



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ZARAGOZA



**FACTOR DE FRICCIÓN Y DISIPACIÓN VISCOSA EN FLUIDOS
NO NEWTONIANOS: ECUACIÓN CONSTITUTIVA DE ELLIS**

TESIS
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO QUÍMICO

PRESENTA:
TELLO HERNÁNDEZ VICTORIA

ASESOR DE TESIS:
DR. EDTSON EMILIO HERRERA VALENCIA

MÉXICO D.F.

ABRIL DEL 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACTORES DE FRICCIÓN Y DISIPACIÓN VISCOSA EN FLUIDOS NO-NEWTONIANOS



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES "ZARAGOZA"

DIRECCIÓN

**JEFE DE LA UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN
ESCOLAR
PRESENTE.**

Comunico a usted que al alumno(a) Tello Hernández Victoria con número de cuenta 408026798 de la carrera Ingeniería Química, se le ha fijado el día 17 del mes de abril de 2015 a las 9:00 horas para presentar su examen profesional, que tendrá lugar en la sala de exámenes profesionales del Campus II de esta Facultad, con el siguiente jurado:

PRESIDENTE	I.Q. RAUL RAMÓN MORA HERNÁNDEZ
VOCAL	DR. EDTSON EMILIO HERRERA VALENCIA
SECRETARIO	M. en C. MARIANO PÉREZ CAMACHO
SUPLENTE	I.Q. ALEJANDRO JUVENAL GUZMÁN GÓMEZ
SUPLENTE	DR. FAUSTO CALDERAS GARCÍA

Edtson E. Herrera Valencia

Mariano Pérez Camacho

El título de la tesis que se presenta es: **Factor de fricción y disipación viscosa de un fluido no newtoniano: Ecuación constitutiva de Ellis.**

Opción de Titulación: Tesis profesional

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
México, D. F. a 17 de marzo de 2015.

DR. VÍCTOR MANUEL MENDOZA NUÑEZ
DIRECTOR

ZARAGOZA
DIRECCIÓN

RECIBÍ:

OFICINA DE EXÁMENES PROFESIONALES
Y DE GRADO

Vo.Bo.

I.Q. DOMINGA ORTIZ BAUTISTA
JEFA DE LA CARRERA DE I.Q.

CONTENIDO

NOMENCLATURA	VII
GLOSARIO	IX
RESUMEN	XII
ABSTRACT	XII
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	
1.1 Aplicación de los fluidos complejos.	15
1.2 Fluidos no-newtonianos.....	16
1.3 Fluidos complejos.....	18
1.4 Factor de fricción.....	20
1.5 Definición de Factor de Fricción.	20
1.6 Factores de fricción para el flujo en tubos.	21
1.7 Efecto de la temperatura.	22
1.8 Disipación viscosa.....	22
1.9 Contribución al conocimiento de esta tesis de licenciatura.	23
CAPÍTULO II: OBJETIVOS E HIPÓTESIS	
2.1 Objetivos.	27
2.1.1 Objetivo general.	27
2.1.2 Objetivos particulares:.....	27
2.2 Hipótesis.	28
CAÍTULO III: FUNDAMENTOS TEÓRICOS	
3.1 Fluidos complejos.....	30
3.2 Sistemas micelares.	30
3.3 Reología.....	31
3.3.1 Tensor de esfuerzos.....	31
3.3.2 Tensor gradiente de velocidad y su transpuesta.....	32
3.3.3 El tensor rapidez de deformación.	32
3.3.4 Tensor de Vorticidad.	32
3.3.5 Flujo cortante en estado estacionario.....	33
3.4 Ecuaciones constitutivas.	33
3.4.1 Fluidos newtonianos.....	34

3.4.2 Fluidos no-newtonianos.....	34
3.4.3 Modelo de Ostwaeld (Ley de potencia).....	36
3.4.4 Modelo de Ellis.	37
3.5 Fenómenos de Transporte.	38
3.5.1 La ecuación de transporte de cantidad de movimiento.	39
3.5.2 La ecuación de transporte de energía.	39
3.5.3 La ecuación de transporte de masa.....	40
CAPÍTULO IV: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
4.1 Sistema físico.....	42
4.2 Análisis de Proceso.....	42
4.3 Transferencia de momento.....	43
4.3.1 Vector de Velocidad.	43
4.3.2 Ecuación de continuidad.	43
4.3.3 Tensor gradiente de velocidad:	44
4.3.4 Transpuesta del tensor gradiente de velocidad.	44
4.3.5 Tensor gradiente de velocidad.	44
4.3.6 Tensor de esfuerzos y magnitud del tensor de esfuerzos:	45
4.3.7. Ecuación de momento.....	46
4.3.8 Ecuación de transferencia de energía.	46
4.3.9 Disipación viscosa.....	47
4.4 Resumen de las ecuaciones obtenidas en este trabajo.....	48
CAPÍTULO V: MODELADO TEÓRICO	
5.1 Transferencia de Momento.....	50
5.1.1 Calculo del perfil de velocidad axial.....	50
5.1.2 Calculo del flujo volumétrico.....	51
5.1.3 Velocidad promedio.....	52
5.1.4 Calculo del factor de fricción de Fanning.....	53
5.2 Transferencia de Energía.....	55
5.2.1 Perfil de temperatura.....	55
5.2.2 Temperatura promedio.....	57
5.2.3 Disipación viscosa.....	59

CAPÍTULO VI: SIMULACIONES COMPUTACIONALES

6.1	Resultados numéricos.....	61
6.1.1	Variables adimensionales.....	61
6.1.2	Ecuaciones adimensionales.....	62
6.1.3	Simulación computacional.....	63
6.2	Resultados del Modelaje Teórico.....	63
6.2.1	Perfil de Velocidad.....	64
6.2.2	Velocidad Promedio.....	65
6.2.3	Flujo Volumétrico.....	66
6.2.4	Factor de fricción.....	67
6.2.5	Perfil de Temperatura.....	68
6.2.6	Temperatura Promedio.....	69
6.2.7	Disipación Viscosa.....	70
6.2.7.2	Disipación viscosa en la coordenada radial adimensional.....	71
6.3	Comparación del modelo con datos reométricos.....	72
6.4	Ajuste de datos reométricos con el modelo de Ellis.....	73
6.4.1	Perfil de Velocidad.....	74
6.4.2	Velocidad Promedio.....	75
6.4.3	Flujo volumétrico.....	76
6.4.4	Factor de fricción.....	77
6.4.5	Perfil de Temperatura.....	78
6.4.6	Temperatura Promedio.....	79
6.4.7	Disipación viscosa.....	80
6.4.7.1	Disipación viscosa en la coordenada radial adimensional.....	81
CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES		
7.1	Reología y Flujo.....	83
7.2	Perfiles de velocidad.....	83
7.3	Velocidad promedio y flujo volumétrico.....	84
7.4	Perfiles de Temperatura.....	84
7.5	Temperatura promedio.....	84
7.6	Factor de Fricción.....	85
7.7	Disipación viscosa.....	86

7.8 Contribución al conocimiento.....	86
CAPÍTULO VIII: TRABAJO FUTURO	
8.1 Modelos viscoelásticos lineales:.....	89
8.2 Modelos viscoelásticos no lineales.....	89
8.3 Efectos convectivos y transigentes en la temperatura.....	90
8.4 Métodos matemáticos y computacionales.....	91
8.5 Sistemas y Reometría.....	91
BIBLIOGRAFÍA.....	92
AGRADECIMIENTOS.....	98

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 1. Organización del trabajo desarrollo en la tesis.....	25
Figura 2. Tipos de fluidos no-newtonianos viscosos.....	35
Figura 3. Representación del sistema de estudiado.....	42
Figura 4. Comportamiento de la velocidad axial adimensional versus coordenada radial adimensional en función de los mecanismos adelgazantes al corte en el sistema.....	64
Figura 5. Comportamiento de la velocidad adimensional promedio versus el esfuerzo en la pared adimensional.....	65
Figura 6. Comportamiento del flujo volumétrico en función del esfuerzo en la pared.....	66
Figura 7. Factor de fricción en función del esfuerzo en la pared adimensional.....	67
Figura 8. Comportamiento de la temperatura adimensional en función de la coordenada radial adimensional.....	68
Figura 9. Comportamiento de la temperatura promedio adimensional en función del esfuerzo cortante.....	69
Figura 10. Disipación viscosa en función del esfuerzo en la pared adimensional.....	70
Figura 11. Disipación viscosa en función de la coordenada radial adimensional.....	71
Figura 12. Viscosidad aparente vs. Velocidad de corte para soluciones acuosas de CTAT/0.0001 M K_3PO_4	72
Figura 13. Velocidad axial adimensional vs coordenada radial adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.....	74
Figura 14. Velocidad axial adimensional vs coordenada radial adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.....	75
Figura 15. Flujo volumétrico adimensional vs esfuerzo en la adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.....	76
Figura 16. Factor de fricción, vs esfuerzo en la pared adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.....	77
Figura 17. Perfil de temperaturas vs coordenada radial adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.....	78
Figura 18. Temperatura promedio adimensional vs esfuerzo en la pared adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.....	79

Figura 19. Disipación viscosa vs esfuerzo en la pared adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.	80
Figura 20. Disipación viscosa vs coordenada radial adimensional, en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.	81

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Diferentes ecuaciones constitutivas empleadas en la descripción del flujo y la reología en fluidos no newtonianos en el régimen línea y no lineal respectivamente.	17
Tabla 2. Definiciones de las variables dinámicas de la tabla 1.	18
Tabla 3. Variables dinámicas involucradas en las ecuaciones básicas de transporte de cantidad de movimiento, energía y masa respectivamente.	38
Tabla 4. Relación de variables dimensionales y adimensionales.	61
Tabla 5. Ajuste de datos reométricos con el modelo de Ellis.	73

NOMENCLATURA

Vectores y tensores

σ	Tensor de esfuerzos viscoso [Pa]
D	Tensor rapidez de deformación [1/s]
∇V	Tensor gradiente de velocidad [1/s]
∇V^T	Tensor gradiente de velocidad transpuesto [1/s]
V	Vector de velocidad [m/s]
g	Vector de aceleración de la gravedad [1/s]

Operadores Matemáticos

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$	Operador Nabla [1/m]
$\frac{\partial}{\partial x^i}$	Derivada parcial de la coordenada x^i [1/m]
$D/Dt = \partial/\partial t + V \cdot \nabla$	Derivada material [1/s]
$\nabla \cdot$	Operador divergencia [1/m]

Variables dimensionales

a [m]	longitud característica asociada al radio del tubo
L	Longitud del capilar [m]
r	Coordenada radial adimensional [m]
$\langle V \rangle$	Velocidad promedio [m]
V_z	Componente axial del vector velocidad [m/s]
T	Temperatura [K]
Q	Flujo volumétrico [m ³ /s]
$\langle T-T_0 \rangle$	Temperatura promedio [K]

Variables adimensionales

Q^*	Flujo volumétrico en estado no estacionario [1]
V_z^*	Velocidad axial [1]
σ_{rz}^*	Esfuerzo cortante [1]
T^*	Temperatura [1]
$\dot{\gamma}_{rz}^*$	Rapidez de deformación rz [1/s]

Letras Griegas

α	Exponente del modelo de Ellis [1]
$\dot{\gamma}_{rz}$	Rapidez de deformación rz [1/s]
ϕ_0	Fluidez a baja rapidez de deformación [1/Pa s]
ϕ_1 [1/Pa s ⁿ]	Fluidez a moderada rapidez de deformación
ρ	Densidad [rad/s]
σ_{rz}	Componente rz del esfuerzo cortante [Pa]
σ_w	Esfuerzo en la pared [Pa]
$\dot{\sigma}_{rz} \dot{\gamma}_{rz}$	Disipación viscosa [Pa s ⁻¹]

Números adimensionales

Re	Numero de Reynolds [1]
----	------------------------

GLOSARIO

<i>Deformación:</i>	Es el cambio de la posición de una coordenada de un sistema con respecto a otra coordenada.
<i>Rapidez de deformación:</i>	Es la derivada temporal de la deformación.
<i>Esfuerzo en la pared:</i>	Es el gradiente de presión evaluado en la frontera del sistema (pared).
<i>Ecuación constitutiva:</i>	Ecuación que relaciona las variables dinámicas en un sistema (Rapidez de deformación, Esfuerzo, Deformación)
<i>Ecuación de continuidad:</i>	Ecuación diferencial parcial que representa la conservación de materia en un sistema físico.
<i>Ecuación de movimiento:</i>	Segunda ley de Newton aplicada a un medio continuo.
<i>Estado estacionario:</i>	Estado en el que ninguna propiedad dinámica del sistema depende del tiempo.
<i>Fluido incompresible:</i>	Fluido que tiene una densidad constante.
<i>Fluido newtoniano:</i>	Fluido con viscosidad constante e independiente de la rapidez de deformación.
<i>Fluido no-newtoniano:</i>	La viscosidad es una función de la rapidez de deformación.
<i>Fluido adelgazante al corte:</i>	Fluido que decrece su viscosidad por efecto de un aumento en la rapidez de deformación.
<i>Fluido engrozante al corte:</i>	Fluido que aumenta su viscosidad por efecto de un aumento en la rapidez de deformación.
<i>Fluido micelar:</i>	Es aquel que está compuesto por miles o decenas de miles de agente tensoactivo.
<i>Flujo volumétrico:</i>	Volumen por unidad de tiempo.
<i>Número de Reynolds:</i>	Numero adimensional que relaciona los mecanismos inerciales entre los mecanismos

viscosos y describe las transiciones de flujo laminar a turbulento en un sistema físico.

Modelo de Ellis: Ecuación constitutiva no newtoniana que contiene como caso particular el modelo newtoniano y el modelo de ley de potencia.

Rapidez de deformación: Es la derivada temporal de la deformación.

Fluido: Es aquel sistema físico que al aplicársele un esfuerzo cortante este se deforma continua e irreversiblemente.

Factor de fricción: Es el cociente entre dos mecanismos asociados a las fuerzas viscosas y cinéticas

Disipación viscosa: Es el trabajo que hace un agente externo sobre los mecanismos viscosos.

Viscosidad: Es una medida de la resistencia a fluir de un sistema Físico.

Ley de Fourier: Relaciona la densidad de flujo de cantidad de energía con el gradiente de temperatura a través de un parámetro material llamado conductividad térmica.

Conductividad térmica: Es la resistencia que se tiene al flujo de energía calorífica que se tiene en un sistema físico.

Ley de newton para fluidos: Es la ecuación constitutiva reológica más simple, la cual, relaciona el tensor de esfuerzos con el tensor rapidez de deformación y contiene una función material la cual no depende de la rapidez con la que se ha deformado llamada viscosidad.

Calor: Es una manifestación de la energía.

Ecuación de Transporte de Energía:

Relaciona la densidad de flujo de cantidad de energía con el gradiente de temperatura a través de un parámetro material llamado conductividad térmica.

- Densidad:*** En una propiedad intensiva que relaciona la masa y el volumen en un sistema.
- Modelo de ley de potencia:*** Es un ecuación constitutiva reológica no lineal la cual describe la zona de transición en el reograma esfuerzo rapidez de deformación y que generaliza al newtoniano.
- Proceso no isotérmico:*** Es aquel sistema en donde la temperatura no es constante.

RESUMEN

En este trabajo se analiza un líquido no-newtoniano (modelo de Ellis) con estructura transitoria que fluye a través de una tubería de radio $r=a$ y longitud $z=L$. Las ecuaciones de momento y energía se resuelven y son deducidas expresiones analíticas para el perfil de velocidades axial, velocidad promedio, flujo volumétrico, factor de fricción, perfil de temperaturas, temperatura promedio, y disipación viscosa respectivamente. Finalmente, se analizan los efectos no newtonianos en el sistema asociados con los parámetros materiales utilizando datos reométricos de un tensoactivo catiónico (CTAT).

Palabras claves: *Flujo volumétrico, Modelo de Ellis, Perfil de velocidades, Perfil de temperaturas, Temperatura Promedio y Disipación viscosa.*

ABSTRACT

In this work, the flow of a non-Newtonian (Ellis model) liquid in a pipe with radius $r=a$ and axial length L is analyzed. The momentum and energy equations are solved and analytical expressions for the axial velocity, average velocity, volumetric flow, Fanning factor, temperature profile, average temperature, and viscous dissipation are deduced. Finally, the no-Newtonian effects in the system associated with physical parameters using rheometric data of a surfactant are analyzed.

Key words: *Analytical solution, Axial velocity, Average velocity, Volumetric flow, Fanning factor, Temperature profile, Average temperature, Ellis model, Viscous Dissipation.*

CAPÍTULO 1
INTRODUCCIÓN

1.1 Aplicación de los fluidos complejos.

La mayoría de las aplicaciones tecnológicas que tiene relevancia en la industria involucran fluidos no newtonianos, los cuales describen los cambios en la función viscosidad por efecto del corte y poseen componentes de tipo elástico a través de la primera y segunda diferencia de esfuerzos normales (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, Bird et al. 2002). La mayoría de estos sistemas son muy viscosos por lo que los mecanismos viscosos y cinéticos son muy importantes en el cálculo del factor fricción y la disipación viscosa que no es otra cosa, que el trabajo irreversible que hace un agente externo en contra de las fuerzas viscosas (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, Bird et al. 2002).

Ejemplos de estos sistemas complejos, se puede encontrar en la industria de la pinturas base agua, en donde agentes reológicos modifican y le dan las propiedades viscoelásticas a las pinturas. Estos agentes estabilizan y permiten el acabado y textura en las pinturas comerciales y son los responsables del nivelado y colgado en las pinturas base agua (Caram et al. 2009).

Por otra parte, en la industria del procesamiento de polímeros, se utilizan elevados gradientes de velocidad lo que ocasiona que la disipación viscosas juegue un papel muy importante, debido a que al aumentar la temperatura, las cadenas de polímero se relajan y pierden su propiedades mecánicas y por lo tanto su capacidad de procesamiento (Herrera et al. 2009, 2010; Herrera-Velarde et al. JNNFM, Middleman 1989).

Otro ejemplo el contexto de disipación viscosa es el encontrado en los sistemas biológicos (Abou-Dakka et al. 2012; Herrera Valencia & Rey 2014; Del Rio & Castrejon-Pita 1987, 1998). Las células ciliadas externas se encuentran en el oído interno y son los principales responsables de amplificar el sonido que pasa por los conductos externo e internos del sistema auditivo (Abou-Dakka et al. 2012; Herrera Valencia & Rey 2014). Estas células, transforman la energía electro mecánica y la convierten en energía auditiva. Es decir, los procesos electrofisiológicos, hacen que las células ciliadas externas se deformen, al deformarse cambian su curvatura y como estas se encuentran en medios ricos en

electrolitos (Abou-Dakka et al. 2012; Herrera Valencia & Rey 2014; Del Rio & Castrejon-Pita 1987, 1998). El contacto de la membrana flexoeléctrica oscilante con los medios viscosos o viscoelásticos ricos en electrolitos, induce una disipación lo que amplifica el sonido que llega hasta el oído-interno (Abou-Dakka et al. 2012; Herrera Valencia & Rey 2014; Del Rio & Castrejon-Pita 1987, 1998).

En la industria del petróleo y mecánica del medio continuo en medios porosos, los balances de transferencia de energía y momento son necesarios, para deducir las pérdidas por fricción debido a la fricción de estos sistemas complejos, por efecto del flujo (Kozlcki & Tiu 1988; Currie 1974; López de Haro et al. 1996). El cálculo de la permeabilidad intrínseca y dinámica que cuantifica la capacidad que tiene un medio de permitir el paso de un fluido, ha sido aplicado para establecer las condiciones de máximo bombeo en el corazón humano y en sistemas micelares (López de Haro et al. 1996; Del Rio 1993; Del Rio et al. 1998).

1.2 Fluidos no-newtonianos.

En el estudio de la mecánica del medio continuo, la primera aproximación es suponer que el fluido es newtoniano, es decir que la viscosidad es independiente de la rapidez de deformación, y la dinámica del medio puede ser descrita por las ecuaciones de Navier-Stokes (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974). La segunda aproximación es suponer que los fluidos son no-newtonianos, y que la transferencia de momento y reología pueden ser descritas por un número amplio de ecuaciones constitutivas viscosas o viscoelásticas no lineales (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974). Sin embargo, la mayoría de fluidos interesantes en la industria poseen componentes elásticas y se encuentran en el régimen de altas deformaciones por lo que son considerados viscoelásticos no lineales (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999).

Ejemplos de estas ecuaciones reológicas viscosas no lineales son: (i) Ostwaeld, (ii) Ellis, (iii) Cross, (iv) Yasuda Cross, etc (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999). En el régimen de viscoelasticidad lineal (bajas deformaciones): (i) Maxwell, (ii) Jeffreys, (iii) Burgers, (iv) Maxwell

generalizado (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999). Por último, en el régimen viscoelástico no lineal se tienen los siguientes modelos. (i) Oldroyd B, (ii) Giesekus, (iii) Tanner, (iv) Phan-Thien-Tanner, (v) Bautista Manero Puig, etc (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999). En la Tabla 1 se presentan algunos de las ecuaciones más empleadas en la descripción reología de los fluidos (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999). En la tabla 2 se define los símbolos de las variables dinámicas de la tabla 1, así como sus unidades en el sistema MKS y el nombre de las mismas.

Tabla 1. . Ilustra las diferentes ecuaciones constitutivas empleadas en la descripción del flujo y la reología en fluidos no newtonianos en el régimen línea y no lineal respectivamente.

Fluido	Modelos	Modelo Reológico	Función Viscosidad
Viscoso	Ostwald	$\sigma = 2\eta(\Pi_D) \mathbf{D}$	$\eta(\Pi_D) = m \left(\sqrt[2]{\mathbf{D}:\mathbf{D}} \right)^{n-1}$
	Ellis	$\sigma = 2\eta(\Pi_D) \mathbf{D}$	$\eta(\Pi_\sigma) = \frac{\eta_0}{1 + \left(\frac{ \sigma }{\sigma_{1/2}} \right)^{\alpha-1}}$
	Carreau	$\sigma = 2\eta(\Pi_D) \mathbf{D}$	$\eta(\Pi_D) = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{\left[1 + (\lambda \Pi_D)^2 \right]^{(1-n)/2}}$
	Hershel-Bulkley	$\sigma = 2\eta(\Pi_D) \mathbf{D}$	$\eta(\Pi_D) = \frac{\eta_\infty}{\Pi_D} + m(\Pi_D)^{n-1}$
Viscoelástico Lineal	Maxwell	$\sigma + \lambda_0 \frac{\partial}{\partial t} \sigma = 2\eta_0 \mathbf{D}$	$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \lambda_0 \frac{\partial}{\partial t}}$
	Jeffreys	$\sigma + \lambda_M \frac{\partial}{\partial t} \sigma = 2 \left(1 + \lambda_J \frac{\partial}{\partial t} \right) \eta_0 \mathbf{D}$	$\eta = \eta_0 \frac{1 + \lambda_J \frac{\partial}{\partial t}}{1 + \lambda_0 \frac{\partial}{\partial t}}$
Viscoelástico No-Lineal	Convectiva Superior de Maxwell	$\sigma + \lambda_M \overset{\nabla}{\sigma} = 2\eta_0 \mathbf{D}$	En corte es la misma que el fluido Newtoniano
	Oldroyd-B	$\sigma + \lambda_M \overset{\nabla}{\sigma} = 2 \left(1 + \lambda_J \frac{\partial}{\partial t} \right) \eta_0 \overset{\nabla}{\mathbf{D}}$	En corte es la misma que el fluido Newtoniano

Tabla 2. . Definiciones de las variables dinámicas de la tabla 1.

