



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES

Efectos de la no paraxialidad y la longitud del cristal en el proceso de
conversión paramétrica descendente

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTORA EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES

P R E S E N T A:
VERÓNICA VICUÑA HERNÁNDEZ

TUTOR PRINCIPAL:
DR. ALFRED U'REN CORTÉS
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:
DR. JUAN A. HERNÁNDEZ CORDERO
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES
DR. PEDRO A. QUINTO SU
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

CIUDAD UNIVERSITARIA, MARZO 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A veces la abuela viene a verme en sueños. Yo camino al borde de un río y ella es un pez que me acompaña deslizándose, suave, suave, por las aguas.

Libro de los abrazos, Eduardo Galeano.

Para:

J. Buenaventura Vicuña L.

Y

Cirila, Maximina y Claudio

Índice general

Agradecimientos	10
Agradecimientos Personales	11
Abstract	13
Resumen	14
Introducción	16
1. Fundamentos y conceptos generales	20
1.1. Cristal con propiedades ópticas no lineales, BBO	20
1.1.1. Propiedades estructurales del BBO	21
1.2. Óptica en cristales uniaxiales	23
1.2.1. Ángulo de Walk-off y Ángulo de corte	24
1.2.2. Condiciones de empatamiento de fase	25
1.2.3. Tipos de empatamiento de fase en un cristal uniaxial	26
1.3. Haz de bombeo Bessel-Gauss	27
1.4. Generación de parejas de fotones a través del proceso SPDC	30
1.5. Estado Cúantico del SPDC	32
1.5.1. Estado de las parejas de fotones obtenido con bombeo Bessel-Gauss	34
1.5.2. Cambio de variables para expresar de SPDC en términos de la frecuencia	37
1.6. Espectro Angular Condicional, EAC	39
1.7. Aproximación de cristal delgado	41
1.8. Espectro Angular EA	44
1.9. Intensidad transversal de un solo fotón, ITSF	45
2. Generación de parejas de fotones con momento angular orbital MAO	47
2.1. Introducción	47
2.2. Desarrollo Experimental	50
2.2.1. Conteo de fotones con resolución espacial	52
2.3. Conclusiones	61

3. Efectos de la longitud del cristal en la generación de parejas de fotones por el proceso de SPDC	62
3.1. Desarrollo experimental	67
3.2. Espectro Angular del SPDC no paraxial	69
3.3. Dependencia azimutal del EAC	70
3.4. Correlaciones transversales de los vectores de onda señal y acompañante	77
3.5. Conclusiones	82
4. Estudio de diferentes tipos de bombeo en la generación de parejas de fotones por el proceso SPDC	83
4.1. Bombeos de haces Bessel-Gauss obstruídos	83
4.2. Desarrollo experimental	85
4.2.1. Preparación del haz	85
4.2.2. Sistema de adquisición del espectro angular del SPDC y del espectro angular condicional con una ICCD	86
4.2.3. Adquisición del EAC	89
4.3. Resultados experimentales y de simulaciones numéricas	91
4.3.1. Estados generados con una obstrucción rendija angosta	99
4.4. Conclusiones	102
5. Conclusiones	103
A. Simulaciones numéricas de las correlaciones transversales	105
B. Lista de equipo e instrumentos	108
Bibliografía.	108

Índice de figuras

1.1.	Estructura trigonal y tetraédrica de los aniones $[BO_3]^{3-}$ (a) y $[BO_4]^{5-}$ (b) [3]	21
1.2.	Ángulo de Walk-off	24
1.3.	Ángulo de corte para un cristal uniaxial [49]	25
1.4.	Empatamiento de fase dentro de los materiales birrefringentes: a) Empatamiento de fase colineal, b) Empatamiento de fase no colineal, [3].	26
1.5.	Estructura transversal de la intensidad de un haz Bessel-Gauss en el espacio de las posiciones y el módulo cuadrado de su transformada de Fourier	28
1.6.	Número de puntos brillantes, N , de uno de los lados del patrón de difracción a través de una abertura triangular. Se muestran los casos para $N = 2$, $N = 3$ y $N = 4$. El valor del MAO, m , está dado por $N - 1$ [17].	30
1.7.	El proceso de conversión paramétrica se da cuando un haz de bombeo láser incide sobre un cristal no lineal, entonces existe una probabilidad de que uno de los fotones del bombeo se aniquile y de lugar a una pareja de fotones, el señal y el acompañante, tal que conservan la energía y el momento lineal del bombeo.	31
1.8.	El Ángulo de empatamiento de fase se forma entre la dirección de propagación del haz, \vec{k}_p , y el eje óptico del cristal Z	32
1.9.	Esquema del Espectro Angular Condicional y la función de aceptación $g_\mu(k_\mu - k_{\mu 0})$	40
1.10.	Condiciones de cristal delgado [44]	42
2.1.	Características del haz de bombeo BG-1 y BG-2. En los paneles a) y d) se muestra la distribución de momentos transversales obtenida en el plano focal de la lente $L5$, es decir, el modulo cuadrado de la Transformada de Fourier, TF, ó espectro angular del bombeo. En los paneles c) y f) se muestra el patrón de difracción en campo lejano del BG-1 y del BG-2 respectivamente al pasar a través de una abertura triangular. Para el caso del BG-1 se observan tres máximos brillantes y para el caso del BG-2 se observan seis máximos brillantes, los cuales son característicos de acuerdo a la carga topológica m del valor del MAO. EL MAO de BG-1 es $m = 1$ y el MAO de BG-2 es $m = 2$	49
2.2.	Se muestra la preparación del haz de bombeo y también el arreglo experimental implementado para la obtención de parejas de fotones con MAO en el régimen de cristal delgado. Se muestran los diferentes planos de Fourier. Para obtener las mediciones del EA, se colocan dos detectores en el plano PF1, uno en el punto de máximas cuentas simples y el otro en la posición opuesta. Para la Intensidad Transversal se mantiene el detector de cuentas máximas en PF1 y otro que recorre un área en el plano PF2, de la misma manera se obtiene el patrón de difracción en campo lejano pero con el segundo detector en el plano PF3.	51

2.3.	Esquema del anillo del Espectro Angular del SPDC, EA. Para obtener el Espectro Angular Condicional, EAC, se coloca un detector sobre el EA donde colecta una \vec{k}_{i0}^\perp con un valor fijo, un segundo detector se coloca diametralmente opuesto al primero y escanea un área en donde registra los fotones en coincidencia con el primer detector, que por conservación del momento transversal lineal es posible que sean detectados.	51
2.4.	SPDC con bombeo haz Bessel-Gauss de orden 1. En a) se muestra el Espectro angular del SPDC, en b) el Espectro Angular Condicional, en c) la Intensidad Transversal del Fotón Anunciado y finalmente en d) el patrón de difracción a través de una abertura triangular. . .	54
2.5.	SPDC con bombeo haz Bessel-Gauss de orden 2. En a) se muestra el Espectro angular del SPDC, en b) el Espectro Angular Condicional, en c) la Intensidad Transversal del Fotón Anunciado y finalmente en d) el patrón de difracción a través de una abertura triangular. El número de puntos brillantes de la red triangular contiene información del valor del momento angular m , lo cual comprueba que a nivel de un sólo fotón el MAO es transferido.	55
2.6.	Espejo dicróico que refleja el haz de bombeo de longitud de onda central de 406.7 nm y transmite el haz guía de 785 nm de longitud de onda central. Se colocan sobre el mismo camino óptico antes de incidir sobre el cristal BBO	57
2.7.	Propagación de los haces de bombeo. En a) la propagación del haz Bessel-Gauss de orden uno y en b) propagación del haz Bessel-Gauss de orden dos	58
2.8.	Haz BG-1 propagado 67.5cm en donde se observa deformado	59
2.9.	Propagación de la estructura espacial en cuentas simples y propagación de la estructura espacial del fotón individual anunciado de cuentas en coincidencia. Se muestran las cuentas registradas a lo largo del eje y y se observa como a diferentes distancias a lo largo del eje z la estructura del haz Bessel-Gauss se preserva para el caso de las cuentas en coincidencia.	60
3.1.	Gráfica en la que se muestra el ancho de la función $\mathcal{L}(\cdot)$, medido en unidades de vectores de onda transversales, en función de la longitud del cristal. Se compara tres casos de k_{tp} del haz de bombeo, ya que el ancho de la función $S_p(\cdot)^2$ corresponde al valor $2k_{tp}$	63
3.2.	En la primera columna se muestra la función de phasematching longitudinal $\mathcal{L}(\cdot)$, en la segunda columna el EA del bombeo y en la tercera columna el producto de ambas funciones, para los valores respectivos $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$, $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$ y $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$ respectivamente. . .	65
3.3.	Arreglo experimental. Preparación del haz de bombeo, un haz BG-0, generación de parejas de fotones y el plano, PF, en donde se obtuvieron las mediciones. El recuadro izquierdo es una representación esquemática del cristal no lineal que indica la orientación del eje óptico. El recuadro derecho es una representación esquemática del EA del proceso SPDC en el plano de Fourier.	68
3.4.	En el primer renglón se muestra el espectro angular de los bombeos, donde el primero corresponde a una k_{tp} dentro de la región de cristal delgado, con valor $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$ el segundo corresponde a una configuración intermedia, con valor $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$. y el tercero a una configuración fuera del régimen de cristal delgado con valor $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$	70

- 3.5. Diferentes posiciones alrededor del EA del proceso SPDC para el detector fijo que condiciona la detección en la posición opuesta del EAC. Las posiciones de condicionamiento son etiquetadas de (i) a (v) y sus correspondientes EAC's son etiquetados desde (i') hasta (v'). El bombeo es un haz paraxial BG-0 de $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$. Se observa que los EAC's permanecen casi invariantes al recorte de la función $\mathcal{L}(\cdot)$ 71
- 3.6. Diferentes posiciones alrededor del EA del proceso SPDC para el detector fijo que condiciona la detección en la posición opuesta del EAC. Las posiciones de condicionamiento son etiquetadas de (i) a (v) y sus correspondientes EAC's son etiquetados desde (i') hasta (v'). Se observa el recorte por la función $\mathcal{L}(\cdot)$ del espectro angular condicional en función del ángulo azimutal en el espectro angular del proceso SPDC. El bombeo es un haz paraxial BG-0 con $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$. 72
- 3.7. Diferentes posiciones alrededor del EA del proceso SPDC para el detector fijo que condiciona la detección en la posición opuesta del EAC. Las posiciones de condicionamiento son etiquetadas de (i) a (v) y sus correspondientes EAC's son etiquetados desde (i') hasta (v'). Se observa el recorte por la función $\mathcal{L}(\cdot)$ del espectro angular condicional en función del ángulo azimutal en el espectro angular del proceso SPDC. El bombeo es un haz no paraxial BG-0 con $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$. 73
- 3.8. El ancho de la función $\mathcal{L}(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$ tiene una dependencia azimutal, lo cual influye en la forma espacial del EAC. En la primera columna se muestra el espectro angular del bombeo, en la segunda columna se muestra la función de phasematching longitudinal, se observa que su orientación y ancho cambian con el ángulo azimutal. El bombeo es un haz no paraxial BG-0 con $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$ 74
- 3.9. Espectro angular para la configuración con el bombeo BG-0 con $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$ en donde se muestran diferentes posiciones a lo largo del eje x , de (i) hasta (iii) para condicionar la detección del EAC, mostrados en la posición diametralmente opuesta, etiquetados de (i') hasta (iii'). . . 75
- 3.10. Espectro angular para la configuración con el bombeo BG-0 con $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$ en donde se muestran diferentes posiciones a lo largo del eje x , de (i) hasta (iii) para condicionar la detección del EAC, mostrados en la posición diametralmente opuesta, etiquetados de (i') hasta (iii'). . . 75
- 3.11. Espectro angular para la configuración con el bombeo BG-0 con $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$ en donde se muestran diferentes posiciones a lo largo del eje x , de (i) hasta (iii) para condicionar la detección del EAC, mostrados en la posición diametralmente opuesta, etiquetados de (i') hasta (iii'). . . 76
- 3.12. Espectro angular del proceso SPDC generado con el bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$, en donde se indican las posiciones y ejes de los detectores señal y acompañante para obtener las mediciones de correlaciones transversales. En los paneles (b), (c) y (d) se muestran las mediciones de correlaciones de los vectores transversales en los ejes $x-x$, $y-y$ y $x-y$. En los paneles (e), (f), (g) se muestran las simulaciones correspondientes para cada correlación experimental. 78
- 3.13. Espectro angular del proceso SPDC generado con el bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$, en donde se indican las posiciones y ejes de los detectores señal y acompañante para obtener las mediciones de correlaciones transversales. En los paneles (b), (c) y (d) se muestran las mediciones de correlaciones de los vectores transversales en los ejes $x-x$, $y-y$ y $x-y$. En los paneles (e), (f), (g) se muestran las simulaciones correspondientes para cada correlación experimental. 79

3.14.	Espectro angular del proceso SPDC generado con el bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$, en donde se indican las posiciones y ejes de los detectores señal y acompañante para obtener las mediciones de correlaciones transversales. En los paneles (b), (c) y (d) se muestran las mediciones de correlaciones de los vectores transversales en los ejes $x - x$, $y - y$ y $x - y$. En los paneles (e), (f), (g) se muestran las simulaciones correspondientes para cada correlación experimental.	80
3.15.	En la primera columna se muestra el espectro angular del bombeo, $S_p(\cdot)$, en la segunda columna la función $\mathcal{L}(\cdot)$, en la tercera columna el producto de ambas funciones para los casos de las correlaciones $x - x$ con $k_{sy0} = k_{iy0} = 0$ fijos y $y - y$ con $k_{sx0} = k_{ix0}$, donde k_{sx0} corresponde a la posición en momentos transversales donde las cuentas por unidad de tiempo son máximas.	81
4.1.	Preparación del haz de bombeo BG-0 donde se muestra el plano de Fourier del bombeo, PFB, donde se coloca la obstrucción.	85
4.2.	Arreglo experimental para disparar la cámara ICCD	88
4.3.	Ventana de coincidencias con un haz de bombeo Gaussiano	90
4.4.	Espectro angular del bombeo y obstrucciones, rendija y semiplano que pueden ser rotados alrededor del ángulo θ	91
4.5.	En a) el espectro angular del bombeo BG-0, b) simulación numérica del EA del SPDC y c) EA obtenido con el arreglo experimental 4.2.	92
4.6.	Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.	93
4.7.	Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 45^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.	93
4.8.	Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 90^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.	94
4.9.	Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 135^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.	94
4.10.	Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 180^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.	95
4.11.	Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 225^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.	95

4.12. Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 270^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.	96
4.13. Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 315^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.	96
4.14. Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con una rendija rotada a $\theta = 0^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.	97
4.15. Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con una rendija rotada a $\theta = 45^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.	97
4.16. Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con una rendija rotada a $\theta = 90^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.	98
4.17. Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con una rendija rotada a $\theta = 135^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.	98
4.18. Espectro angular del SPDC obtenido con una rendija de $100 \mu m$ orientada sobre el eje x a $\theta = 0^\circ$, la cual es una orientación perpendicular al ángulo de Walk-off. En a) se muestra el bombeo obstruido, en b) la simulación numérica y en c) la medición experimental	99
4.19. SPDC tipo II	100
4.20. Cada valor diferente de k genera un anillo, los cuales se intersectan	100
4.21. Espectro angular del SPDC obtenido con una rendija de $100 \mu m$ rotada a $\theta = 45^\circ$ sobre el eje x . En a) se muestra el bombeo obstruido, en b) la simulación numérica y en c) la medición experimental	101
4.22. Espectro angular del SPDC obtenido con una rendija de $100 \mu m$ rotada a $\theta = 90^\circ$ sobre el eje x . En a) se muestra el bombeo obstruido, en b) la simulación numérica y en c) la medición experimental	101
4.23. Espectro angular del SPDC obtenido con una rendija de $100 \mu m$ rotada a $\theta = 135^\circ$ sobre el eje x . En a) se muestra el bombeo obstruido, en b) la simulación numérica y en c) la medición experimental	102

Agradecimientos

Agradezco al posgrado en Ciencia e Ingeniería de Materiales por la formación que recibí en su programa. A mi asesor de tesis, el Dr. Alfred U'Ren Córtes por toda la orientación que recibí de su parte para realizar este trabajo. Por su disciplina y su forma de trabajo en equipo, por la motivación y por su ejemplo como científico comprometido, por haberme dado la oportunidad de ser parte del grupo de óptica Cuántica Experimental del ICN-UNAM.

A los miembros de mi Comité Tutorial: Dr. Juan A. Hernández Cordero y Dr. Pedro Antonio Quinto Su, por todo el tiempo dedicado a las evaluaciones y revisiones del presente trabajo, por su orientación y apoyo.

A los miembros del jurado, Dra. Martha Rosete Aguilar, Dr. Víctor Manuel Velazquez Aguilar, Dr. Víctor Arrizón Peña y Dr. Mathieu Christian Anne Hautefeuille quienes revisaron y evaluaron este trabajo, gracias a sus sugerencias, comentarios y críticas, esta tesis mejoró enormemente.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, por la beca otorgada para mis estudios de doctorado.

Al proyecto *Spatio-temporal engineering of photon pairs generated through spontaneous four wave mixing in optical fibers* de Air Force Office for Scientific Research (AFOSR), EUA, por la beca otorgada para finalizar el presente trabajo.

A la Dra. Rocío Jáuregui Renaud por sus aportes al presente trabajo, por su orientación, por su apoyo y por ser ejemplo a seguir como científica y como persona.

A las autoridades del Instituto de Ciencias Nucleares, Director Dr. Miguel Alcubierre Moya, Secretaria Académica Dra. María del Pilar Carreón Castro y Secretaria Administrativa Lic. Alejandra Reyes Mancilla, por el apoyo y por el espacio seguro que me brindaron para que pudiera concluir esta etapa académica y personal.

Agradecimientos personales

“I belong deeply to myself”

Warsan Shire

Quiero dedicar estas líneas a quienes me han acompañado de una manera tan especial en un proceso difícil que me atravesó la vida. Sin ustedes no hubiera sido posible este sueño y proyecto de vida, no estaría aquí, no hubiera sido posible sanar mi dolor. Fueron el refugio que encontré ante una sociedad tan injusta. En ustedes encontré esperanza y pude reconstruirme. Mi permanencia en este espacio fue por su empatía, sus muestras de cariño y su amor. Les agradezco infinitamente estar mi vida.

A Luisa, Samuel, J. Buenaventura, Nancy, Nery, Mónica, Diana, Juan, Greta, Ariel, Abril, Yaeli, Samuel A., Georgina, Emiliano, son el regalo de la vida máspreciado que tengo, los amo y admiro.

A la Dra. Antígona Segura Peralta por su apoyo, orientación, su compromiso con los derechos humanos de las mujeres y su amistad.

A Karina Garduño por todo lo compartido, porque nos hicimos hermanas compartiendo pedazos de nuestra vida, por toda la empatía y el cariño.

A Melissa Lailson por su cariño y la profunda entrega a su trabajo. Adams, Víctor y Manolo por todo su apoyo, solidaridad y amistad.

A Mora, Marimar, Magali, Andrea, Diana, Jessica, Lina, Anax, Gema, Adina, Bertha, Lu, Natalia, por su amor, por las alegrías, por llorar conmigo, por todo lo que aprendí en su espacio y por su lucha.

A Carlitos por su cariño y apoyo, David por estar en tiempos difíciles, Elena y Juan Carlos, por los paseos en bici, las reuniones y por su apoyo. A Manuel por los ratos compartidos, por hacerme reír y por su amor.

A mis amigos y compañeros del laboratorio Héctor, Mónica y Erasto, por escucharme y apoyarme.

A mis amigas del posgrado Karen, Zulema y María, por ser tan buena compañía y todas las horas de estudio compartidas.

A mis amigos de la vida Alonso, Sayab, Ángel y Samuel por todos los años compartidos.

A mis amigas y amigos de la facultad, Itzel, Cecy, Jorge Armando, Amelia, Paul, Tavo y Lizette, por su cariño y amistad incondicional.

Y a todas las mujeres con las que entoné desde lo más profundo de mí ¡yo soy mía!

“Hasta que la dignidad se haga costumbre”

Jacinta Francisco

Abstract

We present an experimental and theoretical analysis of the influence of electric field and non-linear crystal properties on the spatial shape of photon pairs generated by Spontaneous Parametric Down Conversion type I when the pump is a structured beam of the family Bessel-Gauss.

We used different experimental configurations in order to have zero-order, first-order and second-order Bessel-Gauss beams. We have also included paraxial and non-paraxial configurations.

We designed a photon pair source in the short-crystal regime and paraxial pump beams, first-order Bessel-Gauss and second-order Bessel-Gauss that transport Orbital Angular Momentum, OAM, with values $m = 1$ and $m = 2$, respectively. Amplitude and phase were successfully transferred to heralded single photon from the pump. We have shown that the angular spectrum, AS, and the transverse intensity at single-photon level match similar measurements carried out for the pump. In addition, we have shown that when our heralded single photon is diffracted through a triangular aperture, the far-field single-photon transverse intensity exhibits the expected triangular arrangement of intensity lobes associated with the presence of orbital angular momentum.

We also designed a experimental setup for generating SPDC outside of short crystal approximation and a nonparaxial pump, observing that AS acquires a nonconcentric double-cone structure which is different compared with the structure for SPDC within the short crystal approximation where the EA pattern corresponds to a symmetric cone. The shape of Conditional Angular Spectrum, CAS, in transverse wave vector, was also affected, in this case, the conditional angular spectrum does not match with the measure for the pump, because has an azimuthal dependence on angular spectrum position. The signal-idler wave-vector correlation region splits into characteristic double stripes representing as yet unexplored nontrivial, nonlocal quantum correlation between the signal and idler photons and could be a new proposal for quantum coding.

Finally we present an experimental and theoretical study about pump wave-vectors contribution to the spatial shape of AS and CAS. The nonlinear crystal was illuminated with a nonparaxial zero-order Bessel-Gauss pump. Prior to incidence on the nonlinear crystal we obstructed selected regions of pump angular spectrum, by this way, we can design the EA and CAS shapes selecting specific pump wave-vectors. We present an interesting case, when only

two wave-vector values pump the nonlinear crystal, selected by a narrow slit placed on the pump angular spectrum and perpendicular to walk-off angle, each wave-vector origins a symmetric ring resulting in a double-ring structure for the AS resembling to the spatial pattern of type-II SPDC process. However in this case both rings have the same polarization and not orthogonal polarizations such as in the type-II SPDC process. This could be a new proposal in the topic of entangled photon pair sources.

Our work provides further understanding of SPDC with a particular class of structured pump beams and proposes new and unexplored photon pairs sources that could be using in quantum communication technologies.

Resumen

Se presenta un análisis experimental y teórico, de la influencia del campo eléctrico y las propiedades del cristal no lineal, sobre la forma espacial de las parejas de fotones generadas por el proceso de conversión paramétrica descendente, SPDC, tipo I y cuando el bombeo es un haz estructurado de la familia Bessel-Gauss.

Se utilizaron diferentes configuraciones experimentales para el bombeo, con la finalidad de tener Bessel-Gauss de orden cero, de orden uno y de orden dos. Además también se incluyeron configuraciones paraxiales y no paraxiales.

Se diseñó una fuente de parejas de fotones bajo la aproximación de cristal delgado y con haces de bombeo paraxiales, Bessel-Gauss de ordenes uno y dos que transportan Momento Angular Orbital, MAO, con valores $m = 1$ y $m = 2$, respectivamente. La amplitud y la fase de estos haces lograron ser transferidos al fotón individual anunciado. También se mostró que el Espectro Angular, EA, y la Intensidad Transversal de un Sólo Fotón, ITSF, también heredan las propiedades del bombeo, es decir, que también replicaron la forma espacial del haz de bombeo en el espacio de momentos y en el espacio de posiciones. Adicionalmente se mostró que cuando el fotón individual anunciado es difractado a través de una abertura triangular, la ITSF en el campo lejano exhibe un arreglo de red triangular de máximos brillantes, en concordancia con el bombeo y asociado a la presencia de Momento Angular Orbital.

También se diseñó una configuración experimental para el proceso SPDC fuera de la aproximación de cristal delgado y con un bombeo no paraxial, en donde se muestra que el EA adquiere una estructura formada por dos conos no concéntricos, a diferencia de la configuración experimental para el régimen de cristal delgado, en donde el EA es un cono simétrico. La forma del EAC, en el espacio de los vectores de onda transversales, también se ve afectada, ya que en este caso no corresponde a una réplica del espectro angular del bombeo, sino que tiene una dependencia azimutal en la posición del anillo del EA. Para este experimento se encontró, que la forma de las correlaciones transversales de los vectores de onda del fotón señal y del fotón acompañante, tienen una estructura formada por dos líneas. Este tipo de correlaciones cuánticas no locales entre los fotones señal y acompañante, representan algo nuevo e inexplorado, y pueden ser una propuesta para la elaboración de códigos cuánticos.

Por último se presenta un análisis experimental y teórico de la contribución de los vectores de onda del bombeo a la forma espacial del EA y del EAC, para esto la configuración experimental utilizada fue un bombeo no paraxial Bessel-Gauss de orden cero. Este análisis se hizo a través

de la obstrucción de regiones seleccionadas del espectro angular del bombeo antes de incidir sobre el cristal no lineal, el resultado es que la forma del EA y del EAC puede ser “diseñada” previamente a través de la selección de los vectores de onda del bombeo. Se presenta un caso interesante cuando sólo dos vectores de onda inciden sobre el cristal no lineal, seleccionados mediante una rendija angosta, colocada sobre el espectro angular del bombeo y perpendicular al ángulo de walk-off. Cada vector de onda da origen a un anillo simétrico, por lo que la forma del EA corresponde a dos anillos simétricos intersectados, la cual, es una estructura similar a la que se obtiene con un proceso SPDC de tipo II, sin embargo en este caso los anillos tienen la misma polarización y no polarizaciones ortogonales como el caso de SPDC de tipo II. Esto es algo novedoso y representa una interesante propuesta como fuente de parejas de fotones en la ingeniería de estados cuánticos.

En suma, este trabajo aporta un mejor entendimiento al proceso de Conversión Paramétrica Descendente con haces estructurados y propone nuevas e inexploradas fuentes de parejas de fotones que pueden tener aplicaciones en las tecnologías de comunicación e información cuántica.

Introducción

La interacción de un campo eléctrico con un cristal no lineal permite un proceso cuántico no lineal de segundo orden llamado conversión paramétrica descendente espontánea (por sus siglas en inglés *Spontaneous Parametric Down-Conversion*). Este proceso ha tenido muchas y diferentes aplicaciones en la investigación científica. Por ejemplo, ha sido usado como una herramienta en la medición del tensor de susceptibilidad dieléctrica no lineal de segundo orden en una gran variedad de materiales. En años recientes SPDC ha sido fundamental en los campos de óptica e información cuántica como fuentes de estados de luz no clásica.

El proceso de conversión paramétrica descendente espontánea, SPDC, consiste en incidir un haz láser sobre un cristal con propiedades ópticas no lineales, llamado en este contexto *bombeo*. La interacción entre el cristal y el campo eléctrico del bombeo dan lugar a eventos en donde un fotón individual del bombeo es aniquilado para crear dos, es decir, una pareja de fotones que conservan el momento y la energía del inicial. Estos fotones son llamados señal y acompañante y se caracterizan por presentar enredamiento en distintos grados de libertad, ya sea espacial, temporal o de polarización.

La presente tesis está enfocada a estudiar la estructura espacial de las parejas de fotones y como influyen en ella la longitud, L , del cristal y la forma espacial del bombeo. En particular se exploran dos regiones de generación, la aproximación de *cristal delgado* y la región *no paraxial*, una región en donde ya no es válida la aproximación de cristal delgado.

En el presente capítulo se dan las generalidades del trabajo, luego en el capítulo 1 se presentan los conceptos generales de la tesis, como lo son los elementos que conforman el proceso de conversión paramétrica descendente espontánea, es decir, el cristal no lineal y la forma espacial del campo eléctrico del haz de bombeo, así como las funciones respectivas de ambos elementos que conforman el estado cuántico de las parejas de fotones. En el capítulo 2 se presenta la descripción de la generación experimental de fotones con momento angular orbital, dentro de la aproximación de *cristal delgado*, en donde las propiedades espaciales de las parejas de fotones se encuentran determinadas completamente por las propiedades espaciales del haz de bombeo. Bajo las condiciones de esta aproximación se presentan los resultados de la generación de parejas de fotones con Momento Angular Orbital, MAO, los cuales son interesantes por la diversas aplicaciones que pueden tener este tipo de fotones con estructura en la transmisión de fotones en distancias largas y medios turbulentos por ejemplo, o bien, en las teorías fundamentales de la Mecánica Cuántica, ya que el MAO puede ser descrito mediante un espacio de Hilbert multidimensional.

Otra región de generación de parejas de fotones por SPDC explorada en esta tesis corres-

ponde al caso de bombeos no paraxiales y en donde ya no es válida la aproximación de cristal delgado. En este tipo de generación las propiedades del cristal, especialmente la longitud, L , tiene gran influencia sobre las propiedades espaciales de las parejas de fotones. En los capítulos 3 y 4 se presentan resultados experimentales y numéricos acerca de la propiedades espaciales de las parejas de fotones cuando el haz de bombeo tiene una distribución de vectores de onda transversales muy grande y como contribuyen a la estructura del espectro angular del SPDC, EA, la cual es completamente antisimétrica.

Este trabajo se constituye de tres experimentos, uno que genera parejas de fotones con MAO y que se trabajó dentro de la aproximación de cristal delgado, y dos más dentro de la región no paraxial. En todos los casos los haces de bombeo corresponden a haces estructurados Bessel-Gauss, de ordenes uno y dos en el capítulo 2 y de orden cero en los capítulos 3 y 4. Estos haces son utilizados por que tienen diversas características como lo son su capacidad de reconstrucción después de atravesar un obstáculo, invariancia de la intensidad transversal durante un rango de distancia de propagación y que los de orden superior tienen MAO, además de que pueden tener valores grandes en su momento transversal, parámetro que se utiliza para trabajar fuera de la región paraxial.

Se estudia y caracteriza el estado de las parejas de fotones y sus propiedades espaciales a través del espectro angular, EA, el cual es la detección de fotones individuales con resolución espacial en el espacio de los momentos transversales. Para un proceso SPDC de tipo I es un anillo, en la sección 1.6 del capítulo 1 se describe con más detalle el EA. Otra medición es el espectro angular condicional, EAC, el cual se puede considerar que es la estructura que tienen los fotones señal cuando son condicionados por su correspondiente fotón acompañante en un valor específico del momento transversal del anillo del EA. Se obtiene el EAC cuando se detecta un fotón acompañante con un valor específico del momento transversal, entonces su gemelo, el fotón señal se encuentra perfectamente localizado en el momento transversal conjugado, es decir, en la posición diametralmente opuesta del EA.

La manipulación y control de las propiedades espaciales de las parejas de fotones, es lo que se llama *ingeniería de parejas de fotones*. Con ello, es posible ajustar estas propiedades a ciertas necesidades y con ello generar fuentes de luz no clásicas a demanda. Por ejemplo, los experimentos de comunicación cuántica basados en el espacio, que tienen como objetivo enviar fotones enredados de satélite a satélite ó hacia la tierra, requieren fuentes de fotones compactas, brillantes (intensas) y que sean capaces de resistir las condiciones de lanzamiento y de órbita de los satélites. Otra posible aplicación de las fuentes de fotones es en el desarrollo de los procesadores cuánticos basados en la interacción de átomos con fotones, en donde se busca un control en las perturbaciones del campo eléctrico de los fotones propagándose a través de los átomos, ésta es la base para el diseño de los bits cuánticos.

Es importante conocer cuales son los mecanismos de transferencia y manipulación de dichas propiedades espaciales a través de la interacción entre un campo eléctrico y un material no lineal. Los fotones provenientes del proceso de SPDC dependen del tipo de material que se bombea, por ejemplo, el tipo de cristal no lineal, pues existen en una gran variedad; KDP, LiNbO_3 , KTP, BBO por mencionar los más utilizados. Sus propiedades cristalográficas, índice

de refracción, birrefringencia, ángulo de corte, ángulo de Walk-off¹, ancho, tamaño; todas estas características influyen en las propiedades de los fotones generados en el proceso SPDC. Es por eso que se requiere un estudio detallado acerca de como influyen el cristal no lineal y el campo eléctrico incidente.

El objetivo del presente trabajo, es hacer una exploración y estudio de las características del cristal no lineal y del campo eléctrico incidente para la generación de parejas de fotones por el proceso de conversión paramétrica descendente. La primera parte de dicho estudio se presenta en el capítulo 2 y se basa en la *aproximación de cristal delgado*², en donde se observa la transferencia de las propiedades espaciales del haz de bombeo al fotón en el modo *señal*. La segunda parte, presentada en los capítulos 3 y 4, explora el mecanismo de transferencia cuando se toman en cuenta las propiedades del cristal no lineal como la longitud, L , por ejemplo, además también se explora la generación de fotones con haces de bombeo fuera de la región paraxial.

Objetivos

- Generar fuentes no clásicas de luz a través del proceso de SPDC en materiales no lineales, como el cristal β -BBO. La importancia de estas fuentes radica en que son la base del desarrollo de las tecnologías en comunicación e información cuántica.
- Manipular las propiedades espaciales de las parejas de fotones generadas por SPDC a través de la distribución de campo eléctrico y de las propiedades del cristal no lineal, con la finalidad de tener un control sobre el diseño de los fotones.
- Producir parejas de fotones con momento angular orbital bajo la aproximación de cristal delgado, para comprobar la transferencia de propiedades desde el haz de bombeo hacia los fotones generados.
- Explorar la generación de parejas de fotones en la región no paraxial y su influencia sobre las propiedades espaciales de las parejas de fotones.

¹En la sección 1.2.1 del capítulo 1 se explica el sentido físico y relevancia de estos conceptos

²Se dedica la sección 1.7 a este concepto

Capítulo 1

Fundamentos y conceptos generales

En la presente tesis se producen parejas de fotones por el proceso de conversión paramétrica descendente espontánea, SPDC. El cristal con propiedades ópticas no lineales utilizado a lo largo de este trabajo es un BBO y el haz de bombeo es un haz estructurado Bessel-Gauss. Es por eso que en este capítulo, además de presentar el estado de la pareja de fotones y el valor esperado del conteo de fotones en coincidencia, también se presentan algunas generalidades tanto del cristal BBO como de los haces Bessel-Gauss.

1.1. Cristal con propiedades ópticas no lineales, BBO

El borato de bario es un cristal de propiedades ópticas no lineales que puede existir bajo las fases cristalinas α y β debido a sus diferentes configuraciones de estructura. La fase β es interesante debido a que la estructura cristalina que presenta no es centrosimétrica [3], esto es una condición necesaria para existan propiedades no lineales de orden dos, como explica en las secciones siguientes.

El nombre de boratos viene de la presencia del enlace B-O en la fórmula química de los cristales de esta familia. Todas las propiedades de los boratos se deben a este enlace que es fuertemente electronegativo y que favorece la transmisión de radiaciones ultravioleta. La presencia del orbital π dentro de las estructuras de los boratos no centrosimétricos, contribuye a que estos presenten una fuerte no linealidad en el momento dipolar eléctrico, que se traduce a una susceptibilidad dieléctrica grande.

Las configuraciones químicas de los orbitales de los átomos B y O permiten una gran variedad de estructuras B_xO_y . La configuración electrónica del boro es $(1s)^2(2s)^2(2p)^1$, se puede hibridar para crear estructuras sp^2 y sp^3 . El boro híbrido sp^2 se une con tres átomos de oxígeno para formar la unidad $[BO_3]^{3-}$ mientras que el boro híbrido sp^3 se asocia con cuatro átomos de oxígeno y forma la unidad $[BO_4]^{5-}$. Estas dos unidades son las principales estructuras y las bases de los boratos que constituyen los elementos aniónicos portadores de las propiedades no lineales [3].

Las características geométricas de los aniones que se muestran en la figura 1.1 determinan los coeficientes de generación de segundo armónico (GSH) y el valor de birrefringencia del cristal.

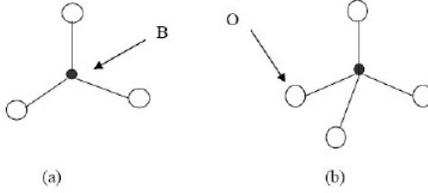


Figura 1.1: Estructura trigonal y tetraédrica de los aniones $[BO_3]^{3-}$ (a) y $[BO_4]^{5-}$ (b) [3]

1.1.1. Propiedades estructurales del BBO

El compuesto BaB_2O_4 se puede encontrar bajo dos fases; en la fase de alta temperatura, fase α y en la fase de baja temperatura, fase β . La temperatura de transición de fase es alrededor de los 925° C. Las dos fases tienen estructuras casi idénticas que contienen un anillo coplanar de $[B_3O_6]^{3-}$. Las fases α y β del BBO se diferencian por la posición del ión Ba^{2+} . En la fase α , el bario se encuentra en un sitio de simetría puntual 32 rodeado por seis átomos de oxígeno, mientras que en el caso de la fase β , los átomos de bario están enlazados a ocho átomos de oxígeno. Esto implica que la fase β es no-centrosimétrica mientras que la fase α sí es centrosimétrica. La fase β está construida con anillos $[B_3O_6]^{3-}$ conectados entre ellos y con los iones Ba^{2+} dentro de una estructura romboédrica que permite la circulación de electrones delocalizados a través de los enlaces π , lo que permite la existencia de un momento dipolar grande relacionado directamente con la susceptibilidad eléctrica [3].

Susceptibilidad dieléctrica en un medio anisotrópico

Los cristales ópticos no lineales, tienen un índice de refracción n , que es función del vector del campo eléctrico:

$$n(\mathbf{E}) = n_0 + n_1\mathbf{E} + n_2\mathbf{E}^2 + \dots, \quad (1.1)$$

donde n_0 es el índice de refracción en ausencia de campo eléctrico, y, n_1 , n_2 son coeficientes de la serie de expansión de $n(\mathbf{E})$.

La polarización \vec{P} representa la densidad de momento dipolar de un medio. En ausencia de un campo externo, la polarización total de un medio dieléctrico es la siguiente:

$$\vec{P} = \vec{P}_0 + \vec{P}_{inducida} \quad (1.2)$$

Donde \vec{P}_0 corresponde a la polarización, $\vec{P}_{inducida}$, permanente y la polarización está dada por:

$$\vec{P}_{inducida} = \epsilon_0 \cdot \chi \cdot \vec{E} \quad (1.3)$$

Cuando la intensidad del campo de incidencia sobre el cristal es cercana a la intensidad de las fuerzas atómicas ($10^7 - 10^{10} Vm^{-1}$), como es el caso para la intensidad del láser, el campo eléctrico alcanza a alterar los parámetros ópticos del medio material. Entonces, la polarización

inducida contiene dentro de su expresión un término lineal al que se agregan los términos no lineales, de tal manera que:

$$\vec{P}_{inducido} = \epsilon_0 \cdot \sum_n \chi^{(n)} \cdot \vec{E}^n = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} \cdot \vec{E} * \vec{E} + \chi^{(3)} \cdot \vec{E} * \vec{E} * \vec{E} + \dots \right) \quad (1.4)$$

Donde $\chi^{(n)}$ es un tensor de rango $n + 1$, representa la susceptibilidad dieléctrica de orden n y permite cuantificar la anisotropía de un material. Se dice que χ no es lineal cuando $n > 1$. La parte no lineal de χ depende de la dirección de la polarización del campo eléctrico incidente.

Dentro de un medio isotrópico, el comportamiento de los electrones no varía con la dirección relativa de propagación de la luz dentro de la malla cristalina. De esta manera, la transformación lineal $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$ no cambia la polarización y se puede escribir de la siguiente manera:

$$P(\vec{x}) = P(-\vec{x}) \quad (1.5)$$

En el tensor de la susceptibilidad eléctrica, la transformación se puede escribir de la siguiente forma:

$$\chi_{ijk}^{(n)}(\vec{x}) = -\chi_{ijk}^{(n)}(-\vec{x}) \quad (1.6)$$

La condición de simetría de la ecuación 1.5 se satisface si todos los coeficientes de orden par de $\chi_{ijk}^{(n)}$ son nulos. Esto implica que ningún material centrosimétrico es capaz de generar procesos con polarización no lineal de orden dos, $\chi_{ijk}^{(2)}$. De esta manera se concluye que ni los gases, ni los líquidos ni los sólidos isotrópicos dan lugar a procesos no lineales de orden dos.

El segundo término de la ecuación (1.4) corresponde a una polarización no lineal de orden dos:

$$P_{NL}^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} \cdot \vec{E} \cdot \vec{E} \quad (1.7)$$

En la práctica se utiliza comúnmente el tensor $d_{ijk} = \frac{\chi_{ijk}^{(2)}}{2}$, por lo que la polarización de orden dos se puede escribir como:

$$P_{NL}^{(2)} = 2d_{ijk} \cdot \vec{E} \cdot \vec{E} \quad (1.8)$$

el tensor d_{ijk} se puede usar con la notación contraída definida como:

$$\begin{array}{cccccc} \text{XX} & \text{YY} & \text{ZZ} & \text{YZ=ZY} & \text{XZ=ZX} & \text{XY=YX} \\ l = 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array}$$

$$P_{NL}^{(2)} = 2d_{il} \cdot \vec{E} \cdot \vec{E} \quad (1.9)$$

donde el producto de los campos \vec{E} da como resultado un vector de seis dimensiones, mientras que el tensor d_{il} se reduce al tensor de susceptibilidad efectivo, d_{eff} , al tomar en cuenta la simetría del cristal BBO, la cual corresponde al grupo puntual $3m$.

