UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN

Diseño de una secuencia didáctica para el estudio del Cálculo Diferencial e Integral en ingeniería

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO INDUSTRIAL

P R E S E N T A:

Kiev Alejandro Maza Luna

DIRECTORA DE TESIS:

Dra. Nelly Rigaud Téllez

MEXICO, 2016

Ciudad Nezahualcóyotl, Estado de México.

Agradecimientos:

A la Universidad Nacional Autónoma de México por brindar todas las oportunidades que han enriquecido la vida académica y personal de cada uno de sus integrantes.

Agradezco a la **DGAPA** por permitirme colaborar con el proyecto **PAPIME-PEIII2I6 “Pensamiento matemático, Razonamiento Lógico, su relación y valoración en el área de las ciencias físico-matemáticas y de las ingenierías de la FES Aragón”**

Para mi Familia:

Para quienes con su amor e incondicional apoyo han formado una persona de bien, que este logro refleje la dedicación y esfuerzo de todos aquellos que en su vida e incluso en su ausencia han inspirado valores que muestran el camino a una vida de rectitud y honor para nuestra familia.

Para mis Amigos:

Agradezco en especial a los ingenieros Arturo, Zuleyma, Noé y Mario por todo su apoyo, por incontables momentos de diversión y bullying desmedido, por ser para mí una inspiración y un gran apoyo, les deseo que sus vidas sean bienaventuradas.

Para mis Profesores:

Para la Dra. Nelly Rigaud Téllez, por su apoyo e inspiración en mi vida académica y profesional, como un verdadero ejemplo de dedicación al apoyo al desarrollo del aprendizaje en la universidad y en especial a mi amada facultad FES Aragón y por su enorme paciencia para ayudarme a hacer de esta tesis un mérito digno de una titulación.

Para el Ing. Noé Ávila Esquivel, por su amistad y todas sus contribuciones a esta Universidad como jefe de carrera, que han enriquecido la vida académica de cada uno de los estudiantes de ingeniería industrial, haciendo de esta una verdadera experiencia de vida.

De forma personal lo felicito por liberar los logros:

“Creí que nunca pasaría…” y ***“Confía en mí, soy ingeniero “***

UNAM

FES

Aragón

Índice y Tabla de ilustraciones:

Tabla de Ilustraciones

Introducción

Una de las problemáticas más evidentes dentro de la formación académica del ingeniero, radica en la deficiencia de bases de conocimientos previos que le perjudican durante los primeros años de formación, siendo más específicos, dentro del primer semestre de carrera, lo que provoca consecuencias, como la reprobación de los estudiantes que tiene repercusiones en su desarrollo a lo largo de la carrera de ingeniería.

Esta tesis propone el apoyo en el desarrollo de secuencias didácticas y la generación de modelos de análisis propios de la Ingeniería Industrial, como son los problemas CUN[1] (complejos, no familiares y no rutinarios), pretendiendo disminuir los índices de reprobación con el propósito de mejorar las habilidades de análisis y síntesis de estudiantes, mediante las pautas sugeridas por la OCDE[2] y herramientas propias de la Ingeniería Industrial.

Más allá de pretender corregir los errores formativos previos al ingreso a licenciatura, esta tesis pretende fomentar un desarrollo lógico del pensamiento matemático que represente una ventaja competitiva frente a planes de estudio de otras instituciones educativas.

Esta ventaja pretende mejorar la capacidad de analizar problemáticas de características CUN, y proporcionar soluciones que puedan generar diferentes resultados, de esta forma tras analizar las características de la problemática, el estudiante podrá determinar la solución que satisfaga dicho evento bajo condiciones complicadas, enfatizando así la importancia de las aportaciones de esta tesis.

Esta tesis tiene por objetivo proponer el diseño de una secuencia didáctica para el estudio de problemas diversos, entre ellos, los problemas CUN, comunes en el ámbito de la ingeniería con el propósito de mejorar las habilidades de análisis y síntesis de estudiantes, mediante las pautas sugeridas por la OCDE y herramientas propias de la Ingeniería Industrial.

[1] Complex, unfamiliar and non-routine problems // Problemas complejos, no familiares y no rutinarios

[2] OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos)

Capítulo 1

Descripción de la problemática asociada al desempeño de matemáticas de una carrera de ingeniería

1.1- Aspectos generales de la aplicación de un instrumento de evaluación

Durante el mes de Agosto del 2015 se llevó a cabo un examen diagnóstico a la generación 2015 de la carrera de Ingeniería Industrial que incluye la evaluación en tres áreas de conocimiento básico, Álgebra, Geometría y Cálculo, donde se presentan como objetivo el determinar las oportunidades de mejora en las áreas de conocimientos básicos que son requeridos para la carrera, esta prueba se realizó para analizar a los estudiantes en relación con las materias de Álgebra, Geometría y Cálculo, ya que a su vez, estas materias presentan el mayor índice de reprobación.

El examen diagnóstico de la generación 2015 de la carrera de Ingeniería Industrial fue presentado por 112 estudiantes de nuevo ingreso de dicha carrera, realizado en un tiempo de 2 horas, que incluían los turnos matutino y vespertino, con apoyo de la plataforma digital www.saber.unam.mx, cabe mencionar que 101 de los estudiantes provienen del sistema de bachillerato perteneciente a los Planes de Estudio de la Universidad Nacional Autónoma de México (U.N.A.M.) que incluye al Sistema del Colegio de Ciencias y Humanidades (C.C.H.) y al Sistema de la Escuela Nacional Preparatoria (E.N.P.).

Para realizar el análisis de dicha prueba se ha hecho uso del diseño e implementación experimental de datos, los cuales muestran los alumnos participantes en la prueba, las tasas de aciertos, errores, incluyendo el reactivo “No sé” y, para el análisis de los datos recopilados se han realizado histogramas e indicadores gráficos que facilitarán la comprensión de los resultados obtenidos en dicha prueba.

A través de los datos proporcionados por los estudiantes que presentaron el examen diagnóstico se realizó un análisis estadístico a través de histogramas que revelan proporcionalmente la cantidad de conocimientos que los estudiantes poseen en las áreas de conocimiento básico incluidos en el examen diagnóstico (Álgebra, Geometría y Cálculo), así como el promedio de bachillerato, que en contraste indicará el desempeño académico que en teoría, revelará oportunidades de mejora respecto a sus promedios de egreso. Los resultados obtenidos se muestran a continuación en el histograma de la “Ilustración 1”:

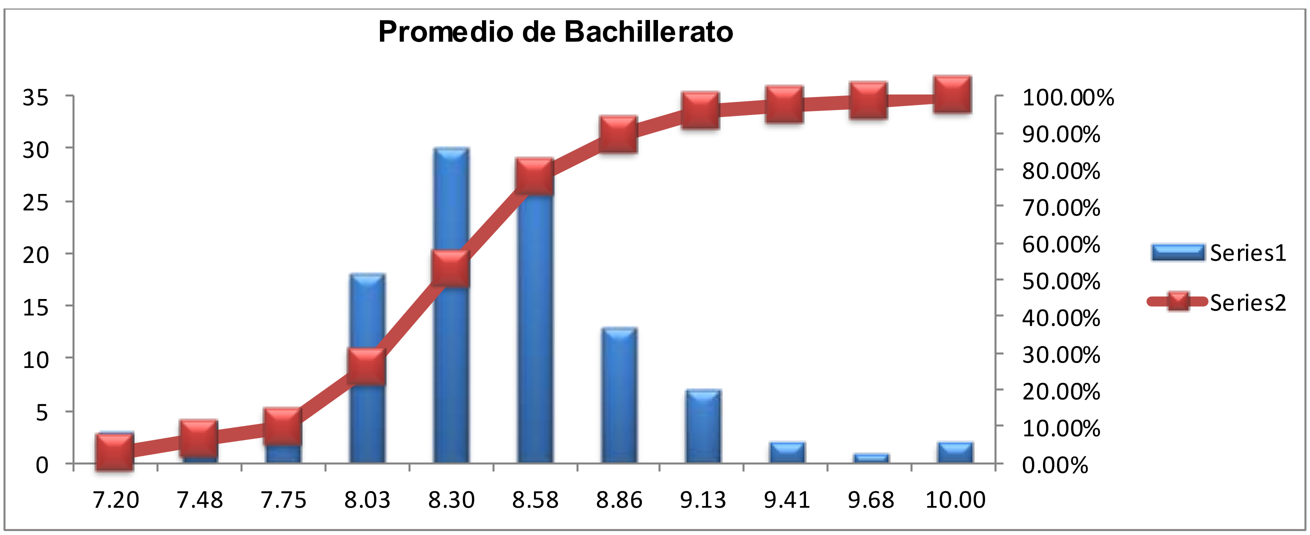


Ilustración 1 // Histograma de datos de promedio de bachillerato de la generación 2015

La “Ilustración 1” [3] presenta la tasa de promedios indicados por los estudiantes que realizaron el examen diagnóstico de conocimientos, cuyos resultados relevantes son:

1- El promedio general de dicha generación se encuentra entre 8.0 y 8.5.
2- La clasificación de los promedios muestra la existencia de promedios superiores de 9.5 e inferiores a 7.5, lo que indica que no existe una homogeneidad en la generación.

Como se mencionó con anterioridad las pruebas del examen diagnóstico incluyeron tres áreas de interés para la carrera con un alto índice de reprobación, por ello, se ha determinado la importancia de investigar los resultados obtenidos por dichas áreas.

1.2- Resultados globales

Debido a las características inherentes de la evaluación realizada por los alumnos de Ingeniería Industrial, los análisis posteriores se llevarán a cabo conforme a la distribución de la prueba, incluyendo los temas principales incluidos en la misma, el histograma de análisis estadístico y observaciones propias de la sección serán mostradas al finalizar cada sección.

1.2-1. Álgebra

La prueba de Álgebra consistió en 10 reactivos que incluyen los temas de operaciones con números reales y complejos, operaciones logarítmicas y exponenciales, etc. Las preguntas contaban con reactivos y como se mencionó con anterioridad la inclusión del reactivo “No sé” que determina la cantidad de temas aprendidos en el bachillerato. A continuación se presenta el histograma de aciertos de Álgebra de la generación 2015 “Figura 2”[4] donde se muestra la tasa promedio de éxitos de la generación respecto a esta parte del examen diagnóstico de conocimientos.

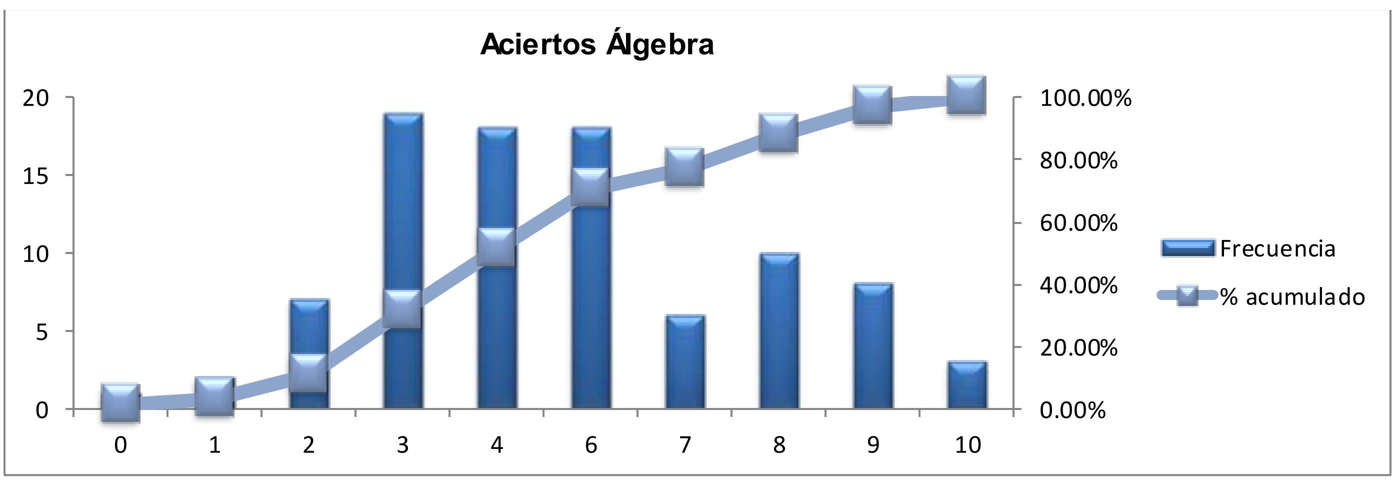


Ilustración 2 // Histograma de aciertos de Álgebra de la generación 2015

La “Ilustración 2” presenta la cantidad de aciertos del examen diagnóstico de Álgebra contestados por los encuestados resultando:

[3] Histograma de datos de promedio de bachillerato de la generación 2015
[4] Histograma de datos de aciertos de la generación 2015 para la sección de Álgebra del examen diagnóstico

1- El promedio de resultados muestra que los alumnos generaron en su mayoría por lo menos 5 reactivos correctos de 10.
2- La prueba de Álgebra mostró el resultado de 0 aciertos.

Estos indicativos muestran que ésta área fundamental de ingreso tiene un bajo índice de aprobación. Por lo menos la mitad de los estudiantes que han logrado entrar a la carrera de ingeniería poseen conocimientos parciales de los que la carrera considera básicos para su formación.

Posiblemente, los resultados se deban a que los temarios y el aprendizaje esperados, en el caso del bachillerato de la UNAM sean extensos y tal vez no puedan ser cubiertos en su totalidad durante la formación media superior, esta situación repercute en que el académico del bachillerato se limite a enseñar como ejecutar correctamente operaciones y algoritmos que comprenden los contenidos de la prueba de Álgebra, por lo tanto, éstos no se cumplen como se muestra en los resultados de la "Ilustración 2".

Mayores dificultades representarán para el estudiante de primer ingreso de licenciatura no solamente realizar operaciones algebraicas, también la formulación de argumentos para explicar y validar resultados.

1.2-2.Geometría

La prueba de Geometría consistió en 10 reactivos que incluyen los temas de operaciones con trigonometría, ecuaciones paramétricas y coordenadas, etc. Las preguntas contaban con reactivos y como se mencionó con anterioridad la inclusión del reactivo "No sé" que determina la cantidad de temas aprendidos en el bachillerato. A continuación se presenta el histograma de aciertos de Geometría de la generación 2015 "Ilustración 3"[5] donde se muestra la tasa promedio de éxitos de la generación respecto a esta parte del examen diagnóstico de conocimientos.

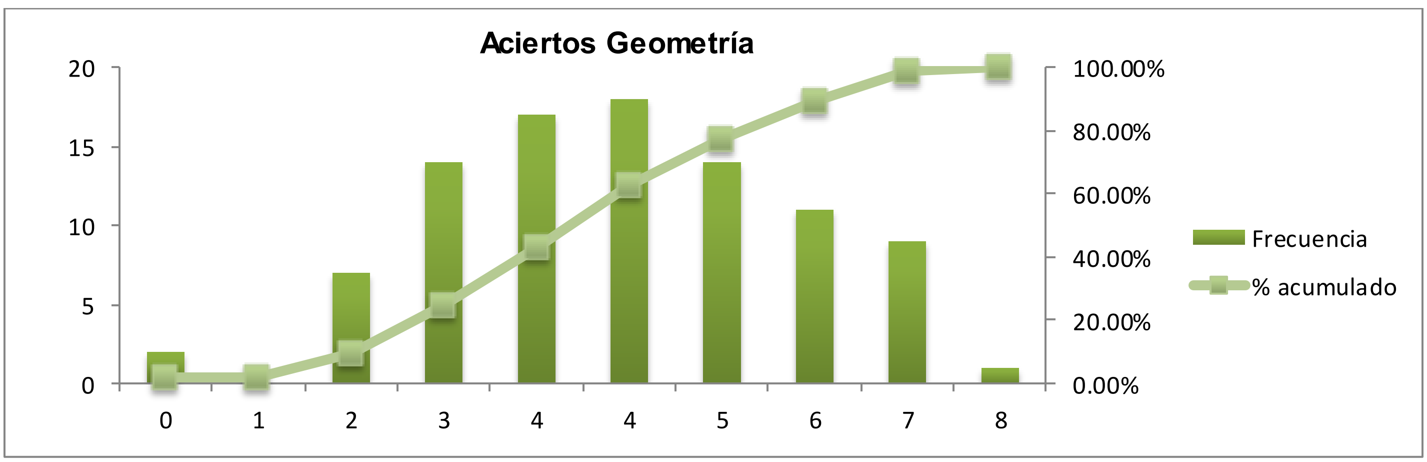


Ilustración 3 //Histograma de aciertos de Geometría de la generación 2015

La "Ilustración 3" muestra la cantidad de aciertos del examen diagnóstico de Geometría contestados por los encuestados resultando:

1- La mayoría de los estudiantes solo pudo obtener en promedio 4 aciertos de 10 reactivos.
2- La cantidad máxima de aciertos de esta sección solo logro 8 de 10 reactivos.
3- La cantidad máxima de errores de esta sección fue de 10 errores de 10 reactivos.

[5] Histograma de aciertos de la generación 2015 para la sección de Geometría del examen diagnostico

A su vez la “Ilustración 3” revela que la mayoría de los estudiantes tiene el conocimiento mínimo de esta sección pero su habilidad de interpretación, razonamiento y formas de operación no son las correctas, lo cual nos dice que los estudiantes de nuevo ingreso no cuentan con las correctas formas de operación para esta área.

Como parte integral en la formación de ingenieros, el uso de herramientas didácticas que incluyen el uso de *software* para ciertas materias como lo podría ser Geometría, Estadística aplicada, entre otras, por lo que la implementación de herramientas informáticas y tecnológicas son necesarias para complementar la formación integral de esta área de estudio.

Sin embargo, el apropiamiento de la tecnología disponible ha sido escaso, por lo que gran parte si no es que todo el aprendizaje respecto a esta área de estudio ha sido meramente teórico, es por esto, que podría decirse que uno de los efectos de este problema propicia que los estudiantes no puedan relacionar, interpretar o comprender operaciones que involucran medios físicos, limitando así el desarrollo de sus habilidades cognitivas características de la formación de un ingeniero.

1.2-3.Cálculo

La prueba de Cálculo consistió en 10 reactivos que incluyen los temas de ecuaciones con límites, ecuaciones de derivación e integración, etc. Las preguntas contaban con reactivos y como se mencionó con anterioridad la inclusión del reactivo “No sé” que determina la cantidad de temas aprendidos en el bachillerato. Esta área representa sin lugar a dudas la materia con más alto índice de reprobación en el primer año de ingeniería.

A continuación se presenta el histograma de aciertos de Cálculo de la generación 2015 “Ilustración 4”[6] donde se muestra la tasa promedio de éxitos de la generación respecto a esta parte del examen diagnóstico de conocimientos.

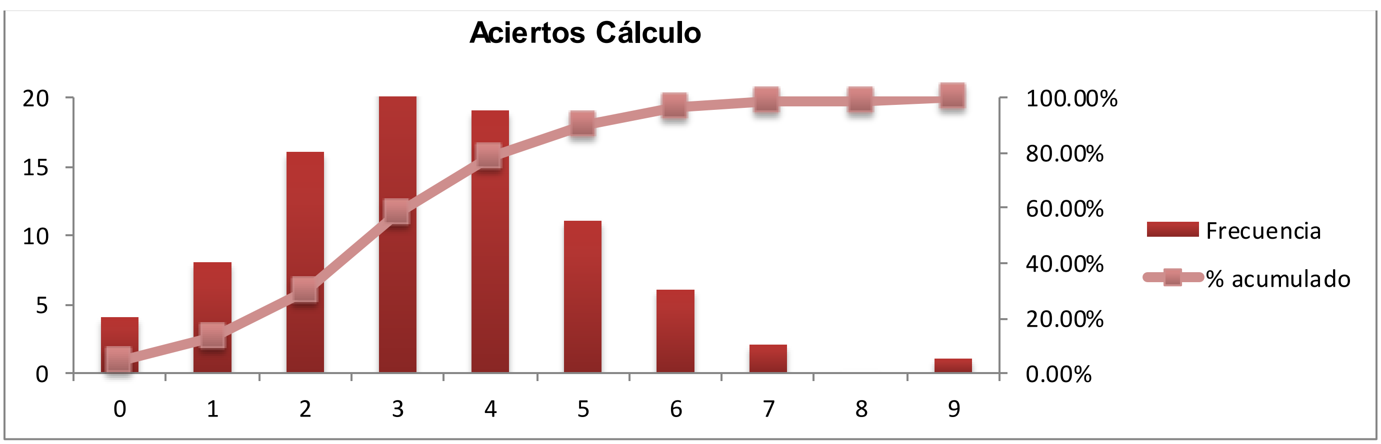


Ilustración 4 // Histograma de aciertos de Cálculo de la generación 2015

La “Ilustración 4” proporciona la cantidad de aciertos del examen diagnóstico de Geometría contestados por los encuestados resultando:

1- El promedio de número máximo de aciertos de esta área es de 3 a 4 aciertos, lo que representa menos de la mitad de los reactivos de esta prueba
2- El número más alto de errores, fue de 10 errores de 10 reactivos.
3- El área de Cálculo, mostró el más alto índice de respuestas con la selección del reactivo “No sé”.

[6] Histograma de aciertos de la generación 2015 para la sección de Cálculo del examen diagnóstico

Si se analizan los resultados obtenidos de la “Ilustración 2”, la “Ilustración 3” y la “Ilustración 4”; se obtiene lo siguiente:

1- El área de Álgebra fue la única que pudo generar un resultado de 10 aciertos frente a las otras 2 áreas.
2- El área de Cálculo tiene el más alto índice de reprobación dentro del primer año de estudios de ingenierías.

Con el examen diagnóstico de conocimientos podemos inferir una de las causas primarias que puedan explicar esta problemática, dentro del sistema bachillerato de la Universidad Nacional Autónoma de México (U.N.A.M.) existen varias causas que podrían propiciar las deficiencias de esta problemática, como podrían ser:

1- Grupos numerosos que limiten la capacidad de explicación docente-alumno.
2- El contenido de temarios no aprendidos en su totalidad.
3- La responsabilidad difusa entre los grados de bachillerato y licenciatura respecto a esta área de estudio

Como lo muestra la “Ilustración 4”, el histograma generado para esta sección la causa de reprobación no es la mala interpretación de datos o procedimientos, sino que es la completa o en su gran mayoría, la falta de conocimientos de esta área en el bachillerato que puede referenciarse en los puntos anteriores como la responsabilidad difusa de enseñanza.

Otro supuesto de este bajo desempeño se debe a que la enseñanza de Cálculo tiende a descontextualizarse de la realidad, perdiendo un sentido físico, por ende una relación complicada de la comprensión del resultado. La interpretación del cálculo como tal, requiere de una base de conocimiento de Geometría, así como para sus operaciones requiere de Álgebra, por lo que puede decirse que Cálculo, como una de las ramas más altas de conocimiento matemático requiere de fuertes bases de conocimientos básicos (Álgebra, Geometría) para poder relacionarlos e interpretarlos en medios y problemáticas físicas reales.

1.3- Análisis estadístico

Los resultados muestran oportunidades de mejora dentro de la formación del sistema de bachillerato para la materia de Cálculo y, debido a que la materia existe dentro de los temarios y planes de estudio, se puede inferir que los alumnos de nuevo ingreso de licenciatura en el área físico-matemática y las ingenierías no cuentan con el conocimiento de esta área. Se puede asumir que la responsabilidad es difusa específicamente respecto a esta área, si los profesores del bachillerato consideran este conocimiento propio del nivel de licenciatura y, a su vez, los profesores de licenciatura consideran que los estudiantes de nuevo ingreso ya deben poseer afinidad y bases de este conocimiento para entrar a la carrera.

A continuación se muestra una herramienta de análisis utilizada en Ingeniería industrial para el planteamiento del problema para analizar causas que en suposición pueden propiciar las condiciones actuales analizadas en los histogramas de aciertos del examen diagnóstico anteriores.

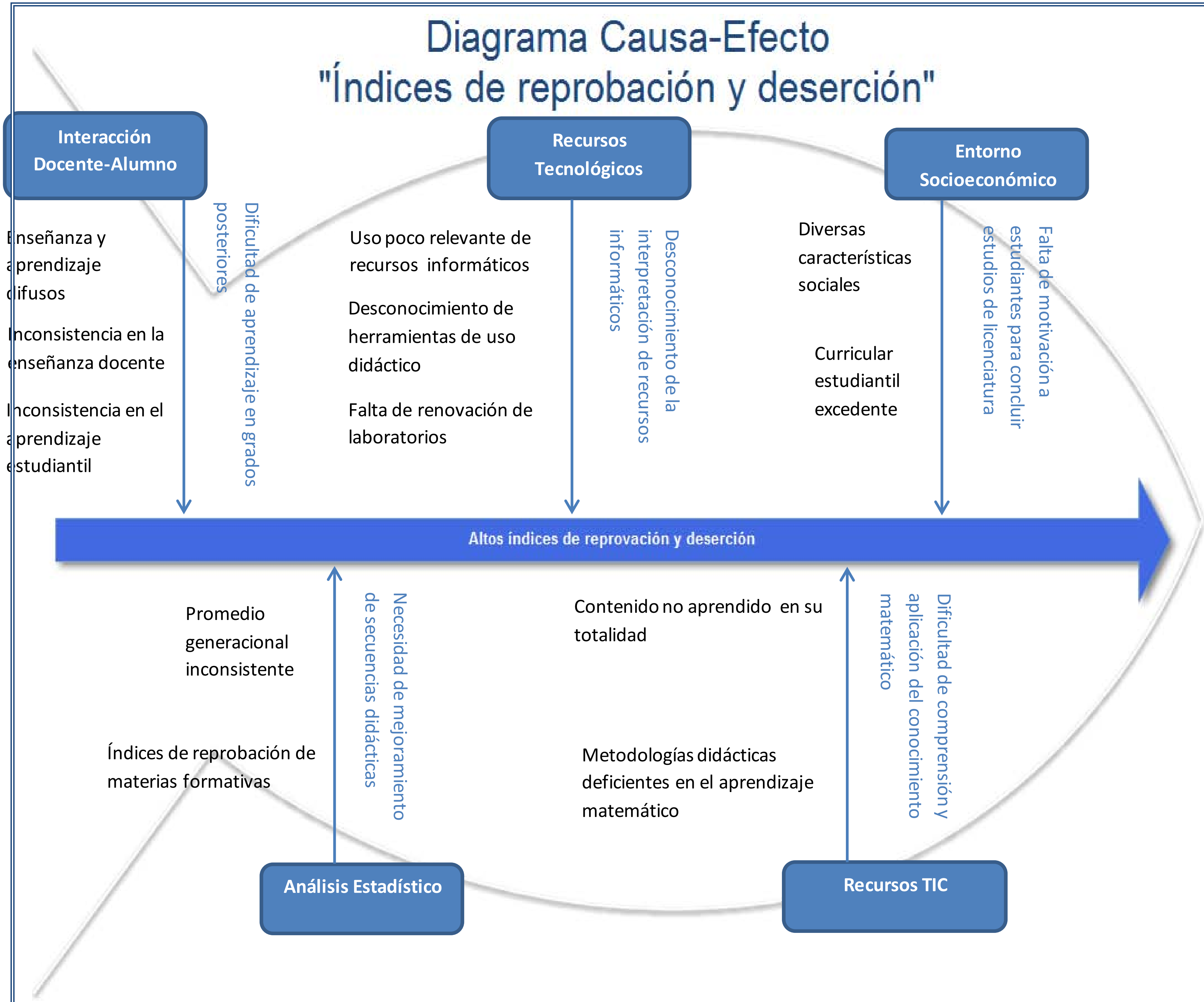


Ilustración 5 Diagrama causa-efecto // Índices de reprobación y deserción

1.4 – Hipótesis

Una de las características de los estudiantes de nuevo ingreso a la licenciatura es que manifiestan un bajo desempeño durante sus primeros períodos de evaluación en este grado, por lo que habría que preguntarse ¿cómo lograr una mejoría que tenga como resultado la aprensión exitosa de conocimientos de los primeros semestres?, evitando así un alto índice de reprobación, se tiene el supuesto, de acuerdo con la OCDE[7] que considerar que el pensamiento matemático se puede ver favorecido cuando se incluya en el proceso de enseñanza aprendizaje problemas que:

1- Permitan desarrollar heurísticas durante la solución de problemas (por ejemplo, con problemas complejos, no familiares y no rutinarios)
2- Formular argumentos para explicar y validar resultados, no bajo una perspectiva formal pero no rigurosa.
3- Continuar con la ejecución correcta de operaciones y algoritmos.
4- Utilizar a las TIC[8] como un apoyo para el uso y apropiamiento de las tecnologías disponibles.
5- Generando secuencias o clases de desarrollo con propiedades complejas, no familiares y no rutinarias se pueden mejorar (esta hipótesis surge de la experiencia docente en estudiantes de bachillerato y licenciatura).

9

Ilustración 6 // Supuestos

---

7 OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos)
8 TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación)
9 Ilustración 6 // Diagrama de secuencias // elaboración propia a partir de datos obtenidos en capítulo 1

1.5 – Objetivo de la investigación

Esta tesis tiene por objetivo proponer el diseño de una secuencia didáctica para el abordamiento de problemas diversos, entre ellos, los problemas CUN, comunes en el ámbito de la ingeniería con el propósito de mejorar las habilidades de análisis y síntesis de estudiantes, mediante las pautas sugeridas por la OCDE y herramientas propias de la Ingeniería Industrial.

A través del objetivo previo podemos determinar que el problema es complejo y plural, por lo tanto, su solución requiere de un compromiso con los involucrados, un diagnóstico más amplio y preciso; sin embargo, es una oportunidad para los estudiantes, la de presentarles las materias de Álgebra, Geometría y Cálculo de una forma más acorde a la realidad de la Ingeniería Industrial, como una propuesta que contribuye al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se desprende que el objetivo de esta tesis enfatiza la importancia de la vinculación del conocimiento mediante el aprendizaje adquirido en la formación académica y problemas reales presentes en la formación profesional requerida en las industrias.

Para lograr dicho objetivo, a continuación, se despliegan las líneas directrices que concuerdan con la organización de la tesis:

1- Definición de problemas orientados al dilema de la Ingeniería
2- Marco de referencia para el desarrollo de secuencias didácticas
3- Introducción y desarrollo de contenido teórico a través del análisis de esquemas de desarrollo de Ingeniería industrial.
4- Desarrollo de aplicaciones y secuencias didácticas de dilemas de Cálculo a través de la metodología de aprendizaje matemático.
5- Evaluación de contenidos y conocimientos adquiridos.
6- Recopilación de datos y planteamientos de conclusiones en el desarrollo formativo.

1.6- Discusión

Basados en los puntos obtenidos del análisis de los histogramas previos, puede generarse la siguiente observación, las generaciones de estudiantes que ingresan al nivel licenciatura y deciden ingresar a la carrera de Ingeniería Industrial no poseen en su mayoría los conocimientos básicos requeridos por el área, lo cual genera el siguiente supuesto, si los estudiantes de nuevo ingreso de Ingeniera Industrial carecen de los conocimientos básicos para satisfacer las necesidades de la carrera, entonces se convertirá en un factor que propiciará la deserción y altos índices de reprobación de las materias de Álgebra, Geometría y Cálculo.

Siendo así, se hace la siguiente propuesta: incluir en los planes de estudio nuevos métodos de enseñanza matemática que hagan uso de herramientas de análisis propios de la carrera de Ingeniería Industrial, así los estudiantes de nuevo ingreso de Ingeniería Industrial podrán comprender y solucionar problemáticas de características complejas, no familiares y no rutinarias, presentes dentro del área laboral al cual se dirige la carrera de Ingeniería Industrial.

Capítulo 2

Consideraciones para diseñar una secuencia didáctica de problemas CUN[10]

[10] Complex, unfamiliar, non rutine problems // problemas complejos, no familiares y no rutinarios

2.1- Introducción

El siguiente apartado tiene como propósito describir problemas denominados CUN (*Complex, Unfamiliar, Non rutine problems* // problemas complejos, no familiares y no rutinarios) y su relación con el desarrollo del pensamiento matemático y razonamiento lógico para la formación de profesionales de la ingeniería, se tienen los siguientes planteamientos para el desarrollo de esta sección.

El planteamiento de problemas genera una problemática inherente identificada desde los puntos más básicos de la formación académica, esto indica lo siguiente:

La formación académica actual no es del todo suficiente para poder ser competitivos frente a otros países con planes de estudios más actualizados donde se da importancia en el análisis y el propio uso y desarrollo del sentido lógico.

La capacidad de comprensión es una habilidad que se proyecta a través de la formación académica, esta capacidad lejos de poder desarrollarse como actualmente se lleva acabo, puede reforzarse, generando así un crecimiento en la capacidad de comprensión teniendo como resultado generaciones de estudiantes con capacidades analíticas que a su vez pueden reflejarse en un desarrollo de la población general.

2.2- Definición de problema CUN

Una problemática típica para los estudiantes de ingeniería y la misma institución a la que ingresan es precisamente uno de los dilemas principales a los que esta investigación pretende aportar una solución, la problemática se enfatiza en el cómo identificar, comprender y estructurar con conocimientos matemáticos basados en la formación ingenieril, por lo que comenzaremos definiendo que es un problema CUN y cómo contribuyen en las ciencias básicas de la ingeniería, así como las ciencias en la ingeniería aplicada a su manejo.

Un problema CUN es aquel problema complejo, no familiar y no rutinario, al cual podremos dar solución transformando datos reales o cotidianos a términos algebraicos para obtener soluciones cuantificables de datos parcialmente empíricos o sin relación aparente.

La propuesta que se plantea es precisamente mostrar a los estudiantes técnicas y conocimientos necesarios para dar soluciones realizando las actividades descritas con anterioridad, por lo que, más allá de mostrar más procedimientos, uno de los puntos principales es generar la conciencia de un hecho al que se enfrentan los ingenieros en el medio laboral, los problemas reales nunca se encuentran sintetizados o ni siquiera planteados, es en esos casos donde el ingeniero muestra sus habilidades para poder determinar una solución óptima que pueda satisfacer dicha problemática.

Los problemas CUN son problemas que se presentan de una forma no típica, esto implica que el estudiante al cual se le presente el problema no piense de forma inmediata en mecanizar números, se le presenta de tal forma que lo obligue a intentar comprender que es lo que ocurre para así obtener los datos que usará en sus operaciones para determinar la solución factible.

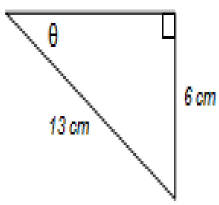
Un problema matemático de forma típica se presenta e inmediatamente se solicita determinar el resultado de la operación, la diferencia de la aplicación de un problema CUN radica en la interpretación, los datos inherentes para poder plantear la problemática son obtenidos a través de la redacción y la interpretación de la información que se ofrece.

Para poder relacionar o identificar con claridad las diferencias entre los puntos expuestos, se muestra a continuación un ejemplo obtenido del documento ***"Routine and complex calculations, processes, and questions in Stage 1 Mathematics"***, que presenta la diferencia entre un problema típico de matemáticas y la aplicación de un problema CUN.

Las preguntas rutinarias pueden contener

- Diagramas etiquetados
- Fórmulas
- Pasos de ayuda para determinar una solución

E.g.
Usando el seno, coseno o tangente para encontrar el valor de ϴ en el diagrama



$$\sin\theta = \frac{6}{13}$$

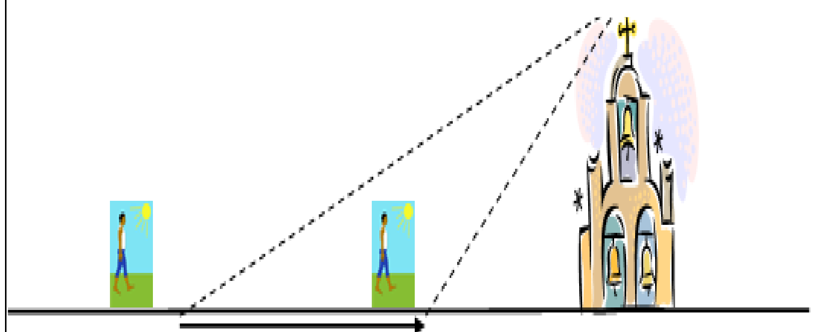
$$\theta = \sin^{-1}\frac{6}{13}$$

$$\theta = 27.49^{0}$$

Las preguntas complejas pueden contener:

- Descripciones redactadas/escenarios acompañados de diagramas
- Irregular/formas compuestas
- Información desagrupada para generar un diagrama
- Ninguna o pocas indicaciones paso por paso

E.g.
Desde el punto A, en el suelo, el ángulo de elevación desde el tope de la iglesia es de 18°. Si un hombre camina 75 m hacia la iglesia, el ángulo de elevación crece a 22°. ¿Qué tan alta es la iglesia?



$$\alpha = 158^{\circ} \ (\angle \text{ on a straight line})$$

$$\beta = 4^{\circ} \ (\angle \text{sum of a } \Delta)$$

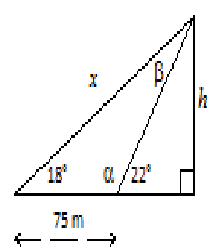
$$\frac{x}{\sin 158} = \frac{75}{\sin 4}$$

$$x = 402.8\ m$$

$$\sin 18 = \frac{h}{x}$$

$$= \frac{h}{402.8}$$

$$h = 124.5\ m$$



[11]

Ilustración 7 // Routine and complex calculations, processes, and questions in Stage 1

[11] Ilustración 7 // obtenido del documento: **Routine and complex calculations, processes, and questions in Stage 1 Mathematics**

2.3 – Ejemplo de aplicación de un problema CUN

Para los estudiantes en general, la materia de Cálculo es particularmente complicada debido a que no se tiene una secuencia apropiada del uso o las aplicaciones de esta materia en el mundo real, por lo cual, la siguiente secuencia del planteamiento de un problema CUN puede orientar a cómo elaborar más didácticas de características similares, incluyendo temáticas que puedan involucrar el campo laboral de un ingeniero. (Entiéndase áreas administrativas, productivas, etc.)

Ejemplo de aplicación de un problema CUN en Economía:

El gerente de un restaurante ubicado cerca de una escuela está realizando un estudio de oferta y demanda para determinar si su producto de "paquete para estudiantes" es realmente el producto estrella de su restaurante, para poder realizar dicho estudio, el gerente pose el siguiente banco de datos registrado en las últimas semanas, ayúdale a determinar una solución factible para su problemática.

