



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

PRODUCCIÓN DE FOTONES Y DILEPTONES EN UN PLASMA  
ANISOTRÓPICO DE GLUONES Y QUARKS MASIVOS

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:  
ANDRÉS LUNA GODOY,  
FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM

TUTOR PRINCIPAL  
DR. ÉRICK LEONARDO PATIÑO JÁIDAR,  
FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM  
MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR  
DR. RODOLFO PATRICIO MARTÍNEZ Y ROMERO,  
FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM  
DRA. MYRIAM MONDRAGÓN CEBALLOS,  
INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM.

MÉXICO, D. F. JUNIO 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Dedicatoria**

A mis padres, Luis Adrián y Raquel, y a mis hermanos, Adrián y Alejandro.

A Natalia.

A Manuel, los Atómicos, Pamela, Anahí y Anaid.

A Alberto, Leo y al Profe Alfonso.

## Resumen

Calculamos la razón de producción de fotones en un plasma anisotrópico fuertemente acoplado con  $N_f \ll N_c$  considerando masas de quark no nulas, y estudiamos cómo afectan éstas a las densidades espectrales y conductividades. Calculamos además otra importante sonda del plasma, la razón de producción de dileptones. Consideramos ángulos genéricos entre la dirección anisotrópica y los vectores de onda de los fotones y los dileptones, así como masas de quark arbitrarias y valores arbitrarios del parámetro de anisotropía. Genéricamente, la anisotropía incrementa la razón de producción de fotones y dileptones, comparado con un plasma anisotrópico a la misma temperatura.

## Abstract

We compute the photon production rate of an anisotropic strongly coupled plasma with  $N_f \ll N_c$  considering non vanishing quark masses, and study how these affect the spectral densities and conductivities. We also compute another important probe of the plasma, the dilepton production rate. We consider generic angles between the anisotropic direction and the photon and dilepton wave vectors, as well as arbitrary quark masses and arbitrary values of the anisotropy parameter. Generically, the anisotropy increases the production rate of both photons and dileptons, compared with an isotropic plasma at the same temperature.

---

## Índice

<b>1. Introducción.</b>	<b>1</b>
1.1. ¿Por qué fotones?.	1
1.2. ¿Por qué utilizar holografía?	1
1.2.1. La correspondencia AdS/CFT.	2
1.2.2. Temperatura finita.	4
1.2.3. Diccionario. Correspondencia campo/operador.	6
1.3. Antecedentes.	8
1.4. ¿Por qué estudiar un plasma anisotrópico?	8
1.4.1. Plasma anisotrópico y holografía.	8
1.5. Quarks Masivos y Dileptones.	9
1.6. Estructura.	11
<b>2. Producción de fotones y dileptones en un plasma anisotrópico</b>	<b>11</b>
<b>3. Dual Gravitacional</b>	<b>14</b>
3.1. Acción y solución	15
3.1.1. Ecuaciones de movimiento	17
3.1.2. Parámetros	19
3.2. Configuración del Sistema	20
3.2.1. Branas de Sabor	23
3.2.2. Masa de quarks	25
<b>4. Producción de fotones con quarks masivos de la holografía.</b>	<b>27</b>
4.1. Límite Isotrópico	27
4.2. Densidad espectral para la polarización $\epsilon_{(1)}$	29
4.3. Densidad espectral para la polarización $\epsilon_{(2)}$	31
4.4. Razón total de producción de fotones	34
<b>5. Producción de dileptones de la holografía</b>	<b>36</b>
5.1. Límite isotrópico	38
5.2. Densidad espectral para la polarización $\epsilon_{(1)}$	40
5.3. Densidad espectral para la polarización $\epsilon_{(2)}$	40
5.4. Razón total de producción de dileptones	50
<b>6. Discusión</b>	<b>50</b>

<b>A. Correladores en espacio de Minkowski en AdS/CFT</b>	<b>56</b>
A.1. Correladores térmicos de Minkowski	56
A.2. Receta para AdS/CFT en Minkowski	57
A.2.1. Dificultades con AdS/CFT en Minkowski	57
A.2.2. La receta para Minkowski	59
A.2.3. La receta aplicada a nuestro problema	59
<b>B. Soluciones para <math>E_1</math> y <math>E_2</math></b>	<b>60</b>

---

## 1. Introducción.

### 1.1. ¿Por qué fotones?.

Igual que los fotones de la radiación cósmica de fondo nos brindan una imagen detallada de las condiciones del Universo poco después del Big Bang, los fotones producidos en colisiones de iones pesados proveen excelentes sondas del “Little Bang” producido en RHIC [1, 2] y LHC [3]. La razón es que, como el Universo tras la recombinación, el plasma de quarks y gluones (QGP por sus siglas en inglés) creado en dichos experimentos es ópticamente transparente, tanto por su limitada extensión espacial, como porque el acoplamiento electromagnético  $\alpha_{EM}$  es pequeño. Los fotones producidos dentro de este medio escapan prácticamente sin redispersarse, llevando consigo información valiosa acerca de las condiciones del sistema en el lugar de su emisión [4, 5].

### 1.2. ¿Por qué utilizar holografía?

La Cromodinámica Cuántica (QCD por sus siglas en inglés) es la teoría que describe las interacciones entre quarks y gluones, y sigue siendo un reto en muchos aspectos. Si bien es posible calcular numerosas observables (incluida la razón de producción de fotones [6]) usando técnicas perturbativas ordinarias cuando el acoplamiento  $\alpha_s$  es pequeño, no existen métodos sistemáticos analíticos con los que analizar las propiedades no perturbativas de QCD. Algunas de estas, por ejemplo sus propiedades termodinámicas, pueden ser estudiadas mediante una formulación de QCD en la red. Sin embargo, las observables dinámicas son muy difíciles de estudiar en la red por la naturaleza inherente euclídeana de su formulación. El QGP (que es QCD a temperatura finita) producido en RHIC y LHC se comporta además, aparentemente, como un fluido fuertemente acoplado [7, 8], volviendo así problemático un enfoque perturbativo. Esta naturaleza no perturbativa del plasma provee una motivación para aplicar la correspondencia norma/gravedad [9–11] para obtener información dinámica del sistema. Desafortunadamente, el dual holográfico de QCD no se conoce actualmente, pero

se espera que estudiando teorías con características en común o similares a las de QCD, tales como super Yang-Mills (SYM) con  $\mathcal{N} = 4$  a temperatura finita, uno pueda obtener información sobre las características cualitativas de la dinámica fuertemente acoplada del plasma. Más aún, algunas cantidades resultan ser independientes de modelo y universales. Un ejemplo notable es la razón de viscosidad de corte entre la densidad de entropía, para la que se ha mostrado tanto por cálculos explícitos [12–14] como por argumentos generales [15, 16] que es una propiedad universal de teorías de norma a temperatura finita fuertemente acopladas, con  $N_c$  grande, que tienen una teoría dual gravitacional. Éstas incluyen teorías en distintos números de dimensiones, con o sin potencial químico, con o sin materia fundamental, etc.

Para entender por qué la correspondencia norma/gravedad es un buen candidato para describir a un QGP fuertemente acoplado, analizamos a continuación sus características.

### 1.2.1. La correspondencia AdS/CFT.

Describamos ahora uno de los ejemplos más simples de una dualidad norma/gravedad: La equivalencia entre teoría de cuerdas tipo IIB en  $AdS_5 \times S^5$  y una teoría super Yang-Mills con  $\mathcal{N} = 4$  en un espacio de Minkowski cuatro-dimensional.

Para motivar dicha dualidad, partimos de una acción efectiva para la teoría de cuerdas tipo IIB a bajas energías ( $E \ll \ell_c^{-1}$ ), que sólo involucra a los campos no masivos:

$$S_{\text{IIB,ef}} = S_{\text{SUGRA}} + S_{\alpha'} \quad (1.1)$$

donde el primer término, dominante a bajas energías, define la teoría conocida como super-gravedad (SUGRA) tipo IIB en  $D = 9 + 1$  dimensiones.

Una solución particular a las ecuaciones de movimiento de  $S_{\text{SUGRA}}$  es la D3-brana negra extremal, cuya métrica se lee:

$$ds^2 = H(r)^{-\frac{1}{2}}(-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + H(r)^{\frac{1}{2}}(dr^2 + r^2 d\Omega_3^2) \quad (1.2)$$

donde  $H(r) = 1 + (\frac{L}{r})^4$ . Dicha métrica se reduce a Minkowski<sup>9,1</sup> cuando  $r \gg L$  y a  $AdS_5 \times S^5$  cuando  $r \ll L$ . Además de la métrica, estarán encendidos el dilatón  $\varphi$ , cuyo valor será una constante (relacionada con la constante de cuerdas  $g_c$ ) y el campo de norma Ramond-Ramond  $C_{0123} = g_c^{-1} [1 - H(r)^{-1}]$ . En virtud de que dicho campo está encendido, el objeto posee carga eléctrica Ramond-Ramond, que debe ser discreta ( $q = N$ ) y cumplirá la relación

$$L^4 = 4\pi g_c N \ell_c^4 \quad (1.3)$$

donde  $L$  es el radio característico de la brana. La masa de la D3-brana negra extremal está dada por

$$M = \frac{NV}{(2\pi)^3 g_c \ell_c^4} \quad (1.4)$$

De hecho, este es el caso que satura (de ahí el nombre extremal) la cota BPS  $M \leq \frac{NV}{(2\pi)^3 g_c \ell_c^4}$ , la cual dice que cuesta una masa mínima portar una carga Ramond-Ramond dada.

Por otro lado, una pila de  $N$  D3-branas sin excitar tiene exactamente la misma masa y carga, lo cual sugiere que la brana negra no es otra cosa que los campos de supergravedad macroscópicos generados por dicha pila de D-branas. En vista de (1.3) la solución de D3-brana negra es confiable sólo si  $g_c N \gg 1$  (y si la constante de cuerdas  $g_c e^\phi \ll 1$ ). Por otro lado,  $g_c N$  es precisamente el parámetro que controla la expansión perturbativa de cuerdas abiertas que describen excitaciones de la pila de las D3-branas, por lo que sólo podemos considerar a dicha pila viviendo sobre un fondo plano y describir sus excitaciones perturbativamente en la medida que  $g_c N \ll 1$ .

La conclusión parece ser que la D3-brana negra extremal y la pila de  $N$  D3-branas en Minkowski son dos descripciones alternativas del mismo sistema físico, válidas en regímenes mutuamente excluyentes. Sin embargo, aunque ambas descripciones están bajo control a nivel de cálculos perturbativos sólo bajo algún régimen, es posible extender dichas descripciones aún fuera del régimen, y conjeturar que ambos sistemas son duales para todo valor de  $g_c N$ .

Para deducir la correspondencia partimos de la dualidad entre la D3-brana negra extremal y una pila de  $N$  D3-branas. El segundo paso es considerar a este sistema a bajas energías

$$E \ll \frac{1}{\ell_c}. \quad (1.5)$$

En este régimen suceden dos cosas importantes:

I) Tanto en la D3-brana negra, como en la pila de D3-branas obtenemos dos sistemas desacoplados. En la D3-brana negra, se sabe que la sección eficaz de absorción de modos no masivos por parte de la brana negra es  $\sigma \propto (EL)^8$ . Los modos de SUGRA (cuerda cerrada no masiva) en el exterior de la garganta ( $r > L$ ) esencialmente se propagan entonces en un fondo plano y no se pueden propagar al interior. A la inversa, los modos en el interior de la garganta no tienen suficiente energía para escalar el potencial gravitacional y escapar al exterior. Las dos regiones, entonces, no se pueden comunicar una con la otra. En la descripción con D-branas, sabemos que se tiene la misma probabilidad de absorción. Así, igualmente, obtenemos dos sistemas desacoplados: las cuerdas cerradas en el fondo plano no pueden convertirse en abiertas, ni viceversa.

II) En cada lado la descripción se simplifica drásticamente: Del lado de las D3-branas, las cuerdas cerradas IIB en fondo plano se reducen a los modos de SUGRA IIB libres (la gravedad es débilmente acoplada a bajas energías). Las cuerdas abiertas sobre las D3-branas se reducen a los modos no masivos descritos por SYM  $\mathcal{N} = 4$  ( $\equiv$ MSYM)  $U(N)$  en 3+1 dimensiones (la cuál es aún una teoría interactuante).



De lado de la D3-brana negra hay que tomar en cuenta que

$$g_{tt} = - \left( 1 + \frac{L^4}{r^4} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

por lo que hay un efecto de corrimiento al rojo. Un objeto con energía propia medida localmente  $E_{\text{prop}}$  en un punto  $r$  tiene energía

$$E_{\infty} = \sqrt{-g_{tt}} E_{\text{prop}} = \left( 1 + \frac{L^4}{r^4} \right)^{-\frac{1}{4}} E_{\text{prop}} \quad (1.7)$$

medido por un observador en el infinito. Esta última noción de energía es sobre lo que imponemos la restricción

$$E \ll \frac{1}{\ell_c}, \quad (1.8)$$

porque la noción del tiempo  $t$  en la D3 cuando  $r \rightarrow \infty$  coincide con la que tenemos para las D3. En cualquier sitio  $r \geq L$  estamos pidiendo  $E_{\text{prop}} \ll \frac{1}{\ell_c}$  y se reduce a SUGRA libre. Estos modos se propagan en un fondo plano pero en la región cerca al horizonte  $r \ll L$  podemos tener  $E_{\text{prop}}$  arbitrariamente grande y aún así satisfacer  $E \simeq \left(\frac{r}{L}\right) E_{\text{prop}} \ll \frac{1}{\ell_c}, \frac{1}{L}$ . En esta región  $H(r) = 1 + \frac{L^4}{r^4} \simeq \frac{L^4}{r^4}$  y el fondo se vuelve

$$ds^2 = \frac{r^2}{L^2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{L^2}{r^2} (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2) \quad (1.9)$$

El primer término es un espaciotiempo Anti-de Sitter (4+1)-dimensional con radio  $L$  y el segundo es una 5-esfera con radio  $L$ . Sobre este espacio  $AdS_5 \times S^5$  se propagan todos los modos de la teoría de cuerdas IIB (incluyendo sus modos no perturbativos como branas).

Dado que teníamos una equivalencia desde el principio y de las 2 componentes desacopladas que obtenemos en cada lado, una coincide directamente, debemos concluir que las dos componentes restantes también son equivalentes. La conclusión es por tanto la equivalencia entre teoría de cuerdas tipo IIB en  $AdS_5 \times S^5$  y SYM  $\mathcal{N} = 4$  en un espacio de Minkowski 4-D.

### 1.2.2. Temperatura finita.

Modificamos ahora la correspondencia, considerando física a temperatura finita. Una motivación para esto es la siguiente. A temperatura cero, SYM con  $\mathcal{N} = 4$  y QCD son teorías muy diferentes. QCD es una teoría confinante con una escala generada dinámicamente  $\Lambda_{\text{QCD}} \simeq 200$  MeV, mientras que SYM con  $\mathcal{N} = 4$  es una teoría conforme, sin escalas. Más aún, SYM con  $\mathcal{N} = 4$  es máximamente supersimétrica, mientras que QCD no presenta supersimetría. Sin embargo, a temperatura  $T_{\text{dec}} \simeq 170$  MeV, se cree que QCD experimenta una transición a una fase desconfiada referida como plasma de quarks y gluones (QGP por sus siglas en inglés).

Como cualquier temperatura finita rompe la supersimetría y la invariancia conforme de SYM con  $\mathcal{N} = 4$ , esperaríamos que algunas propiedades del plasma con  $\mathcal{N} = 4$  sean compartidas por el plasma de QCD.

