

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MECANISMOS DE REACCION EN $^{65}\text{Cu} (p, \alpha) ^{62}\text{Ni}$

T E S I S

Que para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS (FISICA)

p r e s e n t a

ANGEL DACAL ALONSO

México, D. F.

1975



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi buen amigo Enrique, con estimación
y esperando que pronto pase por aquí

Angel Dacal

INDICE.

INTRODUCCION.

CAPITULO I EXPERIMENTO

CAPITULO II RESULTADOS

A) DISTRIBUCIONES ANGULARES

B) FUNCIONES DE EXCITACION.

CAPITULO III ANALISIS DE FLUCTUACIONES.

CONCLUSIONES

APENDICE I A) TEORIA DE ONDA DISTORSIONADA

B) PROGRAMA DWUCK

APENDICE II A) TEORIA DE HAUSER-FESHBACH

B) PROGRAMA HELGA.

AGRADECIMIENTOS

REFERENCIAS.

INTRODUCCION.

Desde hace algún tiempo hay interés por llevar a cabo experimentos en reacciones nucleares cuyo análisis permita determinar el valor de las componentes de interacción directa y de núcleo compuesto^(1,2) Para el caso de interacciones directas, éstas se pueden analizar, por ejemplo, a través de las teorías del DWBA y para la parte de núcleo compuesto mediante el uso de la teoría estadística de Hauser-Feshbach.

Cuando las reacciones proceden principalmente vía la formación de un núcleo compuesto altamente excitado también es importante conocer la anchura media de la estructura del núcleo compuesto, o sea, la anchura media coherente de las fluctuaciones. Este parámetro está relacionado básicamente con la vida media del núcleo compuesto.

La información necesaria para determinar las contribuciones de estos mecanismos, así como la anchura media coherente, se puede obtener midiendo las funciones de excitación a diferentes ángulos y las distribuciones angulares promediadas en energía. Las funciones de excitación varían suavemente con la energía para procesos direc

tos y fluctúan considerablemente para los procesos de núcleo compuesto. La contribución de ambos procesos muestra fluctuaciones alrededor de una media que varía ligeramente con la energía.

Del análisis de las fluctuaciones en las funciones de excitación también es posible, de acuerdo a las teorías de Ericson⁽³⁾ y Brink y Stephen⁽⁴⁾, determinar la anchura media coherente y las contribuciones de reacción directa y de núcleo compuesto.

Con el propósito de determinar dichas contribuciones y la anchura media coherente Γ del núcleo compuesto, se hizo la reacción ${}^{65}\text{Cu}(p, \alpha){}^{62}\text{Ni}$ para energías de bombardeo entre 9 y 12 MeV, intervalo de energía en el que se mezclan los dos procesos⁽⁵⁾. La información obtenida corresponde a un punto en el intervalo $60 \leq A \leq 70$, para el cual no se tenían estos datos.

En el primer capítulo de este trabajo se describe el experimento. En el segundo se muestran los resultados obtenidos del análisis de las distribuciones angulares promediadas en energía y las funciones de excitación, mediante los programas DWUCK y HELGA, usados para la contribución directa y de núcleo compuesto respectivamente. Finalmente en el capítulo III se describe el aná-

lisis de fluctuaciones de acuerdo con el método del conteo de máximos⁽⁴⁾ y de las funciones de autocorrelación.⁽⁶⁾

Los resultados obtenidos se discuten a lo largo del trabajo y quedan resumidos en las conclusiones.

Se han incluido además dos apéndices que contienen resúmenes de las partes relevantes de la teoría de onda distorsionada y de la teoría estadística de Hauser-Feshbach, en conexión con los programas usados.

CAPITULO I

EXPERIMENTO

De acuerdo con los propósitos mencionados en la introducción, se midieron las funciones de excitación y las distribuciones angulares de la reacción $^{65}\text{Cu}(p,\alpha)^{62}\text{Ni}$, para los grupos de partículas α que van a los primeros estados de ^{62}Ni . El experimento se hizo en el laboratorio del acelerador Van de Graaff Tandem del Centro Nuclear de Salazar (INEN), para energías del protón incidente entre 9 y 12 MeV, lo que corresponde a una energía de excitación en el núcleo compuesto ^{66}Zn entre 18 y 21 MeV, aproximadamente.

Los blancos fueron preparados por evaporación en vacío de ^{65}Cu enriquecido al 99.7%, sobre películas autosoportadas de carbono, con un grueso aproximado de $110\ \mu\text{gr}/\text{cm}^2$ y que fue determinado mediante una exposición de protones dispersados elásticamente a 3 MeV ($1.5\ \mu\text{coulombs}$). Afortunadamente se utilizó el mismo blanco para todo el experimento, por lo que las medidas no requieren ninguna normalización entre sí.

Los datos fueron tomados a intervalos de 50

keV, con una resolución en la energía de bombardeo de 20 keV, aproximadamente. Las funciones de excitación se obtuvieron a 6 ángulos: 30° , 75° , 80° , 110° , 120° y 150° ; mientras que las distribuciones angulares promediadas en energía fueron a 12 y en algunos casos hasta 18 ángulos: (36.5° , 43° , 62° , 67.5° , 86.5° , 93° , 107° , 113.5° , 116.5° , 123° , 137° y 143° además de los anteriores), para energías promedio en el sistema de laboratorio de 9.150, 9.825, 10.950 y 11.925 MeV. El gran número de ángulos a los que se pueden tomar los datos, se debe a que los detectores están montados dentro de la cámara de dispersión⁽⁷⁾ sobre un plato que se puede girar desde el exterior sin tener que romper el vacío, lo que permite además, normalizar entre sí todos los detectores. Sin embargo, existen limitaciones de tipo mecánico, por lo que el ángulo menor es 30° y el mayor 150° . El ángulo sólido subtendido por los detectores es: 0.7×10^{-3} , 2.1×10^{-3} , 1.7×10^{-3} , 2.1×10^{-3} , 2.2×10^{-3} y 2.0×10^{-3} sr para los ángulos de 30° , 75° , 80° , 110° , 120° y 150° , respectivamente.

Las partículas α se detectaron en contadores de silicio de barrera superficial, con un grueso tal que los protones dispersados elásticamente, y en consecuencia los inelásticos, perdieran una energía del orden de 5 MeV. Esto hace que el espectro de partículas α sea muy lim

pio, además de que por condiciones cinemáticas, otro tipo de partículas no interfiere con dicho espectro.

La exposición para cada energía seleccionada fue de $600 \mu\text{coulombs}$, debido a la baja sección que se tiene, como se puede apreciar en la figura 1. En esta figura aparece un espectro típico, del número de cuentas contra el número del canal. La recta que atraviesa el espectro corresponde a la energía de excitación referida a la escala de la derecha. Es de hacerse notar que en todos los espectros, como se puede apreciar en este, aparece un fondo considerable a partir del tercero o cuarto pico. Este no es sólo el fondo experimental, contiene también el llamado espectro de evaporación.

El espectro de los 6 detectores se registró simultáneamente en la computadora PDP-15 y se almacenó en cinta magnética para posteriormente imprimirse.⁽⁸⁾ En la figura 2 se muestra un diagrama esquemático de la electrónica usada durante el experimento.

La integración del haz se hizo en una caja de Faraday a la que se agregó un imán permanente para evitar el escape de los electrones secundarios. El error estimado en la integración a lo largo de todo el experimento es del orden de 2% ó 3%. El error en las sec

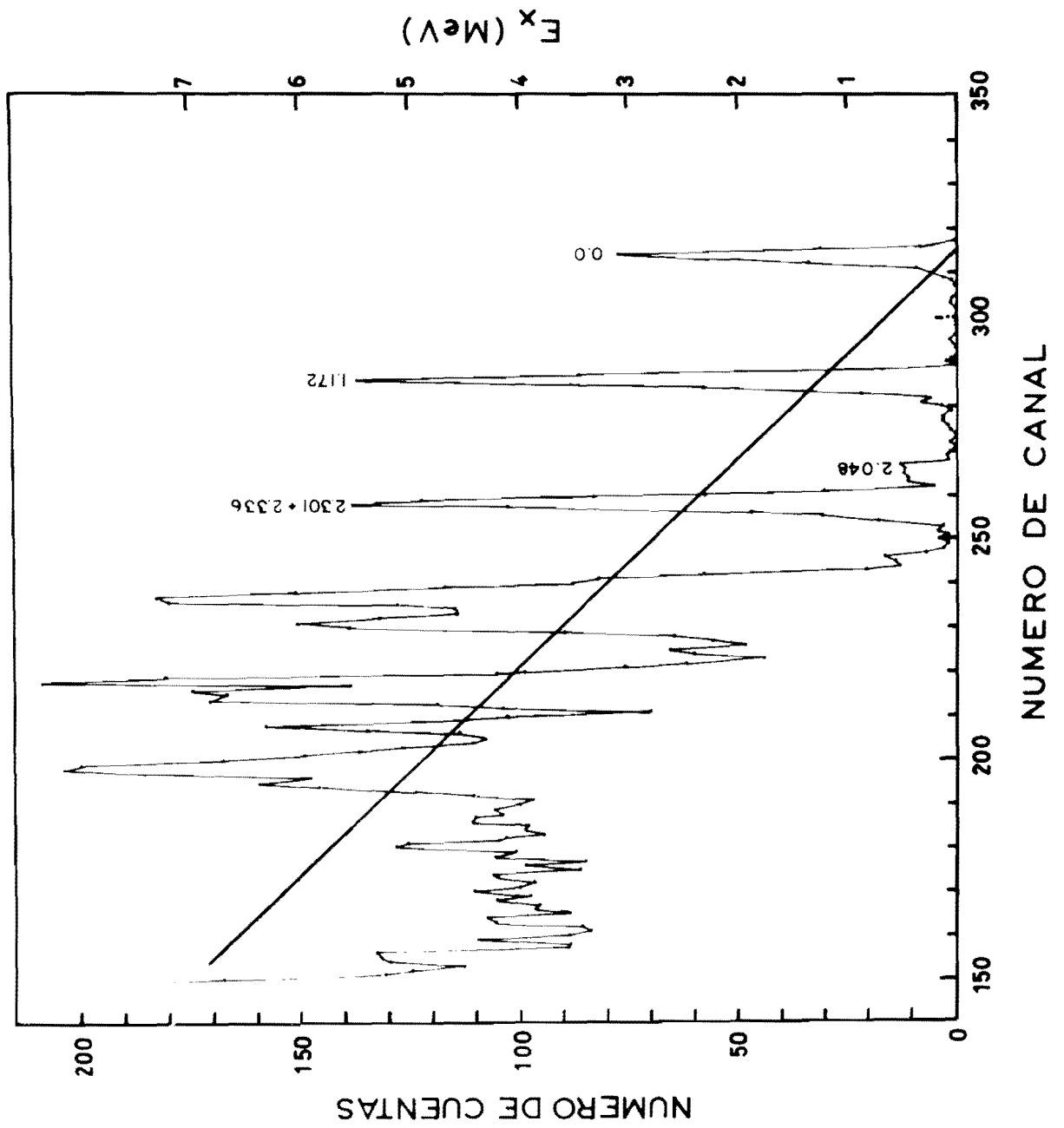
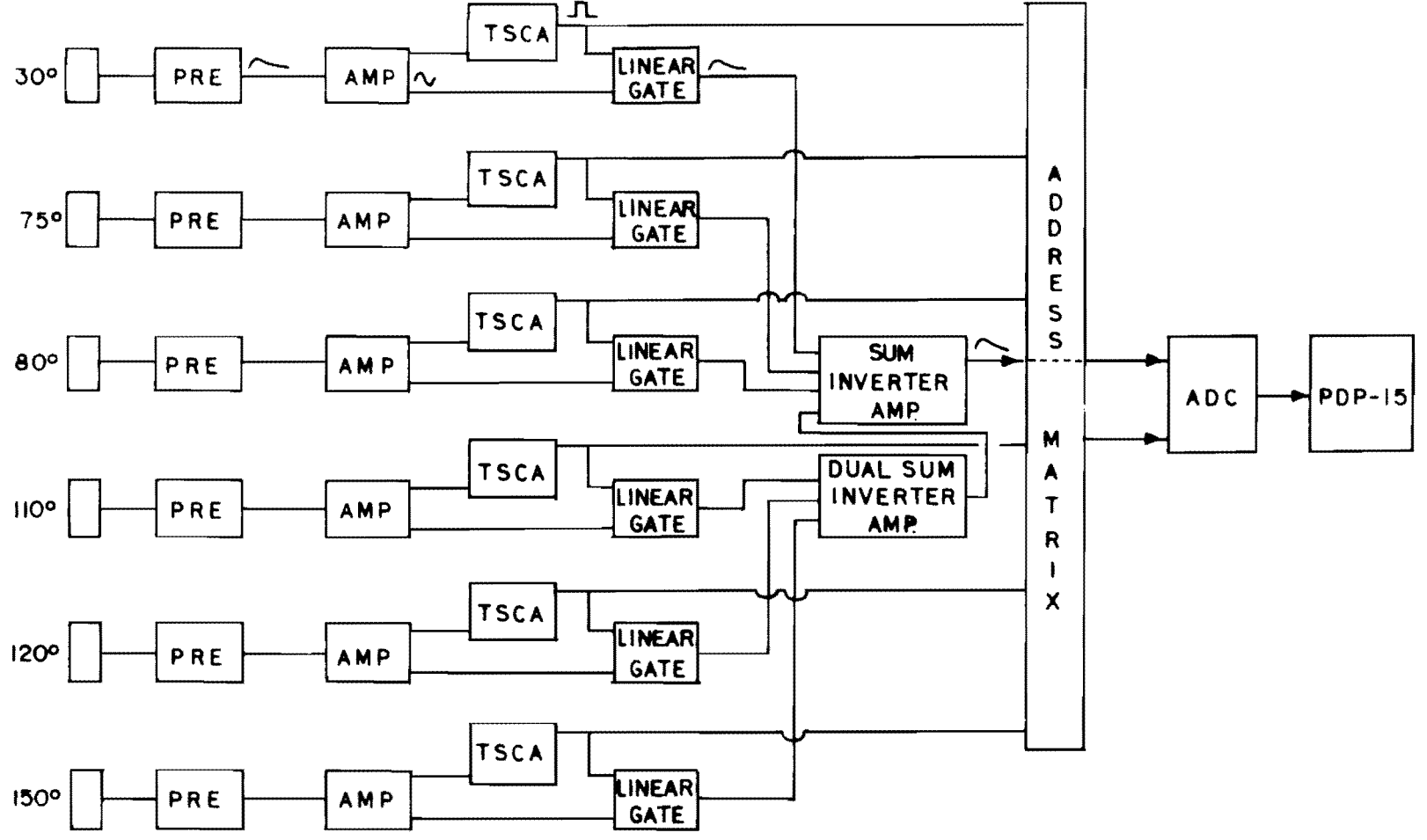


FIGURA 1. Espectro típico de $^{65}\text{Cu}(p,\alpha)^{62}\text{Ni}$ obtenido a 9.1 MeV de energía de bombardeo y al ángulo de laboratorio de 62° .

FIGURA 2. Esquema de la electrónica usada en el experimento.



ciones reportadas se consideró como el error estadístico en el número de cuentas y es aproximadamente del 10%.

CAPITULO II.

Para efectuar los cálculos con el programa DWUCK⁽⁹⁾ en el caso de la reacción ${}^{65}\text{Cu}(p,\alpha){}^{62}\text{Ni}$, es necesario hacer la hipótesis de transferencia de cúmulos, ya que no es posible calcular el factor de forma correspondiente a la transferencia de 3 nucleones, cada uno en su estado base y de acuerdo al modelo de capas. En el cálculo de los factores de forma del tritón transferido fue necesario suponer la estructura de los núcleos que intervienen, de acuerdo con el modelo de capas. Se consideró en este caso, un carozo de ${}_{28}^{62}\text{Ni}_{34}$ para el ${}_{29}^{65}\text{Cu}_{36}$, o sea, 28 protones y 34 neutrones en capas cerradas y un protón en la capa $1f_{5/2}$ y dos neutrones en la capa $2p_{3/2}$.

El programa calcula las funciones de onda del tritón transferido en un potencial de Woods-Saxon que tiene que ajustarse, dependiendo del número de nodos N y los momentos angulares L correspondientes. Estos valores se dan como datos para el programa, con objeto de ahorrar tiempo máquina, ya que se conocen J^{π} inicial y final, limitándose de esta manera las distintas posi-

bilidades de la J^π transferida. El valor de N y L se obtuvo considerando la configuración antes mencionada y en términos del número de cuantos. Se tiene

$$(2N+L)_{\text{final}} = (\pm) + (2N+L)_{\text{inicial}} + N_{\text{rel.}}$$

o sea

$$N_{\text{rel.}} = (2N+L)_f - (2N+L)_i$$

Para la reacción considerada, el valor de $N_{\text{rel.}}$ es 9, de manera que las distintas combinaciones van desde $N=4$ con $L=1$ hasta $N=0$ con $L=9$. Con estos valores de N y L se calculan las distintas posibilidades que intervienen para dar un estado final de J^π definida. Por ejemplo, para el estado base en la configuración de cúmulo supuesta $4p_{3/2}$, se usaron los valores $N=4$, $L=1$, $j=3/2$. Para el primer excitado (1.172 MeV), con $J^\pi = 2^+$ se tomaron los valores $N=4$, $L=1$, $j=1/2$ ó $3/2$ y $N=3$, $L=3$ con $j=5/2$ y $7/2$, de manera que se supone una mezcla de $4p_{1/2,3/2}$ y $3f_{5/2,7/2}$, etc.

En la figura 3 aparecen las distribuciones angulares calculadas con DWUCK para el estado de 1.172 MeV, con las posibilidades correspondientes a $j=5/2$ y $j=7/2$ ($N=3$, $L=3$). De la gráfica se puede observar que si la reacción procediera únicamente por la vía directa, es posible en principio, determinar del ajuste entre teoría y

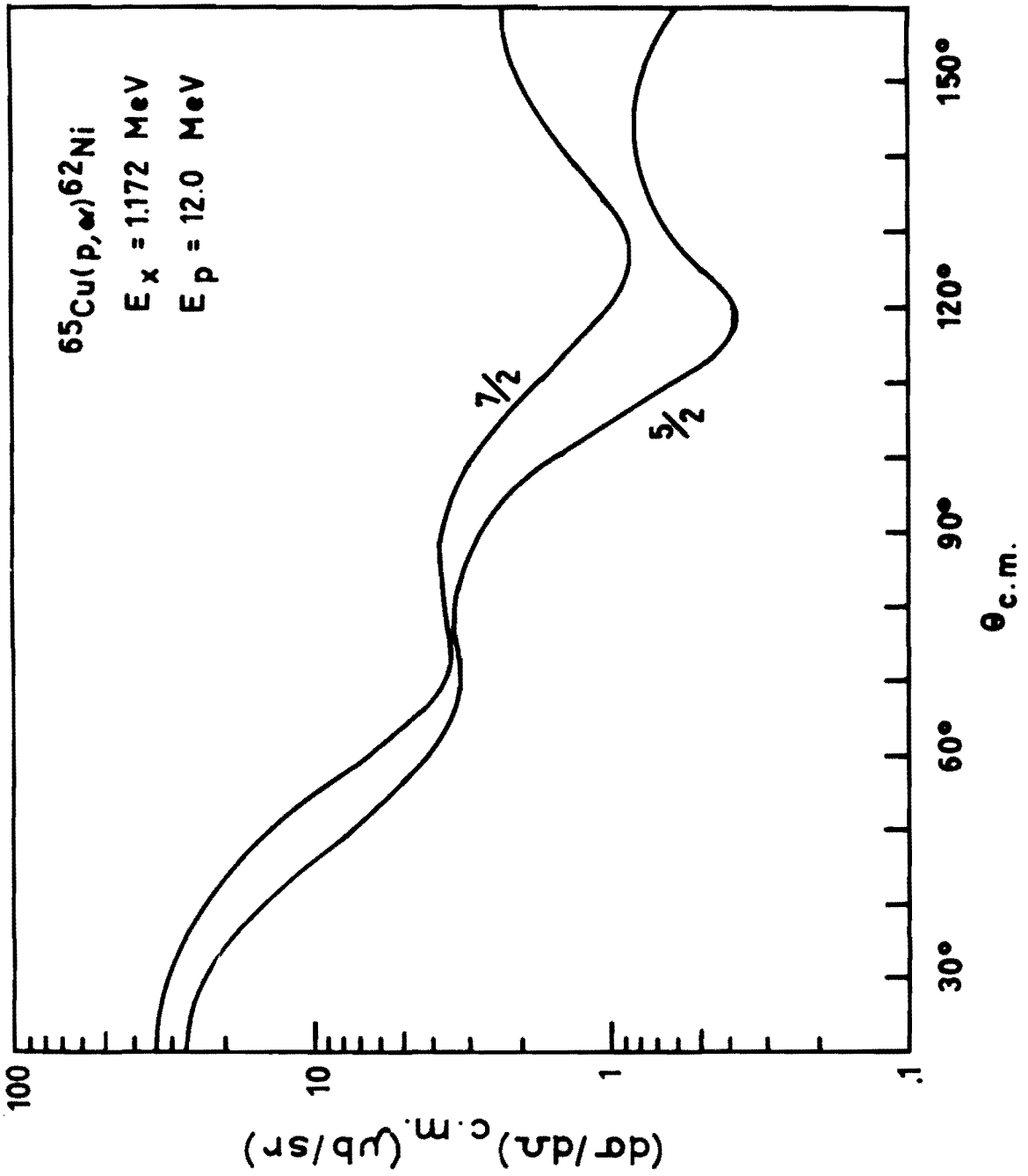


FIGURA 3. Cálculo DWUCK para el primer estado excitado de ^{62}Ni
 (1.172 MeV, 2^+) con $N=3$, $L=3$

experimento el valor de la j transferida. La forma y la magnitud de la sección son sensibles al valor de j . De ser posible, esto se podrían eliminar por ejemplo las medidas de polarización y dar el valor de J final sin ambigüedad. Este no es el caso para $^{65}\text{Cu}(p,\alpha)^{62}\text{Ni}$, ya que las componentes de núcleo compuesto son considerables.

También es necesario para hacer los cálculos, conocer los parámetros de modelo óptico para la dispersión elástica de protones y partículas α . Como estos datos no se pudieron obtener del experimento, se usaron los de las referencias 10, 11 y 12. En la figura 4 aparecen los datos correspondientes a la dispersión elástica de protones por ^{65}Cu y en la figura 5 para la dispersión elástica de alfas por ^{62}Ni .