Restaurante					
Demanda		Semana laboral		oferta	
cantidad	precio			cantidad	precio
26	400	Lunes	Semana 1	135	400
53	500	Martes		104	500
81	600	Miércoles		81	600
98	700	Jueves		68	700
110	800	Viernes		53	800
121	900	Sábado		39	900
135	400	Lunes	Semana 2	26	400
104	500	Martes		53	500
81	600	Miércoles		81	600
68	700	Jueves		98	700
53	800	Viernes		110	800
39	900	Sábado		121	900
26	400	Lunes	Semana 3	135	400
53	500	Martes		104	500
81	600	Miércoles		81	600
98	700	Jueves		68	700
110	800	Viernes		53	800
121	900	Sábado		39	900
135	400	Lunes	Semana 4	26	400
104	500	Martes		53	500
81	600	Miércoles		81	600
68	700	Jueves		98	700
53	800	Viernes		110	800
39	900	Sábado		121	900
26	400	Lunes	Semana 5	135	400

53	500	Martes		104	500
81	600	Miércoles		81	600
98	700	Jueves		68	700
110	800	Viernes		53	800
121	900	Sábado		39	900
135	400	Lunes	Semana 6	26	400
104	500	Martes		53	500
81	600	Miércoles		81	600
68	700	Jueves		98	700
53	800	Viernes		110	800
39	900	Sábado		121	900

Los planteamientos previos a este módulo nos indican la diversidad de problemas cuyos procedimientos son variados y pueden conducir por distintos métodos a un mismo resultado o a una gran variedad de posibles resultados como se manifiesta a través del capítulo 2.5 –Relación entre el pensamiento matemático y razonamiento lógico. Por esta razón, para fines de planteamiento de este ejemplo se muestra a continuación un posible resultado con el cual se propicia con una secuencia didáctica en clase los estudiantes pueden identificar una solución óptima para este ejemplo de características CUN.

Los puntos que se deben considerar para que los estudiantes comprendan la problemática pueden ser los siguientes:

1- Los datos más recientes pueden mostrar resultados más próximos a la realidad del restaurante.
2- Si se utilizan todos los datos el resultado podría ser más preciso, pero la cantidad de operaciones son mayores.
3- Las cantidades y precios tienen un comportamiento senoidal por lo que la obtención de datos tendrá por lo menos un punto de coincidencia en cada semana.

Teniendo en cuenta lo anterior, los estudiantes pueden decidir qué camino tomar para comenzar a buscar soluciones al dilema, en este caso se ha tomado en cuenta el camino de la primera observación, por esta razón se propone el siguiente resultado.

El restaurante tiene un registro semanal, los siguientes datos de oferta y demanda recopilados por el gerente ayudarán para determinar soluciones a su problema, con estos datos y el uso de Excel puede determinar las ecuaciones que le mostrarán la cantidad de paquetes que el restaurante debe hacer para mantenerse justos y no desperdiciar productos.

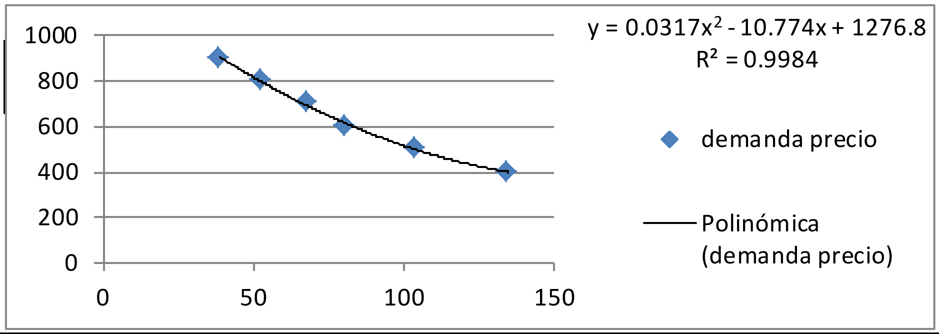
Solución 1 – Solución por obtención de ecuaciones de comportamiento

Utilizando un *software* libre como *Excel*, al ingresar los datos los estudiantes pueden observar que poseen dos criterios de operación, el de la columna de demanda y la columna de oferta, por lo tanto las operaciones deben realizarse por secciones.

1ª sección: obtener la tasa de demanda:

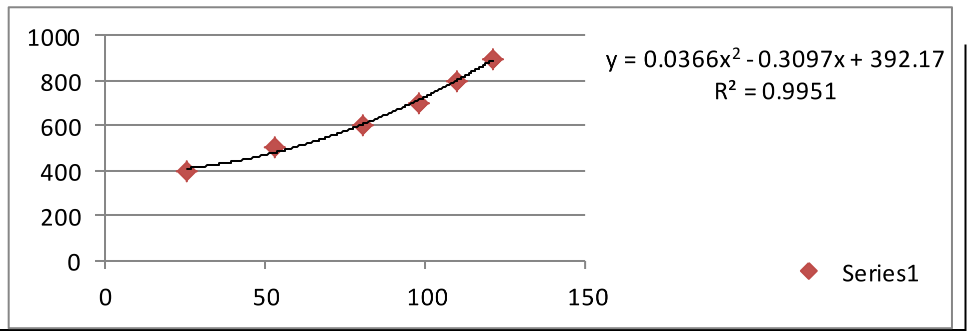
El gerente puede obtener la tasa de la demanda con una ecuación, para obtenerla utilizando *Excel* ha graficado la columna de demanda:

Demanda	
cantidad	precio
135	400
104	500
81	600
68	700
53	800
39	900

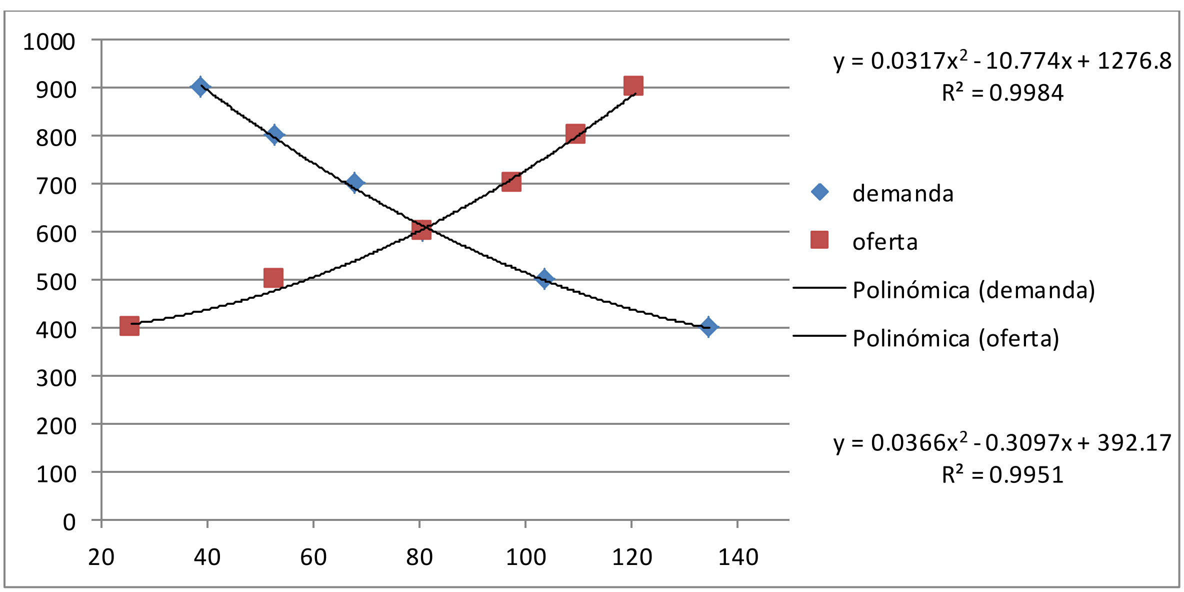


A través de la gráfica ha podido obtener la ecuación polinómica de la tabla de la demanda y así puede obtener las cantidades que necesita, si repite el proceso para la columna de oferta encontrará los mismos criterios como se muestra a continuación.

Oferta	
cantidad	precio
26	400
53	500
81	600
98	700
110	800
121	900



Si el gerente sobrepone ambas gráficas, encontrara el punto crítico donde le mostrará los gastos y la cantidad promedio que el restaurante necesita hacer para mantenerse productivo, y las ecuaciones para comprobar dichas operaciones, el resultado obtenido seria el siguiente:



Resultado

La gráfica anterior muestra uno de los resultados que pueden obtenerse de este ejercicio, para este ejemplo el resultado menciona que si el gerente mantiene una venta de 83 unidades por día, mantendrá un equilibrio en sus inventarios entre la oferta y demanda de 600 unidades, por lo que podrá mantener niveles óptimos en su restaurante, garantizando así la supervivencia competitiva de su restaurante.

Haciendo seguimiento de este ejemplo y aplicándolo a otros dilemas de operación, los estudiantes aprenderán nuevas formas de relacionar temas con situaciones a las que una empresa puede enfrentarse, sin importar el tamaño de la empresa o el tema al que se aplique, basado en la aportación previa se propone una solución factible para analizar el ejemplo.

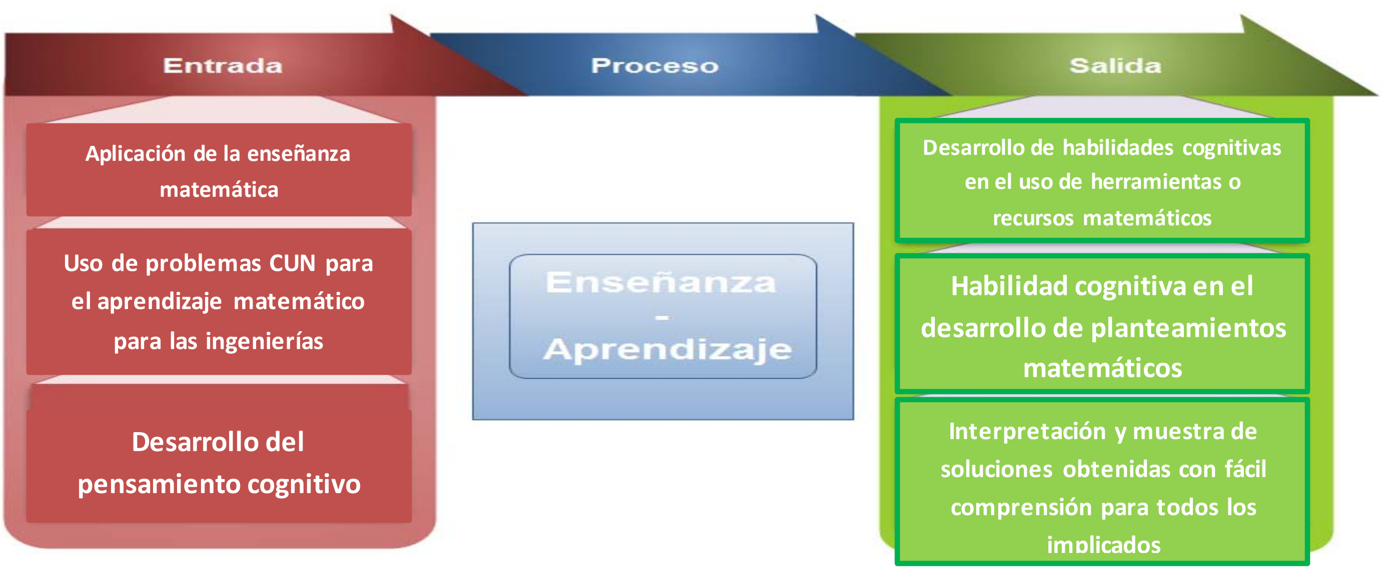
De esta forma, la existencia de múltiples soluciones que pueden encontrar los estudiantes, propiciará en ellos su capacidad de diálogo y análisis para determinar soluciones óptimas entre todas las encontradas, generando así la labor de cualquier equipo de trabajo de ingeniería.

Los problemas CUN muestran dilemas que antes de ser atacados de forma tradicional donde el único objetivo es realizar operaciones y procedimientos hasta obtener cualquier resultado esperado, obliga a razonar el dilema antes de realizar operaciones, donde para llevar a cabo estas acciones se requieren los siguientes fundamentos:

1- Razonamiento Matemático
2- Creatividad Matemática
3- Comunicación Matemática

2.3.1 – Consideraciones para la definición y aplicación de problemas CUN

Los problemas CUN más allá de plantear problemáticas que se muestren como un reto cognitivo, son un medio de aprendizaje matemático que obliga al estudiantado a desarrollar o mejorar habilidades relacionadas a matemáticas, que son necesarias para su desarrollo en un medio laboral.



[12]

Ilustración 8// Características del aprendizaje matemático

2.3.1.1 - El razonamiento matemático

Referido a la primera interpretación de una situación donde se pueden resolver problemas matemáticos, utilizando el pensamiento deductivo o lógica desarrollada a través de la formación educativa escolarizada.

[12] Ilustración 8 // Elaboración propia a partir de datos obtenidos en capítulo 2

Este razonamiento es una parte fundamental de esta tesis, por lo que será detallado en los puntos siguientes donde se presentan las definiciones de estos pensamientos.

2.3.1.2 - La creatividad matemática

La creatividad matemática definida como la habilidad de comprender la problemática y poder determinar más de un posible procedimiento que genere soluciones efectivas que satisfagan dicha problemática.

Esta habilidad de poder determinar más de una solución para una problemática es un factor presente en dilemas reales, normalmente relacionados en el área industrial, aunque no se limita solo a estos, sino casi cualquier puesto laboral referido al uso determinado de un ingeniero.

2.3.1.3 - La comunicación matemática

Referido a la habilidad de una persona para poder expresarse no sólo en términos matemáticos, incluye su habilidad de poder emitir o efectuar las soluciones que ha determinado a partir de análisis matemáticos.

Un planteamiento simple hacia la importancia de esta característica que proveen los problemas CUN, menciona que sin importar la habilidad matemática que posea una persona, si carece de la capacidad para poder transmitir de forma efectiva sus soluciones, conclusiones u observaciones, entonces la persona no será capaz de poder aplicar solución a una problemática cualquiera.

Los problemas CUN están basados en la misma forma en la que se analizan los problemas habituales para su análisis teórico, esto significa que tienen bases y secuencias y para poder determinar una o múltiples soluciones como lo sugiere el planteamiento anterior.

Tanto los problemas CUN como cualquier problema que busca una solución cuantificable, dependen de un análisis sistémico, pero las soluciones que se aportan deben propiciar el fácil entendimiento e interpretación.

Para continuar con las definiciones cabe mencionar que cada uno de los pensamientos basa su eficacia en la habilidad de su operador.

2.4- Razonamiento lógico y pensamiento matemático

El razonamiento lógico y los problemas CUN comparten un objetivo o finalidad, que es impulsar el desarrollo cognitivo del estudiantado, así como el desarrollo de la habilidad que se generará a través de este tipo de problemáticas también proporcionará la habilidad de poder interactuar con dilemas reales que requieren de una solución óptima y rápida que pueda limitar los efectos de dicha problemática.

Como parte de consideraciones necesarias para poder aplicar problemáticas de características CUN, a continuación se definirán conceptos y pensamientos necesarios para poder ejecutar correctamente actividades y temáticas basadas o dirigidas al aprendizaje matemático.

Estas consideraciones radican en la definición del razonamiento matemático y los diferentes tipos de pensamientos que conforman al pensamiento matemático, no solo para su interpretación, sino también para su correcta aplicación en modelos de aprendizaje matemático.

2.4.1- Razonamiento lógico

El razonamiento lógico está basado en la posibilidad de elegir ante un evento u operación, cualquiera que sea el caso, por lo que el razonamiento entonces es generado o propiciado por el conocimiento de aquel que efectúa la decisión, con esto puede plantearse el fundamento que se explica de una forma real, visto desde la rama de ingeniería, ejemplo, cuando se les muestra a los estudiantes los fundamentos de tablas de decisión o tablas de verdad para interpretar una problemática, es requerido un objetivo con el cual puede determinar cómo concluye a partir de su planteamiento.

El razonamiento lógico es un comportamiento habitual, esto puede entenderse de la siguiente forma, todas las personas utilizan la lógica en cada decisión que se toman, en cómo vestirse, cómo consumir un alimento, etc.

Es por esto por lo que el razonamiento lógico es considerado como un pilar generador de cualquier pensamiento, por lo que no se restringe solo a caracteres matemáticos si no a cualquier evento.

2.4.2- Pensamiento matemático

El pensamiento matemático es uno de los núcleos más importantes que fundamentan la relación entre la lógica y el desarrollo de habilidades sistémicas.

El pensamiento matemático se desarrolla a la par del razonamiento lógico, este desarrollo permite a los estudiantes adquirir habilidades para interpretar e implementar diversos problemas que pueden tener características CUN, utilizando teoremas, formulas, métodos y otras herramientas de desarrollo matemático, la capacidad de resolver problemas, analizar comportamientos y otros conceptos físicos aplicables a un medio en el cual el ingeniero determine soluciones factibles a través del análisis matemático.

Las matemáticas comprenden múltiples áreas del conocimiento como Geometría, Estadística, Cálculo, Economía, etc. Debido a esto, su importancia en el desarrollo de esta investigación es vital para la conformación de una secuencia didáctica que enfatice el desarrollo de los pensamientos emergentes que se presentan a continuación.

2.4.2.1- Pensamiento numérico

Este tipo de pensamiento es basado en el entendimiento de la relación que tienen los números entre sí, las diferentes formas de operación que pueden ser aplicados a ellos y como representar los resultados obtenidos a la vida real conteniendo características enteramente cuantitativas.

Uno de los fundamentos de pensamiento numérico menciona el énfasis en que éste es desarrollado en el sistema educativo, con el objetivo de que continúe en desarrollo a través de diferentes niveles, permitiendo que la aplicación quede a consideración de la persona que ejecuta el desarrollo.

Este pensamiento es complementado o conformado por los lenguajes matemáticos, que son el lenguaje algebraico y las estructuras algebraicas como las ecuaciones conjuntas con sistemas de variables.

2.4.2.2- Pensamiento algebraico

El pensamiento algebraico se define como la habilidad en la manipulación de números y símbolos, a diferencia de los anteriores que solo nos habla de la sistematización y procedimientos de operaciones numéricas simples.

En el pensamiento algebraico se incluyen los diferentes usos de dichos procedimientos y modelos, por ello se determina que este pensamiento es el primero en asumir el uso de formas matemáticas para buscar aplicaciones de los componentes algebraicos en busca de la satisfacción de un problema de la realidad.

Haciendo referencia a la publicación **“Consideraciones para la mejora de la educación matemática en la UNAM”**, existe una sección que menciona la importancia de este pensamiento, mostrado bajo el subtítulo de “Pensamiento algebraico de problemas”:

1- Construir representaciones algebraicas de diversas situaciones descritas en palabras, tanto en forma escrita como verbal.
2- Reconocer si la situación problemática, en su representación algebraica, es una ecuación, ya sea lineal o cuadrática o es un sistema de ecuaciones, o bien simplemente expresa relaciones funcionales, en cuyo caso deberá traducir dichas relaciones a expresiones algebraicas sin confundirlas con ecuaciones.
3- Nombrar y distinguir literales, variables e incógnitas en una formulación matemática.

2.4.2.3- Pensamiento funcional

Este pensamiento, siendo considerado por esta investigación como un punto clave para la interpretación de modelos matemáticos, ha sido expresado por otras publicaciones haciendo enfática su importancia y necesidad, como ejemplo de esto se menciona la siguiente cita de la publicación: “Consideraciones para la mejora de la educación matemática en la UNAM”.

1- Transitar entre las representaciones algebraicas y las gráficas interpretando correctamente el crecimiento, decrecimiento y valores extremos de las funciones lineales, cuadráticas, polinomiales y racionales.
2- Distinguir e interpretar las diversas relaciones funcionales de crecimiento; proporcionalidad lineal o inversa, relación cuadrática, variación y crecimiento polinomial o racional.

La referencia sobre el pensamiento funcional está basada y dirigida hacia la programación, que incluyen sistemas informáticos, el pensamiento funcional puede ser entendido como un modelo estructural de ingeniería en licenciatura, referido hacia la capacidad de los estudiantes en la materia de cálculo para transformar datos empíricos en datos cuantificables y operacionales, el texto obtenido para generar el planteamiento de este pensamiento menciona lo siguiente:

“Este artículo presenta una experiencia de enseñanza para un primer curso de Cálculo diferencial en la universidad, fundamentada en la idea de promover un pensamiento funcional para la comprensión de los conceptos del cálculo. La experiencia fue realizada con estudiantes de primer ingreso, al detectar graves deficiencias en conceptos algebraicos y funcionales”

(UNAM//Lógica y abstracción en la formación de ingenieros, 2014)

2.4.2.4- Pensamiento geométrico

Para este pensamiento existen distintas formas de planteamiento, debido a su extensión y las grandes posibilidades que posee para su uso e interpretación.

Citando la publicación: “Consideraciones para la mejora de la educación matemática en la UNAM” en su apartado, en el subtema 3.4.1 Elementos básicos de geometría Euclidiana en dos dimensiones, incluye un punto fundamental pertinente a este pensamiento:

1- Conocer las propiedades básicas de la geometría de rectas y ángulos, planos y polígonos, en particular el teorema de Tales, congruencia y semejanza de polígonos y su relación con las transformaciones de traslación, rotación y reflexión y dilatación; ser capaz de aplicar estos conocimientos para plantear y resolver problemas.

Con lo anterior podemos dar énfasis al hecho fundamental de que sin una clara comprensión analítica, basados en los pensamientos anteriores, no podremos determinar o simplemente dar uso de este pensamiento en dilemas cotidianos para dar propuestas a eventos reales.

El pensamiento geométrico se comprende en el estudio de los cuerpos bajo el planteamiento matemático del Cálculo, un artículo basado precisamente en este pensamiento menciona en uno de sus párrafos un punto que se considera fundamental para esta investigación, mencionando la importancia o el objetivo de enseñar esta disciplina:

> "El objetivo de la enseñanza de la geometría en la escuela es ayudar al alumno a dominar sus relaciones con el espacio para que pueda representar y describir en forma ordenada el mundo en que vivimos y conocer los entes geométricos como modelizaciones de la realidad".
>
> (UNAM//Lógica y abstracción en la formación de ingenieros, 2014)

El concepto en el que aterriza el objetivo de la materia es importante ya que uno de los dilemas a que se intenta dar solución es precisamente la representación del mundo o las problemáticas en una forma matemática cuantificable.

2.4.2.5- Pensamiento probabilístico

Este pensamiento habla sobre proporciones, otro de los dilemas sobre la formación de ingenieros es quizá este punto en lo particular, la parte de proporciones es comúnmente analizada en geometría y física, donde son requeridas unidades de medición y partes porcentuales.

Mucho del pensamiento probabilístico habla sobre planteamientos de pronósticos que son para estadística empresarial, aunque algunos de los problemas de "dificultad de planteamiento" se refiere a que no es común la facilidad de identificar proporciones o unidades sin ayuda de software o programas específicos del área, si de forma empresarial el uso de estas herramientas es fundamental, se requiere para establecerlo en un plan de estudio.

> "Consiste en la estimación de la probabilidad de ocurrencia de un evento en función del conocimiento y la información que tengamos a nuestra disposición, misma que le permita una interpretación inteligente y razonada de los resultados".
>
> (UNAM, 2014)

1- El estudiante desarrollará su pensamiento probabilístico, a través del conocimiento y de la modelación de fenómenos aleatorios, partiendo de los tres enfoques de la probabilidad (clásico, subjetivo y frecuencial), con la finalidad de tomar decisiones.
2- Descubrirá que puede construir eventos compuestos a partir de la disyunción, la conjunción o la negación y calculará las probabilidades para este tipo de eventos. Calculará las probabilidades

de eventos por medio de la definición frecuencial, usando simulaciones físicas y la modelación con alguna herramienta de software.

3- Establecerá el concepto de eventos independientes y el cálculo de la probabilidad conjunta para este tipo de eventos. Descubrirá que un fenómeno aleatorio puede ser modelado por su tendencia, dispersión y distribución descritas por su esperanza matemática, desviación y distribución de probabilidad estándar. Calcular probabilidades por medio de las distribuciones binomial o normal estandarizada, en el contexto de una investigación o un problema.

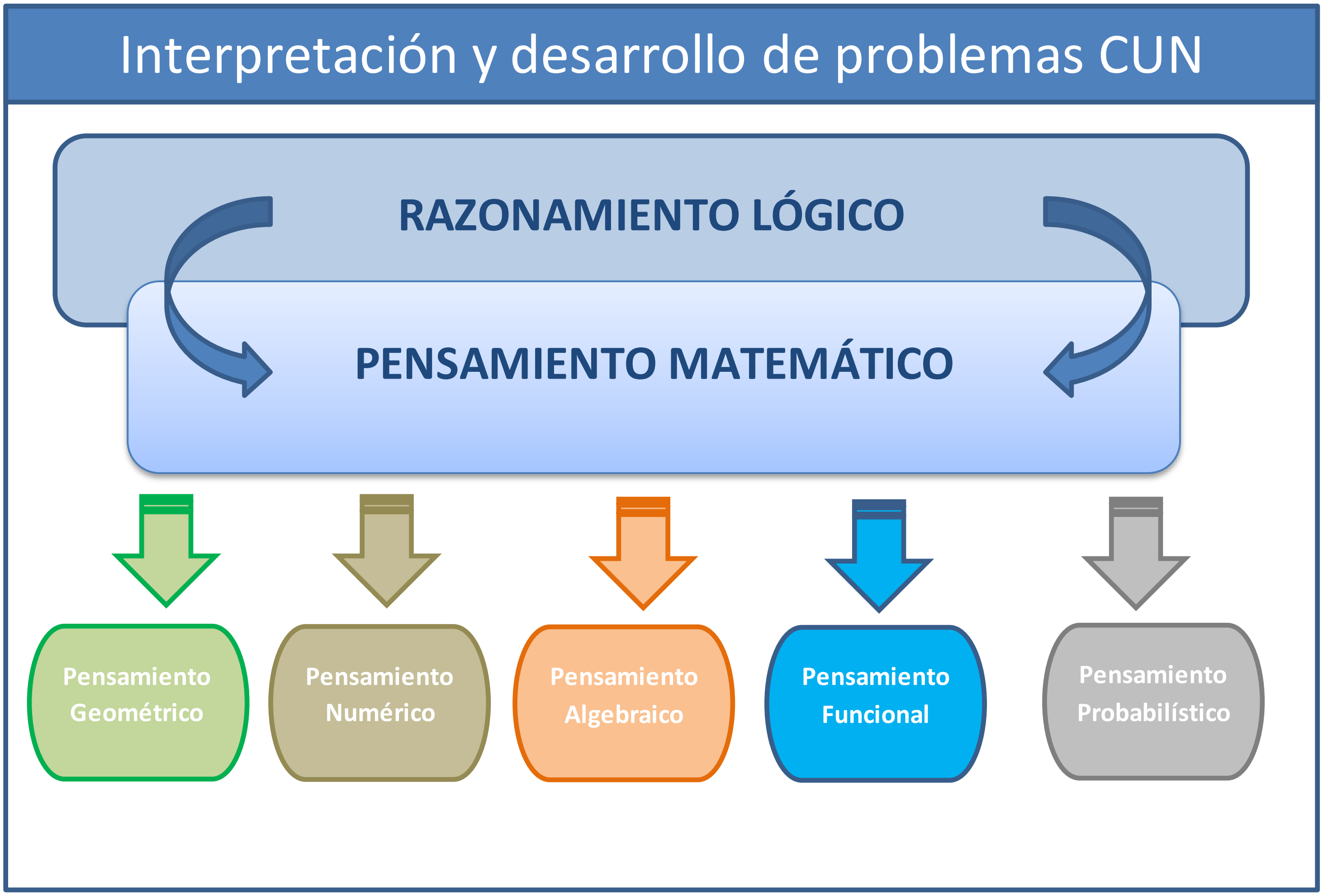


Ilustración 9 // Relación del razonamiento lógico y el pensamiento matemático con los problemas CUN

2.5 –Relación entre el pensamiento matemático y razonamiento lógico

La interpretación de la relación de estos tipos de pensamientos son vitales para poder comprender sus posibles aplicaciones, como apoyo a esta necesidad, a continuación se presenta la ilustración 10[13] que muestra la relación del razonamiento lógico y el pensamiento matemático, las diferencias planteadas con anterioridad en las definiciones presentadas previamente muestran que a pesar de ellas cada uno de los puntos está relacionado o comparten un fin en conjunto.

De una forma menos estricta de la palabra puede relacionarse la siguiente frase con la composición de la ilustración que se muestra a continuación:

"Las matemáticas tienen muchos caminos que pueden llevarte a un mismo resultado"

Sin importar el método o pensamiento relacionado con cualquiera de estas áreas, siempre estarán relacionadas indirecta o directamente con todas las demás, debido a esta relación se puede afirmar que la correlación de las carencias de una de estas áreas repercutirá directamente en todas las demás.

Reafirmando así el hecho de que bases académicas difusas o incompletas influirán en la dificultad y problemáticas analizadas a lo largo de esta investigación.

Contribuyendo con el planteamiento de la ilustración 10, la suposición de la aplicación de herramientas de uso de Ingeniería Industrial aplicados a problemas de características CUN como base integral a la par de la enseñanza del pensamiento matemático puede beneficiar y apoyar a la reducción de los problemas presentados en los histogramas, de forma específica para el área de Cálculo donde la interpretación, uso y aplicación de este conocimiento son vitales para el desarrollo de las soluciones y problemáticas presentes en la industria.

2.5.1 – Aplicación teórica de problemas CUN en el desarrollo del pensamiento matemático y razonamiento lógico

A continuación se plantea la relación del razonamiento lógico con el pensamiento matemático, numérico, algebraico, funcional, geométrico y probabilístico.

Las aplicaciones en su mayoría son criterios teóricos basados en el aprendizaje matemático, sin embargo, debido a la correlación entre los temas derivados, el planteamiento debe expresarse como un sistema que interactúa directa e indirectamente con todos sus componentes.

[13] Figura 8 // Diseño original a partir de la recopilación de datos teóricos de capítulo 2

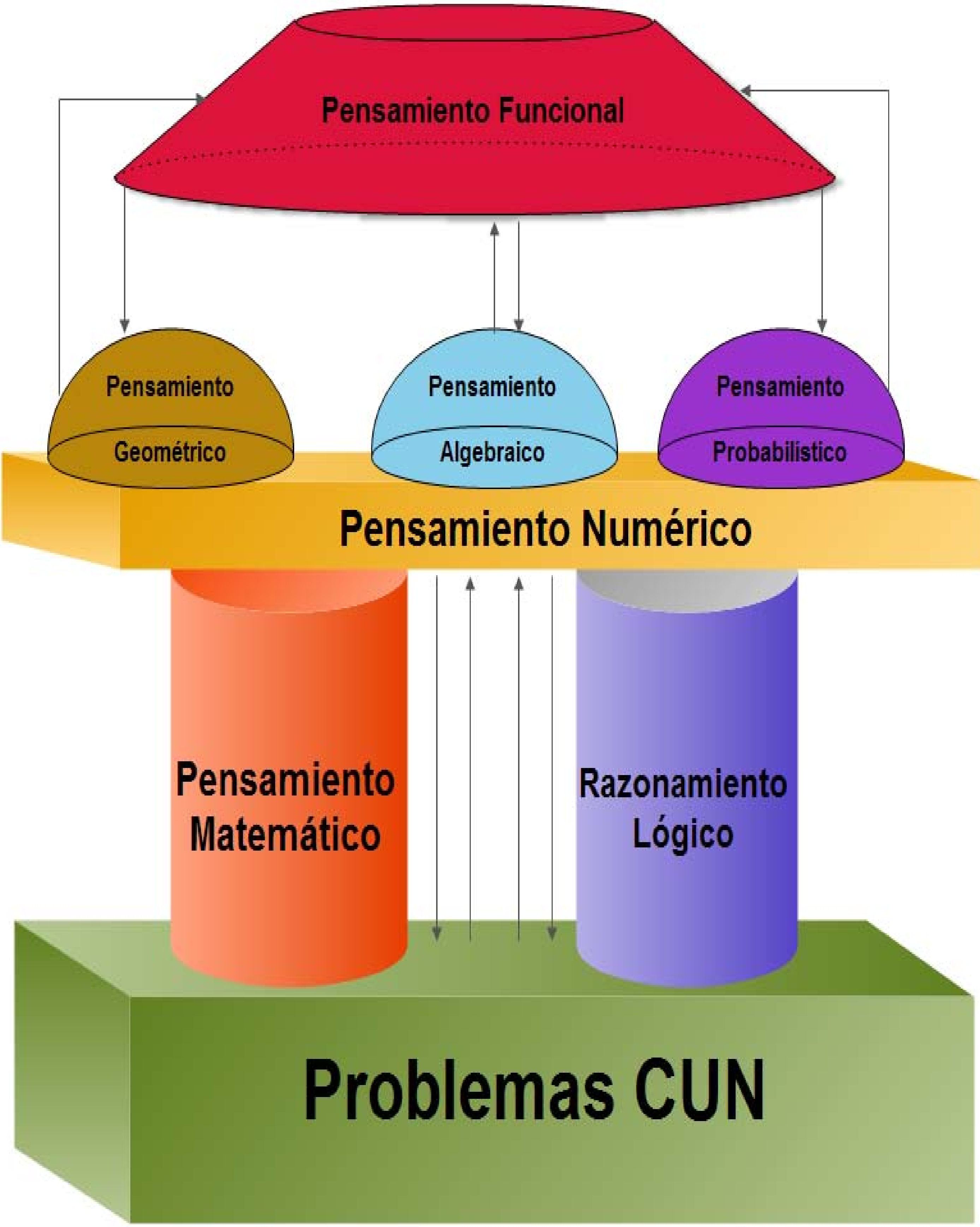


Ilustración 10 // Diagrama de flujo-composición y desarrollo del pensamiento matemático

El razonamiento lógico es fundamental en la vida diaria, la lógica es utilizada desde los criterios más simples y cotidianos hasta los planteamientos que son utilizados en educación del grado de licenciatura. Para poder comenzar a relacionar todos los pensamientos vistos con anterioridad es necesario mencionar lo siguiente:

Se ha producido el planteamiento inicial con el diagrama mostrado como ilustración 9, donde todos los pensamientos existen dentro del razonamiento lógico, esto es evidente pues sin importar el tipo de pensamiento, todas requieren de un planteamiento, un fundamento y una decisión por lo que están ligados, emergen y concluyen en el razonamiento lógico.

Los documentos utilizados para generar los planteamientos de las definiciones de los pensamientos en su mayoría hablan sobre una decisión que concluye que los procedimientos u operaciones a las que son sujetos los casos que se analizan derivan en la interpretación y una parte del planteamiento de las soluciones determinadas característicos de la investigación. Las definiciones muestran un importante uso de planteamientos, pues la habilidad o criterios de cada uno determinan el éxito de la resolución de un problema.

Dentro del razonamiento lógico se encuentra el pensamiento fundamental o principal que es el matemático, este pensamiento engloba todas las identidades matemáticas para todas las áreas de su uso, a partir de este pensamiento se pueden extender procedimientos, metodologías, identidades, etc.

El pensamiento matemático, por lo tanto, es el único que se limita hasta donde el usuario lo requiere, por las propias características del pensamiento, al igual que el razonamiento lógico puede ser llevado desde situaciones de la vida cotidiana hasta planteamientos de dilemas empresariales, la única diferencia fundamental es que el pensamiento matemático requiere de estudios progresivos, es aquí donde entran en participación los problemas CUN.

Con esto puede entenderse que el método de enseñanza influirá directamente en las habilidades y características que serán adquiridas a través de este tipo de problemáticas, ya que los modelos de aprendizaje que se usa en la actualidad, que incluyen en los grados de secundaria, preparatoria y licenciatura que equivaldrían los siguientes estudios resultantes de todos los métodos adquiridos como parte de la formación académica: sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, raíces y potencias, exponentes y logaritmos, ecuaciones algebraicas, cálculo y geometría etc.

Después de este último planteamiento se encuentra el pensamiento numérico, la primera pregunta sobre este pensamiento sería, ¿en qué se diferencia el numérico del matemático?, quizá la primera diferencia evidente es su delimitación, el pensamiento numérico únicamente tiene dentro de su delimitación el comportamiento, naturaleza, y metodologías para números, ignorando así los principios de procedimientos algebraicos donde comienzan a aplicarse variables dentro de las operaciones numéricas. Esto puede entenderse en lo siguiente, el pensamiento numérico abarca sumar, restar, multiplicar, dividir, utilizar exponentes y raíces, únicamente operaciones simples que tienen una sola conclusión, puede entenderse así, toda la educación matemática básica.

Una vez establecidas las relaciones de los dos planteamientos más amplios y fundamentales, entonces podemos entrar a los pensamientos que competen al área de físico-matemática.

El pensamiento algebraico, se sitúa dentro de los límites del pensamiento numérico, el algebraico ahora va más allá de los conocimientos básicos, es aquí donde en la formación escolar incluye el concepto de variable, las variables son cualquier indicador comúnmente representado con letras dentro de operaciones matemáticas, para sus diferentes áreas que pueden ser física, cálculo, geometría, estadística, etc. representan cantidades numéricas desconocidas que pueden ser soluciones a dilemas que se estudian con operaciones matemáticas.

En esta sección por lo tanto ubicamos el primer dilema que es “planteamientos”, en este punto es donde los estudiantes deben adquirir un criterio de cómo convertir una problemática en planteamientos algebraicos y encontrar una solución real que pueda satisfacer al problema. Así como se indica en la definición anterior sobre este pensamiento, las diferencias, como siempre, entre el ser y deber ser, son personales y tan variadas que son despreciables para el estudio de la tesis, por lo que la relación del pensamiento algebraico con los demás se resumirá en los siguientes puntos:

1- El pensamiento algebraico que se ha ubicado dentro de los criterios del pensamiento numérico y a su vez del razonamiento lógico, contemplan o inician dentro del uso de variables con fines de plantear dilemas reales que buscan una solución cuantificable y que los procedimientos matemáticos pueden encontrar.
2- El pensamiento algebraico es demasiado vasto, por lo que las metodologías y tipos de operación requieren que aquellos que buscan solucionar problemáticas con estos métodos, adquieran fuertes conocimientos para poder efectuarlos.
3- El pensamiento algebraico puede considerarse la base del resto de los pensamientos, ya que es en esta sección donde se comprenden los conceptos de proporción, dimensiones, equivalencias y por su puesto variabilidad, donde todos estos conceptos son necesarios para Cálculo, Geometría, Estadística, etc.

A partir del pensamiento algebraico se pueden determinar las comparativas entre el propio pensamiento algebraico, el geométrico y probabilístico.

Del pensamiento geométrico puede afirmarse entonces que es uno de los más relacionados con el numérico y algebraico, después de todo sus bases y planteamientos son los mismos, uno de los rasgos que se diferencian es que muchos de los problemas reales o que requieren de transformar datos de la realidad a un plano matemático son precisamente los geométricos, los problemas que pueden generar o abarcar van desde operaciones simples hasta planteamientos que requieren de uso de funciones matemáticas de cálculo.

