



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES**  
**INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES**

**“MODELACIÓN FÍSICA DE LA HIDRODINÁMICA EN UN MODELO FÍSICO DE UNA  
REBANADA DEL CONVERTIDOR PEIRCE-SMITH”**

**TESIS**

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**

**MAESTRO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES**

**PRESENTA:**

**JUAN CARLOS CONTRERAS GUZMÁN**

**TUTOR PRINCIPAL**

**DR. JOSÉ BERNARDO HERNÁNDEZ MORALES, FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM**

**MIEMBROS DEL COMITÉ TUTORAL**

**DR. JOSÉ ANTONIO BARRERA GODÍNEZ, FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM**

**DR. JOSÉ ROBERTO ZENIT CAMACHO, INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN  
MATERIALES, UNAM**

**MÉXICO, D.F.**

**OCTUBRE, 2015**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO**

**DR. FERMIN ALBERTO VINIEGRA HEBERLEIN**

**DR. JOSÉ BERNARDO HERNÁNDEZ MORALES**

**DR. GABRIEL PLASCENCIA BARRERA**

**DRA. ROSA ELVA RIVERA SANTILLÁN**

**DRA. ROCÍO GUADALUPE DE LA TORRE SÁNCHEZ**

**SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:**

**LAB. 005, EDIFICIO “D”, FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM**

**LAB. REOLOGÍA, INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES, UNAM**

**ASESOR DEL TEMA:**

**DR. JOSÉ BERNARDO HERNÁNDEZ MORALES**

**SUSTENTANTE:**

**JUAN CARLOS CONTRERAS GUZMÁN**

## **Agradecimientos**

A la UNAM, máxima casa de estudios de México, por haberme recibido y darme la oportunidad de ser parte de ella. De manera puntual a la Facultad de Química

Al Posgrado en Ciencia e Ingeniería de Materiales por haberme brindado la oportunidad de crecer y aprender tanto.

Al CONACYT por haberme proporcionado una beca asociada a mi No. de Becario (288224) durante el periodo comprendido entre enero de 2013 y enero de 2015.

Al comité tutorial conformado por el Dr. José Bernardo Hernández Morales, el Dr. José Antonio Barrera Godínez y el Dr. José Roberto Zenit Camacho, por haberme apoyado durante toda la maestría con consejos y enseñanzas.

Particularmente al Dr. Zenit por haberme prestado los equipos que hicieron posible este estudio y por la ayuda que me brindo.

A los sinodales por sus observaciones y por su apoyo en la mejora de este trabajo.

## Dedicatorias

Dedico este trabajo a todas aquellas personas que han estado a mi lado compartiendo algo, desde mi familia, amigos, maestros y alumnos, porque han sido muy importantes a lo largo de mi vida.

Principalmente a mi familia porque:

- Para mi mamá, enseñarme que no hay que darse por vencido y siempre dar lo mejor de uno es una de muchas lecciones de vida
- Para mi tía, con su cuidado y perseverancia hizo que siguiera adelante
- Para mi papá, fue el arquitecto que puso fuertes cimientos en mi vida
- Para mis hermanas, han sido los pilares de mi vida.

Para mis maestros:

- De quienes he aprendido que ser maestro es una responsabilidad muy grande, porque esta en nuestras manos la formación del futuro de México

Para mis amigos:

- Marco, con quien he contado siempre y de quien he aprendido mucho. Porque ha sido un personaje atípico en mi vida y por ser todo un caso. “Va que vans...” para adelante y mucho más.
- Ricardo, que comparte las locuras y esas ganas de avanzar, pero despacito para no cansarse. Por siempre dar una perspectiva clara. “Mi amigo, sabe lo que le falta a usted...” dar gracias.
- Socrates, que siempre tiene las palabras adecuadas. “Te complicas chavo...”
- Chelito, por enseñarme el significado de ser uno mismo. Gracias por todo y como dijeras: “¿Somos hombres o payasos?” Obviamente, payasos y de los que disfrutan más la vida compartiendo su alegría.

Y a todos los que no menciono, no es por falta de ganas, sino porque ya con tanto texto en la tesis es suficiente.

A todo ellos les dedico este trabajo.

## Contenido

Índice de Figuras .....	1
Índice de Tablas .....	4
Índice de Símbolos.....	5
Resumen.....	7
<i>Abstract</i> .....	9
1. Antecedentes .....	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Procesos de inyección: flujo bifásico.....	2
1.3 Herramientas de investigación en procesos metalúrgicos.....	4
1.3.1 Modelado matemático en fluidinámica.....	4
1.3.2 Modelado físico.....	8
1.4 Técnicas de caracterización de la fluidinámica .....	12
1.5 Revisión de la literatura .....	14
2. Justificación .....	24
2.1 Hipótesis .....	24
2.2 Objetivo .....	25
3. Metodología experimental.....	26
3.1 Modelo físico .....	26
3.2 <i>PIV (Particle Image Velocimetry)</i> .....	27
3.3 Fotografía de tiempo de exposición largo.....	29
3.4 Fotografía de alta velocidad.....	29
3.5 Tiempo de mezclado local .....	30
3.6 Condiciones experimentales.....	31
4. Resultados y discusión .....	34
4.1 Formación de la pluma e interacción con la superficie libre .....	34
4.2 Geometría de la pluma .....	51
4.3 Campo de velocidad .....	57
4.3.1 Vorticidad .....	68
4.3.2 Fracción de velocidad .....	70
4.4 Tiempo de mezclado.....	72
4.5 Evolución de la distribución del trazador .....	78
5. Conclusiones.....	84
Anexo A.....	86

A.1 Código para estimar los datos de la fracción de aire en la pluma promedio para cada flujo.....	86
A.2 Código para ordenar los datos del <i>P/V</i> , calcular el campo de vorticidad y el campo de la fracción de velocidad (Código para fortran) .....	87
A.3 Código para graficar y calcular el campo de velocidades y líneas de corriente para cada flujo (Código para Mathematica) .....	90
A.4 Código para graficar el campo de la vorticidad para cada flujo (Código para Mathematica).....	91
A.5 Código para graficar el campo de la fracción de velocidad para cada flujo (Código para Fortran) .....	92
6. Bibliografía.....	94

## Índice de Figuras

Figura 1.1. Representación esquemática del convertidor Peirce-Smith.....	1
Figura 1.2 Régimen de forma para burbujas y gotas en movimiento gravitacional sin obstáculos a través de líquidos.....	20
Figura 3.1. Modelo físico: a) vista frontal; b) vista superior y c) arreglo experimental.....	27
Figura 3.2. Equipo experimental para las mediciones con la técnica de <i>PIV</i> .....	28
Figura 3.3 Sistema empleado para las fotografías de tiempo de exposición largo.	29
Figura 4.1.- Fotografías instantáneas a la salida de la tobera para flujo volumétrico de aire de 2 LPM. Los números debajo de las fotografías indican el lugar que ocupan en la secuencia.....	35
Figura 4.2.- Fotografías instantáneas a la salida de la tobera en función del Flujo de aire: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.....	37
Figura 4.3.- Penetración máxima del chorro de gas para todos los valores de flujo volumétrico estudiados.....	38
Figura 4.4. Penetración máxima promedio del chorro de gas en función del flujo volumétrico de aire insuflado.....	39
Figura 4.5 Penetración máxima promedio del chorro de gas en función de: a) Número de Reynolds; b) Número de Froude y c) Número de Weber.....	40
Figura 4.6.- Fotografías instantáneas de la superficie libre para flujo de aire de 2 LPM. El número debajo de las fotografías indica su posición en la secuencia...	42
Figura 4.7.- Fotografías instantáneas de la superficie libre en función del flujo volumétrico de aire: a) 0 LPM, b) 2 LPM, c) 5 LPM, d) 10 LPM, e) 15 LPM y f) 20 LPM. En la primera imagen se muestra también una regla para poder escalar....	43
Figura 4.8.- Altura máxima de la deformación de la superficie libre para cada flujo volumétrico de gas insuflado.....	45
Figura 4.9.- Altura máxima de la deformación de la superficie libre en función del flujo de gas insuflado. ....	46
Figura 4.10.- Altura máxima de la deformación de la superficie libre en función de: a) Número de Reynolds; b) Número de Froude y c) Número de Weber.....	46
Figura 4.11. Determinación del diámetro promedio de burbuja para un flujo de 2 LPM.....	49
Figura 4.12. Mapa de régimen de forma en función de números adimensionales. En rojo se asigna la zona de trabajo de este estudio. ....	50



Figura 4.13. Imágenes de la pluma promedio en función del flujo. a) 0 LPM, b) 2 LPM, c) 5 LPM, d) 10 LPM, e) 15 LPM y f) 20 LPM.....	52
Figura 4.14. a) Imagen base (sin inyección de aire); b) imagen para el flujo de 20 LPM; c) imagen resultante después de la primera operación del análisis de imágenes.....	53
Figura 4.15 Barrido horizontal para los valores RGB de cada pixel en la imagen resultante: a) imagen y b) distribución de los colores.....	53
Figura 4.16. Imagen en escala de grises a un Flujo de 20 LPM.....	54
Figura 4.17. a) Pluma promedio en escalas de grises y b) distribución normalizada de tonos. Flujo 20 LPM.....	55
Figura 4.18 Distribución de concentración de aire en función del flujo de aire: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.....	56
Figura 4.19. Fotografía del área de captura (27 cm × 27 cm) en las mediciones con PIV, mostrando las partículas iluminadas por el haz de láser. Flujo volumétrico de 20 LPM. ....	58
Figura 4.20 Imágenes independientes del campo de velocidad instantáneo para 20 LPM. ....	59
Figura 4.21 Imágenes del las líneas de corriente correspondientes a los campos de velocidad de la Figura 4.20 para 20 LPM. ....	60
Figura 4.22.- Campo de velocidad promedio y líneas de corriente para diferentes flujos: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.....	62
Figura 4.23 Velocidad máxima (Punto Verde) y velocidad mínima (Punto Rojo) para cada flujo de gas insuflado: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.....	63
Figura 4.24 Localización de los valores máximo positivos (Puntos verdes) y máximos negativos (Puntos Rojos) de $v_x$ para cada flujo de gas insuflado: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.....	65
Figura 4.25. Localización de los valores máximo positivos (Puntos verdes) y máximos negativos (Puntos Rojos) de $v_y$ para cada flujo de gas insuflado: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.....	67
Figura 4.26. Campo de vorticidad ( $s^{-1}$ ) para valores de flujo volumétrico de: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.....	69
Figura 4.27. a) Campo de vorticidad y b) líneas de corriente para un flujo de 20 LPM.....	70
Figura 4.28. Fracción (velocidad nodal promedio)/(velocidad de referencia): a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM. ....	71

Figura 4.29. Variación de $pH$ en la prueba 1 del flujo de 20 LPM.....	73
Figura 4.30. Variación de $\Delta pH$ en la prueba 1 del flujo de 20 LPM.....	73
Figura 4.31. Curvas de $\Delta pH$ como función del tiempo para tres pruebas independientes para un flujo de aire insuflado de 20 LPM.....	74
Figura 4.32 Tiempo de mezclado local promedio en función del flujo volumétrico de aire.....	76
Figura 4.33. Tiempo de mezclado local promedio en función de: a) Número de Reynolds; b) Número de Froude modificado y c) Número de Weber.....	77
Figura 4.34. Comparación del avance del trazador con respecto a la curva de $\Delta pH$ en función del tiempo.....	79
Figura 4.35 Distribución de color para varios tiempos a partir del instante de la inyección del trazador, para el flujo de aire de 2 LPM.....	81
Figura 4.36. Distribución de color para varios tiempos a partir del instante de la inyección, para el flujo de 20 LPM.....	82
Figura 4.37. Distribución de color y superposición de las líneas de corriente cuando el trazador alcanza la mitad del tanque (aproximadamente 0.20 del $T_m$ ) para cada flujo de aire insuflado: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM. Debajo de cada imagen se indica el instante correspondiente.....	83

## Índice de Tablas

Tabla 1.1 Valores de $B_o$ y $M_o$ usados en las simulaciones de Nilmani y Das, y régimen de forma predicho .....	21
Tabla 3.1 Propiedades en el modelo físico usado en este trabajo y las de un convertidor Peirce-Smith típico.....	32
Tabla 3.2. Condiciones experimentales.....	32
Tabla 3.3. Números adimensionales.....	33
Tabla 4.1.- Penetración máxima promedio del chorro de gas.....	38
Tabla 4.2 Números adimensionales y penetración promedio del aire insuflado .....	41
Tabla 4.3.- Altura máxima promedio de la superficie deformada por las burbujas.....	45
Tabla 4.4 Números adimensionales basados en los parámetros de las burbujas.....	48
Tabla 4.5 Comparación entre la penetración de la pluma a partir de datos de la literatura y los resultados obtenidos.....	51
Tabla 4.6 Magnitud de la velocidad máxima y mínima y su posición, en función del flujo.....	64
Tabla 4.7 Magnitud de la velocidad en el centro de la salida de la tobera en función del flujo.....	64
Tabla 4.8 Valores máximos positivos y negativos de $v_x$ en función del flujo de gas.....	66
Tabla 4.9 Valores máximos positivos y negativos de $v_y$ en función del flujo de gas. ....	66
Tabla 4.10 Suma de las fracciones de velocidad local .....	72
Tabla 4.11 Tiempo de mezclado local promedio en función del flujo de aire.	75
Tabla 4.12 Comparación entre los tiempos de mezclado.....	78

## Índice de Símbolos

$\tau_{xy}$	Esfuerzos cortantes aplicados en la dirección $x$ y que actúan sobre la dirección $y$
$\mu$	Viscosidad dinámica
$v_y$	Velocidad en la dirección $y$
$x$	Posición en $x$
$\Delta p$	Esfuerzo unitario de compresión
$E$	Módulo de compresibilidad volumétrico
$\Delta V$	Cambio de volumen
$V$	Volumen
$\rho$	Densidad
$t$	Tiempo
$v$	Velocidad
$\nabla$	Gradiente
$p$	Presión
$D$	Diámetro
$p$	Presión
$p_0$	Presión de referencia
$y$	Posición en $y$
$z$	Posición en $z$
$\bar{v}$	Velocidad media
$v^*$	Velocidad adimensional
$p^*$	Presión adimensional
$t^*$	Tiempo adimensional
$x^*$	Posición en $x$ adimensional
$y^*$	Posición en $y$ adimensional
$z^*$	Posición en $z$ adimensional
$Re$	Número de Reynolds
$Fr$	Número de Froude
$Fr$	Número de Froude modificado
$We$	Número de Weber
$\rho_g$	Densidad del gas
$d_0$	Diámetro de ducto cilíndrico

$\rho_l$	Densidad del líquido
$g$	Aceleración gravitacional
$\sigma_l$	Tensión superficial
$L_p$	Penetración de la pluma
$Mo$	Número de Morton
$Bo$	Número de Bond
$d_b$	Diámetro de burbuja
$v_t$	Velocidad terminal de ascenso de la burbuja
$\mu_L$	Viscosidad dinámica del líquido
$T_m$	Tiempo de mezclado
$H_L$	Altura del baño líquido
$D_T$	Diámetro del tanque
$L$	Longitud del tanque
$H_{in}$	Altura de la inyección desde la base del tanque
$St$	Número de Strouhal
$Q_g$	Flujo volumétrico de gas
$A_M$	Altura de la deformación en la superficie libre
$\Delta pH$	Cambio de pH
$pH_{inst}$	pH instantáneo
$pH_0$	pH de referencia inicial a cada prueba

## Resumen

Se realizó un estudio de la fluidinámica en un modelo físico que representa, cualitativamente, a una “rebanada” del convertidor Peirce-Smith. El modelo se fabricó con acrílico, y su geometría es la de un cilindro seccionado en posición horizontal con un radio de 30.4 cm, una altura de 41.8 cm y una profundidad de 29.0 cm; se llenó de agua hasta una altura de 33 cm para simular al baño líquido. Se inyectaba aire por medio de una tobera de 1.5 mm de diámetro, ubicada a 16 cm de la base para agitar al baño líquido. Se varió el flujo volumétrico de aire insuflado en el rango de 2 a 20 LPM (Litros Por Minuto). Se obtuvieron fotografías de alta velocidad en dos zonas: la salida de la tobera y la superficie libre del agua. También se tomaron fotografías de tiempo de exposición largo para conocer la geometría de la pluma y caracterizar, cualitativamente, el campo de concentración de aire en el baño líquido mediante análisis de imágenes. Por medio de la técnica de *PIV* se midió el campo de velocidad y, con esa información, se calcularon las líneas de corriente, el campo de vorticidad y una velocidad fraccionaria (velocidad local/velocidad de referencia). También se realizaron experimentos para determinar el tiempo de mezclado, agregando un trazador ácido-colorido y registrando el cambio de concentración de  $[H^+]$ .

Se determinó que hay dos regímenes de burbujeo, que generan: 1) una pluma que asciende de forma recta y pegada a la pared del tanque (a valores bajos de flujo volumétrico) y 2) una pluma que asciende en forma diagonal alejándose de la pared (a valores altos de flujo volumétrico). Se determinó que la penetración del gas inyectado es función del flujo volumétrico; esta función puede representarse por medio de una ecuación lineal. De igual forma, la altura máxima que alcanza la deformación de la superficie libre también se puede describir con una ecuación lineal en función del flujo volumétrico. Fue posible también obtener regresiones no lineales en función del número de Froude modificado. Así mismo, se determinó que, a flujos bajos, la mayor concentración de gas en la pluma se encuentra en medio de la pluma, mientras que a flujos altos la mayor concentración se encuentra en la salida de la tobera. Analizando el campo de velocidad medido se determinó que existen cuatro zonas en el baño líquido: la zona de la pluma; una zona de recirculación, ubicada entre la pluma y la pared más próxima a la inyección; una zona de disipación al lado contrario de la pared; y una zona de baja circulación en el fondo del tanque. Las velocidades más altas se encuentran distribuidas en la zona que comprende la pluma, mientras que las velocidades más bajas se ubican en la zona pegada a las paredes del tanque. De los experimentos para determinar el tiempo de mezclado, se encontró que éste disminuye

a medida que aumenta el flujo volumétrico del gas y puede ser descrito por medio de una ecuación exponencial en función del flujo volumétrico.

La inyección de gas promueve regímenes de burbujeo que dan origen a las diferentes geometrías de la pluma. Si esta pluma es una columna, al ir ascendiendo cerca de la pared de un convertidor Peirce-Smith promoverá el desgaste del refractario. Así mismo, la inyección del aire promueve la agitación del baño líquido, produciendo las cuatro zonas descritas anteriormente; si se disminuyen las zonas muertas se incrementa la eficiencia del proceso. Finalmente, el mezclado es una consecuencia de la agitación del baño líquido por lo que se puede determinar un flujo volumétrico óptimo en el que se tenga el mejor mezclado con el gasto energético más bajo.

## ***Abstract***

In this work, the fluidynamic behavior of the simulated liquid bath in a qualitative physical model that represents a slice of the Peirce-Smith converter was studied. The model was fabricated with acrylic and its geometry is that of a horizontal slice of a sectioned cylinder, with a radius of 30.4 cm, a height of 41.8 cm and a depth of 29.0 cm; it was filled (up to a height of 33 cm) with water. Air was injected through a 1.5 mm-I.D. nozzle located 16 cm from the base of the tank, to agitate the liquid bath. The volumetric air flowrate was varied between 2 and 20 LPM (Liters Per Minute). High speed photography was used to study bubble formation and bubble trajectory in two sections of the tank: in the vicinity of the nozzle and near the water free surface. Long exposure photographs were taken to characterize the plume geometry and, qualitatively, the air concentration field within the bath. Using PIV (Particle Image Velocimetry), the velocity field was measured and streamlines, the vorticity field and a fractional velocity (local velocity/reference velocity) were calculated and plotted. Experiments to determine local mixing time values, using a colored and acidified tracer were also conducted.

It was determined that there exist two bubbling regimes that generate: 1) a plume that rises vertically, near the tank wall (at low values of volumetric air flowrate) and 2) a plume that rises diagonally and moves away from the tank wall (at high values of volumetric air flowrate). The penetration of the injected gas into the liquid bath depends on the volumetric air flowrate; this relationship may be described using a linear equation. Similarly, the maximum height of the deformed free surface can be described with a linear function of the volumetric air flowrate. It was possible to obtain non-linear regressions as a function of the modified Froude number. Using image analysis it was determined that, at low values of the volumetric air flowrate, the highest air concentration is found within the plume, while at high values it occurs near the nozzle. Analyzing the measured velocity field it was found that there exist four distinct regions within the liquid bath: the plume; a recirculation region, located between the plume and the wall nearest to the injection point; a dissipation region, located in the opposite side of the injection point and a low circulation region in the bottom of the tank. The highest velocities are located in the plume region while the lowest velocities were found near the tank surface. The mixing time decreases when the volumetric air flowrate increases and can be described, as a function of the volumetric air flowrate, by means of an exponential equation.



Gas injection promotes bubble regimes that produce different plume geometries. If the plume is a column of bubbles then, as it ascends near the wall of a Peirce-Smith converter, it would promote refractory attrition. Also, air injection promotes agitation in the liquid bath generating the four zones described previously; reducing the death zones the efficiency would increase. Finally, mixing is a consequence of the agitation in the liquid bath and, therefore, it would be possible to determine an optimum value for the volumetric air flowrate that gives the best mixing at the lowest energetic expense.

# 1. Antecedentes

## 1.1 Introducción

La necesidad de materiales de mayor calidad al menor costo es, sin lugar a dudas, una de las razones que han impulsado los avances científicos durante los últimos años, debido a que los desarrollos tecnológicos asociados brindan una ventaja económica. En tal sentido, el uso y aplicación del conocimiento para resolver las problemáticas tecnológicas resulta imperante.

En el caso de la producción de materiales metálicos existen varios procesos que, aunque se han utilizado cotidianamente durante muchos años, aún admiten modificaciones basadas en conocimiento. En este sentido, es importante continuar estudiando a los procesos extractivos de cobre a partir de sus minerales y, en particular, al proceso de conversión de cobre. El convertidor de cobre Peirce-Smith [1] es un reactor cilíndrico horizontal con toberas a los costados (ver Figura 1.1), en el que se lleva a cabo la conversión de la mata líquida (compuesto de Cu, Fe y S fundido) a cobre blíster (99% Cu), mediante la inyección de aire enriquecido con oxígeno. Las principales reacciones químicas son la oxidación del hierro y, posteriormente, la oxidación del azufre (desulfuración) del baño líquido. Dentro del baño líquido existen tres fases inmiscibles: 1) la mata líquida, 2) el cobre líquido y 3) una capa de escoria. Como uno de los productos de las reacciones químicas, el azufre presente se oxida para formar dióxido de azufre en forma gaseosa que se libera por la parte superior del reactor. Los estudios que se llevan a cabo para este proceso involucran: la fluidinámica del baño líquido, el transporte de masa y de energía, la erosión del refractario y el rendimiento de la operación, entre otros temas. El estudio fluidinámico de éste proceso, que utiliza inyección lateral de aire, representa la motivación de este estudio.

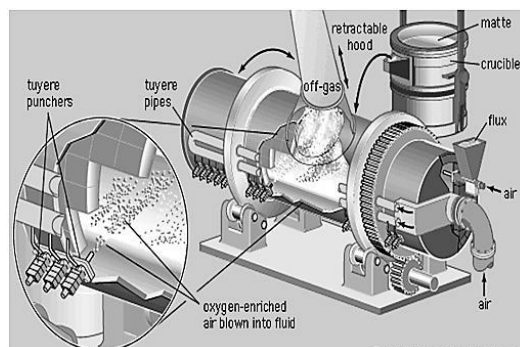


Figura 1.1. Representación esquemática del convertidor Peirce-Smith [2].

## 1.2 Procesos de inyección: flujo bifásico

La inyección de gases en los procesos ingenieriles se emplea para homogeneizar la composición química y/o la temperatura del sistema así como para facilitar reacciones químicas. Es por esto que es un factor decisivo en la eficiencia del proceso, por lo que ha sido de gran interés en investigación. Por ejemplo, Mazumdar y Guthrie [3] presentaron una revisión que incluyó más de 130 artículos de modelación física y matemática de procesos de agitación de ollas mediante inyección de gases por el fondo.

La inyección de un gas dentro de un baño líquido provoca la formación de una sucesión de burbujas en un espacio inicialmente ocupado por el baño líquido. La geometría de esta zona es función de la forma de inyección del gas y del flujo volumétrico de este, principalmente [3]. En general, para flujos bajos se observa el desprendimiento de burbujas individuales (incluso es posible realizar un conteo de estas burbujas para determinar su frecuencia de formación); en este caso existe una columna de burbujas [3]. En contraste, cuando se emplean flujos mayores, se genera una sucesión de burbujas de dimensiones variadas y que están en constante coalescencia. La sección en la que se distribuyen las burbujas se conoce con el nombre de “pluma”, cuya geometría dependerá de la manera en la que se inyecta el gas: una pluma en forma de cono invertido (para los casos de inyección por el fondo), un *jet* en forma de cono invertido con una punta curvada (en el caso de la inyección lateral) y un hongo invertido (cuando la inyección se lleva a cabo por la parte superior del baño) [3]. La inyección del gas genera corrientes dentro del baño líquido, favoreciendo así la homogeneización del sistema y el transporte de masa [4].

Dentro de la industria química existe una amplia gama de procesos que requieren inyección de gases de baños líquidos para promover condiciones favorables de trabajo. Algunos ejemplos, en la industria metalúrgica, son: la flotación de minerales, en el *BOF* (*Basic Oxygen Furnace*), en la desgasificación de aluminio y en el convertidor de cobre Peirce-Smith.

Las celdas de flotación requieren la inyección de aire para poder separar, de una emulsión acuosa de mineral pulverizado y algunos agentes químicos, el mineral de interés de dicha emulsión [5]. La inyección de aire genera burbujas que capturan al mineral y lo llevan a la superficie donde, la espuma formada por estas burbujas con mineral, se puede retirar para ser utilizado en otra etapa del procesamiento. Los

estudios de estos procesos tienen como objetivos: determinar cuál es el flujo de aire necesario para cada tipo de mineral (sulfuro, óxido, carbonato, etc.), el tamaño de partícula óptimo para la remoción y las dimensiones del tanque, así como conocer la fisicoquímica de las sustancias involucradas en el proceso.

El *BOF (Basic Oxygen Furnace)* [6] es otro ejemplo de la inyección de gases en un sistema metalúrgico. Se trata de un horno que tiene instalado un sistema de inyección de oxígeno por medio de una lanza para oxidar elementos que son considerados impurezas (carbono, silicio, fósforo y, como reacción colateral, parte del hierro, para tener asegurada una adecuada refinación) además de homogeneizar la temperatura y composición química del baño líquido. Se busca entender el comportamiento dinámico del hierro fundido para relacionarlo con los tiempos de mezclado, el desgaste en las paredes del refractario y los coeficientes de transferencia de masa y de energía, para ser relacionados con la eficiencia del proceso [4].

Un ejemplo más de inyección de gases ocurre en la desgasificación del aluminio, donde se busca disminuir la concentración de hidrógeno disuelto en el baño de aluminio líquido por medio de la inyección de un gas inerte, comúnmente argón [7]. Este hidrógeno, absorbido de la humedad del medio ambiente durante la fusión del aluminio, genera poros durante la solidificación que disminuyen las propiedades mecánicas y son los puntos de origen de fallas. Esta inyección se realiza mediante una lanza vertical que se sumerge en el baño líquido y así tener mejor limpieza y homogeneidad de temperatura en el aluminio líquido, además de extraer impurezas.

En el convertidor Peirce-Smith [1], la interacción del aire enriquecido con oxígeno que se introduce al sistema por medio de inyección lateral, promueve las reacciones de interés; además, debido al movimiento del baño líquido, promueve la separación de las fases que se están formando (por diferencia de densidades) y homogeneiza la temperatura y la composición química del sistema. De acuerdo a la cantidad de aire que se inyecte, los costos energéticos, el tiempo de mezclado, la eficiencia alcanzada y la producción obtenida se verán afectados.

Estos procesos requieren altas temperaturas (superiores a los 1000 °C) por lo que resulta difícil realizar mediciones *in situ*. Adicionalmente, la fluidinámica representa un estudio complejo debido a la influencia de varios parámetros que interactúan entre sí. Es por eso que se buscan alternativas con las cuales obtener la mayor cantidad de información en el menor tiempo posible y a bajo costo.

### **1.3 Herramientas de investigación en procesos metalúrgicos**

Brimacombe [8] amplió una clasificación que propuso Themelis [9] para definir las herramientas ingenieriles con las que se cuenta para realizar investigaciones en procesos metalúrgicos. Define cinco herramientas con las que cuenta el ingeniero para obtener información de los sistemas:

1. Mediciones en un proceso existente: donde se obtienen muestras para analizar (por ejemplo, perfiles de concentración y de temperatura en los sistemas) en condiciones de operación reales.
2. Plantas piloto: son sistemas con características similares a las de operación pero de tamaño reducido con respecto al equipo industrial. En ellos es posible observar los fenómenos más importantes.
3. Modelos matemáticos: son una representación de los fenómenos en un proceso por medio de ecuaciones de conservación, leyes básicas y otras relaciones matemáticas, que permitan conocer el comportamiento del sistema.
4. Modelos físicos: son una representación del sistema a estudiar empleando materiales diferentes a los del sistema real pero considerando los fenómenos que se requieran estudiar; emplean números adimensionales para asegurar la similitud con el sistema real.
5. Mediciones en el laboratorio: son experimentos que permiten obtener correlaciones empíricas utilizadas para describir algún fenómeno que ocurre en el sistema o bien caracterizar algún parámetro de interés.

Para un caso particular, alguna de las herramientas puede dar mejores resultados, pero también es válido usar dos o más de ellas en combinación.

#### **1.3.1 Modelado matemático en fluidinámica**

La fluidinámica es el estudio del comportamiento de los fluidos bajo la acción de fuerzas aplicadas. Un fluido puede definirse como “un material que se deforma continua y permanentemente con la aplicación de un esfuerzo” [10]. En general interesa encontrar la fuerza requerida para mover un cuerpo sólido a través de un fluido o la potencia necesaria para mover un fluido a través de un sistema. También son de interés: el campo de velocidad, el campo de presión, el campo de densidad y, quizás, la variación de temperatura en el fluido, resultantes. Para conocer estas cantidades se aplican los principios de dinámica y termodinámica al movimiento de los

fluidos para desarrollar ecuaciones que describan la conservación de masa, de cantidad de movimiento y de energía en el fluido.

Para describir la dinámica del movimiento de los fluidos, es necesario relacionar su aceleración con la fuerza que actúa sobre ellos [10]. Es común que una parte del fluido se mueva con respecto a otra, por lo que el fluido se comporta más como una enorme colección de moléculas que como un solo cuerpo en movimiento. Para describir la dinámica del flujo se requeriría una ecuación por separado para cada molécula del fluido, lo cual no es práctico. Para resolver esto, es posible considerar la hipótesis del medio continuo, la cual indica que el efecto macroscópico sobre un sistema está dado por las aportaciones de todos los elementos infinitesimales que lo constituyen y que las moléculas están distribuidas de manera continua en el medio y no concentradas en ciertos lugares; de esta manera, todas las propiedades requeridas, no representan al valor para una molécula sino al valor promedio de un subconjunto de moléculas. Además, se proponen volúmenes de control, que son secciones infinitesimales del sistema sobre los que se realizan los balances de las cantidades de interés (masa, momentum, etc.) .De esta manera al integrar los elementos diferenciales del sistema se puede conocer la respuesta del mismo en todo el dominio de interés.

Una de las propiedades de los fluidos es su capacidad de fluir y cambiar de forma, que es el resultado de su incapacidad para resistir esfuerzos cortantes. El flujo es también posible sin esfuerzos cortantes, ya que una diferencia de presión causará que el fluido experimente una fuerza resultante y una aceleración; sin embargo, cuando el fluido cambia de forma, los esfuerzos cortantes deben estar presentes [10].

Las propiedades de los fluidos que determinan el nivel de esfuerzo requerido para obtener una deformación son el módulo volumétrico y la viscosidad. El módulo volumétrico de un fluido involucra el esfuerzo normal en un volumen de control de fluido y su cambio de volumen. La viscosidad de un fluido mide su capacidad de resistir los esfuerzos cortantes [10].

Experimentalmente se ha establecido que el esfuerzo cortante es proporcional al gradiente negativo de la velocidad local; la constante de proporcionalidad,  $\mu$ , se denomina viscosidad del fluido. Ésta es la ley de Newton de la viscosidad (Ec. 1.1); los fluidos que la cumplen se denominan fluidos newtonianos. Todos los gases y la mayoría de los líquidos simples, metales fundidos y escorias obedecen esta ley. Ciertos polímeros, lodos y pastas no obedecen la ley de Newton de la viscosidad;

estos fluidos se denominan no-Newtonianos y su comportamiento se describe en la literatura especializada.

$$\tau_{xy} = -\mu \frac{dv_y}{dx} \quad (1.1)$$

En los fluidos, lo mismo que en los sólidos, se verifica la ley fundamental de la elasticidad: el esfuerzo unitario es proporcional a la deformación unitaria. En los fluidos, el esfuerzo unitario considerado es el de compresión,  $\Delta p$ ; la deformación unitaria es la deformación unitaria del volumen,  $\Delta v/v$ , por lo tanto, la ley anterior se traduce como:

$$\Delta p = -E \frac{\Delta V}{V} \quad (1.2)$$

Donde  $E$  es una función de la temperatura y de la presión. Se dice que los fluidos incompresibles tienen valores muy pequeños de  $E$ , es decir, las deformaciones dimensionales que sufren son cercanas a cero, mientras que los fluidos compresibles sufren deformaciones dimensionales mucho mayores. En general, los gases son compresibles mientras que líquidos como el agua a temperatura ambiente son incompresible.

Para describir el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de un fluido en términos matemáticos hay dos posibilidades: el sistema lagrangiano y el sistema euleriano. En el primer sistema se sigue a una partícula del fluido a lo largo de su trayectoria, mientras que en el segundo se cuantifica la variación de las cantidades de interés en un punto fijo del sistema. En el sistema euleriano, variables como la densidad y la velocidad son funciones de cuatro variables independientes:  $x, y, z$  y  $t$  [10].

La ecuación de continuidad, que describe la variación de la densidad para un volumen de control fijo (y se obtiene de un balance microscópico de materia), como consecuencia de las variaciones del vector de *flux* másico  $\rho v$ , puede escribirse en notación vectorial como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho v) \quad (1.3)$$

Por otra parte, para un volumen de control se puede escribir el siguiente balance de cantidad de movimiento [11]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de} \\ \text{acumulaci n} \\ \text{de cantidad} \\ \text{de movimiento} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de} \\ \text{entrada de} \\ \text{cantidad} \\ \text{de movimiento} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de} \\ \text{salida de} \\ \text{cantidad} \\ \text{de movimiento} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Suma de las} \\ \text{fuerzas que} \\ \text{act an sobre} \\ \text{el sistema} \end{array} \right\}$$

La rapidez de entrada o salida de cantidad de movimiento puede ocurrir por los mecanismos de: transporte viscoso y/o convección. Las fuerzas que más comúnmente se consideran son la presión y la fuerza gravitacional. Escribiendo estos términos matemáticamente, aplicando el balance a un volumen de control infinitesimal y considerando que se trata de un fluido newtoniano ( $\mu$  es constante), incompresible ( $\rho$  es constante) y que fluye de manera laminar (es decir el desplazamiento de las capas de fluido ocurre de manera ordenada), la ecuación de movimiento (resultante de un balance microscópico de momentum) es [11]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v = - [\nabla \cdot \rho v v] - \nabla p - [\nabla \cdot \tau] + \rho g \quad (1.4)$$

Donde:

$\frac{\partial}{\partial t} \rho v$	Rapidez de cambio de cantidad de movimiento, por unidad de volumen
$- [\nabla \cdot \rho v v]$	Rapidez de entrada de cantidad de movimiento por convección, por unidad de volumen
$-\nabla p$	Fuerza de presión que actúa sobre el elemento de control, por unidad de volumen
$- [\nabla \cdot \tau]$	Rapidez de entrada de cantidad de movimiento por transporte viscoso, por unidad de volumen
$\rho g$	Fuerza gravitacional que actúa sobre el elemento, por unidad de volumen

Las ecuaciones previas son válidas para flujo laminar, es decir, cuando no hay fluctuaciones del valor de la velocidad en ningún punto del dominio a un tiempo dado. En cambio, cuando se presentan estas fluctuaciones se dice que el flujo del fluido es turbulento, lo cual puede ocurrir incluso bajo condiciones de estado estacionario. Si se deseara realizar la modelación matemática de este fenómeno, la velocidad instantánea estaría definida como la suma de una velocidad media y una fluctuación de la velocidad; ésta suma modifica las ecuaciones diferenciales. Típicamente, las ecuaciones de continuidad y de movimiento se promedian en el tiempo antes de resolverse [11].