El análisis de la sección anterior es modificado fácilmente para introducir una temperatura finita  $T$ . Obtuvimos la correspondencia a temperatura cero tomando el límite de desacople de D3-branas extremales, que saturan la cota BPS. Añadir temperatura significa añadir energía, pero no carga al sistema, así que es natural tomar un límite de desacople para D3-branas no extremales. Resulta que el efecto neto de esto es simplemente modificar la parte de AdS de la métrica, reemplazando dicha parte en (1.2) por

$$ds^2 = \frac{r^2}{L^2}(-f(r)dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{L^2}{r^2} \frac{dr^2}{f(r)} \quad (1.10)$$

donde,

$$f(r) = 1 - \frac{r_0^4}{r^4}. \quad (1.11)$$

y  $r_0$  es una constante con dimensiones de longitud que estará relacionada con la temperatura.

La métrica (1.10) coincide con la parte AdS de (1.9) para valores grandes de  $r$ . Dado que  $r$  está relacionado con la escala de energía en la teoría de norma [17], vemos que esto es meramente la afirmación de que la física ultravioleta no es afectada por la temperatura, como esperaríamos. Sin embargo, el comportamiento infrarrojo de la métrica (1.10) es muy distinto al de (1.9). La métrica (1.10) tiene un horizonte regular, de área finita en  $r = r_0$ . La temperatura de Hawking de este horizonte se interpreta como la temperatura de la CFT dual. La forma más simple de calcularla es exigir que la continuación euclídeana (obtenida haciendo la sustitución  $t \rightarrow it_E$ ) de la métrica (1.10),

$$ds_E^2 = \frac{r^2}{L^2} (f(r)dt_E^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{L^2}{r^2 f(r)} dr^2, \quad (1.12)$$

sea regular. Como la dirección de tiempo Euclídeano se reduce a cero en  $r = r_0$ , debemos requerir que  $t_E$  esté periódicamente identificado con un período apropiado  $\beta$ , i.e.,  $t_E \sim t_E + \beta$ . Un cálculo simple muestra que

$$\beta = \frac{\pi L^2}{r_0}. \quad (1.13)$$

El período  $\beta$  del círculo de tiempo Euclídeano se interpreta como la temperatura inversa,  $\beta = 1/T$ .

Ahora calculamos la densidad de entropía de una teoría SYM con  $\mathcal{N} = 4$  y  $N_c$  grande, fuertemente acoplada [18]. No sabemos cómo calcular esto en la teoría de norma, pero en el límite  $N_c, \lambda \rightarrow \infty$  podemos usar la descripción de supergravedad. En esta descripción, la entropía es la de Bekenstein-Hawking,  $S_{\text{BH}} = A/4G$ , proporcional al área del horizonte

de la métrica (1.10), o más precisamente, de la métrica diez-dimensional que consiste en el producto directo de (1.10) y una 5-esfera de radio  $L$ . El horizonte se encuentra en  $r = r_0$  para toda  $t$ , y tiene “área”

$$A = \int d^3x d^5\Omega \sqrt{g}. \quad (1.14)$$

Un cálculo simple muestra que podemos expresar la densidad de energía por unidad de volumen en términos de los parámetros de la teoría de norma como

$$s_{\text{BH}} = \frac{\pi^2}{2} N_c^2 T^3. \quad (1.15)$$

Este resultado difiere de aquel con acoplamiento cero únicamente por un (famoso) factor de  $3/4$ . En efecto, la entropía de Bekenstein-Hawking arriba y la entropía de un gas libre de partículas con  $\mathcal{N} = 4$ , obtenida puramente en la teoría de campo, están relacionadas mediante

$$s_{\text{BH}} = \frac{3}{4} s_{\text{free}}, \quad (1.16)$$

### 1.2.3. Diccionario. Correspondencia campo/operador.

Existe numerosa evidencia<sup>1</sup> a favor de la correspondencia norma/gravedad. Esta evidencia permite la constitución de un “diccionario”, que nos permite relacionar los elementos de ambas teorías. Un ejemplo de entrada del diccionario es la equivalencia de los parámetros de ambas teorías [17]. De especial interés para nosotros será una entrada del diccionario, que llamamos correspondencia campo/operador, y consiste en una receta precisa para la relación entre observables en las dos teorías. No ahondamos en detalles técnicos, pero esbozaremos la idea principal [10]. Esto puede ser motivado recordando que la constante de acoplamiento de SYM  $g_{\text{YM}}^2$  se identifica con el acoplamiento de cuerdas  $g_s$ . En la teoría de cuerdas esto está dado por  $g_s = e^{\Phi_\infty}$ , donde  $\Phi_\infty$  es el valor del dilatón en la frontera de AdS. Esto sugiere que deformar la teoría de norma mediante un cambio en el valor de la constante de acoplamiento corresponde a cambiar el valor de un campo de cuerdas en la frontera de AdS. Más en general, uno puede imaginar deformar la acción de la teoría de norma como

$$S \rightarrow S + \int d^4x \phi(x) \mathcal{O}(x), \quad (1.17)$$

donde  $\mathcal{O}(x)$  es un operador local, invariante de norma, y  $\phi(x)$  es un acoplamiento, posiblemente dependiente de la posición, es decir, una fuente. Es entonces razonable esperar que para cada operador invariante de norma posible corresponda un campo de cuerdas dual  $\Phi(x, r)$ , tal que su valor en la frontera de AdS pueda ser considerado como una fuente para dicho

---

<sup>1</sup>Un chequeo rápido lo constituye la coincidencia de las simetrías globales de cada teoría. Sin embargo, esto no es considerado parte del diccionario como tal.

operador, i.e., identificamos  $\phi = \Phi|_{\partial AdS}$ . Por ejemplo, el campo del dilatón es dual al operador  $\text{Tr}F^2$ . Una conjetura natural es entonces que las funciones de partición de las dos teorías coincidan mediante esta identificación, es decir

$$Z_{\text{CFT}}[\phi] = Z_{\text{string}}[\Phi|_{\partial AdS}]. \quad (1.18)$$

El lado izquierdo codifica toda la información física de la teoría de norma, pues permite el cálculo de funciones de correlación de operadores arbitrarios invariantes de norma mediante

$$\langle \mathcal{O}_{j_1}(x_1) \dots \mathcal{O}_{j_n}(x_n) \rangle = \frac{1}{Z_{\text{CFT}}[0]} \frac{\delta}{i\delta\phi_{j_1}} \dots \frac{\delta}{i\delta\phi_{j_n}} Z_{\text{CFT}}[\phi_j] \Big|_{\phi_j=0} \quad (1.19)$$

El lado derecho en (1.18) no es, en general, fácil de calcular, pero se simplifica dramáticamente en el límite de  $N_c$  y  $\lambda$  grandes, en el que se reduce a

$$Z_{\text{string}} \simeq e^{-S_{\text{sugra}}}, \quad (1.20)$$

donde  $S_{\text{sugra}}$  es la acción de supergravedad en la capa de masa.

Un conjunto de operadores especialmente importante en una teoría de norma son las corrientes conservadas asociadas a simetrías globales. Existe una correspondencia entre éstas y simetrías de norma del lado de cuerdas, por lo que esperamos que el campo dual a la corriente conservada sea un campo de norma  $A_\mu$ . Esto es cierto, y es consistente con el hecho de que el acoplamiento

$$\int d^4x A_\mu(x) J^\mu(x) \quad (1.21)$$

es invariante ante transformaciones de norma  $\delta A_\mu = \partial_\mu f$  gracias a que  $\partial_\mu J^\mu = 0$ . La razón por la que estos operadores son de particular interés para nosotros es que el observable que queremos calcular

$$d\Gamma \sim \langle J^{\text{EM}} J^{\text{EM}} \rangle \quad (1.22)$$

es de hecho proporcional a una función de dos puntos de corrientes (conservadas) electromagnéticas.

Un conjunto particular de corrientes que son conservadas en cualquier teoría invariante traslacionalmente son las del tensor energía momento  $T_{\mu\nu}$ . Éste debe acoplarse a un campo de norma simétrico, con espín dos, a saber un gravitón, de la forma

$$\int d^4x g^{\mu\nu}(x) T_{\mu\nu}(x). \quad (1.23)$$

Así, llegamos a la conclusión general de que cualquier teoría traslacionalmente invariante, debe incluir un gravitón, que para cierto número de dimensiones constituye gravedad dinámica.

### 1.3. Antecedentes.

El estudio de emisión de fotones en un plasma fuertemente acoplado con  $\mathcal{N} = 4$  usando holografía fue iniciado en [19], donde se estudiaron fotones acoplados a quarks sin masa en la representación adjunta, y continuó en [20] y [21], donde quarks sin masa y con masa en la representación fundamental eran las partículas cargadas electromagnéticamente. La producción de fotones en un modelo AdS/QCD de “pared suave” fue estudiada en [22, 23] y en un fondo de agujero negro cargado en [24]. Correcciones de cuerdas a los resultados de supergravedad para la conductividad eléctrica y la densidad espectral fueron estudiadas en [25–30].

### 1.4. ¿Por qué estudiar un plasma anisotrópico?

La geometría usada en los trabajos mencionados en la subsección 1.3 es espacialmente isotrópica en las direcciones de la teoría de norma, y por lo tanto dual a un plasma invariante rotacional. Experimentos recientes muestran que una característica importante del QGP es el hecho de que las presiones a lo largo de la dirección del haz y a lo largo de las direcciones transversales son distintas en las etapas iniciales de la evolución del plasma, y que el sistema muestra una anisotropía inicial considerable [31, 32]. Más aún, en dichos experimentos se ha encontrado una sobreproducción de fotones respecto a las predicciones hechas por modelos perturbativos [33, 34], y un candidato prometedor para explicar tal sobreproducción es la presencia de anisotropía en el sistema [35–37].

#### 1.4.1. Plasma anisotrópico y holografía.

Un primer análisis de las firmas electromagnéticas en un plasma anisotrópico fuertemente acoplado<sup>2</sup> fue realizado en [39], donde se usó la geometría de [40] como dual. Una característica indeseable de tal modelo es la presencia de una singularidad desnuda que, sin embargo, permite la imposición de condiciones de frontera entrantes y la definición de correladores retardados.

En este trabajo revisamos los cálculos de producción de fotones y dileptones en un plasma anisotrópico fuertemente acoplado usando como dual gravitacional la solución a supergravedad tipo IIB que fue descubierta en [41, 42], inspirada por [43], agregando D7-branas de sabor con encajes no ecuatoriales, que corresponden a quarks con masas no nulas. La solución de [41, 42] es estática y corresponde a un plasma en equilibrio térmico anisotrópico. Por supuesto, un plasma en la realidad sufre una evolución temporal no trivial, pero la presunción de estaticidad puede ser motivada considerando escalas de tiempo mucho más pequeñas que la escala característica de evolución, que es de algunos fm/c (véase e.g. [44]).

---

<sup>2</sup>La producción de fotones ha sido estudiada en la presencia de una anisotropía en el régimen de acoplamiento débil en, por ejemplo, [38].

La geometría de [41, 42] posee varias características que la hacen un modelo de juguete bueno para representar, de primeros principios, el efecto de la anisotropía espacial en observables físicas de interés. Tales características incluyen regularidad de los campos en el horizonte y fuera de él, condiciones de frontera asintóticamente AdS, y un acompletamiento UV con un encaje sólido en teoría de cuerdas tipo IIB. Una versión no interactuante del modelo de [41, 42] ha sido considerada en [45], y el correspondiente diagrama de fase ha sido obtenido.

Algunas propiedades físicas de la geometría anisotrópica considerada aquí, ya han sido estudiadas en la literatura. Varios de estos estudios son revisados en [46].

### 1.5. Quarks Masivos y Dileptones.

Este trabajo extiende el análisis de [35], cuyas conclusiones son que la conductividad puede ser mayor o menor que la conductividad isotrópica, según la orientación de la polarización del fotón, respecto a la dirección anisotrópica, y que la razón de producción total, es siempre mayor que la razón isotrópica, y mientras más grande sea el valor de la anisotropía, más intensamente brillará comparado al caso isotrópico.

Las extensiones que consideramos aquí ocurren en dos direcciones distintas. Primero, queremos averiguar el efecto que tiene considerar una masa distinta de cero para los quarks. Para esto, consideramos encajes no ecuatoriales de las D7-branas de sabor, que corresponden precisamente a quarks con masas no nulas, haciendo nuestro análisis más próximo al mundo real.

A temperaturas lo suficientemente altas para que los gluones (y la materia adjunta) estén desconfiados, el fondo gravitacional contiene un agujero negro [47]. En esta fase desconfiada, la materia fundamental puede estar aún en dos fases distintas separadas por una transición de fase de primer orden [48]. Desde el punto de vista de la descripción holográfica, la física básica tras esta transición es entendida fácilmente. La distancia asintótica entre las D7-branas y el agujero negro es proporcional a la masa del quark, mientras que el tamaño del horizonte del agujero negro es proporcional a la temperatura. Así, para  $T/M_q$  suficientemente pequeño, las D7-branas son deformadas por la atracción gravitacional del agujero negro, pero permanecen completamente fuera del horizonte, en lo que llamamos un “encaje de Minkowski”. Sin embargo, por encima de una temperatura crítica  $T_{\text{fun}}$ , la fuerza gravitacional supera la tensión de las branas y éstas son atraídas dentro del horizonte. Nos referimos a tal configuración como “encaje de agujero negro”. En medio de estos dos tipos de encajes, existe un “encaje crítico” en que la brana “toca al horizonte sólo en un punto”. Sin embargo, consideraciones termodinámicas [48] revelan que ocurre una transición de fase de primer orden entre un encaje de Minkowski y uno de agujero negro. En otras palabras, el encaje crítico es pasado por alto por la transición de fase, encajes cuasi-críticos resultan ser metaestables o inestables.

En la teoría de campo dual, esta transición de fase se ejemplifica por discontinuidades

en cantidades físicas tales como, por ejemplo, el condensado de quarks o la contribución de la materia fundamental a la densidad de entropía. Sin embargo, la característica más notable de esta transición de fase se encuentra en el espectro de excitaciones físicas de la materia fundamental. A baja temperatura, el espectro de la fase de Minkowski tiene brechas y contiene un conjunto discreto de mesones profundamente ligados (i.e. estados ligados de quark-antiquark) con masas de orden  $M_{\text{mes}} \sim M_q/\sqrt{\lambda}$ . Además, el espectro de fase de Minkowski contiene también excitaciones tipo quark bien definidas, descritas por cuerdas estirándose entre punta de las branas y el horizonte. Éstas tienen masas de orden  $M_q$  y son por lo tanto paramétricamente más pesados que los mesones. Ambos conjuntos de excitaciones son absolutamente estables en el límite de  $N_c$  grande fuertemente acoplado que estamos considerando.

En la fase de agujero negro con temperatura alta, los mesones dejan de existir. En lugar de eso, uno encuentra un espectro de excitaciones continuo y sin brechas [48–51]. Por lo tanto, los mesones se disocian o ‘derriten’ en la transición de primer orden a  $T_{\text{fin}}$ , y más allá de eso, no existe una noción de cuasi-partícula bien definida de un quark individual, pues una cuerda estirándose entre cualquier punto de las branas y el horizonte caerá rápidamente por el horizonte. En la teoría de norma esto corresponde al hecho de que cualquier carga de quark localizada, se dispersará rápidamente a través de todo el plasma, perdiendo así su identidad.

En este trabajo estudiaremos la producción de fotones en la fase de agujero negro. No estudiaremos explícitamente la producción de fotones en la fase de Minkowski, pues tenemos una expectativa clara de lo que sería el resultado. De hecho, como se explica arriba, en esta fase el espectro consiste de un conjunto discreto de modos estables, así que esperamos que la función espectral esté dada por una suma de funciones delta soportadas en valores apropiados del momento.

Permitimos valores arbitrarios del parámetro de anisotropía  $a/T$  y ángulos arbitrarios entre el vector de onda del fotón y la dirección anisotrópica, o dirección del haz. Estudiamos además la conductividad DC como función de la masa del quark. Hallamos que, en general, un plasma anisotrópico brilla más intensamente que su contraparte isotrópica a la misma temperatura. Esto se mantiene para todos los valores de las masas de los quarks, y para todos los ángulos entre el vector de onda del fotón y la dirección anisotrópica. Este mismo cálculo fue realizado en [36] para un valor específico de la anisotropía y para vectores de onda ya sean paralelos o perpendiculares a la dirección anisotrópica, donde además se incluye un campo magnético externo fuerte.

