



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
(INGENIERÍA CIVIL) – (HIDRÁULICA)

**ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE EN MODELOS LLUVIA-ESCURRIMIENTO DE  
DRENAJE URBANO**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**DOCTOR EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
M. I. HÉCTOR ALONSO BALLINAS GONZÁLEZ

**TUTOR PRINCIPAL**  
DR. VÍCTOR HUGO ALCOCER YAMANAKA, FACULTAD DE INGENIERÍA

**COMITÉ TUTOR**  
DR. CARLOS AGUSTÍN ESCALANTE SANDOVAL, FACULTAD DE INGENIERÍA  
DR. FRANCISCO JAVIER APARICIO MIJARES, FACULTAD DE INGENIERÍA  
DR. HEBER ELEAZAR SAUCEDO ROJAS, FACULTAD DE INGENIERÍA  
DR. ADRIÁN PEDROZO ACUÑA, INSTITUTO DE INGENIERÍA

**CIUDAD DE MÉXICO, NOVIEMBRE 2017**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Escalante Sandoval Carlos Agustín

Secretario: Dr. Aparicio Mijares Francisco Javier

Vocal: Dr. Alcocer Yamanaka Víctor Hugo

1 er. Suplente: Dr. Saucedo Rojas Heber Eleazar

2 d o. Suplente: Dr. Pedrozo Acuña Adrián

**Lugar o lugares donde se realizó la tesis:**

Jiutepec, Morelos, UNAM, Campus Morelos

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Víctor Hugo Alcocer Yamanaka

-----

FIRMA

***A mi prometida:***

*Selene Bizarro Franco*

*Gracias por tu amor y comprensión durante estos años, sin tu apoyo nada hubiera sido posible.  
Eres el motor que me hace seguir adelante.*

***A mis padres:***

*Romeo Ballinas Avendaño*

*Julia del Carmen González Espinosa*

*Porque gracias a su ejemplo, apoyo, dedicación y consejos he logrado alcanzar esta meta, mi  
agradecimiento eterno.*

***A mis hermanos:***

*Hilda Dolores*

*Romeo*

*Julio Adrián*

*Eduardo*

*Porque gracias a su cariño, logran motivarme.*

***A la familia Bizarro Franco:***

*Por apoyarme y permitirme ser parte de su familia.*

## ***A g r a d e c i m i e n t o s***

*Son muchas las personas y, los recuerdos entrañables en estos años de un caminar arduo de crecimiento profesional y personal para alcanzar una meta más en la vida, por lo que agradezco a Dios por haberme dado la vida, salud, capacidad y deseos de superación constante.*

***A mi tutor:*** Dr. Víctor Hugo Alcocer Yamanaka.

*Por sus enseñanzas, comentarios y paciencia a lo largo de este tiempo en el cual se desarrolló la tesis. Por brindarme su amistad y permitirme ser parte de su equipo de trabajo.*

***A mi comité tutorial:*** Dr. Adrián Pedrozo Acuña, Dr. Heber E. Saucedo Rojas, Dr. Francisco Javier Aparicio Mijares y Dr. Carlos A. Escalante Sandoval.

*Por todas sus sugerencias, paciencia, guía y deseo de que este trabajo fuera concluido.*

***A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT):***

*Por darme la oportunidad de realizar un importante logro en mi vida profesional. Además de la beca otorgada para realizar mis estudios.*

***Al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA):***

*Por darme un espacio de trabajo durante estos estudios.*

***A mis amigos y compañeros:***

*Por su apoyo incondicional, mi más sincero y profundo agradecimiento.*

## Resumen

En la actualidad uno de los principales y más importantes fenómenos dentro del ciclo hidrológico, debido a su alto impacto, es la relación lluvia-escorrentía. En cuencas urbanas el impacto de dicho fenómeno aumenta su relevancia, debido a que puede generar inundaciones provocadas por eventos extremos. En relación a lo anterior y con la finalidad de proteger a la población, bienes muebles e inmuebles, se analizan y diseñan estructuras hidráulicas que componen al drenaje urbano (bocas de tormenta, colectores, emisores, obras de retención, entre otros).

Una herramienta, en el análisis y diseño de estas estructuras, es el uso de modelos lluvia-escorrentía de drenaje urbano, de los cuales se obtienen resultados que deben ser calibrados. Estos resultados pueden ajustarse por medio de los parámetros hidráulicos e hidrológicos involucrados en la modelación, que a su vez deben ser identificados previamente a través de un análisis de sensibilidad y consecuentemente de un análisis de incertidumbre.

El objetivo de esta tesis es desarrollar y validar una metodología para el análisis de incertidumbre de los parámetros de calibración de los modelos lluvia escorrentía de drenaje urbano, usando datos escasos, a través de técnicas como GLUE, LHS, AMALGAM, NSGAIL. Lo anterior permitirá a los modeladores dar certeza a los resultados de la modelación para el análisis y diseño de infraestructura hidráulica, mapas de peligro y riesgo, así como planes integrales contra inundaciones en zonas urbanas.

## Abstract

Nowadays one of the main and most important phenomena within the hydrological cycle, due to its high impact, is the rainfall-runoff relationship. In urban watersheds the impact of this phenomenon increases its relevance, because it can generate floods caused by extreme events. In relation to the above and in order to protect the population, movable and immovable property, hydraulic structures that make up the urban drainage (collectors, emitters, retention works, among others) are analyzed and designed.

One tool, in the analysis and design of these structures, is the use of rainfall-runoff models of urban drainage, from which results are obtained and must be calibrated. These results can be fitted by means of the hydrological and hydraulic parameters involved in the modeling, which in turn must be identified previously through a sensitivity analysis and consequently an uncertainty analysis.

The objective of this thesis is to develop and validate a methodology for the analysis of uncertainty of the calibration parameters of the urban drainage rainfall-runoff models, using scarce data, through techniques such as GLUE, LHS, AMALGAM, NSGAI. This will allow the modelers to give certainty to the modeling results for the analysis and design of hydraulic infrastructure, hazard and risk maps, as well as integral plans against flooding in urban areas.

---

**Contenido**

1	Introducción .....	1
1.1	Contexto.....	1
1.2	Noción sobre incertidumbre.....	2
1.2.1	Clasificación de la incertidumbre .....	3
1.3	Fuentes principales de incertidumbre en modelos lluvia- escurrimiento.....	4
1.4	Antecedentes .....	7
1.5	Objetivo .....	8
1.6	Organización del documento .....	8
2	Enfoques de análisis de incertidumbre en modelos LLE de drenaje urbano .....	10
2.1	Incertidumbre de entrada meteorológica .....	10
2.2	Incertidumbre de la estructura del modelo.....	12
2.3	Incertidumbre de los parámetros del modelo hidrológico .....	13
3	Técnicas de Análisis de incertidumbre usadas en modelos LLE de drenaje urbano.....	17
3.1	Generalized Likelihood Uncertainty Estimation .....	17
3.2	Inferencia Bayesiana.....	18
3.3	Shuffled Complex Evolution Metropolis Algorithm .....	18
3.4	Multi-algorithm, Genetically Adaptive Multi-objective method.....	19
3.5	Non-dominated sorted genetic algorithm-I I (NSGAI) .....	21
3.6	Latin Hypercube Sampling (LHS).....	22
3.7	Medida de verosimilitud .....	23
3.7.1	Eficiencia de Nash-Sutcliffe usada por Aronica et al. (2005).....	23
3.7.2	Medida de verosimilitud usada por Jin, Xu, Zhang, & Singh (2010).....	24

---

3.7.3	Medida de verosimilitud usada por Vrugt et al. (2003b) .....	24
3.7.4	Coeficiente de determinación $R^2$ .....	24
3.7.5	Eficiencia de Nash & Sutcliffe (1970).....	25
3.7.6	Medidas de verosimilitud usadas por Krause et al. (2005):.....	25
3.8	Análisis de sensibilidad .....	26
4	Modelo Hidrológico .....	28
4.1	Clasificación de modelos hidrológicos .....	28
4.1.1	Modelos Data-driven .....	29
4.1.2	Modelos conceptuales.....	29
4.1.3	Modelos basados en la física .....	30
4.1.4	Modelos estocásticos .....	30
4.2	Stormwater Management Model .....	30
4.2.1	Escurrimiento superficial .....	31
4.2.2	Infiltración.....	32
4.2.3	Agua subterránea .....	34
4.2.4	Modelo hidráulico de transporte .....	35
4.2.5	Modelo de flujo uniforme .....	36
4.2.6	Modelo de la onda cinemática .....	37
4.2.7	Modelo de la onda dinámica .....	37
4.2.8	Acumulación de agua en superficie.....	38
4.2.9	Modelo de calidad del agua .....	39
5	Metodología de análisis de incertidumbre .....	40
6	Caso de estudio.....	43
6.1	Zona de estudio .....	43
7	Resultados del análisis de incertidumbre .....	47
7.1	Error en la modelación.....	47

---

---

7.2	Análisis de sensibilidad .....	48
7.3	Incertidumbre de los parámetros hidráulicos de calibración del modelo .....	49
7.3.1	Análisis de incertidumbre con técnica GLUE.....	50
7.3.2	Análisis de incertidumbre con técnica AMALGAM.....	54
7.3.3	Análisis de incertidumbre con técnica LHS.....	58
7.3.4	Análisis de incertidumbre con técnica NSGA2 .....	62
7.3.5	Análisis de distribución de los parámetros .....	66
7.4	Bandas de confianza .....	75
7.4.1	Bandas de confianza del 95% con técnica GLUE .....	76
7.4.2	Bandas de confianza del 95% con técnica AMALGAM .....	77
7.4.3	Bandas de confianza del 95% con técnica LHS.....	78
7.4.4	Bandas de confianza del 95% con técnica NSGA2.....	79
7.5	Comparación y cálculo de ARIL .....	80
7.6	Modelación eventos de precipitación con parámetros óptimos .....	82
7.7	Validación del modelo .....	84
8	Conclusiones .....	87
8.1	Análisis de sensibilidad .....	87
8.2	Análisis de incertidumbre .....	88
8.3	Resumen.....	89
9	Referencias .....	91

## Índice de Ilustraciones

Ilustración 1.1 Marco de modelado General, (Deletic et al., 2012) .....	5
Ilustración 1.2 Relación entre principales fuentes de incertidumbre en los modelos LLE de drenaje urbano (Deletic et al., 2012). .....	7
Ilustración 4.1 Esquema de modelación SWMM. ....	31
Ilustración 4.2 Esquema conceptual del fenómeno de escurrimiento. ....	32
Ilustración 4.3 Esquema del modelo de aguas subterráneas de dos zonas. ....	35
Ilustración 5.1 Metodología general para el análisis de incertidumbre .....	42
Ilustración 5.2 Sub metodología para el análisis de incertidumbre .....	42
Ilustración 6.1 Cuenca urbana de la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.....	43
Ilustración 6.2 Eventos de precipitación (a) Evento 1, (b) Evento 2, (c) Evento 3 y (d) Evento 4.....	45
Ilustración 6.3 Hidrometría estación 5 de 07/01/2011 a 10/31/2011. ....	46
Ilustración 7.1 Tirantes generados por precipitación observada y parámetros hidráulicos iniciales, comparación con tirantes observados, (a) Evento 1, (b) Evento 2, (c) Evento 3, y (d) Evento 4. ....	48
Ilustración 7.2 Sensibilidad de los parámetros del modelo SWMM. ....	49
Ilustración 7.3 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica GLUE, para el Evento 1.....	50
Ilustración 7.4 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica GLUE para el Evento 2.....	51
Ilustración 7.5 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y, técnica GLUE para el Evento 1.....	51
Ilustración 7.6 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y, técnica GLUE para el Evento 2.....	52
Ilustración 7.7 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y, técnica GLUE para el Evento 1.....	52
Ilustración 7.8 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y, técnica GLUE para el Evento 2.....	53

---

Ilustración 7.9 Distribución de conjuntos de parámetros usando $R^2$ y, técnica GLUE para el Evento 1.....	53
Ilustración 7.10 Distribución de conjuntos de parámetros usando $R^2$ y, técnica GLUE para el Evento 2.....	54
Ilustración 7.11 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica AMALGAM para el Evento 1.....	54
Ilustración 7.12 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica AMALGAM para el Evento 2.....	55
Ilustración 7.13 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica AMALGAM para el Evento 1.....	55
Ilustración 7.14 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica AMALGAM para el Evento 2.....	56
Ilustración 7.15 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica AMALGAM para el Evento 1.....	56
Ilustración 7.16 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica AMALGAM para el Evento 2.....	57
Ilustración 7.17 Distribución de conjuntos de parámetros usando $R^2$ y técnica AMALGAM para el Evento 1.....	57
Ilustración 7.18 Distribución de conjuntos de parámetros usando $R^2$ y técnica AMALGAM para el Evento 2.....	58
Ilustración 7.19 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica LHS para el Evento 1.....	58
Ilustración 7.20 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica LHS para el Evento 2.....	59
Ilustración 7.21 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica LHS para el Evento 1.....	59
Ilustración 7.22 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica LHS para el Evento 2.....	60
Ilustración 7.23 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica LHS para el Evento 1.....	60
Ilustración 7.24 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica LHS para el Evento 2.....	61

---

Ilustración 7.25 Distribución de conjuntos de parámetros usando $R^2$ y técnica LHS para el Evento 1.....	61
Ilustración 7.26 Distribución de conjuntos de parámetros usando $R^2$ y técnica LHS para el Evento 2.....	62
Ilustración 7.27 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica NSGA2 para el Evento 1.....	62
Ilustración 7.28 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica NSGA2 para el Evento 2.....	63
Ilustración 7.29 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica NSGA2 para el Evento 1.....	63
Ilustración 7.30 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica NSGA2 para el Evento 2.....	64
Ilustración 7.31 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica NSGA2 para el Evento 1.....	64
Ilustración 7.32 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica NSGA2 para el Evento 2.....	65
Ilustración 7.33 Distribución de conjuntos de parámetros usando $R^2$ y técnica NSGA2 para el Evento 1.....	65
Ilustración 7.34 Distribución de conjuntos de parámetros usando $R^2$ y técnica NSGA2 para el Evento 2.....	66
Ilustración 7.35 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 1 por el método GLUE, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra $R^2$ , d) $R^2$ contra ENS, e) $R^2$ contra L y f) ENS contra L.....	67
Ilustración 7.36 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 2 por el método GLUE, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra $R^2$ , d) $R^2$ contra ENS, e) $R^2$ contra L y f) ENS contra L.....	68
Ilustración 7.37 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 1 por el método AMALGAM, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra $R^2$ , d) $R^2$ contra ENS, e) $R^2$ contra L y f) ENS contra L.....	69
Ilustración 7.38 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 2 por el método AMALGAM, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra $R^2$ , d) $R^2$ contra ENS, e) $R^2$ contra L y f) ENS contra L.....	70

Ilustración 7.39 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 1 por el método LHS, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra $R^2$ , d) $R^2$ contra ENS, e) $R^2$ contra L y f) ENS contra L. ....	71
Ilustración 7.40 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 2 por el método LHS, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra $R^2$ , d) $R^2$ contra ENS, e) $R^2$ contra L y f) ENS contra L. ....	72
Ilustración 7.41 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 1 por el método NSGA2, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra $R^2$ , d) $R^2$ contra ENS, e) $R^2$ contra L y f) ENS contra L. ....	73
Ilustración 7.42 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 2 por el método NSGA2, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra $R^2$ , d) $R^2$ contra ENS, e) $R^2$ contra L y f) ENS contra L. ....	74
Ilustración 7.43 Banda de confianza del 95% para Evento 1, técnica GLUE, (a) IAd y (b) $R^2$ . ....	76
Ilustración 7.44 Banda de confianza del 95% para Evento 2, técnica GLUE, (a) IAd y (b) $R^2$ . ....	76
Ilustración 7.45 Banda de confianza del 95% para Evento 1, técnica AMALGAM, (a) IAd y (b) $R^2$ . ....	77
Ilustración 7.46 Banda de confianza del 95% para Evento 2, técnica AMALGAM, (a) IAd y (b) $R^2$ . ....	77
Ilustración 7.47 Banda de confianza del 95% para Evento 1, técnica LHS, (a) IAd y (b) $R^2$ . ....	78
Ilustración 7.48 Banda de confianza del 95% para Evento 2, técnica LHS, (a) IAd y (b) $R^2$ . ....	78
Ilustración 7.49 Banda de confianza del 95% para Evento 1, técnica NSGA2, (a) IAd y (b) $R^2$ . ....	79
Ilustración 7.50 Banda de confianza del 95% para Evento 2, técnica NSGA2, (a) IAd y (b) $R^2$ . ....	79
Ilustración 7.51 Niveles tirante del río Sabinal para (a) Evento 1 con conjuntos de parámetros C276 y C138 obtenidos de GLUE, C365 y C704 obtenidos de AMALGAM, (b) Evento 1 con conjuntos de parámetros C281 y C993 obtenidos de LHS, C1439 y C620 obtenidos por NSGA2. ....	82
Ilustración 7.52 Niveles de tirante del río Sabinal para (a) Evento 2 con conjuntos de parámetros C272 y C272 obtenidos de GLUE, C886 y C927 obtenidos de AMALGAM, (b)	

---

Evento 2 con conjuntos de parámetros C1875 y C1467 obtenidos de LHS, C253 y C840 obtenidos por NSGA2. ....	83
Ilustración 7.53 Validación de niveles de tirantes del río Sabinal usando el conjunto de parámetros óptimo C365 obtenido por AMALGAM. (a) Evento 3 y, (b) Evento 4. ....	85
Ilustración 7.54 Validación de niveles tirante del río Sabinal usando distribución no uniforme del parámetro Nimperv , para (a) Evento 1 y, (b) Evento 2.....	86
Ilustración 7.55 Validación de niveles de tirante del río Sabinal usando distribución no uniforme del parámetro Nimperv, para (a) Evento 3 y, (b) Evento 4.....	86

---

**Índice de Tablas**

Tabla 2.1 Enfoques de análisis de incertidumbre usados en la modelación LLE (Shrestha, 2009).....	10
Tabla 2.2 Valores recomendados de ENS aceptables.....	15
Tabla 2.3 Continuación, valores recomendados de ENS aceptables .....	16
Tabla 6.1 Eventos de precipitación seleccionados para el análisis de incertidumbre. ....	44
Tabla 7.1 Parámetros de modelación.....	47
Tabla 7.2 Número de series de tirantes dentro de la banda de confianza del 95%.....	75
Tabla 7.3 Eficiencias encontradas con IAd por las técnicas de análisis de incertidumbre, GLUE y AMALGAM. ....	80
Tabla 7.4 Eficiencias encontradas con $R^2$ por las técnicas de análisis de incertidumbre, GLUE y AMALGAM. ....	80
Tabla 7.5 Eficiencias encontradas con IAd por las técnicas de análisis de incertidumbre, LHS y NSGA2.....	80
Tabla 7.6 Eficiencias encontradas con $R^2$ por las técnicas de análisis de incertidumbre, LHS y NSGA2. ....	80
Tabla 7.7 Conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, obtenidos de GLUE con IAd y $R^2$ . ....	81
Tabla 7.8 Conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, obtenidos de AMALGAM con IAd y $R^2$ .....	81
Tabla 7.9 Conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, obtenidos de LHS con IAd y $R^2$ . ....	81
Tabla 7.10 Conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, obtenidos de NSGA2 con IAd y $R^2$ . ....	81
Tabla 7.11 EAP de los conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, Evento 1 obtenidos con IAd y $R^2$ .....	83
Tabla 7.12 EAP de los conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, Evento 2 obtenidos con IAd y $R^2$ . ....	83
Tabla 7.13 EAP usando el mejor conjunto de parámetros óptimos.....	85

Tabla 7.14 EAP usando el mejor conjunto parámetro óptimo y distribución no uniforme del parámetro Nimperv ..... 86

## 1 Introducción

### 1.1 Contexto

En la actualidad uno de los principales problemas a nivel mundial son las inundaciones en zonas urbanas, estos se han visto acrecentados por la falta de planeación en la construcción de obras para desarrollo urbano que cambian el uso de suelo (mantenimiento y nuevas vialidades, construcción de viviendas, entre otras). En consecuencia, las inundaciones causan pérdidas económicas, de bienes muebles e inmuebles y humanas, por lo cual hace necesario el análisis, diseño y construcción de infraestructura hidráulica que mitigue dichas pérdidas.

En cuanto al análisis y diseño de infraestructura hidráulica para el control de inundaciones es frecuente el uso de herramientas computacionales que se representan, a través de funciones matemáticas, los fenómenos relacionados con el proceso Lluvia – Escurrimiento (LLE), es decir estos modelos matemáticos integrados son capaces de simular de forma simplificada el comportamiento del escurrimiento de una zona urbana bajo la influencia de eventos extremos de precipitación.

De acuerdo con lo anterior diversos investigadores (Frenni, Mannina & Viviani, 2008 y Frenni et al., 2009) se apoyan en el uso de modelos matemáticos robustos. Estos modelos permiten analizar redes de drenaje urbano. Sin embargo, para asegurar resultados fiables producto de las simulaciones de los modelos, es necesario, la rigurosidad en el proceso de calibración. En consecuencia, es fundamental caracterizar las incertidumbres asociadas a los resultados que arrojan los modelos (LLE) en drenajes urbanos, ya que en ocasiones este análisis no es tomado en cuenta. Por lo tanto, es importante tener en consideración los diferentes tipos de incertidumbre, como lo son: la correspondiente a la precipitación usada como dato de entrada en la modelación, las del modelo integrado (errores en la estructura del modelo), y las propiciadas por los valores de los parámetros de los modelos LLE de drenaje urbano.

Por otra parte, incluir el análisis de incertidumbre permite que las modelaciones realizadas sean confiables (esta debe ser expresada adecuadamente dando el grado de certeza) y que la información obtenida sirva de apoyo en la toma de decisiones, en cuanto el uso de las variables y parámetros que influyen en los resultados para diseño de estructuras hidráulicas dentro de la cuenca urbana, alerta de inundaciones y acciones de emergencia.

## 1.2 Noción sobre incertidumbre

En la literatura es difícil encontrar una definición de incertidumbre, precisa y general. La Real Academia Española define la incertidumbre como la “falta de certidumbre”, lo que se refiere a que no se tiene un conocimiento seguro y claro de algo. El diccionario de inglés de Oxford la define como “algo que es incierto o que hace que uno se sienta inseguro sobre algo”. En metrología se describe a la incertidumbre de medida como “parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que razonablemente podrían ser atribuidos al mensurado”.

Basándose en que existen eventos en los cuales se desconoce parte del todo que se quiere saber, como el proceso LLE, con la cantidad de fases que lo conforman puede provocar diferentes situaciones en una cuenca urbana, lo que sugiere que lo que no sabemos de este proceso puede llevarnos a muchos posibles resultados. Por lo tanto, para entender el concepto de incertidumbre, es necesario introducir el concepto de evento incierto. Borrás (2001) menciona que un evento incierto “es uno que puede tener dos o más sucesos (resultados) y el decisor no sabe con seguridad cual de esos posibles sucesos acontecerá”, en este caso el término incierto no significa desconocimiento total sobre el evento.

Acerca de la incertidumbre algunos investigadores comentan lo siguiente:

- Borrás (2001), en análisis de decisiones define como incertidumbre al “conocimiento incompleto acerca de un evento, en particular acerca del suceso (de ese evento) que ocurrirá. El conocimiento que generalmente se tiene acerca del evento incierto, es el de que sucesos pueden ocurrir y cuál es la probabilidad de que ocurra cada uno. Lo que se desconoce es que evento ocurrirá”.
- Ross (1995) señala que en un problema típico la presencia de incertidumbre es más grande que la presencia de certeza, es decir que, de toda la información, denominada mundo de información, solo una pequeña parte es considerada como cierta, y el resto contiene incertidumbre que proviene de la complejidad del sistema, la ignorancia, el azar, la aleatoriedad, falta de conocimiento, entre otros factores.
- Klir & Wierman (1998) afirman, en cuanto a la incidencia de la incertidumbre, que “cuando se trata de problemas del mundo real, rara vez se puede evitar la incertidumbre. A nivel empírico, la incertidumbre es un compañero inseparable de casi toda medida, que resulta de la combinación de errores de medición y del rango de resolución de los instrumentos de medición”.

El análisis de incertidumbre está íntimamente relacionado con la toma de decisiones, por lo tanto, se debe hacer distinción entre una buena decisión y un buen resultado. Buen resultado, es aquel que valoramos más que otros posibles resultados, el cual depende de las preferencias, objetivos y situación particular, del decisor. Una buena decisión, es aquella que es lógicamente consistente con las preferencias y con la información disponible en el momento de la decisión (Borras, 2001).

Al describir una situación de decisión se deben identificar los siguientes elementos:

- Preferencias, son de orden interno y personal; indican cuanto se valora cada posible resultado, es decir indican que tan bueno o malo es un resultado y sirven para medir que tan atractivas son las alternativas y constituyen el universo de lo deseado.
- Alternativas, son elecciones bajo el control del decisor. Una oportunidad de decisión está compuesta por un conjunto de más de dos alternativas. Las alternativas constituyen el universo de lo factible, de lo que realmente el decisor puede hacer.
- Eventos inciertos, estos están fuera de nuestro control, afectan a los resultados que nos interesan y no sabemos con certeza el resultado que ellos producirán.
- Resultados, son consecuencia de la combinación de las alternativas y eventos inciertos, y tienen generalmente diferente grado de deseabilidad, que dependen de las preferencias del decisor. Por lo tanto, solo se llaman resultados aquellos sobre los que se tienen preferencias.

### 1.2.1 Clasificación de la incertidumbre

Existen varias posturas para clasificar y distinguir los tipos de incertidumbre, por ejemplo, Borras (2001) menciona que la incertidumbre debe expresarse numéricamente usando valores de probabilidad para evitar ambigüedades, y por lo tanto, está sujeta a la naturaleza de la probabilidad medida que puede ser objetiva, basada en valores estadísticos, experimentos repetidos o propiedades geométricas, y subjetiva, basada en el juicio de las personas. En análisis de decisiones las probabilidades llamadas objetivas están sujetas al juicio de las personas, por lo que solo hay un tipo de probabilidad: la que refleja el conocimiento total que tiene la persona sobre el evento incierto.

Al igual que Borras, Yen & Ang (1971), clasifican la incertidumbre en objetiva, asociada a cualquier proceso aleatorio para muestreo estadístico, y subjetiva cuando ninguna cuantificación de información objetiva está disponible. Klir & Wierman (1998), la clasifican en ambigüedad y vaguedad. Ambigüedad es la posibilidad de tener múltiples resultados

en los procesos o sistemas y vaguedad es la falta de nitidez de un elemento de pertenecer o no a un conjunto de interés.

En el contexto de modelación, en ingeniería de sistemas, Hall (2003) clasifica la incertidumbre en inherente y epistémica. La incertidumbre inherente constituye la aleatoriedad y variabilidad observada en la naturaleza y la epistémica representa el estado de conocimiento de un sistema físico y la habilidad de medir y modelar. En ingeniería de control y sistemas dinámicos Franklin, Powell & Emami-Naeini (1994) clasifican la incertidumbre en estructurada y no estructurada. La incertidumbre estructurada representa una función conocida, donde los parámetros de la función son inciertos y la incertidumbre no estructurada (incertidumbre del modelo) es completamente desconocida, y delimitada en su magnitud.

En ingeniería civil Ayyub (1998) clasifica a la incertidumbre en: conceptual, no conceptual y no conocida. La incertidumbre conceptual surge de los elementos de un sistema real que se representa en un modelo, este tipo de incertidumbre se puede subdividir en no cognitiva (aleatoriedad física, estadística, falta de conocimiento, modelado), cognitiva (parámetros definidos vagamente, factores humanos, interrelación de los parámetros) y otras incertidumbres (información confusa y conflictiva, y errores humanos y de organización). La incertidumbre cognitiva surge de las abstracciones de la realidad, hechas por el usuario.

### **1.3 Fuentes principales de incertidumbre en modelos lluvia- escurrimiento**

La mayoría de los modelos de drenaje urbano requieren calibración antes de su uso. Este proceso de calibración se conoce como el "problema de inverso" (Gallagher & Doherty, 2007), en el cual el valor de los parámetros se determina a partir de los datos de entrada de calibración medidos, datos de salida de calibración y de la estructura del modelo mediante la aplicación de una función objetivo. Cuando se utilizan modelos para la predicción, o cuando los modelos se utilizan simplemente con valores de los parámetros estimados (a partir del conocimiento del experto, la literatura o por defecto), el proceso se conoce como el "problema directo".

En la Ilustración 1.1 se muestra un marco general de modelación, que engloba componentes implicados en la aplicación del modelo: estructura del modelo, datos de entrada y parámetros del modelo, y las que componen la etapa de calibración del modelo: datos de entrada de calibración, datos de salida de calibración, y algoritmos de calibración y funciones objetivo (Deletic,, Dotto, McCarthy, Kleidorfer, Freni, Mannina, Uhl, Henrichs, Fletcher, Rauch, Bertrand-Krajewski & Tait, 2012). La estructura del modelo se refiere a las relaciones y acoplamientos matemáticos, y métodos numéricos que resuelven los modelos.

Los datos de entrada son, por ejemplo, las series de tiempo de precipitación o potencial de evapotranspiración. Los parámetros del modelo son, por ejemplo, el área efectiva impermeable y parámetros de los modelos conceptuales LLE. Los datos de entrada de calibración, por ejemplo, la intensidad de las series de tiempo de precipitación. Datos de salida de calibración medida, por ejemplo, series de tiempo de flujos. Los algoritmos de calibración y las funciones objetivo seleccionadas por el modelador de acuerdo con los requisitos del modelo, por ejemplo, suma del error cuadrático.

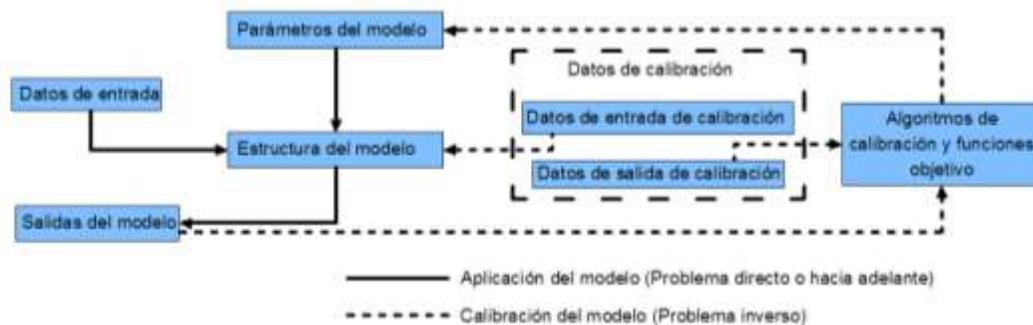


Ilustración 1.1 Marco de modelado General, (Deletic et al., 2012)

De acuerdo con lo anterior, en los modelos LLE de drenaje urbano se pueden identificar tres fuentes principales de incertidumbre (ver, Butts, Payne, Kristensen & Madsen, 2004; Deltic et al., 2012; Beven & Binley, 1992, Willems, 2008), las cuales se describen a continuación:

1. Las incertidumbres de entrada del modelo. Corresponden a las entradas que se requieren para la correcta ejecución de modelos calibrados y no calibrados, se pueden agrupar en las siguientes categorías, donde las incertidumbres asociadas son propagadas a través del modelo:
  - a) Los datos de entrada. Los efectos aleatorios y sistemáticos deben evaluarse en el proceso de recolección de los datos de entrada (pueden ser descritos estadísticamente utilizando la información de mediciones reales o estimadas).
  - b) Los parámetros del modelo. La incertidumbre en sus valores calibrados o estimados.
2. La incertidumbre de calibración. Se relaciona con los procesos y los datos utilizados en la calibración del modelo. Esta fuente se debe principalmente a:

- a) Los datos de calibración debido a errores de medición en las entradas y salidas. Estas dependen de la calidad del programa de monitoreo e instrumentos utilizados en la recolección de los conjuntos de datos, incluyendo la resolución de las series temporales, recopilación de datos, procedimientos de validación y los protocolos de manipulación de datos.
  - b) Selección apropiada de conjuntos de datos de calibración de entrada y salida. Está relacionada con la elección de la variable de calibración (por ejemplo, las cargas de concentración usadas para calibrar un modelo de calidad del agua) y la cantidad de datos disponibles para la calibración (por ejemplo, número de las tormentas y la longitud de las series temporales).
  - c) Algoritmos de calibración. Depende del algoritmo utilizado para la búsqueda de los conjuntos apropiados de los parámetros.
  - d) Funciones objetivo. Se utilizan en el proceso de calibración, estos deben ser apropiados para la aplicación de modelación.
3. Las incertidumbres de la estructura del modelo. Dependen de la forma en que el modelo de simulación representa los sistemas y procesos. Estos pueden incluir:
- a) Errores de conceptualización por cuestiones de escala u omisión de procesos clave.
  - b) Ecuaciones. Estas podrían estar mal planteadas y el resultando una representación inadecuada del proceso.
  - c) Métodos numéricos y condiciones de frontera. Pueden estar mal definidos y conducir a soluciones erróneas (por ejemplo, dispersión numérica o inestabilidad).

En la Ilustración 1.2 se muestran las principales fuentes de incertidumbre en los modelos LLE de drenaje urbano y la relación entre ellas.

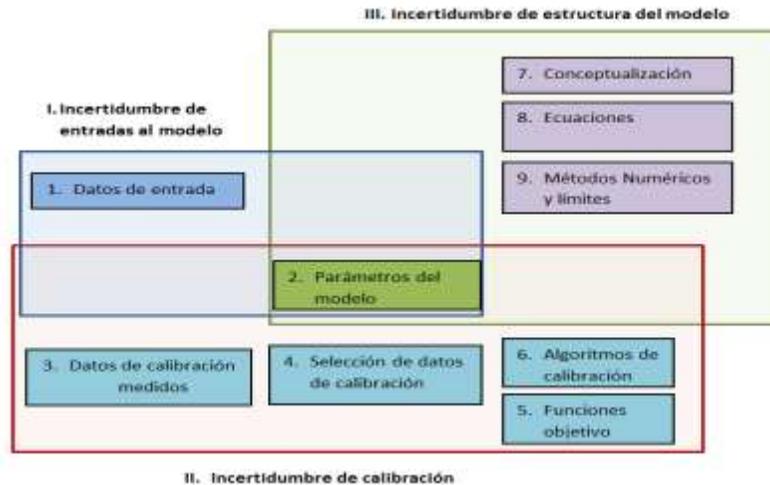


Ilustración 1.2 Relación entre principales fuentes de incertidumbre en los modelos LLE de drenaje urbano (Deletic et al., 2012).

### 1.4 Antecedentes

En México diversas Instituciones y Universidades están dedicadas al estudio del recurso hídrico, trabajan desde hace años en el desarrollo de modelos hidrológicos (en cuencas urbanas) y en la aplicación de modelos hidrológicos existentes en la literatura mundial, enfocados en la simulación de inundaciones. Los modelos hidrológicos aprovechan la información de bases de datos de precipitación, estaciones meteorológicas o radar meteorológico para conseguir resultados de escurrimientos. Los modelos más utilizados son en su mayoría deterministas que a través de los años han ido mejorando paulatinamente en su estructura, con los que se han logrado obtener resultados robustos y aceptables.

En la actualidad existen diversas maneras para obtener datos de entrada meteorológica (precipitación), a través de información pluviometría y radar meteorológico. A su vez, pueden encontrarse métodos de generación estocástica a diferentes escalas temporales de precipitación. La precisión de la información medida y la generación estocásticas de precipitación permiten obtener representaciones o escenarios que hacen precisa la modelación hidrológica.

Hasta ahora, en México, las modelaciones en cuencas urbanas se han realizado de forma determinística, donde se consiguen resultados de escurrimiento aceptables, debido a la mejora de la información de precipitación, utilizada como entrada meteorológica, y en la búsqueda de parámetros en los modelos hidrológicos en cuencas urbanas. Sin embargo, al análisis de incertidumbre, en los procesos de modelación hidrológica, se le pone poca atención, causada por la ausencia de una metodología específica para dicho análisis.

El presente trabajo pretende contribuir a la línea de investigación del análisis de incertidumbre de los procesos que intervienen en la modelación hidrológica de cuencas urbanas.

## **1.5 Objetivo**

El objetivo general es desarrollar una metodología que permita considerar la incertidumbre de los parámetros que participen en la modelación hidrológica de drenaje urbano. Dicha metodología debe constituir un marco de trabajo para el análisis cuantitativo de dichas incertidumbres y su impacto en los resultados del modelo hidrológico de drenaje urbano.

Objetivos particulares:

1. Integrar y realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo de drenaje urbano.
2. Analizar y cuantificar los efectos de la incertidumbre de los parámetros del modelo de drenaje urbano.
3. Analizar y cuantificar los errores en los resultados del modelo antes y después del análisis de incertidumbre de los parámetros de calibración.
4. Validación del modelo con los parámetros óptimos obtenidos del análisis de incertidumbre.

## **1.6 Organización del documento**

Este documento incluye nueve capítulos. Seguido de la introducción, el escrito está estructurado de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se presenta la revisión de literatura referente a los enfoques de análisis de incertidumbre utilizados en modelos lluvia-escurrimiento de drenaje urbano. Este capítulo se divide de acuerdo a los análisis de incertidumbre de entrada meteorológica, de la estructura del modelo y de parámetros del modelo de drenaje urbano.

En el Capítulo 3 se da una breve descripción de las técnicas de análisis de incertidumbre comúnmente usadas, encontradas en la revisión de literatura.

En el Capítulo 4 se da una descripción y clasificación de los tipos de modelos hidrológicos existentes en la literatura internacional, además del modelo hidrológico utilizado en este estudio.

En el Capítulo 5 se describe la metodología general para el análisis de incertidumbre, además de la metodología para la comparación de las cuatro técnicas de análisis de incertidumbre utilizadas, mencionadas en el Capítulo 3.

En el Capítulo 6 se describe la zona de estudio y los datos principales que intervienen en esta investigación (precipitación e hidrometría de la cuenca).

Los resultados del análisis de incertidumbres se presentan en el Capítulo 7, por medio de tablas, ilustraciones y descripción de los resultados.

