



# Universidad Nacional Autónoma De México

---

---

## Facultad de Ciencias

Medición de movimiento de una micropartícula en pinzas  
ópticas embebidas en un interferómetro de Sagnac

# T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A:

Ivan Galinskiy



DIRECTOR DE TESIS:  
Dr. Mathieu Christian Anne Hautefeuille

Ciudad Universitaria, Ciudad de México, 2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno  
Galinskiy  
Ivan  
(55) 2494-6038  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Física  
412490048
2. Datos del tutor  
Dr  
Mathieu Anne Christian  
Hautefeuille
3. Datos del sinodal 1  
Dra  
Karen  
Volke  
Sepúlveda
4. Datos del sinodal 2  
Dr  
Mayo  
Villagrán  
Múñiz
5. Datos del sinodal 3  
Dr  
Fernando  
Ramírez  
Martínez
6. Datos del sinodal 4  
Dra  
Rocío  
Jáuregui  
Renaud
7. Datos del trabajo escrito  
Medición de movimiento de una micropartícula en pinzas ópticas embebidas en un interferómetro de Sagnac  
32 p  
2016

# Medición de movimiento de una micropartícula en pinzas ópticas embebidas en un interferómetro de Sagnac

Ivan Galinskiy<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, 04510, Ciudad de México, México

## Resumen

Hemos construido un arreglo de pinzas ópticas contrapropagantes embebidas en un interferómetro de Sagnac con el propósito de incrementar la sensibilidad de determinación de posición para partículas atrapadas con haces contrapropagantes y ortogonalmente polarizados. La mejora en la determinación de la posición ha sido descrita previamente por Taylor *et al.* [Journal of Optics 13, 044014 (2011)] para partículas del régimen dipolar (Rayleigh) atrapadas en un antinodo de una onda estacionaria. Generalizamos su teoría al caso experimentalmente importante de partículas de tamaño arbitrario atrapadas con haces contrapropagantes polarizados ortogonalmente, con la condición de simetría de la partícula con respecto al plano focal y suponiendo una respuesta dieléctrica lineal. La distancia de trabajo del arreglo fue lo suficientemente grande para poder inducir oscilaciones de la partícula ortogonalmente al eje de las pinzas, usando un haz láser auxiliar. Usando estas oscilaciones como referencia, hemos mostrado experimentalmente que la interferometría de plano focal posterior aumentada con interferometría de Sagnac es capaz de proveer una mejora en la relación señal-fondo, correspondiente a una mejora de más de 30 veces en la relación señal-ruido. Los resultados obtenidos son consistentes con nuestras predicciones teóricas. En el arreglo experimental, hemos usado un método óptico de introducción de las gotas micrométricas a la región de atrapamiento de las pinzas ópticas. La generación de las microgotas fue llevada a cabo con el uso de tecnología comercial de inyección de tinta, con un método innovador de control de tamaño de las microgotas. Este trabajo original se derivó en el artículo del autor, “Measurement of particle motion in optical tweezers embedded in a Sagnac interferometer” por Galinskiy *et al.*, publicado en Opt. Express 23, 27071-27084 (2015).

# 1. Introducción

Las técnicas de levitación óptica y pinzas ópticas fueron introducidas por A. Ashkin *et al.* en 1971 y 1986 respectivamente [1, 2]. Desde entonces, las aplicaciones para la micromanipulación óptica han crecido enormemente. Por ejemplo, la simplicidad y eficiencia del arreglo de pinzas ópticas de un haz las hizo populares en las ciencias biomédicas, donde se hizo posible manipular células individuales sin hacer contacto mecánico con ellas, como por ejemplo separación adaptativa de células [3]. La gran ventaja de las pinzas ópticas es que el mismo objetivo de microscopio se usa tanto para atrapar (es decir, formar el cono de luz altamente convergente para la trampa óptica), como para visualizar el objeto bajo estudio. Por esto, las pinzas ópticas pueden ser incorporadas sin modificaciones mayores en cualquier tipo de microscopio avanzado [4, 5]. Las pinzas ópticas entonces han evolucionado a un instrumento estándar en microbiología [6].

A continuación, introducimos los conceptos básicos de la micromanipulación óptica:

## 1.1. Fuerzas ópticas

Clásicamente, se puede asociar momento a la luz. La densidad de momento de una onda electromagnética libre en la teoría clásica de campos es (en MKS) [7]:

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{1}{c} \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{c^2} \mathbf{S} \quad (1)$$

donde  $\mathbf{S}$  es el vector de Poynting. De aquí también sigue que un cambio de, por ejemplo, la dirección de propagación, lleva a un cambio de la densidad de momento de la luz. Para nuestros propósitos (propagación en el régimen de óptica de rayos u óptica geométrica), nos interesa el comportamiento de ondas planas (que son los rayos que estaremos considerando). Afortunadamente, para ondas planas el comportamiento es especialmente sencillo y el cambio de densidad de momento ante cambio de dirección de propagación es simplemente (en vacío):

$$\Delta \boldsymbol{\rho} = \frac{I}{c^2} \Delta \hat{\mathbf{k}} \quad (2)$$

con  $\Delta \hat{\mathbf{k}}$  siendo el cambio de la dirección de propagación unitaria de las ondas planas y  $I$  la intensidad de radiación de las ondas planas. En esta expresión, tomamos un promedio temporal para excluir las rápidas oscilaciones del campo electromagnético. Esta densidad de momento nos permite determinar la presión de radiación al multiplicarla por  $c$ . Por ejemplo, la presión de radiación de luz normalmente incidente sobre un

espejo ideal es igual a:

$$p = \frac{2I}{c} \quad (3)$$

donde el factor de 2 sigue del hecho que la luz se refleja (i.e. el cambio de  $\hat{\mathbf{k}}$  es igual a  $2\hat{\mathbf{k}}$ ).

### 1.1.1. Fuerzas ópticas sobre una esfera (régimen geométrico)

En nuestro caso experimental, partículas esféricas de un dieléctrico homogéneo interactúan con varios campos ópticos. Afortunadamente, este caso es el más estudiado en la literatura sobre la teoría de atrapamiento óptico de micropartículas. En general, el carácter del esparcimiento de la luz depende fuertemente del diámetro de la micropartícula  $d$  y su relación a la longitud de onda de la luz  $\lambda$  que se usa para el atrapamiento. Usualmente se distinguen tres casos:

1. Régimen de Rayleigh:  $d \ll \lambda$ . En este régimen, el comportamiento de la partícula es similar al de un dipolo eléctrico. Es por esto que este es el único caso para que existen resultados analíticos satisfactorios que predicen la fuerza sobre la partícula. Típicamente, la partícula tiene que cumplir  $d < \lambda/10$ .
2. Régimen de óptica de rayos (óptica geométrica o régimen geométrico):  $d \gg \lambda$ . Aquí la partícula es lo suficientemente grande como para que se pueda usar la aproximación de eikonal, es decir ver la propagación del campo de la luz como un conjunto de rayos, cada uno refractándose de manera individual en la partícula. Típicamente, este régimen es una buena aproximación cuando  $d > 5\lambda$ . Para hacer predicciones cuantitativas en esta aproximación, es necesario calcular numéricamente los cambios de dirección de propagación de cada rayo y sumar todas sus contribuciones.
3. Régimen de Mie. Estrictamente, el régimen de Mie no es un régimen per se, sino la teoría general que describe el esparcimiento de luz por esferas dieléctricas uniformes. Esta teoría se usa para partículas con tamaños que no caen ni al régimen de Rayleigh ni al régimen de óptica geométrica. Además, predice efectos no descritos por ambas de estas teorías, como la formación de resonancias en el régimen de óptica geométrica. La dificultad de aplicar la teoría de Mie se encuentra en la necesidad de descomponer el campo incidente sobre la partícula en armónicos esféricos, lo cual es computacionalmente caro.

Dado que las partículas usadas en nuestro trabajo son lo suficientemente grandes ( $d \approx 11 \mu\text{m}$ ) comparadas con la longitud de onda de la luz de atrapamiento ( $\lambda = 532 \text{ nm}$ ), es más que justificado el uso del régimen geométrico.

En el régimen geométrico, los componentes de la fuerza que un solo rayo ejerce al refractarse en una esfera dieléctrica uniforme esta dada por: [8]

$$F_Z = F_s = \frac{n_1 P}{c} \left( 1 + R \cos(2\theta) - \frac{T^2 (\cos(2\theta - 2r) + R \cos(2\theta))}{1 + R^2 + 2R \cos(2r)} \right) \quad (4)$$

$$F_Y = F_g = \frac{n_1 P}{c} \left( R \sin(2\theta) - \frac{T^2 (\sin(2\theta - 2r) + R \sin(2\theta))}{1 + R^2 + 2R \cos(2r)} \right), \quad (5)$$

donde  $\theta$  y  $r$  son los ángulos de incidencia y refracción correspondientemente, y  $R$  y  $T$  son los coeficientes de transmisión de intensidad para este rayo (estos coeficientes están dados por las ecuaciones de Fresnel).  $n_1$  es el índice de refracción del medio en el que se encuentra la partícula y  $P$  es la potencia de este rayo en particular. Note que las expresiones para la fuerza incluyen las múltiples reflexiones internas que le ocurren a un rayo entrante a una esfera. Finalmente, la componente  $F_Z = F_s$  apunta en la dirección del rayo entrante y se denomina la *fuerza de esparcimiento* y es una fuerza no conservativa. La componente  $F_Y = F_g$  apunta perpendicularmente al rayo de entrada, se encuentra en el plano de incidencia y, cuando es positiva, apunta hacia el mismo lado al que se desvía el haz de entrada (vea la figura 1). Esta componente de la fuerza se llama *fuerza de gradiente* y es una fuerza conservativa.

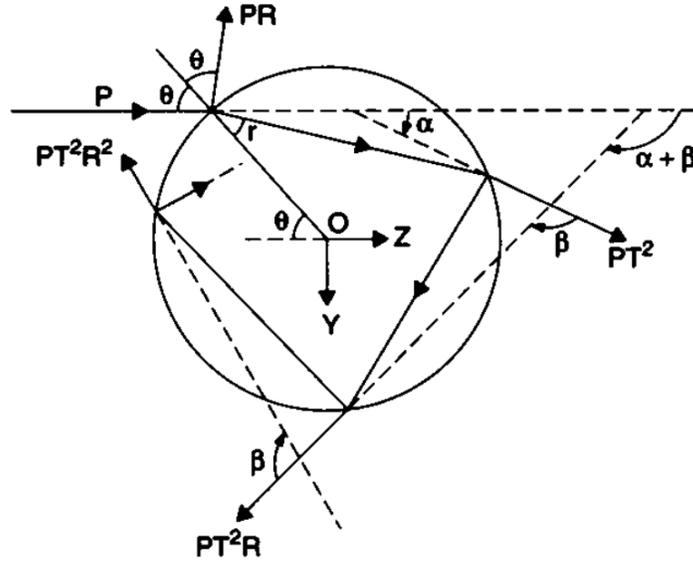


Figura 1: Fuerzas ópticas producidas por un rayo entrante en una esfera dieléctrica. Figura adaptada de [8].