Como segunda extensión de [35], estudiamos la producción térmica de pares leptón-antileptón (dileptones), mediante el decaimiento de fotones virtuales en el mismo fondo. Esta cantidad es igualmente de interés fenomenológico y se obtiene considerando momentos tipo tiempo para las partículas emitidas, que pueden ser masivas. Hallamos que la razón de producción de dileptones es, en general, mayor que la correspondiente razón de un plasma isotrópico a la misma temperatura, excepto por un rango pequeño de anisotropías, si la masa

del quark y la frecuencia son lo suficientemente grandes. Estas cantidades son, genéricamente, monótonamente dependientes (ya sea crecientes o decrecientes) del ángulo entre el momento y la dirección anisotrópica.

### 1.6. Estructura.

La estructura de este trabajo es la siguiente. En la sección 2 explicamos cómo calcular las razones de producción de fotones y dileptones en una teoría de norma que modela un plasma anisotrópico. En la Sección 3, analizamos el fondo anisotrópico gravitacional de [41, 42], que es dual a dicha teoría de norma. En la sección 4 presentamos nuestros resultados para densidades espectrales, conductividades y razones totales de producción para fotones en un plasma con quarks masivos. En la Sección 5 hacemos lo mismo para dileptones, que es esencialmente la extensión de los cálculos previos al caso en que las partículas emitidas tienen un momento tipo tiempo, en lugar de tipo luz. Discutimos nuestros resultados en la Sección 6. En el Apéndice A, revisamos la receta para calcular correladores en espacios de Minkowski. En el Apéndice B, describimos algunos detalles técnicos para el cálculo de correladores mixtos.

## 2. Producción de fotones y dileptones en un plasma anisotrópico

La teoría de norma que consideraremos se obtiene mediante una deformación (que romperá la isotropía) de super Yang-Mills (SYM)  $\mathcal{N} = 4$  en cuatro dimensiones, con grupo de norma  $SU(N_c)$ , con  $N_c$  grande, y acoplamiento de 't Hooft  $\lambda = g_{\text{YM}}^2 N_c$  grande. La deformación consiste en incluir en la acción un término  $\theta$ , que depende linealmente de una de las direcciones espaciales, digamos  $z$  [43]

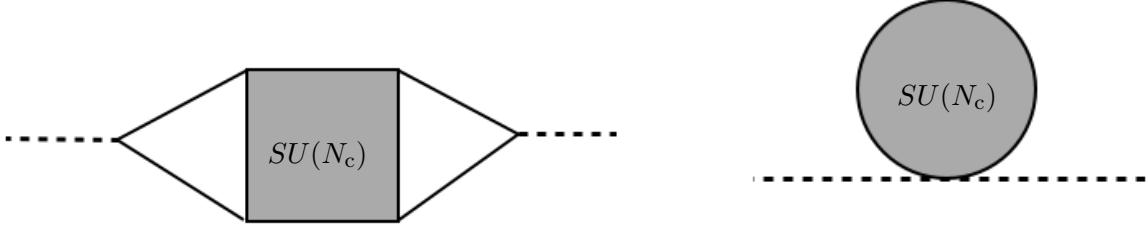
$$S_{SU(N_c)} = S_{\mathcal{N}=4} + \frac{1}{8\pi^2} \int \theta(z) \text{Tr} F \wedge F, \quad \theta(z) \propto z, \quad (2.1)$$

donde la constante de proporcionalidad en  $\theta(z)$  tiene dimensiones de energía y se relacionará con el parámetro  $a$  que introduciremos en la siguiente sección. La simetría rotacional  $SO(3)$  en las direcciones espaciales es rota por este nuevo término, resultando en  $SO(2)$  en el plano  $xy$ . Por esta razón llamamos dirección longitudinal a la dirección  $z$ , mientras que  $x$  y  $y$  serán las direcciones transversales.

Esta teoría tiene campos de materia en la representación adjunta del grupo de norma. Podemos además introducir  $N_f$  sabores de escalares  $\Phi^a$  y fermiones  $\Psi^a$  en la representación fundamental, con el índice  $a$  tomando valores entre 1 y  $N_f$ . Con un abuso de lenguaje, nos referiremos indistintamente a estos campos fundamentales como 'quarks'.

Para estudiar la producción de fotones encendemos un fotón dinámico incluyendo un término cinético  $U(1)$  en la acción (2.1), y un acoplamiento a los campos que queremos que estén cargados bajo esta simetría Abelian. Para obtener una situación lo más similar posible





**Figura 1.** Diagramas que contribuyen a la función de dos puntos de corrientes electromagnéticas, a primer orden en el acoplamiento  $\alpha_{\text{EM}}$ . Las líneas punteadas externas corresponden a fotones con momento  $k$ , mientras que las manchas sombreadas denotan resumaciones completas de los diagramas de  $SU(N_c)$ , a todos los órdenes en  $\lambda$ .

a QCD, requerimos que únicamente los campos fundamentales estén cargados, mientras que los campos adjuntos permanezcan neutros. La acción para la teoría resultante  $SU(N_c) \times U(1)$  es entonces

$$S = S_{SU(N_c)} - \frac{1}{4} \int d^4x (F_{\mu\nu}^2 - 4eA^\mu J_\mu^{\text{EM}}), \quad (2.2)$$

donde  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  y  $e$  es el acoplamiento electromagnético. La corriente electromagnética está dada por

$$J_\mu^{\text{EM}} = \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi + \frac{i}{2} \Phi^* (\mathcal{D}_\mu \Phi) - \frac{i}{2} (\mathcal{D}_\mu \Phi^*) \Phi, \quad (2.3)$$

con una suma implícita sobre los índices de sabor. Los campos fundamentales se diferencian usando la conexión completa de  $SU(N_c) \times U(1)$ ,  $\mathcal{D}_\mu = D_\mu - ieA_\mu$ , mientras que la derivada covariante ante  $SU(N_c)$ ,  $D_\mu$  actúa sobre la materia adjunta.

No conocemos el dual gravitacional de la teoría completa  $SU(N_c) \times U(1)$ , pero, afortunadamente, esto no será necesario para nuestros propósitos. De hecho, fue mostrado en [19] que para calcular las funciones de correlación de dos puntos de la corriente electromagnética (2.3) a primer orden en el acoplamiento electromagnético  $\alpha_{\text{EM}}$ , es suficiente considerar únicamente la teoría  $SU(N_c)$ , cuyo dual es conocido de [41, 42]. Nuestro cálculo será entonces a primer orden en  $\alpha_{\text{EM}}$ , pues el acoplamiento de los fotones al medio que los rodea es pequeño, pero completamente no perturbativo en el acoplamiento de 't Hooft  $\lambda$  de la teoría  $SU(N_c)$ . Esto es mostrado diagramáticamente en la Figura 1, donde las manchas sombreadas representan las resumaciones a todo orden de los diagramas de la teoría  $SU(N_c)$ , mientras que las patas externas son los fotones de la teoría  $U(1)$ .

En general, la producción de fotones en forma diferencial está dada por la expresión [19, 21, 52]

$$\frac{d\Gamma_\gamma}{d\vec{k}} = \frac{e^2}{(2\pi)^3 2|\vec{k}|} \Phi(k) \eta^{\mu\nu} \chi_{\mu\nu}(k) |_{k^0=|\vec{k}|}, \quad (2.4)$$

con  $\eta^{\mu\nu}$  la métrica de Minkoski (nuestra convención es  $(-+++)$ ),  $k^\mu = (k^0, \vec{k})$  el momento nulo del fotón, y  $\Phi(k)$  la función de distribución, que para el equilibrio térmico, como es nuestro caso, se reduce a la distribución de Bose-Einstein  $n_B(k^0) = 1/(e^{k^0/T} - 1)$ . La densidad espectral es  $\chi_{\mu\nu} = -2 \text{Im} G_{\mu\nu}^R(k)$ , con

$$G_{\mu\nu}^R(k) = -i \int d^4x e^{-ik \cdot x} \Theta(t) \langle [J_\mu^{\text{EM}}(x), J_\nu^{\text{EM}}(x)] \rangle \quad (2.5)$$

el correlador retardado de dos corrientes electromagnéticas  $J_\mu^{\text{EM}}(x)$ .

Si la teoría incluye también fermiones masivos que portan únicamente carga eléctrica  $e_\ell$ , éstos pueden ser producidos en pares partícula/antipartícula (llamados dileptones en lo subsecuente) mediante procesos de decaimiento de fotones virtuales. La misma densidad espectral puede ser usada para calcular la razón de producción de dileptones, mediante la expresión [52]

$$\frac{d\Gamma_{\ell\bar{\ell}}}{dk} = \frac{e^2 e_\ell^2}{(2\pi)^4 6\pi |k|^5} \Phi(k) \Theta(k_0) \Theta(-k^2 - 4m_\ell^2) (-k^2 - 4m_\ell^2)^{1/2} (-k^2 - 2m_\ell^2) \eta^{\mu\nu} \chi_{\mu\nu}(k), \quad (2.6)$$

donde  $m_\ell$  es la masa del leptón/antileptón y la función espectral está evaluada ahora en el cuatro momento tipo tiempo  $k^\mu$  del par emitido.

Una consecuencia de la identidad de Ward  $k^\mu \chi_{\mu\nu} = 0$  para  $k^\mu$  nulo es que, para la razón de producción de fotones, sólo las funciones espectrales transversas contribuyen. Una manera simple de extraer esta contribución es tomando no la traza entera, como en (2.4), sino sumar las proyecciones sobre los vectores de polarización del fotón, que son mutuamente ortogonales, y ortogonales a  $\vec{k}$

$$\frac{d\Gamma_\gamma}{d\vec{k}} = \frac{e^2}{(2\pi)^3 2|\vec{k}|} \Phi(k) \sum_{s=1,2} \epsilon_{(s)}^\mu(\vec{k}) \epsilon_{(s)}^\nu(\vec{k}) \chi_{\mu\nu}(k)|_{k^0=|\vec{k}|}, \quad (2.7)$$

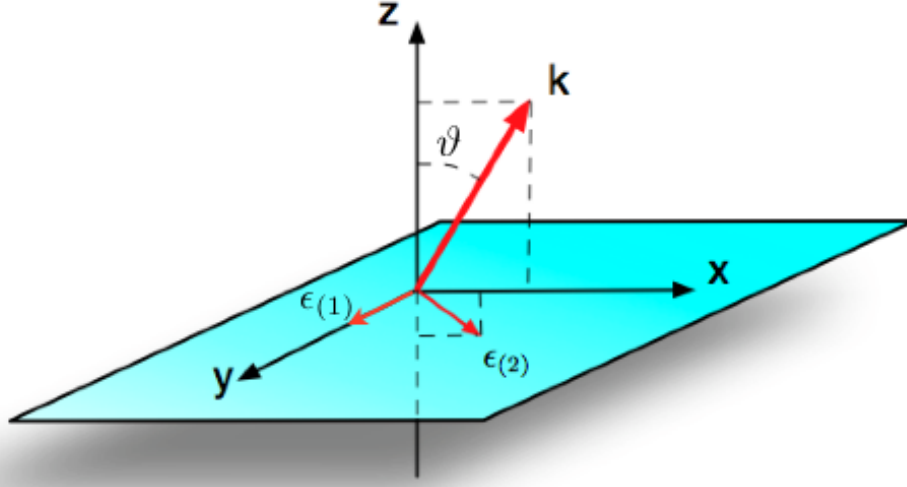
donde cada término de la suma en (2.7) representa el número de fotones emitidos con vector de polarización  $\vec{\epsilon}_{(s)}$ .

Dada la simetría  $SO(2)$  en el plano  $xy$ , podemos elegir sin pérdida de generalidad que  $\vec{k}$  se encuentre en el plano  $xz$ , formando un ángulo  $\vartheta$  con la dirección  $z$  -véase Figura 2. Específicamente, hacemos

$$\vec{k} = q(\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta) \quad (2.8)$$

En los cálculos de producción de fotones, será  $q=k_0$ , mientras que en la producción de dileptones  $q$  será un parámetro independiente. Esto significa que podemos elegir los vectores de polarización como

$$\vec{\epsilon}_{(1)} = (0, 1, 0), \quad \vec{\epsilon}_{(2)} = (\cos \vartheta, 0, -\sin \vartheta). \quad (2.9)$$



**Figura 2.** Momento del fotón y vectores de polarización. Debido a la simetría rotacional en el plano  $xy$ , podemos elegir que el momento esté contenido en el plano  $xz$ , formando un ángulo  $\vartheta$  con la dirección  $z$ .  $\vec{\epsilon}_{(1)}$  está orientado a lo largo de la dirección  $yy$   $\vec{\epsilon}_{(2)}$  está contenido en el plano  $xz$ , ortogonal a  $\vec{k}$ .

La producción de fotones con polarización  $\vec{\epsilon}_{(1)}$  es entonces proporcional a  $\chi_{yy} \sim \text{Im} \langle J_y^{\text{EM}} J_y^{\text{EM}} \rangle$ , mientras que para aquellos con polarización  $\vec{\epsilon}_{(2)}$  es proporcional a<sup>3</sup>

$$\epsilon_{(2)}^\mu \epsilon_{(2)}^\nu \chi_{\mu\nu} = \cos^2 \vartheta \chi_{xx} + \sin^2 \vartheta \chi_{zz} - 2 \cos \vartheta \sin \vartheta \chi_{xz}. \quad (2.10)$$

Para la producción de dileptones, por otro lado, sólo calcularemos la traza de la densidad espectral, como aparece en (2.6). Vemos que necesitamos calcular los correladores

$$G_{xx}^R \sim \langle J_x^{\text{EM}} J_x^{\text{EM}} \rangle, \quad G_{zz}^R \sim \langle J_z^{\text{EM}} J_z^{\text{EM}} \rangle, \quad G_{xz}^R \sim \langle J_x^{\text{EM}} J_z^{\text{EM}} \rangle \quad (2.11)$$

tanto para momentos tipo luz, como tipo tiempo, e insertarlos en las densidades de producción ya descritas. En la siguiente sección vemos cómo pueden obtenerse del lado de gravedad dichos correladores.

### 3. Dual Gravitacional

El fondo gravitacional dual a la teoría (2.1) a temperatura finita es la geometría de supergravedad tipo IIB encontrada en [41, 42]. A continuación revisamos sus características principales. Ésta es una generalización a temperatura finita de la geometría de [43]. En el marco de Einstein, la geometría diez-dimensional se factoriza como  $\mathcal{M} \times \mathcal{X}$ , donde  $\mathcal{X}$  es una

<sup>3</sup>Note que  $\chi_{xz} = \chi_{zx}$ ; véase por ejemplo [19]

variedad de Einstein cinco dimensional que tomamos como  $S^5$  por simplicidad, y  $\mathcal{M}$  satisface las siguientes propiedades:

1. Es estática y anisotrópica (a lo largo de las direcciones de la teoría de norma).
2. Tiene un horizonte y es regular tanto sobre éste, como fuera de él.
3. Es asintóticamente  $AdS_5$ .

El requerimiento de estaticidad es motivado por el deseo de trabajar en la configuración más simple posible. La presencia del horizonte es dual a la existencia de un plasma a temperatura finita en la teoría de norma. El requerimiento de regularidad garantiza que los cálculos están bien definidos. Finalmente, la condición de frontera  $AdS$  asegura que la holografía está bien sustentada. Más específicamente, el hecho de que esta configuración resuelva las ecuaciones de movimiento de supergravedad y tienda asintóticamente a  $AdS_5 \times S^5$  implica que es dual a una teoría SYM con  $\mathcal{N} = 4$  deformada por un operador relevante, y por lo tanto, que está sólidamente encajada en la teoría de cuerdas.

