



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
MAESTRÍA EN CIENCIAS FÍSICAS

ESTUDIO DE LAS INTERACCIONES POR FUERZA DE MAREA EN EL  
SISTEMA JÚPITER-EUROPA

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRA EN CIENCIAS FÍSICAS

PRESENTA:  
EDNA GALINDO DELLAVALLE

DRA. GLORIA S. KOENIGSBERGER HOROWITZ  
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS

DR. FRÉDÉRIC MASSET  
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS

DR. JUAN CARLOS HIDALGO CUÉLLAR  
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS

MÉXICO, D. F. FEBRERO 2016.  
(versión del 25 de mayo de 2016)



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



A mis padres



# Resumen

Este trabajo es un estudio detallado sobre algunos casos que modelan la disipación de energía por efecto de las fuerzas de marea producidas en el sistema conformado por el planeta Júpiter y uno de sus satélites galileanos llamado Europa. El modelaje numérico se lleva a cabo usando el programa TIDES (*Tidal Interactions with Dissipation of Energy*) con parámetros de entrada del sistema Júpiter-Europa y analizando los resultados arrojados. Algunos modelos suponen que la superficie de Europa es una capa de hielo de entre 30 a 100 km de espesor y existe la posibilidad de que se encuentre agua en estado líquido debajo de esa costra de hielo. La superficie de Europa es geológicamente joven y muestra ciertas características que se asocian con la presencia de agua que se cree, mediante un mecanismo de convección, emerge a la superficie volviéndose a congelar y dejando marcas muy específicas. No toda la superficie de Europa tiene estos detalles, existe una zona llamada Conamara Chaos (caracterizada por franjas de varios kilómetros de largo que forman una cruz) que es la que presenta el mayor número de defectos topográficos. Es a través de información arrojada por la sonda Galileo que se ha podido avanzar en los detalles de composición de Europa.

Tenemos una predicción de los lugares geográficos en donde -bajo las suposiciones hechas en este modelo- sería factible encontrar agua en estado líquido. Creemos que estos resultados son importantes puesto que podrían ayudar a detectar *in situ* estas zonas de agua en estado líquido. En el año 2022 se espera que la misión JUICE (JUperiter ICy moons Explorer) sea lanzada y pueda descender sobre Europa en busca de agua y vida.



# Agradecimientos

Quiero agradecer de forma personal a la Dra Gloria Koenisberger por todo su apoyo, su tiempo y su amistad brindados para que este proceso tuviera un final feliz. Sin ella este trabajo no brillaría.

Gracias al Dr. Frédéric Masset y al Dr. Juan Carlos Hidalgo miembros de mi comité tutorial por todo el apoyo brindado en este proceso.

A mis sinodales Dra. Susana Biro, Dra. Sandra Ramírez, Dra. Bárbara Pichardo y Dr. Alfredo Santillán muchas gracias por su tiempo, sus valiosos comentarios y su entusiasmo para finalizar esta tesis.

Agradezco también al Instituto de Ciencias Físicas de la UNAM por su hospedaje y su café.

Va un agradecimiento con mucho corazón a todas las personas, sería imposible nombrarlas aquí, pero ellas saben quienes son y que me han acompañado por este transitar.

A la UNAM y a la UAEM que siempre me han abierto las puertas y gracias a ellas he tenido un crecimiento profesional exitoso.

Agradezco al Colegio Suizo de México campus Cuernavaca, lugar donde laboro y que me ha apoyado indirectamente en la realización de esta tesis.

Se agradece al proyecto PAPIIT No.129343 por el apoyo brindado para la elaboración de esta tesis.

Finalmente quiero agradecer a mi familia cercana, mis padres Yolanda y Manuel, mi hermano Chacho y mi compañero Emiliano por que por su apoyo incondicional y su cariño este proceso ha concluído cerrando un ciclo mas en mi vida.





# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>IV</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>V</b>
<b>Índice general</b>	<b>IX</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Io, Europa y las fuerzas de marea . . . . .	4
1.2. Encélado: satélite de agua y hielo . . . . .	6
<b>2. Europa</b>	<b>9</b>
2.1. Modelos de dos y tres capas . . . . .	19
<b>3. Código numérico <i>TIDES</i></b>	<b>25</b>
3.1. Descripción del modelo . . . . .	25
3.1.1. La aceleración $\mathbf{a}_*$ . . . . .	29
3.1.2. La presión del gas . . . . .	29
3.1.3. Fuerza viscosa . . . . .	31
3.1.4. Ecuaciones de movimiento. . . . .	33
3.1.5. Cálculo de la disipación de energía . . . . .	33
3.2. Archivos de salida . . . . .	35
3.3. Método de análisis . . . . .	37
<b>4. Características de las mareas en Europa</b>	<b>39</b>
4.1. Parámetros de entrada . . . . .	41
4.2. Resultados de los cálculos . . . . .	46
4.2.1. Caso fiducial . . . . .	51
4.2.2. Dependencia con la viscosidad . . . . .	53
4.2.3. Capa de 60 km . . . . .	53

4.2.4. Manto. Caso 00 . . . . .	56
4.2.5. <b>Disipación de energía</b> . . . . .	59
4.3. Conclusiones . . . . .	59
<b>Bibliografía</b>	<b>63</b>

*No dejaremos huella, sólo polvo  
de estrellas*

---

Jorge Drexler

# 1

## Introducción

Durante muchos años se creyó que el universo giraba alrededor de la Tierra. El modelo geocéntrico era el modelo aprobado por la iglesia católica, quienes mantenían una hegemonía en el poder, no sólo político, sino también científico. Varios pensadores de aquellos tiempos, entre el siglo X y XV, fueron encarcelados, perseguidos y muchas veces hasta quemados en la hoguera por herejía, como Giordano Bruno, quién murió en 1600 por sostener que la Tierra giraba alrededor del Sol. Sin embargo, conforme los avances tecnológicos de la época como la imprenta, hicieron posible que el conocimiento llegara a un mayor número de personas en menos tiempo, la iglesia empezó a perder el control y tuvo que ceder ante la evidencia de hechos demostrables. La época dorada del conocimiento había llegado, el Renacimiento se hizo tangible en todas las áreas del quehacer humano, la pintura, la música, la arquitectura, el vestuario, la filosofía, la escultura, empezaron a cambiar. Sus trazos rígidos y colores pardos, cedieron el paso a una expresión mucho más realista, más colorida, más humana. La ciencia no fue la excepción y con Leonardo da Vinci, entre otros, hubo un cambio total en el modo de describir lo que se veía. A partir de este momento hubo una proliferación de nuevas mentes que motivados por su propia curiosidad crearon el método científico, es decir, su actividad metódica y recurrente fue el principio de pasar de la alquimia a la ciencia. Los mitos empezaron a caer y con ello, el velo que se

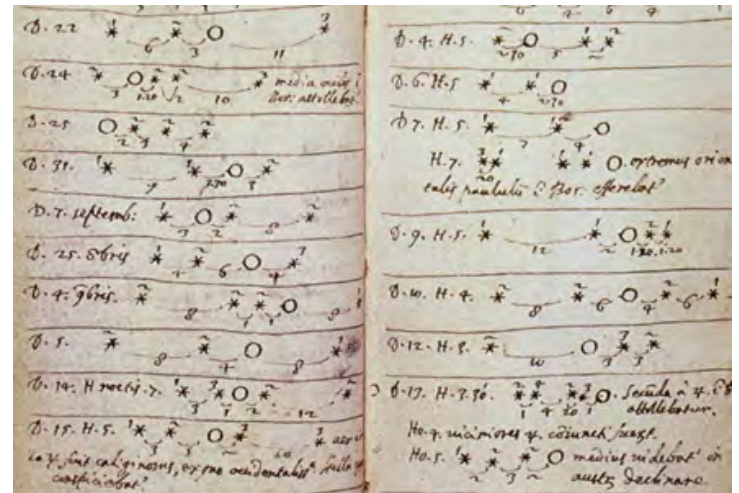
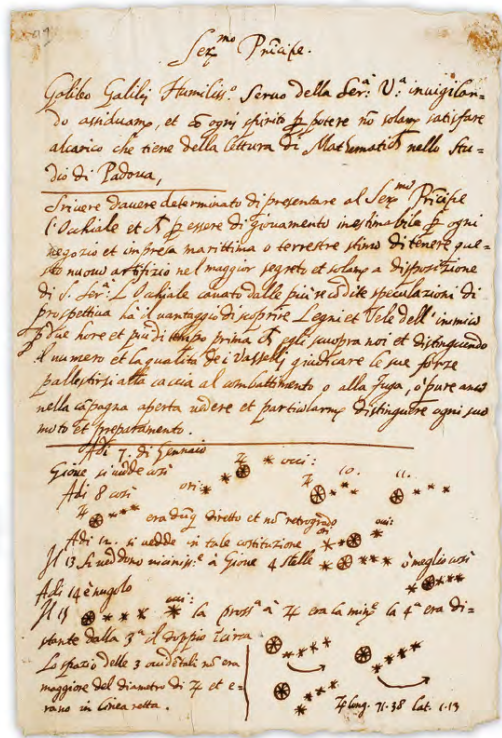
oponía al desarrollo del humano en el aspecto de lo que hoy se conoce como ciencias exactas. A través de la experimentación, la prueba y error y el poder mental de desarrollar nuevas teorías matemáticamente, es que tuvo su origen la ciencia moderna [31], [12].

Galileo Galilei, uno de los primeros científicos del siglo XVI es recordado, además de por sus descubrimientos, sus mejoras hechas a los telescopios, sus inventos y el desarrollo de teorías físicas como la cinemática, por haber sido uno de los primeros hombres en defender el modelo heliocéntrico de Copérnico. Debido a esta postura, en 1633, la Santa Inquisición lo persiguió por el delito de “sospecha vehemente de herejía”, encontrándolo culpable y condenándolo a pasar el resto de sus días en arresto domiciliario en Belosguardo al oeste de Florencia, Italia. Durante su arresto domiciliario escribió una de sus mejores obras: *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze*, (Discurso y demostraciones matemáticas, en torno a dos ciencias nuevas), un libro que sintetiza su trabajo en cinemática y en materiales. Murió en Arcetri, Italia en 1642. En el año internacional de la Astronomía (2009), el papa Benedicto XVI pidió perdón por el maltrato del que Galileo fue objeto, exhaltando la obra que legó a la humanidad.

Fue en enero de 1610 cuando Galileo, haciendo observaciones con un telescopio magnificador de una pulgada, que amplifica unas veinte veces la visión a simple vista, descubrió cuatro de los satélites que orbitan Júpiter. Los nombres que les dió fue “estrellas de los Médicis”, en honor de Cosme II y sus hermanos, quienes fueron sus mecenas. Sin embargo Simon Marius también descubrió los satélites al mismo tiempo y los nombró Ío, Europa, Ganimedes y Calixto, que según la mitología griega fueron cuatro de los amantes de Zeús, también conocido como Júpiter por los romanos. Actualmente son los nombres de Marius los que más se utilizan y también se les llama satélites galileanos. Alrededor de 1670 el astrónomo danés Ole Roemer los usó para hacer deducciones de la velocidad de la luz. Las limitaciones técnicas de la época dejaron el descubrimiento de los satélites galileanos en el olvido, hasta que en 1805, Pierre Simon Laplace demostró que tres de los satélites, Ío, Europa y Ganimedes se encuentran en resonancia<sup>1</sup> 4:2:1 respectivamente, es decir, que mientras Ío da cuatro vueltas, Europa da dos y Ganimedes una alrededor de Júpiter. A partir de este momento, volvieron a tomar importancia los satélites galileanos y empezaron a estudiarse sistemáticamente. A

---

<sup>1</sup>La resonancia impulsa o acelera a un cuerpo en órbita, tal que la excentricidad de la órbita satelital no puede evolucionar hasta circularizarse.



**Figura 1.1:** Ejemplo de los manuscritos que Galileo hizo cuando observó Júpiter con su nuevo telescopio. La figura de la izquierda es el borrador de una carta que envió a Leonardo Donato explicándole los usos bélicos que podría tener el catalejo que acababa de construir. En la parte inferior se encuentran los primeros diagramas conocidos de los hoy llamados cuatro satélites galileanos. La figura de la derecha es un ejemplo del seguimiento que por muchas noches hizo Galileo a Júpiter. Imágenes tomadas de los catálogos virtuales de la Universidad de Michigan en Estados Unidos y de la Biblioteca Digital del Instituto y Museo de Historia de la Ciencia en Florencia, Italia.

principios del siglo XX, se creía que los cuatro satélites galileanos eran iguales en composición pero diferentes en tamaño. Sin embargo, ya entrada la primera mitad del siglo, el análisis espectroscópico hizo ver que eran bastante distintos. Además el albedo<sup>2</sup> era mayor en unos que en otros, lo que dió lugar

<sup>2</sup>El albedo es una medida de la cantidad de luz reflejada por un objeto

a la conjetura de que al menos su superficie era distinta. La era de los viajes espaciales llegó y con ella la creación de la NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) que propuso una primera misión de estudio del Sistema Solar. La misión Voyager 2 despegó el 20 de agosto de 1977, llegando a Júpiter el 9 de julio de 1979, seguida de la misión Voyager 1 que despegó el 5 de septiembre de 1977, dos semanas después del Voyager 2, llegando a Júpiter el 6 de enero de 1979. Ambas sondas fueron diseñadas para sacar ventaja de una rara alineación planetaria entre Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno que ocurre cada 176 años y son, hasta la fecha, las astronaves con mejor tiempo de vuelo en el espacio [51]. Las primeras imágenes de  $800 \times 800$  píxeles<sup>3</sup> llegaron a la Tierra en enero de 1979 mostrando detalles nunca antes vistos, convirtiendo al Voyager 1 en la primera astronave en enviar fotografías de Júpiter, Saturno y algunos de sus respectivos satélites, a la Tierra.

## 1.1. Io, Europa y las fuerzas de marea

A raíz de las evidencias anteriores, se propuso una nueva y más refinada misión exclusivamente al sistema joviano. El Jet Propulsion Laboratory (JPL) en Estados Unidos fue el organismo encargado de la nueva misión a Júpiter: la sonda Galileo. Originalmente llamada “Jupiter orbiter with probe”, despegó el 18 de octubre de 1989 llegando a Júpiter el 7 de diciembre de 1995, permaneciendo hasta septiembre del 2003, casi un año joviano [22]. La tecnología empleada para esta nueva misión superó con mucho a las misiones Voyager, permitiendo obtener imágenes con hasta 6 m/píxel de resolución en los sobrevuelos a Europa, mientras que las imágenes del Voyager eran de 1-2 km/píxel en los mejores casos. [22],[28].

Estas imágenes han permitido ver las fumarolas que emanan de los volcanes de Ío, los intrigantes y misteriosos patrones de quebraduras que pueblan la superficie de hielo de Europa y Ganímedes y al satélite más golpeado por meteoritos del Sistema Solar, Calixto. Es a partir de estas imágenes que se ha especulado mucho sobre la posible existencia de un océano de agua debajo de las capas de hielo de Europa y Ganímedes, y quizá entonces de la posibilidad de que haya vida en estos satélites. Se ha llegado a comparar a Júpiter y sus cuatro satélites con un Sistema Solar en miniatura. Hoy se sabe que Júpiter, el planeta más grande del Sistema Solar, tiene 67 satélites naturales orbitando alrededor de él. La mayoría de ellos son muy pequeños ( $r < 10$  km), y

---

<sup>3</sup>Un píxel es la mínima unidad que forma parte de una imagen digital.

están clasificados por grupos: el grupo interno, el grupo Himalia, el grupo Ananke, el grupo Carme, y el grupo Pasiphae. Además de otros dos satélites llamados Themisto y Carpo. Algunos de los satélites contenidos en los grupos tienen nombres propios y otros siglas y números para identificarlos.

Las cuatro lunas Galileanas de Júpiter son, en orden de su distancia respecto a este cuerpo central, Ío, Europa, Ganimedes y Calisto. En esta sección nos enfocaremos a la primera de éstas.

Las dimensiones de Ío son comparables con las de la Luna y también carece casi por completo de una atmósfera que envuelva su superficie rocosa. Su forma es ligeramente elíptica, debido a su interacción gravitacional con Júpiter y debido a la ligera excentricidad de su órbita ( $e = 0.0041$ ), esta deformación no es constante sino que oscila con un período igual al orbital. Es de destacarse que la variación en el extensión vertical de la protuberancia principal es de  $\sim 100$  m. Esta variación en la deformación de Io se traduce en disipación de energía que aparece en la forma de calor en las regiones mas afectadas por esta variación.

Poco después del primer encuentro de las astronaves *Voyager* con Ío en 1979, se detectó una emanación proveniente de esta luna en las imágenes que habían sido tomadas [47]. Por primera vez en la historia se había descubierto evidencia concreta de actividad volcánica mas allá de la Tierra, ya que rápidamente se pudo identificar que las emisiones correspondían a erupciones volcánicas.

En un artículo publicado por Peale *et al.*[57] se presentó un cálculo del calentamiento que podría sufrir el interior de Ío debido a la resonancia orbital con Europa y Ganimedes. El periodo orbital de Ío, Europa y Ganimedes es 1.77, 3.55 y 7.16 días terrestres, respectivamente, lo cual implica que cada segunda vuelta que le da Io a Júpiter, se encuentra a su distancia mínima de Europa lo cual produce un incremento apreciable en la perturbación gravitacional a la cual está sometido. Como resultado, su deformación – que ya es significativa debido a su interacción con Júpiter – se incrementa con un período de 3.4 días. Un efecto semejante pero de menor magnitud ocurre por su interacción con Ganimedes. Una estimación de la cantidad de energía disipada por las fuerzas de marea en Io proviene de observaciones efectuadas en el infrarrojo que indican que el flujo de energía es de aproximadamente  $2.25 \text{ Watts/m}^2$ . Adoptando un radio de 1822 km, y suponiendo una distribución de flujo uniforme sobre la superficie, esto implica una luminosidad de  $9.39 \times 10^{18} \text{ erg s}^{-1}$ . Lainey V. *et al.*[40] hacen notar que si Ío se encuentra en equilibrio térmico, esta tasa de pérdida de energía debe ser comparable a la



que es generada por las mareas de Ío.

En conclusión, se ha demostrado que la actividad volcánica en Ío es consecuencia de las perturbaciones arriba descritas, llamadas perturbaciones por fuerzas de marea, las cuales lo calientan lo suficiente como para derretir el material sólido y producir el magma volcánico.

## 1.2. Encélado: satélite de agua y hielo

Saturno es el segundo planeta más grande del Sistema Solar. Tiene 62 satélites conocidos orbitando alrededor de él. Es un planeta gaseoso y se distingue por tener llamativos anillos<sup>4</sup> alrededor de su ecuador hechos de polvo, rocas y hielo. La misión Cassini fue lanzada por la NASA en octubre de 1997 llegando a Saturno a mediados de 2004. Sus objetivos eran estudiar de cerca este planeta, sus anillos y algunos de sus satélites congelados como Titán, Dione, Mimas, Rea y Encélado[18].

Encélado es un satélite con 500 km de radio orbitando afuera del anillo principal de Saturno pero interior a la órbita de Titán. Aunque había sido descubierto desde 1789, no había llamado la atención hasta que las imágenes tomadas por telescopios terrestres en los años 80's del siglo pasado, revelaron que existía un anillo débil afuera de los anillos principales de Saturno y que el pico de intensidad luminosa estaba justamente en la órbita de Encélado. Se pensó entonces que, dado que la magnetósfera de Saturno erosiona en escalas de cientos de años a las micropartículas cargadas que pudieran existir en este anillo -llamado E-, la única otra fuente para mantener este anillo sería Encélado. Las misiones Voyager 1 y 2 revelaron que la superficie de Encélado era muy diferente de la de los otros satélites, ya que está casi libre de cráteres, lo cual indica que la formación de la superficie es geológicamente reciente  $<0.5$  Myr (Porco *et al.* [60]).<sup>5</sup>

Posteriormente, la misión Cassini hizo 19 sobrevuelos alrededor de Encélado entre el 2005 y el 2012, enviando las primeras imágenes. estas revelaron la gran actividad que Encélado tiene en su superficie, descubriendo cerca del polo sur 4 zanjas (*tiger stripes*) de varios kilómetros de ancho y mucho más

---

<sup>4</sup>Se le han asociado letras a los anillos de Saturno para identificarlos, el más interno es el *D*, seguido de *C*, *B*, *A*, *F*, *G*, siendo el anillo *E* el último. Entre los anillos hay espacios que también tienen nombres.

<sup>5</sup>La edad de una superficie se puede estimar a primer orden por el número de impactos de meteoritos. Si la superficie se renueva continuamente estos impactos se van borrando.

calientes que sus alrededores, radiando 16 GW de calor interno [36]. Sorpresivamente una emanación tipo geiser tuvo lugar justo en el momento en que la sonda Cassini hacía su sobrevuelo más cercano (23 km encima de su superficie) el 12 de marzo de 2008[18]. El espectrómetro abordo pudo detectar que las emanaciones estaban compuestas principalmente por vapor de agua, dióxido de carbono, monóxido de carbono y algunos materiales orgánicos.

Es a partir de estas evidencias que se piensa que el anillo E fue formado debido a estas emanaciones tipo geiser presentes en el polo sur. Encélado llegó a ser el primer objeto congelado con actividad geológica comprobada.

Haciendo un modelaje sobre las posibles formas de escape de gas y agua de Encélado, se ha podido extrapolar a otros satélites congelados como Europa explicando esas líneas que se han observado sobre su superficie de estos otros satélites.

