



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESTUDIO DE LA DISPERSIÓN DEL DERRAME
PETROLERO PROVOCADO POR EL ACCIDENTE EN
LA PLATAFORMA USUMACINTA**

T E S I S

**PARA OBTENER EL GRADO DE:
INGENIERA GEOFÍSICA**

P R E S E N T A

MIRIAM ARIANNA ZARZA ALVARADO

DIRECTOR DE TESIS: DR. JORGE ZAVALA HIDALGO



CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., NOVIEMBRE 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Abstract

On October 23rd, 2007, a cold front at México's Gulf was the reason of the accident on the Usumacinta Marine Platform that caused the death of 22 workers, and it generated a huge environment impact on the zone, due to an oil spill of approximately 422 barrels daily for a month.

This work analyzes the trajectory and destination that the spilled fluid followed. With the use of a langrangian model simulates the advection of the fluid due to existent currents in that media and the dispersion or the turbulent diffusion.

In the carry away of the oil simulation, several processes of physical, biological, chemical nature occur to non conservative substances. These processes are computed through the methodology presented on the work entitled "Oil Budget Calculator (2010)" modified by considering the conditions of the spill at the Usumacinta Marine Platform.

The langrangian model was programmed on the MatlabTM software. In order to simulate the sea currents, the Navy Coastal Ocean Model (NCOM) was used, forced with a Weather Research and Forecasting (WRF) simulation. These simulations were computed at the Atmosphere Sciences Center of UNAM.

The results show the damage on 23 km of beach zones that include both (eastern and western) borders of the Usumacinta River. Also, in terms of wind and current, it was possible to obtain the path that of the oil slick.

Resumen

El accidente en la Plataforma Marina Usumacinta del 23 de Octubre del 2007 ocasionado por un frente frío tuvo como consecuencia el deceso de 22 personas e impacto al medio ambiente por la ocurrencia de un derrame de petróleo. El vertido se estimó en 422 barriles derramados diarios durante aproximadamente un mes.

En este estudio se analiza la trayectoria y destino del petróleo derramado en este accidente. Con un modelo lagrangiano se simula la advección del petróleo por las corrientes existentes en el medio y la dispersión o difusión turbulenta.

En la simulación del transporte del derrame se introducen procesos de transformación física, química o biológica que afectan a sustancias no conservativas. Estos procesos se calculan siguiendo las ecuaciones del trabajo Oil Budget Calculator (2010), pero considerando las condiciones del derrame ocurrido en la Plataforma Marina Usumacinta.

La programación del modelo lagrangiano se realizó en MatlabTM. Para simular las corrientes se usó el modelo numérico Navy Coastal Ocean Model (NCOM) forzado con vientos de una simulación del Weather Research an Forecasting (WRF). Estas simulaciones se llevaron a cabo en el Centro de Ciencias de la Atmósfera de la UNAM.

Los resultados muestran una afectación de 23 km en zonas de playa que incluyen el lado oriental y occidental del Río Usumacinta. También, se obtuvo la trayectoria de la mancha de petróleo como función del viento y la corriente.

CONTENIDO

Resumen

Índice de Figuras

Índice de Tablas

Introducción	1
I. Golfo de México y Plataforma Marina Usumacinta	3
I-1 Golfo de México	3
I-1.1 Ubicación geográfica del Golfo de México	3
I-1.2 Características del Golfo de México.....	3
I-2 Plataforma Marina Usumacinta	6
I-2.1 Características de la Plataforma Usumacinta.....	6
I-2.2 Cronología y secuencia del vertido.....	9
I-2.3 Características del vertido.....	10
I-2.4 Características del petróleo	11
I-3 Destino del petróleo	13
I-4 Transporte del petróleo	19

II. Modelo matemático para el transporte y concentración de un soluto	20
II-1 Física microscópica y macroscópica	20
II-2 Cinemática de sistemas continuos	21
II-3 Ecuaciones generales para el transporte de un soluto en un fluido libre	24
II-4 Procesos de transporte	25
II-4.1 Advección.....	26
II-4.2 Difusión	26
II-5 Dependencia del tiempo	29
II-6 Método de Runge – Kutta.....	31
II-7 Distribución Normal.....	34
II-8 Procesos de transformación del petróleo	36
III. Modelos numéricos NCOM y WRF	40
III-1 Modelo numérico de circulación oceánica NCOM.....	40
III-1.1 Características del modelo NCOM Versión 1.0.....	40
III-1.2 Descripción de la física del modelo	43
III-2 Modelo numérico de circulación atmosférica WRF	46
III-2.1 Características del modelo WRF Versión 3.0	46
IV. Metodología y datos	49
V. Resultados y conclusiones	54
Bibliografía.....	60
Anexos	

Índice de Figuras

Figura I-1. Representación de la batimetría del GoM (Morey et al., 2001)	4
Figura I-2. Representación de las corrientes superficiales del GoM generadas con el modelo NCOM e isobatas de 50 m, 200 m, 500 m y 1000 m (Morey et al., 2003a)	5
Figura I-3. Ubicación de la Plataforma Marina Usumacinta (Battelle, 2008).....	7
Figura I-4. Vista frontal de la Plataforma Usumacinta, exponiendo los pozos Kab–101, Kab – 121 y Kab – 103 (PEMEX, 2007).....	7
Figura I-5. Envejecimiento del petróleo en la superficie del mar con su correspondiente escala de tiempo (NOAA, 2002)	13
Figura I-6. Procesos físico – químicos de corto plazo para un derrame profundo (Oil Budget Calculator, 2010)	14
Figura I-7. Trayectoria del petróleo en forma de una suma vectorial de la corriente superficial, dispersión, difusión y deriva por viento (NOAA, 2002)	19
Figura II-1. Representación de una partícula en función de la posición	22
Figura II-2. Representación gráfica del método de Runge – Kutta	34
Figura II-3. La distribución Normal	35
Figura III-1. Corrientes superficiales en el GoM generadas con el modelo numérico NCOM. Se representan con flechas negras las corrientes y de fondo la magnitud de las corrientes	45
Figura III-2. Representación del campo de viento generado con el modelo numérico WRF	48

Figura IV-1. Delimitación de la región de estudio (color rojo) y resolución, $\Delta x = \Delta y = 0.05^\circ$	51
Figura IV-2. Advección y dispersión de partículas en la región, Plataforma Usumacinta en rojo.....	52
Figura IV-3. Secuencia del volumen/hora de decaimiento para 2.796 m ³ /hora (PEMEX), el cual tiende a ser despreciable después de 15 horas iniciado el ciclo; b) volumen de la primera y segunda hora c) visualización de las 3 primeras horas después de iniciar el ciclo	53
Figura V-1. (Izquierda) Distribución espacial de la mancha. Se observa la llegada del petróleo a la costa el 23 de Octubre de 2007 a las 20:00 hrs. (Derecha) Representación de la estimación, en porcentaje, del destino de petróleo para la misma fecha	55
Figura V-2. Mapa espacial y respuesta estimada del destino de petróleo correspondiente al 24 de Octubre a las 07:00 hrs	55
Figura V-3. Distribución espacial del petróleo el 28 de Octubre a las 15:00 hrs.....	56
Figura V-4. Distribución espacial del destino del petróleo para el 29 de Octubre a las 20:00 hrs, 30 de Octubre a las 17:00 hrs y 31 de Noviembre a las 21:00 hrs	57
Figura V-5. Región costera afectada por el derrame, en rojo la zona afectada según los resultados de este estudio y de amarillo el área reportada por PEMEX.....	58

Índice de Tablas

Tabla 1. Tipo de aceite en base a su densidad y grados API. Tomada de la página web del IMP (http://www.imp.mx/petroleo/?imp=tipos)	11
Tabla 2. Tipo de aceite con base en la clasificación de las mezclas de aceite y grados API. Tomada de la página web del IMP (http://www.imp.mx/petroleo/?imp=tipos)	12
Tabla 3. Escalas temporales de los procesos de envejecimiento (NOAA, 2002).....	18
Tabla 4. Consideraciones del análisis del destino del petróleo derramado en Octubre de 2007	38
Tabla 5. Características de NCOM tomando en cuenta a los modelos POM y SZM (Manual NCOM, 2000).....	42

INTRODUCCIÓN

El accidente ocurrido en la Plataforma Marina Usumacinta el 23 de Octubre del 2007 en el Golfo de México (GoM) tuvo un impacto importante en la economía y el medio ambiente. El acontecimiento se asoció a un evento meteorológico severo provocando el deceso de 22 personas, daños a la infraestructura, impacto ambiental en playas cercanas y pérdidas millonarias a PEMEX.

Estudios realizados por PEMEX y Battelle en días siguientes al accidente consideraron que el accidente en la Plataforma Marina Usumacinta se debió a la suma de varios factores pero se le da prioridad al Frente Frío No. 4.

Asociado al accidente de la Plataforma Marina Usumacinta ocurrió un derrame de petróleo, por lo que se decidió estudiar mediante simulaciones numéricas la trayectoria y envejecimiento del petróleo.

En este estudio se utilizan el Navy Coastal Ocean Model (NCOM) y el Weather Research and Forecasting (WRF); estos modelos son capaces de simular la hidrodinámica del GoM y las condiciones meteorológicas.

Los procesos de evaporación, disolución, emulsificación, biodegradación, foto-oxidación y sedimentación son algunos de los más importantes que caracterizan la transformación del petróleo y nos permiten comprender su destino. Para el análisis de estos procesos me ayude de las ecuaciones del trabajo Oil Budget Calculator (2010) que se basa en las estimaciones científicas para determinar el destino del hidrocarburo derramado.

Parte del planteamiento del problema es considerar la ubicación del vertido, localizado en la posición geográfica de la Plataforma Usumacinta, perteneciente a Petróleos Mexicanos (PEMEX); situada al sur del Golfo de México, a 18 km de Frontera, Tabasco. Las coordenadas de la plataforma nos permiten colocar el origen del derrame e iniciar el ciclo para observar la evolución de la mancha de petróleo y sus diferentes fases a partir de las secuencias de datos en un intervalo de tiempo.

Para simular la trayectoria del petróleo a partir de partículas se implementó un modelo lagrangiano en MatlabTM.

La tesis consta de cinco capítulos; en el capítulo I se presenta una descripción del Golfo de México, la Plataforma Usumacinta y los procesos que determinan el destino y trayectoria del petróleo. En el capítulo II se describe la formulación matemática de la advección, difusión y concentración del petróleo sobre un fluido libre. También se describen el método Runge-Kutta y la distribución normal. En el capítulo III se describen los modelos numéricos NCOM y WRF. La descripción de la metodología y de los datos empleados se ven en el capítulo IV; y los resultados y conclusiones en el capítulo V.

I.

GOLFO DE MÉXICO Y PLATAFORMA MARINAUSUMACINTA

I-1 Golfo de México

El Golfo de México (GoM) es uno de los mares más dinámicos del Globo Terráqueo por la presencia de la Corriente de Lazo, que es considerada como su principal fuente de movimiento. Esta corriente genera, grandes remolinos anticiclónicos. Además, el GoM es afectado por el esfuerzo del viento e importantes flujos de calor (Zavala-Hidalgo, et al., 2002). Además, se ha identificado que la dinámica de las aguas someras son relativamente independientes de las aguas profundas (Zavala-Hidalgo, et al., 2003).

I-1.1 Ubicación geográfica del Golfo de México

El Golfo de México se localiza al este de la República Mexicana y al sureste del Territorio Estadounidense, además al este se comunica con el Océano Atlántico a través del Estrecho de Florida, al sureste con el Mar Caribe a través del Canal de Yucatán; tiene una extensión de $1.5 \times 10^6 \text{ km}^2$ (Zavala-Hidalgo, et al., 2002a) y se localiza entre $15.55^\circ \text{ N} - 80.60^\circ \text{ W}$ y $31.50^\circ \text{ N} - 98^\circ \text{ W}$ aproximadamente.

I-1.2 Características del Golfo de México

El GoM es un mar semicerrado y tiene extensas plataformas continentales en donde las profundidades son menores de 200 m. Las plataformas más extensas son las que se encuentra al norte de la Península de Yucatán, al oeste de la Península de Florida y al sur de los estados de Texas y Luisiana (Zavala-Hidalgo et al., 2002b). En la figura I-1 se pueden observar las plataformas del GoM.

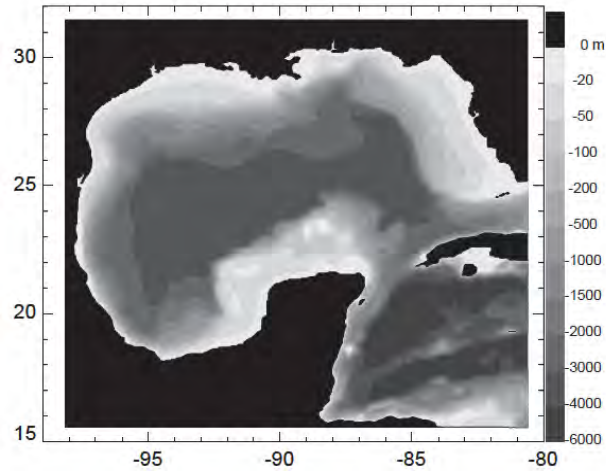


Figure I-1. Representación de la batimetría del GoM (Morey et al., 2001).

La dinámica del GoM está determinada principalmente por la corriente de Yucatán que llega a través del Canal de Yucatán, alcanzando velocidades de hasta 2 m/s, esta corriente penetra hacia el norte cambiando su nombre a Corriente de Lazo.

La Corriente de Lazo (CL) se desplaza desde el Mar Caribe hacia el norte del GoM, gira hacia el este y sur, posteriormente sale al Océano Atlántico por el Estrecho de Florida y se incorpora a la Corriente del Golfo. En el trayecto, los remolinos que se separan de la Corriente de Lazo se dirigen al oeste hasta alcanzar la plataforma de Tamaulipas. Los remolinos son grandes anticiclones que tienen alrededor de 250 km de diámetro y 800 m de profundidad (Zavala-Hidalgo et al., 2006), una de estas representaciones se pueden apreciar en la figura I-2.

Parte de la importancia de la CL radica en los anillos anticiclónicos que se desprenden de ella. Éstos transportan calor, agua, nutrientes, energía y generan movimiento en zonas remotas.

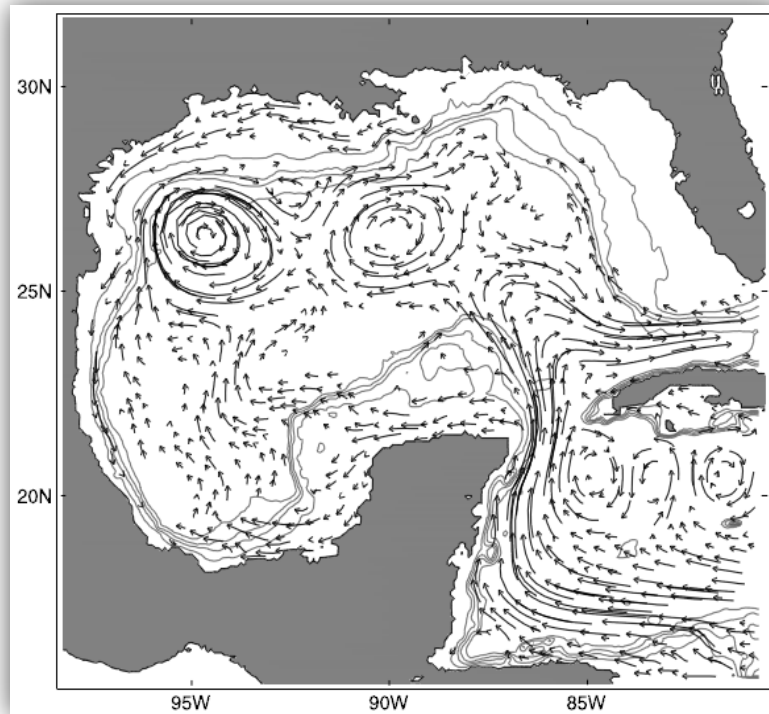


Figura I-2. Representación de las corrientes superficiales del GoM generadas con el modelo NCOM e isobaras de 50 m, 200 m, 500 m y 1000 m. (Morey, et al., 2003a).

La circulación sobre la plataforma oeste del GoM es predominante hacia el norte durante la época de primavera-verano (a partir de marzo – abril) al norte de los 27°N, se mantiene así hasta principios de septiembre y después se invierte, alcanzando velocidades de 50 cm/s, y un transporte entre la costa y la isobata de 50 m de entre 0.1 a 0.5 Sv ($Sv=10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$).

Los vientos sobre la superficie del GoM se caracterizan por ser del sureste durante el verano, y del noreste o del norte durante el otoño-invierno cuando hay presencia de frentes fríos (Morey et al., 2003a).

