



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA

CARRERA DE PSICOLOGÍA

RECURSOS SEMIÓTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN LA  
CARRERA DE PSICOLOGÍA

## TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

PRESENTA:

MARCO ANTONIO PÉREZ SILVA

JURADO DE EXAMEN

DIRECTOR: DR. EDUARDO ALEJANDRO ESCOTTO CÓRDOVA

COMITÉ: MTRA. JULIETA BECERRA CASTELLANOS

DR. JOSÉ GABRIEL SÁNCHEZ RÚIZ

LIC. JESÚS BARROSO OCHOA

DRA. ANA MARÍA BALTAZAR RAMOS



MÉXICO, D.F.

ENERO 2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Índice

Resumen.....	1
Introducción.....	2
I. <i>Marco teórico</i> .....	4
II. <i>Planteamiento del problema</i> .....	26
Justificación.....	26
Preguntas de investigación.....	27
Objetivos.....	27
III. <i>Método</i> .....	28
Tipo de investigación.....	28
Participantes.....	28
Criterios de selección.....	28
Procedimiento.....	28
Material.....	29
Categorías recursos semióticos.....	29
IV. <i>Resultados</i> .....	31
V. <i>Discusión</i> .....	66
VI. <i>Conclusión</i> .....	76
Anexo: Glosario.....	77
Referencias.....	80

## **Dedicatorias**

A mi mamá Juanita, que sentó las bases para construir mi camino y que aunque ya no ésta físicamente, me acompaña en cada uno de mis éxitos. No olvido cada consejo que me diste, de ellos he aprendido mucho.

A mis hermanos Cony, Luis, Rodolfo, Enrique y Juan que me apoyan a cada momento y que de cada uno he aprendido muchas cosas. Por todas las aventuras que he vivido junto a ellos.

A mi luz que llegó en el momento más importante de mi vida, mi Yasmin, que junto a ti he compartido grandiosos momentos y me has acompañado en éste proceso de mi vida profesional.

A mis primos Miguel y Oscar y mis sobrinitos Tadeo y Emiliano, deseando que tengan una vida exitosa.

A mi amigo Chucho y su familia, que me han brindado su cariño y apoyo incondicional. Me da mucho gusto que sean parte de éste sueño.

A mis compañeros y profesores que me han permitido aprender junto con ellos, agradezco las experiencias que me ha regalado cada persona que he conocido.

Al proyecto de investigación coordinado por el Dr. Eduardo Alejandro Escotto Córdova y el Dr. José Gabriel Sánchez Ruíz, he aprendido mucho en el año que trabajé con cada integrante del equipo.

A todos los hombres y mujeres que luchan por cambiar nuestra realidad, por todos aquellos que luchan por sus sueños sin miedo al fracaso, por tod@s los que sin conocernos dan sus vidas para darnos un lugar en el que todos los pensamientos tengan un espacio, por los que salieron a las calles a alzar la voz y donde estén piden que sigamos su ejemplo.

# **Agradecimientos**

*A mi Alma Máter*

La Universidad Nacional Autónoma de México

*Al apoyo*

Del proyecto financiado por PAPIME (PE302915) que al haberme otorgado una beca me permitió realizar ésta investigación.

Y

A los compañeros e investigadores del proyecto que me brindaron su apoyo para que la elaboración de la ésta tesis fuera posible.

## **Resumen**

El objetivo de la investigación es identificar el tipo de recursos semióticos que utilizan los profesores de la Carrera de Psicología cuando enseñan la asignatura de estadística y también analizar en qué porcentaje utilizan el lenguaje formal y el lenguaje no formal durante las clases.

Se realizó una investigación de tipo mixta. Para el análisis cualitativo se hizo un análisis observacional de los videos y las transcripciones a partir de un estudio de casos. Para el análisis cuantitativo se obtuvieron las frecuencias con que los profesores utilizaron cada recurso semiótico y el porcentaje en que utilizaron el lenguaje formal y no formal. Se videograbaron las clases de los profesores de la Carrera de Psicología que imparten la asignatura de estadística, dando su consentimiento informado. Se transcribieron los videos de las clases y se hizo un análisis con el programa Atlas.ti versión 6, además de un análisis observacional.

Los resultados en general de los profesores que conformaron la muestra nos refieren un amplio uso del lenguaje formal y el lenguaje corporal por encima del lenguaje no formal y de recursos semióticos diversos. Aunque el lenguaje corporal en el análisis no pareciera tener un impacto en la enseñanza de la estadística por parte de los profesores.

# Introducción

La semiótica es la ciencia que estudia los signos que forman el lenguaje (Beuchot, 2004). Los signos son asignados de forma convencional a los objetos para que éstos puedan ser representados por los individuos y se transmitan a los demás a través de la comunicación. Son convencionalismos establecidos por las sociedades que permiten la regulación de cada individuo,

En la semiótica hay tres ramas principales que permiten comprender mejor el lenguaje; la sintaxis que es la que se encarga de estudiar cómo se relacionan los signos para dar coherencia a los discursos, frases u oraciones; la semántica, encargada de estudiar los significados que tiene las relaciones de los signos y por último; la pragmática, la cual se encarga de estudiar la relación de los signos con los individuos y los significados personales que cada uno atribuye a cada signo.

En la enseñanza de la estadística el profesor interactúa con una diversidad de recursos semióticos, los cuales son todos los signos y significados que se utilizan y atribuyen en un momento dado para la enseñanza de la estadística. Entre estos están lo que escriben los profesores en el pizarrón, lo que dicen, los gestos que hacen, la proxemia, el paralenguaje, los deícticos, los reguladores del diálogo el lenguaje formal y el lenguaje natural (en ambos casos oral y escrito).

Asimismo, los recursos semióticos que están disponibles para la enseñanza de la estadística son los formales, que hacen referencia a números, fórmulas, conceptos estadísticos, operaciones y todo lo que implique algún elemento matemático. Los recursos semióticos no formales que son todos aquellos utilizados en la vida cotidiana, que no contienen elementos formales de las matemáticas.

El lenguaje formal debe estar presente en la enseñanza de las matemáticas al ser una ciencia que involucra necesariamente éste lenguaje, agotar el mayor número de recursos semióticos no formales puede contribuir en la mejora de la comprensión de la asignatura por parte de los alumnos ya que el lenguaje no

formal es de uso común y sirve como apoyo para comprender un lenguaje distinto como lo es el de la estadística.

En el capítulo I se realizó una recopilación de investigaciones que abordan el tema de los recursos semióticos y temas asociados a éste como la semiótica, el lenguaje, la lengua y el habla; todo relacionado con las matemáticas.

En el capítulo II se justifica la investigación, se plantean las preguntas y los objetivos de ésta.

En el capítulo III se describe el método que fue utilizado. Siendo una investigación mixta al realizar un análisis cualitativo con los estudios de casos y un análisis cuantitativo al obtener las frecuencias con las que usaron cada recurso.

En el capítulo IV se presentan los resultados obtenidos por cada profesor y cada clase que se videograbó de ellos y al final se hizo una comparación entre los recursos semióticos más sobresalientes.

En el capítulo V se discuten los resultados obtenidos en la investigación con las realizadas por varios investigadores.

En el capítulo VI se concluye a partir de los resultados obtenidos y la literatura revisada, en donde el lenguaje formal muestra un amplio dominio en comparación a los recursos no formales que están disponibles y que utilizan los profesores.



# **Capítulo I: Marco teórico**

## **LENGUAJE, LENGUA, HABLA, SEMIÓTICA, RECURSOS SEMIÓTICOS Y MATEMÁTICAS.**

La enseñanza de las matemáticas es de gran importancia en nuestra sociedad ya que en la formación de ésta se da el máximo desarrollo posible en todas las capacidades individuales y sociales, intelectuales, culturales y emocionales (Lupiáñez, 2009). Es parte esencial, tanto a nivel social como a nivel individual el aprender de ésta ciencia tan compleja, que es utilizada en nuestra vida cotidiana. A nivel individual, las matemáticas permiten a los individuos desarrollar algunas capacidades cognitivas, mientras que a nivel social permite mantener una comunicación a través de signos como los matemáticos para repartir objetos. Ya que no podemos desprendernos de ella, es importante encontrar la manera de entender cada uno de los signos que contiene el lenguaje matemático, además de que nos permitirá desarrollarnos intelectual y emocionalmente al ser un tipo de lenguaje muy complejo que necesita de nuestra atención y la mayor precisión posible.

En la enseñanza de las matemáticas, los profesores que imparten dicha asignatura no encuentran la forma de mostrar a los alumnos el complejo sistema del lenguaje de las matemáticas. Por lo que algunos alumnos encuentran “difícil” aprender la materia desde los primeros años en los que se enseña, siendo muy complicado para los niños comprender el lenguaje formal abstracto. Conocer cómo los profesores comunican las matemáticas a los alumnos es de gran ayuda, por lo que es importante saber sobre los procesos de comunicación, la semiótica, los signos, el habla, el lenguaje y los recursos semióticos.

La comunicación es importante para los individuos y es a través de ésta que podemos transmitir ideas, pensamientos, conocimientos, etc. Con la comunicación se da el intercambio semiótico entre dos o más personas.

El proceso semiótico es aquel en donde existe el intercambio de signos y significados a partir de una realidad percibida y tendrá el fin de comunicar algo a los demás. Ariza (2009) explica que el proceso semiótico se da entre dos o más personas durante la comunicación haciendo uso de los signos presentes. En la interacción cotidiana se va ampliando el conocimiento de cada persona y adquiere nuevas formas de conocer su mundo y relacionarse con el mismo, por lo que es importante tomar conciencia y conocer qué es un signo y cuál es el rol que juegan en la comunicación y adquisición de conocimientos.

Los signos son el actor principal dentro del proceso de comunicación. Existe una disciplina que se encarga del estudio de los mismo llamada semiótica (Beuchot, 2009)

Los signos son convencionalismos porque son establecidos para que sean entendidos por un grupo o comunidad y determinados en común acuerdo, por ejemplo, cuando una persona mueve la cabeza de arriba hacia abajo o de un lado a otro para afirmar o negar algo sin decir alguna palabra. Saussure (1945) da un panorama de cómo estos se han ido transformando y la concepción que se ha tenido de ellos a través de la historia, mostrando cómo en algunas sociedades la transformación de los signos no se da de la misma manera y por ende, la forma en que las personas entienden los signos y la relación que tienen entre sí. El lenguaje es el “vehículo” que nos permite la trasmisión de éstos signos.

El lenguaje es un sistema complejo conformado por sonidos, signos, significados, estructuras fonológicas, los cuales en su conjunto permiten la comunicación de ideas, pensamientos, emociones entre otras funciones psíquicas. Es definido por Escotto (2007, p. 4) como “una función psíquica anticipatoria que regula la actividad de los individuos por medio de la duplicación semiótica de la realidad percibida y concebida, surgida en, y dirigida a, el intercambio comunicativo entre seres humanos.” Dentro del lenguaje encontramos dos tipos, lenguaje formal y no formal.

El lenguaje no formal es el que se utiliza cotidianamente y que no implica el uso de algún elemento numérico o algebraico, con un impacto importante en nuestras relaciones día a día (Gallardo, 2009). Por el contrario, en el lenguaje formal se hace alusión al lenguaje de las matemáticas, como son números, fórmulas, ecuaciones, conceptos matemáticos, etc., todos éstos implicados en la enseñanza de las matemáticas (De Lorenzo, 1994).

La lengua también es importante dentro de la comunicación, ya que cada sociedad comparte códigos y signos distintos, lo que provoca diferencias en el lenguaje y no se entiende por todos de la misma forma.

La lengua es otro de los elementos con el cual establecemos una comunicación, ésta es definida por Adrados (1973, pp.301-302) como “un conjunto de unidades y de relaciones, expresadas simbólicamente, que constituyen un sistema o una serie de sistemas entrelazados. Puede ser objeto de descripción científica al igual que cualquier otro sistema de objetos y relaciones, simbólicos o no.”, es decir, el idioma que comparten determinadas sociedades y que suele no ser entendidos por otras sociedades que no estén familiarizados con ésta. Es por ello que debe existir concordancia entre alumnos y profesores en cuanto al lenguaje se refiere.

Al existir el común acuerdo en la lengua, una de las maneras en las que los individuos adquieren los conocimientos es a través de los recursos semióticos que forman parte del ambiente en que nos desarrollamos.

Los recursos semióticos son todos los signos y significados que usamos en un momento determinado (cuando el profesor los utiliza para explicar un tema) como son las palabras orales y escritas, los gestos, imágenes, objetos, números, fórmulas y otros (tablas, gráficas, imágenes, objetos, figuras). Con la mezcla de varios recursos semióticos, formales y no formales, los profesores tratan de explicar y enseñar algún conocimiento que se desea transmitir, en éste caso el de las matemáticas y la estadística, tratando de facilitar la comunicación. Hay diversos recursos semióticos clasificados en dos categorías principales.

Como ya se indicó, las dos categorías de recursos semióticos se clasifican en recursos semióticos formales y los recursos semióticos no formales que a su vez se subdividen en tres grandes categorías: a) lenguaje corporal (gestos, movimientos corporales, paralenguaje, proximidad con los demás, regulación del diálogo), b) lenguaje natural, siendo aquel que utilizamos en la vida cotidiana de manera oral y escrita; y c) otros recursos semióticos como las tablas, gráficas, objetos, figuras, esquemas, colores e imágenes (Serrano, 2005; D'Amore, 2006; Arzarello, 2007). Todos estos recursos semióticos no formales y formales pueden estar presentes en la enseñanza de las matemáticas.

Arzarello (2005, 2009), Manghi (2010, 2011) y Chen (2013) describen categorías que contienen cada una diversos recursos semióticos, los cuales se explican a continuación:

- 1) Lenguaje oral-escrito no formal: es la comunicación que se da cara a cara entre profesor y alumnos, el cual implica el uso de palabras, oraciones o la escritura para comunicar algún ejemplo o situación de la vida cotidiana.
- 2) Lenguaje corporal: es toda aquella conducta que implica gestos o movimientos corporales, los cuales deben tener una intención en la enseñanza de la estadística y no sólo se realicen de manera inconsciente. Dentro del lenguaje corporal podemos encontrar:
  - a) Gesticulación indicativa: gestos para indicar o señalar algo como es señalar con el dedo índice una fórmula escrita en el pizarrón.
  - b) Gesticulación iconográfica: son gestos que se realizan para imitar algo a lo que se hace referencia, como es mencionar la curva de Gauss y con la mano trazarla de manera imaginaria.
  - c) Paralenguaje: tono, volumen de la voz, pausas.
  - d) Reguladores del diálogo: expresiones para la alternancia de la comunicación como las pausas, posturas y miradas.

- e) Kinesia: gestos o posturas corporales que acompañan o sustituyen el lenguaje oral.
  - f) Proxemia: espacio social y personal durante la comunicación.
  - g) Gesticulación adaptadora: expresiones faciales, corporales o manuales dirigidas a algún objeto que acompaña el discurso oral.
- 3) Lenguaje natural oral/escrito: es todo aquel lenguaje que utilizamos en la vida cotidiana y que no involucra elementos matemáticos.
- 4) Recursos semióticos diversos: signos que no contengan palabras aunque se puedan nombrar como las gráficas, dibujos, imágenes, colores, tablas, objetos, etc.

Las matemáticas son un tipo de lenguaje formal en el que se encuentra un sistema de signos con una complejidad distinta a los que se usan en la vida diaria. Tienen una cualidad importante, se asignan a elementos abstractos, los cuales representan una realidad a través de números, fórmulas, operaciones algebraicas, etc., por lo que los profesores tienen la importante tarea de mostrar lo abstracto de las matemáticas a los alumnos.

Algunos autores han planteado que los recursos semióticos no formales son un puente perfecto para que los profesores puedan mostrarles a los alumnos los elementos abstractos de las matemáticas (Vile, 1999; Tamayo, 2006; Manghi, 2010; Bendegem, 2013; Solovieva, Lázaro, Rosas, Quintanar, Escotto, Sánchez, 2014) y en varias investigaciones se describe la manera en que estos son utilizados por los profesores en el momento en que desarrollan algún tema de matemáticas.

En el estudio de Bjuland (2012) con alumnos de sexto grado de Noruega, se muestra como los profesores utilizan los recursos semióticos formales y no formales en la enseñanza con los alumnos de dicho grado. Resalta principalmente el uso de los gestos tanto de los profesores como de los alumnos que se

encuentran compartiendo un mismo espacio, haciendo énfasis en que los profesores y alumnos iban indicando (gesticulación indicativa) algunos elementos del desarrollo de algún ejercicio con la finalidad de no perder de vista lo más importante y para mostrar a los alumnos alguna parte que requería mayor atención.

La mediación entre los profesores y los alumnos a través de los gestos en la enseñanza de las matemáticas tiene un papel importante dentro de la comunicación. Es por ello que se busca mayor protagonismo en su uso para la enseñanza de la asignatura antes mencionada

Manghi (2010) realizó una descripción de la comunicación y del uso de recursos semióticos dentro del aula, analizando la interacción cara a cara entre alumnos y profesores. La investigación se llevó a cabo con profesores de enseñanza media que impartían la asignatura de matemáticas. Hizo el análisis de los recursos semióticos que utilizaban los profesores dentro del aula para la enseñanza de las matemáticas. Los resultados arrojados revelaron que los recursos semióticos no formales que los profesores utilizaron en la clase fueron principalmente el lenguaje oral y los gestos, como el fin de impactar en la enseñanza de las matemáticas. Resalta de igual forma, el uso del pizarrón y cómo éste se usa para “plasmear” signos.

Manghi también refiere que el pizarrón es usado prácticamente en todas las clases de matemáticas, ya que es un elemento en el que los profesores escriben todos los signos matemáticos con los que de forma oral se hace referencia al explicar algún tema. Es así como el pizarrón se convierte en una herramienta muy usada para los recursos semióticos escritos, ya sean formales o no formales, al ser un mediador importante entre lo escrito y oral en la explicación de los signos matemáticos.

Planas (2011), al analizar una clase de matemáticas con un grupo de estudiantes de nivel medio, encontró que relacionar adecuadamente el lenguaje oral y escrito permite a los alumnos comprender el lenguaje matemático. En su

estudio realizó una prueba a estudiantes bilingües que consistió en desarrollar un ejercicio matemático escribiéndolo en el pizarrón y sólo explicando algunas cosas, posteriormente pidió a los alumnos que desarrollaran otro ejercicio de manera individual. Al finalizar la prueba notó que la mayoría de los estudiantes no había comprendido el ejercicio y posteriormente explicó cada elemento del tema, dando algunos ejemplos de la vida cotidiana. Posteriormente les volvió a pedir que resolvieran el ejercicio y el número de estudiantes que pudo resolver el ejercicio aumentó. Concluyó dos aspectos, en el primero resaltó el uso adecuado entre lenguaje oral y escrito, mientras que en el segundo aspecto el profesor explica el tema a los alumnos haciendo seguimiento de lo que había puesto en el pizarrón.

La claridad del lenguaje determinará qué y cómo los alumnos van a entender el lenguaje formal. Es importante usar los recursos semióticos de la mejor manera ya que es imposible descartarlo en el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del aula de clase de matemáticas.

En México, Ruiz (2007) realizó una investigación con maestras de primaria. Para ello registró 24 clases de matemáticas observando cómo se da la relación entre profesores y alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Encontró que la frecuencia con la que se utiliza el lenguaje oral es muy alta y que usando éste recurso semiótico, de la manera más adecuada, bastará para que los alumnos comprendan las matemáticas. Cuando los profesores explicaron los temas usando el recurso semiótico oral-escrito formal la mayoría de los alumnos comprendieron el tema. Posteriormente se les pidió a los profesores que utilizaran recursos semióticos no formales y no hubo gran diferencia, bastó con la excelente explicación que habían hecho en la primera prueba. Concluyó que haciendo el uso adecuado del lenguaje oral formal bastaba para que los alumnos entendieran los elementos de las matemáticas.

Por otra parte, Gallardo (2008) obtuvo resultados con los que llegó a conclusiones similares a Ruiz (2007) respecto al uso del lenguaje oral formal. Él trabajó con estudiantes con los cuales observó cómo se daba la transición de la

aritmética al álgebra. Pedía a algunos alumnos que le explicaran cómo iban resolviendo un ejercicio. En sus resultados habla de un uso dominante del lenguaje oral formal, con lo que concluyó que no es tan relevante el uso de recursos semióticos no formales para que los alumnos comprendan un tema.

Los signos en las matemáticas y el lenguaje oral formal usado de una manera clara para explicar los temas de matemáticas son importantes y deben tomarse en cuenta dentro del plan curricular en cada institución. Lo encontrado por Vile (1999) refuerza las investigaciones descritas por Ruiz (2007) y Gallardo (2008). Vile menciona que el lenguaje oral es el recurso semiótico que no se puede dejar a un lado y que de éste depende que los alumnos aprendan los temas de la clase de matemáticas. De lo anterior se puede deducir que es importante reconocer el lenguaje de las matemáticas como un sistema de signos que tiene sus dificultades para ser enseñados y puedan ser asimilados de una forma distinta al lenguaje natural o cotidiano.

El lenguaje matemático es un lenguaje complejo que también es entendido a través de los signos que se utilizan para representar elementos abstractos y que puedan ser asimilados por los alumnos mediante el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. Díaz-Godino (2000) ofrece un panorama sobre la importancia que tienen los signos dentro de la enseñanza de las matemáticas y el papel que tienen los significados matemáticos en la negociación de los mismos. Además brinda una explicación sobre el interaccionismo simbólico que tiene varios factores individuales los cuales impactan en la enseñanza del lenguaje formal, dichos factores son los que permiten dar significados a los signos matemáticos que los profesores presentan durante las clases.

Aunque anteriormente se demostró que bastaba con el uso del lenguaje oral formal, Díaz-Godino (2000) menciona que encontrar la manera de utilizar recursos semióticos no formales facilita y mejora la comprensión de las matemáticas. No basta con usar tablas, gráficas, objetos o ejemplos de la vida cotidiana, es necesario utilizarlos en el momento adecuado y preciso, es decir, no se trata de



llenar la clase con recursos semióticos no formales sino hay que usarlos de manera adecuada.

