



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

CENTRO DE FÍSICA APLICADA Y
TECNOLOGÍA AVANZADA

Diseño y Construcción de un Banco de Pruebas
sin Fricción para Sistemas Satelitales

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Licenciado en Tecnología

PRESENTA:

Cristian Jesús Flores Villanueva

TUTOR

Dr. Rafael Guadalupe Chávez Moreno

Juriquilla, Qro.

Enero 2019





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Justificación	2
1.2. Objetivos	3
1.3. Marco teórico	4
1.3.1. Revisión de bancos de pruebas	4
1.3.2. Especificaciones CubeSat	7
1.3.3. Descripción del movimiento de un cuerpo rígido	7
1.3.4. Sistema de retroalimentación	13
2. Metodología	21
2.1. Construcción de la mesa de pruebas	21
2.2. Construcción de la estructura soporte con baleros de aire lineales	23
2.3. Construcción del prototipo CubeSat	27
2.3.1. Estructura	27
2.3.2. Sistema neumático	28

2.3.3. Computadora a bordo	29
2.4. Sistema de retroalimentación por visión	35
3. Experimentos y resultados	41
3.1. Prueba estática	42
3.2. Prueba dinámica	49
4. Conclusiones	52
Bibliografía	55

1 | Introducción

El 4 de octubre de 1957 Sputnik I inició un viaje a bordo de un cohete R-7 que lo transportaría fuera de la atmósfera terrestre para colocarlo en órbita alrededor de la Tierra. Poseía un par de transmisores de radio que generaban señales cuya duración dependía de la presión y temperatura interna del satélite. Las transmisiones cesaron 22 días después del lanzamiento, al agotarse la energía almacenada en las baterías. El satélite reentró a la atmósfera después de haber permanecido 94 días en el espacio.

Este logro dio inicio a la era espacial y precedió al desarrollo de satélites, estaciones espaciales, sondas y demás sistemas lanzados fuera de la atmósfera terrestre, denominados en conjunto *sistemas espaciales*.

Todo sistema espacial ha funcionado en un ambiente diferente en el que fue construido. Después de su lanzamiento fuera de la atmósfera terrestre las condiciones físicas cambian abruptamente: la microgravedad, el alto vacío, las bajas y altas temperaturas, además de la radiación electromagnética, modifican el funcionamiento de los sistemas espaciales respecto al que tendrían en la Tierra [1]. Debido a esta diferencia, es necesario construir diversos bancos de prueba, que en conjunto, puedan recrear las condiciones físicas relevantes en las que el sistema espacial operará, con la finalidad de reducir el riesgo de falla y asegurar su buen funcionamiento en operación.

En este trabajo se expone el diseño, construcción y desarrollo de un banco de pruebas para estudiar la cinemática de un sistema espacial en un ambiente sin fricción.

A lo largo de la era espacial se han desarrollado diferentes bancos de pruebas para este propósito, cada uno basando su funcionamiento en diversos principios físicos para eliminar la fricción entre el sistema espacial y la superficie de soporte, entre ellos se pueden mencionar: vuelos parabólicos,

suspensiones magnéticas, baleros de aire, brazos robóticos y vehículos sumergibles (vehículos de flotabilidad neutra)[1-5].

Los bancos de pruebas también se pueden clasificar por el tipo de sistema desarrollado: los dispositivos SPHERES [3], que permiten realizar pruebas de formación e interacción entre sistemas en un ambiente sin fricción que emula microgravedad con dos grados de libertad traslacionales y uno rotacional, otro ejemplo es el banco de pruebas usado en el desarrollo del brazo robótico Canadarm, el cual consiste en un simulador de microgravedad planar, haciendo uso de baleros de aire lineales colocados en cada una de las articulaciones del brazo y también se han construido bancos enfocados a la arquitectura CubeSat, basados en el uso de baleros de aire, que permiten estudiar la interacción y acoplamiento entre diferentes sistemas y que usan un sistema de visión para estimar la posición de los sistemas espaciales dentro de la mesa de pruebas [5, 6].

La arquitectura CubeSat (anteriormente mencionada) surgió con el objetivo de permitir a estudiantes e investigadores de diferentes universidades desarrollar misiones espaciales y poder adquirir experiencia práctica sobre su diseño, construcción y operación. Físicamente, la unidad básica (1U) de un CubeSat es un cubo de 10 cm de lado, con una masa máxima de 1,33 kg, dependiendo de las necesidades de la misión, el tamaño del nanosatélite puede aumentarse para construir sistemas de dos o más unidades [7].

El progreso de la tecnología ha implicado un cambio en algunos paradigmas de diseño de sistemas y misiones espaciales al permitir incorporar instrumentos de mayor complejidad, capacidad de cómputo, eficiencia energética y menores dimensiones físicas. Los resultados de este cambio son propuestas de misiones innovadoras, que automatizan tareas de mantenimiento y reparación a otros sistemas, o reemplazan un sistema monolítico por uno distribuido (constelaciones CubeSat) [8, 9].

1.1. Justificación

El sector espacial ha solucionado diversas necesidades humanas, permitiendo monitorear fenómenos naturales (como huracanes o incendios forestales) y comunicar medidas preventivas a la población, o mejorando la infraestructura de telecomunicaciones.

Aún cuando México cuenta con una flota de satélites artificiales, en la mayoría de estos desarrollos se ha relegado la innovación e investigación nacional a un segundo término, resultando en un rezago respecto a los países líderes. Para disminuir esta brecha tecnológica, en años recientes se ha impulsado la competitividad de la academia e industria mexicanas mediante la creación de la Agencia Espacial Mexicana y el delineamiento de estrategias, como el Plan de Órbita 2.0 y el Programa Nacional de Actividades Espaciales 2016, que buscan aprovechar las capacidades actuales (inversión privada, manufactura avanzada) para desarrollar el sector espacial de México y solucionar problemáticas de la sociedad en seguridad y sustentabilidad ambiental [10].

En estas estrategias se menciona a la construcción de la infraestructura necesaria para la formación de capital humano como uno de los factores críticos que permitirán el desarrollo de la industria espacial nacional.

Desde los inicios de la era espacial se vio la necesidad de desarrollar bancos de prueba que permitieran recrear las condiciones espaciales a las que estaría sujeto el sistema en órbita. Desafortunadamente, recrear todas las condiciones en conjunto ha sido imposible hasta la fecha.

Una de las características principales del ambiente espacial es la microgravedad. Diversos bancos de prueba han demostrado la posibilidad de recrearla en forma parcial mediante sistemas sin fricción, permitiendo comprobar el funcionamiento de actuadores y el desarrollo y validación de algoritmos de sistemas espaciales, aumentando las posibilidades de éxito en las misiones espaciales y fomentando el desarrollo de tecnología espacial innovadora.

1.2. Objetivos

General

- Diseñar y construir un banco de pruebas usando baleros de aire para crear un ambiente sin fricción con dos grados de libertad traslacionales y uno rotacional, que permita estudiar la cinemática de sistemas espaciales mediante un sistema de visión por computadora.

Particulares

- Construcción de una mesa de pruebas para brindar una superficie lisa y nivelada en donde los experimentos puedan realizarse sin fricción considerable.
- Construcción de un soporte provisto de baleros de aire y capaz de sostener un prototipo de nanosatélite CubeSat.
- Desarrollar un sistema de retroalimentación por computadora que permita analizar la cinemática de un sistema espacial dentro del banco de pruebas.
- Diseñar y construir un modelo de ingeniería basado en la arquitectura CubeSat.

1.3. Marco teórico

1.3.1. Revisión de bancos de pruebas

La gravedad es una fuerza atractiva entre dos objetos con masa, su magnitud f_g se calcula mediante la ecuación de Newton

$$f_g = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1.1)$$

donde $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ es la constante de gravitación universal, m_1 y m_2 son las masas de los objetos en kilogramos y r es la distancia en metros entre ellos. A nivel del mar, la masa de la Tierra genera la fuerza predominante, acelerando a cualquier objeto hacia su centro de masa a 9.81 m s^{-2} , en promedio (aceleración definida como 1 g).

La Estación Espacial Internacional (EEI) orbita a la Tierra a una distancia media de 406 km sobre el nivel del mar. A esa distancia, la gravedad terrestre atrae con una fuerza de 8.6 N a un objeto de 1 kg, comparado con los 9.81 N para el mismo objeto colocado al nivel del mar. Sin embargo, al observar un video grabado en el interior de la EEI, pareciera que los astronautas y los objetos no son afectados por la gravedad terrestre.

Todos los sistemas espaciales que orbitan la Tierra presentan este fenómeno de ingravidez aparente, que se genera – entre otros factores – debido al equilibrio entre la fuerza de gravedad terrestre y la fuerza centrífuga, para una órbita circular (aproximación válida para la órbita de la EEI) la magnitud de la fuerza centrífuga se obtiene mediante la expresión

$$f_c = m_E \frac{v^2}{R_E}, \quad (1.2)$$

donde m_E es la masa de la EEI, v la velocidad tangencial y $R_E \approx 6779 \times 10^3 \text{m}$ la distancia entre el centro de masa de la Tierra y el centro de masa de la EEI. Si la velocidad tangencial es insuficiente, la EEI caerá hacia la Tierra (Figura 1.1). En cambio, si equilibramos la fuerza de gravedad debida a la masa de la Tierra con la fuerza centrífuga

$$m_E \frac{v^2}{R_E} = G \frac{M_T m_E}{R_E^2}, \quad (1.3)$$

donde M_T es la masa de la Tierra, simplificando los términos obtenemos la expresión

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_E}} \approx 7661.76 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad (1.4)$$

que representa la condición necesaria para obtener una órbita circular con un equilibrio entre la fuerza de gravedad y la fuerza centrífuga que genere un ambiente de microgravedad [11, 12].

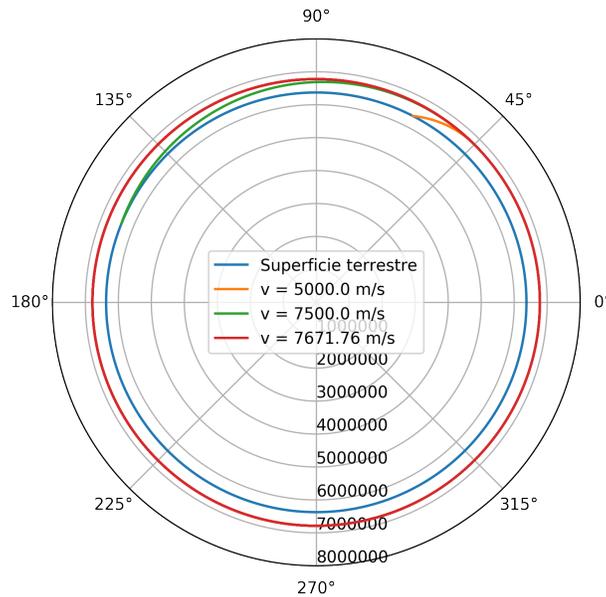


Figura 1.1: Órbitas obtenidas para diferentes velocidades tangenciales partiendo de la misma posición inicial $R_E = 6779 \times 10^3 \text{m}$.

Se han empleado robots industriales para manipular uno o varios sistemas espaciales, simulando las trayectorias que seguirían en un ambiente de microgravedad. Usando esta técnica se pueden ensayar acciones de acoplamiento, donde dos sistemas establecen una conexión física; o de *rendezvous* donde un conjunto de sistemas se congregan en un punto determinado. Las acciones realizadas por los robots requieren de simulaciones de la dinámica de los sistemas espaciales, desafortunadamente, algunos parámetros necesarios para estas simulaciones no están presentes en las primeras etapas del desarrollo del sistema espacial, donde su propia dinámica es la que debe ser estudiada [13-15].

Los efectos de la gravedad terrestre sobre el sistema espacial pueden ser contrarrestados sumergiendo al sistema en agua, dentro de un vehículo de flotabilidad neutra. Este método permite realizar experimentos de larga duración y en algunos casos lograr seis grados de libertad, sin embargo, la densidad del agua afecta considerablemente a los movimientos de mayor frecuencia o velocidad [16].

Se han propuesto algunos vehículos equipados con rotores – o propulsores – que mantienen al sistema espacial en el aire permitiéndole moverse con cuatro grados de libertad (tres traslacionales y uno rotacional). Esta tecnología requiere de espacios grandes y cerrados para minimizar las perturbaciones de corrientes de aire.

Un *balero de aire lineal* presenta una superficie microporosa en su base, a través de la cual escapa aire a presión. Al colocarlo sobre una superficie lisa y plana, el aire liberado genera una suspensión que reduce el coeficiente de fricción entre el balero y la superficie manteniéndolo en el orden de 10^{-5} [17]. Esto, a su vez, significa una reducción en la fuerza de fricción para el desplazamiento del balero y la estructura que soporta, permitiendo simular microgravedad en tres grados de libertad (dos traslacionales y uno rotacional). Esta tecnología se ha empleado desde los inicios de la carrera espacial y se muestra actualmente como una opción relevante [1, 2, 18].

Los grados de libertad generados por esta técnica son suficientes para estudiar maniobras de sincronización entre varios agentes. Su sencillez de implementación hace posible la construcción de un conjunto de soportes que permitan un movimiento libre para cada uno de los agentes. Las pruebas realizadas tienen duración del orden de minutos, que depende de la capacidad de los tanques de aire a presión incluidos, una fuente externa de aire a presión permite extender la duración de la prueba pero introduce una mayor perturbación a la dinámica del sistema espacial. Para la superficie de soporte es usual usar materiales como: granito, vidrio y epóxicos [1, 2], la elección entre estos

dependerá, principalmente, de la superficie total requerida.

Para poder estudiar la cinemática de un sistema espacial es necesario agregar un *sistema de retroalimentación* mediante un conjunto de sensores, que determine la posición y orientación del sistema espacial respecto a un sistema de referencia fijo dentro de la plataforma.

1.3.2. Especificaciones CubeSat

El estándar CubeSat surgió con el objetivo de permitir a estudiantes e investigadores de diferentes universidades desarrollar misiones espaciales y poder adquirir experiencia práctica sobre su diseño, construcción y operación. Físicamente, la unidad básica (1U) de un CubeSat es un cubo de 100 ± 0.1 mm de lado, con una masa máxima de 1.33 kg y dependiendo de las necesidades de la misión, el tamaño del nanosatélite puede aumentarse para construir sistemas de dos o más unidades [7].

Al cubo inicial se le agregan postes, empleados en el lanzamiento, que modifican la altura del CubeSat a un valor de $Z = 113.5 \pm 0.1$ mm, sin modificar su ancho $X, Y = 100.0 \pm 0.1$ mm. Los postes, con un ancho mínimo de 8.5 mm, son las únicas partes del CubeSat que entran en contacto con el lanzador, un componente que acopla al CubeSat con el vehículo encargado de ponerlo en órbita. Fuera de estas superficies, ningún componente puede sobresalir más de 6.5 mm de la superficie. El centro de gravedad del CubeSat completamente integrado debe estar dentro de una esfera de 2 cm de su centro geométrico.

1.3.3. Descripción del movimiento de un cuerpo rígido

Cualquier objeto cambia su estado de movimiento o se deforma cuando se ejerce sobre él una fuerza. Si las deformaciones son pequeñas en comparación con las dimensiones del objeto, éste se puede considerar un *cuerpo rígido*. El concepto de cuerpo rígido es una idealización útil para aproximar el comportamiento de objetos reales en circunstancias donde su estructura no se altera significativamente por esfuerzos, traslaciones y rotaciones.

El estado de movimiento de un cuerpo rígido se describe – generalmente – mediante rotaciones y traslaciones. En las secciones siguientes de este capítulo se resumen los conceptos necesarios para dicha descripción, de forma analítica, incluyendo conversiones de coordenadas y sus expresiones en sistemas de referencia diferentes. También se sintetizan algunos métodos y algoritmos para aproximar las coordenadas tridimensionales de un punto mediante un sistema de visión por computadora.