Para $^{65}\text{Cu}(p,p)^{65}\text{Cu}$ se usaron los parámetros de Perey⁽¹²⁾ y se hizo el ajuste a los datos experimentales con un programa de modelo óptico⁽¹³⁾. El resultado aparece en la figura 4 como una línea continua. Para $^{62}\text{Ni}(\alpha,\alpha)^{62}\text{Ni}$, con el programa de modelo óptico se hizo el ajuste a los datos experimentales y se obtuvieron los parámetros correspondientes. En la tabla I están listados los parámetros para ambos casos,

y son los valores usados para los cálculos con el programa DWUCK, que aparecen como líneas punteadas en las figuras 4 y 5. En estas figuras nada más se muestran los ajustes y los datos experimentales para una energía de bombardeo de 12 MeV. El acuerdo entre los resultados de modelo óptico y DWUCK es satisfactorio dentro del grado de aproximación estimado para el DWUCK.

Todos los cálculos basados en los factores de forma del tritón están hechos en la aproximación de alcance cero y alcance finito. El potencial espín-órbita es de la forma de Thomas, sugerido por Kunz⁽⁹⁾, con el factor usual $\lambda = 25$. Se usaron $r_0 = 1.38$ fm y $a = 0.32$ fm⁽¹⁴⁾ para el tritón. Los parámetros de no localidad son: 0.21 para el tritón, 0.85 para el protón y 0.20 para la alfa. El parámetro de alcance finito se tomó igual a 0.4, de acuerdo a lo sugerido por Kunz y otros autores para reacciones (d, α).

Con objeto de estudiar la dependencia de las distribuciones angulares en función del parámetro de alcance finito, hicimos cálculos para valores de 0.0 y 0.2, no encontrando diferencias mayores de un 10% ni en la forma ni en la magnitud de la sección, por lo que los cálculos para todos los estados se hicieron

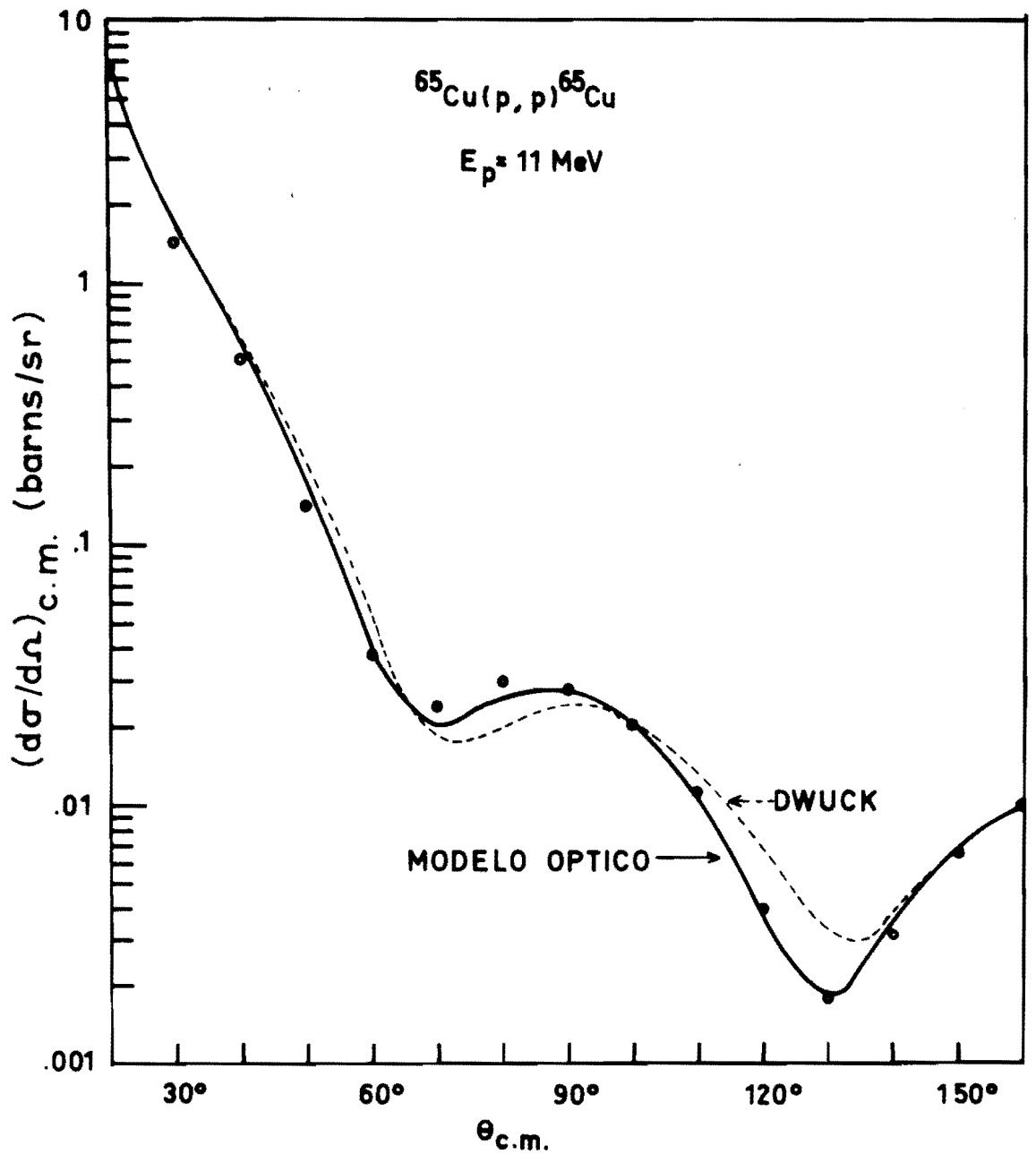


FIGURA 4. Ajuste a los datos experimentales de la referencia 11, con modelo óptico y DWUCK, usando los parámetros de Perey.⁽¹²⁾

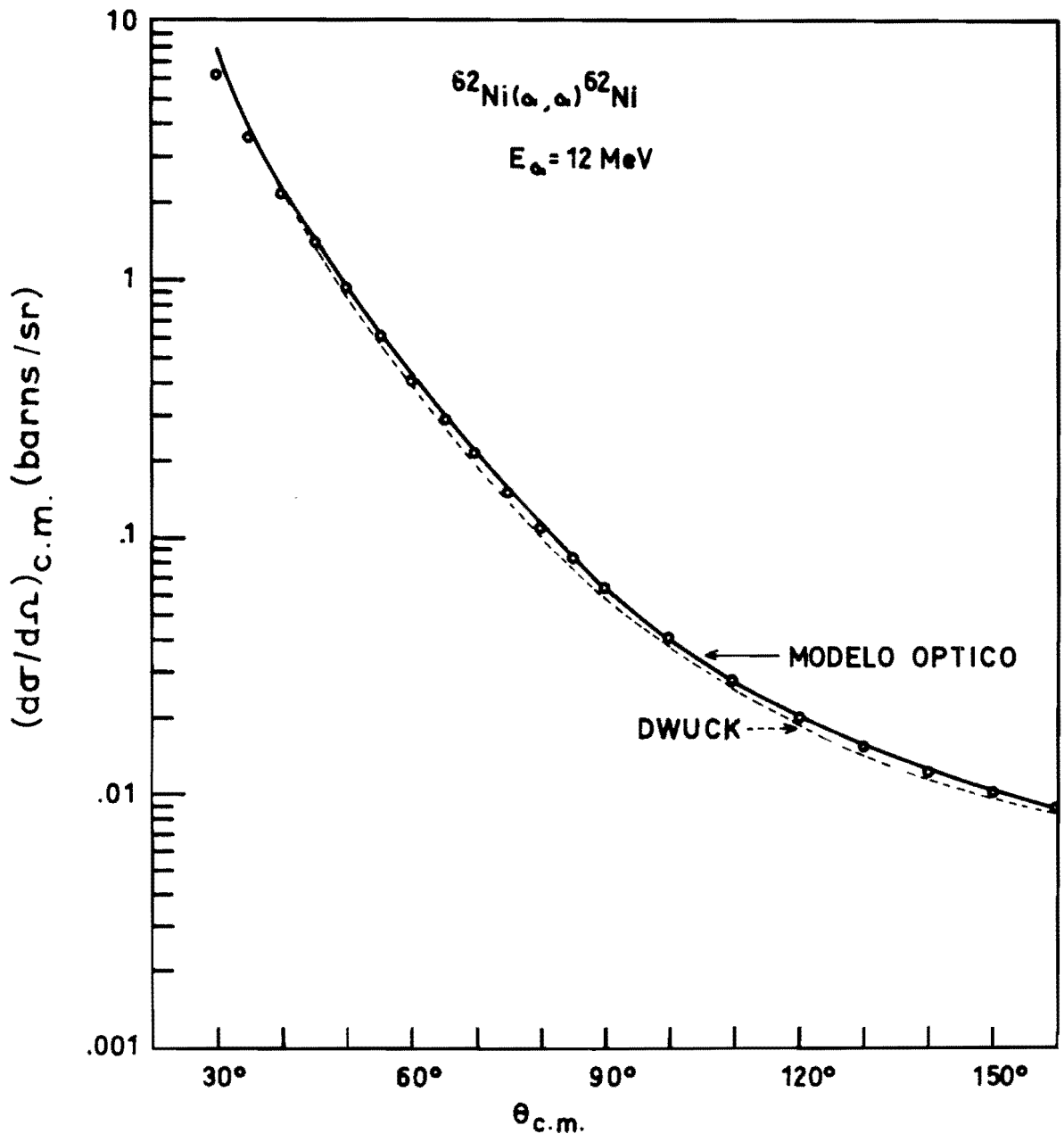


FIGURA 5. Ajuste de modelo óptico y DWUCK para $^{62}\text{Ni}(\alpha, \alpha)^{62}\text{Ni}$.

TABLA I
 PARAMETROS DEL POTENCIAL DE MODELO OPTICO USADOS EN
 LOS CALCULOS DWUCK

Canal	V (MeV)	r_0 (fm)	r_c (fm)	a (fm)	V_{so} (MeV)	r' (fm)	a' (fm)	W (MeV)	r'' (fm)	a'' (fm)
$p-^{65}\text{Cu}^{(a)}$	50.20	1.283	1.25	0.627	7.3	1.267	0.457	11.09	1.265	0.50
$\alpha-^{62}\text{Ni}^{(b)}$	57.80	1.676	1.25	0.4067				20.00	1.666	0.5654

a) C.M. Percy, F. G. Percy, J. K. Dickens, R. J. Silva. Phys. Rev. 175 (1968) 1460.

b) Calculados con modelo óptico.

con el valor de 0.4. En vista de que el cálculo es poco sensible al valor de este parámetro, se podría modificar el programa introduciendo aproximaciones más adecuadas para reacciones (p, α) .

Los cálculos de Hauser-Feshbach se hicieron con el programa HELGA⁽¹⁵⁾. Son en general, muy complicados debido a que un núcleo compuesto altamente excitado puede decaer a través de muchos canales energéticamente abiertos. En la figura 6 se muestran los posibles canales para la reacción considerada en este trabajo. Las flechas que salen del núcleo compuesto indican los canales principales que fueron considerados en el cálculo.

La contribución de los estados discretos se tomó directamente de los niveles de energía reportados^(16,17). Los niveles del continuo se obtienen a través de la densidad de niveles $\rho(E, I)$, que está basada en el modelo de un gas de Fermi⁽¹⁸⁾ y que para estados de una paridad dada es:

$$\rho(\epsilon, I, \pi) = \frac{1}{2} \rho(\epsilon, I) \omega(\epsilon)$$

donde
$$\rho(\epsilon, I) = \frac{e^{-I^2/2ct} - e^{-(I+1)^2/2ct}}$$

y
$$\omega(\epsilon) = \frac{e^{+2\sqrt{aU}}}{12\sqrt{2ac} at^3}$$

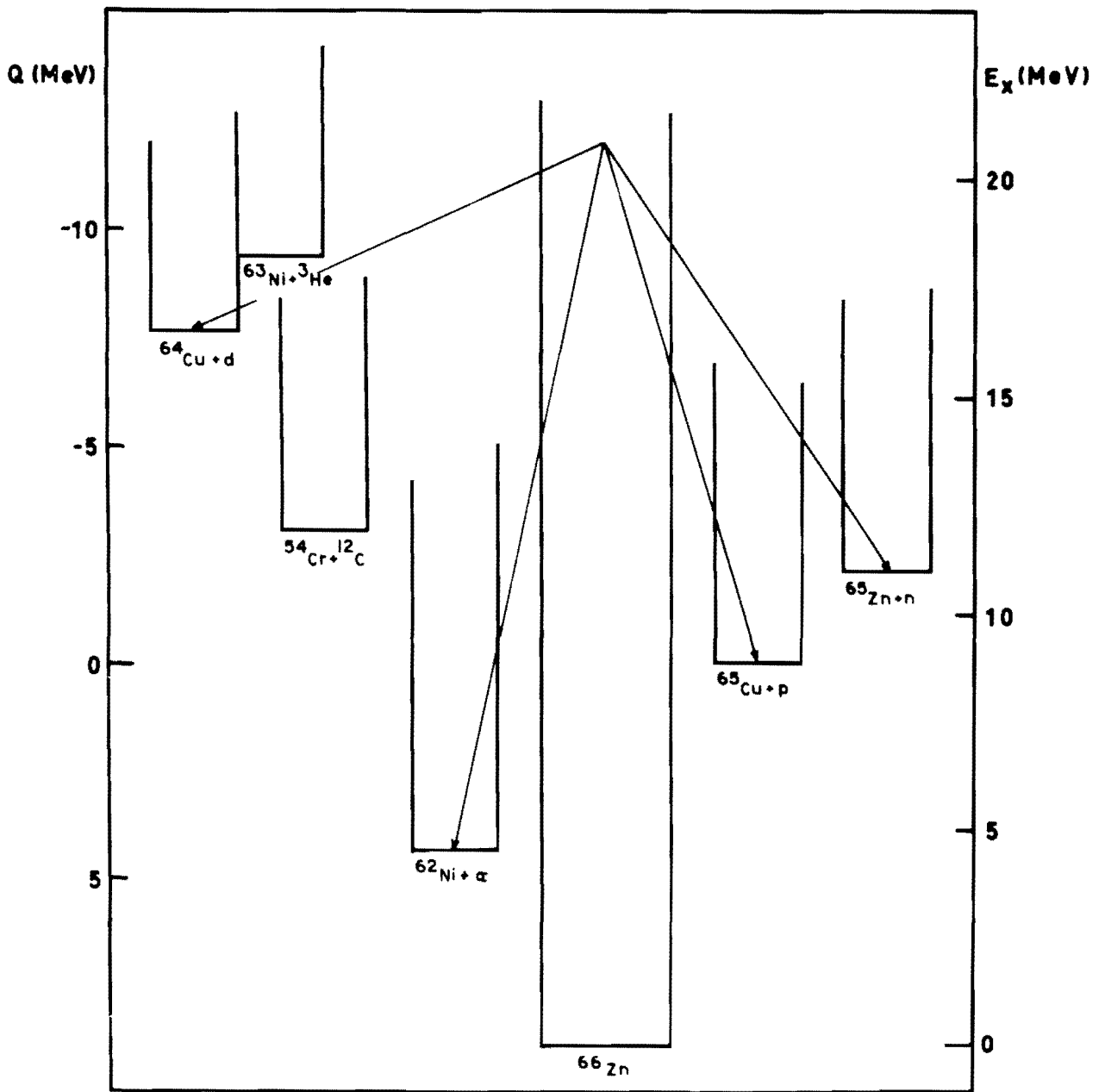


FIGURA 6. Núcleo compuesto ^{66}Zn y los canales energéticamente abiertos al decaimiento.

con $U = \epsilon - \Delta$ y $U = at^2$, donde Δ es la energía de apareamiento y t es la temperatura nuclear.

El parámetro c está relacionado con el factor de espín de corte a través de $\sigma^2 = ct$. Para el cálculo se usó⁽¹⁹⁾

$$\sigma^2 = 0.0137 A^{5/3} t$$

Los parámetros $a = 8.1 \text{ MeV}^{-1}$ y $\Delta = 0.5 \text{ MeV}$ para el núcleo residual se tomaron de los reportados por Huijzen^(20, 21).

Los potenciales usados en el programa HELGA están dados en la tabla II. Fue necesario reajustar el potencial del protón, dado que el programa no acepta el término espín-órbita. También se muestran los parámetros a y Δ para cada núcleo considerado.^(20, 21)

A.- DISTRIBUCIONES ANGULARES.

El análisis de los resultados experimentales se basa en el hecho de poder escribir la sección diferencial a una energía y un ángulo determinados, en términos de la suma de las amplitudes de interacción directa y de núcleo compuesto, como

$$\sigma \approx |f_{CN} + f_{DI}|^2$$

TABLA II

PARAMETROS DE DENSIDAD DE NIVELES Y DE MODELO OPTICO PARA

EL CANAL DE ENTRADA $^{65}\text{Cu} + p$

	$^{62}\text{Ni} + \alpha$	$^{65}\text{Zn} + n^{(22)}$	$^{64}\text{Cu} + d$	$^{65}\text{Cu} + p^{(22)}$
a	6.4	8.0	6.7	6.6
Δ	1.30	-0.5	-0.5	-0.5
E_c (MeV)	4.450	1.470	1.440	2.100
Número de niveles discretos	25	15	19	7
V (MeV)	57.80	$46.86 - 0.267E$	36.80	$50.48 - 0.190E$
$R_0 = r_0 A^{1/3}$ (fm)	6.70	5.27	4.19	6.02
a_0 (fm)	0.41	0.66	1.01	0.65
W (MeV)	20.0	$9.52 - 0.053E$	4.57	$5.49 + 0.770E$
$R_i = r_i A^{1/3}$ (fm)	6.66	5.03	8.23	5.02
a_i (fm)	0.57	0.48	0.44	0.47
R_{Coulomb} (fm)	(En todos los casos igual al radio de la parte real)			

La sección promediada en energía es

$$\langle \sigma \rangle = \langle |f_{CN} + f_{DI}|^2 \rangle = \langle |f_{CN}|^2 \rangle + |f_{DI}|^2$$

ya que los términos de interacción se anulan debido a que $\langle f_{CN} \rangle$ es cero. (Ver apéndice II). Así

$$\langle \sigma \rangle = \sigma_{CN} + \sigma_{DI}$$

de manera que se pueden calcular las dos componentes individualmente, como se hace aquí y simplemente sumarlas para compararlas con las secciones promediadas en energía.

En las figuras 7, 8, 9 y 10 se muestran las distribuciones angulares para las energías promedio de 9.150, 9.825, 10.950 y 11.925 MeV, tomadas en los intervalos de 9.100 - 9.200, 9.650 - 10.000, 10.900 - 11.000 y 11.850 - 12.000 MeV, respectivamente. Los resultados experimentales corresponden a los círculos, las líneas interrumpidas son los valores de los cálculos de Hauser - Feshbach y la línea continua es la suma de los cálculos DWUCK más Hauser-Feshbach.

El valor de la sección obtenido con el programa HELGA es directamente el calculado, sin ninguna normalización. Sin embargo, en los cálculos de DWUCK se tiene que hacer una normalización, que resultó la misma para cada estado, independientemente de las energías promedio en las que se obtuvieron las distribuciones angu

lares. El factor de normalización es:

$$\frac{\sigma_{\text{exp}} - \sigma_{\text{H.F.}}}{\sigma_{\text{DW}}}$$

en donde la σ_{exp} se consideró para distintos ángulos y el factor dado en las curvas representa un promedio de los valores obtenidos en cada caso. El factor de normalización incluye el factor espectroscópico, ya que se puede escribir la sección como:

$$\left\langle \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right\rangle_{\text{exp}} = K S \left\langle \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right\rangle_{\text{DW}} + \left\langle \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right\rangle_{\text{H.F.}}$$

en donde S es el factor espectroscópico.

En estas gráficas se puede apreciar como para el estado base (0.0 MeV, 0^+) y el primer excitado (1.172 MeV, 2^+), la contribución directa es importante y aumenta a medida que crece la energía de bombardeo, para la región de ángulos hacia adelante. Dentro de los errores experimentales, se puede ver que, salvo excepciones muy marcadas alrededor de 110° y 120° , el ajuste teórico es bastante bueno, teniendo en cuenta que las secciones son de unos cuantos $\mu\text{b}/\text{sr}$.

De estas distribuciones angulares se obtuvo el valor de la componente directa para cada estado a los ángulos de 30° , 75° , 80° , 110° , 120° y 150° , a los 4

energías promedio consideradas. Estos valores están listados en la tabla III.

En la figura 11 se muestran las distribuciones angulares para todos los estados sumados, comprendidos entre las energías de excitación de 2.882 y 4.151 MeV. Los puntos corresponden a la suma de los valores experimentales y la línea interrumpida a las predicciones teóricas de Hauser-Feshbach. El acuerdo entre teoría y experimento es aceptable para las energías de 11.925 y 10.950 MeV, pero, las discrepancias son considerables en 9.825 y 9.150 MeV. La diferencia se atribuye esencialmente a la dependencia con la energía que se consideró en los cálculos de Hauser-Feshbach, y que es sólo un promedio de los valores obtenidos para las cuatro energías consideradas. La única dependencia con la energía, compatible con el programa es lineal en E , de modo que esto nos limitó de considerar por ejemplo una dependencia en E^2 . El mismo fenómeno se observa en las funciones de excitación. De la figura 11 también se puede ver como la reacción procede predominantemente vía la formación de núcleo compuesto.