### **1.3.2 Modelado físico**

Como se mencionó, los modelos físicos están contruidos con materiales diferentes a los que constituyen al sistema real, el cual se denomina “prototipo”, y permiten realizar de manera relativamente fácil mediciones de alguna respuesta del sistema como consecuencia de la variación de los parámetros de operación. El empleo de los modelos físicos se basa en esta facilidad de medición y observación, ya que en algunos procesos metalúrgicos los reactores empleados están completamente cerrados y trabajan a altas temperaturas o altas presiones, lo que dificulta realizar mediciones que demuestren su susceptibilidad a cambios en las variables de proceso y con ello reducen la posibilidad de predicción de la eficiencia, la cual se traduce eventualmente en costos. Además, proveen de información que puede utilizarse para validar modelos matemáticos.

#### **1.3.2.1 Criterios de similitud**

Para diseñar un modelo físico es necesario tener en consideración los escalamientos de las variables operativas para poder extrapolar los resultados del modelo físico al prototipo. Estos escalamientos se realizan utilizando los criterios de similitud [12-17]. Los criterios comúnmente requeridos para la simulación física de un proceso son:

- a) Similitud geométrica
- b) Similitud mecánica
- c) Similitud térmica
- d) Similitud química

Cuando las relaciones entre las dimensiones (como por ejemplo, la longitud, la altura o diámetro) y las formas son similares entre el prototipo y el modelo se consigue una similitud geométrica.

Al mantener las razones que involucran a las fuerzas similares entre el prototipo y el modelo se consigue similitud mecánica, la cual puede dividirse en tres tipos: si las razones de carga permanecen constantes se tiene similitud estática; si las razones de fuerza en posiciones particulares son similares se tiene similitud dinámica; mientras que si partículas, tanto en el modelo como en el prototipo, siguen trayectorias similares en intervalos de tiempo equivalentes, se tiene similitud cinemática.

La similitud térmica requiere: 1) mantener similares los gradientes térmicos entre el modelo y el prototipo y 2) que la razón de *flux* de calor para cada uno de los mecanismos relevantes en el prototipo y el modelo sea un valor único.

La similitud química consiste en mantener los gradientes de concentración similares tanto en el prototipo como en el modelo.

Estas similitudes dependen unas de otras: la similitud mecánica depende de la similitud geométrica; la similitud térmica depende de la similitud mecánica y la similitud química depende de la similitud térmica. Es posible ver que la complejidad del modelo físico aumenta a medida que se busca considerar más campos de estudio. Sin embargo, un punto común en los procesos metalúrgicos es la fluidinámica, debido a que otros fenómenos de transporte ocurren usualmente en presencia de transportes convectivos [17-19].

Los modelos físicos se clasifican en [13]:

- a) Riguroso: cuando el modelo está construido a partir de todos los criterios de similitud correspondientes a los fenómenos presentes en el prototipo.
- b) Aproximado: debido a la complejidad del prototipo sólo se representan algunos de los fenómenos importantes.
- c) Cualitativo: es una primera aproximación al comportamiento del prototipo.

Los criterios de similitud que deben utilizarse en un caso particular dependen de los fenómenos que ocurren en el proceso. Los criterios de similitud se cuantifican por medio de grupos adimensionales. Los números adimensionales contienen variables del sistema que definen ya sea a las fuerzas que actúan sobre el sistema, a las rapidezces de los mecanismos de transporte o a las resistencias a los mismos. Como su nombre lo indica, los números adimensionales se definen de tal forma que el número final no contiene dimensión alguna (sin embargo, debe cuidarse que las unidades de cada variable sean consistentes entre sí).

Una metodología para definir los números adimensionales útiles para un sistema dado consiste en adimensionalizar las ecuaciones gobernantes [11]. Para el caso de fluidos en movimiento, esta metodología puede aplicarse como sigue.

En muchos sistemas de flujo se puede elegir una longitud característica  $D$  y una velocidad característica  $V$ . Así, para el flujo en un tubo circular, se toma generalmente  $D$  como el diámetro interior del tubo y  $\bar{v}$  la velocidad media de flujo. Para el flujo alrededor de una esfera, se toma habitualmente para  $D$  el diámetro de la esfera y para  $V$  la velocidad del fluido en un punto alejado de la esfera, relativa a la velocidad de ésta, lo que se denomina “velocidad de aproximación”. La elección es arbitraria pero debe de especificarse cuidadosamente en cada caso. Una vez que se ha efectuado esta elección, se pueden definir las siguientes variables adimensionales y operaciones diferenciales [11]:

$$v^* = \frac{v}{\bar{v}}; \quad p^* = \frac{(p - p_0)}{\rho \bar{v}^2}; \quad t^* = \frac{tV}{D}$$

$$x^* = \frac{x}{D}; \quad y^* = \frac{y}{D}; \quad z^* = \frac{z}{D}$$

$$\nabla^* = D\nabla = \left( \delta_1 \frac{\partial}{\partial x^*} + \delta_2 \frac{\partial}{\partial y^*} + \delta_3 \frac{\partial}{\partial z^*} \right)$$

$$\nabla^{*2} = D^2\nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right)$$

$$\frac{D}{D t^*} = \left( \frac{D}{\bar{v}} \right) \frac{D}{Dt}$$

Donde  $p_0$  es una presión que se toma como referencia.

Las ecuaciones de continuidad y de movimiento para fluidos newtonianos de densidad y viscosidad constantes quedan definidas por las Ecs. 1.5 y 1.6.

Ecuación de continuidad

$$(\nabla \cdot v) = 0 \quad (1.5)$$

Ecuación de movimiento

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + \rho g \quad (1.6)$$

Estas dos ecuaciones pueden expresarse en función de las variables adimensionales presentadas anteriormente:

$$\left( \frac{1}{D} \nabla^* \cdot v^* \bar{v} \right) = 0 \quad (1.7)$$

$$\rho \left( \frac{\bar{v}}{D} \right) \frac{D}{Dt^*} (v^* \bar{v}) = - \left( \frac{1}{D} \nabla^* \cdot p^* \rho \bar{v}^2 \right) + \mu \frac{1}{D^2} \nabla^{*2} (v^* \bar{v}) + g \quad (1.8)$$

Multiplicando la ecuación de continuidad por  $\frac{D}{\bar{v}}$  y la ecuación de movimiento por  $\frac{D}{\rho \bar{v}^2}$  se obtiene:

$$(\nabla^* \cdot v^*) = 0 \quad (1.9)$$

$$\frac{Dv^*}{Dt^*} = -\nabla^* \cdot p^* + \left[ \frac{\mu}{DV\rho} \right] \nabla^{*2} v^* + \left[ \frac{gD}{\bar{v}^2} \right] \frac{g}{g} \quad (1.10)$$

Obsérvese que en estas formas adimensionales de las ecuaciones de variación, los “factores de escala”, es decir, las variables que describen el tamaño total y la velocidad del sistema, así como sus propiedades físicas, se reúnen en dos grupos adimensionales. Estos intervienen con tanta frecuencia en estudios ingenieriles que se les ha dado nombre en honor de dos pioneros en mecánica de fluidos:

$$Re = \left[ \frac{D\bar{v}\rho}{\mu} \right] \equiv N \text{ mero de Reynolds}$$

$$Fr = \left[ \frac{\bar{v}^2}{gD} \right] \equiv N \text{ mero de Froude}$$

Si en dos sistemas diferentes, los factores de escala son tales que los números de Froude y Reynolds son iguales para ambos, los dos sistemas estarán descritos por idénticas ecuaciones diferenciales adimensionales y se dice que son “dinámicamente semejantes” [11,19]. Si además, las condiciones adimensionales inicial y límite son las mismas (lo cual sólo es posible si los dos sistemas son geoméricamente semejantes), los dos sistemas son matemáticamente idénticos. Entonces, es posible escalar los resultados de un sistema al otro de manera precisa.

El número de Froude modificado, que caracteriza la relación entre las fuerzas inerciales y gravitacionales en un sistema líquido-gas, se define como [19]:

$$Fr = \frac{\bar{v}^2 \rho_g}{g d_0 (\rho_l - \rho_g)} \equiv \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas gravitacionales}} \quad (1.11)$$

Donde:  $\rho_l$  es la densidad del líquido,  $\rho_g$  es la densidad del gas,  $d_0$  es el diámetro de la boquilla de salida,  $g$  es la aceleración debida a la fuerza de gravedad y  $\bar{v}$  es la velocidad del gas.

Otro número adimensional importante en el estudio de la fluidinámica es el número de Reynolds, definido por [19]:

$$Re = \frac{\rho_l \bar{v} d_0}{\mu} \equiv \frac{\text{Fuerza inerciales}}{\text{Fuerza viscosas}} \quad (1.12)$$

Donde:  $\rho$  es la densidad del líquido,  $d_0$  es la longitud característica (p. ej., para un ducto circular es el diámetro),  $\mu$  es la viscosidad del fluido y  $\bar{v}$  es la velocidad media del gas.

El número de Weber, que es ampliamente utilizado cuando las fuerzas de tensión superficial son importantes, se define como [19]:

$$We = \frac{\rho_l \bar{v}^2 L_c}{\sigma_l} \equiv \frac{\text{Fuerza inerciales}}{\text{Tensión superficial}} \quad (1.13)$$

Donde:  $\rho_l$  es la densidad del líquido,  $L_c$  es la longitud característica (p. ej., para un ducto circular es el diámetro),  $\sigma_l$  es la tensión superficial y  $\bar{v}$  es la velocidad media del gas.

El estudio de este trabajo requiere el uso de estos tres números adimensionales. El ascenso de las burbujas inmersas en un líquido está en función de la facilidad que tengan éstas para moverse a través del líquido (fuerzas viscosas), de las fuerzas gravitacionales que actúen sobre ellas y además también impacta el momentum que tengan (fuerzas de inercia). Particularmente, en la formación de las burbujas, la tensión superficial juega un papel importante ya que determina que tan fácil resulta formar una capa de líquido que cubra a la burbuja.

#### 1.4 Técnicas de caracterización de la fluidinámica

En esta investigación se estudiaron cuatro aspectos de interés: 1) la formación de las burbujas, 2) la geometría de la pluma, 3) el campo de velocidad y 4) el tiempo de mezclado.

Como se describió anteriormente, cuando se inyecta un gas (por el fondo, de forma lateral o por medio de una lanza sumergida) en un baño líquido se forma una zona

con una fracción de gas significativa, con respecto al líquido puro, conocida como “pluma” [5]. Esta “pluma” puede caracterizarse en términos de su geometría, la frecuencia de formación de burbujas (para valores pequeños del flujo de gas insuflado) y la geometría de la superficie libre producida por la “pluma”. Entre las técnicas empleadas se encuentran: fotografías y *software* de análisis de imágenes (para caracterizar la geometría de la pluma) [18]; videograbaciones que producen imágenes que permiten contar las burbujas que se forman en un periodo de tiempo y códigos matemáticos que realizan dichas operaciones (para caracterizar la frecuencia de formación de burbujas); fotografías con vista aérea y/o lateral de la superficie (para caracterizar la geometría de la superficie libre).

El campo de velocidad en el fluido puede obtenerse empleando la técnica de *PIV* (*Particle Image Velocimetry*) [20], la cual utiliza un plano de luz que se proyecta sobre la zona de interés; se agrega un trazador, usualmente partículas, que refleja la luz. Una cámara de alta velocidad se conecta a una computadora para que ésta sincronice tanto el disparo del plano de luz como la captura de las imágenes. El plano de luz, al incidir sobre el sistema, ilumina las partículas. La cámara de alta velocidad captura dos de estas imágenes en una secuencia rápida para que, por medio de un *software* especializado, se comparen las posiciones consecutivas de cada partícula y puedan determinarse vectores de velocidad en una malla predeterminada por el *software* a lo largo y ancho de la imagen que se esté fotografiando.

Otras técnicas de visualización y medición de la fluidinámica son: las mediciones de flujo por medio de efecto de arrastre, anemómetros de alambre caliente y película caliente, medidores magnéticos de flujo, métodos de visualización del flujo, el fotograma de sombras, el Schlieren, el interferómetro, el anemómetro de laser de efecto Doppler, el método con humo y las sondas de presión, entre otros [21].

Por otra parte, el tiempo de mezclado o tiempo de mezcla [22-24] se define como el tiempo requerido para homogeneizar la composición o la temperatura ya sea en un punto del sistema (tiempo de mezclado local) o en todo el sistema (tiempo de mezclado global). En general, se busca tener un buen mezclado, que favorezca la homogeneización de los campos térmicos y/o de concentración, porque esta característica tiene un impacto directo en la calidad del producto y en la productividad.

La determinación del tiempo de mezclado local en un modelo físico se realiza por medio de curvas de respuesta de alguna variable en función del tiempo [22-24]. Para

ello se usan trazadores que cambian la concentración del baño en un punto de medición específico mientras el reactor se está mezclando. Se emplean trazadores ácidos, básicos o conductores eléctricos; en el caso de los dos primeros se mide directamente el pH, mientras que para los trazadores que son conductores eléctricos se realizan mediciones de conductividad eléctrica que se convierten en concentración por medio de una curva de calibración de conductividad eléctrica vs. concentración.

El tiempo de mezclado está directamente ligado al patrón de flujo en el sistema. En un reactor metalúrgico, la observación de estos patrones de flujo resulta imposible debido a que el metal líquido y las paredes del reactor son opacos. Es por esto que en los modelos físicos de estos reactores se busca utilizar materiales transparentes. Así, el acero a 1600 °C se simula con agua a temperatura ambiente, debido a la similitud en los valores de la viscosidad cinemática de ambos fluidos a sus respectivas temperaturas de trabajo; esta propiedad es un parámetro importante en los criterios de similitud relacionados con el flujo de fluidos.

Para conocer la trayectoria del trazador, se han utilizado trazadores coloridos que marquen la dirección de las corrientes de mezcla [24]. Recientemente, se ha propuesto el uso de un colorante colorido y ácido para construir mapas de evolución de pH [25]. Considerando que el seguimiento de un trazador permite conocer alguno de los campos de interés dentro de un sistema, si se emplea un trazador que deje una huella visible en el modelo sin alterar la fluidinámica del proceso y que la huella esté asociada a una concentración del trazador, se podría conocer la concentración másica.

## **1.5 Revisión de la literatura**

La revisión bibliográfica realizada está enfocada en estudios de modelación física de la inyección lateral de gases en un baño líquido en procesos metalúrgicos.

Sato *et al.* [26] llevaron a cabo experimentos para entender la agitación del baño en el proceso AOD (*Argon Oxygen Decaburization*). Emplearon un sistema agua-aire, con tanques cilíndricos transparentes de varios diámetros (0.15, 0.20 y 0.30 m) para contener el agua des-ionizada y agitados por medio de un gas usando una lanza en "L", con una boquilla de 0.002 m de diámetro. Variaron la profundidad de la inyección considerando valores, desde la base del tanque hacia la boquilla, de 0.1  $D$ , 0.5  $D$  y 1.0  $D$ , donde  $D$  es el diámetro del modelo físico. El ojo de la pluma en la superficie se

observó por medio de una videofilmación. Las dimensiones del ojo de la pluma se definieron en función de la diferencia entre la profundidad del baño y la profundidad de la inyección así como de la longitud horizontal de la lanza, teniendo en cuenta que en la superficie parece formarse un círculo. Proponen también correlaciones empíricas para la penetración de la pluma ( $L_p$ ) en función del número de Froude modificado ( $Fr'$ ) y el diámetro interno de la boquilla ( $d_0$ ). Esta penetración la midieron desde la salida de la boquilla hasta la zona más alejada formada por el ojo de la pluma. Muestran como conclusiones las correlaciones finales para cada uno de los parámetros que estudiaron, indicando que predicen adecuadamente la penetración y el tamaño del ojo de la pluma. La ecuación para calcular la penetración de la pluma es:

$$L_p = 4.5 d_0 * Fr'^{1/3} \quad (1.14)$$

Vaarno *et al.* [27] propusieron un modelo matemático bifásico (líquido-gas) para calcular el campo de velocidad (isotérmico) en un convertidor Peirce-Smith. Realizaron la validación del modelo matemático por medio de experimentos en un modelo físico de acrílico a escala 1:4 de una rebanada del reactor convencional tipo Peirce-Smith. Emplearon números adimensionales (número de Froude para el agua y la mata y el número de Prandtl, basados en las burbujas) para poder escalar el modelo. De acuerdo a sus conclusiones, el modelo matemático predice adecuadamente los patrones de flujo así como la fracción de gas en la pluma. Una consideración importante que realizan es que, si se emplearan todavía más números adimensionales, tanto para escalar como para incorporarlos dentro del modelo, la predicción ajustaría aún mejor. También hacen notar que falta información experimental del campo de velocidad en el convertidor así como un método para determinar la fracción de aire en la pluma, para poder compararlos y validar los modelos matemáticos de mejor manera.

Zhao e Irons [28] argumentan que no se ha encontrado alguna explicación fundamental de la transición del régimen de burbujeo al régimen de *jet*, que es cuando el gas inyectado dentro del líquido a alta velocidad a través de toberas sumergidas forma una región bifásica. Este es un punto importante en los procesos metalúrgicos, dado que el régimen de flujo tiene influencia en la refinación, en la erosión del refractario, y en la penetración del líquido dentro de la tobera (si el líquido penetra la tobera la puede tapar y generar problemas en el proceso). Basándose en las observaciones de muchas burbujas de gas pequeñas, que crean los *jets*, aplicaron una combinación analítica de inestabilidades en un modelo matemático para la formación



de burbujas en toberas sumergidas. Para longitudes de onda particulares, la interface llega a ser inestable y crea burbujas y gotas. La velocidad crítica de inyección para generar estas inestabilidades depende de la tensión superficial, el diámetro de la tobera y la relación de densidad de gas y la densidad del líquido, las cuales pueden ser resumidas por la expresión  $We = 10.5 \rho^{-0.5}$  donde  $We$  es el número de Weber, el cual toma valores entre  $10^2$  y  $10^4$  en ese estudio. La importancia de la tensión superficial no había sido considerada previamente en el régimen de inyección de gas.

Hay una controversia considerable en la literatura concerniente a la medición de la transición de un régimen de burbujeo a un *jet*. Hoefele y Brimacombe [29] investigaron el comportamiento del gas agregado dentro de un líquido a escala laboratorio y a escala de planta. El trabajo de laboratorio se enfocó en la inyección de diferentes gases por medio de una tobera sumergida dentro de distintos tipos de baños líquidos: agua, solución de cloruro de zinc y mercurio líquido. Se realizaron videograbaciones de alta velocidad y mediciones de presión en la tobera para caracterizar el régimen de flujo. En el caso del baño de mercurio, se desarrolló una "media tobera" (una tobera seccionada por la mitad) que fue pegada a la pared del tanque para permitir la observación del gas. De esta manera, se identificaron dos regímenes de flujo, el burbujeo y el estado tipo "*jet*", que se caracterizaron como una función del número de Froude modificado y un cociente de la densidad del gas entre la del líquido. Las mediciones de presión en la punta de la tobera se correlacionaron para las diferentes etapas de crecimiento de burbuja en el régimen de burbujeo y pueden usarse para distinguir un régimen de flujo de otro. La medición de la frecuencia de burbujas y su volumen correspondieron razonablemente bien con las predicciones de un modelo simple de crecimiento de burbujas bajo condiciones de flujo constante. Midió la penetración delantera del *jet*, es decir la penetración que tenía el flujo de gas dentro del líquido de manera horizontal, en el centro de la punta de la tobera y encontraron una dependencia tanto con el número de Froude como con el cociente de densidades  $\rho_g / \rho_l$ . En las pruebas industriales, se instalaron tomas de presión en las toberas de un convertidor de níquel para monitorear las ondas de presión del *jet* bajo condiciones de baja presión de burbujeo. Las mediciones muestran que el *jet* del convertidor opera en el modo de burbujeo cuando se alcanza una frecuencia de 10 a 12 Hz, resultado similar al obtenido en un baño de mercurio. Las pruebas también involucraron altas presiones de inyección, indicando que el estado *jet* o de gas super-expandido, se observó a 340 kPa. Basado en experimentos equivalentes en el laboratorio, observaron que la desventaja del burbujeo a baja presión es la penetración limitada del aire dentro del baño líquido, por lo que la pluma sube cerca de la pared y

localmente acelera el desgaste del refractario. Por otra parte, con la formación de burbujas sucesivas se contribuye a la formación de acreciones. Adicionalmente, el burbujeo a baja presión permite que se formen capas de metal solidificado en la tobera, lo cual hace necesario un golpeo periódico a la tobera para remover esas capas, lo que daña el refractario. Sugieren que, el uso de alta presión en la inyección para conseguir condiciones de *jet* (como comúnmente se aplica en los procesos de burbujeo por el fondo en la industria siderúrgica), es una alternativa útil para una nueva generación de convertidores no ferrosos. La ecuación que predice la penetración delantera del *jet* es:

$$\frac{L_P}{d_0} = 10.7 (Fr)^{0.46} * \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right)^{0.35} \quad (1.15)$$

donde  $L_P$  es la penetración delantera del *jet*,  $d_0$  es el diámetro de la boquilla de salida,  $Fr$  es el Número de Froude modificado,  $\rho_l$  es la densidad del líquido y  $\rho_g$  es la densidad del gas.

Brimacombe *et al.* [30] demostraron en un trabajo posterior que el uso de altas presiones de inyección de gas (414 KPa) evita bloqueos en la tobera, dado que el flujo de aire penetra más y se forma un *jet* continuo que no permite la formación de capas de metal solidificado cerca de la tobera, por lo que el desgaste del refractario circundante es mucho menor. Además proponen agregar aire enriquecido con oxígeno, controlado de acuerdo al grado de la mata que se utilice, para aumentar la eficiencia de las reacciones.

Zhu *et al.* [31] estudiaron la geometría de la pluma generada con inyección lateral por medio de un modelo matemático. Sus principales objetivos de estudio fueron: el ángulo del cono de la pluma, la penetración de la pluma y la trayectoria del *jet* (también conocido como chorro de gas en el líquido), que están relacionados con el número de Froude modificado. El sistema estudiado fue agua- argón en un tanque cilíndrico. En el estudio comparan la inyección lateral con inyección vertical por el fondo por medio de toberas (las dimensiones de la tobera no son especificadas). Para entender mejor el comportamiento de la inyección horizontal, se modificó el modelo matemático para que se pudiera realizar una estimación de los tiempos de mezclado adicionando un trazador en diferentes posiciones en el tanque cilíndrico. Sus conclusiones apuntan al mejor desempeño de la inyección horizontal, dado que genera distribuciones de velocidad y de energía cinética turbulenta más uniformes que el burbujeo por el fondo. La inyección horizontal tiene un promedio de rapidez de mezclado mayor que la producida por inyección por el fondo, esto es, los tiempos de

mezclado son menores en la inyección horizontal en comparación con la inyección de gas por el fondo. Los valores de tiempo de mezclado no fueron afectados significativamente por la posición de inyección del trazador. Otra conclusión sobresaliente es que sus resultados muestran que el volumen máximo de fracción de gas a lo largo de la trayectoria hacia arriba, decrece cerca del 50 % comparado con la inyección vertical por el fondo, es decir, la inyección lateral disipa más aire hacia los lados que una inyección de aire por el fondo.

Por otro lado, D. Kudzai *et al.* [32] apuntan que los procesos pirometalúrgicos son multifásicos y envuelven interacciones gas-líquido-sólido. En la operación del convertidor Peirce-Smith, la adición de sólidos fríos a una mata líquida, en forma de agentes fundentes para formar escorias líquidas, permite el control de temperatura de la chatarra y de los retornos. Por ello, es razonable proponer que las etapas de transferencia de masa sólido-líquido jueguen un papel importante en el desempeño de la obtención de un proceso más homogéneo en el baño líquido. En ese trabajo, los autores simularon la adición de sólidos utilizando un sinterizado de ácido benzoico compactado y distribuido espacialmente en un modelo de agua de un convertidor Peirce-Smith a escala 1:5. Usaron agua y keroseno para simular la mata y la escoria, respectivamente. La transferencia de masa sólido-líquido fue caracterizada por la determinación experimental del coeficiente de transferencia de masa y el cálculo de turbulencia adimensional característica,  $T_c$ . Los coeficientes de transferencia de masa y la turbulencia adimensional característica fueron mayores en la superficie del baño y cerca de la región de la pluma. Los valores decrecen en zonas muertas, identificadas en las regiones cercanas a la pared circular del modelo. Además, los resultados mostraron que los coeficientes de transferencia de masa y la turbulencia adimensional característica fueron diferentes para los distintos niveles de sumergimiento de los compactados. Este descubrimiento permite concluir que el flujo de fluidos está estratificado dentro del reactor.

Nilmani y Das [33] enfocaron su estudio en los sistemas de multi-inyección y la coalescencia que presentan las burbujas. Proponen que los factores que afectan la interacción entre la coalescencia de las burbujas en un sistema con múltiples toberas incluyen: la separación entre ellas, el diámetro de salida, la velocidad de inyección del gas, las propiedades del gas y del líquido así como la posición y orientación que tienen las toberas. En ese estudio se utilizaron dos transductores para registrar la presión, en dos sistemas distintos: un sistema de escala laboratorio y un sistema industrial. La coalescencia es un evento que ocurre cuando las interfaces de las burbujas “largas”

(es decir, burbujas que penetran mucho) de cada tobera se juntan y fusionan hasta formar una envoltura de burbujas entre ambas toberas. Durante este periodo, las toberas adyacentes deben de registrar cambios de presión idénticos. De acuerdo a los autores, es bien sabido que las burbujas no crecen esféricamente, más bien se prolongan en la dirección de la inyección de gas. Las formas de las burbujas en la inyección horizontal llegan a ser más complejas que en una inyección por el fondo. Como modelo utilizaron un tanque rectangular de plexiglás con 3 toberas. Se filmó la respuesta del sistema a inyección de gas de manera frontal y por detrás, para correlacionarlas con los cambios de presión. Si se sobreponen las mediciones de presión en las secuencias fotográficas, se observa que a flujos bajos las dos presiones se encuentran desfasadas, mientras que a flujos altos, las dos gráficas de presión avanzan de igual manera.

Maya *et al.* [34] estudiaron la dinámica de una sola burbuja de gas en ascenso por medio de un modelo matemático basado en la aproximación de interface de Cahn-Hilliard. Indican que el ascenso de las burbujas se debe a la fuerza de flotación. Sin embargo, la deformación y la velocidad de ascenso de la burbuja dependen del balance de otras fuerzas producidas por la tensión superficial, la inercia y la viscosidad. Dependiendo de las fuerzas primarias que actúen en el sistema, la dinámica de la burbuja puede ser clasificada dentro de diferentes regímenes. Estos regímenes fueron obtenidos computacionalmente por el cambio sistemático de los valores del número de Morton ( $Mo$ ) y del número de Bond ( $Bo$ ) dentro de los rangos de ( $10^{-5} < Mo < 3 \times 10^4$ ) y de ( $1 < Bo < 1 \times 10^3$ ). En la Tabla 1.1 se muestran los regímenes de burbujeo y los valores utilizados de  $Mo$  y de  $Bo$ . La forma final y el número de Reynolds ( $Re$ ) son cantidades interrelacionadas que dependen del tamaño de la burbuja, la tensión superficial, la viscosidad y la densidad del líquido circundante. De esta manera, los autores obtuvieron una simulación adecuada de la forma final y del número de Reynolds para cada régimen. Los regímenes básicos obtenidos de la fuente original que origina dicho estudio [35] (ver Figura 1.2) son: esférico, donde la tensión superficial y las fuerzas viscosas dominan; elipsoidal, donde la tensión superficial domina mayormente ( $0.25 < Bo < 40$ ); casquete esférico, donde el régimen es gobernado por las fuerzas inerciales ( $Bo > 40$  y  $Re > 1.2$ ). Cabe mencionar que los números adimensionales que utilizaron están referidos a la burbuja, no a la tobera como algunos autores proponen. Los números adimensionales que utilizan son:

$$Bo = \frac{g \Delta\rho d_b^2}{\sigma_l} \quad (1.16)$$

$$Mo = \frac{g \Delta\rho \mu_L^4}{\sigma_l^3 \rho_l^2} \quad (1.17)$$

$$Re = \frac{\rho_L v_t d_b}{\mu_L} \quad (1.18)$$

Donde:  $g$  es la aceleración gravitacional,  $d_b$  es el diámetro de la burbuja  $\Delta\rho$  es la diferencia entre la densidad del líquido y la densidad del gas,  $\sigma_l$  es la tensión superficial,  $\rho_l$  es la densidad del líquido,  $\rho_g$  es la densidad del gas,  $\mu_L$  es la viscosidad del líquido y  $v_t$  es la velocidad terminal de la burbuja. En la fuente original utilizan el Número de Eotvos, que es equivalente al Número de Bond.

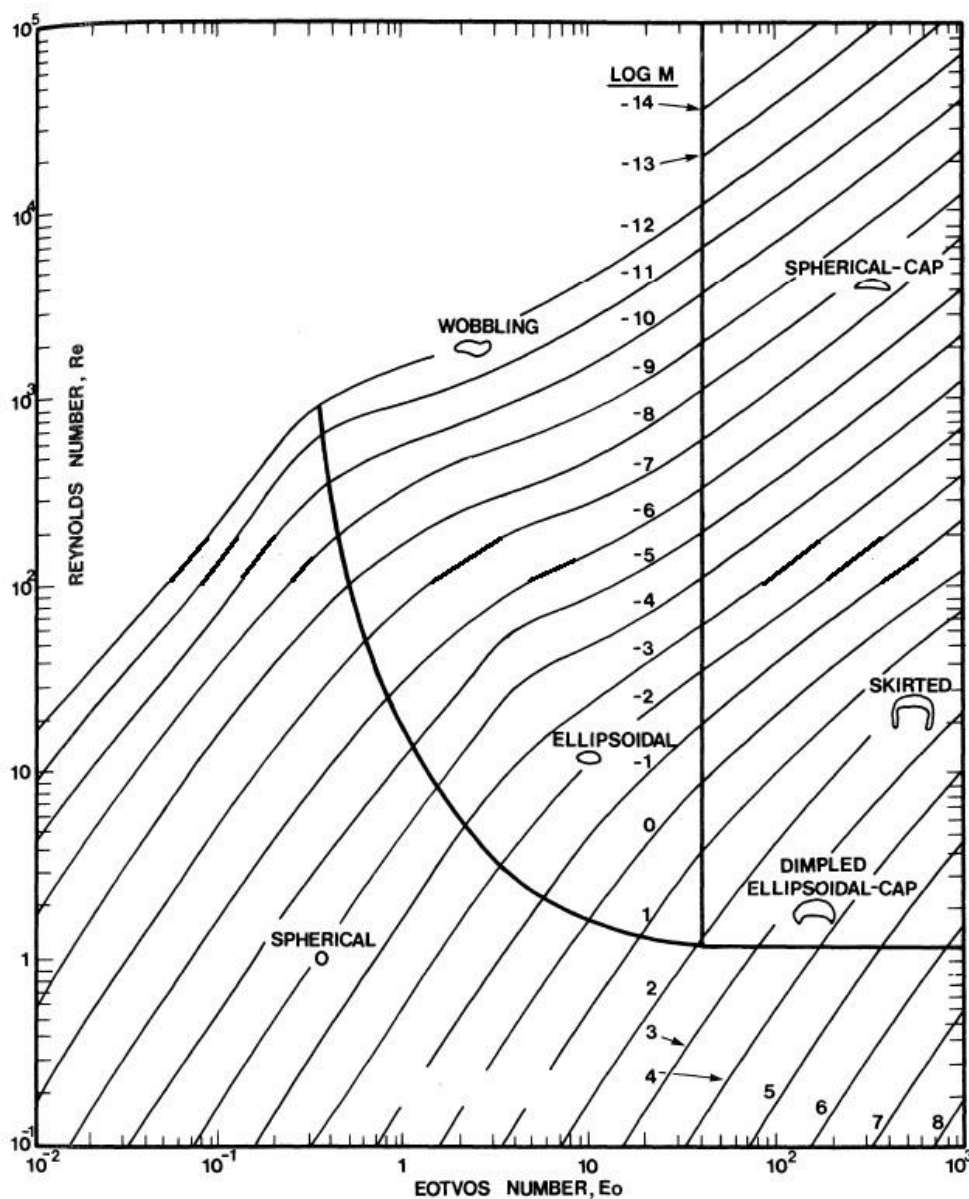


Figura 1.2 Régimen de forma para burbujas y gotas en movimiento gravitacional sin obstáculos a través de líquidos [35] citado en la referencia [34].

Tabla 1.1 Valores de Bo y Mo usados en las simulaciones de Nilmani y Das, y régimen de forma predicho [34].

Casos	Bo	Mo
Esférica	$1.0 \times 10^0$	$1.0 \times 10^{-5}$
Elipsoide achatado	$1.0 \times 10^{-1}$	$1.0 \times 10^{-2}$
Elipsoide achatado tipo disco	$3.2 \times 10^1$	$8.2 \times 10^{-4}$
Casquillo elipsoide achatado	$2.4 \times 10^2$	$2.6 \times 10^2$
Casquete esférico de estela cerrada	$1.2 \times 10^2$	$4.6 \times 10^{-3}$
Casquete esférico de estela abierta	$1.0 \times 10^2$	$1.0 \times 10^{-3}$
Ondulado de falda estable	$3.4 \times 10^2$	$4.3 \times 10^1$
Ondulado de falda inestable	$6.4 \times 10^2$	$4.3 \times 10^1$

Kochi *et al.* [36] llevaron a cabo una investigación para conocer el tiempo de mezclado en un baño de agua agitado con inyección horizontal por medio de inyección de gas con una lanza en forma de “L”. Midieron el tiempo de mezclado usando un sensor de conductividad eléctrica y una solución trazadora de KCl que se adicionaba al baño de agua de-ionizada. Prestaron particular atención a la agitación del baño bajo condiciones en las que no se presentara un movimiento oscilatorio (de un lado a otro) de burbujeo. Además propusieron una ecuación empírica para el tiempo de mezclado como una función del flujo volumétrico de gas, el diámetro del baño, la profundidad del baño y las propiedades físicas del agua. El tanque utilizado estaba acomodado de manera vertical; utilizaron tanques de diámetros diversos. La ecuación del tiempo de mezclado local que proponen es:

$$T_m \left( \frac{H_L}{D_T} \right) \left( \frac{g}{D_T} \right)^{1/2} Re^{0.47} = 3100 \left( \frac{H_{in}}{H_L} \right)^{0.63-1.21 (H_L / D_T)} \quad (1.19)$$

donde,  $T_m$  es el tiempo de mezclado,  $H_L$  es la altura del baño líquido,  $D$  es el diámetro del tanque,  $g$  es la aceleración debida a la gravedad,  $Re$  es el Número de Reynolds referido a la tobera y  $H_{in}$  es la profundidad de inmersión de la lanza. Se debe destacar que el punto de medición es muy cercano a la base del tanque. El trazador se inyectó cerca de la lanza.

