

### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA COMPUTACIÓN

### MODELO REALISTA PARA SIMULACIÓN DE TRÁFICO VEHICULAR MIXTO CON AUTÓMATAS CELULARES

#### TESIS

#### QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA COMPUTACIÓN

#### P R E S E N T A: HÉCTOR ALONSO GUZMÁN GUTIÉRREZ

#### TUTORES PRINCIPALES: DRA. MARÍA ELENA LÁRRAGA RAMÍREZ, IINGEN-UNAM DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA, IINGEN-UNAM

#### MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR: DRA. ANGÉLICA DEL ROCÍO LOZANO CUEVAS, IINGEN-UNAM DR. JESÚS ANTONIO DEL RÍO PORTILLA, IER-UNAM DR. CARLOS GERSHENSON GARCÍA, IIMAS-UNAM

Ciudad Universitaria, CDMX, diciembre de 2018



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A Dios.

# Agradecimientos

Estoy muy agradecido con mis cinco sinodales, doctores todos: Ángélica del Rocío Lozano Cuevas, María Elena Lárraga Ramírez, Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria, Carlos Gershenson-García, Jesús Antonio del Río Portilla, por haberme compartido su valiosa experiencia y haber enriquecido mi trabajo y la Ciencia en general.

Mi especial agradecimiento a mis tutores, la Dra. Lárraga y el Dr. Álvarez-Icaza, por compartir conmigo su conocimiento, su tiempo, sus consejos, sus ideas y su amistad en los buenos y malos momentos de este proyecto. Cercanos a ellos, muchas gracias a algunas personas que me apoyaron por muchas horas: Jerónimo con sus ideas brillantes, Fernando, Gabriel, Pedro, Eduardo, Simón, Fernanda, Enrique, Rosario, Daniel, Blanca, Gibrán, Jatsiri.

Agradezco a las instituciones y a todo su personal que hicieron posible la realización de esta tesis: al Posgrado en Ciencia e Ingeniería de la Computación, por darme la oportunidad de estudiar un doctorado; al Instituto de Ingeniería por brindarme las becas para la elaboración y terminación de mi tesis; a la Facultad de Ciencias y a DGTIC, por permitirme ser profesor; a la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme los servicios educativos, laborales, sus instalaciones y un panorama más grande del Universo, además de los beneficios del proyecto DGAPA UNAM IN112716 para la beca para terminación de tesis y finalmente al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca CVU-331074/231953 que me otorgó para estudios de doctorado.

Esta tesis se desarrolló en un ámbito estrictamente académico; sin embargo, las personas más importantes de mi vida están en mi ámbito personal y algunos de ellos también en el académico, muchas gracias de verdad.

Papá, mamá, les estoy infinitamente agradecido por su apoyo en esta etapa de mi vida; aunque me han comentado que sienten lo contrario debido a la distancia, siempre estuvieron en los momentos más difíciles de este proyecto. Hermanas, Emily Giselle, Héctor Emilio, muchas gracias por ser estar siempre ahí para apoyarme, para animarme, convivir, reír, llorar y soñar. Espero que cada vez seamos una familia más fuerte y unida. Abuelos, ustedes son un claro ejemplo de que se puede vencer hasta el más difícil de los problemas en la vida, gracias. Abuelas, ustedes partieron a un mejor lugar justamente mientras yo estaba lejos, pero siempre las recuerdo por su cariño y su ejemplo.

Cinthya, sin duda fuiste un factor de gran importancia en estos años de doctorado y compartimos muchas cosas, buenos momentos con el matrimonio, los viajes y la vida diaria; también momentos muy duros que no quiero mencionar aquí. La vida sigue y espero que sea mejor para ambos.

Gracias a todos mis amigos, de las más variadas procedencias, no terminaría de listarlos. Son muy preciados los momentos en que puedo aprender de ustedes, podemos convivir y cruzar algunas palabras. Me hacen sentir una persona muy afortunada y querida.

Dios, sin ti no hubiera sido posible sortear todas las situaciones que se presentaron durante este proyecto. Muchas gracias. Esta tesis la dedico a ti.

VI

# Resumen

El tráfico vehicular ha llegado a ser uno de los problemas sociales y económicos más importantes de la vida diaria. Por ello, es importante comprender muy bien la dinámica del flujo del tráfico de automóviles para facilitar la planificación y la operación, sobre todo en casos de alta densidad vehicular. Uno de los paradigmas bien establecidos para el estudio, entendimiento y análisis de la dinámica de sistemas complejos como el tráfico vehicular son los Autómatas Celulares (AC). En este tipo de modelos la dinámica se enfoca en el desempeño de los vehículos individuales, usando para ello un conjunto de reglas simples pero suficientes para representar el comportamiento del tráfico vehicular. Este trabajo de tesis se enfoca al desarrollo de modelos basados en AC para la simulación y análisis de la dinámica del tráfico que representen de manera más fiel, en relación con otros modelos existentes en la literatura, las características de los conductores y los vehículos reales y no se limita sólo a la reproducción de fenómenos que ocurren en el tráfico vehicular. De tal manera que se corrijan algunas de las limitaciones más grandes de los modelos de AC para la modelación de tráfico de vehículos: (i) el uso de capacidades de aceleración y desaceleración irreales, (ii) su incapacidad para ejecutar una aproximación suave a vehículos detenidos, (iii) la gran cantidad de reglas y su complejidad i (iv) el uso de parámetros poco intuitivos. Parar ello, se introducen dos nuevos modelos base a un nivel de detalle microscópico y algunas variantes de los mismos orientadas a simular diferentes situaciones del tráfico vehicular. Uno de estos modelos base, al que llamaremos modelo LAI, se describirá en los antecedentes y otro de ellos, al que llamaremos LAI-E es la extensión del primero, cuvo desarrollo y sus variantes son el núcleo de este provecto doctoral. De tal manera que la representación del desempeño de los conductores y los vehículos esté más en línea con la realidad. Los modelos se evalúan a través de simulación computacional. Los resultados de simulación muestran que los modelos propuestos reproducen de manera satisfactoria los fenómenos observados en el tráfico vehicular y desempeño de diferentes tipos de vehículos de manera muy adecuada. Aún más, los modelos no comprometen la simplicidad computacional que caracteriza a los modelos de AC. Finalmente, los modelos desarrollados sirven como base para su uso en México, donde raramente se realizan estudios microscópicos, pero que son fundamentales para evaluar, manejar y controlar el flujo vehicular de manera satisfactoria.

VIII

# Abstract

Vehicle traffic has become one of the most important social and economic problems of daily life. For this reason, it is important to deeply understand the dynamics of the flow of automobile traffic to facilitate planning and operation, especially in cases of high vehicle density. One of the well-established paradigms for the study, understanding and analysis of the dynamics of complex systems such as vehicular traffic are the Cellular Automata (CA). In this type of models the dynamics focuses on the performance of individual vehicles, using a set of simple and complete rules to represent the behavior of vehicular traffic. This thesis work focuses on the development of CA-based models for the simulation and analysis of traffic dynamics that more accurately represent, in relation to other existing models in the literature, the characteristics of drivers and real vehicles and It is not limited to the reproduction of phenomena that occur in vehicular traffic. In this way that some of the key limitations of CA models for vehicle traffic modeling are corrected: (i) the use of unreal acceleration and deceleration capabilities, (ii) its inability to execute a soft approach to vehicles arrested, (iii) the large number of rules and their complexity, and (iv) the use of unintuitive parameters. Two models are introduced at a microscopic level of detail with some variants thereof aimed at simulating different situations of vehicular traffic. One of these models, which we will call LAI model, will be described in the background and another of them, which we will call LAI-E is an extension of the first, whose development and its variants are the core of this doctoral project. Both models achieve a representation of drivers and vehicles is more in line with reality. The models are evaluated through computer simulation. Simulation results show that the proposed models satisfactorily reproduce the phenomena observed in vehicular traffic and the performance of different types of vehicles in a very appropriate manner. Furthermore, the models do not compromise the computational simplicity that characterizes CA models. Finally, the developed models serve as a basis for their use in Mexico, where microscopic studies are rarely carried out, but which are fundamental to evaluate, manage and control the vehicular flow in a satisfactory manner.

Х

# Tabla de Contenido

### Introducción

1.	El paradigma de modelación de los Autómatas Celulares y conceptos rela-										
	cion	cionados 5									
	1.1.	1. Introducción a los autómatas celulares									
	1.2. Definición de los autómatas celulares										
	1.3.	1.3. Definición formal de los autómatas celulares unidimensionales									
		1.3.1.	Condiciones de frontera	8							
	1.4.	Aplica	ciones de los autómatas celulares	9							
		1.4.1.	Simulación de sistemas naturales	9							
		1.4.2.	Estudios Teóricos	9							
		1.4.3.	Realización de tareas específicas	9							
2.	El e	studio	del tráfico vehicular	11							
	2.1.	El tráf	fico vehicular	11							
	2.2.	Consid	leraciones y conceptos para el estudio del tráfico vehicular	12							
		2.2.1.	Variables para el estudio del tráfico vehicular	12							
		2.2.2.	Consideraciones empíricas	13							
			2.2.2.1. El diagrama fundamental y las fases del tráfico vehicular	13							
		2.2.3. Clasificación de los modelos de tráfico vehicular									
			2.2.3.1. Clasificación de acuerdo al enfoque de modelación	16							
			2.2.3.2. Modelos macroscópicos	17							
			2.2.3.3. Modelos microscópicos	19							
3.	Mod	delació	n de tráfico vehicular con autómatas celulares	25							
	3.1.	El mo	delo Nagel-Schreckenberg y algunas modificaciones	25							
		3.1.1.	Definición del modelo Nagel-Schreckenberg	25							
		3.1.2.	El modelo de Krauss y el modelo de Lee	27							
		3.1.3.	Un modelo de autómatas celulares realista basado en políticas de ma- nejo seguras (LAI)	29							
		3.1.4.	El modelo LAI multicarril	38							

1

<b>4</b> .	Un nuevo modelo de AC basado en la teoría cinética (LAI-E)							
	4.1.	4.1. Limitaciones del modelo LAI						
	4.2.	2. Definición general del modelo LAI-E						
	4.3.	4.3. Dinámica de frenado y cálculo de las distancias de seguimiento seguro del						
	modelo LAI-E							
		4.3.1. Distancias de seguimiento seguro modificadas	47					
		4.3.1.1. Colisiones con el vehículo líder detenido	48					
		4.3.1.2. Colisiones con vehículos en movimiento	49					
	4.4.	Definición de las reglas de actualización para el modelo LAI-E	50					
	4.5.	El modelo LAI-E con una caja de engranes para acelerar	52					
	4.6.	Resultados de simulación y discusiones	53					
		4.6.1. Circuito cerrado con un carril	54					
		4.6.2. Simulación considerando una caja de engranes para acelerar	62					
		4.6.3. Condiciones de frontera abiertas	62					
		4.6.4. Interacción de vehículos heterogéneos car-truck	67					
	4.7.	Comentarios del capítulo	71					
5.	El n	nodelo LAI-E multicarril	75					
	5.1.	1. Definición del modelo multicarril						
	5.2.	Resultados de simulación y discusiones	80					
	5.3.	Comentarios del capítulo	88					
6.	Con	clusiones	91					

# Introducción

En los países industrializados como México, los sistemas de transporte se basan principalmente en el uso de vehículos automotores, lo que ha originado un incremento continuo de la demanda vehicular y por lo tanto, que se sobrepase la capacidad para la cual fueron diseñadas sus vías, calles o autopistas. Como consecuencia, la contaminación ambiental y los congestionamientos vehiculares se incrementan día con día, mientras que la seguridad vial se decrementa al incrementarse los accidentes viales. Es por esta razón que el tráfico vehicular ha llegado a ser uno de los problemas sociales y económicos más importantes de la vida diaria. Así, en las sociedades modernas la demanda de movilidad aumenta y las capacidades de las redes carreteras están saturadas e incluso superadas. Además, en las regiones densamente pobladas es imposible ampliar las vías para mejorar la situación, por lo que la infraestructura tiene que ser utilizada de manera eficiente. Para este propósito es importante comprender muy bien la dinámica del flujo del tráfico vehicular para facilitar la planificación y la operación, sobre todo en casos de alta densidad de vehículos.

Así, la investigación de la dinámica del tráfico vehicular es importante tanto por razones prácticas como científicas. La reducción de la congestión del tráfico contribuye a la eficiencia económica y el modelado del flujo de tráfico permite además obtener nuevos conocimientos sobre los sistemas de equilibrio de partículas autopropulsadas. Además que una determinación adecuada del tránsito de una red es fundamental para su operación, mantenimiento y desarrollo. Particularmente, el conocimiento del flujo vehicular en una red vial permite estimar el grado de ocupación y las condiciones en que opera cada segmento de la misma y definir las tendencias de crecimiento, y el momento a partir del cual ciertos segmentos dejarán de prestar un servicio adecuado y se convertirán en cuello de botella del transporte, estancando el desarrollo en lugar de seguir propiciándolo. Además que una auscultación adecuada del tránsito de una red resulta fundamental para su operación, mantenimiento y desarrollo. Aún más, tener la posibilidad de modelar el desempeño de una estrategia para mejorar el desempeño del tráfico vehicular antes de su implementación final, no solamente permite proponer nuevas alternativas, sino también evitar gastos innecesarios.

Lo anterior ha motivado el desarrollo continuo de modelos de tráfico vehicular orientados para el análisis y entendimiento del comportamiento del tráfico vehicular y la valoración de las alternativas que se desarrollan para mejorar su desempeño. Entre estos modelos, los basados en el uso de Autómatas Celulares (AC) han llegado a ser un medio bien establecido para modelar, entender y analizar la dinámica del tráfico vehicular.

Los AC son sistemas dinámicos discretos tanto espacio, tiempo y variables de estado, lo que permite simulaciones muy rápidas. La razón principal para realizar investigaciones ba-

sadas en modelos de AC es el hecho que basan su dinámimica vehicular en reglas intuitivas y locales. Esta característica permite simular por ejemplo, las decisiones que los conductores toman basados en su situación actual, la relación con sus vecinos, sus metas, etc., e incluir aspectos de comportamiento del conductor (psicológicos, por ejemplo) en forma muy simple (en comparación con modelos continuos). Aunque el concepto de AC tiene muchos años que se propuso [1, 2], llegó a ser aceptado como un paradigma de modelación de los sistemas de transporte, sólo después de la introducción del modelo para el tráfico vehicular de carreteras de los alemanes Nagel y Shreckenberg en el año 1992 [3], conocido como el modelo NaSch, el cual se detalla al interior de este trabajo de tesis. A partir de entonces se han propuesto diversos modelos basados en AC como modificaciones o extensiones del modelo NaSch para modelar el tráfico con vehículos de alta velocidad, intersecciones señalizadas, flujo vehícular de varios carriles, flujo de tráfico mixto [4, 5, 6, 7, 8] e incluso ya se han aplicado para la modelación de redes de tráfico con miles de vehículos en forma eficiente [9]. Sin embargo, la mayoría de los modelos de AC existentes han considerado explícitamente criterios libres de colisión, mediante la imposición de desaceleraciones arbitrariamente grandes que se alejan de la capacidad práctica de frenado en pavimento y las condiciones de los neumáticos. Aunque existen ya modelos en la literatura que introducen el concepto de aceleración y desaceleración con valores límites en su definición, los modelos han incrementado ampliamente su complejidad (número de parámetros). Muchos de estos modelos se han enfocado en la reproducción de los fenómenos que ocurren en el tráfico vehicular, sin importar que su dinámica vehicular se aleje del comportamiento real [10, 11, 12, 13]. Por otra parte, la mayoría de los modelos de AC existentes, se basan un movimiento vehicular basado en impulsos, pero en la realidad los vehículos siguen un movimiento uniformemente acelerado.

Con base en estos inconvenientes de la mayoría de los modelos de AC existentes, los objetivos que orientaron este trabajo de tesis se enfocaron en la definición de modelos para la dinámica del tráfico vehicular que representen de manera más fiel, en relación con los modelos existentes en la literatura, las características de los conductores y los vehículos reales y no sólo a la reproducción de fenómenos que ocurren en el tráfico vehicular. De esta manera, lo que se busca es superar a través de los modelos desarrollados, las dos limitaciones más grandes de los modelos de AC para la modelación de tráfico de vehículos: (i) el uso de capacidades de aceleración y desaceleración irreales y su incapacidad para ejecutar una aproximación suave a vehículos detenidos y (ii) la gran cantidad de reglas y su complejidad, así como el uso de parámetros poco intuitivos. Para este propósito, en este trabajo de tesis se proponen modelos de AC nuevos en los cuales todos los valores de los parámetros se derivan de la observación real. Como consecuencia, el comportamiento microscópico de los vehículos es el que induce el comportamiento de los fenómenos macroscópicos observados en la realidad. Aún más, el movimiento microscópico para acelerar o desacelerar es especialmente realista debido al uso de la teoría cinética y sus parámetros de acuerdo a la posición de los vehículos vecinos y su velocidad relativa, pero preservando la simplicidad computacional que caracteriza a los modelos de ACs. Los modelos propuestos en este trabajo de tesis sin duda servirían como un precedente para la creación futura de un simulador para el análisis de las vías en México, donde escasamente se realizan este tipo de estudios a un nivel de detalle microscópico. Se introducen dos nuevos modelos base y algunas variantes de los mismos. Uno de estos modelos base, al que llamaremos modelo LAI, se describirá principalmente en la sección 3.1.3 y otro de ellos, al que llamaremos LAI-E es una extensión del primero, cuyo desarrollo y sus variantes son el núcleo de este proyecto doctoral (ver capítulos 4 y 5). Los resultados obtenidos de la simulación computacional de los modelos desarrollados corresponden con el desempeño de los fenómenos que ocurren en la realidad y el desempeño de los vehículos reales.

El trabajo de tesis se presentará en la siguiente forma, con la finalidad de ayudar al lector a un mejor entendimiento del trabajo, en el capítulo 1 se introducirán los autómatas celulares (AC) y algunos conceptos relacionados.

En el capítulo 2, con el objetivo de introducir el problema sobre el que se centra este trabajo de tesis, se describirá el problema del tráfico vehicular, algunos conceptos relacionados al mismo y a su modelación. Así como una breve descripción de diversos modelos existentes en la literatura.

En el capítulo 3 se introducirá brevemente la modelación de tráfico vehicular basada en AC. Se describirán algunas consideraciones empíricas importantes para la modelación, simulación computacional y el análisis de resultados. Además, se proporcionará la descripción de algunos modelos existentes de AC para el tráfico vehicular importantes y fundamentales para el desarrollo de este trabajo de tesis. Particularmente, se describirá en forma detallada el modelo LAI, que representa la base del modelo que se propondrá en este trabajo de tesis.

En el capítulo 4 y 5, se definirán modelos nuevos de AC para modelar el tráfico vehicular de sistemas de un carril y multicarril con vehículos heterogéneos, los cuales introducen distancias y velocidades relativas usando el movimiento uniformemente acelerado, incluso en la definición de las reglas de cambio de carril. En particular, se presentarán resultados de simulación para sistemas de un carril, de un carril con una rampa de entrada y de dos carriles; sin embargo, se mostrará que el modelo puede aplicarse a sistemas con más carriles y escenarios sin cambiar su definición. Buena parte de los resultados se presentarán para dos tipos de vehículos, automóviles y camiones, y reglas de cambio de cambio de carril con una dinámica vehicular semejante a las normas viales de las carreteras en México. Se mostrará que el modelo reproduce diversos fenómenos que se han observado, como una aceleración y desaceleración suave, la inversión de uso de carril y la dependencia del número de cambios de carril en función de la densidad.

Por último se presentarán las conclusiones de este trabajo y después de ello se presentarán las referencias de este trabajo de tesis.

# Capítulo 1 El paradigma de modelación de los Autómatas Celulares y conceptos relacionados

Los Autómatas Celulares (de aquí en adelante referenciados como AC) se emplean en una variedad de contextos de modelación. Como sucede con otras herramientas de modelación matemática, sus capacidades de modelación se fundamentan precisamente en sus propiedades matemáticas. Sin embargo, las discusiones acerca de los AC cuando se usan para modelación tienden a no distinguir claramente entre sus propiedades matemáticas puras y su potencial computacional y de representación. Para entender la contribución de los AC a la práctica de la modelación y la simulación, se requiere primero describir los AC en sí mismos. En este capítulo, se introducirá la definición de los AC, sus propiedades y algunos conceptos relacionados. También se describirán brevemente algunas de sus aplicaciones, en particular, para la modelación de sistemas naturales y físicos con un comportamiento complejo, como el tráfico vehicular.

### 1.1. Introducción a los autómatas celulares

La modelación computacional es un elemento integrador indispensable para realizar la predicción científica de muchos sistemas en ciencias e ingeniería. Actualmente, la modelación basada en simulación computacional ha llegado a ser una de las estrategias de las que dispone la ciencia para predecir sucesos en sistemas con un alto grado de complejidad. Esta complejidad es tal que la matemática clásica no resulta suficiente para expresar todos los fenómenos que ocurrirán en el sistema. Los AC han llegado a ser uno de los paradigmas computacionales más poderosos para describir, entender y simular el desempeño de tales sistemas complejos, en los que emergen propiedades colectivas y fenómenos de auto-organización global a partir de interacciones locales muy simples.

Los AC son sistemas dinámicos discretos tanto en el espacio como en el tiempo, cuyas variables pueden representar un número finito de estados. Son el arquetipo de sistemas discretos y buenos representantes de los sistemas que evolucionan según reglas. Básicamente, un sistema dinámico se caracteriza por tener un espacio de estados (posición, temperatura, etc.) y una ley de evolución que determina el cambio de los estados en el tiempo.

Los primeros autómatas celulares rigurosamente establecidos se debieron a Von Neumann [1] y Ulman [2]. Si bien es verdad que durante cerca de 30 años los AC fueron considerados como una especie de curiosidad matemática sin aplicaciones, en la actualidad y fundamentalmente gracias a los trabajos de Wolfram [14, 15, 16], se están convirtiendo en una de las herramientas imprescindibles en el estudio de múltiples fenómenos naturales.

La ventaja principal de los AC no es precisamente su discretización, sino el hecho de que su dinámica se basa usualmente en reglas intuitivas y locales, lo que permite considerar diversos aspectos acerca del comportamiento del sistema a modelar, que con otra metodología resulta sumamente complicado. En lo siguiente, se introduce una descripción más formal de los AC.

### **1.2.** Definición de los autómatas celulares

**Definición 1** Se denomina **autómata celular d-dimensional** a una colección de células dispuestas uniformemente según un espacio de d dimensiones, las cuales tienen interacciones locales. Cada célula posee un estado específico, el cual toma de un valor discreto de un conjunto finito de k estados, que evoluciona síncronamente con el paso discreto del tiempo, de acuerdo a un conjunto de reglas. El valor de una celda está influido por los estados de sus células vecinas. [17, 14, 15, 16].

Los autómatas celulares más utilizados suelen ser los unidimensionales o lineales (es decir con d = 1 y las células se disponen según una línea recta) y los bidimensionales (en cuyo caso d = 2 y las células se distribuyen en un plano). Salvo que se diga lo contrario, en lo que resta de este capítulo sólo se considerarán AC unidimensionales.

## 1.3. Definición formal de los autómatas celulares unidimensionales

**Definición 2** Formalmente, los autómatas celulares unidimensionales se pueden definir como una cuatripleta  $(L, S, N, \Phi)$  [18], donde:

- L Es el espacio celular, el cual se compone precisamente de un arreglo de L celdas o células que integran el sistema en un espacio unidimensional, donde i denota la posición de cada celda y cada una de ellas tiene un estado del conjunto S, el cual se describirá a continuación.
- S es un conjunto finito de estados, el cual se forma por todos los valores posibles que una celda puede tomar en un instante de tiempo determinado, los cuales son enteros y discretos (con valores de 0 a k 1:  $S = \{0, 1, ..., k 1\}$ ).
- $N_i$  es el conjunto finito de células para definir la vecindad que afecta el estado de la célula  $\langle i \rangle$ , según la regla de transición que se considere. Las vecindades más comunes

en los AC son de carácter *simétrico*, de modo que la célula  $\langle i \rangle$  es la célula central. Estas vecindades pueden escribirse de la siguiente manera:

$$N_i(r) = \{ \langle i - r \rangle, \dots, \langle i - 1 \rangle, \langle i \rangle, \langle i + 1 \rangle, \dots, \langle i + r \rangle \}$$
(1.1)

donde r recibe el nombre de *radio de la vecindad* y es el número de celdas hacia adelante y hacia atrás que afectan el estado de una celda cualquiera de L, tal como se puede observar en la figura 1.1.



Figura 1.1: Vecindad simétrica, la cual se muestra en las celdas sombreadas

Existen otros tipos de vecindades no simétricas, por ejemplo, la que se puede observar en la figura 1.2. Sin embargo, de aquí en adelante, si no se hace referencia expresa a lo contrario, se supondrá que las vecindades usadas son las simétricas.



Figura 1.2: Un caso particular de vecindad asimétrica, la cual se muestra en las celdas sombreadas

La cardinalidad de la vecindad se describe como sigue: |N| = 2r + 1 = n. Es decir, el nuevo estado de la celda  $i \in L$  toma como entrada los estados de las n celdas que pertenecen al conjunto  $N_i$ .

•  $S^n$  es un conjunto finito, el cual se integra por todas las combinaciones posibles de los estados, tanto del elemento en consideración como de aquellos n-1 sitios que conforman su vecindad. Dado lo anterior, se tiene que  $\Phi : S^n \to S$  es la función de transición local para cada celda y se representa mediante un conjunto finito de reglas, entre ellas una regla de actualización. El efecto de la función de transición es cambiar la configuración de una celda a cada paso de tiempo. Esta regla de transición depende del tipo de red, el radio de la vecindad y los estados de las celdas vecinas.

Los estados de cada celda evolucionan mediante la iteración en el tiempo del mapeo  $\Phi$ . Se involucra una vecindad de sitios alrededor de ésta (que especifica la regla del AC), tal que para un AC unidimensional:

$$\alpha_i^{(t)} = \Phi(\alpha_{i-r}^{(t-1)}, \alpha_{i-r+1}^{(t-1)}, ..., \alpha_i^{(t-1)}, ..., \alpha_{i+r}^{(t-1)})$$
(1.2)

donde  $\alpha_i^{(t)}$  es el nuevo estado en la celda i al tiempo de evolución t [19, 15] .

En la definición formal de un AC, normalmente se requiere que la red (arreglo) sea infinito. Para consideraciones de computabilidad y complejidad, esto es razonable y necesario; pero resulta imposible simular fielmente una red infinita en una computadora (al menos que la región activa siempre sea finita).

#### **1.3.1.** Condiciones de frontera

La evolución de un AC finito, depende de las condiciones de frontera aplicadas, es decir, las condiciones que se impongan en los límites. Estas condiciones determinan las vecindades en los bordes de la malla. Se suelen considerar dos casos, bordes periódicos y bordes absorbentes [19], los cuales se describen a continuación.

**Bordes periódicos:** Células opuestas se consideran vecinas, de forma que en una retícula plana la superficie se convierte en un toro. Para un AC unidimensional, la condición de frontera periódica es aquella donde el primer y el último sitio se identifican (como una lista circular, ver figura 1.3).



Figura 1.3: AC unidimensionales con condiciones de frontera periódica, donde la primera celda es vecina de la última

Por ejemplo, para un arreglo circular de L celdas con condiciones de frontera periódicas y tamaño de vecindad n = 3(radio = 1), se tiene que la forma de especificar la condición periódica es la siguiente:

$$\alpha_0^{(t)} = \Phi(\alpha_{L-1}^{(t-1)}, \alpha_0^{(t-1)}, \alpha_1^{(t-1)})$$
(1.3)

$$\alpha_{L-1}^{(t)} = \Phi(\alpha_{L-2}^{(t-1)}, \alpha_{L-1}^{(t-1)}, \alpha_0^{(t-1)})$$
(1.4)

**Bordes absorbentes:** Las células de los bordes no tienen vecinos más allá de los límites del retículo, tal como se observa en la figura 1.4

Los AC permiten una gran simplificación numérica en problemas de simulación de sistemas dinámicos complejos, ya que debido a sus propiedades, se obtienen reducciones al usar aritmética entera y aplicar cálculos en paralelo. Esta definición formal de AC como máquinas

<0> <	<1> <2>	<3>	<4>	<5>		L-2	L-1
-------	---------	-----	-----	-----	--	-----	-----

Figura 1.4: AC unidimensionales con condiciones de frontera absorbentes.

computacionales tiene muy diversas aplicaciones [20, 18, 21, 16] y algunos ejemplos de éstas se describen a continuación.

### 1.4. Aplicaciones de los autómatas celulares

Se puede identificar tres vertientes principales en donde se utilizan los AC para algún propósito: simulación de sistemas naturales, estudios teóricos y realización de tareas específicas.

#### 1.4.1. Simulación de sistemas naturales

Dentro de este contexto se busca simular sistemas cuyo comportamiento se rija por la interacción local de sus componentes. De esta forma se puede modelar el crecimiento de cristales, incendios forestales, modelos de reacciones químicas como la reacción de Belousov-Zhabotinsky, mecánica de fluidos, patrones de pigmentación de piel, crecimiento de conchas marinas y corales, comportamiento de colonias de microorganismos, tráfico vehicular, entre otros. Ejemplos de estas aplicaciones se pueden encontrar en [22, 23, 16].

#### 1.4.2. Estudios Teóricos

En este campo se utilizan a los AC para estudiar áreas como complejidad, sistemas caóticos, termodinámica, entropía, computación en paralelo, computación universal, teoría de lenguajes computacionales o estudio de patrones fractales, tal como se muestra en [24, 23, 15].