Las discrepancias con los cálculos teóricos, también se pueden deber a la resta del fondo, en los niveles

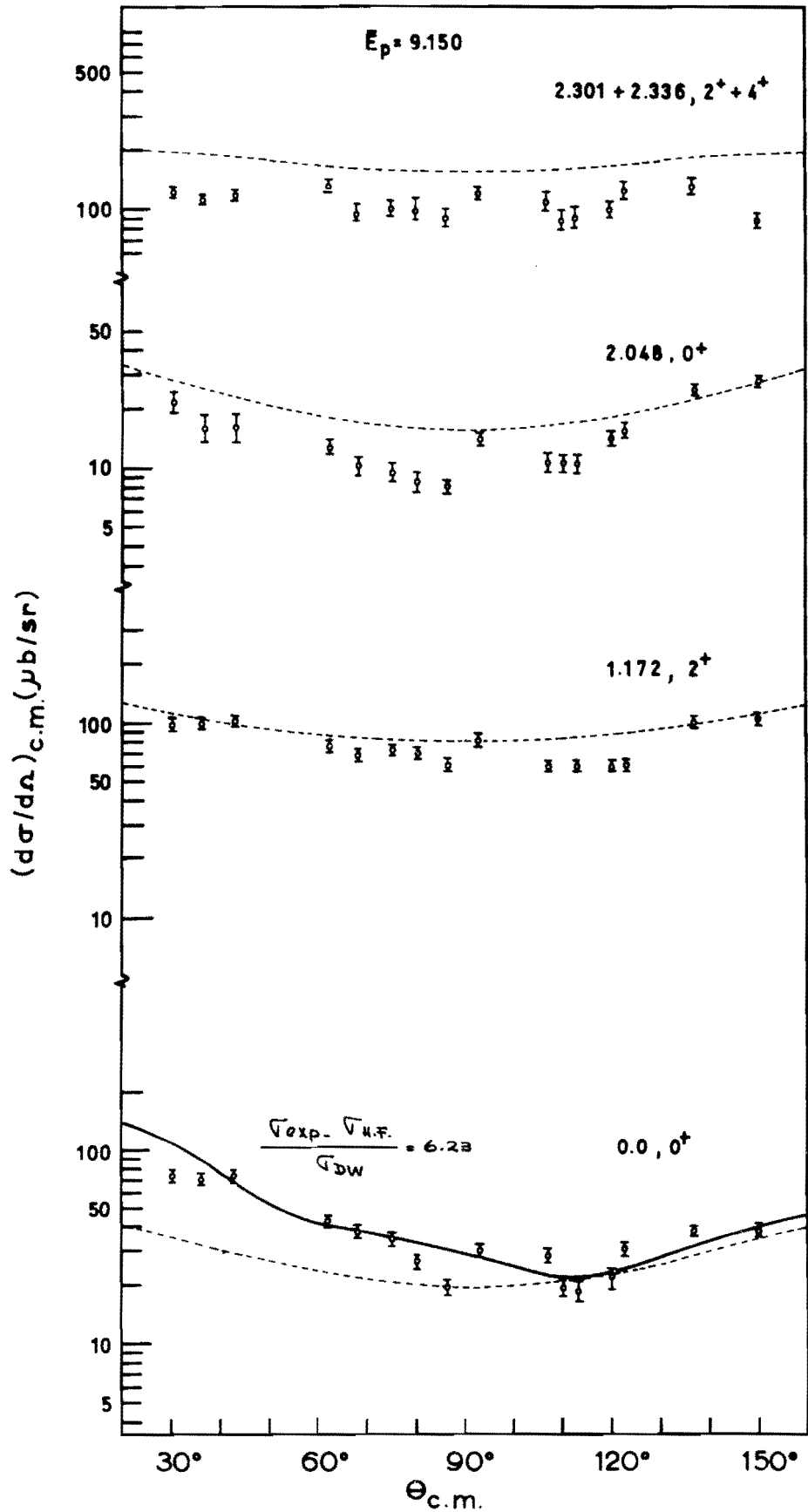


FIGURA 7. Distribuciones angulares para los primeros estados excitados de ^{62}Ni a una energía promedio de 9.150 MeV. La línea punteada corresponde a los cálculos de Hauser-Feshbach y la línea continua a la suma de DWUCK más Hauser-Feshbach.

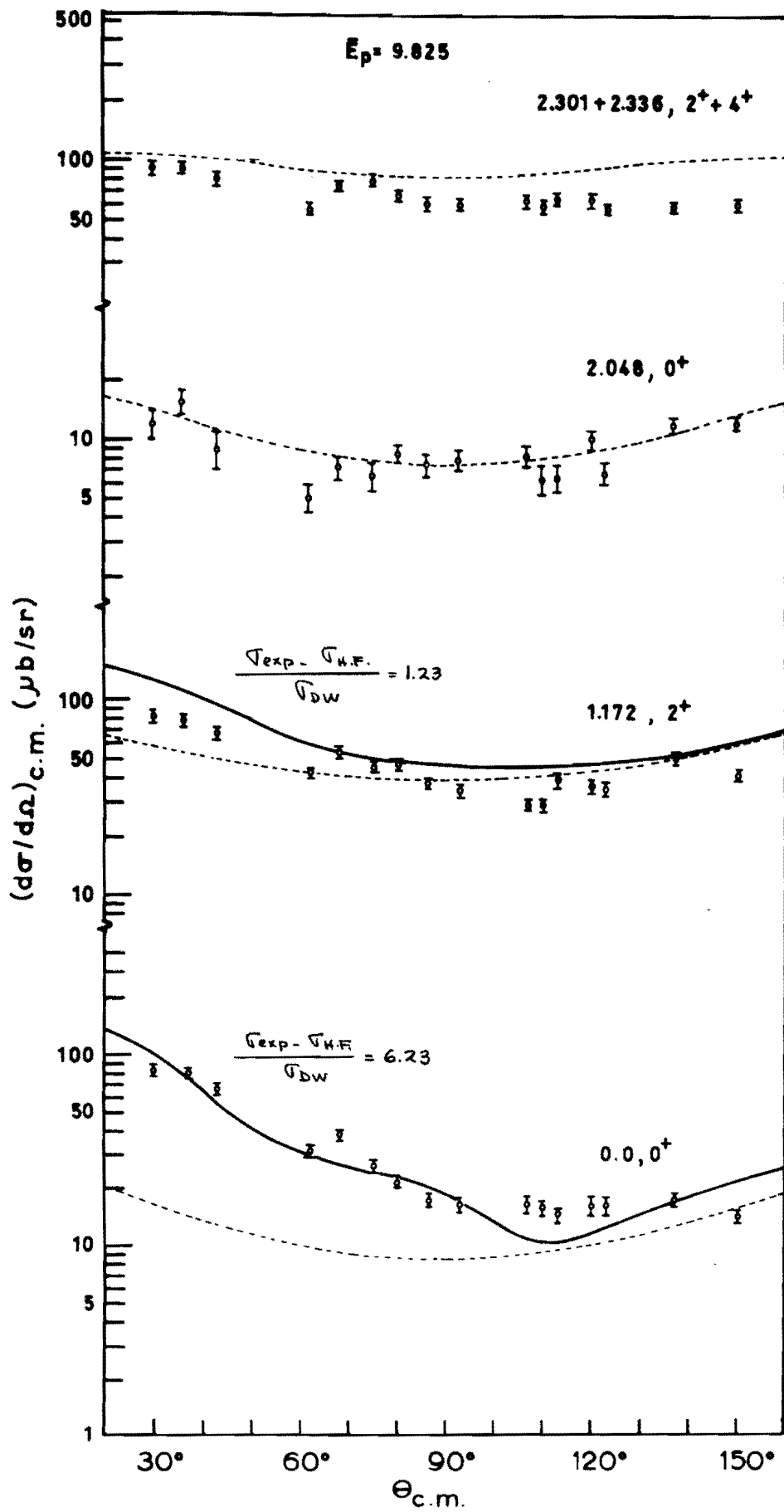


FIGURA 8. Distribuciones angulares promediadas a 9.825 MeV.

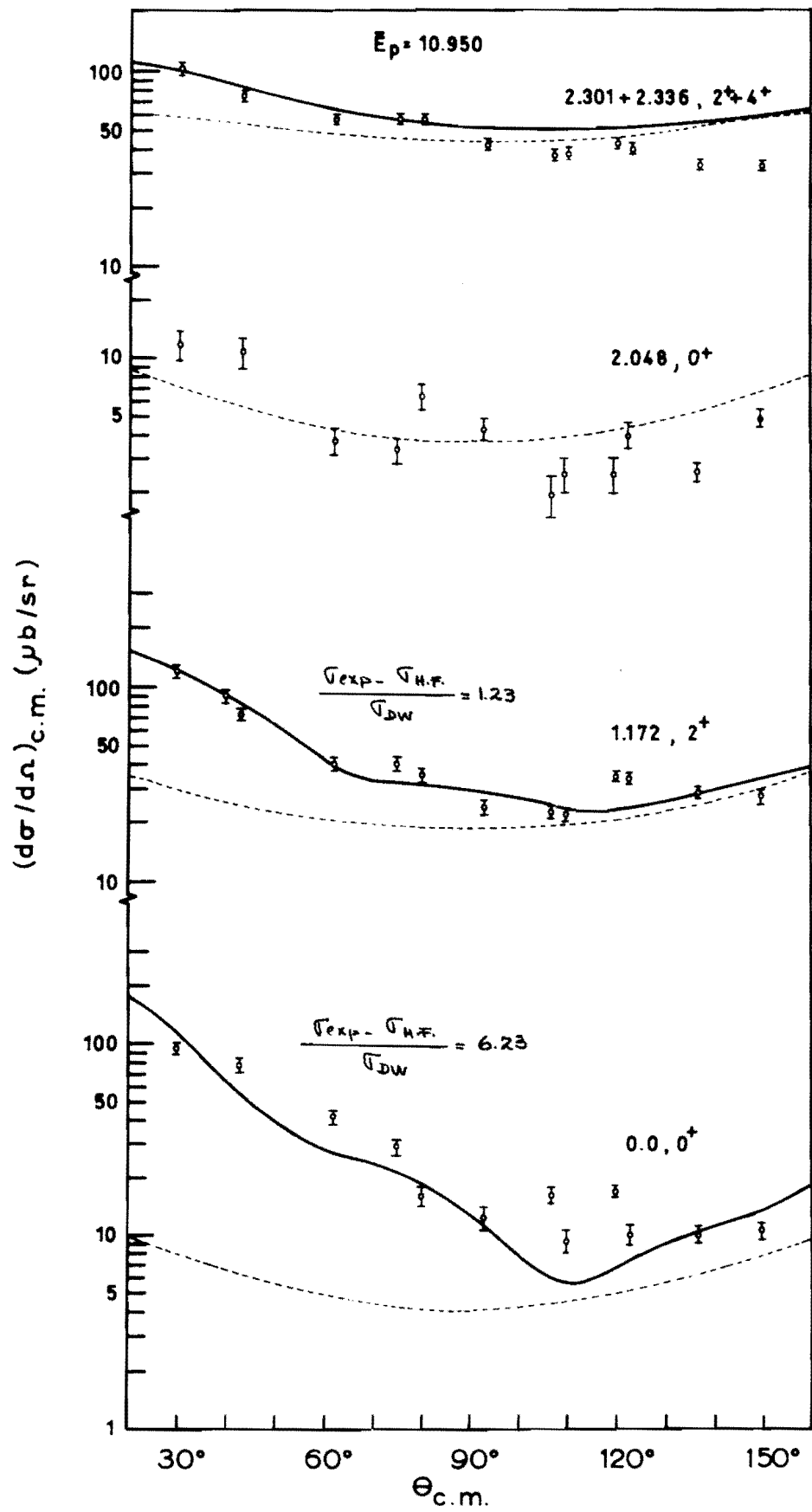


FIGURA 9. Distribuciones angulares promediadas a 10.950 MeV.

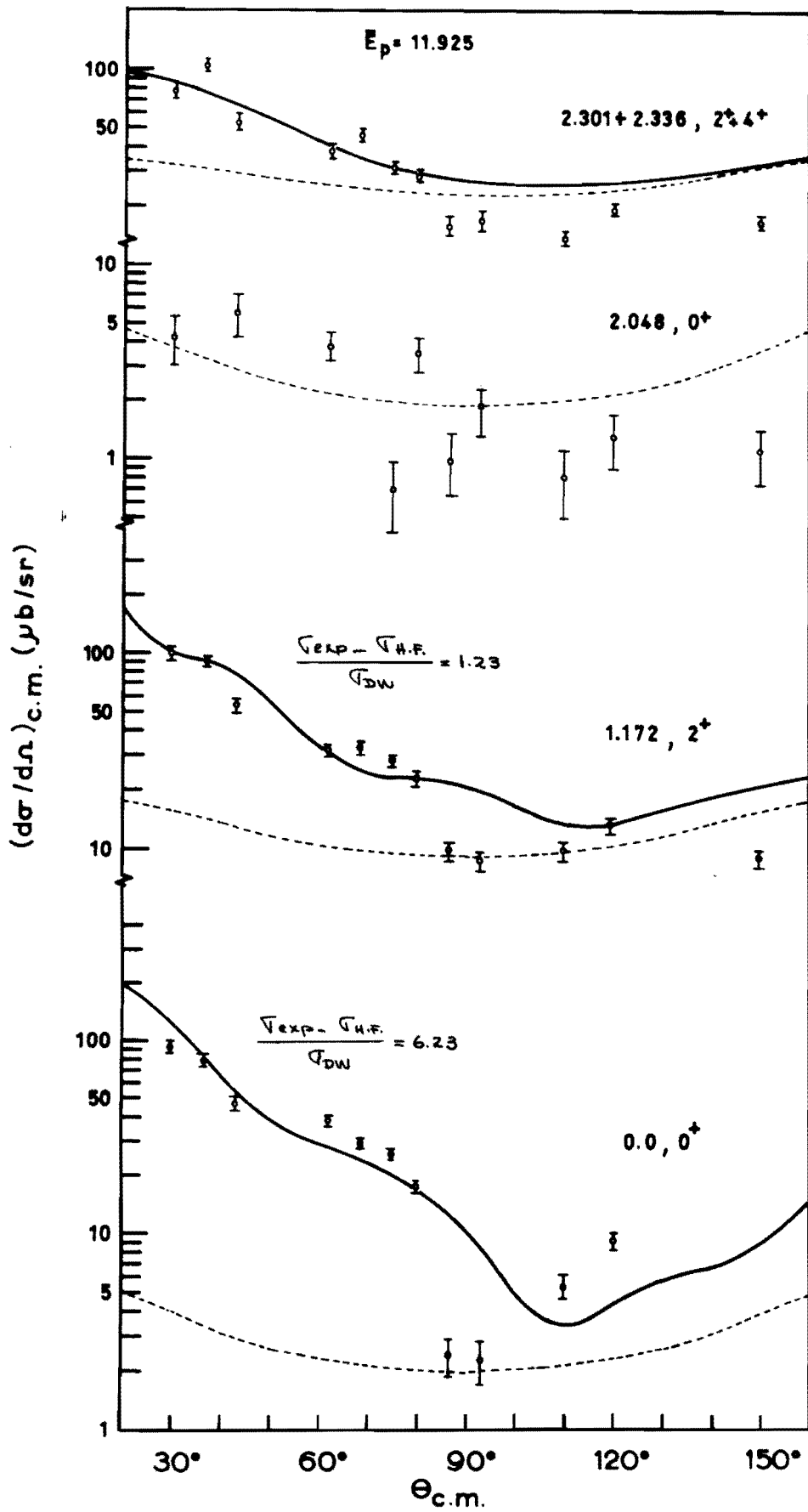


FIGURA 10. Distribuciones angulares promediadas a 11.925 MeV.

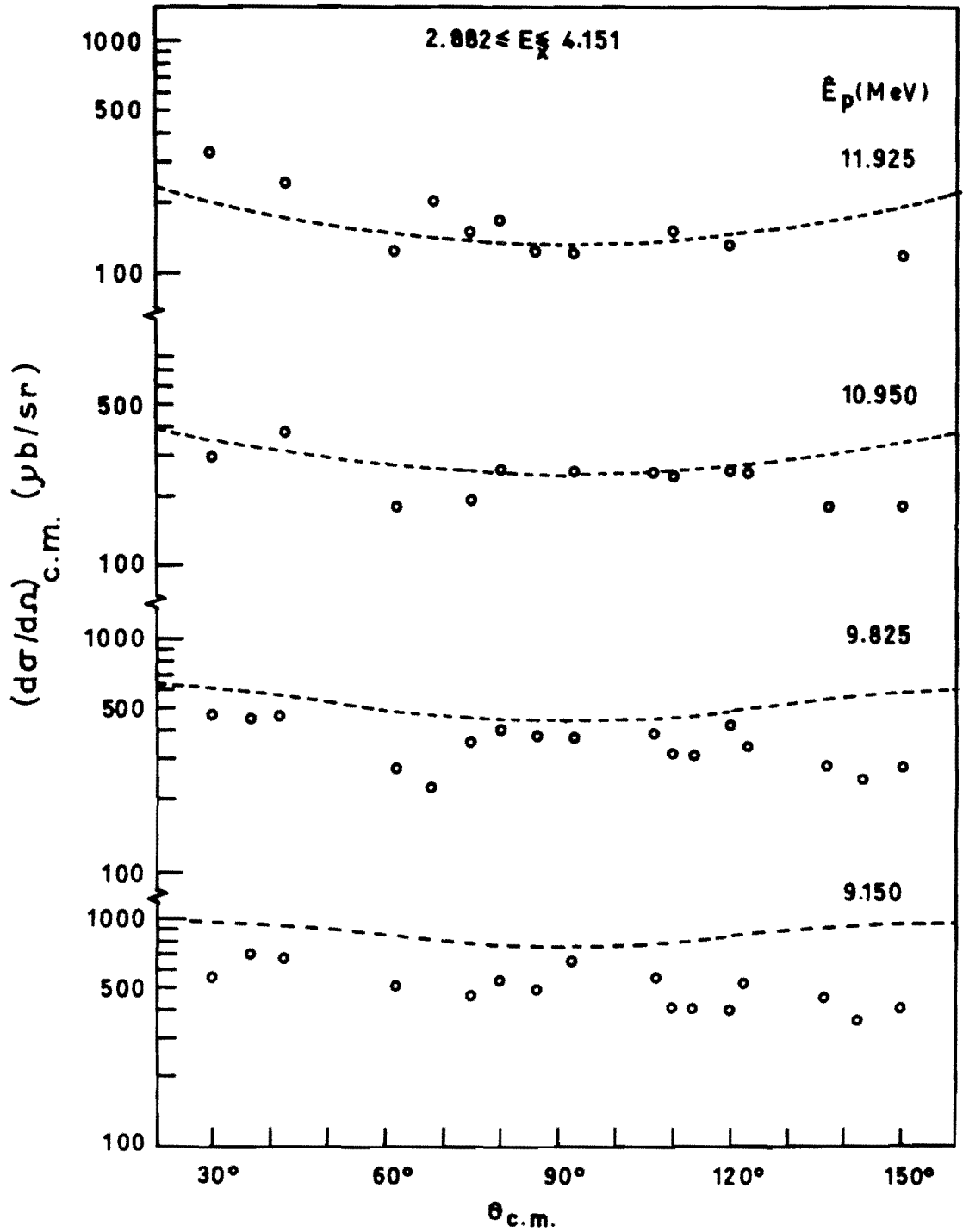


FIGURA II. Distribuciones angulares de todos los estados sumados, en el intervalo de energía de excitación de 2.882 a 4.151 MeV., para las diferentes energías promedio.

TABLA III

VALORES DE LA COMPONENTE DIRECTA Y_D

Nivel	Ξ_p	30°	75°	80°	110°	120°	150°
0.0	9.150	0.66	0.43	0.53	0.07	0.06	
0 ⁺	9.825	0.84	0.63	0.62	0.14	0.09	
	10.950	0.93	0.80	0.78	0.21	0.33	
	11.925	0.97	0.89	0.88	0.36	0.48	
Promedio		0.85	0.69	0.70	0.20	0.24	
	9.150	0	0	0	0	0	0
1.172	9.825	0.52	0.20	0.19	0.11	0.04	0.01
2 ⁺	10.950	0.75	0.40	0.41	0.17	0.12	0.14
	11.925	0.85	0.59	0.60	0.27	0.26	0.29
Promedio		0.53	0.30	0.30	0.14	0.11	0.11
	9.150	0	0	0	0	0	0
2.048	9.825	0	0	0	0	0	0
0 ⁺	10.950	0	0	0	0	0	0
	11.925	0	0	0	0	0	0
Promedio		0	0	0	0	0	0
2.303	9.150	0	0	0	0	0	0
+							
2.336	9.825	0	0	0	0	0	0
2 ⁺	10.950	0.42	0.18	0.15	0.04	0.01	0
+							
4 ⁺	11.925	0.60	0.27	0.23	0.11	0.05	0.06
Promedio		0.26	0.11	0.10	0.04	0.02	0.01

considerados; ya que este fondo no solo se debe al experimento, sino que contiene parte del espectro de evaporación. La contribución directa es mayor para energías más altas, de modo que cerca de 9 ó 10 MeV es más grande la contribución de núcleo compuesto, siendo más importante el espectro de evaporación.

En las figuras 7-10 aparece el segundo estado excitado (2.048 MeV, 0^+) para el cual no fue posible ajustar ninguna contribución directa, probablemente en parte, porque la configuración supuesta $^{62}\text{Ni}+t$ para este estado es poco favorable. Dado que el espín es 0^+ se esperaría una distribución angular similar a la del estado base. Vista la simetría en la distribución angular, es probable que prevalezca la formación de núcleo compuesto, siendo despreciable la contribución directa.

B.- FUNCIONES DE EXCITACION.

Funciones de excitación para los estados de ^{62}Ni , con energías de: 0.0 MeV, 0^+ ; 1.172 MeV, 2^+ ; 2.048 MeV, 0^+ y 2.301 + 2.336 MeV, $2^+ + 4^+$; para los ángulos de laboratorio de 30° , 75° , 80° , 110° , 120° y 150° aparecen en las

figuras 12 a 15. Los círculos corresponden a los puntos experimentales y están unidos por líneas, para efecto del conteo de máximos como se verá más adelante. Las líneas interrumpidas corresponden a los cálculos teóricos de Hauser-Feshbach y DWUCK, sumados. El ajuste es satisfactorio para los ángulos de 75° , 80° , 110° y 120° mostrando una clara dependencia con la energía que corresponde casi al promedio de los puntos experimentales. Las diferencias que aparecen en todos los casos para el ángulo de 30° se puede deber en parte a la contribución de reacción directa, que es significativa para ángulos pequeños. Para 150° , el ajuste teórico está por encima de la curva experimental, aunque corresponde adecuadamente en la tendencia, es probable que exista un error en el conteo experimental o en la normalización de los datos entre sí.

En estas funciones de excitación las fluctuaciones están más amortiguadas para los ángulos de 75° , 80° , 110° y 120° , con respecto a 30° y 150° en donde son considerablemente mayores. Esto está de acuerdo con lo que se verá más adelante en el análisis de fluctuaciones.

