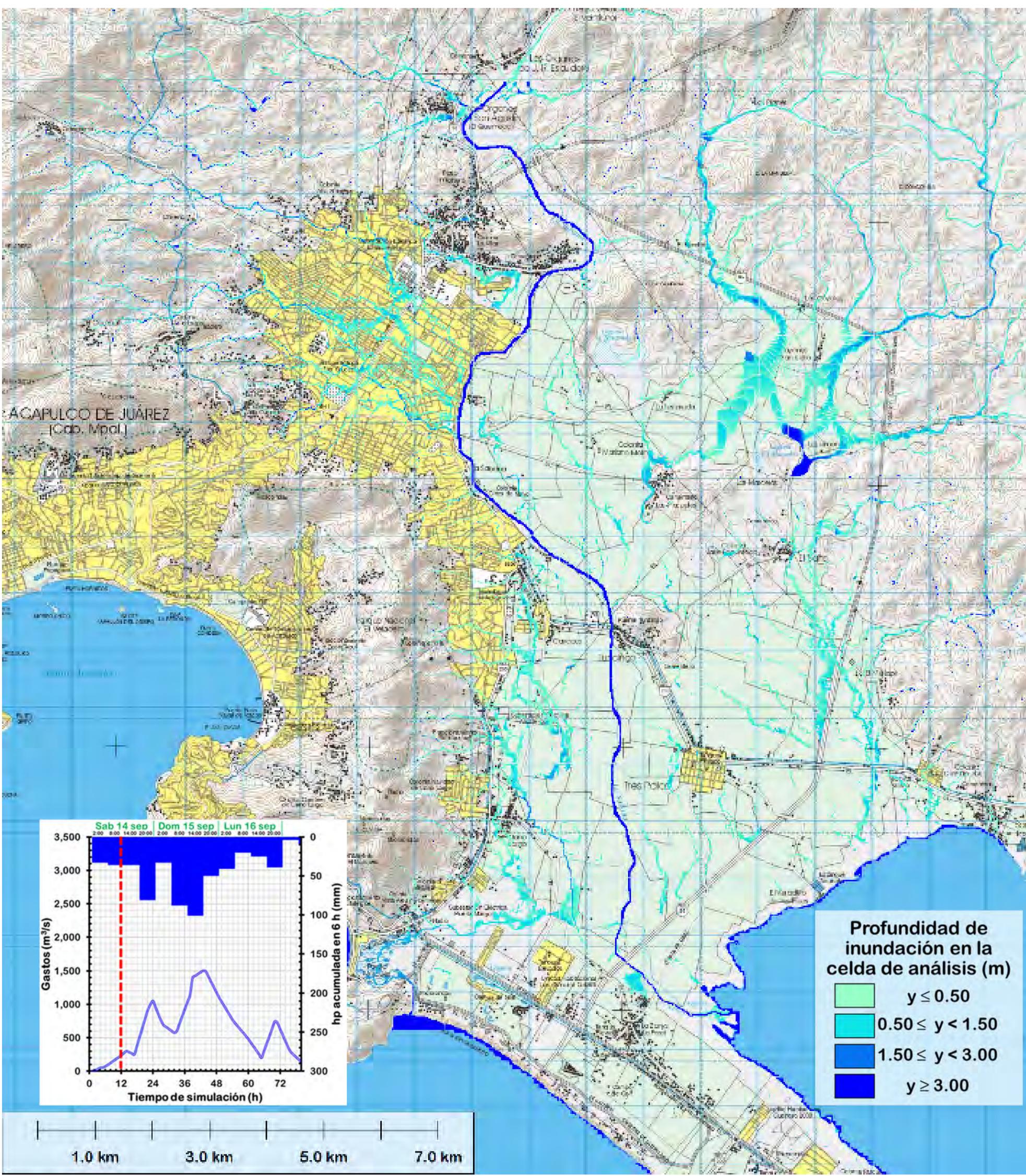
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