Igual que en [43], la deformación de la teoría SYM con  $\mathcal{N} = 4$  corresponde a la adición de un parámetro  $\theta$  que depende linealmente de una de las tres coordenadas espaciales  $\theta = 2\pi n_{D7}z$ , donde  $n_{D7}$  es una constante con dimensiones de energía que puede ser interpretada como una densidad de D7-branas distribuidas a lo largo de la dirección  $z$ . La acción total de la teoría de norma toma la forma (2.1)

La constante de acoplamiento compleja de la teoría con  $\mathcal{N} = 4$  está relacionada con el axión y dilatón de la supergravedad tipo IIB mediante

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + \frac{4\pi i}{g_{\text{YM}}^2} = \chi + ie^{-\phi}. \quad (3.1)$$

Así, esperamos que la solución gravitacional dual a (2.1) tenga un campo axión dependiente de la posición de la forma  $\chi = az$ , donde la constante  $a$  está dada por

$$a = \frac{\lambda n_{D7}}{4\pi N_c}, \quad (3.2)$$

donde  $\lambda = g_{\text{YM}}^2 N_c$  es el acoplamiento de 't Hooft de la teoría de norma. Como el axión tiene por fuentes magnéticas a las D7-branas, esto sugiere que debería ser posible interpretar la solución en términos de D7-branas disueltas en la geometría [43]. Como esta solución incluye la reacción completa de las D7-branas, éstas están completamente “disueltas” en la geometría, igual que las  $N_c$  que originan la geometría  $AdS_5 \times S^5$ .

### 3.1. Acción y solución

Describimos a continuación el procedimiento utilizado para obtener la solución. El punto de partida es supergravedad tipo IIB en el marco de cuerdas (véase por ejemplo [53]). Siguiendo [43], se busca una solución en que sólo la métrica, el axión, el dilatón, y la 5-forma

RR sean no triviales. La solución puede ser derivada consistentemente de las ecuaciones de movimiento asociadas a la acción truncada

$$S = \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x \sqrt{-g} \left[ e^{-2\phi} (R + 4\partial_M \phi \partial^M \phi) - \frac{1}{2} F_1^2 - \frac{1}{4 \cdot 5!} F_5^2 \right]. \quad (3.3)$$

donde  $M = 0, \dots, 9$  y  $F_1 = d\chi$  es la intensidad del axión. La ecuación de movimiento para el dilatón resultante de esta acción es

$$R + 4g^{MN} (\nabla_M \nabla_N \phi - \partial_M \partial_N \phi) = 0 \quad (3.4)$$

y las ecuaciones de Einstein son

$$R_{MN} + 2\nabla_M \nabla_N \phi + \frac{1}{4} g_{MNe^{2\phi}} \partial_P \chi \partial^P \chi - \frac{1}{2} e^{2\phi} \left( F_M F_N + \frac{1}{48} F_{MABCD} F_N^{ABCD} \right) = 0 \quad (3.5)$$

Las formas obedecen las siguientes ecuaciones de movimiento, identidades de Bianchi y constricciones de auto-dualidad

$$d \star F_1 = 0 = d \star F_5, \quad dF_1 = 0 = dF_5, \quad \star F_5 = F_5, \quad (3.6)$$

donde  $\star$  es el dual de Hodge diez-dimensional. Para modelar un plasma anisotrópico con una simetría entre, digamos, las direcciones  $xy$  y la dirección  $z$  asumimos el siguiente ansatz para la métrica en marco de cuerdas:

$$ds^2 = \frac{1}{u^2} \left( -\mathcal{F} \mathcal{B} dt^2 + dx^2 + dy^2 + \mathcal{H} dz^2 + \frac{du^2}{\mathcal{F}} \right) + \mathcal{Z} d\Omega_{S^5}^2 \quad (3.7)$$

Sin pérdida de generalidad, en esta ecuación hemos vuelto unitaria una constante general  $L$  con dimensiones de longitud.  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{Z}$ , al igual que el dilatón, se toman como funciones únicamente de la coordenada radial  $u$ .  $\Omega_{S^5}^2$  es la métrica de una cinco-esfera unitaria (o de cualquier otra cinco-variedad de Einstein). En esta parametrización la frontera está localizada en  $u = 0$ . Se usa la invariancia de reparametrización para fijar  $g_{xx}$  y  $g_{yy}$  como en (3.7). Habiendo hecho esto, no podemos eliminar  $\mathcal{B}$  en general, aunque aún tenemos una simetría de escalamiento en la coordenada que puede usarse para fijar  $\mathcal{B}_{\text{bdry}} = 1$ . Similarmente, hay una simetría de escalamiento en  $z$  que podemos usar para fijar  $\mathcal{H}_{\text{bdry}} = 1$ .  $\mathcal{F}$  es un “factor de ennegrecimiento” que permite la introducción de un agujero negro en la geometría. Ésta se desvanece en la posición del horizonte,  $u = u_{\text{H}}$ .

Hacemos la (parte magnética de la) cinco-forma RR proporcional a la forma de volumen de la cinco-esfera

$$F_5 = \alpha (\Omega_{S^5} + \star \Omega_{S^5}) \quad (3.8)$$

Las ecuaciones (3.4)-(3.5) implican que en la frontera debemos tener  $\alpha = 4e^{-\phi_{\text{bdry}}}$ . Sin pérdida de generalidad, podemos elegir  $\phi_{\text{bdry}} = 0$ , que corresponde a  $\alpha = 4$ . Siguiendo [43], podemos elegir que el axi3n sea lineal en la coordenada  $z$ .

$$\chi = az, \quad (3.9)$$

y simplificamos aún más nuestro Ansatz haciendo

$$\mathcal{H} = e^{-\phi}, \quad \mathcal{Z} = e^{\frac{1}{2}\phi}. \quad (3.10)$$

Claramente (3.8)-(3.9) satisfacen (3.6).

Con las elecciones anteriores la parte esférica del espacio se factoriza en el marco de Einstein, y la geometría se convierte en un producto directo de la esfera y un espacio asintóticamente, localmente *AdS*. Podemos por lo tanto reducir la acción diez-dimensional (3.3) a la gravedad *AdS* de axi3n dilat3n

$$S_{\text{bulk}} = \frac{1}{2\kappa^2} \int_{\mathcal{M}} \sqrt{-g} \left( R + 12 - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}e^{2\phi}(\partial\chi)^2 \right) + \frac{1}{2\kappa^2} \int_{\partial\mathcal{M}} \sqrt{-\gamma} 2K, \quad (3.11)$$

con el flujo de la cinco-forma originando la constante cosmol3gica. Nótese que las ecuaciones asint3ticas de movimiento implican adem3s que

$$\mathcal{F}_{\text{bdry}} = 1/\mathcal{Z}_{\text{bdry}}. \quad (3.12)$$

Con nuestras elecciones  $\phi_{\text{bdry}} = 0$  (que impone  $\mathcal{F}_{\text{bdry}} = \mathcal{H}_{\text{bdry}} = \mathcal{Z}_{\text{bdry}} = 1$ ) y  $\mathcal{B}_{\text{bdry}} = 1$ , la métrica (3.7) induce en la frontera una métrica plana en la que las coordenadas  $t, x, y, z$  están normalizadas can3nicamente.

### 3.1.1. Ecuaciones de movimiento

Obtenemos ahora las expresiones explícitas para las ecuaciones de movimiento que se resolverán en última instancia. Comenzamos con un conteo. Las ecuaciones de Einstein (3.5) son diagonales, como consecuencia del hecho de que la esfera es Einstein y que los factores de enrollamiento en el marco de Einstein dependen solo de la coordenada radial  $u$ . Tenemos una ecuación de (3.4) y cinco ecuaciones de (3.5), que son linealmente independientes (las direcciones  $x$  y  $y$  dan una ecuación independiente y también lo hacen todas las direcciones de la esfera). De esas ecuaciones, cinco resultan ser de segundo orden y una de primer orden, o sea, una constricción. Solo tenemos tres funciones desconocidas por las que resolver:  $\phi$ ,  $\mathcal{B}$  y  $\mathcal{F}$ . Lo que se hace en la práctica es lo siguiente. Las seis ecuaciones independientes de Einstein y del dilat3n con que se inicia se leen:

$$0 = -\frac{e^{3\phi}}{2}a^2 - \frac{8e^{-\phi/2}}{u^2} + \frac{8\mathcal{F}}{u^2} - \frac{4\mathcal{F}\mathcal{B}'}{u\mathcal{B}} - \frac{\mathcal{F}\mathcal{B}'^2}{2\mathcal{B}^2} - \frac{5\mathcal{F}'}{u} + \frac{3\mathcal{B}'\mathcal{F}'}{2\mathcal{B}} + \frac{5\mathcal{F}\phi'}{2u} - \frac{5\mathcal{F}\mathcal{B}'\phi'}{4\mathcal{B}} - \frac{5\mathcal{F}'\phi'}{4} + \frac{\mathcal{F}\mathcal{B}''}{\mathcal{B}} + \mathcal{F}'' \quad (3.13)$$

$$0 = \frac{e^{3\phi}u}{4\mathcal{F}}a^2 - \frac{4}{u} + \frac{4e^{-\phi/2}}{u\mathcal{F}} + \frac{\mathcal{B}'}{2\mathcal{B}} + \frac{\mathcal{F}'}{\mathcal{F}} - \frac{5\phi'}{4} \quad (3.14)$$

$$0 = -\frac{e^{3\phi}}{2\mathcal{F}}a^2 - \frac{8}{u^2} + \frac{8e^{-\phi/2}}{u^2\mathcal{F}} + \frac{\mathcal{B}'}{u\mathcal{B}} + \frac{2\mathcal{F}'}{u\mathcal{F}} - \frac{11\phi'}{2u} + \frac{\mathcal{B}'\phi'}{2\mathcal{B}} + \frac{\mathcal{F}'\phi'}{\mathcal{F}} - \frac{5\phi'^2}{4} + \phi'' \quad (3.15)$$

$$0 = \frac{e^{3\phi}}{\mathcal{F}}a^2 - \frac{16}{u^2} + \frac{16e^{-\phi/2}}{u^2\mathcal{F}} + \frac{2\mathcal{B}'}{u\mathcal{B}} + \frac{\mathcal{B}'^2}{\mathcal{B}^2} + \frac{10\mathcal{F}'}{u\mathcal{F}} - \frac{3\mathcal{B}'\mathcal{F}'}{\mathcal{B}\mathcal{F}} + \frac{\phi'}{u} + \frac{5\mathcal{F}'\phi'}{2\mathcal{F}} - \frac{9\phi'^2}{4} - \frac{2\mathcal{B}''}{\mathcal{B}} - \frac{2\mathcal{F}''}{\mathcal{F}} + 5\phi'' \quad (3.16)$$

$$0 = \frac{e^{3\phi}}{\mathcal{F}}a^2 + \frac{3\phi'}{u} - \frac{\mathcal{B}'\phi'}{2\mathcal{B}} - \frac{\mathcal{F}'\phi'}{\mathcal{F}} + \frac{5\phi'^2}{4} - \phi'' \quad (3.17)$$

$$0 = \frac{20e^{-\phi/2}}{u^2} - \frac{20\mathcal{F}}{u^2} + \frac{4\mathcal{F}\mathcal{B}'}{u\mathcal{B}} + \frac{\mathcal{F}\mathcal{B}'^2}{2\mathcal{B}^2} + \frac{8\mathcal{F}'}{u} - \frac{3\mathcal{B}'\mathcal{F}'}{2\mathcal{B}} - \frac{17\mathcal{F}\phi'}{2u} + \frac{5\mathcal{F}\mathcal{B}'\phi'}{4\mathcal{B}} + \frac{5\mathcal{F}'\phi'}{2} - \frac{17\mathcal{F}\phi'^2}{8} - \frac{\mathcal{F}\mathcal{B}''}{\mathcal{B}} + \frac{5\mathcal{F}\phi''}{2} - \mathcal{F}'' \quad (3.18)$$

donde las primas denotan derivadas respecto a  $u$ . Usamos las últimas dos ecuaciones (3.17)-(3.18), para resolver para  $\phi''$  y  $\mathcal{B}''$  e insertamos los resultados en (3.13) y (3.15)-(3.16), para obtener las tres constricciones:

$$0 = 2e^{3\phi}a^2 + \frac{12e^{-\phi/2}}{u^2} - \frac{12\mathcal{F}}{u^2} + \frac{3\mathcal{F}'}{u} + \frac{3\mathcal{F}\phi'}{2u} - \frac{5\mathcal{F}\mathcal{B}'\phi'}{4\mathcal{B}} - \frac{5\mathcal{F}'\phi'}{4} + \mathcal{F}\phi'^2 \quad (3.19)$$

$$0 = \frac{e^{3\phi}}{2\mathcal{F}}a^2 - \frac{8}{u} + \frac{8e^{-\phi/2}}{u\mathcal{F}} - \frac{\mathcal{B}'}{\mathcal{B}} + \frac{2\mathcal{F}'}{\mathcal{F}} - \frac{5\phi'}{2} \quad (3.20)$$

$$0 = \frac{e^{3\phi}}{\mathcal{F}}a^2 + \frac{24}{u^2} - \frac{24e^{-\phi/2}}{u^2\mathcal{F}} - \frac{6\mathcal{B}'}{u\mathcal{B}} - \frac{6\mathcal{F}'}{u\mathcal{F}} + \frac{18\phi'}{u} - \frac{5\mathcal{B}'\phi'}{2\mathcal{B}} - \frac{5\mathcal{F}'\phi'}{\mathcal{F}} + 2\phi'^2 \quad (3.21)$$

Sólo dos de las cuatro constricciones (3.14) y (3.19)-(3.21) son independientes. Podemos usar por ejemplo (3.19) y (3.20) para resolver para  $\mathcal{F}'$  y  $\mathcal{B}'$ . Insertando la solución para  $\mathcal{F}'$  en (3.17), uno obtiene una ecuación algebraica para  $\mathcal{F}$ :

$$\mathcal{F} = \frac{e^{-\frac{1}{2}\phi}}{4(\phi' + u\phi'')} \left( a^2 e^{\frac{7}{2}\phi} (4u + u^2\phi') + 16\phi' \right) \quad (3.22)$$

Usando esta expresión en la solución para  $\mathcal{B}'$  obtenida de (3.19) y (3.20), uno llega a la ecuación de primer orden para  $\mathcal{B}$

$$\frac{\mathcal{B}'}{\mathcal{B}} = \frac{1}{24 + 10u\phi'} (24\phi' - 9u\phi'^2 + 20u\phi'') \quad (3.23)$$

Esta ecuación determina  $\mathcal{B}$  hasta una constante multiplicativa. Esto es, por supuesto, un resultado de la ya mencionada simetría de escalamiento en la coordenada  $t$ , que permite hacer  $\mathcal{B}_{bdry} = 1$ .

Combinando estos resultados con la solución para  $\phi''$  obtenidos de (3.17)-(3.18) podemos aislar una ecuación de tercer orden para el dilatón:

$$0 = \frac{256\phi'\phi'' - 16\phi'^3(7u\phi' + 32)}{ua^2e^{\frac{7\phi}{2}}(u\phi' + 4) + 16\phi'} + \frac{\phi'}{u(5u\phi' + 12)(u\phi'' + \phi')} \times \\ \times [13u^3\phi'^4 + 8u(11u^2\phi''^2 - 60\phi'' - 12u\phi''') + u^2\phi'^3(13u^2\phi'' + 96) \\ + 2u\phi'^2(-5u^3\phi''' + 53u^2\phi'' + 36) + \phi'(30u^4\phi''^2 - 64u^3\phi''' - 288 + 32u^2\phi'')]. \quad (3.24)$$

En este punto, se observa que el parámetro de anisotropía  $a$  y el dilatón sin diferenciar entran en (3.24) sólo mediante la combinación  $a^2e^{\frac{7}{2}\phi}$ , así que podemos cambiar el dilatón

$$\phi \rightarrow \tilde{\phi} \equiv \phi + \frac{4}{7} \log a, \quad (3.25)$$

y eliminar el parámetro  $a$  de la ecuación (3.24). El único lugar en que aparecerá explícitamente  $a$  es como un factor de  $a^{\frac{2}{7}}$  en la ecuación (3.22) para  $\mathcal{F}$ . Notamos además que, como fijamos  $\phi_{\text{bdry}} = 0$ , tendremos

$$a = e^{\frac{7}{4}\tilde{\phi}_{\text{bdry}}}. \quad (3.26)$$

Soluciones con distinto  $\tilde{\phi}_{\text{bdry}}$  corresponden entonces a sistemas con distintas anisotropías. Es posible resolver las ecuaciones de movimiento anteriores analíticamente en los casos límite de alta y baja temperatura, pero para regímenes intermedios, hace falta recurrir a integración numérica.