Espacio euclidiano tridimensional

En este trabajo se realizará un tratamiento analítico a objetos geométricos como el punto o la línea, dentro del espacio euclidiano tridimensional \mathbb{E}^3 . En este tipo de tratamiento se asocia a cada punto de \mathbb{E}^3 un único elemento del conjunto \mathbb{R}^3 , conformado por todas las triadas de números reales

$$\mathbb{R}^3 = \{[x_1, x_2, x_3]^T : x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}. \quad (1.5)$$

Se define la operación de suma entre elementos \mathbf{u} , \mathbf{v} del conjunto \mathbb{R}^3

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = [x_1, x_2, x_3]^T + [y_1, y_2, y_3]^T = [x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3]^T, \quad (1.6)$$

así como la multiplicación por un escalar

$$\alpha \mathbf{x} = \alpha [x_1, x_2, x_3]^T = [\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3]^T, \quad (1.7)$$

donde $\alpha \in \mathbb{R}$ y $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$.

El conjunto \mathbb{R}^3 junto con las definiciones de suma y multiplicación anteriores constituyen un espacio vectorial V . La base de este espacio vectorial está conformada por el conjunto de vectores ortonormales

$$\{\mathbf{e}_1 = [1, 0, 0]^T, \mathbf{e}_2 = [0, 1, 0]^T, \mathbf{e}_3 = [0, 0, 1]^T\}. \quad (1.8)$$

A la base del espacio vectorial también se le denomina sistema de referencia.

La asignación de coordenadas se hace a partir de un punto $\mathbf{o} = [0, 0, 0]^T$, denominado origen. Para establecer las coordenadas de un punto $P \in \mathbb{E}^3$ es necesario definir el origen del sistema de referencia. La selección del origen es arbitraria y generalmente atiende a consideraciones prácticas que simplifiquen los cálculos.

En el espacio vectorial V también se define el producto interno

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3, \forall \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3, \quad (1.9)$$

que – entre otros – permite calcular la norma $\|\cdot\|$ de un vector

$$\|\mathbf{v}\| = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})^{\frac{1}{2}}. \quad (1.10)$$

La última operación necesaria a este resumen es el producto vectorial, que se define mediante la ecuación

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_2 - u_2 v_1 \end{bmatrix} \forall \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3. \quad (1.11)$$

Transformaciones afines

Cuando se estudia el movimiento de un cuerpo rígido es usual definir dos sistemas de referencia, el primero con una posición conocida fija en el laboratorio (sistema L) y el segundo fijo al cuerpo (sistema C). Refiriéndonos a la Figura 1.2, el vector \mathbf{r}_a^L podría expresarse mediante la suma

$$\mathbf{r}_a^L = \mathbf{r}_C^L + \mathbf{r}_b^C, \quad (1.12)$$

sin embargo, el vector \mathbf{r}_b^C está expresado respecto a la base del sistema C

$$\mathbf{r}_b^C = r_{b1}^C \mathbf{e}_1^C + r_{b2}^C \mathbf{e}_2^C + r_{b3}^C \mathbf{e}_3^C, \quad (1.13)$$

a diferencia de los vectores \mathbf{r}_C^L y \mathbf{r}_a^L expresados respecto al sistema L

$$\mathbf{r}_a^L = r_{a1}^L \mathbf{e}_1^L + r_{a2}^L \mathbf{e}_2^L + r_{a3}^L \mathbf{e}_3^L, \quad (1.14)$$

$$\mathbf{r}_C^L = r_{C1}^L \mathbf{e}_1^L + r_{C2}^L \mathbf{e}_2^L + r_{C3}^L \mathbf{e}_3^L. \quad (1.15)$$

Para realizar la suma de la ecuación (1.12) se requiere resolver la suma $\mathbf{e}_j^C + \mathbf{e}_i^L$. Para ello se expresa al vector \mathbf{e}_i^C en términos de la base del sistema L

$$\mathbf{e}_j^C = \alpha_{1j} \mathbf{e}_1^L + \alpha_{2j} \mathbf{e}_2^L + \alpha_{3j} \mathbf{e}_3^L, \quad (1.16)$$

los coeficientes se calculan mediante el producto

$$\mathbf{e}_i^L \cdot \mathbf{e}_j^C = \alpha_{ij}, \quad (1.17)$$

que permiten construir el sistema de ecuaciones

$$\mathbf{e}_1^C = \alpha_{11}\mathbf{e}_1^L + \alpha_{21}\mathbf{e}_2^L + \alpha_{31}\mathbf{e}_3^L, \quad (1.18)$$

$$\mathbf{e}_2^C = \alpha_{12}\mathbf{e}_1^L + \alpha_{22}\mathbf{e}_2^L + \alpha_{32}\mathbf{e}_3^L, \quad (1.19)$$

$$\mathbf{e}_3^C = \alpha_{13}\mathbf{e}_1^L + \alpha_{23}\mathbf{e}_2^L + \alpha_{33}\mathbf{e}_3^L. \quad (1.20)$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación (1.13) se puede expresar al vector \mathbf{r}_b^C con respecto a la base L obteniendo al vector \mathbf{r}_b^L

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_b^L &= r_{b1}^C(\alpha_{11}\mathbf{e}_1^L + \alpha_{21}\mathbf{e}_2^L + \alpha_{31}\mathbf{e}_3^L) \\ &\quad + r_{b2}^C(\alpha_{12}\mathbf{e}_1^L + \alpha_{22}\mathbf{e}_2^L + \alpha_{32}\mathbf{e}_3^L) \\ &\quad + r_{b3}^C(\alpha_{13}\mathbf{e}_1^L + \alpha_{23}\mathbf{e}_2^L + \alpha_{33}\mathbf{e}_3^L), \end{aligned} \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_b^L &= (r_{b1}^C\alpha_{11} + r_{b2}^C\alpha_{12} + r_{b3}^C\alpha_{13})\mathbf{e}_1^L \\ &\quad + (r_{b1}^C\alpha_{21} + r_{b2}^C\alpha_{22} + r_{b3}^C\alpha_{23})\mathbf{e}_2^L \\ &\quad + (r_{b1}^C\alpha_{31} + r_{b2}^C\alpha_{32} + r_{b3}^C\alpha_{33})\mathbf{e}_3^L. \end{aligned} \quad (1.22)$$

La ecuación anterior se puede escribir en notación matricial

$$\begin{bmatrix} r_{b1}^L \\ r_{b2}^L \\ r_{b3}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{b1}^C \\ r_{b2}^C \\ r_{b3}^C \end{bmatrix}, \quad (1.23)$$

$$\mathbf{r}_b^L = A\mathbf{r}_b^C, \quad (1.24)$$

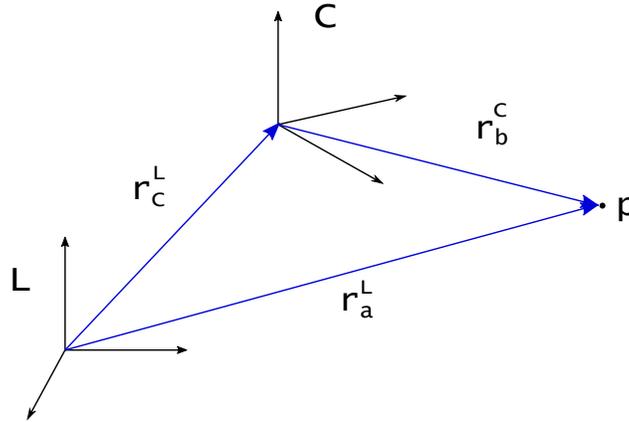


Figura 1.2: Sistemas de referencia relacionados por el vector \mathbf{r}_b^L .

el elemento A es la *matriz asociada a la transformación* y relaciona a los sistemas de referencia L y C . A una matriz de este tipo se le denota de la forma

$$A = T_C^L, \quad (1.25)$$

para indicar que transforma las coordenadas de un objeto respecto del sistema C al sistema L .

Para efectuar la suma de la ecuación (1.12) es necesario transformar al vector \mathbf{r}_b^C al sistema de coordenadas L

$$\mathbf{r}_a^L = \mathbf{r}_C^L + T_C^L \mathbf{r}_b^C, \quad (1.26)$$

la ecuación anterior es un ejemplo de una transformación afín.

La matriz T_C^L puede interpretarse también como una transformación lineal que modifica a un vector sin efectuar un cambio de base, si la matriz representa una rotación las coordenadas del vector se modificarán, pero quedarán expresadas respecto al mismo sistema de referencia.

Transformaciones homogéneas

La expresión de una transformación afín puede simplificarse añadiendo una coordenada extra a los puntos

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \rightarrow p' = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

los objetos geométricos siguen perteneciendo a \mathbb{E}^3 , pero ahora las coordenadas pertenecen a un subconjunto de \mathbb{R}^4 .

La definición de vector se modifica

$$\mathbf{v} = \mathbf{Q} - \mathbf{P} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 - P_1 \\ Q_2 - P_2 \\ Q_3 - P_3 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3. \quad (1.28)$$

Este cambio permite distinguir entre puntos y vectores en base a su cuarto componente, además de remarcar el hecho de que los puntos son transformados por rotaciones y traslaciones, mientras que los vectores sólo son transformados por rotaciones [19].

Las modificaciones anteriores permiten construir la matriz

$$H_C^L = \begin{bmatrix} T_C^L & \mathbf{r}_C^L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

la ecuación (1.26) es reemplazada por la transformación lineal

$$\mathbf{r}_a^L = H_C^L \mathbf{r}_b^C. \quad (1.30)$$

La transformación inversa que convierte a un vector del sistema de referencia L al sistema de referencia C se denota por H_L^C y se define mediante

$$H_L^C = \begin{bmatrix} (T_C^L)^{-1} & - (T_C^L)^{-1} \mathbf{r}_C^L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.31)$$

por lo tanto

$$\mathbf{r}_b^C = H_L^C \mathbf{r}_a^L. \quad (1.32)$$

Movimiento de un cuerpo rígido

El concepto de cuerpo rígido permite afirmar que, para cualquier par de puntos p y q dentro de un cuerpo rígido con coordenadas $\mathbf{P}(t)$ y $\mathbf{Q}(t)$, su distancia será constante

$$\|\mathbf{Q}(t) - \mathbf{P}(t)\| = \text{constante}, \quad \forall t \in \mathbb{R}. \quad (1.33)$$

En adición a la distancia, la orientación relativa de los puntos dentro de un cuerpo rígido deberá permanecer también constante, ningún desplazamiento ni rotación cambiarán la orientación relativa de las partículas. Cualquier función H que describa el movimiento de un cuerpo rígido deberá cumplir la condición

$$H\mathbf{e}_1 \times H\mathbf{e}_2 = H\mathbf{e}_3. \quad (1.34)$$

Un movimiento de cuerpo rígido es una familia de transformaciones que describen el cambio de coordenadas de cada punto del cuerpo en función del tiempo

$$H(t) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; \quad \mathbf{P} \mapsto H(t)(\mathbf{P}). \quad (1.35)$$

o en función de la configuración inicial y final del desplazamiento

$$H : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; \quad \mathbf{P} \mapsto H(\mathbf{P}). \quad (1.36)$$

La función H permite transformar vectores, si $\mathbf{u} = \mathbf{Q} - \mathbf{P}$, entonces

$$\mathbf{v} = H\mathbf{u} = H(\mathbf{Q}) - H(\mathbf{P}). \quad (1.37)$$

La conservación de la norma es equivalente a la conservación del producto interno [19, 20], por lo cual es posible establecer la siguiente definición.

Definición 1. Una transformación $H : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es un *movimiento de cuerpo rígido* o una *transformación euclidiana especial* si conserva el producto interno y el producto cruz entre cualquier par de vectores $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$.

1. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = (H\mathbf{u}) \cdot (H\mathbf{v})$
2. $H\mathbf{u} \times H\mathbf{v} = H(\mathbf{u} \times \mathbf{v})$

El conjunto de transformaciones euclidianas especiales se denota por $SE(3)$.

1.3.4. Sistema de retroalimentación

El sistema de retroalimentación se compone de una cámara (con un sistema de referencia C), un marcador que define al sistema de referencia MR (fijo a la plataforma) y un segundo marcador S , fijo al objeto (sistema espacial).

En la sección anterior se definieron las herramientas necesarias para describir la posición de un objeto respecto a un sistema de referencia. Esta descripción supone que la matriz de rotación y el

vector de traslación, y por lo tanto la matriz homogénea, entre ambos sistemas de referencia son conocidos. En la práctica, la situación es inversa, se requiere aproximar la matriz homogénea para conocer las posiciones de diferentes objetos.

El problema de orientación exterior consiste en estimar las coordenadas tridimensionales de un objeto respecto a un sistema de referencia fijo a la cámara a partir de coordenadas bidimensionales obtenidas en las imágenes capturadas por la cámara.

Modelo matemático de una cámara

Cuando un haz de luz atraviesa los lentes de una cámara se presentan efectos de reflexión, difracción y refracción. Por simplicidad, los primeros dos efectos son ignorados en el modelo que aproxima al sistema óptico de una cámara a un lente delgado y sólo se analiza la refracción, que describe el cambio de dirección del haz de luz al pasar a través del lente y la formación de una imagen.

Se comienza con punto de interés $\mathbf{P}^{MR} = [x_1, x_2, x_3, 1]^T$ (dentro de la escena que la cámara captura) que se transforma al sistema de referencia de la cámara $\mathbf{P}^C = H_{MR}^C \mathbf{P}^{MR}$ para realizar una proyección ideal al plano ortogonal al eje óptico ubicado a una distancia f del centro óptico, la proyección se realiza mediante la ecuación

$$\hat{x} = f \frac{x_1^C}{x_3^C}, \quad \hat{y} = f \frac{x_2^C}{x_3^C}, \quad (1.38)$$

en forma matricial

$$x_3^C \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{P}^C \quad (1.39)$$

sustituyendo por las coordenadas respecto al sistema MR

$$x_3^C \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} H_{MR}^C \mathbf{P}^{MR}, \quad (1.40)$$

en general, el término x_3^C es desconocido por lo que se sustituye por un escalar positivo $\lambda \in \mathbb{R}^+$

$$\lambda \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} H_{MR}^C \mathbf{P}^{MR}, \quad (1.41)$$

esta ecuación también puede expresarse de la siguiente forma

$$\lambda \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} H_{MR}^C \mathbf{P}^{MR}, \quad (1.42)$$

definiendo

$$\Pi_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.43)$$

Hasta ahora las coordenadas se han expresado en unidades métricas con origen en el punto focal del lente de la cámara, sin embargo el sensor entrega coordenadas en pixeles con origen en la esquina superior derecha de la imagen. Esta transformación equivale a un cambio de escala, con factores s_x, s_y (asociados al tamaño físico de un pixel), junto con un desplazamiento $[o_x, o_y, 0]$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & o_x \\ 0 & s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.44)$$

el punto \mathbf{p} esta expresado en pixeles.

La transformación completa es

$$\lambda \mathbf{p} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & o_x \\ 0 & s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Pi_0 H_{MR}^C \mathbf{P}^{MR}, \quad (1.45)$$

y puede simplificarse a la expresión

$$\lambda \mathbf{p} = \begin{bmatrix} fs_x & 0 & o_x \\ 0 & fs_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Pi_0 H_{MR}^C \mathbf{P}^{MR}, \quad (1.46)$$

definiendo

$$K = \begin{bmatrix} fs_x & 0 & o_x \\ 0 & fs_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.47)$$

se puede escribir

$$\lambda \mathbf{p} = K \Pi_0 H_{MR}^C \mathbf{P}^{MR}, \quad (1.48)$$

y agrupar los elementos que participan en la transformación en dos secciones:

K : Que emplea únicamente parámetros intrínsecos de la cámara (distancia focal, tamaño de pixel) y, si el lente es fijo, son constantes para cualquier toma realizada. Calibrar una cámara significa obtener esta matriz, denominada matriz intrínseca, y un vector de coeficientes que corrigen errores radiales del lente. Estos elementos se emplean para corregir la imagen capturada por la cámara y acercarla al resultado de una proyección ideal.