**C.2 Cuenca del río la Sabana.  
Modelo digital de elevaciones (LIDAR INEGI 1:10,000)**



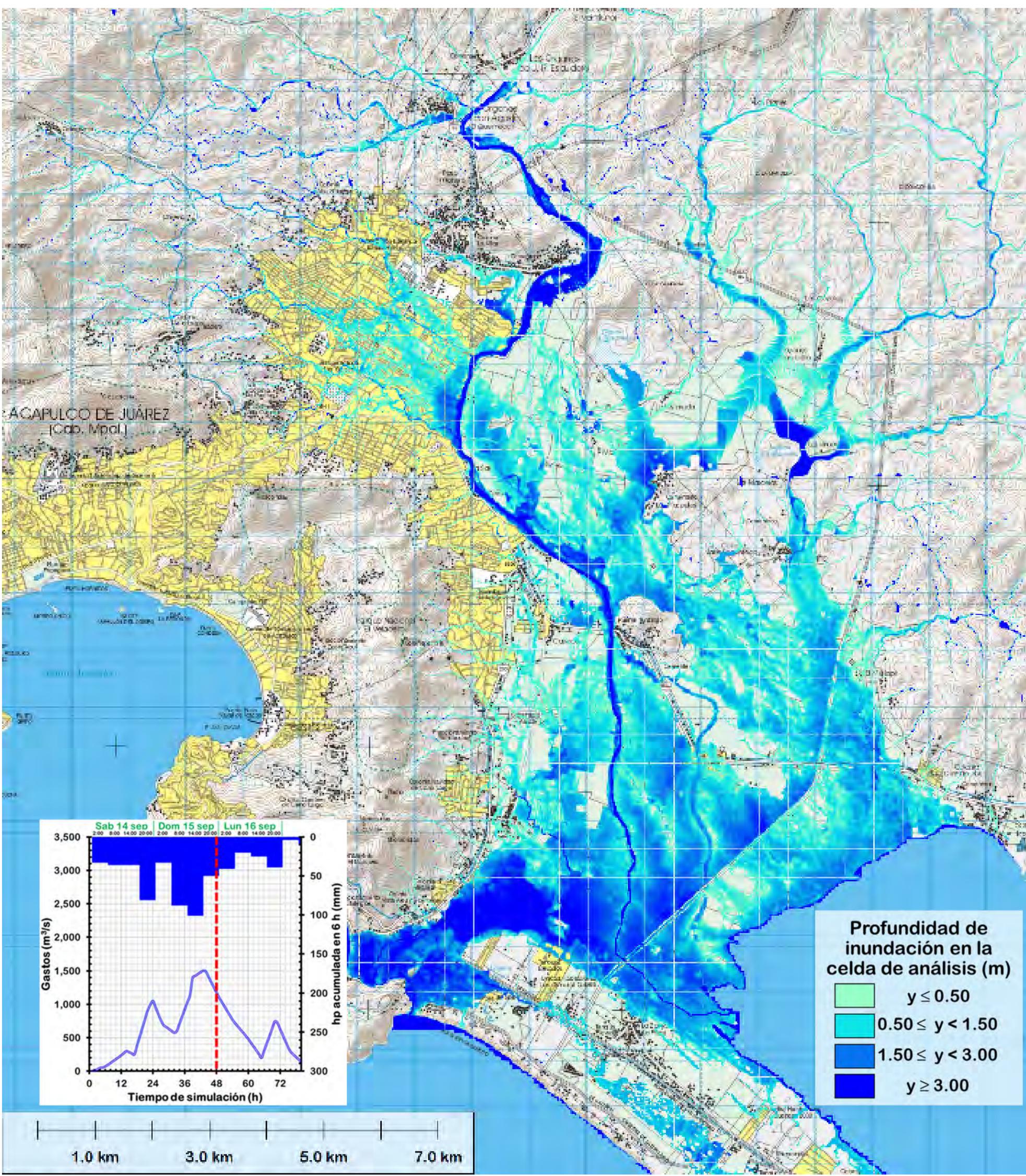
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