### 3.1.2. Parámetros

Hemos visto que la solución está determinada por dos parámetros,  $\tilde{\phi}_{\text{H}}$  y  $u_{\text{H}}$ . Esto era de esperarse, pues estos determinan dos parámetros de los que debe depender la solución: la temperatura y la anisotropía. Hasta donde hemos sido capaces de verificar con nuestro resultado numérico, el mapeo

$$T = T(\tilde{\phi}_{\text{H}}, u_{\text{H}}), \quad a = a(\tilde{\phi}_{\text{H}}, u_{\text{H}}) \quad (3.27)$$

es unívoco. El parámetro  $a$  puede ser extraído fácilmente del valor de la frontera del dilatón reescalado  $\tilde{\phi}_{\text{bdry}}$  mediante (3.26). Para calcular la temperatura, comenzamos notando que la continuación Euclideana de la parte  $AdS$  de la métrica (3.7) en el plano  $(t_{\text{E}}, u)$  cerca de  $u_{\text{H}}$  se lee

$$ds_{\text{E}}^2 \approx \frac{e^{-\frac{1}{2}\phi_{\text{H}}}}{u_{\text{H}}^2} \left[ \mathcal{F}_1 \mathcal{B}_{\text{H}}(u_{\text{H}} - u) dt_{\text{E}}^2 + \frac{du^2}{\mathcal{F}_1(u_{\text{H}} - u)} \right]. \quad (3.28)$$



En términos de las coordenadas:

$$\vartheta = \frac{\mathcal{F}_1 \sqrt{\mathcal{B}_H}}{2} t_E, \quad \rho = \frac{2e^{-\frac{1}{4}\phi_0}}{u_H \sqrt{\mathcal{F}_1}} \sqrt{u - u_H}, \quad (3.29)$$

esta parte de la métrica se vuelve simplemente  $ds_E^2 \approx d\rho^2 + \rho^2 d\vartheta^2$ . Para que sea regular en  $u = u_H$  se requiere que  $\vartheta$  tenga período  $\delta\vartheta = 2\pi$ , y por lo tanto que  $\delta t_E = 4\pi/\mathcal{F}_1 \sqrt{\mathcal{B}_H}$ . Identificamos esto con la temperatura inversa:

$$T = \frac{1}{\delta t_E} = \sqrt{\mathcal{B}_H} \frac{e^{\frac{1}{2}(\tilde{\phi}_{bdry} - \tilde{\phi}_H)}}{16\pi u_H} \left(16 + u_H^2 e^{\frac{7}{2}\tilde{\phi}_H}\right) \quad (3.30)$$

donde, en el último paso usamos (3.26) y

$$\mathcal{F}_1 = \frac{a^{\frac{2}{7}} e^{-\frac{1}{2}\tilde{\phi}_H}}{4u_H} \left(16 + u_H^2 e^{\frac{7}{2}\tilde{\phi}_H}\right) \quad (3.31)$$

Repetiendo el procedimiento de integración para distintos valores iniciales de  $\tilde{\phi}_H$  y  $u_H$ , podemos analizar el plano  $(T, a)$  y construir el mapeo (3.27). De manera general, se encuentra que  $a$  depende fuertemente de  $\tilde{\phi}_H$ , mientras que  $T$  depende fuertemente de  $u_H$ .

### 3.2. Configuración del Sistema

El fondo gravitacional dual a la teoría (2.1) en el marco de cuerdas se leerá

$$ds^2 = \frac{1}{u^2} \left( -\mathcal{B}\mathcal{F} dt^2 + dx^2 + dy^2 + \mathcal{H} dz^2 + \frac{du^2}{\mathcal{F}} \right) + e^{\frac{1}{2}\phi} d\Omega_5^2, \quad (3.32)$$

con  $\mathcal{H} = e^{-\phi}$  y  $\Omega_5$  la forma de volumen de una 5-esfera. Las coordenadas de la teoría de norma son  $(t, x, y, z)$ , mientras que  $u$  es la coordenada radial de  $AdS$ , con el horizonte del agujero negro en  $u = u_H$  (donde  $\mathcal{F}$  se anula) y la frontera en  $u = 0$ . Las funciones  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{F}$ , y  $\phi$  dependen únicamente de  $u$ ; son conocidas analíticamente en los límites de baja y alta temperatura, y numéricamente para valores intermedios [42]. Representantes de estas funciones para cuatro valores de  $a/T$  se grafican en la Figura 3. Para  $u \rightarrow 0$  (independientemente del valor de  $a$ ) tienden asintóticamente a la métrica de  $AdS_5 \times S^5$ ,  $\mathcal{F} = \mathcal{B} = \mathcal{H} = 1$  y  $\phi = 0$ , mientras que para  $a = 0$  se reducen a la solución de la D3-brana negra:

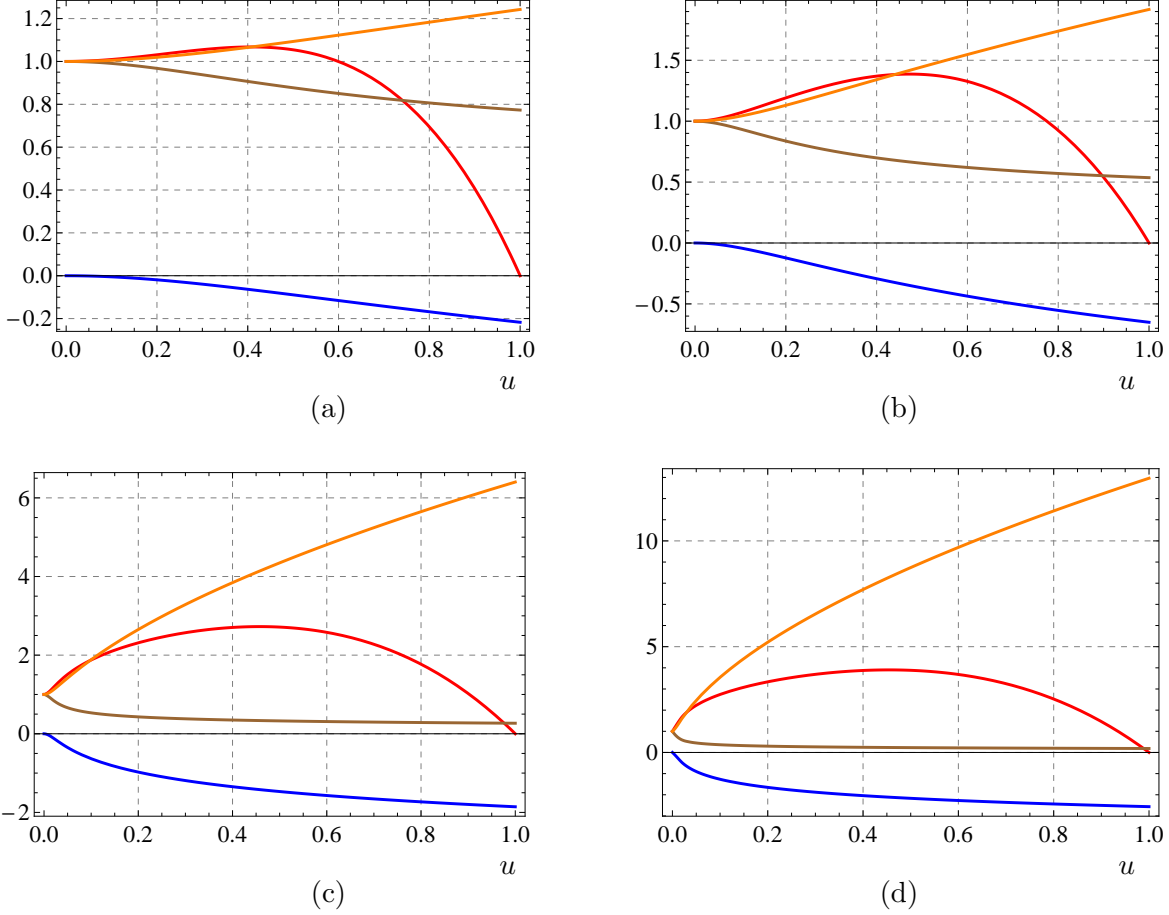
$$\mathcal{B}_{\text{iso}} = \mathcal{H}_{\text{iso}} = 1, \quad \phi_{\text{iso}} = \chi_{\text{iso}} = 0, \quad \mathcal{F}_{\text{iso}} = 1 - \frac{u^4}{u_H^4}, \quad (3.33)$$

cuyas temperatura y densidad de entropía están dadas por [54]

$$T_{\text{iso}} = \frac{1}{\pi u_H}, \quad s_{\text{iso}} = \frac{\pi^2}{2} N_c^2 T^3. \quad (3.34)$$

La temperatura y densidad de entropía de la geometría anisotrópica están dadas por [42]

$$T = \frac{e^{-\frac{1}{2}\phi_H} \sqrt{\mathcal{B}_H} (16 + a^2 u_H^2 e^{\frac{7}{2}\phi_H})}{16\pi u_H}, \quad s = \frac{N_c^2}{2\pi u_H^3} e^{-\frac{5}{4}\phi_H}. \quad (3.35)$$



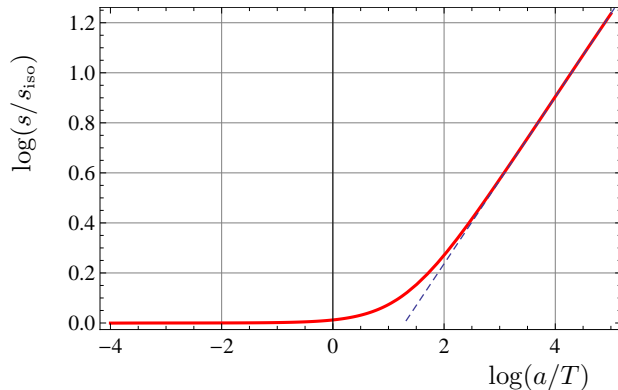
**Figura 3.** Gráficas de las funciones que aparecen en los potenciales métricos. Las curvas corresponden a  $\phi$  (azul),  $\mathcal{F}$  (rojo),  $\mathcal{B}$  (café),  $\mathcal{H}$  (naranja). Las cuatro gráficas corresponden a los casos  $a/T = 4,41$  (a),  $12,2$  (b),  $86$  (c),  $249$  (d).

donde  $\phi_H = \phi(u = u_H)$  y  $\mathcal{B}_H = \mathcal{B}(u = u_H)$ .

Como se muestra en la Figura 4, la densidad de entropía del sistema interpola suavemente entre el escalamiento isotrópico arriba para  $a/T$  pequeño y el escalamiento [42, 43]

$$s \simeq 3,21 N_c^2 T^3 \left( \frac{a}{T} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (3.36)$$

para  $a/T$  grande. La transición entre los dos comportamientos toma lugar aproximadamente en  $a/T \simeq 3,7$ . El espacio puede entonces ser interpretado como una solución tipo domain-wall interpolando entre una geometría AdS en el UV y una geometría tipo Lifshitz en el IR, con la posición radial en que ocurre la transición determinada por la escala anisotrópica  $a$ : cuando  $T \gg a$ , el horizonte se encuentra en la región con escalamiento (3.34), mientras que para  $T \ll a$  se ubica en la región anisotrópica con escalamiento (3.36).



**Figura 4.** Gráfica Log-log de la densidad de entropía como función de  $a/T$ . La línea discontinua azul es una recta con pendiente  $1/3$ .

Podría ser útil comparar la anisotropía introducida en esta configuración con la anisotropía de otros modelos holográficos, o incluso cálculos débilmente acoplados. Para hacer esto podemos considerar la siguiente razón [55]

$$\alpha = \frac{4E + P_{\perp} - P_L}{3T_S} \quad (3.37)$$

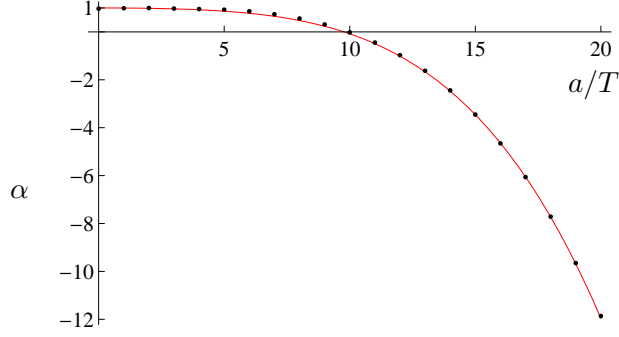
donde  $E$  es la densidad de energía, y  $P_{\perp}$ ,  $P_L$  son las presiones longitudinal y transversa respectivamente. Además de ser adimensionales, esta razón tiene la virtud de que no depende de  $a$  y  $T$  por separado, sino solo de la combinación  $a/T$ , Para el plasma de Super Yang-Mills  $\mathcal{N} = 4$  isotrópico  $\alpha = 1$ , mientras que para  $0 < a/T \leq 20$  la razón está bien descrita por la expresión

$$\alpha \simeq 1 - 0,0036 \left(\frac{a}{T}\right)^2 - 0,000072 \left(\frac{a}{T}\right)^4, \quad (3.38)$$

como se muestra en la figura (5)

Una característica de la geometría anisotrópica de [41, 42] es la presencia de una anomalía conforme que aparece durante la renormalización de la teoría, introduciendo una escala de referencia  $\mu$ . Esta anomalía implica que algunas cantidades físicas (como, por ejemplo, la densidad de energía y presiones) no dependen sólo de la razón  $a/T$ , sino de dos razones adimensionales independientes que pueden construirse con  $a$ ,  $T$  y  $\mu$ . Afortunadamente, como veremos a continuación las cantidades calculadas en este documento no son afectadas por esta anomalía y serán independientes de  $\mu$ <sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Lo mismo pasa con la cantidad  $\alpha$ , definida en (3.37), que no depende de  $a$  y  $T$  por separado, sino únicamente de la combinación adimensional  $a/T$



**Figura 5.** Razón (3.37) como función de  $a/T$ . Los puntos azules son los valores reales de la razón, y la curva roja es el ajuste (3.38).

### 3.2.1. Branas de Sabor

La introducción de  $N_f$  sabores de quarks se logra colocando  $N_f$  D7-branas de prueba en el fondo (3.32). El sistema completo puede ser pensado entonces como un sistema D3/D7 con dos tipos diferentes de D7-branas, un tipo como fuente de la anisotropía [42, 43] y el otro como fuente del sabor [56, 57]:

		$t$	$x$	$y$	$z$	$u$	$\psi$	$\varphi$	$\Omega_3$	
$N_c$	D3	×	×	×	×					(3.39)
$N_{D7}$	D7	×	×	×			×	×	×	
$N_f$	D7	×	×	×	×	×			×	

A lo largo de nuestros cálculos, el valor de  $N_{D7}$  (y en consecuencia, de  $a$ ) puede ser arbitrario, pero asumiremos que el sabor está restringido,  $N_f \ll N_c$ . Como se discute en [42], la reacción completa de las D7-branas 'anisotrópicas' está incluida en la geometría (3.32), mediante la presencia del axi3n  $\chi$ . En lo sucesivo, cuando hablemos de D7-branas nos referiremos exclusivamente a las D7-branas de sabor, que son de prueba en el fondo fijo (3.32).