#### 1.4.3. Realización de tareas específicas

Aquí se buscan construir AC que sean capaces de desarrollar un proceso en especial, esto puede ser desde creación de fondos para diseños artísticos, procesamiento de imágenes o cifrado de datos [22, 23].

Se puede observar que estos campos de desarrollo no son excluyentes, ya que un mismo trabajo puede caer en las tres vertientes, un ejemplo puede ser el AC de Von Neumann [1], ya que puede ser visto como una simulación de la autoreproducción de organismos microscópicos, se puede estudiar en éste el funcionamiento de un sistema complejo y es un AC que realiza una tarea en especial, la replica de él mismo [23].

En particular, en su aplicación al tráfico vehicular, los AC permiten modelar el fenómeno a un nivel de detalle donde el énfasis está en el comportamiento de cada vehículo que circula por una vía de transporte. Los modelos para tráfico vehicular basados en AC han llegado a ser un método bien establecido para modelar, analizar, entender y aún para pronosticar el desempeño del tráfico vehicular real; debido a que la dinámica vehicular depende de un conjunto de reglas de evolución simples, fáciles de entender, computacionalmente eficientes y suficientes para emular el desempeño que se observa en el tráfico vehicular [25].

En este trabajo de tesis se propone un modelo nuevo para el estudio y análisis del tráfico vehicular basado en el paradigma de los AC. Por ello, en el siguiente capítulo de introduce el problema del tráfico vehicular, algunos conceptos relacionados y antecedentes referentes a la modelación del tráfico vehicular basada en AC.

# Capítulo 2 El estudio del tráfico vehicular

El tráfico vehicular (también llamado tránsito vehicular, o simplemente tráfico) se refiere al fenómeno causado por el flujo de vehículos en una vía, calle o autopista. Para estudiar el tráfico vehicular es necesario modelarlo en alguna forma. Aunque el tráfico de vehículos de pasajeros tiene un poco más de 100 años de existencia, la investigación del tráfico vehicular inició en 1930. El tráfico vehicular se ha modelado con diferentes metodologías, algunas de las cuales han sido más populares que otras, pero todavía muchas de ellas se usan actualmente. En este capítulo se presentará un breve resumen de los conceptos y consideraciones empíricas usados para la descripción del tráfico vehicular y algunos de los métodos diferentes que se usan para su modelación. Particularmente, se hará énfasis en el paradigma de los AC, que es la base para el desarrollo de la investigación que se presenta en este trabajo.

### 2.1. El tráfico vehicular

En las sociedades modernas, el tráfico vehicular se encuentra presente en casi todas las esferas de la actividad diaria de la gente. Por ello, la demanda vehicular se incrementa en forma continua. Sin embargo, en los últimos años, muchos países industrializados como México empiezan a ver los límites de tal crecimiento, la capacidad vehicular para la cual se diseñaron las vías, calles o autopistas se está sobrepasando y como consecuencia, la congestión vehicular se ha vuelto una experiencia cotidiana.

La congestión vehicular se refiere a la condición de un flujo vehicular que se ve saturado debido al exceso de demanda de las vías, produciendo incrementos en los tiempos de viaje, estancamientos y consumo excesivo de combustible. Este fenómeno se produce comúnmente en las horas pico, las cuales resultan frustrantes para los automovilistas. Como consecuencia, las sociedades modernas se enfrentan a un incremento continuo de la contaminación del aire y las emisiones de dióxido de carbono (que puede contribuir al calentamiento global), al crecimiento de la frecuencia de accidentes y así, al decremento de la movilidad y de la calidad de vida.

Diversas consideraciones ecológicas, de espacio y de dinero, limitan la posibilidad de resolver el problema del congestionamiento vehicular mediante la modificación y construcción de nuevas redes de transporte.

Ante esta situación, una alternativa es buscar nuevas soluciones orientadas a un uso más

eficiente de las infraestructuras existentes. Sin embargo, probar los impactos de estas nuevas soluciones en el mundo real y antes de su implementación final resulta muy costoso, por lo que los modelos basados en simulación computacional para tráfico vehicular resultan de gran ayuda y su uso ha tomado mucho auge en los últimos años, gracias al advenimiento de computadoras cada día más potentes.

En lo siguiente, se presenta una breve introducción a la modelación y simulación del tráfico vehicular y algunos conceptos relacionados para su entendimiento.

# 2.2. Consideraciones y conceptos para el estudio del tráfico vehicular

El análisis y entendimiento de los fenómenos producidos por el tráfico vehicular, representan un insumo indispensable para la planeación de todas las actividades a realizar en una red de transporte; son así fundamentales para la operación, mantenimiento y desarrollo de una red.

En la operación, el conocimiento del flujo vehicular permite comparar la oferta de servicio con la demanda existente, estimar el grado de ocupación y realizar análisis operacionales que orienten el encauzamiento del tráfico vehicular y el desenvolvimiento en que opera cada segmento de la red.

Con un análisis de evaluación histórica en los segmentos existentes, es factible definir las tendencias de crecimiento y el momento a partir del cual ciertos segmentos dejarán de presentar un servicio adecuado y se convertirán en un cuello de botella del transporte, estancando el desarrollo en lugar de seguir propiciándolo; por lo tanto, este análisis permite priorizar las necesidades de mantenimiento, definir el momento de las modernizaciones o reconstrucciones y señalar la necesidad de rutas alternas.

Además, la adecuada auscultación del tráfico vehicular de una red resulta un insumo indispensable para planear las actividades por realizar en la misma. En lo que a infraestructura se refiere, facilita la asignación de tráfico vehicular en los nuevos segmentos propuestos, así como definir sus características geométricas y estructurales.

#### 2.2.1. Variables para el estudio del tráfico vehicular

Los factores involucrados en una modelación de tráfico vehicular son muchos, como por ejemplo, los límites de velocidad, incorporaciones de tráfico vehicular a una vía rápida, bloqueos, vehículos lentos, semáforos, etc. Sin embargo, en toda modelación de tráfico vehicular el conocimiento de las tres variables que permiten caracterizar su comportamiento es fundamental: el flujo vehicular, la velocidad y la densidad vehicular.

- El **flujo vehicular** se refiere al número de vehículos que pasan por un punto en un periodo de tiempo dado (normalmente referido en veh/h).
- La **velocidad** se define como el cambio de posición de un vehículo por unidad de tiempo (normalmente referido en km/h).

#### 2.2.2. Consideraciones empíricas

La calidad de cualquier modelo tiene que decidirse por comparación con observaciones empíricas a nivel cualitativo o cuantitativo. Los resultados cualitativos usualmente están relacionados a la ocurrencia de estructuras espacio-temporales entre los cuales los congestionamientos son los más destacados.

En principio pueden ser distinguidos dos tipos de congestionamientos, el primer tipo es creado por un *cuello de botella*, es decir, locaciones de capacidad reducida de acuerdo al flujo de entrada. Aparte de los *congestionamientos inducidos por un cuello de botella*, existen los *congestionamientos espontáneos* o *congestionamientos fantasma* para los cuales esto no es cierto, al menos no de manera evidente.

La figura 2.1 (izquierda) muestra observaciones empíricas [26] que indican las crecientes inestabilidades pueden llevar a la formación de congestionamientos espontáneos, incluso en la ausencia de cuellos de botella. Esto fue confirmado por experimentos controlados [27] (ver figura 2.1 (derecha)) en los cuales se les indicó a los conductores que manejaran tan rápido como fuera posible alrededor de una circunferencia. En densidades intermedias, después de algunos pasos de tiempo (típicamente del orden de 10 minutos) el flujo libre se rompe y entonces se crea un congestionamiento. Su origen es el manejo imperfecto de los conductores humanos. Típicamente si un conductor se aproxima a otro vehículo demasiado rápido y se ve forzado a frenar para evitar un accidente, esta maniobra de frenado será más fuerte de lo que realmente se necesita para evitar el accidente. En densidades suficientemente grandes esta acción comenzará una serie de reacciones, las cuales fuerzan a otros conductores a frenar de manera similar hasta que finalmente un vehículo se tiene que detener, marcando el inicio de un congestionamiento. Al principio del experimento, los conductores estaban aún concentrados y podían evitar este comportamiento, pero rápidamente perdieron la concentración. Esto muestra la importancia de los efectos psicológicos en el tráfico.

Además, los experimentos claramente muestran que el mecanismo de inestabilidad subyacente tiene que ser tomado en cuenta en cualquier enfoque de modelación, ya que éste refleja una parte esencial de las interacciones entre vehículos.

#### 2.2.2.1. El diagrama fundamental y las fases del tráfico vehicular

En múltiples puntos de una carretera, se recolectan datos empíricos automáticamente por bucles inductivos (mejor conocidos por su nombre en inglés, *inductive loops*). Para cada vehículo, el tiempo de su paso por ese punto es almacenado y de este dato se pueden derivar muchas otras cantidades. El *flujo J* está dado por el número de vehículos N(t) pasando por el detector en un paso de tiempo t, es decir  $J = \frac{1}{t}N(t)$ . La velocidad v puede ser derivada del intervalo de tiempo necesario para pasar dos bucles cercanos. Otras cantidades que se pueden obtener son la longitud de un vehículo, el intervalo de tiempo entre las señales de dos autos consecutivos (mejor conocido por su nombre en inglés, *temporal headway*) y la distancia espacial entre ellos (mejor conocida por su nombre en inglés, *spacial headway*).



Figura 2.1: Izquierda: Datos empíricos para las trayectorias de vehículos mostrando la formación de congestionamientos espontáneos [26]. Derecha: Experimento para la estación de televisión alemana WDR mostrando la formación espontánea de congestionamientos

Sin embargo, la determinación de la densidad  $\rho$  es problemática. Esto tiene dos razones, una fundamental y una técnica: 1) La densidad es una cantidad espacial que es difícil medir localmente, especialmente si los objetos son extendidos, y 2) muchos detectores se manejan en base a eventos y por lo tanto, solamente los vehículos en movimiento pueden ser detectados. El problema 1) es usualmente evitado al utilizar la relación hidrodinámica de la ecuación 2.1.

$$J = v\rho \tag{2.1}$$

Con la ecuación 2.1 se puede calcular la densidad  $\rho$  a partir de un flujo medido J y una velocidad v. La velocidad promedio es usualmente sobre-estimada (pues los vehículos lentos o detenidos no son detectados) y por lo tanto la densidad  $\rho$  es subestimada.

La caracterización cuantitativa más importante del flujo de tráfico es el diagrama fundamental, el cual describe la dependencia del flujo de la densidad,  $J(\rho)$ . Debido a la relación hidrodinámica, se pueden establecer las relaciones  $v(\rho)$  o v(J). La última evita los problemas al mediar la densidad es usada frecuentemente en la ingeniería de tráfico vehicular.

Usualmente los datos son promediados sobre intervalos de tiempo de 1 a 5 minutos para obtener series de tiempo de puntos de información. Sin embargo, para entender la estructura microscópica se necesita información que no esté promediada y que permita distinguir entre vehículos (mejor conocida por su nombre en inglés, *single-vehicle data*).

De acuerdo a Boris Kerner [28], se pueden distinguir tres fases del flujo vehicular en el diagrama fundamental, apoyado por observaciones espacio-temporales [28] las cuales se describen a continuación; sin embargo, cabe mencionar que aún existe controversia respecto a las características reales de las mismas (ver por ejemplo [29]).

Flujo libre: En esta fase las interacciones entre vehículos son raras. Cada vehículo se mueve con la velocidad deseada correspondiente, por ejemplo, a su máxima velocidad. Por lo tanto el flujo aumenta linealmente con la densidad de los vehículos. La rama de flujo libre F puede verse claramente en la figura 2.2 (izquierda). La parte de la rama con flujos más grandes que  $J_{out}$  es llamada rama metaestable. Ésta corresponde a la región donde el flujo no es determinado únicamente por la densidad.

Todos los estados que no pertenecen al *flujo libre*, pertenecen a los *estados congestionados*. Estos estados se caracterizan por una velocidad promedio más pequeña que la velocidad deseada de los conductores. Hay dos fases congestionadas que se pueden distinguir.

Congestionamientos en movimiento: Los congestionamientos se pueden formar espontáneamente, es decir, sin ninguna razón externa que sea evidente. Los congestionamientos en movimiento son regiones de muy alta densidad y velocidad promedio despreciable. A esta fase también se le llama flujo estancado. Su ancho es mucho más grande que sus extremos, donde la velocidad de los vehículos cambia de manera pronunciada. El frente del congestionamiento se mueve tráfico arriba (opuesto a la dirección de manejo) a una velocidad típica de  $v_{jam} \approx 15 km/h$  [30]. Otras propiedades características de los congestionamientos en movimiento es su densidad y el flujo de salida  $J_{out}$ , el cual no depende del flujo de entrada al congestionamiento [28]. La velocidad  $v_{jam}$  y el flujo vehicular correspondiente sólo se determina por la densidad dentro de un congestionamiento en movimiento y el tiempo de retraso entre dos vehículos que dejan atrás el congestionamiento [30].

Flujo sincronizado: En el flujo sincronizado [28] la velocidad promedio es significativamente más baja que en flujo libre, pero el flujo vehicular puede ser mucho más grande que en los congestionamientos en movimiento. La característica principal de esta fase es la aparente ausencia de una forma funcional flujo vehicular-densidad, es decir que los puntos de datos correspondientes están distribuidos irregularmente en una área bidimensional grande (ver figura 2.2). En las mediciones de serie de tiempo de flujo-densidad, el flujo puede incrementarse o disminuirse con densidad creciente, en un claro contraste con la fase de flujo libre (estancado), donde el flujo siempre es creciente (decreciente).

En este caso el flujo y la densidad son independientes una de la otra. Esto cuantifica la declaración anterior que menciona que los puntos de datos están distribuidos irregularmente. Además, en una carretera multicarril, las series de tiempo de las mediciones en los diferentes carriles están fuertemente correlacionadas, es decir, sincronizadas. Esta fue la razón para denotar este estado de tráfico como tráfico sincronizado.

Las tres fases corresponden a diferentes estrategias de manejo. En flujo libre, los conductores tratan de manejar tan rápido como les sea posible y las interacciones son raras. En la fase congestionada se evitan los accidentes y esto determina el comportamiento y por último, el flujo sincronizado es el deseo de manejar de manera suave y cómoda. Los conductores tratan de evitar cambios de velocidad abruptos, los cuales requieren observar el comportamiento del flujo de tráfico a su alrededor de manera más detallada que en las otras dos fases.

Se han descrito sólo las propiedades más importantes de las fases de flujo de tráfico. En [28] se puede encontrar una caracterización más detallada y una discusión de la organización espacio-temporal de los estados de tráfico vehicular.

Sin embargo, cabe mencionar que existe mucha controversia respecto a la dispersión de los datos que se observan en fase sincronizada, ya que no es clara la existencia de los mismos sin la presencia de embotellamientos (rampas de acceso de entrada y/o salida). En [31, 32] se sugiere que la dispersión amplia de datos no es una consecuencia de la sincronización del



Figura 2.2: Forma esquemática del diagrama fundamental. F denota la rama de flujo libre y la línea de congestionamiento J es determinada por las propiedades de los congestionamientos en movimiento

flujo, sino de los congestionamientos en general y depende ampliamente de los mecanismos de medición de datos; además se afirma que la dispersión que se observa puede reproducirse por modelos de tráfico macroscópicos (dos fases, flujo libre y congestionado) considerando efectos de ruido y heterogeneidad de vehículos y conductores.

#### 2.2.3. Clasificación de los modelos de tráfico vehicular

Las teorías de tráfico vehicular se utilizan para desarrollar modelos que ayuden a analizar el desempeño del tráfico vehicular. En general, las teorías de tráfico vehicular buscan describir las interacciones entre los vehículos y la infraestructura en una forma matemática precisa. Sin embargo, las soluciones analíticas (la formas matemáticas exactas de la solución), cuando las hay, no producen los resultados esperados. Esto es porque es muy complicado encontrar una solución analítica buena, y aún encontrándola, la simulación computacional de esta solución es difícil de implementar en forma eficiente y rápida, de tal manera que sea factible para su uso en tiempo real.

Por ello, en los últimos años, ciertos modelos basados en simulación computacional para caracterizar el flujo vehicular han llegado a ser una herramienta esencial, tanto para el análisis del tráfico vehicular en tiempo real como para la experimentación.

#### 2.2.3.1. Clasificación de acuerdo al enfoque de modelación

Los modelos para tráfico vehicular se pueden clasificar con base en el nivel de detalle de las entidades que simulan, en modelos macroscópicos y microscópicos. Los modelos macroscópicos se enfocan en captar las relaciones globales del flujo de tráfico vehicular, tales como la velocidad promedio de los vehículos, el flujo vehícular promedio y la densidad global del tráfico vehícular (véase figura 2.3, izquierda). Estos modelos asumen que el comportamiento de los conductores depende de las condiciones del tráfico vehícular y estudian el comportamiento de los autos a gran escala.

Los modelos microscópicos, por su parte, se enfocan en la descripción del comportamiento del flujo de tráfico vehicular a través de describir las entidades individuales y atómicas que interactúan unas con otras (en este caso cada vehículo o conductor individual). (Véase figura 2.3,derecha). Estos modelos son por lo general discretos (finitos y contables) en espacio, en tiempo o en ambos.



Figura 2.3: Los modelos para tráfico vehicular se pueden clasificar, con base en el nivel de detalle de las entidades que se simulan, en modelos microscópicos y modelos macroscópicos.

A continuación se describe la clasificación de acuerdo al nivel de detalle de manera más amplia.

#### 2.2.3.2. Modelos macroscópicos

Las teorías de modelación en donde los procesos y la población se representan como un todo, a un alto nivel de agregación, donde los individuos diferentes no pueden ser distinguidos y que tienen un nivel de detalle bajo, se denotan como modelos macroscópicos. Este tipo de modelos describen el tráfico vehicular como un flujo; es decir, el flujo de tráfico vehicular se representa a manera de agregación y se enfoca en captar las relaciones globales del flujo vehicular, densidad y velocidad [33, 9].

Estos modelos son continuos por naturaleza y pueden ser clasificados de acuerdo al número de ecuaciones diferenciales parciales que utiliza el modelo y también por el órden de las mismas.

Las aproximaciones macroscópicas carecen de flexibilidad, pero son adecuados para trabajos de diseño y optimización. Debido a ello, las maniobras individuales de los vehículos no se representan explícitamente, entonces se puede asumir que el flujo de tráfico vehicular está en los carriles y se utiliza una aproximación para este fin. Dentro de los modelos macroscópicos existen modelos puramente empíricos, denominados modelos de capacidad y nivel de servicio, que renuncian al planteamiento preciso de ecuaciones diferenciales y se limitan a establecer relaciones empíricas entre las principales variables bajo control del diseñador. Sin embargo, como modelos representativos de las teorías macroscópicas, se incluyen los enfoques de dinámica de fluidos [34] y a las teorías de (gas-) cinético [35], las cuales se describen a continuación.

**Teorías de dinámica de fluidos.** Desde un punto de vista lejano, por ejemplo desde un avión, el flujo de tráfico vehicular se asemeja al flujo de un fluido cuando éste es suficientemente grande y solamente son estudiadas las características colectivas. Por lo tanto, una teoría macroscópica de tráfico vehicular se puede desarrollar, en analogía con la teoría hidrodinámica de fluidos, tratando el tráfico vehicular como un fluido compresible y continuo de una dimensión [36, 9].

La teoría se basa en la conservación del número de vehículos, excluyendo entradas y salidas en la primera aproximación y de esa manera se puede establecer la ecuación de continuidad 2.2 entre estas dos cantidades. La densidad de los vehículos se simboliza con  $\rho(x; t)$  y el flujo vehícular con q(x; t).

$$\frac{\partial \rho(x;t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x;t)}{\partial x} = 0$$
(2.2)

No se puede resolver una sola ecuación con dos incógnitas como en la ecuación 2.2, es decir  $\rho(x;t)$  y q(x;t), a menos que se relacione una con otra y para esto se necesita otra ecuación independiente [36, 9].

Como alternativa, una de las primeras teorías en este sentido es la conocida como LWR [34], la cual asume que el flujo vehicular se determina únicamente por la densidad local, así que un vehículo se adapta instantáneamente a la densidad local sin ninguna relajación de tiempo y el número de variables desconocidas se reduce a una. La solución fue nombrada como *ondas cinemáticas*.

La teoría LWR es el prototipo de un modelo de primer orden, ya que se define por una ecuación diferencial parcial de primer orden. Sin embargo, esta teoría tiene varias deficiencias:

- Asume que el diagrama fundamental estacionario también se adecua a situaciones no estacionarias, ya que el diagrama fundamental es la única manifestación de los efectos colectivos. Esto lleva a resultados insatisfactorios para las situaciones dinámicas.
- Debido a que la densidad y el flujo vehicular están siempre en equilibrio, esta teoría no puede explicar ni producir los agrupamientos del tráfico vehicular, ni las ondas de parar y seguir, ni la formación de congestionamientos espontáneos. No existe un régimen de densidad donde las fluctuaciones de las pequeñas densidades crezcan.
- Cerca de los gradientes de densidad grandes, las aceleraciones y desaceleraciones divergen.

Dada la problemática, se incluyeron términos de un orden más alto, constituyendo los modelos macroscópicos de segundo orden, cuyo nombre se debe a las derivadas de segundo orden. La adaptación inmediata es reemplazada con dependencias más realistas. La ecuación continua ahora se acompaña de una ecuación de Navier-Stokes de cambios de velocidad, incluyendo términos de relajación de velocidad a una velocidad promedio máxima y segura (la cual depende de la densidad), la anticipación y el ajuste de velocidad a la de los vehículos vecinos.

**Teorías de (gas-) cinético.** En estas teorías los vehículos pueden ser tratados como moléculas que interactúan en un gas unidimensional, donde cada molécula representa un vehículo. Las varias diferentes versiones de la teoría cinética de tráfico vehicular han sido desarrolladas al modificar la teoría cinética de gases. [36, 9].

En la teoría cinética de gases, las moléculas de gas se describen con una función de distribución por el número de moléculas en una unidad de volumen, en un momento, cerca de cierto valor y en un cierto tiempo. La evolución del tiempo de esta distribución se describe con la ecuación de Boltzmann [36, 9].

Similar a los gases, la función de distribución f representa la probabilidad de un vehículo de existir en un punto de la carretera, con una velocidad cercana a cierto valor en cierto tiempo. Esta teoría sugiere que, si no existen interacciones entre vehículos, debería existir una distribución ideal, en la cual f trate de relajarse [35]. El proceso se puede describir por una ecuación cinética como la ecuación 2.3. La distribución f cambia con el tiempo, ya sea por relajación (si fdifiere de  $f_{des}$  para el mismo x y v, existe un deseo de regresar a la distribución ideal) o por las interacciones entre vehículos.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{rel} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} \tag{2.3}$$

donde el término  $(\frac{\partial f}{\partial t})_{rel}$  se refiere a la relajación de  $f_{des}$  y el término  $(\frac{\partial f}{\partial t})_{coll}$  es un término de interacción.

Esta teoría tiene algunos inconvenientes como los saltos de velocidad discontinuos y el hecho de que f no toma en cuenta diferentes perfiles de conductores. Esto fue corregido por la teoría de Paveri-Fontana [37], donde se sugiere que cada conductor tiene una velocidad deseada a la cual siempre trata de relajarse. Así, las alteraciones son importantes para el término de relajación.

#### 2.2.3.3. Modelos microscópicos

En los modelos microscópicos, los agentes y eventos se distinguen, analizan y representan individualmente, de manera separada y muy detallada. Este tipo de modelos permite distinguir diferentes clases de agentes, con las características y desempeño de todos los individuos [33, 9]. Las características de las aproximaciones microscópicas suelen ser costosas, pero como beneficio las propiedades y la dinámica de los objetos pueden ser presentadas a detalle [21].

Un modelo microscópico describe el comportamiento en espacio y tiempo de las entidades del sistema (por ejemplo, vehículos y conductores), así como sus interacciones a un nivel alto de detalle (individualmente). Por ejemplo, para cada vehículo en el flujo de tráfico, un cambio de carril se describe como una cadena de decisiones de los conductores.

Los modelos microscópicos incluyen modelos continuos, los modelos basados en agentes y los modelos basados en AC, los cuales pueden ser de interés en este trabajo y se describen a continuación.

Los modelos microscópicos continuos. Los modelos microscópicos continuos son también llamados modelos de seguimiento de autos (car-following) por su funcionamiento. Las acciones de los conductores son consideradas como respuesta a los diferentes incentivos, incluyendo los del propio conductor y desde luego los de otros vehículos (particularmente los de adelante), las distancias entre ellos, etc. [36, 33, 9].

El comportamiento de cada conductor se describe por separado con una ecuación de movimiento. El comportamiento y las ecuaciones de movimiento de este tipo de modelos basan sus postulados en la naturaleza de los estímulos. Los estímulos pueden ser la velocidad del vehículo, la distancia al vehículo de enfrente, la diferencia de velocidades entre estos vehículos, etc. [36, 9].

Esto es análogo a una descripción Newtoniana de un sistema clásico de partículas interactuantes. En esta analogía, la aceleración puede ser la respuesta de un vehículo a los estímulos que recibe en forma de fuerza, los cuales incluyen fuerzas externas y las que provienen de la interacción con otros vehículos en el sistema. Ejemplos de modelos de seguimiento de autos son: *el modelo de sigue al líder*[38], *el modelo de velocidad óptima* [39], *el modelo de diferencia de movilidad* [40], *el modelo de conductor inteligente* [41] y *el modelo de Gipps* [42]. A continuación se describirán algunos de ellos.

En el antiguo modelo de este tipo llamado sigue al líder (follow-the-leader)[38], las reacciones de un vehículo se deben a la diferencia de velocidades con el vehículo de enfrente. En este modelo se asume que los conductores tienden a moverse con la misma velocidad que su líder y que la distancia al frente debería crecer cuando la velocidad aumenta (distancia segura). Así, la aceleración del vehículo n se da por la ecuación 2.4.

$$\ddot{x}_n(t) = \frac{1}{\tau} [\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)]$$
(2.4)

donde n+1 se refiere al vehículo líder y  $\tau$  es un parámetro cuyo inverso puede ser visto como un coeficiente de sensibilidad.

Durante la década de 1960, los esfuerzos de investigación se centraron en estos modelos [33]. También se realizaron algunas modificaciones a este modelo considerando un tiempo de reacción y una constante de sensibilidad. Así, el vehículo

seguidor reacciona a las acciones de su líder después de un cierto tiempo T, como en la ecuación 2.5.

$$\ddot{x}_n(t+T) = S[\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)]$$
(2.5)

donde S es una constante de sensibilidad y la constante de retraso de tiempo T consiste de 3 cosas: el tiempo de percepción del conductor seguidor (observación del cambio de aceleración del vehículo líder), tiempo de respuesta del conductor y tiempo de respuesta del vehículo.

Otra clase de modelos de seguimiento de auto son los modelos de velocidad  $\delta ptima[39]$ . En estos modelos los conductores tienden a utilizar una velocidad  $\delta ptima$ , la cual depende de la distancia al frente y es diferente a ajustarse a la velocidad del vehículo de enfrente. La dependencia puede expresarse como en la ecuación 2.6.

$$\ddot{x}_n(t) = \frac{1}{\tau} [V^{opt}(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)]$$
(2.6)

donde  $\Delta x_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t)$ . Mientras más grande sea la distancia al frente de un vehículo, el término  $V^{opt}(\Delta x_n)$  debe tener un valor más alto. Diferentes expresiones han sido sugeridas para esta función.

Para estos modelos se necesitan ecuaciones diferenciales de segundo orden y los cálculos analíticos son mucho más difíciles, debido a que la expresión ahora toma en cuenta distancias en vez de velocidades.

En estos modelos, si la velocidad actual de un vehículo v(t) es más pequeña (o más grande) que la velocidad deseada, el vehículo acelera (desacelera) de tal manera que se aproxime a esta velocidad; sin embargo, incluso en flujo libre, los conductores no mantienen constante esta velocidad, sino que fluctúan a su alrededor y además siempre se mantiene una distancia segura al frente.

Otro ejemplo es el modelo de *conductor inteligente* [41], donde *inteligente* se refiere a una estrategia de frenado diferente para situaciones normales y críticas. En este modelo se toma en cuenta la desaceleración, máxima aceleración, velocidad deseada, distancia al vehículo de enfrente, diferencia de velocidades, distancia mínima al frente y tiempos seguros.

Los modelos basados en agentes. Al utilizar la terminología de los sistemas multi-agente [43, 44, 45, 46], se puede decir que un *agente* es una descripción de una entidad que actúa en su medio ambiente [47]. Los agentes de un sistema complejo interactúan unos con otros. Por lo tanto, las acciones de un agente afectan a los otros, directa o indirectamente [48].

En los modelos para tráfico vehicular basados en agentes, un vehículo se puede considerar como un agente que descubre otros vehículos sobre la carretera o vía y como se mueven. Normalmente, el movimiento de un vehículo resulta de observar el movimiento otros vehículos en forma continua. De tal manera que un sistema se puede modelar en dos niveles: el ambiente (ciudad, infraestructura, etc.) y los vehículos. El objetivo del ambiente es lograr un desempeño del tráfico vehicular promedio eficiente, tal que los vehículos se muevan tan rápido como sea posible, mientras media un balance para el espacio y el tiempo. Mientras que cada vehículo tiene como objetivo moverse tan rápido como sea posible para lograr su meta. La definición del ambiente y las reglas de acción se hace acorde al problema de tráfico vehicular que se desea modelar.