**C.3 Cuenca del río la Sabana.  
Profundidades 14 septiembre 2013 14:00 horas (Hora 12)**



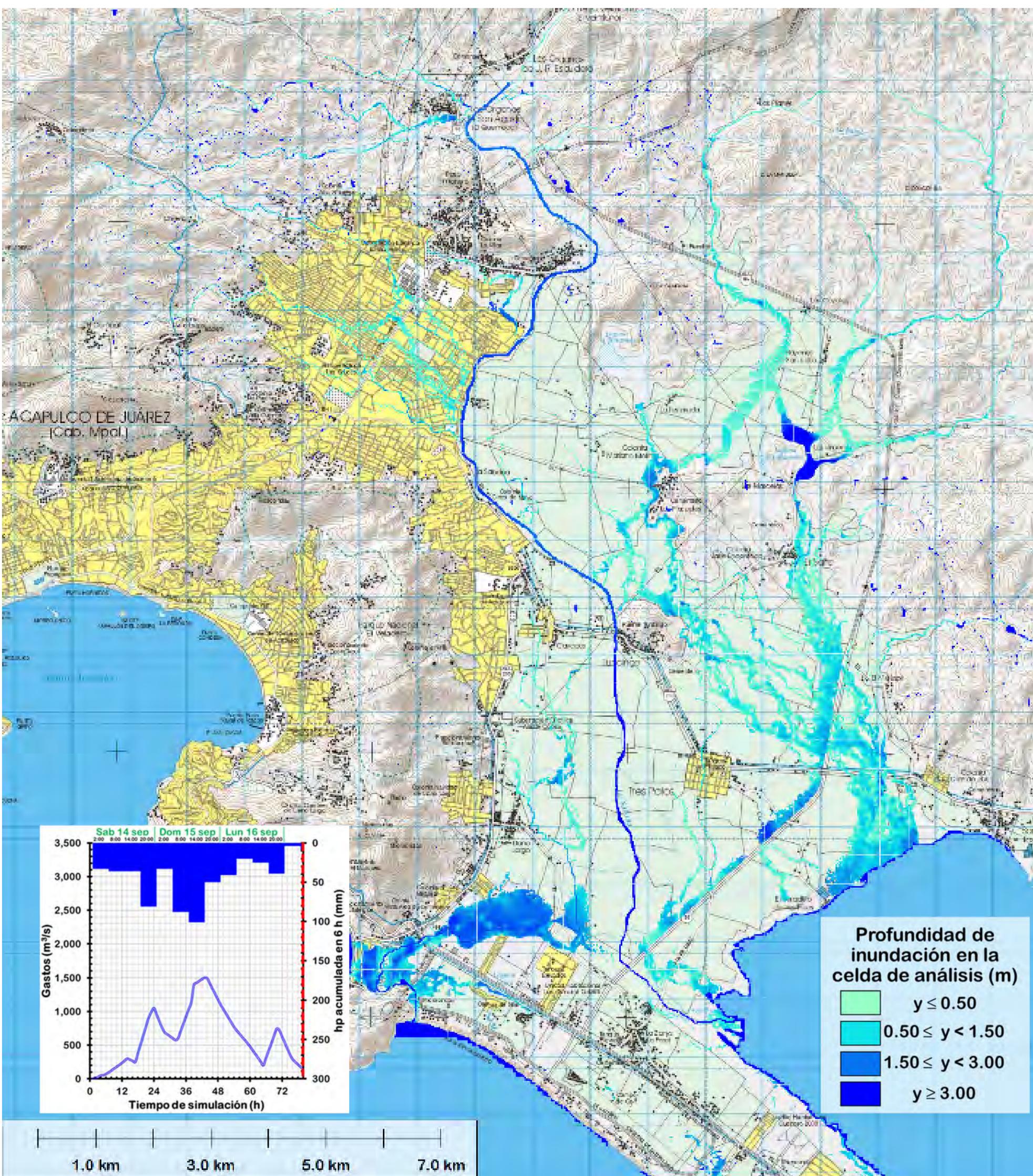
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