Como se explica en [19], para estudiar la emisión de fotones a primer orden en  $e$ , basta evaluar los correladores necesarios para (2.7) en la teoría de norma  $SU(N_c)$  sin fotones dinámicos. Con acoplamiento fuerte de 't Hooft y  $N_c$  grande, dichos correladores pueden ser calculados holográficamente. De hecho, cada corriente conservada de la teoría de norma es dual a un campo en el lado de gravedad.

Sea  $A_m$  ( $m=0, \dots, 7$ ) el campo de norma asociado a la simetría de norma total  $U(1) \subset U(N_f)$  de las D7-branas. Mediante reducción dimensional en la 3-esfera definida por las D7-branas,  $A_m$  da origen a un campo de norma sin masa ( $A_\mu, A_u$ ), tres escalares sin masa, y una torre de modos masivos de Kaluza-Klein (KK). Todos esos campos se propagan en las

cinco dimensiones no compactas de las D7-branas. Trabajaremos en la norma  $A_u = 0$ <sup>5</sup>, y, de manera consistente volvemos cero los escalares y los modos más altos de KK, pues no son de interés aquí. El campo de norma  $A_\mu$  es dual a la corriente electromagnética conservada  $J_\mu^{\text{EM}}$  de la teoría de norma. Según la receta de [9, 10], las funciones de correlación de  $J_\mu^{\text{EM}}$  pueden calcularse variando la función de partición de cuerdas respecto al valor de  $A_\mu$  en la frontera del espaciotiempo (3.32).

Ahora procedemos a escribir la acción para las D7-branas. Es fácil darse cuenta que no hay acoplamiento de Wess-Zumino de las branas al  $F_5$  de fondo, por la orientación particular de las branas que ha sido elegida. A priori, podría haber un acoplamiento al axión de fondo

$$\int_{\text{D7}} \chi e^{2\pi\ell_s^2 F}, \quad (3.40)$$

pero esto sería cuártico en  $F = dA$ , y por lo tanto no relevante para el presente cálculo, donde sólo necesitamos funciones de dos puntos. Esto significa que la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI) es todo lo que necesitamos considerar:

$$S = -N_f T_{\text{D7}} \int_{\text{D7}} d^8 \sigma e^{-\phi} \sqrt{-\det(g + 2\pi\ell_s^2 F)}, \quad (3.41)$$

donde  $g$  es la métrica inducida en las D7-branas y  $T_{\text{D7}} = 1/(2\pi\ell_s)^7 g_s \ell_s$  es la tensión de las D7-branas. Para obtener las ecuaciones de movimiento para  $A_\mu$ , basta con expandir la acción anterior y usar sólo la parte cuadrática:

$$S = -N_f T_{\text{D7}} \int_{\text{D7}} d^8 \sigma e^{-\phi} \sqrt{-\det g} \frac{(2\pi\ell_s)^2}{4} F^2, \quad (3.42)$$

donde  $F^2 = F_{mn} F^{mn}$ . El encaje de las branas dentro de la  $S^5$  de la geometría puede ser parametrizado por el ángulo polar de la esfera  $S^5$  con  $\cos \xi \equiv \psi(u)$  y la métrica inducida en las branas está dada por

$$ds^2 = \frac{1}{u^2} (-\mathcal{B}\mathcal{F} dt^2 + dx^2 + dy^2 + \mathcal{H} dz^2) + \frac{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F} e^{\frac{1}{2}\phi} \psi'^2}{u^2 \mathcal{F} (1 - \psi^2)} du^2 + e^{\frac{1}{2}\phi} (1 - \psi^2) d\Omega_3^2, \quad (3.43)$$

Tras la reducción dimensional en la tres-esfera, la acción se reduce a

$$S = -K_{\text{D7}} \int dt d^3 \vec{x} du M F^{mn} F_{mn}, \quad (3.44)$$

donde

$$M = \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{B}}}{u^5} (1 - \psi^2) \sqrt{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F} e^{\frac{\phi}{2}} \psi'^2}, \quad (3.45)$$

$$K_{\text{D7}} = 2\pi^4 N_f T_{\text{D7}} \ell_s^4 = \frac{1}{16\pi^2} N_c N_f, \quad (3.46)$$

---

<sup>5</sup>Esta elección de norma será inmaterial en lo subsecuente, pues trabajaremos con cantidades invariantes de norma, pero tiene la ventaja de simplificar las fórmulas

y  $F_m$  está restringido a las componentes  $m = (\mu, u)$ .

Como se argumenta en [21, 48], para calcular la razón de emisión de fotones, podemos proceder consistentemente encontrando el encaje de las D7-branas que extremiza (3.41) en ausencia del campo de norma, y resolver entonces las perturbaciones del campo de norma que se propagan en dicho encaje considerado como un fondo fijo. Examinando que el campo de norma estudiado de esta manera no crezca más allá del límite perturbativo podemos asegurar que ningún modo de la métrica o de los campos del fondo se excitarán siguiendo este procedimiento. Volvemos cero las componentes del campo de norma en la tres-esfera definida por las D7-branas y descomponemos en modos de Fourier las componentes restantes como

$$A_\mu(t, \vec{x}, u) = \int \frac{dk^0 d\vec{k}}{(2\pi)^4} e^{-ik^0 t + i\vec{k} \cdot \vec{x}} A_\mu(k^0, \vec{k}, u), \quad \vec{k} = (k_x, 0, k_z) = q(\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta). \quad (3.47)$$

Esto es posible pues el estado que consideramos, aunque anisotrópico, es invariante traslacionalmente a lo largo de las direcciones de la teoría de norma [42]. En el cálculo de producción de fotones tendremos  $q = k_0$ , mientras que en la producción de dileptones,  $q$  será un parámetro independiente.

Haciendo esto, las ecuaciones para el campo de norma derivadas de (3.44) se dividen en la siguiente ecuación, desacoplada para  $A_y$  (primas denotan derivadas respecto a  $u$ ):

$$(Mg^{uu}g^{yy}A'_y)' - Mg^{yy}(g^{tt}k_0^2 + g^{xx}k_x^2 + g^{zz}k_z^2)A_y = 0, \quad (3.48)$$

junto con un sistema acoplado de tres ecuaciones para las componentes restantes  $A_{t,x,z}$ :

$$(Mg^{uu}g^{tt}A'_t)' - Mg^{tt}[g^{xx}k_x(k_x A_t - k_0 A_x) + g^{zz}k_z(k_z A_t - k_0 A_z)] = 0, \quad (3.49)$$

$$(Mg^{uu}g^{xx}A'_x)' - Mg^{xx}[g^{tt}k_0(k_0 A_x - k_x A_t) + g^{zz}k_z(k_z A_x - k_x A_z)] = 0, \quad (3.50)$$

$$(Mg^{uu}g^{zz}A'_z)' - Mg^{zz}[g^{tt}k_0(k_0 A_z - k_z A_t) + g^{xx}k_x(k_x A_z - k_z A_x)] = 0, \quad (3.51)$$

La métrica inversa puede ser leída directamente de (3.43)

$$g^{tt} = -\frac{u^2}{\mathcal{BF}}, \quad g^{xx} = g^{yy} = u^2, \quad g^{zz} = u^2 e^\phi, \quad g^{uu} = \frac{u^2 \mathcal{F}(1 - \psi^2)}{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F} e^{\frac{1}{2}\phi} \psi'^2}. \quad (3.52)$$

Las ecuaciones (3.48)-(3.51) constituyen el conjunto de ecuaciones que resolveremos en la siguiente sección, con las condiciones de frontera adecuadas, para obtener funciones de correlación de las corrientes electromagnéticas  $J_\mu^{\text{EM}}$ .

### 3.2.2. Masa de quarks

La función de encaje de las D7-branas es necesaria para resolver (3.48)-(3.51), pues  $M$  y  $g^{uu}$  dependen de  $\psi$ . La acción (3.44) para las D7-branas en ausencia del campo de norma

toma la forma

$$S_\psi = -K_{D7} \int dt d^3 \vec{x} du M_0 (1 - \psi^2) \sqrt{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F} e^{\frac{\phi}{2}} \psi'^2} \quad (3.53)$$

donde

$$M_0 = \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{B}}}{u^5} \quad (3.54)$$

Variando la acción  $S_\psi$  respecto a  $\psi(u)$  se obtiene la ecuación para el encaje de las D7-branas:

$$\left( \frac{M_0 (1 - \psi^2) u^2 \mathcal{F} e^{\frac{\phi}{2}} \psi'}{\sqrt{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F} e^{\frac{\phi}{2}} \psi'^2}} \right)' + M_0 \frac{3\psi(1 - \psi^2) + 2u^2 \mathcal{F} e^{\frac{\phi}{2}} \psi \psi'^2}{\sqrt{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F} e^{\frac{\phi}{2}} \psi'^2}} = 0. \quad (3.55)$$

Esta ecuación puede ser resuelta cerca de la frontera  $u = 0$  usando las expansiones de la métrica cerca de la frontera [42]

$$\mathcal{F} = 1 + \frac{11}{24} a^2 u^2 + \mathcal{F}_4 u^4 + \frac{7}{12} a^4 u^4 \log u + O(u^6) \quad (3.56)$$

$$\mathcal{B} = 1 - \frac{11}{24} a^2 u^2 + \mathcal{B}_4 u^4 - \frac{7}{12} a^4 u^4 \log u + O(u^6) \quad (3.57)$$

$$\phi = -\frac{a^2}{2} u^2 + \left( \frac{1152\mathcal{B}_4 + 121a^4}{4032} \right) u^4 - \frac{a^4}{6} u^4 \log u + O(u^6) \quad (3.58)$$

donde  $\mathcal{F}_4$  y  $\mathcal{B}_4$  son constantes de integración que están indeterminadas por las ecuaciones de movimiento de la frontera, pero pueden ser leídas de los resultados numéricos [42]. El resultado de esta expansión de  $\psi(u)$  cerca de la frontera es

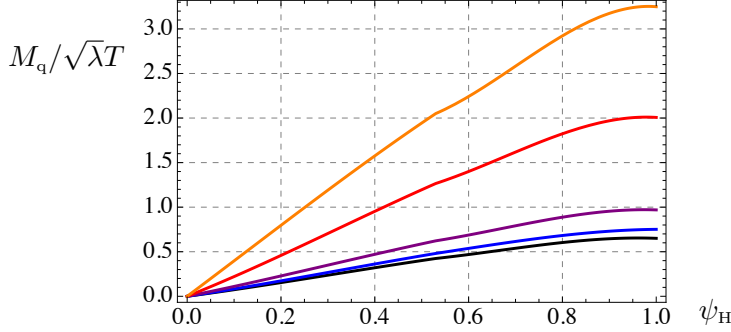
$$\psi = \psi_1 u + \left( \psi_3 + \frac{5}{24} a^2 \psi_1 \log u \right) u^3 + O(u^5), \quad (3.59)$$

donde  $\psi_1$  y  $\psi_3$  están relacionados con la masa y el condensado del quark, respectivamente. Para resolver (3.55), seguimos [21], especificando las condiciones de frontera como  $\psi(u_H) = \psi_H$  y  $\psi'(u_H) = 0$ . Una vez que los resultados numéricos son obtenidos, determinamos  $\psi_1$  y  $\psi_3$  ajustando la solución numérica cerca de la frontera. La relación entre  $\psi_1$  y la masa del quark está dada por [21]

$$M_q = \sqrt{\lambda} T u_H \frac{\psi_1}{\sqrt{2}}, \quad (3.60)$$

y la dependencia explícita de la razón adimensional  $M_q/\sqrt{\lambda}T$  con  $\psi_H$  para  $a/T$  dado se detalla en la Figura 6.

Nótese que en el caso isotrópico [48], el valor máximo de  $\psi_H$  correspondiente a un encaje estable de las D7-branas era  $\psi_H = 0,941$ . En presencia de anisotropía suponemos que este valor cambiará y algunos de los valores más altos de  $\psi_H$  corresponderán a encajes metaestables



**Figura 6.** Las curvas corresponden, de abajo a arriba, a  $a/T = 0, 4,41, 12,2, 86, 249$ .

o inestables<sup>6</sup>. Para aclarar este asunto, deberían analizarse transiciones de fase entre encajes de agujero negro y encajes de Minkowski en presencia de la anisotropía, pero esto va más allá de los alcances de este trabajo.

#### 4. Producción de fotones con quarks masivos de la holografía.

La receta para calcular funciones de correlación usando la correspondencia AdS/CFT en un espacio de Minkowski está dada en [58] (véase además, por ejemplo [59–61]). Necesitamos aislar los términos con dos derivadas radiales en la acción (3.44), escribir esta última como un término de frontera mediante una integración por partes, y evaluarla en la capa de masa. Variando con respecto a los valores de  $A_\mu$  en  $u = 0$  (que corresponde a las corrientes de la teoría de norma) obtenemos las funciones de correlación deseadas. Comenzamos escribiendo la acción de la siguiente forma

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} \left[ M g^{uu} (g^{tt} A_t A'_t + g^{xx} A_x A'_x + g^{yy} A_y A'_y + g^{zz} A_z A'_z) \right]_{u=\epsilon}, \quad (4.1)$$

donde se considerará el límite  $\epsilon \rightarrow 0$ . De esta acción de frontera y las ecuaciones de movimiento (3.48)-(3.51), vemos que podemos llevar a cabo los cálculos de la densidad espectral  $\chi_{yy}$  independientemente de todos los demás. Este cálculo es muy similar al de [21]. Las densidades espectrales restantes en (2.10) están acopladas y requieren un método para lidiar con operadores mixtos, que fue desarrollado originalmente en [62].

##### 4.1. Límite Isotrópico

Comenzamos considerando el límite isotrópico, pues lo utilizaremos para normalizar nuestros resultados para el plasma anisotrópico. Éste es obtenido insertando (3.33) en las ecua-

<sup>6</sup>Todos los valores de  $\psi_H$  que hemos considerado resultan, sin embargo, en evaluaciones numéricamente estables



ciones anteriores. Podemos hacer además  $\vartheta = \pi/2$ , pues en el sistema isotrópico tenemos una simetría  $SO(3)$  que nos permite alinear el momento del fotón en cualquier dirección. Elegimos, pues, la dirección  $x$ . La ecuación a resolver se obtiene de (3.48) y se lee <sup>7</sup>

$$(M_{\text{iso}} g_{\text{iso}}^{uu} g_{\text{iso}}^{yy} A'_{y \text{ iso}})' - M_{\text{iso}} g_{\text{iso}}^{yy} (g_{\text{iso}}^{tt} k_0^2 + g_{\text{iso}}^{xx} k_x^2) A_{y \text{ iso}} = 0, \quad (4.2)$$

donde,

$$M_{\text{iso}} = \frac{1}{u^5} (1 - \psi^2) \sqrt{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F}_{\text{iso}} \psi'^2}, \quad (4.3)$$

y los factores métricos que entran en esta ecuación se obtienen insertando (3.33) en (3.52)

$$g_{\text{iso}}^{tt} = -\frac{u^2}{\mathcal{F}_{\text{iso}}}, \quad g_{\text{iso}}^{xx} = g_{\text{iso}}^{yy} = g_{\text{iso}}^{zz} = u^2, \quad g_{\text{iso}}^{uu} = \frac{u^2 \mathcal{F}_{\text{iso}} (1 - \psi^2)}{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F}_{\text{iso}} \psi'^2}. \quad (4.4)$$

Desafortunadamente, no parece posible obtener analíticamente resultados para la densidad espectral cuando la masa del quark es distinta de cero. Necesitamos entonces recurrir a integraciones numéricas.