Estas expresiones fueron usadas para crear un programa de simulación numérica [9] que usamos en este trabajo.

Todo lo anterior se aplica a un solo rayo. Dado que es necesario sumar las contribuciones de todos los rayos, el resultado final (la fuerza óptica) dependerá enteramente del tipo de aplicación a mano. A continuación revisaremos las dos aplicaciones más populares de las fuerzas ópticas, ambas usadas fuertemente en este trabajo.

## 1.2. Levitación óptica

La levitación óptica fue una de las primeras aplicaciones serias de las fuerzas ópticas [1]. En levitación óptica, se usa un haz láser vertical débilmente enfocado, lo cual quiere decir que el ángulo de convergencia de este haz es bastante pequeño, típicamente de orden de 10 mrad. Este haz crea una fuerza que se debe al enfocamiento de luz casi colimada por la partícula dieléctrica. Al enfocarse, la proyección del momento de la luz sobre su dirección de propagación disminuye (ya que el cono de luz saliente “se abre”, vea la figura 2), lo cual implica la creación de una fuerza sobre la partícula. Esta fuerza es a lo largo de la propagación de la luz. Si el haz se direcciona hacia “arriba” (es decir, en dirección contraria al vector de aceleración gravitacional local), la fuerza óptica compensará la gravedad. Esto, dada una suficiente potencia del haz, permite levitar la partícula. Y para estabilidad horizontal, una fuerza de gradiente relativamente débil crea una trampa horizontalmente estable [10]. La levitación óptica no requiere de grandes aperturas numéricas (NA) para el atrapamiento. Por lo tanto, su mayor ventaja es la distancia de trabajo grande de la óptica enfocante. Esta propiedad ha sido usada, por ejemplo, para determinar la carga eléctrica de partículas de aceite levitadas [11].

## 1.3. Pinzas ópticas

Por el otro lado, en pinzas ópticas de haz único, un haz fuertemente enfocado se usa para crear una trampa tridimensional puramente óptica que, a diferencia del caso de la levitación óptica, no requiere de ninguna fuerza externa para la estabilidad [2]. En términos visuales simplificados, en pinzas ópticas de un solo haz (en el régimen geométrico), todos los rayos son normales a la superficie de la partícula cuando esta se encuentra en el punto de equilibrio (que en este modelo coincide con el punto focal). Al desplazar la partícula perpendicularmente a la dirección de propagación del haz, la refracción hace que los rayos salientes se desvíen *hacia el desplazamiento* (figura 3(c)), lo cual crea una fuerza que se opone al desplazamiento de la partícula. Por otro lado, si la partícula es desplazada a lo largo del haz, entonces un desplazamiento hacia

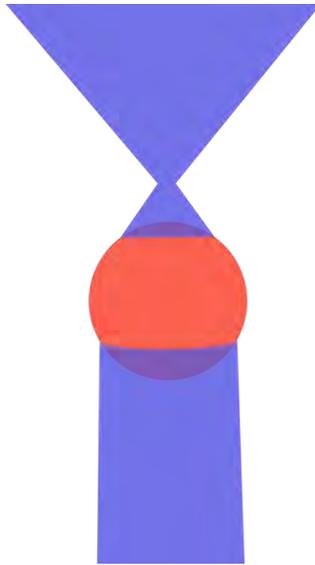


Figura 2: Diagrama simplificado de esparcimiento de rayos (azul) por una partícula dieléctrica (esfera roja) en un levitador óptico. Note el cambio de la divergencia de la luz que se propaga desde abajo hacia arriba.

la fuente de luz hace que el cono de los rayos salientes se “abra”, es decir, que se vuelva más divergente (figura 3(b)). Ya que esto reduce la proyección del momento total sobre el eje de propagación, la partícula “siente” una fuerza que la devuelve a su posición de equilibrio. Análogamente, si la partícula se mueve en la dirección opuesta, la divergencia de los rayos salientes se reduce, lo cual, otra vez, devuelve a la partícula a su posición estable (figura 3(a)).

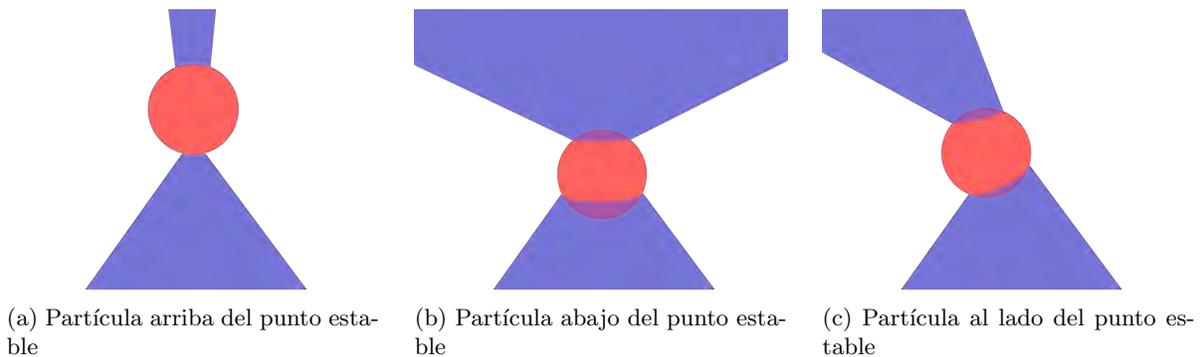


Figura 3: Ilustraciones simplificadas de desviación de rayos de luz (conos azules) por una partícula transparente (esfera roja). En todos los casos, la luz se propaga desde abajo hacia arriba.

La limitación principal de pinzas ópticas de haz único es la alta apertura numérica necesaria para el atrapamiento, lo cual reduce severamente la distancia de trabajo del objetivo de microscopio o lente siendo usada. Este requerimiento sigue de la existencia de fuerzas que tratan de sacar a la partícula de la trampa

(son las fuerzas de esparcimiento que definimos antes). Estas fuerzas hacen que se reduzca la región donde la partícula puede permanecer atrapada (la línea roja en la gráfica 4). En el límite de aperturas numéricas muy pequeñas, las pinzas ópticas se convierten en un levitador óptico que no tiene un punto estable de atrapamiento y necesita de fuerzas externas (por ejemplo, gravedad) para crearlo.

Un arreglo de pinzas ópticas también puede ser *contrapropagante*, es decir compuesto por dos haces propagando en direcciones contrarias. Varias implementaciones de tales arreglos existen. La implementación más común de este método consiste de dos haces de atrapamiento enfocados en el mismo punto focal por un par de lentes [12]. Este arreglo permite reducir la apertura numérica necesaria para un atrapamiento exitoso y así, incrementar la distancia del trabajo de la óptica en uso [13]. Esto se debe a que las fuerzas de esparcimiento se cancelan entre sí cuando hay dos haces contrapropagantes (la línea verde en la gráfica 4). Esto incrementa notablemente la región de atrapamiento estable, haciendo posible usar aperturas numéricas mucho más pequeñas sin perder el punto de atrapamiento. Esto también es evidente a partir de las consideraciones de simetría, ya que el sistema se vuelve invariante ante reflexiones con respecto al plano focal, forzando la misma simetría en la fuerza como función de desplazamiento a lo largo del haz.

Esta es la implementación que será considerada en el resto de este trabajo. Alternativamente, se han realizado pinzas ópticas contrapropagantes basadas en fibra, donde dos fibras ópticas se enfrentan a una distancia de varios cientos de micrómetros [14]. Este arreglo se ha usado, por ejemplo, para estirar células individuales de manera no-destructiva y sin contacto mecánico [15].

#### 1.4. Interferometría de plano focal posterior (BFP)

Una de las propiedades más importantes de pinzas ópticas es su capacidad de medir precisamente la posición de la partícula atrapada. Por ejemplo, los pasos individuales del movimiento de una biomolécula se pudieron resolver al integrar un interferómetro basado en un prisma de Wollaston a las pinzas ópticas [16]. El método que se usa con más frecuencia para medir la posición de una partícula atrapada en pinzas ópticas es la interferometría de plano focal posterior (BFP por sus siglas en inglés), en la cual el plano focal posterior de la lente condensadora es proyectado sobre un fotodetector, típicamente un fotodiodo de cuadrante (QPD por sus siglas en inglés) [17].

Se usa específicamente el plano focal posterior del objetivo (o del condensador, dependiendo del sistema en cuestión) ya que este plano, por definición, contiene la transformada de Fourier del campo de luz esparcido por los objetos plano de objetos (“object plane”, que es dónde se encuentra la partícula atrapada) [17]. En práctica, esto quiere decir que la luz saliente del plano de objetos a un ángulo  $\theta$  con respecto al eje óptico se