**C.4 Cuenca del río la Sabana.  
Profundidades 16 septiembre 2013 2:00 horas (Hora 48)**



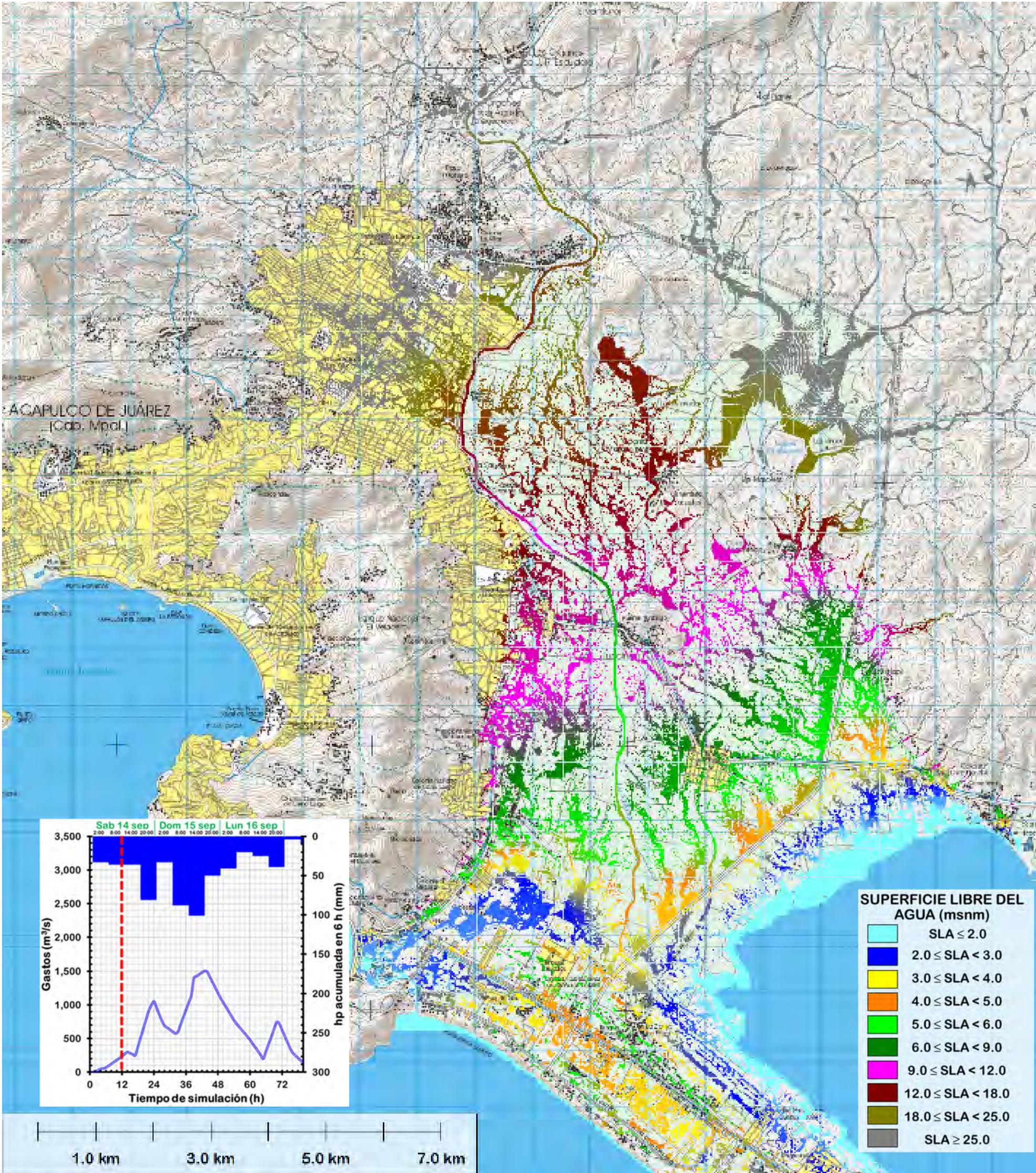
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



**C.5 Cuenca del río la Sabana.  
Profundidades 17 septiembre 2013 14:00 horas (Hora 80)**



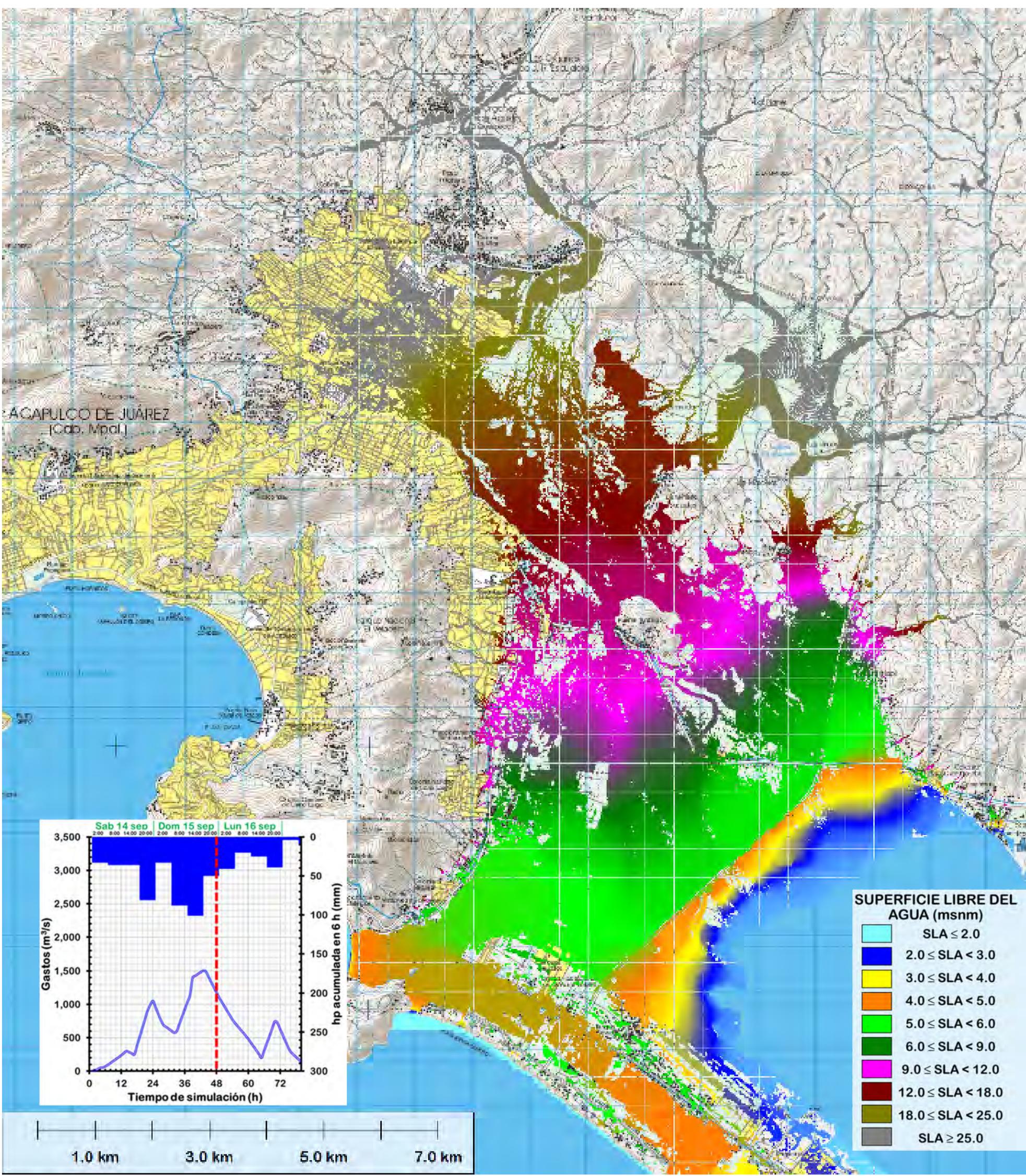
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