Se vió que no existe ninguna correlación para los picos en las distintas funciones de excitación,

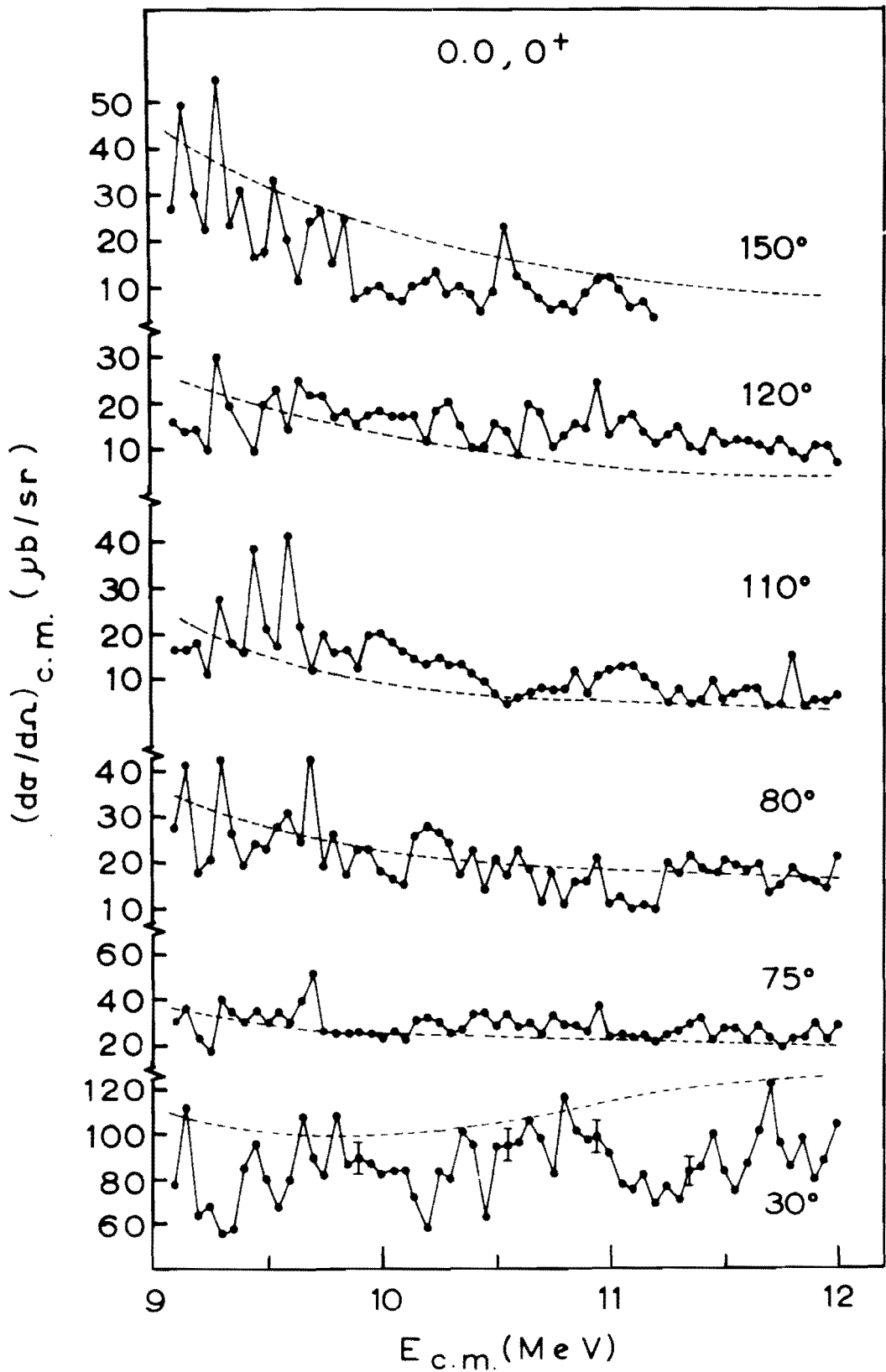


FIGURA 12. Funciones de excitación del estado base a 30°, 75°, 80°, 110°, 120° y 150°. Las líneas punteadas corresponden a las predicciones teóricas de Hauser-Feshbach más DWUCK.

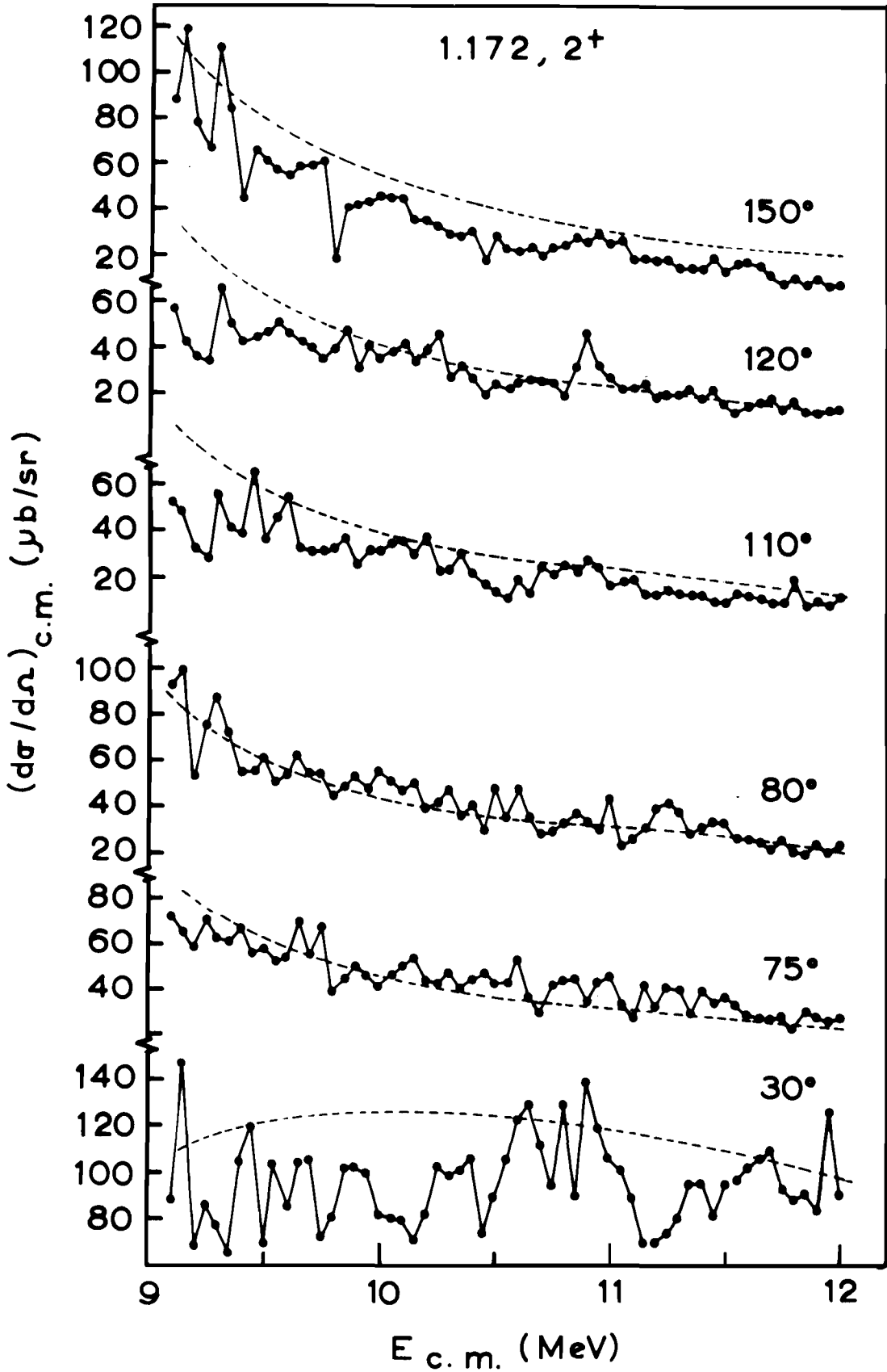


FIGURA 13. Funciones de excitación del nivel 1.172 MeV, 2⁺.

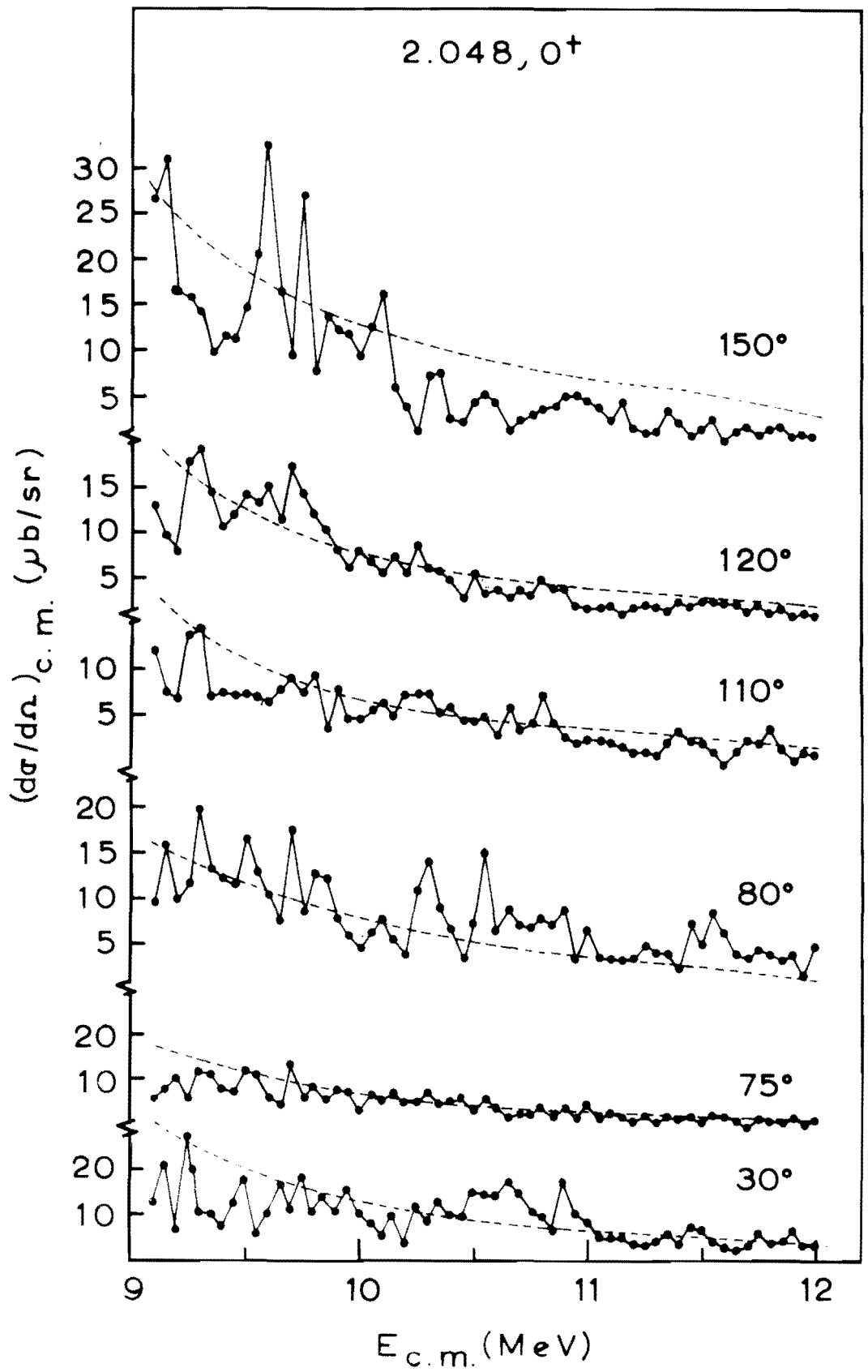


FIGURA 14. Funciones de excitación del nivel 2.048 MeV, 0^+

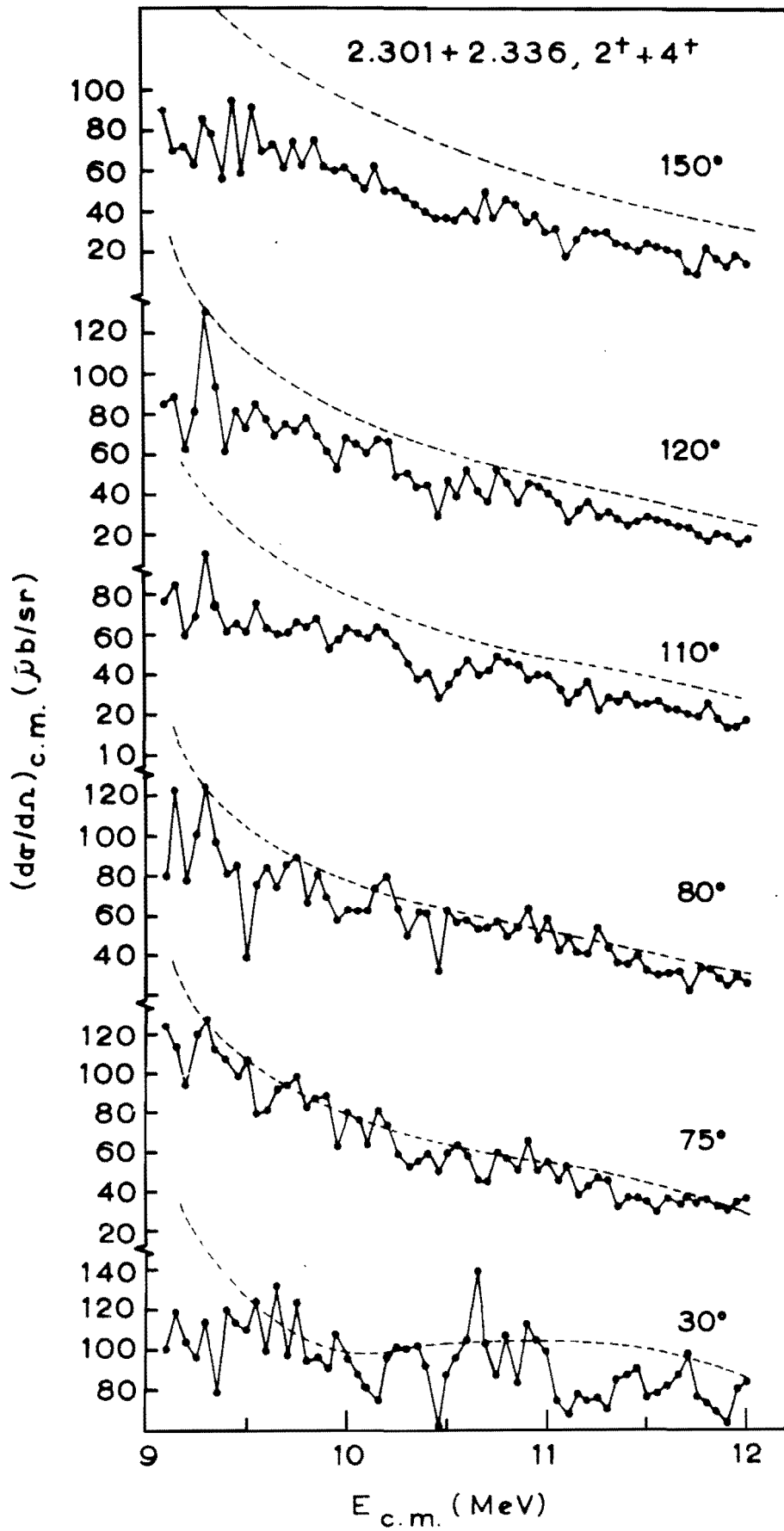


FIGURA 15. Funciones de excitación de los niveles
2.303 + 2.336, $2^+ + 4^+$.

ni en energía, ni en ángulo, para los diferentes estados, lo cual es consistente con el modelo estadístico de reacciones nucleares.

En la figura 16 están las funciones de excitación a 75° y 80° , para todos los estados, sumados entre 0.0 y 3.756 MeV. La línea punteada corresponde a los cálculos de Hauser-Feshbach y se ve que el ajuste es satisfactorio entre 10.5 y 12.0 MeV. Las diferencias para energías menores se deben, entre otras, a las causas mencionadas anteriormente.

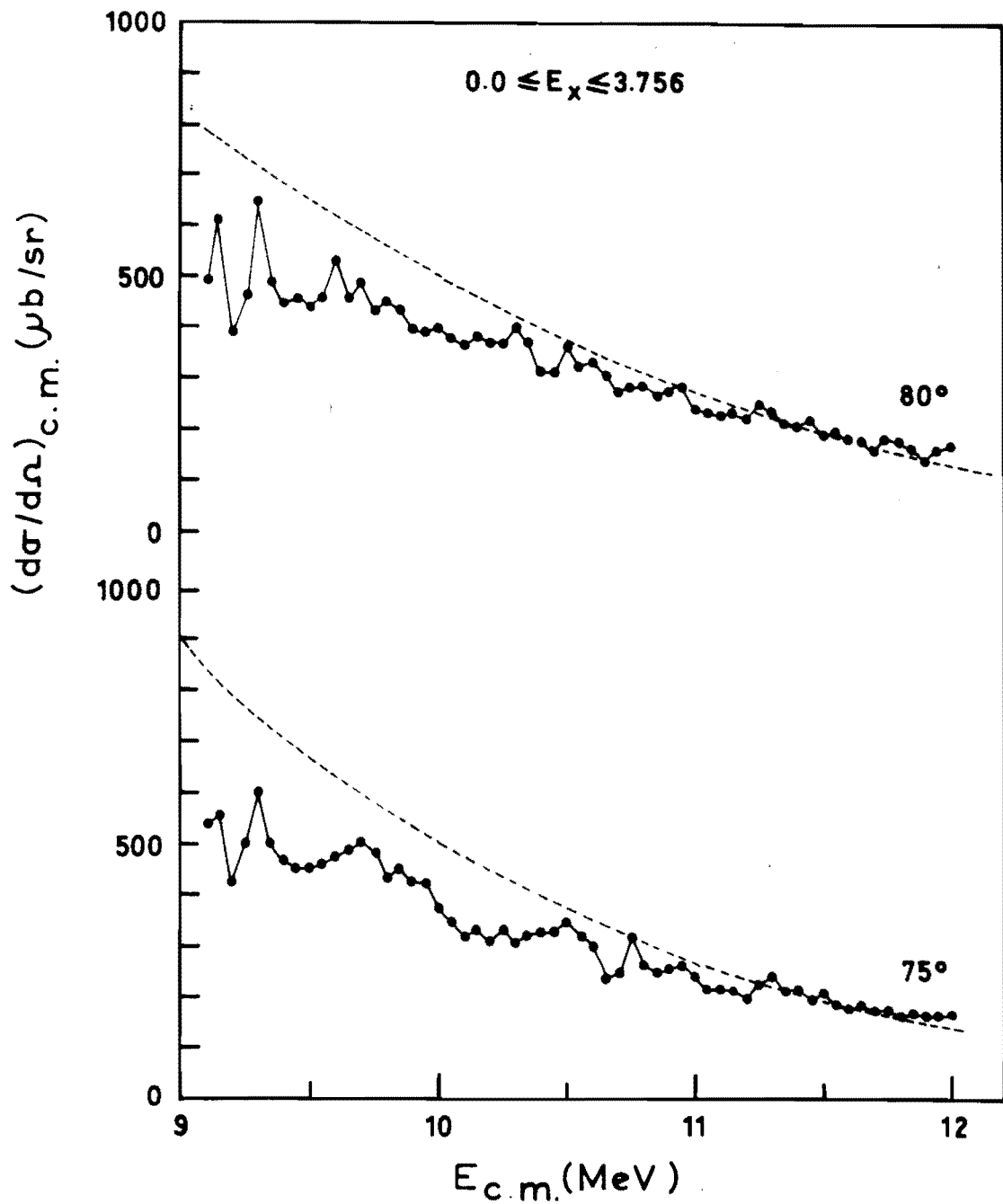


FIGURA 16. Funciones de excitación de las secciones sumadas en el intervalo de energía de excitación entre 0 y 3.756 MeV, a 75° y 80° . Las líneas punteadas corresponden a los cálculos de Hauser-Feshbach.

CAPITULO III

ANALISIS DE FLUCTUACIONES.

Las fluctuaciones en las funciones de excitación contienen información de algunas propiedades promedio de los estados compuestos que participan. Se ha demostrado que la anchura coherente de las fluctuaciones es igual a la anchura promedio Γ de los estados compuestos.^(3,23) La fracción no fluctuante " Y_0 " de la sección (identificada como la componente de Interacción directa) se puede determinar del análisis estadístico. Para extraer estas cantidades, se comparan los resultados experimentales con las predicciones teóricas basadas en un modelo simplificado de los estados compuestos, debido a Ericson^(3,23) y Brink y Stephen⁽⁴⁾, quienes hacen varias consideraciones.

Se supone que la amplitud de reacción es una suma de resonancias de Breit-Wigner de anchura Γ , no correlacionadas entre sí y que se traslapan fuertemente, más un término no fluctuante. Las partes real e imaginaria de las amplitudes de resonancia se suponen independientes y normalmente distribuidas con valor medio cero. Se cumple

la condición de traslape fuerte, o sea $\Gamma \gg D$, donde D es el espaciamiento promedio de las resonancias.

Las consideraciones de Ericson⁽³⁾ y Brink y Stephen⁽⁴⁾ se pueden resumir como sigue:

a) La parte fluctuante de la amplitud de dispersión

$$f_{cc'}^{fluc.} = -i \sum_{\lambda} \frac{g_{\lambda c} g_{\lambda c'}}{E - E_{\lambda} + i \frac{\Gamma_{\lambda}}{2}} = u + iv \quad (3.1)$$

es una suma de números al azar (g) que muestran una distribución gaussiana con respecto a sus partes real e imaginaria.

b) La sección $\sigma_{cc'} \approx |f_{cc'}|^2 = u^2 + v^2$, se espera que tenga una función de probabilidad particular que exhiba fluctuaciones no correlacionadas para el mismo canal de entrada c y diferentes canales de salida $c'' \neq c$.

c) Para una $\sigma_{cc'}$ particular

$$-i \sum_{\lambda} \frac{g_{\lambda c} g_{\lambda c'}}{E - E_{\lambda} + i \frac{\Gamma_{\lambda}}{2}}$$

cambia solamente si se incrementa E por una cantidad $\Delta E \approx \Gamma$. Se espera así, que Γ sea una anchura coherente característica para las fluctuaciones y se debe poder determinar experimentalmente.

d) Las hipótesis hechas por el modelo estadístico en relación

con el comportamiento de las secciones promedio se pueden verificar solamente después de promediar sobre muchas anchuras de coherencia Γ .

e) La magnitud de $\sigma_{cc'}$ depende de la distribución de los q 's y de la parte que varía lentamente de la amplitud de dispersión, o sea de la contribución directa a la sección. Si la contribución directa es grande, las fluctuaciones tienden a amortiguarse.

f) $\sigma_{cc'}$ no es exactamente el cuadrado de $f_{cc'}$, sino una suma de tales cuadrados. Esta suma es por ejemplo, sobre los números cuánticos magnéticos de los fragmentos inicial y final. O sea que es una suma de cantidades cada una de las cuales tiene fluctuaciones incoherentes y se espera que dé un amortiguamiento del orden de $1/N$, donde N es el número de canales efectivos que contribuyen a las fluctuaciones.

g) La función de distribución de probabilidad para la sección depende de N y de la razón $\gamma_D \equiv \sigma_{cc'}^{\text{directa}} / \langle \sigma_{cc'} \rangle$

La función de autocorrelación se define como:

$$F(\epsilon) = \langle \sigma(E + \epsilon) \sigma(E) \rangle - \langle \sigma \rangle^2 \quad (3.2)$$

y la autocorrelación reducida es:

$$R(\epsilon) = \frac{F(\epsilon)}{\langle \sigma \rangle^2} \quad (3.3)$$

En el límite en el que muchas resonancias se traslapan ($\Gamma \gg D$), se encuentra que:

$$F_{cc'}(\epsilon) = \left[2 \langle \sigma_{cc}^d \rangle \langle \sigma_{cc'}^f \rangle + \langle \sigma_{cc'}^f \rangle^2 \right] \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \epsilon^2} \quad (3.4)$$

y por lo tanto

$$R_{cc'}(\epsilon) = (1 - \gamma_D^2) \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \epsilon^2} \quad (3.5)$$

donde

$$\gamma_D = \frac{\langle \sigma_{cc'}^{\text{directa}} \rangle}{\langle \sigma_{cc'} \rangle} \quad (3.6)$$

$$\langle \sigma_{cc'} \rangle = \langle \sigma_{cc'}^{\text{directa}} \rangle + \langle \sigma_{cc'}^{\text{fluct.}} \rangle \quad (3.7)$$

Una medida de $R_{cc'}(\epsilon)$ puede en principio, determinar Γ e γ_D de manera única. Sin embargo, como la sección consiste de una suma de términos que no contribuyen coherentemente, las fluctuaciones reales están reducidas por una cantidad que es difícil de concretar teóricamente. La dificultad se debe a no poder determinar si cada canal contribuye igualmente a las fluctuaciones observadas.