De Lorenzo (1994) muestra cómo en el intercambio de productos que consumimos cotidianamente tenemos la necesidad de contarlos de una manera justa, pero no todos somos capaces de hacerlo de manera formal, sino que buscamos alternativas para facilitar esto, por ejemplo, contar con los dedos. En su estudio participaron estudiantes de primaria a los cuales se les pedía que realizaran operaciones matemáticas utilizando objetos, principalmente fichas que representaban dinero. Concluyó que los estudiantes lograron realizar las operaciones de una manera más eficiente sin generar tanta confusión; además, que es posible entender las matemáticas sin usar tantas fórmulas.

Los recursos semióticos no formales como los objetos permiten representar un mundo abstracto como el de las matemáticas de una manera tangible. Hernando (2009), en una de sus investigaciones muestra la importancia que tienen las matemáticas, menciona que es un sistema único de lenguaje con una amplia diversidad de signos y la combinación que se da entre éstos. Realizó su investigación con alumnos de ingeniería a los cuales les pidió que realizaran transformaciones del lenguaje formal al algebraico, aritmético y geométrico, resaltando en una parte de sus resultados la importancia que tienen las matemáticas en la vida cotidiana, no sólo para los alumnos que estudian alguna carrera afín a las matemáticas, sino también para los que interactuamos en sociedades, destacando la labor importante de los recursos semióticos no formales para que logremos comprender los signos formales.

En cuanto al estudio de los signos para la enseñanza de las matemáticas, D'Amore (2006) resalta la importancia que existe en la conversión de los signos matemáticos y cómo estos pueden ser transformados. Los signos matemáticos pueden ser transformados básicamente con fórmulas, pero los resultados de estas fórmulas son los que en ocasiones no quedan claros para los estudiantes, por lo

que propone buscar algunas alternativas para la transformación de éstos y no descarta el uso de recursos semióticos no formales para conseguir dicho fin.

Los recursos semióticos no formales usados en las matemáticas son en sí un complejo sistema de signos que deben embonar con el lenguaje formal de dicha asignatura. Ariza (2007) habla sobre las propiedades geométricas y sus configuraciones finitas, para lo cual plantea la acción que ejercen los signos en la transformación de la configuración. Su transformación es compleja y en la mayoría de casos los estudiantes no logran realizar la conversión, por lo que plantea la búsqueda de signos que sean de fácil acceso y comprensión para los estudiantes. Hace mención de tablas y gráficas que permitan desglosar cada elemento de las propiedades geométricas y así poder ser analizado en sus partes. Destaca el impacto que tiene el uso de uno o varios recursos semióticos, principalmente no formales, para explicar algún tema complejo de las matemáticas.

En las matemáticas es pertinente hacer referencia a todo un sistema de signos que se entrelazan unos con otros y que a su vez dan pie a la creación de otros signos, pero es complicado determinar en qué momento los signos se pueden relacionar o simplemente no existe coherencia entre éstos. En el trabajo de Puig (2003) se destaca la importancia de los procesos de abstracción de los signos matemáticos, de tal manera que permitan una comprensión correcta de éstos por parte de sus alumnos. Aunque no hace referencia exactamente a los recursos semióticos, menciona sobre la importancia del lenguaje oral y escrito que los profesores usan para enseñar matemáticas, presentando un dominio de las matemáticas que les facilite buscar alternativas para enseñar los temas que cada plan curricular presenta con respecto a las matemáticas y la estadística.

Por lo que parece contradictorio decir que usar recursos semióticos no formales, no presenta un cambio importante en la comprensión de las matemáticas por parte del alumno, pero los autores que hasta el momento se han citado nos brindan una perspectiva de que puede ser posible utilizar elementos

distintos a los matemáticos. Además de servir como puentes para la transformación del sinfín de signos que giran en el universo de lo abstracto.

Los puentes para conectar ambos lenguajes son diversos, como por ejemplo, las imágenes, gráficas, tablas, objetos, etc., pero también dependerá del contexto en el que los signos se utilicen. Forero-Sáenz (2008) trabajó con profesores de matemáticas en los que se observó el uso de algunas estrategias didácticas, entre ellas los recursos semióticos no formales, por lo que destacó que estos fueron de gran utilidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje entre alumnos y profesores, concluyendo que es posible encontrar alternativas en la enseñanza de las matemáticas como son las estrategias didácticas y tomando en cuenta los recursos semióticos no formales como una posible alternativa.

En una investigación realizada con profesores de matemáticas Arzarello (2009) muestra que existen diversas alternativas que no son parte del lenguaje formal de las matemáticas pero que su fin puede encaminarse para la enseñanza de ésta asignatura. Observó en un grupo de profesores el papel que juegan los gestos en la enseñanza de las matemáticas, destacando los movimientos corporales como es el indicar algún elemento del pizarrón. Menciona que los gestos están presentes en todo momento de la comunicación, sin embargo, cuando los profesores realizaban de manera consciente algún gesto cumplían una función importante en la enseñanza de las matemáticas. Por lo que concluyó que el lenguaje corporal debe hacerse más consciente para lograr impactar en los alumnos en cuanto a las matemáticas se refiere.

De igual manera, Manghi (2011) resalta las cualidades de los recursos semióticos no formales como un elemento importante dentro de la enseñanza de las matemáticas. Él ofrece una visión sobre los recursos semióticos como un universo en el que la interacción de dos o más recursos se toma de manera multimodal, es decir, un conjunto de recursos semióticos no formales que contribuyen al entendimiento del lenguaje formal de las matemáticas.

En el desarrollo de la comprensión de las matemáticas, debemos adquirir la capacidad de entender los signos que componen el lenguaje formal (Radford, 2009). La forma en la que se expresan los profesores cuando enseñan matemáticas es importante y el uso de recursos semióticos da elementos para anclar puentes entre signos. Ariza (2009) realizó un estudio de los signos en las matemáticas y menciona que comprender éstos implica una tarea compleja que no pueden sustituirse pero si pueden ser complementados con signos del lenguaje no formal.

Una de las tareas del profesor es comprender la función de los recursos semióticos en la enseñanza de las matemáticas y encontrar los que pueden ser de gran utilidad (Bartolini, 2008) para que tengan alternativas que les ayuden a comunicar toda la diversidad de signos matemáticos y permita mayor facilidad en la explicación de un tema agotando el lenguaje no formal disponible.

En otro estudio realizado en instituciones educativas de áreas afines a las matemáticas, como es el caso de las ingenierías, se muestra la importancia del estudio de los signos matemáticos para su enseñanza, en el enfoque ontosemiótico estudiado por Díaz-Godino (2006) se resaltan los signos matemáticos y la manera en que los profesores los abordan. En dicho estudio se realizó un análisis en el que se observaron los roles que existen en la enseñanza de las matemáticas, encontrando que los alumnos y profesores cumplían con diversas funciones, entre ellas están cómo el profesor enseña y cómo los alumnos aprenden, además de los recursos que utilizan en la enseñanza de las matemáticas.

Uno de los actores principales dentro de la dinámica enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es el profesor, éste debe realizar una serie de operaciones que le permitan hacer la codificación y traducción de todos los signos matemáticos que se le presenten para que pueda comunicarlos a todos los alumnos dentro del aula de clases. Coll (2001) explica la relevancia que tiene el profesor en la enseñanza de las matemáticas, por ello deben buscar recursos semióticos idóneos para poder

enseñar a sus alumnos. Resalta el gran peso que tiene el lenguaje oral en la relación alumnos-profesor y explica que cuando hacen uso de recursos semióticos no formales como apoyo al lenguaje oral formal éste puede ser más claro.

Es importante dejar en claro que no se busca evitar que los profesores dejen de usar el lenguaje formal de las matemáticas, sino que busquen otras alternativas como son los recursos semióticos no formales, agotar éstos lo más que se pueda y beneficie en la enseñanza de las matemáticas, sabiendo que el profesor es el actor importante en el aula por poseer los conocimientos que transmitirá a sus alumnos.

Los signos matemáticos están en una interacción constante conforme el profesor de matemáticas imparte dicha materia, ya que si el profesor no adquiere habilidades para hacer uso y manejo adecuado de los signos matemáticos muy difícilmente los alumnos comprenderán lo que se les quiere enseñar (Díaz-Godino, 2013), por lo tanto, existen diversos recursos semióticos que apoyarían el trabajo del profesor para que este pueda enseñar las matemáticas, no hay que olvidar que es un lenguaje totalmente distinto al utilizado comúnmente, pero que puede hacerse uso de imágenes, ejemplos cotidianos, gestos, tablas, gráficas, objetos, imágenes, etc., que permite que se realice la comprensión más fácil.

En el aula de clases el profesor interactúa con los alumnos a través del lenguaje para comunicar, por lo que a su vez utilizan recursos semióticos que se encuentran a su disposición. Díaz-Godino (2000) explica que los alumnos y los profesores son los actores principales en el aula de clases y menciona que deben establecer convenciones en el uso de los signos, ya que si ninguna de las dos partes comprende a lo que se hace referencia, no se puede dar la comunicación y la negociación que existe para compartir significados. Tomando en cuenta que sus investigaciones presentan información teórica sólo hace una breve referencia de la observación de grupos en las aulas de clases de matemáticas.

Los significados personales que cada alumno tiene y también los profesores, son importantes para poder entender los signos matemáticos. Wilhelmi (2005)

hace referencia al enfoque ontosemiótico explicando que éste nos permite conocer cómo se transforman los signos, todo esto con base a cada prueba y elemento de las matemáticas, por ejemplo, a través de las fórmulas y posteriormente cómo podrían ser explicadas con algún elemento natural.

En la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) se considera que las prácticas que constituyen la actividad matemática pueden ser como una manipulación de signos acompañada de pensamientos en el que se utilizan símbolos mentales. Inglada (2003), resalta que los símbolos mentales serán transformados a través de fórmulas y operaciones algebraicas, la mayoría de los resultados pueden ser representados con tablas o gráficas que simplifican lo desarrollado en una clase.

Los profesores deben hacer notar dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje la transformación que sufren los elementos del lenguaje matemático, por ejemplo, cuando se representan valores numéricos con objetos o figuras, además de la conversión que se requiere para que puedan pasar de una representación a otra, construir el proceso de conversión junto con los alumnos (Tamayo, 2006).

En el lenguaje natural los profesores pueden encontrar alternativas como el uso de tablas y gráficas, que les permitan acceder al lenguaje matemático para que lo puedan enseñar a los alumnos, Serrano (2005) encontró que es complicado hacer uso de algún recurso semiótico no formal a partir del lenguaje formal, sin embargo, se pueden encontrar elementos no formales como los objetos que sirvan para enseñar estadística. Concluyó que los profesores no llegan a ser conscientes de los recursos semióticos posibles con los que pueden contar y que simplemente utilizan el lenguaje formal (oral y escrito) por ser parte de las matemáticas y tener en claro que éstas sólo se enseñan con fórmulas, números, operaciones matemáticas, algunas definiciones, etc. Del mismo modo, los gestos no los usan con un fin en la enseñanza de las matemáticas, sólo son parte de la comunicación.

En otro estudio con estudiantes de sexto grado en las que se les pidió que resolvieran tareas que implicaran multiplicaciones, Mojica (2013) explica que los

medios semióticos (kinesis, paralenguaje, proxemia, deícticos, gestos, movimientos corporales, reguladores del diálogo y lenguaje natural oral-escrito) que utilizaron los profesores fueron de gran apoyo para que los estudiantes pudieran resolver las tareas que les pidió. Resalta el papel del profesor como mediador de los recursos semióticos que se utilizan en el aula. Los alumnos mostraron mejor comprensión en las tareas cuando utilizaban un mayor número de recursos semióticos no formales en la enseñanza del tema de las multiplicaciones. Con los profesores que explicaban el tema con puro lenguaje formal los alumnos mostraban algunas dificultades para realizar las tareas. Destaca en su investigación que a los profesores les costaba más trabajo explicar el tema a pesar de que lo hicieron en varias ocasiones.

El discurso del profesor es elemental para la enseñanza de las matemáticas y la estadística. Existen dos creencias acerca de su discurso y del rol que éste tiene para la alfabetización escolar. La primera creencia es que el lenguaje formal es el medio principal y único para enseñar y aprender en la escuela; en la segunda creencia sólo hay una forma de utilizar el lenguaje en la escuela, esa forma sirve para comunicarse y aprender de manera eficiente en todas las asignaturas escolares (Manghi, 2010), con lo que agotando lo más que se pueda los recursos del lenguaje natural servirá de apoyo en el aprendizaje de cualquier ciencia, por consecuencia, en las matemáticas existe una tarea importante para entender su lenguaje y los signos que lo componen.

Cuando los estudiantes interactúan entre ellos y entre ellos y el profesor, pueden producir reflexiones que ayuden a facilitar la comprensión de las matemáticas. Los estudiantes no sólo son receptores de los conceptos ya elaborados de las matemáticas, sino son considerados como participantes activos en la enseñanza-aprendizaje y al ser participantes activos les permite desarrollar herramientas y comprensiones al compartir sus experiencias con los demás (Díaz-Godino, 2013).

Díaz-Godino (2007) habla también sobre el proceso de instrucción en el aula de matemáticas en donde los alumnos deben ser tomados como actores activos en el proceso de enseñanza de las matemáticas y que en conjunto pueden emprender una búsqueda de recursos semióticos no formales en los que ambos generen sistemas de signos comunes como clave para el entendimiento de los mismos.

Otro aspecto investigado en la enseñanza de las matemáticas y los recursos semióticos es la modelación con el cual se pueden construir significados matemáticos. Villa-Ochoa (2007) realizó una investigación al observar a un grupo de profesores de secundaria y analizó el uso de algún recurso semiótico no formal que influye en sus alumnos para que ellos los reproduzcan en la realización de sus tareas, concluyendo que la modelación para usar los recursos semióticos es importante porque si los alumnos logran reproducirlos en tareas propias serán capaces de facilitar la comprensión de las matemáticas en el aula. Puntualiza que los recursos semióticos que los profesores modelen a los alumnos deben ser flexibles y puedan ser adaptados a otras tareas.

El sentido que tomen los recursos semióticos dependerá del tema y la situación en que los comiencen a utilizar, Vergnaud (1990) destaca una relación de las situaciones y los significantes, en donde los esquemas orientarán el sentido de los alumnos al lenguaje matemático, con lo que todo lo aprendido en las clases lo organizaran en esquemas, de ahí que si el profesor no haga uso de los recursos semióticos no formales posibles para la enseñanza, estos esquemas serán formados de manera errónea y cuando los alumnos quieren recuperar la información lo hacen de una forma equivocada y dificulta el aprendizaje en posteriores grados en que requiera utilizar lo ya aprendido.

Hay dos conflictos que se encuentran asociados a la comprensión y a la comunicación de objetos matemáticos, el primer conflicto surge al interpretar los signos matemáticos y segundo conflicto se da en la transformación de éstos. Socas (2012), quien trabajó con alumnos que estaban en el proceso de



aprendizaje numérico y algebraico, observó que muchos de los alumnos no logran identificar los recursos que los profesores llegan a utilizar en las clases ya que no había distinción entre cuándo los usaba de manera consciente y cuando no eran conscientes. Por lo que destacó la relevancia de marcar cada recurso para que los alumnos puedan distinguirlos e identifiquen la finalidad de cada uno.

Ongstad (2006) hizo una revisión de literatura, especialmente de trabajos de Pierce, en donde al hacer la recopilación analizó los signos en las matemáticas y la comunicación, comparado con lo que ya se había observado menciona que las matemáticas y sus signos no tienen establecida alguna otra alternativa no formal, que inclusive si los profesores lograban encontrar la claridad necesaria cuando explican los temas de matemáticas los alumnos podrían aprender. Sin embargo, aclara que puede ser más fácil la comprensión con el uso de recursos semióticos no formales siempre y cuando sean usados de manera pertinente.

Cuando el profesor busca hacer uso del lenguaje natural, puede tener muchas ventajas en cuanto a la enseñanza en las matemáticas. Sastre (2008) trabajó con egresados de la escuela media-polimodal en donde revisó las evaluaciones que se fueron haciendo cada año para conocer si hubo mejoras de varias competencias entre ellas las matemáticas. Encontró que los alumnos hacían referencia de los conocimientos que habían adquirido en el nivel medio y los que estaban aprendiendo en el nivel superior, mencionando que entre éstos eran muy distintos y que incluso provocaba que no entendieran lo nuevo. Los alumnos también mencionaban que los profesores eran muy concretos e iban directo a las fórmulas, dando por hecho que ya sabían los temas, por lo que los profesores tenían una tarea más que enseñar las matemáticas; reorganizar los conocimientos que ya tenían a partir de otras formas (recursos semióticos) que les permitiera a los alumnos entender los temas de matemáticas mal aprendidos.

Difícilmente se puede determinar cuál es la proporción ideal de recursos semióticos para que los profesores enseñen matemáticas de una manera más sencilla para los alumnos, lo único cierto es que siempre estarán en el entorno de

los profesores que los usará. Muchas veces la comprensión de las matemáticas por parte de los alumnos se dificulta por el uso casi nulo o inadecuado de los recursos semióticos no formales. Sin las mediaciones semióticas se complica la enseñanza de las matemáticas (Duval, 2006), no sólo depende de los conceptos de los objetos que están siendo representados, sino depende de los recursos semióticos que pueden ser utilizados.

Dentro de todas las posibilidades de recursos semióticos que pueden ser utilizados encontramos dos grandes sistemas de símbolos, los cuales son visuales y verbales, para representar los conceptos matemáticos (Socas, 2007; Chen, 2013). Para los símbolos visuales existen las gráficas, que son las más utilizadas directamente para representación del lenguaje formal de las matemáticas, tal como lo investigó Batanero (2009) en candidatos para ser profesores de primaria, pidiéndoles que realizaran una tarea en donde compararan dos variables estadísticas. Encontró que cuando utilizaban gráficas o tablas podían explicar de manera visual lo obtenido en el desarrollo de la tarea, lo que facilitaba su realización. Mientras que los sistemas verbales se dan a través de ejemplos de la vida cotidiana principalmente.

Los gestos también han recibido especial atención como parte de los recursos semióticos no formales. Arzarello (2005; 2007; 2011) explica que los profesores hacen uso de recursos semióticos no formales como palabras, gestos, dibujos, figuras, objetos, colores, etc., pero hace un especial énfasis en los gestos, al decir que como parte del lenguaje no verbal tienen un peso importante en la comunicación y en la enseñanza de las matemáticas. Ya sean expresiones faciales o movimientos corporales que deben ser realizados de una manera consciente para que su fin sea facilitar la comprensión y la enseñanza de las matemáticas.

Dentro de la diversidad de recursos semióticos no formales que se utilizan en el aula de clases de matemáticas de manera consciente se encuentra la

gesticulación indicativa, recurso semiótico que hace referencia a gestos para indicar o señalar algo de lo que se habla.

Además, los profesores utilizan éste recurso semiótico para hacer la búsqueda de algún elemento importante para la comprensión de los signos matemáticos, por ejemplo, cuando retoman datos de algún problema que escribieron en el pizarrón y los señalaban con el dedo índice. Arzarello (2009) menciona la importancia que tiene la exploración de los signos: “la enseñanza-aprendizaje en la resolución de problemas tiene sus raíces en actividades previas y siendo compartida en el grupo, los signos de navegación juegan un rol importante en la solución de las tareas” (p. 103). Destaca además, el uso de recursos semióticos es una herramienta muy interesantes que va a permitir una enseñanza más fácil del lenguaje de las matemáticas para que los estudiantes lo puedan comprender, y deben ser utilizadas como herramientas sin dejar a un lado las demás características que cada estudiante tiene para aprender, por ejemplo la motivación y el contexto en el que cada uno se encuentre.

Castañeda (2004) en una investigación con estudiantes de preparatoria de la Universidad Autónoma del Estado de México, encontró que los alumnos no lograban comprender las matemáticas y en ocasiones reprobaban por la falta de motivación que los profesores mostraban al hacer las clases poco dinámicas y no utilizar recursos semióticos no formales, sino fórmulas y operaciones matemáticas. Concluyó que el aprendizaje de las matemáticas dependerá de la utilidad que los alumnos le vean a las matemáticas en su vida cotidiana y qué papel jugará para su desarrollo como profesionales, además del papel que tienen los profesores para que sus alumnos adopten una posición más positiva hacia el aprendizaje de dicha ciencia y la manera en que el profesor la imparta.

En el estudio del cálculo, con el cual se precisa adquirir un lenguaje gráfico que facilite la transferencia de los campos conceptuales, el paso del lenguaje algebraico al lenguaje gráfico. Cantoral (1998), muestra que es posible explicar el lenguaje algebraico a través de gráficos, porque permiten utilizar otros recursos no

formales como objetos o imágenes que les den un panorama visual a los alumnos, entrando en juego el hacer tangible lo abstracto y no tangible.

Bendegem (2013) hace referencia a una flexibilidad en los recursos semióticos no formales. Ésta permite que sean moldeables a la diversidad de ejercicios que se pueden desarrollar en la enseñanza de las matemáticas. Resalta, además, que sin dicha flexibilidad muy difícilmente habría recursos semióticos que permitan ser adaptados a varias situaciones y esto conllevaría al uso, casi en su totalidad, del lenguaje formal. Sin embargo, la evolución en el lenguaje y los signos ha dado pie a un sinfín de recursos semióticos con los que interactuamos día a día y nos permiten la comunicación.

En una investigación con niños que comienzan a aprender matemáticas realizada por Viera (2009), concluye que actualmente a los niños se les debe presentar una matemática más “infantilizada”, que les permita la comprensión del lenguaje matemático en los primeros años que lo están aprendiendo. Por ejemplo, se debe hacer uso de colores, canciones, personajes de cuentos, etc., lo que ayudará a los niños a comprender de una manera más visual y sencilla las matemáticas y sin recurrir tanto al lenguaje formal. Esto será un punto importante de partida ya que al sentar las bases del aprendizaje matemático en niveles básicos puede evitar dificultades en niveles superiores, además de que se pretende que los profesores comiencen a hacer uso de recursos semióticos no formales.

Usar los recursos semióticos de una manera consciente va a permitir a los profesores contar con elementos didácticos que mejoren el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula de clases. Fernández (2008) estudió los recursos verbales y no verbales en alumnos de secundaria, observando las actividades que realizaban en el aula y los recursos semióticos que utilizaban para resolver algún problema; para ello les pidió que realizaran unos ejercicios en equipo, notando que los alumnos hacían uso de muchos recursos semióticos no

formales, pero éstos los hacían de manera inconsciente, únicamente con el fin comunicativo.