Nombre	Símbolo	Unidades (MKS)	Nombre
Tensor de Esfuerzos	σ	Pa	Pascal
Tensor rapidez de Deformación	D	s^{-1}	Segundo
Función Viscosidad	$\eta(I_D)$	Pa s	Pascal-segundo
Segundo invariante del tensor rapidez Deformación	I_D	s^{-1}	Inverso de segundo
Tiempo de relajación de Maxwell	λ_M	S	Segundo
Tiempo de Retardo de Jeffreys	λ_J	S	Segundo
Viscosidades a bajo y alto corte	$\eta_0 \eta_\infty$	Pas	Pascal-segundo
Derivada convectiva superior de Maxwell	∇	1/m	Inverso de metro
Parámetro de consistencia de Otswaeld	k	$Pa s^n$	Pascal segundo a la enésima potencia
Índice del modelo de Ostwaeld o de Ellis	α	1	Adimensional

Es importante resaltar que en esta investigación, solo emplearemos el modelo de Ellis, que es un modelo viscoso no lineal sin componentes elásticas, por lo que las ecuaciones reológicas no lineales presentadas en la Tabla 1 quedan fuera del alcance de esta tesis y serán utilizadas en estudios posteriores de posgrado.

1.3 Fluidos complejos.

Las ecuaciones reológicas empleadas, han tenido relativo éxito en reproducir la dinámica lineal y no lineal de sistemas complejos como son: (i) Sistemas micelares, (ii) Polímeros, (iii) Polímeros asociativos, (iv) Cristales líquidos, (v) Sistemas coloidales, (vi) Fluidos biológicos y (vii) Nanocompuestos (Calderas et al. 2009; Caram et al. 2006; Herrer et al. 2009, 2010; Fisher & Rehage et al. 1997;

Hernández Acosta et al. 1999; Manero et al. 2002; Moreno et al. 2015; Rey 2007, 2010, Rey & Herrera-Valencia 2012; Soltero et al. 1999; 2007). Por ejemplo, los sistemas micelares representan un reto en su descripción reológica (Caram et al. 2006; Herrero et al. 2009, 2010; Fisher & Rehage et al. 1997; Hernández Acosta et al. 1999; Manero et al. 2002; Soltero et al. 1999, 2007). Los agentes micelares están conformados por miles o decenas de miles de agentes tensoactivos los cuales forman estructuras complejas cuando su concentración micelar aumenta hasta un valor máximo conocido como concentración micelar crítica (Caram et al. 2006; Herrero et al. 2009, 2010; Fisher & Rehage et al. 1997; Hernández Acosta et al. 1999; Manero et al. 2002; 1999, 2007; Tepale et al. 2006).

En la concentración micelar crítica, estos sistemas forman estructuras tipo cilindro flexible que mimetizan a lo que podría visualizarse como un gusano, por lo que son conocidos como sistemas micelares tipo gusano (Tepale et al. 2006). Estas estructuras pueden ser modificadas mediante la aplicación de un agente externo que modifique su estado, es decir, un flujo cortante simple, en donde rompen su estructura por efecto de los esfuerzos internos y se orientan bajo flujo. (Bird et al. 2002, 2006; Tepale et al. 2006; Herrera 2009, 2010). Estos sistemas son muy utilizados en la recuperación terciaria de petróleo y han sustituido a los agentes poliméricos a base de agua. (Herrera. 2009, 2010); Manero et al. (2002); Fisher & Rehage (1997).

La descripción del flujo de estos sistemas, ha sido modelado en geometrías sencillas, como son: cilindros, rendijas, esferas y contracciones de flujo. En la tabla 1 se presentan algunas ecuaciones reológicas empleadas en la descripción de la transferencia de momento y de la reología del sistema (Alves et al. 2001; Cruz et al. 2005; Oliveira et al. 1999a, 1999b; Ochoa-Tapia 1995; Pinho & Coelho 2006, Pinho & Oliveira 2000, Pinho, F.T. & Whitelaw, Pinho & Whitelaw 1990).

1.4 Factor de fricción.

En ingeniería es común encontrar dos grandes casos de condiciones de flujo. El primero y más común es el flujo a través de conductos, y el segundo es el flujo de un fluido alrededor de objetos sumergidos (Bird et al. 2006, 2010). Generalmente, el principal objetivo es encontrar la relación existente entre la caída de presión y la velocidad volumétrica de flujo para el caso de flujo en conductos, y así mismo encontrar la relación entre la velocidad de aproximación del fluido y la fuerza resistente para el caso de flujo alrededor de objetos sumergidos (Bird et al 2006, 2010). Sin embargo, debido a que para muchos sistemas que presentan gran interés en ingeniería no es posible calcular los perfiles de velocidad y presión, puesto que es necesario recurrir a otros métodos para hallar la caída de presión en función del caudal y la fuerza resistente en función de la velocidad (Bird et al 2006, 2010). Para ello, se utilizan algunos datos experimentales de estas variables con el fin de construir correlaciones que permiten estimar el comportamiento de flujo de sistemas geoméricamente semejantes. Para el establecimiento de estas correlaciones resulta lógico y conveniente emplear variables adimensionales (Bird et al 2006, 2010).

1.5 Definición de Factor de Fricción.

Supongamos que se tiene un flujo constante en cada uno de estos dos sistemas: (a) fluido en conducciones y (b) flujo alrededor de un objeto sumergido. (Bird et al 2006, 2010). El fluido ejercerá sobre las superficies solidas una fuerza F , que puede clasificarse en dos: F_k que es la fuerza que ejercería el fluido aunque estuviese en reposo, y F_k la fuerza adicional relacionada con el comportamiento cinético del fluido. En los sistemas de tipo (a), F_k tiene la misma dirección que la velocidad media $\langle v \rangle$ “a través del conducto”, y en los sistemas de tipo (b), F_k lleva la misma dirección “que la velocidad de aproximación” v_∞ (Bird et al 2006, 2010). El

valor de la fuerza F_k puede expresarse para ambos sistemas arbitrariamente como el producto de un área característica A , una energía cinética característica por unidad de volumen K y un número adimensional f , denominado *Factor de fricción* (Bird et al 2006, 2010):

$$F_k = AKf \quad (1)$$

Resulta útil definir el número adimensional f de esta forma porque puede expresarse por medio de una función relativamente sencilla del número de Reynolds y la forma del sistema. Para el flujo a través de conductos, regularmente se toma para A la superficie mojada y para K la magnitud $\frac{1}{2}\rho\langle V \rangle^2$ (Bird et al 2006, 2010). Para tubos circulares de radio R y longitud L , f está definido por:

$$f = \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L} \right) \left(\frac{P_o - P_L}{\frac{1}{2}\rho\langle v \rangle^2} \right) \quad (2)$$

Esta ecuación muestra explícitamente como se calcula f a partir de datos experimentales. El factor f se denomina: *Factor de Fricción de Fanning* (Bird et al. 1998, 2006).

1.6 Factores de fricción para el flujo en tubos.

Con el fin de ver de qué variables depende, vamos a definir f en términos adimensionales. Considerando como sistema una longitud L de tubería lisa horizontal. La discusión se limita al flujo estacionario de un fluido de ρ y μ constantes, que circula con una velocidad media $\langle v \rangle$. Se supone que se conoce la presión P_o para $r = 0$ y $z = 0$, así como también la distribución de velocidad en el plano $z = 0$. Para $z < 0$, es evidente que la distribución de velocidad depende de la naturaleza del sistema de flujo. Si esta parte de la tubería es muy larga, ∇_z para

$z = 0$, de z para $z > 0$. Si la porción de tubería correspondiente a $z < 0$ es muy corta, o no existe, V_z dependerá de z para $z > 0$. La fuerza del fluido sobre la pared interna de la tubería, tanto para el flujo laminar como turbulento, está dada por:

$$f = \frac{\int_0^L \int_0^{2\pi} \left(-\mu \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} R d\theta dz}{(2\pi RL) \left(\frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2 \right)} \quad (3)$$

1.7 Efecto de la temperatura.

En todos estos sistemas, la primera aproximación, para modelarlos, es suponer que la temperatura es constante, es decir, el proceso se lleva a condiciones isotérmicas (Bird et al. 2002, 2006). Sin embargo, la mayoría de este sistema involucra fluidos no newtonianos en donde la viscosidad juega un papel muy importante en la descripción física del sistema (Bird et al. 2002, 2006). De hecho, ejemplos de estos sistemas, en donde se involucren problemas acoplados de transferencia de momento y energía son de vital importancia en la industria química (Bird et al 2006, 2010).

Los gradientes de velocidad elevados y fluidos altamente viscosos inducen a la degradación mecánica por consecuencia, aumentan la disipación viscosa, que no es otra cosa que el trabajo que hace un agente externo en contra de las fuerzas viscosas. (Bird et al 2006, 2010). Por otra parte, los mecanismos viscosos compiten con los cinéticos lo que implica que el factor de fricción cambie considerablemente alejándose del comportamiento newtoniano el cual, solo depende del número de Reynolds (Bird et al 2006, 2010).

1.8 Disipación viscosa.

La mayoría de los sistemas reológicos con aplicaciones industriales presentan condiciones no isotérmicas, es decir, debido a la combinación de gradientes de

velocidad elevada y fluidos muy viscosos (polímeros, polímeros asociativos, sistemas micelares) promueve la degradación de energía, i.e. la disipación viscosa (Bird et al 2006, 2010). La definición de la disipación viscosa es el trabajo irreversible que hace un agente externo en contra de las fuerzas viscosas. En ese mismo contexto, se puede entender que la disipación viscosa es la energía que se desperdicia o que no utiliza el sistema (Bird et al 2006, 2010):

$$W_{\text{irre}} = \int_V (\sigma:D) dV = \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^a \left(\sigma_{rz} \dot{\gamma}_{rz} \right) r dr d\theta dz \quad (4)$$

Una primera aproximación a los problemas de flujo de fluidos en geometrías es la de suponer que el sistema opera en condiciones isotérmicas, lo que se aleja completamente de la realidad física, esta suposición es con el fin de obtener expresiones analíticas y numéricas que permitan describir hasta un cierto grado de exactitud la física del problema (Herrera-Velarde et. al. 2000; Mena et al. 1979). Este efecto es utilizado en extrusión de polímeros en donde el incremento en la temperatura es utilizada para fundir los materiales. El proceso de transferencia de energía ha sido estudiado extensivamente para el caso de fluidos newtonianos. Algunos autores han modelado la transferencia de energía con distintas condiciones de frontera. Algunos autores desprecian los efectos convectivos en la dirección axial en una geometría cilíndrica (Greatz et al. 2009).

1.9 Contribución al conocimiento de esta tesis de licenciatura.

En resumen, de acuerdo con la revisión bibliográfica, existen pocos resultados analíticos que describan la transferencia de momento y energía de fluidos no-newtonianos debido a la disipación viscosa. El objetivo general de esta tesis, es la de describir la transferencia de momento y energía de un líquido no-newtoniano en una geometría cilíndrica. Para caracterizar la reología el flujo se utiliza la ecuación constitutiva de Ellis, la cual acopla los modelos de Newton y el de Ostwald (ley de potencia) en una geometría cilíndrica en condiciones isotérmicas.

Suponiendo que el sistema se encuentra en régimen permanente, se obtienen soluciones analíticas para el perfil de velocidades, flujo volumétrico, velocidad promedio, factor de fricción, perfil de temperaturas, temperatura promedio y disipación viscosa respectivamente. Los resultados obtenidos pueden ser reducidos bajo las condiciones adecuadas, a los modelos de ley de potencia y newtoniano.

Por otro lado y debido a las aplicaciones científicas y tecnológicas actuales y potenciales de los líquidos no-newtonianos, así como la ausencia de resultados analíticos simples que permitan contrastar las predicciones numéricas y las observaciones experimentales, se justifica plenamente la originalidad de la investigación, contenida en el presente proyecto de tesis de licenciatura.

Para este efecto, la distribución y el contenido del material de la presente tesis se muestra en la Fig.1, posterior a eso, se plantea el objetivo general, los objetivos particulares y la hipótesis de trabajo.

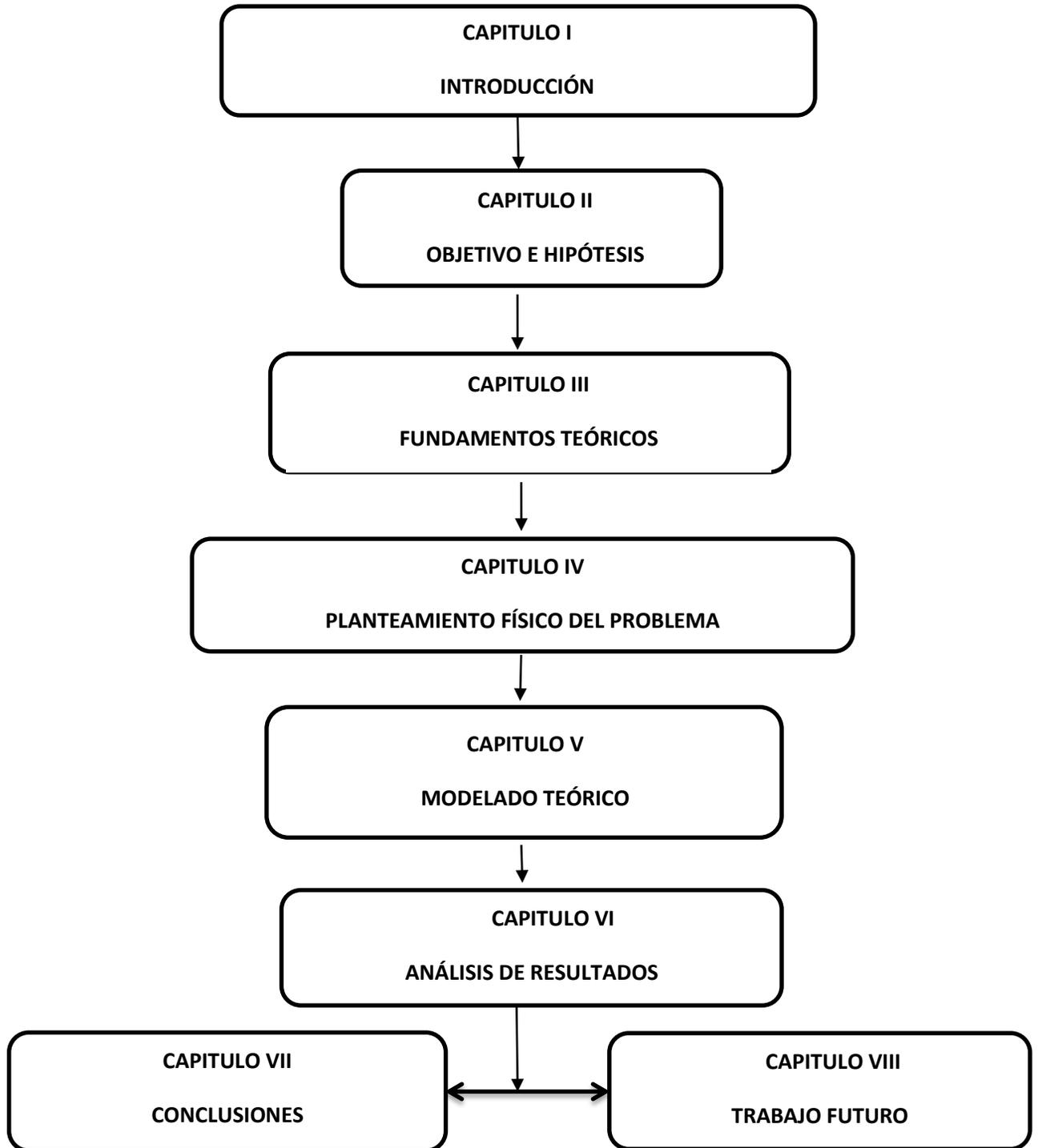


Figura 1. Organización del trabajo desarrollo en la tesis.

CAPÍTULO II
OBJETIVO E HIPÓTESIS

2.1 Objetivos.

En esta sección se presentan el objetivo general, los objetivos particulares y la hipótesis de trabajo de esta investigación.

2.1.1 Objetivo general.

Acoplar las ecuaciones de movimiento y energía en un fluido no newtoniano con el fin, de obtener expresiones analíticas para las variables dinámicas del sistema, como son: perfil de velocidades, velocidad promedio, flujo volumétrico, factor de fricción, perfil de temperaturas, temperatura promedio y disipación viscosa.

2.1.2 Objetivos particulares:

- a) Describir el flujo, reología y el trabajo irreversible (disipación viscosa) de un fluido newtoniano. Para caracterizar, el estado reológico del sistema se utiliza el modelo de Ellis el cual acopla el modelo Newtoniano y el modelo no –newtoniano de Ostwaeld de Waele.
- b) Proponer un conjunto de variables adimensionales con el fin de obtener los grupos adimensionales que describen la física del sistema y nos permitan analizar casos asintóticos. En este punto, se calcularan el perfil de velocidades, velocidad promedio, flujo volumétrico, factor de fricción, perfil de temperaturas, temperatura promedio y finalmente la disipación viscosa.
- c) A partir de datos reométricos de un sistema micelar, calcular las variables dinámicas del sistema, y contrastar los resultados obtenidos con nuestro modelo.

2.2 Hipótesis.

El efecto de la incorporación de las propiedades no-newtonianas de un fluido modifica drásticamente o considerablemente la dinámica del sistema.

CAPÍTULO III
FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 Fluidos complejos.

Los fluidos complejos como su nombre lo indica, son aquellos que presentan comportamiento reológicos en estado estacionario y no estacionario, muy interesantes debido a los agentes externos que apliquen en ellos (Gennes & Prost 1994; Rey & Herrera-Valencia, 2012a, Rey & Herrera-Valencia 2012b). Algunos ejemplos de fluidos complejos son los sistemas poliméricos, micelares, fluidos biológicos, cristales líquidos, etc. Los polímeros por ejemplo, son sistemas en donde una unidad llamada monómero se repite y que presentan propiedades físicas complejas debido a las interacciones entre sus cadenas y peso molecular (de Gennes & Prost 1994; Rey & Herrera-Valencia). Los sistemas micelares contienen miles o decenas de miles de agentes tenso activos (un tensoactivo es un sistema que abate la tensión superficial de los líquidos) y que contienen una parte hidrofobia y una hidrofilia (Rey & Herrera 2012). Los sistemas micelares dependen de la concentración y dependiendo de esta, pueden pasar de sistema esféricos a cilíndricos por efecto de un agente estos sistemas micelares dependen de la concentración y por agente externo entiéndase una fuerza que se aplica en una área paralela a la fuerza (Rey & Herrera-Valencia 2012a; Rey & Herrera-Valencia 2012b).

3.2 Sistemas micelares.

Las micelas alargadas han recibido mucha atención recientemente debido a su compleja reología y a sus potenciales aplicaciones (Rehage et. al. 1982; Tepale et. al. 2006) sugirieron que el espesamiento al corte el cual se manifiesta como un aumento en la viscosidad con el trascurso del tiempo cuando se ejerce una velocidad de corte superior a la denominada velocidad de corte crítica de espesamiento $\dot{\gamma}_{CR}$ es el resultado de la formación de algún tipo de estructura inducida por el corte. Por el contrario, para soluciones que exhiben adelgazamiento al corte se observa una disminución en la viscosidad al incrementar la velocidad de corte debido a que la estructura presente tiende a perder su complejidad ya que las moléculas sufren un rompimiento lo que conlleva a la disminución de la viscosidad.

3.3 Reología.

La reología, es decir la ciencia del flujo y la deformación de la materia, es decir, las propiedades mecánicas de los gases, líquidos, plásticos, sustancias asfálticas, materiales cristalinos y otros. Por lo tanto, el campo de la reología se extiende, desde la mecánica de fluidos newtonianos por una parte, hasta la elasticidad de Hooke por otra parte. Su objetivo está restringido a la observación del comportamiento de materiales sometidos a deformaciones muy sencillas, desarrollando posteriormente un modelo matemático que permita obtener las propiedades reológicas del material. Un sistema es capaz de fluir debido a las fuerzas de cohesión en sus moléculas y suele deformarse continuamente cuando se somete a un esfuerzo cortante (Bird et al. 1987; Bird et al 2010). En su forma más simple, la viscosidad μ es una propiedad de transporte, que se puede interpretar como la resistencia que ofrecen los fluidos a ser deformados cuando son sometidos a un esfuerzo (Bird et al 1987; Bird et al 2010).

3. 3.1 Tensor de esfuerzos.

El tensor de esfuerzos, es un tensor de segundo orden, el cual se puede describir como una matriz de 3 x 3 formada por nueve elementos. Los elementos a fuera de la diagonal principal son llamados esfuerzos cortantes, mientras que los elementos en la diagonal principal son llamados esfuerzo normales. Nótese, que los esfuerzos cortantes deforman continua e irreversiblemente el material, por lo que el sistema fluye (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005). Mientras que los elementos en la diagonal principal modifican la forma geométrica del elemento de control, pero no su volumen. La representación del tensor de esfuerzos se puede expresar como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Matemáticamente, es importante destacar que el tensor de esfuerzos es simétrico, es decir los elementos fuera de la diagonal principal, son iguales (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005).

3.3.2 Tensor gradiente de velocidad y su transpuesta.

Los tensores gradiente de velocidad y su transpuesta se definen como (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005):

$$\nabla \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial y} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} & \frac{\partial V_y}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix}; (\nabla \mathbf{V})^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_x}{\partial z} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (6)$$

El tensor gradiente de velocidad puede ser descompuesto en dos tensores uno simétrico conocido como tensor rapidez de deformación, y el otro anti-simétrico conocido como tensor de vorticidad.

3.3.3 El tensor rapidez de deformación.

El tensor rapidez de deformación, es la parte simétrica del tensor gradiente de velocidad por lo que, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T) = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Es importante notar, que el tensor de rapidez de deformación nos da información acerca de la rapidez con la que se deforma el material.

3.3.4 Tensor de Vorticidad.

El tensor de vorticidad, es la parte anti-simétrica del tensor gradiente de velocidad por lo que, se puede expresar de la siguiente manera:

$$W = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{V} - (\nabla\mathbf{V})^T) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

3.3.5 Flujo cortante en estado estacionario.

En el flujo cortante en estado estacionario, se destruye la estructura con el fin de estudiar la función viscosidad del sistema (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005). En esta prueba mecánica, la muestra es colocada en dos placas paralelas y la placa superior se le aplica una velocidad constante, de tal forma que el momento se transfiere ortogonal a la velocidad y el fluido se deforma continua e irreversiblemente.

El flujo cortante simple se genera cuando las fuerzas que actúen en el sistema, quedan fuera de la diagonal principal de la matriz asociada al tensor de esfuerzos:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z}\right) \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

3.4 Ecuaciones constitutivas.

En Mecánica del medio continuo, una ecuación constitutiva describe la relación entre las variables dinámicas en el sistema, en particular el esfuerzo y la deformación. En esta sección, se presentan algunas de las ecuaciones constitutivas más utilizadas en Fenómenos de Transporte y Reología de fluidos complejos (Bird et al 1987).

3.4.1 Fluidos newtonianos.

Los fluidos newtonianos son fluidos en los que el deslizamiento relativo de los elementos de fluido al circular uno sobre otro es proporcional al esfuerzo cortante sobre el fluido. Todos los gases, agua líquida y líquidos de moléculas sencillas (amoníaco, alcohol, benceno, petróleo, cloroformo, butano, etc.) son newtonianos (Bird et al. 2002). Las pastas, emulsiones, fluidos biológicos, polímeros, suspensiones de sólidos y otras mezclas son probablemente no-newtonianos. Un fluido newtoniano se caracteriza por cumplir la Ley de Newton, es decir, que existe una relación lineal entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005). La viscosidad de un fluido newtoniano no depende del tiempo de aplicación de esfuerzo, aunque sí puede depender tanto de la temperatura como de la presión a la que se encuentre.

Primero se define la ecuación más simple, el modelo newtoniano, seguida de alguno de los modelos no newtonianos más utilizados en la literatura especializada en el tema (Bird et. al. 1987).