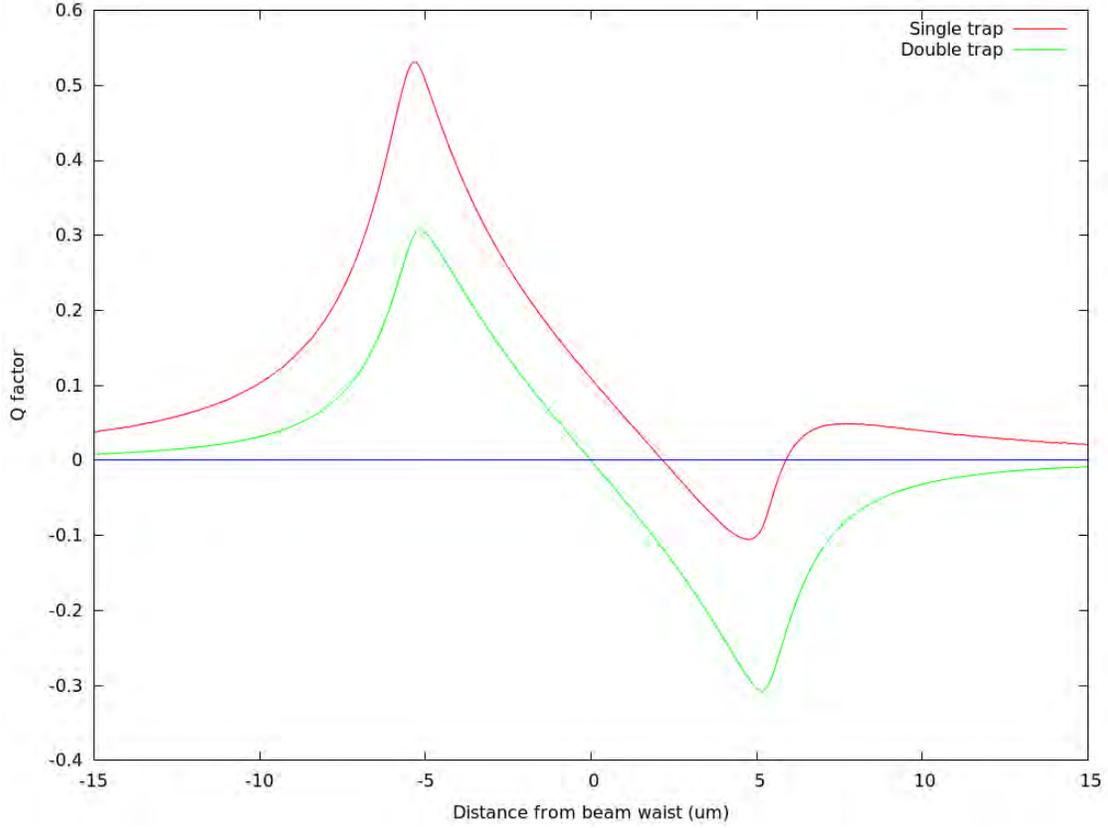


Figura 4: Coeficiente de fuerza  $Q$  (dado por  $Q = F/(P/c)$ , con  $P$  siendo la potencia total del láser) como función del desplazamiento (a lo largo del haz) del centro de la partícula respecto al punto focal del haz. La partícula es de vidrio ( $n = 1.5$ ), de  $10\ \mu\text{m}$  de diámetro, atrapada en aire con pinzas ópticas de un solo haz (línea roja) y con pinzas ópticas contrapropagantes (línea verde). Simulación hecha con `ray-opto-tweezer-sim` [9]

encontrará a una distancia radial  $r$  dada por:

$$r = f \sin(\theta) \quad (6)$$

con  $f$  la distancia focal efectiva del objetivo. Esto asume que el objetivo cumple con la condición de Abbe. Dado que cualquier movimiento de la partícula cerca del punto del equilibrio necesariamente desvía la luz (para crear una fuerza de restitución), es justo este desvío que la interferometría del plano focal posterior detecta. Matemáticamente hablando, la distribución espacial de la intensidad en el plano focal posterior es proporcional a la distribución de la intensidad en el espacio de vectores de onda,  $I(\mathbf{r})d^2r \propto I(\mathbf{k})d^2k$ , que es evidentemente la distribución de momentos de la luz. Es por esto que el plano focal posterior es el candidato natural para medir la fuerza ejercida sobre la partícula en cada momento. Dado que la relación entre la fuerza

y la posición de la partícula es una función lineal en un rango significativo (vea la figura 4), esto permite inferir la posición de la partícula fácilmente.

La naturaleza interferométrica de este método proviene del hecho que en el plano focal posterior esencialmente se detecta la interferencia entre la luz de atrapamiento no esparcida y la luz esparcida por la partícula. Para inferir la posición de la partícula en una dirección, es suficiente con detectar el desequilibrio de potencia entre, por ejemplo, las mitades derecha e izquierda del plano focal posterior (el desplazamiento del campo de intensidad se ilustra en la figura 5), lo cual típicamente se hace con un detector de fotodiodo de cuadrante [17].

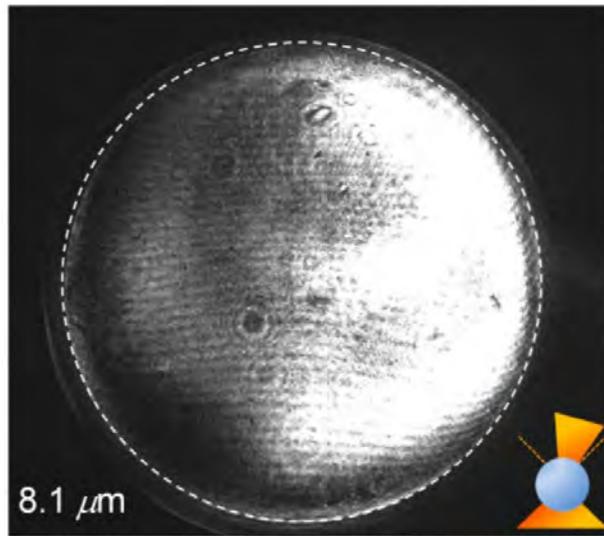


Figura 5: Una imagen del plano focal posterior cuando la partícula está desplazada para un lado. Note el desequilibrio de potencia entre las mitades izquierda y derecha. Imagen adaptada de [18].

Mientras la interferometría de plano focal posterior permite obtener una resolución nanométrica en la medición de la posición de partículas micrométricas [19], está sujeta al ruido de disparo como cualquier otro método de medición óptico. Esto limita fundamentalmente la resolución de medición de posición de partículas de cualquier tamaño. Los efectos limitantes del ruido de disparo sobre la medición de la posición de partículas de Rayleigh, es decir partículas mucho menores a la longitud de onda de la luz de atrapamiento, fueron mostrados teóricamente por Taylor *et al.* [20]. Ellos asumieron el atrapamiento de la partícula en un antinodo de la onda estacionaria producida por haces contrapropagantes con la misma polarización.

## 1.5. Interferómetro de Sagnac

En este trabajo usamos fuertemente la interferometría de Sagnac para alcanzar una reducción de ruido. La idea de operación del interferómetro de Sagnac es sumamente sencilla: consiste en mandar haces contrapropagantes por el mismo camino y recombinarlos. Es por esto que el interferómetro de Sagnac se llama también un “interferómetro de camino común”. El hecho de que los haces compartan el mismo camino óptico (bajo alineamiento correcto, claro) significa que, en particular, el interferómetro de Sagnac es mucho menos sencillo a fluctuaciones mecánicas en el sistema que otros interferómetros. El principio de operación del interferómetro de Sagnac es como sigue (en referencia al arreglo de la figura 6):

1. El campo de entrada es dividido por el divisor de haz en dos partes.
2. Cada uno de los haces resultantes se propaga por el interferómetro, compartiendo el camino óptico con el otro haz, pero con dirección de propagación opuesta.
3. Los haces regresan y se recombinan en el divisor de haz. Pero al llegar al tal llamado “puerto oscuro”, el haz que viajó en dirección de las manecillas del reloj (CW) habrá sufrido una reflexión desde un medio con mayor índice (su primera reflexión en el divisor) y una reflexión desde un medio con menor índice (su segunda reflexión en el divisor que ocurre *adentro del divisor*). Esto implica un corrimiento de fase de  $\pi$  adicional, lo cual equivale a una inversión de signo. Mientras tanto, el haz que viajó en dirección contraria a las manecillas del reloj (CCW) no sufriría ninguna reflexión, sino solo transmisiones en el divisor, lo cual implica que su corrimiento de fase es nulo.
4. El resultado es que en el “puerto oscuro”, los haces están en antifase e interfieren destructivamente. Note que las reflexiones en los espejos no importan al final ya que los haces pasan por los mismos caminos.

Nota histórica: el interferómetro de Sagnac originalmente fue diseñado y usado por Sagnac para medir la velocidad de rotación del interferómetro para probar algunos resultados de varias teorías de éter de aquél tiempo y después, la teoría de relatividad. La rotación en este caso hace que los haces ya no sean equivalentes, con uno viajando una distancia efectiva mayor a la del otro, lo cual crea un corrimiento de fase detectable. Esto es ampliamente usado en la actualidad para crear giroscopios láser muy precisos para sistemas de navegación inercial de uso aeroespacial. Nuestro uso de este interferómetro, sin embargo, usa sus otras propiedades que describiremos a detalle posteriormente.

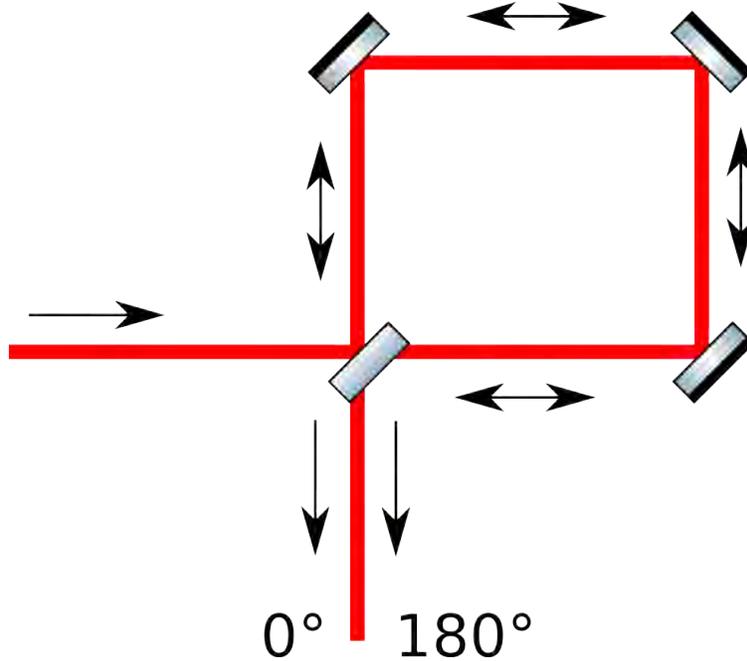


Figura 6: Esquema simplificado de un interferómetro de Sagnac. La luz entrante desde la izquierda se separa por el divisor de haz, pasa por el arreglo de espejos y se recombina otra vez en el mismo divisor de haz, formando el haz de “puerto oscuro” que va hacia abajo.

## 1.6. Motivación para el trabajo

Al embeber un arreglo de pinzas ópticas contrapropagante en un interferómetro de Sagnac, es posible atenuar selectivamente el campo de atrapamiento y al mismo tiempo preservar los componentes asimétricos del campo que portan información sobre la posición de la partícula. Esto incrementa la relación señal-fondo y, consecuentemente, la relación de señal-ruido, como fue mostrado teóricamente en [20] por Taylor *et al.* para el caso de esparcidores de Rayleigh.