Un ejemplo práctico sobre los dilemas del planteamiento geométrico podría ser un ejercicio clásico: si tuviéramos un tanque de combustible vertical, debido a sus características físicas inherentes el cálculo del combustible que puede contener sería fácilmente realizado a través de fórmulas geométricas, es aquí donde la complejidad matemática de un análisis geométrico cambia si éste de igual manera sufre un cambio; si el mismo tanque con las mismas características adquiere una posición horizontal, el análisis matemático a través de funciones algebraicas ya no puede satisfacer la problemática, por lo que requiere de nuevas formas de solución que se pueden determinar a través de Cálculo integral.

Es en estos casos donde una problemática real adquiere una complejidad matemática que para poder satisfacerse, requiere de la correlación entre pensamientos y formas de operación.

Este pensamiento muestra entonces, en un ejemplo tan simple, que es fácil pasar de un esquema de confort con operaciones básicas a la necesidad de utilizar planteamientos más avanzados como es el Cálculo integral para analizar un problema interactuando con todos sus componentes a la vez.

El pensamiento probabilístico por otro lado tiene más relación con el pensamiento algebraico y numérico, ya que con el geométrico casi no hay relaciones directas en comparación con los demás salvo que comience a hablarse de física donde la interacción de estos pensamientos es más realista.

El pensamiento probabilístico no posee tantos documentos con sus usos como los otros pensamientos, tiene más aplicaciones hacia lo que es administración, estadística aplicada y toda esa gama, uno de los planteamientos más aproximados al cálculo son las pruebas de resistencias físicas de materiales, donde utilizan planteamientos de cálculo para el análisis de las estructuras pero se incluyen funciones probabilísticas para interpretar o determinar los rangos de tolerancias que se obtienen en prácticas de laboratorio. Esta sección posee una importancia fundamental y trascendente ya que es el primer planteamiento que habla de una forma concreta sobre el uso de software especializado para determinar los planteamientos dejando de lado la posibilidad de error humano al interpretar las diversas situaciones de planteamientos necesarios para encontrar una solución.

Por último, el pensamiento medular que conjunta todo lo antes mencionado es el pensamiento funcional, cuando se enseña el término de funciones, se entiende de inicio que se continúa interpretando variables para satisfacer una problemática, estas problemáticas pueden plantearse desde cualquier parámetro del área matemática, física, cálculo, álgebra, geometría, estadística, etc.

Una función como sabemos es una representación matemática de una situación o tendencia real, las funciones pueden cambiar o indicar resultados de soluciones o aproximaciones para satisfacer el planteamiento de la función.

Las funciones son muy variadas al igual que los procedimientos necesarios para poder solucionarlas, las funciones tienen la característica de poder ser manipuladas por los operarios, pero su éxito evidentemente depende de las habilidades que estos posean.

2.6 – Aplicación de la teoría IMPROVE en problemas CUN para Ingeniería

Para lograr que los estudiantes desarrollen habilidades para solucionar problemáticas de características CUN, se sugiere el empleo de herramientas didácticas que enfaticen el aprendizaje matemático, de una forma previa al uso de didácticas sistemáticas es necesario identificar algunas herramientas de análisis que son imprescindibles para la integración en secuencias de desarrollo matemático.

A continuación se presentan algunas de las herramientas sugeridas para cumplir con dicho objetivo:

Método Scamper

El método Scamper es una herramienta de análisis utilizada para idealizar las soluciones posibles a una problemática, el análisis está dirigido al mejoramiento de productos, servicios o procesos de cualquier índole. El acrónimo menciona los siguientes criterios:

S-substitute – sustituir **C**-combine – combinar **A**-adapt – adaptar **M**-modify – modificar

P-put to other uses – permutar **E**-eliminate – eliminar **R**-rearrange – reordenar

Para mostrar las aplicaciones del método Scamper, se utilizará en un análisis básico del aprendizaje matemático a través del siguiente diagrama.

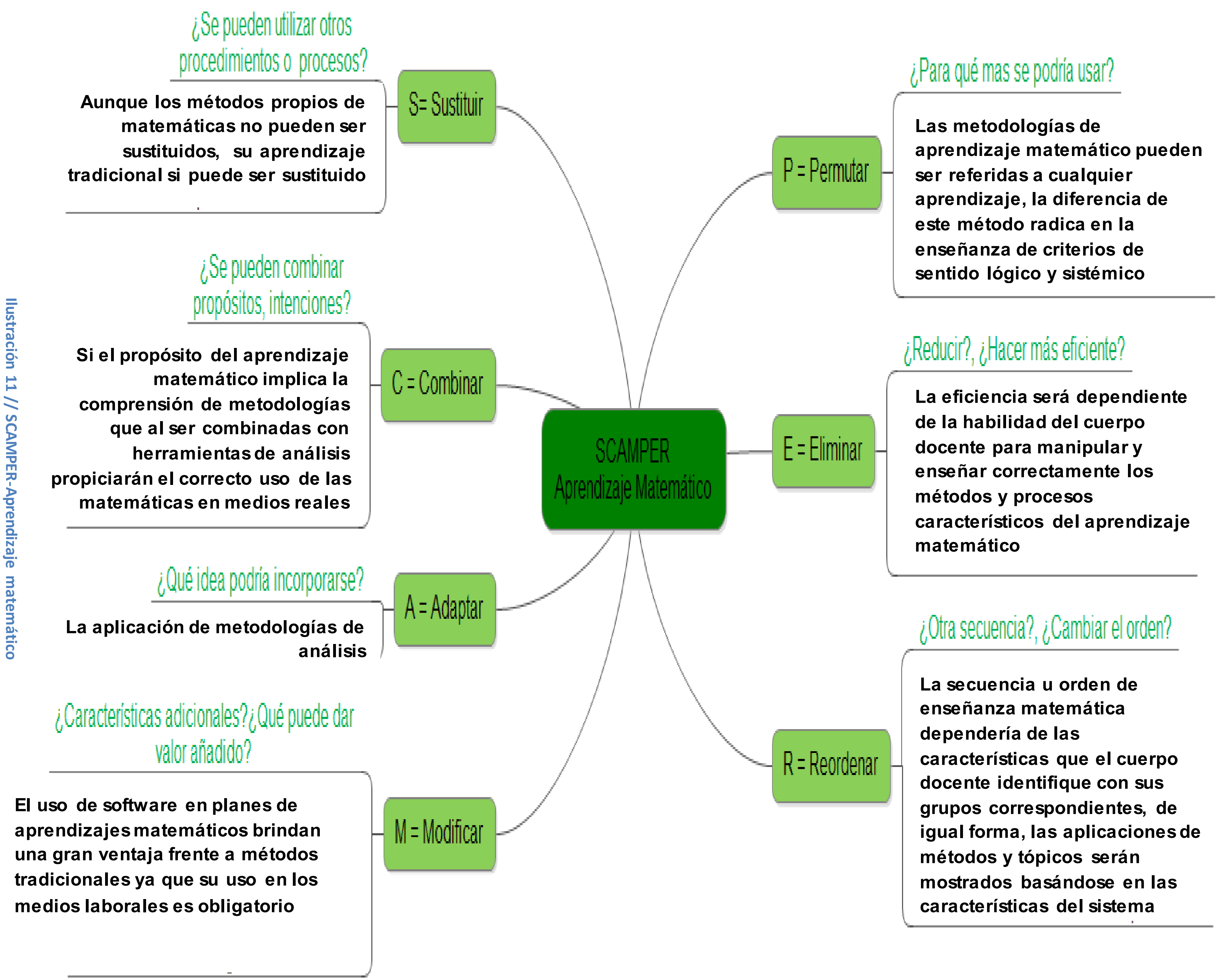


Ilustración 11 // SCAMPER-Aprendizaje matemático

Diagrama ¿Por qué? ¿Por qué?

El diagrama del ¿Por qué? ¿Por qué? es una herramienta de análisis que se utiliza para determinar las raíces aparentes de una problemática, comúnmente utilizada en problemáticas de sistemas o controles de calidad, este método implica identificar las causas de un problema por lo que al tener el total conocimiento del proceso o sistema se concluirán las causas de forma certera.

Para comprender su aplicación, a continuación se muestra un diagrama simplificado de secuencias aplicando el método de ¿Por qué? ¿Por qué?, la problemática a analizar es la siguiente, el problema de la reprobación y deserción en la materia de Cálculo en el primer año de ingenierías, para elaborar dicho diagrama se debe considerar que las respuestas obtenidas son supuestos que están sujetos a los conocimientos o bases identificadas por aquel que realiza el diagrama.

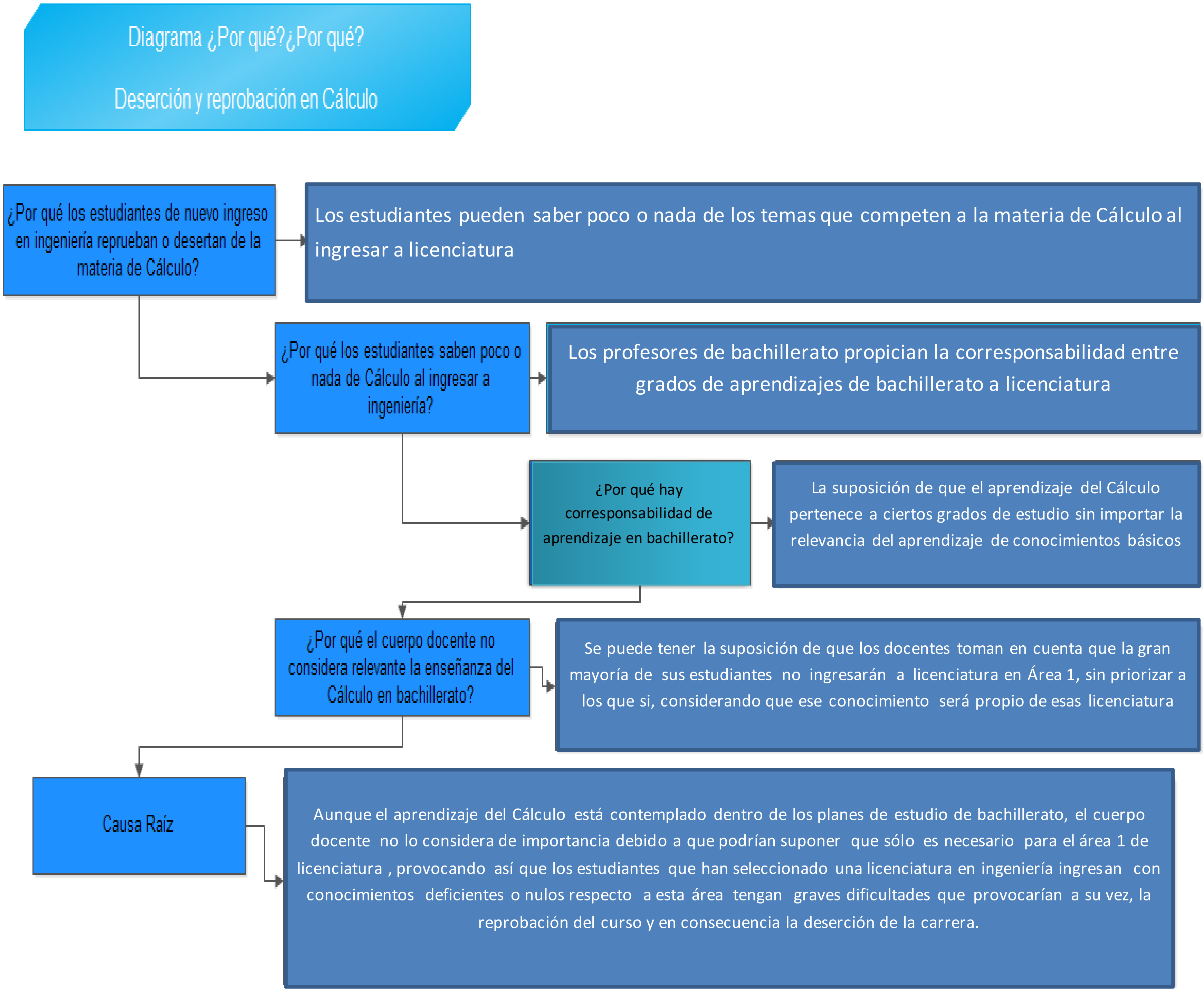


Ilustración 12 // Diagrama ¿Por qué?¿Porqué? - Deserción y reprobación en Cálculo

Diagrama TRIZ

El diagrama TRIZ o también conocido como la teoría de problemas novedosos, es un método propio de las ingenierías en el cual se pueden determinar soluciones aparentes en una problemática a través de observaciones intuitivas, aunque sus aplicaciones sean a procedimientos sistémicos.

Esta teoría menciona en sus componentes o postulados que bajo una situación de problemática los operadores verificarán el comportamiento de la solución, esto significa, si la problemática cuenta con soluciones previas conformadas por conocimiento teórico práctico o sus soluciones no tienen precedentes, por lo que son desconocidas para sus operadores.

Las soluciones como parte de esta teoría, mencionan que podrían generar problemas inventivos[14], son aquellos que en sus soluciones aparentes pueden generar otra problemática, por lo que para obtener la solución ideal todas las soluciones que generen reacciones perjudiciales deben ser eliminadas.

A continuación se presenta un esquema de toma de decisiones para una problemática aparentemente inventiva.

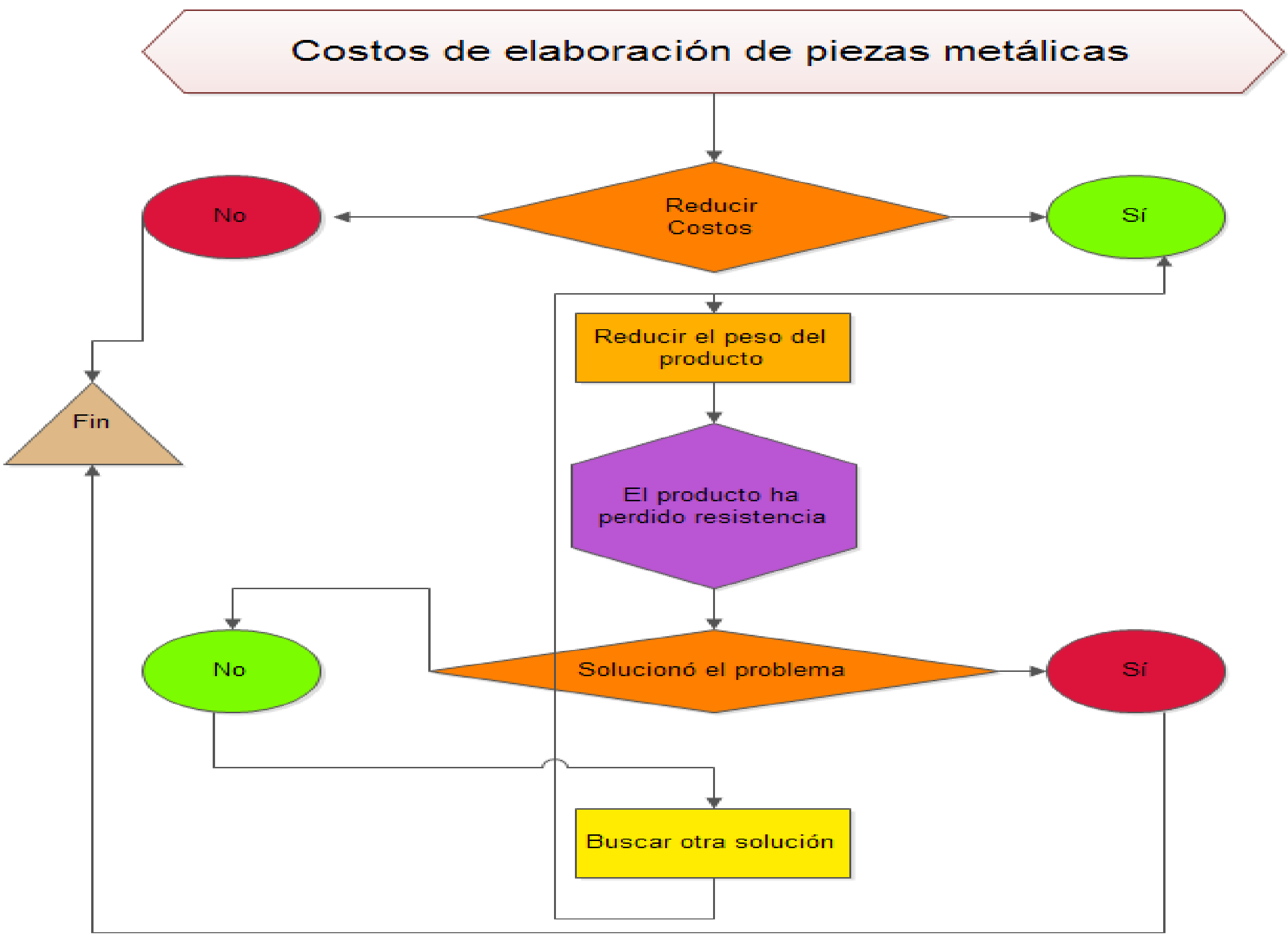


Ilustración 13 // TRIZ - Diagrama de toma de decisiones

[14] Problemas Inventivos: generación heurística de problemas provocados por soluciones implementadas

Una vez establecidos las diferentes herramientas que pueden ser aplicadas a los métodos de aprendizaje matemático, estas deben ser referenciadas en las aplicaciones que tendrían en esta investigación, debido a esto, se presentan los siguientes planteamientos.

Ejemplo:

La problemática presente de un grupo de Ingeniería Industrial es la siguiente:

El grupo no puede aprender correctamente las formas de derivación que han sido presentadas en sesiones previas, por lo que han decidido analizar su situación y verificar si hay soluciones que puedan ayudarles antes de enfrentar la evaluación de la materia.

Para analizar las causas de esta problemática utilizarán el diagrama del ¿Por qué? ¿Por qué?, una vez establecida la causa raíz de sus problemáticas las soluciones serán determinadas a través de problemas inventivos hasta determinar una solución libre de posibles complicaciones posteriores.

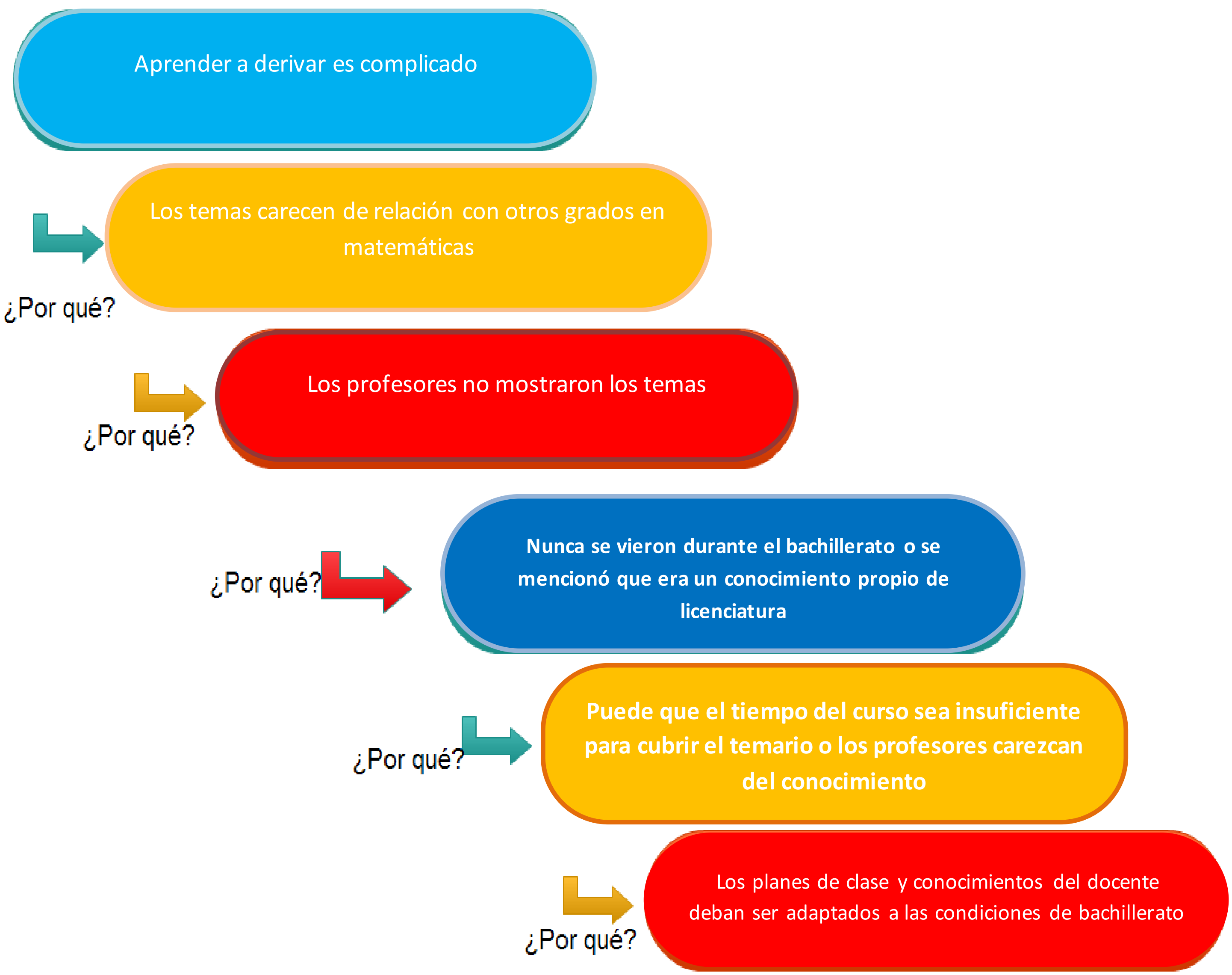


Ilustración 14 // Diagrama ¿Por qué? ¿Por qué? aplicación

Tras haber determinado una causa raíz aparente, se puede proceder a determinar soluciones, utilizando el diagrama TRIZ se determinará una solución que no genere problemáticas posteriores.

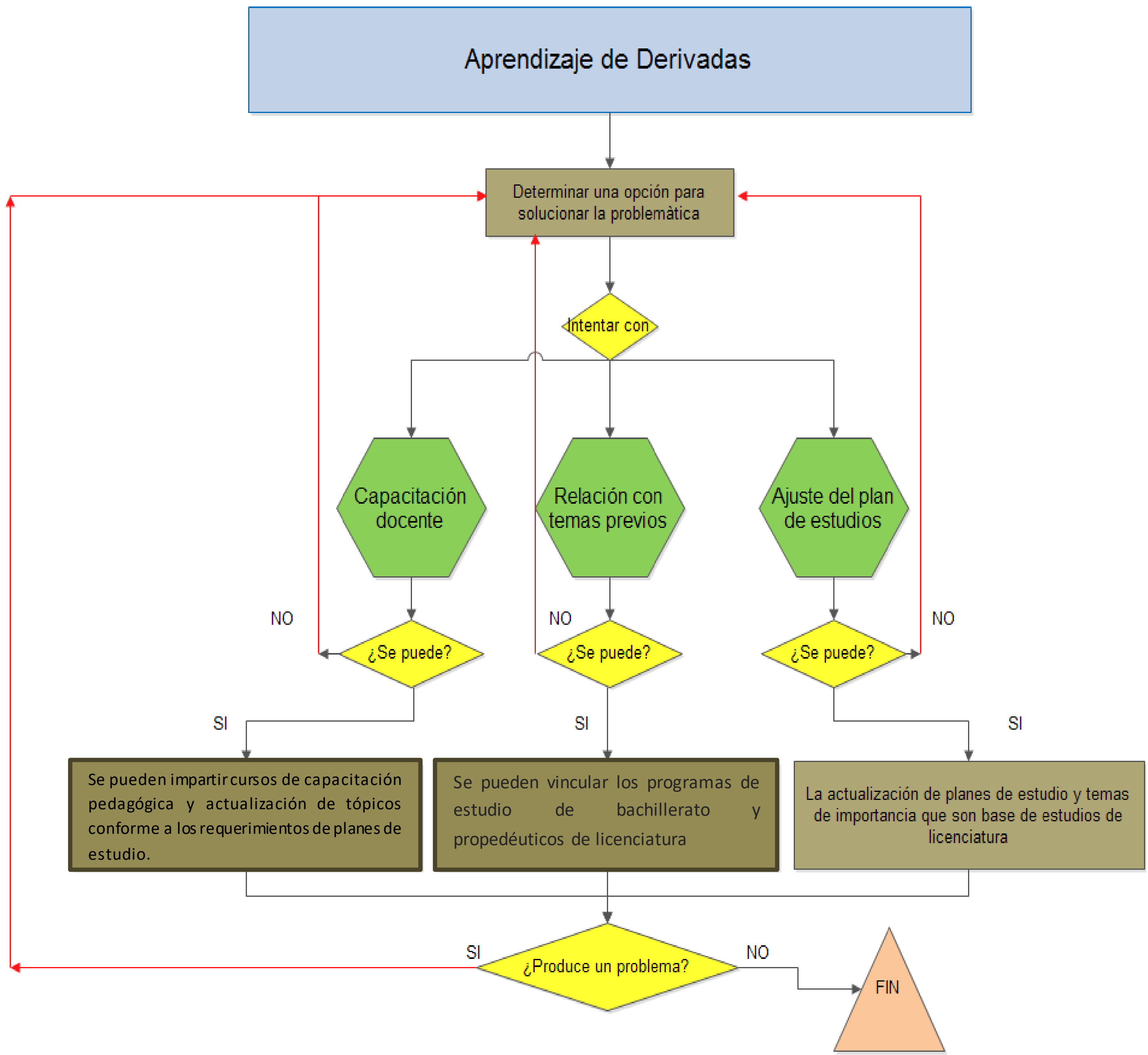


Ilustración 15 // Diagrama TRIZ aplicación

Ya establecidas las posibles soluciones a esta problemática, las direcciones que tomen cada una de las decisiones y opciones seleccionadas podrían tener diferentes repercusiones que en su momento tendrán que incluirse en el diagrama, esto ayudará a mantener un seguimiento de las acciones tomadas para dicha problemática, a través de las secuencias establecidas se limitan las oportunidades de inclusión de variables externas que afecten o entorpezcan la toma de decisiones para establecer una solución.

Para darle una mayor oportunidad referida a los problemas CUN en el aprendizaje matemático se presenta la siguiente metodología en la cual el pensamiento divergente del aprendizaje matemático es aplicado a través de un modelo sistémico, por el cual el aprendizaje matemático se adquiere a través de problemáticas de características no familiares, no rutinarias y complejas.

Dicha metodología radica en el modelo IMPROVE[15] como se muestra dentro de la presentación generada por la Universidad Bar-Ilan, IMPROVE es un acrónimo que muestra la secuencia o composición de dicha metodología, con ello podremos analizar los planteamientos requeridos que han sido aplicados para las practicas didácticas incluidas en el contenido de esta investigación.

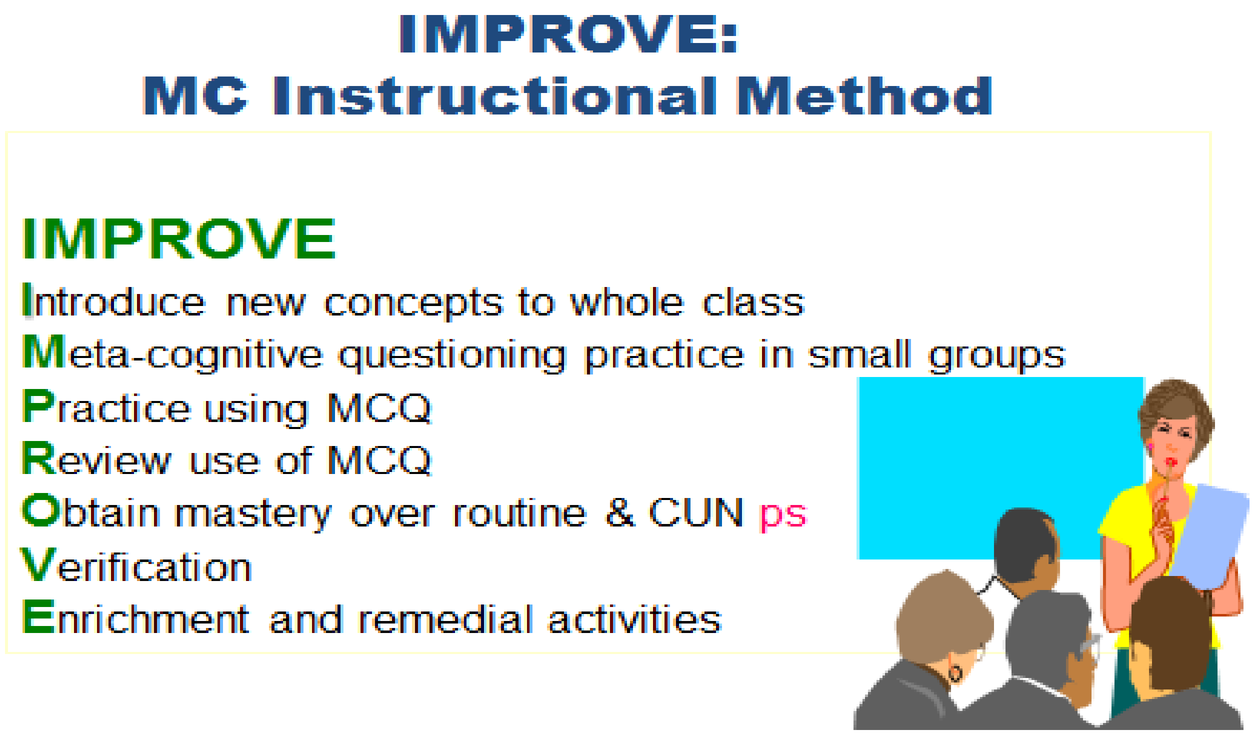


Ilustración 16 - Metacognition and Math Education in Innovation-Driven Societies: What´s New?, Zemira R. Mevarech, Bracha Kramarski, Bar-Ilan University, Israel, OECD, Paris, 2012

2.6.1 – Panorama para abordar nuevos conceptos en clases completas[16]

El primer punto de inclusión que conforma el acrónimo IMPROVE menciona la importancia de incluir nuevos conceptos a las clases, para un área como lo es Cálculo, a la cual se dirige esta investigación, es importante mantener una relación estrecha entre los métodos aprendidos en clases y los casos o criterios para poder ser utilizados en la vida real, con ello la experiencia docente es vital para poder mantener estos nuevos conceptos como parte de las herramientas didácticas de inclusión para la materia.

[15] Metacognition and Math Education in Innovation-Driven Societies: What´s New?, Zemira R. Mevarech, Bracha Kramarski, Bar-Ilan University, Israel, OECD, Paris, 2012.
[16] Introduce new concepts to whole class

2.6.2- Cuestionamientos participativos en equipos de trabajo [17]

De igual forma el método IMPROVE señala el uso de cuestionamientos participativos como prácticas para grupos reducidos, esta secuencia es fácilmente incluida para el uso de problemas CUN, como se ha mencionado anteriormente el razonamiento estratégico es uno de los objetivos del uso de problemas CUN.

La instauración de un sistema que obligue a los estudiantes a cambiar de metodología o forma de pensamiento analítico es una labor que requiere destreza del docente que propicie el uso de dicha metodología, por lo que basados en el hecho que la educación de grado de licenciatura requiere docentes con especialización del área, esta necesidad no será un obstáculo, sino una oportunidad para los docentes de buscar nuevas especializaciones para áreas que se relacionen con sus materias.

2.6.3 – Prácticas utilizando cuestionamientos de conocimientos estratégicos [18]

Por otra parte el método IMPROVE habla sobre las prácticas de cuestionamientos estratégicos que serán una función vital para que los docentes determinen el grado de entendimiento y razonamientos que los alumnos desarrollen, dichas prácticas pueden planearse a través de las secuencias didácticas presentadas con anterioridad.

2.6.4 – Repaso utilizando cuestionamientos participativos [19]

El seguimiento de esta metodología implica que la secuencia de revisiones de las prácticas de las cuestiones estratégicas podrá identificar fallas dentro del aprendizaje, donde le darán oportunidad a los docentes y a los estudiantes de poder replantear o generar nuevas prácticas que propicien el correcto aprendizaje de los métodos vistos en clases.

2.6.5 – Mejorar habilidades a través de procedimientos en problemas CUN [20]

También se menciona que específicamente para la evolución cognitiva de los estudiantes y el uso de problemas CUN, el uso de la metodología IMPROVE es ideal y propicia el correcto uso de la didáctica con problemas CUN, con ello, se puede afirmar que la correcta instauración y uso de estas didácticas con las prácticas de problemas CUN pueden generar mejoras que satisfagan el dilema del aprendizaje matemático para los estudiantes de ingeniería, de forma específica para la materia de Cálculo.

2.6.6 – Generación de rúbricas para la evaluación

Como una contribución complementaria, el modelo IMPROVE menciona la importancia de la verificación, sin un control que más allá de evaluar el sistema no se incluye o menciona el desarrollo de los alumnos en el nuevo sistema, los objetivos del planteamiento de problemas CUN no serán cumplidos y se afectará a los estudiantes que se pretendía apoyar con una nueva metodología de estudio de una de las áreas con el más alto índice de reprobación como lo es Cálculo.

Por último se enfatiza los resultados obtenidos de toda la metodología, si la propia metodología incluye o propicia el uso de los problemas CUN como una medida de aprendizaje que garantice el entendimiento de las áreas que promueve, específicamente para Cálculo. Con una evaluación objetiva que muestre los avances

[17] Meta-cognitive questioning practice in small groups
[18] Practice using MCQ
[19] Review use of MCQ
[20] Obtain mastery over routine & CUN ps

generados por este método se puede determinar la evolución de las habilidades cognitivas de los estudiantes, con esto garantizaremos que los profesionistas egresados de ingeniería tendrán habilidades que les ofrezcan ventajas competitivas en el medio laboral ante otros ingenieros de las diferentes instituciones del país ajenas a la UNAM.

La metodología IMPROVE como se ha mencionado, pose características que pueden determinarla como una gran mejora del modelo académico y formativo para ingeniería, pero debido a las características inherentes de las instituciones como la UNAM, donde sus planes de estudios son elaborados con completa libertad y autonomía, donde establecen las necesidades con las que un egresado debe contar, se puede generar la sugerencia de que dentro de las actualizaciones de estos planes de estudios, comiencen a incluir criterios de aprendizaje basados en esta metodología, optimizando las capacidades y conocimientos determinados para la carrera de ingeniería.

2.7- Programa de la asignatura de Cálculo diferencial e integral

(Secuencia de desarrollo de Cálculo diferencial e integral para el desarrollo del aprendizaje matemático)

La aplicación de conocimientos matemáticos, específicamente de cálculo puede generar soluciones en medios en los cuales la obtención de datos no es precisa, sintética o cuantificable, la correcta aplicación de métodos matemáticos a dilemas de características complejas no rutinarias dependerá de la habilidad cognitiva que se posea para determinar valores y procedimientos que tengan como consecuencia la aplicación de una solución óptima de un problema.

Cálculo dentro del planteamiento de un problema puede desarrollarse a partir de otras ramas matemáticas, entiéndase administración, estadística, física, etc. Como se ha mostrado en la ilustración 8 la cumbre dominante dentro del pensamiento matemático es precisamente Cálculo, donde a su vez, se retroalimenta de otros pensamientos que pueden o no ser retroactivos con una problemática definida.

Las secuencias de desarrollo como tal, no solo pueden ser postuladas e implementadas, deben ser sometidas a un análisis por el cual se determinará su factibilidad, eficiencia y desarrollo en los cursos de aplicación. A través de las necesidades planteadas, a continuación se presenta una secuencia de desarrollo para el uso práctico del área de Cálculo, esta secuencia es una propuesta que sugiere la correcta aplicación de un método a través de la enseñanza de tópicos y unidades previamente analizadas que son dirigidas para la complementación de cursos posteriores propios de la carrera de Ingeniería Industrial. [21]

NOTA:

Debido a los errores localizados dentro del programa de estudios, se han hecho observaciones que han modificado el documento, dichas observaciones son las siguientes:

1- II.2 (repetitivo con expresiones difusas)
2- II.4 (ortografía y redacción)
3- III.1 (redacción y orden de temas)
4- III.4 (redacción y orden de temas)

[21] Plan de estudios, Cálculo diferencial e integral, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Ingeniería Industrial, programa de asignaturas // http://www.aragon.unam.mx/unam/oferta/licenciatura/88ingind.html

5- IV.4 (optimización en el orden de los temas)
6- TEMA VI (optimización en el orden de los temas)
7- TEMA VII (ortografía (L´Hopital), acento circunflejo (**l'Hôpital**), redacción)

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Facultad de Estudios Superiores Aragón
Ingeniería Industrial
Programa de Asignatura

NOMBRE DE LA ASIGNATURA:		CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	
PLAN 2007		Tipo de Asignatura: Teórico	
Clave:	**Créditos:** 9	**Carácter:** Obligatoria	**Semestre:** Primero
Duración del Curso	Semanas: 16 Horas: 72 Teoría: 4.5 Práctica: 0.0	**Área de Conocimiento:**	Físico Matemáticas
MODALIDAD:	Curso		
SERIACIÓN INDICATIVA PRECEDENTE:	Ninguna.		
SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE:	Cálculo Vectorial, Probabilidad y Estadística, Álgebra Lineal y Fundamentos de Mecánica (L).		

OBJETIVO DEL CURSO:

Analizar los conceptos fundamentales del cálculo diferencial e integral de funciones reales de variable real, a fin de aplicarlos a la formulación y manejo de modelos matemáticos de problemas físicos y geométricos

TEMAS

No.	Nombre	Teoría	Práctica
			HORAS
I	FUNCIONES	6.0	0.0
II	LIMITES Y CONTINUIDAD	8.0	0.0
III	LA DERIVADA Y SUS APLICACIONES	15.0	0.0
IV	VARIACIÓN DE FUNCIONES	8.0	0.0
V	SUCESIONES Y SERIES	6.0	0.0
VI	LA INTEGRAL INDEFINIDA Y LA INTEGRAL DEFINIDA	11.0	0.0
VII	DERIVADAS E INTEGRALES IMPROPIAS	6.0	0.0
VIII	MÉTODOS DE INTEGRACIÓN Y APLICACIONES	12.0	0.0
	Total de horas:	72.0	0.0
		TOTAL:	72.0

OBJETIVOS Y CONTENIDO DE LOS TEMAS

TEMA I "FUNCIONES"
Objetivo: Discutir el concepto de función y sus características principales, para aplicarlos en la

formulación y manejo de modelos matemáticos

Contenido:

I.1 Definición de función real de variable real y su representación gráfica. Definiciones de dominio, codominio y recorrido. Notación funcional.

I.2 Clasificación de funciones según su forma de expresión: implícita, explícita y paramétrica. Funciones definidas por más de una regla de correspondencia.

I.3 Definición de operaciones con funciones: igualdad, adición, multiplicación y composición. Concepto de función inversa.

I.4 Definición de algunos tipos de funciones: funciones polinomiales, racionales, irracionales, algebraicas y trascendentes. Definición de funciones circulares y su representación gráfica.

I.5 Formulaciones de funciones.