En el Capítulo 8 se mencionan las conclusiones más importantes del trabajo de investigación.

Por último, en el Capítulo 9 se muestran las referencias consultadas para realizar el estudio.

## 2 Enfoques de análisis de incertidumbre en modelos LLE de drenaje urbano

La incertidumbre es característica en cualquier proceso de modelación y se puede originar a partir de diversas fuentes, como puede ser la formulación del modelo y el conjunto de datos que se utilizan para la calibración y verificación. La amplitud de la incertidumbre puede ser estimada y reducida, pero es necesario comprender su origen y su impacto en los resultados de predicción del modelo. Algunos investigadores (Butts et al., 2004; Beven & Binley, 1992; Willems, 2008) han reportado la presencia de diferentes fuentes de incertidumbre, que interactúan de forma no lineal en el proceso de modelación, sin embargo, no todas las fuentes se pueden cuantificar con un nivel aceptable de precisión, además de que otras fuentes pueden estar siendo ignoradas en la modelación. En la Tabla 2.1 se muestran algunos enfoques estudiados para el análisis de incertidumbre en modelos hidrológicos.

Tabla 2.1 Enfoques de análisis de incertidumbre usados en la modelación LLE (Shrestha, 2009).

Autor	Tipo de modelo	Fuente de incertidumbre	Método
Montanari & Brath (2004)	C	Global	Meta-Gaussiano
Shrestha & Solomatine (2006, 2008)	D, C	Global	Machine learning
Maskey (2004)	P	Parámetros	Momento de primer y segundo orden
Butts et al. (2004)	P	Estructura	Monte Carlo

Nota- P: modelo de base física, C: modelo conceptual, D: Modelo data-driven

### 2.1 Incertidumbre de entrada meteorológica

La precipitación como entrada meteorológica, a un modelo LLE de drenaje urbano, juega un papel importante debido a que la forma de ser obtenida influye directamente en los resultados del modelo.

La WMO (2011) menciona que las tres principales formas de conseguir información medida de lluvia es a través de:

- Red pluviómetros convencionales.
- Sistemas de radar meteorológicos.
- Sistemas de satélites geoestacionarios, basados en el análisis de las nubes que muestran las imágenes satelitales.

El factor lluvia encierra probablemente la mayor dosis de incertidumbre cuando se trata de medir y cuantificar los procesos hidrológicos. La información pluviométrica precisa y abundante en el espacio y tiempo incrementa de forma significativa la fiabilidad y el alcance de muchas aplicaciones hidrológicas, lo cual permite mejorar las bases para el diseño y operación de obras hidráulicas diversas, así como los criterios que deben regir la toma de decisiones en el ámbito de planeación y gestión de los recursos hídricos (Casado & Bartual, 1998).

En relación con lo anterior, la incertidumbre debida a los datos de lluvia se puede clasificar de la siguiente manera: (1) Error puntual de medición, (2) la variabilidad y resolución temporal y (3) la variabilidad espacial.

En el contexto de errores puntuales de medición de precipitación, existe una amplia orientación sobre el control de calidad de los datos, diseño y calibración de las redes de medición (WMO, 2008). Existe gran cantidad de literatura sobre las causas, los efectos y los procedimientos de corrección de error de medición de puntos, a partir de las observaciones. Sevruk (1982), Sevruk (1996), Yang, Goodison, Ishida & Benson (1998), entre otros, han descrito los errores sistemáticos en las mediciones de precipitación. McMillan, Krueger & Freer (2012), realizaron un conceso de las investigaciones de diferentes autores, en cuanto a los errores sistemáticos, determinaron que el rango típico se encuentra de 5 y 16%, cabe señalar que estos raramente se corrigen.

En segunda instancia, teniendo los registros de precipitación, la forma del hietograma y el tiempo pico pueden influir en la forma y sincronización del hidrograma (Astin, 1997). En cuencas urbanas donde los tiempos de concentración son cortos; la forma, la sincronización, y el gasto pico de los hidrogramas son afectados significativamente por la gruesa resolución temporal de la lluvia, la cual puede provocar una subestimación de los gastos ocurridos. En este contexto de variabilidad y resolución temporal, Aronica, Freni & Olivari (2005) realizaron un re-escalamiento de la resolución temporal de varios eventos de lluvia, en donde encontró valores de incertidumbre entre 0.02 y 0.74% con respecto a la máxima intensidad. Riccardi (2005) realizó la evaluación del modelo de Neyman-Scott, donde encontró una correlación  $R^2$  de 99% para los parámetros estadísticos media y varianza entre la serie observadas y las series generadas con el modelo, y de 90% para la correlación lag-k.

Algunos autores remarcan la influencia de la distribución espacial de la precipitación en términos de su extensión, la localización y el movimiento del campo de precipitación sobre las simulaciones de caudal (por ejemplo, Pavon, 2010). Existen enfoques de modelación espacial en los cuales se generan conjuntos de campos de precipitación condicionados a la media de la zona y el error de la interpolación espacial de la

precipitación (Clark & Slater, 2006). De ahí que en la necesidad de estimar la precipitación media de una zona aumenta estos errores que pueden variar del 4 a 14% en una escala estándar de  $10^2\text{m}$  (entrando en juego los errores de interpolación); errores del 33 al 45% en la escala de  $10^3\text{m}$  y en la escala de  $10^4\text{m}$  puede alcanzar hasta el 65%, (McMillan et al., 2012).

La información de radar meteorológico resulta adecuada como entrada meteorológica de los modelos hidrológicos distribuidos, ya que este permite considerar la variabilidad espacial y temporal de la precipitación. Su funcionamiento está basado en la medición de la cantidad de energía emitida que es reflejada en la precipitación. Para caracterizar los errores de estimación de las precipitaciones existen diversos métodos (Quintero Duque, 2011). Germann, Berenguer, Sempere-Torres & Salvadé (2006) clasificaron los métodos para caracterizar la incertidumbre de estimación de precipitación mediante radar en: 1) estudiar separadamente las fuentes de error (por ejemplo, Kavetski, Franks & Kuczera, 2003) y 2) comparar las estimaciones contra una referencia y obtener las características de los errores (por ejemplo, Quintero Duque, 2011 y Pavon, 2010). Encontraron que a escalas de  $10^3$  a  $10^5\text{m}$ , las estimaciones de radar o de satélite de precipitación podrían tener incertidumbres de 9-150% en cuanto a la intensidad de lluvia (McMillan et al., 2012). En un estudio más reciente Rodríguez-Rincón, Pedrozo-Acuña & Breña-Naranjo (2015) investigaron la propagación de incertidumbre de los parámetros de un modelo meteorológico obteniendo hidrogramas con correlación  $> 0.70$  y eficiencias de Nash-Sutcliffe  $\geq 0.6$ .

## 2.2 Incertidumbre de la estructura del modelo

La principal razón de la ocurrencia de errores en los resultados de la simulación de un modelo LLE es la incapacidad de representar adecuadamente los procesos hidrológicos (Beven, 2005). La estructura del modelo está determinada por la selección de los procesos que deben ser representados, y el modelo matemático conceptual que define estos procesos. Los errores de la estructura del modelo se refieren a la elección del modelo matemático utilizado para representar el proceso de transformación LLE. Existen múltiples estructuras de modelo que utilizan diferentes aproximaciones a la representación de los procesos hidrológicos (Singh & Frevert, 2002).

El enfoque más utilizado para considerar la incertidumbre en la modelación hidrológica, consiste en aplicar diferentes alternativas de estructuras de modelo en una cuenca, utilizando los mismos datos de entrada, también conocida como simulación multi-modelo (Georgakakos, Seo, Gupta, Schaake & Butts, 2004). Algunos autores han desarrollado marcos de trabajo en los que se permite la elección de diferentes estructuras de modelo dentro de un mismo sistema de modelación hidrológica (Butts et al., 2004).

La idea de utilizar diferentes estructuras de modelo para producir conjuntos de simulaciones de gasto ha sido explorada con suficiente rigor en hidrología (Georgakakos et al., 2004), pero también existen algunas excepciones de estudios que analizan sistemáticamente las diferencias obtenidas entre múltiples estructuras de modelo de diferente complejidad (Butts et al., 2004). La mayoría de autores coinciden en que los resultados son sustancialmente diferentes cuando se evalúan diferentes estructuras de modelo dentro de una simulación hidrológica.

El comportamiento de las simulaciones es muy sensible a la estructura del modelo escogido. Las diferencias sistemáticas más comunes ocurren en la sobreestimación o subestimación del gasto pico y en las zonas del hidrograma con gastos bajos. En aplicaciones prácticas se pueden conseguir grandes beneficios al realizar una simulación multi-modelo. En el área de la previsión de gastos, por ejemplo, un conjunto de ejecuciones de caudal que considera la incertidumbre de la estructura del modelo le permite al analista tomar una decisión en función del desempeño de uno o varios modelos que se ajustan mejor a las observaciones de caudal (Quintero Duque, 2011)

### **2.3 Incertidumbre de los parámetros del modelo hidrológico**

En modelos LLE de drenaje urbano, la calibración puede dar lugar a varios conjuntos de parámetros aceptables, reduciendo la desconfianza en los resultados del modelo. Beven & Freer (2001) menciona que no hay un único conjunto de parámetros óptimos existentes, por lo tanto, lo anterior se sustituye por el concepto de equifinalidad, en el que más de un conjunto de parámetros puede ser capaz de proporcionar un ajuste igual de bueno entre los resultados del modelo y las observaciones.

En numerosas publicaciones se ha abordado el análisis de incertidumbre en los parámetros de los modelos (por ejemplo, Kanso, Gromaire, Gaume, Tassin & Chebbo, 2003; Thorndahl et al, 2008; Dotto, Mannina, Kleidorfer, Vezzaro, Henrichs, McCarthy, Freni, Rauch & Deletic, 2012). En general, estos estudios se caracterizan por utilizar los resultados de un análisis de incertidumbre de los conjuntos de parámetros, que arrojan los mejores resultados de un modelo, estos conjuntos de parámetros se representan por medio de distribuciones de probabilidad (Dotto, Kleidorfer, Deletic, Fletcher, & MacCarthy, 2010); en algunos casos, los resultados de las técnicas de análisis de incertidumbre se utilizan para representar los intervalos de confianza alrededor de los resultados de salida del modelo (por ejemplo, Yang, Reichert, Abbaspour, Xia & Yang, 2008; Li, Xia, Xu, & Singh, 2010).

El impacto de la incertidumbre, causada por lluvias sistemáticas con diferente resolución temporal y la causada por los parámetros del modelo, también han sido analizadas, obteniendo resultados aceptables en la caracterización de la incertidumbre y

sus efectos en los resultados del modelo (Deletic, 1998; Rauch & Harremoës, 1999; Bertrand-Krajewski & Barraud, 2002).

Entre las técnicas de análisis de incertidumbre se encuentran diferentes enfoques de estimación. Entre los enfoques más utilizados se encuentra la metodología GLUE (Beven & Binley, 1992), los enfoques Bayesianos (Dotto, Kleidorfer, Deletic, Rauch, McCarthy & Fletcher, 2011) y el uso de enfoques que incluyen algoritmos de optimización entre ellos SCEM-UA (Vrugt, Hoshin, Gupta, Bastidas, Bouten & Sorooshian, 2003a y Vrugt et al, 2003b) y AMALGAM (Vrugt & Robinson, 2007; Dotto et al., 2012).

La técnica GLUE (Freni, Mannina & Viviani, 2008) rechaza el concepto de un modelo y conjunto de parámetros óptimos, y en cambio, reconoce la existencia de múltiples modelos y conjuntos de parámetros posibles (equifinalidad). GLUE permite el uso de la probabilidad informal y trata los errores residuales implícitamente al hacer las predicciones de los parámetros. La técnica GLUE ha sido criticada por ser estadísticamente incorrecta y por generar límites de predicción de los parámetros sin coherencia estadística (Stedinger, Vogel, Lee, & Batcheler, 2008). Esto en parte debido a la subjetividad en la elección de la medida de verosimilitud, y en utilizar un umbral de entrada que distingue los valores de conjuntos de parámetros "de buen comportamiento" a los de "no buen comportamiento". En respuesta a lo anterior, Andréassian, Perrin, Michel, Usart-Sanchez & Lavabre, (2001) y Beven, Smith & Freer (2008) afirman los requerimientos supuestos en el análisis estadístico formal casi nunca se cumplen dentro de la modelación hidrológica debido a los errores epistémicos que arrastra a residuos del modelo no estacionarios, a su vez inadecuados para las funciones de verosimilitud estadística.

Por otra parte, el enfoque Bayesiano permite asociar probabilidades a los parámetros desconocidos (Doherty, 2010; Dotto et al., 2011). El enfoque Bayesiano requiere una distribución a priori de los parámetros (Freni & Mannina, 2010a; Freni & Mannina, 2010b), además normalmente implica el uso del método de Cadenas de Markov - Monte Carlo (MCMC) (Yang et al, 2008; Dotto et al, 2011), y Differential Adaptive Metropolis (DREAM, Vrugt & Ter Braak, 2011, Vrugt, Teer Braak, Diks, Robinson Hyman & Higdon, 2009) para estimar la distribución a posteriori de los parámetros. Algunos de los autores mencionados anteriormente fundamentan el enfoque Bayesiano en un muestreo basado Metropolis-Hastings, encontraron que existen parámetros de incertidumbre y bandas de confianza similares cuando los residuos son estacionarios o dinámicos.

Otros enfoques son los utilizados por (Vrugt, et al, 2003a Vrugt et al., 2003b), donde combinan Shuffled Complex Evolution Metropolis (SCEM-UA) y GLUE (Blasone, Vrugt, Madsen, Rosbjerg, Robinson & Zyvoloski, 2008). Otro enfoque está basado en el Multi-algorithm, Genetically Adaptive Multi-Objective (AMALGAM, Vrugt & Robinson, 2007).

Al igual que GLUE y SCEM-UA, estos enfoques son sensibles a los criterios de aceptación subjetivos de los parámetros. El método AMALGAM también es sensible a la selección de eventos de LLE. Por lo tanto, los datos de lluvia y escurrimiento tienen que ser cuidadosamente analizados.

En la Tabla 2.2 se muestran los valores de Eficiencia de Nash-Sutcliffe (ENS, siendo esta una de las medidas de verosimilitud más usadas en la literatura) considerados como aceptables, para algunos autores en cuanto a la incertidumbre de los parámetros de calibración.

Tabla 2.2 Valores recomendados de ENS aceptables

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Investigación</b>	<b>Eficiencia Nash - Sutcliffe</b>
<b>Andréassian, Perrin, Michel, Usart-Sánchez, &amp; Lavabre</b>	2001	Calibración, Resultados de modelos de eficiencia, en el impacto de la calidad e estimación de precipitación.	0.60 – 0.81
<b>Aronica, Freni, &amp; Olivari</b>	2005	Influencia de la resolución temporal en modelos de drenaje urbano.	Max 0.8
<b>Krause, Boyle, &amp; Bäse</b>	2005	Calibración de modelos de eficiencia en modelo hidrológico.	0.65 - 0.89
<b>McCuen, Knight, &amp; Cutter</b>	2006	Evaluación del índice de eficiencia Nash – Sutcliffe, Hidrogramas unitarios en cuencas	0.70 – 0.995
<b>Bárdossy</b>	2007	Calibración de modelo hidrológico.	0.80-1
<b>Montanari &amp; Toth</b>	2007	Calibración de modelo hidrológico.	0.81-1
<b>Moriasi, Arnold, Van Liew, Bingner, Harmel, &amp; Veith</b>	2007	Evaluación de modelos, cuantificación de precisión en simulaciones de cuenca.	Muy bueno 0.75-1 Bueno 0.65-0.75 Satisfactorio 0.50-0.65
<b>Jain &amp; Sudheer</b>	2008	Ajuste de modelos hidrológicos.	0.64-0.98
<b>Stedinger, Vogel, Lee, &amp; Batchelder</b>	2008	Calibración de modelo lluvia escurrimiento.	0.80-0.90
<b>Freni, Mannina, &amp; Viviani</b>	2009	Calibración de modelos, comparación de método bayesiano y pseudo-bayesiano.	Max 0.80
<b>McMillan &amp; Clark</b>	2009	Calibración de modelo lluvia escurrimiento.	0.80-0.90
<b>Wang, Chau, Cheng, &amp; Qiu</b>	2009	Predicción de series de tiempo mensuales de descarga.	0.65-0.969
<b>Zhang, Srinivasan, &amp; Bosch</b>	2009	Calibración usando algoritmo genético y modelo bayesiano.	0.74-0.81

Tabla 2.3 Continuación, valores recomendados de ENS aceptables

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Investigación</b>	<b>Eficiencia Nash - Sutcliffe</b>
<b>Birkinshaw, O'Donnell, Moore, Kilsby, Fowlwe, Berry</b>	2010	Estimación de caudales usando altimetría satelital.	0.82-0.935
<b>Cloke, Jeffers, Wetterhall, Byrne, Lowe, &amp; Pappenberger</b>	2010	Proyecciones de cambio climático en el escurrimiento de una cuenca.	0.6-1
<b>Quintero Duque</b>		Incertidumbre asociada a la modelación hidrológica.	0.8
<b>Kavetski, Fenicia, &amp; Clark</b>	2011	Impacto de la resolución temporal, comportamiento de los parámetros en modelo hidrológico.	0.75- 1
<b>Sultana &amp; Coulibaly</b>	2011	Modelación hidrológica distribuida.	0.4 -0.5
<b>Wang, Zhang, Luo, Chiew, &amp; Wang</b>	2011	Predicción de caudal mensual y estacional en modelo lluvia escurrimiento.	0.75 - 1
<b>Dotto, Mannina, Kleidorfer, Vezzaro, Henrichs, McCarthy, Freni, Rauch &amp; Deletic</b>	2012	Comparación de técnicas de incertidumbre.	0.6 - 0.8

En general en el campo de la modelación de drenaje urbano, algunos investigadores han adoptado estas metodologías para realizar el análisis de incertidumbre de los parámetros de modelación. Por ejemplo, en el caso de Dotto et al. (2010), se analizaron los parámetros de diseño de humedales para el control de inundaciones que relacionan los parámetros hidrológicos e hidráulicos para tener un mejor rendimiento del modelo. Otro ejemplo es el trabajo de Fraga, Cea, Puertas, Suárez, Jiménez & Jácome (2016), en el que se evaluó la incertidumbre de los parámetros de modelación y su propagación a partir de un modelo hidrológico 1D-2D. Del mismo modo Sun, Hall, Hong & Zhang (2014) se centraron en la incertidumbre de los parámetros hidrológicos y su comportamiento con respecto a la escala del modelo (estudio de superficie a detalle). Zhao, Chen Wang & Tong (2013) por su parte realizo un análisis de incertidumbre para evaluar la capacidad de diferentes medidas de verosimilitud en la distribución de los parámetros. Así también Jung & Merwade (2014) estimaron la propagación de la incertidumbre para mapas de inundación usando un modelo hidráulico 1D.

### 3 Técnicas de Análisis de incertidumbre usadas en modelos LLE de drenaje urbano

#### 3.1 Generalized Likelihood Uncertainty Estimation

El procedimiento GLUE (Beven & Binley, 1992) es utilizado para el análisis de incertidumbre, el cual requiere de un gran número de muestreo aleatorio de parámetros a través del método de Monte Carlo. El procedimiento GLUE se basa en la búsqueda de los conjuntos de parámetros que dan como resultado modelaciones fiables. A diferencia con otros métodos, este enfoque no utiliza una función objetivo de maximización o minimización, debido a que el rendimiento de los parámetros se realiza con el análisis de los resultados calculados con índices de eficiencia.

El procedimiento se basa en que, para una estructura de modelo cualquiera, no existe un único vector de parámetros que represente modelaciones fiables cercanas a las observadas. En otras palabras, existen numerosas combinaciones de vectores dentro de un conjunto de parámetros que pueden representar de manera fiable el comportamiento de una cuenca observada a lo cual se le llama concepto de equifinalidad.

Normalmente para representar los resultados del análisis de incertidumbre se utilizan gráficas de dispersión; donde los valores más cercanos a uno son los de mayor certeza. Por lo tanto, si los resultados de la modelación son buenos o malos no son función de los parámetros individuales sino de todo el conjunto de valores de los parámetros y la interacción entre ellos.

El procedimiento GLUE se puede implementar de la siguiente manera (Beven & Binley, 1992):

- Selección del modelo o modelos a incluir en el análisis.
- Selección de un rango factible para cada valor de parámetro.
- Tener una estrategia de muestreo para los conjuntos de parámetros.
- Contar con una o varias medidas apropiadas de verosimilitud, incluidas las condiciones para rechazar los resultados con mal rendimiento.

### 3.2 Inferencia Bayesiana

El cálculo de la predicción de la incertidumbre se basa en la función de verosimilitud y en la distribución de los parámetros. La función de verosimilitud describe la probabilidad (densidad) de datos observados dado un modelo y a sus parámetros, donde la salida observada es una variable aleatoria, de tal forma que el conocimiento común de los parámetros es descrito por la función de densidad de probabilidad.

Basado en lo anterior, el uso del teorema de Bayes (Bayes, 1987) como herramienta para el análisis de incertidumbre se puede expresar de la siguiente manera:

$$P(\theta|Y) = \frac{L(Y|\theta) P(\theta)}{\int L(Y|\theta) P(\theta) d\theta} \quad (1)$$

Donde,  $P(\theta)$  es la distribución *a priori* del conjunto de parámetros de un modelo,  $P(Y)$  es la distribución de las observaciones (datos de calibración) y  $L(Y|\theta)$  es la probabilidad condicional de los datos de observaciones,  $Y$ , debida a un conjunto de parámetros (es decir, la función de verosimilitud). Por lo tanto,  $P(\theta|Y)$  es la distribución de probabilidad del conjunto de parámetros debida a los datos observados,  $Y$  (a menudo llamada distribución *a posteriori*). Además,  $P(\theta|Y)$  es el parámetro con probabilidad actualizada.

En otras palabras, la distribución *a posteriori*  $P(\theta|Y)$  puede ser actualizada mediante las observaciones de  $P(\theta|Y)$ , para así poder obtener la distribución *a posteriori* de los parámetros más cercana a la verdadera. Por lo tanto, la inferencia bayesiana puede ser un enfoque eficaz para analizar las incertidumbres en la modelación de drenaje urbano, siempre que los componentes del modelo estén definidos adecuadamente (Beven, 2001). El muestreo aleatorio de los parámetros de los modelos regularmente se realiza con el método de MCMC y el algoritmo Metrópolis - Hastings (Hastings, 1970).

### 3.3 Shuffled Complex Evolution Metropolis Algorithm

En la actualidad se han utilizado los algoritmos de optimización, como el método MCMC, para reducir el trabajo computacional cuando se analiza el espacio de parámetros posibles en un modelo, identificar el rango de parámetros con mayor probabilidad y aumentar el número de muestras aleatorias en regiones de alta probabilidad. En este contexto, el Shuffled Complex Evolution Metropolis Algorithm (SCEM-UA) desarrollado

por Vrugt et al. (2003a), para un marco de análisis Bayesiano y posteriormente usado con el método GLUE por Blasone et al. (2008). El procedimiento general de aplicación del algoritmo SCEM-UA se puede dividir en tres pasos (Vrugt et al, 2003b.):

- Paso 1: Identificación de la medida de probabilidad y el rango de los parámetros del modelo, definido en distribuciones previas.
- Paso 2: Generación de una muestra de conjunto de parámetros de dimensión  $n$  y la aplicación del algoritmo de optimización para identificar las regiones del rango de los parámetros con mayor probabilidad. El algoritmo de optimización se desarrolla de la siguiente manera:
  - a) Subdivisión de la muestra inicial de parámetros en complejos  $k$ .
  - b) Evolución de cada complejo, con el algoritmo de Sequence Evolution Metropolis (SEM). En este se aplica el método Metrópolis-Hastings (Hastings, 1970) aceptando y rechazando los conjuntos candidatos.
  - c) Sustitución de los peores miembros de la secuencia, centrándose en la región de mayor probabilidad.
  - d) Nuevo muestro aleatorio en complejos (después de un número determinado de iteraciones) evitando el colapso en el óptimo local. El algoritmo comienza de nuevo desde el punto (b).
  - e) La evolución se detiene con el criterio de convergencia de Gelman (1995).
- Paso 3: Aplicación GLUE para el nuevo conjunto parámetros.

El método SCEM - UA puede superar algunas de las limitaciones del procedimiento GLUE, es decir, el rango inicial de las muestras de los parámetros puede ser amplio, sin incrementar necesariamente los requisitos computacionales. Sin embargo, los criterios de aceptación siguen siendo subjetivos (Dotto et al., 2012).

### **3.4 Multi-algorithm, Genetically Adaptive Multi-objective method**

El multi algorithm, Genetically Adaptive Multi-objective method (AMALGAM), fue creado para resolver problemas en el campo de conjuntos compuesto de predicciones meteorológicas. El método combina dos conceptos, la búsqueda con métodos simultáneos y la creación de descendencia auto evolutiva, que garantiza soluciones más rápidas, fiables

y computacionalmente eficientes en la solución de algoritmos de optimización multi objetivo. La optimización evolutiva multi método implementa un procedimiento de búsqueda elitista de la población base, en el cual se encuentra un conjunto de parámetros distribuidos, con soluciones de Pareto, en un solo procedimiento de optimización (Vrugt & Robinson, 2007; Huisman, Rings, Vrugt, Sorg & Vereecken, 2010). AMALGAM utiliza cuatro algoritmos para la optimización, los cuales se describen a continuación.

*Non-dominated sorted genetic algorithm-II (NSGAII, Deb, Pratap, Agarwal & Meyarivan, 2002.)*

El algoritmo NSGA-II fue desarrollado por Deb et al. (2002). El algoritmo utiliza operadores genéticos de selección, cruza y mutación para crear una nueva población de puntos  $Q_{t+1}$  de una población existente  $P_{t+1}$ . El algoritmo implementa la simulación del operador binario de cruza (SBX, Simulated binary crossover, Deb & Agrawal, 1995), y mutación polinomial para crear descendencia.

*Particle swarm optimization (PSO, Kennedy, Eberhart & Shi, 2001)*

PSO es un método de optimización basado en una población estocástica cuyo desarrollo fue inspirado en el comportamiento de aglomeración y enjambrado de aves e insectos respectivamente. El método funciona con un conjunto de soluciones potenciales, llamadas partículas, y busca soluciones óptimas modificando continuamente estas poblaciones en las generaciones posteriores. En el inicio, a las partículas se les asigna una localización y velocidad aleatoria en el espacio de búsqueda de  $n$  dimensional. Después de iniciado, cada partícula ajusta iterativamente su posición de acuerdo con su propia experiencia de vuelo, y con la experiencia de vuelo de todas las demás partículas, haciendo uso de la mejor posición encontrada por sí mismo,  $x_{best}$  y de la población total,  $p_{best}$ . PSO combina los principios de búsqueda local y global para evolucionar.

*Adaptive Metropolis search (AMS, Haario, Saksman & Tamminen, 2001)*

La AMS es un ejemplo de Monte Carlo - Cadenas de Markov (MCMC) que previene activamente quedar sumergido en la búsqueda, dentro de una pequeña región de una sola mejor solución, adoptando una estrategia evolutiva que permita la sustitución de los padres con los hijos de menor aptitud (ajuste). Mientras esta es la fortaleza, más apreciada, el algoritmo AMS tiene otra propiedad deseable: el método de muestreo es muy eficiente en distribuciones de gran dimensión. Por lo tanto, si el método evolutivo ha progresado hacia el frente óptimo de Pareto, entonces el algoritmo AMS es capaz de explorar completamente la distribución de Pareto, considerando y generando de manera sucesiva una amplia cantidad de soluciones.

### *Differential evolution (DE, Storn & Price, 1997)*

DE ha demostrado que es capaz de hacer frente al uso de variables con fuertes correlaciones y exhibe un comportamiento rotacional invariante. La DE es un algoritmo de búsqueda basado en poblaciones que de manera iterativa modifica la población de puntos inicial en las generaciones subsecuentes. El método difiere de otros algoritmos evolutivos en la fase de mutación y recombinación. A diferencia de los algoritmos genéticos y otras estrategias evolutivas, el DE utiliza diferencias pesadas entre los vectores de solución, para crear nuevas soluciones de descendientes de la población existente.

El algoritmo AMALGAM está incluido en el KALIMOD herramienta de software (Uhl & Henrichs, 2014), que fue construido como una interfaz entre los modelos de simulación y algoritmos de optimización. El procedimiento general utilizado se puede resumir en los siguientes pasos.

- Paso 1: Identificación / Selección de modelo LLE, con los diferentes eventos a calibrar.
- Paso 2: Realizar la calibración a varios eventos con AMALGAM.
- Paso 3: Estimación de las soluciones óptimas de Pareto.

### **3.5 Non-dominated sorted genetic algorithm-II (NSGAII)**

Los algoritmos genéticos multi objetivos de búsqueda están basados en la mecánica de la selección natural, derivados de la teoría de la evolución natural. Estos algoritmos representan las soluciones utilizando cadenas (también denominadas cromosomas) de variables, que están formadas por una serie de genes (variables de decisión). La aptitud de cada cromosoma es una expresión del valor la función objetivo. Un algoritmo genético multi objetivo comienza con una población de cromosomas, que a través de operadores genéticos como la selección, cruza y mutación producen mejores cromosomas sucesivamente.

NSGA-II fue propuesto por Deb et al. (2002) mediante el uso de un esquema eficiente de clasificación y selección de los conjuntos eficientes de Pareto. En NSGA-II, el proceso de selección se da en varias etapas del algoritmo hacia un conjunto óptimo de Pareto, uniformemente extendido, es guiado por la asignación de la habilidad de los cromosomas basada en el dominio y la diversidad. El dominio se determina por la clasificación de todos los cromosomas en la población, donde los cromosomas con mayor rango se consideran que tienen una mejor aptitud. Los cromosomas con el mismo rango se comparan en base a su diversidad, que se define en base a una suma de las distancias entre individuos

adyacentes (crowding distance), para cada cromosoma. Los cromosomas con grandes valores de crowding distance son seleccionados para las próximas generaciones. La aplicación de NSGA-II se da de la siguiente forma:

1. Comenzar con una generación aleatoria de una población de padres (es decir, un grupo de conjuntos de parámetros), seguido por una clasificación basada en la dominación y el crowding distance.
2. Crear una población de descendientes del mismo tamaño que la población de los padres a través de la selección de torneos, con un tamaño de torneo de 2.
3. Aplicar un operador de cruce con un punto simple de corte para remplazar las partes designadas de la descendencia de los conjuntos de parámetros con valores de las soluciones de los padres. La probabilidad de cruce (es decir, el porcentaje de la población total de crías que es afectada por el operador de crossover) es del 90%.
4. Realizar una mutación uniforme alterando el valor de una variable por conjunto de parámetros, es decir, la probabilidad de mutación es  $1/s$ , donde  $s$  es el número de parámetros.
5. Combinar las poblaciones de progenitores y descendientes, y clasificar los conjuntos de parámetros basados en la dominación y la diversidad.
6. Transferir los mejores conjuntos de parámetros de la mitad superior a la siguiente generación.
7. Repetir los pasos 2 a 6 hasta que se cumplan los criterios para finalizar el algoritmo.

### 3.6 Latin Hypercube Sampling (LHS)

Latin Hypercube Sampling (LHS, McKay, Conover, Beckman., 1979) es un método de muestreo estratificado (en contraste con el muestreo aleatorio en MC) que estima eficientemente las estadísticas de la salida. En LHS la distribución de probabilidad de cada variable incierta se subdivide en  $K$  intervalos no superpuestos con una probabilidad igual de  $1/K$  y se muestrea un solo valor dentro de cada intervalo de acuerdo con la distribución de probabilidad. Por lo tanto, LHS selecciona  $K$  valores diferentes de cada una de las  $N$  variables  $X_1, \dots, X_n$ . Los valores de  $K$  obtenidos de  $X_1$ , se emparejan de manera aleatoria con valores de  $K$  de  $X_2$ . Estos  $K$  *pares* se combinan de manera aleatoria con  $K$  valores de  $X_3$  para formar  $K$  *tripletes*, y así sucesivamente, hasta que se forman  $K N - grupos$ . Por lo

tanto, creamos una matriz de entrada de tamaño  $K$  por  $N$  donde, las  $i$  filas consisten en valores específicos de cada una de  $N$  variables de entrada que se utilizarán para la  $i$ -ésima ejecución del modelo. Las estadísticas de salida, distribución de probabilidad, pueden ser aproximadas a partir de la muestra de  $K$  valores de salida.

### 3.7 Medida de verosimilitud

Un aspecto importante del análisis de incertidumbre es la forma en la que se expresan las incertidumbres relacionadas con las estimaciones individuales o con el conjunto de parámetros de un modelo; a lo que se le llama función de verosimilitud. En los siguientes puntos se muestran algunas medidas de verosimilitud, encontradas en la literatura.

#### 3.7.1 Eficiencia de Nash-Sutcliffe usada por Aronica et al. (2005)

Dentro del método GLUE, se utilizan el RAI (Resampling Accuracy Index) y el índice de eficiencia Nash-Sutcliffe para analizar la incertidumbre de respuesta de los modelos lluvia-escorrentamiento, con diferente resolución temporal en las entradas de precipitación (Aronica et al., 2005).

La ecuación para el cálculo del RAI, se muestra a continuación:

$$RAI = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_0^2} \quad (2)$$

Y la ecuación para el cálculo la eficiencia de Nash-Sutcliffe es la siguiente:

$$L_{NS} = ENS = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_0^2} \quad (3)$$

La ecuación (4) es la utilizada para estimar la varianza de error:

$$\sigma_e^2 = \sigma^2 \left[ \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^N x_i} \right] \quad (4)$$

Donde  $\sigma_e^2$ , es la varianza del error, de las series generadas y  $\sigma_0^2$ , es la varianza de la muestra observada.

### 3.7.2 Medida de verosimilitud usada por Jin, Xu, Zhang, & Singh (2010)

$$\sqrt{Q_{obs,t}} = \sqrt{Q_{sim,t}} + \varepsilon_t \quad (5)$$

Donde,  $Q_{obs,t}$ , es gasto observado en el tiempo,  $Q_{sim,t}$ , es gasto simulado en el tiempo y  $\varepsilon_t$ , vector de errores.

$$L(Y|\theta) = (2\pi\sigma^2)^{n/2} \times \exp\left[\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^n (\sqrt{Q_{obs,t}} - \sqrt{Q_{sim,t}})^2\right] \quad (6)$$

Donde,  $\sigma^2$ , varianza de los resultados del modelo.

### 3.7.3 Medida de verosimilitud usada por Vrugt et al. (2003b)

$$\hat{y} = \eta(\xi|\theta) + e \quad (7)$$

Donde  $\hat{y}$ , es el vector de resultados del modelo,  $\xi$ , es el matriz de valores de entrada del modelo,  $\theta$ , es el vector de parámetros no conocidos y  $e$ , es el vector de errores.

$$L(\theta^t|y) = \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \left(\frac{e(\theta^t)_i}{\sigma}\right)^2\right] \quad (8)$$

$e(\theta^t)$ , es el vector de errores debidos a los N conjuntos de parámetros del modelo en el tiempo y  $\sigma$ , desviación estándar de los resultados del modelo.

### 3.7.4 Coeficiente de determinación $R^2$

El coeficiente de determinación  $R^2$  se define como el cuadrado del valor del coeficiente de correlación de acuerdo con Bravais-Pearson. Este se calcula como:

$$R^2 = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})(P_i - \bar{P})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2}} \right)^2 \quad (9)$$

Donde,  $O$ , son los valores observados y  $P$ , los valores de la predicción.

### 3.7.5 Eficiencia de Nash & Sutcliffe (1970)

La eficiencia ENS se define como 1 menos la suma de las diferencias absolutas al cuadrado entre los valores de la predicción y observados normalizados por la varianza de los valores observados durante el periodo investigado.

$$ENS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (10)$$

### 3.7.6 Medidas de verosimilitud usadas por Krause et al. (2005):

#### 3.7.6.1 Índice de concordancia d

Este índice fue propuesto por Willmot (1981), para superar la falta de sensibilidad de E y r<sup>2</sup> en las diferencias de la media y la varianza de los datos observados y los simulados.

$$d = IAd = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|P_i - \bar{O}| + |O_i - \bar{O}|)^2} \quad (11)$$

#### 3.7.6.2 Forma modificada de E y d

$$E_j = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |O_i - P_i|^j}{\sum_{i=1}^n (|O_i - \bar{O}|)^j}, \quad j \in N \quad (12)$$

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |O_i - P_i|^j}{\sum_{i=1}^n (|P_i - \bar{O}| + |O_i - \bar{O}|)^j}, \quad j \in N \quad (13)$$

#### 3.7.6.3 Criterio de eficiencia relativa

$$E_{rel} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{O_i - P_i}{O_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{O_i - \bar{O}}{\bar{O}}\right)^2} \quad (14)$$

$$d_{rel} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{O_i - P_i}{\bar{O}_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{|P_i - \bar{O}| + |O_i - \bar{O}|}{\bar{O}} \right)^2} \quad (15)$$

### 3.8 Análisis de sensibilidad

Antes de iniciar con la estimación de la incertidumbre de los parámetros de un modelo, es crucial conocer la sensibilidad de estos, lo cual permite tener antecedentes para un análisis profundo (calibración e incertidumbre) y mejorar la comprensión del comportamiento del modelo. Por lo cual el análisis de sensibilidad tiene como objetivo explorar el cambio de los resultados del modelo conforme al cambio en los parámetros del mismo y así identificar los parámetros influyentes de los no influyentes.

Por lo general, hay que tener en cuenta que la sensibilidad de los parámetros que a su vez pueden depender del intervalo de los parámetros analizados y de los datos de entrada de un modelo. Por lo tanto, un modelo de drenaje puede ser sensible a un parámetro, pero este mismo parámetro resulta insensible para otro modelo, Kleidorfer (2009); Kleidorfer, Deletic, Fletcher & Rauch (2009) mencionan al respecto la existencia de dos tipos de análisis de sensibilidad los cuales se presentan a continuación:

- El análisis de sensibilidad local (también denominado análisis de sensibilidad puntual) investiga la sensibilidad de un parámetro con respecto a los resultados de la simulación con un determinado valor de parámetro.
- El análisis de sensibilidad global o regional explora una gama más amplia del espacio de los parámetros. Este análisis no inicia desde un solo punto, sino a partir de una distribución de parámetros y estos son valores aleatorios tomados de esta distribución.