Desde el punto de vista de los fenómenos de transporte y reología, el fluido más sencillo es el newtoniano, llamado así porque su comportamiento sigue la ley de Newton (Bird et. al. 1987). El esfuerzo de corte es proporcional al gradiente de velocidad de corte:

$$\begin{aligned}\sigma &= 2\mu\mathbf{D} \\ \mathbf{D} &= \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{V} + \nabla\mathbf{V}^T)\end{aligned}\tag{10}$$

En esta ecuación tan simple, el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación, siguen una relación lineal. La constante de proporcionalidad se denomina viscosidad newtoniana μ y se mide en Pa s (en SI) en la práctica se utiliza comúnmente el centipose (cp). Por definición, todos aquellos fluidos que no siguen la Ec. (10) son newtonianos (Bird et al. 1987).

3.4.2 Fluidos no-newtonianos.

Las suspensiones densas, lodos, emulsiones, soluciones de polímeros de cadena larga, fluidos biológicos, alimentos líquidos, pinturas, suspensiones de arcillas y mezclas de hormigón son, en general, no-newtonianos (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005). La relación entre esfuerzo cortante y la velocidad de deformación para fluidos no newtonianos no es lineal (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005), por lo

cual se ha ajustado el uso de la viscosidad aparente. La viscosidad aparente es el esfuerzo cortante por la rapidez de deformación en un solo punto. A su vez, los fluidos no-newtonianos pueden clasificarse como dependientes del tiempo e independientes del tiempo; esto quiere decir que al aplicar un esfuerzo cortante constante a un fluido que depende del tiempo su viscosidad cambiará, lo cual no ocurre con los fluidos que son independientes del tiempo. Así mismo los fluidos no-newtonianos viscosos se pueden clasificar en tres tipos:

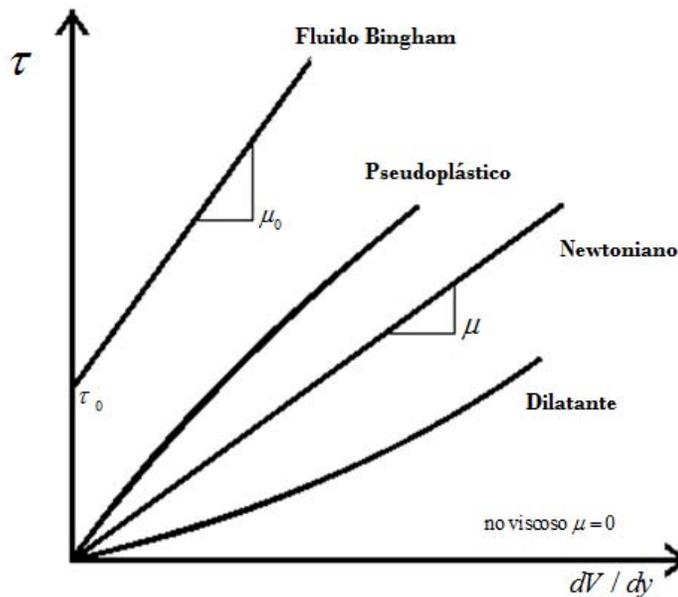


Figura 2. Tipos de fluidos no-newtonianos viscosos.

- Los fluidos pseudoplásticos son fluidos adelgazantes al corte. Conforme se aplica un esfuerzo cortante y este incrementa, la viscosidad de este tipo de fluidos decrece. Las soluciones poliméricas son un ejemplo de fluidos pseudoplásticos.
- Los fluidos dilatantes presentan un comportamiento espesante. Esta clase de fluidos presenta viscosidades incrementan cuando se les aplica un esfuerzo cortante. Esta clase de fluidos se presentan frecuentemente en la ciencia e ingeniería de los alimentos.
- Los fluidos de Bingham son fluidos que solo requieren aplicar un esfuerzo crítico para romper su estructura y comience a fluir/ Debido a todas estas diferencias es importante entender la clasificación de los tipos de fluidos no-newtonianos.

Desde el punto de vista tecnológico e industrial, los fluidos no-newtonianos, son aquellos que presentan propiedades aplicaciones tecnológicas y científicas más interesantes. (Herrera et al. 2009; Herrera et al 2010; Bird et al. 1987).

La definición más simple de un fluido newtoniano, es aquella en donde la rapidez de deformación, no muestra una relación lineal entre el esfuerzo y la rapidez de deformación (Bird et al. 1987). En este punto, la viscosidad no es constante y depende de la rapidez con la que se deforme la muestra, temperatura, presión, la concentración, el pH y entre otras (Bird et al 1987).

3.4.3 Modelo de Ostwald (Ley de potencia)

El modelo más sencillo después del modelo newtoniano, es el del ley de Potencia, o de Ostwald de Waele, el cual, tiene la siguiente representación matemática (Bird et al. 1987).

$$\sigma = 2\eta(\Pi_D)\mathbf{D} = 2K\left(\sqrt{2(\mathbf{D}:\mathbf{D})}\right)^{n-1}\mathbf{D} \quad (11)$$

donde K y n son parámetros empíricos, K es el índice de consistencia y n es el índice de comportamiento de flujo (Bird et al. 1987). EL término entre corchetes se denomina viscosidad aparente y es evidente que no es constante, dependiendo directamente de la velocidad de corte $\dot{\gamma}_{rz}$. Debido a que n determina precisamente el modo en que se desarrolla el flujo, si $n < 1$ el fluido se denomina pseudoplástico (Adelgazante al corte), estos fluidos fluyen más fácilmente aumentando la velocidad de deformación (Bird et al. 1987).

Por el contrario, cuando $n > 1$, la resistencia a fluir aumenta con un incremento en la velocidad de corte, y el fluido se denomina dilatante (engrozante al corte). La mayoría de los fluidos no newtonianos son pseudoplásticos: alimentos (jugo y puré de frutas, salsas) polímeros fundidos (poli estireno, acrilonitrilo, polipropileno, etc), cosméticos, látex, tinta de imprenta (Bird et al. 1987).

Los fluidos engrozantes al corte son los más raros, entre otros el cemento y las suspensiones concentradas (ej.: almidón de maíz) siguen este comportamiento (Bird et al. 1987). A bajas velocidades de corte, el líquido presente llena los espacios libres, a medida que la velocidad de corte aumenta, el material se expande o dilata y comienza a aparecer esfuerzos de interacción

solido-solido que se traducen en un aumento de la viscosidad aparente (Bird et al. 1987).

Una limitación importante de la ley de la potencia es que es aplicable a un rango limitado de velocidades de corte. Además el valor de K depende del valor numérico de n, con lo cual valores de K de distintos fluidos no son comparables.

3.4.4 Modelo de Ellis.

El modelo de Ellis, contiene tres propiedades materiales las cuales describen una primera zona newtoniana a bajas rapidezces de deformación, y una zona intermedia relacionada con el modelo de ley potencia (Bird et al. 1987). Este modelo puede ser deducido mediante una combinación del modelo newtoniano y el de ley de potencia respectivamente, suponiendo que la rapidez de deformación es aditiva, es decir que la rapidez de deformación total es la suma de la contribución newtoniana y la contribución del modelo no-newtoniano (Oswald) (Bird et al. 1987). La ecuación constitutiva de Ellis, contiene tres parámetros ajustables denotados por: $\{\varphi_0, \varphi_1, \alpha\}$, los cuales están relacionados con la fluidez a cortes bajos y moderados, y al inverso del índice del modelo de ley de potencia. Este modelo admite soluciones analíticas en flujo cortante simple en diferentes situaciones de flujo para el perfil de velocidades, flujo volumétrico, función viscosidad, rapidez de deformación, etc.

$$2\mathbf{D} = \varphi_0 \boldsymbol{\sigma} + \varphi_1 |\boldsymbol{\sigma}|^{\alpha-1} \boldsymbol{\sigma} \quad (12)$$

Finalmente, los modelos discutidos en esta sección, nos permite establecer, las diferencias de los modelos no-newtonianos más comunes de la literatura. Por otra parte, los fluidos no-newtonianos presentan un reto en la descripción de sistemas complejos. La aplicación de estos fluidos, se presenta en diferentes situaciones físicas, como por ejemplo: La ciencia y la ingeniera de nuevos materiales como son: (i) fibras sintéticas (utilizadas en la industria espacial), (ii) polímeros (plásticos), (iii) polímeros asociativos (utilizados como agentes estabilizantes en la industria de las pinturas base agua), (iv) cristales líquidos (utilizados por sus propiedades ópticas en pantallas de cristales líquidos, fibras sintéticas, y reconstrucción de tejido óseo en bioingeniería), (v) Fluidos biológicos, los cuales representan un reto para los ingenieros modernos (Rey 2005, 2006, 2007, 2008; Rey & Herrera 2012). En este contexto, los fluidos no-newtonianos

involucran conocimientos multidisciplinarios, como la física, química, biología, matemáticas e ingeniera.

3.5 Fenómenos de Transporte.

Los Fenómenos de Transporte, se define como la rama de la Ingeniería Química que estudia los mecanismos de transporte en momento, energía y masa. Los fenómenos de transporte pueden ser estudiados a nivel macroscópico, microscópico y molecular (Bird et al. 1987; Bird et al. 2006). La ecuación básica de transporte puede ser descrita en término de la derivada material D/Dt (Bird et al 1987):

$$\frac{DX}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{X} = -\nabla \cdot \mathbf{Y} + \mathbf{f} \quad (13)$$

Tabla 3. Ilustra las variables dinámicas involucradas en las ecuaciones básicas de transporte de cantidad de movimiento, energía y masa respectivamente.

Mecanismo de transporte	x	y	f
Momento Newton	ρV	$\Phi = \rho v v + T = \rho v v - pI + \sigma$	ρg
Energía Termodinámica Irreversible	$U = \rho C_p T$	$q = -k \nabla T$	$\sigma : D$
Masa conservación de los moles en un sistema	C_A	$N_A = -c D_{AB} \nabla X_A + X_A (N_A + N_B)$	R_A
Continuidad Conservación de la masa	ρ	ρV	0

El primer término de la Ec. (13), representa la derivada material de la propiedad X, la cual es igual a los cambios espaciales del flux a través de la divergencia del flux Y y por último la fuente f (Bird et al. 2005).

3.5.1 La ecuación de transporte de cantidad de movimiento.

La ecuación de momento, se basa principalmente en la segunda ley de Newton del movimiento en un medio continuo, la cual puede ser escrita de la siguiente manera (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005):

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} \quad (14)$$

En la Ec. (14) ρ es la densidad del líquido, \mathbf{V} es el vector de velocidad, P es el gradiente de presión, $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de esfuerzos viscoso, y \mathbf{g} es el vector aceleración de la gravedad, que en el campo terrestre es constante. Si el fluido que describe la relación del tensor de esfuerzos con la rapidez de deformación es lineal, la Ec. (14) se transforma en la Ec. de Navier-Stokes para los fluidos newtonianos (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005):

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g} \quad (15)$$

La Ec. (15) es base para el cálculo de la mecánica de fluidos newtonianos.

3.5.2 La ecuación de transporte de energía.

La ecuación de energía, se puede interpretar como una extensión de la primera ley de la termodinámica a un sistema irreversible, en donde el tiempo si es una variable importante, ya que desde el punto de vista clásico, no es tomada en cuenta (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005). A partir de la tabla se tiene lo siguiente:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \rho C_p \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) T = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} = k \nabla^2 T + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (16)$$

La Ec. (16) describe la evolución temporal y espacial de la temperatura como función como una consecuencia del flux de energía y del trabajo irreversible realizado por un agente externo sobre los mecanismos viscosos. La Ec. (16) es

punto de partida en los cálculos del perfil de temperatura asociado a los procesos moleculares y los disipativos respectivamente. (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005).

3.5.3 La ecuación de transporte de masa.

Suponiendo que existe un sistema físico en donde hay intercambio de masa, la ecuación que rige este intercambio, puede ser descrita en términos de la derivada material (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005):

$$\frac{DC_A}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) C_A = cD_{AB} \nabla^2 X_A - \nabla X_A \cdot (\mathbf{N}_A + \mathbf{N}_B) - X_A \nabla \cdot (\mathbf{N}_A + \mathbf{N}_B) + R_A \quad (17)$$

La Ec. (17) describe los cambios temporales y espaciales de la concentración de la especie A por efecto de los mecanismos difusivos y de las contribuciones de los cambios espaciales a través del movimiento global del fluido (Bird). Cuando el movimiento global del fluido se desprecia es decir, los cambios espaciales en el movimiento global del fluido son despreciables y solamente los mecanismos difusivos y el término de generación contribuyen al balance, por lo que la ecuación de conservación se puede escribir como (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005):

$$\frac{DC_A}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) C_A = D_{AB} \nabla^2 (cX_A) - k_n^r C_A^n = D_{AB} \nabla^2 C_A - k_n^r C_A^n \quad (18)$$

La Ec. (18) describe los cambios espaciales y temporales de la concentración como función de los mecanismos difusivos y de reacción química respectivamente.

CAPÍTULO IV

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

4.1 Sistema físico.

El sistema físico que se analiza se describe a continuación. Un líquido complejo con estructura estacionaria (sistema micelar el cual está compuesto por miles o decenas de miles de agente tensoactivo), fluye en la dirección axial en un capilar de radio $r=a$ y longitud finita $z=L$, bajo la acción de un gradiente de presión constante.

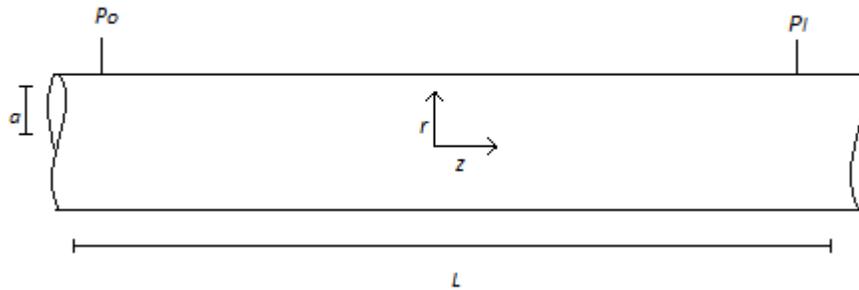


Figura 3. Representación del sistema de estudiado.

4.2 Análisis de Proceso.

Las siguientes restricciones son impuestas con el fin de modelar el flujo y la reología en nuestro sistema:

- a) Proceso en estado estacionario (Ninguna propiedad, atributo o característica del sistema no depende del tiempo). $\frac{\partial}{\partial t} \{ \} = 0$
- b) Fluido incompresible (densidad constante, puesto que no depende de la posición y del tiempo). $\frac{D\rho}{Dt} = 0$
- c) Sistema geométrico en coordenadas cilíndricas: (r, θ, z)
- d) El sistema de coordenadas es colocado en el centro del tubo, en donde el eje axial coincide con la velocidad del fluido.
- e) Simetría-cilíndrica (Ningún atributo o característica del sistema depende de la coordenada angular θ). $\frac{\partial}{\partial \theta} \{ \} = 0$

- f) La reología y el flujo son caracterizados por el modelo constitutivo de Ellis, el cual, es una generalización de los modelos newtonianos y de ley de potencia.
- g) Los mecanismos inerciales de la ecuación de movimiento son despreciables, i.e. suponemos que el sistema es gobernado por números de Reynolds muy bajos. $Re = 0$.
- h) El termino convectivo de la ecuación de energía se desprecia y solo son considerados los mecanismos disipativos debido a la fricción de las capas del fluido no-newtoniano.
- i) Cualquier tipo de transferencia de energía, se desprecia por lo que la temperatura se incrementa por efecto del trabajo irreversible sobre las fuerzas viscosas (Disipación viscosa).

4.3 Transferencia de momento.

A partir de las restricciones del punto 4.2, el sistema fluye por un flujo cortante ocasionado por un gradiente de presión en la dirección axial.

4.3.1 Vector de Velocidad.

El vector velocidad solo tiene una componente axial, la cual depende de la posición. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\mathbf{V} = [V_R, V_\Theta, V_z] = [0, 0, V_z(r)] \quad (19)$$

4.3.2 Ecuación de continuidad.

A partir del campo de velocidades, y suponiendo fluido incompresible, i.e. la densidad es constante pues no depende del tiempo y del espacio $\partial \rho / \partial t$, por lo que el sistema de flujo es solenoidal:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(V_\theta) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (20)$$

4.3.3 Tensor gradiente de velocidad:

El tensor gradiente de velocidad para este campo de velocidades toma la forma:

$$\nabla \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial r} & \frac{\partial V_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial V_z}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

4.3.4 Transpuesta del tensor gradiente de velocidad.

La transpuesta del tensor gradiente de velocidad, puede ser calculada a partir del tensor gradiente de velocidad, por lo que se tiene lo siguiente:

$$\nabla \mathbf{V}^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial r} & \frac{\partial V_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{\partial V_r}{\partial z} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial V_z}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

4.3.5 Tensor gradiente de velocidad.

A partir del tensor gradiente de deformación, se construye el tensor rapidez de deformación el cual, es la parte simétrica del tensor gradiente de velocidad:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} & 2 \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} & 2 \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \frac{\partial V_z}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

4.3.6 Tensor de esfuerzos y magnitud del tensor de esfuerzos:

El correspondiente tensor de esfuerzos σ para este sistema, se puede escribir como:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

El valor absoluto del tensor de esfuerzos σ para este sistema puede ser calculado por medio de la siguiente expresión:

$$|\sigma| = \sqrt{\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}} = \sqrt{\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix}} = \sigma_{rz} \quad (24)$$

La ecuación del modelo de Ellis en forma tensorial toma la forma:

$$2\mathbf{D} = \varphi_0 \sigma + \varphi_1 |\sigma|^{\alpha-1} \sigma \quad (25)$$

Sustituyendo los tensores rapidez de deformación y esfuerzo, se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial V_z}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \varphi_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \varphi_1 |\sigma_{rz}|^{\alpha-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

Desacoplando las entradas de la matriz, se obtiene la siguiente ecuación escalar:

$$\frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_0 \sigma_{rz} + \varphi_1 |\sigma_{rz}|^{\alpha-1} \sigma_{rz} \quad (27)$$

En la Ec. (27) σ_{rz} es la componente rz del tensor de esfuerzos, $\dot{\gamma}_{rz}$ es el escalar rz del tensor rapidez de deformación asociado al sistema, φ_0 es la fluidez (inverso de la viscosidad) a corte bajo del sistema, φ_1 es otro parámetro material el cual, puede ser interpretado como una fluidez generalizada que describe la zona de transición o intermedia tipo ley de potencia y finalmente el exponente α que relaciona las propiedades adelgazantes y engrozantes al corte en el fluido. El modelo reológico (Ec. 27) en una prueba de corte en estado estacionario, reproduce la primera zona newtoniana y la zona tipo ley de potencia, además

acepta soluciones analíticas para el perfil de velocidades, velocidad promedio, flujo volumétrico en geométricas simples como son: (i) cilindros y (ii) rendijas. Además todos los parámetros pueden ser ajustados mediante pruebas reológicas en estado estacionario y no estacionario respectivamente.

4.3.7. Ecuación de momento.

Si suponemos que el fluido se deforma continua e irreversiblemente por efecto de un gradiente de presión en la dirección axial, que los mecanismos inerciales y gravitacionales se desprecian en el balance de cantidad de movimiento toma la forma:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \nabla p \quad (28)$$

Multiplicando por un vector unitario en la dirección z, i.e. $\hat{e}_z = (0, 0, 1)$ y suponiendo que el movimiento se da en la dirección z, y que la transferencia de cantidad de movimiento se da en la dirección radial, se tiene la siguiente expresión, para la componente rz de la Ec. (28):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rz}) = \frac{dp}{dz} \quad (29)$$

La Ec. (29) es la base de este trabajo y punto de partida en los cálculos del perfil de velocidad, flujo volumétrico, esfuerzo cortante, perfil de temperaturas y flujo de energía respectivamente.

4.3.8 Ecuación de transferencia de energía.

La Ecuación de energía, en término de la derivada material, toma la forma:

$$\frac{DU}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) U = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (30)$$

En termodinámica clásica, se sabe que la energía interna del fluido U, puede ser expresada en término del producto de la densidad del fluido, la capacidad calorífica y la temperatura del fluido, i.e. $U = \rho C_p T + \text{constante}$, por lo que la Ec. (30) puede ser expresada como:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \rho C_p \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) T = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (31)$$

Suponiendo que la relación entre el flux de calor y gradiente de temperatura, es lineal y que las propiedades materiales del sistema no dependen de la temperatura, el flux de calor puede ser descrito mediante la Ley de Fourier. i.e.

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \quad (32)$$

Finalmente, combinando las Ecs. (31, 32), se tiene lo siguiente:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \rho C_p \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) T = +k \nabla^2 T + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (33)$$

Suponiendo que el sistema se encuentra en régimen permanente, y no existe transporte de energía por convección, se tiene lo siguiente:

$$0 = k \nabla^2 T + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (34)$$

Suponiendo que el cambio de temperatura se da en la dirección radial y los efectos de angulares y axiales son despreciables, se tiene lo siguiente. Suponiendo que la temperatura solo es función de la coordenada radial r y que las variaciones angulares y axiales son pequeñas, el balance energético de la Ec. (34) toma la forma:

$$k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\sigma_{rz} \left(\dot{\gamma}_{rz} \right) \dot{\gamma}_{rz} \quad (35)$$

Finalmente la Ec. (35) implica que los cambios de la Temperatura se deben a los mecanismos viscosos asociados a la disipación viscosa.

4.3.9 Disipación viscosa.

La disipación viscosa puede ser calculada de mediante el doble producto interior entre el tensor de esfuerzos y el tensor rapidez de deformación:

$$\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} D_{rr} & D_{r\theta} & D_{rz} \\ D_{\theta r} & D_{\theta\theta} & D_{\theta z} \\ D_{zr} & D_{z\theta} & D_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 0 & 0 & D_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ D_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} = \sigma_{rz} (2D_{rz}) = \sigma_{rz} \frac{\partial V_z}{\partial r}$$

El resultado anterior muestra que la disipación viscosa es el producto del esfuerzo y la rapidez de deformación cortante. Sustituyendo el modelo de Ellis, se tiene la siguiente expresión general para el trabajo irreversible en contra de las fuerzas viscosas.

$$\sigma : \mathbf{D} = \sigma_{rz} \frac{dV_z(r)}{dr} = \sigma_{rz} \dot{\gamma}_{rz} = \varphi_0 \sigma_{rz}^2 + \varphi_1 |\sigma_{rz}|^{\alpha-1} \sigma_{rz}^2 \quad (37)$$

4.4 Resumen de las ecuaciones obtenidas en este trabajo.

En esta sección se presentaron las ecuaciones dimensionales de continuidad, momento, constitutiva y energía que describen la dinámica de un fluido no-newtoniano como son: (i) Perfil de velocidad, (ii) Flujo volumétrico, (iii) Factor de fricción, (iv) Perfil de temperaturas, (v) Flujo de calor y (vi) Disipación viscosa. La hipótesis básicas para la deducción del modelo son: (i) Régimen permanente, (ii) Fluido incompresible, (iii) Coordenadas cilíndricas, (iv) Fluido no newtoniano (Ecuación constitutiva de Ellis), (v) Efectos gravitacionales despreciables. Las ecuaciones generales son:

a) Balance de cantidad de movimiento:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rz}) = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (38)$$

b) Componente rz del modelo reológico de Ellis.

$$\frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_0 \sigma_{rz} + \varphi_1 |\sigma_{rz}|^{\alpha-1} \sigma_{rz} \quad (39)$$

c) Condiciones de frontera para el flujo:

$$\text{C.Fs.1:} \begin{cases} V_z(r=a) = 0 \\ V_z(r=0) = \text{finita}; \text{ o } \left. \frac{dV_z}{dr} \right|_{r=0} = 0 \end{cases} \quad (40)$$

d) Balance de transferencia de energía:

$$k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\sigma_{rz} \dot{\gamma}_{rz} \quad (41)$$

e) Condiciones de frontera para la transferencia de energía:

$$\text{C.Fs.2:} \begin{cases} T(r=a) = T_a \\ T(r=0) = T_{\text{finita}}; \text{ o } \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0 \end{cases} \quad (42)$$

CAPÍTULO V
MODELADO TEÓRICO

5.1 Transferencia de Momento

En este capítulo se presentan las ecuaciones y resultados teóricos más importantes de la presente tesis de licenciatura, tomando como base en la deducción de las expresiones, las restricciones e hipótesis más importantes del capítulo IV.