1.2. Óptica en cristales uniaxiales

Un cristal uniaxial tiene una dirección especial llamada *Eje óptico* (el cual generalmente se etiqueta a lo largo del eje Z). El plano que contiene al eje Z y al vector de onda \vec{k} de la onda de luz propagándose en el cristal, es llamado el *plano principal*. El haz de luz cuya polarización es normal al plano principal es llamado *haz ordinario*. El haz cuya polarización se encuentra en el plano principal es conocido como *haz extraordinario*. El índice de refracción del haz ordinario no depende de la dirección de propagación de la luz, sin embargo para el haz extraordinario, el índice de refracción si depende de la dirección de propagación. Generalmente el índice de refracción en cristales anisotrópicos, depende tanto de la polarización de la luz así como de la dirección de propagación.

La diferencia entre los índices de refracción del haz ordinario y del haz extraordinario es conocida como *birrefringencia* Δn . El valor de Δn es igual a cero a lo largo del eje óptico Z y alcanza su valor máximo en la dirección normal a este eje. Los índices de refracción del haz ordinario y del haz extraordinario en el plano normal al eje Z son llamados *valores principales* del índice de refracción y se denotan como n_o y n_e , respectivamente [49].

El índice de refracción de un haz extraordinario, es en general, una función del ángulo polar, θ , que se forma entre el eje Z del cristal y el vector de onda \vec{k} . Y está determinada por la ecuación:

$$n^e(\theta) = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta}} \quad (1.10)$$

El índice de refracción de un haz extraordinario, $n^e(\theta)$, varía entre n_o para $\theta = 0$ y n_e para $\theta = 90^\circ$. Si se cumple que $n_o > n_e$, entonces es un cristal uniaxial negativo, pero si se cumple que $n_o < n_e$, es cristal uniaxial positivo.

En la literatura existen diversas versiones de las relaciones de dispersión o ecuaciones de Sellmeier, en el presente trabajo se utilizaron las que aparecen en el libro de Dmitriev V. [49] ya que estas se ajustan mejor a los valores experimentales para un cristal BBO con simetría $3m$. Los índices de refracción ordinario y extraordinario utilizados son:

$$n_o(\lambda) = \sqrt{A_o + \frac{B_o}{\lambda^2 + C_o} + D_o \lambda^2} \quad (1.11)$$

$$n_e(\lambda) = \sqrt{A_e + \frac{B_e}{\lambda^2 + C_e} + D_e \lambda^2} \quad (1.12)$$

con $A_o = 2.7359$, $B_o = 0.01878$, $C_o = 0.01822$, $D_o = 0.01354$, $A_e = 2.3753$, $B_e = 0.01224$, $C_e = 0.01667$, $D_e = 0.01516$ donde λ tiene unidades en μm , el intervalo de validez para estas ecuaciones es de $226nm$ a $3.23\mu m$ [49].

1.2.1. Ángulo de Walk-off y Ángulo de corte

Cuando una onda de luz plana se propaga en un cristal uniaxial, la dirección de propagación del vector de onda, \vec{k} , en general no coincide con la dirección de la energía, es decir con el vector de Poynting, \vec{S} . Esto se debe al tensor de susceptibilidad dieléctrica, Se conoce como *Walk-off Espacial* al fenómeno en donde la distribución de intensidad de un haz que se propaga dentro de un cristal anisotrópico, se aleja de la dirección del vector de onda, \vec{k} . Como se ilustra en la figura 1.2, en donde las líneas indican la dirección de los frentes de onda, el cono y las líneas paralelas a éste indican la mayor concentración de densidad óptica. Este fenómeno tiene asociado un ángulo, ρ , llamado el *ángulo de Walk-off*, el cual se forma entre el vector de Poynting, \vec{S} y el vector de onda, \vec{k} , tal como se ilustra en la figura 1.2. El vector de Poynting define la dirección del flujo de energía, mientras que el vector de onda es normal a los frentes de onda.

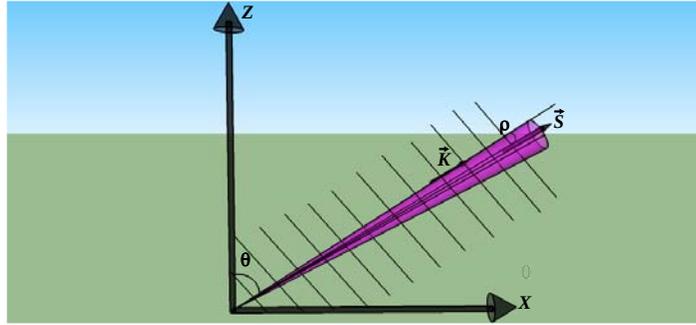


Figura 1.2: Ángulo de Walk-off

La dirección de \vec{S} puede ser definida como la normal a la tangente en el punto de intersección del vector de onda \vec{k} con una curva de la función $n(\theta)$. Para un haz ordinario la dependencia de $n(\theta)$ es una esfera con radio n_o . Así que la normal a la tangente coincide con el vector de onda \vec{k} . Para un haz extraordinario la normal a la tangente no coincide con el vector \vec{k} (excepto para los casos donde $\theta = 0$ y $\theta = 90^\circ$) pero tiene una rotación alrededor del eje de este vector, \vec{k} , debido a la birrefringencia. El ángulo que se forma entre el vector de onda, \vec{k} , y el vector de Poynting, se le llama *ángulo de walk-off* y se define como [49]:

$$\rho(\theta) = \pm \arctan \left[\left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \tan \theta \right] \mp \theta \quad (1.13)$$

Donde el signo se refiere a cristales uniaxiales negativos y cristales uniaxiales positivos respectivamente.

El ángulo de ρ y el ángulo θ pueden ser usados para orientar el cristal con respecto al haz incidente.

Si un haz láser con una polarización lineal arbitraria, incide de forma perpendicular a la cara de un cristal con longitud (espesor) L . Después de pasar por el cristal, el haz se divide en dos, ver figura 1.3, los cuales, son ortogonalmente polarizados, y tienen una distancia de separación a la salida del cristal dada por:

$$\delta = L \tan \rho \quad (1.14)$$

El ángulo de corte del cristal θ_c , es el ángulo entre el eje óptico Z y la normal a la superficie del cristal, esta dado por:

$$\theta_c = \arctan \left(\frac{n_o^2 - n_e^2}{2\delta n_o^2} L \pm \frac{(n_o^2 - n_e^2)^2 L^2}{4\delta^2 n_o^4} - \frac{n_o^2}{n_e^2} \right) \quad (1.15)$$

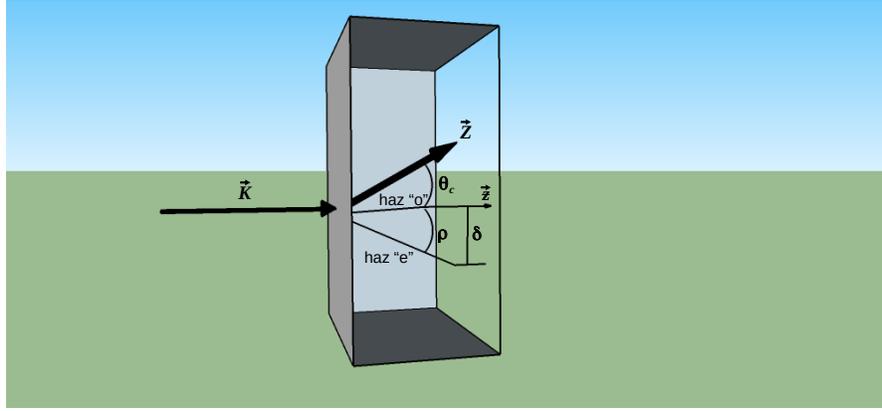


Figura 1.3: Ángulo de corte para un cristal uniaxial [49]

1.2.2. Condiciones de empatamiento de fase

En el proceso de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea, un fotón incidente en un cristal no lineal, proveniente del haz de bombeo con frecuencia, ω_1 y vector de onda k_1 , decae en dos fotones de baja frecuencia, usualmente llamados fotón señal y fotón acompañante, ω_2 y ω_3 con vectores de onda k_2 y k_3 , de tal manera que la energía y el momento se conservan. A lo largo de la dirección de propagación, la señal y el acompañante creadas en distintos puntos del espacio no se encuentran en fase unas con otras, de tal manera que interfieren destructivamente entre sí, por lo que su intensidad total oscila multiplicada por el factor [3]:

$$\frac{\sin^2(\Delta k \cdot L/2)}{(\Delta k \cdot L/2)^2} = \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k \cdot L/2}{2} \right) \quad (1.16)$$

donde se cumple que $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ y $\Delta k = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3$. Donde Δk , corresponde a la diferencia entre los vectores del bombeo, señal y acompañante. L es la longitud del cristal. La eficacia de conversión máxima ocurre cuando $\text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k \cdot L/2}{2} \right) = 1$, es decir para $\Delta k = 0$. Esta condición se puede realizar tanto vectorialmente como escalarmente, dos empatamientos de fase existen dentro de los medios birrefringentes:

- Empatamiento de fase colineal, donde se cumple claramente la condición $\Delta k = 0$.

- Empatamiento de fase no colineal donde las ondas con frecuencias ω_2 y ω_3 no se generan en la misma dirección que la onda de frecuencia ω_1 .

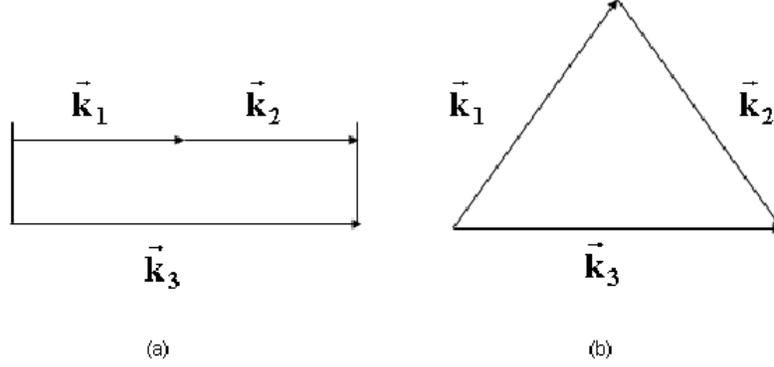


Figura 1.4: Empatamiento de fase dentro de los materiales birrefringentes: a) Empatamiento de fase colineal, b) Empatamiento de fase no colineal, [3].

Las condiciones de *empatamiento de fase* también se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3 \quad (1.17)$$

Los vectores de onda correspondientes a las ondas con frecuencias ω_i ($i = 1, 2, 3$) son función del índice de refracción:

$$\vec{k}_i = k_i = \frac{\omega_i n(\omega_i)}{c} = \frac{\omega_i}{v(\omega_i)} = \frac{2\pi n_i}{\lambda_i} \quad (1.18)$$

Donde las cantidades v_i , $n_i = n(\omega_i)$ y λ_i corresponden a la velocidad de fase, el índice de refracción y la longitud de onda para cada frecuencia ω_i , respectivamente.

1.2.3. Tipos de empatamiento de fase en un cristal uniaxial

Para alcanzar las condiciones de empatamiento de fase en el proceso de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea, el bombeo tiene que estar polarizado en la dirección del índice de refracción de menor valor entre n_o y n_e . Por ejemplo, en el caso de cristales uniaxiales negativos, en donde se cumple que $n_o > n_e$, esta polarización debe ser extraordinaria. Los fotones de baja frecuencia tienen dos posibilidades de empatamiento de fase, puede ser de tipo I, o bien, de tipo II. En la primera el fotón señal y el fotón acompañante tienen la misma polarización (ordinaria ó extraordinaria), mientras que el bombeo tiene una polarización ortogonal a estos. En el caso del empatamiento de fase tipo II, la señal y el acompañante tienen polarizaciones perpendiculares entre sí, mientras que el bombeo tiene una polarización paralela a uno de los fotones.

. En cristales negativos, el empatamiento de fase tipo I está dado por, [49]:

$$\vec{k}_{o1} + \vec{k}_{o2} = \vec{k}_3^e(\theta) \quad (1.19)$$

El empataamiento de fase 1.19 es conocido como “ooe¹” tipo $I^{(-)}$. Donde las etiquetas “o” y “e” corresponden a las polarizaciones ordinaria y extraordinaria respectivamente. Para el caso de cristales uniaxiales positivos, el empataamiento de fase es “eoo”, tipo $I^{(+)}$:

$$\vec{k}_1^e(\theta) + \vec{k}_2^e(\theta) = \vec{k}_{o3} \quad (1.20)$$

Si las ondas resultantes poseen polarizaciones ortogonales, entonces el empataamiento de fase es el llamado tipo II. Para cristales negativos, la interacción “oeo” o bien, el empataamiento de fase tipo $II^{(-)}$ está dado de la siguiente manera, [49]

$$\vec{k}_{o1} + \vec{k}_2^e(\theta) = \vec{k}_3^e(\theta) \quad (1.21)$$

Aunque este tipo de interacción también puede darse de la siguiente manera, “eoe”:

$$\vec{k}_1^e(\theta) + \vec{k}_{o2} = \vec{k}_3^e(\theta) \quad (1.22)$$

Finalmente para el caso de los cristales positivos, el tipo de interacción es tipo $II^{(+)}$, ó “oeo” [49]

$$\vec{k}_1^o + \vec{k}_2^e(\theta) = \vec{k}_{o3} \quad (1.23)$$

De igual manera empataamiento de fase “eoo”

$$\vec{k}_1^e(\theta) + \vec{k}_2^o = \vec{k}_{o3} \quad (1.24)$$

Todas las configuraciones anteriores son llamadas *tipos de empataamiento de fase*, estas se dan cuando la señal, el acompañante y el bombeo tienen polarizaciones diferentes. Es posible ajustar el índice de refracción de la ec. 1.10 a través de la orientación del cristal con respecto a la dirección de propagación del haz de bombeo para obtener las condiciones de empataamiento de fase. El ángulo de orientación al cual se da el empataamiento de fase es llamado θ_{pm} . En el presente trabajo la configuración de empataamiento de fase utilizada corresponde a “oeo” tipo $I^{(-)}$ de la ec. 1.19, donde el bombeo tiene una polarización extraordinaria mientras que los fotones ordinaria y $\theta_{pm} = 29.3^\circ$.

1.3. Haz de bombeo Bessel-Gauss

Los haces que tienen una dependencia en el ángulo azimutal de la forma $\exp(im\varphi)$ transportan Momento Angular Orbital, MAO, con valor m , donde el índice m puede tomar cualquier valor entero [36]. Un ejemplo de este tipo de haces son los Bessel-Gauss (BG) los cuales son de gran interés debido a que tienen MAO. Estos haces son una aproximación de laboratorio a los

¹En esta notación “o” significa que el vector de onda se encuentra polarizado en la dirección del eje ordinario y “e” significa que el vector de onda se encuentra polarizado en la dirección del eje extraordinario

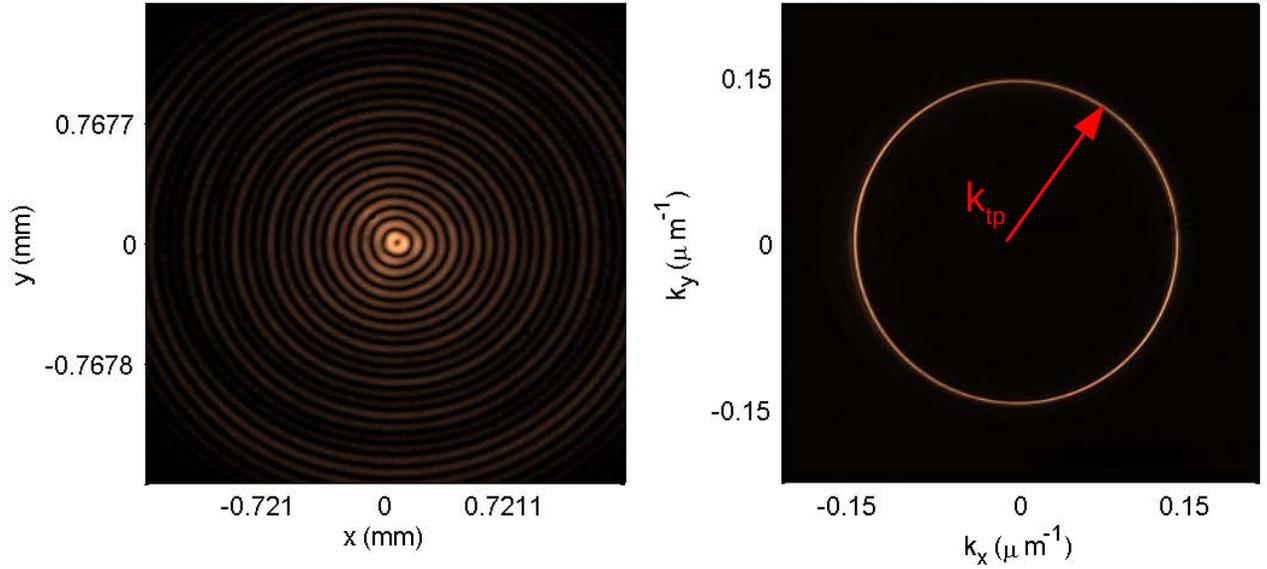


Figura 1.5: Estructura transversal de la intensidad de un haz Bessel-Gauss en el espacio de las posiciones y el módulo cuadrado de su transformada de Fourier

Haces Bessel, que son campos idealizados que representan una clase de soluciones de la ecuación de Helmholtz y se caracterizan por ser invariantes ante la propagación a distancias arbitrarias [9, 10]. Los haces de laboratorio BG tienen estas mismas propiedades de invariancia ante la propagación pero para distancias arbitrarias, incluso también pueden reconstruirse tanto en la fase como en la amplitud después de atravesar un obstáculo [29, 5, 36] y el patrón de difracción que presentan en campo lejano contiene información del valor de MAO que transporta [17, 23, 54]. Todas estas propiedades han sido estudiadas usando luz clásica, pero también pueden ser aplicadas a luz generada mediante procesos cuánticos como el SPDC [6, 15, 21, 36].

Un haz Bessel-Gauss es una superposición coherente de haces Gaussianos los cuales forman un cono de apertura $\arcsin(k_{tp}/k_p)$, donde k_{tp} corresponde al número de onda transversal, ver figura 1.5, y k_p al número de onda. El campo eléctrico de un haz escalar Bessel-Gauss de orden m está dado por la siguiente ecuación [5]:

$$BG_m(\vec{x}) = \exp \left[-i \frac{k_{tp}^2}{2k_p(z)} z \right] \cdot GB(\vec{x}) \cdot J_m \left(\frac{k_{tp} \rho}{q(z)} \right) \cdot \exp(im\phi) \quad (1.25)$$

Donde m es el índice azimutal y es entero, $J_m(\cdot)$ es la función de Bessel de primera clase de orden m , k_p y k_{tp} son las magnitudes del vector de onda y de la apertura angular del haz Bessel respectivamente, ver figura 1.5. El radio inicial del perfil Gaussiano es W_0 , el cual corresponde al parámetro llamado cintura del haz y el rango de Rayleigh $z_R = \frac{k_p W_0^2}{2}$ y donde $q(z) = 1 + \frac{iz}{z_R}$. Un haz BG tiene una distancia de propagación finita Z_{max} en la cual se dice que el haz no se difracta [34]. Un haz estructurado Bessel-Gauss de orden m , tiene la propiedad de

adifraccionalidad en un rango de distancia dado por [10] [35]:

$$Z_{max} = \frac{2\pi W_0}{\lambda k_{tp}} \quad (1.26)$$

donde λ corresponde a la longitud de onda del haz Bessel-Gauss y k_{tp} corresponde al vector de onda transversal del BG.

El espectro angular de un BG, es decir, su transformada de Fourier está dada por la siguiente expresión [5]:

$$\begin{aligned} \mathcal{BG}_m(u, v; z) = & (-i)^m \cdot D(z) \cdot \exp \left\{ \frac{q(z)W_0^2(u^2 + v^2)}{4} \right\} \times \\ & \times I_m \left(\frac{k_{tp}W_0^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{2} \right) \cdot \exp(im\phi) \end{aligned} \quad (1.27)$$

donde:

$$D(z) = \frac{W_0^2}{2} \cdot \exp \left(-\frac{1}{4} k_{tp}^2 W_0^2 z \right) \cdot \exp(ik_p z)$$

donde $D(z)$ es una amplitud compleja que únicamente depende de z . Además, u y v son las componentes del vector de onda, también llamados frecuencias espaciales. La función 1.27 graficada en el espacio de los momentos transversales es un anillo, el cual tiene un radio igual al valor de k_{tp} , ver figura 1.5. De igual manera se encuentran relacionados el ancho de éste anillo δk con la cintura del haz BG, W_0 , de acuerdo a la relación $W_0 = 4/\delta k$. Los haces Bessel-Gauss de ordenes superiores tienen una fase azimutal dada por $\exp(im\phi)$ por lo que son portadores de momento angular orbital, MAO, donde m indica el valor de la carga topológica del MAO. Se ha demostrado en el trabajo de Hickmann et al [17] que la difracción de haces helicoidales (haces portadores de MAO) por aberturas triangulares, produce en el patrón de difracción de campo lejano, una red triangular correlacionada con la carga topológica m . El patrón de difracción contiene un número de máximos locales acomodados en la red triangular igual a [54]:

$$\sum_{i=1}^{m+1} i = \frac{(m+1)(m+2)}{2} \quad (1.28)$$

Donde el valor de m corresponde a $m = N - 1$, con N igual al número de puntos brillantes en cualquier lado del triángulo. En la figura 1.6 se muestran los puntos brillantes que conforman la red triangular del patrón de difracción en campo lejano, se observa que el número N corresponde al número de máximos brillantes de uno de los lados de la red, el cual está directamente relacionado con la carga topológica, m . El patrón de difracción tiene un ángulo de 30° respecto a la abertura triangular.

El momento angular orbital en la interacción luz-materia ha sido ampliamente investigado en diversos procesos y fenómenos, tal como el proceso de Conversión Paramétrica Descendente que

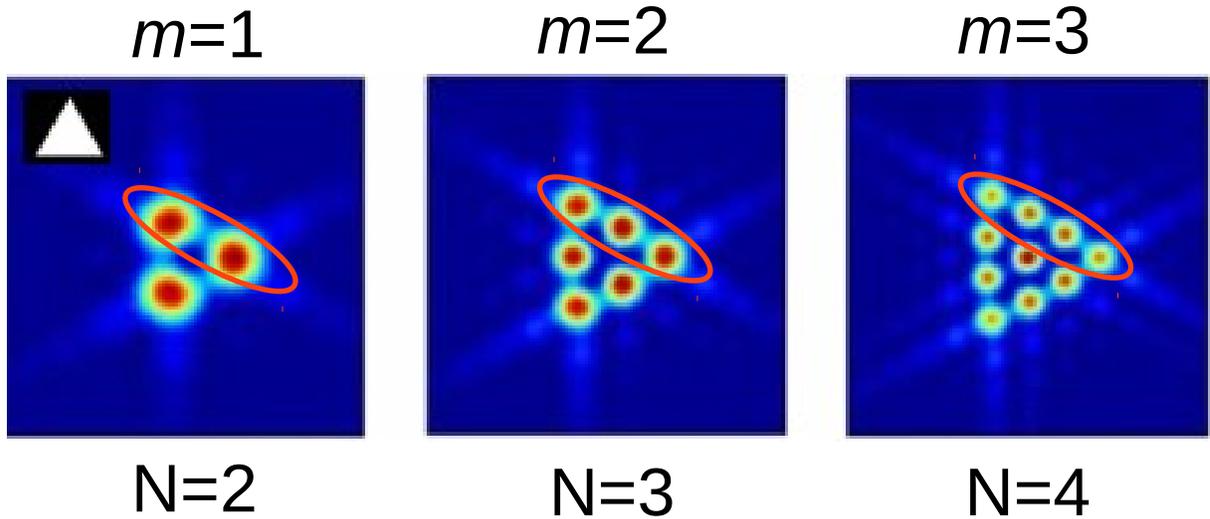


Figura 1.6: Número de puntos brillantes, N , de uno de los lados del patrón de difracción a través de una abertura triangular. Se muestran los casos para $N = 2$, $N = 3$ y $N = 4$. El valor del MAO, m , está dado por $N - 1$ [17].

ha sido utilizado para la generación de parejas de fotones, es quizá la fuente más utilizada para estos propósitos. La siguiente sección está enfocada a describir en que consiste el proceso de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea y la relevancia de generar este proceso con haces Bessel-Gauss.

1.4. Generación de parejas de fotones a través del proceso SPDC

Las parejas de fotones generadas a través de SPDC son utilizadas en una gran variedad de experimentos, que van desde pruebas fundamentales en Mecánica Cuántica hasta las novedosas implementaciones de protocolos de procesamiento de información cuántica. La propiedad de enredamiento de las parejas de fotones implica que los estados no son separables, es decir, que no es posible escribir el estado como un producto de los estados de los subsistemas individuales que lo conforman:

$$\rho^{AB} = \sum_i C_i \rho_i^A \otimes \rho_i^B \quad (1.29)$$

El enredamiento puede ocurrir en los diferentes grados de libertad que definen al sistema, tales como frecuencia-tiempo y posición-momento para el caso de variables continuas, para el caso de variables discretas están la polarización y el momento angular orbital, estas variables pueden ser representadas con ρ de la ecuación 1.29, para el caso de los dos fotones, A y B que

conforman el sistema.

Esto implica que la medición de un estado de un fotón del par enredado define el estado del segundo fotón de manera inmediata. Los modos espaciales del campo electromagnético que transportan momento angular orbital, MAO, han sido utilizados para generar enredamiento multidimensional [32], es decir, con el MAO se pueden generar estados enredados de más de dos dimensiones, accediendo con ello a un mayor almacenamiento de información comparado con los estados enredados de dos dimensiones que se obtiene con la polarización, por ejemplo. Estos modos pueden ser usados para definir espacios de Hilbert multidimensionales, esto a su vez, provee de un ruta muy práctica para el enredamiento que involucra numerosos estados cuánticos ortogonales.

Los estados enredados multidimensionales pueden ser de considerable importancia en el campo de la información cuántica, haciendo posible, por ejemplo, una mayor eficiencia en los canales de comunicación en criptografía cuántica.

En esta sección se explica como se generan las parejas de fotones con propiedades proporcionadas por el haz de bombeo Bessel-Gauss. En particular cuando el haz de bombeo es un Bessel-Gauss de orden superior, es posible generar fotones con MAO, el mecanismo de generación y el diseño del experimento para obtenerlos se presenta en el capítulo 2. Con los haces Bessel-Gauss, BG, como bombeos en el proceso de SPDC, es posible explorar otras propiedades espaciales de las parejas de fotones además del MAO, en particular aquellas que se observan cuando la generación se encuentra fuera de la llama *región de cristal delgado*, estas propiedades y experimentos llevados a cabo se presentan en los capítulos 3 y 4.

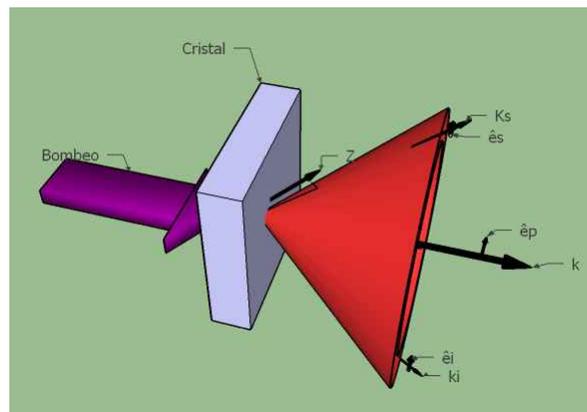


Figura 1.7: El proceso de conversión paramétrica se da cuando un haz de bombeo láser incide sobre un cristal no lineal, entonces existe una probabilidad de que uno de los fotones del bombeo se aniquile y de lugar a una pareja de fotones, el señal y el acompañante, tal que conservan la energía y el momento lineal del bombeo.

El proceso de conversión paramétrica descendente espontánea, *SPDC*, por sus siglas en Inglés, *Spontaneous Parametric Down-Conversion*, es un fenómeno cuántico no lineal, en el cual se hace incidir un haz con frecuencia ω_p , este haz es llamado *bombeo*, sobre un cristal, el cual tiene una susceptibilidad eléctrica de segundo grado, $\chi^{(2)}$. En este proceso un fotón del haz de bombeo con frecuencia, ω_p , y vector de onda \vec{k}_p , tiene una cierta probabilidad de decaer

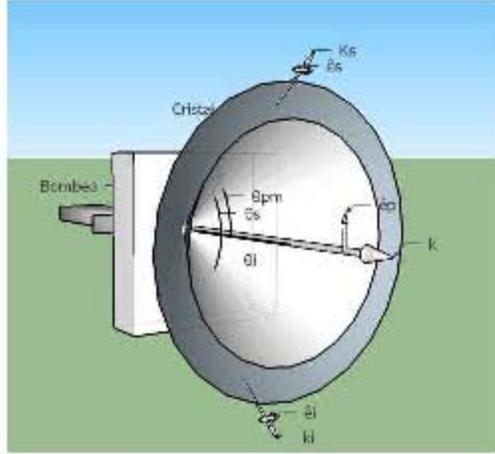


Figura 1.8: El Ángulo de emparejamiento de fase se forma entre la dirección de propagación del haz, \vec{k}_p , y el eje óptico del cristal Z

de forma espontánea en dos fotones, con frecuencias, ω_s y ω_i , llamadas *señal* y *acompañante*, del Inglés *signal* e *idler*, las cuales tiene respectivamente los vectores de onda \vec{k}_s y \vec{k}_i .

Esté fenómeno solo puede ser explicado dentro del contexto de Mecánica Cuántica, ya que toma lugar cuando un fotón del bombeo es aniquilado para emitir una pareja de fotones. En este proceso deben conservarse la energía y el momento:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad (1.30)$$

$$\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i \quad (1.31)$$

1.5. Estado Cúantico del SPDC

Para hacer un análisis del estado de la pareja de fotones se recurre al Hamiltoniano de interacción que se obtiene a partir de la cuantización del campo electromagnético en un medio dieléctrico:

$$\hat{H} = \int_V d_{eff} \hat{E}_p^-(\vec{x}, t) \hat{E}_s^+(\vec{x}, t) \hat{E}_i^+(\vec{x}, t) + H.C.. \quad (1.32)$$

Donde V corresponde al volumen de interacción y los campos a la suma de sus frecuencias positivas y negativas, y $H.C$ es el hermitiano conjugado. La expresión para el campo eléctrico expandido en ondas planas se puede expresar como:

$$\hat{E}(\vec{x}, t) = \hat{E}^+(\vec{x}, t) + \hat{E}^-(\vec{x}, t)$$

$$\hat{E}^+ = \hat{E}^{-\dagger}$$

Los operadores del campo eléctrico del fotón señal, del fotón acompañante estan dados por [33]

$$\hat{E}_\mu(\vec{x}, t) = i \int_V d^3k_\mu \exp \left\{ -i \left(\omega_\mu t - \vec{k}_\mu \cdot \vec{x} \right) \right\} \ell(\omega_\mu) \hat{a}_\mu(\vec{k}_\mu) + H.C.. \quad (1.33)$$

donde $\mu = s, i$, $\omega_\mu = \omega(\vec{k}_\mu)$ y \hat{a}_μ es el operador de aniquilación.

$$\ell(\omega_\mu) = \sqrt{\frac{\hbar \omega_\mu}{2(2\pi)^3 \epsilon_0 n^2(\omega_\mu)}}$$

d_{eff} corresponde a la susceptibilidad efectiva, puede tener dependencia espacial, como es el caso para los cristales periódicamente polarizados. Depende de la orientación del cristal con respecto a la propagación del haz de bombeo, por ello tiene una dependencia con el ángulo de empataamiento de fase y con el ángulo azimutal ϕ .

$$d_{eff} = d_{31} \sin(\theta_{pm}) - d_{22} \cos(\theta_{pm}) \sin(3\phi) \quad (1.34)$$

El operador de campo eléctrico para el bombeo se desarrollará en la siguiente sección, tomando en cuenta que en el presente trabajo el bombeo corresponde a haces Bessel-Gauss, además se produce SPDC del tipo I y para el cual se utiliza un cristal uniaxial negativo. Bajo este contexto se puede obtener el siguiente Hamiltoniano, el cual se desarrolla con detalle en [14]:

$$H(t) = \int_{V'} 2\epsilon_0 d_{eff} E_p E_s E_i dV' \quad (1.35)$$

donde d_{31} y d_{22} son elementos del tensor de susceptibilidad de segundo orden [14].

Mediante el Hamiltoniano 1.35, se puede determinar el estado de los fotones a un tiempo t , aplicando el operador de evolución temporal a un estado inicial Ψ_0 [20] [33] [52]:

$$\Psi(t) = \exp \left[\frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{H}(t') \right] \Psi_0 \quad (1.36)$$

La aproximación a primer orden está dada por:

$$\Psi = vac + \frac{1}{i\hbar} \left(\int_0^t dt' \hat{H}(t') \right) vac \quad (1.37)$$

donde el vacío está dado por:

$$vac = 0_s \otimes 0_i$$

Al sustituir 1.35 en la ecuación anterior se obtiene el estado de los fotones generados a un tiempo que corresponde a cuando la interacción ha finalizado.

La ecuación 1.37 es el estado cuántico que representa la generación de parejas de fotones a partir de las fluctuaciones del vacío, por lo cual, el segundo término de la ecuación debe ser la

creación de una pareja de fotones, uno el modo *señal* y el otro modo *acompañante*.

1.5.1. Estado de las parejas de fotones obtenido con bombeo Bessel-Gauss

En el caso del presente trabajo el haz de bombeo pertenece a los haces Helmholtz-Gauss, los cuales se caracterizan por ser adifraccionales en una determinada distancia. Estos haces están descritos en el trabajo de Gutiérrez-Vega [5], en donde la propagación paraxial se escribe como un producto de tres factores: una amplitud compleja que depende únicamente de la coordenada z (dirección de propagación), un haz Gaussiano, $GB(\cdot)$, y la distribución transversal del haz adifraccional $W(\cdot)$, esta expresión se muestra en la ec. 1.38 con frecuencias ω_p y vector de onda transversal k_{tp} [5]: .

$$E_p(\vec{x}, t) = (2\pi)^3 A_p \int d\omega_p \alpha(\omega_p) \exp\{-i\omega_p t\} \exp\left\{-i \left[\frac{k_{tp}^2 z}{2k_p(\omega_p) \cdot q(z)} \right]\right\} \times \quad (1.38)$$

$$\times GB(x, y - z \tan(\rho_0), z) \cdot W\left(\frac{x}{q(z)}, \frac{y - z \tan(\rho_0)}{q(z)}; k_{tp}\right)$$

Los haces Helmholtz-Gauss tienen cuatro familias fundamentales, ondas planas en coordenadas cartesianas, haces Bessel en coordenadas cilíndricas, haces Mathieu en coordenadas cilíndricas elípticas y haces parabólicos en coordenadas cilíndricas parabólicas. Una familia fundamental constituye la base para expandir cualquier haz adifractivo con vector de onda transversal k_{tp} [5].

Además se considera que en el cristal uniaxial los frentes de onda y el flujo de energía, dado por el vector Poynting, viajan en direcciones diferentes, el efecto llamado *walk-off*. La envolvente espectral no normalizada puede modelarse como una función Gaussiana:

$$\alpha(\omega_p) = \exp\left\{-\frac{(\omega_p - \omega_{p0})^2}{\sigma_p^2}\right\} \quad (1.39)$$

Donde ω_{p0} es la frecuencia angular y σ_p es el ancho de banda del bombeo. La componente Gaussiana representa un haz con un radio de cinturón W_0 :

$$GB(\vec{x}) = \exp(ik_p(\omega_p)z) \left(\frac{1}{q(z)}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{W_0^2 q(z)}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{W_0^2 q(z)}\right) \quad (1.40)$$

En donde $q(z) = 1 + \frac{iz}{z_R}$ y $z_R = \frac{k_p W_0^2}{2}$ es el rango de Rayleigh. La expresión 1.38 define el operador de campo eléctrico para el bombeo, lo subsecuente es reescribir el Hamiltoniano de la ec. 1.37 en términos de $E_p(\vec{x}, t)$, para ello se definen las siguientes cantidades:

El vector de onda transversal,

$$\vec{k}^\perp = (k_{sx} + k_{ix}, k_{sy} + k_{iy}) = (k_x^\perp, k_y^\perp)$$

Y el vector de posiciones,

$$\vec{x} = \vec{\rho} + z\hat{z} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

donde,

$$\vec{\rho} = x\hat{x} + y\hat{y} \quad (1.41)$$

Considerando también que

$$\Delta\omega = \omega_p - \omega_s - \omega_i \quad (1.42)$$

$$\Delta k_z = k_p(\omega_p) - k_{sz} - k_{iz} \quad (1.43)$$

Entonces:

$$\begin{aligned} & [\vec{k}_s + \vec{k}_i] \cdot \vec{x} = \vec{k}_s \cdot \vec{x} + \vec{k}_i \cdot \vec{x} \\ & = k_{sx}x + k_{sy}y + k_{sz}z + k_{ix}x + k_{iy}y + k_{iz}z \\ & = \vec{k}^\perp \cdot \vec{\rho} + (k_{sz} + k_{iz})z \end{aligned} \quad (1.44)$$

Si se considera a $\ell(\omega_\mu) \approx cte$, entonces se puede escribir la integral del Hamiltoniano de la ecuación 1.37 de la siguiente manera [33] [52] [14]:

$$\begin{aligned} & \int_0^t dt' \int_V dV E_p^{(+)} \hat{E}_s^{(-)} \hat{E}_i^{(-)} \int_\Omega d\vec{k}_s \int_\Omega d\vec{k}_i \times \\ & \times \alpha(\omega_s + \omega_i; \omega_{p0}) \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i) \end{aligned} \quad (1.45)$$

En donde la función de emparejamiento de fase, *phasematching*, Φ , es:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) & = \int_\Omega dV \exp \left\{ -i\vec{k}^\perp \cdot \vec{\rho} \right\} \exp \left\{ i\Delta k_z z \right\} \exp \left\{ -i\frac{k_{tp}^2}{2k_p q(z)} z \right\} \times \\ & \times GB(x, y - z \tan \rho_0, z) \cdot W \left(\frac{x}{q(z)}, \frac{y - z \tan(\rho_0)}{q(z)}; k_{tp} \right) \\ & = \int_{-L/2}^{-L/2} dz \exp \left\{ i\Delta k_z z \right\} \exp \left\{ -i\frac{k_{tp}^2}{2k_p q(z)} z \right\} \cdot \Gamma \left(z; \vec{k}^\perp, k_{tp} \right) \end{aligned} \quad (1.46)$$

en donde

$$\begin{aligned} \Gamma \left(z; \vec{k}^\perp, k_{tp} \right) & = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \exp \left\{ -i\vec{k}^\perp \cdot \vec{\rho} \right\} \times \\ & \times GB(x, y - z \tan \rho_0, z) \cdot W \left(\frac{x}{q(z)}, \frac{y - z \tan(\rho_0)}{q(z)}; k_{tp} \right) \end{aligned} \quad (1.47)$$

Se considera que las dimensiones transversales del cristal son mucho más grandes que las dimensiones transversales del haz de bombeo, con lo cual es posible considerar los límites de las integrales en x y en y de $-\infty$ a ∞ . En la coordenada z se considera que la longitud del cristal es L por lo que se integra sobre esta longitud. La ecuación 1.47 es el espectro angular y también es la transformada de Fourier de dos dimensiones del espacio de coordenadas $\vec{\rho}$ al espacio de vectores de onda transversales \vec{k}^\perp [14].

Se puede expresar la Ec. 1.37 de la siguiente manera:

$$\Psi = vac + \eta \int_{\Omega} d\vec{k}_s \int_{\Omega} d\vec{k}_i F(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i) vac \quad (1.48)$$

Donde $F(\cdot)$ es la llamada función de amplitud conjunta de la pareja de fotones y está dada por:

$$F(\vec{k}_s, \vec{k}_i) = \alpha(\omega_s + \omega_i; \omega_{p0}) \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \quad (1.49)$$

donde $\alpha(\cdot)$ es la envolvente espectral 1.39 y $\Phi(\cdot)$ es la función de empatamiento de fase.