En otras investigaciones (Rosas, 2000; De Posada, 2002; Chitera, 2009; De Castro, 2012) se tomaron en cuenta todos los recursos pedagógicos como parte de la enseñanza de las matemáticas, en ellos se incluyeron los recursos semióticos. Asimismo, no dejan de lado otros aspectos como la motivación y la atención que los alumnos tengan ante el aprendizaje de la materia, además del uso de la tecnología como parte de la nueva pedagogía: el internet en donde los alumnos pueden hacer búsqueda de elementos como videos que pueden facilitar la enseñanza. La propuesta está en que los profesores se actualicen y aprovechen al máximo todo lo que las tecnologías brindan.

Seeger (2011) menciona tres aspectos que se deben tomar en cuenta para la enseñanza de las matemáticas: 1) la parte social, 2) emocional y 3) los signos matemáticos como tal. Agrega que los tres aspectos son un conjunto que están en constante interacción. No se puede dejar el aspecto emocional y social porque los recursos semióticos no tendrían el impacto que se espera en la enseñanza de las matemáticas.

Díaz-Godino (1999, 2005 y 2006) y Manghi (2014) se han encargado de estudiar la relación que tiene las matemáticas con la semiótica, de lo que concluyen que el uso de algunos recursos semióticos como son las tablas, los dibujos, los objetos, etc., han demostrado mejoras en la enseñanza de las matemáticas, dando importancia el conocer los signos que se utilizan en las matemáticas, junto con los que se utilizan en la vida cotidiana.

Las imágenes, por ejemplo, son materiales educativos que presentan situaciones de la vida cotidiana. La capacidad que tenemos para poder memorizar imágenes (Fanaro, 2005) hace de éstas un excelente recurso semiótico para lograr aprender las matemáticas, ya que es más fácil aprender algo en forma visual como las fotos o imágenes, que algo que no puede verse como es el lenguaje formal, siendo de naturaleza abstracta.

El uso adecuado de los recursos semióticos por parte de los profesores es el primer paso a dar en la enseñanza de la estadística, dándole importancia a los significados que cada profesor tiene con respecto al lenguaje matemático (Presmeg, 2006), y a las dificultades que presentan los profesores para interpretar los signos matemáticos, considerando que también los alumnos tienen concepciones distintas de los signos (Tamayo, 2006; Spaepen, 2011), por lo que el profesor debe tomar en cuenta muchos aspectos como es el cultural (Solovieva et al, 2014) para saber seleccionar el recurso semiótico idóneo al tema y a lo que puedan entender los alumnos.

En suma, la necesidad de enseñar y aprender matemáticas es cada vez mayor. El desarrollo y crecimiento de las sociedades ha dado pie a encontrar nuevas alternativas para la representación de nuestro mundo, el cual se ha llenado de más elementos intangibles que poco a poco deben ser entendidos. Además de que las matemáticas han sido un motor principal para impulsar el desarrollo cognitivo y social de cada individuo, aunque algunos individuos no logren comprenderlo así (Radford, 2009).

Se han realizado diversas investigaciones sobre la didáctica en la enseñanza de las matemáticas (Díaz-Godino, 2001; Duval, 2006; Arzarello, 2009; Camargo, 2010; Manghi, 2010; Bjuland, 2012), en donde se han señalado diversas estrategias que pueden ser utilizadas dentro del aula de clases de matemáticas. Por su naturaleza, es imposible no hacer uso de los recursos semióticos ya que son signos y significados que se utilizan en el momento de comunicar algo a otra persona o grupo, entre ellos está el lenguaje corporal que engloba los deícticos, la gesticulación indicativa, gesticulación iconográfica, gesticulación adaptadora, gesticulación afectiva, kinesis, paralenguaje, proxemia y reguladores del diálogo; el lenguaje formal oral-escrito; el lenguaje natural oral-escrito y recursos semióticos diversos (tablas, gráficas, objetos, curva de Gauss, figuras, colores, esquemas, sinónimos que puedan sustituir lenguaje formal por lenguaje natural), que nos permiten interactuar otras personas, además de conocer el mundo a través de los signos.

# **Capítulo II: Planteamiento del problema**

## **Justificación**

En varias investigaciones (Tamayo, 2006; Ruiz, 2007; Bendegem, 2013; Manghi, 2014), se hace referencia a que es necesario que el profesor utilice un mayor número de recursos semióticos no formales o naturales en el aula, con el fin de apoyar y facilitar la enseñanza y comprensión del lenguaje matemático, agotando en la medida de lo posible el uso de los recursos naturales que puedan sustituir o complementar elementos del lenguaje formal.

Cabe mencionar que no se pretende que el profesor busque la manera de dejar a un lado el lenguaje formal en la enseñanza de la estadística, porque es algo imposible, se trata de buscar todas las alternativas del uso de recursos semióticos no formales posibles que ayude al profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La literatura revisada para la presente investigación muestra escasez de trabajos acerca del uso de los recursos semióticos en la enseñanza de la estadística y una ausencia plena de ellos teniendo como foco de análisis a profesores universitarios. En diversas investigaciones (Coll, 2001; Duval, 2006; Díaz-Godino, 2000; Manghi, 2011; Presmeg, 2006) se hace mención de algunos recursos semióticos utilizados en las clases de Matemáticas pero, principalmente, se refiere el impacto que éstos pueden tener en la interacción profesor/alumnos sin decir cuáles. Tampoco se hacen comparaciones, en términos del porcentaje de uso, con el lenguaje formal.

Por lo anterior, en este trabajo se pretende hacer un análisis de los recursos semióticos que utilizan los profesores en la enseñanza de la estadística en la Carrera de Psicología de la FES Zaragoza con el plan de estudios vigente actualmente, asimismo, obtener el porcentaje en que utilizan el lenguaje formal y lenguaje no formal. Con ello se pretende disponer de un panorama del uso de los recursos semióticos en la enseñanza de la estadística que constituya la base para

diseñar programas que promuevan un uso adecuado de los recursos semióticos, formales y no formales, a fin de procurar el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística.

### **Preguntas de investigación**

¿Qué recursos semióticos utiliza el profesor en las clases de estadística en la Carrera de Psicología?

¿En qué porcentaje utiliza el profesor el lenguaje no formal y porcentaje del lenguaje formal en las clases de estadística en la carrera de Psicología?

### **Objetivos**

Identificar el tipo de los recursos semióticos utilizados por los profesores para la enseñanza de la estadística en la carrera de Psicología.

Analizar en qué porcentaje es utilizado el lenguaje formal y el lenguaje no formal en la clase de estadística.



## **Capítulo III: Método**

### *Tipo de investigación*

Investigación mixta (Hernández, 2010); cualitativa con la técnica de estudio de casos y observación de los mismos. Cuantitativa por el tipo de procedimientos estadísticos usados en el análisis de los datos (obtención de las frecuencias absolutas en el uso de los recursos semióticos). El estudio será de tipo transversal.

### *Participantes*

La muestra estuvo conformada por cuatro profesores identificados como “G”, “E”, “J” y “H” de la Carrera de psicología de la FES Zaragoza que imparten la materia de estadística, los cuales fueron seleccionados al aceptar participar en la investigación (firmando el consentimiento informado).

### *Criterios de selección*

Profesores que imparten la materia de estadística en la carrera de Psicología de la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza seleccionados por conveniencia de forma no probabilística y que aceptaron participar en la investigación firmando el consentimiento informado.

### *Procedimiento*

Se les explicó a los profesores que imparten la materia de estadística en qué consistía la investigación y a quienes aceptaron se les proporcionó el consentimiento informado para que posteriormente pudieran ser grabados dentro del aula de clases en donde imparten la clase de estadística.

Se acordaron los horarios con los profesores para grabarlos. Se realizaron desde la entrada de los salones para enfocar todo lo que hacía el profesor durante su clase. La duración promedio de las videograbaciones fue de una hora con treinta minutos. Los temas que se impartieron durante las clases fueron Wilcoxon,

Kruskall-Wallis, t de Student y ANOVA. A cada profesor se le grabó en dos ocasiones.

Al tener los videos se comenzó hacer la transcripción de cada uno (verbal y conductual) para su posterior análisis. El cualitativo se hizo a través de la observación de cada video, realizando anotaciones de los recursos semióticos que utilizaron y de qué manera lo hicieron. El análisis cuantitativo mediante el uso del programa Atlas.ti versión 6 para obtener las frecuencias de uso de cada recurso semiótico por parte de los profesores en las clases de estadística y dividiendo los videos en segmentos de 5 minutos cada uno, tomando el 50% de los segmentos de cada video para realizar el registro del tiempo en que utilizaron el lenguaje formal y no formal obteniendo con esto el porcentaje de cada uno. El tiempo promedio que se analizó cada video fue de 45 minutos.

### *Material*

- Formato de consentimiento informado que cada uno de los participantes debía firmar.
- Dos videocámaras marca Sony HDR-Cx405.
- Computadora.
- Programa de análisis cualitativo (Atlas.ti ver. 6).
- Hojas de registro (tiempo de uso lenguaje formal/natural).
- Hojas de categorías.
- Lápices para registro.

### *Categorías recursos semióticos*

Las categorías usadas en la presente investigación tomando como referencia las investigaciones de Chen (2013), Manghi (2010, 2011) y Arzarello (2005, 2009) y fueron las siguientes: 1) lenguaje oral-escrito no formal; 2) lenguaje corporal que contiene la gesticulación indicativa, gesticulación iconográfica, paralenguaje,

reguladores del diálogo, kinesis, proxemia y gesticulación adaptadora; 3) lenguaje natural oral-escrito y 4) recursos semióticos diversos.

## Capítulo IV: Resultados

Se realizó un análisis cualitativo y cuantitativo de los datos obtenidos. Para ello se analizaron las transcripciones de las clases de estadística videograbadas, usando el programa Atlas.ti versión 6, además, se revisaron los videos tomando segmentos de 5 minutos (50% de cada video) para obtener el porcentaje del lenguaje formal y lenguaje no formal utilizado por los profesores en la asignatura de estadística.

Se presentan a continuación los resultados obtenidos sobre las frecuencias de uso de los recursos semióticos de cada profesor de estadística. Los datos se agrupan en cuatro categorías: lenguaje corporal, lenguaje formal, lenguaje natural y recursos semióticos diversos, que a su vez contienen los recursos semióticos usados para el análisis.

Tabla 1: Frecuencias de uso de los recursos semióticos del lenguaje corporal por cada profesor.

Categoría	Recurso semiótico	G1	E1	E2	J1	J2	H1	H2
Lenguaje corporal	Deíctico	44	72	56	44	23	33	41
	Gesticulación adaptadora	115	232	171	9	3	42	31
	Gesticulación afectiva	1	4	3	0	0	2	4
	Gesticulación iconográfica	9	1	0	3	0	0	2
	Gesticulación indicativa	93	160	136	15	12	39	52
	Kinesis	51	79	80	0	3	17	8
	Paralenguaje	35	38	25	0	0	0	0
	Proxemia	35	31	21	2	0	59	42
	Reguladores del diálogo	104	78	37	18	19	47	41
<b>Total</b>		<b>487</b>	<b>695</b>	<b>529</b>	<b>91</b>	<b>60</b>	<b>239</b>	<b>221</b>

*Nota: Las letras corresponden a cada profesor y son "G", "E" (1 y 2), "J" (1 y 2) y "H" (1 y 2) mientras que los números son las veces que fue grabado cada uno.*

Se grabaron dos clases de cada profesor, sin embargo, uno de los videos del profesor G no pudo ser transcrito ni analizado debido al formato del mismo que no pudo ser reproducido en el equipo de cómputo disponible para la investigación, por tal motivo, en los resultados sólo aparecerá el código G1.

En la tabla 1 se observa una alta frecuencia del uso del recurso semiótico de la gesticulación adaptadora por parte de los profesores “G” y “E” en ambas clases, en comparación a las clases de los profesores “J” y “H” en que las frecuencias más altas se dieron en el uso de deícticos y la gesticulación indicativa. Estos tres recursos semióticos que usaron los profesores con mucha frecuencia en las clases de estadística fueron los principales que apoyaron las explicaciones que implicaban tanto el lenguaje formal oral como el escrito.

La gesticulación afectiva fue la que menos utilizaron los profesores, con una frecuencia casi nula al igual que la gesticulación iconográfica, en donde a la figura que hacían referencia principalmente fue la curva de Gauss.

No todas las clases tuvieron la misma duración en tiempo y tampoco no todos los profesores hablaban durante toda la clase, es por ello que en algunos profesores los valores son demasiado elevados. Los profesores “G” y “E” obtuvieron valores muy elevados en todos los recursos semióticos de la categoría de lenguaje corporal en comparación a los profesores “J” y “H”. Sin embargo, las diferencias que existen no influyen en el análisis cualitativo que se hará posteriormente.

Tabla 2 Frecuencias de uso de los recursos semióticos del lenguaje formal por cada profesor.

<b>Categoría</b>	<b>Recurso semiótico</b>	<b>G1</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>J1</b>	<b>J2</b>	<b>H1</b>	<b>H2</b>
Lenguaje	Lenguaje oral formal	144	260	268	43	26	120	114
formal	Lenguaje formal escrito	17	45	35	0	3	44	27
<b>Total</b>		<b>161</b>	<b>305</b>	<b>303</b>	<b>43</b>	<b>29</b>	<b>164</b>	<b>141</b>

En la tabla 2 se muestra la categoría del lenguaje formal en donde se nota un claro predominio del lenguaje oral formal. Aunque el lenguaje escrito formal tuvo menor frecuencia de uso, éste estuvo presente durante toda la clase de manera escrita en el pizarrón. El registro del lenguaje escrito formal únicamente se realizó cuando los profesores escribían algo en el pizarrón.

Tabla 3 Frecuencias de uso de los recursos semióticos del lenguaje natural por cada profesor.

<b>Categoría</b>	<b>Recurso semiótico</b>	<b>G1</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>J1</b>	<b>J2</b>	<b>H1</b>	<b>H2</b>
Lenguaje natural	Lenguaje oral natural	21	48	34	8	2	23	12
	Lenguaje natural escrito	2	0	2	0	0	2	0
<b>Total</b>		<b>23</b>	<b>48</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>25</b>	<b>12</b>

*Nota: Las letras corresponden a cada profesor y son "G", "E" (1 y 2), "J" (1 y 2) y "H" (1 y 2) mientras que los números son las veces que fue grabado cada uno.*

En la tabla 3 se observan las frecuencias de uso del lenguaje natural en donde el lenguaje oral natural fue más alto en comparación al lenguaje escrito natural, sin embargo, éste recurso semiótico fue muy poco usado en comparación al lenguaje corporal y el lenguaje formal.

Tabla 4 Frecuencias de uso de los recursos semióticos diversos por cada profesor.

<b>Categoría</b>	<b>Recurso semiótico</b>	<b>G1</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>J1</b>	<b>J2</b>	<b>H1</b>	<b>H2</b>
Recursos semióticos diversos	(tablas, gráficas, figuras, dibujos, curva de Gauss, objetos)	28	14	40	10	6	26	10
<b>Total</b>		<b>28</b>	<b>14</b>	<b>40</b>	<b>10</b>	<b>6</b>	<b>26</b>	<b>10</b>

*Nota: Las letras corresponden a cada profesor y son "G", "E" (1 y 2), "J" (1 y 2) y "H" (1 y 2) mientras que los números son las veces que fue grabado cada uno.*

En la tabla 4 se observan las frecuencias con que los profesores utilizaron otros recursos semióticos como las tablas, gráficas, figuras, objetos, esquemas, colores, imágenes. En comparación a los demás recursos semióticos éstos fueron

utilizados con muy poca frecuencia durante sus clases, siendo el profesor “E” que más recursos semióticos diversos utilizó y el profesor “J” que menos los utilizó.

Los datos cualitativos dan un panorama importante para saber en qué cantidad utilizó cada profesor los recursos semióticos y que en el análisis cualitativo permitirá contrastar con lo que se observó de los videos.

### **Profesor G1**

**Tabla 5:** Se muestran fragmentos de la transcripción que se realizó de una clase del profesor G1, las partes en negritas es el lenguaje oral que ocupó y el texto en cursiva la parte conductual. El lenguaje oral formal predominó mientras que los recursos semióticos en la parte conductual sirvieron como apoyo al discurso oral del profesor.

<b>Fragmento de transcripción de la clase de G1</b>	<b>Recurso semiótico</b>
<p><i>(mira al alumno que hablo anteriormente y lo señala)</i> “...<b>haber, checale si si Kruskall wallis es para muestras ¿qué?...</b>”</p> <p><b>A: wilconxon</b></p> <p><i>(sigue señalando al alumno pero voltea cuando otro da una respuesta distinta)</i> “...<b>en este caso sería la prueba deee wilcoxon...</b>” <i>(camina hacia su lado derecho donde está el alumno que no ha dejado de señalar con el dedo índice de la mano derecha)</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Kinesis</li> <li>- Proxemia</li> </ul>
<p>“...<b>entonces difícilmente vamos a poder sacar medias...</b>” <i>(observa a sus alumnos y con la mano derecha hace un movimiento semicircular hacia enfrente, hace una muy breve pausa)</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Gesticulación adaptadora</li> <li>- Reguladores del diálogo</li> </ul>
<p>“...<b>ahora vamos a llevar los los las categorías</b> <i>(con la mano derecha y semivolteado al pizarrón señala con la palma abierta la columna de datos de “categorización de d”)</i> <b>la clasificación con signo positivo</b> <i>(con la mano derecha aún puesta en el pizarrón hace un ligero movimiento hacia su izquierda, en la quinta columna “categorías con signo positivo”)</i> <b>y la clasificación con signo negativo...</b>” <i>(mirando a sus alumno de la derecha y semivolteado al pizarrón con la mano en la misma posición hace un movimiento más hacia el lado izquierdo señalando la séptima columna “categorías con signo negativo” y terminando con un tono distinto de voz)</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Gesticulación adaptadora</li> <li>- Gesticulación indicativa</li> <li>- Paralenguaje</li> </ul>

De los recursos semióticos que utilizó el profesor G1, el lenguaje formal oral y escrito dominaron durante la mayoría del desarrollo de la clase. Hacía uso de todos los elementos estadísticos (formales) del tema que estaba enseñando (Wilcoxon), como son las fórmulas, el desarrollo de las mismas, las reglas de decisión, algunos conceptos estadísticos, valores de la muestra utilizada. A pesar de que había predominio del lenguaje formal, la interacción con los alumnos permitía que el profesor pudiera aclarar de manera más directa las dudas que tenían los alumnos, aunado a que previamente ya les había enseñado los temas. Al observar la interacción profesor-alumnos se nota como ponían en práctica todos los conocimientos necesarios para resolver de una manera adecuada los problemas con la aprobación del profesor cuando estaban hechos de manera correcta.

En cuanto al uso de recursos semióticos del lenguaje no formal como son los deícticos, gesticulación afectiva, gesticulación iconográfica, gesticulación indicativa, kinesis, paralenguaje, proxemia, reguladores del diálogo, recursos semióticos diversos y lenguaje natural oral-escrito que fueron utilizados con menor frecuencia sirvieron de complemento al lenguaje formal en la explicación del tema, por ejemplo, la gesticulación adaptadora que el profesor uso también con una frecuencia alta (115 veces), la utilizaba cuando quería dejar en claro algunas parte del tema, movía las manos y el cuerpo principalmente para enfatizar partes importantes del tema.

Otro de los recursos semióticos que utilizó fue el paralenguaje (35 veces), de igual manera fue un recurso semiótico que sirvió como complemento del lenguaje formal ya que también le permitía enfatizar algunas partes del tema, haciéndolo de dos maneras: haciendo pausas y cambiando el tono o volumen de voz.

Con respecto a los recursos semióticos diversos (tablas, gráficas, curvas de Gauss, esquemas, figuras, objetos, colores, imágenes), el profesor G1 únicamente hizo uso de una curva de Gauss para dar respuesta a algunas dudas que tenían sus alumnos. La uso en la parte final de la clase cuando prácticamente había terminado de explicar el tema, con la cual explicó de manera esquemática los



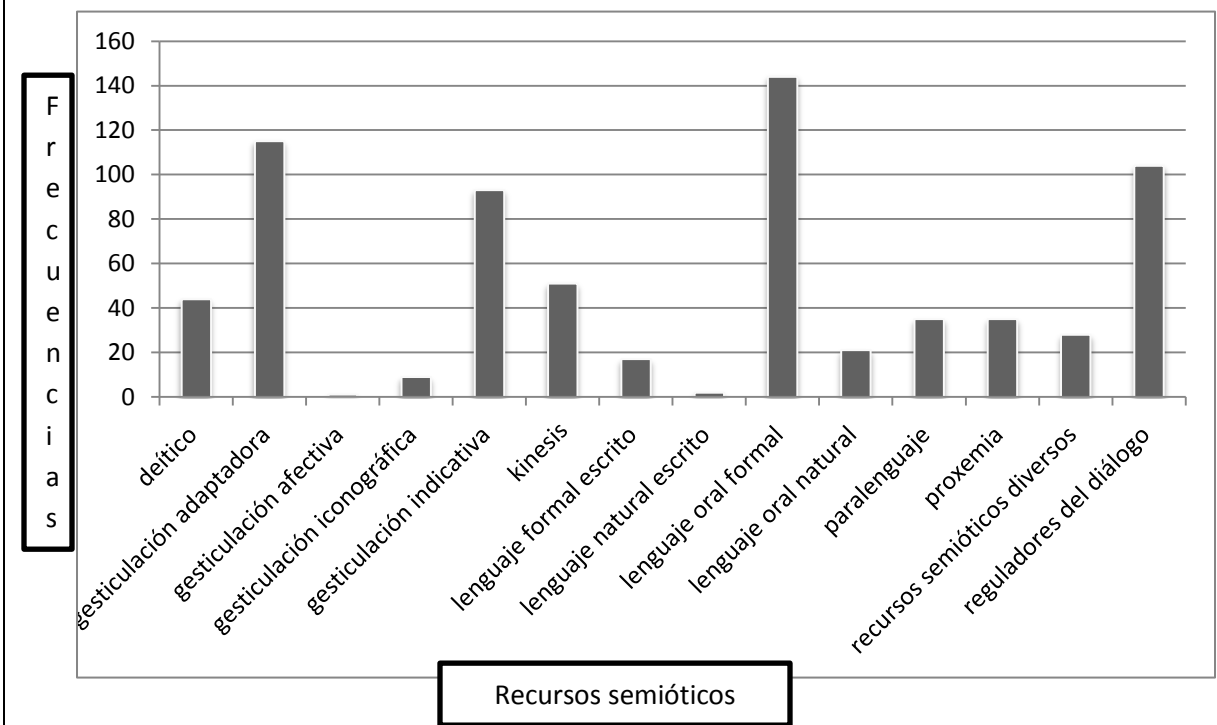
resultados que obtuvo y explicando la relación que tenían los valores obtenidos con el ejemplo dado en un principio de la clase.