La simulación basada en agentes puede ser así una excelente herramienta prototipo para desarrollar y refinar modelos de tráfico vehicular, ya que permite que los parámetros tanto de los vehículos como del ambiente que se modela se varíen en forma fácil; tal que es posible experimentar con muchas alternativas y ganar resultados en tiempo real.

Los modelos de AC para tráfico vehicular. En los modelos basados en AC para modelar el tráfico vehicular, el espacio, el tiempo y las variables de estado que se usan son discretas, es decir son finitas y contables. Así, la red de transporte se parte en una malla con una topología ordenada, inducida por la topología real, que respeta las relaciones de conectividad y los sentidos de circulación de la red original. El estado de los vehículos se caracteriza por su posición y velocidad (véase figura 2.4). La primera está determinada por su ubicación dentro de la malla y la segunda surge de las relaciones que el vehículo bajo análisis guarda con su entorno, que a su vez se determina por los vehículos vecinos y la presencia de elementos externos (intersecciones, semáforos, etc.).



Figura 2.4: Ejemplo de una sección de calle representada mediante AC. Cada celda puede estar vacía u ocupada con un vehículo, el cual tiene una velocidad discreta (v) que toma valores entre 0 y una velocidad límite. En este caso, la longitud de una celda en unidades reales equivale a 7.5 m. y el espaciamiento entre vehículos (gap) es el número de celdas vacías que los separan.

Cabe mencionar que, debido a la discretización de espacio y tiempo de los AC, las velocidades de los vehículos toman valores discretos, que pueden fácilmente convertirse en unidades de datos reales.

Dada la estructura relativamente simple de los modelos de los AC, son ideales para hacer simulaciones masivas, con miles de vehículos. A partir de los resultados de estas simulaciones, es posible observar fenómenos en tiempo real de difícil predicción con modelos macroscópicos (como la formación de fases y patrones del flujo vehicular, por ejemplo). Esto se debe a que los modelos de tráfico vehicular basados en AC permiten capturar dinámicas en un nivel micro y propagarlas a un desempeño de macro-nivel; es decir, permiten representar las interacciones entre los vehículos individuales y, además, relacionar esta interacción con mediciones macroscópicas como el flujo vehicular, el tiempo de viaje y la velocidad promedio. Por lo tanto, estos modelos preservan las ventajas de la compleja micro-simulación, mientras permanecen computacionalmente eficientes; esto los hace adecuados para simulación en línea del tráfico vehicular.

La diferencia entre los modelos de seguimiento de vehículos (car following) y de AC es que en este último, el espacio y el tiempo son discretos (finitos y contables), además el movimiento se simula mediante saltos de una celda a otra. En contraste, las simulaciones de seguimiento de vehículos discretizan el tiempo, pero usan el espacio continuo y cada vehículo tiene una posición descrita por un número real (ver figura 2.5).



Figura 2.5: Esquema que muestra la diferencia de la modelación del espacio mediante una simulación continua (arriba) y una simulación discreta (abajo). En el primer caso, las posiciones de los vehículos (pos) toman valores reales, mientras que en el segundo caso, las posiciones toman valores discretos (enteros).

Por lo tanto, los modelos de AC permiten tomar en cuenta aspectos microscópicos en forma sencilla, mientras permanecen computacionalmente eficientes; por lo que en nuestros días son una de las herramientas matemáticas más atractivas para la modelación, análisis y predicción del tráfico vehicular [49, 50, 7, 51].

Cabe mencionar que la metodología basada en AC ya ha sido usada como una opción de alta velocidad en algunos proyectos de simulación de tráfico vehicular real, por ejemplo en Alemania y Estados Unidos [49, 52, 53].

Una vez que se explicaron los conceptos fundamentales del tráfico vehicular y dado que este trabajo de tesis se basa en un modelo de AC, en el siguiente capítulo se introducen brevemente la descripción de algunos modelos para tráfico vehicular basada en AC que son importantes para el entendimiento y justificación del trabajo de tesis.
# Capítulo 3 Modelación de tráfico vehicular con autómatas celulares

Los modelos para tránsito vehicular basados en AC han llegado a ser un método bien establecido para modelar, analizar, entender e incluso para pronosticar el desempeño del tránsito vehicular real [52, 50, 7, 51]. Su característica principal, la cual los hace muy atractivos para la simulación del tráfico vehicular es que se basan en reglas locales, lo que permite tomar en cuenta en la modelación aspectos complejos del comportamiento tanto de los vehículos como de los conductores (como los psicológicos), de una manera natural y eficiente. En este capítulo se describirán algunos modelos para tráfico vehicular basados en AC, los cuales son fundamentales para el entendimiento y desarrollo de este trabajo de tesis.

# 3.1. El modelo Nagel-Schreckenberg y algunas modificaciones

El primer modelo que mostró las bondades de los AC para simular el tráfico vehicular, surgió a inicios del decenio de 1990, cuando los alemanes Kai Nagel y Michael Schreckenberg propusieron un modelo para la modelación de tráfico vehicular de carreteras (modelo NaSch por las iniciales de sus autores) [3]. A partir de éste han surgido diversos modelos con la finalidad de reproducir más fielmente el desempeño del conductor, y de esta forma aproximar mejor los fenómenos que ocurren en el tráfico vehicular [10, 54, 11]. Las investigaciones realizadas hasta el momento han probado que los modelos basados en AC son adecuados para la planeación del diseño de carreteras o redes urbanas, para el análisis de su desempeño, la determinación de las causas de los congestionamientos y para proponer posibles modificaciones que permitan mejorar el flujo vehicular.

En esta sección se describirá el modelo NaSch basado en AC y algunas modificaciones al mismo, las cuales son fundamentales para este trabajo de tesis.

# 3.1.1. Definición del modelo Nagel-Schreckenberg

El modelo NaSch (Nagel-Schreckenberg) [3] es un AC probabilista capaz de reproducir muchas de las características del tráfico vehicular. El modelo consiste de N vehículos moviéndose en una sola dirección sobre una red unidimensional de L celdas con condiciones de frontera periódicas. La longitud típica de una celda ( $\Delta x$ ) es de alrededor de 7.5 m. Ésta corresponde al espacio típico (longitud de un vehículo más la distancia al vehículo precedente) ocupado por un vehículo en un estancamiento. Cada celda puede estar vacía u ocupada por exactamente un vehículo que viaja con una velocidad discreta v que toma valores  $v = 0, ..., v_{max}$ . Aquí  $v_{max}$  corresponde a la velocidad límite y en el caso más simple es la misma para todos los vehículos. Véase figura 3.1



Figura 3.1: Ejemplo de una sección de calle representada mediante el modelo NaSch, basado en AC. Cada celda puede estar vacía u ocupada con un vehículo, el cual tiene una velocidad discreta (v) que toma valores entre 0 y una velocidad límite. En este caso, la longitud de una celda en unidades reales equivale a 7.5 m. y el espaciamiento entre vehículos (gap) es el número de celdas vacías que los separan.

Un paso de tiempo discreto  $(\Delta t)$  corresponde a un segundo, por lo tanto, las transiciones de cambio del sistema son de  $t \to t+1$ . De esta forma, si se consideran los valores de  $\Delta x$  y  $\Delta t$ , v = 1 corresponde a mover un vehículo a la celda vecina (en la dirección del flujo vehicular) y corresponde a 27km/h en unidades reales. La velocidad máxima usada es  $v_{max} = 5$ , que es equivalente a 135km/h.

En el contexto de los AC, debido a la discretización de espacio y tiempo, las unidades propias se omiten frecuentemente. Por lo tanto las unidades apropiadas para el modelo serían d=número de celdas, v=número de celdas por paso de tiempo, t=número de pasos de tiempo, etc. Por esta razón v < d es usada frecuentemente en lugar de  $v < d/\Delta t$ , porque  $\Delta t = 1$ .

Sea  $v_i$  y  $x_i$  la velocidad actual y posición de un vehículo *i*, respectivamente y sea  $x_p$  la posición del vehículo de adelante (que precede al vehículo *i*), en un tiempo dado. Así,  $d_i := x_p - x_i - 1$  denota la distancia (número de celdas vacías) enfrente del vehículo en la posición  $x_i$ .

La transición de estado en cada paso de tiempo  $t \to t+1$ , es decir, el cambio de velocidad y posición de los vehículos, se define con el siguiente conjunto de reglas:

#### R1: Aceleración

Si  $v_i < v_{max}$ , la velocidad del vehículo *i* se incrementa en uno, es decir:

$$v_i \rightarrow min(v_i + 1, v_{max})$$

R2: desaceleración

Si  $d_i < v_i$ , la velocidad del vehículo *i* se reduce a  $d_i$ . Por lo tanto, la nueva velocidad del vehículo *i* es:

$$v_i \to min(v_i, d_i)$$

#### R3: Desaceleración aleatoria

Si  $v_i > 0$ , la velocidad del vehículo *i* se decrementa aleatoriamente con probabilidad *R* por una unidad, es decir,

 $v_i \rightarrow max(v_i - 1, 0)$  con probabilidad R.

R4: Movimiento del vehículo

Cada vehículo se mueve hacia adelante de acuerdo a su nueva velocidad determinada en los pasos 1-3, es decir,

$$x_i \to x_i + v_i$$

Estas reglas se aplican a los N vehículos del sistema mediante una dinámica paralela. Para el caso de un carril, estas reglas garantizan que no se producen alcances entre los vehículos y que el orden se mantiene.

La regla R1 refleja la tendencia general de los conductores a conducir tan rápido como sea posible sin exceder la velocidad máxima límite. La regla R2 es para evitar colisiones entre los vehículos. La desaceleración aleatoria en la regla R3, toma en cuenta los diferentes patrones de desempeño de los conductores individuales, especialmente, la aceleración no determinista; esto es crucialmente importante para la formación espontánea de congestionamientos.

Los parámetros del modelo NaSch son: la velocidad máxima  $v_{max}$ , el parámetro de desaceleración R y la densidad global  $\rho$ .

El modelo NaSch establece un estricto orden en la aplicación de las reglas de transición. Un cambio en el orden de éstas cambiaría las propiedades del modelo; en otras palabras, las reglas no conmutan.

Aunque el modelo NaSch reproduce algunas características básicas del tráfico vehicular de una manera macroscópica, también es una simplificación extrema de las condiciones del mundo real. Por lo que desde su creación se han desarrollado un número considerable de modificaciones o extensiones del mismo, por ejemplo ver [55, 56, 57, 13, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 3, 64, 65].

La mayoría de estos modelos han sido orientados a reproducir los fenómenos que ocurren en el tráfico vehicular y raramente han considerado una velocidad de desaceleración limitada. De hecho, la mayoría de los modelos existentes han considerado explícitamente criterios libres de colisión, mediante la imposición de desaceleraciones arbitrariamente grandes, que se alejan de la capacidad práctica de frenado en pavimento con las condiciones normales de los neumáticos.

A continuación se describirán los modelos de Krauss y de Lee, los cuales son antecedentes importantes en el tema de desaceleración limitada.

## 3.1.2. El modelo de Krauss y el modelo de Lee

Quizás el primer esfuerzo en introducir la capacidad de desaceleración limitada en la modelación basada en AC fue el modelo propuesto por Krauss y Wagner (modelo KW) [10]. Ellos introdujeron el término llamado velocidad segura a través de la ecuación 3.1.

$$v^{(safe)}\tau^{(safe)} + X_d(v^{(safe)}) \le g_n + X_d(v_{l,n})$$
(3.1)

donde  $g_n$  denota la brecha espacial. A continuación se define el término  $X_d(u)$  en la ecuación 3.2.

$$X_d(u) = (u - b\tau) + (u - 2b\tau) + \dots + \beta b\tau = b\tau^2 (\alpha\beta + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2})$$
(3.2)

La ecuación 3.2 representa la distancia esperada de viaje, con la velocidad original u y el intervalo de desaceleración b. El intervalo de tiempo seguro para los conductores se determina como se define en la ecuación 3.3.

$$\tau^{(safe)} = v^{(safe)}/b = \alpha_{safe} + \beta_{safe} \tag{3.3}$$

La velocidad del vehículo precedente se representa por la ecuación 3.4.

$$\alpha_{safe} = \sqrt{2\frac{X_d(v_{l,n}) + g_n}{b}} \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\beta_{safe}$$
(3.4)

Además de la complejidad con la que el modelo simula la dinámica vehicular, los resultados del modelo de Krauss mostraron claramente desaceleraciones que exceden las correspondientes a la realidad.

Recientemente, Lee et al [11] introdujeron capacidades de aceleración (a) y desaceleración (D) en su modelo y propusieron el criterio de seguridad para el movimiento de los vehículos de la ecuación 3.5, que es muy similar al propuesto por Krauss y Wagner.

$$x_n^t + \Delta + \sum_{i=1}^{\tau_f(c_n^{t+1})} (c_n^{t+1} - D_i) \le x_{n+1}^t + \sum_{i=1}^{\tau_l(v_{n+1}^t)} (v_{n+1}^t - D_i)$$
(3.5)

donde n, n + 1 denotan al vehículo seguidor y conductor, respectivamente.  $c_n^{t+1}$  denota la velocidad segura al tiempo t + 1. Además,  $x_n^t, v_n^t$  denotan la posición y velocidad, respectivamente, del vehículo seguidor al tiempo t; mientras que  $x_{n+1}^t, v_{n+1}^t$  denotan la posición y velocidad, respectivamente, del vehículo conductor.  $\tau_f, \tau_l$  denotan los pasos de tiempo que requieren el vehículo seguidor y conductor, respectivamente, para desacelerar hasta parar; es decir,  $i = 0, 1, \dots, \tau_f$  para el vehículo seguidor e  $i = 0, 1, \dots, \tau_l$  para el vehículo conductor; D es la capacidad de desaceleración máxima y  $\Delta$  es la distancia mínima con respecto al vehículo conductor.

Tanto el modelo KW como el modelo de Lee antes mencionados, se establecen bajo la suposición que el vehículo siguiente siempre tendrá conocimiento de la velocidad del vehículo que va adelante y así, mantendrá continuamente una distancia adecuada para evitar colisiones en caso de que el vehículo precedente desacelere a un paro total en el siguiente paso de tiempo. Sin embargo, la distancia de seguimiento segura que un vehículo debe mantener respecto al vehículo que le precede es aún conservadora debido al uso de las velocidades absolutas para su determinación. Además, con la idea de incorporar capacidades de desaceleración limitada, estos modelos más sofisticados utilizan un conjunto de reglas complejo, con un número de parámetros muy grande en comparación con el modelo original NaSch [12].

Recientemente, en [54], que en adelante se expresará como modelo LAI por las iniciales de sus autores, se propuso un modelo probabilista basado en AC para el tráfico vehicular de carreteras. El objetivo en este modelo fue introducir el concepto de anticipación de la velocidad en el proceso de desaceleración, con el objetivo de capturar mejor las reacciones de los conductores. Este modelo se describirá en la siguiente sección.

# 3.1.3. Un modelo de autómatas celulares realista basado en políticas de manejo seguras (LAI)

En [54] se propuso un nuevo modelo de AC de un carril para el flujo de tráfico vehicular, modelo LAI en adelante. El modelo toma en cuenta políticas de espaciamiento de los conductores reales y prácticas de ingeniería de transporte para garantizar que el comportamiento microscópico de los vehículos esté más en línea con el movimiento vehicular en el mundo real. Como resultado, las reacciones de los conductores están basadas en un análisis de seguridad que determina la acción más apropiada que debe tomar un vehículo. Por lo tanto, el modelo introduce un nuevo conjunto de reglas simples para cambiar la velocidad de los vehículos que incorporan tres distancias de seguimiento seguro para que un vehículo acelere, desacelere o mantenga su velocidad de manera segura.

Los resultados de simulación, los cuales se obtuvieron de un sistema con condiciones periódicas, muestran que el modelo puede suavizar la disminución de velocidad cuando los vehículos se aproximan al frente de un congestionamiento. Por lo tanto, el modelo evita la desaceleración irreal encontrada en la mayoría de los modelos previos de AC. Además, el modelo es también capaz de reproducir la mayoría de las observaciones empíricas incluyendo los tres estados del flujo de tráfico vehicular, la velocidad de salida del frente de un congestionamiento y diferentes patrones de tráfico vehicular congestionado inducidos por un sistema con condiciones de frontera abierta con una rampa de entrada.

Aunque algunos de estos resultados también se encontraron en trabajos previos, la principal contribución de este trabajo es la definición de las capacidades de aceleración/desaceleración, de tal manera que los vehículos no pueden cambiar su velocidad abruptamente de manera instantánea.

Por lo tanto, con este modelo pueden generarse comportamientos de aceleración/desaceleración más realistas. Además, en comparación con otros otros modelos de AC que consideran las capacidades de desaceleración, el modelo propuesto conlleva a una representación más fiel del comportamiento de los conductores sin comprometer la eficiencia computacional.

Se asume que los vehículos se mueven de izquierda a derecha. El modelo se define en una rejilla de celdas de longitud L, donde cada celda puede estar vacía u ocupada por un solo vehículo. La velocidad de cada vehículo puede tomar uno de los  $(v_{max} + 1)$  valores enteros permitidos  $v = 0, 1, ..., v_{max}$ . En este modelo, los vehículos pueden ocupar más de una celda. Por simplicidad, sólo se considera un tipo de vehículo en este artículo y por lo tanto, la misma velocidad máxima es empleada en todos los vehículos.

Las dinámicas para el modelo propuesto se basan en la respuesta del conductor a las condiciones de tráfico vehicular locales y a las capacidades de aceleración y desaceleración limitadas de los vehículos, los cuales consideran los siguientes aspectos. Cuando existen grandes distancias entre ellos, los conductores tienden a moverse con la máxima velocidad deseada  $v_{max}$ . En distancias intermedias, los conductores reaccionan a los cambios de velocidad del vehículo de enfrente, es decir, las reglas para establecer la nueva velocidad no sólo dependen de la velocidad relativa de los vehículos vecinos, ellos ahora toman en cuenta sus distancias relativas positivas. En distancias pequeñas, sin embargo, los conductores ajustan su velocidad de tal manera que un manejo seguro sea posible. Para distancias muy pequeñas, los conductores percibirán una situación insegura y reaccionarán aplicando frenado de emergencia.

Aunque en la conducción normal, la desaceleración de emergencia no ocurre regularmente, este modelo considera que es importante proponer un modelo de flujo de tráfico vehicular que utilice el paradigma de los AC que lo tome en cuenta.

Las reglas para actualizar la velocidad de los vehículos se definen por la inclusión de tres distancias requeridas por un vehículo seguidor para acelerar $(d_{acc})$ , desacelerar  $(d_{dec})$ y mantener su velocidad  $(d_{keep})$  en el siguiente paso de tiempo, las cuales garantizan un movimiento seguro. Estas tres distancias se explicarán más adelante.

Para efecto de replicar los efectos estocásticos del comportamiento de un conductor individual, el modelo considera capacidades de aceleración y desaceleración aleatoria. Una actualización del sistema consiste de los siguiente cuatro pasos consecutivos, que se ejecutan a la vez para todos los vehículos.

- **S1** : Cálculo de las distancias seguras. Obtener el valor de  $d_{dec}(v_{f_t}, v_{l_t})$ ,  $d_{acc}(v_{f_t}, v_{l_t})$ , y  $d_{keep}(v_{f_t}, v_{l_t})$ , las cuales corresponden a las distancias mínimas requeridas por un vehículo para conducir a una velocidad de  $v_f$  atrás de su vehículo líder con velocidad  $v_l$  de manera segura.
- **S2** : Aceleración retardada. Obtener el valor correspondiente del ruido estocástico  $R_a$ , basado en la velocidad del vehículo  $v_{f_t}$ .

$$R_a = \min(R_d, R_0 + v_{f_t} \cdot (R_d - R_0)/v_s)$$
(3.6)

donde la velocidad  $v_s$  es una constante ligeramente mayor a 0.

- **S3** : Toma de decisión. Sea  $a_{f_{t+1}}$  la magnitud en celdas para acelerar/desacelerar un vehículo en una situación normal en el siguiente paso de tiempo. La actualización de la velocidad de los vehículos a lo largo de la carretera se lleva a cabo al actualizar simultáneamente todos los sitios de la rejilla de acuerdo a las siguientes reglas:
  - **S3a** : Aceleración. Si  $d_t \in [d_{acc}, +\infty)$  entonces la nueva aceleración se define de la siguiente manera con probabilidad  $R_a$ , definida en la ecuación 3.6, es decir,

 $a_{f_{t+1}} = \begin{cases} a & \text{si aleatorio}() \le (R_a) \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$ 

donde aleatorio() <br/> $\in [0,1]$ denota un número uniformemente aleatorio (específicamente para el ve<br/>hículo fal tiempot).<br/>aes la aceleración calculada, por defect<br/>o $a=a_1$  **S3b** : Desaceleración aleatoria. Si  $d_t \in [d_{keep}, d_{acc})$  o  $(v_f = v_{max})$ , la aceleración del vehículo f se decrementa con probabilidad  $R_s$ , es decir,

$$a_{f_{t+1}} = \begin{cases} -a_1 & \text{si aleatorio}() \le (R_s) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

**S3c** : Desaceleración. Si  $d_t \in [d_{dec}, d_{keep})$ , el vehículo f desacelera en  $a_1$ .

$$a_{f_{t+1}} = -a_1$$

 ${\bf S3d}$ : Desaceleración de emergencia. Si  $d_t < d_{dec_t},$  la aceleración del vehículo f se reduce en  $a_{max}$ 

$$a_{f_{t+1}} = -a_{max}$$

donde  $-a_{max}$  es la máxima capacidad de desaceleración del vehículo f en un paso de tiempo.

S4 : Actualización de la velocidad en función de la nueva aceleración.

$$v_{f_{t+1}} = \min(\max(0, v_{f_t} + a_{f_{t+1}}), v_{max})$$

S5 : Movimiento del vehículo en función de la nueva velocidad.

$$x_{f_{t+1}} = x_{f_t} + v_{f_{t+1}}$$

donde  $x_{n_t}$  y  $v_{n_t}$  respectivamente, denotan la posición y velocidad del vehículo n al paso de tiempo t (se asume que el vehículo l precede al vehículo f). Entonces, el espacio al frente del vehículo n, es decir, la distancia desde la defensa delantera del vehículo f a la defensa trasera del vehículo l, se define como  $d_t = x_{l_t} - x_{f_t} - l_f$ ; donde  $l_f$  denota el tamaño del vehículo (en celdas) y se asume que la posición de un vehículo es la celda que contiene su defensa trasera. El parámetro  $a_{max}$  representa la máxima capacidad de desaceleración de un vehículo en un paso de tiempo. Los parámetros estocásticos  $R_s$ ,  $R_0$  y  $R_d$  controlan las fluctuaciones de velocidad de los vehículos.

Finalmente,  $a_1$  denota la magnitud para incrementar/decrementar la velocidad de un vehículo en un paso de tiempo bajo situaciones normales (en  $celdas/s^2$ ).  $\Delta x$  es el tamaño de la celda (en metros) que se utilizan para la discretización del sistema, que en este modelo es  $\Delta x = 2.5$ .

Las reglas de S3a a S3d están diseñadas para determinar la aceleración que tomará el conductor para el siguiente paso de tiempo, acelerar, no acelerar o desacelerar; la regla S4 actualiza la velocidad y finalmente, la regla S5 actualiza la posición. En las siguientes líneas se discute el modelo con mayor detalle.

S1: El punto inicial de este modelo de AC es el cálculo de las tres distancias de seguimiento seguro, las cuales permiten un manejo seguro. Estas distancias calculan la distancia al frente que un vehículo seguidor debe mantener con el vehículo que le precede (vehículo líder o conductor) para acelerar, mantener su velocidad o desacelerar de manera segura.

La base para definir las tres distancias mínimas de seguimiento seguro es asumir el peor escenario posible después de que cualquiera de estas tres maniobras básicas es ejecutada, la cual corresponde a que el vehículo de enfrente desacelera abruptamente. Como consecuencia, el vehículo seguidor también comenzará a desacelerar en pasos de tiempo sucesivos, para mantener la seguridad. Entonces, las distancias de seguridad que permiten un movimiento seguro se definen por las ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.9, las cuales se muestran a continuación.

$$d_{acc}(v_{f_t}, v_{l_t}) = max(0, d_f(v_{f_t} + a) - d_{brake}(v_{l_t}))$$
(3.7)

$$d_{keep}(v_{f_t}, v_{l_t}) = max(0, d_f(v_{f_t})) - d_{brake}(v_{l_t}))$$
(3.8)

$$d_{dec}(v_{f_t}, v_{l_t}) = max(0, d_f(v_{f_t} - a_1) - d_{brake}(v_{l_t}))$$
(3.9)

aquí se asume que el líder es el vehículo l viajando al tiempo t con velocidad  $v_{l_t}$  frente al vehículo f, que es el seguidor que viaja al tiempo t con velocidad  $v_{f_t}$ ;  $d_f(v)$  es la distancia que viajaría un vehículo con velocidad v si mantiene esta velocidad por un paso de tiempo y entonces aplica su máxima capacidad de frenado  $a_{max}$  hasta que se detiene;  $d_{brake}(v)$  es la distancia que viajaría un vehículo con velocidad v cuando aplica su máxima capacidad de frenado  $a_{max}$  desde el paso de tiempo actual y hasta que se detiene. Con base en esto, las definiciones de  $d_{brake}(v)$  y  $d_f(v)$  son como sigue:

$$d_f(v) = v + d_{brake}(v) \tag{3.10}$$

$$d_{brake}(v) = \sum_{i=1}^{(v)_{diva_{max}}} [(v - i * a_{max})]$$
(3.11)

donde  $X_{divY}$  denota la división entera, esto es,  $X_{divY} = \lfloor X/Y \rfloor$ , donde "/" denota la división normal y  $\lfloor z \rfloor$  es la función piso. Nótese que (3.10) implica que un vehículo se mueve v celdas en un paso de tiempo y que (3.11) cuenta todas las celdas que avanza un vehículo hasta detenerse, suponiendo que frena con su máxima capacidad. Las distancias seguras definidas en (3.7)-(3.9) crecen más rápido que de forma lineal con las velocidades relativas de los vehículos y deben resultar en valores positivos, ya que los valores negativos indican colisiones futuras.

Para un tamaño de celda dado, todos los cálculos envueltos en las ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.9 pueden ser ejecutados fuera de línea. Después de estos cálculos fuera de línea, pueden ser generadas tres tablas fijas que contienen las distancias que los vehículos requieren para acelerar, mantener su velocidad o desacelerar de manera segura. Al tener en cuenta el uso de la búsqueda en tablas, el costo computacional de calcular las distancias de seguridad puede ser considerado muy bajo.

S2: Este paso obtiene el valor correspondiente para el valor estocástico  $R_a$ , el cual denota la probabilidad para acelerar basado en la velocidad del vehículo. Se asume que los vehículos cuya velocidad es más pequeña que  $v_s$  en el paso de tiempo previo tienen una probabilidad más baja de acelerar que el resto de los vehículos en movimiento  $(v_n > v_s)$ , lo que significa que los vehículos lentos tienen que esperar más tiempo antes de que puedan continuar su viaje. Utilizando una idea similar a [11], el parámetro estocástico  $R_a$  (< 1) en S2 interpola linealmente entre  $R_0$  y  $R_d$  ( $R_0 < R_d$ ) si  $v_n$  es más pequeño que una velocidad lenta  $v_s$  (ver figura 3.2). Entonces la regla S2 alternativamente sugiere que los vehículos que salen del frente de un congestionamiento acelerarán suavemente y entonces, el comportamiento de los vehículos en esta situación se reproduce: un conductor necesita un momento para acelerar el vehículo. Nótese que para un valor dado de  $R_0$ ,  $R_d$  y  $v_s$ , el cálculo realizado en el paso S2 para obtener la probabilidad de aceleración  $R_a$  puede ser ejecutado fuera de línea y almacenado en una tabla fija que relaciona el valor de  $R_a$  con la velocidad del vehículo  $v_n$ . En la práctica, esto reduce el uso de los tres parámetros,  $R_0$ ,  $R_d$  y  $v_s$ , a sólo uno  $R_a$ .



Figura 3.2: El parámetro estocástico  $R_a$  interpola linearmente entre  $R_0$  y  $R_d$  si  $v_n$  es más pequeña que la velocidad lenta,  $v_s(R_0 < R_d)$ 

S3a: Esta regla postula que todos los conductores se esfuerzan por alcanzar la máxima velocidad cuando les es posible. Esto está de acuerdo con otras políticas de velocidad, como es el caso de *la política codiciosa* [66]. La regla S3a toma en cuenta la aceleración no uniforme de los vehículos al considerar que los conductores actúan de manera diferente. Por lo tanto, el proceso de aceleración introduce un elemento de comportamiento humano de manera diferente, basado en el hecho de que el comportamiento de un conductor puede ser influido dependiendo de la situación del tráfico vehicular local (distancias relativas entre vehículos y sus velocidades) y fluctuaciones de tráfico vehicular resultantes del factor humano en forma estocástica (parámetro  $R_a$ , definido en la ecuación 3.6, en el paso S2). El factor estocástico considerado en esta regla, por el parámetro  $R_a$ , involucra una aceleración retardada como función de la velocidad de los vehículos, la cual afecta no sólo el comportamiento de los vehículos detenidos (como la regla de *lento para comenzar (slow-to-start)*), sino también para los vehículos en movimiento. Entonces, una velocidad más pequeña de un vehículo implica un tiempo más amplio de espera para continuar su viaje. Es importante notar que la regla S3a alternativamente sugiere que los vehículos que salen de un congestionamiento acelerarán suavemente. Entonces, el comportamiento de los vehículos en esta situación también está más de acuerdo con el comportamiento del tráfico real: un conductor necesita un momento para acelerar el vehículo.