Para escribir las expresiones que corresponden al haz de bombeo BG con el efecto de *walk-off* se recurre al teorema *shift* de las transformadas de Fourier:

$$f(x - a) \Leftrightarrow F(k) \exp(-ika) \quad (1.50)$$

donde $F(k)$ corresponde a la transformada de Fourier y $f(x)$ a la transformada de Fourier inversa,

$$\begin{aligned} F(k) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) \exp(-ikx) \\ f(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk F(k) \exp(ikx) \end{aligned} \quad (1.51)$$

La ec. 1.47 corresponde a una transformada de Fourier de las funciones $GB(\cdot)$ y $W(\cdot)$ con un desplazamiento dado por el efecto del *Walk-off*. De esta manera se puede escribir la función de *phasematching* como [14]:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) &= \exp \left\{ -i \frac{k_{tp}^2}{2k_p q(z)} z \right\} \exp \{ ik_p z \} \Gamma(z; \vec{k}^\perp, k_{tp}) = \frac{W_0^2}{2} \exp \left(-\frac{1}{4} k_{tp}^2 W_0^2 \right) \times \\ &\times \exp(ik_p z) \exp \left(-\frac{q(z) W_0^2}{4} \vec{k}^\perp \right) I_m \left(\frac{k_{tp} W_0^2}{2} \vec{k}^\perp \right) \exp(im\phi) \exp(-ik_y^\perp z \tan(\rho)) \end{aligned} \quad (1.52)$$

Por lo que la función de de empatamiento de fase es:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) = & \frac{LW_0^2}{2} \exp\left(-\frac{1}{4}k_{tp}^2 W_0^2\right) I_m\left(\frac{k_{tp}W_0^2}{2} \vec{k}^\perp\right) \exp(im\phi) \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{W_0^2}{4} \vec{k}^\perp\right\} \text{sinc}\left\{\frac{L\Delta k_{eff}}{2}\right\} \end{aligned} \quad (1.53)$$

donde

$$\Delta k_{eff} = \frac{\vec{k}^\perp}{2k_p} + k_y^\perp \tan(\rho_0) - \Delta k_z \quad (1.54)$$

La función de amplitud compleja WJA, por sus siglas en Inglés *wave vector joint amplitude*, $F(\cdot)$, es el producto de las funciones $\alpha(\cdot)$ y $\Phi(\cdot)$, la primera función es la envolvente espectral o la función que contiene las propiedades temporales del bombeo, la segunda función es la función de *phasematching* o función de empatamiento de fase, la cual puede ser representada como el producto de dos funciones, una corresponde a la función $\text{sinc}(\cdot)$ y contiene las propiedades del cristal como lo son el ángulo de *phasematching*, la longitud del cristal L y el ángulo de *walk-off*, la segunda función es igual al espectro angular del bombeo en términos de las variables k_x^\perp y k_y^\perp y la cual contiene las propiedades espaciales de las parejas de fotones. Todas estas funciones dependen de los vectores de onda del fotón señal, del fotón acompañante y del bombeo. Para estos cálculos se utilizan las ecuaciones de Sellmeier para conocer el índice de refracción. Se puede escribir nuestra función $F(\cdot)$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} F(\vec{k}_s, \vec{k}_i) = & \underbrace{\alpha(\omega_s + \omega_i; \omega_{p0})}_{\text{sinc}\left\{\frac{L\Delta k_{eff}}{2}\right\}} \times \\ & \underbrace{\frac{LW_0^2}{2} \exp\left(-\frac{1}{4}k_{tp}^2 W_0^2\right) I_m\left(\frac{k_{tp}W_0^2}{2} \vec{k}^\perp\right) \exp(im\phi) \exp\left\{-\frac{W_0^2}{4} \vec{k}^\perp\right\}}_{\text{sinc}\left\{\frac{L\Delta k_{eff}}{2}\right\}} \times \end{aligned} \quad (1.55)$$

1.5.2. Cambio de variables para expresar de SPDC en términos de la frecuencia

Se quiere expresar el estado cuántico de la pareja de fotones en términos de las frecuencias en que se generan los fotones, para ello se requiere hacer un cambio de variables a través de un Jacobiano [14]. El cambio de variables que se requiere hacer es un cambio del sistema coordinado (k_x, k_y, k_z) al sistema (k_x, k_y, k) , ya que k es dependiente de la variable de la frecuencia, es decir, $k(\omega) = n_0(\omega)\omega/c$.

$$\begin{aligned}
k_x &= k_x \\
k_y &= k_y \\
k_z &= \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}
\end{aligned} \tag{1.56}$$

Al realizar el cambio de sistema coordenado, se obtiene el siguiente Jacobiano [14]:

$$J = \frac{k}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} \tag{1.57}$$

De tal manera que ahora se pueden obtener las diferenciales en términos de las variables k^\perp y ω

$$dk^3 - dx dy dz = \frac{k(\omega)}{\sqrt{k(\omega)^2 - k_x^2 - k_y^2}} \left\{ -\frac{2\pi}{\omega} \beta(\lambda_\omega + \frac{n_0(\omega)}{c}) \right\} dk_x dk_y d\omega \tag{1.58}$$

Con este cambio de variable es posible expresar el estado de la pareja de fotones en términos de la frecuencia:

$$\begin{aligned}
\Psi &= \eta \int d^2 k_s^\perp \int dk_s \int d^2 k_i^\perp \int dk_i \cdot J_s J_i F(\vec{k}_s^\perp, k_s, \vec{k}_i^\perp, k_i) \cdot \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i) vac = \\
&\eta \int d^2 k_s^\perp \int d\omega_s \int d^2 k_i^\perp \int d\omega_i \cdot \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i F(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_i^\perp, \omega_i) \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s^\perp, \omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i^\perp, \omega_i) vac = \tag{1.59} \\
&\int d^2 k_s^\perp \int d\omega_s \int d^2 k_i^\perp \int d\omega_i \cdot \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i A_s(\omega_s) A_i(\omega_i) F(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_i^\perp, \omega_i) \vec{k}_s^\perp, \omega_s \vec{k}_i^\perp, \omega_i
\end{aligned}$$

Donde $\dot{k}_\mu = \frac{dk_\mu}{d\omega_\mu} = -\frac{2\pi}{\omega} \beta(\lambda_\omega) + \frac{n_0(\omega)}{c}$, con $\mu = i, s$, $A_\mu(\omega_\mu)$ son funciones de la frecuencia, son funciones de los filtros espectrales utilizados en el arreglo experimental, la cuales se determinan en [14], como son funciones derivables y suaves, pueden ser aproximadas por una constante para una región pequeña de ancho de banda.

En la expresión (1.59) se ha utilizado la aproximación de bombeo monocromático con frecuencia ω_p y de onda continua, por lo que en la Ec. (1.39) se toma el límite $\sigma_p \rightarrow 0$, de esta manera se obtiene que:

$$\alpha(\omega_s + \omega_i; \omega_p) \approx \delta(\omega_p - \omega_s - \omega_i) \tag{1.60}$$

Por lo que se puede escribir el estado cuántico de las parejas de fotones de esta manera:

$$\begin{aligned}
\Psi = & \int d^2k_s^\perp \int d\omega_s \int d^2k_i^\perp \int d\omega_i \cdot \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i A_s(\omega_s) A_i(\omega_i) \times \\
& \delta(\omega_p - \omega_s - \omega_i) \frac{LW_0^2}{2} \exp\left(-\frac{1}{4}k_{tp}^2 W_0^2\right) I_m\left(\frac{k_{tp}W_0^2}{2} \frac{\vec{k}^\perp}{2}\right) \exp(im\phi) \times \\
& \exp\left\{-\frac{W_0^2}{4} \frac{\vec{k}^\perp}{2}\right\} \text{sinc}\left\{\frac{L\Delta k_{eff}}{2}\right\} \vec{k}_s^\perp, \omega_s \vec{k}_i^\perp, \omega_i = \\
& \int d^2k_s^\perp \int d^2k_i^\perp \cdot \frac{LW_0^2}{2} \exp\left(-\frac{1}{4}k_{tp}^2 W_0^2\right) I_m\left(\frac{k_{tp}W_0^2}{2} \frac{\vec{k}^\perp}{2}\right) \exp(im\phi) \exp\left\{-\frac{W_0^2}{4} \frac{\vec{k}^\perp}{2}\right\} \times \\
& \times \int d\omega_s \cdot \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i A_s(\omega_s) A_i(\omega_p - \omega_s) \text{sinc}\left\{\frac{L\Delta k_{eff}}{2}\right\} \vec{k}_s^\perp, \omega_s \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s =
\end{aligned} \tag{1.61}$$

La amplitud del campo eléctrico en un plano transversal a la propagación del haz es:

$$S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp) = \frac{LW_0^2}{2} \exp\left(-\frac{1}{4}k_{tp}^2 W_0^2\right) I_m\left(\frac{k_{tp}W_0^2}{2} \frac{\vec{k}^\perp}{2}\right) \exp(im\phi) \exp\left\{-\frac{W_0^2}{4} \frac{\vec{k}^\perp}{2}\right\} \tag{1.62}$$

Por lo que el espectro angular del bombeo es $S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp)^2$.

La función de *phasematching* está dada en términos de las propiedades del cristal, tales como la longitud, L , la dispersión, $\frac{\partial k}{\partial \omega}$ donde el término Δk_{eff} depende de la dispersión, por último el ángulo de *walk-off*, ρ :

$$G(\vec{k}_i^\perp, \vec{k}_s^\perp, \omega_s) = \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i A_s(\omega_s) A_i(\omega_p - \omega_s) \text{sinc}\left\{\frac{L\Delta k_{eff}}{2}\right\} \tag{1.63}$$

Entonces se puede escribir el estado de la pareja de fotones:

$$\Psi = \int d^2k_s^\perp \int d\omega_s \int d^2k_i^\perp S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp) G(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_s) \vec{k}_s^\perp, \omega_s \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s = \tag{1.64}$$

1.6. Espectro Angular Condicional, EAC

Las propiedades espaciales de la pareja de fotones producida por SPDC, caracterizadas por el EA y el EAC, están determinadas por dos funciones separadas, una que depende del campo eléctrico del haz de bombeo y otra por las propiedades no lineales del cristal, tales como: la dispersión, longitud y el *Walk-off* del vector de Poynting [44, 52].

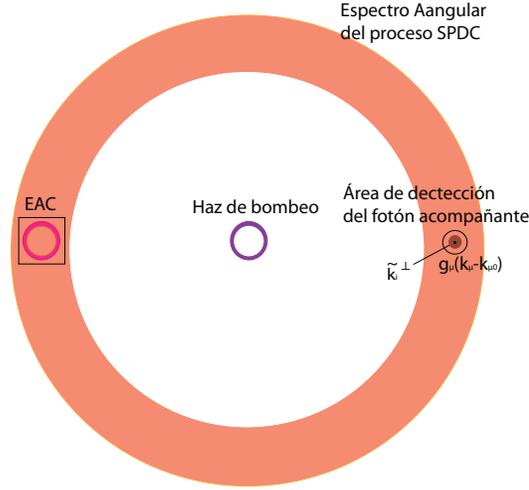


Figura 1.9: Esquema del Espectro Angular Condicional y la función de aceptación $g_\mu(k_\mu - k_{\mu 0})$

Las propiedades de las parejas de fotones se pueden caracterizar a través de su espectro angular (EA) y de su espectro angular condicional (EAC). El espectro angular, puede obtenerse contando los fotones con resolución espacial en el modo señal o en el modo acompañante. Corresponde a una medición de la tasa de arribo de los fotones individuales en el espacio del momento transversal. El espectro angular condicional, corresponde a una medición de la tasa de arribo los fotones en el modo señal en coincidencia con el modo acompañante o viceversa en un cierto valor fijo de un vector de onda transversal, es decir, se condiciona un punto en el espacio de momentos del EA y detectan en la posición conjugada los fotones en el modo acompañante.

El espectro angular condicional está dado por [33] :

$$R_c(\vec{k}_s, \vec{k}_i) = \Psi \hat{n}_s(\vec{k}_s) \otimes \hat{n}_i(\vec{k}_i) \Psi \quad (1.65)$$

Donde $\hat{n}_\mu = \hat{a}^\dagger(\vec{k}_\mu)\hat{a}(\vec{k}_\mu)$, con $\mu = s, i$, son los operadores hermitianos de números de fotones, para el fotón señal y el fotón acompañante respectivamente, los cuales a su vez están definidos por los operadores de aniquilación $\hat{a}(\vec{k}_\mu)$ y los operadores de creación $\hat{a}^\dagger(\vec{k}_\mu)$, los cuales son operadores no hermitianos.

Al sustituir el estado de la pareja de fotones de la expresion (1.48) e integrando sobre el espacio de momentos, se obtiene que [14]:

$$R_c(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp) = \eta^2 \int_{\Omega} d^3 k_s \int_{\Omega} d^3 k_i \tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)^2 \quad (1.66)$$

Donde $(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$ es el valor del momento transversal donde se evalua la función $\tilde{F}(\cdot)^2$. Al realizar el cambio de variables 1.56 para expresar el EAC en términos de la frecuencia, además

²A lo largo de la tesis aparecen los paréntesis (\cdot) para referirse a variables que anteriormente fueron definidas

considerando un proceso monocromático se obtiene que [14]

$$R_c(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp) = \int d^2k_s^\perp \int d\omega_s \int d^2k_i^\perp \cdot \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i \tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s, \vec{k}_{i0}^\perp)^2 \quad (1.67)$$

Se puede definir la función $\mathcal{L}(\cdot)$ como una función que depende de las propiedades del cristal y que se diferencia de la ec. (1.63) en el término cuadrado de cada uno de sus productos, es decir, \mathcal{L} , es como el módulo cuadrado de la función $G(\cdot)$:

$$\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp) = \int d\omega_s \cdot \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i A_s(\omega_s)^2 A_i(\omega_p - \omega_s)^2 \text{sinc}^2 \left\{ \frac{L\Delta k_{eff}}{2} \right\} \quad (1.68)$$

Donde Δk_{eff} se evalúa en los puntos $\vec{k}_\mu - \vec{k}_{\mu0}$. Tomando en cuenta la amplitud transversal del bombeo Ec. (1.62) se puede escribir el EAC como:

$$R_c(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp) = \int d^2k_s^\perp \int d^2k_i^\perp S_p(\vec{k}_s^\perp - \vec{k}_{s0}^\perp + \vec{k}_i^\perp - \vec{k}_{i0}^\perp)^2 \times \mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp - \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp - \vec{k}_{i0}^\perp) \quad (1.69)$$

En la realización de los experimentos es imposible tener un detector puntual que únicamente considere un valor único $(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$, por lo que se puede tomar en cuenta una función de aceptación $g_\mu(\vec{k}_\mu - \vec{k}_{\mu0})$, $\mu = s, i$ para los modos señal y acompañante respectivamente, que considere un rango posible de momentos transversales de detección, con un valor central $\vec{k}_\mu = \vec{k}_{\mu0}$. De esta manera la tasa de coincidencias resultante con estos detectores puede escribirse como:

$$R_c(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp) = \int d^2k_s^\perp \int d^2k_i^\perp S_p(\vec{k}_s^\perp - \vec{k}_{s0}^\perp + \vec{k}_i^\perp - \vec{k}_{i0}^\perp)^2 \times \mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp - \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp - \vec{k}_{i0}^\perp) g_s(\vec{k}_s - \vec{k}_{s0}) g_i(\vec{k}_i - \vec{k}_{i0}) \quad (1.70)$$

Sí un solo fotón es detectado en un punto específico del anillo del espectro angular con valor del momento \vec{k} , el fotón conjugado puede ser detectado en coincidencia alrededor del valor del momento $-\vec{k}$ de tal manera que se cumpla el principio de conservación del momento. Así, se puede obtener una medición del espectro angular condicional (EAC), en la cual, un fotón acompañante es detectado con un cierto valor del momento transversal que permite la detección en coincidencia del fotón señal.

1.7. Aproximación de cristal delgado

Se denomina *Aproximación de cristal delgado* a la región en donde el ancho de la función $\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, L)$ es mayor al ancho de la función $S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp)^2$. Se pueden crear las condiciones experimentales de tal manera que únicamente el EA del bombeo determine la estructura del EA del SPDC, cuando ocurre esto, se dice que las condiciones son bajo la *región de cristal delgado* o *aproximación de cristal delgado*.

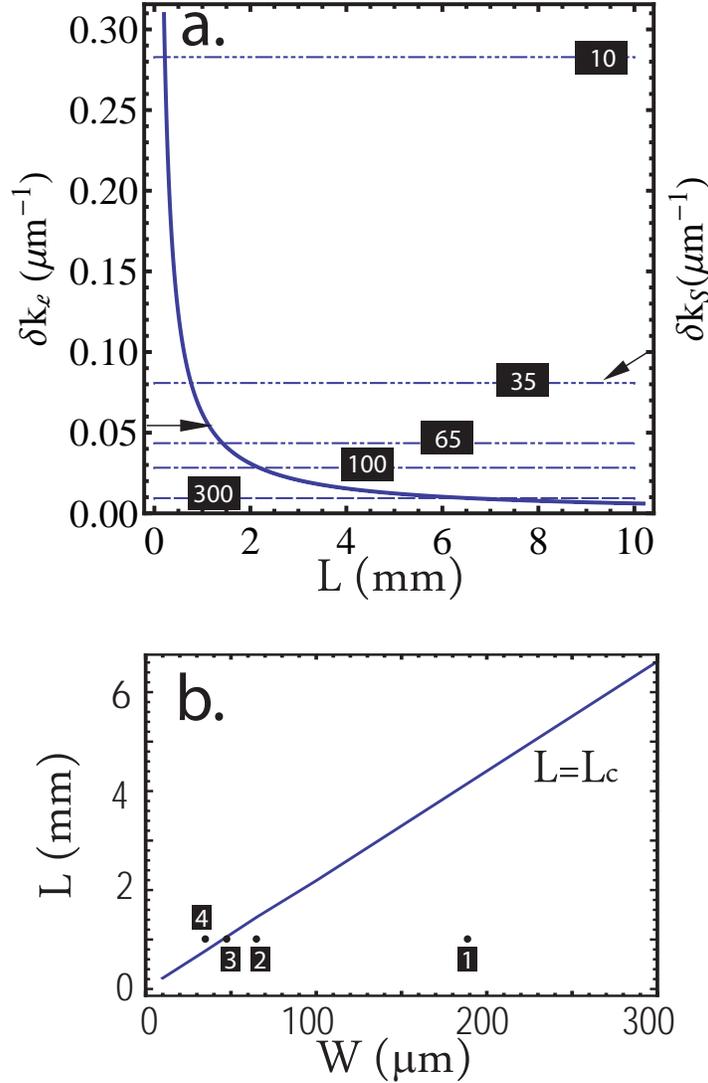


Figura 1.10: Condiciones de cristal delgado [44]

La función $\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, L)$ tiene una dependencia en L , es decir el ancho de esta función depende tanto de $(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$ como de L . Así que el ancho cambia con diferentes valores de la longitud del cristal, L . En la figura 1.10(a) se muestra el ancho de la función $\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, L)$ y $S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp)^2$, como función de la longitud del cristal y para un valor fijo \vec{k}_i^\perp que corresponde al número máximo de cuentas. Este caso es para un haz de bombeo Gaussiano, por lo que los cuadros de color negro representan el radio del cinturón del haz en unidades de micrómetros y las líneas punteadas indican el tamaño del ancho en unidades de momentos, es decir μm^{-1} . La línea continua es obtenida numéricamente para un cristal BBO con ángulo de empatamiento de fase $\theta_{pm} = 29.3^\circ$, en ésta gráfica es posible observar que para cristales largos el ancho de la función

$\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, L)$ decrece de manera asintótica. La intersección entre las líneas punteadas del ancho de la función $S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp)^2$ con la línea continua del ancho de la función $\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, L)$ es la longitud crítica, L_c , a la cual el ancho de ambas funciones es igual.

En la figura 1.10(b) se representa el espacio de los parámetros cinturón del haz y longitud del cristal (W, L), donde la línea continua trazada corresponde a L_c y es obtenida de forma numérica para las intersecciones de los anchos de las funciones [44]. La línea divide el espacio de los parámetros en dos subespacios, la región que se encuentra por debajo de la línea representa todas las configuraciones experimentales en donde se cumple que $L < L_c$ y el espacio que se encuentra por encima de la línea representa todas las configuraciones experimentales en donde se cumple que $L > L_c$. En esta figura también se muestran cuatro configuraciones diferentes de los parámetros (W, L), en donde $L = 1mm$ y se varía el tamaño de W , de tal manera que los valores de W son: $W_1 = 190\mu m$, $W_2 = 65\mu m$, $W_3 = 50\mu m$ y $W_4 = 30\mu m$. Se observa en la figura 1.10(b) que los parámetros correspondientes a los puntos 1 y 2 están dentro de la región $L < L_c$, es decir dentro de la aproximación de cristal delgado, ya que el ancho de la función $S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp)^2$ es menor que el ancho de la función $\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, L)$ calculado para $L = 1mm$. El punto 4 se encuentra fuera de la aproximación de cristal delgado, es decir en la región donde se cumple que $L > L_c$, y finalmente el punto 3 se encuentra sobre la longitud crítica, L_c , es decir que para esas condiciones experimentales las funciones $S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp)^2$ y $\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, L)$ tienen los mismos anchos [44].

En un experimento lo más práctico es trabajar con únicamente un tipo de cristal, de tal manera que sus características, tales como, la longitud transversal y el ángulo de corte se encuentran fijas. A través de las gráficas de la figura 1.10 se mostrarán las condiciones para la aproximación de cristal delgado a través de la comparación de los anchos de las funciones $\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, L)$ y $S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp)^2$. Para situar el proceso de Conversión Paramétrica Descendente con un haz de bombeo BG dentro de la aproximación de cristal delgado, basta con usar bombeos con \vec{k}_{tp}^\perp pequeña, es decir que cumplan la aproximación paraxial:

$$\begin{aligned} k_{px}^2 + k_{py}^2 &\ll k_p^2 \\ k_{tp} &\ll k_p \end{aligned} \quad (1.71)$$

Cuando la aproximación paraxial se cumple entonces el haz de bombeo tiene una distribución de vectores de onda pequeña.

Se le llama *fotón individual anunciado* a la detección en coincidencia del fotón señal con el fotón acompañante, es decir, como el EAC. Se puede obtener aplicando el operador de proyección al estado de la pareja de fotones:

$$\hat{\Pi}(\vec{k}_i^\perp) = |\vec{k}_i^\perp, \omega_i\rangle \langle \vec{k}_i^\perp, \omega_i| \quad (1.72)$$

$$\Psi(\vec{k}_i^\perp)_s = \int d^2k_s^\perp \cdot S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp) G(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_i) |\vec{k}_s^\perp, \omega_p - \omega_i\rangle_s \quad (1.73)$$

Para la aproximación de cristal delgado, es decir, para un haz de bombeo lo suficientemente compacto en el espacio de vectores de onda transversales, se considera que la función $G(\cdot)$ es

la unidad, ya que su ancho es mucho más grande que el ancho de la función $S_p(\cdot)$, por lo que el fotón condicional está completamente determinado por la función $S_p(\cdot)$ que contiene toda la información y propiedades del haz de bombeo.

En este caso, la amplitud transversal del fotón individual anunciado es idéntica a la amplitud transversal del bombeo, es decir, el fotón individual hereda las propiedades del haz de bombeo. Esto significa que el fotón individual hereda la amplitud completa incluyendo las estructuras de fase que existieran en el haz de bombeo, a esto se le llama *transferencia de amplitud*, en el presente trabajo, se utilizaron haces estructurados Bessel-Gauss de orden cero, uno y dos. Los haces de orden superior al cero presentan una fase, $\exp(i\phi)$, y en el contexto de la aproximación de cristal delgado esta fase puede ser heredada al fotón individual.

La Ec. (1.73) está basada en la proyección del fotón acompañante a un solo vector de onda, sin embargo, en las condiciones experimentales, lo que se tiene es una distribución de aceptación de vectores de onda del fotón acompañante, la cual puede ser expresada por una función $g(\vec{k}_i, \vec{k}_{i0})$, cada contribución del fotón acompañante es sumado de forma incoherente, por lo que el estado de la pareja de fotones se convierte en una mezcla estadística de estados puros como:

$$\hat{\rho}_s = \int d\vec{k}'_i g(\vec{k}'_i) \Psi(\vec{k}'_i)_s \Psi(\vec{k}'_i)_s \quad (1.74)$$

El EAC del fotón señal condicionado a la detección del fotón acompañante, puede escribirse de la siguiente forma:

$$\tilde{n}(\vec{k}_s^\perp) = \text{Tr}(\hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s^\perp) \hat{a}_s(\vec{k}_s^\perp) \hat{\rho}_s) = \int d\vec{k}'_i g(\vec{k}'_i) S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}'_i^\perp) \quad (1.75)$$

La cual está dada por el Espectro Angular del bombeo pero desplazado del centro, además promediada sobre la aceptación angular del detector del modo acompañante. Si el detector fuera ideal, es decir, $g(\vec{k}'_i) = \delta(\vec{k}'_i - \vec{k}_i^\perp)$, entonces el EAC sería idéntico al EA del bombeo pero desplazado del centro:

$$\tilde{n}(\vec{k}_s^\perp) = S_p(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp) \quad (1.76)$$

1.8. Espectro Angular EA

El Espectro Angular de la distribución de pares de fotones corresponde a la medición del valor esperado del número de fotones ya sea en su modo acompañante o en su modo señal. El espectro angular está dado por [33]

$$R_s(\vec{k}_{s0}^\perp) = \int_{\Omega} d^3k_i \Psi \hat{n}_i(\vec{k}_i) \Psi \quad (1.77)$$

Al desarrollar el valor esperado de (1.77) con el estado de (1.48), la aproximación de onda continúa de 1.60 y al realizar el cambio de variables de 1.5.2, el EA, el cual corresponde a una distribución de parejas de fotones en el espacio de momentos, \vec{k}^\perp , de las parejas de fotones, se tiene lo siguiente [14], [44]:

$$R_s(\vec{k}_{s0}^\perp) = \int d^2k_s^\perp \int d\omega_s \int d^2k_i^\perp \times \quad (1.78)$$

$$\times \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i \tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s)^2$$

Si se supone resolución perfecta, es decir, que el detector es puntual y que colecta un sólo vector de onda:

$$g(\vec{k}_\mu^\perp, \vec{k}_{\mu 0}^\perp)^2 = \delta(\vec{k}_\mu^\perp - \vec{k}_{\mu 0}^\perp)$$

Por lo que el EA está dado por:

$$R_s(\vec{k}_{s0}^\perp) = \int d\omega_s \int d^2k_i^\perp \times \quad (1.79)$$

$$\times \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i \tilde{F}(\vec{k}_{s0}^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s)^2$$

Utilizando la expresión para el EAC Ec. (1.69) la Ec. (1.79) puede ser expresada de la forma:

$$R_s(\vec{k}_{s0}^\perp) = \int d^2k_i^\perp \cdot R_c(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp) \quad (1.80)$$

Se puede decir que la suma coherente sobre la variable \vec{k}_i^\perp del EAC, da como resultado la distribución de EAC's en el espacio de momentos \vec{k}_i^\perp , lo cual forma el EA.

1.9. Intensidad transversal de un solo fotón, ITSF

Otra manera de caracterizar al fotón individual anunciado es a través de la tasa de conteo de fotones en coincidencia tal como se evalúa el EAC de la sección (1.6), pero en el espacio de posiciones transversales ρ , por lo que se definen los operadores de aniquilación en el dominio del espacio de posiciones transversales como:

$$\tilde{a}_\mu(\rho^\perp) = (4\pi^2)^{-1} \int d^2k^\perp \exp(i\vec{k}^\perp \cdot \rho^\perp) \hat{a}_\mu(\vec{k}^\perp) \quad (1.81)$$

Por lo que la tasa de fotones contados en coincidencia es:

$$\tilde{n}(\rho_s^\perp) = \text{Tr}(\tilde{a}^\dagger(\rho_s^\perp) \tilde{a}(\rho_s^\perp) \hat{\rho}_s) = \int d^2k_i'^\perp \cdot g(\vec{k}_i') \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2k^\perp \cdot \exp(i\vec{k}^\perp \cdot \rho_s^\perp) \cdot S_p(\vec{k}^\perp + \vec{k}_i'^\perp) \right|^2 \quad (1.82)$$

La integral sobre la variable k^\perp corresponde a una transformada de Fourier y al aplicar el Teorema *shift* de la ec. (1.50), se obtiene:

$$\begin{aligned}
\tilde{n}(\rho_s^\perp) &= \int \mathbf{d}^2 k_i'^\perp \cdot g(\vec{k}'_i) \cdot \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \exp(i\vec{\rho}^\perp \cdot \vec{k}_i^\perp) \cdot \tilde{S}_p(\rho_s^\perp) \right|^2 \\
&= \int \mathbf{d}^2 \vec{k}_i'^\perp \cdot g(\vec{k}'_i) \cdot \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \right|^2 \cdot \left| \tilde{S}_p(\rho_s^\perp) \right|^2 \\
&= M \left| \tilde{S}_p(\rho_s^\perp) \right|^2
\end{aligned} \tag{1.83}$$

Donde se define la constante, M , como $M = \int \mathbf{d}^2 \vec{k}_i'^\perp \cdot g(\vec{k}'_i) \cdot \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \right|^2$.

La intensidad transversal de un sólo fotón se encuentra determinada completamente por la transformada de Fourier de la amplitud transversal del bombeo $\tilde{S}_p(\rho_s^\perp)$, esto en el contexto del régimen de cristal delgado. De aquí es evidente que la ITSF tiene una forma idéntica a la IT del bombeo, incluso, a pesar de la aceptación angular de los detectores del modo acompañante, es decir, a pesar el ancho de la fibra óptica que colecta una distribución de modos acompañantes.

Capítulo 2

Generación de parejas de fotones con momento angular orbital MAO

2.1. Introducción

En el capítulo anterior se presentaron las condiciones requeridas que se deben cumplir en la generación de parejas de fotones por SPDC para mantenerse dentro de la aproximación de cristal delgado, en donde, las coincidencias espaciales de los fotones señal-acompañante Ec. (1.82) están completamente determinadas por la distribución espacial del haz de bombeo. Siguiendo esta misma aproximación, se pueden “diseñar” parejas de fotones con una estructura espacial en particular determinadas únicamente por el bombeo. En esta aproximación está basado el presente capítulo. Dentro del límite de cristal delgado se bombea con un haz estructurado Bessel-Gauss de orden 1 y orden 2, lo que en términos del Momento Angular Orbital, MAO, toma los valores $m = 1$ y $m = 2$, y se busca generar parejas de fotones con el mismo valor del momento angular orbital, de tal manera que pueda observarse esta estructura en el fotón individual anunciado o condicionado. La estructura transversal del bombeo, incluyendo las estructuras que contienen una fase, pueden ser transferidas a un fotón en el modo señal cuando es anunciado por su respectivo fotón en el modo acompañante.

En éste capítulo se presenta la generación de parejas de fotones a través del proceso SPDC bombeando con un haz estructurado de los llamados Bessel-Gauss en el régimen de cristal delgado, es decir, se obtienen parejas de fotones que heredan el valor del MAO del haz de bombeo.

El principio básico de esta transferencia de fase, radica en la transferencia del EA del bombeo a un fotón individual anunciado por su gemelo dentro del contexto del cristal delgado [26, 39, 51]. De esta manera, se puede emplear un bombeo con cualquier estructura transversal y se puede tener la garantía de que esta estructura será heredada a uno de los fotones en el modo señal cuando es detectado y anunciado por su correspondiente fotón acompañante, como se vió en la sección 1.7 y en la sección 1.9 del capítulo 1.

En este capítulo se presenta un experimento de transferencia de fase, y se obtienen los siguientes resultados importantes:

- a) El EA del SPDC y el EAC del fotón señal condicionado por su correspondiente fotón acompañante.
- b) La ITSF, medición en el espacio de posiciones o plano imagen, ρ .
- c) El patrón de difracción de un sólo fotón a través de una abertura triangular, el cual se compara con el patrón de difracción con luz clásica del mismo valor de MAO.

El patrón de difracción puede ser usado para determinar el valor del MAO de la luz, como se ha demostrado en trabajos con luz clásica en el trabajo de Hickmann et-al [17], en el cual se determinó el valor de MAO a través del patrón de difracción en campo lejano con una abertura triangular. Sin embargo, existen diferentes técnicas para medir el MAO, muchas de ellas basadas en interferencia, se han usado por ejemplo, doble rendija e interferómetros que producen franjas de interferencia con simetría espiral. Además también han sido utilizados otros métodos relacionados con medir directamente los frente de onda y los anillos resonadores capaces de transformar una onda plana sin fase azimutal a una onda plana con MAO y viceversa [17].

En este capítulo se muestra la presencia y generación de MAO en luz no clásica, es decir, en el contexto de los fotones generados por SPDC, en este sentido dos cosas importantes se desprenden a partir de usar como bombeos un haz BG-1 (Bessel-Gauss de orden uno) y un BG-2 (Bessel-Gauss de orden dos), una es que los fotones generados heredan el valor de MAO del haz de bombeo, la otra es que se utiliza la difracción de los fotones con una abertura triangular para determinar su MAO. El hecho de que los fotones sean generados con MAO tiene ventajas en cuanto a la brillantez de la fuente, es decir que son fuentes más intensas que las fuentes que producen fotones con MAO postgeneración. Anteriormente, en diversos trabajos se han generado parejas de fotones con MAO postgeneración, es decir, que los fotones son manipulados por elementos ópticos para imprimirles una fase después de haber sido generados. El proceso SPDC tiene una eficiencia de conversión baja, aproximadamente por cada 10^{12} fotones del bombeo se produce un par de fotones de baja frecuencia del SPDC, la eficiencia de conversión tiende a disminuir cuando son manipulados postgeneración, lo que da como resultado una fuente de fotones con MAO pero de intensidad débil, es por ello que tener fotones con MAO sin pasar por el proceso postgeneración es una ventaja en cuanto a la eficiencia de conversión ó brillantez de la fuente.

Una forma de determinar el MAO en la pareja de fotones es mediante el patrón de difracción a través de una abertura triangular del fotón señal, es decir, se implementa este resultado ya conocido para luz clásica [17] pero ahora en el contexto del proceso de conversión paramétrica descendente.

En la figura 2.1 se muestran los haces BG-1 y BG-2 utilizados como bombeos en el presente capítulo para generar fotones con MAO. Se observa la intensidad de la estructura transversal del campo eléctrico en 2.1(b) y en 2.1(e) para BG-1 y BG-2 respectivamente y en 2.1(c) y 2.1(f) el patrón de difracción en campo lejano producido a través de una abertura triangular, este patrón está en función del valor del MAO como explicó en la sección 1.3 y es una malla triangular que se forma a partir de un número discreto de máximos brillantes que depende del valor del MAO.

Se observa por ejemplo que este tipo de haces presentan una singularidad central y una serie de anillos alrededor de ella. El tamaño de la singularidad crece conforme crece el orden m del haz BG, de esta manera se alcanza a apreciar que es mayor en diámetro el hueco central del BG-2 comparada con el BG-1.

Se puede conocer el valor de la apertura angular del haz BG, k_{tp} , y el radio del cinturón, W_0 , a través de un ajuste numérico al radio y al ancho, δk , de la TF del bombeo, los valores que se obtienen para el presente caso, para ambas TF de los haces BG-1 y BG-2 son $k_{tp} = 0.02 \pm 0.001 \mu\text{m}^{-1}$ y $W_0 = 1300 \pm 300 \mu\text{m}$.

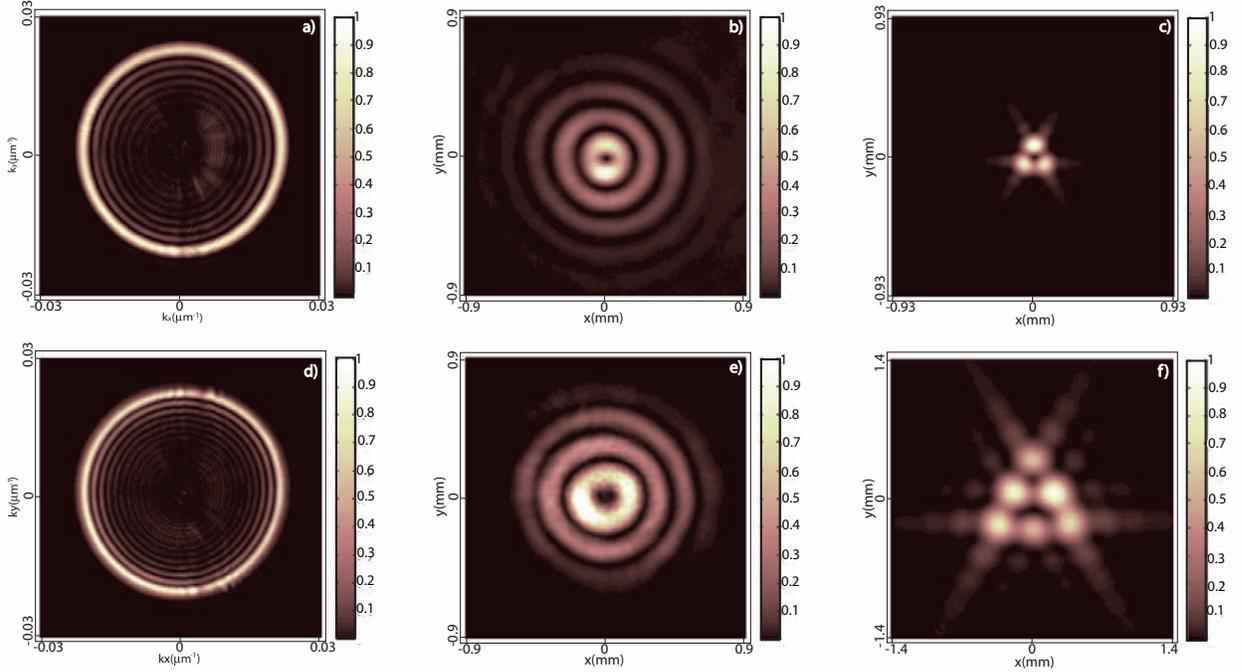


Figura 2.1: Características del haz de bombeo BG-1 y BG-2. En los paneles a) y d) se muestra la distribución de momentos transversales obtenida en el plano focal de la lente $L5$, es decir, el modulo cuadrado de la Transformada de Fourier, TF, ó espectro angular del bombeo. En los paneles c) y f) se muestra el patrón de difracción en campo lejano del BG-1 y del BG-2 respectivamente al pasar a través de una abertura triangular. Para el caso del BG-1 se observan tres máximos brillantes y para el caso del BG-2 se observan seis máximos brillantes, los cuales son característicos de acuerdo a la carga topológica m del valor del MAO. EL MAO de BG-1 es $m = 1$ y el MAO de BG-2 es $m = 2$.

Como se vió en la secciones 1.6 y 1.7 del capítulo 1, el estado cuántico de las parejas de fotones está completamente determinado por el EA del haz de bombeo dentro del contexto de cristal delgado. De esta manera se puede elegir un haz de bombeo que contenga las características que se transmitirán al fotón individual anunciado. Los haces Bessel-Gauss descritos en la sección 1.3, además de tener MAO tienen otra serie de características que los hacen interesantes, como por ejemplo, son más resistentes a la deformación en medios turbulentos comparados con haces Gaussianos [45, 48], tienen la capacidad de reconstruirse después de atravesar un obstáculo físico [36], son adifractivos durante un rango de distancia, Z_{max} , de la Ec. (1.26), es decir, son capaces de preservar su forma o estructura transversal a lo largo de una distancia.

Se ha demostrado que todas estas propiedades pueden ser heredadas a fotones individuales anunciados [6]. En el presente capítulo se muestra como puede ser heredado el MAO a fotones individuales anunciados, se muestra como se puede tener un control del diseño de las parejas de fotones producidas por conversión paramétrica descendente.

En diversos trabajos se han generado fotones con estructura espacial, pero proyectando a un estado con cierta estructura transversal en el modo postgeneración, es decir, que una vez generadas las parejas de fotones por SPDC, los fotones son manipulados para que adquieran una estructura transversal [32]. Sin embargo, aquí se presenta una ingeniería en el diseño de parejas de fotones, las cuales son producidas con estructura transversal desde su generación. Este control sobre el diseño de las parejas de fotones radica en la extensa exploración de como influyen el haz de bombeo y el cristal no lineal en el estado de las parejas de fotones, de esta manera se pueden elegir las condiciones tanto del haz de bombeo como de las características del cristal no lineal para generar parejas de fotones con ciertas características, por ejemplo en este caso con estructura transversal y además que contengan MAO.

2.2. Desarrollo Experimental

Se utilizó un haz estructurado Bessel-Gauss de ordenes uno y dos para bombear un cristal no lineal. El proceso de conversión paramétrica es de tipo I, no colineal y de frecuencia degenerada. El arreglo experimental utilizado para generarlo se muestra en la figura 2.2. Se utilizó un diodo láser que emite en una longitud de onda central de 406.7 nm y con una potencia de 70 mW al incidir sobre el cristal BBO. El haz se expande con el telescopio formado por las lentes $L1$ y $L2$, las cuales tienen una longitud focal de 5cm y 50cm. El haz colimado tiene una cintura de aproximadamente 7mm e ilumina la mayor parte de la superficie de la lente cónica axicón, indicada con la letra A , el cual tiene un ángulo de apertura de 178° ¹. A la salida de A se genera un haz Bessel-Gauss de orden cero, BG-0. Para generar un haz Bessel-Gauss de orden superior, que en este caso corresponden a orden uno, BG-1, y orden dos, BG-2, se hace pasar el BG-0 por un telescopio compuesto por las lentes $L3$ y $L4$, las cuales tienen una longitud focal de $f'_3 = 10cm$ y $f'_4 = 30cm$, en el plano focal de $L3$ se coloca un elemento óptico-difrativo, una placa con fase de vórtice, PFV², que realiza un cambio de fase, en este caso con valor de 2π para un valor del MAO de $m = 1$ y de 4π para el caso de MAO de $m = 2$. El telescopio formado por $L3$ y $L4$ tiene una magnificación de $3\times$, por lo que al medir la singularidad ó el hueco central de los haces BG-1 y BG-2, se obtiene que el diámetro mide aproximadamente $150 \mu m$, lo cual es importante para obtener el patrón de difracción a través de una abertura triangular, ya que ésta mide $500 \mu m$. Este telescopio define el tamaño de la singularidad del BG que incide sobre el cristal y por lo tanto define la singularidad de los fotones en el espacio de posiciones, el cual está definido en el plano de la lente $L6$.