En relación a lo anterior, el análisis de sensibilidad se realiza bajo un enfoque de simulaciones de Monte Carlo, 1000 simulaciones, por cada uno de los parámetros, de manera individual, tomando en cuenta una distribución uniforme (Beven & Binley, 1992) y posteriormente se calcula el coeficiente de sensibilidad para cada uno de los parámetros del modelo (Manninav & Viviani, 2010) de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$s_{i,j} = \frac{\Delta\theta_j}{y_{s_i}} \frac{\partial y_i}{\partial \theta_j} \quad (16)$$

Donde,  $y_i$ , representa las  $n$  variables de salida del modelo,  $\theta_j$ , representa los  $m$  parámetros independientes del modelo,  $\Delta\theta_j$ , es el rango de variabilidad del parámetro  $j$ -ésimo,  $y_{s_i}$ , es el valor de referencia para la variable  $y_i$  usada para preservar la naturaleza no dimensional de la función de sensibilidad.

## 4 Modelo Hidrológico

### 4.1 Clasificación de modelos hidrológicos

Antes de comenzar con la clasificación de los modelos hidrológicos LLE, es importante distinguir los modelos adaptados para predicción de los modelos de simulación. Un modelo adecuado para simulaciones describe los fenómenos de un sistema a largo plazo, mientras que un modelo adecuado para la predicción (llamados también modelos en tiempo real o en línea) tiene la capacidad de actualizarse continuamente con información de predicciones de entrada (por ejemplo, información climatológica).

Los modelos de simulación son comúnmente usados para:

- Diseño de drenaje urbano.
- Evaluación del rendimiento de sistemas de drenaje urbano existentes, que deben cumplir con normas de diseño.
- Modernización o propuestas de rediseño.
- Detectar zonas de inundación, de acuerdo a las características de una cuenca urbana.
- Investigación de las consecuencias debidas al efecto del cambio climático.
- Modelación de descarga de contaminantes.
- Evaluación de diferentes estrategias de control, normalmente usadas para modelos predictivos de control de los componentes de un sistema (bombas, compuertas, orificios, vertedores, entre otros).

Los modelos de predicción son comúnmente usados en:

- Simulación de peligro en tiempo real de un sistema de drenaje urbano.
- Control en tiempo real de bombas, compuertas, orificios, vertedores y plantas de tratamiento con el fin de optimizar el rendimiento de los componentes de un sistema de drenaje urbano.

Basado en lo anterior, en la literatura existen diferentes clasificaciones de los modelos LLE, por ejemplo, Todini (1988). Las clasificaciones se basan generalmente en los siguientes criterios: (i) el alcance de los principios físicos que se aplican en la estructura del modelo, (ii) el tratamiento de los datos del modelo y los parámetros en función del espacio y el tiempo. De acuerdo con el primer criterio (descripción de procesos físicos), un modelo de LLE se puede atribuir a dos categorías: determinísticos y estocásticos (Shrestha, 2009).

Un modelo determinista no considera la aleatoriedad; la entrada asignada siempre produce la misma salida. Un modelo estocástico tiene salidas que son al menos parcialmente aleatorias. Los modelos deterministas pueden ser clasificados en: (i) los modelos data-driven (modelos de caja negra), (ii) modelos conceptuales (modelos de caja gris), y (iii) los modelos basados en la física (modelos de caja blanca).

#### **4.1.1 Modelos Data-driven**

Los modelos data-driven son generalmente simples y fáciles de calibrar. Los usuarios de estos modelos dudan de los resultados, ya que pueden ser poco fiables, a pesar de la gran cantidad de los datos históricos sobre los que están basados. Los modelos data-drive, llamados empíricos o de caja negra, involucran ecuaciones matemáticas que no son derivadas de los procesos físicos que ocurren en una cuenca, estas generalmente son obtenidas de un análisis de series temporales de entrada y salida observadas (modelos de caja negra). Los modelos de caja negra son clasificados en tres grupos (Shrestha, 2009):

- Hidrograma unitario.
- Estadístico
- Hidro informáticos

#### **4.1.2 Modelos conceptuales**

Los modelos conceptuales se componen frecuentemente de depósitos interconectados que representan los elementos físicos de una cuenca. La recarga de los depósitos se da a través del cambio continuo de precipitaciones, infiltración y percolación, y el vaciado de los depósitos con cambio continuo de la evapotranspiración, la escorrentía, entre otros, que son procesos físicos reales en la cuenca. Los parámetros y cambios continuos suelen representarse con valores promedio en toda la cuenca. Las ecuaciones usadas para describir a los procesos hidrológicos son semi-empíricas, pero con una base física. Los parámetros del modelo habitualmente no son evaluados con solo datos de campo, estos tienen que ser obtenidos a través de la calibración. Aunque los modelos conceptuales son

simples y se pueden implementar fácilmente, en un software computacional, necesitan ser abastecidos de registros meteorológicos e hidrológicos suficientemente largos para su calibración, que no siempre están disponibles. La calibración de los modelos conceptuales puede llegar a ser difícil ya que involucra el ajuste de curvas con una adecuada interpretación física del proceso, además del cambio de los parámetros de uso de suelo; esto hace que los modelos conceptuales no sean del todo confiables. Los modelos conceptuales son ampliamente utilizados para la predicción de crecidas, por su fácil comprensión en el campo de la ingeniería civil, ya que tratan de describir racionalmente los diferentes componentes del ciclo hidrológico (Shrestha, 2009).

#### **4.1.3 Modelos basados en la física**

Los modelos de base física se fundamentan en los principios generales de los procesos físicos (por ejemplo, la continuidad, cantidad de movimiento y / o conservación de la energía) y describen el comportamiento del sistema lo más detalladamente posible. El estado y la evolución del sistema, se describe con el uso de variables de estado que están en función de tiempo y el espacio. Las variables de estado tienen significado físico, que por lo general son medibles. En estos modelos, los procesos hidrológicos del movimiento del agua se modelan por la representación en diferencias finitas de las ecuaciones diferenciales parciales de masa, momento y conservación de energía, o mediante ecuaciones empíricas derivadas de la investigación experimental independiente (Abbott, 1986).

#### **4.1.4 Modelos estocásticos**

Si cualquiera de las variables de entrada y salida o términos de error del modelo, se consideran como variables aleatorias y tiene una distribución de probabilidad, entonces el modelo es estocástico. Chow (1964), menciona " Si se considera la posibilidad de ocurrencia de las variables y se introduce el concepto de probabilidad en la formulación del modelo, el proceso y el modelo se describen como estocástico o probabilístico".

### **4.2 Stormwater Management Model**

El Stormwater Management Model (SWMM) fue generado por la Agencia para la Protección del Medio Ambiente en los Estados Unidos (EPA, 2005). El modelo integrado SWMM es un modelo de simulación física, que utiliza una solución discreta en tiempo de los procesos físicos como el escurrimiento superficial, infiltración, aguas subterráneas, deshielo de la nieve, el comportamiento hidráulico de un sistema, inundaciones, y comportamiento y evolución de la calidad del agua. La formulación matemática de SWMM emplea los principios de conservación de masa, de energía y de cantidad de movimiento. SWMM tiene la capacidad de modelar la cantidad y calidad de los escurrimientos durante un evento de precipitación a lo largo de los procesos físicos mencionados anteriormente.



Ilustración 4.1 Esquema de modelación SWMM.

### 4.2.1 Esgurrimiento superficial

El enfoque utilizado para el proceso de escurrimiento se basa en que cada una de las cuencas es un depósito no lineal, donde la aportación de gastos a los depósitos proviene de la precipitación, nieve o de otro depósito situado aguas arriba. Así también existen gastos de salida como la infiltración, la evaporación y escurrimiento superficial. La capacidad del depósito no lineal está dada por el parámetro almacenamiento en depresión, definido como el almacenamiento en la superficie derivada de una inundación, los gastos captados del escurrimiento superficial y la humedad superficial del suelo.

El escurrimiento superficial de un área asignada, se presenta cuando la profundidad de agua en el depósito excede el valor máximo del almacenamiento en depresión donde el gasto de salida se obtiene con la ecuación de Manning (ecuación (17)). La profundidad de agua en la cuenca, se actualiza continuamente en cada uno de los instantes de cálculo por medio de la solución numérica del balance de gastos en la cuenca.

$$Q = \frac{1}{n} L(h - h')^{5/3} s^{1/2} \tag{17}$$

Donde,  $Q$ , es el gasto,  $S$ , es el área de la subcuenca,  $L$ , es el ancho de la subcuenca,  $s$ , es la pendiente de la subcuenca,  $h$  y  $h'$ , son la profundidad del agua y abatimiento de la altura de almacenamiento respectivamente,  $n$ , es el coeficiente de Manning.

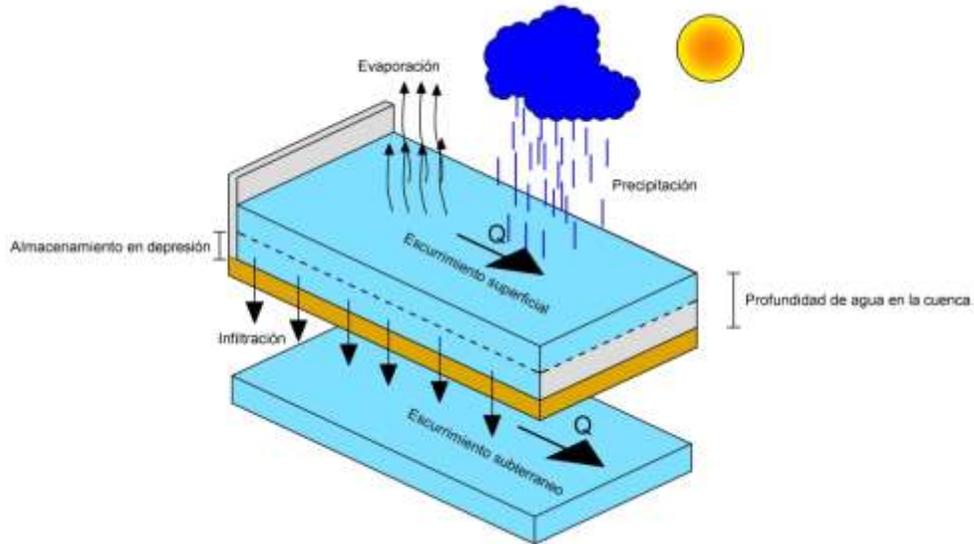


Ilustración 4.2 Esquema conceptual del fenómeno de escurrimiento.

## 4.2.2 Infiltración

La infiltración es el fenómeno en el cual el agua de lluvia se introduce en el suelo no saturado, que corresponde a las áreas permeables de una cuenca. En SWMM permite seleccionar tres modelos de infiltración.

### 4.2.2.1 La ecuación de Horton

Este método está basado en observaciones empíricas donde supone que la infiltración decrece exponencialmente desde un valor inicial máximo hasta un valor mínimo a lo largo del evento de precipitación, ecuación (18). Los parámetros de entrada en SWMM son los valores de infiltración máxima y mínima, y el coeficiente de decaimiento que describe la velocidad en que decrece la infiltración a lo largo del tiempo, y el tiempo necesario de saturación del suelo que al inicio estaba seco.

$$f_p = f_o - (f_o - f_\infty)e^{-\alpha_d(t-t_w)} \tag{18}$$

Donde,  $f_p$ , es la capacidad de infiltración del suelo en  $mm/s$ ,  $f_\infty$ , es el mínimo o último valor de  $f_p$  (en  $t = infinito$ ) en  $mm/s$ ,  $f_o$ , es el máximo o valor inicial de  $f_p$  en  $t = 0$  en

mm/s,  $t$ , es el tiempo de inicio de la tormenta, en segundos,  $\alpha$ , el coeficiente de decaimiento,  $s^{-1}$  y  $t_w$ , tiempo proyectado hipotético en el que  $f_p = f_m$  en la curva de recuperación,  $s$ .

#### 4.2.2.2 El método Green-Ampt

La modelación de infiltración con el método asume la existencia de un frente húmedo brusco que separa el suelo con un determinado contenido inicial de humedad del suelo completamente saturado de la parte superior. Los parámetros necesarios son el valor del déficit inicial de humedad del suelo, la conductividad hidráulica del suelo y la altura de succión en el frente húmedo, ecuaciones (19) y (20).

Para  $F < F_s$ :  $f = i$

$$F_s = \frac{S_u IMD}{i/K_s - 1} \text{ para } i > K_s \quad (19)$$

Para  $F > F_s$ :  $f = f_p$

$$f_p = K_s \left( 1 + \frac{S_u IMD}{F} \right) \text{ para } i \leq K_s \quad (20)$$

Donde,  $f_p$ , es la capacidad de infiltración en mm/s,  $f$ , es la velocidad de infiltración en mm/s,  $i$ , es la intensidad de la lluvia en mm/s,  $F$ , es el volumen de infiltración acumulada en mm,  $F_s$ , es el volumen de infiltración acumulada requerida para causar la saturación de la superficie en mm,  $S_u$ , es la succión capilar media en el frente húmedo, mm de agua,  $IMD$ , el déficit de humedad inicial del evento, mm/mm y  $K_s$ , es la conductividad hidráulica de saturación del suelo en mm/s.

#### 4.2.2.3 El método del Número de Curva

Este método es una aproximación adoptada a partir del denominado Número de Curva de NRCS (SCS) para estimar el escurrimiento. Se asume así que la capacidad total de infiltración del suelo puede encontrarse en una tabla de Números de Curva tabulados.

Durante un evento de lluvia esta capacidad se representa como una función de la lluvia acumulada y de la capacidad de infiltración restante. Los parámetros de entrada para este método son el número de curva, la conductividad hidráulica del suelo (utilizada para estimar un tiempo de separación mínimo entre los distintos eventos de lluvia) y el tiempo que tarda el suelo en saturarse completamente cuando inicialmente era un suelo completamente seco.

### 4.2.3 Agua subterránea

La Ilustración 4.3 muestra de forma esquemática el modelo de aguas subterráneas de dos zonas utilizado por SWMM. La parte superior es una zona no saturada en la cual existe un contenido de humedad variable de valor  $\theta$ . La parte inferior se encuentra completamente saturada y por ello su contenido de humedad es fijo para una determinada porosidad del suelo,  $\phi$ . Los diferentes flujos, expresados en volumen por unidad de área y de tiempo, son los siguientes:

- Infiltración desde la superficie,  $F_I$ .
- Evapotranspiración desde la zona superior, que es una fracción fija de la evaporación superficial no usada,  $F_{EU}$ .
- Filtración desde la zona superior a la inferior,  $F_U$ , que depende del contenido de humedad de la zona superior  $\theta$  y de la profundidad de la zona superior.
- Evapotranspiración desde la zona inferior,  $F_{EL}$ , que está en función de la profundidad de la zona superior.
- Filtración desde la zona inferior hacia las aguas subterráneas profundas,  $F_L$ , que depende de la profundidad de la zona inferior.
- Interacción lateral de las aguas subterráneas con el sistema de saneamiento,  $F_G$ , que depende de la profundidad de la zona inferior, así como de la profundidad en el conducto o nodo receptor.

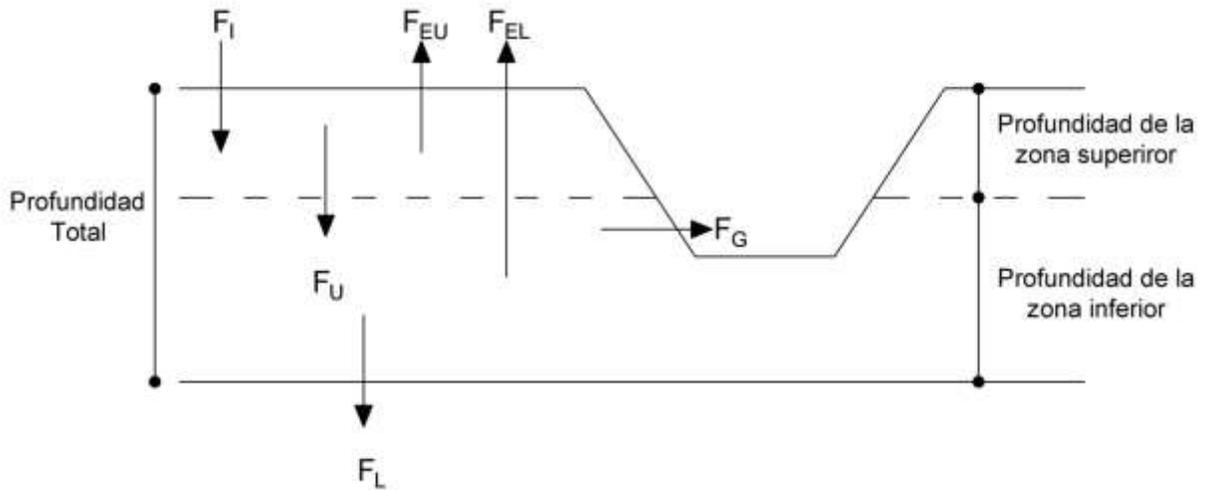


Ilustración 4.3 Esquema del modelo de aguas subterráneas de dos zonas.

Después de calcular los flujos de agua que se producen en un determinado instante de tiempo, se realiza un balance de masa para cambiar los volúmenes acumulados en cada una de las zonas, de forma que pueda calcularse en el siguiente instante de tiempo una nueva tabla de valores de la profundidad y del contenido de humedad de la zona no saturada.

#### 4.2.4 Modelo hidráulico de transporte

El transporte de agua por el interior de cualquiera de los conductos representados está gobernado por las ecuaciones de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento tanto para el flujo gradualmente variado como para el flujo transitorio, es decir, las ecuaciones de Saint Venant.

La ecuación de continuidad en forma conservativa puede escribirse en términos de gasto y del área:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x} = 0 \tag{21}$$

Donde,  $Q$ , es el gasto y  $A$ , es el área.

En forma no conservativa la ecuación se escribe en términos de la velocidad media longitudinal y el tirante:

$$V \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (22)$$

Donde,  $V$ , es la velocidad media longitudinal y  $y$ , el tirante.

La ecuación de momentum en forma conservativa se escribe en términos del gasto, área, tirante, pendiente del canal, pendiente de fricción y de la gravedad:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_o - S_f) = 0 \quad (23)$$

Donde,  $S_o$ , es la pendiente del canal,  $S_f$ , es la pendiente de fricción y  $g$ , es la fuerza de gravedad

El primer término de la ecuación de momentum se refiere a la aceleración local, el segundo a la aceleración convectiva, el tercero a la fuerza de presión, el cuarto a la fuerza gravitacional y a la fuerza de fricción.

En forma no conservativa:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_o - S_f) = 0 \quad (24)$$

#### 4.2.5 Modelo de flujo uniforme

El modelo de flujo uniforme asume que en cada uno de los incrementos de tiempo el flujo es uniforme. De esta forma el modelo simplemente traslada los hidrogramas de entrada en el nodo aguas arriba del conducto hacia el nodo final del mismo, con un cierto retardo y cambio en el aspecto del mismo. Para relacionar el caudal con el área y el tirante en el conducto se emplea la ecuación de Manning (ecuación (17)).

Este tipo de modelo hidráulico no puede tener en cuenta el almacenamiento de agua que se produce en los conductos, los fenómenos de resalto hidráulico, las pérdidas a la entrada y salida de los pozos de registro, el flujo inverso o los fenómenos de flujo presurizado, solo puede utilizarse en sistemas ramificados, donde cada uno de los nodos tiene únicamente una línea hacia la que vierte sus aguas (a menos que el nodo sea un divisor en cuyo caso requiere de dos tuberías de salida). Este modelo de análisis es

insensible al incremento de tiempo seleccionado y únicamente es apropiado para realizar análisis preliminares utilizando simulaciones continuas de escalas de tiempo grandes.

#### 4.2.6 Modelo de la onda cinemática

Este modelo hidráulico de transporte resuelve la ecuación de continuidad junto con una forma simplificada de la ecuación de cantidad de movimiento (ecuación (25)) en cada una de las conducciones. Esta última requiere que la pendiente de la superficie libre del agua sea igual a la pendiente de fondo del conducto.

El gasto máximo que puede fluir por el interior de un conducto es el gasto a tubo lleno determinado por la ecuación de Manning (ecuación (17)). Cualquier exceso de gasto sobre este valor en el nodo de entrada del conducto se pierde del sistema o bien puede permanecer estancado en la parte superior del nodo de entrada y entrar posteriormente en el sistema cuando la capacidad del conducto lo permita. El modelo de la onda cinemática permite que tanto el gasto como el área varíen tanto espacial como temporalmente en el interior del conducto. Esto origina una cierta atenuación y retraso en los hidrogramas de salida respecto a los gastos de entrada en los conductos. No obstante, este modelo de transporte no puede considerar efectos como el resalto hidráulico, las pérdidas en las entradas o salidas de los pozos de registro, el flujo inverso o el flujo presurizado, así como su aplicación está restringida únicamente a redes ramificadas. Como práctica general puede mantener una estabilidad numérica adecuada con incrementos de tiempo de cálculo relativamente grandes, del orden de 5 a 15 minutos. Si algunos de los efectos especiales mencionados con anterioridad no se presentan en el sistema o no son significativamente importantes en el mismo el modelo de la onda cinemática es una alternativa suficientemente precisa y eficiente para el modelo de transporte con tiempos de simulación largos.

$$gS_0 + gS_f = 0 \quad (25)$$

#### 4.2.7 Modelo de la onda dinámica

El modelo de transporte de la onda dinámica resuelve las ecuaciones completas unidimensionales de Saint Venant (ecuación (26)) y por tanto teóricamente genera los resultados más precisos. Estas ecuaciones suponen la aplicación de la ecuación de continuidad (ecuación (21)) y de cantidad de movimiento (ecuación (23)) en las conducciones y la continuidad de los volúmenes en los nodos. Con este tipo de modelo de transporte es posible representar el flujo presurizado cuando una conducción cerrada se encuentra completamente llena, de forma que el gasto que circula por la misma puede

exceder del valor de caudal a tubo completamente lleno obtenido mediante la ecuación de Manning (ecuación (17)). Las inundaciones ocurren en el sistema cuando la profundidad del agua en los nodos excede el valor máximo disponible en los mismos. Este exceso de gasto puede perderse o puede generar un estancamiento en la parte superior del nodo y volver a entrar al sistema de saneamiento posteriormente.

El modelo de transporte de la Onda Dinámica puede contemplar efectos como el almacenamiento en los conductos, los resaltos hidráulicos, las pérdidas en las entradas y salidas de los pozos de registro, el flujo inverso y el flujo presurizado. Dado que este resuelve de forma simultánea los valores de los niveles de agua en los nodos y los gastos en las conducciones, puede aplicarse para cualquier tipo de configuración de red de saneamiento, incluso en el caso de que contengan nodos con múltiples divisiones del flujo aguas abajo del mismo o incluso mallas en su trazado. Se trata del método de resolución adecuado para sistemas en los que los efectos de resalto hidráulico, originados por las restricciones del flujo aguas abajo y la presencia de elementos de regulación tales como orificios y vertederos, sean importantes.

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + g \frac{\partial y}{\partial x} - gS_0 + gS_f = 0 \quad (26)$$

#### 4.2.8 Acumulación de agua en superficie

Normalmente, en los modelos de transporte, cuando el gasto en uno de los pozos de registro del sistema excede la capacidad máxima del sistema de transporte situado aguas abajo, se produce un exceso de gasto en el sistema que generalmente se pierde. Una opción que presenta el modelo consiste en almacenar este exceso de volumen en la parte superior del nodo, en forma de un almacenamiento o estancamiento del agua, de forma que entra de nuevo en el sistema de saneamiento cuando la capacidad del sistema lo permite. En los modelos de flujo uniforme y de la onda cinemática, el agua estancada simplemente se almacena como un exceso de volumen. En el caso del modelo de la onda dinámica que está condicionado por los niveles de agua en los nodos, este exceso de volumen se asume como una inundación en la parte superior del nodo con un área superficial de la misma constante. Esta área superficial es un parámetro de entrada suministrado en el nodo.

En lugar de esto, se puede representar el flujo que ocurre en la superficie de forma explícita. En el caso de canales abiertos esto puede suponer la inundación de carreteras en túneles o cruces de alcantarillados, así como la aparición de nuevas zonas de

almacenamiento por inundación. En los conductos cerrados, las inundaciones superficiales pueden ocurrir en las calles y callejones más bajos del sistema, o en otros flujos superficiales disponibles en las proximidades de los imbornales del sistema de saneamiento. Las inundaciones superficiales también pueden fluir hacia depresiones de la superficie del terreno tales como estacionamiento, sótanos y áreas similares.

#### **4.2.9 Modelo de calidad del agua**

El modelo de calidad del agua en el interior de los conductos asume que éste se comporta como un tanque de mezcla completa (Continuously Stirred Tank Reactor, CSTR). Aunque la consideración de un reactor de flujo en pistón pueda parecer una suposición más realista, las diferencias entre ambos modelos son pequeñas si los tiempos de viaje del agua a lo largo del conducto son del mismo orden de magnitud que el incremento de tiempo del modelo hidráulico de transporte. La concentración de un determinado constituyente en el extremo final de un conducto, en un determinado instante de tiempo, se obtiene mediante la integración de la ecuación de conservación de la masa, utilizando valores medios para las magnitudes que varían a lo largo del tiempo, tales como el gasto y el volumen de agua en el conducto.

La modelación de calidad del agua dentro de los nodos con unidades de almacenamiento emplea las mismas aproximaciones que las realizadas para los cálculos en conductos. Para otros tipos de nodos que no tienen volumen, la calidad del agua que sale del nodo es simplemente la mezcla de concentraciones de agua que entre en el mismo.

## 5 Metodología de análisis de incertidumbre

La metodología general, planteada en esta investigación, para el análisis de incertidumbre, se muestra en la Ilustración 5.1 e Ilustración 5.2. La metodología indica que el proceso de análisis de incertidumbre comienza con la caracterización de la cuenca urbana en la cual se evaluarán los escurrimientos propiciados por dos eventos de precipitación, enseguida se selecciona el modelo de drenaje para realizar la modelación de escurrimientos, posteriormente se introducen al modelo seleccionado los datos de entrada necesarios y requeridos para la modelación, en este caso los eventos de precipitación y los parámetros para la modelación. Dentro del siguiente orden se procede a la modelación de escurrimientos, se obtienen resultados y se comparan contra datos observados, para esta investigación el tirante en el cauce del río, una vez realizada la comparación, se calculan los errores absolutos en porcentaje, y se continúa con el análisis de sensibilidad individual de los parámetros de entrada. Enseguida se procede con el análisis de incertidumbre de los mismos y se selecciona el conjunto de parámetros hidráulicos óptimos para la calibración del modelo, los cuales son usados como entradas al modelo de drenaje urbano, una vez más se calculan los errores en la modelación, y se validan los resultados del análisis de incertidumbre con dos eventos de precipitación diferentes a los iniciales.

Dentro de la metodología se encuentra el análisis de sensibilidad que se realiza como se indicó en el apartado 3.8, siendo un paso importante para continuar con el análisis de incertidumbre. A continuación, se realiza el análisis de incertidumbre de los parámetros hidráulicos, que servirán para calibrar el modelo en estudio.

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, la siguiente etapa en esta metodología consiste en usar las técnicas de análisis de incertidumbre GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2 para cuantificar las incertidumbres propiciadas por los conjuntos de parámetros de calibración.

Por último, se evalúan los resultados del análisis de incertidumbre, realizados con las técnicas seleccionadas, adecuando la metodología adoptada por Dotto et al. (2012):

- Rendimiento de los modelos analizados por el IAd (ecuación (11)), ENS (ecuación (10)), L (ecuación (9)) y  $R^2$  (ecuación (8)).
- Distribución posterior de los conjuntos de parámetros.
- Los mejores parámetros estimados usando modelo de predicción de incertidumbre, basado en los resultados que se encuentran dentro de la banda de confianza del 95%,

definido por el Average Relative Interval Length (ARIL), Jin et al. (2010), y complementado con el cálculo de errores absolutos en porcentaje (EAP).

$$\text{ARIL} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\text{Limit}_{\text{upper},i} - \text{Limit}_{\text{lower},i}}{X_{\text{obs},i}} \quad (27)$$

Donde  $N$ , es el número de resultados dentro de la banda de confianza,  $\text{Limit}_{\text{upper},i}$  es el límite superior de la banda de confianza,  $\text{Limit}_{\text{lower},i}$ , es el límite inferior de la banda de confianza y  $X_{\text{obs},i}$ , es valor observado en  $i$ , dentro de la banda de confianza.

$$\text{EAP} = \left| \frac{D_i - O_i}{O_i} \right| \times 100 \quad (28)$$

Donde  $D_i$ , es el resultado de la modelación en el instante  $i$  y  $O_i$ , es valor observado en el instante  $i$ .

- Observaciones dentro de la banda de confianza, valores de las medidas de verosimilitud por encima del 60%.

La validación de los resultados de modelación se llevó acabo utilizando dos eventos diferentes a los usados en el proceso de análisis de incertidumbre, además de utilizar un solo conjunto de parámetros óptimos seleccionado de los resultados de uno de los cuatro métodos de incertidumbre.

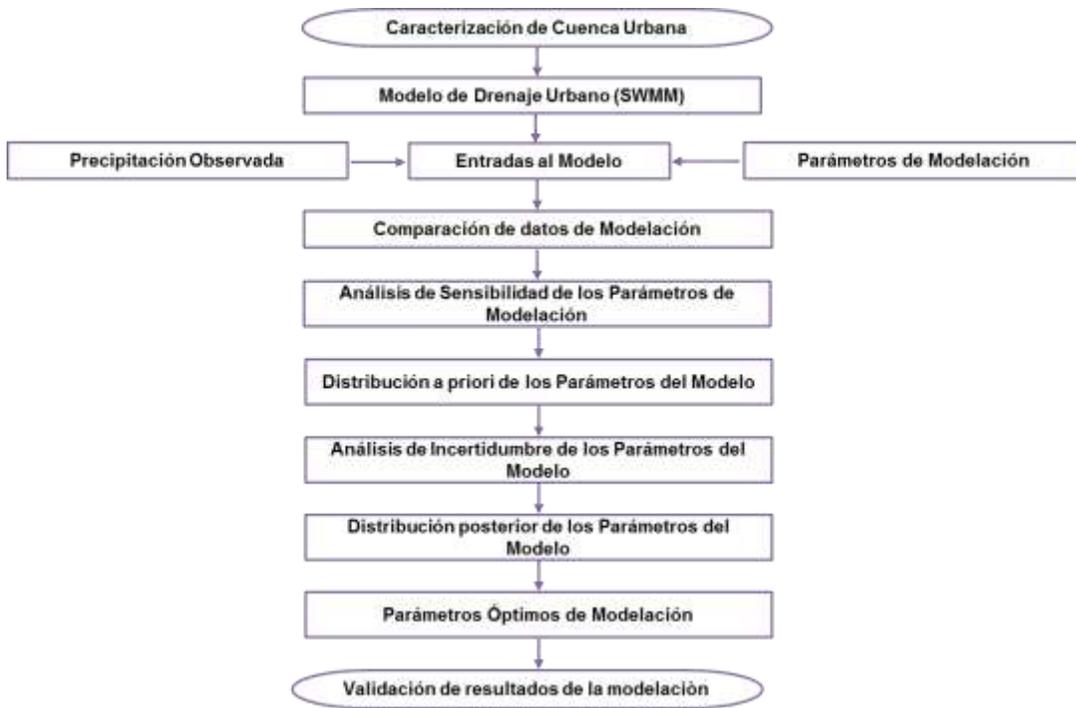


Ilustración 5.1 Metodología general para el análisis de incertidumbre

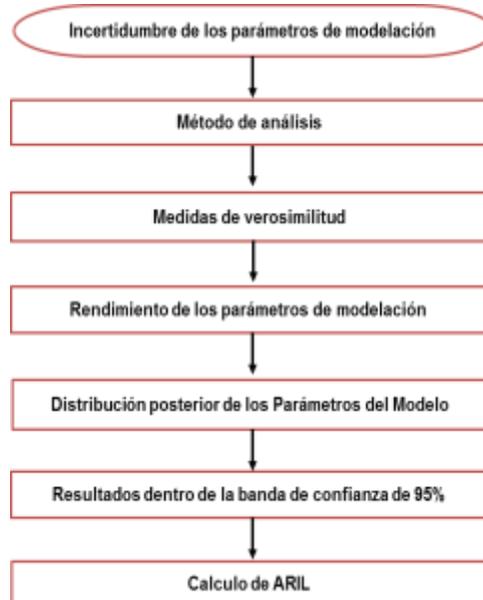


Ilustración 5.2 Sub metodología para el análisis de incertidumbre

## 6 Caso de estudio

### 6.1 Zona de estudio

Este estudio está centrado en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez Chiapas, México, que se encuentra a una altitud promedio de 600 msnm, cuenta con una población total de 553 374 habitantes, temperatura media anual de 25.4 °C, un área de 407 km<sup>2</sup> y una precipitación media anual de 955.8 mm que se presenta principalmente en el periodo del mes de mayo a octubre. La ciudad se encuentra dentro de la cuenca del río Sabinal (Ilustración 6.1), esta es atravesada de poniente a oriente por el cauce principal de río, de 21 km de longitud.

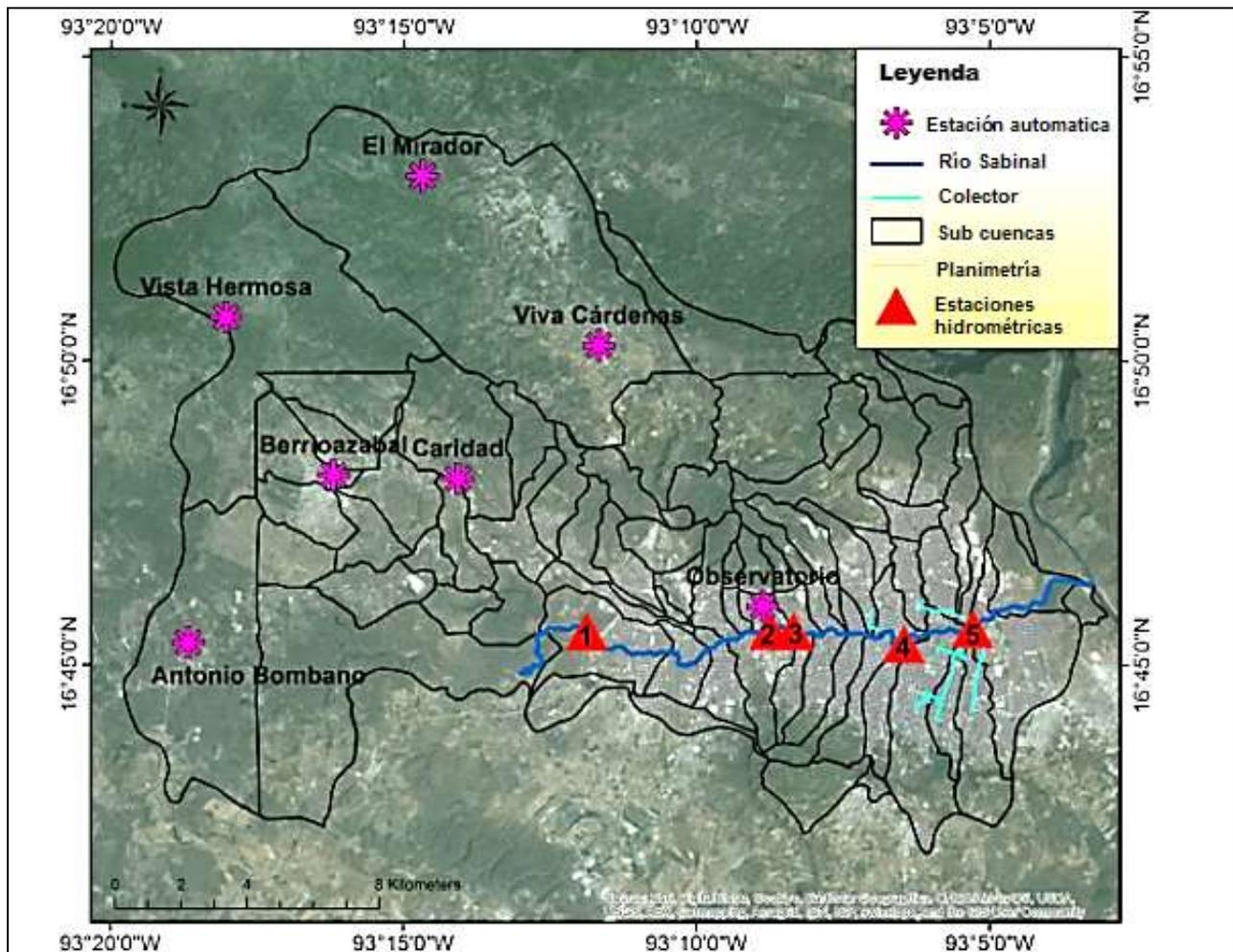


Ilustración 6.1 Cuenca urbana de la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.

La cuenca tiene una base de datos de información de 7 estaciones automáticas, 2008 a 2011, con registros de precipitación medidos con una resolución temporal de 10 min. En la Ilustración 6.2 y Tabla 6.1 se muestran los eventos de precipitación utilizados para este

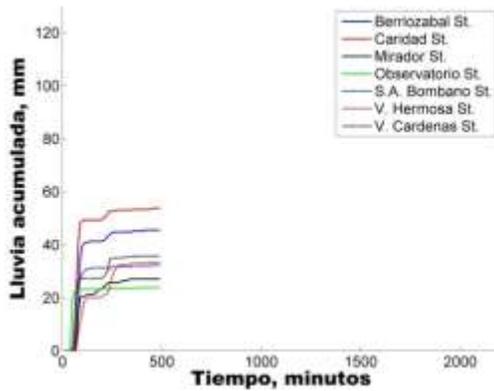
estudio. Además de la información anterior se cuenta con hidrometría de 3 de las 5 estaciones existentes con resolución temporal de 10 minutos, 2011 al 2013. La cuenca del río Sabinal para este estudio fue dividida en 96 subcuencas y se utilizó la hidrometría del 07/01/2011 a 10/31/2011 de la estación 5 (Parque del Oriente), Ilustración 6.3.