La presencia de moléculas de agua en el jet indica la presencia de agua en fase líquida en Encélado, razón por la cual se ha concluido que esta luna está formada por un núcleo duro de silicato sobre el cual hay una capa de agua líquida, y la superficie consiste de una capa de hielo.

La pregunta natural que surge es ¿cómo es posible que exista agua en fase líquida en un cuerpo que se encuentra tan lejos del Sol y que además tiene una edad tan avanzada indicando que la energía térmica interna original debe haberse ya disipado?

Debido a que Encélado tiene una órbita excéntrica, sufre deformaciones periódicas las cuales dan lugar a disipación de energía en forma análoga a lo que ocurre en Ío, es decir, el origen de la energía que calienta el hielo y lo convierte en agua líquida son las fuerzas de marea. Cabe mencionar que la radiación por decaimiento de isótopos existentes en el interior de Encélado produciría una potencia de alrededor de  $3 \times 10^{15}$  erg s<sup>-1</sup>, mucho menor a los  $16 \times 10^{16}$  erg s<sup>-1</sup> que fueron medidos alrededor de las zonas de las zanjas.

La distribución de agua líquida puede tener diversas formas. Por ejemplo puede haber un océano global entre el núcleo de silicato y la capa de hielo, o bien un mar local en el polo sur debajo de la capa de hielo, o inclusive mantos de agua localizados en el interior de la capa de hielo.

Un océano global desacoplaría la capa de hielo del núcleo de silicatos. Éste permitiría una mayor deformación de la capa de hielo por mareas, haciendo más fácil la generación de los  $16 \times 10^{16}$  erg s<sup>-1</sup> de energía disipada medidos. Sin embargo, existen dudas sobre este tipo de modelos, ya que hay muchos parámetros que no son medibles sino que sólo se han inferido de observaciones y de modelaje.

En el caso de Europa la edad estimada de su superficie es del orden de los 50 Myr y comparte algunas características con Encélado. El único registro que se tiene hasta la fecha de una emanación tipo geiser en el hemisferio sur de Europa, fue tomado por el telescopio espacial Hubble en diciembre de 2012 con 7 horas de observación. Roth *et al.*[64] encontraron que muy posiblemente debido a las enormes fuerzas de marea la superficie de Europa presenta facturas y escapa principalmente vapor de agua al exterior.

En el Cuadro 1.1 listamos propiedades de Europa que serán empleadas en este trabajo.

Propiedades físicas de Europa y Encélado		
Propiedad	Europa	Encélado
Radio orbital medio (km)	670 900	237 948
Periapsis (km)	664 792	238 037
Excentricidad	0.009	0.004
Periodo orbital y rotacional (días terrestres)	3.55	1.37
Radio medio (km)	1560.8	252.1
Densidad promedio ( $g/cm^3$ )	3.01	1.61
Masa (kg)	$4.80 \times 10^{22}$	$1.08 \times 10^{20}$
Temperatura superficial media (K)	102	75

**Cuadro 1.1:** Algunos parámetros físicos de Europa satélite de Júpiter y Encélado satélite de Saturno. Las días son terrestres. Los datos fueron tomados de <http://solarsystem.nasa.gov/planets>.

# 2

## Europa

El estudio detallado de los satélites jovianos se hizo en un principio a través de espectrofotometría deduciendo sus densidades, temperaturas superficiales y composición superficial. A partir de esta información se ha inferido la composición interna de los satélites. De Europa se sabía hasta 1966 (Moroz [50]) su albedo 0.38, su temperatura efectiva 130 K y su densidad  $3.0 \text{ g/cm}^3$ . A partir de estos datos se empezó a trabajar en la idea de que el agua que está debajo de la superficie congelada de Europa se encuentra en estado líquido, formando grandes mantos de alrededor de 100 km de profundidad, por ejemplo en Cassen [17].

Después de la explosión de información recibida en la Tierra tras los vuelos de los Voyager 1 y 2, la misión Galileo fue planeada y pospuesta varias veces. En particular por el accidente del Transbordador Espacial Challenger en 1986. Finalmente el 18 de octubre de 1989 fue lanzada a bordo de un cohete desde el Centro Espacial Kennedy. La trayectoria que siguió se conoce como VEEGA (*Venus-Earth-Earth-Gravity-Assist*), la cual consiste en utilizar la fuerza gravitacional de Venus y de la Tierra para darle a la astronave la aceleración requerida para encaminarla hacia los confines externos del Sistema Solar. La sonda Galileo llegó a Venus el 10 de febrero de 1990, para luego regresar hacia la Tierra por donde pasó primero el 8 de diciembre de 1990 y una segunda vez dos años más tarde, en diciembre de 1992, con lo cual

obtuvo la aceleración que necesitaba para llegar a Júpiter el 7 de diciembre de 1995. Existen muchos reportes sobre los detalles técnicos del vuelo y de los instrumentos con los que iba equipada la sonda Galileo, como se cita en Johnson [37].

En los sobrevuelos hechos a Europa se tomaron fotografías que tienen una resolución de entre 10 m/px a 1 km/px y se hicieron mediciones *in situ* de los campos gravitacionales y las interacciones magnetosféricas. Generalmente la sonda se aproximaba al objeto alrededor de 1500 km.

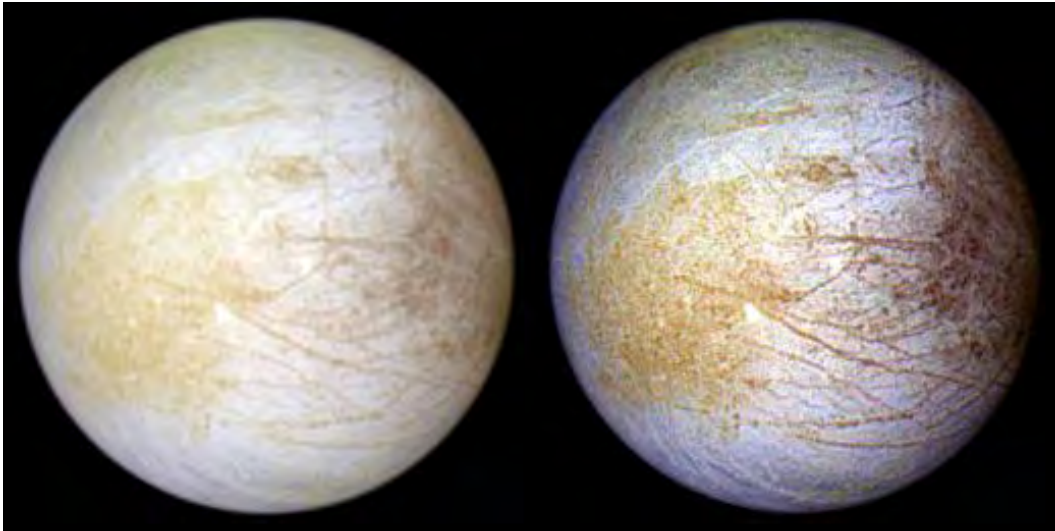
La sonda Galileo mostró que hay un campo magnético inducido por la variación en el campo magnético de Júpiter lo que sugiere una capa interna conductiva. Esto dió lugar a tratar de entender con más profundidad los cambios en los campos magnéticos medidos, llevando a generar modelos para tratar de entender el fenómeno. Se llegó así a la conclusión de que tiene que existir en la época actual una capa de agua salada en estado líquido debajo de la superficie congelada de Europa, como explica por ejemplo Kivelson, [39]. En este capítulo presentaremos más detalles sobre los tipos de modelos propuestos.

Imágenes como las de la Figura 2.1 han dado pie a sugerir que la superficie de Europa es lisa; la densidad sugiere que su composición interna es similar a la de los planetas terrestres, hecha de silicatos; probablemente tiene un centro de hierro metálico y una capa de unos 100 km de espesor con una superficie dura de hielo y agua debajo. Se estima que su temperatura es de 110 K en el ecuador y de 50 K en los polos. Además, existe evidencia de que el campo magnético de Europa cambia de dirección cada vez que Júpiter da media vuelta sobre su propio eje. Este cambio de dirección hace pensar que Europa se comporta como un conductor, lo cual sugiere que existe la estructura interna diferenciada (Pappalardo, [56]).

La densidad promedio de Europa es  $3 \text{ g/cm}^3$ . Suponiendo que posee un núcleo metálico/de silicio, similar a la composición de Io ( $3.5 \text{ g/cm}^3$ ), tendría que poseer una capa externa con un grosor de  $\sim 120 \text{ km}$  de agua/hielo (Casset *et al.* 1982).

Los datos de campo magnético de Europa no pueden ser explicados por regiones pequeñas y localizadas de agua salada y requieren de un cascarón casi esférico.

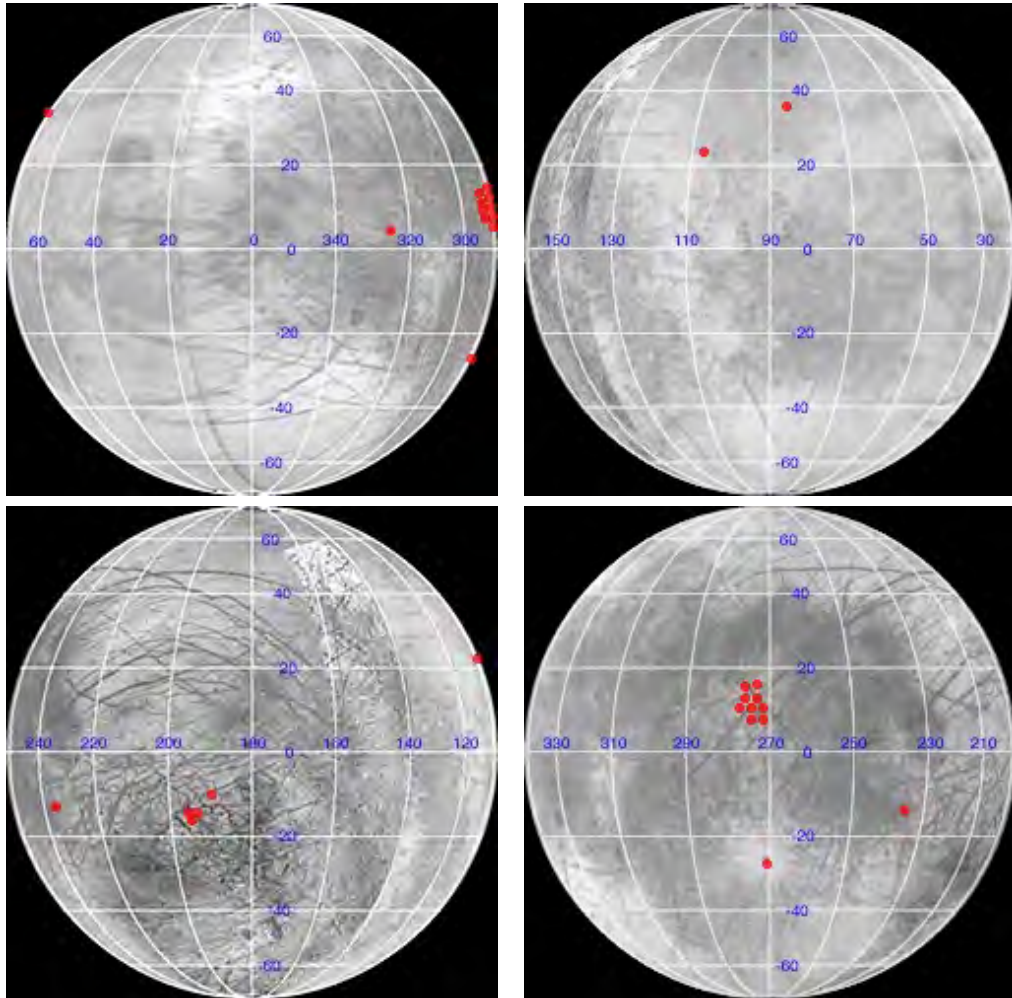
El sistema que se usa para localizar regiones sobre la superficie de Europa consiste según Greenberg ([28], pp.14) en definir la latitud con respecto de los ejes de rotación en los polos y el ecuador (como se hace con la Tierra) y



**Figura 2.1:** *Dos imágenes de Europa tomadas por el Sistema de la sonda Galileo SSI (Solid State Imaging) en junio de 1997 durante su novena órbita. La imagen de la izquierda muestra a Europa en sus colores naturales. La imagen de la derecha ha sido tratada con colores para enfatizar las características geológicas de Europa. En la imagen de la derecha, las partes blancuzcas y azuladas de la superficie muestran las zonas con hielo de agua con algunos otros materiales, mientras que las partes cafés moteadas muestran las zonas donde hay más sales hidratadas y algún compuesto rojo no identificado. La zona más amarillosa del terreno moteado en la parte de la izquierda (figura de la derecha) es también un compuesto no identificado. Las líneas largas y más oscuras son fracturas de la capa de hielo algunas de las cuales miden mas de 3,000 km de largo. El norte está hacia arriba y el centro de estas imágenes está en aproximadamente una latitud de 30° (ver Figura 2.2).*

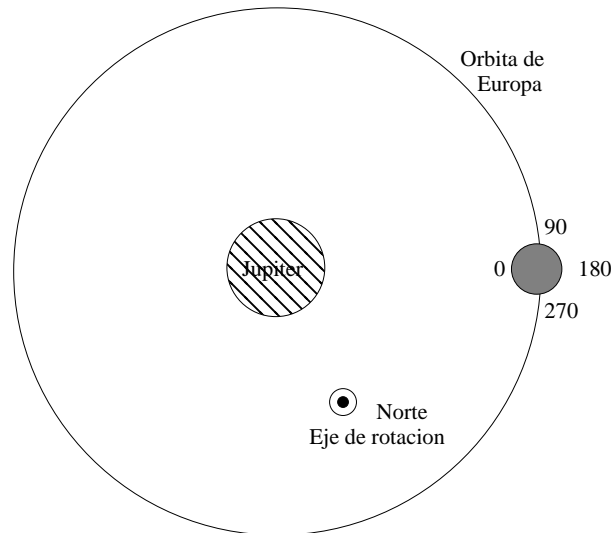
en usar la rotación sincrona de Europa con Júpiter para definir la longitud 0° como el meridiano más cercano a Júpiter y los subsecuentes en el sentido de la rotación de Europa como se muestra en la Figura 2.2.

Dado que la superficie de Europa presenta pocos cráteres se puede pensar que la capa superficial es geológicamente reciente ( $\approx 50\text{Myr}$ ), ya que muy probablemente existe gran actividad geológica que renueva constantemente la superficie. Según Alexander [3]: “la mayoría de los paleontólogos estiman



**Figura 2.2:** Vista general de Europa con meridianos y paralelos numerados. Los puntos rojos representan lugares de interés y regiones que han sido fotografiadas a muy alta resolución. En la imagen inferior derecha están la zona caótica de Conamara en el paralelo  $9^\circ$  y en el meridiano  $274^\circ$  y el cráter Pwyll sobre el paralelo  $-26^\circ$  y el meridiano  $271^\circ$ . Imagen tomada de <http://solarsystem.nasa.gov/galileo/gallery/europa-maphigh.cfm>

una edad de 70 millones de años, que no es más que un parpadeo geológico comparado con las edades de otras superficies planetarias”.



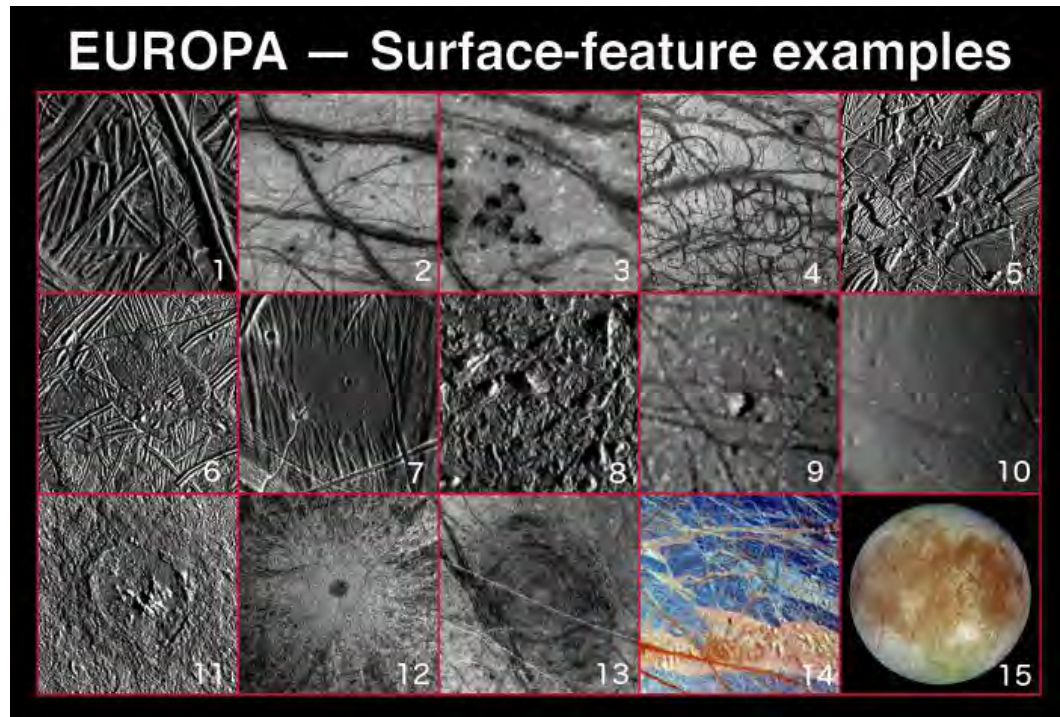
**Figura 2.3:** Diagrama no a escala que muestra la configuración utilizada para posicionar los meridianos sobre Europa utilizando la sincronía que tiene con Júpiter. El movimiento orbital de Europa es contrario al de las manecillas del reloj.

Dos prominencias a gran escala, producidas por los impactos de dos meteoritos, dominan el panorama de Europa: el cráter de Callandish de unos 60 km de ancho y el cráter de Pwyll que tiene alrededor de 20 km de ancho, cuyas líneas de eyección de material corren por algunos miles de kilómetros desde el cráter y en todas direcciones, (Greenberg, [28]).

El panorama general de la región alrededor del meridiano 270° se puede describir en términos de líneas, bloques y puntos. La Figura 2.3 muestra un diagrama en el que se muestra la posición de los meridianos con relación a Júpiter. Se han clasificado varios tipos de suelo sobre la superficie de Europa: los que se conocen como suelos caóticos, los suelos lenticulares y los que tienen líneas, rayas o bandas sencillas, dobles y triples.

Una de las regiones más interesantes se llama Conamara y se caracteriza por ser una región caótica de alrededor de 180 km de ancho. Se localiza al norte del ecuador y en el meridiano 290°. La región es cruzada por dos líneas formando una X, como se muestra en la Figura 2.5, lo cual facilita su ubicación y la de otras regiones. Una región de terreno caótico es un lugar congelado de textura áspera, donde algunas secciones usualmente están ro-



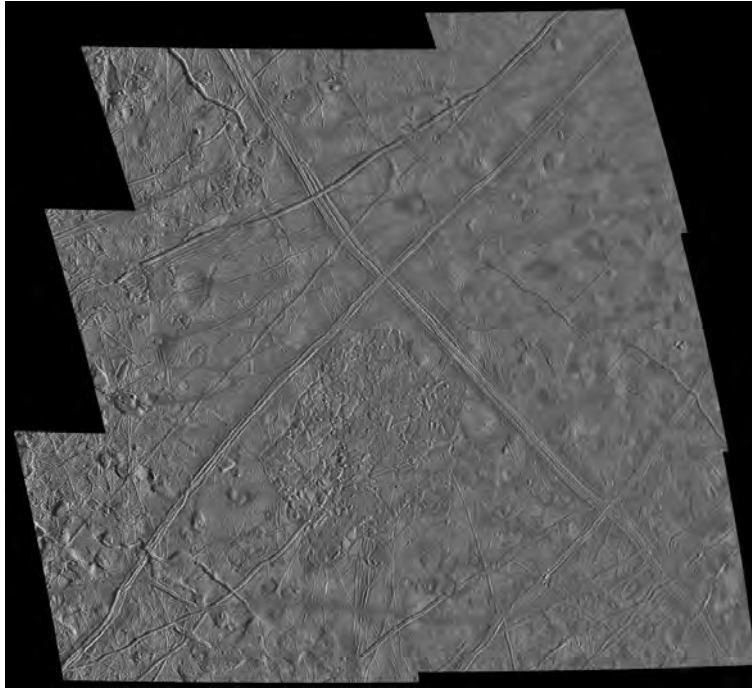


**Figura 2.4:** En la imagen se muestran algunas características de la superficie de Europa. En los mosaicos 2 y 12 se muestran la región de Conamara Chaos y el cráter Pwyll respectivamente.

deadas por balsas o bloques enteros no deformados de costras congeladas. Muchas áreas caóticas tienen formas circulares o regulares y fronteras peñas-cosas.

Es esta región de Conamara la que tiene mayor evidencia de movimientos tectónicos recientes. En la Figura 2.6 se observan lo que parecen ser bloques de hielo de forma irregular que fueron formados por el rompimiento y movimiento de la corteza existente y desplazados, girados e incluso filtrados y parcialmente sumergidos dentro de un material móvil que puede ser agua, hielo móvil caliente o aguanieve. La presencia de fracturas jóvenes que cortan esta región indica que la superficie se volvió a congelar en hielo duro y sólido. Se proponen algunos mecanismos físicos para explicar la creación del terreno caótico.

