



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA ELÉCTRICA – INSTRUMENTACIÓN

ESTUDIO DE PROPIEDADES TÉRMICAS DE TEJIDOS POR DEFLEXIÓN FOTO-  
TÉRMICA

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
M. en I. CARLOS A. GARCÍA CADENA

TUTOR PRINCIPAL  
Dra. SÁNCHEZ PÉREZ CELIA ANGELINA, ICAT-UNAM  
COMITÉ TUTOR  
Dr. GARDUÑO MEJÍA JESÚS, ICAT-UNAM  
Dr. HAUTEFEUILLE MATHIEU CHRISTIAN A., FACULTAD DE CIENCIAS-UNAM  
Dr. ACEVEDO CONTLA PEDRO, IIMAS-UNAM  
Dra. QUISPE SICCHA ROSA MARÍA, UIDT-HGM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., MAYO, 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Garduño Mejía Jesús  
Secretario: Dr. Acevedo Contla Pedro  
Vocal: Dra. Sánchez Pérez Celia Angelina  
1 er. Suplente: Dr. Hautefeuille Mathieu Christian A.  
2 d o. Suplente: Dra. Quispe Siccha Rosa María

Lugar donde se realizó la tesis: Ciudad Universitaria, México, Distrito Federal.

**DIRECTORA DE TESIS:**

Dra. Celia Angelina Sánchez Pérez

---

**FIRMA**

---

## **Agradecimientos**

---

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el financiamiento que me ha otorgado durante los 48 meses de duración de mis estudios de doctorado.

A la máxima casa de estudios, la Universidad Nacional Autónoma de México.

A la Dirección de Asuntos del Personal Académico de la UNAM por el apoyo brindado a través de los proyectos PAPIIT IT100515 y PAPIIT IT100518.

A los sinodales por el tiempo dedicado a este trabajo, en especial a la Dra. Celia Sánchez, al Dr. Mathieu Hautefeuille y al Dr. Jesus Garduño cuyos comentarios, recomendaciones y observaciones enriquecieron este trabajo a lo largo de 4 años.

Al Dr. Joselín Hernández Ruiz y al Dr. Adolfo Pérez García de la Unidad de Medicina Experimental del Hospital General de México por la gran colaboración con este trabajo.

Al Instituto de Ciencias aplicadas y tecnología de la UNAM por permitirme desarrollar este proyecto en el laboratorio de dispositivos biomédicos.

A mis padres, por todo.

---

# Contenido

---

<b>Contenido.....</b>	<b>I</b>
<b>Resumen.....</b>	<b>III</b>
<b>Capítulo I: Introducción.....</b>	<b>1</b>
1.1 Técnicas de obtención de propiedades térmicas de tejido reportadas.....	2
1.1.1 Técnica electro-piroeléctrica.....	3
1.1.2 Técnica de sensado de flujo de calor con termopilas.....	4
1.1.3 Técnica de termometría con alambre caliente.....	6
1.1.4 Técnicas de medición con deflexión foto-térmica.....	7
1.1.4.1 Foto-deflexión en espacio libre.....	8
1.1.4.2 Foto-deflexión integrada en un bloque.....	10
1.2 Motivación.....	11
1.3 Hipótesis.....	12
1.4 Objetivos.....	12
<b>Capítulo II: Fundamentos teóricos.....</b>	<b>13</b>
2.1 Efusividad y difusividad térmica.....	14
2.2 Transferencia de calor dentro de un bloque .....	14
2.2.1 Transferencia de calor por conducción.....	15
2.2.2 Transferencia de calor por convección.....	15
2.2.3 Transferencia de calor por radiación.....	16
2.2.4 Distribución de temperatura $T_x$ en un bloque termo-óptico generada por ondas térmicas.....	17
2.3 Modelo de transferencia térmica en un medio.....	20
2.4 Modelo de transferencia térmica en dos medios.....	25
2.5 Deflexión foto-térmica en un bloque termo-óptico.....	30
2.6 Sistema de deflexión foto-térmica para la obtención de propiedades térmicas.....	32
2.6.1 Especificaciones del bloque termo-óptico.....	32
2.6.2 Análisis del ángulo de deflexión $\theta$ en un bloque termo-óptico...	36

2.6.3	Sensor de deflexión foto-térmica.....	37
2.6.4	Análisis de la respuesta del sistema.....	39
<b>Capítulo III: Caracterización de propiedades térmicas por deflexión foto-térmica.....</b>		<b>42</b>
3.1	Sistema de deflexión foto-térmica.....	42
3.1.1	Control de temperatura.....	44
3.1.2	Calentamiento.....	46
3.1.3	Calibración.....	49
3.2	Validación del método.....	51
3.2.1	Obtención de la efusividad térmica de líquidos.....	52
3.2.2	Obtención de la difusividad térmica de líquidos.....	54
3.3	Discusión.....	57
<b>Capítulo IV: Propiedades térmicas de tejidos biológicos.....</b>		<b>58</b>
4.1	Metodología.....	58
4.2	Caracterización de la conducción de calor en tejido biológico <i>ex vivo</i> ....	59
4.2.1	Análisis estadístico de las mediciones experimentales.....	62
4.3	Obtención de la difusividad térmica de tejido biológico <i>ex vivo</i> .....	64
4.4	Caracterización de la conducción de calor en tejido biológico fijado en una solución de formol.....	67
4.5	Discusión .....	71
<b>Discusión y Conclusiones.....</b>		<b>72</b>
Trabajo futuro.....		73
Anexo 1: Efecto del disipador de calor en la generación de la distribución de temperatura $T_x$ generada.....		74
Anexo 2: Publicaciones.....		79
<b>Referencias.....</b>		<b>102</b>

---

## Resumen

---

El estudio de las propiedades térmicas de tejido biológico es de importancia en la instrumentación biomédica, así como en la medicina ya que la caracterización de la conducción de calor en los tejidos biológicos puede ser usada como una herramienta de diagnóstico de enfermedades crónico-degenerativas, además de ser un método de estimación del cambio que sufren los tejidos biológicos debido a tratamientos terapéuticos, como la hipertermia. Se encuentran reportados en la literatura distintos métodos para la estimación de propiedades térmicas de tejido biológico, siendo los sensores eléctricos llamados de “alambre caliente” los más usados. La principal desventaja de los métodos reportados es que, dada su naturaleza, es necesario tener especial cuidado en los materiales usados, así como en su encapsulación si serán usados para realizar mediciones *in vivo*, además que este tipo de dispositivos son sensibles al ruido electromagnético. En la actualidad se encuentran pocos dispositivos ópticos reportados para la obtención de propiedades térmicas de tejido biológico. Este tipo de dispositivos son inmunes al ruido electromagnético, son fácilmente integrables, pueden ser introducidos en ambientes donde existe humedad y son altamente sensibles a cambios en temperatura. Es por lo anterior que resulta de interés el desarrollo de una técnica óptica para la obtención de propiedades térmicas de tejido biológico.

En este trabajo es de interés la efusividad térmica que representa la cantidad de energía térmica que es intercambiada entre un cuerpo y su entorno, así como la difusividad térmica que representa la tasa de intercambio térmico entre 2 cuerpos. En este trabajo se propone una técnica no destructiva para la obtención de la difusividad y efusividad térmica de tejido biológico usando la deflexión foto-térmica, con un dispositivo con sensibilidad suficiente para caracterizar las propiedades térmicas de distintos órganos en donde no se irradie directamente la muestra.

Para la obtención de la efusividad y difusividad térmica se analizan dos configuraciones del sensor; una donde se considera la conducción de calor en un solo medio y otra donde se considera la conducción de calor en dos medios. Se obtuvo un modelo para cada caso con los cuales se estima la efusividad y la difusividad térmica respectivamente. A partir de las simulaciones del modelo de difusión en 2 medios se obtiene la sensibilidad del sensor como de  $0.45 [1/m s^{-2}]$ .

Se presenta la validación del método realizando una calibración con muestras de líquidos y se obtiene la efusividad y difusividad térmica de disoluciones de NaCl y glicerina en agua tridestilada con un error máximo de 7.3% y 6% respectivamente comparado con valores reportados en la literatura. Finalmente, se caracterizó la conducción de calor en tejido biológico y se obtuvo la difusividad térmica de muestras de corazón, hígado, riñón, pulmón y músculo de rata, con un error máximo del 15%.

En este trabajo se presenta la viabilidad de la técnica para la obtención de propiedades térmicas de tejido biológico la cual podría ser utilizada como un método de diagnóstico de enfermedades crónico-degenerativas.

# Capítulo I

---

## Introducción

---

El estudio de propiedades térmicas de tejidos biológicos ha sido ampliamente utilizado debido a sus aplicaciones médicas como es el caso de la hipertermia, en donde se eleva la temperatura de los órganos, de manera artificial, por encima de la temperatura corporal incluso existen tratamientos donde se eleva la temperatura de los tejidos hasta el punto de la ablación. Este tipo de práctica es común debido a sus propiedades terapéuticas en el tratamiento de cáncer<sup>[1]</sup>, tumores<sup>[2]</sup> y foto-coagulación<sup>[3]</sup> entre otras. Sin embargo, se han encontrado pocos trabajos que hablen del estudio del cambio en las propiedades térmicas debido a ciertas patologías, como, por ejemplo, la fibrosis hepática.

Además, no se han encontrado trabajos reportados en la literatura donde se use la deflexión foto-térmica para la caracterización de propiedades térmicas de tejido biológico. El uso de un dispositivo óptico como técnica de caracterización de propiedades térmicas, tiene como ventaja que es inmune al ruido electromagnético, es fácilmente integrable, podría ser usado para medir *in vivo* (ya que no es afectado por la humedad) y es sensible a cambios en temperatura.

Trabajos previos realizados en nuestro laboratorio (los cuales serán detallados más adelante) mostraron la viabilidad de la técnica de la deflexión termo-óptica para diferenciar la difusión de calor en líquidos, así como en algunos tejidos. Sin embargo, en estos trabajos previos no se obtuvo ninguna propiedad térmica. La obtención de alguna propiedad térmica, además, podría ser de utilidad para realizar valoraciones cuantitativas del estado de



salud de los órganos. En este trabajo, resulta de interés la obtención de la efusividad térmica que describe cómo un material cede calor a su entorno y la difusividad térmica que es la tasa de conducción de energía térmica debido a una diferencia de temperatura en el medio. El estudio de estas propiedades podría ser de utilidad para la caracterización del cambio de conducción térmica en tejidos biológicos debidos a modificaciones en la morfología o composición debidas a ciertas patologías o terapias médicas.

Por lo anterior, resulta de interés la obtención de una técnica para el estudio de la difusión de calor en tejido biológico usando un dispositivo óptico. En este trabajo se presenta el estudio de la efusividad térmica de líquidos, así como la difusividad térmica de tejido biológico *ex vivo* usando un sensor óptico basado en la deflexión foto-térmica con una configuración simple y de mediciones rápidas. La metodología propuesta permitirá plantear la potencialidad de esta técnica como complemento en el diagnóstico de alteraciones en tejido debido a enfermedades crónico-degenerativas.

## **1.1 Técnicas de obtención de propiedades térmicas de tejido reportadas**

Los instrumentos utilizados para la obtención de propiedades térmicas son muy variados y su complejidad depende de lo que se desea medir, así como la precisión y la sensibilidad requerida. Aunado a esto, en el caso de los sensores utilizados para la medición de propiedades térmicas de tejido biológico, se tiene que tener especial cuidado en realizar mediciones que no dañen o modifiquen las muestras. A continuación, se presentan algunos de los instrumentos usados actualmente para el estudio de propiedades térmicas de tejidos biológicos.

### 1.1.1 Técnica electro-piroeléctrica

Esta es una de las técnicas más usadas para la medición de propiedades térmicas, resultante de una modificación de la llamada: técnica foto-piroeléctrica<sup>[6]</sup>. En esta técnica se usa una fuente de corriente eléctrica modulada en amplitud para la obtención de ondas térmicas en un sensor piroeléctrico que se encuentra en contacto con la muestra a caracterizar, midiendo la onda térmica a la salida debido a las propiedades térmicas de la muestra. Esta técnica ha sido usada para la estimación de propiedades térmicas de líquidos<sup>[7,8]</sup>, ácidos grasos y triglicéridos<sup>[9]</sup>, así como de tejido biológico de rata<sup>[10]</sup>. Se muestra en la Figura 1.1 el esquema de un sensor electro-piroeléctrico usado para la caracterización de efusividad térmica.

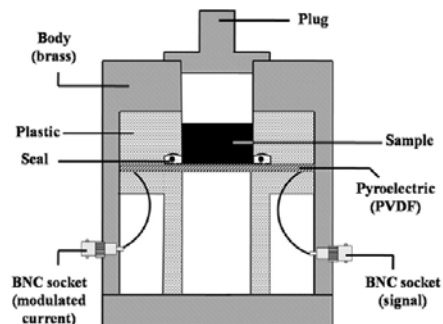


Figura 1.1. Esquemático de una celda de medición usada para el método electro-piroeléctrico<sup>[8]</sup>.

En este caso la muestra es colocada en una celda que se encuentra en contacto con una placa que calienta la muestra. El método usado para calentar la muestra es el efecto Joule, el cual es el calentamiento por absorción usando una corriente eléctrica, a diferencia de la técnica foto-piroeléctrica donde se usan láseres o focos modulados. En el lado opuesto en el que es aplicada la fuente de calor se mide la diferencia de temperatura debida a las propiedades térmicas de las muestras. Uno de los principales inconvenientes de este método es que pueden llegar a ser destructivos ya que en algunos casos elevan la temperatura más

de 20°C. Otro inconveniente es que en algunos casos la muestra es directamente irradiada por la fuente de calentamiento y que en algunos casos requiere de equipos de medición especializados como el uso de amplificadores “lock-in”. Por último, en algunos casos es necesario realizar mediciones en más de una configuración para la obtención de solo una propiedad térmica. Este método resulta útil donde el tamaño de muestra no es un factor de importancia, sin embargo, suelen ser sensores que dada su configuración no podría ser utilizado en la medición de tejido biológico *in vivo* dado que es necesario colocar la muestra entera dentro del dispositivo.

Una técnica análoga a ésta es la llamada técnica foto-acústica, donde se miden ondas electro-acústicas que se propagan dentro de la muestra a caracterizar, usando una fuente foto-acústica modulada y micrófonos. Esta técnica es normalmente utilizada para la medición de la efusividad térmica de tejidos<sup>[11]</sup>, así como de líquidos<sup>[12]</sup>. La ventaja de esta técnica es que suelen ser pruebas no destructivas, de no contacto, con las cuales se han hecho mediciones de tejido *in vivo*, sin embargo, la instrumentación suele ser complicada ya que también requiere de dispositivos amplificadores de señal como la técnica “lock in”.

#### 1.1.2 Técnica de sensado de flujo de calor con termopilas

Esta técnica es relativamente nueva, ya que usa sensores semiconductores complementarios de óxido-metálico (CMOS por sus siglas en inglés) para la obtención de propiedades térmicas de gases<sup>[13,14]</sup>, líquidos<sup>[15]</sup>, así como de tejidos<sup>[16]</sup>. Esta técnica usa sensores, normalmente de silicio, sensibles al flujo de calor de la muestra por conducción y en algunos casos no es necesario el contacto ya que miden el flujo de calor por emisividad o convección. Estos sensores usan una termopila que entrega un voltaje proporcional al flujo

térmico medido. Cuando se mide un flujo de calor, se genera una diferencia de temperatura entre la unión del semiconductor que induce a su vez un voltaje a la salida de cada termopar, cada termopila está constituida por un arreglo de termopares.

Un sensor CMOS típico de calorimetría está formado por varios sustratos de silicio, como se muestra en la Figura 1.2, que en conjunto con otros elementos llevan a cabo las mediciones térmicas.

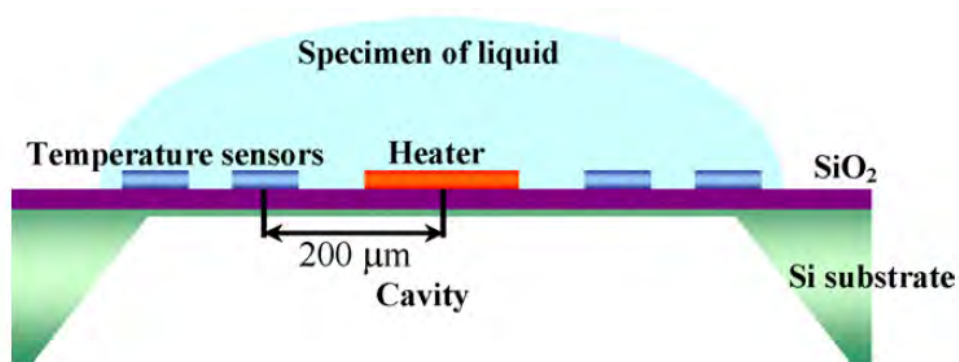


Figura 1.2. Esquema de sensor CMOS para la obtención de difusividad térmica<sup>[14]</sup>.

En este caso el sensor incluye un calentador al centro del dispositivo, los sensores de flujo de calor y una cavidad térmicamente aislada donde se coloca la muestra líquida. El aislamiento térmico permite suponer que no existe transferencia térmica más que hacia la muestra. Al calentar la muestra se genera un flujo térmico causando variaciones de temperatura medida por los termopares, estas diferencias de temperatura dependen de la difusividad térmica de las muestras. Uno de los inconvenientes es que en algunos casos también puede llegar a ser una prueba destructiva ya que elevan la temperatura de la muestra hasta 40°C. Por otro lado, la fabricación de este tipo de sensores es costosa y complicada ya que requiere del uso de titanio, oro, o algún otro metal para aumentar la sensibilidad, además que se requiere de micro-mecánica y micro-litografía para la

fabricación de los sensores. Algunos de estos sensores son voluminosos (entre 1-5 cm<sup>2</sup>) por lo que resulta complicado introducirlos en alguna sonda para mediciones de tejido biológico *in vivo*. Sin embargo, resultan muy útiles para mediciones de propiedades térmicas de líquidos.

### 1.1.3 Técnica de termometría con alambre caliente

Esta técnica se desarrolló recientemente como una modificación de los termopares y termistores comunes <sup>[17-19]</sup> además de ser una combinación de la técnica llamada “placa caliente”<sup>[20-22]</sup>. Para esta técnica se desarrollaron sondas micrométricas en distintos materiales las cuales incluyen una punta de calentamiento con la que se calientan las muestras; así como un termistor con el que mide el cambio de temperatura con respecto del tiempo en la muestra y de esta manera se mide la cantidad así como la velocidad a la que los tejidos difunden el calor suministrado de manera artificial. Este tipo de sensores han sido de los más utilizados para medir la conductividad <sup>[23]</sup> y difusividad<sup>[24]</sup> térmica de tejidos biológicos y que ha sido probada para mediciones *in vivo* y *ex vivo*. Una desventaja de esta técnica es que, dada la forma de medir, es necesario introducir por completo la sonda en el órgano que se quiere caracterizar, por lo que resulta una prueba invasiva. Además, que su instrumentación puede llegar a ser compleja ya que requiere de micro-mecánica para la fabricación de las sondas como la que se muestra en la Figura 1.3.

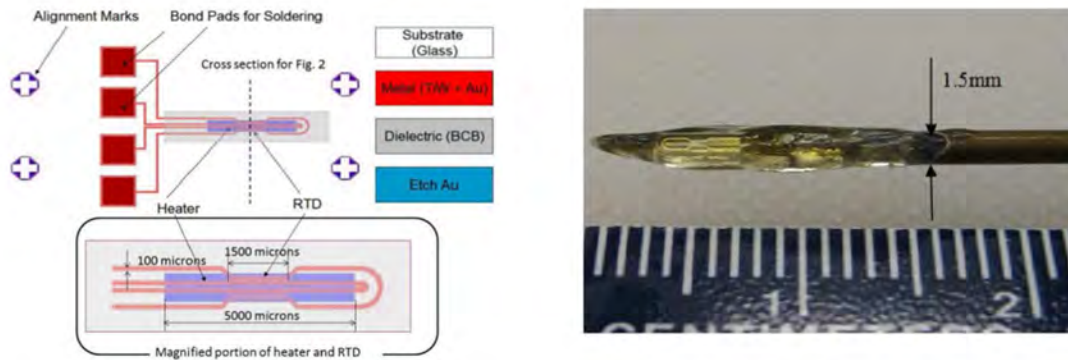


Figura 1.3. Esquemático de un alambre micro-maquinado para la caracterización *in vivo* de propiedades térmicas de tejido<sup>[23]</sup>.

En este caso la sonda es introducida en las muestras que se desean caracterizar y son calentadas durante 20 segundos hasta 45 °C midiendo el cambio de temperatura. Utilizando un modelo que depende del tiempo para el sistema térmicamente acoplado sonda-tejido se obtiene la conductividad térmica de las muestras.

Algo que tienen en común todas las técnicas antes mencionadas es que son vulnerables a ruido electromagnético. Además, debido a los materiales que se usan en la fabricación de este tipo de sensores, es necesario tener especial atención en su encapsulación, si es que se requiere de hacer mediciones en ambientes húmedos, como lo es en el caso de tejidos biológicos *in vivo* y *ex vivo* mantenidos en un medio líquido de preservación.

#### 1.1.4 Técnicas de medición por deflexión foto-térmica

El uso de técnicas ópticas para la caracterización de propiedades térmicas en tejido biológico resulta un método prometedor, ya que es inmune al ruido electromagnético, es fácilmente integrable y son sensibles a cambios en temperatura debido al fenómeno de la deflexión foto-térmica mejor conocido como el efecto “mirage”; este fenómeno explica cómo la luz se curva debido a un cambio de índice de refracción en el medio de

propagación. El índice de refracción es modificado al calentar de manera gradual el medio de propagación, dado que la luz se propaga con mayor velocidad en un medio con índice de refracción bajo, la luz modifica su trayectoria hacia la región más fría. La deflexión foto-térmica ha sido utilizada ampliamente como técnica para la medición de distintos parámetros como difusividad y conductividad térmica. Esta técnica ha sido principalmente usada en espacio libre y en algunos casos se utiliza esta técnica integrada en un bloque. El uso de este fenómeno como transducción para la estimación de propiedades térmicas será explicado en el capítulo II de este trabajo. A continuación, se presenta un resumen de algunos trabajos reportados en la literatura que usan esta técnica para determinar alguna propiedad térmica.

#### 1.1.4.1 Foto-deflexión en espacio libre

La deflexión foto-térmica en espacio libre se ha usado como un método para la obtención de propiedades como: el índice de refracción<sup>[25]</sup>, la difusividad, y la conductividad térmica de algunos sólidos<sup>[26]</sup> y líquidos<sup>[27]</sup>. De igual manera ha sido utilizada para estudios de espectrometría<sup>[28]</sup>, así como para la caracterización de otros fenómenos físicos como dinámica de burbujas de cavitación<sup>[29]</sup>, campos eléctricos<sup>[30]</sup>, u ondas de shock<sup>[31]</sup> entre otros. Esta técnica se basa en la foto-deflexión de un haz láser de prueba a lo largo del camino óptico donde existe un cambio gradual de índice refracción. El cambio en el índice de refracción es generado por un gradiente de temperatura (y en algunos casos por campos electromagnéticos) que a su vez ocasiona un cambio gradual en la velocidad de propagación del láser de medición provocando su deflexión. Este efecto también es conocido como el efecto Mirage. Una de las principales ventajas de esta técnica, es que es inmune a ruido electromagnético y que las propiedades termo-ópticas de los medios de

propagación del haz láser de prueba pueden aumentar la sensibilidad de este tipo de sistemas. Se muestra en la Figura 1.4 un ejemplo de un sensor para la obtención de propiedades térmicas de líquidos por foto-deflexión.

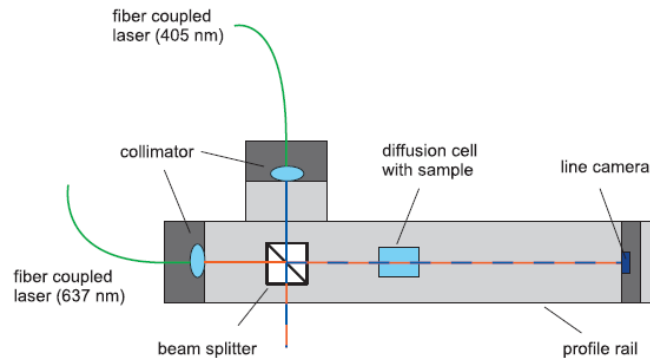


Figura 1.4. Esquema de un sensor de deflexión angular en espacio libre para la obtención de difusividad térmica de líquidos<sup>[27]</sup>.

En este caso, el sensor está formado por dos fuentes láseres a dos longitudes de onda distintos (405 y 637 nm) para aumentar la sensibilidad de detección de mezclas líquidas ternarias debido a que se disminuye el efecto de dispersión en este tipo de mezclas.

Una desventaja de este tipo de sistemas es que se requiere de irradiar directamente las muestras, además que en algunos casos elevan la temperatura de estas más de 20°C, lo que se traduce en una modificación o en algunos casos la destrucción de las muestras. La deflexión foto-térmica en espacio libre suele ser de difícil implementación y requiere de arreglos complicados, como lo es el caso de los sensores espectrofotométricos, por lo tanto resultan en una difícil integración lo que lo hace una técnica poco factible para el estudio de propiedades térmicas de tejido biológico.



#### 1.1.4.2 Foto-deflexión integrada en un bloque

El método de deflexión termo-óptica integrada en un bloque funciona bajo el mismo principio explicado en el punto anterior, donde se tiene un haz de prueba, pero que en este caso se propaga a lo largo de un bloque al cual se le aplica calor en una de sus caras, generando un gradiente de temperatura. El gradiente de temperatura generado modifica el índice de refracción del bloque ocasionando la deflexión del haz de prueba<sup>[32,39,50]</sup>. Una ventaja de este tipo de configuración es que simplifica la implementación del sistema ya que la propagación del haz láser de prueba se encuentra confinado, lo que facilita la integración y basta con poner en contacto las muestras que se deseen caracterizar para el estudio de la conducción térmica sin ser directamente irradiadas por un haz láser de calentamiento.

A la fecha no se han encontrado trabajos en donde se obtenga alguna propiedad térmica de tejidos biológicos utilizando esta técnica. En un trabajo previo se presentó esta técnica para la caracterización de conducción de calor en tejido biológico<sup>[32]</sup>, sin embargo, no se obtuvieron propiedades térmicas de los tejidos estudiados además de tener la desventaja de que las muestras eran calentadas de manera directa, aumentando la posibilidad de daño a los tejidos. Adicionalmente, dada la configuración de este sistema, se requería tener un control sobre el espesor de las muestras, ya que, en este caso, el calor se propaga a través de la muestra para calentar el medio de propagación del haz láser de prueba, por lo tanto, el espesor de las muestras afectaba el tiempo y la cantidad de calor que alcanzaba a llegar al medio de propagación del haz de prueba.

En trabajos previos realizados por nuestro grupo se llevó a cabo un estudio numérico de la técnica de deflexión de un haz láser en un bloque termo-óptico, para caracterizar las propiedades térmicas de tejido biológico<sup>[4]</sup>. También se determinó la difusividad de muestras líquidas de disoluciones de glicerol en agua tridestilada para concentraciones que variaban en peso desde 0.8% a 1.2%. Aplicando una fuente de calor a diferentes ángulos de incidencia, se determinó el ángulo del cambio más marcado en la conducción de calor, encontrando así un pseudo ángulo crítico de la onda térmica incidente<sup>[5]</sup>. Este método no depende de mediciones fotométricas y se obtuvieron resultados que eran similares a los reportados en la literatura. Sin embargo, tenía la desventaja de requerir varias mediciones por muestra para obtener una propiedad térmica, además que era necesario realizar un barrido en ángulo de la fuente de calor por lo que requería de una configuración más compleja para su implementación.

## **1.2 Motivación**

El interés de desarrollar un sistema óptico con el cual se puedan obtener propiedades térmicas de tejido biológico radica en que este tipo de sistemas son inmunes al ruido electromagnético, pueden ser introducidos en casi cualquier tipo de ambiente ya que la humedad no influye en su desempeño, la sensibilidad depende del camino óptico y de las propiedades térmicas del medio de propagación, puede operar en ambientes corrosivos y presenta la potencialidad de ser integrado. A la fecha no se han encontrado trabajos que hablen de la caracterización y obtención de alguna propiedad térmica de tejido biológico usando la técnica de deflexión foto-térmica, por lo que contar con un sensor basado en esta técnica para la obtención de propiedades térmicas de tejido biológico realizando pruebas no

destruictivas y que sea sensible a la conducción de calor podría ser de gran utilidad para aplicaciones biomédicas, así como una herramienta auxiliar de diagnóstico en la medicina.

### **1.3 Hipótesis**

Utilizando un dispositivo óptico basado en la deflexión foto-térmica en dos configuraciones; una donde se considera la conducción de calor en un medio y otra donde se considera la conducción de calor en 2 medios es posible obtener la efusividad y difusividad térmica de tejido biológico con pruebas cortas y no destructivas.

### **1.4 Objetivos**

Este trabajo tiene como objetivos generales el estudio y obtención de propiedades térmicas de tejidos biológicos utilizando un sensor de flujo de calor óptico el cual nos permita encontrar diferencias en la difusión de calor de distintos tejidos por contacto y de manera no destructiva. Para lo cual será necesario:

- Implementar un sensor de deflexión foto-térmica el cual permita caracterizar la conducción de calor de distintos tipos de muestras (sólidos y líquidos).
- Encontrar las condiciones de medición que permitan caracterizar la respuesta del sensor a las muestras utilizadas.
- Desarrollar un modelo teórico que describa el comportamiento experimental del sensor en sus dos configuraciones.
- Mostrar la viabilidad de esta técnica óptica no destructiva para la caracterización de conducción de calor en tejido biológico y la obtención de propiedades térmicas.

## Capítulo II

---

### Fundamentos teóricos

---

La transferencia de energía térmica en tejidos biológicos puede dar información del estado de salud de estos, más aún, la cuantificación de los cambios en alguna propiedad térmica ocasionados por la modificación estructural o funcional de órganos daría cuenta de la progresión de enfermedades crónico-degenerativas o de las afectaciones en tejido ocasionado por ciertos tratamientos terapéuticos. En este trabajo se estudia la cantidad y la tasa a la que se transfiere energía térmica a las muestras a caracterizar representadas por la efusividad y difusividad térmica respectivamente. Estas propiedades serán explicadas más adelante en este capítulo. Para la obtención de estas propiedades térmicas de muestras líquidas o sólidas es necesario contar con un modelo teórico el cual describa cómo es la transferencia de calor en distintos medios.

Para este trabajo se consideran dos modelos teóricos, uno donde se tienen muestras tan grandes que solo se considera la transferencia térmica en un medio, por lo tanto, se estima la cantidad de energía térmica que se transfiere a la muestra representada por la efusividad térmica, y otro donde se considera el espesor de la muestra para los casos donde no se pueden tener muestras tan grandes, por lo tanto, se estima la tasa de transferencia térmica en dos medios representada por la difusividad térmica. Es por lo anterior que es necesario conocer los mecanismos de transferencia de calor en distintos medios, así como las propiedades térmicas que tienen influencia en este tipo de procesos térmicos.

A continuación, se presenta un resumen de las propiedades térmicas, los mecanismos de transferencia de energía térmica así como los modelos teóricos que se utilizarán a lo largo de este trabajo para la obtención de la efusividad y difusividad térmica.

## 2.1 Efusividad y difusividad térmica

La efusividad térmica es la propiedad que describe cómo un material cede energía térmica a su entorno, esta propiedad está descrita como:  $\varepsilon = \sqrt{\rho ck}$  [ $Ws^{0.5} m^{-2}K^{-1}$ ]; donde  $k$  es la conductividad térmica,  $c$  es la capacidad calorífica y  $\rho$  la densidad del material de interés. En este trabajo se estudia la efusividad térmica ya que representa la cantidad de energía que es intercambiada entre dos cuerpos en contacto debido a una distribución térmica.

La difusividad térmica es la propiedad que describe la tasa de transferencia de calor de un material cuando existe un gradiente térmico desde el lado caliente hacia el lado frío. La difusividad térmica está descrita por:  $\alpha = k/\rho \cdot c$  [ $m/s^2$ ]; donde  $k$  es la conductividad térmica,  $c$  es la capacidad calorífica y  $\rho$  la densidad de los materiales.

## 2.2 Transferencia de calor dentro de un bloque

Cuando existe una diferencia de temperatura en un medio o entre varios cuerpos se da una transferencia de energía térmica de la zona con mayor temperatura hacia la de menor temperatura. La transferencia de energía térmica puede ser a través de uno o la combinación de los siguientes mecanismos: convección, conducción o radiación. Cada mecanismo de transferencia puede ser representado con una ecuación que describa la cantidad de energía térmica transferida en un medio o entre cuerpos por unidad de tiempo.

### 2.2.1 Transferencia de calor por conducción

En este mecanismo de transferencia térmica, la energía es transferida por contacto de las moléculas en movimiento de los cuerpos. De este modo la tasa de transferencia unidimensional por unidad de área por conducción es conocida como la ley de Fourier, y está dada por:

$$q_c = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.1)$$

donde  $q_c$  (W/m · K) es la tasa de transferencia de calor en la dirección  $x$ ,  $\frac{\partial T}{\partial x}$  es la distribución de temperatura, y  $k$  es la constante de proporcionalidad llamada conductividad térmica de los materiales. El signo negativo es debido a que el calor se propaga de la zona más caliente a la más fría. La conductividad térmica es la propiedad térmica que determina la capacidad del material para conducir el calor, representa la viabilidad de una sustancia para transferir la energía cinética de sus moléculas a otras adyacentes <sup>[33]</sup>.

### 2.2.2 Transferencia de calor por convección

En este mecanismo la transferencia de energía térmica se lleva a cabo entre una superficie en contacto con un fluido en movimiento, como puede ser agua o algún gas. Existen varios factores que intervienen en la tasa de transferencia de calor entre los materiales como; las propiedades térmicas de los fluidos (conductividad térmica, difusividad térmica, viscosidad, etc.) o la velocidad a la que se mueven. Por lo tanto, se dice que depende del campo de flujo del fluido con el que está en contacto. En el modo de transferencia de energía térmica por convección, la tasa de transferencia de calor por unidad de área está dada por la ley de enfriamiento de Newton <sup>[34]</sup>:

$$q_{cv} = h(T_s - T_f). \quad (2.2)$$

En este caso la transferencia depende de la diferencia de la temperatura de la superficie ( $T_s$ ) y la temperatura del fluido ( $T_f$ ).  $h$  es conocido como el coeficiente de convección el cual está dado por unidades de  $W/m^2 \cdot K$ . Además, este coeficiente depende de la viscosidad del fluido, su conductividad térmica, calor específico y densidad ya que estas propiedades determinan la cantidad y la velocidad a la que la energía térmica se transfiere entre la superficie y el fluido.

### 2.2.3 Transferencia de calor por radiación.

En este mecanismo la energía térmica se transfiere a través de la radiación electromagnética que a diferencia de los otros modos de transferencia, puede llevarse a cabo en el vacío, es decir, no es necesario que exista un medio a través del cual se transmita la energía térmica. En este caso la energía emitida por un radiador térmico, también conocido como “cuerpo negro”, por unidad de área, está dada por la ecuación de radiación térmica de Stefan-Boltzmann <sup>[35]</sup>:

$$q_r = \sigma AT_s^4. \quad (2.3)$$

De la ecuación anterior se tiene que  $\sigma$  es la constante de proporcionalidad de Stefan-Boltzmann que es igual a:  $5.669 \times 10^{-8} [W/m^2 \cdot K^4]$ ,  $A$  es el área del radiador térmico y  $T_s$  es la temperatura de la superficie.

En la mayoría de los procesos foto-térmicos la radiación influye poco en la transferencia de energía térmica<sup>[36]</sup>, por otro lado, dado que el sensor utilizado en este trabajo se encuentra aislado térmicamente la transferencia térmica por convección es despreciable. Por lo anterior en este trabajo solo se considera el efecto de transferencia térmica por conducción.

## 2.2.4 Distribución térmica $T_x$ en un bloque

Una vez identificado el mecanismo de transferencia de calor (conducción térmica), la distribución espacial y temporal del calor en un medio puede ser determinada por el principio de conservación de energía. Esto lleva a la formulación de una ecuación diferencial cuya solución, para condiciones de frontera específicas, dará como resultado la distribución de temperatura resultante [36].

Si consideramos un bloque de dimensiones finitas ( $dx$ ,  $dy$  y  $dz$ ), como el que se muestra en la Figura 2.1,

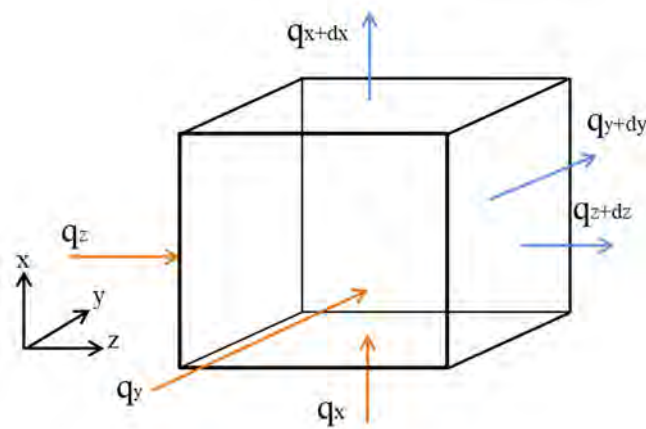


Figura 2.1. Representación de la conservación de energía dado un flujo de calor en un bloque.

los flujos de energía térmica que entran y salen del bloque aplicando la ley de conservación de energía y considerando que no existe generación de energía interna, están representados por:

$$Q_e - Q_s = Q_{al}, \quad (2.4)$$

donde  $Q_e = q_x + q_y + q_z$  es la tasa de energía térmica que entra al volumen.  $Q_s = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}$  es la tasa de energía que sale del volumen.  $Q_{al}$  es la tasa de energía almacenada en el bloque, representada por:



$$Q_{al} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz . \quad (2.5)$$

De la ecuación anterior  $\rho$  es la densidad y  $c$  es la capacidad calorífica del bloque.

