



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Modelo de la dinámica de finos generados  
por inyección de agua de baja salinidad y su  
aplicación en el control de canales  
indeseados de flujo**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniera Petrolera**

**P R E S E N T A**

Ximena Melgarejo Castellanos

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Manuel Coronado Gallardo



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Para mis padres y hermanos,  
quienes me han apoyado incondicionalmente  
y enseñado a perseverar siempre.*

*Porque no nos ha dado Dios espíritu de cobardía,  
sino de poder, de amor, y de dominio propio.*

*2 Timoteo 1:7*

# Agradecimientos

A Dios, por permitirme estar aquí y realizar una de mis más grandes metas.

A mis padres, por toda la enseñanza, el esfuerzo, el apoyo y comprensión que me han brindado, gracias, los amo mucho.

A mis hermanos, por todo ese amor y cariño que tienen conmigo, sobre todo por los buenos momentos y las muchas risas compartidas.

A mi mejor amiga Jessica Rojas, por siempre estar conmigo y todo lo que hemos aprendido juntas, gracias por tu gran amistad y cariño.

A mis amigos de la universidad, gracias por siempre apoyarme y compartir grandes experiencias, sin duda alguna mi estancia en esta universidad no habría sido genial sin ustedes.

A mi director de tesis, Dr. Manuel Coronado Gallardo, por todo su apoyo, su tiempo, su entrega y compromiso, sobre todo por su consejo y paciencia conmigo, gracias por compartir su conocimiento y darme la oportunidad de aprender de alguien como usted.

Al Dr. Erick Emanuel Luna Rojero, por su gran atención y apoyo para la realización de este trabajo.

Al Dr. Martín Díaz Viera, por su apoyo con la licencia para el acceso al software COMSOL, para la realización de este trabajo.

Al Ing. Héctor Erick Gallardo Ferrera, gracias por su amistad, por su gran apoyo, por su tiempo, por sus consejos y enseñanzas, gracias por estar siempre y motivarme a ser mejor.

A mis sinodales, Fis. Gustavo Mendoza, Mat. Luis Alberto Vázquez y M.I. Alberto Herrera, por sus observaciones y valiosas aportaciones a este trabajo.

A mi alma mater la Universidad Nacional Autónoma de México, por brindarme una de las mejores oportunidades de mi vida, pertenecer a ella y tener una formación académica.

A la Facultad de Ingeniería, al Instituto de Ingeniería y a todos mis profesores y compañeros, gracias por sus enseñanzas y consejos. Sin duda alguna, ha sido una gran experiencia.

Finalmente, al Instituto Mexicano del Petróleo por otorgarme la oportunidad de tener una beca y un lugar en sus instalaciones para la realización de este proyecto de tesis de licenciatura.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE  
LA TIERRA

COORDINACIÓN DE LA CARRERA DE  
INGENIERÍA PETROLERA

**DR. MANUEL CORONADO GALLARDO**  
INVESTIGADOR TITULAR DEL INSTITUTO  
MEXICANO DEL PETRÓLEO  
GERENCIA DE INGENIERÍA DE YACIMIENTOS

Por medio de la presente se reconoce el apoyo brindado a la alumna, de la carrera de Ingeniería Petrolera, **Ximena Melgarejo Castellanos** con número de cuenta 328198704, a quien usted y el Instituto Mexicano de Petróleo amablemente permitieron la dirección y el desarrollo de la tesis que lleva por título: **Modelo de la dinámica de finos generados por inyección de agua de baja salinidad y su aplicación en el control de canales indeseados de flujo.**

Sin más por el momento quedo a su disposición.

Atentamente,



DEPARTAMENTO DE  
INGENIERÍA PETROLERA

**DRA. ANA PAULINA GÓMEZ FIGUEROA**  
COORDINADORA DE INGENIERÍA PETROLERA  
Ciudad Universitaria, CDMX a 6 de enero de 2018.

56 223017 ext. 106, 101  
p.gomez@unam.mx  
coordinacionpetrolera@qmsi.com

# RESUMEN

En este trabajo, se presenta un modelo matemático para simular procesos en el yacimiento durante la inyección de agua de baja salinidad, en sistemas arenociliosos homogéneos; mismo que se encuentra basado en los trabajos previos de (Zeinijahromi, et al., 2014) (Hussain, et al., 2013), (Zeinijahromi, et al., 2012), (Bedrikovetsky, et al., 2011) y (Pang & Sharma, 1997). El modelo, que representa el avance del frente de agua de baja salinidad, es utilizado para describir el desprendimiento de los finos, su migración y el taponamiento de los poros, así como el consecuente daño a la formación debido a la reducción local de la permeabilidad en la vecindad de los pozos.

Se observó que la reducción de la permeabilidad, que es provocada por la depositación y atoramiento de los finos desprendidos, se encuentra directamente relacionada con los perfiles de concentración de finos a lo largo de la sección barrida. Dichos cambios en la permeabilidad modifican los patrones de flujo de fluido de inyección.

Diferentes escenarios fueron simulados para analizar estos efectos: primero, un arreglo de cinco pozos con un pozo inyector en el centro fue estudiado, que permitió concluir que el daño a la formación, debido a la obstrucción de los finos ocurre principalmente en las vecindades del pozo inyector, y que la distancia de penetración de la zona alterada depende de las constantes de desprendimiento y atoramiento de finos. Luego, el mismo arreglo fue utilizado, pero se incluyó una falla conductiva que comunicaba al pozo inyector con dos productores y finalmente, se estudió el efecto de sellar la falla para redireccionar los patrones de flujo de inyección a zonas no barridas en el yacimiento e incrementar con ello la eficiencia del proceso.

# ABSTRACT

In this work a mathematical model to simulate reservoir processes during low-salinity water-flooding, in a homogeneous sand-argillaceous system, is presented, same that is based on the previous works of (Zeinijahromi, et al., 2014) (Hussain, et al., 2013), (Zeinijahromi, et al., 2012), (Bedrikovetsky, et al., 2011) y (Pang & Sharma, 1997). The model, which represents the advance of a low-salinity water front, is used to describe the fines-detachment, migration and pore obstruction, as well as the consequent formation-damage due to the reduction of local permeability in the vicinity of the wells. It was observed that the reduction of permeability, which is provoked by the deposition and clogging of the detached fines, is directly related to the concentration profiles along the swept zone. Also, the permeability changes modify the injection flow-patterns. Different scenarios were simulated to analyze these effects: firstly, a five-spot arrangement with a centered injector well was studied, which allowed to conclude that formation damage due to fines-obstruction occurs mainly in the vicinity of the injector well, and that the penetration distance of the altered zone depends on detachment and stocking constants. Then, the same arrangement was used, but incorporating a conductive fault which directly communicates the injection well with two of the producing wells, and finally, the fault-sealing was studied to redirectionate the injection patterns to unswept zones in the reservoir and increase the efficiency of the process.

# ÍNDICE

<b>Resumen</b> .....	<b>i</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>ii</b>
<b>Índice</b> .....	<b>iii</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>vi</b>
<b>Lista de Tablas</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Nomenclatura</b> .....	<b>xv</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>xvii</b>
<b>Capítulo 1</b> .....	<b>1</b>
1. Descripción del estado del arte .....	1
1.1. Publicaciones a lo largo del tiempo .....	2
1.2. Medios de publicación .....	3
1.3. Grupos de investigación .....	4
1.4. Publicaciones más relevantes en modelado de flujo de finos .....	6
<b>Capítulo 2</b> .....	<b>9</b>
2. Modelos de transporte de finos en medios porosos en la literatura .....	9
2.1. Modelo de Wennberg et al. (1995) .....	10
2.2. Modelo de Mojarad et al. (2007) .....	11
2.3. Modelo de Bedrikovetsky et al. (2011) .....	13
2.4. Modelo de Zeinijahromi et al. (2012) .....	15
<b>Capítulo 3</b> .....	<b>18</b>
3. Modelo matemático propuesto para el desprendimiento, migración y bloqueo de finos .....	18
3.1. Generalidades del modelo .....	19

3.2. Ecuaciones de flujo monofásico .....	21
3.3. Ecuación de salinidad .....	23
3.4. Ecuación de concentración de finos móviles .....	24
3.5. Ecuación de concentración de finos adheridos.....	24
3.6. Ecuación de concentración de finos atorados .....	28
3.7. Ecuación de permeabilidad .....	29
3.8. Resumen de ecuaciones a utilizar en el modelo propuesto.....	30
<b>Capítulo 4 .....</b>	<b>33</b>
4. Aplicación del modelo en un sistema de cinco pozos.....	33
4.1. Descripción del sistema .....	34
4.2. Condiciones iniciales.....	44
4.3. La falla conductiva .....	46
4.4. Funciones complementarias.....	48
4.5. Ajustes para el modelo.....	50
<b>Capítulo 5 .....</b>	<b>53</b>
5. Modelo numérico y computacional.....	53
5.1. Generalidades del método de elemento finito.....	54
5.2. Geometría .....	55
5.3. Modelo computacional .....	58
5.4. Ecuaciones del modelo en COMSOL Multiphysics.....	59
<b>Capítulo 6 .....</b>	<b>70</b>
6. Aplicación del modelo a casos de estudio.....	70
6.1. Datos para simulación.....	70
6.2. CASO I. Sin falla conductiva .....	74
6.3. CASO II. Con falla conductiva .....	101
<b>Capítulo 7 .....</b>	<b>127</b>
7. Análisis de resultados .....	127

7.1. Comportamiento de la presión en función del tiempo .....	127
7.2. Perfil de la presión en un corte transversal.....	131
7.3. Perfil de la presión en un corte horizontal.....	133
7.4. Comportamiento de salinidad en función del tiempo .....	135
7.5. Perfil de la salinidad en un corte transversal .....	137
7.6. Comportamiento de los finos atorados en función del tiempo.....	139
7.7. Perfil de concentración de los finos atorados en un corte horizontal .....	142
7.8. Comportamiento de la permeabilidad en función del tiempo .....	144
7.9. Curvas de contorno de la permeabilidad .....	146
<b>Conclusiones .....</b>	<b>148</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>150</b>
<b>APÉNDICE A.....</b>	<b>153</b>
A.1 Breve descripción de trabajos de literatura .....	153
<b>APÉNDICE B.....</b>	<b>174</b>
B.1 Validación del modelo numérico de transporte .....	174
B.2 Solución analítica .....	177
B.3 Solución numérica .....	179

# Lista de Figuras

<b>Figura 1-1.</b> Cantidad de artículos sobre modelado del fenómeno de desprendimiento, migración y taponamiento por finos, publicados por año.....	2
<b>Figura 3-1.</b> Inyección de agua de baja salinidad en yacimiento areno arcilloso.....	20
<b>Figura 3-2.</b> Tipos de finos en el medio poroso. Modificado de (Lemon, et al., 2011). .....	21
<b>Figura 3-3.</b> Concentración de finos adheridos en función del tiempo a partir de una concentración inicial $\sigma_{a,0}$ (que es menor a la concentración crítica $\sigma_{cr}$ ).....	25
<b>Figura 3-4.</b> Concentración crítica máxima de finos adheridos ( $\sigma_{cr}$ ) en función de la velocidad ( $U_w$ ) y salinidad ( $s$ ). .....	26
<b>Figura 3-5.</b> Comportamiento de finos adheridos sobre la concentración crítica máxima de finos.....	27
<b>Figura 3-6.</b> Reducción de permeabilidad debido a los finos atorados y cambio de perfil de velocidad. En el caso (1) no se tiene el efecto de bloqueo de caminos de flujo directo entre los pozos y en el caso (2) sí se tiene y provoca el barrido de zonas previamente no barridas.....	30
<b>Figura 4-1.</b> Bloque del yacimiento con los cinco pozos. ....	34
<b>Figura 4-2.</b> Sistema de cinco pozos. ....	35
<b>Figura 4-3.</b> Puntos virtuales de observación (12). ....	36
<b>Figura 4-4.</b> Fronteras en el sistema 2D en análisis. ....	38
<b>Figura 4-5.</b> Pozo de inyección con flujo en dirección radial. ....	40
<b>Figura 4-6.</b> Falla conductiva. ....	46
<b>Figura 4-7.</b> Comportamiento de la variable “y” dentro de la función de alta permeabilidad. ....	47
<b>Figura 4-8.</b> Escalón abrupto tipo Heaviside (azul) y sigmoide suavizada (violeta).....	48
<b>Figura 4-9.</b> Comportamiento del gasto en el pozo inyector a partir del quinto día. ....	49
<b>Figura 4-10.</b> Pozo productor y dirección del flujo. Se ilustran las cuatro secciones en que está dividida la cara de pozo (a,b,c,d).....	51
<b>Figura 5-1.</b> Dominio del sistema a utilizar en el modelo (color rosa).....	55
<b>Figura 5-2.</b> Fronteras externas del dominio.....	56
<b>Figura 5-3.</b> Ubicación del pozo inyector al centro y cuatro pozos productores. ....	56
<b>Figura 5-4.</b> Malla del sistema. ....	57

<b>Figura 5-5.</b> Acercamiento a la malla de un pozo (el pozo es un cuadrado). .....	57
<b>Figura 5-6.</b> Frontera tipo Dirichlet en cada uno de los cuatro pozos productores. ....	60
<b>Figura 5-7.</b> Frontera tipo Neumann en el pozo inyector.....	61
<b>Figura 5-8.</b> Frontera cero flujo. ....	61
<b>Figura 5-9.</b> Frontera Dirichlet en el pozo inyector.....	62
<b>Figura 5-10.</b> Frontera tipo Neumann en los pozos productores (puntos verdes). ....	63
<b>Figura 5-11.</b> Frontera tipo Dirichlet en pozo inyector (punto rosa). ....	65
<b>Figura 5-12.</b> Frontera tipo Neumann en pozos productores (puntos rosas). ....	66
<b>Figura 5-13.</b> Frontera tipo Neumann en todo el sistema (color rojo). ....	67
<b>Figura 5-14.</b> Fronteras tipo Neumann en todo el sistema de finos atorados.....	69
<b>Figura 6-1.</b> Perfil de presión en régimen estacionario. Vista completa xyz (izquierda) y corte en el plano yz (derecha). ....	74
<b>Figura 6-2.</b> Gráfica de presión respecto al tiempo en 8 diferentes puntos de observación. .....	75
<b>Figura 6-3.</b> Perfil de la presión a varios tiempos a lo largo del eje horizontal, atravesando por los pozos 4, 1, y 2 (de izquierda a derecha), la lectura de datos de la gráfica es de mayor a menor días (de arriba a abajo). ....	75
<b>Figura 6-4.</b> Gráfica de la velocidad total respecto al tiempo en varios puntos de observación. ....	76
<b>Figura 6-5.</b> Perfil de la velocidad total en la dirección transversal (cruzando los puntos O2, O7 y O8) con un acercamiento a la zona del pozo inyector. ....	76
<b>Figura 6-6.</b> Perfil de la velocidad total a lo largo del eje horizontal con un acercamiento a los pozos 4 y 2.....	77
<b>Figura 6-7.</b> Líneas de flujo en xy de la velocidad total a los 100 días (ya en equilibrio). 78	
<b>Figura 6-8.</b> Campo vectorial de velocidad total en el plano xy a 100 días. ....	78
<b>Figura 6-9.</b> Gráfica de concentración de sal respecto al tiempo con cambio de concentración de salinidad alta a una menor, a partir del día 20.....	79
<b>Figura 6-10.</b> Perfil de concentración de sal en dirección del eje vertical atravesando por los pozos: 3-1-5, el mismo comportamiento es para el eje horizontal con los pozos: 4-1-2. .....	80
<b>Figura 6-11.</b> Superficie de la concentración de sal a 200 días en el pozo inyector. ....	80
<b>Figura 6-12.</b> Gráfica de contorno de concentración de sal a distintos tiempos: 1, 25, 100 y 200 días (La escala de colores cambia en las cuatro imágenes). ....	81

<b>Figura 6-13.</b> Gráfica de la concentración de finos adheridos en el punto de observación O2.....	82
<b>Figura 6-14.</b> Gráfica de concentración de finos adheridos a lo largo del eje horizontal atravesando por los pozos 4-1-2.....	83
<b>Figura 6-15.</b> Gráfica de concentración de finos móviles respecto al tiempo en los puntos de observación O3, O5 y O7.....	84
<b>Figura 6-16.</b> Gráfica de concentración de finos móviles en la dirección transversal que cruza los pozos O2, O7 y O8. ....	84
<b>Figura 6-17.</b> Gráfica de la concentración de finos atorados en función del tiempo en los puntos de observación O1,O2,O3,O6. ....	85
<b>Figura 6-18.</b> Gráfica de concentración de finos atorados, en la dirección horizontal atravesando por los pozos 4 y 2, se hace un acercamiento para una mejor apreciación del comportamiento. ....	86
<b>Figura 6-19.</b> Gráfica de la permeabilidad normalizada ( $k_N$ ) respecto al tiempo en los puntos de observación O3, O6, O7, O12. ....	87
<b>Figura 6-20.</b> Gráfica de contorno de permeabilidad normalizada a los 200 días. Aquí sólo se evalúa la permeabilidad con fines exploratorios, pues los cambios no están acoplados a flujo. ....	87
<b>Figura 6-21.</b> Superficie de la presión considerando que la permeabilidad depende de los finos atorados. ....	88
<b>Figura 6-22.</b> Gráfica del comportamiento de la presión respecto al tiempo considerando el efecto de los finos sobre la permeabilidad. ....	89
<b>Figura 6-23.</b> Gráfica de velocidad total respecto al tiempo en puntos de observación O1, O2, O3,O6, y O9.....	90
<b>Figura 6-24.</b> Gráfica del comportamiento de la velocidad total en dirección transversal atravesando por el pozo inyector (se realiza un acercamiento para su mejor apreciación). ....	90
<b>Figura 6-25.</b> Gráfica del comportamiento de la velocidad total en dirección horizontal atravesando por los pozos 4-1-2 (se hace un acercamiento para una mejor apreciación). ....	91
<b>Figura 6-26.</b> Campo vectorial de velocidad a 100 días.....	92
<b>Figura 6-27.</b> Gráfica del comportamiento de concentración de sal respecto al tiempo en puntos de observación O2, O3, O5,O7,O10 y O12. ....	93

<b>Figura 6-28.</b> Gráfica del comportamiento de la concentración de sal en dirección vertical atravesando por los pozos, 3,1 y 5. ....	94
<b>Figura 6-29.</b> Superficie de la concentración de sal al tiempo final de la simulación (200 días). ....	94
<b>Figura 6-30 .</b> Gráficas de contorno de la concentración de sal a distintos tiempos (1, 25, 100 y 200 días). ....	95
<b>Figura 6-31.</b> Gráfica del comportamiento de la concentración de finos adheridos en el punto de observación O2. ....	97
<b>Figura 6-32.</b> Gráfica del comportamiento de la concentración de finos móviles respecto al tiempo en tres puntos de observación O3, O5, y O7 (son los que presentan mayor número de finos móviles). ....	97
<b>Figura 6-33.</b> Gráfica de la concentración de finos móviles respecto a la longitud transversal del sistema, atravesando por el pozo inyector. ....	98
<b>Figura 6-34.</b> Gráfica del comportamiento de concentración de finos atorados respecto al tiempo en los puntos de observación O1, O2, O3 y O6 (son los que presentan mayor número de concentración de atorados). ....	98
<b>Figura 6-35.</b> Gráfica de concentración de finos atorados en la dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2 (se hace un acercamiento para su mejor apreciación). .....	99
<b>Figura 6-36.</b> Gráfica permeabilidad normalizada ( $k_N$ ) en función del tiempo en distintos puntos de observación. ....	100
<b>Figura 6-37.</b> Contorno de permeabilidad normalizada a los 200 días. ....	100
<b>Figura 6-38.</b> Gráfica de superficie de presión asociado a una falla conductiva. ....	101
<b>Figura 6-39.</b> Gráfica del comportamiento de presión respecto al tiempo asociado a una falla conductiva de espesor de 40 m. ....	102
<b>Figura 6-40.</b> Gráfica de presión en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2. ....	102
<b>Figura 6-41.</b> Gráfica del comportamiento de la velocidad respecto al tiempo en los puntos de observación O1, O2, O3, O6 y O9. ....	103
<b>Figura 6-42.</b> Gráfica del comportamiento de la velocidad en la dirección horizontal, atravesando por los pozos 4, 1 y 2. ....	104
<b>Figura 6-43.</b> Perfil de campo vectorial de velocidad a 100 días. ....	105
<b>Figura 6-44.</b> Gráfica de concentración de sal respecto al tiempo en distintos puntos de observación. ....	106

<b>Figura 6-45.</b> Gráfica de concentración de sal en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2, a distintos tiempos. ....	107
<b>Figura 6-46.</b> Superficie del comportamiento de la concentración de sal respecto al tiempo. ....	107
<b>Figura 6-47.</b> Gráfica de contorno de la concentración de sal a distintos tiempos en presencia de una falla conductiva. ....	108
<b>Figura 6-48.</b> Gráfica de la concentración de finos adheridos respecto al tiempo en el punto de observación O2. ....	109
<b>Figura 6-49.</b> Gráfica de concentración de finos móviles respecto al tiempo en los tres puntos de observación con mayor concentración de estos finos (O3, O5 y O7). ....	110
<b>Figura 6-50.</b> Gráfica de concentración de finos atorados respecto al tiempo los puntos de observación O3 y O6 (se observa comportamiento similar). ....	110
<b>Figura 6-51.</b> Gráfica de concentración de finos atorados en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2, haciendo un acercamiento únicamente en los pozos 4 y 2. ....	111
<b>Figura 6-52.</b> Gráfica del comportamiento de la permeabilidad normalizada ( $k_N$ ) en distintos puntos de observación. ....	112
<b>Figura 6-53.</b> Gráfica de contorno de permeabilidad normalizada asociada a una falla conductiva a los 200 días. ....	112
<b>Figura 6-54.</b> Gráfica de superficie de la presión respecto al tiempo asociado a una permeabilidad afectada por los finos atorados. ....	113
<b>Figura 6-55.</b> Gráfica de presión respecto al tiempo en distintos puntos de observación. Asociado a una permeabilidad afectada por los finos atorados. ....	114
<b>Figura 6-56.</b> Gráfica de presión en dirección horizontal atravesando los pozos 4, 1 y 2. ....	114
<b>Figura 6-57.</b> Gráfica del comportamiento de velocidad total respecto al tiempo en distintos puntos de observación. ....	115
<b>Figura 6-58.</b> Gráfica de comportamiento de velocidad en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1, y 2. ....	116
<b>Figura 6-59.</b> Perfil de campo vectorial de velocidad a los 100 días. ....	117
<b>Figura 6-60.</b> Gráfica de concentración de sal respecto al tiempo en distintos puntos de observación. ....	118
<b>Figura 6-61.</b> Gráfica de concentración de sal en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2, en distintos tiempos. ....	119

<b>Figura 6-62.</b> Gráfica de superficie de concentración de sal, al tiempo de 200 días. ....	119
<b>Figura 6-63.</b> Gráfica de contorno de salinidad en distintos tiempos.....	120
<b>Figura 6-64.</b> Gráfica de concentración de finos adheridos respecto al tiempo en el punto de observación O2 (se observa una mayor concentración).....	121
<b>Figura 6-65.</b> Gráfica de concentración de finos adheridos respecto a la longitud horizontal del sistema atravesando por los pozos 4, 1 y 2 (se tiene el mismo comportamiento en la longitud transversal del sistema).....	122
<b>Figura 6-66.</b> Gráfica de concentración de finos móviles respecto al tiempo en tres los puntos de observación O3, O5, y O7. ....	122
<b>Figura 6-67.</b> Gráfica de concentración de finos móviles en dirección transversal atravesando por el pozo inyector. ....	123
<b>Figura 6-68.</b> Gráfica concentración finos atorados respecto al tiempo. ....	123
<b>Figura 6-69.</b> Gráfica de concentración de finos atorados en dirección transversal atravesando por el pozo inyector. ....	124
<b>Figura 6-70.</b> Gráfica de concentración de finos atorados en dirección horizontal atravesando por pozos 4-1-2 (se hace un acercamiento a los pozos 4 y 2). ....	125
<b>Figura 6-71.</b> Gráfica de permeabilidad normalizada ( $k_N$ ) respecto al tiempo. ....	126
<b>Figura 6-72.</b> Contorno de Permeabilidad normalizada asociada a una falla conductiva a los 200 días. ....	126
<b>Figura 7-1.</b> Perfiles de presión versus tiempo de los modelos: (a) Sin falla y con finos desacoplados del flujo y (b) Sin falla y con finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, (d) Con falla y con finos acoplados al flujo en ocho puntos de observación distribuidos en el eje horizontal los puntos O1-O2-O4 y O6, en el eje transversal los puntos O7 y O8, y en el eje vertical del sistema, los puntos O10 y O12. ....	128
<b>Figura 7-2.</b> Perfiles de presión respecto a la longitud de los modelos: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, y (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo en un corte transversal al sistema de una longitud total de 600 m, atravesando por el pozo inyector ( $p1$ ), mostrando el comportamiento a catorce tiempos distintos.....	131
<b>Figura 7-3.</b> Perfiles de presión de los modelos: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo en un corte horizontal al sistema de una longitud total de 848.53 m, atravesando por los pozos: productor ( $p4$ ), inyector ( $p1$ ), y productor ( $p2$ ), mostrando el comportamiento a catorce tiempos distintos. ....	133

<b>Figura 7-4</b> Perfiles de concentración de sal en función del tiempo, de los modelos: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, en seis puntos de observación distribuidos en el eje horizontal los puntos O2-O3 y O5, en el eje transversal el punto O7, y en el eje vertical del sistema, los puntos O10 y O12. ....	135
<b>Figura 7-5</b> Perfiles de concentración de sal respecto a la longitud de los modelos: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo y (d) Con falla y finos acoplados al flujo en un corte transversal al sistema de una longitud total de 600 m, atravesando por el pozo inyector (p1), mostrando el comportamiento a siete tiempos distintos. ....	137
<b>Figura 7-6.</b> Perfiles de concentración de finos atorados versus tiempo de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo en cuatro puntos de observación distribuidos en el eje horizontal los puntos O1-O2-O3 y O6. ....	139
<b>Figura 7-7.</b> Perfiles de concentración de finos atorados respecto a la longitud de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo y (d) Con falla y finos acoplados al flujo en un corte horizontal al sistema de una longitud total de 848.53 m, atravesando por los pozos: productor (p4), inyector (p1), y productor (p2), mostrando el comportamiento a siete tiempos distintos. ....	142
<b>Figura 7-8.</b> Perfiles de permeabilidad normalizada respecto al tiempo de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, en cuatro puntos de observación distribuidos en el eje horizontal los puntos O3 y O6, en el eje transversal el punto O7, y en el eje vertical el punto O12. ....	144
<b>Figura 7-9.</b> Perfiles de contorno de permeabilidad de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, al tiempo de 200 días. ....	146
<b>Figura B. 1.</b> Inyección de salmuera en 2D .....	175
<b>Figura B. 2.</b> Dominio del sistema. ....	181
<b>Figura B.3.</b> Fronteras de cero flujo (líneas superior e inferior en color azul). ....	181
<b>Figura B.4.</b> Frontera tipo Dirichlet de entrada de inyección de salmuera (línea lado izquierdo en azul). ....	182

<b>Figura B.5.</b> Frontera de salida tipo Neumann que cumple con la condición de cero flujo (línea azul lado derecho). .....	182
<b>Figura B.6.</b> Malla aplicada al sistema.....	183
<b>Figura B.7.</b> Salinidad en función de la longitud, solución analítica en MATHEMATICA. ....	184
<b>Figura B.8.</b> Salinidad en función de longitud para varios tiempos, solución Numérica en COMSOL.....	184
<b>Figura B.9.</b> Salinidad en función del tiempo a varias longitudes, solución analítica en MATHEMATICA.....	185
<b>Figura B.10.</b> Salinidad en función del tiempo, solución numérica en COMSOL.....	185
<b>Figura B.11.</b> Salinidad en función de la distancia para ambas soluciones.....	186
<b>Figura B.12.</b> Salinidad en función del tiempo para ambas soluciones.....	187
<b>Figura B.13.</b> Gasto de producción total.....	187

## Lista de Tablas

<b>Tabla 1-1</b> Medios de publicación de tópicos relativos al modelado de finos. ....	3
<b>Tabla 1-2</b> Grupos de investigación en el tema de modelado del desprendimiento, migración y bloqueo de poros por finos.....	4
<b>Tabla 1-3</b> Descripción de las características de los modelos en las publicaciones más relevantes. ....	8
<b>Tabla 4-1</b> Coordenadas de pozos.....	36
<b>Tabla 4-2</b> Coordenadas de los puntos de observación seleccionados con un $r_w = (5/2)$ pulgadas.....	37
<b>Tabla 6-1</b> Parámetros generales. ....	70
<b>Tabla 6-2</b> Parámetros de funciones complementarias.....	71
<b>Tabla 6-3</b> Parámetros de ecuación de salinidad. ....	72
<b>Tabla 6-4</b> Parámetros de ecuación de finos móviles.....	72
<b>Tabla 6-5</b> Parámetros de ecuación de finos adheridos. ....	73
<b>Tabla 6-6</b> Parámetros de ecuación de finos atorados.....	73
<b>Tabla A. 1</b> Breve descripción de trabajos de la literatura.....	153



# Nomenclatura

$\sigma_a$	Finos adheridos	$kg/m^3$
$\sigma_{a_0}$	Finos adheridos iniciales	$kg/m^3$
$c_m$	Finos móviles	$kg/m^3$
$\sigma_c$	Finos atorados	$kg/m^3$
$s$	Salinidad	$ppm$
$D_s$	Coeficiente de dispersión hidrodinámica	$m^2/s$
$\alpha_{L,s}$	Coeficiente de dispersión longitudinal	$m$
$\chi_{sh}$	Fracción de la roca con finos desprendibles	$\%$
$\alpha_{L,F}$	Coeficiente de dispersión longitudinal de finos móviles	$m$
$\sigma_{cr}$	Concentración crítica de máxima retención	$kg/m^3$
$\sigma_1$	Concentración inicial de finos	$kg/m^3$
$s_1$	Parámetro para suavizar curva de concentración crítica de finos adheridos	
$s_b$	Parámetro de desplazamiento de la curva de concentración crítica de finos adheridos	
$\Gamma_i$	Frontera de flujo	
$s_H$	Alta concentración de sal	$ppm$
$s_L$	Baja concentración de sal	$ppm$
$k_F$	Permeabilidad de la falla conductiva	$mD$
$k_0$	Permeabilidad constante	$mD$
$\Delta_k$	Cambio de máxima permeabilidad	
$\delta$	Mitad del espesor de la falla conductiva	$m$
$f_k$	Factor de reducción de permeabilidad	
$t_{st}$	Tiempo de salto a baja salinidad	$s$
$T_{suav}$	Tiempo del ancho de la bajada del escalón	$s$
$t_{iny_{st}}$	Tiempo de inicio de la inyección (escalón)	$s$
$T_{iny_{suav}}$	Tiempo del ancho de la bajada del escalón	$s$
$\xi$	Coeficiente para el ajuste de la magnitud de velocidad	

$g$	Valor unitario	1
$\lambda_d$	Coeficiente de desprendimiento de finos adheridos	$m^{-1}$
$\lambda_c$	Coeficiente de filtración de finos atorados	$m^{-1}$

#### COMSOL Multiphysics

$u$	Variable dependiente
$e_a$	Coeficiente de masa
$d_a$	Coeficiente de amortiguación o masa
$c$	Coeficiente de difusión
$\alpha$	Coeficiente de convección de conservación de flujo
$\gamma$	Coeficiente fuente de conservación de flujo
$\beta$	Coeficiente de convección
$a$	Coeficiente de absorción
$f$	Término fuente

# INTRODUCCIÓN

La aplicación del método de inyección de agua de baja salinidad (LSWF por sus siglas en inglés) como un proceso de recuperación mejorada en yacimientos areno-arcillosos ha despertado gran interés en las últimas dos décadas debido a su muy atractivo aspecto económico (Austad, 2013) (Dang, et al., 2013) (Sheng, 2014). Sin embargo, el entendimiento básico de los fenómenos químicos y físico-químicos involucrados en el proceso y su posible aplicación en campo se han convertido actualmente en un importante reto tecnológico. En esta dirección, se han realizado a nivel mundial gran cantidad de experimentos de laboratorio, simulaciones numéricas y diversas pruebas piloto, los cuales, por desgracia, muy frecuentemente dan resultados contradictorios. Uno de varios mecanismos propuesto para explicar la recuperación adicional de aceite por LSWF es el desprendimiento de finos debido a la inyección de agua de baja salinidad. Los finos desprendidos migran y quedan eventualmente atrapados en las gargantas de poro, reduciendo la permeabilidad local (Bedrikovetsky, et al., 2011), bloqueando los canales de flujo establecidos y forzando con ello al fluido de inyección a dirigirse hacia zonas no barridas, logrando de esta forma incrementar la eficiencia de barrido lo que conlleva a la recuperación adicional de aceite.

El estudio del mecanismo de producción de finos es interesante no sólo por su posible relación con la recuperación adicional de aceite por inyección de agua de baja salinidad sino también como un mecanismo de control de agua en pozos productores (Zeinijahromi, et al., 2012) (Zeinijahromi & Bedrikovetsky, 2016) (Zeinijahromi & Bedrikovetski, 2015).

El trabajo de tesis descrito a continuación tiene como propósito analizar el efecto del desprendimiento migración y entrapamiento de finos, sobre la permeabilidad local de la formación y su posible aplicación en el bloqueo de canales indeseados de flujo, específicamente en el caso de una falla conductiva.

Este trabajo presenta el desarrollo de un modelo matemático en un sistema bidimensional con un fluido monofásico ligeramente compresible, en un arreglo de cinco pozos con un inyector al centro y cuatro productores equidistantes, y una falla conductiva. Lo anterior con la finalidad de describir y comprender uno de los efectos más relevantes provocados por la inyección de agua de baja salinidad en un yacimiento homogéneo con contenido de arcilla, que es el desprendimiento de finos, su migración y entrapamiento de los poros provocando pérdida de permeabilidad en la falla. Se busca usar el fenómeno de bloqueo por finos a nuestro favor induciendo el taponamiento de canales indeseados de flujo.

La descripción matemática de los finos se hace considerando finos adheridos en la roca, finos móviles y finos atorados en las gargantas de poro. Las ecuaciones involucradas en el modelo son ecuaciones para: (i) la presión asumiendo flujo darciano monofásico ligeramente compresible, (ii) la concentración de sal considerando transporte advectivo-dispersivo, (iii) los finos adheridos desprendibles por la reducción de salinidad, (iv) los finos móviles, y (v) los finos atorados en las gargantas de poro.

Se tiene así un sistema acoplado de ecuaciones no lineales, el cual se resuelve numéricamente usando el método de elemento finito implementado en la plataforma comercial COMSOL Multiphysics en su módulo de ecuaciones diferencial parciales definidas por el usuario. El alcance de esta tesis es a nivel teórico y numérico.

## **Objetivo General**

Desarrollo de un modelo matemático y numérico del proceso de desprendimiento, migración y atrapamiento de finos por la inyección de agua de baja salinidad aplicado a un sistema de cinco pozos con una falla conductiva en un yacimiento areno-arcilloso homogéneo.

## **Objetivos Específicos**

- a) Desarrollar un modelo matemático monofásico que describa la dinámica de finos (adheridos, móviles y atorados) producidos por la inyección de agua de baja salinidad
- b) Aplicar el modelo desarrollado al caso de un arreglo de cinco pozos sin y con una falla conductiva.
- c) Resolver numéricamente las ecuaciones del modelo
- d) Interpretar los resultados y analizar la viabilidad del uso de finos por LSWF para el control de agua a través del bloqueo de canales indeseados de flujo.

## **Hipótesis**

A través de un modelo matemático es posible describir el avance de un frente de baja salinidad en la formación de un yacimiento areno-arcilloso, provocando el desprendimiento de finos, taponamiento de poros y la reducción local de la permeabilidad, dando paso así al redireccionamiento del flujo de inyección hacia zonas menos barridas. Asimismo, a través del modelado es posible analizar el potencial del fenómeno de finos para lograr el bloqueo de canales indeseados de flujo.

# CAPÍTULO 1

## 1. DESCRIPCIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

Se realizó una búsqueda bibliográfica que comprende los años de 1984 a 2015 <sup>1</sup> para determinar el estado del arte en los temas asociados a la tesis. Estos son *desprendimiento, migración y bloqueo por finos*, así como *recuperación adicional y daño al pozo por el efecto de los finos*. La búsqueda se hizo en la base de datos de ingeniería petrolera *OnePetro* de la Sociedad de Ingenieros Petroleros (SPE) y de ingeniería en general *Ei-Village*. Esta segunda incluye publicaciones arbitradas de Society of Petroleum Engineers y de múltiples revistas como Journal of Porous Media, Transport in Porous Media, Journal of Canadian Petroleum Technology, Journal of Petroleum Science and Engineering, Journal Petroleum Science and Technology, Energy&Fuels, por mencionar algunas.

De la búsqueda se obtuvieron alrededor de 115 artículos, de los cuales 30 están cercanos al tópico del trabajo de tesis. Una breve descripción del contenido de estos trabajos se presenta en el **Apéndice A** de esta tesis. Estos 30 trabajos contienen conceptos teóricos, descripciones básicas de modelo matemático o experimentos relativos al tema de interés. De ellos se encontró que 11 son los más relevantes, pues presentan un modelo matemático general del mecanismo de

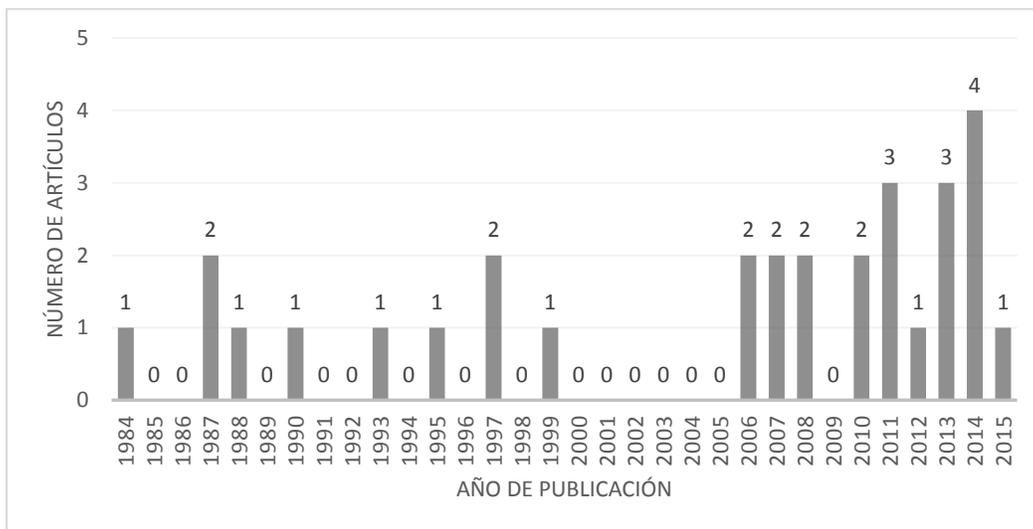
---

<sup>1</sup> La búsqueda bibliográfica se realizó al inicio de la tesis, en 2015.

recuperación adicional por migración y bloqueo de finos asociado la inyección de agua de baja salinidad. Estos trabajos son principalmente de los investigadores Abbas Zeinijahromi y Pavel Bedrikovetski, de Australian School of Petroleum, de la Universidad de Adelaida, en Australia. A continuación, se presentan los resultados de la búsqueda bibliográfica y un análisis de la misma.

## 1.1. Publicaciones a lo largo del tiempo

En la *Figura 1-1* se presenta el número anual de publicaciones respecto al tiempo en el período de los años 1984 a 2015. Se puede observar que en los últimos 10 años ha ocurrido un incremento de publicaciones en relación a los 20 años previos. Esto muestra el interés que el tema ha despertado en la comunidad petrolera y de medios porosos.



**Figura 1-1.** Cantidad de artículos sobre modelado del fenómeno de desprendimiento, migración y taponamiento por finos, publicados por año.

## 1.2. Medios de publicación

La publicación de los 30 artículos previamente mencionados se clasifica en la **Tabla 1-1** mostrando la revista o medio de publicación, así como los 30 artículos sobre el tema, publicados<sup>2</sup>. Se observa que la mayoría son trabajos presentados en congresos de la Sociedad de Ingenieros Petroleros (SPE) y algunos pocos en otras revistas. Todos ellos orientados a ingeniería de yacimientos petroleros, tema que se difunde más a través de congresos que en revistas arbitradas, lo cual es característico del dinamismo de la industria petrolera.

**Tabla 1-1** Medios de publicación de tópicos relativos al modelado de finos.

<b>Revista</b>	<b>Cantidad de Artículos</b>
<b>SPE (Society of Petroleum Engineers)</b>	14
<b>Journal of Petroleum Science and Engineering</b>	3
<b>American Institute of Chemical Engineers</b>	2
<b>Journal of Canadian Petroleum Technology</b>	2
<b>Transport in Porous Media</b>	2
<b>Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering</b>	1
<b>Energy and Fuels</b>	1
<b>International Journal of Oil, Gas and Coal Technology</b>	1
<b>Journal of Colloid and Interface Science</b>	1
<b>Journal of Porous Media</b>	1
<b>Petroleum Science and Technology</b>	1
<b>Tesis Doctorado</b>	1

<sup>2</sup> Es relevante mencionar que durante el desarrollo de esta tesis el grupo de investigación en modelado del proceso de recuperación adicional por inyección de agua de baja salinidad del Instituto Mexicano del Petróleo conformado entre otros por los Drs. Manuel Coronado y Martín Díaz-Viera escribieron un artículo sobre bloqueo de caminos por finos, el cual fue publicado en 2017, en la revista Journal Petroleum Science and Engineering.

### 1.3. Grupos de investigación

Los principales grupos de investigación sobre el tópico se componen de profesores calificados que trabajan o han trabajado en colaboración con A. Zeinijahromi y P. Bedrikovetsky así como otros grupos pequeños o incluso de un solo investigador. En la **Tabla 1-2** se muestran los grupos identificados, la adscripción de los investigadores y la cantidad de artículos publicados por el grupo.

**Tabla 1-2** Grupos de investigación en el tema de modelado del desprendimiento, migración y bloqueo de poros por finos.

Grupo	Investigadores	Instituciones	Publicaciones
	A. Zeinijahromi; P. Bedrikovetsky; P. H. Al-Jassasi; S. Begg; T. Rodrigues; Carageorgos; Nguyen	A. Badalyan; Y. Zhang; S. Borazjani; T. T. K. P.	Australian School of Petroleum, The University of Adelaide, Adelaide, Australia
	V. Ahmetgareev; R. Khisamov		TATNIPINEFT Research Centre, Bugulma, Tatarstan, Rusia
1	F. Hussain;	Y. Cinar	The University of New South Wales, NSW, Australia.
	A. Vaz; F.D. Siqueira		North Fluminense State University of Rio de Janeiro UENF, Rio de Janeiro, Brasil.
	P. Lemon		Santos Limited, Adelaide.
	I. Shahin		QGC-A British Gas Group Business
	C. A. Furtado; A.L.S. Souza		CENPES, Petrobras Research Center, Rio de Janeiro, Brasil.
			10 (2010-2015)

**Tabla 1-2** Grupos de investigación en el tema de modelado del desprendimiento, migración y bloqueo de poros por finos.

<b>Grupo</b>	<b>Investigadores</b>	<b>Instituciones</b>	<b>Publicaciones</b>
2	K. K. Mohan; H. S. Fogler; K.C. Khilar	The University of Michigan, Ann Arbor	3 (1984-1997)
3	A. K. Sarkar; M. M. Sharma; S. Vitthal; K. Sepehrnoori  Y.C. Yortsos	University of Texas, Austin   University of Southern California.	3 (1987-1990)
4	A. Fogden;  M. Kumar  N. R. Morrow; J. S. Buckley; G. Tang	Australian National University, Canberra, Australia  DigitalCore, Canberra, Australia  University of Wyoming, United States	2 (2011)
5	B. Mirshekari; M. Dadvar; H. Modares; B.Dabir	Department of Chemical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran	1 (2014)
6	J. Sheng	Texas Tech University, Lubbock, Texas USA.	1(2014)
7	F. Civan; R.M. Knapp	University of Oklahoma	1 (1987-2010)
8	D. Rousseau; L. Hadi; L. Nabzar	Institut Francais du Pétrole	1 (2008)
9	K. Qiu; W. Martin; J. Fuller Y. Gherryo; M. Shatwan	SPE, Schlumberger  AGOCO, Lybia.	1 (2008)

**Tabla 1-2** Grupos de investigación en el tema de modelado del desprendimiento, migración y bloqueo de poros por finos.

<b>Grupo</b>	<b>Investigadores</b>	<b>Instituciones</b>	<b>Publicaciones</b>
10	G. Kampel	Georgia Institute of Technology (Tesis de Doctorado)	1 (2007)
11	R. S. Mojarad; A. Settari	University of Calgary	1 (2007)
12	B.Ju; T. Fan  S. Dai; H. Wu, S. Li; M. Zhang	China University of Geosciences  Shenfli Oil Field Dongsheng Jinggong Petroleum Development Group	1 (2006)
13	J. R. Valdes  J. C. Santamarina	San Diego State University.  Georgia Institute of Technology	1 (2006)
14	S. Pang; M.M. Sharma	University of Texas at Austin.	1 (1997)
15	K. E. Wennberg; A. Hansen	IKU Petroleum Research, Trondheim, Noruega	1 (1995)

#### **1.4. Publicaciones más relevantes en modelado de flujo de finos**

Las publicaciones más relevantes en el modelado del mecanismo de desprendimiento, migración, taponamiento por finos, así como recuperación adicional por bloqueo de finos son:

- 2014, Zeinijahromi, Low Salinity Fines-Assisted Water-flood: Analytical Modelling and Reservoir Simulation.
- 2013, Zeinijahromi, Mathematical Model for Fines-Migration Assisted Waterflooding with Induced Formation Damage.

- 2012, Zeinijahromi, Effects of Fines Migration on Well Productivity During Steady State Production.
- 2011, Lemon, Effects of Injected Water Salinity on Waterflood Sweep Efficiency Through Induced Fines Migration.
- 2011, Bedrikovetsky, Modified Particle Detachment Model for Colloidal Transport in Porous Media.
- 2010, Civan, Non-isothermal Permeability Impairment by Fines Migration and Deposition in Porous Media Including Dispersive Transport.
- 2007, Mojarad, Coupled Numerical Modelling of Reservoir Flow with Formation Plugging.
- 2006, Ju, A Novel 3D Field-Scale Reservoir Numerical Simulator for Predicting the Fines Migration and production performance.
- 1995, Wennberg, Modelling Fines Mobilization, Migration and Clogging.
- 1987, Sharma, Transport of Particulate Suspensions in Porous Media: Model Formulation.
- 1987, Civan, Effect of Clay Swelling and Fines Migration on Formation Permeability.

En la **Tabla 1-3** se muestran las características generales de los modelos reportados en la literatura anterior, como número de fases, tipo de flujo, particularidades del modelo, etc. Los modelos son los que específicamente se analizaron al establecer las condiciones del modelo empleado en esta tesis.

**Tabla 1-3** Descripción de las características de los modelos en las publicaciones más relevantes.

<b>Artículo</b>	<b>Fases</b>	<b>Observaciones del modelo</b>	<b>Tipo de flujo</b>	<b>Solución</b>	<b>Resultados prácticos</b>
<i>Zeinijahromi (2014)</i>	2 Fases Agua-Aceite	Conservación de fluidos y transporte de finos. Simulación numérica. Modelo en apéndice. Sistema de dos capas. Tres tipos de finos.	3D	Numérica	No
<i>Zeinijahromi (2013)</i>	2 Fases Agua-Aceite	Incluye la máxima retención de finos de Bedrikovetsky. Control de movilidad por reducción de permeabilidad (cinco pozos).	2D	Numérica	Si
<i>Zeinijahromi (2012)</i>	2 Fases Agua-Aceite	Transporte de partículas suspendidas, móviles y atoradas. Crecimiento de zona de daño. Tres tipos de finos.	Flujo radial estacionario	Analítica	Sí
<i>Lemon (2011)</i>	2 Fases Agua-Aceite	Función de máxima retención de finos. Modelo de Dietz para desplazamiento de fluido.	Flujo en capas	Solución analítica	Sí
<i>Civan (2010)</i>	1 Fase	Ecuaciones de fluido con reducción de permeabilidad por finos. Proceso no isotérmico. Transporte de finos.	Flujo uniforme	Numérica	No
<i>Bedrikovetsky (2011)</i>	1 Fase	Nuevo modelo 1D retención máxima de partículas. Ecuaciones de transporte de finos: móviles y retenidos.	Uniforme	Analítica	No
<i>Mojarad (2007)</i>	1 Fase	Teoría de filtración de lecho profundo, daño a la formación.	Uniforme	Numérica	Sí
<i>Ju (2006)</i>	3 Fases Gas-aceite-agua	Simulador numérico. Casos: frente de inyección y arreglo de 5 pozos.	3D	Numérica	Sí
<i>Wennberg (1995)</i>	1 Fase	Ecuación convección-difusión. Tres tipos de finos: iniciales en la roca, móviles y atorados.	Radial	Numérica	No
<i>Sharma (1987)</i>	1 Fase	Flujo de finos en una red. Reducción de Permeabilidad.	Uniforme	Analítica	No
<i>Civan (1987)</i>	2 Fases Agua-Aceite	Reducción de la Permeabilidad por hinchamiento de arcillas y taponamiento de finos.	Uniforme	Numérica	No

# CAPÍTULO 2

## 2. MODELOS DE TRANSPORTE DE FINOS EN MEDIOS POROSOS EN LA LITERATURA

En este capítulo se describen las ideas básicas más importantes y los modelos matemáticos más relevantes encontrados en la literatura. Ellos forman la base técnica del modelo desarrollado en la presente tesis cuyo propósito es describir los efectos de la salinidad en el desprendimiento y transporte de finos, así como en procesos asociados a la recuperación adicional de aceite. Específicamente se trata de los modelos presentados en cuatro artículos, que en orden cronológico son:

- 1995, Wennberg K. E. et al. Modelling Fines Mobilization, Migration and Clogging.
- 2007, Mojarad R.S., Coupled Numerical Modelling of Reservoir Flow with Formation Plugging.
- 2010, Bedrikovetsky P. Et al. Modified Particle Detachment Model for Colloidal Transport in Porous Media.
- 2012, Zeinijahromi A. et al. Effects of Fines Migration on Well Productivity During Steady State Production.

Los modelos tienen como base la teoría clásica de filtración de lecho profundo (*deep bed filtration*). Esta teoría describe los fenómenos que ocurren al hacer pasar un fluido que contiene finos (impurezas) por un empacamiento de arena. Los finos pueden adherirse a la superficie de los granos de arena, volverse a desprender y migrar hacia zonas donde, dependiendo de las condiciones específicas, pueden quedar atorados en las gargantas estrechas de los poros.

## 2.1. Modelo de Wennberg et al. (1995)

En este modelo se considera un fluido compuesto de agua y tres tipos de finos: (1) finos móviles suspendidos en el agua, (2) finos adheridos en las paredes de los poros que pueden desprenderse, y (3) finos atorados en las gargantas de poro que no pueden desprenderse. La concentración (masa por unidad de volumen) de finos con radio entre  $r$  y  $r+dr$  suspendidos, adheridos y atorados (*clogging fines*) se designa por  $s$ ,  $d$  y  $c$  respectivamente. Se plantean ecuaciones de conservación de finos. La ecuación de conservación total de finos ( $d+s+c$ ) es la ecuación de convección-difusión siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(d+s+c) + \frac{1}{\phi} \bar{v} \cdot \bar{\nabla}_s = D_{\parallel} \nabla_{\parallel}^2 + D_{\perp} \nabla_{\perp}^2 s \quad (2.1)$$

donde  $\phi$  es la porosidad del medio y  $\bar{v}$  es la velocidad macroscópica de Darcy.  $D_{\parallel}$  y  $D_{\perp}$  son coeficientes de dispersión longitudinal y transversal de los finos móviles respectivamente.

El modelo propone ecuaciones de conservación de los finos adheridos,  $d$ , y finos atorados,  $c$ , las cuales son

$$\frac{\partial d}{\partial t} = F(v_p, \phi, r, d, s, c) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = G(v_p, \phi, r, d, s, c) \quad (2.3)$$

Donde  $F$  es una función que contiene la física del desprendimiento y migración de partículas,  $G$  es una función con la física del proceso de retención o atoramiento (clogging) de partículas y  $v_p = v/\phi$  es la velocidad intersticial efectiva del fluido. Haciendo diversas consideraciones físicas los autores proponen ciertas expresiones para las funciones  $F$  y  $G$ , como puede verse en el documento original. La concentración de finos retenidos  $c$  en las gargantas de poro  $\frac{\partial c}{\partial t} = G(v_p, \phi, r, d, s, c)$  tiene una influencia muy importante en la permeabilidad, pero no en la porosidad, por lo tanto, se asume porosidad ( $\phi$ ) constante y permeabilidad ( $k$ ) variable. El cambio temporal de permeabilidad se propone que dependa de la derivada temporal de los finos atorados,  $\partial c/\partial t$  y no de  $c$ , como tradicionalmente. La ecuación para la permeabilidad se expresa como una integral sobre todos los radios disponibles de finos de una función  $H$  :

$$\frac{dk}{dt} = \int_0^{\infty} H\left(v_p, r, \frac{dc}{dt}\right) dr \quad (2.4)$$

donde  $H$  es la relación de cambio de permeabilidad y que depende también del radio de la partícula (fino),  $r$ , y de la velocidad de poro, esto es la velocidad a la que se atorán las partículas y tapan la garganta de poro. La expresión para  $H$  puede verse en el documento original.

## 2.2. Modelo de Mojarad et al. (2007)

Mojarad y Settari analizan un modelo empírico basado en el factor de daño y el mecanismo de captura de partículas, y llegan a un sistema de ecuaciones que involucran el coeficiente de filtración y el gasto de inyección de fluido que lleva las partículas.

Los autores contemplan dos tipos de partículas, las depositadas, que pueden llegar a desprenderse y las suspendidas que pueden llegar a adherirse, esto es mediante

ecuaciones diferenciales parciales de concentración de partículas respecto al tiempo, dependiendo de la velocidad que tiene el fluido de arrastre. Proponen el siguiente modelo basado en el balance de partículas suspendidas

$$\frac{\partial(\phi c)}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (c \bar{v}) = 0 \quad (2.5)$$

donde,  $\phi$  es la porosidad,  $c$  es concentración de partículas suspendidas,  $\sigma$  es concentración de partículas depositadas/atoradas y  $\bar{v}$  es la velocidad superficial de Darcy.

Para captura de partículas

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda(\sigma) v c \quad (2.6)$$

donde  $\lambda$  es coeficiente de filtración y  $v$  la velocidad de Darcy.

$$\bar{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p \quad (2.7)$$

Aquí  $k$  es la permeabilidad,  $\mu$  viscosidad dinámica y  $\nabla p$  el gradiente de presión.

Este modelo describe el proceso de filtrado debido a que las partículas de finos se atorran, reduciendo la permeabilidad y daño a la formación. La permeabilidad se escribe como:

$$k_{\sigma} = \frac{k_0}{1 + \beta_{\sigma}} \quad (2.8)$$

Donde  $k_{\sigma}$  es la permeabilidad que incluye el efecto del taponamiento por finos,  $k_0$  es permeabilidad original sin taponamiento y  $\beta_{\sigma}$  es el coeficiente de daño a la formación. El coeficiente de daño es proporcional a la cantidad de finos atorados.

## 2.3. Modelo de Bedrikovetsky et al. (2011)

En este trabajo los autores analizan las fuerzas involucradas en el equilibrio mecánico de una partícula adherida a la superficie y deducen una expresión para la función de máxima concentración de partículas retenidas.

- Fuerza de arrastre, debida al empuje del fluido al chocar con la partícula.
- Fuerza electrostática de amarre a la superficie, debida a la atracción molecular.
- Fuerza de levantamiento hidrodinámico (lifting), por cohesión entre las partículas.
- Fuerza de gravedad, que da lugar al fenómeno de flotabilidad por diferencia de densidad entre la partícula y el fluido.

Las más importantes son (1) fuerza de arrastre y (2) la fuerza normal a la superficie, que corresponde a la suma de las fuerzas que amarran la partícula a la superficie. Del balance de las fuerzas se llega a la condición de desprendimiento y posterior migración. Esto se expresa en términos del parámetro adimensional  $\varepsilon$  que es la razón entre la fuerza normal de amarre y de desprendimiento debido al arrastre. El objetivo es obtener un criterio para la condición de máxima retención, que es la concentración a partir de la cual las partículas ya no pueden estar amarradas, expresándola como una sigma crítica ( $\sigma_{cr}$ ) en función de épsilon  $\sigma = \sigma_{cr}(\varepsilon)$ . Al alcanzarse la concentración crítica, la cual dependerá de la velocidad, se desprenden los finos y bloquean los poros, lo que a su vez provoca el decremento de la permeabilidad.

Se definen tres tipos de partículas: móviles, adheridas y retenidas para describir el balance de masa en una dimensión, tomándose en cuenta el coeficiente de filtración (los investigadores consideran que se está inyectando fluido con partículas) el sistema de ecuaciones considera:

$$\frac{\partial}{\partial t}((\phi - \sigma)c + \sigma) + U \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (2.9)$$

donde

$$U = -\frac{k(\sigma)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.10)$$

$$k(\sigma) = k_0 k_r(\sigma) = \frac{k_0}{(1 + \beta\sigma)} \quad (2.11)$$

conjuntamente con la ecuación

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \begin{cases} \lambda'(\sigma)cU & \text{para } \sigma \leq \sigma_{cr}(\varepsilon) \\ 0 & \text{para } \sigma > \sigma_{cr}(\varepsilon) \end{cases} \quad (2.12)$$

Aquí  $c$  es concentración de partículas suspendidas,  $k_r$  es factor de la reducción de permeabilidad debido a la retención de partículas,  $\sigma$  es concentración de partículas retenidas/atoradas,  $\beta$  es el factor de daño a la formación,  $U$  es velocidad del fluido,  $\phi$  es porosidad,  $\sigma_{cr}$  es la concentración crítica de partículas retenidas/atoradas, y  $\lambda'$  es el coeficiente de filtración.

Dicho sistema describe en el tiempo el cambio de concentración de partículas móviles, suspendidas y retenidas a través de un medio poroso.

## 2.4. Modelo de Zeinijahromi et al. (2012)

En este modelo los autores desarrollan un modelo analítico para un régimen estacionario, que describe la acumulación gradual de partículas atoradas y el crecimiento de factor de daño a la formación junto con la producción de finos. El modelo se basa en el desprendimiento de partículas in-situ por las fuerzas de desprendimiento y arrastre que coexisten sobre las partículas y causan la movilización de finos, taponamiento de poros y la disminución de la permeabilidad.

La ecuación que describe la concentración de finos atorados es:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda c U \quad (2.13)$$

y la concentración de los finos adheridos está dada por la concentración máxima crítica de finos posible correspondiente a la velocidad del fluido

$$\sigma_a = \sigma_{cr}(U) \quad (2.14)$$

y

$$\sigma_a(U) = \sigma_0 \left[ 1 - \left( \frac{U}{U_m} \right)^2 \right] \quad (2.15)$$

Aquí  $c$  es la concentración de partículas suspendidas,  $\sigma$  es la concentración de partículas capturadas (finos atorados),  $U$  es la velocidad del fluido ( $U > U_m$ ),  $\lambda$  es el coeficiente de filtración,  $\sigma_a$  es la concentración de finos adheridos,  $\sigma_{cr}$  es la concentración crítica de partículas adheridas,  $\sigma_0$  es la concentración máxima de finos atorados correspondiente a una velocidad cero,  $U_m$  es la velocidad mínima límite en la que las partículas pueden mantenerse adheridas a la superficie. Se

contempla una concentración inicial de finos atorados  $\sigma_i$  la cual determina una velocidad crítica  $U_i$ .

La liberación de partículas ocurre cuando  $U > U_i$  dónde  $\sigma_i = \sigma_{cr}(U_i)$ .