TEMA II "LIMITES Y CONTINUIDAD"

Objetivo: Aplicar el concepto de límite para calcular el límite de una función y para investigar su continuidad.

Contenido:

II.1 Definición de entornos y límite de una función en un punto. Interpretación geométrica de la definición de límite.

II.2 Límite de la función constante y de la función constante y de la función identidad. Enunciados de teoremas sobre límites y sobre operaciones con límites. Cálculo de límites.

II.3 Definición de límite de una función cuando la variable tiende al infinito. Cálculo del límite de funciones racionales cuando la variable tiende al infinito.

II.4 Concepto de continuidad: definición de límites laterales, definición y determinación de la continuidad de una función en un punto y en un intervalo. Enunciados de teoremas sobre funciones continúas. Concepto de continuidad por medio de incrementos.

TEMA III "LA DERIVADA Y SUS APLICACIONES"

Objetivo: Analizar el concepto de la derivada y sus interpretaciones geométrica y física para resolver problemas que requieren de este concepto para su solución.

Contenido:

III.1 Definición de la derivada de una función en un punto. Interpretaciones físicas y geométricas de la derivada; notaciones de la derivada y cálculo a partir de la definición. Concepto de función derivada.

III.2 Derivación de la suma, el producto y el cociente de funciones. Derivación de una función elevada a un exponente racional.

III.3 Derivación de la función compuesta, regla de la cadena. Derivación de la función inversa.

III.4 Derivación de funciones circulares: Obtención del límite del cociente de sex / x, cuando x tiende a cero, derivación de la función seno y de las demás funciones circulares.

III.5 Definición y cálculo de derivadas laterales. Relación entre derivabilidad y continuidad.

III.6 Derivación de las funciones expresadas en forma implícita y en forma paramétrica. Definición y cálculo de derivadas de orden superior.

III.7 Aplicaciones geométricas de la derivada: la derivada como razón de variaciones de una variable con respecto a otra.

III.8 Aplicaciones físicas de la derivada: la derivada como razón de variación de una variable con respecto a otra.

III.9 Definiciones de función diferenciable y de diferencial de una función. Interpretación geométrica de la diferencial. Concepto de la derivada como cociente de diferenciales. Permanencia de la forma de la diferencial para una función de función.

III.10 Relación entre la diferencial y el incremento. Aplicaciones de la diferencial: valores aproximados y errores.

TEMA IV "VARIACIÓN DE FUNCIONES"

Objetivo: Adquirir habilidad en el estudio de la variación de funciones y aplicarla en la solución de problemas físicos y geométricos, especialmente en aquellos que se refieran a una optimación.

Contenido:

IV.1 Enunciados e interpretaciones geométricas de los teoremas de Weierstrass y el Bolzano. Enunciado, demostración e interpretación geométrica del Teorema de Rolle. Enunciado, demostración, interpretación geométrica y aplicaciones del Teorema del Valor Medio del Cálculo Diferencial.

IV.2 Análisis de funciones crecientes y decrecientes, y su relación con el signo de la derivada.

IV.3 Definición de máximos y mínimos relativos. Análisis con el criterio de la primera derivada. Definiciones de concavidad y de puntos de inflexión de una curva. Análisis de la concavidad de una curva y de puntos de inflexión de una curva. Análisis de la concavidad de una curva y de puntos de inflexión. Análisis, con el criterio de la segunda derivada, de máximos y mínimos.

IV. 4 Análisis de la variación de una función y problemas de aplicación.

TEMA V "SUCESIONES Y SERIES"

Objetivo: Analizar los conceptos del álgebra de las sucesiones y de las series y sus propiedades para determinar su carácter y representar funciones por medio del desarrollo en series de potencias.

Contenido:

V.1 Sucesiones: definición de sucesión, concepto de límite y convergencia de una sucesión, sucesiones monótonas y acotadas.

V.2 Series: definición de serie y convergencia, condición para la convergencia y propiedades de las series. Definición y propiedades de las operaciones con serie: adición y multiplicación por un escalar.

V.3 Definición de serie geométrica y de serie "p". Series de términos positivos: criterio de comparación y criterio del cociente.

V.4 Serie de signos alternados: definición de series de potencias: definición de la serie de Taylor; desarrollo de funciones trigonométricas, logarítmicas y exponenciales.

TEMA VI "LA INTEGRAL INDEFINIDA Y LA INTEGRAL DEFINIDA"

Objetivo: Analizar el concepto de integral definida, sus propiedades e interpretación geométrica, así como el de la integral indefinida y sus relación con la anti derivada y con la integral definida.

Contenido:

VI.1 Concepto de sumas de Riemann. Concepto de integral definida. Interpretación geométrica de la integral definida. Condición de integrabilidad. Propiedades de la integral definida.

VI.2 Enunciado, demostración e interpretación geométrica del Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral.

VI.3 Concepto de integral definida con extremo superior variable. Definición de integral indefinida. Enunciado y demostración del Teorema Fundamental del Cálculo.

VI.4 Descripción y cálculo de integrales inmediatas a integrales que se transforman en inmediatas completando la diferencial.

TEMA VII "FINCIONES LOGARITMO Y EXPONENCIAL E INTEGRALES IMPROPIAS"

Objetivo: Analizar las funciones logarítmicas y exponenciales, sus propiedades y gráficas, así como calcular integrales impropias y aplicar la Regla de l'Hôpital para el cálculo de límites.

Contenido:

VII.1 Definición de la función logaritmo natural, su gráfica y propiedades

VII.2 Definición de la función exponencial, su gráfica y propiedades. Definición de las funciones hiperbólicas.

VII.3 Concepto de cambios de base. Derivación de las funciones logarítmicas y exponenciales. Derivación de una función elevada a otra función. Derivación de una función elevada a un exponente real.

VII.4 Enunciado de la Regla de l'Hôpital, y su aplicación a formas indeterminadas.

VII.5 Conceptos y aplicaciones de las integrales impropias.

TEMAVIII "MÉTODOS DE INTEGRACIÓN Y APLICACIONES"

Objetivo: Adquirir habilidades en el cálculo de integrales indefinidas. Aplicar los conceptos de las integrales definidas e indefinidas, respectivamente, en la solución de problemas de tipo geométrico y en la solución de ecuaciones diferenciales de variable separables.

Contenido:

VIII.1 Descripción del cambio de variable y cambio de los extremos de la integral definida: sustituciones algebraicas y trigonométricas.

VIII.2 Descripción y aplicación de la integración por partes y de la integral por descomposición en fracciones racionales.

VIII.3 Aplicaciones de la integral definida al cálculo de áreas, longitudes de arco y volúmenes de sólidos de revolución.

VIII.4 Aplicaciones de la integral indefinida a la solución de ecuaciones diferenciales lineales de variables separables.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía Básica	Temas para los que se recomienda.
Andrade D. Arnulfo Cálculo Diferencial e Integral. México, Limusa-Facultad de Ingeniería, UNAM. 2004.	TODOS
Larson, Hostetler y Edwards. Cálculo I 8a. Edición. México, Ed McGraw hill. 2005, 825pp.	I, II, III, IV y V.
Leithold, Louis. El Cálculo con Geometría Analítica 7a. Edición. México, Oxford University Press.	TODOS

1998.	
Swokowski, Earl W, y Olinick, M, Pence. Calculus. U.S.A., P.W.S. Publishing company. 1994. 155 pp.	TODOS

Bibliografía Complementaria	Temas para los que se recomienda.
Andrade D. Arnulfo. Cálculo Diferencial e Integral. México, Limusa-Facultad de Ingeniería, UNAM. 2004.	I, II, III, IV y V.
Purcell J. Edwin And Varberg Dale. Calculus with Analytic Geometry, 8th. Edition. U.S.A., Prentice Hall Inc. 2001.989 pp.	TODOS
Spivak, Michael. Cálculo Infinitesimal, 2a. Edición. México, Reverté. 1996.925pp.	TODOS

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS		**ELEMENTOS DE EVALUACIÓN**	
Exposición oral	(X)		
Exposición audiovisual	(X)		
Ejercicios dentro de clase	(X)	Exámenes Parciales	(X)
Ejercicios fuera del aula	(X)	Exámenes Finales	(X)
Seminarios	( )	Trabajos y tareas fuera del aula	(X)
Lecturas obligatorias	(X)	Participación en clase	(X)
Trabajos de Investigación	(X)	Asistencia a practicas	( )
Prácticas de taller o laboratorio	( )	Otros	( )
Prácticas de campo	( )		
Otros	( )		

PERFIL PROFESIOGRÁFICO DE QUIENES PUEDEN IMPARTIR LA ASIGNATURA

Licenciatura en Ingeniería, Matemáticas, Física o carreras cuyo contenido en el área de matemáticas sea similar. Deseable haber realizado estudios de posgrado, contar con experiencia docente o haber participado en cursos o seminarios de iniciación en la práctica docente.

Ilustración 17 // Plan de estudios, Cálculo Diferencial e Integral, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Ingeniería Industrial, programa de asignaturas

2.8 – Herramientas de aplicación

Para la correcta aplicación de una metodología de estudio, es necesario conocer los siguientes criterios:

1- **Secuencias didácticas**
   Teorías didácticas la aplicación de problemas CUN
   Simulaciones de secuencias didácticas para la aplicación de problemas CUN
2- **Elementos de evaluación**
   La evaluación formadora
   La importancia de la autoevaluación y evaluación mutua en la evaluación formadora

Los puntos previos por definición propia únicamente pueden ser implementados al aprendizaje teórico, debido a que solo implica la dinámica Académico-Estudiante.

A diferencia de todos los puntos tratados con anterioridad, la aplicación de problemas CUN requieren de herramientas informáticas y tecnológicas que propicien la relación en el alumno para comparar casos didácticos con problemáticas reales, entiéndase líneas de producción, sistemas de inventario, logística en cadenas de suministros, etc. (caso de aplicación para Ingeniería Industrial)

2.8.1 – Herramientas de aplicación en secuencias didácticas

La aplicación de secuencias didácticas se vinculan principalmente a secuencias de desarrollo, tal como se muestra en el segmento previo, para fines de esta investigación se mostrará una simulación a través de un diagrama de caja negra, con el cual podremos identificar los posibles resultados de estas herramientas.

Ilustración 18 //Herramientas de aplicación en secuencias didácticas

2.8.2– Herramientas de aplicación de problemas CUN para la enseñanza del aprendizaje matemático

A continuación se presenta una secuencia básica que aplica la estructura integral de un tema, dicho ejemplo está dirigido a uno de los temas contenidos en la materia de Cálculo, a través de la siguiente secuencia puede generarse cualquier tema referente al área.

Etapa 1: Selección de tema.

Ejemplo: Formas básicas de derivación y sus aplicaciones.

Etapa 2: Se presenta el contenido de la unidad y herramientas didácticas para su aplicación (software, calculadoras, etc.)

Ejemplo:

- **Tema 1:** La derivada y su función
- **Tema 2:** Derivadas parciales
- **Tema 3:** Regla de la cadena
- **Tema 4:** Actividades de repaso
- **Tema 5:** Aplicación de software a problemáticas
- **Tema 5:** Evaluación de conocimiento teórico adquirido
- **Tema 7:** Evaluación de conocimiento práctico adquirido

Etapa 3: Criterios de Evaluación Teórica

Ejemplo: (Uso del apartado 2.8.3 –Elementos de evaluación)

Etapa 4: Criterios de Evaluación Práctica

Ejemplo: (Uso del apartado 2.8.3 –Elementos de evaluación)

2.8.3 - Elementos de evaluación

Las herramientas clásicas de evaluación son limitadas a exámenes escritos, específicamente para el área de Cálculo, este estudio pretende ofrecer nuevos métodos que propicien el desarrollo del sentido lógico a través de problemáticas de características CUN, donde a través de la suposición de que esta propuesta de herramientas de aplicación se pueden incluir en secuencias de evaluación que requieran el uso de software de operación o simulación de modelos matemáticos, así se propiciará la habilidad de compresión y operación de datos dentro de una problemática.

Con el planteamiento anterior se determina entonces que la siguiente propuesta incluya dos secuencias, dentro de las cuales permanezcan criterios del conocimiento básico del área de Cálculo y su vinculación con medios productivos, administrativos o logísticos (herramientas de uso propios de Ingeniería Industrial), a continuación se presenta un ejemplo que contempla los temas que se deben incluir y una propuesta para dicha evaluación:

1. **Examen Teórico:**
   (Funciones con límites y sus derivados, Funciones de derivación, Funciones de integración)
2. **Examen Práctico:**
   (Modelo de aplicación para Administración, Modelo de aplicación para producciones, Modelo de aplicación para Logística)

Cada una de las partes para fines de esta propuesta representaría un 50% de la calificación, que serían promediados para obtener una calificación final para esta área.

A través del siguiente esquema se plantean las características técnicas que este examen representará para el aprendizaje de los estudiantes y los principales temas de interés.

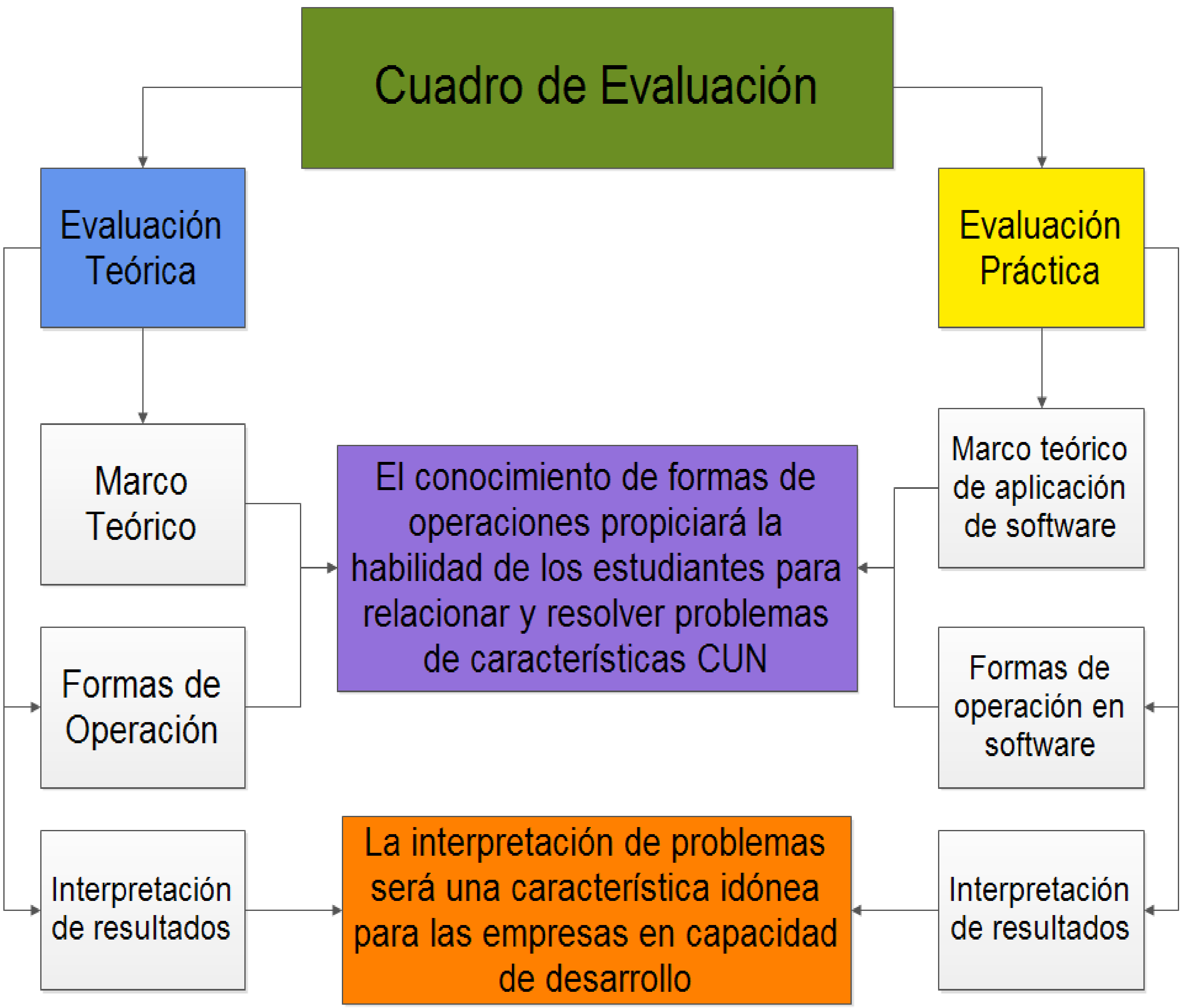


Ilustración 19 // Cuadro de evaluación

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Aragón

Examen // Cálculo Diferencial e Integral

Profesor:		Aciertos:		Semestre:	
Estudiante:		Calificación:		Turno:	

Instrucciones:
Lea claramente antes de resolver cualquier actividad, los estudiantes pueden hacer uso exclusivo de pluma, lápiz, borrador y calculadora, este examen solo representa la sección teórica con valor del 50% de la calificación final.

Funciones con límites

1- (Establezca la ecuación para la siguiente problemática) (Valor: 33.3%)

Un gerente de almacén ha realizado la siguiente observación:
Las dos bodegas a su cargo poseen casi las mismas cantidades de materias primas a pesar de que una de ellas solo posee la mitad de la capacidad de la otra, debido a esto ha pensado en establecer un límite que pueda presentar a sus superiores para evitar incidentes, para hacerlo ha tomado en cuenta las siguientes restricciones:

- El bimestre con mayor cantidad de producto es el de mayor importancia, por lo que si se toman en cuenta esos datos, el resto de los períodos no presentaran problemas.
- La bodega dos es la de menor tamaño

¿Crees que se pueda establecer una ecuación tomando en cuenta los datos que posee el gerente?
De ser así, ¿Cómo podría realizarse?

Período	Artículos A	Artículos B	Artículos C
Jul//Ago.	62 unidades	34 unidades	45 unidades
Sep.//Oct	46 unidades	57 unidades	32 unidades
Nov//Dic	67 unidades	48 unidades	39 unidades
Bodega 1			

Período	Artículos A	Artículos B	Artículos C
Jul//Ago.	53 unidades	22 unidades	35 unidades
Sep.//Oct	40 unidades	26 unidades	32 unidades
Nov//Dic	57 unidades	62 unidades	29 unidades
Bodega 2			

Función de derivación

2- (determine la derivada de la función) (Valor: 33.3%)

Un equipo de logística ha determinado la siguiente ecuación que muestra la curva óptima para una ruta comercial, se le ha solicitado a uno de ellos que determine un incremento de esa función y verificar si con un envío de 15 unidades la ruta sigue siendo positiva para la empresa.
¿Cómo podrías solucionar esta problemática considerando el incremento de la función?

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \sqrt{x} - 5x$$

Función de integración

3- (determine la integración de la función) (Valor: 33.3%)

Una empresa desea ingresar un nuevo producto en el mercado, por lo que ha decidido analizar su nuevo producto para evitar cualquier complicación y determinar la cantidad de material que requiere su elaboración, para poder determinar el volumen se necesita establecer las ecuaciones para un cuerpo sólido, utiliza el siguiente diagrama para establecer operaciones.

Existen varias formas para poder determinar la solución a esta problemática, determina la forma que consideres óptima para el ejercicio.

Utiliza los aprendizajes de Cálculo que has adquirido para determinar el VOLUMEN de la pieza que se requiere analizar.

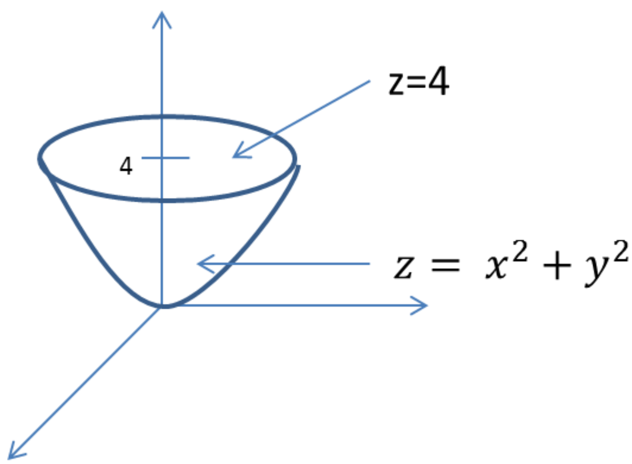


TABLA DE ECUACIONES

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Aragón

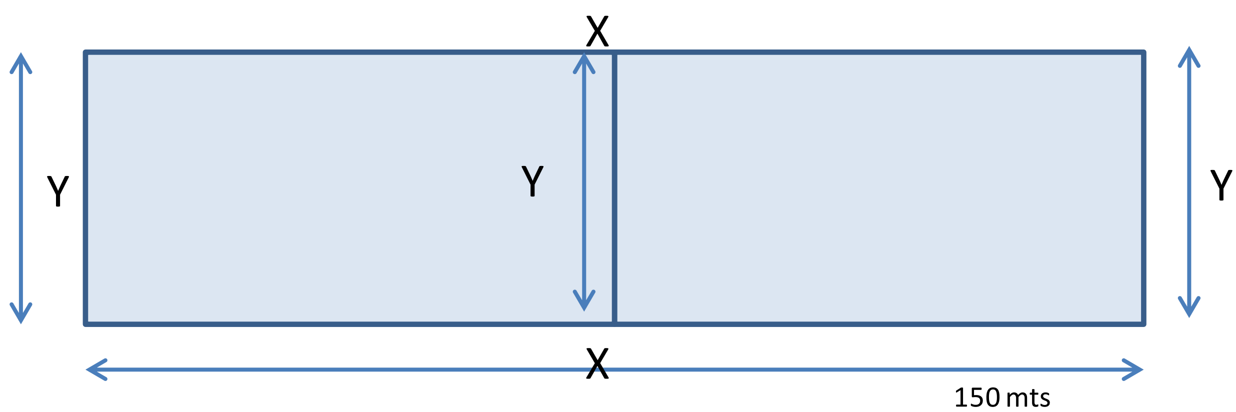
Examen // Cálculo Diferencial e Integral

Profesor:		Aciertos:		Semestre:	
Estudiante:		Calificación:		Turno:	

Instrucciones: lea claramente antes de resolver cualquier actividad, los estudiantes pueden hacer uso de la plataforma Excel u otro software para esta sección del examen, este examen solo representa la sección práctica con valor del 50% de la calificación final.

1- Utiliza software de aplicación para determinar el costo máximo y mínimo a través de derivación (valor 50%)

Un ingeniero encargado del área de almacenes de una empresa ha logrado convencer a la junta directiva de remodelar las áreas de almacén, pero como condición le han pedido determinar las nuevas dimensiones que podría tener el almacén, a través del siguiente esquema determina las ecuaciones y establece el área máxima y mínima del esquema.



2- Utiliza software de aplicación para determinar el volumen de un sólido a través de la integración (valor 50%)

Un gerente de planta requiere determinar un área delimitada por dos funciones que obtuvo con una simulación de su empresa, utilizando un software de aplicación obtenga el área total formada por las funciones, así puede mostrarle el comportamiento del producto para su empresa

$$f(x) = sen\ (x) + 5g(x)$$

1: Solución

Para establecer una ecuación se deben considerar las restricciones que menciona el ejercicio, excluyendo los datos sobrantes, por lo que se iniciarán operaciones con los siguientes datos:

- El bimestre con mayor cantidad de producto es el de mayor importancia, por lo que si se toman en cuenta esos datos, el resto de los períodos no presentarán problemas.
- La bodega dos es la de menor tamaño.

Nov//Dic	67 unidades	48 unidades	39 unidades
Bodega 1			

Nov//Dic	57 unidades	62 unidades	29 unidades
Bodega 2			

Debido a que tenemos dos bodegas estableceremos las ecuaciones independientes para cada una, ajustándolas a las condiciones de sus restricciones mencionadas previamente.

$$B1 = 67a + 48b + 39c \qquad B2 = \frac{1}{2}(57a + 62b + 29c)$$

Ya que se han construido las ecuaciones pertinentes ahora solo queda resumir términos e integrarlos en una sola gran ecuación, así completaremos el resultado que el ejercicio requiere.

$$\lim B = 62a + 55b + 34c$$

2: Solución

El ejercicio 2 solicita la derivación de la ecuación que presenta, por lo que solo se procederá a hacer la reducción de términos y la solución de la ecuación

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \sqrt{x} - 5x + 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}} - 5$$

Una vez establecida la ecuación, se procede a sustituir y valorar la nueva ecuación

$$f`(15) = \frac{3}{2}(15)^2 + \frac{8}{3}(15) + \frac{1}{2}(15)^{\frac{-1}{2}} - 5$$
$$f`(15) = 337.5 + 40 + 0.1290 - 5$$
$$f`(15) = 372.62$$

3: Solución

El ejercicio muestra una construcción de un sólido, que solo puede ser calculado a través de ecuaciones de integración, por lo que su planteamiento poseerá las siguientes características

$$Si \quad z = 4 \quad ; \quad z = x^2 + y^2$$

Paso 1:
Establecer ecuaciones del sólido

Para coordenadas cilíndricas establecer como regla :

$$x = \rho \cos \theta$$

Para pasar de ecuaciones características a ecuaciones cilíndricas

$$y = \rho sen\, \theta$$

$$z = z$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

Por lo tanto, una vez establecido el sistema de ecuaciones, se puede establecer el orden de la triple integración.

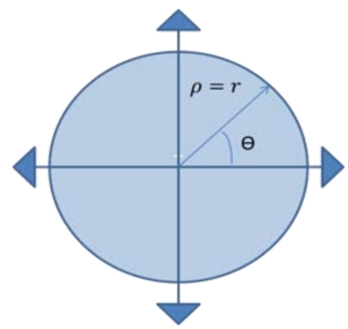
$V = \int \int \int dv \rightarrow dv = dz\, dy\, dx \rightarrow dv = \rho dz\, d\rho\, d\theta$

Por lo tanto, los límites establecidos serán:

$z \rightarrow 0 - 4$

$\rho \rightarrow 0 - 2$ debido a: $z = \rho^2 \rightarrow 4 = \rho^2 \rightarrow \rho = 2$

$\theta \rightarrow 0 - 2\pi$



$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2} \int_{\rho^2}^{4} \rho dz\, d\rho\, d\theta$$

Una vez establecida la estructura de la integral, se debe resolver con los procedimientos algebraicos:

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^{2} [z]_{\rho^2}^{4} d\rho d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{2} \rho[4 - \rho^2] d\rho d\theta$$

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^{2} [4\rho - \rho^3] d\rho d\theta = \int_0^{2\pi} \left[\frac{4\rho^2}{2} - \frac{\rho^4}{4}\right]_0^2 d\theta = \int_0^{2\pi} \left[2(2)^2 - \frac{(2)^4}{4}\right] d\theta = \int_0^{2\pi} (8 - 4) d\theta = \int_0^{2\pi} 4d\theta$$

$$V = 4\theta \,{}_{0}^{2\pi} = 4(2\pi) \rightarrow V = 8\pi u^3$$

El resultado obtenido puede interpretarse de la siguiente forma:

Se recuerda que la problemática requería determinar el volumen de un sólido, al ser un sistema físico se requería del Cálculo Integral para poder determinarlo.

El resultado obtenido es una expresión matemática sujeta a valores algebraicos, esto significa, que el valor del volumen que se obtuvo, cambiara de acuerdo a los valores que se le otorguen a las variables de la expresión.

3: Solución

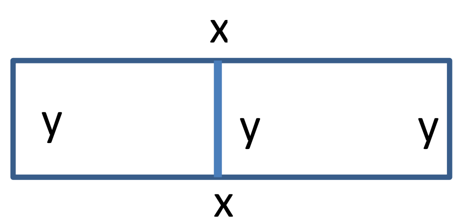
La operación es la siguiente, se requiere mostrar matemáticamente los máximos y mínimos del espacio indicado utilizando derivación de ecuaciones, por lo que un método de solución sería el siguiente:

Ecuación de Área

A=xy

Ecuación establecida

2x+3y=150



Paso 1:

A través de la ecuación previa se despejará una variable

y= (150-2x)/3		A	=[x(150-2x)]/3
			=(150x-2x^2)/3

Ahora que se ha determinado la nueva ecuación se aplicará la primera DERIVADA para establecer el valor de la siguiente variable (Valor Máximo)

	A´=	(150 - 4x)/3
Si A´= ∅		(150-4x)/3 = ∅
		150-4x=∅
		150=4x
		x=150/4
		x= 37.5

Para determinar la siguiente variable se requiere realizar la 2ª derivada, una vez establecida la nueva expresión, tras la sustitución se establecerán los valores de X y Y

	A´´=	-1.33333333
y=		[150-2(37.5)]/3
		25

	x=37.5 mts		y= 25 mts

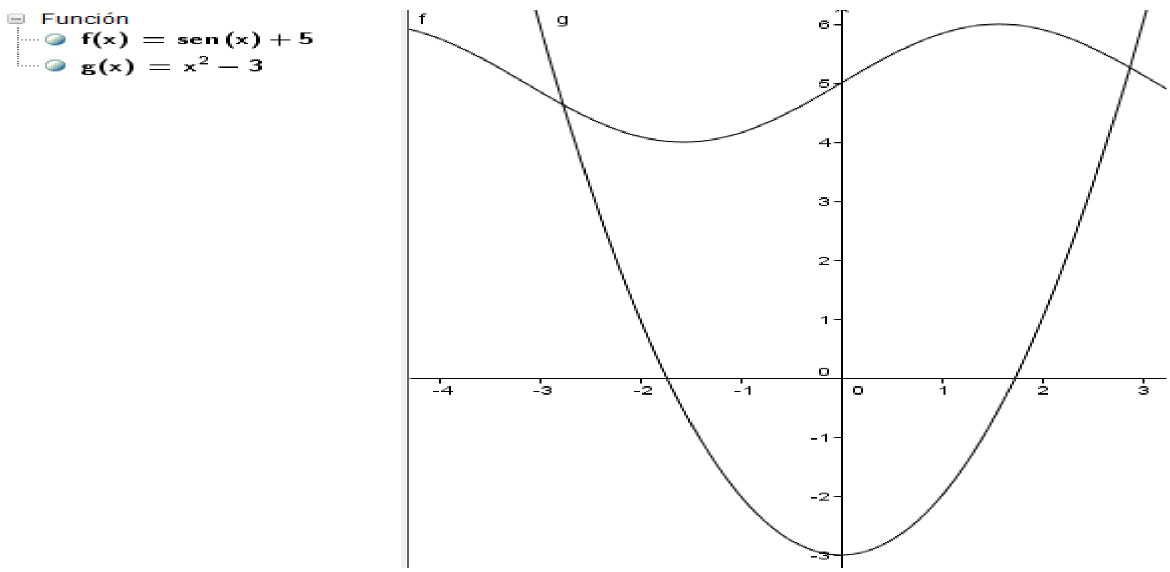
Ahora que se conocen las dimensiones específicas del área el ejercicio ya ha sido resuelto.

4: Solución

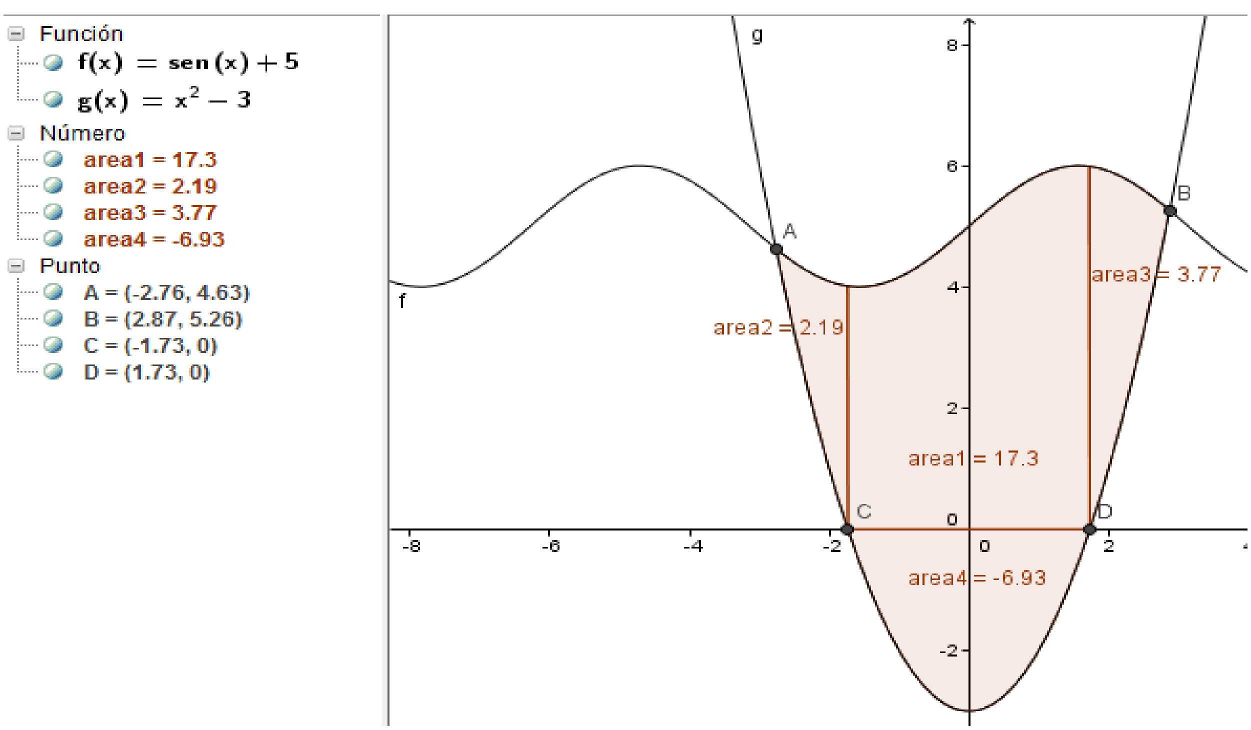
La actividad solicita determinar a través de integrales con el apoyo de un software el área delimitada por las funciones que muestran y verificarlo en un plano cartesiano

$$f(x) = sen\,(x) + 5 \quad ; \quad g(x) = x^2 - 3$$

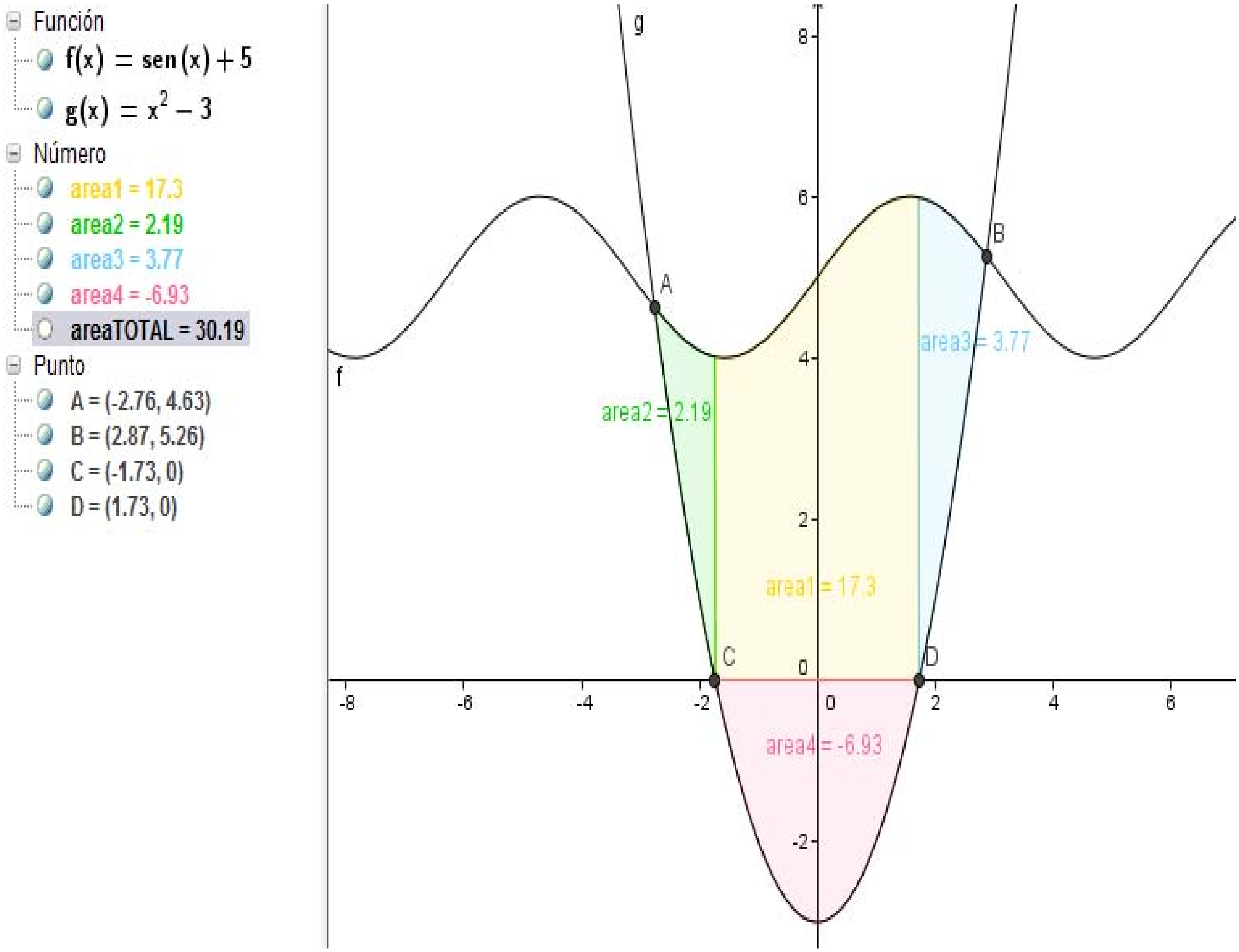
Con base al programa de selección se incluyen las ecuaciones para conocer sus expresiones gráficas antes de incluir operaciones



Una vez establecidos los rangos, debe procederse a delimitar todas las áreas que conforman las funciones previas, como se muestran en la siguiente ilustración



Por último, ya que se conocen las dimensiones y rangos de las áreas, solo queda determinar el área total que conforman las funciones, de esa forma daremos respuesta a la actividad



2.9 – Discusión

A través de la indicación de los significados, propiedades, usos y herramientas que conforman las composiciones de los problemas CUN, suponen que al efectuarse en actividades que los estudiantes puedan analizar como parte de ejercicios que impliquen el uso de conocimientos estratégicos, dichas actividades propiciarán el desarrollo de habilidades matemáticas que implican la comprensión de una problemática de características CUN bajo situaciones críticas o de eventualidades reales sin precedente alguno dentro de una organización, generando así la determinación de soluciones, que basados en un resultado cuantificable y comprobable se reconozcan como óptimas.