I-2 Plataforma Marina Usumacinta

Instituciones gubernamentales y no gubernamentales tienen el interés de conocer, comprender y modelar la trayectoria del petróleo una vez vertido en el mar. El movimiento y el comportamiento del derrame en el mar tienen una complejidad por involucrar la interacción de numerosos procesos físico – químicos.

Un caso de especial interés es el ocurrido en la Sonda de Campeche el 23 de Octubre del 2007 en la Plataforma Usumacinta, localizada en el Sur del Golfo de México, frente a la costa de Tabasco.

I-2.1 Características de la Plataforma Usumacinta

Algunas características de la plataforma Usumacinta obtenidas de los trabajos de Contingencia – Kab 101 de Pemex y el Resumen de los resultados del informe Battelle de la Plataforma Usumacinta, KAB 101, presentado en Octubre-Noviembre de 2007 son:

- El campo fue descubierto en 1994 con el pozo 101, a 6000 m de profundidad bajo el suelo marino.
- La Plataforma Usumacinta, Kab – 101, se encontraba a 65 km del puerto de Dos Bocas, Tabasco y a 94 km de Ciudad de Carmen, Campeche (Figura I-3), de coordenadas geográficas 18°48'41"N 92°42'26"W.

Figura I-3. Ubicación de la Plataforma Usumacinta (Battelle, 2008).



- Se encontraba en una zona con un tirante de agua de 30 m aproximadamente.
- Contaba con tres pozos: Kab – 101, Kab – 121 y Kab – 103. El último se encontraba en proceso de completar su perforación.



Figura I-4. Vista frontal de la Plataforma Usumacinta, exponiendo los pozos Kab-101, Kab – 121 y Kab – 103 (PEMEX, 2007).

Lo ocurrido en la Plataforma Marina Usumacinta tuvo mucho impacto en medios de comunicación y en la sociedad en general, esto se debió al deceso de 22 trabajadores, a importantes daños a la infraestructura y al impacto ambiental por su proximidad a la costa de Tabasco. Por tal motivo, el lunes 31 de Octubre del 2007, el entonces Director General de Pemex, Dr. Jesús Reyes Heróles comunicó a la prensa sobre tres investigaciones para identificar la causa del accidente. Los resultados de dichas investigaciones se encuentran en la página de Internet de Pemex (www.pemex.com).

A continuación se especifican las particularidades de algunas investigaciones realizadas.

- Investigación Interna: Encabezado por el Instituto Battelle y coordinado por Pemex Corporativo.
- Coordinación de las Investigaciones Externas: A cargo de varias Secretarías; algunas de ellas son: Secretaría del Trabajo y Previsión Social (STPS), Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT), Secretaría de Energía (SE), Secretaría de Marina (SEMAR), entre otros.
- Comisión Especial Independiente (CEI): Encabezado por el Dr. José Mario Molina y 9 miembros más de prestigio profesional, pertenecientes a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Instituto Politécnico Nacional (IPN) e Instituto Mexicano del Petróleo (IMP).

El informe formulado por la CEI (2008), tuvo la participación del Dr. Miguel Ángel Alatorre Mendieta, Investigador del Instituto de Ciencias y Limnología, Dr. Víctor O. Magaña Rueda, Investigador del Centro de Ciencias de la Atmósfera y el Dr. Luis Arturo Rivas Tovar, Investigador del Instituto de Geofísica, UNAM.

I-2.2 Cronología y secuencia del vertido

El documento de la CEI destaca los siguientes hechos; la Plataforma Usumacinta presentó un movimiento vertical y horizontal por los efectos del frente frío No. 4 que afectaron al GoM con olas de 6 a 8 m y vientos de hasta 130 km/hr (PEMEX), lo que provocó que la cubierta auxiliar (debajo del cantilever¹) golpeará el árbol de válvulas del pozo 121 ocasionando su desprendimiento.

El frente No. 4 se presentó el 23 de Octubre de 2007. La alta presión proveniente del norte y la vaguada² provocaron vientos intensos, fuerte oleaje y precipitaciones en los estados de Veracruz, Tabasco, Chiapas y Campeche sobre las zonas costeras. Posteriormente una gran masa de aire tropical provenía del Mar Caribe dirigiéndose al oeste de la República, mientras que otro frente de alta presión entraba al norte del país, esto provocó una nueva intensificación de vientos convirtiéndose en Norte en la costa sur del Golfo de México (López-Méndez, 2009).

Algunas de las conclusiones de la CEI es que la calidad de los pronósticos meteorológicos era inadecuada ante una acción de respuesta rápida por parte del personal aun cuando hay procedimientos para huracanes.

Con respecto a la secuencia de los eventos los informes de PEMEX, Battelle y CEI son consistentes; la Plataforma se preparaba para terminar de perforar el pozo Kab – 103 el 23 de Octubre cuando se presentó el Frente frío No. 4 provocando movimientos oscilatorios, a las 11:30 hrs el cantiliver golpeó la parte superior del árbol de válvulas del pozo Kab – 121 ocasionando la primera fuga de hidrocarburo. Posteriormente el personal autorizado cerró las válvulas de seguridad sub-superficiales de los pozos Kab – 121 y Kab – 101

¹ Cantiliver. Extensión de la plataforma auto-elevable que sostiene a la torre y piso de perforación; ubicado sobre el pozo o pozos a intervenir.

² Vaguada. Zona inestable donde el aire, más húmedo y cálido que en las zonas anticiclónicas vecinas, se ve obligado a ascender, ya que los anticiclones se introducen a nivel del suelo como una cuña a cada lado de la propia vaguada por tener una menor temperatura y mayor densidad.

controlando la fuga temporalmente, y de las 14:30 – 15:30 hrs se ordena la evacuación total de la Plataforma.

I-2.3 Características del vertido

En días posteriores al evento, Pemex Exploración y Producción comunicó que se tuvo la visualización de cordones discontinuos de hidrocarburo, con un ancho aproximado de 10 m por 9-12 kilómetros de longitud y dos milímetros de espesor (Jornada, 27 de Octubre 2007).

Por parte de la CRONICA.com.mx, el 30 de Octubre de 2007 Rafael Elvira Quesada, titular de la Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat), reconoció la problemática de un derrame petrolero permanente, constante y acumulable por las condiciones climatológicas, además informó que existió en esas fechas impacto en las playas cercanas.

PEMEX estimó una fuga de hidrocarburos de aproximadamente 422 barriles diarios, donde el 20% de éste ascendió a la atmosfera por combustión completa y un 40% se evaporó, en este caso por ser un petróleo ligero (www.pemex.com). El evento afectó 10 km de playa al sureste de la desembocadura del Río Grijalva, y se recuperaron 500 toneladas de arena que contenían cerca de 394 barriles de crudo. Además, en el mar se estimó una recolección de 4 mil 694 barriles de petróleo.

I-2.4 Características del Petróleo

El petróleo se constituye por hidrocarburos, en su forma líquida, sólida y gaseosa, teniendo: punto de ebullición, densidad, viscosidad, entre otras propiedades. El hidrógeno y el carbono son los elementos más abundantes en el petróleo, llegando a ser del 98%. Como elementos complementarios tiene oxígeno, azufre, nitrógeno, arsénico, vanadio, níquel, entre otros.

Para clasificar un crudo de petróleo se hace referencia a su peso específico, expresado en una escala normalizada por el Instituto Estadounidense del Petróleo (API. American Petroleum Institute), llamada densidad API o grados API (Tabla 1). La relación entre los pesos de volumen del agua y el hidrocarburo, está dada por:

$$API = \frac{141.5}{Pe(a\ 60\ F\ y\ 1\ atm)} - 131.5 \quad (1)$$

$$Pe(60\ F, 1atm) = \frac{\rho_{oil}}{\rho_{H_2O}} \quad (2)$$

Los valores altos en °API corresponden a pesos específicos (Pe) bajos y viceversa.

Tabla 1. Tipo de aceite en base a su densidad y grados API. Tomada de la página web del IMP (<http://www.imp.mx/petroleo/?imp=tipos>).

Clasificación del aceite de acuerdo a su densidad		
Aceite	Densidad (<i>gr/cm</i>³)	Densidad en grados API
Aceite crudo extrapesado	> 1.0	10.0
Aceite crudo pesado	1.0 – 0.92	10.0 – 22.3
Aceite crudo mediano	0.92 – 0.87	22.3 – 31.1
Aceite crudo ligero	0.87 – 0.83	31.1 – 38.99
Aceite crudo superligero	<0.83	>39.0

Para propósitos comerciales y asegurar un mejor valor económico a los hidrocarburos mexicanos, los aceites crudos vendidos nacional e internacionalmente son, en general, mezclas de aceites de diferentes densidades (Tabla 2).

Tabla 2. Tipo de aceite con base en la clasificación y grados API. Tomada de la página web del IMP (<http://www.imp.mx/petroleo/?imp=tipos>).

Clasificación de las mezclas de aceite		
Tipo de aceite	Clasificación	Densidad en grados API
Maya	Pesado	22
Itsmo	Ligero	32
Olmeca	Superligero	39

Tomando en cuenta la Tabla 1, el petróleo de la Plataforma Usumacinta es de 36° API, lo que lo hace un crudo ligero. Además, el campo tiene la presencia de ácido sulfhídrico.

La producción de los pozos Kab – 101 y Kab – 121, en conjunto era de 5 mil 700 barriles diarios de petróleo crudo y 700 mil pies cúbicos de gas natural (www.pemex.com).

I-3 Destino del Petróleo

El envejecimiento del petróleo es el concepto que define la interacción colectiva de los procesos de evaporación, emulsificación, foto-oxidación, adsorción, dispersión, disolución y biodegradación en la columna de agua y la superficie. También, el destino puede ser definido como el transporte de la reacción o transformación del petróleo en el medio.

Los procesos que afectan al petróleo cuando entra en contacto con el agua se dividen en proceso de corto y largo plazo. El primero comprende la evaporación, dispersión, disolución y emulsificación; y son éstos los que cambian la composición del petróleo en gran escala con un decaimiento aproximadamente constante. Los procesos a corto plazo determinan la toma de decisiones de respuesta rápida en un derrame de petróleo.

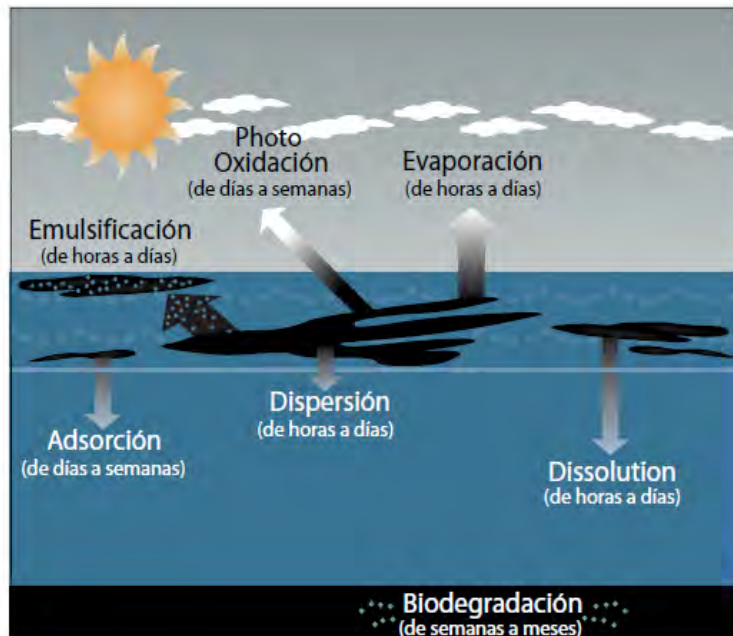


Figura I-5. Envejecimiento del petróleo en la superficie del mar con su correspondiente escala de tiempo (NOAA, 2002).

Los procesos a largo plazo son aquellos en que el tiempo se mide en semanas, meses e incluso años, a diferencia de los procesos de corto plazo en los que se manejan horas y días. Entre los procesos de largo plazo se contempla la biodegradación, foto-oxidación y sedimentación. Éstos son los que presentan un impacto importante en el medio ambiente.

En la Figura I-5 se pueden observar los procesos de envejecimiento del petróleo sobre la superficie del mar (NOAA, 2002) y en la Figura I-6 se ilustran los procesos en el caso de un derrame a profundidad.

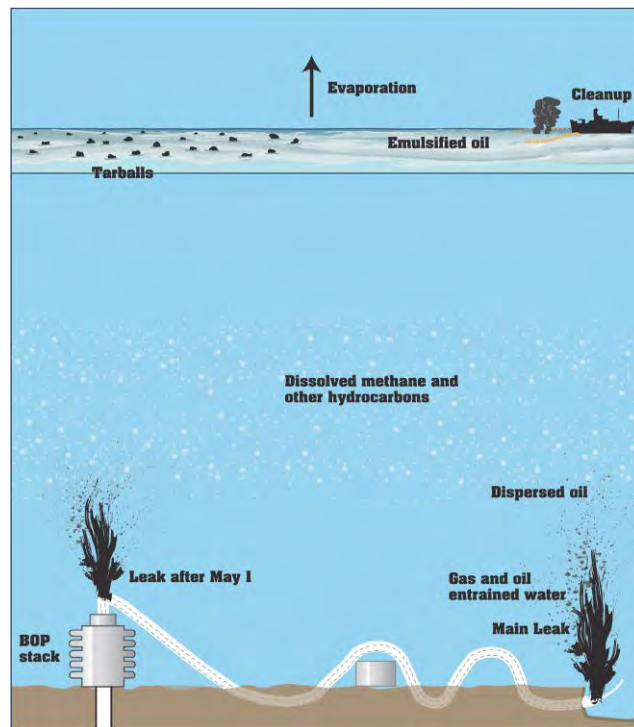


Figura I-6. Procesos físico - químicos de corto plazo para un derrame profundo (Oil Budget Calculator, 2010).

Una vez que se vierte el crudo en el mar, no existe un orden cronológico entre los procedimientos descritos anteriormente. Una fracción del petróleo es recuperado y el resto se dispersa, ya sea por procesos naturales o con la ayuda de dispersantes químicos aplicados cerca de la zona de la fuga. Otra fracción se disuelve conforme asciende a la superficie del mar y flota. Ya en la superficie una fracción se evapora y otra puede ser quemada o *skimmed* (desnatado). Un porcentaje permanece y se ve afectado por la biodegradación, foto – oxidación y sedimentación.

Para las siguientes páginas se tiene una breve descripción de cada uno de estos procesos y en capítulos posteriores se describen los procesos de evaporación, disolución y dispersión por medio de ecuaciones.

EVAPORACIÓN

De su definición más simple, la evaporación es la conversión de fase líquida a gaseosa de una sustancia. Es el proceso más importante en la pérdida de producto, ya que los hidrocarburos de bajo peso molecular son abundantes en la mezcla de petróleo.

La evaporación depende directamente de las propiedades del hidrocarburo (viscosidad, densidad, composición química), así como, de la velocidad del viento, temperatura y turbulencia del agua. Las porciones más ligeras del hidrocarburo derramado son las primeras en evaporarse hacia la atmósfera, disminuyendo así la tasa de evaporación.

Datos de la NOAA sugieren que en 2 días y a 15°C se evapora el 100% de las gasolinas, 80% del diesel, 40% de crudos ligeros y el 20% de crudos pesados (NOAA, 2002).

DISPERSIÓN

La dispersión es la disgregación de una mancha de petróleo en pequeñas gotas dentro de la columna de agua, esto como consecuencia de la energía del mar.

El porcentaje de petróleo que se dispersa depende de las propiedades del petróleo (viscosidad, tensión superficial), de las condiciones del mar (oleaje, turbulencia y corrientes predominantes) y de los sistemas de vientos.

Las gotas suficientemente pequeñas, menores de 50 a 10 micrones producto de la dispersión, no vuelven a emerger a la superficie quedando suspendidas en la columna de agua y son consideradas partículas dispersadas. Este proceso remueve parte del petróleo sobre la superficie del mar. A medida en que transcurre el tiempo, el hidrocarburo es más denso, viscoso y se mantiene en la columna de agua.

DISOLUCIÓN

Es el efecto que resulta de la interacción entre las moléculas de hidrocarburos que no son polares con las moléculas de agua que son polares. Éste comienza después del derrame y dura todo el proceso de alteración del petróleo.

La disolución no es uno de los procesos significativos en la disminución de los productos de petróleo en la superficie. Este proceso tiene importancia cuando el derrame ocurre en aguas profundas y cuando el derrame de petróleo se posterga por un largo tiempo.

El trabajo Oil Budget Calculator (2010) afirma que la velocidad de disolución depende directamente de la superficie en contacto con el agua; por lo que, una disolución rápida estará relacionada con partículas de tamaño menor a 100 micrones de diámetro, mientras que para gotas que llegan a la superficie, de más de 100 micrones la disolución es moderada. La ecuación de volumen disuelto en el capítulo II estima una disolución de entre 5 y 10% del volumen derramado.