Los autores consideran un pozo y describen la concentración de finos radialmente dentro de la formación. Ellos proponen las siguientes ecuaciones de balance de materia para todos los finos (suspendidos, finos adheridos y atorados):

$$r \frac{\partial [\phi(1 - S_{wi})c + \sigma_a + \sigma_s]}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(rcU) = 0 \quad (2.16)$$

Donde  $r$  es el radio a partir del centro del pozo. La ecuación de balance de finos adheridos es

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial t} = \lambda_a c U \quad \text{para } \sigma_a < \sigma_{cr}(U) \quad (2.17)$$

y la ecuación de finos atorados (“strained”)

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} = \lambda_s c U \quad (2.18)$$

donde

$$\lambda_s = \lambda_s(\sigma) \quad (2.19)$$

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_s \quad (2.20)$$

con,  $\lambda_a$  el coeficiente de filtración para finos adheridos y  $\sigma_s$  la concentración volumétrica de finos atorados. La permeabilidad está dada por

$$\frac{k_0}{k(\sigma_s)} = 1 + \beta \sigma_s \quad (2.21)$$

O bien

$$\frac{k_0}{k(\sigma_a, \sigma_s)} = 1 + \beta_a \sigma_a + \beta_s \sigma_s \quad (2.22)$$

donde  $\beta$  es el coeficiente de daño a la formación,  $\beta_a$  es el coeficiente de daño por finos adheridos,  $\beta_s$  es el coeficiente de daño por finos atorados.

De las ecuaciones se obtiene:

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial r} = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} = \lambda_s c U \quad (2.24)$$

donde

$$U = -\frac{k k_{rowi}}{\mu(1 + \beta_a \sigma_a + \beta_s \sigma_s)} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{q}{2\pi r} \quad (2.25)$$

$$\sigma_a = \sigma_{cr}(U) \quad (2.26)$$

aquí  $\lambda_s$  es el coeficiente de filtración para finos capturados, y  $p$  es la presión.

# CAPÍTULO 3

## **3. MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO PARA EL DESPRENDIMIENTO, MIGRACIÓN Y BLOQUEO DE FINOS**

El papel de los finos en la recuperación de aceite en yacimientos arenociliosos puede ser relevante si se considera su potencial para inhibir canales indeseados de flujo e incrementar con ello la eficiencia de barrido de aceite en zonas de bajo barrido.

En este capítulo se presenta un modelo para explorar teóricamente el efecto que la inyección de agua de baja salinidad puede tener en el desprendimiento y migración de finos y su capacidad para bloquear caminos indeseados de flujo, como el caso de fallas conductivas que comunican directamente un pozo inyector con pozos productores.

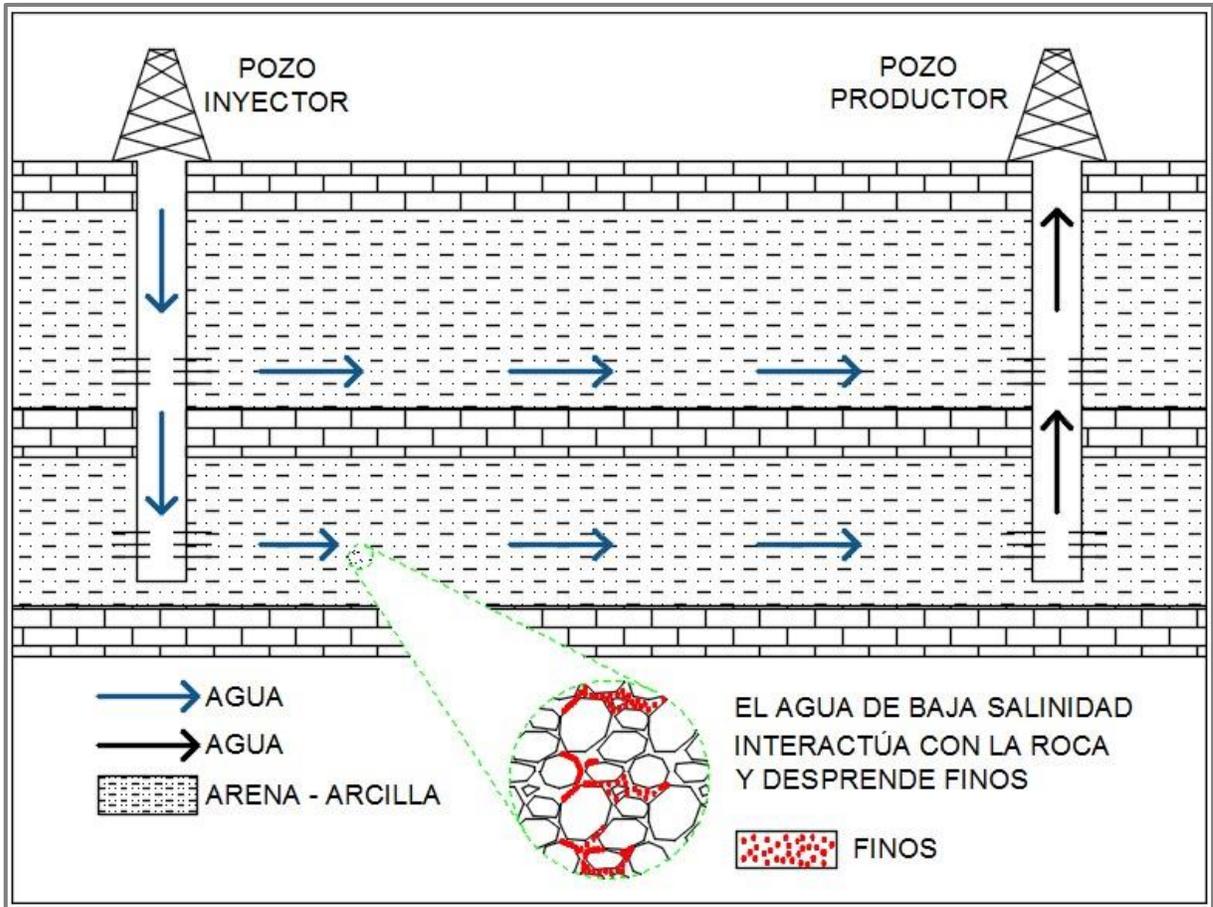
En este caso los finos se refieren a placas micrométricas de silicio que originalmente están adheridas a la superficie de roca y que por el efecto de agua de baja salinidad inyectada en la formación se expanden, pueden desprenderse y migrar para posteriormente adherirse o bien atorarse en las gargantas de poro y taparlas, provocando reducción de permeabilidad.

### 3.1. Generalidades del modelo

El modelo matemático describe el comportamiento de fluido y la dinámica de los finos en un yacimiento areno-arcilloso en presencia de inyección de agua de baja salinidad. Para el análisis se considera un sistema compuesto de cinco pozos, específicamente un inyector y cuatro productores, un medio poroso areno-arcilloso y la presencia o ausencia de una falla conductiva entre pozos. Al ingresar el agua de baja salinidad e interactuar con la roca provoca el desprendimiento de finos, los cuales pasan a estar suspendidos en el fluido y migran a la velocidad del fluido hasta que se atorán y tapan gargantas de poro produciendo así una disminución de la permeabilidad del medio poroso como se ilustra en la *Figura 3-1*.

Las ecuaciones que gobiernan el modelo consideran: (1) flujo monofásico, (2) fase acuosa (3) fluido ligeramente compresible, (4) salmuera con concentración que pasa de alta a baja salinidad, (5) roca areno-arcillosa, (6) medio poroso homogéneo e isótropo, la permeabilidad se asume como función de la concentración de finos atorados.

El modelo resuelve cinco ecuaciones diferenciales no lineales para: (i) la presión asumiendo flujo darciano monofásico ligeramente compresible, (ii) el transporte advectivo-dispersivo de sal, (iii) la concentración de finos móviles, (iv) la concentración de finos adheridos desprendibles por la reducción de salinidad y (v) la concentración de finos atorados en las gargantas de poro.

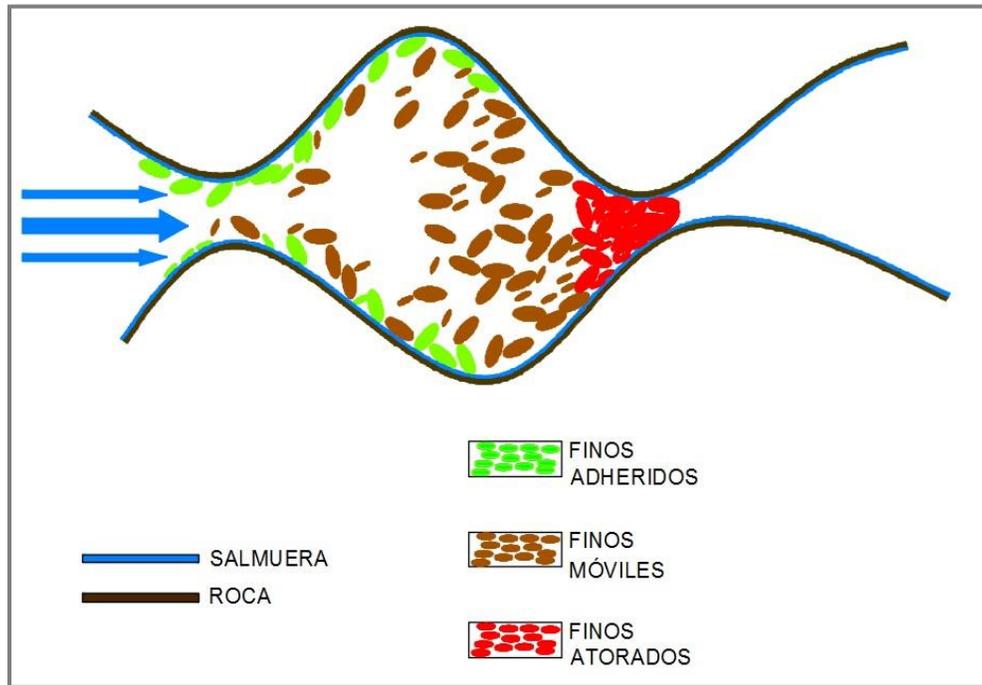


**Figura 3-1.** Inyección de agua de baja salinidad en yacimiento arenoso-arcilloso.

El fenómeno de desprendimiento y migración de finos provocado por el agua de baja salinidad a un medio poroso arenoso-arcilloso se describe considerando tres tipos de finos, como se ilustra en la **Figura 3-2** :

- Finos adheridos ( $\sigma_a$ ) . Estos finos se encuentran adheridos a la superficie de la roca y por la interacción con la salmuera pueden desprenderse.
- Finos suspendidos o móviles ( $C_m$ ) . Son los finos desprendidos, que se suspenden en la salmuera y que son arrastrados por el agua de inyección en el medio poroso.

- Finos atorados (en inglés “clogging” o “strained”) ( $\sigma_c$ ). Son los finos atorados en las gargantas de poro, bloqueando así posibles caminos de flujo del fluido.



**Figura 3-2.** Tipos de finos en el medio poroso. Modificado de (Lemon, et al., 2011).

### 3.2. Ecuaciones de flujo monofásico

Las ecuaciones de flujo monofásico son: (1) la conservación de masa del fluido, el cual se considerará ligeramente compresible (Chen, 1962) y (2) la ley de Darcy.

$$\frac{\partial \phi \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{U} = 0 \quad (3.1)$$

$$\bar{U} = -\frac{k}{\mu} \nabla P \quad (3.2)$$

Donde  $\phi$  es porosidad,  $\rho$  es densidad ( $kg/m^3$ ),  $\bar{U}$  es velocidad ( $m/s$ ),  $k$  es permeabilidad ( $m^2$ ),  $\mu$  es viscosidad ( $Pa \cdot s$ ),  $P$  es presión ( $Pa$ ).

La Ec. (3.1) se escribe como

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{U} = 0 \quad (3.3)$$

y aplicando regla de la cadena en términos de la presión se obtiene

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{U} = 0 \quad (3.4)$$

$$\phi \rho \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \rho \phi \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{U} = 0 \quad (3.5)$$

La compresibilidad del agua es:  $C_w = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P}$  y la compresibilidad de la roca:

$C_R = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial P}$ , sustituyendo  $C_w$  ( $Pa^{-1}$ ) y  $C_R$  ( $Pa^{-1}$ ) Se considera el agua y la roca son

ligeramente compresibles, es decir que  $C_w$  y  $C_R$  son constantes. La ecuación se escribe como:

$$\phi \rho C_w \frac{\partial P}{\partial t} + \rho \phi C_R \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{U} = 0 \quad (3.6)$$

$$\phi \rho (C_w + C_R) \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{U} = 0 \quad (3.7)$$

Por definición  $(C_w + C_R)$  es la compresibilidad total  $C_T$ , e introduciéndola en la ecuación anterior obtenemos

$$\phi \rho C_T \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{U} = 0 \quad (3.8)$$

Sustituyendo la Ec.(3.2) en Ec. (3.8) resulta

$$\phi \rho C_T \frac{\partial P}{\partial t} - \nabla \cdot \left( \frac{\rho k}{\mu} \nabla P \right) = 0 \quad (3.9)$$

El término de la divergencia se desarrolla como  $\nabla \rho \cdot \frac{k}{\mu} \nabla P + \rho \nabla \cdot \left( \frac{k}{\mu} \nabla P \right)$ , se desprecia el primer término (cuadrático en  $\nabla P$ ) y se agrega una fuente o sumidero de agua,  $q_w$  ( $kg/m^3s$ ), resultando así, la siguiente ecuación final para la presión de agua:

$$C_T \frac{\partial P}{\partial t} - \nabla \cdot \left( \frac{k}{\mu} \nabla P \right) = Q_w \quad (3.10)$$

donde  $Q_w = q_w / \rho_w$  es la Fuente o sumidero volumétrico de fluido.

### 3.3. Ecuación de salinidad

El comportamiento de la sal es un factor muy importante en el desprendimiento de finos, pues la reducción de la salinidad provoca el desprendimiento de los finos. Se considera una ecuación de transporte advectivo-dispersivo de sal en el medio poroso (Hussain, et al., 2013), esta es

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi s] + \nabla \cdot [s \vec{U}_w - D_s \nabla s] = 0 \quad (3.11)$$

donde  $\phi$  es la porosidad,  $s$  es la concentración de sal ( $ppm$ ),  $\vec{U}_w$  la velocidad del agua ( $m/s$ ) y  $D_s$  el coeficiente de dispersión hidrodinámica de la sal ( $m^2/s$ ). Se considera que la dispersión está dada por  $D_s = \alpha_{L,S} U_w$ , donde  $\alpha_{L,S}$  es el coeficiente de dispersión longitudinal de la sal ( $m$ ).

### 3.4. Ecuación de concentración de finos móviles

La ecuación de concentración de finos móviles resulta de la conservación total de los finos que es una extensión de la teoría clásica de filtración de lecho profundo (Bedrikovetsky, et al., 2011).

La ecuación de balance de finos totales, incluyendo dispersión es (Coronado & Díaz-Viera, 2017) :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi c_m + (1-\phi)(\chi_{sh}\sigma_a + \sigma_c)] + \nabla \cdot [c_m \bar{U} - \alpha_{L,F} U \nabla c_m] = 0 \quad (3.12)$$

Donde la  $\phi$  es porosidad constante,  $c_m$  es concentración de finos móviles ( $kg/m^3$ ),  $\chi_{sh}$  es la fracción de la roca con finos desprendibles (%), y  $\alpha_{L,F}$  es la dispersión longitudinal de finos móviles ( $m$ ), todas ellas se consideran en el proceso.

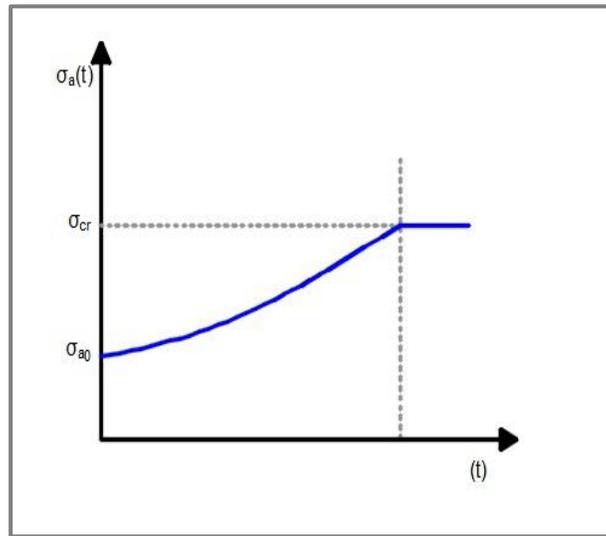
En la formulación se considerará que el efecto de los finos es despreciable en la porosidad, ya que la mayoría de los finos desprendidos quedan atorados en las gargantas de poro, y solamente muy pocos finos salen del medio poroso al final.

Esta ecuación describe la concentración de finos móviles durante el desprendimiento de finos por la inyección de agua de baja salinidad. Al desprenderse los finos son transportados por el agua a través de los poros hasta llegar a gargantas de poro muy estrechas y bloquear así el camino del flujo de fluido, siendo estos los finos atorados que forzarán al fluido a barrer otras zonas. La movilización y captura de finos en el medio poroso es la principal causa de la declinación de la permeabilidad.

### 3.5. Ecuación de concentración de finos adheridos

El modelo se basa en el modelo de Bedrikovetsky (Bedrikovetsky, et al., 2011) y modificado por Coronado y Díaz Viera (Coronado & Díaz-Viera, 2017). Parte clave del modelo es la existencia de una concentración crítica de finos adheridos. A concentraciones arriba de esta concentración se tendrá

desprendimiento de finos, y por debajo de ella los finos se van a adherir hasta alcanzar la concentración crítica, como se ilustra en la **Figura 3-3**.

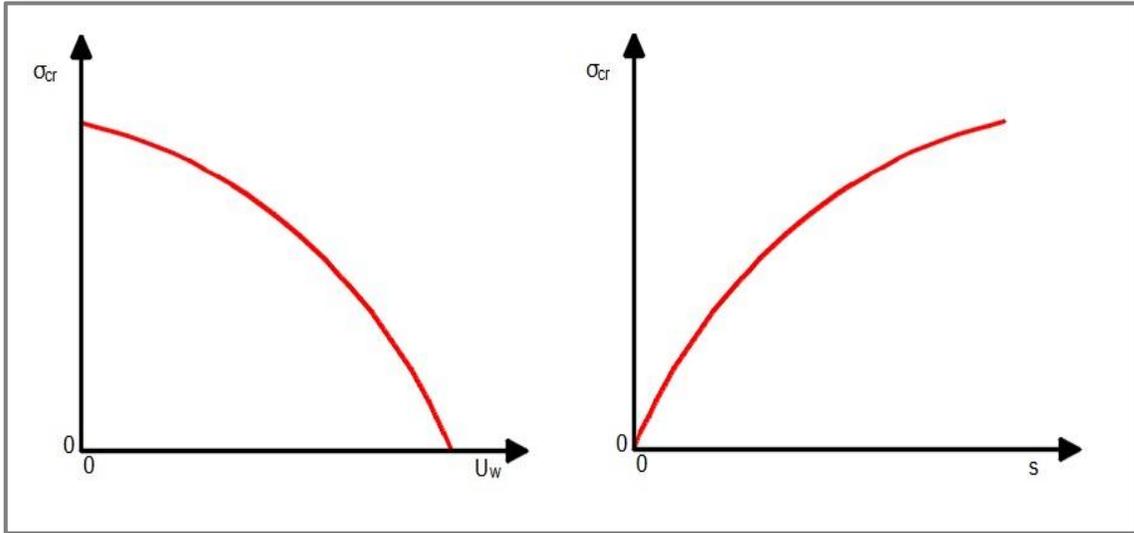


**Figura 3-3.** Concentración de finos adheridos en función del tiempo a partir de una concentración inicial  $\sigma_{a,0}$  (que es menor a la concentración crítica  $\sigma_{cr}$ ).

La concentración crítica de máxima retención  $\sigma_{cr}$  es función del número de erosión  $\varepsilon$  (Zeinijahromi, et al., 2014) .

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}(\varepsilon) \quad (3.13)$$

El número de erosión es la relación adimensional que existe entre las fuerzas de desprendimiento y las fuerzas de adhesión, siendo este número proporcional a la velocidad de fluido (agua) ya que las fuerzas de arrastre y suspensión son dependientes del factor velocidad, e inversamente proporcional a la salinidad, en la **Figura 3-4** se muestra el comportamiento de la concentración crítica en función de la velocidad del fluido y de la salinidad. La concentración crítica se reduce al aumentar la velocidad y también al bajar la salinidad.



**Figura 3-4.** Concentración crítica máxima de finos adheridos ( $\sigma_{cr}$ ) en función de la velocidad ( $U_w$ ) y salinidad ( $s$ ).

De las gráficas anteriores podemos observar que la concentración crítica,  $\sigma_{cr}$ , puede controlarse (reducirse) aumentando la velocidad del fluido o reduciendo la salinidad. De esta forma se logra desprender finos, que previamente estaban adheridos.

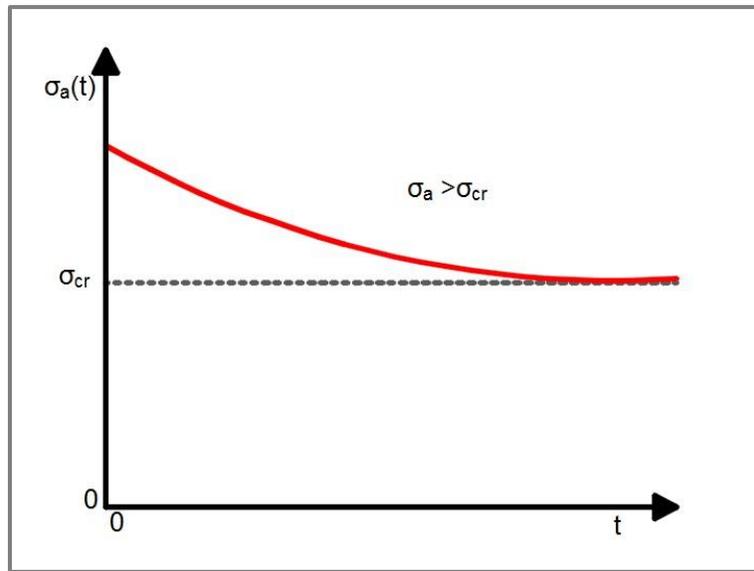
Se propone la siguiente ecuación para los finos adheridos:

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial t} = -\lambda_d U_w (\sigma_a - \sigma_{cr}) \quad \text{si } \sigma_a > \sigma_{cr} \quad (3.14)$$

si  $\sigma_a \leq \sigma_{cr}$  entonces la ecuación es  $\sigma_a = \sigma_{cr}$

Donde  $\sigma_a$  es la concentración de finos adheridos ( $kg/m^3$ ), y  $\lambda_d$  es el coeficiente de desprendimiento ( $m^{-1}$ ).

El comportamiento en el tiempo que resulta de la ecuación (3.14) lo podemos observar en la **Figura 3-5** , donde los finos adheridos  $\sigma_a$  se reducen hasta alcanzar la concentración crítica.



**Figura 3-5.** Comportamiento de finos adheridos sobre la concentración crítica máxima de finos.

Cabe mencionar que entre más grande sea el coeficiente de desprendimiento de finos adheridos,  $\lambda_d$ , la cantidad de finos desprendidos va a ser mayor y mayor la cantidad de finos atorados, siendo así un parámetro muy importante en el modelo de dinámica de finos.

### 3.6. Ecuación de concentración de finos atorados

La ecuación de concentración de finos atorados de acuerdo al planteamiento de varios autores (Zeinijahromi, et al., 2014) establecen que la concentración de partículas atoradas  $\sigma_s$  es igual a la cantidad de partículas liberadas  $\Delta\sigma$  debido a la reducción de salinidad, lo cual se expresa a través de un cambio de  $\varepsilon$  como

$$\sigma_s(\varepsilon) = \Delta\sigma = \sigma_{a0} - \sigma_a(\varepsilon) \quad (3.15)$$

donde  $\sigma_s$  es la concentración volumétrica de partículas atorados,  $\sigma_{a0}$  es la concentración inicial de partículas adheridas,  $\sigma_a$  es la concentración de partículas adheridas. La ecuación de concentración de partículas atoradas resulta de la diferencia de las partículas originalmente adheridas menos las partículas liberadas.

Una mejor apreciación del comportamiento de la cinética de la captura de partículas es mediante la ecuación de filtración fluyente (Zeinijahromi, et al., 2012) (Coronado & Díaz-Viera, 2017)

$$\frac{\partial\sigma_s}{\partial t} = \lambda_s c_m U_w \quad (3.16)$$

Donde  $\sigma_s$  es la concentración de partículas retenidas,  $\lambda_s$  es el coeficiente de filtración de partículas con exclusión de tamaño,  $c_m$  es la concentración de partículas suspendidas,  $U_w$  es la velocidad del flujo.

El modelo asume que la concentración de partículas es insignificamente más pequeña que la concentración de poros libres o vacíos, donde el taponamiento puede ocurrir. El coeficiente de filtración por captura que se utiliza en datos experimentales mostrados en artículos varía mucho, su valor va de 0.1 a  $100 m^{-1}$ .

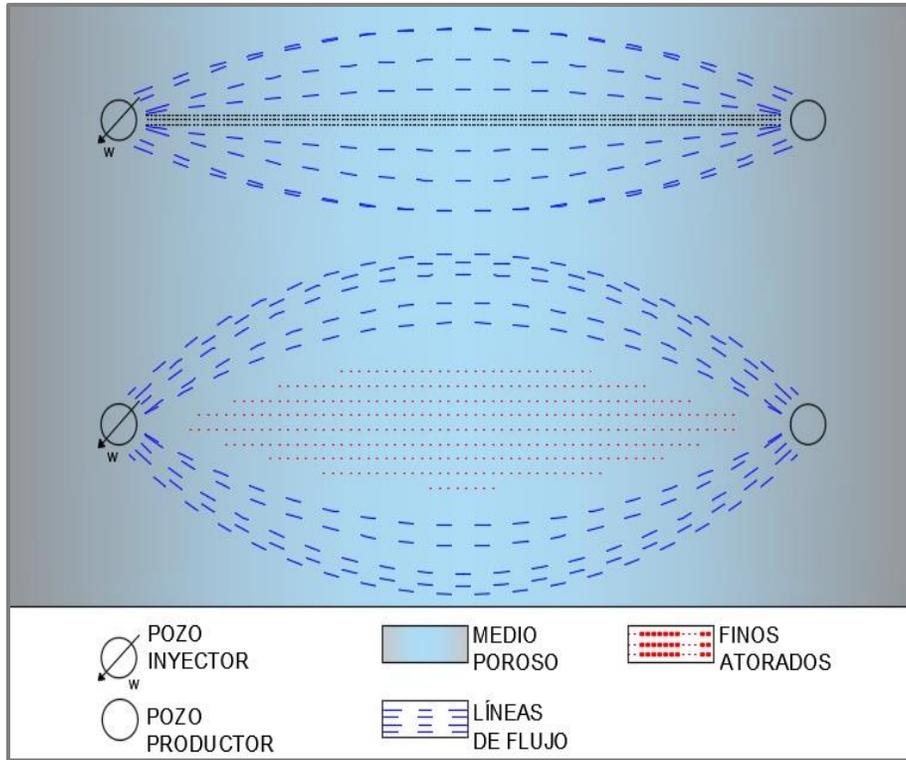
### 3.7. Ecuación de permeabilidad

La permeabilidad es afectada por la presencia de finos atorados en el medio poroso, este efecto de bloqueo de caminos considera una permeabilidad  $k$  ( $m^2$ ) misma que se reduce con la concentración de finos atorados  $\sigma_c$ , involucrando el coeficiente de daño a la formación  $\beta$  ( $m^3/kg$ ) (Zeinijahromi, et al., 2012) (Pang & Sharma, 1997). El modelo para la dependencia de la permeabilidad con la concentración de finos atorados es:

$$k = \frac{k_0}{1 + \beta\sigma_c} \quad (3.17)$$

donde  $k_0$  es la permeabilidad antes del daño causado por los finos atorados.

Dentro de esta expresión el coeficiente de daño a la formación  $\beta$  y el coeficiente de filtración de finos atorados se toman de datos experimentales reportados en artículos. Los cambios que sufre la permeabilidad dan como consecuencia cambios en el perfil de velocidad del flujo del fluido (**Figura 3-6**), misma que a su vez afectará el desprendimiento, migración y taponamiento de finos.



**Figura 3-6.** Reducción de permeabilidad debido a los finos atorados y cambio de perfil de velocidad. En el caso (1) no se tiene el efecto de bloqueo de caminos de flujo directo entre los pozos y en el caso (2) sí se tiene y provoca el barrido de zonas previamente no barridas.

### 3.8. Resumen de ecuaciones a utilizar en el modelo propuesto

Las ecuaciones que se emplean en el modelo para describir el flujo monofásico, el transporte de sal y la dinámica de finos están acopladas a través de la salinidad y la permeabilidad. Estas son:

- Ecuación de presión.

$$\phi C_T \frac{\partial P}{\partial t} - \nabla \cdot \left( \frac{k}{\mu} \nabla P \right) = Q_w \quad (3.18)$$

- Ecuación de salinidad.

$$\frac{\partial}{\partial t}[\phi s] + \nabla \cdot [s \vec{U}_w - D_s \nabla s] = 0 \quad (3.19)$$

- Ecuación de balance de finos.

$$\frac{\partial}{\partial t}[\phi c_m + (1 - \phi)(\chi_{sh} \sigma_a + \sigma_c)] + \nabla \cdot [c_m \vec{U}_w - \alpha_{L,F} U_w \nabla c_m] = 0 \quad (3.20)$$

- Ecuación de concentración de finos adheridos.

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial t} = -\lambda_d U_w (\sigma_a - \sigma_{cr}) \quad \text{si } \sigma_a > \sigma_{cr} \quad (3.21)$$

- Ecuación de concentración de finos atorados.

$$\frac{\partial \sigma_c}{\partial t} = \lambda_c U_w c_m \quad (3.22)$$

- Ecuación de permeabilidad.

$$k = \frac{k_0}{1 + \beta \sigma_c} \quad (3.23)$$

Las cinco ecuaciones planteadas tienen dependencia con la función de concentración crítica máxima de finos adheridos  $\sigma_{cr}$ , a su vez dependen de la concentración de sal en la inyección de salmuera; si es una concentración alta de sal, la  $\sigma_{cr}$  estará en un margen alto, si pasamos a una concentración baja de sal, la concentración crítica disminuirá asegurando así una considerable concentración de finos desprendidos, y posteriormente una concentración de finos atorados, la

expresión a utilizar para dicho objetivo es la siguiente (Coronado & Díaz-Viera, 2017):

$$\sigma_{cr} = \sigma_1 \exp\left(-\left(\frac{s_1}{s - s_b}\right)^n\right) \quad (3.24)$$

donde  $\sigma_{cr}$  es concentración crítica de finos adheridos ( $kg/m^3$ ),  $\sigma_1$  es parámetro inicial de concentración de finos ( $kg/m^3$ ),  $s_1$  es un parámetro para suavizar la curva,  $s$  concentración de sal ( $ppm$ ),  $s_b$  es parámetro de desplazamiento de la curva, y  $n$  es el exponente.

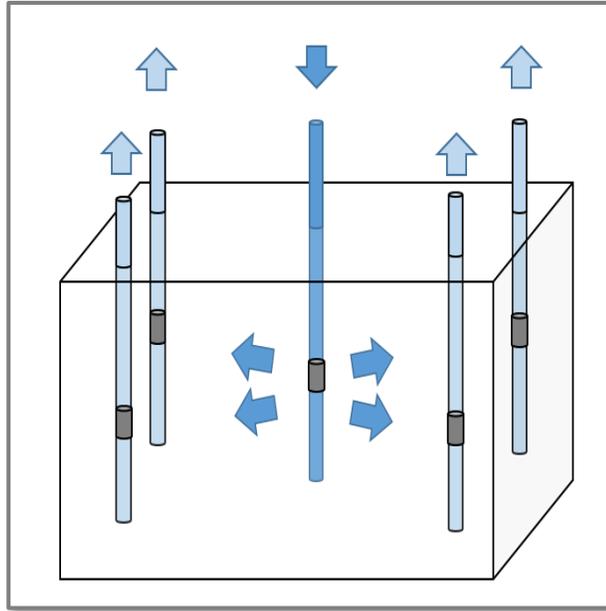
# CAPÍTULO 4

## 4. APLICACIÓN DEL MODELO EN UN SISTEMA DE CINCO POZOS

Se tiene una sección de yacimiento con cinco pozos, en ella se tiene un pozo inyector de agua de alta salinidad al centro y a determinado tiempo se reduce la salinidad del agua de inyección. A partir de ese tiempo ocurre la invasión de agua de baja salinidad, con un frente de baja salinidad que avanza dentro del yacimiento hacia cuatro pozos productores equidistantes (ver *Figura 4-1*). La baja salinidad provoca el desprendimiento de finos, su migración y el taponamiento en las gargantas de poro, lo cual provoca una reducción de permeabilidad.

Este proceso de taponamiento depende de la velocidad del fluido de inyección, el cual tendrá mayor impacto donde la velocidad sea mayor, es decir en un área más cercana a los pozos, provocando el daño a pozo. La presencia de finos permite bloquear el flujo en la falla conductiva, y eso a su vez genera más caminos en zonas no barridas para un mejor uso del fluido de inyección y por ende obtener una mayor recuperación de aceite.

El sistema en estudio es un cubo, que visto desde arriba en un plano horizontal es un cuadrado de lado  $L$ , el cual tiene un arreglo de cinco pozos (un inyector, cuatro productores), como se muestra en la *Figura 4-2*.



**Figura 4-1.** Bloque del yacimiento con los cinco pozos.

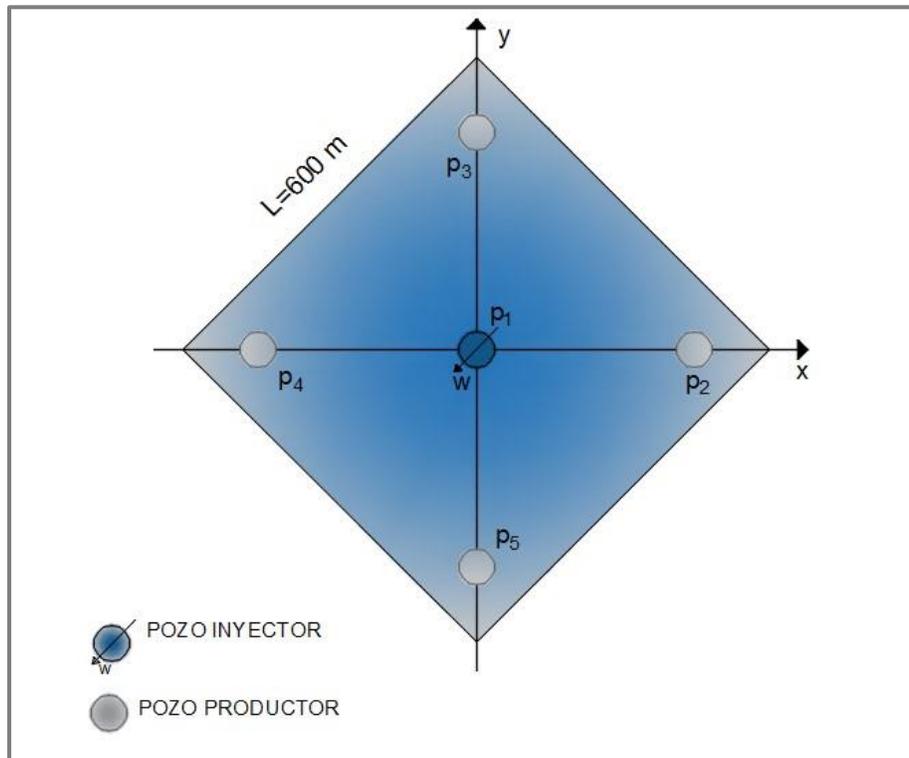
El análisis considera la posible presencia de una falla conductiva conectando directamente el pozo inyector con dos pozos vecinos. Se examinan dos casos con dos sub-casos cada uno:

- Caso I: Ausencia de la falla conductiva. Se analizan dos situaciones: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo y (b) Sin falla y con finos acoplados al flujo.
- Caso II: Presencia de una falla conductiva. Se analizan dos situaciones: (c) Con falla conductiva y finos desacoplados del flujo, (d) Con falla conductiva y con finos acoplados al flujo.

#### 4.1. Descripción del sistema

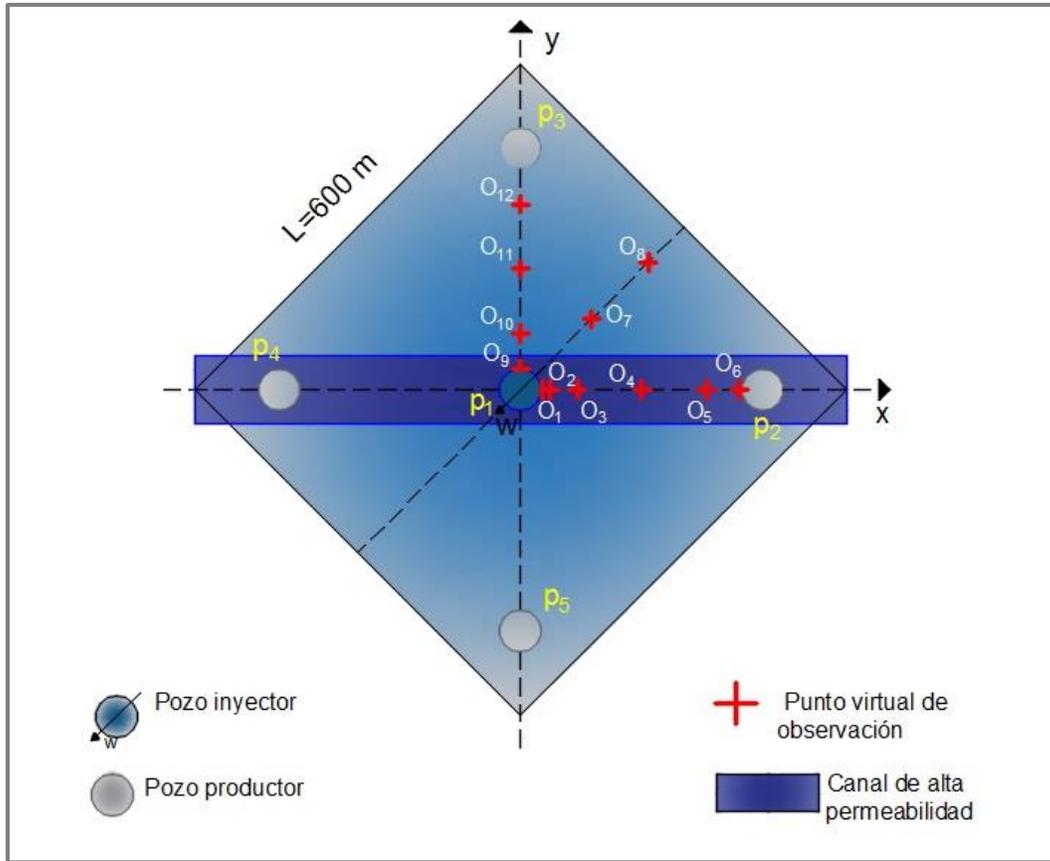
Se considera un sistema con flujo monofásico ligeramente compresible para el arreglo de cinco pozos en la geometría cuadrada de  $600\text{ m}$  por  $600\text{ m}$  inclinada  $45^\circ$ . Se considera un sistema de coordenadas con el origen en el centro del

cuadrado, como se muestra en la **Figura 4-2**. De esta manera tenemos un arreglo de cinco pozos con un pozo,  $p_1$ , en el centro y los cuatro restantes sobre los ejes coordenados a una distancia de  $282.84\text{ m}$  respecto al centro. El pozo  $p_1$  es el pozo inyector de salmuera a un gasto constante ( $Q_{iny}$ ), mientras que los pozos  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$  y  $p_5$  son pozos productores a presión constante ( $P_{out}$ ).



**Figura 4-2.** Sistema de cinco pozos.

Se definen 12 puntos de observación para el análisis de resultados en el sistema, ya que la figura es simétrica, como se ilustra en la **Figura 4-3**. Los primeros seis puntos de observación son en la línea horizontal del sistema, los puntos 7 y 8 se ubican en la diagonal a  $45^\circ$  respecto a la horizontal, mientras que los puntos 9 al 12 se ubican en la vertical a  $90^\circ$ .



**Figura 4-3.** Puntos virtuales de observación (12).

Las coordenadas de los pozos y de los puntos de observación seleccionados para hacer el análisis de los resultados se encuentran en la **Tabla 4-1** y la **Tabla 4-2** respectivamente.

**Tabla 4-1** Coordenadas de pozos.

Pozo	Nombre	Coordenadas (x,y) en metros
<b>Inyector</b>	p1	(0,0)
<b>Productor</b>	p2	(282.84,0)
<b>Productor</b>	p3	(0,282.84)
<b>Productor</b>	p4	(-282.84,0)
<b>Productor</b>	p5	(0, -282.84)

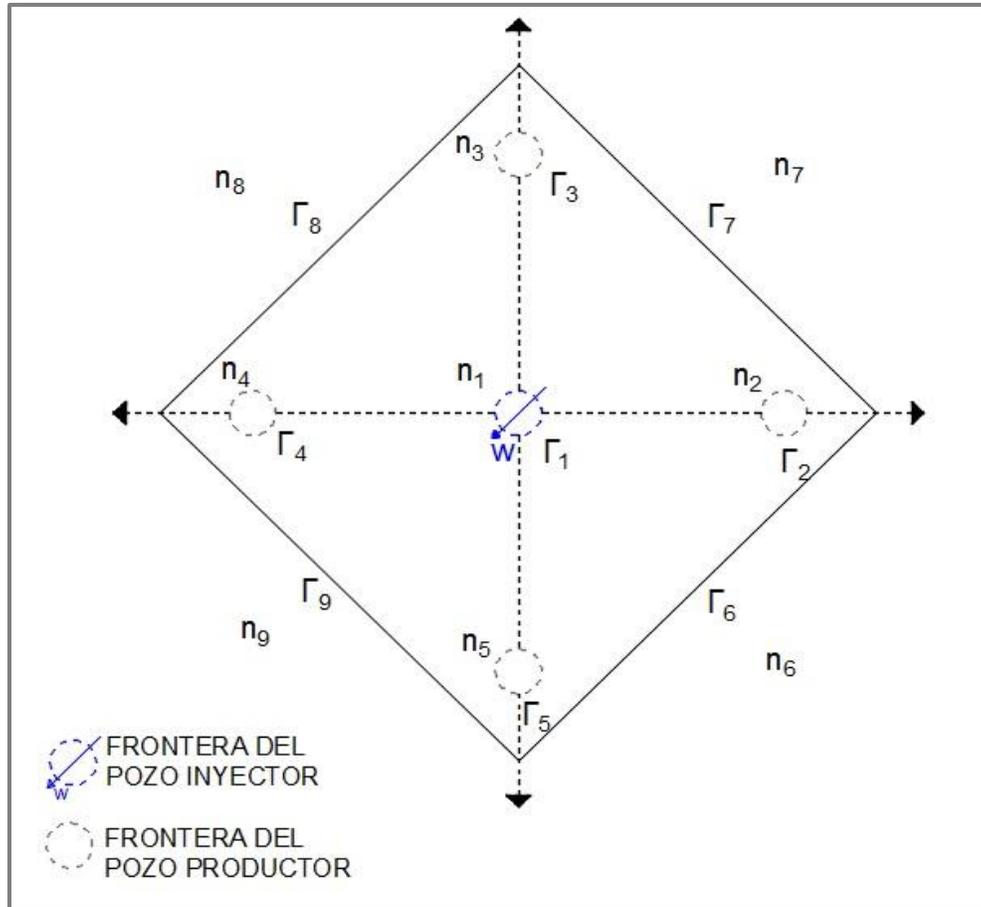
**Tabla 4-2** Coordenadas de los puntos de observación seleccionados con un  $r_w = (5/2)$  pulgadas.

<b>Punto de Observación</b>	<b>Nombre</b>	<b>Coordenadas (x,y) en metros</b>
1	O1	( $r_w, 0$ )
2	O2	( $3r_w, 0$ )
3	O3	(50,0)
4	O4	(141.42,0)
5	O5	(232.44,0)
6	O6	(282.78,0)
7	O7	(100,100)
8	O8	(180,180)
9	O9	(0,3 $r_w$ )
10	O10	(0,50)
11	O11	(0,141.42)
12	O12	(0,232.44)

#### 4.1.1. Condiciones de frontera

Las fronteras son planteadas en un sistema 2D, como se muestra en *Figura 4-4*.

Debe notarse que la región de yacimiento considerada es diferente a la tradicionalmente considerada en los análisis de un arreglo de cinco pozos, donde la región termina exactamente en los pozos productores. En nuestro caso la zona del yacimiento en consideración va más lejos de los pozos productores debido a que en general el sistema perderá la simetría por la presencia de la falla conductiva, y es necesario considerar el flujo más allá de los pozos productores.



**Figura 4-4.** Fronteras en el sistema 2D en análisis.

#### 4.1.2. Condiciones de frontera del flujo

Las condiciones de frontera son de:

- (1) No existe flujo de fluido en las fronteras exteriores del sistema, fronteras  $\Gamma_6, \Gamma_7, \Gamma_8, \Gamma_9$
- (2) El gasto de inyección es constante en el pozo inyector, frontera  $\Gamma_1$
- (3) La presión es constante en los cuatro pozos productores, fronteras  $\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5$

El flujo de fluido es la cantidad de masa de agua que pasa por unidad de área y unidad de tiempo,

$$\vec{J}_w = \rho_w \vec{U}_w \quad (4.1)$$

Se establecen condiciones de frontera de Neumann para la presión en las fronteras  $\Gamma_6, \Gamma_7, \Gamma_8, \Gamma_9$  donde el flujo normal es cero ya que no sale nada del sistema. Entonces para dichas fronteras se tiene la siguiente ecuación:

$$\vec{J}_j \cdot n_i \Big|_{\Gamma_i} = 0 \quad (4.2)$$

Donde  $i = 6 \text{ a } 9$ ,  $n_i$  es el vector unitario perpendicular a la superficie  $\Gamma_i$ .

Sustituyendo la expresión del flujo

$$\vec{J}_w = \rho_w \left( -\frac{k}{\mu} \nabla P \right) \quad (4.3)$$

en la condición de frontera anterior se obtiene la condición para la presión

$$\nabla P \cdot \hat{n}_i = 0 \quad (4.4)$$

el gradiente de presión en coordenadas cartesianas es

$$\nabla P = \frac{\partial P}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial P}{\partial y} \hat{y} \quad (4.5)$$

el vector unitario  $\hat{n}_i$  en las fronteras externas  $\Gamma_6, \Gamma_7, \Gamma_8, \Gamma_9$ .

Los vectores unitarios de las fronteras externas son:

$$\hat{n}_6 = \hat{x}; \hat{n}_7 = \hat{y}; \hat{n}_8 = -\hat{x}; \hat{n}_9 = -\hat{y}$$

$$\left( \frac{\partial P}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial P}{\partial y} \hat{y} \right) \cdot \hat{n}_i \Big|_{\Gamma_i} = 0 \quad (4.6)$$

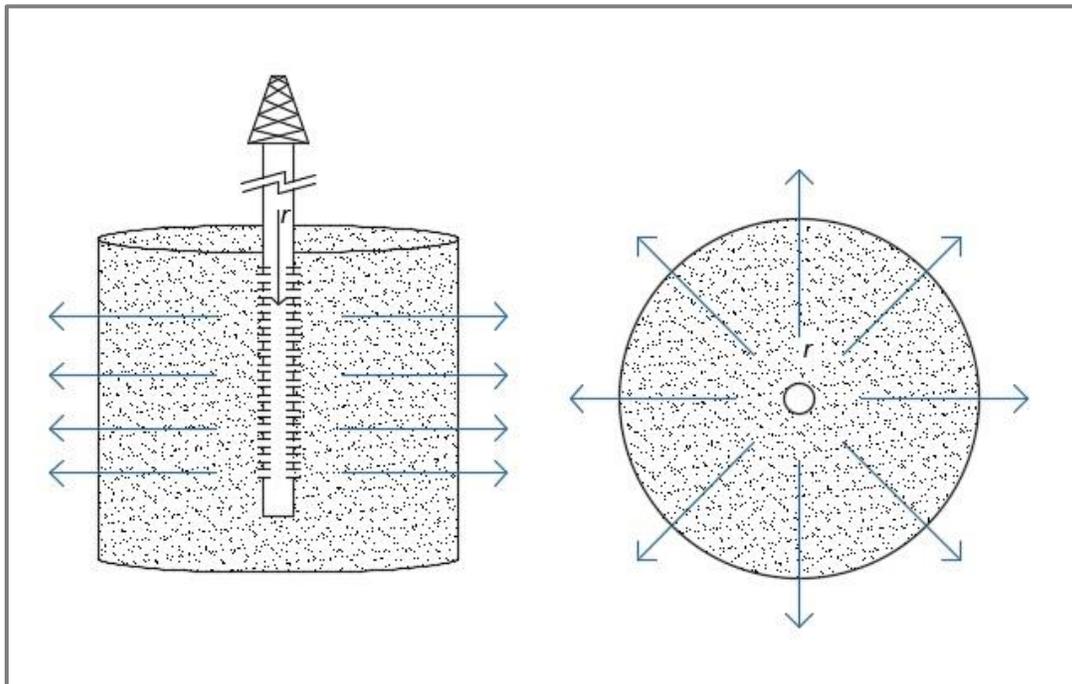
donde  $i = 6$  a  $9$

tenemos que las condiciones de frontera externas respecto a la presión son:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{\Gamma_6} = 0; \quad \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_{\Gamma_7} = 0; \quad \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{\Gamma_8} = 0; \quad \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_{\Gamma_9} = 0 \quad (4.7)$$

Para describir las condiciones de frontera interiores de los pozos del sistema, partimos de la ecuación de flujo másico (4.1) respecto a una frontera cilíndrica, como se muestra en la **Figura 4-5**, la componente radial del flujo es:

$$J_r = \rho_w U_r \quad (4.8)$$



**Figura 4-5.** Pozo de inyección con flujo en dirección radial.

Cuando hay inyección de agua en el pozo, este fluirá de manera radial y llegará a los pozos productores, donde el flujo vuelve a ser localmente radial. Por lo tanto, se está inyectando únicamente agua y la condición es que el flujo de agua por la normal evaluada en la frontera  $\Gamma_1$  nos dé lo que está entrando por unidad de volumen en función de un gasto de inyección  $Q_{iny}$ .

Este gasto de inyección se conforma de una integral del flujo másico por un diferencial de área de cilindro.

$$q_{iny} = \int J_r da \quad (4.9)$$

Donde  $da = r_w dz d\theta$ .

Donde  $r_w$  es el radio del pozo sustituyendo Ec. (4.8) en la ecuación anterior, tenemos:

$$q_{iny} = \int_0^h \int_0^{2\pi} \rho_w U_r da \quad (4.10)$$

$$q_{iny} = \int_0^h \int_0^{2\pi} \rho_w U_r r_w dz d\theta \quad (4.11)$$

Resolvemos la primera integral respecto a  $z(dz)$ , obtenemos:

$$q_{iny} = \rho_w h \int_0^{2\pi} U_r r_w d\theta \quad (4.12)$$

Resolvemos segunda integral respecto a  $\theta$ , además de dividir el resultado entre densidad para obtener un gasto de inyección en términos de volumen entre tiempo ( $m^3/s$ ), si sabemos que  $q_{iny} = Q_{iny} \rho_w$ , tenemos:

$$q_{iny} = \frac{2\pi\rho_w h r_w U_r|_{r_w}}{\rho_w} \quad (4.13)$$

$$Q_{iny} = 2\pi h r_w U_r|_{r_w} \quad (4.14)$$

Donde  $U_r = \hat{r} \cdot \vec{U}_w$ , sustituyendo la velocidad de Darcy, nos queda:

$$U_r = \hat{r} \cdot \left( -\frac{\mu}{k} \nabla P \right) \quad (4.15)$$

Sustituyendo la ecuación anterior en Ec.(4.4), y asumiendo que en la frontera tenemos  $P(r, \theta) = P(r)$  la presión en función radial, tenemos que nuestra condición en la frontera  $\Gamma_1$  es:

$$(\hat{r} \cdot \nabla P)|_{\Gamma_1} = -\frac{k Q_{iny}}{2\pi r_w h \mu} \quad (4.16)$$

Ahora se describe la condición inicial para los pozos productores la cual consiste en tener una presión constante para cada frontera de pozo  $\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5$ .

### 4.1.3. Presión

Tenemos una presión de yacimiento inicial y una presión de salida, la condición en los pozos productores será la presión de salida, cumpliendo la siguiente expresión:

$$P(x, y, t = 0) = P_{ini} \quad (4.17)$$

$$P(x, y, t)|_{\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5} = P_{out} \quad (4.18)$$

Donde  $P_{ini}$  es la presión del yacimiento y  $P_{out}$  es presión de salida.

#### 4.1.4. Salinidad

La condición de frontera para la salinidad evaluada en la frontera  $\Gamma_1$  es:

$$s|_{\Gamma_1} = s_{ent}(t) \quad (4.19)$$

donde  $s$  es salinidad,  $s_{ent}$  es una concentración de sal de entrada que tendrá el agua, y  $t$  el tiempo. La salinidad a la entrada cambiará en el tiempo, pasando de alta salinidad a baja salinidad.

La condición de frontera en los pozos productores es que no haya flujo dispersivo de sal:  $\hat{n}_i \cdot \nabla s|_{\Gamma_i} = 0$  para  $i = 2, 3, 4, 5$

En las fronteras exteriores la condición es que el flujo total de sal sea cero:  $\hat{n}_i \cdot \bar{J}_s|_{\Gamma_i} = 0$  para  $i = 6, 7, 8, 9$

#### 4.1.5. Flujo de finos móviles

La condición de frontera para finos móviles es en las fronteras  $\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5$ , y ésta es que no haya flujo dispersivo en la frontera. Esto pues no hay medio poroso dentro del pozo (y por lo tanto no hay dispersión hidrodinámica). La condición es que el gradiente de la concentración de finos evaluado en las fronteras de los pozos es igual a cero. Para  $i = 2$  a  $5$

$$\nabla C_m \cdot \hat{n}_i|_{\Gamma_i} = 0 \quad (4.20)$$

#### 4.1.6. Flujo de finos adheridos

En sí no existe el término de 'flujo de finos adheridos' puesto que son finos que están adheridos a la superficie de la roca, y no hay flujo advectivo ni dispersivo, por lo tanto, no hay condiciones de frontera para este tipo de finos.

### 4.1.7. Flujo de finos atorados

Los finos atorados al igual que los adheridos no presentan un flujo advectivo ni dispersivo, por lo cual no hay condiciones de frontera.

## 4.2. Condiciones iniciales

Al tiempo inicial  $t = 0$  se establecen las siguientes condiciones:

### 4.2.1. Presión

Al tiempo cero, la presión será la misma que la presión de yacimiento.

$$P_w(\vec{r}, t = 0) = P_y \quad (4.21)$$

Donde  $P_w$  es presión de agua y  $P_y$  presión de yacimiento, que se considera uniforme en toda la zona.

### 4.2.2. Salinidad

$$s(\vec{r}, t = 0) = s_H \quad (4.22)$$

Donde  $s_H$  es salinidad inicial que se considera constante en todo el sistema. Aquí  $s_H$  corresponde a la concentración alta de sal del agua de formación.

### 4.2.3. Finos móviles

Al tiempo cero, no hay finos móviles en el agua, adicionalmente a esto se establece que el agua de inyección no transporta finos.

$$C_m(\vec{r}, t = 0) = 0 \quad (4.23)$$

#### 4.2.4. Finos adheridos

Al tiempo cero existe una cantidad fija de finos disponibles para ser desprendidos de la superficie de la roca y que dicha concentración de finos adheridos es constante en todo el sistema.

$$\sigma_a(\vec{r}, t = 0) = \sigma_{a_0} \quad (4.24)$$

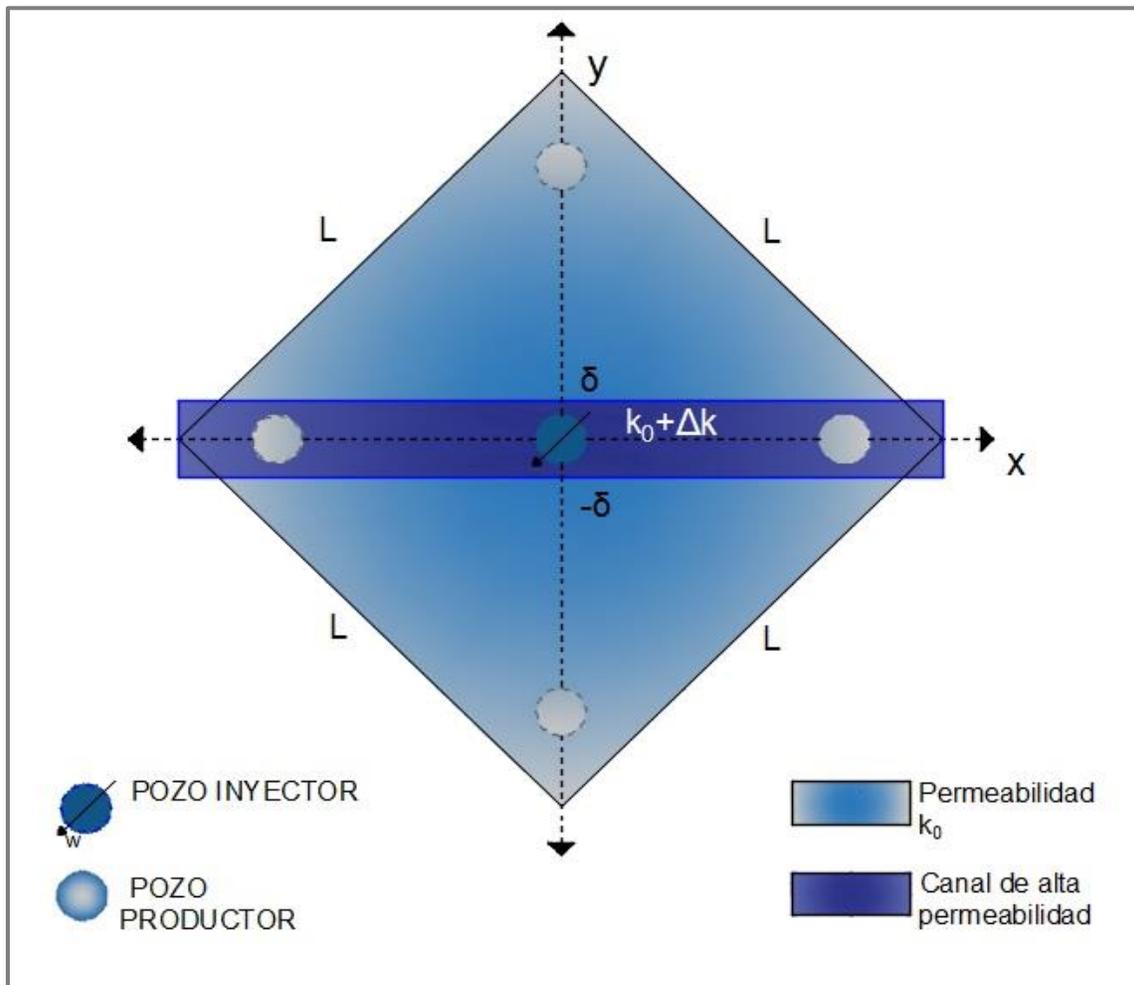
#### 4.2.5. Finos atorados

Al tiempo cero el taponamiento de poros por finos no existe, es cero.

$$\sigma_c(\vec{r}, t = 0) = 0 \quad (4.25)$$

### 4.3. La falla conductiva

La falla conductiva que se plantea actúa como un canal de alta permeabilidad que comunica el pozo inyector con dos pozos productores, y nos permite ver el comportamiento de los finos, en el proceso de taponamiento de dicho canal. La ubicación de éste es en el eje horizontal de nuestro sistema, como se muestra en la *Figura 4-6*.

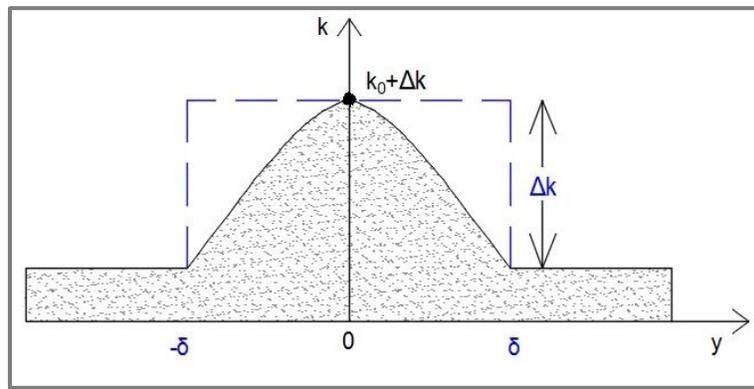


*Figura 4-6.* Falla conductiva.