Capítulo 3

Propuesta de secuencias didácticas y rúbricas de evaluación en problemas CUN

3.1- Introducción

Las didácticas referidas al aprendizaje matemático contemplan una secuencia distinta de otras ramas de estudio, esto significa que las didácticas de aprendizaje matemático no son tan flexibles o dinámicas. Las didácticas de aprendizaje matemático constan o se sugiere contener los siguientes puntos en su conformación:

1- Introducción y posibles usos de los temas de la materia
2- Introducción a nuevo tema de aprendizaje
3- Aplicaciones y usos del tema de aprendizaje
4- Evaluación del tema

Haciendo uso de los planteamientos del documento llamado:

"Secuencias didácticas para el desarrollo de competencias lectoras y matemáticas" realizado por María de los Ángeles Monroy Mejía, María Mercedes Flores Santana y Polo Francisco Flores. [22]

Se ha realizado el siguiente diagrama a partir de uno de los módulos para ser enfocado a la secuencia para la aplicación de problemas de características CUN, donde el tema principal es enfocado al aprendizaje matemático, específicamente para la enseñanza de Cálculo, donde se muestra como parte de los objetivos de este nuevo modelo de aprendizaje es el uso de problemas de características CUN.

Aprendizaje Numérico	Objetivos	Aprendizaje	Condición de Referencia
Uso de problemas CUN para desarrollar la habilidad cognitiva del estudiantado	El planteamiento de los usos de los problemas CUN	Satisfacer la necesidad de poder plantear problemas sin bases de una problemática	El análisis partirá de los resultados de la evaluación de diagnóstico.
Planteamiento y solución	Problemas CUN	Desarrollo del pensamiento numérico	-------------
Planteamientos y soluciones de los problemas CUN a través del análisis, comprensión y referencia de sus usos en la industria y vida laboral de los ingenieros.			

Ilustración 20 // Tabla de rúbricas de evaluación

[22] Secuencias didácticas para el desarrollo de competencias lectoras y matemáticas, María de los Ángeles Monroy Mejía, María Mercedes Flores Santana y Polo Francisco Flores, Grupo editorial EXODO

3.2 – Secuencia didáctica para aplicación de curso prueba

Las aplicaciones de simulaciones de secuencias didácticas determinarán la evolución o comprensión real de los estudiantes involucrados en el curso prueba donde serán aplicadas a través de didácticas de Ingeniería Industrial y la aplicación de la metodología de didácticas matemáticas.

El curso prueba esta referenciado al curso de Cálculo, este curso involucra tres temas principales de estudio, que son:

1- Ecuaciones con límites
   - 1.1- Ecuaciones con límites definidos
   - 1.2- Ecuaciones con límites indefinidos o infinitos
   - 1.3-Interpretación de resultados reales de ecuaciones con límites indefinidos

2- Ecuaciones diferenciales
   - 2.1-Ecuaciones de derivación compuesta (regla de la cadena)
   - 2.2-Aplicaciones geométricas de ecuaciones diferenciales
   - 2.3-Aplicaciones físicas de la derivada y su relación ante otras ecuaciones

3- Ecuaciones Integrales
   - 3.1- Ecuaciones con integración por partes
   - 3.2-Ecuaciones con integraciones definidas
   - 3.3-Ecuaciones con integrales triples para medios físicos

El curso contempla introducciones didácticas y evaluaciones para cada tema, que tienen como objetivo reforzar y mostrar la evaluación del aprendizaje matemático, cada uno de los temas es apoyado por herramientas de análisis de Ingeniería Industrial.

	Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Estudios Superiores Plantel Aragón **Plan de Curso Prueba**	
Carrera: **Ingeniería Industrial**	**Período de Aplicación:**	5 días // 4hrs por sesión
Profesor: **Kiev Alejandro Maza Luna**	**Semestre:**	1° semestre
Asignatura: **Cálculo Diferencial e Integral**	**Duración de horas:**	20 horas
Presentación del plan de clase		

Presentación del cuadro de evaluación	Condiciones de acreditación	Presentación de examen diagnóstico
		Asistencia mínima de 80%
Temario de curso prueba		
1- Funciones límites	Teoremas sobre funciones límites y obtención de límites.	Introducción y ejercicios muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características CUN
		Modelos muestra con uso de software
	Formas indeterminadas	Introducción y planteamiento
		Límites de la forma 0/0
		Límites de la forma x=∞
2- Ecuaciones con derivaciones	Obtención de derivadas	Introducción y ejercicios muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características CUN
		Modelos muestra con uso de software
	Derivaciones de funciones trigonométricas	Introducción y modelos muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características CUN
		Modelos muestra con uso de software
	Derivaciones de funciones exponenciales y logarítmicas	Introducción y modelos muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características CUN
	Solución por regla de la cadena	Introducción y modelos muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características CUN
Interpretación física y geométrica de funciones		Introducción a la interpretación de funciones
		Ejemplos de aplicación
	Aplicación en la velocidad instantánea	Ejemplos muestra
		Modelos de aplicación
	Aplicación de la aceleración instantánea	Ejemplos muestra
		Modelos de aplicación
Problemas de optimización	Optimización de espacios físicos a través de derivación	Introducción y ejercicios muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características CUN
3- Ecuaciones de Integración	Determinación de ecuaciones de integración	Introducción y modelos muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características

		CUN
		Modelos muestra con uso de software
	Integración inmediata	Modelos de aplicación
	Cambios de variables	Modelos de aplicación
	Integración por partes	Introducción y modelos muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características CUN
		Modelos muestra con uso de software
	Integral definida	Introducción y modelos muestra
		Modelos de aplicación
		Problemáticas de características CUN
		Modelos muestra con uso de software

Ilustración 21 // Tabla de secuencia didáctica para aplicación de curso prueba

Curso prueba – Cálculo Diferencial e Integral

- Presentación e introducción al curso

- Presentación del temario y evaluación del curso

Se sugiere que de forma previa al inicio del curso, el docente aplique un examen diagnóstico para determinar las carencias y fortalezas del grupo, para fines de este curso, dichas observaciones han sido consideradas por el examen diagnóstico de ingreso, mostrado en Capitulo 1.

- Aplicación de examen diagnóstico de conocimientos previos

Teoremas sobre límites y obtención de límites

- Inicio de sesión

  - Objetivo:
  A través del contenido temático y sus aplicaciones el alumno aprenderá a identificar y hacer uso de funciones con límites, así como sus propiedades y conformación basados en sus características.

- Introducción de funciones límite

  -¿Qué es una función y el concepto del límite?

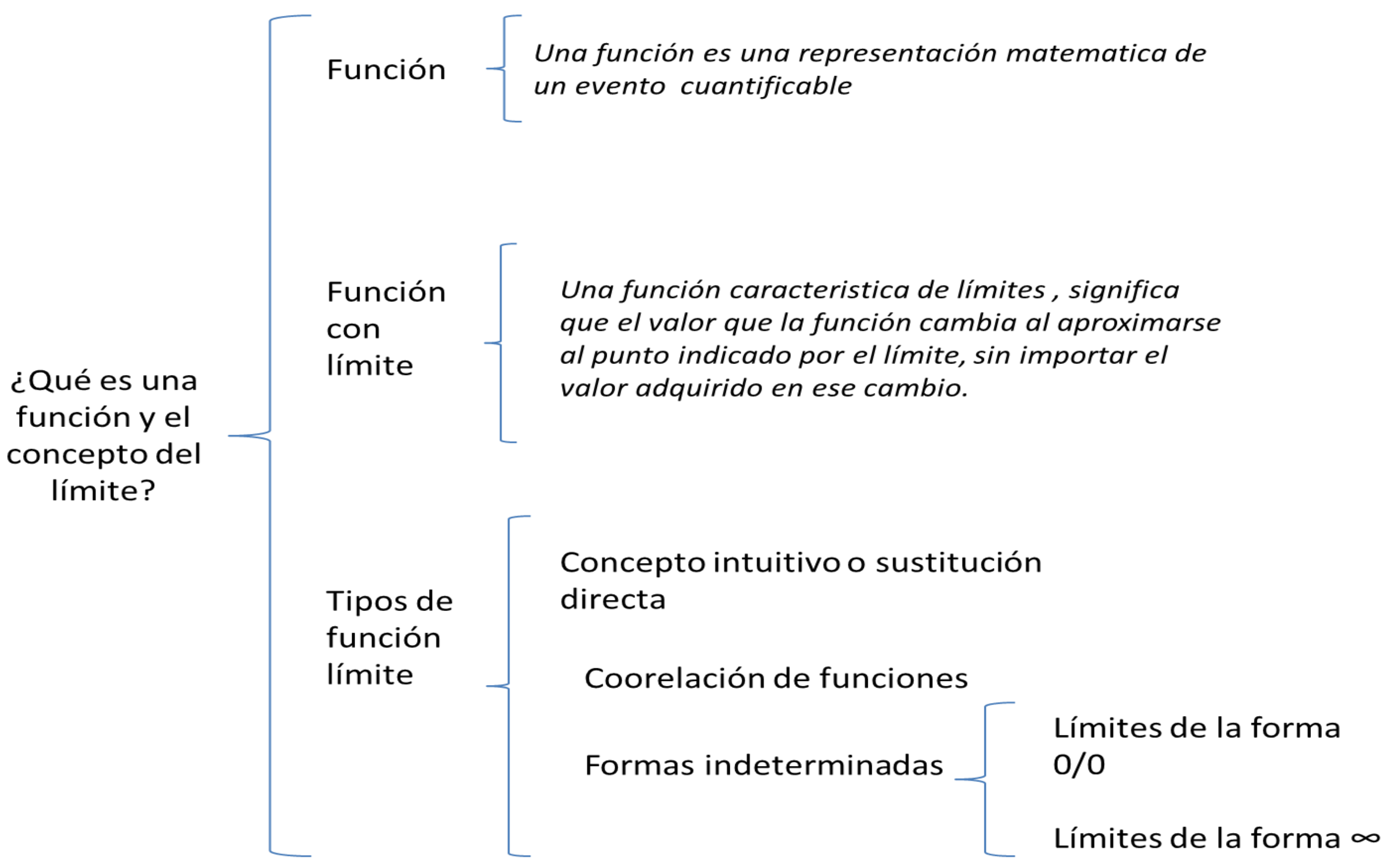


Ilustración 22 // Diagrama de componentes - ¿Que es una función y el concepto del límite?

- Ejemplos:

$$\lim_{x\to 3} 6 = 6$$

$$\lim_{x\to 2}(6x) = 6\lim_{x\to 2} x = 6(2) = 12$$

$$\lim_{x\to -3}(6x^2) = 6\lim_{x\to -3} x^2 = 6(-3)^2 = 6(9) = 54$$

$$\lim_{x\to -1}(6x^3 - 2x^2 + x - 4) = 6\lim_{x\to -1} x^3 - 2\lim_{x\to -1} x^2 + \lim_{x\to -1} x - \lim_{x\to -1} 4 = 6(-1)^3 - 2(-1)^2 + (-1) - 4 = -13$$

-Inclusión de actividades en medida de la dificultad de comprensión de los estudiantes.

- Formas Indeterminadas

-Límites de la forma $\frac{0}{0}$

-Introducción al significado de indeterminación.

-Inclusión de métodos algebraicos tales como la factorización y cambio de variables.

-Ejemplos:

$Determine\ si\ es\ posible\ encontrar\ un\ valor\ real\ para\ la\ siguiente\ función$:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$$

$Soluciones$:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = \frac{(2)^2-4}{(2)^2-5(2)+6} = \frac{4-4}{4-10+6} = \frac{0}{0}$$

$El\ resultado\ es\ \frac{0}{0}, entonces\ se\ simplifica\ la\ función, al\ factorizar\ el\ numerador\ y\ el\ denominador$:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = \lim_{x\to 2}\frac{(x+2)(x-2)}{(x-3)(x-2)} = \lim_{x\to 2}\frac{x+2}{x-3} = \frac{2+2}{x-3} = \frac{4}{-1}$$

-Problemáticas de características CUN

(Se sugiere conformar equipos de trabajo para esta sección)
En una planta se ha generado una función matemático para un modelo de inventarios, este modelo, a petición del área de almacenes contempla excesos y faltas de unidades de materia prima, el departamento de almacenes ha reportado un error en la ecuación, demuestra si dicha ecuación es errónea o requiere soluciones para formas indeterminadas para $\pm 4\ unidades$.

$$\lim_{x\to 4}\frac{x^2-x+12}{x^2-16}\ ;\ \lim_{x\to -4}\frac{x^2-x+12}{x^2-16}$$

En base a lo aprendido, ¿Cómo podrías comprobar que realmente hay una falla?, de ser así, ¿El nuevo tema comprendido ayuda para solucionar la problemática?

- Solución:

$$\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - x + 12}{x^2 - 16} = \frac{(4)^2 - (4) + 12}{(4)^2 - 16} = \frac{24}{0} = 0$$

Debido a que el resultado aparente no satisface la primera sección de la problemática se aplicará una solución a partir de la metodología previa.

A través de la factorización, se pretende eliminar la indeterminación y delimitar una solución que satisfaga esta sección de la problemática.

$$\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - x + 12}{x^2 - 16} = \frac{(x-4)(x+3)}{(x-4)(x+4)} = \frac{(x+3)}{(x+4)} = \frac{((4)+3)}{((4)+4)} = \frac{7}{8}$$

Una vez establecido el resultado de la primera sección, se procede a realizar el mismo procedimiento para la segunda, a través de factorización.

$$\lim_{x \to -4} \frac{x^2 - x + 12}{x^2 - 16} = \frac{(-4)^2 - (-4) + 12}{(-4)^2 - 16} = \frac{32}{0} = 0$$

Para eliminar la indeterminación se repetirá el proceso previo y se establecerá una solución aparente:

$$\lim_{x \to -4} \frac{x^2 - x + 12}{x^2 - 16} = \frac{(x-4)(x+3)}{(x-4)(x+4)} = \frac{(x+3)}{(x+4)} = \frac{((-4)+3)}{((-4)+4)} = \frac{-1}{0}$$

Los resultados indican lo siguiente:

El problema surge debido a que la ecuación ofrece datos incorrectos para el módulo de ± 4, por lo que se requirió un procedimiento distinto para determinar una solución real, debido a las características solicitadas de la cantidad de carga, se ha realizado por partes, la primera en el módulo +4 y la segunda en el módulo -4.

A pesar de haber realizado un segundo procedimiento la única sección que no ofreció un resultado real fue el módulo -4, esto es concluyente debido a que si en el departamento de almacenes se registra cualquier faltante de materia prima, de inmediato se establecería el pedido de dicha unidad, sin importar la cantidad de materia faltante.

-Límites de la forma $x \to \infty$
-Introducción al criterio de análisis rápido de funciones indeterminadas:
Si las características de una función dada $\left(f(x) = \frac{f(x)}{g(x)}\right)$, expresan términos indefinidos tales como $\lim_{x \to a} F(x), \lim_{x \to \infty} F(x), \lim_{x \to -\infty} F(x)$, los resultados a estas expresiones tendrán los siguientes criterios:

$$\frac{L}{\infty} \to El\ limite\ es\ 0\ ;\ \frac{\infty}{L} \to El\ limite\ es\ \infty\ ;\ \frac{L}{0} \to El\ limite\ es\ \infty$$

-Introducción al teorema de ecuaciones indeterminadas:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + b_2{}^{m-2} + \cdots + b_m}$$

-Si n>m, es decir, si el polinomio del numerador es de mayor grado que el denominador entonces el lim=∞.

-Si n<m, es decir, si el polinomio del numerador es de menor grado que el denominador entonces el lim=0

-Si m=n, es decir, si el polinomio de numerador es del mismo grado que el denominador entonces el lim=$\frac{a_0}{b_0}$

-Ejemplo de aplicación:

El valor de $\lim_{x\to\infty} \frac{6x^3-5x^2-3x+2}{4x^3-2x+6}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{6x^3 - 5x^2 - 3x + 2}{4x^3 - 2x + 6} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{6x^3}{x^3} - \frac{5x^2}{x^3} - \frac{3x}{x^3} + \frac{2}{x^3}}{\frac{4x^3}{x^3} - \frac{2x}{x^3} + \frac{6}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{6 - \frac{5x^2}{x^3} - \frac{3x}{x^3} + \frac{2}{x^3}}{4 - \frac{2x}{x^3} + \frac{6}{x^3}} = \frac{6-0-0+0}{4-0+0} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

-Fin de la primera sesión

(Se sugiere establecer una secuencia de actividades que puedan generar un grado de dificultad para exponer dudas respecto los temas vistos durante la sesión)

1) $\lim_{x\to 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x - 1}$

2) $\lim_{x\to 3} f(x) = 4; \lim_{x\to 1} g(x) para\ 5f(x) + 2g(x)$

3) $\lim_{x\to -4} [6f(x) - 4g(x)] si \lim_{x\to -4} f(x) = 3\ y\ \lim_{x\to -4} g(x) = 2$

4) $\lim_{x\to -2} \frac{x+2}{x^2+5x+6}$

5) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-3x}{x}$

6) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-5x^3}{x^2}$

7) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^3-4x^2-x+5}{4x^3-5x+6}$

8) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-5x}{2x+3}$

9) $\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2-5x}{x^3-2x^2-3}$

Obtención de derivadas

-Inicio de sesión

-Introducción a concepto de derivación de funciones

-Introducción a derivación de funciones

- Objetivo:

Los estudiantes aprenderán el uso de métodos y modelos de derivación de ecuaciones, así como sus significados y aplicaciones, a través del contenido temático mostrado en el documento, para enfatizar la importancia de su uso en modelos sujetos a la realidad.

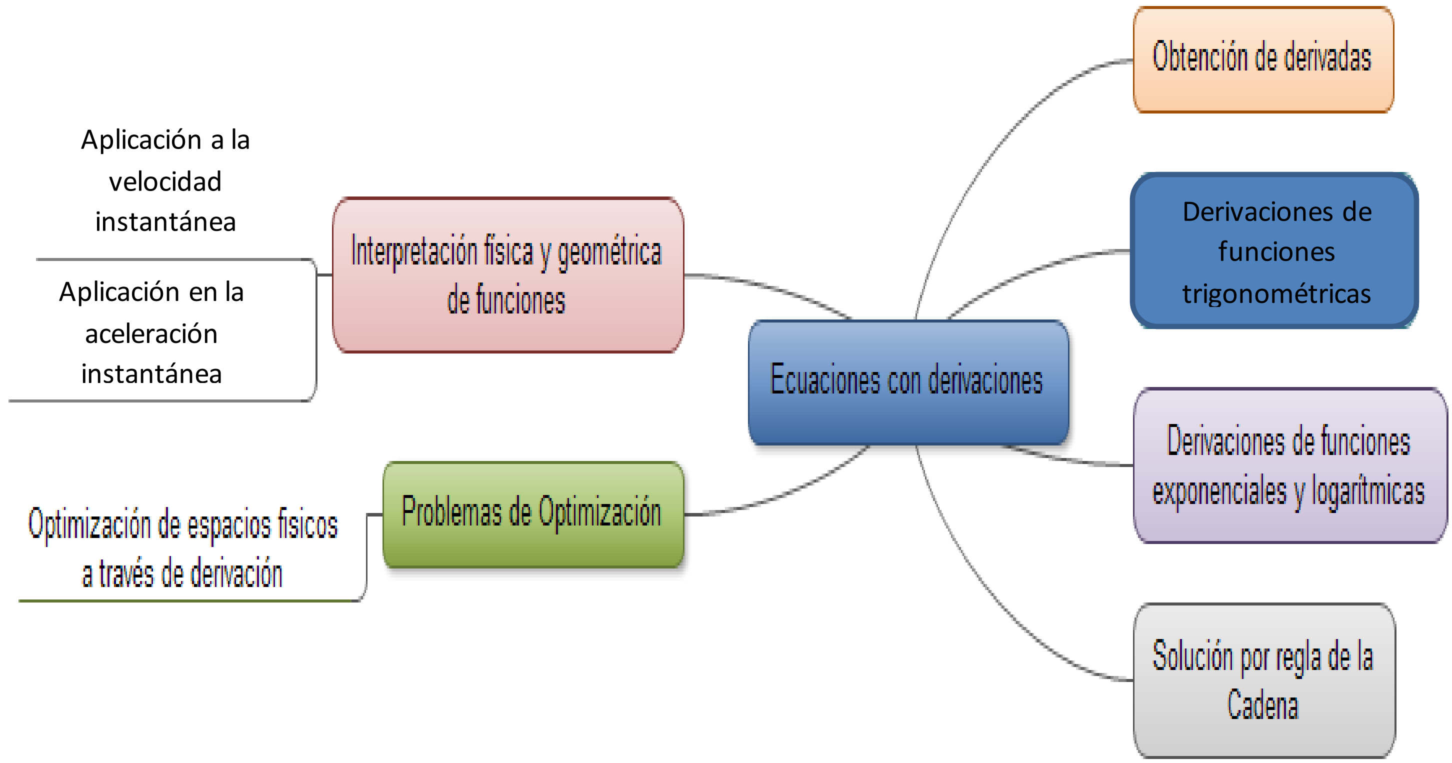


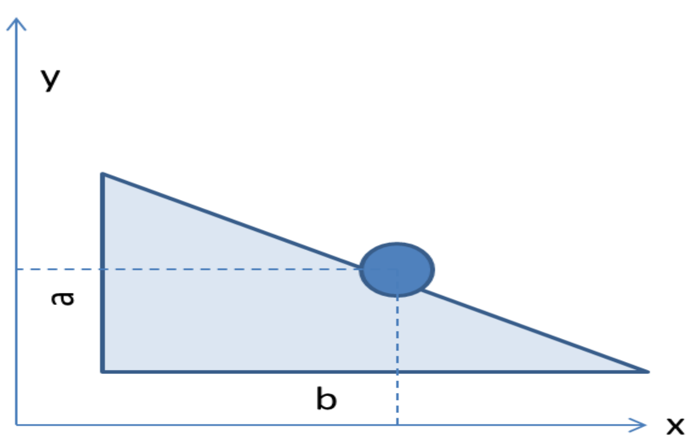
Ilustración 23 // Distribución de ecuaciones con derivación

El concepto de derivación de una función es intuitivo, de forma simple, podría entenderse como la relación que poseen algunas cosas entre sí, como el consumo de combustible respecto a la aceleración de un vehículo.

Para establecer una mejor percepción del tema, a continuación se presenta el siguiente ejemplo que aportará una visión más simplificada del Cálculo y su desarrollo a través de la derivación.

Ejemplo: (CONAMAT, 2013)

¿Por qué un plano inclinado está inclinado?



$$pendiente = \frac{a}{b}$$

Si se avanza sobre un plano nuestra altura cambia en relación con la distancia horizontal que recorremos.

Si para subir 30 metros de altura recorremos 100 metros en horizontal la pendiente es de 0.30 metros. Si al recorrer una distancia no subimos ni bajamos la pendiente es igual a 0.

La derivación surge de la necesidad de identificar la pendiente de una curva, donde la pendiente de una curva es la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto esa es la interpretación geométrica de la derivada.

El valor de la aproximación es la derivada en ese punto, o sea, su cambio instantáneo en ese punto.

¿Qué es el cambio instantáneo y que representa en una función?

Piensa en el efecto de la velocidad, la velocidad es la tasa de cambio del espacio con respecto al tiempo, que matemáticamente se expresa como:

$$V = f'(t) \leftrightarrow v = \frac{d}{t}$$

De igual forma la aceleración de los cuerpos, si se aplica el mismo criterio, puede determinarse la siguiente expresión:

$$a = f'(t) \leftrightarrow \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

Por lo tanto, al ligarse el concepto de cambio al Cálculo, se podrá referenciar el esquema de:

$$\textit{La derivada de… con respecto a …}\left\{\frac{dy}{dx}\right\}$$

-Formas básicas de derivación

-Introducción a formas de derivación

1) $\frac{d}{dx} = (c) = 0$

2) $\frac{d}{dx}(x) = 1$

3) $\frac{d}{dx}(Cx) = C$

4) $\frac{d}{dx}(Cv) = C\frac{dv}{dx}$

5) $\frac{d}{dx}(u + v - w) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} - \frac{dw}{dx}$

6) $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$

7) $\frac{d}{dx}(v^n) = nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$

8) $\frac{d}{dx}(\sqrt{v}) = \frac{1}{2\sqrt{v}}\frac{d}{dv}$

9) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

10) $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

11) $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

-Secuencia de ejemplos simples de aplicación de formas de derivación

1) $y = x^3 + 5x^2 - 4x + 7$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 + 5x^2 - 4x + 7) = \frac{d}{dx}(x^3) + \frac{d}{dx}(5x^2) - \frac{d}{dx}(4x) + \frac{d}{dx}(7)$$

$$= \frac{d}{dx}(x^3) + 5\frac{d}{dx}(x^2) - 4\frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(7)$$

$$= 3x^{3-1} + 5(2x^{2-1}) - 4(1) + 0$$

$$= 3x^2 + 10x - 4$$

2) $f(x) = \sqrt[5]{x^3}$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\sqrt[5]{x^3}\right) = \frac{d}{dx}\left(x^{3/5}\right) = \frac{3}{5}x^{\frac{3}{5}-1} = \frac{3}{5}x^{\frac{-2}{5}}$$

3) $y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \sqrt{x} - 5x + 2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \sqrt{x} - 5x + 2\right)$$

$$= \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^3\right) + \frac{d}{dx}\left(\frac{4}{3}x^2\right) + \frac{d}{dx}\left(x^{\frac{1}{2}}\right) - \frac{d}{dx}(5x) + \frac{d}{dx}(2)$$

$$= \frac{1}{2}(3x^2) + \frac{4}{3}(2x) + \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}} - 5$$

$$= \frac{3}{2}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}} - 5$$

4) $f(x) = (x^2 + 1)(3x^3 + 2)$

$$f'(x) = (x^2 + 1)\frac{d}{dx}(3x^3 + 2) + (3x^3 + 2)\frac{d}{dx}(x^2 + 1)$$

$$= (x^2 + 1)(9x^2) + (3x^3 + 2)(2x)$$

$$= 15x^4 + 9x^2 + 4x$$

5) $f(x) = \frac{3x+1}{2x-5}$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{3x+1}{2x-5}\right) = \frac{(2x-5)\frac{d}{dx}(3x+1) - (3x+1)\frac{d}{dx}(2x-5)}{(2x-5)^2}$$

$$= \frac{(2x-5)(3) - (3x+1)(2)}{(2X-5)^2} = \frac{6x-15-6x-2}{(2X-5)^2} = \frac{-17}{(2X-5)^2}$$

-Introducción a la derivación de funciones trigonométricas.

Las ecuaciones que contienen funciones trigonométricas son comúnmente aplicables al estudio de medios físicos, debido a esto, sus formas de derivación son independientes de las formas básicas.

1) $\frac{d}{dx} sen\, u = \cos u \frac{du}{dx}$

2) $\frac{d}{dx} \cos u = -sen\, u\, \frac{du}{dx}$

3) $\frac{d}{dx}\, tng\, u = sec^2 u\, \frac{du}{dx}$

4) $\frac{d}{dx} \cot u = -csc^2 u \frac{du}{dx}$

5) $\frac{d}{dx}\, secu = \sec u\, tang\, u\, \frac{du}{dx}$

6) $\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u\, \frac{du}{dx}$

-Formas de derivación de funciones exponenciales y logarítmicas.

-Introducción a terminología de exponentes y logaritmos.

-Exponenciales:

Las funciones exponenciales no muestran un comportamiento de cambio dentro de las funciones ni en los cambios de grado como lo pueden ser las derivaciones o integraciones de funciones.

$$\frac{d}{dx}e^v = e^v\frac{dv}{dx}$$

-Logaritmos:

Las funciones logarítmicas tienen como primer objetivo el descomponer ecuaciones implícitas, identificando su grado de aplicación y transformándolo en términos algebraicos.

$\frac{d}{dx}a^v = a^v \ln a \frac{dv}{dx}$ $\quad$ $\frac{d}{dx}\ln v = \frac{1}{v}\frac{dv}{dx}$ $\quad$ $\frac{d}{dx}\log_b v = \frac{\log_v e}{v}\ \frac{dv}{dx}$

-Secuencia de ejemplos simples de aplicación de formas exponenciales y logarítmicas

1) $y = e^{2x} \rightarrow \frac{d}{dx}e^v = e^v\frac{dv}{dx}$

$$y´ = \frac{d}{dx}(e^{2x}) = e^{2x}\frac{d}{dx}(2x) = e^{2x}(2) = 2e^{2x}$$

2) $y = 2^{3x^2-1} \rightarrow \frac{d}{dx}a^v = a^v \ln a \frac{dv}{dx}$

$$y´ = \frac{d}{dx}\left(2^{3x^2-1}\right) = 2^{3x^2-1}\ln 2\frac{d}{dx}(3x^2-1) = 2^{3x^2-1}\ln 2(6x)$$

3) $y = e^x senx \rightarrow \frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

$$y´ = e^x\frac{d}{dx}(senx) + senx\frac{d}{dx}(e^x) = e^x(\cos x) + sen\,x(e^x) = e^x\,cosx + e^x senx = e^x(cosx + senx)$$

-Derivación por regla de la cadena

-Introducción a la derivación por regla de la cadena.

La derivación por regla de cadena es ejecutable cuando dos funciones poseen una correlación no directa entre ellas, ejemplo, sea la función y=g (u) y u=f(x), entonces la derivada $\frac{dy}{dx}$ se define como:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\circ\frac{du}{dx}$$

-Ejemplos de aplicación:

Si se poseen las siguientes expresiones ejecuta la regla de la cadena para determinar la correlación de las funciones:

$y = u^3 + 5u\,; u = x^2 + 3x$ $\quad$ $\frac{dy}{du} = \frac{d}{du}(u^3+5u) = 3u^2 + 5$ $\quad$ $\therefore\ \frac{dy}{dx} = (3u^2+5)(2x+3)$

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}(\,x^2 + 3x\,) = 2x + 3$$

$y = sen\,x^2\,; u = x^2$

$$\frac{dy}{du} = \frac{d}{du}(sen\,x^2) = \cos u$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}\,(x^2) = 2x$$

$$\therefore\ \frac{dy}{dx} = 2x\,cos\,x^2$$

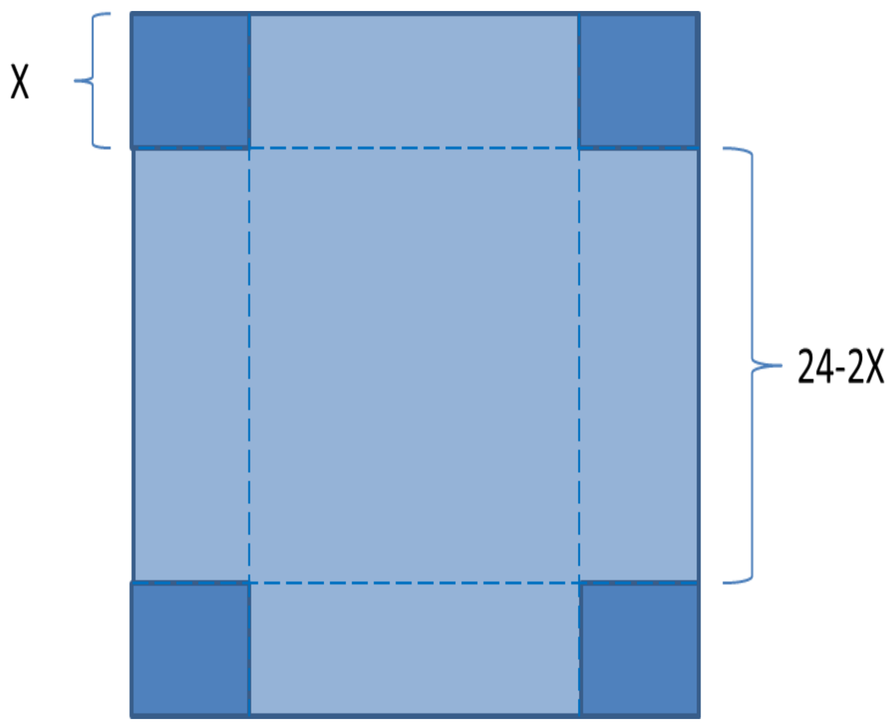
- Problemas de optimización

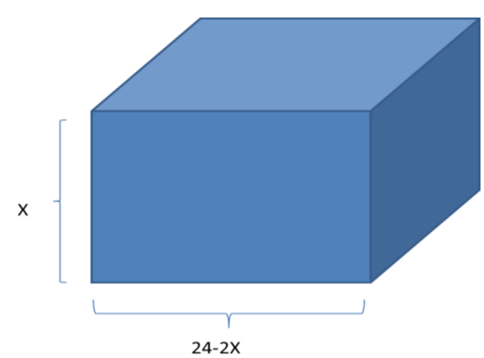
-Problemáticas de derivación con características CUN.

(Se sugiere conformar equipos de trabajo para esta sección)

Una pequeña empresa ha comenzado a elaborar nuevas charolas metálicas en forma de caja para un cliente, como se desconoce de forma certera cuanto material se requiere para terminar el pedido un supervisor ha decidido analizar el problema y encontrar los datos que necesita su empresa, determina de los posibles resultados que obtengas, un resultado óptimo.

De una lámina cuadrada de 24 cm por lado, se realizan 4 cortes que remueven las esquinas de la lámina, de los nuevos bordes que se obtienen, se hacen dobleces que crean una caja sin tapa. Si se determina el volumen máximo para la caja entonces la empresa sabrá cuanto material está consumiendo por caja.





El volumen de la caja en términos de variable x, está dado por la función:

$$V(x) = (24 - 2x)(24 - 2x)(x)$$

$$(24 - 2x)^2(x)$$

$$= (x)(576 - 96x + 4x^2)$$

$$= 576x - 96x^2 + 4x^3 \leftarrow \textit{Donde esta es la función a maximizar}$$

Se encuentra la derivada respecto a la variable x

$$V'(x) = 576 - 192x + 12x^2$$

Se iguala a 0 y se resuelve la ecuación:

$$V'(x) = 0 \qquad 12x^2 - 192x + 576 = 0$$

Al resolver los valores críticos:

$$x = 12 \;\; ; \;\; x = 4$$

Se obtiene la segunda derivada y se evalúan los valores de x que se determinan:

$$V''(x) = -192 + 24x$$

$$V''(12) = -192 + 24(12) = 192 + 288 = 96 > 0 \quad \therefore \textit{hay un valor minimo}$$

$$V''(4) = -192 + 24(4) = -192 + 96 = -96 < 0 \quad \therefore \textit{hay un valor maximo}$$

Por lo tanto, el valor de x para la caja en su valor máximo es de x=4cm.

- Fin de la segunda sesión

- Se establece una secuencia de actividades que pueden ejercer como tarea para establecer dudas de procedimientos o métodos adquiridos en la sesión.

1) $f(x) = 3x^2 + 5$

2) $y = 4x^{\frac{5}{4}} - 3x^{\frac{4}{3}} + 8$

3) $y = (x^2 - x)(x + 4)$

4) $y = \dfrac{4 - x}{3x + 1}$

5) $Y = (2x + 5)^3$

6) $y = \sqrt{8x + 5}$

7) $y = cosx^2$

8) $y = 5\ sen\ 2x^3$

9) $y = secx^2$

10) $y = e^{1-2x}$

11) $y = e^{x^2-3}$

12) $y = \ln(4x - 3)$

13) $y = \ln e^x$

Ecuaciones de Integración

- Inicio de sesión

- Introducción al concepto de funciones de integración

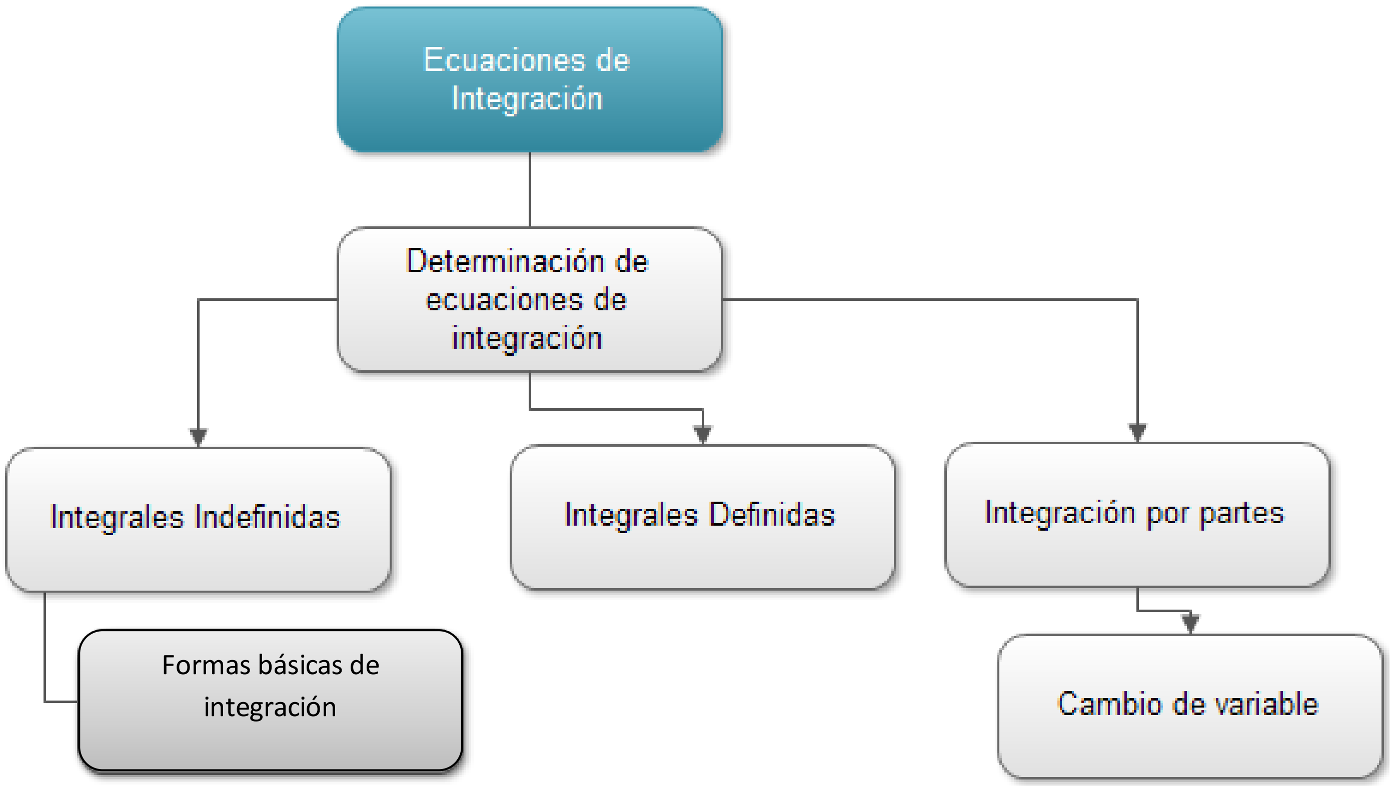


Ilustración 24 // Diagrama de contenido - ecuaciones de integración

La integral es una función lineal en formas no lineales, a través de las curvas de función.