La invariancia rotacional implica que la suma sobre polarizaciones en (2.7) es igual a la expresión

$$\chi_{\text{iso}} = \chi_{yy \text{ iso}} + \chi_{zz \text{ iso}} = 2\chi_{yy \text{ iso}}, \quad (4.5)$$

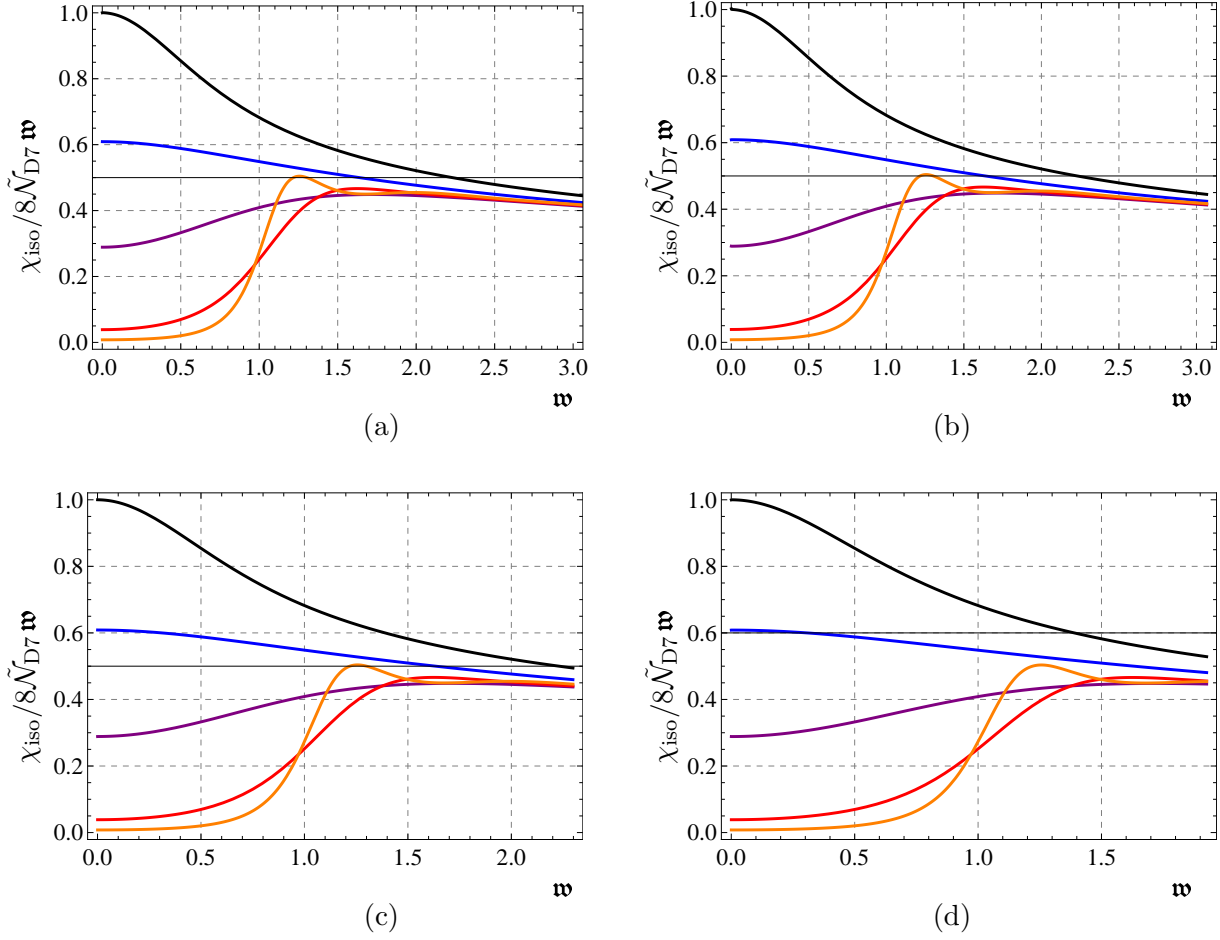
que puede calcularse con la receta de [58] obteniendo

$$\frac{\chi_{\text{iso}}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D7}} \mathbf{w}} = \frac{2\chi_{yy \text{ iso}}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D7}} \mathbf{w}} = \frac{1}{\pi T k_0 |A_{y \text{ iso}}(u=0)|^2} \text{Im} \lim_{u \rightarrow u_{\text{H}}} Q_{y \text{ iso}}(u) A'_{y \text{ iso}}(u) A_{y \text{ iso}}^*(u) \quad (4.6)$$

donde  $Q_{y \text{ iso}}(u) = M_{\text{iso}} g_{\text{iso}}^{uu} g_{\text{iso}}^{yy}$  y  $A_{y \text{ iso}}$  es solución a la ecuación (4.2). La parte imaginaria de esta expresión resulta ser independiente de  $u$  [58], y es de hecho más fácil evaluar este límite en el horizonte que en la frontera. La cantidad adimensional  $\chi_{\text{iso}}/8\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D7}} \mathbf{w}$  se grafica en la figura Fig. 7, para  $T = 0,33, 0,36, 0,48, 0,58$  y para las varias masas consideradas.

Para comparar un plasma anisotrópico con el plasma isotrópico, necesitamos que ambos estén a la misma temperatura. Fijamos la temperatura en el caso isotrópico ajustando la posición del horizonte del agujero negro, pues  $T_{\text{iso}} = 1/\pi u_{\text{H}}$ . Así obtenemos las gráficas isotrópicas que corresponden a las temperaturas particulares utilizadas en la geometría anisotrópica. Más específicamente, estamos utilizando  $T = 0,33, 0,36, 0,48, 0,58$  que son las temperaturas para las geometrías con  $a/T = 4,41, 12,2, 86, \text{ y } 249$ , respectivamente. En principio podríamos comparar también el plasma anisotrópico con un plasma isotrópico a la misma densidad de entropía pero con distinta temperatura. Hemos revisado que las cantidades estudiadas en este artículo no dependen fuertemente de si la comparación se hace a la misma temperatura o a la misma densidad de entropía, a diferencia de lo que sucede con otras observables, como las que se estudian en [55, 63, 64]. Por esta razón no incluimos aquí gráficas con curvas normalizadas con un plasma isotrópico a la misma densidad de entropía.

<sup>7</sup>Esta ecuación es equivalente a la ecuación. (3.11) con las definiciones de (4.11) de [21] bajo el cambio de coordenadas  $u_{\text{aquí}} = u_{\text{H}} \sqrt{2u_{\text{allá}}}$ .



**Figura 7.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{\text{iso}}$ . Los valores de la masa están dados por, de arriba a abajo en la parte izquierda de la gráfica,  $\psi_H = 0$  (negro), 0.53 (azul), 0.75 (morado), 0.941 (rojo), 0.98 (naranja). Las cuatro gráficas corresponden a los casos  $T = 0,33$  (a), 0,36 (b), 0,48 (c), 0,58 (d). Como se explica en el texto, las curvas naranjas representan encajes metaestables. Este código de colores se respeta a lo largo de toda la sección.

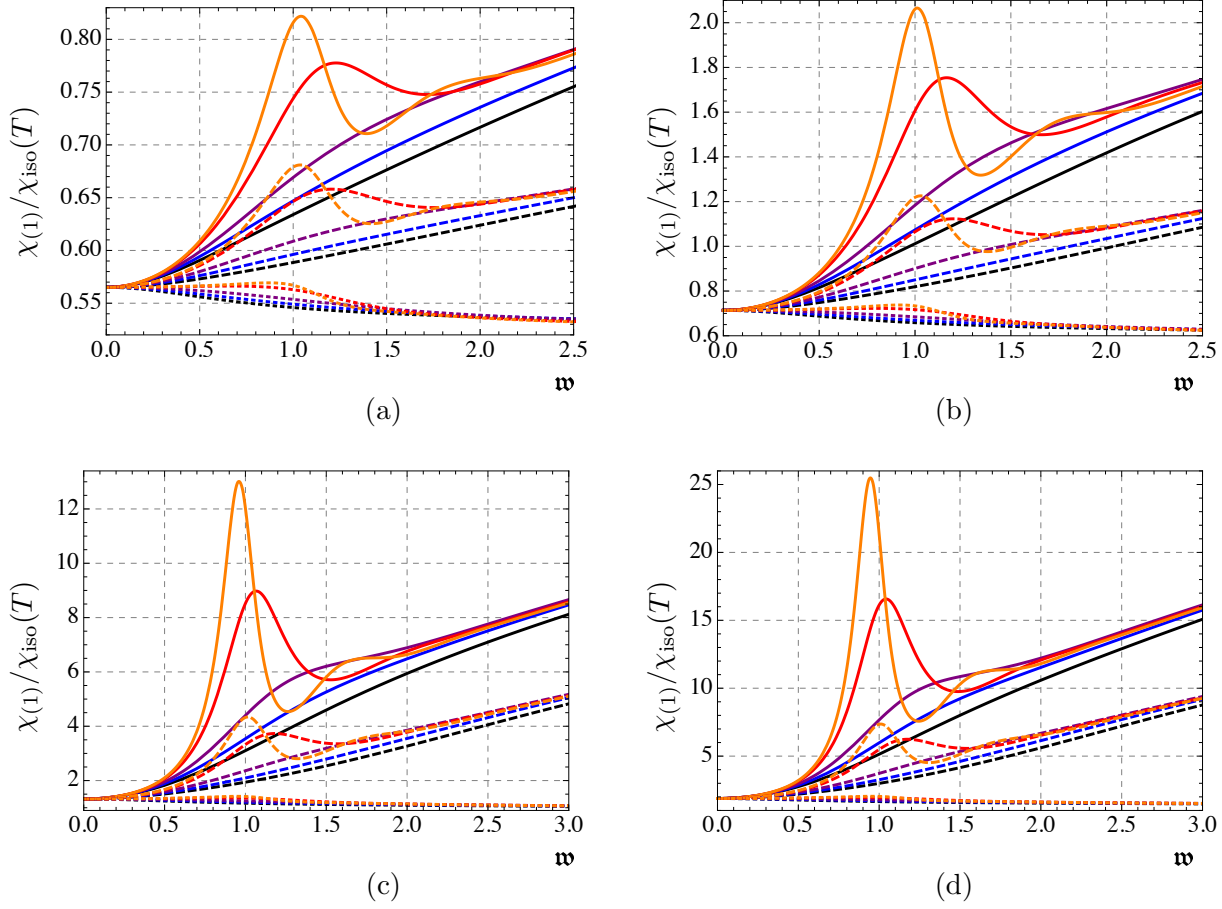
#### 4.2. Densidad espectral para la polarización $\epsilon_{(1)}$

Igual que en el caso sin masa, la densidad espectral  $\chi_{(1)}$  es más fácil de calcular, pues  $A_y$  no se acopla a los otros modos. El cálculo es muy similar al de [35], siendo la única diferencia que ahora la métrica inducida tiene un encaje de brana no trivial,  $\psi(u) \neq 0$ , contenido en la nueva expresión para  $M$ . La función de correlación correspondiente es

$$G_{yy}^R = -\frac{4K_{\text{D7}}}{|A_y(k_0, 0)|^2} \lim_{u \rightarrow 0} Q(u) A_y^*(k_0, u) A_y'(k_0, u), \quad (4.7)$$

donde

$$Q(u) \equiv M g^{uu} g^{yy}. \quad (4.8)$$



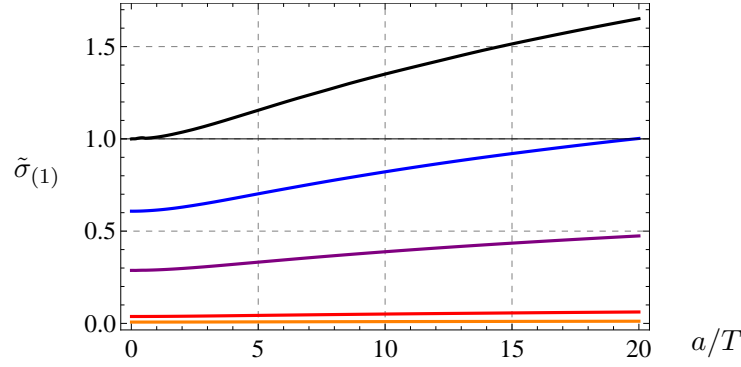
**Figura 8.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(1)}$  correspondientes a la polarización  $\epsilon_{(1)}$  normalizadas respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{\text{iso}}(T)$ . Las curvas corresponden de arriba a abajo a los ángulos  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (línea discontinua),  $\pi/2$  (línea punteada). En cada grupo de curvas los valores de la masa están dados por, de abajo a arriba en la parte derecha de la gráfica (negro a naranja)  $\psi_H = 0, 0,53, 0,75, 0,941, 0,98$ . Las cuatro gráficas corresponden a los casos  $a/T = 4,41$  (a),  $12,2$  (b),  $86$  (c),  $249$  (d).

La densidad espectral será entonces

$$\chi_{(1)} = \chi_{yy} = \frac{N_c N_f}{2\pi^2 |A_y(k_0, 0)|^2} \text{Im} \lim_{u \rightarrow 0} Q(u) A_y^*(k_0, u) A'_y(k_0, u) \quad (4.9)$$

Y se grafica en la Figura 8. Las curvas están normalizadas con los resultados para un plasma isotrópico a la misma temperatura.

El límite de frecuencia cero de la densidad espectral de la conductividad eléctrica DC. Para fotones con polarización  $\epsilon_{(1)}$ , esto sería la conductividad a lo largo de la dirección transversa



**Figura 9.** Gráfica de la conductividad  $\tilde{\sigma}_{(1)}$  correspondiente a la polarización  $\epsilon_{(1)}$  como función de  $a/T$  para, de arriba a abajo,  $\psi_H = 0, 0,53, 0,75, 0,941, 0,98$ .

y. La cantidad

$$\sigma_{(1)}(T) = \lim_{k_0 \rightarrow 0} \frac{\chi_{(1)}}{\chi_{(1),\text{iso}}(T)} = \lim_{k_0 \rightarrow 0} 2 \frac{\chi_{(1)}}{\chi_{\text{iso}}(T)} \quad (4.10)$$

es independiente de la masa, y por lo tanto dada por la Fig. 8 de [35]. En la Fig. 9 graficamos la conductividad

$$\tilde{\sigma}_{(1)} = 2 \lim_{\mathbf{w} \rightarrow 0} \frac{\chi_{(1)}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{D7\mathbf{w}}} \quad (4.11)$$

no normalizada con el resultado isotrópico, para las distintas masas. Observamos que aumentar la masa de los quarks disminuye la conductividad.

Vale la pena señalar que, como se prueba en el Apéndice A, la parte imaginaria de (4.9) es independiente de  $u$ . La precisión numérica puede ser mejorada evaluando esta cantidad en el horizonte en lugar de en la frontera, pues sabemos los valores analíticos para las funciones métricas y de los campos entrantes en  $u_H$ .