La permeabilidad dentro de la falla se establece como

$$k_F = k_0 + \frac{\Delta k}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi y}{\delta}\right) \right] \quad (4.26)$$

Donde  $k_F$  es la permeabilidad del canal,  $k_0$  permeabilidad fija fuera del canal,  $\Delta k$  es el máximo cambio de permeabilidad del canal y  $\delta$  es la mitad del espesor del canal, como lo muestra la **Figura 4-7**.



**Figura 4-7.** Comportamiento de la variable "y" dentro de la función de alta permeabilidad.

La permeabilidad en toda la zona de análisis está dada por

$$k(y) = \begin{cases} k_0 & |y| > \delta \\ k_F & |y| \leq \delta \end{cases} \quad (4.27)$$

El efecto de los finos atorados se incorpora multiplicando esta permeabilidad por el factor de reducción de permeabilidad,  $f_k$ .

$$f_k = \frac{1}{1 + \beta \sigma_c} \quad (4.28)$$

Donde  $\beta$  es el coeficiente de daño el cual depende de la cantidad de finos atorados ( $\sigma_c$ ) mismos que dependen de la posición y el tiempo.

## 4.4. Funciones complementarias

### 4.4.1. Salinidad

Con el propósito de evitar problemas de convergencia numérica, el brinco abrupto de salinidad al tiempo  $t = t_{st}$  en el pozo inyector, de alta salinidad  $s_H$  a baja salinidad  $s_L$ , se cambia, en lugar de un escalón abrupto tipo Heaviside

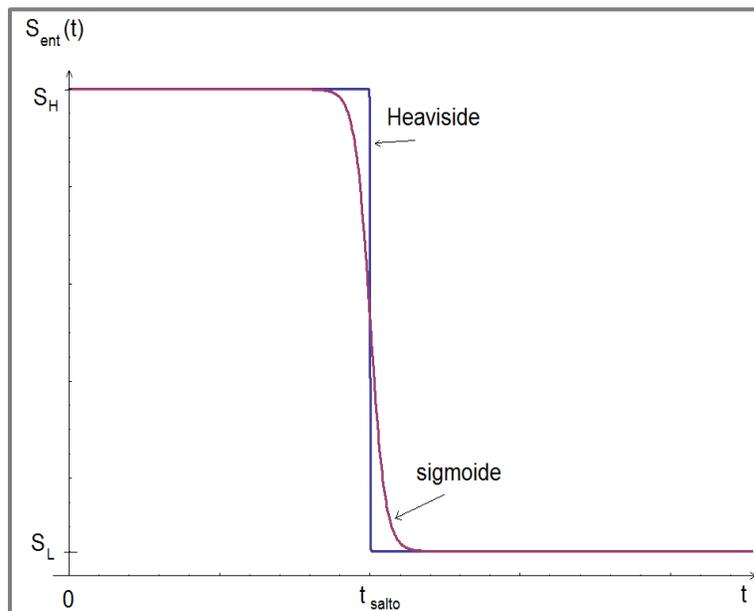
$$s_{ent}(t) = s_H - (s_H - s_L)H(t - t_{st}) \quad (4.29)$$

donde  $H(\tau)$  es la función de Heaviside, que es igual a 0 si  $\tau < 0$  e igual a 1 si  $\tau \geq 0$  se usa ahora una función de escalón suavizada tipo sigmoide.

$$s_{ent}(t) = (s_H - s_L) \left[ 1 - \frac{1}{1 + \exp((t_{st} - t)/T_{suav})} \right] + s_L \quad (4.30)$$

donde  $T_{suav}$  es el período de tiempo representativo del ancho de la bajada del escalón. En la

**Figura 4-8** se ilustran estos casos.



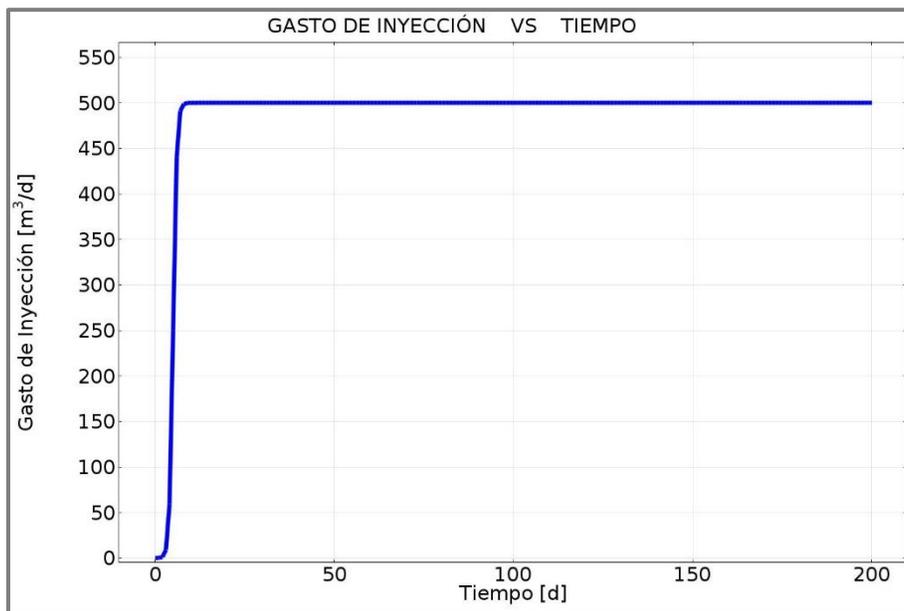
**Figura 4-8.** Escalón abrupto tipo Heaviside (azul) y sigmoide suavizada (violeta).

#### 4.4.2. Gasto de inyección

Por así convenir a la simulación, el gasto de inyección se inicia a partir del quinto día y para describir el cambio de alta a baja salinidad a lo largo del tiempo de simulación, (**Figura 4-9**) también se utiliza una función sigmoide para el gasto de inyección, quedando de la siguiente manera:

$$q_{iny} = \frac{Q_{iny} \rho_w}{r_w 2\pi h_d \left(1 + \exp\left(\frac{(t_{iny_{st}} - t)}{T_{iny_{suav}}}\right)\right)} \quad (4.31)$$

Donde  $Q_{iny}$  es gasto volumétrico de inyección,  $\rho_w$  es densidad del agua,  $r_w$  es radio de pozo,  $h_d$  es espesor de la zona de disparo,  $t_{iny_{st}}$  es el tiempo de inicio de inyección y  $T_{iny_{suav}}$  es el tiempo de ancho de la bajada del escalón.



**Figura 4-9.** Comportamiento del gasto en el pozo inyector a partir del quinto día.

## 4.5. Ajustes para el modelo

A continuación, se describen algunas aproximaciones de ciertos parámetros para hacer el modelo numérico más apropiado.

### 4.5.1. Magnitud de velocidad

La magnitud de la velocidad puede en algunas zonas tomar valores muy cercanos a cero, lo cual lleva a divergencias numéricas cuando la velocidad está en el denominador de ciertas expresiones. Para evitar los problemas de divergencia se establece un valor mínimo de la velocidad a través de un parámetro ( $\xi$ )

$$U_w = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + \xi^2} \quad (4.32)$$

### 4.5.2. Validación del código a través del gasto de producción de pozos

A fin de validar el funcionamiento del código se calcula el gasto en los pozos productores. La suma del gasto de producción de los cuatro pozos debe ser igual al gasto de inyección. Para verificar eso se calcula

$$q_{prod} = -\int J_r \cdot da \quad (4.33)$$

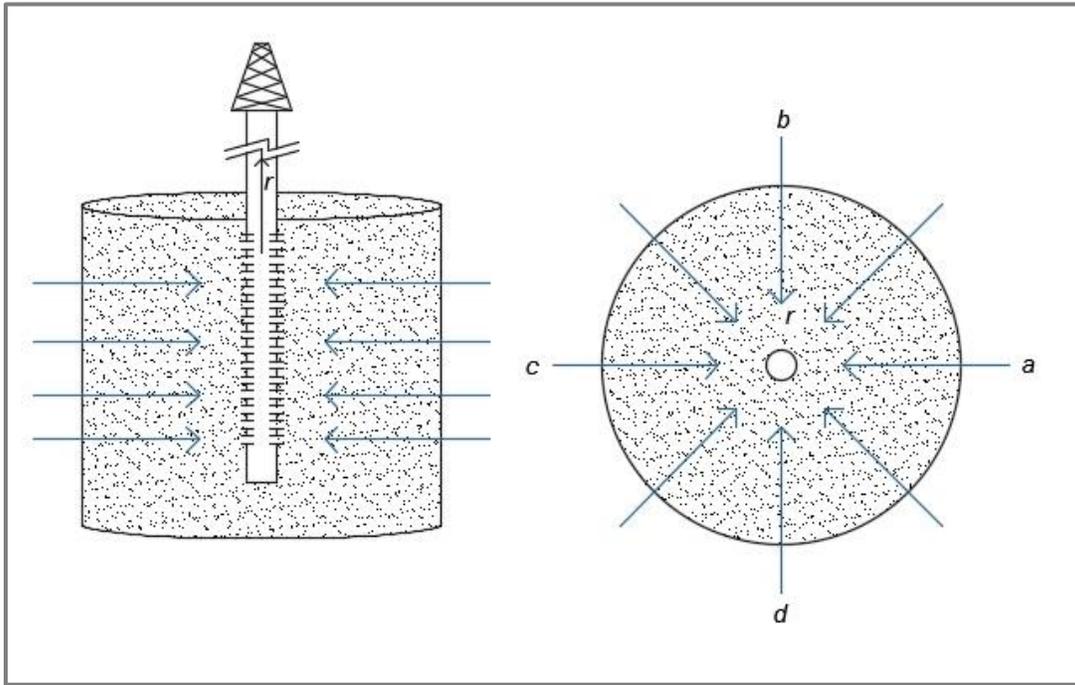
Sustituyendo el flujo másico se tiene

$$q_{prod} = -\int_0^{h_d} \int_0^{2\pi} \rho_w U_r r_w d\theta dz \quad (4.34)$$

Evaluando la integral y dividiendo entre densidad para obtener el gasto en volumen entre tiempo  $Q_{prod} = q_{prod} / \rho_w$  ( $m^3/s$ ), obtenemos:

$$Q_{prod} = -h_d \int_0^{2\pi} U_r r_w d\theta \quad (4.35)$$

Para evaluar este gasto de producción se tiene que sustituir la velocidad en la superficie del pozo, y hacer la integral. Las fronteras de los pozos productores son como se muestran en la **Figura 4-10**.



**Figura 4-10.** Pozo productor y dirección del flujo. Se ilustran las cuatro secciones en que está dividida la cara de pozo (a,b,c,d).

La velocidad radial,  $U_r = \hat{r} \cdot \vec{U}$ , alrededor del centro del pozo  $i = 2, 3, 4, 5$  con coordenadas  $(X_{pi}, Y_{pi})$  está dada por:

$$U_r = \frac{U_x(X - X_{pi}) + U_y(Y - Y_{pi})}{\sqrt{(X - X_{pi})^2 + (Y - Y_{pi})^2}} \quad (4.36)$$

Evaluando las componentes  $U_x$  y  $U_y$  de la velocidad a través del gradiente de presión  $\nabla P$ , se puede calcular el gasto de producción integrando  $U_r$  en la frontera. Esto es

$$Q_{prod_i} = -h_d \int_0^{2\pi} \left[ \frac{U_x (X - X_{pi}) + U_y (Y - Y_{pi})}{\sqrt{(X - X_{pi})^2 + (Y - Y_{pi})^2}} \right] r_w d\theta \quad (4.37)$$

Donde

$$U_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad U_y = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y}$$

Con estas expresiones se calcula el gasto en los pozos productores y se hace la verificación de la conservación de la masa del fluido de inyección para el caso homogéneo con  $k = cte.$ ,  $\phi = cte.$

### 4.5.3. Ajuste de la concentración de finos móviles

Con el propósito de evitar problemas numéricos por concentraciones de finos móviles negativas, se ajusta artificialmente que la concentración sea estrictamente cero si la evaluación de dicha concentración resultase negativa.

# CAPÍTULO 5

## 5. MODELO NUMÉRICO Y COMPUTACIONAL

Los métodos de solución numérica son técnicas que se aplican para resolver problemas físico-matemáticos que involucran, entre otros, sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales, lineales o no lineales, en una geometría sencilla o compleja. Se basa en algoritmos, que son operaciones tanto algebraicas como lógicas para obtener un resultado aproximado del problema.

Los métodos de solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales comúnmente usados son: Diferencias Finitas, Volumen Finito y Elemento Finito. Existen diversas variantes de los mismos que los hacen más apropiados o eficientes dependiendo del problema a resolver.

Los elementos básicos de los métodos numéricos de solución de ecuaciones diferenciales parciales son principalmente:

- (a) La forma de discretizar las ecuaciones en el espacio y en el tiempo.
- (b) La estructura de la malla espacial en la cual se resuelve el problema.
- (c) El método de solución del sistema de ecuaciones algebraicas resultante.

A continuación, se describe brevemente la técnica de elemento finito que es el método empleado en esta tesis.

## 5.1. Generalidades del método de elemento finito

El Método de Elemento Finito (FEM por sus siglas en inglés) es actualmente uno de los mejores métodos numéricos desarrollados para resolver ecuaciones diferenciales parciales de forma aproximada, dados los valores de frontera, sin importar el tipo de geometría ni la forma de las fronteras. Actualmente existe un gran número de variantes del método de elemento finito.

Lo que caracteriza este método es sub-dividir la región continua del dominio entero en múltiples elementos de tamaño pequeño que no se traslapan, llamados elementos finitos, donde se establecen ecuaciones integrales que describe el fenómeno en estudio. Los elementos finitos, que en dos dimensiones tendrían típicamente la forma de rectángulos o de triángulos, están interconectados en una serie de puntos llamados nodos. En el procedimiento, para cada elemento se usa un conjunto de polinomios de grado fijo (típicamente lineal o cuadrático) correspondiente a cada coordenada para obtener una función continua con primera y segunda derivada integrable. Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento en cada elemento se suman para dar la solución en todo el dominio.

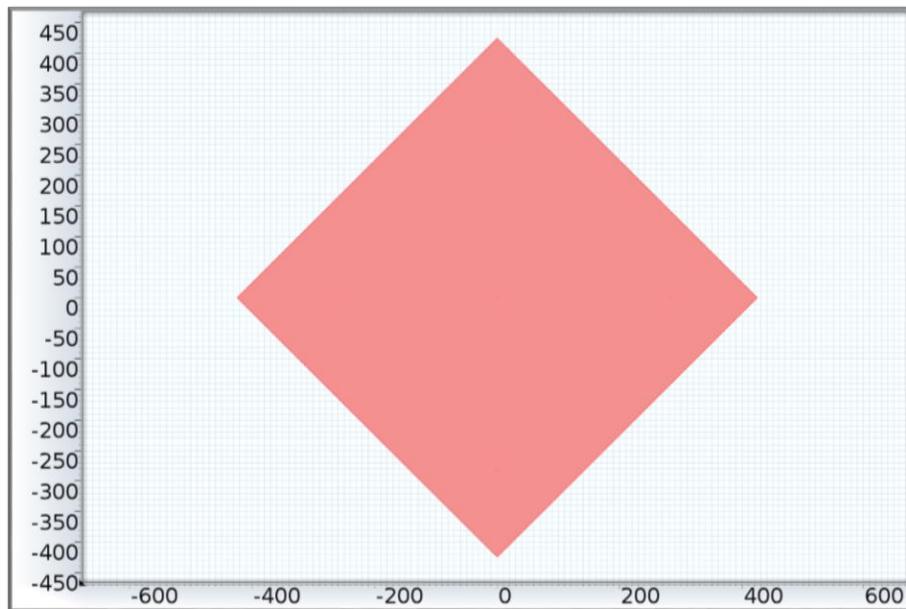
Una de las mayores ventajas del FEM sobre otros métodos es la facilidad con que se manejan las condiciones de frontera, incorporándolas en las integrales de una función objetivo.

En la solución del problema tratado en esta tesis se emplea el software comercial *Comsol Multiphysics* versión 4.3a. Este paquete computacional ofrece la aplicación del Método de Elemento Finito de forma automatizada a un sistema de ecuaciones diferenciales parciales definido por el usuario en una, dos o tres dimensiones. El código genera una malla en el espacio con elementos triangulares (2D) y en la modalidad usada resuelve el sistema de ecuaciones usando elemento finito en el espacio, empleando la formulación de Galerkin con polinomios cuadráticos de Lagrange. Para el tiempo se emplean diferencias finitas de segundo orden hacia atrás, que lleva a un procedimiento totalmente implícito. En la solución

del sistema algebraico de ecuaciones se emplea el método LU directo para matrices dispersas no-simétricas.

## 5.2. Geometría

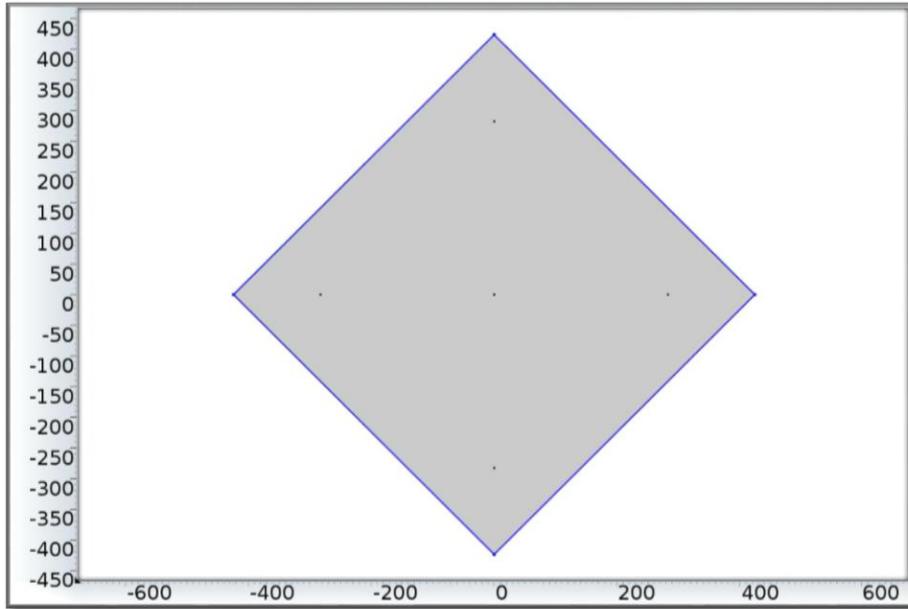
La geometría del sistema a utilizar es una formación cuadrada de longitud de 600 m, con cinco pozos expresados como circunferencias con un radio de 0.0635 m (2.5 pulgadas). El cuadrado está rotado a 45°, colocando el eje coordenado en medio, como se muestra en la *Figura 5-1*.



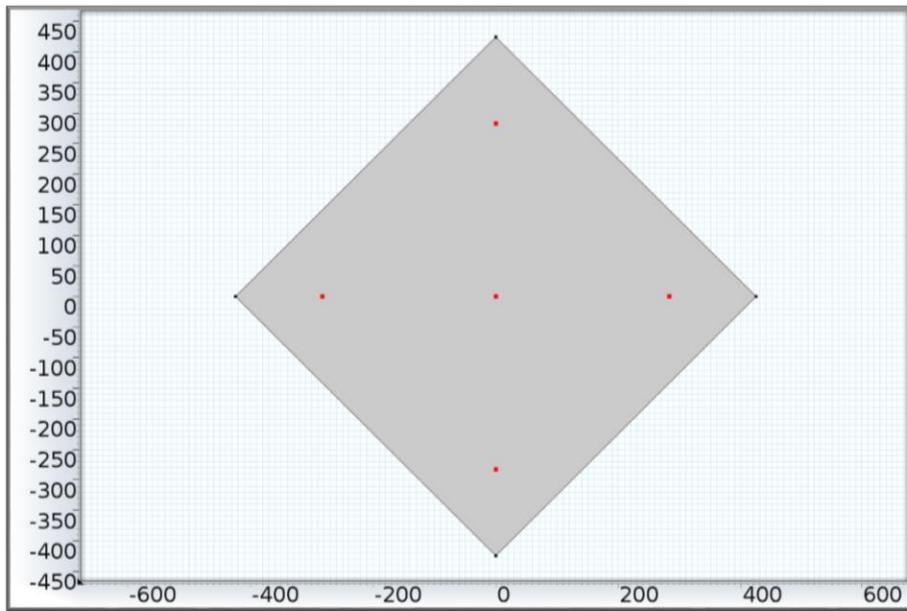
*Figura 5-1.* Dominio del sistema a utilizar en el modelo (color rosa).

### 5.2.1. Fronteras del sistema

En la *Figura 5-2* se ilustra la ubicación de las fronteras del dominio y la ubicación de los cinco pozos en la *Figura 5-3*.



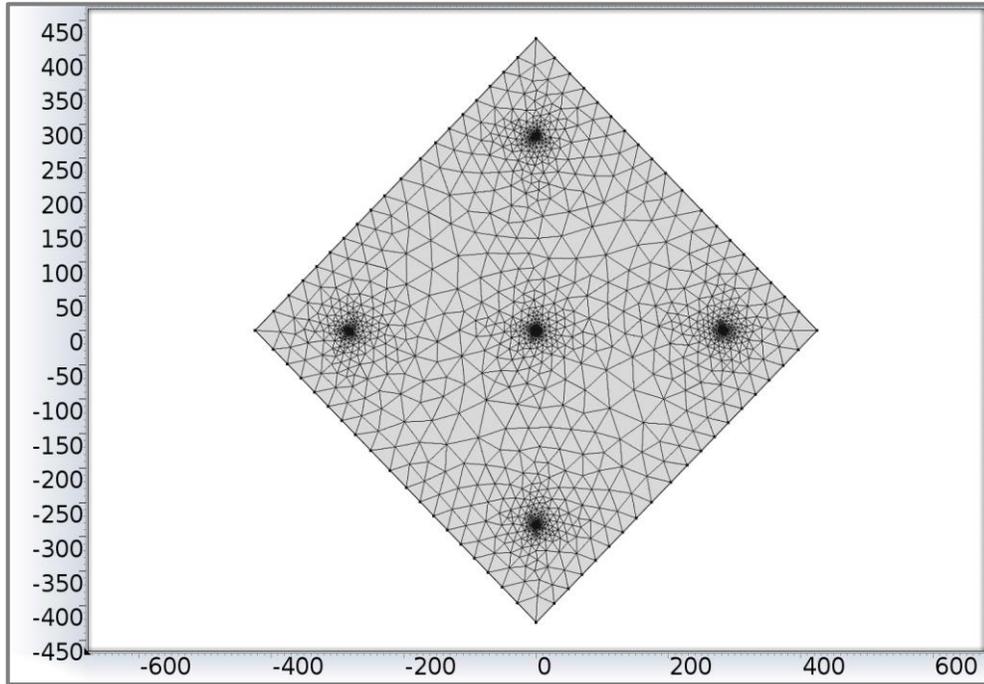
**Figura 5-2.** Fronteras externas del dominio.



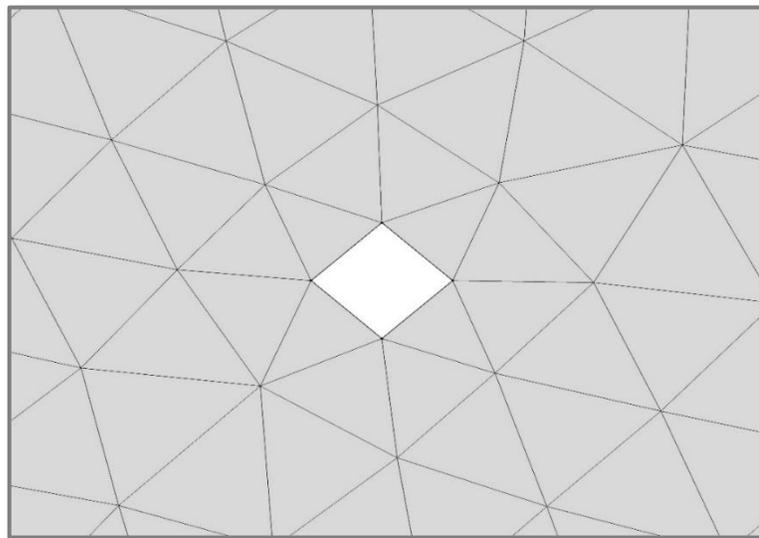
**Figura 5-3.** Ubicación del pozo inyector al centro y cuatro pozos productores.

### 5.2.2. Malla

Malla normal para el modelo computacional 2D, consiste en 5040 elementos triangulares. Se tienen 50860 grados de libertad, más 1080 grados de libertad internos.



**Figura 5-4.** Malla del sistema.



**Figura 5-5.** Acercamiento a la malla de un pozo (el pozo es un cuadrado).

### 5.3. Modelo computacional

La implementación del modelo en COMSOL Multiphysics, es a partir del módulo de Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDP) en 2D donde los coeficientes utilizados son dependientes del tiempo, mismos que se sustituyen conforme a las ecuaciones planteadas del modelo, como se muestra a continuación:

#### 5.3.1. Ecuación diferencial parcial genérica en COMSOL

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma}) + \vec{\beta} \cdot \nabla u + a u = f \quad (5.1)$$

Donde  $u$  es la variable dependiente;  $e_a$  coeficiente de masa;  $d_a$  coeficiente de amortiguación o masa;  $c$  coeficiente de difusión;  $\alpha$  coeficiente de convección de conservación de flujo;  $\gamma$  coeficiente fuente de conservación de flujo;  $\beta$  coeficiente de convección;  $a$  coeficiente de absorción; y  $f$  término fuente. Mismos que se sustituyen para plantear y ajustar el modelo computacional.

#### Tipo de análisis

Es dependiente del tiempo para ecuaciones diferenciales parciales con condición tipo Neumann para fronteras exteriores donde hay cero flujo.

$$-\hat{n} \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) = 0 \quad (5.2)$$

#### Condiciones iniciales

Para las ecuaciones del modelo planteado anteriormente, se establecen condiciones iniciales tipo Dirichlet, las cuales dan el valor de la función en toda la superficie de la frontera.

$$u = r \quad (5.3)$$
$$g_{reaction} = -\mu$$

## Condiciones de frontera

Se considera condiciones tipo Neumann, para las fronteras interiores del dominio, que son las fronteras de los pozos productores.

$$-\hat{n} \cdot \left( -c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma} \right) = g - qu \quad (5.4)$$

Y para las fronteras externas del sistema en las cuales no hay flujo.

$$-\hat{n} \cdot \left( -c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma} \right) = 0 \quad (5.5)$$

## 5.4. Ecuaciones del modelo en COMSOL Multiphysics.

Se describe el acoplamiento de coeficientes en el módulo EDP, para cada una de las ecuaciones del modelo.

A partir de la Ec.(5.1) sustituimos coeficientes con las siguientes ecuaciones:

### 5.4.1. Presión

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \left( -c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma} \right) + \vec{\beta} \cdot \nabla u + au = f \quad (5.6)$$

$$u = P; \quad d_a = \phi (c_f + c_R); \quad c = k/\mu; \quad e_a = \alpha = \gamma = \beta = a = f = 0$$

### Condición inicial

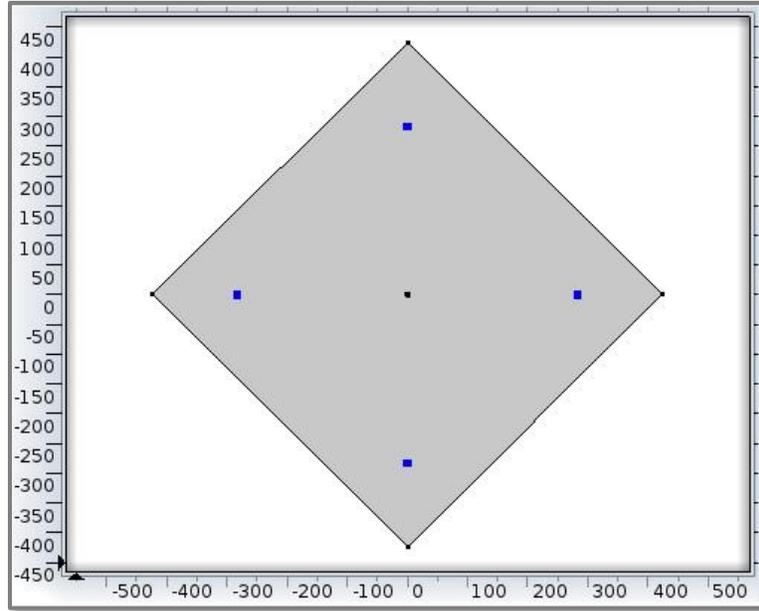
$$u(t=0) = P_y \quad (5.7)$$

### Condiciones de frontera

Se aplican en los cuatro pozos productores condiciones de contorno tipo Dirichlet, **Figura 5-6.**

$$u = r \quad g_{reaction} = -\mu \quad (5.8)$$

Se asignan los valores  $P = P_{out}$ , donde  $P_{out}$  se especifica para cada pozo.



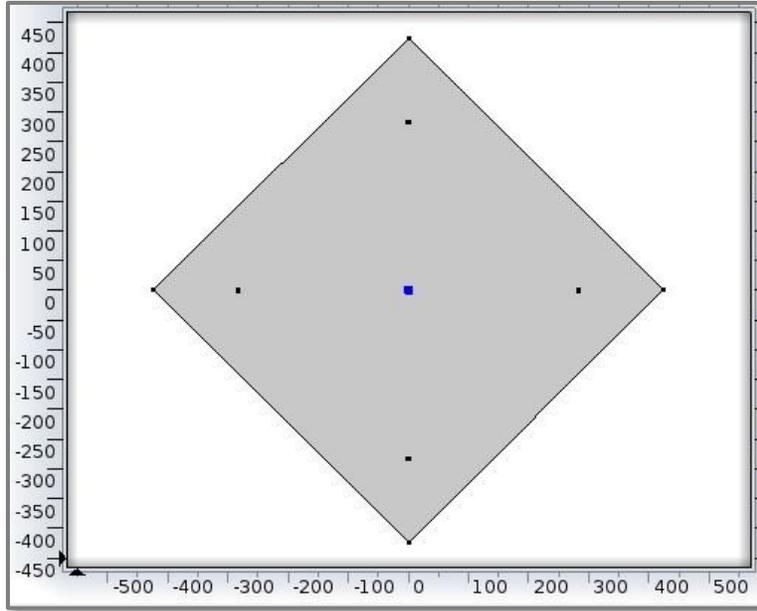
**Figura 5-6.** Frontera tipo Dirichlet en cada uno de los cuatro pozos productores.

Se aplica en el pozo inyector una condición de flujo tipo Neumann, **Figura 5-7.**

$$-\hat{n} \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) = g - qu \quad (5.9)$$

Donde se tiene que cumplir  $\hat{n} \cdot \nabla u = 0$ ; entonces los valores asignados son:

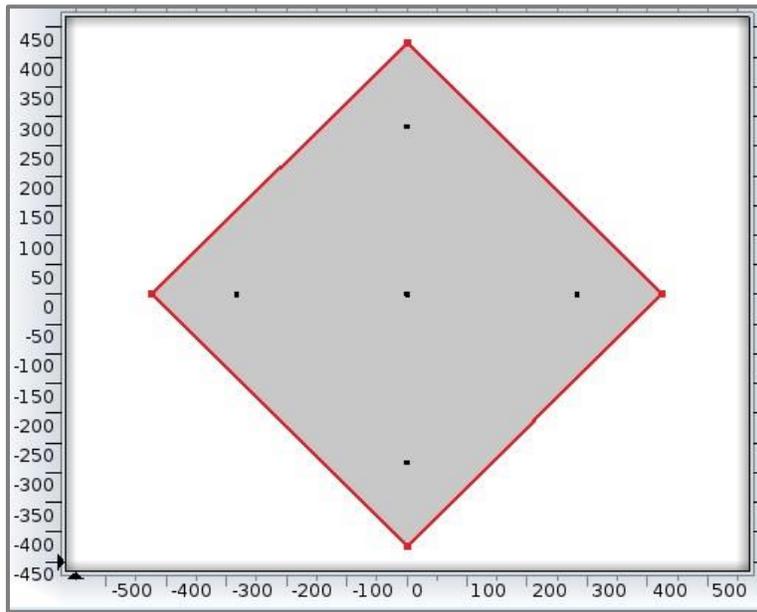
$$u = P; \quad c = -k/\mu; \quad \alpha = \gamma = q = 0; \quad g = Q_{iny}$$



**Figura 5-7.** Frontera tipo Neumann en el pozo inyector.

Y en las cuatro fronteras del sistema, es aplicado la condición de cero flujo.

$$-\hat{n} \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) = 0 \quad (5.10)$$



**Figura 5-8.** Frontera cero flujo.

### 5.4.2. Salinidad

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma}) + \vec{\beta} \cdot \nabla u + \vec{a} u = f \quad (5.11)$$

$$u = s; \quad d_a = \phi; \quad c = D_s; \quad e_a = \vec{\beta} = \vec{\gamma} = \vec{a} = f = 0; \quad \vec{\alpha} = -(U_x, U_y)$$

#### Condición inicial

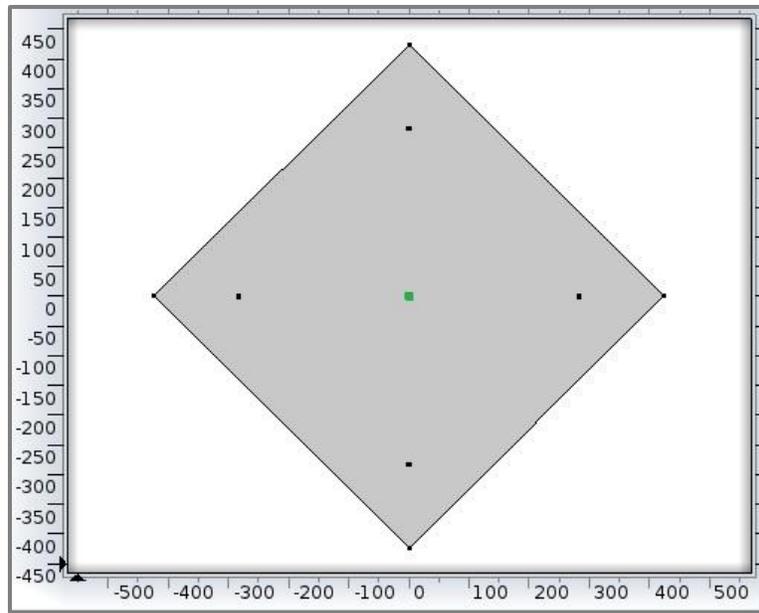
$$u(t=0) = s_H \quad (5.12)$$

#### Condiciones de frontera

Se aplican en el pozo inyector con condición de contorno tipo Dirichlet, **Figura 5-9**.

$$u = r \quad \mathcal{G}_{reaction} = -\mu \quad (5.13)$$

Se asignan los valores  $s$  y  $s_{iny}$



**Figura 5-9.** Frontera Dirichlet en el pozo inyector

Se aplica en los pozos productores una condición de flujo tipo Neumann, **Figura 5-10**.

$$-\hat{n} \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) = g - qu \quad (5.14)$$

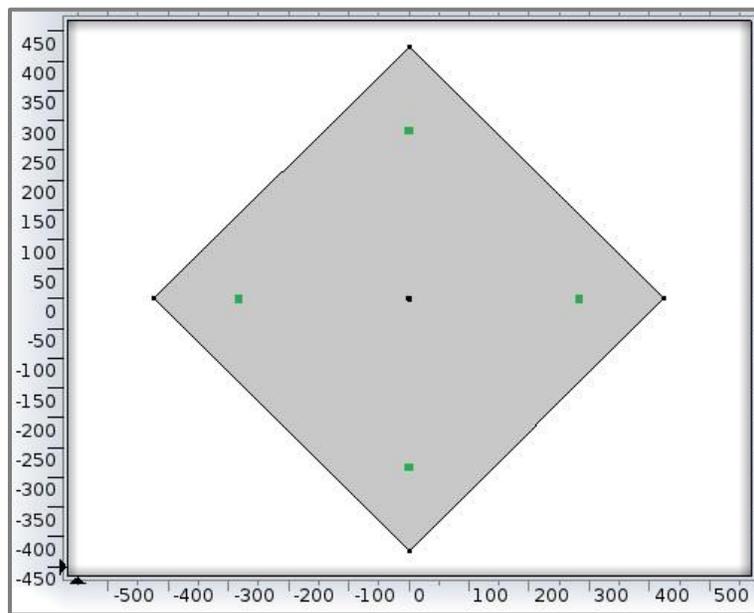
Donde se tiene que cumplir  $\hat{n} \cdot \nabla u = 0$ ; los valores asignados son:

$$u = s; \quad c = D_s; \quad \vec{\alpha} = -\vec{U}; \quad \gamma = g = 0; \quad q = \text{frontera}_i$$

Donde  $i = 2, 3, 4, 5$  corresponde a los pozos productores y *frontera* equivale a la siguiente ecuación.

$$\text{frontera} = \frac{1}{\sqrt{(x - xp_i)^2 + (y - yp_i)^2}} \left[ (x - xp_i)U_x + (y - yp_i)U_y \right] \quad (5.15)$$

Donde  $xp_i$ ;  $yp_i$  corresponde a las coordenadas de los pozos.



**Figura 5-10.** Frontera tipo Neumann en los pozos productores (puntos verdes).

Y en las cuatro fronteras del sistema, es aplicado la condición de cero flujo, como en la *Figura 5-8*.

$$-\hat{n} \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) = 0 \quad (5.16)$$

### 5.4.3. Concentración de finos móviles

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) + \vec{\beta} \cdot \nabla u + au = f \quad (5.17)$$

$$u = c_m; \quad d_a = \phi; \quad c = D_F; \quad e_a = \vec{\beta} = \vec{\gamma} = 0; \quad \vec{\alpha} = -(U_x, U_y)$$

$$a = (1 - \phi)\lambda_c \bar{U}; \quad f = -(1 - \phi)\chi_{sh}(-\bar{U}\lambda_d * \sigma_a - \sigma_{cr})$$

#### Condición inicial

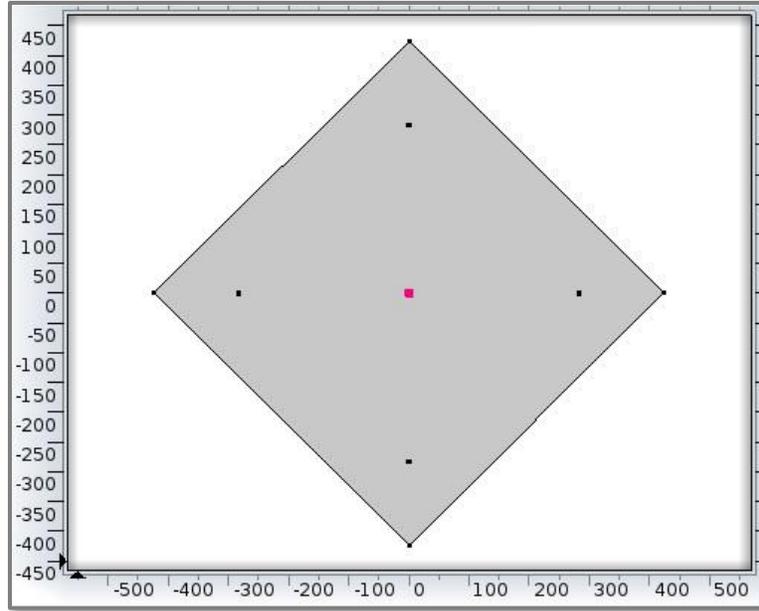
$$u(t=0) = c_{m,0} \quad (5.18)$$

#### Condiciones de frontera

Se aplican en el pozo inyector con condición de contorno tipo Dirichlet, *Figura 5-11* asumiendo.

$$u = r \quad g_{reaction} = -\mu \quad (5.19)$$

Se asignan los valores  $c_m$  y  $c_{m_0}$



**Figura 5-11.** Frontera tipo Dirichlet en pozo inyector (punto rosa).

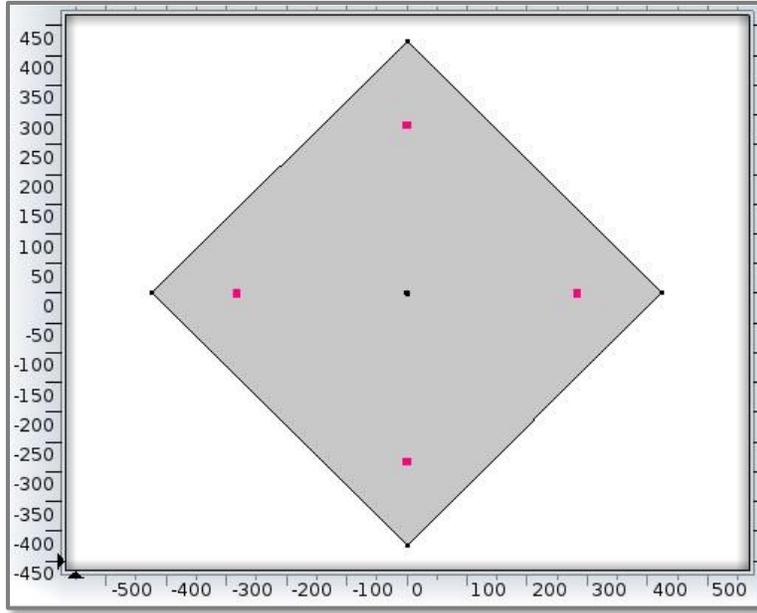
Se aplica en los pozos productores una condición de flujo tipo Neumann, **Figura 5-12.**

$$\hat{n} \cdot (c \nabla u + \vec{\alpha} u - \vec{\gamma}) = g - qu \quad (5.20)$$

Donde se tiene que cumplir  $\hat{n} \cdot \nabla u = 0$ ; entonces los valores asignados son:

$$u = c_m; \quad c = D_F; \quad \vec{\alpha} = \vec{U}; \quad \gamma = g = 0; \quad q = \text{frontera}_i$$

Donde  $\text{frontera}_i$  es la Ec.(5.15) anteriormente descrita.



**Figura 5-12.** Frontera tipo Neumann en pozos productores (puntos rosas).

Y en las cuatro fronteras del sistema, es aplicado la condición de cero flujo, como en la **Figura 5-8**.

$$-\hat{n} \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) = 0 \quad (5.21)$$

#### 5.4.4. Concentración de finos adheridos

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) + \vec{\beta} \cdot \nabla u + \vec{a}u = f \quad (5.22)$$

$$u = \sigma_a; \quad d_a = 1; \quad c = e_a = \vec{\beta} = \vec{\gamma} = \vec{\alpha} = \vec{a} = 0; \quad f = -\vec{U} \lambda_d (\sigma_a - \sigma_{cr})$$

Donde sigma de finos adheridos ( $\sigma_a$ ) depende de una salinidad alta, la función es definida como una concentración crítica máxima

$$\sigma_{cr \max} = \sigma_1 \left[ 1 - g \left( \frac{s_1}{s_H} \right)^2 \right] \quad (5.23)$$

donde  $\sigma_1$  es  $\sigma_{a_0}$  la concentración inicial de finos adheridos;  $g$  es un valor unitario;  $s_1$  es parámetro de suavizado;  $s_H$  es alta salinidad.

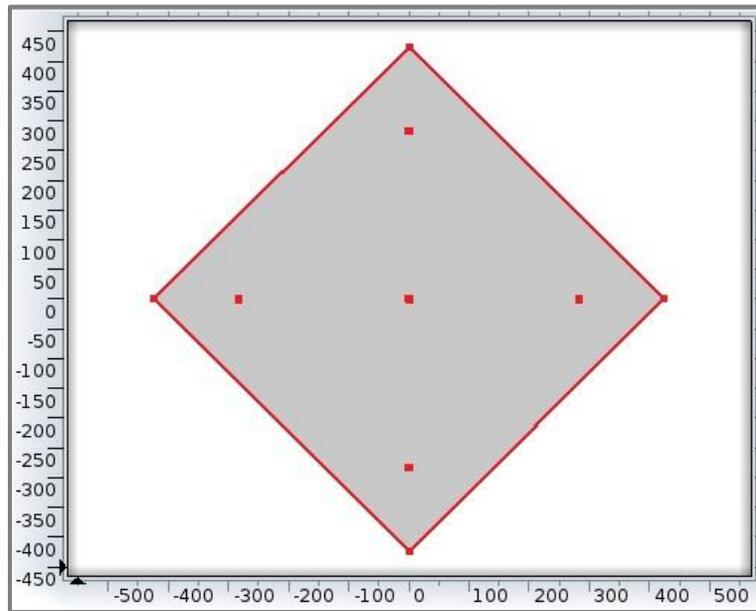
### Condición inicial

$$u(t = 0) = \sigma_{a,0} \quad (5.24)$$

### Condiciones de frontera

En las cuatro fronteras del sistema, es aplicado la condición de cero flujo, de la misma forma en la totalidad de los pozos se cumple con esta condición tipo Neumann, **Figura 5-13**.

$$-\hat{n} \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) = 0 \quad (5.25)$$



**Figura 5-13.** Frontera tipo Neumann en todo el sistema (color rojo).

#### 5.4.5. Concentración de finos atorados

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma}) + \vec{\beta} \cdot \nabla u + \vec{a} u = f \quad (5.26)$$

$$u = \sigma_c; \quad d_a = 1; \quad c = e_a = \vec{\beta} = \vec{\gamma} = \vec{\alpha} = \vec{a} = 0; \quad f = \lambda_c U c_{mm}$$

Donde sigma de finos atorados ( $\sigma_c$ ) depende de la concentración de finos móviles; implementando una condicionante a la variable de finos móviles:

$$c_m (c_m \geq 0) + 0 (c_m < 0) \quad (5.27)$$

con la finalidad de evitar errores numéricos en el proceso de computación.

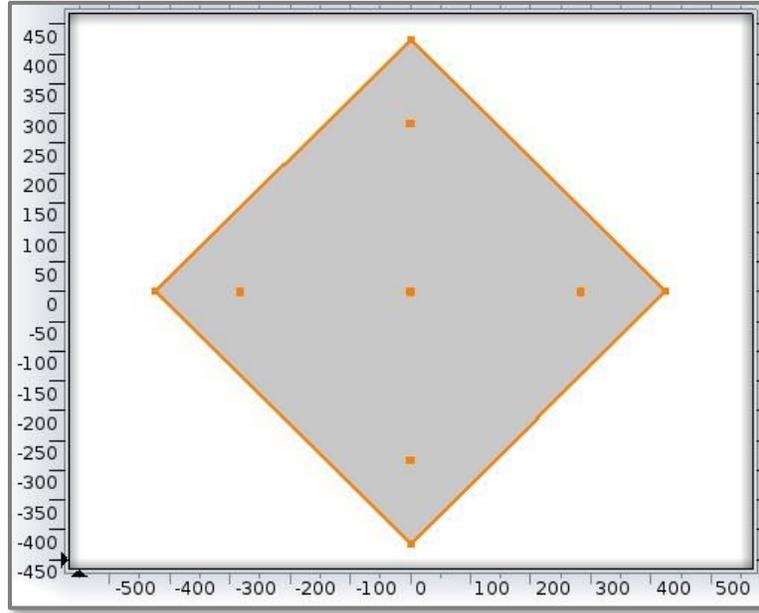
#### Condición inicial

$$u(t=0) = \sigma_{c0} \quad (5.28)$$

#### Condiciones de frontera

En las cuatro fronteras del sistema, junto con los cinco pozos en cuestión se aplica la condición tipo Neumann que cumple con la inexistencia de flujo en las fronteras externas, **Figura 5-14**.

$$-\hat{n} \cdot (-c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma}) = 0 \quad (5.29)$$



**Figura 5-14.** Fronteras tipo Neumann en todo el sistema de finos atorados

# CAPÍTULO 6

## 6. APLICACIÓN DEL MODELO A CASOS DE ESTUDIO

### 6.1. Datos para simulación

A continuación, se aplica el modelo a los casos de estudio descritos en el Capítulo 4. Para ello se especifican los valores de todos los parámetros involucrados.

#### 6.1.1. Parámetros generales

Tabla 6-1 Parámetros generales.

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$L$	600	m	Longitud de la sección cuadrada del sistema
$L_1$	848.53	m	Longitud transversal del sistema
$H$	100	m	Distancia mínima de la frontera del sistema al pozo
$H_1$	141.42	m	Distancia horizontal del pozo a la frontera del sistema
$\phi$	20	%	Porosidad
$\rho_w$	1000	Kg/m <sup>3</sup>	Densidad del agua
$k$	100	mD	Permeabilidad uniforme antes del taponamiento
$\mu$	1	cP	Viscosidad del agua
$P_0; P_{ini}; P_{out}$	1000	psi	Presión Inicial; Presión Pozo Fluyente
$c_f$	5E-10	1/Pa	Compresibilidad del Fluido

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$c_R$	5E-10	1/Pa	Compresibilidad de la Roca
$r_w$	0.0635	m	Radio de pozo
$hd$	5	m	Espesor de la zona de disparo
$Q_{iny}$	500	m <sup>3</sup> /d	Gasto volumétrico de inyección
$q_w$	0	Kg/m <sup>3</sup> s	Gasto másico de inyección
$\xi$	1E-5	-	Coefficiente de ajuste para magnitud de velocidad
$t$	17.28E6	s	Tiempo de simulación (200 días)

### 6.1.2. Parámetros de funciones complementarias

**Tabla 6-2** Parámetros de funciones complementarias.

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$t_{st}$	1.728E6	s	Tiempo de salto a baja salinidad (20 días)
$T_{suav}$	17280	s	Tiempo de decremento (0.2 días)
$t_{iny_{st}}$	432000	s	Tiempo de inicio de la inyección, escalón (5 días)
$T_{iny_{suav}}$	43200	s	Tiempo del ancho de la bajada del escalón (0.5 días)
$\sigma_{a0}$	10	Kg/m <sup>3</sup>	Concentración inicial de finos adheridos
$\sigma_1$	10	Kg/m <sup>3</sup>	Concentración inicial de finos
$S_1$	500	-	Parámetro para suavizar la curva
$S_b$	4700	-	Parámetro de desplazamiento de la curva
$n$	2	-	Exponente dentro de la función de concentración crítica

**Tabla 6-2** Parámetros de funciones complementarias.

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$k_0$	100	mD	Permeabilidad inicial
$\Delta k$	1900	mD	Máxima permeabilidad del canal
$\delta$	20	m	Mitad del espesor del canal
$\beta$	5000	m <sup>3</sup> /kg	Coficiente de daño a la formación

### 6.1.3. Parámetros de ecuación de salinidad

**Tabla 6-3** Parámetros de ecuación de salinidad.

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$s_0$	1E5	ppm	Salinidad inicial
$s_H$	1E5	ppm	Salinidad alta (H)
$s_L$	5E3	ppm	Salinidad baja (L)
$\alpha_{LS}$	60	m	Coficiente de dispersión longitudinal de sal

### 6.1.4. Parámetros de ecuación finos móviles

**Tabla 6-4** Parámetros de ecuación de finos móviles.

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$\chi_{sh}$	5	%	Fracción de finos desprendibles
$\alpha_{LF}$	60	m	Coficiente de dispersión longitudinal de finos móviles
$c_{m0}$	0	Kg/m <sup>3</sup>	Concentración de finos móviles inicial

### 6.1.5. Parámetros de ecuación finos adheridos

**Tabla 6-5** Parámetros de ecuación de finos adheridos.

<b>Parámetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidad</b>	<b>Descripción</b>
$\sigma_{a0}$	10	Kg/m <sup>3</sup>	Concentración inicial de finos adheridos
$g$	1	-	Valor unitario en función de concentración crítica
$\lambda_d$	5	m <sup>-1</sup>	Coefficiente de desprendimiento de finos adheridos

### 6.1.6. Parámetros de ecuación finos atorados

**Tabla 6-6** Parámetros de ecuación de finos atorados.

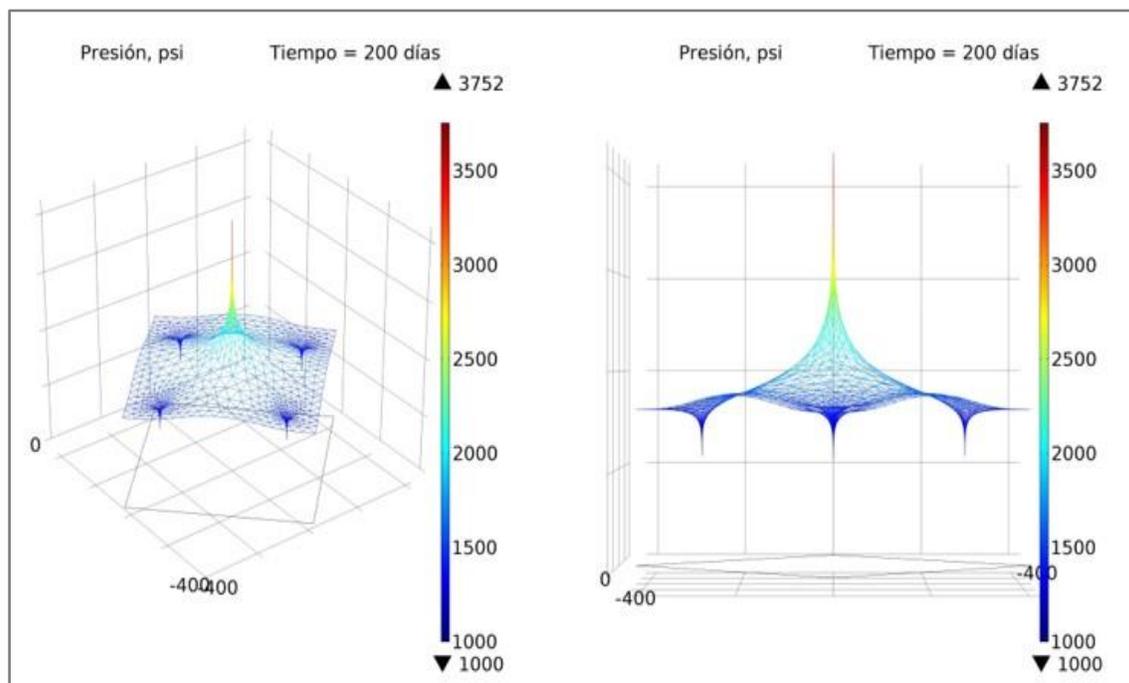
<b>Parámetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidad</b>	<b>Descripción</b>
$\lambda_c$	0.1	m <sup>-1</sup>	Coefficiente de filtración de finos atorados

## 6.2. CASO I. Sin falla conductiva

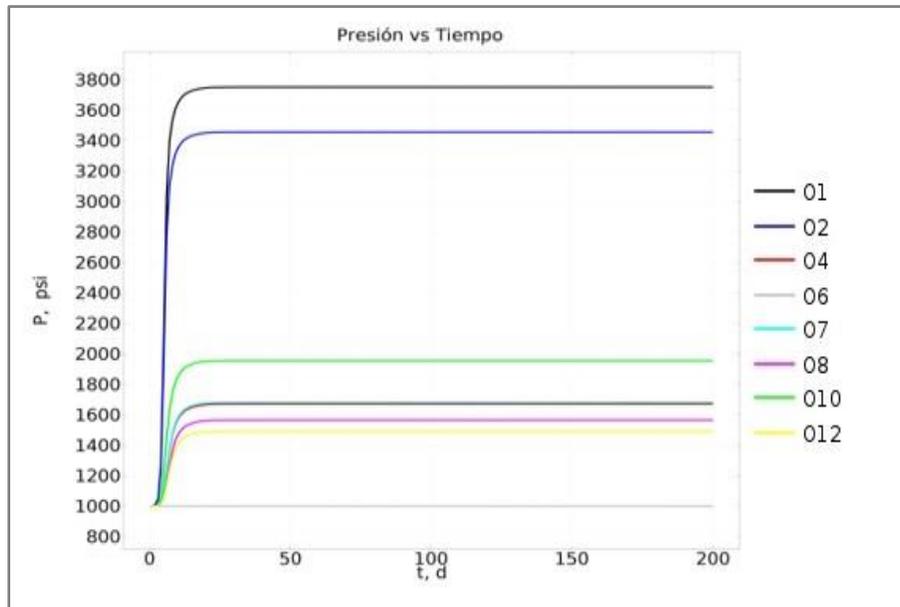
### 6.2.1. (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo

En este caso se tiene permeabilidad constante de 100 mD sin efecto de los finos. Únicamente se inyecta salmuera a gasto constante y a un cierto tiempo se hace la reducción de salinidad de la salmuera de inyección. En este caso se evalúa la dinámica de los finos y el cambio esperado en la permeabilidad, pero no se acopla este cambio de permeabilidad al flujo de fluido.

A continuación, se muestran los resultados de la simulación para el caso sin falla conductiva. Diagramas tridimensionales de la presión se muestran en la **Figura 6-1** los cuales corresponden a la presión en equilibrio previo a la inyección de agua de baja salinidad. La evolución de la presión a lo largo del tiempo para los distintos puntos de observación se muestra en la **Figura 6-2** se observa que alcanza el estado estacionario después de aproximadamente 25 días. La presión es más alta en las cercanías del pozo inyector, puntos O1 y O2.

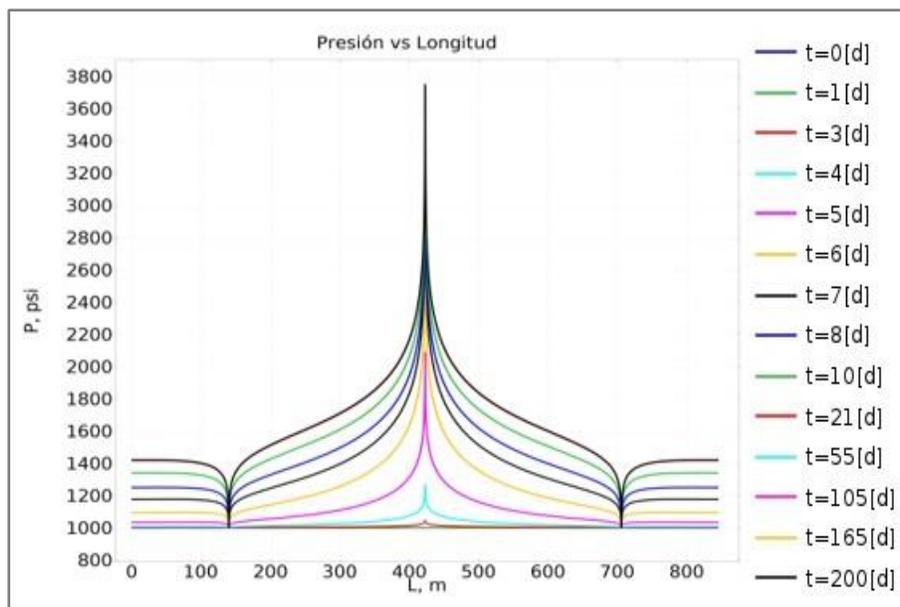


**Figura 6-1.** Perfil de presión en régimen estacionario. Vista completa xyz (izquierda) y corte en el plano yz (derecha).