Realizar la integración de una función es el proceso mediante el cual se determinan los conjuntos de todas las antiderivadas de una función dada, el símbolo $\int (integral)$ que denota la operación de antiderivación.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

1) $\int dx = x + C$

2) $\int adx = a\int dx$

3) $\int (u + v - w)dx = \int udx + \int vdx - \int wdx$

4) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad con \ n \neq -1$

5) $\int senx\, dx = -cosx + C$

6) $\int cosx\, dx = senx + C$

- Ejemplos de aplicación:

1) $\int x^2\,dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + C = \frac{x^3}{3} + C$

2) $\int x(3x+1)^2 dx = \int x(9x^2+6x+1)\,dx = \int (9x^3+6x^2+x)\,dx = 9\int x^3 dx + 6\int x^2\,dx + \int x dx$

$= 9\left(\frac{x^4}{4}\right) + 6\left(\frac{x^3}{3}\right) + \frac{x^2}{2} + C$

3) $\int (4\,sen\,x + 5\,cos\,x)dx = 4\int senx\,dx + 5\int \cos x\,dx = 4(-cosx) + 5(senx) + C$

$= -4cosx + 5senx + C$

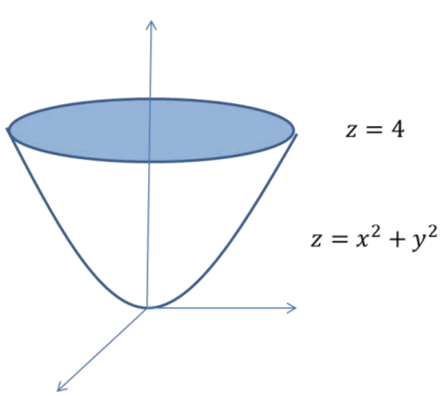
- Integración triple para el análisis de medios físicos

-Introducción a concepto de triple integración

La integral triple es una variedad de función, definidas en una región sólida acotada a los pensamientos de {z,x,y} la integración triple es normalmente referida a coordenadas cilíndricas.

-Ejemplo de aplicación de triple integración.

Un problema de optimización requiere determinar el volumen de un sólido que se encuentra limitado por el paraboloide $z = x^2 + y^2$y el plano z=4. Debido a que el medio de análisis es un medio físico, se recomienda utilizar coordenadas cilíndricas para encontrar la solución.



Para coordenadas cilíndricas establecer como regla :

$$\left.\begin{aligned} x &= \rho\cos\theta \\ y &= \rho sen\,\theta \\ z &= z \\ \rho^2 &= x^2+y^2 \end{aligned}\right\}$$

Para pasar de ecuaciones características a ecuaciones cilíndricas

Por lo tanto, una vez establecido el sistema de ecuaciones, se puede establecer el orden de la triple integración.

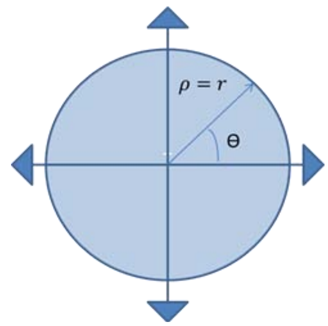
$$V = \iiint dv \rightarrow dv = dz\,dy\,dx \ \rightarrow \ dv = \rho dz\,d\rho\,d\theta$$

Por lo tanto, los límites establecidos serán:

$z \rightarrow 0 - 4$

$\rho \rightarrow 0 - 2$ debido a: $z = \rho^2 \ \rightarrow \ 4 = \rho^2 \ \rightarrow \ \rho = 2$

$\theta \rightarrow 0 - 2\pi$



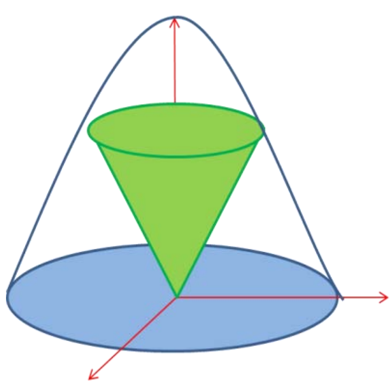
$$\int_0^{2\pi}\int_0^2\int_{\rho^2}^4 \rho dz\,d\rho\,d\theta$$

Una vez establecida la estructura de la integral, se debe resolver con los procedimientos algebraicos:

$$V = \int_0^{2\pi}\int_0^2 [z]_{\rho^2}^4 d\rho d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^2 \rho[4-\rho^2]d\rho d\theta$$

$$V = \int_0^{2\pi}\int_0^2 [4\rho - \rho^3]d\rho d\theta = \int_0^{2\pi}\left[\frac{4\rho^2}{2} - \frac{\rho^4}{4}\right]_0^2 d\theta = \int_0^{2\pi}\left[2(2)^2 - \frac{(2)^4}{4}\right]d\theta = \int_0^{2\pi}(8-4)d\theta = \int_0^{2\pi} 4d\theta$$

$$V = 4\theta\,\begin{matrix}2\pi\\0\end{matrix} \ = \ 4(2\pi) \ \rightarrow \ V = 8\pi u^3$$



-Ejemplos de integración de características CUN

Un pequeño taller ha recibido por error una pieza automotriz que requieren para trabajar, debido a este error todos los gastos serán absorbidos por el taller, un técnico menciona al encargado que tienen una solución más barata para no pedir de nuevo el embarque, el técnico menciona que con el equipo del taller se pueden hacer las piezas correctas utilizando el pedido equivocado.

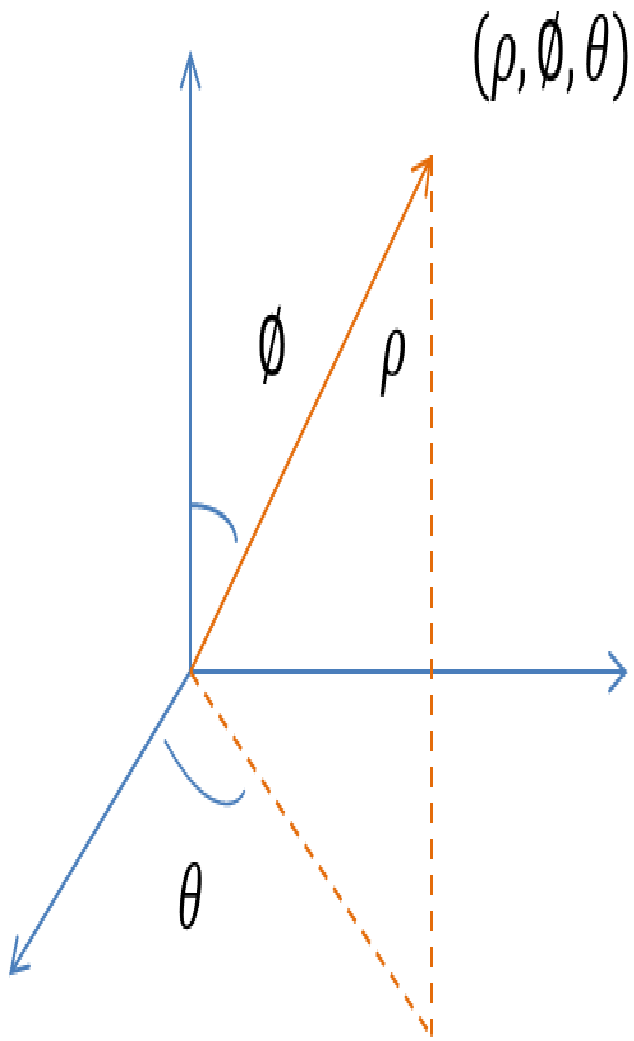
La operación requiere obtener un anillo que se encuentra dentro de una media esfera, al ingresar los datos a la computadora encuentra que las ecuaciones características son:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad ; \quad x^2 + y^2 + z^2 = 16$$

Cono de estructura interna: Sección positiva de la pieza nueva:

$z^2 = x^2 + y^2$

$z = \sqrt{x^2 + y^2}$



$$V = \iiint dz\, dy\, dx$$
$$V = \iiint \rho^2 sen\theta\, d\rho\, d\theta\, d\emptyset$$

Esfera:

$x^2 + y^2 + z^2 = 16 \;\rightarrow\; \rho^2 = 16 \;\rightarrow\; \rho = 4 \;\therefore \int_0^4$

Cono:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} \left\{ \begin{array}{c} x = \rho\ sen\emptyset\ cos\theta \\ y = \rho\ sen\emptyset\ sen\theta \\ z = \rho\ cos\emptyset \end{array} \right\}$$

$$\rho cos\emptyset = \sqrt{\rho^2 sen^2\emptyset + \rho^2 sen^2\emptyset sen^2\theta}$$

$$\rho \cos\emptyset = \rho sen\emptyset \;\rightarrow\; cos\emptyset = sen\ \emptyset$$

Límites para la integral

$$\frac{\pi}{4} \le \emptyset \le \frac{\pi}{2}$$
$$0 \le \theta \le 2\pi$$
$$V = \iiint \rho^2 sen\theta\, d\rho d\theta d\emptyset$$
$$V = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \int_0^4 \rho^2 sen\emptyset\, d\rho\, d\theta\, d\emptyset$$

Solución de la integral.

$$V = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} sen\ \emptyset \left[\frac{\rho^3}{3}\right]_0^4$$
$$= \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \frac{64}{3}\, sen\emptyset\, d\theta\, d\emptyset$$
$$= \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{128}{3}\pi\, sen\emptyset\, d\emptyset = \frac{128}{3}\pi[-cos\emptyset]_{\pi/4}^{\pi/2}$$
$$V = \frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$$

- Fin de la sesión
- Fin del curso prueba
    - Se procede a realizar el examen diagnóstico y determinar la efectividad del curso

NOTA:

Debido a la cantidad de información mostrada durante el curso, se presenta el siguiente glosario de simbologías y terminologías básicas de algunos de los indicadores utilizados, de ser necesario, se exhorta a los usuarios de dicho curso a consultar glosarios más especializados con el fin de mitigar dudas respecto a procedimientos o resultados obtenidos.

Glosario de terminología y simbología del curso prueba

Símbolo	Término	Significado
+	Suma	Adición de números o variables
-	Resta	Sustracción de números o variables
x, ( ), [ ], { }	Multiplicación	Producto obtenido de valores numérico y/o variables
/,-	División	División obtenida de valores numéricos y/o variables
∑	Sumatoria	Secuencia de adición en un intervalo determinado
√	Raíz	Operador para determinar el número base de un múltiplo de un mismo numero
∞	Infinito	Secuencia numérica con tendencia creciente de forma indefinida
∫	Integral	Operador que permite restituir una función previamente derivada
dx	Derivada	Operador que indica la derivación de una función
≈	Aproximación	Aproximación numérica o valor entre variables
≠	Diferencia	Diferencia entre términos
≤	Menor o igual que	Valor numérico o variables de menor o igual denominación a otro
≥	Mayor o igual que	Valor numérico o variable de mayor o igual denominación a otro
→	Tendencia a	Variable con tendencia a otro valor numérico
∆	Incremento	Indicador utilizado para determinar una propiedad numérica obtenida de valores previos y posteriores de estado
<	Menor que	Valor numérico de menor denominación a otro
>	Mayor que	Valor numérico de mayor denominación a otro
=	Igual	Igualdad de un término numérico o

		variable con otro
ϴ	Símbolo Teta	Representación de grados dentro de un sistema o ecuación

3.3 – Observaciones y correcciones del curso referido al aprendizaje matemático

Una vez finalizado el curso se debe realizar una evaluación considerando el contenido, los métodos y temas propuestos en el curso, con las consideraciones seleccionadas se determinaran observaciones o puntos donde las modificaciones del programa sean necesarias.

A su vez, como se muestra en el modelo de aplicación IMPROVE, para realizar correctamente dichas observaciones o correcciones, el sistema indica que el conjunto de las aplicaciones requiere de los siguientes tres puntos de didáctica educativa referida a matemáticas, que tienen como resultado una nueva metodología que puede generar una evolución cognitiva en los estudiantes de ingeniería.

3.3.1- Conocimiento estratégico cooperativo en ingeniería

En la vida profesional los ingenieros no trabajan de forma independiente, interactúan con otros departamentos dentro de la industria y todas las operaciones son llevadas a cabo por equipos de ingeniería.

En la formación académica a pesar de ser conscientes de las condiciones laborales, se fomenta principalmente el progreso individual, lo cual conlleva a la creencia de que el ámbito laboral tiene la misma finalidad.

3.3.2 – Seguimiento estratégico del conocimiento

Referido principalmente al progreso o evolución de la capacidad del estudiantado, en pocas palabras, que tanto ha progresado en su capacidad de poder identificar, razonar, comprender y solucionar las problemáticas presentes para complementar su formación escolar.

3.3.3 – Retroalimentación correctiva

Durante la formación académica en la mayoría de los casos los profesores se limitan a indicar el error en soluciones, ignorando así procedimientos u operaciones, pero realmente, son pocas las ocasiones donde se indican exclusivamente como corregir esos errores, a través de su identificación, sea de forma conjunta o individual, de hacerlo de una forma colectiva, se propiciaría el análisis de una situación donde a pesar de desconocer sus causas, los resultados se obtendrían de una forma efectiva y participativa.

3.4 – Rúbricas de Evaluación

Debido a que la metodología IMPROVE requiere de una evaluación cuantitativa que permita mostrar la evolución del aprendizaje generado por el curso, y para fines de desarrollo del método, a continuación se muestran las rúbricas de evaluación que especifican los temas dirigidos de este estudio.

Se hará uso del módulo Tabla 3. Elementos de Rúbrica del documento:

¿Cómo elaborar una rúbrica? Florina Gatica-Lara,1 Teresita del Niño Jesús Uribarren-Berrueta

Conceptos/rubros	Escalas/niveles ejecución (cuantitativo/cualitativo/mixto)			
Aspectos a evaluar	4	3	2	1
	Criterios evidencias a alcanzar	Criterios evidencias a alcanzar	Criterios evidencias a alcanzar	Criterios evidencias a alcanzar

(Florina Gatica-Lara, 2012)

A continuación esta rúbrica será dirigida a la evaluación del curso intersemestral de Cálculo especificado en capítulos anteriores como parte del modelo de prueba de esta investigación.

Criterios	NIVEL			
	4. Excelente	3. Satisfactorio	2. Puede Mejorar	1. Inadecuado
	Criterios evidencias a alcanzar			
Comprensión teórica de límites	Puede utilizar varios recursos para resolver de múltiples formas una problemática planteada	Puede determinar por lo menos una solución satisfactoria a la problemática planteada	Presenta deficiencias para poder resolver las problemáticas mostradas por el tema	No puede determinar soluciones
Comprensión de aplicaciones de límites	Puede determinar varias soluciones	Puede resolver satisfactoriamente una problemática	Puede comprender el requerimiento del tema	No puede resolver las problemáticas planteadas
Uso de herramientas tecnológicas para aplicaciones de ecuaciones con límites	Domina varias herramientas tecnológicas	Puede obtener varias soluciones con el uso de una herramienta tecnológica	Puede determinar una solución con apoyo de una herramienta tecnológica	No domina el uso de herramientas tecnológicas
Comprensión teórica de derivación	Puede utilizar varios recursos para resolver de múltiples formas una problemática planteada	Puede determinar por lo menos una solución satisfactoria a la problemática planteada	Presenta deficiencias para poder resolver las problemáticas mostradas por el tema	No puede determinar soluciones

Comprensión de aplicaciones de derivadas	Puede determinar varias soluciones	Puede resolver satisfactoriamente una problemática	Puede comprender el requerimiento del tema	No puede resolver las problemáticas planteadas
Uso de herramientas tecnológicas para aplicaciones de ecuaciones con derivación	Domina varias herramientas tecnológicas	Puede obtener varias soluciones con el uso de una herramienta tecnológica	Puede determinar una solución con apoyo de una herramienta tecnológica	No domina el uso de herramientas tecnológicas
Comprensión teórica de integrales	Puede utilizar varios recursos para resolver de múltiples formas una problemática planteada	Puede determinar por lo menos una solución satisfactoria a la problemática planteada	Presenta deficiencias para poder resolver las problemáticas mostradas por el tema	No puede determinar soluciones
Comprensión de aplicaciones de integrales	Puede determinar varias soluciones	Puede resolver satisfactoriamente una problemática	Puede comprender el requerimiento del tema	No puede resolver las problemáticas planteadas
Uso de herramientas tecnológicas para aplicaciones de ecuaciones de integración	Domina varias herramientas tecnológicas	Puede obtener varias soluciones con el uso de una herramienta tecnológica	Puede determinar una solución con apoyo de una herramienta tecnológica	No domina el uso de herramientas tecnológicas

Ilustración 25 // Rúbricas de evaluación - Planteamiento de rúbricas en la aplicación de método IMPROVE

Para determinar el nivel de calificación correspondiente a cada alumno que presente la evaluación se debe contemplar los siguientes puntos que involucran o determinan las calificaciones, aunque dentro de la propia rúbrica se menciona las causas o resultados obtenidos durante el curso prueba cada calificación implica la obtención de un resultado diferente, analizado de forma general.

Escala	Objetivo de la calificación
4.Excelente	Completa comprensión del tema, muestra habilidades para obtener resultados por distintos medios y herramientas tecnológicas
3.Satisfactorio	Comprende la problemática del tema, puede generar por lo menos una solución satisfactoria con ayuda de herramientas tecnológicas
2.Puede mejorar	Poca compresión de problemas mostrados en el curso, dificultad para relacionar y obtener soluciones.

1.Inadecuado	No comprende los temas mostrados del curso, no puede obtener ni relacionar resultados de problemáticas del curso

Ilustración 26 // Tabla de escalas de evaluación

A través de las rúbricas de evaluación se podrán determinar resultados cuantificables que permitirán el análisis de los resultados obtenidos durante el curso prueba.

3.5 – Discusión

A través del establecimiento de las rúbricas de evaluación se plantearon y analizaron las aplicaciones del método IMPROVE, junto con los datos que se han proporcionado por el examen diagnóstico, las secuencias didácticas se pueden modificar acorde a las necesidades que se identifiquen durante los cursos de aplicación.

A su vez, por medio del análisis F.O.D.A. que se presenta a continuación, se muestran los puntos de fortalezas y debilidades determinados con el curso prueba, al tomar en cuenta cada uno de los puntos se muestra entonces que las semblanzas del curso pueden ser modificadas dependiendo de los carecimientos u observaciones que se determinen por el cuerpo docente que efectué el curso.
Para la aplicación específica de Ingeniería Industrial, re-evaluar las condiciones a través de este método podría ayudar a determinar la didáctica óptima para el aprendizaje matemático del Cálculo como herramienta de análisis de problemas.

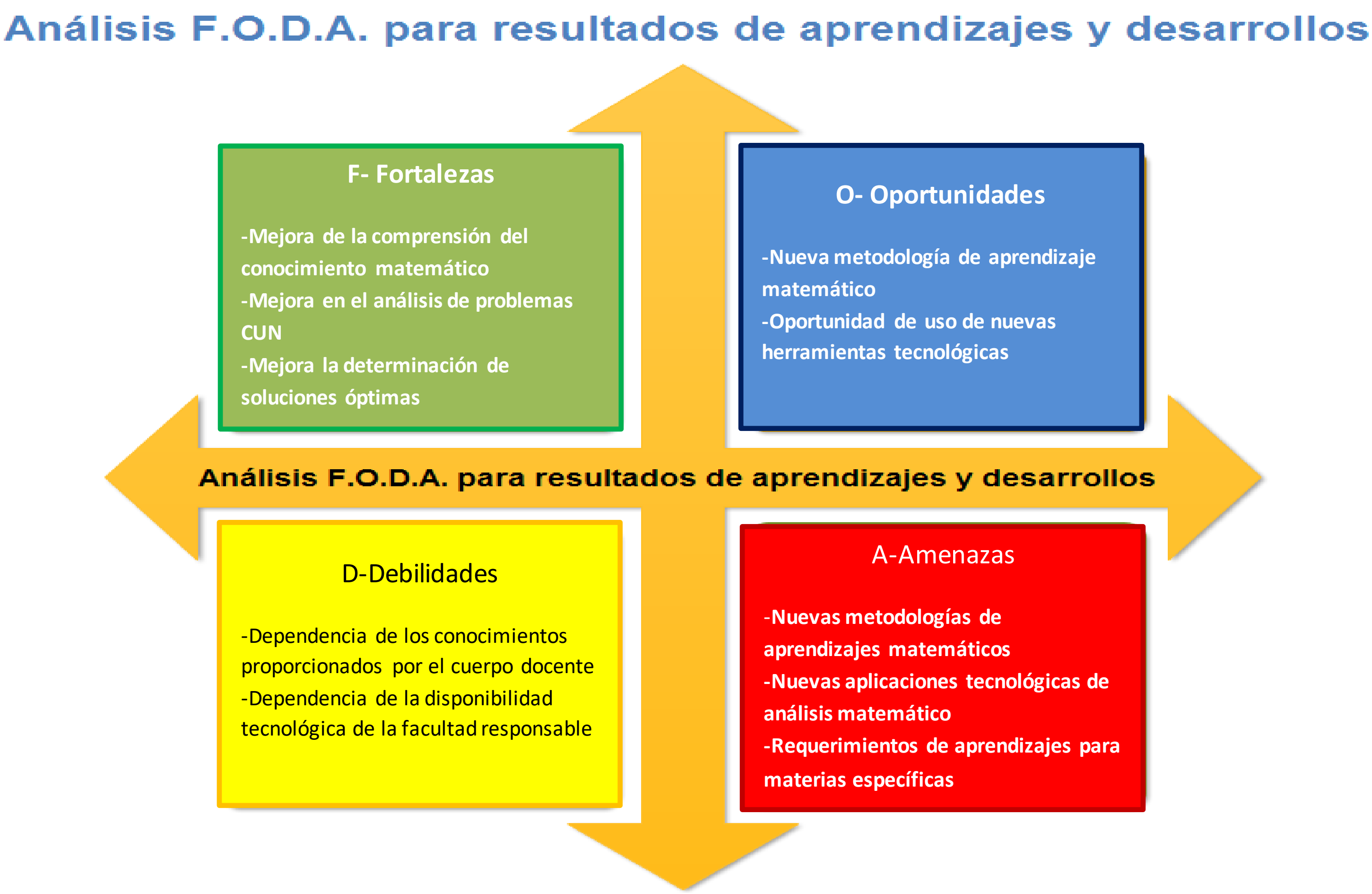


Ilustración 27 Análisis F.O.D.A. para resultados de aprendizajes y desarrollos

Capítulo 4

Implantación en un caso de estudio

4.1- Introducción

A través del curso propedéutico de Cálculo impartido en la Facultad de Estudios Superiores Aragón del 11 al 15 de Enero del 2016 con una duración de 20 horas en el aula A-302, haciendo uso de un examen diagnóstico basado en las características del curso y las herramientas disponibles, se ha generado una nueva base de datos, como punto a consideración se debe mencionar que los 26 estudiantes que participaron en el curso propedéutico son pertenecientes al primer semestre de la carrera de Ingeniería Industrial, por lo que sus evaluaciones serán de mayor apoyo para determinar la evolución de la compresión del Cálculo y sus aplicaciones.

A continuación se muestran los datos recopilados por la evaluación diagnostica de la enseñanza del Cálculo a través de herramientas de análisis propias de Ingeniería Industrial con apoyo de problemáticas de características CUN.

4.2- Examen diagnóstico del curso prueba

Debido a las condiciones y restricciones a las herramientas tecnológicas disponibles para el curso, se limita gran parte del mismo al aprendizaje teórico aplicado, por lo que el examen diagnóstico presenta las siguientes características:

1- El examen contiene 5 actividades de respuestas abiertas, donde cada actividad tiene un valor de 2 puntos.
2- Las actividades mostradas en el examen incluyen varios de los temas comprendidos durante el curso.
3- El examen propicia y/o sugiere al estudiante determinar una solución óptima, a través de lo que comprenda del ejercicio, aplicando así la metodología IMPROVE para solucionar problemáticas de características CUN.

Las rúbricas consideradas para este examen son las siguientes:

	5	4	3	2	1
	1 ejercicio correcto	**2 ejercicios correctos**	**3 ejercicios correctos**	**4 ejercicios correctos**	**5 ejercicios correctos**
Características	Requiere de los conocimientos básicos previos para comprender el curso.	Carece de los conocimientos básicos para comprender los temas del curso.	Comprende con dificultad los temas mostrados en el curso.	Comprende en su mayoría los temas del curso.	Comprende en su totalidad el curso y cumple los objetivos del aprendizaje IMPROVE.

Ilustración 28 // Rúbricas aplicadas al examen de curso prueba

	Examen diagnóstico de curso intersementral **"Cálculo Diferencial e Integral"**	**Ingeniería Industrial** **15//Ene//2016**

Instrucciones:

A través de los conocimientos adquiridos durante el curso determina las soluciones de los siguiente puntos, lee detenidamente antes de responder y resalta las soluciones obtenidas.

1- Determina por lo menos 2 procedimientos e indica una solución óptima para la siguiente función.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

2- Si se requiere determinar un valor que pueda satisfacer dos funciones que coexisten dentro de una ecuación, ¿cómo determinarías ese valor?, muestra tus procedimientos.

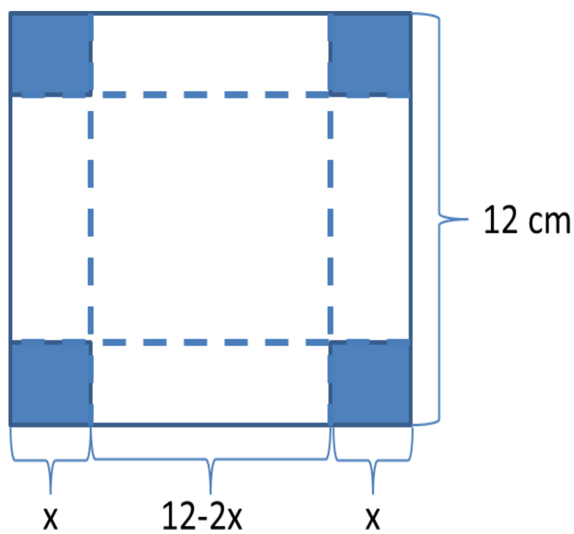
$\lim_{x \to 2}[x * (f(x)) + 2(g(x))]$
$f(x) = \lim_{x \to 1} x^2 + 2x - 3$
$g(x) = \lim_{x \to 2} \frac{x}{2x - 6}$

3- Se requiere obtener el volumen de una pieza, si se sabe que ese volumen puede obtenerse a través de derivaciones ¿cómo se podría obtener ese volumen?

En una empresa que se producen cajones metálicos se lleva a cabo un pedido de producción que tiene el siguiente requerimiento:

- el cajón debe ser elaborado con hojas metálicas cuadradas de 12 cm.

Debido a que la empresa no suele trabajar bajo este requerimiento el gerente necesita saber cuál es el volumen de material que se requiere para cada caja, si su proceso de elaboración implica retirar una parte de material, ¿cómo podría determinar el volumen del producto?, muestra tus procedimientos.



4- Construye la integral definida y resuélvela para conocer el valor de las incógnitas de la siguiente ecuación, si se establece un intervalo de 2 a 8 para la ecuación:

$$sen x + 2 - 4x^2 + \frac{3}{8}x^3$$

5- Con todos los métodos aprendidos durante el curso, utiliza el proceso que desees para encontrar una solución a la siguiente ecuación.

$$\int_0^1 sen\ 3x\ sen\ 2x\ dx$$

Tras el examen diagnóstico propuesto previamente, se contribuyen las soluciones consideradas para esta actividad, debido a la cantidad de procedimientos aplicables para determinar una solución satisfactoria, se han aceptado en el marco de evaluación los diferentes métodos para determinar la solución correcta.

Soluciones

Actividad 1- la primer problemática solicito 2 formas de encontrar una solución a la ecuación que presentan.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$$

Solución 1:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = \frac{(2)^2-4}{(2)^2-5(2)+6} = \frac{4-4}{4-10+6} = \frac{0}{0}$$

Aunque el resultado es una solución impropia continúa siendo una solución basada en el límite de la ecuación.

Solución 2:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-3)(x-2)} = \frac{(x+2)}{(x-3)} = \frac{(2)+2}{(2)-3}$$

Utilizando el método de factorización la ecuación puede encontrar una solución real diferente de la anterior, por lo que satisface la solicitud del primer ejercicio.

Actividad 2- La siguiente actividad es una co-relación de funciones, por lo que se sugiere determinar las operaciones por secciones consecutivamente hasta determinar la mínima expresión de todos los términos.

$$\lim_{x\to 2}\left[x * \left(f(x)\right)\right.$$

$f(x) = \lim_{x\to 1} x^2 + 2x - 3$
$g(x) = \lim_{x\to 2}\frac{x}{2x-6}$

Para comenzar las operaciones, se sugiere determinar las funciones de f(x) y g(x), encontrando sus expresiones mínimas para modificarlas en la función final.

$$f(x) = \lim_{x\to 1} x^2 + 2x$$

Se desarrolla el límite de la función

$$f(x) = \lim_{x\to 2}[(2)^2 + 2(2) - 3] = 4 + 4 - 3$$

$$g(x) = \lim_{x\to 2}\frac{x}{2x-6}$$

Se desarrolla el límite de la función

$$g(x) = \lim_{x\to 2}\frac{x}{2x-6} = \frac{(2)}{2(2)-6} = \frac{2}{4-6} = \frac{2}{-2} = -1$$

Una vez desarrollados los límites de funciones, podemos sustituir los valores que representan dentro de la función principal, con ello se puede proceder a reducir la función objetivo.

$$\lim_{x\to 2}\left[x * \left(f(x)\right) + 2\left(g(x)\right)\right] \qquad f(x) = 5 \quad ; \quad g(x) = -1$$

$$\lim_{x\to 2}\left[x * \left(f(x)\right) + 2(g(x))\right] = [x * (5) + 2(-1)] = [5x - 2] = 5(2) - 2 = 10 - 2 = 8$$

Una vez resuelto el límite final de la ecuación se ha encontrado un resultado real que satisface el ejercicio.

Actividad 3- El siguiente problema es una actividad de optimización, por lo que a partir de los datos que ofrece se puede utilizar derivaciones para obtener las soluciones que solicita el ejercicio.

Solución:

El volumen de la caja en términos de variable x, está dado por la función:

$$V(x) = (12 - 2x)(12 - 2x)(x)$$
$$(12 - 2x)^2(x)$$
$$= (x)(144 - 48x + 4x^2)$$
$$= 144x - 48x^2 + 4x^3 \quad \leftarrow \textit{Donde ésta es la función a maximizar}$$

Se encuentra la derivada respecto a la variable x

$$V'(x) = 144 - 96x + 12x^2$$

Se iguala a 0 y se resuelve la ecuación:

$$V'(x) = 0 \qquad 12x^2 - 96x + 144 = 0$$

Al resolver los valores críticos:

$$x = 6 \ ; \ x = 2$$

Se obtiene la segunda derivada y se evalúan los valores de x que se determinan:

$$V''(x) = -96 + 24x$$
$$V''(12) = -96 + 24(6) = -96 + 144 = 48 > 0 \quad \therefore \textit{hay un valor minimo}$$
$$V''(4) = -96 + 24(2) = -96 + 48 = -48 < 0 \quad \therefore \textit{hay un valor máximo}$$

Por lo tanto, el valor de x para la caja en su valor máximo es de x=2cm.

Actividad 4- La actividad solicita realizar una integral limitada, donde nos establece el rango a considerar para armar dicha integral, por lo que al completar la ecuación se puede obtener la siguiente expresión:

$$\int_2^8 senx + 2 - 4x^2 + \frac{3}{8}x^3$$

Una vez determinada la operación, se resuelve la integral para establecer las soluciones del ejercicio.

$$\int_2^8 senx + 2 - 4x^2 + \frac{3}{8}x^3 = \left[senx + 2 - 4x^2 + \frac{3}{8}x^3\right]_2^8$$

$$=\left(sen(8)+2-4(8)^2+\tfrac{3}{8}(8)^3\right)-\left(sen(2)+2-4(2)^2+\frac{3}{8}(2)^3\right)$$

$$=(-61.8608)-(-10.9651)=-50.8957$$

Actividad 5 – Esta sección podría considerarse como la más complicada, solicita la solución de una integral, pero dicha integral carece de una forma que pueda resolverse de forma práctica, por lo que obliga a los estudiantes a buscar nuevas formas de integración o formas complementarias de encontrar dicha integral.

$$\int_0^1 sen\ 3x\ sen\ 2x\ dx$$

$$\int_0^1 \frac{1}{2}[cos(3x-2x)-cos(3x+2x)]=\int_0^1 \frac{1}{2}[\cos(x)-\cos(5x)]$$

$$\frac{1}{2}\int_0^1 cosx\ dx\ -\frac{1}{2}\int_0^1 \cos 5x\ dx$$

$$\frac{1}{2}sen\ x-\frac{1}{10}\int_0^1 \cos 5x\ (5)dx$$

$$\left[\frac{1}{2}sen\ x-\frac{1}{10}sen\ 5x+C\right]_0^1 \quad = \quad \frac{1}{2}sen\ (1)-\frac{1}{10}sen\ 5(1)=$$

$$8.726x10^{-3}-8.71.55x10^{-3}\ =\ 1.1x10^{-5}$$

De esta forma concluye la aportación de soluciones del examen diagnóstico del curso prueba, para la correcta aplicación de este examen se debe recordar que las actividades están basadas en los temas y actividades realizadas durante el curso, de igual forma se ha delimitado a partir de los criterios establecidos en las rúbricas de evaluación diseñadas previamente.

Ya establecida la rúbrica a seguir, a continuación se muestran las tablas de calificaciones obtenidas en el curso.

Nombre	N° de lista	Puntos	Ejercicios resueltos	Clasificación de la rúbrica
Estudiante 1 (F)	8	10	5	1
Estudiante 2 (F)	4	10	5	1
Estudiante 3 (M)	16	10	5	1
Estudiante 4 (F)	15	10	5	1
Estudiante 5 (M)	1	10	5	1
Estudiante 6 (F)	21	10	5	1
Estudiante 7 (F)	12	10	5	1

Estudiante 8 (M)	13	10	5	1
Estudiante 9 (M)	2	10	5	1
Estudiante 10 (M)	7	8	4	2
Estudiante 11 (M)	14	8	4	2
Estudiante 12 (F)	17	8	4	2
Estudiante 13 (M)	22	8	4	2
Estudiante 14 (F)	24	8	4	2
Estudiante 15 (F)	26	8	4	2
Estudiante 16 (M)	5	6	3	3
Estudiante 17 (M)	10	6	3	3
Estudiante 18 (F)	25	6	3	3
Estudiante 19 (F)	20	6	3	3
Estudiante 20 (M)	9	NP	NP	NP
Estudiante 21 (F)	19	NP	NP	NP
Estudiante 22 (M)	6	NP	NP	NP
Estudiante 23 (F)	11	NP	NP	NP
Estudiante 24 (M)	18	NP	NP	NP
Estudiante 25 (M)	23	NP	NP	NP
Estudiante 26 (F)	3	NP	NP	NP

Ilustración 29 // Tabla de calificaciones de examen diagnóstico de curso prueba

Al igual que en los análisis presentados en el Capítulo 1, los resultados de esta sección serán analizados a través de un histograma, mostrando así la evolución y comprobación de los objetivos de este estudio.

El planteamiento de resultados cuantificables proporciona un control estadístico que muestra la evolución de los estudiantes frente a los temas indicados en el programa de actividades para el curso prueba, más allá de ello, este planteamiento puede ser equivalente para cualquier curso, por lo que el análisis gráfico de dichos resultados apoyarán las conclusiones diseñadas a partir de este modelo de aprendizaje matemático.

Para determinar una comparativa se establecerá un histograma con la tasa de aciertos y otro con la tasa de calificaciones obtenidas en la evaluación, mostrando así el crecimiento o variaciones de ambos rubros presentados en el análisis del Capítulo 1.

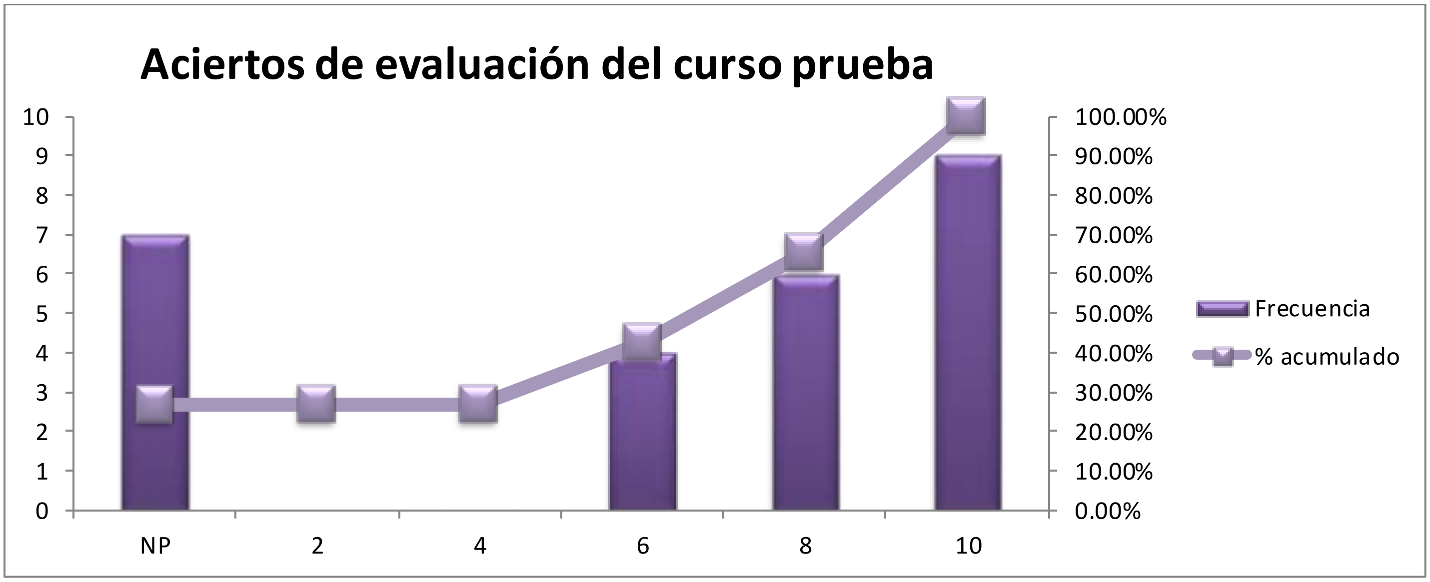


Ilustración 30 // Histograma de aciertos de evaluación del curso prueba

Para la correcta interpretación del histograma Ilustración 17 // Histograma de aciertos de evaluación del curso prueba se deben considerar los siguientes puntos:

1- El examen solo consistía en 5 ejercicios, por lo que al hacer una comparativa se deben bonificar cada ejercicio con el doble de su valor
2- Se ha incluido el valor NP(no presentó) donde muestra la cantidad de alumnos que asistieron al curso pero no realizaron el examen

La configuración presenta las siguientes características:

1- El histograma posee una población de 26 estudiantes de Ingeniería Industrial de los cuales 19 presentaron el examen diagnóstico, concluyendo satisfactoriamente el curso prueba.
2- De los 19 estudiantes que presentaron el examen, 9 obtuvieron una calificación de 10 en el examen, los que muestra una gran mejora en la comprensión del aprendizaje matemático.
3- De los 19 estudiantes que presentaron el examen, 4 obtuvieron una calificación de 6 en el examen, lo que muestra una reducción considerable en la tasa de reprobación de los histogramas previos.