Datos de la NOAA (2002) afirman que derrames ocurridos en aguas de poca profundidad se disuelve menos del 0.1% de hidrocarburos pesados y un 2% de hidrocarburos ligeros.

EMULSIFICACIÓN

Emulsificación se define como la mezcla de gotas de agua con el petróleo, formando así una emulsión de agua en petróleo o “mousse” superficialmente. Para que ocurra la mezcla de agua con el hidrocarburo, éste debe contener asfaltenos y resinas.

El proceso depende de las condiciones del mar, propiedades químicas del petróleo y del grado de envejecimiento. Además, el proceso aumenta la viscosidad del petróleo y el volumen de la mancha en un factor de 2 ó 4.

FOTO-OXIDACIÓN

La foto-oxidación se basa en el principio de que la luz solar altera las características físico – químicas del petróleo derramado. La luz ultravioleta aumenta significativamente la oxidación (combinación de hidrocarburo con el oxígeno). El proceso se da en superficie, originando bolas de alquitrán y/o endureciendo la mancha de petróleo y afectando los procesos de evaporación, disolución y favoreciendo la emulsión.

El proceso de foto-oxidación puede ser de días, semanas o meses, esto dependiendo de las propiedades del petróleo y de la radiación solar.

SEDIMENTACIÓN

Sedimentación es el proceso en el cual el petróleo se adhiere a partículas solidas en la columna de agua hasta depositarse en sedimentos del fondo del mar. Depende en gran medida del aporte de partículas y turbulencia existente en la zona en que se presenta el derrame, así como también, del tipo de petróleo y del tiempo de intemperización.

En mar abierto las condiciones propician que el petróleo permanezca en superficie por más tiempo, extendiendo así la mancha en un área más grande.

BIODEGRADACIÓN

La Biodegradación es el proceso que elimina la mancha y es el último que experimenta el petróleo una vez vertido, es decir, bacterias libres degradan la molécula del petróleo persistente (crudo pesado y refinados) a grandes distancias e intervalos de tiempo largos, esto de modo natural. La actividad degradadora de las bacterias se puede encontrar en todos los océanos, desde la capa más profunda a la más superficial. La degradación del petróleo se extiende tanto como las condiciones del agua (temperatura, oxígeno), petróleo y actividad bacteriana lo permitan.

La siguiente tabla muestra las escalas de tiempo de los procesos de envejecimiento del petróleo.

Proceso de Envejecimiento	Escalas Temporales
Evaporación	<5 días
Emulsificación	Su inicio se puede retrasar durante días pero una vez que comienza el proceso se desarrolla rápidamente
Dispersión Natural	<5 días
Disolución	<5 días
Biodegradación	Semanas a meses

Tabla 3. Escalas temporales de los procesos de envejecimiento (NOAA, 2002).

I-4 Transporte del Petróleo

Los procesos físicos involucrados en el transporte del petróleo una vez que entra en contacto con el agua son: la advección, difusión y dispersión, siendo el primero el que extiende el hidrocarburo a grandes distancias. También, el transporte es afectado por procesos físicos como: vientos, corrientes y turbulencia.

Contemplando el transporte desde el punto de vista horizontal y vertical se simplifican los procesos; en el primero se tienen involucrados a la advección, viento, oleaje, dispersión y difusión turbulenta. Mientras que en el transporte vertical participa la difusión turbulenta vertical, convección por diferencia de densidades entre el petróleo y el agua, y el oleaje.

La figura I-7 es la representación vectorial del transporte del petróleo en un plano horizontal, considera corrientes, difusión turbulenta, dispersión y deriva por viento; la última varía del 1 – 6% (NOAA, 2002). Lo propuesto en este trabajo es una deriva de viento proporcional al 3% de la magnitud del viento. Los valores de 1% son asociados a la inmersión de algunas gotas de petróleo por oleaje y los valores de 5.5% para arroyos.

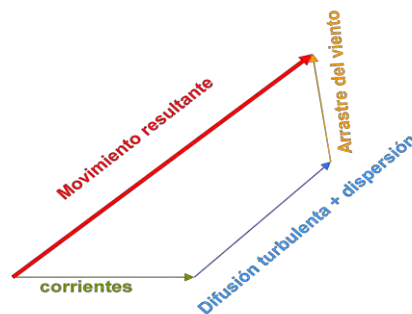


Figura I-7. Trayectoria del petróleo en forma de una suma vectorial de corriente superficial, dispersión, difusión y deriva por viento (NOAA, 2002).

II.

Modelo matemático de transporte y concentración de un soluto

La modelación matemática computacional es un procedimiento para estudiar y predecir el comportamiento de la naturaleza. El modelo se constituye por la física y la matemática donde el modelo matemático es más utilizado por ser versátil, económico y confiable.

La simulación numérica es fundamental en un modelo matemático para estudiar sistemas complejos de manera no peligrosa, tal es el caso de fenómenos naturales y sistemas artificiales de interés.

II-1 Física microscópica y macroscópica

La física contempla dos formas de estudiar la materia y el movimiento; microscópico y macroscópico. La física microscópica estudia moléculas, átomos y partículas elementales, mientras, el análisis macroscópico utiliza las propiedades de volumen o masa para aprovechar los campos en su desarrollo y aplicar la teoría.

El fluido es el principal medio en el que se transporta energía y se disuelve una sustancia (solute), el transporte del soluto es uniforme cuando el sistema es continuo y se encuentra en reposo.

La formulación del modelo de transporte requiere conocer la velocidad de la partícula en el fluido así como las funciones de posición y tiempo. Un procedimiento usado frecuentemente para conocer la velocidad del flujo es la velocidad de las partículas por

mediciones de modelos de flujo que posteriormente, son utilizadas en el modelo de transporte (Herrera et al., 2010).

Para la formulación del modelo de transporte también se requiere de la concentración del soluto, cuando ésta es demasiado pequeña la densidad del fluido es independiente de la concentración, por el contrario, cuando es muy grande la densidad depende de la concentración, y en este último caso las fuerzas de cuerpo (como por ejemplo la gravedad) actúan sobre el sistema continuo, es decir, las ecuaciones de transporte y de flujo están acopladas y necesitan ser tratadas simultáneamente.

II-2 Cinemática de sistemas continuos

Para sistemas continuos los cuerpos materiales llenan completamente el espacio físico. Un cuerpo se define como un conjunto de partículas que en cualquier momento dado, ocupa un dominio. El cuerpo se denota por B y el dominio que ocupa en el tiempo t se denota como $B(t)$. En cuanto al tiempo t , puede ser cualquier número real que se encuentre en el intervalo de $-\infty < t < \infty$. Sin embargo, en la mayoría de los estudios de los sistemas físicos, el periodo de interés está contenido en un intervalo de tiempo finito.

Si consideramos un sistema continuo único; dado un cuerpo B en cualquier tiempo $t \in (-\infty, \infty)$, en cada punto de $\underline{x} \in B(t)$ del dominio ocupado por el cuerpo en un momento, una y solo una partícula representa cada punto del cuerpo.

Sea $p(x, t)$ la posición vectorial de la partícula en el tiempo t , la partícula X será identificada por medio de su posición \underline{X} . Entonces, B es el dominio que ocupa el cuerpo en el tiempo inicial ($t=0$) y se satisface la siguiente identidad.

$$\underline{p}(\underline{X}, 0) \equiv \underline{X} \quad (3)$$

Las coordenadas del vector $\underline{X} \equiv (X_1, X_2, X_3)$ son conocidas como coordenadas materiales de la partícula, y $\underline{p}(\underline{X}, t)$ es la función de posición (Figura II-1). Aunque, frecuentemente se hace referencia a la notación \underline{x} con coordenadas en el espacio físico (figura II-1), entonces:

$$\underline{x} = \underline{p}(\underline{X}, t) \tag{4}$$

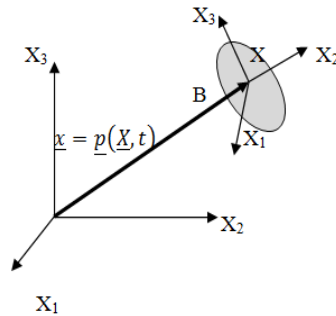


Figura II-1. Representación de una partícula en función de la posición.

Existe una relación entre coordenadas materiales \underline{X} y coordenadas en el espacio físico \underline{x} de la posición de la partícula X , donde generalmente $\underline{x} \neq \underline{X}$ a menos que $t=0$, en cuyo caso la ecuación 3 se cumple.

$$\underline{X} = \underline{p}^{-1}(\underline{x}, t) \tag{5}$$

En cualquier tiempo $\underline{p}(\underline{X}, t)$ define una transformación del espacio en tres dimensiones (Euclidiana) en un mismo espacio y \underline{X} es la posición en el espacio físico de la partícula \underline{x} . $\underline{p}^{-1}(\underline{x}, t)$ es la notación que se utiliza para definir la inversa de $\underline{p}(\underline{X}, t)$. La existencia de $\underline{p}^{-1}(\underline{x}, t)$ se basa en el axioma de los cuerpos impenetrables³, axioma básico de la mecánica del

³ Para un sistema dos partículas distintas no pueden ocupar la misma posición en un mismo tiempo.

medio continuo. Un ejemplo de este axioma se puede aplicar en que la trayectoria de diferentes partículas no se deben cruzar.

Conforme pasa el tiempo, la posición en el espacio físico cambia y $B(t)$ se define como el dominio del cuerpo en cualquier momento t ,

$$B(t) \equiv \{ \underline{x} \in R^3 | \exists \underline{X} \in B \ni \underline{x} = \underline{p}(\underline{X}, t) \} \quad (6)$$

donde x es un elemento de R^3 y \underline{X} , éste a su vez es un elemento de B . Por lo que la función $\underline{p}(\underline{X}, t)$ es la trayectoria de la partícula.

La velocidad de la partícula es la derivada de la función $\underline{p}(\underline{X}, t)$ con respecto al tiempo, cuando la partícula X se mantiene fija.

$$\underline{V}(\underline{X}, t) \equiv \frac{\partial \underline{p}}{\partial t}(\underline{X}, t) \quad (7)$$

II-3 Ecuaciones generales para el transporte de un soluto en un fluido libre

Los modelos matemáticos de los sistemas continuos están constituidos por balances de propiedades, en el caso de modelos de transporte de solutos (contaminantes transportados por corrientes) se construyen haciendo un balance de masa del soluto en el dominio del espacio físico.

Las propiedades involucradas en los fluidos en movimiento son la trayectoria, disolución y difusión. La última, aun cuando el sistema está en reposo, ya que hay procesos de difusión en el interior de un solvente.

Se define a la masa del soluto como propiedad extensiva⁴ dada en algún tiempo con la expresión siguiente

$$M_s(t) \equiv \int_{B(t)} c(\underline{x}, t) d\underline{x} \quad (8)$$

$$c(\underline{x}, t) = \lim_{Vol \rightarrow 0} \frac{M_s(t)}{Vol} \quad (9)$$

donde $c(\underline{x}, t)$ es la concentración del soluto y la propiedad intensiva asociada con la masa del soluto. Es decir, c es la masa del soluto por unidad de volumen del soluto.

El balance general muestra detalladamente las entradas y salidas de la concentración, por lo que la definimos

$$\frac{dM_s}{dt}(t) = \int_{B(t)} g_s(\underline{x}, t) d\underline{x} + \int_{\partial B(t)} \underline{\tau}_s(\underline{x}, t) \cdot \underline{n} d\underline{x} \quad (10)$$

donde $g_s(\underline{x}, t)$, son las fuerzas externas que actúan sobre el soluto, éste puede ser diferente de cero por varias razones y atribuida a una función de decaimiento. La expresión $\tau_s(\underline{x}, t) \cdot \underline{n}$,

⁴ Propiedad intensiva, son aquellas que no dependen de la cantidad o del tamaño de la sustancia. Cuando la propiedad intensiva se multiplica por la cantidad de sustancia (masa) se tiene una propiedad que si depende de la cantidad de sustancia y se llama propiedad extensiva.

representa la masa del soluto por unidad de área y tiempo que entra al soluto. En el caso de un fluido libre, el flujo de la masa-soluto se produce principalmente debido a la difusión molecular.

Para el caso de un balance local se tiene la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\underline{v}c) = \nabla \cdot \underline{\tau}_s + g_s + A\nabla^2 c \quad (11)$$

donde el transporte del soluto es complementado con \underline{v} , la velocidad de la partícula, τ_s , el flujo de la masa-soluto, y g_s que es la suposición externa de la masa-soluto.

La ecuación 11 es un modelo matemático básico de transporte considerando advección y concentración de un soluto en un fluido libre.

II-4 Procesos de transporte

La ecuación 11 no es todavía un modelo completo, en realidad es sólo lo que se ha llamado el modelo matemático básico, es decir el marco básico en el que es necesario incorporar la información científica sobre los procesos que ocurren en el sistema de transporte. Tres procesos se distinguen: la advección, la difusión y la generación de masa.

La advección como la difusión pueden causar que partículas que originalmente estaban juntas se separen, sin embargo, la advección es, en principio, reversible si se invierten los campos de velocidades, mientras que la difusión no lo es. La advección por remolinos puede causar que la mancha se corte en finos filamentos, mientras que la difusión genera una mancha de agua en forma de agua tintada.

II-4.1 Advección

Siempre que el fluido está en movimiento se produce advección, es decir, siempre que la velocidad de la partícula sea diferente a cero, $v \neq 0$. Este fenómeno o proceso, es debido a que la sustancia disuelta es transportada por el fluido a medida que éste se mueve. El proceso de advección se caracteriza por la velocidad del fluido, que son datos de salida en los modelos de transporte que se están considerando.

II-4.2 Difusión

El transporte de una sustancia por difusión es importante desde el punto de vista del movimiento a escala microscópica. La difusión es extremadamente baja y su importancia esta a lo largo de distancias cortas o a lo largo de escalas de tiempo largas. Sin embargo, en el océano predomina la difusión turbulenta, que contribuye en las concentraciones de petróleo y su evolución.

Las partículas del fluido están en agitación permanente y las partículas del soluto que los acompañan realizan un movimiento Browniano⁵ que se conoce como difusión molecular. Generalmente, los procesos de difusión tienden a suavizar, conforme pasa el tiempo, cualquier rugosidad que se produce en el espacio de la distribución de la concentración. En un fluido libre, este proceso siempre está presente, de modo que el transporte del soluto en dichos fluidos siempre es difusivo. Sin embargo, cuando los procesos de difusión son muy pequeños en comparación con otros procesos que se están llevando a cabo, los resultados pueden ser satisfactorios utilizando modelos que ignoren la difusión, dichos modelos de transporte se dice que son no difusivos.

Un modelo simple que se utiliza en la difusión molecular es la primera ley de Fick, esta asume que el vector del campo representa el flujo de la masa del soluto, $\tau_s(\underline{x}, t)$, es una función lineal del gradiente de la concentración, La primera ley de Fick es

⁵ Es el movimiento aleatorio de partículas se debe a que la superficie es bombardeada incesantemente por las moléculas del fluido sometidas a una agitación térmica. Este bombardeo no es completamente uniforme y sufre variaciones estadísticas importantes.

$$\underline{\tau}_S(\underline{x}, t) = \underline{\underline{D}} \cdot \nabla c \quad (12)$$

Donde $\underline{\underline{D}}$ es un escalar conocido como el coeficiente de difusión. Para difusión isotrópica, el tensor de difusión molecular es no negativo si y solo si el coeficiente de difusión es no negativo.

