UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

VERDAD LÓGICA TARSKIANA

INFORME ACADÉMICO POR ARTÍCULO ACADÉMICO
PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN FILOSOFÍA

PRESENTA:

ALEJANDRO JAVIER SOLARES ROJAS

ASESOR:

DR. AXEL ARTURO BARCELÓ ASPEITIA

México, D.F. Octubre de 2015

INFORME ACADÉMICO POR ARTÍCULO ACADÉMICO
Alejandro Javier Solares Rojas

Participé activamente en el Proyecto de investigación PAPIIT IN 401611 “Representación y Cognición”, a cargo del Dr. Axel Arturo Barceló Aspeitia (Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM), durante el periodo comprendido entre los semestres 2013-1 y 2015-1 (de agosto de 2012 a diciembre de 2014). El resultado de mi participación en dicho proyecto es el presente informe académico por artículo académico.

“Representación y Cognición” fue un proyecto que buscó contribuir a determinar, mediante el análisis conceptual de la ciencia, cómo nos representamos el mundo. El interés general de dicho proyecto fue arrojar luz a nuestra vaga comprensión de la naturaleza de los contenidos de nuestras representaciones mentales y del carácter representacional de nuestras capacidades cognitivas. El interés particular del mismo fue investigar la diferencia en contenido entre conceptos relacionales y no-relacionales, pictóricos y no-pictóricos, y ficticios y no-ficticios. A través del estudio de los desarrollos científicos en el área y en íntima interacción con los científicos que realizan este trabajo en México y en el extranjero, los miembros del proyecto analizamos y evaluamos críticamente algunos de los presupuestos conceptuales de las diversas hipótesis empíricas que constituyen el estado actual de la investigación sobre la representación y la cognición.

El objetivo principal del proyecto fue cuestionar algunos presupuestos centrales de la investigación científica actual sobre el aspecto representacional de la cognición. Dentro de las ciencias cognitivas, la pregunta por el contenido de nuestros conceptos se ha concebido tradicionalmente como la pregunta “¿qué papel juegan los conceptos dentro de la economía cognitiva?”. Si el objetivo central de la ciencia cognitiva es modelar la mente, entonces es claro que tal objetivo implica modelar el procesamiento cognitivo; y si asignamos contenido a nuestros conceptos para ayudarnos a modelar el procesamiento cognitivo, entonces obviamente usaremos el papel que juegan los conceptos dentro de la economía cognitiva para individuar su contenido, pues tal papel es lo que nos interesa sobre los conceptos para el objetivo central de la ciencia cognitiva. Sin embargo, intuitivamente, nuestra concepción de contenido es representacional. En este sentido, también intuitivamente, el contenido de un concepto es o está determinado por lo que representa, i.e., por lo que nos dice sobre el mundo. Si los conceptos son representaciones mentales, entonces es intuitivo pensar que representan algo y, por tanto, que su contenido es aquello que representan. Desafortunadamente, hay un fuerte tensión entre estas dos intuiciones y la ciencia cognitiva ha tenido graves problemas tratando de resolverla. En la base de tal tensión está el hecho de que tales intuiciones conducen a polos opuestos: la intuición representacional conduce a buscar el contenido de nuestras representaciones afuera, en el mundo; mientras que la intuición de la ciencia cognitiva tradicional nos mantiene dentro de la mente y su funcionamiento.

Dicha tensión puede verse como un resurgimiento en el campo cognitivo de la vieja y conocida disputa sobre el significado entre Russell y Wittgenstein. Mientras que el primero concebía el significado en términos de representación del mundo (i.e., referencia), el segundo identificaba el significado de una expresión con su uso. De manera análoga, algunos filósofos (como Fodor) conciben el contenido de los conceptos en términos de representación del mundo (i.e., referencia), mientras que algunos científicos cognitivos (como Pinker) identifican el significado de una expresión con el uso que le damos en, por así decirlo, nuestra vida mental. Por otro lado, otros filósofos (como Machery) piensan que tal tensión no existe ya que, en realidad, estamos hablando de dos proyectos distintos: el primero de carácter psicológico y el segundo de carácter más bien filosófico. De acuerdo con esta última idea, las preguntas básicas son distintas: al psicólogo le interesa el "cómo" del pensamiento, mientras que al filósofo le interesa el "sobre qué" del mismo. Detrás de esta manera de concebir el conflicto central entre las teorías del contenido conceptual descansan algunos presupuestos metodológicos. Uno de ellos es que en el enfoque referencial se supone que el contenido representacional de todo concepto es su extensión; aunque tal presuposición está justificada cuando sólo consideramos conceptos léxicos asociados a predicados unarios o a adjetivos no-relacionales del lenguaje natural, ha de ser claro que no todos nuestros conceptos son de ese tipo. Por este motivo, dedicamos una parte importante del proyecto a investigar nuestras representaciones relacionales (su adquisición, procesamiento y contenido), pues mediante el estudio de dichas representaciones podemos comprender la extensión e importancia de dicho presupuesto metodológico. (Cabe mencionar que varios trabajos reconocidos en lógica y lingüística muestran que hay diferencias fundamentales entre predicados unarios y relacionales, de tal manera que sería desconcertante que su procesamiento cognitivo no presentara también diferencias significativas).

Otro presupuesto metodológico subyacente al estudio tradicional del contenido conceptual es el de modelar su estructura en la del lenguaje; i.e., se presupone que nuestras representaciones mentales complejas están compuestas de representaciones mentales más simples de la misma manera en que expresiones lingüísticas complejas (por ejemplo, enunciados) se componen de expresiones lingüísticas más simples (por ejemplo, palabras). Sin embargo, claramente no todas nuestras representaciones externas son lingüísticas. Además de enunciados y palabras usamos diagramas, dibujos, esquemas, etc. Por ello, dedicamos otra parte importante de nuestro proyecto al análisis de las representaciones pictóricas (dibujos, fotografías, diagramas, etc.) y su procesamiento cognitivo. Otra vez, nuestro interés general fue extender nuestra comprensión del contenido de nuestras representaciones mentales y cuestionar los presupuestos metodológicos de la ciencia cognitiva y la filosofía de la mente contemporáneas.

El último presupuesto metodológico que nos interesó cuestionar fue el de la facticidad de nuestros conceptos. Claramente, muchos de nuestros pensamientos no tratan, ni pretenden tratar, sobre asuntos fácticos, sino sobre asuntos que sabemos que no existen o que no son verdaderos (o, al menos, no presuponemos que lo sean). Por ejemplo, cuando abstraemos, imaginamos, jugamos, contamos un cuento, etc., lo hacemos mediante representaciones que no son fácticas, sino de ficción. La cuestión de si sólo una capacidad de ficción está detrás de estos fenómenos o si contamos con una serie de mecanismos cognitivos cuyas representaciones propias son de naturaleza ficticia está abierta y es fundamental para entender el funcionamiento de la mente y el contenido de sus representaciones. Por ello, incluimos el tema de la ficción en nuestra investigación dentro del proyecto.

Dos hipótesis centrales guiaron nuestra investigación. Una de ellas fue poco controversial: que la cognición humana tiene un carácter representacional, i.e., que cuando pensamos, lo hacemos acerca del mundo. La otra, en contraste, resultó ser mucho más debatible: que nuestras teorías sobre el contenido de los conceptos se han visto limitadas por restringirse a tomar como conceptos paradigmáticos a conceptos léxicos, lingüísticos, no-relacionales y fácticos. Fue por ello que dedicamos el grueso del proyecto a estudiar otros tipos de representaciones.

Dado el carácter interdisciplinario de nuestra investigación, ésta requirió de la integración de especialistas en filosofía, lingüística y psicología. El reto metodológico fue elucidar y cuestionar los fundamentos conceptuales sobre los que se integran los discursos de dichas disciplinas en una explicación unificada del contenido de nuestras representaciones mentales y del carácter representacional de nuestras capacidades lingüísticas y cognitivas. En el seminario vinculado al proyecto, estudiamos críticamente la literatura contemporánea de investigación científica con miras al análisis filosófico conceptual de sus presupuestos. Trabajamos de cerca con la gente que hace investigación empírica tanto en la UNAM como en el resto del mundo, estudiando el rigor conceptual de sus hipótesis. Los resultados de nuestra investigación se discutieron tanto al interior de dicho seminario como en los coloquios y talleres organizados dentro del proyecto.

La contribución del proyecto radica en que aunque el estudio filosófico del contenido de nuestras representaciones mentales ya era uno de los temas centrales de la filosofía de la mente y de la filosofía de las ciencias cognitivas, nosotros lo abordamos de una manera novedosa, a través del estudio de representaciones ignoradas en el paradigma tradicional. Mientras que el grueso de la filosofía y de la ciencia cognitiva se había concentrado en el estudio de conceptos léxicos asociados a términos predicativos unarios fácticos, nosotros estudiamos conceptos asociados a términos predicativos relacionales, conceptos no asociados a términos lingüísticos (sino a representaciones pictóricas) y conceptos de ficción. Trabajos previos en el área sugerían ya que el contenido y procesamiento de estos tipos de conceptos eran sustancialmente diferentes al de los conceptos tradicionales, pero tales trabajos eran aún muy pobres; creemos haber contribuido sustancialmente a su desarrollo.

Se espera que los resultados del proyecto aporten al desarrollo de diversas áreas de la filosofía, específicamente de la filosofía de las ciencias cognitivas, de la mente, del lenguaje y de la lógica. Es en el área de filosofía de la lógica en la que se sitúa mi aportación particular al proyecto. Mi participación derivó en un artículo académico en el que estudio la definición de verdad lógica propuesta por el lógico polaco Alfred Tarski. A continuación presento dicho artículo.

VERDAD LÓGICA TARSKIANA

Alejandro Javier Solares Rojas[1]

Resumen: en este artículo sostengo que la definición tarskiana de verdad lógica explica la noción de verdad lógica respecto a los lenguajes formalizados pese al hecho de que no tenemos un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas de los mismos mostrando que tal definición es iluminadora y extensionalmente adecuada pese a tal hecho.

Palabras clave: verdad lógica, constantes lógicas, Tarski.

§1. Introducción

Desde la antigüedad hasta nuestros días se ha arraigado profundamente dentro de la filosofía y la lógica la intuición de que no todas las verdades son iguales. En particular, según tal intuición, hay ciertas verdades a las que se ha llamado "lógicas" y de las cuales las siguientes oraciones en castellano son ejemplos paradigmáticos: a) "Si la lógica es trivial, entonces la lógica es trivial", b) "Cantor murió en 1918 o Cantor no murió en 1918", c) "Si Ana es una mujer inteligente y divertida, entonces no es cierto que ninguna mujer inteligente sea divertida", d) "Si todo matemático es quisquilloso y Luis es un matemático, entonces Luis es quisquilloso" y e) "Si es de noche y basta que sea de noche para que se vean estrellas, entonces se ven estrellas". Se han ofrecido distintas definiciones de la noción de verdad lógica a lo largo de la historia, pero la más socorrida y prestigiada actualmente es la tarskiana.

Tarski es especialmente conocido en el ámbito lógico-filosófico por sus definiciones lógico-matemáticas de las nociones de verdad, consecuencia lógica y verdad lógica para las oraciones de los lenguajes formalizados y en menor medida por su definición lógico-matemática de la noción de constante lógica para expresiones de esos mismos lenguajes. A finales de la década de los veinte del siglo XX, él emprendió un proyecto destinado a ofrecer definiciones rigurosas de nociones útiles en la metodología científica. Estaba particularmente interesado en ofrecer definiciones rigurosas de las nociones semánticas para obtener conceptos definidos de ellas que pudieran ser usados correcta y consistentemente en contextos teóricos. Con estos objetivos en mente, dedicó una parte significativa de sus trabajos académicos a proponer definiciones matemáticamente aceptables de las nociones semánticas.

En su famoso artículo de 1936 "Sobre el Concepto de Consecuencia Lógica" (en adelante "SCCL") Tarski propuso un método para definir las nociones de consecuencia lógica y verdad lógica para los lenguajes formalizados. Dicho método está estrechamente relacionado con el método y aparato conceptual que él mismo había propuesto poco tiempo antes para definir la noción de verdad para esos mismos lenguajes. Tales métodos y las definiciones que éstos generan fueron recibidos de

[1] Texto realizado gracias al Proyecto de investigación PAPIIT IN 401611 "Representación y Cognición". Agradezco al Dr. Axel Barceló, Dr. Luis Estrada, Dr. Alessandro Torza, Dr. Cristian Gutiérrez y Mtro. Javier García por sus comentarios y sugerencias que guiaron la escritura del presente.

distintas maneras y las consideraciones subsecuentes en torno a ellos han sido variadas. Ambos han sido ampliamente estudiados y discutidos en el ámbito lógico-filosófico siendo tanto defendidos como criticados, pero el éxito de los mismos ha predominado. En particular, el método que Tarski propuso para construir definiciones de verdad lógica y consecuencia lógica para dichos lenguajes fue muy bien recibido y se estableció prácticamente sin objeciones dentro del ámbito lógico-filosófico como si éste fuera una versión precisa de una idea preexistente y ampliamente extendida en dicho ámbito. Consecuentemente, la definición de verdad lógica para dichos lenguajes que tal método genera ha sido ampliamente aceptada entre lógicos y filósofos, al grado de que muchos de ellos la han considerado como nuestra mejor explicación de la noción de verdad lógica; sin embargo, recientemente algunos de ellos han ofrecido argumentos con la intención de mostrar que dicha definición es insatisfactoria.[2]

Los argumentos que han ofrecido aquellos que sostienen que la definición tarskiana de verdad lógica es insatisfactoria son variados, pues están basados en distintas cuestiones abiertas en torno a la misma. El propio Tarski menciona en "SCCL" que hay varias cuestiones abiertas en torno a si su definición es satisfactoria pero sólo señala una de ellas, la cual, según él, es quizá la más importante: subyacente a toda la construcción de su definición se encuentra la división de todos los términos del lenguaje en cuestión en lógicos y extra-lógicos.[3] Nos dice que aunque dicha división no es del todo arbitraria (pues si incluyéramos entre los términos extra-lógicos términos que usualmente incluimos entre los lógicos, su definición conduciría a resultados que contradicen obviamente el uso ordinario de la noción de verdad lógica), no tenemos un criterio objetivo que nos permita trazar un límite claro entre los dos grupos de términos (Tarski, 1936, pp. 418-419). Ignorando otras cuestiones abiertas en torno a dicha definición, en este artículo me ocuparé únicamente de esta cuestión señalada por el propio Tarski como quizá la más importante. Específicamente, la pregunta que enfrenta este artículo es: ¿el hecho de que no tenemos un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas de los lenguajes formalizados implica que la definición tarskiana de verdad lógica no explica la noción de verdad lógica respecto a los mismos?