Otro recurso semiótico importante a destacar es la gesticulación indicativa, siendo de los más usados. Con éste recurso semiótico principalmente señalaba elementos que estaba utilizando para el desarrollo del tema y que retomaba en algún otro momento, por ejemplo, los datos que utilizó para la muestra, los cuales sustituía en las fórmulas. Además de usar deícticos para hacer referencia a algún elemento que ya había mencionado, que iba a mencionar o que estaba mencionando y que en algunas ocasiones señalaba con el dedo índice, por ejemplo, decía “*éste*” y posteriormente señalaba alguna fórmula.

Los recursos semióticos de kinesis, proxemia, paralenguaje y reguladores del diálogo permitieron que interactuara con los alumnos, por ejemplo, hacía pausas para esperar alguna respuesta mientras permanecía de frente a ellos o en ocasiones hacía alguna pregunta como la siguiente, “*¿queda claro?*”, y daba algunos pasos hacía sus alumnos dando la pauta para la interacción, es la manera en que utilizaba los recursos semióticos mencionados, cumpliendo la función de dar espacio para responder dudas que se presentaron de lo anterior. .

Los recursos semióticos del lenguaje natural que usaba el profesor G1 funcionaron como complemento del lenguaje formal que ocupó durante la clase. En la observación del análisis del video del profesor G1, los alumnos iban resolviendo el ejercicio en conjunto con el profesor, en lo cual, los alumnos resolvían de manera correcta la mayoría del ejercicio, con la aprobación del profesor.

Figura 1 Frecuencias de uso de los recursos semióticos utilizados por el profesor G1.

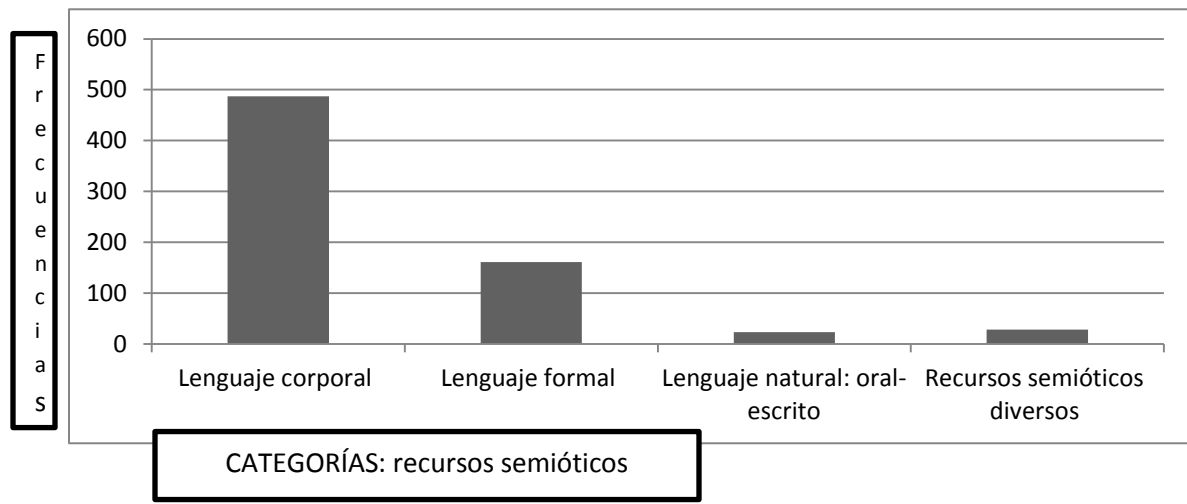


La figura 1 muestra de manera visual las frecuencias con las que utilizó el profesor G1 cada recurso semiótico. Podemos notar el predominio de unos recursos y el casi nulo uso de otros, por ejemplo, el dominio del lenguaje oral formal contra el muy poco usado lenguaje natural tanto de manera oral como escrita.

El siguiente es un ejemplo de un fragmento tomado de la transcripción de la clase del profesor G1, en donde se observa el uso del lenguaje formal:

**G1:** “...aaa sí, pero ese es en términos de percentil (señala al alumno y hace un acercamiento rápido, voltea hacia el pizarrón) y en estos que vimos...” (señala la “W” de la campana de Gauss)

Figura 2 Frecuencias totales de las cuatro categorías de los recursos semióticos utilizados por el profesor G1.



En la figura 2 se muestran los recursos semióticos utilizados por el profesor G1, englobados en cuatro grandes categorías. El lenguaje corporal tiene un claro dominio, pero de los recursos semióticos que forman parte de esta categoría (deíctico, gesticulación adaptadora, gesticulación afectiva, gesticulación iconográfica, gesticulación indicativa, kinesis, paralenguaje, proxemia y reguladores del diálogo) a excepción de la gesticulación indicativa, cumplieron una función de apoyo y acompañamiento del lenguaje formal, por lo que la forma en la que fueron usados éstos recursos semióticos parecieron no tener un fin definido para la enseñanza de la estadística.

En cuanto al lenguaje formal (oral y escrito), aunque se registró menor frecuencia en comparación al lenguaje corporal, tuvo mayor relevancia en la enseñanza de la estadística, mientras que hubo poco uso de recursos semióticos tanto del lenguaje natural (oral y escrito) y otros recursos semióticos (usando el profesor G1 una tabla y algunas curvas de Gauss).

## Profesor E1

**Tabla 6:** Se muestran fragmentos de la transcripción que se realizó de una clase del profesor E, las partes en negritas es el lenguaje oral que ocupó y el texto en cursiva la parte conductual. El lenguaje oral formal predominó mientras que los recursos semióticos en la parte conductual sirvieron como apoyo al discurso oral del profesor.

Fragmento de transcripción de la clase de E1	Recurso semiótico
<p>“...análisis de varianzaaa, de una vía <i>(escribe en el pizarrón “De una vía”)</i> deeee... <b>Kruskal... wallis</b> <i>(escribe en el pizarrón “De Kruskal-Wallis”, hace una pausa al terminar de escribir)</i> <b>ammm...</b>” <i>(pone una línea debajo de lo último que escribió y continua escribiendo debajo de la línea)</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Lenguaje formal escrito</li> </ul>
<p>“...poner los rangos <i>(repite con un tono de voz distinto para enfatizar la respuesta y hace un movimiento de cabeza de arriba hacia abajo)</i> <b>¿Qué hacemos con los rangos? ¿Cómo ponemos los rangos?</b> <i>(hace un movimiento con la mano derecha hacia enfrente al hacer las preguntas)</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Paralenguaje</li> <li>- Gesticulación adaptadora</li> </ul>
<p>“...en la prueba <b>U de Man-Whitney</b> <i>(pone una mano sobre la otra)</i> <b>nada más teníamos dos eee dos grupos</b> <i>(con la mano hace un movimiento y mostrando dos dedos haciendo referencia a los dos grupos)</i> <b>aquí tenemos más de dos grupos</b> <i>(señala los datos [números] que puso en el pizarrón)</i> <b>como ya les hice trampa</b> <i>(señala con el dedeo índice “U de Mann-Whitney-W” que escribió en el pizarrón)</i> <b>ya les dije queeee el mismo razonamiento de t de student nos llevaba al AVAR</b> <i>(señala lo que escribió en el pizarrón, primero “t de Student” y después desplaza su dedo hacia la palabra “AVAR”, gira rápidamente la cabeza hacia sus alumnos y vuelve a observar los datos del pizarrón)</i> <b>y que el mismo razonamiento de U de Mann-Whitney</b> <i>(señala la palabra “U de Mann-Whitney.W que escribió en el pizarrón)</i> <b>nos lleva a Kruskal-Wallis</b> <i>(desplaza su dedo hacia las iniciales “K-S” que puso en el pizarrón y se voltea hacia sus alumnos al terminar de señalar)</i> <b>¿qué será lo que tenemos que hacer?</b> <i>(hace una pausa mientras observa a sus alumnos para que respondan)</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Gesticulación adaptadora</li> <li>- Gesticulación indicativa</li> <li>- Kinesis</li> </ul>

Los recursos semióticos que utilizó el profesor E1 en la primera clase que fue grabada, encontramos de nuevo el predominio del lenguaje formal, siendo de manera oral con la que explicó la mayoría del tema, por ejemplo, hacía mención de conceptos, explicaba las fórmulas, dictó el ejemplo con el que iban a trabajar, entre otras cosas del lenguaje formal propio de la estadística.

Como parte del lenguaje formal, también hizo uso del lenguaje formal escrito que complementó la explicación oral del tema, ya que escribió las fórmulas, datos del problema y resultados en el pizarrón; resaltando también el uso del pizarrón para dibujar unas tablas, gráficas y un esquema. Pero en algunos momentos lo que escribió en el pizarrón no apoyaba el lenguaje oral, sólo explicaba el ejemplo mientras escribía los datos de éste.

Con el lenguaje oral natural, el profesor les dio a los alumnos un par de ejemplos con los que trabajaron en distintos momentos de la clase, éstos eran ejemplos que hacían alusión a la creatividad medida con algunas características psicológicas. Básicamente el uso de éste recurso semiótico sólo lo ocupaba para introducir a los alumnos al desarrollo de las fórmulas. A continuación un fragmento de la transcripción que ejemplifica lo anterior:

**E1:** “... ¿hay una escala para medir laaa la creatividad?

**A:** ¿enserio?

**E1:** no, es pregunta

**A:** aaaa

**E1:** nooo podemos decir que un dibujo, bajos ciertos criterios, es más creativo que otro o menos creativo, pero qué tanto quien sabe, porque no hay unidades de creatividad...”

Los recursos semióticos del lenguaje no formal (deíctico, gesticulación adaptadora, gesticulación afectiva, gesticulación iconográfica, gesticulación indicativa, kinesis, paralenguaje, proxemia, reguladores del diálogo, lenguaje natural oral-escrito y otros recursos semióticos) complementaban el lenguaje formal que utilizaba el profesor. Los recursos semióticos diversos (curvas de Gauss y tabla), los usaba para dar respuesta a algunas dudas o explicar partes importantes del tema.

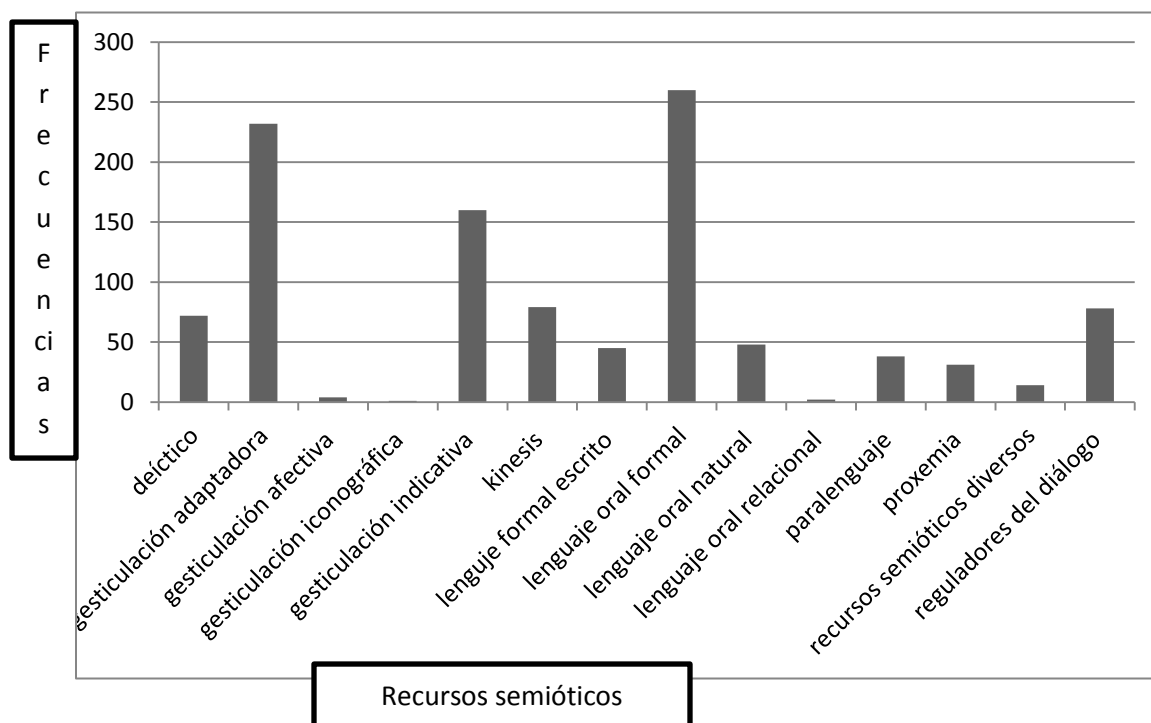
Con lo que respecta a los recursos semióticos diversos como gráficas y algunos esquemas, los utilizaba para ejemplificar puntos claves del tema para que

los alumnos comprendieran los resultados de una manera gráfica. La frecuencia con la que utilizó estos recursos fue muy baja (frecuencia de 14 veces), sin embargo los utilizó en momentos clave que permitieron apoyar la enseñanza de lo explicado anteriormente y lo que iba a explicar.

La gesticulación indicativa y los deícticos los utilizaba en su mayoría de manera simultánea, estos recursos semióticos los usaba para hacer señalamiento de algo que estaba escrito, de lo que había hecho referencia o iba, ya sea señalando con algún dedo o diciendo palabras como “éste” o “aquí” o de manera conjunta. Lo que permitía a los alumnos poner mayor atención a las partes del tema resaltados por el profesor con el uso de éstos recursos semióticos.

Aunque también se puntuaron las frecuencias de recursos semióticos como la gesticulación adaptadora, gesticulación afectiva, kinesis, proxemia, paralinguaje y reguladores del diálogo, no parecieron tan relevantes en la enseñanza de la estadística, únicamente formaron parte de la comunicación.

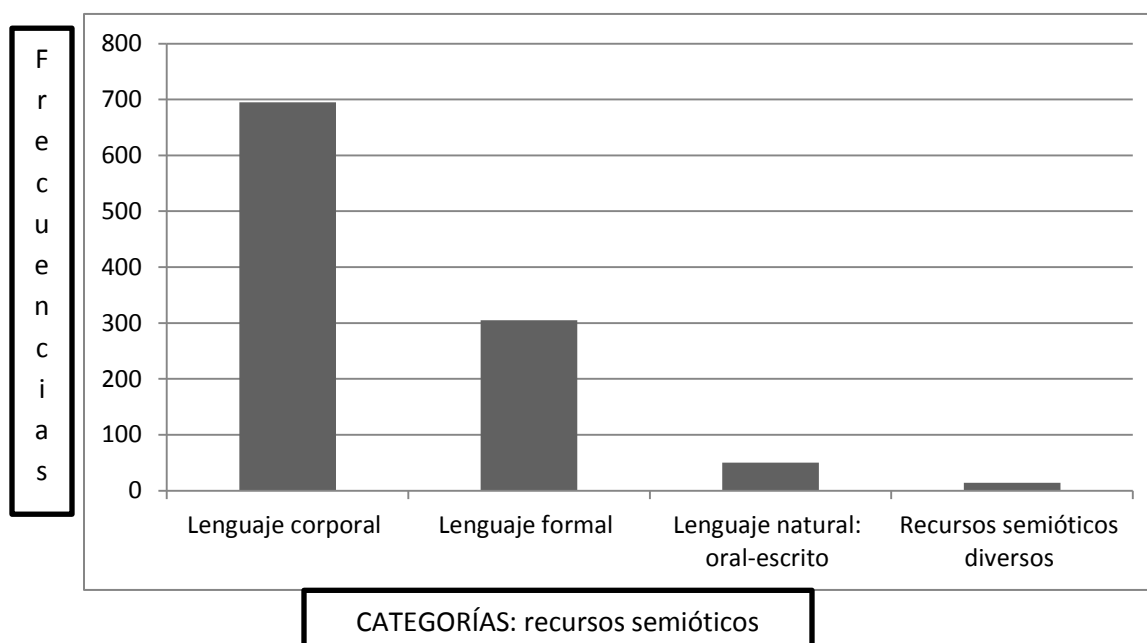
Figura 3 Frecuencias de uso de los recursos semióticos utilizados por el profesor E1.



En la figura 3 observamos de manera gráfica el predominio de unos recursos semióticos sobre otros, como por ejemplo, el lenguaje oral formal sobre la gesticulación iconográfica siendo casi nulo su uso. A continuación un fragmento de la transcripción para ejemplificar:

**E1:** “...hay que asignar puntajes de los rangos, del más pequeño al más grande y sacar la suma de los tres...” (señala con el dedo índice de la mano derecha todos los números de la muestra y señala también el espacio donde quiere que escriba también)

Figura 4. Frecuencias totales de las cuatro categorías de los recursos semióticos utilizados por el profesor E1.



En la figura 4 se observa el dominio del lenguaje corporal por parte del profesor E1, cabe destacar que no todos los recursos semióticos del lenguaje corporal (défctico, gesticulación adaptadora, gesticulación afectiva, kinesis, paralenguaje, proxemia y reguladores del diálogo) no fueron primordiales dentro de la enseñanza de la estadística, siendo la gesticulación indicativa y la gesticulación iconográfica los únicos recursos semióticos con impacto dentro de la explicación

del tema. En cuanto al lenguaje formal (oral y escrito) la frecuencia con la que fue usado fue alta (305), siendo el que predominó en la enseñanza dentro del aula del profesor E1 en comparación al lenguaje natural (oral y escrito) y los recursos semióticos diversos que en general no utilizó un número más amplio.

## **Profesor E2**

**Tabla 7:** Se muestran fragmentos de la transcripción que se realizó de una clase del profesor E, las partes en negritas es el lenguaje oral que ocupó y el texto en cursiva la parte conductual. El lenguaje oral formal predominó mientras que los recursos semióticos en la parte conductual sirvieron como apoyo al discurso oral del profesor.

<b>Fragmento de transcripción de la clase de E2</b>	<b>Recurso semiótico</b>
<p>“...algo que ya vimos en la prueba <b>U de Mann-Whitney</b> (<i>escribe U de Mann-Whitney-W</i>) <b>maaann Whiiiiit... yyy algo que ya vimos en eel análisis de la varianza</b> (<i>escribe en el pizarrón Análisis de la Varianza</i>) <b>en laaa ene el análisis de varianza de una vía</b> (<i>voltea a ver el tema que escribió en un principio de la clase y lo señala con el dedo índice de la mano izquierda</i>) <b>es una derivación...</b>” (<i>señala ahora U de Mann-Whitney que escribió en el pizarrón y sin dejar de señalar voltea a ver a sus alumnos</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Lenguaje formal escrito</li> <li>- Gesticulación adaptadora</li> <li>- Gesticulación indicativa</li> </ul>
<p>“...es una prueba queeee no es... <b>direccional</b> (<i>deja de escribir y voltea a ver a sus alumnos</i>) <b>nos dice no más si hay diferencias</b> (<i>hace un movimiento de desplazamiento de la mano derecha por sobre los datos sin tocar el pizarrón</i>) <b>entre los grupos o no, no nos dice si están ordenados...</b>” (<i>vuelve hacer el movimiento de desplazamiento de la mano derecha por sobre los datos sin tocar el pizarrón</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Lenguaje formal escrito</li> <li>- Kinesis</li> <li>- Gesticulación indicativa</li> </ul>
<p>...entonces, <b>la región de rechazo</b> (<i>señala con el dedo índice de la mano izquierda la palabra “Región de Rechazo” que escribió en el pizarrón</i>) <b>está dada por todos los valores de “H” que sobrepasen el valor crítico...</b> (<i>desplaza el dedo para señalar las letras “H”, después hace una pequeña pausa observando a sus alumnos y sin dejar de señalar la letra “H”</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Gesticulación indicativa</li> <li>- Reguladores del diálogo.</li> </ul>



---

“...**siete punto ochocientos quince** (escribe el número) **ok** (señala con el dedo índice de la mano izquierda el número 7.815 y observa lo demás que está en el pizarrón) **veinte punto cuatrocientos cuarenta y tres** (señala el número 20.443 que encerró con un cuadrado cuando resolvieron la fórmula anteriormente) **es mayor que siete punto ochocientos quince** (desplaza el dedo índice de la mano izquierda y señala el número 7.815, sin quitar el dedo del número voltea a ver a sus alumnos) **así que...**”

---

- Lenguaje oral formal
- Lenguaje formal escrito
- Gesticulación indicativa
- Recursos semióticos diversos (cuadrado)
- Kinesis

En esta ocasión, la clase tuvo la misma dinámica que la anterior, el tema nuevamente ocupó los mismos ejemplos para desarrollar los pasos que implica usar la prueba estadística a la que hacía referencia. Se observó, como en la clase anterior, predominio de los recursos semióticos formales, en especial del lenguaje oral al hacer mención de las fórmulas, conceptos, los valores de las muestras, entre otros aspectos de la prueba estadística.

En cuanto al lenguaje formal escrito, la frecuencia que se reporta no es tan alta (35 veces) en comparación al lenguaje oral, sin embargo, cumplió un papel importante en la enseñanza de la estadística, ya que apoyaba lo que decía cuando daba la explicación escribiendo las partes relevantes como las fórmulas y los resultados, además de anotar los valores de las muestras con los que trabajó, por lo que lenguaje formal oral y escrito fueron complemento para la enseñanza del tema, no olvidemos que el lenguaje formal es aquello a lo que hace referencia de algún elemento de la estadística.

El lenguaje natural oral tuvo una frecuencia baja (34 veces), y aunque no tuvo una frecuencia alta en comparación a otros recursos semióticos, también ocupó un papel importante, ya que les daba un ejemplo con el cual hacía referencia a la creatividad, y les preguntaba a sus alumnos cómo podían medirla, lo que sirvió como introducción para que los alumnos aterrizaran todas sus ideas en la parte formal del tema.