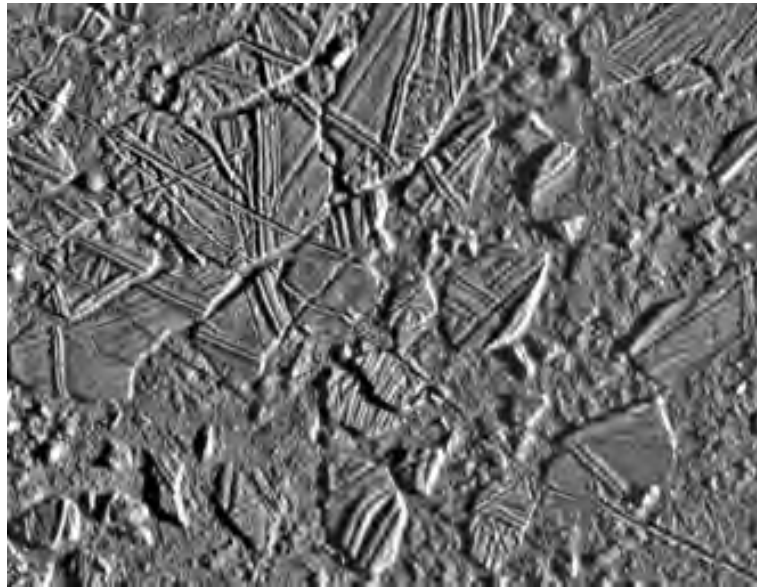
Pappalardo *et al.*[55] proponen un modelo basado en el diapirismo. El



**Figura 2.5:** Imagen de resolución media de la región caótica de *Conamara* vista por la sonda *Galileo*. La característica de esta región es la *X*, formada por bandas triples y dobles que se extienden por varios cientos de kilómetros.

diapirismo [23] es un proceso de formación de domos salinos, que son estructuras geológicas consistentes en material movable que fue forzado a atravesar rocas circundantes más frágiles, usualmente por el flujo de material de un estrato progenitor. El flujo puede ser producido por fuerzas gravitacionales (rocas pesadas que causan que las rocas más livianas se eleven respecto de las otras), fuerzas tectónicas (rocas movibles que son comprimidas por rocas menos móviles por esfuerzos laterales) o una combinación de ambas. Los diapiros pueden tomar formas de domos, ondas, hongos, gotas o diques. El “Caos sugiere la presencia de material tibio congelado a profundidades superficiales potencialmente en un estado de descongelamiento o ya parcialmente descongelado” (Pappalardo, [55] pp. 24034).

Para entender las características de Europa, geólogos y geofísicos han extrapolado el conocimiento que se tiene de algunas regiones heladas de la



**Figura 2.6:** Imagen de 40 km de largo en alta resolución que muestra la evidencia de movimientos recientes sobre la superficie de la región de Conamara vista por la sonda Galileo.

Tierra, como los cráteres volcánicos subglaciales de Grimsvotn en Islandia o los hielos de la Antártica. Schmidt *et al.* [66] proponen un modelo en el que, debajo de una superficie eutéctica,<sup>1</sup> hay una columna térmica que se eleva y se va achatando conforme asciende formando un menisco líquido. Esto genera un flujo hacia la superficie provocando fracturas debajo y sobre la superficie eutéctica, ahora deflectada. Cuando el menisco se rompe, se forman bloques que flotan hacia la superficie y se crea una zona salobre que da lugar a un domo. En el caso de Conamara, algunos domos están por encima de los bloques flotantes (Schmidt, [66] pp. 503) volviendo a congelarse la zona en cuestión. Los suelos lenticulares (como los mostrados en la Figura 2.4, mosaico 10) consisten en agujeros elípticos o circulares, domos y pequeños círculos negros de entre 7 a 15 km de diámetro y espaciados entre 5 y 20 km [55]. Se sugiere que el mismo mecanismo de diapirismo descrito anteriormente es el responsable de dicha topografía. Otro modelo dice que ese tipo de suelo

<sup>1</sup>Dice Dávila [23], eutéctica o mirmequítica es una textura, consistente en el entrecruzamiento de minerales de diferentes tamaños reveladores de cristalización simultánea.



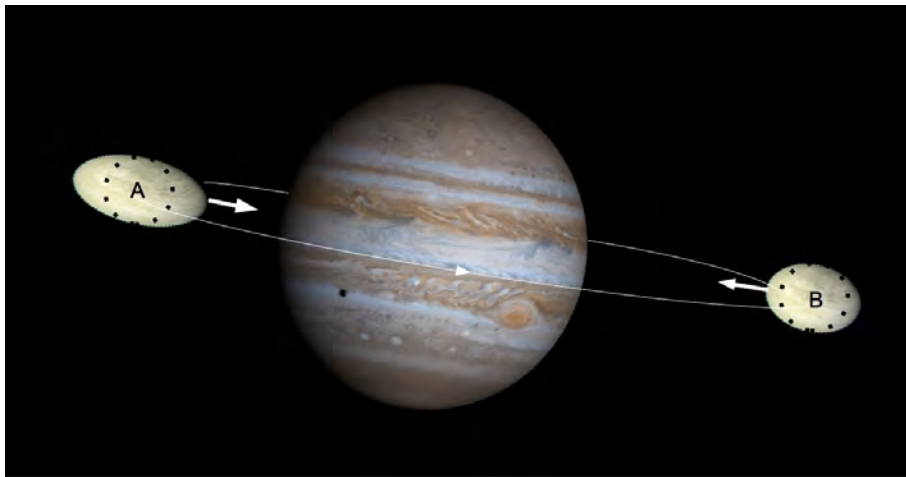
**Figura 2.7:** Esta imagen la obtuvo la sonda Galileo en su sobrevuelo número 12 el 16 de diciembre de 1997. La imagen tiene una resolución de 9 m por píxel y cubre un área de  $1.7 \times 4$  km. Imagen tomada de <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA01216>

es producto de eyecciones, controladas por mareas, de material criovolcánico viscoso. A partir de ahí se estima una viscosidad de la capa de hielo de Europa de  $\approx 10^{13} Pa s$  ( $10^{14} g cm^{-1} s^{-1}$ ) generando convección en capas de entre 10-25 km de espesor. La convección puede incrementar la disipación de energía por mareas en la capa, incrementando asimismo la convección.

Las rugosidades que se observan son bandas que corren por varios kilómetros de largo y pueden tener uno, dos o tres canales. Un ejemplo es el mostrado en la Figura 2.5, donde se aprecian las grandes líneas que forman la X de Conamara Chaos en el meridiano  $290^\circ$  mencionado anteriormente. Este tipo de líneas se encuentra en diferentes tamaños y longitudes sobre casi toda la superficie de Europa. En la mayoría de los sobrevuelos que se hicieron

a Europa se vieron estas estructuras y según Pappalardo, ([55], pp. 24034) existen 5 diferentes formas de explicar la generación de estas rugosidades (cita textual):

1. Depósitos lineales de desechos depositados por explosiones volcánicas a lo largo de fracturas.
2. Depósitos de desechos apilados creados por esfuerzos periódicos laterales abriendo y cerrando fracturas, arrojando material de la superficie como un conjunto de hielo frapé y agua hirviendo.
3. Material preexistente sobre la superficie que han sido elevados y acretaados por diapiros laminares (Dávila [23]).
4. Material que ha sido elevado o aún más deformado por esfuerzos laterales compresores que deforman el material a profundidades superficiales.
5. Material comprimido por el derretimiento de material apilado.



**Figura 2.8:** Diagrama de la órbita de Europa alrededor de Júpiter. El punto A es el perijovio, el lugar más cercano a Júpiter y el punto B es el apojovio el lugar más alejado en la órbita.

Al igual que en Ío, las fuerzas de marea en este planeta son muy grandes, las protuberancias que se calculan son del orden de metros. La órbita de

Europa alrededor de Júpiter es excéntrica y no es exactamente síncrona, esto da lugar a un movimiento de las protuberancias hacia un lado o hacia el otro dependiendo de en qué punto se encuentre con respecto de Júpiter. Estos movimientos se generan dos veces cada 85.2 horas, un día europeo<sup>2</sup> y se conocen como mareas diurnas. Las protuberancias son del orden de 30 metros relativos a la figura sin perturbar el satélite, suben y bajan y se mueven de izquierda a derecha unos 100 metros. En la Figura 2.8 la flecha es la marca que sitúa el centro de la protuberancia generada en las mareas diurnas. Estos movimientos generan calor, debido a la fricción generada al desplazarse radial y longitudinalmente. Es precisamente el calor generado por estas mareas lo que provoca que haya energía suficiente para cambiar el estado del agua y sobre todo, para mantenerlo en forma líquida [43]. Así mismo las fuerzas de marea parecen ser responsables de los rasgos topográficos mas destacados.

La topografía y geografía de Europa muestran una serie de patrones que sólo son explicables a través de movimientos recientes (para tiempos geológicos) de la corteza. Para Greenberg [28] “las implicaciones parecen inescapables: Las características de la superficie de Europa sugieren una dinámica, una conexión en movimiento entre lo que está sobre y lo que está debajo de esa superficie”.

## 2.1. Modelos de dos y tres capas

Cuando la sonda Galileo llegó a Europa, fue posible medir y deducir muchas características de ese satélite, ya que obtuvo mediciones gravitacionales, electromagnéticas y morfológicas en sus sobrevuelos [73]. La masa y el cuadrupolo gravitacional de Europa se infirieron a partir de que las señales de radio que envió la sonda que se vieron afectadas por el efecto Doppler producido por las variaciones en su aceleración; el tamaño y la forma se pudieron determinar por las fotos que tomó la sonda. Con estos datos se calcula la densidad del satélite, que es importante para modelar su estructura interna y su composición. El momento de inercia<sup>3</sup> se calcula a partir de la masa y los

---

<sup>2</sup>El día europeo es el tiempo que tarda Europa en dar una vuelta sobre su propio eje, que es aproximadamente el mismo tiempo que tarda en dar una vuelta alrededor de Júpiter, por eso se dice que es aproximadamente síncrono con Júpiter.

<sup>3</sup>El momento de inercia  $I$  (Symon, [65]) es la constante de proporcionalidad para calcular el momento angular total  $L$  de un cuerpo rígido que gira sobre un eje  $I_z = \int \int \int_{cuerpo} \rho r^2 dV$ . Schubert [67], usa el factor de momento axial de inercia  $MoI = \frac{C}{MR^2}$

coeficientes gravitacionales, suponiendo que Europa se encuentra en equilibrio hidrostático. Gracias a estos datos es posible suponer que Europa es un satélite que tiene un núcleo metálico, una capa rocosa de silicatos y una capa externa de líquido que puede ser hielo, agua o una mezcla de agua con hielo. Según Schubert [67] “la existencia de un océano líquido debajo de la superficie de Europa ha sido establecida por las señales electromagnéticas medidas por el magnetómetro de Galileo y algunas propiedades del océano (conductividad eléctrica, profundidad debajo de la superficie, espesor) quedan restringidas por estos datos”.

Una de las técnicas empleadas para modelar las observaciones obtenidas por la misión Galileo es el utilizar el modelo viscoelástico de Maxwell [19] y [53]. Este modelo supone que una superficie se puede representar con un conjunto de amortiguadores y resortes conectados en paralelo y cuya evolución dinámica puede describir el modelo físico de placas tectónicas viscosas [19]. Una alternativa señalada por Ojakangas [53] es utilizar el modelo de Kelvin-Voigt (resortes y amortiguadores pero conectados en serie) el cual ha tenido menos éxito [19] y [26].

Una de las complicaciones para estudiar el comportamiento de la superficie de Europa es que se necesita modelar la presencia de por lo menos dos capas de materiales distintos (hielo y agua) cuyas dimensiones y propiedades se desconocen. Específicamente se desconoce la densidad y el tipo de hielo y la temperatura a la cual se encuentra el agua. Además es necesario incorporar a los modelos la presencia de un núcleo interno sólido hecho de Hierro (Fe) o de Sulfuro de Hierro II (FeS).

Schubert [67] utiliza las mediciones gravitométricas para modelar la estructura interna, es decir busca modelos que sean capaces de producir las mediciones del campo gravitacional de Europa que fueron obtenidas. Propone dos tipos de modelos para Europa. Este tipo de modelaje plantea las siguientes características:

1. Modelos de dos capas. Estos modelos proponen un núcleo de roca y hierro envuelto por una gruesa capa de agua. Aunque estos modelos son consistentes con los datos gravitacionales, son improbables debido a que según Schubert [67] la densidad del núcleo de Europa tendría que superar los  $3800 \text{ kg m}^{-3}$ , esto implicaría que el núcleo debía tener un enriquecimiento de metales (relativo a  $\text{Ío}$ ) y esto es improbable tomando en cuenta que es un cuerpo más pequeño y que se formó en una zona

---

que es una restricción a la distribución radial de masa.  $C$  es el momento axial de inercia.

de la nebulosa proto joviana más lejana que donde se formó Ío. En el Cuadro 2.1 se presentan los resultados que se encontraron.

Modelos de 2 capas						
	<i>Modelo A</i> $\rho_{H_2O}^A=917 \text{ kg m}^{-3}$		<i>Modelo B</i> $\rho_{H_2O}^B=1000 \text{ kg m}^{-3}$		<i>Modelo C</i> $\rho_{H_2O}^C=1050 \text{ kg m}^{-3}$	
Densidad del núcleo ( $\text{kg m}^{-3}$ )	3711	3905	3720	3918	3725	3927
Radio del núcleo (km)	1418	1387	1411	1379	1407	1374
Espesor de la capa de $H_2O$ (km)	144	176	151	183	155	188
Fracción de masa de $H_2O$ (%)	7.7	9.2	8.7	10.4	9.4	11.2
Fracción de masa del núcleo (%)	92.3	90.8	91.3	89.6	90.6	88.8

**Cuadro 2.1:** Valores para modelos de 2 capas para tres distintos valores de densidad de la capa externa de agua. Los valores  $\rho_{H_2O}^A$ ,  $\rho_{H_2O}^B$  y  $\rho_{H_2O}^C$  representan A: hielo-I limpio, B: agua líquida o hielo con sales u otras impurezas y C: hielo con polvo de silicatos o fases de hielo a altas presiones o hidratos de sal, respectivamente. Los valores de la izquierda de cada columna corresponden al factor  $MoI=0.361$  y los de la derecha al factor  $MoI=0.341$ . (Schubert, [67]).

- Modelos de tres capas. Este tipo de modelos consiste en un núcleo de hierro, un manto de silicatos y una capa externa de agua. Son consistentes con los datos gravitacionales asumiendo equilibrio hidrostático (Bills [9], Ojakangas [53], Schubert [67], Tobie [73]).

Las restricciones en el grosor de la capa de hielo vienen de la interpretación de algunas de las características encontradas en la superficie de Europa a partir de las fotografías que han sido tomadas por las diferentes misiones. Por ejemplo lo que se conoce como terreno caótico y que se describió en la Sección 2 se interpreta como el resultado de un rompimiento de los materiales de la frágil superficie sobre hielo tibio (Pappalardo, [55]) o puede ser la evidencia de que existe una capa oceánica en Europa, Carr [14], Greenberg [28]). Tobie *et al.*[73] creen que se debe a la presencia de una zona parcialmente derretida dentro



Modelos de 3 capas						
	<i>Modelo A</i> $\rho_{sil}^A=2500 \text{ kg m}^{-3}$		<i>Modelo B</i> $\rho_{sil}^B=3500 \text{ kg m}^{-3}$		<i>Modelo C</i> $\rho_{sil}^C=3760 \text{ kg m}^{-3}$	
Densidad del núcleo ( $\text{kg m}^{-3}$ )	8000	4700	8000	4700	8000	4700
Radio del núcleo (km)	706	1012	437	702	245	409
Radio del manto	1561	1529	1427	1425	1401	1401
Espesor de la capa de $H_2O$ (km)	0.7	33	135	137	161	162
Fracción de masa de $H_2O$ (%)	0.05	2.1	7.9	8.0	9.3	9.3
Fracción de masa del manto (%)	75.4	55.4	86.3	77.8	89.7	87.9
Fracción de masa del núcleo (%)	24.6	42.6	5.9	14.2	1.0	2.8
(Núcleo + manto) fracción de masa (%)	99.95	97.9	92.1	92.0	90.7	90.7

**Cuadro 2.2:** Valores para modelos de 3 capas para tres distintos valores de densidad del manto rocoso de silicatos. Dice Schubert [67] “La capa de agua tiene una densidad fija de  $1000 \text{ kg m}^{-3}$  y un factor  $MoI=0.346$ . El rango de las cantidades resultantes está determinado por la incertidumbre de la densidad del núcleo”.

de la capa de hielo. En el Cuadro 2.2 se listan los parámetros para los modelos de tres capas que podrían ser consistentes con las mediciones.

desarrollado en Moreno y Koenigsberger [48] y en Moreno et al. [49]



# 3

## Código numérico *TIDES*

El modelo numérico TIDES (*Tidal Interactions with Dissipation of Energy through Shear*) desarrollado en Moreno y Koenigsberger [48] y en Moreno *et al.* [49] será el que usaremos para simular la respuesta a las fuerzas existentes entre dos cuerpos que giran uno alrededor de otro. Este modelo está basado en un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas que describen las fuerzas a las cuales responden los elementos de una capa delgada del cuerpo que se modela. Estas fuerzas incluyen: gravedad, autogravedad, centrífuga, centrípeta, de marea, de presión de gas, de compresión y de viscosidad . Se usa el método de integración conocido como Runge-Kutta de séptimo orden para resolver simultáneamente el conjunto de ecuaciones y obtener la tasa de disipación de energía, el radio, la velocidad acimutal y la velocidad radial, para cada uno de los elementos que conforman la capa seleccionada.

### 3.1. Descripción del modelo

El código TIDES es un código numérico que calcula las respuestas de los elementos a las fuerzas que están presentes entre dos cuerpos  $m_1$  y  $m_2$ . El código modela los cambios en posición, presión, energía, que sufren los elementos que conforman la retícula que cubre a  $m_1$  debidos a la presencia

de  $m_2$  que está orbitando alrededor de  $m_1$ . Se supone simetría norte-sur y se modela solamente media esfera. La masa  $m_1$  es completamente esférica al tiempo  $t = 0$  y se toma una capa superficial con un grosor mucho menor al radio de  $m_1$ ,  $\frac{\Delta R_1}{R_1} \leq 0.01$ . Ésta capa está dividida en paralelos y meridianos, formando una retícula. Los polos están excluidos para evitar singularidades. Se considera a  $m_2$  como una masa puntual. Cada elemento de la retícula puede moverse, por acción gravitacional debida a  $m_2$ , sobre su propio paralelo, pero no a lo largo de su meridiano. Cada elemento  $i$  de la retícula puede moverse, por acción gravitacional debida a  $m_2$ , por acción de la fuerza centrífuga, fuerza de Coriolis y por presión del gas. Esto ocasiona que este elemento  $i$  ejerza presión sobre su elemento vecino  $i + 1$  o  $i - 1$  y cambien sus condiciones. La viscosidad actúa para amortiguar el movimiento de cada elemento. Los archivos de salida del código permiten el análisis de datos tales como velocidad en la dirección radial, velocidad en la dirección acimutal, posición y potencia disipada, para cada uno de los elementos que conforman la retícula.

En lo sucesivo se reproduce el desarrollo expuesto por Moreno en [49]. En el problema de dos cuerpos tomamos un sistema de referencia cartesiano no inercial (primado) en el cual Europa  $m_1$  está en el origen y Júpiter  $m_2$  está siempre sobre el eje  $x'$ . Este marco de referencia no inercial tiene una velocidad angular de rotación con respecto de un marco de referencia inercial (no primado) que es igual al de la velocidad angular orbital instantánea  $\Omega$  de Júpiter,  $m_2$ , alrededor de  $m_1$ . En la Figura 3.1 se muestran el sistema inercial centrado en  $O$  y el marco no inercial  $O'$ . Un elemento en la superficie de  $m_1$  está localizado por los vectores  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{r}'$ .

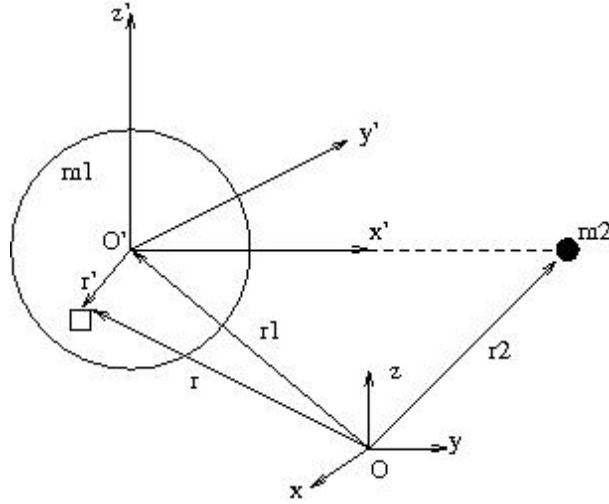
La transformación para la derivada temporal entre dos sistemas coordenados de referencia es una ecuación de operadores que luce

$$\left(\frac{d}{dt}\right) = \left(\frac{d'}{dt}\right) + \boldsymbol{\Omega} \times$$

donde  $\frac{d'}{dt}$  denota el sistema no inercial y  $\Omega$  es la velocidad angular del sistema no inercial.