En la práctica la forma más realista de la función de autocorrelación es

$$R_{cc'}(\epsilon) = \frac{1}{N} (1 - \gamma_D^2) \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \epsilon^2} \quad (3.8)$$

Esta expresión implica un conocimiento simultáneo de γ_D y N . Bajo la suposición de que todos los modos con-

tribuyen igualmente, el valor máximo de N ocurre para 90° en el sistema centro de masa y está dado por ⁽²³⁾

$$N = \frac{1}{2}(2I+1)(2i+1)(2I'+1)(2i'+1) \quad (3.9)$$

en donde I, i, I', i' son los espines del blanco, proyectil, núcleo residual y partícula saliente, respectivamente.

Por ejemplo, para espines distintos de cero en los canales de entrada y salida se consideran en este modelo simple N amplitudes de igual intensidad, cada una estadísticamente independiente de las otras. Las fluctuaciones son un máximo para $N=1$ y se amortiguan cuando N se incrementa. Una aproximación para N se puede obtener contando el número de subestados magnéticos que pueden contribuir ($+m$ y $-m$ se cuentan sólo una vez). Las limitaciones sobre la exactitud de esto han sido discutidas por Fessenden ⁽²⁴⁾, cuando el momento angular no es muy grande. Si el nivel excitado del núcleo residual tiene espín j y paridad $(-)^j$, la aproximación da $N=j+1$. Para niveles de paridad no natural $(-)^{j+1}$, la componente $m=0$ es nula para todos los ángulos y $N=j$. Estos valores de N son aplicables a ángulos intermedios, ya que a 0° y 180° , $N=1$. Cuando dos niveles están tan próximas que no se pueden resolver, los valores individuales de N se suman, lo cual equivale a suponer que las secciones individuales son iguales,

La función de distribución para la sección se puede derivar fácilmente para el caso de $N=1$, $Y_0=0$. Como σ_c es el cuadrado de una suma coherente de muchos términos, consistente de una parte real y una imaginaria, cada una de las cuales tiene una distribución gaussiana

$$P(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle u \rangle^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{u^2}{\langle u \rangle^2}} \quad (3.10)$$

$$P(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle v \rangle^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{v^2}{\langle v \rangle^2}}$$

u y v tienen las mismas anchuras, $\langle u \rangle = \langle v \rangle$ y como

$$\sigma = u^2 + v^2 \quad (3.11)$$

se puede escribir la forma de la distribución para σ , como:

$$\begin{aligned} P(\sigma) &= \iint P(u)P(v) du dv \delta(\sigma - u^2 - v^2) \\ &= \frac{1}{2\pi\langle u \rangle\langle v \rangle} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \frac{u^2}{\langle u \rangle^2} - \frac{1}{2} \frac{v^2}{\langle v \rangle^2}} \delta(\sigma - u^2 - v^2) du dv \\ &= \frac{1}{2\pi\langle u \rangle^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \frac{u^2 + v^2}{\langle u \rangle^2}} \delta(\sigma - u^2 - v^2) du dv \end{aligned}$$

$$P(\sigma) = e^{-\sigma} \quad (3.12)$$

De manera que

$$P\left(\frac{\sigma}{\langle \sigma \rangle}\right) = e^{-\sigma/\langle \sigma \rangle} \quad (3.13)$$

Cuando el tratamiento se generaliza para incluir efectos de contribución directa y el número de canales efectivos, considerando $Y = \Gamma / \langle \Gamma \rangle$, se tiene

$$P(Y) = \left(\frac{N}{1-Y_D} \right)^N Y^{N-1} e^{-\frac{N(Y+Y_D)}{1-Y_D}} \left\{ \frac{J_{N-1} \left(2iN \frac{\sqrt{Y Y_D}}{1-Y_D} \right)}{iN \frac{\sqrt{Y Y_D}}{1-Y_D}} \right\} \quad (3.14)$$

donde J_{N-1} es la función esférica de Bessel de argumento imaginario

$$J_N(2i\sqrt{x}) = i^N \sqrt{x^N} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{(N+j)! j!} \quad (3.15)$$

Se han hecho muchas determinaciones de la anchura promedio Γ de los estados nucleares en el continuo observando las fluctuaciones de Ericson. Sin embargo, estas determinaciones requieren que la resolución en la energía de bombardeo sea menor que Γ , en cuyo caso los desarrollos anteriores trabajan satisfactoriamente.

Los métodos para determinar la anchura promedio Γ son dos: el método del conteo de máximos⁽²⁵⁾ en las funciones de excitación, y el método de las funciones de autocorrelación.⁽⁴⁾ Cuando la anchura Γ es más pequeña que la resolución experimental se necesitan algunas modificaciones a los métodos mencionados. Estas correcciones fueron

hechas por Fessenden et al. (26,27) y esencialmente implican el conocimiento de los factores que contribuyen al amortiguamiento de las fluctuaciones.

La función de autocorrelación dada por la ecuación (3.3) (referencia 4), se puede escribir, considerando una resolución experimental perfecta y ninguna contribución de reacción directa, como:

$$R(\epsilon) = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \epsilon^2} \quad (3.16)$$

en donde ϵ son los pasos en la energía de la función de excitación, $\Gamma(E)$ es la sección diferencial a la energía E , $\langle \Gamma \rangle$ la sección promediada en el intervalo considerado y Γ la anchura promedio obtenida a la mitad de la altura de la Lorentziana, que de hecho corresponde a un intervalo infinito en la energía de bombardeo. Esta consideración obliga a hacer algunas correcciones conocidas como de muestra finita. En nuestro experimento el intervalo es alrededor de 1500Γ , por lo que estas correcciones son despreciables.

Normalmente siempre existen contribuciones de reacción directa y no hay sólo una combinación de espines, por lo que se introducen dos factores de amortiguamiento para las fluctuaciones: uno debido a la contribución directa $(1 - Y_D^2)$ donde Y_D es la fracción directa y

y otro $1/N_{\text{efec.}}$ en donde se toman en cuenta los subestados magnéticos m que participan. La expresión comparable con el experimento es

$$R(0) = \frac{1 - \gamma_D^2}{n N_{\text{efec.}}} \quad (3.17)$$

en donde $n \approx \frac{p}{\pi \Gamma} + 1$ es el número de energías independientes que contribuyen en cada punto.

Tomando en cuenta la resolución experimental p y la pérdida de energía en el blanco Fessenden et al. (27) consideran la siguiente expresión:

$$\frac{N_{\text{efec.}} R(0)}{1 - \gamma_D^2} \doteq \pi \frac{\Gamma}{p} \left(1 - \frac{2a}{p} \right) \quad (3.18)$$

en donde a es 0.25 veces la anchura a la mitad de la altura en la dispersión del haz.

El valor de Γ_A (anchura de autocorrelación) se determinó usando la ecuación 3.18. En la tabla IV se muestran algunos valores de Γ_A así calculados para el ángulo de 30° , en los distintos niveles excitados y se comparan con los valores correspondientes a Γ_M obtenida por el conteo de máximos. No se presentan datos para otros ángulos debido a la incertidumbre en la determinación del valor de N .

TABLA IV

E_x (MeV)	J^π	N	Γ_A (30°)	Γ_M (30°)
0.000	0 ⁺	3	4.02 keV	3.33 keV
1.172	2 ⁺	5	3.34 "	3.56 "
2.048	0 ⁺	3	12.06 "	3.13 "
2.301	2 ⁺	10	4.89 "	3.56 "
2.336	4 ⁺			

El otro método para la determinación de Γ es el que corresponde al conteo de máximos⁽²⁸⁾ y está dada por

$$\Gamma_M = \frac{I b_N}{2M} \quad (3.19)$$

en donde I es el tamaño del intervalo considerado, M es el número de máximos contados en las funciones de excitación y b_N es una constante a determinar. El valor de b_N se obtiene de la gráfica mostrada en la figura 17 y depende del cociente ϵ_0/Γ , endonde ϵ_0 es el valor de los pasos en el intervalo de energía de bombardeo, que en nuestro caso es 50 keV, y Γ es el valor guía de la anchura coherente, que para este experimento se tomó como $\Gamma = 3.68$ keV. Este valor corresponde al promedio de la Γ_A de autocorrelación para los ángulos de 30°, 75° y 120°. De

TABLA V

VALORES DE Γ_M OBTENIDOS POR EL CONTEO DE MAXIMOS (keV)

Angulo	0.000, 0 ⁺		1.172, 2 ⁺		2.048, 0 ⁺		2.303+2.336, 2 ⁺ +4 ⁺	
	Número de máximos	Γ_M	Número de máximos	Γ_M	Número de máximos	Γ_M	Número de máximos	Γ_M
30°	16 ± 1	3.33 ± .21	15 ± 1	3.56 ± .24	17 ± 1	3.13 ± .20	15 ± 1	3.56 ± .24
75°	17 ± 2	3.17 ± .37	17 ± 1	3.13 ± .20	16 ± 3	3.33 ± .63	16 ± 1	3.33 ± .21
80°	18 ± 1	2.95 ± .16	17 ± 1	3.13 ± .20	17 ± 1	3.13 ± .20	18 ± 1	2.95 ± .16
110°	14 ± 1	3.71 ± .32	15 ± 2	3.59 ± .47	13 ± 2	3.83 ± .60	17 ± 1	3.13 ± .20
120°	16 ± 1	3.33 ± .21	14 ± 1	3.71 ± .32	14 ± 2	3.71 ± .63	17 ± 1	3.13 ± .20
150°	17 ± 1	3.13 ± .20	14 ± 1	3.71 ± .32	14 ± 1	3.71 ± .32	17 ± 1	3.13 ± .20
Γ_M (promedio)		3.27		3.47		3.47		3.21
Γ (teórica)		1.68		1.68		1.72		1.72, 1.67

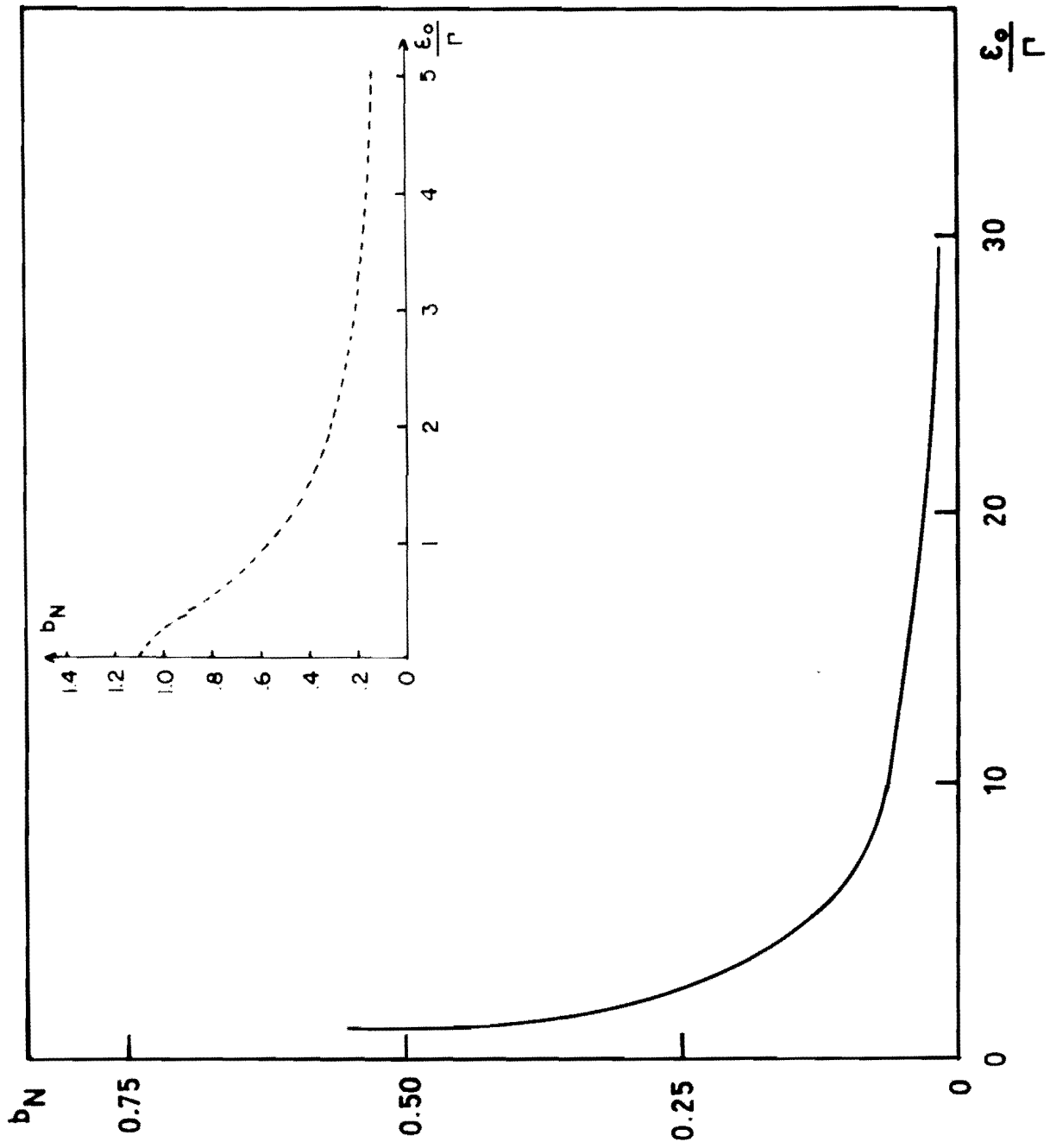


FIGURA 17. Valor de la constante b_N en función de ϵ_0/Γ .

manera que ϵ_0/Γ es igual a 13.59 y corresponde a b_N de 0.045. Los valores obtenidos se muestran en la tabla V.

El método del conteo de máximos es muy sensible en este caso al valor de Γ guía, ya que cuando el cociente ϵ_0/Γ es grande, o sea Γ menor que ϵ_0 , el valor de la constante b_N cambia muy poco. Todo lo contrario sucede cuando ϵ_0/Γ es pequeño, o sea Γ grande y mayor que ϵ_0 en cuyo caso los valores de Γ_A no dependen fundamentalmente de la Γ guía, como se puede apreciar en la figura 17.

El valor de Γ teórico se calculó de acuerdo a la fórmula⁽²⁹⁾

$$\frac{1}{\Gamma} = \frac{\sum_J \frac{P_J}{\Gamma_J}}{\sum_J P_J} \quad (3.20)$$

donde P_J es una función de peso que se puede tomar como la sección de formación del núcleo compuesto. Este valor lo calcula el programa HELGA.

$$\Gamma_J = \frac{G(J)}{2\pi \rho(\epsilon_c) (2J+1) \exp - \frac{J(J+1)}{2\sigma^2}} \quad (3.21)$$

$$\rho(\epsilon_c) = \frac{\rho(\epsilon)}{2\sqrt{2\pi} \sigma^3} (2J+1) \exp - \frac{J(J+1)}{2\sigma^2} \quad (3.22)$$

$$\rho(\epsilon) = \frac{\sqrt{\pi}}{12a^{1/4}U^{5/4}} \exp 2\sqrt{aU} \quad (3.23)$$

$G(\Gamma)$ es el denominador de Hauser-Feshbach, obtenido también con el programa HELGA.

Los valores teóricos también se encuentran en la tabla V. Son un factor del orden de 2 más pequeños que los obtenidos por el método del conteo de máximos, lo que parece estar de acuerdo con la sistemática de los valores de Γ a lo largo de la tabla periódica. Hemos observado que factores del orden de 2, pueden aparecer para variaciones en el parámetro de densidad de niveles del orden de 8%, lo cual puede explicar en parte este efecto.

Ericson⁽³⁾ y Brink y Stephen⁽⁴⁾ también han mostrado que la distribución de una sección que fluctúa alrededor de su promedio $\langle \sigma \rangle$ está caracterizada por N e γ_D . Cuando $\gamma_D = 0$ se tiene una distribución en χ^2 con $2N$ grados de libertad para la variable $\sigma / \langle \sigma \rangle$. χ^2 es una exponencial para $N=1$ y cuando $N > 1$ la distribución crece alrededor de $\frac{\sigma}{\langle \sigma \rangle} = 1 - \frac{1}{N}$. Para $\gamma_D \neq 0$ se concentra alrededor del valor $\frac{\sigma}{\langle \sigma \rangle} = 1$, aumentando en magnitud conforme γ_D se aproxima a la unidad. La función de distribución de probabilidad está dada por la ecuación (3.14)

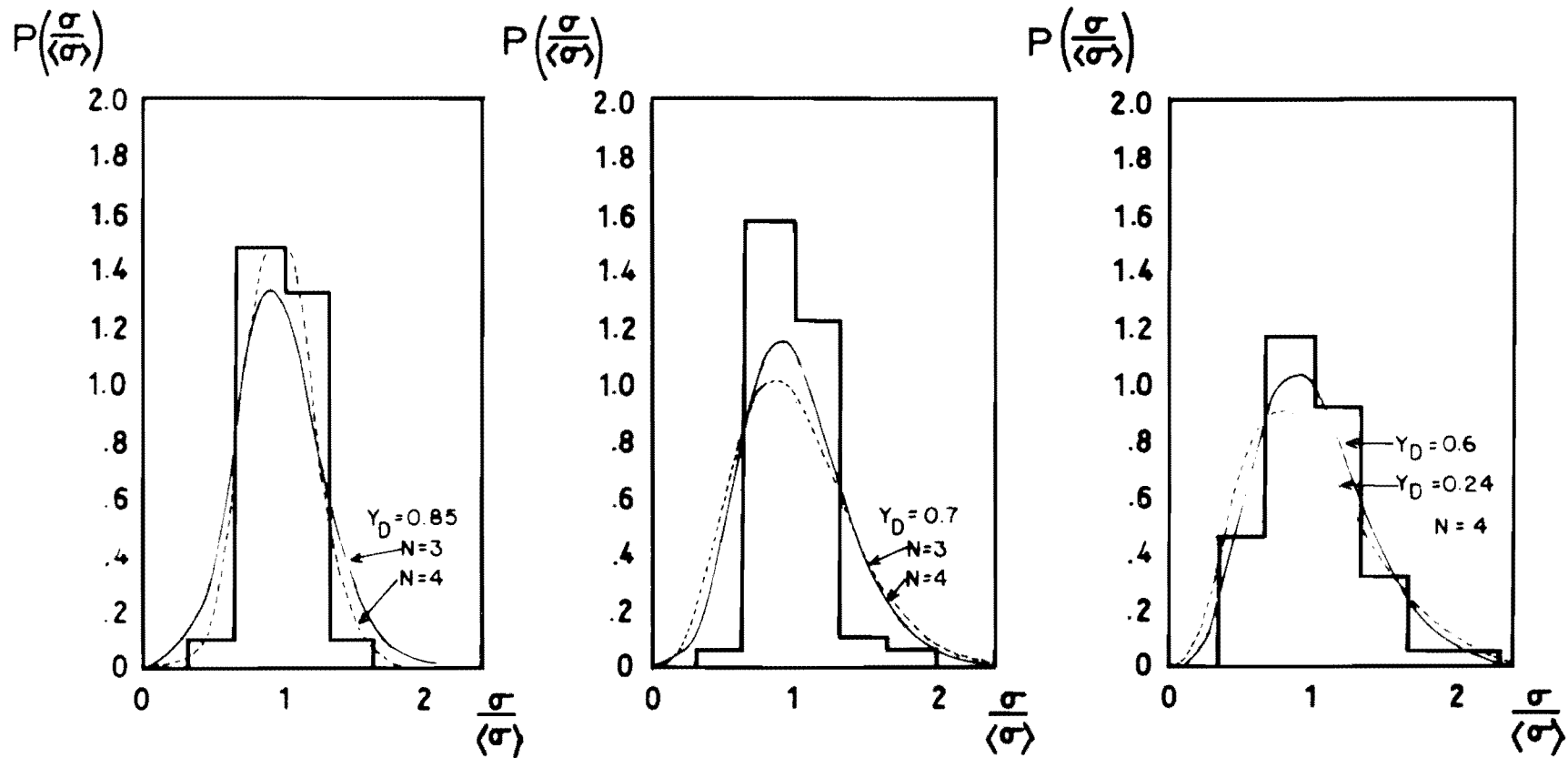


FIGURA 18. Distribuciones de probabilidad para los datos del estado base a 30° , 75° y 120° en el intervalo de energía de 9 a 12 MeV. Las curvas corresponden a las predicciones teóricas para diferentes valores de N e Y_D .

En la figura 18 se muestran los histogramas experimentales obtenidos para el estado base a los ángulos de 30° , 75° y 120° . Las curvas corresponden a los cálculos usando la ecuación (3.14), para distintos valores de N e Y_D . Como se puede apreciar el ajuste es más o menos satisfactorio, pero no muy sensitivo para determinar los valores de N e Y_D . La magnitud y las posiciones del máximo cambian poco, relativamente.