Tabla 6.1 Eventos de precipitación seleccionados para el análisis de incertidumbre.

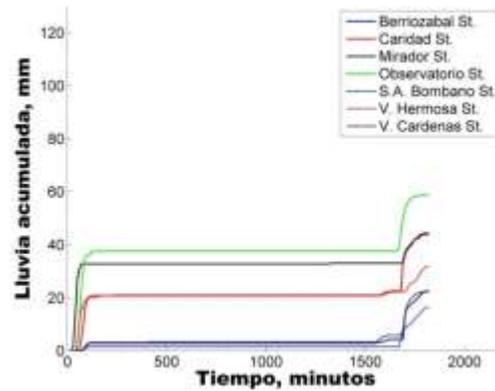
No.	Fecha	Estación	Duración, min	$\Delta t$ , min	Precipitación acumulada, mm	Intensidad máxima, mm/hr	
1	07/10/2011- 07/11/2011	Berriozábal	490	10	45.5	100.5	
	07/10/2011- 07/11/2011	Caridad	490	10	53.75	117	
	07/10/2011- 07/11/2011	Mirador	490	10	27.00	81	
	07/10/2011- 07/11/2011	Observatorio	490	10	23.75	115.5	
	07/10/2011- 07/11/2011	San Antonio	490	10	32.25	78	
		Bombanó					
	07/10/2011- 07/11/2011	Vista Hermosa	490	10	33.25	36	
	07/10/2011- 07/11/2011	Viva Cárdenas	490	10	35.75	79.5	
	2	07/27/2011- 07/28/2011	Berriozábal	1820	10	22.5	57
		07/27/2011- 07/28/2011	Caridad	1820	10	43.75	70.5
07/27/2011- 07/28/2011		Mirador	1820	10	44.25	84	
07/27/2011- 07/28/2011		Observatorio	1820	10	58.75	81	
07/27/2011- 07/28/2011		San Antonio	1820	10	16.5	19.5	
		Bombanó					
07/27/2011- 07/28/2011		Vista Hermosa	1820	10	32	51	
07/27/2011- 07/28/2011		Viva Cárdenas	1820	10	22.25	40.5	
3		08/25/2011-08/27/2011	Berriozábal	2120	10	113.25	121.5
		08/25/2011-08/27/2011	Caridad	2120	10	116.75	93
	08/25/2011-08/27/2011	Mirador	2120	10	70.5	46.5	
	08/25/2011-08/27/2011	Observatorio	2120	10	123.75	67.5	
	08/25/2011-08/27/2011	San Antonio	2120	10	80.25	49.5	
		Bombanó					
	08/25/2011-08/27/2011	Vista Hermosa	2120	10	60.25	34.5	
	08/25/2011-08/27/2011	Viva Cárdenas	2120	10	77.75	40.5	
	4	09/05/2011-09/06/2011	Berriozábal	1340	10	55.75	48
		09/05/2011-09/06/2011	Caridad	1340	10	62.5	45
09/05/2011-09/06/2011		Mirador	1340	10	82.75	43.5	
09/05/2011-09/06/2011		Observatorio	1340	10	127.5	114	
09/05/2011-09/06/2011		San Antonio	1340	10	49.5	61.5	
		Bombanó					
09/05/2011-09/06/2011		Vista Hermosa	1340	10	57.25	45	
09/05/2011-09/06/2011		Viva Cárdenas	1340	10	72.25	64.5	

En cuanto a la información necesaria para realizar las modelaciones en SWMM para este estudio se cuenta con los siguientes datos:

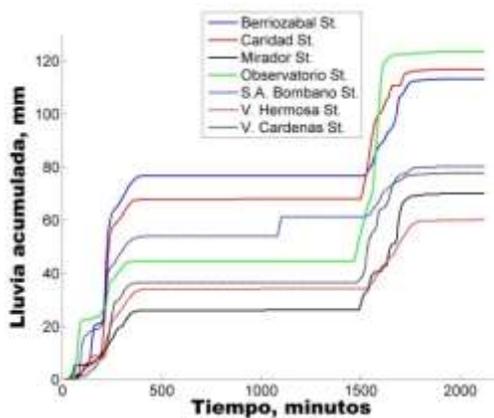
- División de la cuenca urbana de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas en 96 subcuencas
- Porcentaje de área impermeable de la zona de estudio por subcuenca.
- Área de las subcuencas en hectáreas.
- Longitud de las subcuencas
- Pendiente de las subcuencas.



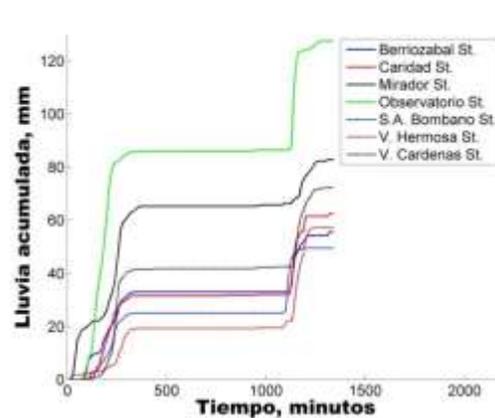
(a)



(b)

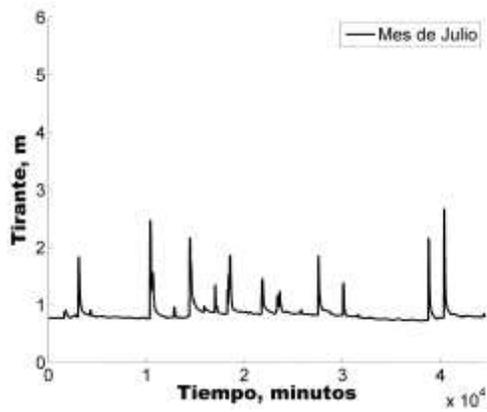


(c)

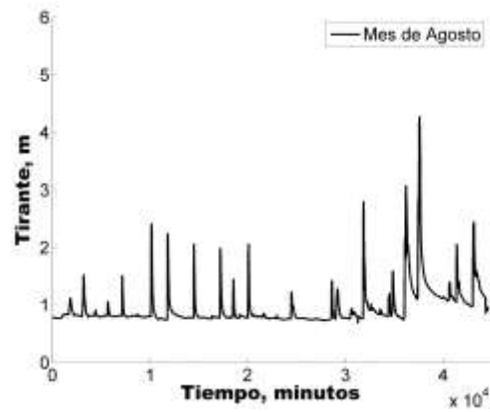


(d)

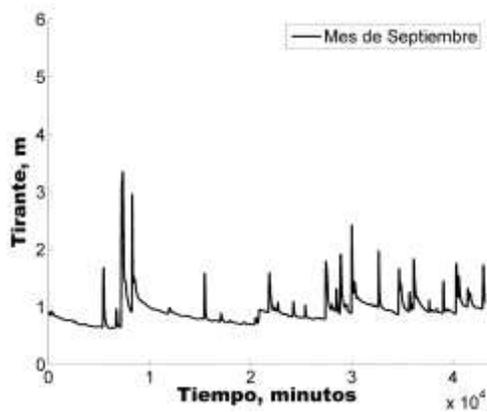
Ilustración 6.2 Eventos de precipitación (a) Evento 1, (b) Evento 2, (c) Evento 3 y (d) Evento 4.



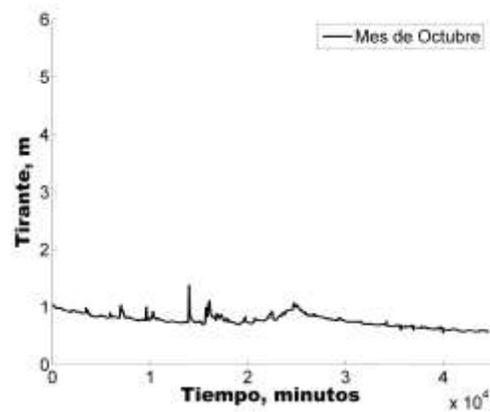
(a)



(b)



(c)



(d)

Ilustración 6.3 Hidrometría estación 5 de 07/01/2011 a 10/31/2011.

## 7 Resultados del análisis de incertidumbre

### 7.1 Error en la modelación

En este apartado se inicia el análisis de los escurrimientos generados por la modelación 1D (SWMM) que se presenta en la cuenca de estudio, principalmente en el cauce del río Sabinal. En base con lo establecido en la metodología se caracterizó la cuenca y se realizó la modelación de los escurrimientos con los datos de entrada correspondientes, es decir eventos de precipitación seleccionados y parámetros hidráulicos (ver Tabla 7.1). A continuación, se identificó en el modelo 1D el punto de referencia J373 en el cauce del río, para la comparación de los niveles de tirante con el punto de referencia observado, estación hidrométrica 5. Una vez comparado los niveles de tirante en los puntos de referencia se determinó el EAP promedios y máximos de las series generadas.

En la Ilustración 7.1a se puede observar que para el Evento 1 de precipitación los niveles en el río fueron sobrestimados, teniendo EAP promedio, en la serie de tirantes, de 28.40% y EAP máximo de 114.25%. La sobreestimación de los tirantes fueron más evidentes para el Evento 2 con EAP promedio de 44.01% y EAP máximo de 323.13%, Ilustración 7.1b; y al igual que el anterior el Evento 4 propicio un EAP promedio de 32.13% y EAP máximo de 331.30% en las series de tirantes generadas, Ilustración 7.1d. Caso contrario al anterior es el Evento 3 que genera EAP promedio en los tirantes de 18.92% y EAP máximo de 126.51%, Ilustración 7.1d. En las ilustraciones se puede observar que las mayores diferencias en los tirantes se presentan en el punto máximo y al final de la serie. Por lo tanto, al comparar la serie observada con la producida por la modelación se puede decir que estas no se pueden considerar aceptables, debido a los EAP presentados, sin antes haber realizado el análisis de sensibilidad y el análisis de incertidumbre de los parámetros hidráulicos de la modelación correspondiente.

Tabla 7.1 Parámetros de modelación.

Descripción	Unidad	Simbología	Valor mínimo	Valor máximo	Valor inicial
Coefficiente n de Manning de Conductos		<i>ManN</i>	0.01	0.03	0.065
Coefficiente n de Manning de Superficie impermeable		<i>Nimperv</i>	0.001	0.2	0.01
Coefficiente n de Manning de Superficie permeable		<i>Nperv</i>	0.01	0.2	0.1
Altura de almacenamiento en depresión en área impermeable	<i>mm</i>	<i>Simperv</i>	0	10	5
Altura de almacenamiento en depresión en área permeable	<i>mm</i>	<i>Sperv</i>	0	20	1.27
Porcentaje de área impermeable sin almacenamiento en la depresión	<i>%</i>	<i>PctZero</i>	0	100	25
Máxima velocidad de infiltración	<i>mm/hr</i>	<i>MaxRate</i>	1	200	11.7
Mínima Velocidad de infiltración	<i>mm/hr</i>	<i>MinRate</i>	1	25	5.6
Coefficiente de decaimiento	<i>l/hr</i>	<i>Decayk</i>	1	30	4

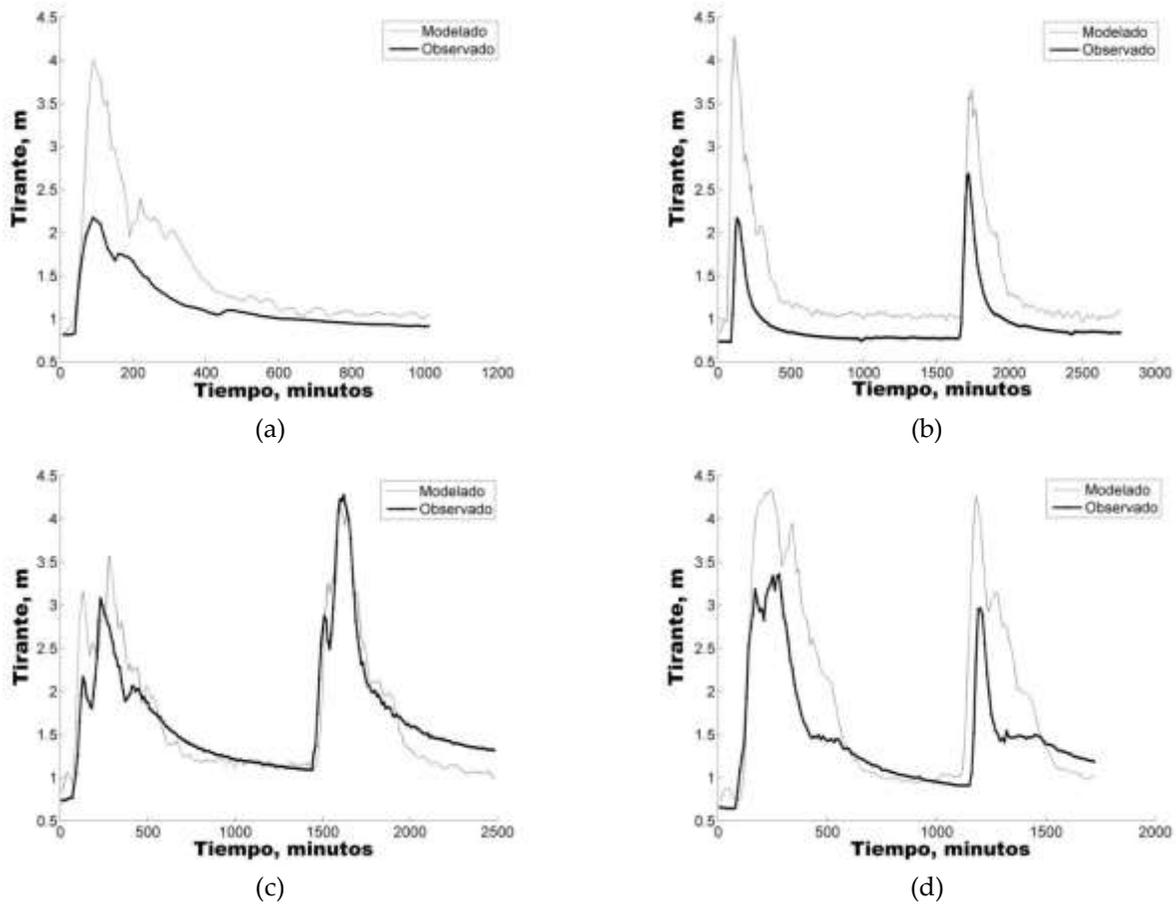


Ilustración 7.1 Tirantes generados por precipitación observada y parámetros hidráulicos iniciales, comparación con tirantes observados, (a) Evento 1, (b) Evento 2, (c) Evento 3, y (d) Evento 4.

## 7.2 Análisis de sensibilidad

De acuerdo con lo establecido con la metodología, el análisis de sensibilidad se realizó para los parámetros seleccionados del modelo hidrológico, Tabla 7.1. Estos parámetros se evaluaron dentro de sus rangos mínimos y máximos. La selección de los nueve parámetros se debe principalmente a la influencia que estos tienen en la generación de los hidrogramas de escurrimiento (extensión, tamaño y forma), además de la relación entre los parámetros, de acuerdo con el tipo de superficie y almacenamiento, y la tasa de infiltración que generan el escurrimiento en una cuenca urbana.

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.2 indican que el coeficiente de Manning de superficie impermeable (Nimperv) es el más sensible a los cambios en las series de tirantes, seguido de la velocidad máxima de infiltración (MaxRate\_fa). En la Ilustración 7.2a se

muestra la sensibilidad máxima calculada para cada parámetro y la Ilustración 7.2b el promedio de los valores de sensibilidad calculados para todas las simulaciones.

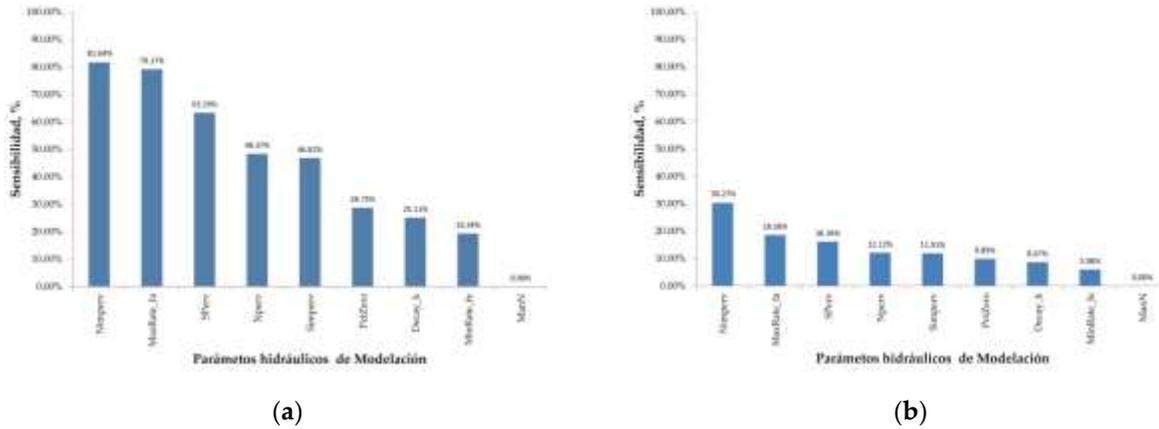


Ilustración 7.2 Sensibilidad de los parámetros del modelo SWMM.

Una vez establecida la sensibilidad de los parámetros, se aplicó la metodología de análisis de incertidumbre, usando cuatro técnicas de análisis a ocho de los parámetros estudiados, ya que el índice de sensibilidad del coeficiente de Manning en conductos fue cero. La selección de los ocho parámetros se debe a que las sensibilidades máximas y medias están en los rangos de 19,34% - 81,64% y 5,98% - 30,27%, respectivamente, por lo que se considera que estas variaciones, incluso cuando son mínimas, afectan los resultados del modelo. Los parámetros se pueden evaluar conjuntamente a través de un análisis de incertidumbre y obtener una modelación confiable con un mejor ajuste con respecto a las series observadas. Por otra parte, esta selección comprende parámetros que son difíciles de estimar debido a la complejidad y variabilidad de la cobertura superficial en un contexto urbano y comúnmente usados con cierta incertidumbre en la modelación (Sun et al., 2014; Butts et al., 2004; Wan & James 2002).

### 7.3 Incertidumbre de los parámetros hidráulicos de calibración del modelo

El análisis de incertidumbre de los parámetros hidrológicos del modelo 1D se realizó con las técnicas de análisis GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2. Se generaron muestras de 2000 conjuntos de parámetros aleatorios, para diferentes casos, es decir conjuntos con ocho parámetros hidráulicos para el Evento1 y Evento 2 de precipitación y cada una de las técnicas mencionadas.

El punto de referencia utilizado para la calibración multi parámetro es el J373 de donde se toman en cuenta los tirantes en el cauce del río Sabinal generados por cada uno de los eventos de precipitación. De acuerdo con la metodología, se calcularon las distribuciones de los conjuntos de parámetros hidrológicos de modelación usando diferentes medidas de verosimilitud (IAd, ENS, L y R<sup>2</sup>). La distribución a priori de los conjuntos de parámetros se considera como una distribución uniforme, al iniciar el análisis, ya que solo se conoce el rango aplicación de los parámetros, por lo cual se considera que todos tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

### 7.3.1 Análisis de incertidumbre con técnica GLUE

#### 7.3.1.1 Distribución de parámetros usando IAD

En el análisis llevado a cabo con la técnica GLUE, usando la medida de verosimilitud IAd, se encontraron IAd entre el 0.29 y 0.83 tomando en cuenta los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, esto para el Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron IAd entre 0.30 y 0.76. Estos resultados los podemos observar en la Ilustración 7.3 e Ilustración 7.4. Las ilustraciones indican la existencia de valores de parámetros con alta eficiencia, cercanos a 1, permitiendo el ajuste de los resultados de modelación a los datos observados.

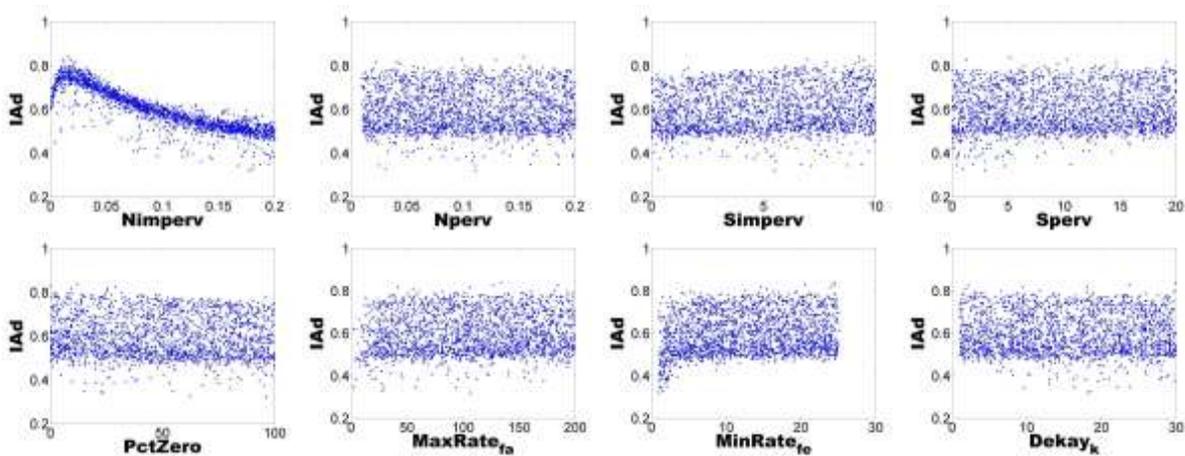


Ilustración 7.3 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica GLUE, para el Evento 1.

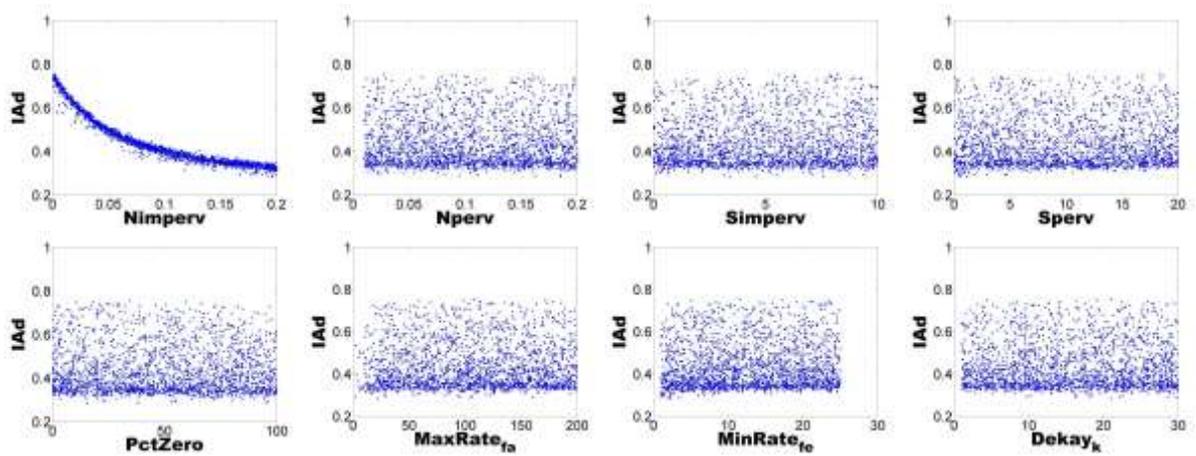


Ilustración 7.4 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica GLUE para el Evento 2.

### 7.3.1.2 Distribución de parámetros usando ENS

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.5 e Ilustración 7.6 corresponden al uso de la técnica GLUE y la medida de verosimilitud ENS. Por lo tanto, en las distribuciones de parámetros se encontraron ENS entre -10.65 y -0.029 para los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron ENS entre -9.28 y -1.24 para los parámetros hidrológicos. Estos valores de eficiencia, por debajo de cero, indican el poco ajuste de los resultados de las modelaciones con respecto a los datos observados.

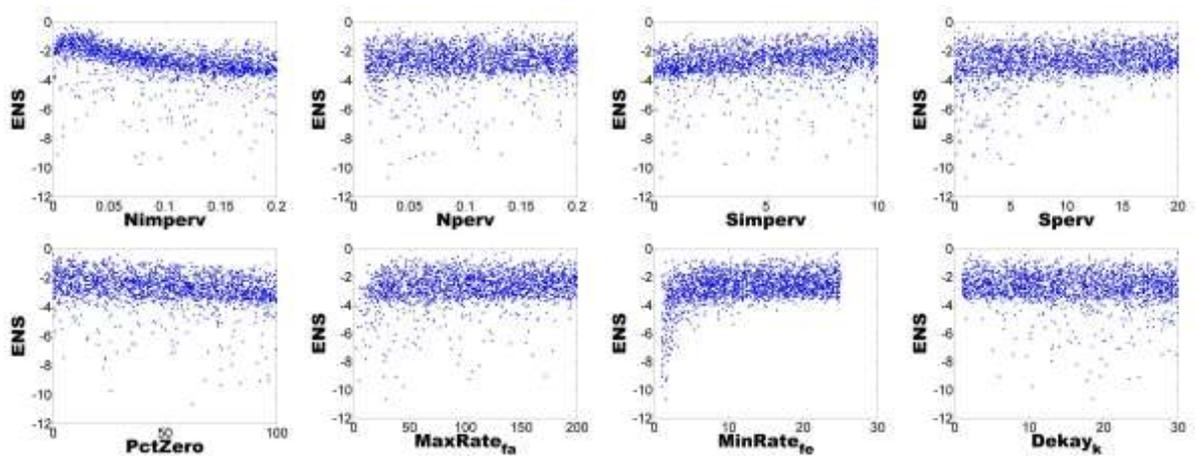


Ilustración 7.5 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y, técnica GLUE para el Evento 1.

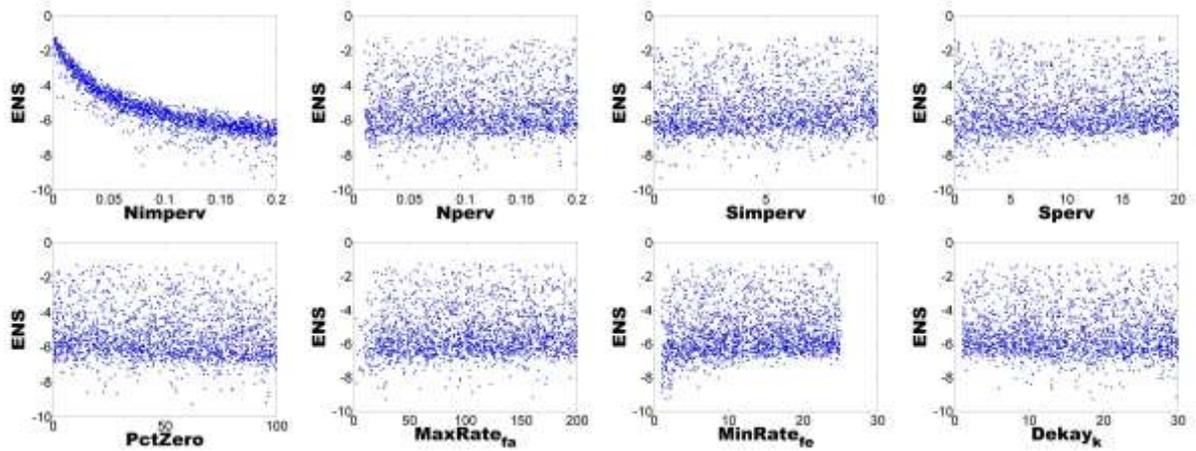


Ilustración 7.6 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y, técnica GLUE para el Evento 2.

### 7.3.1.3 Distribución de parámetros usando L

En cuanto al análisis llevado a cabo usando la medida de verosimilitud L, se encontraron valores de L entre 0.00 y 0.06 tomando en cuenta los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, esto para el Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron valores de L pequeños cercanos a cero. Estos resultados los podemos observar en la Ilustración 7.7 e Ilustración 7.8. Estos valores de eficiencia muestran el poco ajuste de las modelaciones a los datos de hidrometría.

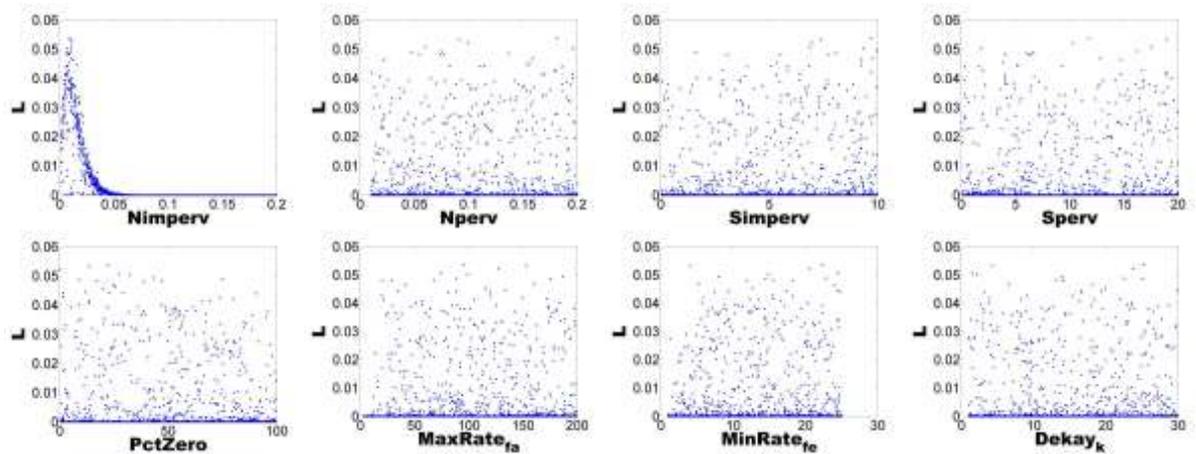


Ilustración 7.7 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y, técnica GLUE para el Evento 1.

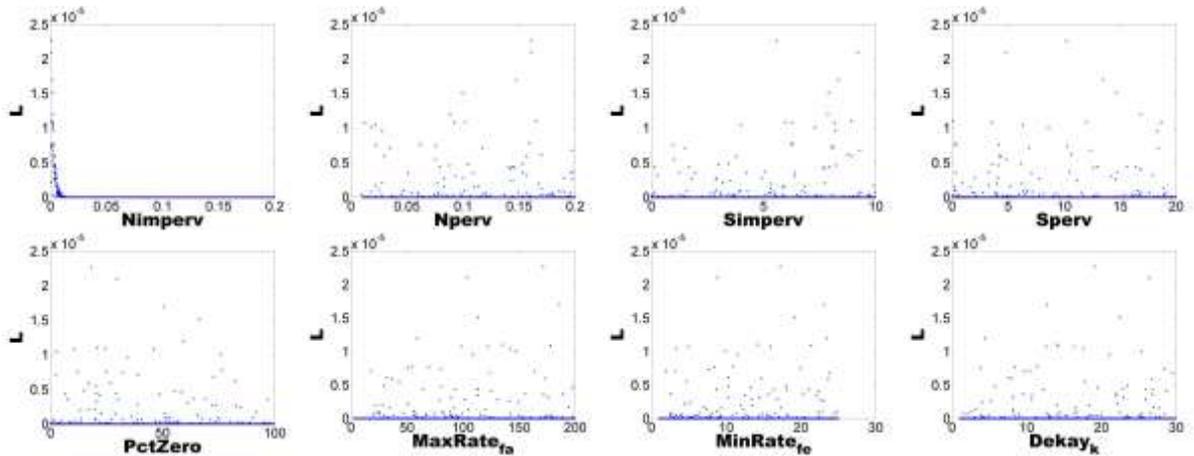


Ilustración 7.8 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y, técnica GLUE para el Evento 2.

### 7.3.1.4 Distribución de parámetros usando $R^2$

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.9 e Ilustración 7.10 corresponden al uso de la técnica GLUE y la medida de verosimilitud  $R^2$ . Por lo tanto, en las distribuciones de parámetros se encontraron valores de  $R^2$  entre 0.03 y 0.93 para los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron valores de  $R^2$  entre 0.05 y 0.75 para los parámetros hidrológicos. Al igual que con la medida de verosimilitud IAd, se encontraron valores de  $R^2$  que indican la existencia de parámetros que ajustan los resultados de las modelaciones a los datos hidrométricos.

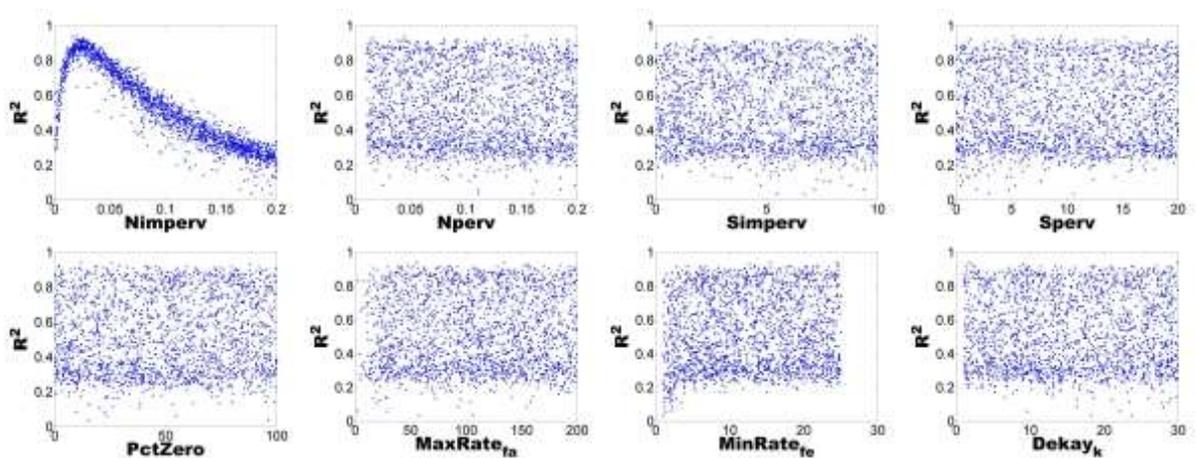


Ilustración 7.9 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $R^2$  y, técnica GLUE para el Evento 1.

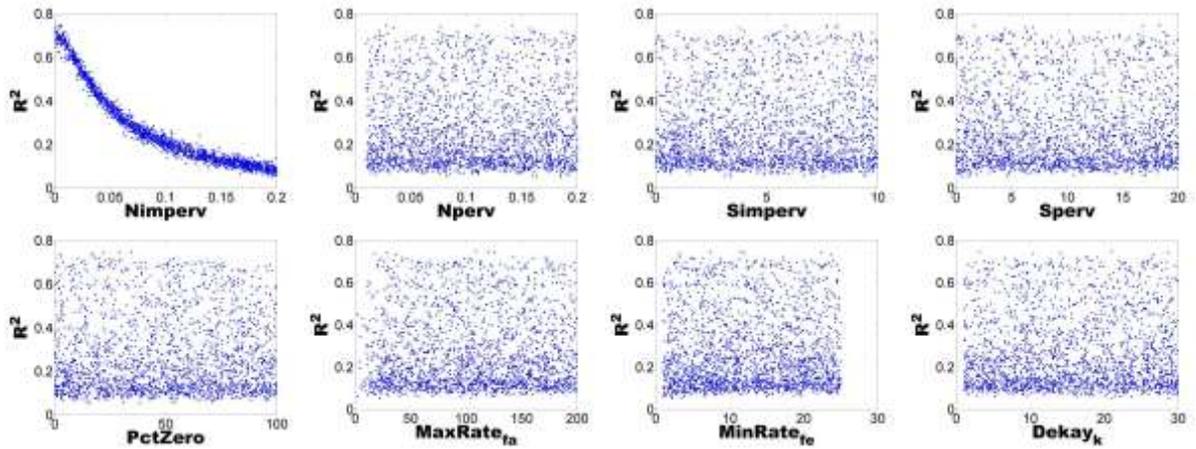


Ilustración 7.10 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $R^2$  y, técnica GLUE para el Evento 2.

### 7.3.2 Análisis de incertidumbre con técnica AMALGAM

#### 7.3.2.1 Distribución de parámetros usando IAd

En el análisis llevado a cabo con la técnica AMALGAM, usando la medida de verosimilitud  $IAd$ , se encontraron valores entre el 0.30 y 0.83 tomando en cuenta los conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, esto para el Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron  $IAd$  entre 0.28 y 0.75. Estos resultados los podemos observar en la Ilustración 7.11 e Ilustración 7.12. Las ilustraciones indican la existencia de valores de parámetros con alta eficiencia, cercanos a 1, permitiendo el ajuste de los resultados de modelación a los datos observados.

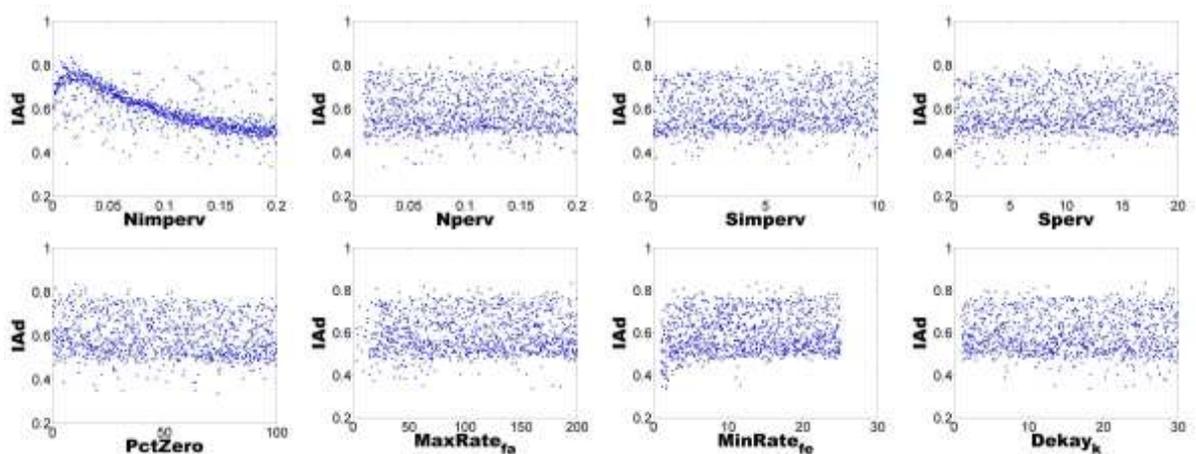


Ilustración 7.11 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $IAd$  y técnica AMALGAM para el Evento 1.