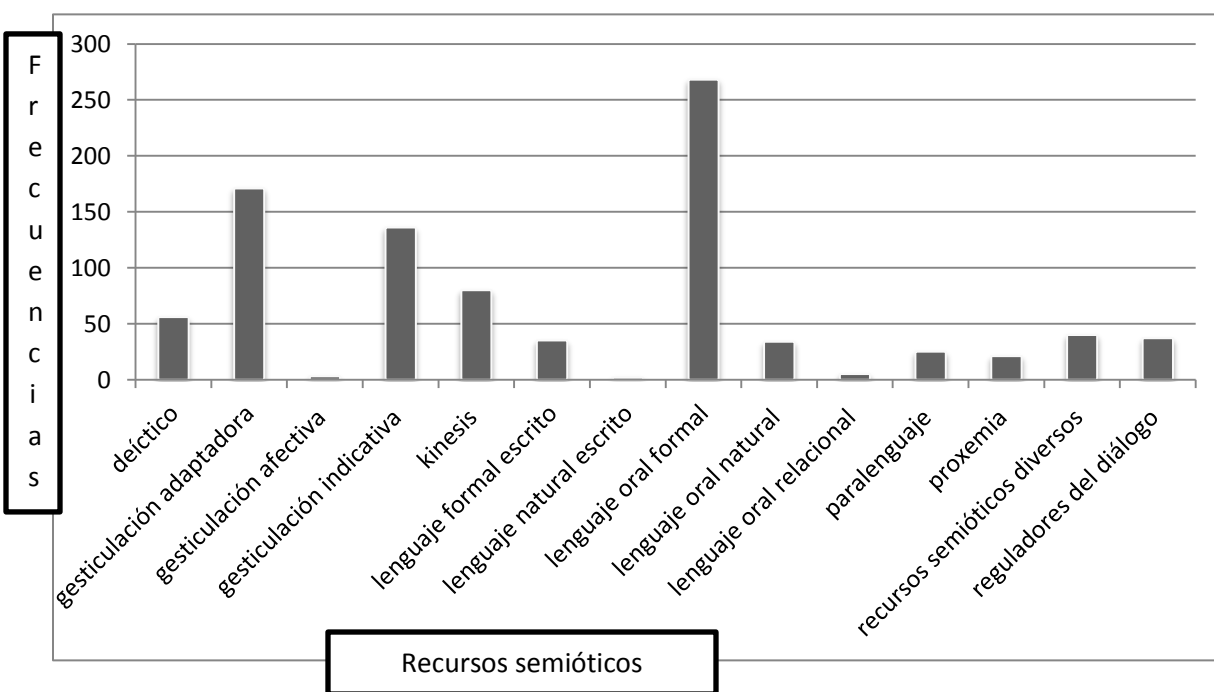
Otros de los recursos que utilizó con mucha frecuencia fueron la gesticulación indicativa y los deícticos, con estos recursos el profesor E2 mostraba a los

alumnos a qué estaba haciendo referencia, para que ellos pusieran mayor atención a la parte escrita del pizarrón más relevante y así los alumnos le daban más importancia. Los deícticos funcionaban como complemento para hacer referencia a algo que ya habían mencionado o que rescatarían en ese momento, por ejemplo, diciendo “éste” cuando estaba haciendo referencia al resultado de alguna fórmula, Se observó que los alumnos ponían mayor atención a aquello que el profesor señalaba.

El uso de recursos semióticos diversos también los utilizó el profesor E2 con tablas, gráficas y un esquema para explicar algún elemento que consideraba importante que recordaran o que debían tenerlo en cuenta para posteriores ejercicios. Los usaba mientras algún alumno resolvía parte del ejercicio en el pizarrón, con ello les explicaba con más detalle a los demás alumnos.

Los recursos semióticos como la proxemia, deícticos, gesticulación afectiva, paralenguaje, reguladores del diálogo, gesticulación adaptadora y kinesis pareciera que el único fin que cumplían era el de comunicación, sin causar ningún impacto en la enseñanza de la estadística.

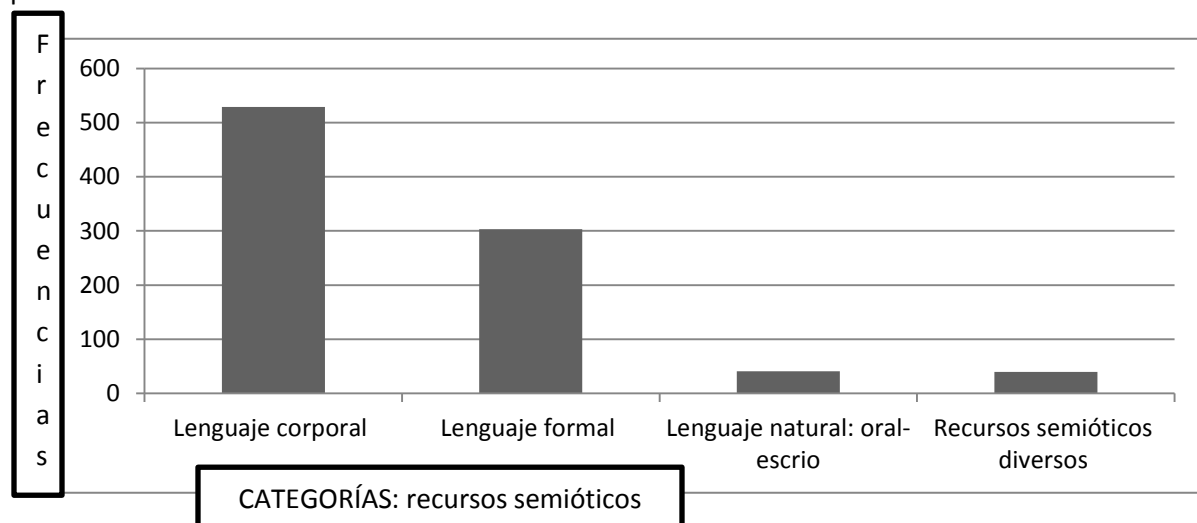
Figura 5. Frecuencias de uso de los recursos semióticos utilizados por el profesor E2.



En la figura 5 se observan las diferencias que hay entre las frecuencias de uso de los recursos semióticos en la clase del profesor E2, en donde se ve reflejado el predominio del lenguaje formal y el casi nulo uso de recursos semióticos como el lenguaje natural escrito u oral. A continuación un fragmento de la transcripción para ejemplificar lo anterior:

**E2:** “...estos datos, son de tres grupos, grupos unos, grupo dos y grupos tres o grupo A, B, C; deee una escuela de arte yyy eee (*vuelve a voltear al pizarrón*) lo que hacen aquí esss queee eee una vez que loos los alumnos, han desarrollado eee cierto conocimiento de la técnica le pide a los alumnos que hagan un dibujo libre, un dibujo inspirado, un dibujo original esteee, personal que muestre sus dotes particulares, personales, como artista y lo que hacen es eee valorar eee darles un puntaje de creatividad...¿ustedes conocen alguna escala de creatividad?... o una regla que nos diga en que unidades se mide, no ósea es una regla arbitraria, pero si nos permite decir, quien es más creativo que otro por ahí debe haber un creativo alguuun... criterio, que nos dice, bajo estas circunstancias, este dibujo, demuestra rasgos, más originales, más novedosos que estos otro dibujo este es más convencional entonces, esto es lo que está aquí son puntajes de creatividad, del menos creativo, al más creativo...”

Figura 6. Frecuencias totales de las cuatro categorías de los recursos semióticos utilizados por el profesor E2.



En la figura 6 se observa el dominio de uso de recursos del lenguaje corporal por parte del profesor E2, aunque en la observación del video los recursos semióticos de ésta categoría apoyaban y complementaban el lenguaje formal. La gesticulación indicativa fue el único recurso semiótico con impacto en el tema de estadística que estaba enseñando el profesor. En cuanto al lenguaje formal, éste tuvo el mayor uso en la enseñanza del tema y de nuevo se observa cómo el profesor hizo muy poco uso de recursos semióticos no formales, entre ellos el lenguaje natural (oral y escrito) y otros recursos semióticos como fue el caso de tablas, gráficas y un esquema.

### **Profesor J1**

**Tabla 8:** Se muestran fragmentos de la transcripción que se realizó de una clase del profesor J, las partes en negritas es el lenguaje oral que ocupó y el texto en cursiva la parte conductual. El lenguaje oral formal predominó mientras que los recursos semióticos en la parte conductual sirvieron como apoyo al discurso oral del profesor.

Fragmento de transcripción de la clase de J1	Recurso semiótico
<p><b>“...voy a abordar distintos procedimientos estadísticos entonces vamos a hacer mención a qué estadístico nos arroja la prueba</b> <i>(toma unos plumones para pizarrón, se dirige hacia la proyección y señala la chi cuadrada)</i> <b>qué símbolo en el caso de la chi cuadrada es la letra X griega al cuadrado, el tipo de datos con el que se trabaja en esa prueba estadística y la función que tiene la prueba estadística...</b>” <i>(dirige la mirada hacia los alumnos y continúa señalando cada elemento que va mencionando)</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Gesticulación indicativa</li> <li>- Kinesis</li> </ul>
<p><b>“...en el primer bimestre era del 50%</b> <i>(mueve ambas manos hacia el lado izquierdo haciendo referencia al pasado)</i> <b>y ya bajo al 45 %</b> <i>(hace un movimiento con la mano izquierda bajándola lentamente hasta llegar a juntar los dedos), este para ellos es un...</i> <i>(junta los de dos de la mano derecha formando un pico y señala con esa mano el pizarrón)</i> <b>hacen siempre referencia a, a , a los números</b> <i>(junta los de dos de la mano izquierda formando un pico), pero no lo acompañan nunca con un análisis...”</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lenguaje oral formal</li> <li>- Gesticulación indicativa</li> <li>- Gesticulación adaptadora</li> </ul>

---

**“...entonces si P es menor que el valor de alfa, rechazamos la hipótesis nula (*asiente con la cabeza*), si, rechazamos la hipótesis nula, nula no hay eh no hay diferencias, alterna hay diferencia (*une los dedos de la mano derecha en el centro*), entonces se rechaza la hipótesis nula y si hay diferencia estadísticamente significativas...”**

- Lenguaje oral formal
- Gesticulación adaptadora

**“...tres, si, bueno eh aparecen los valores de ji cuadrada, los grados de libertad (*levanta el dedo índice*) y la probabilidad asociada, si ya no está este dentro del texto del reporte, sino que está concentrada en una tabla con toda esta información, variables sociodemográficas, variables socioeconómicas y variables individual- personal que era parte de los objetivos que, que este, que el , que este tenía este trabajo, em a ver, este observen en la tabla que, este si hay alguna, alguna correspondencia o una relación entre valores de ji cuadrada (*señala los valores*) y eh, el valor de la probabilidad asociada...”**

- Lenguaje oral formal
  - Gesticulación adaptadora
  - Recursos semióticos diversos
  - Gesticulación indicativa
- 

Se observó en el análisis que el lenguaje formal fue el que utilizó con mayor frecuencia el profesor J1 en su clase de estadística. El profesor hacía uso del lenguaje oral formal para explicar a los alumnos el tema y también les presentaba diapositivas con un proyector, por lo que se guiaba con lo que tenía escrito en cada diapositiva y las cuales presentaban un alto contenido del lenguaje escrito formal.

El profesor leía los conceptos que tenía en las diapositivas, les explicaba a sus alumnos en que ocasiones se utiliza la prueba estadística que estaba explicando (Kruskal-Wallis) y les mostraba las fórmulas que utilizan y cómo sustituir los valores en las fórmula, además que les daba algunos ejemplos utilizando el programa estadístico SPSS.

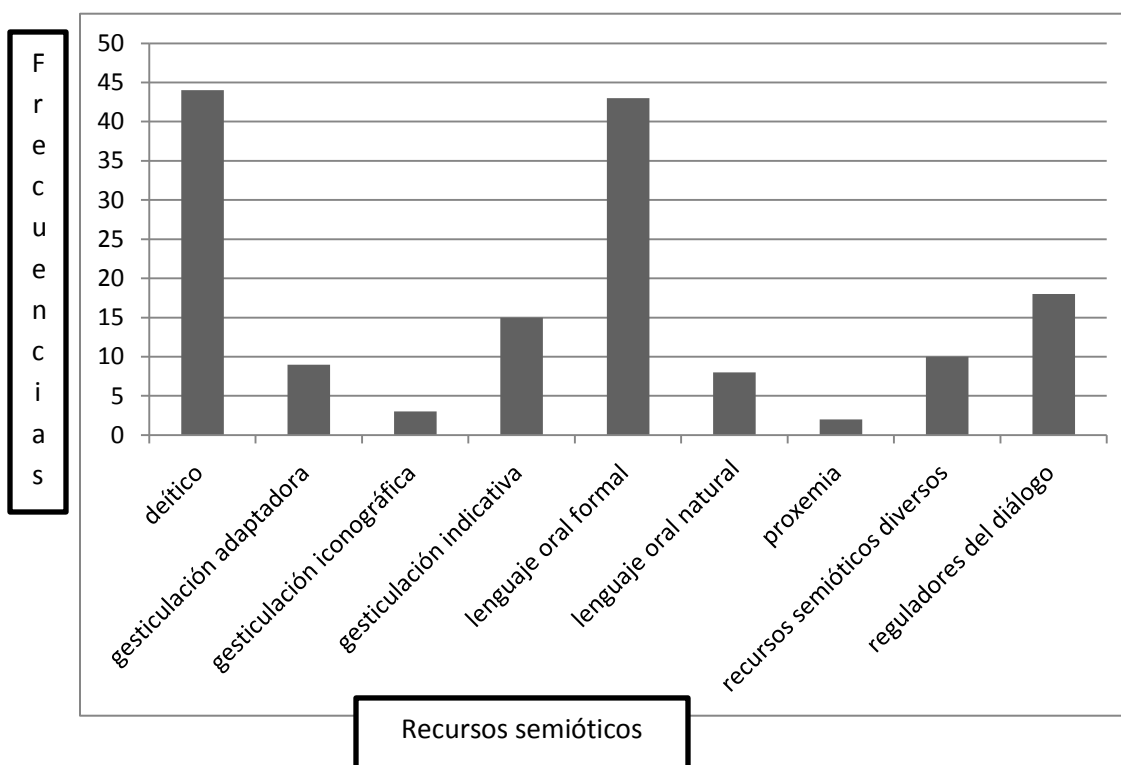
En cuanto a los recursos semióticos del lenguaje natural, el lenguaje oral natural tuvo una frecuencia baja (8 veces de uso), en algún momento de la clase hizo referencia a un par de investigaciones en los que se utilizaron las pruebas estadísticas y dio una breve explicación de lo que se hizo en ellas, además de que dio una muy breve explicación histórica del nacimiento de la prueba.

Uno de los recursos semióticos que hasta el momento había usado los profesores anteriores fue la gesticulación iconográfica. En tres ocasiones el profesor J1 hizo referencia de la curva de Gauss, moviendo el dedo frente a sus alumnos haciendo el trazo de la curva. Fue un recurso semiótico que sólo utilizó para hacer mención de las curvas de Gauss que dibujó en el pizarrón y el rango en donde caían los valores que se obtuvieron.

Otros de los recursos semióticos que utilizó el profesor J1 fueron los deícticos y la gesticulación indicativa. Los deícticos los mencionaba cuando hacía referencia a alguna parte del tema, el cual quería retomar, por ejemplo, decía “éste” y allí” como principales deícticos, ya que como en la mayoría de tiempo estaba sentado en su escritorio para manipular la computadora, éstos los usaba como alternativa principal para resaltar algún elemento dentro de las diapositivas, por lo que la gesticulación indicativa tuvo menor frecuencia por la movilidad que tenía en el salón, en muy pocas ocasiones señaló algo directamente de las diapositivas proyectadas en el pizarrón.

Los recursos semióticos diversos que utilizó tampoco fueron muchos, principalmente dibujó unas curvas de Gauss para que los alumnos observaran las regiones de rechazo y el contenido de las diapositivas como los colores que resaltaban algunas fórmulas o datos importantes, imágenes y tablas que contenían los datos.

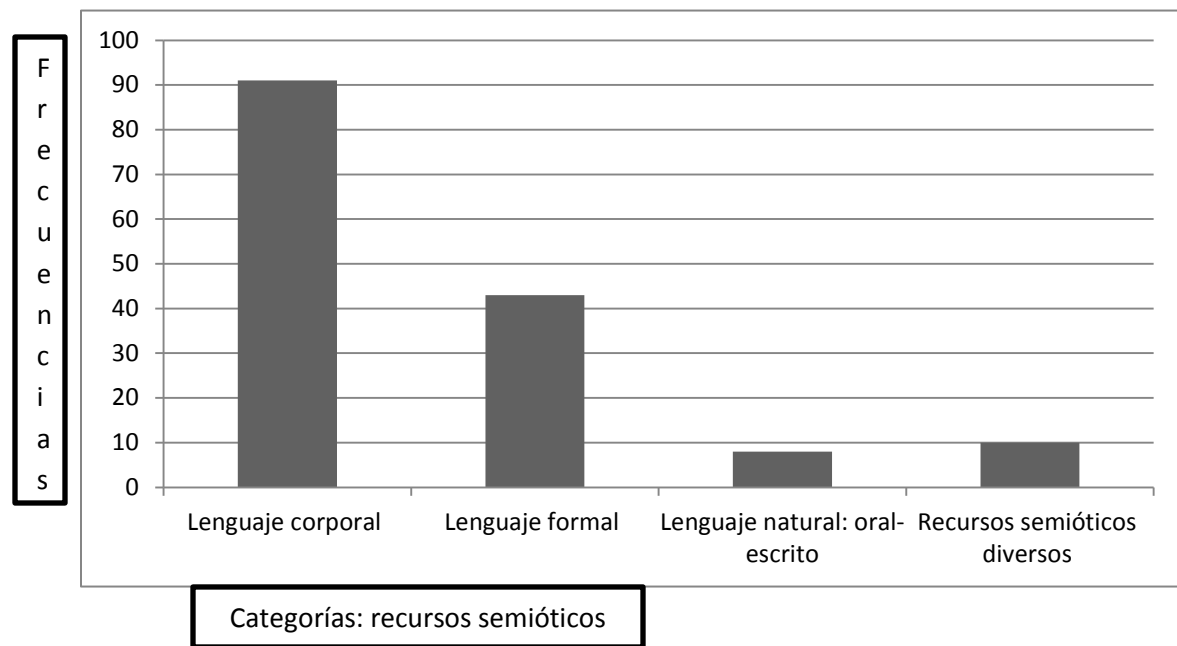
Figura 7. Frecuencias de uso de los recursos semióticos utilizados por el profesor J1.



La figura 7 se muestran las diferencias que hay en las frecuencias de uso de los recursos semióticos en una de las clases del profesor J1, en las que hay predominio del lenguaje formal y otros recursos semióticos como el lenguaje oral natural son casi nulos. A continuación se presenta un fragmento de la transcripción para ejemplificar lo anterior:

**J1: “...este sí, si tuviéramos eh, bueno es que ya los últimos casos fue con, teniendo dos, dos variables, fumar y género, entonces entre los dos géneros (con las manos comienza a escalar una sobre otra) existe una diferenciación y lo que les decía eh la ji cuadrada la podemos ocupar para comparar todas las frecuencias observadas en una tabla de contingencia o para comparar casos eh z específicas...”**

Figura 8. Frecuencias totales de las cuatro categorías de los recursos semióticos utilizados por el profesor J1.



En la figura 8 se observa el dominio del lenguaje corporal, el cual forma parte de la comunicación, los recursos semióticos que engloban ésta categoría (deíctico, gesticulación adaptadora, gesticulación iconográfica, gesticulación indicativa, proxemia, paralenguaje, kinesis, gesticulación afectiva y reguladores del diálogo) los usó el profesor J1 para complementar el lenguaje formal de la estadística. La gesticulación indicativa fue el único recurso semiótico que utilizó con fines para la enseñanza de la estadística. Para lo que toca a la presente investigación, el lenguaje formal fue el segundo con mayor frecuencia que utilizó el profesor J1 siendo por mucho, mayor que el lenguaje (oral y escrito) y que los recursos semióticos diversos (campanas de Gauss, colores, tablas, imágenes, gráficas), encontrando un bajo uso de éstos en comparación al lenguaje formal de la estadística.



## Profesor J2

**Tabla 9:** Se muestran fragmentos de la transcripción que se realizó de una clase del profesor G, las partes en negritas es el lenguaje oral que ocupó y el texto en cursiva la parte conductual. El lenguaje oral formal predominó mientras que los recursos semióticos en la parte conductual sirvieron como apoyo al discurso oral del profesor.