5.1.1 Calculo del perfil de velocidad axial.

A partir de las ecuaciones generales de momento y energía y suponiendo que los efectos inerciales son despreciables, la ecuación de balance de momento modificada, toma la forma:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\sigma_{rz}) = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (43)$$

La componente rz del modelo reológico de Ellis se puede escribir como:

$$-\dot{\gamma}_{rz} = \varphi_0 \sigma_{rz} + \varphi_1 (\sigma_{rz})^\alpha \quad (44)$$

Integrando el balance de cantidad de movimiento (Ec. 43):

$$\sigma_{rz} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r + \frac{C_1}{r} \quad (45)$$

Por lo que aplicando la condición de frontera, $\sigma_{rz} = \text{finito}; r = a$, se tiene lo siguiente:

$$\sigma_{rz} = -\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r \quad (46)$$

En donde la constante C_1 debe ser cero, debido a que el esfuerzo debe de permanecer acotado. Sustituyendo la Ec. (46) en la componente rz del modelo de Ellis, se llega a la siguiente Ecuación diferencial lineal de primer orden de variables separables:

$$\frac{dV_z}{dr} = \varphi_0 \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r \right) + \varphi_1 \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r \right)^\alpha \quad (47)$$

Integrando se obtiene la solución general del perfil de velocidades:

$$V_z(r) = \frac{\varphi_0}{2} \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) r^2 + \frac{\varphi_1}{\alpha+1} \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right)^\alpha r^{\alpha+1} + C_1 \quad (48)$$

Suponiendo que se cumple la condición de adherencia del fluido al sólido, se tiene la siguiente condición a la frontera:

$$V_z(r=a) = 0 \quad (49)$$

Sustituyendo la Ec. (49) en la Ec. (48) se obtiene el valor de C_2

$$C_2 = -\frac{\varphi_0}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) a^2 - \frac{\varphi_1}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right)^\alpha a^{\alpha+1} \quad (50)$$

Finalmente, sustituyendo el valor de C_1 en la Ec. (48) y desarrollando el álgebra necesaria, se tiene lo siguiente:

$$V_z(r) = \frac{\varphi_0 a^2}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] + \frac{\varphi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right)^\alpha \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+1} \right] \quad (51)$$

La Ec. (48) representa el perfil de velocidades de un fluido no newtoniano caracterizado por el modelo reológico de Ellis. Es importante destacar que se cumple que la velocidad total, es la suma de la contribución newtoniana más la no newtoniana asociada con el modelo de Ley de potencia, y este se ve modificado debido a las propiedades materiales del sistema.

5.1.2 Cálculo del flujo volumétrico.

En esta sección, se calcula el flujo volumétrico el cual, es el producto del perfil de velocidades por el área de sección transversal, la cual se puede calcular con la siguiente integral doble:

$$Q = \int \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^a V_z(r) r dr d\theta \quad (52)$$

Integrando con respecto al ángulo resulta:

$$Q = 2\pi \int_0^a V_z(r) r dr \quad (53)$$

Sustituyendo el perfil de velocidades general Ec. (52) en la Ec. (53), se obtiene lo siguiente:

$$Q = \int_0^a \left\{ -\frac{\phi_0 a^2}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] - \frac{\phi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right)^\alpha \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+1} \right] \right\} r dr \quad (54)$$

Cambio de variable:

$$\text{Cambio de variable: } \begin{cases} u = \frac{r}{a}; & du = \frac{dr}{a} \\ r \rightarrow a; & u \rightarrow 1 \\ r \rightarrow 0; & u \rightarrow 0 \end{cases} \quad (55)$$

Sustituyendo la ecuación de velocidad y aplicando el cambio de variable en la ecuación de flujo se obtiene:

$$\frac{Q}{2\pi a^2} = \frac{\phi_0 a^2}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \int_0^1 (1-u^2) u du + \frac{\phi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right)^\alpha \int_0^1 (1-u^{\alpha+1}) u du \quad (56)$$

Integrando y simplificando se obtiene la siguiente expresión para el flujo volumétrico del modelo de Ellis:

$$Q = \pi a^4 \left(\frac{\phi_0}{4} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\phi_1 a^{\alpha-1}}{\alpha+3} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right)^\alpha \right) \quad (57)$$

La Ec. (57) representa el flujo volumétrico de un fluido no newtoniano caracterizado por el modelo reológico de Ellis. Es importante destacar que el flujo volumétrico es la suma de la contribución newtoniana más la no newtoniana del modelo de Ostwaeld de Waelle, y que al igual que el perfil de velocidades, este se ve modificado por las propiedades materiales.

5.1.3 Velocidad promedio.

Una variable dinámica importante en ingeniería, es la velocidad promedio, la cual es el cociente entre el flujo volumétrico y el área característica de flujo o de sección transversal. Por lo que, la Ec. básica para la velocidad promedio, está dada por:

$$\langle V \rangle = \frac{Q}{\int \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}} = \frac{\int \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}}{\int \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a V_z(r) r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^a r dr d\theta} = \frac{1}{a} \int_0^a V_z(r) r dr \quad (58)$$

La velocidad promedio toma la forma:

$$\langle V_z \rangle = \frac{Q}{2\pi a^2} = \frac{\phi_0 a^2}{4} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\phi_1 a^{\alpha+3}}{(\alpha+3)a^2} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \right)^\alpha \quad (59)$$

Por lo tanto la ecuación de describe la velocidad promedio es la siguiente:

$$\langle V_z \rangle = \frac{\phi_0 a}{4} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} a \right) + \frac{\phi_1 a}{\alpha+3} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} a \right)^\alpha = \frac{\phi_0 a}{4} \sigma_w + \frac{\phi_1 a}{\alpha+3} (\sigma_w)^\alpha \quad (60)$$

En la Ec. (60) σ_w es el esfuerzo en la pared, el cual depende del gradiente de presión en el sistema. La velocidad promedio (Ec.60) depende de las propiedades materiales del modelo de Ellis y de la fuerza motriz a través del gradiente de presión. Es importante notar que esta ecuación puede ser escrita en la siguiente forma:

$$\langle V_z \rangle = \langle V_z \rangle_N + \langle V_z \rangle_O = \frac{\phi_0 a}{4} \sigma_w + \frac{\phi_1 a}{\alpha+3} (\sigma_w)^\alpha \quad (61)$$

Finalmente, y con base en la ecuación constitutiva de Ellis, la velocidad promedio es la suma de dos contribuciones, la newtoniana y la no newtoniana asociada con el modelo de Ostwaeld (Ley de potencia). Es importante resaltar, que la velocidad promedio será punto de partida en el cálculo del factor de fricción.

5.1.4 Calculo del factor de fricción de Fanning.

Como se definió en el capítulo 2, el factor de fricción es el cociente entre los mecanismos viscosos y cinéticos del sistema. Su expresión matemática se define de la siguiente manera:

$$f = \frac{\sigma_{rz}|_{r=a}}{\frac{1}{2} \rho \langle V \rangle^2} \quad (62)$$

La Ec. (62) puede ser rescrita de la siguiente manera:

$$f = \frac{16}{\rho \langle v \rangle D} \frac{\sigma_{rz}|_{r=a}}{\dot{\gamma}_{ap}} = \frac{16}{\rho \langle v \rangle D} \eta_{ap} = \frac{16}{\frac{\rho \langle v \rangle D}{\eta_{ap}}} = \frac{16}{\text{Re}_{\text{NN}}} \quad (63)$$

En la Ec. (63) se han definido la rapidez de deformación aparente, la viscosidad aparente y el número adimensional de Reynolds de la siguiente manera:

$$\eta_{ap} = \frac{\sigma_{rz}|_{r=a}}{\dot{\gamma}_{ap}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} a}{\frac{\varphi_0}{4} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} a \right) + \frac{\varphi_1}{\alpha+3} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} a \right)^\alpha} = \frac{1}{\frac{\varphi_0}{4} + \frac{\varphi_1}{\alpha+3} \sigma_w^{\alpha-1}} \quad (64)$$

La Ec. (64) representa la viscosidad aparente en el sistema. Es importante resaltar que no es la viscosidad real del fluido, debido a que se necesita la viscosidad en la pared, por lo que se necesita corregir la Ec. (64) con la formulación de Rabinovitch (Por ejemplo, Bird et al. 1978, Cap. 2, Problema 2. O4).

$$\dot{\gamma}_{ap} = 8 \frac{\langle v \rangle}{D} \quad (65)$$

En la Ec. (65) $D = 2a$ es el diámetro del cilindro. Nótese que la rapidez de deformación depende del cociente entre la velocidad promedio y una longitud característica asociada a la geometría del sistema, en este caso el diámetro del cilindro.

$$\text{Re}_{\text{NN}} = \frac{\rho \langle v \rangle_{\text{Ellis}} D}{\eta_{ap}} \quad (66)$$

El número de Reynolds es un cociente de dos mecanismos asociados con la viscosidad y la inercia del sistema. Además; este número permite conocer en qué tipo de régimen se encuentra el sistema. Finalmente, el factor de fricción se puede expresar como:

$$f(\sigma_w, \rho, \varphi_0, \varphi_1, a) = \frac{\sigma_w}{\frac{1}{2} \rho \left\langle \frac{\varphi_0 a}{4} \sigma_w + \frac{\varphi_1 a}{\alpha+3} (\sigma_w)^\alpha \right\rangle^2} \quad (67)$$

En esta sección, se han deducido las ecuaciones básicas para la transferencia de momento, para un líquido no newtoniano caracterizado por el

modelo de Ellis. En la siguiente sección se analizará el transporte de Energía debido a la disipación viscosa en el medio.

5.2 Transferencia de Energía.

En esta sección, se deduce el perfil de temperaturas, temperatura promedio, y se calcula disipación viscosa en función de las propiedades materiales del modelo de Ellis.

5.2.1 Perfil de temperatura.

A partir de la ecuación de energía, ecuación de Fourier y despreciando las contribuciones por convección en la ecuación de energía y suponiendo estado estacionario, se llega a la siguiente expresión matemática:

$$0 = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r \right) \dot{\gamma}_{rz} \quad (68)$$

Ahora, utilizando la rapidez de deformación de Ellis se tiene que:

$$\dot{\gamma}_{rz} = \varphi_0 \sigma_{rz} + \varphi_1 (\sigma_{rz})^\alpha = \varphi_0 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r \right) + \varphi_1 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r \right)^\alpha \quad (69)$$

Combinado las Ecs. (68,69) se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{1}{k} \left(\frac{\varphi_0}{3} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \right)^2 r^2 + \frac{\varphi_1}{\alpha+2} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \right)^{\alpha+1} r^{\alpha+1} \right) + \frac{C_1}{r} \quad (70)$$

En la Ec. (70) C_1 es una constante de integración. Integrando por segunda vez la Ec. (70) toma la forma:

$$T(r) = -\frac{1}{k} \left(\frac{\varphi_0}{16} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \right)^2 r^4 + \frac{\varphi_1}{(\alpha+3)^2} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \right)^{\alpha+1} r^{\alpha+3} \right) + C_1 \ln r + C_2 \quad (71)$$

La Ec. (71) Es la solución general del problema de frontera, para resolverla, se necesitan dos condiciones de frontera:

$$\text{Condiciones de Frontera: } \begin{cases} r = a; T = T_a \\ r = 0; T = \text{finita o } \frac{dT}{dr} = 0 \end{cases} \quad (72)$$

La primera de ellas, indica que la temperatura es conocida en la pared del cilindro, i.e., en $r = 0$, $T = T_a$, y la segunda implica que la temperatura debe ser finita en el centro del tubo y por simetría, se concluye que el perfil de temperaturas es asimétrico. Sustituyendo la primera condición de frontera en la solución general, se tiene lo siguiente:

$$T_a = -\frac{1}{k} \left(\frac{\varphi_0}{16} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \right)^2 a^4 + \frac{\varphi_1}{(\alpha+3)^2} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \right)^{\alpha+1} a^{\alpha+3} \right) + C_1 \ln a + C_2 \quad (73)$$

De la segunda condición de frontera se tiene lo siguiente:

$$0 = \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{1}{k} \left(\frac{\varphi_0}{3} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \right)^2 0^2 + \frac{\varphi_1}{\alpha+2} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \right)^{\alpha+1} 0^{\alpha+1} \right) + \frac{C_1}{0} \quad (74)$$

Para que se pueda satisfacer la Ec. (74) la constante C_1 debe de valer cero, i.e., $C_1 = 0$, por consistencia física. Por lo tanto el perfil de temperaturas toma la forma:

$$T(r) - T_a = \frac{1}{k} \frac{\varphi_0 a^2}{16} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} a \right)^2 \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^4 \right) + \frac{1}{k} \frac{\varphi_1 a^2}{(\alpha+3)^2} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} a \right)^{\alpha+1} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+3} \right) \quad (75)$$

El perfil de temperaturas, es función de la fuerza motriz asociado al gradiente de presión, propiedades materiales asociadas a la ecuación constitutiva de Ellis y a los procesos de transferencia de Energía. La Ec. (75) puede ser expresada en términos del esfuerzo en la pared:

$$T(r) - T_a = \frac{1}{k} \frac{\varphi_0 a^2}{16} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} a \right)^2 \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^4 \right) + \frac{1}{k} \frac{\varphi_1 a^2}{(\alpha+3)^2} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} a \right)^{\alpha+1} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+3} \right) \quad (76)$$

Por lo que la Ec. (76) toma la forma:

$$T(r) - T_a = \frac{1}{k} \frac{\phi_0 a^2}{16} \sigma_w^2 \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^4 \right) + \frac{1}{k} \frac{\phi_1 a^2}{(\alpha+3)^2} \sigma_w^{\alpha+1} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+3} \right) \quad (77)$$

Es importante resaltar, que el perfil de temperaturas, depende del esfuerzo en la pared y de las propiedades de transporte de cantidad de movimiento relacionadas con el modo de Ellis y las de transferencia de energía asociada con la disipación viscosa.

5.2.2 Temperatura promedio.

La temperatura promedio se calcula evaluando las contribuciones de la temperatura en un área promedio, por lo que se tiene lo siguiente:

$$\langle T(r) - T_0 \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a (T(r) - T_0) r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^a r dr d\theta} \quad (78)$$

La Ec. (78) se puede simplificar de la siguiente manera:

$$\langle T(r) - T_a \rangle = \frac{2}{a^2} \int_0^a (T(r) - T_a) r dr \quad (79)$$

Para resolver la integral resultante, se realiza el siguiente cambio de variable:

$$\text{Cambio de variable: } \begin{cases} u = \frac{r}{a} \\ du = \frac{dr}{a} \end{cases} \quad (80)$$

Sustituyendo en la Integral promedio de la temperatura, se tiene lo siguiente:

$$\langle T(r) - T_0 \rangle = \frac{\int_0^1 (T(r) - T_0) u du}{\int_0^1 u du} = 2 \int_0^1 (T(r) - T_0) u du \quad (81)$$

Sustituyendo el perfil de temperatura en la integral promedio, se tiene lo siguiente:

$$T(u) - T_a = \frac{1}{k} \frac{\phi_0 a^2}{16} \sigma_w^2 (1 - u^4) + \frac{1}{k} \frac{\phi_1 a^2}{(\alpha+3)^2} \sigma_w^{\alpha+1} (1 - u^{\alpha+3}) \quad (82)$$

Sustituyendo, el perfil de temperatura reducido en la integral promedio, se tiene lo siguiente:

$$T(r) - T_a = \frac{1}{k} \frac{\phi_0 a^2}{16} \left(\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} a \right) \langle T(u) - T_0 \rangle = 2 \int_0^1 \left(\frac{1}{k} \frac{\phi_0 a^2}{16} \sigma_w^2 (1 - u^4) + \frac{1}{k} \frac{\phi_1 a^2}{(\alpha+3)^2} \sigma_w^{\alpha+1} (1 - u^{\alpha+3}) \right) u du \quad (83)$$

Aplicando las propiedades de linealidad de las integrales, se tiene lo siguiente:

$$\langle T(u) - T_0 \rangle = \frac{1}{k} \frac{\phi_0 a^2}{8} \sigma_w^2 \int_0^1 (u - u^5) du + \frac{1}{k} \frac{\phi_1 a^2}{(\alpha+3)^2 / 2} \sigma_w^{\alpha+1} \int_0^1 (u - u^{\alpha+4}) du \quad (84)$$

Integrando la expresión anterior, se tiene lo siguiente:

$$\langle T(u) - T_0 \rangle = 2 \left\{ \frac{1}{k} \frac{\phi_0 a^2}{16} \sigma_w^2 \left(\frac{u^2}{2} - \frac{u^6}{6} \right) \Big|_{u=1} + \frac{1}{k} \frac{\phi_1 a^2}{(\alpha+3)^2} \sigma_w^{\alpha+1} \left(\frac{u^2}{2} - \frac{u^{\alpha+5}}{\alpha+5} \right) \Big|_{u=1} \right\} \quad (85)$$

Simplificando y utilizando el teorema fundamental del cálculo, se tiene lo siguiente:

$$\boxed{\langle T(u=1) - T_0 \rangle = \frac{1}{k} \frac{\phi_0 a^2}{24} \sigma_w^2 + \frac{1}{k} \frac{\phi_1 a^2}{(\alpha+3)(\alpha+5)} \sigma_w^{\alpha+1}} \quad (86)$$

Finalmente el perfil de temperaturas promedio depende del esfuerzo en la pared y las propiedades de transporte de cantidad de movimiento a través de la Ecuación constitutiva de Ellis y las propiedades de transporte de energía a través del modelo de Fourier. En la siguiente sección, es calculado el trabajo irreversible en contra de las fuerzas viscosas conocida como disipación viscosa.

5.2.3 Disipación viscosa.

La disipación viscosa es el trabajo irreversible que hace el sistema debido a los levados gradientes de velocidad y fluidos muy viscosos, y se calcula como el doble producto punto del esfuerzo y la rapidez de deformación cortante.

$$\sigma_{rz} \dot{\gamma}_{rz} = \varphi_0 (\sigma_{rz})^2 + \varphi_1 (\sigma_{rz})^{\alpha+1} \quad (87)$$

Finalmente, en este capítulo se desarrollaron las expresiones más importantes para el perfil de velocidades, velocidad promedio flujo volumétrico, factor de fricción, perfil de temperaturas, temperatura promedio, flux de calor y disipación viscosa. En general, se puede concluir parcialmente que debido a la simplicidad del modelo de Ellis, las ecuaciones analíticas resultantes y las promedio se pueden separar en dos contribuciones principalmente. La primera de ellas, a las contribuciones newtonianas y la segunda a las no-newtonianas a través de los parámetros materiales de la ecuación reológica. En la siguiente sección escalamos las expresiones, con el fin de obtener las expresiones correspondientes para los perfiles de velocidad, temperatura, velocidad promedio, temperatura promedio, flujo volumétrico y disipación viscosa.

CAPÍTULO VI
SIMULACIONES COMPUTACIONALES

6.1 Resultados numéricos.

En este capítulo se presentan las simulaciones computacionales de las ecuaciones teóricas deducidas en el capítulo 4. Para su mejor interpretación, se propone un conjunto de variables adimensionales para las variables geométricas, de flujo y dinámicas del sistema.

6.1.1 Variables adimensionales.

Con el fin de obtener grupos adimensionales que cuantifiquen los mecanismos involucrados en el sistema, se propone el siguiente conjunto de variables adimensionales:

Tabla 4. Relación de variables dimensionales y adimensionales.

Variable Adimensional	Variable Dimensional	Variable Característica	Combinación de Variables
V_z^*	V_z	V_c	$V_c = \varphi_0 a \sigma_c$
$\langle V_z \rangle^*$	V_z	V_c	$V_c = \varphi_0 a \sigma_c$
Q^*	Q	Q_c	$Q_c = \pi a^2 V_c$
r^*	r	r_c	A
σ^*	σ	σ_c	$\sqrt[3]{\varphi_0/\varphi_1}$
$T^*(r)^*-T_a^*$	$T(r)-T_a$	T_c	$\frac{\sigma_c \varphi_0 a^3}{k}$
$\langle T^*(r)^*-T_a^* \rangle$	$\langle T(r)-T_a \rangle$	T_c	$a^2 \pi T_c$

Nótese que la velocidad axial se ha escalado con el radio del cilindro, i.e. $r = a$, con la fluidez a bajo corte φ_0 y un esfuerzo característico asociado con la fluidez a cortes bajo y moderado respectivamente. EL flujo volumétrico se ha hecho adimensional con el cuadrado del radio del tubo y la velocidad característica la cual, depende de la fluidez a corte bajo y alto respectivamente. La coordenada radial r se hizo adimensional con la longitud característica asociada al radio del tubo. Un hecho importante, es que esta coordenada quedará acotada entre 0 y 1. Las temperaturas local y promedio fueron escaladas con una combinación de parámetros asociados con las propiedades newtonianas del fluido y los

mecanismos de conducción e calor a través de la conductividad térmica del material.

6.1.2 Ecuaciones adimensionales.

A partir de las dos tablas anteriores, a continuación se presenta un resumen de las principales ecuaciones adimensionales deducidas en el presente trabajo.

a) Perfil de Velocidad:

$$V_z^*(r^*) = \frac{1}{2} \sigma_w^* (1-r^{*2}) + \frac{1}{\alpha+1} (\sigma_w^*)^\alpha (1-r^{*\alpha+1}) \quad (88)$$

b) Velocidad Promedio:

$$\langle Vz \rangle^* = \frac{1}{4} \sigma_w^* + \frac{1}{\alpha+3} (\sigma_w^*)^\alpha \quad (89)$$

c) Flujo Volumétrico:

$$Q^* = \frac{1}{4} \sigma_w^* + \frac{1}{\alpha+3} (\sigma_w^*)^\alpha \quad (90)$$

d) Factor de fricción.

$$f_f = \frac{16}{Re_{ELLIS}} \quad (91)$$

e) Reynolds

$$Re_{ELLIS} = \frac{\rho \langle Vz^* \rangle (2a)}{\eta_{ap}} = \frac{\rho \langle Vz^* \rangle D}{\eta_{ap}} \quad (92)$$

f) Viscosidad aparente

$$\eta_{ap} = \frac{1}{\frac{\phi_0}{4} + \frac{\phi_1}{\alpha+3} \sigma_w^{*\alpha-1}} \quad (93)$$

g) Perfil de Temperatura

$$T^*(r^*) - Ta^* = \frac{1}{16} \sigma_w^{*2} (1-r^{*4}) + \frac{(\sigma_w^*)^{\alpha+1}}{(\alpha+3)^2} (1-r^{*\alpha+3}) \quad (94)$$

h) Temperatura Promedio.

$$\langle T^*(r^*) - Ta^* \rangle = \frac{\sigma_w^{*2}}{24} + \frac{(\sigma_w^*)^{\alpha+1}}{(\alpha+3)(\alpha+5)} \quad (95)$$

i) Disipación Viscosa.

$$\left(\sigma_{rz} \dot{\gamma}_{rz} \right)^* = \sigma_w^{*2} + \sigma_w^{*\alpha+1} \quad (96)$$

En esta sección, se transformaron las ecuaciones dimensionales en adimensionales, con el fin de obtener las respectivas ecuaciones analíticas adimensionales, las cuales son punto de partida en las simulaciones posteriores.