La ley de Fick es generalmente aceptada como la ecuación básica constitutiva de difusión molecular. Para fluidos libres, los procesos de difusión son generalmente isotrópicos y se expresan como:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\underline{v}) = g_S + \nabla \cdot (D\nabla c) \quad (13)$$

Consideraciones de la ecuación diferencial de transporte de un soluto en un fluido libre en su forma general son las siguientes:

1. Si el fluido es incompresible ($\nabla \cdot \underline{v} = 0$), se tiene

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla c = g_S + \nabla \cdot (D\nabla c) \quad (14)$$

2. Cuando el fluido es homogéneo, el coeficiente de difusión es independiente de la posición ($\nabla D = 0$). La ecuación 14 se convierte en

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\underline{v}) = g_S + D^2\nabla c \quad (15)$$

3. Cuando el fluido está en reposo $\underline{v}=0$, la ecuación 15 se reduce a

$$\frac{\partial c}{\partial t} = g_S + D\nabla^2 c \quad (16)$$

4. Para el transporte conservativo de un fluido homogéneo que se encuentra en reposo, la ecuación diferencial que gobierna la concentración se reduce aún más y se llega a la ecuación de difusión de calor:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \nabla^2 c \quad (17)$$

La ecuación de equilibrio general para la ec. 10 aplica a todo un cuerpo en el fluido; esto es para un dominio cuyos límites se mueven con la velocidad del fluido. La ecuación de balance que es aplicable a un dominio que se fija en el espacio fácilmente puede ser desarrollada de la ec. 14. Siendo $M_s(t)$ la masa del soluto contenido en el dominio fijo, V , del espacio físico. Entonces:

$$M_s(t) \equiv \int_V c(\underline{x}, t) d\underline{x}, \quad (18)$$

Por integración de la ecuación 13, se obtiene:

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V c d\underline{x} = \int_V \{ \nabla \cdot (D \nabla c - \underline{v}c) \} d\underline{x} \quad (19)$$

Entonces, aplicando el teorema de Gauss para campos

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \int_V g_s d\underline{x} + \int_{\partial V} \left(D \frac{\partial c}{\partial n} - c \underline{v} \cdot \underline{n} \right) d\underline{x} \quad (20)$$

La ecuación puede ser escrita como

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \int_V g_s(\underline{x}, t) d\underline{x} + \int_{\partial V} \underline{\tau}(\underline{x}, t) \cdot \underline{n} d\underline{x} - \int_{\partial V} c \underline{v} \cdot \underline{n} d\underline{x} \quad (21)$$

La primer integral del lado derecho de la ecuación es la masa del soluto producida por las fuentes de comunicación situados en el interior de V . La segunda integral, representa la masa del soluto que el proceso de difusión lleva en V , y el término

$$\int_{\partial} \underline{cv} \cdot \underline{ndx} \quad (22)$$

que se resta, representa la masa de soluto que se obtiene de por advección. Esto motiva a referirse al campo $c(\underline{x},t)\underline{v}(\underline{x},t)$ como el flujo advectivo, al igual que se hace referencia a $\tau_s(\underline{x},t)$ como el flujo difusivo. Entonces, el flujo de masa total es debido a la ecuación de difusión y advección $\tau_s(\underline{x},t) - c(\underline{x},t)\underline{v}(\underline{x},t)$. Observamos que la única diferencia entre la ecuación general 10 y la 21 es el término debido al flujo advectivo. En conclusión, el cambio en la masa de soluto contenida en un dominio fijo en el espacio físico, es igual a la masa producida por fuentes internas más la masa entrante al dominio debido a la difusión, más la masa entrante al dominio por el flujo advectivo.

II-5 Dependencia del tiempo

En el estudio de la mecánica de partículas, donde se presta atención a partículas individuales, el movimiento es considerado como una función del tiempo.

Cuando $g_s(\underline{x},t,c)$ es lineal, el problema planteado en la ec. 13 es un problema de valor en los límites, donde las condiciones iniciales son prescindibles, es el espacio del dominio y ∂ es el límite

Condición inicial. El valor inicial de la concentración es:

$$c(\underline{x}, 0) = c_0(\underline{x}); \quad \forall \underline{x} \in \quad (23)$$

la función $c_0(\underline{x})$ es la concentración inicial, que es asumida como dato en el problema.

Condición de contorno. La forma más general de las condiciones de contorno están consideradas en los modelos matemáticos del tipo Robin. Donde α y β son números tales que $\alpha^2 + \beta^2 = 1$, entonces:

$$\alpha \frac{\partial c}{\partial n}(\underline{x}, t) + \beta c(\underline{x}, t) = \gamma(\underline{x}, t); \forall \underline{x} \in \partial \quad y t > 0 \quad (24)$$

donde la función $\gamma(\underline{x}, t)$ es un dato del problema.

La condición de contorno de Robin, en su forma más general, admite la posibilidad que α y β cambien de punto a punto y de tiempo a tiempo; esto es, que α y β estén en función de la posición y el tiempo. De este modo, también se cumple $\alpha^2 + \beta^2 = 1$, es una manera simple de garantizar que α y β no son simultáneamente igual a cero. Dos casos particulares de la condición de Robin son: La condición de Dirichlet y Neumann. Estas corresponden a $\beta=1$ (cuando $\alpha=0$) y $\alpha=1$ (cuando $\beta=0$), respectivamente:

Condición de Dirichlet:

$$c(\underline{x}, t) = \gamma(\underline{x}, t); \forall \underline{x} \in \partial \quad y t > 0 \quad (25)$$

Condición de Neumann:

$$\frac{\partial c}{\partial n}(\underline{x}, t) = \gamma(\underline{x}, t); \forall \underline{x} \in \partial \quad y t > 0 \quad (26)$$

Por lo tanto, el problema planteado para el modelo de transporte difusivo es a partir de condiciones de Robin, lo que consiste en obtener la función $c(\underline{x}, t)$ que satisface la ec. 13, para toda $x \in \Omega$ y $0 \leq t \leq T$, donde T es un número real mayor que cero, junto con las condiciones iniciales de la ec. 23 y las condiciones de contorno de 24. Se observa que las condiciones de contorno de tipo Dirichlet ($\beta=1$), ($\alpha=0$) corresponden a la concentración en el límite de la región en la que se plantea el problema, mientras que las condiciones de contorno de tipo Neumann ($\alpha=1$), ($\beta=0$) corresponden al flujo difusivo. Esta última afirmación se basa en la ec. 26 porque implica

$$D \frac{\partial c}{\partial n}(\underline{x}, t) = D\gamma(\underline{x}, t); \forall \underline{x} \in \partial \quad y t > 0 \quad (27)$$

Otra condición de frontera que en ocasiones se toma en cuenta en el flujo total de masa por unidad de área, debido a la difusión y la advección es

$$D \frac{\partial c}{\partial n}(\underline{x}, t) - (\underline{v}(\underline{x}, t) \cdot \underline{n})c(\underline{x}, t) = \gamma(\underline{x}, t); \forall \underline{x} \in \partial \quad y t > 0 \quad (28)$$

que es un caso particular de la condición de Robin.

II-6 Método de Runge - Kutta

Al análisis de advección es necesario añadir el método de Runge-Kutta de orden 2, técnica numérica de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales o de frontera, que contiene una variable dependiente y sus derivadas con respecto a una o más variables independientes, la aproximación que toma en cuenta no es exacta, se comete un error propio del método mismo (error de truncamiento), este error puede disminuirse tanto como se quiera (al menos teóricamente), pero a cambio de un mayor número de cálculos y tiempo de máquina.

Los métodos de Runge-Kutta se describen a partir de la serie de Taylor. La forma general de la ecuación es:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y_n, \Delta y_n = \varphi(t_n, y_n)h \quad (29)$$

Δy_n es la función incremental que puede interpretarse como la pendiente representativa del intervalo. En general

$$\varphi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (30)$$

Las a 's son constantes y las k 's se definen como:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, y_n) \\ k_2 &= f(t_n + p_1 h, y_n + q_{11} k_1 h) \\ k_3 &= f(t_n + p_2 h, y_n + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$k_n = f(t_n + p_{n-1}h, y_n + q_{n-1,1}k_1h + q_{n-2}k_2h + \dots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}h)$$

Las k son relaciones recursivas, es decir, para determinar k_2 se necesita k_1 , para k_3 se necesita k_2 , etc.

Para derivar los valores de las constantes a y k en el método de Runge- Kutta de orden 2, se tiene:

$$y_{n+1} = y_n + (a_1k_1 + a_2k_2)h \quad (31)$$

donde

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = f(t_n + p_1h, y_n + q_{11}k_1h)$$

Desarrollamos y_{n+1} con la serie de Taylor de 2 orden, tomando como punto base y_n

$$y_{n+1} = y_n + f(t_n, y_n)h + \frac{f'(t_n, y_n)}{2!}h^2 \quad (32)$$

La derivada de $f(t_n, y_n)$ se desarrolla por medio de la regla de la cadena

$$f'(t_n, y_n) = \frac{\partial f(t, y)}{\partial t} + \frac{\partial f(t, y)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (33)$$

Sustituyendo esta expresión obtenemos:

$$y_{n+1} = y_n + f(t_n, y_n)h + \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} \right) h^2 \quad (34)$$

Además la expresión de $f(t_n + p_1h, y_n + q_{11} k_1h)$ en serie de Taylor, toma la forma dada por:

$$g(x + r, y + s) = g(x, y) + r \frac{\partial g}{\partial x} + s \frac{\partial g}{\partial y} + \dots \quad (35)$$

entonces, la serie de Taylor de la función mencionada resulta:

$$f(t_n + p_1 h, y_n + q_{11} k_1 h) = f(t_n, y_n) + p_1 h \frac{\partial f}{\partial x} + q_{11} k_1 h \frac{\partial f}{\partial y} + O(h^2) \quad (36)$$

de donde obtendremos

$$y_{n+1} = y_n + [a_1 f(t_n, y_n) + a_2 f(t_n, y_n)]h + \left[a_2 p_1 \frac{\partial f}{\partial x} + a_2 q_{11} f(t_n, y_n) \frac{\partial f}{\partial y} \right] h^2 + O(h^3)$$

Recordando que $k = f(t_n, y_n)$

Comparando esta última ecuación con la 29 se obtiene:

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$a_1 + p_2 = \frac{1}{2}$$

$$a_1 q_{11} = \frac{1}{2}$$

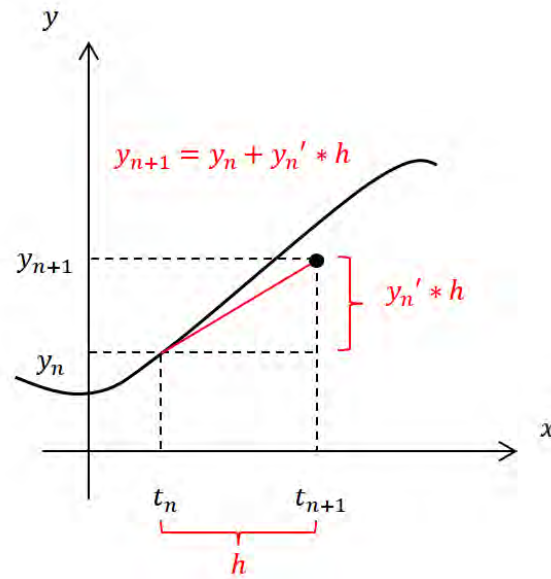


Figura II-2. Representación gráfica del método de Runge - Kutta (orden uno).

II-7 Distribución Normal

La distribución Normal o Distribución gaussiana de una variable continua con frecuencia se aproxima a fenómenos reales.

La distribución normal está completamente determinada por dos parámetros, su media y su desviación estándar, denotadas por μ y σ . Con esta notación, la función de densidad de probabilidad de la normal viene dada por la ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}; \quad -\infty < x < \infty \quad (37)$$

que determina la curva en forma de campana.

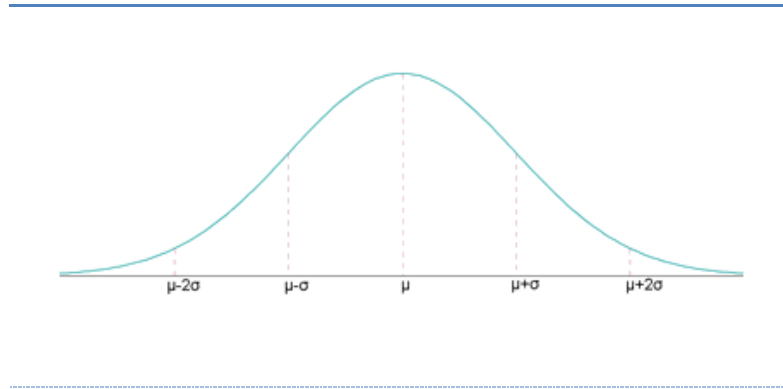


Figura II-3. Distribución Normal

Propiedades:

- Es simétrica respecto de su media, μ ;
- La moda y la mediana son ambas iguales a la media, μ ;
- Los puntos de inflexión de la curva se dan en $x = \mu - \sigma$ y $x = \mu + \sigma$.
- La curva normal es asintótica al eje de las abscisas. Por ello, cualquier valor entre $-\infty$ y $+\infty$ es teóricamente posible. El área total bajo la curva es igual a 1.
- La forma de la campana de Gauss depende de los parámetros μ y σ . La media indica la posición de la campana, de modo que para diferentes valores de μ la gráfica es desplazada a lo largo del eje horizontal. Por otra parte, la desviación estándar determina el grado de apuntamiento de la curva. Cuanto mayor sea el valor de σ , más se dispersarán los datos en torno a la media y la curva será más plana. Un valor pequeño de este parámetro indica, por lo tanto, una gran probabilidad de obtener datos cercanos al valor medio de la distribución.

En el caso de la dispersión del soluto se hace uso de un número aleatorio el cual cumple con una Distribución Normal Estándar, que corresponde a una distribución de media 0 y varianza 1.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-z^2}{2}\right); -\infty < z < \infty \quad (38)$$

A partir de cualquier variable X que siga una distribución $N(0,1)$, se puede obtener otra característica Z con una distribución normal estándar, sin más que efectuar la transformación.

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \quad (39)$$

II-8 Procesos de transformación y concentración del petróleo

Debido a la dificultad que supone simular los procesos de transformación del petróleo (capítulo anterior), se siguieron con las ecuaciones del trabajo Oil Budget Calculator (2010), que sigue las mejores estimaciones científicas disponibles para determinar el destino del hidrocarburo derramado; la estructura lógica es sencilla, se apoya en la conservación de masa entre los procesos que actúan sobre el petróleo, y a diferencia de la teoría, el análisis matemático tiene un orden cronológico computacional para la secuencia de procesos.

El Oil Budget Calculator es una recopilación del esfuerzo de los autores experimentados en su campo, instituciones como: NOAA, USGS, NIST y expertos destacados en varios temas, algunos de ellos son: *In-situ burning*, campo de datos, emulsión, evaporación, dispersión, hidratos, biodegradación, disolución, química del aceite y dispersión natural; para detallar lo ocurrido con el derrame en el Golfo de México del 20 de Abril al 14 de Julio del 2010. Su principal finalidad fue la decisión rápida de respuesta para los derrames de petróleo en el mar y el determinar qué pasa con el petróleo una vez vertido al mar.

El análisis en Oil Budget Calculator (2010) se realiza con métodos de estimación para el porcentaje de volumen recuperado en la cabeza del pozo, dispersión química o natural, evaporación, disolución, volumen quemado o *skimmed* y por supuesto, el volumen restante.

El reporte es consciente de que existen errores, ya que no es una herramienta de investigación del derrame, aunque nuevas investigaciones han sido producto de su desarrollo. No es una herramienta de evaluación de daños y no es aplicable a la determinación de impacto ambiental de los hidrocarburos derramados. Otros métodos son necesarios para esta tarea. No sigue la trayectoria del aceite derramado, pero si estima el petróleo que puede ser susceptible a las decisiones de respuesta.

Algunas expresiones matemáticas del trabajo son:

- Cálculo de petróleo disuelto más el evaporado en la superficie (V_E). Se añade la disolución de fondo $V_{DB}(t)$.

$$V_E(t) = k_4 Z(t) + k_5 W(t - 1) + \frac{k_7}{1-k_7} V_{DB} \quad (40)$$

$$Z(t) = V_{RE}(t) - \frac{V_{DB}(t)}{1-k_7} \quad (41)$$

$$W(t - 1) = (1 - k_4) * Z(t - 1) - V_{BU}(t - 1) \quad (42)$$

donde $Z(t)$ es la representación de volumen que llega a la superficie, $W(t-1)$ es la porción de petróleo que no llega aún a la superficie y $V_{RE}(t)$ es el volumen derramado por día.

- Determinación de la dispersión natural del petróleo en la superficie (después de restar la evaporación)

$$V_{NS}(t) = k_8 \max(0, W(t)) \quad (43)$$

$$W(t) = \max \{0, (1 - k_4)Z(t) - V_{BU}(t)\} \quad (44)$$

donde $W(t)$ es el volumen que emerge a la superficie.

- Volumen de petróleo residual diario

$$V_{SD}(t) = V_{RE}(t) - V_E(t) - V_{NS}(t) \quad (45)$$

Para el análisis presente en este trabajo se tienen las siguientes consideraciones:

Tabla 4. Consideraciones del análisis del destino del petróleo derramado en Octubre de 2007.

Se entiende que la cabeza del pozo se localiza en la superficie.
Se maneja un intervalo de tiempo constante (horario).
Se derrama un equivalente de 1000 partículas, equivalente a 2.796 m ³ en cada intervalo de tiempo.
Todo el petróleo que se derrama va a dar a la superficie y permanece ahí.
No se considera un volumen de petróleo recuperado directamente.
No se incluyó quema de hidrocarburo
No se incluyó dispersión química
La evaporación, disolución y dispersión únicamente ocurre en superficie.