Existen muchas aplicaciones de pinzas ópticas contrapropagantes que usan partículas con tamaños comparables o más grandes que la longitud de onda de la luz de atrapamiento, estando en los regímenes de Mie o de óptica geométrica [16, 21]. En estos casos, el atrapamiento normalmente se alcanza con haces contrapropagantes ortogonalmente polarizados para evitar la formación de una onda estacionaria que llevaría a un potencial periódicamente variante. Con modificaciones menores, esta clase de aplicaciones podría ser beneficiada por el incremento de precisión en la mediciones de la posición que ofrece el embeber el arreglo en un interferómetro de Sagnac. Para considerar esta posibilidad, nosotros hemos generalizado la teoría de Taylor *et al.* [20] a partículas simétricas con respecto al plano focal (en particular esféricas) en un arreglo donde los haces contrapropagantes están *ortogonalmente* polarizados. Después de esto, hemos confirmado

experimentalmente la mejora de la relación señal-ruido, continuando nuestro trabajo anterior [22]. Las reflexiones de la luz de atrapamiento desde la partícula son perjudiciales para la relación señal-ruido, como fue mostrado por Taylor *et al.* [20]. En nuestro arreglo, estos efectos son exitosamente cancelados por filtrado basado en polarización integrado al interferómetro.

Como un segundo aspecto, hemos desarrollado una técnica para una generación eficiente de microgotas individuales, basada en un cartucho comercial de inyección de tinta [23] con un método nuevo de ajuste de diámetro de las partículas basado en evaporación. Esto nos permitió crear micropartículas con un control preciso sobre su tamaño. Además, esta técnica nos permitió generar partículas una por una, en contraste con los métodos basados en nebulización [24]. La gran distancia de trabajo (WD por sus siglas en inglés) de las lentes esféricas usadas simplificó el acceso óptico a la partícula atrapada desde una dirección perpendicular al eje óptico de las pinzas. Esto nos permitió inducir ópticamente oscilaciones transversales de la partícula al aplicar un láser modulado de “presión lateral” alineado ortogonalmente a los haces de atrapamiento. Estas oscilaciones sirvieron como una referencia para las mediciones de señal-fondo. Los resultados experimentales obtenidos están en buen acuerdo con la teoría.

## 2. Arreglo experimental

### 2.1. Levitador óptico

La luz en el arreglo óptico se genera por un módulo láser de estado sólido bombeado por diodo (DPSS por sus siglas en inglés) que emite luz verde de 532 nm a 2 W de potencia máxima (fabricado por Laser Quantum). El haz de salida es separado en dos por un divisor de haz polarizante (PBS en Fig. 7), donde la tasa de separación es controlada al rotar la placa de media onda HW1. La parte transmitida del haz original es guiada al arreglo de pinzas ópticas mostradas en Fig. 7, mientras que la parte reflejada es direccionada hacia el sistema de levitación óptica, entrando por abajo en Fig. 8.

El haz de levitación verticalmente direccionado (marcado como “LEV” en Fig. 8) es enfocado por una lente con una distancia focal de 100 mm. El arreglo óptico está configurado tal que el punto focal del haz de levitación esté aproximadamente 2 mm abajo del punto de atrapamiento de las pinzas ópticas (Fig. 8). Con este arreglo, el punto de atrapamiento estable del levitador (usando 1000 mW de potencia láser) es localizado aproximadamente 2 mm sobre el punto focal de las pinzas ópticas (Fig. 9(a)). El diámetro de la cintura del haz Gaussiano de levitación fue estimada a ser 17  $\mu\text{m}$ .

De esta manera, es posible modificar la posición vertical de la partícula al cambiar la potencia óptica

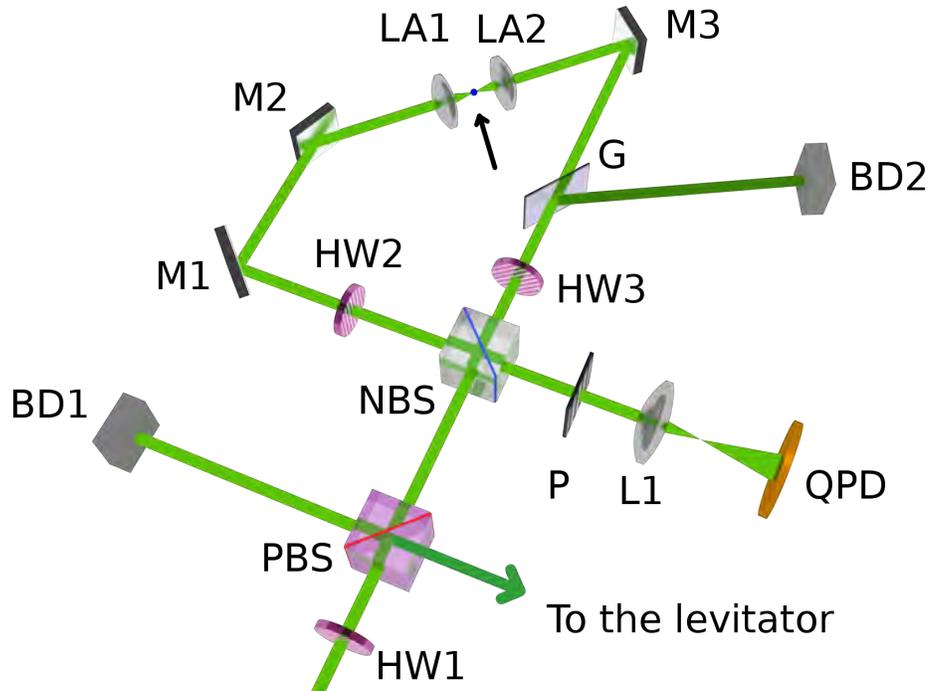


Figura 7: El arreglo óptico del subsistema de pinzas ópticas. Después de pasar por la placa de media onda HW1 y el divisor de haz polarizante PBS, el haz entrante es separado tal que determinadas partes de él van al subsistema del levitador óptico (no mostrado) y al subsistema de pinzas ópticas. El haz entrante al sistema de pinzas ópticas es separado por el divisor de haz no polarizante (NBS) en dos haces contrapropagantes. La placa de media onda HW3 rota la polarización del haz que va contra las manecillas del reloj (CCW) para garantizar polarizaciones ortogonales entre los haces CW y CCW en el punto de atrapamiento (ilustrado con una flecha) que se encuentra entre las lentes esféricas LA1 y LA2. La placa de vidrio G sirve para atenuar selectivamente el haz CCW, redireccionando parte de él al bloque BD2. Los haces CW y CCW se recombinan en el divisor de haz NBS y el patrón de interferencia es filtrado por el polarizador P para remover las reflexiones del sistema óptico. La lente L1 proyecta el plano focal de LA1 y LA2 al fotodiodo de cuadrante QPD. Al mismo tiempo, la luz regresando de vuelta al láser es reflejada por PBS al bloque BD1. Adicionalmente, HW2 compensa la diferencia de fase entre las polarizaciones ortogonales, causada por reflexiones desde los espejos M1, M2 y M3.

acoplada al levitador, es decir al cambiar la razón de separación en el separador de haz PBS. La potencia en el levitador es entonces reducida, lo cual lleva a un incremento de la potencia en las pinzas ópticas. Esto efectivamente baja la microgota hasta que desciende al punto de atrapamiento de las pinzas ópticas contrapropagantes (Fig. 9(b)), donde es atrapada establemente. Después de esto, toda la luz se acopla a las pinzas ópticas (Fig. 9(c)).

## 2.2. Pinzas ópticas

El haz p-polarizado generado por el láser entra el divisor de haz no-polarizador NBS, donde es separado en un haz CW y un haz CCW. El haz CCW se vuelve s-polarizado después de pasar por la placa de media

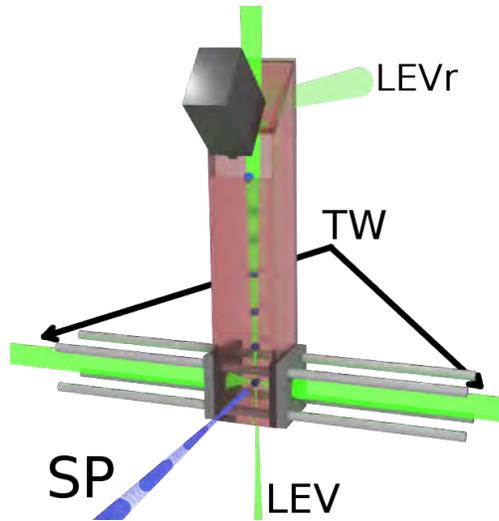
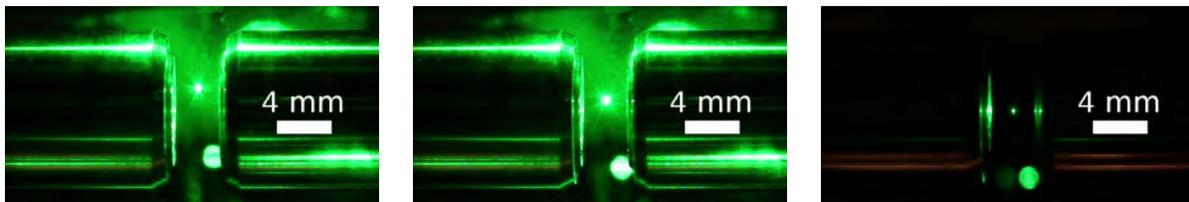


Figura 8: Acercamiento esquemático del punto de atrapamiento adentro de la celda de vidrio. El cartucho (la caja gris) genera microgotas que descenden verticalmente a través del haz de levitación (LEV) hasta que se atrapan en en los haces contrapropagantes (TW) de las pinzas ópticas, donde la partícula atrapada es perturbada horizontalmente por un láser modulado de presión horizontal (SP). La placa de vidrio superior forma un ángulo con el haz para redirigir las reflexiones de Fresnel (LEVR) fuera de la celda

onda HW3, cuyo eje es rotado  $45^\circ$  con respecto al plano horizontal. Después de esto, la placa de vidrio G, rotada a un ángulo de Brewster aproximadamente, refleja una parte del haz CCW que es descartada en la trampa de haz BD2. Esto se hace para compensar cualquier desequilibrio de potencia causado por el divisor de haz NBS (Thorlabs BSW26) entre los haces CW y CCW. Después, tras una reflexión en el espejo M3, el haz CCW pasa a través de la lente esférica LA2 (Thorlabs/Geltech C330TMD-A), donde es enfocado en la partícula. Las lentes LA1 y LA2 están alineadas para enfocar sus puntos focales en un solo punto, que será la posición de atrapamiento para la partícula. Después de pasar por la partícula, el haz es colimado otra vez por la lente LA1 (Thorlabs/Geltech C330TMD-A). El cono de luz enfocado por estas lentes sobre



(a) Partícula recién atrapada en el levitador.

(b) Partícula siendo bajada al incrementar la potencia del levitador.

(c) Partícula atrapada en las pinzas ópticas contrapropagantes con el levitador totalmente atenuado.