6.1.3 Simulación computacional.

La programación de las ecuaciones fue realizada en Mathematica 9.0 el cual se basa en lenguaje C.. Los datos numéricos, fueron equi-espaciados es decir, a las simulaciones se les dio el mismo tamaño de paso. Después de eso, fueron visualizados para que posteriormente fueran exportados aun hoja de cálculo, en donde se realizaron las gráficas correspondientes.

6.2 Resultados del Modelaje Teórico.

A continuación se muestra los resultados obtenidos en los experimentos computacionales generados en este trabajo.

6.2.1 Perfil de Velocidad.

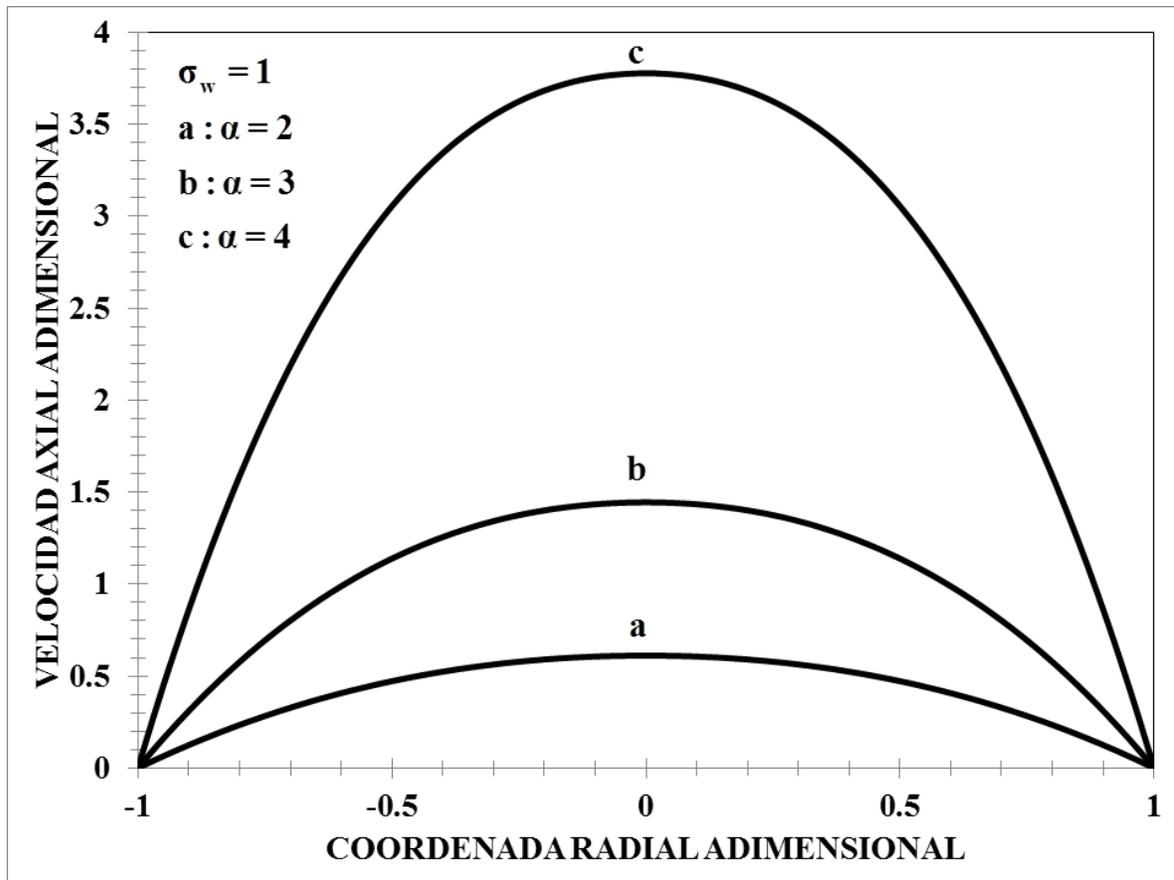


Figura 4. Comportamiento de la velocidad axial adimensional versus coordenada radial adimensional en función de los mecanismos adelgazantes al corte en el sistema.

Como se observa en la Fig. 4 todos los perfiles muestran un comportamiento de tipo parabólico. Sin embargo, es claro que el efecto del parámetro alfa, el cual está asociado a los mecanismos adelgazantes o engrosantes al corte, aumenta el máximo en los perfiles parabólicos, es decir, entre más adelgazante sea nuestro fluido mayor velocidad de los elementos materiales se puede observar. Físicamente, en las paredes del capilar, se cumple la condición de no deslizamiento y en el centro se presenta el máximo en la velocidad del sistema.

6.2.2 Velocidad Promedio.

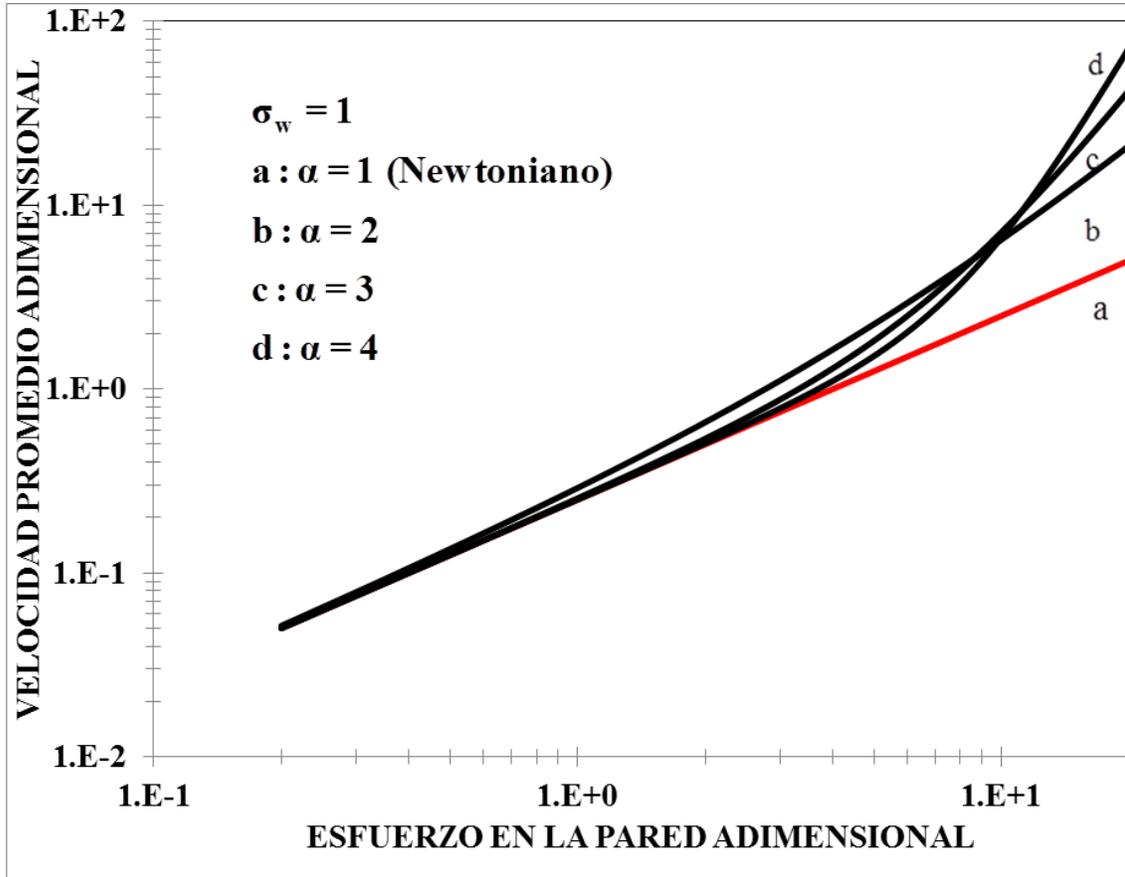


Figura 5. Comportamiento de la velocidad adimensional promedio versus el esfuerzo en la pared adimensional.

En la Fig. 5, se ilustra el efecto de las propiedades adelgazantes en la velocidad adimensional promedio para un fluido newtoniano y un fluido no newtoniano con propiedades adelgazantes en función de esfuerzo en la pared. Matemáticamente, se observa que existen dos regiones, en todo el intervalo de esfuerzos en la pared adimensional por debajo de la función newtoniana la velocidad promedio muestra un comportamiento monótono decreciente, sin embargo, en un punto crítico la pendiente de las curvas que involucran propiedades adelgazantes cambia a la región que está por encima de la función newtoniana y tienden a desfasarse conforme se les aplica valores de esfuerzo en la pared altos. Físicamente, a esfuerzos en la pared bajos, el fluido se desestructura por efecto de la fuerza motriz asociada con el esfuerzo en la pared (gradiente de presión) debido a las propiedades adelgazantes al corte del fluido. Por otra parte, a un cierto valor crítico de esfuerzo en la pared los efectos se

invierten, es decir, el fluido adelgazante al corte que da por encima del newtoniano, lo que implica que en este régimen los mecanismo no-newtonianos asociados a las propiedades adelgazantes al corte dominan sobre las viscosas.

6.2.3 Flujo Volumétrico.

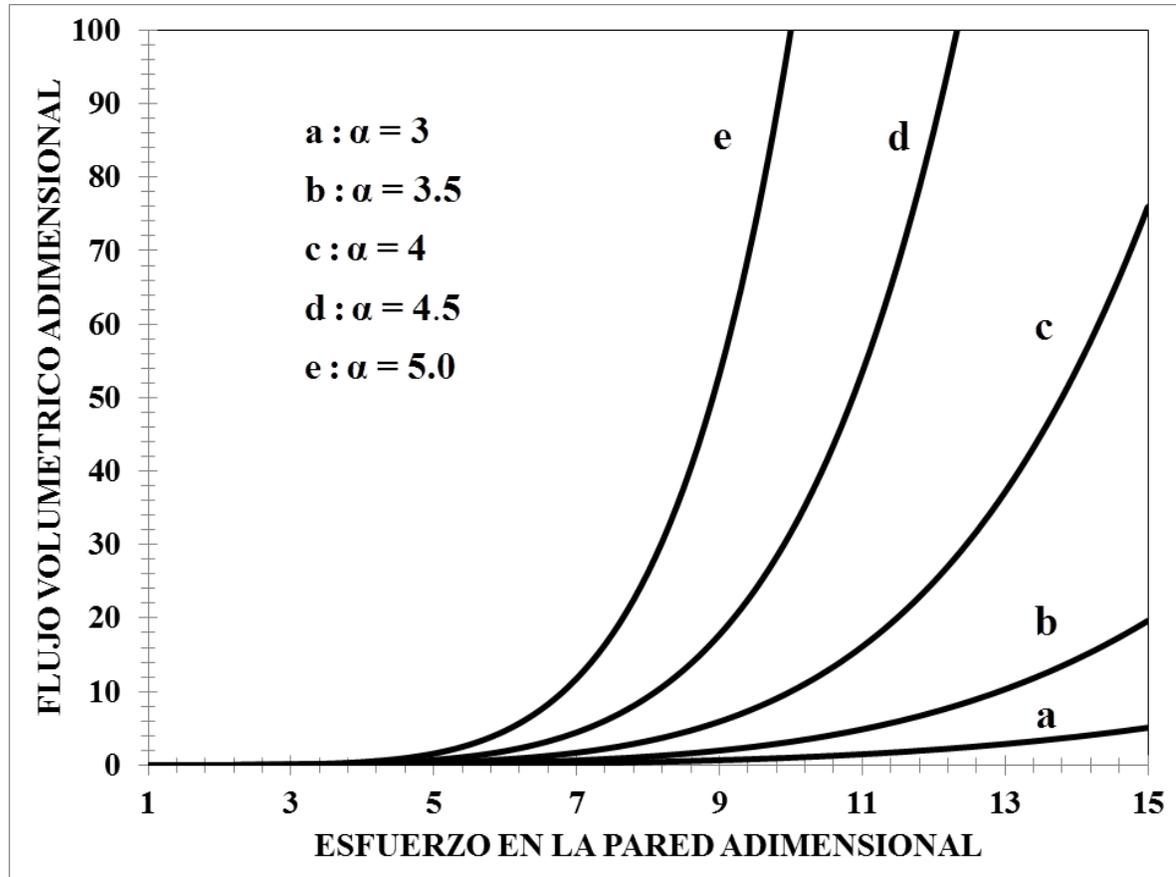


Figura 6. Comportamiento del flujo volumétrico en función del esfuerzo en la pared.

En la Fig. 6 se ilustran los mecanismos adelgazantes en función del esfuerzo en la pared adimensional. A valores bajos del esfuerzo en la pared el flujo volumétrico se comporta de forma constante sin embargo, para un cierto esfuerzo crítico el sistema presenta un comportamiento monótono creciente y el valor de las pendientes asociadas a los mecanismos adelgazantes está determinado completamente por el índice alfa. Nótese, que los mecanismos adelgazantes incrementan notablemente el flujo volumétrico debido a que la estructura se rompe por efecto del flujo y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión evaluado en la pared.

6.2.4 Factor de fricción.

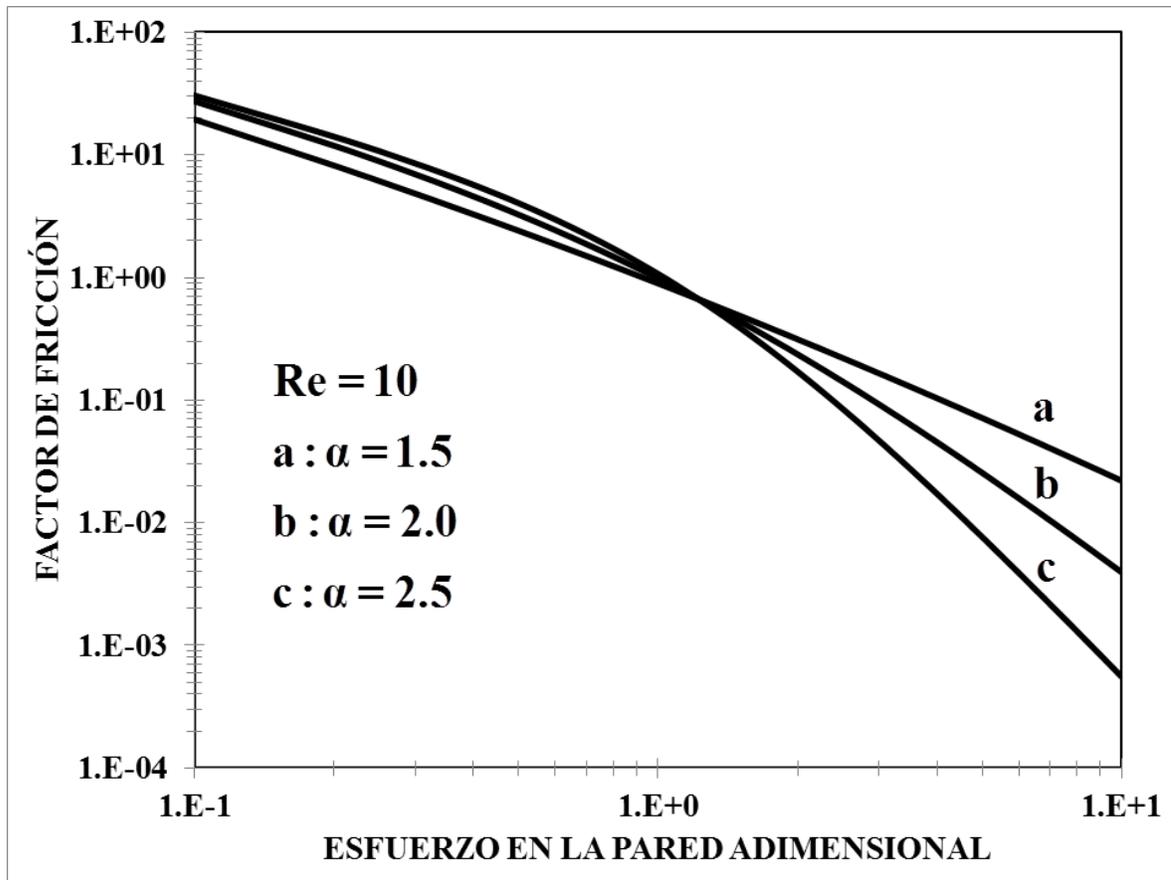


Figura 7. Factor de fricción en función del esfuerzo en la pared adimensional.

En todos los caso, la Fig. 7 muestra un comportamiento monótono decreciente en todo el intervalo de esfuerzo en la pared. Nótese, que a valores bajos de esfuerzo en la pared, el comportamiento es cuasi lineal y para un cierto valor de esfuerzo adimensional crítico el factor de fricción decrece debido a que los mecanismos inerciales cinéticos dominan sobre los mecanismos de tipo viscoso. Por último el efecto de las propiedades no-newtonianas (adelgazantes al corte) juegan un papel muy importante en el factor de fricción puesto que decrece su valor conforme el líquido se hace más adelgazante al corte.

6.2.5 Perfil de Temperatura.

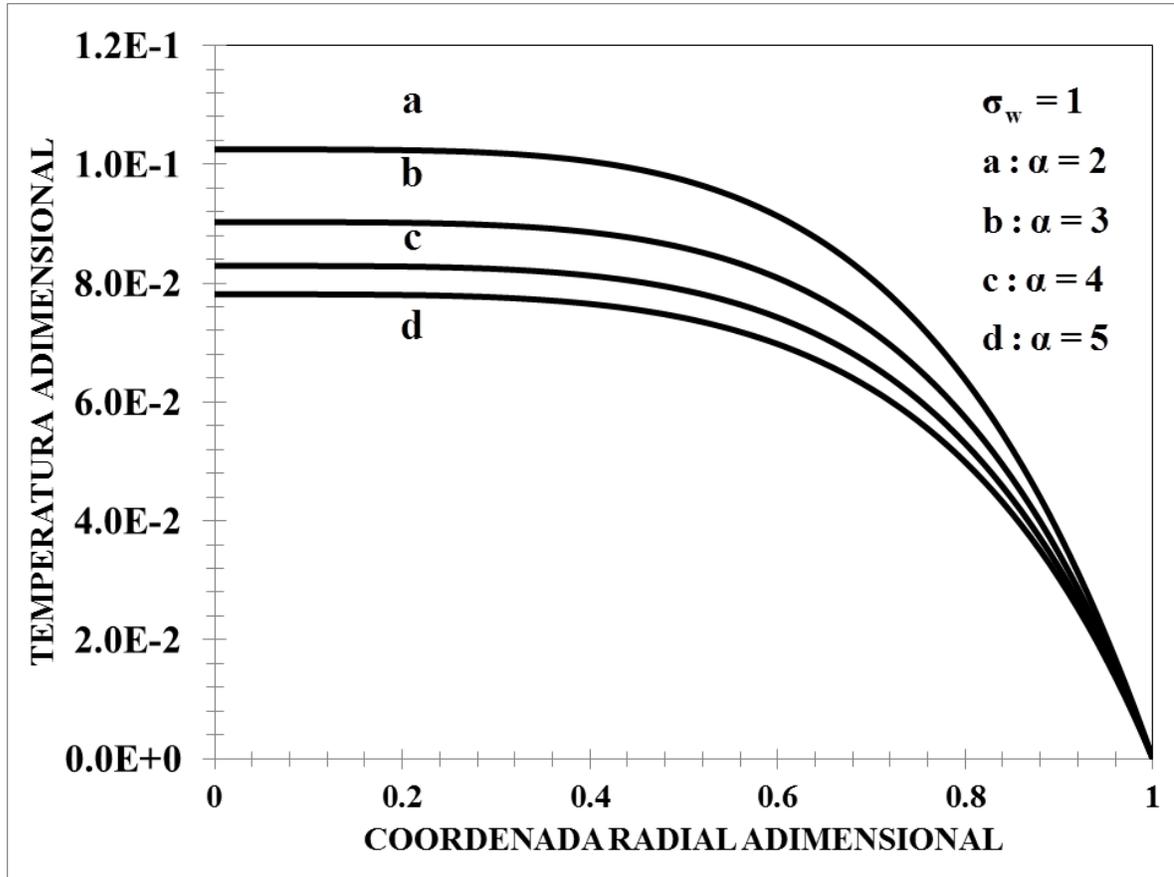


Figura 8. Comportamiento de la temperatura adimensional en función de la coordenada radial adimensional.

Para la Fig. 8 en el centro del sistema (a valores bajos de la coordenada radial adimensional r), la temperatura adimensional muestra un comportamiento constante. Sin embargo, a un cierto valor crítico del radio (r_c) el comportamiento matemático de la temperatura es el de una función monótona decreciente hasta un valor de cero. Es importante resaltar, que los efectos no-newtonianos a través del índice del modelo de Ellis desfasan las curvas a menores valores de temperatura. Esto significa, que los mecanismos adelgazantes disminuyen el valor de la función viscosidad por lo que el fluido presentan menor fricción en los elementos materiales que lo conforman lo que induce una disminución en la temperatura de bulto del sistema.

6.2.6 Temperatura Promedio.

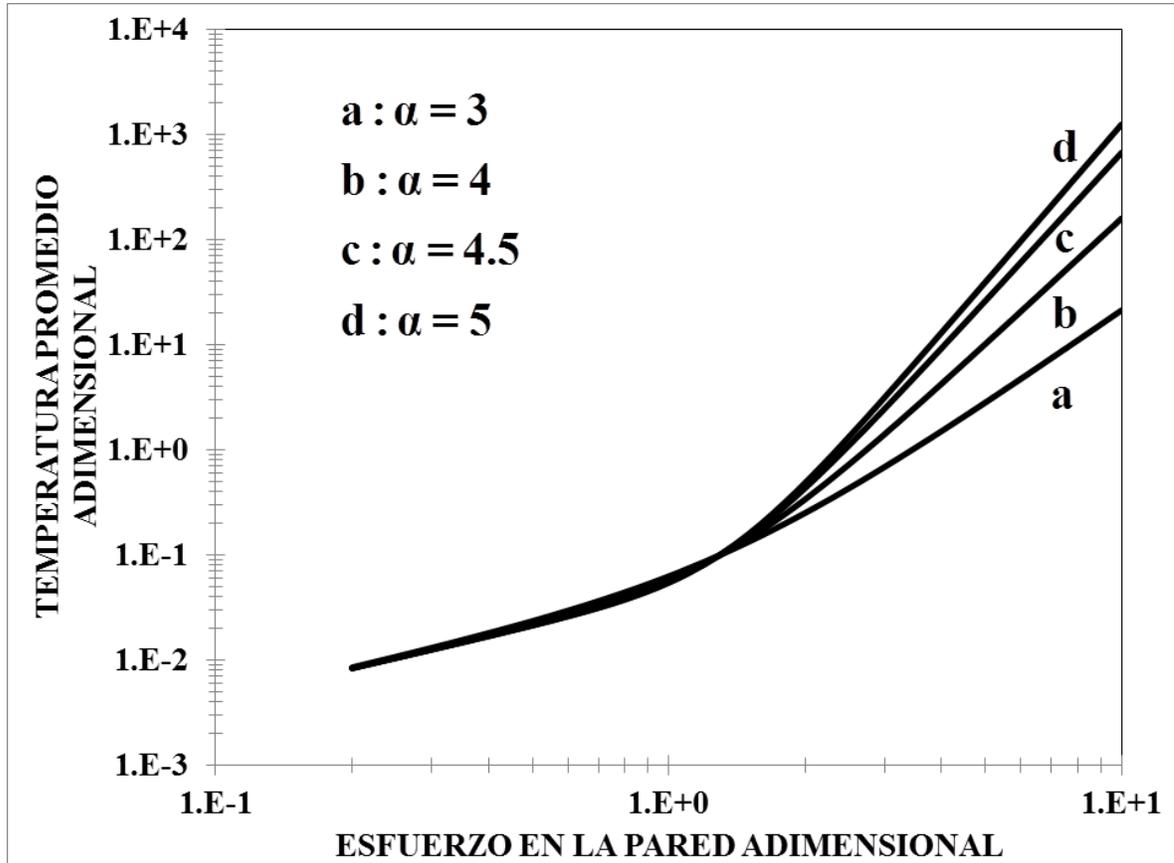


Figura 9. Comportamiento de la temperatura promedio adimensional en función del esfuerzo cortante.