Fragmento de transcripción de la clase de J2	Recurso semiótico
<p><b>“...son maneras de con las que nos podemos acercar a este el análisis de los datos para saber si se ajustan a una distribución normal, pero eh de manera más formal, eh sería utilizando la prueba de bondad de ajuste de Kolmogórov-Smirnov, de hecho su nombre completo es de bondad de ajuste, eh permite medir, esta es una prueba estadística que permite medir el grado de concordancia existente entre la distribución de un conjunto de datos del que tenemos este, eh , en nuestro estudio con una distribución teórica específica, puede ser la normal o alguna de las otras que mencionamos, eh, específicamente el objetivo de la prueba (<i>señala la diapositiva</i>), de Kolmogórov Smirnov, evalúa si la prueba tiene una distribución teórica, este específica, eh no voy a, no voy a explicar los detalles de la prueba de Kolmogórov Smirnov...”</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral formal</li><li>- Gesticulación indicativa</li></ul>
<p><b>“...si la distribución de los datos es igual a la distribución normal, hipótesis alterna, la distribución de los datos es diferente de una distribución normal (<i>junta los dedos de la mano izquierda y balancea la mano de lado a lado</i>), eh se prueba también con un nivel de, se desarrolla la prueba con un nivel de significancia, de valor de alfa...”</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral formal</li><li>- Gesticulación adaptadora</li><li>- Gesticulación iconográfica</li></ul>
<p><b>“...con forme al planteamiento que hacía referencia a las 300 estaturas, sino de la lámina que mostré (<i>señala la base de datos</i>), de en Power Point hace un momento eh nada más aparecieron 10 datos, entonces lo vamos a hacer primero con 10 datos...” (<i>señala con la mano derecha los datos, encerrándolos en un círculo</i>)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral formal</li><li>- Gesticulación indicativa</li><li>- Recursos semióticos diversos (círculo)</li></ul>

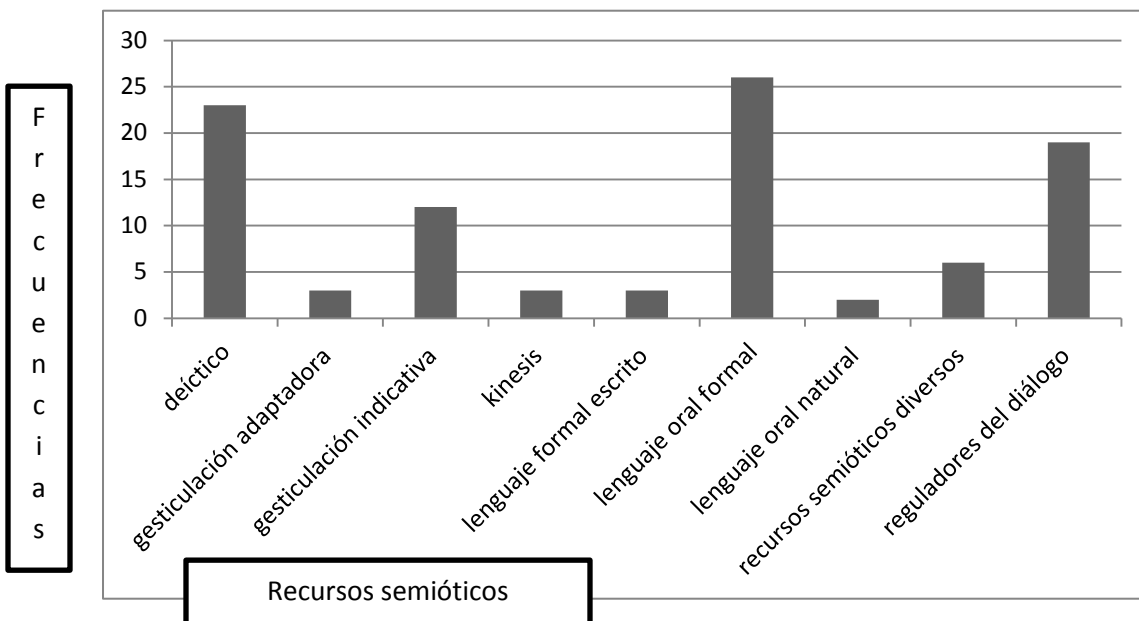
Las frecuencias con las que utilizó algunos recursos semióticos en la segunda clase que fue grabado el profesor J2, la dinámica fue la misma, hizo uso de diapositivas para explicar el tema llamado t de student.

En primer lugar, el profesor J2 volvió hacer mayor uso del lenguaje formal durante la clase, tanto de manera oral y escrito en las diapositivas. Al igual que la primera clase, explicó de manera oral lo que les presentaba en las diapositivas como fueron los conceptos, las fórmulas y los valores de las muestras con los que puso los ejemplos. Sólo en tres ocasiones escribió las reglas de decisión en el pizarrón.

De los recursos semióticos no formales, durante la clase, de forma oral también dio una breve explicación de la historia de cómo surgió la prueba, les presentó la imagen del autor de la prueba de t de student. Otro de los recursos semióticos no formales (lenguaje corporal) que utilizó el profesor J2 fue la gesticulación indicativa y los deícticos, que al igual que los otros profesores, se observó que J2 hizo uso de éstos recursos semióticos no formales para destacar alguna parte que consideraban importante del tema.

Por último, el uso de los recursos semióticos diversos fue poco, principalmente dibujó unas curvas de Gauss en el pizarrón y también los que se encontraba dentro de las diapositivas como fueron tablas, colores para resaltar alguna fórmula o resultado e imágenes. Las curvas de Gauss las utilizó para explicar sobre las regiones de rechazo de la prueba, ubicar los valores que arrojan las fórmulas y las tablas.

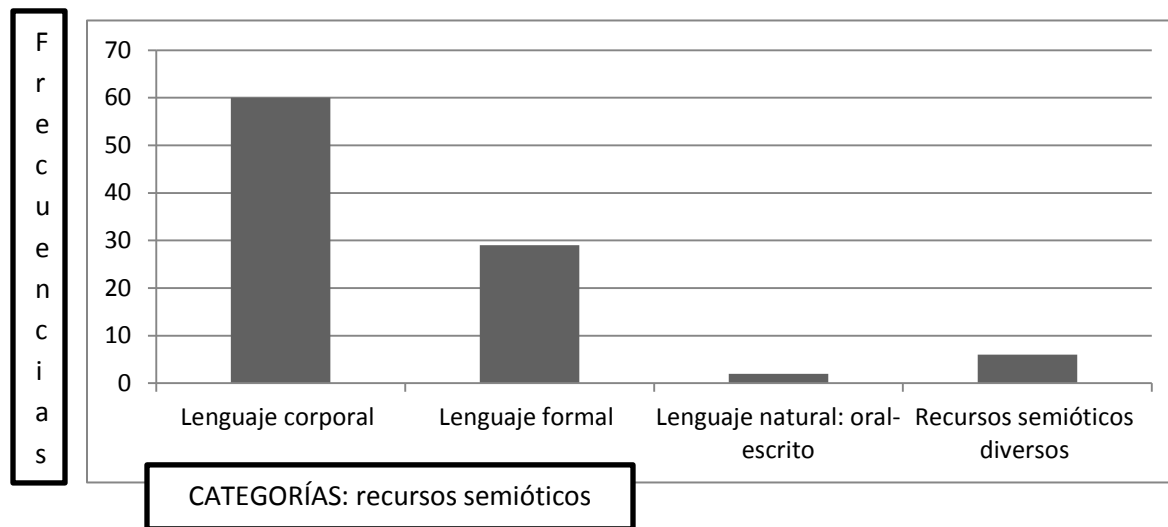
Figura 9. Frecuencias de uso de los recursos semióticos utilizados por el profesor J2.



En la figura 9 se presentan los recursos semióticos que utilizó el profesor J2, se observa que predomina el lenguaje formal. A continuación un fragmento de la transcripción para ejemplificar lo anterior:

**J2:** “...ajá y la significancia, estadístico o P, sí es menor o igual que alfa, rechazamos la hipótesis nula (*escribe en el pizarrón: se rechaza*). Repito, si aquí rechazáramos la hipótesis nula, entonces los datos no se distribuyen de acuerdo a una distribución normal ¿sí?, si lo que busco es que yo, este o lo que espero es que los datos se distribuyan de acuerdo a una distribución normal para poder utilizar una prueba paramétrica, que es de más sólida, más robusta, que una prueba no paramétrica, entonces lo que, lo lo que espero en el fondo es que no rechacen la hipótesis nula, mjm, que la significancia obtenida (*señala la tabla*), para la prueba de Kolmogórov Smirnov, esté por arriba del valor de alfa, ajá, eh, de alguna manera lo que yo, deseo es que, para poder aplicar una prueba paramétrica, sí, no rechazar la hipótesis nula, es decir que la significancia obtenida, esté por arriba del valor de alfa, ¿si me explico?...”

Figura 10. Frecuencias totales de las cuatro categorías de los recursos semióticos utilizados por el profesor J2.



En la figura 10 se observan las cuatro grandes categorías (lenguaje corporal, lenguaje formal, lenguaje natural (oral y escrito) y recursos semióticos diversos) en las que se sigue dando la misma tendencia de frecuencia de uso de cada categoría por parte del profesor J2 y los demás profesores. El lenguaje corporal sigue predominando, aunque los recursos semióticos que corresponden a ésta categoría únicamente complementen el lenguaje formal de la estadística.

El lenguaje formal ocupó la segunda posición en comparación a las otras categorías, en cuanto a su frecuencia de uso nos sigue demostrando su dominio en la enseñanza de la estadística en comparación a recursos semióticos no formales como el lenguaje natural y los recursos semióticos diversos (tablas, gráficas, imágenes, curva de Gauss).

## Profesor H1

**Tabla 10:** Se muestran fragmentos de la transcripción que se realizó de una clase del profesor H, las partes en negritas es el lenguaje oral que ocupó y el texto en cursiva la parte conductual. El lenguaje oral formal predominó mientras que los recursos semióticos en la parte conductual sirvieron como apoyo al discurso oral del profesor.

Fragmento de transcripción de la clase de H1	Recurso semiótico
<p><b>“...bueno entonces vamos a ver análisis de varianza (se acerca al pizarrón), vamos a ver la lógica de análisis de varianza habíamos comentado que (dibuja una gráfica) cuando tenemos dos grupos la prueba indicada (se acerca al grupo) siempre y cuando nuestra variable independiente sea intervalar o de razón, la prueba indicada es T de student (se acerca al pizarrón) porque va a hacer una diferencia entre medias (señala la fórmula), qué sucede cuando le agregamos un grupo más (agrega otra gráfica), el primer caso sería muy fácil (señala las primeras dos gráficas) buscamos la diferencia entre la media uno (señala la gráfica uno) y la media dos (señala la gráfica dos), si fuera más de un grupo qué podríamos hacer...” (se dirige al grupo)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral formal</li><li>- Proxemia</li><li>- Recursos semióticos diversos</li><li>- Gesticulación indicativa</li></ul>
<p><b>“...ya nada más nos falta, ya prácticamente ya definimos todo (camina hacia el pizarrón) y ahora sí (señala una fórmula) qué nos queda aquí, definir esto es igual a (inaudible) crudo menos la media y aquí (señala donde pondrá la nueva fórmula) equis total a la sumatoria de (borra la fórmula), vamos a hacerlo de la forma larga (escribe la fórmula) para este ejemplo que nada más tenemos tres grupos...” (voltea a ver a los alumnos y señala las tres gráficas iniciales, camina hacia el grupo)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral formal</li><li>- Gesticulación indicativa</li><li>- Kinesis</li><li>- Proxemia</li></ul>
<p><b>“...entre católicos, cristianos y ateos (señala desde su lugar con el dedo índice cada grupo mencionado, camina hacia el pizarrón agarrándose la cara) pero... ya está todo, todo lo demás ya lo habíamos visto cómo se hace, pero nos falta un elemento (camina hacia sus alumnos, está frente a ellos con las manos hacia atrás y pregunta) qué es el análisis de varianza (voltea a ver el pizarrón) para que se entienda...”</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral no formal</li><li>- Gesticulación indicativa</li><li>- Proxemia</li><li>- Kinesis</li><li>- Lenguaje oral formal</li></ul>

Los resultados de las frecuencias con que uso algunos recursos semióticos el profesor H1 se observa el constante predominio del lenguaje formal, siendo el lenguaje oral formal que predominó durante la clase para explicar el tema.

En la clase del profesor H1 se realizó la revisión de un ejercicio que había dejado de tarea, del cual varios alumnos tenían dudas. En esta ocasión ya no daba ninguna explicación del tema, sino que iba directo a la verificación de cada fórmula, revisaba los valores y los sustituía en las fórmulas; a excepción de un momento de la clase en el que explicó con unas curvas de Gauss el porqué de la prueba ANOVA, qué comparaba y qué se puede obtener de los resultados.

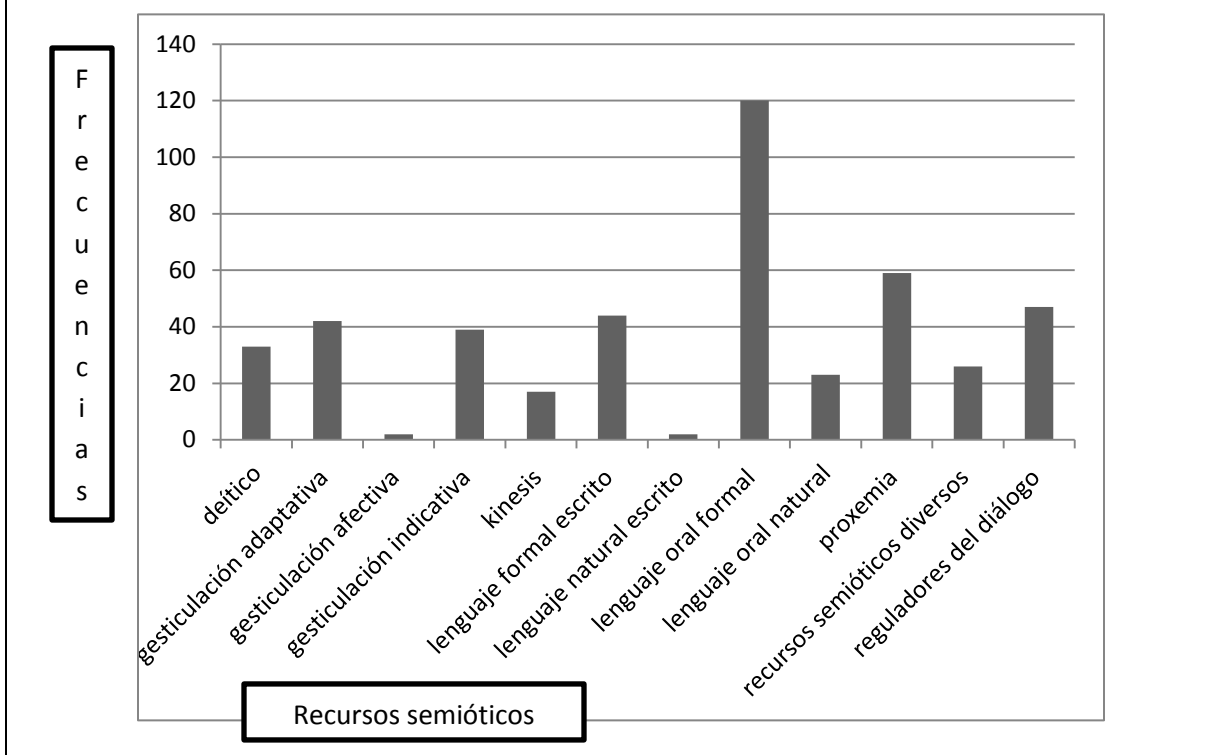
En cuanto al lenguaje formal escrito, en el pizarrón iba desarrollando las fórmulas, puso los datos que fueron utilizados y los resultados de cada prueba, siendo de los recursos semióticos que más utilizó en la clase (formales).

De los recursos semióticos del lenguaje no formal, los que más destacaron fueron los corporales; con la gesticulación indicativa hacía referencia a algunos elementos importantes que ya había escrito en el pizarrón señalándolos con los dedos, apoyado también con los deícticos para evocar algunas partes que tenía que retomar para continuar con la explicación.

El lenguaje oral natural lo usó para mencionar el ejemplo de la tarea que les había dejado, ejemplo que tenía relación con la Carrera de Psicología. Éste recurso semiótico lo alternó con el lenguaje oral formal cada vez que necesitaba verificar los datos y qué quería obtener de esto.

Dentro de los recursos semióticos diversos, el profesor H1 principalmente hizo uso de curvas de Gauss que dibujó en el pizarrón y de colores para escribir en el pizarrón las fórmulas, los datos del ejemplo y los resultados, cada uno con un color distinto para resaltarlos.

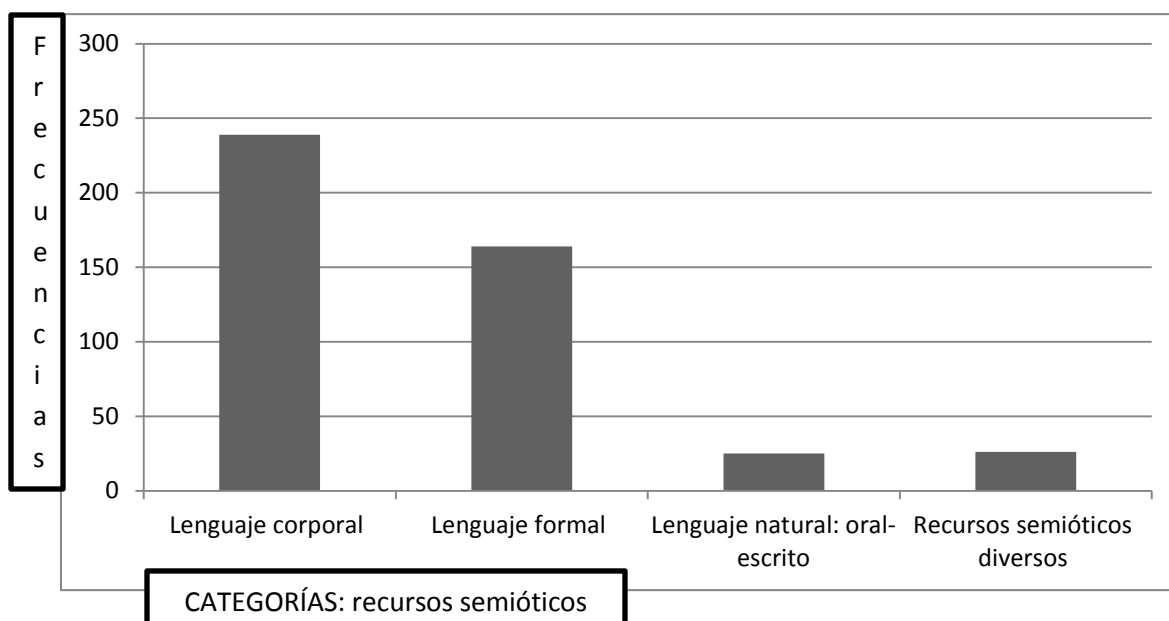
Figura 11. Frecuencias de uso de los recursos semióticos utilizados por el profesor H1.



En la figura 11 se observan las diferencias entre las frecuencias de uso de recursos semióticos en la clase del profesor H1, en donde la barra que predomina es la del lenguaje formal, principalmente de manera oral y el lenguaje natural fue de uso casi nulo. A continuación se presenta un fragmento de la transcripción para ejemplificar lo anterior:

**H1:** “...**pues la media aritmética** (*mueve las manos hacia enfrente dirigiendo las palmas hacia arriba y las mueve del centro hacia afuera*), **qué tan lejos** (*toca la mesa con su mano y va creando ondas hacia un lado de forma progresiva de menor a mayor tamaño*) **me encuentro de la media aritmética, entonces qué es lo que voy a sacar...**”

Figura 12. Frecuencias totales de las cuatro categorías de los recursos semióticos utilizados por el profesor H1.



En la figura 12 se observa el dominio del lenguaje corporal, en ésta primera clase que se grabó del profesor H1 la gesticulación indicativa mostró un papel importante dentro de lo que estaba, mientras que los demás recursos semióticos del lenguaje corporal sólo parecían cumplir la función de complemento al lenguaje forma.

El lenguaje formal tuvo una frecuencia alta en la enseñanza de la estadística en comparación a recursos semióticos no formales que no uso con mucha frecuencia, tomándose en cuenta el lenguaje natural y recursos semióticos diversos (curva de Gauss y colores que fueron los que utilizó el profesor H1) que sólo utilizó para aclarar dudas o resaltar algo.



## Profesor H2

**Tabla 11:** Se muestran fragmentos de la transcripción que se realizó de una clase del profesor H, las partes en negritas es el lenguaje oral que ocupó y el texto en cursiva la parte conductual. El lenguaje oral formal predominó mientras que los recursos semióticos en la parte conductual sirvieron como apoyo al discurso oral del profesor.

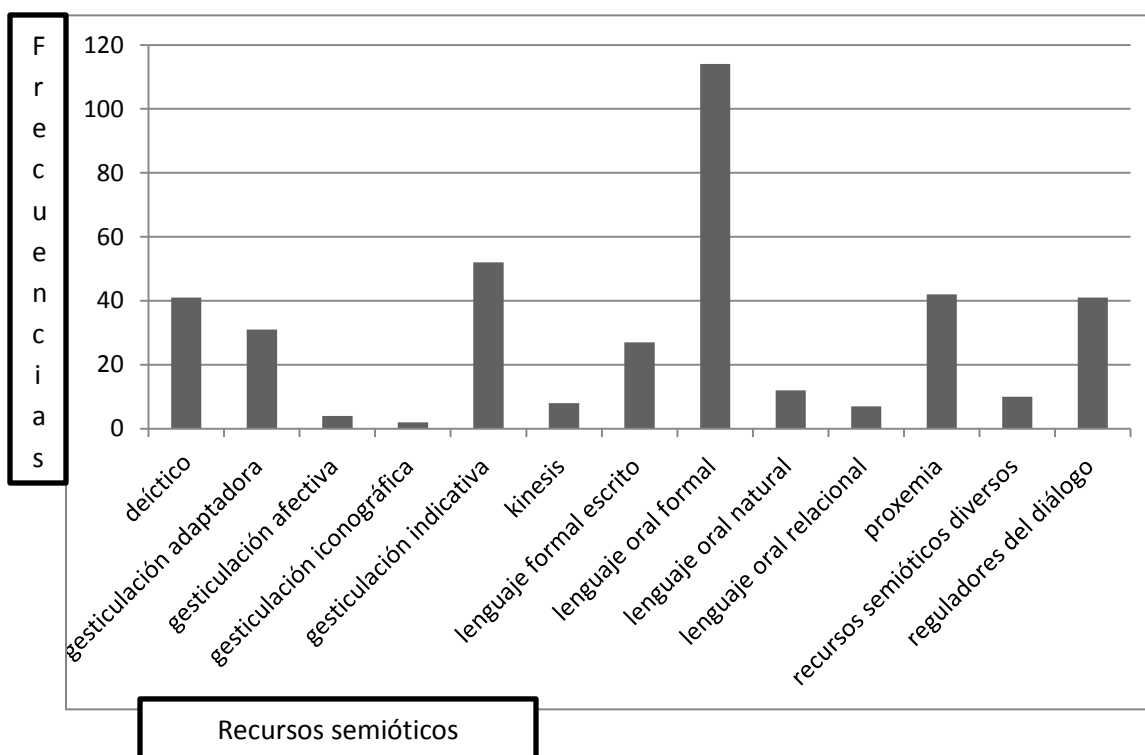
Fragmento de transcripción de la clase de H2	Recurso semiótico
<p><b>“...recuerden que el análisis de varianza es que tanto varían los (inaudible) dentro de un grupo y entre grupos como si fuera un solo grupo (dibuja un triángulo con las puntas de los dedos, haciendo referencia a que se delimita un solo grupo), entonces se van separando que tanto se van separando de la media y el total (junta sus palmas y dibuja una línea recta de adentro hacia afuera marcando la separación de los datos de la media hacia los extremos) y el otro se acuerdan que cual es la fórmula, voy a poner aquí las fórmulas...”</b> (se dirige hacia el pizarrón y comienza a escribir las formulas)</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral formal</li><li>- Gesticulación iconográfica</li><li>- Gesticulación adaptadora</li></ul>
<p><b>“...de una vez sacamos media total que nos va a hacer falta en algún momento, sumamos las tres y entre tres...”</b> (camina hacia sus alumnos)</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral formal</li><li>- Proxemia</li></ul>
<p><b>“...lo que estamos viendo es lo siguiente (camina hacia el pizarrón) lo hicimos con tres grupos (señala los grupos que tienen en el pizarrón) se puede hacer con más grupos, pero cuando tenemos dos quiere decir lo siguiente (dibuja tres gráficas y voltea a ver a sus alumnos) qué diferencias hay entre está media y está media (señala la media 1 y 2) que vamos a obtener un puntaje t y entre está y está (señala media 2 y 3) un puntaje t entre está y está un puntaje t, (señala media 1 y 3), es muy engorroso necesitamos 1, 2, 3 (señala cada diferencia) pruebas t y para sacar la prueba t necesitamos la desviación estándar...”</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje oral formal</li><li>- Proxemia</li><li>- Gesticulación indicativa</li><li>- Recursos semióticos diversos (Gráficas)</li></ul>

En la segunda clase del profesor H2 se observó un claro dominio del lenguaje formal en sus clases. Seguía la misma dinámica que la clase analizada anteriormente, hizo una revisión de un ejercicio que dejó de tarea y de forma oral iba explicando el desarrollo de cada fórmula, además de escribir las fórmulas y los datos del problema en el pizarrón.