En la figura 2.1 se muestra la caracterización de los haces de bombeo, en b) y e) se muestra la intensidad transversal del BG-1 obtenida con una cámara CCD colocada a 16cm de la lente

¹sus dos ángulos de apertura complementarios son de 1°

²VPP, en sus siglas en inglés, *vortex phase plate*

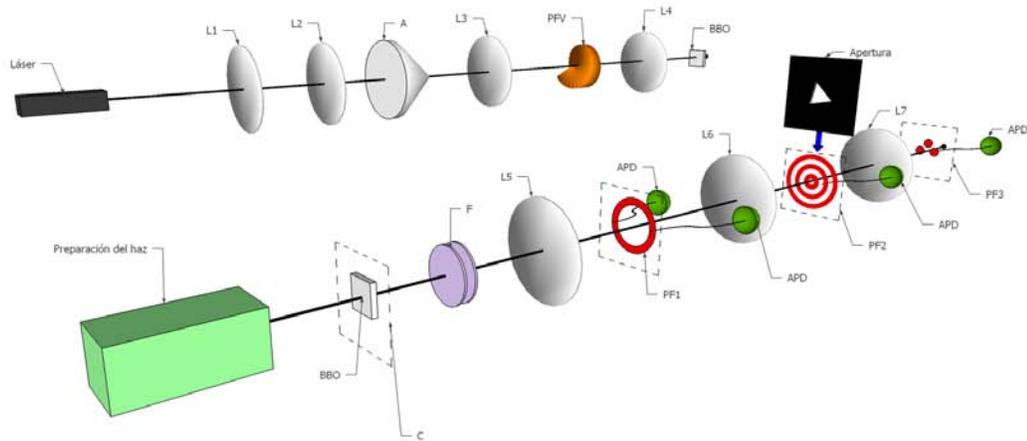


Figura 2.2: Se muestra la preparación del haz de bombeo y también el arreglo experimental implementado para la obtención de parejas de fotones con MAO en el régimen de cristal delgado. Se muestran los diferentes planos de Fourier. Para obtener las mediciones del EA, se colocan dos detectores en el plano PF1, uno en el punto de máximas cuentas simples y el otro en la posición opuesta. Para la Intensidad Transversal se mantiene el detector de cuentas máximas en PF1 y otro que recorre un área en el plano PF2, de la misma manera se obtiene el patrón de difracción en campo lejano pero con el segundo detector en el plano PF3.

$L4$, en este plano se coloca el cristal no lineal BBO, por lo que esta estructura se espera ser replicada por los fotones después del cristal BBO. Al plano donde se coloca el BBO se le indica con la letra C y se le indica como *plano del cristal*.

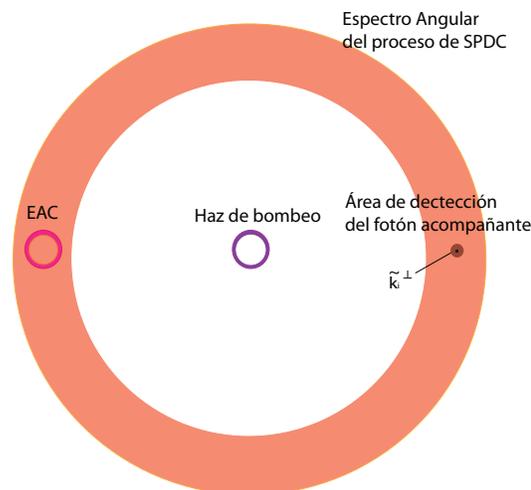


Figura 2.3: Esquema del anillo del Espectro Angular del SPDC, EA. Para obtener el Espectro Angular Condicional, EAC, se coloca un detector sobre el EA donde colecta una $\vec{k}_{\perp 0}$ con un valor fijo, un segundo detector se coloca diametralmente opuesto al primero y escanea un área en donde registra los fotones en coincidencia con el primer detector, que por conservación del momento transversal lineal es posible que sean detectados.

El cristal no lineal utilizado para obtener el proceso de Conversión Paramétrica Descendente,

SPDC, fue de Borato de Bario β , BBO, de un 1mm de ancho, con un ángulo de empatamiento de fase (*phasematching*) de 29.3° . Es colocado en el plano denominado C , El SPDC obtenido es de tipo I, no colineal y de frecuencia degenerada, es decir que la señal y el acompañante tienen la misma frecuencia. Se utilizaron los filtros F , uno de frecuencias pasaltas que tiene una frecuencia de corte en la longitud de onda 488 nm, por lo cual bloquea las frecuencias provenientes del bombeo, también se utilizó otro filtro, el cual se encuentra centrado en la longitud de onda de 810 nm y tiene un ancho de banda de 40 nm. Se utilizaron una serie de sistemas f - f para obtener los diferentes planos de Fourier, en los cuales se pueden detectar los fotones señal y acompañante. Para el $PF1$ se coloca $L5$ la cual tiene una longitud focal de $f = 10\text{cm}$ y un diámetro de 2.54 cm, $L5$ es colocada a 10 cm del plano C y el $PF1$ se encuentra a 10 cm después de la lente.

En la figura 2.3 se muestra un esquema del EA del SPDC, el área de detección del fotón acompañante en el lado derecho del anillo del EA, del lado izquierdo del anillo se muestra el EAC del fotón señal, que da el empatamiento de fase o conservación del momento transversal, lo cual, para el caso de las condiciones de la aproximación de cristal delgado, el EAC coincide con la forma espacial del bombeo. Por último, en este esquema también se muestra el bombeo, el cual se halla en la parte central del anillo del EA.

Como se vió en la sección 1.8 se conoce como Espectro Angular, EA, al cono de distribución de parejas de fotones en el espacio de momentos transversales y que se puede obtener en el $PF1$. Por lo que un conteo de fotones con resolución espacial en el $PF1$ da lugar al EA de las parejas de fotones provenientes del proceso SPDC. El resultado de esta medición está convolucionado con la función de aceptación del detector, es decir con el rango de valores de momentos transversales que pueden ser aceptados por el área de la fibra óptica conectada a un fotodiodo de avalancha de silicio, APD, por sus siglas en Inglés, *Si Avalanche Photodiode*. En este caso el diámetro de la fibra es de $200\ \mu\text{m}$ y puede ser desplazada sobre las direcciones X y Y a través de un motor controlado por computadora que puede tener una resolución mínima de hasta 50 nm por paso y se pueden mover hasta 1.5 cm. La salida del APD se conecta a un equipo de conteo de pulsos estándar para obtener el número de eventos por unidad de tiempo. De ésta manera es posible obtener el EA como se muestra en las figuras 2.4(a) y 2.5(a).

2.2.1. Conteo de fotones con resolución espacial

En esta sección se describe como funciona el sistema de conteo de fotones individuales con resolución espacial. Este sistema consta básicamente de tres partes, la primera que consiste en coleccionar los fotones, la segunda en la cual se genera una señal eléctrica por cada fotón detectado y la tercera que consiste en contabilizar estos pulsos eléctricos por unidad de tiempo. Los fotones son coleccionados mediante fibras ópticas, en el presente trabajo se utilizaron fibras ópticas con núcleos de diámetros de $200\ \mu\text{m}$ y de $50\ \mu\text{m}$, éstas fibras ópticas se encuentran conectadas a un fotodiodo de Avalancha de Silicio (APD por sus siglas en inglés *Avalanche Photodiode Detector*), de tal manera que los fotones acoplados a la fibra se propagan a lo largo de ella hasta llegar al APD para ser detectados. Cada fotón que llega al APD genera un pulso eléctrico de “lógica de transitor a transitor”, TTL, por sus siglas en inglés *Transitor-Transitor Logic*.

Estos pulsos tienen un voltaje máximo de 2.5V y un ancho temporal de 17ns [14]. Los APD son detectores lentos, ya que después de registrar un fotón, requiere un tiempo de 80ns para poder registrar otro. Tienen cuentas llamadas “oscuras” producidas por el ruido de sus circuitos eléctricos internos. Los detectores utilizados en el presente trabajo registraron 350 cuentas/s de cuentas oscuras [14].

Cuentas Simples

Con el sistema de conteo de cuentas simples es posible obtener el Espectro Angular del SPDC, en este caso se requiere un APD para obtener la cuentas simples por unidad de tiempo. El pulso TTL que sale del ADP es invertido, con la finalidad de tener tener una señal negativa que pueda ser procesada por un discriminador más adelante. Posteriormente, la señal pasa por un atenuador de 20DB, lo que da como resultado una señal eléctrica con un voltaje pico de -250mV y un ancho temporal de 17ns. Estas señales pasan por un discriminador, cuya función es eliminar pulsos espurios, los cuales por lo general, tienen voltajes pico mayores a -250mV. En el discriminador se elige un voltaje umbral, V_u , de -180mV, de esta manera, los pulsos que estén por debajo de V_u los deja pasar, si son mayores a V_u los bloquea. El ancho temporal del pulso que deja pasar el discriminador puede ser sintonizado, el cual ha sido seleccionado a 7ns. Los pulsos salientes del discriminador van hacia un contador de pulsos eléctricos que los cuenta dentro de un intervalo de tiempo elegido por el usuario [14].

Cuentas en coincidencia

En esta sección se describe como se cuentan las parejas de fotones, es decir, el número de cuentas de detección simultánea en dos detectores. A esto se le llama fotones en coincidencia y se contabilizan por parejas (cuentas en coincidencia por unidad de tiempo). En este caso se requieren dos detectores APD con sus respectivas fibras ópticas conectadas para coleccionar fotones. De igual manera que en la sección 2.2.1, las señales de salida de los dos APD's son invertidas, atenuadas y pasan por un discriminador. Las señales eléctricas a la salida de los discriminadores son duplicadas por un divisor de voltaje, de esta manera se tienen dos señales para cada APD, una que va hacia el contador de pulsos y otra que va hacia una compuerta lógica AND. La función de la compuerta es generar un pulso si los dos pulsos entrantes llegan al mismo tiempo. El tiempo en el cual los pulsos se pueden traslapar es el doble del ancho temporal de cada uno de ellos, esto es, 14ns, al cual se le llama *ventana de coincidencias*. El pulso generado por la compuerta lógica es canalizado hacia un tercer contador de pulsos que cuenta en un intervalo de tiempo elegido por el usuario, el cual da el conteo de coincidencias por unidad de tiempo. Aquí es importante que las longitudes de los cables coaxiales que conectan APD, discriminadores, compuerta AND y contadores y de las fibras ópticas sean las mismas para cada detector, para que sea posible el conteo simultáneo de los pulsos eléctricos [14].

En el EA del SPDC se encuentran distribuidos el fotón señal y el fotón acompañante en posiciones opuestas, por lo que una pareja de estos fotones puede ser detectada en coincidencia con dos detectores colocados en el plano $PF1$, uno para cada fotón. De ésta manera, se puede obtener el Espectro Angular Condicional, EAC, correspondiente a la Ec. (1.82) cuando se deja

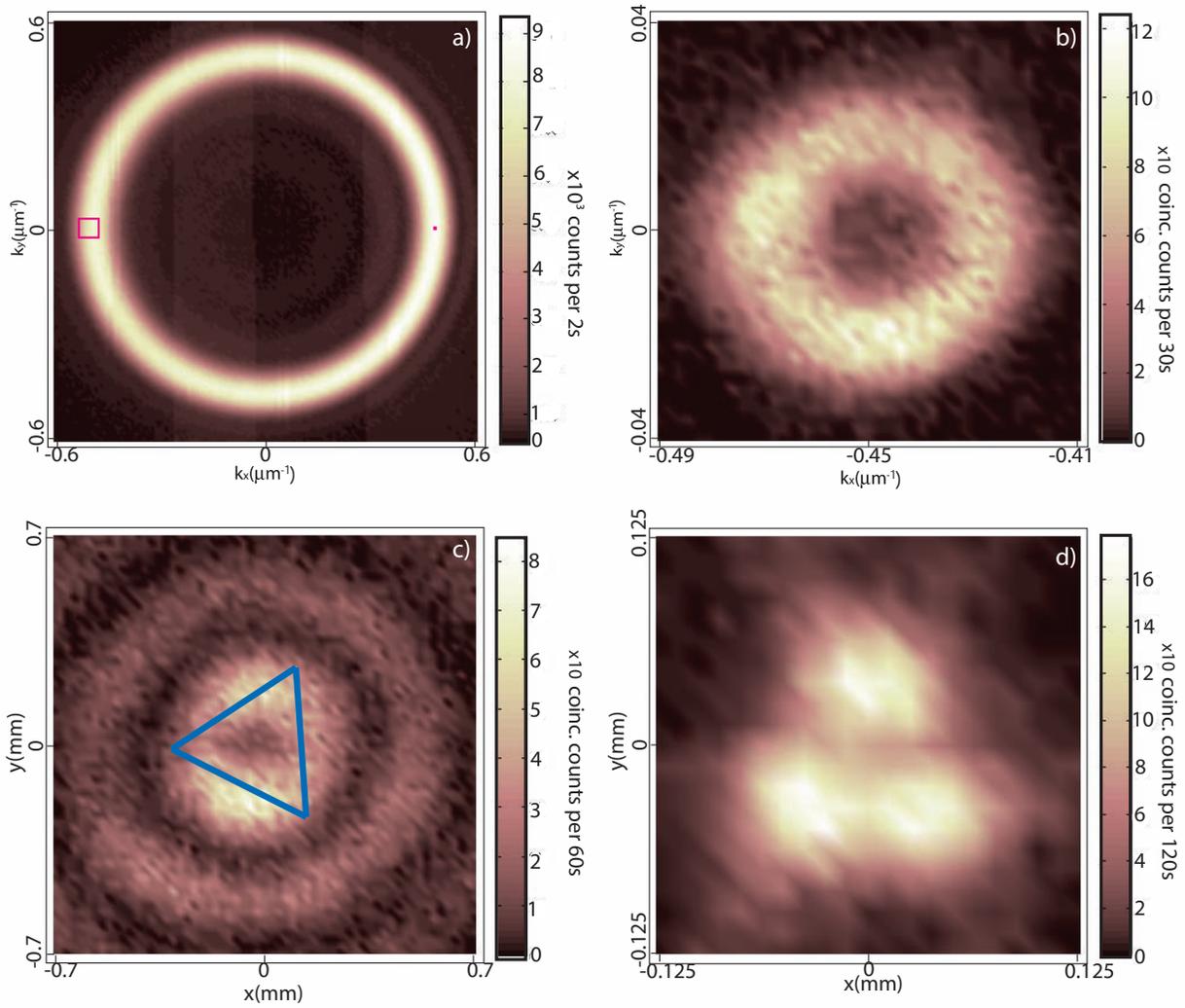


Figura 2.4: SPDC con bombeo haz Bessel-Gauss de orden 1. En a) se muestra el Espectro angular del SPDC, en b) el Espectro Angular Condicional, en c) la Intensidad Transversal del Fotón Anunciado y finalmente en d) el patrón de difracción a través de una abertura triangular.

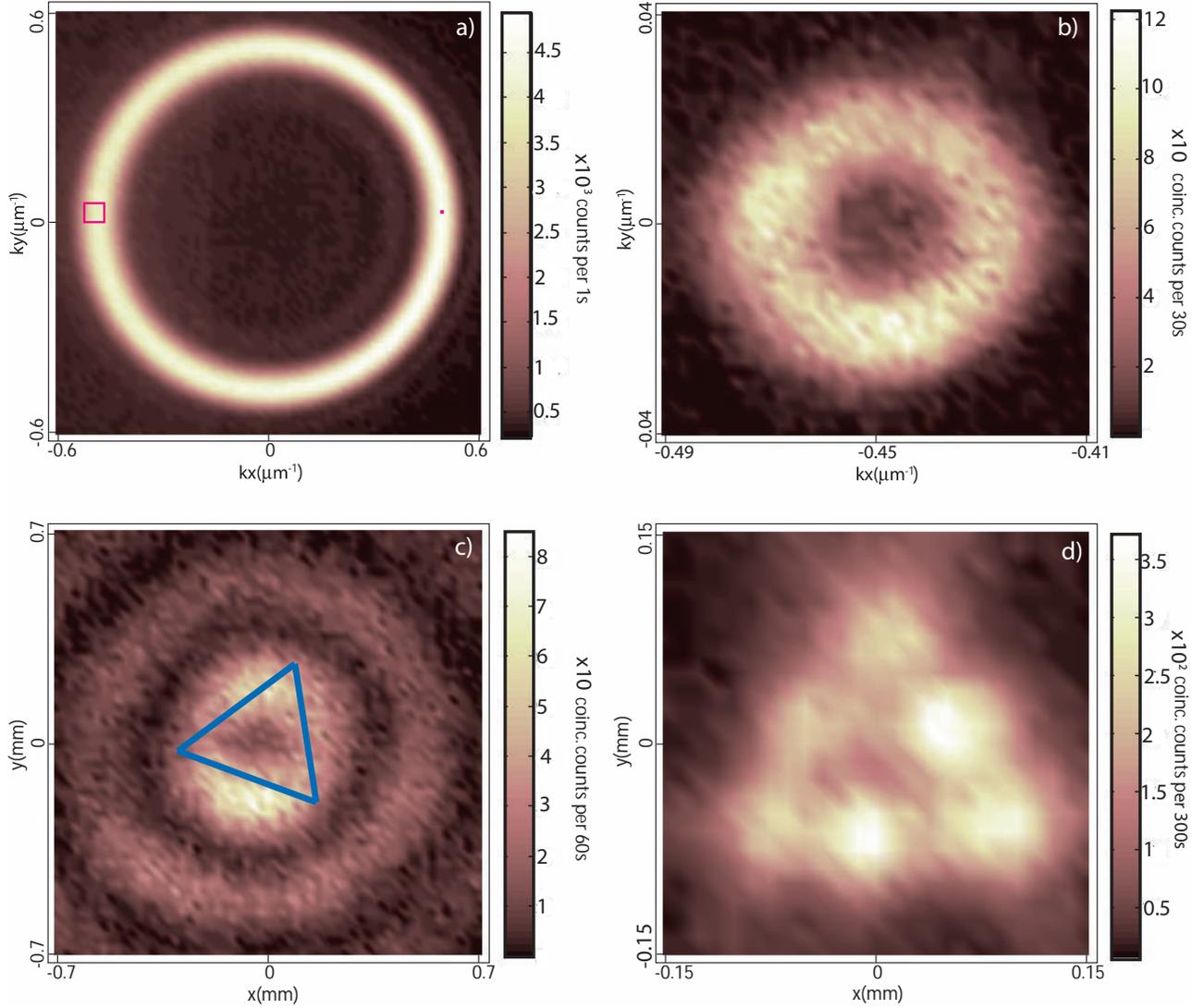


Figura 2.5: SPDC con bombeo haz Bessel-Gauss de orden 2. En a) se muestra el Espectro angular del SPDC, en b) el Espectro Angular Condicional, en c) la Intensidad Transversal del Fotón Anunciado y finalmente en d) el patrón de difracción a través de una abertura triangular. El número de puntos brillantes de la red triangular contiene información del valor del momento angular m , lo cual comprueba que a nivel de un sólo fotón el MAO es transferido.

fijo un detector en el fotón acompañante y con otro detector colocado en la posición opuesta del EA del SPDC se escanea un área, el resultado de ésta medición es el EAC del fotón señal convolucionado con la función de aceptación angular, $g_\mu(\vec{k}_s - \vec{k}_{s0})$, de la fibra óptica que escanea el área para la detección.

Las figuras 2.4(b) y 2.5(b) muestran la medición del EAC del fotón señal condicionado a la detección del fotón acompañante y con valor de momento transversal condicionado por la posición del detector del fotón acompañante. En el lado derecho de las figuras 2.4(a) y 2.5(a) se indica la posición del detector del fotón acompañante, indicada con un punto de color rojo.

La posición indicada corresponde a $k_{iy0}^\perp = 0$ y k_{ix0}^\perp corresponde a la posición con el máximo de cuentas del EA. El área escaneada para obtener el EAC se muestra también en las figuras 2.4(a) y 2.5(a) en el recuadro de color rojo del lado izquierdo del anillo del EA. La fibra que escanea dicha área tiene un diámetro de $200 \mu m$ y es multimodal con una función de aceptación $g(\vec{k}_i - \vec{k}_{i0})$, referida en la Ec. 1.74. La detección de diversos modos transversales da como resultado la suma incoherente sobre la variable de los momentos transversales del fotón acompañante de la Ec. 1.74. Las figuras 2.4(b) y 2.5(b) son gráficas del número de cuentas en coincidencia de los fotones señal y acompañante como función de la posición de la punta de fibra, es decir, del valor del momento transversal, ya que esta medición se obtiene en el espacio de Fourier. Esta gráfica muestra una estructura de anillo, si el detector fuera ideal, es decir, unidimensional, la estructura transversal del EAC sería un anillo idéntico al EA del bombeo, tal como lo indica la Ec. 1.76, sin embargo el ancho que presenta el EAC se debe a que las fibras ópticas, tanto la que condiciona como la que escanea tienen un ancho determinado, lo que da como resultado un ancho debido a la convolución de las funciones de aceptación de los detectores en el EAC.

Además del espectro angular condicional del fotón señal, es importante caracterizar la estructura espacial del fotón señal a través de la intensidad transversal de un sólo fotón, ITSF, $\tilde{n}(\rho_s^\perp)$, de la Ec. 1.82. Para obtener ésta medición, se requiere otro sistema f - f , específicamente se coloca la lente $L6$, la cual tiene $f = 15cm$ y un diámetro de dos pulgadas, es decir, de 5.08 cm a 15 cm del $PF1$, de ésta manera, a 15 cm de $L6$ se define otro plano de Fourier, que en este caso corresponde a un plano imagen y no de momentos. Este plano se etiqueta como $PF2$. El tamaño del diámetro de $L6$ permite reducir las pérdidas de los vectores de onda debido a la abertura de la lente. Para este propósito se mantiene la fibra fija en el $PF1$, y se escanea en el $PF2$ con una fibra de diámetro de $50 \mu m$ en lugar de la de $200 \mu m$, esto con la finalidad de tener una mejor resolución espacial y se monitorean las cuentas en coincidencia entre el detector del modo señal y el detector del modo acompañante. Las cuentas en coincidencia entre los fotones en el modo acompañante colectados en el $PF1$ y los fotones en el modo señal colectados en el $PF2$ como función de la posición de la fibra del modo señal constituye la medición de la intensidad transversal anunciada en el modo señal (convolucionada con la aceptación angular de los detectores) como función de la posición transversal en lugar de los momentos.

También se requiere verificar la transferencia del MAO al fotón individual anunciado, para lo cual se colocó una abertura, AT , en forma de triángulo equilátero de $500 \mu m$ por lado en el $PF2$. La orientación y dimensiones de ésta AT se indican con color azul en las figuras 2.4(c) y 2.5(c). El fotón individual en el modo señal es difractado por esta abertura para obtener su patrón de difracción en campo lejano, se coloca la lente $L7$, con $f = 3cm$, a 3 cm del $PF2$, con lo cual, a 3 cm de $L7$ queda definido el tercer plano de Fourier, $PF3$. Para esta medición, nuevamente se mantiene la fibra fija en el modo acompañante en el $PF1$, y se escanea con una fibra de $50 \mu m$ en el modo señal en el $PF3$ como función de la posición transversal, de esta manera se monitorean las cuentas en coincidencia entre los dos detectores. El resultado, es decir, las cuentas en coincidencia entre los fotones en el modo acompañante colectados en el $PF1$ y los fotones en el modo señal colectados en el $PF3$ como función de la posición de la fibra en el modo acompañante constituye lo que se llama el patrón de difracción en campo lejano de

la intensidad transversal anunciada en el modo señal, ver figuras 2.4(d) y 2.5(d). El resultado de tres máximos intensos, similar al patrón de difracción obtenido para el bombeo, es una clara afirmación de que el fotón individual anunciado tiene MAO, con $m = 1$, tal como el bombeo, es decir, heredó el valor del MAO.

Este experimento se llevó a cabo para dos tipos de bombeo, BG-1 y BG-2, la figura 2.5 es similar a la figura 2.4 pero para un haz de bombeo BG-2, en este caso se observan seis máximos intensos en el patrón de difracción de campo lejano, en la figura 2.5(d) ya que el valor del MAO corresponde a $m = 2$.

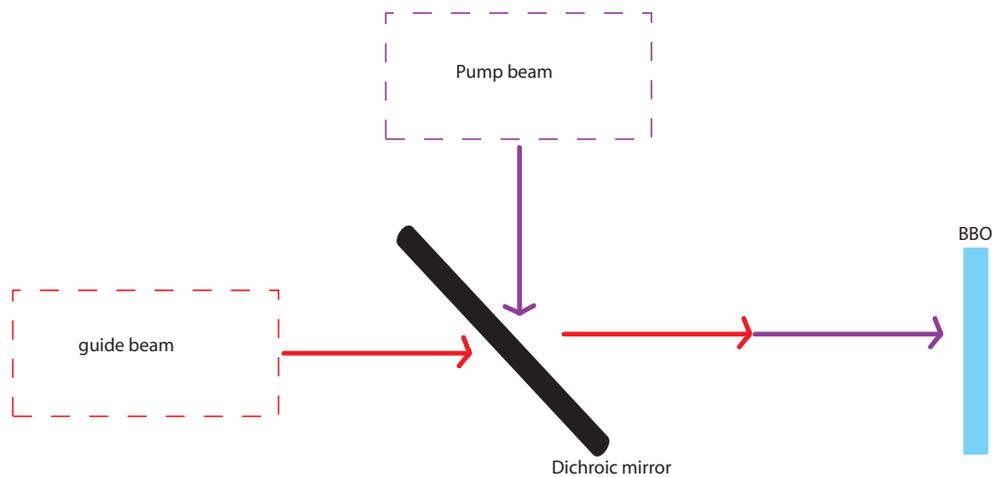


Figura 2.6: Espejo dicróico que refleja el haz de bombeo de longitud de onda central de 406.7 nm y transmite el haz guía de 785 nm de longitud de onda central. Se colocan sobre el mismo camino óptico antes de incidir sobre el cristal BBO

En el arreglo experimental fue necesario introducir un haz guía, figura 2.6, para marcar la posición de los fotones y colocar en la posición correcta la abertura triangular. El haz guía corresponde a un diodo láser con longitud de onda central de 785 nm. Este haz pasa por una serie de elementos ópticos iguales a los del bombeo y se introduce en el mismo camino óptico que lleva el haz de bombeo justo antes de incidir sobre el cristal. De esta manera tomando datos de los fotones en cuentas simples en el plano $PF2$ con la ayuda de una cámara CCD se coloca el haz guía sobre su posición, es decir se marca la posición en donde se encuentra la singularidad o vórtice de los fotones en cuentas simples.

En la figura 2.7(a) se muestra la distancia de propagación, Z_{max} , del haz de bombeo BG-1 y en 2.7(b) se muestra la distancia de propagación del haz BG-2. Para obtener estas gráficas, se tomaron los datos de la intensidad transversal a diferentes planos a lo largo de la dirección de propagación de los haces BG con un cámara CCD, cada 2.5cm se obtuvo una imagen de la intensidad transversal del campo eléctrico. Las imágenes obtenidas son un arreglo de 1280x1024 pixeles con valores para la intensidad entre 0 y 255. Se seleccionaron las coordenadas del centro de la singularidad del haz BG, es decir, del punto de mínima intensidad como referencia para graficar las intensidades a diferentes planos de propagación. La gráfica 2.7 muestra como cambia la intensidad a lo largo del eje y con la distancia de propagación. Las imágenes obtenidas para

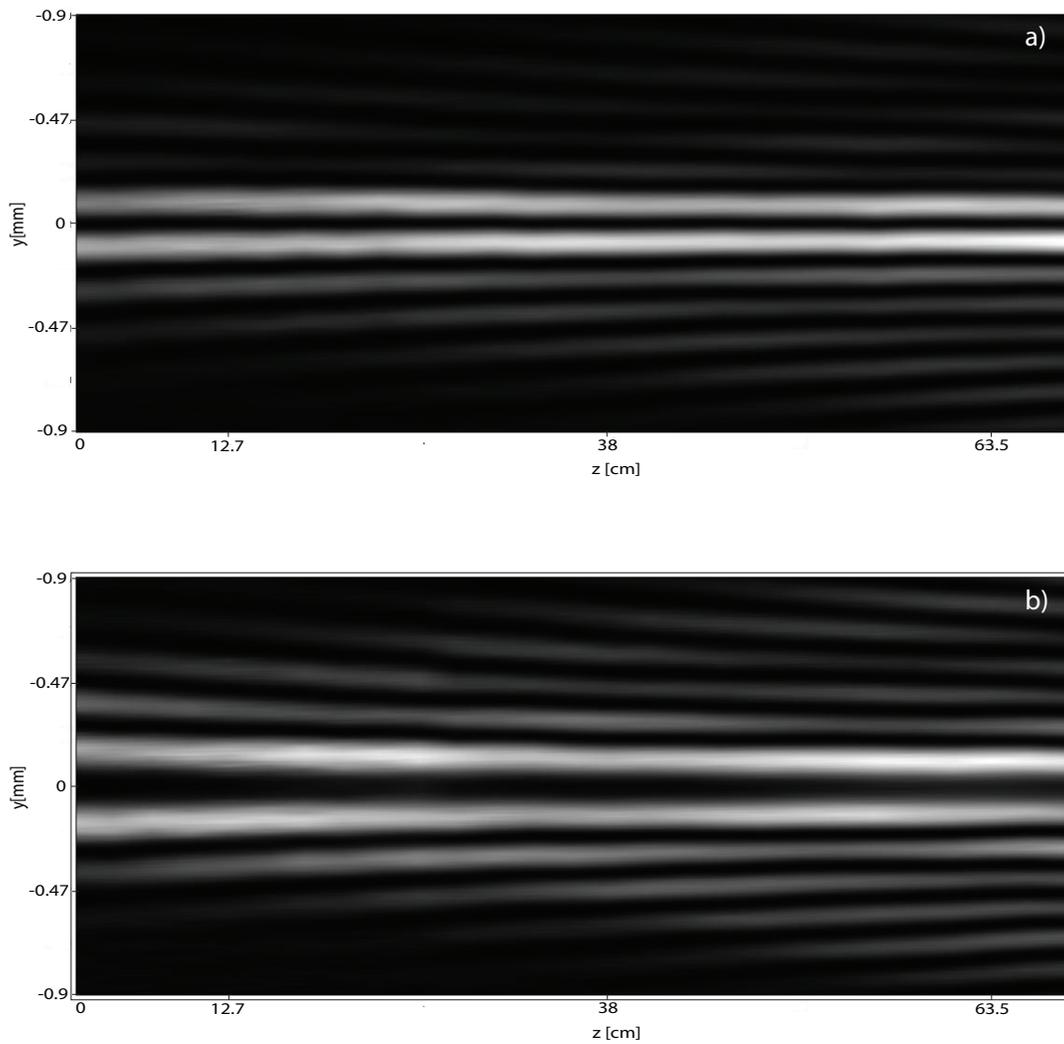


Figura 2.7: Propagación de los haces de bombeo. En a) la propagación del haz Bessel-Gauss de orden uno y en b) propagación del haz Bessel-Gauss de orden dos

planos mayores a los 65cm de propagación presentan deformaciones del haz, lo cual es una muestra de que para esas distancias los haces BG comienzan a difractarse perdiendo la forma de su estructura inicial, tal como puede observarse en la figura 2.8. Los datos utilizados en las figuras 2.7 corresponden a distancias donde está bien definida la estructura del haz BG, es decir, en donde se podía observar la singularidad central seguida por una serie de anillos sin deformación.

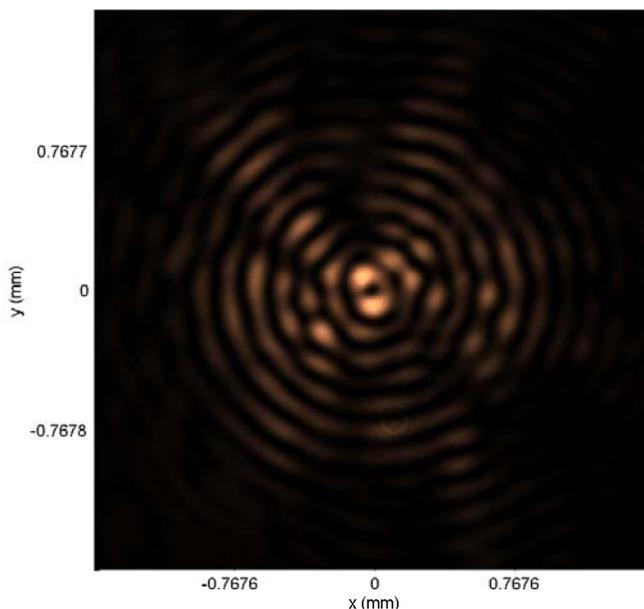


Figura 2.8: Haz BG-1 propagado 67.5cm en donde se observa deformado

En la figura 2.7 se puede observar que la singularidad central del haz BG-2 tiene un diámetro mayor que el diámetro de la singularidad del haz BG-1. Estas graficas muestran la distancia a la cual los haces permanecen invariantes en la intensidad de su estructura transversal, la cual es aproximadamente de 65 cm. Los haces Bessel ideales son un concepto teórico y se caracterizan por presentar invariancia ante la propagación infinita. En cambio, los haces de laboratorio Bessel-Gauss, son capaces de propagarse sin difractarse una distancia finita, Z_{max} . En el caso de los haces que se usaron como bombeos para generar parejas de fotones con MAO, estos fueron preparados con una lente cónica axicón. Cuando un haz Gaussiano pasa a través de un axicón, se refracta y después las ondas refractadas interfieren entre sí a lo largo de la distancia Z_{max} , para dar lugar al haz Bessel-Gauss. La distancia Z_{max} es modificada por el telescopio formado por las lentes $L3$ y $L4$ multiplicandola por el factor de amplificación al cuadrado, $Z_{max} = \left(\frac{f_4}{f_3}\right)^2 \times \frac{2\pi W_0}{\lambda k_{tp}}$. Para obtener las gráficas de la figura 2.7 la serie de datos a diferentes planos separados cada 2.5 cm, se obtuvieron después del telescopio formado por la lentes $L3$ y $L4$.

La invarianza ante la propagación sobre la distancia Z_{max} también es heredada a los fotones

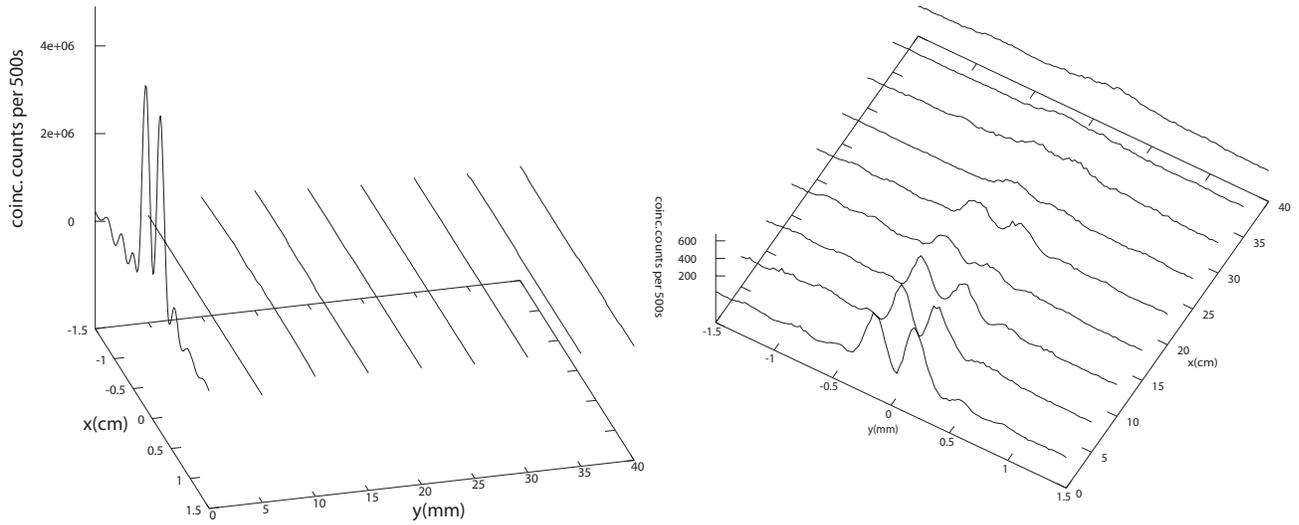


Figura 2.9: Propagación de la estructura espacial en cuentas simples y propagación de la estructura espacial del fotón individual anunciado de cuentas en coincidencia. Se muestran las cuentas registradas a lo largo del eje y y se observa como a diferentes distancias a lo largo del eje z la estructura del haz Bessel-Gauss se preserva para el caso de las cuentas en coincidencia.

en coincidencia, es decir, que es posible observar la propagación durante una distancia correspondiente a Z_{max} para el fotón individual en el modo señal cuando es detectado por el fotón acompañante, como se muestra en la figura 2.9, en donde se muestra del lado derecho la propagación a lo largo del eje z de la cuentas en coincidencia. Para obtener está gráfica, se fijó uno de los detectores en el plano $PF1$, con lo cual quedó condicionado un valor fijo del vector de onda transversal, el segundo detector hizo varios escaneos en diferentes planos perpendiculares a la dirección de propagación, z , a lo largo del eje y para cada plano y centrado en el punto de mínima intensidad, el cual es conocido debido a la medición de la Intensidad Transversal del Fotón Anunciado de la figura 2.4(c). El plano cero corresponde al plano $PF2$, cada 5cm después de este plano se realizó un escaneo a lo largo del eje y manteniendo el detector fijo en el plano $PF1$ para obtener la cuentas en coincidencia, de esta manera se obtuvo la estructura de la Intensidad Transversal a lo largo del eje y . Se observa que la estructura, que corresponde a un mínimo para la singularidad y dos máximos a los lados del mínimo que corresponden al primer anillo se preserva hasta 30cm de propagación, existe una disminución en las cuentas, pero la estructura se preserva.

La distancia de propagación Z_{max} , en la cual la intensidad transversal del fotón individual permanece sin alterarse, está dada por $Z_{max} = W_0 k_s / k^\perp$, donde k_s corresponde al número de onda del modo señal y k^\perp corresponde al módulo del vector de onda transversal de la pareja de fotones.

En la figura 2.9 se muestra también la propagación a lo largo del eje z de la cuentas simples. En el plano $PF2$ el detector en el modo señal registra las cuentas simples a lo largo del eje y . Se observa que la forma y el número de cuentas decae totalmente, por lo que en este caso no es

posible observar que se preserve la estructura de la Intesidad transversal a diferencia del caso para las cuentas en coincidencia en donde la estructura de la intensidad se preserva.

2.3. Conclusiones

En este capítulo se presentó un experimento de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea, SPDC, en donde se bombeó el cristal no líneal con un haz Bessel-Gauss de orden superior y que por tanto tiene Momento Angular Orbital, MAO, con valores de $m = 1$ y $m = 2$. El experimento se llevó a cabo en la aproximación de *crystal delgado*, en donde las propiedades del bombeo son transferidas al fotón individual anunciado, en el modo señal cuando es detectado por su correspondiente fotón acompañante. Esta transferencia se verificó experimentalmente a través de las siguientes mediciones para el fotón individual anunciado: el Espectro Angular Condicional, EAC, la Intensidad Transversal, y el patrón de difracción en campo lejano a través de una apertura triangular. Lo que se observa en estas mediciones es que corresponden a lo que se observa en las mediciones hechas para el haz de bombeo. En particular el patrón de difracción observado para el caso de los fotones es una confirmación de la transferencia de MAO, heredada del haz de bombeo. Con lo cual, este experimento es una propuesta para generar estados de dos fotones con MAO sin hacer modificaciones posteriores a la generación, con lo cual es posible tener fuentes de fotones con MAO más brillantes, es decir, con una eficiencia de conversión mayor comparada con las fuentes que generan el MAO postgeneración al proceso SPDC.

Capítulo 3

Efectos de la longitud del cristal en la generación de parejas de fotones por el proceso de SPDC

En este capítulo se presenta la generación de parejas de fotones mediante el proceso de SPDC con un haz de bombeo BG-0 (Bessel-Gauss de orden cero). En particular se hace un análisis detallado del proceso fuera de la aproximación de cristal delgado, con el objetivo de estudiar los efectos que tiene la longitud del cristal en las propiedades de las parejas de fotones. Además este análisis se presenta en comparación con otros dos procesos de generación, uno de los cuales está dentro de la región de cristal delgado y otro más que se aproxima al límite de la validez de esta región. El efecto de pasar de la aproximación de cristal delgado a otra donde ya no es válido, se hace mediante la variación de la extensión angular del haz de bombeo BG-0. De esta manera se muestra que cuando la extensión angular del haz de bombeo es considerable, la función $\mathcal{L}(\cdot)$ de la Ec. 1.68 recorta el EA del bombeo, $S_p(\cdot)$ ², en función del ángulo azimutal, lo que da lugar a un espectro angular de los fotones asimétrico y la distribución de parejas de fotones es distinguible. Este estudio muestra que las parejas de fotones pueden ser emitidas con una asimetría angular fácilmente controlada que depende de la variable k_{tp} . Esta asimetría, en el régimen no paraxial para el bombeo, lleva a la generación de fotones anunciados, los cuales pueden ser descritos por la superposición de modos estacionarios Bessel de diferentes órdenes, que dependen del ángulo azimutal de detección.