La relevancia que tiene responder la pregunta anterior radica en que la naturaleza y el alcance de la lógica que uno adopta dependen esencialmente de la definición de verdad lógica que uno acepta y en que actualmente la definición tarskiana es la más socorrida y prestigiada entre lógicos y filósofos. Mi hipótesis es que la respuesta a dicha pregunta es negativa: la definición tarskiana explica la noción de verdad lógica respecto a los lenguajes formalizados aunque no tenemos un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas de los mismos.[4] La estructura del artículo es la siguiente: en 2.1. construyo de manera técnica la definición tarskiana para una versión del lenguaje del cálculo de predicados, en 2.2. expongo el método y aparato conceptual generales e independientes del lenguaje formalizado en cuestión que Tarski propuso para definir verdad lógica, en **§3.** expongo la relación entre la definición tarskiana y las constantes

---

[2] Véase, por ejemplo, Etchemendy, J. (1990): *The Concept of Logical Consequence*, Harvard University Press, Cambridge, MA. y McGee. V. (1992): "Two Problems with Tarski's Theory of Consequence", *Proceedings of the Aristotelian Society*, vol. 92, 273-292.

[3] Para Tarski una definición satisfactoria de la noción de verdad lógica es una que es *materialmente adecuada* y *formalmente correcta* (véase Tarski, 1935, 1936 y 1944a).

[4] Algunas fuentes reconocidas sostienen que el objetivo que Tarski perseguía al ofrecer su definición era precisamente explicar la noción de verdad lógica. Véase, por ejemplo, Gómez-Torrente, 2000 y 1998/9.

lógicas y en **§4.** concluyo que mi hipótesis es correcta apoyándome en lo expuesto en las secciones anteriores.

§2. La definición tarskiana de verdad lógica[5]

2.1. La construcción de la definición para L_{cp}

Tarski acertadamente señala que las nociones de verdad, consecuencia lógica y verdad lógica dependen esencialmente, tanto en lo que respecta a su extensión como a su contenido, del lenguaje al que son aplicadas.[6] Según él, tan pronto tratamos de construir definiciones de dichas nociones para más de un lenguaje, tales definiciones comienzan a ser ambiguas; por tanto, si queremos evitar tal ambigüedad, debemos construir dichas definiciones de manera relativa a un lenguaje dado, pues los detalles de una definición precisa de cada una de dichas nociones dependen de la estructura particular de cada lenguaje. Por estas razones, propiamente Tarski no propuso definiciones de dichas nociones aplicables a las oraciones de todos los lenguajes formalizados, sino más bien un par de métodos para construir definiciones de dichas nociones aplicables a todos esos lenguajes. Siguiendo la interpretación actual estándar de los respectivos métodos y aparato conceptual que Tarski propuso en “El Concepto de Verdad en Lenguajes Formalizados” (en adelante “CVLF”) y en “SCCL” a continuación construyo las definiciones tarskianas de verdad, consecuencia lógica y verdad lógica para una versión del lenguaje del cálculo de predicados (en adelante L_{cp}).[7]

L_{cp} es un lenguaje de primer orden que está constituido por: signos primitivos para el cuantificador universal de primer orden (‘∀’), el condicional (‘→’) y la negación (‘¬’); paréntesis (‘(’, ‘)’)[8], las letras ‘*x*’, ‘*c*’, ‘*p*’, ‘*P*’ y ‘*F*’, un acento subíndice (‘‚’) para generar infinitas variables de individuo, constantes de individuo, signos proposicionales, signos de predicado y signos de función por respectiva posposición a dichas letras (con el fin de abreviar utilizaremos los numerales naturales para referirnos al número de acentos subíndices pospuestos respectivamente a dichas letras, de tal suerte que nos referiremos, por ejemplo, a la variable en que la letra ‘*x*’ va seguida de *n* acentos subíndices como ‘x_n’), un acento superíndice (‘′’) para indicar la aridad de los predicados y de las funciones, el cual aplicaremos a las letras ‘*P*’ y ‘*F*’ siguiendo un método análogo al de los acentos subíndices. Respecto al método de los acentos subíndices, a lo largo de este artículo asumiremos que contamos con una enumeración efectiva de las variables de individuo, constantes de individuo, signos proposicionales, signos de predicado y signos de función de L_{cp} respectivamente; i.e., asumiremos que los signos ‘x_n’,‘c_n’, ‘p_n’, ‘P_n’ y ‘F_n’ refieren respectivamente al *n*-ésimo miembro de nuestra enumeración. Respecto a la gramática de L_{cp}, ejemplos de sus fórmulas bien formadas (en adelante ‘fbfs’) atómicas son: ‘$P^1_1 x_3$’, ‘p_5’, ‘$P^1_1 c_{80}$’ y ‘$P^3_5 x_1 c_5 x_2$’, ‘

[5] El lector que conoce la definición puede omitir esta sección sin problema alguno. Por otro lado, parte del contenido de esta sección está basado en Hunter, 1971 y en un taller sobre metalógica que impartió el Mtro. Javier García en la Facultad de Filosofía y Letras de la UNAM durante el semestre 2014-1.

[6] En esta y la siguiente sección no sólo expongo cuestiones sobre la definición de verdad lógica propuesta por Tarski sino también sobre sus definiciones de verdad y consecuencia lógica debido a que estas tres están estrechamente relacionadas entre sí.

[7] Sigo dicha interpretación sin presuponer que ésta se corresponda en todos los aspectos con los métodos y aparato conceptual que Tarski efectivamente propuso.

[8] El cuantificador existencial de primer orden (‘∃’) y las otras conectivas veritativo-funcionales (como ‘∧’ y ‘∨’) pueden ser definidos de la manera usual usando estos signos.

$P^1_2F^2_9c_6x_3$' (sus fbfs moleculares son obtenidas mediante negación, condicional y cuantificación universal).[9]

Una interpretación tarskiana de cierto lenguaje formal es una interpretación conjunto-teórica del mismo, la cual es un conjunto de cierto tipo, viz., un par $\langle D, \alpha \rangle$ donde D es un conjunto no-vacío (llamado el dominio o universo de la interpretación) y α es una función cuyo dominio es el conjunto de constantes no-lógicas primitivas del lenguaje en cuestión y que asigna a cada una de ellas una extensión apropiada y "extraída" de D de la siguiente manera: a) si 'c' es una constante de individuo, entonces $\alpha(c)$ es un elemento de D. b) Si 'P' es un signo de predicado unario, $\alpha(P)$ es un subconjunto de D. c) Si 'P' es un signo de predicado n-ario (donde $n > 1$), $\alpha(P)$ es una relación n-aria entre elementos singulares en D (i.e., α asigna a cada signo de predicado n-ario (donde $n > 1$) un conjunto de n-tuplas de elementos de D). D) Si 'F' es un signo de función n-aria (donde $n \geq 1$), entonces $\alpha(F)$ es una función n-aria con argumentos y valores en D (i.e., α asigna a cada signo de función n-aria (donde $n \geq 1$) un conjunto de pares ordenados cada uno de los cuales tiene como primer miembro la secuencia ordenada de los elementos en D asociados por α a los n términos que siguen al signo de función y como segundo miembro un elemento de D; intuitivamente, este segundo miembro es el valor de la función para los n argumentos en cuestión). De esta manera, si 'c' es una constante no-lógica del lenguaje en cuestión, $\alpha(c)$ es el valor de 'c' bajo la interpretación $\mathfrak{I}$. Claramente, un mismo lenguaje puede tener varias interpretaciones.[10]

Una interpretación, digamos $\mathfrak{I}$, de L_{cp} consiste en la especificación de un conjunto no-vacío (el dominio de $\mathfrak{I}$) y de las siguientes asignaciones:[11]

> a) A cada signo proposicional le es asignado el valor verdadero o falso (nunca ambos).
> b) A cada constante de individuo le es asignado un y sólo un elemento del dominio de $\mathfrak{I}$.
> c) A cada signo de predicado le es asignada una y sólo una propiedad o relación definida para elementos del dominio de $\mathfrak{I}$.
> d) A cada signo de función le es asignada una y sólo una función con argumentos y valores en el dominio de $\mathfrak{I}$.

Las conectivas ($\rightarrow, \neg$) son interpretadas con sus significados veritativo-funcionales usuales con la siguiente excepción: pueden conectar fórmulas que para alguna interpretación no son ni verdaderas ni falsas. El cuantificador universal ($\forall$) es interpretado como refiriéndose exclusivamente a elementos del dominio de $\mathfrak{I}$.[12]

---

[9] Asumo que el lector está familiarizado con L_{cp} u otra versión del lenguaje del cálculo de predicados y, por tanto, conoce las características de dichas fbfs.

[10] Nótese que el dominio de una interpretación tarskiana nunca es vacío. La razón de esto es que si tal dominio fuera vacío, todas las cuantificaciones universales y existenciales del lenguaje en cuestión serían, respectivamente, trivialmente verdaderas y falsas por vacuidad.

[11] En adelante utilizaré el término 'interpretación' para referirme al concepto técnico tarskiano recién descrito.

[12] Bajo la propuesta original tarskiana el recorrido de las variables de un lenguaje formalizado no está restringido al dominio de la interpretación deseada de ese lenguaje, sino que los lenguajes formalizados han de contar con predicados que permitan restringir apropiadamente el recorrido de sus variables mediante el proceso de relativización de los cuantificadores. La práctica, común actualmente, de restringir el recorrido de las variables al dominio de la interpretación deseada no modifica sustancialmente el

Una vez que sabemos cómo es una interpretación de L_{cp} podemos definir de manera recursiva el concepto tarskiano de satisfacción para las fbfs de dicho lenguaje:

Sea $\mathcal{I}$ una interpretación de L_{cp} con dominio D. Sean A, B y C fbfs arbitrarias de L_{cp}, S una secuencia denumerable y arbitraria de elementos de D y 't' un término arbitrario de L_{cp}.[13]

- **a.** Si A es un signo proposicional, entonces S satisface a A si y sólo si (en adelante 'ssi') $\mathcal{I}$ le asigna a A el valor verdadero.
- **b.** Si A es de la forma $\ulcorner \neg B \urcorner$, entonces S satisface a A ssi no satisface a B.[14]
- **c.** Si A es de la forma $\ulcorner B \rightarrow C \urcorner$, entonces S satisface a A ssi no satisface a B o satisface a C.
- **d.** Sea A una fbf atómica cerrada pero no un signo proposicional, entonces A es de la forma $\ulcorner P^n_m c_1 ... c_n \urcorner$ (para algunos numerales naturales m y n no necesariamente distintos entre sí) donde 'P^n_m' es un signo de predicado n-ario y '$c_1,...,c_n$' son constantes de individuo (no necesariamente distintas entre sí). Por definición, $\mathcal{I}$ le asigna al signo de predicado 'P^n_m' un y sólo un conjunto de n-tuplas de elementos de D y a cada constante de individuo un y sólo un elemento de D. Supongamos (valiéndonos del concepto tarskiano de función de interpretación que aún no definimos para L_{cp}) que $\alpha_{\mathcal{I}}(c_1)=d_1,\ldots,\alpha_{\mathcal{I}}(c_n)=d_n$ (donde $d_1,\ldots,d_n$ son elementos de D no necesariamente distintos entre sí). Entonces, S satisface a A ssi la n-tupla $\langle d_1,\ldots,d_n \rangle$ pertenece al conjunto de n-tuplas asignado a 'P^n_m' por $\mathcal{I}$.
- **e.** Sea A una fbf atómica abierta de la forma $\ulcorner P^n_m x_1 ... x_n \urcorner$, donde '$x_1,\ldots,x_n$' son variables de individuo (no necesariamente distintas entre sí). A cada variable 'x_i' S le asigna uno y sólo uno de sus elementos de la siguiente manera: si 'x_i' es la k-ésima variable de nuestra enumeración efectiva de las variables de individuo de L_{cp}, entonces S le asigna el k-ésimo de sus elementos. Supongamos que los elementos de S asignados a '$x_1,\ldots,x_n$' son $d_1,\ldots,d_n$ respectivamente (i.e., supongamos que $\alpha_S(x_1)=d_1,\ldots,\ \alpha_S(x_n)=d_n$, donde $d_1,\ldots,d_n$ son elementos de S no necesariamente distintos entre sí). Entonces, S satisface a A ssi la n-tupla $\langle d_1,\ldots,d_n \rangle$ pertenece al conjunto de n-tuplas asignado a 'P^n_m' por $\mathcal{I}$.
- **f.** Sea A una fórmula atómica de la forma $\ulcorner P^n_m t_1 ... t_n \urcorner$, donde '$t_1,\ldots,t_n$' son términos que no involucran ningún signo de función; entonces, cada 't_i' es una constante o una variable de individuo. En el primer caso, $\alpha_{\mathcal{I}}(t_i)=d_i$. Si '$t_i$' es una variable de individuo, entonces existe un numeral natural k tal que 't_i' es la k-ésima variable de nuestra enumeración efectiva y así S le asigna el k-ésimo de sus elementos; llamemos a ese elemento de S 'd_i' ($\alpha_S(t_i)=d_i$). Entonces, S satisface a A ssi $\langle d_1,\ldots,d_n \rangle$ pertenece al conjunto de n-tuplas asignado a 'P^n_m' por $\mathcal{I}$.

---

método ofrecido por Tarski para definir verdad, consecuencia lógica y verdad lógica, y simplifica la presentación del mismo; por ello, la adoptaré en este artículo.

[13] Asumo que el lector conoce las características de los términos de L_{cp}.