$\Pi_0 H_{MR}^C \mathbf{P}^{MR}$: Que realiza una proyección de la toma al plano de la imagen (Π_0) y convierte las coordenadas (\mathbf{P}^{MR}) de un sistema de referencia externo (MR) al sistema de referencia de la cámara (C), mediante la matriz H_{MR}^C . Para obtener esta matriz es necesario reconstruir las coordenadas tridimensionales del objeto a partir de las coordenadas que el mismo objeto tiene en la imagen. En la siguiente sección se indican los métodos empleados en esta estimación.

Algoritmo Levenberg-Marquardt

El *problema de orientación exterior* consiste en estimar la rotación y traslación entre el sistema de referencia de la imagen (con coordenadas bidimensionales) y un sistema externo (en el que se emplean coordenadas tridimensionales) [9]. Las soluciones conocidas son iterativas, pues realizan aproximaciones sucesivas tratando de minimizar el error entre las mediciones y el resultado que se obtienen de la rotación y traslación estimada.

Por ello, en esta sección se presenta el método *Levenberg-Marquardt* (LM) utilizado en la solución de mínimos cuadrados no lineales. Este método combina el descenso por el gradiente, que asegura la minimización del error, y el método Gauss-Newton, que proporciona una rápida convergencia en la cercanía de la solución [20]. Se presenta primero la solución de mínimos cuadrados lineal mediante *ecuaciones normales*, empleadas por el algoritmo LM; después se exponen las características generales de los métodos Gauss-Newton y el descenso por el gradiente; finalmente se explica la integración de estas técnicas en el algoritmo LM.

Solución de mínimos cuadrados lineales mediante ecuaciones normales. Considerando

el sistema de ecuaciones lineales $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, si $A \in \mathbb{M}^{m \times n}$ y $m > n$, existen más ecuaciones (m) que incógnitas (n). En general, este sistema de ecuaciones carece de solución, por lo tanto se propone encontrar el vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ que minimice a $\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|$ [20].

Al variar \mathbf{x} en el producto $A\mathbf{x}$ se recorre el subespacio de \mathbb{R}^m generado por los vectores columna de A

$$A = [\mathbf{c}_1 | \mathbf{c}_2 | \cdots | \mathbf{c}_n], \quad (1.49)$$

denominado *espacio columna* de A . El vector más cercano a \mathbf{b} , pertenecerá, por lo tanto, a este espacio.

El vector \mathbf{x} que minimiza la norma $\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|$ define también a un vector $\mathbf{d} = A\mathbf{x} - \mathbf{b}$, que es ortogonal a cada una de las columnas de A , por lo tanto

$$A^T \mathbf{d} = A^T (A\mathbf{x} - \mathbf{b}) = \mathbf{0}, \quad (1.50)$$

desarrollando la multiplicación

$$(A^T A)\mathbf{x} = A^T \mathbf{b}, \quad (1.51)$$

el elemento $A^T A$ es una matriz cuadrada de $n \times n$, por lo que este sistema puede ser resuelto para encontrar a \mathbf{x} , si $\text{rango}(A) = n$, la matriz $A^T A$ es invertible y la solución es

$$\mathbf{x} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b}. \quad (1.52)$$

Proponiendo un ejemplo concreto y suponiendo que $m = 3$ y $n = 2$, el sistema de ecuaciones $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ puede escribirse de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \quad (1.53)$$

donde

$$\mathbf{c}_1 = [a, c, e]^T, \quad (1.54)$$

$$\mathbf{c}_2 = [b, d, f]^T. \quad (1.55)$$

Si los vectores \mathbf{c}_1 y \mathbf{c}_2 son linealmente independientes ($\text{rango}(A) = 2$), estos generan un plano P , que es un subespacio de \mathbb{R}^3 . Al variar el valor de \mathbf{x} , el producto $A\mathbf{x}$ genera combinaciones lineales

de los vectores \mathbf{c}_1 y \mathbf{c}_2 , lo que asegura que el resultado del producto pertenece al espacio columna de A

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1 \mathbf{c}_1 + x_2 \mathbf{c}_2 \in \text{espacio columna de } A. \quad (1.56)$$

Si \mathbf{b} pertenece al plano P , entonces el sistema tiene solución, de lo contrario, se calcula la proyección ortogonal de \mathbf{b} sobre el plano, $\mathbf{b}_P = \text{proy}_P \mathbf{b}$. El resultado de la proyección será el vector más cercano a \mathbf{b} que pertenece al espacio columna de A , $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_P$.

El vector \mathbf{d} se define mediante la diferencia $\mathbf{d} = \mathbf{b}_P - \mathbf{b}$, al ser \mathbf{b}_P una proyección ortogonal

$$\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{d} = \mathbf{c}_1^T \mathbf{d} = [a, \quad c, \quad e] \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = 0, \quad (1.57)$$

$$\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{d} = \mathbf{c}_2^T \mathbf{d} = [b, \quad d, \quad f] \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = 0, \quad (1.58)$$

que en notación matricial puede simplificarse

$$A^T \mathbf{d} = A^T (\mathbf{b}_P - \mathbf{b}) = A^T (A\mathbf{x} - \mathbf{b}) = 0, \quad (1.59)$$

este resultado es idéntico a la ecuación 1.50.

Método Gauss-Newton. Con frecuencia es necesario ajustar una función no lineal $\mathbf{f}(\mathbf{P})$ a un conjunto de mediciones $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^m$ (constante), ajustando el valor del vector de parámetros $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^n$. El error de una estimación $\hat{\mathbf{P}}$ de \mathbf{P} es

$$\mathbf{E} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{P}}) - \mathbf{X}, \quad (1.60)$$

por lo tanto, el objetivo es minimizar

$$\|\mathbf{E}\| = \|\mathbf{f}(\mathbf{P}) - \mathbf{X}\|. \quad (1.61)$$

El método iterativo Gauss-Newton permite solucionar este problema, realizando aproximaciones sucesivas del vector \mathbf{P} a partir de una aproximación inicial \mathbf{P}_0 que tiene un error $\mathbf{E}_0 = \mathbf{f}(\mathbf{P}_0) - \mathbf{X}$.

La siguiente aproximación $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_0 + \mathbf{D}$ se obtiene linealizando a la función \mathbf{f} al rededor del punto \mathbf{P}_0

$$\mathbf{f}(\mathbf{P}_1) = \mathbf{f}(\mathbf{P}_0 + \mathbf{D}) = \mathbf{f}(\mathbf{P}_0) + J\mathbf{D}, \quad (1.62)$$

donde J es el jacobiano de \mathbf{f} valuada en \mathbf{P}_0 , se determina \mathbf{D} sustituyendo 1.62 en 1.60

$$\mathbf{f}(\mathbf{P}_1) - \mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{P}_0) + J\mathbf{D} - \mathbf{X} = \mathbf{E}_0 + J\mathbf{D}, \quad (1.63)$$

y se usa este resultado para sustituir el problema de minimización no lineal $\|\mathbf{f}(\mathbf{P}_1) - \mathbf{X}\|$ con el problema de minimización lineal $\|\mathbf{E}_0 + J\mathbf{D}\|$ que puede ser resuelto mediante ecuaciones normales

$$J^T J\mathbf{D} = -J^T \mathbf{E}_0, \quad (1.64)$$

con solución por mínimos cuadrados lineales o, si cumplen con las condiciones necesarias, por

$$\mathbf{D} = (J^T J)^{-1} J^T \mathbf{E}_0. \quad (1.65)$$

En general, para la iteración i se resuelve el sistema de ecuaciones

$$J\mathbf{D}_i = -\mathbf{E}_i, \quad (1.66)$$

donde J es el jacobiano de \mathbf{f} valuado en \mathbf{P}_i y

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{f}(\mathbf{P}_i) - \mathbf{X}, \quad (1.67)$$

para definir aproximaciones sucesivas de \mathbf{P}

$$\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{P}_i + \mathbf{D}_i. \quad (1.68)$$

El error se puede considerar como una función de \mathbf{P} , $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{P}) = \mathbf{f}(\mathbf{P}) - \mathbf{X}$, cuyo gradiente $\mathbf{E}_{\mathbf{P}}$ respecto a \mathbf{P} es igual al gradiente de \mathbf{f} , $\mathbf{E}_{\mathbf{P}} = J$, por lo que la ecuación 1.66 se puede reescribir

$$\mathbf{E}_{i\mathbf{P}}\mathbf{D}_i = -\mathbf{E}_i. \quad (1.69)$$

Este algoritmo resuelve el problema de mínimos cuadrados no lineales, su comportamiento depende en gran medida de la estimación inicial \mathbf{P}_0 , pudiendo converger en un mínimo local o no converger en ninguna parte del plano [20].

Descenso por el gradiente. La función $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{P})$ definida en el método anterior puede servir como base a una nueva definición

$$g(\mathbf{P}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{E}(\mathbf{P})\|^2, \quad (1.70)$$

el negativo de su gradiente

$$-g_{\mathbf{P}} = -\mathbf{E}_{\mathbf{P}}^T \mathbf{E} \quad (1.71)$$

indica la dirección en la que el error disminuye en mayor medida. Usando los términos del método anterior, otra forma de definir la corrección \mathbf{D} es mediante

$$\delta \mathbf{D} = -g_{\mathbf{P}}, \quad (1.72)$$

donde el parámetro δ controla la longitud de la corrección, generalmente el promedio de los elementos de la diagonal de $J^T J$ multiplicado por un factor de 10^{-3} .

El método del descenso por el gradiente ofrece otra solución al problema de mínimos cuadrados no lineales que permite sustituir la ecuación 1.66 por

$$\delta \mathbf{D}_i = -g_{i\mathbf{P}}. \quad (1.73)$$

Método Levenberg-Marquardt. El método del descenso por el gradiente indica en cada iteración la dirección de mayor decremento en el error de la estimación, sin embargo muestra una convergencia lenta al oscilar cerca de la solución. El método Gauss-Newton muestra una mayor velocidad de convergencia si las estimaciones se encuentran cerca de la solución o si el error es aproximadamente lineal respecto al vector \mathbf{P} [20]. El método *Levenberg-Marquardt* combina las ecuaciones 1.66 y 1.73, y resuelve

$$(J^T J + \delta I) \mathbf{D}_i = -J^T \mathbf{E}_i. \quad (1.74)$$

En cada iteración ocurre que si la solución \mathbf{D}_i reduce el error, entonces la corrección es aceptada y se reduce la magnitud del parámetro δ antes de la siguiente iteración; en cambio, si la solución no reduce el error, se reduce la magnitud de δ y se resuelve de nuevo el sistema de ecuaciones. Este proceso es repetido hasta obtener una reducción del error [21].

Al variar el valor de δ se realiza una transición entre el método del gradiente y el método Gauss-Newton, obteniendo un mejor comportamiento en situaciones complicadas y una mayor velocidad de convergencia cerca del origen [20].

2 | Metodología

2.1. Construcción de la mesa de pruebas

En este trabajo se utilizaron baleros de aire lineales para recrear un ambiente de microgravedad en dos grados de libertad traslacionales y uno rotacional. Este tipo de baleros requiere de una superficie lisa y nivelada, por lo que para asegurar tales condiciones, se construyó una mesa de pruebas que soporta y permite nivelar a una hoja de vidrio (Figura 2.1).

La mesa de pruebas se compone de una estructura metálica que sostiene a un tablero de fibra de madera (MDF) de 15 mm de grosor. Sobre este tablero se extendió una lona impresa con un patrón cuadrícula que permitirá realizar una rápida estimación de la posición del sistema espacial. Una hoja de vidrio descansa sobre todos estos componentes, su superficie lisa permite el desplazamiento del sistema espacial sin fricción significativa, debido a su soporte por los baleros de aire (Figura 2.2).

La estructura metálica permite nivelar la superficie del vidrio. La superficie final disponible para el libre desplazamiento del sistema espacial tiene dimensiones de 1.50 m \times 3.00 m. Todas las pruebas se realizarán sobre esta superficie, asegurando una consistencia en el ambiente de mínima fricción.

A la mesa de pruebas se le añadió una estructura de madera para soportar la cámara de video usada en el sistema de visión por computadora (Figura 2.1). La estructura cuenta con dos articulaciones que permiten modificar la posición de la cámara de video y con un mecanismo al final de la estructura que permite a la cámara girar respecto a tres ejes.



(a)



(b)

Figura 2.1: Mesa de pruebas terminada: (a) vista lateral, se muestra la estructura metálica completa y el mecanismo de nivelación, (b) vista superior, la impresión realizada en la lona contiene cuadrados de 5 cm.

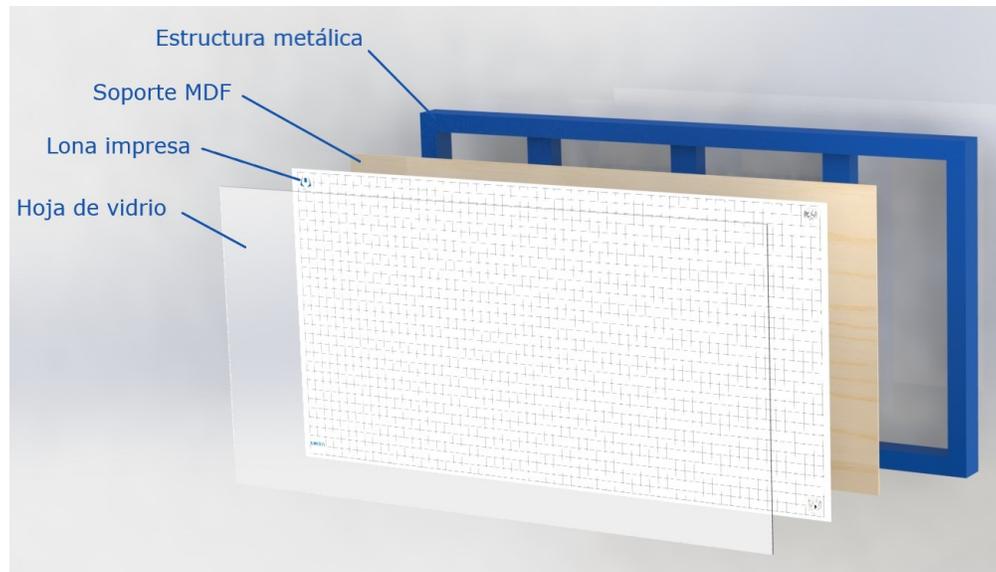


Figura 2.2: Vista de las capas incluidas en la mesa de pruebas, la estructura metálica se muestra solo parcialmente.

2.2. Construcción de la estructura soporte con baleros de aire lineales

Los componentes principales del banco de pruebas son los *baleros lineales*, que permiten al sistema espacial deslizarse con mínima fricción sobre la hoja de vidrio de la mesa de pruebas, simulando microgravedad en dos grados de libertad traslacionales y uno rotacional.

Para fijar mecánicamente los baleros lineales al sistema de preparación neumático y al sistema espacial se construyó un soporte compuesto por dos cubiertas (Figura 2.3). En la cubierta inferior se aseguran los baleros lineales, mientras que en la cubierta superior se coloca al sistema espacial. En el espacio intermedio se ubica el sistema de preparación que regula la presión del gas a los niveles adecuados para los baleros de aire y el sistema espacial.



Figura 2.3: Diseño de la estructura soporte. El mecanismo de sujeción de los baleros de aire permite nivelar a la estructura respecto a la mesa de pruebas. La cubierta superior puede modificarse para sujetar a diferentes sistemas espaciales.

Inicialmente se consideró la posibilidad de utilizar nitrógeno almacenado en tanques colocados en la estructura soporte, sin embargo las dificultades en la construcción de la infraestructura necesaria para la recarga de dichos tanques significarían retrasos importantes al avance del proyecto, por lo que se optó utilizar un compresor de aire y alimentar tanto a los baleros de aire como al sistema espacial mediante un compresor de aire externo, a través de una manguera introduciendo perturbaciones externas. Una vez superadas estas dificultades, en proyectos posteriores los tanques se pueden incluir a la estructura soporte fácilmente.