Sustituyendo en la Ec. 2.4, tenemos que:

$$q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz . \quad (2.6)$$

Los flujos de calor que entran al bloque son evaluados usando la ley de Fourier como:

$$q_x = -k dydz \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_x, q_y = -k dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_y, q_z = -k dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_z . \quad (2.7)$$

El flujo que sale del bloque puede ser obtenido mediante expansiones en series de Taylor:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx, q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy, q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz. \quad (2.8)$$

Sustituyendo en la ec. 2.6 se obtiene:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz. \quad (2.9)$$

La cual se puede reescribir como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k dy dz \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx + \frac{\partial}{\partial y} \left( k dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy + \frac{\partial}{\partial z} \left( k dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz . \quad (2.10)$$

Si consideramos que la conductividad térmica del material ( $k$ ) es isotrópica, y que no existe flujo de calor en los ejes  $y$  y  $z$  debido a que estas caras se consideran que se encuentran aisladas térmicamente se puede obtener de la Ec. 2.10 la ecuación de difusión unidimensional<sup>[37]</sup>, la cual está dada por:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} , \quad (2.11)$$

donde  $\alpha = \frac{k}{\rho c}$  es la difusividad térmica. La solución de la ec. 2.11 conocida como la ecuación de Fourier o de difusión térmica unidimensional la cual permitirá obtener la distribución de temperatura con respecto del tiempo en cualquier punto de un bloque.

En este trabajo se plantea la obtención de la efusividad y difusividad térmica de distintas muestras que se encuentran en contacto con un bloque de medición, para lo que se consideran 2 casos distintos uno donde la muestra es tan grande que puede ser considerada como un medio semi-infinito y otro donde la muestra es de dimensiones similares al bloque de medición, por lo que se propone el estudio de dos modelos teóricos:

- Modelo de transferencia térmica en un medio: En este caso se considera la muestra como un medio semi-infinito, es decir, que sus dimensiones son muy grandes comparadas con las del bloque de medición. De esta manera, la distribución de temperatura  $T_x$  depende de la densidad, capacidad calorífica, conductividad y efusividad térmica del bloque de medición, las cuales son variables conocidas y de la efusividad de la muestra como variable desconocida. En este caso se resuelve de manera numérica la ecuación de difusión (Ec. 2.11) usando el método de onda térmica. Este caso fue probado con líquidos para validar el método.

- Modelo de transferencia térmica en dos medios: En este caso se consideran muestras de espesor similar al bloque de medición, por lo que la distribución de temperatura  $T_x$  depende de la tasa de transferencia térmica entre el bloque de medición y la muestra, es decir, de la difusividad térmica de la muestra como variable desconocida. La distribución de temperatura se obtiene resolviendo la ecuación de transferencia de Fourier (Ec. 2.11) para 2 medios utilizando el método de diferencias finitas. Esta configuración fue utilizada para

obtener la difusividad térmica de tejidos biológicos *ex vivo* debido a que las muestras con las que se contaba son de tamaño pequeño.

### 2.3 Modelo de transferencia térmica en un medio

Para la obtención de la efusividad térmica se considera un modelo de difusión térmica en un medio donde se tiene un bloque termo-óptico (medio 1) con propiedades térmicas conocidas; efusividad térmica  $\varepsilon_1$ , conductividad térmica  $k_1$  y difusividad térmica  $\alpha_1$ , cuyas caras laterales se encuentran aisladas térmicamente, al cual se le hace incidir de manera normal un pulso de calor  $Q$  durante un tiempo  $t$  en la *interfaz*<sub>01</sub> (en  $x = 0$ , referirse a la Figura 2.2) de la siguiente manera:

$$T_x(x, 0) = 0, \quad (2.12)$$

$$T_x(0, t) = \begin{cases} -\frac{Q}{k} & \text{para } t \geq 0 \\ 0 & \text{para } t < 0 \end{cases}. \quad (2.13)$$

Una solución a la ecuación de difusión unidimensional con estas condiciones a la frontera está dada por<sup>[38]</sup>:

$$T_x(x, t \geq 0) = -\frac{Q}{k_1} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha_1 t}} \right) \right], \quad (2.14)$$

donde  $\operatorname{erf}(x)$  es la función error<sup>[33]</sup>:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(u^2) du. \quad (2.15)$$

De esta manera el flujo de calor se propaga a través del bloque termo-óptico (BTO) a lo largo del eje  $x$ , además, se tiene que el BTO se encuentra entre dos medios semi-infinitos (medio 0 y medio 2), como se muestra en la Figura 2.2.

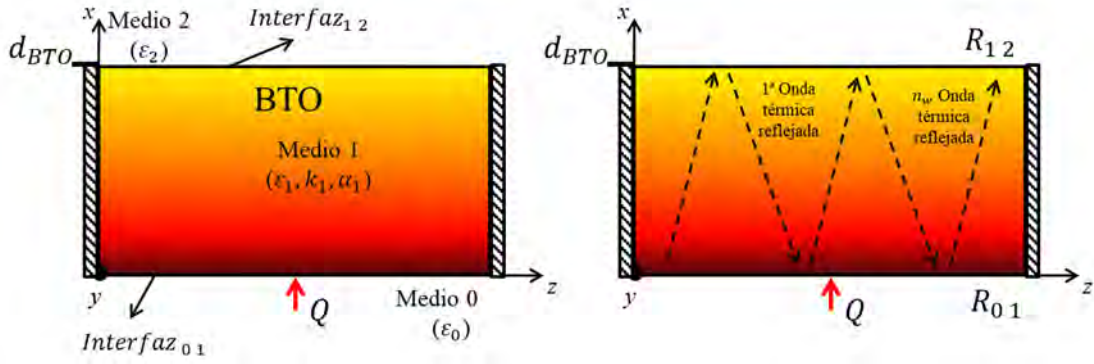


Figura 2.2. Propagación de la onda térmica plana incidente, reflejada.

Una manera de obtener la efusividad térmica es estimando la distribución térmica  $T_x$  como función del tiempo, considerando el flujo de calor en el BTO como ondas térmicas monocromáticas, donde cada onda es reflejada en la *interfaz*<sub>01</sub> y en la *interfaz*<sub>12</sub> (es decir en  $x = 0$  y  $x = d_{BTO}$ ). Los coeficientes de reflexión en cada interfaz están dados respectivamente por:

$$R_{01} = \frac{1-b_{01}}{1+b_{01}} \text{ y } R_{12} = \frac{1-b_{12}}{1+b_{12}} , \quad (2.16)$$

donde  $b_{01} = \varepsilon_0/\varepsilon_1$  y  $b_{12} = \varepsilon_2/\varepsilon_1$  son los coeficientes de las efusividades térmicas en ambas fronteras. Además,  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_1$ , y  $\varepsilon_2$  son las efusividades térmicas de los medios 0, 1 y 2 respectivamente. Por último, la distribución de temperatura  $T_x$  en cualquier punto del BTO que cambia con respecto del tiempo depende de la contribución de las  $n_w$  reflexiones de las ondas térmicas que viajan en sentido positivo descritas por:

$$\frac{Q}{k_1} R_2 \sum_{n_w=0}^{\infty} (R_{01} R_{12})^{n_w} \left( 1 - \operatorname{erf} \left\{ \frac{2(n_w+1)d_{BTO}-x}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha_1 t}} \right\} \right) , \quad (2.17)$$

así como, las  $n_w$  reflexiones de las ondas térmicas viajando en sentido negativo, descritas por:

$$-\frac{Q}{k_1} \sum_{n_w=0}^{\infty} (R_{01} R_{12})^{n_w} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[ \left( \frac{2n_w d_{BTO} + x}{2} \right) \sqrt{\frac{1}{\alpha_1 t}} \right] \right\} . \quad (2.18)$$

El uso de una fuente térmica como un pulso de calor (Ec. 2.13) que incide de manera normal al BTO reduce considerablemente la complejidad de la solución a la ecuación de conducción de calor.

Por último, la distribución de temperatura  $T_x$  dependerá de la contribución de las ondas de calor que viajan en la dirección  $x$  positiva y en la dirección  $x$  negativa. Bajo estas suposiciones, es posible estimar la distribución de la temperatura en el BTO utilizando la sumatoria de las ecuaciones Ec. 2.17 y Ec. 2.18 [39]:

$$T_x(x, t) = -\frac{Q}{k_1} \sum_{n_w=0}^{\infty} (R_{01} R_{12})^{n_w} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \left( \frac{2n_w d_{BTO} + x}{2} \right) \sqrt{\frac{1}{\alpha_1 t}} \right] - R_{12} \left( 1 - \operatorname{erf} \left\{ \frac{2(n_w + 1) d_{BTO} - x}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha_1 t}} \right\} \right) \right]. \quad (2.19)$$

Se obtuvo la distribución de temperatura  $T_x$  teórica tomando en cuenta distintos medios líquidos con efusividades diferentes, se considera un pulso de calor de  $Q = 194 \text{ [W/m}^2\text{]}$  (Se aplica esta cantidad de energía ya que de esta manera se sube la temperatura de la muestra no más de  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ ), un BTO de acrílico de dimensiones:  $L = 0.03 \text{ m}$ ,  $D = 0.01 \text{ m}$ , y usando los valores de efusividad térmica mostrados en la tabla 2.1.

Tabla 2.1: Propiedades térmicas consideradas para la obtención del  $T_x$  teórico.

	Efusividad térmica [W s <sup>0.5</sup> m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]	Conductividad térmica [W/mK]	Difusividad térmica [m <sup>2</sup> /s]
Medio 0 (aire)	$\varepsilon_0 = 5.5^*$	-	-
Medio1 (acrílico)	$\varepsilon_1 = 150^{**}$	$k_1 = 0.158$	$\alpha_1 = 1.28 \times 10^{-7}$

\* V. Pasquale *et al*[40], \*\*J. Carvill[41]

Se evaluó la ecuación 2.19 para distintos valores de efusividad térmica de la muestra (*medio*<sub>2</sub>) utilizando valores de líquidos conocidos. Las efusividades térmicas utilizadas se muestran en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Efusividad térmica de distintos líquidos utilizados para evaluar la ec. 2.18.

Medio 2	Efusividad térmica [W s <sup>0.5</sup> m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]
Etanol	$\varepsilon_{2e} = 634.9^*$
Glicerina	$\varepsilon_{2g} = 938.1^*$
Sangre	$\varepsilon_{2s} = 1395.3^{**}$
Bilis	$\varepsilon_{2b} = 1549.6^{**}$
Agua tridestilada	$\varepsilon_{2a} = 1570.1^*$

\* M.N. Pop<sup>[42]</sup>, \*\* L. McIntosh *et al* <sup>[43]</sup>

Los resultados al evaluar la ecuación 2.19 con los valores mencionados anteriormente se muestran en la Figura 2.3, donde se presenta la distribución de temperatura  $T_x$  como función del tiempo a una distancia  $x = 0.75d_{BTO}$ .

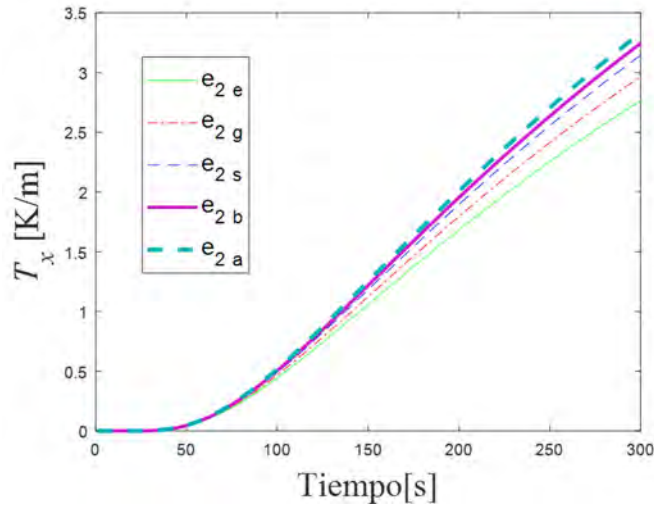


Figura 2.3. Distribución de temperatura  $T_x$  teórica como función del tiempo para valores de efusividad térmica  $\varepsilon_2$  de líquidos conocidos.

En la Figura 2.3, se puede ver cómo cambia el  $T_x$  con respecto al tiempo al aplicar el pulso de temperatura  $Q = 194 [W/m^2]$  durante 300 s. Se puede observar en la gráfica la relación que existe entre el valor de efusividad del medio 2 y el cambio en la distribución de temperatura, ya que para valores más grandes de efusividad térmica la distribución de temperatura cambia más ( $T_{xa} = 3.3 [K/m]$ ), como sucede con el caso de efusividad de agua tridestilada. Mientras que para el caso de la efusividad del etanol el cambio de la

distribución de temperatura es menor  $T_{xe} = 2.7 [K/m]$ ), esto es debido a que para mayores valores de efusividad existe un mayor intercambio de calor entre los medios. Dado que se busca tener un sensor que reduzca la posibilidad de daño a las muestras, será preferible llevar a cabo mediciones lo más cortas posibles, para esto será suficiente encontrar el periodo de tiempo donde la distribución de temperatura sea diferente para cada muestra. Es de notar que el  $T_x$  para cada valor de efusividad comienza a separarse a partir del tiempo 140 s, y a los 300 s la respuesta característica para cada muestra es diferente, por lo tanto, en el período de tiempo de 140 s a 300 s es en el que se evaluará la efusividad térmica de las muestras. También se puede ver en la Fig 2.3, que se tiene un cambio máximo de la distribución de temperatura  $\Delta T_x = 0.2 [K/m]$  para el rango de valores utilizado.

Este modelo se puede utilizar para la obtención de la distribución de temperatura en un medio ya que se obtiene una solución exacta a la ecuación de difusión de temperatura para un rango amplio de valores de efusividad térmica. Sin embargo, las desventajas del uso de este modelo es que es necesario tener muestras lo suficientemente grandes para poder desprestigiar las ondas térmicas provenientes de este medio, lo que es importante tomar en cuenta al realizar los experimentos correspondientes a esta configuración. Otra desventaja de este modelo es que se encuentra limitado por los valores de efusividad de las muestras debido a la restricción del coeficiente de reflexión  $R_{12}$ , ya que si se usan valores de efusividad térmica iguales a los del BTO ( $150 [W s^{0.5} m^{-2} K^{-1}]$ ) la ecuación se indetermina y para valores menores el coeficiente se vuelve negativo. Por otro, lado si se usan valores mucho más grandes que  $1600 [W s^{0.5} m^{-2} K^{-1}]$  ocasionan que el cambio en  $R_{12}$  sean cada vez menores, por lo tanto,  $T_x$  cambia cada vez menos. Por lo anterior el rango operativo del sensor está limitado entre valores mayores que los del acrílico e iguales o menores que los del agua tridestilada.

## 2.4 Modelo de transferencia térmica en dos medios

Para la obtención de la difusividad térmica de las muestras a estudiar, se desarrolló un modelo en el cual se considera la difusión de calor en 2 medios donde se genera una distribución de temperatura ocasionada por la aplicación de una rampa de calor; el primer medio, donde se aplica la fuente de calor, es decir, el BTO de largo  $L$  y altura  $D_{BTO}$ ; y un segundo medio que representa la muestra de largo  $L$  y altura  $D_t$  en contacto con el BTO. Se coloca en  $x = D_t$  un disipador de calor (DC) el cual es utilizado para hacer más eficiente la manera en que la muestra cede calor al entorno además que disminuye la variabilidad de las mediciones reduciendo el efecto de convección en la parte superior de las muestras (Ver Figura 2.4). El DC puesto en contacto con la parte superior de la muestra se considera como una condición a la frontera ya que a través de esta solo se cede calor ya que se usa un material con un valor de conductividad térmica al menos 4 órdenes de magnitud más grande que el de las muestras que se consideran para este estudio ( $\sim 205 [W/mK]$ ). Se presenta en el Anexo 1 un análisis del efecto en la distribución de temperatura al agregar el DC así como una estimación de la sensibilidad del sensor debida al disipador.

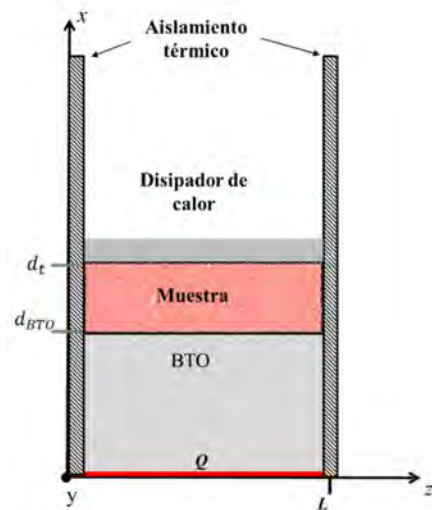


Figura 2.4. Esquema de la geometría para el modelo de conducción térmica en dos medios finitos.



Utilizando el método de elemento finito, con el cual se resuelve la ecuación de difusión en un mayado nodo a nodo se resolvió el sistema de ecuaciones acoplado, para  $n$  medios. Donde la ecuación gobernante, está dada por la ecuación de difusión térmica unidimensional (Ec. 2.11):

$$\frac{\partial T_n}{\partial t} = \alpha_n \nabla T, \quad i \in [1, n]. \quad (2.20)$$

En este caso se considera un sistema de difusión de calor en 2 medios; el primer medio corresponde al BTO, donde la distribución de temperatura en este medio con respecto al tiempo está dada por:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \alpha_1 \nabla T, \quad (2.21)$$

donde  $\alpha_1$  es la difusividad térmica del BTO. El segundo medio corresponde a la muestra a estudiar, dado que para este trabajo es de interés obtener la difusividad térmica de tejidos biológicos, para este en este caso se utiliza una modificación de la ecuación de difusión de calor, donde se considera con mayor detalle la inhomogeneidad de los tejidos debido a vascularidades, perfusión de sangre, así como las propiedades térmicas de la sangre, esta modificación de la ecuación de difusión es conocida como la ecuación de “bio-calor” o la ecuación de difusión de Pennes <sup>[44, 45]</sup>:

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \alpha_2 \nabla T - w_s c_s (T - T_s), \quad (2.22)$$

donde  $\alpha_t$  es la difusividad térmica del tejido;  $w_s, c_s, T$  son la tasa de perfusión, capacidad calorífica y temperatura de la sangre respectivamente. El intercambio de energía entre la muestra y el DC se considera como una condición a la frontera donde solo se cede energía térmica utilizando el coeficiente de transferencia térmica entre una placa de metal y aire  $h_{DC} = 4.33 [W/m^2K]$  <sup>[46]</sup>. Se evaluó el sistema de ecuaciones utilizando como parámetros

fijos la conductividad térmica, el calor específico y la densidad del BTO (bloque de acrílico) y del DC (bloque de aluminio) los valores utilizados para la obtención de la difusividad térmica de los medios conocidos se muestran en la Tabla 2.3:

Tabla 2.3. Valores de propiedades de la literatura del BTO (acrílico) y del DC (aluminio) utilizadas en la simulación.

Material	Densidad ( $\rho$ ) [Kg/m <sup>3</sup> ]	Capacidad Calorífica (C) [J/K Kg]	Conductividad térmica (k) [W/K m]
BTO (Acrílico*)	1180	1470	0.19
DC (Aluminio**)	2712	910	205

\*J. Carvill<sup>[41]</sup>, \*\*W. Parker *et al* <sup>[47]</sup>

Se obtuvo el  $T_x$  con respecto del tiempo para  $x = 0.75D_{BTO}$  dada esta configuración, resolviendo el sistema de ecuaciones acoplado variando la difusividad térmica del segundo medio ( $\alpha_2$ ), utilizando los valores de difusividad térmica de tejidos biológicos que se muestran en la Tabla 2.4:

Tabla 2.4. Difusividad térmica de distintos tejidos biológicos encontrados en la literatura<sup>[43]</sup>.

Medios	Difusividad térmica [m <sup>2</sup> /s] $\times 10^{-7}$
Corazón	$\alpha_{2c} = 1.42$
Músculo	$\alpha_{2m} = 1.64$
Riñón	$\alpha_{2r} = 1.40$
Hígado	$\alpha_{2h} = 1.32$
Pulmón	$\alpha_{2p} = 2.29$

Se muestra en la Figura 2.5 la distribución de temperatura con respecto del tiempo, al evaluar el sistema de ecuaciones (Ec. 2.19) usando los valores del BTO y del DC, de la tabla 2.3, y variando los valores de difusividad térmica del segundo medio (Ver tabla 2.4).

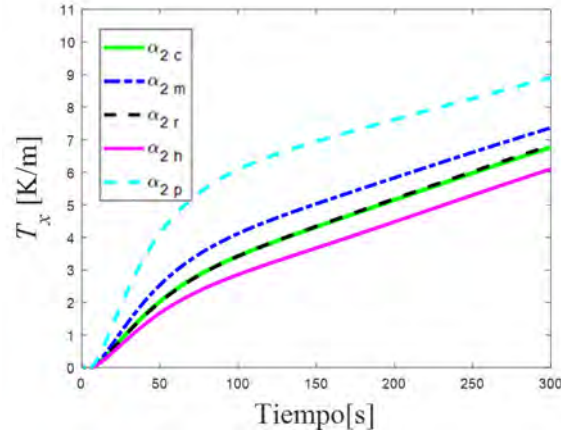


Figura 2.5. Distribución de temperatura  $T_x$  teórica como función del tiempo para valores de difusividad térmica de distintos tejidos biológicos.

De la Figura 2.5 así como de la 2.3 se puede ver cómo cambia el  $T_x$  con respecto del tiempo al aplicar una fuente de calor  $Q$  al sistema, la velocidad de cambio en la distribución de temperatura depende de la cantidad y la tasa de energía térmica que cede el BTO a lo que tenga en contacto, en este caso las muestras a medir. Se observa que para valores de difusividad de pulmón se obtiene una distribución de temperatura final mayor ( $T_{x p} = 8.9 K/m$ ), ya que este tiene una mayor difusividad térmica, por lo tanto, existe una mayor tasa de transferencia térmica entre este y los demás medios. Por otro lado, cuando se usan valores de difusividad térmica de corazón y riñón dada la similitud de los valores de difusividad sería complicado diferenciar entre estos órganos ya que como se puede ver los valores finales de  $T_x$  son prácticamente iguales ( $T_{x h} = 5.71 K/m$  y  $T_{x m} = 5.73 K/m$ ). Por último, el hígado y el músculo tienen distribuciones térmicas finales ( $T_{x h} = 6.08 K/m$  y  $T_{x m} = 7.3 K/m$ ) que es posible diferenciar el  $T_x$  de cada una de estas muestras. Se puede observar que en esta configuración es posible diferenciar de una mejor manera los medios biológicos considerados, ya que se obtienen respuestas particulares para cada uno de los valores de difusividad térmica utilizados además de tener un cambio máximo de  $\Delta T_x = 2.0 K/m$ , que es 10 veces más grande que el caso del modelo de transferencia térmica en

un medio, donde se estima la efusividad térmica. Como se observó, los únicos valores que no se pudieron diferenciar de manera correcta era donde la diferencia de difusividad térmica es de  $1 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ , como sucedió en el caso del corazón y el riñón.

El modelo de difusión de calor en 2 medios permite la obtención de la distribución de temperatura en un BTO que se encuentra en contacto térmico con otro medio. La ventaja de este modelo radica en que es posible resolver las ecuaciones de difusión de calor considerando un medio biológico como homogéneo usando ecuaciones acopladas. Además, que en este caso es posible introducir una rampa de calentamiento medida directamente del sistema la cual puede ser medida e introducida al modelo para tener un mejor ajuste a las mediciones experimentales.

Debido a que las muestras de tejido biológico con las que se cuentan son más chicas que el BTO, en este modelo se considera el espesor de la muestra a caracterizar lo que hace que este modelo sea más cercano a las condiciones experimentales que se tienen. Además, el uso de MATLAB facilita la obtención de la solución de la ecuación de difusión para múltiples capas como ecuaciones acopladas. La desventaja de este método es que al resolver las ecuaciones diferenciales que representan estos fenómenos usando el método de elemento finito, limita la precisión de la solución obtenida a la resolución del mallado que se utiliza y este está directamente relacionado a las capacidades del equipo de cómputo que se utilice. Esto resulta de importancia ya que si no se escoge un mallado correcto es posible perder datos o tener una solución sesgada y que el resultado no represente de manera adecuada lo que se tiene de manera experimental.

## 2.5 Deflexión foto-térmica en un bloque termo-óptico

El principio de operación del sistema de medición usado en este trabajo para la obtención de la efusividad y difusividad térmica de las muestras a estudiar, es la deflexión foto-térmica de un haz láser colimado (LC) que se propaga a una altura  $d_{lc}$ . El LC se propaga a través del eje óptico del BTO al cual se le aplica una fuente de calor  $Q$  en la parte inferior lo que genera una distribución térmica  $T_x$ , esta cambia con respecto del tiempo debido al intercambio de energía térmica con lo que se encuentra en contacto con el BTO en la parte superior, es decir, la muestra a estudiar, como se explicó en las secciones pasadas. La distribución de temperatura inducida en el BTO, ocasiona un cambio en el índice de refracción  $n$  en el camino óptico, lo que ocasiona un cambio en la velocidad de propagación del LC. Dado que la luz se propaga con mayor velocidad en medios con menor índice de refracción el LC se deflactará hacia la región más fría del BTO donde a su vez se encuentra el índice de refracción más bajo. El ángulo de deflexión del haz láser puede ser estimado como la sumatoria de cambios de índice de refracción a lo largo del camino óptico usando la expresión<sup>[48]</sup>:

$$\theta = \int \frac{\nabla n}{n} dz, \quad (2.23)$$

donde,

$$\nabla n = \frac{dn}{dT} \nabla T . \quad (2.24)$$

De la Ec. 2.23, se tiene que  $\frac{dn}{dT}$  es el coeficiente termo-óptico el cual indica cómo cambia el índice de refracción con respecto de la temperatura,  $n$  es el índice de refracción del BTO, y  $\nabla T$  es el gradiente de temperatura ocasionado por el calor  $Q$  aplicado y que se propaga a lo largo del eje  $x$ . Dado a que en este trabajo solo se considera la propagación de energía

térmica en 1 solo eje se dice que se tiene una distribución térmica, es decir que  $\nabla T = \frac{dT}{dx}$ .

Además, para minimizar el flujo de calor en el eje  $z$  se usa un BTO cuya longitud ( $L_{BTO}$ ) es 3 veces más que su altura (lo anterior se probó de manera experimental utilizando una cámara CCD y se monitoreó el desplazamiento del spot para 40 mediciones donde se observó que solo existe deflexión en el eje  $x$ ). Se muestra en la Figura 2.6 una representación gráfica de la deflexión termo-óptica de un haz laser en un BTO.

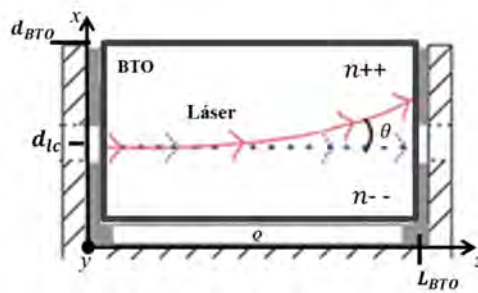


Figura 2.6. Representación gráfica de la deflexión termo-óptica de un haz laser en un BTO.

El ángulo de la deflexión termo-óptica ( $\theta$ ) puede ser obtenido de la integración del cambio de temperatura a lo largo del camino óptico del haz láser y que depende del índice de refracción y coeficiente termo-óptico del BTO como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\theta = \frac{1}{n} \frac{dn}{dt} \int \frac{dT}{dx}(r, t) ds, \quad (2.25)$$

donde  $\frac{dT}{dx}$  es la función de temperatura con respecto de la posición y el tiempo y  $s$  representa el camino óptico del haz laser. La magnitud de la deflexión angular depende de las propiedades térmicas del BTO (densidad, capacidad calorífica y conductividad térmica), de la magnitud de la  $Q$  y de las propiedades térmicas del medio que se tenga en contacto en la parte superior.

## 2.6 Sistema de deflexión foto-térmica para la obtención de propiedades térmicas

Si consideramos un láser colimado (LC) que se propaga a una distancia  $d_{lc}$  de la fuente de calentamiento  $Q$ , al inducir una distribución de temperatura en el BTO, se induce de igual manera un cambio en el índice de refracción que depende del  $\frac{dn}{dT}$  del BTO y de las propiedades térmicas de los medios en contacto con las fronteras del BTO. Una manera de estimar el ángulo de deflexión  $\theta$ , es aproximando la Ec. 2.25, como el producto del coeficiente termo-óptico y la distribución de temperatura a lo largo del BTO ( $L_{BTO}$ ) por el inverso del índice de refracción<sup>[48]</sup>:

$$\theta(t) \approx \frac{L_{BTO}}{n} \frac{dn}{dT} T_x, \quad (2.26)$$

donde,  $L$  es el largo del BTO y  $T_x$  se obtiene al evaluar la conducción de calor en cualquiera de las dos configuraciones mencionados en las secciones 2.3 y 2.4.

### 2.6.1 Especificaciones del bloque termo-óptico

Dado que la capacidad del sistema de diferenciar muestras debido a su efusividad o difusividad térmica de medición depende, en parte, de las propiedades térmicas y ópticas del BTO, resulta importante elegir un material que tenga buena transparencia óptica para reducir la pérdida de potencia debido a la absorción y esparcimiento de la luz debida a impurezas. Para este trabajo se utiliza un BTO de acrílico de índice de refracción aproximado de  $-1.49$ <sup>[48]</sup>, el largo del BTO es de  $L = 0.03 \text{ m}$  (se escogió un BTO de al menos 3 veces más largo que alto, con el fin de reducir la difusión de calor en eje  $z$ ). El BTO de acrílico tiene un coeficiente termo-óptico de  $\frac{dn}{dT} = -1.05 \times 10^{-4} [K^{-1}]$ <sup>[49]</sup> que es

al menos dos órdenes de magnitud mayor que el del vidrio de calidad óptica por lo que no hace falta elevar muchos grados la temperatura del BTO para lograr un  $T_x$ , de al menos  $1 K/m$  para obtener una deflexión del LC medible. Además el acrílico tiene una transmitancia adecuada de  $\tau_a = 50\%$  (medida en el laboratorio) para la longitud de onda del infrarrojo y una efusividad térmica de cerca de  $150 [W s^{0.5} m^{-2} K^{-1}]$  que permite medir muestras que tienen valores más altos de efusividad debido a la restricción de  $R_{01}$ , y  $R_{12}$ .

La altura del bloque afecta la distribución de temperatura  $T_x$  inducida, dado que en este estudio es de interés el estado transitorio del sistema para la obtención de las propiedades térmicas, es necesario contar con un bloque de altura  $D_{BTO}$  que permita la caracterización de las muestras en el menor tiempo posible (para reducir el tiempo de exposición de las muestras biológicas a la intemperie). Para hacer una estimación del tamaño del bloque que se necesitaba, se simuló el cambio de  $T_x$  con respecto del tiempo a una altura  $x = 0.0075 m$  para distintos valores de  $d_{BTO}$  del BTO usando el caso de conducción de 1 solo medio aplicando una  $Q = 194 [W/m^2]$  y un bloque de acrílico con las características y propiedades descritas anteriormente. Como valores a la frontera se considera la efusividad térmica del aire ( $\varepsilon_0 = \varepsilon_2 = 5.5$ ). Se muestra en la Figura 2.7 los resultados de estas simulaciones.



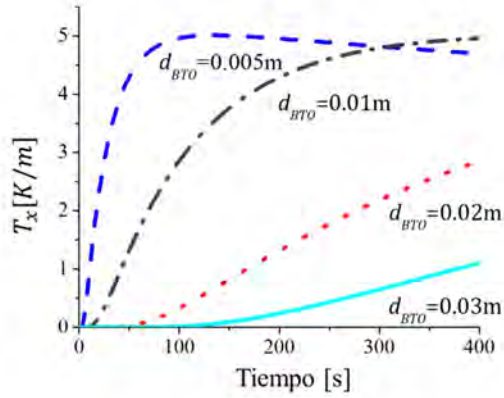


Figura 2.7.  $T_x$  con respecto al tiempo en un BTO variando los valores de la altura  $d_{BTO}$ .

Se observa que una altura para el BTO  $d_{BTO} = 0.01 m$  sería adecuada, ya que para tiempos cortos aún se tienen cambios en el  $T_x$  sin llegar al estado estable, a diferencia del bloque de  $d_{BTO} = 0.005 m$  donde rápidamente se llega al régimen estable. Por otro lado, los bloques de  $d_{BTO} = 0.02 m$  y  $d_{BTO} = 0.03 m$ , tienen una respuesta relativamente lenta y es probable que no se alcanzaran a ver diferencias de conducción en estos tiempos.

La longitud  $L$  del bloque determina el camino óptico del haz láser y por tanto cuánto se puede deflejar, a su vez representa la cantidad de material que se encuentra en contacto con la muestra y por tanto la cantidad de material que se puede caracterizar. Por otro lado, para disminuir el flujo de calor en el eje  $z$ , es decir, que se tiene un flujo unidimensional se debe tener un BTO suficientemente más largo que alto. En este caso se escogió un bloque de  $L = 34 mm$ , es decir al menos tres veces más alto que el caso ideal ( $d_{BTO} = 0.01 m$ ). Adicional a esto, las paredes laterales del BTO fueron aisladas térmicamente para evitar el flujo de calor en el eje  $y$ .

La altura de propagación ( $d_{lc}$ ) del LC es igualmente un aspecto importante que tomar en cuenta en la implementación del sistema utilizado. Esto es debido a que dependiendo de la

distancia a la que se propaga el LC de las fronteras del BTO será el factor que más influya en la deflexión termo-óptica. Se llevó a cabo una estimación de la deflexión del LC, con respecto al tiempo al calentar el BTO por 400 s evaluando la Ec. 2.21 en la Ec. 2.25 modificando la distancia  $d_{lc}$ . La simulación de la deflexión termo-óptica se llevó a cabo tomando los valores de líquidos conocidos (referirse a la tabla 2.2) y variando  $d_{lc}$  para tres casos:  $d_{lc} = 0.001\text{ m}$  (LC cercano a la fuente de calentamiento),  $d_{lc} = 0.005\text{ m}$  (LC a la mitad del BTO),  $d_{lc} = 0.009\text{ m}$  (LC lejano a la fuente de calentamiento). Se muestra en la Figura 2.8 el resultado de la simulación para los 3 casos antes mencionados, así como un diagrama ilustrativo de la posición del BTO para cada caso.

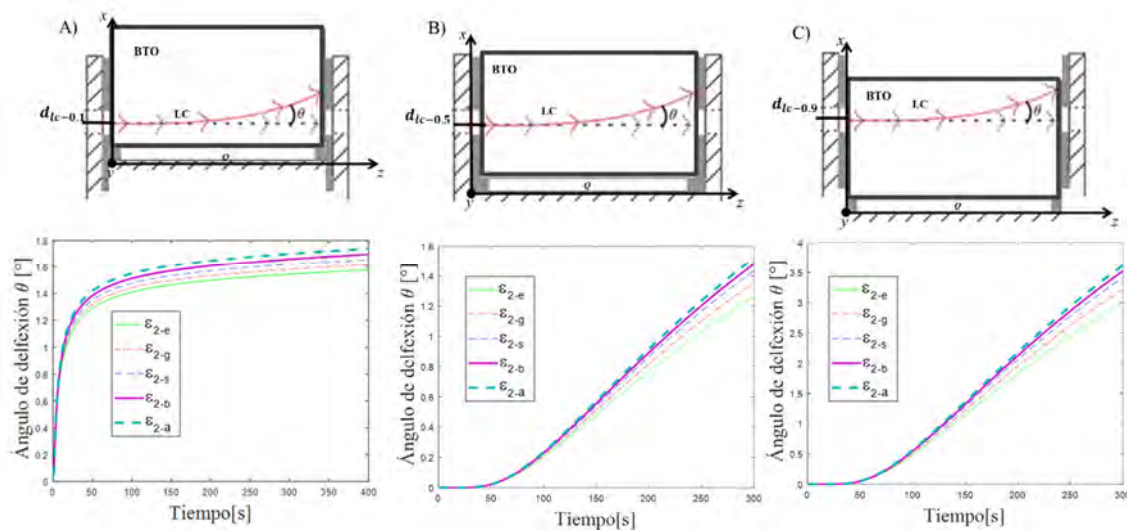


Figura 2.8. Simulación de la deflexión termo-óptica como respuesta a distintos líquidos (ver tabla 2.2) en contacto con el BTO, para 3 casos: A) a 0.1cm de la fuente de calor, B) a 0.5 cm de la fuente de calor, C) a 0.9 cm de la fuente de calor.