En la Fig. 9 se representa los efectos adelgazantes al corte en la temperatura promedio adimensional como función del esfuerzo en la pared adimensional. Se observan dos zonas, a bajos esfuerzos en la pared, la temperatura tiene un comportamiento monótono creciente. A un esfuerzo crítico la pendiente cambia drásticamente a los mecanismos adelgazantes al corte. Nótese que los efectos no newtonianos influyen drásticamente en el cambio en la temperatura, mientras que el fluido newtoniano no presenta este tipo de comportamiento.

6.2.7 Disipación Viscosa.

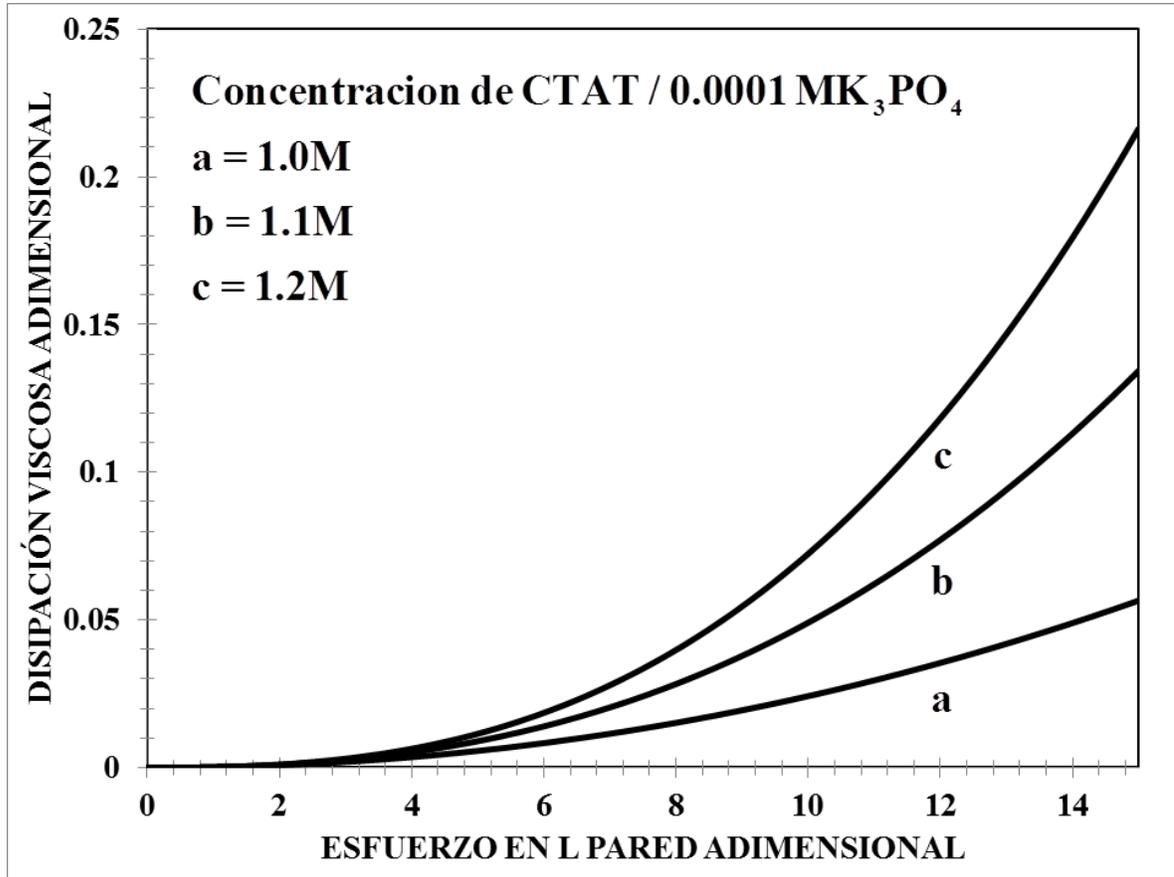


Figura 10. Disipación viscosa en función del esfuerzo en la pared adimensional.

La Fig. 10. ilustra la disipación viscosa adimensional vs esfuerzo en la pared adimensional en función de las propiedades adelgazantes al corte., a través del índice alfa del modelo de Ellis. Matemáticamente en todas las curvas (a-d) el sistema muestra un comportamiento constante en el intervalo 0.4, sin embargo a un cierto valor crítico en el esfuerzo adimensional la pendiente cambia drásticamente debido a los mecanismos no-newtonianos asociados al adelgazamiento al corte del material. Físicamente, los mecanismos adelgazantes los cuales están relacionados con la disminución de la función viscosidad muestran que un fluido adelgazante presenta mayores valores en la disipación viscosa a un esfuerzo de pared constante que uno menos adelgazante. Esto significa que al ser menos viscoso un agente externo debe de emplear más energía (disipación viscosa) para un esfuerzo adimensional en la pared definido. Por otra parte, un fluido más viscoso disipa menos energía debido a que el agente externo no debe de realizar tanto trabajo a un esfuerzo en la pared constante.

6.2.7.2 Disipación viscosa en la coordenada radial adimensional.

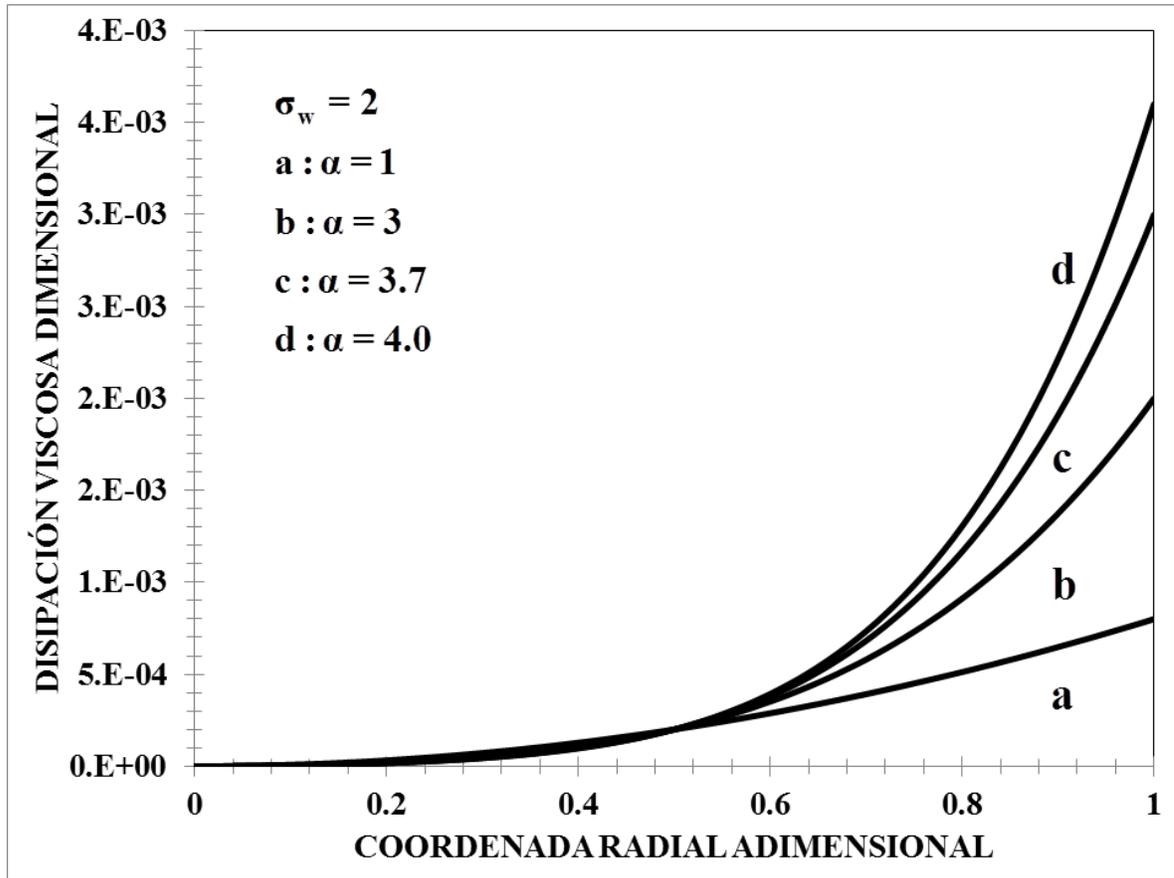


Figura 11. Disipación viscosa en función de la coordenada radial adimensional.

La Fig. 11. Muestra el comportamiento de la disipación viscosa en función de la coordenada radial adimensional para un valor de esfuerzo en la pared definido. Matemáticamente, la disipación viscosa muestra un comportamiento monótono creciente en todo el intervalo asociado a la coordenada radial adimensional. Es importante notar, que el efecto del adelgazamiento al corte a través del parámetro alfa, desfasa las curvas de menor res a mayores valores de energía relacionada con la disipación viscosa, que cuantifica el trabajo que hace un agente externo contra los mecanismos viscosos. La interpretación de la Fig. 12 es parecida a la de la simulación propuesta en la Fig.11, en donde la mayor disipación viscosa se relación al fluido más adelgazante al corte. Por último, nótese que el valor máximo de la disipación, se obtiene en la pared del sistema.

6.3 Comparación del modelo con datos reométricos.

Los datos reométricos utilizados para comparar las predicciones teóricas de nuestro modelo con datos reométricos obtenidos de una solución acuosa micelar formada por el tensoactivo catiónico CTAT/0.0001 M K_3PO_4 en estado estacionario en un reómetro de cono y plato (Tepale et al. 2006). A continuación, se muestra la concentración crítica de electrolito (concentración a la cual ocurre la transición entre espesamiento al corte y adelgazamiento al corte para una concentración de CTAT fija), en función de la concentración de tensoactivo. Obsérvese en la gráfica, que el efecto de aumentar la concentración de la sal, aumenta la viscosidad en el tensoactivo.

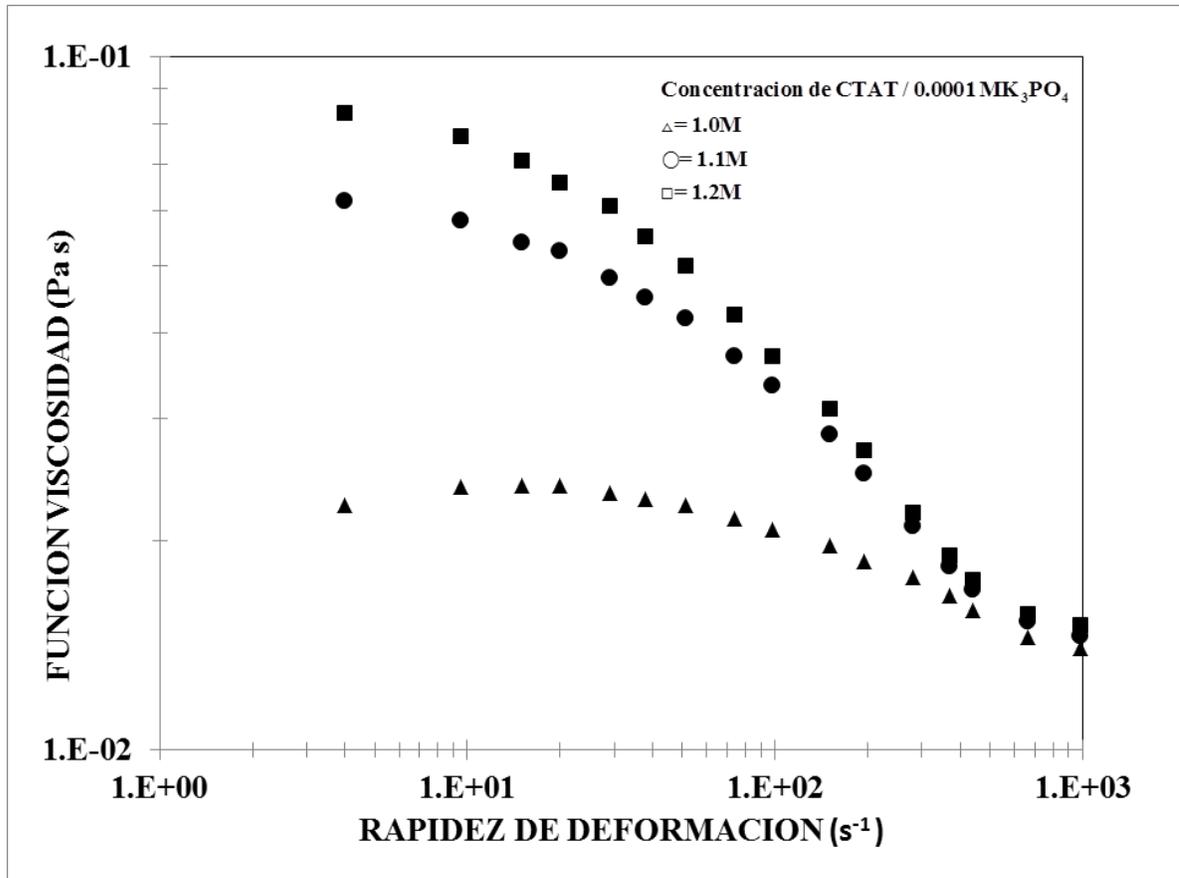


Figura 12. Viscosidad aparente vs. Velocidad de corte para soluciones acuosas de CTAT/0.0001 M K_3PO_4 en función de la concentración de tensoactivo a 30°C.

La Fig. 12. Muestra como las soluciones micelares de CTAT/ M K_3PO_4 exhiben adelgazamiento al corte a bajas concentraciones de tensoactivo, seguido de una zona adelgazante al corte en donde el fluido, sufre constantes cambios en sus estructura interna. Nótese, que el adelgazamiento al corte, se hace más

evidente, conforme la concentración de la sal aumenta. Comportamientos similares han sido observados con otro tipo de sales, como: (i) KCL, (ii) NaBr, (iii) NaCl y (iv) K₂SO₄, los cuales no se reportan en este trabajo (Tepale et al. 2006).

La Fig. 12 ilustra la viscosidad cortante vs rapidez de deformación, como función de la concentración del electrolito del tensoactivo CTAT. Se observa en todos los casos que el sistema presenta una zona constante a bajas rapidezces de corte seguido, de una zona tipo ley de potencia a moderados cortes. Físicamente, a bajos cortes se tiene una estructura compacta, sin embargo, a un cierto valor critico de rapidez de deformación, los entre cruzamientos físicos o puntos estructurales, se destruyen por efecto de los esfuerzos internos, debido al corte.

A un valor critico de rapidez de corte o rapidez de deformación, el sistema experimenta continuos cambios en su estructura interna, es decir, el sistema pasa de estados de mayor a menor viscosidad por efecto del flujo. En esta transición, muchos de los elementos materiales que conforman la estructura del material, se orientan por efecto del flujo, mientras que los otros, mantienen su forma anisotrópica. Por último, a una segunda rapidez de deformación el sistema experimenta una segunda zona constante, en donde, la estructura final se encuentra destruida por efecto del flujo, en este punto, la viscosidad del sistema complejo es equivalente a la del solvente.

6.4 Ajuste de datos reométricos con el modelo de Ellis.

A continuación se presentan los datos de los parámetros materiales los cuales fueron ajustados con el modelo de Ellis, el cual, tiene la siguiente estructura matemática:

$$\eta\left(\dot{\gamma}_{rz}\right) = \frac{\sigma_{rz}}{\dot{\gamma}_{rz}} = \frac{\sigma_{rz}}{\varphi_0\sigma_{rz} + \varphi_1|\sigma_{rz}|^\alpha} \quad (97)$$

Los valores que mejor ajustan los datos experimentales se resumen a continuación:

Tabla 5. Ajuste de datos reométricos con el modelo de Ellis.

Concentración	$\varphi_0 = 1/\eta_0$	$\varphi_1 = 1/m^\alpha$	$\alpha = 1/n$
1 M	12.9870	44.5389	1.1534
1.1 M	17.2414	16.2074	1.5923
1.2 M	42.7350	10.2731	1.7953

A partir de estos valores ajustados con las observaciones experimentales, se obtienen las siguientes simulaciones.

6.4.1 Perfil de Velocidad.

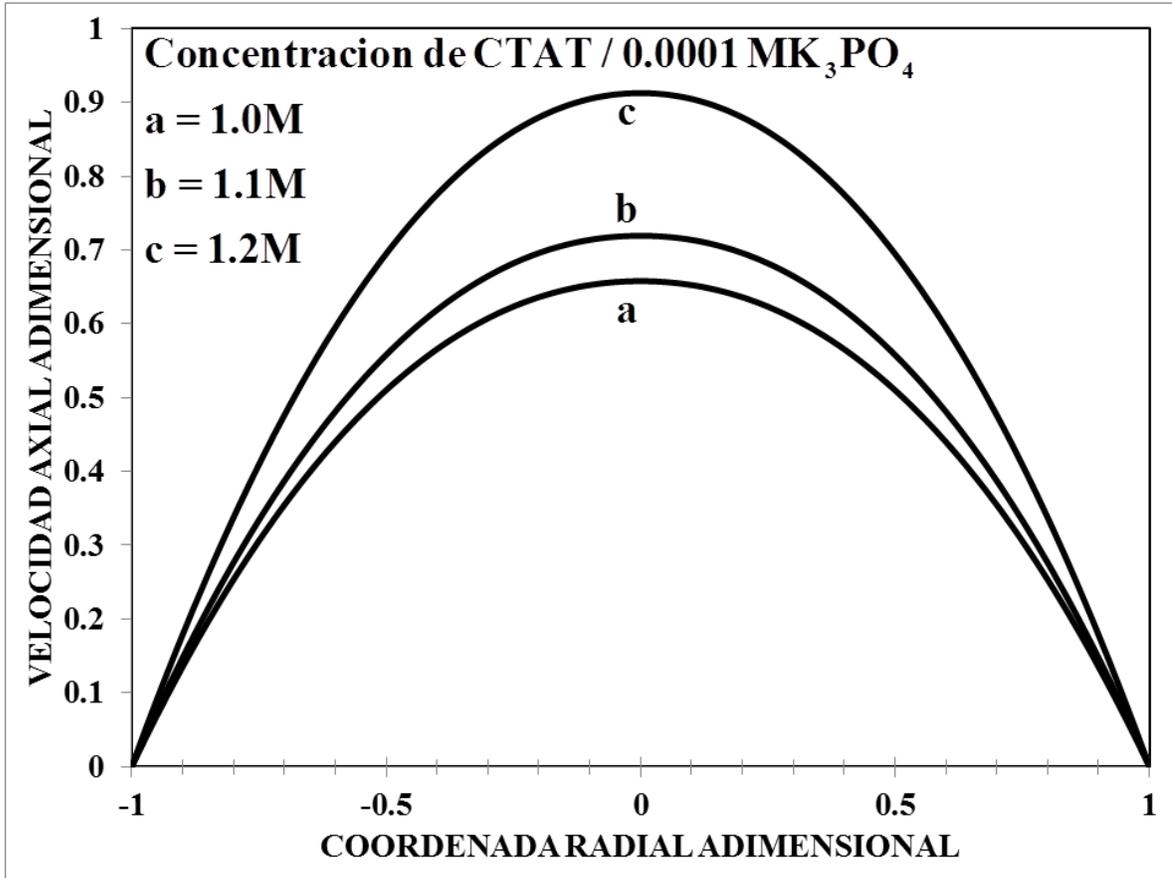


Figura 13. Velocidad axial adimensional vs coordenada radial adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.

En la Fig. 13, se presentan los perfiles de velocidad para el tensoactivo de estudio. Se observa, que la adición de la sal, modifica las propiedades adelgazantes al corte. Obsérvese que el aumento en la sal, aumenta la viscosidad por lo que se favorecen los entrecruzamientos físicos y por lo tanto el perfil de velocidades decrece drásticamente.

6.4.2 Velocidad Promedio.

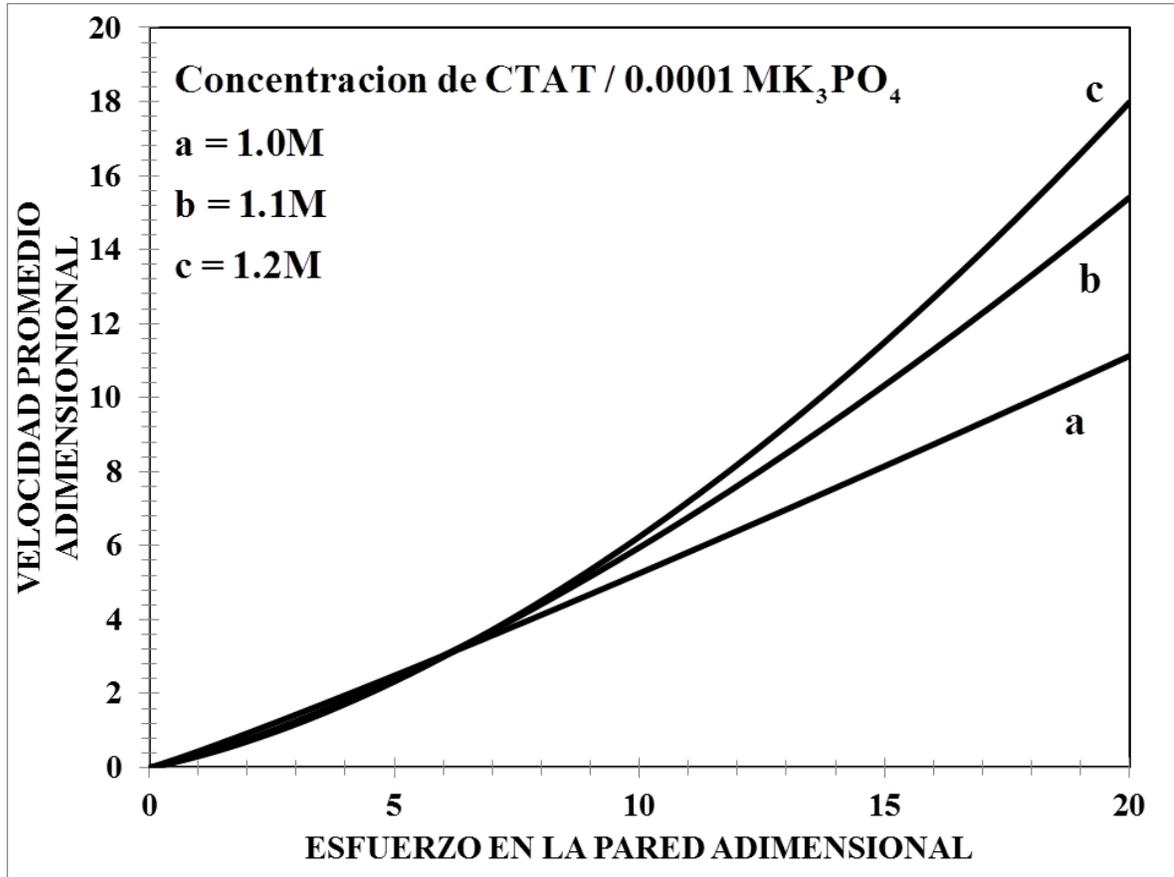


Figura 14. Velocidad axial adimensional vs coordenada radial adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.

Obsérvese que a bajos valores del esfuerzo adimensional, la velocidad promedio adimensional, muestra un comportamiento lineal en el intervalo $[0, 10]$. A un cierto valor crítico del esfuerzo en la pared, el comportamiento es monótono creciente con diferentes pendientes dependiendo de la concentración de la sal en el sistema tensoactivo.