Kochi *et al.* [37] utilizaron también un tanque cilíndrico (vertical) y una lanza en forma de “L” para inyectar aire. Utilizaron agua de-ionizada para que, al agregar una solución de KCl, se pudiera medir la conductividad eléctrica local del baño líquido en función del tiempo. La variación que se llevó al cabo fue con respecto a la zona donde la lanza era

colocada: ya fuera en el centro del tanque o cercana a una pared, la profundidad de la lanza también se varió. Una variación importante fue la del movimiento oscilatorio que tenía el baño líquido. Concluyen que el tiempo de mezclado decrece cuando se incrementa la relación  $H_L/D_T$ , donde  $H_L$  es la altura del baño líquido y  $D_T$  es el diámetro del tanque. Además, colocando la lanza en el centro, también se obtiene un beneficio en la disminución del tiempo de mezclado en presencia de un movimiento ondulatorio, únicamente cuando  $H_L/D_T$  es mayor a 1.

Ternstedt *et al.* [38] utilizaron agua para simular acero, agregando un trazador de KCl durante los experimentos. El tiempo de mezclado se determinó experimentalmente midiendo la conductividad eléctrica en el baño de agua. Como si fueran las posiciones de un reloj: en la hora 12, por el fondo, se inyectó el aire, en la hora 3, sobre la superficie, se inyectó el trazador y en la hora 9, cerca del fondo, se colocó el sensor para medir la conductividad. La medición se realizó a la mitad del tanque, muy cerca de la base. Los experimentos se realizaron utilizando dos tanques, de diámetro 200 mm y 3000 mm, respectivamente. Adicionalmente, el flujo de gas utilizado varió de 30 cm<sup>3</sup>/s (1.8 LPM) a 800 cm<sup>3</sup>/s (48 LPM) tanto para alturas del baño líquido de 106 mm como 314 mm. El tiempo de mezclado local se calculó por medio de una expresión teórica que involucraba los números de Strouhal y de Reynolds. El número de Strouhal es:

$$St = \frac{D_T}{T_m * (Q_g * g^2)^{0.2}} \quad (1.22)$$

Los valores de tiempo de mezclado experimentales tuvieron un  $\pm 20\%$  de aproximación a los valores teóricos, lo cual es considerado como una buena aproximación (a consideración de los autores) dentro del modelado físico. De manera global, encontraron que el tiempo de mezclado depende del flujo volumétrico y del diámetro del tanque pero no de la altura del baño. La expresión del tiempo de mezclado es:

$$T_m = 86 * D_T * (Re * g^2 * Q_g)^{-0.2} \quad (1.20)$$

De manera particular, para un sistema constituido por agua se tiene:

$$T_m = 2.07 * Q_g^{-0.4} * D_T^{1.2} \quad (1.21)$$

donde:  $T_m$  es el tiempo de mezclado,  $Q_g$  es el flujo volumétrico y  $D_T$  es el diámetro del tanque.

López *et al.* [39,40] realizaron un estudio - por medio de un modelo matemático validado con un modelo físico - para determinar la viabilidad de utilizar toberas convergentes-divergentes en un convertidor Peirce-Smith, para disminuir los dos problemas principales del convertidor: el taponamiento de las toberas y el desgaste del refractario. El modelo físico que utilizaron es de las mismas dimensiones que el del presente trabajo. Determinaron que los criterios de similitud más representativos eran los de carácter geométrico, cinemático y dinámico, representados por los números de Reynolds, Froude modificado y Weber, basados en la tobera. Calcularon los números adimensionales por medio de datos de una planta que utiliza un convertidor P-S para escalar al modelo físico [27]. El número de Reynolds se encontraba en la zona de flujo turbulento (con un valor de 402370 utilizando los datos de la planta y de 4022 en el modelo físico al tener una velocidad de inyección de aire de 15 m/s). El número de Froude tenía un valor de 7.4 tanto para el modelo como para el prototipo. Para tener puntos comparativos, determinaron que las condiciones de velocidad de inyección en el modelo físico podrían estar entre 6.7 m/s y 33.3 m/s, dando como resultado valores de flujo volumétrico de gas de 5 L/min y 25 L/min, respectivamente. Adicionalmente, realizaron la medición del tiempo de residencia (tiempo de mezclado) en varios puntos cercanos a la superficie del baño líquido. Entre los resultados que se presentan están las fotografías de la pluma que se generó, la cual es ancha pero tiene un recorrido cercano a la pared del reactor. Con respecto a los tiempos de residencia, indican que es distinto en cada punto de medición que consideró, debido principalmente a la diferente distribución de las corrientes que hay dentro del baño líquido. Observaron que los tiempos de residencia disminuyen a medida que el flujo aumenta. Por otra parte, los valores obtenidos con la simulación y los obtenidos con el modelo físico son muy similares [39]; concluyeron que la propuesta de utilizar este tipo de toberas convergentes-divergentes puede ser una opción para evitar los problemas mencionados.



## 2. Justificación

El convertidor Peirce-Smith ha estado en uso por más de 100 años, pero aún no se tiene información detallada de la fluidinámica del baño líquido. Esta información es esencial para predecir la respuesta metalúrgica del reactor dado que los fenómenos de transporte de energía y de materia – y, por ende, las reacciones químicas – ocurren por mecanismos convectivos. Para ello, se busca entender el comportamiento hidrodinámico de la inyección lateral de un gas empleando un tanque cilíndrico horizontal con inyección de aire por medio de una lanza en forma de “L” y una tobera en la punta, teniendo como variable el flujo de gas inyectado. Entre la información que se desea obtener se encuentran: el régimen de burbujeo; la geometría de la pluma, el campo de velocidad y el tiempo de mezclado local. Cabe señalar que no hay información reportada acerca del campo de velocidad experimental y tampoco de la concentración de aire en la pluma para modelos físicos del convertidor Peirce-Smith.

### 2.1 Hipótesis

La interacción entre un gas insuflado y un líquido genera burbujas (ya sea aisladas o formando una “pluma”) que, dentro del baño, están sujetas a fuerzas de flotación, viscosas y gravitacionales; además, la tensión superficial juega un papel importante en la formación de las burbujas. Adicionalmente, estas burbujas interactúan con el baño líquido puesto en movimiento por ellas mismas. Considerando que en el caso de la inyección lateral el momentum del gas inyectado tiene únicamente componente horizontal, las hipótesis de trabajo son:

- Para cualquier valor de flujo se generará una pluma y no el desprendimiento de burbujas individuales.
- Para cualquier flujo existirán zonas de recirculación y zonas de muy baja velocidad
- A partir de fotografías de tiempo de exposición largo se puede estimar el campo de concentración de gas (aire) en la “pluma” mediante análisis de imágenes
- Al aumentar el flujo de entrada de gas:
  - La magnitud de la velocidad en un punto dado en el baño líquido se incrementará
  - La “pluma” ocupará un mayor espacio
  - El tiempo de mezclado disminuirá linealmente

## 2.2 Objetivo

El objetivo de este trabajo es caracterizar, cuantitativamente, los efectos de los fenómenos fluidinámicos que ocurren en un modelo físico agua- aire que representa, cualitativamente, a una “rebanada” de un convertidor Peirce-Smith.

Para alcanzar el objetivo que persigue este trabajo se plantean las metas siguientes:

- Caracterizar el régimen de burbujeo
- Caracterizar la deformación de la superficie
- Caracterizar las dimensiones de la “pluma” generada
- Determinar el campo de velocidad que se genera en el baño líquido
- Calcular el campo de vorticidad que se genera en el baño líquido
- Medir el tiempo de mezclado local
- Visualizar la evolución de un trazador colorido agregado en forma de pulso

### 3. Metodología experimental

Los aspectos del sistema que se estudiaron con el modelo físico son: el campo de velocidad, el campo de vorticidad, el régimen de burbujeo, la geometría de la pluma, el tiempo de mezclado local y la trayectoria de un trazador colorido. La variable de operación de interés es el flujo volumétrico de aire insuflado. Para este efecto se utilizó un modelo físico cualitativo y diversas técnicas de medición y visualización, que se describen enseguida.

#### 3.1 Modelo físico

El modelo físico que se utilizó es del tipo cualitativo y representa una rebanada del convertidor Peirce–Smith. Está elaborado con acrílico y tiene geometría cilíndrica (horizontal), con un diámetro de 60.8 cm, una altura de 41.8 cm y una profundidad de 29.0 cm (Figura 3.1). El baño metálico se simuló con agua a temperatura ambiente; la altura del agua (en reposo) fue de 33 cm. El aire se inyectó mediante una lanza de acero inoxidable, de 4.12 mm de diámetro interno, con una boquilla de 1.5 mm de diámetro interno; la boquilla se colocó al final de la lanza, que tiene forma de “L”. La profundidad de inyección de gas, es decir, la distancia desde la superficie del baño líquido (en reposo) hasta la boquilla de la lanza en “L”, fue de 16 cm. El modelo físico se instaló sobre una base de madera para mantenerlo fijo durante la experimentación.

La inyección de gas se hizo a través de una manguera con conexiones rápidas en las puntas. A lo largo de la manguera se colocaron un medidor de presión y dos filtros (uno de agua y partículas sólidas, y otro de aceite), para evitar que el rotámetro que midió el flujo tuviera errores causados por la suciedad que se pudiera adherir a sus paredes. La presión del aire insuflado se fijó en 40 psias.

Las técnicas utilizadas para caracterizar los efectos de la fluidinámica del baño líquido fueron:

- 1) *PIV (Particle Image Velocimetry)*,
- 2) Fotografía de tiempo de exposición largo
- 3) Fotografía de alta velocidad.

Para estudiar el mezclado se adicionó un trazador ácido-colorido en forma de pulso y se midió la evolución del pH.

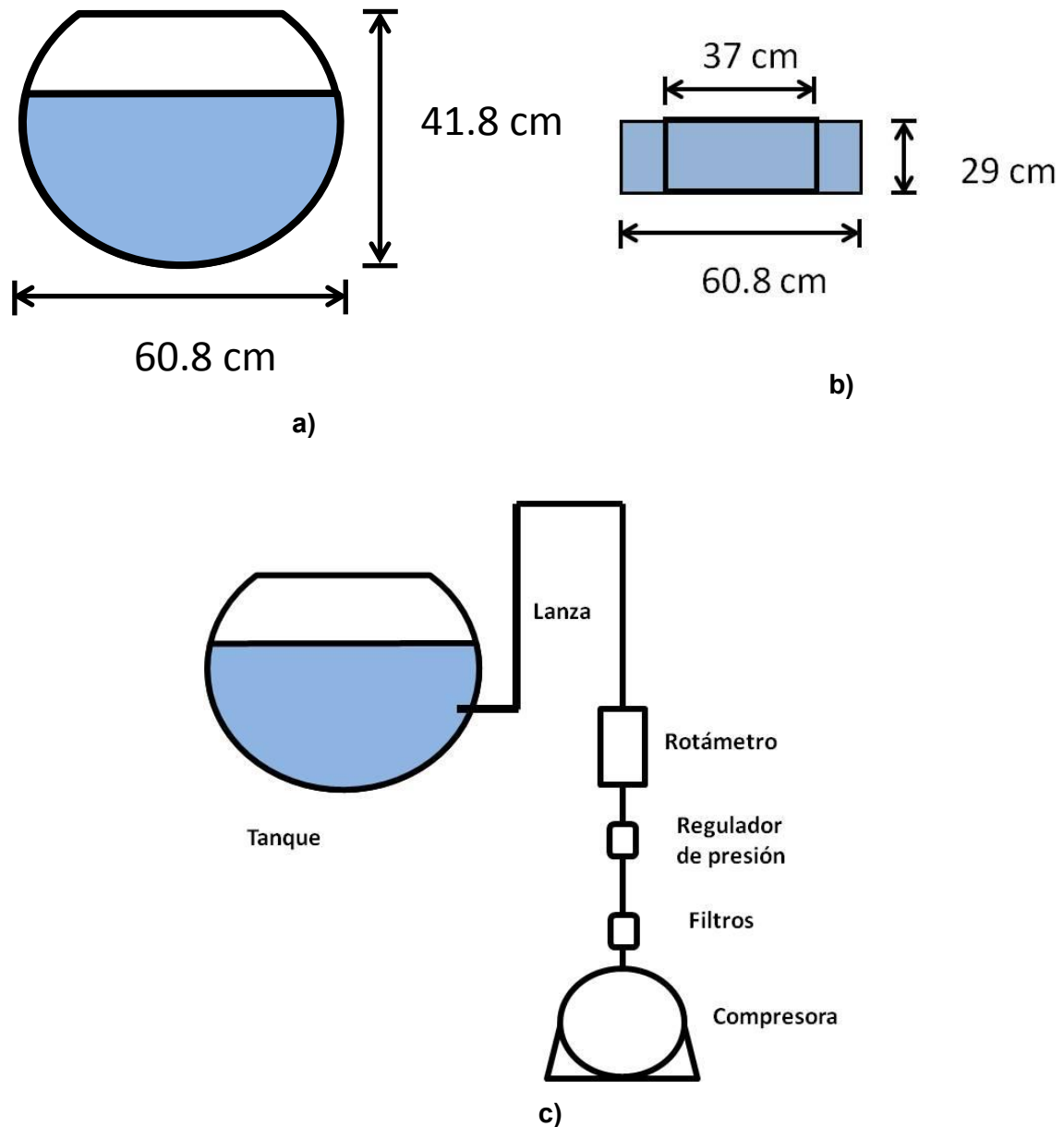


Figura 3.1. Modelo físico: a) vista frontal; b) vista superior y c) arreglo experimental

### 3.2 PIV (*Particle Image Velocimetry*)

Para las mediciones con la técnica de *PIV (Particle Image Velocimetry)*, se conectó la boquilla a la toma de aire del laboratorio y las mediciones de flujo se realizaron a través de un rotámetro conectado a la manguera descrita anteriormente. Se mezclaron partículas de plata (de aproximadamente 10  $\mu\text{m}$  de diámetro) al baño líquido. Estas partículas actúan como trazadores debido a que brillan al paso del haz de luz proveniente de la fuente de láser.

El equipo de *PIV* utilizado consiste de una fuente de láser, marca *New Wave Research*, operando a una frecuencia de 15 Hz, y una cámara de alta velocidad marca *Speed Sense Dantec Dynamics*, colocados como se muestra en la Figura 3.2.

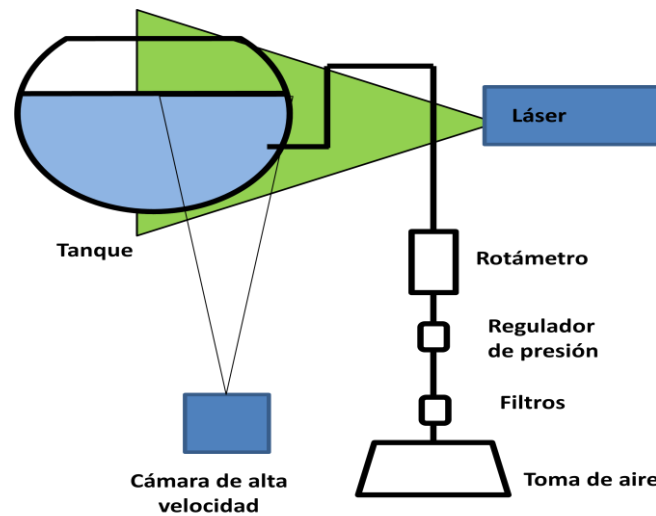


Figura 3.2. Equipo experimental para las mediciones con la técnica de *PIV*.

La fuente de láser se colocó a un costado del modelo físico, a una distancia de 1.27 m del mismo, de tal modo que el haz de luz pasó a 2 cm de la posición de la boquilla (para evitar interferencia generada por la lanza), mientras que la cámara con la que se capturaron las imágenes se colocó de frente al modelo, a una distancia de 1.045 m del mismo. El sistema entre el modelo físico, la fuente de láser y la cámara, formaban exactamente un ángulo de 90 grados. El haz de luz iluminaba la mayor parte del baño líquido (excepto una pequeña región en la parte inferior que, de cualquier manera, tiene poca velocidad) proporcionando una área de captura de la cámara de 27 cm × 27 cm. La limitante del plano de luz es que conforme se aleja del láser emisor pierde potencia. Adicionalmente, la cámara limita la región capturada debido al lente, a la distancia focal y a la apertura del obturador para que entre más o menos luz.

Se tomaron 300 imágenes por cada condición experimental, con un tiempo entre cada pulso de  $10^{-8}$  s. Además, se realizó un enmascaramiento de las zonas de posible interferencia, eliminándose la zona superior del tanque (que contiene aire y donde la superficie libre está en movimiento) y delimitando la superficie del tanque (dado que su contorno es de forma circular).

Después de capturar las imágenes se procedió a obtener los mapas vectoriales del campo de velocidad con ayuda de las herramientas del software *Flow Manager 4.60 Ink*. En primer lugar se obtuvieron mapas vectoriales instantáneos del movimiento del

fluido y, posteriormente, se obtuvo un mapa vectorial promedio por cada flujo, a partir de las 300 fotografías tomadas para cada caso.

### 3.3 Fotografía de tiempo de exposición largo

El flujo de aire insuflado para la toma de fotografías de tiempo de exposición largo se produjo con una compresora marca Evans de 235 L de capacidad, con un motor que trabaja a 3 HP de potencia y que permite que el aire comprimido fluya a una presión de entre 80 y 120 psias. El flujo de aire pasaba a través de una manguera compuesta como ya se describió. La manguera llegaba a un rotámetro (marca Cole-Palmer) con una escala de 2 a 25 LPM (litros por minuto), con divisiones cada 1 LPM. Se tomaron fotografías (con un tiempo de exposición de 1 s) de la pluma de gas con una cámara Nikon D5200, con lo cual se pudieron capturar imágenes de la geometría promedio de la pluma. El eje de la cámara se colocó a  $90^\circ$  de la superficie frontal del modelo físico (ver Figura 3.3). La distancia entre la cámara y el tanque fue de 120 cm. No se utilizó iluminación adicional a la que provenía del laboratorio y del medio ambiente. Se colocó un fondo oscuro para evitar sombras y para asegurar mayor contraste en las imágenes. Para fotografiar la zona de interés, solo se fotografió la mitad del tanque donde se produce la inyección de gas.

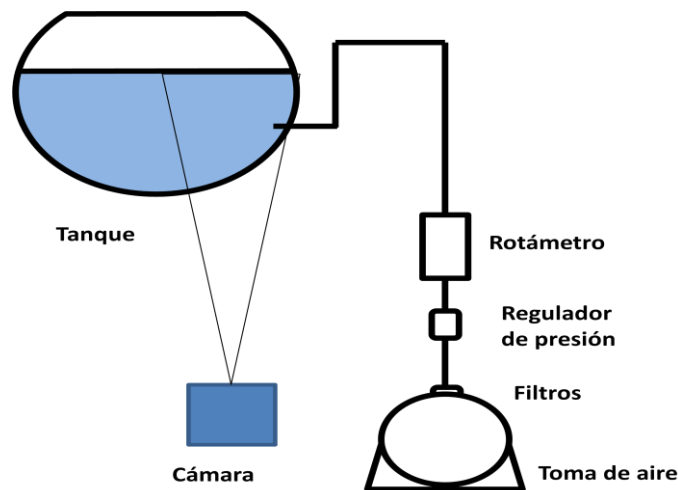


Figura 3.3 Sistema empleado para las fotografías de tiempo de exposición largo.

### 3.4 Fotografía de alta velocidad

Para estudiar el régimen de burbujeo en la etapa inicial de la inyección de aire se utilizó una cámara fotográfica de alta velocidad, capturándose 500 cuadros durante un

segundo. El tamaño de las imágenes fue de 512 píxeles x 512 píxeles (que corresponden a 129.28 cm<sup>2</sup> aproximadamente); hubo dos regiones de interés que fueron capturadas: la salida de aire por la tobera y la superficie libre del líquido. El tiempo entre exposiciones fue de 1997  $\mu$ s y se tomaron a una tasa de 500 Hz. La cámara se posicionó frontalmente al sistema a una distancia de 45 cm. En todas las tomas fotográficas, el lente de la cámara se alineó con la pared del tanque para que estuvieran perpendiculares entre sí y así disminuir la distorsión de las imágenes.

### **3.5 Tiempo de mezclado local**

El tiempo de mezclado local se obtuvo por medio de la adición de un trazador ácido-colorido. Su composición fue de 1:1 v/v H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> en agua y 60 g de colorante en la disolución / L de disolución. Al ser un trazador ácido es posible medir cual es el pH en un punto dentro del sistema por medio de un electrodo conectado a un pH-metro modelo IQ 270 GB de *IQ Scientific instruments*. Este último tiene la opción de conectarse a una computadora y funcionar como un adquisidor de datos, para tener un registro de los cambios de concentración de iones [H<sup>+</sup>] en el baño líquido en función del tiempo. El *software* que utiliza para la adquisición es *IQ SmartLogger II*.

El trazador fue inyectado por la parte superior del baño, cerca de la tobera, por medio de una jeringa de 5 mL, sin aguja. El volumen empleado de trazador fue de 5 mL. La inyección era en pulso (es decir, instantánea, menos de un segundo). El electrodo fue colocado en la pared contraria a la inyección de gas, para tener la distancia más alejada que se pudiera entre el punto de inyección del trazador y el de medición; la punta del electrodo se sumergió 2.5 cm debajo de la superficie libre del baño líquido en reposo.

Adicionalmente a las mediciones de pH, se filmó el avance del trazador por medio de una cámara de video marca Nikon D5200. No se utilizó ningún filtro para captar el video. La cámara se posicionó a 90 cm de la cara frontal del tanque sobre un tripie que mantenía fija su posición.

Fue necesario sincronizar tres operaciones: el inicio de las mediciones de pH; el inicio de la videograbación, y la inyección del trazador. Las dos primeras iniciaban al mismo tiempo y, 10 segundos después, se inyectaba el trazador. Al finalizar el mezclado del trazador, tanto las mediciones como la videograbación eran detenidas.

Las tonalidades que presenta este tipo de trazador han sido estudiadas en una tesis de licenciatura realizada por Miranda [25], para cuantificar la variación local del pH.

### 3.6 Condiciones experimentales

Como ya se mencionó, para que haya una completa similitud los fenómenos que se presentan en el modelo y en el sistema real deben ser similares, lo cual se garantiza asegurándose que los números adimensionales correspondiente sean iguales entre el prototipo y el modelo (para un modelo cuantitativo) [19]. Para el reactor de interés, los números adimensionales a considerar son:

$$Fr : \left[ \frac{v^2 \rho_g}{g d_0 (\rho_l - \rho_g)} \right]_{\text{modelo}} = \left[ \frac{v^2 \rho_g}{g d_0 (\rho_l - \rho_g)} \right]_{P-S} \quad (3.1)$$

$$Re : \left[ \frac{\rho_l v L_c}{\mu} \right]_{\text{modelo}} = \left[ \frac{\rho_l v L_c}{\mu} \right]_{P-S} \quad (3.2)$$

$$We : \left[ \frac{\rho_l v^2 L_c}{\sigma_l} \right]_{\text{modelo}} = \left[ \frac{\rho_l v^2 L_c}{\sigma_l} \right]_{P-S} \quad (3.3)$$

Las variables distintas entre el modelo físico y el convertidor se pueden clasificar en: a) propiedades físicas de los componentes (agua-aire o metal-aire enriquecido con oxígeno) como la densidad de los líquidos, la densidad de los gases, la viscosidad del gas y la tensión superficial del líquido; y b) propiedades del modelo físico: el diámetro de la tobera y la velocidad de inyección. Las primeras quedan establecidas al escoger el sistema agua-aire para el modelo físico y se muestran en la Tabla 3.1. Las segundas son las que se tendrían que seleccionarse si se quisiera simular cuantitativamente al convertidor Peirce-Smith. En este estudio se utilizó una tobera con un diámetro definido, por lo que el único valor que falta por determinar es la velocidad de inyección del gas. Para escalar la velocidad se suele emplear el número de Froude modificado. Utilizando los datos de la Tabla 3.1 y despejando la velocidad para el modelo de la Ec. 3.1 se obtiene que la velocidad en un modelo escalado debiera ser de 10.4 m/s. El rotámetro que se utilizó limitaba en cierta medida las condiciones y en pruebas preliminares se observó que a flujos menores de 2 LPM se producían burbujas que prácticamente no generaban un movimiento en el baño líquido.



Tabla 3.1 Propiedades en el modelo físico usado en este trabajo y las de un convertidor Peirce-Smith típico.

Propiedad	Modelo físico (agua-aire)	Convertidor Peirce-Smith [27] (Mata de cobre-aire)
$\rho_l$ (kg/m <sup>3</sup> )	1000	4600
$\rho_g$ (kg/m <sup>3</sup> )	1.2	1.2
$\mu_l$ (kg/m s)	0.001	0.01
$\mu_g$ (kg /m s)	0.000018	0.000018
$g$ (m/s <sup>2</sup> )	9.81	9.81
$\sigma_l$ (N/m)	0.073	1.10*
$d_0$ (m)	0.0015	0.041
$D_T$ (m)	0.608	3.46
$L$ (m)	0.29	9.14
<i>Número de toberas</i>	1	42
$H_L$ (m)	0.33	1.36
$H_{in}$ (m)	0.16	1
$v$ (m/s)	10.4	120
$Q$ (LPM)	1.10	56400

\* Cobre líquido a 1130 °C

De esta manera, se realizaron experimentos para cinco valores de flujo de aire insuflado: a) 2; b) 5; c) 10, d) 15 y e) 20 LPM (litros por minuto). En la Tabla 3.2 se muestra un resumen de las condiciones experimentales. En la Tabla 3.3 se muestran los valores de los números de Froude modificado, Reynolds y Weber (todos calculados para el diámetro interno de la boquilla). Es interesante notar que los experimentos cubrieron un rango de dos órdenes de magnitud tanto para el número de Froude modificado como para el número de Weber.

Tabla 3.2. Condiciones experimentales.

Prueba	Flujo volumétrico (LPM)	Velocidad (m/s)
1	2	18.9
2	5	47.2
3	10	94.3
4	15	141.5
5	20	188.6

Tabla 3.3. Números adimensionales.

Prueba	Re	Fr'	We
1	2005	31	9
2	5012	193	58
3	10024	772	233
4	15036	1737	524
5	20048	3088	932

## 4. Resultados y discusión

En esta sección se describen los resultados obtenidos de la experimentación así como el procesamiento de los datos y su posterior análisis.

### 4.1 Formación de la pluma e interacción con la superficie libre

Se generaron dos tipos de secuencias fotográficas por medio de cámaras de alta velocidad para estudiar los fenómenos que ocurren: a) a la salida de la tobera y b) en la superficie libre. Para ambas secuencias se tomaron 500 fotografías en cada tipo de secuencia.

La Figura 4.1 muestra una secuencia de eventos que ocurren a la salida de la tobera para un flujo de gas insuflado de 2 LPM. En la figura es posible observar que las burbujas no tienen una forma esférica; lucen como elipsoides que se deforman constantemente a medida que salen de la tobera y ascienden. Existen estudios [33] en los cuales se ha correlacionado al diámetro de la burbuja con el flujo volumétrico de gas; sin embargo, consideran burbujas esféricas. Entre las fotografías 1 a 40 de la secuencia se puede observar que existe desprendimiento de burbujas pequeñas que siguen el ascenso pero que se han quedado ligeramente retrasadas. Otro efecto que se puede observar en la Figura 4.1, específicamente en la fotografía 50, es el de la coalescencia de dos burbujas que, durante su ascenso, completan su unión. Con estas observaciones se determinó que la forma de las burbujas no es esférica y que su tamaño es variable a lo largo de la trayectoria de ascenso.

La corriente del gas que sale de la tobera desplaza (penetra) el baño líquido; como consecuencia, forma una burbuja en la punta de la tobera que después de un tiempo se desprende y comienza su ascenso. Un efecto importante que se observa es que después de su desprendimiento de la tobera, las burbujas sufren un cambio en su trayectoria de ascenso (Figura 4.1, fotografía 1 y 10) acercándose a la pared del tanque. Al ascender, una burbuja genera corrientes que interactúan y modifican la geometría y la trayectoria de burbujas posteriores.

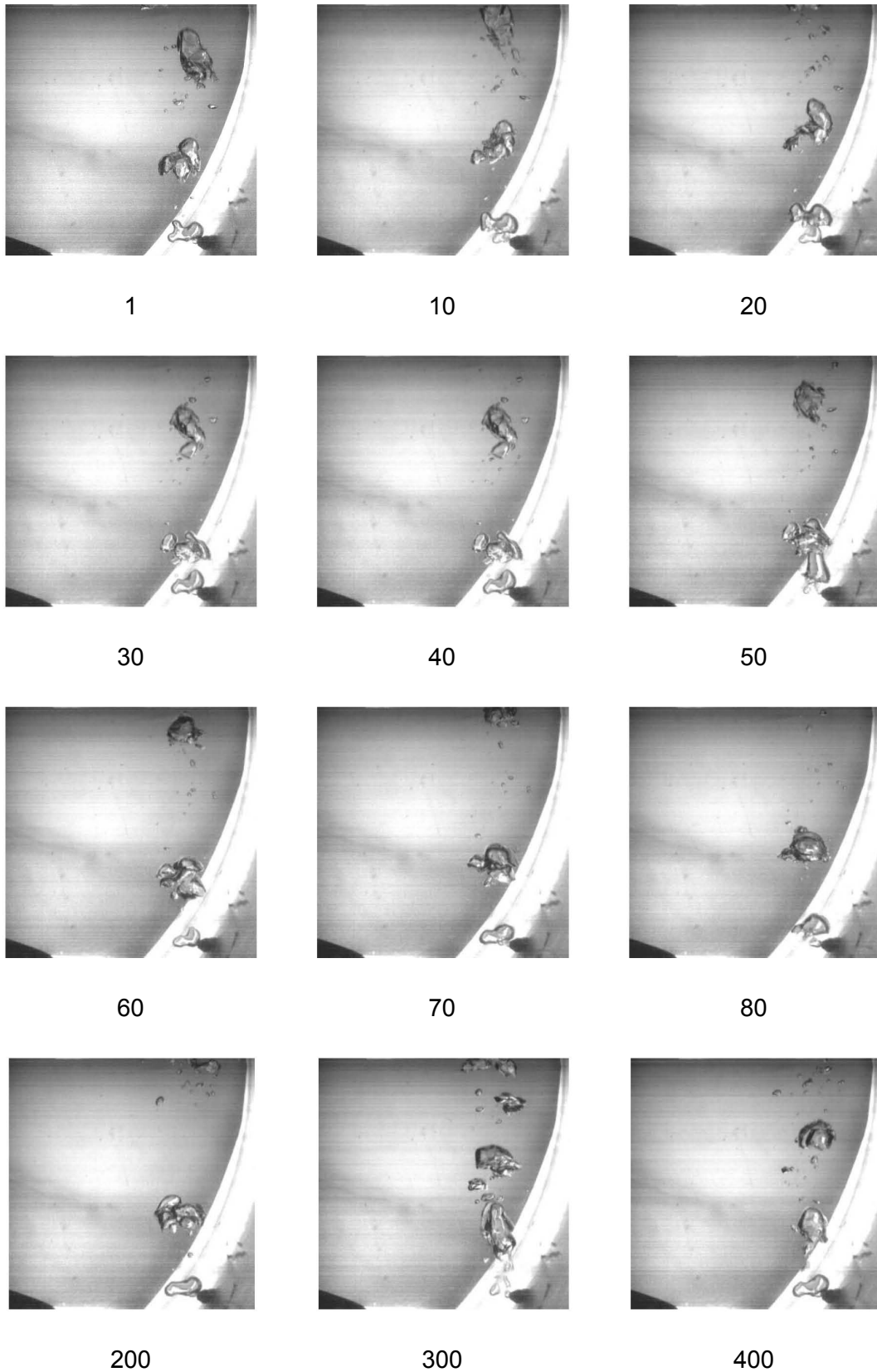


Figura 4.1.- Fotografías instantáneas a la salida de la tobera para flujo volumétrico de aire de 2 LPM. Los números debajo de las fotografías indican el lugar que ocupan en la secuencia.

En la Figura 4.2 se muestra la formación de las burbujas para cada uno de los cinco flujos volumétricos estudiados; cada imagen se consideró como representativa de la secuencia completa. La corriente de aire tiene que tener el suficiente momentum para entrar al baño líquido, si no lo tiene simplemente no saldría de la tobera. Este momentum empujará al líquido en la dirección en la que se dirige y formará burbujas; por tanto, dependiendo del flujo será cuanto sea la penetración de la corriente de gas. Se distinguen dos fenómenos producto de las burbujas y las corrientes que se generan en el líquido. El primero ocurre para los flujos de 2 y 5 LPM de gas insuflado, donde existe la deformación de la trayectoria de ascenso antes descrita. Por otro lado, cuando se emplean flujos de 10, 15 y 20 LPM, la corriente de aire penetra significativamente al líquido y las burbujas que se forman siguen una trayectoria curva alejándose de la tobera. Las diferencias observadas sugieren que debe existir un valor, entre los valores de flujo de 5 y 10 LPM de aire insuflado en el baño líquido (correspondiente a valores de Reynolds, calculado para las condiciones del orificio de la tobera, entre 5012 y 10024), que propicia un cambio en el tipo de ascenso de las burbujas: de una columna a una forma cónica inclinada. Es decir, que a valores bajos de flujo es más fácil formar una burbuja que penetrar el baño líquido, mientras que a valores altos de flujo, la penetración es mayor y dirige su trayectoria en el ascenso.

En la Figura 4.2 también es posible observar que, a valores de flujo volumétrico mayores de 5 LPM, existe un mayor desprendimiento de burbujas pequeñas; hay una mayor coalescencia entre las burbujas y todas ellas tienden a dispersarse a los lados, ampliando su zona de interacción con el baño líquido.

Al comparar, por ejemplo, la fotografía 1 con la 70 de la Figura 4.1, se puede observar que la penetración en ambas es similar. Considerando lo anterior, se midió la penetración del chorro de gas para cada fotografía. Esta penetración representa la distancia máxima que logra alcanzar el chorro de gas después de salir de la tobera y antes de desprenderse de ella (en forma de burbuja), dado que al desprenderse la burbuja formada comienzan a ascender. Este detalle se puede ver cuadro a cuadro para determinar cuál es la distancia máxima de penetración de cada burbuja. Esta distancia se midió, a lo largo de una línea horizontal, tomando como punto de referencia el centro de la punta de la tobera. La distancia se obtuvo en pixeles, por lo que se utilizó una regla de correspondencia (para estas imágenes, 18 pixeles equivalen a 0.4 cm) para calcular el valor en centímetros. La Figura 4.3 muestra los valores de penetración máxima para el rango de flujos volumétricos estudiados.