Si  $\mathbf{a}_{INT}$  es la aceleración total inercial de un elemento, la otra además de la gravitacional debida a  $m_1$  y  $m_2$ , entonces la aceleración de un elemento con respecto del sistema inercial es

$$\mathbf{a} \equiv \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{Gm_1 \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'|^3} - \frac{Gm_2 (\mathbf{r} - \mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^3} + \mathbf{a}_{INT} \quad (3.1)$$



**Figura 3.1:** En este sistema los tamaños de las masas no están en proporción al sistema Júpiter-Europa.  $m_1$  corresponde a Europa y  $m_2$  a Júpiter. El sistema primado es corrotante con la órbita de  $m_2$ .

donde  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  son las posiciones de  $m_1$  y  $m_2$  con respecto del marco inercial. Ahora,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}'$  y  $\mathbf{a} \equiv \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} + \frac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2}$ . También

$$\mathbf{a}_1 \equiv \frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} = \frac{Gm_2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3}, \quad (3.2)$$

y la ecuación que conecta la segunda derivada inercial  $\frac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2}$  con la correspondiente no inercial  $\mathbf{a}' \equiv \frac{d'^2\mathbf{r}'}{dt'^2}$  es

$$\frac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2} = \mathbf{a}' + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}') + 2\boldsymbol{\Omega} \times \frac{d'\mathbf{r}'}{dt'} + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{r}', \quad (3.3)$$

donde  $\mathbf{v}' \equiv \frac{d'\mathbf{r}'}{dt'}$  es la velocidad del elemento del sistema no inercial. Se asume que el cuerpo sólido principal debajo de la capa superficial de Europa se comporta como cuerpo rígido. Para asignarle dimensiones locales a cada elemento de la superficie se necesita un análisis detallado de las posiciones de sus vecinos, como se hizo con un método cuasi-hidrodinámico [48]. Si al inicio el arreglo ordenado de elementos se empieza a mover libremente en las direcciones polares y acimutales, el tratamiento se escapa de las posibilidades del esquema actual. Se hace una simplificación del problema permitiendo que

los elementos se muevan solamente en las direcciones radiales y acimutales. Esto es, un elemento siempre permanecerá en su paralelo inicial y no hay movimiento meridional.

Sea Europa  $m_1$  con radio inicial  $R_1$  y Júpiter  $m_2$  con posición inicial  $\mathbf{r}_{21}$  con respecto del centro de  $m_1$  y con velocidad angular orbital  $\Omega$ . El movimiento de los elementos superficiales de  $m_1$  se calcula en un marco de referencia no inercial primado con origen en el centro de  $m_1$  y ejes cartesianos girando con velocidad angular orbital  $\Omega$ ; el eje  $x'$  siempre apunta a  $m_2$ .

La aceleración total  $\mathbf{a}'$  para este sistema Europa-Júpiter usando la Ec.3.3 para un elemento de la superficie en un marco de referencia no inercial es

$$\begin{aligned} \mathbf{a}' = \mathbf{a}_* - \frac{Gm_1\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'|^3} - Gm_2 \left[ \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{21}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{21}|^3} + \frac{\mathbf{r}_{21}}{|\mathbf{r}_{21}|^3} \right] - \\ - \Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}') - 2\Omega \times \mathbf{v}' - \frac{d\Omega}{dt} \times \mathbf{r}', \end{aligned} \quad (3.4)$$

con  $\mathbf{a}_*$  la aceleración de un elemento de superficie producida por la presión del gas y las fuerzas viscosas ejercidas por el material (agua) que rodea al elemento, y  $\mathbf{r}'$ ,  $\mathbf{v}'$  la posición y la velocidad de un elemento en un marco de referencia no inercial. Una forma casi esférica se asume para Europa a lo largo de su movimiento.

El cálculo comienza en  $t = 0$  con movimiento casi nulo entre los elementos de tal forma que al tiempo inicial el valor de  $\mathbf{a}_* = \mathbf{a}_{*0}$  sólo tiene la contribución de la presión del gas. Para calcular esta aceleración se considera un segundo marco de referencia doble primo y no inercial cuyo origen se encuentra en  $m_1$  y cuyos ejes giran con la aceleración constante del cuerpo rígido  $\omega_*$  de Europa. Se define a  $\omega_* = \beta_0$ , esto es igual a cierta fracción  $\beta_0$  de la velocidad angular orbital inicial. La condición de equilibrio  $\mathbf{v}''_0 = 0$ ,  $\mathbf{a}''_0 = 0$  en la superficie de Europa ( $m_1$ ) es (con  $\mathbf{r}'' = \mathbf{r}'$ )

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{*0} = \left\{ \frac{Gm_1\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'|^3} + Gm_2 \left[ \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{21}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{21}|^3} + \frac{\mathbf{r}_{21}}{|\mathbf{r}_{21}|^3} \right] \right\}_{t=0} + \\ + \beta_0^2 \Omega_0 \times (\Omega_0 \times \mathbf{r}'_0). \end{aligned} \quad (3.5)$$

La posición inicial  $\mathbf{r}'_0$  de un elemento de superficie se obtiene a partir de una forma esférica inicial de  $m_1$  y su velocidad inicial  $\mathbf{v}'_0 = (\beta_0 - 1)\Omega_0 \times \mathbf{r}'_0$ . La contribución del término  $m_2$  en la Ec. (3.5) hace que  $\mathbf{a}_{*0}$  en un paralelo dado tenga componente acimutal no constante. Así la forma inicial esférica

no es la apropiada para este comportamiento acimutal. En nuestros cálculos, en  $t = 0$  imponemos una sola condición de equilibrio radial que resulta de la Ec. (3.5) y que permite fuerzas no balanceadas en la dirección acimutal. Encontramos que con los parámetros adecuados (por ejemplo la viscosidad) esta condición inicial de no equilibrio será seguida por una fase transitoria y una fase estable (dependiente de la fase orbital) a tiempos posteriores.

En  $t > 0$  la aceleración producida es convenientemente escrita en términos de la componente radial de  $\mathbf{a}_{\star o}$ . Así la componente radial en la Ec. (3.5) es

$$a_{\star or'} = \frac{Gm_1}{r_0'^2} + Gm_2 \left[ \frac{r_0' - r_{210} \sin \theta' \cos \varphi_0'}{(r_0'^2 + r_{210}^2 - 2r_0' r_{210} \sin \theta' \cos \varphi_0')^{3/2}} + \frac{\sin \theta' \cos \varphi_0'}{r_{210}^2} \right] - \beta_0^2 \Omega_0^2 r_0' \sin^2 \theta', \quad (3.6)$$

con  $\theta'$  el ángulo polar de un paralelo dado y  $\varphi_0'$  el ángulo acimutal inicial de un elemento.

### 3.1.1. La aceleración $\mathbf{a}_{\star}$

Un elemento en la superficie de Europa tiene superficies laterales mirando en las direcciones de las coordenadas esféricas,  $r'$ ,  $\varphi'$  y  $\theta'$  en el marco de referencia primado no inercial. El eje  $x'$  apunta hacia Júpiter y  $\varphi' = 0$  en el lado positivo de este eje. El eje polar es  $z'$  el cual es el eje de rotación estelar. Denotamos con  $i$  el número de paralelo y con  $j$  el número del elemento. Los tamaños de un elemento en sus direcciones son  $l_{r'_{ij}}$ ,  $l_{\varphi'_{ij}}$ , and  $l_{\theta'_{ij}}$ , con valores iniciales  $l_{r'_{ij0}}$ ,  $l_{\varphi'_{ij0}}$ ,  $l_{\theta'_{ij0}}$ . La longitud  $l_{\theta'_{ij}}$  se asume constante en el tiempo para todos los elementos en un paralelo dado. En  $t = 0$  todos los elementos de un paralelo dado tienen el mismo tamaño.

La aceleración  $\mathbf{a}_{\star}$  tiene contribuciones de la presión del gas y de la viscosidad de cizalla.

### 3.1.2. La presión del gas

La presión del gas dentro de un elemento de superficie es  $p_{ij}$  si asumimos una ecuación de estado politrópica

$$p_{ij} = p_{ij0} \left( \frac{\rho_{ij}}{\rho_{ij0}} \right)^{\gamma'},$$



con  $\gamma' = 1 + 1/n$  donde  $n$  es el índice politrópico y  $\rho$  la densidad de masa. La presión sobre el elemento ejercida por la región interna es

$$p_{int} = \frac{p_{ij}}{q},$$

con  $0 < q < 1$ . Consideraremos  $q = \frac{1}{2}$  como gas ideal. Entonces el equilibrio radial inicial es

$$\frac{p_{ij} l_{\theta'_{ij}} l_{\varphi'_{ij}}}{q} = m_{ij} (a_{\star or'} )_{ij},$$

con  $m_{ij}$  la masa constante del elemento. En  $t > 0$  la aceleración del elemento  $ij$  se puede escribir como

$$(a_{\star r'1})_{ij} = \frac{p_{ij} l_{\theta'_{ij}} l_{\varphi'_{ij}}}{q m_{ij}}.$$

Esta ecuación combinada con la ecuación politrópica, la de equilibrio radial inicial y con el valor constante  $l_{\theta'_{ij}}$  da

$$(a_{\star r'1})_{ij} = \left( \frac{l_{r'_{ij}}}{l_{r'_{ij}}} \right)^{\gamma'} \left( \frac{l_{\varphi'_{ij}}}{l_{\varphi'_{ij}}} \right)^{\gamma'-1} (a_{\star or'} )_{ij}. \quad (3.7)$$

La aceleración acimutal de la presión del gas en un elemento dado  $(a_{\star \varphi'1})_{ij}$  se calcula con la diferencia de fuerzas de la presión del gas ejercidas por los dos elementos adyacentes en la dirección acimutal. Entonces

$$(a_{\star \varphi'1})_{ij} = \frac{(p_{i,j-1} - p_{i,j+1}) l_{r'_{ij}} l_{\theta'_{ij}}}{m_{ij}}.$$

Con la forma politrópica para la presión en cada dirección, las correspondientes condiciones iniciales en la dirección radial de los elementos adyacentes, y la misma densidad inicial de masa para cada elemento de superficie, la expresión queda como

$$(a_{\star \varphi'1})_{ij} = q \frac{l_{r'_{ij}}}{l_{\varphi'_{ij}}} \left[ l_{r'_{ij}} l_{\varphi'_{ij}} \right]^{\gamma'} \times \left\{ (a_{\star or'} )_{i,j-1} \left[ l_{r'_{i,j-1}} l_{\varphi'_{i,j-1}} \right]^{-\gamma'} - (a_{\star or'} )_{i,j+1} \left[ l_{r'_{i,j+1}} l_{\varphi'_{i,j+1}} \right]^{-\gamma'} \right\}. \quad (3.8)$$

### 3.1.3. Fuerza viscosa

La parte de cizalla del tensor de esfuerzos está dado por (Symon, 1971)

$$\mathbf{P}_\eta = -\eta \left[ \nabla' \mathbf{v}' + (\nabla' \mathbf{v}')^\dagger - \frac{2}{3} \mathbf{1} (\nabla' \cdot \mathbf{v}') \right], \quad (3.9)$$

donde  $\mathbf{1}$  es la matriz unitaria y  $\eta$  es el coeficiente de viscosidad dinámica relacionado con el coeficiente de viscosidad cinemática por  $\eta = \nu \rho$  con  $\rho$  la densidad de masa. La fuerza total en un elemento de superficie dado por esfuerzos de cizalla es la integral sobre la superficie:

$$F_\eta = - \oint \mathbf{P}_\eta \cdot d\mathbf{S}.$$

Las correspondientes áreas del elemento de superficie son  $A_{r'}$ ,  $A_{\varphi'}$ ,  $A_{\theta'}$ , como el movimiento en la dirección polar no se calcula con  $\omega' = \frac{v'_{\varphi'}}{r' \sin \theta'}$  las componentes radial y acimutal de la fuerza viscosa son

$$(F_\eta)_{r'} = A_{r'} \Delta \left[ \eta \left( \frac{4}{3} r' \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{v'_{r'}}{r'} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \omega'}{\partial \varphi'} \right) \right] + A_{\varphi'} \Delta \left[ \eta \left( r' \frac{\partial \omega'}{\partial r'} \sin \theta' + \frac{1}{r' \sin \theta'} \frac{\partial v'_{r'}}{\partial \varphi'} \right) \right] + A_{\theta'} \Delta \left[ \frac{\eta}{r'} \frac{\partial v'_{r'}}{\partial \theta'} \right], \quad (3.10)$$

$$(F_\eta)_{\varphi'} = A_{r'} \Delta \left[ \eta \left( r' \frac{\partial \omega'}{\partial r'} \sin \theta' + \frac{1}{r' \sin \theta'} \frac{\partial v'_{r'}}{\partial \varphi'} \right) \right] + A_{\varphi'} \Delta \left[ \eta \left( -\frac{2}{3} r' \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{v'_{r'}}{r'} \right) + \frac{4}{3} \frac{\partial \omega'}{\partial \varphi'} \right) \right] + A_{\theta'} \Delta \left[ \eta \frac{\partial \omega'}{\partial \theta'} \sin \theta' \right], \quad (3.11)$$

con  $\Delta$  siendo la diferencia de valores de la función dentro de los paréntesis cuadrados calculado en las correspondientes caras laterales en la dirección dada por el factor de área lateral.

Para la evaluación de los términos de integración se consideran los gradientes a través de las caras laterales de un elemento y se ignoran los gradientes locales a lo largo de estas caras. Dado que la densidad tiende a cero en la cara externa y la velocidad radial también es cero en la región rígida interna, aproximamos las componentes radial y acimutal de la fuerza viscosa de cizalla como

$$(F_\eta)_{r'} \simeq A_{\varphi'} \Delta \left[ \frac{\eta}{r' \sin \theta'} \frac{\partial v'_{r'}}{\partial \varphi'} \right] + A_{\theta'} \Delta \left[ \frac{\eta}{r'} \frac{\partial v'_{r'}}{\partial \theta'} \right], \quad (3.12)$$

$$(F_\eta)_{\varphi'} \simeq -A_{r'} \left[ \eta r' \frac{\partial \omega'}{\partial r'} \sin \theta' \right] + \frac{4}{3} A_{\varphi'} \Delta \left[ \eta \frac{\partial \omega'}{\partial \varphi'} \right] + A_{\theta'} \Delta \left[ \eta \frac{\partial \omega'}{\partial \theta'} \sin \theta' \right], \quad (3.13)$$

con el primer término de la Ec. (3.13) calculado en las fronteras con la región interna rígida. Los términos de la Ec. (3.12) suman dos contribuciones a la Ec.(3.7).

Tomando el coeficiente de viscosidad cinemática como constante para todos los elementos, la correspondiente aceleración es aproximadamente (Moreno [48] en la Ec.(11)):

$$(a_{\star r'2})_{ij} \simeq \frac{\nu}{l_{\varphi'ij}^2} \left[ v'_{r'i,j+1} + v'_{r'i,j-1} - 2v'_{r'ij} \right], \quad (3.14)$$

lo mismo que el segundo término en la Ec.(3.12) nos da la aceleración

$$(a_{\star r'3})_{ij} \simeq \frac{\nu}{l_{\theta'ij}^2} \left[ v'^*_{r'i+1,j} + v'^*_{r'i-1,j} - 2v'_{r'ij} \right], \quad (3.15)$$

con  $v'^*_{r'i-1,j}$ ,  $v'^*_{r'i+1,j}$  las velocidades radiales promedio de los elementos en la dirección polar adyacentes al elemento  $ij$ .

En el primer término de la Ec. (3.13) aproximamos  $\frac{\partial \omega'}{\partial r'} \simeq \frac{\omega' - \omega'_\star}{l_{r'}}$  con  $\omega'_\star = \beta_0 \Omega_0 - \Omega$  la velocidad angular de la región rígida interna medida desde el marco de referencia primado no inercial. En el segundo término hacemos una aproximación similar como la usada para obtener la Ec. (3.14) e ignoramos el factor  $\frac{4}{3}$ . Entonces, las correspondientes aceleraciones son

$$(a_{\star \varphi'2})_{ij} \simeq -\frac{\nu}{l_{r'ij}^2} (r'_{ij} - \frac{1}{2} l_{r'ij}) \left[ \frac{v'_{\varphi'ij}}{r'_{ij}} - (\beta_0 \Omega_0 - \Omega) \sin \theta'_i \right], \quad (3.16)$$

$$(a_{\star \varphi'3})_{ij} \simeq \frac{\nu}{l_{\varphi'ij}^2} \left[ v'_{\varphi'i,j+1} + v'_{\varphi'i,j-1} - 2v'_{\varphi'ij} \right], \quad (3.17)$$

y finalmente el último término de la Ec.(3.13) nos da la aceleración acimutal

$$(a_{\star \varphi'4})_{ij} \simeq \frac{\nu r'_{ij}}{l_{\theta'ij}^2} \left[ (\omega'^*_{i+1,j} - \omega'_{ij}) \sin \theta'_{i,i+1} - (\omega'_{ij} - \omega'^*_{i-1,j}) \sin \theta'_{i-1,i} \right], \quad (3.18)$$

con  $\omega'^*_{i-1,j}$ ,  $\omega'^*_{i+1,j}$  las velocidades angulares promedio de los elementos en la dirección polar adyacentes a los elementos  $ij$  y  $\theta'_{i-1,i}$ ,  $\theta'_{i,i+1}$  los ángulos polares de las fronteras de los paralelos adyacentes.

### 3.1.4. Ecuaciones de movimiento.

La aceleración  $\mathbf{a}_\star$  producida por la presión del gas y las fuerzas viscosas tienen una componente radial  $a_{\star r'}$  dada por la suma de las Ecs. (3.7), (3.14) y (3.15), y una componente acimutal  $a_{\star \varphi'}$  que es la suma de las Ecs. (3.8), (3.16), (3.17) y (3.18). En el marco de referencia primado no inercial las ecuaciones de movimiento en las direcciones radial y acimutal de un elemento de superficie son:

$$\begin{aligned} \ddot{r}' = & -\frac{Gm_1}{r'^2} - Gm_2 \left[ \frac{r' - r_{21} \sin \theta' \cos \varphi'}{(r'^2 + r_{21}^2 - 2r'r_{21} \sin \theta' \cos \varphi')^{3/2}} + \frac{\sin \theta' \cos \varphi'}{r_{21}^2} \right] + \\ & + a_{\star r'} + (\Omega + \dot{\varphi}')^2 r' \sin^2 \theta', \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}' = & \frac{1}{r' \sin \theta'} \left\{ a_{\star \varphi'} - Gm_2 \left[ \frac{r_{21}}{(r'^2 + r_{21}^2 - 2r'r_{21} \sin \theta' \cos \varphi')^{3/2}} - \frac{1}{r_{21}^2} \right] \sin \varphi' \right\} - \\ & - \dot{\Omega} - \frac{2}{r'} (\Omega + \dot{\varphi}') \dot{r}'. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Estas ecuaciones de movimiento se resuelven simultáneamente para cada elemento de superficie junto con el movimiento orbital de Europa alrededor de Júpiter. Los valores de  $r_{12}$ ,  $\Omega$  y  $\dot{\Omega}$  se obtienen de este movimiento orbital. Se utiliza un algoritmo de orden séptimo de Runge-Kutta (Fehlberg) para resolver las ecuaciones. Con 40 paralelos cubriendo la superficie de Europa y más de  $10^4$  elementos empleados.

### 3.1.5. Cálculo de la disipación de energía

La tasa de disipación de energía por unidad de volumen, se puede expresar en términos del tensor de esfuerzos de en la Ec. (3.9), y está dada por el producto matricial

$$\dot{E}_V = -\mathbf{P}_\eta : \nabla' \mathbf{v}', \quad (3.21)$$

que se puede escribir como

$$\dot{E}_V = -2\eta \left[ \frac{1}{3} (\nabla' \cdot \mathbf{v}')^2 - (\nabla' \mathbf{v}')_s : (\nabla' \mathbf{v}')_s \right], \quad (3.22)$$

donde  $(\nabla' \mathbf{v}')_s$  es el tensor simétrico  $(\nabla' \mathbf{v}')_s = \frac{1}{2}[\nabla' \mathbf{v}' + (\nabla' \mathbf{v}')^\dagger]$ . Los cálculos computacionales hechos en TIDES muestran que el gradiente de la velocidad acimutal domina a la velocidad radial. Entonces la Ec. (3.22) se puede aproximar como

$$\dot{E}_V \simeq \eta \left[ \frac{4}{3} \left( \frac{1}{r' \sin \theta'} \frac{\partial v'_{\varphi'}}{\partial \varphi'} \right)^2 + \left( \frac{\partial v'_{\varphi'}}{\partial r'} - \frac{v'_{\varphi'}}{r'} \right)^2 + \frac{1}{r'^2} \left( \frac{\partial v'_{\varphi'}}{\partial \theta'} - \frac{v'_{\varphi'}}{\tan \theta'} \right)^2 \right]. \quad (3.23)$$

Haciendo el cambio de variable  $\omega' = \frac{v'_{\varphi'}}{r' \sin \theta'}$  se sigue que

$$\frac{\partial v'_{\varphi'}}{\partial r'} - \frac{v'_{\varphi'}}{r'} = r' \frac{\partial \omega'}{\partial r'} \sin \theta', \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial v'_{\varphi'}}{\partial \varphi'} = r' \frac{\partial \omega'}{\partial \varphi'} \sin \theta', \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial v'_{\varphi'}}{\partial \theta'} - \frac{v'_{\varphi'}}{\tan \theta'} = r' \frac{\partial \omega'}{\partial \theta'} \sin \theta', \quad (3.26)$$

y la Ec. (3.23) se reduce a

$$\dot{E}_V \simeq \eta \left\{ \frac{4}{3} \left( \frac{\partial \omega'}{\partial \varphi'} \right)^2 + \left[ r'^2 \left( \frac{\partial \omega'}{\partial r'} \right)^2 + \left( \frac{\partial \omega'}{\partial \theta'} \right)^2 \right] \sin^2 \theta' \right\}. \quad (3.27)$$

El  $j$ -ésimo elemento de superficie en el paralelo con ángulo polar  $\theta'_i$  tiene un volumen de  $\Delta V_{ij} = r'^2_{ij} \Delta r'_{ij} \Delta \varphi'_{ij} \Delta \theta'_i \sin \theta'_i = l'_{r'_{ij}} l'_{\varphi'_{ij}} l'_{\theta'_{ij}}$  con  $l'_{\varphi'_{ij}} = r'_{ij} \sin \theta'_i \Delta \varphi'_{ij}$  y  $l'_{\theta'_{ij}} = r'_{ij} \Delta \theta'_i$ . La tasa de disipación de energía en el elemento de superficie es  $\dot{E}_{ij} = \dot{E}_{Vij} \Delta V_{ij}$  con  $\dot{E}_{Vij}$  la Ec. (3.27) evaluada en la posición del elemento.