Figura 9: Fotografías de la secuencia de atrapamiento para una partícula levitada de glicerina. Las lentes esféricas (no visibles) están montadas en los extremos interiores de los cilindros metálicos izquierdo y derecho.

la partícula tiene una apertura numérica de 0.30.

El haz CW, por otra parte, pasa a través de la placa de media onda HW2 (que no afecta la polarización del haz), las lentes esféricas y la placa de vidrio G. Dado que este haz es p-polarizado, y el ángulo de G es cercano al ángulo de Brewster, solo una pequeña fracción de este haz es reflejada en G. De este manera, los dos haces contrapropagantes tienen la misma potencia no solo en el punto de atrapamiento, pero también cuando se juntan en NBS. Finalmente, el campo CW pasa a través de la placa de media onda HW3 que convierte su polarización de p a s.

Por lo tanto, tanto el haz CW como el haz CCW están s-polarizados cuando se combinan otra vez en NBS (una condición necesaria para la interferencia). Note que el eje rápido de la placa de media onda HW2 es horizontal y, por lo tanto, la placa simplemente compensa un desfase de  $\pi$  entre los haces, causado por los espejos y la placa HW2. De otra manera, este desfase adicional causaría un intercambio entre las ubicaciones del puerto luminoso y el puerto oscuro del interferómetro.

Después de recombinarse en NBS, los haces interfieren constructivamente cuando viajan de vuelta al láser e interfieren destructivamente cuando viajan hacia el fotodiodo de cuadrante (QPD), creando el llamado “puerto oscuro” del interferómetro. Allí, dado que toda la luz reflejada que regresa al divisor NBS es p-polarizada, el polarizador (P) elimina casi toda la luz reflejada, tanto de la superficie de la partícula como de los componentes ópticos del arreglo. Finalmente, una lente (L1) proyecta los planos focales posteriores de ambas lentes en el fotodiodo de cuadrante QPD.

Un interferómetro de Sagnac típicamente crea un problema severo de retroreflección debido a la interferencia constructiva en el haz que regresa al láser. Sin embargo, en nuestro arreglo, el haz retroreflejado es polarizado ortogonalmente al haz original, lo cual hace posible filtrar casi toda la luz retroreflejada en el divisor de haz polarizador PBS, direccionándola a la trampa de haz BD1.

Para comparar el desempeño de la medición mejorada por la interferometría Sagnac (“Sagnac-mejorada” a continuación) con la interferometría de plano focal posterior (BFP), aprovechamos una reflexión parasítica (“reflexión fantasma”) del divisor NBS. Esta reflexión es una muestra altamente atenuada del haz CW *solamente*, que corresponde a mediciones BFP convencionales. Adicionalmente, esta reflexión se propaga a un ligero ángulo ( $\approx 0.5^\circ$ ) al haz principal (el haz del puerto oscuro), que hace posible separar estos dos haces. Por lo tanto, al bloquear el haz del puerto oscuro y abrir el “haz fantasma”, es posible cambiarse convenientemente entre los dos modos de operación (BFP tradicional y BFP mejorado por Sagnac), usando la misma lente L1.

### 2.3. Generación de microgotas por un cartucho de inyección de tinta



Figura 10: Fotografía de operación de la celda de atrapamiento. Las microgotas se generan continuamente por el cartucho de inyección (no mostrado). Varias microgotas (puntos brillantes en la elipse superior) descenden a través del haz levitador hacia el punto de atrapamiento de las pinzas ópticas (adentro del círculo inferior)

Hemos construido un sistema de generación de microgotas de tamaño ajustable usando un cartucho comercial de inyección de tinta (Hewlett-Packard C6614). El sistema está basado en algunos de los métodos demostrados en [23,25]. Nuestra técnica de control de tamaño de las microgotas consiste en llenar el cartucho con una solución de 5% de glicerina en agua. Aunque el diámetro de las partículas emitidas por el cartucho fue medido a ser igual a unos  $34\ \mu\text{m}$  casi constantes [23], la rápida evaporación del agua desde las microgotas descendientes reduce el diámetro a un promedio de  $11(1)\ \mu\text{m}$  (el procedimiento de la medición está discutido en 2.6). Este tamaño es más conveniente para el atrapamiento debido a una masa menor, siendo al mismo tiempo mucho más grande que la longitud de onda de la luz de atrapamiento.

El cartucho está posicionado fuera de la línea del haz vertical de levitación, para evitar que la luz de alta intensidad llegue a la superficie del cartucho, creando así flujos serios de convección en la celda y dañando el cartucho mismo. Para que las microgotas lleguen al haz de levitación, el cartucho está inclinado a un ángulo de aproximadamente  $45^\circ$  con respecto al plano horizontal (figura 8). En esta geometría, las microgotas expulsadas vuelan 3–5 cm a un ángulo de  $45^\circ$  hasta llegar a su velocidad terminal, que les permite alcanzar el haz de levitación y después descender verticalmente (figura 10). Con buena protección contra corrientes de aire, las microgotas caen de manera predecible a la región focal del haz de levitación, donde la presión óptica es suficiente para levitación estable.

## 2.4. Celda de atrapamiento

El propósito principal de la celda de atrapamiento es el aislamiento de las microgotas desde corrientes de aire externas. Adicionalmente, permite que el haz de levitación pase a través del arreglo sin reflejarlo de vuelta al interior de la celda, lo que de otra manera causaría flujos internos de convección. Esto se hace al inclinar  $45^\circ$  la placa superior de vidrio (figura 8) para que las reflexiones de Fresnel (marcadas como “LEVi” in Fig. 8) se desvien hacia una trampa de haz afuera de la celda. La celda es suficientemente alta para garantizar la evaporación completa del solvente (agua) en las partículas, permitiéndoles alcanzar el diametro deseado antes del atrapamiento. La celda de atrapamiento es construida con vidrios de microscopio (portaobjetos), soportados por la jaula óptica (“optical cage”) que también sirve para montar el arreglo de lentes, como se puede observar en las figuras 8 y 10.

## 2.5. Láser de presión horizontal

El sistema que induce oscilaciones horizontales de la partícula atrapada es conceptualmente similar al levitador óptico descrito anteriormente. Un láser DPSS separado (532 nm, 200 mW) es controlado por una señal de pulsos con ancho modulado (Pulse Width Modulation, PWM) con una frecuencia dada (0–10 kHz) y un ancho de pulso controlado. La salida de este láser se enfoca horizontalmente en la partícula atrapada (marcada como “SP” en figura 8)). La cintura de su haz se ubica deliberadamente atrás de la partícula para reducir la fuerza óptica total producida por este haz. El patrón de difracción similar al patrón de Airy producido después de la interacción del este haz lateral con la partícula (figura 11) indica que el haz incide sobre la partícula, confirmando que el alineamiento es correcto.

Las oscilaciones inducidas por este sistema son las que se miden usando el detector de fotodiodo de cuadrante (“QPD” en figura 7).

## 2.6. Medición del tamaño de la partícula

Para medir el tamaño de la partícula atrapada, usamos el haz de presión lateral a baja potencia y grabamos el patrón de difracción resultante (figura 11). En el régimen de óptica geométrica y para ángulos de difracción pequeños, el patrón producido por una esfera dieléctrica es muy similar a un patrón de Airy, es decir el patrón de difracción producido por una apertura circular del mismo diámetro [26]. Las distancias entre los mínimos entonces se pueden ligar fácilmente a un estimado de tamaño para la partícula [26].

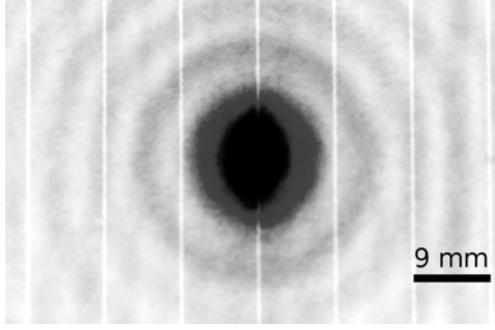


Figura 11: Patrón de difracción de tipo Airy producido por el haz de presión lateral al pasar por la partícula atrapada (colores invertidos). Grabado a una distancia de 10.5 cm desde el punto de atrapamiento. El punto central brillante es luz láser no dispersada y las líneas verticales delgadas son marcas en la superficie de la pantalla para la calibración de escala.

### 3. Teoría

#### 3.1. Suposiciones y definiciones

El experimento propuesto en [20] por Taylor *et al.* asume que la partícula atrapada es un dispersor de Rayleigh, es decir una partícula dieléctrica significativamente más pequeña que la longitud de onda de la luz de atrapamiento. Generalizamos su teoría al caso de una partícula esférica homogénea de un tamaño arbitrario.

No escribiremos explícitamente la dependencia temporal de los campos. Definimos un sistema de coordenadas para cada haz, tal que  $\hat{z}$  es a lo largo de la propagación del haz (por esto, tendrá diferentes signos para el haz CW y el haz CCW),  $\hat{y}$  es perpendicular al plano del interferómetro (en nuestro caso, al plano paralelo a la mesa óptica) y  $\hat{x} = \hat{y} \times \hat{z}$ . Adicionalmente, no escribiremos la dependencia de los campos en  $y$ , es decir que  $\phi(x, y) \equiv \phi(x)$  ya que solo investigaremos la mejora de la señal en la dirección de  $x$ . Para una notación compacta y clara, describiremos la propagación de los campos a través del sistema usando operadores, siguiendo el método introducido en [27]. Por ejemplo, para describir las reflexiones, definimos el operador de paridad  $P$  tal que en cada reflexión  $\phi'(x) = P\phi(x) = \phi(-x)$ , donde  $\phi$  y  $\phi'$  son los campos antes y después de la reflexión respectivamente. Este método nos permite considerar la interacción de la luz con la partícula simplemente como operadores que actúan sobre el campo de entrada. En nuestro caso, no nos será necesario conocer la forma exacta de estos operadores, lo cual nos permitirá considerar partículas de un tamaño arbitrario.

Asumiremos que el campo de entrada al sistema,  $\phi_0$ , es simétrico, es decir que  $P\phi_0 = \phi_0$ , y que este campo es p-polarizado. Adicionalmente, como ya mencionamos, la luz reflejada desde la partícula se cancela

en el polarizador P, lo cual nos permitirá ignorarla en nuestro análisis.