**C.6 Cuenca del río la Sabana.  
SLA 14 septiembre 2013 14:00 horas (Hora 12)**



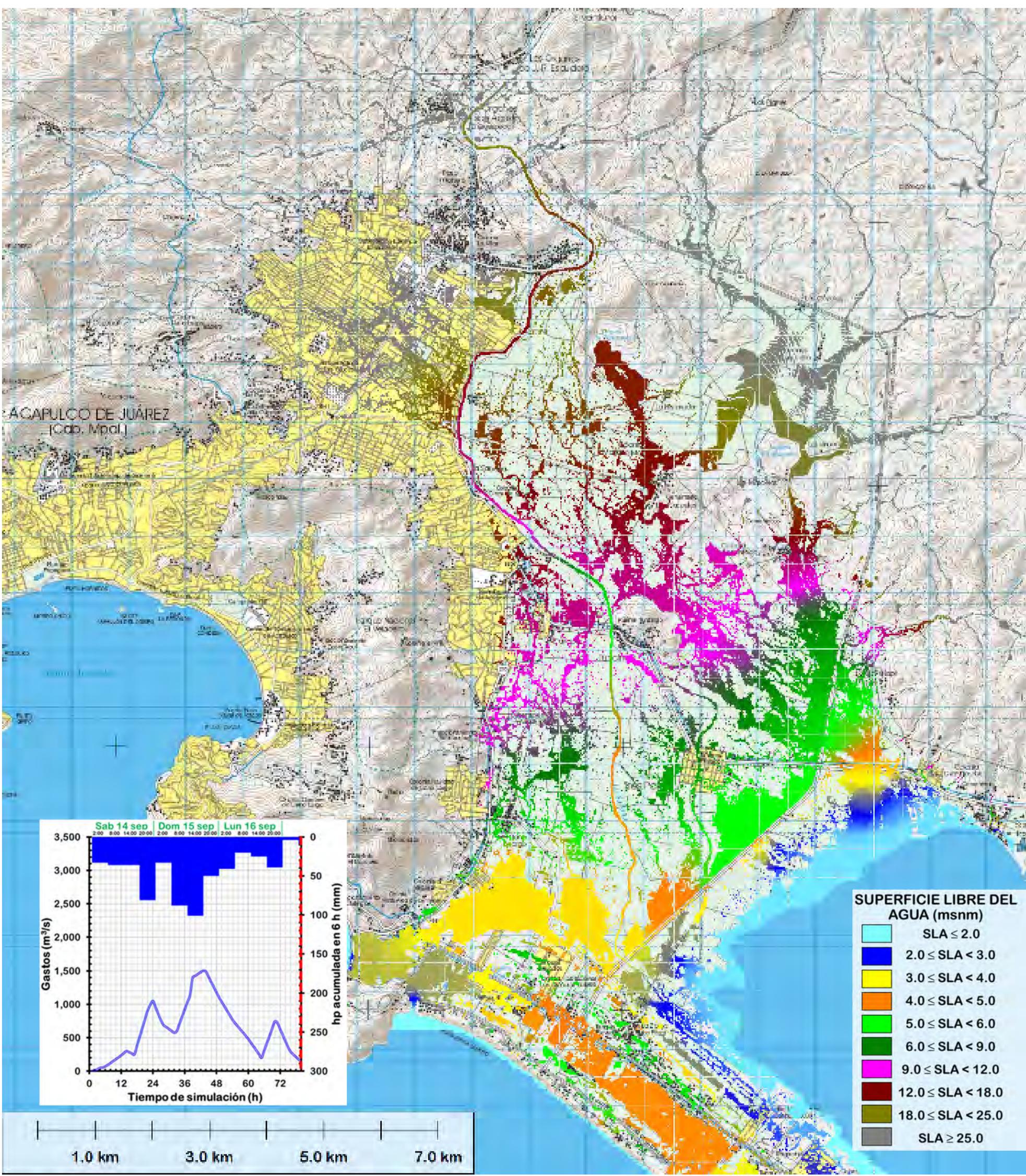
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