Se observa en la Figura 2.8 A), que el cambio en ángulo llega a su límite rápidamente cuando el LC se encuentra cerca de la fuente de calor, esto es debido a que la temperatura en esta sección del BTO deja de ser cambiante rápidamente, por lo que cerca del segundo 100 el ángulo ya casi no cambia, para ninguno de los casos y permanece casi constante teniendo un ángulo de deflexión máximo para el agua tridestilada de  $\theta_a = 1.8^\circ$ . También se puede apreciar que hay muy poca diferencia entre los ángulos finales para cada uno de los

líquidos alcanzando un máximo  $\Delta\theta = 0.1^\circ$ . Se observa en la Figura 2.8B que el cambio en ángulo no alcanza su límite como en el caso anterior, incluso hasta el segundo 300 se siguen viendo cambios en el ángulo de deflexión alcanzando un ángulo de deflexión máximo para el agua tridestilada de  $\theta_a = 1.52^\circ$ . También se puede observar una mayor diferencia entre los ángulos finales para cada uno de los líquidos con un máximo  $\Delta\theta = 0.23^\circ$ . Por último, el cambio en ángulo mostrado en la Figura 2.8C existe una mayor diferencia entre el ángulo final para cada líquido con un máximo  $\Delta\theta = 0.23^\circ$ , es decir, se distinguen de una mejor manera cada una de las muestras y un ángulo de deflexión máximo del agua tridestilada de  $\theta_a = 2.99^\circ$ . Esto es debido a que en esta región del BTO existe un mayor cambio en la distribución de la temperatura debido a un mayor intercambio de energía térmica con la muestra.

Alinear el LC a  $d_{lc} = 0.009\text{ m}$  permite obtener una mayor deflexión foto-térmica por lo tanto una mejor diferenciación de cada muestra para el rango de valores utilizado.

### 2.6.2 Análisis del ángulo de deflexión $\theta$ en un bloque termo-óptico

Se obtuvo la deflexión angular del LC dentro del BTO en las configuraciones mencionadas en las secciones 2.3 y 2.4, producido por la aplicación de una  $Q = 194\text{ [W/m}^2\text{]}$  durante  $300\text{ s}$  para un rango de valores de  $\varepsilon_2$  y  $\alpha_2$  de líquidos y muestras biológicas de interés (ver Tabla 2.2 y Tabla 2.4). Se considera que el LC se encuentra a una distancia  $d_{lc} = 0.0075\text{ m}$ . Se muestra el ángulo de deflexión como función de la efusividad en el segundo 300, obtenido al evaluar la Ec. 2.25 (ver Figura 2.9 A), así como el ángulo de deflexión como función de la difusividad térmica en el segundo 300 obtenido al evaluar el sistema de ecuaciones de la sección 2.4 (ver Figura 2.9B).

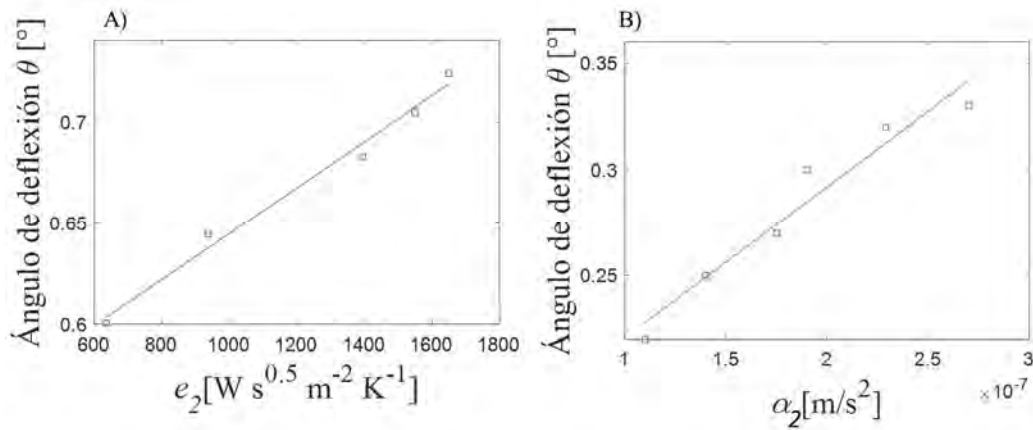


Figura 2.9 Deflexión angular A) como función de la efusividad térmica, usando el modelo de difusión en 1 medio, B) Como función de la difusividad térmica, usando el modelo de difusión en 2 medios.

Como se puede ver en la Fig. 2.9, es posible obtener un ángulo de deflexión particular para líquidos dentro de un rango de efusividad entre  $600 \text{ [W s}^{0.5}\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}]$  y  $1500 \text{ [W s}^{0.5}\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}]$  y un rango de difusividad entre  $1.1 \times 10^{-7} \text{ [m/s}^2\text{]}$  y  $2.9 \times 10^{-7} \text{ [m/s}^2\text{]}$  aplicando una pequeña cantidad de energía durante un periodo corto de tiempo.

### 2.6.3 Sensor de deflexión foto-térmica

Para obtener la efusividad o difusividad térmica, se utiliza un sensor de deflexión foto-térmica (SDF). El SDF está formado por un colimador de entrada conectado a una fuente láser con el cual se obtiene un haz láser colimado (LC). Este LC se alinea con el eje óptico del dispositivo. Al final del BTO se encuentra un colimador de salida como se muestra en la figura 2.10A. A la entrada como a la salida se utiliza fibra óptica monomodal a la longitud de onda utilizada, es decir a  $1550 \text{ nm}$ . El desacoplamiento del LC en el colimador de salida es causado por la deflexión del haz debido a la distribución térmica  $T_x$  inducida cuando se aplica una fuente de calor  $Q$ . El cambio de potencia óptica puede aproximarse con la integración del LC incidente en el área del núcleo de fibra de salida con respecto al tiempo. Inicialmente suponemos que el LC gaussiano se alinea con el eje óptico (dirección

z) cuando no se aplica una  $Q$  y se tiene una cantidad máxima de potencia. Luego, cuando se aplica  $Q$ , existe una desviación del haz de acuerdo con Ec. 2.25.

Para estimar el cambio de potencia debido al ángulo de deflexión, determinamos la deflexión del LC de intensidad  $I$  que se proyecta en un núcleo de fibra óptica SMF-28 de diámetro  $\phi_n = 8.2 \mu m$ . La proyección de la deflexión angular en el núcleo se transduce como un desplazamiento lateral ( $\delta_x$ ) en la dirección  $x$  del haz propagado. Se muestra en la Figura 2.10 B un esquema de la transducción del sistema.

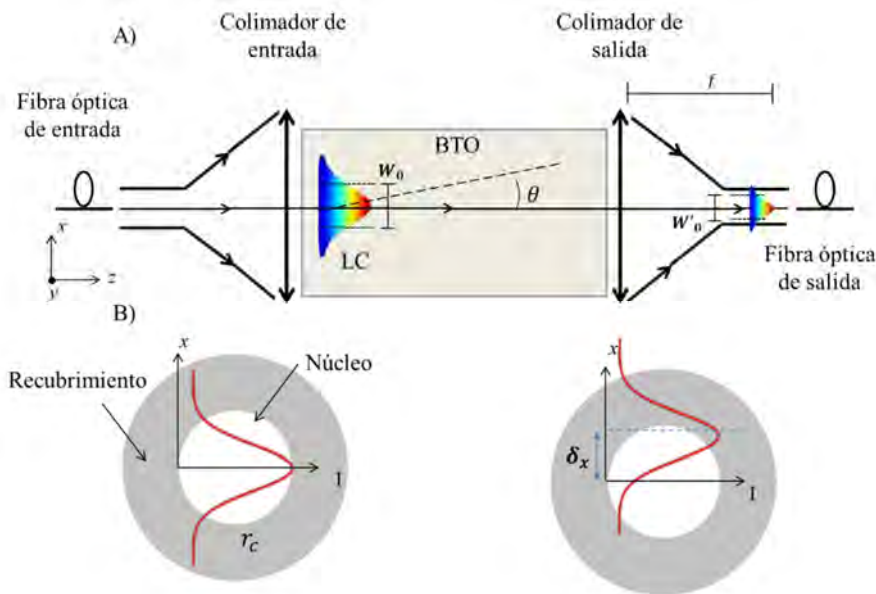


Fig. 2.10. A) Esquema del sensor de deflexión angular (SDF). B) Desplazamiento del haz ( $\delta_x$ ) en la entrada de fibra óptica debido a la deflexión angular en el BTO.

El diámetro del “spot” proyectado en el núcleo de la fibra óptica se puede estimar con la ecuación:  $\phi_{spot} = \frac{4\lambda f}{\pi\phi_{col}}$ , donde  $f$  es la distancia focal de la lente,  $\phi_{col}$  es el diámetro del haz colimado que incide en la lente del colimador de salida y  $\lambda$  es la longitud de onda del haz láser. El radio de la cintura proyectado en el núcleo de la fibra óptica de salida ( $W'_0$ ) se

puede calcular usando:  $W'_0 = \frac{\lambda f}{\pi w_0}$ , donde  $w_0$  es la cintura original del LC. El desplazamiento lateral  $\delta_x$  se calcula con:  $\delta_x = f \cdot \tan(\theta)$ ,  $\theta$  se obtiene de la Ec. 2.26.

Por último, si consideramos que el haz láser tiene una forma gaussiana y que esta se proyecta en el núcleo de la fibra óptica, el cambio de potencia debido al desplazamiento del haz lateral, se podrá obtener utilizando la integral de recubrimiento del haz gaussiano en dos dimensiones (x,y), dentro del área del núcleo de la fibra óptica utilizada con la siguiente expresión:

$$P_{out} = \int_{-r_c}^{r_c} \int_{-y}^y I e^{-\frac{(x-\delta_x)^2 + y^2}{w'^2_0}} dx dy, \quad (2.27)$$

donde  $y = \sqrt{r_c^2 - x^2}$  y  $r_c$  es el radio del colimador. Como esta función es simétrica en el eje y, y suponemos que no hay desplazamiento en este eje, podemos volver a escribir la Ec. 2.23 como:

$$P_{out} = I w'_0 \sqrt{\pi} \int_{-r_c}^{r_c} e^{-\frac{(x-\delta_x)^2}{w'^2_0}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\phi_{core}^2}{2} - x^2}\right) dx, \quad (2.28)$$

de la que  $I$  es la intensidad del haz láser,  $\phi_{core}$  es el diámetro del núcleo de la fibra óptica y la función erf está descrita por:  $\operatorname{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-x}^x e^{-t^2} dt$ .

#### 2.6.4 Análisis de la respuesta del sistema

Para obtener la respuesta teórica del sistema se obtuvo el  $T_x$  utilizando los dos modelos propuestos (Sección 2.3 y 2.4) usando valores de efusividad y difusividad térmica reportados en la literatura de muestras líquidas y biológicas (ver tablas 2.2 y 2.4). Posteriormente se evalúan los valores de  $T_x$  en la Ec. 2.26 para obtener el ángulo de

deflexión y a su vez el corrimiento lateral ( $\delta_x$ ) de este. La potencia de salida teórica del sistema se obtiene evaluando los valores de  $\delta_x$  en la Ec. 2.28. Se muestra en la Figura 2.11 la potencia normalizada  $P_{o_n}$  teórica con respecto al tiempo para algunos líquidos conocidos considerando el  $T_x$  obtenido en la sección 2.3 con el modelo de 1 medio, así como de difusividad de tejido biológico considerando el  $T_x$  obtenido en la sección 2.4. con el modelo de 2 medios. La normalización se realiza con respecto del valor máximo de potencia.

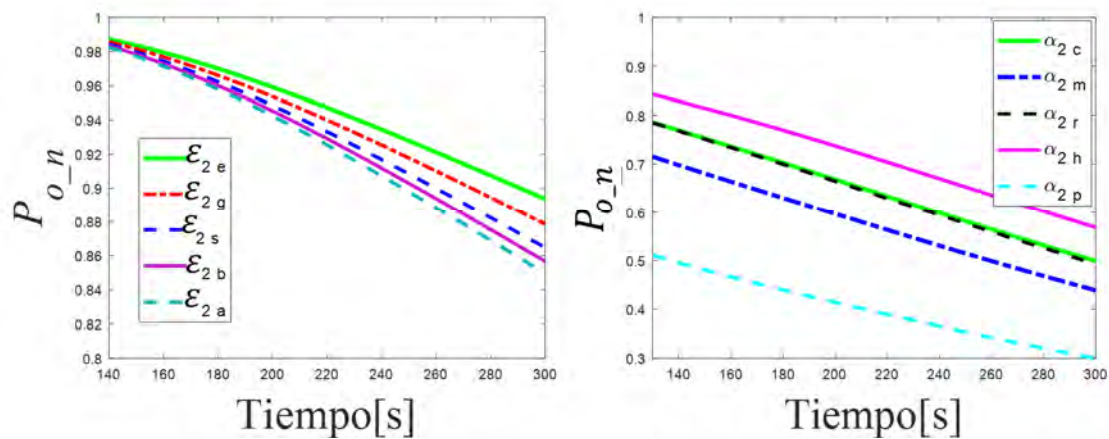


Figura 2.11. Respuesta teórica del sistema para los valores de A) efusividad térmica de la Tabla 2.2 para muestras de tamaño semi-infinito. B) difusividad térmica de la Tabla 2.4 para muestras de tamaño similar al del BTO.

Como se observa en la Figura 2.11A, en el caso donde se usa el modelo de onda térmica, para valores más altos de  $\epsilon_2$ , se obtiene una potencia de salida  $P_{o_n}$  menor, como sucede en el caso del agua tridestilada; esto es debido a una disminución en el coeficiente de reflexión  $R_{12}$ , que ocasiona un aumento en la transferencia de energía térmica del medio 1 al medio 2 y por lo tanto una mayor deflexión del LC. En el caso donde se usa el modelo de conducción térmica en 2 medios, mostrado en la figura 2.11B, se observa que, para valores de  $\alpha_2$  mayores, como lo es el del pulmón, se obtiene un cambio mayor de potencia óptica, debido a que existe una mayor conducción en el medio 1 de energía térmica entre los medios. También se observa que, existe poca diferencia entre la respuesta teórica del sistema entre el corazón y el riñón debido a que los valores de difusividad térmica son muy

parecidos variando en las centésimas de  $Ws^{0.5}m^{-2}K^{-1}$ . Es de notar que el sistema tiene una mayor diferenciación para detectar cambios de difusividad térmica que para efusividad térmica debido, en parte, a que se agrega la pared absorbente térmica la cual hace más eficiente el intercambio térmico entre las capas. Como se comentó en la sección anterior, es posible distinguir las curvas para los diferentes valores de efusividad térmica para los períodos de tiempo entre 140 s y 300 s de calentamiento; por lo tanto, es el período de tiempo donde se obtienen los valores experimentales de efusividad térmica, así como de difusividad.

En este capítulo se analizaron los modelos teóricos de conducción térmica en uno y dos medios, los cuales son utilizados para estimar la distribución térmica dentro de un bloque termo-óptico en dos configuraciones del sensor utilizado; uno donde no se considera el espesor de la muestra para obtener la efusividad térmica y el segundo donde se considera el espesor de la muestra para la obtención de la difusividad térmica. La selección del mejor modelo a usar depende del tamaño de la muestra que se quiera medir.

De igual manera se analizaron las características que debe tener el BTO así como la alineación del láser colimado del sensor de deflexión termo-óptica, donde se observó que contar con un bloque de acrílico de  $3 \times 1 \times 1 \text{ cm}$  y hacer incidir el láser lo más cercano al medio 2 ayuda a aumentar la deflexión del haz láser debida al intercambio de energía térmica entre ambos medios. De esta manera es probable obtener una mayor diferenciación entre muestras.

Se presentó el rango dinámico de medición para las dos configuraciones: para el caso de la efusividad térmica es de  $1500 > \varepsilon_2 > 600 [Ws^{0.5}m^{-2}K^{-1}]$  y para el caso de la difusividad térmica de  $2.9 \times 10^{-7} > \alpha_2 > 1.1 \times 10^{-7} [m/s^2]$ .



Se definió el rango de tiempo en el cuál se obtienen las curvas características de la respuesta del sensor para cada muestra que es de donde se estimarán los valores de efusividad y difusividad térmica que sucede entre 140 y 300 s.

Del análisis que se realizó respecto al agregar el disipador de calor al sistema, mostrado en el Anexo 1, se estima que el sensor tiene una sensibilidad de  $0.45 [1/ m s^{-2}]$ , obtenido del cambio de potencia normalizada máxima del sensor para el rango de valores de difusividad utilizado. Esta sensibilidad es suficiente para estimar valores de difusividad térmica de los tejidos que se plantea estudiar en este trabajo.

En los siguientes capítulos se muestra la validación del método y la obtención experimental de efusividad y difusividad térmica de distintas muestras.

## Capítulo III

---

### 3 Caracterización de propiedades térmicas por deflexión foto-térmica

---

En el capítulo anterior se presentaron las características de los componentes principales del sistema con los cuales se podría llevar a cabo la caracterización de líquidos y de tejido biológico. En este capítulo se muestra el montaje experimental utilizado, las condiciones de medición necesarias para el correcto funcionamiento del sistema, así como la validación del método propuesto obteniendo la efusividad y difusividad térmica de líquidos.

#### 3.1 Sistema de deflexión foto-térmica

Para medir la deflexión angular, explicada en la sección 2.5, se usó un sistema de deflexión foto-térmica (SDF) implementado en el laboratorio, formado por una fuente láser Thorlabs a  $\lambda = 1550 \text{ nm}$  que se conecta con una fibra óptica monomodal a esta longitud de onda a un colimador de entrada de un U-Bench de la marca Thorlabs (con transmitancia de  $\tau_{bench} = 90\%$ ). Se utiliza un bloque termo-óptico (BTO) de acrílico de dimensiones de  $0.03 \times 0.01 \times 0.01 \text{ [m]}$  colocado en el eje óptico del U-Bench. Para alinear el BTO al eje óptico del U-Bench, se utiliza una platina  $x, y, z$  micrométrica.

Se mide en el colimador de salida del U-Bench utilizado la potencia óptica con un fotodetector Thorlabs conectado igualmente con fibra óptica monomodal a esta longitud de onda. Como fuente de calor se utiliza una película delgada polimérica absorbente en la parte inferior del BTO la cual se ilumina con un foco de halógeno colocado a 7 cm del BTO

y se regula la intensidad del foco usando un dimmer (de esta manera se asegura que no se eleve la temperatura de las muestras por encima de la temperatura deseada). Las caras laterales del BTO son aisladas térmicamente con neopreno para disminuir el efecto de propagación del flujo de calor en dirección de estas caras.

Las muestras son colocadas en un contenedor en la parte superior del BTO, en la cara opuesta a donde se aplica la fuente de calor. El contenedor de muestras tiene dimensiones  $0.03 \times 0.01 \times 0.05$  m.

Debido a que en un día de medición la temperatura ambiente puede cambiar poco más de  $12^{\circ}\text{C}$  (Se llevó a cabo una medición diaria de temperatura ambiental utilizando un termómetro de ambiente Extech con resolución de  $0.1^{\circ}\text{C}$ ) es necesario tener un control de la temperatura cercana al sensor, de esta manera se disminuyen errores de medición debidos a cambios en la temperatura ambiente. Por lo anterior, se diseñó un sistema de control de temperatura del sistema formado por un circulador (serpentín de cobre) de agua termalizada con un sistema Thermo Fisher con precisión de  $0.1^{\circ}\text{C}$ . Se muestra en la Figura 3.1 un esquema del sistema.

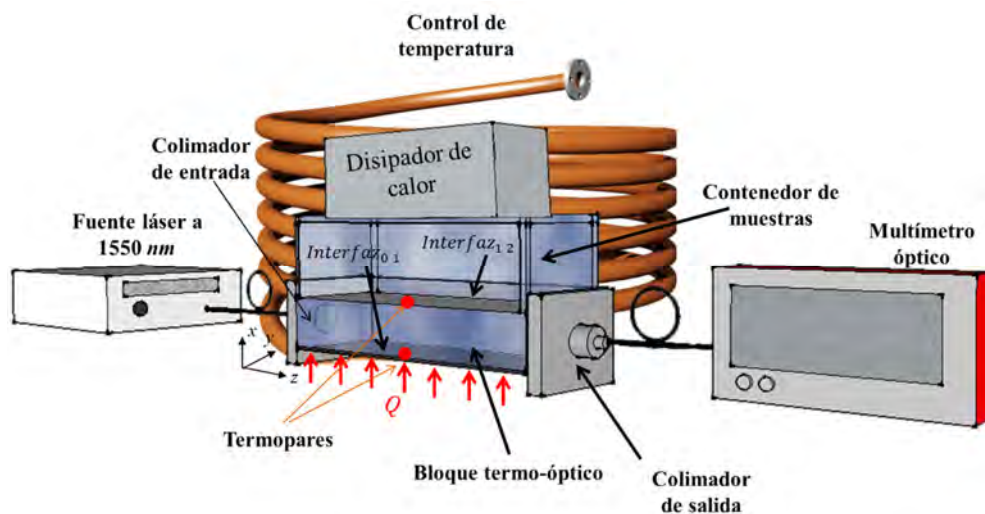


Figura 3.1. Esquema del sistema de detección de deflexión foto-térmica.

Para cada medición se llevó a cabo el monitoreo de: la potencia del haz láser de medición y 2 puntos de temperatura (*interfaz<sub>0,1</sub>* e *interfaz<sub>1,2</sub>*, explicadas en la sección 2.2.4) utilizando 2 termómetros digitales Fluke 289 con resolución de 0.1 °C, de esta manera se asegura que cada experimento comience a la misma temperatura y se tendrá un registro de cambios abruptos en la temperatura. El sistema está controlado por un programa desarrollado en Labview a través de una interfaz gráfica que se muestra en la Figura 3.2.

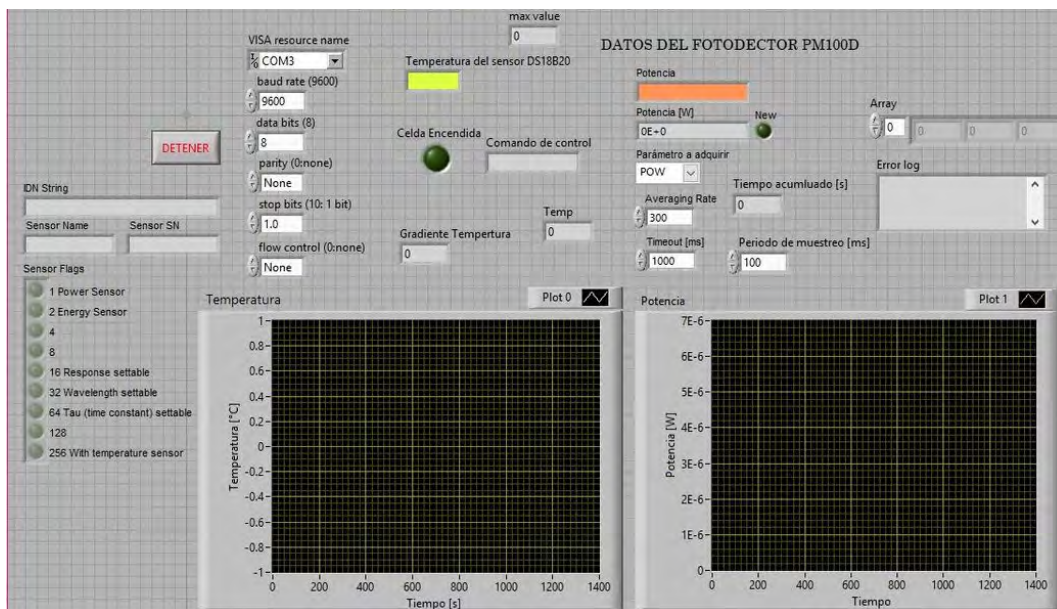


Figura 3.2. Interfaz gráfica de control del sistema de medición desarrollada en Labview.

Con este programa se controla el encendido y apagado de la fuente de calor, así como el monitoreo y registro de las mediciones de los termopares y la potencia de salida del sistema de manera automatizada.

### 3.1.1 Control de temperatura

Dado que este sistema es sensible al flujo de calor en el BTO, para cada medición tanto las muestras como el sistema son termalizados a 25°C y monitoreados constantemente usando un termómetro de mercurio, de esta manera es posible decir que al inicio de cada medición no existe un gradiente de temperatura inicial, por lo tanto, tampoco existe una deflexión

inicial y se tiene la misma condición para cada experimento. Una fuente importante de error en las mediciones es la temperatura ambiente, es por esto que se diseñó un sistema de control de temperatura “local”, para mantenerla constante dentro de una cámara aislada. Para esto se colocaron paredes aislantes a la cámara. Se muestra en la Figura 3.3 el sistema de control de temperatura adaptado al sistema.

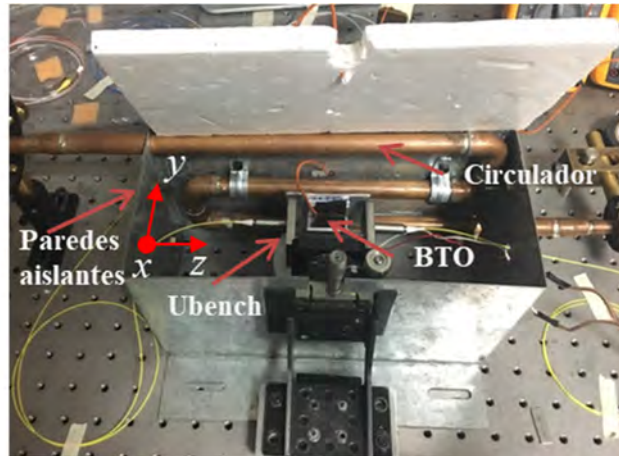


Figura 3.3. Montaje experimental con control de temperatura.

Con este control de temperatura es posible mantener la temperatura de la cámara, con un cambio máximo de  $1^{\circ}\text{C}$  a lo largo de todo un día, lo anterior fue monitoreado utilizando un termómetro digital de  $0.1^{\circ}\text{C}$  de resolución.

Para mostrar la estabilidad de la fuente de calentamiento con el sistema de control de temperatura se llevaron a cabo 5 mediciones a lo largo de un día. Para cada medición se aplicó una  $Q = 194 \text{ [W/m}^2\text{]}$  al BTO por 440s y se monitoreó el cambio de temperatura entre los 2 puntos de medición antes mencionados. Estas 5 mediciones se llevaron a cabo durante 8 hrs con un periodo de espera de 70 min entre pruebas (lo que dura el periodo de enfriamiento). Se muestra en la Figura 3.4 el promedio del cambio de temperatura como función del tiempo, así como su desviación estándar.

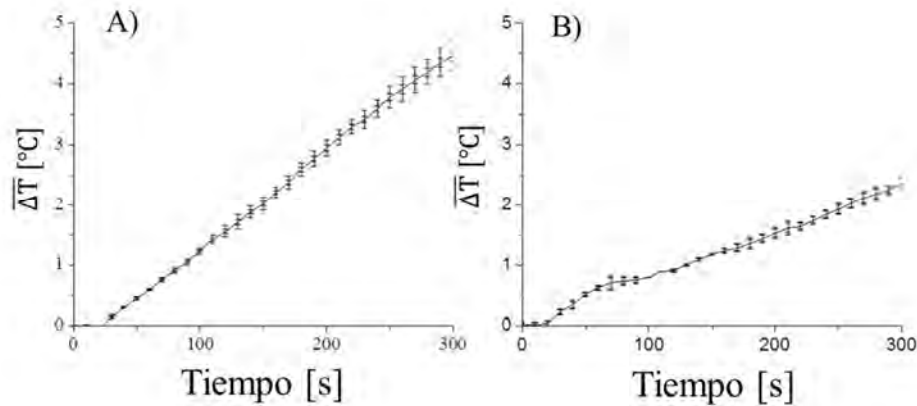


Figura 3.4. Cambio de temperatura de A) la *interfaz*<sub>10</sub> B) la *interfaz*<sub>12</sub>.

La temperatura de la *interfaz*<sub>10</sub> a lo largo de las mediciones tiene un cambio de hasta  $4.5 \pm 0.2$  °C cuando se aplica la  $Q$ , mientras que la temperatura en la *interfaz*<sub>12</sub> el cambio es de  $3 \pm 0.2$  °C. Con lo que se puede ver que el control de temperatura del sistema ayuda a la estabilidad del sistema ya que la desviación estándar de las mediciones de temperatura es muy baja (menor o igual a 0.2 °C ) a lo largo de un día de medición. Esta desviación introduce un error en la caracterización de la efusividad y difusividad térmica el cual se explica en la sección 3.2.

### 3.1.2 Calentamiento

Una vez colocada la muestra termalizada en el contenedor se inicia el programa de control y medición el cual enciende la fuente de calentamiento del sistema pasados 20 segundos de iniciado el proceso y se mantiene la fuente de calor encendida por 300 segundos. Posteriormente se tiene un periodo de enfriamiento del sistema que dura 11 minutos donde, además, se recupera la potencia óptica ya que la distribución de temperatura regresa a las condiciones iniciales, el tiempo total de cada medición es de 18 minutos. Antes de comenzar una nueva medición se revisa que la potencia inicial del haz láser de medición, así como la temperatura del sistema sean las mismas que la de la medición anterior.

Con fines ilustrativos se llevó a cabo una prueba de calentamiento de un BTO para mostrar la difusión de energía térmica dentro de un bloque así como la distribución de temperatura que cambia con respecto del tiempo, para esto se eleva la temperatura hasta  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$  por un periodo de 7 minutos para hacer más claros los cambios de temperatura. Para lo anterior se usó una cámara térmica infrarroja FLIR i5 con lo que se obtuvo la progresión del calentamiento del sistema de medición al aplicar una  $Q = 724\text{ [W/m}^2\text{]}$  durante 7 minutos y posterior enfriamiento para un total de 13 minutos divididos en 10 fotografías. Se muestra en la figura 3.5 la secuencia de calentamiento del BTO y contenedor de muestras, diferenciado por líneas punteadas verticales claras. Se muestra en la fotografía  $t = 0\text{ s}$  el estado inicial del sistema previo a la aplicación de la  $Q$ . A partir  $t = 20\text{ s}$  y hasta  $t = 440\text{ s}$  se aplica la fuente de calor  $Q$ , a partir del  $t = 440\text{ s}$  a  $t = 800\text{ s}$  corresponden al proceso de enfriamiento del BTO. De igual manera, se muestra a un lado de cada una de las fotografías, una gráfica de la distribución de temperatura con respecto de la posición medida al centro del BTO ( $z = \frac{L}{2}$  indicado con líneas punteadas horizontales oscuras) para cada uno de los tiempos mostrados. En este caso se considera como una muestra de aire, ya que el contenedor de muestras se encuentra vacío, lo anterior con el fin de acentuar los efectos de la difusión térmica ya que en este caso el aire tiene una efusividad térmica baja de  $5.5\text{ W s}^{0.5}\text{ m}^{-2}\text{ K}^{-1}$ .

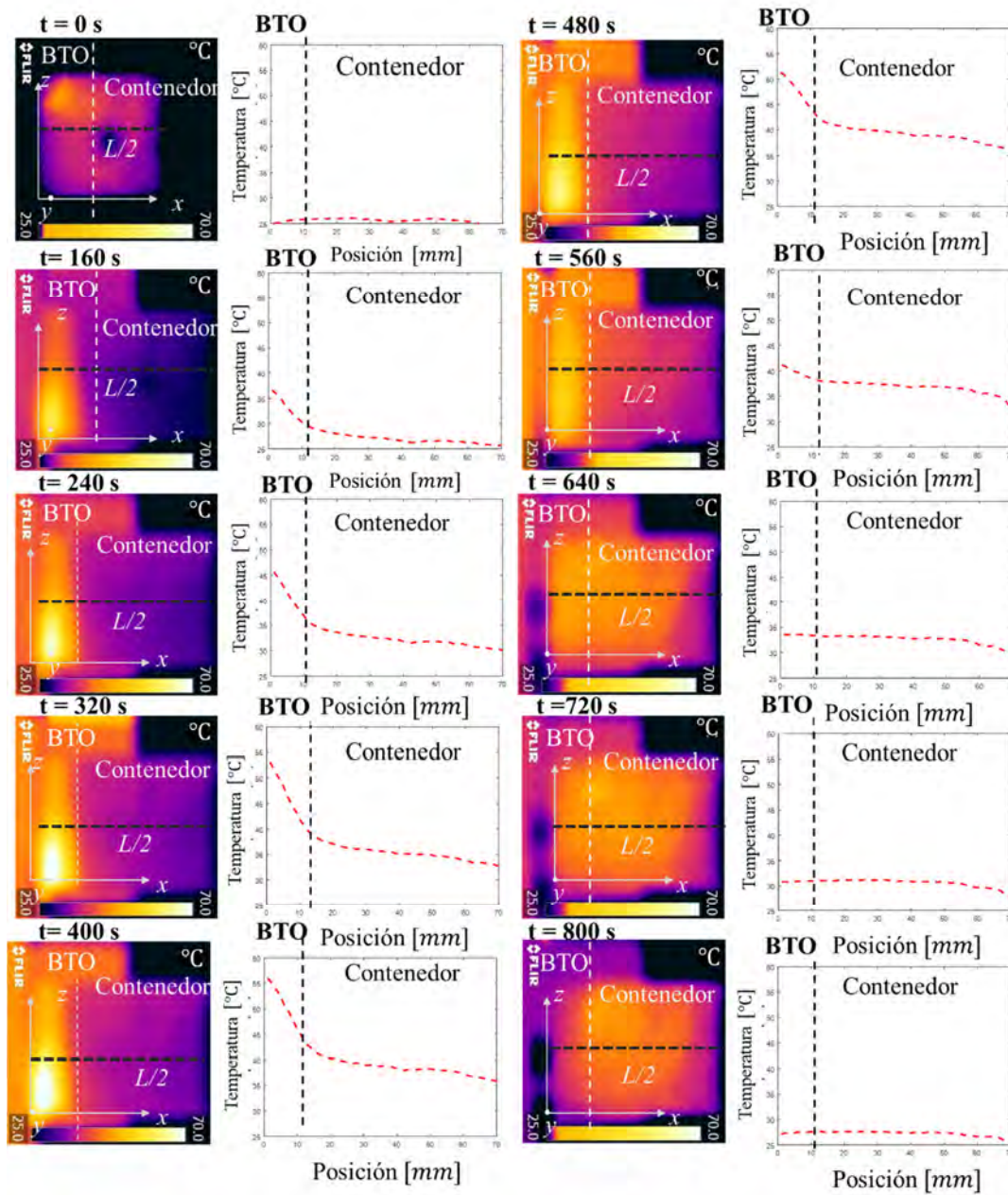


Figura 3.5. Imágenes térmicas infrarrojas correspondientes a la progresión de calentamiento del BTO durante 440s y posterior enfriamiento.

Se observa en la figura anterior cómo cambia la distribución de temperatura en el BTO con respecto del tiempo. En este caso, la distribución de temperatura para estos tiempos depende de las propiedades térmicas del aire, y dado que este no es un buen conductor térmico, se puede ver que no aumenta tanto su temperatura ( $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) a diferencia del BTO ( $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Cabe mencionar que para este experimento se elevó la temperatura del BTO hasta



70°C ya que se aplicó una  $Q$  relativamente grande ( $Q \sim 700 \text{ [W/m}^2\text{]}$ ), esto únicamente con fines demostrativos ya que para ninguno de los casos donde se usaron muestras líquidas o biológicas se elevó la temperatura de las muestras más de 10°C, además que en este caso no se aisló térmicamente el sistema ni el BTO para poder realizar las tomas, lo que pudo ocasionar que el calentamiento no fuera completamente homogéneo, como se muestra en los primeros segundos del experimento.

### 3.1.3 Calibración

Se llevó a cabo la calibración del dispositivo de medición caracterizando la respuesta de conducción térmica de muestras líquidas de propiedades térmicas conocidas. En primer lugar, se probó la estabilidad del sistema, para lo que se midieron 5 muestras de 10ml de agua tridestilada. Se muestra en la Figura 3.6 la media de la potencia de salida de las 5 mediciones normalizadas al máximo de potencia ( $P_{o_n}$ ) de agua tridestilada, se muestra igualmente la desviación estándar de las mediciones realizadas.

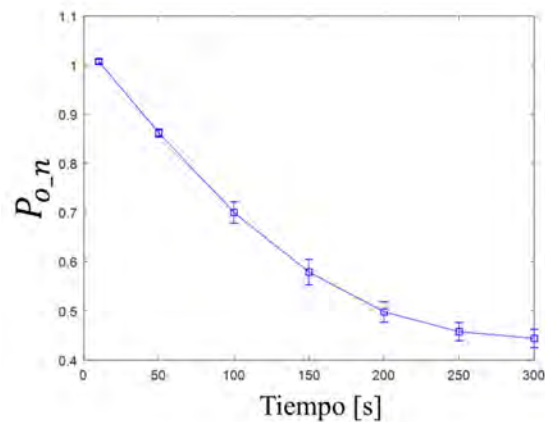


Figura 3.6. Promedio de la respuesta normalizada del sistema de 5 mediciones de agua tridestilada mostrando la desviación estándar de las mediciones.

Es importante notar de la figura anterior, que el sistema muestra una buena repetibilidad ya que en este caso donde se tiene una muestra de agua tridestilada que ha sido medida 5 veces se tiene una desviación de  $\sigma_a = 0.01$  lo que representa cerca del 2% de variancia de la

media de la potencia de salida normalizada. Esta desviación es ocasionada por las variaciones en la fuente mostradas en la sección 3.2.