[14] Para dar nuestras definiciones recursivas no sólo es necesario poder referirnos a expresiones particulares del lenguaje en cuestión mediante nombres por entrecomillado sino también a la forma que comparten ciertas expresiones del mismo lenguaje, para lo segundo utilizaremos el método de las semicomillas propuesto por Quine.

g. Sea A de la forma $\ulcorner\forall x_k B\urcorner$ (para algún k), donde 'x_k' es la k-ésima variable de nuestra enumeración efectiva. Entonces, S satisface a A ssi todas las secuencias denumerables de elementos de D que difieren de S a lo más en el k-ésimo elemento satisfacen a B.

h. Supongamos que 't' es un término de la forma $\ulcorner F^n_m c_1 ... c_n\urcorner$, donde '$F^n_m$' es un signo de función n-aria y '$c_1,...,c_n$' son constantes de individuo. Sea f la función asignada a 'F^n_m' por $\mathcal{J}$ y sean $d_1,\ldots,d_n$ los elementos de D asignados respectivamente a '$c_1,...,c_n$' por $\mathcal{J}$. Entonces, el elemento de D asignado por $\mathcal{J}$ a 't' es el valor de la función f para los argumentos $d_1,\ldots,d_n$; i.e., $\alpha_{\mathcal{J}}(t)=f(d_1,\ldots,d_n)$.

i. Supongamos que 't' es un término de la forma $\ulcorner F^n_m x_1 ... x_n\urcorner$, '$x_1,\ldots,x_n$' son variables de individuo. Sean $d_1,\ldots,d_n$ los elementos de D asignados respectivamente a '$x_1,\ldots,x_n$' por S de acuerdo con la cláusula **e**. Sea f la función asignada a 'F^n_m' por $\mathcal{J}$. Entonces, $\alpha_{\mathcal{J}}(t)=f(d_1,\ldots,d_n)$.

j. Supongamos que 't' es un término de la forma $\ulcorner F^n_m t_1 ... t_n\urcorner$, donde '$t_1,\ldots,t_n$' son términos que contienen signos de función seguidos de constantes o variables de individuo. Sean $d_1,\ldots,d_n$ los elementos de D asignados a '$t_1,\ldots,t_n$' de acuerdo con las cláusulas **h** e **i**. Sea f la función asignada a 'F^n_m' por $\mathcal{J}$. Entonces, $\alpha_{\mathcal{J}}(t)=f(d_1,\ldots,d_n)$.

k. Supongamos que 't' es un término de la forma $\ulcorner F^n_m t_1 ... t_n\urcorner$, donde '$t_1,\ldots,t_n$' son términos arbitrarios. Sean $d_1,\ldots,d_n$ los elementos de D asignados a '$t_1,\ldots,t_n$' de acuerdo con las cláusulas **h**, **i** y **j**. Sea f la función asignada a 'F^n_m' por $\mathcal{J}$. Entonces, $\alpha_{\mathcal{J}}(t)= f(d_1,\ldots,d_n)$.

Definiendo el concepto tarskiano de función de interpretación para L_{cp} podemos ofrecer una definición recursiva compacta de satisfacción para las fbfs del mismo:

Sea $\mathcal{J}$ una interpretación de L_{cp} con dominio D. Sean A, B y C fbfs arbitrarias de L_{cp}, S una secuencia denumerable y arbitraria de elementos de D y 't' un término arbitrario de L_{cp}.

Definimos una función * que toma como argumentos términos de L_{cp} y arroja como valores elementos de D siguiendo la siguiente regla:

A) Si 't' es una constante de individuo, entonces t*S es el elemento de D asignado a 't' por $\mathcal{J}$.

B) Si 't' es la k-ésima variable de individuo de nuestra enumeración efectiva, entonces t*S es el k-ésimo elemento de S.

C) Si 't' es de la forma $\ulcorner F^n_m t_1 ... t_n\urcorner$ (para algunos m y n no necesariamente distintos entre sí), donde 'F^n_m' es un signo de función n-aria, '$t_1,\ldots,t_n$' son términos arbitrarios y f es la función asignada a 'F^n_m' por $\mathcal{J}$, entonces $F^n_m t_1 ... t_n *S = f(t_1*S,\ldots,t_n*S)$.

Ahora definimos satisfacción:

D) Si A es un signo proposicional, entonces S satisface a A ssi $\mathcal{J}$ le asigna a A el valor verdadero.

E) Si A es una fbf atómica de la forma $\ulcorner P^n_m t_1 ... t_n \urcorner$ (para algunos m y n no necesariamente distintos entre sí), donde 'P^n_m' es un signo de predicado n-ario y '$t_1,\ldots,t_n$' son términos arbitrarios, entonces S satisface a A ssi $\langle t_1{*}S,\ldots,t_n{*}S\rangle$ pertenece al conjunto de n-tuplas asignado a 'P^n_m' por $\mathcal{I}$.

F) Si A es de la forma $\ulcorner \neg B \urcorner$, entonces S satisface a A ssi no satisface a B.

G) Si A es de la forma $\ulcorner B \rightarrow C \urcorner$, entonces S satisface a A ssi no satisface a B o satisface a C.

H) Si A es de la forma $\ulcorner \forall x_k B \urcorner$ (para algún k), donde 'x_k' es la k-ésima variable de nuestra enumeración efectiva, entonces S satisface a A ssi cada secuencia denumerable de elementos de D que difiere de S a lo más en el k-ésimo elemento satisface a B.[15]

Una vez expuestas las definiciones anteriores podemos ofrecer la definición tarskiana de verdad para las fbfs de L_{cp}:

• Definición: Una fbf A de L_{cp} es una verdad de L_{cp} para una interpretación, digamos $\mathcal{I}$, de L_{cp} ssi toda secuencia denumerable de elementos del dominio de $\mathcal{I}$ satisface a A.

Finalmente podemos ofrecer las definiciones tarskianas de modelo, consecuencia lógica y verdad lógica para las fbfs de L_{cp}:

• Definición: Una interpretación, digamos $\mathcal{I}$, de L_{cp} es un modelo de un conjunto Γ de fbfs de L_{cp} ssi cada fbf de Γ es verdadera para $\mathcal{I}$ (en particular, si Γ tiene como único elemento a una fbf A de L_{cp}, $\mathcal{I}$ es un modelo de Γ ssi A es verdadera para $\mathcal{I}$).

• Definición: Una fbf A de L_{cp} es una consecuencia lógica de un conjunto Γ de fbfs de L_{cp} ssi toda interpretación de L_{cp} para la que cada fbf de Γ es verdadera es también una interpretación para la que A es verdadera o, indistintamente, sii todo modelo de Γ es también un modelo de A (en particular, si Γ tiene como único elemento a una fbf B de L_{cp}, A es una consecuencia lógica de Γ ssi toda interpretación de L_{cp} para la que B es verdadera es también una interpretación para la que A es verdadera).

• Definición: Una fbf A de L_{cp} es una verdad lógica de L_{cp} ssi A es verdadera para toda interpretación de L_{cp} o, indistintamente, sii toda interpretación de L_{cp} es un modelo de A. Ejemplos:[16]

1. '$p_3 \rightarrow ((p_3 \rightarrow p_9) \rightarrow p_9)$'
2. '$p_1 \rightarrow p_1$'
3. '$p_5 \vee \neg p_5$'
4. '$(P^1_2 c_8 \wedge (P^1_1 c_8 \wedge P^1_5 c_8)) \rightarrow \neg(\neg\exists(P^1_2 x_2 \wedge (P^1_1 x_2 \wedge P^1_5 x_2)))$'

---

[15] Las dos definiciones recursivas de satisfacción para las fbfs de L_{cp} que ofrecimos son análogas a la definición recursiva de satisfacción para las fbfs del lenguaje del cálculo de clases que Tarski ofrece en "CVLF" (véase Tarski, 1935: 193). Nuestras definiciones recursivas pueden ser transformadas en definiciones normales o explícitas de la misma manera en la que Tarski lo hace para dicha definición recursiva (véase también "Truth" en Gómez-Torrente, 2006).

[16] '∃' puede ser definido de la manera usual usando '¬', '∀', '(' y ')'; mientras que '∧' y '∨' pueden ser definidas de la manera usual usando '¬', '→' , '(' y ')'.

5. ‘ $(\forall x_5(P^1_7x_5 \rightarrow P^1_{88}x_5) \wedge P^1_7c_6) \rightarrow P^1_{88}c_6$ ’
6. ‘ $\exists x_1(P^2_9x_1c_2 \rightarrow \forall x_3(P^2_9x_3c_2))$ ’
7. ‘ $(p_2 \wedge \neg p_2) \rightarrow \exists x_3(P^1_2x_3 \wedge P^1_8x_3)$ ’

Aunque la construcción de la definición tarskiana de verdad lógica para L_{cp} está llena de particularidades, subyacentes a ella están el método y aparato conceptual que no varían al construir dicha definición para cualquier otro lenguaje formalizado. A partir de tales método y aparato conceptual podemos construir definiciones análogas de consecuencia lógica y verdad lógica para cualquier otro lenguaje formalizado (obviamente, haciendo las modificaciones correspondientes). De hecho, aunque propiamente Tarski no propuso definiciones de consecuencia lógica y verdad lógica aplicables a las oraciones de todos los lenguajes formalizados sino más bien un método para construir dichas definiciones aplicable a todos esos lenguajes, es útil e inocuo contar con un par de enunciados generales que expresen el contenido de los conceptos de consecuencia lógica y verdad lógica definidos por Tarski independientemente del lenguaje formalizado en cuestión. Gómez-Torrente nos ofrece una formulación clara y adecuada de tales enunciados:

> El siguiente enunciado, (TLC), puede ser utilizado para dar el contenido general del concepto de consecuencia lógica definido por Tarski:
>
> (TLC) Para todo lenguaje *L* y todos los conjuntos de oraciones *K* y todas las oraciones *S* de *L*, *S* (se sigue lógicamente)$_T$ de *K* si y sólo si *S* es verdadera en todas las interpretaciones (conjunto-teóricas) de *L* que hacen verdaderas a todas las oraciones de *K*.
>
> Y el siguiente enunciado, (TLT), da el contenido general del concepto de verdad lógica definido por Tarski:
>
> (TLT) Para todo lenguaje *L* y todas las oraciones *S* de *L*, *S* es (lógicamente verdadera)$_T$ si y sólo si *S* es verdadera en todas las interpretaciones (conjunto-teóricas) de *L* (Gómez-Torrente, 1998/9, p. 376).[17]

Es en el sentido del enunciado (TLT) en el que hablaré de la definición tarskiana de verdad lógica de manera general e independiente del lenguaje formalizado en cuestión.

2.2. El método general propuesto por Tarski para definir verdad lógica

La teoría de Tarski sobre la noción de verdad lógica está implícita en su artículo de 1936 sobre la noción de consecuencia lógica (“SCCL”). Aunque el método y aparato conceptual que Tarski desarrolla en tal artículo están específicamente destinados a generar una definición precisa de la noción de consecuencia lógica, dada la estrecha

[17] The following statement, (TLC), may be taken to give the general content of Tarski’s defined concept of logical consequence: (TLC) For every language *L* and all sets of sentences *K* and sentences *S* of *L*, *S* (follows logically)$_T$ from *K* if and only if *S* is true in all the (set-theoretic) interpretations of *L* that make true all the sentences of *K*. And the following statement, (TLT), gives the general content of Tarski’s defined concept of logical truth: (TLT) For every language *L* and all sentences *S* of *L*, *S* is (logically true)$_T$ if and only if *S* is true in all the (set-theoretic) interpretations of *L*. [Todas las traducciones en este artículo son mías. Por otro lado, las generalizaciones que aparecen en dichos enunciados cuantifican sobre los lenguajes formalizados. Además, Gómez-Torrente usa el subíndice ‘*T*’ para enfatizar que ‘(follows logically)$_T$’ y ‘(logically true)$_T$’ denotan respectivamente una relación y una propiedad definidas por Tarski y no la relación y la propiedad intuitivas].

relación entre esa noción y la de verdad lógica, dichos método y aparato conceptual también generan una definición precisa de esa segunda noción.[18]

En las consideraciones previas a su propuesta en "SCCL", Tarski nos dice que desde un punto de vista intuitivo si una oración *X* se sigue de un conjunto *K* de oraciones, nunca puede suceder que el conjunto *K* consista únicamente de oraciones verdaderas y la oración *X* sea falsa. Más aún, según él, dado que está interesado específicamente en la noción de consecuencia lógica (i.e., en la noción de consecuencia formal) y por tanto en una relación que está determinada únicamente por la forma de las oraciones entre las que se mantiene, esa relación no puede ser afectada en modo alguno por el conocimiento empírico ni, en particular, por el conocimiento de los objetos a los que se refieren las oraciones del conjunto *K* o la oración *X*. En otras palabras, según Tarski, la relación de consecuencia lógica no puede ser afectada al remplazar las designaciones de los objetos referidos en las oraciones entre las que se mantiene por las designaciones de cualesquiera otros objetos. Con estas ideas intuitivas en mente, Tarski nos dice que si una oración *X* es una consecuencia lógica de un conjunto *K* de oraciones, el argumento constituido por el conjunto de premisas *K* y por la conclusión *X* tiene la siguiente propiedad (a la cual él llama "condición (*F*)"):

> (*F*) *Si, tanto en las oraciones del conjunto K como en la oración X, las constantes—distintas de las constantes puramente lógicas—son remplazadas por cualesquiera otras constantes* (*siempre remplazando signos similares por signos similares*), *y si denotamos al conjunto de oraciones así obtenido a partir de K como 'K'', y la oración obtenida a partir de X como 'X'', entonces la oración X' debe ser verdadera dado solamente que todas las oraciones del conjunto K' son verdaderas* (Tarski, 1936, p. 415).[19]

Tarski nos dice que la condición (*F*) es condición necesaria para que la oración *X* sea una consecuencia lógica del conjunto *K* de oraciones y se pregunta si también es condición suficiente para ello; i.e., se pregunta si la condición (*F*) puede ser ofrecida como definición de la relación de consecuencia lógica. Su respuesta es negativa ya que:

> Puede, y de hecho, ocurre […] que la oración *X* no se sigue en el sentido ordinario de las oraciones del conjunto *K* aunque la condición (*F*) es satisfecha. Esta condición puede de hecho ser satisfecha sólo porque el lenguaje con el que estamos lidiando no posee una reserva suficiente de constantes extra-lógicas. La condición (*F*) podría ser considerada como suficiente para que la oración *X* se siga del conjunto *K* sólo si las designaciones de todos los

[18] Dichas nociones están íntimamente relacionadas entre sí: por un lado, es generalmente aceptado que si un argumento con un número finito de premisas es un caso de consecuencia lógica, entonces un condicional material cuyo antecedente es la conjunción de todas las premisas de dicho argumento y cuyo consecuente es la conclusión del mismo es un caso de verdad lógica. Por otro lado, es generalmente aceptado que una verdad lógica puede ser caracterizada como una consecuencia lógica de cualquier conjunto de premisas (en particular del conjunto vacío de premisas). Muchos filósofos y lógicos consideran que la noción de consecuencia lógica es más fundamental que la noción de verdad lógica; sin embargo, muchas discusiones recientes entre ellos sobre la primera acaban siendo discusiones sobre la segunda. Esto último se debe, en parte, a que es más fácil discutir sobre oraciones que sobre argumentos y a que la mayoría de las cuestiones acerca de la noción de consecuencia lógica pueden ser traducidas clara y regularmente en cuestiones análogas acerca de la noción de verdad lógica. Estas mismas consideraciones se aplican a los conceptos de consecuencia lógica y verdad lógica definidos por Tarski.