**C.7 Cuenca del río la Sabana.  
SLA 16 septiembre 2013 2:00 horas (Hora 48)**



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

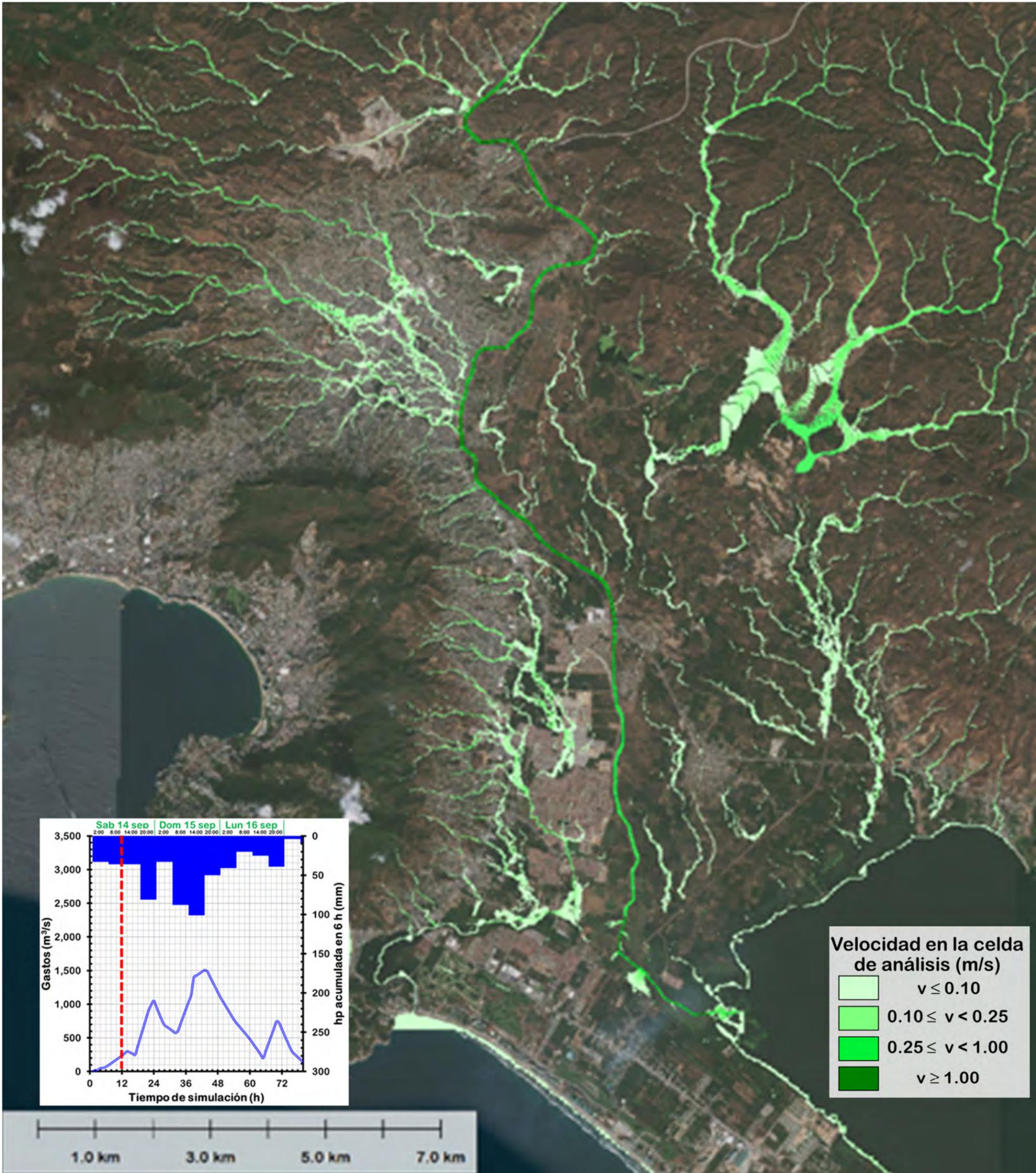


**C.8 Cuenca del río la Sabana.  
SLA 17 septiembre 2013 14:00 horas (Hora 80)**



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"