La simplificación de las ecuaciones anteriores es:

$$V_E(t) = k_4 Z(t) \quad (46)$$

$$Z(t) = V_{RE}(t) \quad (47)$$

$$V_{NS}(t) = \max(0, k_8 W(t)) \quad (48)$$

$$W(t) = \max \{0, (1 - k_4) Z(t)\} \quad (49)$$

Las tasas de decaimiento propuestas son:

Constante de velocidad	Definición	$\zeta_{0.025}$	μ	$\zeta_{0.975}$
k_4	Primera evaporación (1 ^{er} día)	0.33	0.37	0.44
K_8	Dispersión natural (superficie)	0.00	0.05	0.10

Los valores $\zeta_{0.025}$, μ , $\zeta_{0.975}$ son porcentajes de distribución de probabilidad del modelo de las incertidumbres asociadas.

III.

MODELOS NUMÉRICO NCOM Y WRF

Los recursos computacionales son indispensables para la predicción de procesos con técnicas de modelado numérico, con ellas nos permitimos acercarnos a la realidad. Los modelos atmosférico y oceanográfico se acoplan para alimentar el modelo de transporte de petróleo sobre la superficie del mar y cada uno de ellos está asociado a un rango espacio-tiempo.

III-1 Modelo numérico de circulación oceánica NCOM

Una descripción simplificada del modelo numérico NCOM se encuentra en el trabajo de Steven L. Morey, et al. (2001); NCOM modela tres dimensiones en el espacio en función del tiempo basado en las ecuaciones primitivas de movimiento.

III-1.1 Características del modelo NCOM Versión 1.0

El modelo Navy Coastal Ocean Model (NCOM) es la colección de información estimada a partir de ecuaciones elementales, hidrostática, aproximación de Boussinesq para fluidos incompresibles y viscosos, filtro Asselin, diferencias finitas, modelo de Mellor-Yamada para turbulencia, malla Arakawa C, difusión, mezcla horizontal y vertical, entre otras características.

El software exige una serie de instrucciones al usuario, realiza una búsqueda de fuentes de datos existentes, re-colección de ellos, mantenimiento en datos necesarios y revisa el conjunto de información.

NCOM está basado en dos principales modelos oceánicos: el Princeton Ocean Model (POM) de Alan Blumberg y George Mellor y el Sigma/Z-level Model (SZM) desarrollado por el Naval Research Laboratory (NRL). Éstos dos modelos tienen la misma base física de un modelo oceánico costero al igual que el proceso numérico. Ante esto, NCOM emplea las características de ambos modelos y de esta manera proporciona más flexibilidad al seleccionar un parámetro sobre otro con el fin de compensar la situación.

Los campos de temperatura, salinidad y las tres dimensiones de la velocidad son pronosticados por el modelo, el cual incluye una superficie libre y la topografía del fondo de forma realista y el bosquejo de la costa. Presenta una resolución horizontal de $1/20^\circ$ entre las variables. La utilidad de dicho modelo numérico se extiende a representar y analizar procesos a escala de pocas decenas de kilómetros: Corriente de Lazo, remolinos ciclónicos en el Banco de Campeche (en el quiebre de plataforma), cambios de masa en la parte oeste del Golfo de México e inestabilidad en los quiebres de plataformas (Steven L. Morey, et al., 2001).

El modelo NCOM tiene 40 niveles en la vertical, donde 20 de ellos están en coordenadas sigma, por arriba de 100 m o en la plataforma continental y los 20 puntos restantes en coordenadas z, por debajo 100 m. Esta forzado por ríos que vierten agua dulce y por vientos cada hora. El dominio de la simulación comprende todo el GoM y el noroeste del Mar Caribe.

En la tabla siguiente se muestran las características de los modelos que anteceden al NCOM, se resaltan con un gris más tenue las características en las que se diferencian los dos Modelos, éstos son parámetros que pueden ser elegidos al ejecutar el NCOM, mientras que las más resaltadas son las que se consideran fijas en NCOM. Además del resto de las características que mutuamente comparten los modelos POM y SZM. El mallado horizontal

curvilíneo ortogonal permite la adaptación de las proyecciones, tal como, limitar la cantidad de curvas en el mallado para ciertas áreas. La superficie libre⁶ es tratada desde el punto de vista implícito, ya que, el tratamiento es más sencillo y coherente para el caso de profundidad media vertical y a la vez una integración con 3D, también permite simular mareas.

Tabla 5. Característica de NCOM tomando en cuenta a los modelos POM y SZM (Manual NCOM, 2000).

POM	SZM
Ecuaciones Básicas	Ecuaciones Básicas
Incompresible	Incompresible
Hidrostática	Hidrostática
Boussinesq	Boussinesq
Superficie Libre	Superficie Libre
Mezcla Horizontal Smagorinsky	Mezcla Horizontal Mallado – Celda del Número de Reynolds
Mezcla Vertical Mellor-Yamada 2.5	Mezcla Vertical Mellor-Yamada 2
Resistencia Inferior Cuadrática	Resistencia Inferior Cuadrática
Mallado Horizontal Curvilíneo – Ortogonal	Mallado Horizontal Cartesiano Constante
Mallado Vertical en Coordenadas Sigma	Mallado Vertical Fijo Combinado Sigma/Z-level
Filtro Asselin con salto en tiempo	Filtro Asselin con salto en tiempo
Diferencias Finitas Centradas de 2ºorden	Diferencias Finitas Centradas de 2ºorden
Conservación de Flujo	Conservación de Flujo
Tratamiento de Superficie Libre Explícito – Dividido	Tratamiento de Superficie Libre Implícito
Mezcla Vertical Implícito	Mezcla Vertical Implícito

Las características a resaltar además de las ya mencionadas son que el software tiene la incorporación de términos en las ecuaciones del modelo para simplificar el aporte de ríos y escorrentías en las costas, aporte y salida de flujos del Mar Caribe y el Estrecho de Florida, obliga la introducción en superficie de la presión y el potencial de marea, a partir de una matriz de escala variable multicomponente permite adicionar un campo de escalas, un Shrink–wrapping para eliminar cálculos en las zonas secas y un Slabwise que facilita mejorar o aumentar el uso de la memoria.

⁶ Superficie libre, es el flujo que se caracteriza por La interacción entre el aire y la capa superior de agua. La superficie libre, por lo general, es la atmósfera donde la altura es constante, puede variar de acuerdo con las velocidades del fluido (Potter et al, pág. 418)

III-1.2 Descripción de la física del modelo

El modelo oceánico NCOM emplea las aproximaciones hidrostática, Boussinesq e incompresibilidad. A continuación se presentan sus ecuaciones en coordenadas cartesianas.

Cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{v}u) + Qu + fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + F_u + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (48)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{v}v) + Qv - fu - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + F_v + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (49)$$

Hidrostática:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (50)$$

Continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = Q \quad (51)$$

Temperatura:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{v}T) + QT + \nabla_h (A_H \nabla_h T) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_H \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_r \frac{\partial T}{\partial z} \quad (52)$$

Salinidad:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{v}S) + QS + \nabla_h (A_H \nabla_h S) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_H \frac{\partial S}{\partial z} \right) \quad (53)$$

para

$$\rho = \rho(T, S, z)$$

$$f = 2 \sin(\theta)$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

$$\nabla_H = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j}$$

Donde t es el tiempo; x , y y z son las tres direcciones del sistema coordenado; u , v y w son las tres componentes del vector de velocidad; Q es el volumen del flujo de la fuente, es decir, los flujos de entrada de ríos y escorrentías; v es el vector de velocidad; T la temperatura potencial; S la salinidad; ∇_h es el operador del gradiente horizontal; f parámetro de Coriolis; p es la presión; ρ es la densidad del agua; ρ_0 densidad del agua de referencia; g la aceleración de la gravedad; F_u y F_v son términos de la mezcla horizontal para el momento; A_H es el coeficiente de la mezcla horizontal para el campo escalar; K_M y K_H son los coeficientes de viscosidad en la vertical para el momento y el campo escalar; Q_r es la radiación solar que se interna desde la superficie; y γ es la función que describe el decaimiento solar.

La densidad se calcula a partir de T y S , en NCOM se provee de dos ecuaciones, utilizando la ecuación polinomial de la condición de Friedrich y Levitus (1972), o de United Nations Education, Scientific, y la Organización Cultural (UNESCO), la adaptada por Mellor (1991) para su uso en POM.

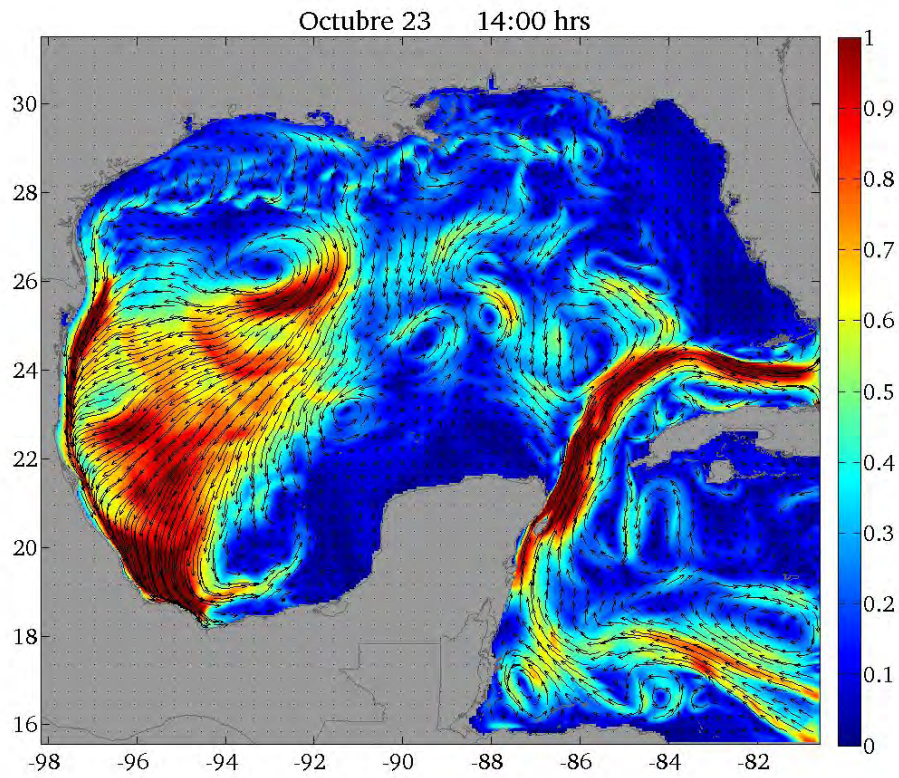


Figura III-1. Corrientes superficiales en el GoM generadas con el modelo numérico NCOM. Se representan con flechas negras las corrientes y de fondo la magnitud de las corrientes.

III-2 Modelo numérico de circulación atmosférica WRF

El modelo Weather Research and Forecasting Model (WRF) es un sistema configurado para generar un pronóstico operativo para la República Mexicana e implementado operativamente en el Centro de Ciencias de la Atmósfera de la Universidad Nacional Autónoma de México (www.atmosfera.unam.mx).

III-2.1 Características del modelo WRF Versión 3.0

Del manual (2008), WRF es un modelo desarrollado para la investigación y la predicción numérica del tiempo.

El sistema es una contribución de ciencias; dinámica, física y computacional, también de diferentes autores e instituciones como: National Center for Atmospheric Research's (NCAR), Mesoscale and Microscale Meteorology (MMM) Division, National Ocean and Atmospheric Administration's (NOAA), National Centers for Environmental Prediction (NCEP) and Earth System Research Laboratory (ESRL), Department Defense's Air Force Weather Agency (AFWA) and Naval Research Laboratory (NRL), Center for Analysis and Prediction of Storms (CAPS) de la Universidad de Oklahoma y la Federal Aviation Administration (FAA).

La secuencia en que se desarrolla el modelo WRF abarca esquemas de física, cómputo numérico, opciones dinámicas, rutinas de iniciación, asimilación de paquetes de datos, entre otros; una descripción más detallada la hace López Méndez (2009):

“El WRF Software Infrastructure (WSI) contiene los programas que resuelven las ecuaciones de la física del modelo (dynamic solvers) y los programas que hacen la interfase con la iniciación del modelo, la asimilación de datos y la utilización de algunas opciones relacionadas con la química atmosférica. Fuera del WSF se encuentra la parte de pre-procesamiento y post-procesamiento de las simulaciones numéricas. El modelo cuenta con dos núcleos que resuelven la física del modelo, el Advanced Research WRF (ARW) y el Nonhydrostatical Mesoscale Model (NMM)”.

Las ecuaciones satisfacen un sistema no hidrostático en relación del flujo de Euler y así pronosticar las componentes de la velocidad u y v en coordenadas cartesianas, la velocidad vertical w , perturbación de la temperatura potencial, geopotencial y de presión superficial para aire seco; utiliza una malla Arakawa C en la red horizontal y una integración de tiempo usando el 2^{do} ó 3^{er} orden del esquema de Runge – Kutta, con un paso de tiempo pequeño en ondas acústicas y de gravedad; modos de ondas de gravedad, 2^o y 6^o orden en las opciones de advección, tres dimensiones en datos reales e idealizados en las condiciones iniciales, además se manejan las condiciones de contorno lateral, de frontera y físicas; efecto de la Fuerza de Coriolis y la física de la radiación atmosférica en el Modelo Físico.

El análisis de las simulaciones numéricas en el modelo WRF con viento débil presenta errores en la dirección del viento, aunque por el contrario en eventos extremos, que es el caso del frente frío número 4, suele ser bastante preciso en la dirección y magnitud del viento (López Méndez, 2009); por lo que, en nuestra aproximación en la trayectoria del petróleo, los datos asociados al viento del modelo WRF son confiables.

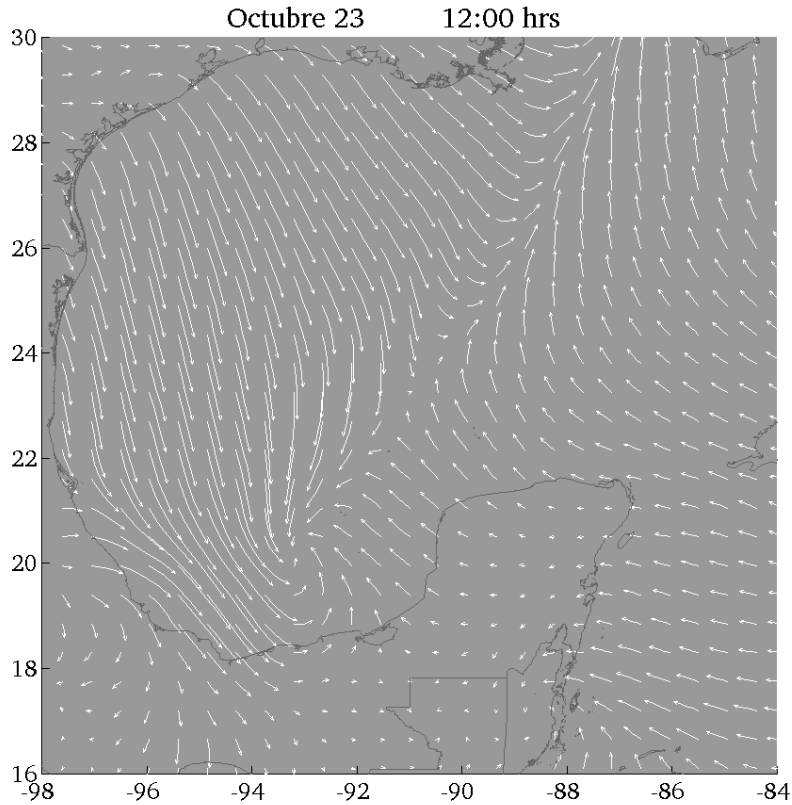


Figura III-2. Representación del campo de viento generado con el modelo numérico WRF

En lo que es parte del modelo WRF las proyecciones de las salidas de la coordenada vertical es sigma con 27 niveles; estos resultados son interpolados a niveles verticales de presión. Las condiciones iniciales y de frontera son tomadas diariamente del modelo global GFS (Global Forecast System), con resolución de 1°, correspondientes a las 00 Hrs. Z. Se realiza un pronóstico a 120 horas (5 días) y tiene una resolución de 20 km.

El modelo se corre una vez al día y se generan productos de viento, precipitación y temperatura en superficie. Para la zona central de la República Mexicana se ejecuta un anidamiento con una resolución tres veces mayor que la del primer dominio, es decir, aproximadamente 7 km.

IV. METODOLOGÍA Y DATOS



Por la variedad de comportamiento de los contaminantes en un fluido se obliga a desarrollar un algoritmo propio, capaz de describir el proceso en cada caso. Esto implica un cálculo para cada punto en el espacio de la concentración (modelos Eulerianos) o una rutina de seguimiento de partículas (modelos lagrangianos).