6.4.3 Flujo volumétrico.

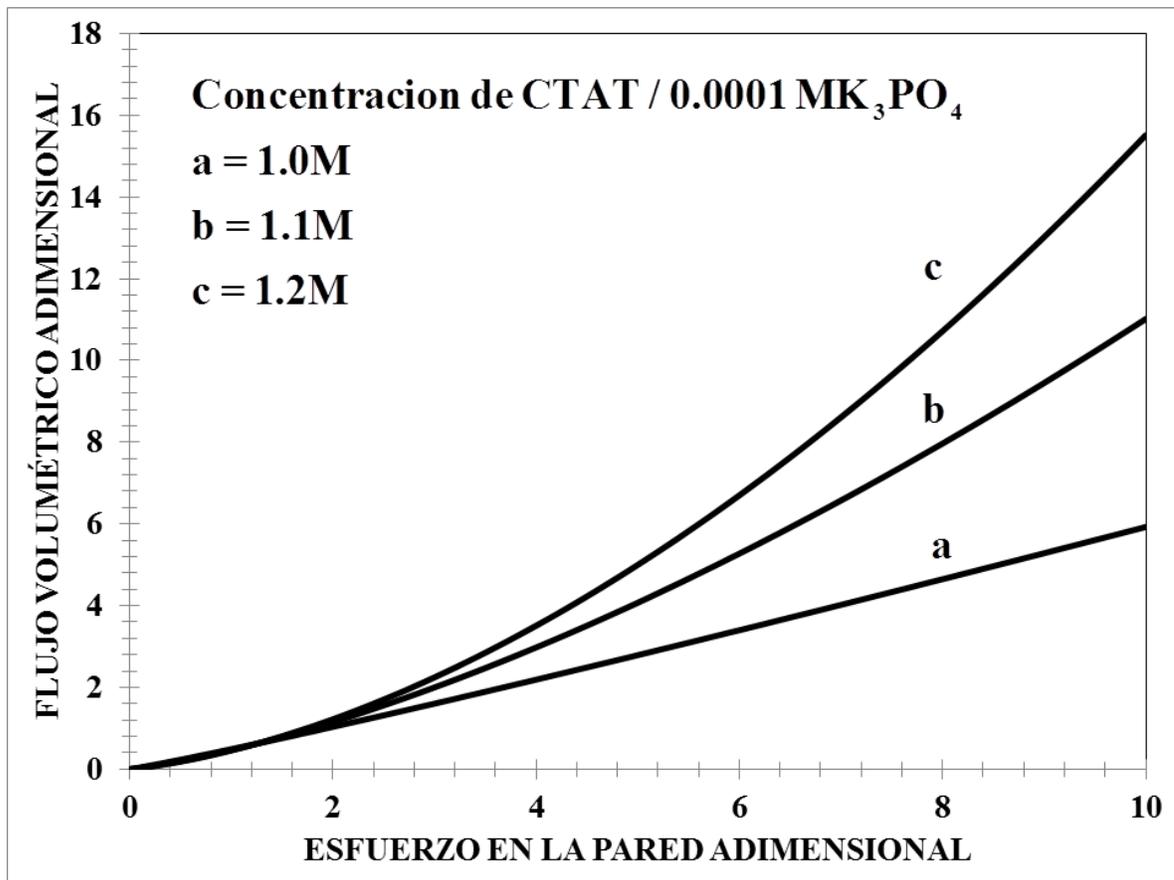


Figura 15. Flujo volumétrico adimensional vs esfuerzo en la adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.

En la Fig. 15 se ilustran los mecanismos adelgazantes de CTAT en función del esfuerzo en la pared. Se observa que a valores bajos en la pared el flujo volumétrico se comporta casi linealmente. Sin embargo, para un cierto valor esfuerzo crítico en el sistema presenta un comportamiento monótono creciente y el valor de las pendientes asociadas a los mecanismos adelgazantes.

6.4.4 Factor de fricción.

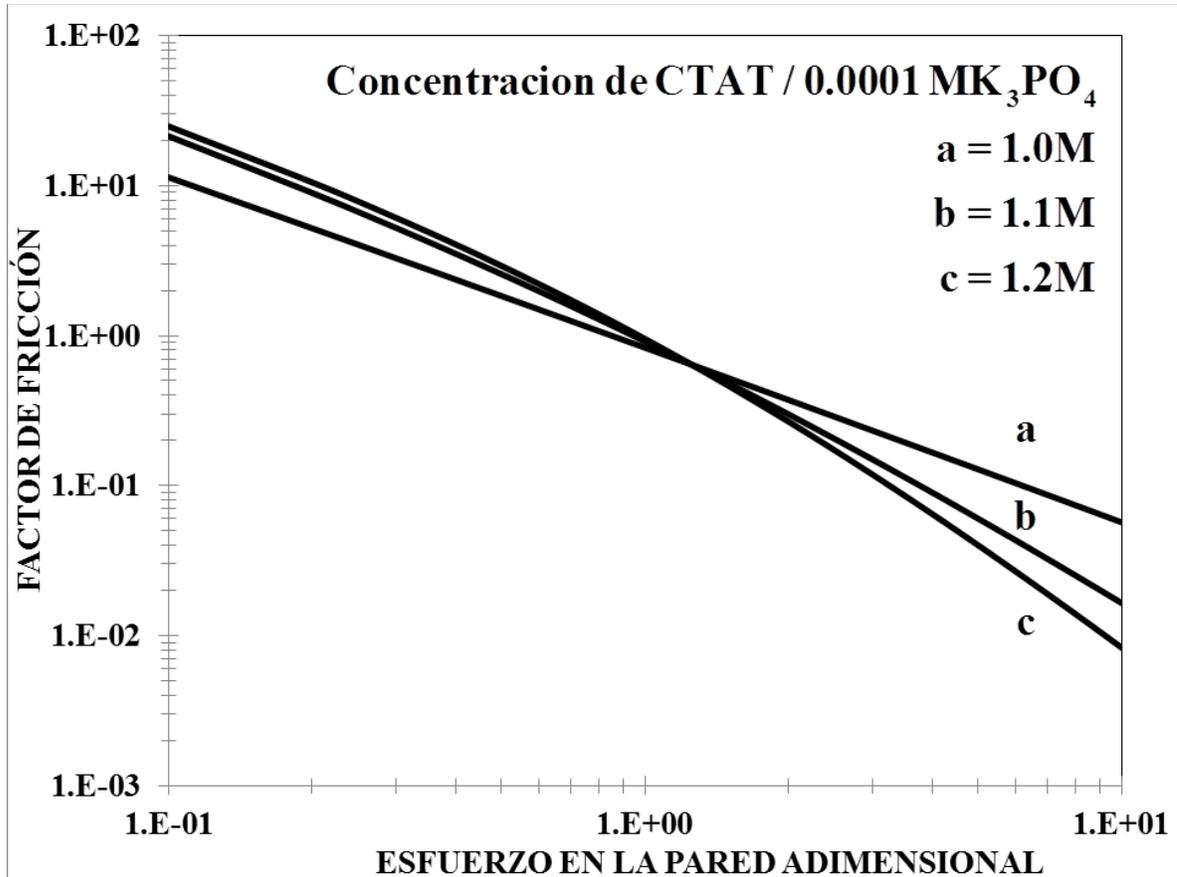


Figura 16. Factor de fricción, vs esfuerzo en la pared adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.

En la Fig. 16 se observa el factor de fricción como función del esfuerzo en la pared adimensional para diferentes concentraciones de la sal. En las tres simulaciones, se observa que el comportamiento es monótono decreciente, sin embargo para un cierto valor crítico de esfuerzo en la pared, el factor de fricción sufre un cambio en sus pendientes. Nótese que el factor de fricción disminuye conforme se incrementa la concentración de la sal en el sistema. Sin embargo, el efecto de la sal se observa a valores mayores de 1 en el esfuerzo en la pared.

6.4.5 Perfil de Temperatura.

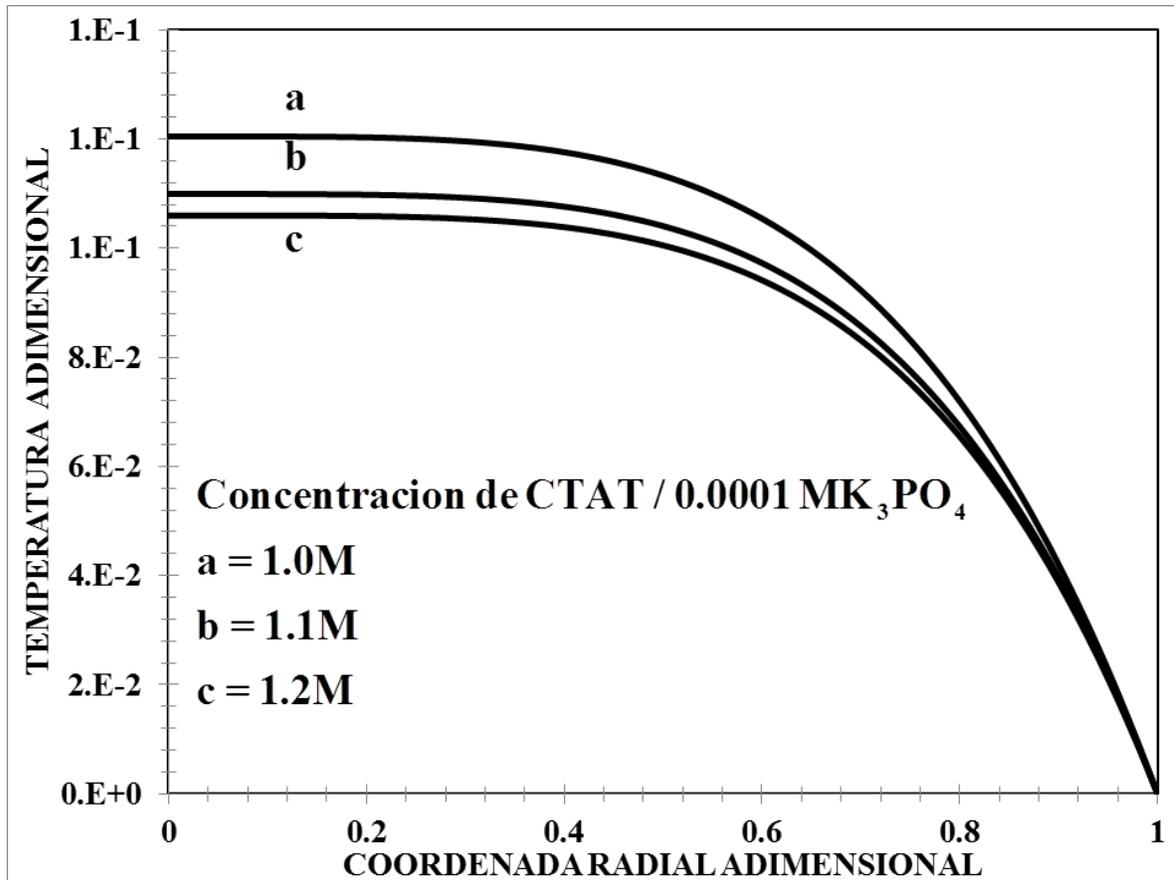


Figura 17. Perfil de temperaturas vs coordenada radial adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.

En la Fig. 17 se observa claramente, que los perfiles de temperatura usando datos reométricos, tiene una tendencia similar a los simulados. A valores de la coordenada adimensional (0, 0.4], el sistema muestra un comportamiento constante, mientras que para un cierto valor crítico de la coordenada radial, la temperatura decrece monótonamente. El efecto de la adición de la sal sobre el tensoactivo es el de abatir los perfiles de temperatura, por efecto de los entrecruzamientos o puntos estructurales que se forma por el incremento de la concentración en el sistema.

6.4.6 Temperatura Promedio.

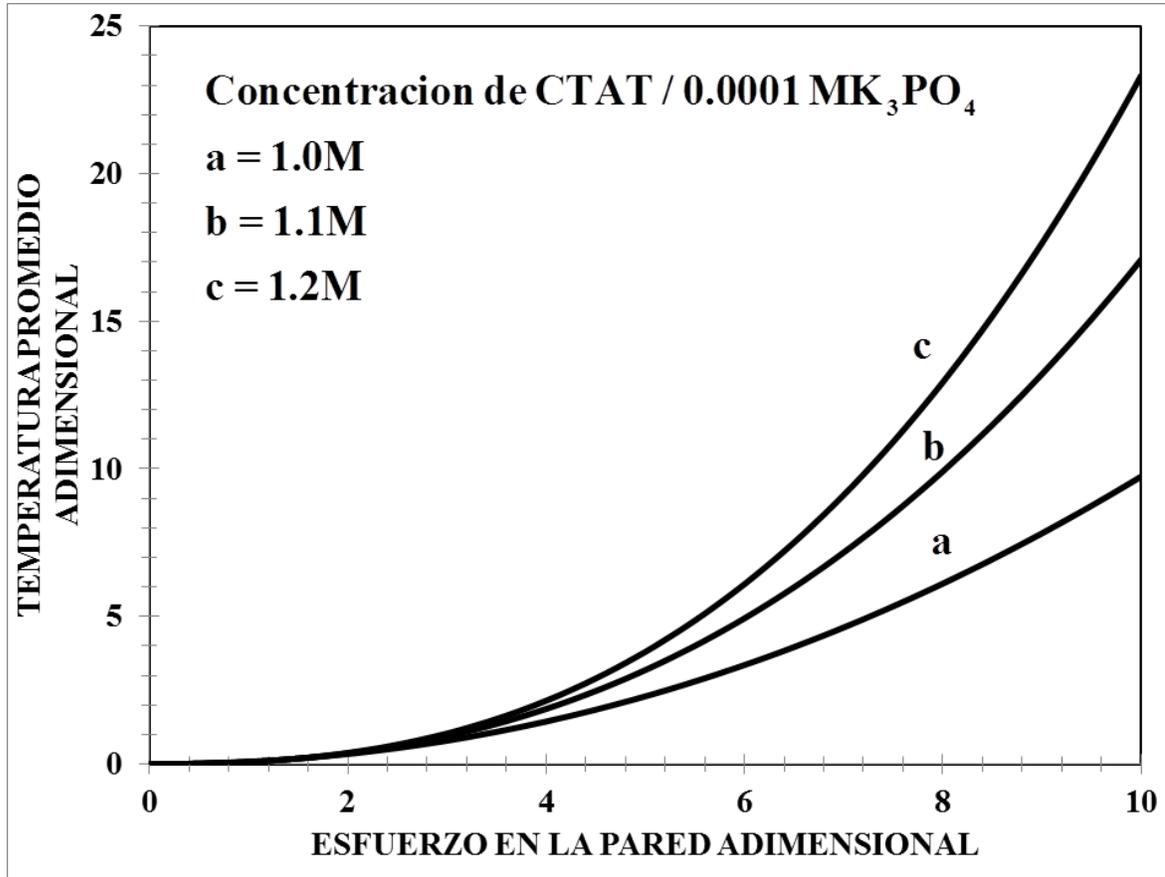


Figura 18. Temperatura promedio adimensional vs esfuerzo en la pared adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.

En la Fig. 18 se observa que las tres simulaciones muestran un comportamiento monótono creciente, en función de la adición de la sal en el tensoactivo. Es importante notar, que al aumentar el valor de la sal en el sistema, un valor de temperatura se alcanza a valores menores del esfuerzo en la pared, i.e., el efecto de la adición de la sal, provoca que se necesite menos energía para obtener la misma temperatura.

6.4.7 Disipación viscosa.

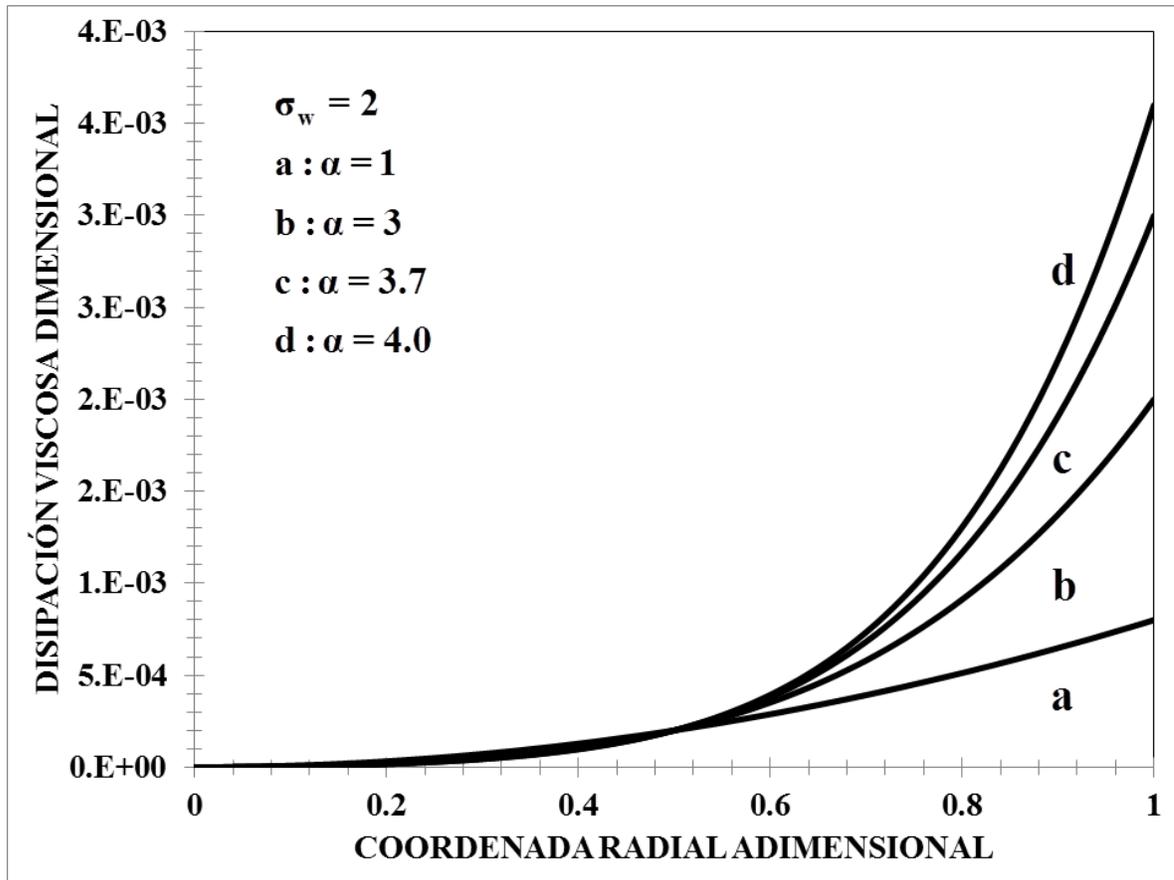


Figura 19. Disipación viscosa vs esfuerzo en la pared adimensional en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.

En la Fig. 19 se ilustra la disipación viscosa del CTAT en función del esfuerzo en la pared. Es evidente que el adelgazamiento y la concentración de sal tienen un efecto importante en la disipación viscosa, ya que al tener una concentración menor presenta un exponente alfa más pequeño en comparación con una concentración mayor. Esto significa que, al tener presente una concentración mayor un agente externo debe emplear menos energía para alcanzar un esfuerzo adimensional en la pared definido.

6.4.7.1 Disipación viscosa en la coordenada radial adimensional.

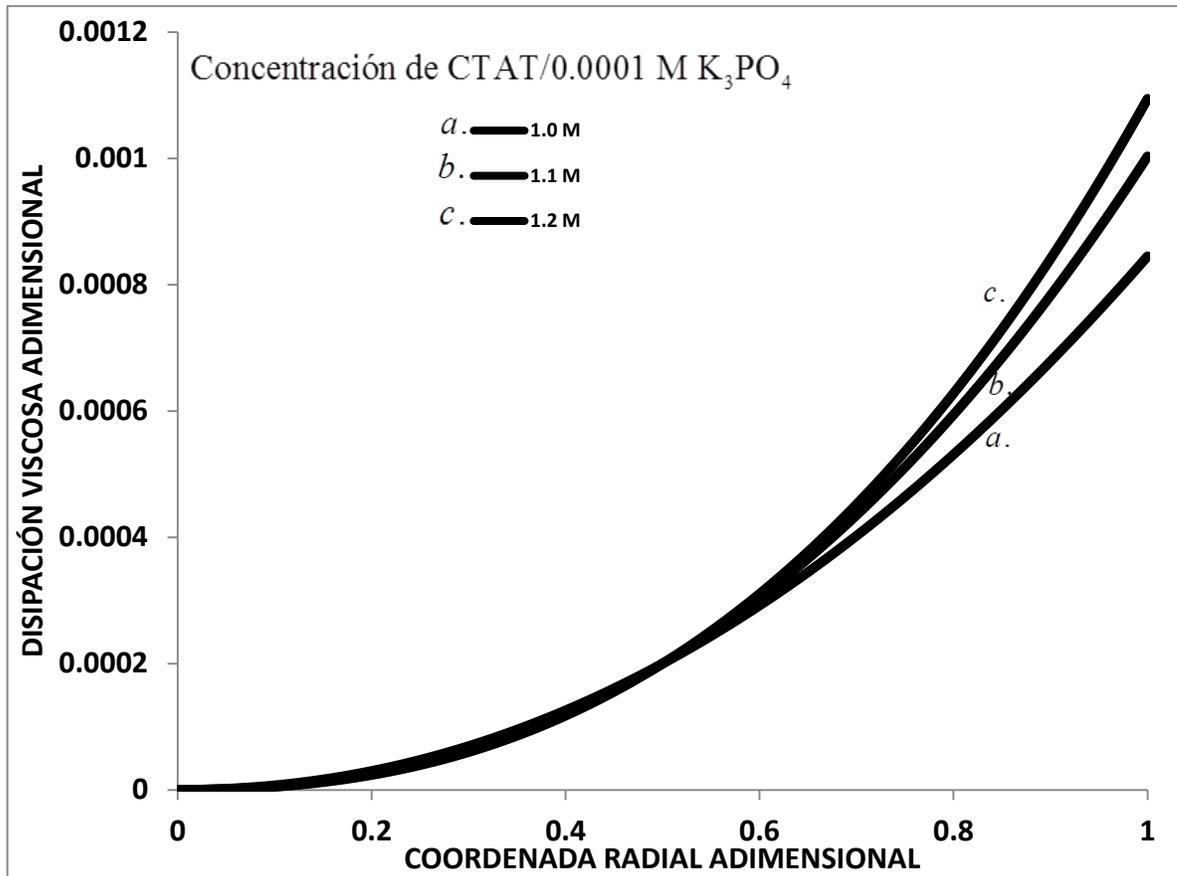


Figura 20. Disipación viscosa vs coordenada radial adimensional, en función de la concentración de la sal del sistema tensoactivo.

En la Fig. 20, se ilustra el comportamiento de la disipación viscosa como función de la coordenada radial adimensional en el sistema, para diferentes valores del esfuerzo en la pared adimensional. Básicamente, el comportamiento es muy similar al encontrado en los otros sistemas, i.e., el efecto de la sal sobre el sistema es el de incrementar la disipación viscosa debido a que la sal promueve la formación de entrecruzamientos físicos o arreglos los cuales contribuyen a que la estructura interna del sistema aumente y por lo tanto la viscosidad también. Por último, es importante notar, que el efecto del adelgazamiento al corte a través del parámetro alfa, desfasa las curvas de menores a mayores valores de energía relacionada con la disipación viscosa y al igual que en la Fig. 19, el efecto que tiene un aumento en el valor del adelgazamiento al corte y en la concentración CTAT favorece la disipación viscosa.

CAPÍTULO 7
CONCLUSIONES

En este trabajo, se analizó un líquido no newtoniano (modelo de Ellis) con estructura transitoria que fluye a través de una tubería de radio $r=a$ y longitud $z=L$. Las ecuaciones de momento y energía se resolvieron y se dedujeron expresiones analíticas para el perfil de velocidades axial, velocidad promedio, flujo volumétrico, factor de fricción, perfil de temperaturas, temperatura promedio y disipación viscosa respectivamente. Finalmente, se analizaron los efectos no-newtonianos en el sistema asociados con los parámetros materiales utilizando datos reométricos de un tensoactivo catiónico conocido como CTAT.