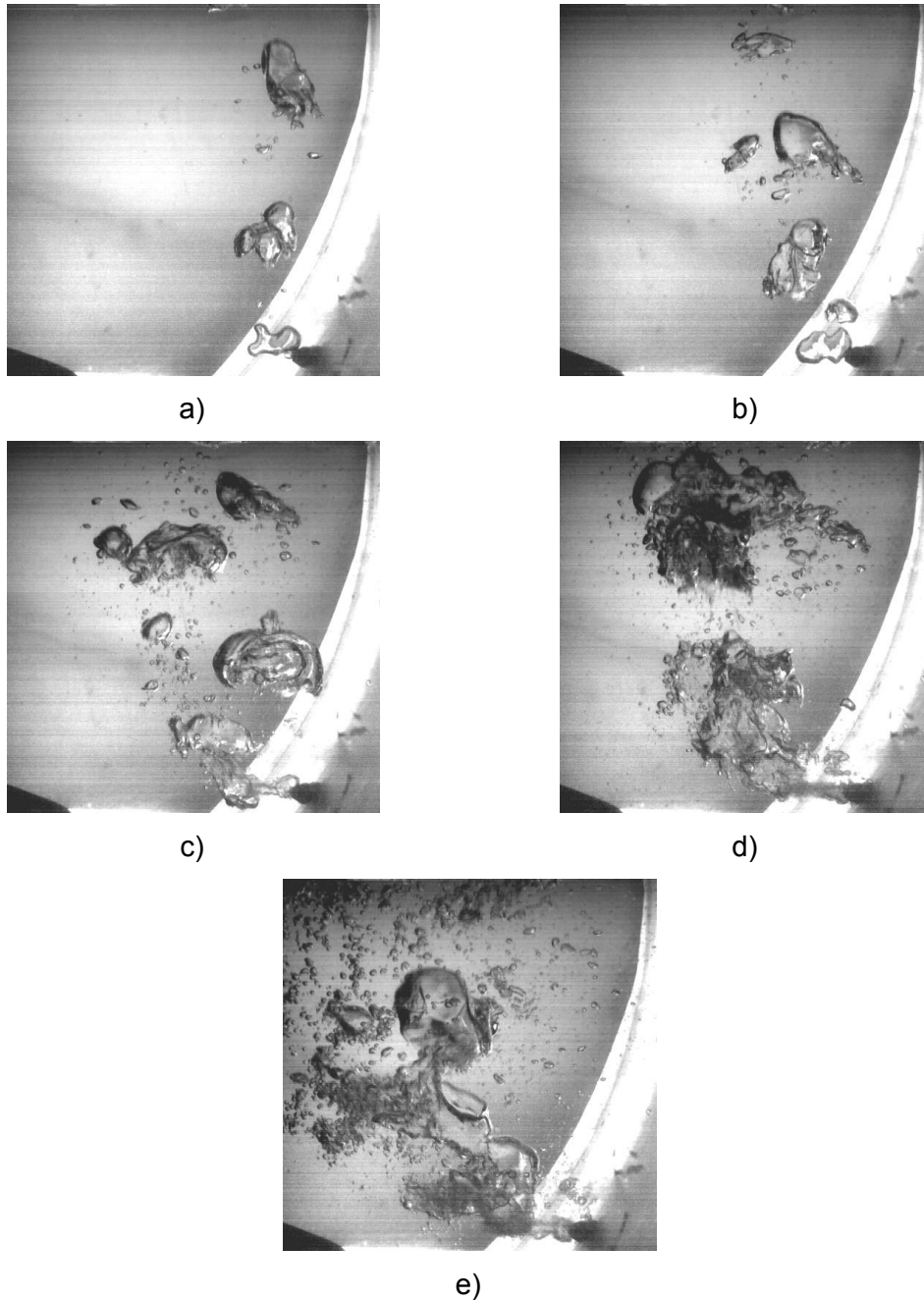


Figura 4.2.- Fotografías instantáneas a la salida de la tobera en función del Flujo de aire: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.

En la Figura 4.3 es posible observar que existe una variación en estas mediciones, lo cual indica que el chorro de gas es fluctuante y, como consecuencia, cada burbuja formada es distinta. Al observar la Figura 4.3, es posible ver que la penetración máxima del chorro de gas parece tener un patrón cíclico. Estas fluctuaciones son más pronunciadas a medida que se aumenta el flujo volumétrico, por lo que puede establecerse que son indicativas de la turbulencia del sistema. Como estas fluctuaciones se encuentran delimitadas entre ciertos valores, es posible calcular

valores promedio para cada flujo volumétrico (ver Tabla 4.1). Tanto de la Figura 4.3 como de la Tabla 4.1 se deduce que la penetración máxima promedio aumenta a medida que el flujo volumétrico de aire insuflado aumenta. Así mismo, la varianza y, en consecuencia la desviación estándar, aumentan al aumentar el flujo de aire insuflado; esto corrobora la naturaleza turbulenta de la fluidinámica del sistema.

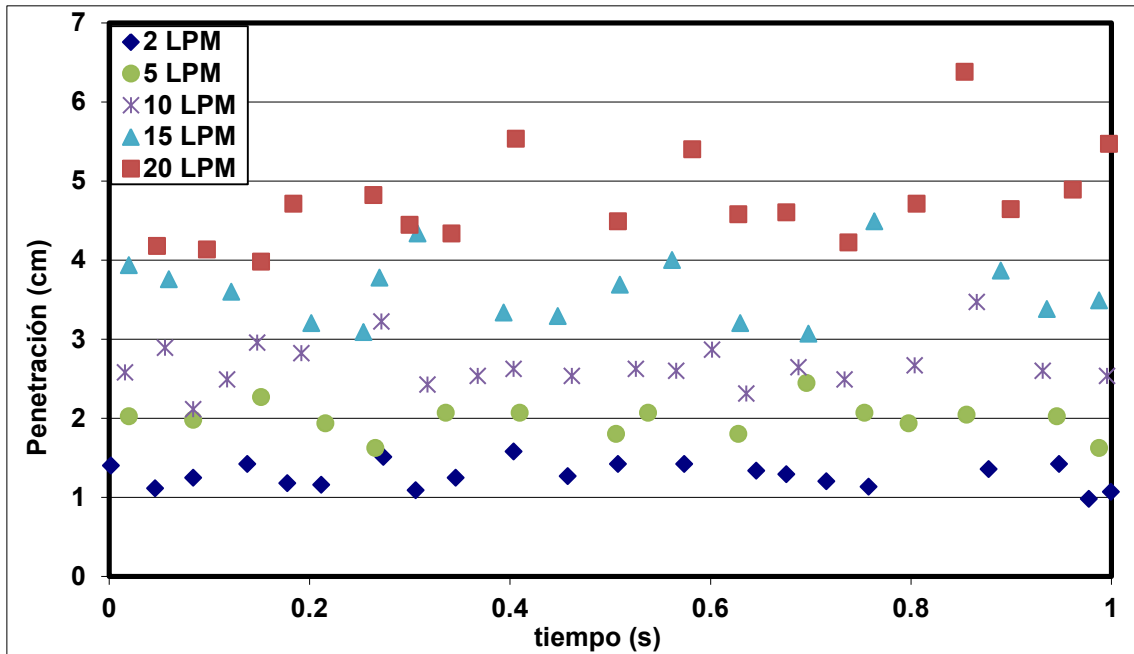


Figura 4.3.- Penetración máxima del chorro de gas para todos los valores de flujo volumétrico estudiados

Tabla 4.1.- Penetración máxima promedio del chorro de gas.

$Q_g$ (LPM)	$L_p$ (cm)	$\sigma^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma$ (cm)
2	1.27	0.16	±0.40
5	1.98	0.21	±0.46
10	2.66	0.30	±0.54
15	3.61	0.42	±0.65
20	4.75	0.60	±0.77

De acuerdo a los datos de la Tabla 4.1, es posible relacionar la penetración máxima promedio con el flujo volumétrico. Para ello se graficaron los datos de la Tabla 4.1 en la Figura 4.4 y se observó que una ecuación lineal representa el comportamiento de la penetración máxima promedio ( $L_p$ ) con respecto al flujo de aire insuflado ( $Q_g$ ). El hecho de visualizar un cambio en la dirección de ascenso de las burbujas dependiente del flujo volumétrico puede generar la idea de que la Figura 4.4 no debería ser una

recta, debería haber una zona entre 5 y 10 que marque este cambio. Sin embargo, el momentum que tiene el gas disponible para transmitir al fluido está en función de la velocidad que tenga el aire, en otras palabras debe ser directamente proporcional al flujo de aire inyectado. El agua opone una resistencia al movimiento que no depende del flujo de aire inyectado, es decir, es una resistencia constante. Así que al aumentar el momentum que se tiene disponible para ejercer un movimiento en el fluido tiene que vencer a la misma resistencia, lo que muestra que la penetración debe depender del momentum asociado a la corriente de aire y por ende al flujo de aire inyectado. La correspondencia de los datos es alta, evidenciada por el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), que tiene un valor de 0.9928, muy cercano a uno, lo que indica que los datos pueden ser predichos correctamente por la ecuación propuesta.

$$L_p = 0.1866 Q_g + 0.9134 \quad (4.1)$$

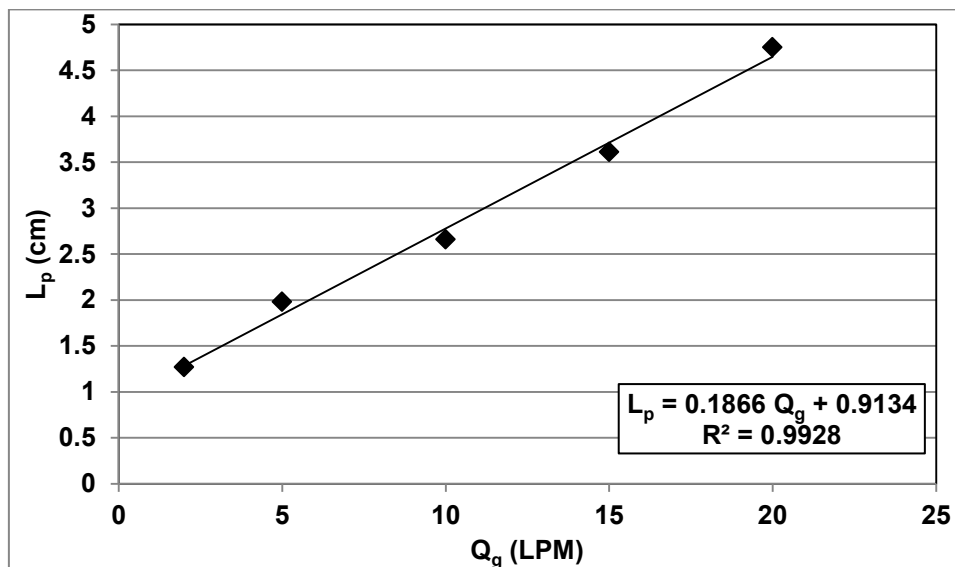
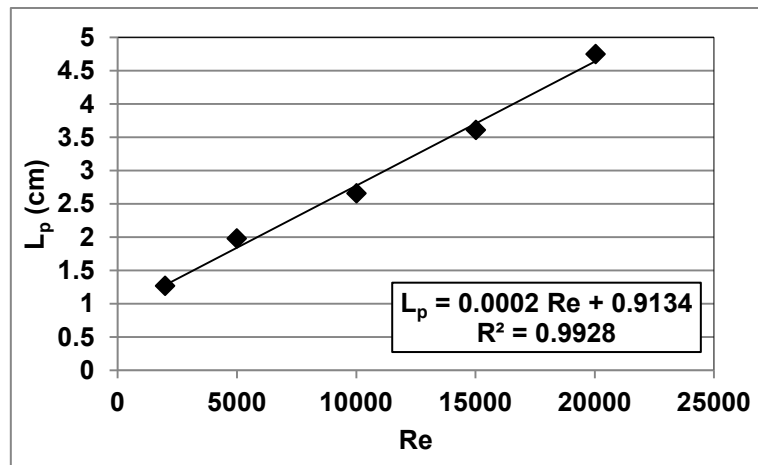


Figura 4.4. Penetración máxima promedio del chorro de gas en función del flujo volumétrico de aire insuflado.

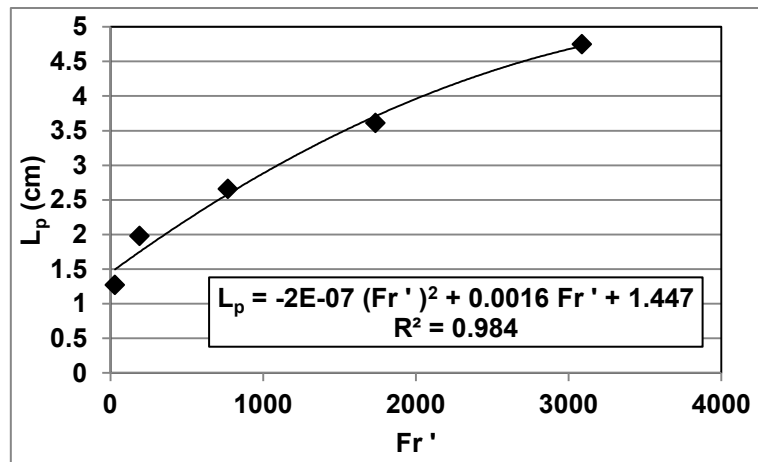
Considerando que el sistema en el que se trabajó es agua-aire, el uso de números adimensionales es de vital importancia para la comparación con un sistema distinto. Los números adimensionales que determinan el comportamiento del sistema son el número de Froude modificado, el número de Reynolds y el número de Weber. Es así que en la Figura 4.5 se muestran las gráficas y las ecuaciones que se obtienen en función de cada uno de los números adimensionales antes mencionados. En la Tabla 4.2 se muestra el valor de los números adimensionales en función del flujo volumétrico. Para el número de Froude modificado y el Número de Weber se utilizaron



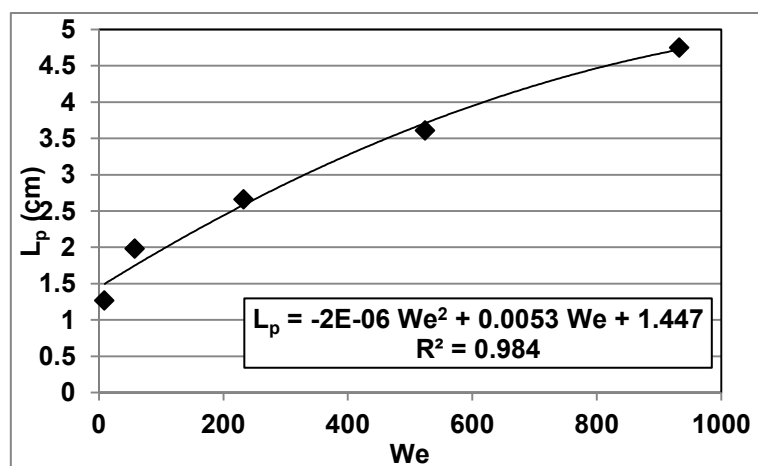
ecuaciones cuadráticas para definir su tendencia debido a que su definición (Ec. 1.11 y 1.13) muestra que ambos números dependen directamente del cuadrado del flujo.



a)



b)



c)

Figura 4.5 Penetración máxima promedio del chorro de gas en función de: a) número de Reynolds; b) número de Froude modificado y c) número de Weber.

Tabla 4.2 Números adimensionales y penetración promedio del aire insuflado

$Q_g$ (LPM)	$Re$	$Fr'$	$We$	$L_p$ (cm)	$\sigma$ (cm)
2	2005	31	7311	1.27	$\pm 0.40$
5	5012	193	45694	1.98	$\pm 0.46$
10	10024	772	182776	2.66	$\pm 0.54$
15	15036	1737	411247	3.61	$\pm 0.65$
20	20048	3087	731107	4.75	$\pm 0.77$

En la Figura 4.5 (b) y (c) se puede observar que en los números de Froude modificado y de Weber la tasa de aumento de la penetración máxima promedio disminuye a medida que los números adimensionales aumentan. Es decir, la razón entre el cambio de penetración y el cambio del número adimensional decrece, lo que indica que en algún momento se alcanzará una penetración máxima. Adicionalmente, indica que a medida que se gaste más energía (al inyectar un flujo mayor de aire) la aportación que tenga a la penetración será relativamente baja a comparación de gastos de energía menores, detalle que no se observa en la Figura 4.5 (a)

La segunda secuencia de fotografías que se tomó muestra el efecto que tienen las burbujas generadas por el flujo de gas insuflado sobre la deformación de la superficie libre del agua. La Figura 4.6 muestra la secuencia de fotografías obtenida para un flujo de 2 LPM. Las burbujas en ascenso empujan, por efecto de las fuerzas de flotación, al líquido sobre ellas (Figura 4.6, Fotografía 91), mientras que las fuerzas que se oponen al movimiento de las burbujas son las fuerzas viscosas debido al contacto entre la burbuja y el baño líquido. Cuando las burbujas llegan a estar cerca de la superficie del baño, el movimiento del líquido que desplazan deforma la superficie libre hasta que las fuerzas de tensión superficial se ven superadas y permiten el rompimiento de la capa de líquido deformado (Figura 4.6, Fotografías 101 y 111). Después de romperse esta capa, el aire es liberado y sale del sistema. El líquido deformado se disipa hacia los lados, formando ondas en la superficie, y hacia abajo debido a su caída por efecto de la gravedad generando salpicaduras (se apreciarán en la Figura 4.7 donde se observan gotas que se quedan pegadas en las paredes del tanque).

En la Figura 4.7 se compara este efecto entre todos los valores de flujo volumétrico de aire empleados. A valores mayores de flujo, la deformación de la superficie libre y las salpicaduras (cantidad de gotas de agua que se adhieren a la pared), aumentan. La deformación de la superficie es evidente por dos efectos: la altura máxima que alcanza

la superficie libre, es decir, cuanto hacia arriba se eleva la superficie en comparación con la superficie libre estática; y el ancho que tiene la deformación de la misma. La altura máxima que alcanza la superficie se encuentra en la parte central de la trayectoria que llega a tener cada burbuja, mientras que el ancho depende de que tan grandes sean las burbujas. En la Figura 4.7 (a) se muestra la superficie libre en un estado estático y una regla para que se pueda escalar los valores de pixeles a centímetros. La relación que se tiene es de 145 pixeles a 0.4 cm.

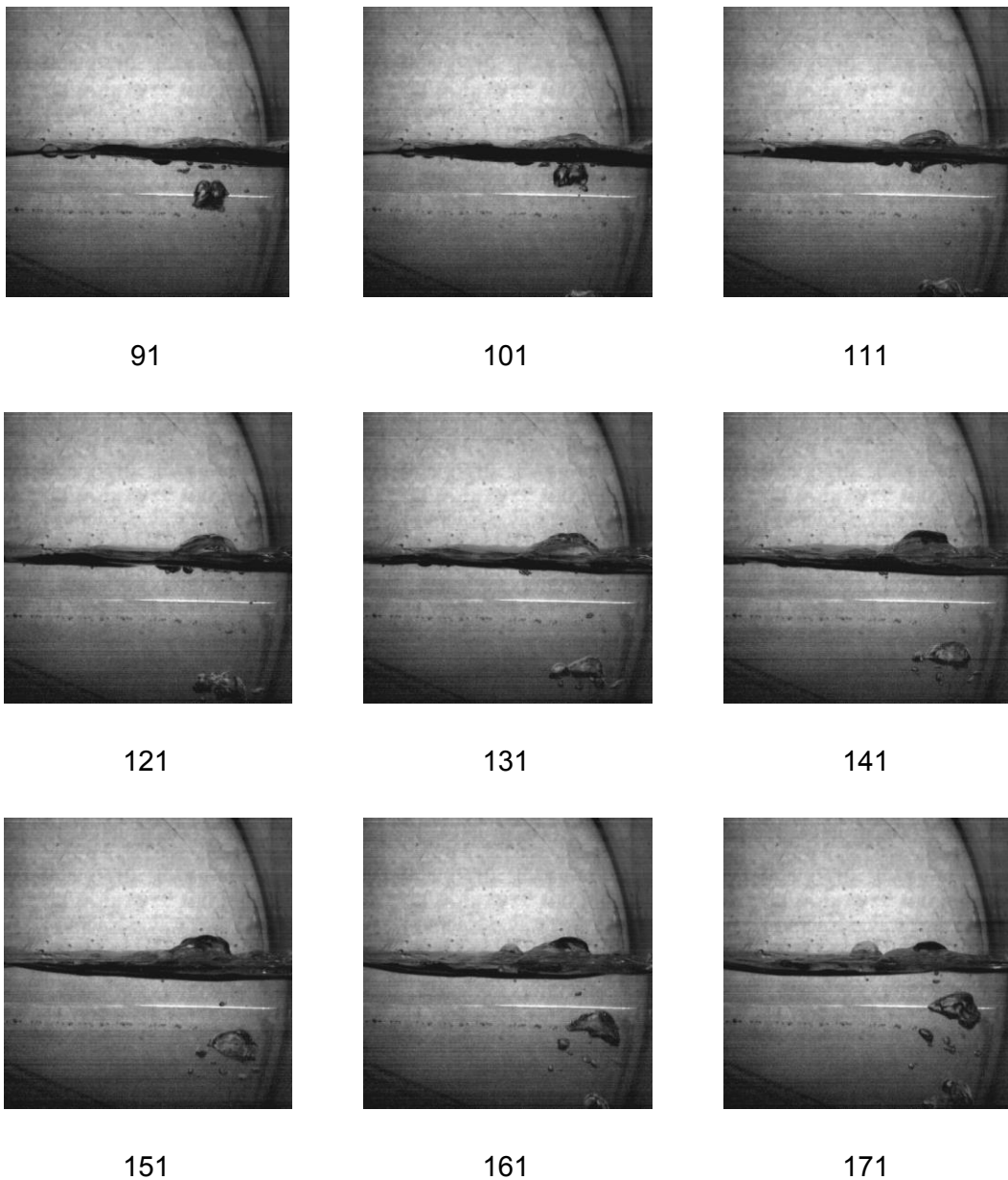


Figura 4.6. Fotografías instantáneas de la superficie libre para flujo de aire de 2 LPM. El número debajo de las fotografías indica su posición en la secuencia

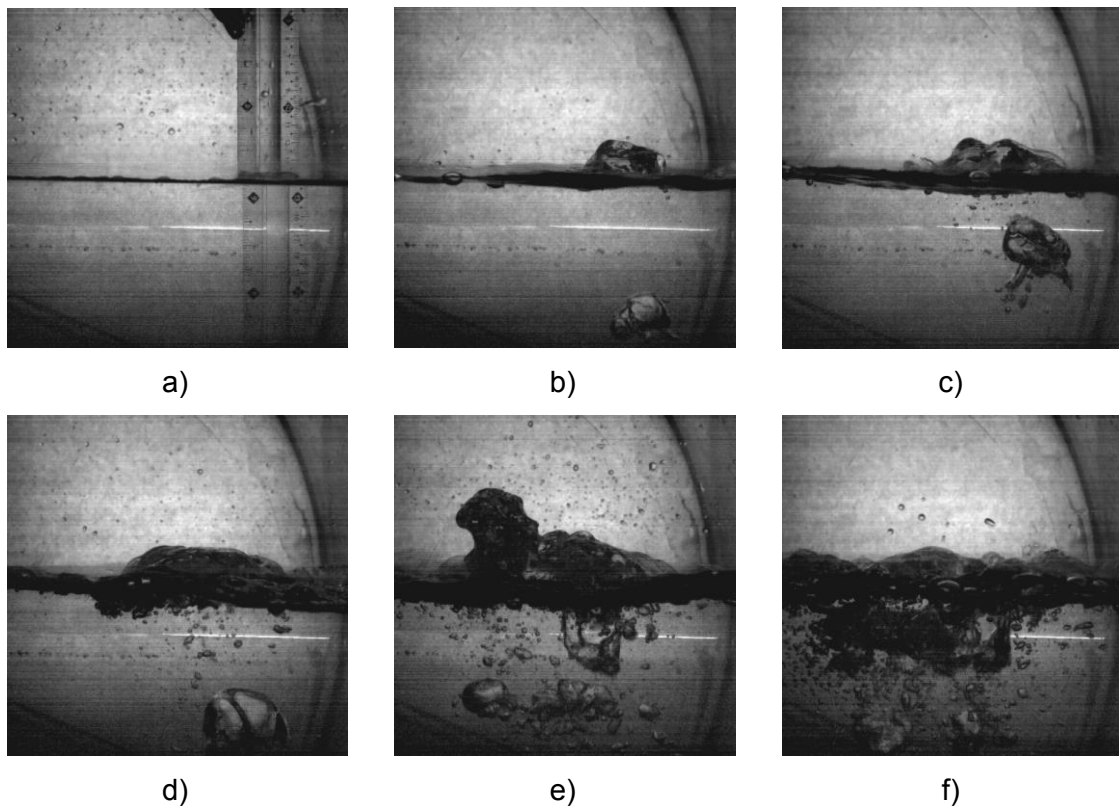


Figura 4.7.- Fotografías instantáneas de la superficie libre en función del flujo volumétrico de aire: a) 0 LPM, b) 2 LPM, c) 5 LPM, d) 10 LPM, e) 15 LPM y f) 20 LPM. En la primera imagen se muestra también una regla, como referencia.

El ancho de la deformación se refiere a que tanto se mueve la superficie hacia los lados y depende del tamaño, velocidad y número de las burbujas que produzcan dicha deformación. Cuando se alimentan flujos volumétricos de aire de 2 y 5 LPM, las burbujas se mantienen aproximadamente en su columna de ascenso, como se observó en la Figura 4.2; esta columna tiene un ancho delimitado y usualmente contiene una sola burbuja por lo que la deformación de la superficie libre se limita al ancho de la columna. En estos casos las burbujas están tan espaciadas que solo se presenta la ruptura de la superficie y posteriormente la disipación del agua a los lados hasta que llegue la siguiente burbuja. Para los flujos volumétricos de 10, 15 y 20 LPM, aparece un efecto producido por el ascenso de las burbujas, la cantidad de ellas que llegan a la superficie a un tiempo dado y su proximidad entre ellas durante el ascenso. Considérese el hecho de que una burbuja (1) va en ascenso y una burbuja (2) está detrás de ella en su camino a la superficie. Estas burbujas son de un tamaño considerable y están próximas entre sí; las fuerzas boyantes que actúan sobre las burbujas se dirigen hacia la superficie. Se presentan tres casos cuando la burbuja (1) está a punto de romper la superficie libre del agua: a) la fuerza boyante sobre la

burbuja (2) se suma a la que actúa sobre la burbuja (1), produciendo que la superficie alcance una altura mayor; b) la fuerza boyante sobre la burbuja (2) es de magnitud similar al peso del agua que cae al escapar la burbuja (1) lo que disipa el agua hacia los lados y c) la fuerza boyante sobre la burbuja (2) es de una magnitud menor que el peso del agua que cae al escapar la burbuja (1) por lo que el agua que cae rompe la burbuja (2) y entra en la zona antes ocupada por aire generando salpicaduras. Por el hecho de presentar varias formas en la que se disipa el agua hacia los lados, el ancho que alcanza la superficie libre es muy variado y no se cuantificó. Los dos primeros escenarios se observan en mayor medida para los flujos volumétricos de 10 y 15 LPM mientras que los tres escenarios se observan para el flujo volumétrico de 20 LPM.

Por otro lado, la altura máxima de la deformación en la superficie libre puede medirse si se fija un punto de referencia (que en este caso es la superficie libre quieta mostrada en la Figura 4.7 (a)). Es importante señalar que esta altura también presenta diferencias debidas a los fenómenos antes descritos; sin embargo, resulta más fácil de determinar que el ancho de la deformación. En la Figura 4.8 se muestran los valores de la altura máxima alcanzados por la deformación de la superficie libre para cada flujo volumétrico de gas empleado. Solo se consideraron las fotografías que mostraban dichas alturas, debido a que el periodo de tiempo es muy corto entre fotografía y fotografía, y la variación en las alturas entre una y otra fotografía es mínima. Así, se determinó la distancia (en pixeles) y, por medio de una comparación con una medida conocida obtenida de la Figura 4.7 (a), los valores en centímetros. Las alturas máximas de la deformación son mayores a medida que se aumenta el flujo volumétrico de aire insuflado. Cabe señalar que, de manera similar a la penetración máxima del chorro de gas, estas mediciones parecen seguir un patrón. Caso muy particular es el de flujo volumétrico de 20 LPM, donde se observan los tres casos descritos, y el valor más alto de altura de deformación alcanzado es debido a la suma de las fuerzas boyantes actuando sobre dos burbujas para una imagen en particular.

En la Tabla 4.3 se muestra la estadística de los valores promedio de las alturas de deformación ( $A_M$ ) de la superficie. Se observa que la desviación estándar, e igualmente la varianza, es mayor a medida que aumenta el flujo volumétrico, debido a que las burbujas son de mayor tamaño por lo que la fuerza de flotación asociada es también mayor (dado que es proporcional al volumen de la burbuja). Así mismo, estas variaciones indican lo turbulento que es el sistema.

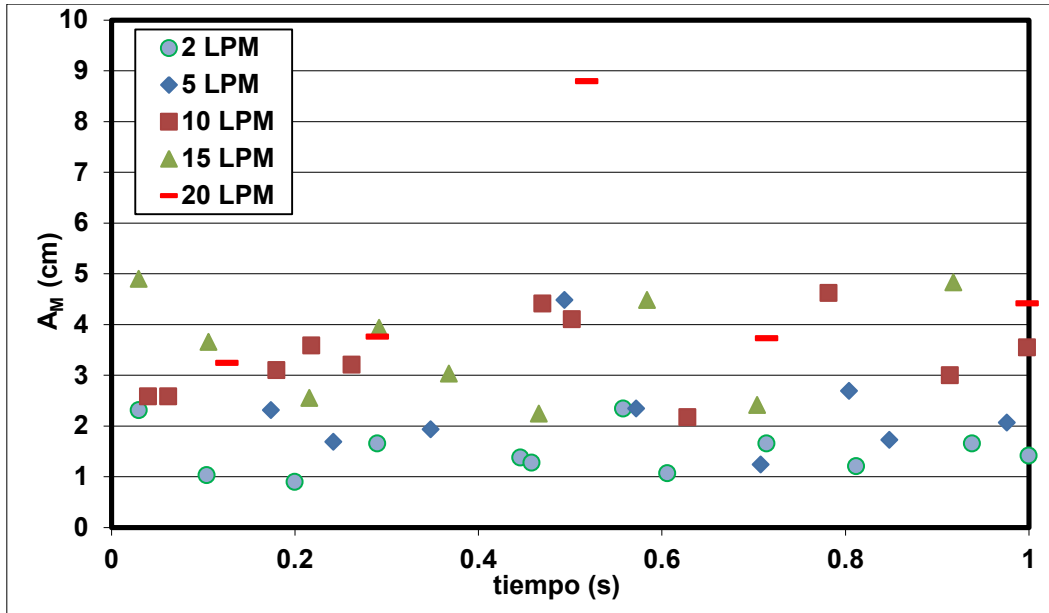


Figura 4.8.- Altura máxima de la deformación de la superficie libre para cada flujo volumétrico de gas insuflado.

Tabla 4.3.- Altura máxima promedio de la superficie deformada por las burbujas.

$Q_g$ (LPM)	$A_M$ (cm)	$\sigma^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma$ (cm)
2	1.41	0.46	±0.68
5	2.27	0.93	±0.96
10	3.35	0.78	±0.88
15	3.55	1.04	±1.02
20	4.78	2.27	±1.50

La Figura 4.9 muestra los valores de la altura máxima promedio en función del flujo de gas inyectado. Al observar los datos pareciera que siguen una tendencia lineal. Al realizar la regresión lineal correspondiente se obtiene la Ec. 4.2, que representa el comportamiento de la altura máxima promedio de la superficie ( $A_M$ , en cm) con respecto al flujo volumétrico de aire insuflado ( $Q_g$ , en LPM). Cabe señalar que el valor de correlación  $R^2$  es de 0.957, es indicativo de una buena correlación.

$$A_M = 0.1725 Q_g + 1.278 \quad (4.2)$$

Para poder comparar estos resultados con el proceso real es necesario realizar las correlaciones de la altura máxima promedio en función de los números adimensionales. En la Figura 4.10 se muestran las gráficas correspondientes a la altura máxima promedio en función de los números adimensionales. La altura máxima

promedio aumenta a medida que aumentan los valores de los números adimensionales. Para la variación con el número de Reynolds se utilizó una ecuación lineal por presentar una buena correlación, mientras que para los números de Froude modificado y Weber se utilizaron ecuaciones potenciales que proporcionaban mejores coeficientes de correlación que las cuadráticas, propuestas por su dependencia del cuadrado de la velocidad. Cabe señalar que estas ecuaciones empíricas se limitan a los rangos de valores en los que se ha trabajado.

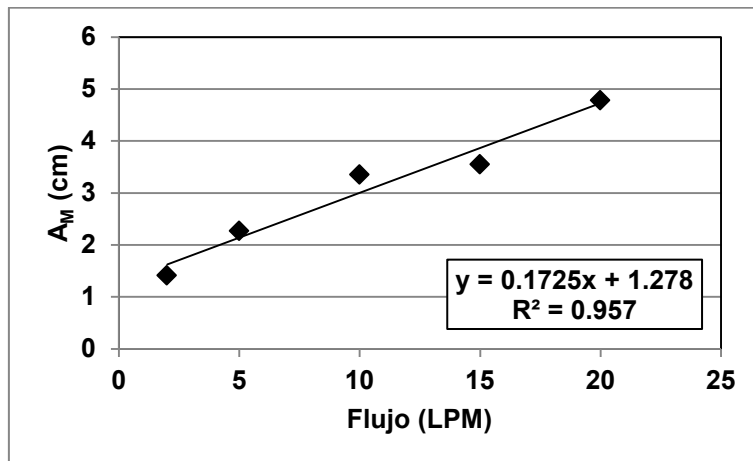
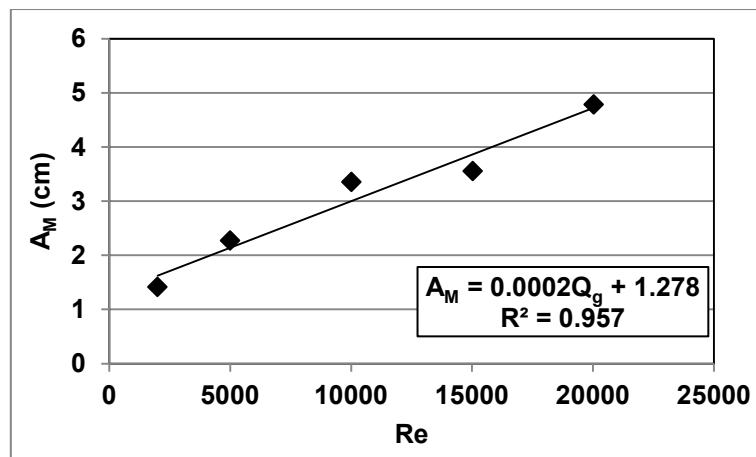
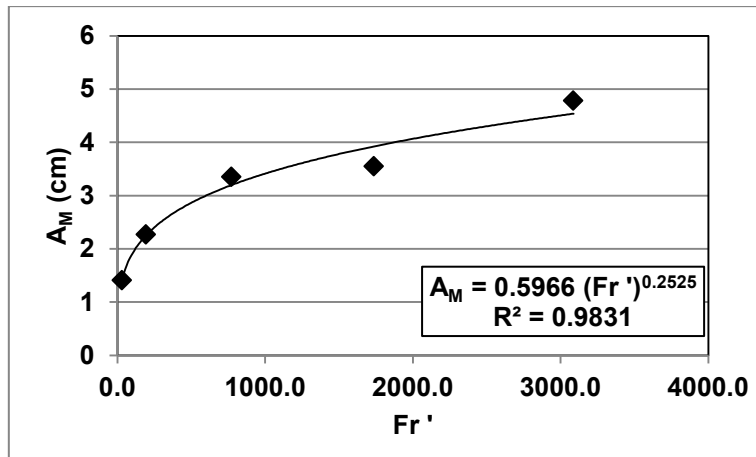


Figura 4.9.- Altura máxima de la deformación de la superficie libre en función del flujo de gas insuflado.

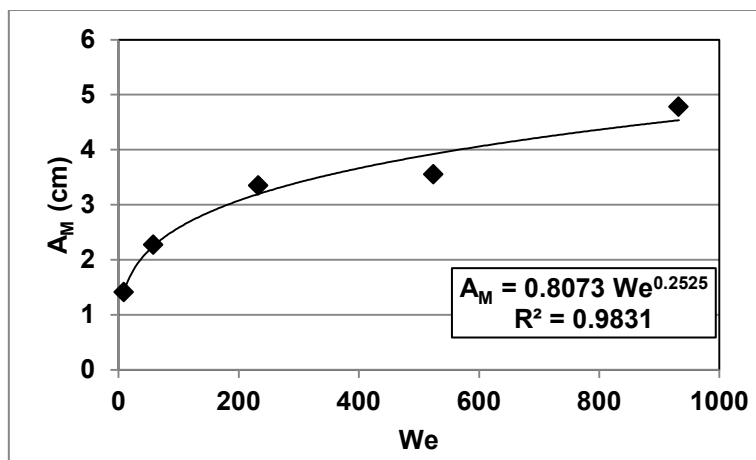


a)

Figura 4.10.- Altura máxima de la deformación de la superficie libre en función de: a) número de Reynolds; b) número de Froude modificado y c) número de Weber.



b)



c)

Figura 4.10 (continuación).- Altura máxima de la deformación de la superficie libre en función de: a) número de Reynolds; b) número de Froude modificado y c) número de Weber.