### 3.2. Propagación de los haces

Definimos que  $L_1$  y  $L_2$  son los caminos ópticos entre el divisor de haz NBS y el arreglo de lentes para los haces CW y CCW, respectivamente. Adicionalmente,  $k$  es el número de onda para la luz de atrapamiento, definida como  $k = 2\pi/\lambda$ , con  $\lambda$  siendo la longitud de onda correspondiente. Así, después de pasar por el divisor de haz y propagarse hasta el arreglo de lentes como se muestra en la figura 7, los campos CW y CCW ( $\phi_{cw}$  y  $\phi_{ccw}$ ) “viajan” las distancias  $L_1$  y  $L_2$  respectivamente. Por esto, se vuelven:

$$\begin{aligned}\phi'_{cw} &= -r_p \exp(ikL_1)\phi_0 \\ \phi'_{ccw} &= t_p f_s \exp(ikL_2)\phi_0,\end{aligned}\tag{7}$$

donde usamos la simetría de  $\phi_0$  y definimos los coeficientes de reflexión y transmisión de amplitud  $r_p = \sqrt{R_p}$ ,  $t_p = \sqrt{T_p}$ . Aquí  $R_p$  y  $T_p$  son los coeficientes de reflexión y transmisión de intensidad del divisor de haz NBS para luz p-polarizada y  $f_s = \sqrt{F_s}$  es el coeficiente de transmisión de amplitud de la placa de vidrio G, con  $F_s$  siendo el coeficiente de transmisión de intensidad de esta placa. En esta y todas las futuras expresiones los subíndices  $s$  y  $p$  indican la polarización para la cual se aplica el coeficiente dado. Note que el signo negativo antes de  $r_p$  es debido al hecho de que el haz CW se refleja desde una interfaz con un índice de refracción mayor (el divisor de haz).

Después de interactuar con la partícula, la luz es esparcida tanto hacia adelante como hacia atrás, lo cual se representa correspondientemente con operadores  $F[x_p]$  y  $B[x_p]$ , donde  $x_p$  es un parámetro del operador que representa la posición de la partícula a lo largo del eje  $x$ . Estos operadores se definen de tal manera que los campos, después de interactuar con la partícula, se vuelven:

$$\begin{aligned}\phi''_{cw} &= F[x_p]\phi'_{cw} + B[-x_p]\phi'_{ccw} \\ \phi''_{ccw} &= F[-x_p]\phi'_{ccw} + B[x_p]\phi'_{cw}.\end{aligned}\tag{8}$$

Un detalle crucial es que la dirección de  $\hat{\mathbf{x}}$  para el campo CW es opuesta a la del campo CCW, lo que causa que el signo  $x_p$  sea diferente para los dos haces. Aquí usamos la hipótesis de simetría de la partícula con respecto al plano focal para poder usar los mismos operadores  $F$  y  $B$  tanto para el haz CW como para el CCW. Además, asumimos que la respuesta dieléctrica de la partícula es lineal para poder considerar los

campos independientemente.

Asumimos que los campos CW y CCW, después de interactuar con la partícula, pasan a través de  $m$  y  $n$  espejos respectivamente. Los haces CW y CCW entonces se propagan por una distancia de  $L_2$  y  $L_1$  respectivamente. Después de que los campos se reúnen en el divisor de haz NBS, el campo en el puerto oscuro se vuelve

$$\begin{aligned} \phi_d = & \exp(ikL_2)P^{m+1}(f_p r_s F[x_p] \phi'_{cw} + f_s r_p B[-x_p] \phi'_{ccw}) + \\ & + \exp(ikL_1)P^n(t_s F[-x_p] \phi'_{ccw} + t_p B[x_p] \phi'_{cw}), \end{aligned} \quad (9)$$

donde la exponente  $(m + 1)$  es debida a la reflexión en el divisor de haz (adicional a las reflexiones en los espejos). Los coeficientes  $r_s$ ,  $t_s$  y  $f_p$  se definen análogamente a la ecuación (7). Note que en este caso, todas las reflexiones ocurren *adentro* del divisor de haz, tal que no hay cambios de signo adicionales para los campos.

El experimento está configurado para garantizar la misma potencia de los haces CW y CCW en el punto de atrapamiento, lo que es equivalente a  $r_p = t_p f_s \equiv A$ . Además, la luz esparcida hacia atrás es filtrada por el polarizador P. Así, después de simplificar y expandir, la ecuación (9) se vuelve

$$\phi_d = A \exp(ikL_2) \exp(ikL_1) (-r_s f_p P^{m+1} F[x_p] + t_s P^n F[-x_p]) \phi_0. \quad (10)$$

Allí, el factor de fase común  $\exp(ikL_2) \exp(ikL_1)$  es debido al hecho que en un interferómetro de Sagnac, tanto el haz CW como CCW viajan la misma distancia. Además, como los haces son incidentes en la placa de vidrio G a casi el ángulo de Brewster, podemos asumir que  $f_p \approx 1$ , así que lo ignoraremos en las próximas expresiones.

Suponemos que se satisface la relación  $PF[-x_p] = F[x_p]$ , que es una suposición válida cuando el sistema lentes-partícula es simétrico con respecto al plano focal, en particular cuando la partícula es una esfera homogénea y está atrapada en el plano focal. Entonces, la ecuación 10 se puede simplificar más para volverse

$$\phi_d = A \exp(ik(L_1 + L_2)) ((t_s - r_s)F_s + ((-1)^m r_s - (-1)^n t_s)F_a) \phi_0, \quad (11)$$

donde, sin pérdida de generalidad, hemos reescrito los operadores en términos de sus partes simétricas y antisimétricas:  $F[x_p] = F = F_a + F_s$  and  $B[x_p] = B = B_a + B_s$ . Los subíndices indican la simetría, es decir  $PF_s = F_s$  and  $PF_a = -F_a$ .

En la ecuación (11) se puede ver que para obtener la interferencia constructiva de la parte antisimétrica del campo esparcido hacia adelante, el número total de los espejos ( $m + n$ ) tiene que ser impar, lo cual es un resultado general para el campo esparcido hacia adelante,

En el caso particular de un esparcidor de Rayleigh atrapado en el antinodo de una onda estacionaria en el plano de atrapamiento, como estudiado por Taylor *et al.* [20], el esparcimiento hacia adelante es el mismo que hacia atrás. Adicionalmente, la polarización se asume igual a través de todo el arreglo, así que podemos escribir  $r_s = r_p$ ,  $t_s = t_p$ ,  $f_p = f_s = 1$ . Cuando estas hipótesis se aplican a la ecuación (9), la expresión resultante es

$$\phi_{d-ray} = -\exp(2ikL_1)((t^2 - r^2)F_s + (t + r)^2F_a)\phi_0, \quad (12)$$

que corresponde al resultado de Taylor *et al.* [20], confirmando nuestro método.

### 3.3. Mejora de la señal

La razón entre la señal y el ruido (“SNR” por sus siglas en inglés) se define como la razón entre la varianza de la señal y la varianza del ruido:

$$\text{SNR} = \frac{\text{Var}(i_{\text{señal}})}{\text{Var}(i_{\text{ruido}})}. \quad (13)$$

Siguiendo a Taylor *et al.* [20], notamos que las potencias de los láseres usadas típicamente en experimentos de atrapamiento óptico exceden fuertemente el umbral de saturación de detectores QPD comerciales. En nuestro caso, usamos el detector QP50-6 por First Sensor que tiene un umbral de saturación de aproximadamente 1 mW. Por lo tanto, la luz en el puerto oscuro tendrá que ser atenuada a un nivel promedio ligeramente menor al umbral de saturación. Este nivel tiene que ser tal que evite la saturación del detector con los máximos de la señal. Entonces, la comparación entre interferometría BFP mejorada por Sagnac e interferometría BFP tradicional tiene que ser hecha asumiendo que la potencia promedio incidente sobre el QPD es la misma para los dos casos, lo cual es equivalente a

$$\overline{i_{\text{fondo-bfp}}} = \overline{i_{\text{fondo-Sagnac}}} \equiv \overline{i_{\text{fondo}}}, \quad (14)$$

donde asumimos que el promedio de la señal de posición es nulo, es decir

$$\overline{i_{\text{total}}} = \overline{i_{\text{fondo}}} + \overline{i_{\text{señal}}} = \overline{i_{\text{fondo}}}. \quad (15)$$

Dado que el ruido de disparo óptico es función de la potencia óptica promedio incidente sobre el detector, y la potencia óptica promedio en nuestra comparación es la misma tanto para el caso mejorado por Sagnac y el tradicional, tenemos que

$$\begin{aligned}\text{SNR}_{\text{Sagnac}} &= \frac{\text{Var}(i_{\text{señal-Sagnac}})}{\text{Var}(i_{\text{ruido}})}, \\ \text{SNR}_{\text{bfp}} &= \frac{\text{Var}(i_{\text{señal-bfp}})}{\text{Var}(i_{\text{ruido}})},\end{aligned}\tag{16}$$

donde  $i_{\text{ruido}}$  es la señal de intensidad asociada con el ruido, mientras que  $i_{\text{señal-Sagnac}}$  y  $i_{\text{señal-bfp}}$  son señales de intensidad asociadas con la posición de la partícula.

En nuestro caso será útil definir la razón de señal a fondo (SBR por sus siglas en inglés) como sigue:

$$\text{SBR}^2 = \frac{\text{Var}(i_{\text{señal}})}{\overline{i_{\text{fondo}}^2}},\tag{17}$$

que es equivalente a

$$\text{Var}(i_{\text{señal}}) = (\text{SBR} \cdot \overline{i_{\text{fondo}}})^2.\tag{18}$$

Finalmente, obtenemos

$$\frac{\text{SNR}_{\text{Sagnac}}}{\text{SNR}_{\text{bfp}}} = \left( \frac{\text{SBR}_{\text{Sagnac}}}{\text{SBR}_{\text{bfp}}} \right)^2.\tag{19}$$

Por lo tanto, las mediciones presentadas en este trabajo se pueden expresar equivalentemente como mejoras en la razón de señal a ruido (SNR) o mejoras en la razón de señal a fondo. Lo último es más fácil de medir experimentalmente.

La amplitud de la señal y el nivel de fondo se calculan al escribir  $F_s\phi_0 = \phi_s$  y  $F_a\phi_0 = \phi_a$  y al asumir que el número total de espejos ( $m + n$ ) es impar. Así, la ecuación (11) se vuelve

$$\phi_d(x) = A((t_s - r_s)\phi_s(x) + (t_s + r_s)\phi_a(x)),\tag{20}$$

salvo un factor complejo unitario.