[19] (*F*) *If, in the sentences of the class K and in the sentence X, the constants—apart from purely logical constants—are replaced by any other constants* (*like signs being everywhere replaced by like signs*), *and if we denote the class of sentences thus obtained from K by 'K'', and the sentence obtained from X by 'X'', then the sentence X' must be true provided only that all sentences of the class K' are true.*

> objetos posibles aparecieran en el lenguaje en cuestión. Esta suposición, sin embargo, es quimérica y nunca se hará realidad (Tarski, 1936, p. 415-416).[20]

Tarski se percata de que para que un argumento sea un caso de consecuencia lógica no es suficiente que todo argumento con la misma forma sea un argumento donde no es el caso que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. La razón de esto, según él, es que es concebible que se puedan reinterpretar las constantes no lógicas del argumento en cuestión mediante ciertos objetos (individuos, propiedades, etc.) de tal suerte que las premisas así reinterpretadas sean verdaderas y la conclusión así reinterpretada sea falsa, y que, sin embargo, (algunos de) dichos objetos no estén denotados por constantes no-lógicas del lenguaje en cuestión. En un caso así, aunque el argumento en cuestión satisfaría la condición (*F*), no sería un caso de consecuencia lógica. Para soslayar estas dificultades Tarski propone ampliar el requisito exigido por la condición (*F*) de tal manera que en él se incorpore la idea de que un argumento lógicamente válido no puede ser reinterpretado haciendo a las premisas verdaderas y a la conclusión falsa, y no solamente la idea de que un argumento de ese tipo no puede ser transformado en un argumento con premisas verdaderas y conclusión falsa sustituyendo constantes no-lógicas por otras constantes no-lógicas. Es decir, la propuesta de Tarski consiste en ampliar el requisito expresado por (*F*) incorporando en él la idea de que una oración *X* es consecuencia lógica de un conjunto de oraciones *K* si toda interpretación en la que todas las oraciones de *K* son verdaderas es también una interpretación en la que *X* es verdadera (i.e., si toda interpretación preserva en la conclusión la verdad de las premisas).[21]

El lógico polaco nos dice que los medios para poder ampliar el requisito exigido por la condición (*F*) nos los proporciona la semántica. Según él, para poder ofrecer una definición precisa de consecuencia lógica son fundamentales los conceptos semánticos de interpretación, satisfacción, función oracional y modelo. Con el primer concepto ya estamos más que familiarizados, analicemos algunos aspectos de los demás: según Tarski, la satisfacción es una relación entre objetos arbitrarios y ciertas expresiones denominadas “funciones oracionales”. En “La Concepción Semántica de la Verdad: y los Fundamentos de la Semántica” (en adelante “CSV”) nos dice que las funciones oracionales son expresiones como “x es blanco”, “x es menor o igual que y”, “x es mayor que y pero menor que z”, etc. La estructura formal de estas funciones es análoga a la de las oraciones, pero (a diferencia de las segundas) las primeras pueden contener variables libres. De hecho, una oración puede ser definida como una función oracional que no contiene variables libres. Según Tarski, al definir la noción de función oracional en los lenguajes formalizados normalmente se aplica lo que es conocido como “procedimiento recursivo”, i.e., primero se describen las funciones oracionales de estructura más simple y después se indican las operaciones mediante las cuales las

[20] It may, and it does, happen […] that the sentence *X* does not follow in the ordinary sense from the sentences of the class *K* although the condition (*F*) is satisfied. This condition may in fact be satisfied only because the language with which we are dealing does not posses a sufficient stock of extra-logical constants. The condition (*F*) could be regarded as sufficient for the sentence *X* to follow from the class *K* only if the designations of all possible objects occurred in the language in question. This assumption, however, is fictitious and can never be realized.

[21] Tarski mismo reconoce que no es una idea original suya la de explicar la noción de consecuencia lógica mediante la noción de preservación de verdad por toda interpretación, sino que dicha idea estaba implícita en la práctica lógica y matemática de su época; sin embargo, lo innovador de su propuesta es que sugiere precisar dicha idea mediante el método y aparato conceptual desarrollados por él mismo para definir conceptos semánticos como los de satisfacción y verdad.

funciones oracionales compuestas pueden ser construidas a partir de las más simples.[22] Ahora bien, las funciones oracionales son satisfechas o no por objetos (o por secuencias de objetos), en el sentido de que, por ejemplo, la nieve satisface la función oracional "x es blanco". Según Tarski, para definir la noción de satisfacción debemos aplicar de nuevo un procedimiento recursivo: primero debemos indicar cuáles objetos satisfacen a las funciones oracionales más simples y después debemos establecer las condiciones bajo las cuales ciertos objetos dados satisfacen una función oracional compuesta (asumiendo que ya sabemos cuáles objetos satisfacen a las funciones más simples con las cuales dicha función ha sido construida).[23]

Antes de analizar el concepto tarskiano de modelo, es importante hacer tres aclaraciones: a) una vez que contamos con la definición tarskiana general de satisfacción sale a relucir que ésta se aplica automáticamente a las funciones oracionales que no contienen variables libres, i.e., a las oraciones. Tarski nos dice que para una oración sólo dos casos son posibles: o bien es satisfecha por todos los objetos o bien por ninguno. Así, según él, obtenemos una definición de verdad simplemente diciendo que "[…] *una oración es verdadera si ésta es satisfecha por todos los objetos, y falsa en caso contrario*" (Tarski, 1944, p. 353).[24] b) En adelante usaré un concepto de función oracional más amplio que el que hasta aquí había considerado y que es ofrecido por Tarski en "CSV". El concepto que usaré es el ofrecido por él mismo en "SCCL". Una caracterización particularmente clara de tal concepto es ofrecida por Gómez-Torrente: [u]na función oracional *O'* de una oración *O* es el resultado de sustituir las constantes no lógicas que aparecen en *O* de una manera uniforme por variables correspondientes de los tipos apropiados (y diferentes de las variables ya existentes en el lenguaje) (Gómez-Torrente, 2000, p. 39).[25] c) Las funciones oracionales no serán generalmente oraciones y por tanto no verificarán siempre la propiedad de ser verdaderas o falsas; sin embargo, sí serán siempre verdaderas o falsas respecto a interpretaciones del lenguaje al que pertenecen (i.e., serán satisfechas o no por objetos o secuencias de objetos de interpretaciones del lenguaje al que pertenecen).

---

[22] Una de estas operaciones podría consistir, por ejemplo, en formar la conjunción o disyunción lógica de dos funciones oracionales dadas combinándolas mediante la palabra "y" u "o".

[23] Así, por ejemplo, diremos que ciertos números satisfacen la función oracional compuesta "x es menor o igual que y" si satisfacen al menos una de las funciones oracionales simples "x es menor que y" o "x es igual a y".

[24] "[…] *a sentence is true if it is satisfied by all objects, and false otherwise*". [Tarski nos advierte que al poner en práctica estas ideas surge cierta dificultad técnica: es posible que una función oracional contenga un número arbitrario de variables libres y la naturaleza lógica del concepto de satisfacción varía con ese número. Al aplicar dicho concepto a funciones con una variable éste es una relación binaria entre esas funciones y objetos individuales, al aplicarlo a funciones con dos variables éste se convierte en una relación ternaria entre esas funciones y parejas de objetos, y así sucesivamente. Por tanto, estrictamente, nos enfrentamos no sólo con un concepto de satisfacción, sino con infinitos conceptos de la misma. Además, resulta que estos conceptos no pueden ser definidos independientemente unos de otros, sino tienen que ser definidos simultáneamente. Para soslayar esta dificultad Tarski sugiere que utilicemos el concepto matemático de secuencia infinita (o posiblemente de secuencia finita con un número arbitrario de términos). Sugiere considerar a la satisfacción no como una relación *n*-aria entre funciones oracionales y un número indefinido de objetos, sino como una relación binaria entre funciones y secuencias de objetos. Según él, de esa manera la formulación de una definición general y precisa de satisfacción no presenta ninguna dificultad y una oración verdadera puede ser re-definida como aquella oración que es satisfecha por toda secuencia].

[25] Según esta definición, por ejemplo, la función oracional determinada por la oración "la nieve es blanca o la nieve no es blanca" sería informalmente algo así como la expresión "Yx o no Yx" (donde 'x' es una variable de individuo y 'Y' es una variable de clase).

Según Tarski, el concepto de modelo puede ser definido en términos del concepto de satisfacción. Para él, un modelo de una oración *O* es una interpretación del lenguaje de *O* que satisface a la función oracional *O'* determinada por *O*, y un modelo de un conjunto *K* de oraciones es una interpretación del lenguaje de las oraciones de *K* que satisface a todas las funciones oracionales determinadas por las oraciones de *K*. En sus propias palabras:

> Supongamos que en el lenguaje que estamos considerando ciertas variables corresponden a cada constante extra-lógica, y de tal manera que cada oración se convierte en una función oracional si las constantes en ella son remplazadas por las variables correspondientes. Sea *L* cualquier conjunto de oraciones. Remplazamos todas las constantes extra-lógicas que aparecen en las oraciones que pertenecen a *L* por variables correspondientes, siempre remplazando constantes similares por variables similares, y constantes diferentes por variables diferentes. De esta manera obtenemos un conjunto *L'* de funciones oracionales. Una secuencia arbitraria de objetos que satisface cada función oracional del conjunto *L'* será llamada un *modelo* o *realización del conjunto L de oraciones* […] Si, en particular, el conjunto *L* consiste de una única oración *X*, nos referiremos también a un modelo del conjunto *L* como un *modelo de la oración X* (Tarski, 1936, p. 416-417).[26]

Según el lógico polaco, una vez que contamos con una definición precisa del concepto de modelo es posible definir de manera precisa la noción de consecuencia lógica en términos de tal concepto: [*l*]*a oración X se sigue lógicamente de las oraciones del conjunto K si y sólo si todo modelo del conjunto K es también un modelo de la oración X* (Tarski, 1936, p. 417).[27] Como producto del mismo aparato conceptual y del mismo método, Tarski ofrece también una definición precisa de la noción de verdad lógica (aunque él usa la expresión 'verdad analítica'): una oración *X* es una verdad lógica ssi toda interpretación del lenguaje de *X* es un modelo de *X* (véase Tarski, 1936, p. 418).

§3. La definición y las constantes lógicas

La extensión de la definición tarskiana de verdad lógica depende del conjunto de constantes lógicas previamente aceptado. Al construir dicha definición para un lenguaje formalizado, presuponemos que ha sido establecido previamente un cierto conjunto de sus constantes como el conjunto de sus constantes lógicas (o, indistintamente, que ha sido establecido previamente el complemento de dicho conjunto, el conjunto de sus constantes no-lógicas) y la extensión de dicha definición (i.e., cuáles oraciones son declaradas (verdades lógicas)$_T$ por ella) varía según varía dicho conjunto.[28] En otras palabras, distintas selecciones de constantes lógicas determinan distintos conjuntos de (verdades lógicas)$_T$ en un mismo lenguaje. Ilustremos esta situación con L_{cp}.

---

[26] Let us assume that in the language we are considering certain variables correspond to every extra-logical constant, and in such a way that every sentence becomes a sentential function if the constants in it are replaced by the corresponding variables. Let *L* be any class of sentences. We replace all extra-logical constants which occur in the sentences belonging to *L* by corresponding variables, like constants being replaced by like variables, and unlike by unlike. In this way we obtain a class *L'* of sentential functions. An arbitrary sequence of objects which satisfies every sentential function of the class *L'* will be called a *model* or *realization of the class L of sentences* […] If, in particular, the class *L* consists of a single sentence *X*, we shall also refer to a model of the class *L* as a *model of the sentence X*.

[27] *The sentence X* follows logically *from the sentences of the class K if and only if every model of the class K is also a model of the sentence X*.

[28] Usando la idea de Gómez-Torrente mencionada en la nota 16, en el resto del artículo usaré los subíndices '*T*' e '*i*' para enfatizar o indicar que me refiero, respectivamente, al sentido técnico definido por Tarski o al intuitivo.

Al construir la definición tarskiana para L_{cp} en 2.1 presupusimos que cierto conjunto de sus constantes había sido establecido previamente como el conjunto de sus constantes lógicas y que éste era uno ordinariamente aceptado como tal, viz., {'∀', '→', '¬'}. Indistintamente, presupusimos que el conjunto complemento del conjunto anterior había sido establecido previamente y que era uno ordinariamente aceptado como tal, viz., {'c_1',…,'c_n', 'p_1',…,'p_n', 'P_1',…,'P_n', 'F_1',…,'F_n'}. Al haber realizado dicha construcción bajo dicha selección ordinaria de constantes lógicas (o, indistintamente, bajo dicha selección ordinaria de constantes no-lógicas) generamos un determinado conjunto de (verdades lógicas)$_T$.

Sin embargo, supongamos que aceptamos que el conjunto de constantes lógicas de L_{cp} no es el del párrafo anterior, sino {'∀', '¬', 'P^2_3'} (asignemos al signo de predicado 'P^2_3' el significado "ser idéntico a").[29] En ese caso, el conjunto de constantes no-lógicas de L_{cp} es {'c_1',…,'c_n', 'p_1',…,'p_n', 'P_1','P_2','P_4',…,'P_n', 'F_1',…,'F_n', '→'}. Siendo así, cada interpretación de L_{cp} asigna una extensión apropiada y "extraída" de su respectivo dominio a cada una de esas constantes no-lógicas de la siguiente manera: a cada constante de individuo le asigna un y sólo un elemento de su respectivo dominio, a cada signo proposicional le asigna el valor verdadero o falso (nunca ambos), cada signo de predicado le asigna una y sólo una propiedad o relación definida para elementos de su respectivo dominio, a cada signo de función le asigna una y sólo una función con argumentos y valores en su respectivo dominio y a '→' le asigna una operación definida sobre el conjunto de pares ordenados de conjuntos de secuencias denumerables de elementos de su respectivo dominio (de las que asignan valores a las variables de individuo de L_{cp}) que escoge para cada par ordenado un conjunto de esas mismas secuencias.[30]

Bajo dicha selección extraordinaria de constantes lógicas construiríamos una definición tarskiana de satisfacción para las fbfs de L_{cp} análoga a las que construimos en 2.1 bajo dicha selección ordinaria (sólo tendríamos que hacer algunas modificaciones técnicas al tomar a 'P^2_3' como una constante lógica y a '→' como una constante no-lógica) y a partir de ella obtendríamos una definición tarskiana de verdad lógica para dichas fbfs idéntica a la que ofrecimos en tal sección.[31] Sin embargo, ciertas fbfs de L_{cp} que son (verdades lógicas)$_T$ bajo tal selección extraordinaria no lo son bajo tal selección ordinaria y viceversa. Por ejemplo, '$\exists x_8 P^2_3 x_8 x_8$' es una (verdad lógica)$_T$ bajo dicha selección extraordinaria, pero no lo es bajo dicha selección ordinaria. Como ejemplo de la circunstancia inversa, '$p_3 \rightarrow ((p_3 \rightarrow p_9) \rightarrow p_9)$' es una (verdad lógica)$_T$ bajo dicha selección ordinaria, pero no lo es bajo dicha selección extraordinaria (para corroborar lo segundo tómese, por ejemplo, una interpretación de L_{cp} cuyo dominio D es un conjunto de números naturales y que asigna a '→' la operación $\mathscr{D}$ definida sobre $\mathcal{P}(D^\omega)\times\mathcal{P}(D^\omega)$ (donde D^ω es el conjunto de secuencias denumerables de elementos de D) que, a su vez, asigna a un par $<S_1, S_2>$ (donde S_1 y S_2 son subconjuntos de D^ω) el conjunto $S_1 \cup S_2$ (el

[29] Hay controversia en torno a si el signo del predicado de identidad ha de tomarse como una constante lógica o como una no-lógica.