Como se hizo para aproximar la Ec. (3.13) tomamos:

$$\left( \frac{\partial \omega'}{\partial r'} \right)_{ij} = \frac{\omega'_{ij} - \omega'_*}{l'_{r'_{ij}}}, \quad (3.28)$$

$$\left( \frac{\partial \omega'}{\partial \varphi'} \right)_{ij} = \frac{\frac{1}{2} (\omega'_{i,j+1} - \omega'_{i,j-1})}{l'_{\varphi'_{ij}} / r'_{ij} \sin \theta'_i}, \quad (3.29)$$

$$\left( \frac{\partial \omega'}{\partial \theta'} \right)_{ij} = \frac{\frac{1}{2} (\omega'^*_{i+1,j} - \omega'^*_{i-1,j})}{l'_{\theta'_{ij}} / r'_{ij}}, \quad (3.30)$$

y las Ecs. (3.28)-(3.29) se insertan en la Ec. (3.27), obteniendo  $\dot{E}_{Vij}$  que tienen tres contribuciones  $(\dot{E}_{Vij})_{r'}$ ,  $(\dot{E}_{Vij})_{\varphi'}$ , and  $(\dot{E}_{Vij})_{\theta'}$  correspondientes a los tres gradientes de la velocidad angular en coordenadas esféricas. La tasa total de energía disipada en la capa superficial es

$$\dot{E} = \sum_{i,j} \left[ (\dot{E}_{Vij})_{r'} + (\dot{E}_{Vij})_{\varphi'} + (\dot{E}_{Vij})_{\theta'} \right] \Delta V_{ij}. \quad (3.31)$$

En nuestros cálculos la mayor contribución a la energía disipada  $\dot{E}$  viene de  $(\dot{E}_{Vij})_{r'}$ , es decir, del gradiente de la velocidad angular en la dirección radial.

Para este modelo se supone un cuerpo rígido interno y es sólo la capa externa la que tiene deformaciones por mareas. Centramos nuestro análisis en los elementos de superficie de la capa externa y nuestra aproximación es resolver directamente las ecuaciones de movimiento de estos elementos. Claramente, la aproximación de que la región de respuesta de Europa sea sólo esta capa delgada es un esquema simplificado del fenómeno real. En realidad, todas las capas de Europa están sujetas a las fuerzas de marea y la interacción entre la respuesta de cada capa con sus capas inferiores y superiores determinará el comportamiento general de las oscilaciones. Podemos justificar esta aproximación basándonos en que la capa más externa es la más susceptible de ser afectada y que su respuesta puede ser indicativa, como una primera aproximación, de la respuesta esperada de la superficie de Europa.

## 3.2. Archivos de salida

Los archivos de salida que TIDES arroja son arreglos de  $n \times m$  y proporcionan información sobre las características de los elementos superficiales de  $m_1$ . Estas características se describen en términos de la distancia del elemento al centro  $r(\varphi, \theta, t)/R_1$ ; su componente de velocidad en la dirección radial  $V_r(\varphi, \theta, t)$ ; su perturbación de velocidad en la dirección acimutal  $\Delta V_\varphi(\varphi, \theta, t)$ ; y su correspondiente tasa de disipación de energía  $\dot{E}(\varphi, \theta, t)$ . El programa genera 99 archivos de salida, de los cuales hemos utilizado principalmente los siguientes para nuestro análisis.

1. ***datos1,2.rmax, datos1,2.vrmax y datos1,2.dvfm*** A cada paso de integración a partir del inicio de la corrida, el programa escribe estos seis archivos en columnas. Cada uno de éstos contiene en la primera

columna el tiempo medido a partir del inicio de la corrida, en unidades de días. Las siguientes cinco columnas contienen los valores máximos de tres variables obtenidas por el cálculo.

Los archivos *datos1,2.rmax* contienen el valor máximo del radio (*rmax*) obtenido para cada uno de 10 paralelos que el usuario puede seleccionar para su escritura. En todas las corridas efectuadas para esta tesis se utilizaron 20 paralelos y se seleccionaron los paralelos pares para escribirlos. El archivo *datos1.rmax* contiene los valores para los paralelos 2 (columna 2) al 10 (columna 6) y el *datos2.rmax* contiene los valores para los paralelos 12 (columna 2) al 20 (columna 6), siendo este último el que corresponde al ecuador. Nótese que el cálculo solo se efectúa para el hemisferio norte dada la simetría del problema resuelto; i.e., el ecuador de  $m_1$  coincide con el plano orbital.

Los archivos *datos1,2.vrmax* tienen la misma estructura que los anteriormente descritos, solo que aquí las columnas contienen los valores máximos de la componente radial de la velocidad (*vrmax*). Los archivos *datos1,2.dvfix* contienen los valores máximos del residuo de velocidad acimutal; es decir, la diferencia entre la componente acimutal de la velocidad calculada y la velocidad de rotación de cuerpo rígido que se le asignó a la región interna del cuerpo.

Las unidades utilizadas en estos archivos son  $R_\odot^1$  y km/s. Los ángulos correspondientes a cada uno de los paralelos se listan en el Cuadro 4.2.

2. ***datos.propaz*** La integración de las ecuaciones de movimiento se efectúa durante un número de ciclos orbitales,  $N_{orb}$ , que es especificado por el usuario. Al iniciar el ciclo  $N_{orb}+1$ , se escriben los valores  $\omega(\varphi, \theta) - \omega_{rot}$ ,  $V_r(\varphi, \theta)$ ,  $V_\varphi(\varphi, \theta)$ ,  $r(\varphi, \theta)$ ,  $\dot{E}_{esc}(\varphi, \theta)$  para cada elemento de superficie con coordenadas  $(\varphi, \theta)$  al tiempo  $t$ , éste ahora medido a partir del último paso por el periastro (perijovio, en el caso de Europa).

Las unidades de las velocidades son km/s, del radio son  $R_\odot$ .  $\dot{E}_{esc}$  es el valor de la tasa de disipación de energía en unidades de  $10^{35}\rho \text{ erg s}^{-1}$ . Es decir, es necesario efectuar la operación  $\dot{E}_{esc} \times 10^{35}\rho$  para obtener el valor de tasa de disipación de energía en unidades de  $\text{erg s}^{-1}$ , donde  $\rho$  debe estar en unidades de  $\text{g/cm}^3$ .

---

<sup>1</sup> $R_\odot$  es el símbolo para denotar radios solares.

El arreglo de *datos.propaz* contiene los siguientes datos en cada una de las 7 columnas:

día  $\varphi$ (grados)  $V_r(\varphi, \theta, t)$   $\Delta V_\varphi(\varphi, \theta, t)$   $r(\varphi, \theta, t)$   $\dot{E}_{esc}$  latitud(paralelos)

Nótese que la coordenada acimutal,  $\varphi$ , tiene su origen en el eje del sistema de coordenadas no-inercial que une los centros de  $m_1$  y  $m_2$ . Por lo tanto, en el caso general, diferentes elementos físicos de superficie se ubicarán en  $\varphi=0$  a diferentes tiempos del cálculo. En un caso de rotación cuasi-síncrona, como el que analizamos en esta tesis, los elementos de superficie de  $m_1$  mantienen aproximadamente su orientación con respecto a  $\varphi=0$ , salvo por la pequeña oscilación producida por la excentricidad orbital.

3. ***datos.disipars.tot*** Este archivo contiene el valor total de la tasa de disipación de energía, integrada sobre toda la superficie, para cada día (fase orbital) para el que se pidió el cálculo. Al igual que en el archivo *datos.propaz*, el valor listado en este archivo es  $\dot{E}_{esc}$  y es necesario multiplicarlo por  $10^{35}\rho$  para obtener el resultado final en unidades en  $\text{erg s}^{-1}$ .

### 3.3. Método de análisis

El primer paso del análisis consiste en inspeccionar a ojo los valores escritos en los archivos *datos2.rmax*, *datos2.vrmax*, *datos2.dvfix* para verificar que el número de ciclos seleccionados es suficientemente grande para superar la etapa transitoria del cálculo. Esto también permite ver los valores máximos que adquieren estas variables a lo largo de toda la corrida. El segundo paso consiste en analizar el archivo *datos.propaz* efectuando gráficas de los valores de  $r(\varphi, \theta, t)$  con lo cual obtenemos información sobre la magnitud de la deformación de la superficie y la ubicación de las protuberancias con respecto a la línea que une los centros de  $m_1$  y  $m_2$ . Gráficas análogas se construyen para  $\Delta V_\varphi(\varphi, \theta, t)$ ,  $V_r(\varphi, \theta, t)$  y  $\dot{E}(\varphi, \theta, t)$ .

La visualización de los datos requiere de gráficas para cada paralelo y para cada tiempo orbital, o bien de mapas bi-dimensionales que representen con colores la magnitud de las cantidades calculadas. Salvo en casos excepcionales, la perturbación más grande ocurre sobre el ecuador. También, se



encuentra que en sistemas con perturbación pequeña, la superficie se asemeja a la predicha por las mareas de equilibrio; es decir, con dos protuberancias y magnitudes de perturbación que decaen sistemáticamente hacia los polos. Por lo tanto, generalmente es suficiente visualizar el comportamiento del ecuador.

# 4

## Características de las mareas en Europa

En este capítulo se presenta el análisis de 11 de todos los cálculos efectuados para el sistema Europa-Júpiter. Iniciamos con la presentación de los resultados obtenidos para lo que llamaremos el caso fiducial (caso 1) para posteriormente describir la manera en que cambian los resultados al variar los parámetros de entrada. Analizaremos la acción de las fuerzas de marea y la disipación de energía asociada, con el objetivo de determinar si ésta es consistente con la requerida para cambiarle la fase al hielo debajo de la superficie de Europa y mantenerlo en estado líquido.

Usamos la versión *lx.osc.disip.2.2.1.f* de TIDES, modelo desarrollado en Moreno y Koenigsberger [48] y en Moreno *et al.* [49]. Hemos modificado el código Fortran para añadir la posibilidad de leer los parámetros de entrada desde un archivo de texto y después de una rápida inspección de los datos de salida decidimos modificar el formato de escritura de los archivos *datos.propaz* y *datos1,2.rmax* con el fin de mostrar el número de cifras significativas requeridas para el sistema compuesto por Europa y Júpiter.

El modelo considera la presencia de una capa deformable que se mueve sobre una región interna que se supone es un cuerpo rígido. Es, por lo tanto, necesario plantear una hipótesis sobre las características de la capa externa.

Una primera hipótesis puede ser que la capa externa consiste en su mayoría de hielo y que los deslizamientos sobre la región interna rocosa son las causantes de la disipación de energía que eventualmente causan que parte de este hielo se derrita.

Una segunda hipótesis es suponer que la capa deformable es la capa externa de la región rocosa y que su disipación de energía calienta a esta zona, la cual, al estar en contacto con el hielo produce que se derrita.

Desde la perspectiva del cálculo numérico, la diferencia entre las dos hipótesis radica en las propiedades de la capa que se modela, específicamente, su viscosidad.

Viscosidad ( $\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ )	Contexto	Referencia
$10\text{-}10^3$	viscosidades microscópicas típicas	Press <i>et al.</i> [61]
$2 \times 10^{11}$	fricción débil por mareas para AG Persei con $\rho=1 \text{ g/cm}^3$	Alexander [2]
$1.4 \times 10^{12}$	fricción débil por mareas para la Tierra con $\rho=1 \text{ g/cm}^3$	Alexander [2]
$4.5 \times 10^{12}$	Zona convectiva solar de hidrógeno (HCV)	Baker <i>et al.</i> [5]
$10^{11}$ Ñ $10^{13}$	viscosidad turbulenta; campo de velocidad convectiva de cálculos en 3D	Penev [58]
$10^{11} - 10^{13}$	planetas	Hansen [34]
$10^{13}$	viscosidad magnética; asumiendo $\rho=1 \text{ g/cm}^3$	Sutantyo [72]
$3 \times 10^{18} - 3 \times 10^{24}$	viscosidad terrestre efectiva dependiente de la profundidad	Forte <i>et al.</i> [27]

**Cuadro 4.1:** *Diferentes valores de viscosidades para materiales representativos para este trabajo.*

Como se puede ver del Cuadro 4.1 la viscosidad dinámica adquiere valores entre  $\eta = 2.3 \times 10^8 \text{ Pa s}$  para el chapopote y  $10^{20} \text{ Pa s}$  para hielo con propiedades conductivas (suponiendo  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ ). La densidad no tiene un rango muy grande en valores posibles; es decir, el problema involucra densidades entre  $\sim 1 \text{ g/cm}^3$  (agua, hielo y chapopote  $\equiv$  *pitch*) y  $3 \text{ g/cm}^3$  (corteza terrestre), con valores extremos posibles de hasta  $\sim 5 \text{ g/cm}^3$ , si suponemos una capa de silicatos con propiedades comparables al manto terrestre.

La energía liberada por procesos radioactivos en el interior de Europa es  $< 0.01 \text{ Wm}^{-2}$  ( $\sim 109 \text{ ergs cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) según valores presentados por Spohn [71]<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Este valor depende de la estimación de las abundancias de condritos carbonáceos (*carbonaceous-chondritic abundances*).

## 4.1. Parámetros de entrada

Los parámetros de entrada del caso fiducial se listan en el Cuadro 4.3. Los valores de masas, radios, excentricidad, periodo orbital, velocidad orbital y de rotación de Europa, se tomaron de la literatura [6], [14], [17], [52], [67], [69], [73]. A continuación se hace una descripción de los parámetros de entrada que se utilizaron para el caso fiducial.

- ★ *Masas.*  $m_1 \equiv \text{Europa} = (4.79984 \pm 0.000013) \times 10^{22} \text{ kg} \equiv 2.41374 \times 10^{-8} M_{\odot}$   
y  $m_2 \equiv \text{Júpiter} = 1.8986 \times 10^{27} \text{ kg} = 0.000954766 M_{\odot}$ .
- ★ *Radios.* El radio de equilibrio de Europa es  $2.24414 \times 10^{-5} R_{\odot}$ . Se han efectuado cálculos para la disipación de energía en capas de hielo con profundidades de entre 8 a 60 km (Mitri [44]). Dada la incertidumbre en el grosor de la capa externa que debe modelarse hemos optado por utilizar en nuestro cálculo fiducial  $R_1 = 0.0022306 R_{\odot} = 1551.4 \text{ km}$ . Esto es  $\approx 10 \text{ km}$  menor que el radio total. Valores mas pequeños que  $R_1$  implican una menor amplitud de perturbaciones y por lo tanto una menor cantidad de energía disipada  $\dot{E}$ . Por lo tanto el caso fiducial representa el mejor caso para que la energía disipada sea la suficiente para tener agua en estado líquido.
- ★ *Período orbital* de Europa alrededor de Júpiter,  $P = 3.551181 \text{ d}$ .
- ★ *Excentricidad*  $e$  que es una medida de la circularidad de la órbita de Europa alrededor de Júpiter en esta caso vale  $e = 0.0094$ .
- ★ *La rotación* está caracterizada por el parámetro  $\beta_0 = \frac{\omega}{\Omega_0}$  donde  $\omega$  es la velocidad angular de rotación y  $\Omega_0$  es la velocidad angular orbital en el perijovio. Los ecuadores de ambos cuerpos se supone que están en el plano orbital. Para el caso de Europa, con los parámetros arriba descritos,  $\beta_0 = 0.9987$  y  $\beta_{apo} = 1.0369$ . Sin embargo, este valor se refiere a la superficie observable. Si existe un mar líquido que separa a la capa de hielo superficial del núcleo rocoso, existe la posibilidad de que la capa de hielo esté casi perfectamente sincronizada con el movimiento orbital aunque el núcleo rocoso tenga una velocidad de rotación distinta. Consideraremos esta posibilidad calculando un caso con  $\beta_0 = 0.995$  y otro con  $\beta_0 = 0.992$ .

- ★ *Grosor relativo inicial* es el ancho de la capa modelada ( $\Delta R$ ) dividido por la magnitud del radio de equilibrio  $R_1$ . Hemos adoptado como valores de  $\Delta R/R_1 = 0.019, 0.038$  y  $0.06$  que corresponden a capas de hielo con grosor, respectivamente 30, 60 y 100 km.
- ★ *Número de elementos en el ecuador y número de paralelos*. Este parámetro nos permite establecer un tamaño adecuado de cada uno de los elementos que conforman la retícula. Se usaron 100 elementos en el ecuador para tener celdas con un ancho comparable a su profundidad y evitar posibles colapsos en el código. La zona comprendida entre el ecuador y el polo se dividió en 20 paralelos. En el Cuadro 4.2 se listan 20 de los paralelos y su ángulo polar correspondiente.
- ★ *Intervalo polar*. Como resulta muy complicado modelar los polos de una esfera, en este caso se restringe el ángulo para evitar tener singularidades. Los valores son  $0 < \theta < 85^\circ$ .
- ★ *Viscosidad  $\nu$* . Este parámetro es la viscosidad cinemática  $\nu$  que se relaciona con la viscosidad dinámica  $\eta$  como  $\eta = \rho\nu$  donde  $\rho$  es la densidad de masa. Es gracias a esta propiedad del material que se disipa la energía. El valor que se usa en este trabajo está asociado a las propiedades de la capa que está siendo modelada. En el caso de una capa constituida de hielo el valor de  $\nu$  es muy incierto debido a que existe una gran variedad de tipos de hielos (Petrenko [59]) además de que puede haber mezcla de hielo y agua, característica que también es una incógnita. En el caso de la capa de material rocoso aunque  $\nu$  sigue siendo un parámetro incierto, se pueden adoptar valores conocidos para el caso del material rocoso en la Tierra  $\nu = 10^{-7} R_\odot^2/\text{día}^2$ . Algunas pruebas exploratorias también fueron efectuadas con  $\nu = 10^{-5} R_\odot^2/\text{día}$  y  $10^{-7} R_\odot^2/\text{día}$ , donde  $1 R_\odot^2/\text{día} = 5.67 \times 10^{16} \text{cm}^2/\text{s}$ .

La viscosidad reportada para hielo convectivo es  $10^{14} \text{Pa s}$  y para el hielo conductor es de  $10^{20} \text{Pa s}$  (ver Tabla 5 en Beuthe [8]). Esto se traduce a  $10^{15} \text{cm}^2/\text{s}$  para hielo convectivo y seis órdenes de magnitud mayor para el hielo conductor, suponiendo una densidad de  $1 \text{g}/\text{cm}^3$ .

---

<sup>2</sup>La viscosidad del chapopote (pitch) es  $\eta = 2,3 \times 10^8 \text{Pa s} = \nu = \eta/\rho = 10^9 \text{cm}^2/\text{s} = 1,8 \times 10^{-7} R_\odot^2/\text{día}$  (Edgeworth, R. *et al.*[24]). Esto se puede tomar como una cota inferior de los valores usados.

Paralelos y correspondiente colatitud		
Número de paralelo	Ángulo colatitud (grados)	Ángulo colatitud (rad)
1	7.17949	0.12531
2	11.53846	0.20138
3	15.89744	0.27746
4	20.25641	0.35354
5	24.61538	0.42962
6	28.97436	0.50570
7	33.33333	0.58178
8	37.69231	0.65785
9	42.05128	0.73393
10	46.41026	0.81001
11	50.76923	0.88609
12	55.12821	0.96217
13	59.48718	1.03825
14	63.84615	1.11433
15	68.20513	1.19040
16	72.56410	1.26648
17	76.92308	1.34256
18	81.28205	1.41864
19	85.64103	1.49472
20	90.00000	1.57080

**Cuadro 4.2:** En esta tabla se muestran los valores que toman los ángulos polares para los primeros 20 paralelos de la capa esférica que se está modelando con TIDES.

#### 44 CAPÍTULO 4. CARACTERÍSTICAS DE LAS MAREAS EN EUROPA

En el Cuadro 4.1 se encuentran valores de viscosidades que han sido utilizados en este trabajo como referencia.