Para calcular la mejora en la razón de señal a fondo, no es necesario integrar la intensidad sobre  $x$ . En lugar de esto, notamos el hecho que la suma de las intensidades en un par simétrico de puntos ( $\{-x, x\}$ ) en el detector de cuadrante (QPD), es decir  $|\phi_d(x)|^2 + |\phi_d(-x)|^2$ , es proporcional a la potencia óptica total

incidente sobre el QPD, y está dada por

$$|\phi_d(x)|^2 + |\phi_d(-x)|^2 = 2((t_s - r_s)^2 |\phi_s(x)|^2 + (t_s + r_s)^2 |\phi_a(x)|^2) \approx 2(t_s - r_s)^2 |\phi_s(x)|^2, \quad (21)$$

donde usamos la hipótesis experimentalmente válida de oscilaciones suficientemente pequeñas de la partícula, es decir  $|\phi_a(x)|^2 \ll |\phi_s(x)|^2$ . Por el otro lado, la señal de desplazamiento horizontal (“señal X”) en el detector QPD es en general proporcional a la diferencia de las intensidades:

$$|\phi_d(x)|^2 - |\phi_d(-x)|^2 = 4(T_s - R_s) \text{Re}(\phi_s(x)\phi_a(x)^*). \quad (22)$$

En nuestro caso de  $|\phi_a(x)|^2 \ll |\phi_s(x)|^2$ , podemos usar el lado derecho de la ecuación (21). Entonces, la razón de señal a fondo ( $k_{\text{sbr-Sagnac}}$ ) se vuelve

$$k_{\text{sbr-Sagnac}} = \frac{|\phi_d(x)|^2 - |\phi_d(-x)|^2}{|\phi_d(x)|^2 + |\phi_d(-x)|^2} = 2 \cdot \frac{t_s + r_s}{t_s - r_s} \cdot \frac{\text{Re}(\phi_s(x)\phi_a(x)^*)}{|\phi_s(x)|^2}. \quad (23)$$

El caso degenerado cuando  $t_s = t_p = 1$  y  $r_s = r_p = 0$  (es decir, sin interferómetro) corresponde a interferometría de plano focal posterior típica. La razón de señal a fondo ( $k_{\text{sbr-bfp}}$ ) está dada entonces por

$$k_{\text{sbr-bfp}} = \frac{|\phi_d(x)|^2 - |\phi_d(-x)|^2}{|\phi_d(x)|^2 + |\phi_d(-x)|^2} = 2 \cdot \frac{\text{Re}(\phi_s(x)\phi_a(x)^*)}{|\phi_s(x)|^2}. \quad (24)$$

Entonces, el uso de un interferómetro de Sagnac permite mejorar la razón de señal a fondo (comparada con la interferometría BFP típica) por un factor de

$$\frac{k_{\text{sbr-Sagnac}}}{k_{\text{sbr-bfp}}} = \frac{t_s + r_s}{t_s - r_s}, \quad (25)$$

que, con la ecuación (19), se liga a una mejora de la razón de señal a ruido de

$$\frac{\text{SNR}_{\text{Sagnac}}}{\text{SNR}_{\text{bfp}}} = \left( \frac{k_{\text{sbr-Sagnac}}}{k_{\text{sbr-bfp}}} \right)^2 = \left( \frac{t_s + r_s}{t_s - r_s} \right)^2. \quad (26)$$

En nuestro caso experimental, la expresión (25) da la máxima posible mejora de la razón de señal a fondo de  $\approx 11.9$ , dados los coeficientes de transmisión y reflexión del divisor de haz Thorlabs BSW26 ( $R_s \approx 56.47\%$ ,  $T_s = 40.68\%$ ). Esto corresponde a una mejora máxima de la razón de señal a ruido de  $\approx 140$ .

Para comprobar la consistencia, podemos aplicar el procedimiento anterior a la ecuación (12), que es

equivalente a calcular la mejora de SNR para el caso experimental de Taylor *et al.* [20], y así obtener

$$\begin{aligned} |\phi_{\text{d-ray}}(x)|^2 + |\phi_{\text{d-ray}}(-x)|^2 &= 2((t^2 - r^2)^2 |\phi_s(x)|^2 + (t+r)^4 |\phi_a(x)|^2) \approx 2(t^2 - r^2)^2 |\phi_s(x)|^2 \\ |\phi_{\text{d-ray}}(x)|^2 - |\phi_{\text{d-ray}}(-x)|^2 &= 4(t^2 - r^2)(t+r)^2 \text{Re}(\phi_s(x)\phi_a(x)^*). \end{aligned} \quad (27)$$

Entonces, análogamente a la ecuación (23), obtenemos la razón de señal a fondo para el caso experimental de esparcidos de Rayleigh en [20]:

$$k_{\text{sbr-Sagnac-ray}} = 2 \cdot \frac{(t+r)^2}{(t-r)^2} \cdot \frac{\text{Re}(\phi_s(x)\phi_a(x)^*)}{|\phi_s|^2}. \quad (28)$$

Finalmente, la mejora de la razón de señal a ruido se puede calcular en analogía con las ecuaciones (25) y (19):

$$\frac{\text{SNR}_{\text{Sagnac-ray}}}{\text{SNR}_{\text{bfp-ray}}} = \left( \frac{k_{\text{sbr-Sagnac-ray}}}{k_{\text{sbr-bfp-ray}}} \right)^2 = \left( \frac{(t+r)^2}{t^2 - r^2} \right)^2 = \frac{(\sqrt{T} + \sqrt{R})^4}{(T - R)^2}, \quad (29)$$

que corresponde exactamente al resultado obtenido por Taylor *et al.* [20].

## 4. Resultados y discusión

### 4.1. Generación de partículas y atrapamiento asistido por levitación

La generación de micropartículas basada en un cartucho de inyección de tinta con reducción de diámetro evaporativa resultó ser confiable a lo largo de varios meses de operación. Gracias a la abundancia de boquillas (más de 50) en el cartucho [23], problemas con fallas en las boquillas, por ejemplo debidas a su congestión eventual, se resolvían fácilmente al usar otra boquilla. Al usar una mezcla de 5% de glicerina en agua, obtuvimos generación estable de microgotas con un diámetro constante de 11(1)  $\mu\text{m}$  (promedio sobre 5 mediciones). Sus tamaños fueron medidos usando patrones de difracción similares al mostrado en la figura 11, como describimos en la sección 2.6.

La introducción de partículas asistida por levitación óptica simplificó fuertemente el proceso de atrapar estas microgotas en las pinzas ópticas contrapropagantes horizontales. La iluminación de la cadena de microgotas descendientes, como se ve en la figura 10, nos proporcionó una guía visual sobre la orientación del cartucho durante ajustes finos. Normalmente, 30-50 partículas tuvieron que ser generadas para ajustar finalmente la orientación del cartucho para compensar cualquier corrimiento mecánico. Después de este ajuste, todas las partículas subsecuentes descendían al levitador, donde se atrapaban. Eliminando los corrimientos

mecánicos remanentes, debería de ser posible alcanzar una operación automatizada (“trap on demand”) con partículas individuales.

## 4.2. Medición de la posición y mejora de la razón de señal a fondo

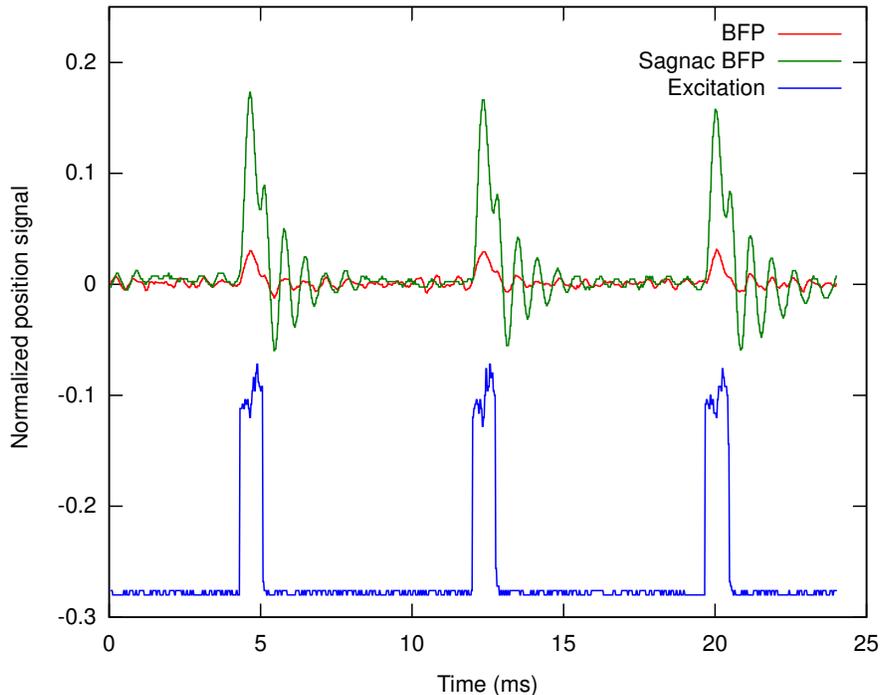


Figura 12: Comparación entre señales normalizadas de posición obtenidas con interferometría BFP tradicional (línea roja) e interferometría BFP mejorada por Sagnac (línea verde). La potencia del láser de presión lateral (línea azul, unidades arbitrarias) se modula por una onda rectangular de 10% de ciclo y 130 Hz de frecuencia.

La señal que obtuvimos fue normalizada (i.e. dividida entre la potencia total detectada en el QPD) para ser consistente con la ecuación (23):

$$x_{\text{norm}} = \frac{X}{\text{SUM}}, \quad (30)$$

donde  $X$  es la diferencia de potencia entre las mitades izquierda y derecha del detector QPD y  $\text{SUM}$  es la potencia total que llega al detector.

Los datos expresados de esta manera son efectivamente la señal dividida entre el fondo y por lo tanto, pueden ser usados directamente para comparar mediciones de interferometría BFP típicos con las mediciones mejoradas por Sagnac.

La figura 12 muestra curvas típicas de las señales de posición normalizadas, como la ecuación (30) especifica. El láser de presión lateral se aplica con una frecuencia de 130 Hz y un ciclo de 10%. La curva roja

en esta figura muestra la posición normalizada medida con la interferometría BFP estándar, mientras que la curva verde muestra la misma cantidad medida con interferometría BFP mejorada por Sagnac.

La señal de la posición de la partícula muestra la típica respuesta de un oscilador armónico sub-amortiguado a una fuerza periódica con forma de onda rectangular (la curva azul en la figura 12). Este comportamiento es esperado ya que la razón de amortiguamiento es mucho menor a la unidad para una partícula de  $11\ \mu\text{m}$  atrapada en aire con pinzas ópticas de  $1\ \text{W}$ . La pequeña estructura en la potencia del láser de presión lateral, visible como dos pequeños saltos en la curva azul, se debe a saltos de modo en este láser durante la modulación. Estas fluctuaciones de potencia llevan a saltos similares en la posición de la partícula (curvas roja y verde).