En este capítulo se hace un análisis de los anchos de las funciones $\mathcal{L}(\cdot)$ y $S_p(\cdot)$ ², ya que el EAC y el fotón individual anunciado dependen de su producto. Para el análisis se presentan tres casos de generación con diferentes tipos de bombeos, el objetivo es comparar el caso de un bombeo con un valor de k_{tp} pequeña, es decir, que cumpla la condición de paraxialidad 1.71, un caso intermedio y otro caso de bombeo con un valor de k_{tp} grande, fuera de la región paraxial. Este tipo de análisis se hace con el objetivo de conocer como influye la longitud del cristal sobre la generación de parejas de fotones. La función $\mathcal{L}(\cdot)$ depende de la longitud del cristal. En un sentido literal, se podría hacer dicho análisis utilizando diferentes cristales con diferentes longitudes, sin embargo eso es poco práctico en el sentido experimental, así que lo que se modifica por practicidad es el bombeo, es por eso que se usan tres diferentes valores del

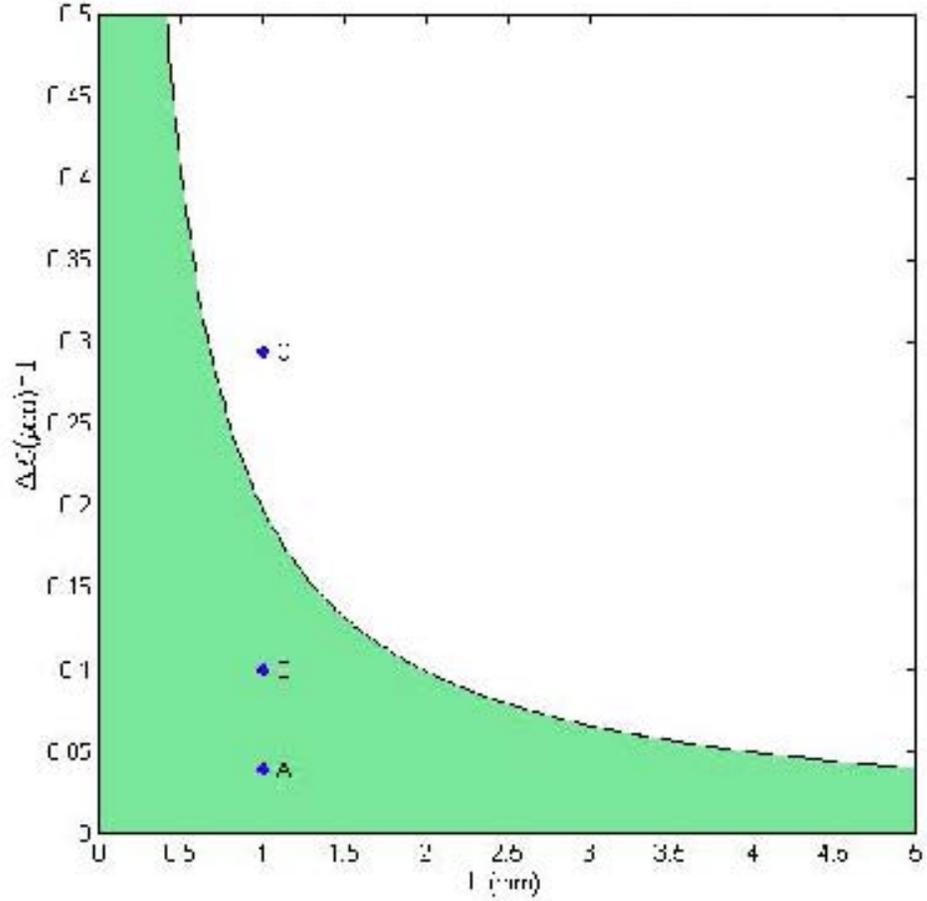


Figura 3.1: Gráfica en la que se muestra el ancho de la función $\mathcal{L}(\cdot)$, medido en unidades de vectores de onda transversales, en función de la longitud del cristal. Se compara tres casos de k_{tp} del haz de bombeo, ya que el ancho de la función $|S_p(\cdot)|^2$ corresponde al valor $2k_{tp}$

vector de onda transversal para bombeos BG-0. Esto es posible ya que en un sentido estricto, lo que se busca es comparar los anchos de las funciones $\mathcal{L}(\cdot)$ y $|S_p(\cdot)|^2$, que determinan el estado de las parejas de fotones según la sección 1.64, de tal manera que se logren encontrar las condiciones experimentales que permitan comparar los anchos de la funciones y posteriormente lograr que la función $|S_p(\cdot)|^2$ tenga un ancho mayor a la función $\mathcal{L}(\cdot)$, ya que en este caso, la función del EA del bombeo se verá recortado por la función $\mathcal{L}(\cdot)$, lo que se puede traducir en que la longitud del cristal influye fuertemente en la generación de parejas de fotones en el proceso SPDC.

En la gráfica 3.1 se muestran la dependencia¹ del ancho de la función $\mathcal{L}(\cdot)$ en función de la longitud del cristal L . Para un valor específico de, L , la función $\mathcal{L}(\cdot)$ adquiere un ancho, si el ancho de la función del EA del bombeo es menor a dicho ancho, entonces la función $\mathcal{L}(\cdot)$ adquiere el valor de la unidad en el producto y tanto el EAC como el fotón individual anunciado estarán completamente influenciados por las propiedades del haz de bombeo. Es por eso que se considera *Aproximación de cristal delgado* a los valores del ancho de $S_p(\cdot)$ ² que se encuentren por debajo de la curva de la gráfica 3.1, ya que el Espectro Angular del bombeo no es modificado por la función que depende de la longitud del cristal.

Para el caso de los haces de bombeo del tipo BG, el ancho de su EA está dado por el diámetro del anillo formado en el espacio de Fourier, es decir por el valor de $2k_{tp}$.

En el presente trabajo se utilizó un cristal con una longitud de $L = 1mm$, por lo que según la figura 3.1 el ancho de la función, $\mathcal{L}(\cdot)$, es $\Delta_{\mathcal{L}} \approx 0.2\mu m^{-1}$. En dicha gráfica también se representan los tres diferentes casos que se abordan en el presente capítulo. Se empleó un bombeo BG-0 con un valor del vector de onda transversal de $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$, representado en la figura 3.1 con la etiqueta *A*. Se utilizó un segundo bombeo BG-0 con valor del vector de onda transversal de $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$, representado con la etiqueta *B* y un tercero representado con la etiqueta *C* con un valor del vector de onda transversal de $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$. Cada uno de estos bombeos es colocado en la gráfica con el valor de su ancho, es decir con el valor de $2k_{tp}$, con la finalidad de poder comparar sus anchos con el ancho de la función $\mathcal{L}(\cdot)$ para un cristal con una longitud de $L = 1mm$. El caso *A* queda completamente dentro de la curva, lo que indica que su ancho es mucho más pequeño que el ancho $\Delta_{\mathcal{L}} \approx 0.2\mu m^{-1}$, y por lo tanto este caso corresponde a la región de cristal delgado. El caso *B* también queda por debajo de la curva, lo que indica que el EA del bombeo tampoco es afectado por la función $\mathcal{L}(\cdot)$. El ancho correspondiente al caso *C* es $2k_{tp} \approx 0.294\mu m^{-1}$ el cual es muy cercano a $\Delta_{\mathcal{L}} \approx 0.2\mu m^{-1}$, lo cual indica que el EA del bombeo, $S_p(\cdot)$ ², es recortado en una proporción de $\Delta_{\mathcal{L}}/2k_{tp} \approx 0.68$ aproximadamente. Este caso sale fuera de la región de cristal delgado y los efectos de la longitud del cristal juegan un papel fundamental en la generación de las parejas de fotones con características que se irán describiendo a lo largo del capítulo.

En la primera columna de la figura 3.2 se muestra el ancho, $\Delta_{\mathcal{L}}$, de la función $\mathcal{L}(\cdot)$, en la segunda columna aparece el EA del bombeo, $S_p(\cdot)$ ², y en la tercera columna el EAC producto de estas dos funciones. El primer renglón con paneles a, b y c son para el caso de $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$. En la figura 3.2(a) se puede apreciar que el ancho, $\Delta_{\mathcal{L}}$, de la función $\mathcal{L}(\cdot)$ es mucho más grande que el valor $2k_{tp}$, por lo que la multiplicación de estas dos funciones da como resultado el EAC mostrado en 3.2(c). Para el caso intermedio, donde el vector de onda transversal es $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$, la figura 3.2(d) muestra que también el ancho $2k_{tp}$ cabe dentro del ancho $\Delta_{\mathcal{L}}$ y que el EAC también es como el EA del bombeo. Sin embargo, para el caso de $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$, se observa en la figura 3.2(g) que el ancho $\Delta_{\mathcal{L}}$ de $\mathcal{L}(\cdot)$ es menor al ancho $2k_{tp}$, lo que da como resultado en la multiplicación de estas funciones un EA del bombeo recortado 3.2(h), este resultado se puede observar en la figura 3.2(i). En las siguientes secciones se presenta el desarrollo experimental para obtener los tres casos de bombeos y los resultados

¹La dependencia viene del factor $\text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k \cdot L/2}{2}\right)$

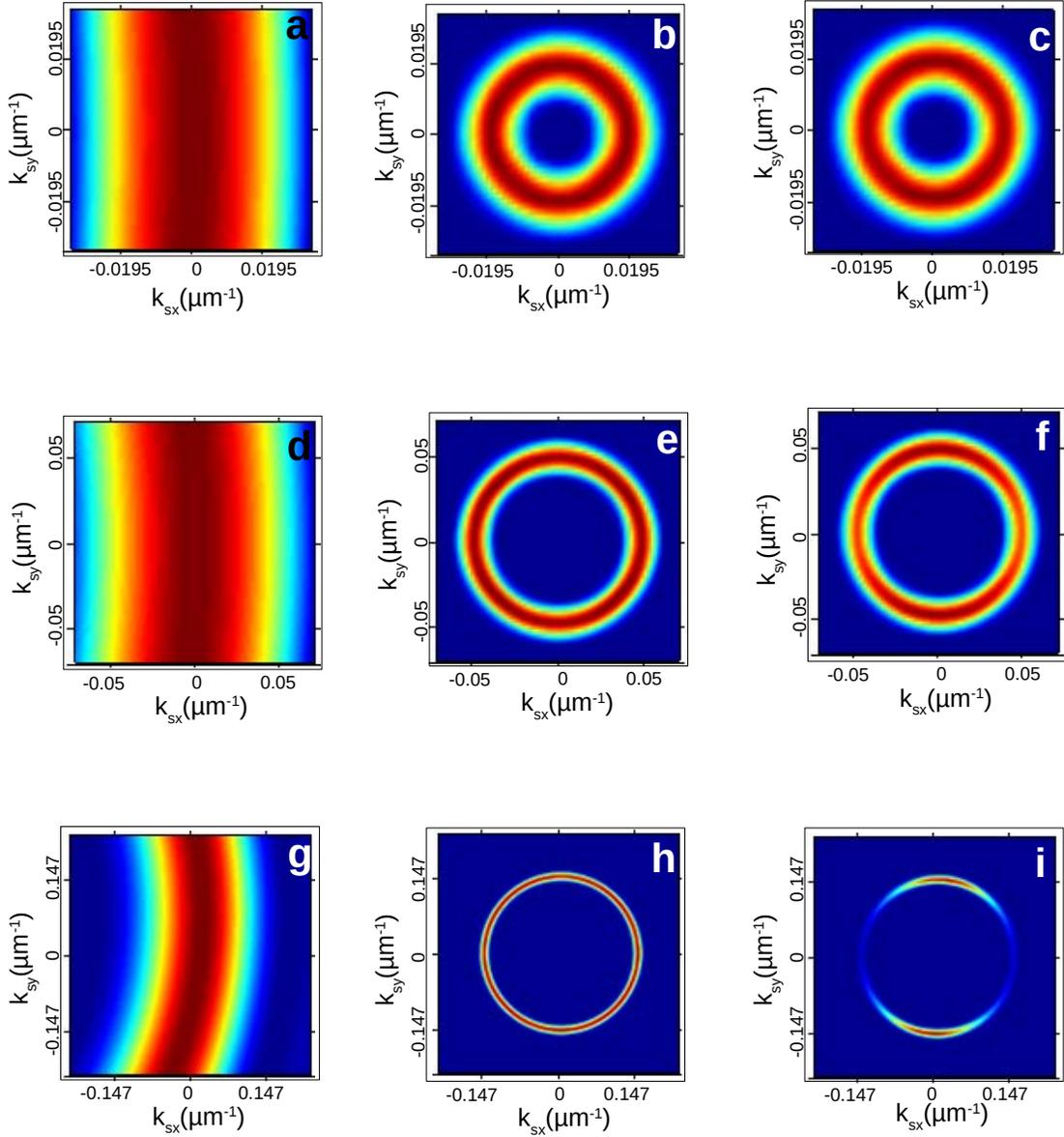


Figura 3.2: En la primera columna se muestra la función de phasematching longitudinal $\mathcal{L}(\cdot)$, en la segunda columna el EA del bombeo y en la tercera columna el producto de ambas funciones, para los valores respectivos $k_{tp} = 0.0195\mu\text{m}^{-1}$, $k_{tp} = 0.05\mu\text{m}^{-1}$ y $k_{tp} = 0.147\mu\text{m}^{-1}$ respectivamente.

obtenidos del análisis del caso fuera de la región de cristal delgado.

3.1. Desarrollo experimental

El desarrollo experimental del presente capítulo es muy parecido al del capítulo 2, salvo que en este caso lo haces BG son de orden cero. El proceso SPDC es de tipo-I de frecuencia degenerada, obtenido con un cristal no lineal β -borato de barim (BBO), con una longitud $L = 1mm$ y un ángulo de phasematching de $\theta_{pm} = 29.3^\circ$.

La preparación del bombeo se esquematiza en la figura 3.3. Un haz proveniente de un diodo láser, LD, con longitud de onda centrada en $\lambda_p = 406.7nm$ y con una potencia de salida de aproximadamente 70 mW es transmitido por el telescopio uno, T1, conformado por las lentes L1 y L2, con longitudes focales $f_1 = 5cm$ y $f_2 = 50cm$, lo que un factor de magnificación de $10\times$. El haz magnificado fue transmitido por un axicón (A), el cual tiene un ángulo de apertura de 1° ó 2° , según la configuración utilizada para cada tipo de bombeo. Para los bombeos BG-0 con $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$ y $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$ se utilizó el axicón con ángulo de apertura de 1° y para el bombeo BG-0 con $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$ se utilizó un axicón con ángulo de apertura de 2° . Se requieren dos axicones diferentes para poder cambiar el valor de k_{tp} . Después del axicón se elige un plano transversal en donde se pueda observar la intensidad transversal del BG-0. La estructura de intensidad máxima central seguida por una serie de anillos del haz BG-0 cambia con la distancia de propagación, es por eso que la estructura de la intensidad transversal es observada con una cámara CCD y se elige un plano en donde ésta se encuentre bien definida la estructura transversal de la intensidad del campo eléctrico. La distancia correspondiente a dicho plano corresponde a 24cm para los bombeos BG-0 de $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$ y $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$ y 4.5cm para el bombeo BG-0 de $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$. De esta manera se elige el plano transversal del BG-0 que será magnificado por el telescopio, T2, compuesto por las lentes L3 y L4, las cuales tienen una longitud focal de $f_3 = 10cm$ y $f_4 = 30cm$ para el bombeo BG-0 con $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$ y $f_3 = 10cm$ y $f_4 = 15cm$ para los bombeos BG-0 con $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$ y $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$.

A la salida de la lente L4 se coloca el cristal no lineal BBO. Para obtener un proceso SPDC no colineal de frecuencia degenerada centrada en 814nm, se utilizan los filtros F1 y F2 seguidos del cristal. Uno de frecuencias pasa-altas que tiene una frecuencia de corte en la longitud de onda 488 nm, por lo cual se bloquean las frecuencias provenientes del bombeo, y otro que se encuentra centrado en la longitud de onda de 810 nm y tiene un ancho de banda de 10 nm. Los fotones señal y acompañante son transmitidos a través de la lente L5, la cual tiene una longitud focal de $f_5 = 5cm$, la cual se coloca a una distancia f_5 desde el cristal y define un plano de Fourier, PF, a una distancia también f_5 desde la lente L5.

En el plano PF se hacen mediciones en coincidencia, con dos canales de detección, y también se hacen mediciones en cuentas simples, con un sólo canal de detección. Cada punto en el plano PF corresponde a un valor del vector de onda, por lo que es posible registrar las cuentas en coincidencia de las parejas de fotones y obtener mediciones de la función de amplitud conjunta $F(\vec{k}_s, \vec{k}_i)$ de la sección 1.5.1, como función de dos de sus cuatro variables del vector de

²Axicón casi plano ya que tiene un ángulo complementario de 179°

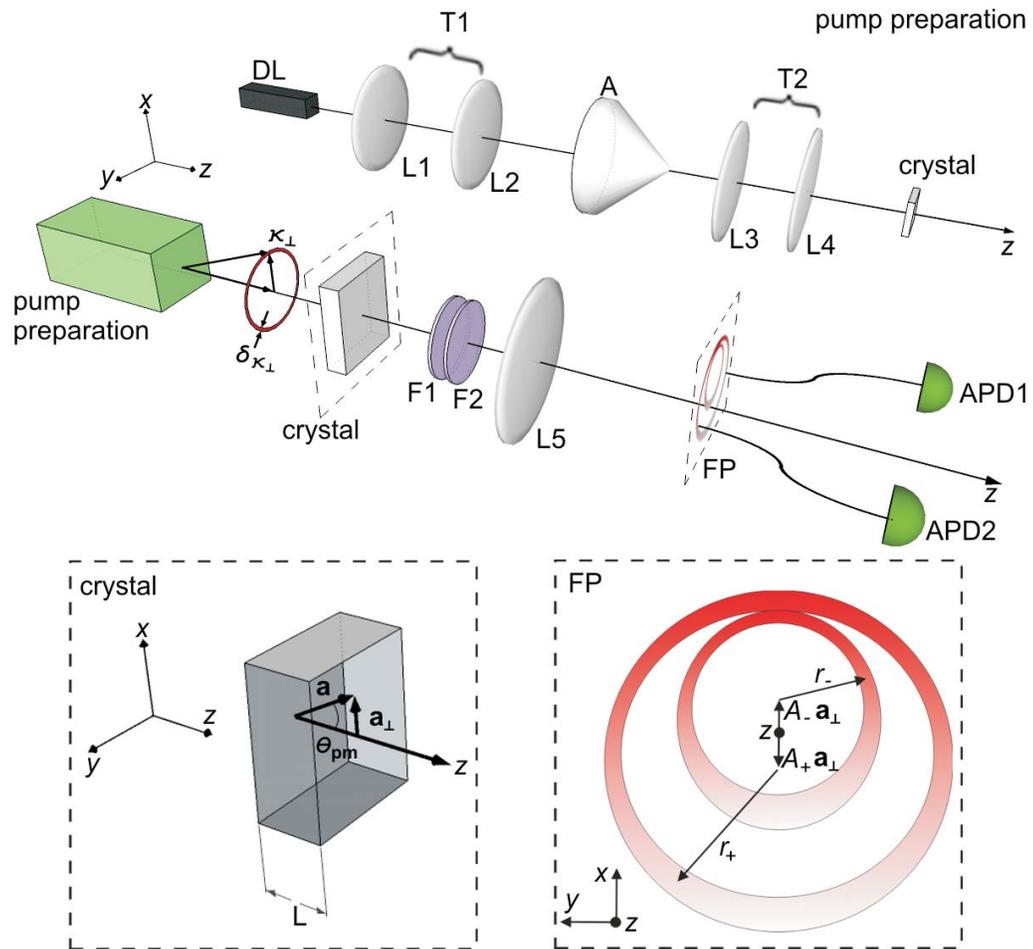


Figura 3.3: Arreglo experimental. Preparación del haz de bombeo, un haz BG-0, generación de parejas de fotones y el plano, PF, en donde se obtuvieron las mediciones. El recuadro izquierdo es una representación esquemática del cristal no lineal que indica la orientación del eje óptico. El recuadro derecho es una representación esquemática del EA del proceso SPDC en el plano de Fourier.

onda transversal, ya que dos se mantienen constantes. En este experimento también se obtiene el EA del proceso SPDC, es decir, la distribución de vectores de onda transversales de las parejas de fotones, a través del monitoreo y registro de cuentas por unidad de tiempo como función de la posición para un sólo detector. Otra medición obtenida en este experimento es el EAC de la Ec. (1.82) cuando se deja fijo un detector en el fotón acompañante y otro registran las cuentas en coincidencia por unidad de tiempo en un área que se encuentra en la posición diametralmente opuesta al detector fijo.

3.2. Espectro Angular del SPDC no paraxial

La estructura espacial del SPDC es resultado de una superposición de las contribuciones del estado de dos fotones provenientes de un vector de onda del bombeo, que aunque incide de manera simétrica sobre la superficie frontal del cristal no se distribuye de manera simétrica al eje óptico del cristal. Esta anisotropía presenta una estructura que no se encuentra centrada en el origen, es decir, sobre la propagación del bombeo, sino que se encuentra desplazada a lo largo de la dirección del eje óptico. Este desplazamiento es cero para el caso de un bombeo con haces Gaussianos. El espectro angular generado por un bombeo de un haz Bessel-Gauss que se encuentra fuera del régimen paraxial se compone de dos conos no concéntricos de diferente radio. La estructura transversal de estos conos es casi circular. Los radios y los centros del EA del SPDC están tienen una expresión analítica que se deriva en los trabajos [21, 22] y que están dadas por:

$$\begin{aligned} r_{\pm} &\approx r_{AS} - \frac{\vec{k}^{\perp}}{2} \left(1 \pm \frac{n_o \omega_p \rho \mathbf{a}_{\perp}}{2cr_{AS}} \mp \frac{\vec{k}^{\perp}}{2r_{AS}} \right), \\ A_{\pm} &\approx \mp \frac{\vec{k}^{\perp}}{2} \left(1 + \frac{n_o \omega_p \rho \mathbf{a}_{\perp}}{2cr_{AS}} - \frac{\vec{k}^{\perp}}{2r_{AS}} \right). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Donde:

$$r_{AS} = (n_o \omega_p / \bar{2}c) \sqrt{1 - n_e/n_o}.$$

ρ es el ángulo de *walk-off* y $\hat{\mathbf{a}}_{\perp}$ es un vector unitario sobre la dirección transversal a la superficie del cristal, se puede ver su orientación en la figura 3.3. La cantidad r_{AS} puede ser calculada conociendo los valores de los índices de refracción ordinario y extraordinario a través de la ecuaciones de Sellmeier 1.11 y 1.12. Esta cantidad también representa el radio de la sección transversal de un cono simétrico, es decir, cuando se cumple la condición: $\vec{k}^{\perp} \ll (\omega_p/c) n_e - n_o$, lo cual ocurre para un haz de bombeo paraxial. Esta cantidad puede ser calculada para el caso del bombeo con $k_{tp} = 0.0195 \mu m^{-1}$, el cual es un caso de bombeo paraxial y ser comparada con el radio del EA del SPDC medido experimentalmente.

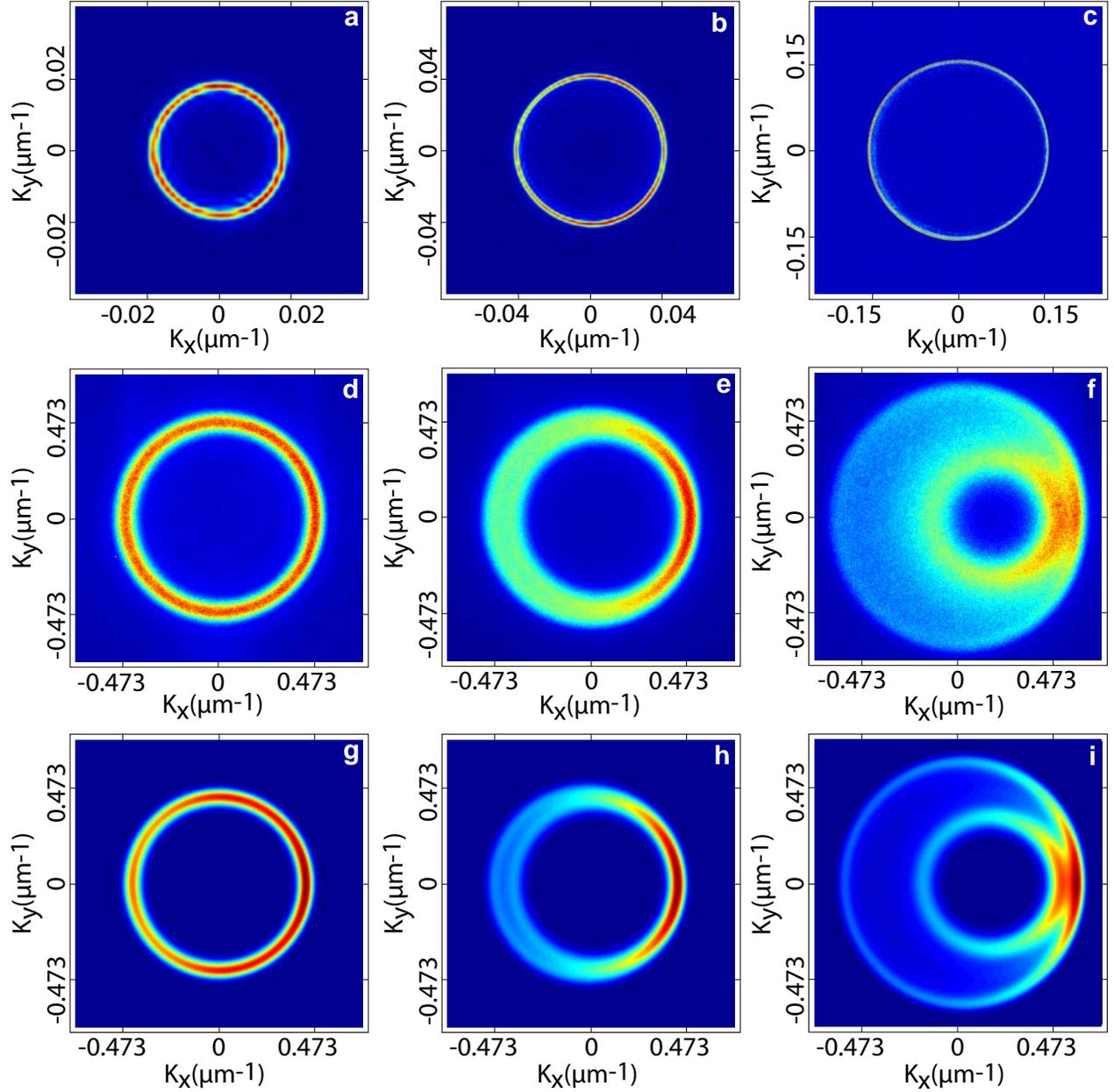


Figura 3.4: En el primer renglón se muestra el espectro angular de los bombeos, donde el primero corresponde a una k_{tp} dentro de la región de cristal delgado, con valor $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$ el segundo corresponde a una configuración intermedia, con valor $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$. y el tercero a una configuración fuera del régimen de cristal delgado con valor $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$

3.3. Dependencia azimuthal del EAC

Un haz de bombeo paraxial está directamente relacionado con un proceso SPDC dentro de la aproximación de cristal delgado, además la distribución de parejas de fotones en el espacio

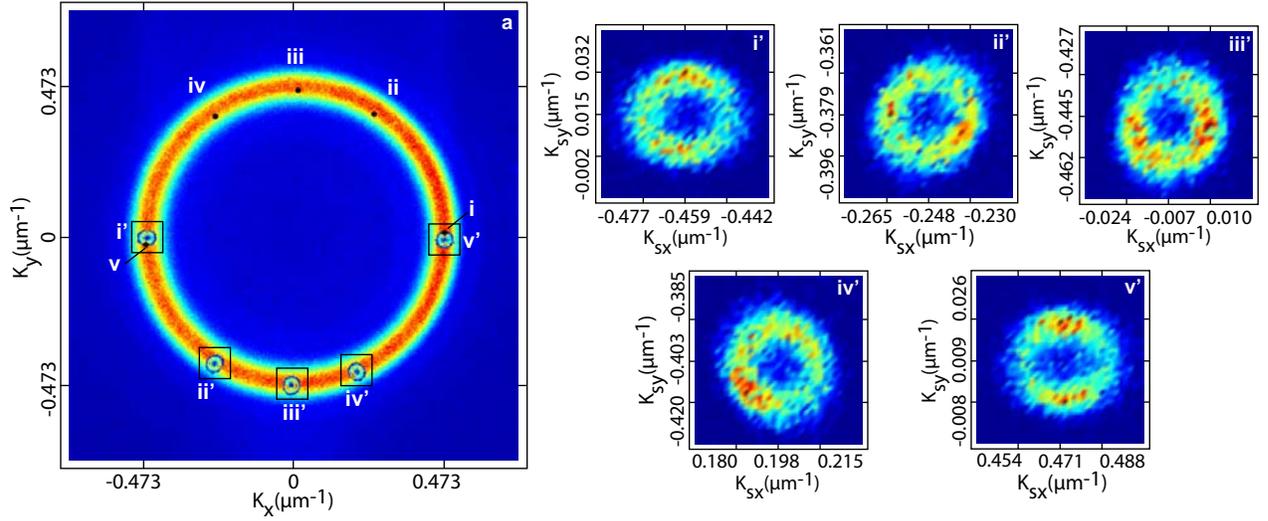


Figura 3.5: Diferentes posiciones alrededor del EA del proceso SPDC para el detector fijo que condiciona la detección en la posición opuesta del EAC. Las posiciones de condicionamiento son etiquetadas de (i) a (v) y sus correspondientes EAC's son etiquetados desde (i') hasta (v'). El bombeo es un haz paraxial BG-0 de $k_{tp} = 0.0195\mu\text{m}^{-1}$. Se observa que los EAC's permanecen casi invariantes al recorte de la función $\mathcal{L}(\cdot)$.

de momentos no es distinguible, ya que el EA es simétrico con respecto al ángulo azimutal y en donde se cumple la condición $\vec{k}^\perp \ll (\omega_p/c) n_e - n_o$. Ejemplo de éste tipo de SPDC es el caso de la figura 3.5(a), en donde se observa que el EA es simétrico. La paraxialidad del haz de bombeo también se hace notar en el EAC. Cuando el EAC hereda la forma espacial del espectro angular del haz de bombeo, se dice que se cumplen condiciones de cristal delgado, por que la longitud, L , del cristal no influye en la estructura del EAC, es como si la L fuera muy pequeña. En la figura 3.5 se observan diferentes EAC en diferentes puntos del EA. Los valores del momento transversal, (k_{ix0}, k_{iy0}) , elegidos para condicionar los EAC's se encuentran etiquetados con números romanos desde (i) hasta (v) y en la del EAC asociado a cada uno de esos puntos se encuentra en la posición diametralmente opuesta. Esencialmente se observa que la forma de estos EAC's es un anillo, tal como el espectro angular del haz de bombeo, que en este caso es paraxial al tener un valor de k_{tp} pequeño³ que cumpla con las condiciones de paraxialidad 1.71 de la sección 1.7. Esto significa que la función $\mathcal{L}(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$, es muy ancha y que su ancho no varía significativamente alrededor del ángulo azimutal.

En la figura 3.6(a) se observa el EA del SPDC con el caso que representa el bombeo intermedio. Se observa que el EA ligeramente pierde simetría al presentar una de sus mitades ligeramente más ancha que la otra. También se pueden observar que los EAC's a diferentes ángulos sobre el EA son recortados por la función $\mathcal{L}(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$, especialmente en *ii* y *v*. La dependencia azimutal de $\mathcal{L}(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$ influye de manera significativa en la forma del EAC. Es importante conocer estas características para diseñar fuentes de parejas de fotones, ya que el

³En términos de $\vec{k}^\perp \ll (\omega_p/c) n_e - n_o$, o bien, que se cumpla la condición de paraxialidad Ec. 1.71 de la sección 1.7

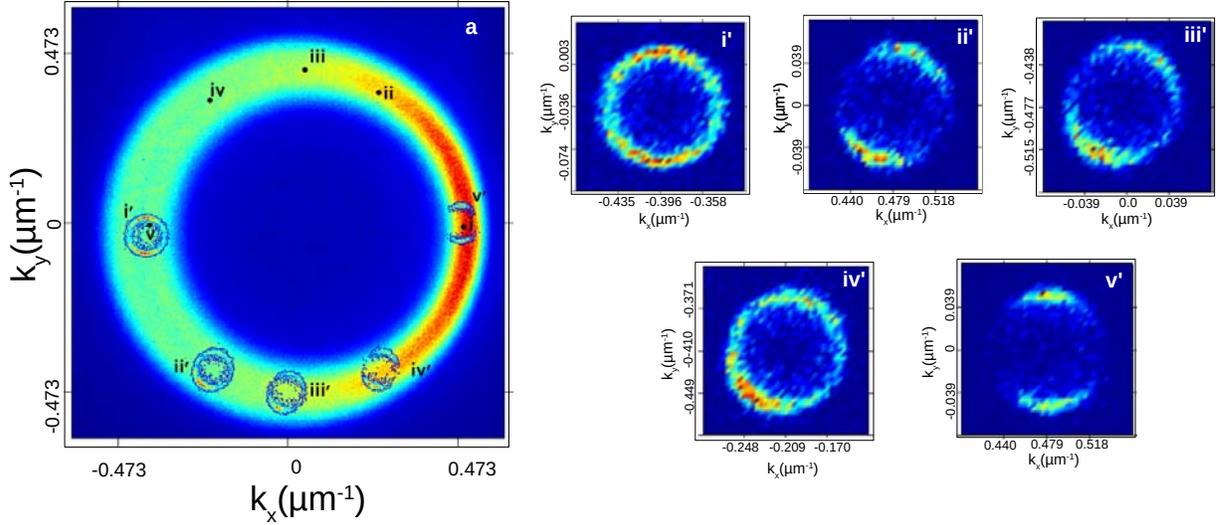


Figura 3.6: Diferentes posiciones alrededor del EA del proceso SPDC para el detector fijo que condiciona la detección en la posición opuesta del EAC. Las posiciones de condicionamiento son etiquetadas de (i) a (v) y sus correspondientes EAC's son etiquetados desde (i') hasta (v'). Se observa el recorte por la función $\mathcal{L}(\cdot)$ del espectro angular condicional en función del ángulo azimutal en el espectro angular del proceso SPDC. El bombeo es un haz paraxial BG-0 con $k_{tp} = 0.05 \mu m^{-1}$.

estado de las parejas de fotones cambia de acuerdo al ángulo azimutal en el EA del SPDC. Es importante señalar que la gráfica 3.1 se obtuvo calculando los anchos de $\mathcal{L}(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$ cuando el detector fijo se encuentra en el punto (i). Para otro punto fijo se tendría que realizar la gráfica correspondiente debido a que el ancho de la función $\mathcal{L}(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$ cambia con el ángulo azimutal.

En la figura 3.7(a) se observa el EA del SPDC con un bombeo no paraxial, en este caso hay una pérdida total de la simetría en la distribución de las parejas de fotones, aquí es completamente distinguible donde tienen una preferencia para concentrarse. La estructura de doble cono del EA es resultado de dos cosas; de la distribución asimétrica de los vectores de onda del haz de bombeo respecto al eje óptico del cristal y de los efectos del ángulo de *walk-off*. Conforme la longitud del cristal incrementa, las regiones del EA del SPDC con mayor concentración de fotones se reducen mientras que la anisotropía se hace más evidente.

En la figura 3.7 también se observa como el EAC es cortado por la función $\mathcal{L}(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$ y como varía este efecto a diferentes ángulos del EA.

Para probar la distinguibilidad azimutal de los estados de dos fotones, se seleccionan cinco posiciones diferentes para la punta de fibra del modo acompañante alrededor de la mitad superior del Espectro Angular. En la figura 3.7 se muestran las cinco posiciones de la fibra etiquetadas con números romanos, i, ii, iii, iv, y v, en la posición diametralmente opuesta se encuentra su Espectro Angular Condicional asociado a cada punto y etiquetados con los mismos números romanos pero en este caso primados.

En la figura 3.8 se muestra la función $S_p(\cdot)$, $\mathcal{L}(\cdot)$ y el producto de ambas funciones

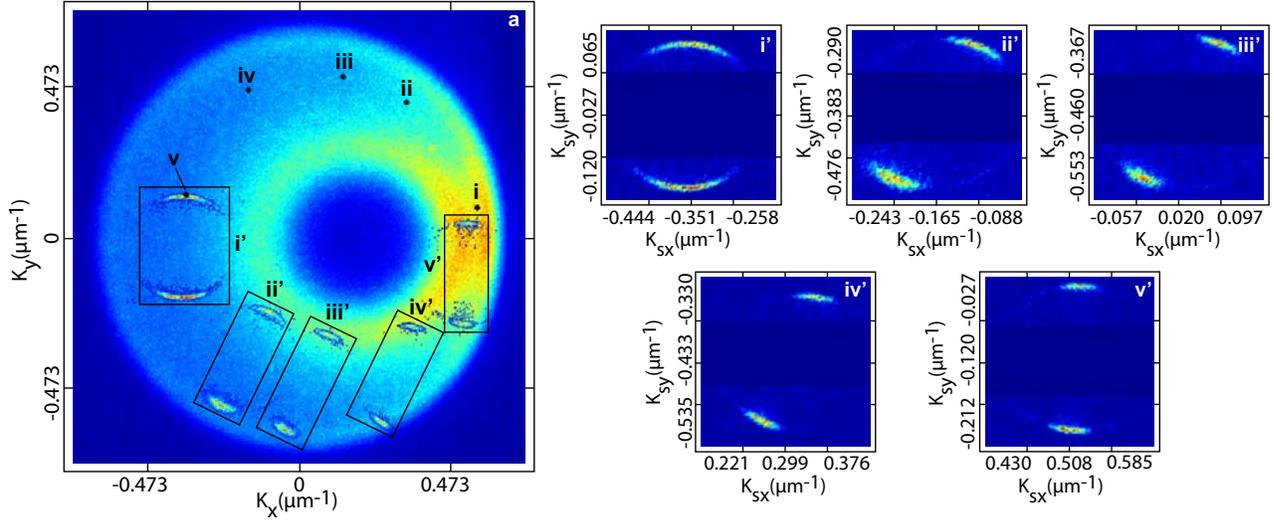


Figura 3.7: Diferentes posiciones alrededor del EA del proceso SPDC para el detector fijo que condiciona la detección en la posición opuesta del EAC. Las posiciones de condicionamiento son etiquetadas de (i) a (v) y sus correspondientes EAC's son etiquetados desde (i') hasta (v'). Se observa el recorte por la función $\mathcal{L}(\cdot)$ del espectro angular condicional en función del ángulo azimutal en el espectro angular del proceso SPDC. El bombeo es un haz no paraxial BG-0 con $k_{tp} = 0.147\mu\text{m}^{-1}$.

para diferentes valores del vector del vector de onda transversal (k_{ix0}, k_{iy0}) tomados alrededor del ángulo azimutal del EA del SPDC. Se observa que la función $\mathcal{L}(\cdot)$ cambia con el ángulo azimutal y corta a la función del Espectro Angular del bombeo, de tal manera que el resultado es el EAC con una variación que depende de la función de phasematching longitudinal.

En los paneles (i), (ii) y (iii) de la figura 3.9 se observa el EAC a lo largo de la dirección x , la estructura espacial cambia, pero mantienen un radio central con valor igual al de la $k_{tp} = 0.147\mu\text{m}^{-1}$. El EAC cubre un área de vectores de onda transversales, mayor a los EAC's de las otras dos configuraciones, ya que el EAC hereda la extensión angular del Espectro Angular del haz de bombeo.

En las figuras 3.10 y 3.11 para los casos de $k_{tp} = 0.05\mu\text{m}^{-1}$ y $k_{tp} = 0.0195\mu\text{m}^{-1}$ respectivamente, se muestra el EAC sobre la dirección x , donde el central corresponde al obtenido cuando se condiciona en la posición diametralmente opuesta correspondiente al punto de máximas cuentas registradas por unidad de tiempo. Se observa que la forma del EAC corresponde a un anillo como el del respectivo haz de bombeo, a diferencia de lo que se observa en la figura 3.9 para el caso no paraxial, en donde el EAC tiene forma de un par de paréntesis.

En esta sección se compararon tres diferentes casos de valores de k_{tp} , se obtuvo el caso en donde el EA del SPDC es completamente simétrico, también un caso donde apenas se observa una asimetría y otro caso completamente asimétrico el cual se encuentra fuera de la región paraxial. La simetría del EA influye en la cuentas en coincidencia o en la forma espacial del espectro angular condicional, EAC, ya que esta medición depende del valor del vector de onda transversal, sobre el EA, que permanece fijo para condicionar la detección de los fotones en el modo señal. Se observa que para el caso simétrico de un valor de k_{tp} que cumple con la

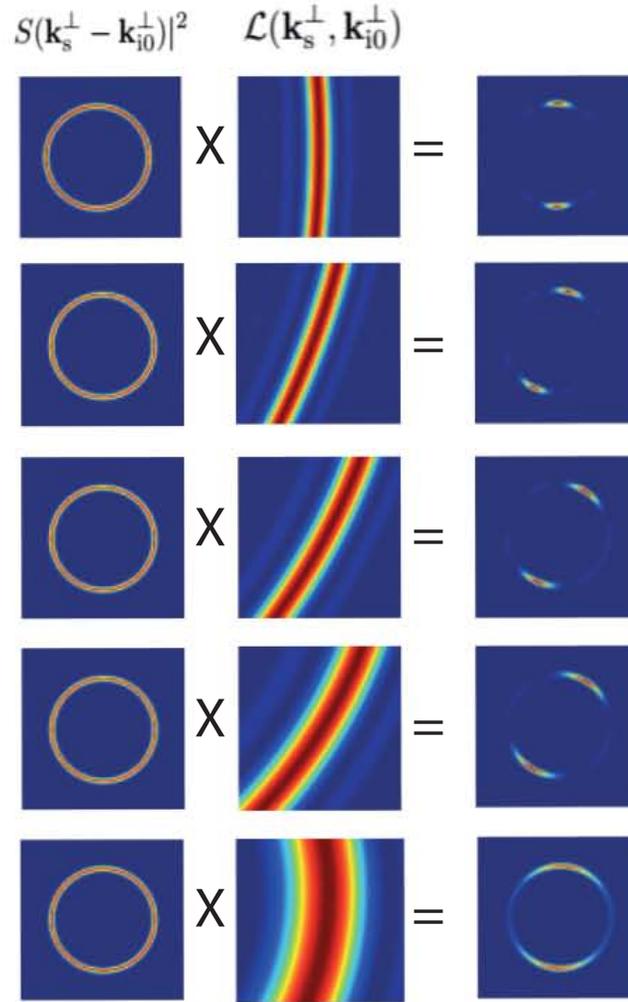


Figura 3.8: El ancho de la función $\mathcal{L}(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$ tiene una dependencia azimutal, lo cual influye en la forma espacial del EAC. En la primera columna se muestra el espectro angular del bombeo, en la segunda columna se muestra la función de phasematching longitudinal, se observa que su orientación y ancho cambian con el ángulo azimutal. El bombeo es un haz no paraxial BG-0 con $k_{tp} = 0.147\mu m^{-1}$.

condición de paraxialidad, el EAC está determinado por el EA del bombeo, por lo que en este caso es un anillo y esa forma espacial se repite para cada valor del vector de onda transversal sobre el anillo del EA del SPDC. Para el caso completamente asimétrico correspondiente a un haz de bombeo fuera de la aproximación paraxial se observa que el EAC está completamente influenciado por la asimetría del anillo del EA y este cambia en función de la posición del vector de onda transversal que condiciona la detección.