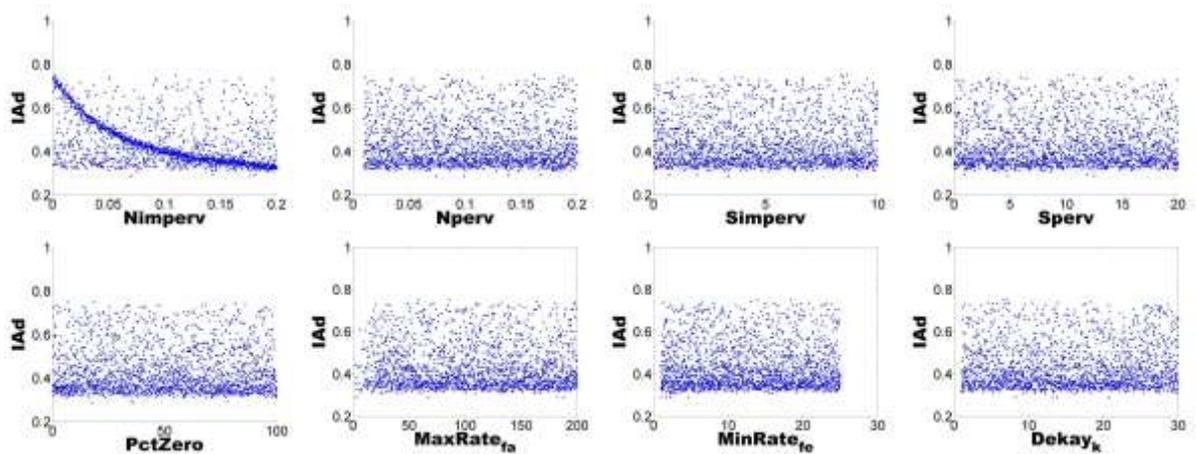


Ilustración 7.12 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica AMALGAM para el Evento 2.

### 7.3.2.2 Distribución de parámetros usando ENS

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.13 e Ilustración 7.14 corresponden al uso de la técnica AMALGAM y la medida de verosimilitud ENS. Por lo tanto, en las distribuciones de parámetros se encontraron ENS entre -10.73 y -0.32 para los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron ENS entre -8.73 y -1.29 para los parámetros hidrológicos. Estos valores de eficiencia, por debajo de cero, indican el poco ajuste de los resultados de las modelaciones con respecto a los datos observados.

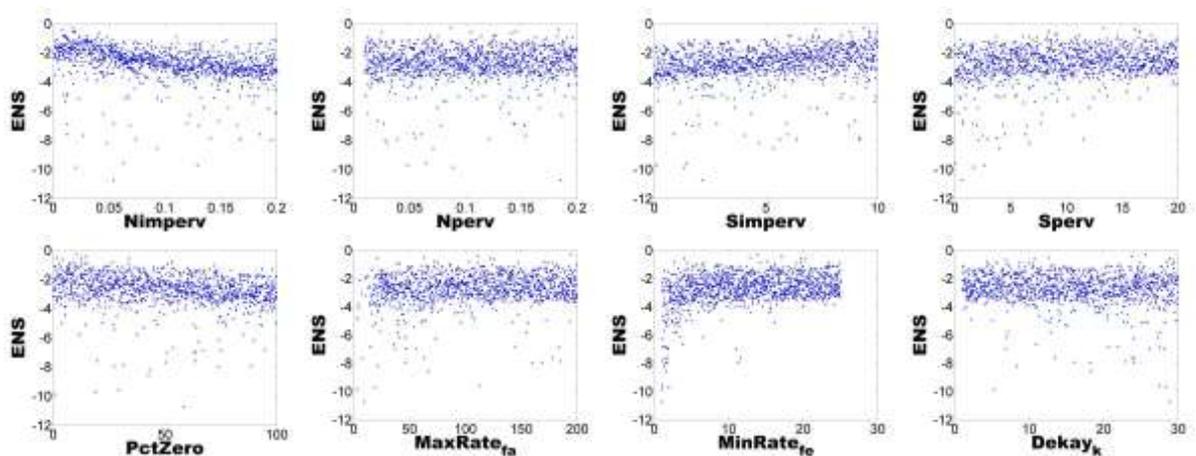


Ilustración 7.13 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica AMALGAM para el Evento 1.

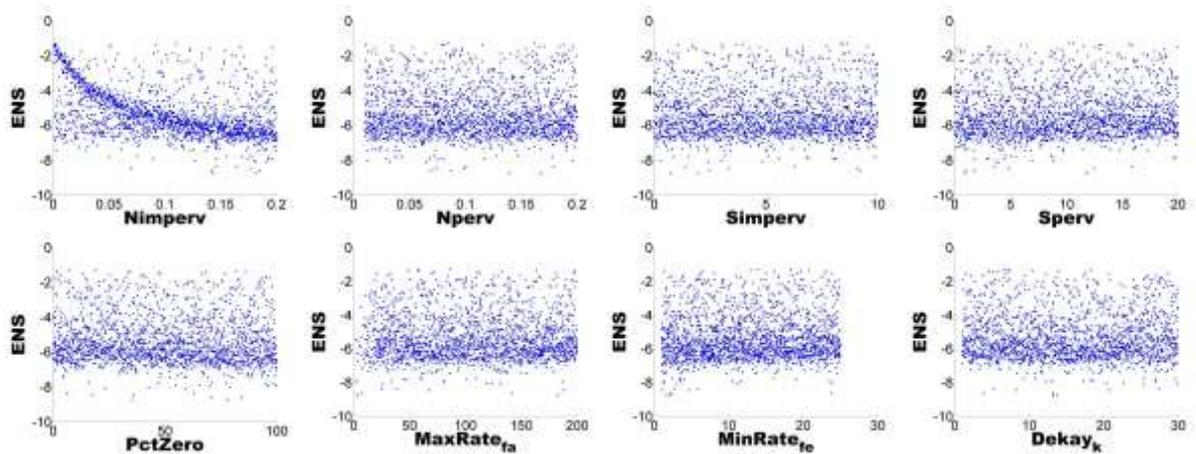


Ilustración 7.14 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica AMALGAM para el Evento 2.

### 7.3.2.3 Distribución de parámetros usando L

En cuanto al análisis llevado a cabo usando la medida de verosimilitud  $L$ , se encontraron valores de  $L$  entre 0.00 y 0.06 tomando en cuenta los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, esto para el Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron valores de  $L$  pequeños cercanos a cero. Estos resultados los podemos observar en Ilustración 7.15 e Ilustración 7.16. Estos valores de eficiencia muestran el poco ajuste de las modelaciones a los datos de hidrometría.

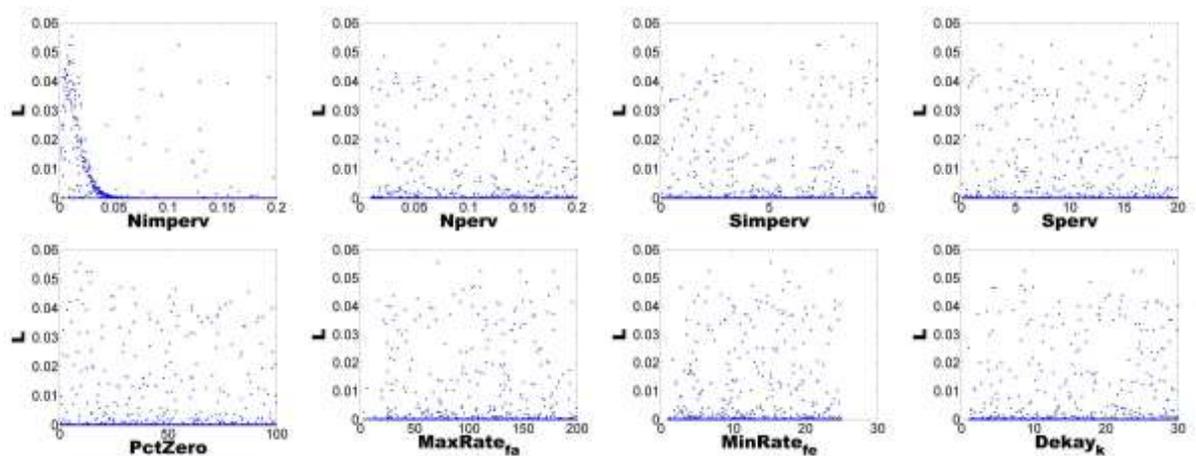


Ilustración 7.15 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica AMALGAM para el Evento 1.

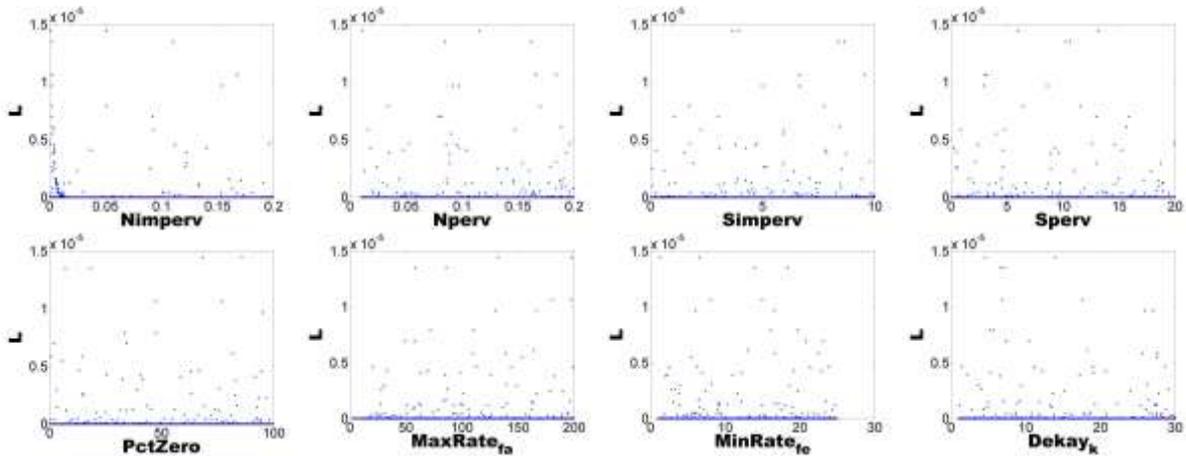


Ilustración 7.16 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica AMALGAM para el Evento 2.

### 7.3.2.4 Distribución de parámetros usando $R^2$

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.17 e Ilustración 7.18 corresponden al uso de la técnica AMALGAM y la medida de verosimilitud  $R^2$ . Por lo tanto, en las distribuciones de parámetros se encontraron valores de  $R^2$  entre 0.04 y 0.94 para los conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron valores de  $R^2$  entre 0.06 y 0.73 para los parámetros hidrológicos. Al igual que con la medida de verosimilitud IAd, se encontraron valores de  $R^2$  que indican la existencia de parámetros que ajustan los resultados de las modelaciones a los datos hidrométricos.

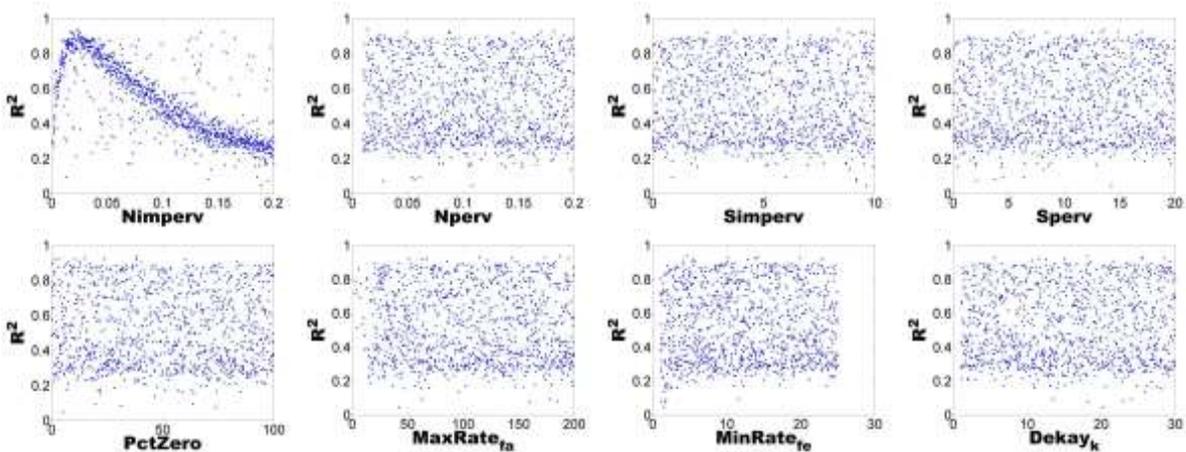


Ilustración 7.17 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $R^2$  y técnica AMALGAM para el Evento 1.

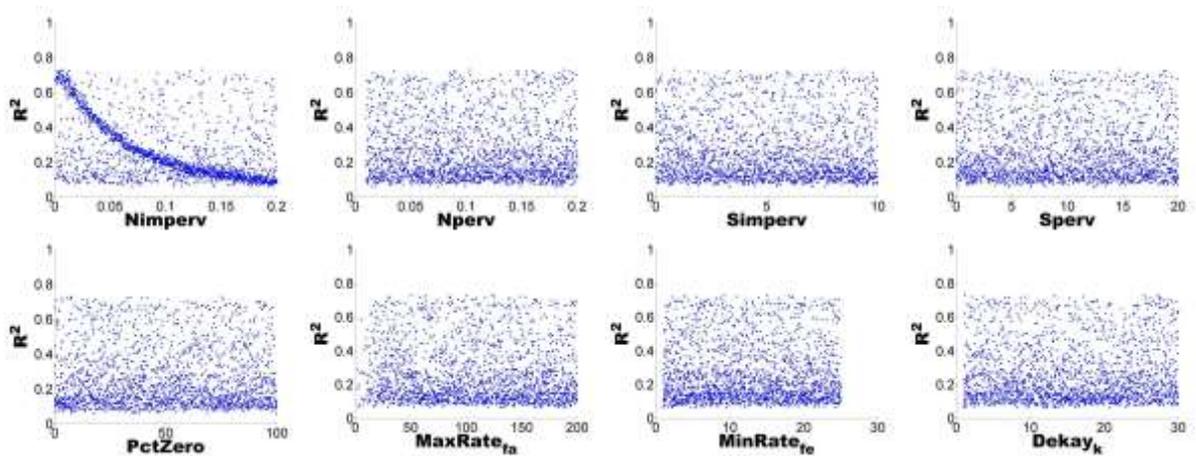


Ilustración 7.18 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $R^2$  y técnica AMALGAM para el Evento 2.

### 7.3.3 Análisis de incertidumbre con técnica LHS

#### 7.3.3.1 Distribución de parámetros usando IAd

En el análisis llevado a cabo con la técnica LHS, usando la medida de verosimilitud IAd, se encontraron valores entre el 0.30 y 0.83 tomando en cuenta todos los conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, esto para el Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron IAd entre 0.28 y 0.76. Estos resultados los podemos observar en la Ilustración 7.19 e Ilustración 7.20. Las ilustraciones indican la existencia de valores de parámetros con alta eficiencia, cercanos a 1, permitiendo el ajuste de los resultados de modelación a los datos observados.

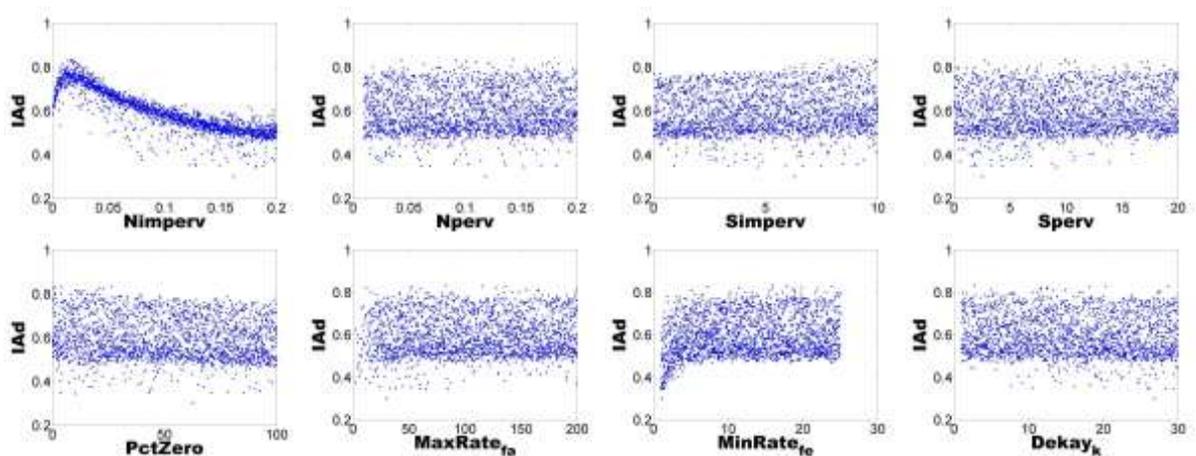


Ilustración 7.19 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica LHS para el Evento 1.

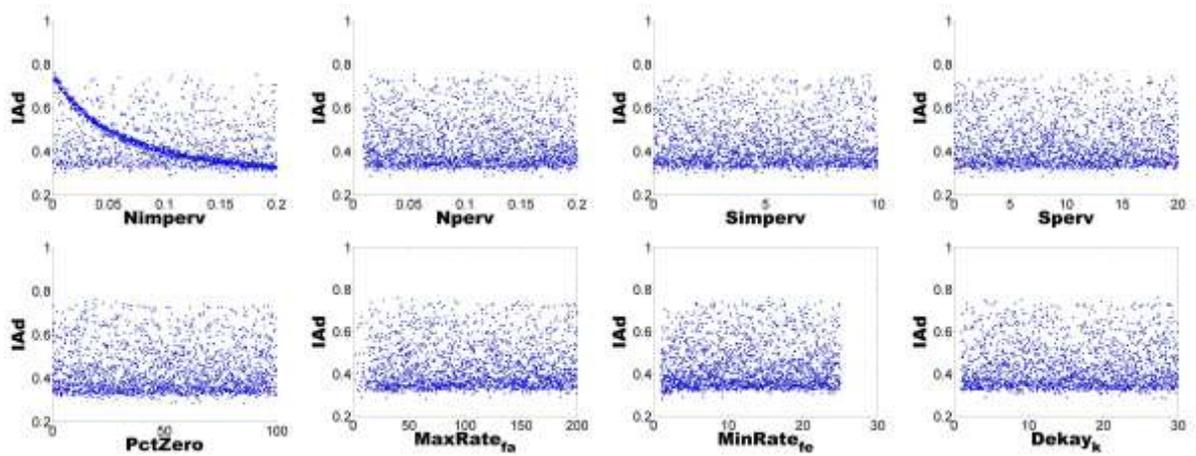


Ilustración 7.20 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica LHS para el Evento 2.

### 7.3.3.2 Distribución de parámetros usando ENS

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.21 e Ilustración 7.22 corresponden al uso de la técnica LHS y la medida de verosimilitud ENS. Por lo tanto, en las distribuciones de parámetros se encontraron ENS entre -11.27 y -0.25 para los conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron ENS entre -9.56 y -1.04 para los parámetros hidrológicos. Estos valores de eficiencia, por debajo de cero, indican el poco ajuste de los resultados de las modelaciones con respecto a los datos observados.

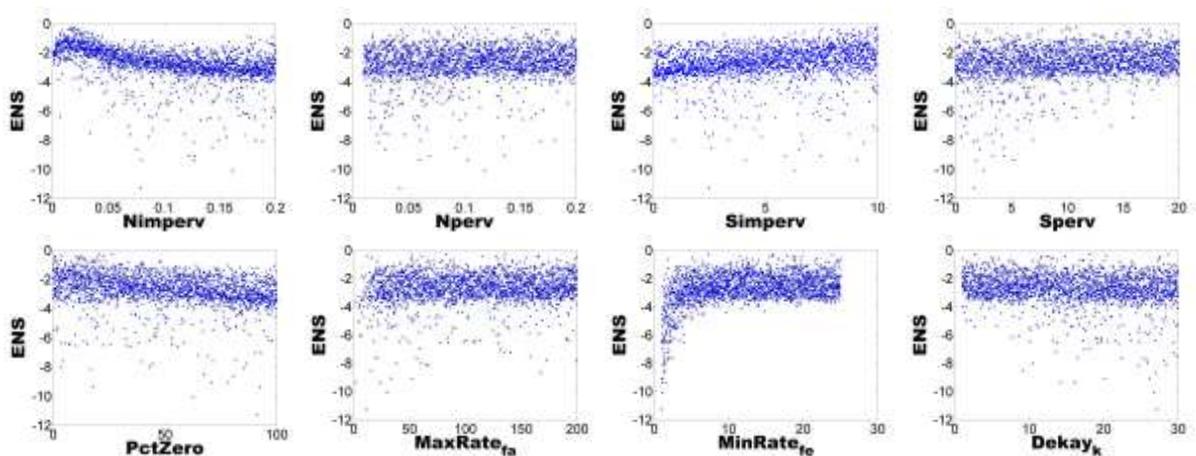


Ilustración 7.21 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica LHS para el Evento 1.

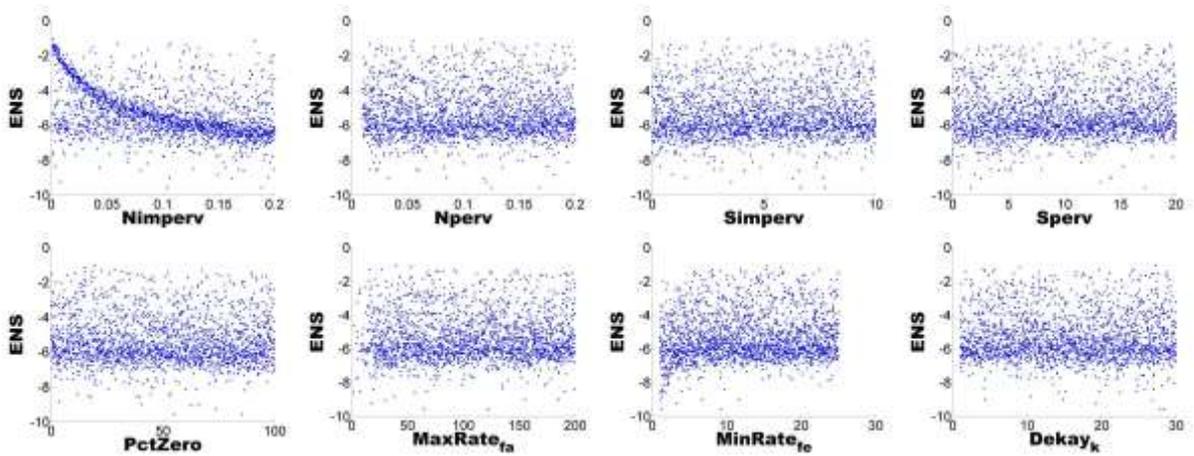


Ilustración 7.22 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica LHS para el Evento 2.

### 7.3.3.3 Distribución de parámetros usando L

En cuanto al análisis llevado a cabo usando la medida de verosimilitud L, se encontraron valores de L entre 0.00 y 0.06 tomando en cuenta todos los conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, esto para el Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron valores de L pequeños cercanos a cero. Estos resultados los podemos observar en la Ilustración 7.23 e Ilustración 7.24. Estos valores de eficiencia muestran el poco ajuste de las modelaciones a los datos de hidrometría.

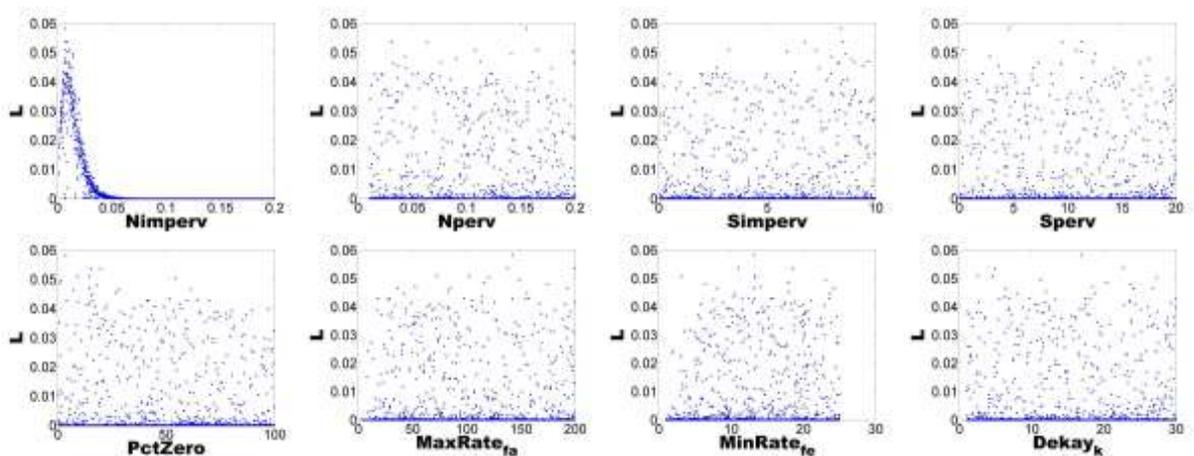


Ilustración 7.23 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica LHS para el Evento 1.

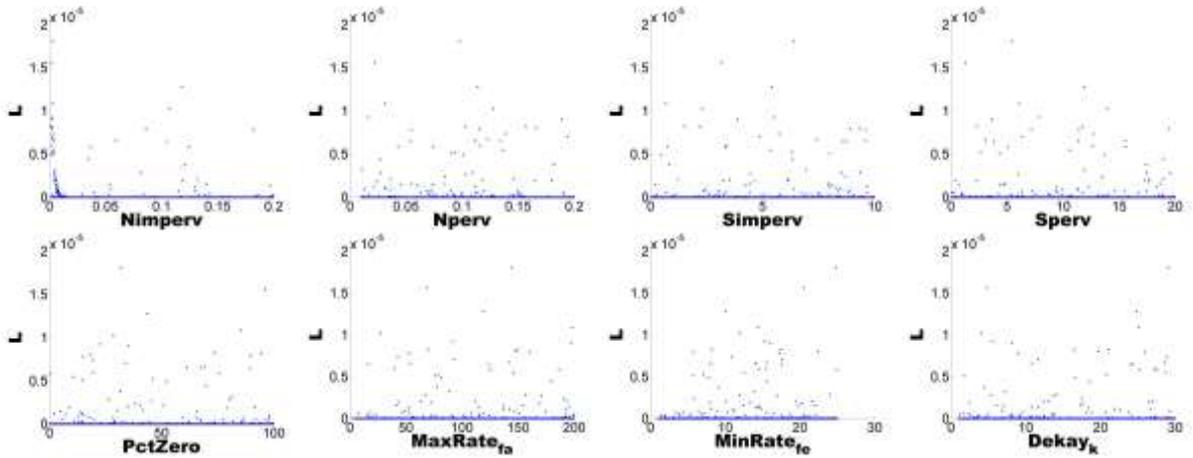


Ilustración 7.24 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica LHS para el Evento 2.

### 7.3.3.4 Distribución de parámetros usando R2

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.25 e Ilustración 7.26 corresponden al uso de la técnica LHS y la medida de verosimilitud  $R^2$ . Por lo tanto, en las distribuciones de parámetros se encontraron valores de  $R^2$  entre 0.03 y 0.93 para los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron valores de  $R^2$  entre 0.06 y 0.73 para los parámetros hidrológicos. Al igual que con la medida de verosimilitud IAd, se encontraron valores de  $R^2$  que indican la existencia de parámetros que ajustan los resultados de las modelaciones a los datos hidrométricos.

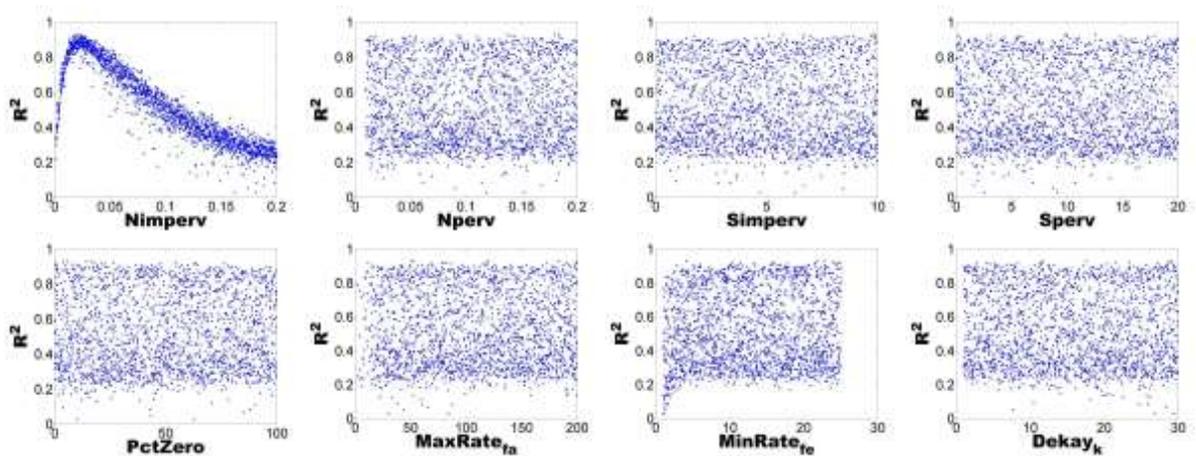


Ilustración 7.25 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $R^2$  y técnica LHS para el Evento 1.

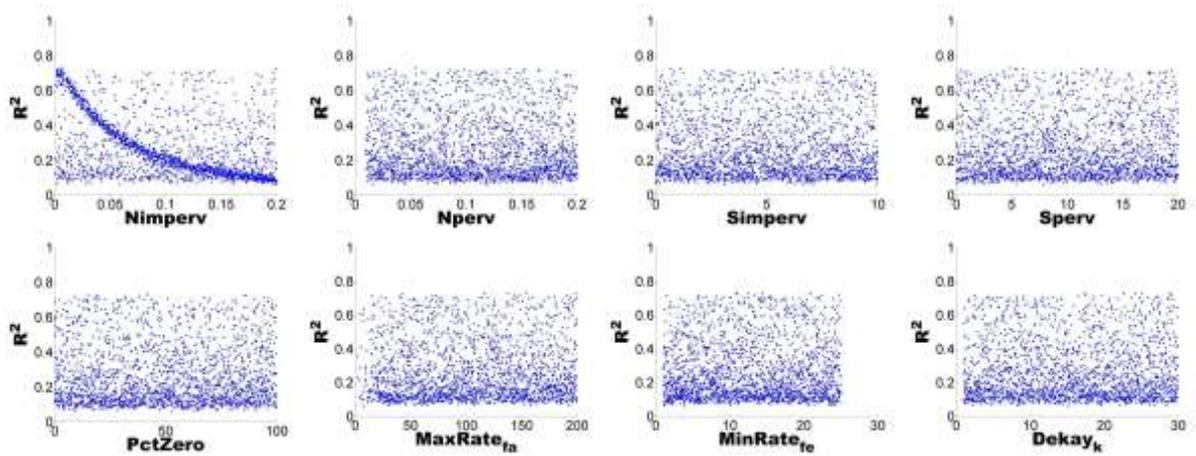


Ilustración 7.26 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $R^2$  y técnica LHS para el Evento 2.

### 7.3.4 Análisis de incertidumbre con técnica NSGA2

#### 7.3.4.1 Distribución de parámetros usando IAd

En el análisis llevado a cabo con la técnica NSGA2, para las series de profundidades generadas por el Evento 1 de precipitación, se encontraron IAd entre el 0.30 y 0.83 para los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Ilustración 7.27. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 de precipitación se encontraron IAd entre 0.30 y 0.78 para los parámetros hidrológicos, Ilustración 7.28. Las ilustraciones indican la existencia de valores de parámetros con alta eficiencia, cercanos a 1, permitiendo el ajuste de los resultados de modelación a los datos observados.

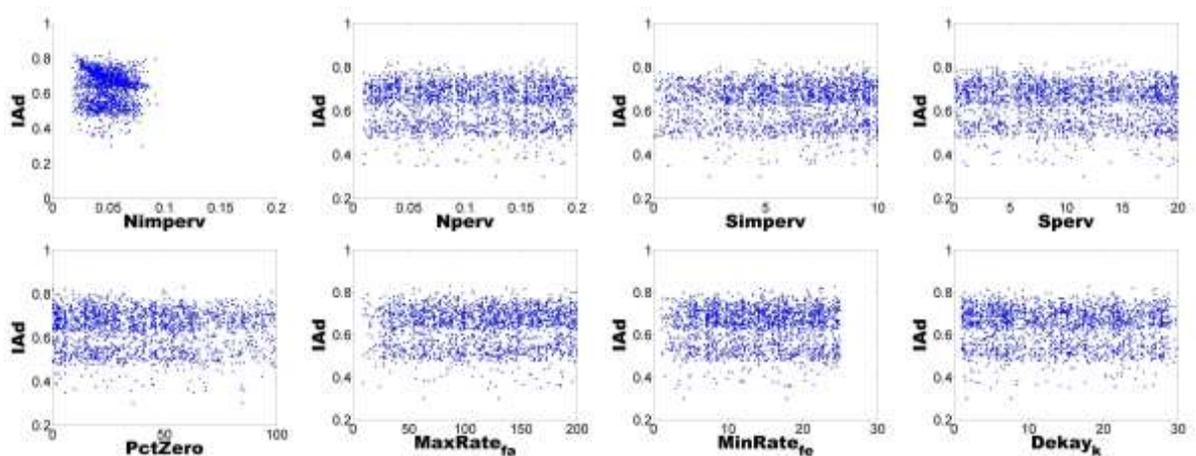


Ilustración 7.27 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAd y técnica NSGA2 para el Evento 1.

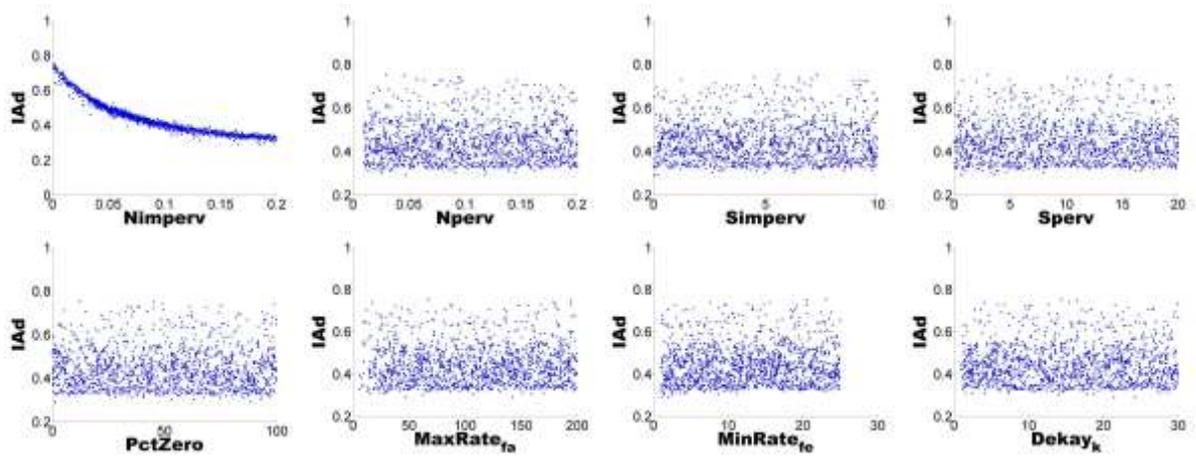


Ilustración 7.28 Distribución de conjuntos de parámetros usando IAD y técnica NSGA2 para el Evento 2.

### 7.3.4.2 Distribución de parámetros usando ENS

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.29 e Ilustración 7.30 corresponden al uso de la técnica NSGA2 y la medida de verosimilitud ENS. Por lo tanto, en las distribuciones de parámetros se encontraron ENS entre -10.07 y -0.35 para los conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron ENS entre -9.56 y -0.78 para los parámetros hidrológicos. Estos valores de eficiencia, por debajo de cero, indican el poco ajuste de los resultados de las modelaciones con respecto a los datos observados.

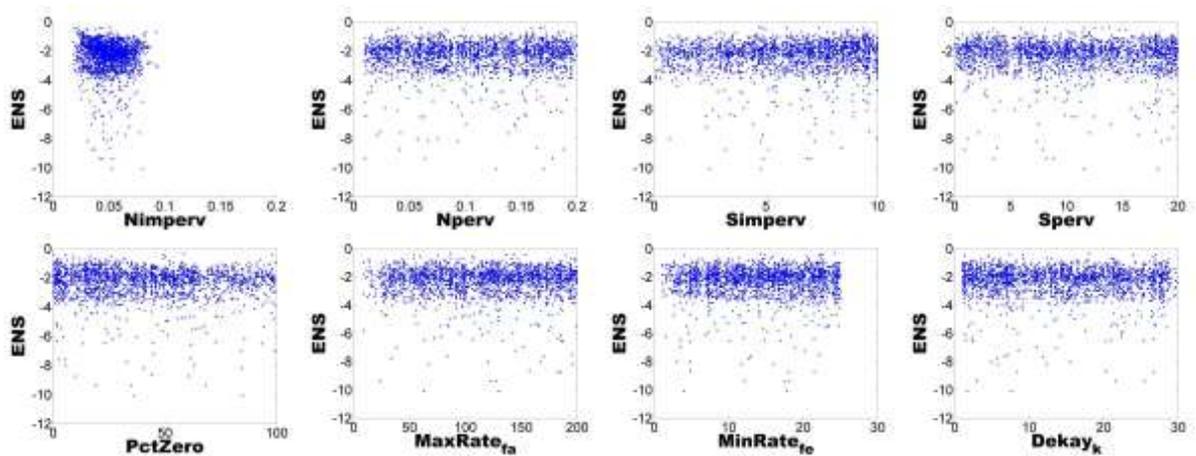


Ilustración 7.29 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica NSGA2 para el Evento 1.