[https://services.arcgisonline.com/ArcGIS/rest/services/World\\_Imagery/MapServer](https://services.arcgisonline.com/ArcGIS/rest/services/World_Imagery/MapServer)



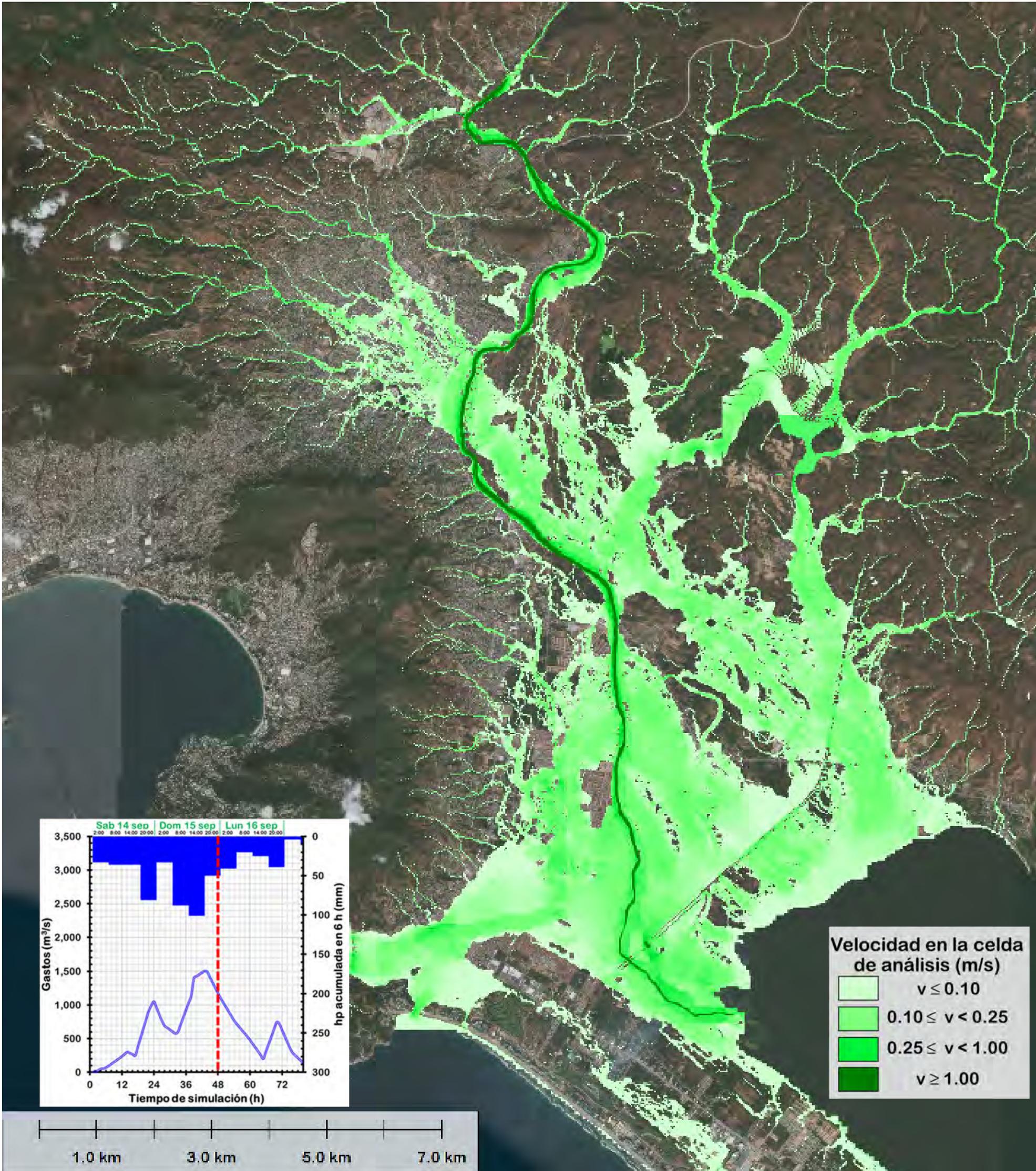
**C.9 Cuenca del río la Sabana.  
Velocidades 14 septiembre 2013 14:00 horas (Hora 12)**



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



[https://services.arcgisonline.com/ArcGIS/rest/services/World\\_Imagery/MapServer](https://services.arcgisonline.com/ArcGIS/rest/services/World_Imagery/MapServer)