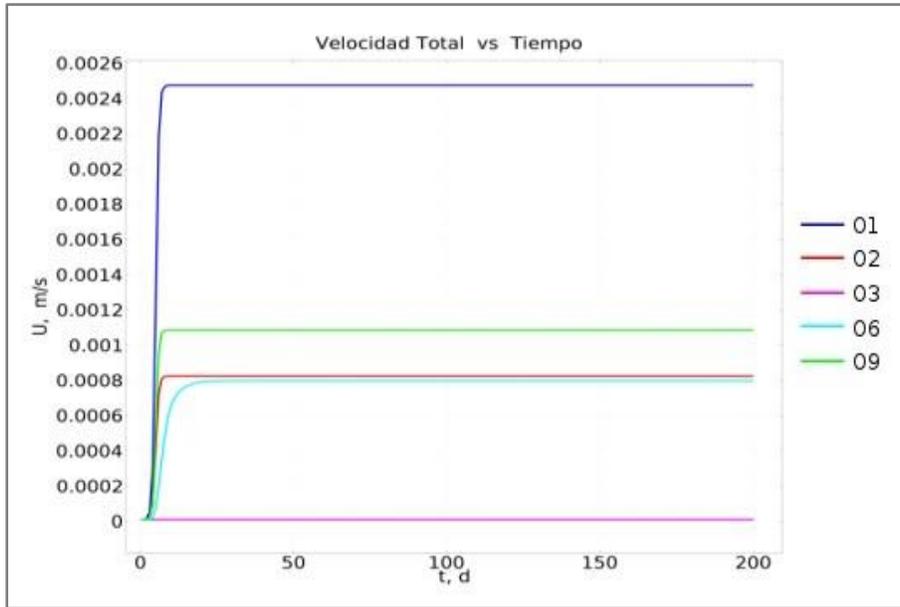


**Figura 6-2.** Gráfica de presión respecto al tiempo en 8 diferentes puntos de observación.

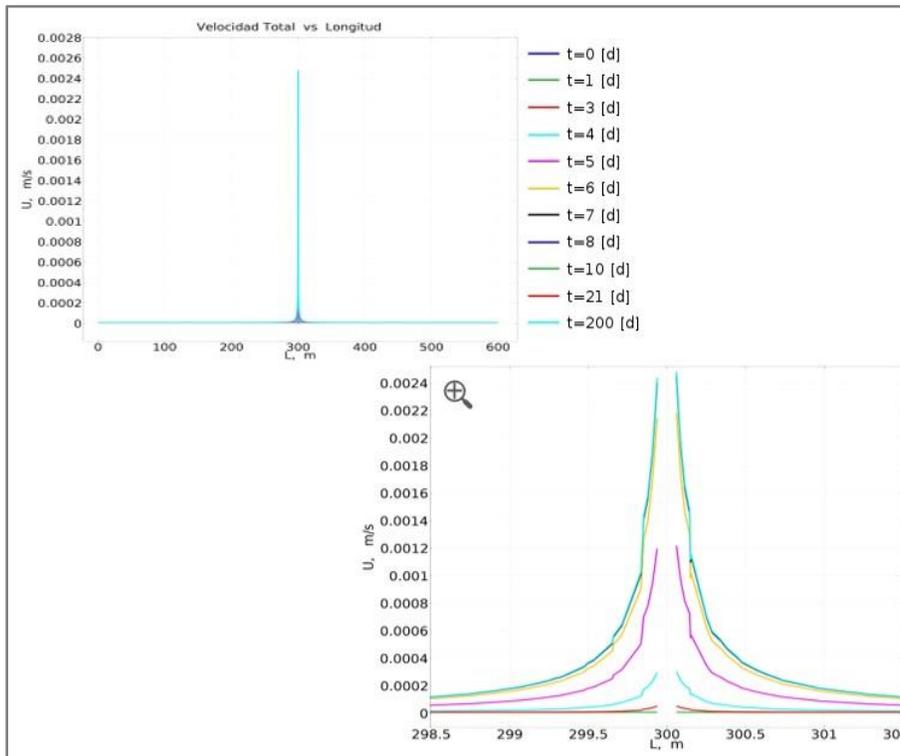
La dinámica temporal del perfil de presión se muestra en la **Figura 6-3**, se puede observar como la presión aumenta en el tiempo hasta alcanzar el estado estacionario (curva en color negro). La velocidad del fluido se ilustra en las **Figura 6-4, Figura 6-5 y Figura 6-6**.



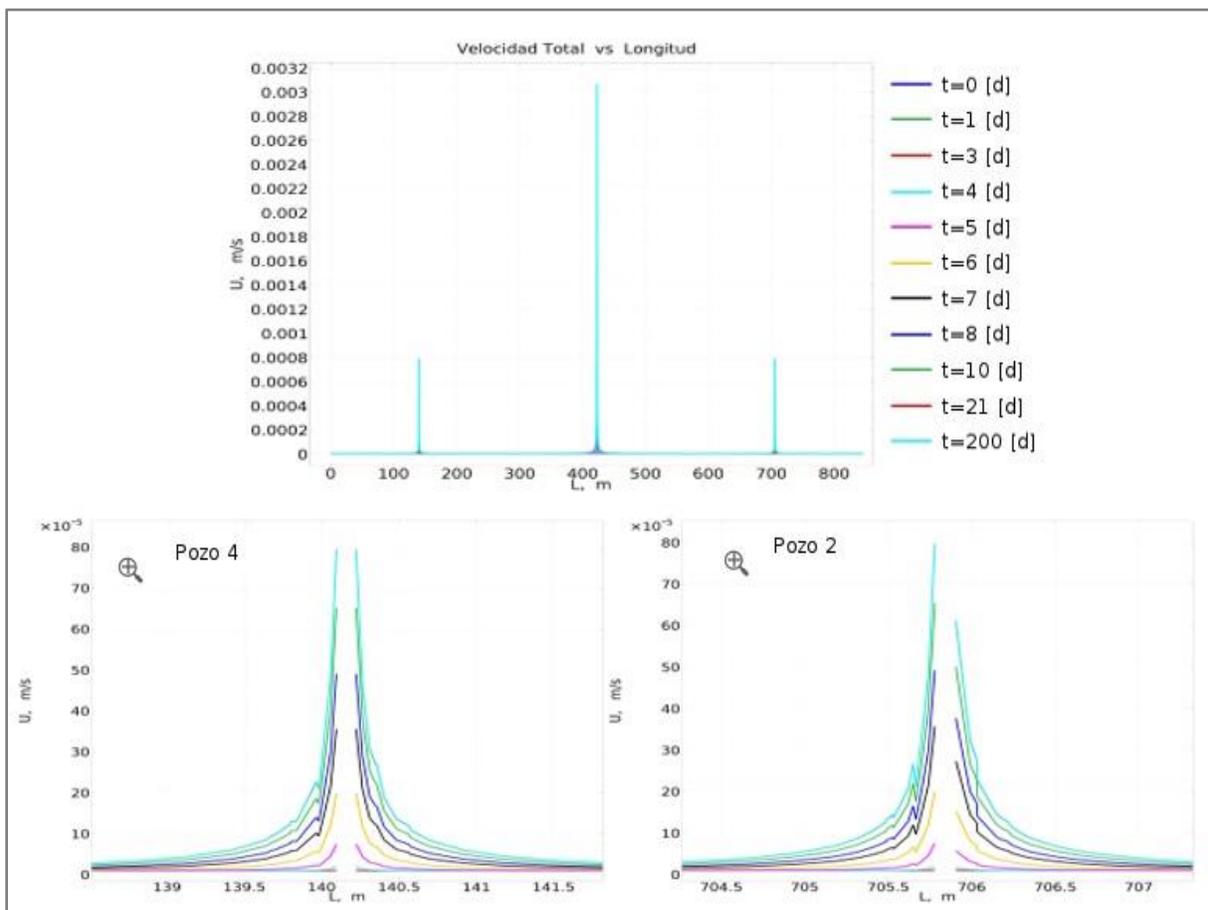
**Figura 6-3.** Perfil de la presión a varios tiempos a lo largo del eje horizontal, atravesando por los pozos 4, 1, y 2 (de izquierda a derecha), la lectura de datos de la gráfica es de mayor a menor días (de arriba a abajo).



**Figura 6-4.** Gráfica de la velocidad total respecto al tiempo en varios puntos de observación.

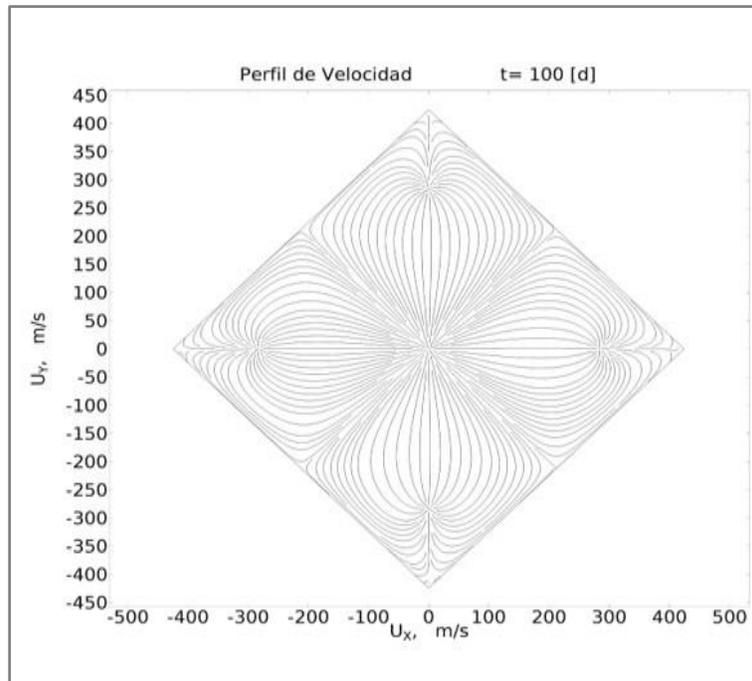


**Figura 6-5.** Perfil de la velocidad total en la dirección transversal (cruzando los puntos O2, O7 y O8) con un acercamiento a la zona del pozo inyector.

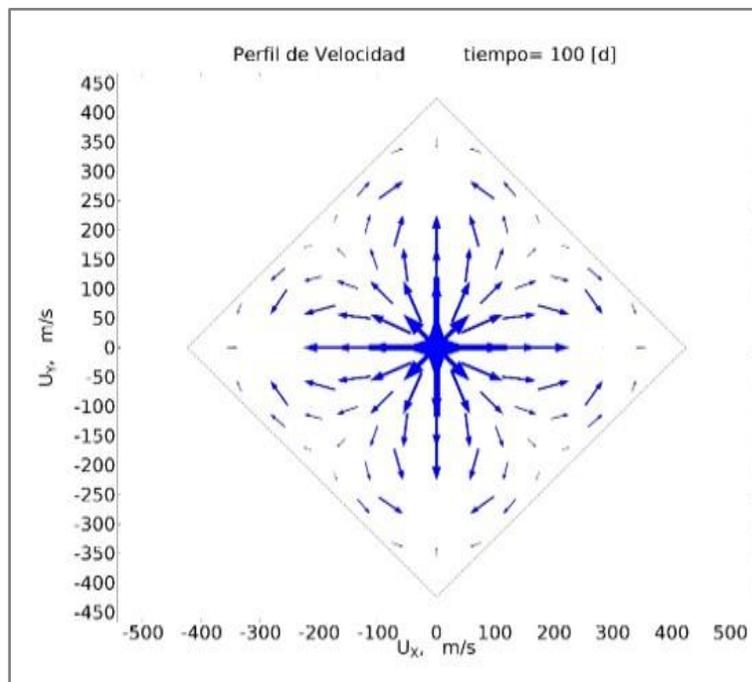


**Figura 6-6.** Perfil de la velocidad total a lo largo del eje horizontal con un acercamiento a los pozos 4 y 2.

En las **Figura 6-7** y **Figura 6-8** se muestran las gráficas de las líneas de flujo y del campo vectorial de la velocidad en el plano x-y.



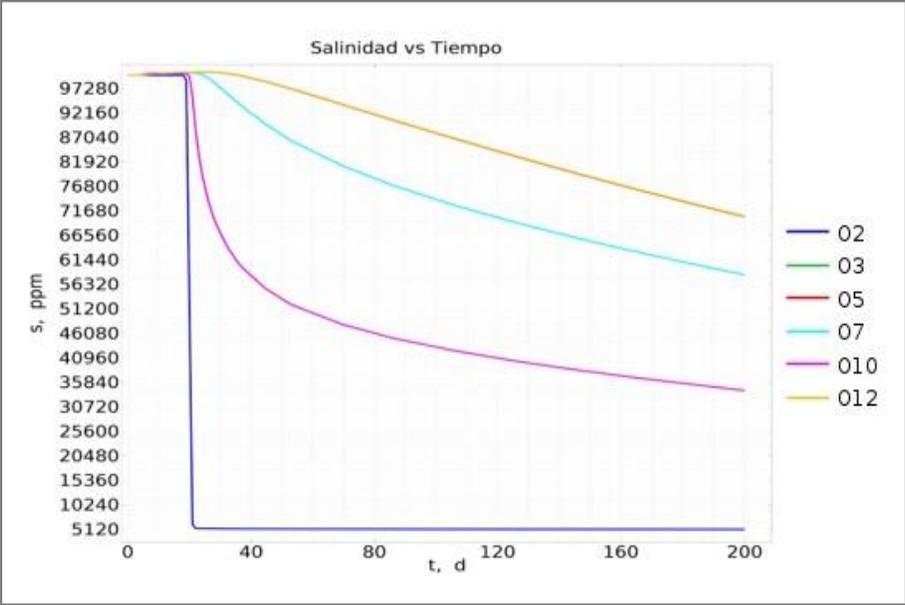
**Figura 6-7.** Líneas de flujo en xy de la velocidad total a los 100 días (ya en equilibrio).



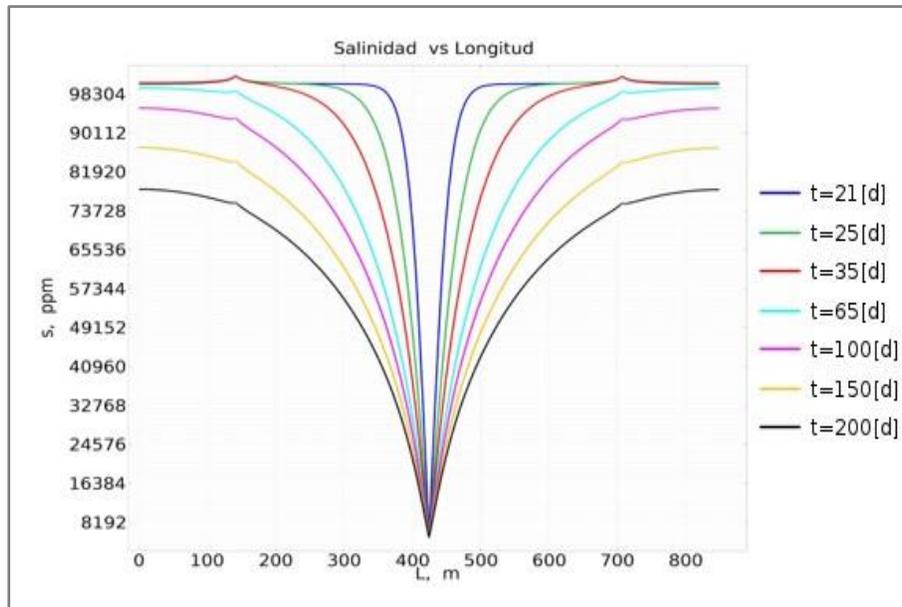
**Figura 6-8.** Campo vectorial de velocidad total en el plano xy a 100 días.

En las **Figura 6-9** y **Figura 6-10** se muestra el comportamiento de la salinidad en función del tiempo en varios puntos de observación, y el perfil de ella en la dirección vertical. La salinidad inicial es uniforme igual a 100,000 ppm. El agua de inyección tiene esa misma salinidad y a partir del día 20 su salinidad se reduce a 5000 ppm.

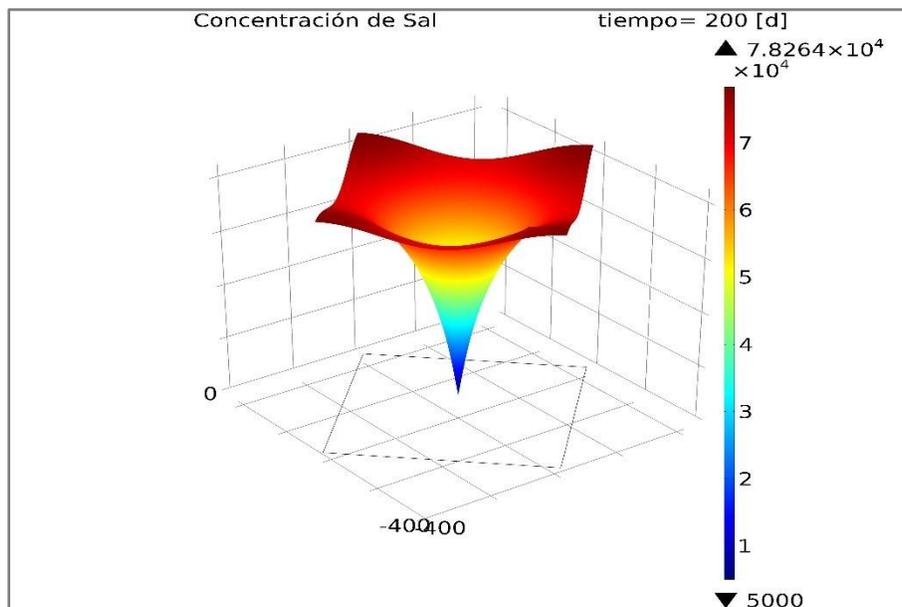
En la primera se observa la reducción de salinidad al día 20. Ilustraciones 3D y 2D del perfil de salinidad se muestran en las **Figura 6-11** y **Figura 6-12**.



**Figura 6-9.** Gráfica de concentración de sal respecto al tiempo con cambio de concentración de salinidad alta a una menor, a partir del día 20.

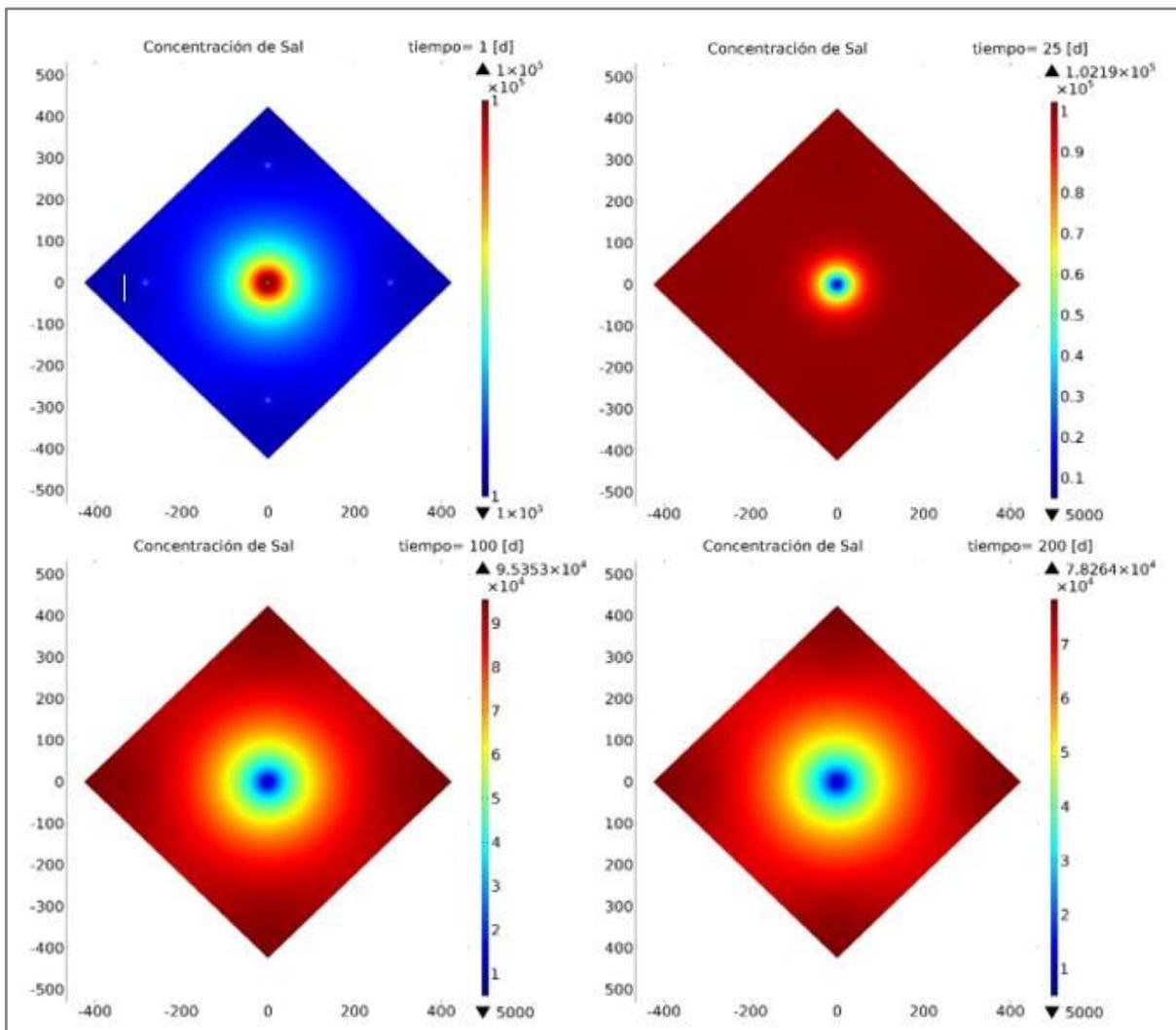


**Figura 6-10.** Perfil de concentración de sal en dirección del eje vertical atravesando por los pozos: 3-1-5, el mismo comportamiento es para el eje horizontal con los pozos: 4-1-2.



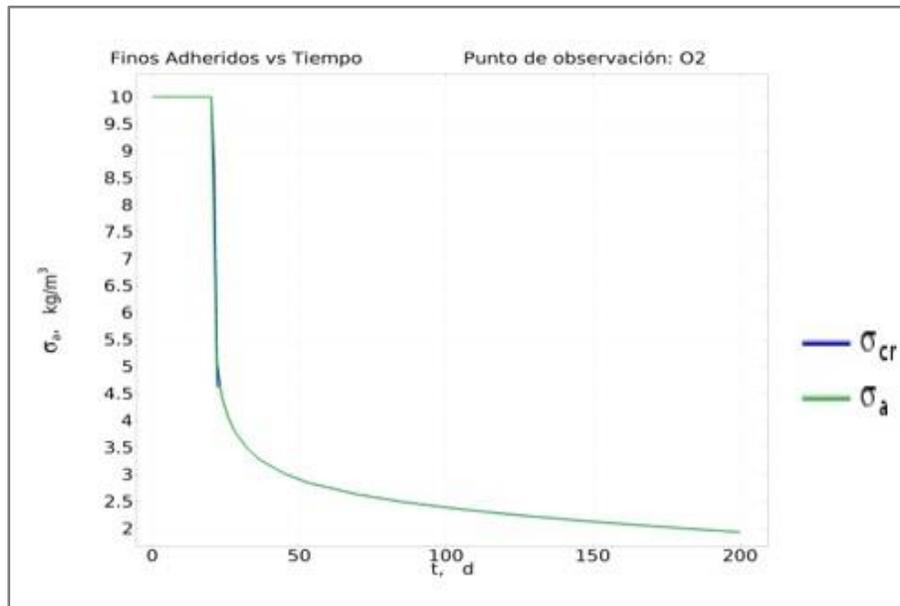
**Figura 6-11.** Superficie de la concentración de sal a 200 días en el pozo inyector.

El comportamiento de la salinidad es el siguiente, al tiempo cero la salinidad de inyección es igual a la inicial  $1E5$  ppm de sal, conforme pasa el tiempo se va llevando un frente de baja salinidad con comportamiento radial en el sistema. Poco a poco baja la salinidad en toda el área del yacimiento.

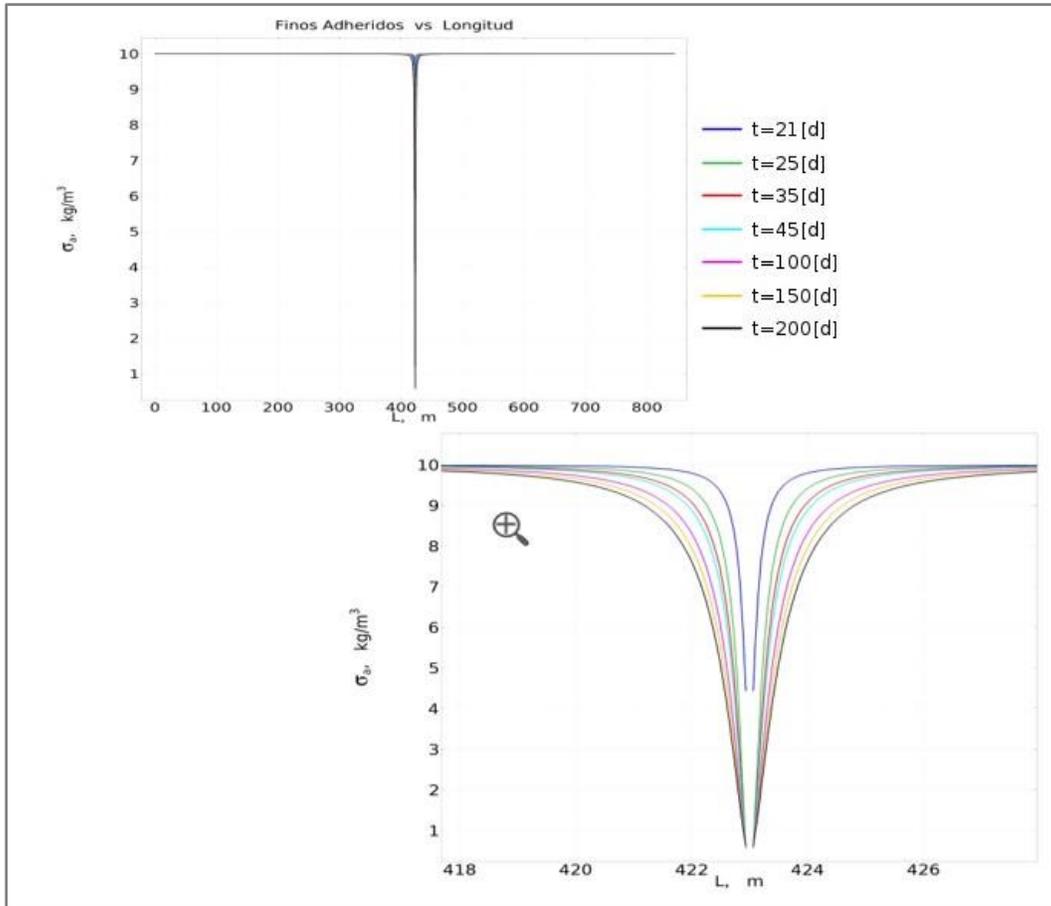


**Figura 6-12.** Gráfica de contorno de concentración de sal a distintos tiempos: 1, 25, 100 y 200 días (La escala de colores cambia en las cuatro imágenes).

El comportamiento de los finos se ilustra en la serie de figuras a continuación. En la **Figura 6-13** se muestran los finos adheridos en función del tiempo en un punto de observación cercano al pozo inyector. Al inyectar agua de baja salinidad a los 20 días, la concentración máxima (crítica) de finos adheridos se reduce y la correspondiente concentración de finos adheridos sigue fielmente ese comportamiento. El perfil de la concentración de finos adheridos respecto a la longitud dirección horizontal se muestra en la **Figura 6-14**.

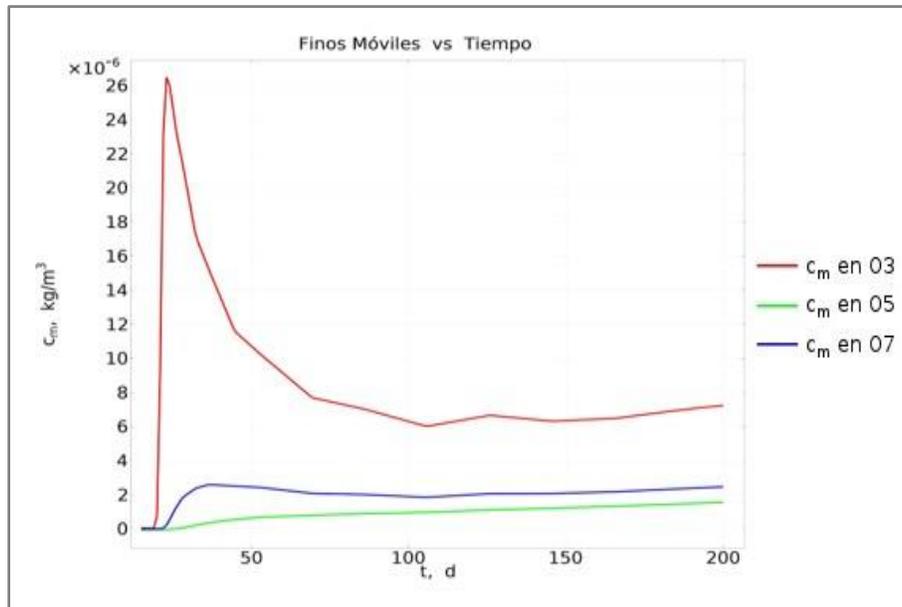


**Figura 6-13.** Gráfica de la concentración de finos adheridos en el punto de observación O2.

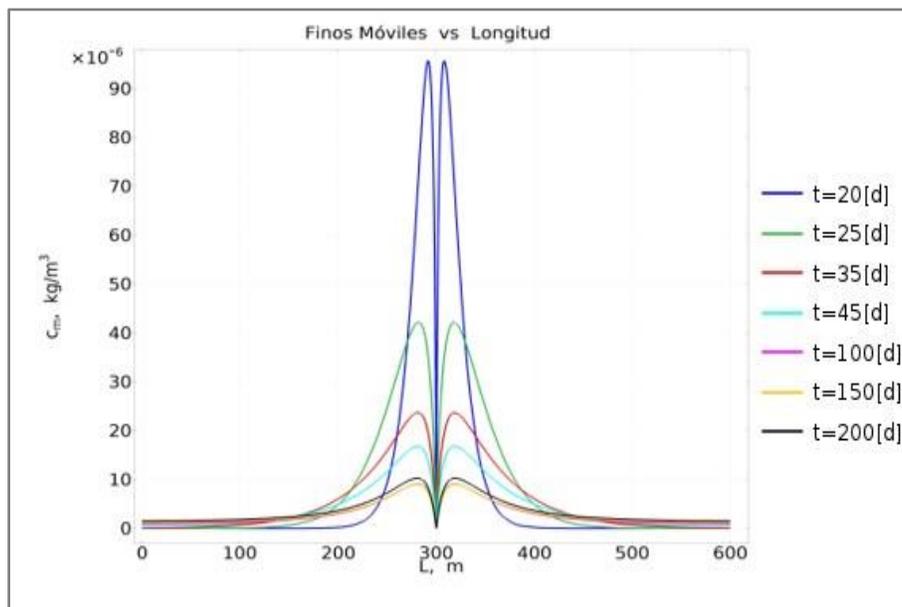


**Figura 6-14.** Gráfica de concentración de finos adheridos a lo largo del eje horizontal atravesando por los pozos 4-1-2.

El comportamiento de los finos móviles se ilustra en las **Figura 6-15** y **Figura 6-16**. En la primera, la variación en el tiempo en varios puntos de observación es donde se observa que la inyección de agua de baja salinidad induce el desprendimiento de finos adheridos y provoca el crecimiento de la concentración de finos móviles, particularmente en el punto O3, que está más cercano al pozo de inyección de agua de baja salinidad. Un perfil de concentración de finos móviles respecto a una longitud transversal se muestra en la **Figura 6-16**.

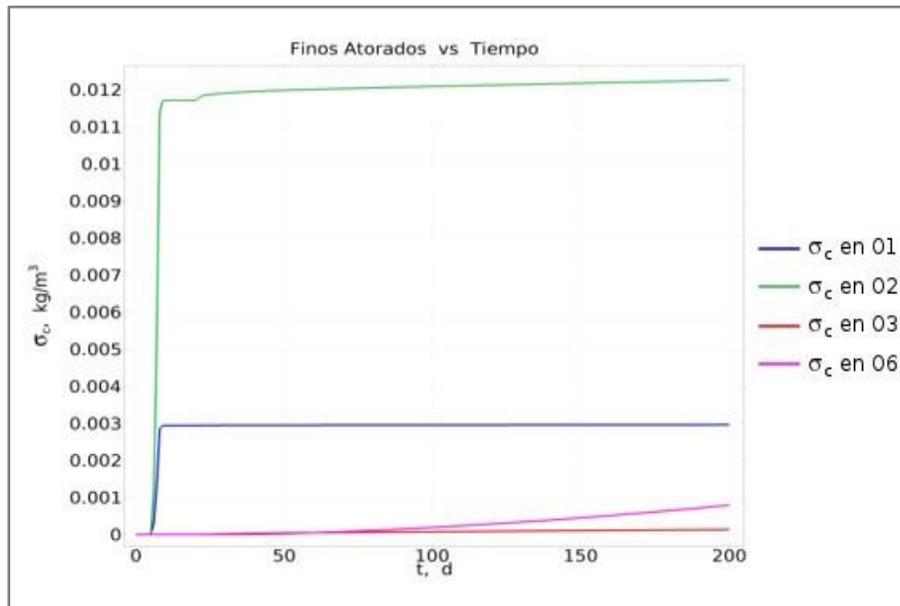


**Figura 6-15.** Gráfica de concentración de finos móviles respecto al tiempo en los puntos de observación O3, O5 y O7.

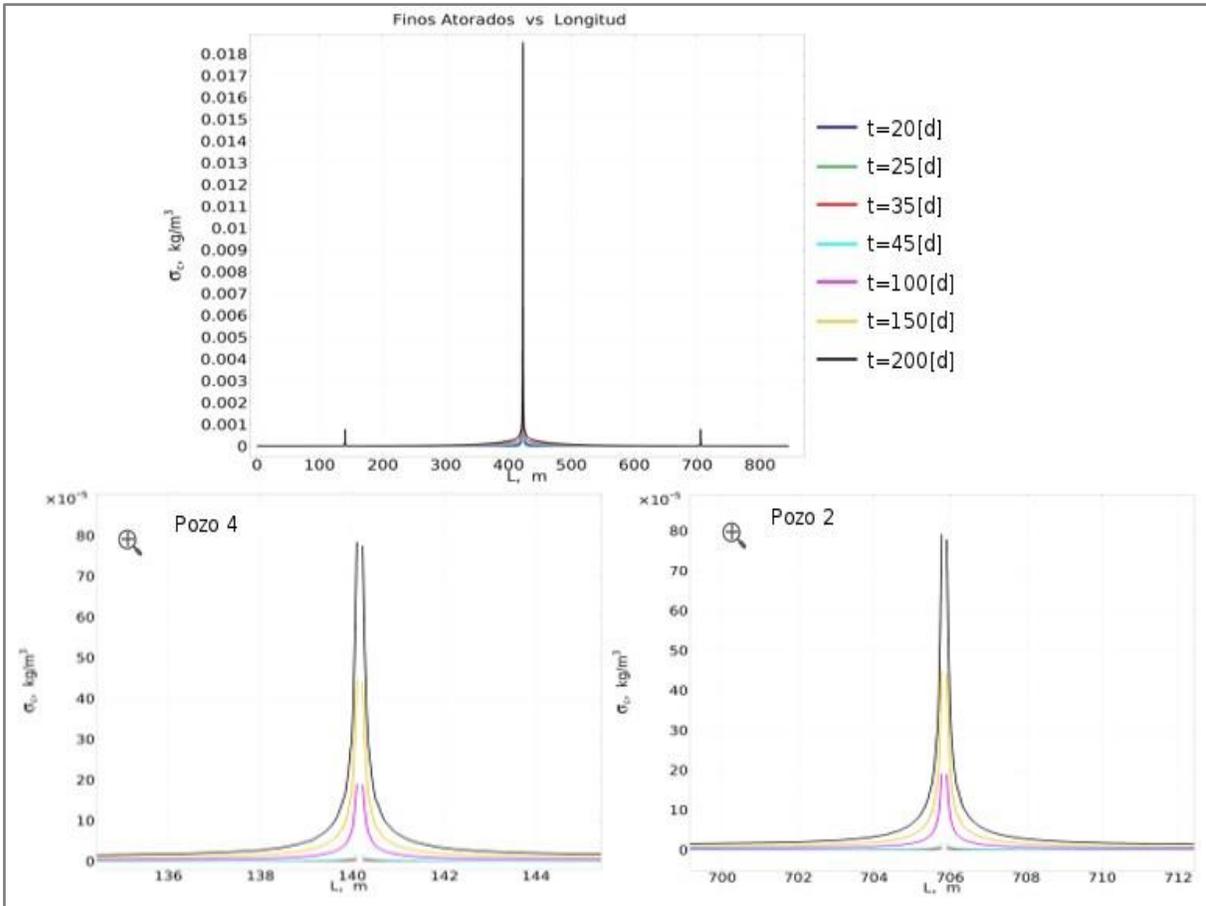


**Figura 6-16.** Gráfica de concentración de finos móviles en la dirección transversal que cruza los pozos O2, O7 y O8.

La dinámica de finos atorados se muestra en las **Figura 6-17** y **Figura 6-18**. En la primera como función del tiempo para varios puntos de observación, y la segunda es el perfil de concentración a lo largo de la dirección horizontal. La concentración de finos atorados es mayor en la cercanía del pozo inyector, donde hay mayor desprendimiento de finos.

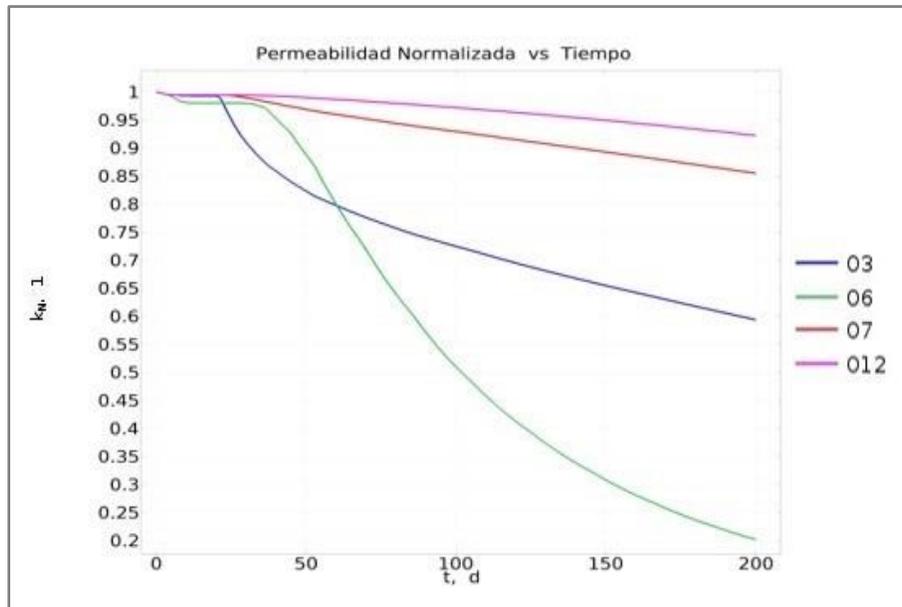


**Figura 6-17.** Gráfica de la concentración de finos atorados en función del tiempo en los puntos de observación O1,O2,O3,O6.

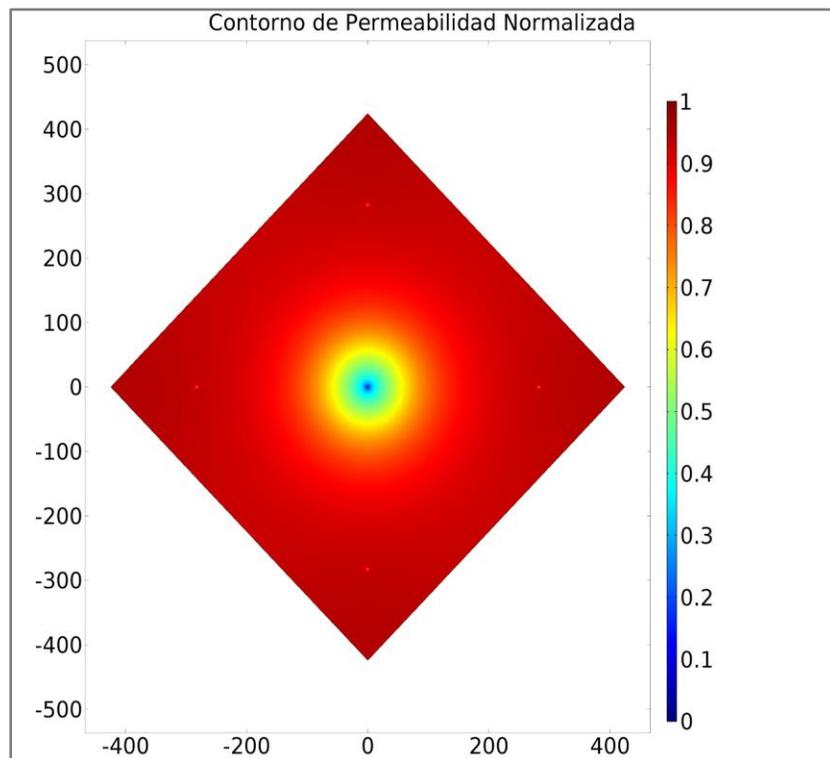


**Figura 6-18.** Gráfica de concentración de finos atorados, en la dirección horizontal atravesando por los pozos 4 y 2, se hace un acercamiento para una mejor apreciación del comportamiento.

El efecto de los finos atorados sobre la permeabilidad se muestra en las **Figura 6-19** y **Figura 6-20**. La reducción de permeabilidad es mayor donde hay mayor cantidad de finos atorados, que es en la cercanía del pozo inyector y en la cercanía de los pozos productores, esto debido entre otras cosas a que la velocidad del fluido es alta, lo que provoca el desprendimiento de finos adheridos que se convierten en móviles y puede llegar a atorarse en las gargantas de los poros, es por esto por lo que la permeabilidad se reduce más en el punto O6 que en O3. En el caso (a) aquí tratado, no se está considerando acoplamiento del daño en la permeabilidad con el flujo de fluido.



**Figura 6-19.** Gráfica de la permeabilidad normalizada ( $k_N$ ) respecto al tiempo en los puntos de observación O3, O6, O7, O12.

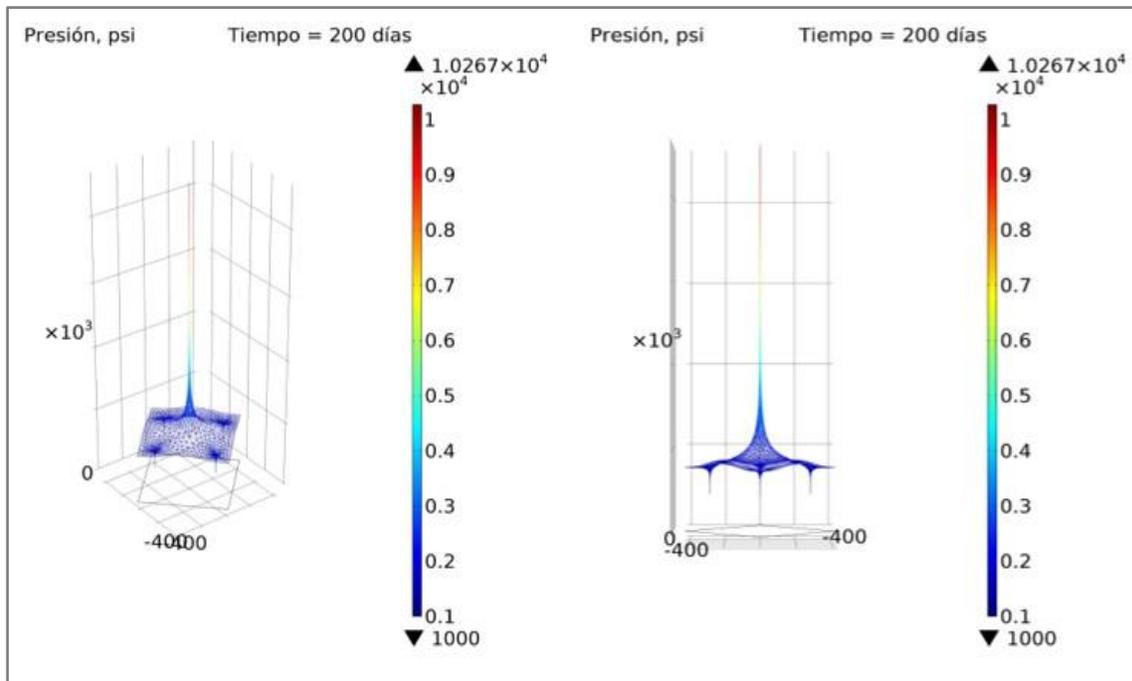


**Figura 6-20.** Gráfica de contorno de permeabilidad normalizada a los 200 días. Aquí sólo se evalúa la permeabilidad con fines exploratorios, pues los cambios no están acoplados a flujo.

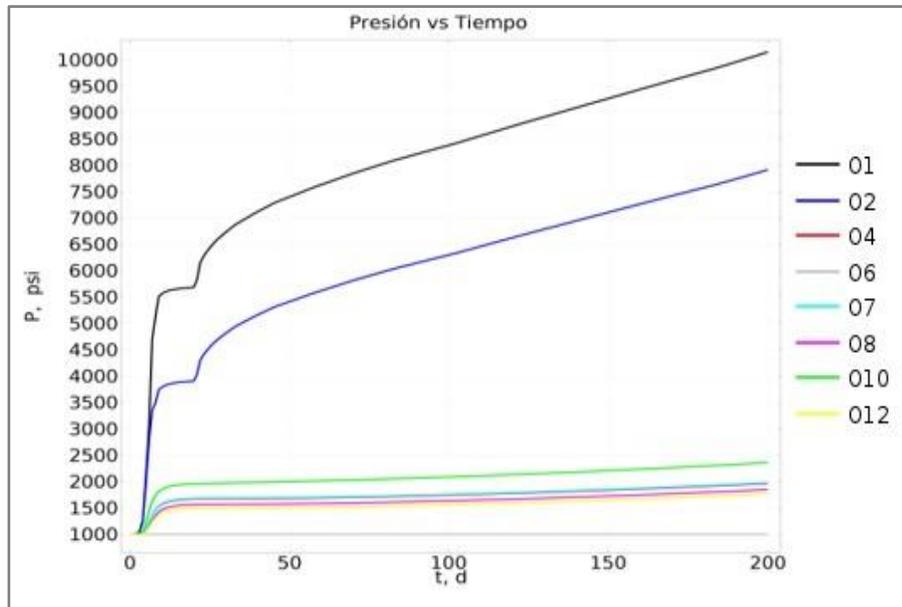
### 6.2.2. (b) Sin falla – con finos acoplados al flujo

La permeabilidad del sistema cambia dependiendo de la concentración local de finos atorados. Esto a su vez modifica el patrón de flujo de fluido inyectado. Los resultados de este caso se muestran a continuación.

El comportamiento de la presión se ilustra en la **Figura 6-21** y **Figura 6-22**, en todo el sistema y como función del tiempo en específicos puntos de observación, respectivamente. Se puede observar, que debido al bloqueo de poros la permeabilidad se reduce en el tiempo y por ello la presión tiende a aumentar continuamente, el análisis de estos perfiles se describe en el Capítulo 7.



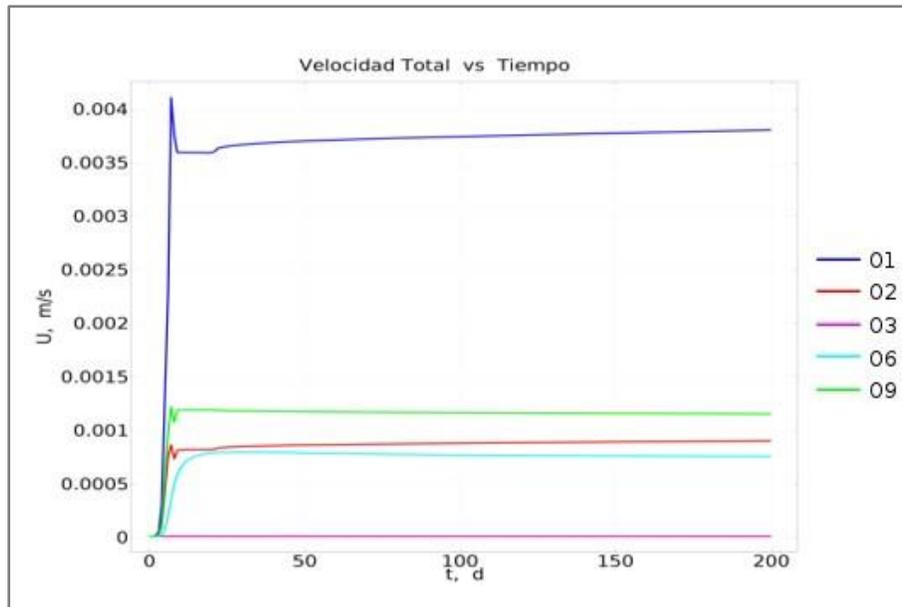
**Figura 6-21.** Superficie de la presión considerando que la permeabilidad depende de los finos atorados.



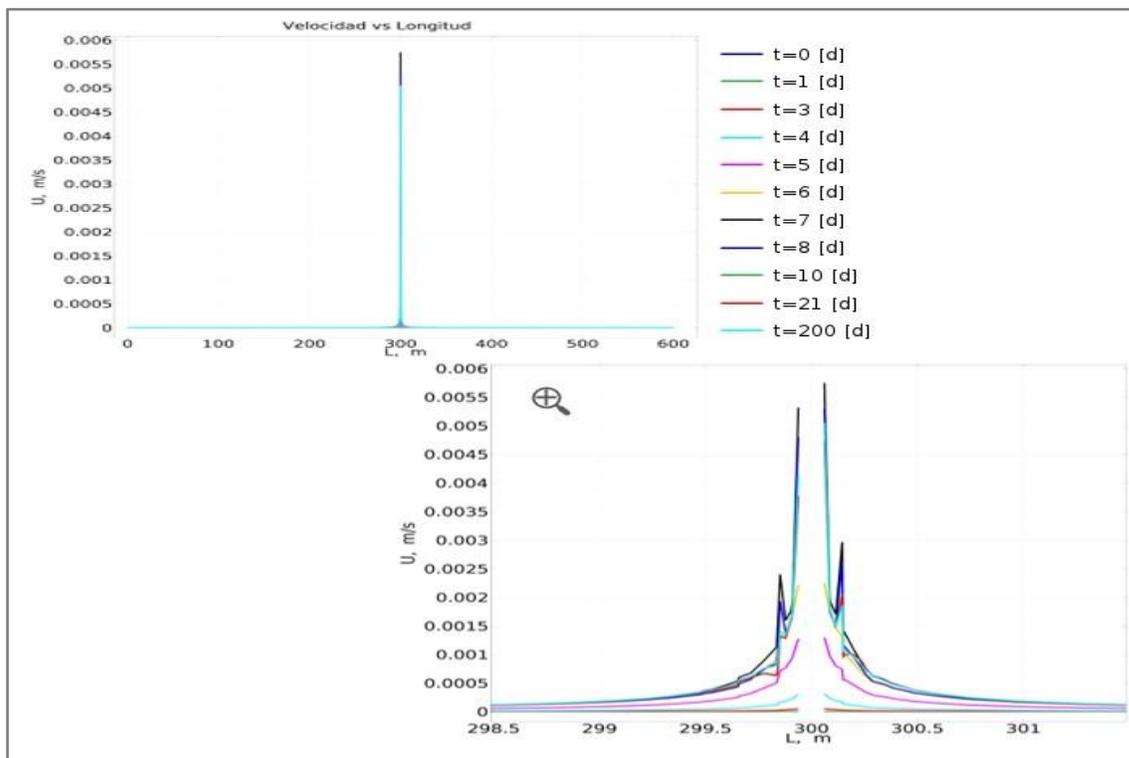
**Figura 6-22.** Gráfica del comportamiento de la presión respecto al tiempo considerando el efecto de los finos sobre la permeabilidad.

La velocidad en función del tiempo y de la posición se muestra en la **Figura 6-23**, **Figura 6-24** y **Figura 6-25** donde se hace un acercamiento para la mejor apreciación del comportamiento de la velocidad, se puede observar que en este caso la velocidad en el pozo inyector es más grande respecto al caso previo debido a la no linealidad de la función de permeabilidad involucrada, puesto que se considera dentro de ella la concentración de finos atorados, mientras que en los puntos de observación O2, O3, O6 y O9 la velocidad se estabiliza en los mismos valores.

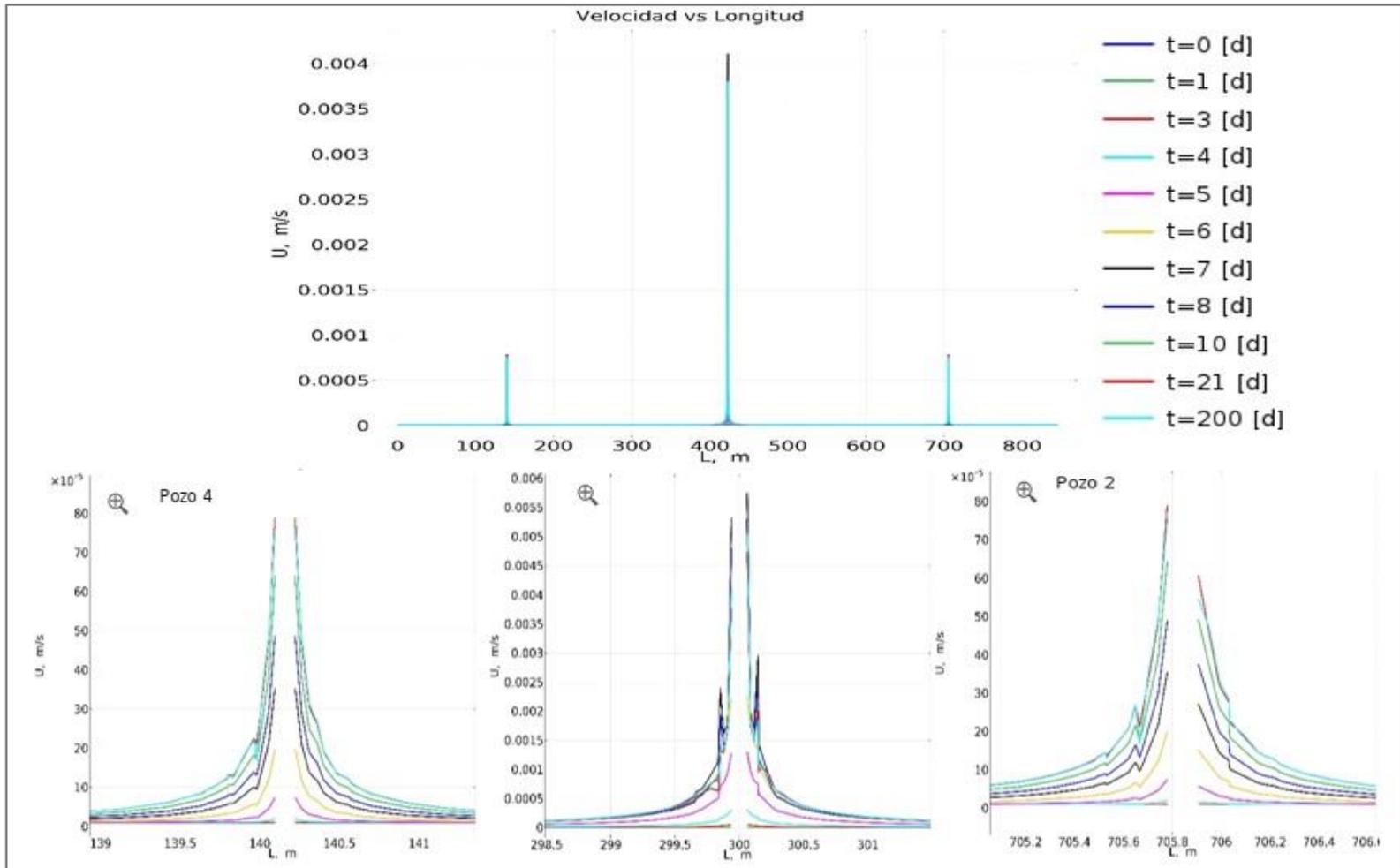
El campo vectorial de la velocidad se muestra en la **Figura 6-26**, a 100 días, esto debido a que es el tiempo donde se comienza a estabilizar la velocidad dentro del sistema. Mostrando de igual manera la distribución de la velocidad.



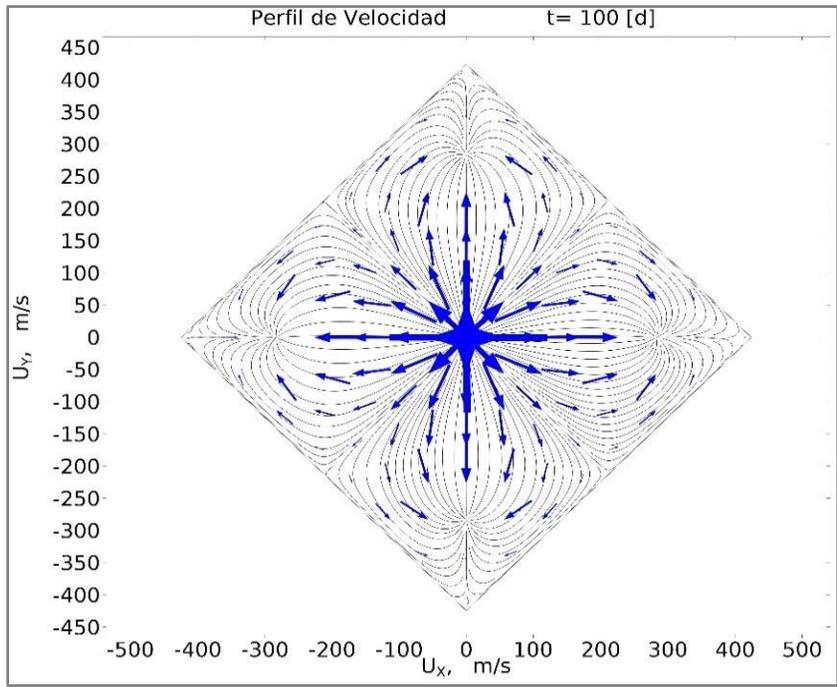
**Figura 6-23.** Gráfica de velocidad total respecto al tiempo en puntos de observación O1, O2, O3, O6, y O9.



**Figura 6-24.** Gráfica del comportamiento de la velocidad total en dirección transversal atravesando por el pozo inyector (se realiza un acercamiento para su mejor apreciación).

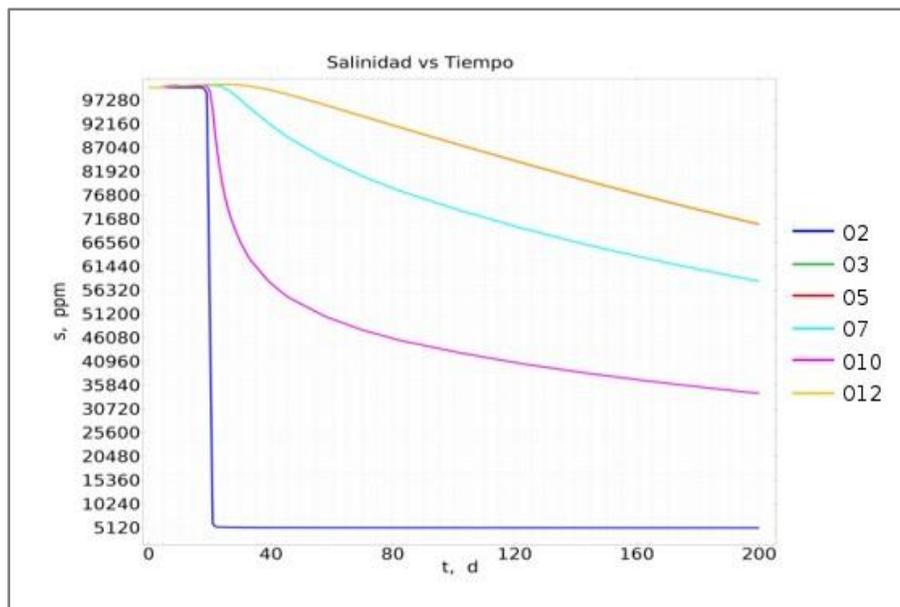


**Figura 6-25.** Gráfica del comportamiento de la velocidad total en dirección horizontal atravesando por los pozos 4-1-2 (se hace un acercamiento para una mejor apreciación).