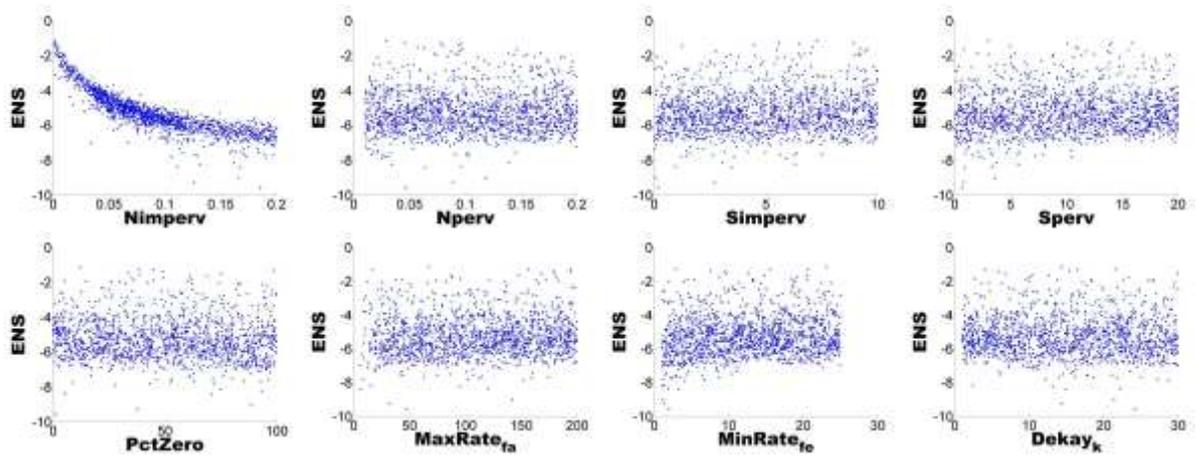


Ilustración 7.30 Distribución de conjuntos de parámetros usando ENS y técnica NSGA2 para el Evento 2.

### 7.3.4.3 Distribución de parámetros usando L

En cuanto al análisis llevado a cabo usando la medida de verosimilitud L, se encontraron valores de L entre 0.00 y 0.06 tomando en cuenta todos los conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, esto para el Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron valores de L cercanos a cero. Estos resultados los podemos observar en la Ilustración 7.31 e Ilustración 7.32. Estos valores de eficiencia muestran el poco ajuste de las modelaciones a los datos de hidrometría.

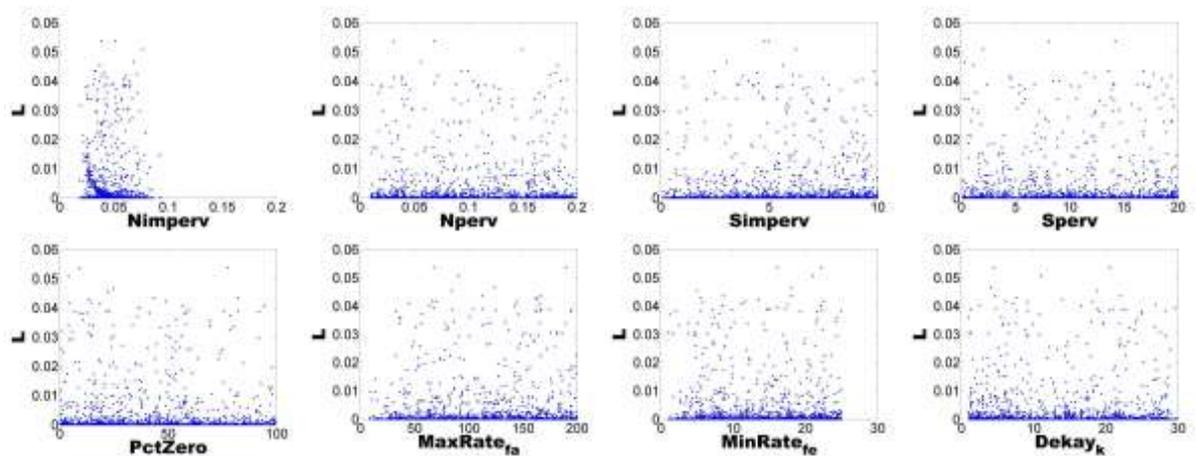


Ilustración 7.31 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica NSGA2 para el Evento 1.

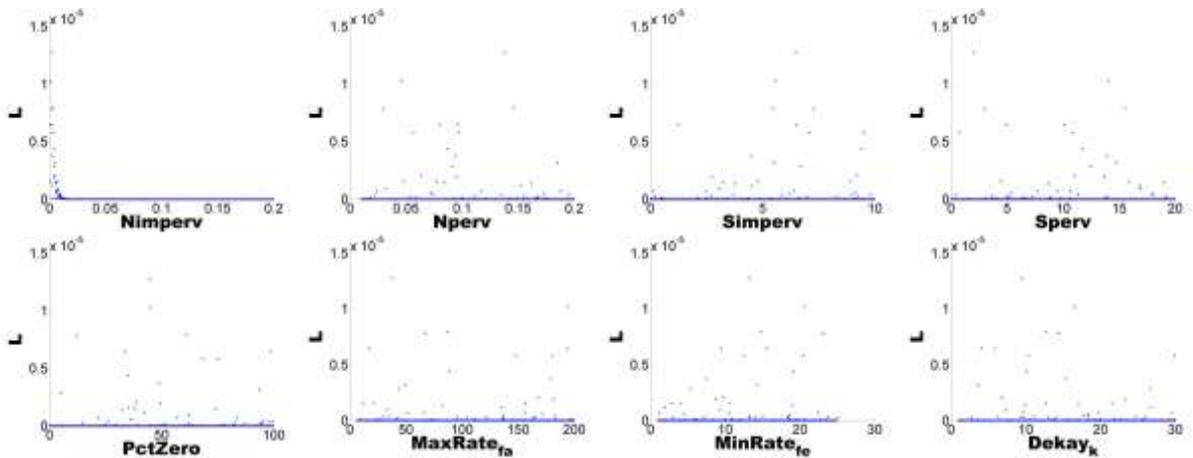


Ilustración 7.32 Distribución de conjuntos de parámetros usando L y técnica NSGA2 para el Evento 2.

### 7.3.4.4 Distribución de parámetros usando $R^2$

Los resultados mostrados en la Ilustración 7.33 e Ilustración 7.34 corresponden al uso de la técnica NSGA2 y la medida de verosimilitud  $R^2$ . Por lo tanto, en las distribuciones de parámetros se encontraron valores de  $R^2$  entre 0.03 y 0.93 para los 2000 conjuntos de ocho parámetros hidrológicos, Evento 1 de precipitación. Asimismo, para las series de tirantes generadas por el Evento 2 se encontraron valores de  $R^2$  entre 0.06 y 0.87 para los parámetros hidrológicos. Al igual que con la medida de verosimilitud IAd, se encontraron valores de  $R^2$  que indican la existencia de parámetros que ajustan los resultados de las modelaciones a los datos hidrométricos.

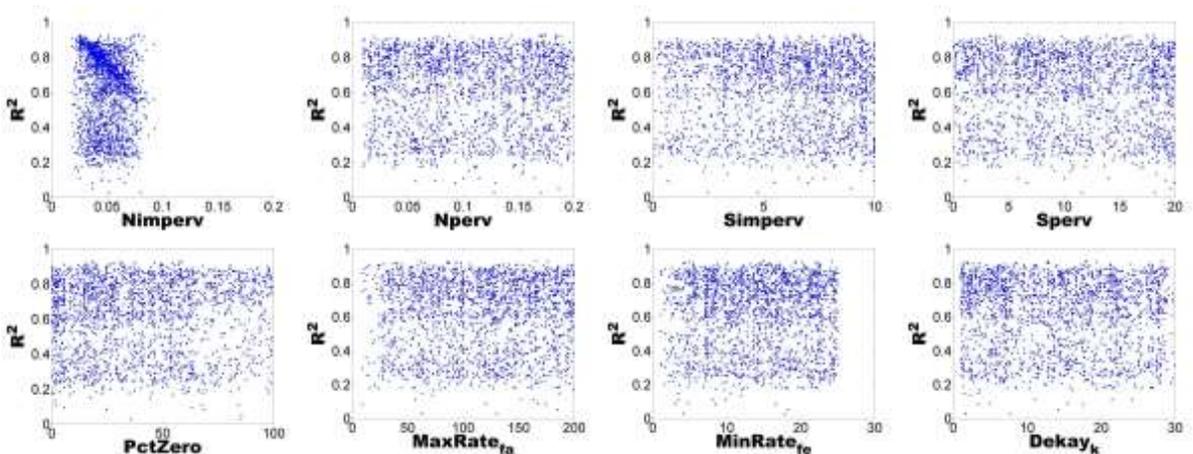


Ilustración 7.33 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $R^2$  y técnica NSGA2 para el Evento 1.

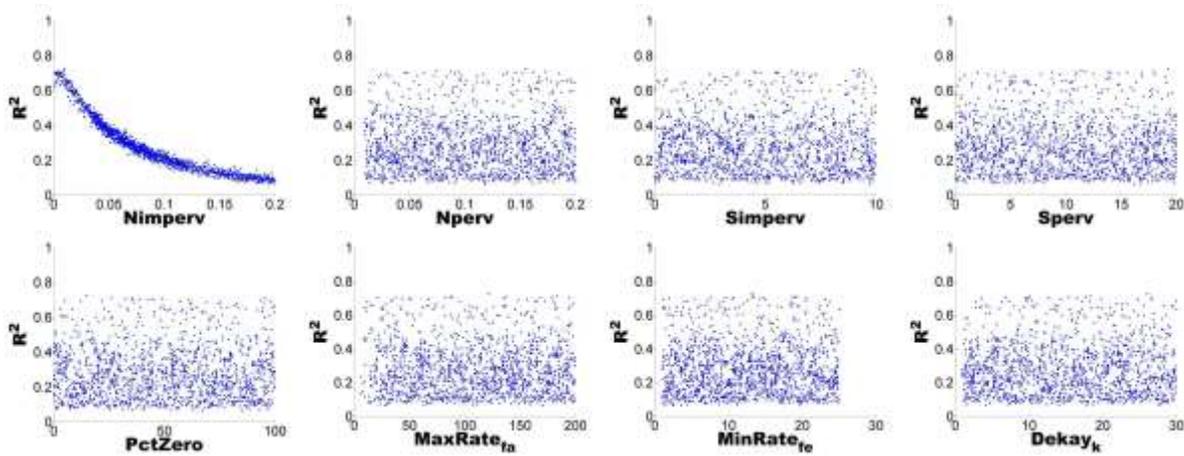


Ilustración 7.34 Distribución de conjuntos de parámetros usando  $R^2$  y técnica NSGA2 para el Evento 2.

### 7.3.5 Análisis de distribución de los parámetros

Los resultados mostrados en las distribuciones de los parámetros, con las medidas de verosimilitud IAd, ENS, L y  $R^2$  presentaron diferentes valores y comportamientos. En el caso de las distribuciones derivadas de los cuatro métodos de análisis de incertidumbre, GLUE (Ilustración 7.3, Ilustración 7.4, Ilustración 7.9 e Ilustración 7.10), AMALGAM (Ilustración 7.11, Ilustración 7.12, Ilustración 7.17 e Ilustración 7.18), LHS (Ilustración 7.19, Ilustración 7.20, Ilustración 7.25 e Ilustración 7.26), NSGA2 (Ilustración 7.27, Ilustración 7.28, Ilustración 7.33 e Ilustración 7.34) y medidas de verosimilitud IAd y  $R^2$  se encontraron valores altos de eficiencia mayores  $>0.60$  para los ocho parámetros. Además de lo anterior se identificó que el comportamiento de la nube de datos del parámetro Nimperv, el de mayor índice de sensibilidad, tiene forma de curva con una parte ascendente y una descendente; en la parte ascendente y una parte de la descendente se identifican los parámetros con mayor eficiencia y para estos valores en el eje de las abscisas el rango de los valores que ajustan mejor los resultados de la modelación a los datos observados. Por otro lado, para los siete parámetros restantes la forma de la distribución es una nube rectangular uniforme, lo que revela que no hay un rango de los valores de parámetros donde no se aprecien las mejores estimaciones verosimilitud. Lo anterior demuestra el concepto de equifinalidad (Beven & Binley, 1992), ya que más de un conjunto de ocho parámetros es capaz de reproducir el tirante de flujo registrado. En contraste, los resultados obtenidos para los cuatro métodos de análisis de incertidumbre usando las medidas de verosimilitud ENS y L simulan no ser favorables ya que presentaron valores negativos y cercanos a cero respectivamente. Por lo tanto, es importante realizar el análisis de incertidumbre con diferentes medidas de verosimilitud, ya que en ocasiones es posible encontrar valores que no pueden ser considerados como eficientes como con alguna de

estas medidas (cerca de cero y negativas), lo que lleva a descartar un conjunto de parámetros para la calibración que en realidad permite un buen ajuste a los tirantes observados.

De acuerdo con lo anterior, a continuación, se presentan la comparación entre los valores obtenidos de las medidas de verosimilitud para los conjuntos de parámetros obtenidos por los cuatro métodos de análisis de incertidumbre.

*Comparación de resultados de medidas de verosimilitud, GLUE*

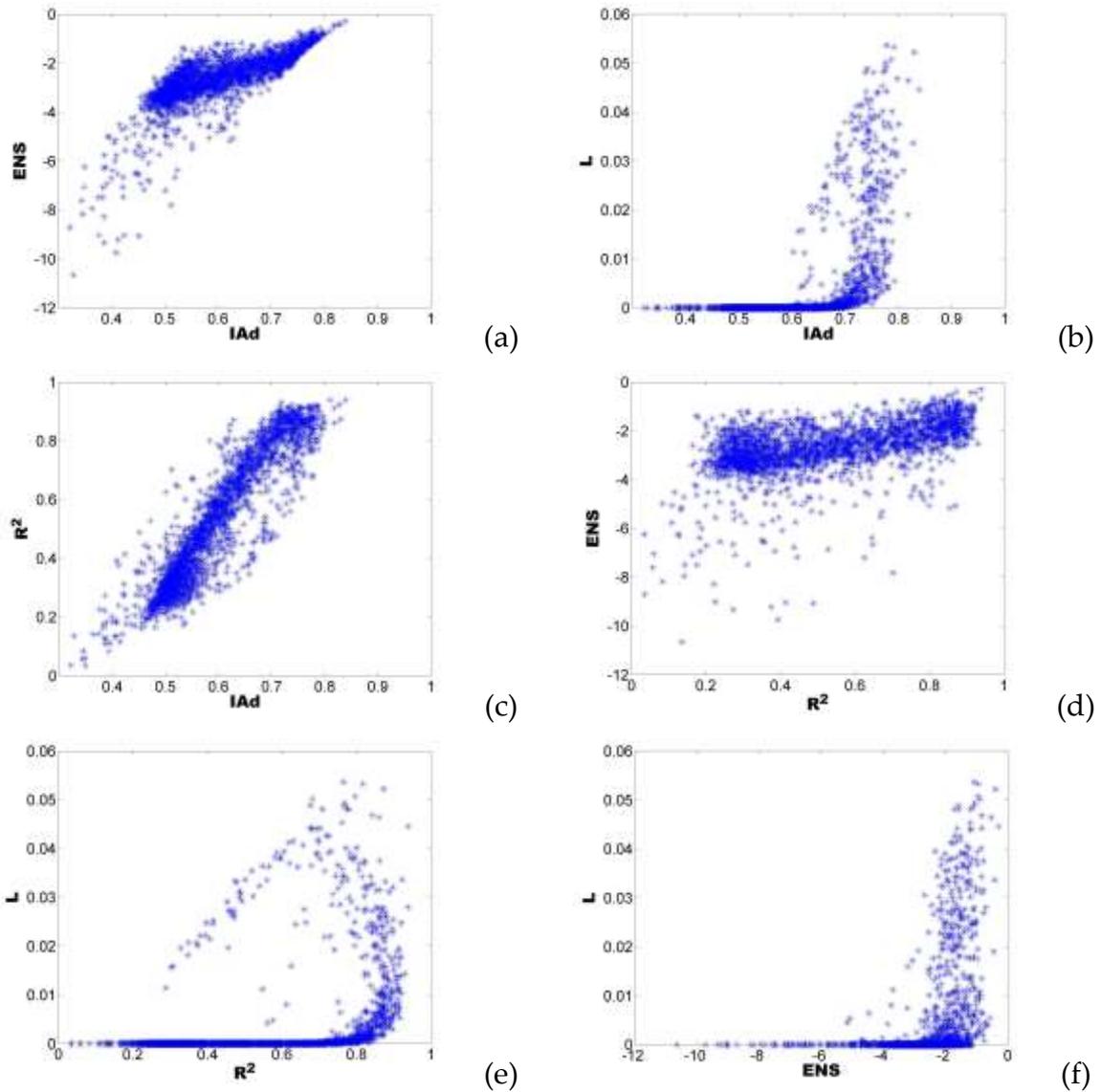


Ilustración 7.35 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 1 por el método GLUE, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra R², d) R² contra ENS, e) R² contra L y f) ENS contra L.

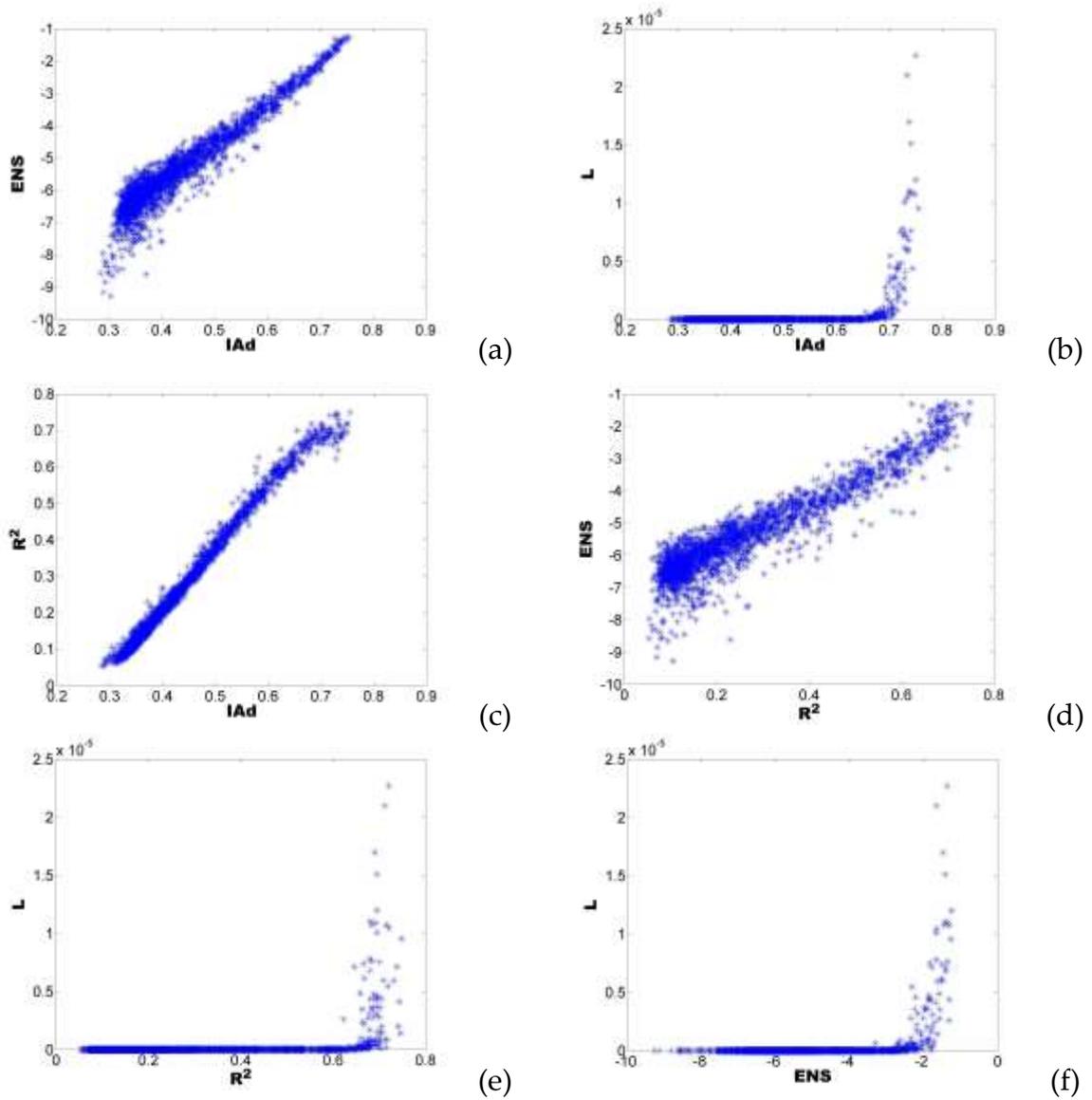


Ilustración 7.36 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 2 por el método GLUE, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra R<sup>2</sup>, d) R<sup>2</sup> contra ENS, e) R<sup>2</sup> contra L y f) ENS contra L.

*Comparación de resultados de medidas de verosimilitud, AMALGAM*

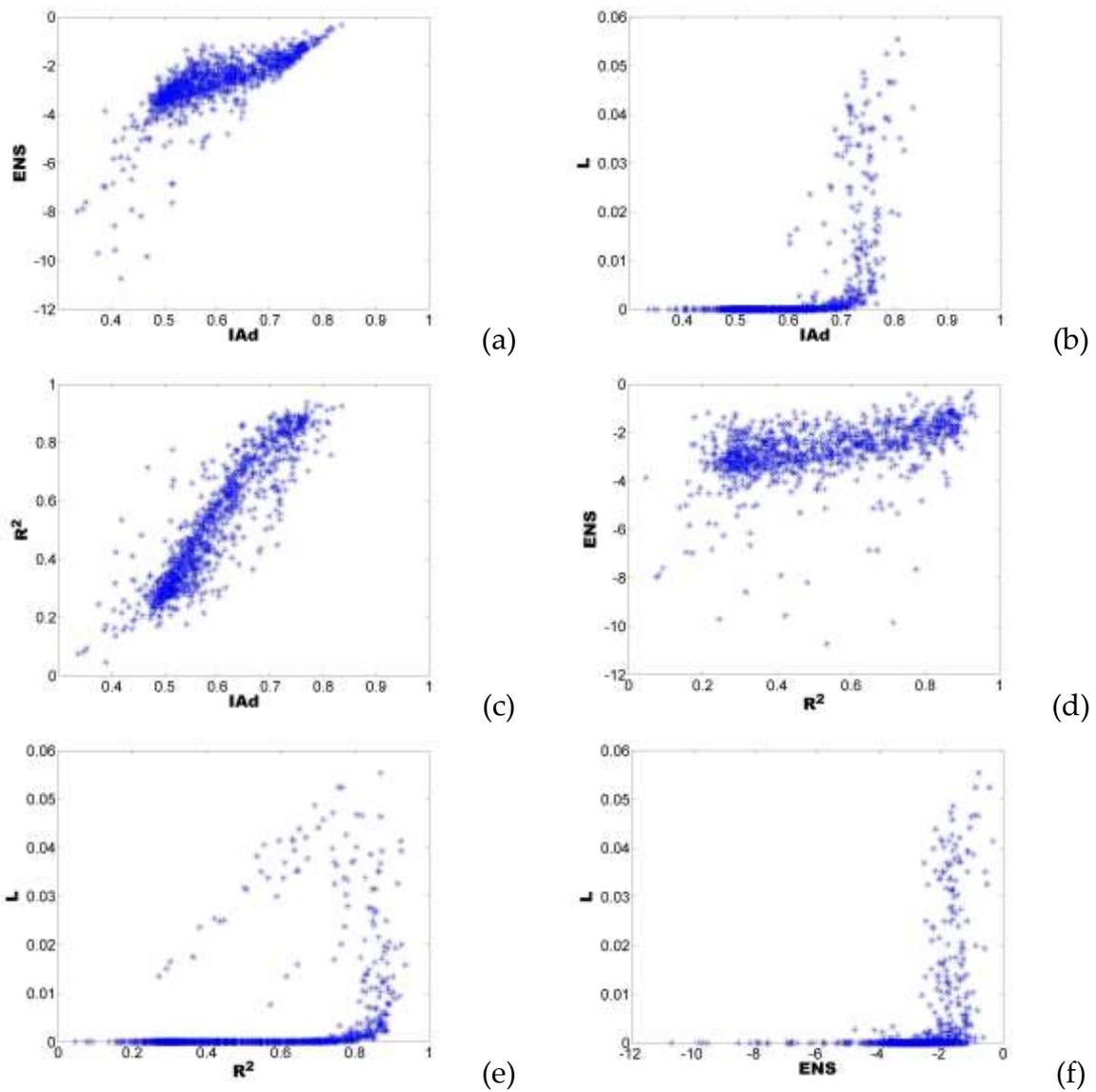


Ilustración 7.37 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 1 por el método AMALGAM, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra R<sup>2</sup>, d) R<sup>2</sup> contra ENS, e) R<sup>2</sup> contra L y f) ENS contra L.

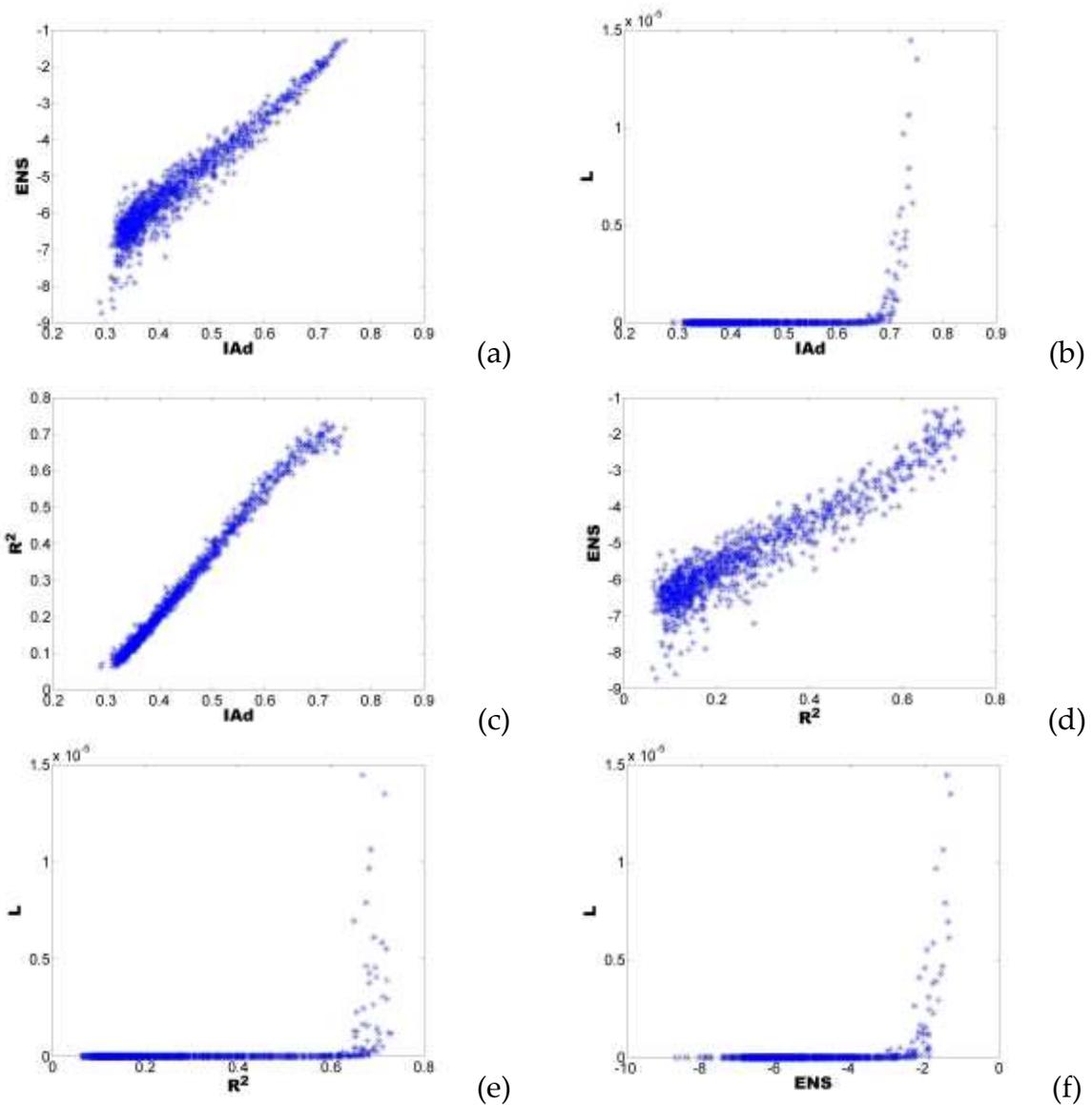


Ilustración 7.38 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 2 por el método AMALGAM, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra R<sup>2</sup>, d) R<sup>2</sup> contra ENS, e) R<sup>2</sup> contra L y f) ENS contra L.

*Comparación de resultados de medidas de verosimilitud, LHS*

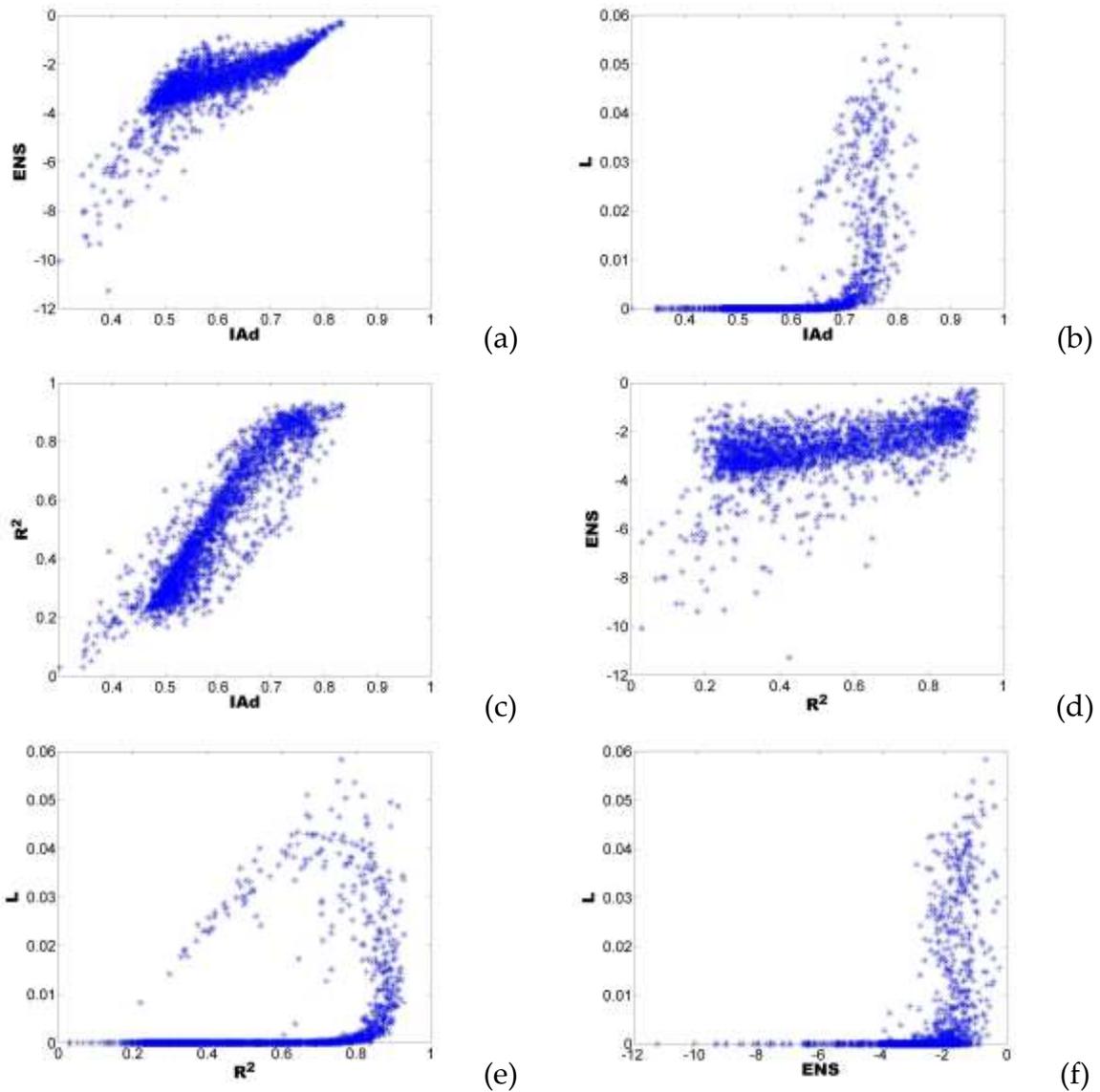


Ilustración 7.39 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 1 por el método LHS, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra R<sup>2</sup>, d) R<sup>2</sup> contra ENS, e) R<sup>2</sup> contra L y f) ENS contra L.

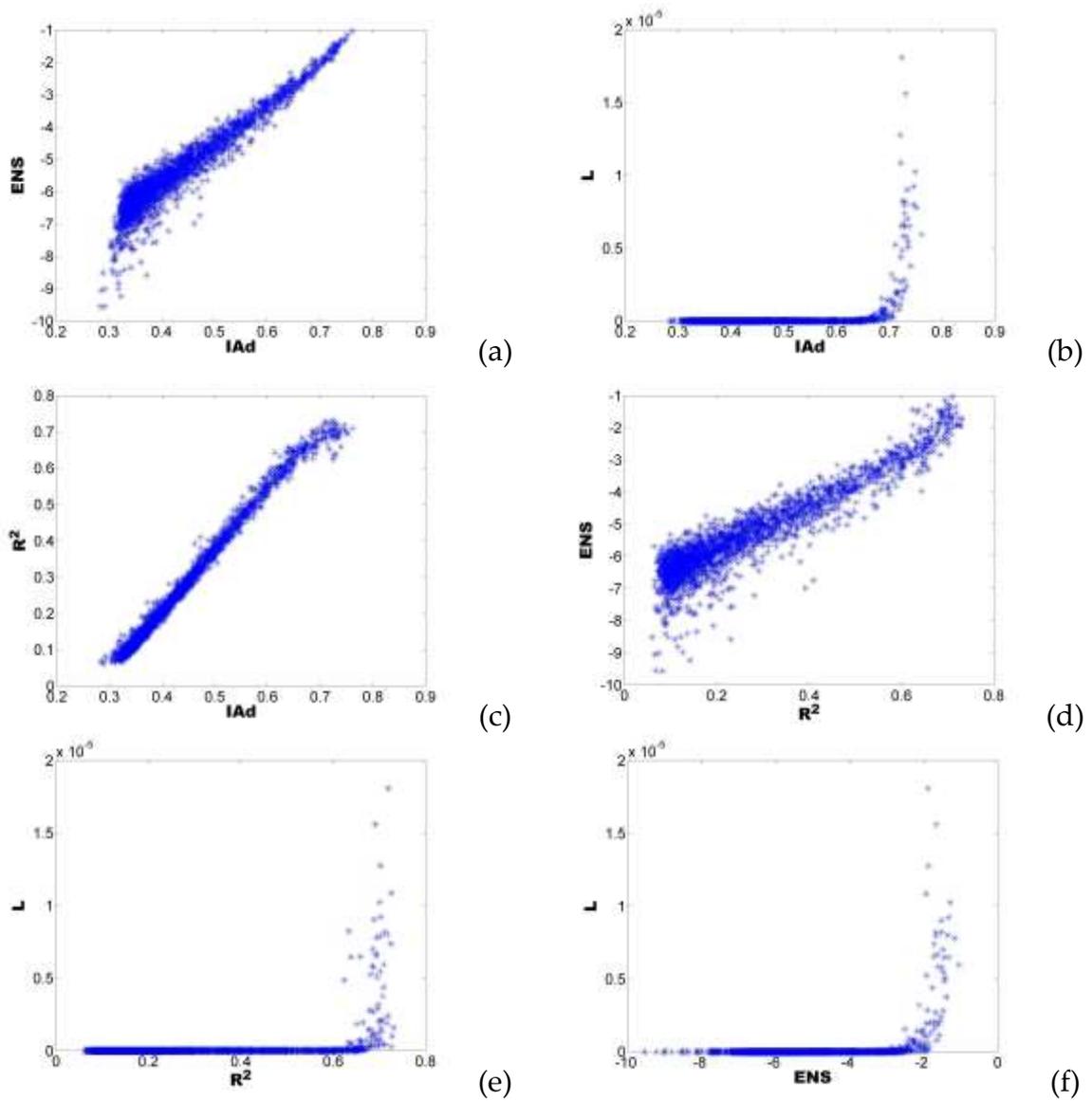


Ilustración 7.40 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 2 por el método LHS, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra R<sup>2</sup>, d) R<sup>2</sup> contra ENS, e) R<sup>2</sup> contra L y f) ENS contra L.