S3b: Esta regla refleja el hecho de que los conductores intentarán mantener su velocidad si ellos perciben la distancia con el vehículo de enfrente como segura. Además, esta regla también introduce perturbaciones de tráfico vehícular que causan que los conductores reduzcan su velocidad sin razón aparente. Esto puede ocurrir, por ejemplo, debido a incidentes a lo largo de la carretera que distraen a los conductores. Esta desaceleración aleatoria, controlada con el parámetro  $R_s$ , contribuye a la creación de congestionamientos de tráfico espontáneos. Entonces, la aleatoreidad se aplica únicamente a los vehículos que se encuentran en condiciones de movimiento y no requieren desacelerar. De esta manera, el doble frenado del modelo NaSch se evita.

S3c: Esta regla requiere que el conductor aplique desaceleración moderada cuando el espacio que separa a su vehículo del de enfrente llega a ser pequeño. Nótese que los vehículos no pueden cambiar su velocidad instantáneamente, esto es, la máxima desaceleración que un conductor individual está dispuesto a utilizar en situaciones donde no exista una emergencia, como desaceleración cómoda, está limitada por  $a_1$  (en unidades de la malla). Entonces, las desaceleraciones extremas son evitadas.

S3d: Esta regla acentúa el enfoque de este modelo: las decisiones más importantes de los conductores están relacionadas con la seguridad. En el flujo de tráfico real, hay dos situaciones de desaceleración: frenado normal y frenado de emergencia. En situaciones normales, un vehículo desacelera para expandir el espacio hacia el frente y alcanzar el espacio al frente deseado. En dos casos de desaceleración de emergencia (el vehículo conductor desacelera súbitamente o el seguidor se aproxima a un vehículo detenido), se requiere una secuencia para evitar una colisión. Si las distribuciones iniciales de las distancias positivas relativas a la velocidad son seleccionadas para satisfacer al menos  $d_{dec}$ , entonces los vehículos nunca tendrán una distancia relativa tal que esta regla sea activada. Entonces, esta regla le permite a los conductores reaccionar a un frenado de emergencia del vehículo conductor produciendo perturbaciones en las otras reglas. En este modelo, el frenado de emergencia tendrá un valor de  $-5m/s^2$  (esto se considera un valor aceptable para esta maniobra [67, 68]) y será alcanzado en un paso de tiempo. Entonces el parámetro  $a_{max}$  tomará valores de  $a_{max} = 5.00/\Delta x$ .

Posteriormente en los pasos S4 y S5 se actualiza la velocidad del vehículo de acuerdo a la aceleración definida en S3, para finalmente ejecutar el movimiento en el paso S5.

Aunque en el presente trabajo sólo se considera un tipo de vehículo con el mismo valor para la máxima capacidad de frenado  $a_{max}$ , es importante enfatizar que el parámetro  $a_{max}$ puede tomar valores de acuerdo al tipo de vehículo considerado (autos, autobuses, etc.) con pequeñas modificaciones al modelo. Con esta consideración, pueden ser considerados vehículos con diferentes capacidades de frenado, lo cual tendrá influencia de manera implícita en la determinación de las distancias requeridas por un vehículo para acelerar, mantener su velocidad o desacelerar de manera segura. Un valor más pequeño de  $a_{max}$  (capacidad de frenado más baja) implica una distancia segura más grande para desacelerar, como ocurre en la realidad. Entonces, una de las principales contribuciones de este nuevo modelo es garantizar que el comportamiento microscópico del vehículo está de acuerdo con las capacidades reales de los vehículos.

Este modelo intenta al mismo tiempo capturar las capacidades de desaceleración finita de los vehículos y evitar accidentes. Debe notarse que las reglas para establecer la velocidad toman en cuenta las distancias relativas y las velocidades relativas de los vehículos vecinos. Además debe notarse que las distancias seguras en las ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.9 crecen más rápidamente que de manera lineal con la velocidad relativa de los vehículos. Esto concuerda con las políticas de espaciamiento de los conductores, por ejemplo, con las que se basan en el seguimiento de vehículos, tiempo constante al frente, etc. De esta manera, este modelo no sólo se enfoca en reproducir las características esenciales del flujo de tráfico basadas en el comportamiento macroscópico, las cuales fueron encontradas en algunos modelos básicos de AC previos, sino también en un comportamiento del conductor aceptable a nivel microscópico y las estructuras relacionadas.

Los parámetros del modelo son los siguientes: máxima velocidad  $v_{max}$ , velocidad lenta  $v_s$ , longitud del vehículo  $l_f$  (en celdas), máximo decremento de velocidad en un paso de tiempo  $a_{max}$ , probabilidad de desaceleración aleatoria  $R_s$ , y las probabilidades  $R_0$  y  $R_d$ . A modo de resumen, estos parámetros se presentan en la tabla 3.1 entre otras variables del modelo. Sin embargo, bajo las consideraciones hechas para el parámetro  $R_a$  en el paso S2, en la práctica, el número efectivo de parámetros necesarios en las simulaciones cada paso de tiempo son cinco:  $v_{max}$ ,  $l_f$ ,  $R_s$ ,  $R_a$  y  $a_{max}$ . Los parámetros adicionales  $l_s$  y  $a_{max}$  son necesarios para permitir vehículos con diferentes longitudes y capacidades de frenado. Además, es claro que existen más parámetros para ajustar, pero una representación confiable del tráfico vehicular no significa que esta sintonización tenga que realizarse continuamente.

Variable	Descripción	Parámetro	Descripción
$x_n$	Posición del vehículo $n$ (en	v <sub>max</sub>	Velocidad máxima (en
	celdas)		$celdas/\Delta t)$
$v_n$	Velocidad del vehículo $n$ (en	$v_s$	Velocidad lenta (en
	celdas/s)		$celdas/\Delta t)$
$d_{dec}$	Distancia para frenar de	$a_{max}$	Disminución máxima de ve-
	manera segura en el siguien-		locidad en un paso de tiem-
	te paso de tiempo (en cel-		po (en celdas/ $\Delta t^2$ )
	das)		
$d_{keep}$	Distancia para mantener ve-	$R_s$	Probabilidad de frenado
	locidad de manera segura en		aleatorio
	el siguiente paso de tiempo		
	(en celdas)		
$d_{acc}$	Distancia para acelerar de	$R_0, R_d, R_a$	$R_a$ es un parámetro es-
	manera segura en el siguien-		tocástico para aplicarse en
	te paso de tiempo (en cel-		el paso S2, el cual tiene un
	das)		valor entre $R_0$ y $R_d$
a	Aceleración normal calcula-	$a_1$	Magnitud para incremen-
	da, por defecto $a = a_1$ (en		tar/disminuir la velocidad
	$celdas/Deltat^{2})$		en un paso de tiempo en
			condiciones normales (en
			$celdas/\Delta t^2)$
		$ l_f $	Longitud del vehículo (en
			celdas)
		$\Delta x$	Tamaño de la celda (único
			en metros)

Tabla 3.1: Resumen de variables y parámetros del modelo LAI

Resultados de simulación han mostrado que el modelo LAI suaviza el desempeño de desaceleración abrupto e irreal encontrado en la mayoría de los modelos para tráfico vehicular basados en AC y refleja el desempeño del conductor en el mundo real, donde los conductores disminuyen sus velocidades de una forma suave, bajo condiciones de conducción normales. Esto se puede observar en la figura 3.3(a) y (b), donde se muestran las trayectorias y las variaciones de velocidad, respectivamente, de unos cuantos vehículos moviéndose consecutivamente y aproximándose al frente tráfico arriba de un estancamiento vehícular, bajo las reglas de cambio de velocidad del modelo LAI.



Figura 3.3: (a) Trayectorias de vehículos que se aproximan al frente tráfico arriba de un estancamiento vehícular (b) Variaciones de velocidad cuando los vehículos alcanzan el estancamiento vehícular

Además, el modelo LAI también es capaz de reproducir diversas observaciones empíricas, incluyendo las tres fases del tráfico vehicular y la velocidad de propagación hacia atrás de un estancamiento. En la figura 3.4, se muestra el flujo promedio de 1 min con respecto a la densidad (conocido como diagrama fundamental), resultante del modelo LAI con condiciones de frontera periódicas. Como puede observarse de la figura 3.4, el modelo LAI reproduce las tres fases de tráfico existentes. La línea recta con pendiente positiva corresponde a la fase de flujo libre. La fase sincronizada forma una región bidimensional en medio del diagrama fundamental. Mientras que la fase de estancamientos amplios produce puntos distribuidos en la parte baja del diagrama fundamental.

En la figura 3.5 se muestran los diagramas espacio-tiempo de las diferentes fases del flujo vehicular resultantes del modelo LAI. Las figuras 3.5(a)-(c) muestran las características espacio temporales para las fases correspondientes a flujo libre, flujo sincronizado y estancamientos amplios, respectivamente. Cada columna vertical de puntos representa las posiciones instantáneas de los vehículos moviéndose; mientras que las columnas sucesivas de puntos representan las posiciones de los mismos vehículos en pasos de tiempo sucesivos. Los puntos negros representan vehículos con velocidad cero. Como puede notarse de la figura 3.5(b), los vehículos se mueven con una velocidad menor (tono de gris más oscuro) que la correspondiente a la fase de flujo libre, pero no existen vehículos parados. Mientras que en la figura 3.5(c),



Figura 3.4: El flujo promedio de 1 min respecto a la densidad del modelo LAI para  $\Delta x = 2.5m$ ,  $R_d = 1.0, R_0 = 0.8, R_s = 0.01, v_s = 3, a_{max} = 2, y l_f = 2.$ 

correspondiente a la fase de estancamientos amplios, se puede notar la presencia de ondas denominadas stop-and-go y la presencia de vehículos con velocidad cero. Con la finalidad de verificar la existencia de la fase sincronizada, en la figura 3.5(d) se presenta una imagen instantánea de una parte de la carretera seleccionada de forma aleatoria, que es resultado de una densidad inicial de 36 veh/km. En esta figura, los círculos sólidos representan vehículos moviéndose de la izquierda a la derecha.

Un análisis más detallado de los resultados del modelo puede consultarse en [54].

En resumen, el modelo LAI introduce en la definición de su dinámica reacciones humanas, capacidades de aceleración y desaceleración con un valor límite, cuya definición se deriva de principios de conducción segura y prácticas de ingeniería de transporte. Además de que reproduce diversos fenómenos que ocurren en el tráfico vehicular real. Sobre todo, este modelo preserva la simplicidad que caracteriza a los modelos basados en AC y que los hace adecuados para su uso en tiempo real.

Las investigaciones realizadas hasta en el momento con el modelo LAI han generado resultados alentadores, que concuerdan con lo que se hace internacionalmente en este campo. Sin embargo, estas investigaciones se llevaron a cabo considerando un solo carril con vehículos homogéneos (misma longitud y velocidad). Aunque éste es un buen punto de partida, es necesaria la extensión del modelo LAI para considerar vehículos heterogéneos y vías con varios carriles, como ocurre en la realidad.

Los modelos de flujo de tráfico vehicular multicarril son diferentes de los modelos de un solo carril. Esto se debe a que cada carril tiene diferente comportamiento y los cambios de carril deben considerarse [69, 4, 5]. Otra consideración es que en las carreteras reales existen diferentes tipos de vehículos (vehículos heterogéneos) con diferentes tamaños, velocidades



Figura 3.5: La forma espacio temporal de las diferentes fases de tráfico, libre (a), sincronizada (b) y estancamientos (c) para valores de densidad de 14, 36, y 54 veh/km, respectivamente (0.035, 0.090, y 0.135 veh/cell, respectivamente). (d) Imagen instantánea del flujo sincronizado con una densidad inicial de 36 veh/km.

máximas y capacidades de aceleración / desaceleración. El comportamiento de cambio de carril realmente afecta el flujo de tráfico vehicular, pero un modelo de un carril o bien de vehículos homogéneos no puede reproducir este fenómeno [70].

## 3.1.4. El modelo LAI multicarril

Con la finalidad de modelar un tránsito más apegado a la realidad, se requiere la modelación del tránsito sobre más de un carril (que aquí se le llamará modelación multicarril).

Aún superando algunos inconvenientes de manera inherente, los modelos heterogéneosmulticarril existentes aún tienen deficiencias. Por ejemplo, las reglas para definir la interacción entre los vehículos son muy conservadoras. Por otra parte, en la mayoría de los casos sólo se han considerado diferentes velocidades límites para los tipos de vehículos, pero no se han tomado en cuenta diferentes capacidades de aceleración/desaceleración. Aún más, los modelos existentes son bastante complejos y requieren una gran cantidad de parámetros. Por lo tanto, se requiere el desarrollo de modelos que mantengan un equilibrio entre la fidelidad del comportamiento, resolución y eficiencia de la simulación de tráfico y ello implica un gran esfuerzo de investigación.

Recientemente, Guzmán, et.al. [71, 72] desarrollaron un nuevo modelo basado en AC para el tráfico vehicular de varios carriles con vehículos heterogéneos. El modelo incorpora

las tres distancias de seguimiento seguro del modelo LAI de un solo carril requeridas por un vehículo para acelerar, desacelerar o mantener su velocidad en forma segura, a la definición de las reglas de cambio de carril para el modelo propuesto. Por lo tanto, la definición de reglas de cambio de carril del modelo extendido, en contraste a la mayoría de los modelos de AC existentes, toma en cuenta el espaciamiento entre vehículos, su velocidad relativa y capacidades de aceleración/desaceleración de acuerdo a los valores correspondientes a los vehículos reales.

El modelo LAI extendido consiste de dos carriles independientes. De tal manera que la dinámica del modelo multicarril consiste de dos pasos. Primeramente, los vehículos cambian de carril de acuerdo a un conjunto de reglas definido para ello y tomando en cuenta las condiciones de sus vecinos tanto en el carril actual como en el objetivo (ver figura 3.6). De tal manera que sólo se realizan movimientos transversales. Posteriormente, la dinámica de cada carril se define como un sistema independiente de un solo carril trabajando en paralelo.



Figura 3.6: Parámetros utilizados para el cambio de carril

Las reglas microscópicas para controlar el desempeño del conductor al cambiar de carril, requieren satisfacer dos criterios. Primeramente, un vehículo necesita un criterio incentivo para cambiar de carril, es decir, una razón para cambiar de carril (por ejemplo, el vehículo de adelante es muy lento o se desea regresar el carril preferente. Segundo, un cambio de carril sólo será posible si se satisface un criterio de seguridad que garantice que no se provocan accidentes (¿puedo cambiar de carril sin causar una colisión?). De esta manera, al igual que en el modelo LAI, se toman en cuenta velocidades y distancias relativas en la definición de las reglas de cambio de carril y no sólo los espaciamientos entre vehículos; como lo hacen los modelos existentes en la literatura, con lo cual se alejan del comportamiento real tanto de los vehículos como de los conductores.

El modelo considera dos tipos de vehículos: automóviles (también llamados autos compactos o simplemente autos) y camiones, los últimos con una longitud mayor que los automóviles y una velocidad límite menor. De esta manera el modelo propuesto en [71, 72] considera distintos tipos de vehículos, no solamente con base en su velocidad límite, como la mayoría de los modelos existentes en la literatura, sino que además toma en cuenta que la longitud de los vehículos es diferente.

Las reglas de cambio de carril del modelo extendido son asimétricas. De tal manera que se introducen distintas reglas para el cambio del carril izquierdo al carril derecho y viceversa. La definición de las reglas de cambio de carril toma en cuenta las normas viales del tránsito vehicular en las carreteras mexicanas, que indican que el carril derecho debe ser preferido para conducir y que el rebase vehicular por la derecha se prohíbe. Sin embargo, en la definición del nuevo modelo se considera la prohibición de rebase, en el sentido que un vehículo que se encuentra en el carril izquierdo no debe cambiarse al carril derecho con la finalidad de adelantar a su vehículo precedente, en un instante de tiempo determinado. Así, un vehículo dado n cambia de carril con probabilidad  $p_{change}$ , con base en las siguientes reglas.

Reglas de cambio al carril izquierdo

#### Criterio incentivo .

(cii1) Si 
$$[(d_{keep}(v_n, v_{n+1}) \le d_t < d_{acc}(v_n, v_{n+1}))]$$
 y  $[(d_{pred} \ge d_{acc}(v_n, v_{pred}))$  y  $(v_n < v_{max})]$   
ó  
(cii2) Si  $[(d_t < d_{keep}(v_n, v_{n+1}))$  y  $(d_{pred} \ge d_{keep}(v_n, v_{pred}))]$ 

Criterio de seguridad.

(cs) Si 
$$d_{succ} \ge d_{dec}(v_{succ}, v_n)$$

Reglas de cambio al carril derecho

#### Criterio incentivo .

(cid1) Si 
$$[(d_t \ge d_{keep}(v_n, v_{n+1})]$$
 y  $[(d_{pred} \ge d_{keep}(v_n, v_{pred})]$ 

Criterio de seguridad.

```
(cs) Si d_{succ} \ge d_{dec}(v_{succ}, v_n)
```

Aquí,  $v_n$  and  $d_t$  se refieren a la velocidad y el espacio libre al frente de un vehículo dado,  $v_{pred}$  and  $d_{pred}$  son la velocidad del vehículo precedente en el carril objetivo y el espacio correspondiente al vehículo n, respectivamente.  $d_{succ}$  y  $v_{succ}$  se refieren al espacio al vehículo sucesor en el carril objetivo y su velocidad. La figura 3.6 describe los parámetros utilizados. Nótese que algunas variables de estado son calculadas para un vehículo cambiando de carril virtualmente.

La probabilidad de cambio de carril,  $p_{change}$  que se introduce en la definición las reglas tiene diversos objetivos. Por una parte, permite representar el hecho que ocurre en la realidad de que un conductor, aún cuando tiene condiciones para cambiarse de carril, no lo realiza. Por otra parte, su sentido es referente a la dinámica del modelo, ya que permite controlar el número de cambios de carril derivados de la discretización del tiempo. Además, esta probabilidad puede establecerse en función del tipo de vehículo; además de que influye en la reproducción de la inversión de uso de carril y ayuda a reducir el efecto ping-pong  $^1$ 

El razonamiento detrás de la definición de las reglas es el siguiente. En principio un cambio de carril tanto del carril derecho al izquierdo como del carril izquierdo al derecho es posible si se cumple el criterio de seguridad (cs). Este criterio se establece tomando en cuenta la aceleración del vehículo sucesor tomando en cuenta no sólo el espaciamiento sino también distancias y velocidades relativas con base en la posición y velocidad del vehículo que se desea cambiar. Así, un cambio de carril es posible si el espaciamiento entre el vehículo sucesor en el carril objetivo con respecto al vehículo que se desea cambiar de carril es suficiente para aplicar a lo más una desaceleración en condiciones normales, la cual no excede  $a_1$ .

La definición del criterio incentivo para cambiarse del carril derecho al carril izquierdo toma en cuenta el hecho que un conductor deseará cambiarse de carril si sus condiciones de conducción mejorarán. Así, la definición de este criterio considera dos aspectos. Un conductor deseará cambiar de carril si aún no ha alcanzado su velocidad máxima y ya no es posible que acelere en el carril actual, pero en el carril objetivo sí, (cii1). Por otra parte, un conductor deseará también cambiarse al carril izquierdo si las condiciones de un conductor, con respecto a la distancia y velocidad del vehículo precedente sobre el actual, implican que debe desacelerar en el siguiente paso de tiempo; pero las existentes en el carril objetivo le permiten al menos mantener su velocidad, (cii2).

Por otra parte, los vehículos sobre el carril izquierdo regresan al carril derecho sólo si la distancia de seguimiento seguro de un vehículo con respecto al vehículo que le precede, tanto en el carril izquierdo como en el carril derecho, es suficiente para mantener su velocidad actual; lo cual se modela a través del criterio (cid1) de la regla de cambio. Así, como suele ocurrir en la realidad, un conductor no intentará regresar al carril derecho si sus condiciones para conducir empeorarán. De esta forma, aunque el modelo no considera una prohibición de rebase estricto sobre el carril derecho, la definición de este criterio evita de alguna manera el mismo, al menos durante el paso de tiempo inmediato.

Los resultados de simulación para un sistema de dos carriles con condiciones de frontera periódica y reglas de cambio de cambio de carril asimétricas indican que el modelo es capaz de reproducir diversos fenómenos que se han observado en la realidad, tales como la inversión de uso de carril, la dependencia de la densidad de los cambios de carril y el comportamiento del flujo vehicular acorde al observado en carreteras de varios carriles. El modelo propuesto tiene algunas aportaciones que lo hacen diferente de otros modelos existentes en la literatura. Un punto importante es que, tanto en las reglas de cambio de carril hacia la izquierda, como en las reglas de cambio hacia la derecha se incluyen distancias y velocidades relativas, tanto para el vehículo precedente como para el vehículo sucesor, lo cual no existe en los modelos de la literatura por simplicidad en los mismos. Además, contrario a todos los modelos de AC para el tráfico vehicular multicarril existentes en la literatura, el nuevo modelo propuesto en este trabajo de tesis permite el paso de los camiones al carril de más a la izquierda para conducir, sin que el flujo vehicular se domine totalmente por los vehículos lentos y se formen tapones

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>El efecto ping-pong consiste en que un vehículo típicamente alterna entre carriles durante pasos de tiempo sucesivos [5, 73, 8] e incluso puede ocurrir una y otra vez en un modelo asimétrico [73].

vehiculares que pueden permanecer en el tiempo o durar un periodo de tiempo muy largo que se aleja del comportamiento observado en el flujo vehicular real. Aún más, el modelo reduce ampliamente la frecuencia de cambios de carril llamados ping-pong, uno de los problemas que presentan la mayoría de los modelos basados en AC. Esta reducción es consecuencia de la formulación de las reglas y se puede observar en los resultados de simulación, a través de las gráficas de frecuencia de cambio de carril de tipo ping-pong. Además, el modelo propuesto conserva la simplicidad computacional que caracteriza a los autómatas celulares y lo más importante, las reglas de cambio de carril mantienen la posibilidad de paralelizar el modelo para su aplicación en línea.

Aunque el modelo LAI propuesto para la simulación del tráfico vehicular en varios carriles indica que no sólo representa fielmente el desempeño de los vehículos y los conductores, sino también es capaz de reproducir diversos fenómenos que ocurren en la realidad, sólo considera dos tipos de vehículos con base en su largo y velocidad máxima. En este sentido, para tener un modelo más realista también es necesario considerar las diferentes capacidades de aceleración y desaceleración de los diferentes tipos de vehículos.

Así, el objetivo de este trabajo de tesis es proponer modelos nuevos con base en el paradigma de autómatas celulares que extiendan el modelo LAI para simular y analizar el desempeño del tráfico vehicular mixto y multicarril, diferente a lo que existe en la literatura y más fieles al desempeño de los vehículos y al de los conductores reales en el tráfico de carreteras. Así, la investigación que se propone coincide con lo que se está desarrollando internacionalmente en el área, donde el reto actual es el desarrollo de modelos que reproduzcan situaciones de tráfico complejas, como sucede en la realidad, pero que la la vez consideren un equilibrio entre la resolución con la que enfocan el problema (microsimulación), la realidad con la que se simule el comportamiento y la eficiencia de la simulación para su uso en tiempo real. Para este propósito la conjugación de conocimientos del área de Ciencias de la Computación, Estadística e Ingeniería serán fundamentales, así como las investigaciones previas realizadas [54, 74, 71, 72].

Una vez que se presentaron los antecedentes, conceptos relacionados y consideraciones empíricas del tráfico vehicular y que se finalizó con la explicación de algunos modelos importantes del estado del arte, en particular el modelo LAI y una de sus extensiones multicarril, en el siguiente capítulo se definirá un nuevo modelo acorde con el objetivo mencionado anteriormente.

# Capítulo 4 Un nuevo modelo de AC basado en la teoría cinética (LAI-E)

Los cálculos de las distancias de seguridad en los que se basa la dinámica de los vehículos en el modelo LAI presentado en el capítulo previo, asumen que el conductor y el seguidor tienen la misma capacidad de aceleración/desaceleración y el mismo valor de la desaceleración del frenado de emergencia. Sin embargo, en la realidad, es natural que vehículos con características mecánicas diferentes no sólo puedan alcanzar velocidades máximas distintas, sino también tener capacidades de aceleración/desaceleración diferentes. Adicionalmente, el modelo LAI al igual que la mayoría de los modelos de AC existentes, basa el movimiento de los vehículos en un movimiento acelerado impulsivo, pero ello no coincide con el desempeño real de los vehículos. Así, en este capítulo el modelo LAI se extiende para la consideración de vehículos con diferentes capacidades de aceleración y desaceleración, y para mejorar la cinética vehicular con base en la consideración un movimiento uniformemente acelerado, en adelante MUA, más que en un movimiento acelerado impulsivo como en la mayoría de los modelos de AC existentes. De tal manera que, el modelo extendido, en adelante **LAI-E**, se corresponde mejor con el movimiento vehicular en el mundo real.

# 4.1. Limitaciones del modelo LAI

En el modelo LAI los vehículos no pueden cambiar sus velocidades de manera instantánea, la capacidad de aceleración y desaceleración de los vehículos tiene un valor límite, además de que los conductores reaccionan a las condiciones de tráfico locales de manera semejante a la realidad. Si bien estas consideraciones acercan al modelo LAI a las condiciones reales del tráfico vehicular, aún presenta ciertas limitaciones. Por una parte, en la definición de las distancias seguras, en caso de emergencia del vehículo líder, se toma en cuenta únicamente que el espaciamiento (gap) entre los vehículos debe ser positiva una vez que ambos han frenado; esto presenta complicaciones cuando se toman en cuenta vehículos heterogéneos con capacidades de aceleración/desaceleración diferentes [75]. Además, como en muchos otros modelos de ACs, la forma de actualización de las posiciones de los vehículos se realiza mediante un movimiento basado en impulsos; lo cual hace que el movimiento de los vehículos en el modelo LAI sea abrupto en comparación con el movimiento de los vehículos reales, el



cual corresponde más con un movimiento uniformemente acelerado.

Figura 4.1: Trayectorias virtuales de dos vehículos con distinta capacidad de desaceleración con respecto al tiempo. Se observan las posiciones en el tiempo (eje izquierdo), y el espaciamiento entre dos vehículos (línea punteada) durante el proceso de frenado usando el modelo LAI. El gap se hace negativo en una región donde ambos autos aún se mueven.

En La Figura 4.1 se muestra las trayectorias virtuales en el tiempo de dos vehículos con capacidades de aceleración diferentes, durante un proceso de frenado de emergencia bajo la dinámica del modelo LAI. Como puede notarse de la Fig. 4.1, una vez que ambos vehículos se han detenido por completo, el gap es positivo; cumpliéndose así el criterio de seguridad hasta ahora considerado por dicho modelo. Sin embargo, como puede notarse de la Fig. 4.1, durante el proceso de frenado el gap es negativo, lo que indica que una colisión entre el vehículo seguidor y el vehículo líder ha ocurrido. Por lo tanto, la condición establecida en el modelo LAI para la definición de las distancias de seguridad, que se usan para determinar la acción que un vehículo tomará, la cual se basa sólo en suponer que el gap existente entre los vehículos es positivo una vez que los dos vehículos han parado y recorrido su distancia respectiva de frenado es una condición necesaria pero no suficiente para evitar colisiones entre vehículos con diferentes capacidades de desaceleración diferentes.

Por lo tanto, en este capítulo, con base en las limitaciones presentes en el modelo LAI mencionadas, se propone un modelo que busca describir la dinámica vehicular a partir de la consideración del MUA, tanto para las definiciones de distancias seguras, como para la actualización de posiciones. Se busca así, encontrar un criterio más refinado para la obtención de distancias de seguimiento seguro bajo condiciones de vehículos heterogéneos con al menos distintas capacidades de desaceleración.

En lo que resta de esta capítulo, se describirá la motivación para el modelo propuesto, así como las nuevas consideraciones que se toman en cuenta para representar la dinámica de vehículos heterogéneos. Se explican las consideraciones tomadas en cuenta para resolver el problema que presenta la definición de las distancias seguras en el modelo LAI y se explica la lógica de las nuevas distancias seguras bajo MUA. Finalmente, se describen los resultados del modelo LAI-E.

# 4.2. Definición general del modelo LAI-E

El modelo LAI-E hereda las consideraciones más importantes del modelo LAI original. Se mantiene la dinámica entera característica de los modelos de AC y la evolución del sistema ocurre en pasos de tiempo de un segundo. Se considera un tiempo de reacción de un segundo, correspondiente a lo que tarda un conductor en ajustarse a cambios abruptos en las condiciones del tráfico. Del mismo modo que en el modelo original se considera que un vehículo estará habilitado para acelerar (acc), desacelerar (dec) o mantener su velocidad (keep) en condiciones de tráfico normales, mientras que en casos extremos puede aplicar frenado de emergencia. Se mantiene el criterio para definir las distancias seguras considerando el peor escenario, donde el vehículo líder desacelera con máxima capacidad en el primer paso de tiempo, obligando al seguidor a frenar del mismo modo al siguiente paso de tiempo para evitar una colisión. Se considera aceleración y desaceleración aleatoria para los vehículos, de modo que se refleje la tendencia natural de los conductores a distraerse. La lógica del modelo propuesto mantiene la misma estructura que el modelo original: primero se calculan las tres distancias seguras para que un vehículo pueda acelerar, desacelerar o mantener su velocidad. A partir de estas distancias se establece cuál de las tres acciones deben tomar los vehículos. de modo que se sostiene la idea central de que los conductores reaccionan a criterios de seguridad que dependen de su velocidad, capacidades de aceleración/desaceleración, así como de su posición relativa al vehículo de enfrente.