Posteriormente se obtuvo la respuesta de manera consecutiva a 3 muestras de 10ml de glicerina, así como a 3 muestras de 10ml de agua tridestilada. Se llevó a cabo el ajuste de las curvas teóricas usando una rutina de reducción de error por mínimos cuadrados no lineal de las curvas teóricas modificando el valor de efusividad inicial del modelo de conducción en 1 medio descrito en la sección 2.2, de esta manera se obtuvo un valor de efusividad térmica que se comparó con los valores reportados en la literatura. Se muestra en la Figura 3.7 el promedio normalizado de salida del sistema ( $P_{o,n}$ ) de 3 mediciones consecutivas de glicerina y agua tridestilada. La potencia de salida se normaliza a la potencia máxima registrada, es decir, cuando no se aplica calor.

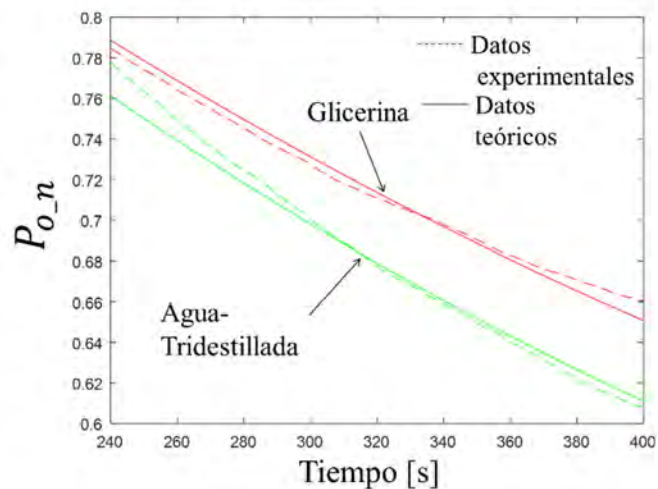


Fig. 3.7. Respuesta del sistema a muestras líquidas de agua tridestilada y glicerol. Las líneas discontinuas representan valores experimentales y las líneas continuas representan los valores teóricos.

Las curvas teóricas mostradas en la Figura 3.7 se obtienen al ajustar la Ec. 2.28 de la sección 2.6.3 usando el método de mínimos cuadrados no lineales. Estos ajustes muestran una buena representación de los valores experimentales para las dos muestras

caracterizadas. Los valores de efusividad obtenidos experimentalmente para estas mediciones fueron de:  $\epsilon_{2_{ae}} = 1650 \left[ W s^{\frac{1}{2}} m^{-2} k^{-1} \right]$  para el caso de agua tridestilada y de:  $\epsilon_{2_{ge}} = 961 \left[ W s^{\frac{1}{2}} m^{-2} k^{-1} \right]$  para la glicerina. Estos valores comparados con los de la literatura, muestran una diferencia relativa de 4.7% y de 3.8%, respectivamente. La caracterización de la respuesta del sistema a muestras líquidas de propiedades térmicas conocidas es de utilidad para la calibración del sistema y se observa que se tiene una buena diferenciación entre los líquidos medidos, así como un buen ajuste teórico. Además, los valores de efusividad térmica obtenidos concuerdan de manera aceptable con lo que se encuentra reportado con una diferencia menor al 5%, Los valores que se encuentran reportados en la literatura fueron medidos usando técnicas de calorimetría donde se reporta una error de medición del 2%.

Por lo anterior se puede decir que el método que se plantea en este trabajo puede ser utilizado para la obtención de propiedades térmicas de líquidos, por lo que a continuación se muestran los resultados de la caracterización de la conducción de calor en disoluciones líquidas, así como la obtención de su difusividad térmica.

### **3.2 Validación del método**

Para validar esta metodología se llevaron a cabo mediciones experimentales utilizando las 2 configuraciones presentadas en el capítulo anterior. Se presenta a continuación la obtención de la efusividad térmica de mezclas de NaCl en agua tridestilada y la obtención de la difusividad térmica de mezclas de glicerina en agua tridestilada. En este caso se utilizan disoluciones de agua tridestilada con NaCl y agua tridestilada con glicerina, se escogen estos líquidos ya que suelen tener propiedades térmicas similares a la de los tejidos

ya que, como se sabe, la composición de la mayoría de tejidos biológicos en su mayoría es agua.

### 3.2.1 Obtención de la efusividad térmica de líquidos

Se obtuvo la efusividad térmica de 5 disoluciones de NaCl en agua tridestilada, usando mezclas en peso de 0% hasta 25% de NaCl utilizando el mismo procedimiento descrito en la sección 3.1. En este caso se midieron 3 muestras de cada solución ( $S_1$ -0%,  $S_2$ -5%,  $S_3$ -10%,  $S_4$ -20%,  $S_5$ -25% Referirse a la Tabla 3.1). Se muestra en la Figura 3.8 la media de las 3 mediciones de la potencia de salida normalizada ( $P_{m,n}$ ) de cada muestra con respecto del tiempo.

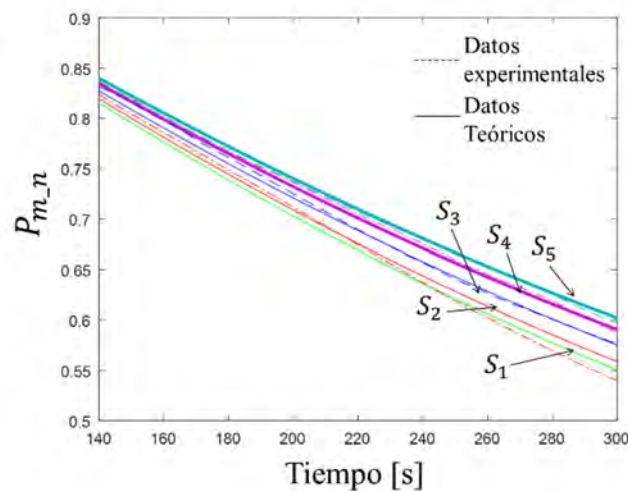


Figura 3.8. Respuesta del sistema para 5 muestras de diferentes de disoluciones de NaCl en agua tridestilada (referirse a la Tabla 3.1) con su mejor aproximación teórica. Las líneas discontinuas representan valores experimentales y valores teóricos de líneas continuas.

Se observa que conforme se tiene una mayor concentración de NaCl la potencia de salida sufre un cambio menor (43% de disminución de potencia), esto es debido a que la efusividad térmica de la disolución disminuye, por lo tanto, existe una menor transferencia de energía térmica. Al igual que en el punto anterior, se utilizó el modelo de onda térmica

descrito en la sección 2.3 para ajustar los valores experimentales obtenidos, estas curvas se encuentran representadas en la Figura 3.8 como líneas continuas, y se observa que se tiene un buen ajuste para cada uno de los casos, con un error máximo de ajuste del 5%. Se muestran en la tabla 3.1 los valores de efusividad térmica obtenidos y su incertidumbre, además se comparan con los valores encontrados en la literatura.

Tabla 3.1. Efusividad térmica medida de las muestras comparada con los valores encontrados en la literatura.

Muestra	Concentración de NaCl (%)	Efusividad obtenida [W s <sup>1/2</sup> m <sup>-2</sup> k <sup>-1</sup> ]	Efusividad reportada <sup>[41]</sup> [W s <sup>1/2</sup> m <sup>-2</sup> k <sup>-1</sup> ]	Efusividad con regla de mezclado [W s <sup>1/2</sup> m <sup>-2</sup> k <sup>-1</sup> ]	Diferencia con la literatura (%)	Diferencia con la regla de mezclado (%)
S <sub>1</sub>	0	1650 ± <b>35</b>	1570	1769	7.3	5.1
S <sub>2</sub>	5	1570 ± <b>43</b>	-	1636	-	7.2
S <sub>3</sub>	10	1480 ± <b>34</b>	1533	1609	5.6	6.3
S <sub>4</sub>	20	1355 ± <b>43</b>	1384	1470	5.2	8.5
S <sub>5</sub>	25	1290 ± <b>30</b>	-	1314	-	4.3

Para corroborar los valores de efusividad obtenidos, se obtuvo el valor de efusividad esperado usando la regla de mezclado binario en serie<sup>[50]</sup>, el cual describe una manera de obtener las propiedades térmicas efectivas de mezclas líquidas binarias como función de las propiedades de cada elemento (densidad, capacidad calorífica y conductividad térmica) y su concentración. Si se considera a la conductividad térmica efectiva como:  $K_{ef} = vK_N + (1 - v)K_a$ , donde  $v$  es el volumen de NaCl en agua tridestilada,  $K_N$  es la conductividad térmica del NaCl y  $K_a$  es la conductividad térmica del agua tridestilada. Entonces la capacidad calorífica por unidad de volumen de la mezcla sería:  $\rho C_{ef} = (1 - v)(\rho_a C_a) + v(\rho_N C_N)$ , donde  $\rho_a C_a$  es la densidad multiplicada por la capacidad calorífica del agua tridestilada y  $\rho_N C_N$  es la densidad multiplicada por la capacidad calorífica del NaCl. Por último, se obtiene la efusividad térmica de la mezcla binaria, usando:  $\varepsilon_{ef} = \sqrt{K_{ef} \cdot \rho_{ef} C_{ef}}$ .

Utilizando los valores de la literatura de densidad y capacidad calorífica del agua tridestilada como:  $K_a = 0.59[\text{W/K m}]$ ,  $\rho_a = 997[\text{Kg/m}^3]$ ,  $C_a = 4180[\text{J/K Kg}]$  respectivamente; la conductividad térmica, densidad y capacidad calorífica del NaCl como:  $K_N = 0.44[\text{W/K m}]$ ,  $\rho_N = 2165[\text{Kg/m}^3]$ , y  $C_N = 880[\text{J/K Kg}]$ . Se presenta en la Tabla 3.2 los valores de efusividad térmica obtenidos con la regla de mezclado.

Utilizando la regla de mezclado se obtiene una diferencia relativa máxima del 8.5%, como se muestra en la tabla 3.1, comparado con los valores de efusividad térmica obtenidos de las mediciones lo que resulta en una buena comparación con los valores reportados en la literatura. Por otro lado, comparándolo con los valores de la literatura se tiene un error máximo del 7.3%. Cabe recordar que para el caso de la obtención de la efusividad térmica se usa el modelo de conducción en 1 medio por lo que se usan muestras de líquidos que son al menos 4.5 veces más grande que el BTO.

### 3.2.2 Obtención de la difusividad térmica de líquidos.

Para validar la obtención de difusividad de muestras, se utilizó el método de difusión en 2 medios donde la muestra se pone en contacto con un disipador de calor y se controla el espesor de la muestra. De esta manera se obtuvo la difusividad térmica de mezclas de glicerina en agua tridestilada, para lo que se obtuvo la respuesta del sistema para muestras desde G1-0% hasta G4-100% de glicerina (Referirse a la Tabla 3.2). Al igual que en el caso anterior se midieron 3 muestras distintas de cada concentración, se muestra en la Figura 3.9 la media de la potencia de salida normalizada  $P_{m_o}$ , con respecto del tiempo.

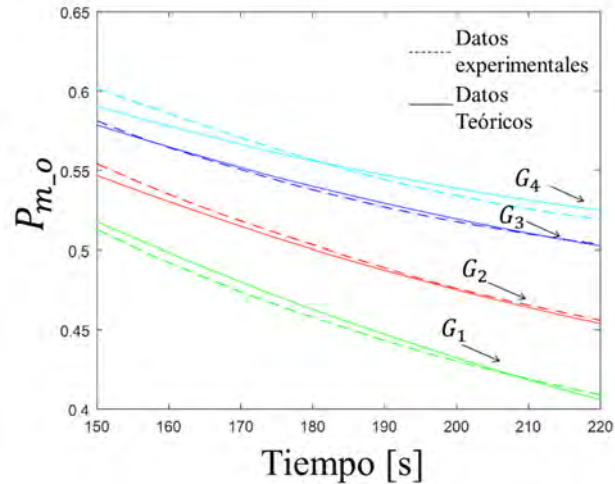


Figura 3.9. Respuesta del sistema para 4 muestras de diferentes de disoluciones de glicerina en agua tridestilada (referirse a la Tabla 3.2) con su mejor aproximación teórica. Las líneas discontinuas representan valores experimentales y valores teóricos de líneas continuas.

Se observa que es posible diferenciar cada una de las muestras utilizadas, ya que la media de la respuesta a cada una de las concentraciones tiene un comportamiento claramente distinto si se compara con la respuesta del sensor para la obtención de efusividad térmica. Por otro lado, se observa que conforme la proporción de glicerina aumenta se tiene una menor pérdida de potencia, esto es debido a que la difusividad de las mezclas disminuye para mayores concentraciones de glicerina, por lo tanto, la tasa de conducción de energía térmica entre los dos medios disminuye.

Utilizando el modelo de conducción en 2 medios explicado en la sección 2.4 se ajustaron las curvas experimentales que se muestran en la Figura 3.8 como líneas continuas. Se observa también que las curvas teóricas representan de manera aceptable lo obtenido experimentalmente con un error de ajuste máximo del 9%. Los valores de efusividad obtenidos de los ajustes teóricos se muestran en la Tabla 3.2, donde también se comparan con los valores encontrados en la literatura.

Tabla 3.2. Difusividad térmica medida de las muestras comparada con los valores encontrados en la literatura.

Muestra	Concentración de glicerina (%)	Difusividad obtenida [ $m^2/s$ ] $\times 10^{-7}$	Difusividad de la literatura <sup>[46]</sup> [ $m^2/s$ ] $\times 10^{-7}$	Difusividad con la regla de mezclado [ $m^2/s$ ] $\times 10^{-7}$	Error Comparado con la literatura (%)	Error Comparado con la regla de mezclado (%)
G <sub>1</sub>	0	1.42	1.46	1.46	2	3.2
G <sub>2</sub>	50	1.11	1.18	1.20	5	1.8
G <sub>3</sub>	70	1.08	1.01	1.13	6	5.2
G <sub>4</sub>	100	0.99	0.95	0.89	3	10

Los valores de difusividad térmica obtenidos con este método se comparan con un error muy bajo con los reportados en la literatura, ya que se tiene un error relativo máximo del 6%. Para la obtención de la difusividad térmica de líquidos se utilizó un disipador de calor (DC), descrita en la sección 2.4, en contacto con la muestra en la parte superior, para considerar que después de la muestra únicamente se cede energía térmica; de esta manera no es necesario que la muestra sea mucho más grande que el BTO. De manera análoga al caso de la efusividad térmica se realizó la estimación de la difusividad térmica esperada usando la regla de mezclado binario en serie, donde se tiene que: la conductividad térmica efectiva como:  $K_{ef} = vK_g + (1 - v)K_a$ , donde  $v$  es el volumen de glicerina en agua tridestilada,  $K_g$  es la conductividad térmica de la glicerina y  $K_a$  es la conductividad térmica del agua tridestilada. La capacidad calorífica por unidad de volumen de la mezcla sería:  $\rho C_{ef} = (1 - v)(\rho C_a) + v(\rho C_g)$ , donde  $\rho_a C_a$  es la densidad que multiplica a la capacidad calorífica del agua tridestilada y  $\rho_g C_g$  es la densidad multiplicada por la capacidad calorífica de la glicerina. La difusividad térmica efectiva de la mezcla binaria, usando:  $\alpha_{ef} = K_{ef}/\rho \cdot C_{ef}$ .

Si consideramos:  $K_a = 0.59$ [W/K m],  $K_g = 0.29$ [W/K m],  $\rho_a = 997$ [Kg/m<sup>3</sup>],  $\rho_g = 1250$ [Kg/m<sup>3</sup>],  $C_a = 4180$ [J / K Kg], y  $C_g = 2428$ [J/K Kg], se obtiene una diferencia



relativo máxima del 10% como se muestra en la tabla 3.2, comparado con los valores de efusividad térmica obtenidos de las mediciones.

### **3.3 Discusión**

En este capítulo se presentaron dos configuraciones del sistema de deflexión foto-térmica que pueden ser usados para la obtención de efusividad y difusividad térmica de líquidos. La selección del modo de medición depende de lo que se desee medir, pero más importante es el tamaño de la muestra que se desee caracterizar. En el caso de la efusividad térmica es necesario tener muestras lo suficientemente grandes para que se pueda considerar como un solo medio de conducción térmico. En el caso de la difusividad térmica se considera el tamaño de la muestra ya que se usa el modelo de conducción en 2 medios.

El control de temperatura del sistema resulta de gran importancia para la reducción de errores de medición y aumento la repetibilidad de las mediciones. Además, que agregar el disipador de calor aumenta sustancialmente la sensibilidad del sensor para la obtención de la difusividad térmica de los tejidos, como se muestra en el Anexo 1.

El valor térmico encontrado de muestras líquidas se compara con los valores reportados con una diferencia menor al 8% para la efusividad térmica y una diferencia máxima del 6% para la difusividad térmica, además, usando el método de la regla de mezclado se corroboran estos valores, por lo que se puede decir que se valida este método para la obtención de propiedades térmicas.

## Capítulo IV

---

### 4 Propiedades térmicas de tejido biológico

---

En los capítulos anteriores de este trabajo, se presentó la técnica de foto-deflexión con la cual se obtuvieron valores de difusividad y efusividad térmica de distintas muestras líquidas, con lo que se validó el método. En este capítulo se aborda el uso de este método para la obtención de la difusividad térmica de tejido biológico *ex vivo*. Debido a la naturaleza de las muestras con las que se contaba para realizar estas mediciones (tejido biológico recién extraído, con dimensiones pequeñas y de formas irregulares), se decidió utilizar el método para la obtención de la difusividad térmica. A continuación, se presentan los resultados y análisis de la obtención de la difusividad térmica de tejido biológico.

#### 4.1 Metodología

Se llevaron a cabo las mediciones de conducción de calor de muestras *ex vivo* de corazón, hígado, pulmón, músculo y riñón de 4 ratas Wistar macho (RataA, RataB, RataC y RataD) con un peso promedio de 336g y de 9 a 13 semanas de edad.

Los órganos fueron extraídos inmediatamente después del sacrificio de individuos sanos. Posterior a la extirpación, se realizó un enjuague rápido en PBS para eliminar el exceso de sangre y evitar la coagulación dentro de las muestras. Posteriormente se cortaron los órganos para obtener muestras de  $7 \times 18 \times 8 \text{ mm}$ . Las muestras de tejido cortadas y lavadas se conservaron en IMDM GlutaMAX<sup>TM</sup> con el fin de retardar su descomposición. Las muestras conservadas se colocaron en el baño de temperatura controlado para mantener su temperatura fija a 25°C. La temperatura de las muestras y del sensor se monitoreó

continuamente para garantizar la estabilidad térmica del sistema. Después de 5 minutos de la estabilización térmica, cada muestra de tejido se caracterizó en el sensor, esta caracterización tiene una duración de 5 minutos. Posterior a la primera medición cada muestra fue regresada a la solución de conservación para ser medida una segunda vez. Después de la segunda medición, las muestras fueron fijadas en formol al 3.8% para su preservación. Las muestras fueron medidas nuevamente 72hrs y 264 hrs después. Como mediciones de control se lleva a cabo la medición de 3.5 ml de IMDM igualmente termalizado.

Todos los procedimientos fueron aprobados por el Comité Ético de Investigación del Hospital General de México "Dr. Eduardo Liceaga "(No. DI / 16 / UME / 4/18).

## **4.2 Caracterización de la conducción de calor en tejido biológico *ex vivo***

En una primera instancia se realizaron las mediciones de todos los órganos posterior a su extracción, enjuague y termalización, siguiendo el procedimiento descrito en la sección anterior. Se obtuvieron las mediciones de potencia de salida del sensor para todas las muestras y posteriormente se analizaron las mediciones por órgano de cada individuo. Se muestra en la Figura 4.1 la media de la potencia normalizada ( $P_{o_n}$ ) y su desviación estándar.

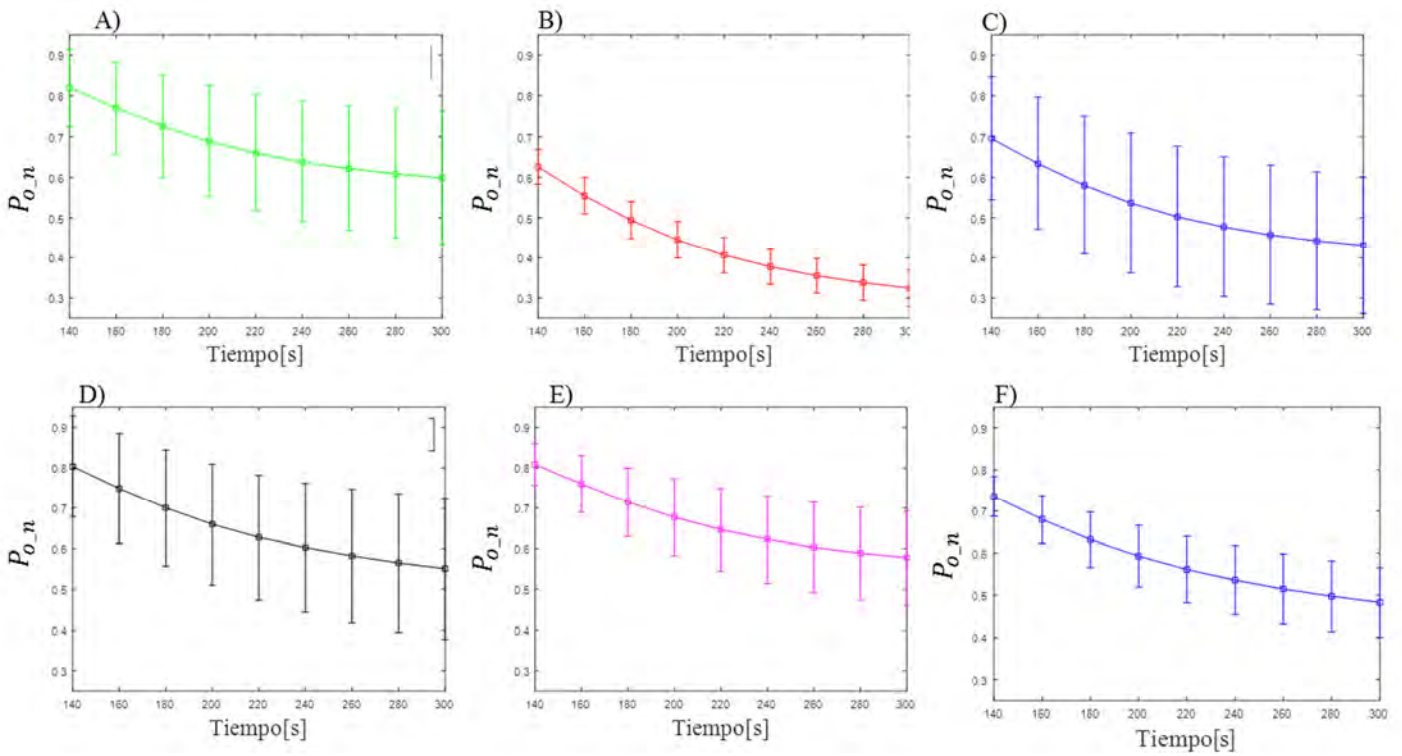


Figura 4.1. Media de la potencia normalizada y su desviación estándar de las mediciones de los 4 individuos de: A) Corazón, B) Músculo, C) Riñón, D) Pulmón y E) hígado F) IMDM.

Se observa en estas gráficas que existe una respuesta característica para cada grupo de muestras, sin embargo, la incertidumbre de las mediciones no permite discernir con claridad cada órgano. La desviación estándar del corazón, riñón, pulmón son las más altas con valores:  $\bar{\sigma}_{\text{corazón}} = 0.18$ ,  $\bar{\sigma}_{\text{Riñón}} = 0.16$ ,  $\bar{\sigma}_{\text{pulmón}} = 0.15$ . Las desviaciones estándar más bajas son las de:  $\bar{\sigma}_{\text{hígado}} = 0.09$  y  $\bar{\sigma}_{\text{músculo}} = 0.04$ . Al revisar independientemente cada medición se observó que las mediciones del individuo RataC fueron las más atípicas. Esto pudo ser debido a las condiciones de medición o las condiciones propias de los órganos de este individuo ya que este era el de mayor peso (54g por encima del promedio) por lo tanto de mayor edad. Al eliminar el individuo RataC del análisis, la incertidumbre por órgano se reduce considerablemente. Dado que los órganos se encuentran preservados en IMDM debe de existir una contribución en la difusión de calor dentro de los tejidos según la cantidad que pueda ser absorbida por cada uno de los órganos, es por esto, que se

llevaron a cabo mediciones de control donde se caracterizó la respuesta del sensor a IMDM. Se puede ver en la figura 4.1F de la media de las mediciones de la respuesta a IMDM realizadas que estas tienen similitud con la respuesta obtenida de las mediciones del riñón, sin embargo, la media de esta medición se diferencia de la respuesta para cada órgano, por lo que se puede decir que si existe una contribución en la difusión de calor en las muestras debida al IMDM esta permite diferenciar las mediciones de cada órgano. Se muestra en la Figura 4.2 las medias de la potencia normalizada de las mediciones sin el individuo RataC.

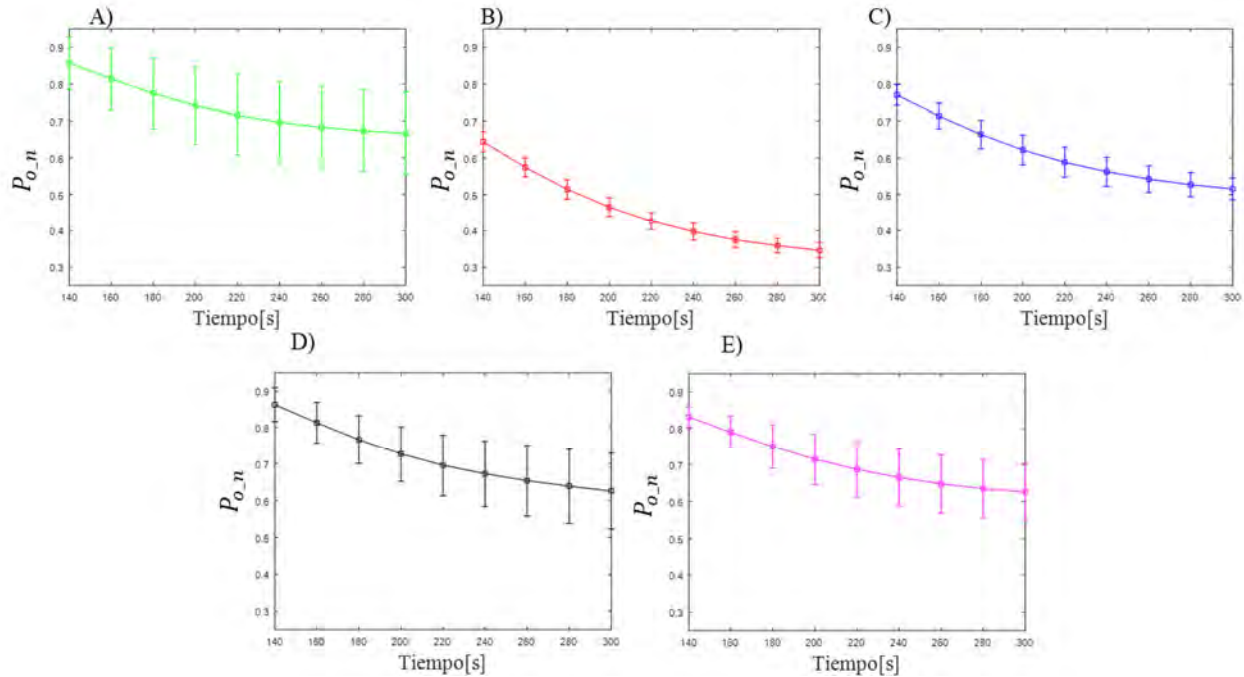


Figura 4.2. Media de la potencia normalizada con desviación estándar de: A) Corazón, B) Músculo, C) Riñón, D) Pulmón y E) hígado. Excluyendo el individuo RataC.

La desviación estándar tuvo una disminución por órgano del 40% para el corazón, 83% para el riñón, 54% para el pulmón, 40% para el hígado, y 33% para el músculo, comparando con la desviación estándar de la gráfica 4.1. La desviación estándar resultante por órgano es la siguiente:  $\bar{\sigma}_{corazon} = 0.1$ ,  $\bar{\sigma}_{Riñón} = 0.03$ ,  $\bar{\sigma}_{pulmón} = 0.06$ ,  $\bar{\sigma}_{hígado} = 0.04$  y  $\bar{\sigma}_{músculo} = 0.02$ . Eliminar las mediciones de la RataC permite diferenciar de una mejor

manera cada órgano. La mayor desviación estándar obtenida en las mediciones (pulmón y corazón) puede ser debido a que eran las muestras que presentaban mayores diferencias entre sí. El corazón, por un lado, era el órgano más pequeño y con geometría y estructura más compleja que se midió (Ver figura 4.3A) y al realizar los cortes para las tomas de muestras quedaban expuestos los ventrículos (cavidades de oxigenación de la sangre), como se observa en la Figura 4.3B, lo que pudo haber ocasionado más variaciones al realizar su caracterización. Por otro lado, el pulmón, debido a su porosidad y consistencia también pudo haber afectado la repetibilidad de las mediciones entre individuos.

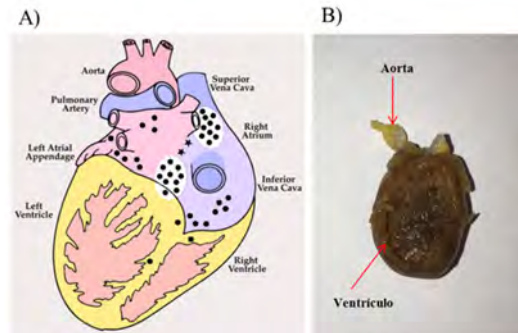


Figura 4.3. A) Esquema ilustrativo de los ventrículos del corazón. B) Muestra de corazón de Rata B.

Para determinar con certeza si es posible agrupar las mediciones por órgano debido a diferencias en la difusión de calor se realizó un análisis estadístico que se presenta a continuación.

#### 4.2.1 Análisis estadístico de las mediciones experimentales

Se realizó un análisis estadístico utilizando el método de componentes principales, así como un análisis ANOVA para saber si se puede separar por grupos las mediciones de cada órgano.

En el caso del análisis de componentes principales, en donde se analiza la varianza de las mediciones para saber si estas se encuentran correlacionadas, convirtiendo los datos de

cada medición como un nuevo set de datos ortogonales llamados componentes principales. Estas nuevas variables, pueden ser representadas en una gráfica como puntos que muestran un patrón de similitud entre las variables. Por lo general, los primeros componentes principales agrupan la mayor variabilidad de los datos, por lo que para este estudio y por simplicidad se analizan los 2 primeros componentes principales, PC1 el cual agrupa el 64% de la varianza de los datos, y el PC2 que agrupa el 22% de la varianza. En la Fig. 4.4A se muestra los dos primeros componentes principales (PC1 y PC2). Se observa que para el caso del corazón resulta difícil realizar una agrupación de las mediciones de los 3 individuos, debido a la varianza de estas mediciones. El resto de los órganos resulta en un agrupamiento bien definido entre individuos. Por otro lado, es de notar que existe un cruce marcado entre los grupos: Corazón, Riñón e Hígado, esto es debido a las desviaciones estándar en la medición sin embargo existe una buena diferenciación entre las mediciones de músculo, hígado y riñón.

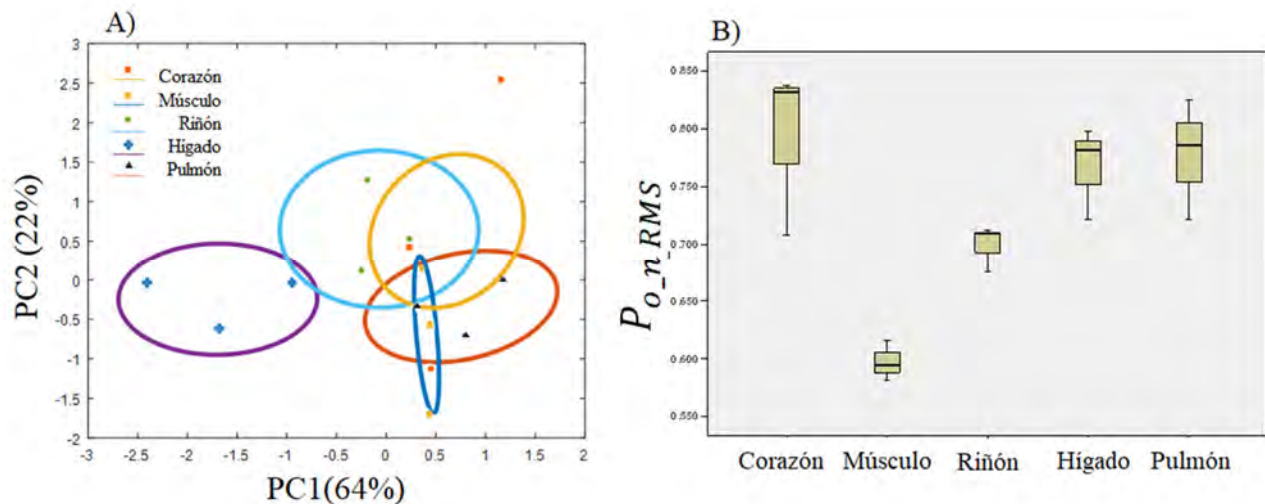


Figura 4.4. A) Gráfico de puntuación del análisis PCA para los dos primeros componentes principales. B) Comparación del valor RMS para cada órgano.

Para complementar el análisis de componentes principales, se calculó el valor RMS de cada curva experimental utilizando el valor promedio de cada medición de los tiempos 140 a 300

y se agruparon los datos usando la variable órgano como se muestra en la Figura 4.4B. Con esta agrupación, se realizó una prueba de ANOVA. Esta prueba estadística analiza la varianza de las mediciones para saber si existen diferencias estadísticamente significativas entre los grupos, en este caso se analiza la variable órgano.

En las pruebas post-hoc, se observó que para todas las comparaciones formadas por pares entre los grupos músculo, riñón e hígado existen diferencias estadísticamente significativas ( $p < 0.05$ ); mientras que en la mayoría de las comparaciones por pares construidas a partir del grupo corazón y pulmón no hay diferencias estadísticas ( $p > 0.05$ ). Se observa en la gráfica de caja de la Fig. 4.4B una dispersión mayor de los datos en los grupos corazón y pulmón, lo que puede justificar que estos no sean estadísticamente diferentes al resto.

Los resultados obtenidos con el análisis PCA y ANOVA, fueron de utilidad para seleccionar los órganos que, dadas las mediciones experimentales, pueden ser diferenciados por el sensor y cuáles pueden ser agrupados por la variable órgano. Por lo tanto, para la obtención de la difusividad térmica sólo se consideraron los órganos estadísticamente distintos.

### **4.3 Obtención de la difusividad térmica de tejido biológico *ex vivo***

Para la obtención de la difusividad térmica de tejido biológico se utilizó el modelo de conducción térmica en 2 medios descrito en la sección 2.4. Debido a que el tejido es extraído del individuo, enjuagado y termalizado, el efecto térmico de la perfusión y temperatura de la sangre puede ser despreciado, por lo que en este caso se usa la versión simplificada de la ecuación de difusión de Pennes<sup>[51-53]</sup>. Para realizar el ajuste teórico se



utilizaron los valores de densidad, capacidad calorífica y conductividad térmica obtenida de la literatura. Los valores utilizados se encuentran mostrados en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Valores de propiedades térmicas de tejido biológico obtenidos de la literatura<sup>[42]</sup> para el cálculo de la difusividad térmica  $\alpha$ , siendo  $\alpha = \frac{k}{\rho c}$ .

Tejido	Densidad ( $\rho$ ) [Kg/m <sup>3</sup> ]	Capacidad Calorífica (c) [J/K Kg]	Conductividad térmica (k) [W/K m]
Corazón	1060	3724	0.56
Músculo	1178	2624	0.50
Riñón	1072	3772	0.57
Hígado	1088	3525	0.51
Pulmón	427	3886	0.38

Para obtener el ajuste de cada curva teórica a los valores experimentales se utilizó el método de mínimos cuadrados no lineales para minimizar el error de cada punto de medición, variando el valor de la difusividad térmica y usando como valor inicial el valor encontrado en la literatura.

A continuación, se presenta en la Figura 4.5 la media de la potencia normalizada con respecto del tiempo, para el ajuste teórico (líneas sólidas) a los valores experimentales (barras).

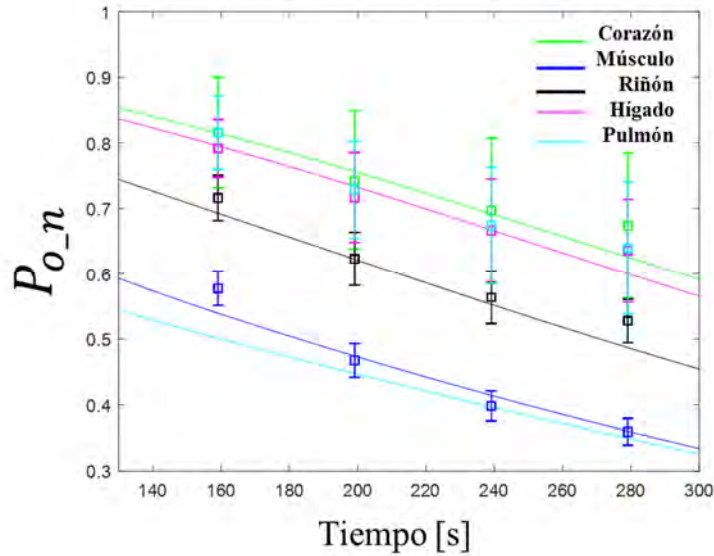


Figura 4.5. Ajuste de valores del modelo teórico a los datos experimentales. Las líneas continuas representan los valores teóricos y las cajas los valores experimentales.