Note el hecho de que las oscilaciones en la señal de “BFP típico”, como se muestra en la curva roja de la figura 12, son mucho menores que la unidad. Esto justifica nuestro uso de la aproximación de pequeñas oscilaciones en la sección 3.3.

Después de adquirir la señal Sagnac-mejorada junto con la señal de “BFP típico” que le corresponde, dividimos la onda Sagnac-mejorada entre su contraparte “típica”. El juego de datos resultante representa la razón entre las dos señales en cada momento del tiempo. Ya que esta razón es casi constante, y considerando la incertidumbre asociada con nuestro sistema de adquisición, calculamos una mejora de la razón de señal a fondo de  $5.6 \pm 0.1$ , lo cual es consistente con la teoría mostrada en la sección 3.3. El límite teórico para esta mejora, como calculamos en la sección 3.3, es aproximadamente 11.9. En práctica, este valor será reducido debido a las imperfecciones del arreglo, como el desempeño reducido de nuestras lentes esféricas a la longitud de onda de atrapamiento,  $532\ \text{nm}$ , y el traslape de modos imperfecto. El traslape de modos puede ser imperfecto si, por ejemplo, el traslape entre los haces CW y CCW no es completo, o en caso de que los haces no están perfectamente centrados en las lentes esféricas.

Finalmente, comparada a la interferometría de plano focal posterior típica, la mejora de la razón de señal a ruido de acuerdo a nuestras mediciones es de más de 30 veces, de acuerdo a la ecuación (19).

## 5. Conclusiones

Hemos extendido la teoría elaborada por Taylor *et al.* [20] al caso de partículas simétricas con respecto al plano focal de tamaño arbitrario, atrapadas en pinzas ópticas contrapropagantes y ortogonalmente polarizadas. Demostramos experimentalmente una mejora significativa en la razón de señal a fondo para la detección de posición de partículas de  $11\ \mu\text{m}$  al integrar pinzas ópticas contrapropagantes en un interferóme-

tro de Sagnac. Los resultados son consistentes con nuestra predicción teórica, validando nuestro método. Las mediciones obtenidas indican un incremento de la razón de señal a ruido mayor a 30, comparadas con interferometría de plano focal posterior tradicional.

Hemos construido un sistema basado en un cartucho de inyección de tinta comercial y de bajo costo [23] y un levitador óptico [28] que permitió generar, atrapar y guiar partículas a las pinzas ópticas, teniendo un control preciso del tamaño de las microgotas basado en evaporación. Eliminando corrimientos mecánicos del sistema, se debería de poder alcanzar atrapamiento automático de partículas individuales.

Esperamos que nuestros resultados serán útiles para experimentos que requieren alta resolución de la detección de posición de micropartículas esféricas en los regímenes de Mie y óptica geométrica, como el arreglo contrapropagante para el enfriamiento del movimiento de centro de masa para partículas de  $3\ \mu\text{m}$  mostrado por Li *et al.* en [21].

Este trabajo original se derivó en el artículo del autor, “Measurement of particle motion in optical tweezers embedded in a Sagnac interferometer” por I. Galinskiy, O. Isaksson, I. Rebolledo Salgado, M. Hautefeuille, B. Mehlig y D. Hanstorp, publicado en *Opt. Express* 23, 27071-27084 (2015) [29].

## Agradecimientos

Quisieramos agradecer a todas las personas que participaron en el proyecto durante todo su desarrollo, en particular:

- A Israel Rebolledo Salgado, por su gran asistencia en la construcción del sistema de control del cartucho de inyección de tinta para generar las microgotas.
- A Oscar Isaksson, por su ayuda en la construcción del levitador óptico y por permitir basarnos en su trabajo de levitación.
- A Dag Hanstorp, por su ayuda en la realización administrativa de este proyecto, en las compras y en la elaboración del artículo en el que se basa esta tesis.
- A Bernhard Mehlig, por el apoyo financiero.

El trabajo experimental de esta tesis fue realizado en el laboratorio “Optical Levitation Laboratory”, Gothenburg University. También agradecemos a José Luis Meza por su asistencia invaluable durante el desarrollo del proyecto en la Facultad de Ciencias, UNAM.

Este trabajo fue apoyado por las siguientes organizaciones: “Carl Trygger Foundation for Scientific Research” (contrato CTS13:169), “The Swedish Council for Higher Education” a través de “Linnaeus-Palme International Exchange Program” (contrato 4332-2013) y por la beca “Bottlenecks for particle growth in turbulent aerosols” de la “Knut and Alice Wallenberg Foundation” (Dnr. KAW 2014.0048).

También agradecemos al apoyo financiero en el marco del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT), números de proyecto DGAPA-PAPIIT #IN116914 y #TA100315.

## Referencias

- [1] A. Ashkin and J. M. Dziedzic. Optical levitation by radiation pressure. *Appl. Phys. Lett.*, 19(8):283–285, 1971.
- [2] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and Steven Chu. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.*, 11(5):288–290, May 1986.
- [3] Xiaolin Wang, Shuxun Chen, Marco Kong, Zuankai Wang, Kevin D. Costa, Ronald A. Li, and Dong Sun. Enhanced cell sorting and manipulation with combined optical tweezer and microfluidic chip technologies. *Lab Chip*, 11:3656–3662, 2011.
- [4] C. Xie, J. Mace, M. A. Dinno, Y. Q. Li, W. Tang, R. J. Newton, and P. J. Gemperline. Identification of single bacterial cells in aqueous solution using confocal laser tweezers raman spectroscopy. *Anal. Chem.*, 77(14):4390–4397, 2005. PMID: 16013851.
- [5] Mattias Goksör, Jonas Enger, and Dag Hanstorp. Optical manipulation in combination with multiphoton microscopy for single-cell studies. *Appl. Opt.*, 43(25):4831–4837, Sep 2004.
- [6] K Svoboda and S M Block. Biological applications of optical forces. *Annu. Rev. Biophys. Biomol. Struct.*, 23(1):247–285, 1994. PMID: 7919782.
- [7] John David Jackson. *Classical electrodynamics*. Wiley, New York, NY, 3rd ed. edition, 1999.
- [8] A. Ashkin. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Biophysical Journal*, 61(2):569 – 582, 1992.
- [9] I Galinskiy. ray-opto-tweezer-sim. <https://github.com/ivan-galinskiy/ray-opto-tweezer-sim>, 2013.

- [10] A. Ashkin and J. M. Dziedzic. Stability of optical levitation by radiation pressure. *Appl. Phys. Lett.*, 24(12):586–588, 1974.
- [11] Oscar Isaksson, Magnus Karlsteen, Mats Rostedt, and Dag Hanstorp. Manipulation of optically levitated particles. *Proc. SPIE*, 8810:881000–881000–8, 2013.
- [12] M. Ribezzi-Crivellari, J. M. Huguët, and F. Ritort. Counter-propagating dual-trap optical tweezers based on linear momentum conservation. *Rev. Sci. Instrum.*, 84(4):–, 2013.
- [13] Ivan Perch-Nielsen, Peter Rodrigo, and Jesper Glückstad. Real-time interactive 3d manipulation of particles viewed in two orthogonal observation planes. *Opt. Express*, 13(8):2852–2857, Apr 2005.
- [14] A. Constable, Jinha Kim, J. Mervis, F. Zarinetchi, and M. Prentiss. Demonstration of a fiber-optical light-force trap. *Opt. Lett.*, 18(21):1867–1869, Nov 1993.
- [15] Jochen Guck, Revathi Ananthakrishnan, C Casey Cunningham, and Josef Käs. Stretching biological cells with light. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 14(19):4843, 2002.
- [16] Karel Svoboda, Christoph F. Schmidt, Bruce J. Schnapp, and Steven M. Block. Direct observation of kinesin stepping by optical trapping interferometry. *Nature*, 365(6448):721–727, October 1993.
- [17] Frederick Gittes and Christoph F. Schmidt. Interference model for back-focal-plane displacement detection in optical tweezers. *Opt. Lett.*, 23(1):7–9, Jan 1998.
- [18] Arnau Farré, Ferran Marsà, and Mario Montes-USategui. Optimized back-focal-plane interferometry directly measures forces of optically trapped particles. *Opt. Express*, 20(11):12270–12291, May 2012.
- [19] Keir C. Neuman and Attila Nagy. Single-molecule force spectroscopy: optical tweezers, magnetic tweezers and atomic force microscopy. *Nat. Meth.*, 5(6):491–505, June 2008.
- [20] M A Taylor, J Knittel, M T L Hsu, H-A Bachor, and W P Bowen. Sagnac interferometer-enhanced particle tracking in optical tweezers. *J. Opt.*, 13(4):044014, 2011.
- [21] Tongcang Li, Simon Kheifets, and Mark G. Raizen. Millikelvin cooling of an optically trapped microsphere in vacuum. *Nature Phys.*, 7:527–530, 2011.
- [22] Ivan Galinskiy, Jose Luis Meza, and Mathieu Hautefeuille. Counterpropagating sagnac optical tweezers as an efficient method for 3d trapping in air. In *Latin America Optics and Photonics Conference*, page LTu4A.31. Optical Society of America, 2014.

- [23] Aleksandr V SergeyeV and Raymond A Shaw. An inexpensive uniform-size aerosol generator. *Meas. Sci. Technol.*, 17(10):N41, 2006.
- [24] M. D. Summers, D. R. Burnham, and D. McGloin. Trapping solid aerosols with optical tweezers: A comparison between gas and liquid phase optical traps. *Opt. Express*, 16(11):7739–7747, May 2008.
- [25] Günter Georg Hoffmann, Emil Lentz, and Bernhard Schrader. Simple device for the generation and optical levitation of single aerosol particles. *Rev. Sci. Instrum.*, 64(3):823–824, 1993.
- [26] Tuan W. Chen. Diffraction by a spherical dielectric at large size parameter. *Opt. Commun.*, 107(3):189–192, 1994.
- [27] M. Nazarathy and J. Shamir. Fourier optics described by operator algebra. *J. Opt. Soc. Am.*, 70(2):150–159, Feb 1980.
- [28] Robert C. Gauthier and Athanasios Frangioudakis. Optical levitation particle delivery system for a dual beam fiber optic trap. *Appl. Opt.*, 39(1):26–33, Jan 2000.
- [29] Ivan Galinskiy, Oscar Isaksson, Israel Rebolledo Salgado, Mathieu Hautefeuille, Bernhard Mehlig, and Dag Hanstorp. Measurement of particle motion in optical tweezers embedded in a sagnac interferometer. *Opt. Express*, 23(21):27071–27084, Oct 2015.