Se colocaron tres baleros de aire lineales *New Way Air Bearings* modelo S105001 en la cubierta inferior. Estos baleros disminuyen el coeficiente de fricción dinámico al orden de 10^{-5} , requieren de aire comprimido en el rango [0.414 MPa, 0.552 MPa] [17].

En la cubierta inferior se incluyeron los orificios adecuados para incorporar a los baleros de aire. La cubierta superior puede adaptarse para sostener diferentes tipos de sistemas espaciales (Figura 2.4).

En este proyecto se diseñaron y construyeron cuatro esquinas capaces de sostener a un nanosatélite CubeSat (1U) (Figura 2.6).

Las cubiertas fueron unidas mediante un par de piezas intermedias y un tubo galvanizado de $\frac{1}{2}$ in, las piezas de unión incluyen un orificio central que permite atravesar un manguera que alimenta al sistema espacial de aire comprimido (Figura 2.7).

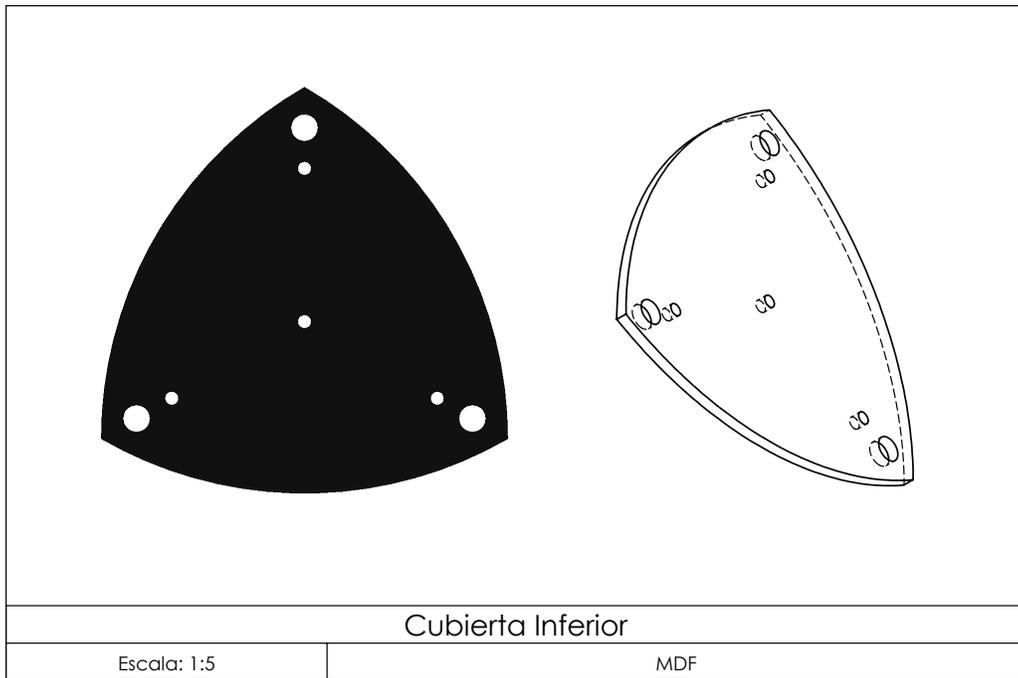


Figura 2.4: Cubierta inferior de la estructura soporte, para su construcción se usó MDF.

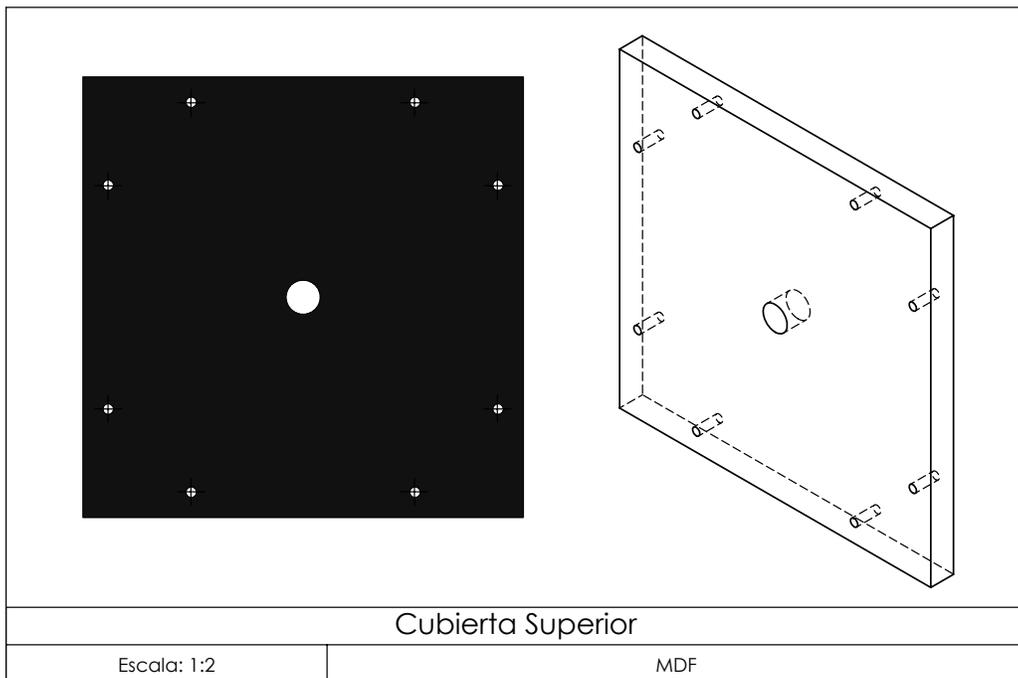


Figura 2.5: Cubierta superior de la estructura soporte, esta pieza fue construida con MDF, el orificio central permite la alimentación de aire comprimido al sistema espacial.

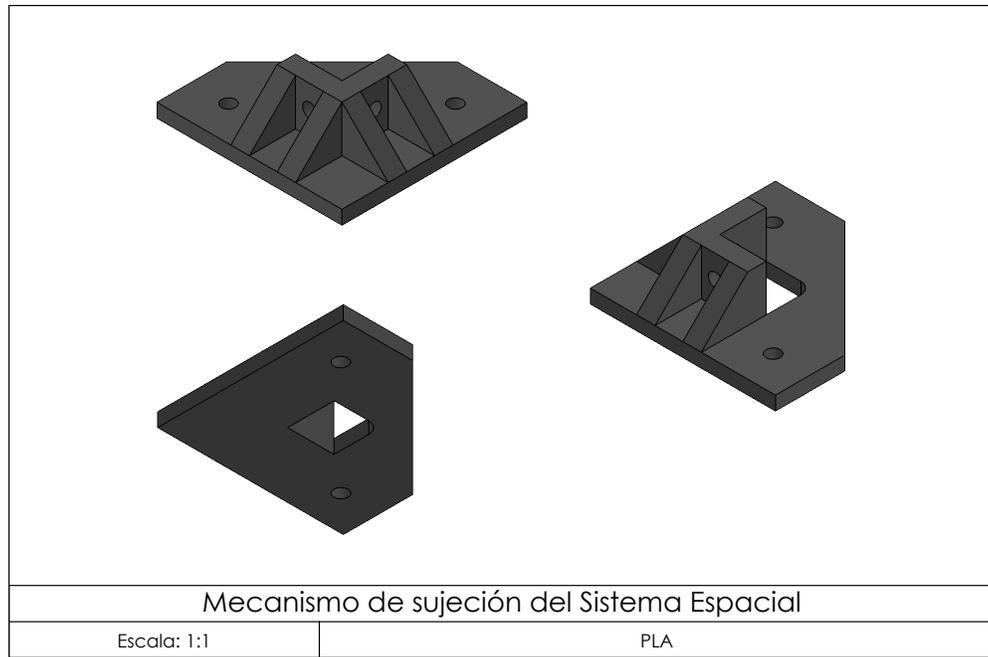


Figura 2.6: Esquina soporte para un nanosatélite CubeSat (1U), un par de tornillos M3 se colocan en los orificios de la extrusión superior y oprimen a los postes del nanosatélite.

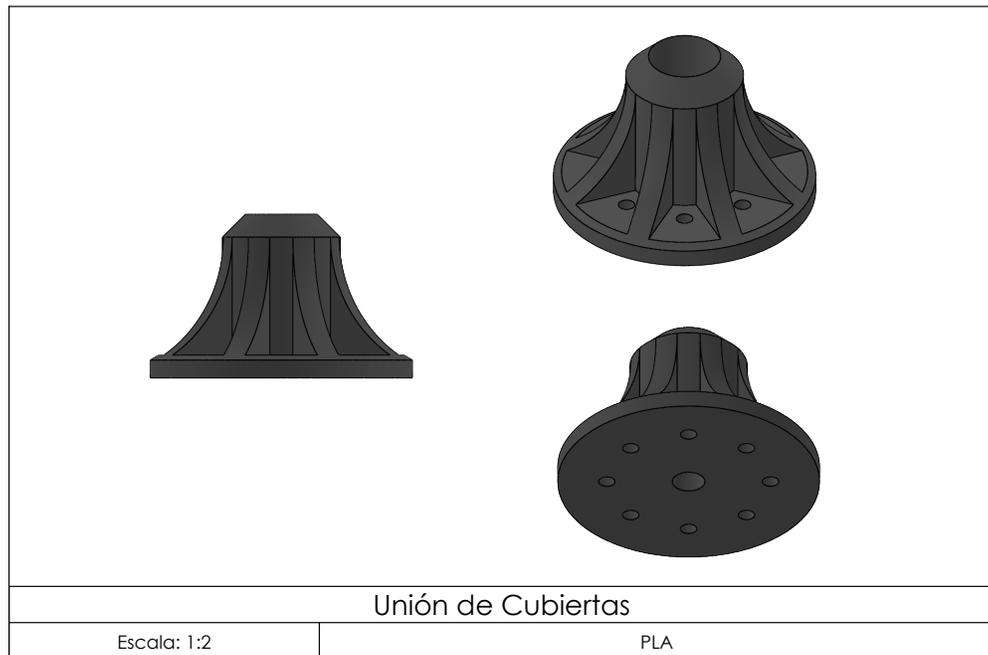


Figura 2.7: Para fijar a las cubiertas de la estructura soporte se emplean ocho tornillos M5 que fijan a la estructura y uno extra fija al tubo galvanizado.

2.3. Construcción del prototipo CubeSat

Para validar el funcionamiento del banco de pruebas se construyó un prototipo CubeSat. La principal característica de su diseño es la presencia de electroválvulas que fungen como propulsores que permiten modificar la orientación y posición del prototipo. El diseño del prototipo se detalla en las secciones posteriores, dividiendo la descripción en: estructura, computadora a bordo y sistema neumático.

2.3.1. Estructura

Siguiendo los lineamientos de diseño de un nanosatélite CubeSat (resumidos en la sección 1.3.2), se construyó una estructura metálica, usando aluminio comercial 6061-T6. La estructura consiste en dos conjuntos de aristas (uno horizontal y otro vertical, Figura 2.8) y ocho esquinas (Figura 2.9). En el interior, cuatro vástagos conectan a las esquinas por pares y permiten asegurar diversos componentes del CubeSat.

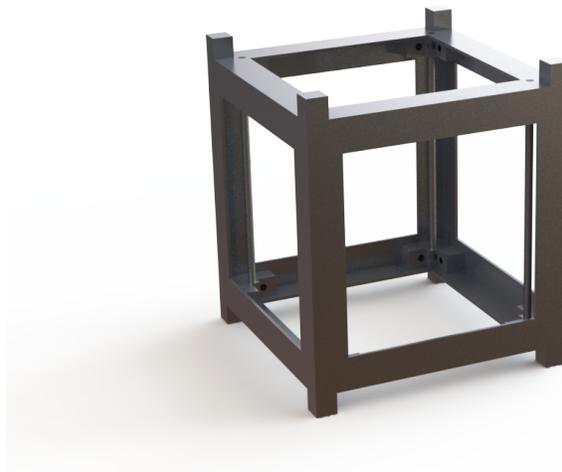


Figura 2.8: Estructura ensamblada del CubeSat.

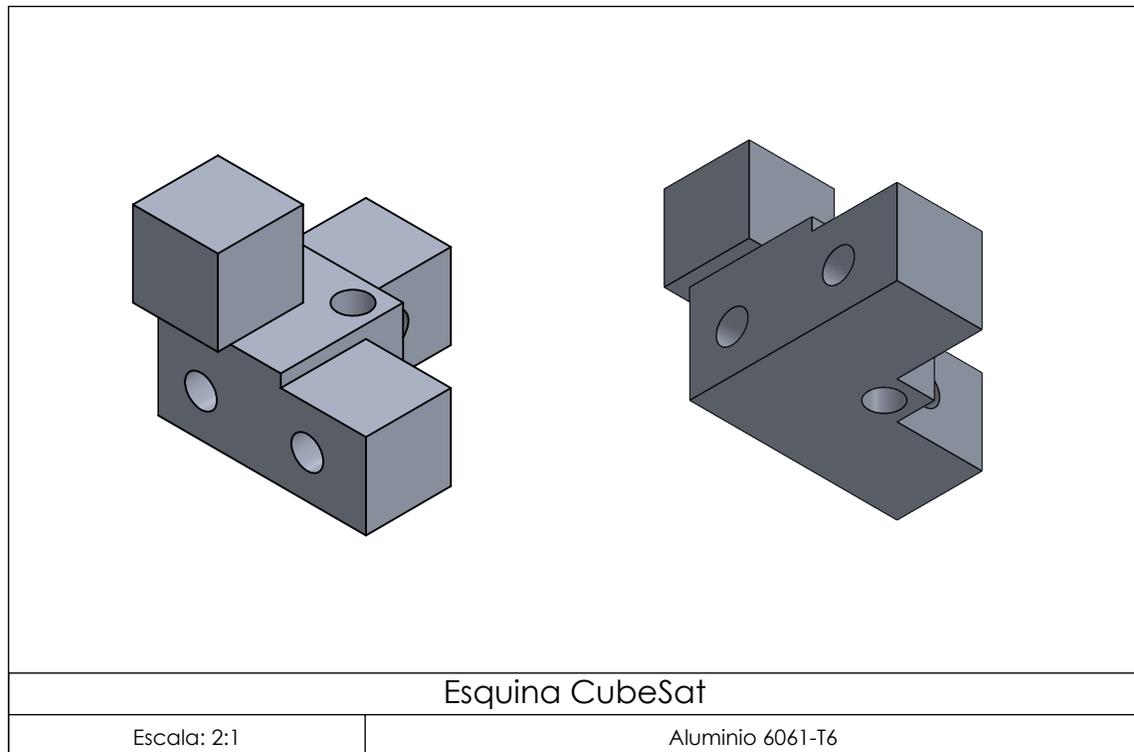


Figura 2.9: Esquina del prototipo CubeSat, fija a dos perfiles horizontales y uno vertical usando tornillos M3.

2.3.2. Sistema neumático

Los componentes principales del prototipo CubeSat son las ocho electroválvulas – modelo RLM-204H30B marca *ASCO numatics* – colocadas en su interior. La potencia necesaria para activar a la electroválvula es 0.5 W (5 V @ 0.1 A), el solenoide tiene un tiempo de respuesta menor a $T_r = 10$ ms, la presión máxima de trabajo es $P_{max} = 0.34$ MPa. Usando estas electroválvulas es posible modificar la posición y orientación del prototipo.

Se diseñó un adaptador para poder fijar las electroválvulas a los vástagos de la estructura del CubeSat (Figura 2.10), este adaptador también permite conectar la electroválvula al sistema de distribución interno de aire comprimido y dirigir la salida de aire hacia los extremos de las caras laterales (Figura 2.11).

2.3.3. Computadora a bordo

La computadora a bordo del prototipo CubeSat permite controlar el funcionamiento de las electroválvulas, además de monitorear el nivel de batería y servir como sistema base para proyectos posteriores usando los puertos de comunicación habilitados. El diagrama de la computadora se muestra en la Figura 2.12.