Cabe señalar que existen varias formas de cuantificar los valores de los números adimensionales relevantes. Una manera es calculándolos en la salida de la tobera y otra es calculándolos con respecto a las burbujas. Grace *et al* [33] mostraron un mapa de régimen de forma en función de números adimensionales calculados en función de los parámetros de las burbujas. En este trabajo no se midieron la velocidad de ascenso y los diámetros de las burbujas por tener geometría irregular, lo cual dificultó la cuantificación de dichos parámetros. Sin embargo, se puede hacer una aproximación a partir de las fotografías de la primera secuencia de flujo 2 LPM (Figura 4.1), donde se observa que las fotografías 80 y 400 muestran una figura cercana a la de una burbuja esférica. En la Figura 4.11 se muestran las fotografías 73, 80 y 93 y dos flechas, una en color amarillo representando el ancho de la burbuja y una en color rojo representando el alto de la burbuja. A un lado de las imágenes se muestran las



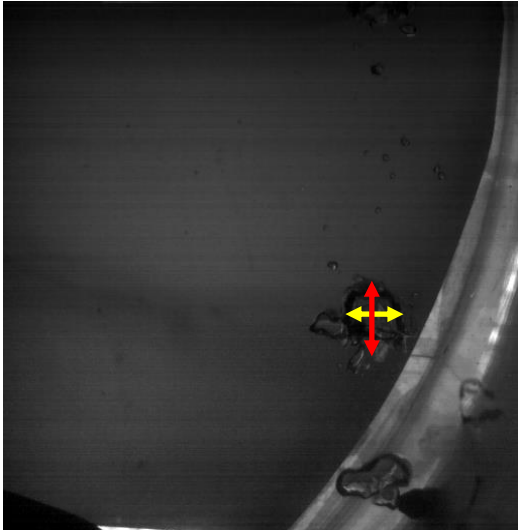
medidas (en cm) que representan esas flechas y, finalmente, se muestra un promedio. Además de eso, entre la fotografía 73 y la 93, se observa que la burbuja avanza cierta distancia que se puede cuantificar y asociar al tiempo que hay entre dichas fotografías (0.04 s). Esta distancia se estimó desde la intersección entre las flechas rojas y amarillas de la fotografía número 73 a la intersección entre las flechas rojas y amarillas de la fotografía número 93 en la Figura 4.11 y su valor numérico es de 1.2 centímetros. Eso quiere decir que la velocidad de ascenso de las burbujas es de aproximadamente 30 cm/s y su diámetro promedio es de 1.48 cm.

Con esta información es posible calcular los números de Reynolds, Froude modificado, Weber, Bond y Morton, para la burbuja cuando se trabaja a 2 LPM. En la Tabla 4.4 se muestran los valores calculados. Como los valores para los otros 4 flujos no se cuantificaron solo se pueden hacer algunas deducciones cualitativas. Los tres primeros números ( $Re$ ,  $Fr'$ ,  $We$ ) están en función de la velocidad de ascenso y de la longitud característica (en el caso de burbujas es su diámetro); eso quiere decir que aumentarán a medida que el flujo aumente, ya que se ha observado en las imágenes anteriores un rápido ascenso y un tamaño más grande. El número de Bond depende directamente del cuadrado del diámetro de las burbujas, por lo que también aumentará al insuflar más aire. Adicionalmente, el Número de Morton es una relación de propiedades físicas del sistema y no está en función de las características (tamaño o velocidad) de las burbujas, por lo que permanece constante para todos los experimentos.

Tabla 4.4 Números adimensionales basados en los parámetros de las burbujas.

$Q_g$	$Re$	$Fr'$	$We$	$Bo$	$Mo$
2 LPM	4368	$7.9 \times 10^{-4}$	18	29	$2.73 \times 10^{-11}$

Conociendo los números adimensionales característicos calculados con los parámetros de la burbuja, es posible ubicar la zona en la que se encuentran las burbujas con las que se está trabajando en un mapa de régimen de burbujeo. En la Figura 4.12 se muestra el mapa de régimen propuesto por Grace *et al* [33] para caracterizar el tipo de burbujas que se tiene. En dicha figura se ha encerrado en color rojo una sección que corresponde al régimen de burbujeo empleado en este trabajo, el cual se asigna a las burbujas elipsoides achatadas con casquillo, que son muy próximas a lo que se observó en la Figura 4.11. Las líneas verdes corresponden a los valores de Reynolds y Bond calculados para el flujo de 2 LPM.

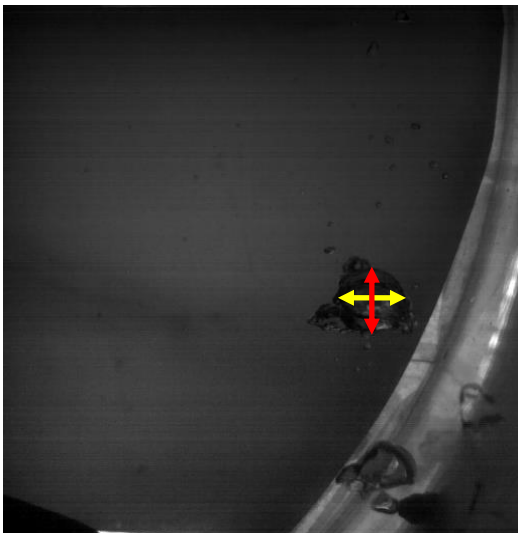


Fotografía 73

Ancho (Linea amarilla) = 1.33 cm

Alto (Linea roja) = 1.64 cm

Promedio = 1.485 cm



Fotografía 80

Ancho (Linea amarilla) = 1.35 cm

Alto (Linea roja) = 1.55 cm

Promedio = 1.45 cm



Fotografía 93

Ancho (Linea amarilla) = 1.6 cm

Alto (Linea roja) = 1.42 cm

Promedio = 1.51 cm

Figura 4.11. Determinación del diámetro promedio de burbuja para un flujo de 2 LPM.

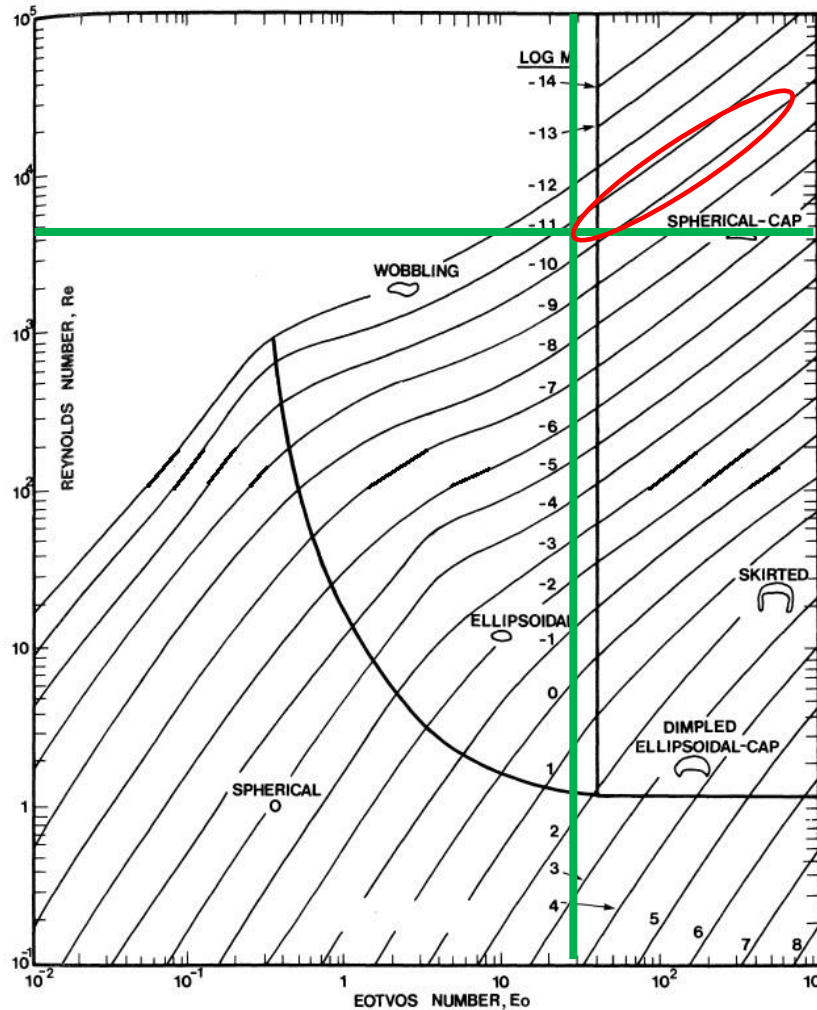


Figura 4.12. Mapa de régimen de forma en función de números adimensionales [34]. En rojo se asigna la zona de trabajo de este estudio.

Se comparó la ecuación propuesta por Brimacombe [28] (Ec. 1.4) y la obtenida en este estudio para la penetración del chorro de gas en el baño líquido; los valores se registraron en la Tabla 4.5. Los valores obtenidos tanto de la Ec. 1.4 como de los resultados experimentales están cercanos entre sí pero hay diferencias que se explican a continuación. Es importante resaltar que Brimacombe mide la penetración de la pluma a partir de la salida de la tobera considerando un eje imaginario en el centro de la misma y sin importar si el chorro de gas se ha despegado o no, en forma de burbujas, de la tobera. Difiere de las mediciones que se realizaron a partir de la penetración promedio máxima del chorro de gas que se realizó aquí porque la penetración máxima se considera cuando el chorro de gas aún está “unido” a la tobera. Este detalle es el que modifica los valores obtenidos. Otro factor que modifica las penetraciones es la forma en la que se inyecta el gas. Brimacombe realiza sus estudios sin utilizar una lanza en “L”, sino que las líneas de inyección de gas se

conectan directamente a las toberas horizontales que se ubican en los costados de los tanques tipo Peirce-Smith utilizados. El hecho de que el aire viaje a través de una lanza en “L” y salga por una tobera hace que la fuerza con la que sale disminuya debido a las pérdidas por fricción en el ángulo de la lanza y esto se vea reflejado en la penetración. La Tabla 4.5 muestra que, para los flujos 2 y 5 LPM, la penetración experimental es mayor que la propuesta por Brimacombe, mientras que a flujos 10 a 20 LPM esta penetración experimental es menor. Una forma de determinar si es cierto que la forma de inyección del gas con una lanza en “L” y con las líneas horizontales tienen una repercusión en la penetración sería realizando las mediciones de presión en la salida de la tobera y compararlas con la presión del compresor de aire (en este caso) para saber si hay caídas de presión significativas que afecten el proceso.

Tabla 4.5 Comparación entre la penetración de la pluma a partir de datos de la literatura y los resultados obtenidos

$Q_g$ (L/min)	$Re$	$Fr'$	$L_p$ [Brimacombe, 29] (cm)	$L_p$ [en este trabajo] (cm)
2	2004	31	0.75	1.27 ± 0.40
5	5012	193	1.75	1.98 ± 0.46
10	10024	772	3.31	2.66 ± 0.54
15	15036	1737	4.81	3.61 ± 0.65
20	20048	3087	6.27	4.75 ± 0.77

Uno de los problemas que se ha encontrado en los convertidores Peirce-Smith es que el refractario que se encuentra próximo a las toberas se desgasta mucho debido a que las burbujas ascienden muy cerca de la pared del tanque. Al poder predecir la penetración en función del flujo volumétrico se puede estimar cuál es el flujo mínimo para disminuir este desgaste. Se observó que a flujos 2 y 5 LPM las burbujas no tienen mucha penetración y su zona de traslado desde la tobera hasta la superficie se encuentra próxima a la pared del tanque. Por ello, para disminuir estos problemas de desgaste se recomendaría trabajar a flujos mayores a 10 LPM.

## 4.2 Geometría de la pluma

Las fotografías de tiempo de exposición largo, obtenidas para todos los valores de flujo de aire insuflado, se muestran en la Figura 4.13. Dentro del baño líquido se observa una zona blanca, cerca de la pared del tanque, la cual representa la “pluma” generada

por las burbujas en ascenso. Para poder capturar dicha “pluma”, se deja abierto más tiempo el obturador de la cámara, consiguiendo un tiempo de exposición largo, permitiendo que la fotografía acumule una mayor cantidad de luz. Las burbujas reflejan la luz, actuando como un trazador que es registrado por la cámara. En la Figura 4.13 se observa que a valores mayores de flujo de gas, el área de la pluma se incrementa. Una característica sobresaliente es el hecho de que no es una zona completamente blanca, sino que se nota que existe un gradiente entre los colores que hay en la pluma, lo que indica que la pluma es una región bifásica (agua-aire).

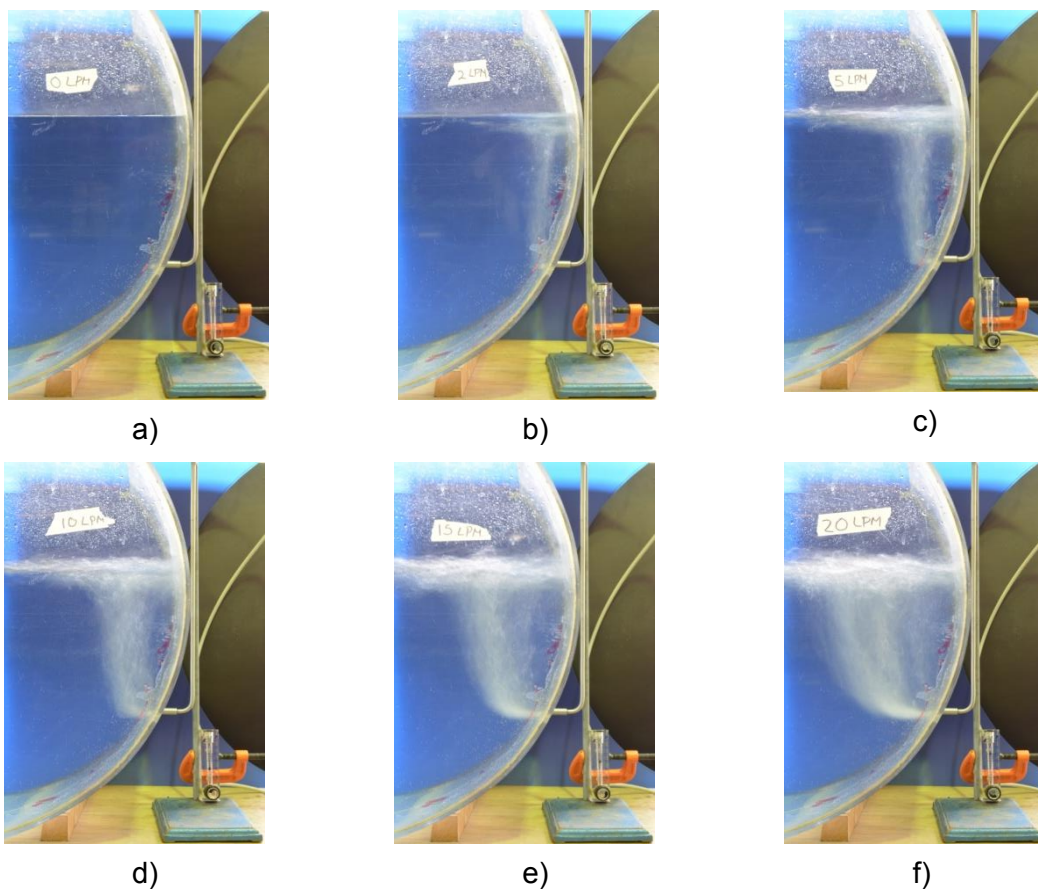


Figura 4.13. Imágenes de la pluma promedio en función del flujo: a) 0 LPM, b) 2 LPM, c) 5 LPM, d) 10 LPM, e) 15 LPM y f) 20 LPM

Para analizar las imágenes se tomó una fotografía en la que no había movimiento (Figura 4.13 a); de esta manera se tenía una imagen inicial que sirve como máscara para delinear la sección que corresponde a la pluma y al modelo físico. El análisis de las imágenes fue realizado con un código de *Mathematica* [Anexo A.1]. Cada imagen está constituida por píxeles y cada píxel tiene un valor de *RGB* (*Red*, *Green*, *Blue*) que determina el color. *Mathematica* permite realizar una resta de vectores, dado que identifica un vector de  $1 \times 3$  (asociado a los valores *RGB*) para cada píxel  $(x, y)$  de una

imagen. De esta manera, se resta la imagen base (Figura 4.14 a) a cada una de las imágenes para los diversos flujos de aire (Figura 4.14 b); el resultado (Figura 4.14 c) resalta la zona de la pluma y como consecuencia es más fácil concentrarse en el análisis de los colores de esa sección. La siguiente parte de código de *Mathematica* permite conocer el valor *RGB* en cualquier pixel de la imagen. De esta manera, al trazar una línea horizontal sobre la imagen enmascarada se obtienen los valores de los colores para generar gráficas en las que se muestra la variación asociada a la posición en la imagen; esto es un campo de color. La Figura 4.15 (a) muestra una línea horizontal que delimita la zona que se desea conocer mientras que la Figura 4.15 (b) muestra las variaciones de los tres colores.

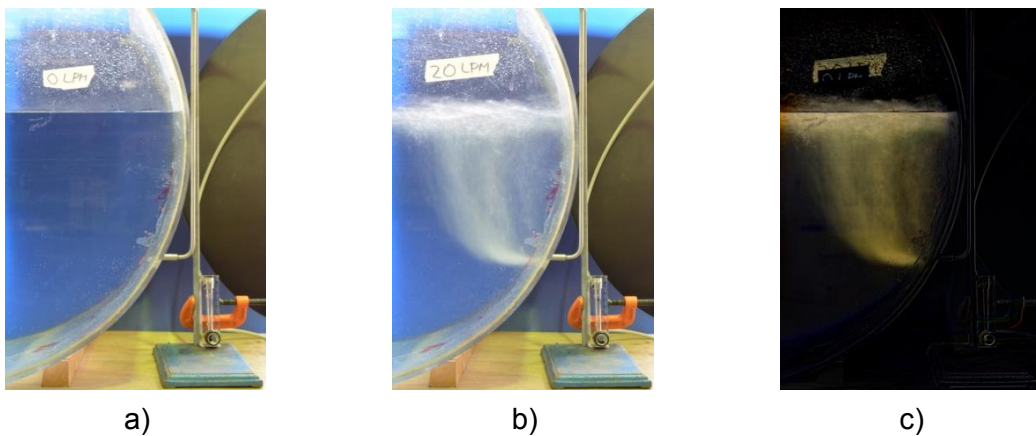


Figura 4.14. a) Imagen base (sin inyección de aire); b) imagen para el flujo de 20 LPM; c) imagen resultante después de la primera operación del análisis de imágenes.

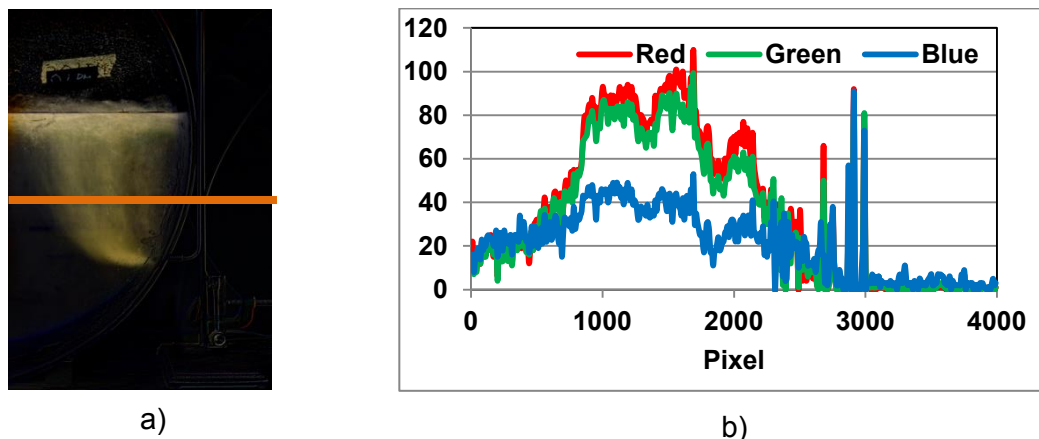


Figura 4.15 Barrido horizontal para los valores RGB de cada pixel en la imagen resultante: a) imagen y b) distribución de los colores.

De la Figura 4.15 se pueden observar varias zonas: entre los pixeles 0 a 800 existe una zona que tiene el mismo color, dado que no hay un cambio significativo de los

valores *RGB*; entre los píxeles 800 y 2300, donde hay un aumento gradual hasta llegar a un valor máximo y posteriormente un descenso, esta zona es donde se ubica la pluma, sección que comienza a dar pie a la idea de que existen zonas en las que se encuentra una mayor cantidad de burbujas de aire; finalmente, entre los píxeles 2300 a 4000 se encuentra la pared del tanque y el exterior del tanque.

Como se ve en la distribución de *RGB* (Figura 4.15 b), la variación de los tres colores no es igual entre sí, por lo tanto elegir uno de ellos y únicamente basarse en su variación podría generar un error. Como una alternativa, se obtuvieron imágenes en escala de grises, lo cual permite tener un solo valor de tonalidad. La Figura 4.16 muestra la imagen resultante al cambiar los colores de la imagen analizada en la primera etapa del tratamiento (Figura 4.14 c) a una escala de grises.



Figura 4.16. Imagen en escala de grises a un flujo de 20 LPM.

Para visualizar como se distribuye la intensidad del color gris, se diseñó un código en *Mathematica*. El objetivo es cuantificar el valor de la tonalidad de gris que se tenga en cada píxel a modo de saber que tan cerca o lejos está de cierto valor. Por *default* hay dos valores que representan la tonalidad en las escalas de grises: el cero representa el negro y el 1 representa el blanco. Con otro segmento de código en *Mathematica* se pudieron extraer los valores de la tonalidad y graficar el campo de tonos para poder poner una escala y observar de manera cuantitativa esta distribución. Este campo de intensidad de color se muestra en la Figura 4.17 y puede asociarse con los valores de fracción de aire en la pluma. El código lee los valores de tono de cada píxel que se encuentren en una línea horizontal sobre la imagen (de forma similar a la lectura de los valores *RGB* mostrados en la Figura 4.14) y los guarda en un documento que posteriormente son utilizados en otra instrucción para leer y graficar. La gráfica se genera en colores para indicar el nivel de aire. Cabe señalar que se ha limitado a una sección de la fotografía completa debido, principalmente, al tamaño de las imágenes.

Realizar el cálculo de todos los valores de pixeles sobrepasa los límites de cálculo de *Mathematica* para un tiempo razonable de ejecución. Al observar la Figura 4.17 (b) se pueden notar dos cosas: las tonalidades azules indican la zona en la que está el líquido (o el exterior del tanque si se observa la esquina inferior derecha, donde existe una serie de puntos blancos que indican la superficie del tanque), mientras que las tonalidades de blanco a rojo indican la zona que tiene una mezcla de aire-agua. Las zonas de color blanco indican una baja concentración de aire en el agua, mientras que las rojas indican una alta concentración. Las tonalidades amarillas indican una concentración media.

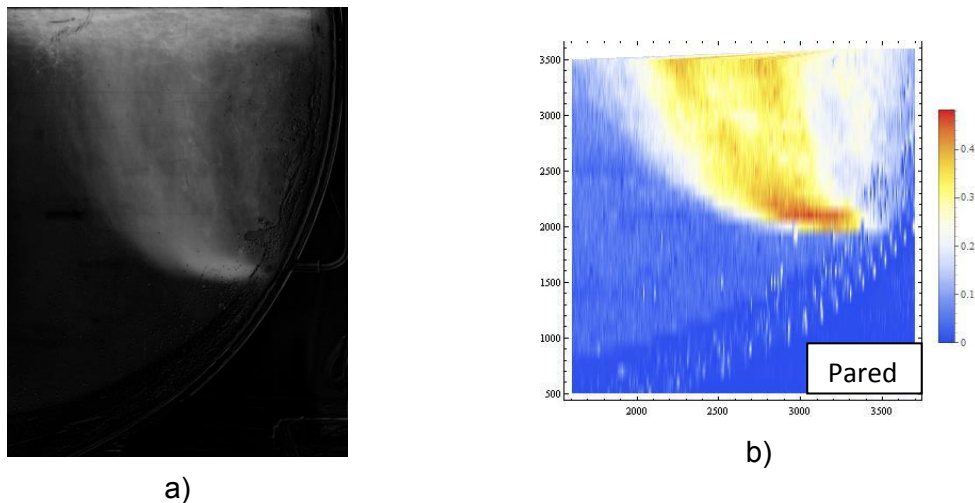


Figura 4.17. a) Pluma promedio en escalas de grises y b) distribución normalizada de tonos. Flujo: 20 LPM

La Figura 4.18 muestra la comparación entre todos los flujos estudiados. Se puede observar que en los flujos de 2, 5 y 10 LPM, las tonalidades rojas ocupan un área muy pequeña, mientras que en los flujos de 15 y 20 LPM, las tonalidades rojas están justamente en la salida de la tobera. Eso indica que existe una alta concentración de tonos cercanos al 1 (blanco) en esa zona, lo que es producido por una concentración mayor de luz. Como se mencionó, una burbuja genera reflejos de luz al dejar abierto el obturador por un tiempo considerable (en este caso 1 s); este reflejo es captado en la fotografía y su intensidad dependerá de la cantidad de burbujas que hayan aparecido en ese segundo. Cuando los flujos se encuentran entre 2 y 10 LPM, la cantidad y el tamaño de las burbujas que se generan es menor en comparación con los flujos de 15 y 20 LPM, como se observó en la Figura 4.2. De esta manera: para flujos de 2 a 10 LPM la concentración de aire está distribuida en toda la sección que compone la pluma, y en el flujo de 5 LPM (Figura 4.18 b) existe una zona que muestra mayor concentración de aire en la zona central; para flujos 15 y 20 LPM (Figura 4.18 d y e) se



aprecia que la mayor concentración de aire se ubica en la salida de la tobera indicando una mayor cantidad de burbujas generadas, lo que concuerda con las observaciones de las fotografías instantáneas (Figura 4.2). Los valores máximos de tonalidad que se observan en la Figura 4.18 son cercanos al 0.5, eso indica que no hay zonas que reflejen tanta luz durante 1 segundo.

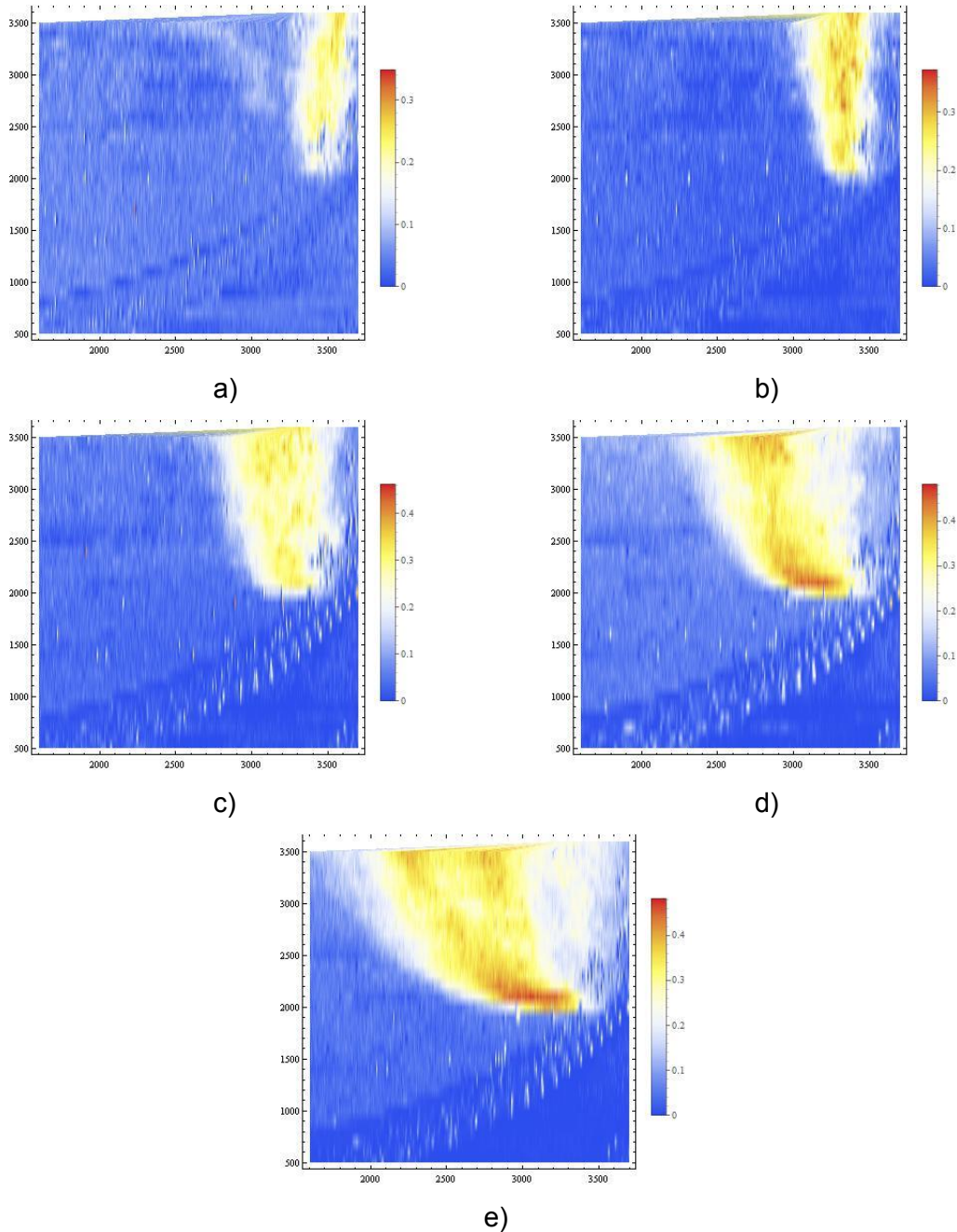


Figura 4.18 Distribución de concentración de aire en función del flujo de aire: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.

Cabe señalar que la distribución de tonos se puede mejorar si se consideran todos los píxeles de las imágenes y no solo una sección. A pesar de que el procedimiento realizado en esta sección parece complicado, ahora se cuenta con una herramienta que permite estimar, de manera cualitativa (y cuantitativa si se estandariza la iluminación y el tiempo de exposición de la fotografía, y los resultados se validan con mediciones independientes), la concentración de aire en la pluma generada dentro del baño líquido. Conociendo las zonas en las que el líquido y el gas están interactuando se puede conocer donde se llevarán a cabo las reacciones químicas y donde no. Siempre que se desea llevar a cabo una reacción química se sugiere que se tenga la mayor superficie de contacto posible. En los procesos de conversión como en el Peirce-Smith, el aire insuflado debe reaccionar con la mata líquida para llevar a cabo las reacciones químicas. Si las zonas en las que se llevan a cabo las reacciones son muy pequeñas, el tiempo requerido para convertir toda la mata aumentará, lo que implica gastos energéticos mayores. Se busca tener una mayor zona que promueva las reacciones e implique menos gastos energéticos y un mayor beneficio económico. Adicionalmente, el taponamiento se da debido a que el metal entra a la tobera, el hecho de tener una amplia densidad de aire en la punta de la tobera permite saber que no hay forma en la que el metal líquido entre por la constante formación de burbujas.

### **4.3 Campo de velocidad**

Los resultados obtenidos por medio de la técnica de *PIV* se presentan en ésta sección. La cámara de alta velocidad que compone parte del equipo de *PIV* adquiere fotografías como la que se muestra en la Figura 4.19. La fotografía corresponde a un flujo volumétrico de 20 LPM. Se observan las partículas de trazador (puntos blancos) iluminadas por el haz del láser así como las burbujas, y evidencia del movimiento de la superficie libre. Como se mencionó anteriormente, con el arreglo experimental no era posible fotografiar el baño líquido completo; sin embargo se capturó la zona de mayor relevancia.

Las imágenes obtenidas se procesaron con el software *Flowmanager* integrado al equipo de *PIV* para obtener el campo de velocidad, que puede ser instantáneo o promedio. El software *Flowmanager* almacena los resultados en un archivo ASCII, por lo que es posible utilizar los datos para análisis adicionales. Cabe señalar que este documento ASCII contiene muchos datos repetidos. Por ejemplo, la posición  $x$  la representa con números enteros sucesivos, en milímetros y en píxeles. La velocidad la almacena en píxeles sobre segundo o en metros sobre segundo. Es necesario,

entonces, generar un código que permita extraer únicamente la información que se requiere sin alterar los datos originales. En el Anexo 6.2 se muestra el código empleado para extraer los datos.

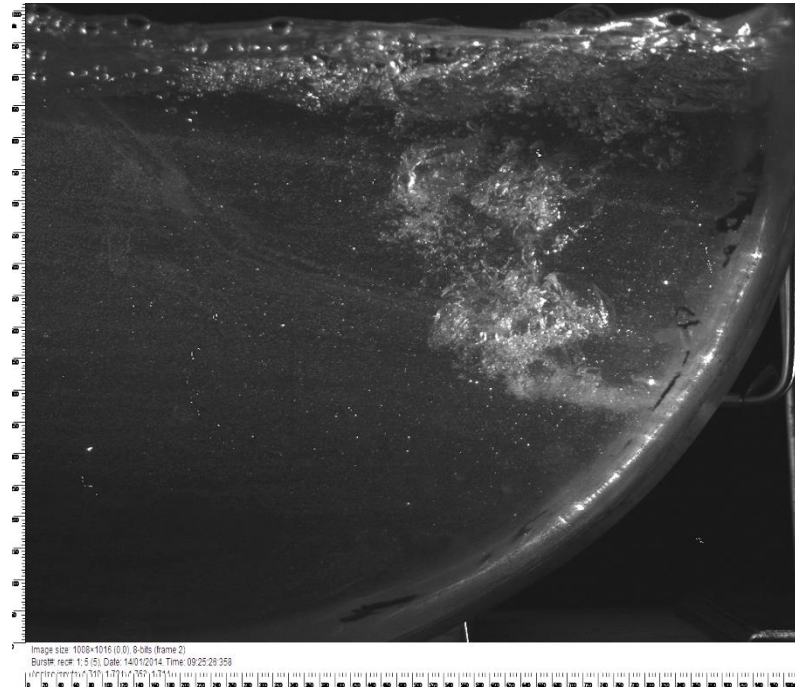


Figura 4.19. Fotografía del área de captura (27 cm × 27 cm) en las mediciones con PIV, se muestran las partículas iluminadas por el haz de láser. Flujo volumétrico de 20 LPM.

De esta manera los resultados que se obtuvieron se encuentran guardados en un documento que tiene la forma  $(V_x, V_y, x, y)$ . Eso indica que se tienen las componentes de la velocidad en la dirección  $x$  y en la dirección  $y$ , así como las posiciones  $(x, y)$  correspondientes. De esta manera se conoce el campo de velocidad instantánea arreglada de manera tabular.

Los campos de velocidad instantánea (la velocidad distribuida en el espacio a un tiempo dado) se procesaron con un código de *Mathematica* v. 9 [Anexo A.3], para trazar los vectores de velocidad que se muestran en la Figura 4.20 con flechas en color azul y de esta manera ubicar donde se encuentran las zonas de mayor velocidad, dado que corresponden a zonas con vectores de mayor longitud. Estas zonas más azules corresponden a la zona que tiene mayor movimiento; en este caso, la zona donde se ubican las burbujas que constituyen la pluma.