- ★ *Índice politrópico  $n$* . El modelo está basado en un modelo hidrodinámico para un gas ideal, diseñado para estrellas. Hemos optado por utilizar el índice politrópico de  $n = \frac{3}{2}$  asociado a un polítropo, aunque en casos con viscosidades grandes, la capa es tan rígida que el tipo de ecuación de estado no juega un papel demasiado importante. Hemos probado el código con el sistema Tierra-Luna y hemos encontrado que reproduce bien los datos que se han medido para deformación por fuerzas de marea en la Tierra. Estos resultados nos dieron confianza para utilizar este mismo índice  $n$  de gas ideal monoatómico para Europa, con el propósito de explorar su comportamiento. A futuro se podrá considerar modificar la ecuación de estado en el código a una más realista para el caso en cuestión.
- ★ *Número de ciclos orbitales*. Es el tiempo que se le da al código para que el cálculo numérico supere la fase transitoria, o bien para analizar el comportamiento en diferentes ciclos orbitales. La mayoría de nuestros cálculos se hicieron con una duración de 101 ciclos orbitales y por lo tanto los resultados reportados corresponden al ciclo orbital 102. Sin embargo también efectuamos pruebas para otros valores de este parámetro. Para explorar el comportamiento superorbital se corrió un caso con 200 ciclos.
- ★ *Número de tiempos orbitales*. Una vez que el cálculo llega al número de ciclos orbitales especificados en el inciso anterior, se procede a escribir los archivos descritos en la sección 3.1.6. Debido al volumen de datos generados por el cálculo, el código está diseñado para escribir las características de la superficie entera únicamente a estos tiempos especificados por el usuario. Nosotros hemos escogido cuatro tiempos orbitales (día 0.0, 0.89, 1.78 y 2.66) que corresponden a posiciones en la órbita separadas por  $90^\circ$ .
- ★ *Tolerancia*. Precisión impuesta al integrador Runge-Kutta.

En el Cuadro 4.3 se resumen los parámetros de entrada que se mantuvieron fijos para todas las corridas de TIDES.

Parámetros de entrada caso fiducial		
$M_1$	Masa Europa	$2.4137 \times 10^{-8} M_{\odot} (4.800 \times 10^{25} \text{ g})$
$M_2$	Masa Júpiter	$0.000954766 M_{\odot}$ ( $1.899 \times 10^{30} \text{ g}$ )
P	Periodo orbital	3.5511 días
$v_{rot}$	Velocidad de rotación de $M_1$ (Velocidad angular del cuerpo rígido)	115.06km/h para $R_E = 1560.8 \text{ km}$
e	Excentricidad	0.00954766
$\beta_0$	$\beta$ en el perijovio (Velocidad angular orbital)	0.9987
$R_1$	Radio de la zona modelada en Europa	1551.4km
$\Delta R/R_1$	Espesor de capa modelada	0.019
$N_{\varphi}$	Número de elementos en el ecuador	100
$N_{\theta}$	Número de paralelos	20
$\theta_{max}$	Intervalo polar	85°
n	Índice politrópico	1.5
Ciclos	Después de cuantos periodos	101
Tiempos	Fases orbitales	4: día 0, 0.89, 1.78 y 2.66
$\nu$	Viscosidad	$1 \times 10^{-7} R_{\odot}^2 / \text{día}$ ( $1 \times 10^{14} \text{ Pa s}$ )
Tolerancia		$1 \times 10^{-9}$

**Cuadro 4.3:** *Parámetros generales de entrada para TIDES para los cuatro casos del cuadro 4.4.*



## 4.2. Resultados de los cálculos

En el Cuadro 4.4 se resumen los resultados de los casos que fueron analizados. La primera columna I lista el número con el que identificaremos cada caso, la columna II el grosor de la capa modelada, la columna III la viscosidad utilizada, la columna IV indica si se utilizaron valores de parámetros distintos a los fiduciales, la columna V da la tasa total de disipación de energía en el perijovio (p, día=0.00) y en el apojovio (a, día=1.78), tomado del archivo *datos.dissipars.tot*, y las columnas VI-IX muestran valores también para el perijovio y el apojovio en el ecuador (paralelo 20) de las siguientes cantidades tomadas del archivo *datos.propaz*: la columna VI la altura de la protuberancia (en metros), la columna VII el valor máximo de la perturbación en velocidad acimutal (en  $cm\ s^{-1}$ ), la columna VIII el valor máximo de la velocidad en la dirección radial (en  $cm\ s^{-1}$ ) y la columna IX el valor máximo de la disipación de energía (en  $erg\ s^{-1}\ \text{Área}^{-1}$ ), en donde Área se refiere al área de un elemento de superficie en el ecuador.

El Área se puede estimar para el ecuador adoptando el radio de Europa, 100 elementos en la dirección acimutal y 20 elementos entre el ecuador y el polo. La Columna X muestra la tasa de disipación de energía en unidades de  $erg\ cm^{-2}s^{-1}$  (ver abajo).

El caso fiducial con datos de entrada referidos en el Cuadro 4.3 es el caso 1. Los casos 2 a 5 son variantes del caso fiducial en los cuales se utilizó o bien una viscosidad distinta (indicada en la columna III) o bien un número de ciclos distinto (indicado con una  $a$  en la columna IV) o bien un índice politrópico distinto (indicado con la letra  $b$  en la columna IV). Los casos 6 a 10 corresponden a grosores de capa de 60 km. Todos se corrieron con la misma viscosidad de  $1 \times 10^{-7} R_{\odot}^2/d$  pero diferentes valores de  $\beta_0$  y/o el radio  $R_1$ .

Las columnas V a X muestran los resultados de los cálculos para el perijovio (primer renglón de la columna) y el apojovio (segundo renglón de la columna) del caso correspondiente. La columna V muestra los valores de la energía total disipada ( $erg\ s^{-1}$ ). Este valor es obtenido de la tasa de disipación de energía arrojada por el código<sup>3</sup> multiplicado por  $10^{35}$  y la densidad del medio para la cual hemos adoptado el valor de  $1\ g/cm^3$ . Nótese que estos valores corresponden a la integral sobre toda la superficie. Es posible analizar

---

<sup>3</sup>Del archivo *datos.dissip.tot*

<i>Casos analizados</i>									
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Num.	$\Delta R$	$\nu$	Nota	$\dot{E}_p   \dot{E}_a$	$h_p   h_a$	$\Delta V_\varphi^{max}:p   a$	$V_r^{max}:p   a$	$\dot{E}_\varphi^{max}:p   a$	$\dot{E}_\varphi^{max}:p   a$
	(km)	( $R_\odot^2/d$ )		( $\text{erg s}^{-1}$ )	(m)	(cm/s)	(cm/s)	$\text{erg s}^{-1}\text{-elem}$	$\text{erg s}^{-1}\text{-cm}^2$
1	30	$10^{-7}$	F	$4.1 \times 10^{18}$	138	0.205	0.002	$9.05 \times 10^{15}$	78.7
				$6.6 \times 10^{20}$	130	2.256	0.018	$1.13 \times 10^{18}$	9826.1
2	30	$10^{-6}$		$1.1 \times 10^{21}$	127	0.987	0.008	$2.17 \times 10^{18}$	18869.6
				$2.8 \times 10^{21}$	128	1.295	0.012	$4.34 \times 10^{18}$	37739.1
3	30	$10^{-5}$		$1.3 \times 10^{22}$	112	0.956	0.007	$2.0 \times 10^{19}$	173913
				$1.2 \times 10^{22}$	111	0.910	0.008	$1.8 \times 10^{19}$	156521.7
4	30	$10^{-7}$	a	$4.3 \times 10^{18}$	131	0.154	0.002	$1.10 \times 10^{16}$	95.7
				$6.6 \times 10^{20}$	125	2.205	0.018	$1.11 \times 10^{18}$	9652.2
5	30	$10^{-7}$	b	$4.3 \times 10^{18}$	87	0.144	0.001	$1.16 \times 10^{16}$	100.9
				$6.6 \times 10^{20}$	83	2.123	0.012	$1.10 \times 10^{18}$	9565.2
00	25.6	$10^{-7}$	c	$2.5 \times 10^{18}$	97	0.159	0.001	$5.33 \times 10^{15}$	54.8
				$3.6 \times 10^{20}$	92	1.692	0.013	$6.17 \times 10^{17}$	6341.2
6	60	$10^{-7}$		$8.5 \times 10^{17}$	158	0.121	0.001	$1.54 \times 10^{15}$	15.8
				$9.2 \times 10^{19}$	149	1.247	0.020	$1.70 \times 10^{17}$	1747.2
7	60	$10^{-7}$	a	$2.3 \times 10^{18}$	147	-0.081	0.002	$3.61 \times 10^{15}$	31.4
				$9.4 \times 10^{19}$	140	1.039	0.020	$1.86 \times 10^{17}$	1617.4
8	60	$10^{-7}$	b	$3.6 \times 10^{18}$	102	-0.114	0.001	$5.00 \times 10^{15}$	43.5
				$9.4 \times 10^{19}$	98	0.997	0.014	$1.93 \times 10^{17}$	1678.3
9	60	$10^{-7}$	d	$3.5 \times 10^{18}$	154	0.072	0.003	$8.99 \times 10^{15}$	78.2
				$7.5 \times 10^{19}$	147	0.946	0.018	$1.47 \times 10^{17}$	1278.3
10	60	$10^{-7}$	e	$4.8 \times 10^{18}$	120	0.195	0.005	$1.13 \times 10^{16}$	104.9
				$4.4 \times 10^{19}$	113	0.745	0.0014	$8.66 \times 10^{16}$	804.1

**Cuadro 4.4:** Valores de los resultados obtenidos para los casos analizados para el perijovio (primer renglón) y apojovio (segundo renglón) con los siguientes subcasos: F:fiducial (Ver Cuadro 4.3); a: 120 ciclos; b:  $n=3$  y 120 ciclos; c:  $R_1=0.0020517 R_\odot$ , correspondiente al caso del “manto”; d:  $\beta_0=0.995$ ,  $R_1=0.00223067R_\odot$  y 120 ciclos; e:  $\beta_0=0.992$  y  $R_1=0.00215787 R_\odot$  (1500.8km)

la tasa de disipación de energía asociada a cada elemento de superficie.<sup>4</sup> La columna IX del Cuadro 4.4 indica el valor máximo de esta cantidad en el ecuador. Uno de los resultados importantes que se derivan del Cuadro 4.4 a diferencia de lo que uno pensaría es que la tasa de disipación de energía es mayor en el apojovio que el perijovio y esto se ve tanto en la tasa de disipación total como por elemento en el ecuador, siendo el caso 3 la única excepción. La explicación de este resultado se debe a la mayor velocidad acimutal, la cual es consecuencia del incremento en el valor de  $\beta$  conforme el sistema va del perijovio al apojovio (columna VII).

<sup>4</sup>Proporcionado por archivo *datos.propaz*.

La altura de la protuberancia encima del radio de equilibrio se enlista en la columna VI de donde podemos ver que entre el perijovio y el apojovio hay diferencias que llegan a ser de hasta 8 m (caso 1). De acuerdo con Moore [46] se estima que la variación en el tiempo de la protuberancia inducida por mareas tiene un rango de amplitud de 1 m a 30 m para algunas decenas de km de hielo sobre agua. En nuestro caso vemos que la diferencia oscila alrededor de los 10 m, lo cual encontramos consistente con los valores de Moore [46].

El cuadro 4.5 lista los valores de la tasa de disipación de energía citados en la literatura para Europa y otros objetos. En la columna 1 se indica el objeto, en la columna 2 el valor de  $\dot{E}$  citado por la fuente original, en la columna 3 la referencia y la columna 4 el valor correspondiente en  $\text{ergs}^{-1}$ . En la mayoría de los casos el valor se refiere a la tasa de disipación de energía por fuerzas de marea, salvo en el caso del valor citado por Tyler [75] en donde éste incluye también el calentamiento radiogénico. Los valores para Ío, la Tierra sólida y la Tierra en agua se refieren a valores medidos o bien deducidos de observaciones. En el caso de Europa los valores son todos obtenidos de cálculos. Estos valores serán comparados con los que hemos obtenidos en este trabajo. McKinnon *et al.*[42] citan un valor de  $300 \text{ erg/cm}^2 \text{ s}$  para poder comparar con nuestros resultados tomamos los valores listados en la columna 9 del Cuadro 4.4 (lo cual nos da  $\text{erg s}^{-1}$  por elemento) y debemos de utilizar el área del elemento. La longitud promedio de los elementos en el ecuador es  $\Delta l_\varphi \sim 2\pi R_{Europa}/100$  y depende del radio de Europa que se esté modelando. La diferencia de latitud entre el paralelo 20 y el paralelo 19 es de  $4.4^\circ$  suponiendo que el grosor del paralelo 20 es igual a la mitad de esta diferencia por 2 (la parte superior y la inferior del ecuador) entonces  $\Delta\theta = 4.4^\circ = 0.07608 \text{ rad}$ , lo cual implica  $\Delta l_\theta = 0.07608 R_{Europa}$ . El área de un elemento del ecuador es  $A = 4.78 \times 10^{-3} R_{Europa}^2$ . Adoptando  $R_{Europa} = 1560 \text{ km}$  obtenemos  $1.1632 \times 10^{14} \text{ cm}^2$ . La columna 10 lista el valor máximo de nuestra tasa de disipación de energía por elemento dividido por el área aproximada del elemento donde vemos que todos los casos corridos con una viscosidad de  $10^{-7} R_\odot^2/d$  el valor de  $300 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^2$  está contenido en sus rangos. Los dos casos con viscosidades mayores claramente producen tasas de disipación de energía en exceso del observado. Otro punto a notar es que de estos casos la diferencia entre el perijovio y el apojovio es generalmente de un factor de 100. Para las capas de 30 km la diferencia es significativamente menor que para las capas de 60 km. El promedio de esta tasa de disipación de energía para el caso 10 es el que más se acerca al valor observado calculado.

Todos los casos se ilustran para el día 0, es decir cuando Europa se encuen-

<i>Energía disipada</i>			
Objeto	$\dot{E}$	Referencia/Comentario	$\dot{E}$ erg s <sup>-1</sup>
Io	$(2.25 \pm 0.45) \text{ W/m}^2$ $(2.25 \pm 0.45) \times 10^3 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$	Lainey <i>et al.</i> [40] R = 1822 km	$9.39 \times 10^{18}$
Tierra sólida	$83 \pm 45 \text{ GW} = (0.163 \pm .09) \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$	Ray <i>et al.</i> [63]	$8.5 \times 10^{17}$
Tierra agua	$(3.4 \pm 0.4) \times 10^{12} \text{ W} = (6.6 \pm 0.78) \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$	Cartwright [16]	
Europa	$5.7 \times 10^{12} \text{ W}$  $0.19 \text{ W m}^{-2} = 5.8 \times 10^{18} \text{ erg s}^{-1}$	O'Brien <i>et al.</i> [11] $\dot{E}$ escalado del valor observado en Ío  $\dot{E}/m^2$ correspondiente al flujo de calor que atraviesa hasta la superficie de la capa de hielo	$5.7 \times 10^{19}$
	$< 10^{18} \text{ erg s}^{-1}$	Cassen <i>et al.</i> [17] por disipación de energía por mareas.	
	$25\text{-}50 \text{ mW m}^{-2}$	Para una capa de hielo de 10-30 km, Pappalardo [55].	7.6- $15.3 \times 10^{18}$
	$8.5 \times 10^{11} \text{ W}$	Total por mareas Tobie <i>et al.</i> [73]	$8.5 \times 10^{18}$
	$7.4 \times 10^{11} \text{ W}$	Total por mareas y radiogénico Tyler [75]	$7.4 \times 10^{18}$
	$10^{12} \text{ W}$	Para una capa de 70 km por disipación de mareas según Moore [45]	$10^{19}$

**Cuadro 4.5:** La última columna lista la tasa de disipación de energía que se obtiene de la segunda columna suponiendo que la emisión es uniforme sobre toda la superficie, suposición que puede no ser válida.

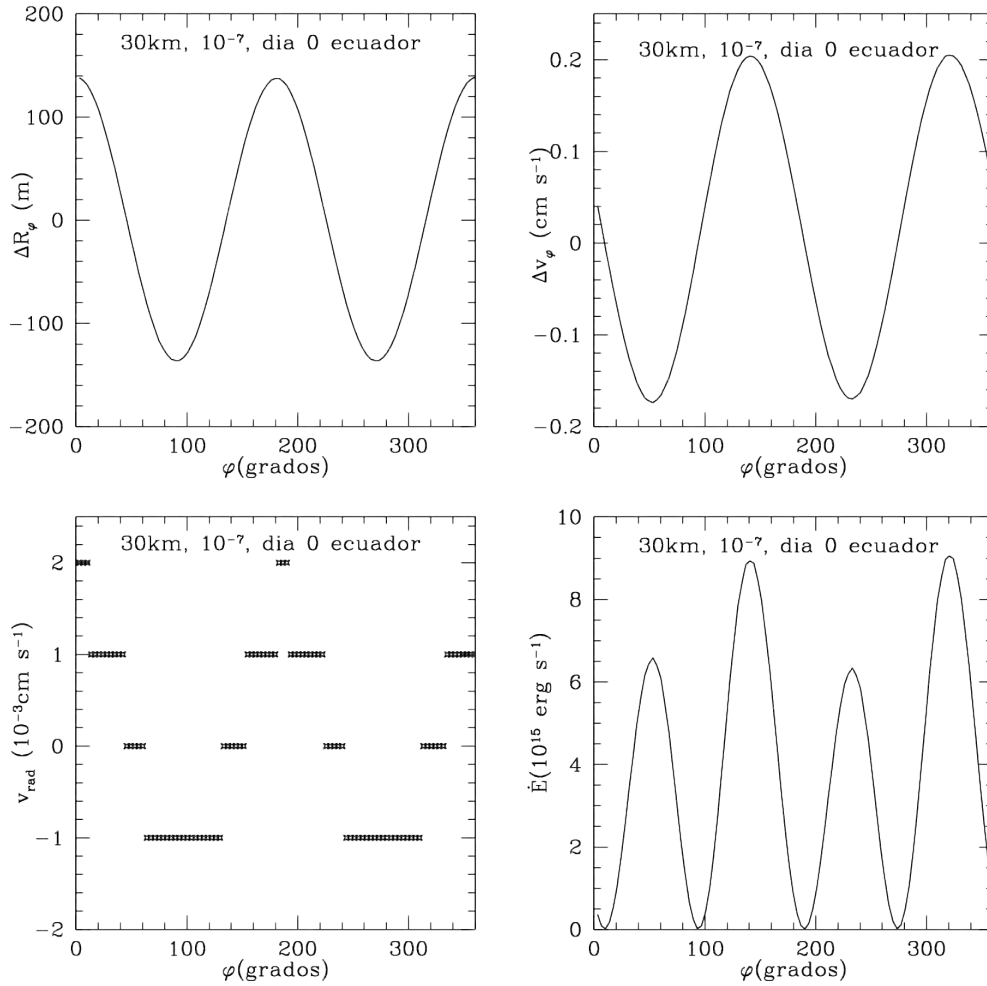
tra en el perijovio y únicamente se muestran los resultados de los elementos que están sobre la banda del ecuador.

<i>Valores máximos en el perijovio y en el apojovio</i>					
<b>Caso</b>	$\Delta R_{max}$ (m) <i>peri:apo</i>	$\Delta v_{\varphi_{max}}$ (cm s <sup>-1</sup> ) <i>peri:apo</i>	$\Delta v_{rad_{max}} 10^{-3}$ (cm s <sup>-1</sup> ) <i>peri:apo</i>	$\dot{E}_{max}$ (10 <sup>15</sup> erg s <sup>-1</sup> ) <i>peri:apo</i>	$\varphi \dot{E}_{max}$ (grados) <i>peri:apo</i>
1	140	0.2	2	9	140, 320
	130	2.3	18	1150	90, 270
10	118	0.19	5	11.5	90, 270
	110	0.75	15	87	0,180
00	99	0.15	1	5.3	140, 320
	95	1.7	13	600	90, 270

**Cuadro 4.6:** *En esta tabla se resumen los resultados obtenidos para los casos 1, 10 y 00 para los elementos de la banda del ecuador en el perijovio y en el apojovio.*

### 4.2.1. Caso fiducial

**Deformación en la marea de equilibrio.** En los paneles superior izquierdo de las Figuras 4.1 y 4.2 se muestran el radio de cada elemento como función de su ángulo acimutal correspondiente. El eje  $y$  en las gráficas es  $[r(\theta, \varphi, t) - R_1]$ , donde  $R_1$  es el radio de equilibrio y  $r(\theta, \varphi, t)$  es el radio del elemento cuyas coordenadas son  $(\theta, \varphi)$ .