El componente principal de la computadora a bordo es un microcontrolador Atmel, modelo ATmega328p, con una arquitectura de 8 bits, trabajando a una frecuencia $f_{osc} = 12\text{ MHz}$ y a un voltaje $V_{CC} = 3.3\text{ V}$. El monitoreo de la batería se hace mediante su módulo ADC. Las electroválvulas se controlan a partir de las señales generadas por un temporizador interno. La comunicación inalámbrica se realiza mediante un módulo Bluetooth. Los puertos SPI e I²C han sido habilitados para permitir extensiones posteriores de funcionalidad.

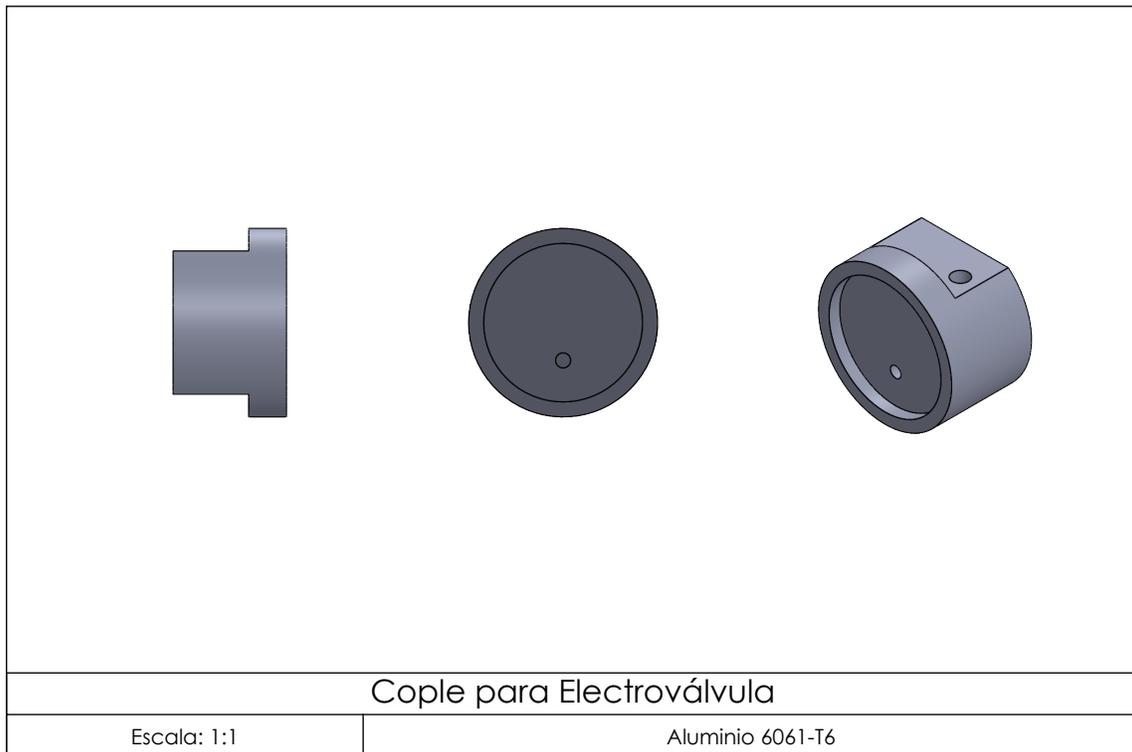


Figura 2.10: Adaptador para una electroválvula, el orificio vertical permite usar unos de los vástagos de la estructura para asegurar a la electroválvula.

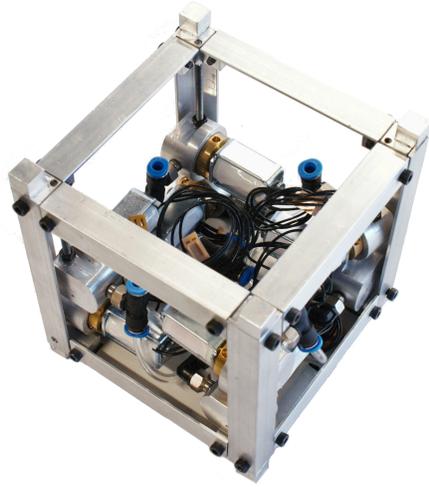


Figura 2.11: Posición de las electroválvulas en el interior del prototipo CubeSat.

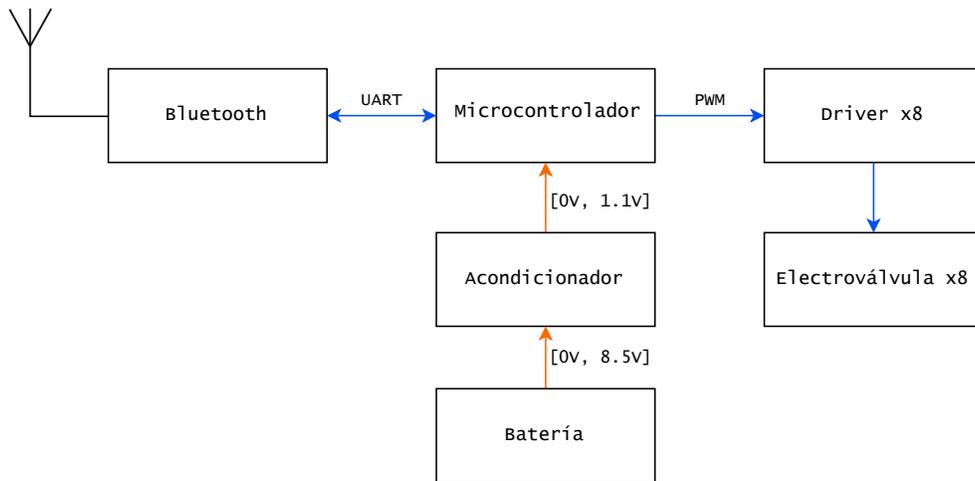


Figura 2.12: Diagrama de bloques de la computadora de a bordo. Las flechas color naranja indican señales analógicas y las azules corresponden a señales digitales.

Nombre	Comando	Descripción
Medir voltaje de batería	v	El prototipo CubeSat responde con el valor final del ADC, se debe hacer la conversión indicada por la ecuación 2.3 para obtener una respuesta en volts.
Establecer ciclo de trabajo de electroválvulas	A	Actualiza el valor del registro OCR1A del microcontrolador, modificando el tiempo de apertura de las electroválvulas, su valor se calcula mediante la ecuación 2.2.
Establecer periodo	T	Actualiza el valor del registro ICR1 del microcontrolador, modificando la frecuencia de trabajo de las electroválvulas, su valor se calcula mediante la ecuación 2.1.
Definir comportamiento de las electroválvulas	c	Establecer cuales electroválvulas serán activadas (bit = 1) y cuales permanecerán cerradas (bit = 0).

Tabla 2.1: Comandos disponibles para la configuración del comportamiento del CubeSat.

El módulo Bluetooth se comunica con el microcontrolador mediante el protocolo USART, permitiendo conectarse al prototipo CubeSat y enviar comandos que modifiquen su comportamiento o reporten su estado interno. Los comandos disponibles se muestra en la Tabla 2.1. La velocidad de comunicación se estableció en 9600 Bd, con un tamaño de palabra de 8 bits, un bit de paro, sin bit de paridad y en modo asíncrono. El prototipo funge como un servidor, mientras el proceso que se comunica con él (el sistema de retroalimentación, por ejemplo) funge como un cliente.

La comunicación inicia cuando el proceso cliente envía un byte indicando el comando que el prototipo CubeSat ejecutará (Tabla 2.1). El segundo byte es la respuesta del modelo con una copia del valor recibido, este byte sirve como una confirmación de la solicitud. Los siguientes bytes conforman la información que se desea transmitir o recibir, su número varía dependiendo del comando ejecutado. La comunicación termina cuando el servidor envía el caracter ‘k’ confirmando la recepción (o el fin de la emisión) de información. El esquema de comunicación se ilustra en la Figura 2.13.

v	servidor		v	B_{ADC}	k	
	cliente	v				
A	servidor		A		OCR1AH	OCR1AL
	cliente	A				
T	servidor		T			k
	cliente	T		ICR1H	ICR1L	
c	servidor		c			k
	cliente	c		E		

Figura 2.13: Esquema de comunicación, los cuadros en gris indican cual dispositivo está transmitiendo.

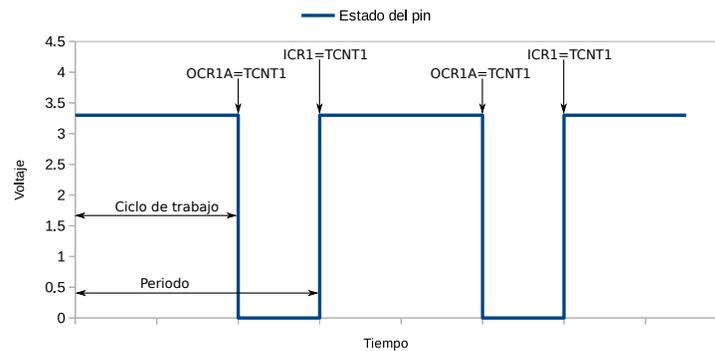


Figura 2.14: Señal generada a partir del Timer1, se emitirá una señal a cada electroválvula, controlando su ciclo y frecuencia de trabajo.

El módulo Timer1 del microcontrolador trabaja en modo CTC (*Clear Timer on Compare Match*), realizando un conteo en los registros TCNT1H y TCNT1L (que, en conjunto, funcionan como un registro de 16 bits denominado TCNT1), comenzando en 0x00 y aumentando su valor en 0x01 con una frecuencia f_{osc}/N , donde N es el factor con el que se configura el divisor de frecuencia del módulo Timer1 y permite obtener periodos de tiempo más largos.

En este modo de operación del Timer1, cada resultado del conteo (el valor de TCNT1) se compara contra los registros ICR1 y OCR1A (ambos de 16 bits). Si la igualdad $TCNT1 = ICR1$ se cumple, el conteo se reinicia a 0x00 y el estado de los pines encargados de controlar a las electroválvulas se actualiza (mediante la función `electroValvulas`). En cambio, cuando la igualdad $TCNT1 = OCR1A$ ocurre, todas las electroválvulas son cerradas (`electroValvulas(0x00)`). La Figura 2.14 ejemplifica la salida de un pin encargado de controlar a una electroválvula.

Los valores de los registros ICR1 y OCR1A, y el comportamiento de las electroválvulas, pueden

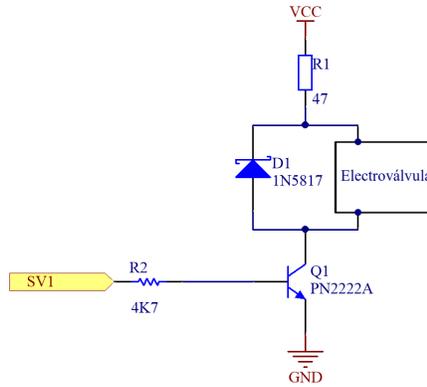


Figura 2.15: Diagrama electrónico de un driver para una electroválvula.

modificarse mediante los comandos A, T y c (cuadro 2.1), modulando la fuerza generada por la salida del aire a presión.

El valor adecuado para el registro ICR1 se calcula mediante la ecuación

$$ICR1 = \frac{T f_{osc}}{N} - 1, \quad T \in [0, 1.39], \quad ICR1 \in \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

donde T es el periodo de trabajo en segundos, que determina la frecuencia de apertura de las electroválvulas, y $N = 256$ es el parámetro con el que se configura el divisor de frecuencia del módulo Timer1. Para el registro OCR1A se emplea la expresión

$$OCR1A = \frac{A f_{osc}}{N} - 1, \quad A \in [0, 1.39], \quad OCR1A \in \mathbb{Z} \quad (2.2)$$

la variable A corresponde a la duración en segundos del ciclo de trabajo de las electroválvulas, es decir, el tiempo que las electroválvulas permanecerán abiertas (Figura 2.14). Ambos valores son redondeados y convertidos al sistema hexadecimal, al ser variables de 16 bits, los resultados se dividen en dos bytes y se transmite primero el byte alto seguido del byte bajo.

Una serie de transistores NPN modelo PN2222A configurados en modo emisor común permiten el control de las electroválvulas desde el microcontrolador. En la sección 2.3.2 se detallaron las especificaciones eléctricas de las electroválvulas, 5 V @ 0.1 A (0.5 W). El circuito básico empleado (Figura 2.15) se repite para cada una de las electroválvulas.

La computadora a bordo es capaz de monitorear el voltaje de batería y emitir alertas cuando la energía almacenada disminuye por debajo del nivel preestablecido. El voltaje de batería es acondicio-

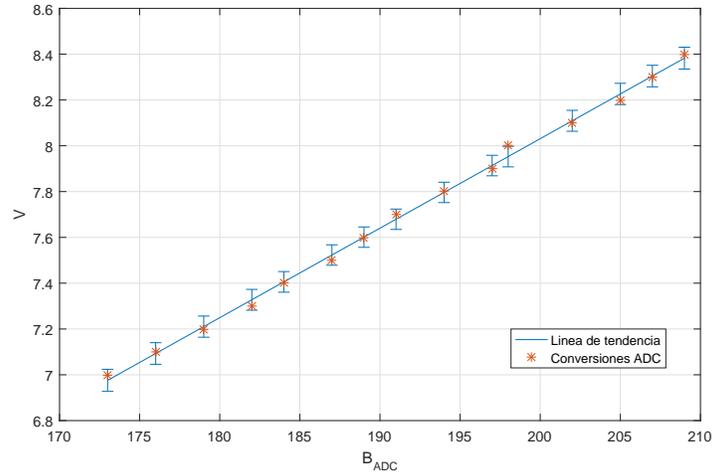


Figura 2.16: Mediciones del ADC y línea de tendencia.

nado mediante un divisor de voltaje y asegura que el voltaje suministrado a una entrada analógica del microcontrolador no supere $V_{ref} = 1.1 \text{ V}$, que es el voltaje de referencia interno del módulo ADC. La Figura 2.16 resume una serie de medidas realizadas por el ADC a diferentes voltajes en la entrada del divisor de voltaje, un ajuste de mínimos cuadrados permitió obtener la ecuación lineal

$$V_{bat} = 0.0391 \cdot B_{ADC} + 0.2155, \quad (2.3)$$

que convierte el resultado B_{ADC} , entregado por el ADC, a unidades de voltaje. Este ajuste permite definir el error asociado a la medición del voltaje de batería como $\pm 0.05 \text{ V}$ (con un coeficiente de correlación cuadrado $R^2 = 0.99785$). B_{ADC} es también el número entregado por el comando v .

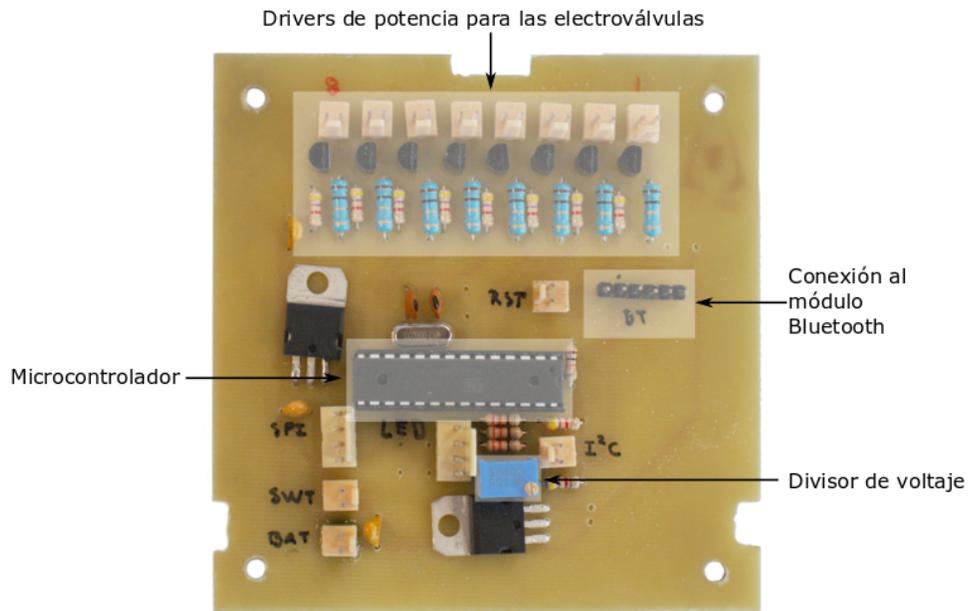


Figura 2.17: Circuito electrónico de la computadora a bordo, se resaltan los componentes principales.