*Comparación de resultados de medidas de verosimilitud, NSGA2*

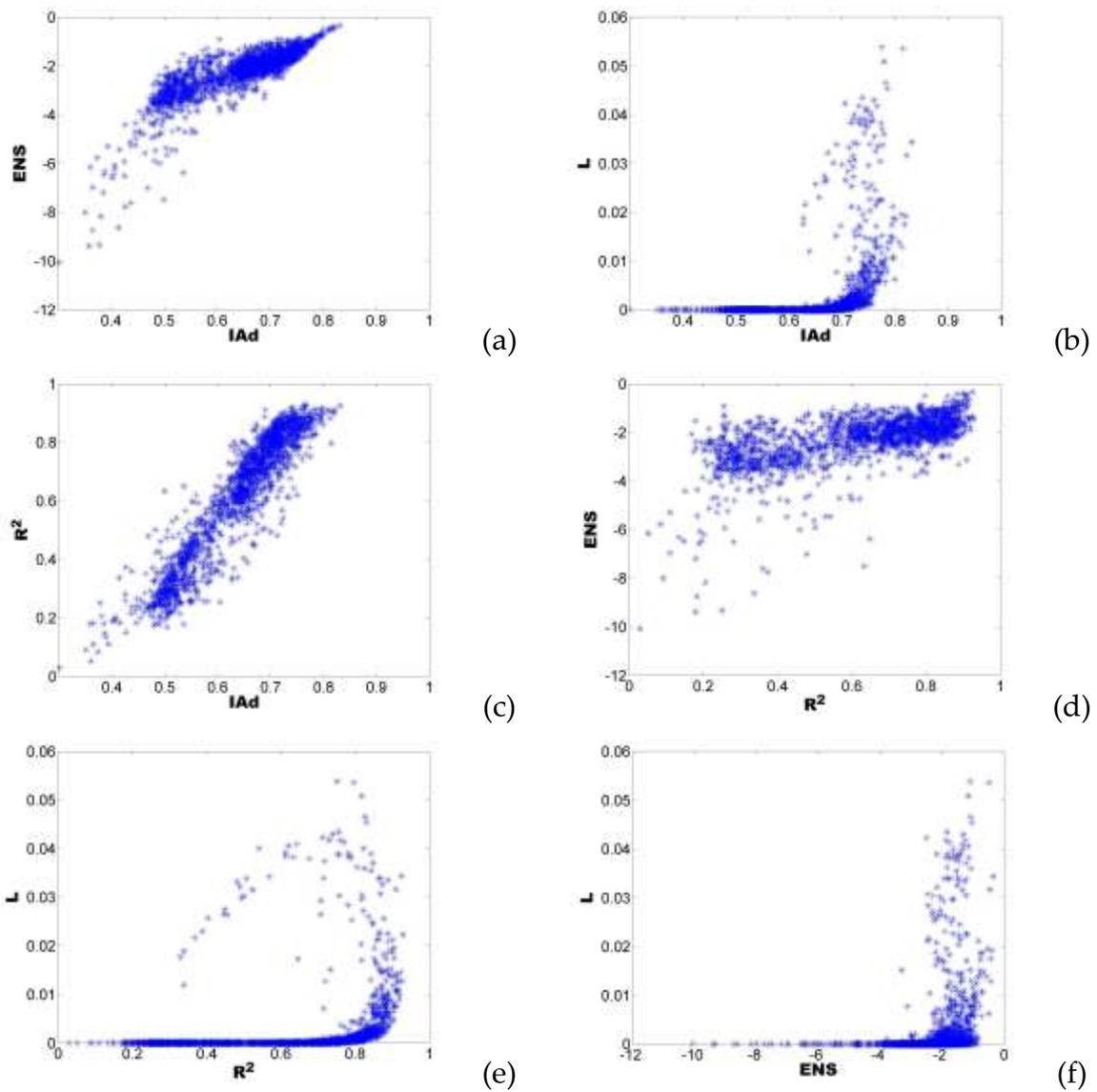


Ilustración 7.41 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 1 por el método NSGA2, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra R<sup>2</sup>, d) R<sup>2</sup> contra ENS, e) R<sup>2</sup> contra L y f) ENS contra L.

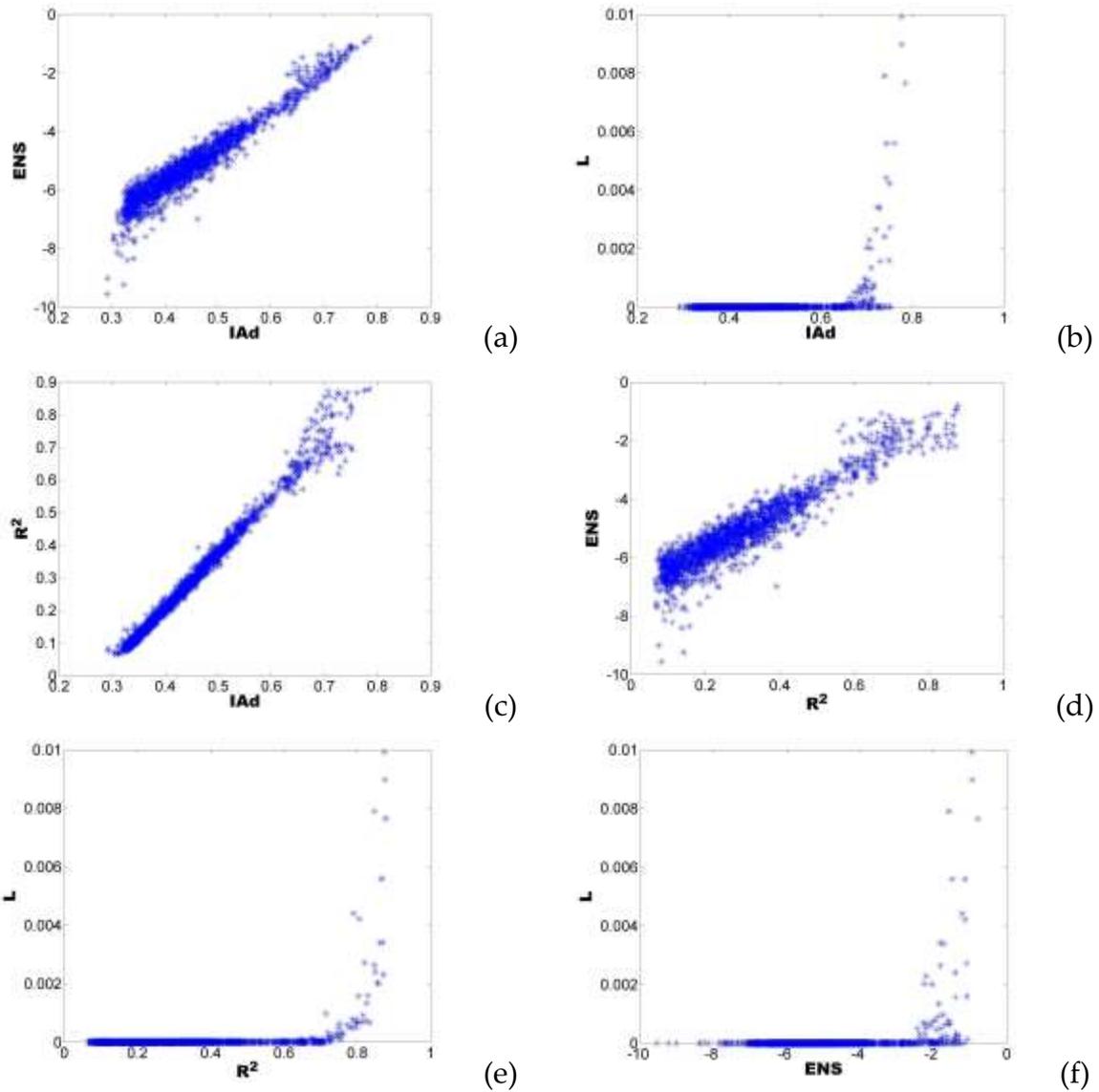


Ilustración 7.42 Comparación de resultados de medidas de verosimilitud obtenidas del Evento 2 por el método NSGA2, a) IAd contra ENS, b) IAd contra L, c) IAd contra R<sup>2</sup>, d) R<sup>2</sup> contra ENS, e) R<sup>2</sup> contra L y f) ENS contra L.

La comparación de los valores de las medidas de verosimilitud, para los cuatro métodos de análisis de incertidumbre presentaron resultados interesantes, pero similares. Por lo tanto para el Evento 1 y 2 los mejores valores de IAd son de 0.83 y 0.76 respectivamente mientras que R<sup>2</sup> tiene valores de 0.97 y 0.87, que son valores similares con diferencia máxima 0.14; ahora bien analizando los 2000 valores indican una correlación lineal positiva entre ellos, ver panel c de la Ilustración 7.35, Ilustración 7.36, Ilustración 7.37, Ilustración 7.38, Ilustración 7.39, Ilustración 7.40, Ilustración 7.41 e Ilustración 7.42. Por otra parte, la correlación lineal entre los valores de similitud de IAd o R<sup>2</sup> con ENS y L es positiva en la última parte respectivamente, ya que para valores de entre 0 – 1, para ENS

encontramos valores negativos y para L encontramos valores entre 0 - 0.06, ver panel a, b, d y e de las ilustraciones mencionadas anteriormente. A lo anterior los valores tanto para IAd o  $R^2$  como para ENS o L, indica que los cuatro criterios evalúan el mismo comportamiento, pero con una cantidad diferente entre sus valores.

#### 7.4 Bandas de confianza

La Tabla 7.2 muestra, para cada una de las técnicas, el número de series de tirantes producidos por las realizaciones derivadas del análisis de incertidumbre de los parámetros del modelo, que satisfacen las condiciones de aceptar solo aquellas con el valor de medida de verosimilitud mayor o igual a 0.60 y que estén dentro de una banda de confianza. De acuerdo con las ilustraciones, ver Tabla 7.2, el modelo es capaz de generar series de tirantes dentro de la banda de confianza del 95% y descartar aquellas series de tirantes que se encuentran fuera de los límites de banda superior e inferior, y que tienen un bajo rendimiento del conjunto de parámetros que ajustan la serie a los datos observados. Es de mencionar que solo se presenta resultados de las medidas de verosimilitud IAd y  $R^2$ , ya que estas cumplen con las condiciones mencionadas, descartándose así valores de ENS y L.

Tabla 7.2 Número de series de tirantes dentro de la banda de confianza del 95%.

Evento		Método de Análisis de incertidumbre				Ver
		GLUE	AMALGAM	LHS	NSGA2	
1	IAd	693	630	699	1208	Ilustración 7.43
						Ilustración 7.45
	R2	647	597	627	1095	Ilustración 7.47
						Ilustración 7.49
2	IAd	225	204	209	102	Ilustración 7.44
						Ilustración 7.46
	R2	158	148	149	74	Ilustración 7.48
						Ilustración 7.50

En los subtemas siguientes se muestran las ilustraciones de las bandas de confianza de 95% obtenidas para cada uno de los métodos de análisis de incertidumbre, las medidas de verosimilitud IAd y  $R^2$ , y para los Eventos 1 y 2.

### 7.4.1 Bandas de confianza del 95% con técnica GLUE

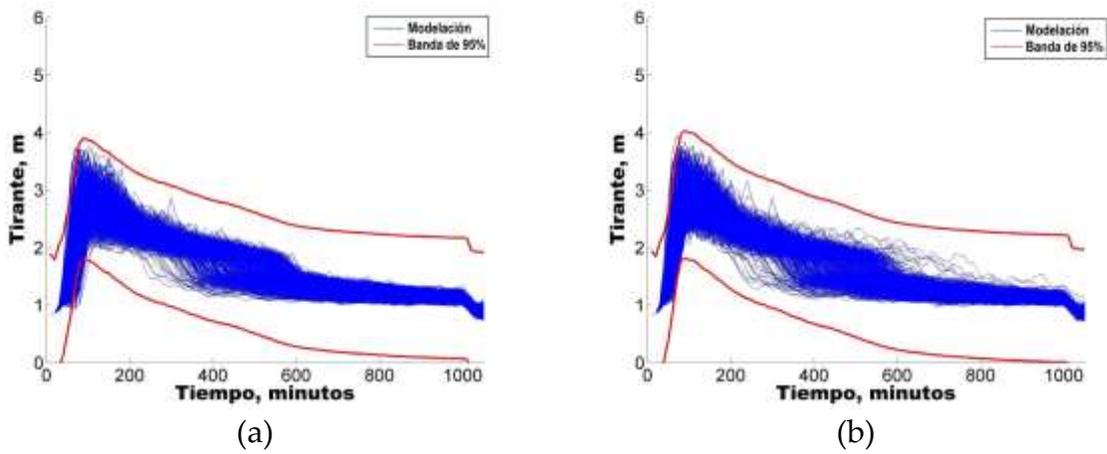


Ilustración 7.43 Banda de confianza del 95% para Evento 1, técnica GLUE, (a) IAd y (b) R<sup>2</sup>.

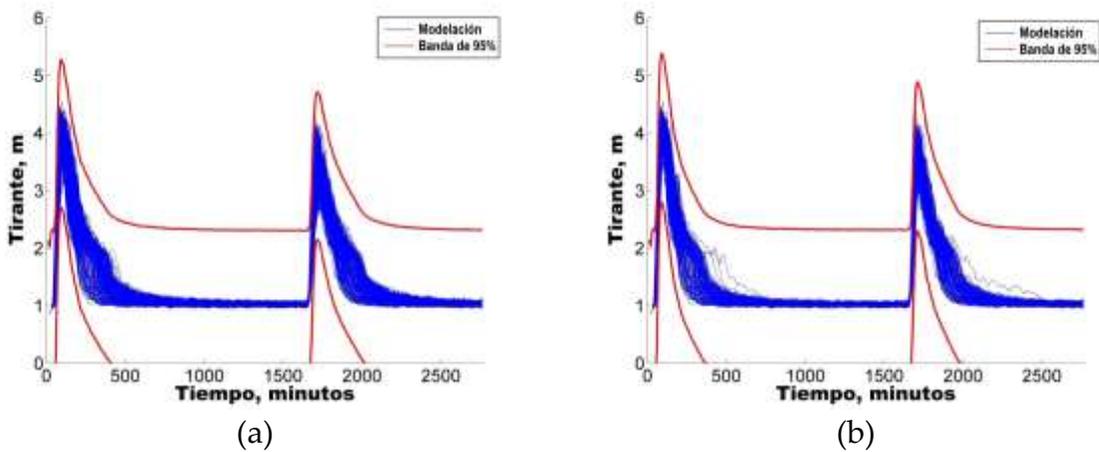


Ilustración 7.44 Banda de confianza del 95% para Evento 2, técnica GLUE, (a) IAd y (b) R<sup>2</sup>.

### 7.4.2 Bandas de confianza del 95% con técnica AMALGAM

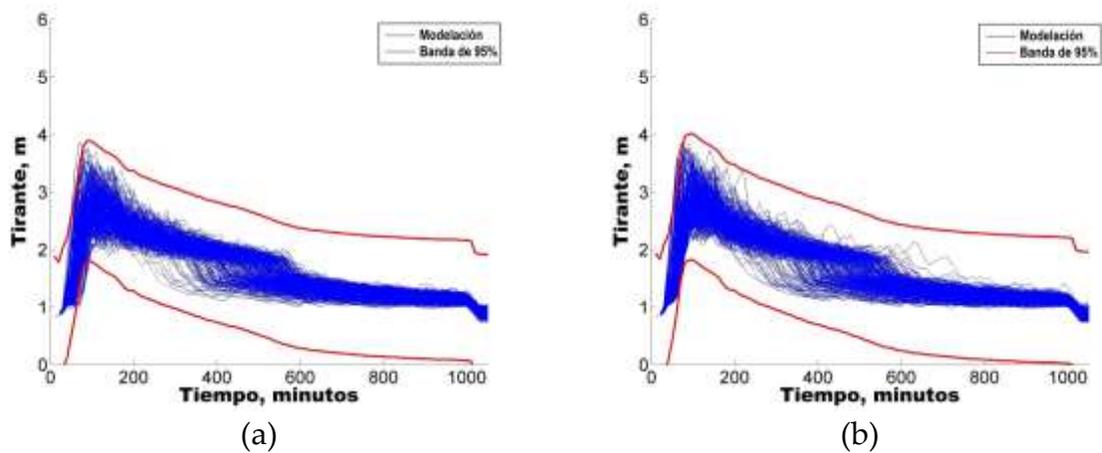


Ilustración 7.45 Banda de confianza del 95% para Evento 1, técnica AMALGAM, (a) IAd y (b) R<sup>2</sup>.

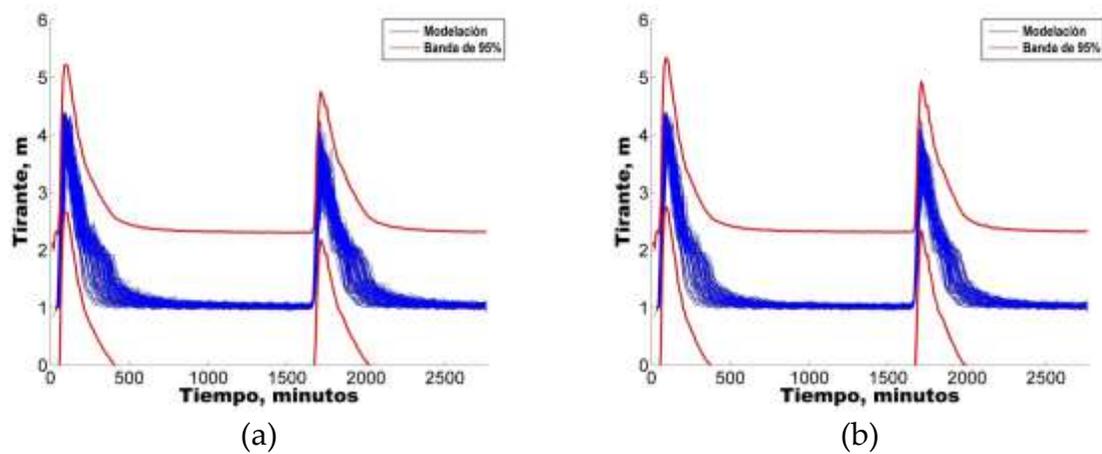


Ilustración 7.46 Banda de confianza del 95% para Evento 2, técnica AMALGAM, (a) IAd y (b) R<sup>2</sup>.

### 7.4.3 Bandas de confianza del 95% con técnica LHS

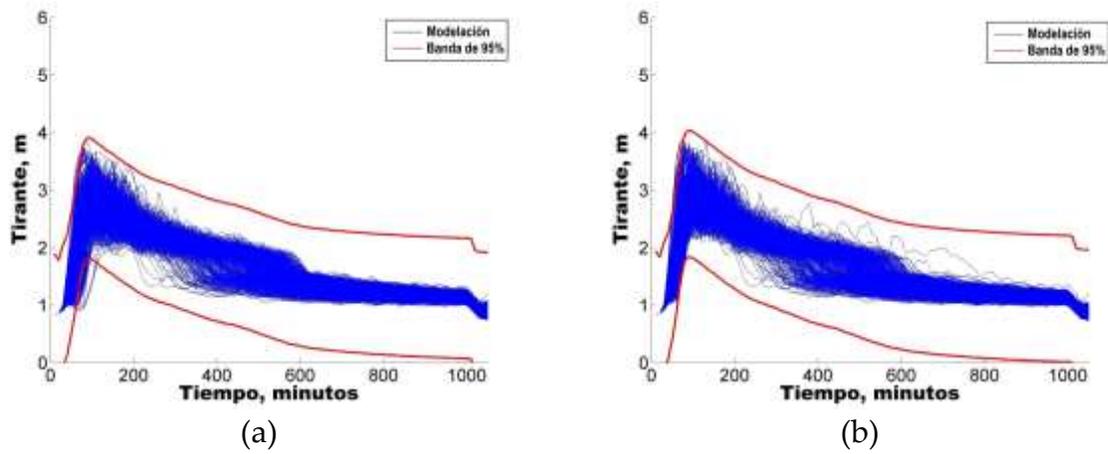


Ilustración 7.47 Banda de confianza del 95% para Evento 1, técnica LHS, (a) IAd y (b)  $R^2$ .

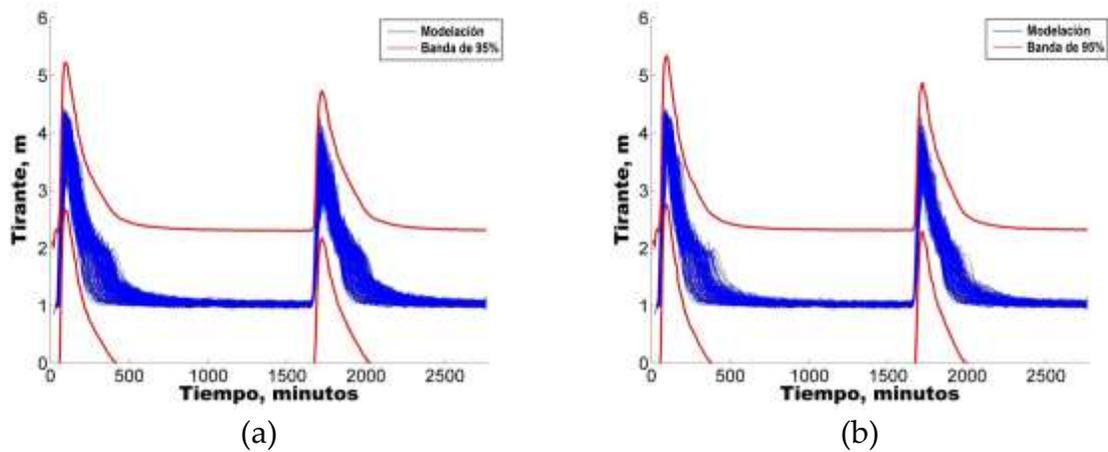


Ilustración 7.48 Banda de confianza del 95% para Evento 2, técnica LHS, (a) IAd y (b)  $R^2$ .

### 7.4.4 Bandas de confianza del 95% con técnica NSGA2

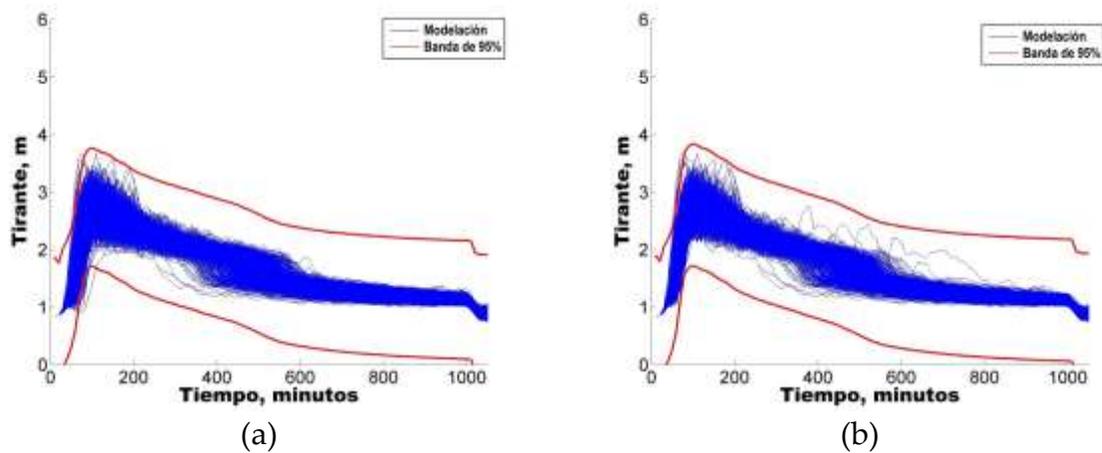


Ilustración 7.49 Banda de confianza del 95% para Evento 1, técnica NSGA2, (a) IAd y (b) R<sup>2</sup>.

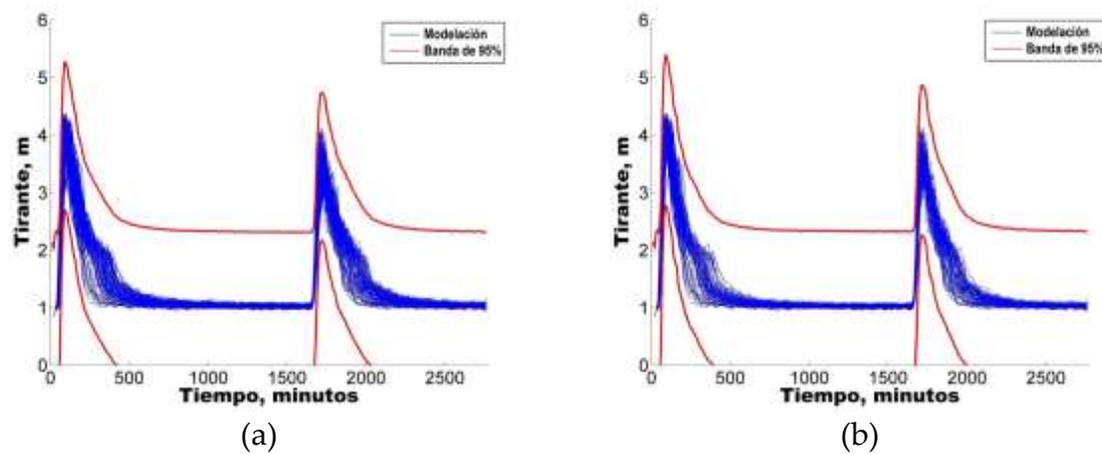


Ilustración 7.50 Banda de confianza del 95% para Evento 2, técnica NSGA2, (a) IAd y (b) R<sup>2</sup>.

### 7.5 Comparación y cálculo de ARIL

En relación con las Ilustraciones mostradas anteriormente, en la Tabla 7.3, Tabla 7.4, Tabla 7.5 y Tabla 7.6 se presentan los valores obtenidos de la banda de confianza del 95%, valores de IAd y R<sup>2</sup> de los conjuntos de parámetros hidrológicos para calibración, con mejor rendimiento; además del cálculo de ARIL para el análisis de incertidumbre que fue realizado para los cuatro métodos. El valor de ARIL crece y decrece de acuerdo al número de observaciones dentro de la banda de confianza calculada. Por lo tanto, la combinación de un valor de ARIL bajo y un número grande de observaciones, dentro de la banda de confianza de 95%, puede indicar el mejor rendimiento de la relación método y modelo (Jin *et al.*, 2010), es decir, GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2 y el modelo LLE.

Tabla 7.3 Eficiencias encontradas con IAd por las técnicas de análisis de incertidumbre, GLUE y AMALGAM.

Evento	Técnica de análisis de incertidumbre					
	GLUE			AMALGAM		
	Conjunto	IAd	ARIL	Conjunto	IAd	ARIL
1	276	0.8298	0.5342	365	0.8302	0.4976
2	272	0.7482	0.2182	886	0.7506	0.1743

Tabla 7.4 Eficiencias encontradas con R<sup>2</sup> por las técnicas de análisis de incertidumbre, GLUE y AMALGAM.

Evento	Técnica de análisis de incertidumbre					
	GLUE			AMALGAM		
	Conjunto	R <sup>2</sup>	ARIL	Conjunto	R <sup>2</sup>	ARIL
1	138	0.9386	0.4221	704	0.9367	0.4333
2	272	0.7557	0.1787	927	0.7296	0.1525

Tabla 7.5 Eficiencias encontradas con IAd por las técnicas de análisis de incertidumbre, LHS y NSGA2.

Evento	Técnica de análisis de incertidumbre					
	LHS			NSGA2		
	Conjunto	IAd	ARIL	Conjunto	IAd	ARIL
1	81	0.8337	0.5575	1439	0.8313	0.5246
2	1875	0.7616	0.1927	253	0.7391	0.1743

Tabla 7.6 Eficiencias encontradas con R<sup>2</sup> por las técnicas de análisis de incertidumbre, LHS y NSGA2.

Evento	Técnica de análisis de incertidumbre					
	LHS			NSGA2		
	Conjunto	R <sup>2</sup>	ARIL	Conjunto	R <sup>2</sup>	ARIL
1	993	0.9284	0.4294	620	0.9256	0.4307
2	1467	0.7308	0.1791	840	0.7091	0.1727

La Tabla 7.7, Tabla 7.8, Tabla 7.9 y Tabla 7.10 presentan los valores óptimos para los ocho parámetros estimados con cada una de las cuatro técnicas de análisis de incertidumbre implementadas (GLUE, MALGAM, LHS y NSGA2).

Tabla 7.7 Conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, obtenidos de GLUE con IAd y R<sup>2</sup>.

C. de parámetros óptimo	Nimperv	Nperv	Simperv	Sperv	PctZero	MaxRate_fa	MinRate_fe	Decay_k
Evento 1 C276	0.011	0.099	6.957	10.258	0.024	126.937	20.509	23.693
Evento 2 C272	0.003	0.028	8.196	18.31	34.558	108.512	11.575	21.037
Evento 1 C138	0.016	0.154	9.236	5.163	11.705	133.861	24.446	29.971
Evento 2 C272	0.003	0.028	8.196	18.31	34.558	108.512	11.575	21.037

Tabla 7.8 Conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, obtenidos de AMALGAM con IAd y R<sup>2</sup>.

C. de parámetros óptimo	Nimperv	Nperv	Simperv	Sperv	PctZero	MaxRate_fa	MinRate_fe	Decay_k
Evento 1 C365	0.018	0.05	9.424	4.524	5.252	30.317	20.378	4.08
Evento 2 C886	0.002	0.162	8.374	10.205	18.536	85.891	18.369	7.172
Evento 1 C704	0.024	0.014	8.34	13.544	38.496	186.534	4.551	18.11
Evento 2 C927	0.008	0.188	8.456	3.382	7.473	50.436	14.964	25.421

Tabla 7.9 Conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, obtenidos de LHS con IAd y R<sup>2</sup>.

C. de parámetros óptimo	Nimperv	Nperv	Simperv	Sperv	PctZero	MaxRate_fa	MinRate_fe	Decay_k
Evento 1 C81	0.017	0.143	9.685	9.943	26.424	82.524	15.945	2.734
Evento 2 C1875	0.002	0.116	3.393	12.657	19.517	39.903	15.413	27.236
Evento 1 C993	0.02	0.18	5.741	12.532	16.468	182.852	22.75	17.6
Evento 2 C1467	0.007	0.055	7.928	4.832	41.756	154.1	12.468	17.346

Tabla 7.10 Conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, obtenidos de NSGA2 con IAd y R<sup>2</sup>.

C. de parámetros óptimo	Nimperv	Nperv	Simperv	Sperv	PctZero	MaxRate_fa	MinRate_fe	Decay_k
Evento 1 C1439	0.051	0.17	4.709	13.828	58.405	86.348	24.213	17.989
Evento 2 C253	0.002	0.096	6.476	10.069	98.694	17.206	15.566	4.122
Evento 1 C620	0.026	0.143	9.366	18.035	57.581	176.579	5.044	28.177
Evento 2 C840	0.004	0.087	9.411	11.747	35.277	88.127	19.204	10.035

### 7.6 Modelación eventos de precipitación con parámetros óptimos

Una vez que los parámetros óptimos para cada evento de tormenta se han identificado con cada técnica de análisis de incertidumbre, cada evento de tormenta es modelado con los parámetros seleccionados para completar el análisis y evaluar el rendimiento de los resultados a través de los valores de EAP. Los resultados de la modelación y el rendimiento de las dos tormentas seleccionadas usando los conjuntos seleccionados de GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2 se muestran en la Ilustración 7.51 e Ilustración 7.52. La Tabla 7.11 y Tabla 7.12 muestran el EAP después del análisis de incertidumbre para los cuatro métodos utilizados, indicando que es posible encontrar un EAP promedio bajos entre 19.36% y 30.24% en comparación con la primera modelación, sin haber realizado el análisis de incertidumbre para el Evento 1. Así también se encuentran EAP máximos entre 84.11% y 43.28%. En el caso del Evento 2 se encontraron EAP máximos entre 454.41% y 317.68% y EAP promedios entre 38.31% y 31.11%. Es importante mencionar que se encontraron valores de los EAP entre picos máximos, de la serie observada y modelada, para el Evento 1 entre 83.11% y 32.25, mientras que para el Evento 2 entre 109.22% y 85.68 para el pico 1 y entre 62.32% y 50.15 para el pico 2, lo que indica una sobrestimación de los picos en las series de tirantes, estos valores representan los máximos y mínimos de la tablas referidas anteriormente.

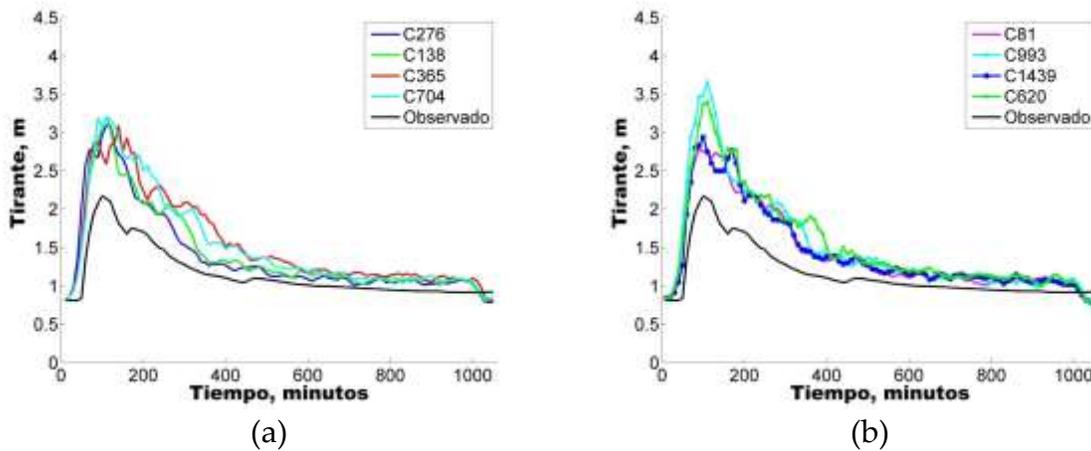


Ilustración 7.51 Niveles tirante del río Sabinal para (a) Evento 1 con conjuntos de parámetros C276 y C138 obtenidos de GLUE, C365 y C704 obtenidos de AMALGAM, (b) Evento 1 con conjuntos de parámetros C281 y C993 obtenidos de LHS, C1439 y C620 obtenidos por NSGA2.

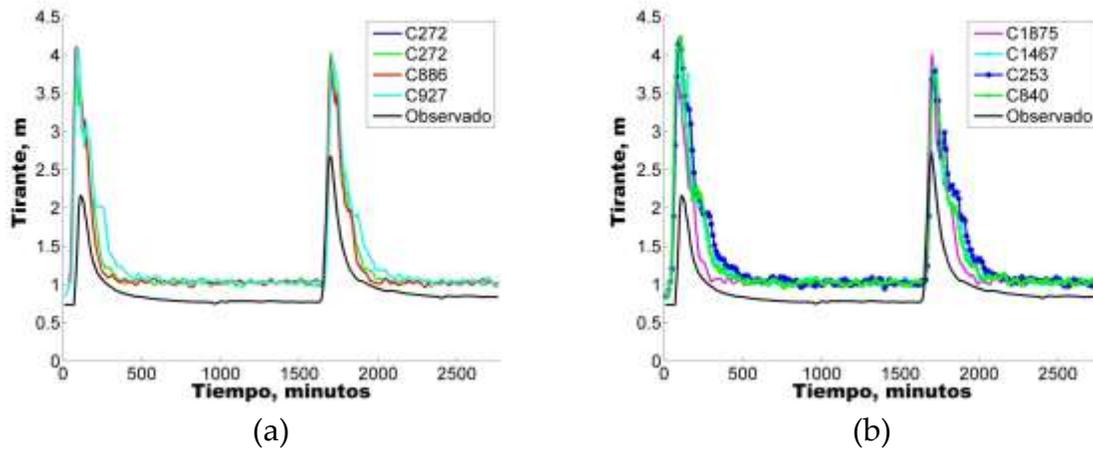


Ilustración 7.52 Niveles de tirante del río Sabinal para (a) Evento 2 con conjuntos de parámetros C272 y C272 obtenidos de GLUE, C886 y C927 obtenidos de AMALGAM, (b) Evento 2 con conjuntos de parámetros C1875 y C1467 obtenidos de LHS, C253 y C840 obtenidos por NSGA2.

Tabla 7.11 EAP de los conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, Evento 1 obtenidos con IAd y R2.

Método	Medida de verosimilitud	C. de parámetros	EAP promedio, %	EAP máximo, %	EAP Pico, %
GLUE	IAd	276	19.36	124.40	51.55
	R <sup>2</sup>	138	21.46	62.95	54.44
AMALGAM	IAd	365	22.95	63.34	54.77
	R <sup>2</sup>	704	29.06	73.48	62.55
LHS	IAd	81	22.82	76.87	32.75
	R <sup>2</sup>	993	28.13	89.59	83.11
NSGA2	IAd	1439	22.74	75.36	43.28
	R <sup>2</sup>	620	30.24	91.91	64.31

Tabla 7.12 EAP de los conjuntos de parámetros óptimos de calibración del modelo, Evento 2 obtenidos con IAd y R2.

Método	Medida de verosimilitud	C. de parámetros	EAP promedio, %	EAP máximo, %	EAP Pico 1, %	EAP Pico 2, %
GLUE	IAd	272	32.29	411.86	94.98	62.32
	R <sup>2</sup>	272	32.29	411.86	94.98	62.32
AMALGAM	IAd	886	31.11	420.18	98.00	54.39
	R <sup>2</sup>	927	38.31	317.68	102.09	54.99
LHS	IAd	1875	31.13	432.54	85.68	60.11
	R <sup>2</sup>	1467	37.07	305.29	99.87	50.15
NSGA2	IAd	253	31.30	454.41	109.22	52.45
	R <sup>2</sup>	840	34.94	410.52	102.06	55.91

Los resultados de todos los eventos muestran que el nivel de error identificado por el error absoluto en porcentaje se atribuye principalmente a errores de desfase y volumen al comparar las series temporales de tirantes de escurrimiento, modeladas y observadas, como también se indica en Knight, Shamseldin (2006). Claramente, los valores máximos del EAP se identifican en los instantes en los que se producen los escurrimientos pico; este error se compensa con una mejor precisión en la representación de los escurrimientos bajos en la serie de tiempo (menor EAP promedio). Se observa que dentro de la distribución de parámetros se encontraron conjuntos de parámetros en GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2 con IAd y  $R^2$  más bajo que los seleccionados, pero superiores al 60% y con EAP máximo menor, proporcionando mejores series de tirantes con respecto a los escurrimientos pico, pero estas aumentan el error de volumen en comparación con las series observadas. El resultado anterior también puede atribuirse al ajuste de parámetros, como la  $n$  de superficie impermeable, la velocidad máxima y la mínima infiltración, que inciden directamente en la escorrentía de la cuenca urbana.