Se observa que se obtiene un buen ajuste teórico para todos los casos, excepto en el caso del pulmón donde los valores experimentales se encuentran muy separados de los valores ajustados para este órgano (línea continua color cian). Esta discrepancia puede ser debida a la naturaleza de este órgano, ya que la consistencia y forma de este órgano impedía obtener muestras que fueran iguales para cada individuo. Los valores de difusividad térmica obtenidos con el modelo teórico se muestran en la Tabla 4.2 y se presenta una comparación con los valores reportados en la literatura además de presentar un cálculo del error máximo. Cabe recordar que fueron eliminados los valores obtenidos de la RataC para realizar el ajuste teórico.

Tabla 4.2. Valores de difusividad térmica obtenida del ajuste del modelo teórico comparado con los valores obtenidos de la literatura, así como el cálculo del error obtenido.

Tejido	Difusividad ( $\alpha$ ) (Literatura) [m <sup>2</sup> /s] × 10 <sup>-7</sup>	Difusividad ( $\alpha$ ) (Obtenida) [m <sup>2</sup> /s] × 10 <sup>-7</sup>
Corazón	1.42	1.30 ± 0.22
Músculo	1.64	1.75 ± 0.07
Riñón	1.40	1.42 ± 0.12
Hígado	1.32	1.37 ± 0.16
Pulmón	2.29	1.32 ± 0.19

Los valores de difusividad térmica estimados para las muestras de corazón y pulmón son los que presentan un mayor valor de diferencia relativa, de hasta 50%, esto fue debido a que son los órganos con mayores errores de medición debido a las características de estos órganos. Los valores de difusividad de músculo, riñón e hígado son los que tienen una diferencia máxima del 15%, lo cual representa un buen ajuste comparado con los valores de la literatura. Cabe remarcar que los valores con los que se están comparando los datos experimentales, son valores de órganos, de cerdo, bovinos y cabras en algunos casos y que son los promedios de los valores que se reportan, por lo que se considera que el valor que se obtiene de estos órganos se encuentra de manera aceptable dentro del rango de valores reportados.

#### **4.4 Caracterización de la conducción de calor en tejido biológico fijado en una solución de formol**

Con el fin de caracterizar el efecto en la conducción de calor de tejidos biológicos colocados en soluciones de conservación, posterior a las mediciones del tejido *ex vivo*, se realizaron mediciones de las mismas muestras: conservados (en IMDM) 5 horas después del sacrificio (referirse a Figura 4.6B); preservados (en formol) 72 hrs. pasado el sacrificio (referirse a Figura 4.6C) y 264 hrs. después del sacrificio (Referirse a Figura 4.6D). Para

ilustrar la diferencia entre las mediciones también se agregaron las mediciones de tejido *ex vivo*, es decir, recién extraído (Referirse a Figura 4.6A).

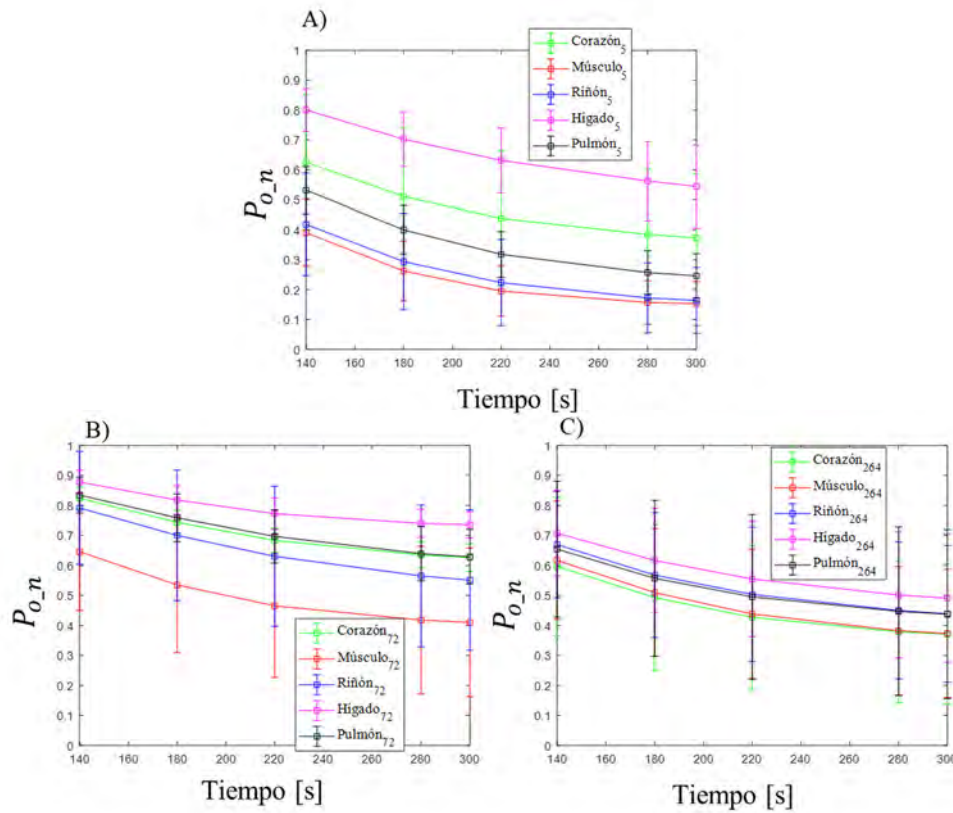


Figura 4.6. Respuesta del sensor a muestras de tejido biológico A) Pasadas 5 horas de la extracción, B) Pasadas 72 horas de la extracción, C) Pasadas 264 horas de la extracción.

Se observa en la Figura 4.6A que pasadas 5 horas de la primera medición la desviación estándar de las mediciones de cada órgano comienza a aumentar comparado con la desviación de las mediciones de tejido *ex vivo*. Es de notar, que la respuesta del sensor también es distinta (se tiene un cambio de potencia de hasta el 80% de la potencia inicial), ya que la disminución de potencia óptica es mayor comparándolo con la respuesta de tejido recién extraído (donde se tuvo un cambio de potencia máximo del 67% según lo mostrado en la Figura 4.5) lo que indica que hubo una mayor conducción de calor en estos tejidos.

De acuerdo con lo observado en la figura 4.6B, en el caso del tejido que lleva 72 hrs. en formol, la diferencia entre las curvas de cada órgano sigue en decremento, además que la incertidumbre de las mediciones hace que la diferenciación de órganos sea más complicada. Por último, se observa en la Figura 4.6C que la media de cada órgano es muy cercana una de otra además de tener incertidumbres en las mediciones tan grande que no es posible decir que se puede diferenciar cada órgano. Se presenta en la Figura 4.7 la desviación estándar por órgano para los 3 tiempos de medición (5, 72 y 264 horas).

Tabla 4.2. Promedio de la desviación estándar como progresión de la fijación del tejido en formol

Tiempo de fijación (hrs.)	Desviación estándar				
	Corazón	Músculo	Riñón	Hígado	Pulmón
5	0.22	0.08	0.14	0.1	0.07
72	0.10	0.23	0.22	0.04	0.08
264	0.26	0.23	0.23	0.22	0.26

De la Tabla 4.2 anterior se puede observar como para todos los casos la tendencia indica que mientras mayor es el tiempo de fijación en formol, la incertidumbre aumenta, en algunos casos el cambio en incertidumbre es muy fuerte para cada tiempo (corazón, pulmón, hígado) y en otros casos tiene un aumento en las primeras horas y después el cambio es menor (riñón y músculo), esto puede ser debido a que estos órganos dejan de sufrir cambios ocasionados por el formol dada su composición y estructura.

Para ilustrar cómo las diferencias de las medias de potencia de salida normalizada ( $P_{o_n}$ ) por órgano disminuyen, se obtuvo el valor RMS (El valor medio cuadrático de los valores de potencia normalizada) de cada una las curvas de respuesta del sensor (ver Figura 4.6), para los 3 tiempos pasada la extracción (5 hrs, 72 hrs y 264 hrs). Se muestra en la Figura

4.8, los puntos equivalentes al valor RMS de las curvas del promedio de potencia para cada órgano ( $P_{o\_nRMS}$ ) como función de la progresión de fijación de los órganos en formol.

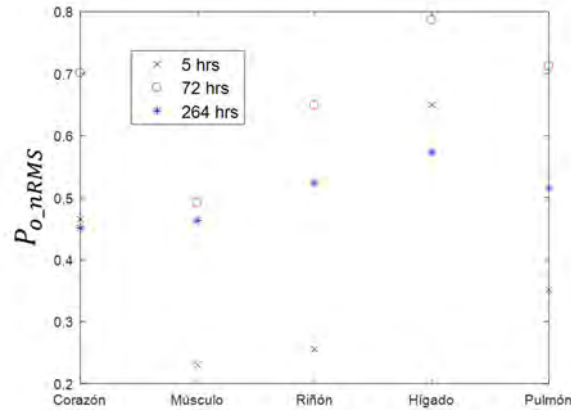


Figura 4.8. Valores RMS de las medias de potencia de salida normalizada agrupadas por órgano, para los 3 tiempos de medición pasada la extracción de las muestras.

De los valores RMS obtenidos, se puede ver en la figura anterior, que las diferencias entre la respuesta del sensor va disminuyendo con forme las muestras pasan más tiempo en formol, lo que hace pensar que la conducción térmica de las muestras se va homogenizando.

Lo anterior hace evidente el efecto del formol sobre el tejido biológico que además de cambiar sus propiedades térmicas, también existe un cambio aparente de la consistencia de los órganos. Se muestra en la Figura 4.9, la diferencia del estado de las muestras biológicas recién extraídas (Fig. 4.9A) y de las muestras fijadas en formol (Fig. 4.9B).

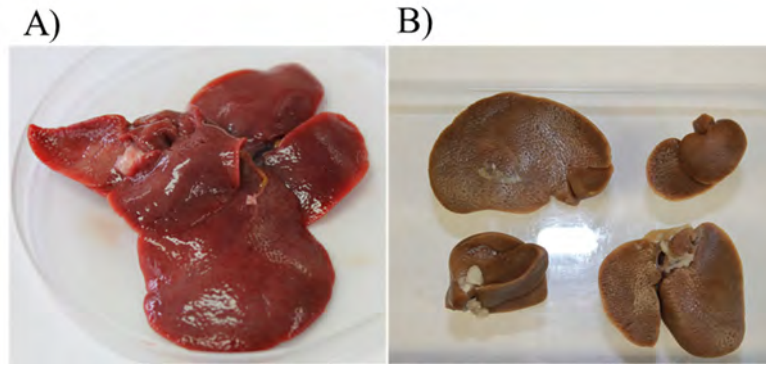


Figura 4.9. Muestras de hígado de Rata A) Recién extraído, B) Fijado en formol.

Las condiciones de medición de órganos *ex vivo* comparado con las mediciones de tejido fijado cambian considerablemente debido al efecto del formol sobre el tejido biológico ya que este desplaza las moléculas de agua de los tejidos. Esto se vio reflejado en el aumento de la incertidumbre de las mediciones, así como en el cambio en la conducción de calor de las muestras, hasta el punto donde no se podían ver diferencias entre los órganos medidos. Otro factor que puede afectar al aumento de la incertidumbre es el hecho que el formol es una disolución altamente volátil, lo cual puede modificar la manera que se conduce calor dentro de los tejidos *ex vivo* conforme transcurre el experimento.

#### 4.5 Discusión

Se realizó la caracterización de conducción de calor en tejido *ex vivo*, así como de las mismas muestras fijadas en formol. Se observó que las mediciones de los órganos del individuo RataC son los más atípicos. El resto de mediciones, agrupadas por órgano tienen una incertidumbre pequeña.

Del análisis estadístico realizado, se observó que las mediciones de hígado, riñón y músculo son las que tienen una mayor diferenciación entre sí y que a la vez son las que tienen una menor desviación estándar y pueden ser agrupadas, mientras que no existe una diferencia significativa entre las mediciones de pulmón y corazón, esto puede ser debido a

que las muestras de los órganos de pulmón y corazón fueron las más difíciles de obtener, debido a su estructura y forma, este puede ser un factor que ocasionó que la desviación estándar de estas mediciones fuera la más grande.

El error máximo obtenido fue para el caso del pulmón (50%) esto es debido a los problemas que se tuvo para la medición de este tejido, al igual que el caso del corazón donde se tiene un diferencia del 23%. En el caso de los valores obtenidos para el hígado, riñón y músculo se obtuvo una diferencia menor (15%,10% y 10% respectivamente) con lo cual se puede decir que se obtienen valores de difusividad térmica de tejido biológico con una buena concordancia con los valores reportados en la literatura para los mismos órganos, pero de diferentes animales.

De igual manera se mostraron los resultados de la caracterización de la respuesta del sensor a muestras de tejido fijado en formol. Existen trabajos previos que hablan acerca de los procesos de fijación de tejido<sup>[54]</sup> como un método de preservación de muestras biológicas para estudios patológicos, incluso se encontraron algunos trabajos que hablan acerca de que no existe un cambio sustancial en la conductividad térmica de los tejidos fijados en formol<sup>[55]</sup>. De estas mediciones se pudo observar cómo es que el tejido tiene una conducción de calor distinta al tejido *ex vivo*. Incluso el tejido que llevaba 5 horas en líquido de conservación sufrió cambios en la conducción de calor que fueron detectados por el sensor y que se observaron como aumento en la incertidumbre de la medición y como una tasa de conducción mayor.



---

## Discusión y conclusiones

---

Se implementó y caracterizó un sensor de deflexión foto-térmica con el cual es posible determinar diferencias de difusión de calor entre muestras líquidas y tejido biológico.

Se estudió un modelo de onda térmica con el cual fue posible obtener la efusividad térmica de las muestras y se desarrolló un modelo de conducción térmica en 2 medios con el cual es posible obtener la difusividad térmica. La diferencia radica en que en el primer caso se considera la muestra como un medio semi-infinito mientras que en el segundo se considera la muestra como un medio de proporciones finitas y es necesario usar un disipador de calor en la parte superior con lo que se aumenta la sensibilidad del sensor sustancialmente. A partir del modelo de difusión en 2 medios se estimó la sensibilidad del sensor usando el valor de potencia normalizada por unidades de difusividad la cual se duplica al agregar el disipador de calor siendo esta de  $0.45 [1/m s^{-2}]$ , con la cual es posible estimar la difusividad de los tejidos que se propusieron caracterizar.

Se calibró el sensor con muestras líquidas de propiedades térmicas conocidas y se obtuvo la efusividad térmica de disoluciones de NaCl en agua tridestilada con una diferencia máxima del 7.3% comparado con los valores de la literatura; de igual manera se obtuvo la difusividad térmica de disoluciones de glicerina en agua tridestilada con una diferencia máxima del 6% con lo que se validó la metodología utilizada.

Utilizando este método se obtuvo la difusividad térmica de tejido biológico, donde se vio que es importante considerar la estructura y forma de los órganos ya que esto influyó en la respuesta del sensor como lo fue en los casos del corazón y el pulmón. Sin embargo, se pudo obtener la difusividad térmica del riñón, músculo e hígado, que comparado con los valores de la literatura se tuvo un error máximo del 15%. A pesar que la diferencia de los valores de difusividad térmica de los tejidos obtenidos es grande, es importante recordar que los valores utilizados para comparar los obtenidos en este trabajo, se trata de un compendio de cerca de 70 publicaciones distintas, donde se reportan tejidos de distintos tipos de animales, hasta seres humanos. En muchos de estos trabajos se habla de la complejidad de obtener propiedades térmicas de tejidos

biológicos debido a la naturaleza de estos. Es por esto que se cree que el resultado obtenido en este trabajo resulta dentro del rango de error de las mediciones reportadas.

Se realizó un breve análisis del efecto del formol en la conducción de calor en las muestras de tejido, donde se observó que después de 264 hrs. de estar sumergidos en esta sustancia la conducción térmica es menos diferenciada para todos los órganos, lo que podría ser debido a que su estructura cambia por lo que este sensor no fue capaz de determinar diferencias considerables de conducción térmica entre estas muestras. Por lo anterior se puede concluir que:

La termalización y control de temperatura del sensor y las muestras es crucial para la disminución del error e incertidumbre en las mediciones. Es por esto que se implementó un sistema de termalización del sistema con el cual fue posible disminuir los cambios de temperatura que podían ser de hasta 15 °C a solo 1 °C a lo largo de un día. De esta manera fue posible reducir la incertidumbre de las mediciones debido a las condiciones iniciales de cada medición y al cambio de temperatura ambiente.

Por otro lado, si se tiene disponibilidad de muestras lo suficientemente grandes es posible utilizar este método para la obtención de la efusividad térmica ya que se encuentra en la condición donde la muestra es considerada como semi-infinita, en caso contrario, es necesario agregar el disipador de calor para evitar efectos de convección o errores en la medición debido a irregularidades en la muestra y de esta manera es posible obtener la difusividad térmica.

Por último, es posible utilizar este método no destructivo para la obtención de propiedades térmicas de líquidos o sólidos que sean sensibles a cambios de temperatura, ya que se eleva mínimamente la temperatura de las muestras de manera indirecta y sin ser irradiada directamente.

### **Trabajo a futuro**

Ya que se han encontrado las condiciones de medición óptimas para el sensor, sería posible realizar un modelo de alguna enfermedad progresiva en rata y realizar un estudio de la conducción de calor en tejido enfermo *ex vivo*, como podría ser la cirrosis.

Para llevar a cabo mediciones *in vivo* en distintos animales será necesario realizar adecuaciones al sensor así como llevar a cabo la integración del sensor.

Una vez integrado el sensor, se deberá desarrollar un modelo de conducción *in vivo*, donde se tendría que tomar en cuenta la perfusión y temperatura sanguínea, así como los efectos de generación térmica metabólica como se plantea en la ecuación “Bioheat” de Pennes.

## **Anexo 1:** Efecto del disipador de calor en la distribución de temperatura $T_x$ generada

En este trabajo se presenta la viabilidad de la técnica propuesta para diferenciar y caracterizar la conducción de calor en el tejido biológico para obtener su difusividad térmica. Sin embargo, la diferencia entre los valores de difusividad que se desean caracterizar es pequeña. Es por lo anterior que fue necesario aumentar la sensibilidad del sensor mediante la adición de un disipador de calor (DC) en contacto con la muestra. De esta manera la transferencia de energía térmica entre el BTO y la muestra sería más eficiente<sup>56,57</sup>. Para mostrar el efecto del DC en el sistema, se estimó la respuesta teórica del dispositivo resolviendo el sistema de ecuaciones acoplado explicado en la sección 2.4 para dos escenarios: sin el DC y con el DC, usando valores de la literatura de diferentes tejidos biológicos.

Tabla 1: Valores de difusividad térmica reportados en la literatura<sup>41</sup> utilizados para evaluar la respuesta del sensor.

Muestra	Difusividad térmica [m <sup>2</sup> /s] × 10 <sup>-7</sup>
Vejiga	$\alpha_v = 1.19$
Cartilago	$\alpha_c = 1.28$
Hígado	$\alpha_h = 1.32$
Riñón	$\alpha_r = 1.33$
Corazón	$\alpha_c = 1.38$
Músculo	$\alpha_m = 1.65$

La difusividad térmica del acrílico y el aluminio utilizado son:  $\alpha_a = 1.09 \times 10^{-7}$ ,  $\alpha_{al} = 830.6 \times 10^{-7}$  respectivamente. La respuesta teórica del sensor con respect del tiempo se presenta en la Figura 1, donde se observa la potencia normalizada ( $P_{m,n}$ ) con respecto de la rampa de calentamiento. La potencia de salida se normaliza con respecto del máximo de potencia obtenido cuando no se ha aplicado una fuente de calor  $Q$ .

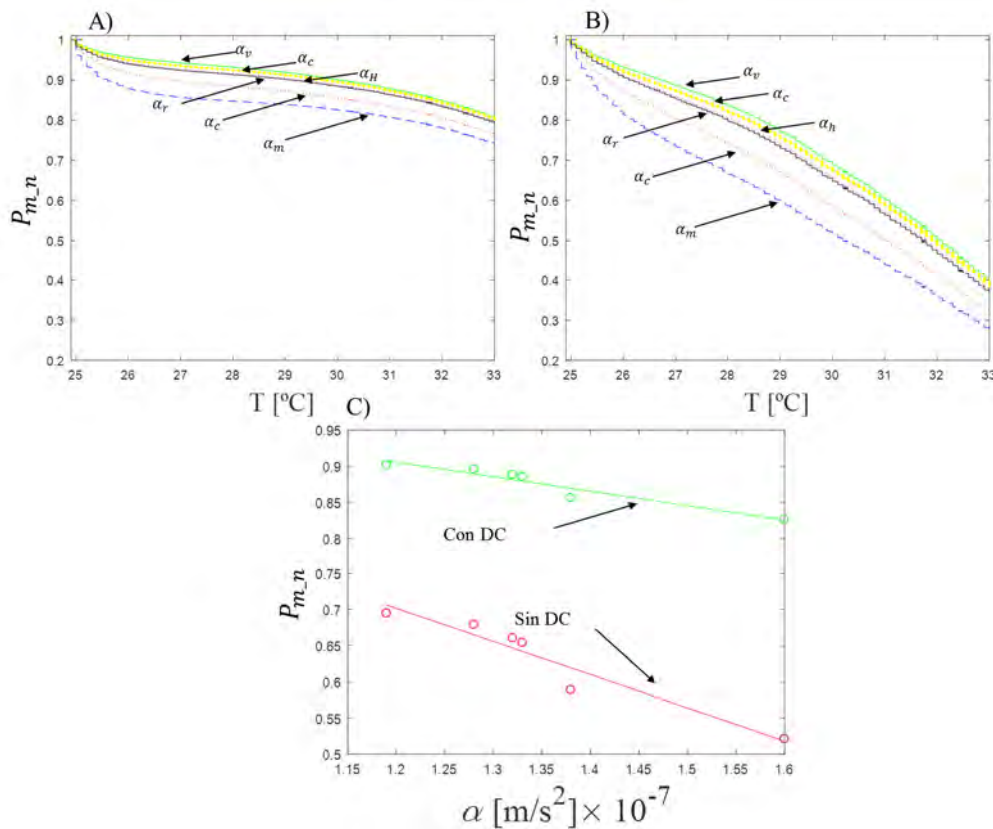


Fig. 1. Respuesta teórica con respecto a la temperatura del sensor para A) sin el DC y B) con el DC. C) Potencia normalizada con respecto a la difusividad térmica de las muestras.

Como se muestra en la figura 1A, la respuesta del sensor con respecto a la función de calentamiento sin el DC alcanza rápidamente un estado de equilibrio, y la diferencia entre las curvas es menor. Cuando agregamos un DC al sensor, obtenemos una respuesta mejorada como se muestra en la figura 1B, ya que el gradiente térmico es mayor debido a que el intercambio térmico entre los tres medios es más eficiente. Además, se puede ver que la diferencia entre las curvas de respuesta para cada muestra es mayor; por lo tanto, la sensibilidad del sensor se mejora al agregar un DC, como se muestra en la Fig. 1C, donde se muestra la potencia normalizada con respecto a la difusividad térmica a 33 °C. El cambio de potencia óptica para cada valor de difusividad es mayor cuando el DC está presente, además de la regresión lineal de los valores de potencia normalizada con respecto de la difusividad térmica se obtiene que la sensibilidad del

sensor cuando no se tiene un DC es de  $0.20 [1/ m s^{-2}]$  mientras que cuando se le agrega un DC la sensibilidad aumenta a  $0.45 [1/ m s^{-2}]$ .

Adicional a las simulaciones llevadas a cabo, se realizó un análisis de la interacción térmica que existe entre el BTO, la muestra de tejido biológico y el DC. Para lo cual se utilizó una cámara infrarroja Flir-i5 para tomar una fotografía cada 50 segundos del proceso de calentamiento del sistema al aplicar una  $Q$ . Dado que se trata de un análisis demostrativo, fue necesario quitar el aislamiento térmico del sistema para poder realizar las tomas.

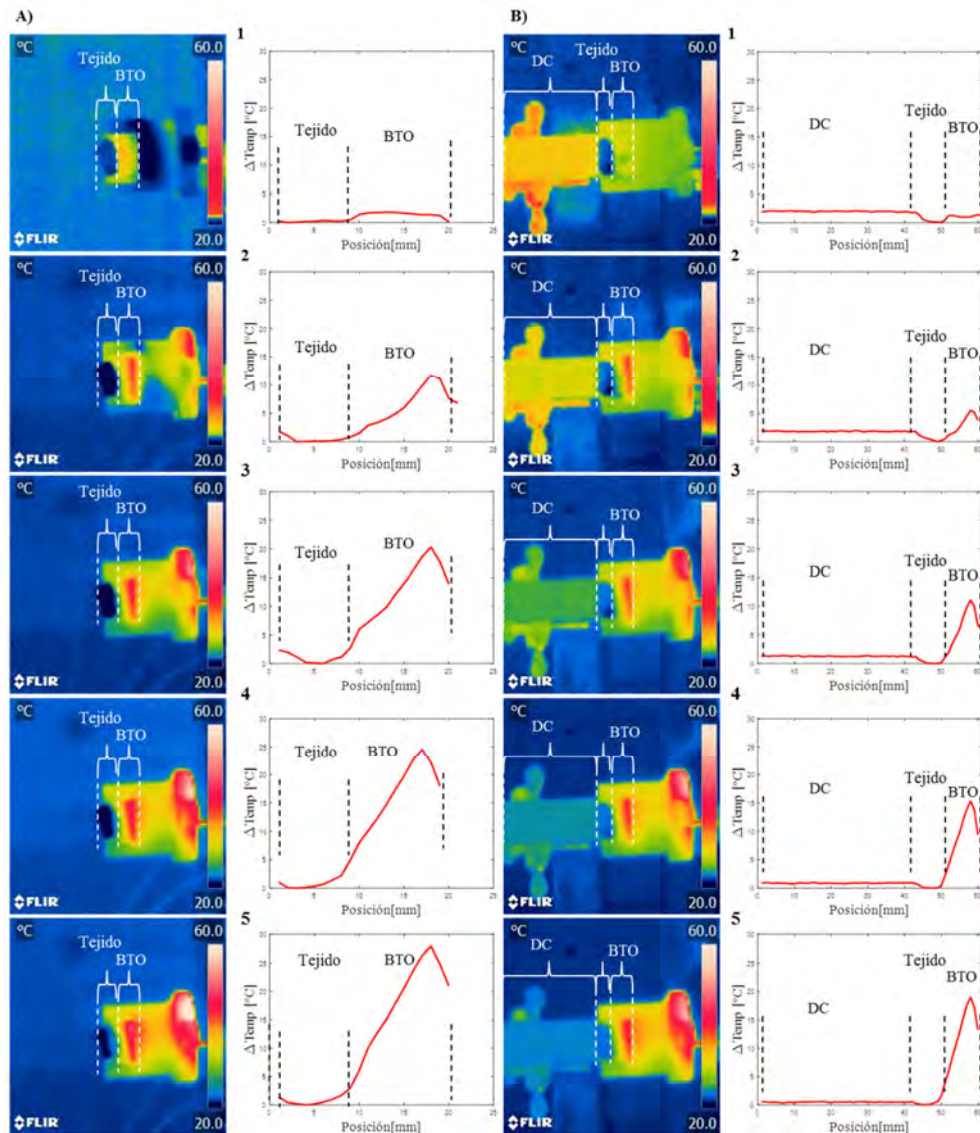


Fig 2. Imágenes térmicas infrarrojas correspondientes a la progresión de calentamiento del sistema durante 250s para A) El sistema sin el DC y B) con el DC.

Se muestra en la Fig. 2 las tomas realizadas con la cámara infrarroja del sistema para distintos tiempos y del lado derecho de cada fotografía se muestra el perfil de temperatura medido a la mitad del sistema abarcando únicamente los elementos de interés: el DC, la muestra y el BTO.

De la Fig. 2A se observa que al aplicar la  $Q$  se genera un gradiente de temperatura en la muestra, así como en el BTO debido a que el intercambio de calor no es tan eficiente en esta condición y la manera de ceder temperatura de la muestra al entorno depende de las propiedades térmicas del

aire, ya que es lo único con lo que se encuentra en contacto el tejido. Además, se puede ver que a partir del fotograma 3 de la Fig. 2A la pendiente de la distribución de temperatura en el BTO deja de cambiar considerablemente, lo que significa que este alcanza el régimen estable rápidamente ya que casi no se cede calor en la frontera con la muestra y la distribución de temperatura  $T_x$  deja de cambiar.

Por otro lado, al agregar el DC al sistema y aplicar la misma  $Q$  que, en el caso anterior, se observa que no se genera un gradiente de temperatura en el tejido biológico (Referirse a la Fig. 2B), como sucedió en el caso donde no se colocó el DC, lo que querría decir, que la transferencia de calor en el sistema es más eficiente y en la frontera superior de la muestra únicamente se cede calor disminuyendo el efecto de la temperatura ambiente. De igual manera se observa que la pendiente de la distribución de temperatura generado en el BTO cambia desde el fotograma 1 hasta el 5, lo que indica que no se alcanza el régimen estable ya que la distribución de temperatura  $T_x$  sigue cambiando.

Con lo anterior se puede concluir que agregar un DC incrementa el flujo de calor del sistema con lo cual se obtiene una mayor sensibilidad a cambios en la difusividad térmica de las muestras, lo que ayuda a determinar pequeñas diferencias entre las propiedades térmicas de los distintos tejidos que se desea caracterizar.



# Optical device for thermal effusivity estimation of liquids

C. Garcia-Cadena<sup>a,\*</sup>, C. Sánchez-Pérez<sup>a</sup>, and E. Gutierrez-Herrera<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 70-186, Ciudad de México, 04510, México.

<sup>b</sup>Unidad de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico-Hospital General de México, Dr. Eduardo Liceaga, Dr. Balmis 148, Ciudad de México, 06726, México.

\*e-mail: carlos.garcia@ccadet.unam.mx

Received 25 October 2017; accepted 23 November 2017

We determined the thermal effusivity of liquids using an optical sensor based on the laser beam deflection technique, without directly irradiate the samples for heating and thus minimally altering them. Applying a heat pulse in a thermo-optical slab we generate a unidimensional temperature distribution. This temperature distribution modifies the refractive index in the slab that finally causes the deflection of a laser beam that propagates perpendicularly to the direction of the heat propagation. The deflection of the laser beam depends on the interaction of the thermal energy with the sample at the slab interface. The exchange of thermal energy between the thermo-optical slab and the sample depends, on the thermal properties of both of them, being the thermal effusivity of our particular interest. Utilizing a theoretical model, we estimate the thermal effusivity of liquids using tridistilled-water and glycerine as reference.

We present a simplified version of a past sensor proposal as well as the theoretical analysis of the sensor response. We obtain the thermal effusivity of tridistilled water and glycerine samples with a maximum error of 3%. Finally, we estimate the thermal effusivity of dissolutions of NaCl in tridistilled-water with maximum error of 7.3%.

**Keywords:** Thermal effusivity; thermo-optical sensor; optical beam deflection technique.

PACS: 42.81.P; 44.20.+b.

## 1. Introduction

The thermal effusivity is of importance since it gives information of how heat is exchanged with the surrounding media, *i.e.* thermal dissipation capabilities of materials. Thermal effusivity could be of interest, to study how biomaterials dissipate thermal energy to its surroundings and how this thermal property may change due to pathological diseases. In particular, thermal effusivity has been measured by means of thermopiles, thermistors, resistors or hotwire probes [1-3], being these the typical methods used. In this type of sensors they usually rise the temperature of the sample more than 20°C [3-5], hence altering or in the worst case completely destroying them. In addition, these approaches have the inconvenience for their use in corrosive environments or special care must be paid to isolate the probes since these techniques require being in contact with the sample. Some optical techniques offer the advantage of being non-invasive since the probing beam is not in contact with the sample to be characterized [6]. Particularly, the laser beam deflection technique has been used to determine thermal properties of solids and liquids [7], as well as for spectroscopic refractometry [7-9] where the heating beam directly irradiate the samples and the probing beam propagate in free space thus making this technique prone to external noise [10,11], these techniques tend to be complex to integrate.

In a previous work, we proposed a sensor based on the beam deflection technique integrated in a solid slab to differentiate heat conduction in liquids using a deflection angle sensor with good resolution and stability [12]. In this pre-

vious work, the heating beam is replaced by an opaque film in the slab heated by a non-coherent light source, thus avoiding direct laser irradiation for the sample. More recently, we proposed a numerical study of the laser beam deflection technique integrated in a slab, to characterize thermal properties of biological tissue [13].

We also determined the diffusivity of liquid samples for glycerol in tridistilled-water dissolutions for concentrations varying from 0.8 wt. % to 1.2 wt. % [14]. Using an oblique incidence of the heat source, we determined the angle of the most pronounced change in heat conduction thus finding the critical angle of the incident thermal wave. This method did not depended on photometric measurements and was used to obtain the thermal diffusivity of dissolutions of glycerin in tridistilled-water with good agreement with reported values. Nevertheless, it had the disadvantage of requiring several measurements by sample to obtain a thermal property.

In this work, we propose an extension of our latest proposals to determine the thermal effusivity of liquid samples at a fixed incident angle thus simplifying the device complexity and reducing the number of measurements needed to only one by sample. We also reduced the measurement time and increase the temperature to no more than 3°C thus; reducing the stress we induce in the samples avoiding their damage.

## 2. Basis

Let us consider a finite thermo-optic slab (*i.e.* medium 1) of known thermal properties; thermal effusivity  $e_1$ , thermal conductivity  $k_1$ , and thermal diffusivity  $\alpha_1$  with its lateral

faces thermally isolated, and that the lower and the upper media, medium 0 and medium 2 respectively, are considered as semi-infinite.

Now, if we apply a heat step  $Q$  for 300s at the interface 1 (between medium 0 and the thermo-optic slab) there is an induced temperature distribution  $T_x$  in the thermo-optic slab (TOS). Since we consider the walls perpendicular to the wall where  $Q$  is applied to be thermally isolated and the media 0 and 2 to be semi-infinite, we can assume that the heat flows only in the  $x$ -direction. We can also assume that there is a heat wave reflection on each interface due to the difference of effusivity of media 0 ( $e_0$ ) and effusivity of media 2 ( $e_2$ ), so the temperature distribution  $T_x$  depends on the contribution of the heat waves travelling in the positive  $x$ -direction and backwards in the opposite  $x$ -direction. This temperature distribution produces a gradual change of the refractive index  $n$  of the TOS that depends on the temperature at each point [12].

Finally, we consider a collimated laser beam (CLB) of wavelength  $\lambda = 1550$  nm that propagates along the  $z$ -direction at a distance  $d$  from the interface 1. The change in the refractive index  $n$  along the optical path, induced by the application of the heat source  $Q$ , would produce an angular deflection  $\hat{I}$ , of the CLB to the coldest region of the slab. A schematic of the physical considerations is shown in Fig. 1.

Under these assumptions, it is possible to estimate the temperature distribution in the TOS using the one-dimensional Fourier's law of heat conduction. The solution to the resulting equation for a thermal conduction problem with these characteristics was given by Sandoval *et al* [12], where the resulting temperature distribution with respect to  $x$  ( $T_x$ ) due to a heat step can be obtained from:

$$T_x(x, t) = -\frac{Q}{k_1} \sum_{n_w=0}^{\infty} (R_{1,0}R_{1,2})^{n_w} \times \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \left( \frac{2n_w d + x}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha_1 t}} \right) \right] - R_{1,2} \left( 1 - \operatorname{erf} \left\{ \frac{2(n_w + 1)d - x}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha_1 t}} \right\} \right) \right], \quad (1)$$

where  $R_{1,0}$  and  $R_{1,2}$  are the thermal reflection coefficients for the thermal waves that depend on the thermal effusivity of the surrounding media and can be expressed like:

$$R_{1,0} = \left( 1 - \frac{e_0}{e_1} \right) / \left( 1 + \frac{e_0}{e_1} \right)$$

and

$$R_{1,2} = \left( 1 - \frac{e_2}{e_1} \right) / \left( 1 + \frac{e_2}{e_1} \right).$$

The generated thermal waves interact  $n_w$  times at the interface 1 and the interface 2 (between medium 1 and medium 2).