Con la finalidad de tener una representación más realista de la dinámica vehicular y reducir el movimiento impulsivo que se tiene en la mayoría de los modelos de AC existentes, el modelo propuesto en este capítulo considera que el movimiento de los vehículos está descrito bajo la consideración de MUA, descrita más adelante. Además preserva que las capacidades de aceleración/desaceleración tienen un valor límite de acuerdo a las capacidades de los vehículos reales.

De esta manera, el modelo LAI-E tiene dos principales modificaciones respecto al modelo LAI:

- 1. Considera vehículos heterogéneos de mejor manera, es decir que el vehículo líder y el seguidor pueden tener diferentes capacidades de aceleración/desaceleración y velocidades máximas. Esto es importante porque si es el caso, pueden ocurrir colisiones durante el proceso de desaceleración al usar el modelo LAI. Esto se explicará con detalle más adelante.
- 2. Asume que los vehículos se mueven de acuerdo al movimiento uniformemente acelerado, en lugar del movimiento impulsivamente acelerado (ver regla S5), debido a que se consideró que este tipo de movimiento es más apegado a la realidad.

Ambas modificaciones impactan el paso S1, el cálculo de las distancias de seguimiento seguro y el paso S5, referente al movimiento del vehículo. Los nuevos cálculos se describen a continuación.

Sean  $x_n$  y  $v_n$  la posición y velocidad del vehículo *n*, respectivamente, bajo el supuesto del MUA, la evolución del estado de un vehículo en el tiempo se describe entonces como sigue:

$$x_{n_t} = x_{n_0} + v_{n_0}t + \frac{1}{2}a_n t^2 \tag{4.1}$$

$$v_{n_t} = v_{n_0} + a_n t (4.2)$$

donde  $x_{n_0}$  y  $v_{n_0}$  son las posición y velocidad iniciales del vehículo n, respectivamente, y  $a_n$  es su aceleración. En el modelo, se asume que los vehículos se mueven únicamente en una dirección; por lo tanto el movimento hacia atrás no es posible. Entonces, (4.1)-(4.2) son válidas solamente si el vehículo acelera o frena mientras se mueve hacia el frente o se detiene.

Sea  $t_{n_b}$  el tiempo de frenado del vehículo n cuando desacelera con una capacidad de  $a_n$  hasta el alto total, derivado de (4.2).

$$t_{n_b} = -\frac{v_{n_0}}{a_n}$$
(4.3)

Con base en la definición de las ecuaciones previas, las nuevas distancias de seguimiento seguro se definen en la siguiente sección.

# 4.3. Dinámica de frenado y cálculo de las distancias de seguimiento seguro del modelo LAI-E

En esta sección, se describe la dinámica de frenado como elemento fundamental para el cálculo de las distancias de seguimiento seguro del modelo propuesto en este trabajo. En la tabla 4.1 se presentan las variables del modelo de frenado.

Variabl	e
$x_{n_t}$	Posición del vehículo $n$ al tiempo $t$ .
$v_{n_t}$	Velocidad del vehículo $n$ al tiempo $t$ .
$a_1$	Aceleración normal del vehículo $n$ al tiempo $t$ .
$a_{max_n}$	Máxima desaceleración del vehículo $n$ al tiempo $t$ .

Tabla 4.1: Variables del modelo de frenado modificado.

Sean los subíndices  $l \ y \ f$  para denotar los vehículos líder y seguidor, respectivamente. Al asumir que el líder comienza a frenar con su máxima capacidad de frenado  $a_{max_l}$ , mientras el seguidor aplica una aceleración  $a_{f_t}$  al tiempo t debido a su tiempo de reacción, de acuerdo a (4.1) and (4.2), la velocidad y posición del líder y seguidor al tiempo t + 1 están dadas por:

$$x_{l_{t+1}} = x_{l_t} + v_{l_t} - \frac{a_{max_l}}{2} \tag{4.4}$$

$$v_{l_{t+1}} = v_{l_t} - a_{max_l} \tag{4.5}$$

$$x_{f_{t+1}} = x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{a_{f_t}}{2} \tag{4.6}$$

$$v_{f_{t+1}} = v_{f_t} + a_{f_t} \tag{4.7}$$

donde  $a_{f_t} \in \{a, 0, -a_1\}$  indica la acción del vehículo seguidor al tiempo t. A su vez a es la aceleración calculada, por defecto igual a la aceleración en condiciones normales  $a_1$ .

Considerando que al tiempo t + 1 el vehículo líder continúa desacelerando con su máxima capacidad  $a_{max_l}$  y que el vehículo seguidor comienza desacelerando con su máxima capacidad  $a_{max_f}$ , entonces las posiciones y velocidades para estos vehículos en cualquier tiempo futuro s > t + 1 están dadas por

Líder:

$$x_{l}(s) = x_{l_{t+1}} + v_{l_{t+1}}(s - t - 1) - \frac{a_{max_{l}}}{2}(s - t - 1)^{2}$$
(4.8)

$$v_l(s) = v_{l_{t+1}} - a_{max_l}(s - t - 1)$$
(4.9)

Seguidor:

$$x_f(s) = x_{f_{t+1}} + v_{f_{t+1}}(s - t - 1) - \frac{a_{max_f}}{2}(s - t - 1)^2$$
(4.10)

$$v_f(s) = v_{f_{t+1}} - a_{max_f}(s - t - 1)$$
(4.11)

Sean  $t_{b_l}$  y  $t_{b_f}$  los tiempos de frenado para el líder y el seguidor, respectivamente, medidos desde el tiempo t + 1, es decir, a partir del tiempo de reacción. Los tiempos de frenado se utilizan en las secciones siguientes para determinar las maneras en que dos vehículos pueden chocar cuando su movimiento se describe con MUA. Con base en (4.9) y (4.11), éstas se definen como sigue:

$$t_{b_l} = \frac{v_{l_{t+1}}}{a_{max_l}} \tag{4.12}$$

$$t_{b_f} = \frac{v_{f_{t+1}}}{a_{max_f}} \tag{4.13}$$

Nótese que estos valores están considerados desde t = t + 1.

A continuación y con base en lo anterior, se describe el cálculo de las nuevas distancias de seguimiento seguro.

### 4.3.1. Distancias de seguimiento seguro modificadas

En este modelo modificado, deben considerarse dos escenarios para la ocurrencia de de colisiones para definir las distancias de seguimiento seguro:

1. Vehículo detenido: el vehículo líder se detiene y entonces el vehículo seguidor colisiona con el primero.

2. Vehículos en movimiento: ninguno de los vehículos se ha detenido por completo y entonces la colisión toma lugar con ambos vehículos en movimiento. Este caso no fue considerado en el modelo LAI, ya que no ocurre con vehículos homogéneos en sus capacidades de aceleración.

En lo siguiente, se describe el cálculo de las distancias de seguimiento seguro para cada uno de los casos considerados.

#### 4.3.1.1. Colisiones con el vehículo líder detenido

Sea  $\tilde{x}_n$  la distancia de frenado, esto es, la distancia mínima requerida para el vehículo n para desacelerar desde su velocidad  $v_t$  a 0. El valor correspondiente para el seguidor y el líder se derivan de (4.10) y (4.8), al sustituir sus tiempos de frenado  $t_{b_l}$  y  $t_{b_f}$  como sigue:

$$\widetilde{x}_{l} = x_{l_{t+1}} + \frac{v_{l_{t+1}}^2}{2a_{max_l}} \tag{4.14}$$

$$\widetilde{x}_f = x_{f_{t+1}} + \frac{v_{f_{t+1}}^2}{2a_{max_f}} \tag{4.15}$$

La condición para que el seguidor evite colisiones cuando el líder está detenido es

$$\widetilde{r}_l - l_f > \widetilde{x}_f \tag{4.16}$$

Sustituyendo  $\widetilde{x}_l, \widetilde{x}_f, x_{l_{t+1}}, v_{l_{t+1}}, x_{f_{t+1}} \neq v_{f_{t+1}}$  en (4.16) entonces,

$$x_{l_t} + v_{l_t} - \frac{a_{max_l}}{2} + \frac{(v_{l_t} - a_{max_l})^2}{2a_{max_l}} - l_f > x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{a_{f_t}}{2} + \frac{(v_{f_t} + a_{f_t})^2}{2a_{max_f}}$$

Se<br/>a $D_{det}$  la distancia mínima de seguimiento seguro que de<br/>be existir entre dos vehículos consecutivos, entonces

$$(x_{l_t} - x_{f_t} - l_f) > D_{det} = \left(\frac{(v_{f_t} + a_{f_t})^2}{2a_{max_f}} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l})^2}{2a_{max_l}} + \frac{(a_{max_l} + a_{f_t})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t})\right) (4.17)$$

De esta manera, la distancia de seguimiento seguro modificada requerida por un seguidor para acelerar  $D_{acc}^{det}$ , mantener su velocidad  $D_{keep}^{det}$  o desacelerar  $D_{dec}^{det}$ hasta el siguiente paso de tiempo, para evitar una colisión cuando el líder se haya detenido se obtiene como sigue:

$$D_{acc}^{det} = \left(\frac{(v_{f_t} + a_{f_t})^2}{2a_{max_f}} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l})^2}{2a_{max_l}} + \frac{(a_{max_l} + a_{f_t})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f\right)$$
(4.18)

$$D_{keep}^{det} = \left(\frac{(v_{f_t} + a_{f_t})^2}{2a_{max_f}} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l})^2}{2a_{max_l}} + \frac{(a_{max_l})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f\right)$$
(4.19)

$$D_{dec}^{det} = \left(\frac{(v_{f_t} + a_{f_t})^2}{2a_{max_f}} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l})^2}{2a_{max_l}} + \frac{(a_{max_l} - a_{f_t})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f\right)$$
(4.20)

#### 4.3.1.2. Colisiones con vehículos en movimiento

Este caso ocurre únicamente cuando se consideran vehículos con diferentes capacidades de desaceleración. En este caso, es posible que aunque la distancia final entre ambos vehículos en su proceso de frenado satisfaga las condiciones establecidas en la sección previa, una colisión ocurra antes de que el líder se detenga completamente, si la distancia entre los dos vehículos toma un valor negativo. Como consecuencia, la defensa delantera del seguidor golpearía la defensa trasera del líder.

En este caso, debido a que ambos vehículos se están moviendo, se deben cumplir las siguientes condiciones para cada tiempo  $t + \tau$ ,

$$\begin{array}{l}
0 < \tau < t_{b_l} \\
0 < \tau < t_{b_f}
\end{array} \tag{4.21}$$

Sea  $s(\tau)$  el espacio entre el seguidor y el líder medido en relación al tiempo t, tal que

$$s(\tau) = x_{l_{t+\tau}} - x_{f_{t+\tau}} - l_f \tag{4.22}$$

 $y s(\tau) > 0, \forall \tau$ 

Al sustituir los valores correspondientes para  $x_l$  y  $x_f$  en (4.22) entonces,

$$s(\tau) = (x_{l_{t+1}} - x_{f_{t+1}} - l_f) + (v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}})\tau - \frac{1}{2}(a_{max_l} - a_{max_f})\tau^2$$
(4.23)

Para determinar la distancia mínima que debería existir entre dos vehículos, se usa el criterio de la primera y segunda derivadas aplicado a  $s(\tau)$ . Entonces,

$$s'(\tau) = (v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}}) - (a_{max_l} - a_{max_f})\tau$$
(4.24)

$$s''(\tau) = -(a_{max_l} - a_{max_f}) \tag{4.25}$$

Sea  $\tilde{\tau}$  un valor crítico para  $s(\tau)$ , dado de la siguiente manera:

$$\tilde{\tau} = \frac{(v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}})}{(a_{max_l} - a_{max_f})}$$
(4.26)

 $\tilde{\tau}$  es un mínimo si se cumplen las siguientes ecuaciones, la primera para que la segunda derivada sea positiva y la segunda para que  $\tilde{\tau}$  resulte en un tiempo positivo,

$$a_{max_l} - a_{max_f} < 0$$

$$v_l - v_f < 0$$
(4.27)

Entonces, al asumir que  $s(\tilde{\tau}) > 0$ , puede ser determinada una distancia de seguimiento segura. Entonces,

$$s(\tilde{\tau}) = (x_{l_{t+1}} - x_{f_{t+1}} - l_f) + \frac{(v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}})^2}{2(a_{max_l} - a_{max_f})} > 0$$
(4.28)

Al reescribir la ecuación (4.28) en términos de t,

$$\left(x_{l_t} + v_{l_t} - \frac{a_{max_l}}{2} - \left(x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{a_{f_t}}{2}\right)\right) + \frac{\left(v_{l_t} - a_{max_l} - \left(v_{f_t} + a_{f_t}\right)\right)^2}{2\left(a_{max_l} - a_{max_f}\right)} - l_f > 0$$

Entonces, una distancia mínima de seguimiento seguro se determina como sigue,

$$x_{l_t} - x_{f_t} - l_f > D_{mov} = \left(\frac{a_{max_l} + a_{f_t}}{2} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l} - (v_{f_t} + a_{f_t}))^2}{2(a_{max_l} - a_{max_f})} - (v_{l_t} - v_{f_t})\right) \quad (4.29)$$

Como se puede notar de (4.29), si  $a_{max_l} = a_{max_f}$ , no existe una solución para esta ecuación y entonces se tiene que tomar el criterio con el vehículo líder detenido para este caso. Esto indica que  $D_{mov}$  establece un valor mínimo para la distancia de seguimiento seguro entre dos vehículos cuyas capacidades de desaceleración son diferentes para evitar una colisión durante el proceso de frenado. El resultado es consistente con los cálculos del modelo LAI. En función de la acción tomada por el seguidor, acelerar  $(D_{mov}^{acc})$ , mantener la velocidad  $(D_{mov}^{keep})$ o desacelerar  $(D_{mov}^{dec})$ , se pueden tomar los siguientes valores de  $D_{mov}$ , respectivamente:

$$D_{acc}^{mov} = \left(\frac{a_{max_l} + a_{f_t}}{2} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l} - (v_{f_t} + a_{f_t}))^2}{2(a_{max_l} - a_{max_f})} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f\right)$$
(4.30)

$$D_{keep}^{mov} = \left(\frac{a_{max_l}}{2} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l} - (v_{f_t}))^2}{2(a_{max_l} - a_{max_f})} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f\right)$$
(4.31)

$$D_{dec}^{mov} = \left(\frac{a_{max_l} - a_{f_t}}{2} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l} - (v_{f_t} - a_{f_t}))^2}{2(a_{max_l} - a_{max_f})} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f\right)$$
(4.32)

# 4.4. Definición de las reglas de actualización para el modelo LAI-E

Con base en el análisis para la definición de las distancias de seguridad presentadas en las secciones previas, ahora se definen las reglas de actualización del modelo propuesto. Los pasos de este modelo preservan la lógica general del modelo LAI y los pasos S2-S4 descritos en la sección 3.1.3 son idénticos. Solamente los pasos S1 y S5 del modelo LAI fueron actualizados para ser más realistas, aunque su explicación general es la misma de aquella sección. Entonces, sean l y f el vehículo líder y al seguidor, respectivamente, los pasos actualizados se describen a continuación.

- **Paso S1** : S1 ahora se determina por el criterio de  $D_{det}$  y  $D_{mov}$  definido en las secciones previas. Sea que  $\tilde{\tau}$  es calculada por (4.26) y  $t_{b_l}$  y  $t_{b_f}$  son determinados por (4.12) y (4.13), respectivamente, entonces:
  - (i) Si  $\tilde{\tau} < t_{b_l}$  y  $\tilde{\tau} < t_{b_f}$  entonces,  $D_{acc_f} = D_{mov}^{acc}$   $D_{keep_f} = D_{mov}^{keep}$  $D_{dec_f} = D_{mov}^{dec}$

(ii) De otra manera,

$$D_{acc_f} = D_{det}^{acc}$$
$$D_{keep_f} = D_{det}^{keep}$$
$$D_{dec_f} = D_{det}^{dec}$$

**Paso S2** : Aceleración retardada. Obtener el valor correspondiente del ruido estocástico  $R_a$ , basado en la velocidad del vehículo  $v_{f_t}$ .

$$R_a = \min(R_d, R_0 + v_{f_t} \cdot (R_d - R_0)/v_s)$$
(4.33)

donde la velocidad  $v_s$  es una constante ligeramente mayor a 0.

- **Paso S3** : Toma de decisión. Sea  $a_{f_{t+1}}$  la magnitud en celdas para acelerar/desacelerar un vehículo en una situación normal en el siguiente paso de tiempo. La actualización de la velocidad de los vehículos a lo largo de la carretera se lleva a cabo al actualizar simultáneamente todos los sitios de la rejilla de acuerdo a las siguientes reglas:
  - **S3a** : Aceleración. Si  $d_t \in [d_{acc}, +\infty)$  entonces la nueva aceleración se define de la siguiente manera con probabilidad  $R_a$ , definida en la ecuación 4.33, es decir,

$$a_{f_{t+1}} = \begin{cases} a & \text{si aleatorio}() \le (R_a) \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

donde aleatorio() <br/> $\in [0,1]$ denota un número uniformemente aleatorio (específica-<br/>mente para el vehículo f al tiempo t).<br/>aes la aceleración calculada, por defecto<br/>  $a=a_1$ 

**S3b** : Desaceleración aleatoria. Si  $d_t \in [d_{keep}, d_{acc})$  o  $(v_f = v_{max})$ , la aceleración del vehículo f se decrementa con probabilidad  $R_s$ , es decir,

$$a_{f_{t+1}} = \begin{cases} -a_1 & \text{si aleatorio}() \le (R_s) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

**S3c** : Desaceleración. Si  $d_t \in [d_{dec}, d_{keep})$ , el vehículo f desacelera en  $a_1$ .

$$a_{f_{t+1}} = -a_1$$

 ${\bf S3d}$ : Desaceleración de emergencia. Si  $d_t < d_{dec_t},$  la aceleración del vehículo f se reduce en $a_{max}$ 

 $a_{f_{t+1}} = -a_{max}$ 

donde  $-a_{max}$  es la máxima capacidad de desaceleración del vehículo f en un paso de tiempo.

Paso S4 : Actualización de la velocidad en función de la nueva aceleración.

$$v_{f_{t+1}} = \min( \max(0, v_{f_t} + a_{f_{t+1}}), v_{max})$$

Paso S5: El paso S5 ahora representa el movimiento uniformemente acelerado como sigue:

- (i) Si  $(a_{f_{t+1}} \ge 0)$   $x_{f_{t+1}} = \lfloor x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{1}{2}a_{f_{t+1}} \rfloor$
- (ii) De otra manera,

 $x_{f_{t+1}} = \left\lfloor x_{f_t} + v_{f_t} t_m + \frac{1}{2} a_{f_{t+1}} t_m^2 \right\rfloor$ 

donde para la condición (ii)  $t_m$  denota el tiempo en que el seguidor para, esto es,  $t_m = min(1, abs(\frac{v_{f_t}}{a_{f_{t+1}}}))$  y  $a_{f_{t+1}} \in \{-a_1, -a_{max}\}$ 

aquí,  $x_{f_t}$  y  $v_{f_t}$  denotan la posición y velocidad del vehículo seguidor f al tiempo t, respectivamente. Nótese que la condición (ii) del paso S5 se debe a la artimética entera usada por el modelo, ya que en ocasiones en tiempos fraccionarios el movimiento uniformemente acelerado indica un movimiento mayor con respecto al tiempo entero.

Es importante notar que para una elección dada del tamaño de celda, todos los cálculos envueltos en la determinación de las distancias de seguimiento seguras, como en el modelo LAI, pueden ser ejecutadas fuera de línea. Después de estos cálculos, pueden generarse tablas fijas que contengan las distancias para que los vehículos aceleren, mantengan su velocidad y desaceleren de una manera segura para considerar todas las posibles combinaciones de los tipos de vehículos seguidores y tipos de vehículos líderes. Manteniendo en mente el uso de las tablas de acceso inmediato, el costo computacional del cálculo de las distancias de seguimiento seguro puede ser considerado como muy bajo.

Antes de explicar los resultados obtenidos con este modelo, se explicará la forma en que puede ser considerada una caja de engranes para acelerar.

# 4.5. El modelo LAI-E con una caja de engranes para acelerar

El modelo LAI-E asume una aceleración constante para los vehículos, lo cual en sentido estricto es una simplificación. Uno de los pocos modelos que han considerado un perfil de aceleración adaptativo es [76]. En este modelo, se tiene un régimen dual de aceleración constante, de tal manera que se tiene una aceleración más alta en velocidades bajas y una más baja en velocidades altas.

Para reproducir aún con más fidelidad el perfil de aceleración de los vehículos convencionales, los cuales cuentan con transmisiones de varios engranes, en esta sección se extiende el modelo LAI-E. Para este propósito, se introduce un modelo de varios regímenes de aceleración constante al modelo LAI-E, lo cual es referido como *perfil de aceleración adaptativo*. De tal manera que el modelo resultante tiene varios puntos de discontinuidad cuando un vehículo acelera, con base en la velocidad de un vehículo y su número de engranes. Aunque en esta extensión se hace énfasis en la aceleración positiva, también se pueden considerar los dos tipos de desaceleración con los que ya cuenta el modelo LAI-E como parte de la aceleración adaptativa.

Entonces, el valor para la aceleración limitada del modelo LAI-E usada en la regla S3a, a, ahora se determina con base en el hecho de que un vehículo tiene varios rangos de aceleración, debido a los varios engranes con los que funciona la transmisión donde la máxima aceleración posible es  $a_1$ . Por lo tanto, la dinámica de un vehículo varía de acuerdo a su velocidad y el número de engranes: a velocidades bajas, la aceleración es más grande; mientras a velocidades cercanas a la máxima, la aceleración es más pequeña.

Sea NG el número de engranes de un auto. Sea  $\Delta g = \frac{v_{max}}{NG}$  el tamaño de cada rango de velocidades donde el valor de la aceleración debe ser adaptado (realizando un cambio de engrane, ya sea automático o manual). Entonces la aceleración limitada será determinada por (4.34).

$$a = \lfloor a_1 \frac{NG - \lfloor v_n / \Delta g \rfloor}{NG} \rfloor$$
(4.34)

donde  $v_n$  es la velocidad actual del auto y  $a_1$  la aceleración máxima posible. Puede observarse de (4.34) que mientras más grande es la velocidad actual, la aceleración resultante es más pequeña, como ocurre con los vehículos reales.

De esta manera, en lugar de aplicar una aceleración constante como en el modelo LAI-E explicado en la sección anterior, en el paso S3a se usa un valor pre-calculado obtenido por (4.34). Para un número dado de engranes, todos los cálculos en (4.34) pueden ser hechos fuera de línea. Después de éstos, se puede generar una tabla de búsqueda que contenga la aceleración adecuada para todas las velocidades posibles de los vehículos. Con estas tablas, el costo computacional del cálculo de *a* es muy bajo y así se preserva la simplicidad de LAI-E. Aún más, el modelo es ahora aún más realista a nivel microscópico y macroscópico, con una modificación muy pequeña, como se mostrará más adelante en los resultados.

Una vez que se explicó el modelo LAI-E, en la siguiente sección se describen los resultados de la simulación del modelo y se discute su relación con investigaciones recientes de este fenómeno en la realidad.

# 4.6. Resultados de simulación y discusiones

En esta sección se presentan los resultados de simulación del modelo propuesto LAI-E. Se incluyen dos conjuntos de resultados diferentes, el primero relacionado con un sistema de un solo carril con vehículos homogéneos (ver sección 4.6.1 y 4.6.3) y el segundo en el que

el sistema incluye vehículos de dos diferentes tipos, es decir, autos y camiones para ilustrar cómo es que el nuevo modelo trabaja adecuadamente al considerar vehículos con diferentes capacidades 4.6.4.

### 4.6.1. Circuito cerrado con un carril

Las simulaciones para el primer conjunto de resultados fueron llevadas a cabo en un solo carril con una topología de anillo. Aunque esta estructura tenga un alto contraste con las redes de carreteras de la realidad, su uso se justifica debido a que se ha mostrado para una gran variedad de modelos que las diferentes condiciones de frontera inducen distintos estados estables, más que cambiar su estructura microscópica [77]. Por lo tanto, si uno reproduce la estructura espacio-temporal a un nivel macroscópico, puede ser importante evitar el impacto de las condiciones de frontera. Al comparar con mediciones locales, un modelo de tráfico apropiado debe ser capaz de reproducir los resultados empíricos al usar esta topología de anillo.

En estas simulaciones, la longitud de una celda es de  $\Delta x = 1.00$  m. y la longitud total del sistema es de  $L_{lane} = 50\ 000$  celdas (50 km.). EL paso de tiempo siempre se toma equivalente a 1 s. Por lo tanto, las transiciones ocurren de t  $\rightarrow$  t + 1. Las velocidades y posiciones de los vehículos se actualizan de acuerdo a los pasos S3a-S3d, S4 y S5 del nuevo modelo, aunque en esta sección y hasta previo aviso sólo se muestran resultados considerando un engrane.

Para esta sección de resultados, solamente se considera un tipo de vehículo, los autos, cuya longitud es  $l_{car} = 5$  celdas (5 metros) y se pueden mover con una velocidad máxima de 32 celdas/s (115.2 km/h). De acuerdo a lo anterior, la densidad de máximo congestionamiento es de 200 veh/km. Para producir estos resultados, la densidad se varía de 1-200 veh/km con pasos de 2 veh/km para cada simulación, haciendo un total de 100 diferentes densidades. Inicialmente, de acuerdo con la densidad usada, el número de autos es distribuido aleatoriamente a lo largo del carril con una velocidad inicial que toma un valor discreto entre 0 y  $v_{max}$ . Después de esta distribución aleatoria, la velocidad correspondiente a cada auto es ajustada es ajustada cuando es necesario con respecto a las distancias seguras del modelo. De esta manera, el modelo se mantiene seguro y libre de accidentes desde el tiempo inicial. Claramente, dado que el sistema es cerrado, la ocupación total se mantiene constante con el tiempo para cada simulación.

Los parámetros del modelo están establecidos a  $R_d = 1.0$ ,  $R_0 = 0.8$ ,  $v_s = 8$  cells/seg,  $a_{max_n} = 8\text{m}/s^2$ ,  $a_1 = 4$  celdas/ $s^2$ ,  $R_s = .01$ . Nótese que  $R_d = 1.0$ , lo que significa que sólo los vehículos, cuya velocidad es menor a  $v_s = 8$  m/s (28 km/h) tienen que esperar antes de aumentar su velocidad y seguir su trayecto (aceleración retardada). Los valores de  $a_{max_n}$  y  $a_1$  fueron elegidos de acuerdo a observaciones empíricas [78].

Todos los datos de simulación presentados en este primer conjunto de resultados fue generado por simulaciones de T = 67,500 pasos de tiempo. Para analizar los resultados, los primeros 65,000 pasos de tiempo de la simulación fueron descartados para dejar pasar el tiempo de transición y para permitir al sistema alcanzar un estado estable. Entonces los datos de simulación son promediados de los últimos 2,500 pasos de tiempo. Para cada densidad, se realizaron 20 ejecuciones y después se promediaron los resultados. Además de las mediciones locales usadas en [54], los datos de tráfico vehicular también se obtienen promediado el carril completo.

Como un primer análisis se estudió la relación flujo-densidad; es decir, el llamado diagrama fundamental se analizó y se comparó con observaciones empíricas [54]. El modelo LAI-E preserva las características básicas, inclusive cuando el cálculo de las distancias de seguridad ha cambiado para utilizar movimiento uniformemente acelerado. Como puede observarse de la Fig. 4.2, el flujo máximo promedio obtenido del modelo LAI-E, 2263.5 veh/hr es prácticamente igual que el obtenido con el modelo LAI, 2266.2 veh/hr. También puede notarse de la misma figura, que la densidad crítica, donde se alcanza el máximo flujo, es la misma para ambos modelos (aprox. 25 veh/km). Cerca de los 140 veh/km, la diferencia de flujos entre ambos modelos alcanza un máximo, debido a la diferencia en los cálculos de distancia de seguridad. Esta diferencia es esperada, ya que en el modelo LAI-E, el uso del movimiento uniformemente acelerado requiere distancias más largas para frenar en comparación con el movimiento impulsivamente acelerado del modelo LAI.



Figura 4.2: La relación flujo densidad (diagrama fundamental) obtenida del modelo LAI-E comparado con el modelo LAI, ambos para un solo carril.

Por otro lado, el modelo propuesto introduce una discretización más fina ( $\Delta x \leq 1.0 \text{ m}$ ) en comparación con la que se usa usualmente en el modelo NaSch. La idea, no sólo es cambiar la discretización de la velocidad, sino considerar la aceleración/desaceleración que llevan a un mejor acuerdo con lo que se ha encontrado empíricamente, de manera independiente al tamaño de celda usado y por lo tanto al número de celdas considerado en las diversas magnitudes.

Para mostrar que el modelo lleva a resultados similares en cuanto al flujo independientemente del tamaño de celda utilizado, se compararon simulaciones con diferentes tamaños de celda. En particular, se realizaron simulaciones de computadora para  $\Delta x = 1.0, 0.5 y 0.25$  m. De acuerdo a estos 3 valores, un vehículo ocupa 5, 10 y 15 celdas respectivamente. Debido a que un paso de tiempo está establecido en 1 segundo para este modelo, una instancia de velocidad v = 1 corresponde a un vehículo moviéndose de una celda a su celda vecina tráfico abajo y se traduce en 3.6, 1.8 y 0.9 km/h, respectivamente. La velocidad máxima  $v_{max}$  se estableció en 32, 64 y 128 celdas, respectivamente, lo cual equivale a 115.7 km/h para todos los casos. Además la aceleración/desaceleración normal  $a_1$  se estableció en 4, 8 y 16 celdas/ $s^2$ , respectivamente, lo cual corresponde a 4 m/ $s^2$ . De manera similar, el frenado de emergencia  $a_{max_n}$ , toma valores de 8, 16 y 32 celdas/ $s^2$ , respectivamente, lo cual corresponde con -8.00 m/ $s^2$  para todos los casos.