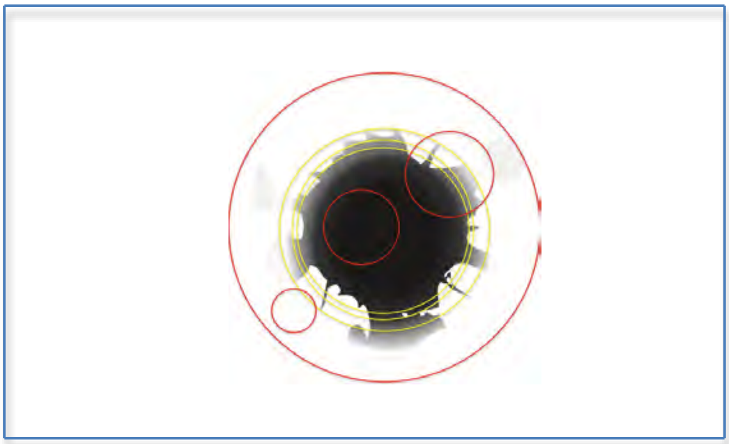
[30] La idea es que ese tipo de operaciones son los posibles valores semánticos de una conectiva, entre los cuales se encuentran funciones de verdad (véase Gómez-Torrente, 2000, pp. 86-87).

[31] Cambiar de selección de constantes lógicas de L_{cp} implica ciertas modificaciones técnicas en la definición tarskiana de satisfacción para las fbfs de dicho lenguaje, pero no en la definición tarskiana de verdad lógica para dichas fbfs.

cual también es subconjunto de D^{ω}); intuitivamente $\mathscr{D}$ es la conectiva de disyunción).[32] En otras palabras, bajo tal selección extraordinaria generamos un conjunto de (verdades lógicas)$_T$ de L_{cp} distinto del que generamos bajo tal selección ordinaria.

Nuestros ejemplos de L_{cp} muestran que, efectivamente, la extensión de la definición tarskiana varía según varía el conjunto de constantes lógicas previamente aceptado, pero también muestran que dicha extensión está delimitada de manera precisa independientemente de cuál sea ese conjunto pues, sea cual sea, éste determina un conjunto específico de (verdades lógicas)$_T$. Aunque dicha extensión varía según varía el conjunto de constantes lógicas previamente aceptado, los conceptos en los que está formulada dicha definición (incluyendo, obviamente, el concepto de constante lógica) son los mismos independientemente de cuál sea ese conjunto y son justamente esos conceptos los que delimitan de manera precisa dicha extensión.

A diferencia de la extensión de la definición tarskiana, la extensión de la noción de verdad lógica no está bien delimitada, sino es, por decirlo así, "difusa". Dado que dicha noción es vaga e informal, su extensión no está delimitada de manera siquiera clara: aunque hay oraciones que claramente son (verdades lógicas)$_i$ y otras que claramente no lo son, también hay otras respecto a las cuales no es claro si lo son o no. En otras palabras, la extensión de dicha noción no es un conjunto. El siguiente diagrama ilustra las ideas hasta aquí expuestas en esta sección:



𝔸

El área del rectángulo representa el conjunto de oraciones de un lenguaje formalizado arbitrario, las áreas de los círculos representan distintos conjuntos de (verdades lógicas)$_T$ determinados por distintas selecciones de constantes lógicas y el área difusa de la figura irregular representa la extensión de la noción de verdad lógica. Como 𝔸 ilustra, la extensión de la definición tarskiana tiene límites precisos bajo toda selección de constantes lógicas, mientras que la extensión de dicha noción no tiene límites siquiera claros.[33] Mientras que para toda oración es completamente claro si es o no una (verdad

---

[32] Presumiblemente, una interpretación de L_{cp} en la que '$p_3 \rightarrow ((p_3 \rightarrow p_9) \rightarrow p_9)$' es (verdadera)$_T$ bajo dicho conjunto extraordinario es una cuyo domino D es un conjunto de números naturales y que asigna a '→' la operación $\mathscr{C}$ definida sobre $\mathcal{P}(D^{\omega}) \times \mathcal{P}(D^{\omega})$ que, a su vez, asigna a un par ordenado $<S_1, S_2>$ el conjunto $(D^{\omega}\text{-}S_1) \cup S_2$; intuitivamente, $\mathscr{C}$ es la conectiva de condicional material (véase Gómez-Torrente, 2000, pp. 86-87).

[33] 𝔸 (y cada uno de los diagramas en este artículo en su respectivo caso) simplemente ilustra las ideas en cuestión, no las representa formalmente.

lógica)$_T$ bajo toda selección de constantes lógicas, no para toda oración es claro si es o no una (verdad lógica)$_i$ (aunque para algunas oraciones sí es claro si lo son o no).

De acuerdo con $\mathbb{A}$ y las ideas que éste ilustra, la cantidad de casos donde la extensión de la definición tarskiana y la extensión de la noción de verdad lógica coinciden claramente (i.e., casos donde *O* es claramente una (verdad lógica)$_i$ y es una (verdad lógica)$_T$ y donde *O* claramente no es una (verdad lógica)$_i$ ni es una (verdad lógica)$_T$), la cantidad de casos donde claramente no coinciden (i.e., casos donde *O* es claramente una (verdad lógica)$_i$ pero no es una (verdad lógica)$_T$ y donde *O* claramente no es una (verdad lógica)$_i$ pero es una (verdad lógica)$_T$) y la cantidad de casos donde no es claro si coinciden o no (i.e., casos donde no es claro si *O* es o no una (verdad lógica)$_i$ pero es una (verdad lógica)$_T$ y donde no es claro si *O* es o no una (verdad lógica)$_i$ pero no es una (verdad lógica)$_T$), dependen del conjunto de constantes lógicas previamente aceptado. Esta situación era de esperarse, pues, como vimos, la extensión de dicha definición depende precisamente de dicho conjunto. Respecto a tal situación distintos “escenarios” son posibles, por mencionar algunos: bajo ciertas selecciones de constantes lógicas habrá muchos casos donde dichas extensiones coincidan claramente (o, indistintamente, pocos donde claramente no coincidan y pocos donde no sea claro si coinciden o no), bajo otras selecciones habrá muchos casos donde claramente no coincidan y bajo otras más habrá muchos casos donde no sea claro si coinciden o no. Sin embargo, hay ciertos “escenarios” imposibles, por mencionar algunos: es imposible que haya cierta selección de constantes lógicas bajo la que dichas extensiones coincidan claramente en todos los casos (o, indistintamente, bajo la que no haya caso alguno donde dichas extensiones claramente no coincidan ni caso alguno donde no sea claro si coinciden o no) y es imposible que haya cierta selección bajo la que dichas extensiones claramente no coincidan en todos los casos. De nuevo, ilustremos esta situación con L_{cp}.

Bajo la selección ordinaria de constantes lógicas de L_{cp} expuesta arriba hay muchos casos en los que las extensiones de la definición tarskiana y la noción de verdad lógica (respecto a L_{cp}) coinciden claramente; por mencionar algunos:

Algunos casos donde la respectiva fbf de L_{cp} es una (verdad lógica)$_T$ (bajo tal selección ordinaria) y es claramente una (verdad lógica)$_i$ son:
a) ‘ $p_1 \rightarrow p_1$ ’
b) ‘ $p_5 \vee \neg p_5$ ’
c) ‘ $(P^1_2 c_8 \wedge (P^1_1 c_8 \wedge P^1_5 c_8)) \rightarrow \neg(\neg\exists x_2 (P^1_2 x_2 \wedge (P^1_1 x_2 \wedge P^1_5 x_2)))$ ’
d) ‘ $(\forall x_5 (P^1_7 x_5 \rightarrow P^1_{88} x_5) \wedge P^1_7 c_6) \rightarrow P^1_{88} c_6$ ’
e) ‘ $p_3 \rightarrow ((p_3 \rightarrow p_9) \rightarrow p_9)$ ’

Algunos casos donde la respectiva fbf no es una (verdad lógica)$_T$ y claramente no es una (verdad lógica)$_i$ son:
f) ‘ p_1 ’
g) ‘ $P^1_7 c_6 \wedge P^1_{88} c_6$ ’
h) ‘ $\exists x_3 P^1_7 x_3$ ’

Para ilustrar que las fbfs L_{cp} de los casos a)-e) son claramente (verdades lógicas)$_i$ y que las de los casos f)-h) claramente no lo son podemos pensar en posibles “traducciones” de éstas al lenguaje natural: posibles “traducciones” de las fbfs de a)-e) son respectivamente las oraciones en castellano a)-e) que ofrecimos al inicio de §1. Posibles traducciones de las fbfs de f)-h) son respectivamente: “La lógica es trivial”, “Luis es un matemático y es quisquilloso” y “Existe un matemático”.[34]

Sin embargo, bajo dicha selección ordinaria de constantes lógicas también hay algunos (aunque pocos) casos en los que no es claro si dichas extensiones coinciden o no; por mencionar algunos:

Algunos casos donde la respectiva fbf de L_{cp} es una (verdad lógica)$_T$ pero no es claro si es o no una (verdad lógica)$_i$ son:
i) ‘ $\exists x_1(P^2_9 x_1 c_2 \rightarrow \forall x_3(P^2_9 x_3 c_2))$ ’
j) ‘ $(p_2 \wedge \neg p_2) \rightarrow \exists x_3(P^1_2 x_3 \wedge P^1_8 x_3)$ ’

Posibles “traducciones” de las fbfs de estos casos al lenguaje natural son respectivamente: “Existe un objeto que, si destruye al Universo, entonces todos los objetos destruyen al Universo” y “Si Alex es bipolar y no es bipolar, entonces existe una mujer inmortal”.

Bajo dicha selección ordinaria resulta menos sencillo “encontrar” casos en los que una fbf de L_{cp} no sea una (verdad lógica)$_T$ pero no sea claro si es o no una (verdad lógica)$_i$ y en casos en los que una fbf de L_{cp} sea una (verdad lógica)$_T$ pero claramente no sea una (verdad lógica)$_i$ o no sea una (verdad lógica)$_T$ pero sea claramente una (verdad lógica)$_i$. Esto sugiere que bajo tal conjunto hay pocos de esos casos.

En cambio, bajo la selección extraordinaria de constantes lógicas de L_{cp} expuesta arriba si bien hay algunos (aunque pocos) casos en los que dichas extensiones coinciden claramente y en los que no es claro si coinciden o no, hay muchos casos en los que claramente no coinciden; por mencionar algunos:

Algunos casos donde la respectiva fbf de L_{cp} no es una (verdad lógica)$_T$ (bajo tal selección extraordinaria) pero es claramente una (verdad lógica)$_i$ son los casos a)-e) mencionados en la página anterior.[35] Mientras que un caso donde la fbf es una (verdad lógica)$_T$ pero claramente no es una (verdad lógica)$_i$ es ‘ $\exists x_8 P^2_3 x_8 x_8$ ’, de la que una posible “traducción” al lenguaje natural es “*existe algo* que es idéntico a sí mismo”.[36]

Según varíe el conjunto de constantes lógicas de L_{cp} previamente aceptado variará la extensión de la definición tarskiana respecto a tal lenguaje y, por tanto, también variará la cantidad de casos donde dicha extensión coincida claramente con la extensión de la noción de verdad lógica, de casos donde dichas extensiones claramente no coincidan y de casos donde no sea claro si coinciden o no (también respecto a tal lenguaje). Esta situación no es exclusiva de L_{cp}, sino que se presenta en todos los lenguajes formalizados. Aunado a tal situación no contamos con un criterio no controversial para

[34] Uso “traducciones” de L_{cp} al lenguaje natural únicamente con fines ilustrativos, sin presuponer que éstas sean adecuadas (de hecho, algunas son claramente artificiosas) ni que la semántica de los lenguajes formales sea la misma que la del lenguaje natural.
[35] Recuérdese que ‘∧’ y ‘∨’ pueden ser definidas de la manera usual usando ‘¬’, ‘→’ , ‘(’ y ‘)’
[36] Que exista algo (o no), no es una cuestión que intuitivamente pueda ser verdadera en virtud de la lógica, pues ésta intuitivamente es (o “debería” ser) ontológicamente neutra. Nótese que lo que hace que dicha fbf de L_{cp} sea una (verdad lógica)$_T$ bajo dicho conjunto extraordinario es que el signo ‘P^2_3’ es tomado como una constante lógica y que el dominio de una interpretación nunca es vacío.

identificar a las constantes lógicas de ningún lenguaje.

Como mencioné en **§1.**, Tarski mismo consideró que quizá la cuestión abierta más importante en torno a sus definiciones de consecuencia lógica y de verdad lógica era que subyacente a toda la construcción de tales definiciones se encuentra la distinción entre constantes lógicas y no-lógicas del lenguaje en cuestión. En las últimas páginas de "SCCL" expresa esta situación respecto a su definición de consecuencia lógica:

> No soy en absoluto de la opinión que en el resultado de la discusión anterior el problema de una definición materialmente adecuada del concepto de consecuencia ha sido resuelto completamente. Por el contrario, todavía veo varias cuestiones abiertas, sólo una de las cuales—quizá la más importante—voy a señalar aquí. Subyacente a toda nuestra construcción está la división de todos los términos del lenguaje en cuestión en lógicos y extra-lógicos. Esta división es ciertamente no del todo arbitraria. Si, por ejemplo, tuviéramos que incluir entre los signos extra-lógicos el signo de implicación, o el cuantificador universal, entonces nuestra definición del concepto de consecuencia nos conduciría a resultados que contradicen obviamente el uso ordinario. Por otro lado, no conozco razones objetivas que nos permitan trazar un límite claro entre los dos grupos de términos. Parece que es posible incluir entre los términos lógicos algunos que por lo general son considerados por los lógicos como extra-lógicos sin tropezar con consecuencias que estén en claro contraste con el uso ordinario (Tarski, 1936, pp. 418-419).[37]

La definición tarskiana de verdad lógica trae consigo la hipótesis de que existe un conjunto $\mathfrak{C}$ de constantes de los lenguajes formalizados tal que para toda oración *O* de cualquiera de esos lenguajes, *O* es una (verdad lógica)$_T$ ssi es (verdadera)$_T$ para toda interpretación que asigna extensiones apropiadas a las constantes que no pertenecen a $\mathfrak{C}$. El hipotético conjunto $\mathfrak{C}$, si existe, es el conjunto de las constantes lógicas de dichos lenguajes. La cuestión de si $\mathfrak{C}$ existe, y de caracterizarlo de manera no controversial en caso de que exista, está abierta; pese a ello, hay algunas ideas acerca de él: es ampliamente aceptado que, si existe, ciertas constantes de dichos lenguajes como '$\forall$', '$\rightarrow$' y '$\neg$' pertenecen a él (i.e., es ampliamente aceptado que, si existe, no es vacío) y que otras constantes de los mismos con significados como 'Frege', 'ser rojo', 'liberar a', etc., no pertenecen a él; sin embargo, es controversial que, si existe, otras constantes de los mismos como los cuantificadores de órdenes superiores al primero y con significados como "es idéntico a" pertenecen a él o no. En otras palabras, si $\mathfrak{C}$ existe, no tenemos un criterio no controversial que nos diga cuáles constantes pertenecen a él y cuáles no.[38] Nadie ha caracterizado a $\mathfrak{C}$ de manera no controversial; peor aún, nadie ha ofrecido un criterio no controversial que caracterice el conjunto de constantes lógicas de algún lenguaje.