**Figura 4.1:** Caso 1. 30 km, Día 0,  $\nu = 10^{-7} R_{\odot}^2/\text{día}$ . Dependencia con el ángulo acimutal. 101 ciclos caso fiducial,  $\beta = 0.9987$

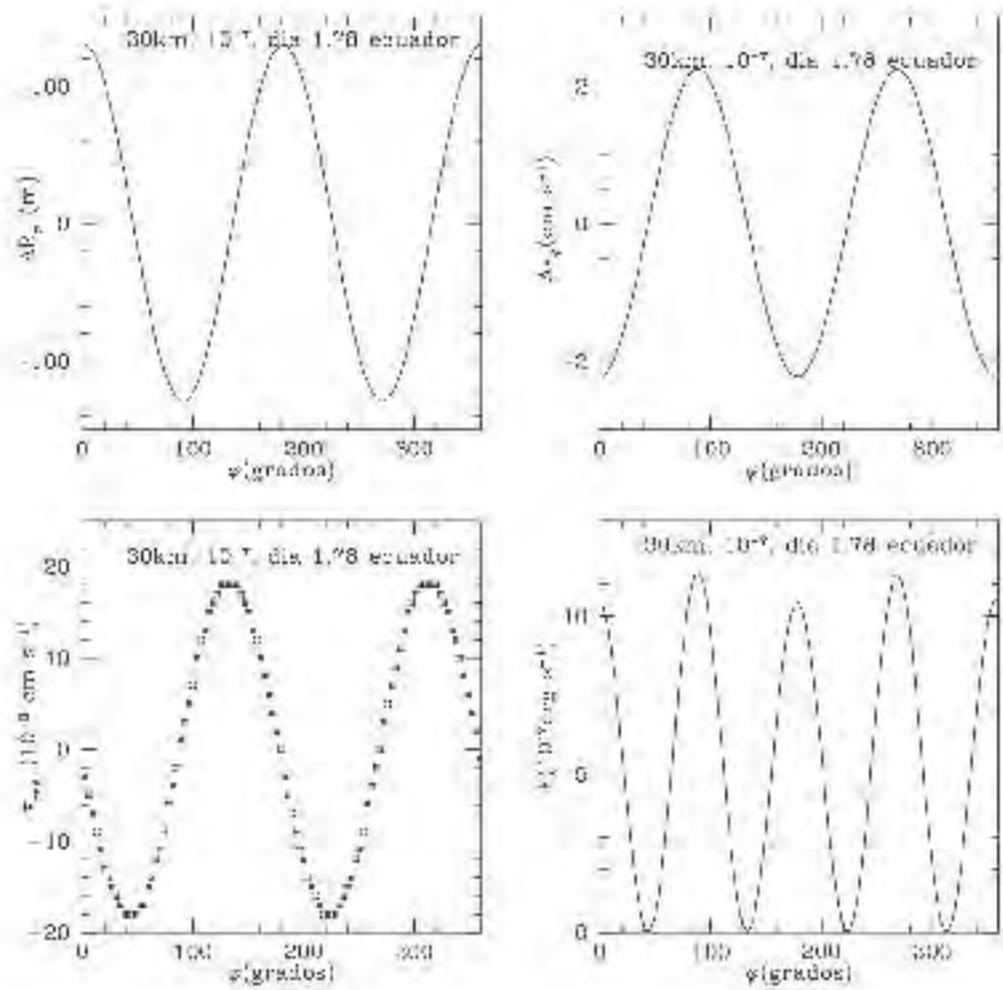


Figura 4.2: Caso 1. 30 km, Día 1.78,  $\nu = 10^{-7} R_{\odot}^2$ /día.

Ambos casos representados en estas figuras muestran un comportamiento similar salvo que la magnitud de la deformación es mayor en el día 0 que en el día 1.78 como es de esperarse por la diferencia entre el perijovio y el apojovio. La amplitud es de 140 m en el perijovio desde el punto de vista cualitativo tal y como se espera de la deformación causada por una fuerza de marea en equilibrio, es decir, hay dos zonas cuyo radio es mayor que el radio de equilibrio (llamadas protuberancias) y dos zonas cuyo radio es menor que el radio de equilibrio. Los máximos y mínimos están separados por aproximadamente  $90^\circ$ .

Las amplitudes de todos los casos están alrededor de los 100 metros.

El máximo de la deformación apunta en dirección casi directamente hacia Júpiter.

**Velocidad acimutal y radial.** La velocidad acimutal se grafica en el panel superior derecho. Aquí podemos ver una diferencia apreciable en el comportamiento del día 0 con respecto al día 1.78 por un lado la amplitud en el día 1.78 es casi un orden de magnitud mayor por otro lado la ubicación de los máximos difiere significativamente: en el día 0 los máximos se encuentran a 140 y 320 grados mientras que en el día 1.78 se encuentran en 90 y 270 grados. Estas diferencias entre el perijovio y el apojovio están relacionadas con las diferentes  $\beta$  que hay en cada lugar.

Un comportamiento análogo se observa para la velocidad radial (panel inferior izquierdo) es decir la amplitud es mayor por un factor de aproximadamente 10 en el apojovio que en el perijovio y la ubicación de los máximos está desfasada por aproximadamente 40 grados.

### 4.2.2. Dependencia con la viscosidad

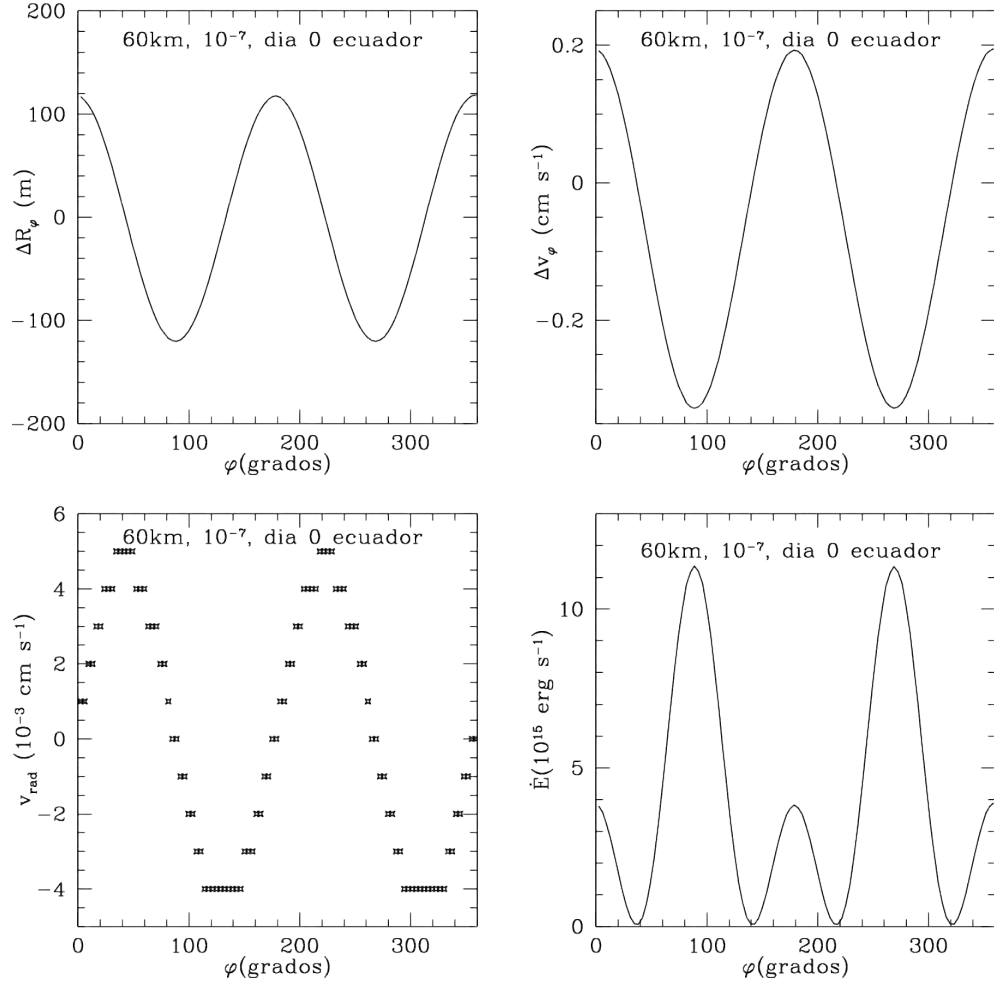
Para viscosidades entre  $10^{-7} R_{\odot}^2/d$  y  $10^{-5} R_{\odot}^2/d$  el comportamiento cualitativo es muy parecido al caso fiducial (Figura 4.2) habiendo solamente diferencias en la amplitud de la velocidad acimutal y radial y de la tasa de disipación de energía.

### 4.2.3. Capa de 60 km

La Figura 4.3 muestra la capa con un espesor de 60 km. Se observa que en el perijovio las protuberancias se localizan  $\approx 0^\circ/360^\circ$  y  $180^\circ$ . Los máximos de las velocidades acimutal y radial tienen un desfasamiento de aproximadamente  $40^\circ$  con respecto del caso fiducial (paneles superior derecho e inferior



izquierdo). Dado que la viscosidad es la misma en ambos casos, el desfase anterior se puede entender en términos de que las mayores velocidades se producirán en los elementos que se encuentran en las protuberancias ( $\approx 90^\circ$  y  $180^\circ$ ) a diferencia del caso fiducial en donde son los elementos que se encuentran antes de las protuberancias los que tienen las mayores velocidades.



**Figura 4.3:** Caso 10. 60 km, Día 0,  $\nu = 10^{-7} R_{\odot}^2/\text{día}$ . Dependencia con el ángulo acimtal,  $\beta_0=0.992$ .

La disipación de energía (panel inferior derecho) sin embargo, tiene sus máximos en  $90^\circ$  y  $270^\circ$  que son del orden de  $11.5 \times 10^{15} \text{erg s}^{-1}$ . En estos

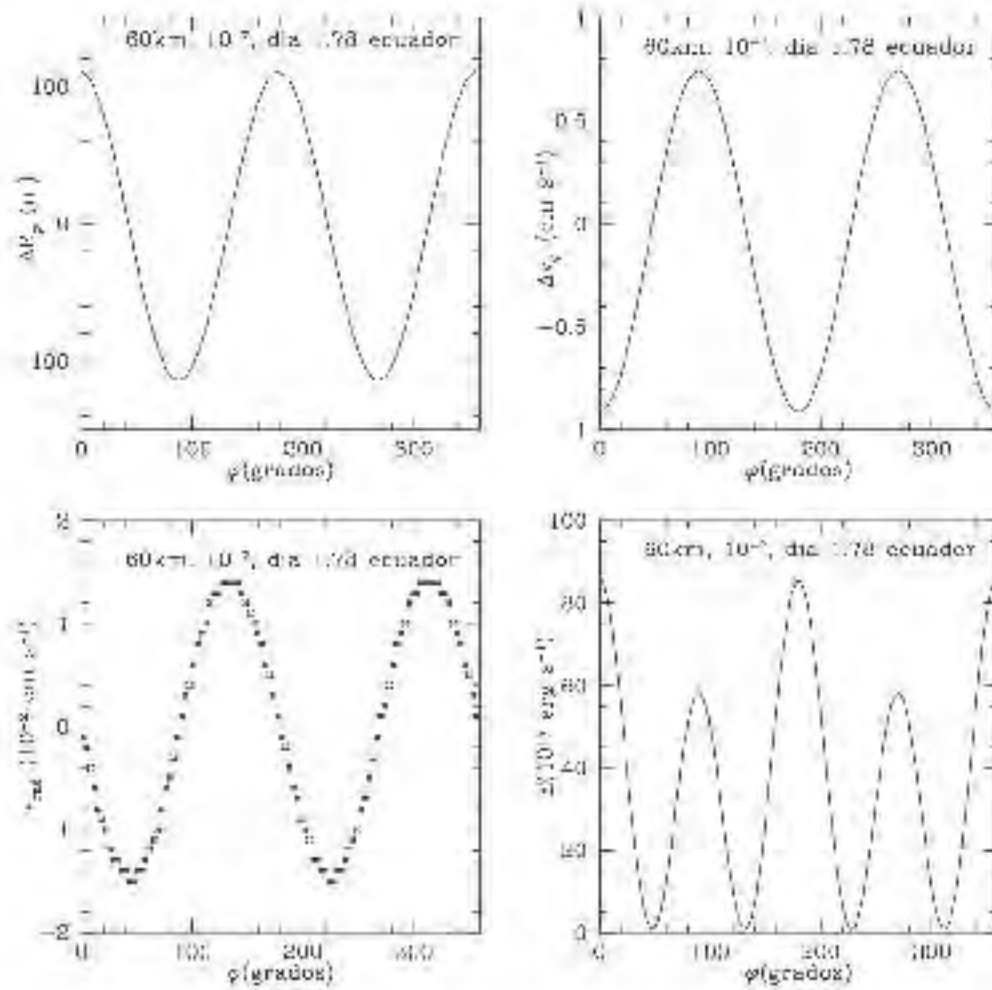


Figura 4.4: Caso 10. 60 km, Día 1.78,  $\nu = 10^{-7} R_{\odot}^2/\text{día}$ ,  $\beta_0=0.992$ .

puntos son los lugares en donde el cambio de la velocidad acimutal es negativo ( $v_{max} - v_{min} < 0$ ) y el cambio de velocidad radial es cero es decir, los elementos que están en las protuberancias se encuentran en reposo.

La Figura 4.4 muestra el apojovio del caso 10. Las protuberancias no cambian de lugar con respecto al perijovio y los máximos en los cambios de velocidades acimutales y radiales no están significativamente desfasados. Sin embargo notamos que la disipación de energía es significativamente mayor que en el perijovio. Estos máximos se encuentran en las protuberancias a diferencia del caso 1 que se localizan en los valles. La cantidad de energía que se encuentra tanto en el caso 1 como en el 10, es aproximadamente del mismo orden o mayor de lo que reportan los cálculos (ver Cuadro 4.5) en la literatura.

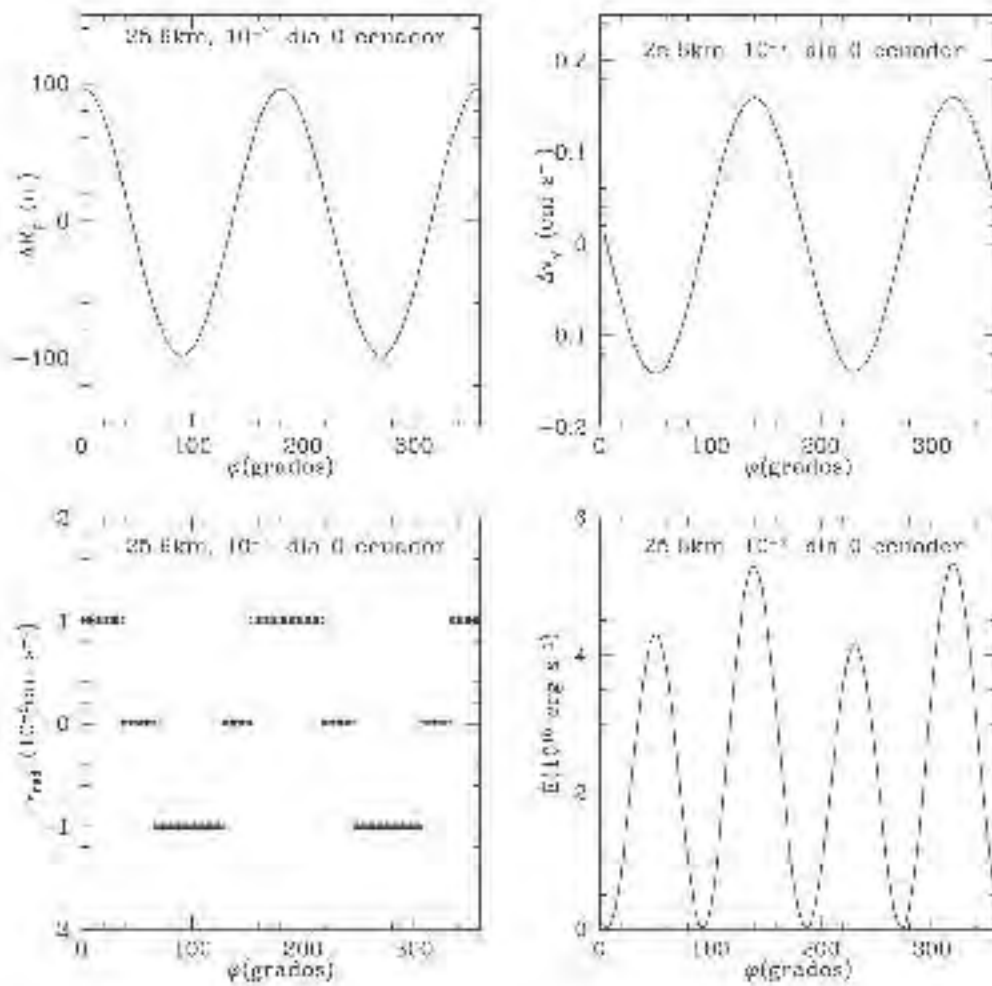
#### 4.2.4. Manto. Caso 00

La intención para correr este caso se debió a la posibilidad de que la disipación de energía pueda ocurrir o en el manto de silicatos y se transfiera a la capa de hielo o a que ocurra en la misma capa de hielo que está sobre la superficie de Europa. Ambos casos han sido estudiados y reportados en la literatura por ejemplo Schubert [67], que hace un análisis de dos posibles estructuras internas de Europa.

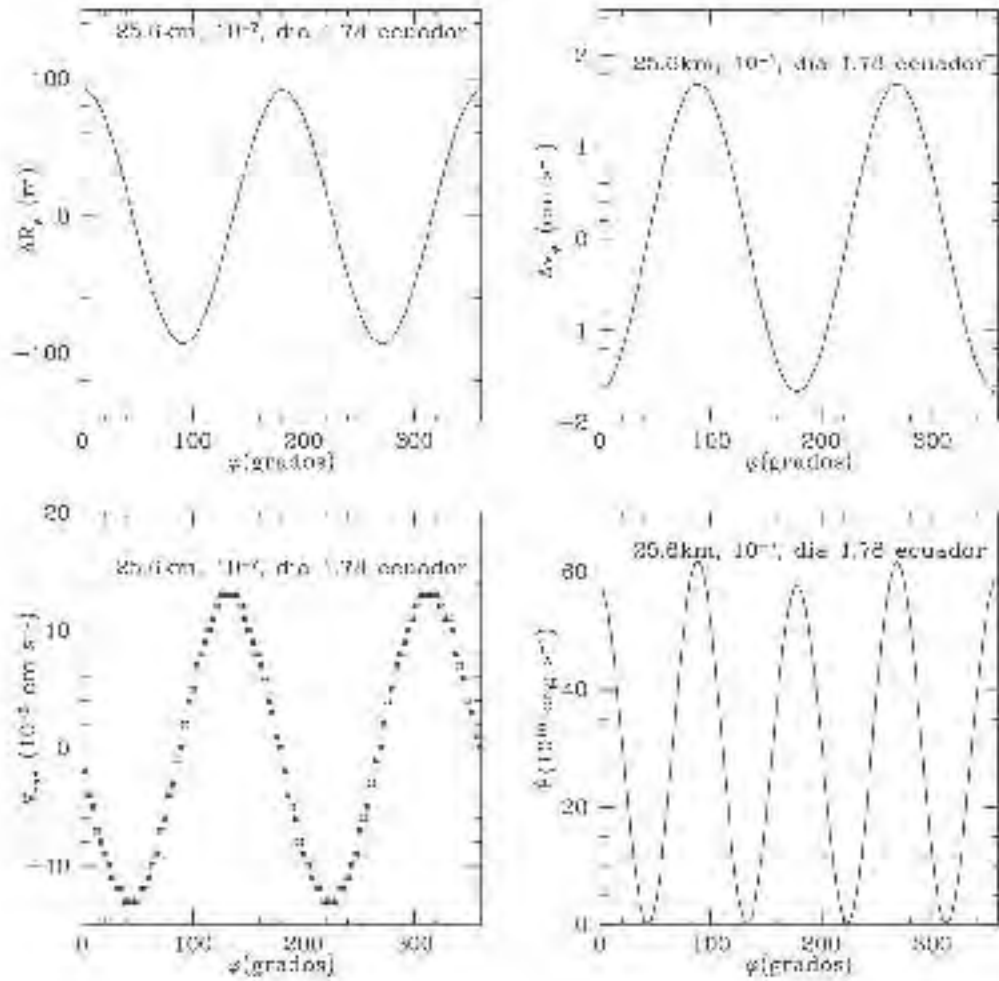
En nuestro caso y debido a las restricciones del código nos inclinamos mas por la posibilidad en la que la capa de hielo sea la modelada. Por completez se ha corrido y analizado el caso en el que la capa de silicatos sea la modelada. Los resultados del caso 00 se muestran a continuación en las Figuras 4.5 y 4.6.

Para el perijovio observamos que la disipación de energía es mucho menor, lo cual se esperaba puesto que la capa modelada es menor. Observamos que los máximos de la disipación de energía se localizan en los máximos del cambio de velocidad acimutal. Los elementos tienen cero velocidad radial y no están ni en los valles ni en las protuberancias de la capa modelada.

Como en los otros dos casos analizados anteriormente, en el apojovio la máxima tasa de disipación de energía es considerablemente mayor que para el perijovio. Estos máximos se localizan en los valles de la capa modelada y tienen un máximo en el cambio de velocidad acimutal y cero velocidad radial.



**Figura 4.5:** Caso 00. 25.6 km, Día 0,  $\nu = 10^{-7} R_{\odot}^2/\text{día}$ . Dependencia con el ángulo acimutal,  $\beta_0=0.9987$ ,  $R=1427\text{km}$



**Figura 4.6:** Caso 00. 25.6 km, Día 1.78,  $\nu = 10^{-7} R_{\odot}^2/\text{día}$ ,  $\beta_0=0.9987$ ,  $R=1427\text{km}$ .