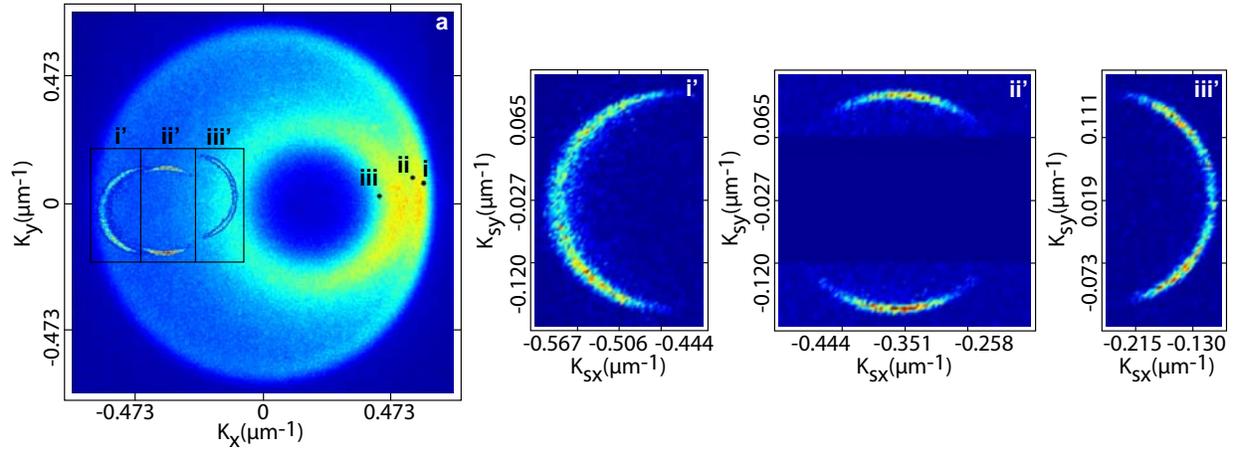


Figura 3.9: Espectro angular para la configuración con el bombeo BG-0 con $k_{tp} = 0.147\mu\text{m}^{-1}$ en donde se muestran diferentes posiciones a lo largo del eje x , de (i) hasta (iii) para condicionar la detección del EAC, mostrados en la posición diametralmente opuesta, etiquetados de (i') hasta (iii').

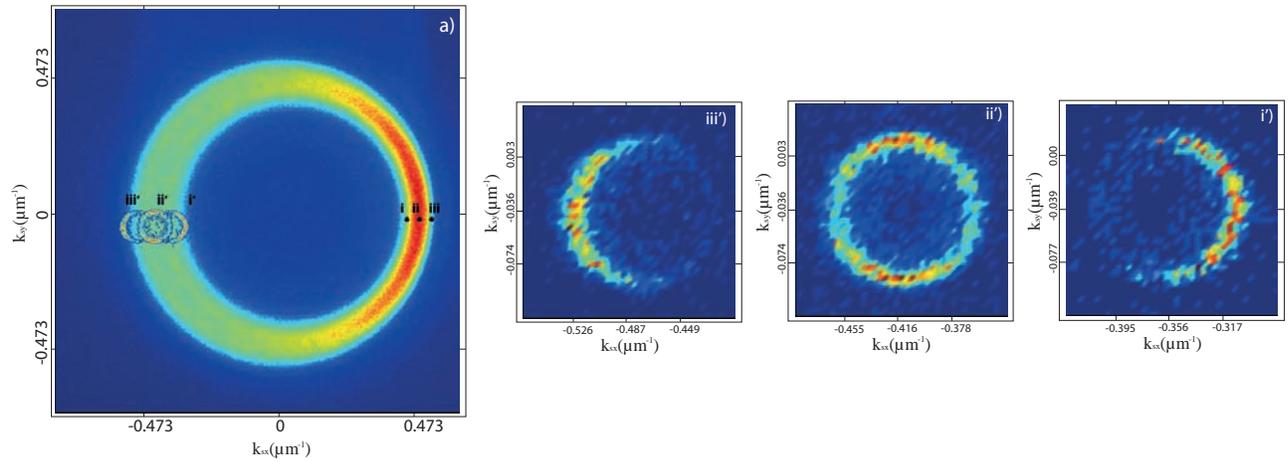


Figura 3.10: Espectro angular para la configuración con el bombeo BG-0 con $k_{tp} = 0.05\mu\text{m}^{-1}$ en donde se muestran diferentes posiciones a lo largo del eje x , de (i) hasta (iii) para condicionar la detección del EAC, mostrados en la posición diametralmente opuesta, etiquetados de (i') hasta (iii').

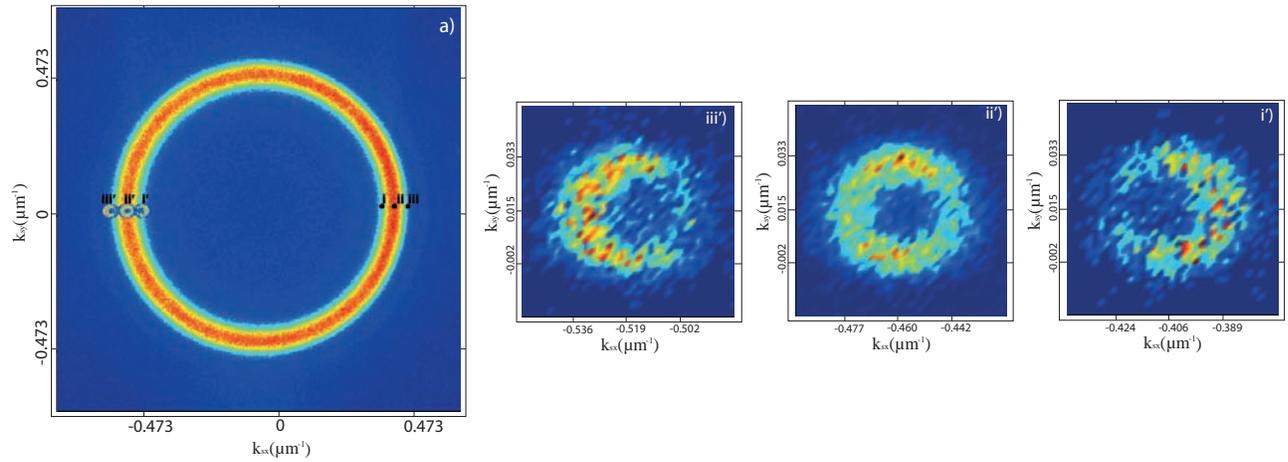


Figura 3.11: Espectro angular para la configuración con el bombeo BG-0 con $k_{tp} = 0.0195\mu\text{m}^{-1}$ en donde se muestran diferentes posiciones a lo largo del eje x , de (i) hasta (iii) para condicionar la detección del EAC, mostrados en la posición diametralmente opuesta, etiquetados de (i') hasta (iii').

3.4. Correlaciones transversales de los vectores de onda señal y acompañante

En este capítulo se presenta una medición adicional al EA y al EAC asociada a las parejas de fotones. Es una medición de las cuentas en coincidencia entre pares de fotones correlacionados en sus variables espaciales, $(k_{sx}, K_{sy}, k_{ix}, k_{iy})$. Para obtener el EAC de la Ec. (1.66) $R_c(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp) = R_c(k_{sx}, k_{sy}, k_{ix0}, k_{iy0})$ las variables fijas, (k_{ix0}, k_{iy0}) , corresponden al vector transversal en donde se coloca el detector fijo en el modo acompañante, es decir, el valor del momento transversal donde se condiciona por conservación de \vec{k} la detección del fotón señal. De modo que el EAC depende solo de las variables (k_{sx}, k_{sy}) .

Las correlaciones transversales de los vectores de onda señal y acompañante están evaluadas en términos de la probabilidad de detección de las componentes de los vectores de onda transversales. Existen cuatro tipos de correlaciones transversales asociadas a las direcciones de desplazamiento de los vectores de onda transversales, $x-x$, $y-y$, $x-y$ y $y-x$. En el presente experimento el desplazamiento viene dado por un motor controlado por computadora, el cual tienen un paso mínimo de 50 nm de resolución y se pueden mover en un rango de 1.5 cm. Las mediciones se obtienen experimentalmente con un sistema que consta de dos detectores, uno asociado al modo señal y otro asociado al modo acompañante. Los detectores tienen una fibra óptica de $64\mu m$ de diámetro montada sobre el motor de alta precisión computarizado. Los detectores son desplazados a lo largo de las diferentes direcciones para detectar y registrar las cuentas en coincidencia. Para realizar este tipo de mediciones, primero se obtiene el EAC correspondiente a los valores de momento transversal (k_{ix0}, k_{iy0}) que corresponden a la posición en donde se registra el mayor número de cuentas por unidad de tiempo en los detectores. Entonces a partir de ésta posición donde se evalúan el resto de las correlaciones transversales.

Las correlaciones transversales a lo largo de las direcciones $x-x$ están dadas por $R_c(k_{sx}, k_{sy0}, k_{ix}, k_{iy0})$, en este caso las variables fijas corresponden a los valores del momento transversal $k_{sy0} = k_{iy0} = 0$. Los detectores son desplazados a lo largo de las direcciones x , es decir, cada valor de k_{ix} a lo largo del eje x es evaluado para todos los k_{sx} posibles a lo largo del eje x en la posición opuesta a k_{ix0} en el EA del SPDC, el resultado es una doble correlación como las que se muestran en las figuras 3.12, 3.13 y 3.14. Aquí es importante destacar el control que se tiene sobre la forma de dichas correlaciones, la separación que hay entre las dos líneas, depende del valor de k_{tp} y su ancho depende del ancho de EA del bombeo, $\delta_{k_{tp}}$, con lo cual se puede tener un control de diseño de este tipo de correlaciones.

El control en el diseño es importante para desarrollar fuentes de parejas de fotones en demanda. Por ejemplo, si se observa la figura 3.12(b), las correlaciones sobre las direcciones $x-x$ para un bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.0195\mu m^{-1}$, existen valores de k_{ix} a los que se asocian dos valores de k_{sx} . Esto implica que la información de una posición en el fotón acompañante puede ser enviada o distribuida a dos posiciones de los fotones en el modo señal. Además en la figura 3.13(b) para un bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$ se observa que las dos posiciones k_{sx} asociadas a un valor de k_{ix} pueden separarse de manera controlada con el valor

de k_{tp} , es decir que las posiciones que reciben la información pueden diseñarse cercanas o lejanas entre ellas. En la figura 3.14(b) para un bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.147\mu\text{m}^{-1}$ las líneas que forman la correlación $x - x$ se encuentran bastante separadas y en este caso ya no se asocian dos valores de k_{ix} asociados a un valor de k_{sx} .

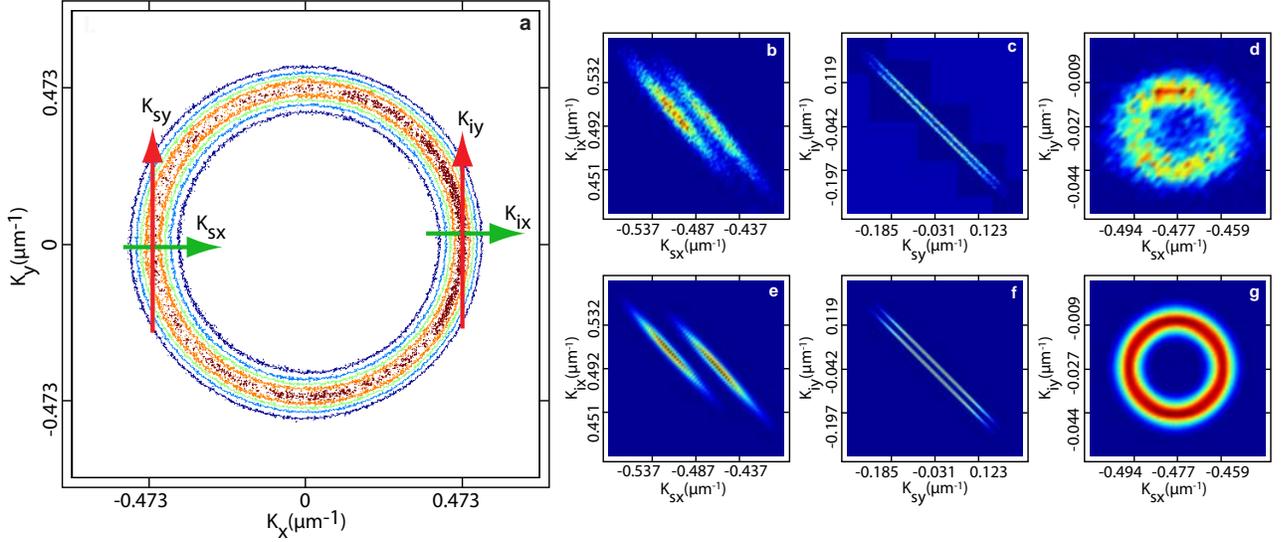


Figura 3.12: Espectro angular del proceso SPDC generado con el bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.0195\mu\text{m}^{-1}$, en donde se indican las posiciones y ejes de los detectores señal y acompañante para obtener las mediciones de correlaciones transversales. En los paneles (b), (c) y (d) se muestran las mediciones de correlaciones de los vectores transversales en los ejes $x - x$, $y - y$ y $x - y$. En los paneles (e), (f), (g) se muestran las simulaciones correspondientes para cada correlación experimental.

Las correlaciones transversales a lo largo de las direcciones $y - y$ están dadas por $R_c(k_{sx0}, k_{sy}, k_{ix0}, k_{iy})$ en este caso las variables fijas corresponden a los valores del momento transversal $k_{sx0} = k_{ix0}$, donde k_{sx0} corresponde a la posición en momentos transversales donde las cuentas por unidad de tiempo son máximas. Los detectores son desplazados a lo largo de las direcciones y , centrados en los valores de $k_{ix0} = -k_{sx0}$. Cada valor de k_{iy} es evaluado para todos los k_{sy} posibles a lo largo del eje y sobre el espectro angular del SPDC, el resultado es una doble correlación como las que se muestran en las figura 3.12(c), 3.13(c) y 3.14(c). La separación que hay entre las dos líneas, depende del valor de k_{tp} y su ancho depende del ancho de EA del bombeo, $\delta_{k_{tp}}$. Es por eso que se observa que conforme crece el valor de k_{tp} crece la separación entre las líneas que forman este tipo de correlación. En todo el espacio de esta correlación se cumple que cada valor de k_{iy} tiene asociados dos valores de k_{sy} . En este caso es posible diseñar fuentes en donde los valores de k_{sy} asociados a un valor de k_{iy} se encuentren tan separados como se desee, controlando la separación con el valor de k_{tp} del haz de bombeo BG.

Las correlaciones transversales a lo largo de las direcciones $x - y$ están dadas por $R_c(k_{sx0}, k_{sy}, k_{ix}, k_{iy0})$ en este caso las variables fijas corresponden a los valores del momento transversal (k_{sx0}, k_{iy0}) , donde k_{sx0} corresponde a la posición en momentos transversales donde las cuentas por unidad

de tiempo son máximas y $k_{iy0} = 0$. El detector del modo acompañante es desplazado a lo largo de la dirección y y el detector del modo señal es desplazado a lo largo de la direcciones x , cada valor de k_{iy} es evaluado para todos los k_{sx} posibles sobre el espectro angular del SPDC , el resultado es que se recupera la forma del espectro angular condicional como se puede observar en las figuras 3.12(d), 3.13(d) y 3.14(d).

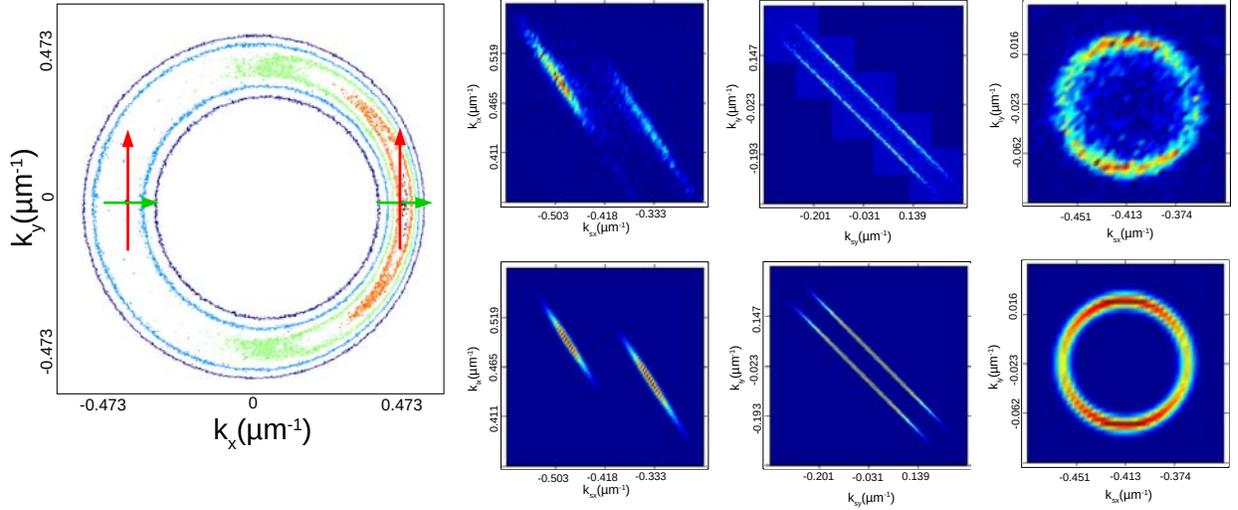


Figura 3.13: Espectro angular del proceso SPDC generado con el bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.05\mu m^{-1}$, en donde se indican las posiciones y ejes de los detectores señal y acompañante para obtener la mediciones de correlaciones transversales. En los paneles (b), (c) y (d) se muestran las mediciones de correlaciones de los vectores transversales en los ejes $x - x$, $y - y$ y $x - y$. En los paneles (e), (f), (g) se muestran las simulaciones correspondientes para cada correlación experimental.

La estructura de las correlaciones está determinada por la dependencia de la función *phase-matching* longitudinal, $\mathcal{L}(\cdot)$, y la función del espectro angular del bombeo, $S_p(\cdot)^2$. La función $\mathcal{L}(\cdot)$ tiene una dependencia azimutal, es decir que su forma cambia a diferentes ángulos en el espectro angular del SPDC. En la figura 3.15 se muestra el origen de la forma que presentan las correlaciones $x - x$ y $y - y$. En la primera columna se muestra la función $S_p(\cdot)^2$, en la segunda columna la función $\mathcal{L}(\cdot)$ y en la tercera columna el producto de ambas funciones, mostrando como se dan las dobles líneas en ambos tipos de correlaciones. Se muestra, por ejemplo, que la hipérbola de la función $\mathcal{L}(\cdot)$ 3.15(b) corta a la función $S_p(\cdot)^2$ 3.15(a) en dos regiones diferentes que no se traslapan. De igual manera se observa para el caso de las correlaciones $y - y$, en donde la función $S_p(\cdot)^2$ 3.15(d) es cortada por el ancho de la función $\mathcal{L}(\cdot)$ 3.15(e), así se puede observar que la separación entre las líneas que forman la correlación del tipo $y - y$ está determinada por el espectro angular del bombeo.

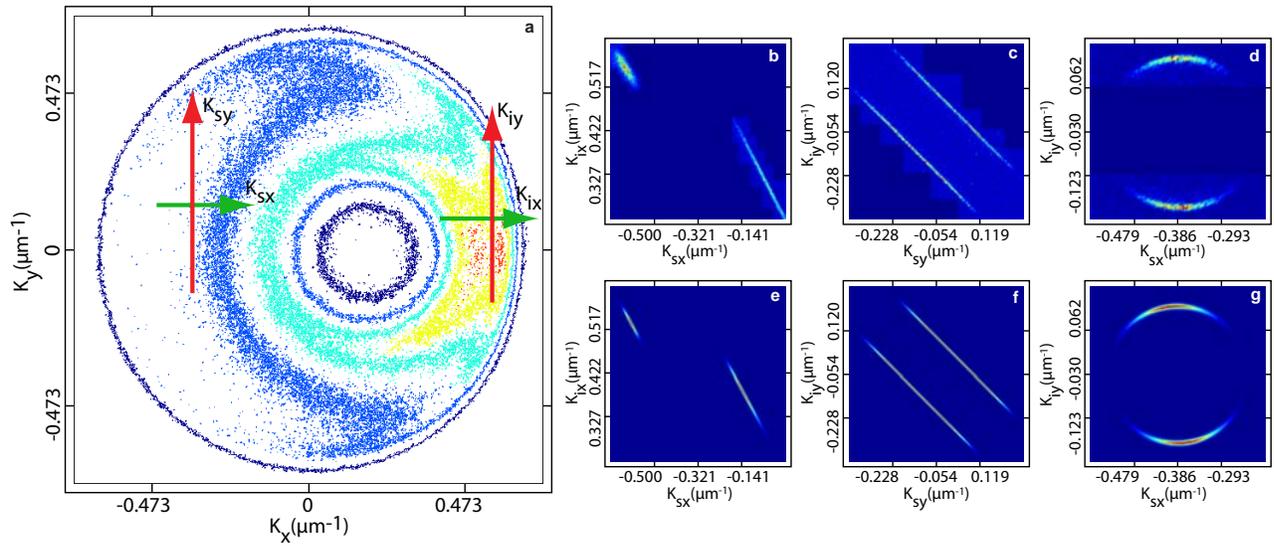


Figura 3.14: Espectro angular del proceso SPDC generado con el bombeo BG-0 con valor de $k_{tp} = 0.147 \mu\text{m}^{-1}$, en donde se indican las posiciones y ejes de los detectores señal y acompañante para obtener las mediciones de correlaciones transversales. En los paneles (b), (c) y (d) se muestran las mediciones de correlaciones de los vectores transversales en los ejes $x-x$, $y-y$ y $x-y$. En los paneles (e), (f), (g) se muestran las simulaciones correspondientes para cada correlación experimental.

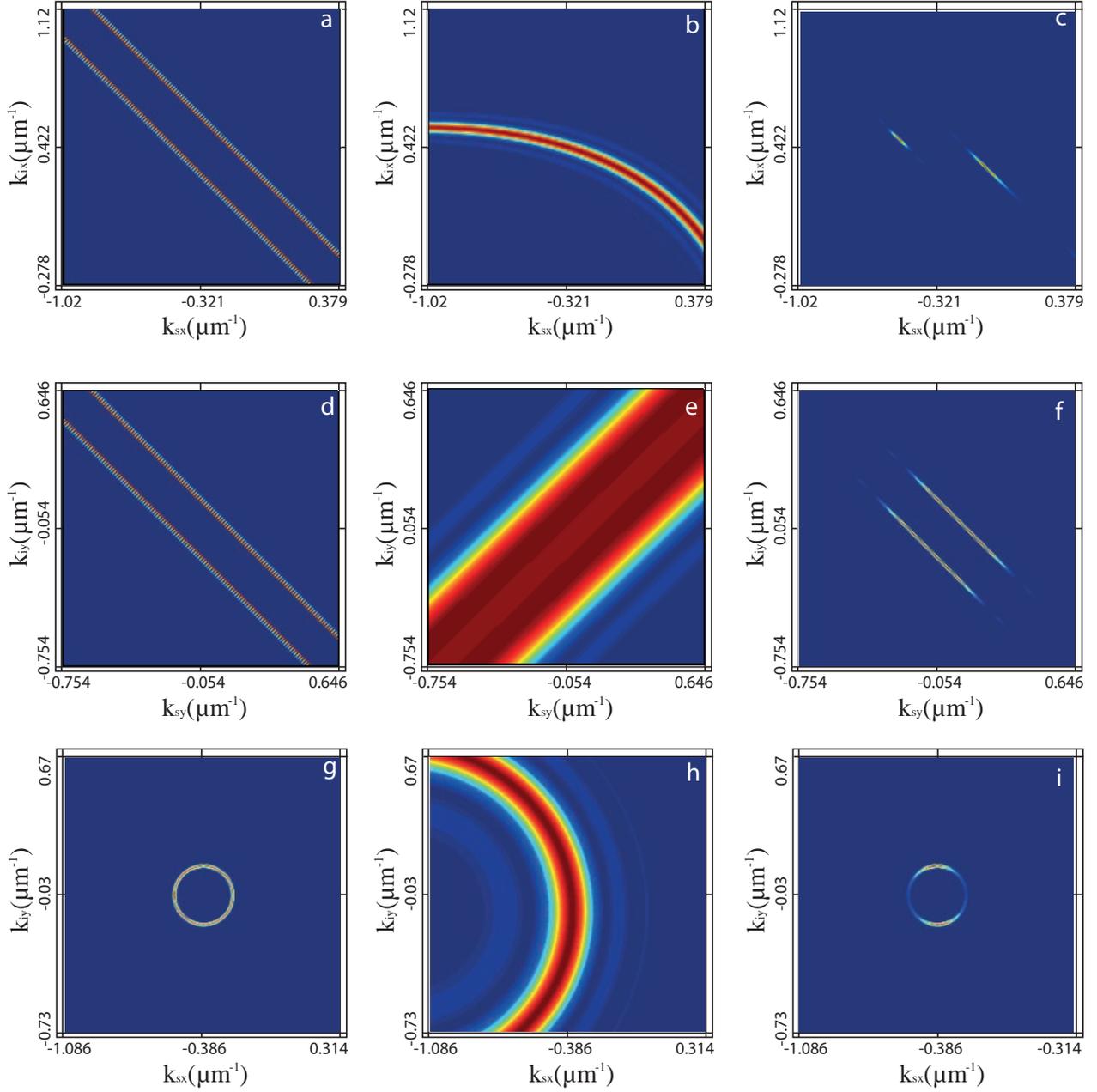


Figura 3.15: En la primera columna se muestra el espectro angular del bombeo, $S_p(\cdot)^2$, en la segunda columna la función $\mathcal{L}(\cdot)$, en la tercera columna el producto de ambas funciones para los casos de las correlaciones $x-x$ con $k_{sy0} = k_{iy0} = 0$ fijos y $y-y$ con $k_{sx0} = k_{ix0}$, donde k_{sx0} corresponde a la posición en momentos transversales donde las cuentas por unidad de tiempo son máximas.

3.5. Conclusiones

El estado de dos fotones producido por el proceso de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea, SPDC, está construido por la suma coherente de todas las contribuciones individuales de los vectores de onda del haz de bombeo. En este capítulo se presentaron tres diferentes configuraciones de SPDC para comparar la aproximación de cristal delgado y el caso no paraxial. En estos experimentos la propagación del haz de bombeo es paralela a la normal de la superficie del cristal. Los haces de bombeo Bessel-Gauss tienen una distribución de vectores de onda transversales muy grande, que inciden de manera no simétrica con respecto al eje óptico del cristal, lo que da como resultado una asimetría en el estado de dos fotones. El resultado es una asimetría en el Espectro Angular del SPDC, que presenta una estructura de dos conos no concéntricos, en lugar de uno solo como para el caso simétrico. Esta simetría también influyen en el Espectro Angular Condicional, ya que su forma espacial tiene una dependencia azimutal dada por la localización del detector fijo.

Si el haz de bombeo se aleja de la condición de paraxialidad, las correlaciones de las variables del vector de onda transversal (de los fotones señal y acompañante), presentan una estructura de doble correlación, con dos líneas de pendiente negativa, lo cual implica que para cada vector de onda del fotón señal existen dos vectores de onda transversales del fotón acompañante.

Capítulo 4

Estudio de diferentes tipos de bombeo en la generación de parejas de fotones por el proceso SPDC

El estado de fotones es la suma coherente de las contribuciones de todos los vectores de onda del bombeo. En este capítulo se estudia como repercute en el EA y el EAC seleccionar distintos subconjuntos de los vectores de onda de un determinado tipo de haz, en este caso corresponde a un haz BG-0 como bombeo que es modificado obstruyendo algunas regiones en el espacio de Fourier de manera controlada.

Se presentan los resultados para una obstrucción tipo semiplano, es decir, que en el espacio de Fourier, obstruye la mitad del espectro angular del bombeo y otro tipo rendija, la cual obstruye el espectro angular del bombeo salvo el área de la rendija. También se presenta un nuevo sistema de adquisición de datos que se hace a través de una cámara ICCD (*Intensified charge-couple device*) con lo cual se reducen los tiempos de adquisición hasta en una sexta parte comparado con los sistemas de conteo con detectores de avalancha de Silicio, APD.

4.1. Bombeos de haces Bessel-Gauss obstruídos

Para generar distintos tipos de haces de bombeo se obstruyó parte del espectro angular de un Bessel-Gauss de orden cero. La obstrucción es un objeto físico que se coloca en el plano de Fourier, es decir, en donde se observa el espectro angular del haz BG-0 con una cámara CCD. Los casos utilizados en el presente experimento consistieron en un plano que obstruyera la mitad del anillo del espectro angular, y que además pudiera ser rotado en el ángulo azimutal y de igual manera, se utilizó una rendija que también pudiera ser rotada en el ángulo azimutal. Estas obstrucciones modifican la forma espacial del EA del SPDC y el EAC del fotón señal anunciado por el fotón acompañante.

Se puede representar la obstrucción semiplano, la cual obstruye la mitad del espectro angular

del bombeo mediante la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
O_s(x, y, \theta) &= R \geq 0, \\
&\text{donde:} \\
R &= x \sin(\theta) + y \cos(\theta)
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Y la función de obstrucción rendija como:

$$\begin{aligned}
O_r(x, y, \theta, a, b, c) &= l_1 \times l_2 \times l_3 \times l_4 \\
&\text{donde:} \\
l_1 &= x \cos(\theta) - y \sin(\theta) \leq c + a/2 \\
l_2 &= x \cos(\theta) - y \sin(\theta) \geq c - a/2 \\
l_3 &= x \sin(\theta) + y \cos(\theta) \leq b/2 \\
l_4 &= x \sin(\theta) + y \cos(\theta) \geq b/2
\end{aligned} \tag{4.2}$$

donde a y b son el ancho y el largo de la rendija respectivamente, el parámetro c es un desplazamiento que pudiera tener la rendija con respecto al centro del espectro angular del bombeo.

Estas funciones modifican el bombeo de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{BG}_m(u, v; z) \times \mathcal{O}(u, v) &= (-i)^m \cdot D(z) \cdot \exp \left\{ \frac{q(z)W_0^2(u^2 + v^2)}{4} \right\} \times \\
&\times I_m \left(\frac{k_{tp}W_0^2}{2} \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \cdot \exp(im\phi) \times \mathcal{O}(u, v)
\end{aligned} \tag{4.3}$$

u y v son las componentes del vector de onda transversal. La obstrucción $\mathcal{O}(u, v)$ se evalúa en el espacio de las frecuencias espaciales y puede ser la función Ec. 4.1 ó Ec. 4.2.

La Ec. 4.3 representa al bombeo modificado por la obstrucción, es decir, es un bombeo diferente al haz BG-0, pero que conserva las propiedades de éste. Con la obstrucción se restringe la distribución de vectores de onda que contribuyen al proceso SPDC, es por eso que este análisis muestra como contribuye a la estructura del EA del SPDC la parte que la obstrucción permite incidir sobre el cristal no lineal.

El EA del SPDC y EAC también son modificados en su forma espacial debido a la obstrucción.

El EA para el SPDC se modifica de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
R_s(\vec{k}_{s0}^\perp) &= \int d\omega_s \int d^2k_i^\perp \times \\
&\times \dot{k}_s J_s \dot{k}_i J_i \tilde{F}(\vec{k}_{s0}^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s) \times \mathcal{O}(\vec{k}_{s0}^\perp + \vec{k}_i^\perp)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

EL EAC se modifica de la siguiente forma:

$$R_c(\vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp) = \int d^2k_s^\perp \int d^2k_i^\perp S_p(\vec{k}_s^\perp - \vec{k}_{s0}^\perp + \vec{k}_i^\perp - \vec{k}_{i0}^\perp)^2 \times \mathcal{O}(\vec{k}_s^\perp - \vec{k}_{s0}^\perp + \vec{k}_i^\perp - \vec{k}_{i0}^\perp)^2 \times \times \mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp - \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp - \vec{k}_{i0}^\perp) g_s(\vec{k}_s - \vec{k}_{s0}) g_i(\vec{k}_i - \vec{k}_{i0}). \quad (4.5)$$

Las Ec. (4.4) y (4.5) se pueden resolver numéricamente tomando en cuenta los parámetros experimentales y se pueden comparar con los resultados experimentales. En las secciones siguientes se explica el desarrollo experimental y se muestran los resultados experimentales y numéricos.

4.2. Desarrollo experimental

4.2.1. Preparación del haz

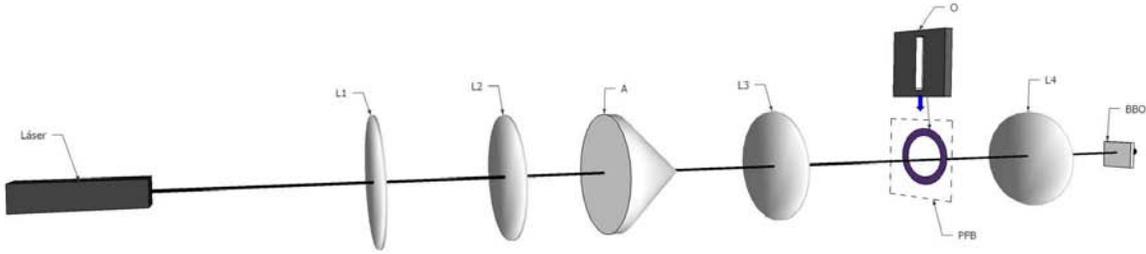


Figura 4.1: Preparación del haz de bombeo BG-0 donde se muestra el plano de Fourier del bombeo, PFB, donde se coloca la obstrucción.

En este experimento también se produce SPDC tipo I, no colineal y de frecuencias degeneradas. Se utilizó el mismo cristal uniaxial negativo de Borato de Bario Beta que se refiere en los capítulos 2 y 3. El haz de bombeo es un haz estructurado Bessel-Gauss de orden cero. El arreglo experimental de preparación del haz de bombeo se muestra en la figura 4.1. Se utilizó un láser diodo que emite en una longitud central de 406 nm y con una potencia de 100 mW al incidir sobre el cristal BBO. El haz se expande con el telescopio formado por las lentes L1 y L2, las cuales tienen una longitud focal de 5cm y 50cm. El haz colimado tiene una cintura de aproximadamente 1cm e ilumina la mayor parte de la superficie de la lente cónica axicón, indicada con la letra A, el cual tiene un ángulo apex de 2°. A la salida de A se genera un haz

Bessel-Gauss de orden cero, BG-0, se selecciona el plano del mejor BG-0 que se observa con un cámara CCD, el plano seleccionado se encuentra a 4.5cm desde el axicón. Después de este plano hay un telescopio compuesto por las lentes L3 y L4, las cuales tienen una longitud focal de $f_3 = 10\text{cm}$ y $f_4 = 15\text{cm}$, en el plano focal de L3 se coloca la obstrucción, etiquetada con la letra O, que en este caso corresponde a una rendija ó a un plano que obstruye la mitad del espectro angular del bombeo. El cristal se coloca a 13cm desde la lente L4, ya que es en ese plano donde se observa una intensidad transversal del BG-0 de alta calidad.

El sistema de adquisición de datos se realizó a través de una cámara ICCD, esto permitió la reducción en tiempo de los registros de las cuentas en coincidencia y también la adquisición de imágenes del EA en cuentas simples comparados con los tiempos de adquisición en los experimentos de los capítulos 2 y 3, por ejemplo, en el caso del capítulo 2, para el registro de cuentas en coincidencia del patrón de difracción del fotón individual anunciado por el fotón acompañante, los detectores tomaban el registro con un tiempo de espera de 5 minutos, es decir, 5 minutos por posición de la fibra óptica, esto resultó en que el tiempo total de esa medición fue de aproximadamente cuatro días. Para el caso de las mediciones de correlaciones transversales del capítulo 3 los tiempos fueron de 3 segundos por posición de la punta de fibra óptica y el total de la toma de mediciones fue entre 4 y 6 horas para las mediciones con escaneos más grandes. Con la cámara ICCD estos tiempos de adquisición se reducen bastante, las mediciones que se presentan en los resultados fueron de 1 hora. Estos tiempos pueden ser incluso más cortos, en este caso fue necesario adquirir la acumulación de cuadros de imágenes durante una hora debido a que por las características el arreglo experimental las cuentas se reducen considerablemente.

4.2.2. Sistema de adquisición del espectro angular del SPDC y del espectro angular condicional con una ICCD

Dispositivo de carga acoplada intensificada, ICCD

En esta sección se describen las generalidades del principio de funcionamiento de la cámara ICCD, de la marca; *Istar Andor Solis*. El dispositivo ICCD es un sensor CCD que tiene integrado un intensificador de imagen, el cual se constituye de tres elementos; un fotocátodo, un arreglo de micro-canales, MCP, y una pantalla de fósforo. Los fotones que provienen de la fuente observada inciden sobre el fotocátodo generando fotoelectrones, estos son acelerados hacia el arreglo de micro-canales a través de un campo eléctrico que hay entre el fotocátodo y el MCP. El MCP es un disco delgado, de 1mm de ancho aproximadamente, el arreglo de microcanales de vidrio tiene forma de panal de abejas y miden entre 6 y 10 μm . Un potencial grande es aplicado a través del MCP, permitiendo a los fotoelectrones acelerarse hasta uno de los canales del disco. Cuando los fotoelectrones tienen suficiente energía, estos producen electrones secundarios de las paredes del canal, estos electrones también son acelerados por el campo eléctrico, lo que da lugar a una nube de electrones que salen del MCP. La multiplicación de electrones depende del voltaje de ganancia aplicado al MCP, el cual puede ser controlado por la cámara. Los fotoelectrones son multiplicados en el MCP y después acelerados hacia la pantalla fósforo,

ahí los electrones son convertidos nuevamente a fotones y guiados hacia el sensor CCD a través de una fibra óptica.

El intensificador de imagen puede ser activado en una compuerta temporal de unos cuantos nanosegundos, 10ns como tiempo mínimo. Aplicando un voltaje negativo, típicamente -150V (depende del material del fotocátodo), entre el fotocátodo y el MCP, los fotoelectrones generados en el fotocátodo son acelerados a través de la diferencia de potencia hacia el MCP para ser multiplicados, entonces se dice que el intensificador se encuentra en abierto, es decir, en el modo *gated on*. Si el voltaje entre el fotocátodo y el MCP es invertido, es decir con un voltaje positivo, los fotoelectrones no son acelerados hacia al MCP y se regresan al fotocátodo, por lo tanto no hay señal observada. Se dice el que intensificador se encuentra cerrado *gated off*. El tiempo mínimo que le toma al intensificador abrirse y cerrarse, es el tiempo mínimo del *gate*. Este tiempo depende de numerosos factores pero principalmente de la estructura del fotocátodo y del circuito electrónico de respuesta. El intensificador puede abrirse de manera repetitiva hasta tasas de 500kHz. Sin embargo la sección de CCD de la cámara no puede leer esta tasa, por lo que el *gating* se opera de manera independiente, para esto se puede emplear una señal externa que abra el intensificador. Estas señales pueden ser sumadas en el CCD e integradas como una sola señal, de esta manera es posible observar señales de baja intensidad que de otra manera no serían visibles.

El sensor CCD puede abrirse por un tiempo controlado, el pulso es de tipo TTL y el tiempo menor del ancho de este pulso es de 10 ms. Durante el tiempo que permanece abierto el CCD integra todas las acumulaciones del intensificador. Por ejemplo, si el *gate* del intensificador es un pulso con un ancho de algunos nanosegundos, y el TTL del CCD es de un 1 segundo, entonces durante un segundo el intensificador se abrirá el número de veces que le sea permitido por el tiempo de 1 segundo.

La cámara ICCD tiene diversas formas de adquirir imágenes. En particular en este experimento se eligió operar el *gating* de manera externa con un pulso proveniente de un fotodiodo de avalancha, APD con un ancho de 17 ns de la marca *Perkin Elmer*. El *gating* tiene un tiempo de respuesta mínimo ante la estimulación de un pulso externo, este tiempo es de 19.6 ns, consultado en el manual de la iStar Andor Solis y medido en un osciloscopio.