Los esquemas numéricos eulerianos de advección causan excesiva difusión cerca de gradientes de concentración pronunciada. Mientras, que la utilización de los esquemas lagrangianos requieren el uso de un gran número de partículas para garantizar la retención de suficiente material a fin de representar la concentración adecuada; además, generan menos errores numéricos y mantienen mejor el significado físico durante el seguimiento e identificación de la localización de las partículas.

El método lagrangiano es el que se emplea en este trabajo porque es una herramienta importante para estudiar procesos físicos y en este caso representar el movimiento de cada partícula, para luego calcular la concentración del contaminante de manera independiente.

La secuencia en MatlabTM realiza un retro-análisis de la trayectoria y destino del petróleo vertido en el mar, considerando los procesos de advección, dispersión e interacción del contaminante con la línea de costa.

El esquema numérico que se usó para resolver la difusión lo hace a partir de un término aleatorio con una distribución gaussiana. Un coeficiente permite determinar la magnitud de la difusión.

La malla para este caso considera la parte sur del GoM, en la región comprendida de, 18° N a 19.6° N y de 92.2° W a 93.2° W (Figura IV-1). Este dominio incluye parte de las costas de Tabasco y Campeche, albergando a uno de los ríos más importantes de México, el Río Grijalva – Usumacinta, el cual desemboca frente a la Plataforma Usumacinta.

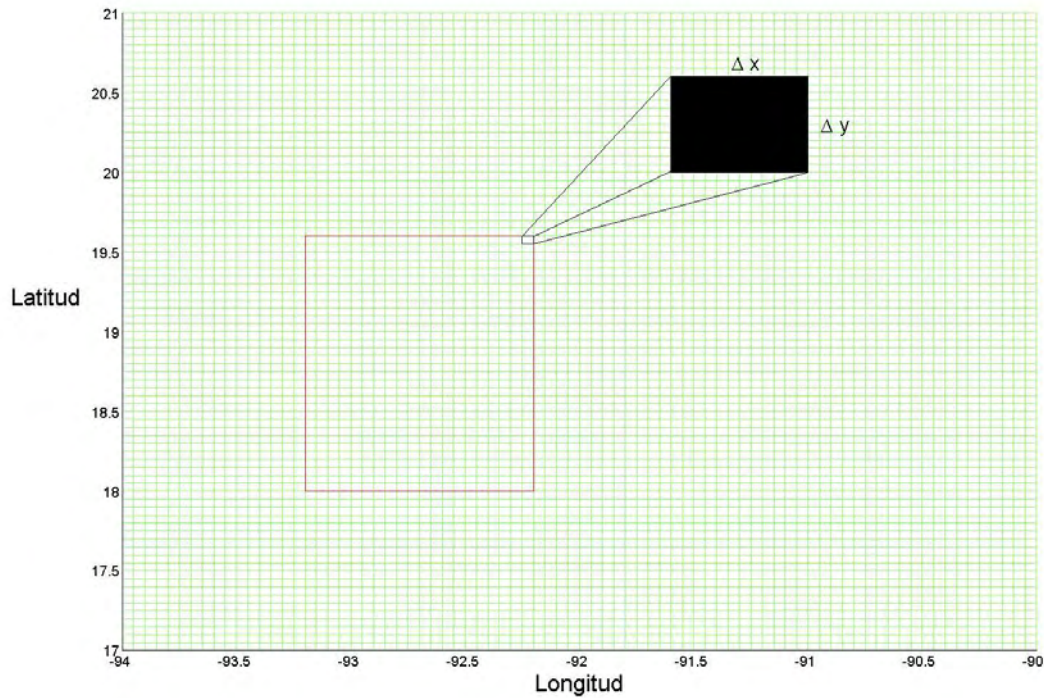


Figura IV-1. Delimitación de la región de estudio (color rojo) y resolución, $\Delta x = \Delta y = 0.05^\circ$.

El campo de flujo (de interés) que afecta al petróleo derramado, v_T , se obtiene sumando vectorialmente las contribuciones de las corrientes superficiales y del viento. Éste último multiplicado por un factor de arrastre empírico (0.03).

$$\vec{x}(t_n) = \vec{x}(t_{n-1}) + \overline{v_T} \cdot \Delta t + disp \tag{54}$$

donde $x(t_{n-1})$ es la posición previa de $x(t_n)$, $v_T \cdot \Delta t$ es el desplazamiento de las partículas por advección, corregida con el método de Runge – Kutta, éste consiste en ir aproximando la solución de la ecuación mediante el algoritmo para mantener el error acotado y obtener una buena aproximación de la trayectoria del petróleo.

Para la primer hora, la ec. 54 está dada por:

$$\vec{x}(t_1) = \vec{x}(t_0) + \vec{v}_T \Delta t + rand \tag{55}$$

donde $x(t_0)$ es la posición de la Plataforma Usumacinta

Los datos de las simulaciones numéricas realizadas con los modelos numéricos NCOM y WRF abarcan del 15 de Octubre del 2007, a las 12:00 am al 1° de Noviembre del 2007, a las 12 am. Para el análisis del petróleo derramado se consideran las salidas a partir del 23 de Octubre del 2007, a las 12:00 am.

En la Figura IV-2 se observa la advección – dispersión para la primera hora con la dirección de flujo del campo de corrientes (flechas negras) y el viento (flechas blancas).

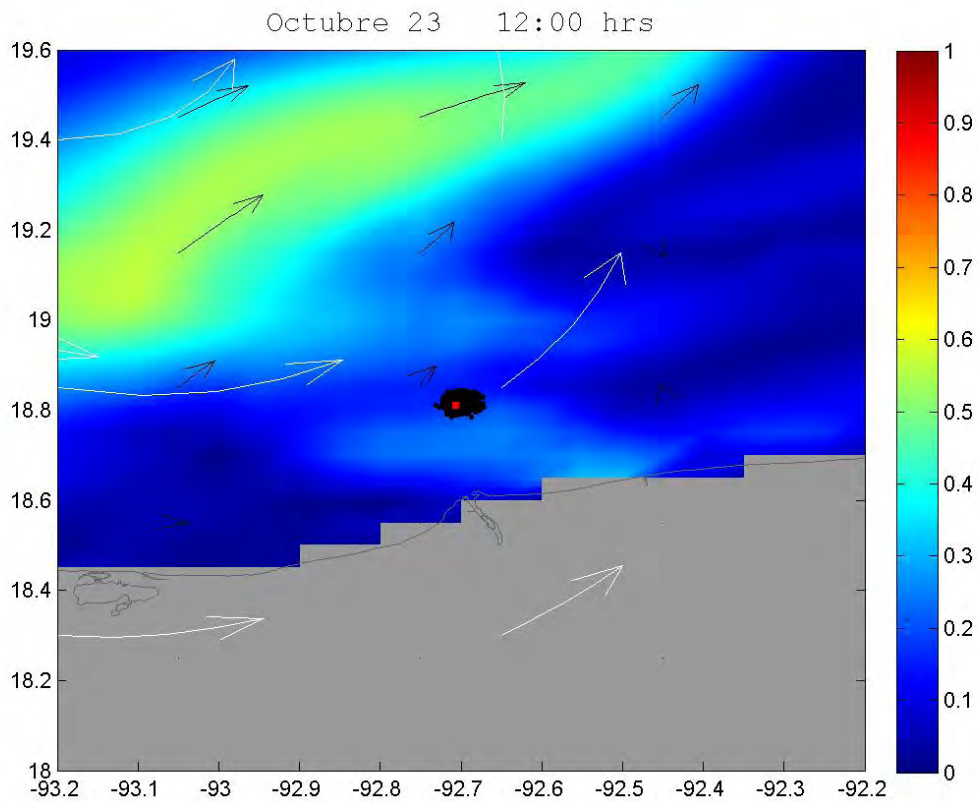


Figura IV-2. Advección y dispersión de partículas en la región, Plataforma Usumacinta en rojo.

La concentración que presenta la mancha de petróleo está influenciada por las ecs. 45, 46 y 48 descritas en el capítulo anterior. Para lo cual, se requiere definir un volumen eficaz (V_{RE}), que representa al volumen constante derramado en el mar cada hora.

De información pública de PEMEX, se tiene que 422 barriles de petróleo se vertieron en el mar diariamente, por lo que son 17.5834 barriles/hora, 2795.54 litros/hora ó 2.796 m³/hora. El volumen asociado a cada partícula.

En la Figura IV-3 se representan los resultados del destino de petróleo para las dos primeras horas después de haber ocurrido el evento. De lado de las abscisas se considera al tiempo y sobre el eje y el número de partículas por hora; la primera gráfica muestra el decaimiento de la taza de evaporación, disolución y dispersión conforme avanza el tiempo. Para la segunda ilustración observamos que prevalece un volumen relativo de la hora anterior más el volumen relativo de la segunda hora, después de producirse el ciclo.

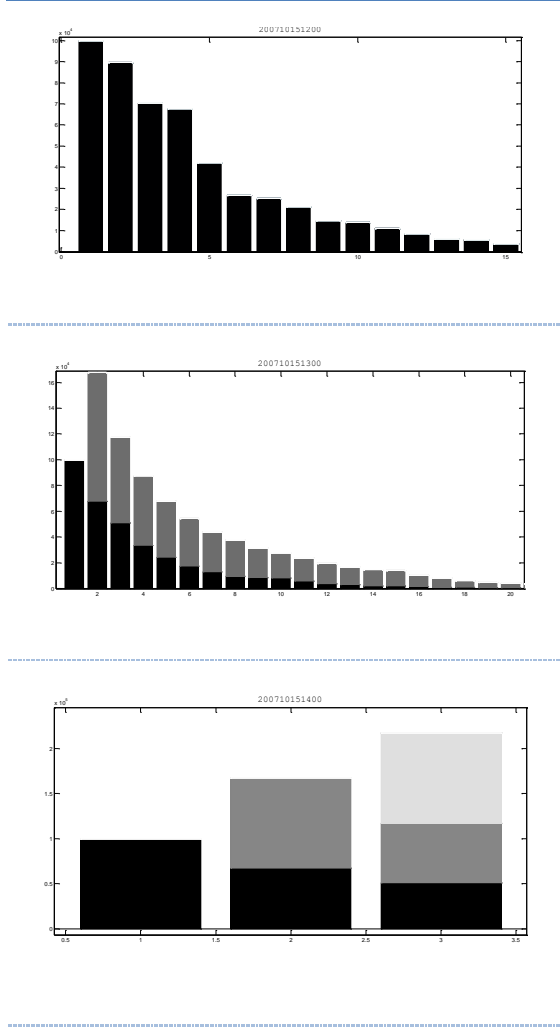


Figura IV-3. Secuencia del volumen/hora de decaimiento para 2.796 m³/hora (PEMEX), el cual tiende a ser despreciable después de 15 horas de iniciado el ciclo; b) Volumen de la

V.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Para evaluar la distribución espacial y destino del vertido se tomaron en cuenta procesos hidrodinámicos relacionados con la advección y dispersión, procesos de transformación como la evaporación, disolución y dispersión.

Entre los mecanismos que determinan la evolución del petróleo en su fase disuelta y particulada se encuentran las condiciones hidrodinámicas que influyen en el modelo lagrangiano y los cambios de concentración. Las corrientes y vientos son los principales factores que gobiernan el movimiento de las partículas, por tratarse de un evento extremo, los datos de los modelos numéricos NCOM y WRF proyectan las mejores estimaciones de estudio de un vertido de petróleo.

Se muestran 5 ilustraciones en las cuales se representa la evolución y comportamiento de la mancha de hidrocarburo a partir de la formulación del capítulo anterior. Para las primeras horas de la simulación el hidrocarburo se dirige y toca la costa aproximadamente en las coordenadas 18.65° N 92.45° W, situándolo en el límite de los estados de Tabasco y Campeche. La respuesta estimada es de 15% de volumen evaporado o disuelto, <1% del volumen dispersado naturalmente y el 85% del volumen que permanece en la superficie. En la Figura V-1 se observar el mapa de distribución espacial de la mancha y el flujo para los campos de viento y corrientes hacia el sureste.

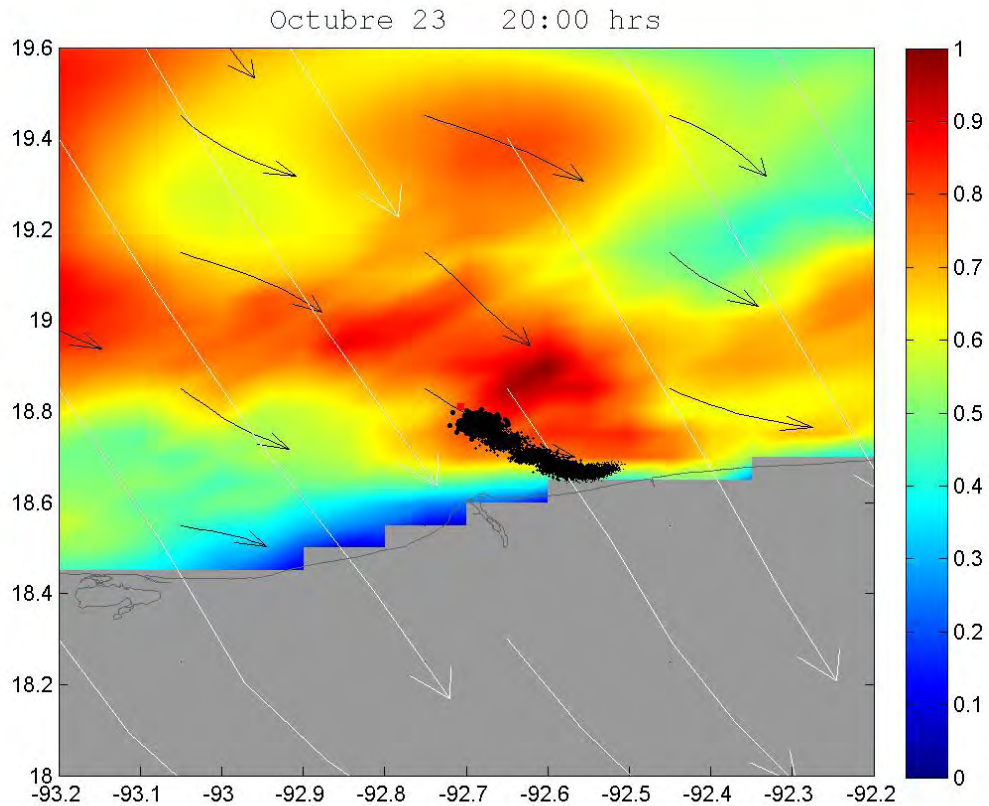


Figura V-1. Distribución espacial de la mancha. Se observa la llegada del petróleo a la costa el 23 de Octubre de 2007 a las 20:00 hrs.

Hasta el día 24 a las 07:00 hrs, la pluma del derrame cambio su dirección del sureste hacia el suroeste, dirigiéndose hacia las coordenadas $18^{\circ}37'15.82''N$ $92^{\circ}41'15.68''W$. En la Figura V-2 se observa como la dirección del campo de viento se encuentra perpendicular a la costa. Para esta fecha encontramos el 19% del volumen evaporado o disuelto, 1% disperso naturalmente y el 80% restante en la superficie del mar.

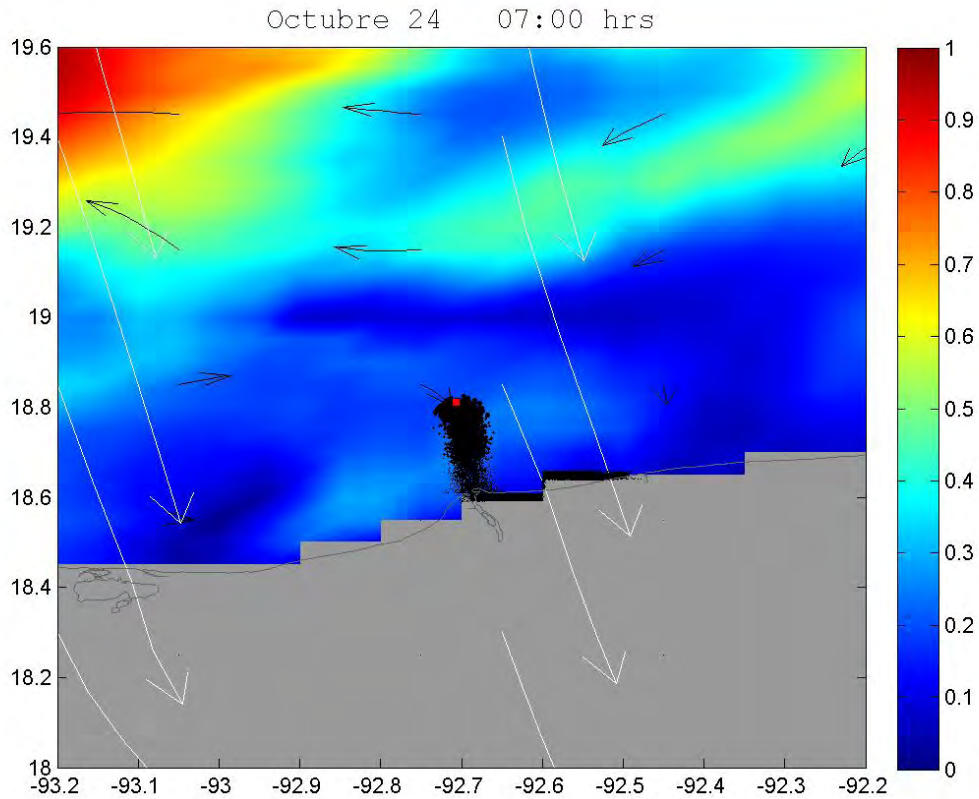


Figura V-2. Mapa espacial y respuesta estimada del destino del petróleo correspondiente al 24 de Octubre a las 07:00 hrs.