The sensibility of the sensor depends in part to the thermal and optical properties of the TOS. Then, it is of importance to choose a material that has good optical transparency

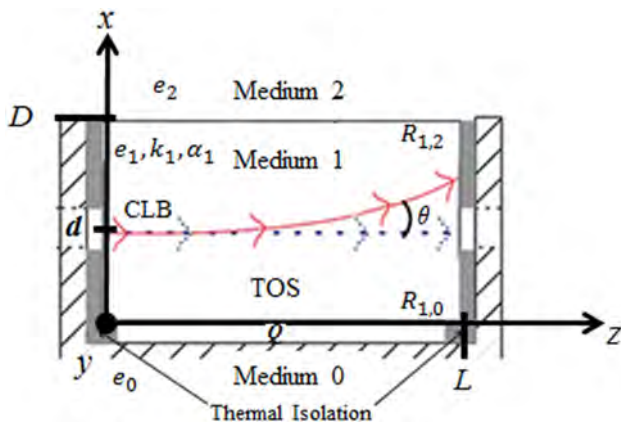


FIGURE 1. Schematic for the laser beam deflection principle in a slab.

to reduce optical power loss due to absorption, and that has a high thermo-optical coefficient ( $\partial n/\partial T$ ) because for higher values of  $\partial n/\partial T$  we need lower temperatures to achieve a sufficient  $T_x$ . On the other hand, the operational range depends on the thermal effusivity of the TOS due to the thermal reflection coefficients ( $R_{1,0}$  and  $R_{1,2}$ ). This is why for this study we use a commercial acrylic TOS since it has an adequate transmittance of  $\tau_{acrylic} = 50\%$  for the near infrared interval, a  $\partial n/\partial T$  of  $-1.05 \times 10^{-4}$  [K<sup>-1</sup>] that is at least two orders of magnitude higher than those of the commercial optical glasses, and has a thermal effusivity of 150 [W s<sup>0.5</sup> m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>], which allows to measure samples that has higher values of effusivity due to the restriction of  $R_{1,0}$  and  $R_{1,2}$ .

To obtain a theoretical thermal distribution  $T_x$ , we evaluate Eq. 1 considering; a heat pulse of  $Q = 194$  [W/cm<sup>2</sup>], an acrylic TOS of dimensions:  $L = 0.03$  m,  $D = 0.01$  m, and the thermal properties shown in Table I:

We evaluated Eq. 1 for several values of thermal effusivity of Medium 2 (thermal effusivity of the sample) of known liquids. The effusivities used are shown in Table II.

The results of evaluating Eq. 1 with the values mentioned above are shown in Fig. 2, where we plotted the  $T_x$  as a function of time.

In Fig. 2 we show the generated  $T_x$  with respect of time as it increases due to the heat pulse. The  $T_x$  further increases for higher values of  $e_{2-sample}$ , because there is a higher heat exchange between medium 1 and medium 2. Note that the  $T_x$  for each sample can be distinguished from time 140 s to 300 s, where the characteristic response for each sample is

	Thermal effusivity [W s <sup>0.5</sup> m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]	Thermal conductivity [W/mK]	Thermal diffusivity [m <sup>2</sup> /s]
Medium 0 (air)	$e_0 = 5.5$	-	-
Medium 1 (acrylic)	$e_1 = 150$	$k_1 = 0.158$	$\alpha_1 = 1.28 \times 10^{-7}$

TABLE II. Thermal effusivity values used to evaluate Eq. 1 for several liquid samples.

Medium 2	Thermal effusivity [W s <sup>0.5</sup> m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]
<i>e</i> <sub>2-ethanol</sub> *	634.9
<i>e</i> <sub>2-glycerol</sub> *	938.16
<i>e</i> <sub>2-blood</sub> **	1395
<i>e</i> <sub>2-bile</sub> **	1549.6
<i>e</i> <sub>2-tri-water</sub> *	1570

\*Obtained from M.N. Pop [15], and

\*\*from L. McIntosh *et al* [16]

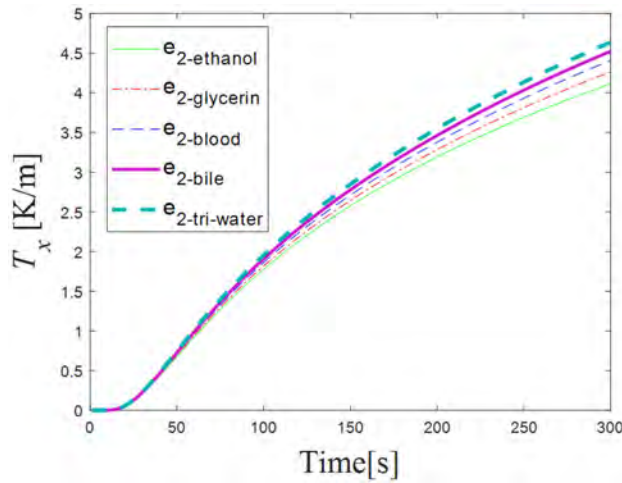


FIGURE 2. Theoretical temperature distribution  $T_x$  as function of time for values of thermal effusivity  $e_2$  of known liquids.

markedly different, therefore, this is the period of time where the thermal effusivity of the samples can be obtained.

The deflection angle  $\theta$  of the CLB in an acrylic TOS, produced by the change in the refractive index due to a thermal distribution, can be approximated according to the equation:

$$\theta(t) \approx \frac{L}{n} \frac{\partial n}{\partial T} T_x, \quad (2)$$

where  $\partial n/\partial T$  is the thermo-optical coefficient of the acrylic [17] ( $-1.05 \times 10^{-4}$  [K<sup>-1</sup>]),  $n$  is its refractive index (1.49),  $L$  is the length of the TOS (0.03 m), and  $T_x$  is determined from Eq. 1. We obtained the deflection angle of the CLB in the TOS produced by the application of a heat pulse of a  $Q = 194$  [W/cm<sup>2</sup>] for 300 s for the same values of  $e_2$  mentioned in Table II. Figure 3 shows the deflection angle obtained as function of the thermal effusivity at the time  $t = 300$  s.

As we can see from Fig. 3, it is possible to obtain a particular deflection angle for liquids within a range of effusivity between 600 [W s<sup>0.5</sup> m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>] and 1500 [W s<sup>0.5</sup> m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>] applying a small amount of energy and for a short period of time.

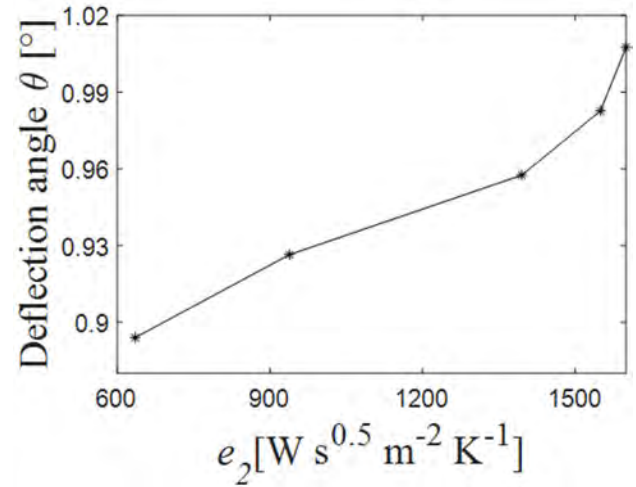


FIGURE 3. Deflection angle as function of the thermal effusivity at a fixed height of the TOS  $d = 6.5 \times 10^{-3}$  m.

## 2.1. Theoretical sensor response

To obtain the effusivity of liquid samples, we estimate the change of optical power due to the decoupling of the CLB, using an angle deflection sensor (ADS). The ADS is formed by input and output collimators connected to a laser source and a photodetector, respectively. The TOS is between the input and output aperture of the ADS as shown in Fig. 4A. As we explained early, the decoupling of the CLB at the output collimator is caused by the beam deflection due to the induced thermal distribution  $T_x$  when a heat source  $Q$  is applied. The change of optical power can be approximated with the integration of the deflecting CLB in the area of the output fiber core with respect to the time. Initially, we assume that the Gaussian CLB propagates along the optical axis of the device ( $z$ -direction) when there is no  $Q$  applied, and maximum power is detected. Then, when the  $Q$  is applied, there is a beam deflection according to Eq. 2, that depends on the thermal properties of the TOS and the thermal effusivity of the sample ( $e_2$ ), namely the unknown variable.

To estimate the power change due to the deflection angle, we estimate the deflection of the CLB of intensity  $I$  that is projected into a SMF-28 optical fiber core of diameter  $\phi_{core} = 8.2 \mu\text{m}$ . The projection of the angular deflection in the core is transduced to a lateral displacement ( $\delta_x$ ) in the  $x$ -direction of the propagated beam. A schematic of the sensor transduction is shown in Fig. 4B.

The diameter of the projected spot can be estimated with the equation:  $\phi_{spot} = 4\lambda f/\pi\phi_{col}$  where  $f$  is the focal length of the output collimator, and  $\phi_{col}$  is the diameter of the collimated beam incident on the output lens and  $\lambda$  is the wavelength of the laser source. Then, the waist radius projected in the core entrance of the optical fiber ( $W'_0$ ) can be calculated by:  $W'_0 = \lambda f/\pi w_0$ , where  $w_0$  is the original waist of the CLB. The lateral displacement  $\delta_x$  is then calculated straightforward as:  $\delta_x = f \cdot \tan(\theta)$ , where  $\theta$  is obtained from Eq. 2.

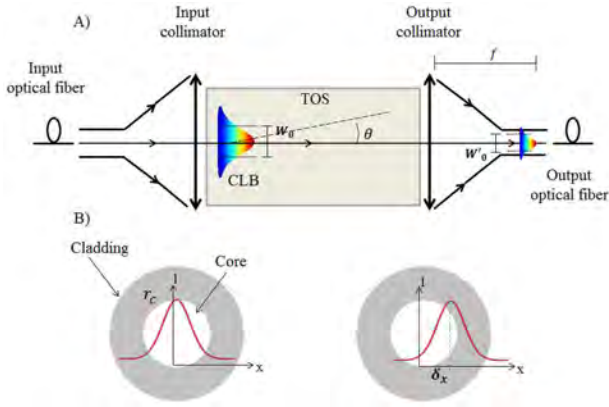


FIGURE 4. Schematic of A) the angle deflection sensor (ADS) and B) the beam displacement ( $\delta_x$ ) in the fiber optic entrance due to the angular deflection in the TOS.

Ultimately, to estimate the power change due to the lateral beam displacement, we calculate the overlapping of the fundamental propagation mode incident in the core entrance of the fibre optic using:

$$P_{out} = \int_{-r_c}^{r_c} \int_{-y}^y I e^{-((x-\delta_x)^2+y^2)/w_0'^2} dx dy, \quad (3)$$

where  $y = \sqrt{r_c^2 - x^2}$  and  $r_c$  is the fiber core radius. Since this function is symmetric in the  $y$ -axis and we assume that there is no displacement in this axis, we can re-write Eq. 3 as:

$$P_{out} = I w_0' \sqrt{\pi} \int_{-r_c}^{r_c} e^{-((x-\delta_x)^2+y^2)/w_0'^2} \times \text{erf} \left( \sqrt{\frac{\phi_{core}^2}{2} - x^2} \right) dx, \quad (4)$$

where  $I$  is the laser beam intensity of 1.1 mW, and the erf function is equivalent to  $\text{erf}(x) = (1/\sqrt{\pi}) \int_{-x}^x e^{-t^2} dt$ . Evaluating Eq. 4, with the same effusivity values for medium 2 used in the past section (see Table II), we obtain the theoretical response of the sensor, as shown in Fig. 5.

We can see from Fig. 5 that for higher values of  $e_{2-sample}$  we measure a lower  $P_{out}$ , like in the case of tridistilled-water, due to a decrease in the reflection coefficient  $R_{1,2}$ , and in consequence there is an increase of the thermal energy transfer from medium 1 to medium 2.

As said in the section before, it is possible to distinguish the curves for the different values of thermal effusivity for the periods of time between 140 s and 300 s of heating; therefore it is the period of time where the experimental values of effusivity are obtained.

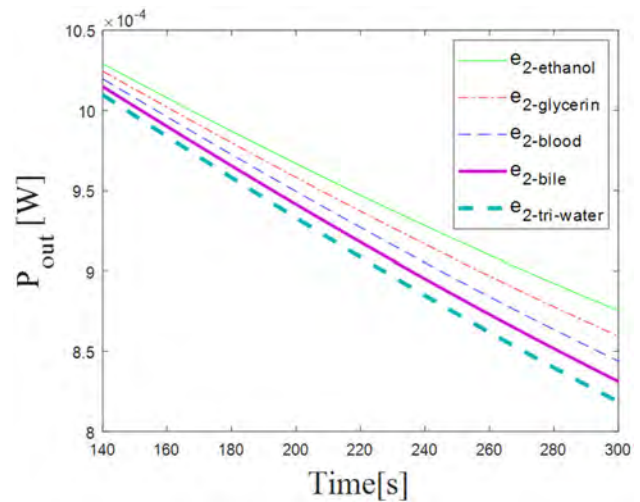


FIGURE 5. Theoretical response of the sensor for the values of thermal effusivity in Table I.

### 3. Experimental setup

To measure the angular deflection, we use a fiber optic ADS (Fig. 6) formed by a Thorlabs laser source at 1550 nm connected to a single mode optical fiber mounted in a factory-aligned Thorlabs U-bench model FBC-1550-FC with a transmittance  $\tau_{bench} = 90\%$ . The TOS is a  $0.03 \times 0.01 \times 0.01$  m acrylic slab placed at the U-bench aligned to the optical axis. For the TOS alignment, we used a three-axis micrometric mounting. The output power is measured with a Thorlabs P001188 photodetector. We used a thin black polymer layer at the bottom of the TOS illuminated by a halogen lamp as a heat source due to the absorption of photons by the photothermic effect. At the opposite side of the heat source we build an acrylic liquid container of dimensions  $0.03 \times 0.01 \times 0.05$  m.

This is a simplified version of the previous work where we had additional to the ADS a mobile heat source to find the critic angle. In this case we do not have to sweep a range of angles thus reducing the number of measurements.

Also, for each experiment the sensor and samples are thermalized to an initial temperature of  $25^\circ\text{C}$  assuring that each measurement starts at the same temperature. Then we apply a heat source of  $Q = 194 \text{ [W/cm}^2\text{]}$  monitoring the sensor output for 300 seconds, compared to previous measurements where we monitored the sensor for at least 1200 sec-

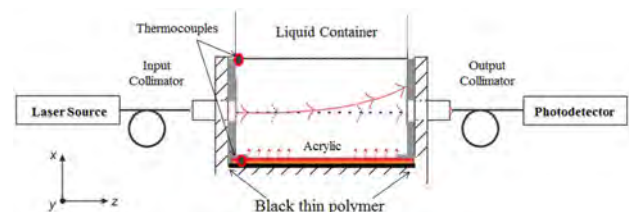


FIGURE 6. Schematic diagram of the sensor.

onds. To approximate the experimental condition of medium 2 to be considered as semi-infinite, we used samples of 1.5 g for filling the liquid container, which is 5 times taller than the TOS. We also monitored the temperature at the two interfaces of the TOS with the heat source and the sample during the entire experiment using two thermocouples. As a calibration method, we characterized the sensor response to tridistilled water and glycerol.

#### 4. Experimental results

To validate the proposed experimental method and as means of calibration, we corroborated the sensor response using the procedure described in the past section. The sensor response measured as the output power for 3 consecutive measurements of glycerol and tridistilled-water is shown in Fig. 7. The output power is normalized to the maximum power registered when there is no heat applied.

Using the theoretical model, we fitted the effusivity values of each sample, shown in dashed lines in Fig. 8, thus obtaining a thermal effusivity of

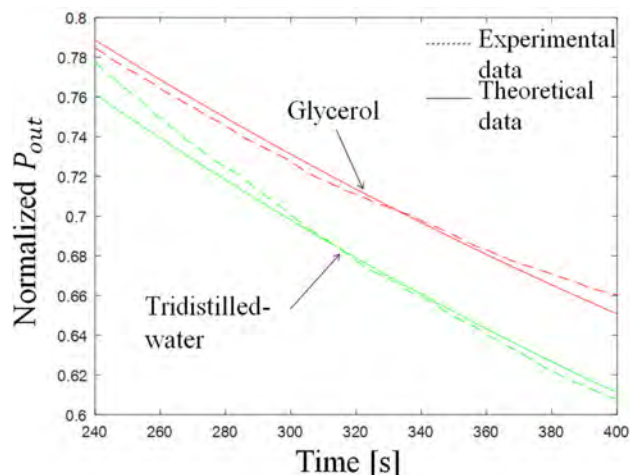


FIGURE 7. Sensor response to tridistilled-water and glycerol liquid samples. Dashed lines represent experimental values and solid lines represent theoretical values.

$$e_{2-tri-water} = 1650 \text{ [W s}^{1/2}\text{m}^{-2}\text{k}^{-1}\text{]}$$

for tridistilled water and

$$e_{2-glycerin} = 961 \text{ [W s}^{1/2}\text{m}^{-2}\text{k}^{-1}\text{]}$$

for glycerol. These values compared with those previously reported have a relative error of 4.7% and 3.8%, respectively.

Then, we characterized the response of the sensor for five different dissolutions of NaCl in tridistilled-water. The concentrations vary from 0 wt.% to 25 wt.% (see Table II). The curves in Fig. 8 show how the normalized power with respect to time as the response of the sensor to this samples.

We can see in Fig. 8 that effusivity of the sample  $e_{2-s}$  decreases as the concentration of NaCl increases, thus transferring less thermal energy between the TOS and the sample and producing a less changing thermal distribution.

The retrieved values of thermal effusivity and its uncertainty for the samples are summarized in Table III. For com-

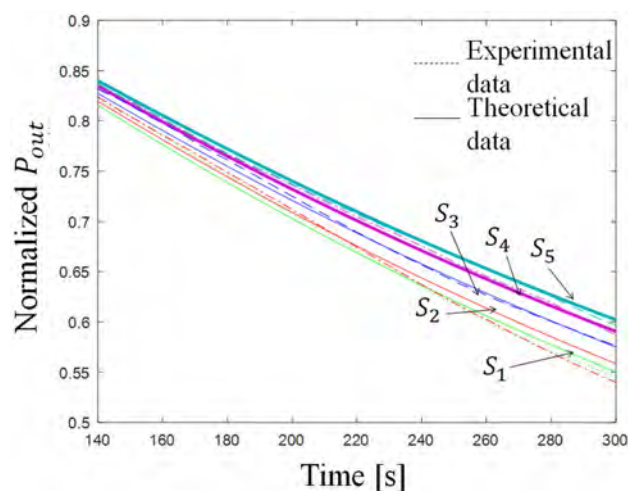


FIGURE 8. Sensor response for 5 different samples of NaCl-tridistilled water dissolutions (refer to Table I) with its best theoretical approximation. Dashed lines represent experimental values and solid lines theoretical values.

TABLE III. Description of the samples used in the experimental setup and the thermal effusivity values estimated in this work as well as the ones found in literature.

Sample	NaCl concentration (wt. %)	$e_{2-s}$	$e_{lit}$	Error (%)
		[W s <sup>1/2</sup> m <sup>-2</sup> k <sup>-1</sup> ] (this work)	[W s <sup>1/2</sup> m <sup>-2</sup> k <sup>-1</sup> ] (Reported values [15])	
S1	0	1650 ± 35	1570	7.3
S2	5	1570 ± 43	-	-
S3	10	1480 ± 34	1533	5.6
S4	20	1355 ± 43	1384	5.2
S5	25	1290 ± 30	-	-

parison purposes, we present the values reported in a previous work for NaCl-tridistilled water dissolutions for the NaCl concentrations of 0% wt., 10 wt.% and 20 wt.%.

For completeness purpose we also compared the obtained thermal effusivity values with the thermal effusivity estimated from the series mixing model for a binary mixture [18]. Considering the effective thermal conductivity to be:  $K_{eff} = vK_{NaCl} + (1 - v)K_{tri-water}$ , where  $v$  is the volume of NaCl in tridistilled water,  $K_{NaCl}$  is the thermal conductivity of NaCl and  $K_{tri-water}$  is the thermal conductivity of tridistilled water. Then the heat capacity per unit volume for the binary mixture is:  $\rho C_{eff} = (1 - v)(\rho C_{tri-water}) + v(\rho C_{NaCl})$ , where  $\rho C_{tri-water}$  is the density times the heat capacity of the tridistilled-water and  $\rho C_{NaCl}$  is the density times the heat capacity of the NaCl. Finally, to obtain the effective effusivity of the binary mixture we have that:  $e_{eff} = \sqrt{K_{eff} \cdot \rho C_{eff}}$ .

If we consider  $K_{tri-water} = 0.59$  [W/K m],  $K_{NaCl} = 0.44$  [W/K m],  $\rho_{tri-water} = 997$  [Kg/m<sup>3</sup>],  $\rho_{NaCl} = 2165$  [Kg/m<sup>3</sup>],  $C_{tri-water} = 4180$  [J/K Kg], and  $C_{NaCl} = 880$  [J/K Kg], we obtain a maximum relative error of 8.5%, compared to the measured effusivity values.

The values obtained using this optical device show good agreement with those of the literature with a maximum error of 7.3%, as well as the binary mixture solution, validating this technique to obtain the thermal effusivity of liquid samples. The proposed optical device to obtain the thermal effusivity of liquid samples is suitable to characterize thermal effusivity of dissolutions with concentrations which vary in at least

5% of the solute. The photo-thermal device response could be improved by increasing the heat applied that also can diminish the response time, however, special attention should be paid to some samples that could be altered.

## 5. Conclusions

A simplified photo-thermal device to estimate the thermal effusivity of liquids has been proposed and validated for water and glycerol. The configuration used allows us to obtain the thermal effusivity of liquids reducing the number of measurements. We also demonstrated the use of the proposed technique to characterize thermal effusivity of homogeneous dissolutions of NaCl in tridistilled-water with a maximum relative error of 7.3%. The proposed device has the advantage of inducing minimal alteration to samples, since we indirectly heat each sample; we also reduced the experiment time in which we obtain the thermal properties thus reducing the time in which the samples are submitted to heating. Moreover, the pumping beam conventionally used for heating in the optical beam deflection technique is replaced by a non-coherent light source, thus, the effect of the local heating is highly diminished.

## Acknowledgments

We acknowledge financial support through projects PAPIIT IT100515 from Dirección General de Asuntos del Personal Académico, Universidad Nacional Autónoma de México.

- 
1. K. Ziouche, P. Godts, Z. Bougrioua, C. Sion, and T. Lasri, *D. Leclercq. Sen. and Act. A: Phys.* **164** (2010) 12.
  2. S. Sarkar *et al.*, *Ann. of Bio. Eng.* **39** (2011) 1745.
  3. I. Craciunescu, E. Howle, and T. Clegg, *Int. J. of Hyperthermia* **15** (2009) 6.
  4. Y. Cheng, C. Chang, Y. Chung, J. Chien, J. Kuo, W. Chen, P. Chen, *Sen. and Act. A: Phys.* **135** (2007) 2.
  5. G. Taher and Y. Nouredine, *Europ. Phys. J. Spec. Top.* **153** (2007) 1.
  6. M. Villagrán-Muniz, H. Sobral, R. Navarro-González, *Meas. Sci. and Technol.* **14** (2003) 5.
  7. O. Gómez *et al.*, *Rev. Sci. Instrum.* **74** (2003) 750.
  8. A.M. Gillikin and R.A. Palmer, *Rev. Sci. Instrum.* **74** (2003) 350.
  9. T. Demko, R. Hostler, R. Abramson, *Rev. of Sci. Instrum.* **79** (2008) 044902.
  10. P. Dixon, J. Starlingm, N. Jordan, C. Howell, *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009) 173601.
  11. J. Opsal, A. Rosencwraig, L. Willenborh, *Appl. Opt.* **22** (1983) 3169.
  12. E. Sandoval-Romero, A. García-Valenzuela, C. Sánchez-Pérez, J. Hernández-Cordero, K. Muratikov, *Rev. Sci. Instrum.* **78** (2007) 104901.
  13. E. Gutierrez-Herrera, C. Sánchez-Pérez, C. García-Cadena, J. Hernández-Ruiz. *In proceedings of SPIE Optical + Applications*, San Diego, California, **9609** (2015) 960913.
  14. C. Sánchez-Pérez, A. De León-Hernández, C. García-Cadena, *Rev. Sci. Instrum.* **88** (2017) 084901.
  15. M.N. Pop, *Int. J. of Therm. Sci.* **104** (2016) 112.
  16. L. McIntosh and V. Anderson, *Biophys. Rev. Lett.* **05** (2010) 129.
  17. D. Lytle, *Handbook of Optics*, **Vol. 2**. (McGraw-Hill, New York 1995), P. 7.9.
  18. J.A.P. Lima *et al.*, *Appl. Phys. B* **73** (2001) 151.

# Optical device for thermal diffusivity determination in liquids by reflection of a thermal wave

C. Sánchez-Pérez, A. De León-Hernández, and C. García-Cadena

*Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México AP 70-186, 04510, México*

(Received 29 October 2016; accepted 31 July 2017; published online 18 August 2017)

In this work, we present a device for determination of the thermal diffusivity using the oblique reflection of a thermal wave within a solid slab that is in contact with the medium to be characterized. By using the reflection near a critical angle under the assumption that thermal waves obey Snell's law of refraction with the square root of the thermal diffusivities, the unknown thermal diffusivity is obtained by simple formulae. Experimentally, the sensor response is measured using the photothermal beam deflection technique within a slab that results in a compact device with no contact of the laser probing beam with the sample. We describe the theoretical basis and provide experimental results to validate the proposed method. We determine the thermal diffusivity of tridistilled water and glycerin solutions with an error of less than 0.5%. *Published by AIP Publishing.* [<http://dx.doi.org/10.1063/1.4998983>]

## I. INTRODUCTION

Thermal diffusivity is one of the most important properties where characterization of materials involved in thermal transient response for several applications is essential. Various techniques have been proposed to measure thermal diffusivities. The most often used are based on thermistor probes that are inserted into the sample; these probes are used as a heat source as well as a temperature sensor<sup>1</sup> resulting in invasive methods. Non-contact optical techniques that are non-invasive have been proposed principally in photoacoustic<sup>2</sup> and infrared detection.<sup>3,4</sup> More simple systems have been proposed using the reflective thermal lens technique, where the diffusivity of liquids is determined by analyzing a probe beam that is modified by the thermal lens effect produced by a laser pump applied to a surface in contact with the sample.<sup>5</sup> There are another proposals incorporating compact measuring devices that employ relatively specialized instrumentation such as the lock-in technique often based on the thermal wave resonator,<sup>6,7</sup> or the interesting approach which uses pyroelectric measurements to determine the diffusivity of liquids with the excitation of thermal waves by the absorption of electromagnetic energy and the measurement of the amplitude and phase of the pyroelectric voltage proportional to the average temperature in the sample.<sup>8</sup>

The optical beam deflection (OBD) technique applied to thermal properties' determination has been widely used in different configurations for measuring the optical reflectance<sup>9</sup> or the optical transmittance and scattering,<sup>10</sup> as well as in the laser induced thermal grating technique where the interference of two lasers is used to induce a spatially periodic temperature distribution and a third laser used as a probing laser to determine the diffraction angle in liquid solutions.<sup>11</sup> In these photothermal techniques despite of the non-contact advantage, the sample is directly irradiated by a pump laser source as a heat source, resulting in possible damaging of the samples since heat is punctually produced. Moreover the angular detection outcomes in non-integrated devices limit its

application to research laboratory use. A different approach in OBD techniques has been proposed in which the probing beam deflects into a transparent solid slab used to characterize the spectrum of the absorbance of an opaque film heated by a non-coherent light source.<sup>12</sup> Also the OBD technique was applied to determine thermal diffusivity of liquids in a compact device using a film resonator angle sensor<sup>13</sup> and later incorporating an optical fiber angle sensor.<sup>14</sup>

In determination of thermal properties, some theoretical and experimental studies present the interpretation of harmonic transient heat conduction of Fourier's law by the mathematical representation of diffusive thermal waves that have been reported as a well approximation in problems involving the reflection and refraction of these thermal waves.<sup>15</sup> An experimental work aimed to prove the reflection and refraction of plane thermal waves at an interface was proposed, where measurements were done by the classical OBD technique in free space.<sup>16</sup> Later, a theoretical work was developed in which the maximum value of the reflection coefficient for the oblique incidence of plane thermal waves at an interface of two media was obtained at the critical angle from which the thermal diffusivity could be obtained<sup>17</sup> although measurements were not presented.

In this work, we present an extension of the OBD fiber optic integrated device<sup>14</sup> for thermal diffusivity determination using the oblique reflection of a thermal wave into a solid slab that is in thermal contact with the liquid medium to be characterized. By using the reflection near the critical angle considering that thermal waves obey Snell's law of refraction,<sup>17</sup> we determine the thermal diffusivity of tridistilled water and solutions of glycerin at very low concentrations.

## II. HARMONIC THERMAL WAVES

Let us consider harmonic thermal waves in an isotropic and homogeneous solid medium produced by a time periodic heat source of amplitude  $Q_0$  that oscillates at the angular

frequency ( $\omega$ ) as  $Q = Q_0/2(1 + \cos(\omega t))$  with  $t$  representing the time. Considering heat is uniformly applied at one of its surfaces in the  $x$  direction, we can find the temperature distribution  $T$  by solving the unidimensional Fourier's equation for the harmonic heat conduction in the non-stationary case using the representation of plane thermal waves<sup>16</sup>  $T(x, t) = \text{Re} [\widetilde{T}_\omega(x, \omega) \exp(i\omega t)]$  with  $\widetilde{T}_\omega$  being an unknown function determining the spatial dependence of the thermal wave. In this case, the solution is of the form<sup>18</sup>

$$\widetilde{T}_\omega = \frac{D^{1/2} Q_0}{2k\sqrt{\omega}} \exp\left(-\frac{x}{\alpha}\right) \exp\left[-i\left(\frac{x}{\alpha} - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\right]. \quad (1)$$

In this equation,  $D$  is the thermal diffusivity,  $k$  is the thermal conductivity, and  $\alpha = \sqrt{2D/\omega}$  is the thermal diffusion length. Since the periodic heat is applied as a step pulse of the form  $Q_s(t) = Q$  for  $t \geq 0$  and  $Q_s(t) = 0$  for  $t < 0$ , one must also consider the temperature distribution  $\widetilde{T}_s$  due to the heat step pulse,<sup>18</sup>

$$\widetilde{T}_s = -\frac{Q_0}{k} \left[ 1 - \text{erf}\left(\frac{x}{2} \sqrt{\frac{1}{Dt}}\right) \right], \quad (2)$$

with  $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-u^2) du$  being the error function. Under these assumptions, the total temperature distribution is obtained by adding the two solutions  $\widetilde{T} = \widetilde{T}_\omega + \widetilde{T}_s$ .

The oscillatory solution  $\widetilde{T}_\omega$  [Eq. (1)] has the form similar to that of a plane wave. Although this thermal wave is not formally a wave and some precautions should be taken for the interpretation of its propagation as it has been widely discussed.<sup>19,20</sup> Its spatial behavior  $\exp((1+i)/\alpha)x$  depends on the thermal diffusion length ( $\alpha$ ) that represents the distance at which the amplitude of the wave decays  $e$  times; thus the thermal wave propagates as an attenuated wave that also depends on the frequency  $\omega$  of oscillation of the heat source. Additionally, in Eq. (1), the term  $(x/\alpha + \pi/4)$  will produce a phase-lag between the thermal excitation and the response of the sample.

### A. Thermal wave reflection and refraction at a plane interface

When the plane thermal wave is applied at the interface separating two media of thermal diffusivity  $D_1$  and  $D_2$  and thermal conductivity  $k_1$  and  $k_2$ , respectively, it generates a reflected wave and a refracted wave as shown in Fig. 1. Let us consider the incidence of the plane thermal wave ( $\widetilde{T}_i$ ), perpendicular to the plane  $yz$  at  $x = 0$ , at oblique incidence with an angle  $\beta_i$  with respect to the normal at the interface,<sup>18</sup>

$$\widetilde{T}_i = E \exp(-\sigma_1 \cos \beta_i x - \sigma_1 \sin \beta_i z) \exp(i\omega t). \quad (3)$$

The expressions for the reflected ( $\widetilde{T}_r$ ) and transmitted ( $\widetilde{T}_t$ ) waves can be written as

$$\widetilde{T}_r = Er\widetilde{T} \exp(\sigma_1 \cos \beta_r x - \sigma_1 \sin \beta_r z) \exp(i\omega t) \quad (4)$$

and

$$\widetilde{T}_t = Et\widetilde{T} \exp(-\sigma_2 \cos \beta_t x - \sigma_2 \sin \beta_t z) \exp(i\omega t), \quad (5)$$

where  $E$  is the amplitude of the thermal wave.  $r$  and  $t$  are the reflection and transmission coefficients.  $\sigma_{1(2)} = \sqrt{i\omega/D_{1(2)}}$  is

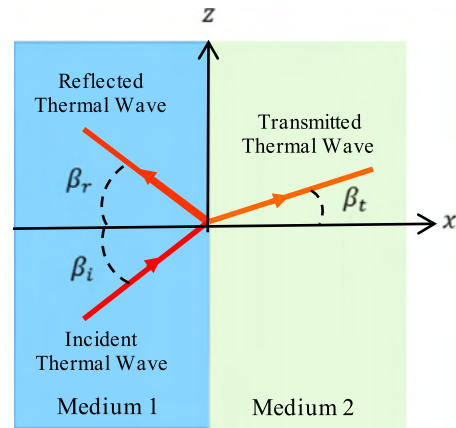


FIG. 1. Reflection and refraction of a thermal wave at a plane interface.

the wave number of medium 1 or medium 2.  $\beta_r$  and  $\beta_t$  are the angles of the reflected thermal wave and the transmitted thermal wave. To calculate the field  $\widetilde{T}_1$  in medium 1, one must take into account the superposition of the incident thermal wave and the reflected wave; while in the medium 2, the contribution is only that of the transmitted thermal wave, expressed as

$$\widetilde{T}_1 = \widetilde{T}_i + \widetilde{T}_r, \quad (6)$$

and

$$\widetilde{T}_2 = \widetilde{T}_t. \quad (7)$$

Assuming that medium 1 and medium 2 are in perfect thermal contact, the temperature field as well as the heat flux must be continuous at the interface at  $x = 0$ , so that thermal boundary conditions of continuity for the temperature  $\widetilde{T}_1 = \widetilde{T}_2$  and heat flux  $k_1 \frac{\partial \widetilde{T}_1}{\partial x} = k_2 \frac{\partial \widetilde{T}_2}{\partial x}$  apply from which the thermal Snell's relations for reflection and refraction of the thermal wave are found,

$$\beta_i = \beta_r, \quad (8a)$$

and

$$\frac{1}{\sqrt{D_1}} \sin \beta_i = \frac{1}{\sqrt{D_2}} \sin \beta_t. \quad (8b)$$

Applying Eqs. (8) to Eqs. (6) and (7), one can obtain the real component for the reflection ( $r$ ) and transmission ( $t$ ) coefficients,

$$r = \frac{\eta_1 \cos \beta_i - \eta_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}}{\eta_1 \cos \beta_i + \eta_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}} \quad (9)$$

and

$$t = \frac{2\eta_1 \cos \beta_i}{\eta_1 \cos \beta_i + \eta_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}}, \quad (10)$$

with the thermal parameters  $\eta_1 = k_1/\sqrt{D_1}$  and  $\eta_2 = k_2/\sqrt{D_2}$ .

It is straight forward to observe from Eq. (9) that there is a maximum value for  $r$  given at the so-called critical angle ( $\beta_c$ ) as in the reflection of an optical wave; thus for  $dr/d\beta_i = 0$ ,  $\beta_i = \beta_c$  given by

$$\beta_c = \sin^{-1} \sqrt{\frac{D_1}{D_2}}. \quad (11)$$



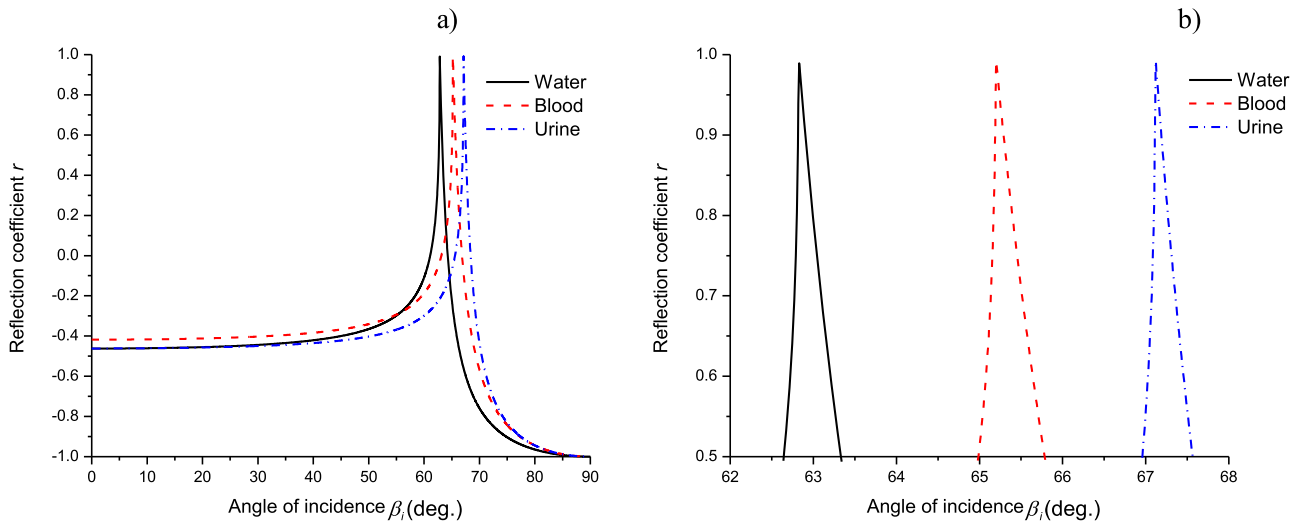


FIG. 2. Reflection coefficient ( $r$ ) as a function of the angle of incidence  $\beta_i$  for an interface of acrylic in medium 1 and water, blood, and urine as medium 2 for (a)  $0 \leq \beta_i \leq 90^\circ$  and (b)  $62 \leq \beta_i \leq 68^\circ$ .