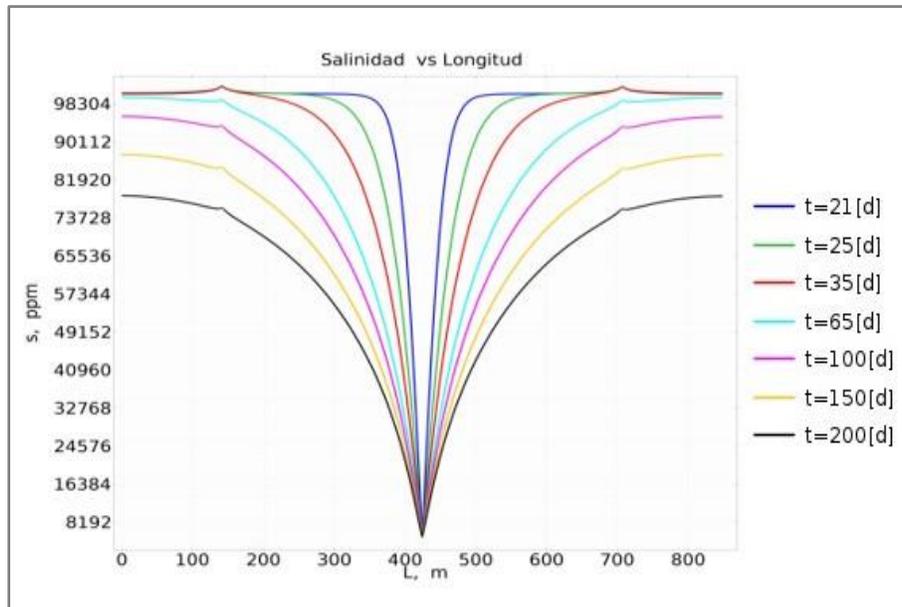


**Figura 6-26.** Campo vectorial de velocidad a 100 días.

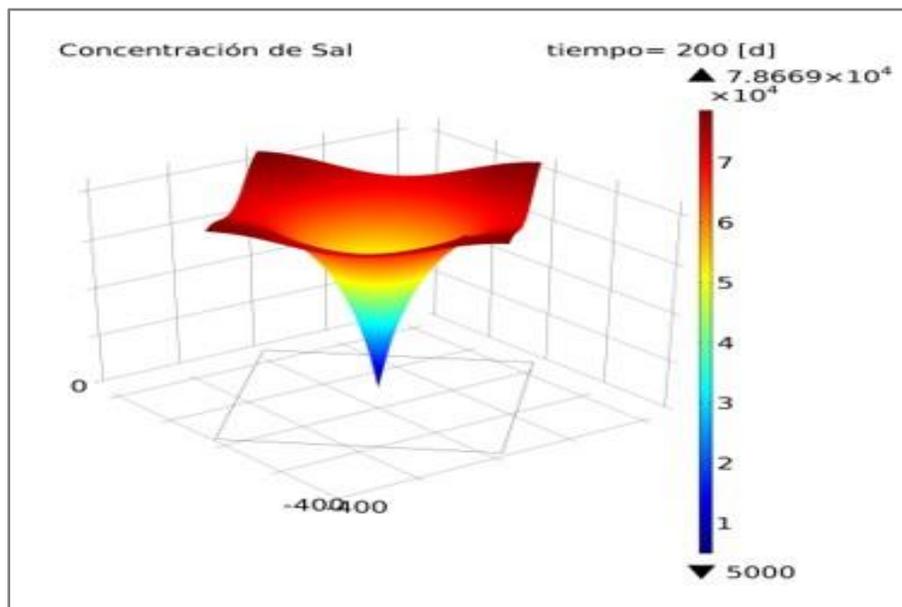
Los resultados del comportamiento de la salinidad respecto al tiempo, y la posición se muestran en las **Figura 6-27** y **Figura 6-28**, mientras el perfil de la salinidad en superficie se encuentra en la **Figura 6-29**, para una mejor apreciación del efecto que se provoca en el sistema. Y los perfiles de contorno de la salinidad a distintos tiempos de simulación se encuentran en la **Figura 6-30**, donde se puede observar el frente de salinidad que se genera al paso de los días.



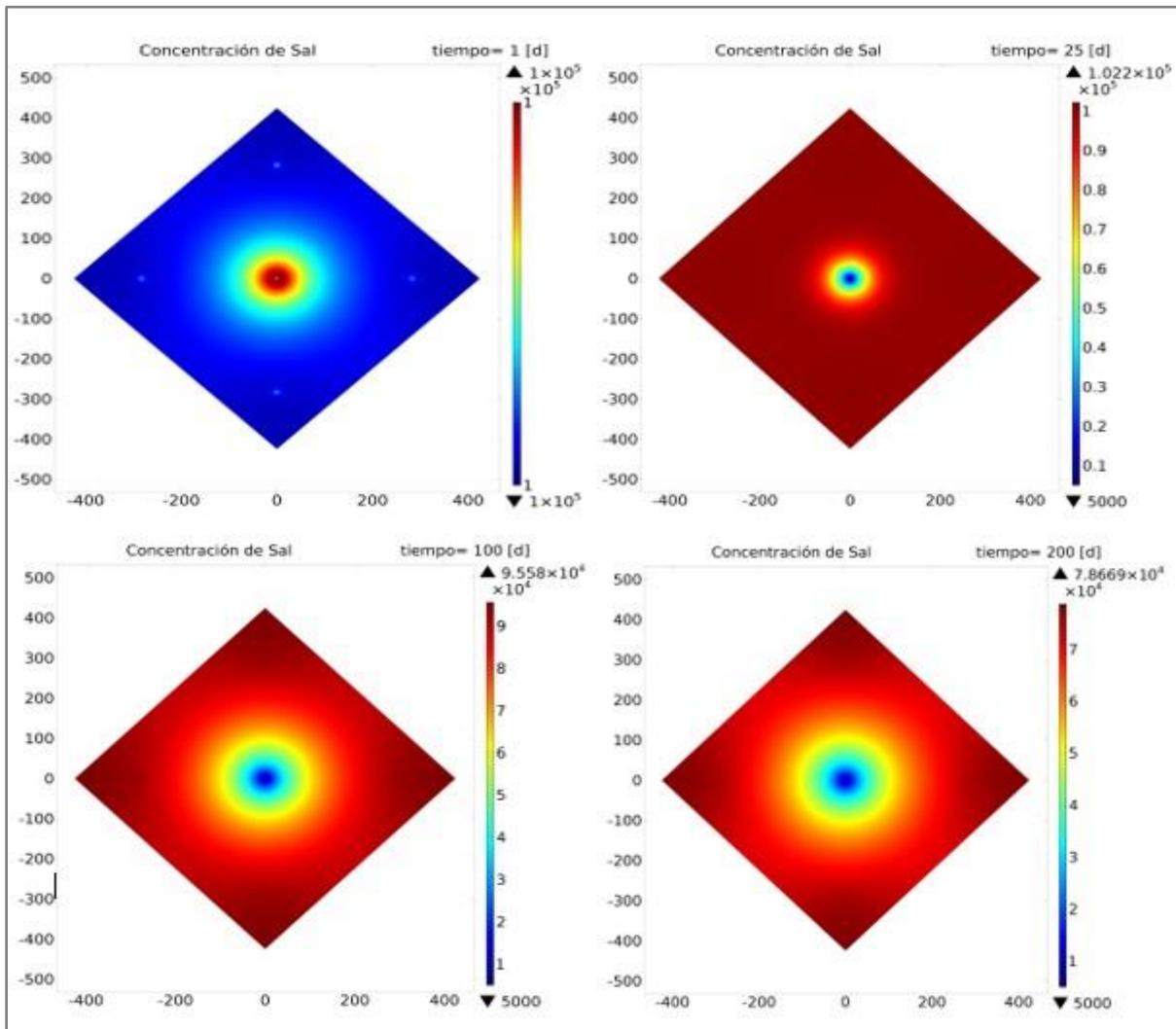
**Figura 6-27.** Gráfica del comportamiento de concentración de sal respecto al tiempo en puntos de observación O2, O3, O5, O7, O10 y O12.



**Figura 6-28.** Gráfica del comportamiento de la concentración de sal en dirección vertical atravesando por los pozos, 3,1 y 5.



**Figura 6-29.** Superficie de la concentración de sal al tiempo final de la simulación (200 días).

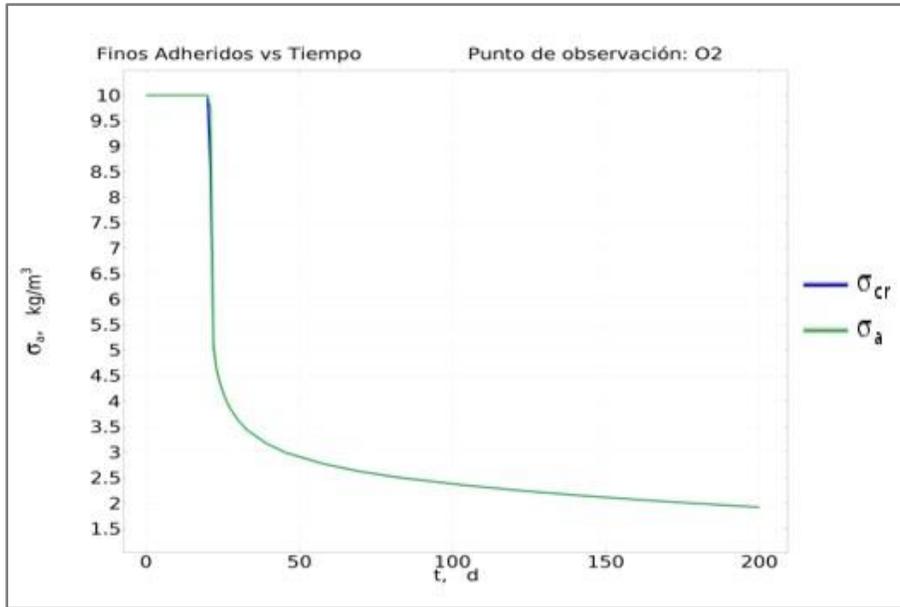


**Figura 6-30 .** Gráficas de contorno de la concentración de sal a distintos tiempos (1, 25, 100 y 200 días).

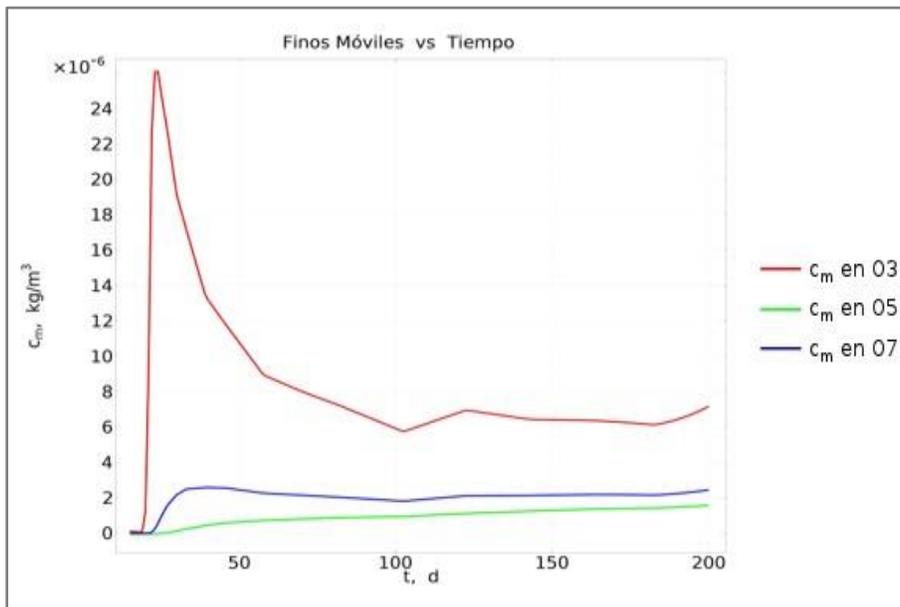
En las siguientes figuras se puede observar el comportamiento de los finos adheridos, móviles y atorados, el primer resultado que vemos en la **Figura 6-31** es de los finos adheridos los cuales dependen directamente de la concentración crítica máxima de finos adheridos, de los cuales cierta cantidad será desprendida para el uso y finalidad de bloquear gargantas de poro, se analiza en el punto de observación O2 siendo este el punto cercano al pozo inyector y el cual presenta una mayor cantidad de finos adheridos.

Al momento de la inyección constante del flujo se presenta el efecto de desprendimiento de finos los cuales pasan a estar en suspensión y son denominados finos móviles, quienes llevan una cierta velocidad misma que les permite poder bloquear gargantas de poro, en la **Figura 6-32** se puede observar el resultado de la generación de finos móviles respecto al tiempo, en los tres principales puntos de observación ubicados a lo largo del sistema, el punto O3 que está cercano al pozo inyector, mientras que el punto O5 se encuentra cercano a un pozo productor ( $p2$ ) y el punto O7 se encuentra en el eje transversal del sistema. Y en la **Figura 6-33** podemos ver el resultado de los finos móviles respecto a una longitud transversal, desde el comienzo de la inyección de salmuera de baja salinidad en el día 20, se aprecia que la cantidad de finos móviles respecto al primer escenario es aproximadamente similar, ya que contamos con ciertos coeficientes constantes como lo son el coeficiente de desadsorción y el coeficiente de filtración.

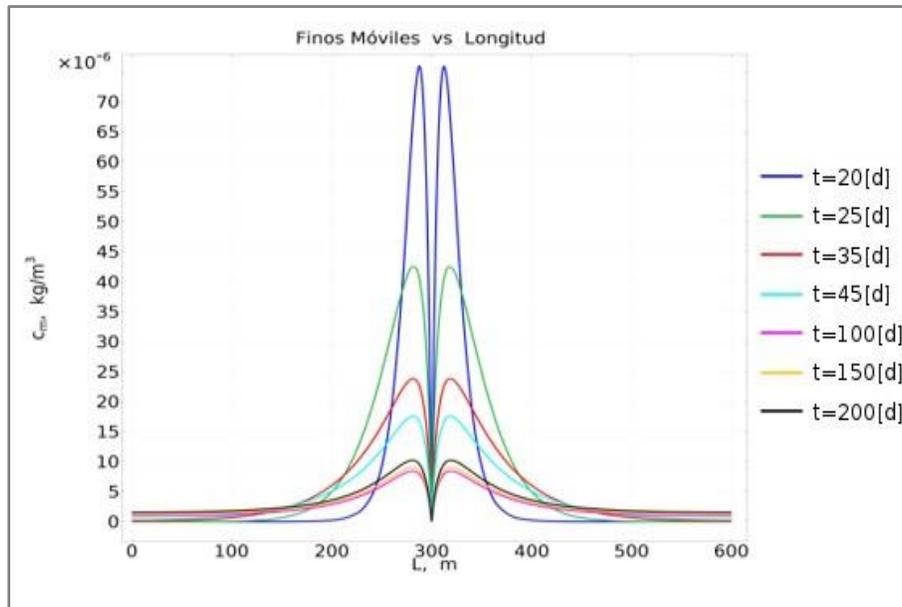
Finalmente se muestra la cantidad de finos atorados respecto al tiempo en la **Figura 6-34** en los puntos de observación O1, O2, O3 y O6, todos ubicados en el eje horizontal del sistema y cercanos al pozo inyector ( $p1$ ) y productor ( $p2$ ). Y en la **Figura 6-35** es respecto a una longitud en dirección horizontal, donde atraviesa los pozos productores ( $p4$  y  $p2$ ). Se puede apreciar que la cantidad de finos atorados es menor respecto al análisis previo, ya que se encuentra involucrada la ecuación de permeabilidad misma que es no lineal y restringe directamente la permeabilidad, provocando con ello una mayor velocidad y a su vez una menor cantidad de depositación de finos atorados.



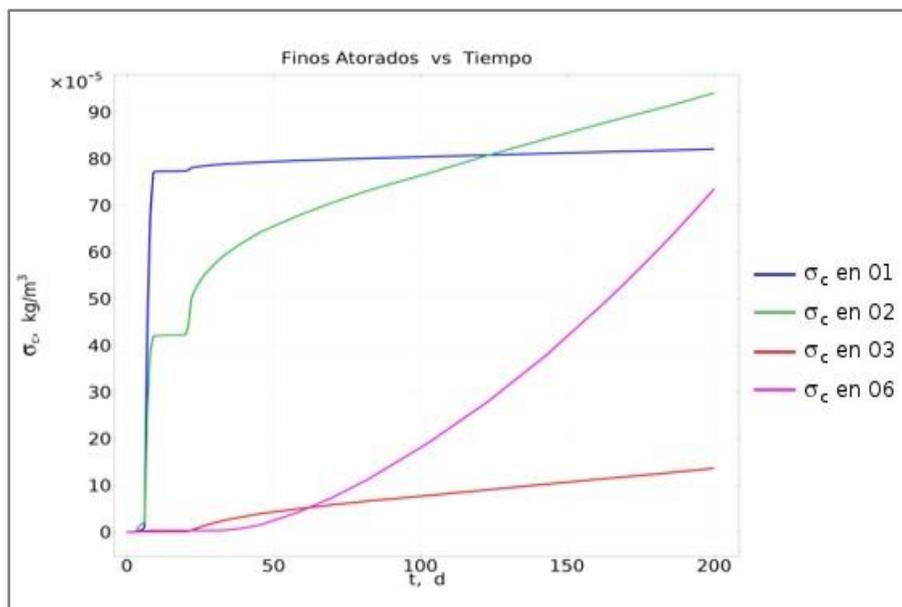
**Figura 6-31.** Gráfica del comportamiento de la concentración de finos adheridos en el punto de observación O2.



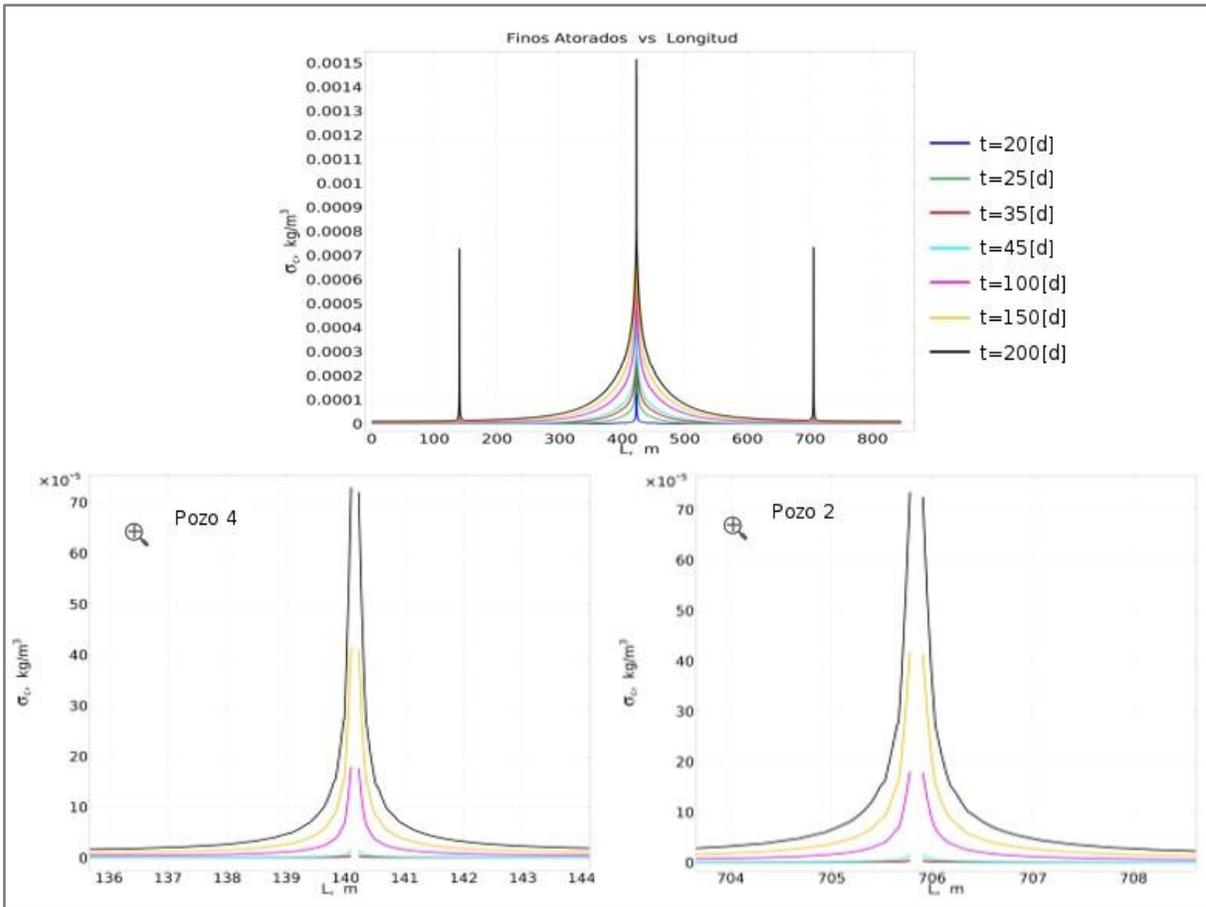
**Figura 6-32.** Gráfica del comportamiento de la concentración de finos móviles respecto al tiempo en tres puntos de observación O3, O5, y O7 (son los que presentan mayor número de finos móviles).



**Figura 6-33.** Gráfica de la concentración de finos móviles respecto a la longitud transversal del sistema, atravesando por el pozo inyector.

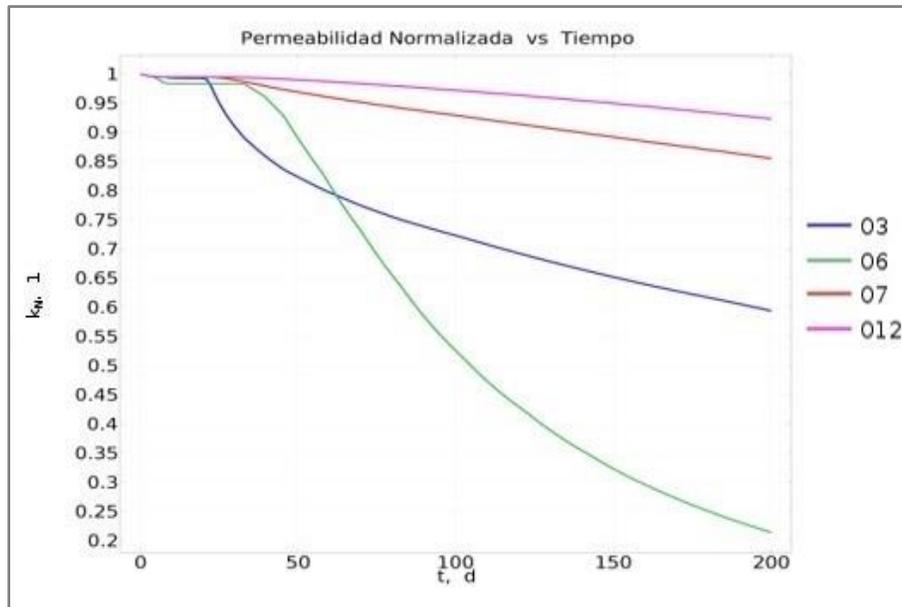


**Figura 6-34.** Gráfica del comportamiento de concentración de finos atorados respecto al tiempo en los puntos de observación O1, O2, O3 y O6 (son los que presentan mayor número de concentración de atorados).

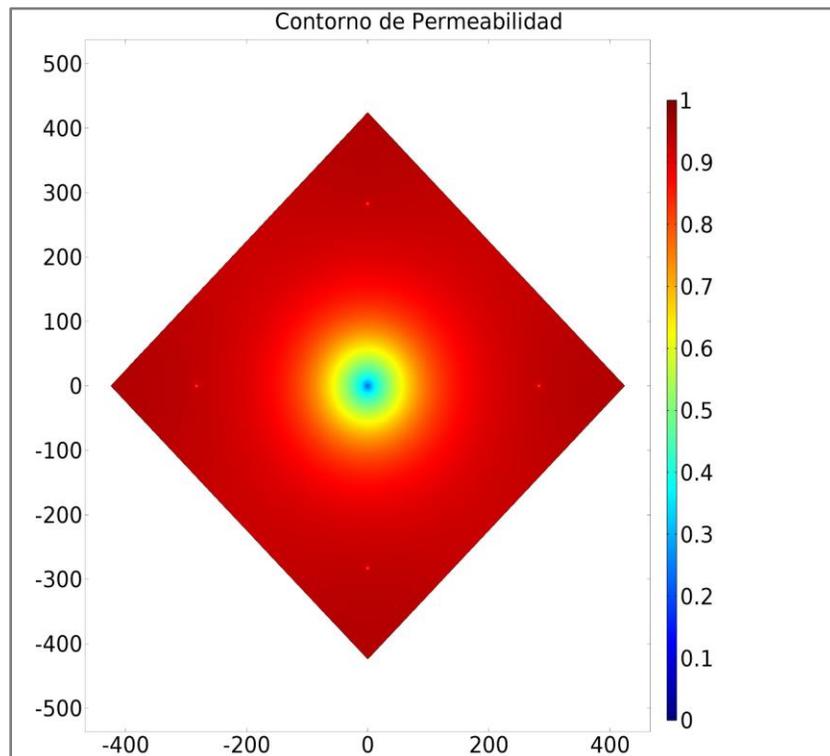


**Figura 6-35.** Gráfica de concentración de finos atorados en la dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2 (se hace un acercamiento para su mejor apreciación).

El efecto de los finos atorados que provoca una reducción de permeabilidad se muestra en los resultados siguientes, en la **Figura 6-36** tenemos un perfil de la permeabilidad normalizada en función del tiempo con los principales puntos de observación, con el objetivo de estandarizar los resultados. El análisis de estos resultados se describe en el Capítulo 7. Y en la **Figura 6-37** podemos observar el perfil de contorno que tiene la permeabilidad en el sistema.



**Figura 6-36.** Gráfica permeabilidad normalizada ( $k_N$ ) en función del tiempo en distintos puntos de observación.



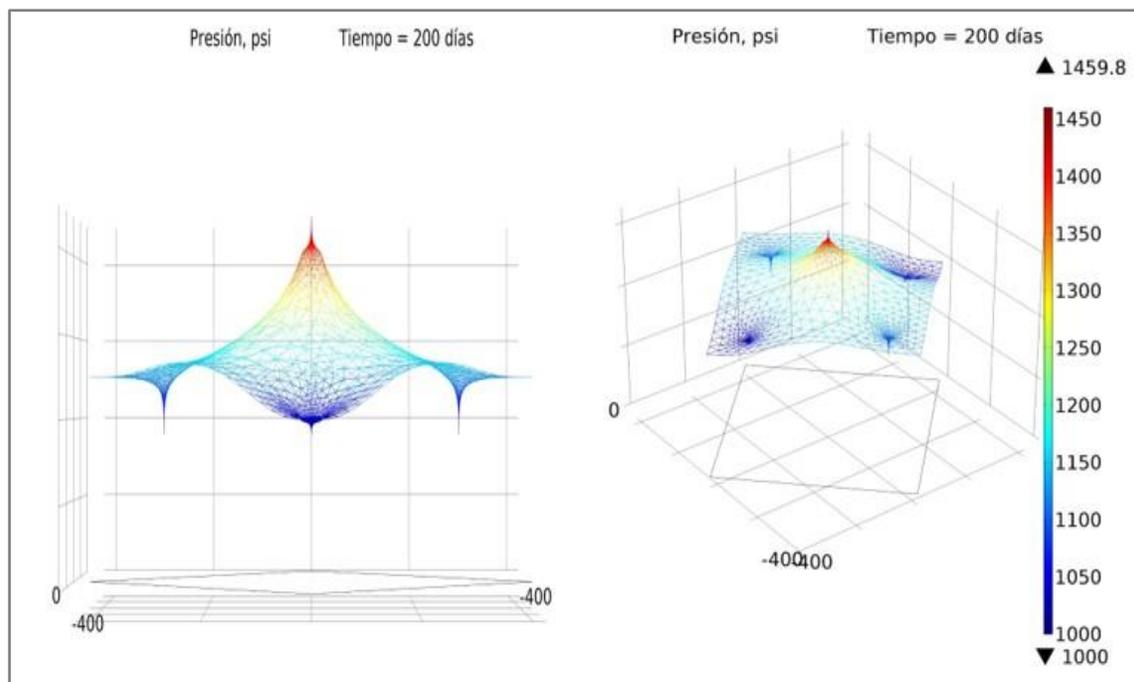
**Figura 6-37.** Contorno de permeabilidad normalizada a los 200 días.

## 6.3. CASO II. Con falla conductiva

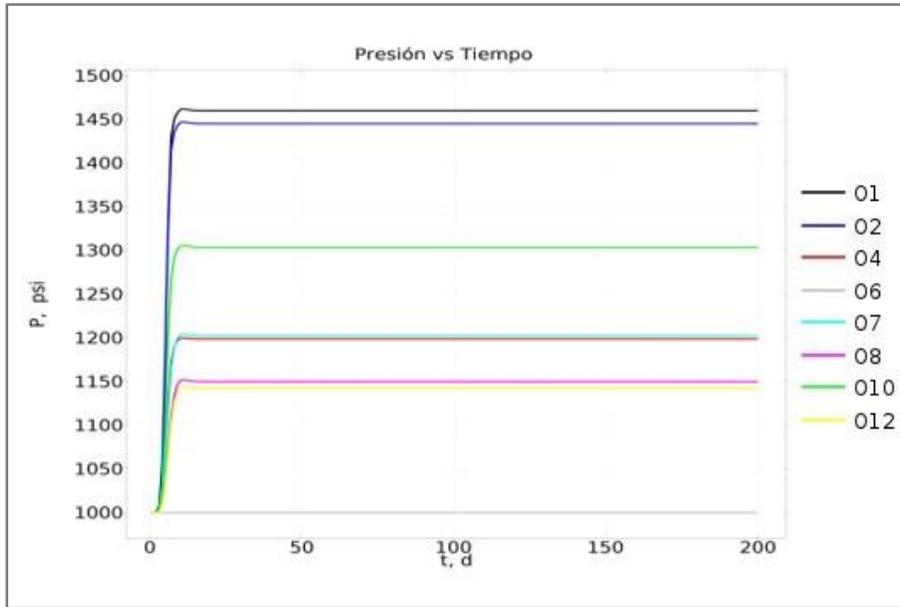
### 6.3.1. (c) Con falla y finos desacoplados del flujo

En este caso la permeabilidad inicial no es constante en la formación, tiene una falla conductiva con un espesor de 40 metros dentro del sistema, la cual tiene 1900 mD de permeabilidad. La presencia de la falla conductiva se introduce usando la Ec.(4.27).

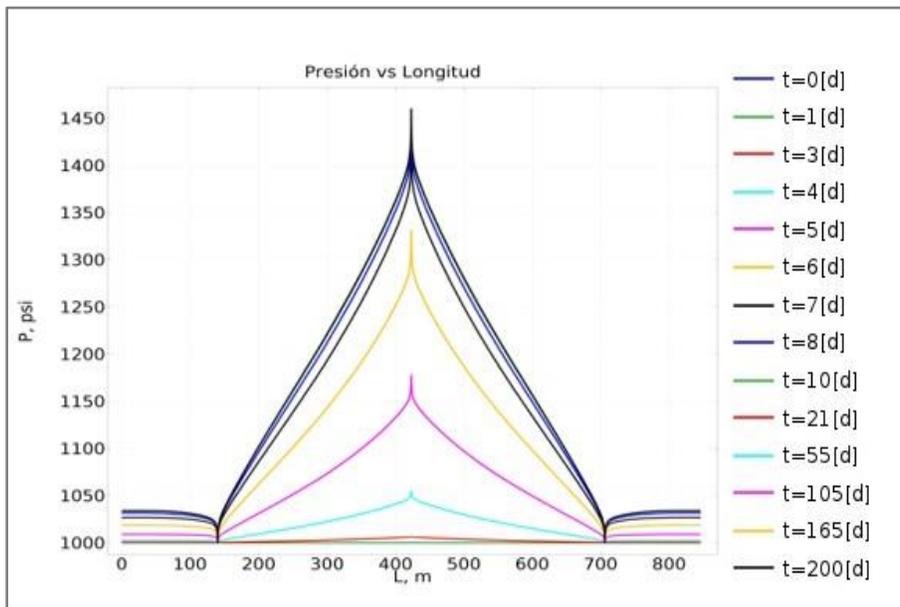
Los resultados se muestran a continuación, comenzando por los perfiles de presión en superficie *Figura 6-38* ; respecto al tiempo y longitud horizontal en la *Figura 6-39* y *Figura 6-40* respectivamente, donde se puede apreciar una declinación de la presión respecto al caso anterior, debido a la presencia de una falla conductiva donde existe una alta permeabilidad y por lo tanto hay mayor área de flujo y un mejor mantenimiento de presión, el análisis de estos perfiles se describen en el Capítulo 7.



**Figura 6-38.** Gráfica de superficie de presión asociado a una falla conductiva.

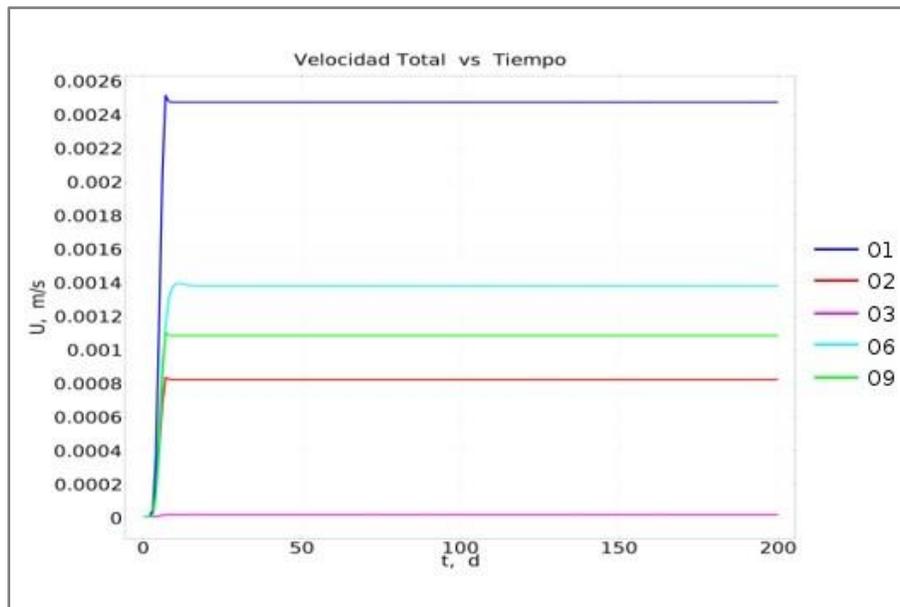


**Figura 6-39.** Gráfica del comportamiento de presión respecto al tiempo asociado a una falla conductiva de espesor de 40 m.

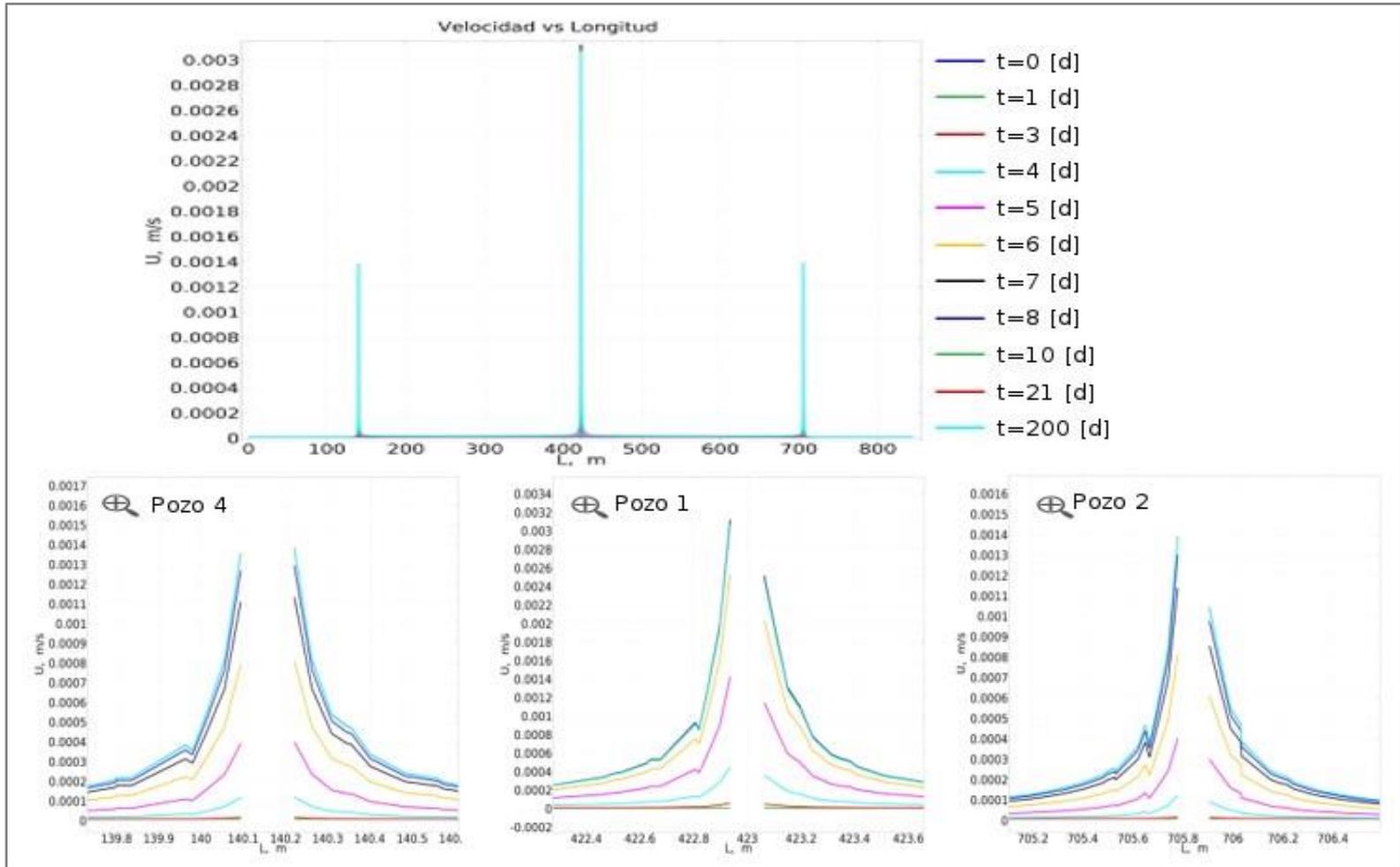


**Figura 6-40.** Gráfica de presión en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2.

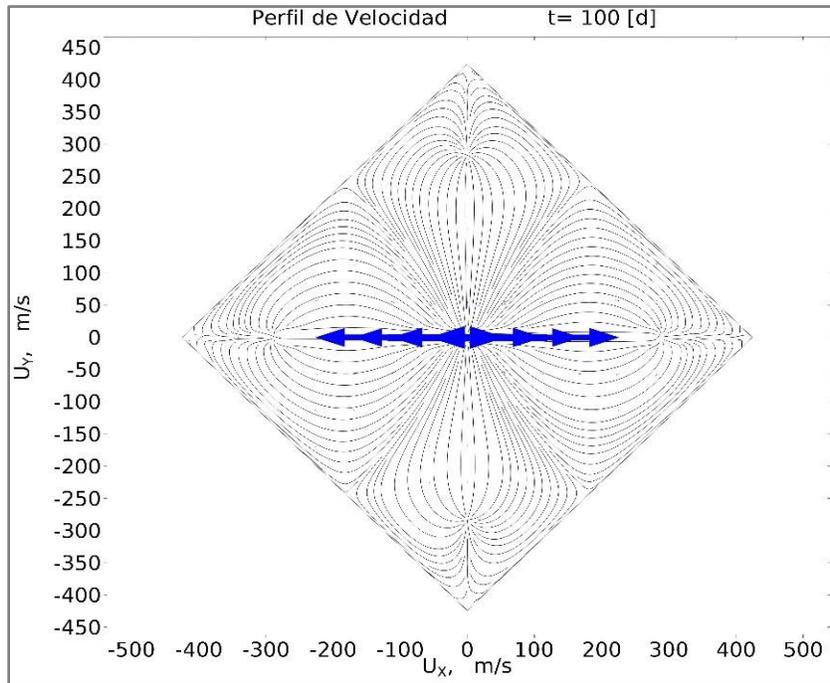
Los perfiles de velocidad respecto al tiempo y longitud en dirección horizontal se muestran en la **Figura 6-41** y **Figura 6-42** respectivamente, para este escenario se muestran que la velocidad en el pozo inyector es menor respecto al caso previo, consecuencia de un área mayor de flujo ya que tenemos la presencia de una falla conductiva, mientras que en los demás puntos de observación, la velocidad se mantiene en valores cercanos. En la **Figura 6-43** se muestra el perfil de la velocidad como campo vectorial, donde la mayor distribución de la velocidad es en donde está la falla conductiva.



**Figura 6-41.** Gráfica del comportamiento de la velocidad respecto al tiempo en los puntos de observación O1, O2, O3, O6 y O9.

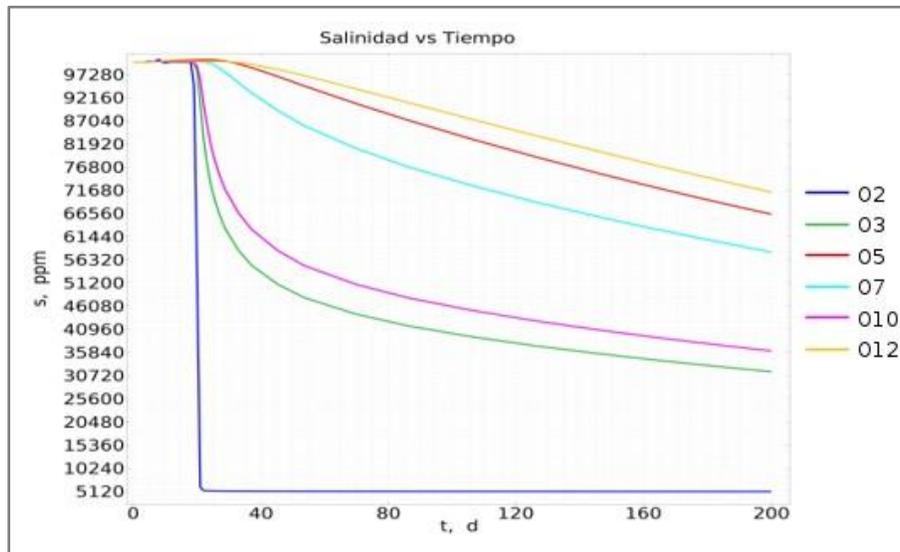


**Figura 6-42.** Gráfica del comportamiento de la velocidad en la dirección horizontal, atravesando por los pozos 4, 1 y 2.

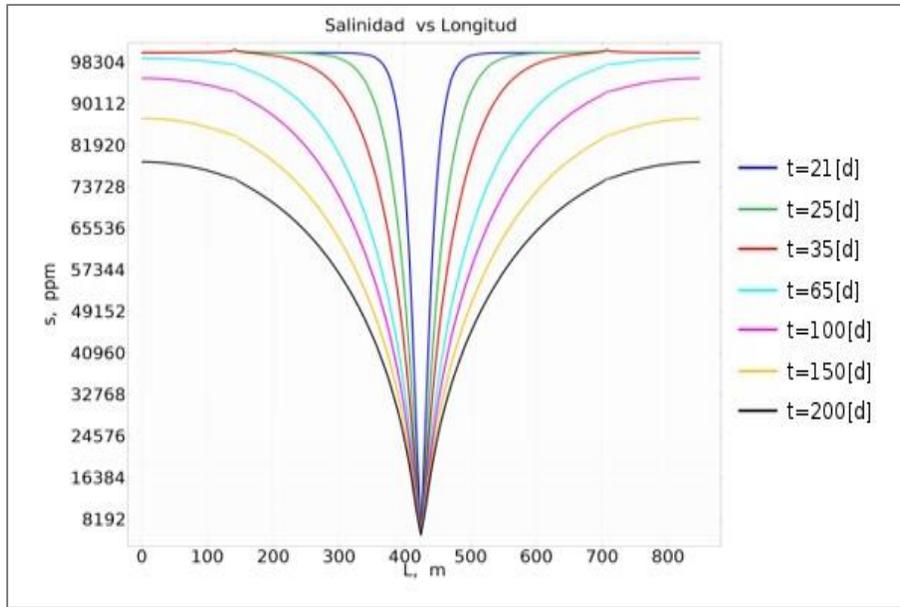


**Figura 6-43.** Perfil de campo vectorial de velocidad a 100 días.

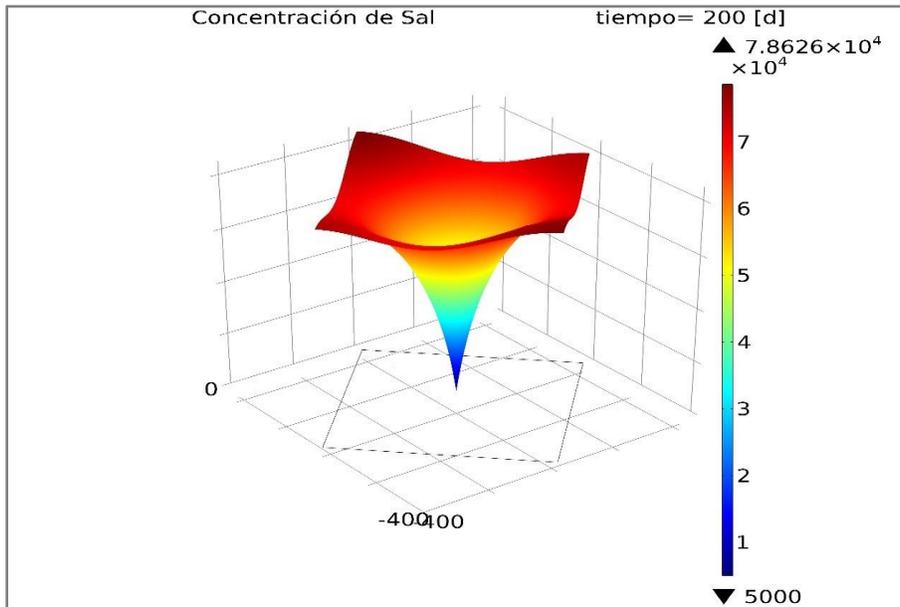
Los resultados del comportamiento de la salinidad respecto al tiempo y longitud se muestran en la **Figura 6-44** y **Figura 6-45** respectivamente donde podemos observar la tendencia que lleva la concentración de sal al entrar al sistema con la falla conductiva en los principales puntos de observación, el análisis de este comportamiento se describe en el siguiente capítulo. Mientras que en la **Figura 6-46** se muestra la propagación de la sal en el medio y la **Figura 6-47** muestra el frente de salinidad, el cual tendrá mayor presencia alrededor del pozo inyector y en la zona de la falla.



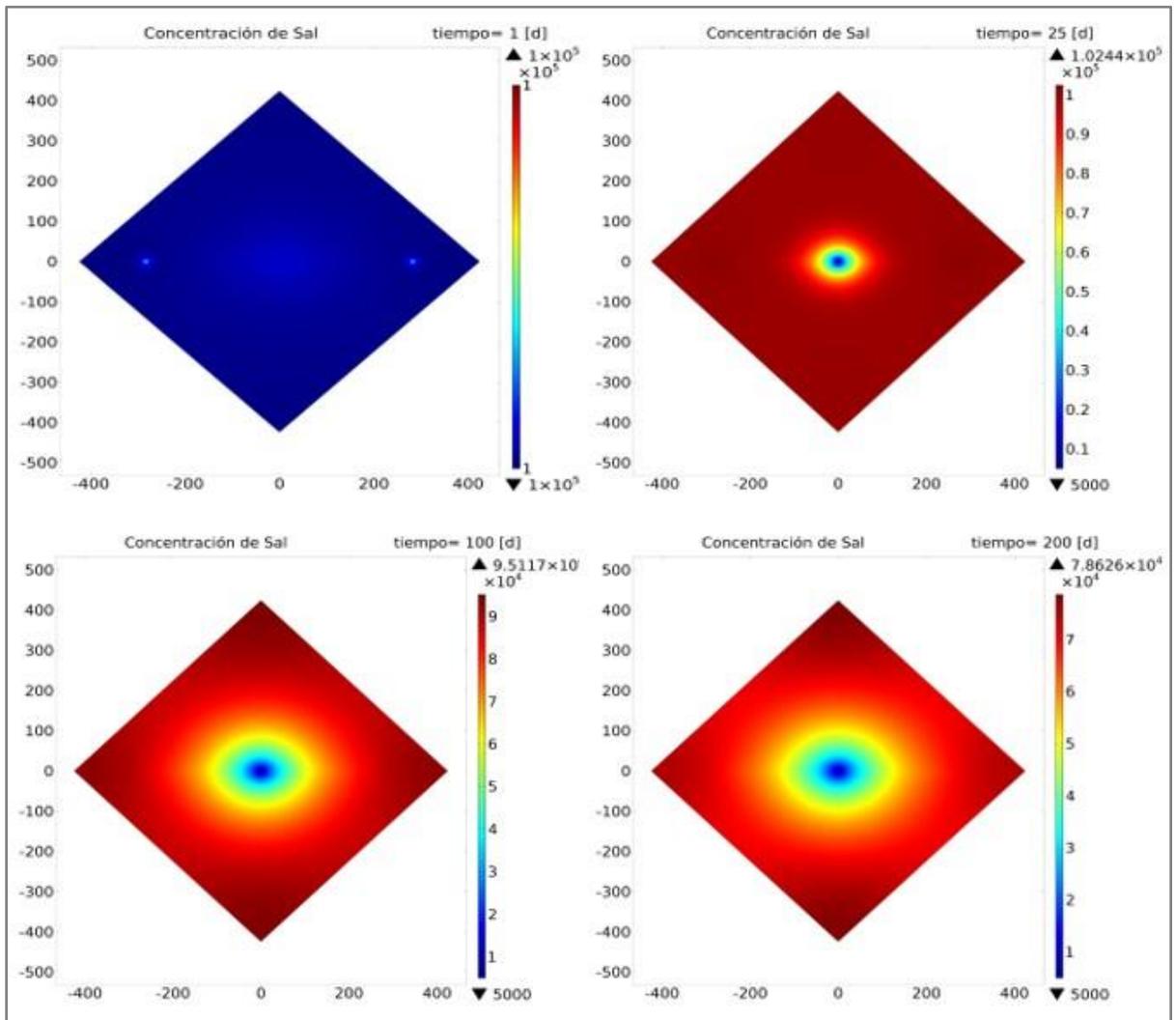
**Figura 6-44.** Gráfica de concentración de sal respecto al tiempo en distintos puntos de observación.



**Figura 6-45.** Gráfica de concentración de sal en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2, a distintos tiempos.



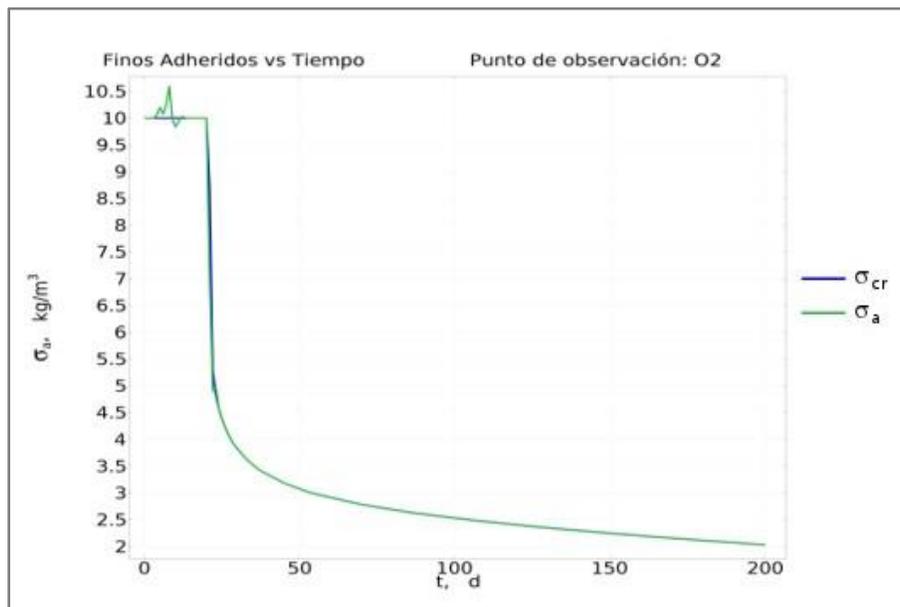
**Figura 6-46.** Superficie del comportamiento de la concentración de sal respecto al tiempo.



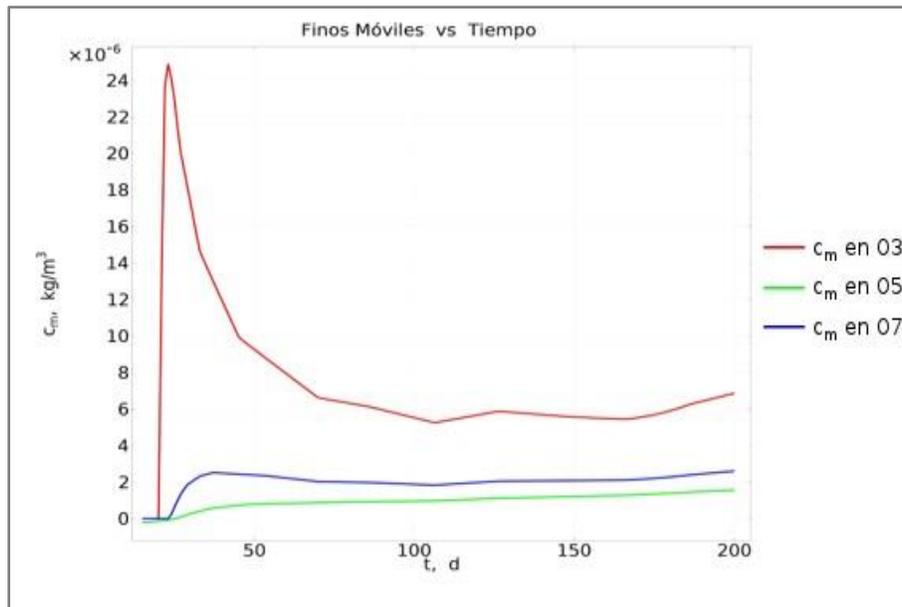
**Figura 6-47.** Gráfica de contorno de la concentración de sal a distintos tiempos en presencia de una falla conductiva.

El comportamiento de los finos se muestra en las siguientes figuras: para finos adheridos en la **Figura 6-48** observamos un pequeño disturbio al inicio de la inyección, esto debido a posibles problemas numéricos por la no linealidad de las ecuaciones involucradas, y a su vez nos muestra la cantidad de finos que puede ser desprendidos, de igual manera se analizó en el punto de observación O2.

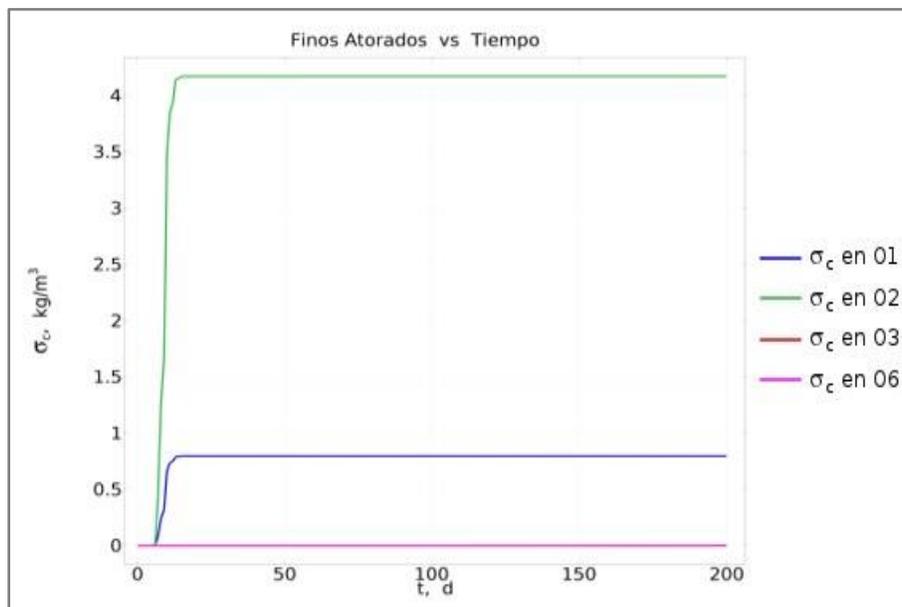
Los finos móviles respecto al tiempo **Figura 6-49** tienden a comportarse similar al caso anterior, mientras que en la **Figura 6-50** se muestran los finos atorados respecto al tiempo y en **Figura 6-51** los finos atorados respecto a la longitud en dirección horizontal donde atraviesa los pozos productores ( $p4$  y  $p2$ ). Se aprecia que la cantidad de finos atorados es mayor respecto a los dos escenarios anteriores, ya que se encuentra involucrada la falla conductiva donde hay mayor permeabilidad y hay mayor facilidad de bloquear gargantas de poro. El análisis de estos se describe en el Capítulo 7.



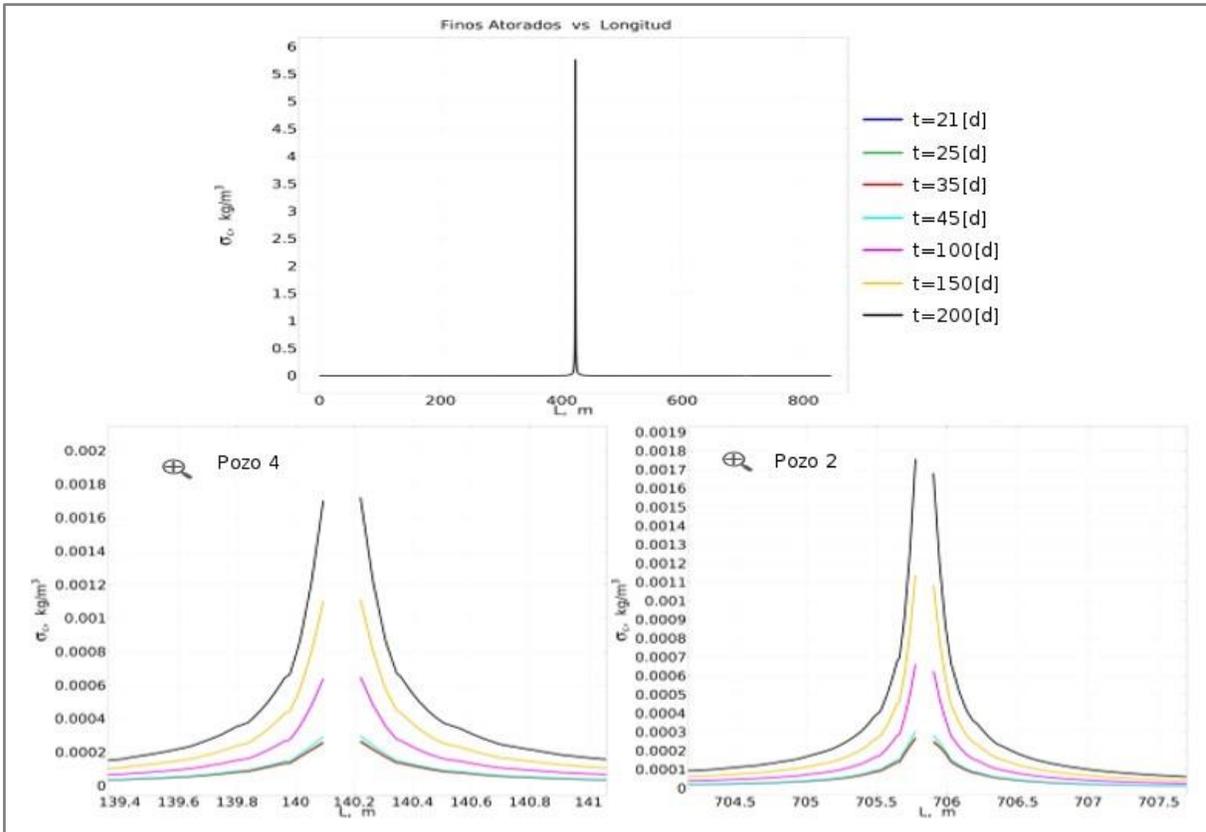
**Figura 6-48.** Gráfica de la concentración de finos adheridos respecto al tiempo en el punto de observación O2.



**Figura 6-49.** Gráfica de concentración de finos móviles respecto al tiempo en los tres puntos de observación con mayor concentración de estos finos (O3, O5 y O7).