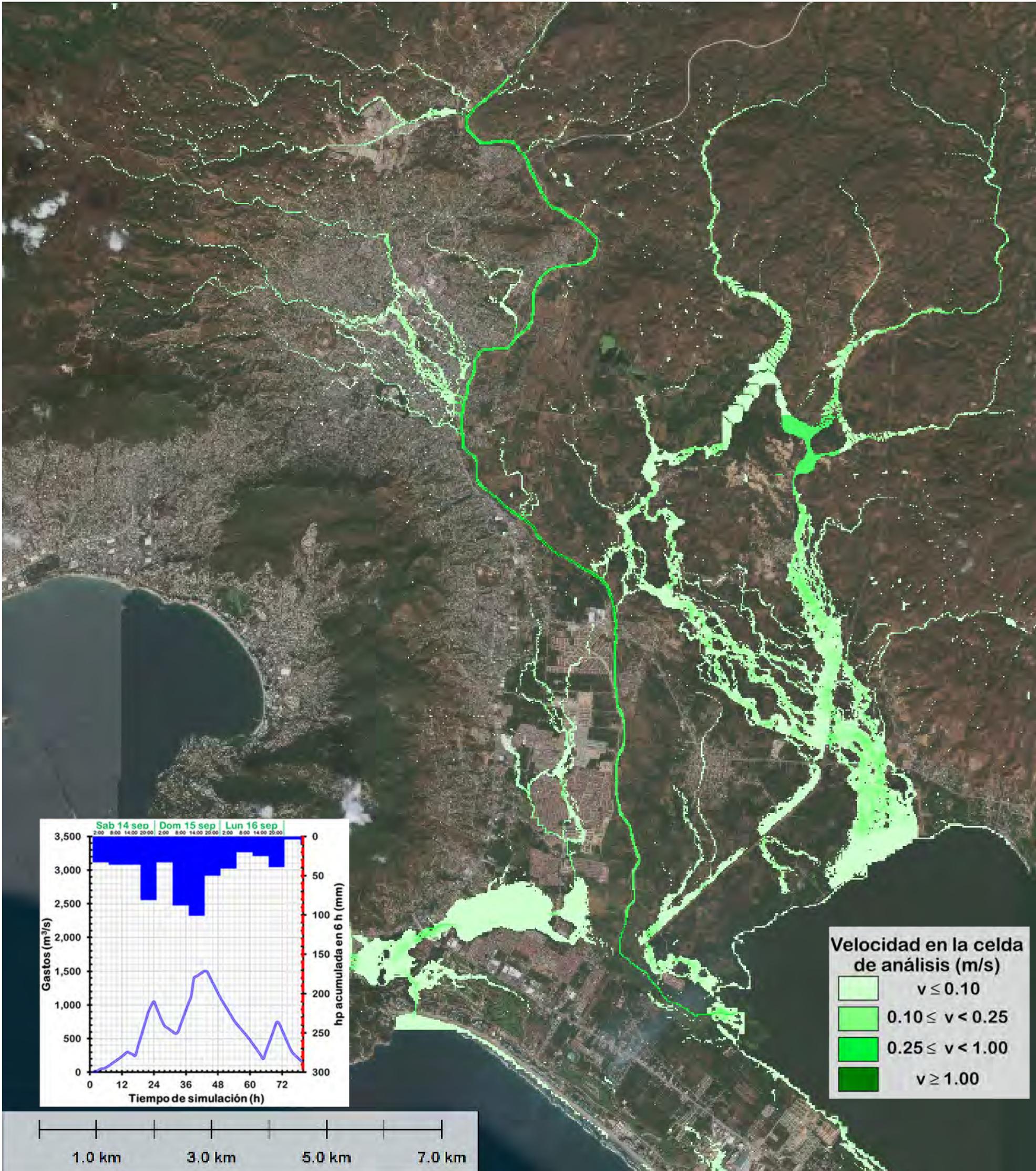
**C.10 Cuenca del río la Sabana.  
Velocidades 16 septiembre 2013 2:00 horas (Hora 48)**



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
"MODELO HIDRÁULICO DE FLUJO BIDIMENSIONAL PARA ESTIMAR EL  
ESCURRIMIENTO A PARTIR DE LA PRECIPITACIÓN"



[https://services.arcgisonline.com/ArcGIS/rest/services/World\\_Imagery/MapServer](https://services.arcgisonline.com/ArcGIS/rest/services/World_Imagery/MapServer)



**C.11 Cuenca del río la Sabana.  
Velocidades 17 septiembre 2013 14:00 horas (Hora 80)**