Durante 15 hrs después del 26 de Octubre a las 13:00 hrs la mancha de petróleo se desplaza hacia la costa oriente, la dirección del flujo del campo del viento y corriente son paralelos.

Le sigue un desplazamiento hacia el occidente para llegar el limite, aproximadamente en las coordenadas $18^{\circ}26'0.38''N$, $92^{\circ}59'57.16''W$; respecto a la estimación del destino se tiene que 17% de volumen se evapora o disuelve, 2% se dispersa naturalmente y el 81% como volumen restante en la superficie (Figura V-3). En el mapa de distribución espacial se visualiza que el flujo del campo de viento y corriente son perpendiculares.

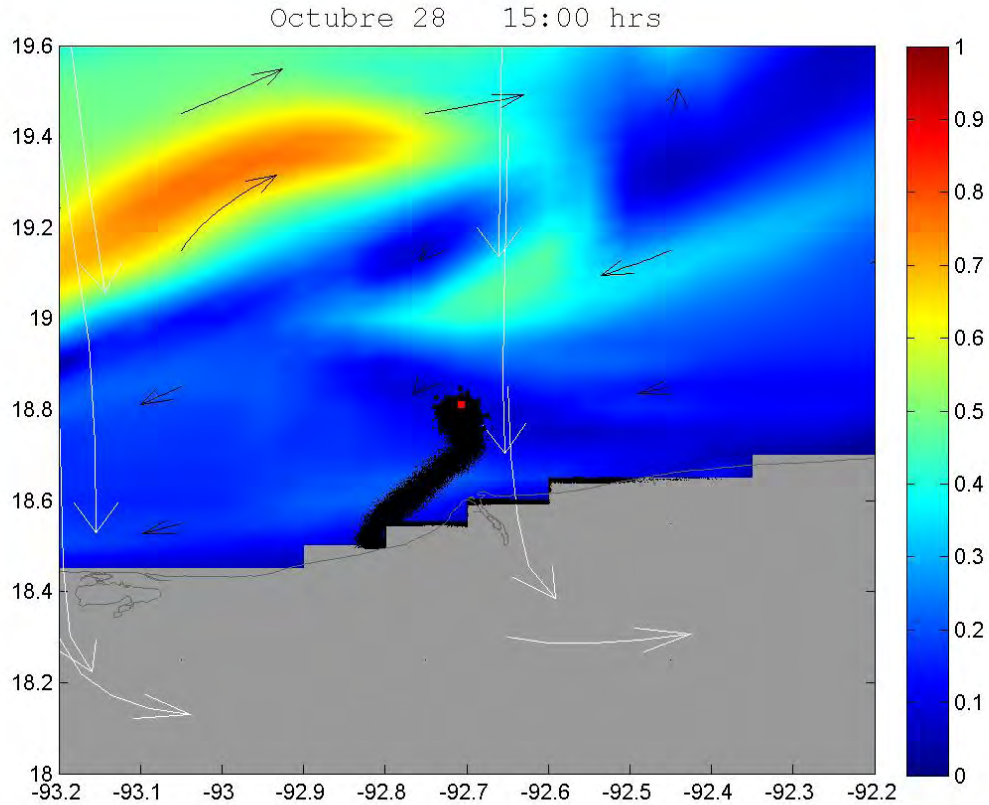


Figura V-3. Distribución espacial del petróleo el 28 de Octubre a las 15:00 hrs.

Posteriormente se presenta un zigzagueo de gran extensión (Figura V-4), que después de 2 días la pluma de la mancha disminuye. La Respuesta Estimada en porcentaje del destino de petróleo, para el 29 de Octubre a las 20:00 hrs; el 30 de Octubre a las 17:00 hrs y 31 de Octubre a las 21:00 hrs, son: 16, 12 y 15% del volumen evaporado o disuelto, 2, 1 y 1% dispersado naturalmente y 82, 87 y 83% de volumen restante permanece sobre la superficie del mar.

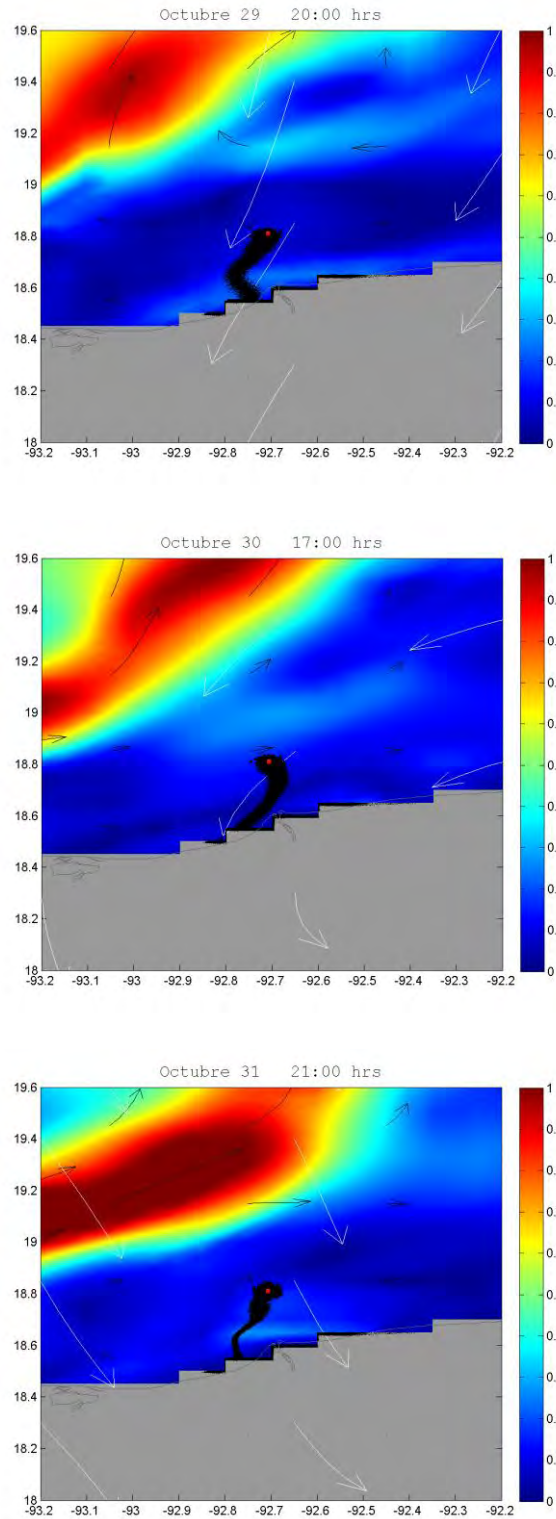


Figura V-4. Distribución espacial del destino del petróleo para el 29 de Octubre a las 20:00 hrs, 30 de Octubre a las 17:00 hrs y 31 de Noviembre a las 21:00 hrs.

Tal como se ha visto en la figura V-1 a la V-4 el petróleo se encuentra inmerso en una dinámica tanto como un continuo cambio de fase, entre la fase disuelta y la particulada.

La extensión afectada por el vertido que se obtuvo sobre la costa es de alrededor de 46 km, como se muestra en la figura V-5 con una línea de color rojo. La longitud de los cordones de petróleo obtenidos son de entre 21 km a 40 km aproximadamente.

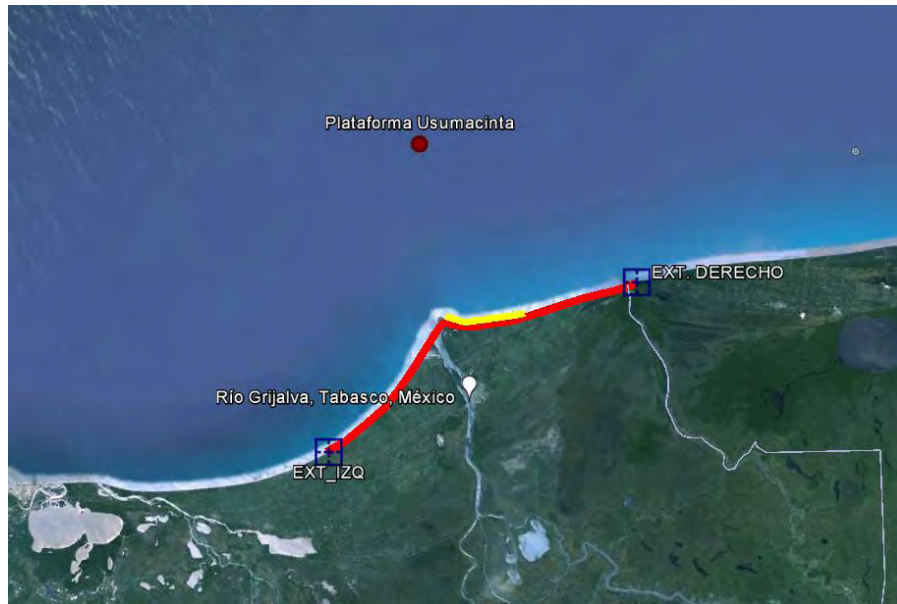


Figura V-5. Región costera afectada por el derrame, en rojo la zona afectada según los resultados de este estudio y de amarillo el área reportada por PEMEX.

El porcentaje general que se obtuvo en el volumen dispersado no rebasa el 1% y para la evaporación-dilución es no mayor al 20%, por lo que, se observa la importancia de este último en el destino del petróleo.

Con este análisis se sustenta la existencia de herramientas para simular la trayectoria de un vertido de petróleo sobre el mar.

RECOMENDACIONES

Lo ocurrido con el accidente en la Plataforma Usumacinta dejó muchas enseñanzas, por lo que sugieren los siguientes puntos.

Respecto a la modelación de los procesos que sufre el petróleo en un derrame son muy complejos para poder tener un control de todos ellos, pese a esto se debe implementar en el futuro modelos básicos para los procesos de largo plazo, aunque los procesos de más largo plazo, como la biodegradación suceden a menudo fuera de los plazos de la respuesta, su comprensión y predicción pueden ser útiles, ejemplo de ello son las decisiones para mitigar el impacto ambiental.

También se debe de contemplar un análisis más detallado a la trayectoria del petróleo por disolución y dispersión del soluto de la Plataforma Usumacinta, ya que en este caso se hizo a partir de ecuaciones obtenidas del Oil Budget Calculator (2010), caso específico del derrame el 2010 y no para la zona de estudio.

Realizar este mismo proceso tomando en cuenta un tirante de agua de 30 m, es también una de las cosas que pudiera mejorar el análisis para vertidos de hidrocarburo.

El cambio en el aporte del río del Río Grijalva producto de la enorme precipitación asociada al Frente Frío No.4 se debe considerar en un futuro, ya que pudo influir en la trayectoria y destino del petróleo que arribaba sobre la costa de Tabasco, en particular, impidiendo la llegada de petróleo a las costas localizadas al oeste de la desembocadura del río.

Se debe realizar un estudio más detallado de los procesos de transformación espacialmente.

BIBLIOGRAFÍA

Libros

- Herrera, Ismael y Pinder, George F. *Mathematical Models in Science and Engineering: an axiomatic approach*, Wiley, 2010, 1- 61 pp.
- Matthias, Tomczak and GODFREY, J. Stuard. *Regional Oceanography: An Introduction*, Great Britain: Butler & Tanner Ltd, 2001, 283 – 290 pp.
- Potter, Merle C. y Wiggert, David C. *Mecánica de fluidos*, 3ra edición, Thomson, México, 1998, 759 pp.

Artículos

- FERNÁNDEZ EGUIARTE, Agustín; GALLEGOS GARCÍA, Artemio; ZAVALA HIDALGO, Jorge. “Oceanografía Física de México, Ciencia y Desarrollo”, Conacyt, Volumen XVIII. Número 108, México, **1993**, 24 – 35.
- MOREY, S. L.; ZAVALA HIDALGO, Jorge; J. J. O’Brien. “High-resolution Ocean Modeling of the Gulf of México”, Research Activities in Atmospheric and Ocean Modeling, CAS/JSC Working Group on Numerical Experimentation, **2001**.
- [a] ZAVALA HIDALGO, Jorge; PARÉS SIERRA, A.; OCHOA, J. “Seasonal Variability of the Temperature and Heat Fluxes in the Gulf of Mexico”, *Atmósfera*, Volumen 15, México, **2002**, 81 – 104.
- [b] ZAVALA HIDALGO, Jorge; MOREY, Steven L.; James J. O’Brien. “A Numerical Study of the Circulation on the Western Shelf of the Gulf of México”, Research Activities in Atmospheric and Ocean Modeling, CAS/JSC Working Group on Numerical Experimentation. **2002**.
- [c] ZAVALA HIDALGO, Jorge; MOREY, Steven L.; James J. O’Brien. “On the formation and interaction of cyclonic eddies with the Loop Current using NCOM and a suite of observations”, Proceedings of the Oceans **2002** MTS/IEEE Conference. IEEE Catalog Num. 02CH37362C.

- ZAVALA HIDALGO, Jorge; MOREY, S. L.; J. J. O'Brien. "Cyclonic eddies northeast of the Campeche Bank from altimetry data", *Journal of Physical Oceanography*, Volumen 33, **2003**, 623 – 629.
- [a] MOREY, S. L.; MARTÍN, P. J.; J. J. O'Brien; A. A. Wallcraft; **J. Zavala-Hidalgo**. "Export Pathways for River Discharge fresh water in the northern Gulf of México", *Journal of Geophysical Research*, Volumen 108, **2003**.
- [b] MOREY, S. l.; ZAVALA HIDALGO, Jorge; J. J. O'Brien. "Impacts of vertical resolution on a numerical model of the Gulf of México", *Oceans 2003 Extended Abstract*.
- ZAVALA HIDALGO, Jorge y FERNÁNDEZ EGUIARTE, Agustín. "Propuesta para la regionalización de los mares mexicanos desde el punto de vista de los procesos físicos: el caso del Golfo de México", *Memorias del Taller de ordenamiento ecológico costero*, Instituto Nacional de Ecología, México, Noviembre de **2004**.
- [a] ZAVALA HIDALGO, Jorge; MOREY, S.L.; J. J. O'Brien; Zamudio, L. "On the Loop Current eddy shedding variability", *Atmósfera*, Volumen 19(1), **2006**, 41 – 48.
- [b] ZAVALA HIDALGO, Jorge; MARTÍNEZ, B.; GALLEGOS, A.; MOREY, S. L.; J. J. O'Brien. "Seasonal Upwelling on the Western and Southern Shelves of the Gulf of México", *Ocean Dynamics*. **2006**.

Tesis

- LÓPEZ MÉNDEZ, José Valentín. *Análisis del evento Meteorológico del 2007 relacionado con la inundación de Tabasco*, Tesis de Maestría en Ciencias (Física de la Atmósfera), Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), México, 2009.

Manuales

- SKAMAROCK, W. C. J. B. Klemp, J. Dudhia, D. O. Gill, D. M. Barker, M. G. Duda, X. Huang, W. Wang y J. G. Powers. "A description of the Advanced Research WRF Version 3 NCAR Tech", USA, 2008, 113 pp.

- Weather Research and Forecasting: ARW Version 3 Modeling System User's Guide, National Center for Atmospheric Research, USA, 2008, 60 pp.
- PAUL J. Matín. "Description of the Navy Coastal Ocean Model Versión 1.0", Naval, Research Laboratory, USA, 2000, 42 pp.