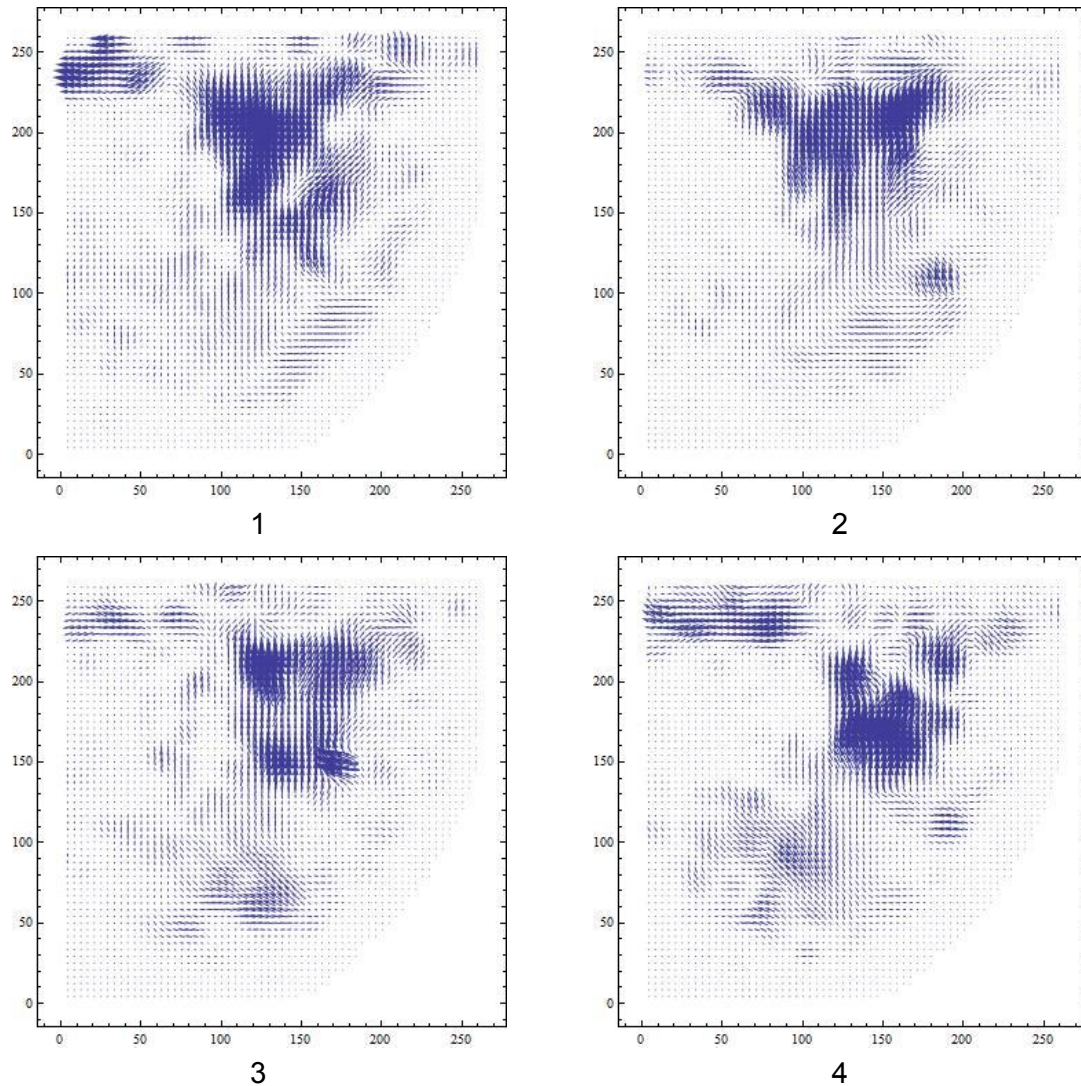


Figura 4.20 Imágenes del campo de velocidad instantáneo para un flujo de 20 LPM. El número debajo de la imagen indica la posición dentro de la secuencia

Es necesario explicar que existe, en flujos bidimensionales, una representación alternativa al campo de velocidad conocida como función corriente, la cual está definida, para el sistema cartesiano, como [36]:

$$v_x = + \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.3)$$

$$v_y = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4.4)$$

Un campo de velocidad bidimensional puede entonces representarse sobre una gráfica de función de corriente, en donde se muestren líneas de  $\psi = \text{constante}$ . Las líneas que corresponden a  $\psi = \text{constante}$ , generalmente denominadas líneas de corriente, tienen un importante significado físico. Para condiciones de estado estacionario, las líneas de corriente definidas mediante las Ecs. 4.3 y 4.4 son idénticas

a las líneas de trayectoria, las cuales describirían las trayectorias viajadas por un pequeño elemento de fluido a medida que se mueve a través del sistema. *Mathematica* [Anexo A.3] tienen una instrucción que permite calcular y graficar, a partir del campo de velocidad, las líneas de corriente correspondientes, mostradas en la Figura 4.21 con flechas azules. Estas líneas indican cual es la dirección que está siguiendo el fluido. Es posible observar que se generan zonas de recirculación (vórtices), es decir, zonas en las que el fluido está dando vueltas, en la zona del lado derecho (dentro de los círculos rojos en la Figura 4.21). Estos vórtices están girando a favor de las manecillas del reloj, lo cual es consistente con el hecho de que son generados por la pluma que asciende a la izquierda de ellos. Por otro lado, las líneas de corriente del lado izquierdo, solo suben y se mueven a la izquierda, aparentemente.

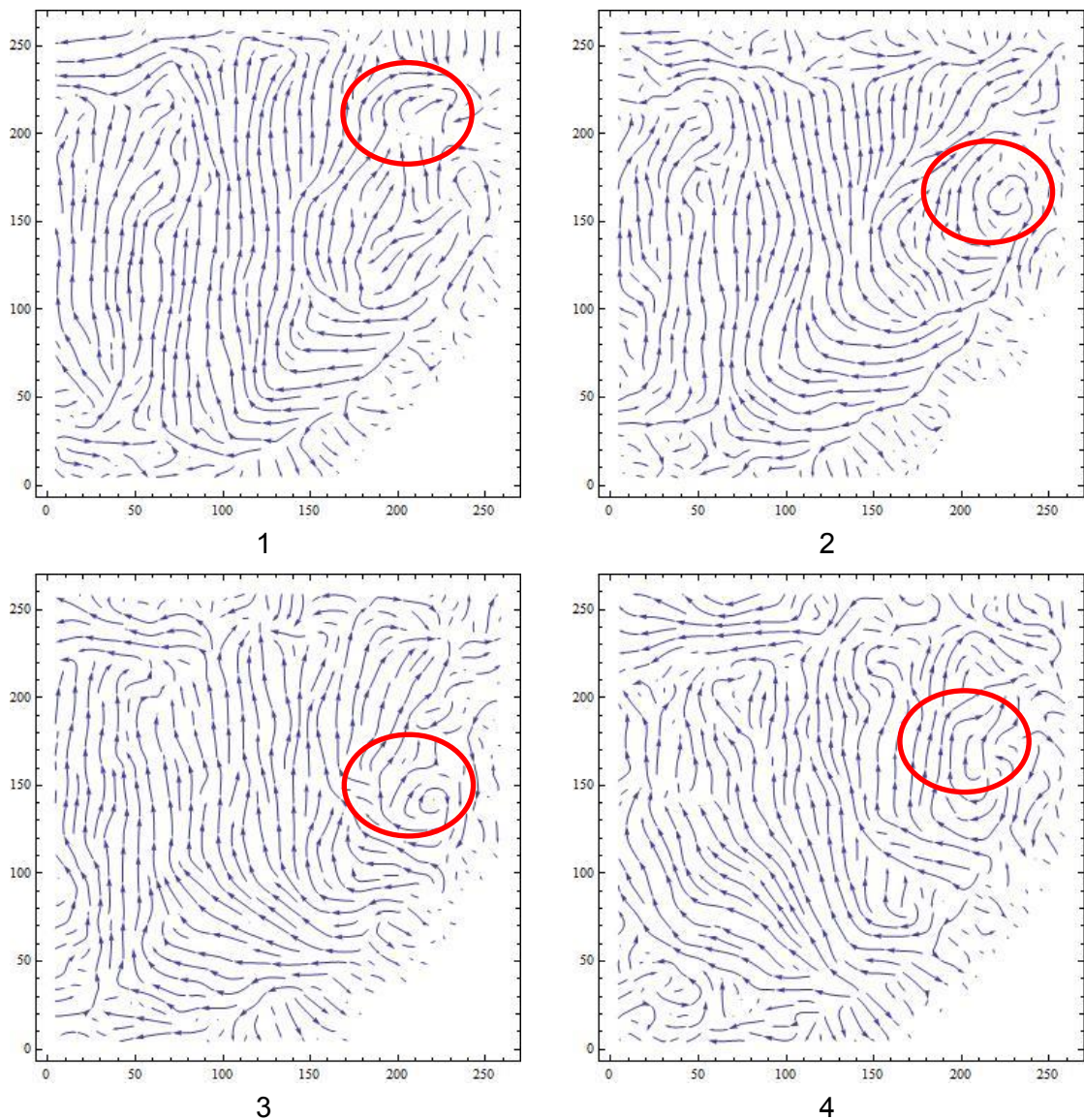


Figura 4.21 Imágenes de las líneas de corriente correspondientes a los campos de velocidad de la Figura 4.20 para 20 LPM.

Como se explicó en la sección “Trabajo experimental”, a partir de una serie de 300 imágenes como la de Figura 4.19, se obtuvo el valor promedio del campo de velocidad para cada valor de flujo volumétrico estudiado mediante el *software Flowmanager*; este resultado corresponde a un estado estacionario. El *software Flowmanager* realiza el cálculo de este valor promedio, comparando los 300 campos de velocidad medidos; primero elimina los vectores que se encuentran fuera de la zona que delimita al tanque al hacer una máscara y colocarla sobre la imagen; posteriormente compara los valores de los vectores circundantes a una celda y determina si es un valor congruente (vectores que tienen magnitudes muy grandes en comparación con los demás vectores o direcciones no consistentes, los elimina); finalmente compara los campos de velocidad de todas las imágenes haciendo un proceso estadístico para determinar su valor promedio. Con esta información, por medio de un código de *Mathematica*, se traza el campo de velocidad promedio y las líneas de corriente asociadas, los cuales son mostrados en la Figura 4.22 para todos los valores de flujo volumétrico estudiados. En dicha figura, la velocidad va de los tonos verdes a los rojos, indicando que en verde se encuentran las velocidades más altas y en rojo las menores. Se aprecia que, en todos los casos, las velocidades más grandes se encuentran en la trayectoria de la pluma y en la superficie libre. Las líneas de corriente (sobrepuestas sobre el campo de velocidad en la Figura 4.22 (a-e) indicadas con flechas de color azul) describen la circulación promedio del fluido, es decir, la trayectoria que seguiría un volumen del fluido, debido a la acción del flujo de gas. En la Figura 4.22 se puede observar que las zonas de mayor intensidad (correspondientes a los colores verdes y amarillos), son las zonas donde se localiza la pluma (Figura 4.13). Esto se debe a que el gas inyectado lleva consigo momentum que se transfiere de la pluma al líquido, produciendo el movimiento de éste último.

Un análisis más detallado de la Figura 4.22 (a) muestra una zona de recirculación del lado derecho, representada por una línea de corriente que tiene una forma circular. Además, las líneas de corriente que van de izquierda a derecha forman una diagonal arrastrando el líquido hacia la pluma. Estas corrientes explican el efecto observado en las fotografías presentadas en la Figura 4.1, donde se apreciaba que la columna de burbujas se acerca hacia la pared del tanque. El agua está empujando a las burbujas hacia la pared y éstas, al tener relativamente poco momentum, no oponen resistencia. Caso contrario a los flujos mayores a 10 LPM (Figura 4.21 c, d y e), donde las líneas de corriente ya no suben en diagonal, sino que prácticamente dividen en regiones al sistema: una zona de alta velocidad (zona de la pluma, colores verdes a amarillos),

una zona de alta recirculación (lado derecho de la pluma), una zona de distribución o disipación hacia el resto del baño líquido (lado izquierdo de la pluma) y una zona muerta o de bajo movimiento (debajo de la pluma y pegado a las paredes del tanque, casi sin vectores de velocidad).

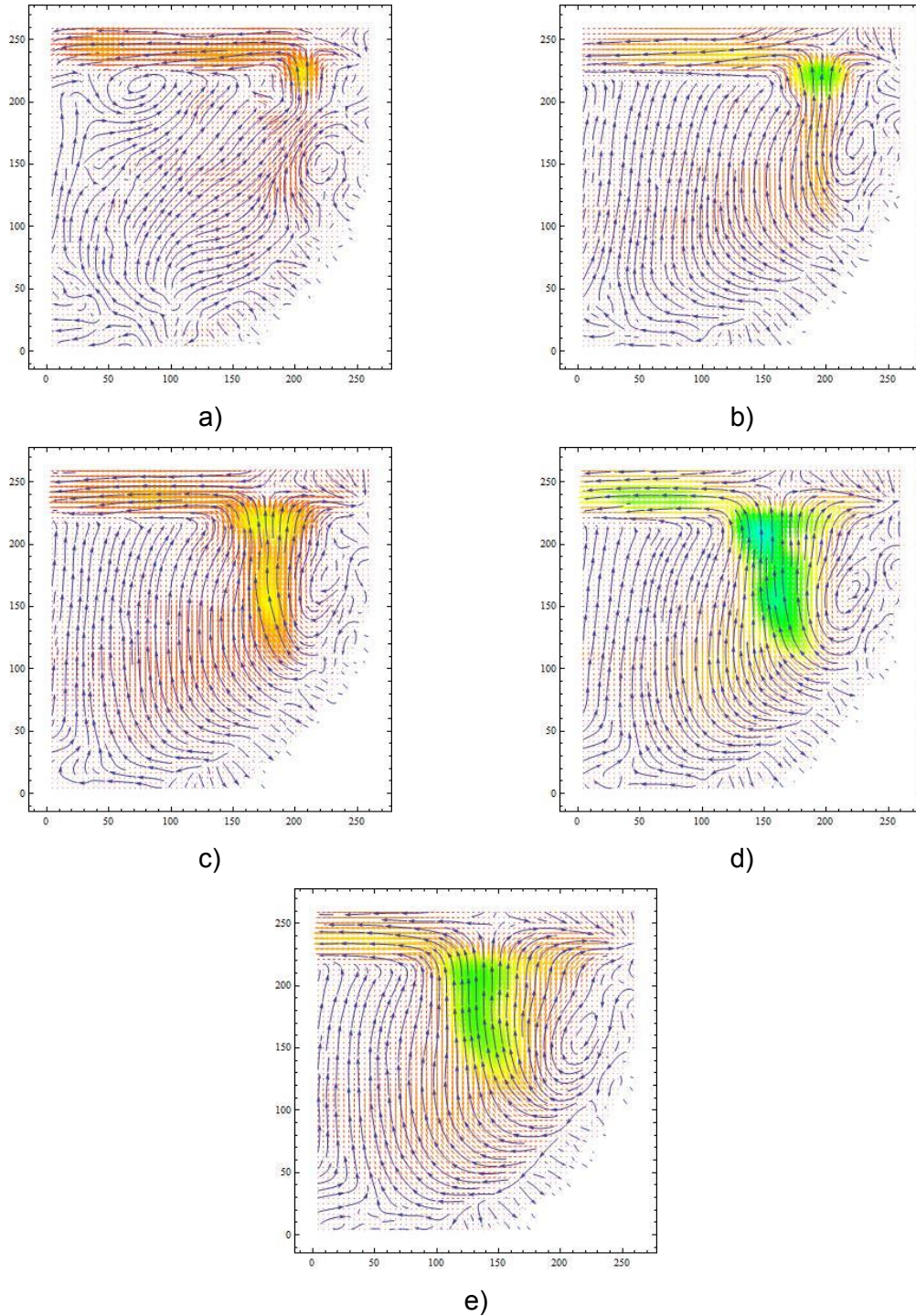


Figura 4.22.- Campo de velocidad promedio y líneas de corriente para diferentes flujos: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.

En las Tablas 4.6 a 4.9 se muestran algunos datos interesantes de las velocidades experimentales medidas y sus respectivas ubicaciones dentro del sistema.

La Tabla 4.6 muestra las magnitudes máxima y mínima del vector de velocidad correspondiente a cada flujo y su posición en el campo de velocidad. De manera global, la velocidad máxima aumenta a medida que el flujo se incrementa, debido a que al agregar aire a un flujo mayor se transfiere mayor momentum y produce un movimiento más pronunciado en el baño líquido. Para poder visualizar las zonas más claramente, en la Figura 4.23 se indican las ubicaciones de las magnitudes máxima y mínima del campo de velocidades para cada flujo. Las posiciones que corresponden al eje  $x$  de las magnitudes de las velocidades máximas se distribuyen prácticamente a la mitad de la zona correspondiente a la “pluma”. Mientras que respecto al eje  $y$  la zona en donde se localizan las más altas velocidades es en la zona superior; mientras que las velocidades mínimas, como se esperaba, se encuentran cercanas a las paredes del recipiente, para ser más específicos, en la parte inferior del tanque.

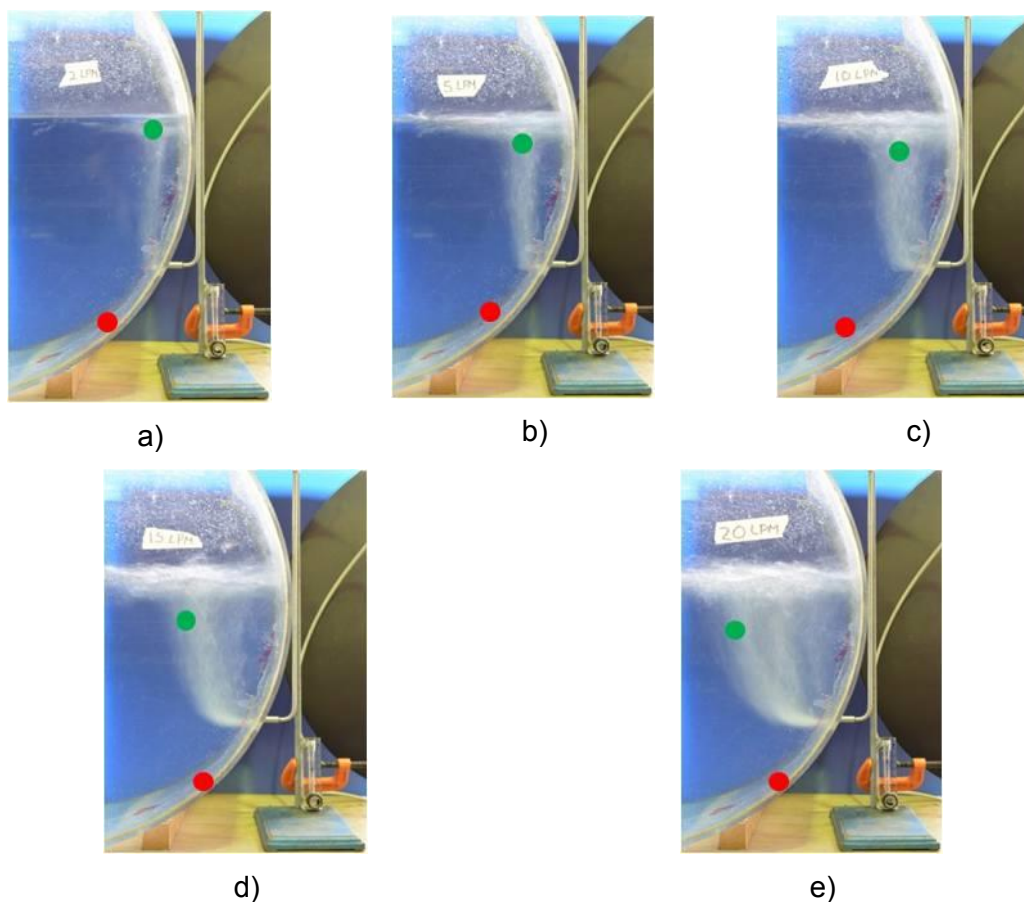


Figura 4.23 Velocidad máxima (puntos verdes) y velocidad mínima (puntos rojos) para cada flujo de gas insuflado: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.



En la Tabla 4.7 se muestran las magnitudes de la velocidad en el centro de la salida de la tobera así como sus componentes  $v_x$  y  $v_y$ . La magnitud de la velocidad aumenta entre los flujos 2 a 10 LPM. Sin embargo, en los flujos de 15 y 20 LPM esta magnitud parece que disminuye. Se observa que la componente  $v_x$ , aumenta a medida que el flujo volumétrico aumenta. Sin embargo, la  $v_y$  tiene un aumento y posteriormente disminuye.

Tabla 4.6 Magnitud de la velocidad máxima y mínima, y su posición, en función del flujo de aire insuflado.

$Q_g$ (LPM)	Magnitud de la velocidad máxima (m/s)	Posición ( $x$ (mm), $y$ (mm))	Magnitud de la velocidad mínima (m/s)	Posición ( $x$ (mm), $y$ (mm))
2	0.039	(204.525,225.395)	$3.17 \times 10^{-8}$	(154.437, 4.174)
5	0.082	(196.177,221.221)	$8.68 \times 10^{-9}$	(162.785,8.347)
10	0.104	(171.133,217.047)	$1.88 \times 10^{-9}$	(150.263,4.174)
15	0.145	(146.089,208.699)	$2.23 \times 10^{-8}$	(154.437,4.174)
20	0.228	(129.394,204.525)	$5.55 \times 10^{-8}$	(150.263,4.174)

Tabla 4.7 Magnitud de la velocidad en el centro de la salida de la tobera en función del flujo de aire insuflado.

$Q_g$ (LPM)	Componente $v_x$ (m/s)	Componente $v_y$ (m/s)	Magnitud de la Velocidad (m/s)	Posición ( $x$ (mm), $y$ (mm))
2	-0.003	0.006	0.007	(200.351,121.046)
5	-0.011	0.018	0.021	(200.351,121.046)
10	-0.015	0.020	0.026	(200.351,121.046)
15	-0.017	0.014	0.022	(200.351,121.046)
20	-0.020	0.004	0.021	(200.351,121.046)

Es interesante hacer el análisis de lo que ocurre no solo en terminos de magnitudes de la velocidad, sino también en los valores de las componentes. La Tabla 4.8 muestra los valores máximos de la magnitud de  $v_x$ , tanto en la dirección positiva como en la negativa. Los valores positivos de  $v_x$  (puntos verdes en la Figura 4.24) corresponden a un movimiento que se dirige hacia el lado derecho, mientras que los valores negativos (puntos rojos en la Figura 4.24) corresponden a un movimiento que se dirige al lado

izquierdo. Con respecto a las posiciones en  $y$  todos los valores de  $v_x$  de la Tabla 4.8 se encuentran en la parte superior del sistema y, prácticamente, en la misma región, cercana a la superficie. Sin embargo, las posiciones  $x$  son distintas, debido a que la región de la pluma se desplaza hacia la izquierda al aumentar el flujo volumétrico. Tanto la magnitud de la componente  $v_x$  positiva como la negativa aumentan a medida que el flujo aumenta. En términos de magnitud de la componente  $v_x$ , las velocidades negativas son mayores que las positivas. Esto concuerda con el hecho de que al estar siendo inyectado el aire de izquierda a derecha, el momentum que tiene debe distribuirse en la dirección de inyección. En la Figura 4.24 se muestra la ubicación de los valores máximos positivos y negativos de la componente  $v_x$ .

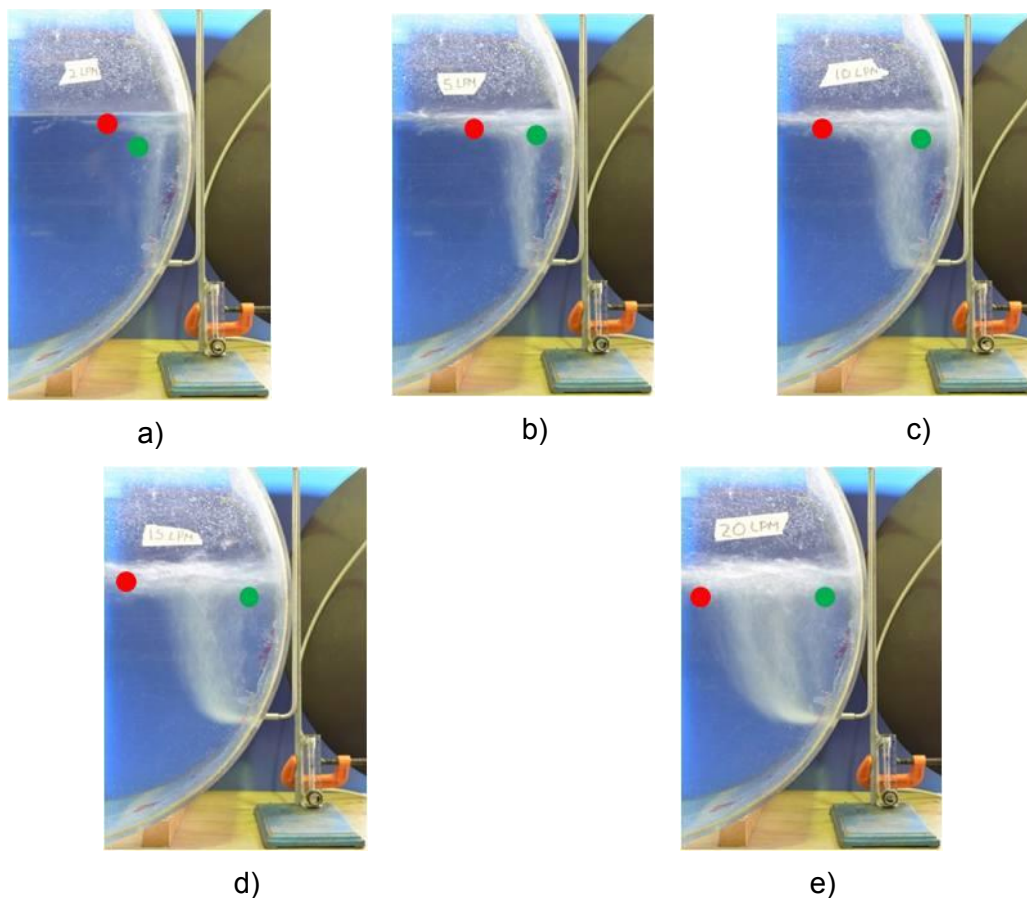


Figura 4.24 Localización de los valores máximo positivos (puntos verdes) y máximos negativos (puntos rojos) de  $v_x$  para cada flujo de gas insuflado: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.

Se realizó un análisis semejante al anterior, ahora con los datos de la componente  $v_y$  mostrados en la Tabla 4.9. De manera general se muestra un aumento en la magnitud de la velocidad, tanto máxima positiva como máxima negativa en función del aumento de flujo volumétrico. Las velocidades máximas, es decir, las velocidades asociadas

con el movimiento hacia arriba, con respecto a  $y$  se encuentran ubicadas en la zona superior del baño líquido, mientras que en  $x$  se distribuyen de derecha a izquierda a medida que aumenta el flujo volumetrico. Esto quiere decir que estas velocidades máximas se ubican en la zona de la “pluma” . Las velocidades que van hacia abajo, es decir las máximas negativas, se encuentran distribuidas en tres secciones muy particulares: a flujo 2 LPM, se encuentra en la zona de la pared practicamente en la base; a flujos 5 y 10 LPM, se localiza en la pared del tanque cerca de la superficie; por otro lado, a flujos 15 y 20 LPM, se encuentran muy cercanas a la pared del tanque y a aproximadamente 3.5 cm de la tobera. Para visualizar de manera fácil lo antes descrito, las velocidades máximas y mínimas se ubican en la Figura 4.25.

Tabla 4.8 Valores máximos positivos y negativos de  $v_x$  en función del flujo de gas.

$Q_g$ (LPM)	Velocidad máxima positiva en $v_x$ (m/s)	Posición ( $x(mm), y (mm)$ )	Velocidad máxima negativa en $v_x$ (m/s)	Posición ( $x (mm), y (mm)$ )
2	0.0086	(183.655,183.665)	-0.025	(137.741,237.917)
5	0.018	(217.047,233.743)	-0.040	(125.220,237.917)
10	0.030	(208.699,229.569)	-0.064	(87.6537,237.917)
15	0.041	(208.699,229.569)	-0.078	(50.0878,237.917)
20	0.062	(208.699,229.569)	-0.105	(54.2618,233.743)

Tabla 4.9 Valores máximos positivos y negativos de  $v_y$  en función del flujo de gas.

$Q_g$ (LPM)	Velocidad máxima positiva en $v_y$ (m/s)	Posición ( $x (mm), y (mm)$ )	Velocidad máxima negativa en $v_y$ (m/s)	Posición ( $x(mm), y (mm)$ )
2	0.039	(204.525,225.395)	-0.0035	(129.394,16.6959)
5	0.082	(196.177,221.221)	-0.0068	(237.917,254.613)
10	0.103	(175.307,217.047)	-0.0107	(229.569,246.265)
15	0.145	(146.089,208.699)	-0.0119	(229.569,146.089)
20	0.228	(129.394,204.525)	-0.0167	(229.569,146.089)

De manera global, al aumentar el flujo: la magnitud de la velocidad máxima se localiza en una zona cercana a la superficie y a la mitad de la “pluma”; la magnitud mínima de la velocidad se ubica cerca de la pared del tanque y prácticamente en la base. En la

salida de la tobera, tanto la magnitud de la componente  $v_x$  como de  $v_y$  aumentan; sin embargo, a partir de 15 LPM, la velocidad, tanto para  $v_x$  como para  $v_y$ , disminuyen; la velocidad máxima positiva de la componente  $x$  aumenta y se ubica en una zona próxima a la superficie, cerca de la pared del tanque, mientras que la velocidad máxima negativa en  $x$  aumenta en magnitud y se ubica en una zona cercana a la superficie y se distribuyen a la izquierda conforme se aumenta el flujo volumétrico; finalmente, el valor máximo positivo de la componente  $y$  aumenta al aumentar el flujo volumétrico, se ubica en una zona superficial y se distribuyen hacia la izquierda, mientras que la máxima negativa aumenta en magnitud al aumentar el flujo, se encuentra proxima a la pared del tanque sin embargo: a flujo 2 LPM se encuentra en la base del tanque, a flujos 5 y 10 LPM se encuentra en una zona cercana a la superficie, mientras que a flujos de 15 y 20 LPM se encuentra cercana a la tobera.

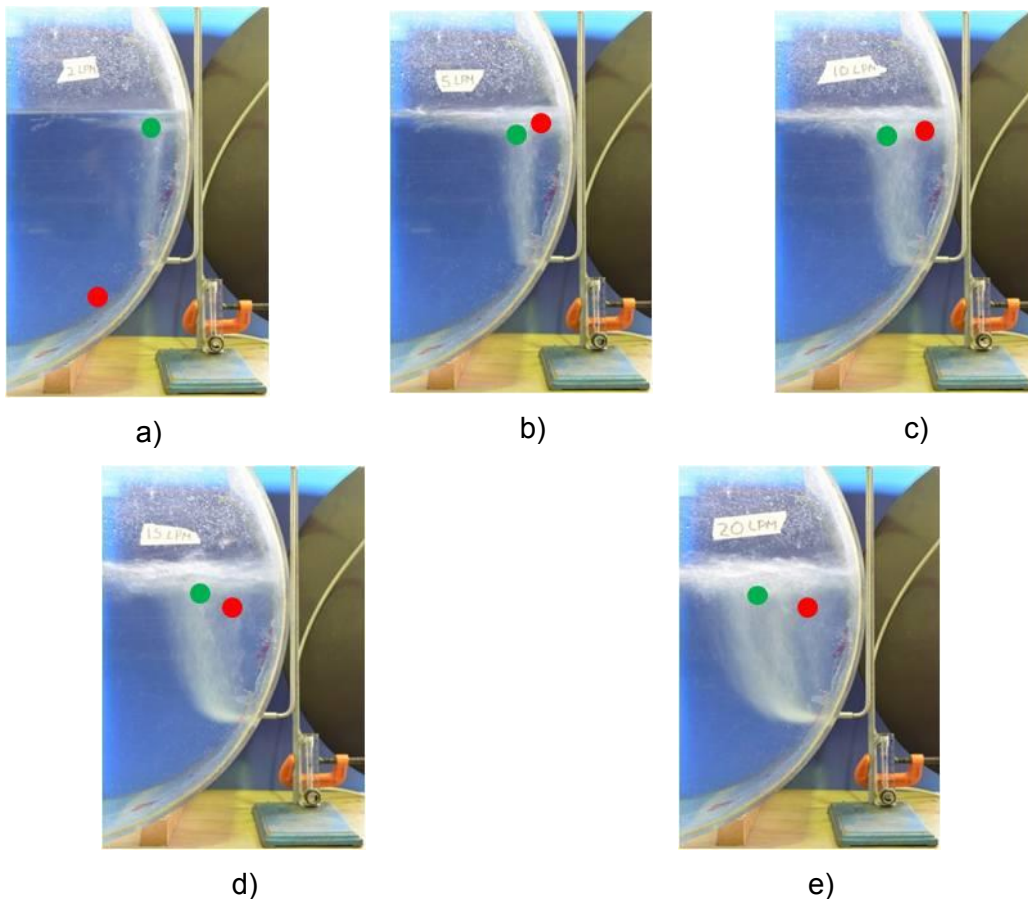


Figura 4.25. Localización de los valores máximo positivos (Puntos verdes) y máximos negativos (Puntos Rojos) de  $v_y$  para cada flujo de gas insuflado: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.

### 4.3.1 Vorticidad

Con la información de los campos de velocidad obtenida se realizó el cálculo del campo de vorticidad correspondiente (Anexo 6.4). La vorticidad indica la dirección y magnitud de giro del fluido. Matemáticamente, la vorticidad está definida por el rotacional del campo de velocidad:

$$\omega = \nabla \times \quad (4.5)$$

Para un sistema rectangular en dos dimensiones, la vorticidad es:

$$\frac{dv_y}{dx} - \frac{dv_x}{dy} = \omega \quad (4.6)$$

En la Figura 4.26 se muestran los campos de vorticidad obtenidos para los valores estudiados de flujo de aire insuflado. Los colores en las gráficas indican que el fluido está girando ya sea en la dirección de las manecillas del reloj (tonos azules) o en contra (tonos rojos). Es importante señalar que la esquina inferior derecha es parte del tanque y por lo tanto no está en movimiento. La Figura 4.26 (d), muestra el borde que se apra el sistema de los alrededores. Cuando se tienen flujos de 2 y 5 LPM, la zona que presenta mayor vorticidad está cercana a la superficie, mientras que se corrobora que hay una mayor formación de vortices cuando el flujo de aire es mayor (especialmente para 15 y 20 LPM). Se puede observar que existe una zona muy pequeña que divide ambas zonas de alta vorticidad. Esta zona debe de representar que solo hay movimiento en la dirección  $y$

El campo de vorticidades complementa a las líneas de corriente de la Figura 4.22 dado que se observa que existen dos direcciones en las que se mueve el líquido: del lado derecho del modelo, se mueve en el sentido de las manecillas del reloj; del lado izquierdo se mueve en sentido contrario a las manecillas del reloj. Para observar esto más claramente, las líneas de corriente y el campo de vorticidad se muestran juntos en la Figura 4.27. Es notorio que existe una amplia zona en la que se generan estas rotaciones, a causa de la transferencia de momentum entre la pluma y el agua, las cuales aumentan a medida que el flujo de aire insuflado aumenta. Cuando se tienen flujos mayores a 10 LPM, las zonas de vorticidad correspondientes son más amplias e irregulares, en comparación con los casos de flujos 2 y 5 LPM. El hecho de tener zonas más amplias de vorticidad está asociado a la geometría y frecuencia de las burbujas que constituyen "la pluma". Adicionalmente, la amplia formación de vortices esta asociada a un proceso muy turbulento. Como se observó en las líneas de corriente de la Figura 4.21, a cada instante se forman vortices a causa de las burbujas que son generadas y a su ascenso. Como el campo de velocidad promedio considera

el efecto global dentro del sistema, conjunta todos los vortices instantáneos y representa su promedio.