---

[37] I am not at all of the opinion that in the result of the above discussion the problem of a materially adequate definition of the concept of consequence has been completely solved. On the contrary, I still see several open questions, only one of which—perhaps the most important—I shall point out here. Underlying our whole construction is the division of all terms of the language discussed into logical and extra-logical. This division is certainly not quite arbitrary. If, for example, we were to include among the extra-logical signs the implication sign, or the universal quantifier, then our definition of the concept of consequence would lead to results which obviously contradict ordinary usage. On the other hand, no objective grounds are known to me which permit us to draw a sharp boundary between the two groups of terms. It seems to be possible to include among logical terms some which are usually regarded by logicians as extra-logical without running into consequences which stand in sharp contrast to ordinary usage.

[38] Nótese que no niego que $\mathfrak{C}$ exista, sino que tengamos un criterio no controversial para identificar a sus hipotéticos elementos.

Todos los intentos que se han llevado a cabo para ofrecer un criterio no controversial para distinguir las constantes lógicas de las no-lógicas tanto en todo lenguaje como en cierto(s) lenguaje(s) han fracasado e incluso ha habido quienes han sostenido que tal distinción es vacua.[39] Tarski mismo, insatisfecho con que el concepto de constante lógica apareciera como un concepto primitivo en su método general para construir definiciones de consecuencia lógica y verdad lógica, propuso una definición precisa (formulada en conceptos lógicos y matemáticos estándar) de la noción de constante lógica aplicable a los mismos lenguajes a los que dicho método es aplicable (i.e., propuso una caracterización precisa del hipotético conjunto $\mathfrak{C}$).[40] Sin embargo, la definición de constante lógica que ofreció es controversial principalmente por declarar lógicas a muchas constantes que no lo son intuitivamente.

Antes de ofrecer su definición de constante lógica, Tarski mismo había manifestado una postura escéptica acerca de la posibilidad de ofrecer un fundamento filosófico sustancial para la distinción entre constantes lógicas y no-lógicas y, por tanto, acerca de la posibilidad de formular una definición precisa, adecuada e iluminadora de constante lógica. Si bien Tarski sostuvo en "SCCL" que dicha distinción no es completamente arbitraria ya que si incluyéramos signos como el condicional o el cuantificador universal de primer orden entre las constantes no-lógicas, sus definiciones de las nociones de consecuencia lógica y verdad lógica conducirían a resultados que contradicen obviamente el uso ordinario de dichas nociones (por ejemplo, como expusimos arriba, si incluyéramos al signo '→' entre las constantes no-lógicas, la definición tarskiana de verdad lógica no declararía (verdades lógicas)$_T$ a muchas oraciones que son claramente (verdades lógicas)$_i$), también sostuvo ahí que no conocía ningún criterio que nos permita establecerla objetivamente (Tarski, 1936, pp. 418-419).[41] Más aún, en las últimas líneas de "SCCL" nos dice que no hay certidumbre sobre si la cuestión de formular un tal criterio será resuelta positiva o negativamente. Nos dice ahí que aunque la investigación venidera esclarecerá indudablemente dicha cuestión, es posible tanto que, por un lado, dicha investigación arroje argumentos objetivos que nos permitan justificar la división tradicional entre constantes lógicas y no-lógicas, como que, por otro lado, no arroje resultados positivos en esa dirección, de tal suerte que nos veamos obligados a considerar los conceptos presupuestos de consecuencia lógica y verdad lógica como conceptos relativos que deben, en cada caso, ser relacionados con una determinada división de las constantes en lógicas y no-lógicas

[39] Véase MacFarlane, 2005 y Orayen, 1989.

[40] Dejar sin definir la noción de constante lógica significaba, por un lado, no caracterizar de manera rigurosa los casos de (consecuencia lógica)$_T$ y (verdad lógica)$_T$ y eso no parece deseable y, por otro, no ofrecer un criterio objetivo para incluir signos como el condicional o el cuantificador universal de primer orden entre las constantes lógicas y eso es claramente indeseable.

[41] Tarski pone en duda que la situación inversa represente un problema: también sostiene en "SCCL" que parece posible incluir entre las constantes lógicas algunas constantes que son usualmente consideradas por los lógicos y filósofos como no-lógicas sin que sus definiciones de las nociones de consecuencia lógica y verdad lógica conduzcan a resultados que contradigan claramente el uso ordinario de dichas nociones. Según él, incluso si consideráramos que todas las constantes son lógicas, dichas definiciones no conducirían a resultados en obvia contradicción con el uso ordinario, pues aún en ese caso, por ejemplo, su definición de consecuencia lógica ofrecería una caracterización de un concepto especial de consecuencia bien conocido, viz., el de consecuencia material: si no hay constantes no-lógicas, una oración X es una (consecuencia lógica)$_T$ de un conjunto K de oraciones ssi o bien al menos una de las oraciones de K es (falsa)$_T$ o X es (verdadera)$_T$; dado que, según Tarski, hay usos de la noción de consecuencia lógica que únicamente comprenden argumentos donde la relación entre las premisas y la conclusión es meramente material, la situación descrita no conduciría a resultados que contradigan claramente el uso ordinario de dicha noción (véase Tarski, 1936, p. 419).

cuyo carácter sea en un mayor o menor grado arbitrario (Tarski, 1936, p. 420). Sin embargo, hay evidencia de que Tarski favoreció la tesis relativista de que la cuestión de si una constante es lógica podría no tener una respuesta completamente no-arbitraria.

Hay evidencia de que para Tarski qué constantes y qué leyes deben tomarse como parte de la lógica depende del contexto teórico. Esto lo podemos corroborar en un fragmento de una carta que escribió poco después de haber escrito "SCCL": […] algunas veces me parece conveniente incluir términos matemáticos, como la relación ∈, en el conjunto de los términos lógicos, y algunas veces prefiero limitarme a los términos de la 'lógica elemental'. ¿Hay algún problema en esto? (Tarski, 1944b, p. 29).[42] Según Tarski, podemos tomar el signo de la relación de pertenencia como una constante lógica en algunas formalizaciones de la teoría de los tipos (formalizaciones que pueden ser usadas para formalizar a su vez teorías con universos arbitrarios de individuos), pero que cuando la teoría de conjuntos misma es el objeto de estudio teórico, lo correcto es no tomar la noción de pertenencia como una noción lógica y no aceptar principios acerca de dicha noción como principios de la lógica de la teoría, sino como postulados de ella. Como mencionamos en el párrafo anterior, Tarski también deja planteado este punto de vista sobre la relatividad de la noción de constante lógica en las últimas líneas de "SCCL". Según él, en diferentes contextos teóricos se pueden presuponer diferentes conjuntos de constantes lógicas, de tal suerte que pueda así variar la extensión de los conceptos presupuestos de consecuencia lógica y verdad lógica. Concluye "SCCL" diciendo que: [l]a fluctuación en el uso común del concepto de consecuencia sería—al menos en parte—reflejada de manera muy natural en esa situación inevitable (Tarski, 1936, p.420).[43]

Sin embargo, Tarski no pudo dejar de reconocer que hay ciertos usos "privilegiados" de las nociones de consecuencia lógica y verdad lógica y, por tanto, de la noción de constante lógica. Muchos años después de haber escrito "SCCL", Tarski retomó la cuestión de la distinción entre constantes lógicas y no-lógicas y se propuso formular una definición precisa de la noción de constante lógica. Empero, como veremos abajo, formuló su definición de tal manera que ésta acomoda (al menos parcialmente) su convicción previa de que tal noción no es absoluta, sino relativa.

Tarski desarrolló su definición de la noción de constante lógica en su conferencia "¿Qué son las nociones lógicas?" de 1966 (publicada póstumamente en 1986) y en su libro *Una Formalización de la Teoría de Conjuntos sin Variables* (publicado póstumamente en 1987). Aunque Tarski formuló propiamente su definición en dicho libro, en dicha conferencia sentó las bases para formularla definiendo primero el concepto de "noción lógica". Tarski comienza dicha conferencia haciendo algunas observaciones acerca de la naturaleza de su propuesta. Dice que una respuesta a la pregunta que da título a su conferencia puede ser de distintos tipos: puede dar cuenta del uso predominante del concepto "noción lógica" por la mayoría de la gente o por la gente que está calificada para usarlo, puede ser una respuesta de carácter normativo que sugiera que el concepto sea usado de cierta manera independientemente de su uso real y como una tercera posibilidad: [a]lgunas respuestas más parecen apuntar a algo muy diferente, pero es muy

[42] […] sometimes it seems to me convenient to include mathematical terms, like the ∈-relation, in the class of logical ones, and sometimes I prefer to restrict myself to terms of 'elementary logic'. Is any problem involved here?

[43] The fluctuation in the common usage of the concept of consequence would—in part at least—be quite naturally reflected in such a compulsory situation.

difícil para mí decir lo que es; la gente habla de capturar el significado apropiado, verdadero de una noción, algo independiente del uso real, e independiente de cualquier propuesta normativa, algo así como la idea platónica detrás de la noción. Este último enfoque es tan ajeno y extraño para mí que simplemente lo ignoraré, pues no puedo decir nada inteligente sobre esos asuntos (Tarski, 1966, p. 145).[44] Tarski deja claro que tampoco está interesado en desarrollar una propuesta normativa, sino en desarrollar una propuesta que capture cierto uso común del concepto de noción lógica: […] al responder la pregunta '¿Qué son las nociones lógicas?', lo que haré es dar una sugerencia o propuesta sobre un posible uso del término 'noción lógica'. Me parece que esta sugerencia se compadece, si no con todo uso predominante del término 'noción lógica', al menos con un uso que efectivamente se encuentra en la práctica (Tarski, 1966, p. 145).[45]

Respecto a qué son las nociones Tarski nos dice que una "noción" (en sentido técnico) es un objeto de alguno de los tipos posibles en una jerarquía de tipos como la de *Principia Mathematica*: los individuos son nociones, los conjuntos de individuos son nociones, la relaciones entre individuos son nociones, los conjuntos de relaciones entre individuos son nociones, los conjuntos de conjuntos de individuos son nociones, etc.[46] Entendiendo así "noción", propone que una noción lógica es una noción invariante bajo todas las transformaciones uno a uno del universo de discurso sobre sí mismo (i.e., bajo todas las permutaciones de tal universo).[47] Una transformación uno a uno de una clase sobre sí misma o, indistintamente, una permutación de una clase induce permutaciones de todos los tipos en la jerarquía de tipos de (nociones)$_T$ determinada por dicha clase de la siguiente manera: una permutación P de un dominio de individuos D induce: una permutación de la clase de relaciones n-arias entre elementos de D, una permutación de la clase de las funciones con n argumentos con dominio D^n y recorrido incluido en D, una permutación de la clase de relaciones n-arias entre relaciones m-arias entre elementos de D, etc. Así, una (noción)$_T$ u objeto o de cierto tipo t es invariante bajo todas las permutaciones del universo o dominio de discurso si, para toda permutación P de dicho universo, todas las permutaciones $\dot{P}$ inducidas por P en la clase de las nociones de tipo t son tales que $\dot{P}(o)= o$.[48]

La definición de constante lógica formulada por Tarski aparece en su libro póstumo de 1987 (el cual escribió en colaboración con S. Givant). Según dicha definición, una constante C de un lenguaje formal interpretado L es una constante lógica si denota a una (noción lógica)$_T$ en toda interpretación (i.e., en todo universo o dominio de discurso) de L (nótese que para que esta definición sea mínimamente adecuada debemos suponer que el significado de las constantes (a secas) está fijo, aunque naturalmente su extensión o denotación varíe en diferentes interpretaciones). Usando la notación *den*(c, D) para

---

[44] Some further answers seem to aim at something very different, but it is very difficult for me to say what it is; people speak of catching the proper, true meaning of a notion, something independent of actual usage, and independent of any normative proposals, something like the platonic idea behind the notion. This last approach is so foreign and strange to me that I shall simply ignore it, for I cannot say anything intelligent on such matters.

[45] […] in answering the question 'What are logical notions?' what I shall do is make a suggestion or proposal about a possible use of the term 'logical notion'. This suggestion seems to me to be in agreement, if not with all prevailing usage of the term 'logical notion', at least with one usage which actually is encountered in practice.

[46] Véase Tarski, 1966, p. 147.

[47] Véase Tarski, 1966, p. 149.

[48] Véase Gómez-Torrente, 2000, p. 96.

referirnos a la denotación de una constante (a secas) *c* en un universo o dominio de discurso *D* y suponiendo (como Tarski y Givant) que el significado de tal constante y el dominio de discurso son suficientes para determinar dicha denotación, la definición de Tarski (en colaboración con Givant) puede expresarse así: una constante *c* es una constante lógica ssi para todo dominio de discurso *D* y toda permutación *P* de *D*, $\dot{P}$(*den*(*c*, *D*))= *den*(*c*, *D*).[49] Bajo esta definición, las constantes lógicas son aquellas constantes cuya denotación sobre cualquier dominio particular de individuos es invariante bajo todas las permutaciones de dicho dominio. Que la denotación de un término sobre un dominio sea invariante bajo una permutación de ese dominio significa que la imagen inducida de esa denotación bajo tal permutación es la denotación misma (la imagen inducida de una denotación bajo una permutación *P* es en lo que la denotación se convierte cuando en lugar de cada objeto *o* se pone el objeto *P*(*o*)).[50]

Como el lector puede comprobar, la definición en cuestión declara (constantes lógicas)$_T$ a los cuantificadores universales y existenciales estándar, a las conectivas veritativo-funcionales, al predicado de identidad, al predicado de diversidad (“no ser idéntico a”), al predicado “ser una cosa” (que se aplica a todo), al predicado “no ser una cosa” (que se aplica a nada) y a varios términos más que son considerados como (constantes lógicas)$_i$ por muchos lógicos y filósofos (aunque no por todos ellos); mientras que no declara (constantes lógicas)$_T$ a términos con significados como “ser mortal”, “ser sucesor de”, “estar en medio de”, “ser mayor o igual que”, “Frege” y a varios términos más que no son considerados como (constantes lógicas)$_i$ por muchos lógicos y filósofos (aunque no por todos ellos).[51] De hecho, un resultado técnico ofrecido por el mismo Tarski (en colaboración con A. Lindenbaum) nos permite apreciar mejor en qué “medida” dicha definición coincide extensionalmente con el uso que muchos lógicos y filósofos hacen de la expresión “constante lógica” (aunque no con el de todos ellos): en 1935 Tarski y Lindenbaum demostraron que todas las (nociones)$_T$ definibles en el lenguaje de la teoría simple de los tipos (i.e., en el lenguaje de *Principia Mathematica*)

[49] La expresión “*c* denota *O* en *D*” puede definirse para todo lenguaje formalizado usando el método tarskiano (Tarski, 1935).