Se puede decir que los valores de Γ obtenidos por el método del conteo de máximos y el de las funciones de autocorrelación son bastante congruentes entre sí; lo que hace pensar en la confiabilidad del método de contar máximos como lo señala A. Van der Woude⁽³⁰⁾ y lo corroboran en sus mediciones Halbert et al.⁽²⁵⁾ y J. Gómez del Campo et al.^(31,32)

Todos los métodos para determinar Γ muestran diferencias entre sí. Como se señaló antes, el valor teórico puede diferir en un factor de 2, ya que es muy sensible a pequeñas variaciones del parámetro de densidad de niveles y en este trabajo nos concretamos a usar los valores reportados por Huizenga, sin tratar de hacer ningún ajuste. Por lo que respecta a las funciones de autocorrelación existe incertidumbre en la determinación de N , ya que

por ejemplo para el estado de 1.172 MeV, 2^+ , el valor máximo de N es 20 y en el grupo que incluye al 2.303 + 2.336 MeV, $2^+ + 4^+$, el valor máximo de N es 56. Desde luego N es una función del ángulo, que en este caso no conocemos para todos los estados, sino únicamente para el estado base.⁽⁶⁾ Los valores de $N=5$ y $N=10$ son solamente ilustrativos.

Finalmente, dentro de la sistemática de valores Γ en función del número de masa A , compilada por Eberhard y Richter⁽³³⁾, que aquí reproducimos en la figura 19, se ve que tanto el valor teórico (1.7 keV) como el experimental (3.36 keV) obtenidos en este trabajo siguen la tendencia sistemática de los otros datos. Nuestros valores, superpuestos a la figura, se encuentran encerrados dentro de un cuadrado.

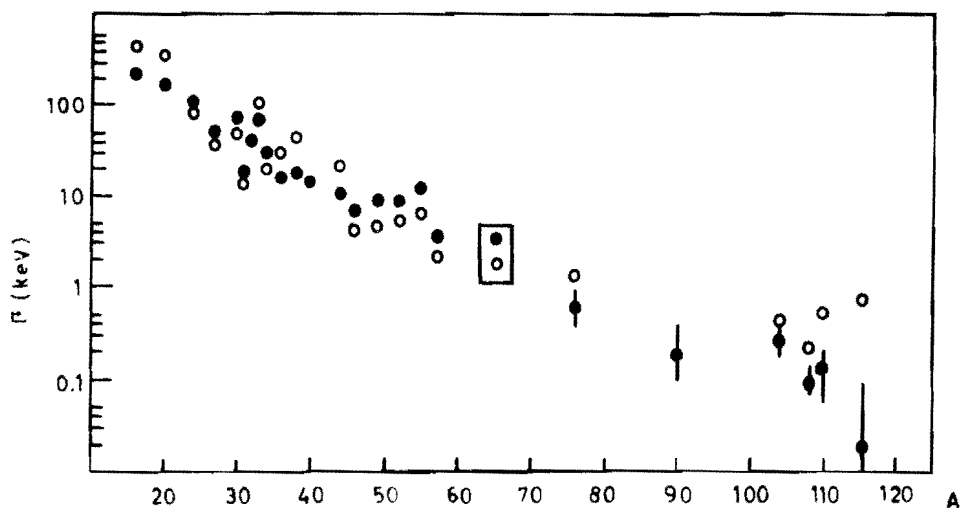


FIGURA 19. Sistemática de valores de Γ contra el número atómico A .

CONCLUSIONES.

La reacción presentada en este trabajo muestra la posibilidad de estudiar el mecanismo de reacción midiendo las contribuciones directa y de núcleo compuesto a través de los cálculos DWBA y de la teoría estadística de reacciones nucleares, permitiendo además medir la anchura coherente de las fluctuaciones.

Es en principio posible con el programa DWUCK, calcular para una reacción el valor de j transferido, a partir de la forma de la distribución angular. Para la reacción $^{65}\text{Cu}(p,\alpha)^{62}\text{Ni}$ se introdujeron las distintas posibilidades de j transferida que dan una J^π final definida. Los ajustes conseguidos con el mismo factor de normalización, para el intervalo de energía de 9 a 12 MeV, de cada estado, ponen de manifiesto el poder del cálculo.

Como se observó que los cálculos no son muy sensibles al parámetro de alcance finito, se piensa en la posibilidad de modificar el programa DWUCK, introduciendo parámetros más adecuados para reacciones (p,α) .

De los resultados experimentales se observa como aumenta la contribución directa a medida que

se incrementa la energía de bombardeo. Se puede decir que en promedio, para todos los estados excitados entre 0 y 4.4 MeV, la reacción procede predominantemente vía la formación de núcleo compuesto, siendo la contribución directa apreciable únicamente para el estado base y el primer excitado.

Es importante considerar que los cálculos de Hauser-Feshbach predicen secciones absolutas, dado que los parámetros de densidad de niveles para todos los canales considerados, se tomaron de fuentes experimentales distintas. En esta circunstancia se puede extraer la componente directa a partir de las distribuciones angulares promediadas en energía, complementando el análisis de fluctuaciones.

Los valores de Γ obtenidos a partir de las funciones de autocorrelación son buenos si se conoce el valor de N , lo que no siempre es posible. En los casos en que este valor se pudo concretar, los resultados son congruentes con las predicciones teóricas. El valor de Γ obtenido por el método del conteo de máximas, en este caso, es muy dependiente del valor de Γ guía.

El valor teórico de Γ , no obstante que di-

fiere en un factor 2 está en un acuerdo razonable, debido a que pequeñas variaciones en el parámetro de densidad de niveles del núcleo compuesto introduce grandes variaciones de Γ . Este valor y el experimental concuerdan satisfactoriamente con la sistemática de Γ en función de A deducida de otros trabajos.

APENDICE I

A.- TEORIA DE ONDA DISTORSIONADA.

En vista de que el programa DWUCK⁽⁹⁾, usado para el análisis de los resultados experimentales, en lo referente a la contribución directa de la reacción, está basado en la teoría de onda distorsionada, hacemos aquí un pequeño resumen de esta teoría.^(34, 35, 36)

Para muchos problemas de interés es conveniente escribir el potencial como una suma $V = V_1 + V_2$, y expresar los elementos de la matriz de transición como la suma de una parte que se debe sólo a V_1 y un término de corrección. El procedimiento es útil cuando la ecuación de onda para V_1 es exactamente soluble y si V_2 se puede considerar como una perturbación. Se puede escribir⁽³⁷⁾

$$\langle \beta | T | \alpha \rangle = (u_\beta, V \chi_\alpha^+) = (\chi_\beta^{T-}, V u_\alpha) \quad (\text{I.1})$$

en donde
$$\chi_\alpha^+ = u_\alpha + \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} V \chi_\alpha^+ \quad (\text{I.2})$$

$$\chi_\beta^{T-} = u_\beta + \frac{1}{E - H_0 - i\epsilon} V^* \chi_\beta^{T-} \quad (\text{I.3})$$

con $E = E\alpha = E\beta$.

Usando

$$\chi_{1\beta}^{T-} = u_{\beta} + \frac{1}{E - H_0 - i\epsilon} V_1^* \chi_{1\beta}^{T-} \quad (\text{I.4})$$

que describe la dispersión de V_1 solamente, se puede sustituir u_{β} en la ecuación (I.1), resultando

$$\langle \beta | T | \alpha \rangle = [u_{\beta}, (V_1 + V_2) \chi_{\alpha}^+] \quad (\text{I.5})$$

$$\langle \beta | T | \alpha \rangle = [\chi_{1\beta}^{T-}, (V_1 + V_2) \chi_{\alpha}^+] - [(E - H_0 - i\epsilon)^{-1} V_1^* \chi_{1\beta}^{T-}, (V_1 + V_2) \chi_{\alpha}^+] \quad (\text{I.6})$$

$$= [\chi_{1\beta}^{T-}, (V_1 + V_2) \chi_{\alpha}^+] - [\chi_{1\beta}^{T-}, V_1 (E - H_0 + i\epsilon)^{-1} (V_1 + V_2) \chi_{\alpha}^+] \quad (\text{I.7})$$

$(E - H_0 + i\epsilon)^{-1} (V_1 + V_2) \chi_{\alpha}^+$ es igual a $\chi_{\alpha}^+ - u_{\alpha}$, de modo que $(\chi_{1\beta}^{T-}, V_1 u_{\alpha})$ es igual a $\langle \beta | T_1 | \alpha \rangle$, el elemento de matriz que describe la dispersión de V_1 solamente. De manera que

$$\langle \beta | T | \alpha \rangle = \langle \beta | T_1 | \alpha \rangle + (\chi_{1\beta}^{T-}, V_2 \chi_{\alpha}^+) \quad (\text{I.8})$$

La ecuación (I.8) es útil cuando V_2 es pequeño en cuyo caso el segundo término está dado a primer orden en V_2 , reemplazando χ_{α}^+ por $\chi_{1\alpha}^+$. Esto da el elemento de matriz en la aproximación de Born de onda distorsionada (DWBA):

$$\langle \beta | T | \alpha \rangle \approx \langle \beta | T_1 | \alpha \rangle + (\chi_{1\beta}^{T-}, V_2 \chi_{1\alpha}^+) \quad (I.9)$$

Para una reacción del tipo $a + A \rightarrow b + B$, el Hamiltoniano se puede escribir como:

$$\begin{aligned} H &= H_a + H_A + T_{aA} + V_{aA} \\ &= H_a + H_A + T_{aA} + U_{aA} + (V_{aA} - U_{aA}) \quad (I.10) \\ &= H_b + H_B + T_{bB} + U_{bB} + (V_{bB} - U_{bB}) \end{aligned}$$

donde U se puede considerar, por ejemplo, como el potencial que describe la dispersión elástica. El elemento de matriz de la transición está dado por ⁽³⁸⁾

$$T_{fi} = \langle \psi_{bB}^{(-)} | V_{aA} - U_{aA} | \phi_A \zeta_a \chi_a^{(+)} \rangle \quad (I.11)$$

$$= \langle \chi_b^{(-)} \zeta_b \phi_B | V_{bB} - U_{bB} | \psi_{aA}^+ \rangle \quad (I.12)$$

donde $\zeta_a, \zeta_b, \phi_A, \phi_B$ son eigenestados de H_a, H_b, H_A y H_B respectivamente. ψ^\pm es la solución de la ecuación de Schrödinger con el Hamiltoniano completo H . Las ecuaciones (I.11) y (I.12) se conocen como las formas a priori y a posteriori del elemento de matriz de transición.

Considerando lo anterior, para una reacción del tipo $a + A \rightarrow b + B$ y tomando en cuenta que $\vec{r}_a = \vec{r}_a - \vec{r}_A$, $\vec{r}_b = \vec{r}_b - \vec{r}_B$, la amplitud de transición está dada por ⁽³⁶⁾

$$T_{\alpha\beta}^{DW} = \mathcal{J} \int d^3r_\alpha \int d^3r_\beta \chi_\beta^{(-)*}(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta) \langle B, b | V | A, a \rangle \chi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha, \vec{r}_\alpha) \quad (I.13)$$

en donde \mathcal{J} es el Jacobiano de la transformación de las coor-

denadas relativas y el elemento de matriz se toma entre los estados internos del par que colisiona

$$\langle B, b | V | A, a \rangle = \langle \Psi_B \Psi_b | V_\beta - U_\beta | \Psi_A \Psi_a \rangle \quad (\text{I.14})$$

Este elemento de matriz es una función de \bar{r}_α y \bar{r}_β y representa una interacción efectiva, en general no local, para la transición entre las ondas distorsionadas $\chi_\alpha^{(+)}$ y $\chi_\beta^{(-)}$. Contiene toda la información de la estructura nuclear, las reglas de selección del momento angular y aun del tipo de reacción que se considera. La factorización del integrando permite tratar la dinámica de las ondas distorsionadas, haciendo uso solamente de las propiedades rotacionales de los elementos de matriz y de una descripción de la forma radial. Para propósitos de cálculo se pueden tener un cierto número de formas radiales típicas (factores de forma) como opciones en un código de computación, con la finalidad de estudiar varios modelos nucleares y formas de reacción.

La física involucrada en una reacción nuclear dada afecta solamente la magnitud de los elementos de matriz, los cuales se pueden factorizar en un cálculo y seleccionar cual es el factor de forma que se debe usar.

De acuerdo con Satchler⁽³⁹⁾, para poder manejar el momento angular, los elementos de matriz

se desarrollan en una serie de multipolos, cada uno de los cuales corresponde a la transferencia al núcleo blanco de un momento angular definido j , compuesto de una parte orbital l y una de espín s . Si los proyectiles a y b tienen espines definidos s_a y s_b y los espines del blanco y del núcleo residual son J_A y J_B , se define la transferencia de momento angular como:

$$\vec{j} = \vec{J}_B - \vec{J}_A \quad \vec{s} = \vec{s}_a - \vec{s}_b \quad \vec{l} = \vec{j} - \vec{s} \quad (\text{I.15})$$

La serie multipolar se puede escribir, con coeficientes de Clebsch - Gordan correspondientes al acoplamiento vectorial, de tal manera que el elemento de matriz es

$$\begin{aligned} \mathcal{J} \langle J_B M_B, s_b m_b | Y | J_A M_A, s_a m_a \rangle &= \sum_{l s j} i^{-l} \mathcal{G}_{l s j, m}(\bar{r}_B, \bar{r}_A; b_B, a_A) \\ &\times (-)^{s_b - m_b} \langle J_A j; M_A, M_B - M_A | J_B M_B \rangle \langle s_a s_b; m_a, -m_b | s, m_a - m_b \rangle \\ &\times \langle l s; m, m_a - m_b | j, M_B - M_A \rangle \end{aligned} \quad (\text{I.16})$$

donde $m = M_B - m_b - M_A - m_a$. Los símbolos b_B, a_A como argumentos de $\mathcal{G}_{l s j, m}$ denotan su dependencia con los varios números cuánticos, distintos de las componentes z del espín. El operador multipolar $\mathcal{G}_{l s j, m}$ se puede escribir explícitamente invirtiendo la ecuación (I.16).

$$\begin{aligned}
 G_{l s_j, m} &= i^l \left(\frac{2l+1}{2J_B+1} \right) \sum_{M_B, M_A, m_b, m_a} \downarrow \langle J_B M_B, s_b m_b | V | J_A M_A, s_a m_a \rangle \\
 &\times (-)^{s_b - m_b} \langle J_A j; M_A, M_B - M_A | J_B M_B \rangle \langle s_a s_b; m_a, -m_b | s, m_a - m_b \rangle \\
 &\times \langle l s; m, m_a - m_b | j, M_B - M_A \rangle \quad (I.17)
 \end{aligned}$$

El factor i^l asegura las propiedades convenientes para la inversión en el tiempo. Por construcción $G_{l s_j, m}$ se transforma bajo una rotación de los ejes coordenados, semejante a los armónicos esféricos Y_l^{m*} . También $G_{l s_j, m}$ lleva el cambio en la paridad de la transición nuclear, debido a que es una función de dos vectores de posición, su paridad no está únicamente relacionada con l . Sólo en la aproximación de alcance cero, la paridad de $G_{l s_j, m}$ está dada por $(-)^l$, lo que se conoce frecuentemente como paridad natural. En general $G_{l s_j, m}$ se escribe como el producto de dos factores

$$G_{l s_j, m}(\vec{r}_\beta, \vec{r}_\alpha) \equiv A_{l s_j} f_{l s_j, m}(\vec{r}_\beta, \vec{r}_\alpha) \quad (I.18)$$

Esta separación en un coeficiente espectroscópico $A_{l s_j}$ y un factor de forma $f_{l s_j, m}$ es conveniente cuando se usan los factores de forma estándar, ya que con una simple normalización se pueden usar en los cálculos. En $A_{l s_j}$ se incluyen cantidades tales como los coeficien-

Tes de procedencia fraccional para los estados nucleares inicial y final y la Intensidad de la Interacción.

La ventaja de introducir la serie multipolar es que solamente un valor permitido de l, s y j es importante en una transición dada. Los multipolos importantes se determinan por las reglas de selección y la dinámica de la transición, lo cual queda expresado en $A_{l s j}$.

Al introducir $G_{l s j, m}$ en la amplitud de transición de la onda distorsionada, ésta se reduce a una suma de contribuciones multipolares dada por:

$$T_{\alpha\beta}^{DW} = \sum_{l, s, j} \sqrt{2l+1} A_{l s j} (-)^{s_b - m_b} \langle J_A j; M_A, M_B - M_A | J_B M_B \rangle$$

$$\times \langle l s; m, m_a - m_b | j, m - m_b + m_a \rangle \langle s_a s_b; m_a, -m_b | s, m_a - m_b \rangle \beta_{s j}^{l m} \quad (I.19)$$

donde la amplitud reducida $\beta_{s j}^{l m}$ se define de modo que:

$$\sqrt{2l+1} i^l \beta_{s j}^{l m} = \int d^3 \bar{r}_\alpha \int d^3 \bar{r}_\beta \chi_\beta^{(-)*}(\bar{r}_\beta, \bar{r}_\beta) f_{l s j, m}(\bar{r}_\beta, \bar{r}_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\bar{r}_\alpha, \bar{r}_\alpha) \quad (I.20)$$

Sin incluir la polarización, la sección diferencial, sumando sobre las proyecciones finales de espín y promediando sobre las proyecciones iniciales de espín, es:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \left(\frac{k_\beta}{k_\alpha} \right) \left(\frac{N_\beta}{N_\alpha} \right) \frac{1}{(2J_A+1)(2S_a+1)} \sum_{\substack{M_A, M_B \\ m_a, m_b}} |T_{\alpha\beta}|^2 \quad (\text{I.21})$$

en donde el factor $\frac{N_\beta}{N_\alpha}$ toma en cuenta el número de arreglos equivalentes de nucleones en los canales α y β . Al hacer las sumas, debido a que las proyecciones de espín aparecen explícitamente, se tiene

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \left(\frac{k_\beta}{k_\alpha} \right) \left(\frac{N_\beta}{N_\alpha} \right) \frac{2J_B+1}{(2J_A+1)(2S_a+1)} \sum_{|s_j|} |A_{|s_j|}|^2 \sum_m |\beta_{s_j}^m|^2 \quad (\text{I.22})$$

La suma sobre s, l, j es incoherente, de manera que diferentes multipolos hacen contribuciones que no interfieren en la sección diferencial. Si se considera el acoplamiento espín-órbita en los cálculos de onda distorsionada, solamente la suma sobre j sería incoherente.

La ecuación (I.20) para la amplitud reducida es una integral de 6 dimensiones para las variables \vec{r}_α y \vec{r}_β . En el caso de reacciones de dispersión elástica, las variables son idénticas y se reduce a una integral tridimensional. Para otras reacciones la presencia de diferentes variables en los dos canales hace que no se pueda reducir y en consecuencia se dificulta su cálculo. En general, en

los cálculos de onda distorsionada, para simplificar la ecuación (I.20), se hacen las suposiciones conocidas como: alcance cero y aproximación de energía local.

i) Alcance cero.

Físicamente el significado de la aproximación de alcance cero es que la partícula ligera "b" en el canal β se emite en el mismo punto en el cual la partícula ligera "a" en el canal α es absorbida. Esta suposición implica

$$\bar{r}_\beta = \frac{M_A}{M_B} \bar{r}_\alpha \quad (\text{I.23})$$

El factor de forma se puede escribir como:

$$\begin{aligned} f_{l s_j, m}^{a.c}(\bar{r}_\beta, \bar{r}_\alpha) &= \delta\left(\bar{r}_\beta - \frac{M_A}{M_B} \bar{r}_\alpha\right) \int f_{l s_j, m}\left(\bar{s} + \frac{M_A}{M_B} \bar{r}_\alpha, \bar{r}_\beta\right) d^3s \\ &\equiv F_{l s_j}(\bar{r}_\alpha) Y_l^{m*}(\hat{r}_\alpha) \delta\left(\bar{r}_\beta - \frac{M_A}{M_B} \bar{r}_\alpha\right) \end{aligned} \quad (\text{I.24})$$

La ecuación (I.20) se puede escribir como:

$$\sqrt{2l+1} i^l \beta_{s_j}^{l m} \approx \int d^3\bar{r} \chi_\beta^{(-)*}\left(\bar{k}_\beta, \frac{M_A}{M_B} \bar{r}\right) F_{l s_j}(\bar{r}) Y_l^{m*}(\hat{r}) \chi_\alpha^{(+)}(\bar{k}_\alpha, \bar{r}_\alpha) \quad (\text{I.25})$$

que es más fácil de calcular. En los cálculos se introducen las ondas distorsionadas como un desarrollo en ondas parciales, y haciendo las integraciones angulares analíticamente, da:

$$\beta_{sj}^{lm} = \sum_{l_\alpha l_\beta M_\alpha M_\beta} i^{l_\alpha - l_\beta - l} e^{i\phi_{\alpha l_\alpha} + i\phi_{\beta l_\beta}} \left[\frac{4\pi (2l_\beta + 1)}{2l_\alpha + 1} \right]^{1/2} I_{l_\alpha l_\beta}^{lsj} \\ \times \langle l_\beta l; 00 | l_\alpha 0 \rangle \langle l_\beta l; M_\beta m | l_\alpha M_\alpha \rangle Y_{l_\beta}^{M_\beta}(\hat{k}_\beta) Y_{l_\alpha}^{M_\alpha}(\hat{k}_\alpha) \quad (I.26)$$

donde

$$I_{l_\beta l_\alpha}^{lsj} = \frac{M_B}{M_A} \frac{4\pi}{k_\alpha k_\beta} \int_0^\infty F_{lsj}(\bar{r}) f_{\beta l_\beta}(k_\beta, \frac{M_A}{M_B} r) f_{\alpha l_\alpha}(k_\alpha, r) dr \quad (I.27)$$

Tomando los ejes coordenados de modo que el eje z esté a lo largo de la dirección del momento incidente \bar{k}_α y el eje "y" a lo largo de $\bar{k}_\alpha \times \bar{k}_\beta$, la ecuación (I.26) se reduce a:

$$\beta_{sj}^{lm} = \sum_{l_\alpha l_\beta} i^{l_\alpha - l_\beta - l} e^{i\phi_{\alpha l_\alpha} + i\phi_{\beta l_\beta}} \sqrt{2l_\beta + 1} I_{l_\alpha l_\beta}^{lsj} \\ \times \langle l_\beta l; 00 | l_\alpha 0 \rangle \langle l_\beta l; -m, m | l_\alpha 0 \rangle Y_{l_\beta}^{-m}(\theta, 0) \quad (I.28)$$

donde θ es el ángulo de dispersión.

El coeficiente especial de Clebsch - Gordan $\langle l_\beta l; 00 | l_\alpha 0 \rangle$ se anula a menos que $(l + l_\alpha + l_\beta)$ sea par. La paridad transferida en la reacción está dada por el índice multipolar l y tiene el valor $(-)^l$.

El factor $F_{lsj}(\bar{r})$ limita el alcance del parámetro de impacto que contribuye en la integración de la ecuación (I.27). Esto da un límite superior para el parámetro de impacto, que es un poco mayor que el radio de los núcleos A o B

$$R_0 \approx (1.4 A^{1/3} + 2.0) \text{ fm} \quad (\text{I.29})$$

con un momento angular correspondiente

$$l_\alpha(\text{máx}) \approx k_\alpha R_0 \approx \frac{R_0 \sqrt{\mu_\alpha E_\alpha}}{4.533} \quad (\text{I.30})$$

donde E_α es la energía cinética relativa.

ii) Alcance finito.