2.4. Sistema de retroalimentación por visión

El objetivo del sistema de retroalimentación es estimar las posiciones de objetos de interés dentro de una toma, es decir, resolver el problema de orientación exterior para obtener la matriz homogénea que contiene la información sobre la posición y orientación del sistema espacial (S) respecto a un sistema de referencia fijo en el laboratorio (L). Para simplificar el montaje experimental es posible introducir un sistemas de coordenadas auxiliar (MR) que tiene una posición fija respecto a L que puede ser determinada antes de cada prueba.

Para el desarrollo de este sistema se utilizó la librería *OpenCV*, enfocada al problema de visión por computadora, que facilita tanto la conexión con una cámara de video (y el cálculo de sus parámetros intrínsecos), como la solución del problema de orientación exterior y la identificación de marcadores predeterminados.

El brazo de madera de la mesa de pruebas sostiene a una cámara de video, que apunta a la mesa

de vidrio y se conecta a una computadora. La escena que captura la cámara comprende la superficie de la mesa y el sistema espacial (Figura 2.18).

Las cámaras de video presentan errores en su sistema óptico que distorsionan la imagen capturada. Para corregir estos errores es necesario calcular la matriz intrínseca de la cámara a través de un proceso de calibración. Durante este proceso se usa un patrón monocromático similar a un tablero de ajedrez mostrado en la Figura 2.19. El número de cuadros en el patrón y su dimensión son parámetros conocidos. La librería OpenCV facilita tanto la obtención de la matriz como su uso posterior para corregir las distorsiones en la imagen.

ArUco es una librería integrada a OpenCV que permite estimar la posición de marcadores monocromáticos cuadrangulares (Figura 2.20a). Estos marcadores pertenecen a un diccionario, que puede generarse para cubrir necesidades particulares, como el número de marcadores detectados simultáneamente o la confianza en la identificación de cada uno [22].

La región interior del marcador permite discernir entre diferentes marcadores al incorporar un código bidimensional único para cada uno de ellos. La dimensión física del marcador debe establecerse antes de la ejecución del sistema de retroalimentación, para determinar las coordenadas de las

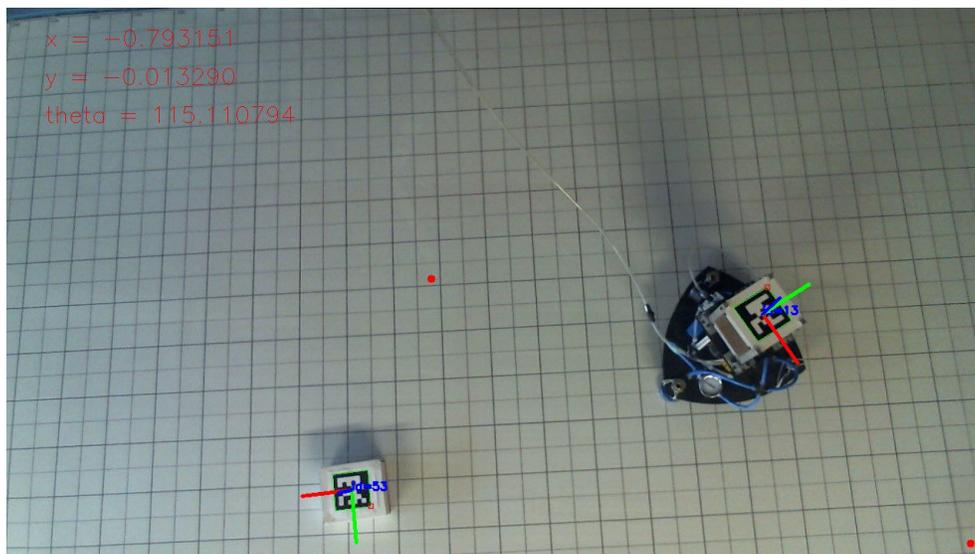


Figura 2.18: Ejemplo de la escena capturada por la cámara de video. Se puede apreciar el sistema de referencia del prototipo CubeSat y el del marcador de referencia (que en este ejemplo se hizo coincidir con el sistema de referencia del laboratorio).

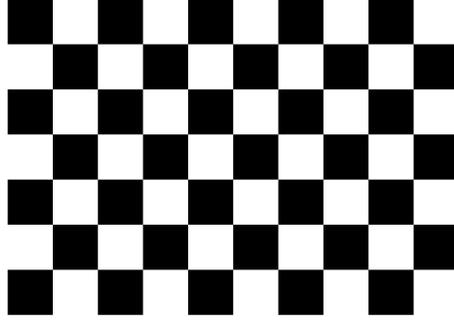


Figura 2.19: Patrón empleado en la calibración de la cámara.

esquinas exteriores del marcador respecto a su propio sistema de referencia ubicado en su centro geométrico y paralelo a un par de aristas (Figura 2.20b).

El proceso de detección de un marcador tiene dos etapas:

- Detectar y aislar el marcador del resto de la imagen para identificar el código de la región interna y determinar el marcador detectado, además de obtener las coordenadas, en pixeles, de sus esquinas [22].
- Usar las coordenadas, en pixeles, de las esquinas para estimar la posición del marcador respecto al sistema de referencia de la cámara. De la ecuación discutida en la sección 1.3.4

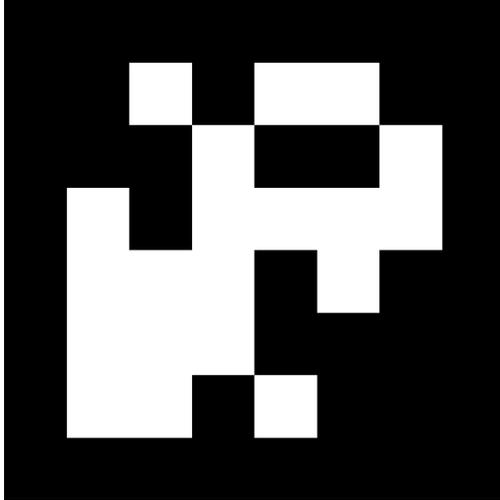
$$\lambda \mathbf{p}_i = K \Pi_0 H_{MR}^C \mathbf{P}_i^{MR}, \quad (2.4)$$

el único término desconocido es la matriz homogénea H_{MR}^C . El término \mathbf{p}_i ($i = 1, 2, 3, 4$) corresponde a las coordenadas en pixeles de una esquina del marcador, mientras el término \mathbf{P}_i^{MR} son las coordenadas de la misma esquina respecto al sistema de referencia MR del marcador.

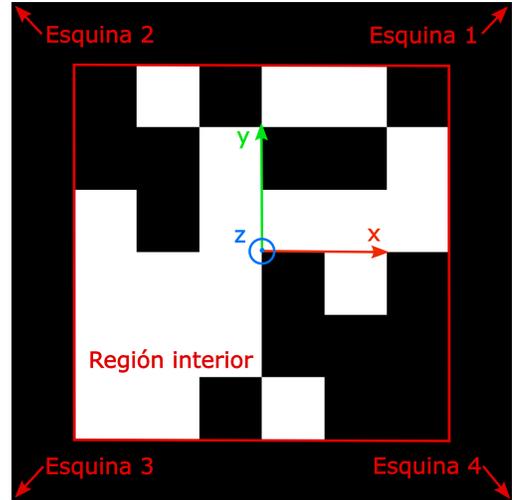
Partiendo de una estimación inicial de la matriz homogénea (usualmente la matriz identidad), se calcula $\hat{\mathbf{p}}_i = \mathbf{f}(\mathbf{P}_i^{MR}; \mathbf{P})$, una reproyección del punto \mathbf{P}_i^{MR} . El error

$$\mathbf{E} = \mathbf{f}(\mathbf{P}^{MR}; \mathbf{P}) - \mathbf{p} \quad (2.5)$$

es minimizado mediante el algoritmo LM, variando el vector de parámetros \mathbf{P} que contiene a los componentes de la matriz H_{MR}^C .



(a) Ejemplo de un marcador ArUco con $ID = 39$.



(b) Características de un marcador ArUco, se indica la orientación de su sistema de referencia y el orden de numeración de sus esquinas.

Figura 2.20: Marcadores ArUco. Cada marcador contiene en la región interior un patrón bidimensional monocromático único que se asigna a un ID numérico.

El número máximo de grados de libertad en el movimiento de un cuerpo rígido es seis, mientras que la matriz homogénea contiene dieciséis elementos. El algoritmo LM se implementa sustituyendo a la matriz de rotación por un vector de tres elementos, eliminando variables redundantes. La función `solvePnP` de OpenCV ejecuta el LM y recibe como argumentos la matriz intrínseca K y las coordenadas \mathbf{p}_i , \mathbf{P}_i^{MR} . El resultado son los vectores de rotación \mathbf{r} y traslación \mathbf{t} .

El vector de rotación es transformado mediante la fórmula de rotación de Rodrigues a una matriz de rotación e incorporada, junto con el vector de traslación, a la matriz homogénea H_{MR}^C , que ubica al marcador asociado al marcador de referencia fijo a la plataforma, respecto al sistema de coordenadas C. El proceso se repite para la matriz homogénea H_S^C , que ubica al sistema de coordenadas del sistema espacial (S) respecto al sistema C.

La matriz homogénea es solo uno de los métodos disponibles para describir la posición y orientación de un sistema espacial (o un objeto rígido en general), otros esquemas como cuaterniones, álgebra geométrica o parámetros de Rodrigues, también pueden ser utilizados. Sin embargo, en la literatura se trata a la matriz homogénea (o bien, a la matriz de rotación) como el esquema base, que permite traducir la información de una rotación a otras representaciones.

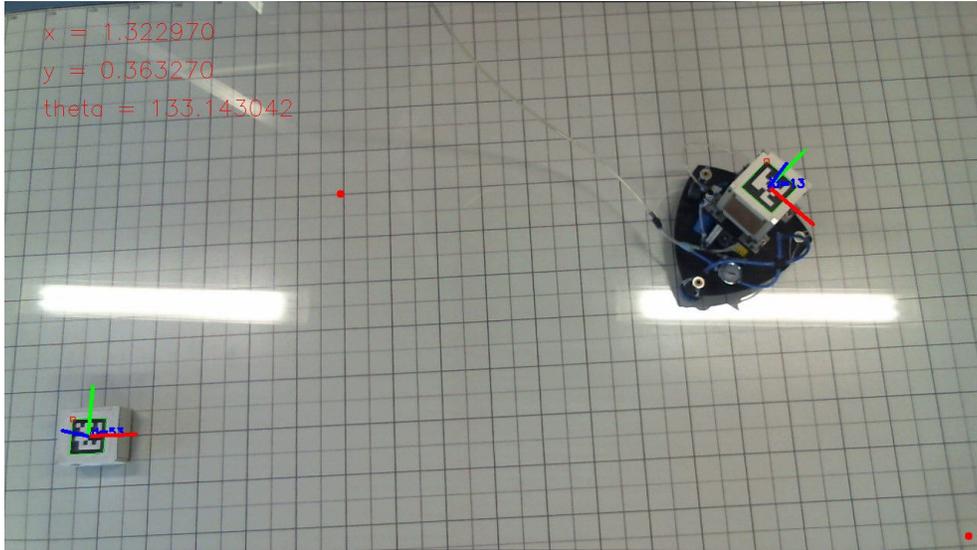


Figura 2.21: Sistemas de referencia empleados por el sistema de retroalimentación.

En general, el marcador de referencia fijo a la plataforma no será colocado en el origen de coordenadas del sistema de referencia del laboratorio L. Se hace distinción entre el sistema MR que permanece fijo respecto al sistema de referencia del laboratorio (L), pero cuyo origen puede no coincidir con este. La matriz H_{MR}^L es conocida, pues especifica la transformación del sistema de coordenadas L al sistema de coordenadas del marcador de referencia MR, y es definida antes de la ejecución del sistema de visión. MR es un sistema auxiliar que permite colocar una referencia fija dentro de la plataforma que no entorpezca el movimiento del sistema espacial (Figura 2.21).

Para conocer la posición del sistema espacial respecto al sistema de referencia del laboratorio es necesario calcular la transformación

$$H_S^L = H_{MR}^L H_C^{MR} H_S^C. \quad (2.6)$$

En la Figura 2.22 se resume el diagrama de flujo del sistema de visión por computadora.

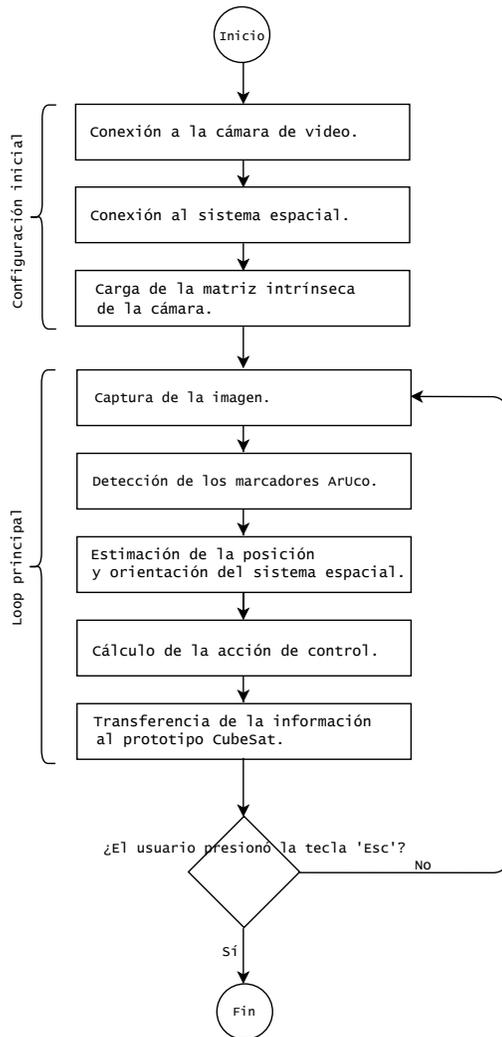


Figura 2.22: Diagrama de flujo del programa de visión por computadora que determina la posición y orientación del sistema espacial.

Conexión a la cámara de video. El programa intenta iniciar la comunicación con la cámara de video colocada en el brazo de la mesa de pruebas.

Conexión al sistema espacial. Se intenta establecer comunicaciones con el sistema espacial a través del puerto serial designado.

Carga de la matriz intrínseca de la cámara. Se accede al archivo XML que contiene la matriz intrínseca de la cámara y el vector de coeficientes de distorsión radial. Estos parámetros se usarán para corregir cada toma obtenida por la cámara.

Captura de la imagen. Primer paso dentro del *loop* principal, se obtiene el cuadro capturado por la cámara y se corrigen las distorsiones. Los pasos posteriores usarán a esta imagen como base en su funcionamiento.

Detección de los marcadores ArUco. Usando el cuadro capturado, detecta los marcadores ArUco asignados al sistema espacial y al marcador de referencia. Se almacena la posición de sus esquinas y el ID del marcador.

Estimación de la posición y orientación del sistema espacial. Si los patrones fueron encontrados en el paso anterior se usa la posición de las esquinas de cada marcador junto con la matriz intrínseca de la cámara para estimar su posición y orientación mediante el algoritmo Levenberg-Marquardt.

Cálculo de la acción de control. En la implementación actual, el cálculo de la acción de control se realiza de forma externa al sistema espacial.

Transferencia de la información al prototipo CubeSat. Se comunica al CubeSat las electroválvulas que requieren ser activadas y su ciclo de trabajo.