MESOGRÁFICAS

PONENCIAS U OTRAS PUBLICACIONES

- Petróleos Mexicanos. *Contingencia Usumacinta – Kab 101* [En línea]. México: PEMEX, Noviembre 2007 [ref. 15 de Diciembre de 2011]. Disponible en Web: <<http://www.pemex.com/files/content/usumacinta-CSocial.pdf>>
- Battelle. The Business of Innovation. *Resumen de los resultados entre las plataformas Usumacinta y Kab 101 ocurrido el 23 de octubre de 2007* [En línea]. México: Octubre 2008 [ref. 15 de Diciembre de 2011]. Disponible en Web: <http://www.pemex.com/files/content/resumen_ejecutivo.pdf>
- Comisión Especial Independiente. *Contingencia Usumacinta – Kab 101* [En línea]. México: CEI, 2008 [ref. 15 de Diciembre de 2011]. Disponible en Web: <http://www.pemex.com/files/content/usumacinta/informe_molina_cei.pdf>
- Petróleos Mexicanos. *Mecanismos para la investigación sobre el accidente en la plataforma Usumacinta* [En línea]. México: PEMEX, Octubre 2007 [ref. 15 de Diciembre de 2011]. Disponible en Web: <<http://www.pemex.com/index.cfm?action=news§ionID=8&catID=42&contentID=16291&media=pdf>>
- Otros: Petróleos Mexicanos. *Preguntas y Respuestas* [En línea]: PEMEX. <<http://www.pemex.com/index.cfm?action=content§ionID=119&catID=1152>>
- The Federal Interagency Solutions Group, Oil Budget Calculator Science and Engineering Team. *Oil Budget Calculator: Deepwater Horizon* [En línea]. Lehr, Bill. Noviembre 2010 [ref. Mayo de 2016]. Disponible en Web: <http://www.restorethegulf.gov/sites/default/files/documents/pdf/OilBudgetCalc_Full_HQ-Print_111110.pdf>
- NOAA. *Manual de Análisis de Trayectorias* [En línea]. 2002 [ref. Mayo de 2016]. Disponible en Web:

<http://response.restoration.noaa.gov/sites/default/files/Manual_Analisis_Trayectorias.pdf>

- NOAA. *UNH Coastal Response Research Center, NOAA, EPA and Coast Guard Convene Science Meeting to Study Dispersant Use and Ecosystem Impacts of Dispersed Oil in the Gulf of Mexico* [En línea]. Mayo 2010 [ref. Mayo de 2016] Disponible en Web: <http://www.noaanews.noaa.gov/stories2010/20100528_dispersant.html>
- NOAA. *Federal Agencies Introduce Online Mapping Tool to Track Gulf Response* [En línea]. Junio 2010 [ref. Mayo de 2016] Disponible en Web: <http://www.noaanews.noaa.gov/stories2010/20100614_erma.html>
- NOAA. *Federal Interagency Group Issues Peer-Reviewed Oil Budget Technical Documentation* [En línea]. Junio 2010 [ref. Mayo de 2016] Disponible en Web: <http://www.noaanews.noaa.gov/stories2010/20101123_oilbudget.html>
- NOAA, CRRC at the University of New Hampshire. *Submerged Oil – State of the Practice and Research Needs* [En línea]. Diciembre 2006 [ref. Mayo de 2016] Disponible en Web: <<https://crrc.unh.edu/sites/crrc.unh.edu/files/submergedoilworkshopreport.pdf>>
- CRRC at the University of New Hampshire. *Testimony to the U.S. Senate Committee on Commerce, Science and Transportation Subcommittee on Oceans, Atmosphere, Fisheries, and Coast Guard* [En línea]. Dr. Nancy E. Kinner. Julio 2010 [ref. Enero 2012] Disponible en Web: <http://www.crrc.unh.edu/deepwater_horizon_blowout/testimony_cst_072110.pdf>
- Battelle. *Análisis de causa raíz del Incidente entre la PAE Usumacinta y el KAB-101 [En línea]*. Brian Leis. Junio 2008 [ref. Enero 2012] Disponible en Web: <http://www.pemex.com/files/content/usumacinta/informe_battelle.pdf>
- Petróleos Mexicanos. *Seguimiento fotográfico del accidente en la plataforma Usumacinta* [En línea]. México: PEMEX [ref. Enero 2012]. Disponible en Web: <http://www.pemex.com/files/content/fotousumacinta_01.pdf>
- EnlaceVeracruz212. *Técnicos de Pemex removieron con éxito la torre de perforación de la Plataforma Usumacinta* [En línea]. Noviembre 2007 [ref. Mayo 2016] Disponible en Web: <<http://archivo.enlaceveracruz212.com.mx/?p=3413>>

- Gatza Digital. **Reconoce Pemex fallas en torno al accidente de la Plataforma Usumacinta** [En línea]. Noviembre 2008 [ref. Mayo 2016] Disponible en Web: <<http://www.coatzadigital.net/2008/11/reconoce-pemex-fallas-en-torno-al.html>>
- La Jornada. **Suman 21 muertos por el accidente de Pemex en la Sonda de Campeche** [En línea]. I. Rodríguez, T. Elizalde, L. Chim y L. Boffil. Octubre 2007 [ref. Mayo 2016] Disponible en Web: <<http://www.jornada.unam.mx/2007/10/27/index.php?section=estados&article=030n1est>>
- El Universal. **Derribará Pemex plataforma Usumacinta para controlar fuga** [En línea]. Noviembre 2007 [ref. Mayo 2016] Disponible en Web: <<http://archivo.eluniversal.com.mx/notas/463261.html>>
- CNN Expansión. **Pemex derribará Plataforma Usumacinta** [En línea]. Noviembre 2007 [ref. Mayo 2016] Disponible en Web: <<http://expansion.mx/negocios/2007/11/23/pemex-derribara-plataforma-usumacinta>>
- Noticieros Televisa. **Informa Pemex que fue extinguido el incendio en el pozo KAB – 121 de su Plataforma Usumacinta; el riesgo continúa por lo que se mantienen embarcaciones contraincendios** [En línea]. Noviembre 2007 [ref. Agosto 2012] Disponible en Web: <<http://www.esmas.com/noticierostelevisa/mexico/677701.html>>
- El Porvenir. **Moverá Pemex parte de la Plataforma Usumacinta para controlar fuga** [En línea]. Noviembre 2007 [ref. Agosto 2012] Disponible en Web: <http://www.elporvenir.com.mx/notas.asp?nota_id=175153>
- Pemex. **Métodos y factores de conversión** [En línea] Disponible en Web: <http://www.pemex.com/files/dcpe/mem03_met.pdf>
- Milenio. **Generaría millonarias pérdidas derrame de crudo en Golfo de México** [En línea] Junio 2010 [ref. Agosto 2012] Disponible en Web: <<http://www.milenio.com/cdb/doc/impreso/8789552>>
- Crónica. **Desastre ecológico: Semarnat alerta que es difícil controlar la fuga de petróleo** [En línea] Blanca Estela Botello, Octubre 2007 [ref. Mayo 2016] Disponible en Web: <<http://www.cronica.com.mx/notas/2007/330519.html>>

APÉNDICE A

Derivada Lagrangiana y Euleriana

Los métodos eulerianos trabajan en un marco de referencia fijo, lo cual repercute en que su cálculo sea sencillo, tiene menor demanda de recursos computacionales y por lo tanto en el tratamiento de la advección. Los modelos matemáticos lagrangianos basados en sistemas de coordenadas que siguen a la partícula son herramientas bien establecidas para la gestión de dispersión de vertidos en un medio.

La derivada lagrangiana también conocida como derivada material o derivada total, según la referencia que se consulte DP/Dt . Es aquella que describe la trayectoria conforme al tiempo de una propiedad (P) explicada a través del movimiento en las Leyes de Newton. La trayectoria de la propiedad convenida se observa en la siguiente figura, la cual describe posición y velocidad de una partícula.

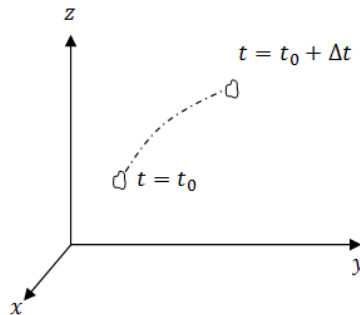


Figure A-1. Trayectoria de una partícula. DP/Dt es la razón de cambio de la propiedad P de la partícula.

$$\frac{DV}{Dt} = \frac{F}{m}$$

La ecuación previa muestra la razón de cambio de velocidad de una partícula, igualada a la fuerza que se ejerce en ella dividida por su masa, si esta razón de cambio es cero, la

trayectoria de dicha partícula no varía, es decir, se encuentra en un estado de reposo o movimiento constante.

Derivada Euleriana es la que describe el movimiento de una parcela a partir de diferenciales espaciales y temporales dentro del dominio de un volumen o flujo en cuestión $P(x,y,z,t)$. Para el análisis de Dinámica de fluidos es más fácil interpretar el comportamiento del campo por la optimización de éste.

Usualmente se representa la propiedad $P(x,y,z,t) = P(x,y,z)$ para un instante de tiempo, de esta manera, se crea un campo constante y por consiguiente se deduce el tránsito del campo a lo largo de un intervalo de tiempo.

Existe una relación con la derivada Lagrangiana DP/Dt donde $P(x,y,z,t)$ es una función del tiempo e identidad de la partícula, y derivada advectiva y de tendencia de P .

$$\underbrace{\frac{DP}{Dt}}_{\text{Derivada Lagrangiana}} = \underbrace{u \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial y} + w \frac{\partial P}{\partial z}}_{\text{Derivada Advectiva}} + \underbrace{\frac{\partial P}{\partial T}}_{\text{Tendencia}}$$

La tendencia es incluida para dar cuenta de los efectos de un campo inestable, se le adiciona Δt a la tendencia, mientras que si el término es equivalente o aproximado a cero $\partial P/\partial T=0$ la suposición se ajusta a un flujo constante.

Otra forma de expresar la ecuación anterior es a partir del gradiente de velocidad de la teoría del campo vectorial

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial T} + \nabla \cdot V$$

APÉNDICE B

Ecuación de Continuidad

Se detallan las ecuaciones parciales que modelan el movimiento de un fluido a partir de la conservación de masa a un volumen pequeño en un flujo de fluido.

Se considera un volumen cúbico en el espacio, en el cual, las componente de velocidad están orientados perpendicularmente a los ejes coordenados $(u,v,w) = (\text{hacia el este, hacia el norte, hacia arriba})$. El volumen es infinitesimalmente pequeño, de tal forma que, los planos permanezcan planos y las líneas rectas. Hay una variación en dirección de (u,v,w) .

Para el caso de los fluidos se tienen las siguientes suposiciones:

1. La tierra no gira, el sistema de referencia es inercial.
2. La fuerza gravitacional es la única energía externa.
3. El fluido es ideal, es decir, homogéneo, sin viscosidad, sin fricción e incompresible.

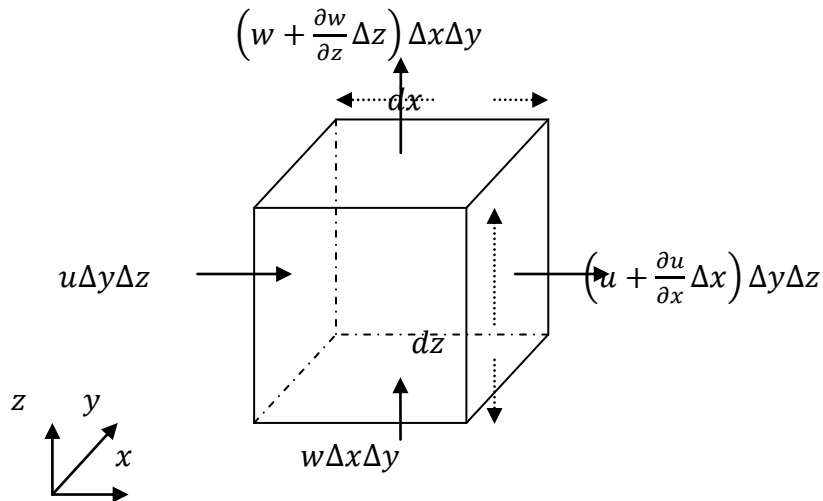


Figure B-1. Esquema de flujo a través de las caras en dirección del eje x y z.

En dirección al eje x

Salida

Entrada

$$\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x\right) \Delta y \Delta z - u \Delta y \Delta z = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z$$

En dirección al eje y

$$\left(v + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y\right) \Delta x \Delta z - v \Delta x \Delta z = \frac{\partial v}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z$$

En dirección al eje z

$$\left(w + \frac{\partial w}{\partial z} \Delta z\right) \Delta x \Delta y - w \Delta x \Delta y = \frac{\partial w}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z$$

La salida neta o el desplazamiento que se presenta será igual a

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \Delta x \Delta y \Delta z$$

Esta identidad es igual a cero, donde la densidad es constante y la masa acumulada en el elemento de volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$ no varía. Por lo tanto

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Otra forma de expresar la identidad anterior es vectorialmente, la velocidad es expresada como $V = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ y $\nabla = \partial u/\partial x \hat{i} + \partial v/\partial y \hat{j} + \partial w/\partial z \hat{k}$, donde $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ son vectores unitarios en dirección de x, y, z . Entonces

$$\nabla \cdot V = 0$$

Es la forma utilizada para expresar la ecuación de continuidad mediante varios sistemas de coordenadas.

APÉNDICE C

Ecuaciones de Momento

En el análisis de las Ecuaciones de Momento uno hace referencia a la 2° Ley de Newton para el balance de fuerzas y aceleración, es decir, la trayectoria de una partícula en el dominio espacial y temporal es igualada a la aceleración de dicha partícula por su masa.

Se muestra a continuación la deducción de la fuerza por presión en dirección de x , y la fuerza por viscosidad o turbulencia de un elemento cúbico de fluido.

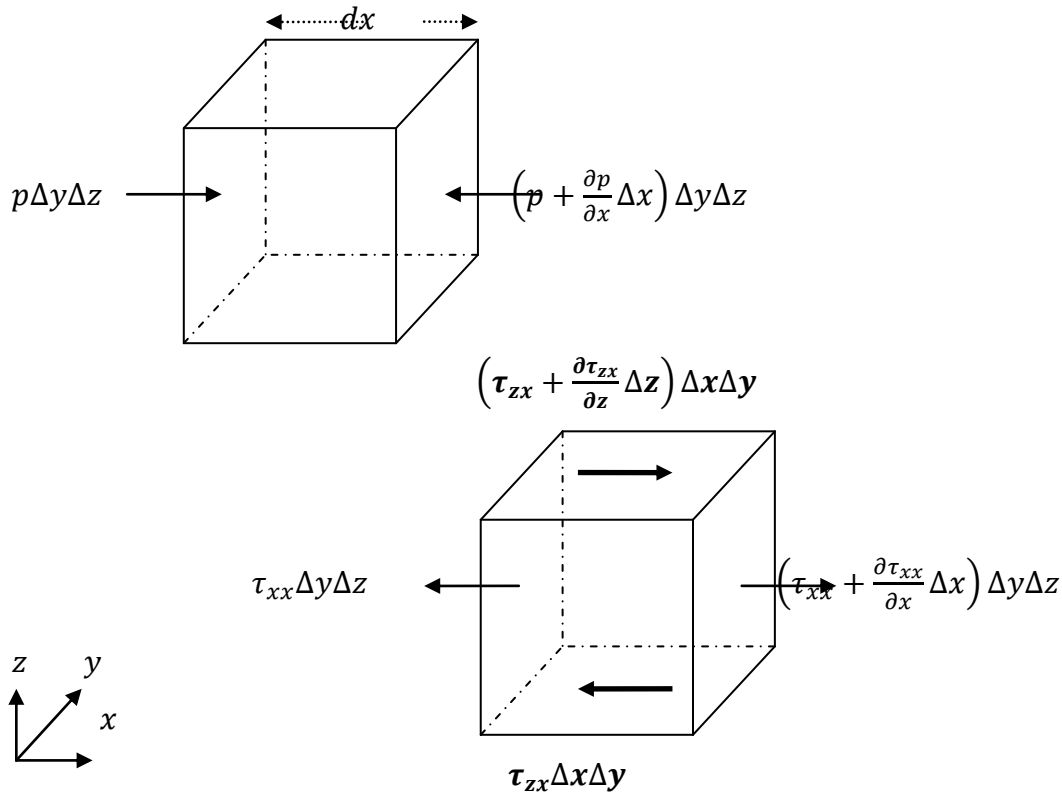


Figure C-1. En la parte superior se ejemplifica a la Fuerza por presión sobre un elemento cúbico de fluido en la dirección del eje x , mientras que en la parte inferior se muestran los esfuerzos por viscosidad o turbulencia.

La componente resultante de este sistema equilibrado en dirección al eje x es

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z$$

Mientras que la fuerza correspondiente a la viscosidad o turbulencia es

$$\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z$$

Análogamente se tiene en dirección al eje y y z

$$-\frac{\partial p}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z \quad ; \quad \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \quad ; \quad \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z$$

La aceleración por la masa toma la siguiente forma, donde será expresada la masa a partir de la densidad ρ en un sistema de coordenadas absoluto

$$\rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{D u}{D t}$$

Por lo tanto, la Ecuación de Movimiento en términos de fuerza y aceleración en la dirección de x será

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z = \rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{D u}{D t}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \frac{D u}{D t}$$