Modo de adquisición de imágenes

Obtener una imagen del EA del SPDC con la cámara ICCD requiere únicamente algunos segundos. Los parámetros de la cámara se ajustan para poder obtener imágenes de calidad, los parámetros que se ajustan son la ganancia que apenas se ajusta a unos 500 V y el tiempo de exposición, es decir, el tiempo durante el cual el sensor CCD integra la señal, que para el caso de el EA es únicamente de 4 segundos, en esta parte basta con colocar la cámara en el plano de Fourier, PF en se encuentra el EA del SPDC. Para el caso de detectar fotones en coincidencia ya no es tan sencillo, aquí el principal problema es que el tiempo de respuesta que la ICCD necesita para abrir el intensificador cuando es operado de manera externa. Se requiere

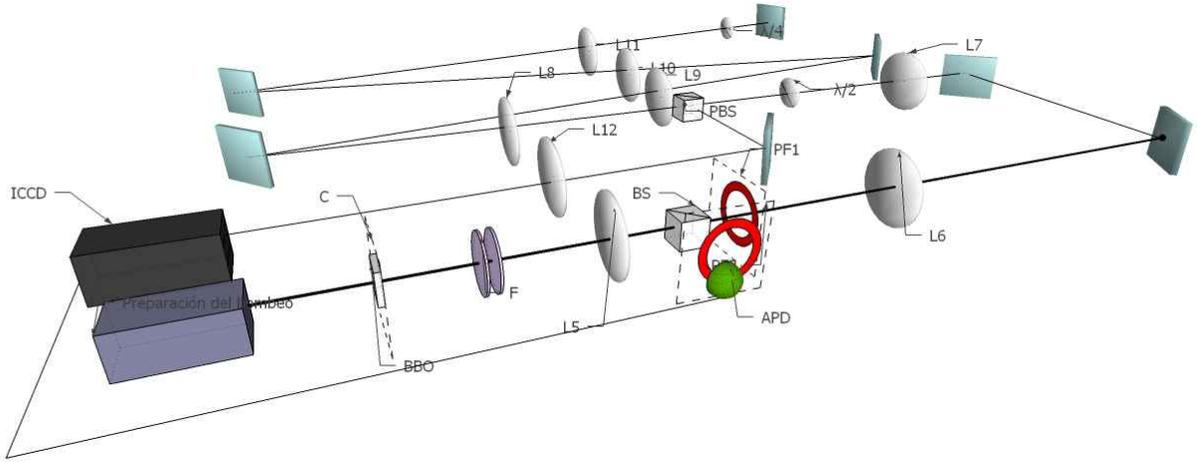


Figura 4.2: Arreglo experimental para disparar la cámara ICCD

que la ICCD detecte al fotón acompañante y señal al mismo tiempo, sin embargo si la ICCD abre el intensificador con la señal del fotón acompañante, tardaría 19.6 ns en realizar esto, por lo que no podría detectar al fotón señal, es por ello que se requiere diseñar un sistema óptico que permita retrasar el fotón señal de tal manera que cuando la ICCD se encuentre lista para abrir el intensificador el fotón señal pueda también ser detectado. El sistema experimental que permite detectar los fotones en coincidencia se esquematiza en la figura 4.2.

Después de la preparación del haz, el bombeo incide sobre el cristal BBO que se encuentra en el plano C, El SPDC obtenido es de tipo I, no colineal y de frecuencia degenerada. Se utilizaron los filtros (F), uno de frecuencias pasaltas que tiene una frecuencia de corte en la longitud de onda 488 nm, con lo cual se bloquean las frecuencias provenientes del bombeo, también se utilizó otro filtro, el cual se encuentra centrado en la longitud de onda de 810 nm y tiene un ancho de banda de 10 nm. Estos filtros se encuentran etiquetados con la letra F. Se utilizó un sistema f - f y un divisor de haz para obtener dos planos de Fourier, PF1 y PF2. La lente utilizada para obtener estos planos L5 tiene una longitud focal de $f = 5\text{cm}$ y un diámetro de 2.54 cm, L5 es colocada a 5 cm del plano C y el PF1 y el PF2 se encuentran a 5 cm después de la lente. El plano FP1 se propaga por 17.6 m de camino óptico construido con una serie de telescopios para retrasar la llegada del fotón señal al plano de la cámara ICCD. L6 y L7 tienen una longitud focal de $f_6 + f_7 = 50\text{cm}$, L6 se coloca a f_6 desde el plano PF1 y entre L6 y L7 la distancia es $f_6 + f_7$. A una distancia $f = 50\text{cm}$ Después siguen L8 y L9 con $f_8 = f_9 = 75\text{cm}$, L8 se coloca a 125 cm desde L7 y la distancia entre L8 y L9 es $f_8 + f_9$, y por último el telescopio formado por L10 y L11, donde $f_{10} = f_{11} = 1\text{m}$. Este camino recorren los fotones de regreso con un espejo que se coloca al final, para ello se utilizó un divisor de haz polarizado, PBS, a una distancia $f = 50\text{cm}$ desde la lente L6. Los fotones tienen polarización ordinaria, es decir, polarización horizontal, cuando pasan por una placa retardadora de $\frac{\lambda}{2}$, su polarización es rotada y se convierte en vertical, de esta manera se transmiten a través de él PBS. Después de la lente L11 se encuentra una placa retardadora $\frac{\lambda}{4}$, esta placa opera dos veces sobre los fotones, una

en la ida y otra en el regreso, con lo que su efecto es como si fuera una placa retardadora de $\frac{\lambda}{2}$, lo cual regresa los fotones a polarización horizontal, así que cuando pasan por el camino de regreso, al pasar nuevamente por el PBS, ya no se transmiten sino más bien se reflejan y pasan por la lente L12, la cual tiene una longitud focal de $f_{12} = 30\text{cm}$ y se encuentra a 80 cm desde el PBS. El plano de la cámara ICCD en donde se obtiene el EA y el EAC de las parejas de fotones se encuentra a 30 cm desde la lente L12.

El plano PF2 tiene un punta de fibra óptica montada en un motor computarizado. La punta de fibra se encuentra conectada a un fotodiodo de avalancha, APD. Cuando la punta de fibra colecta un fotón del EA, el APD emite un pulso TTL con un ancho de 17.6 ns, este pulso va dirigido a la ICCD a través de un cable, con este pulso se abre el intensificador de la ICCD, es decir que esta es la manera de operar el *gating* de la ICCD, para esto el modo de adquisición es *gate only*. El tiempo total que requiere el intensificador para abrirse, tomado en cuenta desde que la punta de fibra colecta un fotón, corresponde al tiempo que el fotón recorre la fibra, $\Delta t_f \approx 6\text{ns}$, más el tiempo de respuesta del APD, $\Delta t_{\text{APD}} \approx 20\text{ns}$, más el tiempo de respuesta del intensificador, Δt_{ICCD} y más el tiempo que recorre el pulso de salida del APD sobre el cable que va conectado hacia la ICCD, Δt_c , la longitud de este cable se ajusta para realizar la sincronización. Entonces, se requiere sincronizar el tiempo total de recorrido del fotón acompañante desde la fibra hasta la ICCD y el tiempo de retraso en el camino óptico de 17.6 m que recorre el fotón señal, lo cual es un tiempo de $\Delta t_{\text{RO}} \approx 58.6\text{ns}$. La longitud del cable que conecta el APD y la CCD se determina de la siguiente manera:

$$\Delta t_{\text{RO}} - \Delta t_f - \Delta t_{\text{APD}} - \Delta t_{\text{ICCD}} = \Delta t_c$$

por lo anterior se requiere un cable con una longitud equivalente a un retraso de 13 ns.

Una vez optimizado el sistema de sincronización la adquisición de imágenes se opera en un modo acumulativo, es decir, la ICCD adquiere varios cuadros de imagen y los suma para dar como resultado una sola imagen. En este caso se utilizaron tiempos de exposición del sensor CCD de 1 segundo, y se adquirieron 3600 acumulaciones por imagen, lo que es una hora de adquisición para las imágenes de cuentas en coincidencias.

En la figura 4.3 se muestra una ventana de coincidencias obtenida con un haz Gaussiano como bombo. El tiempo durante el cual pueden ser observadas las coincidencias es alrededor de 3ns únicamente, en este ejemplo se utilizó un APD de 7ns de ancho en su pulso TTL de salida, con un APD de un ancho mayor esta ventana es más grande, sin embargo, alrededor de la mitad de la ventana de detección se encuentra el tiempo óptimo o el tiempo de máximas cuentas de detección.

4.2.3. Adquisición del EAC

Para obtener cuentas en coincidencia se utilizó el arreglo de la figura 4.2. Después de la preparación del haz, para generar un haz estructurado Bessel-Gauss de orden cero, mostrado

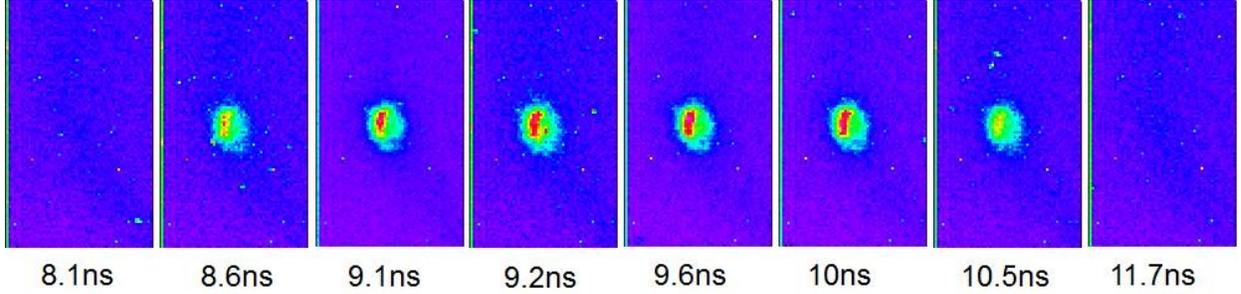


Figura 4.3: Ventana de coincidencias con un haz de bombeo Gaussiano

en la figura 4.1, se coloca el cristal no lineal BBO en el plano C, a la salida del cristal se encuentra el cono de fotones del proceso SPDC, se colocan los filtros, F, para tener el caso más aproximado al degenerado. En el plano focal de la lente L5, $f_5 = 5cm$, colocada f_5 desde el plano C, se encuentra el plano de Fourier PF1. Este plano se divide en dos brazos a través de un divisor de haz. El fotón señal que se transmiten por el divisor de haz se propaga a lo largo de de 17.6 m durante un tiempo de 58.6 ns. Por otro lado, el fotón acompañante que se refleja tiene la finalidad de abrir el gate de la ICCD. Una punta de fibra óptica que se encuentra sobre el Espectro Angular del SPDC en el plano de Fourier, PF1, colecta un fotón acompañante que es registrado por un detector APD, el cual emite un pulso TTL que abre el *gate* de la cámara ICCD. La cámara ICCD se encuentra en modo *gate only* y una vez que recibió el pulso desde el APD, el tiempo de respuesta, δ_{ICCD} , para abrir el APD es de 19.6 ns.

Los fotón acompañante reflejado por el divisor de haz, que abre el gate de la ICCD, requieren un tiempo total que corresponde a la suma de los tiempos; del recorrido de la fibra que colecta el fotón, δ_f , de respuesta del APD, δ_{APD} , del recorrido del cable que conecta al APD y la ICCD, δ_c y de respuesta de la ICCD, δ_{ICCD} . El fotón transmitido (señal) recorre el camino óptico en aproximadamente 58.6 ns, por lo que su detección se encuentra condicionada a la detección del fotón acompañante en el brazo de los fotones reflejados. Para que se lleve a cabo la detección exitosa de tales fotones se requieren dos cosas básicamente, una es la sincronización de tiempos entre los dos brazos del divisor de haz y la otra es la posición de la punta de fibra en el Espectro Angular del SPDC, ya que el plano para el EA del SPDC se encuentra en el plano focal de la lente L5 en el brazo de los fotones reflejados, si la punta de fibra se coloca fuera de este plano, las coincidencias se pierden. La forma del EAC y la posición de la punta de fibra sobre el EA se muestran con un recuadro de color negro en la sección de resultados para cada caso particular de obstrucción y orientación de la misma.

Finalmente, los registros del EAC son acumulaciones de 3600 imágenes tomadas con un tiempo de exposición de 1 s, es decir, que el sensor CCD se mantuvo abierto durante 1 s sumando las intensidades registradas durante ese tiempo.

4.3. Resultados experimentales y de simulaciones numéricas

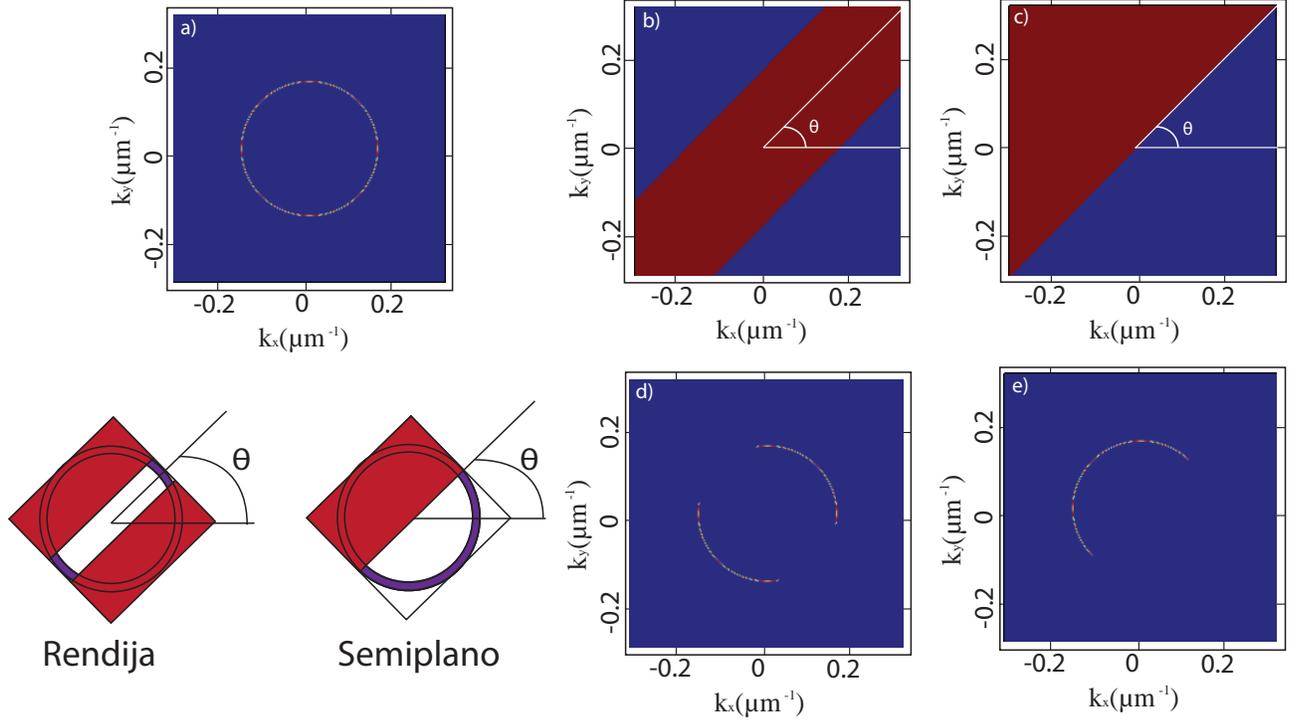


Figura 4.4: Espectro angular del bombeo y obstrucciones, rendija y semiplano que pueden ser rotados alrededor del ángulo θ

En esta sección se presentan los resultados experimentales y de simulaciones numéricas de obstruir con un semiplano y una rendija el espectro angular del bombeo, ambas obstrucciones son rotadas un ángulo θ para explorar la contribución de los vectores de onda transversales en la formación del EA del SPDC. A partir de la estructura del EA del SPDC sin obstrucción se puede explorar la contribución de cada parte que logra pasar la obstrucción y con ello ser un nuevo haz de bombeo, el nuevo bombeo generado tiene un rango de vectores de onda transversales restringido con respecto al que no es obstruido. La contribución de la distribución de vectores de onda al SPDC depende el ángulo entre el eje óptico del cristal y de los vectores de onda transversales del bombeo obstruido.

En la figura 4.5(c) se muestra el EA del SPDC cuando es generado por el bombeo mostrado en 4.5(a). La forma del EA de las parejas de fotones será modificada en función de la forma de la obstrucción como a continuación será mostrado. Todas las formas y estructuras que se presentan como resultados al obstruir el haz de bombeo, representan una parte del EA de la figura 4.5(c), es decir, que la suma coherente de las contribuciones de todos los vectores de onda del haz de bombeo, da como resultado el EA del SPDC cuando no se obstruye el haz de bombeo.

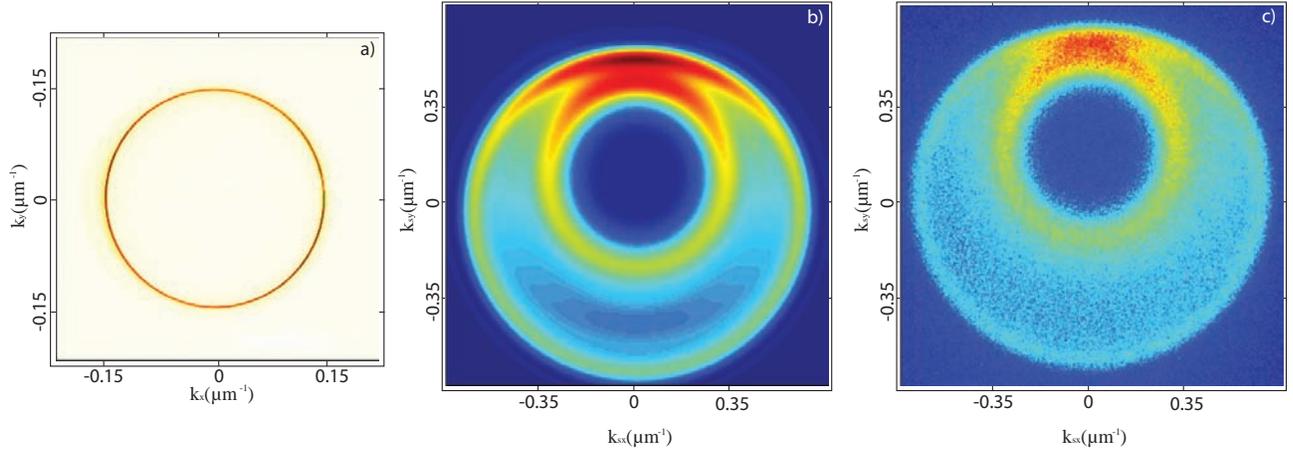


Figura 4.5: En a) el espectro angular del bombeo BG-0, b) simulación numérica del EA del SPDC y c) EA obtenido con el arreglo experimental 4.2.

Se puede observar que para el caso de la obstrucción semiplano, en la figura 4.6(a) un bombeo formado por la mitad inferior del anillo de la figura 4.5(a), este rango de vectores de onda transversales contribuyen a formar el radio externo del EA del SPDC. De igual manera, se puede observar que el radio interno del EA del SPDC, el cual es un radio pequeño, lo forma la contribución que se muestra en la figura 4.10(a), la cual corresponde a la mitad superior del bombeo. En las figuras 4.7, 4.8, 4.9, 4.11, 4.12 y 4.13 tienen contribuciones tanto de la parte superior como de la parte inferior del espectro angular del bombeo, por lo que la estructura del Espectro Angular que generan muestra combinaciones del anillo externo y del anillo interno. En todas las figuras se muestra el bombeo obstruido, el resultado de las simulaciones numéricas y el resultado experimental. La suma coherente de todos los EA a distintos ángulos resulta en el bombeo original sin obstrucción.

Otra medición que se presenta en las figuras del Espectro Angular del SPDC es el Espectro Angular Condicional, EAC. Estas mediciones fueron obtenidas mediante el esquema descrito en la sección 4.2.2. La posición de la fibra sobre el EA del SPDC es controlada por un motor computarizado, por lo que es posible seleccionar el punto del EA sobre el cual se desea colocar la fibra. De esta manera, una vez seleccionada la posición de la fibra en el plano de Fourier, PF1, se procede a la adquisición de imágenes al final del camino óptico de 17.6 m, las imágenes se adquieren en el plano focal de la lente L12. En los resultados se muestra el EA modificado por la obstrucción y el EAC adquirido con la posición de la fibra fija indicada en los recuadros de color negro.

Los resultados de la obstrucción de rendija se muestran en las figuras 4.6, 4.7, 4.8 y 4.9, para ángulos mayores a 135° la orientación de la rendija es equivalente a alguna de estas configuraciones. La rendija permite que los bombeos mantengan contribución de la parte superior y de la parte inferior del espectro angular del bombeo, es por eso que el SPDC generado presenta partes del radio interno y del radio externo. El ancho de la rendija es importante, ya que depende como se restringe el rango de los vectores de onda transversales del bombeo que

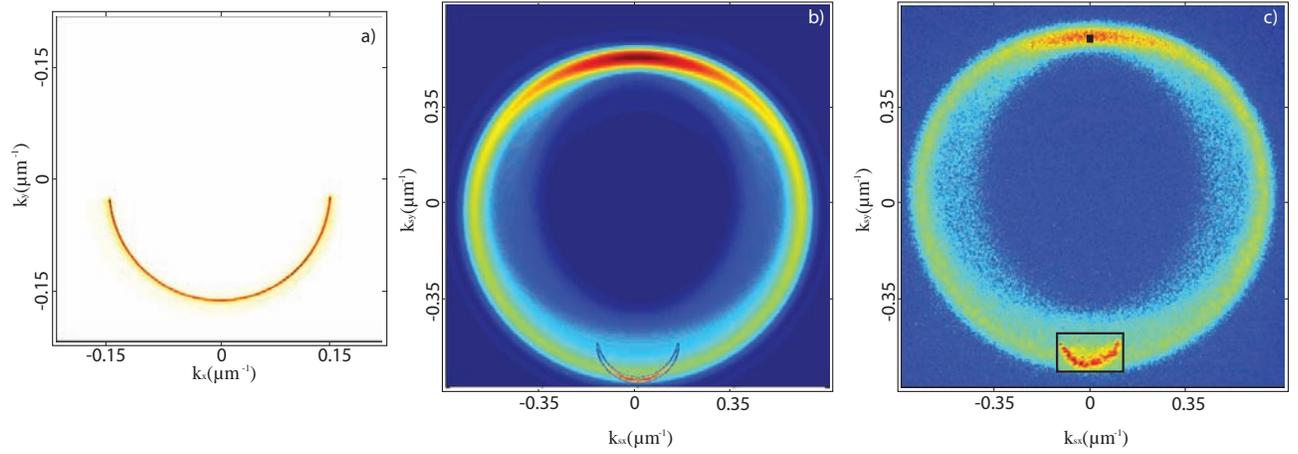


Figura 4.6: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.

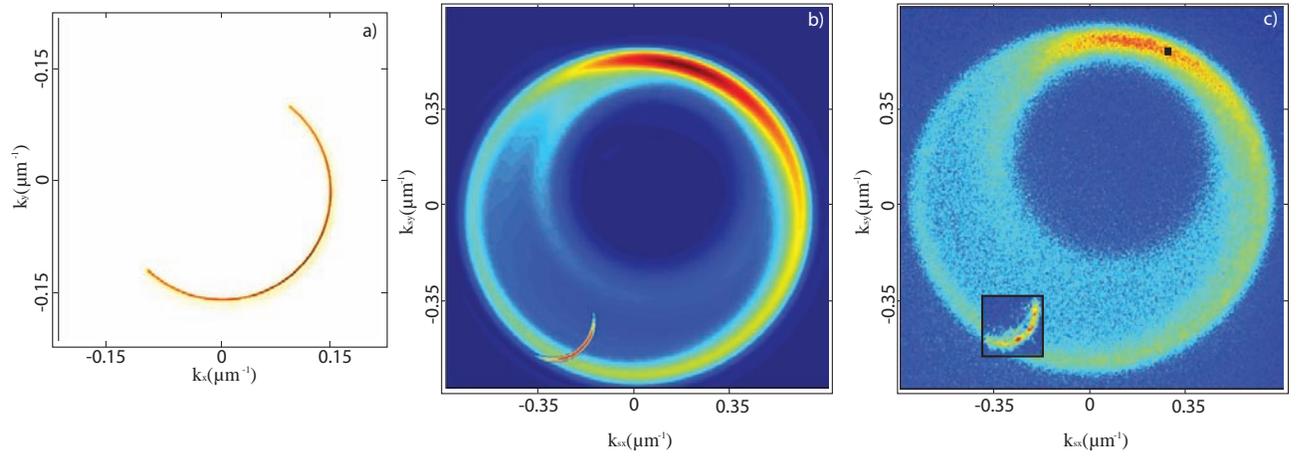


Figura 4.7: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 45^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.

contribuyen al EA del SPDC.

La obstrucción de la rendija que deja pasar dos partes del anillo del EA del bombeo, se asemeja a tener dos bombesos incidiendo sobre el cristal, cuando la rendija es lo suficientemente angosta, alrededor de $100 \mu m$, la distribución de vectores de onda transversales de los dos bombesos es prácticamente uniforme, si la rendija está orientada de manera perpendicular al ángulo de walk-off, la estructura que se obtiene del Espectro Angular del SPDC es un par de anillos parecidos al SPDC de tipo II, en la figura 4.18 se muestra el EA del SPDC.

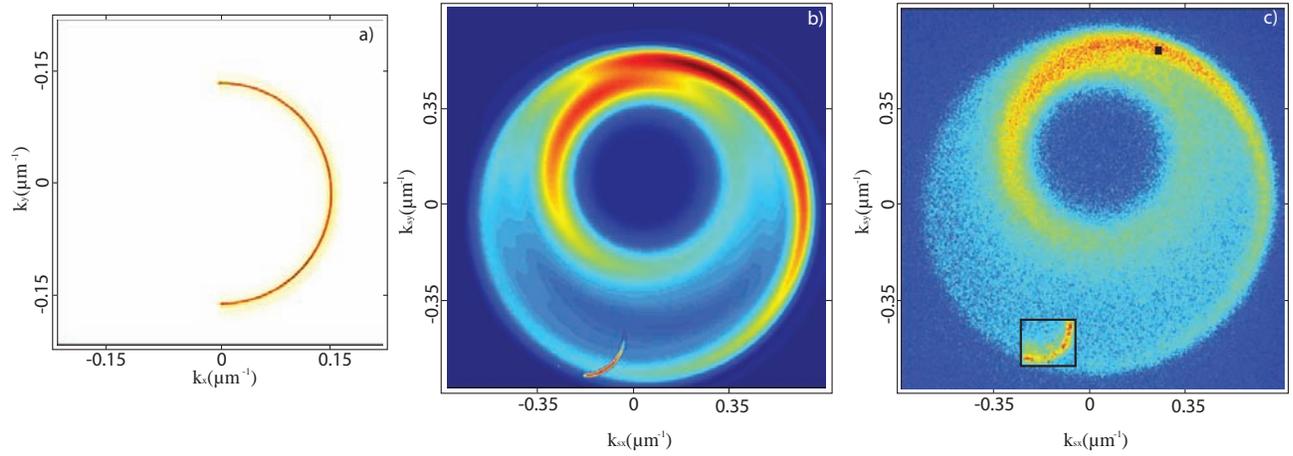


Figura 4.8: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 90^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.

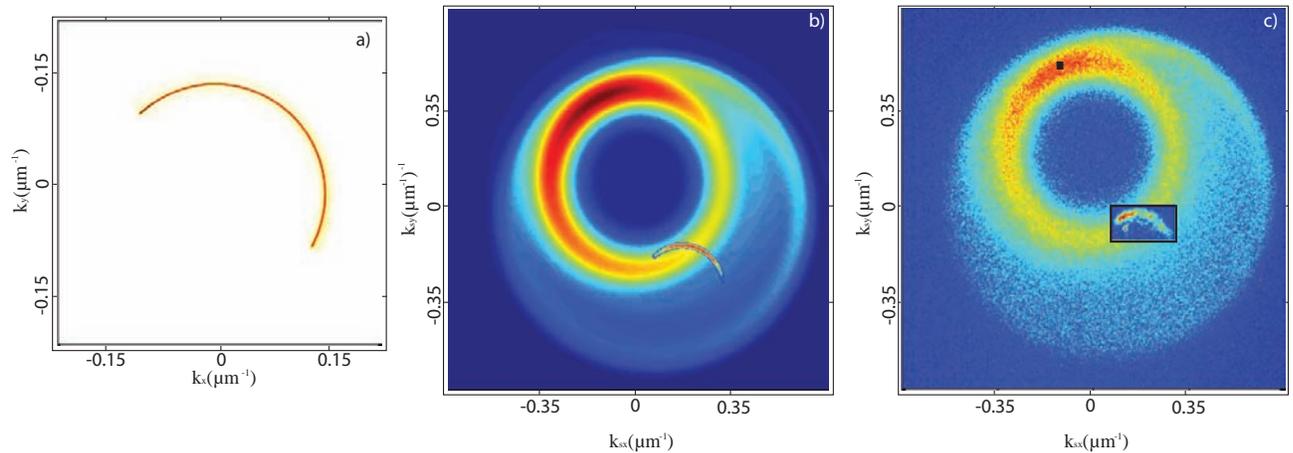


Figura 4.9: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 135^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.

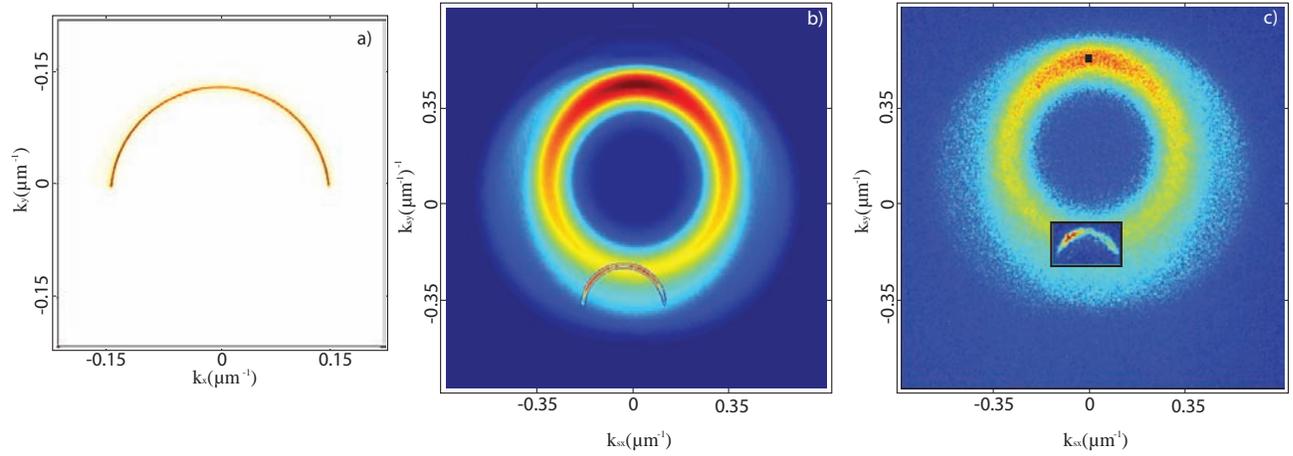


Figura 4.10: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 180^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.

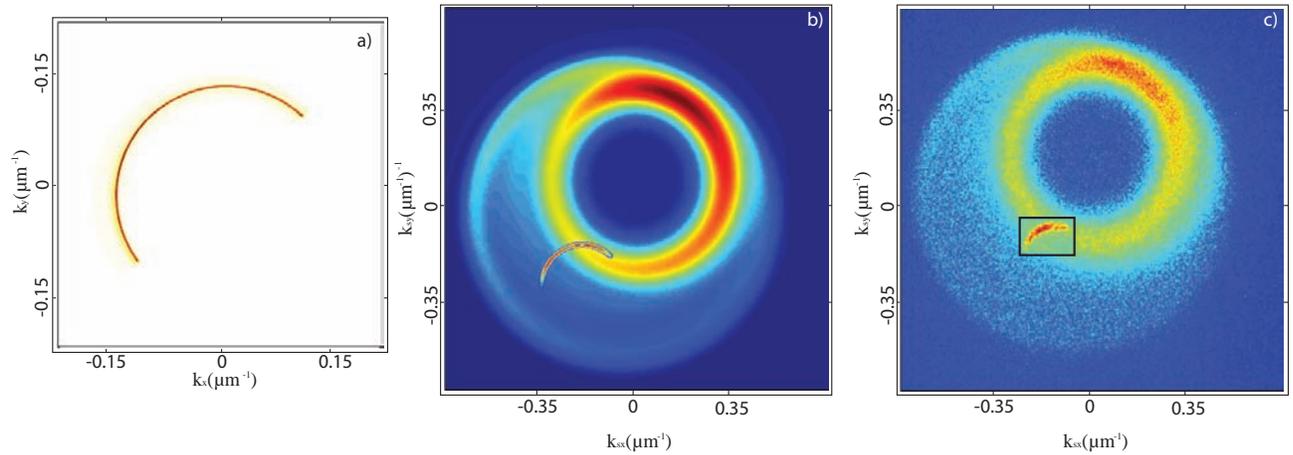


Figura 4.11: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 225^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.

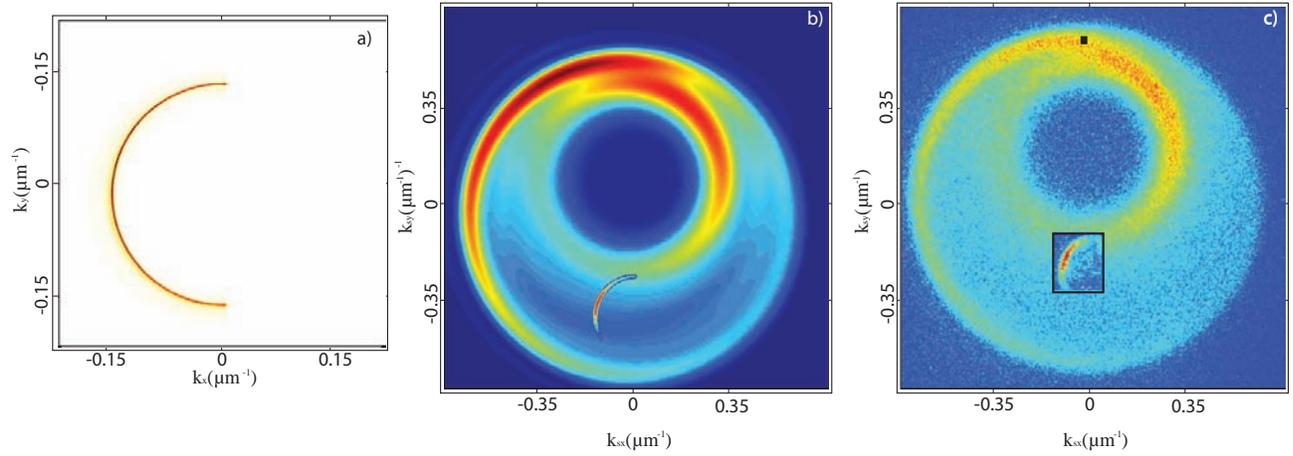


Figura 4.12: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 270^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.

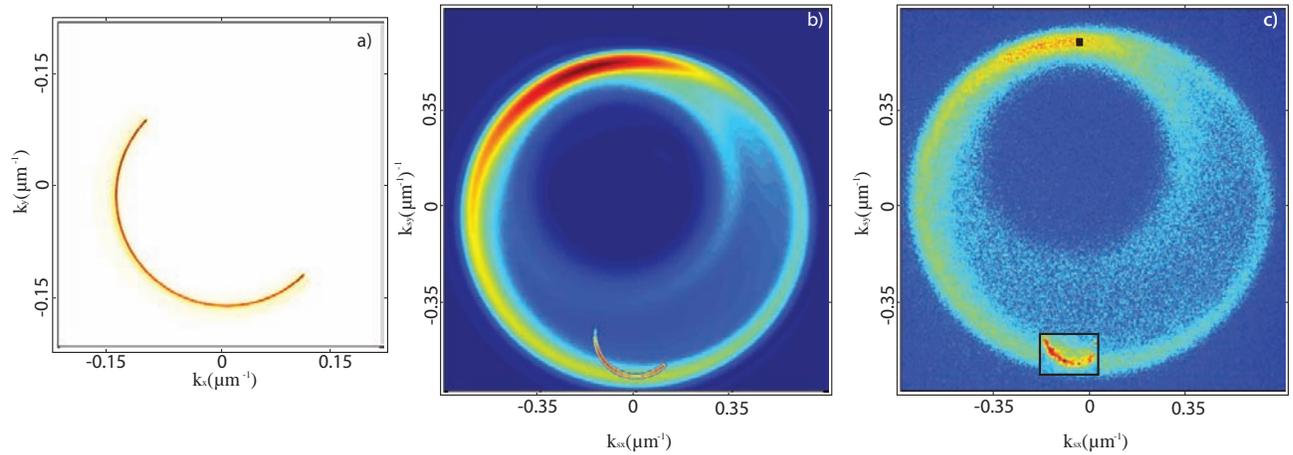


Figura 4.13: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con un semiplano rotado a $\theta = 315^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo registrados en un detector APD.

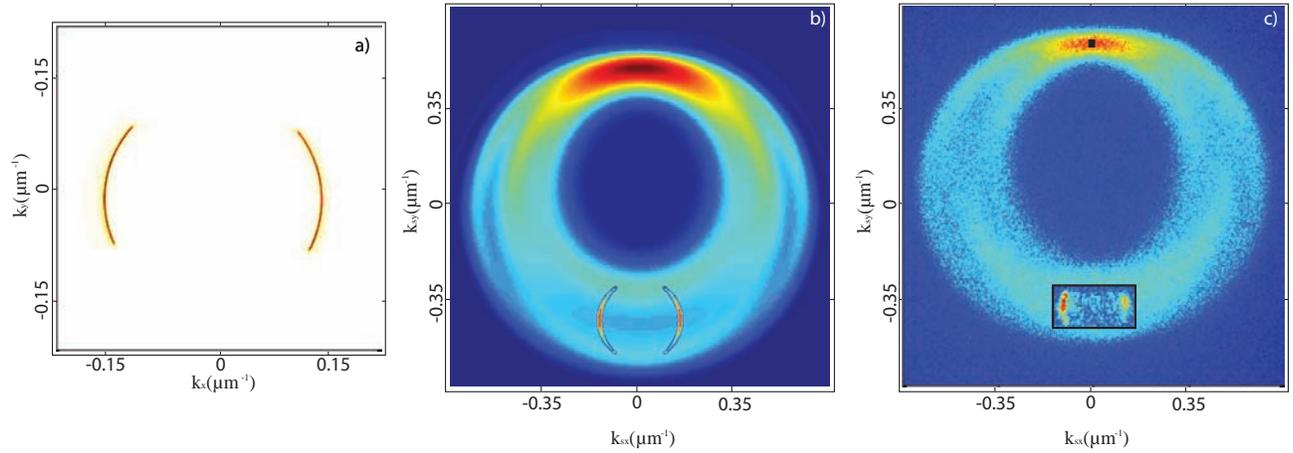


Figura 4.14: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con una rendija rotada a $\theta = 0^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.

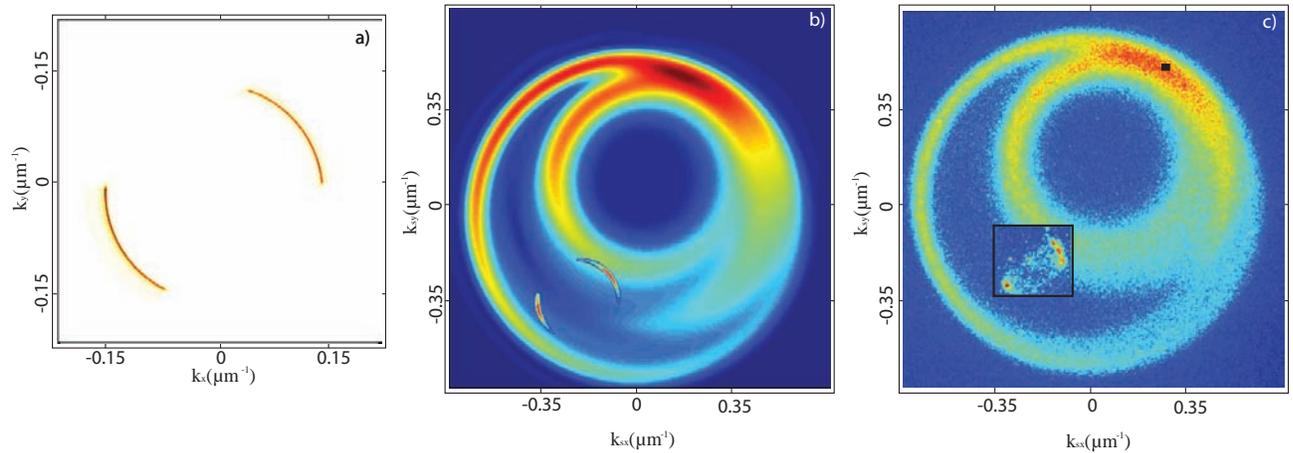


Figura 4.15: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con una rendija rotada a $\theta = 45^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.

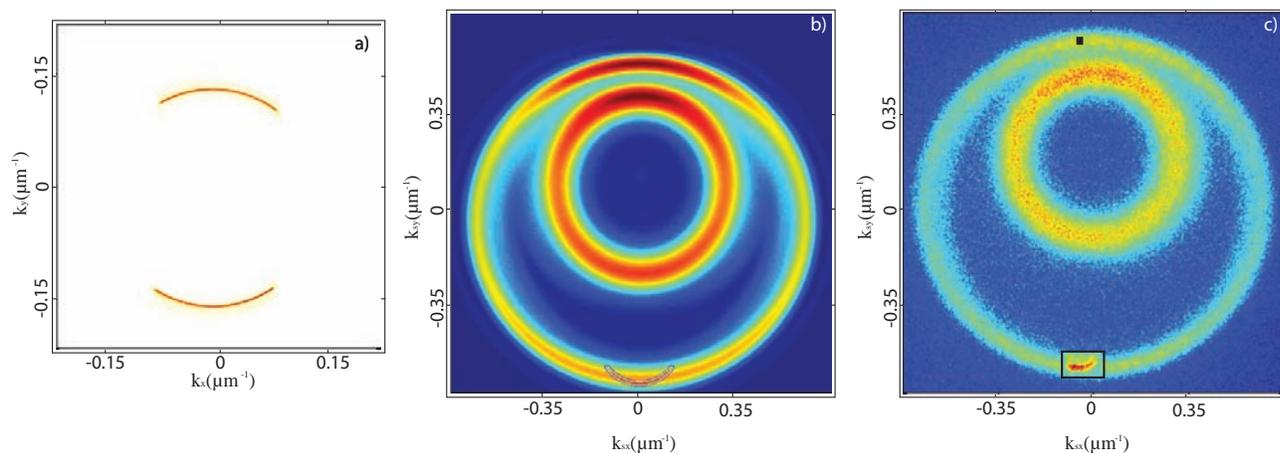


Figura 4.16: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con una rendija rotada a $\theta = 90^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.