Con lo que respecta al lenguaje natural, el profesor H2 mencionó el ejercicio que dejó de tarea, dijo de qué trataba y lo que tenían que obtener, siendo todo en lo que uso el lenguaje oral natural.

También utilizó recursos semióticos diversos como curvas de Gauss y uso de colores para escribir los datos del ejercicio, las fórmulas y dibujar las curvas de Gauss, para poder dar respuesta a las dudas que los alumnos tenían.

Figura 13. Frecuencias de uso de los recursos semióticos utilizados por el profesor H2.

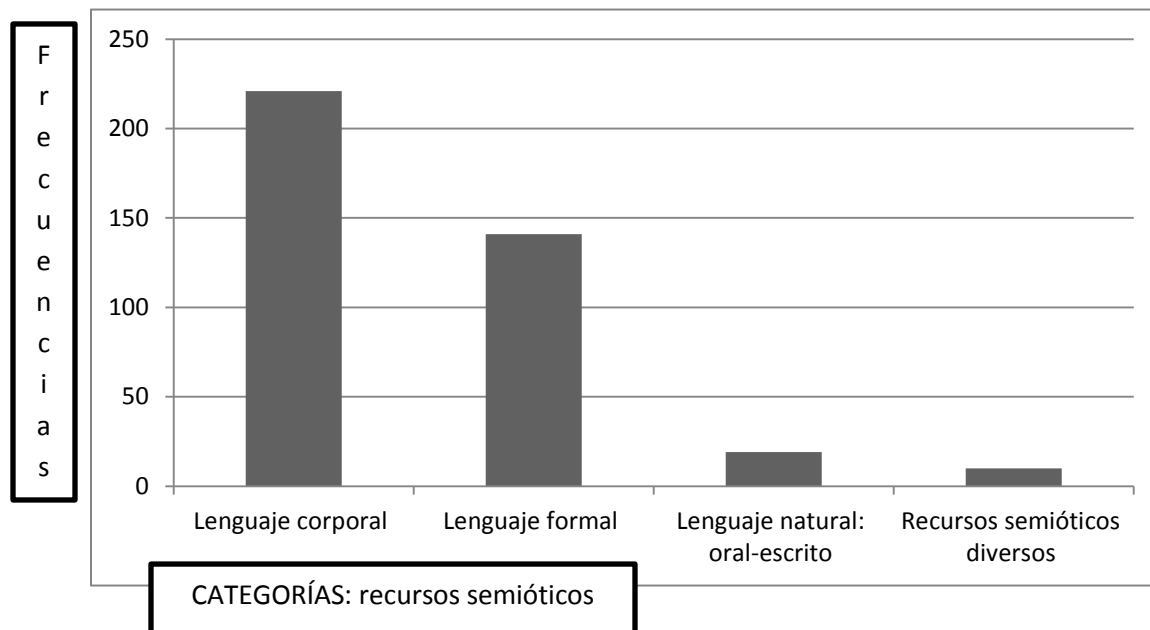


En la figura 13 se observan las diferencias que hay entre las frecuencias de uso de los recursos semióticos en la clase del profesor H2, en donde la gráfica muestra el predominio del lenguaje oral formal. A continuación se muestra un fragmento de la transcripción para ejemplificar lo obtenido en la gráfica:

**H2:** “...si, perfecto están las 3 (camina al pizarrón y dibuja unas gráficas con las diferencias) ¿ya? Ahí están los tres (señala las tres diferencias en la gráfica), aquí están las diferencias 1, 2, 3 (señala las diferencias en la tabla) x1 contra

**x2, x1 contra x3 y x2 con x3 (señala x2 y x3), ya está, ahora vamos a ver en cuál de esas es significativa, (camina hacia los alumnos) ¿cómo lo podemos hacer? Ya tenemos un valor de referencia (señala el pizarrón) que es 5 punto... qué...”**

Figura 14. Frecuencias totales de las cuatro categorías de los recursos semióticos utilizados por el profesor H2.



En la figura 14 se observan las frecuencias totales de las categorías, el profesor H2 hizo amplio uso del lenguaje corporal que apoyaban el lenguaje formal que utilizó, aunque sólo la gesticulación indicativa tomó parte en la enseñanza de la estadística. El lenguaje formal fue el recurso semiótico más usado con fines en la enseñanza de la estadística mientras que los recursos semióticos no formales fueron muy poco utilizados, entre ellos el lenguaje natural y recursos semióticos diversos como las curvas de Gauss y los colores para resaltar algunas fórmulas o resultados.

Tabla 12 Recursos semióticos utilizados por los profesores

<b>Recursos semióticos</b>	<b>G</b>	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>J1</b>	<b>J2</b>	<b>H1</b>	<b>H2</b>
Deíctico	44	72	56	44	23	33	41
Gesticulación iconográfica	9	1	0	3	0	0	2
Gesticulación indicativa	93	160	136	15	12	39	52
Lenguaje formal escrito	17	45	35	0	3	44	27
Lenguaje natural escrito	2	0	2	0	0	2	0
Lenguaje oral formal	144	260	268	43	26	120	114
Lenguaje oral natural	21	48	34	8	2	23	12
Recursos semióticos diversos	28	14	40	10	6	26	10

En la tabla 12 se muestran la frecuencias de uso de recursos semióticos en la enseñanza de la estadística por parte de los profesores. Los profesores hicieron uso amplio uso del lenguaje formal para explicar los temas que estaban dando, pero también se encontró que los recursos semióticos del lenguaje natural fueron utilizados también de una manera en común, como por ejemplo, la gesticulación indicativa, con el cual resaltaban elementos que consideraban importantes del tema, o dentro de los recursos semióticos diversos un común en todos los profesores fue detallar alguna parte del tema dibujando una curva de Gauss o una gráfica que permitiera a los alumnos ver lo formal de una manera visual.

Tabla 13 Porcentajes de uso de lenguaje formal y lenguaje natural por profesor

<b>Profesor</b>	<b>Porcentaje lenguaje formal °</b>	<b>Porcentaje lenguaje no formal °°</b>
<b>G</b>	<b>96 %</b>	<b>11 %</b>
<b>E1</b>	<b>86.43 %</b>	<b>14.6 %</b>
<b>E2</b>	<b>90.04 %</b>	<b>12.62 %</b>
<b>J1</b>	<b>68.96 %</b>	<b>24.44 %</b>
<b>J2</b>	<b>85.18 %</b>	<b>9.33 %</b>
<b>H1</b>	<b>66.22 %</b>	<b>1.38 %</b>
<b>H2</b>	<b>64.55 %</b>	<b>14.88 %</b>

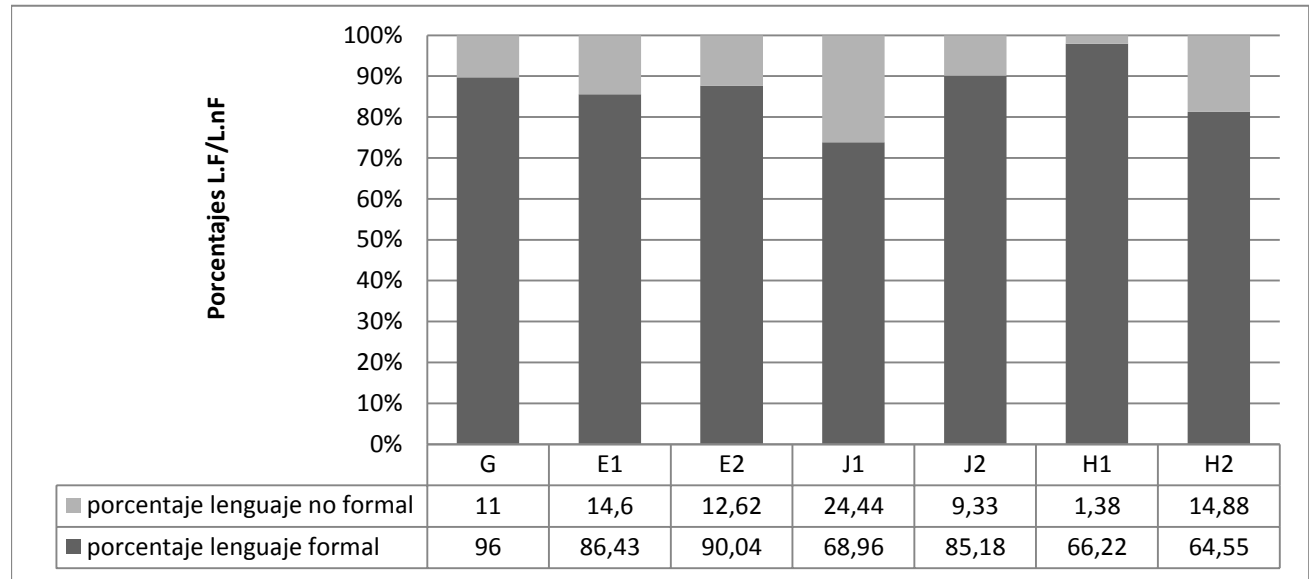
*Nota:* ° del 100% de los segmentos analizados de cada video, porcentaje en que utilizaron el lenguaje formal  
 °° del 100% de los segmentos analizados de cada video, porcentaje en que utilizaron el lenguaje no Formal.

En la tabla 13 se encuentra la proporción en porcentajes que usaron los profesores el lenguaje formal y no formal. Con lo que se confirma lo encontrado en el análisis cualitativo anterior por cada profesor, notándose que hacen mayor uso del lenguaje formal en la enseñanza de la estadística. Cabe destacar que el lenguaje oral formal y el lenguaje formal escrito estuvieron presentes en la mayoría del tiempo en las clases.

En cuanto al lenguaje no formal, los recursos que estuvieron presentes apoyaban partes del lenguaje formal, como la gesticulación indicativa u otros recursos semióticos como las tablas y las gráficas.

Del 100% de los segmentos analizados de cada video se registró el porcentaje en que usaron el lenguaje formal y del 100% de los segmentos analizados de cada video se registró en qué porcentaje utilizó el lenguaje no formal.

Figura 15. Resultados de la proporción de uso del lenguaje formal y lenguaje natural por profesores de la carrera de Psicología que imparten la materia de estadística.



En la figura 15 se observan los porcentajes en que cada profesor uso el lenguaje formal y el porcentaje en que utilizaron el lenguaje no formal. Tomandose en cuenta sólo algunos recursos semióticos del lenguaje natural como las tablas, gráficas, colores, los deícticos, gesticulación iconográfica, gesticulación indicativa, kinesis y el lenguaje formal, haciendo el registro de uso en minutos. .

## Capítulo V: Discusión

La investigación se realizó con la finalidad de hacer el análisis cualitativo de los recursos semióticos que utilizan los profesores en la enseñanza de la estadística de la carrera de Psicología en la FES Zaragoza y un análisis cuantitativo al obtener las proporciones en las que utilizan el lenguaje formal y el lenguaje no formal.

El uso del lenguaje formal para comunicar las ideas será la base principal para que la enseñanza-aprendizaje se dé, el profesor y los alumnos lleguen a un consenso en el cual puedan entablar una conversación (Ruiz, 2007), aunque en el caso de los resultados obtenidos y de las observaciones de los videos no fue así, los profesores tenían establecido lo que harían en las clases y casi toda se basaban en lo que escribían en el pizarrón, a excepción del profesor “J” que hizo el uso de la tecnología para explicar el tema que iba a desarrollar.

Sin dejar a un lado la parte no verbal, como los gestos y movimientos corporales, los profesores se apoyaban mucho de su discurso con algunos recursos semióticos del lenguaje no formal (véase tabla 11). Entre los recursos semióticos no formales de los cuales se apoyaban están la gesticulación indicativa, los deícticos, la gesticulación adaptadora y los reguladores del diálogo, los cuales los hacían de forma no verbal. En la investigación que realizó Radford (2006) encontró que el lenguaje no verbal o conductual cumplió una función adaptadora, esto permitía a los alumnos darse cuenta de que existe una intención comunicativa, son signos del lenguaje que regularán la negociación o dialogo con otros. Haciendo la observación y análisis de los videos hay un evidente apoyo de algunos gestos y movimientos corporales al hacer uso del lenguaje oral formal, como se muestran en los fragmentos de transcripción de la tabla 11, en dónde los recursos semióticos no formales que forman parte de los gestos apoyan la explicación oral del profesor.

Los profesores “G”, “E”, “J” y “H” utilizaron gestos y movimientos durante toda la clase, demostrando la intención comunicativa que tenían al utilizarlos, ya que

sólo los realizaban al explicar los temas que estaban dando en sus clases. En el análisis de los videos los alumnos no mostraban mayor interés cuando los profesores realizaban gestos y movimientos, inclusive los profesores no demostraron darle un mayor peso durante la enseñanza de los temas de estadística. En la investigación realizada por Mojica (2013) habla sobre el uso de recursos semióticos del lenguaje no formal y que éstos no son utilizados por los profesores de una manera consciente, no los manipulan con el objetivo de que haya un mayor impacto en el aprendizaje de la estadística por parte de los alumnos, por lo que el profesor de estadística debe aprender hacer uso de los recursos semióticos con el fin de que los que utiliza inconscientemente los use de manera más consciente e impacten en la enseñanza.

Existió predominio de gesticulaciones adaptadoras en los profesores “G”, “E”, “J” y “H” que imparten la materia de Estadística en la carrera de Psicología de la FES Zaragoza, con ésta gesticulación enfatizaban elementos de la estadística que consideran importantes del tema. Los movimientos corporales y expresiones faciales los usaron durante el transcurso de la clase, contrastado con lo que Arzarello (2009) decía sobre la importancia de los gestos que el profesor hace para regular la comunicación y permitir a los alumnos comprender lo que está explicando en la clase, tomando en cuenta que el lenguaje corporal toma más relevancia en la comunicación que el lenguaje oral y la escritura, por lo que proponía un uso más consciente de los gestos. La gesticulación adaptadora no mostró impacto alguno en los alumnos, y aunque tuvo una frecuencia alta (véase la tabla 12) al ser usado por los cuatro profesores de la muestra, los movimientos que realizaban no tenían relación con la estadística, por ejemplo, al mover un objeto y rascarse la cabeza.

Los códigos también juegan un papel importante en la comunicación y la enseñanza, ya que su función es que los sujetos puedan inferir los mensajes que el comunicador desea transmitir. Siendo que los profesores dentro de los recursos semióticos no formales que utilizaron se encuentra el movimiento de cabeza de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha para afirmar o negar una respuesta



que los alumnos daban. En la tabla 8 se observa ejemplos de la transcripción del profesor "J" en donde se observan los códigos que se utilizan comúnmente en las sociedades y que reforzaban o refutaban las respuestas de los alumnos. Camargo (2010) hacía referencia a uno de los códigos que principalmente se utilizan en las clases, los cuales son principalmente movimientos corporales y gestos. De igual manera, toma como referencia los videos analizados de las clases de estadística, los profesores tenían una postura casi firme, guardando silencio y observando a sus alumnos que en su mayoría cumplen la función de regular el diálogo entre dos o más personas y que a los profesores les permitía tomar el control de un grupo cuando se empezaba a perder la organización, son parte del recurso semiótico de gesticulación adaptadora en el diálogo.

El profesor "G" refirió al inicio de sus clases que en el comienzo del curso ya les habían dado los elementos básicos de los temas que estaban abordando durante la clase que fue grabada, por lo que ya existía un común acuerdo sobre lo que estaban viendo, lo que permitía al profesor entrar de lleno al lenguaje formal de la estadística, inclusive el profesor "G" comentó que hacía mayor uso del lenguaje formal porque en previas clases ya les había enseñado la teoría de los temas. Coll (2001) menciona que en la interacción entre profesor y alumno hay una concepción diferente hacia los significados de los signos matemáticos, por lo que el profesor, que es quien posee mayor conocimiento sobre el tema, tiene la obligación de poner en sintonía lo que entiende y lo que pueden llegar a entender sus alumnos.

Dentro de las estrategias o recursos semióticos que los profesores emplearon para facilitar la exploración y activación de los conocimientos previos y la elaboración de una representación inicial, destacaron cuatro, los cuales son: el recurso al marco de referencia, el recurso al marco específico de referencia, el recurso al contexto extralingüístico inmediato y la demanda de información a los alumnos (Coll, 2001), en donde los primeros tres fueron abordados con los conocimientos previos a las clases que ya tenían (antes de grabar la clases) y que al observar los videos son descubiertos a partir de las preguntas que hacían los

profesores con referencia al tema y en donde al resolver un ejercicio (que fue lo que se observó en las grabaciones) hacían los profesores la demanda de la nueva información a los alumnos. En el análisis observacional de los videos se observó que los profesores les comentaban a los alumnos que ya habían visto el tema y que sólo tenían que recordar lo ya visto.

Uno de los recursos semióticos más utilizados por los profesores “G”, “E”, “J” y “H” fue la gesticulación adaptadora indicativa, como ejemplo tenemos las veces que los profesores señalaban algo que habían escrito (véase la tabla 12).

El recurso semiótico más utilizado por los profesores fue el lenguaje oral formal (véase las tablas 12 y 13), básicamente el mayor porcentaje de tiempo de la clase se reflejó en el uso del lenguaje oral formal y escrito siendo utilizado para apoyar el lenguaje oral, Duval (2006) hacía mención de algunos recursos semióticos que más utilizan los profesores en la clases de matemáticas, destacando el uso únicamente de fórmulas, conceptos estadísticos, números, etc. (lenguaje formal) en la enseñanza de las matemáticas y al igual que las clases analizadas tal parece que hay una constante en el uso de los recursos semióticos formales.

En el análisis de los videos se observó que el lenguaje oral formal era acompañado de gestos y movimientos que servían de apoyo para explicar a los alumnos el tema, según los resultados de la tabla 12 concuerda con lo que Chen (2013) ya había descrito, explicando que los gestos son el complemento de cualquier otro recurso semiótico como las tablas, gráficas, uso de colores, objetos, figuras y cualquier otro elemento con que se pueda explicar la estadística., que aportan en los profesores mayor confiabilidad de su explicación ante sus alumnos. Aunque también mencionaba que los profesores de manera natural o inconsciente hacen uso de los gestos dentro de la comunicación. En el caso de los profesores “G”, “E”, “J” y “H” en el análisis de los videos se observó cómo los gestos complementaron la explicación de las tablas y gráficas que pusieron en el pizarrón.

Otra manera en la que se hicieron presentes los recursos semióticos formales, fueron de manera escrita, utilizando el pizarrón para escribir datos, fórmulas, símbolos y conceptos estadísticos, los cuales iban acompañados también de la explicación que estaba dando de manera oral. Batanero (2009) hacía alusión al uso del pizarrón como una manera de explotar recursos semióticos formales y utilizar algunos recursos semióticos no formales como las gráficas. En ellos los profesores escriben cuantas veces necesiten los elementos formales de la estadística. Por lo que los profesores demostraron hacer uso del pizarrón con el fin de escribir elementos para explicar los temas dados.

Lo observado en los videos permitió notar que los recursos semióticos que apoyaban el lenguaje formal fueron utilizados como apoyo al lenguaje formal de la estadística, sólo algunos movimientos corporales como la gesticulación indicativa los realizaron con la intención de señalar algunos elementos escritos en el pizarrón que apoyaban la explicación oral de los profesores. En la tabla 10 se observan fragmentos de transcripción de una clase del profesor "H" en donde se observa que al hacer uso del lenguaje formal oral era acompañado de los recursos semióticos no formales. Fernández (2008) realiza una controversia de si son conscientes los recursos verbales y no verbales en la comunicación, ya que la propuesta está en hacer uso de un mayor número de recursos semióticos no formales, sin embargo, para fines de la enseñanza de la materia de estadística, el que realicen gestos o movimientos corporales de manera inconsciente, es propio de la comunicación, la manera consciente es la que va más encaminada a recursos semióticos como parte de la enseñanza de la estadística.

El uso de diversos recursos semióticos como los colores y gráficas fue muy baja en las clases de los profesores participantes en la investigación (véase la tabla 4), en muy pocas ocasiones dibujaron tablas y gráficas, el profesor "H" hizo uso de colores a diferencia de los demás y aunque las tablas y gráficas fueron utilizadas en momentos en que tenían que explicar con mayor detenimiento el tema no agotaron otros recursos semióticos como colores, Díaz-Godino (2001) encontró que los profesores que hacían uso de colores, subrayado, letras de

diferente tamaño y comillas, mejoraron la enseñanza del lenguaje formal de la estadística, ya que permitía resaltar elementos importantes del tema, consiguiendo que permanecieran resaltados para los alumnos durante la mayoría de la clase.