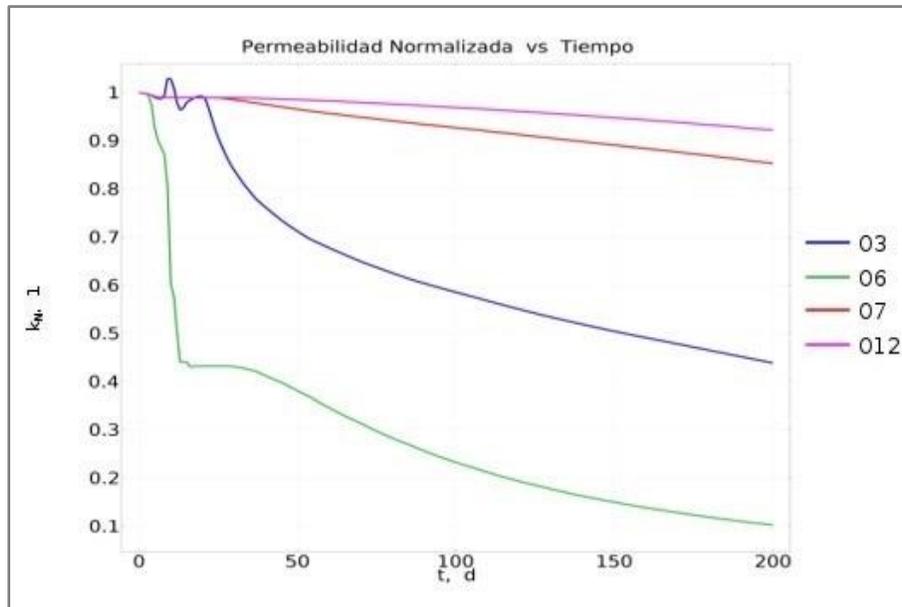


**Figura 6-50.** Gráfica de concentración de finos atorados respecto al tiempo los puntos de observación O3 y O6 (se observa comportamiento similar).

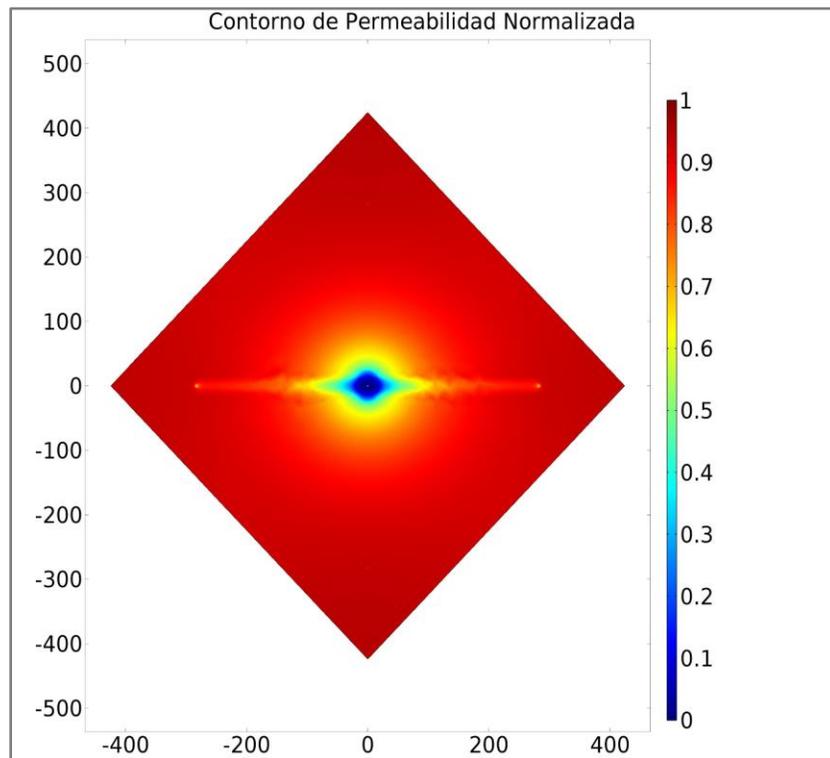


**Figura 6-51.** Gráfica de concentración de finos atorados en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2, haciendo un acercamiento únicamente en los pozos 4 y 2.

Los resultados de la permeabilidad normalizada se muestran en la **Figura 6-52** donde se puede ver la declinación de la permeabilidad, y en la **Figura 6-53** se muestra el contorno de la misma donde se puede apreciar cómo se bloquea las zonas cercanas al pozo inyector y en esa misma dirección horizontal, donde está la falla conductiva.



**Figura 6-52.** Gráfica del comportamiento de la permeabilidad normalizada ( $k_N$ ) en distintos puntos de observación.

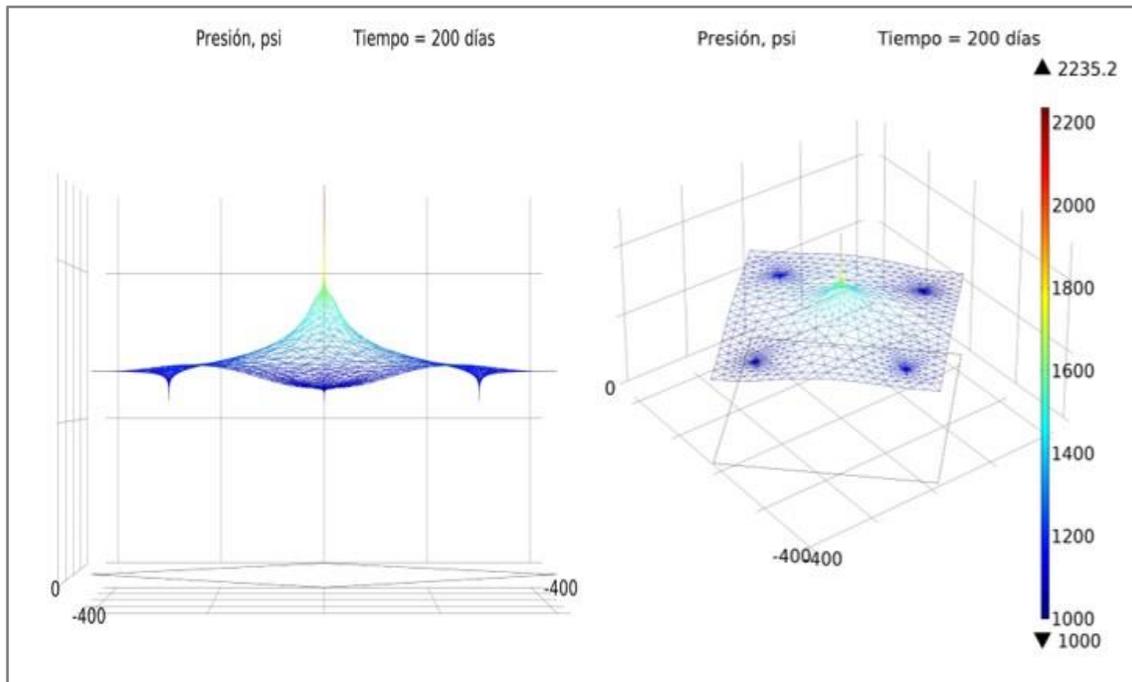


**Figura 6-53.** Gráfica de contorno de permeabilidad normalizada asociada a una falla conductiva a los 200 días.

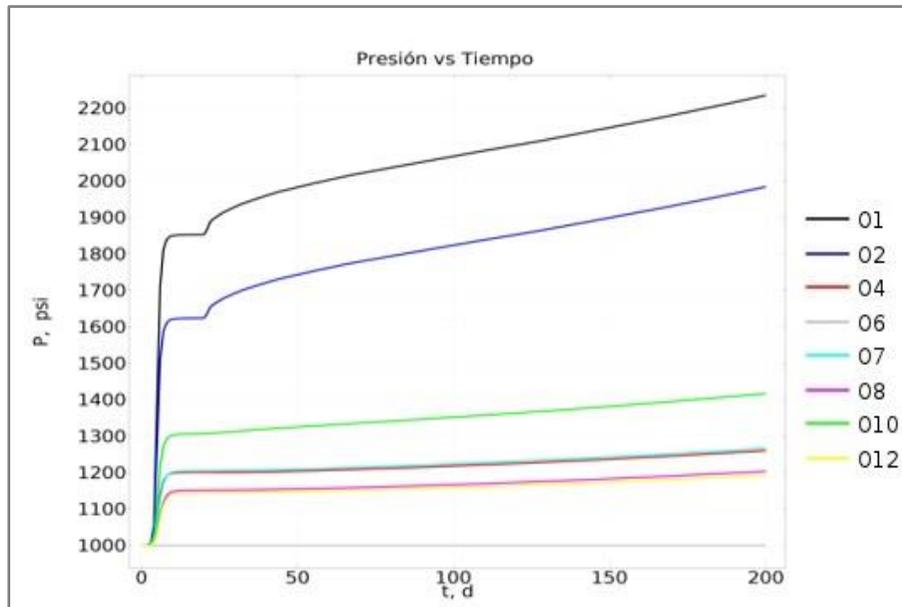
### 6.3.2. (d) Con falla con finos acoplados al flujo

En este caso se implementa la función de la permeabilidad que tiene acoplado a ella la presencia de finos atorados.

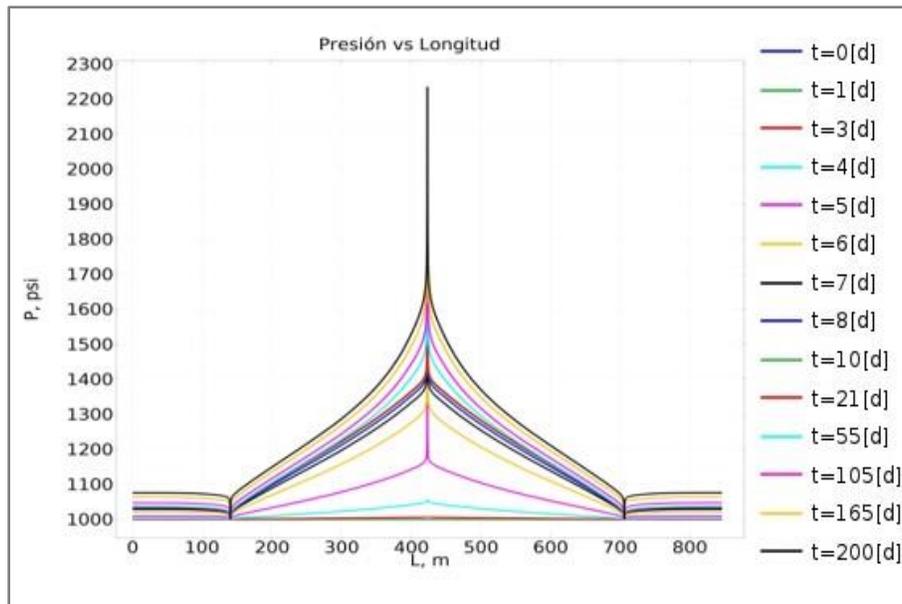
Los resultados del comportamiento de la presión se muestran a continuación en las siguientes figuras: **Figura 6-54** superficie de la presión; **Figura 6-55** la presión respecto al tiempo y la **Figura 6-56** muestra la presión respecto a la longitud en dirección transversal, el análisis de estos perfiles se encuentra en el siguiente capítulo.



**Figura 6-54.** Gráfica de superficie de la presión respecto al tiempo asociado a una permeabilidad afectada por los finos atorados.

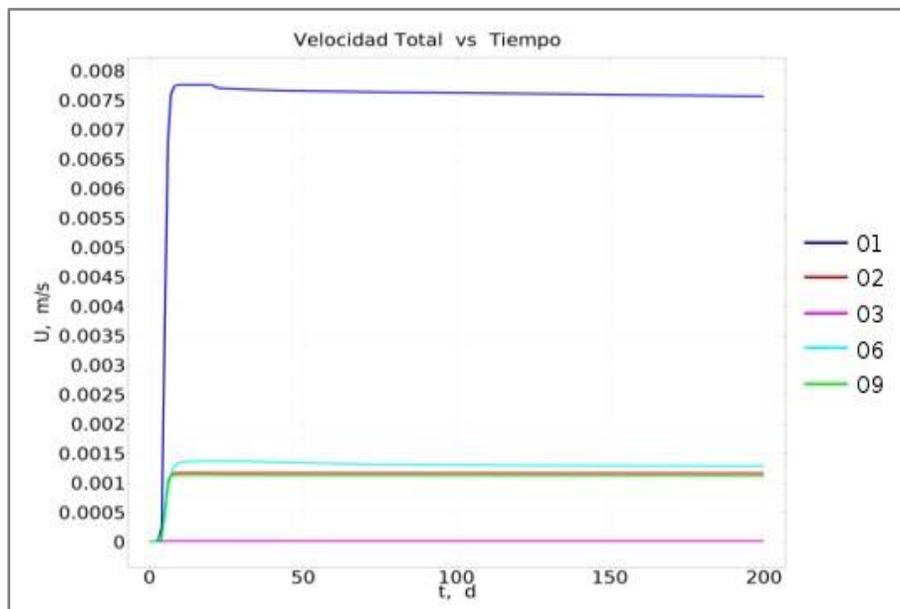


**Figura 6-55.** Gráfica de presión respecto al tiempo en distintos puntos de observación. Asociado a una permeabilidad afectada por los finos atorados.

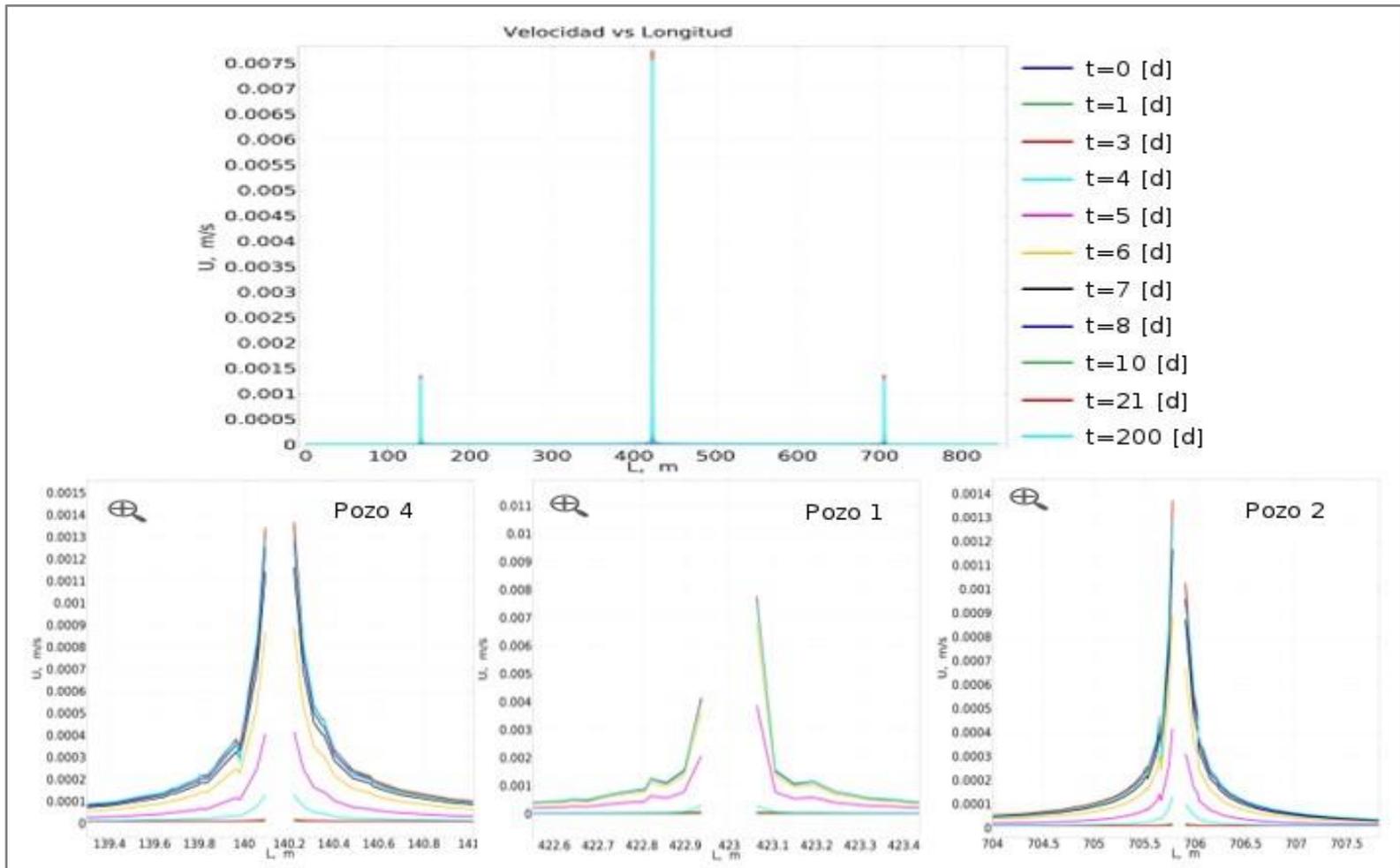


**Figura 6-56.** Gráfica de presión en dirección horizontal atravesando los pozos 4, 1 y 2.

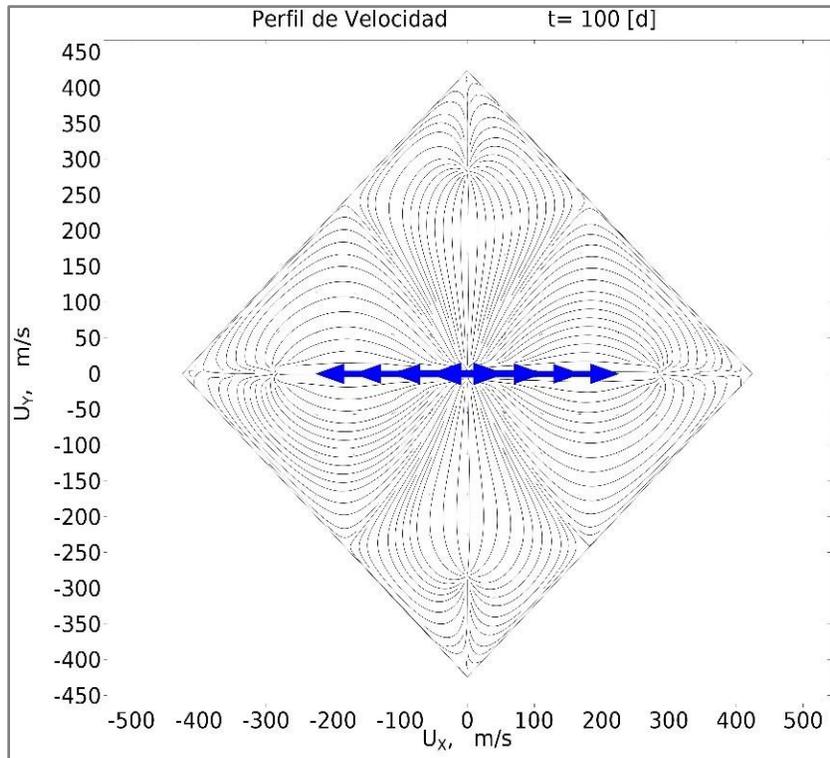
Los resultados de los perfiles de velocidad respecto al tiempo y longitud en dirección horizontal se muestran en la **Figura 6-57**, **Figura 6-41** y **Figura 6-58** respectivamente, para este caso se muestran que la velocidad en el pozo inyector alcanza un valor mayor que en los casos analizados previamente, debido a la presencia de una falla conductiva, mientras que el comportamiento de los puntos de observación restantes, son similares. Y en la **Figura 6-59** se muestra el campo vectorial de la velocidad, donde su distribución es completamente en el área de la falla conductiva, ya que podemos ver las líneas de flujo y flechas que indican la mayor tendencia de velocidad por el canal de alta permeabilidad.



**Figura 6-57.** Gráfica del comportamiento de velocidad total respecto al tiempo en distintos puntos de observación.

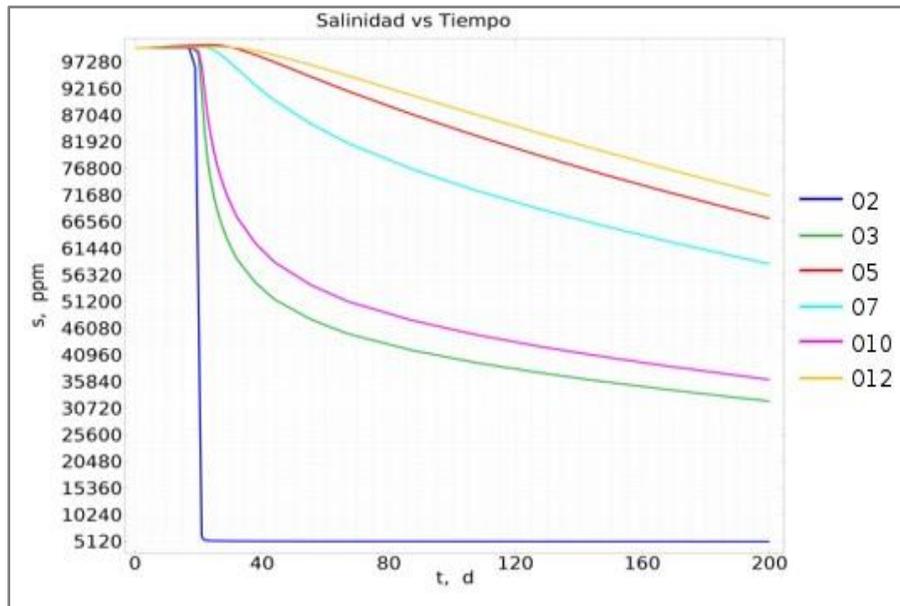


**Figura 6-58.** Gráfica de comportamiento de velocidad en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1, y 2.

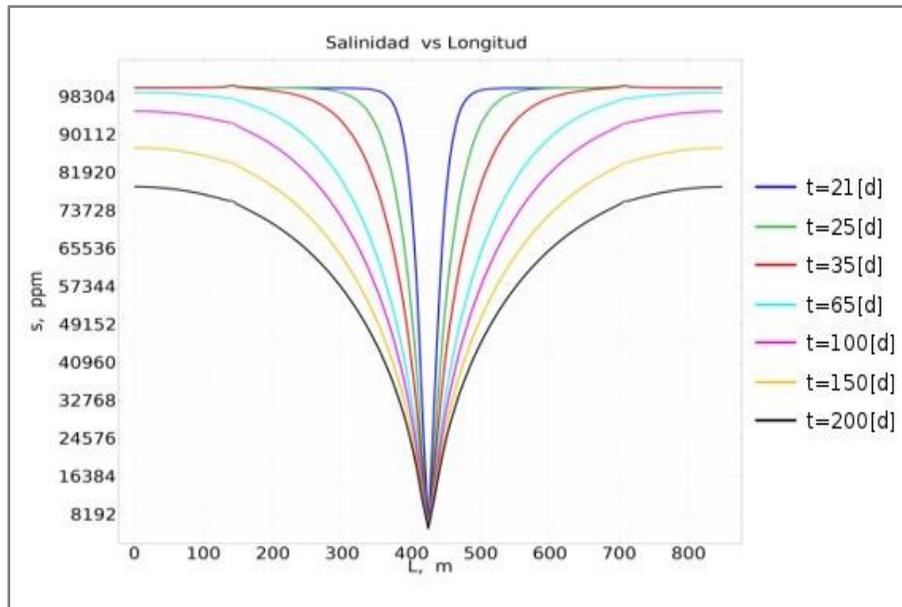


**Figura 6-59.** Perfil de campo vectorial de velocidad a los 100 días.

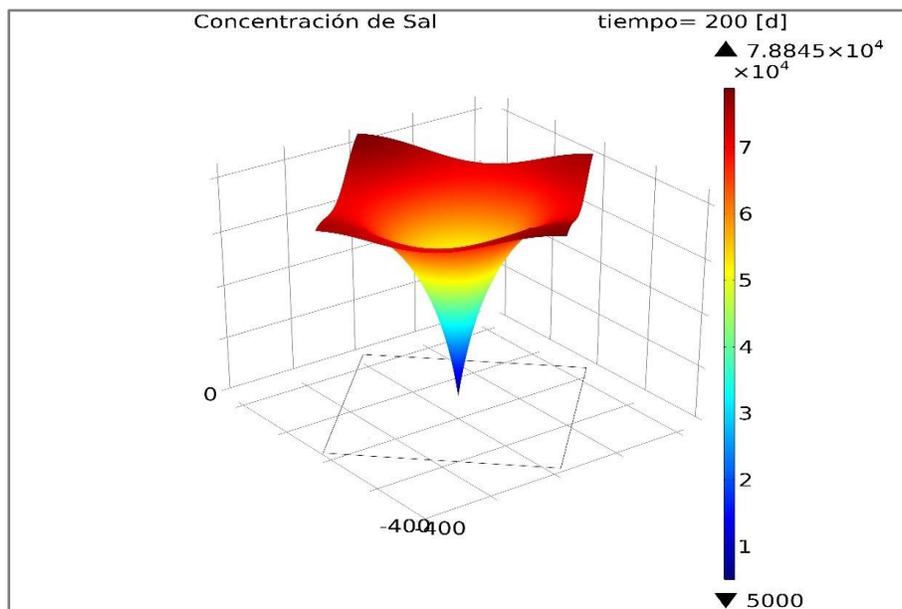
Los resultados del comportamiento de la salinidad respecto al tiempo y longitud se muestran en la **Figura 6-60** y **Figura 6-61** respectivamente, el análisis de este comportamiento se describe en el siguiente capítulo. Mientras que en la **Figura 6-62** se muestra la propagación de la sal en el medio y la **Figura 6-63** muestra el frente de salinidad a distintos días.



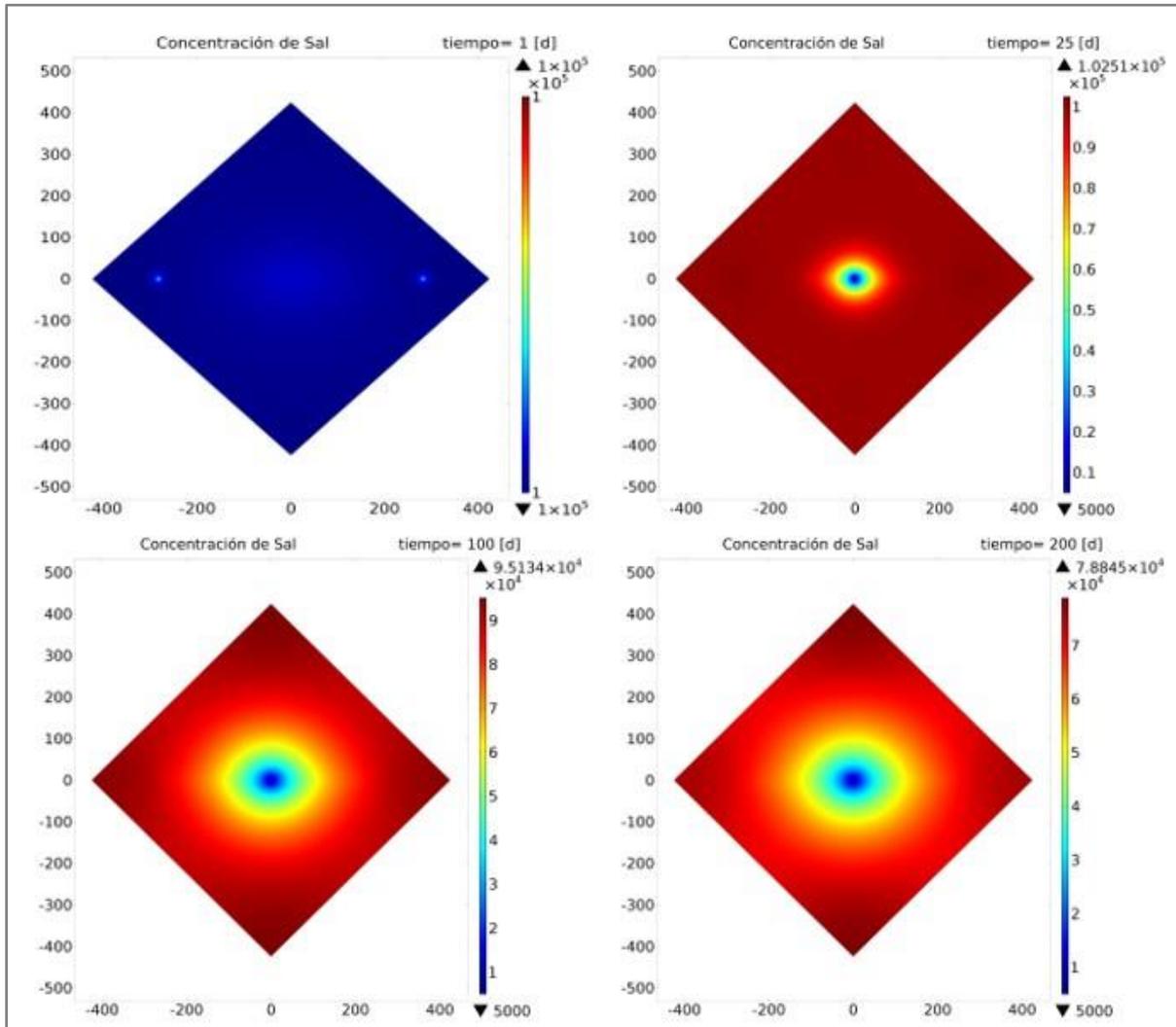
**Figura 6-60.** Gráfica de concentración de sal respecto al tiempo en distintos puntos de observación.



**Figura 6-61.** Gráfica de concentración de sal en dirección horizontal atravesando por los pozos 4, 1 y 2, en distintos tiempos.

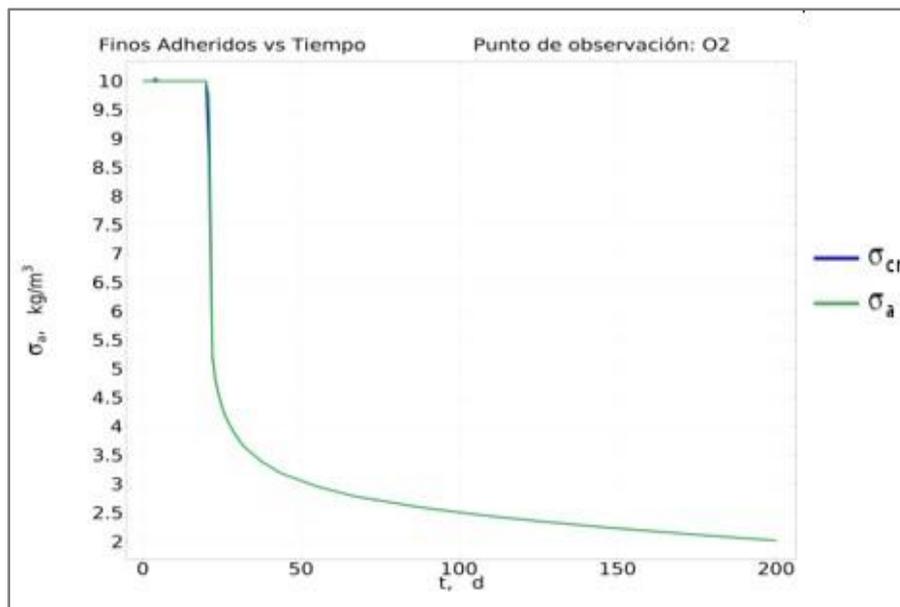


**Figura 6-62.** Gráfica de superficie de concentración de sal, al tiempo de 200 días.

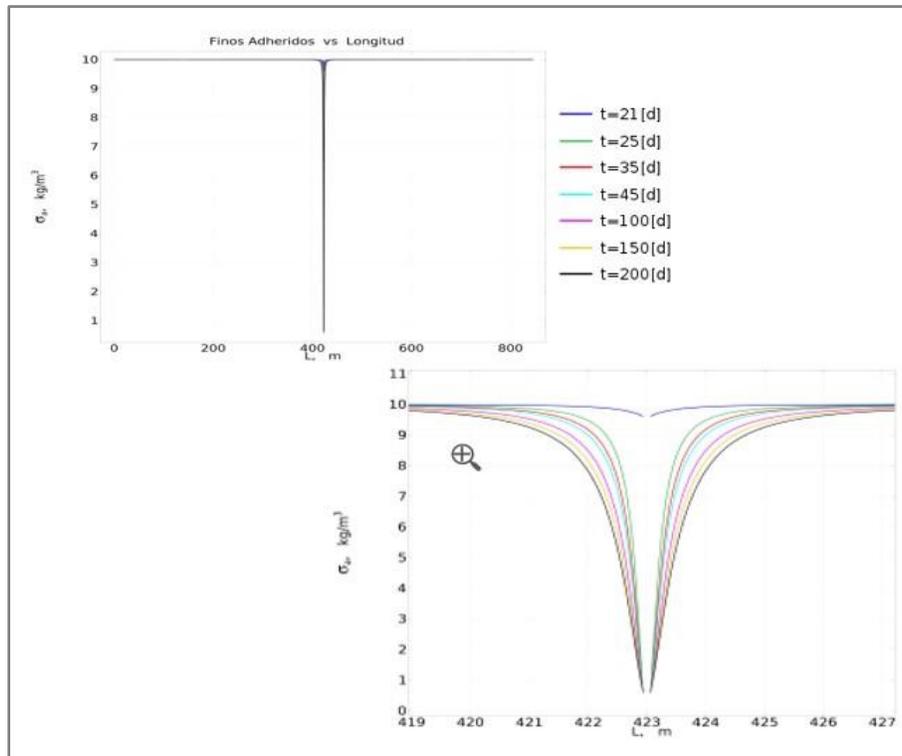


**Figura 6-63.** Gráfica de contorno de salinidad en distintos tiempos.

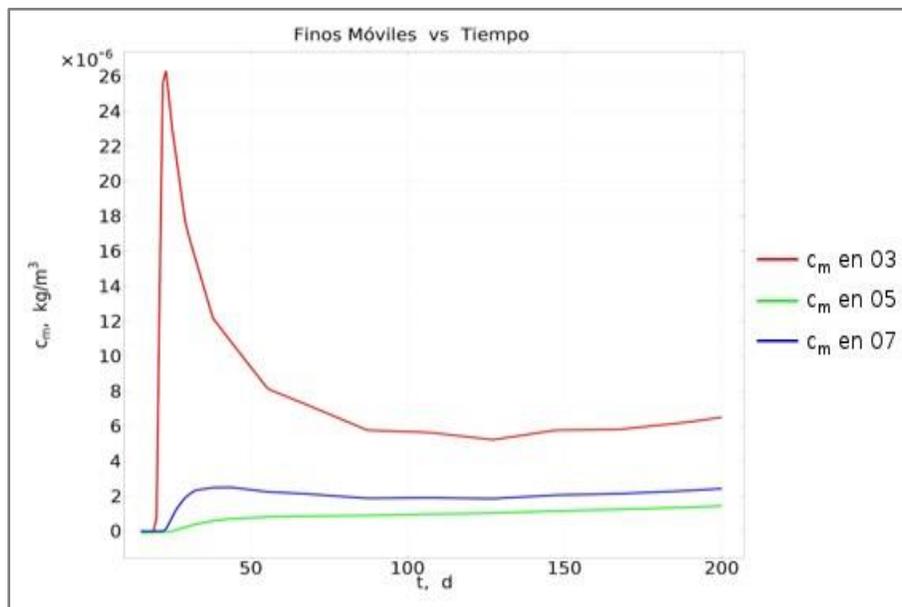
Los resultados del comportamiento de los finos se muestra en las siguientes figuras: para finos adheridos respecto al tiempo en la **Figura 6-64** al igual que el caso anterior se observa un pequeño disturbio al inicio de la inyección, esto debido a posibles problemas numéricos por la no linealidad de las ecuaciones involucradas, y a su vez nos muestra la cantidad de finos que puede ser desprendidos, de igual manera se analizó en el punto de observación O2. Los finos adheridos respecto a la longitud en dirección horizontal se muestran en la **Figura 6-65**. El resultado de los finos móviles respecto al tiempo se muestra en la **Figura 6-66** tienden a comportarse similar al caso anterior, mientras que en la **Figura 6-67** se muestran los finos móviles respecto a la longitud en dirección transversal. El resultado de los finos atorados respecto al tiempo se muestra en la **Figura 6-68** los finos atorados respecto a la longitud en dirección transversal donde atraviesa el pozo inyector ( $p1$ ). Los finos atorados respecto a la longitud transversal se muestran en la **Figura 6-69** y respecto a una longitud en dirección horizontal se muestra en la **Figura 6-70**. Se aprecia que la cantidad de finos atorados es menor respecto al escenario anterior debido a que hay una reducción de permeabilidad directamente en la función de permeabilidad, dicho análisis se describe en el Capítulo 7.



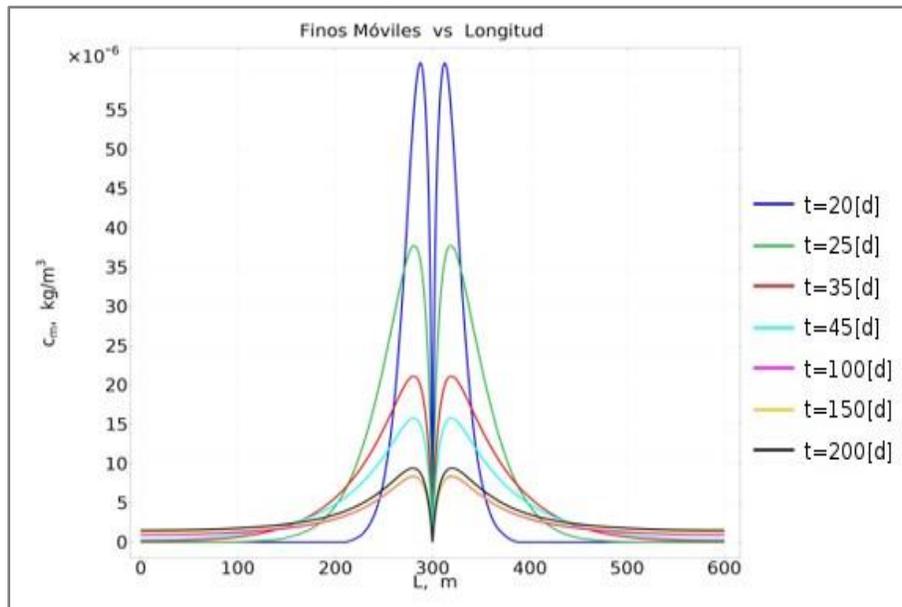
**Figura 6-64.** Gráfica de concentración de finos adheridos respecto al tiempo en el punto de observación O2 (se observa una mayor concentración).



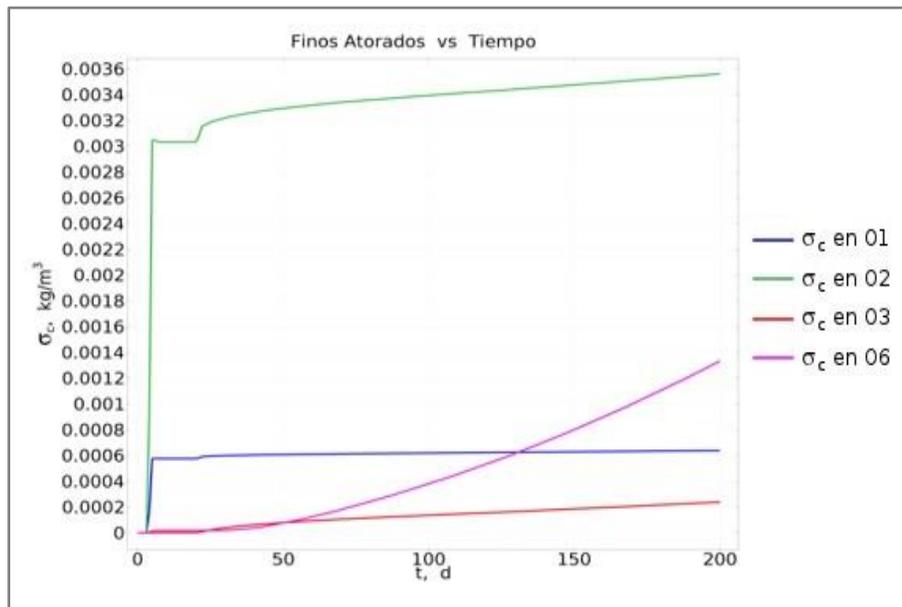
**Figura 6-65.** Gráfica de concentración de finos adheridos respecto a la longitud horizontal del sistema atravesando por los pozos 4, 1 y 2 (se tiene el mismo comportamiento en la longitud transversal del sistema).



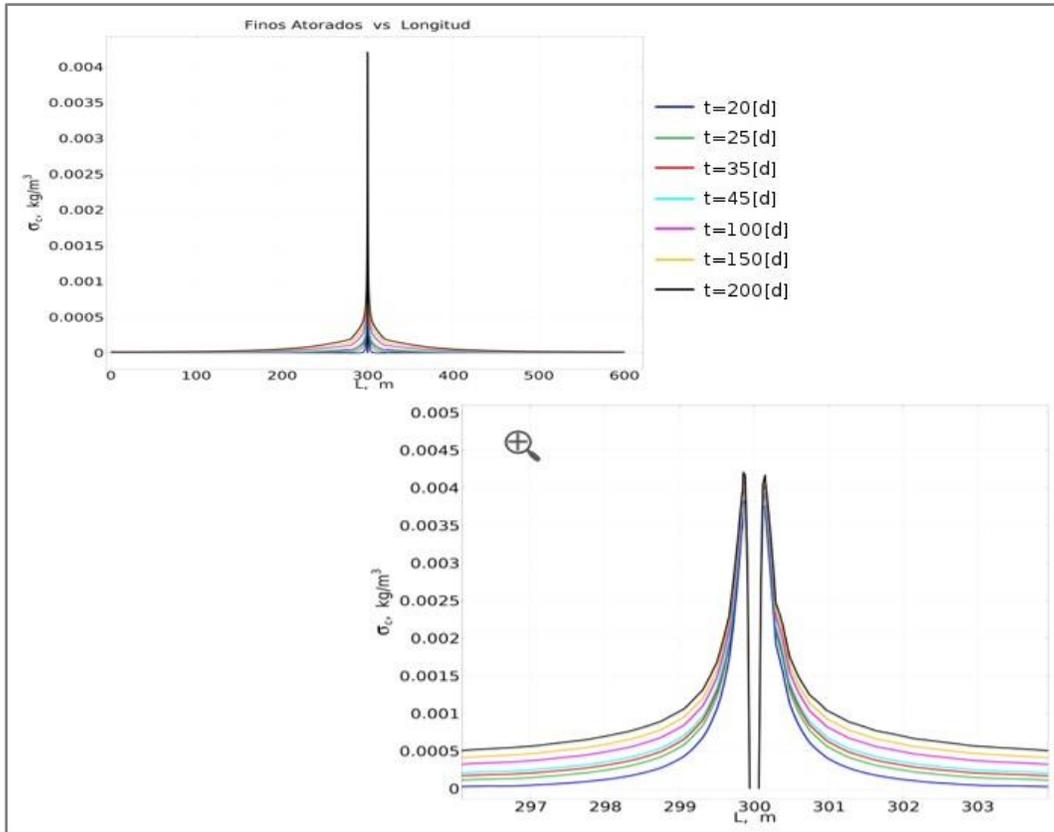
**Figura 6-66.** Gráfica de concentración de finos móviles respecto al tiempo en tres los puntos de observación O3, O5, y O7.



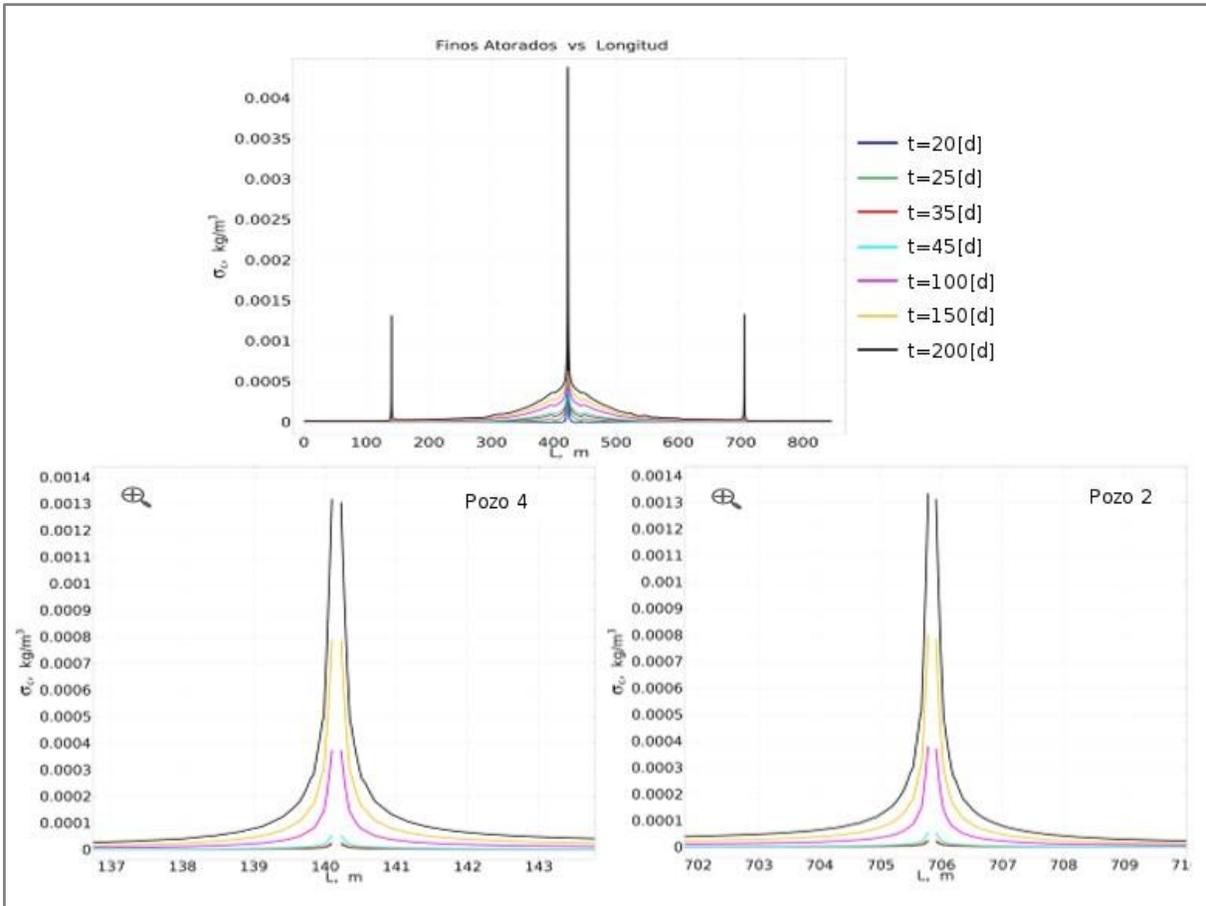
**Figura 6-67.** Gráfica de concentración de finos móviles en dirección transversal atravesando por el pozo inyector.



**Figura 6-68.** Gráfica concentración finos atorados respecto al tiempo.

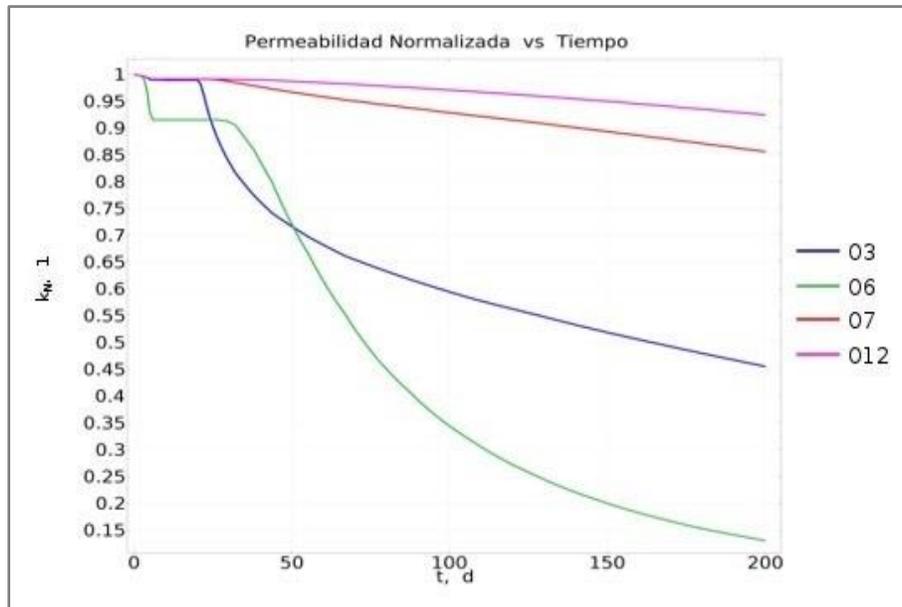


**Figura 6-69.** Gráfica de concentración de finos atorados en dirección transversal atravesando por el pozo inyector.

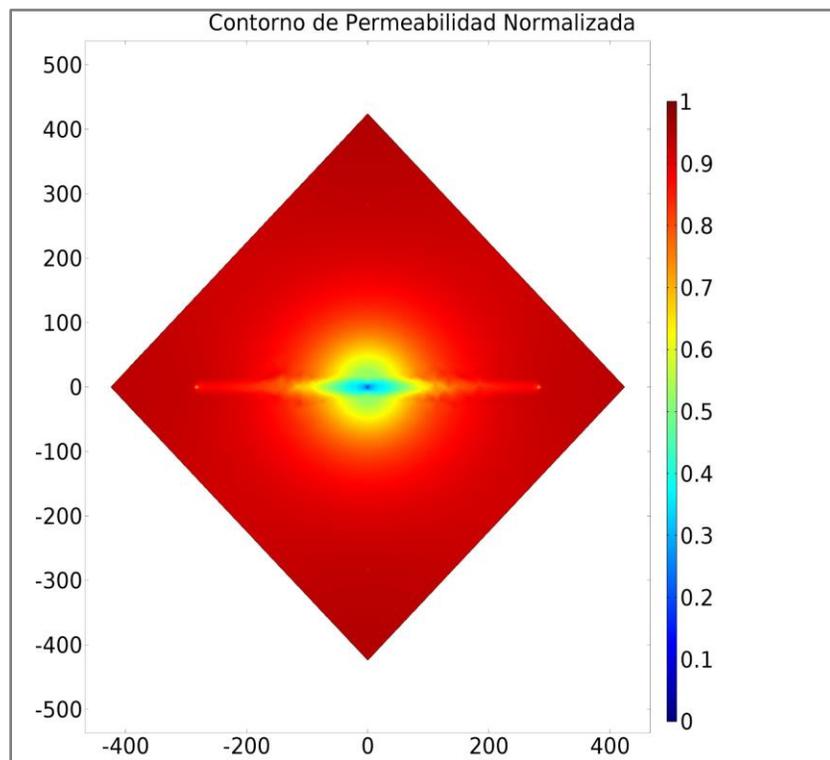


**Figura 6-70.** Gráfica de concentración de finos atorados en dirección horizontal atravesando por pozos 4-1-2 (se hace un acercamiento a los pozos 4 y 2).

Los resultados de la permeabilidad normalizada se muestran en la **Figura 6-71** donde se puede ver la declinación de la permeabilidad, el análisis de la misma se describe en el siguiente capítulo y en la **Figura 6-72** se muestra el contorno de la misma donde se puede apreciar cómo se bloquea las zonas cercanas al pozo inyector y en esa misma dirección horizontal, donde está la falla conductiva.



**Figura 6-71.** Gráfica de permeabilidad normalizada ( $k_N$ ) respecto al tiempo.



**Figura 6-72.** Contorno de Permeabilidad normalizada asociada a una falla conductiva a los 200 días.

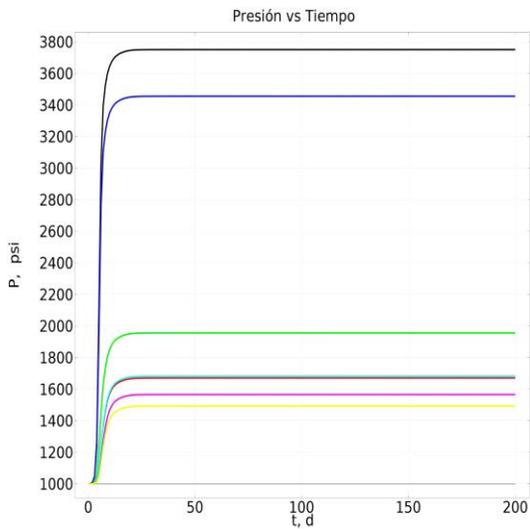
# CAPÍTULO 7

## 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

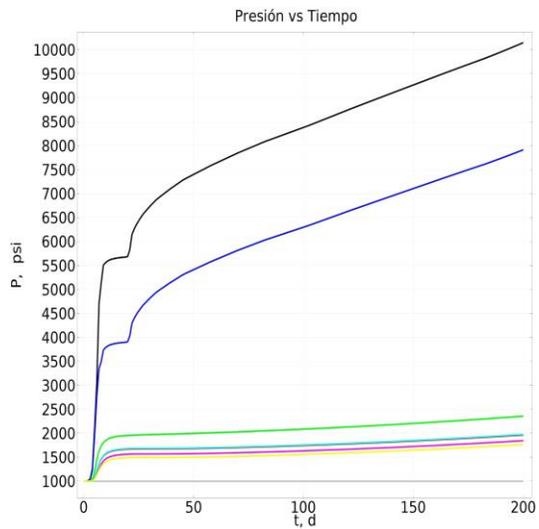
En esta sección se describen los resultados obtenidos en los diferentes casos simulados, y se analizan principalmente las variables de presión, salinidad, finos atorados y permeabilidad en función del tiempo, de la longitud y su distribución espacial. Dicho análisis se realizó respecto a la comparativa de los cuatro casos establecidos.

### 7.1. Comportamiento de la presión en función del tiempo

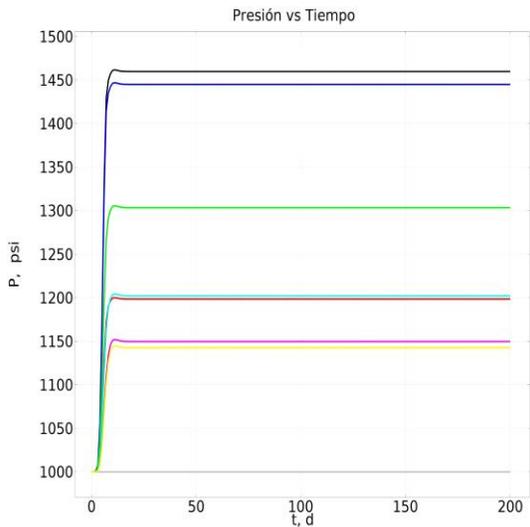
Es importante analizar el comportamiento de la presión como respuesta al cambio de salinidad en los distintos casos analizados en esta tesis, en particular los casos cuando la permeabilidad es alterada por el efecto de bloqueo de caminos de flujo debido a los finos, comparando la situación con y sin falla conductiva.



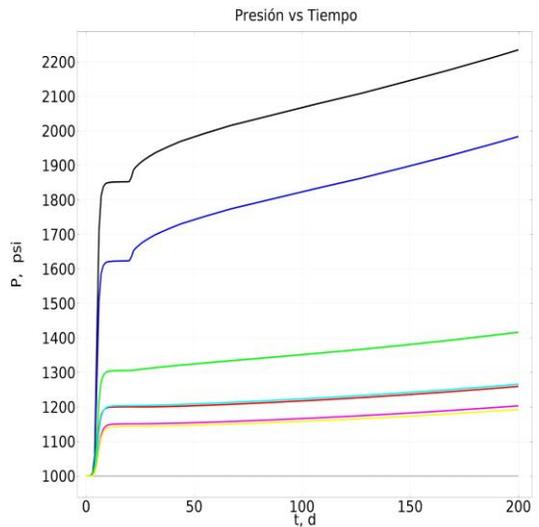
a) Sin falla y finos desacoplados del flujo



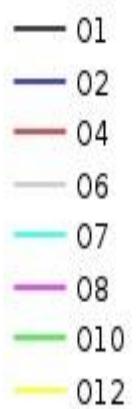
b) Sin falla y con finos acoplados al flujo



c) Con falla y finos desacoplados del flujo



d) Con falla y con finos acoplados al flujo



**Figura 7-1.** Perfiles de presión versus tiempo de los modelos: (a) Sin falla y con finos desacoplados del flujo y (b) Sin falla y con finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, (d) Con falla y con finos acoplados al flujo en ocho puntos de observación distribuidos en el eje horizontal los puntos O1-O2-O4 y O6, en el eje transversal los puntos O7 y O8, y en el eje vertical del sistema, los puntos O10 y O12.

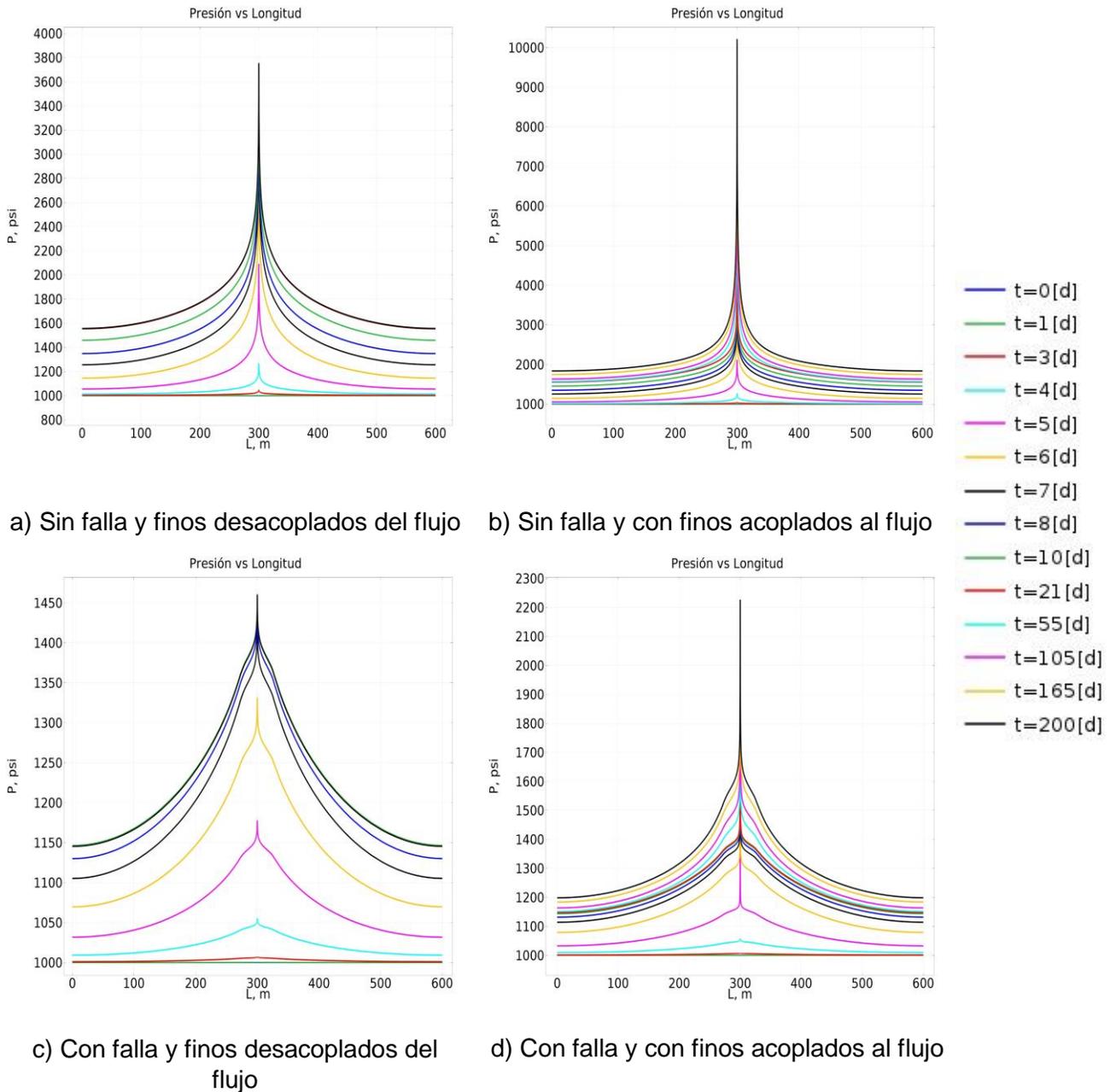
El comportamiento de la presión respecto al tiempo, en el modelo (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, mostrado en la *Figura 7-1 (a)* es similar en los ocho puntos de observación. A partir del inicio de inyección de salmuera el sistema busca alcanzar el estado estacionario por ello la presión tiende a crecer, sobre todo en los puntos O1, O2 y O10 hasta llegar a un cierto máximo, ya que son puntos cercanos a la vecindad del pozo inyector, por el contrario, mientras más cerca se está de los pozos productores, la presión se mantiene baja, como en el punto de observación O6, donde la presión es constante debido a que está cerca de la vecindad del pozo productor ( $p_2$ ) y en los puntos restantes, O4, O7, O8, O12, su presión de igual manera aumenta muy poco, debido a la cercanía a los pozos productores.