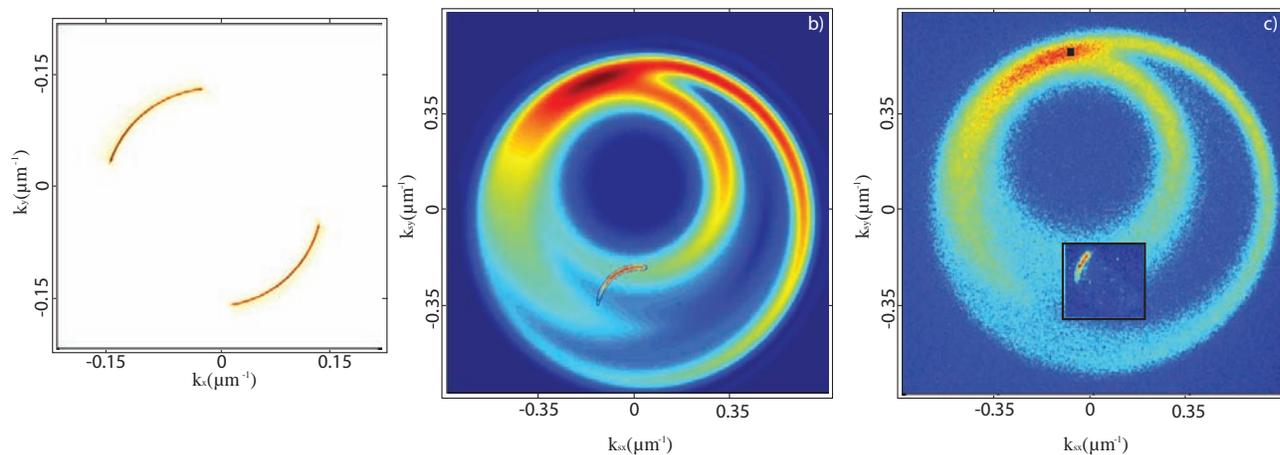


Figura 4.17: Espectro angular del bombeo BG-0 obstruido con una rendija rotada a $\theta = 135^\circ$, simulación numérica del EA del SPDC y el EAC, EA y EAC obtenidos del arreglo experimental 4.2. El EAC es condicionado cerca de la posición con mayor número de cuentas por unidad de tiempo.

4.3.1. Estados generados con una obstrucción rendija angosta

Cuando la obstrucción es una rendija muy delgada, de tal manera que las dos pequeñas partes que deja pasar del bombeo, asemejando a dos vectores de onda, k , simétricamente dispuestos con respecto al haz de bombeo. Las dos partes que deja pasar la obstrucción son diametralmente opuestas, así que contribuyen de manera diferente a la formación y estructura del EA del SPDC. Los resultados se muestran en las figuras 4.18, 4.21, 4.22 y 4.23 para una rendija de $100 \mu m$.

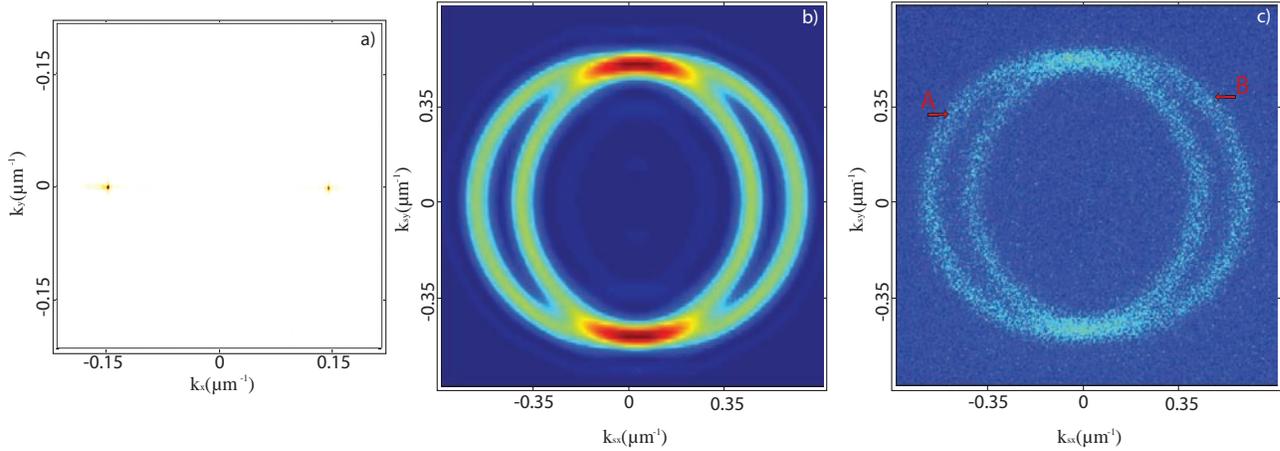


Figura 4.18: Espectro angular del SPDC obtenido con una rendija de $100 \mu m$ orientada sobre el eje x a $\theta = 0^\circ$, la cual es una orientación perpendicular al ángulo de Walk-off. En a) se muestra el bombeo obstruido, en b) la simulación numérica y en c) la medición experimental

En la figura 4.18(a) se observa que cuando una rendija muy estrecha obstruye el Espectro Angular del bombeo de tal manera que su orientación es perpendicular al ángulo de Walk-off, el nuevo bombeo corresponde a dos vectores de onda, k , diametralmente opuestas, lo que da origen a un Espectro Angular del SPDC de doble anillo, ver fig. 4.18(c). Se etiqueta a cada uno de los anillos con las letras A y B , para representar a los fotones que conforman cada uno de los anillos, de esta manera se puede indicar que hay fotones que se distribuyen en el anillo A y hay fotones que se distribuyen en el anillo B y en las intersecciones coexisten fotones de ambos anillos. Estos anillos se asemeja a la estructura para SPDC de tipo II.

En la figura 4.19 se muestra el proceso SPDC para un empatamiento de fase tipo II. En este caso, el fotón señal y el fotón acompañante tienen polarizaciones perpendiculares entre sí, es decir, sí uno tiene polarización vertical, V , entonces el otro tiene polarización horizontal, H . Cada anillo es la distribución de los fotones, por lo que un anillo tiene polarización H y el otro polarización V , sin embargo presentan dos zonas de intersección en donde los fotones tienen la misma probabilidad de presentar cualquiera de las dos polarizaciones.

En la figura 4.20 se muestra un esquema de la obstrucción de la rendija angosta y perpendicular al walk-off, dos vectores de onda k_p diametralmente opuestas inciden sobre el cristal no lineal y generan cada una un anillo, por lo que los dos anillos generados presentan dos zonas de

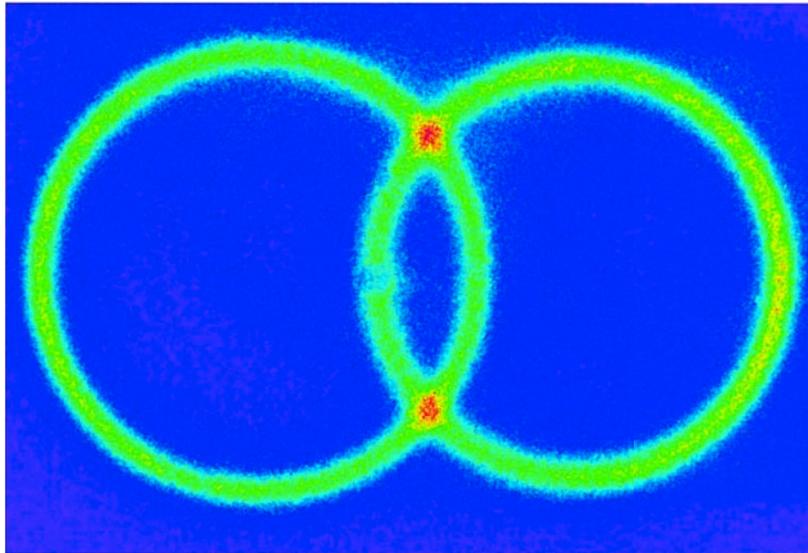


Figura 4.19: SPDC tipo II

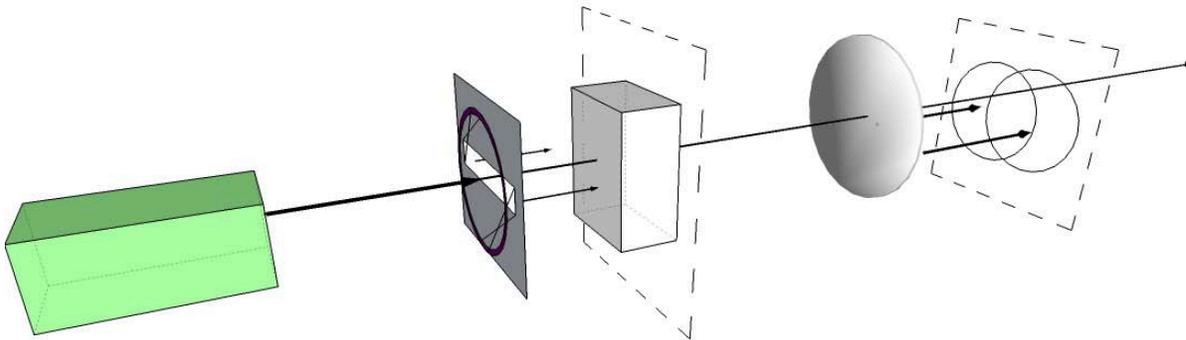


Figura 4.20: Cada valor diferente de k genera un anillo, los cuales se intersectan

intersección parecidas a las del caso de SPDC tipo II, sin embargo en este caso, la polarización de ambos anillos es la misma.

En el caso de la figura 4.21(a) la rendija se encuentra rotada $\theta = 45^\circ$, lo que da como resultado que una parte superior y una parte inferior del bombeo puedan transmitirse, y, por tanto generar un anillo interior pequeño, y, un anillo exterior grande respectivamente, tal como se puede observar en la figura 4.21(c) en el EA del SPDC. En este caso se observa únicamente una zona de intersección entre ambos anillos asimétricos.

En la figura 4.22(a) la rendija se encuentra orientada de forma paralela al ángulo de walk-off,

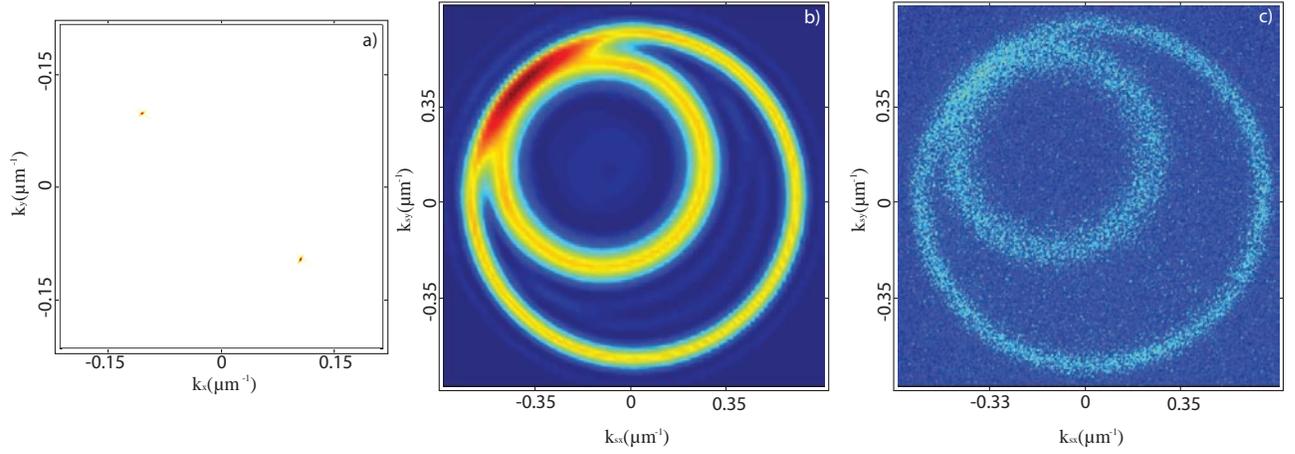


Figura 4.21: Espectro angular del SPDC obtenido con una rendija de $100 \mu\text{m}$ rotada a $\theta = 45^\circ$ sobre el eje x . En a) se muestra el bombeo obstruido, en b) la simulación numérica y en c) la medición experimental

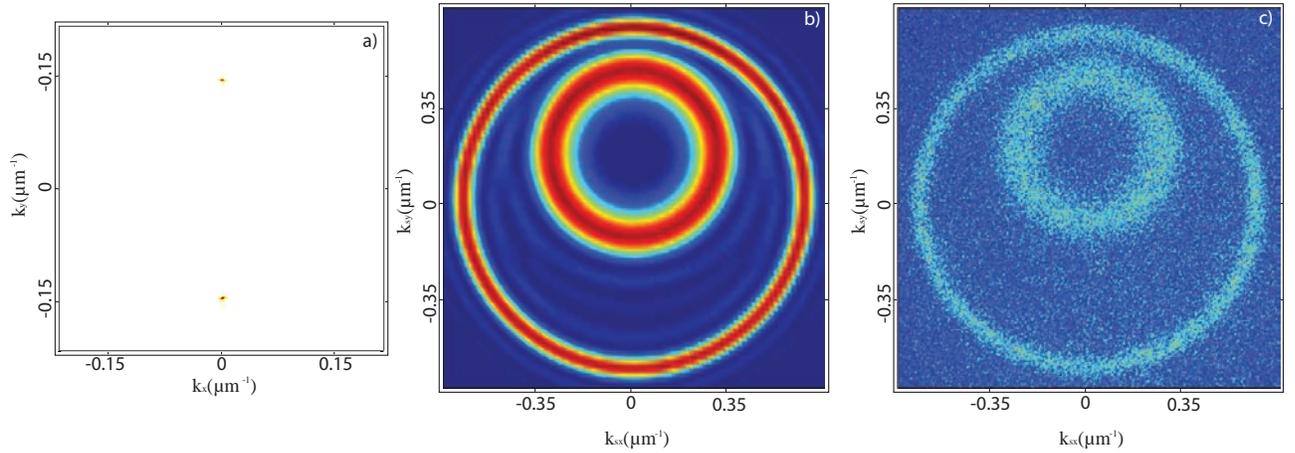


Figura 4.22: Espectro angular del SPDC obtenido con una rendija de $100 \mu\text{m}$ rotada a $\theta = 90^\circ$ sobre el eje x . En a) se muestra el bombeo obstruido, en b) la simulación numérica y en c) la medición experimental

una sección de la parte superior y una sección de la parte inferior forman un anillo exterior grande y un anillo interior pequeño en el EA del SPDC de la figura 4.22(c). En este caso no existe ninguna zona de intersección, los fotones se hallan distribuidos ya sea en el anillo exterior grande o el interior pequeño.

En la figura 4.23(a) se observa un caso parecido al de la figura 4.21(a), la orientación tiene una fase de π , por lo que la orientación del EA del SPDC cambia también como se puede observar en la figura 4.23(c).

Las figuras 4.18, 4.21, 4.22 y 4.23 representan diferentes estados de las parejas de fotones en las variables de momento transversal, por lo que la suma coherente de las intensidades de los diferentes EA generados con obstrucción, da como resultado el EA del SPDC generado con el bombeo completo.

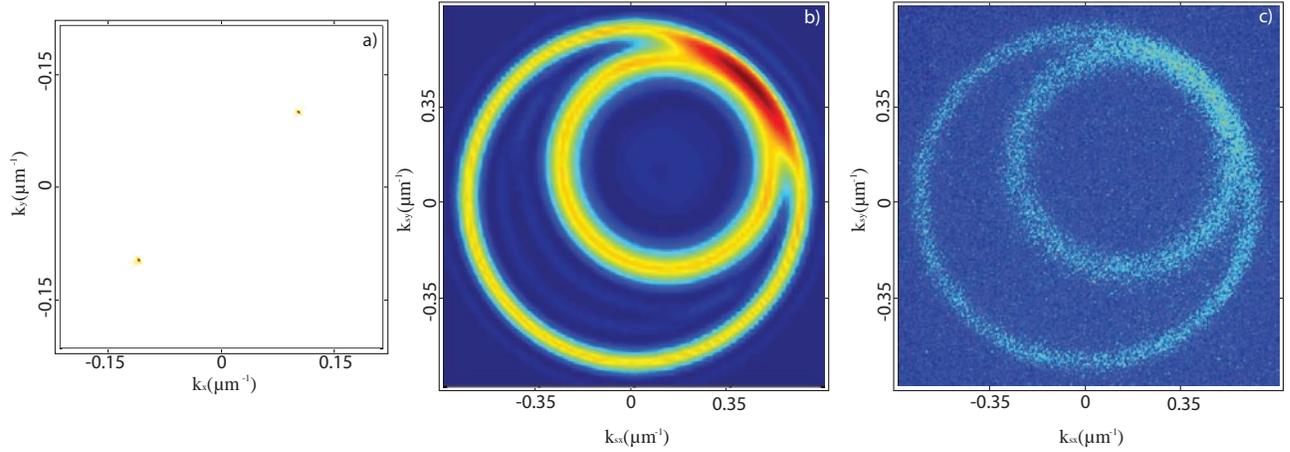


Figura 4.23: Espectro angular del SPDC obtenido con una rendija de $100 \mu\text{m}$ rotada a $\theta = 135^\circ$ sobre el eje x . En a) se muestra el bombeo obstruido, en b) la simulación numérica y en c) la medición experimental

4.4. Conclusiones

A través del control del bombeo es posible diseñar estados de parejas de fotones con propiedades espaciales controladas. Es posible utilizar diferentes tipos de obstrucciones que modifiquen la forma del EA del bombeo y con ello cambiar la estructura del EA del SPDC. Un caso interesante presentado en este capítulo, corresponde cuando el estado de los fotones se genera con dos vectores de onda que tienen diferente dirección de propagación, lo que da lugar a un Espectro Angular con una estructura de doble anillo que es similar a al EA para SPDC tipo II. Si los fotones que conforman cada uno de los anillos tuvieran asociada una fase, entonces sería posible escribir un estado de tipo Bell para estos fotones, lo cual sería una propuesta novedosa para la construcción de *qubits* con enredamiento espacial, es decir en la variable \vec{k}^\perp .

Capítulo 5

Conclusiones

En este capítulo se hace un sumario de los objetivos alcanzados en este trabajo. El eje sobre el cual se desarrolla la presente tesis se encuentra sobre el control, el diseño y la ingeniería de las propiedades espaciales de las parejas de fotones producidas en el proceso de conversión paramétrica descendente. La importancia de obtener fotones a diseño o de tener un control sobre las características de estos fotones radica en que se pueden generar fuentes de luz no clásicas que puedan cubrir requerimientos puntuales y específicos. Estas fuentes de fotones son la base de las tecnologías en comunicación e información cuántica. Los requerimientos específicos de cada fuente depende del medio o sistema con que el que interactúen, por ejemplo si se requiere que sean resistentes a los medios turbulentos, los fotones que generados que tienen MAO son los indicados, si se requiere que tengan una propagación no uniforme a través de medio, por ejemplo un sistema de átomos, funcionan los que se generan con haces de bombeo BG fuera de la aproximación paraxial. Estos son sólo algunos ejemplos de como son utilizadas las fuentes de fotones.

En los experimentos que se presentan a lo largo de los capítulos 2, 3 y 4 se obtienen y caracterizan los fotones generados con las condiciones establecidas previamente experimentalmente. En términos generales las conclusiones se pueden resumir del siguiente modo:

1. Generación de parejas de fotones con momento angular orbital en la aproximación de *crystal delgado*. La comprobación del valor del MAO heredado del bombeo haz Bessel-Gauss de orden superior, a los fotones se realizó a través de la difracción de campo lejano del fotón individual anunciado. Se obtuvieron fotones con MAO con $l = 1$ y $l = 2$.
2. Generación de parejas de fotones fuera de la aproximación de cristal delgado y también de la aproximación paraxial. En este caso el haz de bombeo, haz Bessel-Gauss de orden cero, fue obtenido de tal manera que su espectro angular cumple con $k_{tp} \gg \delta_{k_{tp}}$, es decir, que el radio de la transformada de Fourier sea mucho más grande que su ancho, de esta manera, bajo esta condición es posible acceder de manera sencilla a una región fuera de la aproximación paraxial. Con esta configuración experimental se obtuvieron mediciones tanto del espectro angular del SPDC, del espectro angular condicional y de las correlaciones mixtas de las variables fotónicas. Aquí se encontraron estructuras de doble correlación en las direcciones k_x y k_y sobre el espectro angular que no se habían

propuesto anteriormente, y que pueden tener aplicaciones en códigos de comunicación cuántica.

3. Control de la forma espacial del EA y del EAC de las parejas de fotones, a través de la selección controlada de los vectores de onda que inciden sobre el cristal no lineal. Para esto se utilizó un haz de bombeo BG con una apertura angular de vectores fuera de la aproximación paraxial, posteriormente, se obstruyeron mediante una rendija y un plano algunas regiones de los vectores de onda.

Un caso interesante se observó con la obstrucción de rendija angosta, de $100\mu m$ y perpendicular al ángulo de walk-off. Los dos regiones que deja pasar del bombeo, se asemeja a tener dos valores del vector de onda transversal, lo que da lugar a dos anillos superpuestos y simétricos, cada uno proveniente de su respectiva vector de onda. Estos anillos superpuestos se semejan a los que se obtienen en un proceso de conversión paramétrica descendente de tipo II.

4. Implementación del sistema de adquisición de imágenes del espectro angular del SPDC y del espectro angular condicional con una cámara ICCD. En este caso, se implementó un nuevo sistema de adquisición de datos en cuentas simples y en cuentas en coincidencia a través del registro de imágenes obtenidas con una cámara ICCD, para esto se implementó un arreglo óptico de dos brazos que permitiera viajar y retrasar uno de los fotones hasta compensar el retraso electrónico de la cámara ICCD, el detector ADP y la fibra óptica de colección. Este sistema fue exitoso y ahora es una nueva forma de adquirir en el laboratorio de Óptica Cuántica del Instituto de Ciencias Nucleares.

Apéndice A

Simulaciones numéricas de las correlaciones transversales

En este apéndice se describe como se hicieron los cálculos numéricos para el EA, EAC y las correlaciones transversales $x - x$, $y - y$ y $x - y$. En los capítulos 3 y 4 se presentan varios resultados de estas simulaciones comparadas con los resultados experimentales y se observa una buena concordancia entre ambas, por lo que en las siguientes secciones se describe como se construyeron las simulaciones numéricas.

La simulación numérica del EA del SPDC evalúa la Ec. 1.78 en unas mallas que se construyen para realizar las integrales los espacios de los momentos transversales del modo señal $\int d^2k_s^\perp$, momentos transversales del modo acompañante, $\int d^2k_i^\perp$ y para un rango de frecuencias angulares del fotón señal $\int d\omega_s$. La distancia entre los puntos vecinos de las mallas, Δd es importante porque de dicha distancia depende la convergencia del cálculo. Cuando las mallas tienen pocos puntos para evaluarse y realizar las integrales el EA del SPDC no converge y no logra definirse, es por ello que es importante garantizar un número de puntos en las mallas que garanticen la convergencia de los cálculos.

La malla construída para el espacio de las frecuencias angulares del fotón señal, ω_s , donde se realiza la integral, $\int d\omega_s$, recorre un intervalo de frecuencias alrededor de la longitud de onda $\lambda_c = 810nm$. Para la construcción de esta malla se consideran los filtros utilizados en los montajes experimentales, los cuales pueden ser de un ancho de 30 nm cuando se utiliza el filtro espectral con un ancho de banda de 10 nm, ó bien, de ancho de 80nm cuando se aplica el filtro espectral de 40 nm alrededor de la frecuencia angular λ_c . La distancia entre puntos, en ambos casos, es de $\Delta\omega = 1PHz$ el cual, es un valor para que la integración numérica converja, es decir, no cambie significativamente. El intervalo de frecuencias de esta malla es utilizado para realizar la transformación del espacio de posiciones, $\vec{\rho}(x, y)$ al de los momentos transversales a través de la transformación:

$$\begin{aligned}\vec{k} &= A(\omega)\vec{\rho}(x, y), \\ A(\omega) &= \frac{\omega}{cf}\end{aligned}\tag{A.1}$$

donde f corresponde a la longitud focal de lente utilizada para obtener el plano de Fourier.

La malla construída para el espacio de k_s^\perp , donde se realiza la integral, $\int d^2k_s^\perp$, cubre el espacio que recorren los detectores, es decir, el centro del núcleo de la fibra óptica en el plano de Fourier. El tamaño de esta malla corresponde al que es necesario desplazar con los motores computarizados los detectores, para el caso de los experimentos aquí presentados fue de 9mm. Así que la malla distribuye a lo largo de 9mm en las direcciones x y y los desplazamientos de la fibra de los detectores. En la construcción de esta malla los parámetros que se toman en cuenta son el diámetro del núcleo de la fibra, y el número de desplazamientos que se hacen a lo largo de los 9mm que recorre el motor [14].

La malla construída para el espacio de k_i^\perp , los vectores de onda trasnversales asociados al fotón acompañante y donde se realiza la integral, $\int d^2k_i^\perp$. Esta malla se obtiene con la Ec. A.1, donde ρ son los puntos de la malla del espacio k_s^\perp y $A(\omega)$ recorre el rango de frecuencias de la malla para el espacio ω_s . Esta malla tiene al menos dos veces el número de puntos de la malla para el espacio del fotón señal, $\int d^2k_s^\perp$, para garantizar la convergencia de la integral.

Para obtener el valor del EA del SPDC en cada punto de la malla k_s^\perp , se evalúa la función, $\tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s)^2$, de la Ec. 1.78, para esto se consideran todos los valores de la malla del espacio del fotón acompañante y se realiza la integral numérica, es decir, se suman y se multiplican por el espacio entre el mallado, Δk_{ix} y Δk_{iy} , esta suma se realiza para cada una de las frecuencias que forman la malla ω_s , es decir, por cada punto en la malla de las frecuencias, y finalmente se realiza la integración numérica, se suman los valores marginales y se multiplica por el espacio del mallado, $\Delta\omega_s$. Al final lo que se obtiene es el valor del EA en cada punto de la malla k_s^\perp [14].

Para obtener el EAC se resuelve numéricamente la función $R_c(k_{sx}, k_{sy}, k_{ix0}, k_{iy0})$ dela Ec. (1.67). El valor del momento transversal, (k_{ix0}, k_{iy0}) , del fotón acompañante que condiciona al fotón señal se elige en algún punto del EA del SPDC. Se construye la malla para la integral, $\int d^2k_s^\perp$, alrededor del punto $(k_{sx0} = -k_{ix0}, k_{sy0} = -k_{iy0})$. En este caso se toma encuentra el área de aceptación de la función $g_\mu(\vec{k} - \vec{k}_\mu)$, $\mu = s, i$, para el fotón señal y para el fotón acompañante de la Ec. 1.70. Por lo que se construye una submalla alrededor de cada punto (k_{sx}, k_{sy}) , el tamaño de está malla depende del diámetro de la punta de fibra que colecta los fotones. La submalla también se construye alrededor del punto fijo que condiciona (k_{ix0}, k_{iy0}) . Se evalúa la función, $\tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s)^2$, en la submalla alrededor de cada punto (k_{sx}, k_{sy}) , tomando en cuenta todos los valores de la submalla en (k_{ix0}, k_{iy0}) , se obtiene la suma marginal de estos valores y lo que resulta es un valor del EAC en cada punto de la malla (k_{sx}, k_{sy}) . Esto se repite para cada frecuencia, es decir, para cada punto del espacio de las frecuencias, ω_s . Entonces lo que se obtiene es un arreglo ó célula de EAC's calculados con diferentes frecuencias, por lo que suma de cada una de estas matrices, multiplicadas por el espacio entre el mallado de la frecuencia, $\Delta\omega_s$, es el valor del EAC en cada punto (k_{sx}, k_{sy}) .

El cálculo numérico de las correlaciones transversales es parecido al cálculo del EAC, solo que los espacios son mixtos, es decir, en lugar de evaluar $\tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s)^2$, en la submalla

alrededor de cada punto (k_{sx}, k_{sy}) , ésta se evalúa en la submalla construída alrededor de cada $k_{\mu x}, k_{\mu y}$, con $\mu = s, i$, de tal manera que la suma marginal de estos valores es en los espacios mixtos, $(k_{ix}, k_{sx}), (k_{iy}, k_{sy}), (k_{iy}, k_{sx})$. Las mallas que aquí se construyen son unidimensionales a lo largo de las direcciones x y y y las submallas construídas alrededor de cada punto de la malla unidimensional, cubre un área que representa el diámetro de la punta de fibra y estas submallas son bidimensionales, es decir, se evalúan para las direcciones x y y . De igual manera que para el EAC, la suma marginal de evaluar $\tilde{F}(\vec{k}_s^\perp, \omega_s, \vec{k}_{s0}^\perp, \vec{k}_i^\perp, \omega_p - \omega_s)^2$, en la submalla alrededor de cada punto (k_{sx}, k_{sy}) en los espacios mixtos se hace para cada punto de la malla de frecuencias, ω_s , lo que se obtiene es un arreglo de matrices de $R_c(k_{sx}, k_{sy}, k_{ix}, k_{iy})$, con dos variables fijas, calculadas a diferentes frecuencias, por lo que suma de cada una de estas matrices, multiplicadas por el espacio entre el mallado de la frecuencia, $\Delta\omega_s$, es el valor de $R_c(k_{sx}, k_{sy}, k_{ix}, k_{iy})$ en cada punto de los espacios mixtos $(k_{\mu x}, k_{\mu y})$.

Apéndice B

Lista de equipo e instrumentos

Nombre	Fabricante	Modelo
Cristal BBO	Castech	Cortado a ángulo $\theta_{pm} = 29.3^\circ$
Axicón 1	Altechna	Ángulo de apertura 178°
Axicón 2	Altechna	Ángulo de apertura 176°
Placa de Fase Vórtice PFV	RPC Photonics	Model VPP-1b
Placa de Fase Vórtice PFV	RPC Photonics	Model VPP-2
Cámara CCD	Thorlabs	DCU224M
Contadores de fotones	Stanford Research systems	SR400
Contadores Universales de intervalos temporales	Stanford Research systems	SR620
Discriminador	Phillips Scientific	704
Unidad lógica	Phillips Scientific	754
Detector APD	Perkin Elmer	SPCM-AQRH-13-FC
Diodo láser	Crystalaser	DL-405-100
camara ICCD	Andor	iStar DH334T-18-F-73
Motor de micro-traslación lineal	Physik Instrumente PI	M-111.1DG

Bibliografía

- [1] Adam R. Altman, Kahraman G. Köprülü, Eric Corndorf, Prem Kumar, and Geraldo A. Barbosa. Quantum imaging of nonlocal spatial correlations induced by orbital angular momentum. *Phys. Rev. Lett.*, 94:123601, Mar 2005.
- [2] K. Dholakia Arlt. Generation of high-order bessel beams by use of an axicon. *Opt. Commun.*, 177:297–301, 2000.
- [3] Bahouka Armel. *Comparaison des propriétés optiques de β -BBO obtenu par croissance TSSG et par tirage Czochralski en vue d’optimiser la génération de rayonnements UV*. PhD thesis, Université de Metz et Supélec, 2006.
- [4] S. Barreiro and J. W. R. Tabosa. Generation of light carrying orbital angular momentum via induced coherence grating in cold atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 90:133001, Mar 2003.
- [5] Gutiérrez-Vega Julio C. and Bandres Miguel A. Helmholtz–gauss waves. *J. Opt. Soc. Am. A*, 22(2):289–298, Feb 2005.
- [6] Morelos Francisco J. Quinto-Su Pedro A. Gutiérrez-Vega Julio C. Cruz-Ramírez Héctor, Ramírez-Alarcón Roberto and U’ Ren Alfred B. Observation of non-diffracting behavior at the single-photon level. *Optics Express*, 20:29761–29768, 2012.
- [7] D. N. Klyshko D. V. Strekalov, A. V. Sergieenko and Y. H. Shih. Observation of two-photon ghost interference and diffraction. *Phys. Rev. Lett.*, 74:3600–3603, 1995.
- [8] Buller Gerald S. Padgett Miles J. Andersson Erika Dada Adetunmise C., Leach Jonathan. Experimental high-dimensional two-photon entanglement and violations of generalized bell inequalities. *Nat Phys*, 2011.
- [9] J. Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams. i. the scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. A*, 4(4):651–654, Apr 1987.
- [10] J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly. Diffraction-free beams. *Phys. Rev. Lett.*, 58:1499–1501, 1987.
- [11] Giampiero Esposito, Giuseppe Marmo, and George Sudarshan. *From Classical to Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, 2004. Cambridge Books Online.

- [12] R. M. Gomes, A. Salles, F. Toscano, P. H. Souto Ribeiro, and S. P. Walborn. Observation of a nonlocal optical vortex. *Phys. Rev. Lett.*, 103:033602, Jul 2009.
- [13] Y. Gu and G. Gbur. Scintillation of pseudo-bessel correlated beams in atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, 27:2621, 2010.
- [14] Cruz-Ramírez Héctor. *Acondicionamiento del enredamiento espacial en parejas de fotones producidas por Conversión Paramétrica Descendente*. PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM, 2014.
- [15] C L Hernández-Cedillo and R Jáuregui. Spin and orbital angular momentum correlations in parametric downconversion of bessel beams. *Journal of Optics*, 13(6):064021, 2011.
- [16] J. M. Hickmann, E. J. S. Fonseca, and A. J. Jesus-Silva. Born’s rule and the interference of photons with orbital angular momentum by a triangular slit. *EPL (Europhysics Letters)*, 96(6):64006, 2011.
- [17] J. M. Hickmann, E. J. S. Fonseca, W. C. Soares, and S. Chávez-Cerda. Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light’s orbital angular momentum. *Phys. Rev. Lett.*, 105:053904, 2010.
- [18] Ryszard Horodecki, Pawel Horodecki, Michal Horodecki, and Karol Horodecki. Quantum entanglement. *Rev. Mod. Phys.*, 81:865–942, Jun 2009.
- [19] R. Jáuregui and J. P. Torres. On the use of structured light in nonlinear optics studies of the symmetry group of a crystal. *Scientific Reports*, 6:20906, 2016.
- [20] Sabines Chesterking Juan Javier. Análisis de la estructura espacial transversal de parejas de fotones generadas por conversión paramétrica descendente de tipo II, 2011.
- [21] Y. Jerónimo-Moreno and R. Jáuregui. On demand generation of propagation invariant photons with orbital angular momentum. *Phys. Rev. A*, 90:013833, 2014.
- [22] Y. Jerónimo-Moreno and R. Jáuregui. Type i parametric down conversion of highly focused gaussian beams in finite length crystals. *J. Opt.*, 16:065201, 2014.
- [23] Alcenisio J. Jesus-Silva, Eduardo J.S. Fonseca, and Jandir M. Hickmann. Measurement of the orbital angular momentum at photon level via the spatial probability distribution. *Journal of Modern Optics*, 59(13):1194–1198, 2012.
- [24] Yoonshik Kang, Kiyoungh Cho, Jaewoo Noh, Dashiell L. P. Vitullo, Cody Leary, and M. G. Raymer. Remote preparation of complex spatial states of single photons and verification by two-photon coincidence experiment. *Opt. Express*, 18(2):1217–1233, Jan 2010.
- [25] D.N. Klyshko. Combine epr and two-slit experiments: Interference of advanced waves. *Physics Letters A*, 132(6):299 – 304, 1988.

- [26] Kahraman G. Köprülü, Yu-Ping Huang, Geraldo A. Barbosa, and Prem Kumar. Lossless single-photon shaping via heralding. *Opt. Lett.*, 36(9):1674–1676, May 2011.
- [27] Jonathan Leach, Barry Jack, Jacqui Romero, Anand K. Jha, Alison M. Yao, Sonja Franke-Arnold, David G. Ireland, Robert W. Boyd, Stephen M. Barnett, and Miles J. Padgett. Quantum correlations in optical angle–orbital angular momentum variables. *Science*, 329(5992):662–665, 2010.
- [28] Gutiérrez-Vega J.C López-Mariscal C. and Chávez-Cerda S. Production of high–order bessel beams with a mach–zehnder interferometer. *Appl. Opt.*, 43:5060–5063, 2004.
- [29] Bandres Miguel A. López-Mariscal Carlos and Gutiérrez-Vega Julio C. Observation of the experimental propagation properties of helmholtz-gauss beams. *Opt. Eng.*, 068001:45(6), June 07, 2006.
- [30] G. F. Borges P. L. de Assis S. Pádua M. A. D.Carvalho, J. Ferraz and S. P. Walborn. Experimental observation of quantum correlations in modular variables. *Phys. Rev. A*, 86:032332, 2012.
- [31] A. Aadhi M. V. Jabir, N. Apurv Chaitanya and G. K. Samanta. Generation of “perfect” vortex of variable size and its effect in angular spectrum of the down-converted photons. *Scientific Reports*, 6:21877, 2016.
- [32] Vaziri Alipasha Weihs Gregor Zeilinger Anton Mair, Alois. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons. *Nature*, 412:313, 2001.
- [33] Leonard Mandel and Emil Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995.
- [34] D McGloin and K Dholakia. Bessel beams: Diffraction in a new light. *Contemporary Physics*, 46(1):15–28, 2005.
- [35] Melanie McLaren, Megan Agnew, Jonathan Leach, Filippus S. Roux, Miles J. Padgett, Robert W. Boyd, and Andrew Forbes. Entangled bessel-gaussian beams. *Opt. Express*, 20(21):23589–23597, Oct 2012.
- [36] Padgett Miles J. Roux Filippus S. Forbes Andrew McLaren Melanie, Mhlanga Thandeka. Self-healing of quantum entanglement after an obstruction. *Nature Communications*, 2014.
- [37] Mohammad Mirhosseini, Omar S Maga na Loaiza, Malcolm N OSullivan, Brandon Rodenburg, Mehul Malik, Martin P J Lavery, Miles J Padgett, Daniel J Gauthier, and Robert W Boyd. High-dimensional quantum cryptography with twisted light. *New Journal of Physics*, 17(3):033033, 2015.
- [38] Torner Lluís Molina-Terriza Gabriel, Torres Juan P. Twisted photons. *Nat Phys*, 2007.

- [39] C. H. Monken, P. H. Souto Ribeiro, and S. Pádua. Transfer of angular spectrum and image formation in spontaneous parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, 57:3123–3126, Apr 1998.
- [40] F. Izdebski R.E. Warburton J. Leach M. Agnew G.S. Buller-R.W. Boyd M.P. Edgar, D.S. Tasca and M.J. Padgett. Imaging high-dimensional spatial entanglement with a camera. *Nat. Comm.*, 3:984, 2012.
- [41] J. P. Villabona-Monsalve O. Calderón-Losada, J. Flórez and A. Valencia. Measuring different types of transverse momentum correlations in the biphotons fourier plane. *Opt. Lett.*, 41:1165, 2016.
- [42] Molina-Terriza G. Osorio C.I. and Torres J.P. Correlations in orbital angular momentum of spatially entangled paired photons generated in parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, 77:015810, 2008.
- [43] Shashi Prabhakar, Salla Gangi Reddy, A. Aadhi, Ashok Kumar, P. Chithrabhanu, G.K. Samanta, and R.P. Singh. Spatial distribution of spontaneous parametric down-converted photons for higher order optical vortices. *Optics Communications*, 326:64 – 69, 2014.
- [44] R Ramírez-Alarcón, H Cruz-Ramírez, and A B U’Ren. Effects of crystal length on the angular spectrum of spontaneous parametric downconversion photon pairs. *Laser Physics*, 23(5):055204, 2013.
- [45] Xueli Sheng, Yu Zhu, Yun Zhu, and Yixin Zhang. Orbital angular momentum entangled states of vortex beam pump in non-kolmogorov turbulence channel. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, 124(17):2635 – 2638, 2013.
- [46] D. V. Strekalov, A. V. Sergienko, D. N. Klyshko, and Y. H. Shih. Observation of two-photon “ghost” interference and diffraction. *Phys. Rev. Lett.*, 74:3600–3603, May 1995.
- [47] D. S. Tasca, R. S. Aspden, P. A. Morris, G. Anderson, R. W. Boyd, and M. J. Padgett. The influence of non-imaging detector design on heralded ghost-imaging and ghost-diffraction examined using a triggered iccd camera. *Opt. Express*, 21(25):30460–30473, Dec 2013.
- [48] Glenn A. Tyler and Robert W. Boyd. Influence of atmospheric turbulence on the propagation of quantum states of light carrying orbital angular momentum. *Opt. Lett.*, 34(2):142–144, Jan 2009.
- [49] D. N. Nikogosyan V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan. *Handbook of Nonlinear Optical Crystal*. Springer, 1999.
- [50] Boyd Robert W. *Nonlinear Optics (Third Edition)*. Academic Press, 2008.
- [51] S. P. Walborn, A. N. de Oliveira, R. S. Thebaldi, and C. H. Monken. Entanglement and conservation of orbital angular momentum in spontaneous parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, 69:023811, Feb 2004.

- [52] S.P. Walborn, C.H. Monken, S. Pádua, and P.H. Souto Ribeiro. Spatial correlations in parametric down-conversion. *Physics Reports*, 495(45):87 – 139, 2010.
- [53] D. F. Xue and S. Y. Zhang. Structure and non-linear optical properties of β -barium borate. *Acta Crystallographica Section B*, 54(5):652–656, Oct 1998.
- [54] Alison M. Yao and Miles J. Padgett. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications. *Adv. Opt. Photon.*, 3(2):161–204, Jun 2011.
- [55] J. Wagner Z. Bouchal and M. Chlup. Self-reconstruction of a distorted nondiffracting beam. *Opt. Commun.*, 151:207, 1998.