3 | Experimentos y resultados

El funcionamiento del banco de pruebas se ve afectado por factores como: la limpieza de la superficie de vidrio, la presión del aire comprimido suministrado a los baleros de aire y a las electroválvulas, y la iluminación del laboratorio.

Para minimizar el impacto de estos factores se establecieron una serie de procedimientos previos al uso del banco de pruebas buscando homogeneizar las condiciones en todas las pruebas realizadas siguiendo los pasos siguientes:

1. La superficie de vidrio debe ser limpiada con alcohol isopropílico y un paño de microfibra, para eliminar el polvo y grasa acumulados. La superficie se deja secar antes de colocar sobre ella la estructura soporte con los baleros de aire y el sistema espacial.
2. La iluminación del laboratorio se mantiene constante, con poca influencia de fuentes de luz externas.
3. El funcionamiento del sistema de visión por computadora se comprueba calculando la posición y orientación del marcador ArUco asignado al prototipo CubeSat respecto al marcador de referencia. Usando como parámetros el promedio, desviación estándar y el RMSE (error de la raíz cuadrada de la media) de los resultados entregados se decide si es necesario repetir el proceso de calibración de la cámara o modificar su posición.
4. Se comprueba la configuración de los reguladores de presión incluidos en el sistema de preparación neumático. La presión de funcionamiento para los baleros de aire es de $P_b = 0.45$ MPa y para las electroválvulas es de $P_e = 0.3$ MPa. Se verifica el estado del filtro de aire colocado a la salida del compresor para evitar la presencia de humedad en el sistema y el desgaste

prematureo de los componentes.

En la sección siguiente se describen dos pruebas iniciales: la primera (una prueba estática) analiza los resultados entregados por el sistema de visión en diferentes posiciones de los marcadores dentro de la mesa y la segunda (una prueba dinámica) comprueba el funcionamiento en conjunto de todos los componentes que conforman al banco de pruebas.

3.1. Prueba estática

Las mediciones entregadas por el sistema de visión por computadora deben ser exactas y precisas, debido a que esta información podría reemplazar a otros métodos de orientación (como un GPS o un sensor de estrellas) generalmente presentes en un sistema espacial. Por esta razón, la resolución de las estimaciones del sistema de visión debe ser comparable a la de las mediciones realizadas por los métodos de orientación.

Para esta prueba, el sistema de coordenadas del marcador de referencia (MR) se hizo coincidir con el sistema de referencia del laboratorio (L). El marcador asignado al prototipo CubeSat (S) se colocó en 34 posiciones diferentes conocidas, en cada una de ellas se hizo un muestreo de cien estimaciones mediante el sistema de visión por computadora, a una frecuencia de 25 Hz. Para cada posición, se calculó el promedio y la desviación estándar de las mediciones. Se definió el error de la medida como la diferencia entre el valor real de la posición del marcador y el valor calculado por el sistema de visión

$$\mathbf{e}_m = \mathbf{r}_{real} - \mathbf{r}_{estimación}, \quad (3.1)$$

usando esta definición se obtuvo el error de la raíz cuadrada de la media (RMSE) para cada posición. Los resultados se resumen en la Tabla 3.1, mientras que en las figuras 3.1 y 3.2 se presentan de forma cualitativa la distribución y escala de la desviación estándar y el RMSE para cada posición analizada.

Muestra	Posición real	Promedio	Desviación estándar	RMSE
x_1	0.0 cm	-0.226 cm	0.060	0.234 cm
y_1	10.0 cm	10.362 cm	0.290	0.463 cm
x_2	0.0 cm	-0.500 cm	0.061	0.504 cm
y_2	20.0 cm	21.391 cm	0.220	1.408 cm
x_3	0.0 cm	-0.590 cm	0.098	0.598 cm
y_3	30.0 cm	31.704 cm	0.291	1.728 cm
x_4	0.0 cm	-0.953 cm	0.138	0.963 cm
y_4	40.0 cm	43.794 cm	0.346	3.810 cm
x_5	0.0 cm	-1.068 cm	0.147	1.078 cm
y_5	50.0 cm	54.410 cm	0.375	4.426 cm
x_6	10.0 cm	10.045 cm	0.033	0.055 cm
y_6	0.0 cm	0.150 cm	0.262	0.301 cm
x_7	20.0 cm	20.260 cm	0.031	0.262 cm
y_7	0.0 cm	0.201 cm	0.208	0.288 cm
x_8	30.0 cm	30.531 cm	0.045	0.533 cm
y_8	0.0 cm	0.556 cm	0.200	0.591 cm
x_9	40.0 cm	40.993 cm	0.050	0.994 cm
y_9	0.0 cm	0.836 cm	0.165	0.852 cm
x_{10}	50.0 cm	51.109 cm	0.089	1.113 cm
y_{10}	0.0 cm	0.865 cm	0.204	0.888 cm
x_{11}	60.0 cm	61.230 cm	0.110	1.235 cm
y_{11}	0.0 cm	0.444 cm	0.211	0.491 cm
x_{12}	70.0 cm	71.702 cm	0.127	1.707 cm
y_{12}	0.0 cm	0.955 cm	0.191	0.974 cm

Tabla 3.1: Resumen de resultados para la prueba estática. Los valores estadísticos se obtuvieron para cada una de las coordenadas de la posición del marcador.

Muestra	Posición real	Promedio	Desviación estándar	RMSE
x_{13}	80.0 cm	81.595 cm	0.127	1.600 cm
y_{13}	0.0 cm	0.658 cm	0.227	0.695 cm
x_{14}	90.0 cm	91.590 cm	0.136	1.595 cm
y_{14}	0.0 cm	-0.067 cm	0.199	0.209 cm
x_{15}	100.0 cm	101.547 cm	0.175	1.556 cm
y_{15}	0.0 cm	-0.340 cm	0.214	0.401 cm
x_{16}	0.0 cm	-2.434 cm	0.174	2.440 cm
y_{16}	0.0 cm	-8.759 cm	0.113	8.760 cm
x_{17}	0.0 cm	-0.009 cm	0.041	0.042 cm
y_{17}	-20.0 cm	-20.772 cm	0.095	0.778 cm
x_{18}	0.0 cm	0.094 cm	0.056	0.109 cm
y_{18}	-30.0 cm	-31.153 cm	0.096	1.157 cm
x_{19}	0.0 cm	0.271 cm	0.077	0.282 cm
y_{19}	-40.0 cm	-41.161 cm	0.082	1.164 cm
x_{20}	0.0 cm	0.223 cm	0.086	0.239 cm
y_{20}	-50.0 cm	-51.113 cm	0.079	1.116 cm
x_{21}	-10.0 cm	-10.696 cm	0.041	0.697 cm
y_{21}	0.0 cm	-0.197 cm	0.137	0.240 cm
x_{22}	-20.0 cm	-20.880 cm	0.071	0.883 cm
y_{22}	0.0 cm	-0.120 cm	0.143	0.186 cm
x_{23}	-30.0 cm	-31.220 cm	0.075	1.222 cm
y_{23}	0.0 cm	0.219 cm	0.171	0.277 cm
x_{24}	-40.0 cm	-41.449 cm	0.127	1.454 cm
y_{24}	0.0 cm	-0.158 cm	0.179	0.238 cm

Tabla 3.1: (*continuación*)

Muestra	Posición real	Promedio	Desviación estándar	RMSE
x_{25}	-50.0 cm	-51.650 cm	0.134	1.655 cm
y_{25}	0.0 cm	-0.111 cm	0.177	0.208 cm
x_{26}	-60.0 cm	-61.803 cm	0.127	1.808 cm
y_{26}	0.0 cm	-0.162 cm	0.179	0.241 cm
x_{27}	-70.0 cm	-71.777 cm	0.170	1.785 cm
y_{27}	0.0 cm	-0.434 cm	0.181	0.470 cm
x_{28}	-80.0 cm	-81.450 cm	0.145	1.457 cm
y_{28}	0.0 cm	-0.996 cm	0.160	1.008 cm
x_{29}	-90.0 cm	-91.800 cm	0.158	1.806 cm
y_{29}	0.0 cm	-1.125 cm	0.178	1.139 cm
x_{30}	-100.0 cm	-102.588 cm	0.147	2.593 cm
y_{30}	0.0 cm	-0.712 cm	0.155	0.728 cm
x_{31}	-50.0 cm	-52.725 cm	0.173	2.731 cm
y_{31}	30.0 cm	31.688 cm	0.237	1.705 cm
x_{32}	-60.0 cm	-60.497 cm	0.172	0.526 cm
y_{32}	-40.0 cm	-41.119 cm	0.104	1.124 cm
x_{33}	50.0 cm	51.383 cm	0.089	1.385 cm
y_{33}	-40.0 cm	-40.117 cm	0.176	0.211 cm
x_{34}	60.0 cm	61.448 cm	0.217	1.464 cm
y_{34}	30.0 cm	32.731 cm	0.292	2.746 cm

Tabla 3.1: (*continuación*)

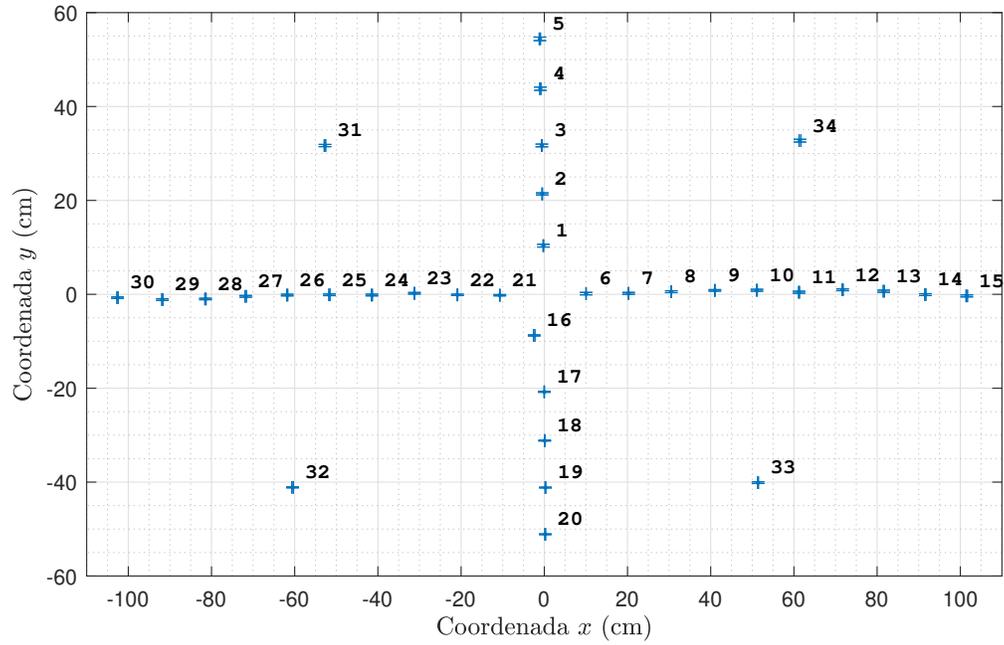


Figura 3.1: Representación de la desviación estadística en posiciones diferentes sobre la mesa de pruebas.

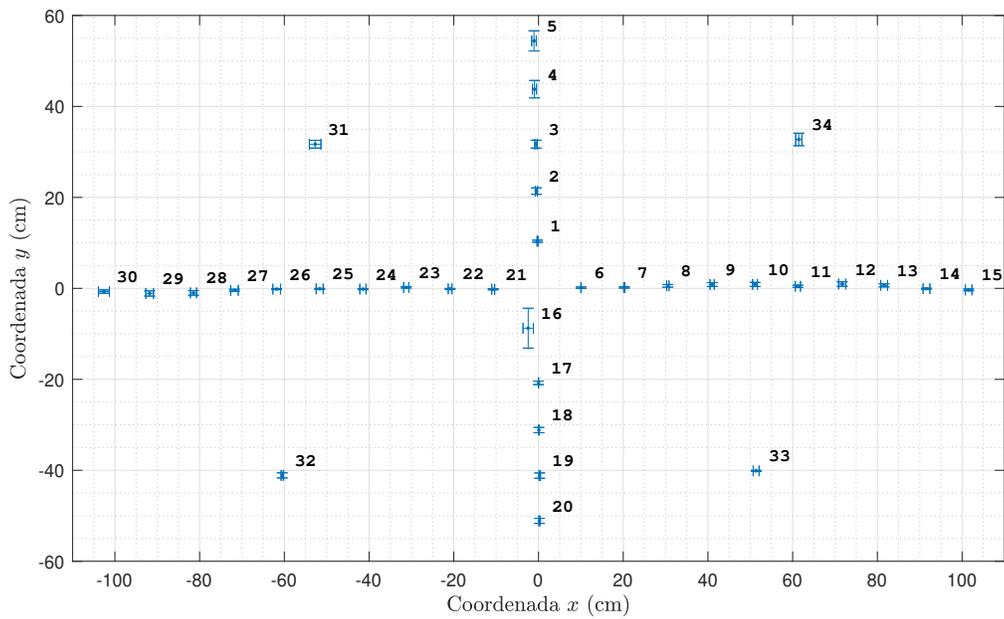


Figura 3.2: Representación del RMSE para posiciones diferentes sobre la mesa de pruebas.

La orientación se analizó mediante un procedimiento similar, manteniendo fija la posición del marcador, su orientación se modificó en incrementos de 10° comenzando en 0° y continuando hasta completar una revolución. Para cada orientación se obtuvo una muestra de cien mediciones, a partir de la cual se calculó el promedio, desviación estándar y error cuadrático medio entre el ángulo real y el ángulo medido por el sistema de retroalimentación por visión. Los resultados se muestran en la Tabla 3.2.

Muestra	Ángulo real	Promedio	Desviación estándar	RMSE
θ_1	0.0°	0.174°	0.058	0.183°
θ_2	10.0°	10.493°	0.054	0.496°
θ_3	20.0°	20.481°	0.054	0.484°
θ_4	30.0°	30.081°	0.047	0.093°
θ_5	40.0°	39.650°	0.056	0.355°
θ_6	50.0°	49.451°	0.061	0.552°
θ_7	60.0°	59.391°	0.050	0.611°
θ_8	70.0°	69.514°	0.056	0.489°
θ_9	80.0°	79.781°	0.057	0.226°
θ_{10}	90.0°	90.054°	0.044	0.069°
θ_{11}	100.0°	100.281°	0.045	0.284°
θ_{12}	110.0°	110.604°	0.045	0.606°
θ_{13}	120.0°	120.155°	0.050	0.163°
θ_{14}	130.0°	129.762°	0.044	0.241°
θ_{15}	140.0°	139.642°	0.052	0.362°
θ_{16}	150.0°	149.748°	0.068	0.261°
θ_{17}	160.0°	159.921°	0.071	0.106°
θ_{18}	170.0°	169.834°	0.057	0.175°
θ_{19}	-180.0°	-179.804°	0.057	0.204°
θ_{20}	-170.0°	-169.751°	0.050	0.254°
θ_{21}	-160.0°	-159.634°	0.058	0.371°
θ_{22}	-150.0°	-149.817°	0.041	0.188°
θ_{23}	-140.0°	-140.138°	0.046	0.146°
θ_{24}	-130.0°	-130.550°	0.045	0.552°

Tabla 3.2: Resumen de resultados para la medición de ángulos.

Muestra	Ángulo real	Promedio	Desviación estándar	RMSE
θ_{25}	-120.0°	-120.767°	0.081	0.771°
θ_{26}	-110.0°	-110.554°	0.044	0.556°
θ_{27}	-100.0°	-99.861°	0.057	0.150°
θ_{28}	-90.0°	-89.798°	0.052	0.208°
θ_{29}	-80.0°	-79.452°	0.064	0.552°
θ_{30}	-70.0°	-69.375°	0.054	0.628°
θ_{31}	-60.0°	-59.598°	0.044	0.405°
θ_{32}	-50.0°	-49.998°	0.051	0.050°
θ_{33}	-40.0°	-40.442°	0.042	0.444°
θ_{34}	-30.0°	-30.329°	0.062	0.335°
θ_{35}	-20.0°	-20.179°	0.041	0.183°
θ_{36}	-10.0°	-10.083°	0.041	0.093°

Tabla 3.2: (*continuación*).