En el modelo (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, el comportamiento de los puntos O1 y O2, es totalmente distinto al caso sin efecto de finos, ya que la presión se dispara y crece continuamente, a partir del tiempo donde se hace el cambio de salinidad en la inyección, debido a la función de permeabilidad alterada por los finos, que responde directamente a la concentración de finos atorados como se observa en la *Figura 7-1 (b)*. Cabe mencionar que en los puntos restantes el comportamiento tiende a ser similar al del primer modelo, respecto a los valores de presión, pero también la presión tiende a crecer en esos puntos, por la presencia de finos atorados.

En el modelo (c) Con falla y finos desacoplados del flujo tiende a ser análogo al modelo (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, con la diferencia de que la presión no aumenta a grandes valores. La presión se mantiene en un valor relativamente bajo debido a la presencia de la falla conductiva en el sistema, la cual se comporta como un canal de alta permeabilidad, donde hay mayor transmisión, comunicación del fluido y un mantenimiento de presión. De la misma manera en el modelo (d) Con falla y finos acoplados al flujo, el comportamiento es similar al modelo (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, ya que esta función de la permeabilidad está acoplada a la función de la falla conductiva. Se observa que en los puntos de observación O1, O2, y O10 que son los más cercanos a la vecindad del pozo inyector se disparan a altos

valores de presión, mientras que los puntos de observación O4, O7, O8 y O12 mantienen valores similares de presión, con tendencia creciente, resultado de la presencia de una concentración de finos atorados, dentro de la función de permeabilidad alterada por finos. Dicha concentración bloquea las gargantas de poro, provocando una reducción de permeabilidad dentro del medio poroso y así tener una zona de mayor presión.

## 7.2. Perfil de la presión en un corte transversal

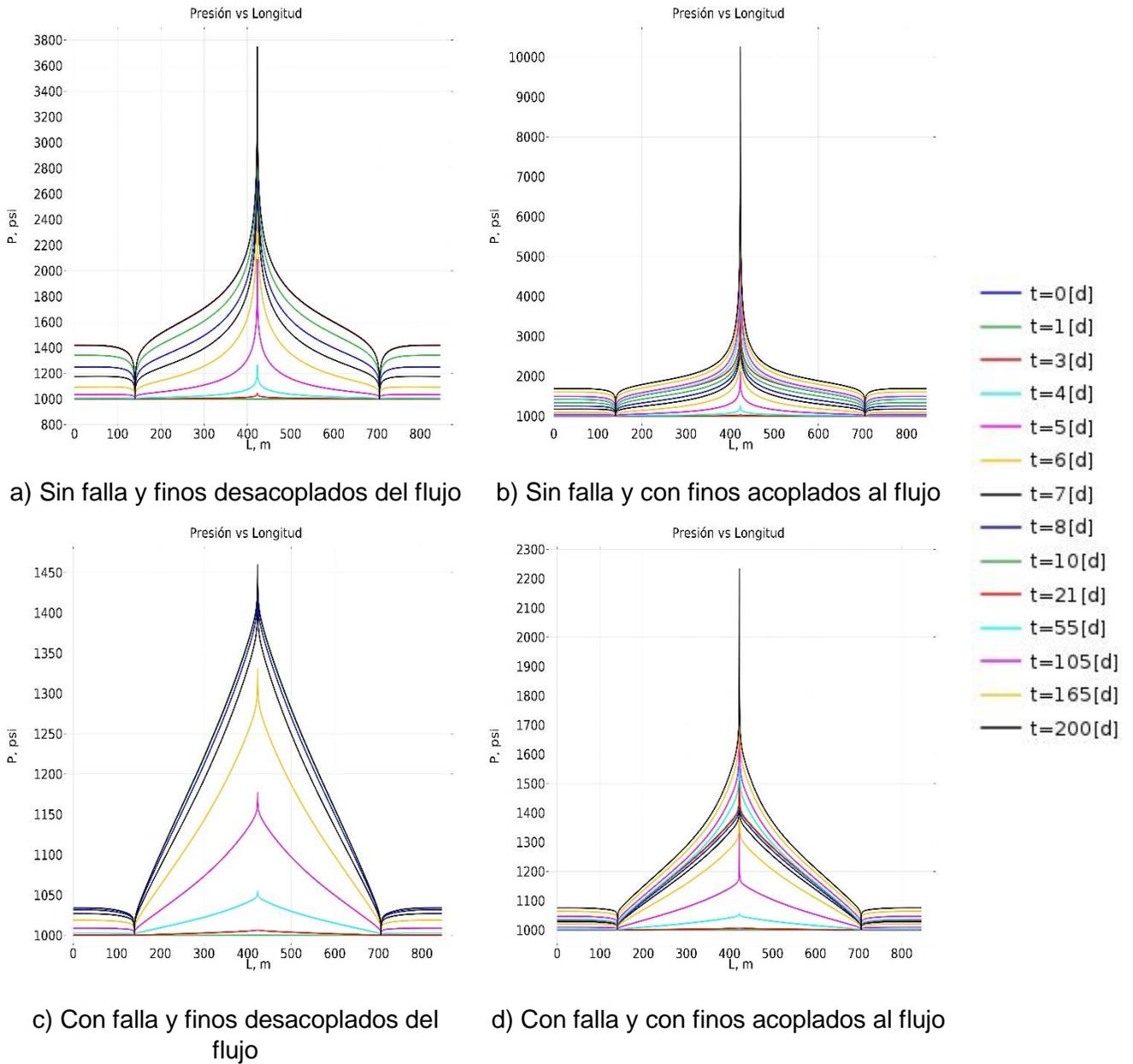


**Figura 7-2.** Perfiles de presión respecto a la longitud de los modelos: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, y (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y con finos acoplados al flujo en un corte transversal al sistema de una longitud total de 600 m, atravesando por el pozo inyector ( $p1$ ), mostrando el comportamiento a catorce tiempos distintos.

En la **Figura 7-2** se muestra el comportamiento de la presión respecto a una longitud transversal del sistema, en el pozo inyector ( $p1$ ), para el modelo (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, el aumento es continuo y gradual, al momento de la inyección de fluido que es a partir del día 5, alcanzando una presión máxima al tiempo del cambio abrupto de salinidad, mismo que ocurre en el día 20 de la simulación, a partir de ese tiempo la presión se mantiene en un mismo valor el resto de los días. Diferente a este comportamiento, en el modelo (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, en el pozo inyector ( $p1$ ) la presión conforme al paso del tiempo va aumentando de su valor inicial, teniendo una continuidad, hasta llegar a un máximo valor de presión, el cual está por encima de todos debido a la presencia de finos atorados dentro del medio poroso.

En el modelo (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, de la **Figura 7-2**, el comportamiento de la presión ,es paulatino después de la inyección de salmuera, alcanzando su máximo valor en el día 10 de la simulación, a partir de este día, la presión se mantiene en el mismo valor, inclusive en el tiempo del cambio abrupto de salinidad, la variación es muy pequeña, por lo cual, nos indica que la distribución de presión en el sistema por la falla conductiva tiende a aumentar muy poco, en los primeros tiempos, y mantenerse cerca de su valor inicial de presión. Una característica puntual, es la cima de cada registro de presión, que tiende a formarse una elevación, justo en la ubicación del pozo inyector ( $p1$ ). Mientras tanto en el modelo (d) Con falla y finos acoplados al flujo, a partir del tiempo de inyección de salmuera, la presión se incrementa sucesivamente, y alcanza su máximo, justo en el último día de la simulación, sin embargo, entre los tiempos cercanos al día de la inyección, el comportamiento es ascendente en línea vertical, no hay una continuidad normal al punto máximo de presión, resultado de una mayor concentración de finos atorados en zonas muy cercanas al pozo inyector.

### 7.3. Perfil de la presión en un corte horizontal

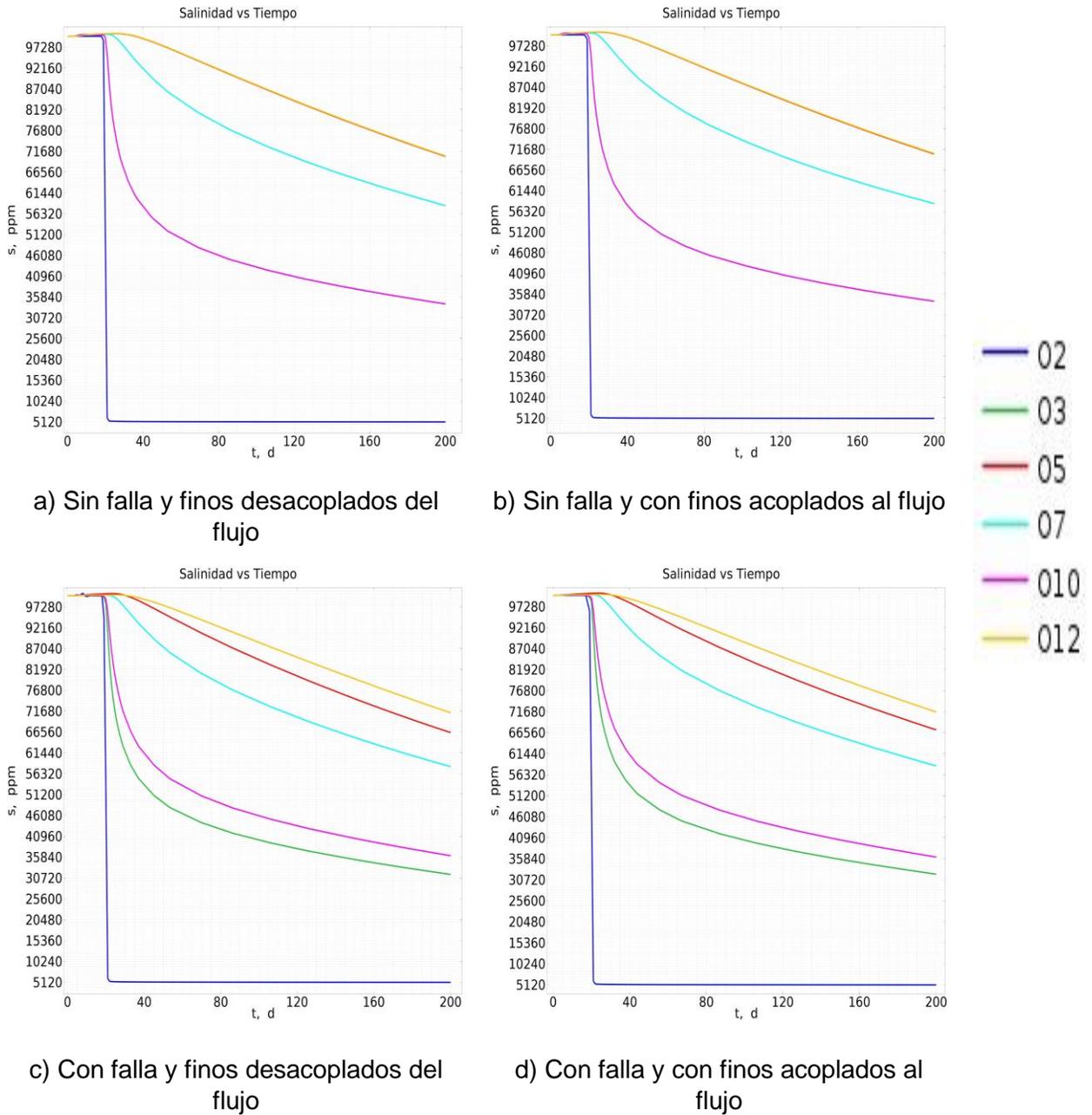


**Figura 7-3.** Perfiles de presión de los modelos: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo en un corte horizontal al sistema de una longitud total de 848.53 m, atravesando por los pozos: productor (p4), inyector (p1), y productor (p2), mostrando el comportamiento a catorce tiempos distintos.

El comportamiento de la presión respecto a una longitud horizontal, se muestra en la **Figura 7-3**, donde se ubican los pozos productores ( $p4$ ;  $p2$ ) y el pozo inyector ( $p1$ ), en el modelo (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, es correcto, de acuerdo a la premisa, de que la presión en los pozos productores es menor a la presión del pozo inyector, es continuo y gradual después de la inyección de salmuera, alcanzando su máximo valor a partir del tiempo en que se cambia la salinidad, en ese momento la presión se mantiene en un valor máximo, y en los pozos productores, la presión se mantiene cerca de su valor inicial. El comportamiento en el modelo (b) Sin falla y finos acoplados al flujo es similar en cuanto a la continuidad del registro de presión, pero en este caso, la presión es ascendente de acuerdo al paso del tiempo, alcanzando un máximo valor de presión en el último momento de la simulación, mayor a la del modelo (a), consecuencia de la concentración de finos atorados en el sistema.

El comportamiento de la presión respecto a la longitud horizontal, donde se ubican los pozos productores ( $p4$  y  $p2$ ) y el pozo inyector ( $p1$ ), en el modelo (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, es similar en cuanto al pozo inyector en longitud transversal, pero, se puede observar que en los pozos productores, la presión no tiende a crecer demasiado, debido a que es una presión de salida, en este registro, de igual manera, la presión se mantiene en un máximo valor, a partir del día 10 del tiempo de simulación, debido a la presencia de la falla conductiva. En el modelo (d) Con falla y finos acoplados al flujo, el comportamiento es abrupto en el pozo inyector, ya que la presión tiende a ser ascendente de manera vertical, a partir de los días cercanos a la inyección de salmuera, alcanza un valor máximo, hasta el último momento de la simulación, de la misma manera en los pozos productores, los cuales tienen un menor rango de presión, consecuencia de una mayor concentración de finos atorados, cercanos a la zona del pozo inyector, y poca concentración en zona cerca de los pozos productores.

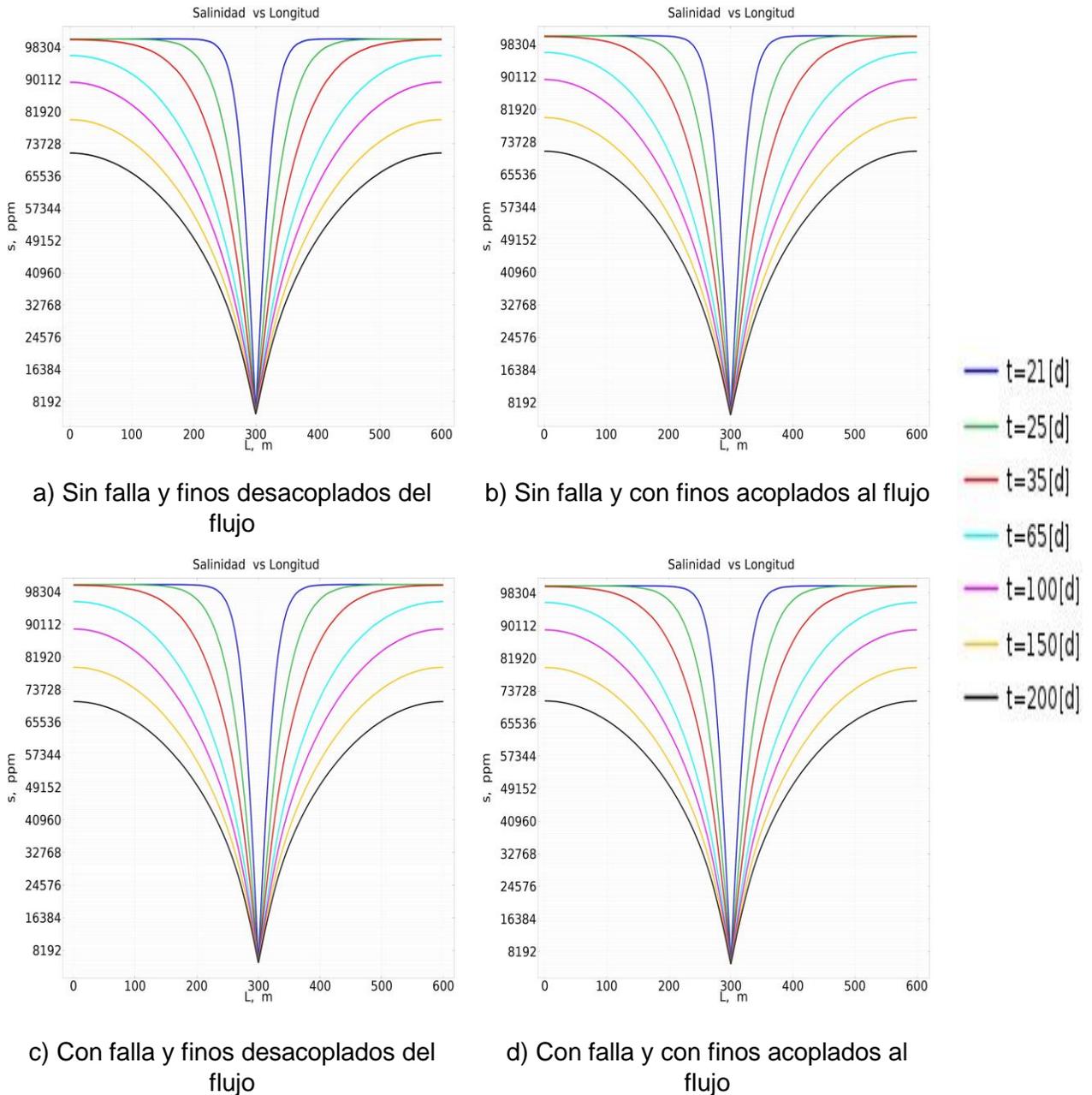
## 7.4. Comportamiento de salinidad en función del tiempo



**Figura 7-4** Perfiles de concentración de sal en función del tiempo, de los modelos: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, en seis puntos de observación distribuidos en el eje horizontal los puntos O2-O3 y O5, en el eje transversal el punto O7, y en el eje vertical del sistema, los puntos O10 y O12.

En la **Figura 7-4** se muestra el comportamiento de la concentración de sal respecto al tiempo en los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo y (b) Sin falla y con finos acoplados al flujo, es descendente por la disminución de concentración de sal en la salmuera de inyección, el salto, ese cambio abrupto de salinidad es de mayor impacto en los puntos de observación más cercanos a la frontera del pozo inyector, por lo cual hay un mayor efecto de desprendimiento y migración de finos, mientras que en los demás puntos podemos apreciar que a la salmuera le toma mayor tiempo llegar a su valor más bajo de salinidad, por lo tanto en las zonas más alejadas del pozo inyector hay menor desprendimiento y migración de finos, generando así una mínima cantidad de finos atorados, de acuerdo al tiempo de simulación que se estimó. El comportamiento de la concentración de sal respecto al tiempo en los modelos (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, es de manera descendente, con mayor impacto en el punto de observación O2, donde la salinidad alrededor del día 20 logra alcanzar un valor mínimo estimado, en este caso se ve la tendencia de los puntos de observación O3 y O12 mantienen ligeramente la misma concentración de sal que en los modelos anteriores, mientras los puntos O10 y O5 se encuentran por encima de ellos, ya que son puntos de observación más alejados del pozo inyector. Tomando en cuenta que tenemos la falla conductiva que actúa como un canal de alta permeabilidad, razón por la cual baja más la salinidad en los puntos O3, y O10, que se encuentran a una mínima distancia del pozo inyector. La trayectoria que se propaga para invadir el sistema con una baja concentración de sal oscila entre los días 20 y 30, ya que, a mayor distancia, mayor tiempo se requiere para que la salinidad tienda a estabilizarse. Esto nos indica que en la zona cercana al pozo inyector se tiene una mejor invasión de baja salinidad, ya que esta provoca un desprendimiento, y migración de finos los cuales bloquean gargantas de poro y así se presenta un mejor barrido en la zona.

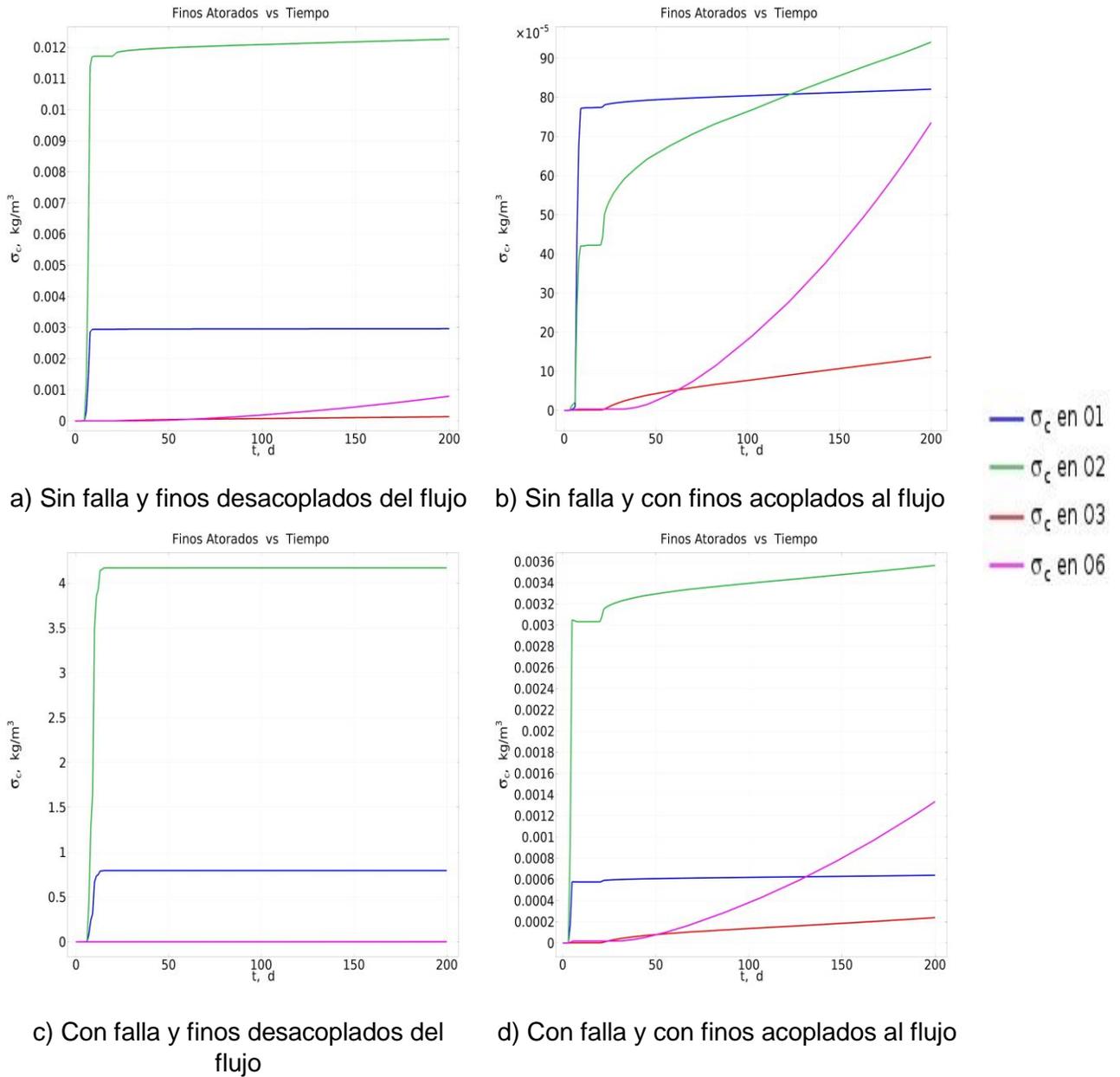
## 7.5. Perfil de la salinidad en un corte transversal



**Figura 7-5** Perfiles de concentración de sal respecto a la longitud de los modelos: (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo y (d) Con falla y finos acoplados al flujo en un corte transversal al sistema de una longitud total de 600 m, atravesando por el pozo inyector ( $p1$ ), mostrando el comportamiento a siete tiempos distintos.

En la **Figura 7-5** se muestra el comportamiento de la concentración de sal respecto a una longitud transversal del sistema, atravesando por el pozo inyector (*p1*), donde se puede observar que en los cuatro modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, la concentración de sal tiende a estabilizarse en los mismos valores respecto al paso de los días. Es a partir del día 20 donde el agua de baja salinidad se propaga a través del sistema teniendo mayor impacto en la frontera del pozo inyector, ya que al día 21 la salinidad alcanza a disminuir aproximadamente 5200 ppm, cantidad mínima de concentración de sal que se requiere para el desprendimiento de finos y así inducir el taponamiento de garganta de poro y reducir permeabilidad. La salmuera llega a estabilizarse durante los 200 días de simulación alcanzando una concentración de sal, aproximadamente de 76 080 ppm, donde la generación de finos desprendidos es en menor cantidad respecto a la zona cercana al pozo inyector.

## 7.6. Comportamiento de los finos atorados en función del tiempo



**Figura 7-6.** Perfiles de concentración de finos atorados versus tiempo de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y con finos acoplados al flujo en cuatro puntos de observación distribuidos en el eje horizontal los puntos O1-O2-O3 y O6.

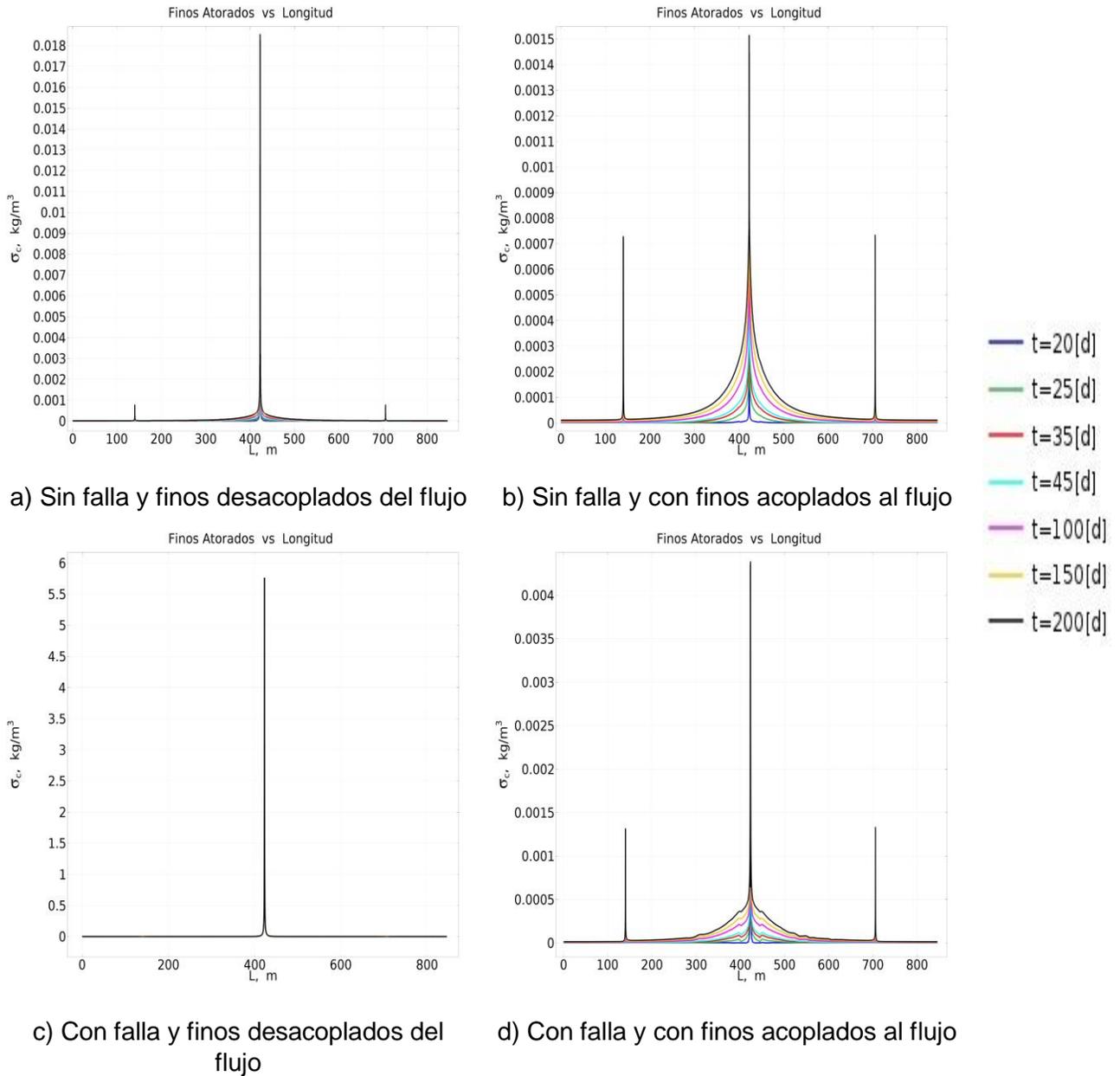
El comportamiento de la concentración de finos atorados respecto al tiempo se muestra en la **Figura 7-6**, en los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, y (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, nos muestra una gran diferencia respecto a la cantidad de finos atorados que se generan en los distintos puntos de observación. En el modelo (a), la máxima concentración de finos atorados es en el punto O2, mismo que se encuentra no muy alejado al punto O1, por lo que la cantidad significativa de finos atorados ocurre casi inmediatamente después de la inyección de agua de baja salinidad, con una ligera tendencia a aumentar respecto al paso del tiempo, en el punto O1 se comporta de una manera constante el proceso de atoramiento de finos, y en el punto O2 comienza a crecer poco a poco, esto nos indica que el efecto avanza radialmente, en el punto de observación O6 que está en la frontera del pozo 2 productor se observa un crecimiento exponencial de finos atorados debido al gradiente de presión, y disminución de la velocidad.

Mientras en el modelo (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, hay un comportamiento similar, ascendente, pero con una concentración menor debido a que dentro de la función de permeabilidad va involucrado el efecto de los finos atorados, y esto provoca que haya un bloqueo de permeabilidad más lento, sobre todo en la vecindad de los pozos inyector (p1), y productor (p2) es donde habrá mayor cantidad de finos atorados.

El comportamiento en los modelos (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo podemos observar que hay una alta producción de finos atorados, debido esto principalmente por la presencia de una falla conductiva, que permite a la vez una mayor permeabilidad del sistema y mejor flujo del fluido, consecuente a esto, el proceso que llevan a cabo los finos, con el objetivo de bloquear gargantas de poro a lo largo del trayecto del flujo es considerable, ya que en el modelo (c) es donde obtenemos mayor bloqueo de gargantas de poro y por ende una reducción de la permeabilidad, claramente en la vecindad del pozo inyector, donde al inicio de la inyección la velocidad es mayor; en los puntos O6 y O3 es similar con el modelo (a), ya que se obtiene la mínima cantidad de finos atorados. Mientras en el modelo (d), a pesar de tener un

comportamiento similar a los modelos anteriores respecto a los puntos de observación, se puede notar que la producción de finos atorado es mínima, aunque no insignificante, pues esto permite que se pueda reducir la permeabilidad y así poder abarcar mayores zonas de flujo en todo el sistema, ya que en todos los modelos el bloqueo por finos se presenta desde la vecindad del pozo inyector y a un menor tiempo, obligando así al fluido tener una mayor trayectoria que recorrer para alcanzar aquellas zonas no barridas y a la vez bloqueando aquellos canales indeseados de flujo que puedan afectarnos.

## 7.7. Perfil de concentración de los finos atorados en un corte horizontal

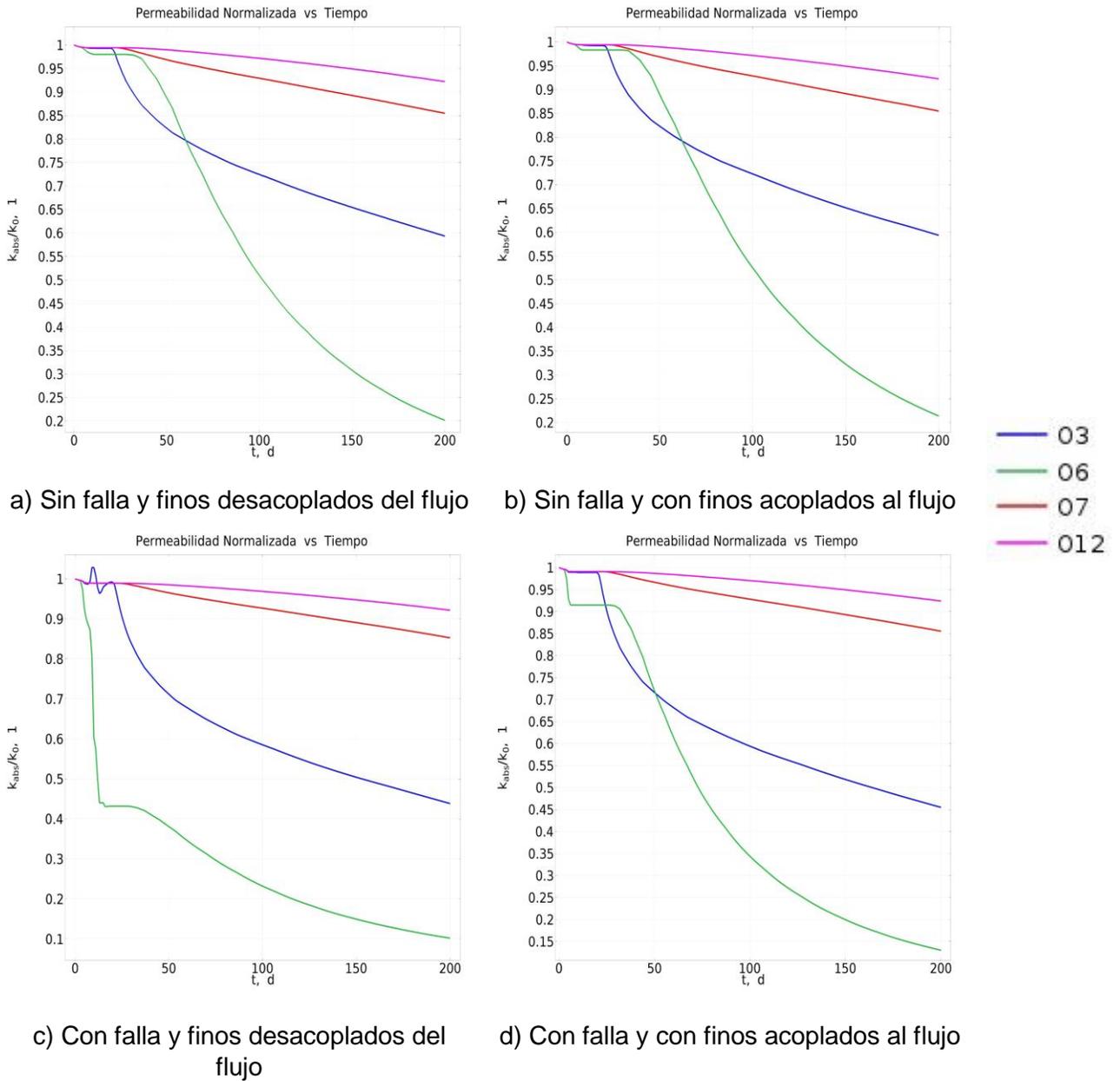


**Figura 7-7.** Perfiles de concentración de finos atorados respecto a la longitud de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo y (d) Con falla y finos acoplados al flujo en un corte horizontal al sistema de una longitud total de 848.53 m, atravesando por los pozos: productor ( $p4$ ), inyector ( $p1$ ), y productor ( $p2$ ), mostrando el comportamiento a siete tiempos distintos.

El comportamiento en la **Figura 7-7** de los finos atorados versus la longitud horizontal de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, y (b) Sin falla y finos acoplados al flujo muestran una variación relativamente baja, a través de los pozos: productor  $p4$ , inyector  $p1$ , y productor  $p2$ , como se puede observar, en el modelo (a) la mayor concentración de finos atorados se registra cercano al pozo inyector; conforme al paso del tiempo y distancia se van depositando y atorando en los pozos productores en mínimas cantidades, similar a este comportamiento es en modelo (b), de igual manera en los pozos productores no se alcanza una concentración considerable de finos atorados, sin embargo en este caso se tiene presente el efecto de finos involucrado dentro de la función de permeabilidad, provocando así menor cantidad registrada de finos atorados a lo largo de la trayectoria del flujo, y marcando un paso gradual respecto al tiempo.

El comportamiento de los modelos (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, respecto a la longitud horizontal del sistema, nos muestran que hay mayor concentración de finos atorados, consecuencia de la falla conductiva presente, ya que teniendo una permeabilidad mayor en el sistema, el flujo de fluido tiende a llevar una trayectoria más veloz, y con mayor alcance a ciertas áreas de interés, como lo son aquellas que no suelen tener una eficiencia de barrido. En el modelo (c) es donde se alcanza el máximo de concentración de finos atorados de todos los modelos, en el pozo inyector ( $p1$ ), debido a la alta permeabilidad, mientras que en los pozos 2 y 4 ( $p2$ ,  $p4$ ), alcanza una concentración del orden  $\times 10^{-4}$ , menor concentración por causa de la trayectoria de los finos hacia los pozos productores. En el modelo (d), la concentración que se tiene es poca a diferencia de todos los demás modelos, ya que la función de permeabilidad tiene involucrada la función de finos atorados.

## 7.8. Comportamiento de la permeabilidad en función del tiempo

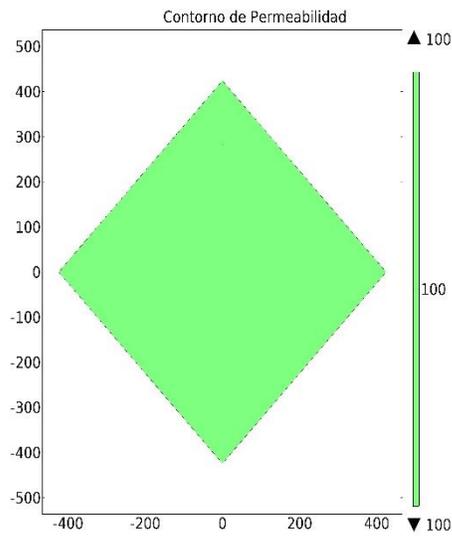


**Figura 7-8.** Perfiles de permeabilidad normalizada respecto al tiempo de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y con finos acoplados al flujo, en cuatro puntos de observación distribuidos en el eje horizontal los puntos O3 y O6, en el eje transversal el punto O7, y en el eje vertical el punto O12.

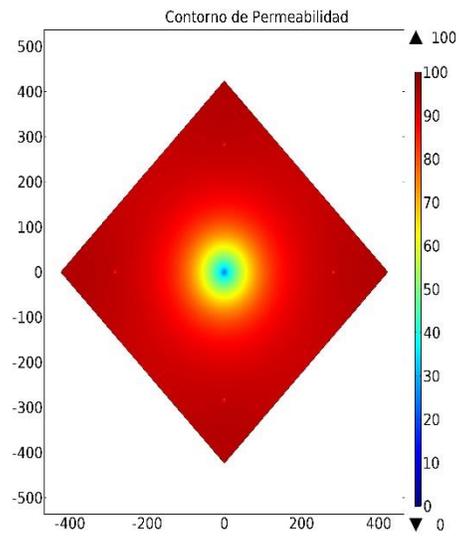
En la **Figura 7-8** de la permeabilidad normalizada de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo y (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, nos muestra un comportamiento similar, a simple vista el comportamiento de la permeabilidad a lo largo del sistema tiene un decremento significativo principalmente en los puntos de observación O6 y O3, que son los puntos que están en la vecindad del pozo productor e inyector, respectivamente, la permeabilidad declina después del cambio de salinidad, debido al desprendimiento de finos, mismos que van bloqueando las gargantas de poro, y bloquean canales de flujo, permitiendo así una mejor eficiencia de barrido por otras áreas. En este caso el efecto de finos dentro de la permeabilidad no llegó a afectar al comportamiento de la declinación de permeabilidad normalizada, ésta se muestra para ver su cambio como una fracción de la permeabilidad original, y para ver la variación que se tiene cuando se va implementado el método

El comportamiento en los modelos (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, podemos ver el cambio de la permeabilidad original, cabe mencionar que debido a la presencia de una falla en ambos modelos la declinación de la permeabilidad se presenta de manera más rápida, sobre todo en los puntos de observación O3 y O6, en las vecindades de los pozos es donde se van atorando las gargantas de poro y por ende declina la permeabilidad, en el modelo (c), la caída de permeabilidad es más pronunciada debido a que el efecto de finos atorados no está presente, y hay una mayor área de transito del flujo, ya que hay mayor permeabilidad y hay un aumento de velocidad, entonces se desprenden una mayor cantidad de finos y se van depositando a lo largo del tiempo, con la finalidad de ir bloqueando canales de flujo, cabe mencionar que en los puntos de observación O7 y O12 no se muestra una declinación significativa ya que son puntos fuera del área de la falla, sin embargo no son menos importantes ya que si existe una mínima declinación a lo largo del sistema. En el modelo (d), podemos observar una declinación un poco más paulatina debido al efecto de finos atorados dentro de la función de permeabilidad.

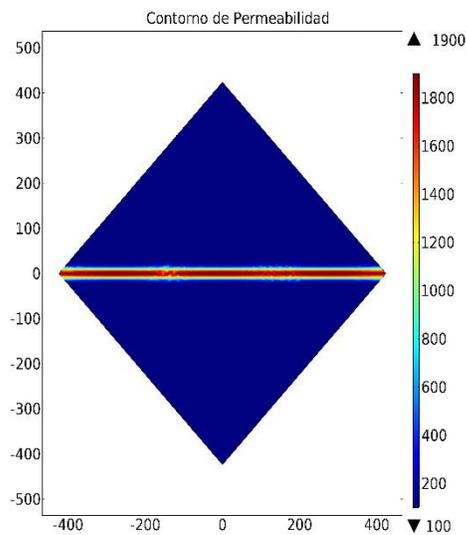
## 7.9. Curvas de contorno de la permeabilidad



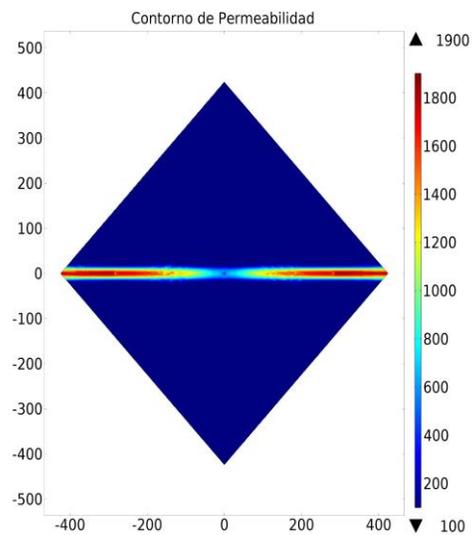
a) Sin Falla y Finos Desacoplados del Flujo



b) Sin Falla y con Finos Acoplados al Flujo



c) Con Falla y Finos Desacoplados del Flujo



d) Con Falla y con Finos Acoplados al Flujo

**Figura 7-9.** Perfiles de contorno de permeabilidad de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, y (d) Con falla y finos acoplados al flujo, al tiempo de 200 días.

Los perfiles de contorno en la **Figura 7-9** de los modelos (a) Sin falla y finos desacoplados del flujo, y (b) Sin falla y finos acoplados al flujo, nos muestran el comportamiento de la declinación de la permeabilidad a lo largo del sistema, en el modelo (a), se muestra una permeabilidad constante que es de 100 mD, en el modelo (b), está involucrado el efecto de finos en la función de permeabilidad, por lo cual comenzará una declinación de permeabilidad en la vecindad del pozo inyector, debido a la alta velocidad que llega alcanzar y esta provoca el desprendimiento de los finos, mismo que bloquearan gargantas de poro; posteriormente ocurre en las vecindades de los pozos productores, dando lugar a una declinación de permeabilidad paulatina en el sistema y permitiendo un comportamiento radial de flujo.

El comportamiento de los modelos (c) y (d), son con una falla conductiva asociada. En el modelo (c) Con falla y finos desacoplados del flujo, se reflejan las dos permeabilidades, la del sistema que es de 100 mD, y la de la falla conductiva de 1900 mD, cabe mencionar que la falla tiene un espesor de 40 m, en este caso la cantidad de finos que pudieran desprenderse y tapar gargantas de poro es mínima en las cercanías de los pozos, debido a la zona de alta permeabilidad, se puede apreciar que pueden atorarse gargantas de poro a lo largo de la falla conductiva, por lo que poco a poco se va bloqueando ligeramente la zona, únicamente ocurre en la zona de la falla, ya que en las zonas superior e inferior, donde se encuentran los pozos 2 y 5 no hay mayor afectación a la permeabilidad. En el modelo (d) Con falla y finos acoplados al flujo, podemos observar que el efecto de finos atorados dentro de la función de permeabilidad si bloquea las gargantas de poro principalmente en la vecindad del pozo inyector, y de manera gradual, hasta disminuir la permeabilidad, permitiendo así un flujo horizontal.

# CONCLUSIONES

1. Se desarrolló un modelo para describir el efecto del desprendimiento de finos y el efecto del bloque de poros sobre la permeabilidad en una formación arenociliosa, donde se observó la capacidad de la inyección a invadir zonas vecinas usando finos para reducir permeabilidad; analizando el efecto de finos considerando dos casos: uno sin falla, otro con la falla. Cada uno de ellos con dos sub-casos: uno en el cual la permeabilidad no se vio afectada por los finos atorados (solo se analiza la dinámica de los finos) y el otro donde sí se ve afectada (i.e. la permeabilidad cambia por finos atorados). Cabe señalar que los resultados de las simulaciones se validaron cualitativamente, obteniéndose resultados congruentes con los comportamientos reportados en la literatura.

2. Se confirmó que la cantidad de finos desprendidos tiene una relación directa con la velocidad de inyección y las constantes de desprendimiento y atoramiento. Asimismo, se observó que la sección de mayor influencia del tratamiento ocurre cerca del pozo, llegando a un punto máximo en la concentración de finos móviles para las condiciones de salinidad definidas durante la inyección, después de la cual los finos comienzan a depositarse debido a la sobresaturación, creando un frente que transporta las condiciones de cierre de los poros y altera la permeabilidad del sistema. De esta manera, se provoca un cambio en las líneas de flujo en el medio poroso, favoreciendo el barrido de nuevas secciones.

3. Se confirmó la conveniencia de utilizar cambios en las condiciones de salinidad del agua inyectada, de un perfil generado con una salmuera con una alta concentración de sal a uno con una concentración menor, para mejorar el alcance del frente de taponamiento debido al desprendimiento de finos.

4. Las relaciones observadas entre las concentraciones de sal y la distancia de penetración del frente de taponamiento permite visualizar la conveniencia de implementar este método de inyección a través de esquemas basados en la inyección de baches de distintas salinidades y con diferente duración para aumentar el alcance del taponamiento y favorecer el barrido de nuevas secciones del yacimiento.

5. En este trabajo se presentó el planteamiento matemático para poder comprender y analizar el comportamiento de la dinámica de finos en flujo monofásico, con el objetivo de tener un sustento que nos permita en un futuro analizar el flujo bifásico para poder comparar con datos reales de algún campo petrolero y así visualizar la factibilidad de este método. Cabe mencionar que el modelo monofásico tiene utilidad en el caso de campos maduros con bajo nivel de saturación de aceite sujetos a inyección de agua, lo anterior para analizar zonas con problemas de pérdida de agua de inyección debida a canales de comunicación directa entre un pozo inyector y pozos productores. Entre otras cosas, este modelo permitirá determinar el periodo de tiempo de inyección de agua de baja salinidad requerido para comenzar a bloquear canales indeseados de flujo.

## **Recomendaciones**

1. Extender los estudios realizados con el modelo presentado para encontrar una relación entre las concentraciones de sal, la distancia de penetración y la porosidad.

2. Realizar el modelo matemático para un flujo bifásico, con la finalidad de ver el efecto real de la recuperación de hidrocarburos.

3. Para aplicar el modelo aquí planteado a casos específicos en yacimientos areno – arcillosos es necesario la realización de experimentos de laboratorio a fin de determinar los parámetros concretos involucrados en el proceso de desprendimiento de finos y de taponamiento de gargantas de poro.

# BIBLIOGRAFÍA

A., M. R. S. y. S., 2007. Coupled Numerical Modelling of Reservoir Flow with Formation Plugging. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 46(3), pp. 54-59.

A., Z. & Lemon, P. y. B. P., 2011. *Effects of Induced Migration of Fines on Water Cut during Waterflooding*. Manama, Bahrain, s.n.

Ahmetgareev, V., Zeinijahromi, A., Badalyan, A. & Khisamov, R. y. B. P., 2015. Analysis of Low Salinity Waterflooding in Bastrykskoye Field.. *Petroleum Science and Technology*, Issue 33, pp. 561-570.

Anon., 2014. Modelling and simulation of gravel-pack damage due to particle transport by single phase flow in cased hole completion. *Int. J. Oil, Gas and Coal Technology*, 7(2), pp. 152-168.

Austad, T., 2013. Water- based EOR in carbonates and sandstones:new chemical understanding of the EOR potential using "Smart Water". En: *Enhanced oil recovery field case studies*. Amsterdam: Elsevier, pp. 301-335.

Bedrikovetsky, P., Siqueira, F., Furtado, C. & Souza, L., 2011. Modified Particle Detachment Model for Colloidal Transport in Porous Media.. *Transport in Porous Media*, Volumen 86, pp. 353-383.

Bedrikovetsky, P., Siqueira, F., Furtado, C. & Souza, L., 2011. Modified Particle Detachment Model for Colloidal Transport in Porous Media.. *Transport in Porous Media*, Volumen 86, pp. 353-383.

Chen, Z., 1962. *Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery*. Calgary(Alberta): SIAM.

Coronado, M. & Díaz-Viera, M., 2017. Modeling fines migration and permeability loss caused by low salinity in porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Issue 150.

D., R. & L., H. L. y. N., 2008. *Injectivity Decline from Produced-Water Reinjection: New Insights on In-Depth Particle-Deposition Mechanisms..* Scheveningen, Netherlands., s.n.

Dang, C. y otros, 2013. *State-of-the-Art Low Salinity Waterflooding for Enhanced Oil Recovery*. Jakarta, Indonesia, SPE 165903, s.n.

Faruk, C., 2010. Non-isothermal Permeability Impairment by Fines Migration and Deposition in Porous Media including Dispersive Transport. *Transp Porous Med* , Issue 85, pp. 233-258.

- Fogden, A., Kumar, M. & Morrow, N. R. y. B. J. S., 2011. Mobilization of Fine Particles during Flooding of Sandstones and Possible Relations to Enhanced Oil Recovery. *Energy Fuels*, Issue 25 , pp. 1605-1616.
- Guido, K., 2007. *Mathematical Modeling of Fines Migration and Clogging in Porous Media.* , Atlanta, Georgia.: s.n.
- H.S., K. K. y. F., 1984. The Existence of a Critical Salt concentration for Particle Release.. *Journal of Colloid and Interface Science*, 101(1), pp. 214-224.
- H.S., M. K. y. F., 1997. Colloidally Induced Smectitic Fines Migration: Existence of Microquakes.. *AIChE Journal*, 43(3), pp. 565-576.
- Hussain, F. y otros, 2013. An experimental study of improved oil recovery through fines-assisted waterflooding.. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Issue 109, pp. 187-197.
- J., V. J. y. S., 2006. *Particle Clogging in Radial Flow: Microscale Mechanisms.* San Diego, s.n.
- Ju, B. y otros, 2006. *A Novel 3D Field-Scale Reservoir Numerical Simulator for Predicting the Fines Migration and Production Performance.* Vienna, Austria. , s.n.
- K.E., W. & A., B. G. y. H. A., 1995. *Modelling Fines Mobilization, Migration and Clogging.* Hague, Netherlands., s.n.
- Lemon, P., Zeinijahromi, A. & Bedrikovetsky, P. y. S. I., 2011. Effects of Injected Water Salinity on Waterflood Sweep Efficiency Through Induced Fines Migration.. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, pp. 82-94.
- Mohan, K., Vaidya, R. & Reed, M. y. F. H., 1993. Water sensitivity of sandstones containing swelling and non-swelling clays.. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Issue 73, pp. 237-254.
- Mojarad, R. & Settari, A., 2007. Coupled Numerical Modelling of Reservoir Flow with Formation Plugging. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 46(3), pp. 54-59.
- Pang, S. & Sharma, M., 1997. *A Model for Predicting Injectivity Decline in Water-Injection Wells.* New Orleans, s.n.
- Qiu, K., Gherryo, Y. & Shatwan, M. y. M. W., 2008. *Fines Migration Evaluation in a Mature Field Libya.* Perth, Australia., s.n.
- R.M., C. F. y. K., 1987. *Effect of Clay Swelling and Fines Migration on Formation Permeability.* Oklahoma, s.n.
- S., V. & K., S. M. y. S. K., 1988. *A One-Dimensional Formation Damage Simulator Damage Due to Fines Migration.* Bakersfield, California., s.n.
- Sarkar, A. K. & Sharma, M., 1990. *Fines Migration in Two-Phase Flow.* Long Beach, California., s.n.
- Sheng, J., 2014. Critical review of low-salinity waterflooding. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Issue 120, pp. 216-224.

- Tang, G. y. M. N., 1999. Influence of brine composition and fines migration on crude oil/brine/rock interaction and oil recovery. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Issue 24, pp. 99-111.
- Van Genuchten, M. T. & Alves, W., 1982. Analytical Solutions of the One-Dimensional Convective-Dispersive Solute Transport Equation. *United States Department of Agriculture*, Junio, Issue 1661, p. 151.
- Wennberg, K., Batrouni, G. & Hanes, A., 1995. *Modelling Fines Mobilization, Migration and Clogging*. The Hague, Netherlands., s.n.
- Y.C., S. M. y. Y., 1987. Transport of Particulate Suspensions in Porous Media: Model Formulation.. *AIChE JOURNAL*, 33(10), pp. 1636-1643.
- Zeinijahromi, A. & Bedrikovetski, P., 2015. New method of controlling excessive water production in wells using induced formation damage. *APPEA Journal*, 55(2), pp. 485-485.
- Zeinijahromi, A., Al-Jassasi, H., Zhang, Y. & Begg, S. y. B. P., 2014. *Edge-Water Drive Recovery Enhancement by Induced Fines Migration*. Adelaide, Australia, SPE, pp. 1-15.
- Zeinijahromi, A. & Bedrikovetsky, P., 2016. *Water production control using low-salinity water injection*. Perth Australia, s.n.
- Zeinijahromi, A. & Borazjani, y. B. P., 2014. *Low Salinity Fines-Assisted Water-flood: Analytical Modelling and Reservoir Simulation*.. Adelaide, Australia, s.n.
- Zeinijahromi, A. & Nguyen, T. y. B. P., 2013. *Mathematical Model for Fines-Migration-Assisted Waterflooding With Induced Formation Damage*. Noordwijk, Netherlands, s.n.
- Zeinijahromi, A., Vaz, A., Bedrikovetsky, P. & Borazjani, S., 2012. Effects of Fines Migration on Well Productivity During Steady State Production.. *Journal of Porous Media*, 15(7), pp. 665-679.
- Zeinijahromi, A., Vaz, A. & Bedrikovetsky, P. y. B. S., 2011. Effects of Fines Migration on Well Productivity During Steady State Production.. *Journal of Porous Media*, 15(7), pp. 665-679.
- Zeinijahromi, A. y. B. P., 2013. *Physics Mechanisms of Enhanced Recovery By Fines-migration-assisted Waterflooding (Laboratory Study)*. Noordwijk, Netherlands, s.n.

# APÉNDICE A

## A.1 BREVE DESCRIPCIÓN DE TRABAJOS DE LITERATURA

Tabla A. 1 Breve descripción de trabajos de la literatura.

ARTÍCULO	AÑO	AUTOR	CONTENIDO				
			DESCRIPCIÓN BÁSICA DE PARTES DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN COMPLETA DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN DE EXPERIMENTOS EN LABORATORIO	DESCRIPCIÓN DE APLICACIONES GENERALES EN CAMPO	APLICACIÓN ASOCIADA A DAÑO DE POZO
1. Analysis of Low Salinity Waterflooding in Bastrykskoye Field	2015	V. Ahmetgar eev, et al.			✓	✓	
2. Modelling and simulation of gravel-pack damage due to particle transport by single phase flow in cased hole completion	2014	B. Mirshekari, et al.	✓				
3. Edge-Water Drive Recovery Enhancement by Induced Fines Migration	2014	A. Zeinijahromi, et al.		✓			✓
4. Low Salinity Fines-Assisted Water-flood: Analytical Modelling and	2014	A. Zeinijahromi, et al.		✓	✓		✓

**Tabla A. 1** Breve descripción de trabajos de la literatura.

ARTÍCULO	AÑO	AUTOR	CONTENIDO					
			DESCRIPCIÓN BÁSICA DE PARTES DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN COMPLETA DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN DE EXPERIMENTOS EN LABORATORIO	DESCRIPCIÓN DE APLICACIONES GENERALES EN CAMPO	APLICACIÓN ASOCIADA A DAÑO DE POZO	
Reservoir Simulation								
5. Critical review of low-salinity waterflooding (Laboratory Study)	2014	J.J. Sheng.	✓		✓	✓		✓
6. An experimental study of improved oil recovery through fines-assisted waterflooding	2013	F. Hussain, et al.	✓		✓			
7, Mathematical Model for Fines-Migration Assisted Waterflooding With Induced Formation Damage	2013	A. Zeinijahromi, et al.		✓	✓			
8. Physics Mechanisms of Enhanced Recovery By Fines-migration-assisted Waterflooding (Laboratory Study)	2013	A. Zeinijahromi y P. Bedrikovetsky.	✓		✓			✓
9. Effects of Fines Migration on Well Productivity During Steady State Production	2012	Zeinijahromi A.		✓				
10. Effects of Induced Migration of Fines on Water Cut during Waterflooding	2011	Zeinijahromi A.	✓		✓			✓
11. Effects of Injected Water Salinity on	2011	Lemon P.		✓				

**Tabla A. 1** Breve descripción de trabajos de la literatura.

ARTÍCULO	AÑO	AUTOR	CONTENIDO					
			DESCRIPCIÓN BÁSICA DE PARTES DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN COMPLETA DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN DE EXPERIMENTOS EN LABORATORIO	DESCRIPCIÓN DE APLICACIONES GENERALES EN CAMPO	APLICACIÓN ASOCIADA A DAÑO DE POZO	
Waterflood Sweep Efficiency Through Induced Fines Migration								
12. Mobilization of Fine Particles during Flooding of Sandstones and Possible Relations to EOR	2011	Fogden A.			✓			
13. Non-isothermal Permeability Impairment by Fines Migration and Deposition in PM Including Dispersive Transport	2010	Civan F.		✓				
14. Modified Particle Detachment Model for Colloidal Transport in Porous Media	2010	Bedrikovetsky P.		✓	✓			
15. Injectivity Decline from Produced-Water Reinjection: New Insights on In-Depth Particle-Deposition Mechanisms	2008	Rousseau D.			✓			
16. Fines Migration Evaluation in a Mature Field Libya	2008	Qiu K.				✓		
17. Mathematical Modeling of Fines Migration and Clogging in PM	2007	Kampel G.			✓			

**Tabla A. 1** Breve descripción de trabajos de la literatura.

ARTÍCULO	AÑO	AUTOR	CONTENIDO				
			DESCRIPCIÓN BÁSICA DE PARTES DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN COMPLETA DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN DE EXPERIMENTOS EN LABORATORIO	DESCRIPCIÓN DE APLICACIONES GENERALES EN CAMPO	APLICACIÓN ASOCIADA A DAÑO DE POZO
18. Coupled Numerical Modelling of Reservoir Flow with Formation Plugging	2007	Mojarad R.S		✓	✓	✓	
19. A novel 3D Field-Scale Reservoir Numerical Simulator for Predicting the Fines Migration and Production Performance	2006	Ju B.	✓				
20. Particle Clogging in Radial Flow: Microscale Mechanisms	2006	Valdes J.	✓		✓		
21. Influence of brine composition and fines migration on crude oil/brine/rock interaction and oil recovery	1999	Tang G.			✓		
22. Colloidally Induced Smectitic Fines Migration: Existence of Microquakes.	1997	Mohan K.	✓		✓		
23. A model for Predicting Injectivity Decline in Water-Injection Wells	1997	Pang S.	✓		✓		
24. Modelling Fines Mobilization, Migration and Clogging	1995	Wennberg K.E.		✓			

**Tabla A. 1** Breve descripción de trabajos de la literatura.

ARTÍCULO	AÑO	AUTOR	CONTENIDO				
			DESCRIPCIÓN BÁSICA DE PARTES DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN COMPLETA DE UN MODELO	DESCRIPCIÓN DE EXPERIMENTOS EN LABORATORIO	DESCRIPCIÓN DE APLICACIONES GENERALES EN CAMPO	APLICACIÓN ASOCIADA A DAÑO DE POZO
<b>25. Water sensitivity of sandstones containing swelling and non-swelling clays</b>	1993	Mohan Krishna K.,			✓		✓
<b>26. Fines Migration in Two-Phase Flow</b>	1990	Sarkar Amit K.,			✓	✓	
<b>27. A One-Dimensional Formation Damage Simulator for Damage Due to Fines Migration</b>	1988	Vitthal S.	✓				✓
<b>28. Transport of Particulate Suspensions in Porous Media: Model Formulation</b>	1987	Sharma M.	✓				
<b>29. Effect of Clay Swelling and Fines Migration on Formation Permeability.</b>	1987	Civan F.		✓			
<b>30. The Existence of a Critical Salt concentration for Particle Release.</b>	1984	Khilar K.	✓		✓		

**1. 2015, V. Ahmetgareev et al. - Analysis of Low Salinity Waterflooding in Bastrykskoye Field.** (Ahmetgareev, et al., 2015)

Se analiza la inyección de agua de baja salinidad en el campo Bastrykskoye, utilizando un modelo matemático de inyección de agua asistido por finos. Se emplea el software *Tempest* para modelar y comparar el factor de recuperación en dos casos: inyección de agua de baja salinidad e inyección de agua de formación. La recuperación adicional con la inyección de agua de baja salinidad resulta por el cambio de composición de agua inyectada. Bastrykskoye es un campo en Rusia que consiste en dos capas de areniscas aisladas, con poca interacción hidrodinámica entre ellas. El resultado de la inyección de agua de baja salinidad fue un bajo incremento de recuperación de aceite y una baja disminución de corte de agua en comparación con lo obtenido con la inyección de agua de formación. La permeabilidad relativa disminuyó cinco veces debido a la migración de finos.