7.1 Reología y Flujo.

El modelo de Ellis describe el comportamiento reológico de un fluido no-newtoniano. A baja rapidez de deformación el fluido experimenta un viscosidad constante, mientras que a moderaras deformaciones la Reología es dominada por una zona tipo ley de potencia, la cual escribe la transición de estados de mayor a menor viscosidad por efecto del flujo. Esta zona físicamente destruye la estructura del sistema y existe una orientación de los elementos materiales en dirección del flujo. En los sistemas micelares tipo gusano, su estructura se comporta como una madeja, en la cual las micelas se encuentran desorientadas debido a los esfuerzos internos en el material, y al aplicarle una deformación la estructura de la madeja comienzan a orientarse, esto provoca que la viscosidad disminuya, facilitando el flujo.

7.2 Perfiles de velocidad.

Por ejemplo, para el caso de la velocidad axial, el comportamiento de ambos sistemas, newtoniano y no-newtoniano, muestran el clásico perfil parabólico, sin embargo la diferencia entre ellos radica en el hecho de que para un sistema no-newtoniano las curvas que describen el comportamiento de la velocidad axial se desfasan hacia valores mayores de velocidad debido a los mecanismos adelgazantes, sin embargo, los perfiles de velocidad decrecen conforme el fluido se hace más espesante al corte, a través de las propiedades materiales del modelo de Ellis.

7.3 Velocidad promedio y flujo volumétrico.

En la velocidad promedio y flujo volumétrico se observan comportamientos similares. A esfuerzos en la pared bajos, el fluido se desestructura por efecto de la fuerza motriz asociada con el esfuerzo en la pared (gradiente de presión) debido a las propiedades adelgazantes al corte del fluido. Por otra parte, a un cierto valor crítico de esfuerzo en la pared los efectos se invierten, es decir, el fluido adelgazante al corte que da por encima del newtoniano, lo que implica que en este régimen los mecanismo no-newtonianos asociados a las propiedades adelgazantes al corte dominan sobre las viscosas.

7.4 Perfiles de Temperatura.

En el caso de la temperatura en función de la posición el sistema muestra el clásico perfil parabólico similar al perfil de velocidades de un fluido newtoniano. El efecto de las propiedades no newtonianas en los perfiles de temperatura se aprecia claramente a través del exponente alfa del modelo de Ellis, el cual está asociado a las propiedades adelgazante y engrozantes o espesantes del sistema no-newtoniano. Es claro, que el hecho de que se tenga un sistema con características no-newtonianas influye notoriamente en el comportamiento del perfil de temperatura debido a que al tener propiedades adelgazantes las curvas de la función tienden a decrecer monótonamente hasta un valor finito. Físicamente, el efecto de las propiedades adelgazantes implica que la viscosidad en el sistema disminuya, por lo tanto la fricción de las capas es menor, lo que infiere que la temperatura decrezca considerablemente.

7.5 Temperatura promedio.

En contraste, al analizar el comportamiento de la temperatura promedio se observa que no hay un cambio significativo a valores bajos de esfuerzo en la pared. Sin embargo, a un esfuerzo en la pared crítico, la temperatura aumenta su valor de una forma monótona creciente, lo que se ve claramente en el cambio de pendiente asociada con los mecanismos adelgazantes al corte. Es muy importante resaltar, que el modelo de Ellis separa dos contribuciones, los mecanismos newtonianos y no-newtonianos debido al aumento de las propiedades adelgazantes por efecto de una desestructuración del material. Las propiedades

no newtonianas adelgazantes al corte, se ve reflejadas en que las gráficas se comienzan a desfasar hacia valores mayores de temperatura.

Hasta este punto, ha quedado evidenciado el impacto que se tiene en las propiedades materiales de nuestro sistema al involucrar un fluido no-newtoniano que presenta características adelgazantes o engrozantes. En particular, en este trabajo los cálculos dinámicos y energéticos de la velocidad promedio y temperatura promedio son punto de partida en el factor de fricción y del trabajo que hace un agente externo sobre los mecanismos viscosos (disipación viscosa). Estas propiedades presentan una relación estrecha debido a que los cambios en su comportamiento están íntimamente ligados al esfuerzo cortante que se aplica al sistema.

7.6 Factor de Fricción.

El factor de fricción se define como el cociente de dos mecanismos, uno asociado a los mecanismos viscosos (disipativos) y el otro a los mecanismos cinéticos. Este factor es una función adimensional del número de Reynolds y de las propiedades materiales a través de la ecuación constitutiva que se utilice para describir el flujo en el sistema.

En particular, para un fluido newtoniano es constante y sus valor está determinado por $f = 16/Re$. Para un fluido no newtoniano, el factor de fricción depende de las propiedades materiales y del esfuerzo en la pared es decir, de la fuerza motriz que produce el flujo en el sistema asociada al gradiente de presión.

a) Modelo de Ostwald: Para este modelo, el factor de fricción depende del parámetro de consistencia m y el exponente relacionado con los mecanismos adelgazantes y engrozantes del fluido α .

b) Modelo de Ellis: esta ecuación constitutiva acopla el modelo newtoniano con el modelo de ley de potencia, por lo que el factor de fricción depende de tres propiedades materiales: una viscosidad a bajo corte, una fluidez a bajo corte, una fluidez a valores moderados de corte y el exponente alfa asociado con los mecanismos adelgazantes y engrozantes al corte. Nótese, que el factor de fricción en fluidos newtonianos y no-newtoniano su diferencia radica en que el modelo newtoniano tiene un comportamiento monótono decreciente mientras que para los modelos no-newtonianos para un valor crítico del esfuerzo en la pared, presentan un cambio de menor a mayor pendiente, asociado al gradiente de presión multiplicado por la variable característica radial.

7.7 Disipación viscosa.

La disipación viscosa es el trabajo que realiza un agente externo en contra de los mecanismos viscoso en un fluido. En particular, para un fluido newtoniano (viscosidad constante) el trabajo evaluado en el radio del tubo es una función cuadrática del esfuerzo en la pared. Para un fluido no newtoniano la disipación viscosa aumenta considerablemente de forma polinomial debido a los mecanismos no newtonianos a través de las propiedades adelgazantes al corte. Esto se puede hacer notar en la Fig. (X) en el donde a valores de alfa crecientes, la disipación viscosa aumenta. Físicamente, el trabajo que debe de hacer un agente externo sobre el sistema que presenta adelgazamiento al corte, debe de ser mayor debido a que la viscosidad disminuye por efecto del esfuerzo en la pared. La disipación viscosa puede ser interpretada como la energía que no se aprovecha en el sistema, y que por lo tanto se disipa. Las Figs. 7-8 muestran la dependencia de la disipación viscosa en función de las propiedades adelgazantes o espesantes al corte en el sistema. Por último, nótese que el valor máximo de la disipación, se obtiene en la pared del sistema.

7.8 Contribución al conocimiento.

- En este trabajo se acopla la ecuación de momento con la ecuación de energía con el fin de describir los mecanismos acoplados de transferencia de cantidad de movimiento y de energía en fluidos no newtonianos.
- La reología y el flujo fueron caracterizados a través del modelo reológico de Ellis, el cual acopla el modelo newtoniano y el modelo de ley de potencia propuesto por Oswald.
- Suponiendo que los mecanismos inerciales y gravitacionales, se obtiene expresiones analíticas para: (i) esfuerzo en la pared, (ii) velocidad axial, (iii) velocidad promedio, (iv) flujo volumétrico, (v) factor de fricción, (vi) perfil de temperatura, (vii) temperatura promedio, (viii) flux de calor y disipación viscosa (ix).
- Se demostró que el flujo y la reología del sistema cambian drásticamente por efecto de las propiedades no newtonianas del líquido, i.e., las propiedades adelgazantes o engrozantes al corte. En particular, los perfiles de velocidad y el flujo volumétrico el máximo de

velocidades se modifica a valores más altos y decrece el ancho del perfil de velocidades parabólico.

- El factor de fricción para un fluido newtoniano no depende del esfuerzo en la pared, sin embargo esto cambia notablemente cuando hablamos de un fluido no newtoniano. En donde, el factor de fricción si depende del esfuerzo en la pared y de las propiedades materiales del fluido.
- En el caso de transferencia de energía, los perfiles de temperatura decrecen considerablemente por efecto de las propiedades adelgazantes al corte. Así mismo, la temperatura promedio disminuye.
- Para la disipación viscosa, que es el trabajo que hace un agente externo en contra de las fuerzas viscosas se ve drásticamente afectado por los mecanismos no newtonianos a través del adelgazamiento o engrosamiento al corte. En este caso, un fluido que es más adelgazante su disipación viscosa es mucho mayor ya que su viscosidad cambia por efecto de las propiedades adelgazantes, mientras que para un fluido newtoniano, su viscosidad es menor.
- A partir de los resultados encontrados en esta tesis se puede hacer ingeniería de fluidos no newtonianos a través de la ecuación de Bernoulli, en donde la velocidad promedio que se utiliza en la energía cinética puede ser sustituida por una newtoniana como en el caso del modelo de Ellis.

CAPÍTULO 8
TRABAJO FUTURO

Las líneas de investigación naturales con las que se podría continuar este trabajo son las siguientes:

8.1 Modelos viscoelásticos lineales:

Otra de las incorporaciones naturales de este trabajo, son los efectos elásticos a través de los tiempos de relajación de Maxwell, Jeffreys, Burgers y Maxwell Generalizado. Estos modelos reológicos podrían incorporar información acerca de la memoria de los materiales en el sistema de flujo. Un ejemplo de estos modelos, es la ecuación reológica constitutiva de Jeffreys, la cual contiene tres parámetros materiales: (i) un tiempo viscoelástico de Maxwell, (ii) un tiempo viscoelástico de Jeffreys y (iii) una viscosidad a bajo corte.

$$\left(1 + \lambda_0 \frac{\partial}{\partial t}\right) \boldsymbol{\sigma} = 2\eta_0 \left(1 + \lambda_J \frac{\partial}{\partial t}\right) \mathbf{D} \quad (98)$$

El modelo de Jeffreys es una combinación de los esfuerzos asociados al solvente y al sistema complejo (polímero) respectivamente (Bird et al. 1987, 2002). Otro modelo de orden superior, que nos permite caracterizar al material es el modelo de Burgers de segundo orden, el cual se describe a continuación:

$$\left(1 + \lambda_M \frac{\partial}{\partial t} + \beta \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \boldsymbol{\sigma} = 2\eta_0 \left(1 + \lambda_J \frac{\partial}{\partial t}\right) \mathbf{D} \quad (99)$$

Esta ecuación constitutiva es de segundo orden en la derivada y podría arrojar información útil a través de los parámetros materiales asociados al sistema $\{\lambda_M, \lambda_J, \beta, \eta_0\}$.

8.2 Modelos viscoelásticos no lineales.

Por otra parte, fenómenos más complejos están relacionados con el régimen de viscoelasticidad no lineal a través de ecuaciones constitutivas no lineales que describan la naturaleza compleja de estos sistemas. En este punto se

pueden utilizar modelos como son: (i) Tanner, (ii) White-Metzner, (iii) Oldroyd-B, (iv) Giesekus entre otros (Bird et al. 1987, 2002). Las Ecuaciones constitutivas mencionadas tiene la siguiente estructura matemática:

$$\boldsymbol{\sigma} + \frac{\eta(\Pi_D)}{G_0} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \boldsymbol{\sigma} - \underbrace{(\nabla \mathbf{V}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \mathbf{V})}_{\text{Terminos-nolineales}} \right\} = 2\eta(\Pi_D) \mathbf{D} \quad (100)$$

En la ecuación no lineal, ∇ es el operador convectivo superior de Maxwell el cual, cuantifica los efectos no lineales en el sistema debido a los cambios de la viscosidad por efecto de la rapidez de deformación en el sistema de flujo. Por otra parte los efectos elásticos se pueden

8.3 Efectos convectivos y transigentes en la temperatura.

Por otra parte, se pueden incorporar los efectos convectivos y transitorios de la ecuación de transporte de energía, en este caso, el conjunto de ecuaciones acopladas que resultan de nuestras nuevas hipótesis son las siguientes:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} V_z(r,t) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rz}) \\ \frac{\partial V_z(r,t)}{\partial r} &= \phi_0 \sigma_{rz} + \phi_1 (\sigma_{rz})^\alpha \\ \rho C_p \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_z(r,t) \frac{\partial}{\partial r} \right) T &= k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma_{rz} \frac{\partial V_z(r,t)}{\partial r} \end{aligned} \quad (101)$$

En este punto, se incorporar estos mecanismos (convectivos y transitorios) a través de la derivada material DT/Dt de la ecuación de transporte de energía. Esta derivada describe los cambios de la temperatura temporalmente y con el espacio en la dirección de la velocidad.

8.4 Métodos matemáticos y computacionales.

Para resolver el conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no lineales acopladas: (i) momento, (ii) energía y (iii) constitutiva, pueden ser empleados diferentes técnicas matemáticas como son: (i) Teoría de perturbaciones, (ii) Métodos numéricos basados en diferencias finitas y elemento finito. Por otra parte, para visualizar los patrones de flujo en el sistema, se puede utilizar paquetes comerciales tipo COMSOL-MULTIPHYSICS, CFD, etc, los cuales se basan en discretizar el espacio en donde se describe el sistema físico, por medio de mayas las cuales describen el espacio en el que se resuelven las ecuaciones dinámicas del sistema.

8.5 Sistemas y Reometría.

Otro punto importante en este trabajo es el concerniente a Reometría en un viscosímetro de platos concéntricos y por medio de pruebas de compresión calcular los parámetros materiales que describen el flujo y la reología de estos materiales. Aquí, se puede caracterizar diferentes tipos fluidos complejos como son: (i) Sistemas Micelares, (ii) Polímeros, (iii) Polímeros Asociativos, (iv) fibras naturales o sintéticas, (v) Cristales Líquidos, entre otros.

Finalmente, este tema de tesis motiva el estudio de sistemas complejos los cuales, son punto de partida en la busca del modelado de materiales nuevos, basados en mimetizar a los creados por la naturaleza. La presente investigación representa un paso en la búsqueda constante de modelos simples que nos permitan dilucidar cómo funcionan estos sistemas y se entienda su uso en la formulación de nuevos materiales aplicados a la industria de fluidos complejos.

BIBLIOGRAFÍA

- Abou-Dakka, M., Herrera-Valencia, E.E., & Rey, A.D. 2012 Linear oscillatory dynamics of flexoelectric membranes embedded in viscoelastic media with applications to outer hair cells. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **185-186**, 1-17.
- Alves, M.A., Pinho, F.T. & Oliveira, P.J. 2001 Study of steady pipe and channel flows of a single-mode Phan-Thien-Tanner fluid. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **101**, 55-76.
- Barnes, H.A., Hutton, J.F., & Walters, K. 1989 An introduction to rheology, Amsterdam: Elsevier.
- Bird, R.B., Armstrong, R.C. & Hassager, O. 1987 Dynamics of polymeric liquids, vol. 1. New York: John Wiley & Sons.
- Bird, R.B., Stewart, W.E. & Lightfoot, E.N. 2002 Transport Phenomena, Second Edition. John Wiley & Sons.
- Calderas, F., Sánchez-Solis, A., Maciel, A. & Manero, O. 2009 The transient flow of the PETPEN-Montmorillonite clay Nanocomposite, *Macromol Symp. MACROMEX* **283-284**, 354-360.
- Caram, Y., Bautista, F., Puig, J. E. & Manero, O. 2006 On the rheological modeling of associative polymers. *Rheol. Acta* **46**, 45-57.
- Currie, I.G, 1974 *Fundamental Mechanics of Fluids*, McGraw-Hill Press.
- Cruz, D.O.A, Pinho, F.T. & Oliveira, P.J. 2005 Analytical solutions for fully developed laminar flow of some viscoelastic liquids with a Newtonian solvent contribution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **132**, 28-35.

- Cuevas, S & Del Rio, J.A. 2001 Dynamical permeability of electrically conducting fluids under magnetic fields in a annular ducts. *Phys. Rev. E.* 64, 016313/1-7.
- Del Rio J.A 1993 Contribuciones teóricas al estudio de los fenómenos de transporte en medios porosos. *Ciencia* 44, 527-544.
- Del Rio J.A & Castrejón-Pita J.R. 1987 Modelo simple para la permeabilidad dinámica de fluidos viscoelásticos. *Revista Mexicana de Física.* 49 (1) 74-85.
- Del Rio J.A., De Haro, M.L. & Castrejón-Pita J.R. 1998 Enhancement in the dynamic response of a viscoelastic fluid flowing in a tube. *Phys. Rev. E.* 58 (5) 6323.
- Fischer, P. & Rehage, H. 1997 Nonlinear flow properties of viscoelastic surfactant solutions. *Rheol. Acta* **36**, 13-27.
- Herrera-Valencia E.E. & Rey A.D. 2014 Actuation of flexoelectric membranes in viscoelastic fluids with applications to outer hair cells. *Phil. Trans. R. Soc. A.* **372**, 20130369/1-28.
- Herrera, E.E., Calderas, F., Chavez, A.E., Manero, O. & Mena, B. 2009 Effect of random longitudinal vibrations pipe on the Poiseuille flow of a complex liquid. *Rheol. Acta* **48**, 779-800.
- Herrera, E.E., Calderas, F., Chavez, A.E. & Manero, O. 2010 Study on the pulsating flow of worm-like micellar solution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **165**, 174-183.

- Hernández-Acosta, S., González-Alvarez, Manero, O., Mendez-Sanchez A.F., Perez-Gonzalez, J. & De Vargas, L. J. 1999 Capillary rheometry of micellar aqueous solutions, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **85**, 229-247.
- Kozicki W, Tiu C. (1988) An unified model for non-Newtonian flow in packed beds and porous media. *Rheol Acta.* 27 (1), 31-38.
- Larson, R.G. 1999 The structure and rheology of complex fluids (Oxford University Press, Oxford), Sec. 1,2,3,4.
- Lopez de Haro, M., Del Rio J.A. & Whitaker, S. 1996 Flow of Maxwell fluids in Porous Media. *Transp. Porous Media* 25, 167-192.
- Manero O., Bautista, F. Soltero, J.F.A. & Puig, J. E. 2002 Dynamics of worm-like micelles: the Cox-Merz rule. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **106**, 1-15.
- Middleman, S. Fundamentals of polymer Processing, McGraw-Hill.
- Moreno L. Calderas, F. Sánchez-Olivares, G, Medina-Torres, L., Sánchez-Solis, A & Manero, O. 2013 La sangre humana desde el punto de vista de la reología. *Materiales Avanzados.* 20, 33-37.
- Moreno L. Calderas, F. Sánchez-Olivares, G. Medina-Torres, L., Sánchez-Solis, A & Manero, O. 2015 Effect of cholesterol and triglycerides levels on the rheological behaviour of the human blood. *Korea-Australia rheology journal*
- Oliveira, P.J. & Pinho. F. T. 1999a Analytical solution for fully developed channel and pipe flow of Phan-Thien-Tanner fluids. *J. Fluid Mech.* 387, 271-280.

- Oliveira, P.J. & Pinho, F. T. 1999b Plane contraction flows of upper convected Maxwell and Phan-Thien-Tanner fluids as predicted by a finite-volume method. *J. Fluid Mech.* **88**, 63-88.
- Ochoa-Tapia, J.A, 1995. El método del promedio volumétrico para el estudio de difusión en sistemas de varias componentes. *Rev. Mex. Fis.* **41** 451-470.
- Pinho, F.T. & Coelho, P.M. 2006 Fully-developed heat transfer in annuli for viscoelastic fluids with viscous dissipation. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **138**, 7-21.
- Pinho, F.T. & Oliveira, P.J. 2000 Axial annular flow of a nonlinear viscoelastic fluid an analytical solution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **93**, 325-337.
- Pinho, F.T. & Whitelaw, J.H. 1990 Flow of non-Newtonian fluids in a pipe. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **34**, 129-144.
- Quintanilla, R & Rajagopal, K.R. 2006 On Burgers fluids. *Math.Meth. Appl. Sci.* **29** 2133-2147.
- Rey, A.D. 2007 Capillary models for liquid crystal fibers, membranes, films, and drops. *Soft Matter* **2**, 1349-1368.
- Rey, A.D. 2010 Liquid crystals models of biological materials and processes. *Soft Matter* **6**, 3402-3429.
- Rey, A.D. & Herrera-Valencia, E.E. 2012a *Rheological theory and simulations of surfactant nematic liquid crystals, in Self-Assembled Supramolecular Architectures: Lyotropic Liquid Crystals*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons Inc. Hoboken. (eds N. Garti, P. Somasundaran and R. Mezzenga).

Soltero, J. F.A., Álvarez-Ramírez, J.G., Fernández, V.V.A., Tepale, N., Bautista, F., Macias, E.R., Pérez-López, J.H., Schulz, P.C., Manero, O., Solans, C. & Puig, J.E. 2007 Phase and rheological behaviour of the polymerizable surfactant CTAVB and water. *J. Colloid Interface Sci.* **312**, 130-138.

Soltero, J.F.A., Bautista, F. & Puig, J.E. 1999 Rheology of Cetyltrimethylammonium p-Toluenesulfonate-Water System. 3. Nonlinear Viscoelasticity. *Langmuir* **15**, 1604-1612.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, por haberme forjado profesionalmente.

Al Dr. Edtson Emilio Herrera Valencia, por la confianza y amistad que me ha brindado, por su apoyo incondicional, su infinita paciencia y por todos sus valiosos consejos los cuales me han servido de guía durante este camino.

Al Dr. Fausto Calderas García, por el intercambio de ideas y de opiniones, además de sus consejos y asesoría constante en este trabajo.

Al Dr. Mariano Pérez Camacho, por las sugerencias, observaciones e intercambio de ideas, así como su experiencia en el área experimental.

Al Ing. Raúl Ramón Mora Hernández, por los comentarios y sugerencias para que este trabajo tenga una aplicación tecnológica.

Al Ing. Juvenal Guzmán Gómez, por los comentarios y sugerencias en este proyecto de Licenciatura.

Al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM <<IN115615>> << Fenómenos de transporte y reología de fluidos complejos aplicados a sistemas biológicos >>. Agradezco a la DGAPA-UNAM por la beca recibida.

A todas aquellas personas que directa o indirectamente colaboraron a la realización de este trabajo.

Dedicatorias

Daniel y Norma, por todo el apoyo, cariño y paciencia durante este largo camino; por sus consejos y desvelos. Por la confianza infinita que me han brindado, no solo ahora sino durante toda mi vida, sin ustedes no estaría aquí, los amo.

Erick, porque jamás dudaste de mi capacidad de lograr todos los sueños y metas que me he propuesto. Gracias por impulsarme siempre a seguir adelante. Por todas las sonrisas y momentos increíbles que vivimos durante la carrera. Por brindarme tu cariño, confianza y compañía incluso en los momentos de fracaso. Sigamos soñando juntos.

Lulú y Susana, porque a pesar de haber tomado caminos distintos, siempre han estado conmigo en todo momento. Por todas las risas y lágrimas que compartimos en la carrera. Por su amistad incondicional, es un tesoro.

Mayín, porque siempre estuviste animándome aunque fuera a distancia. Aprecio todos tus sabios consejos y tu extrema sinceridad que me has dado durante nuestra larga amistad

Cesar, por haber inspirado en mí el gusto por la matemática y las ciencias exactas, por ser para mí guía, maestro y amigo.

Libertad, Daniela y Karla, porque siempre estuvieron cuando las necesitaba, por todas las aventuras que pasamos juntas, las quiero.

A todos mis amigos de la carrera y de la Fes Z que me han acompañado en este largo viaje, sin ustedes no habría sido lo mismo.