To accomplish the condition of the critical angle, one must consider that thermal diffusivity of the incident medium must be lower than that of the emergent medium ( $D_1 < D_2$ ) in order Eq. (11) to be determined. When thermal waves reflect, its amplitude is always lower to that of the incident wave yielding to an attenuated total reflection phenomenon, even at the critical angle where the reflection coefficient has its maximum value  $r = 1$  (see Fig. 2). This is due to the diffusive characteristic of the thermal waves. We calculate the reflection coefficient ( $r$ ) as a function of the incidence angle ( $\beta_i$ ) for different values of the thermal parameters  $\eta_1$  and  $\eta_2$  as resumed in Table I. We consider thermal properties of acrylic<sup>21</sup> for medium 1, while for the medium 2, we take into account three liquids of known thermal properties: tridistilled water,<sup>22</sup> blood, and urine selected to accomplish the condition of the critical angle ( $D_1 < D_2$ ). Thus the thermal parameter  $\eta_1$  is kept constant, while  $\eta_2$  varies according to the values of  $k_2$  and  $D_2$ .

Results are plotted in Fig. 2(a) where one can observe that  $r$  slowly increases for lower values of  $\beta_i$  and becomes maximal at a certain angle ( $\beta_c$ ) to rapidly decrease after this value, also the critical angle shifts to higher values as the thermal parameter  $D_2$  is lower. Figure 2(b) displays the reflection coefficient  $r$  around the zone corresponding to their maximal values from which the critical angle for the liquids considered is  $\beta_{c,w} = 62.82^\circ$ ,  $\beta_{c,b} = 65.42^\circ$ , and  $\beta_{c,u} = 67.43^\circ$  for tridistilled water, blood, and urine,<sup>23</sup> respectively. These values correspond to those calculated using Eq. (11) and resumed in Table I. Also for the three liquids considered, the critical angle can be found with an angular resolution better than  $0.1^\circ$  and the range in which the critical angle is found is of some degrees.

Using this condition of the critical angle, a device to characterize the reflection of a thermal wave for different angles of incidence on an interface separating two media in thermal contact can be designed. Thus, by determining the critical angle when the reflection is maximal, the thermal diffusivity of one of the media, in this case,  $D_2$  may be calculated, being the other media of known thermal properties,

$$D_2 = \frac{D_1}{\sin^2 \beta_c}. \quad (12)$$

In Sec. II B, we present how the reflection of a thermal wave integrated in a solid slab could be applied to characterize the reflection of a thermal wave and how this principle can be used to propose a compact and reliable system to characterize the thermal diffusivity of liquids and mixtures.

## B. Thermal wave reflection within a solid slab

The reflection of a thermal wave into a solid slab of dimensions  $d \times L \times l$  (medium 1) in contact with the medium to be characterized (medium 2) at one of its faces is shown in the schematic of Fig. 3. The plane harmonic thermal wave in Fig. 3(a) initially arrives from the external medium 0 to the solid slab with an angle  $\beta_{i,ext}$  with respect to the normal to the external interface ( $x$ -direction) and then it refracts into the slab with an angle  $\beta_i = \sin^{-1} \left[ \left( \frac{\sqrt{D_1}}{\sqrt{D_0}} \right) \sin \beta_{i,ext} \right]$ . The thermal wave arrives with an angle  $\beta_{i,int}$  at the internal interface, separating medium 1 and medium 2, to partially be reflected and refracted into medium 2. When the thickness of the slab ( $d$ ) is higher than the thermal diffusion length  $\alpha$ , there

TABLE I. Thermal data for reflection coefficient and critical angle calculation.

Medium 2	$D_1 \times 10^{-6}$ (m <sup>2</sup> /s)	$D_2 \times 10^{-6}$ (m <sup>2</sup> /s)	$k_1$ (W/mK)	$k_2$ (W/mK)	$\eta_1$ (Ws <sup>1/2</sup> /m <sup>2</sup> K)	$\eta_2$ (Ws <sup>1/2</sup> /m <sup>2</sup> K)	$\beta_c$ (deg)
Water	0.110	0.139	0.19	0.58	573	1558	62.82
Blood	0.110	0.133	0.19	0.51	573	1396	65.42
Urine	0.110	0.129	0.19	0.56	573	1556	67.43

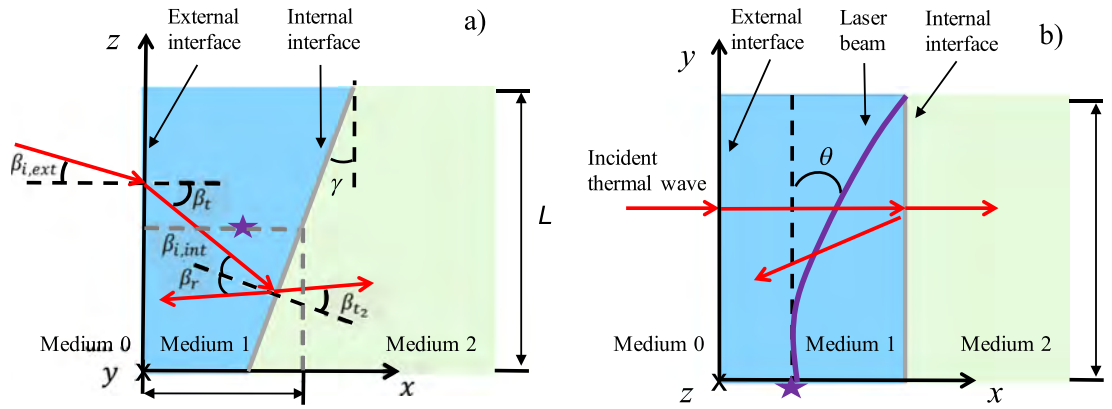


FIG. 3. Schematic of the reflection and transmission of a plane thermal wave at oblique incidence in a solid slab. Star symbol represents the laser probing beam in (a) lateral view and (b) upper view.

is no interference due to the fact that reflected thermal waves heavily damp and the phase difference with incident thermal wave became negligible. Let us consider the incidence at the internal interface being at the critical angle ( $\beta_{i,int} = \beta_c$ ) given by Eq. (11) in order to determine the thermal diffusivity of medium 2 by Eq. (12), since in most of the practical cases the external medium would be air of thermal diffusivity commonly higher than that of most of the solid materials; the first refraction at the external interface will limit the angular range in which the angle  $\beta_{i,int}$  could vary at the internal interface; thus, we consider the internal interface with an initial angle of inclination  $\gamma$ . Under this configuration, the incident angle at the internal interface is  $\beta_{i,int} = \gamma - \beta_r$ ; hence one may consider the inclination  $\gamma$  to be close to an initial guessed value for the critical angle, in order to find a sharp signal by changing the angle of incidence of the heat source within some degrees to experimentally find  $\beta_c$  and then obtain the thermal diffusivity of aqueous solutions of unknown thermal properties.

In the proposed technique, we utilize a laser probing beam propagating in the  $y$ -direction in medium 1 represented by the star symbol in Fig. 3(a) perpendicularly to the plane of incidence of the thermal wave, near the internal interface to characterize the reflection of the thermal wave at different

angles of incidence of the heat source. When harmonic heat is applied at the external interface, the spatial distribution of the temperature ( $\tilde{T}_{1,x}$ ) at the path of the probing beam will produce its deflection by a certain angle  $\theta$ , as shown in Fig. 3(b), towards the internal interface that is at the lower temperature, according to the optical beam deflection (OBD) method. The deflection of the probing beam depends on the optical properties of the slab as well as the spatial distribution of temperature  $\tilde{T}_{1,x}$  along the beam probing path inside the slab.<sup>13</sup> To accomplish the condition for unidirectional heat flux along the  $x$ -direction, we use a slab (see Fig. 3) of  $d = 5$  mm,  $L = 27$  mm, and  $l = 30$  mm with the up and down faces (at  $z = 0$  and  $z = L$ ) and the two lateral faces (at  $y = 0$  and  $y = l$ ) thermally isolated. As the deflection of the probing beam depends on the temperature distribution in medium 1 that will be modified by the reflection of the thermal wave at the internal interface as the angle of incidence of the heat source changes, we calculate the term  $\tilde{T}_{1,x}$ , using Eqs. (6), (3), and (4), for a thermal wave oscillating at the angular frequency  $\omega = 1$  rad  $s^{-1}$ . At this frequency, the thermal diffusion length  $\alpha = 0.47$  mm being lower than the thickness  $d$ ; thus there is no interference into the slab. In Fig. 4, we show the heat flux associated to  $\tilde{T}_{1,x}$  according to the Fourier law ( $q = -k_1 \tilde{T}_{1,x}$ ) for the first case in Table I, corresponding to the thermal properties of acrylic for

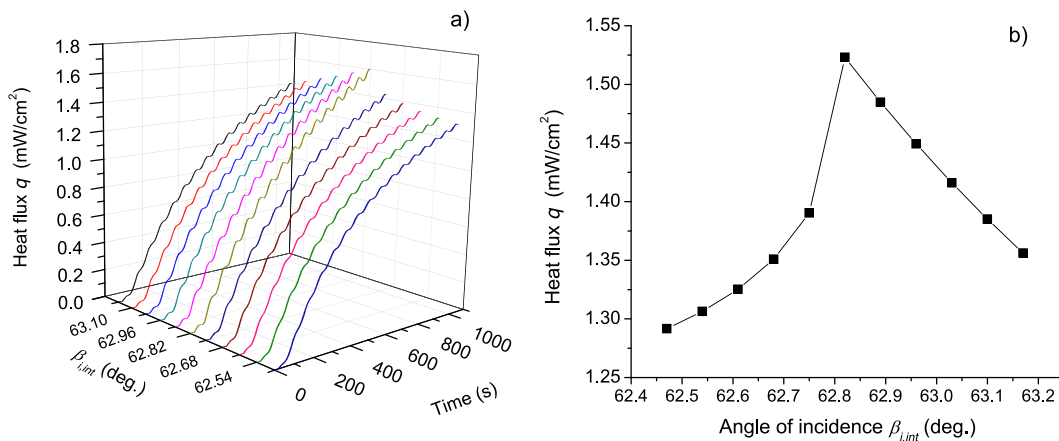


FIG. 4. Heat flux on medium 1 (acrylic) for tridistilled water on medium 2 at the central position of the slab where the probing beam propagates for (a) transient behavior for different values of the internal incident angle  $\beta_{int}$  and (b) heat flux at time  $t = 900$  s as a function of the internal incident angle.

medium 1 and tridistilled water for medium 2 at the central position of the slab ( $0.5d$ ,  $0.5L$ ) for different angles  $\beta_{i,int}$ .

As it can be seen in Fig. 4(a) the heat flux ( $q$ ) increases as a function of time for all values of  $\beta_{i,int}$ , but there is a marked decrease around the value of  $\beta_{i,int} = 62.82^\circ$ . This effect is most clear in Fig. 4(b) in which we plotted  $q$  as a function of  $\beta_{i,int}$  at time  $t = 900$  s, it can be seen that  $q$  is maximum for  $\beta_{i,int} = \beta_c = 62.82^\circ$ , and then it gradually diminishes as  $\beta_{i,int}$  increases. This is due to the fact that the reflected thermal wave can be seen as a hot wall from the internal interface to the external interface producing the decay of heat flux in medium 1.

### III. EXPERIMENTAL RESULTS

To experimentally obtain thermal diffusivity of liquids using the reflection of a thermal wave in a slab, we assembled the setup shown in Fig. 5. We characterized the thermal behavior by measuring the deflection of a probing laser beam travelling into an acrylic slab (medium 1) in contact with a container in which the liquid to be characterized is placed (medium 2). As shown in Fig. 5(a), the harmonic heat source is generated by an absorbing black polymer coat illuminated by a halogen lamp. We use a mechanical chopper to modulate the heat in frequency and a rotary stage with a resolution of  $1^\circ$  to modify its angle of incidence  $\beta_{i,ext}$ , measured from the normal to the external interface in the  $x$ -direction (thermal axis), that allows a resolution scanning of the internal angle of incidence  $\delta\beta_{i,int} = 0.07^\circ$ . Heat diffuses towards the opposite face of the slab that is in contact with the liquid sample, where the thermal wave partially reflects back to the slab and refracts to the liquid medium [Fig. 5(a)]. The thermal device is fabricated by manufacturing a block of acrylic with a jet CNC machine resulting in a hollow cavity with the inclination  $\gamma$  assembled together with the slab. We measure the deflection angle of the probing beam by using an intensity modulated angle sensor formed by two fiber-collimator ensembles, both aligned to the direction of propagation of the laser probing beam establishing the optical axis (details of this setup can be seen in Ref. 14). A diode laser at the wavelength  $\lambda = 1550$  nm

is connected by a single mode fiber (SMF) to the input collimator to launch light into the thermal device and then light is collected by the output collimator connected by an SMF to a Si photodetector for power measuring by a computer [Fig. 5(b)]. The position of the thermal device is initially adjusted by placing their faces in the  $y$ -axis perpendicular to the optical axis that is also perpendicular to the thermal axis, in order to avoid any initial deviation of the laser beam. In this way, we register the maximum power at the beginning of the test then when heat is applied; the laser beam deflects from the optical axis causing a diminution of the optical output power detected. When heat is turned off, the laser beam returns to its initial position; thus the detected power increases until recovering its initial value.

To characterize the thermal diffusivity of liquids, we use tridistilled water as the test sample. We designed the thermal device to allow the scanning of the angle  $\beta_{i,int}$  around the critical angle  $\beta_{c,w} = 62.80^\circ$  for an interface acrylic-tridistilled water. Considering that the first refraction of the thermal wave comes from air (medium 0) of thermal diffusivity  $D_{air} = 21.67 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ <sup>24</sup> to the acrylic slab, the range in which the angle of refraction can vary is  $0 \leq \beta_t \leq 4.08^\circ$ ; therefore, the device was designed with an angle of inclination  $\gamma = 63.5^\circ$ . Under these conditions, the range of thermal diffusivities that can be measured with this device is  $0.1373 \leq D \leq 0.1483 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  given by the scanning in the internal angle  $59.4 \leq \beta_{i,int} \leq 63.5^\circ$ .

We characterize the sensor response for different angles of external incidence ( $\beta_{i,ext}$ ) of the heat source for tridistilled water placed in the container. We register the output power during 20 s and then apply heat at an angular frequency  $\omega = 0.11 \text{ rad s}^{-1}$ , during 1000 s. The thermal device has the same dimensions used for calculation in Sec. II B, thus  $\alpha \ll d$ . In Fig. 6(a), we plot the detected output power normalized to the maximal value (without heat applied) as a function of time for different values of  $\beta_{i,int}$  from  $63.24^\circ$  to  $62.75^\circ$ . As one can observe, the power diminishes as time passes meaning that the deflection of the laser beam is greater as a consequence of the gradual increase of the heat flux in the slab. As expected in these diffusion problems, the change in the beam path is

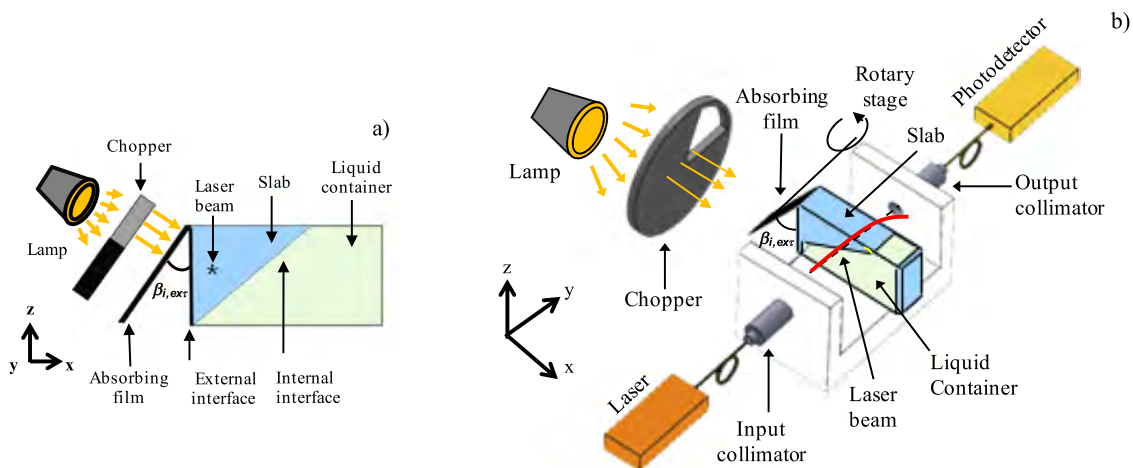


FIG. 5. Experimental setup for the thermal diffusivity characterization of liquids for (a) lateral view for the thermal device and (b) upper view for the complete setup.

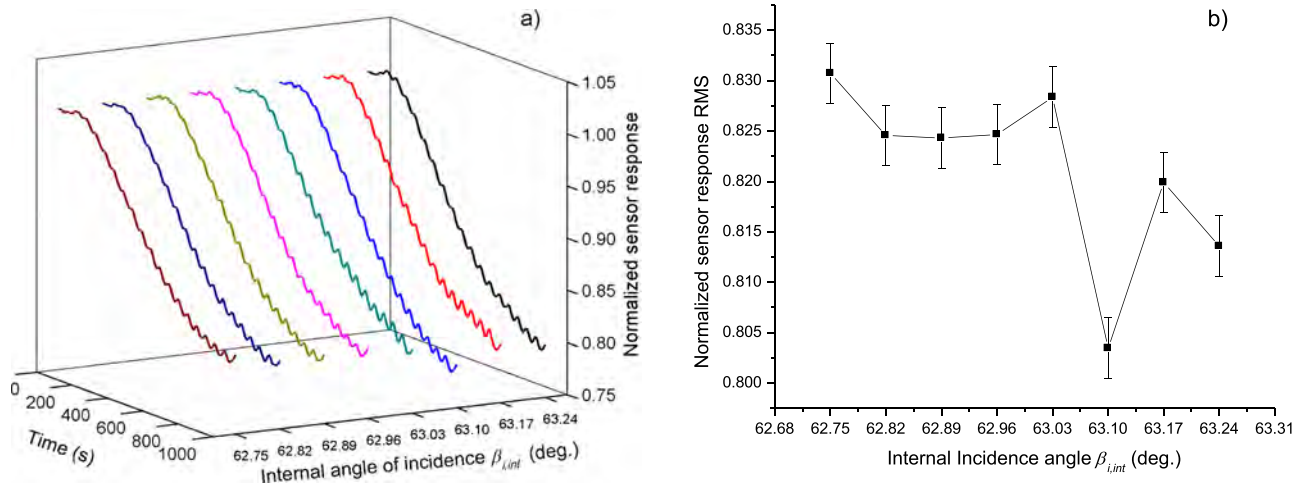


FIG. 6. Experimental results for tridistilled water as the test sample. (a) Normalized sensor response as a function of time for different values of the internal incident angle  $\beta_{i,int}$  and (b) RMS values of the normalized sensor response for the last 300 s as a function of the internal incident angle  $\beta_{i,int}$ .

minimal until 500 s elapsed. After that, the temporal variation of the detected power is different for all the angles considered in measurements; the higher the angle, the less the difference in the sensor response. However, this behavior is different for the value of  $\beta_{i,int} = 63.10^\circ$ . We calculated the RMS value of the normalized sensor response for the last 300 s, when sensitivity is better, as a function of the angle  $\beta_{i,int}$ . In Fig. 6(b), we display the mean value of five measurements and its uncertainty. One can assume that for the angle  $\beta_{i,int} = 63.10^\circ$  the reflection of the thermal wave is higher as shown in Fig. 4; thus heat flux increases in the slab at the position where the probing beam propagates, generating a higher temperature gradient so the beam further deflects, and in consequence the detected sensor response is lower than that registered for the other values of  $\beta_{i,int}$ . Assuming that  $\beta_{c,w exp} = 63.10 \pm 0.07^\circ$ , we calculate using Eq. (12) the thermal diffusivity of tridistilled water  $D_{w,exp} = 0.1383 \pm 0.00001 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  that compared to the value ( $D_w$ ) used in calculations gives a relative error of  $0.5\% \pm 0.01\%$ .

We also characterized the thermal diffusivity of glycerin (99.9% purity) solutions in tridistilled water at different concentrations ( $p$ ) of 0.8 wt. % (S1), 1.2 wt. % (S2), and 1.6 wt. % (S3) using the proposed method. We measured the output sensor response during 1000 s for different angles  $\beta_{i,int}$  varying in steps of  $\Delta\beta_{i,int} = 0.07^\circ$ , and then we calculate the RMS value of the normalized sensor response. In Fig. 7(a), we show the RMS value of the normalized sensor response for samples S1, S2, and S3 for the last 300 s, as did in the results above. It is worth to note that the critical angle shifts to higher values as the concentration of glycerin in solutions is higher. In Fig. 7(b), we plotted the retrieved critical angle as a function of the concentration that has a linear dependence as we measure very low concentrations. From the critical angle values, we calculate the thermal diffusivity for the three concentrations as  $D_{S1} = 0.1379 \pm 0.00001 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ,  $D_{S2} = 0.1377 \pm 0.00001 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , and  $D_{S3} = 0.1375 \pm 0.00001 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , respectively. To demonstrate consistency in our method, we compare the retrieved thermal diffusivity of the solutions with

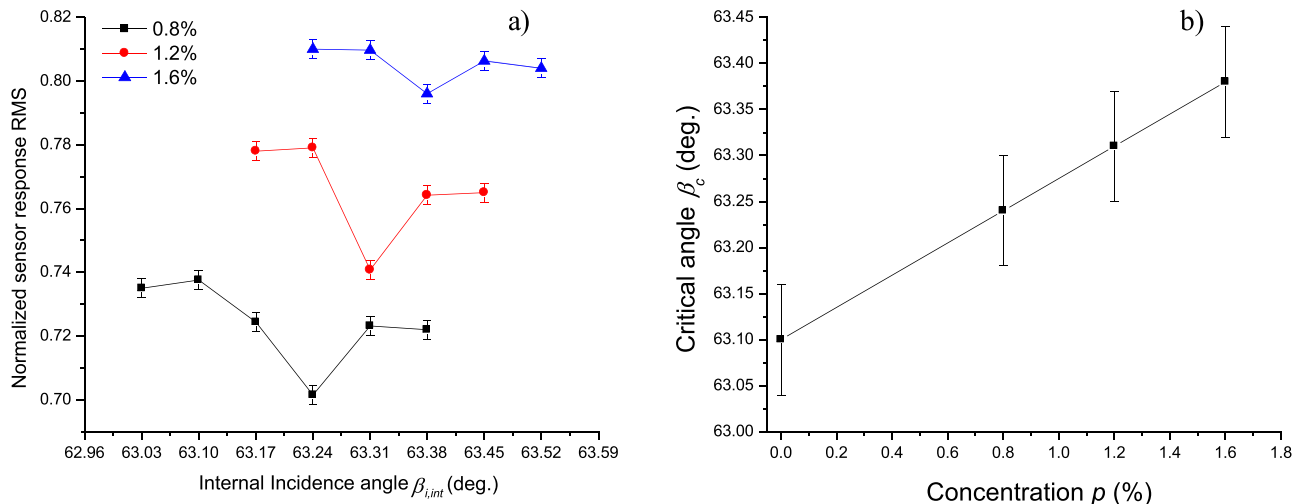


FIG. 7. Experimental results for glycerin in tridistilled water solutions. (a) RMS values of the normalized sensor as a function of the internal incident angle  $\beta_{i,int}$  for different concentrations in weight of glycerin in tridistilled water solutions and (b) the retrieved critical angle as a function of the concentration.

the thermal diffusivity estimated from the series mixing model for a binary mixture<sup>25</sup> using the effective thermal conductivity  $k_{mix} = pk_g + (1 - p)k_w$  and the heat capacity per unit volume  $\rho c_{mix} = p\rho_g c_g + (1 - p)\rho_w c_w$  that yields  $D_{mix} = [pk_g + (1 - p)k_w]/[pk_g/D_g + (1 - p)k_w/D_{w,exp}]$ . Assuming the thermal diffusivity of glycerin<sup>6</sup>  $D_g = 0.0922 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  and thermal conductivity  $k_g = 0.29 \text{ W/mK}$ , we obtain a relative error below 0.2% for the three solutions.

Results presented in Figs. 6(b) and 7(a) indicate that the determination of the critical angle does not depend on the power level of the sensor response. One should simply determine the minimal RMS value of the sensor response to obtain thermal diffusivity of liquids by the critical angle method.

#### IV. CONCLUSIONS

A simple and accurate method to determine the thermal diffusivity of liquids was proposed and evaluated. The method assumes the measurement using the optical beam deflection technique into a slab by the effect of the heat flux due to the reflection of a plane thermal wave that follows the thermal Snell's law. We determine the critical angle at the maximum reflection of the thermal wave from which the thermal diffusivity was inferred with simple analytical formulae.

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by DGAPA-UNAM through Grant No. IT100515. The authors acknowledge David Flores for his technical contribution in the fabrication of the cell.

- <sup>1</sup>J. W. Valvano, J. R. Cochran, and K. R. Diller, *Int. J. Thermophys.* **6**, 301 (1985).
- <sup>2</sup>P. Rodríguez and G. González de la Cruz, *J. Food Eng.* **58**, 205 (2003).
- <sup>3</sup>A. Muscio, P. G. Bison, S. Marinetti, and E. Grinzato, *Int. J. Therm. Sci.* **43**, 453 (2004).
- <sup>4</sup>Y. Joo, H. Park, H.-B. Chae, J.-K. Lee, and Y.-J. Baik, *Int. J. Thermophys.* **22**, 631 (2001).
- <sup>5</sup>D. Corneau and A. Haché, *Appl. Phys. Lett.* **83**, 246 (2003).
- <sup>6</sup>J. A. Balderas-López, A. Mandelis, and J. A. García, *Rev. Sci. Instrum.* **71**, 2933 (2000).
- <sup>7</sup>A. Matvienko and A. Mandelis, *Rev. Sci. Instrum.* **76**, 104901 (2005).
- <sup>8</sup>E. Marin, E. Hernández-Rosales, A. M. Mansanares, R. Ivanov, J. B. Rojas-Trigos, and A. Calderón, *Rev. Sci. Instrum.* **84**, 104903 (2013).
- <sup>9</sup>A. Rosencwaig, J. Opsal, W. L. Smith, and D. L. Willenborg, *Appl. Phys. Lett.* **46**, 1013 (1985).
- <sup>10</sup>A. Rosencwaig, J. Opsal, W. L. Smith, and D. L. Willenborg, *J. Appl. Phys.* **59**, 1392 (1986).
- <sup>11</sup>J. Wang and M. Fiebig, *Int. J. Thermophys.* **19**, 15 (1998).
- <sup>12</sup>J. D. Spear and R. E. Russo, *J. Appl. Phys.* **70**, 580 (1991).
- <sup>13</sup>G. E. Sandoval-Romero, A. García-Valenzuela, C. Sánchez-Pérez, J. Hernández-Cordero, and K. L. Muratkov, *Rev. Sci. Instrum.* **78**, 104901 (2007).
- <sup>14</sup>A. Gutierrez-Arroyo, C. Sánchez-Pérez, N. Alemán-García, and C. Piña-Barba, *J. Phys.: Conf. Ser.* **450**, 012027 (2013).
- <sup>15</sup>E. Marin, *Eur. J. Phys.* **34**, L83 (2013).
- <sup>16</sup>M. Bertolotti, G. L. Liakhov, R. Li Voti, S. Paoloni, and C. Sibilina, *J. Appl. Phys.* **85**, 3540 (1999).
- <sup>17</sup>M. L. Shendeleva, *Rev. Sci. Instrum.* **74**, 430 (2003).
- <sup>18</sup>D. Almond and P. Patel, *Photothermal Science and Techniques* (Chapman & Hall, London, 1996), p. 20.
- <sup>19</sup>E. Marin, *Rev. Ciencias Exatas e Naturais* **6**, 145 (2004).
- <sup>20</sup>E. Marin, *Heat Conduction – Basic Research* (InTech, Croatia, 2011).
- <sup>21</sup>R. S. E. Ravindran and K. B. R. Varma, *J. Therm. Anal. Calorim.* **115**, 1311 (2013).
- <sup>22</sup>V. V. Komarov, *Handbook of Dielectric and Thermal Properties of Materials at Microwave Frequencies* (Artech House, UK, 2012).
- <sup>23</sup>R. L. Mcintosh and V. Anderson, *Biophys. Rev. Lett.* **05**, 129 (2010).
- <sup>24</sup>J. Shen, A. Mandelis, and B. D. Aloysius, *Int. J. Thermophys.* **17**, 1241 (1996).
- <sup>25</sup>J. A. P. Lima, E. Marin, M. S. O. Massunaga, O. Correa, S. L. Cardoso, H. Vargas, and L. C. M. Miranda, *Appl. Phys. B* **73**, 151 (2001).

# Photothermal deflection of laser beam as means to characterize thermal properties of biological tissue: numerical study

Enoch Gutierrez-Herrera<sup>1,2\*</sup>, Celia Sánchez-Pérez<sup>1</sup>, Carlos A. García-Cadena<sup>1</sup>  
and Joselín Hernández-Ruiz<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET)

<sup>2</sup>Unidad de Investigación y Desarrollo Tecnológico, CCADET-Hospital General de México,  
Universidad Nacional Autónoma de México, A. P. 70-186, Distrito Federal 04510, México

<sup>3</sup>Laboratorio de Hígado, Páncreas y Motilidad (HIPAM), Departamento de Medicina Experimental,  
Facultad de Medicina Universidad Nacional Autónoma de México, Hospital General de México,  
Distrito Federal 06726, México

## ABSTRACT

Non-subjective and early diagnostic technique for liver fibrosis may decrease morbidity in patients and reduce medical costs. Liver fibrosis results in changes in density and thermal properties of tissue. In this work, we evaluate numerically the feasibility of using the optical beam deflection method (OBDM) by means of a thermo-optic material in contact with liver tissue to quantitate changes in thermal conduction. We use the finite-difference method to model the heat transfer in liver and acrylic slab. The response required for thermal characterization for different fibrosis stages is assessed by calculating the deflection angle using ray trace analysis. Numerical study shows the potential of the OBDM for developing an optical-integrated sensor as non-subjective diagnostic technique for liver fibrosis.

**Keywords:** Heat flux, Photothermal deflection, Finite-difference method, Thermal conductivity, Ray trace analysis, Liver fibrosis.

## 1. INTRODUCTION

In the world, chronic diseases account for over 60% of the rate of mortality. Chronic liver diseases and cirrhosis (i.e. liver fibrosis), for instance, were the twelfth cause of death in 2010 in the USA [1], with 1.3% of the total deaths. Furthermore, these illnesses increased in 3.3 % with respect to 2009, and they seem to continue increasing as mentioned on the pre-final 2013 report [2].

Liver fibrosis is the consequence of a sustained wound healing response to chronic liver injury induced for different causes, such as hepatitis C and high alcohol consumption, to name a few. Moreover, the cirrhosis represents the irreversible consequences of the end stage of liver fibrosis and a diminished liver function. However, recent studies have provided substantial evidence about the possibility to revert the fibrosis on its early stages [3].

The gold standard of diagnosis for liver fibrosis continues to be biopsy sample and its corresponding histological assessment under microscope. The molecular composition of liver fibrosis consists of the increased extracellular matrix constituents, collagen type I and III, fibronectin, elastin and sulfated proteoglycans [4]. A previous study showed that the accumulation of the extracellular matrix modifies the thermal properties of hepatic tissue on each fibrosis stage, due to the changes on the liver composition and structure [5]. Hence, the development of an optical-integrated sensor for liver fibrosis thermal evaluation is imperative for providing a quantitative evaluation scale, as well as an objective diagnostic tool.

Several techniques for tissue thermal characterization have been proposed [6]. Thermistor probe and hot wire methods, as well as thermal conductive testers have been used to study and characterize the thermal properties of tissue. However, these techniques require a significant size of tissue sample, and so, they are very intrusive for medical purpose. In this

work, we propose the use of the optical beam deflection method (OBDM) by means of a thermo-optic material in contact with a standard liver biopsy to quantitate changes in thermal conduction to each fibrosis stage (i.e. thermal signature stage). Our principal goal is to explore the feasibility to implement an optical-integrated sensor as evaluation tool of the fibrosis and to avoid the denaturation of the hepatic tissue.

In the following Section, we perform the description of our experimental setup, as well as the finite-difference and ray trace methods used for the numerical study of this technique. In Section 3, we discuss the thermal variables used in the numerical study and the results of the OBDM on the tissue thermal characterization. Finally, we dedicate the last part of this work to summarize.

## 2. STUDY DESIGN AND METHODS

In a previous work, we reported the first experimental setup of the heat flux sensor [7]. The integrated sensor consists on a 1550 nm laser source (S1FC1550, Thorlabs U.S.), a thermo-optic material block (i.e. acrylic), a fiber u-bench (FB221-FC, Thorlabs U.S.) with input and output GRIN pigtailed collimators (50-1550-FC, Thorlabs U.S.), a fiber photodiode power sensor (S154C, Thorlabs U.S.), and a known heat source, as depicted in Fig. 1. This compact configuration is based on the OBDM and the use of a fiber optic angle sensor that may support the tissue thermal characterization [8].

The sensitivity and repeatability of the heat flux sensor to assess chemical composition and structural arrangement on several animal tissues obtained commercially were showed under unsteady-state conditions [9]. An analytical model based on heat wave approximation theory was used to emulate the experimental data. However, transient boundary conditions, as well as non-regular shapes can be such that a mathematical solution is not quite accurate or possible. Hence, we suggest the use of the numerical and ray trace methods to improve the evaluation of the required sensor response for tissue thermal characterization. The numerical study provides the heat flux information into the tissue and the thermo-optic material so, we can determine the changes of the refractive index through the acrylic block under unsteady-state conditions. Meanwhile, the ray trace method shows the magnitude of the photothermal deflection of laser beam through the acrylic block that depends on the thermal properties of the tissue sample.

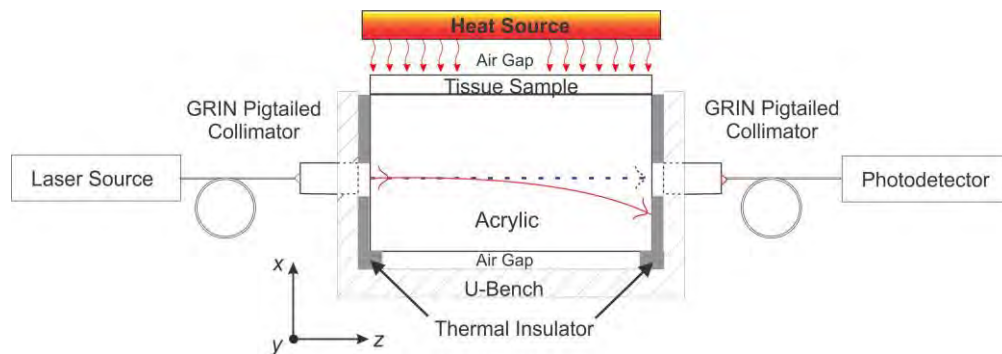


Fig. 1. Schematic of the heat flux sensor. The components of the integrated sensor are: a 1550 nm laser source, an acrylic block, a bench support with pair pigtailed collimators, a photodiode power sensor and a known heat source.

Standard techniques of numerical methodology for solving the governing equations for fluid flow and heat transfer are the finite-difference, finite-element, and finite-volume methods [10-12]. The finite-element and finite-volume methods are used to discretize the spatial domain into smaller volumes on the non-regular shape objects. In contrast, the finite-difference method is more convenient to generate geometrical grid on objects with regular shapes. Under a similar scenario, the finite-difference method needs lower computational requirements to get comparable results.

On the other hand, a relatively refined mesh on the finite-difference method guaranties the heat, mass and momentum conservation principles [12]. Nevertheless, the finite-volume method does not guarantee the same accuracy of finite-difference despite of satisfying the conservation principle on each control volume, regardless of mesh size. Therefore,

considering the size of the tissue samples under study and the geometry of components of the sensor; the finite-difference method is relatively straightforward to develop an accurate and compact scheme.

## 2.1 Finite-Difference Method

A uniform heat flux distribution over the tissue surface due to the heat source is supposed. Moreover, assuming that length is much greater than height for tissue sample and acrylic block, we can approximate the heat flow as a one dimension flow into the thermal analysis. Therefore, throughout this work, the temperature gradient is considered exclusively along the  $x$  axis and a constant temperature flux on the  $xz$ -plane. Thus, only the normal component of the deflection angle is assessed.

Within a one-dimensional solid body the differential equation which governs the internal heat flow, under transient conditions and assuming no temperature dependence of the thermal conductivity, is the following.

$$k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau}. \quad (1)$$

Here,  $T$  [K] denotes the temperature,  $\tau$  [s] is the time variable,  $k$  [W/m·K] stands for the thermal conductivity,  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] is the density and  $c$  [J/kg·K] stands for the specific heat capacity.  $\partial T/\partial x$  denotes the temperature gradient in the  $x$  direction and  $\partial T/\partial \tau$  represents the temperature gradient after a time increment due to the heat flux.