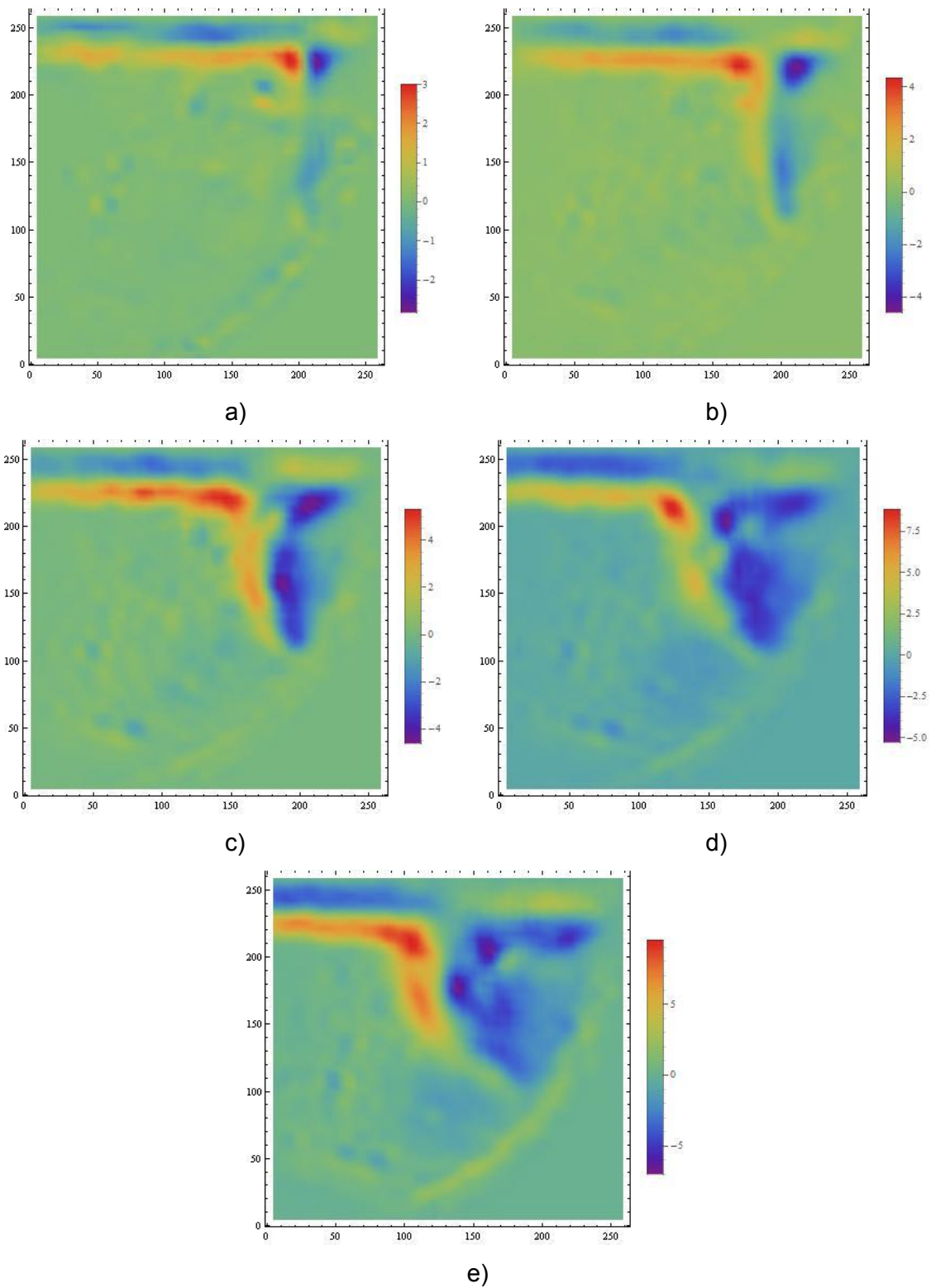


Figura 4.26. Campo de vorticidad ( $s^{-1}$ ) para valores de flujo volumétrico de: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.

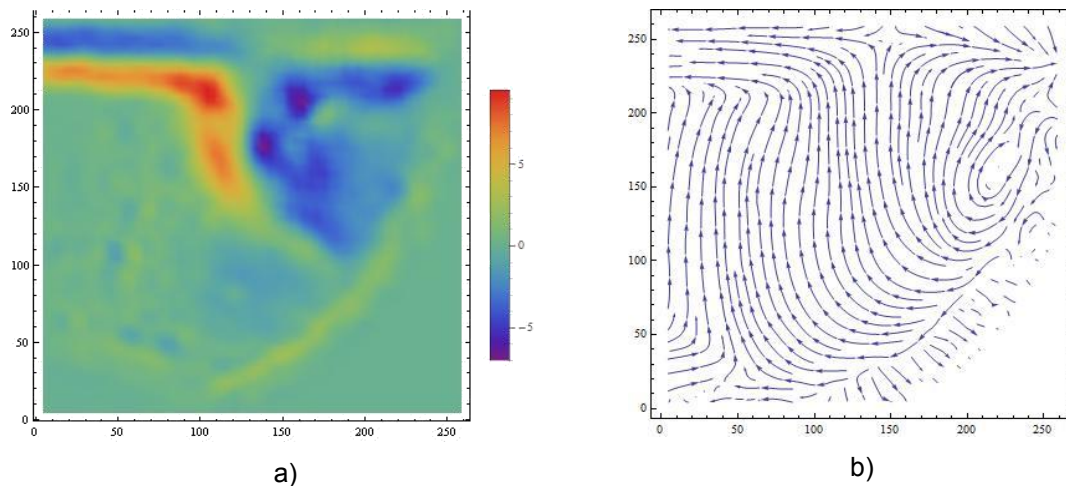


Figura 4.27. a) Campo de vorticidad y b) líneas de corriente para un flujo de 20 LPM

### 4.3.2 Fracción de velocidad

Para todos los flujos de aire insuflados se calculó un valor que puede definirse como la “fracción de velocidad”. Para ello, se calculó la velocidad del gas a la salida de la tobera, en función del flujo volumétrico de gas y el área de salida en la tobera, y se utilizó como una velocidad de referencia o característica. La fracción de velocidad es la magnitud del vector velocidad local entre la velocidad característica, para cada flujo utilizado. Adicionalmente, se realizó la suma de los valores de fracción de velocidad en la zona donde se midió el campo de velocidad con la técnica de *PIV*. Los valores de la velocidad característica y la suma de las fracciones correspondientes se muestran en la Tabla 4.10, para todos los valores de flujo volumétrico estudiados. El momentum que lleva el gas está definido por su masa y su velocidad; idealmente se esperaría que la transferencia de momentum del gas al agua tuviera una eficiencia del 100 %, si es que todo el momentum que contiene el gas insuflado se distribuyera en el baño líquido y no hubiera pérdidas al inyectarlo. Con el cálculo de la velocidad normalizada que se propone, se puede estimar la redistribución de momentum en el sistema. Con esta idea, la suma de las fracciones de todos los nodos debería ser igual a 1, suponiendo que todo el momentum se distribuye en todo el tanque. En la Tabla 4.10 se presentan los valores de esta suma de fracciones para los valores de flujo volumétrico estudiados. En la tabla se observa que la fracción obtenida en la sección analizada está entre 0.65 y 0.82.

En la Figura 4.28 se muestra el resultado de normalizar la magnitud del vector de velocidad en cada nodo de la retícula de las mediciones realizadas con el *PIV* con

respecto a la velocidad característica. Las zonas que concentran una mayor fracción se localizan en la región delimitada por las plumas que se aprecia en la Figura 4.13.

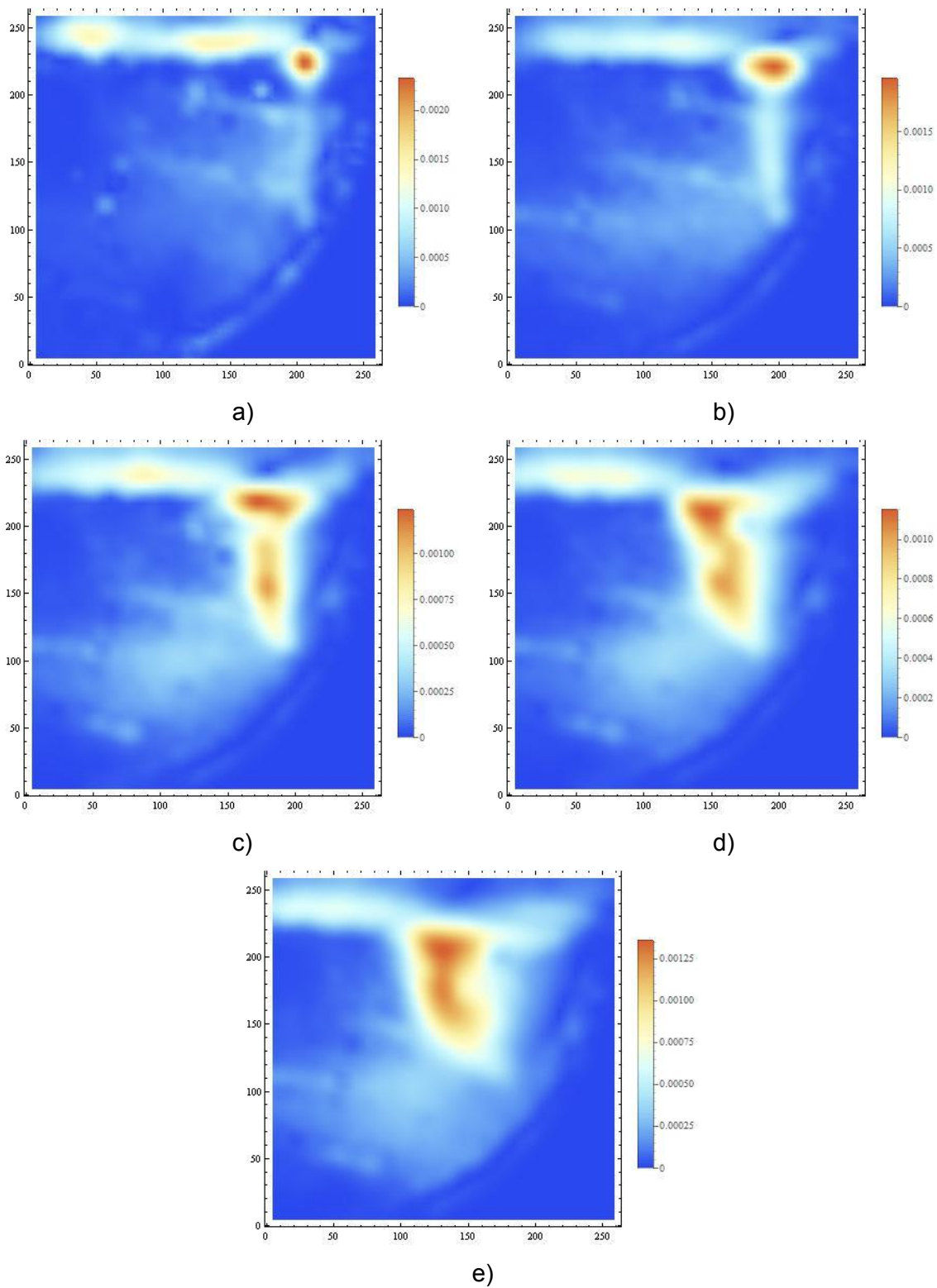


Figura 4.28. Fracción de velocidad, (velocidad nodal promedio)/ (velocidad de referencia): a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM.

Tabla 4.10 Suma de las fracciones de velocidad local



$Q_g$ (LPM)	Velocidad característica (m/s)	Suma de las fracciones de velocidad local
2	18.86	0.74
5	47.15	0.69
10	93.31	0.66
15	141.47	0.65
20	188.62	0.82

Aunque la suma correspondiente a la Tabla 4.10 solo corresponde a la sección donde se midió el campo de velocidad (ver Figura 4.19), con las imágenes de la Figura 4.28 se observa que en las zonas más alejadas de la inyección, es decir la zona ubicada al lado izquierdo, la velocidad tiene valores muy bajos, por lo que se puede considerar que en esas zonas la transferencia de momentum es muy pequeña y su inclusión en los cálculos afectaría solo marginalmente a los valores de las sumas. La Figura 4.28 muestra que la mayor cantidad de momentum (propia, la mayor cantidad de velocidad normalizada) se encuentra en la zona de la pluma, en particular cerca de la superficie y cerca de la tobera. Algo a resaltar son los valores más altos de la fracción que se encuentran en el flujo más bajo (2 LPM) empleado y el flujo más alto (20 LPM).

#### 4.4 Tiempo de mezclado

El objetivo de agregar un trazador ácido-colorido al baño en movimiento es poder conocer cómo se distribuye dicho trazador en función del tiempo dentro del baño líquido debido al movimiento producido por la inyección de un gas al mismo tiempo que se registra la variación local del pH. Dado que el trazador es ácido, modifica la concentración de iones  $[H^+]$  dentro del sistema, mientras que al ser colorido permite observar cómo se distribuye el color en el sistema por medio de una videograbación.

Para cada prueba, al adquirir los datos de pH se suelen presentar ligeras variaciones en los valores iniciales del agua debido, particularmente, a que se utilizó agua de la llave, la cual contiene algunas trazas de sales que modifican estos valores. Para poder tener un valor inicial común para todas las pruebas, el valor instantáneo de pH se refiere al valor inicial que se tenga para cada prueba:

$$\Delta pH = pH_{inst} - pH_0 \quad (4.7)$$

donde  $pH_{inst}$  es el valor instantáneo de pH y  $pH_0$  es el valor al inicio de esa prueba. De esta manera todas las curvas  $\Delta pH$  vs.  $t$  comienzan en cero y es posible compararlas entre sí sin tener distorsión en el análisis.

La Figura 4.29 muestra la curva original de  $pH$  medido, en función del tiempo, mientras que la Figura 4.30 muestra el valor de  $\Delta pH$ , en función del tiempo, ambas para una prueba con un flujo de 20 LPM. En apariencia tienen la misma forma, solo que con la Figura 4.30 se pueden hacer comparaciones entre cualquier cantidad de pruebas que se realicen, en este caso tres pruebas para cada flujo, dado que ya está referida a un valor inicial común.

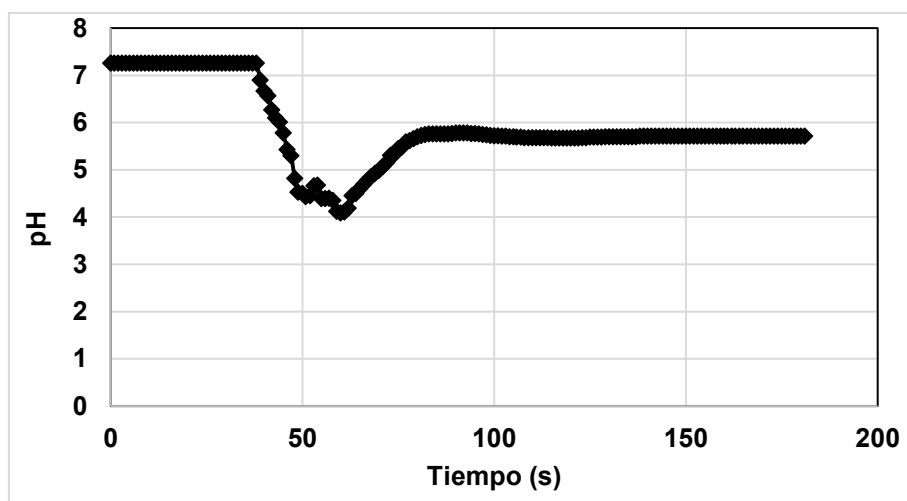


Figura 4.29. Variación de  $pH$  en la prueba 1 del flujo de 20 LPM.

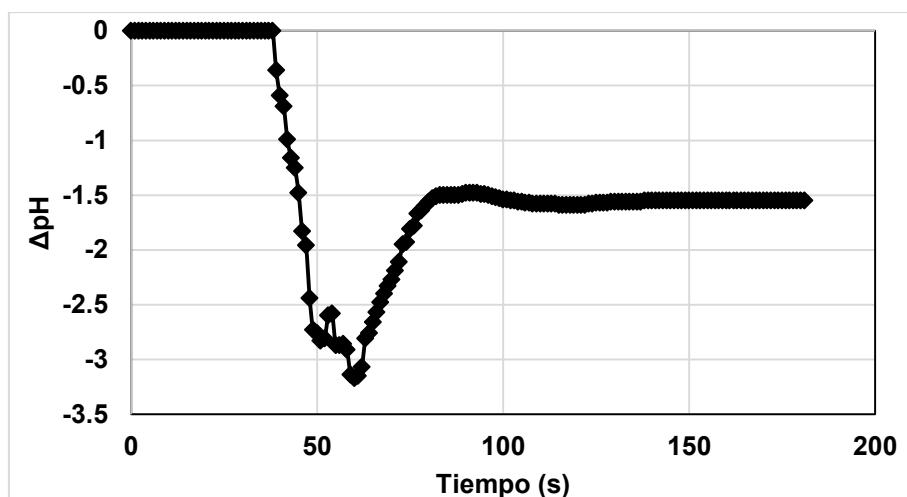


Figura 4.30. Variación de  $\Delta pH$  en la prueba 1 del flujo de 20 LPM.

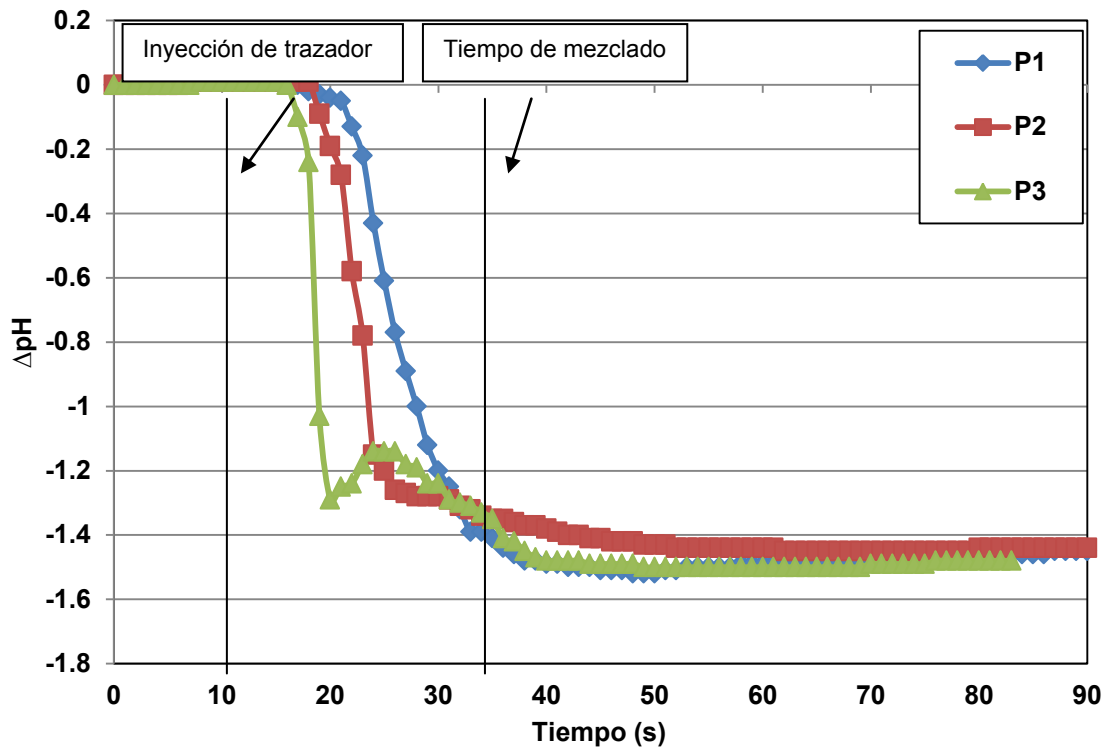


Figura 4.31. Curvas de  $\Delta pH$  como función del tiempo para tres pruebas independientes para un flujo de aire insuflado de 20 LPM.

En la Figura 4.31 se muestran los resultados de la variación de  $\Delta pH$  de tres pruebas independientes realizadas con un flujo de aire de 20 LPM. La Figura 4.31 tiene tres secciones a lo largo del avance del tiempo: un tiempo de espera de 10 segundos antes de adicionar el trazador; una zona en la que se lleva a cabo el mezclado del trazador en el baño líquido; y una zona donde  $\Delta pH$  comienza a estabilizarse para alcanzar el equilibrio. En la primera zona no ocurren cambios de  $\Delta pH$  debido a que no se han adicionado iones  $[H^+]$ , por lo que mantiene un valor de 0. Una vez iniciada la adición ocurren varios fenómenos: entre 10 y aproximadamente 20 s el trazador está viajando desde donde se inyectó hacia el electrodo sin producir aún efectos, es decir, el cambio de  $\Delta pH$  medido localmente se mantiene en cero. Posteriormente, entre 20 y 30 segundos, el cambio del  $\Delta pH$  local es drástico; esto se debe al traslado de un volumen con trazador que no se ha diluido significativamente y que, al llegar al electrodo, modifica el valor de  $\Delta pH$  de esa zona de manera notoria. La posterior disminución en el  $\Delta pH$  indica que están llegando volúmenes de fluido con menor concentración de iones  $[H^+]$ . A partir del segundo 30 y en adelante, los cambios de  $\Delta pH$  son mucho menores y las curvas tienden a un valor constante. Las variaciones existentes entre las tres pruebas se deben a las condiciones turbulentas del sistema, las cuales tienen un efecto único de manera instantánea y un efecto global en un periodo más largo.

Para calcular el tiempo de mezclado local no se puede tomar directamente el valor final que se lee de la curva, debido a que a pesar de haber alcanzado el equilibrio, aún existen ligeras variaciones. Por ello, se acostumbra calcular el tiempo de mezclado local cuando se ha alcanzado un 95 % o un 105 % del valor final de  $\Delta pH$ . Para poder calcular dicho tiempo de mezclado se traza una línea horizontal sobre las gráficas de  $\Delta pH$  vs. tiempo en el valor de 95 % (o 105%) del cambio total que se observa. Se considera el tiempo de mezclado local al tiempo que corresponda a la intersección de dicha recta con la curva de  $\Delta pH$ . En la Tabla 4.11 se muestran los valores promedio (obtenidos a partir de cada tercia de experimentos) del tiempo de mezclado local ( $T_M$ ) y su desviación estándar así como la varianza asociada. Se observa que al agregar más flujo volumétrico de aire, el tiempo de mezclado local disminuye mientras que la desviación estándar disminuye. La disminución del tiempo de mezclado local obedece a la existencia de líneas de corriente que se dirigen hacia la zona en la que se encuentra ubicado el electrodo. Cuando se observa la Figura 4.22 (a), la mayor cantidad de líneas de corriente se ubican de manera diagonal y marcan una zona de recirculación muy pronunciada a la derecha, mientras que las corrientes que están cerca de la superficie y que se dirigen hacia la pared izquierda parecen ser atrapadas para regresar hacia la derecha, lo que dificulta el avance del trazador. Por otro lado, en la Figura 4.22 (e) la mayoría de las líneas de corriente apuntan hacia arriba y las corrientes que se encuentran cercanas a la superficie toman dos caminos: unas se dirigen hacia la derecha y otras se desplazan, sin retrocesos, hacia la izquierda, lo que permite que el trazador viaje directamente al electrodo.

Tabla 4.11 Tiempo de mezclado local promedio en función del flujo de aire.

$Q_g$ (LPM)	$T_M$ (s)	$\sigma^2$ (s <sup>2</sup> )	$\sigma$ (s)
2	78.6	6.02	±2.45
5	64.3	2.08	±1.44
10	40.0	2.00	±1.41
15	26.0	2.00	±1.41
20	25.6	1.53	±1.23

Al graficar los valores del tiempo de mezclado local en función del flujo de aire insuflado se puede observar que no se sigue una tendencia lineal. Además, a flujos de inyección de aire muy bajos, el tiempo que tarde en mezclarse el trazador debe ser

muy grande, casi tendiendo a infinito y probablemente el mecanismo que permita el mezclado sea un mecanismo difusivo y no uno convectivo, que es el que se busca promover con la inyección del gas. Si se aumentara el flujo infinitamente, teóricamente el valor del tiempo de mezclado debería ser muy pequeño, prácticamente cero. Sin embargo, al aumentar el flujo volumétrico de aire se observa que se tiende a un valor de tiempo de mezclado distinto de cero, lo que indica que a pesar de aumentar el flujo no se podrá disminuir el valor del tiempo de mezclado local más allá de un valor mínimo. Bajo estas premisas, utilizar una función exponencial es una opción que parece viable. Así, se generó una ecuación de regresión (Ec. 4.8)

$$T_m = 91.3066 e^{-0.0755 Q_g} \quad (4.8)$$

donde  $T_m$  es el tiempo de mezclado y  $Q_g$  es el flujo volumétrico de aire insuflado, en LPM. El valor de  $R^2$  (coeficiente de correlación) es de 0.97, lo que indica que esta ecuación se ajusta muy bien a los valores experimentales.

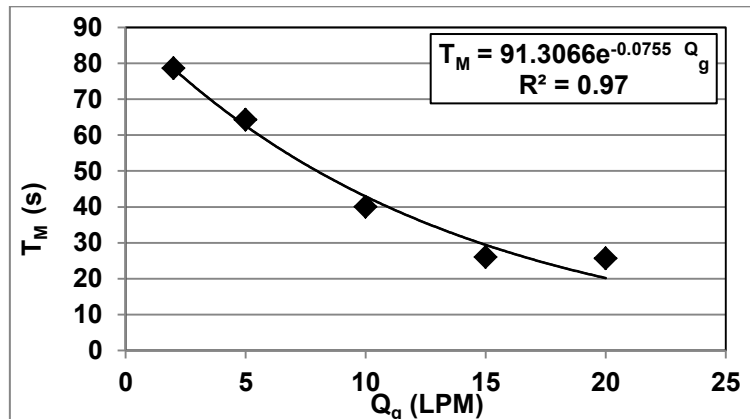
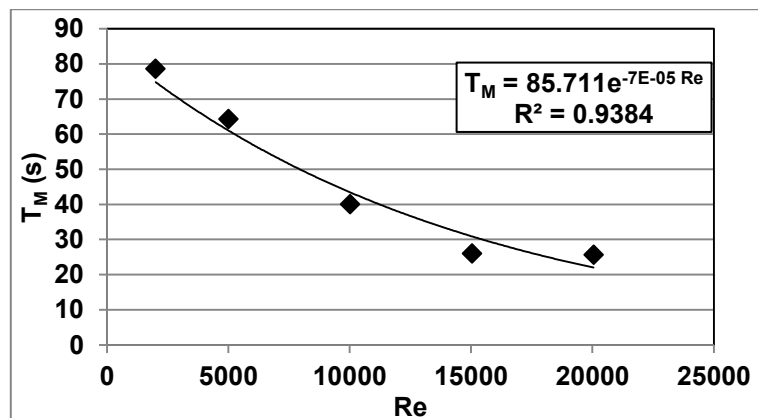
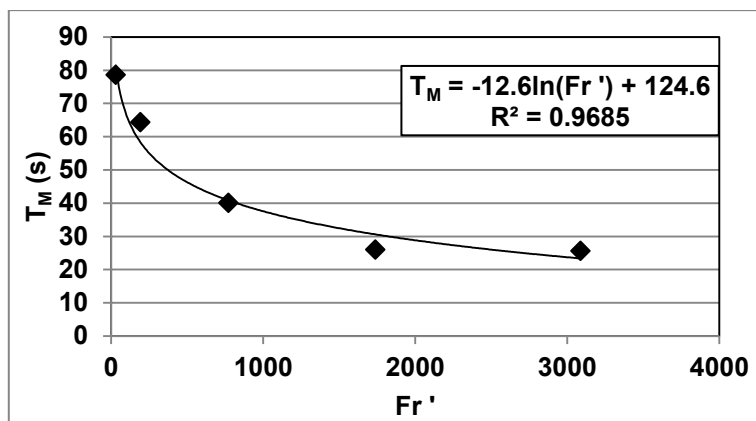


Figura 4.32 Tiempo de mezclado local promedio en función del flujo volumétrico de aire.

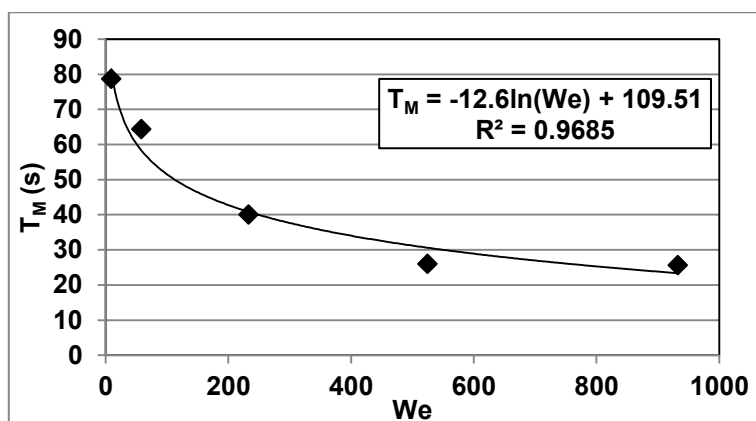


a)

Figura 4.33 Tiempo de mezclado local promedio en función de: a) Número de Reynolds; b) Número de Froude modificado y c) Número de Weber.



b)



c)

Figura 4.33. (continuación) Tiempo de mezclado local promedio en función de: a) Número de Reynolds; b) Número de Froude modificado y c) Número de Weber.

En la Figura 4.33 se muestran las regresiones obtenidas para el tiempo de mezclado en función de los números adimensionales. El tiempo de mezclado disminuye a medida que los números adimensionales aumentan. Para el número de Reynolds una ecuación exponencial resulta ser una buena aproximación; sin embargo, para las expresiones del tiempo en función del número de Froude modificado y del número de Weber se requiere una ecuación del tipo logarítmica que brinda la mejor correlación. Como hay datos de tiempos de mezclado reportados en la literatura, es posible comparar los datos experimentales obtenidos en este trabajo con aquellos. Para ello, se calcularon los tiempos de mezclado esperados a partir de las Ecs. 1.8 y 1.9. Cabe señalar que ambos trabajos se realizaron con un tanque cilíndrico acomodado de manera vertical, a diferencia de este trabajo en el cuál el tanque estaba acomodado de manera horizontal. Sin embargo, la comparación entre estos trabajos permitirá saber si se está dentro de los rangos de tiempos de mezclado esperados. La Tabla 4.12 muestra los resultados obtenidos para la comparación.

Tabla 4.12 Comparación entre los tiempos de mezclado

$Q_g$ (L/min)	$T_m$ [36] (s)	$T_m$ [38] (s)	$T_m$ [este trabajo] (s)
2	11.72	70.39	78.6
5	7.62	48.79	64.3
10	5.50	36.98	40.0
15	4.55	31.44	26.0
20	3.97	28.02	25.6

Los tiempos de mezclado que se calcularon por medio de la Ecuación 1.8 [36] son muy bajos en comparación con los obtenidos en los experimentos. Una de las posibles respuestas a esta diferencia radica en el hecho de que la lanza que se utilizó en [36] se posicionó prácticamente a la mitad del tanque, lo que produce patrones de flujo distintos y, con ello, la forma en la que se mezcla el sistema. Por otro lado, Ternsted [38] utiliza también un tanque cilíndrico vertical; sin embargo la inyección de gas es por el fondo y cercana a una de las paredes del tanque, además, el punto de detección se ubicó en el fondo del tanque, justo en la pared opuesta del tanque de donde se inyectó el trazador. Estos últimos valores de tiempo de mezclado concuerdan mejor con los datos obtenidos en este trabajo; sin embargo, solo pueden utilizarse como una guía, dadas las diferencias entre los dos sistemas experimentales.

#### 4.5 Evolución de la distribución del trazador

Como se indicó en la metodología experimental, para observar la distribución del trazador se realizaron las mediciones de pH, indicadas en la sección anterior, y simultáneamente se videograbó cómo se mezcló el trazador en todo el baño líquido. Una hipótesis que surge de manera inmediata es que el trazador va a ser atrapado en alguna línea de corriente y seguirá esa trayectoria. Para poder visualizar esto, en la Figura 4.34 se muestra la distribución del trazador como función del tiempo desde el inicio de la adición del trazador y su avance segundo a segundo, a un flujo de aire insuflado de 2 LPM. Este trazador tiene la peculiaridad de actuar como un indicador visible de pH pues sus colores cambian en una gama del amarillo (valores de pH cercanos al 1) a colores morados (valores de pH cercanos al 8). Estas variaciones de color ya se han reportado [22]. En la Figura 4.34, después de ser inyectado ( $t = 10$  s), el trazador sigue la trayectoria impuesta por la fuerza asociada con la operación de inyección (hacia el fondo del tanque). La fuerza con la que se inyecta el trazador debe ser contrarrestada por la fuerza que impulsa el movimiento del baño líquido y

posteriormente comenzar a distribuirlo. El volumen del trazador que se mantiene en la parte superior se distribuye a la izquierda, pero no viaja muy lejos, sino hasta la mitad del tanque y se queda detenida. En el segundo 25 se puede observar una división que separa a las tonalidades de azul (correspondiente a pH cercano a 5) y las tonalidades de verde (correspondiente a pH cercano a 3). Por otro lado, la sección del trazador que queda en la parte derecha comienza a distribuirse hacia la izquierda pero por el fondo y siguiendo una trayectoria muy cercana a la pared del tanque. Cuando alcanza el extremo contrario a la inyección se ve como empieza a ser arrastrado hacia la pluma y nuevamente se mezcla.

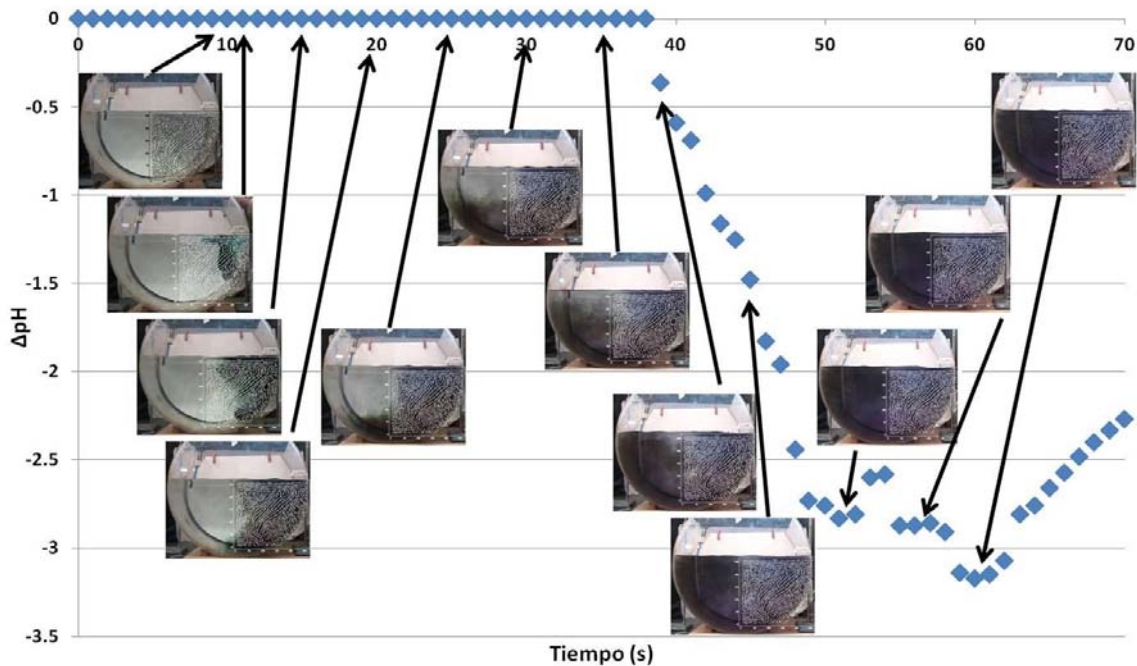


Figura 4.34. Comparación del avance del trazador con respecto a la curva de  $\Delta pH$  en función del tiempo

En la Figura 4.35, las imágenes del video se superpusieron a las líneas de corriente. Se puede observar que, durante el intervalo de 10 a 35 s, el trazador ha recorrido la base del tanque, pero no ha llegado hasta el electrodo; por ello no se registra una variación en la concentración de  $[H^+]$ . Sin embargo, en el segundo 40, el trazador ya ha arribado al electrodo y es detectado. Al observar el color del trazador se nota que es verde, eso quiere decir que aún es ácido y, por tanto, la diferencia del  $pH$  inicial y el del trazador que toca el electrodo es mayor. A medida que pasa el tiempo, el color cambia a azul, indicando una dilución del trazador y, como consecuencia, el valor de  $\Delta pH$  es menor (en valor absoluto).