Figura 4.3: El diagrama fundamental del modelo propuesto obtenido para valores diferentes de  $\Delta x$ , equivalentes a 1.0, 0.5 y 0.25 m, para  $R_d = 1.0$ ,  $R_0 = 0.8$ , and  $R_s = 0.01$ . Para una descripción más clara, las unidades de flujo y densidad fueron convertidas a vehículos/hora y vehículos/kilómetro, respectivamente.

En la Fig. 4.3 se muestran las relaciones flujo-densidad obtenidas de las simulaciones del modelo con los tres diferentes tamaños de celda. Como se puede observar de la figura, el modelo propuesto lleva a un flujo similar para todos los casos. Las pequeñas variaciones de flujo se deben a la discretización y la aceleración retardada que se considera en este modelo. Por lo tanto, la definición del modelo es consistente con los modelos de simulación de tráfico vehicular que resultan en flujos similares independientemente del tamaño de celda bajo consideración.

Con la intención de mostrar la habilidad del modelo para reproducir el llamado *branching*, en la Fig. 4.4 se muestra el diagrama fundamental de este modelo, comenzando de dos diferentes condiciones iniciales, cuando todos los efectos aleatorios son removidos del modelo. Existen dos ramas en el rango de densidad  $\rho$ ,  $\rho_1 < \rho < \rho_2$ , incluyendo la rama más baja obtenida de un megajam (donde todos los vehículos inician sin movimiento y con espacio 0 entre ellos) y la rama más alta obtenida de condiciones iniciales homogéneas (donde los vehículos comienzan con el mismo espacio entre ellos y la misma velocidad). En la Fig. 4.4, las tres diferentes fases de tráfico se pueden distinguir, flujo libre (F), flujo sincronizado (S) y congestionamientos (J). En particular, cuando la densidad es  $0 < \rho < \rho_1$  los conductores pueden viajar con la máxima velocidad deseada debido a que los vehículos no son influenciados por los autos de enfrente. Por lo tanto, en este caso, el tráfico se encuentra en flujo libre. Por otro lado, cuando  $\rho_1 < \rho < \rho_2$  el espacio inutilizado de la vía está casi completamente usado por las distancias de seguridad de los vehículos. Por lo tanto, ocurre una transición a la fase de flujo sincronizado, donde se reduce la velocidad media de los vehículos, comparado con el flujo libre. Finalmente, cuando  $\rho < \rho_2$ , el sobre-ajuste de distancias produce que el flujo sincronizado espontáneamente evolucione a congestionamientos amplios en movimiento y la velocidad de los vehículos decae significativamente para mantener las distancias de seguridad. Entonces, la fase de flujo sincronizado está destruida. Nótese que debido a la eliminación de efectos aleatorios, la Fig. 4.4 muestra un flujo un poco más alto que el de la figura 4.2.

Para identificar más claramente los diferentes estados del tráfico observados en la Fig. 4.4, se muestra la perspectiva espacio-temporal de cada fase: flujo libre, sincronizado y congestionado en las Fig. Fig. 4.5(a)-(c), respectivamente. Cada fila horizontal de puntos representa la posición instantánea de los vehículos moviéndose hacia la derecha. Las filas sucesivas representan la posición de los mismos vehículos en pasos sucesivos de tiempo (los puntos más oscuros representan vehículos con velocidad 0). Como se puede observar de la Fig. 4.5(c), correspondiente a la fase congestionada, se presentan las ondas de parar y avanzar. De acuerdo a las simulaciones, la velocidad hacia atrás del frente tráfico abajo de un congestionamiento es de 15.9 km/h, muy cerca de las observaciones de campo de 15 km/h [30]. Además, puede observarse de la figura Fig. 4.5(b) que existe una tendencia a la sincronización de las velocidades de los vehículos en el flujo sincronizado. Por otro lado, las Fig. 4.6(a)-(c) muestran la distribución de frecuencia de las velocidades de los vehículos para algunos valores de densidad considerados en la Fig. 4.5. Algunas velocidades no tienen frecuencia de distribución debido a la característica de aceleración discreta. Adicionalmente, en la Fig. 4.6(d) las barras apiladas muestran la frecuencia relativa de la distribución de velocidades con respecto a el valor de densidad para todos los valores de densidad considerados. Como se puede observar, para un rango de densidad media, la velocidad de los vehículos se reduce considerablemente en comparación con un rango de densidad baja, aunque todos los vehículos se siguen moviendo. Este comportamiento claramente muestra la estructura de la fase sincronizada y marca una clara distinción entre el flujo libre y congestionado. Además, el comportamiento de la distribución para el flujo sincronizado Fig. 4.6(b) se parece a una distribución normal, lo cual indica que la velocidad del vehículo en esa región se encuentra alrededor de un cierto valor sincronizado diferente de 0.

Por otro lado, como una característica muy importante, el modelo LAI-E fue diseñado para evitar comportamientos de desaceleración irreales desde la perspectiva microscópica. El comportamiento del flujo macroscópico es una consecuencia del comportamiento del flujo microscópico. Para evidenciar este comportamiento, la Fig. 4.7 muestra acercamientos de las trayectorias de vehículos cuando ellos se acercan tráfico arriba a un congestionamiento. La



Figura 4.4: Diagramas flujo-densidad y velocidad-densidad del modelo propuesto. En el experimento homogéneo se representa una distribución inicial homogénea. En el experimento de congestionamiento se representa una distribución inicial de tráfico donde todos los vehículos comienzan con velocidad cero y distancia cero entre ellos.



Figura 4.5: Perspectiva espacio-temporal de las diferentes fases de tráfico, libre(a), sincronizado(b) y congestionado(c), los cuales se muestran para los valores de 10, 28 y 60 veh/km, respectivamente.


Figura 4.6: Distribución de velocidades de las diferentes fases de tráfico: libre(a), sincronizado (b) y congestionado (c), para los valores de densidad de 10,28 y 60 veh/km, respectivamente. (d) muestra la distribución de frecuencia relativa para cada valor de densidad resultante del modelo LAI-E

gráfica de la izquierda corresponde al modelo LAI-E, mientras que la gráfica de la derecha corresponde al modelo LAI. De esta figura, puede notarse que el movimiento en el modelo LAI-E es más suave porque los vehículos desaceleran con movimiento uniformemente acelerado en lugar de desacelerar de manera impulsiva. Las variaciones de velocidad cuando hay pocos vehículos circulando a su máxima velocidad alcanzan un congestionamiento pueden verse en la Fig. 4.8. La aleatoriedad inducida en el modelo LAI-E evita que las trayectorias sigan líneas perfectas.



Figura 4.7: Trayectorias de vehículos cuando éstos se aproximan al frente tráfico arriba de un congestionamiento. A la izquierda se observa el modelo LAI-E y a la derecha el modelo LAI.



Figura 4.8: Variaciones de velocidad al aproximarse cuatro vehículos a un congestionamiento en el modelo LAI-E.

A continuación se muestran resultados cuando se consideran engranes al acelerar en el modelo LAI-E.

#### 62

#### 4.6.2. Simulación considerando una caja de engranes para acelerar

En esta sección se muestran los resultados de simulación del modelo LAI-E para multiengranes descrito en la sección 4.5. Las simulaciones se llevaron a cabo en un carril con topología de anillo. Al igual que en las secciones anteriores, el paso de tiempo es de 1 s y también las velocidades y posiciones se actualizan de acuerdo a los pasos S3a-S3d, S4 y S5 del nuevo modelo LAI-E; sin embargo ahora se considera el nuevo cálculo de aceleración de la ecuación (4.34).

Con la idea de mostrar que el modelo propuesto representa mejor a los vehículos reales, se comparó la trayectoria de un vehículo real acelerando desde que está detenido hasta que alcanza su velocidad máxima con los resultados de la simulación. Para este propósito se llevaron a cabo simulaciones en una carretera de un carril de  $L_{lane} = 4,000$  celdas (1 km). La longitud de una celda es de  $\Delta x = 0.25$  m. Sólo se usa un vehículo en cada simulación de 5.0 m (20 celdas) y  $v_{max} = 144.9$  km/h (161 celdas/s). Otros parámetros del modelo son  $R_d = 1.0, R_0 = 1.0, R_s = 0, v_s = 32$  cells/s (28.8 km/h),  $a_{max_n} = 24$  celdas/s<sup>2</sup> (6 m/s<sup>2</sup>),  $a_1 = 18$  celdas/s<sup>2</sup> (4.75 m/s<sup>2</sup>). Es importante notar que para observar más claramente el comportamiento de los engranes, los fenómenos aleatorios de aceleración y desaceleración no se consideran.

En la figura 4.9, se comparan las trayectorias de un Honda Civic 2001 [79], con aquellas obtenidas de la simulación considerando diferente número de engranes. Se puede observar en la figura que a mayor número de engranes, el resultado es mejor. Por otro lado, se muestran las variaciones de velocidad en la figura 4.10. Esta figura confirma que a mayor número de engranes se obtiene un mejor resultado en la aproximación de velocidad y que al menos se debe tener un número similar al de los vehículos reales. Adicionalmente, el número de puntos de discontinuidad que se observan en la aceleración de un vehículo es proporcional a la cantidad de engranes debido a que la aceleración se adapta en función de la velocidad máxima, la velocidad actual y el número de engranes. Se observa también un resultado poco preciso al utilizar un solo engrane, ya que la aceleración es constante hasta que se alcanza la máxima velocidad.

Aunque los resultados obtenidos de este modelo mejoran el modelo LAI-E, para evaluarlo mejor es necesario calibrar el modelo con diferentes escenarios, tipos de vehículos y comportamientos de conductores, además de una vía más grande y con más vehículos, por lo que en adelante se profundiza en la exploración de resultados con un solo engrane y con otras condiciones, como una fontera abierta en el sistema.

#### 4.6.3. Condiciones de frontera abiertas

Para investigar la habilidad del modelo propuesto para describir los patrones congestionados descritos por Kerner [80, 81], en esta subsección, se presenta la respuesta del modelo propuesto al tráfico inducido por la acción de una rampa de entrada sobre una vía principal de un carril con frontera abierta. Para este propósito, la vía principal está compuesta por 50,032 celdas (50 km), la rampa de entrada comienza en la posición  $x_{on} = 20,000$  ( $x_{on} = 20$  km) y su área de convergencia,  $L_{ramp}$ , mide 300 celdas de longitud (0.3 km). En las simulaciones, las primeras ( $v_{max} + l_{car}$ ) celdas (0.032 km) solamente son usadas para inyectar vehículos a



Figura 4.9: Trayectorias de vehículos al alcanzar su máxima velocidad desde que se encuentran detenidos en comparación con un vehículo Honda Civic 2001



Figura 4.10: Velocidades de vehículos al alcanzar su máxima velocidad desde que se encuentran detenidos en comparación con un vehículo Honda Civic 2001

la vía principal; así que el punto x = 0 se localiza a una distancia de 50000 celdas = 50 km a partir del extremo derecho.

Sea  $q_{in}$  la tasa de flujo de entrada para la vía principal y sea  $x_{last}$  la posición del vehículo localizado más a la izquierda. Entonces, un nuevo vehículo con velocidad  $v_e$  será inyectado en la posición  $x_e$ , si  $x_{last} > v_{max} + l_{car}$ . De tal manera que la velocidad de cada vehículo generado,  $v_e$ , debe corresponder a la máxima velocidad posible, tal que la distancia al último vehículo es igual a la distancia de seguridad para mantener su velocidad  $d_{keep}$ , considerando que  $v_e > 0$ . Entonces, si  $x_e \leq 0$  and  $v_e > 0$ , el nuevo vehículo será inyectado en la posición  $x_e = min(x_{last} - d_{keep} - l_{car}, v_{max})$ . Por otro lado, en la frontera derecha, el vehículo líder se mueve sin obstáculos, entonces cuando la posición de este vehículo es mayor a L, éste será removido y el segundo vehículo será el nuevo líder.

En la vía principal, en cada paso de tiempo, la región correspondiente a la rampa de entrada es revisada de derecha a izquierda para encontrar el espacio más grande. Si el espacio es más grande que el tamaño de un vehículo, un nuevo será insertado vehículo con velocidad  $v_r$  en la mitad del espacio con una tasa de flujo  $q_{on}$ . Por lo tanto, la velocidad  $v_r$  del vehículo recién insertado es establecida a la máxima velocidad tal que los vehículos seguidor y líder puedan puedan seguir conduciendo con seguridad, de acuerdo a las distancias de seguimiento seguras definidas por el modelo.

El flujo de entrada a la izquierda se mantiene constante durante las simulaciones. Después de que el flujo  $q_{in}$  ingresa durante 10 horas, el tiempo de simulación se establece en 0 y 8 minutos después la rampa de entrada comienza a fluir con tasa  $q_{on}$ . Para el estudio numérico de este modelo, se han usado los siguientes parámetros:  $\Delta x = 1.0$  m,  $l_{car} = 5$  celdas,  $R_d = 1.0$ ,  $R_0 = 0.8$ ,  $R_s = 0.01$ ,  $a_{max_n} = -8$  celdas/ $s^2$ ,  $v_s = 8$  celdas/s y  $L_{ramp} = 300$  celdas. Este estudio permite realizar el análisis que se muestra a continuación.

El diagrama de los patrones congestionados del modelo propuesto, considerando una rampa de entrada, se muestra en la Fig. 4.11, el cual representa los patrones congestionados que ocurren espontáneamente tráfico arriba de la rampa de entrada. Para obtener estos patrones, se utilizaron diferentes valores de  $q_{in}$  y  $q_{on}$ . Como se puede observar en esta figura, el diagrama de los patrones congestionados se clasifica en tres regiones: flujo libre, GP, WSP y LSP, las cuales fueron reproducidas por el modelo propuesto y se explicarán a continuación. Es importante hacer notar que el patrón llamado MSP (moving synchronized pattern, por sus siglas en inglés), que es un patrón localizado que se propaga a través del tiempo (tanto tráfico abajo como tráfico arriba, visualmente similar a un bloque) no se ha reproducido en este modelo hasta ahora. Lo anterior se debe a que se experimentó en un solo carril. La observación de que el patrón MSP no puede ser reproducido con un solo carril, también fue hecha por Kerner [28]. Aunado a ésto, el diagrama de los patrones congestionados obtenido del modelo LAI-E, los diagramas espacio-temporales y sus correspondientes velocidades y flujos son cualitativamente consistentes con los datos empíricos y por lo tanto, con teoría de tres fases de Kerner.

En el diagrama de los patrones congestionados mostrados en la Fig. 4.11, se pueden observar tres regiones. En una de las regiones se observa el flujo libre en toda la vía, en la región de abajo a la izquierda. En la parte derecha del diagrama, en el flujo sincronizado emergen espontáneamente congestionamientos amplios en movimiento, entonces ocurre la transición de fases  $S \rightarrow J$ . Esta transición es llamada patrón general (mejor conocido por sus siglas en



Figura 4.11: Diagrama de los patrones congestionados para el modelo propuesto. El GP se refiere al patrón general, el WSP se refiere al patrón sincronizado extendido y el LSP se refiere al patrón sincronizado localizado. Se usaron los siguientes parámetros:  $\Delta x = 1m$ ,  $R_d = 1.0$ ,  $R_0 = 0.8$ ,  $R_s = 0.01$ ,  $\Delta v_{max} = -8$ ,  $v_s = 3$ ,  $x_{on} = 20.0 km$ , and  $L_{ramp} = 0.3 km$ 

inglés GP. general pattern), la cual contiene ambos, flujo sincronizado y congestionamientos amplios en movimiento. Dentro de esta región, una secuencia de congestionamientos amplios en movimiento emerge en el flujo sincronizado como se muestra en la Fig. 4.12(a). Este patrón se expande continuamente en los congestionamientos amplios en movimiento, tanto en su frente tráfico arriba como el de tráfico abajo a una velocidad constante [28]. Este comportamiento puede ser observado en las Fig. 4.12(b)-(c), donde se presentan la velocidad y flujo en diferentes localidades promediadas en un minuto. Como se puede notar, algunos congestionamientos estrechos no se extienden, sino que se disuelven durante el proceso de propagación. La tercera región, entre las otras dos, contiene el llamado patrón de flujo sincronizado (mejor conocido por sus siglas en inglés SP, synchronized pattern), en el cual sólo ocurre flujo sincronizado tráfico arriba de la rampa. Dentro de esta área, se pueden distinguir dos patrones correspondientes al patrón sincronizado localizado (mejor conocido por sus siglas en inglés LSP, localized synchronized pattern) y el patrón sincronizado expandido (mejor conocido por sus siglas en inglés WSP, widening sichronized pattern). En el patrón LSP, el frente tráfico abajo del flujo sincronizado queda fijo en la rampa de entrada y el frente tráfico arriba no se expande continuamente a través del tiempo, sino que tiene una expansión limitada (ver Fig 4.12(d)-(f)). Note que el ancho del patrón LSP; es decir, la posición del frente tráfico arriba del LSP, depende del tiempo y exhibe fluctuaciones complejas. En contraste con este patrón, en el WSP, el frente tráfico arriba del flujo sincronizado continuamente se expande con una velocidad constante más rápida que la del frente tráfico abajo de un congestionamiento (ver Fig. 4.12 (g)and(i)).

En resumen, estos resultados de simulación indican que los patrones congestionados que reproduce nuestro modelo son consistentes cualitativamente con los predichos por la teoría de tráfico de tres fases [28]. Por lo tanto, este modelo es capaz de reproducir la mayoría





Figura 4.12: Patrones congestionados: el diagrama espacio-temporal (a), la tasa de flujo (b) y la velocidad promedio (c) en función del tiempo, cada figura muestra un minuto de velocidad y flujo promediados en diferentes localidades: x = 20 km, x = 18.8 km, x = 15 km and x = 5km de abajo hacia arriba, respectivamente. La rampa de entrada se localiza en x = 20 km. En (a) se muestra el estado espacio-temporal de los vehículos, donde el eje horizontal representa el tiempo (en minutos) mientras que el eje vertical representa la posición de los vehículos (km)y el color más oscuro representa velocidades más lentas. En (a)-(c) se presenta el patrón general (GP) con  $(q_{in}, q_{on}) = (2400, 400)$ . En (d)-(f) se presenta el patrón sincronizado local (LSP) con  $(q_{in}, q_{on}) = (1950, 450)$ . En (g)-(i) se presenta el patrón sincronizado extendido (WSP) con  $(q_{in}, q_{on}) = (2200, 250)$ .

de las características de la dinámica espacio-temporal de la teoría de tres fases. Una tarea interesante para trabajo futuro es un estudio de la naturaleza de la nucleación dela transición  $F \rightarrow S$  [82].

#### 4.6.4. Interacción de vehículos heterogéneos car-truck

En el segundo conjunto de resultados, se consideran dos tipos de vehículos: autos y camiones, los cuales pueden actuar como líderes o seguidores, de manera arbitraria en cada experimento para mostrar diferentes fenómenos. Se preservan algunos valores de parámetros,  $\Delta x = 1 \text{ m y } v_{max} = 32 \text{ celdas/s}$ . Al tratarse de vehículos heterogéneos, se requieren dos valores de  $a_{max_n}$ ; para autos,  $a_{max_{car}} = 8 \text{ celdas/s}^2$  y para camiones,  $a_{max_{truck}} = 4 \text{ celdas/s}^2$ . Para una aceleración normal, se establecen los siguientes valores:  $a_{car} = 4 \text{ celdas/s}^2$  y  $a_{truck} = 2 \text{ celdas/s}^2$ . Con esta elección, se considera el desempeño de los vehículos reales y es posible ejecutar todos los cálculos del movimiento de los vehículos con números enteros; es decir, la aplicación de la regla S5 del modelo LAI-E, siempre entrega valores enteros con estos valores por ser números pares, sin pérdida por redondeo. Para el frenado de emergencia, los vehículos pueden viajar una fracción de una celda en el último segundo del proceso de frenado; sin embargo, para el propósito del cálculo de las distancias seguras al inicio de la simulación, éstas siempre se redondean al siguiente entero más grande para no dar lugar a las colisiones.

Todos los resultados de esta sección se centran en el comportamiento de vehículos heterogéneos durante las maniobras de frenado de emergencia, que son los casos más críticos para el funcionamiento del modelo; por ello se asumen las siguientes condiciones:

- Al tiempo t, el vehículo seguidor mantiene su velocidad (no aplica ningún tipo de aceleración o desaceleración).
- $R_d$ ,  $R_0$ ,  $v_s$ ,  $R_s$  se establecen en 0 para observar sin ruido el comportamiento suave de las trayectorias.

El primer escenario muestra cómo es que el modelo LAI no considera el caso en los vehículos tienen diferentes capacidades de desaceleración máxima. En la Fig. 4.13 se muestra el escenario donde el líder es un camión y el seguidor es un auto, viajando a velocidades de 25 m/s y 30 m/s, respectivamente. La distancia inicial de los vehículos se establece en  $6 + l_f$  m, donde  $l_f = l_{car} = 5$  m, distancia que fue calculada usando la ecuación para  $d_{keep}$  con  $v_f = 32$   $cells/\Delta t$  y  $v_l = 25 cells/\Delta t$ . En la Fig. 4.13 se pueden observar dos factores importantes. La distancia efectiva entre ambos vehículos durante la maniobra  $x_{truck_t} - x_{car_t} + l_{car}$  se indica con una línea punteada. En los últimos momentos de la maniobra, esta distancia es casi cero, indicando que la defensa delantera del seguidor se encuentra casi en la misma posición que la defensa trasera del líder; es decir, no ocurre una colisión. Sin embargo, en los tiempos iniciales de la maniobra, entre los segundos 1 to 5 aproximadamente, la distancia se vuelve negativa, indicando que existe una colisión.

En contraste, en la Fig. 4.14, el segundo escenario toma la distancia segura del modelo LAI-E. Nótese que la diferencia es siempre positiva. Entonces, el modelo LAI-E resuelve el problema de colisión.



Figura 4.13: Dos trayectorias de vehículos en el modelo LAI. El vehículo seguidor es un auto y el líder es un camión. El vehículo líder aplica frenado de emergencia desde el primer paso de tiempo. El vehículo seguidor mantiene su velocidad en el primer paso de tiempo y después aplica frenado de emergencia. El espacio inicial es de 7 m.  $+ l_{car}$ , lo cual causa una colisión.



Figura 4.14: Dos trayectorias de vehículos en el modelo LAI-E. El vehículo seguidor es un auto y el líder es un camión. El vehículo líder aplica frenado de emergencia desde el primer paso de tiempo. El vehículo seguidor mantiene su velocidad en el primer paso de tiempo y después aplica frenado de emergencia. El espacio inicial es de 18 m.  $+ l_{car}$ , la cual es una distancia segura para el nuevo modelo.

El tercer escenario es una variación del primero, donde la única diferencia es que el orden de los vehículos fue intercambiado, ahora el líder es un auto y el seguidor es un camión. En este caso, la distancia requerida por el modelo LAI-E es de 104 m.  $+ l_n$ . La Fig. 4.15 muestra que tomando esta distancia, no puede haber colisiones.



Figura 4.15: Dos trayectorias de vehículos en el modelo LAI-E. El vehículo seguidor es un camión y el líder es un auto. El vehículo líder aplica frenado de emergencia desde el primer paso de tiempo. El vehículo seguidor mantiene su velocidad en el primer paso de tiempo y después aplica frenado de emergencia. El espacio inicial es de 104 m.  $+ l_n$ , la cual es una distancia segura para el nuevo modelo.

El cuarto escenario trata vehículos homogéneos, ambos autos. En un contexto de emergencia, el vehículo líder aplica frenado de emergencia desde el primer paso de tiempo. También, desde el primer paso de tiempo, el vehículo seguidor mantiene su velocidad y después de eso aplica frenado de emergencia. La distancia segura del modelo LAI-E para que el seguidor evite una colisión en el primer paso de tiempo es de 48 m.  $+ l_n$ . La Fig. 4.16 muestra una vez más que al tomar esta distancia segura no existen colisiones.

El quinto escenario es una variación del cuarto. Ahora ambos vehículos son camiones. En este caso, la distancia segura para el modelo LAI-E es de 65 m.  $+ l_n$ . Una vez más, la Fig. 4.17 muestra que no ocurren colisiones.

Por otro lado, la Fig. 4.18 muestra la diferencia normalizada (de -1 a 1) entre la distancia segura requerida por el modelo LAI-E y la requerida por el modelo LAI para diferentes combinaciones de velocidades (en celdas/s), cuando el seguidor es un camión y el líder es un auto que acelera en el primer paso de tiempo y luego desacelera de emergencia. Nótese, que las distancias requeridas por el modelo LAI-E en general son más grandes que las requeridas por el modelo LAI, por lo tanto la resta resulta positiva y el color en la gráfica en general es claro. También, en negro están marcados los casos en que son iguales y por lo tanto la resta resulta en 0, así ocurre en la diagonal invertida y en la esquina superior derecha. Sin embargo, existen regiones donde el modelo LAI-E demanda una distancia más pequeña que el modelo LAI (arriba y abajo de la diagonal invertida), por lo tanto la diferencia es negativa



Figura 4.16: Dos trayectorias de vehículos en el modelo LAI-E. Ambos vehículos son autos. El vehículo líder aplica frenado de emergencia desde el primer paso de tiempo. El vehículo seguidor mantiene su velocidad en el primer paso de tiempo y después aplica frenado de emergencia. El espacio inicial es de 48 m.  $+ l_n$ , la cual es una distancia segura para el nuevo modelo.



Figura 4.17: Dos trayectorias de vehículos en el modelo LAI-E. Ambos vehículos son camiones. El vehículo líder aplica frenado de emergencia desde el primer paso de tiempo. El vehículo seguidor mantiene su velocidad en el primer paso de tiempo y después aplica frenado de emergencia. El espacio inicial es de 65 m.  $+ l_n$ , la cual es una distancia segura para el nuevo modelo.

y el color es gris oscuro. La máxima diferencia positiva no normalizada es de 16 *celdas* y la más pequeña es de -4 *celdas*.



Figura 4.18: Diferencias normalizadas entre las distancias seguras entre el modelo LAI-E y el modelo LAI. El líder es un auto con velocidad  $v_l$  y el follower es un camión con velocidad  $v_f$  que acelera en el primer paso de tiempo y después aplica frenado de emergencia. En colores claros se muestra el caso en que las distancias de LAI-E son más grandes que las de LAI, en negro cuando son iguales y en gris oscuro cuando las distancias de LAI son más grandes.

Los últimos resultados de esta sección se muestran en la Fig. 4.19, la cual corresponde a dos casos. En su primer caso, un conjunto de cuatro vehículos se aproximan a un semáforo que marca alto (en color rojo). Aquí, el líder es un camión que llega primero al semáforo. Eventualente el semáforo indica que los vehículos continúen su trayecto (en verde) y todos los vehículos se comienzan a mover nuevamente. Las líneas de la figura representan las trayectorias de las defensas delanteras, y por ende es claro que en todo tiempo la distancia mínima corresponde al tamaño del vehículo líder y que siempre se muestra un movimiento suave, tanto en el arranque como en el frenado. El segundo caso invierte la estructura del conjunto de vehículos y ahora el líder es un auto que también se detiene debido a un semáforo. Cuando el semáforo cambia a verde, los vehículos también reinician su trayectoria. Es interesante notar que las trayectorias de partida son diferentes en ambos casos, mostrando las diferentes capacidades de aceleración de autos y camiones.

## 4.7. Comentarios del capítulo

El modelo propuesto toma en cuenta movimiento uniformemente acelerado para describir la dinámica de los vehículos, así como para obtener las distancias seguras, logrando suavizar



Figura 4.19: Conjuntos de cuatro vehículos que se aproximan a un semáforo que marca el alto. Se realizaron dos diferentes experimentos (sub-figura izquierda y derecha). Las líneas sólidas representan trayectorias de defensas delanteras autos y las líneas punteadas representan las que corresponden a camiones.

la dinámica, reduciendo la evolución impulsiva del movimiento hasta ahora considerada por el modelo LAI. Los resultados de simulaciones obtenidos de LAI-E indican que el modelo propuesto logra reproducir una gran cantidad de observaciones empíricas a nivel macroscópico, así como el proceso de aceleración/desaceleración de un modo muy cercano a la realidad. La reducción del movimiento impulsivo involucra una dinámica más realista en la dinámica de frenado. Además, el modelo es capaz de reproducir los tres estados de tráfico de acuerdo al análisis de flujo, densidad y velocidad.

Por otra parte, una modificación del modelo de aceleración de los vehículos del modelo LAI-E basado en la consideración de varios regímenes, y su comparación con datos de vehículos reales indican que el modelo además reproduce los perfiles de velocidad de los mismos, indicando que el proceso de aceleración considerado por el modelo se apega al de los vehículos reales normales.

En resumen, el modelo LAI-E mantiene en la definición de su dinámica reacciones humanas, capacidades de aceleración y desaceleración con un valor límite introducida en el modelo LAI. Sin embargo, el modelo LAI-E permite simular el tráfico vehicular de vehículos con capacidades de aceleración diferentes, y a la vez corrige el movimiento impulsivo de la mayoría de los modelos de AC existentes. Aún más, preserva la simplicidad que caracteriza a los modelos basados en AC y que los hace adecuados para su uso en tiempo real. A pesar de todos los resultados obtenidos del modelo LAI-E son alentadores, todos ellos se realizaron considerando un solo carril. Aunque este es un buen punto de partida, es necesaria la extensión del modelo LAI-E para considerar vehículos heterogéneos con vías de varios carriles, como ocurre en la realidad; ya que el comportamiento de cambio de carril realmente afecta el flujo de tráfico vehicular. Por lo que en el siguiente capítulo, el modelo LAI-E se extiende para la simulación del tráfico vehicular de varios carriles. Para este propósito, se define un conjunto de reglas de cambio de carril.