We implemented a one-dimensional discretization with equal increments in the  $x$  direction. Taylor series expansions are used to approximate differential increments in temperature, space coordinates and time. Second partial and time derivatives from Eq. (1) may be approached as follows.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{1}{(\Delta x)^2} (T_{m+1} + T_{m-1} - 2T_m). \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} \approx \frac{T_m^{p+1} - T_m^p}{\Delta \tau}. \quad (3)$$

Where, the  $m$  subscript denotes the  $x$  increment on the nodal point designation and the  $p$  superscript designates the time increment. Using the second derivative and time approximations in Eq. (1), as well as considering the thermal diffusivity (i.e.  $\alpha = k/\rho c$  [m<sup>2</sup>/s]), we can express the temperature on the  $m$  node after a time increment  $\Delta \tau$  on the basis of the forward-difference technique as follows.

$$T_m^{p+1} = \frac{\alpha \Delta \tau}{(\Delta x)^2} (T_{m+1}^p + T_{m-1}^p) + \left[ 1 - \frac{2\alpha \Delta \tau}{(\Delta x)^2} \right] T_m^p. \quad (4)$$

Equation (4) is useful for determining the temperature of the internal nodes as a function of space and time. However, a convection resistance to heat flow is usually involved at the solid boundary and it has to be considered. Then, we must make an energy balance at each convection boundary such that.

$$-kA \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_{boundary} = hA(T_b - T_\infty). \quad (5)$$

Here,  $h$  [W/m<sup>2</sup>·K] denotes the heat transfer coefficient,  $A$  [m<sup>2</sup>] stands for the surface area involved on the heat exchange,  $T_b$  [K] is the boundary temperature and  $T_\infty$  [K] denotes the environment temperature. By implementing the finite-difference approximation and making a transient energy balance in the  $m$  node by setting the sum of the energy conducted and convected into the node equal to the increase in the internal energy of the node, the Eq. (5) may be rewritten as shown next.



$$k(T_{m-1}^p - T_m^p) + h\Delta x(T_\infty - T_m^p) = \rho c \Delta x^2 \frac{T_m^{p+1} - T_m^p}{2\Delta\tau}. \quad (6)$$

On the basis of the forward-difference technique, the temperature of each node after a time increment  $T_m^{p+1}$  becomes.

$$T_m^{p+1} = \frac{\alpha\Delta\tau}{\Delta x^2} \left\{ 2 \frac{h\Delta x}{k} T_\infty + 2T_{m-1}^p + \left[ \frac{\Delta x^2}{\alpha\Delta\tau} - 2 \frac{h\Delta x}{k} - 2 \right] T_m^p \right\}. \quad (7)$$

To avoid violating the second law of thermodynamic (i.e.  $T_m^p$  becomes negative) and the convergence of the numerical solution, the selection of space and time increments must be restricted according to following expression.

$$\frac{\Delta x^2}{\alpha\Delta\tau} \geq 2 \left( \frac{h\Delta x}{k} + 1 \right).$$

In accordance to the node positions in each object under study, the equations (4) and (7) were implemented in the algorithm developed considering the interior, convection boundary or exterior corner physical situation [13].

On the other hand, for heat transfer by conduction from tissue sample to thermo-optic material, we assume a perfect thermal contact due to the polished acrylic surface and the heat transfer fluid used (i.e. phosphate-buffered saline, PBS). Then, our numerical study considers the conductivity matching condition,  $k_i$ , due to the significant difference on the specific heat capacity,  $c_i$ , on each layer, as Ref [14] shows.

$$T_m^{p+1} = \frac{\Delta\tau}{6(k_i + k_{i+1})\Delta x^2} \{ [(2k_i + 3k_{i+1})\alpha_i - \alpha_{i+1}k_i]T_{m+2}^p + [-2(k_i + 3k_{i+1})\alpha_i + 4\alpha_{i+1}k_i]T_{m+1}^p + [4\alpha_i k_{i+1} - 2(3k_i + k_{i+1})\alpha_{i+1}]T_{m-1}^p + [-\alpha_i k_{i+1} + (3k_i + 2k_{i+1})\alpha_{i+1}]T_{m-2}^p \} + T_m^p. \quad (8)$$

Equation (8) contemplates one grid-point on the interface for spatial discretization. Hence,  $T_m$  represents the interface temperature; meanwhile,  $T_{m+j}$  and  $T_{m-j}$  denote the node temperature in the tissue and polymer layers, respectively. Furthermore,  $i$  subindex indicates the correspondence of the variables to each layer. In our particular case,  $i$  represents the thermal properties of tissue and  $i + 1$  the properties of the acrylic.

The experimental thermal scenario considered throughout this work is the free convection condition (i.e.  $h = 10 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ ) in a controlled environment at room temperature (i.e.  $T_\infty = 22^\circ\text{C}$ ), as well as the following initial and boundary conditions:

$$\begin{aligned} T &= T_i && \text{at } \tau = 0, 0 \leq x \leq H \\ T &= T_\infty && \text{at } x = 0, \tau > 0 \\ T &= T(\tau) && \text{at } x = H, \tau > 0. \end{aligned}$$

Here,  $T_i$  is the initial temperature on tissue sample and acrylic block, as well as  $T_\infty$  stands for the environment temperature. Both are considered room temperature, because the whole system is on thermal equilibrium before each measurement.  $H$  is the height of the tissue or acrylic layers during the thermal analysis, respectively.  $T(\tau)$  denotes the time dependent temperature function of the heating source, which consists of a 420 seconds pulse applied to the tissue samples, 20 seconds after beginning each power measurement.

Figure 2a shows the temperature gradient  $\Delta T(\tau)$  on the tissue surface (i.e.  $\Delta T(\tau) = T(\tau) - T_i$ ) used for the numerical study. Whereas, Fig. 2b depicts the temperature gradient  $\Delta T_m(\tau)$  along the height of the acrylic block (i.e.  $\Delta T_m(\tau) = T_m(\tau) - T_i$ ) due to the heat conducted by the tissue into the polymer.

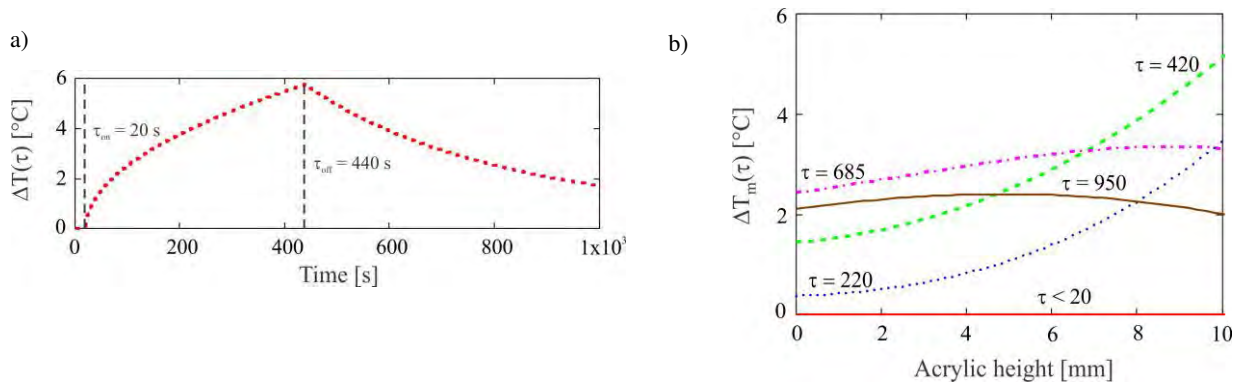


Fig. 2. a) Temperature gradient  $\Delta T(\tau)$  considered on the tissue surface and utilized for numerical study.  $\tau_{on}$  and  $\tau_{off}$  [s] denote the time on and the time off of the heating source. b) Temperature gradient  $\Delta T_m(\tau)$  along the acrylic height shows the heat conducted by tissue into the acrylic.  $m$  subscript indicates the  $x$  increment on the nodal point designation in the finite-difference method. For further information refer to the text.

## 2.2 Ray Trace Analysis

Different proposals for ray trace analysis have been published [15-17]. All of them may be used to determine the angle deflection of laser beam. Considering the proposed analysis, it is possible to neglect polarization issues. In order to calculate the photothermal deflection of laser beam, the approach we use for performing the ray trace analysis was vectorial in nature. The principal equations in our ray trace analysis are vectorial refraction and translation equations. We implemented the recursive form of vectorial refraction [15], Eq. (9), considering an ideal acrylic block (i.e. in absence of manufacturing errors and glass inhomogeneities).

$$\hat{\mathbf{K}}_m^{j+1} = \frac{n_m^j}{n_m^{j+1}} \hat{\mathbf{K}}_m^j + \left\{ \left[ \left( \frac{n_m^{j+1}}{n_m^j} \right)^2 - 1 + (\hat{\mathbf{K}}_m^j \cdot \hat{\mathbf{N}}^j)^2 \right]^{1/2} - (\hat{\mathbf{K}}_m^j \cdot \hat{\mathbf{N}}^j) \right\} \frac{n_m^j}{n_m^{j+1}} \hat{\mathbf{N}}^j. \quad (9)$$

Here,  $\hat{\mathbf{K}}$  is the unit ray director vector.  $\hat{\mathbf{N}}$  denotes the unit normal vector to a surface.  $n$  stands for the index of refraction.  $m$  subscripts denotes the  $x$  position, which correlates the ray trace with the node temperature given by finite-difference method. The superscripts  $j$  and  $j + 1$  indicate the variables of the incident and transmitted rays at the  $j^{\text{th}}$  interface, respectively (see Fig. 3). In this paper,  $\mathbf{r}$  denotes a vector and  $\hat{\mathbf{u}}$  implies a unit vector.

Changes on the refractive index through the thermo-optic material due to the thermal gradient in the  $x$  direction are calculated on each time iteration (refer to Eqs. 4 and 7) as follows.

$$n_m^j = n_o^j + \frac{dn^j}{dT} (T_m^p - T_m^{p+1}). \quad (10)$$

Where,  $n_o$  stands for the refractive index at room temperature,  $dn/dT$  is the thermo-optical coefficient of acrylic. Meanwhile,  $T_m^p - T_m^{p+1}$  denotes the temperature gradient after a time increment in the  $m$  node due to heat flux into the acrylic block.

The vectorial translation equation gives information of the changes on the coordinates at the intersection point of the rays with the surfaces. We implemented the following translation equation in its recursive form.

$$\mathbf{r}_m^{j+1} = \mathbf{r}_m^j \frac{(z^{j+1} \hat{\mathbf{u}} - \mathbf{r}_m^j) \cdot \hat{\mathbf{N}}^{j+1}}{\hat{\mathbf{K}}_m^{j+1} \cdot \hat{\mathbf{N}}^{j+1}} \hat{\mathbf{K}}_m^{j+1} \text{ [m]}. \quad (11)$$

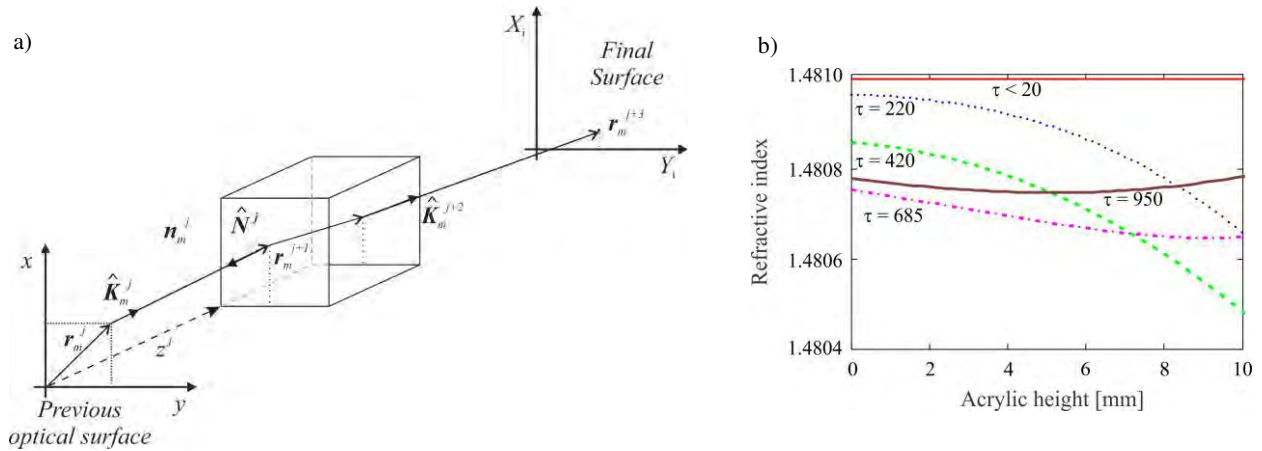


Fig. 3. a) The ray-tracing variables are: unit ray director vector  $\hat{\mathbf{K}}$ , unit surface normal  $\hat{\mathbf{N}}$ , index of refraction  $n$ , intersection point of a ray  $\mathbf{r}$ , intersection point of a surface with the  $z$ -axis  $z$ , ray position on  $x$ -axis  $m$  subindex, incident and transmitted rays at the  $j^{\text{th}}$  interface  $j$  and  $j + 1$  superindex, respectively. b) Heat flux through the thermo-optic material modifies the index of refraction (Eq. 10) deviating the rays (unit director vectors) over the  $xz$ - plane.

Here,  $\mathbf{r}$  [m] represents the intersection point of the ray with an interface, the variable  $z$  [m] denotes the intersection point of the interface with the  $z$ -axis, and  $\hat{\mathbf{u}}$  is the unit direction vector in the  $z$  direction.  $j$  indicates the  $j^{\text{th}}$  interface for the departure ray (at a previous surface) and  $j + 1$  denotes the following interface (refer to Fig. 3).

We used unit ray director vector and intersection points of the rays in a circular grid pattern with the purpose to determine the beam displacement on  $x$ -direction and the optical path difference caused by the heat flux through the acrylic block. This is with the intention to determine the power coupled at the input aperture of the fiber optical angle sensor. Specifically, we study the sensor performance by considering a 1.8 mm collimated beam diameter going through the middle height of the block.

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

Escobedo G., *et al.* (Ref. [5]), determined the variations of the percent of collagen positive area and specific heat capacity values on each fibrosis stage according to Metavir scoring system. Metavir score contemplates five progressive stages: F0, no fibrosis; F1, portal fibrosis; F2, few fibrosis septa; F3, numerous septa; F4, cirrhosis [3]. Previous works showed that the accumulation of extracellular matrix (i.e. fibrosis) and fat deposits (i.e. steatosis) in liver may increase on different rate and affect the tissue thermal properties on each fibrosis stage [5, 18].

In order to establish a thermal scenario on each fibrosis stage for the thermal characterization of hepatic tissue, let us consider the average value of density, specific heat and thermal conductivity compiled by Rossmanna and Haemmerich (Ref [6]) as the tissue characteristics in normal conditions (e.g. without fibrosis and fat deposits in liver). Additionally, an early thermal analysis showed a linear progressive increase of the specific heat capacity of the hepatic tissue from 30 to 65°C, according to the Metavir score [5]. Starting from the specific heat value in normal conditions and the change rate between the fibrosis stages at 30°C, we calculated the heat capacity values for every Metavir score (see Table 1).

Table 1. Thermal properties for each fibrosis stage used in the numerical study

Metavir score	Specific Heat [J/kg·K]	Thermal conductivity [W/m·K]	Thermal diffusivity [m <sup>2</sup> /s]
F0	3504	0.52	$1.38 \times 10^{-07}$
F1	3628	0.47	$1.20 \times 10^{-07}$
F2	3753	0.42	$1.04 \times 10^{-07}$
F3	3877	0.37	$8.84 \times 10^{-08}$
F4	4002	0.32	$7.41 \times 10^{-08}$

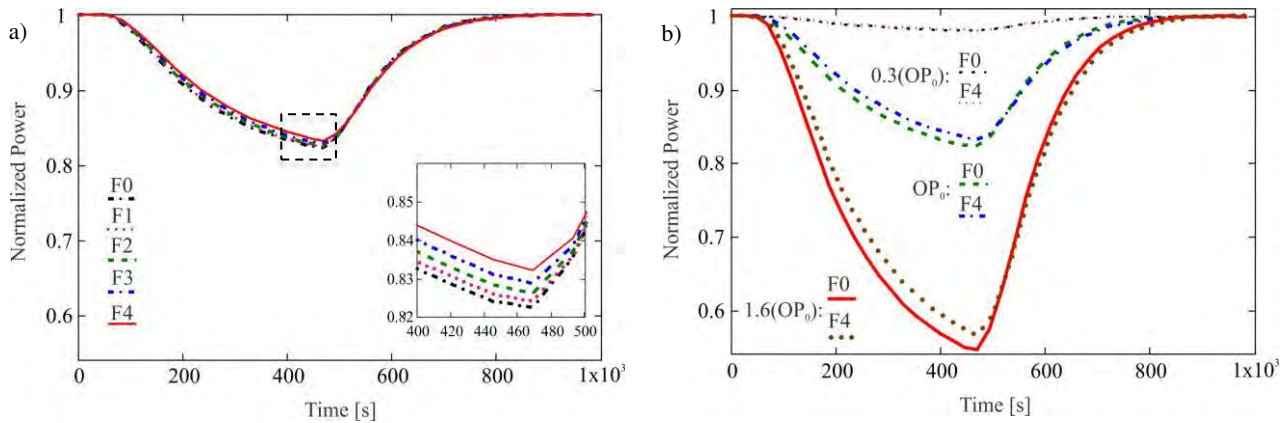


Fig. 4. Power intensity decreases due to the deflection angle of beam laser through a 3mm acrylic block as result of the thermal characterization of liver fibrosis stages, according to Metavir score (refer to text for further information). b) Detection sensitivity of the heat flux sensor increases by enlarging the optical path (OP) of the laser beam; where  $OP_0 = L_0 \cdot n_{\text{acrylic}}$  (i.e. initial length  $L_0 = 3\text{mm}$  and refractive index  $n_{\text{acrylic}} = 1.481$ ).

On other hand, according to our preliminary results of the thermal property evaluation of liver fibrosis, we assume a linear decrease of the thermal conductivity through the development of this chronic disease. Then, the thermal conductivity coefficients utilized for the stages from F1 to F4 were those taken from conductivity values between liver and fatty tissue given by Ref [6] according to linear decline. Furthermore, the thermal diffusivity for each Metavir score was determined by means of the following relation  $\alpha = k/\rho c$  (refer to Table 1). Possible density variations between stages were neglected (i.e.  $\rho = 1079 \text{ kg/m}^3$ , in normal conditions).

For this study, it was assumed that the thermal properties into small tissue samples are homogeneous and constant for each fibrosis stage. Under this assumption, we evaluated numerically the feasibility of using the OBDM to quantitate changes in thermal conduction by means of the finite-differences and ray trace methods (Eqs. 4, 7-11). The response required by the heat flux sensor for thermal characterization of the fibrosis stages was assessed by applying an unsteady temperature function of 420 seconds (see Fig. 2a). For acrylic block of 3mm long under the thermal scenario described, a 0.1% power change differentiates between liver fibrosis stages in the Metavir score (refer to Fig. 4a). The 1.5 mW laser source and the photodiode power sensor of 10 pW resolution into the sensor make the detection attainable for these conductivity variations, due to the chemical and structural modifications caused by the fibrosis accumulation.

Finally, we performed a detection sensitivity study by enlarging the optical path of the laser beam through the thermo-optic material (see Fig. 4b). The numerical analysis showed an 89% sensitivity fall for a 70% optical path decrease; whereas, a 120% sensitivity rise due to a 60% optical path increase was observed, both of them compared to the optical path of a 3 mm acrylic block (i.e.  $PO_0 = L_0 \cdot n_{\text{acrylic}}$ ,  $L_0 = 3\text{mm}$  and  $n_{\text{acrylic}} = 1.481$ ). This non-linear variation on the detection sensitivity suggests that a redesign may significantly improve the sensor performance. The use of long path cells may reduce the sensor size and improve its portability. The Harriot, White or Pfund cells may be used in this direction. Therefore, we can conclude that the OBDM has a high potential for developing an optical-integrated sensor as non-subjective diagnostic technique for liver fibrosis.

#### 4. SUMMARY

We evaluated numerically the feasibility of using the OBDM by means of a thermo-optic material in contact with liver tissue sample to quantitate changes in thermal conduction. Finite-differences and ray trace methods were implemented to carry out the numerical analysis. The study consisted in applying a known heat pulse over a tissue sample and determining the heat flux through the tissue and the acrylic block. We calculated the variation of the index of refraction through the laser path due to the temperature gradient in the acrylic block. Photothermal deflection of the laser beam was resolved by means of the ray trace analysis.

In accordance to previous studies, we assumed a thermal scenario on each liver fibrosis stage according to the Metavir score. The response required for thermal characterization for different fibrosis stages was assessed by calculating the deflection angle using ray trace method. The numerical study showed that for a 3 mm acrylic block, under the thermal scenario proposed, a 0.1% power variation may signalize the changes in thermal conduction of the hepatic tissue due to the chemical and structural modifications caused by the fibrosis accumulation. The 1.5 mW laser source and the photodiode power sensor of 10 pW resolution in the heat flux sensor make this acute condition achievable. Moreover, we showed that the detection sensitivity of the flux sensor may be adjusted through the optical path of the laser beam. Therefore, in this work, we validated the potential of the OBDM for developing an optical-integrated sensor as non-subjective diagnostic technique for liver fibrosis

## ACKNOWLEDGEMENT

We are grateful to Adolfo Pérez García for helpful discussions during the development of this work. Two of the authors (Enoch Gutierrez-Herrera and Celia Sánchez-Pérez) gratefully acknowledge the Dirección General de Asuntos del Personal Académico, Universidad Nacional Autónoma de México (DGAPA UNAM) for financial support through projects PAPIIT TA100215 and PAPIIT IT100515.

## REFERENCES

- [1] Murphy, S.L., Xu, J.Q. and Kochanek, K.D., Deaths: Final data for 2010. National vital statistics reports; vol 61 no 4. Hyattsville, MD: National Center for Health Statistics. 2013. Available from: [http://www.cdc.gov/nchs/data/nvsr/nvsr61/nvsr61\\_04.pdf](http://www.cdc.gov/nchs/data/nvsr/nvsr61/nvsr61_04.pdf).
- [2] Deaths: Final data for 2013, table 10.11. National vital statistics reports; vol 64 no 2 Forthcoming. Hyattsville, MD: National Center for Health Statistics. Available from: <http://www.cdc.gov/nchs/fastats/liver-disease.htm>.
- [3] Friedman, S. L., "Liver fibrosis – from bench to bedside," *J. Hepatol.* 38, S38–S53 (2003).
- [4] Schuppan, D., Ruehl, M., Somasundaram, R. and Hahn, E.G., "Matrix as a modulator of hepatic fibrogenesis," *Semin. Liver Dis.* 21(3), 351-372 (2001).
- [5] Escobedo, G., Arjona-Román, J.L., Meléndez-Pérez, R., *et al.*, "Liver exhibits thermal variations according to the stage of fibrosis progression: A novel use of modulated-differential scanning calorimetry for research in hepatology," *Hepatol. Res.* 43(7), 785–794 (2013).
- [6] Rossmanna, C. and Haemmerich, D., "Review of temperature dependence of thermal properties, dielectric properties, and perfusion of biological tissues at hyperthermic and ablation temperatures," *Crit. Rev. Biomed. Eng.* 42(6), 467–492 (2014).
- [7] Gutierrez-Arroyo, A., Sanchez-Perez, C. and Aleman-Garcia, N., "Optical sensor for heat conduction measurement in biological tissue," *J. Phys.: Conf. Ser.* 450 (1), 012027 (2013).
- [8] Sandoval-Romero, G. E., García-Valenzuela, A. and Sánchez-Pérez, C., "Device for characterization of thermal effusivity of liquids using photothermal beam deflection," *Rev. Sci. Instrum.* 78(10), 104901 (2007).
- [9] Gutierrez-Arroyo, A., Sánchez Pérez, C., Alemán-García, N. and Piña-Barba, C., "Optical characterization of thermal properties of biological tissue," *Proc. SPIE* 8785, 8785CX (2013).
- [10] González-Suárez, A., Gutierrez-Herrera, E., Berjano, E., Jimenez Lozano, J. N. and Franco, W., "Thermal and elastic response of subcutaneous tissue with different fibrous septa architectures to RF heating: Numerical study," *Lasers Surg. Med.* 47(2), 183-195 (2015).
- [11] Gong, J., Xuan, L., Ming, P. and Zhang, W., "An unstructured finite-volume method for transient heat conduction analysis of multilayer functionally graded materials with mixed grids," *Numer. Heat Tr. B-Fund: An International Journal of Computation and Methodology*, 63(3), 222-247 (2013).
- [12] Minkowycz, W.J., Sparrow, E.M. and Murthy, J.Y., [Handbook of Numerical Heat Transfer], John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, chapter 28 (2006).
- [13] Holman J.P., [Heat Transfer], Mc Graw-Hill Book Co., Singapore, 165-166 (1986).
- [14] Hickson, R.I., Barry, S.I., Mercer, G.N. and Sidhu, H.S., "Finite difference schemes for multilayer diffusion," *Math. Comput. Model.* 54(1-2), 210-220 (2011).
- [15] Moreno, I., Paez, G. and Strojnik, M., "Polarization transforming properties of Dove prisms," *Opt. Commun.* 220(4), 257-268 (2003).

- [16] Gutierrez-Herrera, E., Strojnik, M. and Paez, G., "Quantification of critical alignment parameters for a Rotationally-Shearing Interferometer employing exact ray trace," *J. Mod. Optics* 57(6), 444 – 459 (2010).
- [17] Lin, P.D., [New Computation Methods for Geometrical Optics], Springer, Singapore, Chap 5 (2014).
- [18] Lin J., Lu F., Zheng W., Xu, S., Tai, D., Yu, H. and Huang, Z., "Assessment of liver steatosis and fibrosis in rats using integrated coherent anti-Stokes Raman scattering and multiphoton imaging technique," *J. Biomed. Opt.* 16(11), 116024 (2011).

---

## Referencias

---

- [1] H. van Dijk, F. Verbraak, P. Kok, S. Oberstein, R. Schlingemann, S. Russell, M. Abramoff. *Variability in photocoagulation treatment of diabetic macular oedema*. Acta Ophthalm. **91** 722–727 (2013).
- [2] P. Saccomandi, E. Schena, M. Caponero, F. Di Matteo, M. Martino, M. Pandolfi, and S. Silvestri. *Theoretical Analysis and Experimental Evaluation of Laser-Induced Interstitial Thermotherapy in Ex Vivo Porcine Pancreas*. IEEE Trans. on Bio. Eng. **59**, 10 2958-2964 (2012).
- [3] J. Kujawa, K. Pasternak, I. Zavodnik, R. Irzmański, D. Wróbel, M. Bryszewska. *The effect of near-infrared MLS laser radiation on cell membrane structure and radical generation*. Lasers Med. Sci. **29** 1663–1668 (2014).
- [4] E. Gutierrez-Herrera, C. Sánchez-Pérez, C. García-Cadena, J. Hernández-Ruiz. *Photothermal deflection of laser beam as means to characterize thermal properties of biological tissue: numerical study*. Proc. of the SPIE, vol. 9609, 960913 (2015).
- [5] C. Sánchez-Pérez, A. De León-Hernández, and C. García-Cadena. *Optical device for thermal diffusivity determination in liquids by reflection of a thermal wave*. Rev. Sci. Instrum. **88**, 084901 (2017).
- [6] M. Chirtoc, G. Mihailescu, *Theory of the photopyroelectric method for investigation of optical and thermal materials properties*. Phys. Rev. B **40**, **14**, 9606–9617 (1989).
- [7] R. Ivanov, E. Marin, I. Moreno, C. Araujo. *Electropyroelectric technique for measurement of the thermal effusivity of liquids*. J. Phys. D: Appl. Phys. **43**, 22 (2010).
- [8] R. Ivanov, I. Martínez-Ordoñez, E. Marin, C. Araujo, D. Alaniz, M. Araiza, J. Villa, I. de la Rosa-Vargas. *Absolute measurements of thermal effusivity using the electropyroelectric technique*. Thermochim. Acta. **554**, 20 59-62 (2013).
- [9] D. Dadarlat, H. Visser, D. Bicanic. *An improved inverse photopyroelectric cell for measurement of thermal effusivity: application to fatty acids and triglycerides*. Meas. Sci. and Technol., **6**, 8 1215-1219 (1995).
- [10] L. Retat, I. Rivens, and G. ter Haar. *Acoustic and thermal properties of tissue*. AIP Conf. Proc. **1481**, 282 (2012).
- [11] A. Yoshida, K. Kagata, T. Yamada. *Measurement of Thermal Effusivity of Human Skin Using the Photoacoustic Method*. Int J Thermophys. **31**, 2019 (2010).

- [12] A. Balderas-López. *Thermal effusivity measurements for liquids: A self-consistent photoacoustic methodology*. Rev. of Sci. Inst. **78**, 064901 (2007).
- [13] K. Ziouche, P. Godts, Z. Bougrioua, C. Sion, T. Lasri, D. Leclercq. *Quasi-monolithic heat flux microsensors based on porous silicon boxes*. Sen. and Actuators, A. **164**, 1 35-40 (2010).
- [14] C. Chen. *Fully quantitative characterization of CMOS–MEMS polysilicon/titanium thermopile infrared sensors*. Sen. and Actuators B. **161**, 1 892-900 (2012).
- [15] Y. Cheng, C. Chang, Y. Chung, J. Chien, J.Kuo, W.Chen, P. Chen. *A novel CMOS sensor for measuring thermal diffusivity of liquids*. Sen. and Actuators A. **135**, 2. 451-457 (2007).
- [16] C. De Leeuw, J. Crezee, W. Lagendijk. *Temperature and SAR measurements in deep-body hyperthermia with thermocouple thermometry*. Int. J. of Hyperther. **9**, 5 685-697 (2009).
- [17] D. Defer, E. Antczak, B. Duthoit. *Measurement of low-thermal effusivity of building materials using thermal impedance method*. Meas. Sci. Technol. **12**, 549 (2001).
- [18] D. Haemmerich, I. dos Santos. D. Schutt, J. Webster, D. Mahvi. *In vitro measurements of temperature-dependent specific heat of liver tissue*. Med. Eng. Phys., **28**, 2 194-197 (2006).
- [19] M. Ducharme, P. Tikuisis. *In vivo thermal conductivity of the human forearm tissues*. J. Appl. Physiol., **70**, 6 2682-2690 (1991).
- [20] J. Hill, J. Leitman, J. Sundrela. *Thermal conductivity of various meats*. Food Tech., **21**, 8 1143 (1967).
- [21] E. Sweat. *Modeling the Thermal Conductivity of Meats*. Transactions of the ASAE. **18**, 3 0564-0568. 1975.
- [22] T. Pham, J. Willix. *Thermal Conductivity of Fresh Lamb Meat, Offals and Fat in the Range -40 to +30°C: Measurements and Correlations*. J. Food Sci. **54**, 508–515 (1989).
- [23] M. Yi, H.Panchawagh, R. Podhajsky, R. Mahajan. *Micromachined Hot-Wire Thermal Conductivity Probe for Biomedical Applications*. IEEE Trans. Biomed. Eng. **56**, 10, 2477-2484 (2009).
- [24] J. Valvano, J. Cochran, K. Diller. *Thermal conductivity and diffusivity of biomaterials measured with self-heated thermistors*. Int J Thermophys, **6**, 3, 301–311 (1985).
- [25] G.Purves, G. Jundt, C. Adams, I. Hughes. *Refractive index measurements by probe-beam deflection*. Eur. Phys. J. D. **29**, 3 433-436 (2004).
- [26] J. Rantala. *Determination of thermal diffusivity of low-diffusivity materials using the mirage method with multiparameter fitting*. J. of Appl. Phys. **73**, 2714 (1993).
- [27] A. Königer, H. Wunderlich, W. Köhlera. *Measurement of diffusion and thermal diffusion in ternary fluid mixtures using a two-color optical beam deflection technique*. J. of Chem. Phys. **132**, 174506 (2010).



- [28] A. Meeder, D. Fuertes Marrón, A. Rumberg, M. Lux-Steiner. *Direct measurement of Urbach tail and gap state absorption in CuGaSe<sub>2</sub>CuGaSe<sub>2</sub> thin films by photothermal deflection spectroscopy and the constant photocurrent method*. J. Appl. Phys. **92**, 3016 (2002).
- [29] P. Gregorčič, R. Petkovšek, J. Možina, G. Močnik. *Measurements of cavitation bubble dynamics based on a beam-deflection probe*. 93, 4 901-905 (2008).
- [30] D. Gong, Y. Liang, W. Ou, J. Wang, Y. Wu, B. Liu, Z. Zhou. *Electric-field-controlled optical switch using Kerr effect and gradient of the composition ratio Nb/(Ta + Nb)*. Mater. Res. Bull. **75**, 7-12 (2016).
- [31] M. Villagan-Muniz, H. Sobral, R. Gonzalez. *Shock and thermal wave study of laser-induced plasmas in air by the probe beam deflection technique*. Meas. Sci. Technol. **14**, 5 (2003).
- [32] C. Sánchez-Pérez, A. Gutiérrez-Arroyo, N. Alemán-García. *Heat flux measurement in biological tissues by photothermal beam deflection*. AIP Conf. Proc. **1494**, 62 (2012).
- [33] H. Carslaw, J. Jaeger. *Conduction of Heat in Solids*. 2nd ed. Oxford: Clarendon Press. p.p. 6-8, 50-70 (1959).
- [34] J. Holman. *Heat transfer*. 6th ed. McGraw-Hill. p.p. 10-13 (1986).
- [35] H. Haken, H. Wolf. *The physics of atoms and Quanta: Introduction to experiments and theory*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg. p.p. 51-54 (2000).
- [36] D. Almond, P. Patel. *Photothermal science and techniques*. Chapman & Hall. p.p. 7-15 (1996).
- [37] T. Bergman. *Fundamentals of heat and mass transfer*. 7th Ed. John Wiley and Sons. pp. 78-80 (2011).
- [38] J. Mathews, R. Walker. *Mathematical Methods of Physics.*, 2nd ed. Benjamin, Menlo Park, CA. pp. 217-240 (1964).
- [39] E. Sandoval-Romero, A. García-Valenzuela, C. Sánchez-Pérez, J. Hernández-Cordero, K. Muratikov. *Device for characterization of thermal effusivity of liquids using photothermal beam deflection*. Rev. Sci. Instrum. **78**, 104901 (2007).
- [40] V. Pasquale, M. Verdoya, P. Chiozzi. *Geothermics: heat Flow in the Lithosphere. SpringerBriefs in Earth Sciences*. p.p. 32 (2014).
- [41] J. Carvill. *Mechanical engineer's data handbook*. Butterworth-Heinemann. Oxford. p.p. 264. 1993.
- [42] M. Pop. *A composite layered sub-system for front detection calorimetric instrumentation*. Int. J. of Therm. Sci. **104**, 112 (2016).
- [43] L. McIntosh and V. Anderson. *A comprehensive tissue properties database provided for the thermal assessment of a human at rest*. Biophys. Rev. Lett. **05**, 129 (2010).

- [44] H. Pennes. *Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm*. J. Appl. **85**, 1 35-41 (1948).
- [45] R. Eberhart, A. Shitzer. *Heat transfer in medicine and biology: analysis and applications*. Plenum. New York, Vol 2. p.p. 3-54 (1985).
- [46] H. Lienhard. *A heat transfer textbook*. Phlogiston Press. Cambridge, Massachusetts. pp 689-691 (2008).
- [47] W. Parker, R. Jenkins, C. Butler, G. Abbott. *Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity*. J. of App. Phys. **32**, 1679 (1961).
- [48] D. Spear, E. Russo. *Transverse photothermal beam deflection within a solid*. J. Appl. Phys. **70**, 580 (1991).
- [49] D. Lytle. *Handbook of Optics*. McGraw-Hill, New York, Vol. 2. P. 7.9 (1995).
- [50] J. Lima, E. Marín, M. Massunaga, O. Correa, S. Cardoso, H. Vargas, L. Miranda. *Measurement of the thermal properties of liquid mixtures using a thermal wave interferometer*. Appl Phys B. **73**, 2 151-155 (2001).
- [51] J Crezee and J. Lagendijk. *Experimental verification of bioheat transfer theories: measurement of temperature profiles around large artificial vessels in perfused tissue*. Phys. Med. Biol. **35** 905 (1990).
- [52] H. Cheng, D. Plewes. *Tissue Thermal Conductivity by Magnetic Resonance Thermometry and Focused Ultrasound Heating*. **16**, 5 598–609 (2002).
- [53] D. Haemmerich, I. dos Santos, D. Schutt, J. Webster, D. Mahvi. *In vitro measurements of temperature-dependent specific heat of liver tissue*. Med. Eng. Phys. **28**, 2 194-197 (2006).
- [54] M. Srinivasan, D. Sedmak, S. Jewell. *Effect of Fixatives and Tissue Processing on the Content and Integrity of Nucleic Acids*. AM. J. Pathol. **161**, 6 1961-1971 (2002).
- [55] M. Kharalkar, C. Bauserman, W. Valvano. *Effect of Formalin Fixation on Thermal Conductivity of the Biological Tissue*. J Biomech Eng **131**, 7 074508 (2009).
- [56] V. Hung, M. Lamego , S. Merritt, C. Dalvi, J. Bruinsma , J. Poeze, F. Lesmana, G. Olsen, J. E. Kiani. U.S. Patent No. US 8,570.503 B2. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office (2013).
- [57] M. Doms, A. Bekesch, J. Mueller. *A microfabricated Pirani pressure sensor operating near atmospheric pressure*. J Micromech Microeng, **15**, 8 1504 (2005).