Cuando se utiliza un flujo de 20 LPM (Figura 4.36), se observa que la parte del trazador que queda atrapado en la superficie viaja hasta llegar al lado opuesto de la inyección y no se queda estancado como en el caso de 2 LPM. Sin embargo, la mayor parte del trazador se queda en la sección cercana a la pluma del lado derecho, lo que se observa claramente desde el segundo 12 hasta el 18, y su desplazamiento nuevamente es por el fondo del tanque solo que, en este caso, el trazador no se queda cerca de la pared hasta llegar a la superficie libre contraria a la inyección, como en el caso del flujo de 2 LPM, sino que comienza a ser arrastrado hacia la pluma a medio camino y se desplaza hacia la parte superior.

Cuando se toma una imagen que esté aproximadamente a la mitad del tiempo de mezclado (como, por ejemplo, el segundo 10 de la Figura 4.34 o el segundo 15 de la Figura 4.36) de cada prueba y se compara con las líneas de corriente, se puede observar que el trazador está siguiendo las trayectorias calculadas a partir del campo de velocidad medido con la técnica de *PIV* (ver Figura 4.37). En todas las imágenes de la Figura 4.36 se puede ver que a la derecha de la pluma están las corrientes de recirculación, que empujan al trazador cerca de las paredes. En la parte superior se observan las líneas de corriente que arrastran al trazador ya sea a la pared del tanque (debido a las velocidades máximas positivas) o hacia la pared contraria (debido a las velocidades máximas negativas). Lo que ocurre en la sección del lado izquierdo de la pluma es que el trazador que ha llegado al fondo debería ser arrastrado hacia arriba y, antes de llegar hasta la superficie, disiparse hacia la izquierda. Esto no se observa con claridad a flujos de aire insuflado de 2, 5 y 10 LPM, dado que hay una cantidad de trazador que se mueve por el fondo hacia la izquierda, cercano a la superficie del tanque. Este efecto debe ser causado por el momentum que tiene el trazador al ser inyectado. La fuerza de inyección del trazador es mayor a la fuerza de arrastre hacia arriba, por lo que una gran cantidad del trazador sigue la trayectoria impuesta por su inyección y no la trayectoria del fluido. Es así que hay que tener en consideración la intensidad con la que se inyecta el trazador para futuras pruebas.

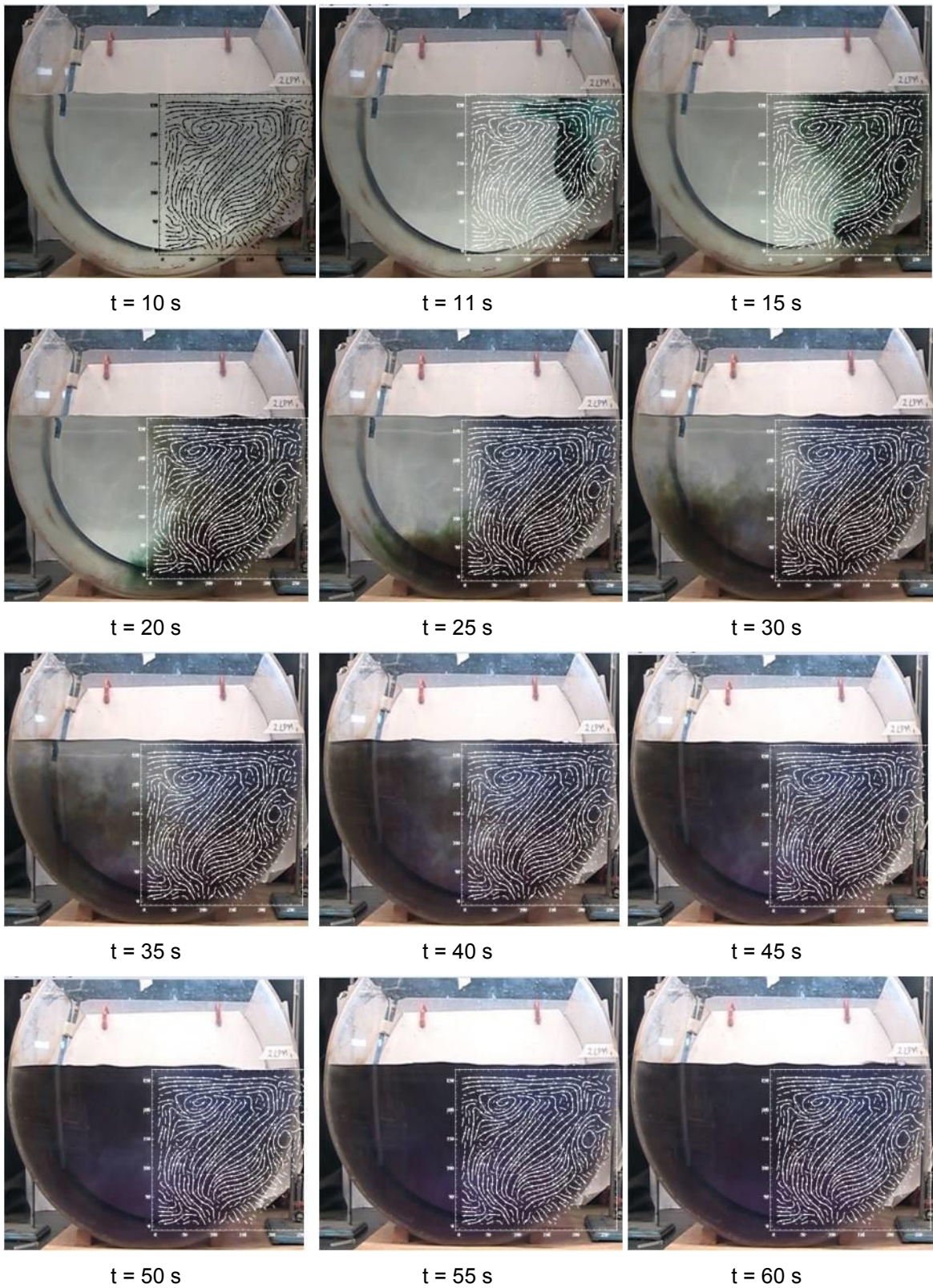


Figura 4.35 Distribución de color para varios tiempos a partir del instante de la inyección del trazador, para el flujo de aire de 2 LPM.

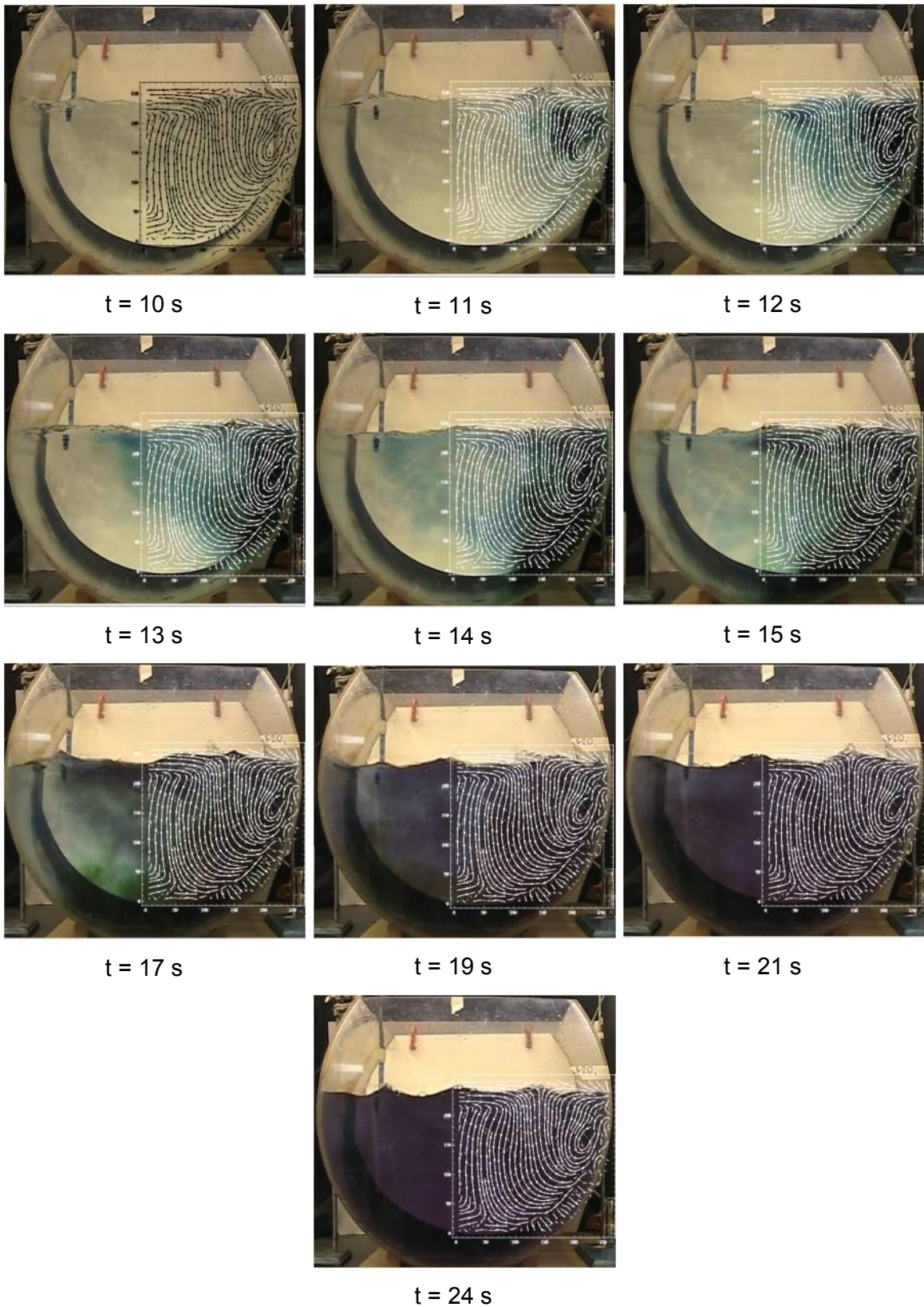
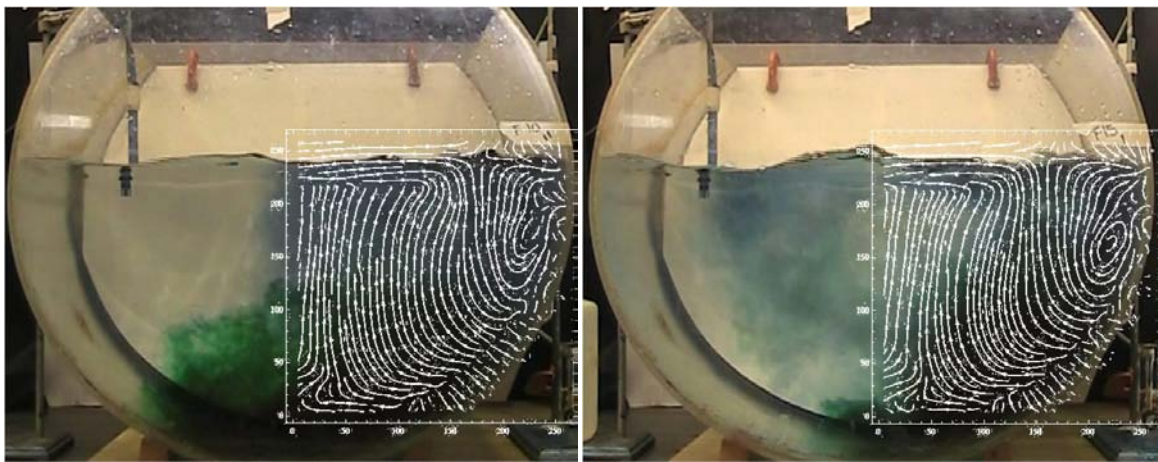


Figura 4.36. Distribución de color para varios tiempos a partir del instante de la inyección, para el flujo de 20 LPM.



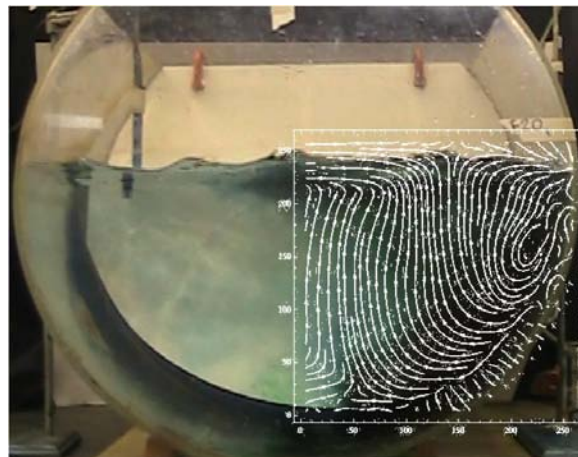
a)  $t = 15 \text{ s}$

b)  $t = 12 \text{ s}$



c)  $t = 8 \text{ s}$

d)  $t = 6 \text{ s}$



e)  $t = 5 \text{ s}$

Figura 4.37. Distribución de color y superposición de las líneas de corriente cuando el trazador alcanza la mitad del tanque (aproximadamente  $0.20$  del  $T_m$ ) para cada flujo de aire insuflado: a) 2 LPM, b) 5 LPM, c) 10 LPM, d) 15 LPM y e) 20 LPM. Debajo de cada imagen se indica el instante correspondiente.

## 5. Conclusiones

Con base en los resultados obtenidos, es posible generar las conclusiones siguientes:

- A flujos bajos (menores a 10 LPM, equivalente a valores del número de Froude modificado menores a 772) se presenta una pluma que asciende de manera recta y cercana a la pared del tanque. Mientras que a flujos mayores a 10 LPM, la pluma asciende diagonalmente y alejándose de la pared.
- La penetración ( $L_p$ ) de la corriente de aire puede describirse en función del flujo volumétrico de gas inyectado ( $Q_g$ ) por medio de la ecuación:

$$L_p = 0.1866 Q_g + 0.9134$$

O bien, en función del número de Froude modificado por:

$$L_p = -2 * 10^{-7} (Fr')^2 + 0.0016 Fr' + 1.447$$

- La altura máxima ( $A_M$ ) que alcanza la superficie puede describirse en función del flujo volumétrico de gas inyectado ( $Q_g$ ) por medio de la ecuación:

$$A_M = 0.1725 Q_g + 1.278$$

O bien, en función del número de Froude modificado por:

$$A_M = 0.5966 (Fr')^{0.2525} + 0.2525$$

- La pluma está constituida por una mezcla de agua-aire que puede ser caracterizada por medio de fotografías de tiempo de exposición largo y análisis de imágenes. La mayor concentración de aire se encuentra en la zona central de la pluma para flujos de 2, 5 y 10 LPM, mientras que para 15 y 20 LPM la mayor concentración de aire se encuentra en la salida de la tobera.
- Por medio de la medición de los campos de velocidad se determinó que existen cuatro zonas distintivas en el sistema: la zona de la pluma; una zona de recirculación, ubicada entre la pluma y el punto de inyección; una zona de disipación al lado contrario del punto de inyección; y una zona de baja circulación en el fondo del tanque.
- Los valores altos de la magnitud de la velocidad se concentran en la zona de la pluma, particularmente en la zona cercana a la superficie. Mientras que los valores bajos se ubican en la base del tanque y en zonas cercanas a la pared.
- Las magnitudes máximas positivas y máximas negativas de la componente  $v_x$  se encuentran cerca de la superficie.

- Las magnitudes máximas positivas de la componente  $v_y$  se encuentran a la mitad de la pluma, mientras que las máximas negativas se encuentran en el borde derecho de la pluma, donde se ubica la zona de más alta recirculación.
- A medida que aumenta el flujo volumétrico de aire aumenta la zona de valores altos de vorticidad.
- Del cálculo de la suma de las fracciones de velocidad, la mayor cantidad de momentum del aire es transferido en la zona central de la pluma y en menor medida en el área circundante a la pluma.
- Se debe tener cuidado con la forma de inyección del trazador para evitar que modifique su distribución como efecto de la inyección y no como efecto del mezclado del sistema.
- Los tiempos de mezclado local aumentan a medida que se aumenta el flujo volumétrico y es posible representar su comportamiento por medio de la ecuación:

$$T_M = 91.3066 e^{-0.0755 Q_g}$$

O bien, en función del número de Froude modificado como:

$$T_M = -12.6 \ln(Fr') + 124.6$$

Es necesario destacar que, hasta el momento, no se habían reportado campos de velocidad medidos para modelos físicos relacionados con el convertidor Peirce Smith. Este resultado permite generar una mejor base de comparación para los modelos matemáticos y de esta manera tener un estudio más completo del proceso. Además, a partir del campo de velocidad se pudo extraer información (líneas de corriente, vorticidad y fracción de velocidad) que permiten entender la fluidinámica del baño líquido de mejor manera.

La propuesta de determinar el campo de concentración de gas en agua a partir de fotografías de tiempo de exposición largo resulta una excelente idea para extraer información que se puede incorporar o comparar directamente con los modelos matemáticos. Sin embargo, hace falta trabajar en el algoritmo y en la cantidad de datos a procesar para que *Mathematica* u otro *software* pueda extraer la mayor cantidad de información con la mayor calidad posible.

## Anexo A.

### A.1 Código para estimar los datos de la fracción de aire en la pluma promedio para cada flujo

*Mathematica* tiene las funciones de *ListVectorPlot*, *ListStreamPlot* y *ListDensityPlot*.

- *ListVectorPlot* permite generar un campo de vectores que tengan dos componentes y graficar dichos vectores a partir de una lista de datos
- *ListStreamPlot* permite generar las líneas de corriente de un campo de vectores a partir de una lista de datos.
- *ListDensityPlot* permite generar un campo de escalares indicando por medio de colores los valores que se tengan del campo a partir de una lista de datos.

Todas estas funciones tienen complementos que dan una apariencia distinta en cuanto a color, forma de los vectores, cantidad de vectores dibujados, entre otros. El objetivo del código es Importar los datos (por medio de la función *import*) e introducirlos a las funciones para que automáticamente genere las gráficas correspondientes. Posteriormente se exportan (por medio de la función *export*).

*Mathematica* tiene una función llamada *PixelValue* la cual determina los valores *RGB* de un pixel ubicado en una posición (x,y) en una imagen. Si está a color, el valor *RGB* tiene tres valores, si esta en escalas de grises se tiene un solo valor. Si se mantiene fija la primera coordenada es posible variar la segunda y obtener los valores *RGB* correspondientes. De esta manera se puede realizar una lista de la forma (x, y, RGB) y este campo puede graficarse en un *ListDensityPlot* para indicar los valores numéricos que tiene la imagen.

Debido a la complejidad de acomodo de datos en *Mathematica* y al desconocimiento de muchos comandos, se decidió extraer los valores RGB de las imágenes y generar un documento con extensión “.txt” que alimentaría un código de Fortran para ordenar y generar la lista del campo de RGB final. Los datos fueron extraídos en un documento con extensión “.txt” y se llevaron a una separación en columnas y cambio de formato a CSV para su fácil uso en *Mathematica*. Éste último documento se introduce en un código de *Mathematica* para generar el campo de color.

El código solo ordena los datos y genera una lista de datos que esta descrita en muchas hojas de código que no es necesario agregar en este trabajo. Pues tienen una estructura similar a lo que se presenta un poco más adelante.

## **A.2 Código para ordenar los datos del *PIV*, calcular el campo de vorticidad y el campo de la fracción de velocidad (Código para fortran)**

El documento de ASCII que genera *Flowmanager* está dividido en 17 columnas, de las cuales solo se utilizan 4. Las posiciones  $(x, y)$  en milímetros así como la  $(V_x, V_y)$  en metros sobre segundo. Los comandos de *Mathematica* permiten realizar gráficas de campos de vectores, pero requiere que los datos estén en forma de lista en la forma  $(x, y, V_x, V_y)$ . El código en Fortran que se propone lee los valores del documento ASCII y transcribe en un nuevo documento en formato ".txt" únicamente los valores que se requieren. Adicionalmente se aprovecha el hecho de que se almacenan temporalmente (mientras el programa este en ejecución) para hacer dos cálculos: el de vorticidad y el de la fracción de velocidad. De esta manera, por medio de ciclos se puede: acomodar los datos, hacer los cálculos de vorticidad y realizar los cálculos de fracción de velocidad para cada flujo. Los documentos que se obtienen tienen la forma:

Campo de velocidad	$(x, y, V_x, V_y)$
Campo de vorticidad	$(x, y, \omega)$
Campo de fracción de velocidad	$(x, y, fv)$

```

character T(12)
real xpix(1000),ypix(1000),xmm(1000,1000),ymm(1000,1000)
real Vpix(1000,1000),Vx(1000,1000),Vy(1000,1000),VT(1000,1000)
real Status(1000,1000),Upix(1000,1000),w(1000,1000),frac
real dVy,dVx,dxm,dym,VLprom
real VL(1000,1000),VP
integer X(1000),Y(1000),k

```

```

do k=1,5
  select case (k)
  Case (1)

```



```
open (unit=1,file="F2 promedio.txt")
open (unit=2,file="F2-velocidades.txt")
open (unit=3,file="F2-vorticidad.txt")
open (unit=4,file="F2-fraccion de vel.txt")
VLprom=18.86
```

Case (2)

```
open (unit=1,file="F5 promedio.txt")
open (unit=2,file="F5-velocidades.txt")
open (unit=3,file="F5-vorticidad.txt")
open (unit=4,file="F5-fraccion de vel.txt")
VLprom=47.15
```

Case (3)

```
open (unit=1,file="F10 promedio.txt")
open (unit=2,file="F10-velocidades.txt")
open (unit=3,file="F10-vorticidad.txt")
open (unit=4,file="F10-fraccion de vel.txt")
VLprom=93.31
```

Case (4)

```
open (unit=1,file="F15 promedio.txt")
open (unit=2,file="F15-velocidades.txt")
open (unit=3,file="F15-vorticidad.txt")
open (unit=4,file="F15-fraccion de vel.txt")
VLprom=141.47
```

Case (5)

```
open (unit=1,file="F20 promedio.txt")
open (unit=2,file="F20-velocidades.txt")
open (unit=3,file="F20-vorticidad.txt")
open (unit=4,file="F20-fraccion de vel.txt")
VLprom=188.47
```

end select

```
read (1,*) T(1),T(2),T(3),T(4),T(5),T(6),T(7),T(8),T(9),T(10),
&T(11),T(12)
```

```
do i=1,62
```

```
do j=1,62
```

```
read (1,*) X(i),Y(j),xpix(i),ypix(j),xmm(j,i),ymm(j,i),
```

```

&Upix(j,i),Vpix(j,i),Vx(j,i),Vy(j,i),VT(j,i),Status(j,i)
    enddo
    enddo

    do i=1,62
    do j=1,62

        dVy=Vy(i,j)-Vy(i+1,j)
        dxm=(xmm(i,j)-xmm(i+1,j))/1000
        dVx=Vx(i,j)-Vx(i,j+1)
        dym=(ymm(i,j)-ymm(i,j+1))/1000
        w(i,j)=(dVy/dxm)-(dVx/dym)

        VL(i,j)=((Vx(i,j)**2)+(Vy(i,j)**2))**0.5
        Frac=VL(i,j)/VLprom

        if (VL(i,j).eq.0) then
            write (4,*) xmm(i,j),ymm(i,j),-1
        else
            write(4,*) xmm(i,j),ymm(i,j),Frac
        endif

        write (2,*) xmm(i,j),ymm(i,j),Vx(i,j),Vy(i,j)
        write (4,*) xmm(i,j),ymm(i,j),w(i,j)
    enddo
    enddo

    close (1)
    close (2)
    close (3)
    close (4)

enddo
end

```

Los datos extraídos en un formato txt pasan por una separación en columnas y cambio de formato a CSV para su fácil uso en *Mathematica*.

Se utiliza una versión similar para ordenar los datos del flujo 20 para velocidades instantáneas.

### **A.3 Código para graficar y calcular el campo de velocidades y líneas de corriente para cada flujo (Código para Mathematica)**

Para generar la gráfica de los campos de vectores y las gráficas de líneas de corriente se empleó el siguiente código:

```
F20 = Import["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F20.csv"]
F20vel:=ListVectorPlot[F20, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
F20lin:=ListStreamPlot[F20a, StreamPoints -> Fine, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F20-vel.jpg", F20vel]
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F20-lineas de corriente.jpg", F20lin]
```

```
F15 = Import["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F15.csv"]
F15vel:=ListVectorPlot[F15, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
F15lin:=ListStreamPlot[F20a, StreamPoints -> Fine, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F15-vel.jpg", F15vel]
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F15-lineas de corriente.jpg", F15lin]
```

```
F10 = Import["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F10.csv"]
F10vel:=ListVectorPlot[F10, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
F10lin:=ListStreamPlot[F10, StreamPoints -> Fine, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F10-vel.jpg", F10vel]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F10a-lineas de corriente.jpg", F10lin]
```

```
F5 = Import["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F5.csv"]
```

```
F5vel:=ListVectorPlot[F5, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
```

```
F20lin:=ListStreamPlot[F5, StreamPoints -> Fine, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F5-vel.jpg", F5vel]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F5-lineas de corriente.jpg", F5lin]
```

```
F2 = Import["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F2.csv"]
```

```
F2vel:=ListVectorPlot[F2, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
```

```
F2lin:=ListStreamPlot[F20a, StreamPoints -> Fine, VectorScale -> Automatic, VectorPoints -> All]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F2-vel.jpg", F2vel]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Enero 2014 PIV tanque cilindrico/Procesamiento de datos/Fotos instantaneas/F2-lineas de corriente.jpg", F2lin]
```

Se utiliza un código similar para generar los mapas de distribución de velocidades y líneas de corriente instantáneas a flujo 20.

#### **A.4 Código para graficar el campo de la vorticidad para cada flujo (Código para Mathematica)**

Para generar las gráficas de vorticidad se ocupó el siguiente código:

```
F2:=Import["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque cilindrico/Vorticity/F2-vorticidad.csv"]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque cilindrico/F2-  
vorticidad.jpg", ListDensityPlot[F2, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "Rainbow",  
PlotLegends -> Automatic]]
```

```
F5:=Import["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque  
cilindrico/Vorticity/F5-vorticidad.csv"]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque cilindrico/F5-  
vorticidad.jpg", ListDensityPlot[F5, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "Rainbow",  
PlotLegends -> Automatic]]
```

```
F10:=Import["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque  
cilindrico/Vorticity/vorticidadF10.csv"]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque cilindrico/F10-  
vorticidad.jpg", ListDensityPlot[F10, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "Rainbow",  
PlotLegends -> Automatic]]
```

```
F15:=Import["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque  
cilindrico/Vorticity/vorticidadF15.csv"]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque cilindrico/F15-  
vorticidad.jpg", ListDensityPlot[F15, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "Rainbow",  
PlotLegends -> Automatic]]
```

```
F20:=Import["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque  
cilindrico/Vorticity/vorticidadF20.csv"]
```

```
Export["C:/Users/Juan/Desktop/Procesamiento de datos Tanque cilindrico/F20-  
vorticidad.jpg", ListDensityPlot[F20, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "Rainbow",  
PlotLegends -> Automatic]]
```

## **A.5 Código para graficar el campo de la fracción de velocidad para cada flujo (Código para Fortran)**

Este es el código en *Mathematica* empleado para generar las graficas de campo de fracción de aire en la pluma promedio

```
F2 := Import["C:\\Users\\Juan\\Desktop\\Densidad de aire\\F2-fracciondevel.csv"]
```

```
ListDensityPlot[F2, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "LightTemperatureMap",  
PlotLegends -> Automatic]  
F5 := Import["C:\\Users\\Juan\\Desktop\\Densidad de aire\\F5- fracciondevel.csv"]  
ListDensityPlot[F5, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "LightTemperatureMap",  
PlotLegends -> Automatic]  
F10 := Import["C:\\Users\\Juan\\Desktop\\Densidad de aire\\F10- fracciondevel.csv"]  
ListDensityPlot[F10, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "LightTemperatureMap",  
PlotLegends -> Automatic]  
F15 := Import["C:\\Users\\Juan\\Desktop\\Densidad de aire\\F15- fracciondevel.csv"]  
ListDensityPlot[F15, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "LightTemperatureMap",  
PlotLegends -> Automatic]  
F20 := Import["C:\\Users\\Juan\\Desktop\\Densidad de aire\\F20- fracciondevel.csv"]  
ListDensityPlot[F20, PlotRange -> Full, ColorFunction -> "LightTemperatureMap",  
PlotLegends -> Automatic]
```

## 6. Bibliografía

1. W. G. Davenport y M. King. **Extractive metallurgy of copper**. Pergamon Press. Fourth edition. Chapter 9.
2. "Side-blown copper-nickel matte converter". Art. *Encyclopædia Britannica Online*. Web. <http://www.britannica.com/technology/copper-processing/images-videos/A-side-blown-copper-nickel-matte-converter/113914>. Consultada el 17 de septiembre de 2015.
3. D. Mazumdar y R. I. L. Guthrie, "Discussion of Mixing time and fluid flow phenomena in liquids of varying kinematic viscosities agitated by bottom gas injection", *Metallurgical and Materials Transactions B*, April 1999, Vol. 30B, pp. 349-351.
4. M. Nilmani y A. K. Das "Bubble overlap in multipoints gas-inyection systems", *Metallurgical and Materials Transactions B*, December 1995, vol. 26B, pp. 1147-1156
5. N. P. Finkelstein y V. M. Lovell, "Fundamental studies of the flotation process: the work of the national institute for metallurgy" *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, February 1972, pp. 196-209
6. C. Kloppers y T. Fedotova, "Primary de-Oxidation of basic oxygen furnace Steel by means of carbon", *The Journal of the South African of Mining and Metallurgy*, October 2001, pp. 321-328
7. G. Pereyra, M. D. Ayciriex, C. Macchi y A. Somoza, "Estudio de la porosidad en una aleación de base Al-Si-Mg", Congreso SAM/CONAMET 2007, San Nicolás, septiembre 2007, pp. 1830-1835
8. J. K. Brimacombe, "The extractive metallurgist in an emerging world of materials", *Metallurgical Transactions B*, June 1989, Vol. 20B, pp. 291-313
9. N. J. Themelis, "Techniques of process analysis in extractive metallurgy", *Metallurgical Transactions B*, August 1972, Vol. 3, pp. 2021-2029
10. A. J. Smith. **Mecánica de fluidos: una introducción física**. Alfamomega, México, 2006
11. R. B Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, **Fenómenos de transporte**. Editorial Reverté, México, 2013
12. J. Szekely, J.W. Evans y J.K. Brimacombe. **The Mathematical and Physical Modeling of Primary Metals Processing Operations**. John Wiley & Sons, New York, 1988

- 13.R.I.L. Guthrie. **Engineering in Process Metallurgy**. 1ª re-impresión, Oxford Science Publications, Oxford, 1992
- 14.P.E.J. Vermeulen y G. Th. Visser. "Determination of similarity criteria for wind-tunnel model testing of wind flow patterns close to building facades", *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1980, Vol. 6, no. 3-4, pp. 243-259
- 15.C.K. Saha, G. Zhang, J.-Q- Ni y Z. Ye. "Similarity criteria for estimating gas emission from scale models", *Biosystems Engineering*, 2011, Vol. 108, no. 3, pp. 227-236
- 16.W.H. Snyder. "Similarity criteria for the application of fluid models to the study of air pollution meteorology", *Boundary-layer meteorology*, 1972, Vol. 3, no. 1, p. 113
- 17.D.R. Poirier y G.H. Geiger. **Transport Phenomena in Materials Processing**. The Minerals, Metals and Materials Society, Warrendale, PA, EEUU, 1994, p. 6
18. J. B Hernández Morales, A. Ingalls Cruz y J. A. Barrera Godinez, "**Modelado Físico de Procesos Metalúrgicos. Guiones de Trabajo Experimental**". UNAM, Facultad de Química, 2013, 110 pp. ISBN: 978-607-02-4550-3.
- 19.J. Szekely, **Fenómenos de flujo de fluidos en procesamiento de metales**. Editorial Limusa, México 1988.
- 20.<http://www.dantecdynamics.com/particle-image-velocimetry>
- 21.J. P. Holman. **Métodos experimentales para ingenieros**. McGraw-Hill. Cuarta edición. Capítulo 7
- 22.S. Mazumdar y R.I.L. Guthrie. "The Physical and Mathematical Modelling of Gas Stirred Ladle Systems", *ISIJ International*, 1995, vol. 35 (1), pp. 1-20
- 23.H. Turkoglu y B. Farouk, "Mixing time and liquid circulation rate in steelmaking ladles with vertical gas injection", *ISIJ International*, 1991, Vol. 31, pp. 1371-1380.
- 24.K. Michalek, K. Gryc, J. Moráva, "Physical modelling of bath homogenisation in argon stirred ladle", *Metalurgija* 48, 2009, 4, pp. 215-218
- 25.Andrea Miranda Martínez. **Mapas dinámicos de [H<sup>+</sup>] en un modelo físico con inyección lateral**. Tesis de Licenciatura. 2015. UNAM
- 26.T. Sato, M. Bjurström, P. Jönsson y M. Iguchi, "Swinging Motion of bath surface induced by side gas injection", *ISIJ International*, 2004, Vol. 44, No. 11, pp. 1787-1792
- 27.J. Vaarno, J. Pitkälä, T. Ahokainen y A. Jokilaakso "Modelling gas injection of a Peirce-Smith-converter", *Elsevier*, 1998, Applied Mathematical Modelling 22, pp. 907-920



28. Y. F. Zhao and G. A. Irons, "The breakup of bubbles into jets during submerged gas injection", *Metallurgical Transactions B*, Vol 21B, December 1990, pp. 997-1003
29. E. O. Hoefele and J.K. Brimacombe, "Flow regimes in submerged gas injection", *Metallurgical Transactions B*, Vol 10B, December 1979, pp. 631-648
30. J. K. Brimacombe, S. E. Meredith and R. G. H. Lee, "High-Pressure injection of air into a Peirce-Smith copper converter", *Metallurgical Transactions B*, Vol. 15 B, June 1984, pp. 243-250
31. Miao-yong Zhu, Ikuo Sawada and Manabu Iguchi, "Physical characteristics of a horizontally injected gas jet and turbulent flow in metallurgical vessels", *ISIJ International*, Vol 38 (1998) No. 5, pp. 411-420
32. D. Kudzai, G. Akdogan, J. Eksteen, "Solid-Liquid mass transfer in a Peirce-Smith converter: A physical modelling study", *Metallurgical and Mining Industry*, 2011, Vol. 3, No. 5, pp. 202-210
33. M. Nilmani and A. K. Das, "Bubble overlap in multipoint gas-injection systems", *Metallurgical and Metals Transactions B*, Vol. 26 B, December 1995, pp. 1147-1156.
34. L. Amaya, T. Lee, "Single bubble rising dynamics for moderate Reynolds number using Lattice Boltzmann Method", *Computer and Fluids*, 39 (7), 2010, pp. 1191-1207
35. R. Clift, Jr. Grace, M. Weber, "*Bubble, drops, and particles*", New York: Academic Press; 1978.
36. N. Kochi, K. Mori, Y. Sasaki and M. Iguchi, "*Mixing time in a cylindrical bath agitated by gas injection through an L-shaped top lance in the absence of swirl motion*", *ISIJ International*, Vol. 51, No. 11, 2011, pp. 1755-1761
37. N. Kochi, K. Mori and M. Iguchi, "*Comparison of mixing time values between gas injections from centered and off-centered L-shaped top lance in the presence of swirl motion*", *ISIJ International*, Vol. 52, No. 10, 2012, pp. 1921-1923
38. P. Ternstedt, A. Tillander, P. G. Jönsson and M. Iguchi, "*Mixing time in a side-blown converter*", *ISIJ International*, Vol. 50, No. 5, 2010, pp. 663-667
39. César López López. **Modelado físico y computacional de la inyección de un gas en un convertidor Peirce-Smith con miras al desarrollo de una tobera convergente-divergente**. Tesis de maestría 2010, CIITEC, IPN.
40. C. López, A. Almaraz, I. Arellano, E. Martínez, G. Plascencia. "*Numerical simulation of air blowing into a copper matte in a P-S converter using a*

*convergent-divergent nozzle*”, *Proceedings copper 2010*, Vol. 2, Pyrometallurgy, 2010, pp 931-943.