[50] Véase Tarski y Givant, 1987, p. 57 y Gómez-Torrente, 2000, p. 98.

[51] Aunque los cuantificadores existenciales y universales estándar y las conectivas veritativo-funcionales no tienen extensiones o denotaciones en el sentido usual es posible (como Tarski y otros han indicado) construir sus denotaciones y sus funciones veritativas en la jerarquía de tipos como ciertos objetos invariantes bajo todas las permutaciones del universo de discurso y, por tanto, son (nociones lógicas)$_T$. Por un lado, es posible identificar a los valores “verdadero” y “falso” con el universo de discurso y el conjunto vacío respectivamente y a las funciones veritativas, a su vez, con funciones que tienen tuplas de esas clases como argumentos y valores. Por otro lado, es posible identificar las denotaciones de dichos cuantificadores sobre un tipo de objetos *t* con ciertas funciones de la clase de los conjuntos de objetos del tipo *t* en la clase de los valores de verdad (continuando con la identificación de “verdadero” con el conjunto universal de objetos del tipo *t* y de “falso” con el conjunto vacío de objetos de dicho tipo). Así, la denotación de un cuantificador universal asigna “verdadero” al conjunto de todos los objetos del tipo *t* y “falso” a todos los otros subconjuntos de objetos de ese tipo; mientras que la denotación del cuantificador existencial asigna “verdadero” a los subconjuntos no vacíos y “falso” al subconjunto vacío. Por otro lado, aunque las conectivas veritativo-funcionales reciben denotaciones más complejas, dichas denotaciones también son invariantes bajo permutaciones; por ejemplo, la denotación de la conectiva de conjunción sobre un dominio puede ser entendida como la función que asigna a cada par <S_1, S_2> (donde S_1 y S_2 son conjuntos de secuencias denumerables de objetos “extraídos” de dicho dominio) la intersección de S_1 y S_2, y tal función es invariante bajo permutaciones. Véase: Tarski, 1966, p. 150 (nota 6); Tarski y Givant, 1987, p. 57; “Permutation invariance” en MacFarlane, 2005; Gómez-Torrente, 2000, pp. 96-97.

son invariantes bajo toda permutación de cualquier universo de discurso.[52] Por ejemplo: ningún individuo es definible en dicha teoría ni tampoco es una (noción lógica)$_T$ (todo individuo puede ser transformado en uno diferente en una permutación (si la cardinalidad del universo es mayor a 1)); las clases de individuos definibles en dicha teoría son la clase de todos los individuos y la clase vacía, y éstas son las únicas clases de individuos invariantes bajo toda permutación del universo; las relaciones binarias entre individuos definibles en dicha teoría son la relación universal, la relación vacía, la relación de identidad y la relación de diversidad, y éstas son las únicas relaciones binarias entre individuos invariantes bajo toda permutación; todas las clases de clases de individuos que pueden ser identificadas con "propiedades de cardinalidad" (la clase de las clases de dos miembros, la clase de las clases finitas y la clase de las clases infinitas) son invariantes bajo toda permutación; algunas relaciones entre clases de individuos como la inclusión son invariantes bajo toda permutación; y así sucesivamente.

En general, el teorema que Tarski y Lindenbaum ofrecieron garantiza que todas las relaciones matemáticas definibles a la manera logicista en la teoría simple de los tipos son (nociones lógicas)$_T$ sin importar cuál sea el universo supuesto de individuos. De hecho, dado que dicho teorema se aplica a cualquier universo que proporcione una interpretación del lenguaje de dicha teoría, la definición tarskiana de constante lógica implica que todos los signos primitivos que denotan (nociones)$_T$ en tal lenguaje (por ejemplo, cuantificadores de todos los tipos (órdenes finitos)) son (constantes lógicas)$_T$. Este resultado y los del párrafo anterior se compadecen con el uso que muchos lógicos y filósofos hacen de la expresión "constante lógica" (aunque no con el de todos ellos ya que varios no consideran que, por ejemplo, el predicado de identidad y los cuantificadores de órdenes superiores al primero sean (constantes lógicas)$_i$).[53]

Por otro lado, cuando la definición tarskiana de constante lógica es aplicada a lenguajes interpretados de teorías matemáticas con primitivos matemáticos (indefinidos), ésta generalmente arroja el resultado de que las (nociones)$_T$ denotadas por esos primitivos no son (constantes lógicas)$_T$. El ejemplo que Tarski usa en su conferencia de 1966 es la teoría de conjuntos formalizada en primer orden (sin jerarquía de tipos, sino sólo un universo de discurso) con un único predicado primitivo para la pertenencia (tomada como una relación indefinida entre elementos del universo). Claramente, la pertenencia tomada como una relación sobre un dominio de individuos y conjuntos no es invariante bajo toda permutación de ese dominio y, por tanto, no es una (noción lógica)$_T$ del lenguaje de la teoría de conjuntos formalizada de esa manera. Siendo así, un predicado cuyo significado deseado es la pertenencia (entre elementos del universo) no es una (constante lógica)$_T$, pues existe un universo en el que denota una (noción)$_T$ que no es una (noción lógica)$_T$ (respecto a ese universo).[54] Nuevamente, este resultado se compadecen con el uso que muchos lógicos y filósofos hacen de la expresión "constante lógica" (por ejemplo, en la teoría de modelos de la teoría de conjuntos de primer orden el predicado de pertenencia no es considerado como una (constante lógica)$_i$).

---

[52] Lo converso es falso, pues en caso de que el universo de discurso fuera infinito, entonces habría una cantidad no-denumerable de tales (nociones)$_T$ invariantes pero sólo una cantidad denumerable de (nociones)$_T$ definibles en dicho lenguaje.
[53] Véase: Tarski y Lindenbaum, 1936; Tarski, 1966, pp. 150-153; Tarski y Givant, 1987, p. 57; "Permutation invariance" en MacFarlane, 2005; Gómez-Torrente, 2000, pp. 101-102.
[54] Véase Tarski, 1966, p. 153.

A partir de los ejemplos que mencionamos de la teoría simple de los tipos y de la teoría de conjuntos de primer orden, Tarski sacó una conclusión deseable para él: en cierto sentido, la distinción entre constantes lógicas y no-lógicas es relativa al contexto de investigación. En la misma conferencia de 1966, Tarski nos dice que la pertenencia es una (noción lógica)$_T$ en algunas formalizaciones de la teoría de los tipos (en particular la de *Principia Mathematica* donde hay sólo un universo de discurso "fundamental": el universo de individuos, a partir del cual se construyen ciertas (nociones)$_T$ (clases, relaciones, clases de clases, clases de relaciones, y así sucesivamente)). Nos dice: [u]sando este método (el de *Principia Mathematica*), es claro que la relación de pertenencia es ciertamente una noción lógica. Ésta aparece en varios tipos, pues los individuos son elementos de clases de individuos, las clases de individuos son elementos de clases de clases de individuos, y así sucesivamente. Y por la misma definición de una transformación inducida ésta es invariante bajo toda transformación del mundo [o universo de discurso] sobre sí mismo (Tarski, 1966, pp. 152-153).[55] No es claro que las "nociones" de pertenencia sobre las que Tarski habla en el fragmento recién citado sean (nociones)$_T$, pues ellas no aparecen en ningún tipo (considerando las formulaciones estándar de la teoría de los tipos, incluyendo aquellas en las que se usa un signo para la pertenencia) ya que son relaciones entre individuos de diferentes tipos, las cuales no aparecen en una jerarquía de tipos no-acumulativa. Sin embargo, quizá Tarski tenía en mente alguna jerarquía de tipos acumulativa no estándar. Bajo una expansión adecuada del concepto de (noción)$_T$, las (nociones)$_T$ de pertenencia sobre las que él habla serían claramente invariantes bajo toda permutación de cualquier universo y por tanto (nociones lógicas)$_T$; siendo así, el signo o signos para esas (nociones)$_T$ de pertenencia sería(n) (constante(s) lógica(s))$_T$.[56]

Por otro lado, como expusimos en el párrafo antepasado, la pertenencia tomada como una relación sobre el dominio de individuos y conjuntos no es una (noción lógica)$_T$ en ese dominio y, por tanto, el signo para esa (noción)$_T$ de pertenencia no es una (constante lógica)$_T$. Es en este sentido en el que la definición de constante lógica formulada por Tarski acomoda (al menos parcialmente) su postura relativista previa. Él describe la situación así:

> Dado que ahora es bien sabido que todas las matemáticas pueden ser construidas dentro de la teoría de conjuntos, o la teoría de clases, el problema [de si las nociones matemáticas son nociones lógicas] se reduce al siguiente: ¿Las nociones conjunto-teóricas son nociones lógicas o no? De nuevo, dado que es sabido que todas las nociones conjunto-teóricas usuales pueden ser definidas en términos de una, la noción de "pertenecer a", o la relación de "ser miembro de", la forma final de nuestra pregunta es si la relación de pertenencia es una relación lógica en el sentido que sugiero. La respuesta parecerá decepcionante. Pues podemos desarrollar la teoría de conjuntos, la teoría de la relación de pertenencia, de tal manera que la respuesta a esta pregunta es afirmativa, o podemos proceder de tal manera que la respuesta es negativa (Tarski, 1966, pp. 151-2).[57]

---

[55] Using this method, it is clear that the membership relation is certainly a logical notion. It occurs in several types, for individuals are elements of classes of individuals, classes of individuals are elements of classes of classes of individuals, and so on. And by the very definition of an induced transformation it is invariant under every transformation of the world onto itself.

[56] Véase "Logical constants" en Gómez-Torrente, 2006B.

[57] Since it is now well known that the whole of mathematics can be constructed within set theory, or the theory of classes, the problem reduces to the following one: Are set-theoretical notions logical notions or not? Again, since it is known that all usual set-theoretical notions can be defined in terms of one, the notion of belonging, or the membership relation, the final form of our question is whether the membership relation is a logical one in the sense of my suggestion. The answer will seem disappointing. For we can develop set theory, the theory of the membership relation, in such a way that the answer to

La definición tarskiana de constante lógica es atractiva ya que a) está formulada en conceptos claros y precios y b) se compadece con el uso que muchos lógicos y filósofos hacen de la expresión "constante lógica" (aunque no con el de todos ellos) (para los adeptos de Tarski otras características, además de a) y b), por las que es atractiva son: c) es aplicable a los mismos lenguajes a los que los métodos tarskianos para definir verdad, consecuencia lógica y verdad lógica son aplicables y d) acomoda (en cierto sentido y al menos parcialmente) la postura relativista de Tarski). Sin embargo (y en conflicto con b)), el principal problema que tal definición presenta es que declara (constantes lógicas)$_T$ a muchos términos (que pertenecen a los lenguajes a los que es aplicable) que no son considerados como (constantes lógicas)$_i$ por muchos lógicos y filósofos; tal es el caso de predicados con significados como "ser un soltero casado" y "ser un cuadrado redondo", los cuales tienen denotaciones vacías sobre cualquier dominio o universo de discurso y, por tanto, imágenes inducidas vacías también (i.e., denotan una (noción)$_T$ invariante bajo toda permutación ((noción lógica)$_T$) en cualquier dominio o universo de discurso, viz., el conjunto vacío).[58] Siendo así, es claro que dicha definición ofrece (a lo más) condiciones necesarias para que un término pertenezca al hipotético conjunto $\mathfrak{C}$ mencionado arriba, pero no condiciones suficientes para ello.[59]

Todas las caracterizaciones de la noción de constante lógica (tanto para todo lenguaje como para cierto(s) lenguaje(s)) ofrecidas hasta la fecha presentan problemas de adecuación extensional análogos al que presenta la definición tarskiana u otros problemas y, por tanto, son controversiales. De hecho, cada una de dichas caracterizaciones ofrece (a lo más) condiciones necesarias para que un término sea una (constante lógica)$_i$ usual, pero no condiciones suficientes para ello.[60]

§4. La definición explica la noción de verdad lógica

La definición tarskiana explica la noción de verdad lógica respecto a los lenguajes formalizados pese al hecho de que no contamos con un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas (en particular) de esos lenguajes en tanto que es **1)** iluminadora y **2)** extensionalmente adecuada pese a tal hecho.[61] Para mostrarlo antes hay que aclarar qué significa que sea **1)** y qué significa que sea **2)**. No hay mucho que decir respecto a lo primero: que sea **1)** significa que para todo lenguaje formalizado está formulada en conceptos más claros o mejor comprendidos que dicha noción. Sin embargo, hay algunas cosas que decir respecto a lo segundo.

---

this question is affirmative, or we can proceed in such a way that the answer is negative. [Aunque la cuestión de cuáles términos son declarados (constantes lógicas)$_T$ por dicha definición es relativa en el sentido descrito (i.e., depende de factores como la manera en la que está formalizada la teoría a la que pertenecen los términos en cuestión), ésta no es arbitraria. Aunque hay algunos casos límite (como '∈') respecto a los que dicha definición determina relativamente dicha cuestión, hay muchos otros casos respecto a los que la misma determina "absolutamente" dicha cuestión].

[58] Naturalmente, hay muchos ejemplos similares.

[59] Véase Gómez-Torrente (2000, 2002 y 2006A) y para una breve exposición de otros problemas que presenta dicha definición véase "Permutation invariance" en MacFarlane, 2005.

[60] Véase MacFarlane, 2005.

[61] Considero que la conjunción de **1)** y **2)** es suficiente para que dicha definición explique dicha noción respecto a dichos lenguajes, más no que sea necesaria para ello.

Prima facie podría esperarse que la expresión "la definición tarskiana es **2)**" significara que para cada lenguaje formalizado la extensión de dicha definición y la extensión de la noción de verdad lógica coinciden claramente en todos los casos o, indistintamente, que para cada lenguaje formalizado no hay caso alguno donde dichas extensiones claramente no coinciden ni caso alguno donde no es claro si coinciden o no; sin embargo, como el diagrama 𝔸 de la sección anterior y las ideas que éste ilustra muestran, es imposible que para algún lenguaje formalizado eso pase.