Cabe destacar que se hizo muy poco uso de recursos semióticos diversos como fueron gráficas, tablas, colores y curvas de Gauss. En la tabla 11 se observan fragmentos de la transcripción del profesor “H” con un claro ejemplo del uso de la curva de Gauss para explicar el tema. Todo lo anterior fue usado como apoyo para resaltar partes importantes de lo escrito en el pizarrón, encerrando respuestas con algún cuadro o subrayándolas y gráficas que usaron para explicar algunos aspectos de las pruebas como un detalle más visual. D’Amore (2006) detalló la importancia que tiene el uso de recursos semióticos diversos en la enseñanza de las matemáticas y menciona que el uso de otros recursos permitía a los alumnos poner mayor atención en esos elementos que los profesores querían que los profesores comprendieran, comparado con lo que se observó por parte de los profesores “G”, “E”, “J” y “H”.

El profesor “J” hizo uso de un proyector y diapositivas, lo que daba pie a una diversidad de recursos dentro de las mismas diapositivas, principalmente el uso de tablas e imágenes en las diapositivas, pero a pesar de que pudo usar más recursos semióticos de nuevo se dio el dominio del lenguaje oral formal y el lenguaje escrito formal (véase la tabla 12). Las tecnologías han cambiado el mundo moderno (Gallardo, 2009), ya que a través de su uso la enseñanza en las aulas ha sufrido modificaciones, en las matemáticas permite mayor flexibilidad en la búsqueda de algunos recursos semióticos, como videos didácticos que explican de manera visual el lenguaje formal, esto relacionado con lo analizado del profesor “J” quien hizo uso de la tecnología y que le permitió mostrar elementos distintos a lo que se puede poner en el pizarrón, como el hecho de haber usado imágenes para ejemplificar algunos elementos.

El lenguaje corporal en general jugó un papel importante (véase la tabla 1), siendo de los recursos semióticos más usados y en donde la gesticulación indicativa fue importante ya que siempre iba acompañado del lenguaje oral formal

y parte del lenguaje escrito formal. En la tabla 5 se observan ejemplos del cómo el profesor “G” hizo uso del lenguaje corporal. Mojica (2013) hacía mención del signo kinestésico como un tipo de señalamiento para poder contar unidades simples y múltiples, con este medio semiótico se acude a la práctica cultural en la que se realizan conteos con los dedos, y no sólo conteo sino gesticulaciones y posturas que acompañan el lenguaje. Aunque en éste caso no tuvieron ninguna importancia más que para fines de la comunicación y no exactamente para la enseñanza de la estadística. Refleja lo encontrado en la observación de los videos, al ver la gesticulación indicativa como apoyo al discurso oral del profesor.

Llama la atención lo que dice Fernández (2008) acerca de los gestos y movimientos, de los cuales los profesores son más conscientes de los gestos y los movimientos de sus alumnos que los suyos, el profesor trata de promover un ambiente en su clase emocionalmente positivo y para esto, no depende mucho para ellos de los gestos o recursos comunicativos, sino que dependerá de la capacidad que tengan para reconocer las reacciones de los alumnos, por ejemplo, los profesores identifican movimientos de la cabeza de arriba-abajo o hacia los lados que expresan respuestas afirmativas o negativas. Y lo que se encontró en el análisis de los videos fue que los profesores observaban mucho a los alumnos esperando sus respuestas y gestos que les confirmarían que en verdad estaban comprendiendo el tema.

Los gestos son los que también predominaron en los recursos semióticos utilizados por los profesores, principalmente los gestos de adaptación considerados por Ariza (2007) como un sistema semiótico, en el cual se encuentran los movimientos corporales, posturas, la mirada, expresiones faciales, etc., que son de gran importancia en la comunicación. Los profesores hacían varios gestos (véase tabla 12), principalmente para enfatizar lo que decían del lenguaje de las matemáticas y los signos que les correspondían, por ejemplo, cuando hacían referencia a cantidades de mayor y menor realizaban movimientos con las manos para enfatizar.

El profesor “J” fue el que presentó un número muy pequeño de gesticulaciones, principalmente lo que hacía era manipular la computadora y la presentación que les pasaba a los alumnos, su movilidad era poca, sólo cuando tenía que señalar algún elemento de importante dentro de la presentación. Manghi (2010) mencionaba la importancia que tienen los gestos en conjunto con la postura, la mirada y las expresiones faciales, éstas en el caso del profesor “J” se encontraban limitadas a diferencia de los otros tres profesores, a causa de tener que manipular la computadora e ir cambiándole a la presentación.

"Los gestos se consideran en relación con el habla, y con todo el entorno en el que los significados matemáticos crecen: contexto, artefactos, la interacción social, la discusión, etc., las matemáticas, como una cuestión abstracta, tiene que ponerse de acuerdo con nuestra necesidad de ver, tocar, y manipular. Requiere signos perceptibles por lo que el medio ambiente es crucial en el proceso de enseñanza-aprendizaje". (Arzarello, 2005, pág. 127) y en el caso de los profesores “G”, “E” y “H” no sucedió así, a excepción del profesor “J”, quien manipuló el programa de análisis estadístico SPSS, y que permitió tener interacción con los alumnos al hacerlos pasar para manipular el programa. En general los profesores no hicieron uso del mayor número de recursos semióticos posibles.

Arzarello (2011) hacía referencia a la interpretación de los elementos importantes de las matemáticas, en este caso, los signos. Pero sin lugar a duda los recursos semióticos que se utilicen aportarán en mucho a la enseñanza de las matemáticas, (en el caso de la investigación de la estadística). Pero se encontró que efectivamente los profesores “G”, “E”, “J” y “H” se centraron en los signos propios del lenguaje formal de la estadística, pero el uso de los otros recursos semióticos no formales fue muy disminuido, exceptuando las tablas que fueron un recurso importante y que apoyaba mucho al tema que estaban enseñando, en el análisis cualitativo se notó que fue el recurso semiótico más usado y en el que pudieron integrar muchos elementos de la clase. Lograron resumir muchas cosas, además de que una tabla le daba orden a lo que se estaba aprendiendo. Lo que

apoya lo dicho por Arzarello (2011) en cuanto al uso de tablas para interpretar los signos matemáticos.

Otro elemento importante que se encontró en la construcción de la enseñanza-aprendizaje es la discusión entre profesor y alumnos, dentro de las discusiones que se pueden presentar se pondrán en juego gestos, habla y postura. (Bjuland, 2012), el cual permitirá una interacción constante entre recursos semióticos en la diada alumnos-profesor, el reflejo de esto lo podemos observar en la regulación del diálogo en el cual los profesores daban pie a que los alumnos fueran parte de la clase de una manera activa y la participación constante que había fue muy importante, los mismo alumnos mostraron algunos recursos semióticos que facilitaban dicha interacción. En la tabla 1 se observan los recursos semióticos del lenguaje corporal en donde los gestos son los que dominaron en la clase.

Los medios tecnológicos también juegan un papel importante en el aprendizaje de las matemáticas, los profesores deben ser capaces de que los alumnos puedan tener acceso a los recursos tecnológicos y que sean aprovechados de la mejor manera (Díaz-Godino, 2013). Y aunque actualmente aún se carezca de los recursos suficientes, hay profesores que tratan de hacer uso de éstos, por ejemplo, el profesor “J” hizo uso de una presentación proyectada para todo el grupo en el pizarrón, pero no es el medio lo que importa sino lo que contenga la presentación, allí se encuentran los recursos semióticos, aquellos que van a significar algo para los alumnos con el fin de aprovechar al máximo todo lo que las tecnologías nos ofrecen. En el caso del análisis se observó que a diferencia de los profesores “G”, “E” y “H”, al haber hecho uso el profesor “J” de la tecnología pudo le permitió tener otras alternativas de recursos semióticos como las imágenes.

Tampoco se deja de lado las ideas que los alumnos tienen de enseñanzas previas con respecto a la estadística, ya que está en base a lo que aprendieron culturalmente, socialmente y conceptualmente (Sáenz-Ludlow, 2006), Al parecer los profesores trataban de hacer un manejo de estas circunstancias pero todo a partir de lo que ellos les enseñaron en un principio, las clases que se grabaron permitieron observar el conocimiento previo que ya les habían dado para que

posteriormente pudieran resolver y comprender sólo el lenguaje formal sin necesidad de que les enseñarán con lenguaje no formal.



## **Capítulo VI: Conclusión**

Se concluye que los profesores en la enseñanza de la asignatura de estadística en la carrera de Psicología no hacen un uso más amplio de los recursos semióticos naturales que tienen disponibles. El predominio del lenguaje formal refleja la falta de disponibilidad por parte de los profesores para encontrar otras alternativas en la enseñanza de la estadística.

De los pocos recursos semióticos naturales que usaron, básicamente eran para aclarar dudas o resaltar alguna parte del tema que los profesores consideraban importantes.

Así mismo, en lo observado, los recursos semióticos diversos como los colores, las tablas y las gráficas tuvieron muy poco protagonismo en las clases de estadística, siendo usado de manera principal el lenguaje escrito formal, lo que ocupaba prácticamente todo el espacio del pizarrón.

Otro aspecto que se concluye es que, muchos de los posibles recursos semióticos no formales los profesores los utilizaron dentro de su comunicación corporal sin notarse un impacto importante sobre los alumnos en la enseñanza de los temas, como fue el caso de la gesticulación adaptadora, la kinesis, proxemia, paralenguaje y reguladores del diálogo, ya que a pesar de que los realizaron, ninguno tenía un fin concreto para contribuir a la enseñanza de la estadística.

Por lo que sería conveniente que los profesores sepan que el uso de recursos semióticos no formales puede contribuir en la mejora de la enseñanza de la estadística. Deben tomar consciencia de que hacer uso de un número más grande de recursos semióticos no formales (naturales) les sería de gran utilidad en la enseñanza de la estadística. Cabe destacar que el lenguaje formal no suplantarán los elementos numéricos de la asignatura, pero sería una alternativa que no tiene costo alguno y que se han venido haciendo investigaciones que muestran excelentes contribuciones a la enseñanza de la estadística.

### **Glosario:**

Enfoque ontosemiótico: es el conjunto de elementos didácticos entre ellos los recursos semióticos que facilitan la enseñanza de las matemáticas.

Gesticulación adaptadora: expresiones faciales, corporales o manuales dirigidas a algún objeto que acompaña el discurso oral.

Gesticulación iconográfica: son gestos que se realizan para imitar algo a lo que se hace referencia, como es mencionar la curva de Gauss y con la mano trazarla de manera imaginaria.

Gesticulación indicativa: gestos para indicar o señalar algo como es señalar con el dedo índice una fórmula escrita en el pizarrón.

Kinesia: gestos o posturas corporales que acompañan o sustituyen el lenguaje oral.

Lengua: es un conjunto de unidades y de relaciones, expresadas simbólicamente, que constituyen un sistema o una serie de sistemas entrelazados. (Adrados, 1973, p.p. 301-302)

Lenguaje: es un sistema complejo conformado por sonidos, signos, significados, estructuras fonológicas, los cuales en su conjunto permiten la comunicación de ideas, pensamientos, emociones entre otras funciones psíquicas.

Lenguaje corporal: es toda aquella conducta que implica gestos o movimientos corporales, los cuales deben tener una intención en la enseñanza de la estadística y no sólo se realicen de manera inconsciente. Dentro del lenguaje corporal podemos encontrar:

Lenguaje formal: es todo aquellos que involucré números, operaciones algebraicas, conceptos matemáticos, fórmulas y todo lo que sea parte de las matemáticas.

Lenguaje no formal: es el que se utiliza cotidianamente y que no implica el uso de algún elemento numérico o algebraico, con un impacto importante en nuestras relaciones día a día. (Gallardo, 2009)

Paralenguaje: tono, volumen de la voz, pausas.

Proceso multimodal: un conjunto de recursos semióticos no formales que contribuyen al entendimiento del lenguaje formal de las matemáticas., por ejemplo, usar tablas, colores y objetos para explicar una fórmula.

Pragmática: se encarga de estudiar la relación de los signos con los individuos, los significados personales que cada uno atribuye a cada signo.

Proceso semiótico: es aquel en donde se da el intercambio de signos y significados a partir de una realidad percibida y tendrá el fin de comunicar algo a los demás.

Proxemia: espacio social y personal durante la comunicación.

Recursos semióticos: son todos los signos y significados que usamos en un momento determinado (cuando el profesor los utiliza para explicar un tema) como son las palabras orales y escritas, los gestos, imágenes, objetos, números, fórmulas y otros (tablas, gráficas, imágenes, objetos, figuras).

Recursos semióticos diversos: signos que no contengan palabras aunque se puedan nombrar como las gráficas, dibujos, imágenes, colores, tablas, objetos, etc.

Reguladores del diálogo: expresiones para la alternancia de la comunicación como las pausas, posturas y miradas.

Semántica: encargada de estudiar los significados que tiene las relaciones de los signos.

Semiótica: ciencia que se encarga de estudiar los signos.

Signo: son convencionalismos porque son establecidos para que sean entendidos por un grupo o comunidad y determinados en común acuerdo.

Sintaxis: se encarga de estudiar cómo se relacionan los signos para dar coherencia a los signos.

Teoría de las funciones semióticas: pretende proporcionar un marco unificado para el estudio de las diversas formas de conocimiento matemático y sus respectivas interacciones en el seno de los sistemas didácticos. (Díaz-Godino, 2005)

## Referencias

- Adrados, F. R. (1973). La lengua en la ciencia contemporánea y en la filosofía actual. *Revista española de lingüística*. 3 (2), 297-322.
- Ariza, M. (2007). Hacia una interpretación semiótica de los signos matemáticos. *Mathesis III*. 2 (2), 227-251.
- Ariza, M. (2009). Noesis, semiosis y matemáticas. *Mathesis III*. 4 (2), 1-18.
- Arzarello, F. (2005). Gesture and the construction of mathematical meaning. In *pme conference*. 29 (1), 123-154.
- Arzarello, F. (2007). Semiotic games: The role of the teacher. In *Proceedings of the 31st Conference of the International group for the psychology of mathematics education*. 2, 17-24.
- Arzarello, F. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational studies in mathematics*. 70, 97-107.
- Arzarello, F. (2011). Semiotic and theoretic control in argumentation and proof activities. *Educational studies in mathematics*. 77, 189-206.
- Bartolini, M. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *Handbook of international research in mathematics education, New York*, 1-56.
- Batanero, C. (2009). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las ciencias*. 28 (1), 141-154.
- Bendegem, J. (2013). Significs and mathematics: creative and other subjects. *Semiótica*. (196), 307-323.
- Beuchot, M. (2004). *La semiótica. Teorías del signo y el lenguaje en la historia*. México. Fondo de cultura económica.
- Bjuland, R. (2012). The mediating role of a teacher's use of semiotic resources in pupils early algebraic reasoning. *Mathematics education*. (44), 665-675.

- Camargo, A. (2010). La relación lenguaje y conocimiento y su aplicación al aprendizaje escolar. *Folio*. 31, 105-122.
- Cantoral, R., Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*. 42 (14), 1-22.
- Castañeda, A. (2004). La reprobación en matemáticas. Dos experiencias. *Tiempo de educar*. 5 (9), 141-172.
- Coll, C. (2001). Estrategias discursivas y recursos semióticos en la construcción de sistemas de significados compartidos entre profesor y alumnos. *Investigación en la escuela*. (45), 21-32.
- Chen, C. (2013). The interplay among gestures, discourse, and diagrams in students' geometrical reasoning. *Educational studies in mathematics*. 83, 285-307.
- Chitera, N. (2009). Code-switching in a college mathematics classroom. *International Journal of multilingualism*. 6 (4), 426-442.
- D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. Número especial, 177-195.
- De Castro, C. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en educación infantil. *Revista de didáctica de las matemáticas*. 80, 53-70.
- De Lorenzo, J. (1994). El discurso matemático: ideograma y lenguaje natural. *Mathesis*. 10, 235-254.
- De Posada, J. (2002). Memoria, cambio conceptual y aprendizaje de las ciencias. *Revista electrónica de enseñanza de las ciencias*. 1 (2), 92-113.
- Díaz-Godino, J. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación. *Educación matemática*. 196-212.
- Díaz-Godino, J. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Revista Educación matemática*. 12 (1), 70-92.
- Díaz-Godino, J. (2001). El análisis semiótico como técnica para determinar significados. *Universidad pedagógica experimental libertador*. 1-18.

- Díaz-Godino, J. (2005). Teoría de las Funciones Semióticas en Didáctica de las Matemáticas. *Yupana*, 1 (2), 43-60.
- Díaz-Godino, J. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico- semiótico de la cognición matemática. *Reserches en Didactique des Mathématiques*, 26 (1), 39-88.
- Díaz-Godino, J. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. 9 (1), 117-150.
- Díaz-Godino, J. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *The International journal on mathematics education*. 39, 127-135.
- Díaz-Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. 8 (11), 111-132.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La gaceta de la RSME*. 9 (1), 143-168.
- Escotto, E. (2007). *Lingüística, neuropsicología y neurociencia ante los trastornos del desarrollo infantil*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Fanaro, M. (2005). Las imágenes en los materiales educativos: las ideas de los profesores. *Revista electrónica de enseñanza de las ciencias*. 4 (2), 1-24.
- Fernández, I. (2008). ¿Son conscientes los profesores de secundaria de los recursos comunicativos verbales y no-verbales que emplean en el aula? *Revista iberoamericana de educación*. 46 (6), 1-13.
- Figueras, E. (1994). La interacción lenguaje-pensamiento y la construcción de los conceptos matemáticos en Primaria. *SUMA, València*, 16, 29-34
- Forero-Sáenz, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de matemáticas. *University Psychology*. 7 (3), 787-805.
- Gallardo, A. (2009). Formas semánticas equivalentes en problemas del pasado y el presente. *Educación matemática*. 21 (3), 67-94.

- Hernández, R. (2010). *Metodología de la investigación*. México. Mc Graw Hill.
- Hernando, H. (2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Investigación pedagógica*. 12 (3), 13-31.
- Inglada, N. (2003). Significados institucionales y personales de la derivada. Conflictos semióticos relacionados con la notación incremental. *XIX Jornadas del seminario interuniversitario de investigación en didáctica de las matemáticas*. 1-18.
- Lupiañez, J. (2009). Investigación en educación matemática: pensamiento numérico. *Electronic journal of research in educational psychology*. 7 (17), 239-242.
- Manghi, D. (2010). Recursos semióticos del profesor de matemáticas: funciones complementarias del habla y los gestos para la alfabetización científica escolar. *Estudios pedagógicos*. 36 (2), 99-115.
- Manghi, D. (2011). La perspectiva multimodal sobre la comunicación. Desafíos y aportes para la enseñanza en el aula. *Revista electrónica diálogos educativos*. 22, 3-14.
- Manghi, D. (2014). Medios semióticos y definiciones multimodales en las clases de ciencias naturales y ciencias sociales en una escuela para jóvenes sordos. *Revista semestral de lingüística, filología y traducción*. Número especial. 37-56.
- Mojica, J. (2013). Medios semióticos de objetivación en estudiantes de sexto grado cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo. / *CEMACYC*. 1-9.
- Ongstad, S. (2006). Mathematics and mathematics education as triadic communication? A semiotic framework exemplified. *Educational studies in Mathematics*. 61 (1-2), 247-277.
- Planas, N. (2011). Language identities in students' writings about group work in their mathematics classroom. *Language and education*. 25 (2), 129-146.
- Presmeg, N. (2006). Semiotics and the "connections" standard: Significance of semiotics for teachers of mathematics. *Educational studies in mathematics*. 61 (1-2), 163-182.



- Puig, L. (2003). Signos, textos y sistemas matemáticos de signos. *Matemática educativa: aspectos de la investigación actual*. 1-13.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. Número especial. 103-129.
- Radford, L. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. 12 (29), 215-250.
- Rosas, R. (2000). Más allá del Mortal Kombat: Diseño y evaluación de videojuegos educativos para lenguaje y matemáticas del nivel básico 1. *PYSKHE*. 9 (2), 125-141.
- Ruiz E. (2007). Explorando el uso de estrategias discursivas y semióticas en la construcción guiada del conocimiento. *Educar*. 37, 77-94.
- Sáenz–Ludlow, A. (2006). Guest editorial semiotic perspectives on learning mathematics and communicating mathematically. *Educational studies in mathematics*. 61 (1), 1-10.
- Sastre, P. (2008). La comprensión: proceso lingüístico y matemático. *Revista iberoamericana de educación*. 46 (8), 1-9.
- Saussure, F. (1945). *Curso de lingüística general*. Buenos Aires. Editorial Losada
- Seeger, F. (2011). On meaning making in mathematics education: social, emotional, semiotic. *Educational studies in mathematics*. 77, 207-226.
- Serrano, W. (2005). ¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático? *Sapiens. Revista universitaria de investigación*. 6 (1), 47-59.
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en educación matemática XI*. 19-52.
- Socas, M. (2012). El análisis del contenido matemático en el enfoque lógico semiótico (ELOS). Aplicaciones a la investigación y al desarrollo curricular. *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática*. 1-22.
- Solovieva, Y., Lázaro, E., Rosas, Y., Quintanar, L., Escotto, A., Sánchez, J. (2014). Mathematics acquisition in Mexico: Research on teaching, acquisition difficulties, and correction. *Psychology & neuroscience*. 7 (4), 481-491.

- Spaepen, E. (2011). Number without a language model. *PNAS*. 108 (8), 3163–3168.
- Tamayo, Ó. (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Educación y pedagogía*. 18 (45), 37-49.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en didactique des mathématiques*. 10 (2), 1-21.
- Viera, A. (2009). El desarrollo del lenguaje y la actividad matemática, dos elementos básicos en la práctica educativa en la etapa infantil. *Tribuna abierta*. 12, 77-86.
- Vile, A. (1999). What can semiotics do for mathematics education?. *Advances in mathematics education*. 1 (1), 87-102.
- Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno lógicas*. 19, 63-85.
- Wilhelmi, M. (2005). Bases empíricas de modelos teóricos en didáctica de las matemáticas: Reflexiones sobre la Teoría de Situaciones Didácticas y el Enfoque Ontológico y Semiótico. In *Colloque International «Didactiques: quelles references epistemologiques»*.