La aproximación de alcance finito se hace para calcular la integral que aparece en la ecuación (I.20). Hay casos en los cuales los factores de forma son proporcionales a $\delta(\vec{r}_\beta - \vec{r}_\alpha)$ o bien a una interacción de corto alcance, como se mencionó antes, en cuyo caso no hace falta esta aproximación. Hay casos en los que los factores de forma son funciones de largo alcance y éste está fundamentalmente controlado por las dimensiones de los proyectiles compuestos "a" y "b". De aquí la necesidad de desarrollar un procedimiento de integración⁽⁴⁰⁾ que se realiza en dos etapas. En la primera se hacen todas las integrales que involucran variables internas del factor de forma o ángulos de \hat{r}_α y \hat{r}_β , en la segunda la doble integral radial con respecto a \vec{r}_α y \vec{r}_β .

En la primera etapa del cálculo se desarrolla el factor de forma en una doble serie de armónicos

esféricos de \hat{r}_α y \hat{r}_β . Como $f_{l_s j, m}$ se transforma bajo rotaciones semejante a Y_l^{m*} , la serie toma la forma

$$f_{l_s j, m} = \sum_{l_\alpha l_\beta M} F_{l_\beta l_\alpha}^{l_s j}(\bar{r}_\beta, \bar{r}_\alpha) Y_{l_\beta}^{M*}(\hat{r}_\beta) Y_{l_\alpha}^{(m-M)*}(\hat{r}_\alpha) \langle l_\beta l_\alpha; M, m-M | l m \rangle \quad (I.31)$$

Considerando este desarrollo del factor de forma y el desarrollo en ondas parciales, la amplitud reducida es:

$$\beta_{s j}^{l m} = \frac{(4\pi)^{3/2}}{k_\beta k_\alpha} \sum_{l_\alpha l_\beta} i^{l_\alpha + l_\beta - l} e^{i(r_\alpha l_\alpha + r_\beta l_\beta)} I_{l_\beta l_\alpha}^{l_s j} \times \langle l_\beta l_\alpha; m, -m | l_\alpha 0 \rangle Y_{l_\beta}^{-m}(\theta, 0) \quad (I.32)$$

Las integrales radiales son

$$I_{l_\beta l_\alpha}^{l_s j} = \int_0^\infty r_\alpha dr_\alpha \int_0^\infty r_\beta dr_\beta f_{\beta l_\beta}(k_\beta, r_\beta) F_{l_\beta l_\alpha}^{l_s j}(r_\beta, r_\alpha) f_{\alpha l_\alpha}(k_\alpha, r_\alpha) \quad (I.33)$$

El cálculo de $F_{l_\beta l_\alpha}^{l_s j}$ es difícil y se debe hacer en parte por métodos numéricos. Cada factor armónico esférico en $f_{l_s j, m}$ cualquiera que sea su argumento, se puede desarrollar analíticamente en una serie finita de armónicos esféricos cuyos argumentos son \hat{r}_β y \hat{r}_α como se requiere en la ecuación (I.31). De esta manera el cálculo de $F_{l_\beta l_\alpha}^{l_s j}$ se reduce a una integración numérica.

La doble integral radial en la ecuación (I.33) también se calcula numéricamente, de manera que el cálculo completo requiere la evaluación numérica de un conjunto de integrales simples y un conjunto de integrales dobles. La parte radial de las funciones de onda distorsionadas sólo entra en las integrales dobles. La amplitud de la onda distorsionada puede tener paridad no natural debido a que el factor de forma f_{lsjm} es una función de dos vectores variables. Sin embargo, en algunos casos de interés práctico el factor de forma para alcance finito es el producto de una función escalar por una función de un vector variable. En estos casos la amplitud de la onda distorsionada tiene paridad natural. Esta propiedad está en la ecuación (I.32) en forma de una regla de selección,

$$L_\alpha + L_\beta + l = \text{número par}$$
que gobierna los coeficientes $F_{L\beta l \alpha}^{lsj}$.

Se han desarrollado procedimientos aproximados para las integraciones de alcance finito, basados en un desarrollo alrededor del límite de alcance cero.⁽³⁴⁾ Uno de estos es la aproximación de energía local (LEA), y se aplica a reacciones en las que los efectos de alcance finito no son muy críticos. Buttle y Goldfarb⁽⁴¹⁾ han hecho esto para el despojo del deuterón. Usando las variables $\vec{r} \equiv \vec{r}_{nA}$ y

$\bar{p} \equiv \bar{r}_{np}$ para la integración, la amplitud es

$$(2l+1)^{1/2} i^l \beta_{sj}^{lm} = \int d^3r \int d^3p \chi_p^{(-)*}(\bar{k}_p, \bar{s}^{-1}\bar{r} - \bar{p}) \times D(p) Y_l^{m*}(\hat{r}) R_{lj}^A(r) \chi_d^{(+)}(\bar{k}_d, \bar{r} - \frac{1}{2}\bar{p}) \quad (I.34)$$

donde $s \equiv A^{-1}(A+1)$. Los desplazamientos \bar{p} en las ondas distorsionadas están representados con ayuda de los operadores de corrimiento, de modo que

$$\chi_p^{(-)*}(\bar{k}_p, \bar{s}^{-1}\bar{r} - \bar{p}) = \exp(-s\bar{p} \cdot \nabla_p) \chi_p^{(-)*}(\bar{k}_p, \bar{s}^{-1}r) \quad (I.35)$$

$$\chi_d^{+}(\bar{k}_d, \bar{r} - \frac{1}{2}\bar{p}) = \exp(-\frac{1}{2}\bar{p} \cdot \nabla_d) \chi_d^{+}(\bar{k}_d, \bar{r})$$

donde ∇_p y ∇_d se diferencian con respecto a \bar{r} para las funciones $\chi_p^{(-)*}$ y χ_d^{+} respectivamente. Si $-i\hbar\nabla_p$ y $-i\hbar\nabla_d$ son los operadores de momento para las dos funciones, éstos se pueden reemplazar por los momentos locales de las funciones de onda en el punto r . Aunque las direcciones de estos momentos no se determinan fácilmente, sus magnitudes están dadas por las energías locales.

Al sustituir (I.35) en (I.34) se puede hacer la integración sobre \bar{p} con los operadores ∇_p y ∇_d como constantes, para este paso. $D(p)$ está relacionada con la iteración de Hulthén. La expresión exacta es

$$(2l+1)^{1/2} i^l \beta_{sj}^{lm} = -\sqrt{4\pi} N \hbar^2 M^{-1} \left(1 - \frac{\eta^2}{\eta^2}\right) \times \quad (I.36)$$

$$\times \left[1 - \eta^{-2} \left(s \nabla_p + \frac{1}{2} \nabla_d \right)^2 \right]^{-1} \chi_p^{(-)*}(\bar{k}_p, \bar{s}'\bar{r}) \chi_d^{(+)}(\bar{k}_d, \bar{r}) Y_l^{m*}(\hat{r}) R_{lj}^A(r) d^3r$$

El primer factor del integrando es una función escalar de los operadores ∇_p y ∇_d y lleva gran parte de la corrección de alcance finito. El operador $(s \nabla_p + \frac{1}{2} \nabla_d)^2$ se puede sustituir por

$$\begin{aligned} (s \nabla_p + \frac{1}{2} \nabla_d)^2 &= s^2 \nabla_p^2 + s(\nabla_p \cdot \nabla_d) + \frac{1}{4} \nabla_d^2 \\ &= \left(s^2 - \frac{s}{2} \right) \nabla_p^2 + \frac{s}{2} \nabla + \left(\frac{1}{4} - \frac{s}{2} \right) \nabla_d^2 \end{aligned} \quad (I.37)$$

donde ∇^2 es con respecto a \bar{r} en $\chi_p^{(-)*}$ y $\chi_d^{(+)}$. Una aplicación repetida del teorema de Green se puede usar para transferir el operador ∇^2 de modo que opere sobre las funciones $Y_l^{m*} R_{lj}^A$. Este paso se indica con el subíndice n al operador ∇^2 . La amplitud de la onda distorsionada exacta es

$$\begin{aligned} (2l+1)^{1/2} i^l \beta_{6i}^{lm} &= -\sqrt{4\pi} N \hbar^2 m^{-1} \left(1 - \frac{\eta^2}{\eta^2} \right) \left[1 - \frac{1}{2} \eta^{-2} \left((2s^2 - s) \nabla_p^2 + s \nabla_n^2 - (s - \frac{1}{2}) \nabla_d^2 \right) \right]^{-1} \\ &\times \chi_p^{(-)*}(\bar{k}_p, \bar{s}'\bar{r}) \chi_d^{(+)}(\bar{k}_d, \bar{r}) Y_l^{m*}(\hat{r}) R_{lj}^A(r) d^3r \end{aligned} \quad (I.38)$$

Cada uno de los tres Laplacianos opera sobre una de las tres funciones de onda. Esta ecuación no depende de las direcciones de los momentos locales.

Las tres funciones de onda obedecen las ecuaciones

ciones de Schrödinger

$$\left\{ -(2s^2 - s) \nabla_p^2 + \frac{2M}{\hbar^2} [U_p(\vec{s}^T \vec{r}) - E_p] \right\} \chi_p^{(-)*}(\vec{k}_p, \vec{s}^T \vec{r}) = 0 \quad (\text{I.39})$$

$$\left\{ -s \nabla_n^2 + \frac{2M}{\hbar^2} [U_n(r) - E_n] \right\} Y_l^{m*}(\hat{r}) R_{lj}^A(r) = 0 \quad (\text{I.40})$$

$$\left\{ -(s - \frac{1}{2}) \nabla_d^2 + \frac{2M}{\hbar^2} [U_d(r) - E_d] \right\} \chi_d^{(+)}(\vec{k}_d, \vec{r}) = 0 \quad (\text{I.41})$$

donde $-E_n$ es la energía de amarre del neutrón transferido.

Como η^2 es grande, muchos términos del desarrollo en serie de potencias no son importantes, de modo que usando las ecuaciones (I.39), (I.40), (I.41) se llega al resultado general

$$(2l+1)^{1/2} i \beta_{sj}^{lm} \approx -\sqrt{4\pi} N \hbar^2 M^{-1} \left(1 - \frac{\eta^2}{\Lambda^2}\right) \int (1 - \eta^{-2} \Lambda^2)^{-1} \chi_p^{(-)*}(\vec{k}_p, \vec{s}^T \vec{r}) \\ \times \chi_d^{(+)}(\vec{k}_d, \vec{r}) Y_l^{m*}(\hat{r}) R_{lj}^A(r) d^3r \quad (\text{I.42})$$

con

$$\Lambda = \frac{M}{\hbar^2} [U_p(\vec{s}^T \vec{r}) + U_n(r) - U_d(r) + B_d] \quad (\text{I.43})$$

donde $B_d = 2.226 \text{ MeV}$ es la energía de amarre del deuterón.

La ecuación (I.43) difiere de la expresión de onda distorsionada para alcance cero, en el factor $(1 - \eta^{-2} \Lambda^2)^{-1}$. En consecuencia la corrección de alcance finito se puede tratar en la práctica como una modificación del factor de forma

en el cálculo de alcance cero.

B.- PROGRAMA DWUCK.

El programa DWUCK calcula la sección diferencial de dispersión en forma general, a partir de la teoría de onda distorsionada. Las ondas entrantes y salientes pueden estar en cualquier combinación de espines de partículas 0, 1/2, 1. Las partes dependientes del espín en los potenciales ópticos son diagonales en el momento angular orbital y total. Los cálculos se realizan en la aproximación de alcance cero y energía local (LEA), para incluir los efectos de alcance finito.

La amplitud de transición para una reacción $A(a,b)B$ se calcula de acuerdo con la ecuación (I.13). En el factor de forma se incluye una función S para las coordenadas \bar{r}_a y \bar{r}_b . Cuando no se incluye el espín, la onda distorsionada $\chi_\alpha^{(+)}$, describe asintóticamente una onda plana de momento \bar{k}_α más una onda saliente dispersada, que tiene la forma

$$\chi_\alpha^{(+)}(\bar{k}_\alpha, \bar{r}_\alpha) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\bar{k}_\alpha \cdot \bar{r}} + f(\theta) \frac{e^{i\bar{k}_\alpha r}}{r} \quad (\text{I.44})$$

La onda distorsionada $\chi_\beta^{(-)}$, tiene la condición de la onda entrante dispersada y está relacionada a la solución de ondas salientes por inversión en el tiempo

$$\chi^{(-)*}(\bar{k}, \bar{r}) = \chi^{(+)}(-\bar{k}, \bar{r}) \quad (\text{I.45})$$

Cuando las partículas a y b tienen espín, las funciones $\chi^{(\pm)}$ vienen a ser matrices en el espacio de espines $\chi_{m', m}^{(\pm)}$. La condición de inversión en el tiempo es

$$\chi_{m', m}^{(-)*}(\bar{k}, \bar{r}) = (-)^{m-m'} \chi_{-m', -m}^{(+)}(-\bar{k}, \bar{r}) \quad (\text{I.46})$$

El factor que contiene la información de la estructura nuclear, ecuación (I.14), se expresa como

$$\begin{aligned} \langle J_B M_B s_b m_b | V | J_A M_A s_a m_a \rangle &= \sum_{l s_j} B_{l s_j} \langle J_A j M_A M_B - M_A | J_B M_B \rangle \\ &\times \langle s_b s m_b m_a - m_b | s_a m_a \rangle \langle l s m m_a - m_b | j M_B - M_A \rangle \\ &\times f_{l s_j}(\bar{r}_a) \delta(\bar{r}_b - \frac{A}{B} \bar{r}_a) i^l Y_l^{m*}(\bar{r}_a) \end{aligned} \quad (\text{I.47})$$

En $B_{l s_j}$, que es una medida de la intensidad de la interacción, se incluye el coeficiente espectroscópico usado en el código JULIE⁽³⁴⁾, y es igual a la expresión $\sqrt{\frac{2S+1}{2S_a+1}} A_{l s_j}$. (ecuación (I.18))

Las ondas distorsionadas se escriben como:

$$\begin{aligned} \chi_{m', m}(\bar{k}, \bar{r}) &= \frac{\sqrt{4\pi}}{k r} \sum_{J L} i^L \langle L S 0 m | J m \rangle \sqrt{2L+1} \chi_{J L}(k, r) \\ &\times \langle L S M' - m' m' | J M' \rangle Y_L^{M'-m'}(\hat{r}) D_{m M'}^J(\hat{k}) \end{aligned} \quad (\text{I.48})$$

en donde $D_{m m'}^J$ son las funciones rotacionales⁽⁴²⁾.

La parte radial de las ondas distorsionadas

satisface la ecuación

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} (U + U_c + U_L^{\pm}) \right] \chi_{JL}(k, r) = 0 \quad (I.49)$$

donde $\chi_{JL}(k, 0) = 0$ y para r grande (donde se puede despreciar $U + U_L^{\pm}$) $\chi_{JL}(k, \infty) = 0$. También se satisface la condición a la frontera

$$\chi_{JL}(k, r) \rightarrow \frac{[H_L^*(kr) - \eta_L^{\pm} H_L(kr)]}{2i} e^{i\sigma_L} \quad (I.50)$$

donde $H_L(kr) = G_L + iF_L$ es la función de Coulomb saliente, η_L^{\pm} es el coeficiente de reflexión y σ_L el corrimiento de fase Coulombiano. $\frac{\eta_L^{\pm} - 1}{2i}$ es la amplitud de dispersión de la onda parcial. Las funciones χ_{JL} se calculan por integración numérica de ecuaciones diferenciales, hasta un valor de r donde, o los potenciales $U + U_L^{\pm}$ son despreciables, o la contribución del factor de forma f_{2sj} también es despreciable. Las χ_{JL} se ajustan a las funciones de Coulomb G_L y F_L en los dos últimos puntos de Integración para determinar η_L^{\pm} y las constantes de normalización.

Finalmente la amplitud de transición se escribe como:

$$T = \frac{4\pi}{k_a k_b} \sum_{jsj} \sqrt{2l+1} B_{jsj} \langle J_a j M_a M_B - M_A | J_e M_e \rangle$$

$$\times \sum_{\substack{J_A L_A \\ J_B L_B}} \langle L_a s_a 0 m_a | J_a m_a \rangle \langle L_b s_b 0 m_b | J_b m_b \rangle$$

$$x \langle J_b j m_a - m m | J_a m_a \rangle (2L_b + 1) \langle L_b l 0 0 | L_a 0 \rangle \quad (I.51)$$

$$x \sqrt{(2s_a + 1)(2j + 1)(2J_b + 1)(2L_a + 1)} \begin{Bmatrix} L_b & s_b & J_b \\ l & s & j \\ L_a & s_a & J_a \end{Bmatrix} d_{m_b m_a - m}^{J_b}(\hat{k}_b) \frac{B}{A} I_{J_a L_a J_b L_b}^{l s j}$$

en donde $d_{m' m}^J(\theta) = D_{m' m}^J(0, 0, 0)$

Las integrales radiales se definen como:

$$I_{J_a L_a J_b L_b}^{l s j} = \frac{A}{B} \int dr_a \chi_{J_b L_b}(k_b, \frac{A}{B} r_a) f_{l s j}(r_a) \chi_{J_a L_a}(k_a, r_a) \quad (I.52)$$

Definiendo

$$\beta_{l s j J_b}^{m m a m b} = \sum_{J_a L_a L_b} i^{L_a - L_b - l} \langle L_a s_a 0 m_a | J_a m_a \rangle \langle L_b s_b 0 m_b | J_b m_b \rangle$$

$$x \langle J_b j m_a - m m | J_a m_a \rangle (2L_b + 1) \langle L_b l 0 0 | L_a 0 \rangle$$

$$x \sqrt{(2s_a + 1)(2j + 1)(2J_b + 1)(2L_a + 1)} \begin{Bmatrix} L_b & s_b & J_b \\ l & s & j \\ L_a & s_a & J_a \end{Bmatrix} I_{J_a L_a J_b L_b}^{l s j} \quad (I.53)$$

$$y \quad S_{l s j}^{m m a m b} = \sum_{J_b} \beta_{l s j J_b}^{m m a m b} d_{m_b m_a - m}^{J_b}(\hat{k}_b) \quad (I.54)$$

la amplitud de transición es

$$T = \frac{4\pi}{k_a k_b} \frac{B}{A} \sum_{l s j} \sqrt{2l + 1} B_{l s j} \langle J_a j m_a m_b - m_a | J_a m_a \rangle S_{l s j}^{m m a m b} \quad (I.55)$$

Finalmente la sección diferencial definida

en términos de T es

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{2J_A+1} \frac{1}{2S_A+1} \sum_{M_A M_B m_a m_b} |T|^2 \quad (\text{I.56})$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \frac{4\pi}{E_a E_b} \frac{k_a}{k_b} \left| \frac{B}{A} \right|^2 \frac{1}{2S_A+1} \sum_{\substack{j m \\ m_a m_b}} \frac{1}{2j+1} \left| \sum_{l_s} \sqrt{2l+1} B_{l_s j} S_{l_s}^{M_A} \right|^2 \quad (\text{I.57})$$

donde E_a y E_b son las energías en el sistema centro de masa para los canales de entrada y salida respectivamente.

El programa DWUCK calcula las siguientes cantidades:

$$\sigma_{DW}^{l_s j} = \frac{4\pi}{E_a E_b} \frac{k_a}{k_b} \left| \frac{B}{A} \right|^2 \frac{1.0 \times 10^{-4}}{2S_A+1} (2l+1) \sum_{m m_a m_b} |S_{l_s j}^{m m_a m_b}|^2 \quad a \neq b \quad (\text{I.58})$$

$$\sigma_{DW}^{l_s j} = \frac{4\pi}{E_a E_b} \frac{k_a}{k_b} \left| \frac{B}{A} \right|^2 \frac{1}{2S_A+1} \sum_{m m_a m_b} |S_{2j s}^{m m_a m_b}|^2 \quad a = b \quad (\text{I.59})$$

en unidades de f^2/sr . ($1\text{f}^2 = 10\text{mb} = 10^{-26}\text{cm}^2$)

En consecuencia la sección diferencial es

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \frac{|B_{l_s j}|^2}{1.0 \times 10^4} \frac{\sigma_{DW}^{l_s j}}{2j+1} \quad a \neq b \quad (\text{I.60})$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \frac{2l+1}{2j+1} |B_{l_s j}|^2 \sigma_{DW}^{l_s j} \quad a = b \quad (\text{I.61})$$

Aquí, $a=b$ significa por ejemplo: $p=n$, ${}^3\text{He} = t$, etc.

El programa DWUCK, al igual que el HELGA usado para los cálculos de Hauser - Feshbach, (apéndice II), se corrieron en la computadora Burroughs B-6700 del Centro de Servicios de Computo de la UNAM.

APENDICE II

A.- TEORIA DE HAUSER-FESHBACH.

Cuando los niveles del núcleo compuesto se traslapan, o sea que la anchura de una resonancia es comparable con la separación entre ellas, se necesita hacer una modificación de la matriz de transición J ⁽⁴³⁾. En general las expresiones para distribuciones angulares, secciones totales, etc., dadas en términos de J no cambian a menos que los niveles de núcleo compuesto que se traslapan tengan el mismo momento angular J y la misma paridad π . La parte resonante de la matriz de transición está dada por ⁽⁴⁴⁾

$$J_R(\alpha'l's'|\alpha ls|J\pi) = -ie^{i[\delta(\alpha l s|J\pi) + \delta(\alpha'l's'|J\pi)]} \sum_i \frac{B_i(\alpha'l's'|\alpha ls|J\pi)}{E - W_i(J\pi)} \quad (\text{II.1})$$

donde la suma es sobre los niveles que se traslapan. Las constantes B_i y W_i son complejas, W_i dependiendo de J y π . Se supone que no existe una amplitud de reacción no resonante. La ecuación (II.1) no es una suma de amplitudes de Breit-Wigner, ya que existe una relación entre B_i y la parte imaginaria de W_i . Para resonancias aisladas de dispersión elástica, B_i es dos veces $-\text{Im} W_i$, o de manera más general

B_i se puede factorizar en $g(\alpha l s | \mathcal{J}\pi)$ para el canal de entrada y $g(\alpha' l' s' | \mathcal{J}\pi)$ para el canal de salida. Los factores g están relacionados con las anchuras parciales a través de $\Gamma(\alpha l s | \mathcal{J}\pi) = g^2(\alpha l s | \mathcal{J}\pi)$. En este caso $-\text{Im } W_i$ es la mitad de la suma de $[g(\alpha' l' s' | \mathcal{J}\pi)]^2$ para todos los posibles $\alpha' l' s'$ incluyendo $\alpha l s$.