### 7.7 Validación del modelo

El siguiente aspecto a revisar con respecto al análisis de incertidumbre es la validación del modelo con los eventos de precipitación y con uno de los conjuntos de parámetros óptimos para la calibración, seleccionados usando los métodos GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2. El conjunto de parámetros seleccionado fue C365, lo que genera un valor IAd del 83% para el Evento 1 y del 65% para el Evento 2, así como el equilibrio entre el EAP promedio y máximo; en otras palabras, el EAP bajo en volumen y el EAP máximo válido, que representan los picos en las series de tirantes. De acuerdo con este análisis, los valores de IAd fueron recalculados para los eventos 3 y 4 para verificar el desempeño de los conjuntos de parámetros para los eventos mencionados, ver Tabla 7.13, resultando en un mejor desempeño que el conjunto de parámetros seleccionado, con un IAd mayor a 0.85 y EAP promedio inferior al 25%, lo que asegura modelos confiables para diferentes eventos de precipitación y a su vez cumplir con el propósito del análisis de incertidumbre. Del mismo modo, el ajuste de la serie de tirantes para cada evento se muestra en la Ilustración 7.53. Además, la Tabla 7.13 muestra el EAP entre picos máximos de la serie, que representan el porcentaje de sobreestimación de los picos en las series de tirantes.

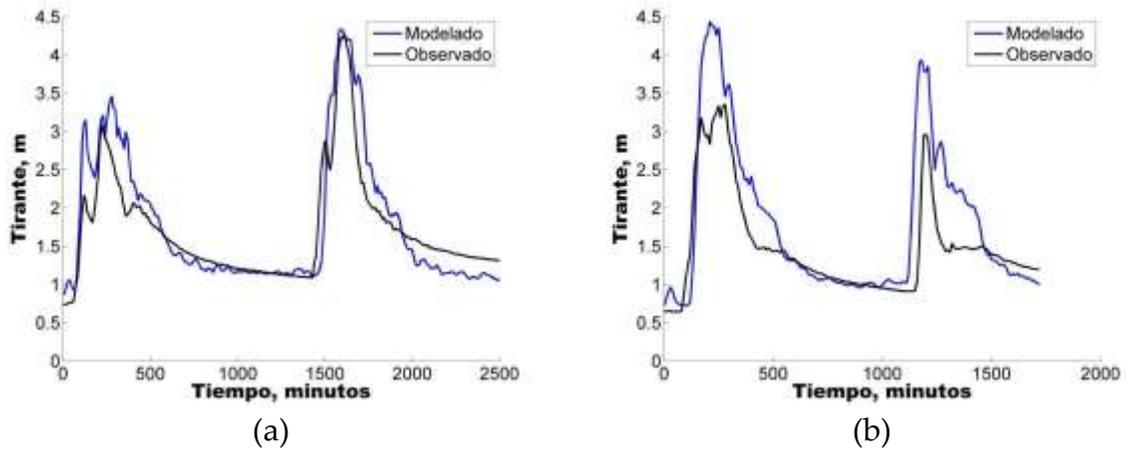


Ilustración 7.53 Validación de niveles de tirantes del río Sabinal usando el conjunto de parámetros óptimo C365 obtenido por AMALGAM. (a) Evento 3 y, (b) Evento 4.

Tabla 7.13 EAP usando el mejor conjunto de parámetros óptimos.

Evento	EAP promedio, %	EAP máximo, %	EAP entre picos, %	IAd
3	14.46	72.28	42.53 and 2.69	0.9329
4	24.81	178.02	35.95 and 38.80	0.8624

De acuerdo con los resultados observados de máximo EAP y EAP entre picos máximos de tirante, estos son altos particularmente para los Eventos uno y dos. Cabe mencionar que el EAP máximo se puede atribuir a la diferencia entre los picos de tirante de la series modeladas y las series tirantes observadas, lo que lleva a la comparación de valores bajos con valores altos que generan EAP máximos altos. Por otro lado, el EAP entre picos máximos representa la estimación inferior o superior de picos máximos, que se utilizan regularmente en el análisis y diseño de la infraestructura hidráulica. Por lo tanto, para este estudio, además de la validación con los parámetros óptimos con distribución uniforme, se propuso que la validación tome en cuenta una distribución no uniforme del parámetro Nimperv y preservar los siete parámetros restantes del conjunto de parámetros óptimos (C365) fijos, con el fin de reducir los picos sobre estimados en el modelado. Para la zona urbana de Tuxtla Gutiérrez y el río estudiado, se consideró que el C365 preserve su valor y para las zonas periféricas, preservar siete parámetros de C365 y el valor de Nimperv sea de 0,48 o 0,32 en las zonas naturales de acuerdo con James (2005). La Tabla 7.14 muestra los resultados de los cuatro escenarios de modelacion, donde se puede apreciar que para los Eventos 1 y 2 (Ilustración 7.54), el EAP máximo y el EAP entre picos disminuyen y el EAP promedio tiene un pequeño incremento. El Evento 3 (Ilustración 7.55a) tiene un pequeño decremento del EAP máximo y EAP promedio y un aumento del EAP entre picos de tirante en comparación con la primera validación. Finalmente, el evento cuatro (Ilustración 7.55b) presenta un pequeño incremento en el EAP máximo y promedio; mientras que el

EAP entre picos validación disminuye para el primero y en el segundo pico aumenta. Por lo tanto, se puede decir que ambas validaciones son fiables, pero la segunda tiene mejores resultados de EAP, esto debido al uso de un Nimperv no uniforme que genera menos escorrentía en las zonas naturales reflejadas en los picos decrecientes.

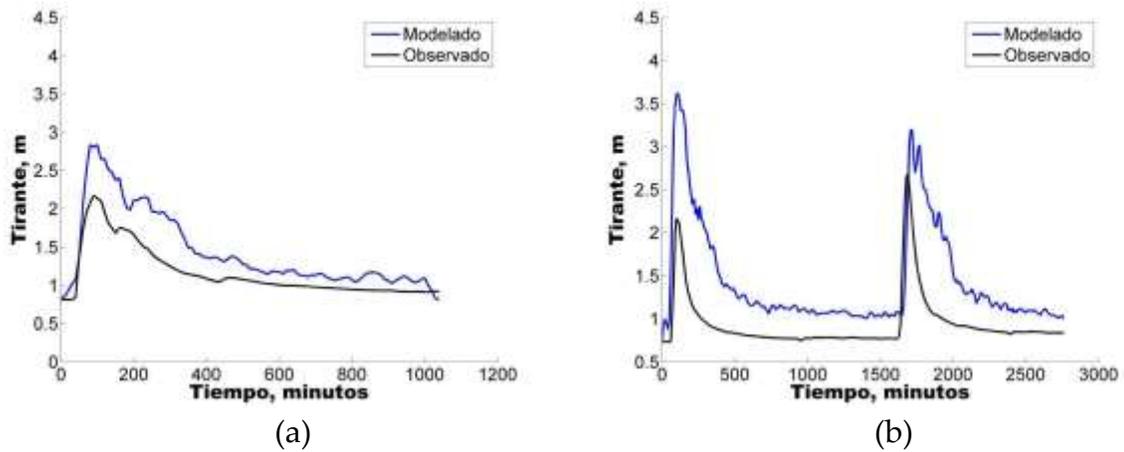


Ilustración 7.54 Validación de niveles tirante del río Sabinal usando distribución no uniforme del parámetro Nimperv , para (a) Evento 1 y, (b) Evento 2.

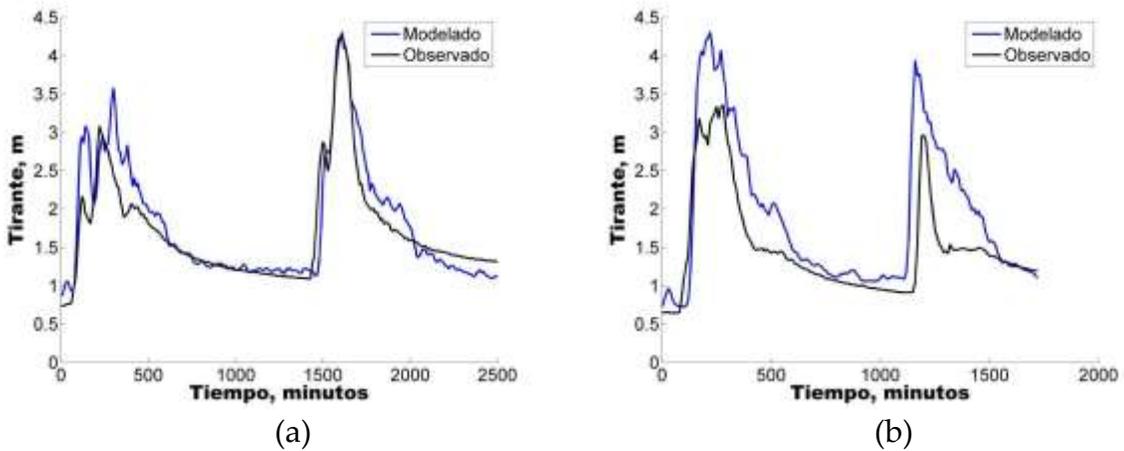


Ilustración 7.55 Validación de niveles de tirante del río Sabinal usando distribución no uniforme del parámetro Nimperv, para (a) Evento 3 y, (b) Evento 4.

Tabla 7.14 EAP usando el mejor conjunto parámetro óptimo y distribución no uniforme del parámetro Nimperv

Evento	EAP promedio, %	EAP Máximo, %	EAP entre Picos, %
1	23.68	52.06	37.20
2	52.23	126.47	75.90 y 36.61
3	12.85	60.05	43.83 y 3.62
4	29.31	183.83	32.67 y 45.89

## 8 Conclusiones

El presente estudio es uno de los primeros esfuerzos realizados para resaltar la importancia de aplicar técnicas de análisis de incertidumbre a la predicción hidrológica de flujos en una cuenca urbana (Tuxtla Gutiérrez, Chiapas), mediante el uso de las técnicas GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2 y una herramienta conocida de modelación de escurrimientos (SWMM). El modelo construido se implementó utilizando cuatro eventos de precipitación acumulada de 20.0 mm a 120.2 mm para asegurar la aplicabilidad y fiabilidad del modelo para condiciones variables desde eventos menores hasta mayores, que a su vez generaron los escurrimientos en la cuenca.

Una vez obtenidos los primeros resultados de escurrimientos dentro de la cuenca urbana, se abordó la calibración del modelo. Por lo general los modelos lluvia - escurrimiento hacen uso de parámetros hidrológicos e hidráulicos que pueden estimarse por medio de la calibración. Este proceso es necesario para ajustar los resultados de la modelación a registros históricos de un punto de referencia, por medio de dichos parámetros que por lo regular no pueden ser medidos directamente en la zona de estudio. A su vez la calibración se realiza bajo el enfoque de sensibilidad e incertidumbre de los parámetros, ya que a pesar del ajuste de los resultados estos siempre serán imperfectos e inciertos. Por lo tanto, es necesario identificar aquellos parámetros que generen menor incertidumbre y errores de los resultados de la modelación de escurrimientos.

### 8.1 Análisis de sensibilidad

En la modelación el conocimiento detallado de la sensibilidad de los parámetros es significativo en cuanto a la comprensión del modelo, lo que permite realizar un análisis profundo del proceso lluvia - escurrimiento. Este análisis tiene como objetivo examinar el cambio de los resultados de la modelación con respecto al cambio del valor del parámetro en estudio y con ello separar los parámetros influyentes de los no influyentes. De acuerdo con lo anterior, en la metodología planteada se incluyó el análisis de sensibilidad de los parámetros hidrológicos e hidráulicos, de donde se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. Efectuar un análisis de sensibilidad de los parámetros que actúan en el proceso de modelación antes del análisis de incertidumbre es importante, ya que con ello se determinó, que los parámetros más influyentes en los resultados de la modelación lluvia - escurrimiento fueron los parámetros hidrológicos que representan las características del suelo y la interacción con los niveles de escurrimiento en la superficie de una cuenca urbana como lo es en primera instancia la  $n$  de Manning de superficie impermeable, la máxima y mínima velocidad de infiltración y el almacenamiento en depresiones con superficie permeable.

2. El análisis de sensibilidad debe ser realizado antes de cualquier proceso de calibración, partiendo de que cada cuenca urbana tiene condiciones diferentes; además de la cantidad y calidad de los datos observados para la calibración (hidrometría o alturas de inundación). Lo anterior es porque el orden de influencia de los parámetros en los resultados del modelo cambia de acuerdo con el punto fijado para la comparación.

## 8.2 Análisis de incertidumbre

Una vez analizada la sensibilidad de los parámetros, los objetivos principales de esta tesis son analizar y cuantificar la incertidumbre debida a los parámetros y los errores absolutos de los resultados de la modelación, tirantes en el río Sabinal dentro de la cuenca urbana de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas. Para cuantificar la incertidumbre se utilizaron cuatro técnicas de análisis con la finalidad de investigar la aplicabilidad de los mismos en el modelo lluvia - escurrimiento (SWMM) y detectar los parámetros óptimos para la calibración. Así mismo se usaron diferentes medidas de verosimilitud para evaluar el rendimiento de los parámetros del modelo y adicionalmente una banda de confianza del 95 por ciento para clasificar y detectar los parámetros óptimos que generan menor incertidumbre. Por lo tanto, en esta tesis los parámetros óptimos son aquellos que al calibrar el modelo producen los resultados con la incertidumbre y errores absolutos mínimos. A continuación, se presentan las conclusiones referentes a la metodología planteada para el análisis de incertidumbre:

1. La modelación de series de tirantes con conjuntos de parámetros sin un análisis previo de incertidumbre podría conducirnos a errores absolutos en promedio cercanos o mayores a 50 por ciento, como en el caso de estudio, donde para el Evento 2 fue de 44.01 por ciento.
2. El análisis de incertidumbre muestra que los métodos GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2 producen valores de verosimilitud o eficiencia aceptables para los parámetros que conducen a un buen rendimiento de los resultados de modelación. La diferencia entre la aplicación de los métodos fue el tiempo de cómputo, el cual fue menor para GLUE, LHS, NSGA2 y mayor para AMALGAM.
3. El empleo de cuatro medidas de verosimilitud en el análisis de incertidumbre mostró la relación entre las medidas que dieron como resultado valores menores o cercanos a cero con aquellas que dieron rendimientos mayores a 0.30. Esta relación indicó que se obtienen resultados de eficiencia diferentes para un mismo conjunto de parámetros óptimos, y que basarse solo en los resultados de una sola medida de

verosimilitud lleva a una toma de decisión inadecuada, por ejemplo, valor de IAd de 0.83 corresponde a un valor de ENS de -0.29 para el mismo conjunto de parámetros. Lo anterior muestra que existen medidas de verosimilitud que cuantifican mejor el comportamiento promedio sin ser influenciados por valores extremos (mínimos y máximos en las series temporales de tirantes).

4. Con la metodología empleada se obtienen conjuntos de parámetros óptimos que están dentro de la banda de confianza del 95 por ciento, IAd y R2 mayor a 0.60 que producen valores bajos de ARIL, lo que indica que la cantidad y calidad de los resultados de modelación obtenidos son cercanos al valor observado y que tanto GLUE, AMALGAM, LHS y NSGA2 son eficientes para realizar análisis de incertidumbre en SWMM.

5. En cuanto los resultados finales del análisis de incertidumbre se obtienen modelaciones confiables, en este caso incertidumbres menores al 40 por ciento de los conjuntos de parámetros óptimos y error absoluto promedio menores al 30 por ciento de las series de niveles de tirante, en el punto J373 que se ajustó al valor observado. Por lo tanto, la cuantificación de diferentes contribuciones de error permite la generación de predicciones de flujo más confiables.

6. Esta investigación muestra claramente las ventajas de implementar un análisis de sensibilidad y de incertidumbre al modelar la respuesta lluvia-escurrimiento en países con datos escasos. El enfoque seleccionado es prometedor con respecto a la identificación de las distribuciones de los parámetros posteriores y también esclarece la agregación de errores dentro de un marco de modelación. Lo anterior minimiza la subjetividad asociada con las predicciones, lo cual queda demostrado en la validación.

### **8.3 Resumen**

Esta tesis contribuye con una metodología que representa un marco objetivo para el análisis de incertidumbre en los resultados de la modelación lluvia - escurrimiento. Asimismo, la metodología permite identificar los parámetros y la certeza de los mismos en los resultados de modelación generados.

Lo anterior se realiza por medio de un análisis de sensibilidad que complementa al análisis de incertidumbre, ya que con este el modelador puede decidir a qué parámetros poner más atención en su aplicación debido a su influencia y cuales se pueden proponer sin perturbar los resultados de la modelación. En cuanto al análisis de incertidumbre, las

cuatro técnicas propuestas demostraron ser eficientes y permitieron analizar y cuantificar resultados de modelación (tirantes) con incertidumbre (con diferentes medidas de verosimilitud) y errores absolutos mínimos. De lo anterior se concluye que el análisis de incertidumbre es una valiosa herramienta para encontrar los parámetros óptimos para la calibración de los resultados de modelación en cuencas urbanas.

Este trabajo, tiene su principal aportación al estado del arte de análisis de incertidumbre de drenaje urbano al señalar que a pesar de la escasez de datos se puede calibrar un modelo, con información suficiente en cantidad y calidad (espacial y temporal de precipitación e hidrometría, cuatro meses de información). Además, esta calibración adquiere la confiabilidad necesaria en la validación de la mayoría de los eventos analizados, es decir, no todos los eventos modelados se ajustan a los datos observados, esto es debido a que parte de la incertidumbre se atribuye a las estaciones de medición de los datos de entrada y observados para la calibración.

Finalmente, esta metodología es importante porque permitirá a los modeladores lidiar con el problema de la disponibilidad de datos para la calibración y con ello dar certeza a los resultados de la modelación para el análisis y diseño de infraestructura hidráulica, mapas de peligro y riesgo, así como planes integrales contra inundaciones en zonas urbanas. Visto de forma práctica el análisis de incertidumbre en los modelos de drenaje urbano se realiza con el propósito de analizar y tomar alguna decisión en base a la incerteza de los resultados obtenidos, es decir puede verse como el riesgo de usar un resultado correcto o incorrecto que repercute en el costo de obras y planes para mitigar problemas y daños provocados por una inundación.

## 9 Referencias

1. Abbott, M. B. (1986b). An introduction to the European Hydrological System - Systeme Hydrologique Europeen, "SHE", 2: Structure of a physically-based, distributed modelling system. *Journal of Hydrology*, No. 87, 61-77.
2. Andréassian, V., Perrin, C., Michel, C., Usart-Sanchez, I., & Lavabre, J. (2001). Impact of imperfect rainfall knowledge on the efficiency and the parameters of watershed models. *Journal of Hydrology*, Vol. 250, 206-223.
3. Aronica, G., Freni, G., & Olivari, E. (2005). Uncertainty analysis of the influence of rainfall time resolution in the modelling of urban drainage systems. *Hydrological processes*, *Hydrol. Process.* 19, 1055–1071 (2005).
4. Astin, I. (1997). A survey of studies into errors in large scale space-time averages of rainfall, cloud cover, sea surface processes and the earth's radiation budget as derived from low earth orbit satellite instruments because of their incomplete temporal and spatial coverage. *Surveys in Geophysics*, No. 18(4): 385–403.
5. Ayyub, B. a. (1998). *Uncertainty Modeling in Civil Engineering with Structural and Reliability Applications, Uncertainty Modeling and Analysis in Civil Engineering*. FL.: CRC Press.
6. Bárdossy, A. (2007). Calibration of hydrological model parameters for ungauged catchments. *Hydrology and Earth System Sciences*, Vol. 11, 703-710.
7. Bayes, T. (1987). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Phil. Trans. R. So. Lond.* 53 (A): 370e418.
8. Bertrand-Krajewski, J.-L., & S. Barraud, J.-P. B. (2002). Uncertainties, performance indicators and decision aid applied to stormwater facilities. *Urban Water*, No. 4, 163–179.
9. Beven, K.; Freer, J. (2001) Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the GLUE methodology. *J. Hydrol.*, 249, 11–29.
10. Beven, K. (2005). On the concept of model structural error. *Water Science Technology*, 52(6):167–175.
11. Beven, K. J., Smith, P. J., & Freer, J. E. (2008). So just why would a modeller choose to be incoherent *Journal of Hydrology*, No. 354, 15– 32.
12. Beven, K., & Binley, A. (1992). The future of distributed Models: Model Calibration and Uncertainty Prediction. *Hydrological Processes*, Vol. 6, 279-298.
13. Birkinshaw, S. J., O'Donnell, G. M., Moore, P., Kilsby, C. G., Fowler, H. J., Berry, y otros. (2010). Using satellite altimetry data to augment flow estimation techniques on the Mekong River. *Hydrological Processes*, Vol. 24, 3811–3825.
14. Blasone, R.-S., Vrugt, J. A., Madsen, H., Rosbjerg, D., Robinson, B. A., & Zyvoloski, G. A. (2008). Generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) using adaptive Markov Chain Monte Carlo sampling. *Advances in Water Resources*, No. 31, 630–648.

15. Borrás, R. L. (2001). Análisis de incertidumbre y riesgo para la toma de decisiones. México: Comunidad Morelos.
16. Butts, M. B., Payne, J. T., Kristensen, M., & Madsen, H. (2004). An evaluation of the impact of model structure on hydrological modelling uncertainty for streamflow simulation. *Journal of Hydrology*, No. 298, 242–266.
17. Casado, S. S. & Bartual, R. G. (1998). Desagregación de lluvias para aplicaciones en simulación de sistemas de recursos hidráulicos. *Revista de obras publicas*, No. 3.378, 25-35.
18. Chow, V. (1964). *Handbook of applied hydrology*. New York, NY, USA: McGraw-Hill.
19. Clark, M., & Slater, A. (2006). Probabilistic quantitative precipitation estimation in complex terrain. *Journal of Hydrometeorology*, No. 7(1): 3–22.
20. Cloke, H. L., Jeffers, C., Wetterhall, F., Byrne, T., Lowe, J., & Pappenberger, F. (2010). Climate impacts on river flow: projections for the Medway catchment, UK, with UKCP09 and Catchmod. *Hydrological Processes*, Vol. 24, 3476–3489.
21. Deb, K., & Agrawal, R. (1995). *Complex Syst*, 9, 115-148.
22. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2.
23. Deletic, A. (1998). The First Flush Load of Urban Surface Runoff. *Water resources*, Vol. 32, No. 8, pp. 2462-2470.
24. Deletic, A., Dotto, C., McCarthy, D., Kleidorfer, M., Freni, G., Mannina, G., y otros. (2012). Assessing uncertainties in urban drainage models. *Physics and Chemistry of the Earth*, No. 42–44. 3–10.
25. Doherty, J. (2010). *PEST, Model-Independent Parameter Estimation, User Manual: 5th Edition*. Watermark Numerical Computing.
26. Dotto, C. B., Kleidorfer, M., Deletic, A., Fletcher, T. D., & McCarthy, D. T. (2010). Stormwater quality models: performance and sensitivity analysis. *Water Science & Technology*, 837-843.
27. Dotto, C. B., Mannina, G., Kleidorfer, M., Vezzaro, L., Henrichs, M., McCarthy, D. T., y otros. (2012). Comparison of different uncertainty techniques in urban stormwater quantity and quality modelling. *Water research*, Vol. 46, 2545-2558.
28. Dotto, C., Kleidorfer, M., Deletic, A., Rauch, W., McCarthy, D., & Fletcher, T. (2011). Performance and sensitivity analysis of stormwater models using a Bayesian approach and long-term high resolution data. *Environmental Modelling & Software*, No. 26, 1225-1239.
29. EPA, A. d. (2005). *Manual de usuario SWMM 5.0 vE Modelo de gestión de aguas pluviales*. Estados Unidos: Traducción en español GMMF.

30. Fraga, I.; Cea, L.; Puertas, J.; Suárez, J.; Jiménez, V.; Jácome, A. (2016). Global sensitivity and GLUE-based uncertainty analysis of a 2D-1D dual urban drainage model. *J. Hydrol. Eng.*, 21, 04016004.
31. Franklin, G., Powell, J., & Emami-Naeini. (1994). *Stability Robustness, Feedback Control of Dynamical Systems*. 3rd edition, Addison-Wesley Publishing Co., Inc., Reading, MA.
32. Freni, G., & Mannina, G. (2010a). Bayesian approach for uncertainty quantification in water quality modelling: The influence of prior distribution. *Journal of Hydrology*, No. 392, 31–39.
33. Freni, G., & Mannina, G. (2010b). Uncertainty in water quality modelling: The applicability of Variance Decomposition Approach. *Journal of Hydrology*, No. 394, 324–333.
34. Freni, G., Mannina, G., & Viviani, G. (2008). Uncertainty in urban stormwater quality modelling: The effect of acceptability threshold in the GLUE methodology. *Water Research*, No. 42, 2061-2072.
35. Freni, G., Mannina, G., & Viviani, G. (2009). Urban runoff modelling uncertainty: Comparison among Bayesian and pseudo-Bayesian methods. *Environmental Modelling & Software*, Vol. 24, 1100–1111.
36. Gallagher, M., & Doherty, J. (2007). Parameter interdependence and uncertainty induced by lumping in a hydrologic model. *Water Resources Research*, 43, W05421, doi: 05410.01029/02006WR005347.
37. Gelman, A. C. (1995). *Bayesian data analysis*. New York, NJ: Chapman and Hall.
38. Georgakakos, K., Seo, D., Gupta, H., Schaake, J., & Butts, M. (2004). Characterising streamflow simulation uncertainty through multimodel ensembles. *Journal of Hydrology*, 298(1–4):222–241.
39. Germann, U., Berenguer, M., Sempere-Torres, D., & Salvadè, G. (2006). Ensemble radar precipitation estimation—a new topic on the radar horizon. En *Fourth European Conference on Radar in Meteorology and Hydrology*, 559–562.
40. Haario, H., Saksman, E., & Tamminen, J. (2001). Probability An Adaptive Metropolis Algorithm. *Bernoulli* Vol. 7, No. 2 (Apr., 2001), pp. 223-242, Vol. 7, No. 2 ,223-242.
41. Hall, J. (2003). Handling uncertainty in the hydroinformatics process. *Journal of Hydroinformatics*, pp. 215-232.
42. Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, No. 57, 1, p. 97.
43. Huisman, J., Rings, J., Vrugt, J., Sorg, J., & Vereecken, H. (2010). Hydraulic properties of a model dike from coupled Bayesian and multi-criteria hydrogeophysical inversion. *Journal of Hydrology*, No. 380, 62–73.

44. Jain, S. K., & Sudheer, P. (2008). Fitting of Hydrologic Models: A Close Look at the Nash–Sutcliffe Index. *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, Vol. 13,981-986.
45. James, W. *Rules for Responsible Modeling*, 4th ed.; CHI: Ontario Canada, 2005; pp. 211–213.
46. Jin, X., Xu, C.-Y., Zhang, Q., & Singh, V. (2010). Parameter and modeling uncertainty simulated by GLUE and a formal Bayesian method for a conceptual hydrological model. *Journal of Hydrology*, 383,147–155.
47. Jung, Y., & Merwade, V. (2014). Estimation of uncertainty propagation in flood inundation mapping using a 1-D hydraulic model. *Hydrological Processes*, DOI: 10.1002/hyp.10185.
48. Kanso, A., Gromaire, M.-C., Gaume, E., Tassin, B., & Chebbo, G. (2003). Bayesian approach for the calibration of models: application to an urban stormwater pollution model. *Water Science and Technology*, Vol. 47, No. 4,77–84.
49. Kavetski, D., Fenicia, F., & Clark, M. P. (2011). Impact of temporal data resolution on parameter inference and model identification in conceptual hydrological modeling: Insights from an experimental catchment. *Water Resources Research*, VOL. 47, Vol. 47, 1-25.
50. Kavetski, D., Franks, S., & Kuczera, G. (2003). Calibration of watershed models, capítulo Confronting input uncertainty in environmental modelling. *Calibration of Watershed Models*. American Geophysical Union, No. 6, 49–68.
51. Kennedy, J.; Eberhart, R.C.; Shi, Y. (2001) *Swarm Intelligence*; Morgan Kaufmann: San Francisco, CA, USA.
52. Kleidorfer, M. (2009). Uncertain calibration of urban drainage models: A scientific approach to solve practical problems. Innsbruck: Tesis Doctoral.
53. Kleidorfer, M., Deletic, A., Fletcher, T. D., & Rauch, W. (2009). Impact of input data uncertainties on urban stormwater model parameters. *Water Science & Technology*, 1545-1554.
54. Klir, G., & Wierman, M. (1998). *Uncertainty-based information*. Heidelberg, Germany: Physica-Verlag.
55. Knight, D. W.; Shamseldin, A. Y (2006). Quantitative precipitation forecasting. In *River Basin Modelling for Flood Risk Mitigation*, 1st ed.; Taylor & Francis, BALKEMA; Publisher: London,, UK; pp. 146–150.
56. Krause, P., Boyle, D. P., & Bäse, F. (2005). Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment. *Advances in Geosciences*, Vol. 5, 89-97.
57. Li, L., Xia, J., Xu, C.-Y., & Singh, V. (2010). Evaluation of the subjective factors of the GLUE method and comparison with the formal Bayesian method in uncertainty assessment of hydrological models. *Journal of Hydrology* 390 (2010) 210–221, No. 390,210–221.

58. Li, L., Xu, C.-Y., & Engeland, K. (2013). Development and comparison in uncertainty assessment based Bayesian modularization method in hydrological modeling. *Journal of Hydrology*, No. 486, 384–394.
59. Mannina G.; Viviano G. (2010). An urban drainage stormwater quality model: Model development and uncertainty quantification. *J. Hydrol.*, 381, 248–265.
60. Maskey, S. (2004). Modelling uncertainty in flood forecasting systems. Delft, The Netherlands: PhD Thesis, UNESCOIHE Institute for Water Education.
61. Mathews, J. H., & Fink, K. D. (2000). *Métodos Numéricos con Matlab*. Madrid: Perarson Prentice Hall, Tercera Edición.
62. McCuen, R. H., Knight, Z., & Cutter, A. G. (2006). Evaluation of the Nash–Sutcliffe Efficiency Index. *Journal of Hydrologic Engineering*. ASCE, 597-602.
63. Mckay, M. D., Conover, W. J. & Beckman, R. J. (1979). Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 21, 239-245.
64. McMillan, H., & Clark, M. (2009). Rainfall-runoff model calibration using informal likelihood measures within a Markov chain Monte Carlo sampling scheme. *Water Resources Research*, Vol. 45, 1-12.
65. McMillan, H., Krueger, T., & Freer, J. (2012). Benchmarking observational uncertainties for hydrology: rainfall, river discharge and water quality. *Hydrological Processes*, No. 26, 4078–4111.
66. Montanari, A., & Brath, A. (2004). A stochastic approach for assessing the uncertainty of rainfall-runoff simulations. *Water Resources Research*, 40, W01106, doi: 10.1029/2003WR002540.
67. Montanari, A., & Toth, E. (2007). Calibration of hydrological model in spectral domain: An opportunity for scarcely basins *Water Resources Research*, Vol. 43, 1-10.
68. Moriasi, D. N., Arnold, J. G., Van Liew, M. W., Bingner, R. L., Harmel, R. D., & Veith, T. L. (2007). Model Evaluation Guidelines for Systematic Quantification of Accuracy in Watershed Simulations. *American Society of Agricultural and Biological Engineers*, Vol. 50(3), 885–900.
69. Nash, J. E., & Sutcliffe, I. V. (1970). River Flow Forecasting Through Conceptual Models, Part I- A Discussion of Principles. *Journal of Hydrology*, No. 10, 282-290.
70. Pavon, X. L. (2010). A study of the structure of radar rainfall and its errors. Catalunya, España: University Polytechnic de Catalunya.
71. Quintero Duque, F. (2011). Estudio de la incertidumbre asociada a la simulación hidrológica. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, 1-109.
72. Ratto, M., Tarantola, S., & Saltelli, A. (2001). Sensitivity analysis in model calibration: GSA-GLUE approach. *Computer Physics Communications* 136 (2001) 212–224, No. 136, 212–224.

73. Rauch, W., & Harremoës, P. (1999). On the potential of genetic algorithms in urban drainage modeling. *Urban Water*, No. 1 , 79±89.
74. Riccardi, G. A. (2005). Evaluación del Modelo de NEYMAN-SCOTT para Simulación de Lluvia en un Punto Geográfico. *Ingeniería del Agua*, VOL. 13, N° 2, 161-172.
75. Rodríguez-Rincon, J.P.; Pedrozo-Acuña, A.; Breña-Naranjo, J.A., (2015) Propagation of hydro-meteorological uncertainty in a model cascade framework to inundation prediction. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 19, 2981–2998.
76. Ross, T. (1995). *Fuzzy logic with engineering applications*. New York, NY: McGraw-Hill.
77. Sevruk. (1982). Methods of correction for systematic error in point precipitation measurement. World Meteorological Organization, Operational Hydrology Report, No. 21, WMO-No.589. Geneva, Switzerland.
78. Sevruk. (1996). Adjustment of tipping-bucket precipitation gauge measurements. *Atmospheric Research*, No. 42(1–4): 237–246.
79. Shrestha, D. L. (2009). *Uncertainty Analysis in Rainfall-Runoff Modelling: Application of Machine Learning Techniques*. Delft, The Netherlands: PHD Thesis.
80. Shrestha, D., & Solomatine, D. (2006). Machine learning approaches for estimation of prediction interval for the model output. *Neural Networks*, No. 19(2), pp. 225-235.
81. Shrestha, D., & Solomatine, D. (2008). Data-driven approaches for estimating uncertainty in rainfall-runoff modelling. *Intl. J. River Basin Management*, No. 6(2), pp. 109-122.
82. Singh, V., & Frevert, D. (2002). *Mathematical models of large watershed hydrology and applications*. Chelsea USA: Water Resources Publications.
83. Stedinger, J. R., Vogel, R. M., Lee, S. U., & Batchelder, R. (2008). Appraisal of the generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) method. *WATER RESOURCES RESEARCH*, Vol. 44, 1-17.
84. Storn, R., & Price, K. (1997). Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, No. 11 341–359.
85. Sultana, Z., & Coulibaly, P. (2011). Distributed modelling of future changes in hydrology processes of Spencer Creek wat. *HYDROLOGICAL PROCESSES*, Vol. 25, 1254-1270.
86. Sun, N., Hong, B., & Hall, M. (2014). Assessment of the SWMM model uncertainties within the generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) framework for a high-resolution urban sewer shed. *HYDROLOGICAL PROCESSES*, No. 28, 3018–3034.
87. Todini, E. (1988). Rainfall-runoff modeling past, present and future. *Journal of Hydrology*, No. 100(1-3), pp. 341-352.

88. Thorndahl, S., Beven, K. J., Jensen, J. B. & Schaarup-Jensen, K. (2008). Event based uncertainty assessment in urban drainage modelling, applying the GLUE methodology. *Journal Hydrology*, 357, 421-437.
89. Uhl, M., & Henrichs, M. (2014). Kalibrierung von hydrologischen Prozessmodellen, Programm-Dokumentation, Version 3.0. Münster: IWARU Institut für Wasser-Ressourcen Umwelt.
90. Vrugt, J. A. (2011). DREAM<sub>(D)</sub>: an adaptive markov chain monte carlo simulation algorithm to solve discrete, noncontinuous, posterior parameter estimation problems. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, No. 8 (2), 4025.
91. Vrugt, J. A., & Robinson, B. A. (2007). Improved evolutionary optimization from genetically adaptive multimethod search. *PNAS*, Vol. 104, No. 3,708-711.
92. Vrugt, J. A., Braak, C. t., Diks, C., Robinson, B. A., Hyman, J. M., & Higdon, D. (2009). Accelerating Markov Chain Monte Carlo Simulation by Differential Evolution with Self-Adaptive Randomized Subspace Sampling. *International Journal of Nonlinear Sciences & Numerical Simulation*, No. 10(3), 271-288.
93. Vrugt, J. A., Gupta, H. V., Bastidas, L. A., Bouten, W., & Sorooshian, a. S. (2003b). Effective and efficient algorithm for multiobjective optimization of hydrologic models. *Water Resources Research*, Vol. 39, No. 8, 1214.
94. Vrugt, J. A., Gupta, H. V., Bouten, W., & Sorooshian, S. (2003). A Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters. *Water Resources Research*, Vol. 39, No. 8, 1201.
95. Wan, B.; James, W. SWMM. (2002). Calibration using genetic algorithms. *J. Water Manag. Model.* 2002, doi: 10.1061/40644, 92.
96. Wang, E., Zhang, Y., Luo, i., Chiew, H. S., & Wang, Q. J. (2011). Monthly and seasonal streamflow forecasts using rainfall-runoff modeling and historical weather data. *Water Resources Research*, Vol. 47, 1-13.
97. Wang, W.-C., Chau, K.-W., Cheng, C.-T., & Qiu, L. (2009). A comparison of performance of several artificial intelligence methods for forecasting monthly discharge time series. *Journal of Hydrology*, Vol. 374, 294–306.
98. Willems, P. (2008). Quantification and relative comparison of different types of uncertainties in sewer water quality modeling. *Water Research*, No. 42, 3539 – 3551.
99. Willmott, C. J (1981). On the validation of models, *Phys. Geography*, 2,184–194.
100. WMO, W. M. (2008). Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation. Switzerland: ISBN 978-92-63-10008-5.
101. WMO, W. M. (2011). Manual on Flood Forecasting and Warning. No. 1072.
102. Yang, D., Goodison, B., Ishida, S., & Benson. (1998). Adjustment of daily precipitation data at 10 climate stations in Alaska: Application of World Meteorological Organization intercomparison results. *Water Resources Research*, No. 34(2): 241–256.

103. Yang, J., Reichert, P., Abbaspour, K., Xia, J., & Yang, H. (2008). Comparing uncertainty analysis techniques for a SWAT application to the Chaohe Basin in China. *Journal of Hydrology*, No. 358, 1– 23.
104. Yen, B., & Ang, A. (1971). *Risks analysis in design of hydraulic projects*. University of Pittsburgh, Pittsburgh, PA, USA,: pp. 694-709.
105. Zhang, X., Srinivasan, S., & Bosch, D. (2009). Calibration and uncertainty analysis of the SWAT model using Genetic Algorithms and Bayesian Model Averaging. *Journal of Hydrology*, Vol. 374 2009, 307–317.
106. Zhao, D.; Chen, J.; Wang, H.; Tong, Q. (2013). Application of a sampling based on the combined objectives of parameter identification and uncertainty analysis of an urban rainfall-runoff model. *J. Irrig. Drain. Eng.*, 139, 66–74.