# Capítulo 5 El modelo LAI-E multicarril

En este capítulo, el modelo LAI-E presentado en el capítulo previo se extiende para simular el flujo de tráfico de dos carriles asimétrico y con vehículos heterogéneos. El modelo incorpora las características individuales de los conductores y las restricciones de aceleración de los vehículos en la definición del proceso de decisión de cambio de carril. El objetivo es hacer que el proceso de cambio de carril sea más acorde con las características reales. Por lo tanto, la representación de los conductores en el modelo se parece más a la respuesta humana al reconstruir el comportamiento local en un nivel microscópico. Los resultados de la simulación en un sistema con condiciones periódicas muestran que el modelo reproduce la inversión de uso de carril, la tasa de cambio de carril en función de la densidad y los diferentes estados de tráfico. Además, en este modelo, el flujo no está dominado por la introducción de vehículos más grandes con una velocidad máxima más pequeña, longitud mayor y capacidad de aceleración menor, incluso si su cambio de carril no está prohibido. Por otra parte, se reducen los cambios de carril de ping-pong. El modelo conserva la simplicidad computacional del modelo LAI-E y un número de parámetros reducido.

La simulación del tráfico en una vía de un solo carril es una tarea importante para obtener una primera, pero profunda mirada a las propiedades de un modelo para el tráfico de vehículos. Para simular situaciones de tráfico más complejas y realistas, se deben considerar los enfoques de varios carriles y también debe validarse su acuerdo con los hallazgos empíricos. Por lo tanto, es necesario una descripción microscópica realista del comportamiento de los conductores y vehículos en autopistas de varios carriles. Desafortunadamente, la incorporación de tráfico de dos carriles, incluso en el modelo NaSch, es una tarea desafiante, ya que la formulación de reglas realistas de cambio de carril que no comprometan la complejidad del modelo no es una tarea simple.

Particularmente, el enfoque basado en autómatas celulares tiene otro inconveniente si se introducen diferentes tipos de vehículos. Se pueden formar tapones que gobiernan la dinámica de todo el sistema, aunque estas deficiencias se pueden minimizar por las consideraciones de los efectos de anticipación, como los que toma en cuenta el modelo LAI-E. Sin embargo, una descripción microscópica realista de los comportamientos del conductor y las características del vehículo deben tenerse en cuenta para lograr un mejor conocimiento de las características de este fenómeno, donde una de las importantes a reproducir es el número de cambios de carril, que depende en gran medida de la densidad del tráfico, que debe aumentar a medida que aumenta la densidad, alcanzar su máximo aproximadamente en el máximo flujo y disminuir nuevamente. Se ha observado que incluso a altas densidades se pueden observar cambios de carril. Además, una característica peculiar del tráfico en carreteras con asimetría entre el uso de los carriles es la inversión observada empíricamente en el uso del carril. Aunque existe una preferencia por el carril derecho, la distribución de la densidad se vuelve asimétrica: en algunas situaciones, la densidad en el carril izquierdo es mayor que en el carril derecho [72]. Sin esta asimetría, el flujo en general se distribuye uniformemente en todos los carriles [6, 57].

Así, son dos los factores que requieren atención para que un modelo de AC describa el comportamiento de las redes de tráfico complejas: i) el modelado de varios carriles, incluido el comportamiento de cambio de carril realista y ii) la representación de las características de diferentes tipos de vehículos, especialmente aquellos, como camiones, que en gran medida influencian en el rendimiento. En este capítulo, se toman en cuenta ambos aspectos. De tal manera que el modelo LAI-E se extiende para describir el tráfico asimétrico de dos carriles, como sucede en México. Se define un nuevo conjunto de reglas de cambio de carril que toma en cuenta las distancias de seguridad definidas en la dinámica del modelo LAI-E para determinar las decisiones de cambio de carril de manera segura. El objetivo es reproducir el uso del espacio de la carretera de dos carriles y hacer que el proceso de cambio de carril sea más acorde con la realidad. El modelo asimétrico de dos carriles modificado se propone no solo para reproducir los resultados empíricos en un nivel macroscópico (por ejemplo, la dependencia de la densidad de frecuencia de cambio de carril y la inversión de uso de carril), sino también para permitir que la representación de los conductores en el modelo sea más acorde con el comportamiento humano y de los vehículos mediante la reconstrucción del comportamiento local en un nivel microscópico.

### 5.1. Definición del modelo multicarril

Esta extensión multicarril del modelo LAI-E es muy similar a la presentada en la sección 3.1.4 y en [71, 72]; sin embargo, para el nuevo modelo LAI-E multicarril, además de describir sus coincidencias, se describirán algunas particularidades de las reglas y sus efectos en el comportamiento del sistema, que lo convierten en un modelo aún mejor.

En coincidencia parcial con [71, 72], esta extensión incorpora las tres distancias de seguimiento seguro de un solo carril requeridas por un vehículo para acelerar, desacelerar o mantener su velocidad en forma segura, a la definición de las reglas de cambio de carril para el modelo propuesto. Por lo tanto, la definición de reglas de cambio de carril del modelo extendido, en contraste a la mayoría de los modelos de AC existentes, toma en cuenta el espaciamiento entre vehículos, su velocidad relativa y capacidades de aceleración/desaceleración de acuerdo a los valores correspondientes a los vehículos reales. Sin embargo, la diferencia es que ahora las distancias de seguimiento seguro provienen del modelo LAI-E descrito en el capítulo 4, aprovechando sus ventajas en cuanto a realismo del movimiento, la consideración de distancias y velocidades relativas y la simplicidad computacional explicadas en el capítulo anterior.

En coincidencia parcial con [71, 72], esta extensión considera dos tipos de vehículos: automóviles (también llamados autos compactos o simplemente autos) y camiones, los últimos con una longitud mayor que los automóviles y una velocidad límite menor. Sin embargo, en esta nueva extensión, al aprovechar las ventajas del modelo LAI-E, se asume que además de la longitud y la velocidad máxima de cada tipo de vehículo, éstos tienen diferentes capacidades de aceleración y desaceleración, en particular diferente capacidad de desaceleración de emergencia. Aún más, las velocidades máximas de cada tipo de vehículo ahora pueden ser diferentes para el carril de alta velocidad y el de baja velocidad, siendo ésto particularmente importante para los camiones en la vida real.

En total coincidencia con [71, 72], esta extensión consiste de dos carriles independientes. La dinámica del modelo multicarril consiste de dos subpasos, los cuales se realizan en paralelo para todos los vehículos.

- 1. En el primer subpaso, se realiza el intercambio de vehículos entre los dos carriles de acuerdo con un nuevo conjunto de reglas de cambio de carril (ver figura 5.1). De esta manera, los vehículos solo se mueven de lado y no avanzan. Observe que en realidad este subpaso considerado por sí mismo parece inviable, ya que los vehículos generalmente son incapaces de realizar un movimiento puramente transversal. Las reglas de actualización propuestas tienen sentido físicamente cuando se lleva a cabo el segundo subpaso.
- 2. Luego, se realiza la actualización de velocidades y posiciones, independientemente en cada uno de ambos carriles, de manera que los carriles se consideran como modelos LAI-E de un solo carril independientes. En este segundo subpaso se usa la configuración resultante del primer subpaso.



Figura 5.1: Parámetros utilizados para el cambio de carril

Para el primer subpaso, las reglas microscópicas para controlar el desempeño del conductor al cambiar de carril, requieren satisfacer dos criterios. Primeramente, un vehículo necesita un criterio incentivo para cambiar de carril, es decir, una razón para cambiar de carril (por ejemplo, el vehículo de adelante es muy lento o se desea regresar el carril preferente). Segundo, un cambio de carril sólo será posible si se satisface un criterio de seguridad que garantice que no se provocan accidentes.

Para definir los criterios incentivos y de seguridad, en coincidencia parcial con [71, 72], las reglas de cambio de carril del modelo extendido son asimétricas. De tal manera que se introducen distintas reglas para el cambio del carril izquierdo al carril derecho y viceversa. La definición de las reglas de cambio de carril toma en cuenta las normas viales del tránsito vehicular en las carreteras mexicanas, que indican que el carril derecho debe ser preferido para conducir y que el rebase vehicular por la derecha se prohíbe. En la definición del modelo LAI ya se considera la prohibición de rebase, en el sentido que un vehículo que se encuentra en el carril izquierdo no debe cambiarse al carril derecho con la finalidad de adelantar a su vehículo precedente, en un instante de tiempo determinado. Así, un vehículo dado n cambia de carril con probabilidad  $p_{change}$ , con base en las siguientes reglas. La única diferencia para el nuevo modelo, además de las ya mencionadas, ocurre en **cii1**, ya que  $v_{max_{lane}}$  se refiere a la velocidad máxima del tipo de vehículo correspondiente en su carril actual. Debe referirse al carril actual, ya que el cambio a la izquierda para acelerar no debe ocurrir cuando el vehículo ya tiene su velocidad máxima, sólo para aprovechar una velocidad máxima mayor.

Reglas de cambio al carril izquierdo

#### Criterio incentivo .

(cii1) Si 
$$[(d_{keep}(v_n, v_{n+1}) \le d_t < d_{acc}(v_n, v_{n+1}))]$$
 y  $[(d_{pred} \ge d_{acc}(v_n, v_{pred}))$  y  $(v_n < v_{max_{lane}})]$   
ó  
(cii2) Si  $[(d_t < d_{keep}(v_n, v_{n+1}))$  y  $(d_{pred} \ge d_{keep}(v_n, v_{pred}))]$ 

Criterio de seguridad.

(cs) Si  $d_{succ} \ge d_{dec}(v_{succ}, v_n)$ 

Reglas de cambio al carril derecho

Criterio incentivo .

(cid1) Si 
$$[(d_t \ge d_{keep}(v_n, v_{n+1})]$$
 y  $[(d_{pred} \ge d_{keep}(v_n, v_{pred})]$ 

Criterio de seguridad.

(cs) Si  $d_{succ} \geq d_{dec}(v_{succ}, v_n)$ 

Aquí,  $v_n$  and  $d_t$  se refieren a la velocidad y el espacio de un vehículo dado,  $v_{pred}$  and  $d_{pred}$  son la velocidad del vehículo precedente en el carril objetivo y el espacio correspondiente al vehículo n, respectivamente.  $d_{succ}$  y  $v_{succ}$  se refieren al espacio al vehículo sucesor en el carril objetivo y su velocidad, respectivamente. La figura 3.6 describe los parámetros utilizados. Nótese que algunas variables de estado son calculadas para un vehículo cambiando de carril virtualmente.

En total coincidencia con [71, 72], la probabilidad de cambio de carril,  $p_{change}$  que se introduce en la definición las reglas tiene diversos objetivos. Por una parte, permite representar el hecho que ocurre en la realidad de que un conductor, aún cuando tiene condiciones para cambiarse de carril, no lo realiza. Por otra parte, su sentido es referente a la dinámica del modelo, ya que permite controlar el número de cambios de carril derivados de la discretización del tiempo. Además, esta probabilidad puede establecerse en función del tipo de vehículo; además de que influye en la reproducción de la inversión de uso de carril y ayuda a reducir el efecto ping-pong  $^1$ 

El razonamiento detrás de la definición de las reglas es el mismo que para [71, 72], sólo ajustado por los pocos elementos mencionados anteriormente, lo cual muestra las fortalezas del modelo LAI para dos carriles y que el nuevo modelo es aún más realista sin comprometer la eficiencia computacional. En principio un cambio de carril tanto del carril derecho al izquierdo como del carril izquierdo al derecho es posible si se cumple el criterio de seguridad (cs). Este criterio se establece tomando en cuenta la aceleración del vehículo sucesor tomando en cuenta no sólo el espaciamiento sino también distancias y velocidades relativas con base en la posición y velocidad del vehículo que se desea cambiar. Así, un cambio de carril es posible si el espaciamiento entre el vehículo sucesor en el carril objetivo con respecto al vehículo que se desea cambiar de carril es normales, de acuerdo al movimiento uniformemente acelerado.

La definición del criterio incentivo para cambiarse del carril derecho al carril izquierdo toma en cuenta el hecho que un conductor deseará cambiarse de carril si sus condiciones de conducción mejorarán. Así, La definición de este criterio considera dos aspectos. Un conductor deseará cambiar de carril si aún no ha alcanzado su velocidad máxima y ya no es posible que acelere en el carril actual, pero en el carril objetivo sí, (cii1). Por otra parte, un conductor deseará también cambiarse al carril izquierdo si las condiciones de un conductor, con respecto a la distancia y velocidad del vehículo precedente sobre el actual, implican que debe desacelerar en el siguiente paso de tiempo; pero las existentes en el carril objetivo le permiten al menos mantener su velocidad, (cii2). En particular, respecto a (cii1), el cambio a la izquierda para acelerar no debe ocurrir cuando el vehículo ya tiene su velocidad máxima en su carril actual, sólo para aprovechar una velocidad máxima mayor en el carril de alta velocidad. En su lugar, una velocidad máxima mayor en el carril de alta velocidad en realidad suele usarse cuando un vehículo ya ha llegado al mismo por los incentivos explicados anteriormente y así evitar un taponamiento en el sistema.

Por otra parte, los vehículos sobre el carril izquierdo regresan al carril derecho sólo si la distancia de seguimiento seguro de un vehículo con respecto al vehículo que le precede, tanto en el carril izquierdo como en el carril derecho, es suficiente para mantener su velocidad actual; lo cual se modela a través del criterio (cid1) de la regla de cambio. Así, como suele ocurrir en la realidad, un conductor no intentará regresar al carril derecho si sus condiciones para conducir empeorarán. De esta forma, aunque el modelo no considera una prohibición de rebase estricto sobre el carril derecho, la definición de este criterio evita de alguna manera el mismo, al menos durante el paso de tiempo inmediato. Si acaso un vehículo cambia al carril derecho usando una velocidad máxima que corresponde al carril de alta velocidad, éste pasará varios pasos de tiempo para regularizar su velocidad máxima disminuyendo poco a

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>El efecto ping-pong consiste en que un vehículo típicamente alterna entre carriles durante pasos de tiempo sucesivos [5, 73, 8] e incluso puede ocurrir una y otra vez en un modelo asimétrico [73].

poco su velocidad, por efectos del ruido y las condiciones del sitema, tal como ocurre en la realidad.

A continuación se explican los resultados obtenidos al evaluar el modelo multicarril propuesto anteriormente.

## 5.2. Resultados de simulación y discusiones

En esta sección se presentan los resultados de simulación del modelo propuesto sobre una carretera circular de dos carriles y con condiciones de frontera periódica (en anillo).

La simulaciones se llevaron a cabo sobre una carretera de dos carriles con cada carril de longitud  $L = 5 * 10^4$  celdas, donde cada celda tiene una longitud de 1 m. Se consideraron dos tipos de vehículos, automóviles y camiones, con longitud  $l_s$  de 5.0 m y 8.0 m, respectivamente (5 y 8 celdas en unidades de autómata, respectivamente). Además, para cada tipo de vehículo se consideraron velocidades máximas diferentes correspondientes a 115.2 km/hr (32 celdas/paso de tiempo) y 82.8 km/hr (23 celdas/paso de tiempo) para los automóviles y los camiones, respectivamente. Además, se considera que los camiones pueden alcanzar una velocidad mayor al rebasar por el carril izquierdo, es decir 100.8 km/hr (28 celdas/paso de tiempo).

El paso de tiempo t siempre se toma de 1 s, por lo que las transiciones son de  $t \rightarrow t + 1$ , al igual que en el modelo LAI-E de un solo carril. Inicialmente, se realizan los cambios de carril, tal que primeramente se ejecutan los cambios del carril derecho al carril izquierdo y posteriormente los cambios del carril izquierdo al carril derecho. Una vez realizados los cambios de carril de todos los vehículos (movimientos transversales), las velocidades de los vehículos en cada carril se cambian de acuerdo a las reglas de actualización de la velocidad del modelo LAI-E, numeradas como S3a-S3d, y entonces todos los vehículos se mueven hacia adelante (movimiento longitudinal). Por lo que cada carril funciona en forma independiente, semejante al modelo LAI-E de un solo carril.

Se consideró un 10 % del espacio ocupado por camiones en cada carril, acomodados inicialmente un vehículo junto a otro con velocidad 0 al principio del carril, pero con los camiones distribuidos uniformemente en este conjunto. Por la heterogeneidad, para presentar los resultados se utilizará, en general, *ocupancia* de espacio en lugar de densidad, expresada en porcentaje desde 1 hasta 100. De esta manera, el modelo está libre de accidentes desde el primer instante de tiempo. Claramente, dado que el sistema es cerrado, la ocupación total del carril permanece constante en el tiempo para cada simulación.

Se requieren también dos valores de  $a_{max_n}$ , para autos,  $a_{max_{car}} = 8$  celdas/s<sup>2</sup>, y para camiones  $a_{max_{truck}} = 4$  celdas/s<sup>2</sup>. Para las aceleraciones normales los siguientes valores fueron elegidos:  $a_{car} = 4$  celdas/s<sup>2</sup> y  $a_{truck} = 2$  celdas/s<sup>2</sup> [78]. Con esta elección, es posible ejecutar todos los cálculos involucrados en el movimiento normal de los vehículos con números enteros; es decir, la aplicación de la regla S5 del modelo LAI-E trabaja siempre con números enteros con esta elección. Para frenado de emergencia, los vehículos pueden viajar una fracción de una celda en el último segundo de un movimiento de frenado; sin embargo, para propósitos del cálculo de la distancia de seguimiento seguro, éstas siempre se redondean al próximo entero.

Otros parámetros del modelo se establecen como  $R_d = 1.0$ ,  $R_0 = 0.8$ ,  $v_s = 8$  celdas/s, $R_s = 0.01$  para camiones a la izquierda,  $R_s = 0.05$  para autos a la izquierda,  $R_s = 0.15$  para camiones a la derecha,  $R_s = 0.15$  para autos a la derecha. Nótese que  $R_d = 1.0$ , lo que significa que únicamente los vehículos cuya velocidad sea menor a  $v_s = 8$  celdas/s (28.8 km/h), tienen que esperar un poco más antes de que continúen su camino (aceleración retardada).

Al cambiar de carril, además de seguir las mismas reglas que en [72], el parámetro  $p_{change}$  aplica de la siguiente manera:  $p_{change} = 0.7$  para camiones hacia la izquierda,  $p_{change} = 1$  para autos hacia la izquierda,  $p_{change} = 1$  para camiones hacia la derecha,  $p_{change} = 0.1$  para autos hacia la derecha.

Todos los datos de simulación presentados en este primer conjunto de resultados, fueron generados por simulaciones de T = 67,500 pasos de tiempo. Con el objetivo de analizar los resultados, los primeros 65,000 pasos de tiempo fueron descartados para llegar a un estado estable del sistema. Así, los datos de simulación son promediados durante los últimos 2,500 pasos de tiempo. Para cada densidad, se ejecutaron 20 corridas, las cuales fueron promediadas. Además de las mediciones locales usadas en [54], la información también se promedia ahora de todo el carril.

Como un primer análisis, se tiene la relación flujo-ocupancia de las simulaciones, usualmente llamada diagrama fundamental. Esta relación se compara con otros dos resultados, todos en dos carriles. Uno de ellos, el modelo LAI-E heterogéneo (considerando autos y camiones), el cual tiene los parámetros mencionados anteriormente. Otro de ellos es el mismo modelo LAI-E con vehículos homogéneos (considerando solamente autos) y por último se presenta el modelo LAI parcialmente heterogéneo en 2 carriles, considerando autos y camiones, pero recordando que que en éste la heterogeneidad se limita a la longitud y velocidad máxima, por lo que en LAI parcialmente heterogéneo se toman los parámetros de los autos mencionados anteriormente para los dos tipos de vehículos, excepto por la longitud de los camiones (8.0 m.) y su velocidad máxima (82.8 km/hr (23 celdas/paso de tiempo)).

Como se puede observar de la figura 5.2, el flujo máximo promedio obtenido es el del modelo LAI-E homogéneo (aprox. 2318 veh/hr), seguido del modelo LAI heterogéneo (aprox. 2262 veh/hr) y finalmente y sólo un poco menor, el del modelo LAI-E heterogéneo(aprox. 2221 veh/hr). Nótese también de la figura 5.2, que la densidad crítica, donde el flujo máximo es obtenido se encuentra cerca de la ocupancia 12 % para el caso homogéneo y cerca del 15 % para los otros dos casos. En general el flujo del modelo homogéneo es más alto debido a que es más fácil sincronizar vehículos iguales en ambos carriles, aunque esto es irreal en la mayoría de las vías actuales, por ser heterogéneos. Más adelante, en las densidades más altas, se observa que el modelo LAI-E heterogéneo tiene un flujo más alto que el LAI parcialmente heterogéneo, ya que éste último tiene un algoritmo diferente y debe ser parametrizado con otros valores para su buen funcionamiento [72] y los nuevos parámetros son compatibles sólo con el nuevo mecanismo del modelo propuesto en esta tesis.

La figura 5.3 muestra el flujo promedio durante un minuto contra la densidad para el modelo LAI-E heterogéneo. Para construir los diagramas fundamentales, el flujo local  $J_{loc}$  y la velocidad local promedio  $v_{loc}$ , se obtienen colocando un detector virtual en una localidad específica.  $J_{loc}$  es el número de vehículos pasando por el detector por paso de tiempo durante ese minuto. Entonces, la densidad espacial se obtiene de la relación hidrodinámica  $J_{loc} = \rho_{loc} \cdot v_{loc}$  y por lo tanto, cada densidad dada se encuentra relacionada con muchos puntos en



Figura 5.2: La relación flujo-ocupancia (diagrama fundamental) obtenida de los modelos de dos carriles:LAI-E heterogéneo, LAI-E homogéneo y LAI parcialmente heterogéneo (sólo tamaño y velocidad máxima)

el diagrama fundamental obtenido. Es importante comentar que la velocidad local promedio en los congestionamientos es usualmente subestimada debido a que el movimiento de los autos sólo se mide en el detector simulado y por lo tanto, la densidad también es subestimada. En particular, las simulaciones del modelo LAI-E, se observan cualitativamente tres estados de tráfico microscópico: flujo libre, sincronizado y congestionamiento [77]. La pendiente positiva observada en la figura 5.3 corresponde al flujo libre. Los vehículos congestionados generan algunos puntos dispersos abajo, mientras que los estados sincronizados forman una región bidimensional en las densidades locales medias del diagrama. En la fase sincronizada, la velocidad media de los vehículos se reduce, comparada con el flujo libre, pero el flujo puede tomar valores cerca del flujo máximo. Además, como se puede observar de la figura 5.3, la región sincronizada del modelo LAI-E es ligeramente más grande que en el modelo LAI [54] y por lo tanto en mejor acuerdo con los encuentros empíricos. Además, es importante notar que para los congestionamientos amplios, la rama resultante de las simulaciones se extiende a densidades grandes (104 veh/km). Este valor está en acuerdo con mediciones reales obtenidas [77].



Figura 5.3: Promedio del flujo [veh/h] medido durante 1 minuto contra la densidad [veh/km] del modelo propuesto. Se observan tres diferentes estados de tráfico de forma cualitativa, de acuerdo con resultados empíricos: flujo libre, sincronizado y congestionamientos.

Por otra parte, con la finalidad de comparar la influencia de los camiones en el comportamiento del sistema, en la figura 5.4 se muestran las velocidades promedio por tipo de vehículo con respecto a la ocupancia, para el carril izquierdo. La línea de los autos no se observa casi nada porque es casi igual al promedio, debido a que la cantidad de autos es mucho mayor a la de los camiones. Se observa que hasta la misma densidad crítica de la figura 5.2, el valor de la velocidad promedio de los camiones se mantiene casi constante. Lo que ocurre es que mientras la velocidad promedio de los automóviles sea más alta que la velocidad límite de los camiones, los camiones sienten ligeramente el incremento de la ocupancia; debido a que el espacio existente en la carretera es suficiente para que los camiones mantengan velocidades con valores cercanos a su velocidad límite; hasta que en una densidad crítica, donde el espacio entre vehículos se empieza a reducir y al mismo tiempo casi todo el espacio está siendo usado, además de que la velocidad promedio de los automóviles decae significativamente hacia la velocidad límite de los camiones en un estado correlacionado y altamente coherente, en forma análoga al movimiento de un bloque sólido [4]. Esto produce el mínimo local de la izquierda que se observa en la diferencia de las curvas de las velocidades promedio de la figura 5.4. Además, debido a que en el estado altamente coherente la velocidad de todos los vehículos es casi idéntica en este estado, la frecuencia de cambios de carril decae significativamente, como se puede observar en la figura 5.6.



Figura 5.4: Diagrama de la velocidad promedio por tipo de vehículo y carril, con respecto a la ocupancia. Los diagramas correspondientes al carril izquierdo y al carril derecho se muestran en (a) y (b), respectivamente.

Este estado no cambia hasta que la carretera completa se satura en una nueva densidad crítica. Entonces la velocidad de los vehículos decae significativamente para mantener distancias seguras. En este estado, la fase de tráfico de parar y seguir produce espacios que varían mucho, los cambios de carril de nuevo son posibles y el estado coherente se destruye; además, en particular para el carril izquierdo, la diferencia entre las velocidades de automóviles y camiones es significativa debido a que los camiones aceleran más lentamente después de detenerse. Aunque en [4] utilizaron reglas de cambio de carril simétricas para realizar estas observaciones, este mismo comportamiento también fue observado empíricamente con reglas asimétricas en los Países Bajos y por lo tanto los resultados que se presentan en este trabajo de tesis coinciden cualitativamente con las observaciones empíricas, en las cuales, la diferencia de velocidades de los dos tipos de vehículos es más marcada en el carril izquierdo, de forma similar a las figuras 5.4(a) y 5.4(b). Este estado sólido se forma espontáneamente a partir de la interacción de los vehículos. Se sugiere que este estado sólido es altamente independiente del modelo de tráfico vehicular. Además este estado coherente del movimiento de los vehículos reduce considerablemente las principales causas de accidentes: diferencias de velocidades de los vehículos y cambios de carril. Esto también se asocia con el máximo desempeño de la carretera y se localiza justo antes de la transición al flujo de tráfico inestable. Entonces, en un nivel práctico, es deseable implementar reglas de tráfico y diseñar controles de carretera que conlleven a un movimiento en bloque sólido.

Particularmente, para la figura 5.4(a), correspondiente al carril izquierdo, debe tomarse en cuenta que sólo se consideran los experimentos válidos; es decir, aquellos en los cuales al menos existe un camión en el carril izquierdo durante un segundo del tiempo estable; esto se debe a que aún en tiempo estable de la simulación en densidades bajas, los camiones usualmente no tienen necesidad de cambiar al carril izquierdo y sólo eventualmente realizan este cambio.

Otro de los fenómenos empíricos que un modelo multicarril debe ser capaz de reproducir es la inversión de uso de carril, que se observa en sistemas con reglas de cambio de carril asimétricas, como las del modelo propuesto [6]. En la figura 5.5, se muestra la gráfica de uso de carril con respecto a la ocupancia, resultante de la simulación del modelo propuesto. Como se observa de esta gráfica, en densidades pequeñas la preferencia del carril derecho domina, tal que la mayoría de los vehículos conducen en el carril derecho. Sin embargo, como una consecuencia de la prohibición de rebase por el carril derecho y el incremento de la densidad, más vehículos evitan conducir en el carril derecho, preferido por los camiones. La forma de la gráfica se asemeja mucho a la forma obtenida de datos empíricos de carreteras europeas [57]. De acuerdo a la figura 5.5, el punto de inversión se produce en una ocupancia aproximada al 8%, siendo un preámbulo a la sincronización.

Por otra parte, de acuerdo a datos empíricos, la habilidad para cambiar carriles debe incrementarse en función de la densidad, mostrar un máximo en un flujo aproximado de 1800 veh/h y una densidad de 15 veh/km (equivalente a 7% de ocupancia en nuestro modelo aproximadamente, por los tamaños considerados), con un valor típico de 500 cambios por km por hora y un máximo de 800; entonces disminuir con el incremento de la densidad [83]. Sin embargo, los cambios de carril deben ser posibles todavía en densidades altas. Con el objetivo de verificar que el modelo propuesto reproduce este comportamiento, en la figura 5.6 se muestra la frecuencia de cambios de carril, por vehículo y por segundo, con respecto a la ocupancia resultante de simulación. Como puede notarse de la gráfica, la frecuencia máxima promedio de cambios se produce aproximadamente en una ocupancia de 4%, antes de los valores esperados, lo cual puede ser ajustado con las probabilidades de cambio y los  $R_s$ de cada carril y tipo de auto. Posteriormente, con el incremento de la ocupancia vehicular, la frecuencia de cambios disminuye, pero los cambios de carril aún son posibles en densidades altas.

Uno de los problemas que suele ocurrir en los modelos para el tráfico vehicular multicarril basados en AC, es el efecto llamado ping-pong. Este efecto consiste en que un vehículo alterna entre carriles durante pasos de tiempo sucesivos, e incluso puede ocurrir una y otra vez en un modelo asimétrico. De acuerdo a la literatura, una forma común de resolver este problema es establecer los cambios de carril en forma aleatoria [36, 5, 8, 73]. Con la finalidad de



Figura 5.5: Densidad de uso de carril de los vehículos, donde se puede comparar el uso del carril izquierdo y derecho en el modelo propuesto.