### 4.2.5. Disipación de energía

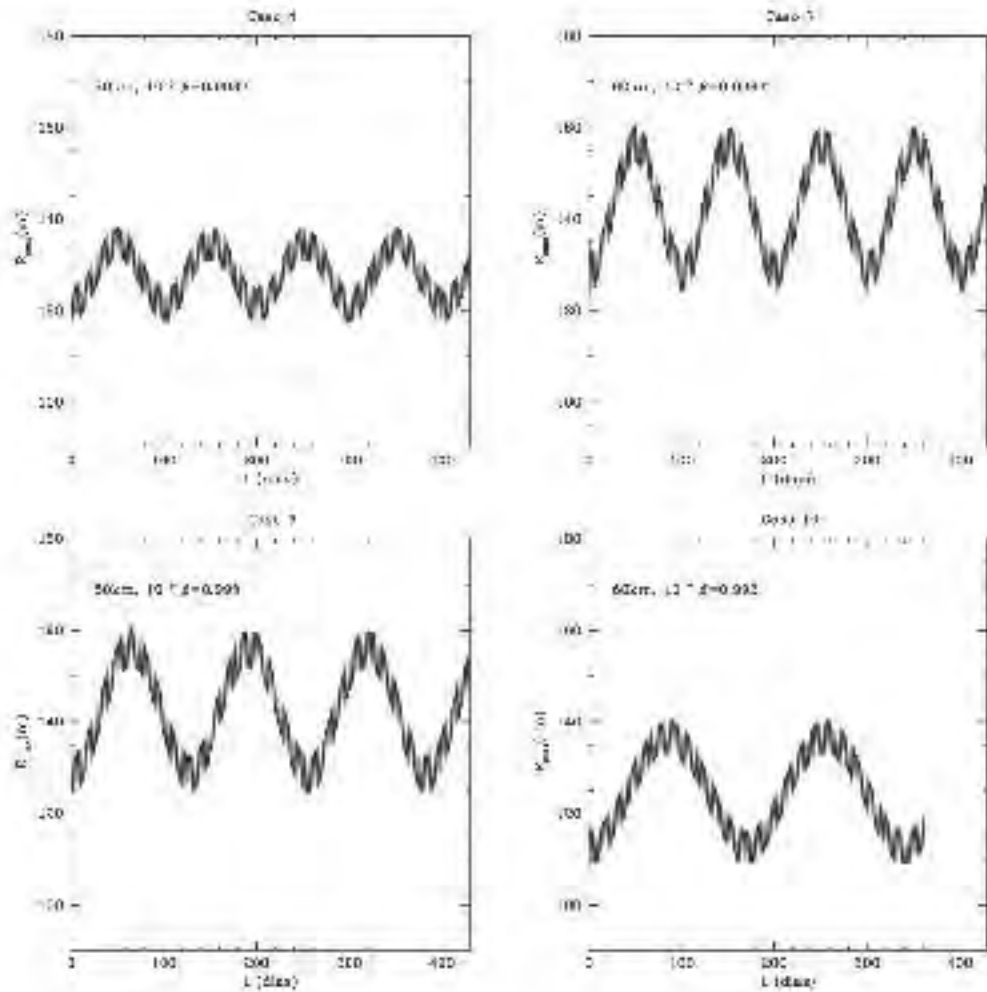
Las tasas de disipación de energía de la franja ecuatorial se muestran en las figuras 4.1 y 4.2 de los pánels inferior derecho donde observamos una diferencia apreciable entre lo que sucede en el perijovio y el apojovio. En algunos casos hay cuatro máximos y cuatro mínimos correspondientes a las ubicaciones de extremos en la velocidad acimutal como es de esperarse por la acción de cizalla (*shear*) sin embargo la ubicación de estos máximos y la amplitud son diferentes. En el perijovio los máximos se ubican en 50, 140, 230 y 320 y en el apojovio 0, 90, 180 y 270 aproximadamente. Así mismo la amplitud máxima en el apojovio es aproximadamente 100 veces mayor que en el perijovio.

**Estabilidad con el tiempo.** Los casos reportados en el Cuadro 4.4 tienen además de distintos espesores de capa y viscosidades, diferentes valores de  $\beta$ . En la Figura 4.7 se muestra el comportamiento para los casos 4, 7, 9 y 10. A excepción del caso 10, los demás se corrieron 120 ciclos con la idea de hacer una exploración en el comportamiento del radio máximo en el tiempo. La onda que se ve en la figura está compuesta de otras ondas que representan el perijovio y el apojovio. Cada mínimo en los casos 4 y 7 se repite cada 28 ciclos, en el caso 7 cada 36 y en caso 10 cada 48 ciclos. Observamos que existe una tendencia a que cuando  $\beta$  disminuye el periodo aumenta. Es decir para los casos con la misma capa pero diferente  $\beta$  hay un periodo superior orbital.

Es interesante que para los casos 4 y 7 donde el valor de  $\beta$  se mantiene constante el cambio en el espesor de capa produce un cambio en la amplitud de la onda. Para el caso 4 el radio máximo alcanza un valor de  $\approx 140$  m y el valor menor es de  $\approx 120$  m. Mientras que para el caso 7 el valor máximo alcanzado es de  $\approx 160$  m y el valor mínimo de  $\approx 130$  m. Es decir entre un caso y otro hay una diferencia de 10 metros entre el valor máximo y el valor mínimo del radio máximo.

## 4.3. Conclusiones

1. El rango de valores de energía disipada total para Europa encontrados en la literatura es  $7.4 \times 10^{18} < \dot{E} < 5.7 \times 10^{19} \text{ erg s}^{-1}$ . En nuestro caso tenemos 9 casos reportados en el Cuadro 4.4 en los cuales los valores de  $\dot{E}$  están dentro de este rango. Los casos que quedan fuera son aquellos cuya viscosidad es  $10^{-6} R_{\odot}^2/d$  o  $10^{-5} R_{\odot}^2/d$  comparada con  $10^{-7} R_{\odot}^2/d$  de



*Figura 4.7: Comportamiento de los radios máximos como función del tiempo para distintos espesores de capa y diferentes valores de  $\beta$ .*

los casos que sí entran en el rango. La energía disipada es en todos los casos mayor para el apojovio que para el perijovio.

2. Los valores máximos para la energía disipada están localizados en puntos específicos del ecuador, es decir, es probable que podamos encontrar agua en estado líquido sólo en algunas regiones de Europa y no debajo de toda su superficie. En un estudio futuro se podría generar un mapa bidimensional y ver si la posición de máxima disipación de energía predicha coincide geográficamente con la zona de Conamara Caos.
3. El tamaño de las protuberancias es en todos los casos del orden de los 100 metros. Se observa que comparando casos con mismos valores de  $\beta$  encontramos que para la capa de 60 km el tamaño de la protuberancia es ligeramente mayor ( $\geq 15$ ) que para la capa de 30 km.
4. Un resultado muy interesante fue el encontrado cuando las corridas hechas para 120 ciclos revelaron que sería posible predecir el espesor de capa si se pudieran medir *in situ* los cambios en el radio máximo, ya que si el valor de la velocidad angular orbital  $\beta$  se mantiene constante hay una diferencia de  $\approx 10$  m en la medida del radio máximo entre una capa de 30 km y una de 60 km de espesor.
5. Con este estudio exploratorio pretendemos predecir los lugares físicos donde es posible encontrar agua en estado líquido en Europa. La zona de Europa alrededor de los  $270^\circ$  (*trailing hemisphere*) es en la que se observa el mayor número de características geológicas que implican la presencia de agua en estado líquido debajo de su superficie. Las evidencias observadas no son conclusivas de que pueda existir agua en estado líquido en otras regiones. Las misiones JUICE (ESA, programada para descender sobre Europa en el 2030) y Europa Clipper (NASA, sin fecha de salida) están programadas para obtener más evidencias que puedan esclarecer si hay agua en estado líquido, en dónde está y si existe la posibilidad de que Europa albergue vida como la conocemos en la Tierra o al menos la posibilidad de que pueda desencadenarse el proceso que lleve a cabo su formación, ya que al parecer comparte muchas de las características que tuvo la Tierra cuando se originó la vida. Los satélites Encélado y Titán de Saturno, son también excelentes candidatos para realizar estudios más detallados buscando lugares habitables alrededor de planetas gaseosos.





# Bibliografía

- [1] Todas las fotografías mostradas en esta tesis fueron tomadas del sitio <http://solarsystem.nasa.gov/galileo/gallery/europa.cfm>.
- [2] Alexander, M. E. *The weak friction approximation and tidal evolution in close binary systems*. Astrophysics and Space Science, August 1973, Volume 23, Issue 2, pp 459-510.
- [3] Alexander, C., Carlson, R., Consolmango, Guy., Greeley, R., Morrison, D. *The exploration history of Europa*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 3-26.
- [4] Anderson, J. D., Schubert, G., Jacobson, R. A., Lau, E. L., Moore, W. B., Sjogren, W. L. *Europa's Differentiated Internal Structure: Inferences from Four Galileo Encounters*. Science, Vol. 281. Pag. 2019-2022. 1998.
- [5] Baker, N. H., Temesvary, S. 1966, *Tables of convective stellar envelope models*. 2nd ed., NASA, New York.
- [6] Barr, A. C., Showman, A. P. *Heat transfer in Europa's icy shell*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 405-430.
- [7] Behoukova, M., Tobie, G. Choblet, G., Cadek, O. *Coupling mantle convection and tidal dissipation: applications to Enceladus and Earth-like planets*. Journal of Geophysical Research, Vol. 115, E09011, DOI:10.1029/2009JE003564, 2010.
- [8] Beuthe, M., *Spatial patterns of tidal heating*. Icarus. Vol 223., Issue 1. Marzo 2013. Páginas 308-329. DOI:10.1016/j.icarus.2012.11.020

- [9] Bills, B. G., Nimmo, F., Karatekin, Ö., Van Hoolst, T., Rambaux, N., Levrard, B., Laskar, J. *Rotational dynamics of Europa*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 119-133.
- [10] Bradt, H. *Astrophysics Processes*. Suplemento al capítulo 4. Cambridge University Press 2008.
- [11] O'Brien, D.P., Geissler, P., Greenberg, R., *A melt-through model of chaos formation of Europa*. Icarus, Vol. 156, Issue 1. Marzo 2002, page 152-161. DOI:10.1006/icar.2001.6777
- [12] Bryson, B. *A Short History of Nearly Everything*. Falta poner cosas
- [13] Canup, R. M., Ward, W. R. *Origin of Europa and the Galilean satellites*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 59-83.
- [14] Carr, M. H., *et al. Evidence for a subsurface ocean on Europa*. Nature, 391, 363-365, 1998.
- [15] Carroll, B. W., Ostlie, D. A. *An Introduction to Modern Astrophysics*. Addison-Wesley Publishing Company 1996.
- [16] Cartwright, D. E., Ray, R.D. *New estimates of oceanic tidal energy dissipation from satellite altimetry* Geophysical Research Letters, 16 No.1, (1989) pag. 73-76.
- [17] Cassen, P., Reynolds, R. T., Peale, A. J. *Is there liquid water on Europa?* Geophysical Research Letters, 6 No.9, (1979) pag. 731-734.
- [18] <http://saturn.jpl.nasa.gov/mission/introduction/>
- [19] Christensen, R.M. *Theory of viscoelasticity. An introduction*. Academic Press, 1971.
- [20] Chyba, C. F., Phillips, C. B. *Europa as an abode of life*. Origins of Life and Evolution of the Biosphere 32: 47- 68, 2002. 2002 Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.
- [21] Collins, G., Nimmo, F. *Chaotic terrain on Europa*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 259-281.

- [22] Consolmagno, G., Greely, R., Morrison, D. *The Exploration History of Europa*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 3-26.
- [23] Dávila Burga, Jorge. *Diccionario Geológico*. Segunda edición 1995. Arth Grouthing S. A. C. Perú.
- [24] Edgeworth, R., Dalton, B. J., Parnell, T. “*The pitch drop experiment*” [smp.uq.edu.au/content/pitch-drop-experiment](http://smp.uq.edu.au/content/pitch-drop-experiment).
- [25] Estrada, P. R., Mosqueira, I., Lissauer, J. J., D’Angelo, G., Cruikshank, D. P. *Formation of Jupiter and conditions por accretion of the Galilean Satellites*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 27-58.
- [26] Flügge, Wilhelm. *Viscoelasticity*. Blaisdell Publishingh Company 1967.
- [27] Forte, A. M., Mitrovica, J. X. *Deep-mantle high-viscosity flow and thermochemical structure inferred from seismic and geodynamic data*. Nature 410, 1049-1056 (26 April 2001) | doi:10.1038/35074000.
- [28] Greenberg, Richard. *Unmasking Europa. The search for life on Jupiter’s ocean moon*. Praxis Publishing, Ltd. 2008.
- [29] Gribbin, J. *Companion to the Cosmos*. Second impression 1997. Orion books ltd.
- [30] Goldstein, H., Poole, C., Safko, J. *Classical Mechanics*. 3ra. Edición. Addison Wesley, 2002.
- [31] Gribbin, J. *Historia de la Ciencia. 1543-2001*. Primera edición enero de 2005. Crítica, Barcelona.
- [32] Han, L., Showman, A.P. *Copupled convection and tidal dissipation in Europa’s ice shell*. Icarus, **207**, 834-844 (2010). DOI: 10.1016/j.icarus.2009.12.028.
- [33] Han, L., Tobie, G., Showman, A. P. *The impact of a weak south pole on thermal convection in Enceladus’ ice shell*. Icarus 218 (2012) 320-330. DOI:10.1016/j.icarus.2011.12.006.

- [34] Hanse, B. M. S. *Calibration of equilibrium tide theory for extrasolar planet systems*. The Astrophysical Journal, 723:285-299, 2010 November 1.
- [35] Hussmann, H., Spohn, T., *Thermal-orbital evolution of Io and Europa*. Icarus 171 (2004) 391-410. DOI: 10.1016/j.icarus.2004.05.020
- [36] Howett, C. *et al.* *High heat flow from Enceladus' south polar region measured using 10-600 cm(-1) Cassini/CIRS data*. Journal Of Geophysical Research-planets, 2011. Volume 116 Issue. Page E03003. DOI: 10.1029/2012JE003718.
- [37] Johnson, T.V., Yeates, C. M., y Young, R. *Space science reviews volume on Galileo Mission overview*. Space Sci. Rev., 60: 3-21. (1992).
- [38] Kibble, T. W. B., Berkshire, F. H. *Classical Mechanics*. 5a. Edición. Imperial College Press, 2005.
- [39] Kivelson, M. G. *et al.* Galileo Magnetometer Measurements: A stronger case for a subsurface ocean at Europa. Science, vol. 289, pp. 1340-1343 (2000).
- [40] Lainey, V. *et al.* Strong tidal dissipation in Io and Jupiter from astrometric observations. Nature. Vol. 459. 957-959. 18 de junio de 2009. DOI:10.1038/nature08108.
- [41] Matson, D.L., Castillo-Rogez, J.C., Johnson, T.V., Lunine, J.I., Davies, A. G. *Enceladus and Europa: how does hydrothermal activity begin at the surface?* 42nd Lunar and Planetary Science Conference (2011).
- [42] McKinnon, W. B., Shock, E. L. *Ocean Karma: What goes around comes around on Europa (Or dos it?)* Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 2002.
- [43] Miller, J., *Analysis quantifies effects of tides in Jupiter and Ío*. Physics Today, Agosto 2009. Pág. 11-12.
- [44] Mitri, G., Showman, A. P. *Convective-conductive transitions and sensitivity of a convecting ice shell to perturbations in heat flux and tidal-heating rate: Implications for Europa* Icarus. Volume 177, Issue 2, October 2005, Pages 447-460.

- [45] Moore, W. B. *Tidal deformation and tidal dissipation in Europa*. Workshop Europa's Icy Shell, February, 2004.
- [46] Moore, W. B., Schubert, G. *The tidal response of Europa*. *Icarus* **147**, 317-319 (2000). DOI: 10.1006/icar.2000.6460.
- [47] Morabito, L. A. *et al.* *Discovery of currently active extraterrestrial volcanism*. *Science* 204 (4396): 972. Bibcode:1979Sci...204..972M. doi:10.1126/science.204.4396.972. PMID 17800432, 1979.
- [48] Moreno, E., Koenigsberger, G. *A model for tidal interactions in Iota Orionis*. *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, **35**, 157-171 (1999).
- [49] Moreno, E., Koenigsberger, G., Harrington, D. M. *Eccentric binaries. Tidal flows and periastron events*. *A&A* 528, A48 (2011). DOI: 10.1051/0004-6361/201015874.
- [50] Moroz, V.I. *Infrared spectrophotometry of the Moon and the Galilean Satellites of Jupiter*. *Soviet Astronomy*, Vol. 9, p.999 (1966).
- [51] Página oficial de la NASA. <http://www.jpl.nasa.gov/missions/details.cfm?id=5986>
- [52] Nimmo, F., Manga, M. *Geodynamics of Europa's icy shell*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 381-404.
- [53] Ojakangas, G. W., Stevenson, D. J. *Thermal state of an ice shell on Europa*. *Icarus* **81**, 220-241 (1989).
- [54] Pappalardo, R. T., *et al.* *Geological evidence for solid-state convection in Europa's ice shell*. *Nature*, 391, 365-368. 1998.
- [55] Pappalardo, R. T., *et al.* *Does Europa have a subsurface ocean? Evaluation of the geological evidence*. *Journal of Geophysical Research*, 24,015-24,055, Vol. 104, No. E10, October 25, 1999.
- [56] *The hidden oceans of Europa*. Charla dada por Dr. Robert Pappalardo en 2007. <http://www.jpl.nasa.gov/videos/lectures/071115-vk1-TheHiddenOceansOfEuropa-AVC2007-209.m4v>

- [57] Peale, S. J. *et al.* *Melting of Io by Tidal Dissipation*. Science 203 (4383): 892-894. Bibcode:1979Sci...203..892P. doi:10.1126/science.203.4383.892. PMID 17771724. 1979.
- [58] Penev, K., Sasselov, D., Robinson, F., Demarque, P. *On dissipation inside turbulent convection zones from three-dimensional simulations of solar convection*. The Astrophysical Journal, 655:1166Y1171, 2007 February 1.
- [59] Petrenko, V. F., Whitworth, R. W. *Physics of ice*. Oxford University Press, 1999.
- [60] Porco, C. C. *et al.* *Cassini observes the active south pole of Enceladus*. Science 311, 1393-1401 (1983)
- [61] Press, W. H., Wiita, P. J., & Smarr, L. L. *Mechanism for inducing synchronous rotation and eccentricity in close binary systems*. Astrophysical Journal, vol. 202, Dec. 15, 1975, pt. 2, p. L135-L137.
- [62] Press, W. H. *Astronomy 45 Course Notes. Introduction to Astrophysics*. Harvard College, Spring Term, 1997.
- [63] Ray, R. D., Eanes, R. J., & Chao, B. F. *Detection of tidal dissipation on solid Earth by satellite tracking and altimetry*. Nature, 381. 595-597. 13 de junio 1996. DOI:10.1038/381595a0
- [64] Roth, L., Saur, J., Retherford, K. D., Strobel, D. F., Feldman, P. D., McGrath, M. A., Nimmo, F. *Transient Water Vapor at Europa's South Pole*. Science 10 Jan 2014: Vol. 343, Issue 6167, pp. 171-174 DOI: 10.1126/science.1247051.
- [65] Symon, K. R. *Mechanics*. 1971 (Addison-Wesley).
- [66] Schmidt, B. E., Blankenship, D. D., Patterson, G. W., Schenk, P. M. *Active formation of 'chaos terrain' over shallow subsurface water on Europa*. 502-505, Nature, Vol. 479. November 24, 2011. DOI: 10.1038/nature10608.
- [67] Schubert, G., Sohl, F., Hussmann, H. *Interior of Europa*. Europa, Pappalardo, R., Mackinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 353-367.

- [68] Shoji, D., Hussmann, H., Kurita, K. and Sohl, F. *Dissipation of tidal energy and Love numbers on Enceladus*. Vol. 6, EPSC-DPS2011-685, 2011. EPSC-DPS Joint Meeting 2011.
- [69] Sotin, C., Tobie, G., Wahr, J., McKinnon, W. *Tides and Tidal heating on Europa*. Europa, Pappalardo, R., McKinnon, W., Khurana, K., Editors. 2009. Pag 85-117.
- [70] Spencer, J. *Physics Today*. **64**, 11 (2011). Pp. 38-44.
- [71] Spohn, T., Schubert, G. *Oceans in the icy Galilean satellites of Jupiter? Icarus*, 161 (2003), pag 456-467. DOI: 10.1016/S0019-1035(02)00048-9.
- [72] Sutantyo, W. *On the tidal evolution of massive X-ray binaries*. Astronomy and Astrophysics, vol. 35, no. 2, Oct. 1974, p. 251-257.
- [73] Tobie, G., Choblet, G., Sotin, C. *Tidally heated convection: Constrains on Europa's ice shell thickness*. Journal of Geophysical Research, Vol. 108, No. E11, 5124, DOI:10.1029/2003JE002099, 2003.
- [74] Turcotte, D.L., Schubert, G. *Geodynamics. Applications to continuum physics to geological problems*. John Wiley & Sons. 1982.
- [75] Tyler, R. H., *Strong ocean tidal flow and heating on moons of the outer planets*. Nature, Vol 456. 11 December 2008. DOI:10.1038/nature07571.
- [76] Waite Jr, J. H. *Liquid water on Enceladus from observations of ammonia and  $^{40}\text{Ar}$  in the plume*. Nature, 460, 487 (2009).