Como dichos diagrama e ideas muestran, a lo más puede esperarse que para cada lenguaje formalizado la extensión de la definición tarskiana y la extensión de la noción de verdad lógica coincidan claramente en muchos casos. Teniendo en mente tales diagrama e ideas: que dicha definición sea **2)** significa que para cada lenguaje formalizado hay muchos casos donde dichas extensiones coinciden claramente o, indistintamente, que para cada lenguaje formalizado hay pocos casos donde dichas extensiones claramente no coinciden y pocos casos donde no es claro si coinciden o no.

Hechas las aclaraciones anteriores, se puede mostrar de manera clara que la definición tarskiana es tanto **1)** como **2)** aunque no contamos con un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas de los lenguajes formalizados.

Como expuse en **§2.**, aunque los detalles de la construcción de la definición tarskiana dependen del lenguaje formalizado en cuestión, el método y el aparato conceptual para construirla es el mismo para todo lenguaje formalizado. Para cada uno de esos lenguajes dicha definición está formulada en conceptos técnicos y rigurosos de la lógica formal y la matemática. Dichos conceptos son, sin duda alguna, más claros que la noción de verdad lógica. Si bien no es universalmente (aunque sí generalmente) aceptado que tenemos una buena comprensión de ellos, no hay duda alguna de que tenemos una mejor comprensión de ellos que de dicha noción (comprensión que nos proporcionan precisamente la lógica formal y la matemática); esto se muestra, en parte, en el hecho de que tenemos teorías bien fundamentadas y estudiadas y ampliamente aceptadas y útiles sobre los mismos, viz., teorías de la sintaxis de los lenguajes formales y teorías matemáticas de los conjuntos. De hecho, gran parte del éxito de dicha definición se debe a que, dado que está formulada en dichos conceptos, permite aplicar nuestros conocimientos sobre dichas teorías en la investigación del concepto de (verdad lógica)$_T$ y, de ese modo, si efectivamente es **2)** (abajo mostraré que efectivamente lo es), en la investigación de la noción de verdad lógica. Otro aspecto que vale la pena señalar en estos respectos es que gracias a que dicha definición está formulada en dichos conceptos, su extensión tiene límites precisos.

En particular, el concepto de constante lógica que aparece en la formulación de la definición tarskiana es más claro que la noción de verdad lógica aunque no contamos con un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas de los lenguajes formalizados ya que tal concepto es un concepto teórico que está al menos parcialmente caracterizado al interior de la teoría tarskiana sobre dicha noción y no un concepto intuitivo pre-teórico. La propia definición tarskiana nos ofrece un criterio planteado en términos de su adecuación extensional que caracteriza (al menos parcialmente) a dicho concepto, criterio que es, aunque circular, explicativo. Para exponer tal criterio de manera clara antes hay que exponer algunas otras cosas.

Como $\mathbb{A}$ y la ideas que éste ilustra muestran, para cada lenguaje formalizado la cuestión de si hay muchos casos donde la extensión de la definición tarskiana y la extensión de la noción de verdad lógica coinciden claramente depende del conjunto de constantes lógicas previamente aceptado (bajo el que se construye tal definición). Dichos diagrama e ideas también nos aseguran que para cada lenguaje formalizado hay ciertos conjuntos de constantes tales que si construimos dicha definición tomando a alguno de ellos como el conjunto de constantes lógicas hay muchos casos donde dichas extensiones coinciden claramente, así como también otros conjuntos de constantes tales que si construimos dicha definición tomando a alguno de ellos como el conjunto de constantes lógicas no hay muchos casos donde dichas extensiones coinciden claramente.[62] En otras palabras, como muestran dichos diagrama e ideas, es un hecho que para cada lenguaje formalizado existen ciertas selecciones de constantes lógicas bajo las que hay muchos casos donde dichas extensiones coinciden claramente y otras selecciones bajo las que ese no es el caso; aunque no sabemos cuáles son esas selecciones para cada lenguaje formalizado, sabemos que existen para cada uno de ellos.

Claramente, si para cada lenguaje formalizado fueran excluidas las selecciones de constantes lógicas bajo las que no hay muchos casos donde la extensión de la definición tarskiana y la extensión de la noción de verdad lógica coinciden claramente, dicha definición sería **2)**. Dado que no contamos con un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas de los lenguajes formalizados, ¿cómo podemos excluir dichas selecciones? La propia definición tarskiana nos ofrece un criterio para excluirlas planteado precisamente en términos de su adecuación extensional: un conjunto *C* de constantes de un lenguaje formalizado arbitrario es “el” conjunto de constantes lógicas del mismo ssi al construir la definición tarskiana para ese lenguaje tomando a *C* como el conjunto de constantes lógicas hay muchos casos donde la extensión de dicha definición y la extensión de la noción de verdad lógica coinciden claramente. Llamemos a este criterio ‘*cc*’.[63] De nuevo, aunque no sabemos cuáles son los conjuntos de constantes que satisfacen las condiciones de *cc* para cada lenguaje formalizado, sabemos que tales conjuntos existen para cada uno de ellos.

Obviamente, *cc* es circular: según él, los conjuntos de constantes lógicas aceptados dependen de la adecuación extensional de la definición tarskiana y, como las ideas de los dos párrafos anteriores muestran, tal adecuación depende de tales conjuntos. Sin embargo, la circularidad de *cc* no es viciosa y es explicativa: el hecho de que el concepto de constante lógica que aparece en la formulación de dicha definición dependa de dicha adecuación y viceversa nos muestra cierta circularidad dentro de la teoría tarskiana sobre la noción de verdad lógica, pero tal circularidad es buena en el sentido de que en ella se muestra, precisamente, la interdependencia de los conceptos de dicha teoría. Trivialmente, dicho concepto está ligado a dicha definición y eso no es malo,

[62] Véase $\mathbb{A}$: las áreas de los círculos amarillos representan distintos conjuntos de (verdades lógicas)$_T$ determinados por distintas selecciones de constantes lógicas y donde hay muchos casos donde dichas extensiones coinciden claramente y las áreas de los círculos rojos representan distintos conjuntos de (verdades lógicas)$_T$ determinados por distintas selecciones de constantes lógicas y donde ese no es el caso.

[63] Entrecomillo el término ‘el’ del lado izquierdo del ‘ssi’ de *cc* porque, como señalé en el párrafo anterior, para cada lenguaje formalizado hay más de un conjunto de constantes tal que al construir la definición tarskiana para el lenguaje en cuestión tomando a tal conjunto como el conjunto de constantes lógicas hay muchos casos donde la extensión de dicha definición y la extensión de la noción de verdad lógica coinciden claramente. Por otro lado, trivialmente y según *cc*, una constante *c* de un lenguaje formalizado es lógica ssi pertenece a “el” conjunto de constantes lógicas del mismo.

sino que nos muestra que tal concepto es un concepto teórico y los conceptos teóricos se entienden al interior de las teorías a las que pertenecen. Por otro lado, dicha adecuación no sólo depende de tal concepto, sino también de la extensión de dicha noción, la cual es independiente de tal concepto y, en general, de dicha teoría. Además, los conjuntos de constantes lógicas aceptados mediante *cc* son, al menos generalmente, los mismos que los conjuntos de constantes lógicas ordinariamente aceptados. Ilustremos esto último con L_{cp}.

Como expuse en **§3.**, si construimos la definición tarskiana para L_{cp} tomando a {'∀', '→', '¬'} como el conjunto de sus constantes lógicas, hay muchos casos donde la extensión de dicha definición y la extensión de la noción de verdad lógica coinciden claramente; llamemos a este conjunto 'C_1'. Siendo así, según *cc*, C_1 es "el" conjunto de constantes lógicas de L_{cp}. Como mencioné ahí mismo, C_1 es un conjunto de constantes lógicas de L_{cp} ordinariamente aceptado. En contraste, como también expuse ahí, si construimos dicha definición tomando a {'∀', '¬', 'P_3^2'} (asignando a 'P_3^2' el significado "ser idéntico a") como el conjunto de constantes lógicas de L_{cp}, no hay muchos casos donde dichas extensiones coinciden claramente; llamémoslo 'C_2'. Siendo así, según *cc*, C_2 no es "el" conjunto de constantes lógicas de L_{cp}. Como también mencioné ahí, C_2 no es un conjunto de constantes lógicas de L_{cp} ordinariamente aceptado. Otros casos interesantes que no mencioné en **§3.** son, por ejemplo: si construimos dicha definición tomando a {'∀', '→', '¬', 'P_3^2'} como el conjunto de constantes lógicas de L_{cp}, como el lector puede comprobar, hay muchos casos donde dichas extensiones coinciden claramente; llamémoslo 'C_3'. Siendo así, según *cc*, C_3 es "el" conjunto de constantes lógicas de L_{cp}. De nuevo, C_3 es un conjunto de constantes lógicas de L_{cp} ordinariamente aceptado. Si construimos dicha definición tomando a {'P_6^1', 'c_4', 'F_1^2'} (asignando a 'P_6^1' el significado "ser una vaca", a 'c_4' el significado "Enrique" y a 'F_1^2' el significado "tener como padre biológico a"), como el lector puede comprobar, no hay muchos casos donde dichas extensiones coinciden claramente; llamémoslo C_4. Siendo así, según *cc*, C_4 no es "el" conjunto de constantes lógicas de L_{cp}. Una vez más, C_4 no es un conjunto de constantes lógicas de L_{cp} ordinariamente aceptado.[64]

El hecho de que para cada lenguaje formalizado existen selecciones de constantes lógicas bajo las que la extensión de la definición tarskiana y la extensión de la noción de verdad lógica coinciden claramente en muchos casos y selecciones bajo las que ese no es el caso y el hecho de que *cc* permite excluir a esas segundas selecciones nos aseguran de que la definición tarskiana es **2)** pese a que no contamos con un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas de los lenguajes formalizados y a que no sabemos cuáles son esas primeras selecciones para cada lenguaje formalizado. Por otro lado, el hecho de que *cc* sea (aunque circular) explicativo y el hecho de que éste caracterice (al menos parcialmente) al concepto de constante lógica que aparece en la formulación de dicha definición nos aseguran de que tal concepto es más claro que dicha noción y, por tanto, que tal definición es **1)** pese a que no contamos con un criterio no controversial para identificar las constantes lógicas de los lenguajes formalizados y a que no sabemos cuál es exactamente la extensión de tal concepto.

[64] De hecho, aunque bajo C_4 hay casos donde *O* claramente no es una (verdad lógica)$_i$ ni es una (verdad lógica)$_T$, no hay casos donde *O* es claramente una (verdad lógica)$_i$ y es una (verdad lógica)$_T$.

Aunque no sabemos cuál es exactamente la extensión del concepto de constante lógica que aparece en la formulación de la definición tarskiana, su significado nos es relativamente claro al interior de la teoría tarskiana sobre la noción de verdad lógica. No necesitamos que la extensión de dicho concepto nos sea accesible de alguna manera epistémica independiente del uso de tal concepto; eso sería pedir demasiado: si pidiéramos que todos los conceptos de cualquier definición tuvieran un criterio de demarcación definido independientemente de las teorías de las que forman parte, entonces ninguna definición sería explicativa. Respecto a cualquier concepto teórico, para poder saber si algo pertenece a su extensión se tiene que ver primero qué papel juega el concepto en cuestión dentro de la teoría a la que pertenece. En el caso particular de la definición tarskiana, esperar un criterio de demarcación de dicho concepto independiente del uso del mismo es demasiado exigente. Por supuesto, si tuviéramos un criterio no controversial para identificar a las constantes lógicas de los lenguajes formalizados (i.e., si supiéramos cuáles son tales constantes), dicho concepto y, por tanto, también dicha definición serían aún más claros, pero eso no significa que actualmente que no contamos con dicho criterio no sean lo suficientemente claros como para ser iluminadores respecto a la noción de verdad lógica, pues, como intenté mostrar, lo son.

Bibliografía

Barceló, A. (2014): "Verdad Lógica: Enfoques Sintácticos y Semánticos", en Díaz P. y Jasso J. (coord.), *Problemas contemporáneos de Filosofía*, UACM, Ciudad de México, 73-96.

_________ (2004): "Reseña de Mario Gómez-Torrente: Forma y Modalidad. Una Introducción al Concepto de Consecuencia Lógica", *Crítica*, vol. 36, no. 107, 87-107.

Beall, Jc. y Restall, G. (2005): "Logical Consequence", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2014/entries/logical-consequence/>.

Gómez-Torrente, M. (2000): *Forma y Modalidad*, 1ª edición, Eudeba, Buenos Aires.

_________________(1998/9): "Logical Truth and Tarskian Logical Truth", *Synthèse*, vol. 117, 375-408.

_________________(2006A): "Logical Truth", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2014/entries/logical-truth/>.

_________________(2002): "The Problem of Logical Constants", *The Bulletin of Symbolic Logic*, vol. 8, 1-37.

_________________ (2006B) "Alfred Tarski", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2015 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2015/entries/tarski/>.

Hodges, W. (2001): "Tarski's Truth Definitions", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2014/entries/tarski-truth/>.

Hunter, G. (1971): *Metalogic*: *An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*, University of California Press, Berkeley.

Jané, I. (2006): "What is Tarski's *Common* Concept of Consequence?", *The Bulletin of Symbolic Logic*, vol. 12, no. 1, 1-42.

Lindenbaum, A. y Tarski, A. (1936): "On the limitations of the means of expression of deductive theories", en Tarski (1983), 384-392.

MacFarlane, J. (2005): "Logical Constants", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2009 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2009/entries/logical-constants/>.

Mates, B. (1965): *Elementary Logic*, Oxford University Press, Oxford.

Orayen, R. (1989): *Lógica, significado y ontología*, IIFs, UNAM, Ciudad de México.

Tarski, A. (1935): "The Concept of Truth in Formalized Languages", en Tarski (1983), 152-278.

_______ (1936): "On the Concept of Logical Consequence", en Tarski (1983), 409-420.

_______ (1944a): "The Semantic Conception of Truth: and the Foundations of Semantics", *Philosophy and Phenomenological Research*, vol. 4, no. 3, 341-376.

_______ (1944b): "A Philosophical Letter of Alfred Tarski", *The Journal of Philosophy*, vol. 84, no. 1, 1987, 28-32.

_______ (1966): "What are Logical Notions?", *History and Philosophy of Logic*, vol. 7, 1986, 143-154.

_______ (1983): *Logic*, *Semantics*, *Metamathematics*, 2ª edición, Hackett, Indianapolis.

Tarski, A. y Givant, S. (1987): *A Formalization of Set Theory without Variables*, American Mathematical Society, Providence (Rhode Island).