Figura 5.6: Frecuencia de cambios de carril por vehículo y por segundo, respecto a la ocupancia.

determinar la ocurrencia del efecto ping-pong en el modelo propuesto, se hizo un análisis del mismo. Para este propósito se contabilizaron los cambios de carril ping-pong que ocurrían cada paso de tiempo, donde ping-pong se refiere a cambios de carril que ocurren durante pasos de tiempo subsecuentes (ver figura 5.7). Como puede notarse de los resultados que se muestran en esta gráfica, en comparación con los cambios de carril totales de la figura 5.6, sólo el 7% aproximadamente son cambios de carril de tipo ping-pong. Al igual que los cambios de carril totales, el máximo número de cambios de carril ping-pong ocurre cerca de la ocupancia de 4%. La frecuencia máxima de cambios de tipo ping pong que se observa en la figura 5.7 parece razonable si se realiza la equivalencia en horas, al obtener menos de 7 cambios ping pong/veh/hr.



Figura 5.7: Frecuencia de cambios de carril tipo ping-pong por vehículo y por segundo, respecto a cada porcentaje de ocupancia.

Adicionalmente, se realizó un análisis en el que se catalogaron dos tipos de cambio ping pong, LRL y RLR [73], los cuales se explican a continuación. El tipo izquierda-derechaizquierda (LRL, por sus iniciales en inglés) indica que un vehículo que estaba conduciendo en el carril izquierdo en el tiempo t, en el tiempo t+1 cambió al carril derecho y finalmente en el tiempo t+2 regresó al carril izquierdo. De manera análoga, el tipo derecha-izquierda-derecha (RLR, por sus iniciales en inglés) indica que un vehículo que se encontraba conduciendo en el carril derecho en el tiempo t, en el tiempo t+1 cambió al carril izquierdo y finalmente en el tiempo t+2 regresó al carril derecho. En las figuras 5.8(a) y (b) se presentan los resultados de simulación obtenidos del modelo para los cambios de carril ping-pong LRL y RLR con respecto a la ocupancia, respectivamente. Se observa que la mayor presencia de cambios pingpong, en comparación con la figura 5.7, es la del tipo LRL, tanto en su máximo como en las ocupancias en las cuales es mayor.



Figura 5.8: (a) Frecuencia de cambios de carril tipo ping-pong LRL, (b) Frecuencia de cambios de carril tipo ping-pong RLR. En ambas figuras se presenta la frecuencia de cambios de carril tipo ping-pong por vehículo y por hora, respecto a cada porcentaje de ocupancia.

Así, los resultados de simulación muestran que el modelo LAI-E evita colisiones y sigue reproduciendo la generalidad de los fenómenos empíricos que se han observado, inclusive en una simulación heterogénea y multicarril y en los casos en que el modelo LAI puede fallar. Además, el modelo LAI-E muestra un movimiento vehicular más realista que el del modelo LAI por el uso del movimiento uniformemente acelerado. Más importante aún, el modelo LAI-E es aún un modelo minimal que preserva la simplicidad computacional de los AC y permite ejecutar todos los cálculos involucrados utilizando aritmética entera.

### 5.3. Comentarios del capítulo

En este capítulo se presentó un nuevo modelo para el tráfico vehicular de carreteras de dos carriles. El modelo extiende las reglas del modelo LAI-E de un solo carril, tal que los cambios de carril son posibles. De esta manera es propuesto un nuevo conjunto de reglas para el cambio de carril, las cuales introducen efectos de anticipación. La definición de reglas se basa en las normas viales de las carreteras en México, en principios de seguridad en ingeniería de transporte y en el comportamiento real de los conductores y los vehículos. Como resultado, las nuevas reglas para cambio de carril toman en cuenta distancias y velocidades relativas entre los vehículos para realizar los cambios de carril y no solamente distancias absolutas, como en varios de los modelos existentes en la literatura. Además, el modelo toma en cuenta dos tipos de vehículos, camiones y automóviles, con valores de longitud, capacidad de aceleración, desaceleración y velocidad máxima diferentes.

Los resultados de simulación para un sistema de dos carriles con condiciones de frontera periódica y reglas de cambio de cambio de carril asimétricas indican que el modelo es capaz de producir diversos fenómenos que se han observado en la realidad, tales como la inversión de uso de carril, la dependencia de la densidad de los cambios de carril y el comportamiento del flujo vehicular acorde al observado en carreteras de varios carriles.

Aún más, varios de los modelos existentes en literatura afirman que el permitir que los camiones se cambien al carril de más a la izquierda conlleva a que el flujo vehicular se domine por la presencia de los vehículos lentos y que una forma de solucionarlo es introducir efectos de anticipación en las reglas de cambio de carril, pero por simplicidad no lo hacen y simplemente lo prohíben. Los resultados de simulación mostrados en este capítulo para el modelo propuesto, a través de las gráficas de velocidad y uso de carril, indican que aunque el modelo sí permite los cambios de carril de los camiones al carril de más a la izquierda, el flujo vehicular no se domina por la presencia de los mismos. De esta manera el modelo es robusto al considerar vehículos lentos.

Por otra parte, se logró reducir ampliamente uno de los problemas que presentan la mayoría de los modelos basados en AC, la frecuencia de cambios de carril denominados ping-pong.

Es importante mencionar que el nuevo modelo que se presentó en este capítulo, sólo incrementa en uno el número de parámetros con respecto al modelo de un solo carril con las probabilidades de cambio. Además, las reglas de cambio de carril se pueden aplicar en paralelo a todos los vehículos, lo que lo hace adecuado para su uso como base de un simulador en tiempo real o en línea. De esta manera el nuevo modelo propuesto cumple con uno de los objetivos de esta tesis, el cual es preservar la simplicidad que caracteriza a los modelos basados en AC. Cabe mencionar que es posible implementar todo el modelo, incluyendo reglas de cambio de carril y la dinámica vehicular, utilizando cómputo paralelo; sin embargo, esto quedó fuera del alcance de este trabajo, ya que sólo se utilizó cómputo de alto desempeño para las simulaciones.

Finalmente, aunque en este trabajo no se realizó, es posible adaptar el modelo para su uso en los Sistemas de Vehículos Automatizados con pequeñas modificaciones. Sin embargo, en este trabajo no se realizó y se deja como trabajo futuro.

En general, los resultados macroscópicos de este modelo multicarril son prometedores porque éstos son muy similares a los encontrados en la literatura y las reglas aseguran un comportamiento realista desde el punto de vista microscópico. 

## Capítulo 6 Conclusiones

En este trabajo de tesis doctoral se propuso un nuevo modelo basado en autómatas celulares (AC) para el tráfico vehicular de vehículos heterogéneos, al que llamamos modelo LAI-E, el cual extiende el modelo LAI de tráfico vehicular [54]. El modelo propuesto describe la dinámica de los vehículos y obtiene sus distancias de seguimiento seguras tomando en cuenta movimiento uniformemente acelerado, capacidades mecánicas y humanas, prácticas de ingeniería de transporte y normas viales mexicanas. Como se mencionó, el modelo LAI-E permite simular el tráfico de vehículos heterogéneos, es decir con capacidades reales de aceleración y desaceleración, longitudes y velocidades máximas diferentes. Con base en las distancias de seguimiento seguro del modelo LAI-E, se introdujo un nuevo conjunto de reglas simples para cambiar de carril a los vehículos, el cual toma en cuenta el espaciamiento y la velocidad relativa de los mismos. Así, se logran resultados más realistas, una dinámica más suave y una reducción del movimiento impulsivo, hasta ahora considerada por el modelo LAI-

Los resultados de simulaciones obtenidos de LAI-E indican que el modelo propuesto logra reproducir una gran cantidad de observaciones empíricas a nivel macroscópico, así como el proceso de aceleración/desaceleración de un modo muy cercano a la realidad. El uso del movimiento uniformemente acelerado involucra una dinámica más realista en la dinámica de frenado. Además, el modelo es capaz de reproducir los tres estados de tráfico de acuerdo al análisis de flujo, densidad y velocidad. Los resultados de simulación para un sistema de dos carriles con condiciones de frontera periódica y reglas de cambio de cambio de carril asimétricas indican que el modelo es capaz de reproducir diversos fenómenos que se han observado en la realidad, tales como la inversión de uso de carril, la dependencia de la densidad de los cambios de carril y el comportamiento del flujo vehicular acorde al observado en carreteras de varios carriles.

El modelo LAI-E para dos carriles mostró algunas aportaciones que lo hacen diferente de otros modelos existentes en la literatura. Por ejemplo, se permite el paso de los camiones al carril de la más a la izquierda para conducir, sin que el flujo vehicular se domine totalmente por los vehículos lentos y se formen tapones vehiculares que pueden permanecer en el tiempo o durar un periodo de tiempo muy largo, comportamiento que se aleja del comportamiento observado en flujo vehicular real. Aún más, el modelo tiene un número adecuado de cambios de carril, uno de los problemas que presentan la mayoría de los modelos basados en AC. Esta reducción es consecuencia de la formulación de las reglas y se puede observar en los resultados de simulación, a través de las gráficas de frecuencia de cambio de carril. Por otra parte, una modificación del modelo de aceleración de los vehículos del modelo LAI-E basado en la consideración de varios regímenes o engranes, y su comparación con datos de vehículos reales indican que el modelo además reproduce los perfiles de velocidad de los mismos, indicando que el proceso de aceleración considerado por el modelo se apega al de los vehículos reales normales.

De esta manera, el nuevo modelo propuesto en esta tesis no sólo asegura un comportamiento realista desde el punto de vista microscópico, tanto de los vehículos como de los conductores; sino que además corrige diversos problemas encontrados en los modelos basados en AC y a la vez reproduce diversos fenómenos empíricos.

Es importante enfatizar que el nuevo modelo propuesto en esta tesis en un carril no incrementa el número de parámetros respeto al modelo LAI, conservando su simplicidad. Para el caso de dos carriles, sólo incrementa en dos el número de parámetros en comparación con el modelo de un solo carril, es decir, se agrega la matriz de probabilidades de cambio de carril y la matriz de velocidades máximas, ambas por tipo de vehículo y por carril. Al considerar múltiples engranes, sólo se agrega el número de engranes considerados. Además, las reglas del modelo, tanto para actualizar las velocidades de los vehículos como para realizar los cambios de carril, se pueden aplicar en paralelo, con lo que el modelo preserva la simplicidad computacional del modelo LAI para el tráfico de un solo carril, que caracteriza a los modelos de AC.

Cabe mencionar que es posible implementar todo el modelo, incluyendo reglas de cambio de carril y la dinámica vehicular, utilizando cómputo paralelo; sin embargo, esto quedó fuera del alcance de este trabajo, ya que sólo se utilizó cómputo de alto desempeño para las simulaciones.

Debido al uso de tablas de búsqueda para las distancias de seguimiento seguro en todos los casos considerados, la complejidad computacional no se incrementa. Además, el modelo puede usarse para simular carreteras con más de dos carriles con las mismas reglas de cambio de carril. Sin embargo, en esta trabajo de tesis no se realizó.

Antes de explicar el trabajo futuro, cabe mencionar que producto de este trabajo de investigación doctoral, resultaron un par de publicaciones indexadas en revistas de impacto internacional [72, 84] y un tercer artículo se envió a revisión recientemente acerca de los regímenes de aceleración, además de haber participado en varios foros nacionales e internacionales en modalidad de poster [85] y de presentación con artículo indexado [86, 87, 88].

#### Trabajo Futuro

Como trabajo futuro, se propone llevar a cabo un análisis más profundo de los estados del flujo sincronizados mediante un sistema multicarril con condiciones de frontera abierta y rampas de acceso y salida, que permitan en conjunto determinar la presencia de patrones sincronizados específicos, que se han observado empíricamente en embotellamientos. En este trabajo de tesis, sólo se consideraron condiciones de frontera abierta con una rampa de entrada, lo cual sólo nos permitió observar algunos patrones conocidos.

Otra tarea pendiente, como se mencionó, es diseñar el modelo propuesto usando cómputo paralelo, de tal manera que sirva como base de un simulador en línea futuro, particularmente para su uso en México. Así, como extender el modelo propuesto en este trabajo para su uso en autos autónomos y Sistemas de Carreteras Automatizados (Automated Highway Systems, AHS).

Además, este modelo sienta las bases para que dicho simulador permita experimentar fácilmente en diseños carreteros y urbanos existentes, en los cuales se desee mejorar el desempeño del flujo vehicular o crear nuevos diseños antes de la construcción de los mismos, de tal manera que se puedan probar varias configuraciones antes de realizar inversiones millonarias y contraproducentes para los ciudadanos. Ejemplos de esto son algunos casos de estudio como entender cuál es la política más adecuada de cambio de carril al llegar a una desviación carretera donde todos los vehículos tienen una salida como objetivo, o entender cuál es el efecto de utilizar ciertos mecanismos de control en un crucero, tales como una glorieta, un paso a desnivel, etc.

Otro rubro en el que se puede trabajar a futuro es agregar modos de manejo alternativos a algunos de los conductores para observar en que grado afectan a todo el sistema. Algunos de estos modos de manejo pueden representar conductores agresivos al cambiar de carril o al acercarse demasiado al vehículo de enfrente, conductores ebrios, conductores que se detienen continuamente, etc. De esta manera se podrían considerar distintos comportamientos del conductor en la modelación y así simular situaciones particulares que ocurren en el tráfico vehicular real y sus consecuencias. Cabe mencionar que el modelo en su estado actual no permite que ocurran accidentes; sin embargo, es posible permitir los mismos con una pequeña modificación relacionada con un factor de riesgo.

Finalmente, aunque se realizaron algunas comparaciones con bases de datos de vehículos en vías reales y derivado de ésto se obtuvieron resultados muy buenos en cuanto al realismo del comportamiento microscópico al utilizar el modelo propuesto, éstos no se publicaron y es indudable que sería una aportación muy importante profundizar y formalizar una investigación relacionada con este análisis del comportamiento de vehículos reales. 

## Bibliografía

- [1] John Von Neumann and Arthur Walter Burks. *Theory of self-reproducing automata*. University of Illinois Press Urbana, 1996.
- [2] S. Ulam. On some mathematical problems connected with pattern of growth of figures. In *Mathematical Problems in Biological Sciences*, volume 14, page 215. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, 1962.
- [3] Kai. Nagel and Michael. Schreckenberg. A cellular automata model for traffic flow. J. Phys. I France, 2:2221–2229, 1992.
- [4] Dirk. Helbing and Bernardo. Huberman. Coherent moving states in highway traffic. Nature, 396:738-740, 1998.
- [5] Wolfang. Knospe, Ludge. Santen, Andreas. Schadschneider, and Michael. Schreckenberg. Disorder effects in cellular automata for two-lane traffic. *Phys. A*, 265(34):614 – 633, 1999.
- [6] Wolfgang. Knospe, Ludge. Santen, Andreas. Schadschneider, and Michael. Schreckenberg. A realistic two-lane traffic model for highway traffic. J. Phys. A: Math. Gen., 35(15):3369–3389, 2002.
- [7] Sven Maerivoet and Bart De Moor. Cellular automata models of road traffic. *Physics Reports*, 419(1):1–64, 2005.
- [8] S Maerivoet. Modelling traffic on motorways: state-of-the-art, numerical data analysis, and dynamic traffic assignment. Katholieke Universiteit Leuven. PhD thesis, PhD thesis, 2006.
- [9] Andreas Schadschneider, Debashish Chowdhury, and Katsuhiro Nishinari, editors. Stochastic Transport in Complex Systems, from molecules to Vehicles. Elsevier, Amsterdam, 2011.
- [10] B.S. Krauss, P. Wagner, and C. Gawron. Metastable states in a microscopic model of traffic flow. *Phys. Rev. E*, 55(5):5597, May 1997.
- [11] H. K. Lee, R. Barlovic, M. Schreckenberg, and D. Kim. Mechanical restriction versus human overreaction triggering congested traffic states. *Phys. Rev. Lett.*, 92:238702–1, 2004.
- [12] Lawrence W Lan, Yu-Chiun Chiou, Zih-Shin Lin, and Chih-Cheng Hsu. A refined cellular automaton model to rectify impractical vehicular movement behavior. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388(18):3917–3930, 2009.
- [13] Chih-Cheng Hsu, Zih-Shin Lin, Yu-Chiun Chiou, and Lawrence W. Lan. Exploring traffic features with stationary and moving bottlenecks using refined cellular automata. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 7:2502–2516, 2007.
- [14] Stephen Wolfram. Cellular automata. Los Alamos Science, 9(2-21):42, 1983.
- [15] Stephen Wolfram. Universality and complexity in cellular automata. Physica D: Nonlinear Phenomena, 10(1-2):1–35, 1984.
- [16] Stephen Wolfram. Theory and applications of cellular automata: including selected papers 1983-1986. World scientific, 1986.
- [17] Tommaso Toffoli and Norman Margolus. Cellular automata machines: a new environment for modeling. MIT press, 1987.
- [18] Gianpiero Cattaneo, Enrico Formenti, Luciano Margara, and Giancarlo Mauri. On the dynamical behavior of chaotic cellular automata. *Theoretical Computer Science*, 217(1):31–51, 1999.
- [19] L Hernández, AM del Rey, and G Rodríguez. Aplicaciones de los autómatas celulares a la generación de bits. *Boletín SEMA*, (21), 2009.
- [20] John T Baldwin and Saharon Shelah. On the classifiability of cellular automata. Theoretical Computer Science, 230(1-2):117–129, 2000.
- [21] M.E. Lárraga. Un autómata celular probabilista para la simulación del tránsito de automóviles automatizados. Masters thesis (in spanish), Universidad Nacional Autónoma de México, 2001.
- [22] Howard Gutowitz. Cellular automata: theory and experiment. MIT press, 1991.
- [23] J.C. Seck. Autómatas celulares lineares reversibles. Bachelor's thesis (in spanish), Universidad Nacional Autónoma de México, 1997.
- [24] L. Margara. Cellular Automata and Chaos. Phd thesis, 1995.
- [25] M.E. Lárraga. Aplicación de autómatas celulares para describir el tráfico vehicular con restricciones de manejo y vehiculares reales, 2010.
- [26] J. Treiterer. Investigation of traffic dynamics by aerial photogrammetry techniques. Technical Report PB 246 094, Ohio State University, 1975.
- [27] Y Sugiyama, A Nakayama, M Fukui, K Hasebe, M Kikuchi, K Nishinari, S-i Tadaki, and S Yukawa. Observation, theory and experiment for freeway traffic as physics of many-body system. In *Traffic and Granular Flow03*, pages 45–58. Springer, 2005.

- [28] B.S. Kerner. The physics of traffic. Springer Verlag, 2004.
- [29] Dirk Helbing and Martin Treiber. Critical discussion of synchronized flow. *Cooper@tive Tr@nsport@tion Dyn@mics*, 1(2.12):24, 2002.
- [30] B. S. Kerner and H. Rehborn. Experimental features and characteristics of traffic jams. *Phys. Rev. E*, 53(2):R1297, 1996.
- [31] Martin Schönhof and Dirk Helbing. Criticism of three-phase traffic theory. Transportation Research Part B: Methodological, 43(7):784–797, 2009.
- [32] Martin Treiber, Arne Kesting, and Dirk Helbing. Three-phase traffic theory and twophase models with a fundamental diagram in the light of empirical stylized facts. *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(8-9):983–1000, 2010.
- [33] Serge P Hoogendoorn and Piet HL Bovy. State-of-the-art of vehicular traffic flow modelling. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 215(4):283–303, 2001.
- [34] M. J. Lighthill and G. B. Whitham. On kinematic waves. ii. a theory of traffic flow on long crowded roads. In Proc. R. Soc. Lond. A, volume 229, page 317, 1955.
- [35] Ilya Prigogine and Frank C Andrews. A boltzmann-like approach for traffic flow. Operations Research, 8(6):789–797, 1960.
- [36] Arto Hämäläinen. Studies of traffic situations using cellular automata. G4 monografiaväitöskirja, Helsinki University of Technology, 2006-10-09.
- [37] SL Paveri-Fontana. On boltzmann-like treatments for traffic flow: a critical review of the basic model and an alternative proposal for dilute traffic analysis. *Transportation research*, 9(4):225–235, 1975.
- [38] Louis A Pipes. An operational analysis of traffic dynamics. *Journal of applied physics*, 24(3):274–281, 1953.
- [39] M Bando, K Hasebe, A Nakayama, A Shibata, and Y Sugiyama. Structure stability of congestion in traffic dynamics. Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 11(2):203, 1994.
- [40] Rui Jiang, Qingsong Wu, and Zuojin Zhu. Full velocity difference model for a carfollowing theory. *Physical Review E*, 64(1):017101, 2001.
- [41] Martin Treiber, Ansgar Hennecke, and Dirk Helbing. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations. *Physical review E*, 62(2):1805, 2000.
- [42] Peter G Gipps. A behavioural car-following model for computer simulation. Transportation Research Part B: Methodological, 15(2):105–111, 1981.
- [43] Pattie Maes. Modeling adaptive autonomous agents. Artificial life, 1(1.2):135–162, 1993.

- [44] Frank Schweitzer. Brownian agents and active particles: collective dynamics in the natural and social sciences. Springer, 2007.
- [45] Michael Wooldridge and Nicholas R Jennings. Intelligent agents: Theory and practice. The knowledge engineering review, 10(2):115–152, 1995.
- [46] Michael Wooldridge. An introduction to multiagent systems. John Wiley & Sons, 2009.
- [47] Carlos Gershenson. Design and control of self-organizing systems. CopIt Arxives, 2007.
- [48] Francis Heylighen and Donald T Campbell. Selection of organization at the social level: obstacles and facilitators of metasystem transitions. World Futures: Journal of General Evolution, 45(1-4):181–212, 1995.
- [49] Debashish Chowdhury, Ludger Santen, and Andreas Schadschneider. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems. *Physics Reports*, 329(4-6):199–329, 2000.
- [50] Debashish Chowdhury, Andreas Schadschneider, and Katsuhiro Nishinari. Physics of transport and traffic phenomena in biology: from molecular motors and cells to organisms. *Physics of Life reviews*, 2(4):318–352, 2005.
- [51] B. Schmittmann and R.K.P. Zia. Statistical mechanics of driven diffusive systems. In B. Schmittmann and R.K.P. Zia, editors, *Statistical Mechanics of Driven Diffusive Sys*tem, volume 17 of *Phase Transitions and Critical Phenomena*, pages 3 – 214. Academic Press, 1995.
- [52] Debashish Chowdhury, Ludger Santen, and Andreas Schadschneider. Simulation of vehicular traffic: A statistical physics perspective. *Computing in Science & Engineering*, 2(5):80–87, 2000.
- [53] L. Smith, R. Beckman, and K. Baggerly. Transims: Transportation analysis and simulation system. 7 1995.
- [54] María. E. Lárraga and Luis. Alvarez-Icaza. Cellular automaton model for traffic flow based on safe driving policies and human reactions. *Phys. A*, 389(23):5425–5438, 2010.
- [55] Robert Barlovic, Ludger Santen, Andreas Schadschneider, and Michael Schreckenberg. Metastable states in cellular automata for traffic flow. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 5(3):793–800, 1998.
- [56] Minoru Fukui and Yoshihiro Ishibashi. Traffic flow in 1d cellular automaton model including cars moving with high speed. *Journal of the Physical Society of Japan*, 65(6):1868– 1870, 1996.
- [57] Dirk. Helbing and Michael. Schreckenberg. Cellular automata simulating experimental properties of traffic flow. *Phys. Rev. E*, 59(3):R2505–R2508, 1999.
- [58] Riu. Jiang and Q-S. Wu. First order phase transition from free flow to synchronized flow in a cellular automata model. *Eur. J. Phys. B*, 46(4):581, 2005.

- [59] B. S. Kerner, S. L. Klenov, and Dietrich. E. Wolf. Cellular automata approach to threephase traffic theory. J. Phys. A-Math. Gen., 35(47):9971, 2002.
- [60] W. Knospe, L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg. Towards a realistic microscopic description of highway traffic. J. Phys. A-Math. Gen., 33(48):L477, 2000.
- [61] María. E. Lárraga, J. A. del Río, and A. Schadschneider. New kind of phase separation in a ca traffic model with anticipation. J. Phys. A: Math. Gen., 37:3769, 2004.
- [62] María. E. Lárraga, Jesús. A. del Río, and Luis. Álvarez. Cellular automata for one-lane traffic flow modeling. *Transp. Res. C-Emer.*, 13(1):63, 2005.
- [63] Xiao-Bai Li, Qing-Song. Wu, and Rui. Jiang. Cellular automaton model considering the velocity effect of a car on the successive car. *Phys. Rev. E*, 64:066128–1–066128–4, 2001.
- [64] Ruili Wang and Heather J Ruskin. Modeling traffic flow at a single-lane urban roundabout. Computer Physics Communications, 147(1-2):570–576, 2002.
- [65] Ruili Wang and HJ Ruskin. Modelling traffic flow at multi-lane urban roundabouts. International Journal of Modern Physics C, 17(05):693–710, 2006.
- [66] Mireilli. Broucke and Pravenravin. Varaiya. A theory of traffc flow in automated highway system. Transportation Research Part C: Emergent Technologies, 4(3):181–210, 1996.
- [67] L. Álvarez and R. Horowitz. Safe platooning in automated highway systems, part i: Safety regions design. Vehicle Sys. Dyn., 32(1):23, 1999.
- [68] Jason. Carbaugh, Datta. Godbole, and Raja. Sengupta. Tools for safety analysis of vehicle automation systems. In American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997, volume 3, pages 2041–2045, jun 1997.
- [69] Peter G Gipps. A model for the structure of lane-changing decisions. Transportation Research Part B: Methodological, 20(5):403–414, 1986.
- [70] Xin-Gang Li, Bin Jia, Zi-You Gao, and Rui Jiang. A realistic two-lane cellular automata traffic model considering aggressive lane-changing behavior of fast vehicle. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 367:479–486, 2006.
- [71] Hector. A. Guzmán. Un modelo de autómata celular realista para el tráfico vehicular heterogéneo. Masters thesis (in spanish), Universidad Nacional Autónoma de México, January 2012.
- [72] H.A. Guzmán, M. E. Lárraga, and L. Alvarez-Icaza. A two lanes cellular automata model for traffic flow considering realistic driving decisions. *Journal of Cellular Automata*, 10(2):65–93, 2015.
- [73] Markus. Rickert, Kai. Nagel, Michael. Schreckenberg, and Andreas Latour. Two lane traffic simulations using cellular automata. *Phys. A*, 231(4):534 – 550, 1996.

- [74] María Elena Lárraga and Luis Alvarez-Icaza. Cellular automata model for traffic flow with safe driving conditions. *Chinese Physics B*, 23(5):050701, 2014.
- [75] Xin Li, Xingang Li, Yao Xiao, and Bin Jia. Modeling mechanical restriction differences between car and heavy truck in two-lane cellular automata traffic flow model. *Physica* A: Statistical Mechanics and its Applications, 451:49 – 62, 2016.
- [76] Ghulam H. Bham and Rahim F. Benekohal. A high fidelity traffic simulation model based on cellular automata and car-following concepts. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 12(1):1 – 32, 2004.
- [77] Wolfgang. Knospe, Ludge. Santen, Andreas. Schadschneider, and Michael. Schreckenberg. Empirical test for cellular automaton models of traffic flow. *Phys. Rev. E*, 70:016115–016140, 2004.
- [78] Hua-Yan Shang and Yu Peng. A new three-step cellular automaton model considering a realistic driving decision. *PJournal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2012.
- [79] Essays: vehicle acceleration. http://mfes.com/accel.html. Accessed: 2018-10-29.
- [80] Boris S. Kerner. Criticism of generally accepted fundamentals and methodologies of traffic and transportation theory: A brief review. *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, 392(21):5261 - 5282, 2013.
- [81] Boris S. Kerner. Failure of classical traffic flow theories: Stochastic highway capacity and automatic driving. *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, 450:700 747, 2016.
- [82] B.S. Kerner. Breakdown in Traffic Networks: Fundamentals of Transportation Science. Springer Berlin Heidelberg, 2017.
- [83] P. Wagner, K. Nagel, and Dietrich. E. Wolf. Realistic multi-lane traffic rules for cellular automata. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 234(34):687 – 698, 1997.
- [84] HA Guzmán, ME Lárraga, L Alvarez-Icaza, and J Carvajal. A cellular automata model for traffic flow based on kinetics theory, vehicles capabilities and driver reactions. *Physica* A: Statistical Mechanics and its Applications, 491:528–548, 2018.
- [85] Studying the evolution of cooperation in on-ramp/off-ramp scenarios. Conference on Complex Systems (CCS) 2016, Amsterdam, 2016. Authors: Luis Enrique Cortés Berrueco, Carlos Gershenson, Cristopher R. Stephens, Héctor A. Guzmán, Luis Alvarez-Icaza, María E. Lárraga.
- [86] A realistic two-lanes traffic simulation model based on cellular autómata. In *Proceedings* of the 2014 UKSim-AMSS 8th European Modelling Symposium. IEEE Pisa, Italy, 2014.
- [87] On-ramp traffic merging modeling based on cellular automata. In *Proceedings of the* 2015 IEEE European Modelling Symposium. IEEE Madrid, Spain, 2015.

[88] HA Guzmán, ME Lárraga, L Alvarez-Icaza, and J Carvajal. A multi-gears cellular automata model for traffic flow based on kinetics theory. In Advances in Intelligent Systems Research, pages 153–158. Proceedings of the 2017 International Conference on Applied Mathematics, Modeling and Simulation (AMMS 2017), Shanghai, China, 2017.