En la situación más general representada por la ecuación (II.1) las relaciones de Breit-Wigner son ciertas solamente en promedio. La suma de B_i se puede escribir como una suma de productos

$$\sum_i B_i = \sum_{\mu} \gamma_{\mu}(\alpha l s | \mathcal{J}\pi) \gamma_{\mu}(\alpha' l' s' | \mathcal{J}\pi) \quad (\text{II.2})$$

y además

$$\sum_i \text{Im } W_i = \frac{1}{2} \sum_{\mu} |\gamma_{\mu}(\alpha' l' s' | \mathcal{J}\pi)|^2 \quad (\text{II.3})$$

El análisis empírico de las resonancias que se traslapan se puede hacer suponiendo que la estructura de resonancia se descompone en una suma de amplitudes de Breit-Wigner.

Cuando muchos niveles se traslapan el análisis de las secciones en términos de la estructura resonante dada por la ecuación (II.1) puede ser muy difícil o casi imposible. Si el número de niveles es muy grande, la ampli-

tud de transición y la sección son poco sensibles a los parámetros B_i y W_i , ya que dependen más bien de promedios apropiados de estos parámetros. Con este propósito es necesario conocer las funciones de distribución de B_i y W_i y las correlaciones entre ellos. Como esta información no se tiene, lo que se hace es calcular algunos promedios que puedan ser de importancia.

Desde hace algunos años hay evidencia acerca de la naturaleza de las funciones de distribución para anchuras y espaciamentos entre niveles. Esto da una base para que las suposiciones estadísticas tengan peso, pues en los primeros resultados experimentales con neutrones de baja energía⁽⁴⁵⁾, se encuentra que las anchuras siguen una distribución gaussiana dada por

$$P(\Gamma) d\Gamma = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-x/2}}{\sqrt{x}} dx, \quad x = \frac{\Gamma}{\langle \Gamma \rangle} \quad (\text{II.4})$$

y el espaciamento entre niveles es consistente con una distribución de Wigner.⁽⁴⁶⁾

$$P(s) ds = \frac{\pi}{2D^2} S e^{-\frac{\pi}{4} \frac{S^2}{D^2}} ds \quad (\text{II.5})$$

en donde D es la distancia entre niveles.

Estos resultados hacen pensar en un

carácter estadístico para la descripción de las reacciones nucleares. Porter y Blumberg⁽⁴⁷⁾ han demostrado esto, suponiendo que los elementos de matriz del Hamiltoniano, cuyos eigenvectores y eigenvalores son las funciones de onda y los niveles de energía del núcleo compuesto, son al azar y con distribuciones gaussianas. De aquí se puede obtener que la distribución de los elementos de matriz g , cuyo cuadrado es la anchura Γ , es gaussiana:

$$P(g)dg = \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle g^2 \rangle}} e^{-\frac{1}{2} \frac{g^2}{\langle g^2 \rangle}} \quad (\text{II.6})$$

Estas suposiciones estadísticas se pueden emplear para simplificar la expresión de la amplitud de transición $\mathcal{T}(\alpha'l's'|\alpha l s|\mathcal{J}\pi)$ cuando la contribución a $\mathcal{T}(\alpha'l's'|\alpha l s|\mathcal{J}\pi)$ proviene de muchos niveles. Se supone además que cuando muchos niveles contribuyen, las cancelaciones que ocurren en los elementos de matriz es completa debido al carácter estadístico.

Se puede demostrar que la ecuación (II.1) se reduce a

$$\mathcal{T}_R(\alpha'l's'|\alpha l s|\mathcal{J}\pi) = -i e^{i[\delta(\alpha l s|\mathcal{J}\pi) + \delta(\alpha'l's'|\mathcal{J}\pi)]} \times \sum_{\lambda} \frac{g_{\lambda}(\alpha'l's'|\mathcal{J}\pi) g_{\lambda}(\alpha l s|\mathcal{J}\pi)}{E - E_{\mathcal{J}\pi\lambda} + \frac{1}{2} \Gamma_{\mathcal{J}\pi\lambda} + \frac{1}{2} i \Gamma'_{\mathcal{J}\pi\lambda}} \quad (\text{II.7})$$

donde
$$\Gamma_{J\pi\lambda} = \sum g_{\lambda}^2 (\alpha' l' s' | J\pi) \quad (\text{II.8})$$

La suma en la ecuación (II.7) es una suma de términos del tipo Breit-Wigner sobre los varios niveles λ del núcleo compuesto excepto por el término Γ' en el denominador, que modifica la relación entre numerador y denominador. Γ' tiene valor promedio cero

$$\sum_{\lambda} \Gamma'_{J\pi\lambda} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Lo que se necesita es el cuadrado absoluto de la amplitud de transición, o sea que empleando la suposición de que los factores g están al azar en la ecuación (II.7), tenemos

$$|\overline{R}(\alpha' l' s' | \alpha l s | J\pi)|^2 = \sum \frac{\Gamma_{\lambda}(\alpha' l' s' | J\pi) \Gamma_{\lambda}(\alpha l s | J\pi)}{(\epsilon - \epsilon_{J\pi\lambda})^2 + \frac{1}{4} (\Gamma_{J\pi\lambda} + \Gamma_{J\pi\lambda'})^2} \quad (\text{II.10})$$

Esta ecuación se puede simplificar tomando en cuenta la situación experimental usual de una gran dispersión en la energía del haz incidente. Tomando un promedio en la energía, para la ecuación (II.10) tenemos

$$\langle |\overline{R}(\alpha' l' s' | \alpha l s | J\pi)|^2 \rangle = \frac{2\pi}{\Delta E} \sum \frac{\Gamma_{\lambda}(\alpha' l' s' | J\pi) \Gamma_{\lambda}(\alpha l s | J\pi)}{\Gamma_{J\pi\lambda} + \Gamma_{J\pi\lambda'}} \quad (\text{II.11})$$

donde ΔE es la dispersión en la energía del haz.

Si suponemos que las Γ_λ tienen una distribución de probabilidad como la dada por la ecuación (II.4) se puede reescribir la ecuación (II.11)

$$\langle |\sqrt{R}(\alpha' | s' | \Gamma_\pi) | \alpha | s | \Gamma_\pi \rangle|^2 \rangle = \frac{2\pi}{D_{\Gamma_\pi}} \left\langle \frac{P(\alpha' | s' | \Gamma_\pi) P(\alpha | s | \Gamma_\pi)}{\Gamma_{\Gamma_\pi} + \Gamma_{\Gamma_\pi'}} \right\rangle \quad (\text{II.12})$$

No se puede hacer un promedio sobre λ del lado derecho, debido a la falta de información sobre la distribución de probabilidad para Γ_{Γ_π} . Se puede obtener un resultado simple suponiendo que la distribución para $\Gamma_{\Gamma_\pi'}$ es mucho más ancha que para Γ_{Γ_π} . Entonces, en primera aproximación las fluctuaciones en el numerador no están correlacionadas con las del denominador y se obtiene, aproximadamente, para muchos canales de salida

$$\left\langle \frac{P(\alpha' | s' | \Gamma_\pi) P(\alpha | s | \Gamma_\pi)}{\Gamma_{\Gamma_\pi} + \Gamma_{\Gamma_\pi'}} \right\rangle = \frac{\langle P(\alpha' | s' | \Gamma_\pi) \rangle \langle P(\alpha | s | \Gamma_\pi) \rangle}{\langle \Gamma_{\Gamma_\pi} \rangle} \quad (\text{II.13})$$

En el caso de que la distribución de $\Gamma_{\Gamma_\pi'}$ fuera más estrecha que la de Γ_{Γ_π} , la ecuación (II.13) no sería válida ya que los valores del numerador estarían correlacionados con los del denominador. En este caso lo que se hace es multiplicar por un factor de corrección menor que la unidad.

Suponiendo que la ecuación (II.13) es correcta, los valores promedio de Γ se pueden expresar en términos de los factores de transmisión, de modo que

$$\langle |\mathcal{T}_R(\alpha'l's'|\alpha ls|J\pi)|^2 \rangle = \frac{T_{\alpha'l's'}^{(J)} T_{\alpha ls}^{(J)}}{\sum T_{\alpha''l''s''}} \quad (\text{II.14})$$

La ecuación (II.14) es la conocida expresión de Hauser-Feshbach⁽⁴⁸⁾ que permite hacer predicciones de la contribución resonante a las secciones de reacción.

Para hacer la comparación con el experimento es necesario considerar la contribución no resonante. De nuevo, debido al carácter estadístico de \mathcal{T}_R , no hay interferencia con la parte no resonante, de manera que se combinan incoherentemente. La sección experimental $d\sigma/d\Omega$ es una suma de las secciones resonante $d\sigma_R/d\Omega$ y no resonante $d\sigma_P/d\Omega$. Empleando la hipótesis estadística y promediando en energía, la sección diferencial es:

$$\left\langle \frac{d\sigma_R(\alpha'|\alpha)}{d\Omega} \right\rangle = \frac{\chi^2}{4} \sum \frac{(-)^{s'-s}}{(2I+1)(2i+1)} \langle |\mathcal{T}_R(\alpha'l's'|\alpha ls|J\pi)|^2 \rangle \bar{Z}(lJlJ; sL) \bar{Z}(l'Jl'J; s'L) P_L(\cos\theta) \quad (\text{II.15})$$

La sección total de reacción está dada por

$$\langle \sigma_R(\alpha' | \alpha) \rangle = \pi \lambda^2 \sum \frac{2J+1}{(2I+1)(2i+1)} \frac{T_{\alpha' l' s'}^{(J)} T_{\alpha l s}^{(J)}}{\sum T_{\alpha'' l'' s''}^{(J)}} \quad (\text{II.16})$$

Las ecuaciones (II.15) y (II.16) son idénticas a las obtenidas en la referencia (43) excepto que allí se supone que los factores de transmisión dependen sólo de α y l , lo que implica no considerar en el potencial de modelo óptico ninguna fuerza espín-órbita. Parece ser que el efecto de la fuerza espín-órbita es pequeño. (45)

Cuando se considera el caso en que la energía de excitación es tan alta que los niveles de energía forman esencialmente una distribución continua, que se puede describir adecuadamente por una función de densidad, la distribución en ángulo y energía de las partículas emitidas por el núcleo compuesto está dada por (20,48,49,50)

$$\frac{d^2 \sigma_{ab}(\epsilon_b)}{d\epsilon_b d\Omega_b} = \sum_{\substack{L=0 \\ \text{par}}}^{\infty} B_L(\epsilon_b) P_L(\cos\theta) \quad (\text{II.17})$$

donde

$$B_L(\epsilon_b) = \frac{1}{4k_a^2} \frac{1}{(2I_a+1)(2i_a+1)} \sum_{s_a s_b I_b l_b I}^{(-)} \binom{s_a - s_b}{-} \times \frac{T_a^{l_a}(\epsilon_a) T_b^{l_b}(\epsilon_b) Z(l_a I l_a I; s_a L) Z(l_b I l_b I; s_b L) \rho(\epsilon_b, I_b)}{G(I)} \quad (\text{II.18})$$

y

$$G(I) = \sum_{b'} \int_0^{E_b' \text{máx}} dE_b' \sum_{l_b'=0}^{\infty} T_b' l_b'(\epsilon_b) \sum_{s_b'=|I-l_b'|}^{I+l_b'} \sum_{l_b'=|s_b'-l_b'|}^{s_b'+l_b'} P(\epsilon_b', I_b') \quad (\text{II.19})$$

Donde I_a, i_a, I, I_b, i_b son los espines del blanco, proyectil, núcleo compuesto, núcleo residual y partícula emitida, respectivamente; S_a y S_b son los espines del canal incidente y saliente; l_a y l_b los momentos angulares orbitales de la partícula entrante y saliente, k_a el número de onda de la partícula incidente; $P_L(\cos\theta)$ el polinomio de Legendre de orden L ; $T_a^{l_a}(\epsilon_a)$ y $T_b^{l_b}(\epsilon_b)$ los coeficientes de transmisión para el proyectil y la partícula emitida, con energías de canal ϵ_a y ϵ_b respectivamente. $Z(l_a I l_a I; s_a L)$ y $Z(l_b I l_b I; s_b L)$ son los llamados coeficientes Z definidos como el producto de coeficientes de Racah W y coeficientes de Clebsch-Gordan $(1100; L0)$, como:

$$Z(l I l I; s L) = (2l+1)(2I+1)(1100; L0) W(l I l I; s L) \quad (\text{II.20})$$

Una de las propiedades de los coeficientes Z es que se anulan a menos que $2l+L$ sea par, lo que significa que L debe ser par. Esta propiedad tiene la consecuencia de que sólo polinomios de Legendre de orden L par están presentes, o sea que la distribución angular es simétrica alrededor de 90° en el sistema centro de

masa. La cantidad $\rho_b(E_b, I_b)$ es la densidad de niveles dependiente de la energía y el espín del núcleo residual formado por la emisión de partículas b con energía E_b . b' se refiere a los diferentes tipos de partículas emitidas.

B.- CALCULOS DE HAUSER-FESHBACH.

Estos cálculos se hicieron con el programa HELGA⁽¹⁵⁾, de acuerdo con la hipótesis usual de que los procesos de formación y decaimiento del núcleo compuesto son independientes. La sección $\sigma_{\alpha\alpha'}$ expresada en términos de la matriz S , se puede escribir como el producto de la sección de formación del núcleo compuesto en el canal α (σ_{α}) por la probabilidad de decaimiento en el canal α' ($G_{\alpha'}$), o sea

$$\sigma_{\alpha\alpha'} = \sigma_{\alpha} G_{\alpha'} \quad (\text{II.21})$$

σ_{α} depende de los coeficientes de transmisión en el canal α y $G_{\alpha'}$ es la razón de los coeficientes de transmisión para α' y la suma de los coeficientes de transmisión para todos los canales energéticamente abiertos al decaimiento. La sección total y diferencial se escriben como:

$$\sqrt{\alpha\alpha'} = \pi \lambda^2 \sum_J \frac{(2J+1)}{(2I+1)(2i+1)} \frac{\sum_{s,l} T_{\alpha l s}^J \sum_{s',l'} T_{\alpha' l' s'}^J}{G(J)} \quad (\text{II.22})$$

$$\frac{d\sqrt{\alpha\alpha'}}{d\Omega} = \frac{\lambda^2}{4} \sum_J \frac{(2J+1)}{(2I+1)(2i+1)} \frac{\sum_{s,l} T_{\alpha l s}^J \sum_{s',l'} T_{\alpha' l' s'}^J A_J(\theta) (l s l' s' | J)}{G(J)} \quad (\text{II.23})$$

Los coeficientes de transmisión $T_{\alpha l s}^J$ se calculan con el modelo óptico sin considerar dependencia en el espín.

El coeficiente angular es:

$$A_J(\theta) (l s l' s' | J) = \sum_L P_L(\cos\theta) (2J+1)^2 (2l+1) (2l'+1) (-)^{s'-s}$$

$$\times (l_0 l_0 | l_0) (l' l' | l' l_0) W(l l j j; s L) W(l' l' j j; L s') \quad (\text{II.24})$$

El denominador $G(J)$ es

$$G(J) = \sum_{\alpha'' l'' s''} \left[\sum_{E_c} T_{\alpha'' l'' s''} + \int_{E_c}^{E_{\text{máx}}} P(E, I) T_{\alpha'' l'' s''} dE \right] \quad (\text{II.25})$$

La primera parte del paréntesis representa la contribución de los estados discretos y la integral la correspondiente a los del continuo. El doble acento se refiere únicamente a todos los posibles canales de salida. Las consideraciones para los cálculos se encuentran en la primera parte del capítulo II.

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi agradecimiento al Dr. Jorge Gómez del Campo por sus valiosos consejos, cooperación y dirección de esta tesis. Mi gratitud a la M. en C. María Esther Ortiz por su cooperación, apoyo y estímulo constantes durante el desarrollo de este trabajo. Así mismo agradezco al Dr. Andrés Sandoval y al Ing. Marcos Mazari su cooperación para la realización del experimento.

Agradezco sinceramente, la revisión de este trabajo y la ayuda que siempre me han brindado el Dr. Jorge Rickards y el Dr. Alfonso Mondragón. Mi agradecimiento al Dr. Jorge Flores, Dr. Mariano Bauer, Dr. Eugenio Ley Koo y Dr. Eduardo Andrade por sus observaciones y correcciones a este trabajo.

A los Dres. K.S. Penny y J. L. C. Ford, Jr. de ORNL, les agradecemos el habernos facilitado los programas DWUCK y HELGA. Al Ing. Jesús Lara y al Sr. Arturo Gamietea les agradecemos su ayuda para poder usar estos programas en la computadora del CSC de la UNAM.

Finalmente, agradezco a las autoridades del INEN, el haber podido usar las instalaciones del Centro Nuclear para la realización del experimento.

REFERENCIAS.

- 1.- P. E. Hodgson. Rev. Brasileira de Física 2(1972)64.
- 2.- C. C. Hsu, T. P. Pai, T. Tohei y S. Morita. Phys. Rev. C7 (1973) 1425
- 3.- T. Ericson. Ann. Phys. 23(1960)390
- 4.- D. M. Brink y R. O. Stephen. Phys. Letters 5 (1963)77
- 5.- I. Kumabe, H. Ogata, T. Komatuzaki, N. Inoue, S. Tomita, Y. Yamada, T. Yamaki y S. Matsumoto. Nucl. Phys. 46(1963)454.
- 6.- R. O. Stephen. Tesis Doctoral. Oxford (1963)
- 7.- R. Almanza, J. Calvillo, M. Mazari, S. Rodríguez y A. Castro. Supl. Rev. Mex. Fís. 18 (1969) S-71.
- 8.- A. Sandoval. Comunicación privada.
- 9.- P. D. Kunz. Universidad de Colorado. Trabajo no publicado.
- 10.- J. Benveniste, R. Booth y A. Mitchell. Phys. Rev. 123(1961) 1818.
- 11.- L. L. Lee, Jr. y J. P. Schiffer. Phys. Rev. 134(1964)B765.
- 12.- C. M. Percy, F. G. Percy, J. K. Dickens y R. J. Silva. Phys. Rev. 175 (1968) 1460.
- 13.- M. E. Ortiz y J. Gómez del Campo. Comunicación privada.
- 14.- Yonk Sook Park, H. D. Jones y D. E. Bainum. Phys. Rev. C7 (1973) 445.
- 15.- S. K. Penny. ORNL. (Comunicación con J. Gómez del Campo)

- 16.- Nuclear Data Sheets 1959-1965 (60 ≤ A ≤ 83) Academic Press, N.Y. (1966).
- 17.- U. Fanger, D. Heck, W. Michaelis, H. Ottmar y H. Schmidt. Nucl. Phys. A146 (1970) 549.
- 18.- A. Gilbert y A.G.W. Cameron. Can. J. Phys. 43 (1965) 1446.
- 19.- J. R. Huizenga. Proceedings of the International Conference on Statistical Properties of Nuclei. Ed. por J. B. Garg. Plenum Press. N.Y. (1972)
- 20.- C. C. Lu, L. C. Vaz y J. R. Huizenga. Nucl. Phys. A190 (1972) 229.
- 21.- J. C. Pacer, J. Wiley, C. R. Lux y N. T. Porile. Nucl. Phys. A226 (1974) 413.
- 22.- C. M. Percy y F. G. Percy. Nuclear Data Tables 10 (1972) 539.
- 23.- H. A. Weiden Müller. Notas de un curso. (No publicadas)
- 24.- W. R. Gibbs. Phys. Rev. 153 (1967) 1206.
- 25.- M. L. Halbert, F. E. Durham y A. Van der Woude. Phys. Rev. 162 (1967) 899.
- 26.- P. Fessenden, W. R. Gibbs y R. B. Leachman. Phys. Rev. Letters 15 (1965) 796.
- 27.- P. Fessenden, W. R. Gibbs y R. B. Leachman. Phys. Rev. C3 (1971) 807.
- 28.- P. G. Bizzeti y P. R. Maurentzig. IL Nuovo Cimento XLVIII (1967) 173.

- 29.- L. R. Greenwood, K. Katori, R. E. Malmi, T. H. Braid, J. C. Stoltzfus y R. H. Siemssen. Phys. Rev. C6 (1972) 2112.
- 30.- A. Van der Woude. Nucl. Phys. 80 (1966) 14.
- 31.- J. Gómez del Campo, J. L. C. Ford, Jr., R. L. Robinson, P. H. Stelson y S. T. Thornton. Phys. Rev. C9 (1974) 1258.
- 32.- J. Gómez del Campo, M. E. Ortiz, A. Dacal y J. L. C. Ford, Jr. Por publicarse.
- 33.- K. A. Eberhard y A. Richter. Proceedings of the International Conference on Statistical Properties of Nuclei. Ed. por J. B. Garg. Plenum Press. N.Y. (1972)
- 34.- R. H. Bassel, R. M. Drisko y G. R. Satchler. Reporte interno ORNL-8240
- 35.- D. F. Jackson. Nuclear Reactions. Methuen & Co. Ltd. Londres (1970)
- 36.- N. Austern. Direct Nuclear Reactions Theory. John Wiley & Sons, Inc. N.Y. (1970)
- 37.- L. I. Schiff. Quantum Mechanics. 3a. Edición. McGraw-Hill. Tokio (1968).
- 38.- A. Messiah. Quantum Mechanics. North-Holland. Amsterdam (1965)
- 39.- G. R. Satchler. Nucl. Phys. 55 (1964) 1.
- 40.- N. Austern, R. M. Drisko, E. C. Halbert y G. R. Satchler. Phys. Rev. 133 (1964) 88.

- 41.- P.J. A. Buttle y L.J. B. Goldfarb. Proc. Phys. Soc.
83(1964) 701.
- 42.- A.R. Edmonds. Angular Momentum in Quantum Mechanics.
Princeton University Press. Princeton N.J. (1957)
- 43.- H. Feshbach. Nuclear Spectroscopy, Part B. Editado
por Fay Ajzenberg-Selove. Academic Press, N.Y. (1960)
- 44.- H. Feshbach. Ann. Phys. N.Y. 5(1958) 357
- 45.- C.E. Porter y R.G. Thomas. Phys. Rev. 104 (1956) 483.
- 46.- C. E. Porter. Statistical Theories of Spectra. Fluctuations.
Academic Press, N.Y. (1965) (Artículos Wigner)
- 47.- S. Blumber y C. E. Porter. Phys. Rev. 110 (1958) 786L
- 48.- W. Hauser y H. Feshbach. Phys. Rev. B7 (1952) 366.
- 49.- A.M. Lane y R.G. Thomas. Rev. Mod. Phys. 30 (1958) 257
- 50.- J.R. Huizenga y L. G. Moretto. Adv. Nucl. Phys.
(1972) 427.