**2. 2014, Mirshekari B., Modelling and simulation of gravel-pack damage due to particle transport by single phase flow in cased hole completion.** (Anon., 2014)

En este trabajo se desarrolla un modelo de reducción de permeabilidad por la migración de finos en un empaquetamiento de grava, como los usados en la terminación de pozos. El modelo es de una sola fase y considera la situación no estacionaria de migración de finos y flujo no-darciano, debido a la alta velocidad del fluido cerca de la perforación y del empaquetamiento de grava. Se usan ecuaciones de continuidad y momento para los finos y el fluido. Este modelo asume que tanto fluido como el sólido son incompresibles, que el proceso es isotérmico y que el efecto de la gravedad es despreciable. El planteamiento lleva a un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que se resuelve usando un esquema de diferencias finitas implícito. Se hace un análisis de la eficiencia del pozo basado en diversos parámetros tales como densidad, diámetro y ángulo de las perforaciones. Los resultados se usan para predecir el factor de daño al pozo.

**3. 2014, A. Zeinijahromi et al. - Edge-Water Drive Recovery Enhancement by Induced Fines Migration.** (Zeinijahromi, et al., 2014)

El tema es la recuperación mejorada de aceite inducida por migración de finos en la inyección lateral de agua. La aplicación de un modelo muestra que la inyección de un pequeño volumen de agua de baja salinidad aumenta la vida de producción del yacimiento y la recuperación de aceite en un 4.5 %. Se analiza que la reducción de permeabilidad de la roca debido a la inyección de agua de baja salinidad es por la movilización de partículas, y el taponamiento de gargantas de poros. Siguiendo trabajos previos de Bedrikovetsky se propone una función de retención máxima que se incluye en el modelado de migración de finos. La retención máxima se expresa a través del número de erosión, el cual depende directamente de cuatro fuerzas que determinan el equilibrio de anclaje de los finos en la superficie de la roca: fuerza de arrastre, de elevación (o flotación), gravitacional, electrostática. El sistema de ecuaciones considera flujo de dos fases. Se emplea un modelo modificado empleado para simular la inyección de polímeros, el cual matemáticamente contiene un efecto que es equivalente al de la migración y bloqueo de finos. Se utiliza el simulador Eclipse de aceite negro.

**4. 2014, Zeinijahromi A., Low Salinity Fines-Assisted Water-flood: Analytical Modelling and Reservoir Simulation.** (Zeinijahromi & Borazjani, 2014)

Se discute la inyección de agua de baja salinidad asistida por finos, con ello se obtiene un incremento en la recuperación de aceite ya que el taponamiento por finos incrementa la eficiencia de barrido. La idea es introducir un bache de agua de baja salinidad en el proceso normal de inyección de agua de alta salinidad. El yacimiento considerado consiste en dos capas una de alta y otra de baja permeabilidad. El bache de agua de baja salinidad se inyecta solamente en la capa de alta permeabilidad para provocar el bloqueo por finos e inducir el barrido de la capa de baja permeabilidad. En el trabajo se calcula el tamaño mínimo del bache de agua de baja salinidad para obtener la recuperación máxima de aceite. La

inyección de agua de baja salinidad para inducir el efecto de los finos es llamada FAW (Kruijsjuik et,al, 2011). Un modelo matemático, propuesto por Yuan y Shapiro (2011) y Zeinijahromi et al.(2011), introduce la inyección de agua de baja salinidad y el taponamiento de finos como inyección de polímeros en el caso de aceite negro. El sistema de ecuaciones del modelado matemático para la migración de finos por inyección de agua de baja salinidad incluye balance volumétrico para dos fases (agua y aceite), desprendimiento y cinética de finos, conservación de la masa de la sala, y la ley de Darcy. Se tiene así un sistema de seis ecuaciones con seis variables: saturación de agua y aceite, presión de agua y aceite, concentración de partículas liberadas partículas atoradas. Este sistema contiene la curva de flujo fraccional de agua la cual depende de la saturación y la cantidad de partículas atoradas.

**5. 2014, J.J. Sheng. Critical review of low-salinity waterflooding.** (Sheng, 2014)

Se hace un análisis de los posibles mecanismos físicos que pueden explicar la recuperación adicional de aceite inducida por la inyección de agua de baja salinidad (LSWF) examinando observaciones de campo, resultados de laboratorio y modelos propuestos por diversos autores, como Morrow y Jadhunandan (1990), Yildiz (1996), Tang (1997), Sharma y Filoco (1998), McGuire (2005), Zhang (2006) y muchos otros. Se mencionan 17 mecanismos que han sido considerados a escala mundial para explicar el proceso LSWF, entre otros: movilización de finos, liberación de partículas de mojabilidad mixta o mojabilidad al agua, incremento de pH y reducción de la tensión interfacial, intercambio iónico multicomponente, efecto de doble capa (fuerzas de Van de Waals), efecto “salting-in”, presión osmótica, alteración de la mojabilidad. En el artículo se analiza cada uno de los mecanismos y se menciona que el fenómeno de cambio de mojabilidad parece ser el más convincente para explicar el comportamiento de la inyección de agua de baja salinidad. También se hace referencia al esquema que emplean diversos autores

para introducir el cambio de permeabilidad relativa y presión capilar como función de la salinidad en el modelo.

**6. 2013, Hussain F., An experimental study of improved oil recovery through fines-assisted waterflooding.** (Hussain, et al., 2013)

Se realiza un estudio sistemático experimental para investigar los mecanismos físicos de la recuperación mejorada como una consecuencia de la inyección de agua de baja salinidad. Se utilizan tres tapones de arenisca Berea. El primer tapón se sometió a inyección de una sola fase, agua, para mediciones de permeabilidad con variaciones de salinidad. Al segundo tapón se inyectó en primer lugar aceite y después fue saturado con agua de alta salinidad. Al tercero se hizo inyección de agua de baja salinidad y se registró la recuperación de aceite. Los fluidos utilizados fueron: aceite Soltrol, agua destilada y salmuera a varias salinidades. Los resultados fueron analizados usando un modelo numérico del cual se obtiene el flujo fraccional y la disminución de la permeabilidad relativa del agua. Este estudio únicamente considera los efectos de la migración de finos. La permeabilidad relativa durante la liberación de finos e inyección asistida por finos fue ajustada a curvas de producción e historias de abatimiento de presión.

**7. 2013, Zeinijahromi A., Mathematical Model for Fines-Migration Assisted Waterflooding With Induced Formation Damage.** (Zeinijahromi & Nguyen, 2013)

Se plantean nuevas ecuaciones básicas para la inyección de agua con variación de salinidad que describen el desprendimiento de partículas finas, su migración y su detenimiento (atoramiento) en los poros. Se introduce una concentración máxima de finos adheridos a la roca como una función de la salinidad del agua. Se encuentra equivalencia entre el modelado de flujo bifásico con migración de finos con el modelado de la inyección de polímeros, por lo que se pueden usar simuladores comerciales de inyección de polímeros para analizar el

efecto de los finos. El modelo matemático describe el incremento en la eficiencia de barrido causado por la migración de finos. El sistema de ecuaciones que rige el modelo para dos fases aceite-agua con movilización de finos contiene ecuaciones de conservación del flujo total bifásico, conservación del agua, conservación de sal, ley de Darcy y ecuaciones de balance de fino adheridos y de finos atoradas.

**8. 2013, Zeinijahromi A., Physics Mechanisms of Enhanced Recovery By Fines-migration-assisted Waterflooding (Laboratory Study).** (Zeinijahromi, 2013)

Se realizaron estudios de laboratorio para analizar los mecanismos físicos de recuperación mejorada por inyección de agua asistida por finos. Se utilizaron seis muestras de núcleo de arenisca Berea. En ellos primeramente se realizaron experimentos de invasión escalonada por agua de salinidad decreciente, esto para verificar la presencia de finos en la roca. Posteriormente se hizo invasión secuencial con agua de formación, re-establecimiento de agua congénita con aceite y agua pura. Se midió la concentración de partículas sólidas en las muestras de agua efluente a la salida (sistema PAMAS SVSS), las permeabilidades relativas (métodos Welge-JBN). La alteración de la mojabilidad es considerada como el mecanismo más importante que explica la migración de finos. Zeinijahromi et al. (2011) propone que el mecanismo para recuperación mejorada de aceite durante la inyección de agua pura es la reducción de la permeabilidad del agua debido a la movilización, migración o atoramiento de finos, presentando un modelado matemático para dicho proceso, este no cuenta con un estudio experimental. Se menciona un modelo previo de Bedrikovetsky et al. (2012) para el desprendimiento de partículas durante la inyección de agua de baja salinidad. En él se introduce una función de máxima retención, asociado a la alteración de salinidad de la salmuera. El mecanismo de liberación de finos para una fase puede ser descrito por la existencia de un balance de torques in-situ en las partículas adheridas a la superficie de la roca. En dos fases la movilización de finos asume que las partículas in-situ únicamente pueden liberarse del área expuesta al agua de baja salinidad.

**9. 2012, Zeinijahromi A., Effects of Fines Migration on Well Productivity During Steady State Production. (Zeinijahromi, et al., 2011)**

Se desarrolla un modelo con régimen de producción estable para predecir la declinación de productividad del pozo, planteando nuevas ecuaciones básicas de una sola fase para el desprendimiento de partículas de finos y su atoramiento por tamaño en algunas de ellas, causando así la declinación de la permeabilidad. La producción contiene una acumulación gradual de partículas atoradas, provocando que crezca linealmente el factor de daño con la producción de finos del yacimiento. Se emplean datos de producción de un pozo para ajustar el modelo, el cual asume valores pequeños de concentración de partículas retenidas (atoradas). El modelo predice la declinación del pozo debido a la producción de finos.

**10.2011, Zeinijahromi A., Effects of Induced Migration of Fines on Water Cut during Waterflooding. (A. & Lemon, 2011)**

Se utiliza el modelo de Dietz extendido para la inyección de agua con caída de presión entre la inyección y la producción de pozos. Se muestra la declinación de la permeabilidad en la zona de barrido provocada por la alteración de la composición del agua de inyección y la migración de finos. El modelo es utilizado en dos dimensiones para observar las diferencias en el comportamiento de la inyección de agua con y sin migración de finos. Éste considera principalmente: un frente de desplazamiento tipo pistón en cada capa, que la gravedad y los efectos de capilaridad son insignificante, inyección de agua dentro de cada capa y ciertas curvas de saturación y permeabilidades relativas para todas las capas. Se encuentra que es posible mejorar el rendimiento de la inyección de agua al retrasar la irrupción de agua y reducir la producción de ésta en pozos productores. La investigación se centra en los efectos de la composición del agua en la mojabilidad, permeabilidad relativa, presión capilar y saturación residual del aceite, considerando sobre todo el efecto de migración de finos para control de la movilidad. De acuerdo al modelo de movilización de finos por alteración química del agua de inyección, la

máxima concentración de partículas retenida depende de la velocidad de flujo, fuerza iónica del agua y su pH.

**11.2011, Lemon P., Effects of Injected Water Salinity on Waterflood Sweep Efficiency Through Induced Fines Migration.** (Lemon, et al., 2011)

Uno de los efectos comunes en la migración de finos es la declinación de la permeabilidad que quizá puede usarse para el control de movilidad de finos durante la inyección de agua. En este estudio se hace uso del modelo de Dietz, con las modificaciones incluidas por los efectos de migración de finos, para describir la inyección de agua en un yacimiento de capas con gasto de inyección y de producción constante. El modelo 2D de desprendimiento de partícula se basa en la teoría clásica de filtración. Los resultados son que la liberación de finos con la inyección de agua de baja salinidad puede mejorar la eficiencia de barrido. Técnicamente el volumen total de aceite remanente no se altera debido a que el modelo no considera otros efectos de la inyección de agua como alteración de la permeabilidad, la mojabilidad y la presión capilar. Éste sí involucra la función de máxima retención.

**12. 2011, Fogden A., Mobilization of Fine Particles during Flooding of Sandstones and Possible Relations to Enhanced Oil Recovery.** (Fogden, et al., 2011)

El estudio analiza experimentalmente la migración de finos en areniscas que contienen arcilla. En el experimento se utilizaron cuatro muestras (tapones) de areniscas Berea y aceite de la formación Minnelusa. Se empleó microscopía electrónica de barrido (SEM) para determinar la distribución de finos antes y después de la inyección de agua y aceite, justo en los mismos poros de la roca. Combinando esta técnica con espectroscopía se determinó también la distribución de mojabilidad en los poros. En el caso de inyección de sólo agua, cambiando de

alta a baja salinidad, el desprendimiento de finos fue bajo en comparación al nivel de desprendimientos de finos en dos fases, donde la baja salinidad también desplazó aceite crudo de zonas de mojabilidad mixta. Se observó que finos de mojabilidad mixta débilmente amarrados son desprendidos por el aceite que tiende a adherirse, migran y son depositados más adelante.

**13.2010, Civan F., Non-isothermal Permeability Impairment by Fines Migration and Deposition in Porous Media Including Dispersive Transport.** (Faruk, 2010)

Se analiza el deterioro de la permeabilidad por migración y depósito de finos en un medio poroso incluyendo procesos no isotérmicos. El deterioro de la permeabilidad se describe por un modelo fenomenológico de una dimensión aportando parámetros importantes de filtración del lecho profundo que puedan caracterizarse considerando la variación de temperatura y transporte de partícula por la advección y dispersión. Utilizando un esquema numérico de diferencias finitas, con y sin consideración del mecanismo de dispersión y variación de temperatura se pueden analizar los efectos de migración y depósito de finos, y consecuentemente la disminución de la permeabilidad en el medio poroso. Cabe mencionar que la variación de temperatura afecta el proceso de transporte y velocidad en el medio poroso en diversas maneras complicadas.

**14. 2010, Bedrikovetsky P., Modified Particle Detachment Model for Colloidal Transport in Porous Media.** (Bedrikovetsky, et al., 2011)

Se plantea un modelo modificado de desprendimiento de partículas para el transporte coloidal basado en el equilibrio mecánico de la adhesión de la partícula a la roca en el poro. Para ello se consideran fuerzas electrostáticas, de torque, de flotación y de arrastre por el fluido. Este modelo permite calcular diversos parámetros como la máxima concentración crítica de retención, coeficiente de

filtración y coeficientes de daño a la formación. El modelo matemático de filtración de lecho profundo (deep bed) contabiliza la captura de partículas, el desprendimiento y “atoramiento” en las gargantas de poro de la roca. Se habla de un desprendimiento térmico que es proporcional a la concentración de retención de partícula y el modelado es a micro escala. En este trabajo se introduce la concentración máxima de retención como una función adimensional de las fuerzas de desprendimiento de la partícula a la superficie entre las fuerzas de amarre a la misma. Este cociente es una función empírica del medio poroso.

**15. 2008, Rousseau D., Injectivity Decline from Produced-Water Reinjection: New Insights on In-Depth Particle-Deposition Mechanisms. (D. & L., 2008)**

En este trabajo experimental se analiza la reducción de inyectividad de pozos que aparece cuando se reinyecta agua de producción, fenómeno que puede ocurrir por la depositación de partículas sólidas o gotitas de aceite dentro de la propia formación. Se hace el modelado físico de los mecanismos de depósito de partículas usando dos tipos de partículas: gotitas de aceite en emulsiones en agua, y microesferas de látex electrostáticamente estabilizadas. Se considera que la relación entre tamaño de poro y tamaño de partícula sean suficientemente grande para asegurar la migración. El depósito superficial de partículas se analiza a través de tres tipos de regímenes: convección-difusión típica, depositación limitada por difusión y depositación limitada por reacción. El comportamiento y paso de un régimen a otro se analiza en términos del número de Peclet.

**16. 2008, Qiu K., Fine.s Migration Evaluation in a Mature Field Libya. (Qiu, et al., 2008)**

Se analizó el fenómeno de migración de finos y daño a la formación en el campo maduro de Libia, Messla en laboratorio, empleando datos de historia de

producción, eficiencia de pozos y estado de esfuerzos in-situ. Se hicieron pruebas de migración de finos a través de pruebas de velocidad crítica y de compresibilidad de volumen poroso en núcleos de roca. Los finos producidos y su composición se analizaron con las técnicas de microscopía electrónica de barrido (SEM) y de difracción de rayos X (XRD). Éstas indicaron que la mayoría de los finos son cuarzo con pequeñas cantidades de arcilla. A través de los experimentos se concluyó que la migración de finos en este campo no es relevante.

**17. 2007, Kampel G., Mathematical Modeling of Fines Migration and Clogging in Porous Media. (Guido, 2007)**

Se presenta un modelado matemático muy teórico de migración y atoramiento de finos en el medio poroso. Es un modelo bidimensional que considera el medio poroso como una red de canales de flujo, y para describir el flujo de finos se emplea la teoría de filtros. Los canales pueden quedar obstruidos por las partículas (finos) presentes en suspensión. En un canal bloqueado se interrumpe totalmente el flujo y el fluido deberá moverse por otros caminos. Debido a los choques con las paredes los finos se mueven a una velocidad menor a la del fluido y eventualmente se atorán y dejan de moverse. El proceso se describe por simulación numérica, involucrando el efecto de geometría de la red, la distribución de probabilidad de apertura de los canales, la distribución de probabilidad de tamaño de las partículas y la eficiencia de los filtros.

**18. 2007, Mojarad R.S., Coupled Numerical Modelling of Reservoir Flow with Formation Plugging. (A., 2007)**

Se acoplan dos modelos numéricos de flujo en el yacimiento con taponamiento de la formación. Uno de ellos es el modelo de filtración de lecho profundo (DBF), que se usa para predecir la declinación de la inyección de agua, la cual a su vez está caracterizada por dos parámetros empíricos: coeficiente de

filtración y coeficiente de daño a la formación. El otro es un modelo simple empírico de daño basado en velocidad. La ventaja de estos modelos es que, por ser empíricos, los datos de laboratorio y campo pueden ser válidos para implementarlos en un simulador de yacimientos. Ambos modelos dan características similares de daño. El modelo se aplica a datos de un yacimiento en el Golfo de México.

**19. 2006, Ju B., A novel 3D Field-Scale Reservoir Numerical Simulator for Predicting the Fines Migration and Production Performance.** (Ju, et al., 2006)

Se presenta un modelo matemático 3-D para describir la liberación y migración de arena de la formación y el problema que la arena causa en la producción de aceite en yacimientos de areniscas no consolidadas. Este modelo numérico usa diferencias finitas. El simulador numérico puede predecir el contenido de arena en el fluido producido, los cambios en la porosidad y permeabilidad causados por la liberación y migración de arena de la formación, el rendimiento del pozo y la distribución de aceite residual. Los resultados que arroja este modelo son principalmente que los problemas de arena en la formación de aceite pueden acelerar la heterogeneidad de los yacimientos, teniendo una gran influencia en la producción de estos, involucrando factores como la producción o corte de agua, y recuperación de aceite.

**20. 2006, Valdes J., Particle Clogging in Radial Flow: Microscale Mechanisms.** (J., 2006)

Se analiza el atascamiento de partículas en flujo radial y los mecanismos que son relevantes a nivel microescala: la interacción de fuerzas en las partículas durante la migración, el tamaño relativo de partícula y de poro y la variabilidad espacial del campo de velocidades. A través de experimentos se observa que la migración de partículas en un fluido de flujo radial funciona como auto-estabilización del frente de avance de inyección cuando el tamaño de la partícula es aproximado

al tamaño de la constricción en el poro. El fenómeno se analiza considerando los números adimensionales de Arquímedes, Froude y Reynolds.

**21. 1999, Tang G., Influence of brine composition and fines migration on crude oil/brine/rock interaction and oil recovery. (Tang, 1999)**

Se analiza la influencia de la composición de la salmuera, la migración de finos y las interacciones roca-fluidos en la recuperación de aceite en el proceso de inyección de agua de baja salinidad. La migración de finos parece ser importante en la recuperación de aceite. Se realizó un experimento con tres tipos de areniscas de distintos afloramientos: Berea, Bentheim y Clashach, las cuales son saturadas por aceite crudo y aceite refinado para analizar el comportamiento que tendrá respecto a la salinidad de la salmuera utilizada en la inyección. Se encontró que la adsorción de aceite crudo, la presencia de finos móviles y la saturación de agua inicial son necesarios para incrementar la recuperación de aceite con la disminución de la salinidad. La recuperación de aceite puede ser debida a la remoción de finos de mojabilidad mixta de las paredes de poro.

**22. 1997, Mohan K., Colloidally Induced Smectitic Fines Migration: Existence of Microquakes. (H.S., 1997)**

El fenómeno de la migración de finos es un problema de alta importancia ya que reduce los caminos en los medios porosos. En este trabajo se analiza la liberación de finos de esmectitas debido a la existencia de microsismos. Hay una concentración crítica de sal a la cual ocurren dichos microsismos. Los cambios en la estructura de las capas intermoleculares con la reducción de salinidad se analizan por difracción de rayos X. Se desarrolla un modelo matemático basado en el principio coloidal para estudiar el fenómeno de hinchamiento de las esmécticas en las soluciones acuosas, mediante el cual se puede predecir la transición del régimen cristalino al osmótico.

**23. 1997, Pang S., A model for Predicting Injectivity Decline in Water-Injection Wells. (Pang & Sharma, 1997)**

Se propone un modelo para predecir la declinación de inyección en pozos inyectorios de agua. Se considera la filtración interna y externa, el tiempo de transición de la filtración interna a externa es calculada por la eficiencia de captura que obtenida por simulación dinámica tipo Stokes. Se calculan el radio y la permeabilidad de la zona de daño usando el modelo de filtración de lecho profundo.

**24. 1995, Wennberg K. E., Modelling Fines Mobilization, Migration and Clogging. (K.E. & A., 1995)**

Se presenta un modelado matemático para la movilización, migración y atoramiento de finos basado en la ecuación convección-difusión. Se considera un sistema en dos dimensiones y una relación entre la cantidad de finos atorados y la permeabilidad. Este modelo se establece a través de dos vertientes: La concentración de finos depositados en las paredes de poro y la concentración de finos suspendidas en un fluido.

**25. 1993, Mohan Krishna K., Water sensitivity of sandstones containing swelling and non-swelling clays. (Mohan, et al., 1993)**

Se estudia el fenómeno de la sensibilidad al agua de areniscas con contenido de arcillas hinchables y no hinchables. Las hinchables provocan la reducción de permeabilidad. En este trabajo se muestra que existe una concentración crítica de sal mínima de cloruro de sodio y cloruro de potasio para prevenirla, lo cual se observa en areniscas con contenido de arcillas hinchables (Stevens) y no-hinchables (Berea). El valor crítico es mucho mayor en las primeras. Para la estimación del daño máximo a la formación se diseñaron varios tipos de experimentos: (1) "Shock" de agua (2) Concentración de sal crítica y medición de

permeabilidad, (3) Disminución gradual de salinidad, (4) Cationes específicos que participan en la saturación de núcleos. La sensibilidad que tienen las areniscas al agua depende de la composición de estas arcillas, así como su distribución.

**26. 1990, Sarkar Amit K., Fines Migration in Two-Phase Flow.** (Sarkar & Sharma, 1990)

Se realiza una investigación experimental del potencial de migración de finos en flujo de dos fases, llevando a cabo experimentos donde se analiza el efecto del pH, polaridad del aceite y mojabilidad de la roca. Para ello se hacen pruebas en núcleos de areniscas (Berea en especial) de una y dos fases. Los experimentos muestran que la mojabilidad y la saturación de aceite son factores importantes en la reducción de permeabilidad.

NOTA: Los datos aquí mostrados pueden potencialmente ser usados para validación de modelos de migración de finos (por ejemplo, permeabilidad vs volumen inyectado).

**27. 1988, Vitthal S., A One-Dimensional Formation Damage Simulator for Damage Due to Fines Migration.** (S. & K., 1988)

Se presenta un modelo de flujo radial que simula la reducción de permeabilidad causada por la migración de finos generados internamente en la roca o por su inyección externa. Las bases físicas para las ecuaciones son similares a un modelo lineal publicado previamente, y puede usarse para modelar la reducción de permeabilidad dadas distribuciones de tamaño de poro y de tamaño partícula. El modelo resuelve numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales parciales por el método de diferencias finitas implícito. El simulador se valida con soluciones analíticas para casos límites. Éste se puede usar para calcular la extensión y profundidad de daño cuando los fluidos son inyectados dentro de la formación. Este

modelo incorpora la liberación y captura de partículas en redes de poros 3-D, así como la Teoría del Medio Efectivo para estimar la conductividad de la red cuando algunos poros han sido bloqueados.

**28. 1987, Sharma M., Transport of Particulate Suspensions in Porous Media: Model Formulation.** (Y.C., 1987)

El modelo de transporte de partículas suspendidas en el medio poroso se hace a través de redes de poros (nodos) conectados por gargantas de poro (canales). Se plantea una ecuación de conservación de partículas retenibles considerando ciertos mecanismos de captura y liberación. Se introduce también el efecto de reducción de la permeabilidad por el bloqueo de caminos.

**29. 1987, Civan F., Effect of Clay Swelling and Fines Migration on Formation Permeability.** (R.M., 1987)

Se presenta un modelo fenomenológico para la estimación de la reducción de permeabilidad de la formación considerando el efecto de hinchamiento de arcillas y migración de finos. El modelo se plantea a partir de una ecuación de advección-dispersión uni-dimensional para los finos en solución, la cual se resuelve por diferencias finitas junto con la ecuación para el fluido.

**30. 1984, Khilar K.C., The Existence of a Critical Salt concentration for Particle Release.** (H.S., 1984)

Se analiza la existencia de una concentración de sal crítica (CSC) que impacta la permeabilidad de una arenisca de Berea como consecuencia de la liberación y bloqueo por finos. Arriba del valor crítico no se produce el efecto de reducción de la permeabilidad. La salinidad crítica existe en el caso de cationes monovalentes y es virtualmente inexistente para cationes con valencia mayor que

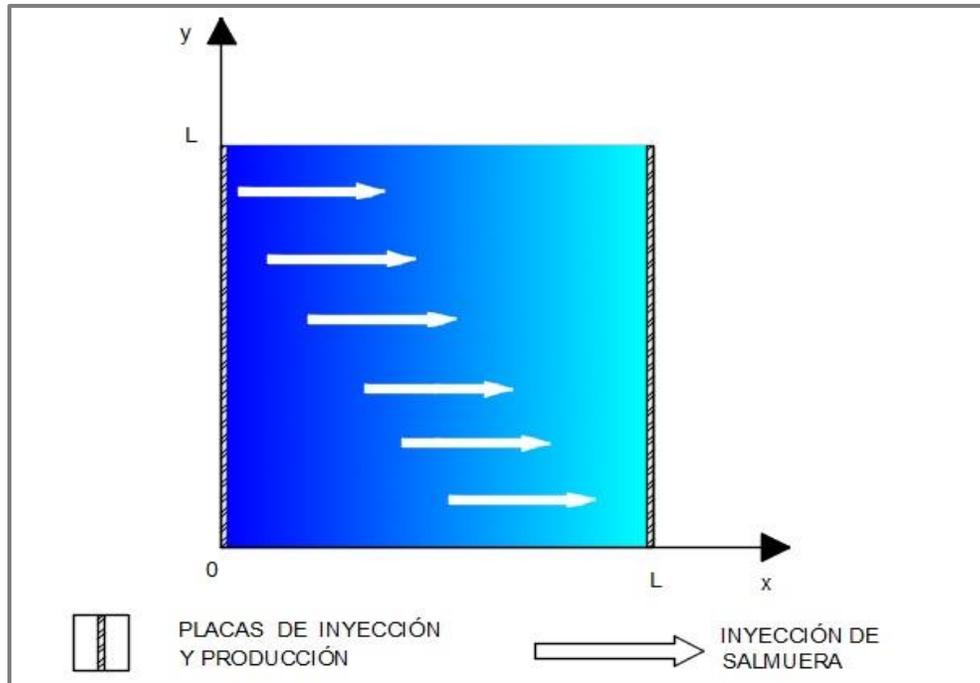
uno. Se realizan experimentos para examinar la sensibilidad del fenómeno a la salinidad del agua y al tipo de sales, así como a otras propiedades. Se observan dos parámetros muy importantes que gobiernan la estabilidad coloidal de partículas en suspensión: la temperatura y el tipo de catión.

# APÉNDICE B

## B.1 VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE TRANSPORTE

En este apéndice se presenta la validación del modelo numérico y computacional de transporte, específicamente del transporte de sal. Los resultados numéricos se comparan con resultados analíticos esperados para un caso simple de transporte en una dimensión. Como se verá más adelante los resultados numéricos y analíticos coinciden, así entonces se tiene certeza del correcto funcionamiento de la programación realizada en el software COMSOL Multiphysics, y nos da confianza para los cálculos más complejos que involucra el problema de finos que se analiza en esta tesis.

El dominio del sistema considerado para validación en COMSOL es un cuadro de lado  $L$  con un pulso de sal de valor constante en dirección “ $y$ ” y que avanza en dirección “ $x$ ” desde  $x=0$  hasta  $x=L$ , como se muestra en la Figura B-1. El sistema tiene simetría en dirección “ $y$ ” y por ello corresponde finalmente a un sistema uni-dimensional de transporte en dirección  $x$ ., para el cual se tiene una solución analítica (Van Genuchten & Alves, 1982).



**Figura B. 1.** Inyección de salmuera en 2D

La ecuación de transporte de sal es

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{U}_0 s - D_s \nabla s] = 0 \quad (\text{B. 1})$$

Donde  $s$  es su concentración,  $\vec{U}_0 = v_0 \phi = U_0 \hat{x}$  es velocidad de Darcy,  $D_s = cte.$  es dispersión hidrodinámica de sal.

### Condición inicial

$$s(x, y, t = 0) = s_{ini} \quad (\text{B. 2})$$

## Condición de frontera

$$s(x=0, y, t) = s_0 > s_{ini} \quad (\text{B. 3})$$

El flujo de inyección no tendrá dispersión en la placa de salida, en dirección  $\hat{x}$ .

$$\nabla s \cdot \hat{x}|_{x=L} = 0 \quad (\text{B. 4})$$

La frontera con dirección  $\hat{y}$  :

$$\vec{J} \cdot \hat{y}|_{y=\{0, L\}} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial s}{\partial y} \right|_{y=\{0, L\}} = 0 \quad (\text{B. 5})$$

donde  $\vec{J} = \overline{U}_0 s - D_s \nabla s$ , es el flujo másico.

Teniendo el concepto definido del comportamiento de la salinidad, se procede a analizar la solución analítica tomada de (Van Genuchten & Alves, 1982) página 11, evaluada con el apoyo del software MATHEMATICA. La solución está en términos de una serie infinita, la cual converge de manera lenta para ciertos valores grandes, dados por un término adimensional que es el número de Peclet, el cual es la relación de la velocidad de advección respecto a la difusión

$$P_e = \frac{vL}{D} \quad (\text{B. 6})$$

Donde  $v$  es la velocidad,  $L$  es la longitud,  $D$  es difusión.

## B.2 SOLUCIÓN ANALÍTICA

La forma genérica de la ecuación es

$$R \frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial t} \quad (\text{B. 7})$$

Donde  $R = 1 + \frac{\rho k}{\theta}$  es un factor de retardo,  $\rho$  densidad aparente en medio poroso ( $\text{ML}^{-3}$ ),  $K$  es constante de distribución empírica ( $\text{M}^{-1}\text{L}^{-3}$ ),  $\theta$  es contenido de humedad volumétrico ( $\text{L}^3\text{L}^{-3}$ ),  $D$  es coeficiente de dispersión ( $\text{L}^2\text{T}^{-1}$ ),  $c$  es concentración de la solución ( $\text{ML}^{-3}$ ),  $x$  es la distancia ( $L$ ),  $v$  es la velocidad intersticial ( $\text{LT}^{-1}$ );  $t$  es el tiempo ( $T$ ).

### Condiciones iniciales y de frontera

$$\begin{aligned} c(x, 0) &= C_i \\ c(0, t) &= \begin{cases} C_0 & 0 < t < t_0 \\ 0 & t > t_0 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B. 8})$$

$$\frac{\partial c}{\partial x}(L, t) = 0 \quad (\text{B. 9})$$

### Solución Analítica

$$c(x, t) = \begin{cases} C_i + (C_0 - C_i) A(x, t) & (0 < t < t_0) \\ C_i + (C_0 - C_i) A(x, t) - C_0 A(x, t - t_0) & (t > t_0) \end{cases} \quad (\text{B. 10})$$

Donde

$$A(x,t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\beta_m \sin\left(\frac{\beta_m x}{L}\right) \exp\left[\frac{\nu x}{2D} - \frac{\nu^2 t}{4DR} - \frac{\beta_m^2 Dt}{L^2 R}\right]}{\left[\beta_m^2 + \left(\frac{\nu L}{2D}\right)^2 + \frac{\nu L}{2D}\right]} \quad (\text{B. 11})$$

y los valores propios  $\beta_m$  son raíces positivas de la ecuación

$$\beta_m \cot(\beta_m) + \frac{\nu L}{2D} = 0 \quad (\text{B. 12})$$

Solución aproximada, con  $\nu = 0$ , considerando sólo difusión.

Entonces la Ec. anterior es:

$$\beta_m \cot(\beta_m) = 0 \quad (\text{B. 13})$$

Y la ecuación (3.95) queda como:

$$A(x,t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\beta_m \sin\left(\frac{\beta_m x}{L}\right) \exp\left[-\frac{\beta_m^2 Dt}{L^2 R}\right]}{[\beta_m^2]} \quad (\text{B. 14})$$

Con solución de  $\beta_m = \left\{0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \dots\right\}$  se obtienen la solución analítica:

$$A(x,t) = 1 - \frac{4 \sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right) e^{-\left[\frac{\pi Dt}{2L^2 R}\right]}}{\pi} \quad (\text{B. 15})$$

## B.3 SOLUCIÓN NUMÉRICA

Ecuación en COMSOL

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma}) + \vec{\beta} \cdot \nabla u + \vec{a} u = f \quad (\text{B. 16})$$

$$u = s; \quad d_a = \phi; \quad c = D_s; \quad e_a = \vec{\beta} = \vec{\gamma} = \vec{a} = f = 0; \quad \vec{\alpha} = -(U_x, U_y)$$

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot (s \vec{U} - D_s \nabla s) = 0 \quad (\text{B. 17})$$

**Condición inicial**

$$u(t=0) = s_0 \quad (\text{B. 18})$$

**Condiciones de frontera**

Se aplica en la placa de entrada condición de contorno tipo Dirichlet.

$$u = r \quad g_{reaction} = -\mu \quad (\text{B. 19})$$

Se asignan los valores  $s$  y  $s_{iny}$

Se aplica en la placa de salida una condición de flujo tipo Neumann.

$$-\hat{n} \cdot (-c \nabla u - \vec{\alpha} u + \vec{\gamma}) = g - qu \quad (\text{B. 20})$$

Donde se tiene que cumplir  $\hat{n} \cdot \nabla u = 0$ ; los valores asignados son:

$$u = s; \quad c = D_s; \quad \vec{\alpha} = -\vec{U}; \quad \vec{\gamma} = g = 0; \quad q = U_x$$

Y en las dos placas horizontales del sistema, es aplicado la condición de cero flujo.

$$-\hat{n} \cdot (-c\nabla u - \vec{\alpha}u + \vec{\gamma}) = 0 \quad (\text{B. 21})$$

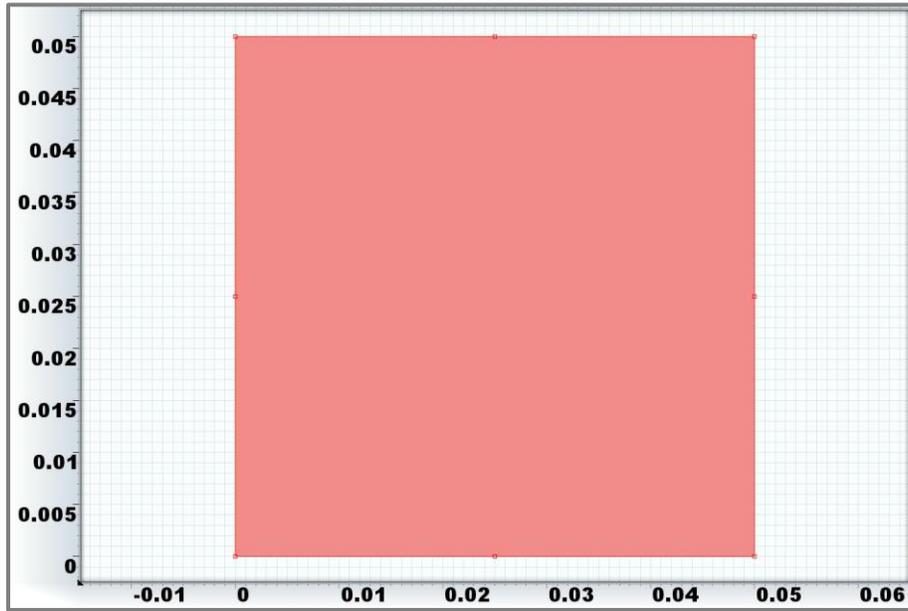
## Parámetros

Los datos usados en la evaluación de la solución analítica y numérica son los mostrados en la **Tabla B-1**

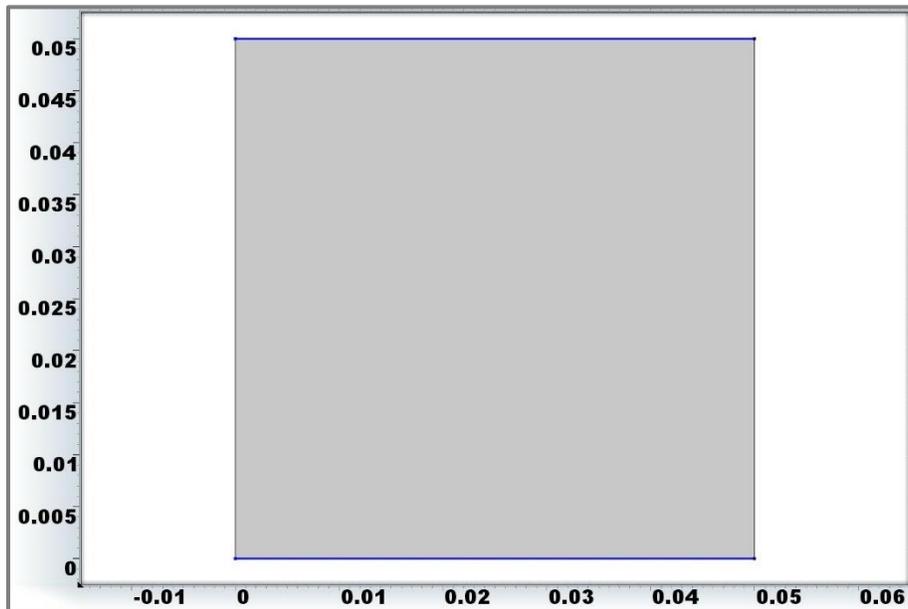
**Tabla B-1** Parámetros para la ecuación de transporte-salinidad.

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$L$	0.05	m	Longitud del sistema
$S_0$	1000	ppm	Concentración de sal inicial
$S_{iny} / S_{in}$	5000	ppm	Concentración de sal para inyección / entrada
$D_s$	5E-8	m <sup>2</sup> /s	Coficiente de Difusión
$V$	2E-6	m/s	Velocidad de Darcy
$\phi$	1	%	Porosidad

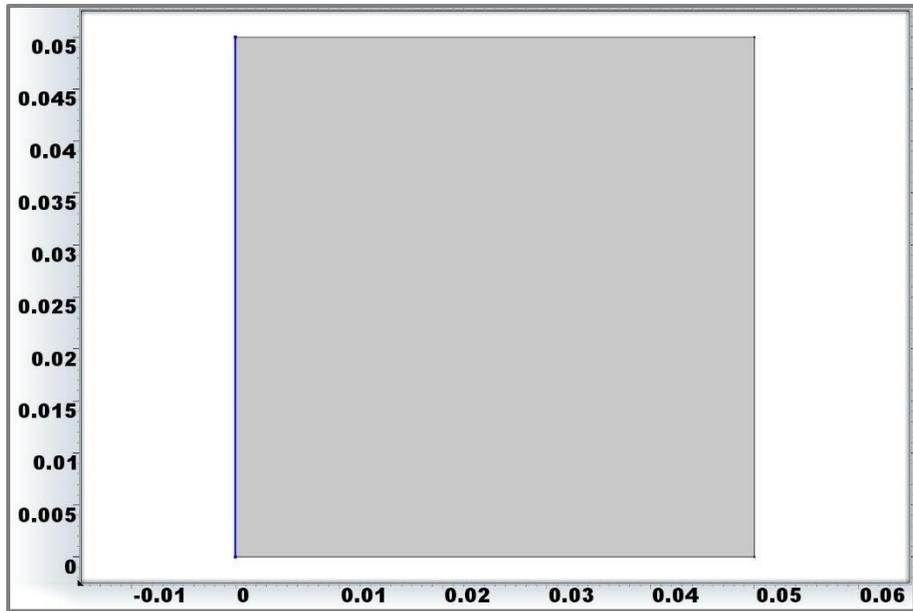
## Geometría



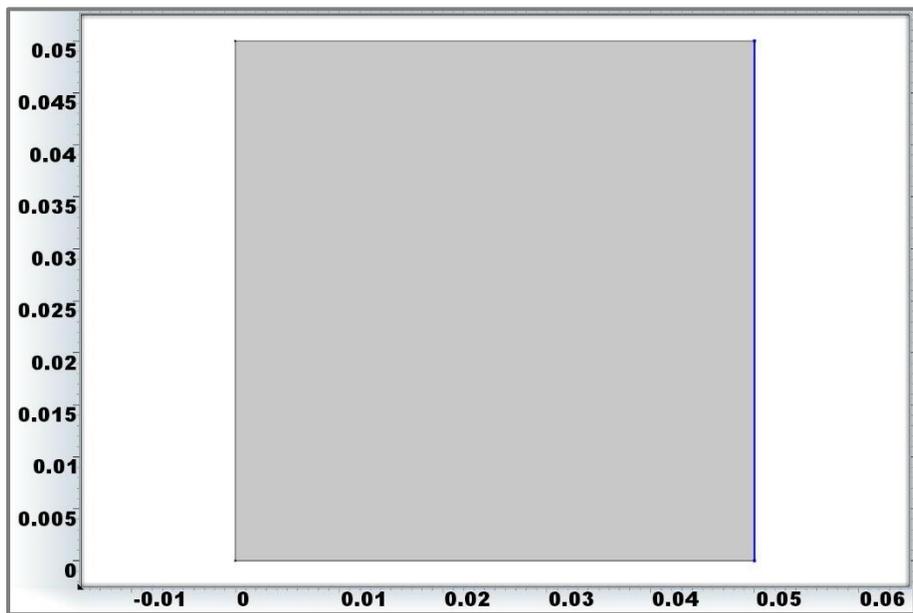
*Figura B. 2.* Dominio del sistema.



*Figura B.3.* Fronteras de cero flujo (líneas superior e inferior en color azul).



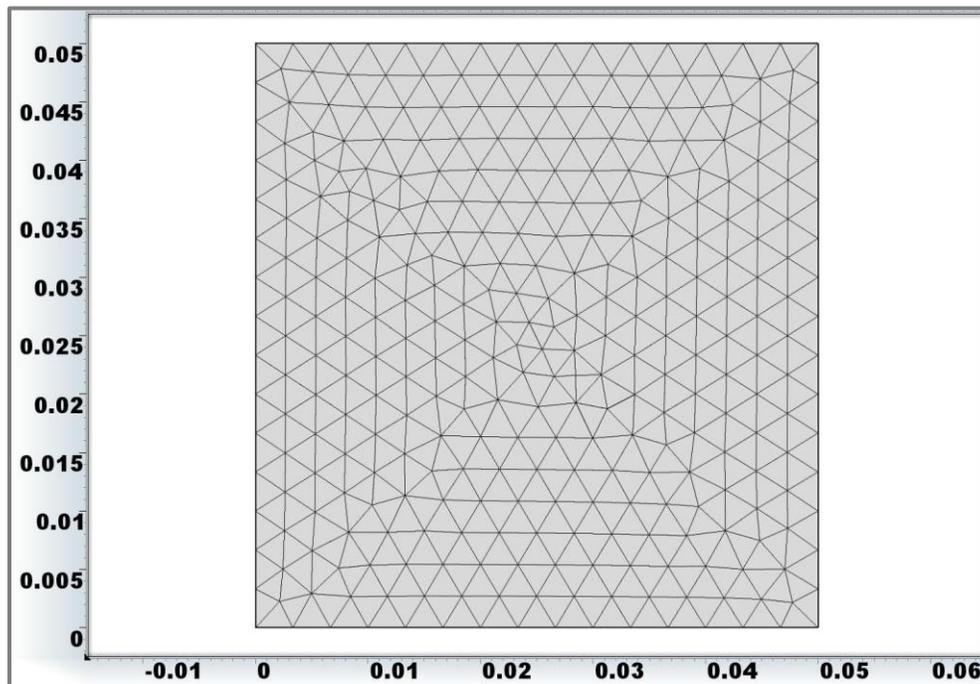
**Figura B.4.** Frontera tipo Dirichlet de entrada de inyección de salmuera (línea lado izquierdo en azul).



**Figura B.5.** Frontera de salida tipo Neumann que cumple con la condición de cero flujo (línea azul lado derecho).

## Malla

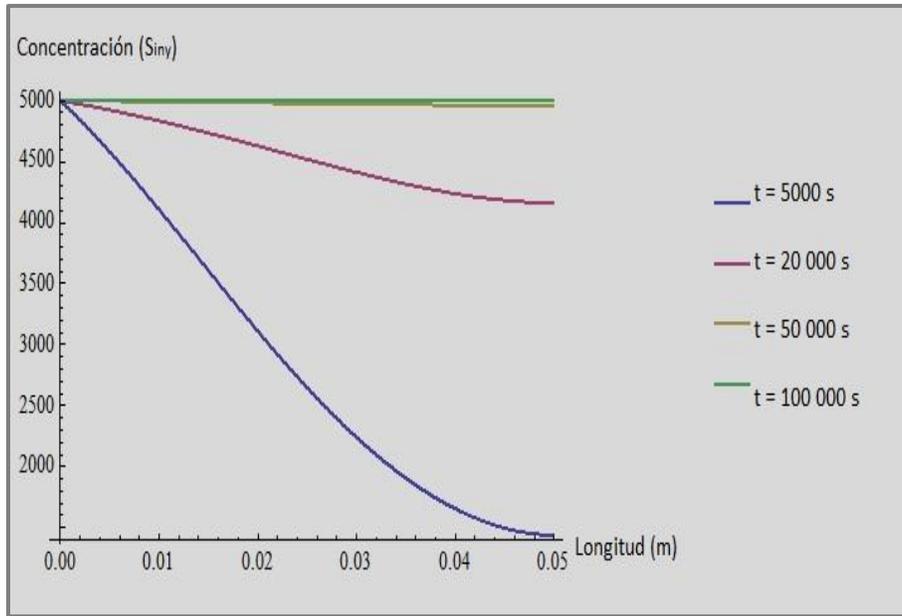
Malla normal en 2D, con 580 elementos triangulares, con 1221 grados de libertad, más 124 grados de libertad internos.



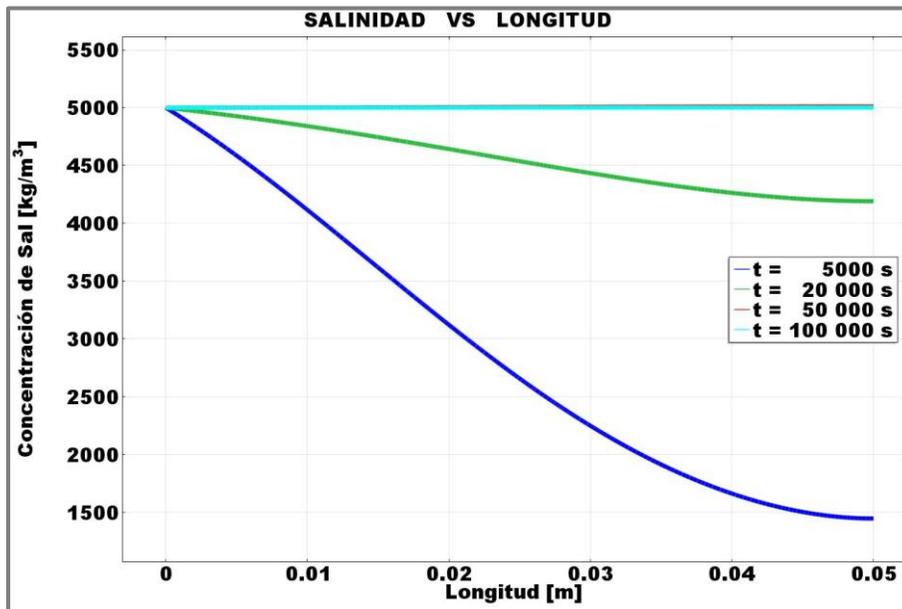
*Figura B.6.* Malla aplicada al sistema.

## Resultados de la validación

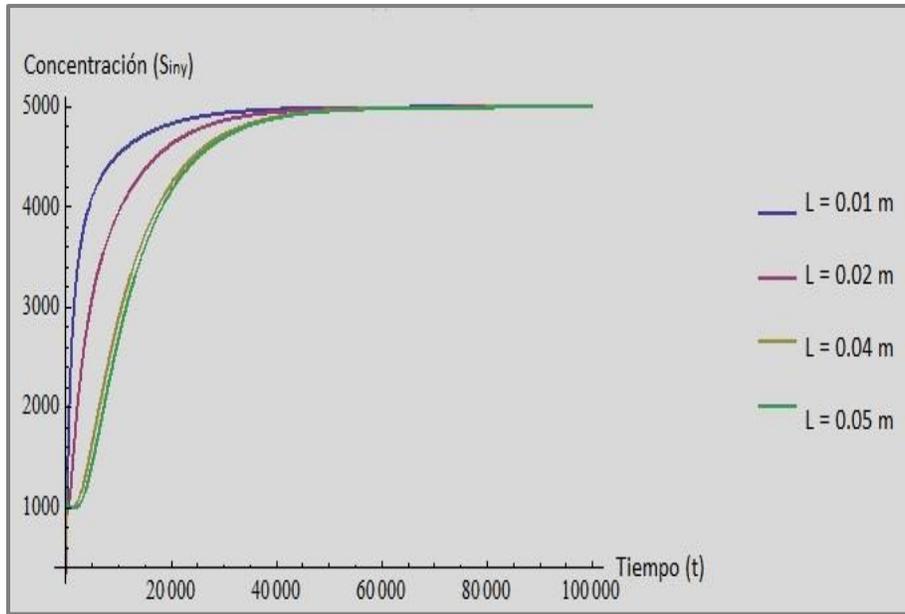
A través de la plataforma MATHEMATICA se evaluaron los resultados analíticos y en COMSOL los resultados de la solución numérica.



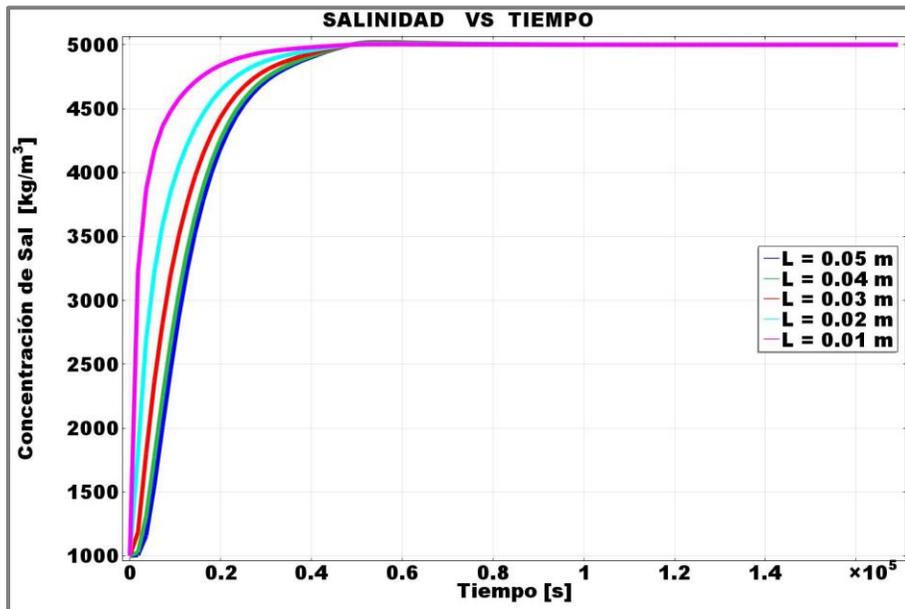
**Figura B.7.** Salinidad en función de la longitud, solución analítica en MATHEMATICA.



**Figura B.8.** Salinidad en función de longitud para varios tiempos, solución Numérica en COMSOL.



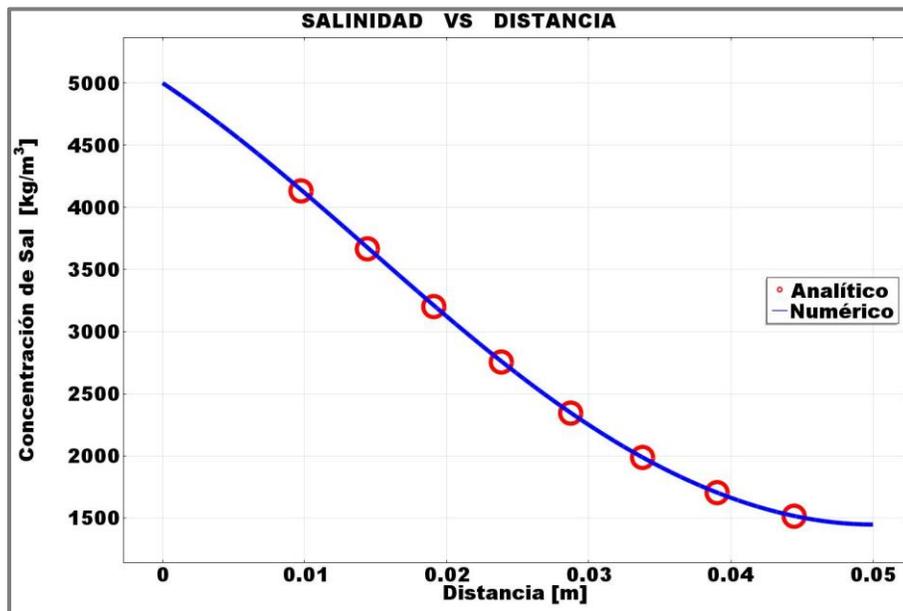
**Figura B.9.** Salinidad en función del tiempo a varias longitudes, solución analítica en MATHEMATICA.



**Figura B.10.** Salinidad en función del tiempo, solución numérica en COMSOL.

Comparando las gráficas de las *Figura B.9* y *Figura B.10* se encuentra que los resultados numéricos usando COMSOL son muy parecidos a los resultados analíticos evaluados con MATHEMATICA. Esto se muestra con mejor detalle en las gráficas *Figura B.11* y *Figura B.12*, donde se observa que el comportamiento espacial y temporal de la solución numérica es idéntico a la solución analítica. Con ello se tiene una validación del código desarrollado en COMSOL.

En la *Figura B.13* se ilustra el gasto de producción en función del tiempo. El gasto de inyección inicia a los 5 días como se observa en la producción, y se estabiliza a partir de los 25 días.



*Figura B.11.* Salinidad en función de la distancia para ambas soluciones.

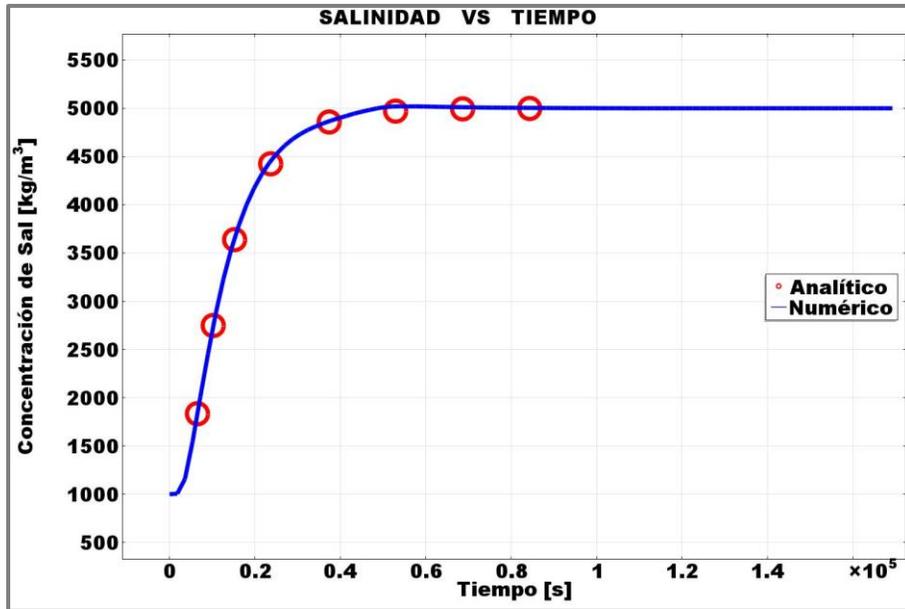


Figura B.12. Salinidad en función del tiempo para ambas soluciones.

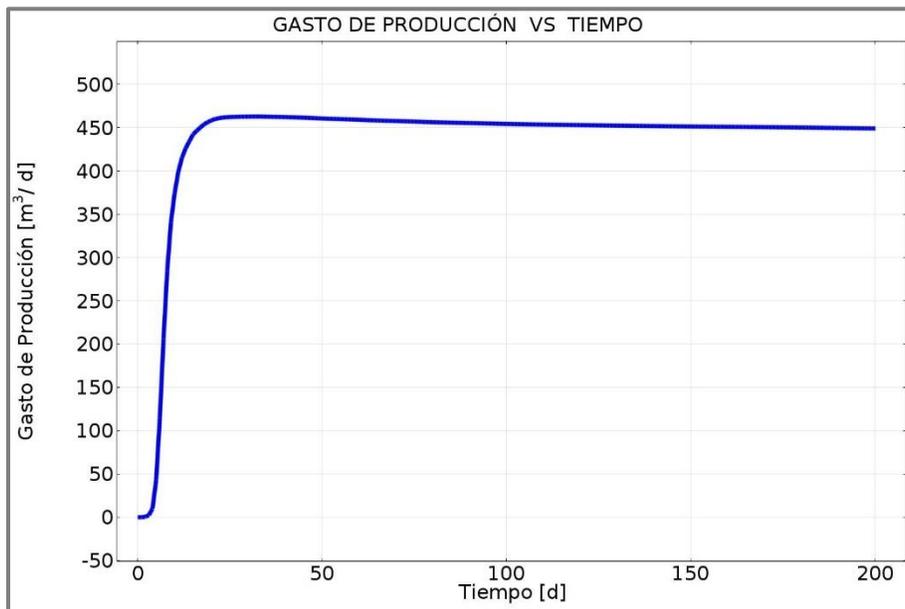


Figura B.13. Gasto de producción total.