Los resultados obtenidos a partir de la prueba estática señalan algunas tendencias generales:

1. El RMSE muestra un incremento conforme la posición del marcador ArUco del CubeSat se aleja del origen del sistema de referencia L.
2. La desviación estándar de cada conjunto de mediciones se mantiene prácticamente constante frente al cambio de posición u orientación del marcador ArUco asignado al CubeSat.

El comportamiento del sistema de visión para la estimación de posición en la muestra número 16 difiere al de los demás puntos cercanos al origen de coordenadas, al haber obtenido el mayor RMSE. El análisis del video con las estimaciones de la posición del marcador revela una incertidumbre en la detección de las esquinas del marcador provocada por su posición casi paralela al plano de la imagen. La estimación de la posición en esta área de la mesa de pruebas puede corregirse reorientando la cámara, asegurando que en ninguna posición los marcadores se encontrarán con este inconveniente.

La Tabla 3.3 muestra algunas características de las mediciones que presentan sensores de actitud usualmente incluidos en nanosatélites. La exactitud de las estimaciones de posición realizadas por el sistema de retroalimentación por visión (del orden de centímetros) es mayor a la del dispositivo

Sensor	Exactitud	Frecuencia
GPS (NGPS-01-422 [23])	< 10 m	1 Hz
Sensor de estrellas (Leuven Star Tracker [24])	2 arcsec	10 Hz
Sensor de horizonte (MAI-SES [25])	0.25°	–
Sensor solar (NCSS-SA05 [26])	< 0.5°	> 10 Hz

Tabla 3.3: Características de diferentes sensores de actitud satelital.

GPS (del orden de decenas de metros). Las estimaciones de orientación, sin embargo, muestran una incertidumbre mayor a la de los sensores de actitud – cuatro órdenes de magnitud mayor respecto al sensor de estrellas – para poder simular la información de este tipo de sensores es necesario refinar el funcionamiento del sistema de visión por computadora. En ambos casos, la frecuencia de medición del sistema de retroalimentación es mayor a la de los sensores, permitiendo implementar un tratamiento estadístico que mejora la exactitud y precisión de los resultados aún cuando eso signifique un mayor tiempo en la adquisición de datos.

La exactitud del sistema puede mejorarse realizando nuevas calibraciones a la cámara de video o reemplazándola por un equipo de mayores prestaciones y mejor calidad óptica. La constancia en las desviaciones estándar obtenidas a partir de los diferentes conjuntos de mediciones son un indicio de la estabilidad de la técnica de reconocimiento y tratamiento de los marcadores ArUco.

3.2. Prueba dinámica

En esta sección se describe la prueba al flujo de trabajo del banco en una prueba dinámica con el objetivo de probar el funcionamiento, en conjunto, de todos los componentes que integran al banco. El lazo cerrado incluirá al prototipo CubeSat como la planta cuya posición será controlada. El sistema de visión generará la señal de retroalimentación que, junto con una posición de referencia deseada \mathbf{r}_p^L , generaran la señal de error utilizada por un controlador proporcional para calcular la acción de control (Figura 3.3).

Es necesario recalcar que esta prueba no se centró en la robustez ni la estabilidad del algoritmo

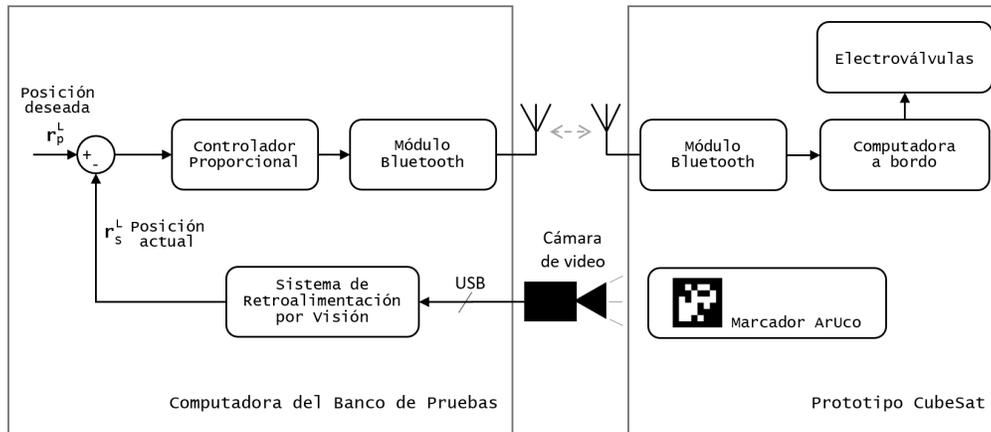
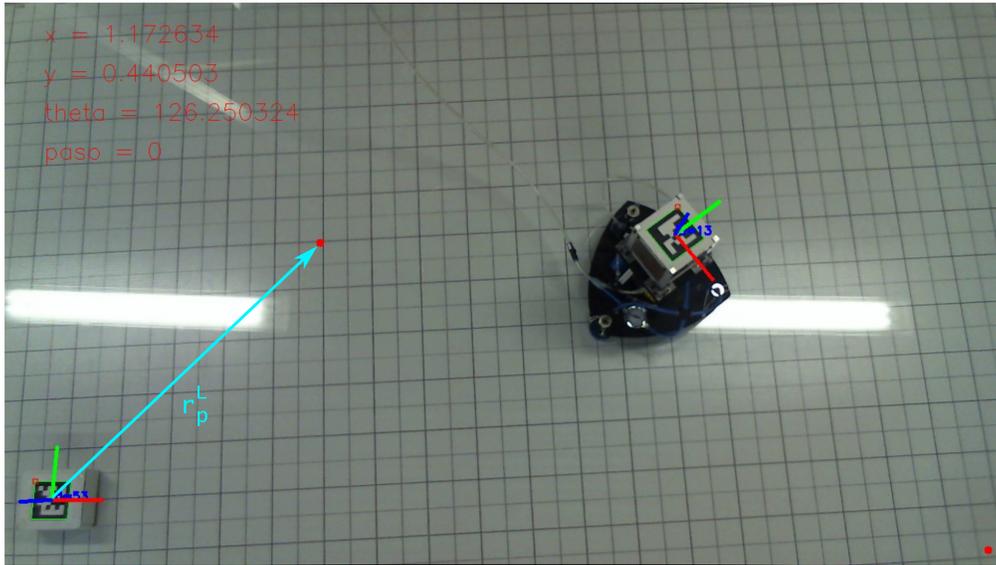


Figura 3.3: Diagrama de bloques para el control de la posición del prototipo CubeSat

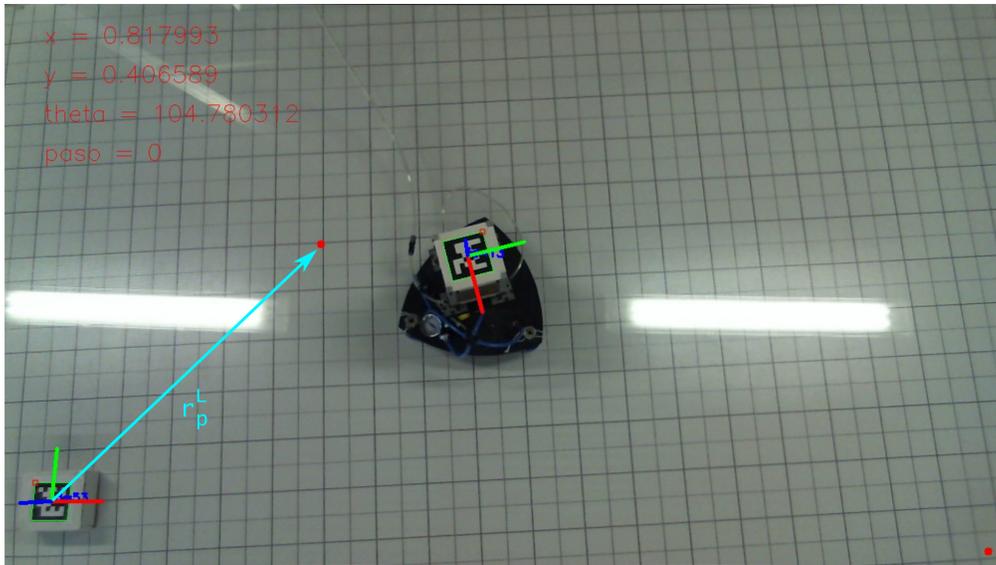
de control, sino en la capacidad del banco de pruebas para retroalimentar al sistema espacial su ubicación y ejemplificar el cálculo de las acciones de control necesarias para acercar al sistema espacial a la posición indicada. El trabajo sobre un algoritmo de control estable y robusto se ha contemplado para trabajos futuros.

El sistema de visión realizó las estimaciones de posición y orientación con una frecuencia promedio de 25 Hz y transmitió, al prototipo CubeSat, la acción de control que dicta el comportamiento de las electroválvulas.

Las electroválvulas impulsaron al prototipo CubeSat, acercándolo a la posición deseada (Figura 3.4). La comunicación entre el sistema de visión y el prototipo CubeSat se comprobó transmitiendo los comandos contenidos en la Tabla 2.1 y verificando el ciclo de trabajo de las electroválvulas y su orden de activación.



(a)



(b)

Figura 3.4: Movimiento del prototipo CubeSat bajo un algoritmo de control con ganancia proporcional que lo dirige a una posición deseada $\mathbf{r}_p^L = [50.0 \text{ cm}, 50.0 \text{ cm}]$: (a) posición inicial $\mathbf{r}_{S_1}^L = [117.26 \text{ cm}, 44.05 \text{ cm}]$, (b) posición final del prototipo después de haber sido impulsado por las electroválvulas $\mathbf{r}_{S_2}^L = [81.79 \text{ cm}, 40.65 \text{ cm}]$.

4 | Conclusiones

Los bancos de prueba han sido empleados desde los inicios de la era espacial en el diseño, construcción y validación de sistemas espaciales. La simulación de microgravedad es una necesidad total para el desarrollo de cualquier sistema espacial equipado con actuadores.

La construcción de un banco de pruebas para la simulación de microgravedad puede realizarse utilizando componentes COTS y librerías de código abierto generando, en el proceso, capital humano con los conocimientos necesarios para contribuir al desarrollo de tecnología espacial.

Las estimaciones de posición realizadas por el sistema de retroalimentación pueden ser utilizadas para simular un sensor GPS. Las estimaciones de orientación necesitan ser refinadas, actualmente presentan una incertidumbre asociada de 0.7° , mayor a las incertidumbres presentadas por sensores de actitud (Tabla 3.3). Es necesario realizar mejoras al sistema óptico y al algoritmo de estimación de orientación para poder simular las mediciones que realizarían sensores de actitud.

La estructura de soporte puede ser replicada y el sistema de retroalimentación modificado con el objetivo de trabajar con diversos sistemas espaciales simultáneamente en operaciones de sincronización. Esto permite el desarrollo de misiones espaciales innovadoras, donde una constelación de satélites pequeños reemplacen a un sistema monolítico, aumentando la robustez y oportunidades de éxito de la misión espacial.

Las capacidades del banco de pruebas pueden ser extendidas introduciendo una segunda cámara para mejorar la precisión y exactitud del sistema de visión. La inclusión de tanques a presión dentro de la estructura soporte disminuiría la fuerza de fricción para el movimiento del sistema espacial. Ambas mejoras pueden ser atendidas en proyectos futuros.

Bibliografía

- ¹T. Rybus y K. Seweryn, «Planar air-bearing microgravity simulators: Review of applications, existing solutions and design parameters», *Acta Astronautica* **120**, 239-259 (2016).
- ²J. L. Schwartz, M. a. Peck y C. D. Hall, «Historical Review of Air-Bearing Spacecraft Simulators», *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **26**, 513-522 (2003).
- ³D. Miller, A. Saenz-Otero, J. Wertz, A. Chen, G. Berkowski, C. Brodel, S. Carlson, D. Carpenter, S. Chen, S. Cheng, D. Feller, S. Jackson, B. Pitts, F. Perez y J. Szuminski, «Spheres: A testbed for long duration satellite formation flying in micro-gravity conditions», *Advances in the Astronautical Sciences* **105 I**, 167-179 (2000).
- ⁴J. Prado, G. Bisiacchi y L. Reyes, «Three-axis air-bearing based platform for small satellite attitude determination and control simulation», *Journal of Applied Research and Technology* **3**, 222-237 (2005).
- ⁵A. Osuman, J. Guo y E. Gill, «Multi-agent testbed for distributed space systems», 61st International Astronautical Congress (2010).
- ⁶W. R. Wilson, L. L. Jones y M. A. Peck, «A Multimodule Planar Air Bearing Testbed for CubeSat-Scale Spacecraft», *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* **135**, 045001 (2013).
- ⁷CalPoly, «Cubesat Design Specification (CDS)», 42 (2014).
- ⁸L. Dyrud, S. Slagowski, J. Fentzke, W. Wiscombe, K. Cahoy, G. Bust, A. Rogers, B. Erlandson, L. Paxton y S. Arnold, «Small-Sat Science Constellations : Why and How», 27th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, VI-9 (2013).
- ⁹B. E. Tweddle y A. Saenz-Otero, «Relative Computer Vision-Based Navigation for Small Inspection Spacecraft», *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **38**, 969-978 (2015).
- ¹⁰A. E. Mexicana, *Plan de Órbita 2.0, mapa de ruta del sector espacial*, Segunda Ed (2017), pág. 111.
- ¹¹M. Spivak, *Physics for Mathematicians, Mechanics I*, 1st (Publish or Perish, 2010).
- ¹²H. Goldstein, C. Poole y J. Safko, *Classical Mechanics*, 3rd (Addison Wesley, 2002).

- ¹³T. Boge, T. Wimmer, O. Ma y M. Zebenay, «EPOS-A Robotics-Based Hardware-in-the-Loop Simulator for Simulating Satellite RvD Operations», en 10th international symposium on artificial intelligence, robotics and automation in space (i-sairas) (2010), págs. 267-274.
- ¹⁴Q. Mühlbauer, P. Rank y C. Kaiser, «On-ground verification of VIBANASS (vision based navigation sensor system): capabilities and results», en Proceedings of the 12th advanced space technologies in robotics and automation (2013).
- ¹⁵P. Colmenarejo, M. Avilés y E. di Sotto, «Active debris removal GNC challenges over design and required ground validation», CEAS Space Journal **7**, 187-201 (2015).
- ¹⁶W. Whitacre, «An autonomous underwater vehicle as a spacecraft attitude control simulator», en Aiaa aerospace sciences meeting and exhibit, January (ene. de 2005).
- ¹⁷New Way Air Bearings, *Air Bearing Application and Design Guide*, inf. téc. (2006).
- ¹⁸C. Menon, S. Busolo, S. Cocuzza, A. Aboudan, A. Bulgarelli, C. Bettanini, M. Marchesi y F. Angrilli, «Issues and solutions for testing free-flying robots», Acta Astronautica **60**, 957-965 (2007).
- ¹⁹Y. Ma, S. Soatto, J. Košecká y S. S. Sastry, *An Invitation to 3D Vision: From Images to Geometric Models*, 1st (Springer, 2004).
- ²⁰R. Hartley y A. Zisserman, *Multiple View Geometry in Computer Vision*, 2nd (Cambridge University Press, 2003).
- ²¹W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky y W. T. Vetterling, *Numerical Recipes in C*, 2nd (Cambridge University Press, 1992).
- ²²S. Garrido-Jurado, R. Muñoz-Salinas, F. J. Madrid-Cuevas y M. J. Marín-Jiménez, «Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion», Pattern Recognition **47**, 2280-2292 (2014).
- ²³NewSpace Systems, *NGPS-01-422 Datasheet*.
- ²⁴D. o. M. E. KU Leuven, *KU Leuven Star Tracker Datasheet*.
- ²⁵Maryland Aerospace, *MAI-SES Datasheet*.
- ²⁶NewSpace Systems, *NCSS-SA05 Datasheet*.