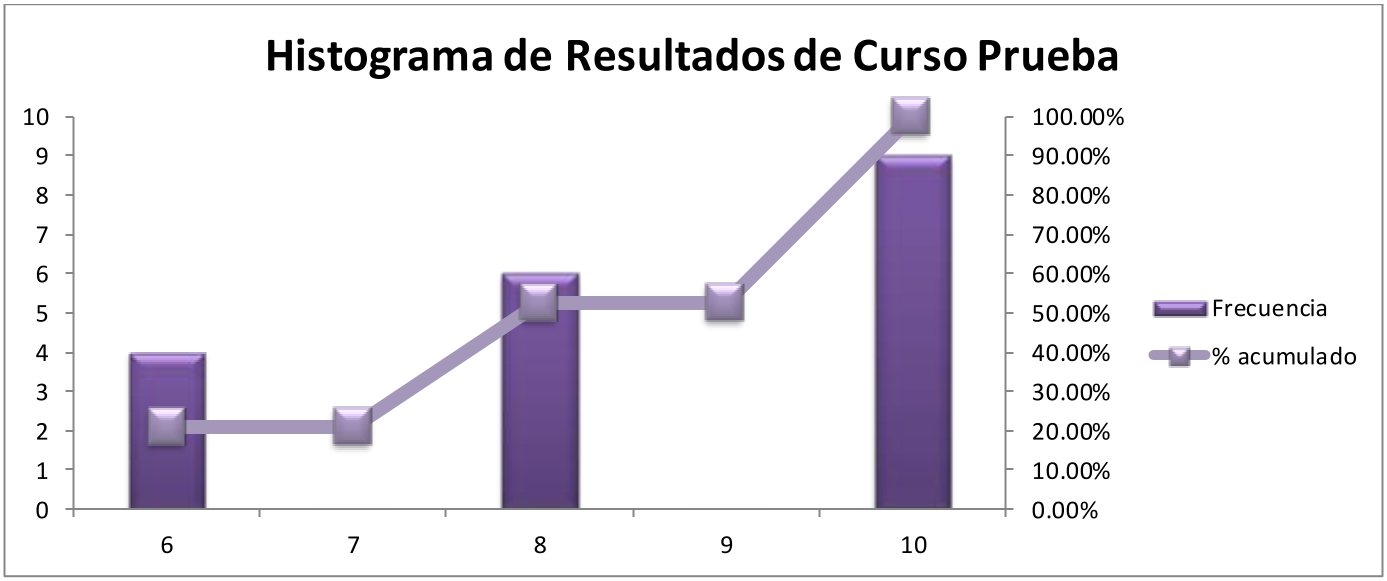


Ilustración 31 Histograma de resultados de curso prueba

El histograma de resultados de curso prueba (Ilustración 30) muestra una amplia mejoría respecto a los resultados obtenidos del examen diagnóstico presentado en el Capítulo 1, basados en estos resultados suponemos que la implementación del método IMPROVE para el desarrollo del aprendizaje matemático es una mejoría para el desarrollo de los estudiantes de Ingeniería Industrial.

Prueba de ello fue que la tasa más baja de resultados obtenidos fue de 6, una clara mejoría ente el histograma precedente donde la tasa de reprobación es considerable, a su vez la mejoría en la cantidad de alumnos aprobados con 10 continúa siendo superior, lo que sustenta la hipótesis generada por este estudio, sobre la mejoría del aprendizaje matemático para los estudiantes de Ingeniería Industrial a través del uso de herramientas de análisis de la carrera y secuencias de aprendizajes matemáticos.

4.3– Discusión

Una vez establecidos los criterios a considerar dentro del marco previo de rúbricas de evaluación y la recopilación de datos se concluyen en las siguientes afirmaciones.

La correcta aplicación de nuevos métodos de aprendizajes matemáticos benefician considerablemente a los estudiantes de la carrera de Ingeniería Industrial apoyando su desarrollo académico, de esta forma se pueden disminuir los índices de reprobación y deserción que son causa del desarrollo de esta investigación.

Por otra parte, el uso de herramientas tecnológicas acercarán a los estudiantes a las aplicaciones presentes en el medio laboral al cual se dirige la carrera, de esta forma su formación complementaria les ofrecerá una ventaja competitiva frente a otras licenciaturas en Ingeniería Industrial.

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones

5.1 – Introducción

Esta última sección presenta la recopilación de resultados de toda la investigación donde se realizarán las comparativas entre las tablas de histogramas del examen diagnóstico del cual se fundamenta la problemática de esta investigación y el histograma generado a partir de la evaluación del curso prueba realizado posteriormente.

El objetivo como se presentó dentro del primer capítulo, de una forma simple, menciona que si los estudiantes de Ingeniería Industrial utilizan esquemas característicos de la carrera (tales como los mostrados a través de las ilustraciones que contiene la investigación) podrán analizar problemáticas de características CUN, de igual forma si ese aprendizaje es complementado con el uso de herramientas tecnológicas los estudiantes de Ingeniería Industrial podrán determinar soluciones eficaces en cualquier medio en el que apliquen dicho conocimiento.

Los esquemas característicos de la carrera de Ingeniería Industrial no son herramientas que se aprendan a utilizar de forma empírica o sin relación entre contenidos, todos los esquemas son herramientas de análisis que tienen diferentes objetivos de aplicación, que a su vez pueden referirse como el control de calidad, análisis de secuencias, análisis de problemáticas, causas y efectos de una problemática, análisis de un sistema, etc. Cada uno de ellos es mostrado a través de diferentes materias que pueden estar en diferentes grados de la carrera, debido a esto se presenta la siguiente suposición:

Si los esquemas característicos de la carrera de Ingeniería Industrial son mostrados a través de los primeros años de la carrera de Ingeniería Industrial como una forma práctica de analizar dilemas matemáticos, los estudiantes pueden adquirir una nueva forma de análisis en el cual preferirán identificar las características de un problema antes de encontrar su posible solución a través de prueba y error de múltiples procedimientos matemáticos.

Por otra parte, uno de los puntos medulares es sin lugar a dudas el uso de problemas de características CUN, su aplicación es poco conocida, por ello, la enseñanza clásica del Cálculo solo se limita a mostrar tópicos, ejecutar actividades y proceder a la evaluación, avanzando sin garantizar realmente el aprendizaje matemático y los beneficios que ofrece a estudiantes de ingeniería el aprender Cálculo como un medio de solución a múltiples problemáticas, propiciando así que los estudiantes identifiquen la materia como un requisito para su titulación y no como una herramienta para realizar sus actividades profesionales con eficiencia y calidad frente a otros profesionistas con diferentes formaciones académicas.

Por último, el uso de herramientas tecnológicas en el aprendizaje matemático, sin lugar a dudas, es una de las propuestas más significativas, debido a las características de las operaciones que puede realizar un Ingeniero Industrial, sin importar la especialización que tenga (área administrativa o área operativa), lo obligan a hacer uso de herramientas tecnológicas para desempeñar su labor, es debido a esto que se requiere esa enseñanza durante la formación académica, ya que en comparativa frente a otros profesionistas egresados con otros planes de estudios que contemplen este factor, representarán una oferta más atractiva para las empresas que profesionistas limitados únicamente con conocimientos teóricos, sin práctica alguna en modelos de análisis y herramientas tecnológicas de modelos matemáticos.

Así al considerar estos factores que forman parte de la propuesta generada por esta investigación, se podrán determinar los factores necesarios para una formación académica integral para los estudiantes de Ingeniería Industrial. Para sustentar esta propuesta se mostrarán las comparativas de las evaluaciones realizadas por estudiantes de Ingeniería Industrial, mediante las observaciones y comparativas de los datos obtenidos.

5.2- Comparativas y observaciones de las evaluaciones de Cálculo en Ingeniería Industrial

En base a los datos recopilados en el capítulo 4 se pueden generar histogramas que en comparación con los histogramas generados en el capítulo 1 mostrarán la evolución aparente en el mejoramiento del aprendizaje matemático, específicamente para la materia de Cálculo.

Comparativa 1:

La comparativa de mayor interés está determinada entre la Ilustración 4 //Histograma de aciertos de Cálculo de la generación 2015 y la Ilustración 31 // Histograma de resultados de curso prueba. Esta comparativa muestra las siguientes características, incluyendo las gráficas que muestran la evolución entre una evaluación y otra.

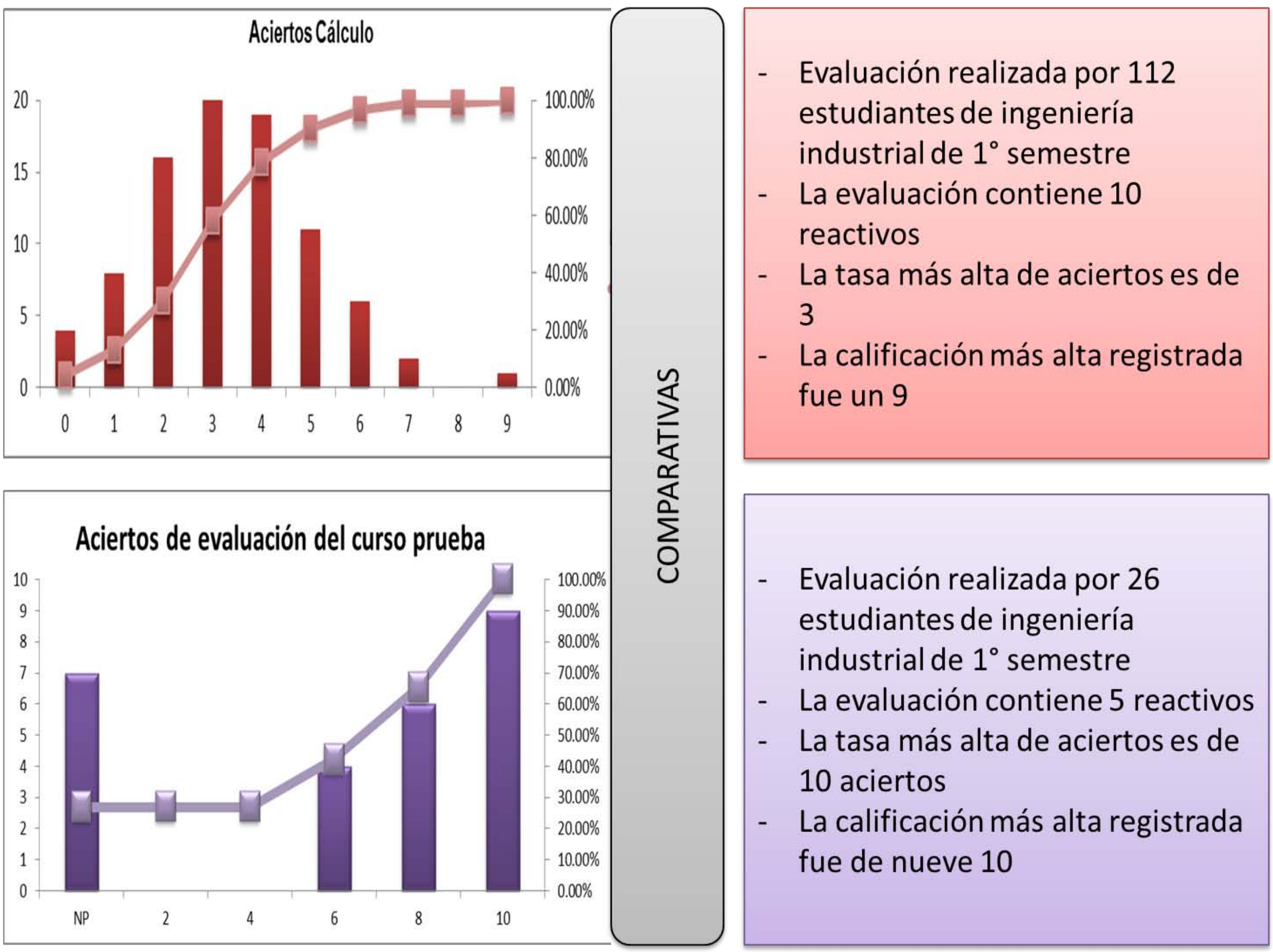


Ilustración 32 // Comparativas entre histogramas de aciertos

Los datos característicos como se ha establecido en el cuadro anterior son observaciones que deben considerarse para implementar una correcta comparativa.

A través de una correlación de las características presentes en ambas evaluaciones se concentran las 4 observaciones primarias mostradas en el siguiente diagrama:

Ilustración 33 // Consideraciones para criterios de evaluaciones

1- La primera observación es clara, la población de estudiantes que presentaron los exámenes son muy diferentes, las circunstancias debido a eso pueden ser a que el examen diagnóstico que presentaron durante el mes de Agosto del 2015 fue una actividad considerada obligatoria y contemplada en las actividades de ingreso a licenciatura, mientras que el segundo examen fue realizado al término de un curso intersemestral que es un curso optativo sin obligación o repercusión en historiales académicos, es debido a esto a que las poblaciones de estudiantes que presentaron los exámenes son tan diferentes.
2- La segunda observación es la diferencia entre reactivos, el examen diagnóstico de ingreso consistía en 10 reactivos de contenidos específicos de la materia de Cálculo, de igual forma los mismos temas que fueron mostrados en el curso prueba correspondían a dicho examen, la diferencia entre una evaluación y otra es la cantidad de reactivos, el examen diagnóstico del curso prueba solo contenía 5, esto es debido a que se consideró el tiempo limitado tanto para la impartición del curso como para la aplicación del mismo examen.
3- La siguiente observación se refiere a la cantidad de aciertos entre las evaluaciones, en el examen diagnóstico se muestran diferentes puntos de información.

1- La tasa más alta de aciertos son de 3 reactivos de 10, siendo esto menos de la mitad podría considerarse como una clara evidencia de deficiencia en la formación académica previa, por lo que es un factor que debe solucionarse.
2- La calificación máxima obtenida fue 9, pero solo fue lograda por un estudiante, en comparación con los resultados del curso prueba, donde la calificación más alta obtenida fue de 10 y fue obtenida por nueve estudiantes, este crecimiento es importante ya que muestra una gran mejoría en el aprendizaje obtenido a través del curso prueba.
3- La calificación mínima obtenida en el examen diagnóstico fue de 0, mientras que en el examen del curso prueba la calificación mínima fue de 6, aunque apenas alcanza una calificación aprobatoria es una clara mejoría frente a cursos previos de la materia de Cálculo.

5.3- Discusión y conclusiones

El aprendizaje matemático es un área llena de oportunidades, donde cada análisis, propuesta y observación que lleve a mejorar las condiciones actuales de los estudiantes representan un apoyo invaluable para las generaciones que comienzan una licenciatura en ingeniería, más aún para aquellos estudiantes que buscan ingresar a carrera de Ingeniería Industrial.

Referido directamente a la carrera de Ingeniería Industrial, su formación académica pretende ser incluyente y con relación directa al área industrial, por lo que el campo de acción incluye actividades tanto administrativas como operativas, es por ello a que la labor del Ingeniero Industrial dentro de cualquier empresa es la de buscar mejoras, analizar y solucionar problemáticas, complementar u optimizar procesos, mejorar y organizar almacenes e inventarios, etc.

Todas estas actividades propias del Ingeniero Industrial requieren de un pensamiento sistémico, lógico y matemático, estos pensamientos se desarrollan en la formación académica, dicha formación incluye el uso de herramientas de análisis dirigidas a controles de calidad, procesos, seguridad e higiene industrial, logística y cadenas de suministros, estudio del trabajo, etc. Tales herramientas pueden ser Análisis F.O.D.A., Diagrama de caja negra, Diagrama de causa y efecto, Diagrama de secuencias, Diagrama de flujo, Diagrama TRIZ, Diagrama ¿Por qué? ¿Por qué?, etc., sí como se han mostrado a través de este estudio.

La formación académica es responsiva, esto se refiere a que si en los módulos previos a la licenciatura, los conocimientos adquiridos por los estudiantes son deficientes o incompletos, propiciará la reprobación y deserción en módulos posteriores de la carrera, este hecho denota una de las observaciones centrales de este estudio y muestra una de las oportunidades de mejora determinada como corresponsabilidad entre grados de aprendizajes.

Bajo este supuesto se genera la siguiente propuesta, si al denotar una deficiencia tan importante en los estudiantes de nuevo ingreso a la licenciatura para la carrera de Ingeniería Industrial entonces se pretenderá disminuir el rezago y deserción académica al proponer un plan docente que incluya nuevas metodologías de aprendizaje matemático, en el cual su objetivo considere que la posibilidad de corregir los errores de conocimientos previos es remota, debido a la cantidad de tiempo que se requeriría para lograrlo, es por esto que su objetivo debe considerar que todos los conocimientos necesarios del grado al que corresponden sean adquiridos de una forma diferente a la tradicional que ya ha propiciado esta problemática, es en este punto donde la propuesta de la implementación de un modelo de aprendizaje matemático puede mejorar esta situación, a través de dicho modelo se pueden obtener observaciones de los temas considerados necesarios para el estudiantado de Ingeniería Industrial, así las correcciones o aportaciones que se generen posteriormente tendrán un total beneficio para los planes de estudios de las instituciones que lo apliquen.

Siguiendo las características de esta situación, este estudio propone la implementación del método IMPROVE, debido a que el conocimiento debe relacionarse directamente con eventos o circunstancias presentes en las actividades profesionales de un Ingeniero Industrial, por ello se considera que al implementar las problemáticas de características CUN y haciendo uso de la experiencia profesional y situaciones a las que el Ingeniero Industrial se puede enfrentar, es donde el conocimiento deja de ser una secuencia de datos teóricos y pasar a formar parte de una formación integral que relaciona la realidad de una problemática y el cómo los conocimientos académicos propician soluciones óptimas que beneficien las actividades del Ingeniero Industrial.

La implementación de una metodología varía respecto a los contenidos y procedimientos que sugieren, es por ello que una evaluación determinará su eficiencia y beneficio, para comprobar si la metodología IMPROVE propuesta por esta investigación ha generado un verdadero beneficio para los estudiantes de nuevo ingreso de Ingeniería Industrial de ha propuesto un examen diagnóstico, en el cual se postulan actividades que existen dentro de los temas mostrados en el curso, el examen diagnosticó es variable respecto a las características de los cursos aplicados, esto significa que dentro de los cursos pueden incluirse secuencias didácticas que requieran el uso de herramientas tecnológicas aplicables en modelos reales, de ser así, la inclusión de actividades que requieran el uso de algún software de aplicaciones matemáticas reflejará una mayor habilidad en el aprendizaje adquirido por el curso.

Debido a las características del curso aplicado para este estudio, se limitó a incluir en la evaluación únicamente características teóricas que se consideraron de gran importancia para los estudiantes de Ingeniería Industrial, al ser comparadas con las evaluaciones previas generadas por los mismos estudiantes, se ha podido comprobar la efectividad de un curso basado en la metodología IMPROVE, apoyado de recursos tecnológicos y herramientas de análisis características de Ingeniería Industrial, no solo al incrementar sustancialmente la tasa de acreditación de la misma área aplicada (Cálculo), si no que al analizar las calificaciones puede interpretarse la mejora en la calidad del aprendizaje matemático adquirido.

Es en base a todas estas observaciones que se simplifica la visión de este estudio, se propone que los estudiantes de Ingeniería Industrial al enfrentarse a problemas que carezcan de soluciones previas, que sean complejos, no familiares y no comunes para una empresa, puedan analizar sus características, orígenes y consecuencias a través de herramientas de análisis característicos de Ingeniería Industrial, de esa manera podrán determinar soluciones prácticas y eficaces a través de modelos y habilidades matemáticas como Cálculo, optimizando así sus propuestas con ayuda de herramientas tecnológicas que puedan ayudar a evitar o mostrar las soluciones aplicadas en eventos posteriores.

Por lo que, si se busca que los ingenieros industriales puedan poseer estas características, en su formación académica debe ser fomentada, garantizando así una formación completa y atractiva para el mercado laboral al que se enfrentan.

Anexos

Teorías didácticas para la aplicación de problemas CUN

Una didáctica referida al área de matemáticas implica que se posee conocimientos propios del área, las características de este conocimiento deben contener aplicaciones de dilemas reales, que muestren al estudiantado como dar soluciones en base a la experiencia y conocimientos de dicha área.

Las secuencias didácticas no deben conservarse basados en el ejercicio de prueba y error de los métodos mostrados en clase y sujetos a una evaluación estándar, con los problemas CUN, la didáctica mantendrá como prioridad la comprensión de la aplicación más que la mecanización de métodos matemáticos.

Apoyados en la investigación titulada "Teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau"[23], se determinará la importancia del nuevo enfoque que requiere la instauración de un modelo didáctico de aprendizaje, más importante aún cuando este aprendizaje como lo es la materia de Cálculo durante generaciones se ha mostrado como una de las materias más complicadas y con los mayores índices de reprobación en el primer a año de la carrera de ingeniería.

Con esto se puede comprender este punto a través de la comprensión de la siguiente cita:

"El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje."

http://es.slideshare.net/MARITO426/teora-de-las-situaciones-didcticas-de-guy-brousseau

La investigación de Guy Brousseau afirma que este comportamiento es referido a lo que el menciona como la situación didáctica[24], esta situación menciona el desarrollo del alumno y su relación con los problemas de aprendizaje, con ello podemos entender entonces la relación directa con el uso de problemas CUN como una nueva metodología que desarrolla la capacidad cognitiva y lógica del estudiantado, enseñándole así, nuevas formas de relación y desarrollo de problemas matemáticos.

La estructuración pedagógica para el aprendizaje matemático

La enseñanza de las matemáticas en nuestro país tienen una semblanza que no tiende a innovar o mostrar puntos de apoyo en tecnologías o fuentes de investigación que garanticen el aprendizaje y comprensión de la matemáticas, desde hace mucho tiempo el sistema educativo enseña desde los grados básicos del estudio a aprender con la metodología de refuerzos positivos y negativos, expresado de una forma simple, si el estudiante realiza un examen y aprueba, su recompensa es pasar de grado, pero si lo reprueba su castigo es no pasar de grado.

Este método ha logrado que los estudiantes busquen solo la recompensa de pasar de grado, sea de la forma que sea, cuando en realidad la única recompensa que deberían percibir es adquirir, comprender y utilizar los conocimientos del sistema educativo.

Basados en este planteamiento y para fines de esta investigación, se mostrarán puntos clave sobre la pedagogía involucrada en la innovación del aprendizaje matemático.

[23] http://es.slideshare.net/MARITO426/teora-de-las-situaciones-didacticas-de-guy-brousseau
[24] http://es.slideshare.net/MARITO426/teora-de-las-situaciones-didacticas-de-guy-brousseau

Aprendizaje significativo[25]

A través de la investigación realizada por la Maestra Luz Rodríguez Palmero sobre la teoría del aprendizaje significativo se mostrarán puntos de vital importancia para el planteamiento de secuencias didácticas para el aprendizaje matemático y su aplicación para los problemas CUN dirigidos a esta investigación.

Para poder relacionar esta teoría con los objetivos presentados de esta investigación se muestra la siguiente cita que muestra la finalidad de la teoría del aprendizaje significativo:

"Es una teoría del aprendizaje porque esa es su finalidad La teoría del aprendizaje significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo."

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje "2016-I", Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO – La Teoría del Aprendizaje Significativo, Maestra Luz Rodríguez Palmero.

De una forma simple de explicar la referencia entre la teoría del aprendizaje y esta investigación es que utilizando este tipo de métodos más allá de mostrar operaciones matemáticas, la práctica docente debe considerar que si los estudiantes no pueden relacionar el uso en la vida real de los conocimientos comprendidos en clase estos carecerán de interés y únicamente serán utilizados con el fin de acreditar la materia.

Dentro de la investigación proporcionada por la maestra Luz Rodríguez Palmero se habla mucho sobre el aprendizaje significativo, pero, ¿realmente que se entiende de este aprendizaje y cómo influye para esta investigación? A través de esta pregunta se encuentra una solución mostrada en la siguiente cita:

"La adquisición de significados, como ya se ha comentado, es un producto del aprendizaje significativo es decir, el significado real para el individuo (significado psicológico) emerge cuando el significado potencial (significado lógico) del material de aprendizaje se convierte en contenido cognitivo diferenciado e idiosincrático por haber sido relacionado, de manera substantiva y no arbitraria, e interactuado con ideas relevantes existentes en la estructura cognitiva del individuo (opcit.,pág23)".

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje "2016-I", Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO – La Teoría del Aprendizaje Significativo, Maestra Luz Rodríguez Palmero.

A través de la cita anterior la publicación muestra un diagrama[26] que resulta de un alto interés para esta investigación, donde muestra los diferentes puntos y formas de estudio que radican y convergen en el aprendizaje del estudiantado que puede ser propiamente referido a las condicionas actuales de la UNAM.

---

[25] Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje "2016-I", Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO

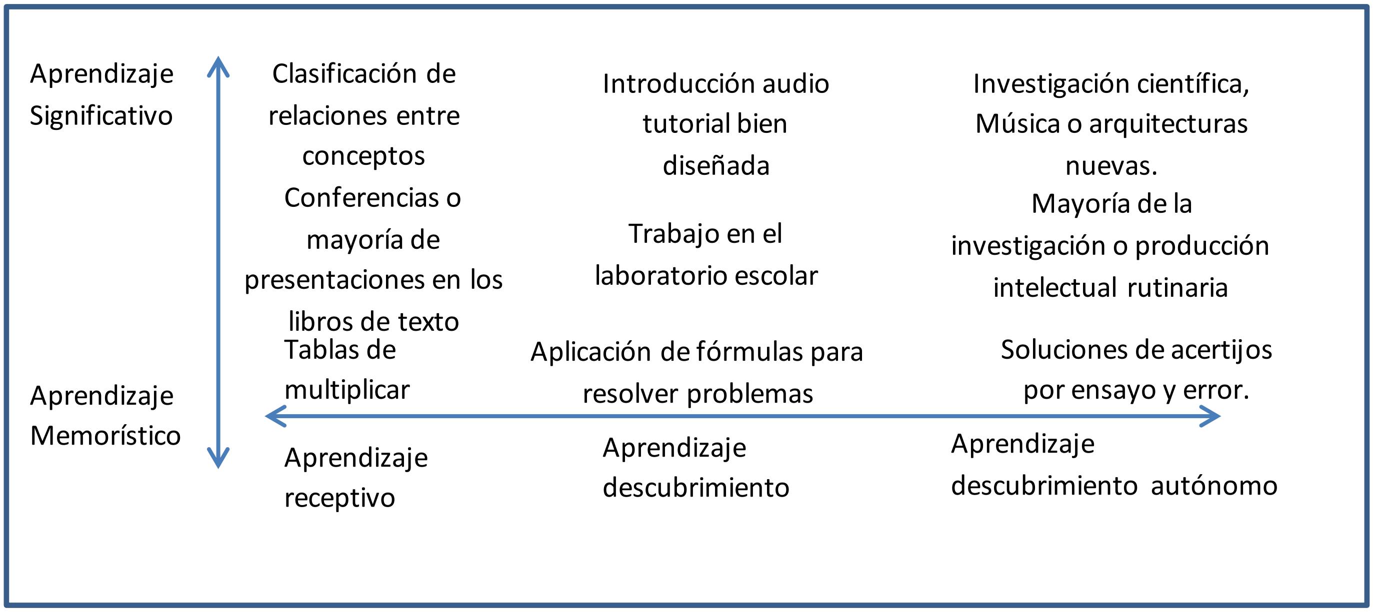


Ilustración 34 // UNAM, FES Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje "2016-I", PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO – La Teoría del Aprendizaje Significativo

Educación y desarrollo: la teoría de Vygotsky y la zona de desarrollo próximo

A través de la investigación mostrada por Amelia Álvarez y Pablo del Rio sobre la educación y desarrollo: la teoría de Vyotzky y la zona de desarrollo próximo[27] apoyará a este capítulo mostrando la importancia del entorno en el que se desenvuelve el aprendizaje.

De una forma simple se entiende entonces que, si el medio no es propio para el desarrollo de una clase, entonces los alumnos no podrán adquirir el conocimiento mostrado por el docente, lo que conlleva a uno de los resultados críticos que muestra actualmente el cuerpo estudiantil de las carreras de ingeniería, que se expresa en el alto índice de reprobación y deserción de la carrera.

Los tres planos de la actividad sociocultural: "Apropiación Participativa", "Participación Guiada" y "Aprendizaje".

La siguiente sección ha sido incluida en esta investigación debido a la importancia que generan los puntos inherentes que son la apropiación participativa, participación guiada y aprendizaje.

El planteamiento que enfoca esta sección del aprendizaje se muestra como un concepto que tras su planteamiento puede enfocarse a áreas específicas y condiciones que afectan principalmente los estándares o resultados de dicho planteamiento.

---

[26] Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje "2016-I", Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO – La Teoría del Aprendizaje Significativo, Maestra Luz Rodríguez Palmero

[27] [27] Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje "2016-I", Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO

Apropiación Participativa

“El concepto de << apropiación participativa>> se refiere al modo en que los individuos se transforma a través de su implicación en una u otra actividad, preparándose en el proceso para futuras participaciones en actividades relacionadas.”

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje “2016-I”, Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO – Los tres planos de la actividad sociocultural: “Apropiación Participativa”, “Participación Guiada” y “Aprendizaje”

La apropiación participativa como se mencionó en la cita anterior, incluye el concepto de participación, donde, para fines de este planteamiento, podemos suponer que si el estudiante encuentra una relación donde sus labores que le incluyen en alguna actividad y puede concientizarse de la importancia de su rol dentro de dichas actividades, el sentido de responsabilidad y empatía con su equipo de trabajo le forzará y orientará a desempeñarse plenamente, garantizando así el aprendizaje y muestra real de sus capacidades.

Este efecto es muy común en puestos laborales que los ingenieros desempeñan, comúnmente las empresas contratantes prefieren mantener equipos de trabajo a cargo y conformados por ingenieros, ya que se ha demostrado que el trabajo colectivo y participativo ofrece una gama de soluciones y una gran variedad de problemáticas que pueden presentarse en una empresa.

Participación Guiada

La participación guiada comprende dentro de las aplicaciones de las metodologías propuestas por esta investigación el proceso que conlleva para poder ser efectivo o realmente aplicable a los problemas CUN como parte de la solución a la problemática de deserción y reprobación del área de Cálculo.

Otra forma de explicación más simple implica que el estudiantado aunque sea sometido a un sistema de aprendizaje homogéneo, este sistema no puede ser efectivo o generar los resultados esperados en todos los estudiantes de ingeniería, debido a que el entorno social de aprendizaje es diferente para cada alumno.

Sin hacer mérito o acusaciones contra cualquier institución utilizada para este ejemplo, se debe recordar que el siguiente ejemplo solo tiene fines académicos:

Un estudiante de ingeniería formado en FES Aragón se desempeñará de una forma diferente a un ingeniero formado en C.U., más allá de los perfiles académicos entendemos entonces que el medio en que se desenvuelve es diferente esto podrá radicar en las facilidades que el alumno desarrolle, el ingeniero formado en FES Aragón puede adquirir afinidad al análisis de procesos y el ingeniero formado en C.U. puede desarrollar afinidad a la investigación, esto dependerá del medio en el que el profesionista se ha desarrollado a través de su desarrollo académico.

“El concepto de participación guiada se refiere a los procesos y sistemas de implicación mutua entre los individuos, que se comunican en tanto participantes en una actividad culturalmente significativa.”

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje “2016-I”, Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO – Los tres planos de la actividad sociocultural: “Apropiación Participativa”, “Participación Guiada” y “Aprendizaje”

Cognición situada y la cultura de aprendizaje[28]

Es un concepto generado por la investigación de John Seely Brown, Allan Collins y Paul Duguid, donde exponen que la cultura de aprendizaje va más allá del objetivo de aprender solo por aprender, considera el hecho de que el medio en el que adquirimos el conocimiento determinará el éxito del aprendizaje.

Una forma más clara de aterrizar este concepto sería con el siguiente ejemplo, si un estudiante adquiere conocimientos pero nunca tiene oportunidad ni forma de aplicarlos a su vida cotidiana y referenciar ese conocimiento como una oportunidad de encontrar soluciones, el estudiante tenderá a ignorar ese conocimiento o simplemente utilizarlo para un fin más banal, que como sabemos y se ha discutido con anterioridad, solo será necesario para acreditar una materia.

A continuación se muestra la siguiente cita que hace mención al comentario anterior, donde se enfatiza la idea centrar de este apartado sobre la participación del medio sociocultural y su influencia en el aprendizaje.

"la división entre el aprender y el usar, la cual es capturada por las categorías populares "saber qué" y "saber cómo", pueden bien ser un producto de la estructura y las prácticas de nuestro sistema educativo. Muchos métodos de educación didáctica asumen una separación entre saber y hacer, tratando el conocimiento como una sustancia integral y autosuficiente, teóricamente, independientemente de las situaciones en las situaciones en las cuales es aprendida y usada. La preocupación principal de las escuelas a menudo parece ser la transferencia de esta sustancia, la cual comprende conceptos formales abstractos y descontextualizados. La actividad y contexto en el cual el aprendizaje toma lugar son considerados subordinados al aprendizaje: pedagógicamente útiles, por su puesto, pero fundamentalmente distintas y más aún, neutrales con respecto a lo que se aprende."

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje "2016-I", Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO –Cognición situada y la cultura de aprendizaje, por John Seely Brown, Allan Collins y Paul Duguid

---

[28] Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Aragón, Licenciatura en Pedagogía, Teorías de Aprendizaje "2016-I", Profesor: Maestro José Ruiz López, PLAN DOCENTE, DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE CONOCIMIENTO – Cognición situada y la cultura de aprendizaje, por John Seely Brown, Allan Collins y Paul Duguid

Planteamiento de recursos didácticos como apoyo docente y estudiantil al aprendizaje

El uso de recursos didácticos implicará la formación de un plan de trabajo en el que se desarrollen las habilidades cognitivas que los problemas CUN pretenden fomentar, con ello, sabremos entonces que con el uso de recursos didácticos se garantizará el aprendizaje y metodologías requeridas para la formación de ingenieros.

Basados en el diagrama que desarrolla la Maestra María Mercedes Flores Santana[29], podemos conciliar un formato estandarizado donde se establecerá la estructura de las clases cuyos requerimientos de externar y fomentar el aprendizaje por medio de los problemas CUN.

En base a esto, para poder plantear dichas estrategias didácticas no podemos ignorar el hecho de que no podemos sustituir en su totalidad el modelo actual de aprendizaje, debido a que ocasionaría más conflictos pese a los objetivos que presenta para darles solución.

Debido a este hecho, debe mantenerse un modelo que incluya introducciones teóricas de los procedimientos matemáticos, estas introducciones deben contener ejemplos prácticos que los estudiantes puedan identificar y relacionar, así se garantizará la sección práctica o la ejecución de dichos procedimientos tengan sentido de uso y no solo se adquiera con fines de aprobación de una materia.

Esta investigación como se ha mencionado con anterioridad busca satisfacer las necesidades sobre las deficiencias presentes en las materias de Cálculo, con especial énfasis durante el primer año de licenciatura de ingeniería.

Para conformar una estructura sistémica sobre la elaboración de las clases basados en el uso de problemas CUN se propone el uso del sistema generado por la Maestra María Mercedes Flores.

[29] Secuencias didácticas para el desarrollo de competencias lectoras y matemáticas, María de los Ángeles Monroy Mejía, María Mercedes Flores Santana y Polo Francisco Flores, Grupo editorial EXODO

<table>
<tr><th></th><th>INICIO</th><th>Tiempo 150 min</th><th>Desarrollo</th><th>Tiempo 750 min</th><th>Cierre</th><th>Tiempo 500 min</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Estrategia Didáctica</td><td>Producción de un ambiente de motivación o contextual</td><td>1 sesión</td><td>Estrategia de abordaje del planteamiento

Análisis de contenidos de diferentes fuentes bibliográficas.</td><td rowspan="2">15 sesiones</td><td rowspan="2">Reporte oral y escrito con defensa del tema.</td><td rowspan="2">10 sesiones</td></tr>
<tr><td>Acceso a fuentes de información bibliográfica y cibergráfica</td><td>2 sesión</td><td>Generación de la solución y respuestas.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Nota.1 sesión = 50 minutos</td></tr>
<tr><td>TÉCNICAS</td><td colspan="2">Ciberinvestigación y principios de investigación documental</td><td colspan="2">Discusión en pequeños grupos.</td><td colspan="2">Exposición del reporte oral o escrito.</td></tr>
<tr><td>METODOLOGÍA</td><td colspan="6">Método didáctico global</td></tr>
<tr><td rowspan="5">INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN</td><td colspan="2">LISTA DE COTEJO</td><td>RÚBRICA</td><td colspan="3">EXAMEN ESCRITO</td></tr>
<tr><td colspan="2">10%</td><td>VALOR 30%</td><td colspan="3">Valor 60%</td></tr>
<tr><td colspan="2">CONTENIDOS</td><td>PROCESOS COGNITIVOS</td><td colspan="3">NIVELES DE COMPLEJIDAD</td></tr>
<tr><td colspan="2">Cantidad
Cambios y relaciones
Espacio y forma</td><td>Reproducción
Conexión
Reflexión</td><td colspan="3">1. Recuperación
2. Comprensión
3. Análisis
4. Utilización del Conocimiento
5. Metacognición</td></tr>
<tr><td colspan="6">Nota. Los reactivos son de tipo PISA</td></tr>
<tr><td>OTROS</td><td colspan="6">Libros, revistas, periódicos
Direcciones cibernéticas
Libreta, marca textos, hojas
Pizarrón
Copias Material impreso
Libro de texto
Proyector, cañón y computadora
mapas cognitivos</td></tr>
</table>

Ilustración 35 // Secuencias didácticas para el desarrollo de competencias lectoras y matemáticas

Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos[30]

La enseñanza requiere más que solo conocimientos, como se ha planteado en puntos anteriores de esta investigación, el medio, la didáctica y las aplicaciones referenciadas sobre el uso de ese conocimiento a la vida diaria determinaran la importancia del aprendizaje en la vida del estudiante y más allá de su vida profesional.

Para determinar las estrategias de aprendizaje pertinentes de esta sección, a continuación se expondrán las definiciones y propiedades del aprendizaje significativo y propiamente una estrategia de aprendizaje.

¿Qué son las estrategias de aprendizaje?

Existen muchas y diversas definiciones sobre este tema, debido a su extensión, aplicaciones y metodologías implícitas en sus aplicaciones, con lo que se puede determinar que cada estrategia de aprendizaje puede ser utilizada por el docente a partir de las necesidades de su grupo y su evolución en el aprendizaje de nuevos conocimientos, estas estrategias por lo tanto presentan las siguientes características:[31]

"- Son procedimientos flexibles que pueden incluir técnicas u operaciones específicas.
- Su uso implica que el aprendiz tome decisiones y las seleccione de forma inteligente de entre un conjunto de alternativas posibles, dependiendo de las tareas cognitivas que se le planteen, de la complejidad del contenido, de la situación académica en que se ubica y de su autoconocimiento como aprendiz.
- Su empleo debe realizarse en forma flexible y adaptativa en función de condiciones y contextos.
- Su aplicación es intencionada, consciente y controlada. Las estrategias requieren de la aplicación de conocimientos meta cognitivos, de lo contrario se confundirán con simples técnicas para aprender.
-El uso de estrategias está influido por factores motivacionales-afectivos de índole interna (por ejemplo, metas de aprendizaje, procesos de atribución, expectativas de control y autoeficacia, etcétera) y externa (situaciones de evaluación, experiencias de aprendizaje, entre otros).
- Como instrumentos psicológicos apropiables, puede decirse que es posible aprenderlas gracias al apoyo de otros que saben cómo utilizarlas (Belmont, 1989)." [32]

Estrategias para activar y usar los conocimientos previos, y para generar expectativas apropiadas en los alumnos

El uso de conocimientos previos es fundamental para fines de esta investigación, debido a que sus aplicaciones son para el grado de licenciatura el uso de conocimientos previos toma un alto grado de interés que determinar las bases de la problemática del alto grado de deserción y reprobación dentro del primer año de licenciatura.

A continuación se muestra en la siguiente cita tres puntos que indican los procedimientos que se requieren para llevar en práctica dichas estrategias para el uso de conocimientos previos que son requeridos como diagnóstico.

---

[30] Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill.
[31] Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill.- ¿Qué son las estrategias de aprendizaje?
[32] Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill.- ¿Qué son las estrategias de aprendizaje?

“a) Identificar previamente los conceptos centrales de la información que van a aprender los alumnos.

b) Tener presente que es lo que se espera que aprendan los alumnos en la situación de enseñanza y aprendizaje.

c) Explorar los conocimientos previos pertinentes de los alumnos para decidirse por activarlos (cuando existan evidencias de que los alumnos los posean), o por generarlos (cuando se sepa que los alumnos poseen escasos conocimientos previos pertinentes o que no los tienen).”

Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill.- Estrategias para activar y usar los conocimientos previos, y para generar expectativas apropiadas en los alumnos.

Dentro de las propias bases para llevar a cabo estrategias de aprendizaje, es necesario poder determinar la clasificación de dichas estrategias, con ello, el docente podrá determinar el medio adecuado para propiciar el correcto aprendizaje de sus grupos, esta clasificación se muestra con el siguiente esquema:

Proceso	**Tipo de estrategia**	**Finalidad u objetivo**	**Técnica o habilidad**
Aprendizaje memorístico	Recirculación de la información	Repaso simple	Repetición simple y acumulativa
		Apoyo al repaso (seleccionar)	Subrayar Destacar Copiar
Aprendizaje significativo	Elaboración	Procesamiento simple	Palabra-clave Rimas imágenes mentales Parafraseo
		Procesamiento complejo	Elaboración de inferencias Resumen Analogías Elaboración conceptual
	Organización	Clasificación de la información	Uso de categorías
		Jerarquización y organización de la información	Redes semánticas Mapas conceptuales Uso de estructuras textuales

Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. –Cuadro 6.1 Clasificación de estrategias de aprendizaje. (pozo,1990)- Clasificaciones de las estrategias de aprendizaje

Ilustración 36 // Tabla de estrategias docentes para un aprendizajes significo

Actividad generadora de información previa

Como se mencionó en el punto anterior, existen estrategias de apoyo al estudiante que propician el correcto aprendizaje y revisión de los conocimientos que ya se tienen y la relación que adquirirán con los nuevos conocimientos y sus aplicaciones.

En esta sección se mostrara una secuencia básica para llevar acabo dicho aprendizaje, propiciando la generación y uso de conocimientos previos:

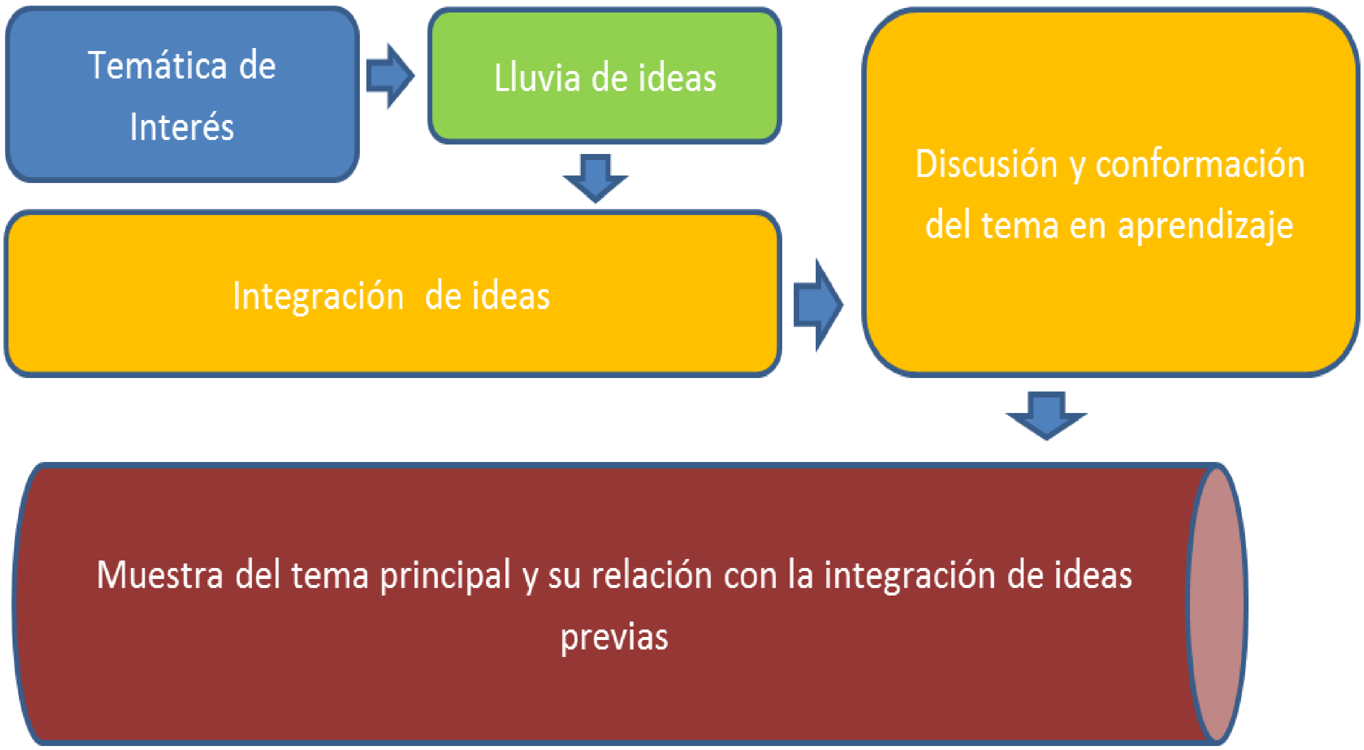


Ilustración 37 // Tabla de secuencias de desarrollo y construcción de tópicos de interés[33]

Las estrategias tienen como primer objetivo el propiciar la correcta relación entre los conocimientos previos con los que cuenta el estudiante respecto a un tema en específico y los nuevos conocimientos que se adquirirán durante las clases, como se mencionó en puntos anteriores, el aprendizaje nuevo debe ser un aprendizaje significativo para garantizar su completo entendimiento y la necesidad de su uso, este proceso es llamado "construcción de conexiones externas"[34]

Dentro de los puntos de conformación de la construcción de conexiones externas se deben enfatizar situaciones o condiciones necesarias para llevarse a cabo.

Es importante mencionar que la formación del aprendizaje matemático no es del todo parecida a los tipos de aprendizaje que pueden ser considerados conocimientos básicos, o no pueden ser enseñados en base a otros tipos de conocimientos.

---

[33] Figura 13 // Diseño original – Secuencia de desarrollo y construcción de tópicos de interés

[34] Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. – Estrategias para mejorar la integración constructiva entre los conocimientos previos y la nueva información por aprender

El aprendizaje matemático ha sido enseñado a través del método de prueba y error y apoyado por el sistema de recompensas y castigos, lo cual nos ha llevado al planteamiento inicial de la problemática que el sistema IMPROVE y el uso de problemas CUN pretende corregir para el sistema de educación de grado de licenciatura en la UNAM.

Debido al grado de estudios en donde se pretende ejecutar esta nueva metodología la base fundamental del uso de conocimientos previos es totalmente valida, por lo que, en este grado de aprendizaje se debe considerar como primera opción la relación de todos los conocimientos previos y los nuevos conocimientos para su uso en medios o situaciones reales, donde la experiencia profesional del docente se convierte en el punto clave sobre la calidad del aprendizaje de sus estudiantes.

Con esto se clarifican los siguientes dos puntos de relación que indican la condición y objetivo de la relación entre conocimientos:

1- Los alumnos carecen de conocimientos previos pertinentes a la asimilación de la información nueva.[35]
2- Se desea que los alumnos transfieran lo aprendido a nuevas situaciones-problema. [36]

Uno de los efectos sobre los cuales se desarrollan los problemas actuales sobre deserción y reprobación de materias básicas de ciencias físico-matemáticas y las ingenierías se exprese con claridad en el primer punto, por lo cual, el docente responsable del área se enfrenta a una problemática que puede ser considerada injusta, por así decirlo.

El objetivo de una materia de grado de licenciatura es proporcionar los conocimientos estructurales para que el alumno pueda generar soluciones en su medio laboral, este objetivo pierde coherencia si el estudiantado carece de los conocimientos básicos para poder adquirir o relacionar los nuevos conocimientos, por lo que el docente ahora solo posee dos alternativas:

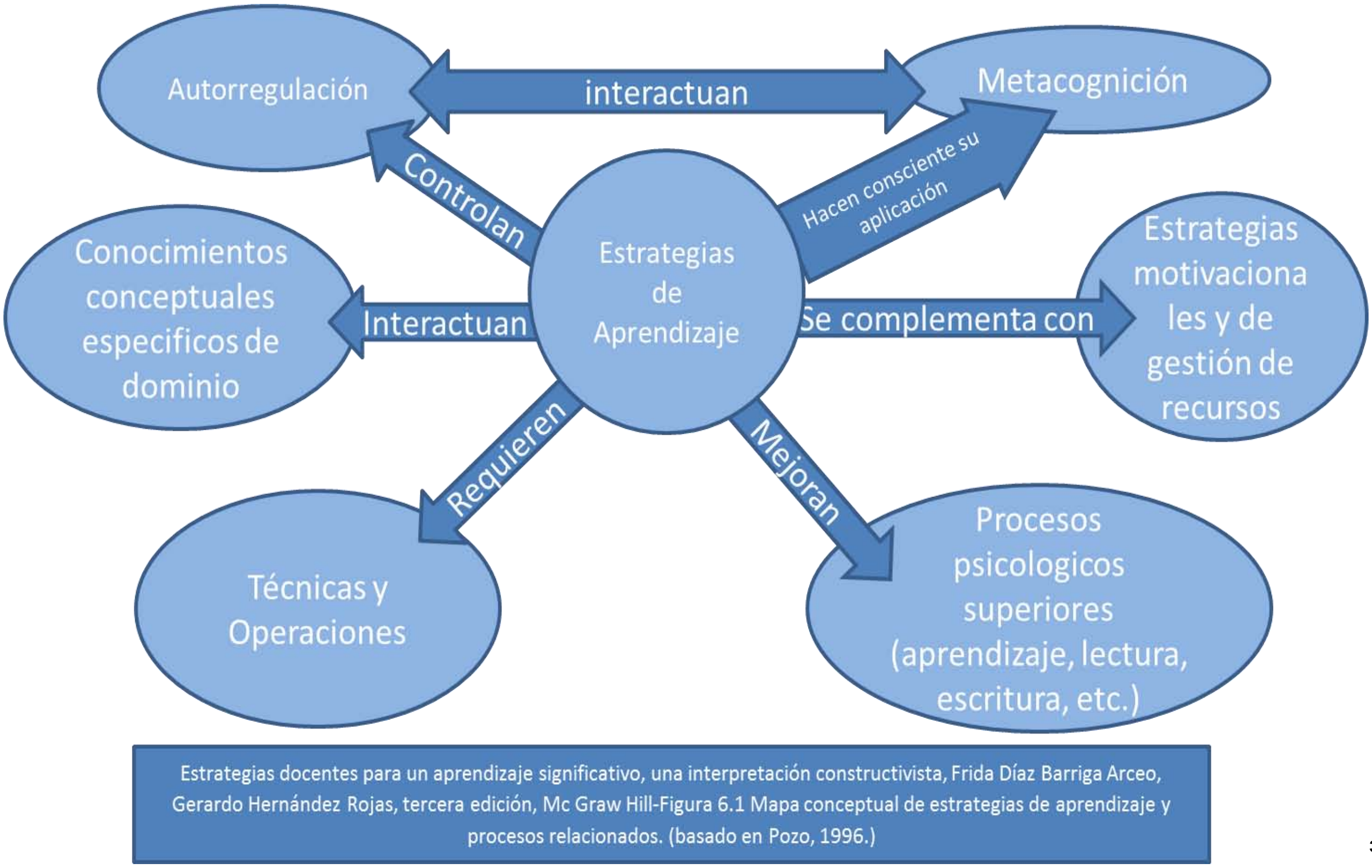
1- Dedicar su curso para instaurar los conocimientos básicos necesarios para el alumno, ignorando así su plan de estudios del área profesional que ejerce.
2- Ignorar las necesidades de los estudiantes incorporando su curso como ha sido previsto por el plan de estudios de la carrera forzando al alumno a aprender por cuenta propia los conocimientos básicos y así poder relacionar y comprender los nuevos conocimientos adquiridos en clase.

Este es sin lugar a dudas uno de los puntos que generan los terribles resultados obtenidos dentro de los primeros años de formación en ingenierías, donde la responsabilidad y el éxito de los estudiantes radica en las decisiones que toma el docente, basados en esta conclusión parcial, con el apoyo del siguiente esquema podemos determinar los procesos necesarios para el uso y determinación de estrategias de aprendizaje.

---

[35] Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. – Estrategias para mejorar la integración constructiva entre los conocimientos previos y la nueva información por aprender

[36] Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. – Estrategias para mejorar la integración constructiva entre los conocimientos previos y la nueva información por aprender



[37]

Ilustración 38 // Diagrama de estrategias docentes para un aprendizaje significativo

Constructivismo y evaluación educativa

La evaluación docente respecto a los conocimientos mostrados en clase es el primer recurso que se posee para determinar el nivel de conocimientos y la efectividad de las estrategias de aprendizaje utilizadas en clase.

De una forma controversial, las evaluaciones muestran de forma estandarizada o sistemática que una operación, sea el caso para las evaluaciones en el área de ingenierías, puede determinar si el estudiante adquirió y relaciono sus nuevos conocimientos garantizando así las bases para adquirir más aplicaciones de ese conocimiento a lo largo de su formación académica durante la carrera.

Se debe considerar que el uso de evaluaciones es necesario más que determinar la acreditación o reprobación de la materia, se debe considerar si se posee la suficiente capacidad cognitiva para poder interpretar nuevos conocimientos si sus bases aún son deficientes o tienen oportunidades de mejora, debido a esto, se presenta a continuación un recuadro donde se expresan las finalidades y funciones de una evaluación.[38]

[37] Figura 14 // Diseño original tabla de contenidos de funciones y características de la evaluación educativa
[38] Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. – Constructivismo y evaluación educativa-Cuadro 8.1 Las funciones social y pedagógica de la evaluación.

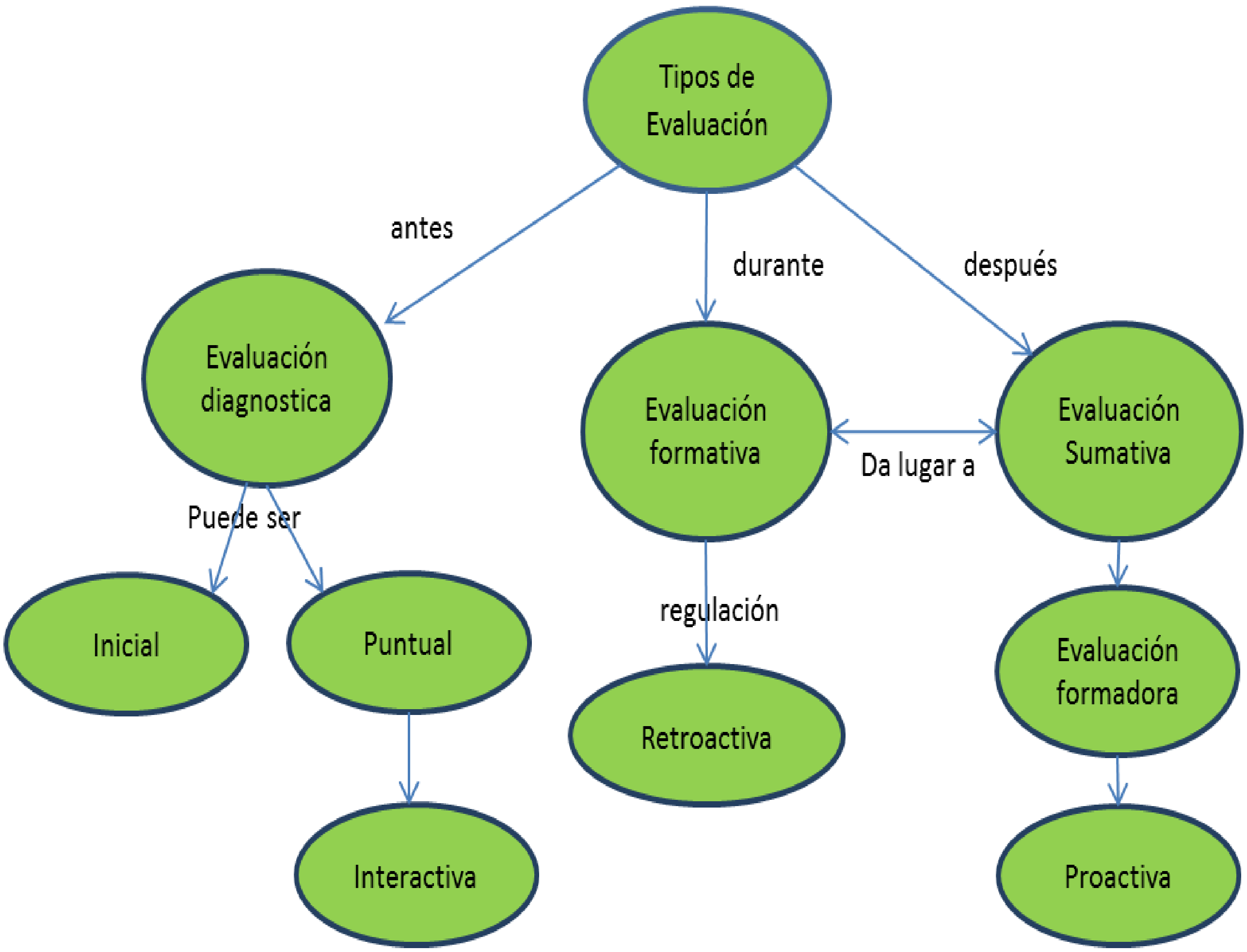
Funciones	Finalidades	Que información recoge	En qué momentos	Qué consecuencias se derivan
Pedagógica	Mejorar y orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los objetivos marcados.	Evolución del proceso de aprendizaje. Funcionamiento del alumno ante la tarea de: - Detección de dificultades o bloqueos. - Refuerzo de los logros. Resultados parciales del aprendizaje y relaciones de los alumnos.	Regulación continua durante todo el periodo en que se extiende el proceso de enseñanza y aprendizaje: - Al inicio (inicial). - Durante todo el proceso (formativa). - Al final (sumativa).	Adaptación de las actividades de enseñanza y aprendizaje: - Proporcionar ayudas en el momento que se detectan los problemas. - Plantear actividades de refuerzo o ampliación, según el grado de consecución de los objetivos. - Reorientar la planificación de las secuencias de aprendizaje.
Acreditativa	Dar cuenta del logro de los objetivos propuestos.	Resultados globales de los alumnos, en relación con un conjunto de objetivos, al final de determinado periodo de formación.	Al final del ciclo y de cada curso (sumativa-acreditativa).	Acreditación de los resultados obtenidos: - Calificación - Promoción (o no) - Titulación (o no) - Consejo orientador 8al final de la etapa)

Ilustración 39 // tabla de contenidos de funciones y características de la evaluación educativa

Basados en el cuadro anterior, ahora podemos canalizar los puntos anteriores de esta investigación, donde se involucran los medios sociales, funcionales y académicos dentro de la formación de los estudiantes.

La integración de otros puntos más allá de los académicos puede generar en el estudiantado una formación profesional integral, que es una de las bases o efectos de distinción que caracterizan a la UNAM y sus egresados.

Las evaluaciones por otra parte no tienen un formato único dentro de la UNAM, debido a la libertad que poseen los docentes en libertad de catedra, haciendo menos accesible el hecho de integrar un método sistémico, pero propiciando las bases por las que esta investigación busca mejorar. Por parte de las áreas físico-matemáticas y las ingenierías, por lo que, a través del siguiente cuadro se presentan las características de los tipos de evaluación y sus objetivos:



Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. – Constructivismo y evaluación educativa- Figura 8.1 Mapa conceptual de los tipos de evaluación

Ilustración 40 // Diagrama de estrategias docentes para un aprendizaje significativo

Una vez conciliados los tipos de evaluación a los que los docentes tienen acceso, ellos podrán generar las evaluaciones pertinentes para garantizar la correcta expresión en el aprendizaje de sus respectivos grupos, de forma indirecta esta labor ya está parcialmente ejecutada, gracias a la metodología IMPROVE que incluye no solo una parte de evaluaciones, también incluye la autoevaluación de los alumnos y la integración del conocimiento aprendido para garantizar el aprendizaje basados en el sistema de problemas CUN.

La evaluación formadora

La finalidad tanto de esta investigación y las propuestas que genera están basadas en las problemáticas presentes en las generaciones que ingresan a la carrera de ingeniería.

Como se ha comentado en capítulos anteriores la problemática presente en esta carrera son los altos índices de reprobación y la gran tasa de deserción de la carrera dentro de los primeros años formativos. Se han identificado algunas de las problemáticas que propician o pueden ser bases de estas problemáticas.

A continuación se explicara como a través de las evaluaciones se puede propiciar para que el estudiante no buscar solo acreditar un curso más si no el reflexionar que en el correcto uso de los conocimientos que adquiere durante las clases, su formación profesional se beneficiara en su totalidad.

Basados en el pensamiento anterior podemos mencionar la importancia de la autoevaluación dentro de los criterios de evaluación docente, donde el aprendizaje del conocimiento nuevo puede adquirir un nuevo punto de partida, más allá del aprendizaje tradicional docente – estudiante, por lo que de ejecutarse correctamente en el sistema IMPROVE con las aplicaciones de problemas CUN gran parte de los problemas planteados con anterioridad tendrían una solución que beneficiaría a todas las partes involucras, de forma institucional (UNAM), académica y estudiantil.

A través del siguiente diagrama que expresa lo planteado con anterioridad que comprende la autorregulación de los aprendizajes.

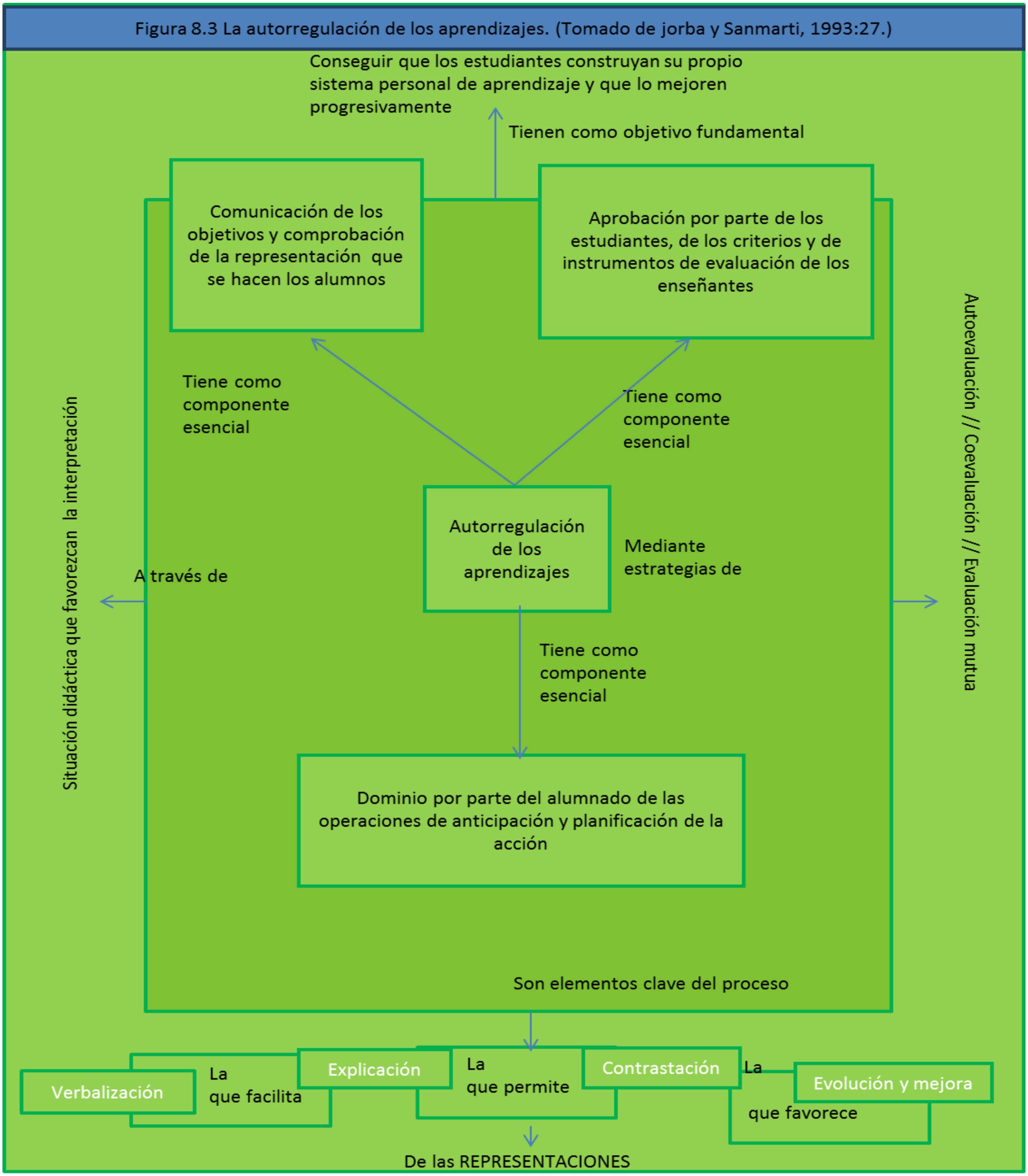


Ilustración 41 // La auto regulación de los aprendizajes

La importancia de la autoevaluación y evaluación mutua en la evaluación formadora

La autoevaluación no es un rasgo característico de forma voluntaria en los estudiantes, sin importar su grado o disciplina, esto es debido a que la formación académica, como se mencionó en puntos anteriores, solo busca que el estudiante aprenda a obtener la recompensa de su actividad, esto en el aspecto académico puede entenderse como la acreditación de una materia.

Este rasgo puede ser corregido si el estudiante adquiere conciencia de la importancia de la verdadera recompensa que es su desarrollo cognitivo y la habilidad de relación para obtener soluciones de acuerdo a su disciplina.

"La autoevaluación: que es la evaluación del alumno acerca de sus propias producciones"

Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. – Constructivismo y evaluación educativa-Evaluación formadora

Basados en este pensamiento la autoevaluación comprende entonces que uno de los resultados de la correcta instauración y desarrollo del sistema IMPROVE a través del aprendizaje con problemas CUN desarrollará en los estudiantes un hecho que los identificarse como profesionistas de alto nivel, a través de su propia evaluación y constante búsqueda de mejoramiento tanto cognitivo como profesional.

"Corregir los errores de los alumnos para que ellos aprendan a autocorregirlos"

Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. – Constructivismo y evaluación educativa-Evaluación formadora

Por otra parte, el desempeño de los ingenieros en el ámbito como se mencionó, es una labor grupal, o en su mayoría conformados por un departamento donde los análisis y planteamientos se llevan a cabo por equipos de ingenieros, es aquí donde toma relevancia el siguiente punto de evaluación mutua.

"La evaluación mutua: que se refiere a las evaluaciones de un alumno (o un grupo de alumnos) que pueden hacerse sobre las producciones de otro alumno (o grupos de alumnos)."

Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Frida Díaz Barriga Arceo, Gerardo Hernández Rojas, tercera edición, Mc Graw Hill. – Constructivismo y evaluación educativa-Evaluación formadora

Este comportamiento puede fomentarse dentro de la formación académica, incluyéndose en las actividades o herramientas didactas, por ejemplo, en el uso colectivo de softwares para la búsqueda de la solución de un problema específico con fines académicos.

Aunque es más común durante las clases, donde los estudiantes al enfrentarse a un nuevo tema de aprendizaje, de no poder comprender de una forma clara al docente, la consultoría con sus propios compañeros puede llevarlos a la comprensión total del tema en cuestión.

UNAM

FES

Aragón

Trabajos citados

(s.f.).

blog.ei-indian. (s.f.). *Complex, Unfamiliar and non routine problem solving*. Recuperado el 5 de Diciembre de 2015, de http://blog.ei-india.com/2015/03/complex-unfamiliar-and-non-routine-problem-solving/

Carlos Armando Cuevas Vallejo, M. M. (s.f.). *Promoviendo el pensamiento funcionalk en la enseñanza del cálculo.* Recuperado el 8 de Diciembre de 2015, de Un experimento con el uso de tecnologías digitales y sus resultados: https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales_didactique/vol_17/adsc17-2012_006.pdf

Complex Unfamiliar and Non routine problem. (s.f.). Recuperado el 10 de Noviembre de 2015, de http://blog.ei-india.com/2015/03/complex-unfamiliar-and-non-routine-problem-solving/

CONAMAT. (2013). Guia práctica para el examen de ingreso a la Universidad. En A. M. Montañez Colín Ana Luisa, *Guia práctica para el examen de ingreso a la Universidad,Conceptos básicos y ejercicios resueltos, Segunda edición* (pág. 1024). México: PEARSON EDUCACIÓN.

Escalante Lago, A., & González Zúñiga, J. F. (2016). *Ingeniería Industrial. Métodos y tiempos con manufactura ágil.* México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.

Florina Gatica-Lara, 1. T.-B. (17 de Septiembre de 2012). *¿Cómo elaborar una rúbrica?* Recuperado el 29 de Diciembre de 2015, de http://riem.facmed.unam.mx/sites/all/archivos/V2Num01/10_PEM_GATICA.PDF

Gestiopolis. (s.f.). *Gestiopolis*. Recuperado el 22 de Noviembre de 2015, de Triz o la teoria de los problemas inventivos: http://www.gestiopolis.com/triz-o-la-teoria-de-resolucion-de-los-problemas-inventivos/

Gortari, E. d. (1965). *LÓGICA GENERAL.* México, D.F.: EDITORIAL GRIJALBO.

Gortari, E. d. (1969). *INICIACIÓN A LA LÓGICA.* México, D.F.: EDITORIAL GRIJALBO, S.A.

K., P. (25 de Marzo de 2015). *Educational Initiatives Blog*. Recuperado el 15 de Noviembre de 2015, de COMPLEX, UNFAMILIAR AND NON-ROUTINE PROBLEM SOLVING: http://blog.ei-india.com/2015/03/complex-unfamiliar-and-non-routine-problem-solving/

Leithold, L. (1998). *Càlculo para ciencias administrativas, biològicas y sociales.* Mèxico, D.F.: Oxford University Press Mèxico, S.A. de C.V.

Miller, C. D. (2006). *Matemàtica: razonamiento y aplicaciones.* Naucalpan de Juàrez, Edo. de Mèxico: Pearson Educaciòn de Mèxico, S.A. de C.V.

Ministerio de ciencia, tecnologia y telecomunicaciones. (s.f.). *Metodo Scamper.* Recuperado el 22 de Febrero de 2016, de Como generar ideas: http://www.innovacion.cr/sites/default/files/article/adjuntos/herramientas_practicas_para_innovacion_1.0_scamper_1.pdf

Oscar, I. (26 de Noviembre de 2007). *Gestiopolis.* Recuperado el 23 de Febrero de 2016, de http://www.gestiopolis.com/triz-o-la-teoria-de-resolucion-de-los-problemas-inventivos/

SACE.SA. (s.f.). *Routine and complex calculations*. Recuperado el 22 de Noviembre de 2015, de http://www.sace.sa.edu.au/subjects/stage-1/mathematics/mathematics

Swokowski, E. W. (1982). *Càlculo con geometrìa analìtica.* Belmont, California: Grupo Editorial Iberoamèrica.

UNAM. (s.f.). Recuperado el 10 de Noviembre de 2015, de http://www.ingenieria.unam.mx/~revistafi/ejemplares/V15N2/V15N2_art12.pdf

UNAM. (2014). Consideraciones para la mejora de la educación matemática en la UNAM. En H. B. José Luis Abreu León, *Consideraciones para la mejora de la educación matemática en la UNAM, Seminario Universitario para la mejora de la educación matematica en la UNAM(SUMEM)* (pág. 136). México, Distrito Federal: Comité Editorial de la Secretaria de Desarrollo Institucional de la UNAM.

UNAM//Lógica y abstracción en la formación de ingenieros. (abril-junio de 2014). *Lógica y abstracción en la formación de ingenieros: una relación necesaria*. Recuperado el 3 de Noviembre de 2015, de http://www.ingenieria.unam.mx/~revistafi/ejemplares/V15N2/V15N2_art12.pdf

Bibliografía

(s.f.).

blog.ei-indian. (s.f.). *Complex, Unfamiliar and non routine problem solving*. Recuperado el 5 de Diciembre de 2015, de http://blog.ei-india.com/2015/03/complex-unfamiliar-and-non-routine-problem-solving/

Carlos Armando Cuevas Vallejo, M. M. (s.f.). *Promoviendo el pensamiento funcionalk en la enseñanza del cálculo.* Recuperado el 8 de Diciembre de 2015, de Un experimento con el uso de tecnologías digitales y sus resultados: https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales_didactique/vol_17/adsc17-2012_006.pdf

Complex Unfamiliar and Non routine problem. (s.f.). Recuperado el 10 de Noviembre de 2015, de http://blog.ei-india.com/2015/03/complex-unfamiliar-and-non-routine-problem-solving/

CONAMAT. (2013). Guia práctica para el examen de ingreso a la Universidad. En A. M. Montañez Colín Ana Luisa, *Guia práctica para el examen de ingreso a la Universidad,Conceptos básicos y ejercicios resueltos, Segunda edición* (pág. 1024). México: PEARSON EDUCACIÓN.

Escalante Lago, A., & González Zúñiga, J. F. (2016). *Ingeniería Industrial. Métodos y tiempos con manufactura ágil.* México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.

Florina Gatica-Lara, 1. T.-B. (17 de Septiembre de 2012). *¿Cómo elaborar una rúbrica?* Recuperado el 29 de Diciembre de 2015, de http://riem.facmed.unam.mx/sites/all/archivos/V2Num01/10_PEM_GATICA.PDF

Gestiopolis. (s.f.). *Gestiopolis*. Recuperado el 22 de Noviembre de 2015, de Triz o la teoria de los problemas inventivos: http://www.gestiopolis.com/triz-o-la-teoria-de-resolucion-de-los-problemas-inventivos/

Gortari, E. d. (1965). *LÓGICA GENERAL.* México, D.F.: EDITORIAL GRIJALBO.

Gortari, E. d. (1969). *INICIACIÓN A LA LÓGICA.* México, D.F.: EDITORIAL GRIJALBO, S.A.

K., P. (25 de Marzo de 2015). *Educational Initiatives Blog*. Recuperado el 15 de Noviembre de 2015, de COMPLEX, UNFAMILIAR AND NON-ROUTINE PROBLEM SOLVING: http://blog.ei-india.com/2015/03/complex-unfamiliar-and-non-routine-problem-solving/

Leithold, L. (1998). *Càlculo para ciencias administrativas, biològicas y sociales.* Mèxico, D.F.: Oxford University Press Mèxico, S.A. de C.V.

Miller, C. D. (2006). *Matemàtica: razonamiento y aplicaciones.* Naucalpan de Juàrez, Edo. de Mèxico: Pearson Educaciòn de Mèxico, S.A. de C.V.

Ministerio de ciencia, tecnologia y telecomunicaciones. (s.f.). *Metodo Scamper.* Recuperado el 22 de Febrero de 2016, de Como generar ideas: http://www.innovacion.cr/sites/default/files/article/adjuntos/herramientas_practicas_para_innovacion_1.0_scamper_1.pdf

Oscar, I. (26 de Noviembre de 2007). *Gestiopolis.* Recuperado el 23 de Febrero de 2016, de http://www.gestiopolis.com/triz-o-la-teoria-de-resolucion-de-los-problemas-inventivos/

SACE.SA. (s.f.). *Routine and complex calculations*. Recuperado el 22 de Noviembre de 2015, de http://www.sace.sa.edu.au/subjects/stage-1/mathematics/mathematics

Swokowski, E. W. (1982). *Càlculo con geometrìa analìtica.* Belmont, California: Grupo Editorial Iberoamèrica.

UNAM. (s.f.). Recuperado el 10 de Noviembre de 2015, de http://www.ingenieria.unam.mx/~revistafi/ejemplares/V15N2/V15N2_art12.pdf

UNAM. (2014). Consideraciones para la mejora de la educación matemática en la UNAM. En H. B. José Luis Abreu León, *Consideraciones para la mejora de la educación matemática en la UNAM, Seminario Universitario para la mejora de la educación matematica en la UNAM(SUMEM)* (pág. 136). México, Distrito Federal: Comité Editorial de la Secretaria de Desarrollo Institucional de la UNAM.

UNAM//Lógica y abstracción en la formación de ingenieros. (abril-junio de 2014). *Lógica y abstracción en la formación de ingenieros: una relación necesaria*. Recuperado el 3 de Noviembre de 2015, de http://www.ingenieria.unam.mx/~revistafi/ejemplares/V15N2/V15N2_art12.pdf