### 4.3. Densidad espectral para la polarización $\epsilon_{(2)}$

Pasamos ahora a  $\chi_{(2)}$ , el correlador correspondiente a  $\epsilon_{(2)}$ . Para obtenerlo, es más fácil trabajar en términos de los campos invariantes de norma  $E_i \equiv \partial_i A_0 - \partial_0 A_i$ . Las ecuaciones (3.48)-(3.51) pueden ser reescritas en términos de  $E_i$  con la ayuda de la constricción

$$-g^{tt}k_0A'_t + g^{xx}k_xA'_x + g^{zz}k_zA'_z = 0 \quad (4.12)$$

resultando en

$$E'_x + \left[ (\log M g^{uu} g^{xx})' + \left( \log \frac{g^{xx}}{g^{tt}} \right)' \frac{k_x^2}{u^2 \bar{k}^2} g^{xx} \right] E'_x + \frac{u^2 \bar{k}^2}{g^{uu}} E_x + \left( \log \frac{g^{xx}}{g^{tt}} \right)' \frac{k_z k_x}{u^2 \bar{k}^2} g^{zz} E'_z = 0, \quad (4.13)$$

$$E_z'' + \left[ (\log M g^{uu} g^{zz})' + \left( \log \frac{g^{zz}}{g^{tt}} \right)' \frac{k_z^2}{u^2 \bar{k}^2} g^{zz} \right] E_z' + \frac{u^2 \bar{k}^2}{g^{uu}} E_z + \left( \log \frac{g^{zz}}{g^{tt}} \right)' \frac{k_z k_x}{u^2 \bar{k}^2} g^{xx} E_x' = 0, \quad (4.14)$$

donde  $u^2 \bar{k}^2 \equiv -g^{tt} k_0^2 - g^{xx} k_x^2 - g^{zz} k_z^2$ . La acción (4.1) puede ser reescrita también en términos de estos campos como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} \frac{M g^{uu}}{-k_0^2 u^2 \bar{k}^2} \left[ (-g^{tt} k_0^2 - g^{zz} k_z^2) g^{xx} E_x E_x' + u^2 \bar{k}^2 g^{yy} E_y E_y' + g^{xx} g^{zz} k_x k_z (E_x E_z)' + (-g^{tt} k_0^2 - g^{xx} k_x^2) g^{zz} E_z E_z' \right]_{u=\epsilon}. \quad (4.15)$$

Como necesitamos tomar el límite  $\epsilon \rightarrow 0$ , antes de avanzar más, necesitamos verificar que los correladores permanezcan finitos en este límite. Con este fin, usamos la expansión de la métrica cerca de la frontera (3.58) y el encaje  $\psi(u)$  (3.59) y resolvemos las ecuaciones (4.13) y (4.14) perturbativamente para encontrar

$$E_x = E_x^{(0)} + E_x^{(2)} \cos \vartheta u^2 - \frac{1}{24} \left( \frac{3}{4} E_x^{(0)} k_0^2 \cos \vartheta + \left( 5 - \frac{24\psi_1^2}{a^2} \right) E_x^{(2)} \right) \cos \vartheta a^2 u^4 + O(u^6), \quad (4.16)$$

$$E_z = E_z^{(0)} + E_x^{(2)} \sin \vartheta u^2 + E_z^{(4)} u^4 - \frac{a^2 k_0^2 \cos \vartheta}{16} \left( E_z^{(0)} \cos \theta + E_x^{(0)} \sin \vartheta \right) u^4 \log u + O(u^6). \quad (4.17)$$

Usando estas expresiones, podemos escribir (4.15) como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} [\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_m + \dots + O(u^2)]_{u=\epsilon}, \quad (4.18)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= -\frac{3}{4} \sin^2 \vartheta E_x^{(0)2} - \frac{1}{4} \cos^2 \vartheta E_z^{(0)2} - \sin \vartheta \cos \vartheta E_x^{(0)} E_z^{(0)}, \\ \mathcal{L}_2 &= \frac{1}{3k_0^2} \left[ \frac{1 + 5 \cos 2\vartheta}{\cos \vartheta} E_x^{(0)} E_x^{(2)} + \frac{48}{a^2} \tan \vartheta E_x^{(0)} E_z^{(4)} - 10 \sin \vartheta E_z^{(0)} E_x^{(2)} + \frac{48}{a^2} E_z^{(0)} E_z^{(4)} \right], \\ \mathcal{L}_3 &= - \left( E_x^{(0)} \sin \vartheta + E_z^{(0)} \cos \vartheta \right)^2 \log u, \\ \mathcal{L}_m &= \frac{16\psi_1^2}{a^2 k_0^2} \tan \vartheta \left( E_x^{(0)} E_x^{(2)} \sin \vartheta + E_z^{(0)} E_x^{(2)} \cos \vartheta \right), \end{aligned} \quad (4.19)$$

Y los puntos suspensivos representan los términos en la componente  $y$  con los que ya se ha lidiado. Nótese que  $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$  son los mismos que en el caso  $\psi = 0$  tratado en [35].

La contribución de  $\mathcal{L}_m$  a la producción de fotones con polarización  $\epsilon_{(2)}$  es proporcional a

$$\cos^2 \vartheta \frac{\delta^2 \mathcal{L}_m}{\delta E_x^{(0)2}} + \sin^2 \vartheta \frac{\delta^2 \mathcal{L}_m}{\delta E_z^{(0)2}} - 2 \sin \vartheta \cos \vartheta \frac{\delta^2 \mathcal{L}_m}{\delta E_z^{(0)} \delta E_x^{(0)}} = 0, \quad (4.20)$$

y por lo tanto se anula idénticamente, y también lo hace el término divergente  $\mathcal{L}_3$ , como se muestra en [35]. Obtenemos el resultado simple

$$\chi_{(2)} \equiv \epsilon_{(2)}^\mu \epsilon_{(2)}^\nu \chi_{\mu\nu} = 16K_{D7} \text{Im} \left[ \cos \vartheta \frac{\delta^2 E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)2}} - \sin \vartheta \frac{\delta^2 E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)2}} \right]. \quad (4.21)$$

Para determinar como varían los coeficientes  $E_x^{(2)}$  and  $E_z^{(4)}$  con respecto a  $E_x^{(0)}$  and  $E_z^{(0)}$ , es conveniente escribir las soluciones  $E_x$  y  $E_z$  como la matriz columna

$$\mathbf{E} \equiv \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \end{pmatrix}. \quad (4.22)$$

Nótese que si hallamos dos vectores que sean solución de (4.13)-(4.14), y sean linealmente independientes,  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_2$ , tales que en la frontera se reduzcan a  $\mathbf{E}_1|_{\text{bdry}} = (1 \ 0)^T$  y  $\mathbf{E}_2|_{\text{bdry}} = (0 \ 1)^T$ , la solución más general  $\mathbf{E}_{\text{sol}}$  estará dada por

$$\mathbf{E}_{\text{sol}} = E_x^{(0)} \mathbf{E}_1 + E_z^{(0)} \mathbf{E}_2. \quad (4.23)$$

Cerca de la frontera, la solución general  $\mathbf{E}_{\text{sol}}$  estará descrita por las expansiones (4.16) y (4.17). De (4.23), vemos que los coeficientes correspondientes estarán dados por

$$E_x^{(2)} = E_x^{(0)} E_{x,1}^{(2)} + E_z^{(0)} E_{x,2}^{(2)}, \quad E_z^{(4)} = E_x^{(0)} E_{z,1}^{(4)} + E_z^{(0)} E_{z,2}^{(4)}, \quad (4.24)$$

donde  $E_{x,i}^{(2)}$  y  $E_{z,i}^{(4)}$  (con  $i=1,2$ ) son los coeficientes para las expansiones de  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_2$  cerca de la frontera. De (4.24) se sigue, por ejemplo, que

$$\frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)}} = E_{x,1}^{(2)} \quad \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)}} = E_{x,2}^{(2)}. \quad (4.25)$$

Estas expresiones pueden insertarse en (4.21). En el apéndice B describimos cómo construir las dos soluciones lineales independientes. Alternativamente, explicamos cómo aplicar la tecnología desarrollada en [62] para obtener  $\chi_{(2)}$  usando los valores de los campos en el horizonte. Como chequeo de nuestros resultados, hemos verificado que obtenemos los mismos resultados usando ambos métodos. El resultado de este cálculo se muestra en in Fig. 10 para varios valores de la anisotropía, de los ángulos, y de las masas de los quarks.

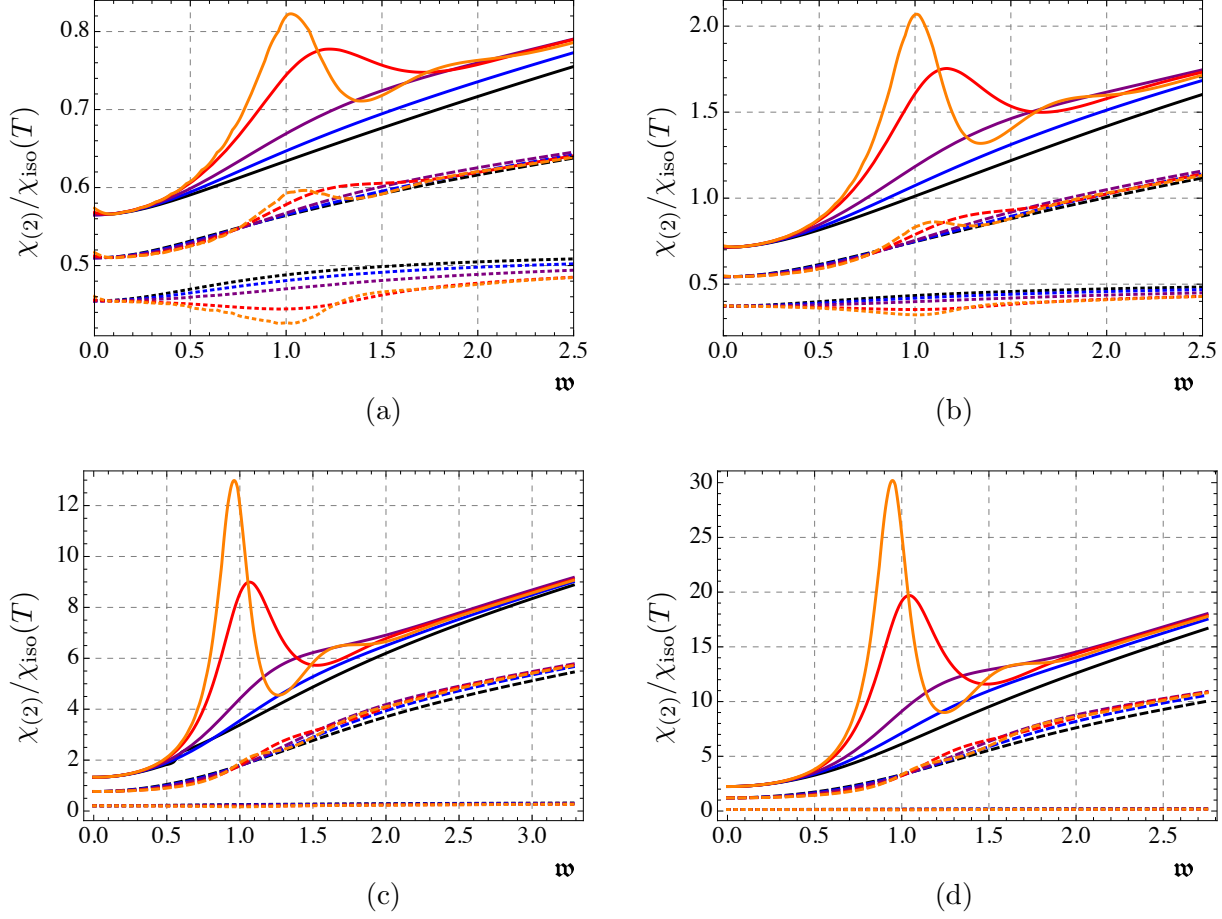
Para fotones con polarización a lo largo de  $\epsilon_{(2)}$ , la conductividad

$$\sigma_{(2)}(T) = \lim_{k_0 \rightarrow 0} \frac{\chi_{(2)}}{\chi_{(2),\text{iso}}(T)} = \lim_{k_0 \rightarrow 0} 2 \frac{\chi_{(2)}}{\chi_{\text{iso}}(T)} \quad (4.26)$$

depende no sólo de la anisotropía  $a$ , como era el caso de la polarización a lo largo de la dirección  $y$ , sino también del ángulo  $\vartheta$ . Debido a la normalización con el caso isotrópico no depende de las masas de los quarks, y son por lo tanto idénticas a las mostradas en las Figs. 11 y 12 de [35]. Podemos entonces definir conductividades no normalizadas

$$\tilde{\sigma}_{(2)} = 2 \lim_{\mathbf{w} \rightarrow 0} \frac{\chi_{(2)}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{D7\mathbf{w}}}, \quad (4.27)$$

que dependen de las masas y se reportan en las Figs. 11 (como función de  $a/T$  para  $\vartheta$  fija) y 12 (como función de  $\vartheta$  para  $a/T$  fija).



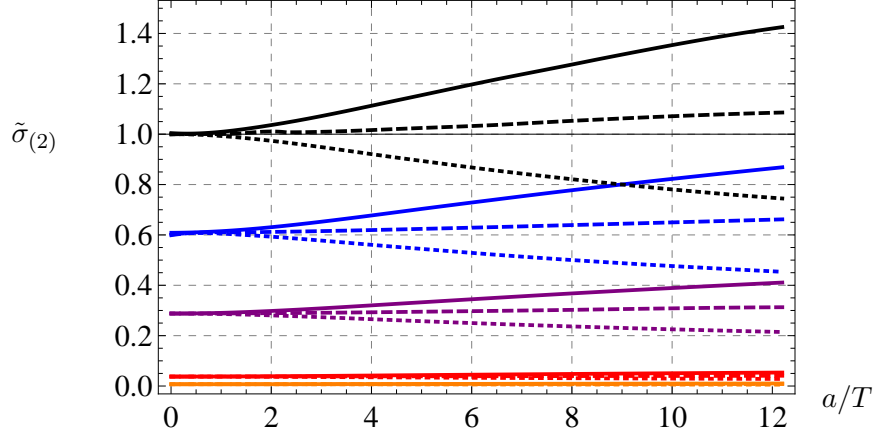
**Figura 10.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(2)}$  correspondientes a la polarización  $\epsilon_{(2)}$  normalizado con respecto al plasma isotrópico a temperatura fija  $\chi_{\text{iso}}(T)$ . Las curvas corresponden de arriba a abajo a  $\vartheta = 0, \pi/4, \pi/2$ . En cada grupo de curvas, los valores de la masa están dados por, de abajo a arriba en el lado derecho (negro a naranja)  $\psi_H = 0, 0,53, 0,75, 0,941, 0,98$ . Las cuatro gráficas corresponden a los casos  $a/T = 4,41$  (a),  $12,2$  (b),  $86$  (c),  $249$  (d).

#### 4.4. Razón total de producción de fotones

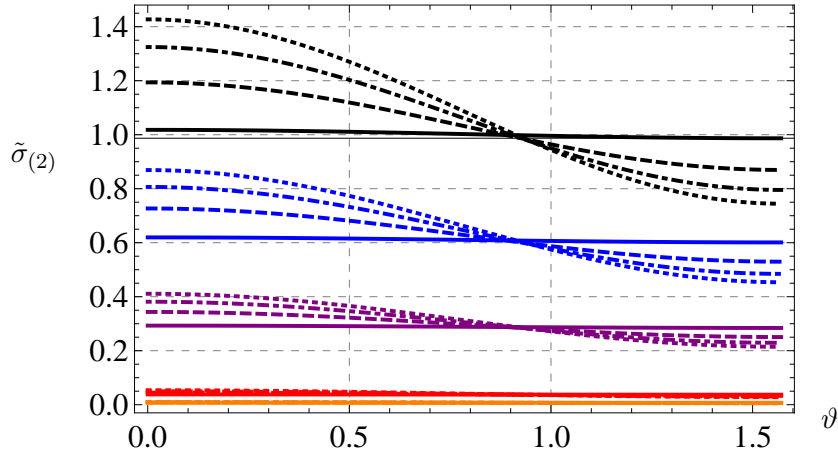
Tenemos ahora todos los ingredientes para calcular la razón total de emisión de fotones (2.4). Convertimos esta cantidad a la razón de emisión por unidad de energía del fotón en un ángulo infinitesimal alrededor de  $\vartheta$ . Usando que el momento del fotón es tipo luz, tenemos

$$\frac{-1}{2\alpha_{\text{EM}}N_cN_fT^3} \frac{d\Gamma_\gamma}{d(\cos\vartheta) dk_0} = \frac{\mathbf{w}}{2N_cN_fT^2} \frac{1}{e^{2\pi\mathbf{w}} - 1} (\chi_{(1)} + \chi_{(2)}) , \quad (4.28)$$

que se grafica en la Figura 13 para distintos valores de  $a/T$ ,  $\vartheta$  y  $\psi_0$ . El resultado isotrópico a la misma temperatura no puede ser calculado analíticamente, pues sólo tenemos una solución numérica para  $\psi$ . Por esto, calculamos esta cantidad numéricamente y los resultados se mues-



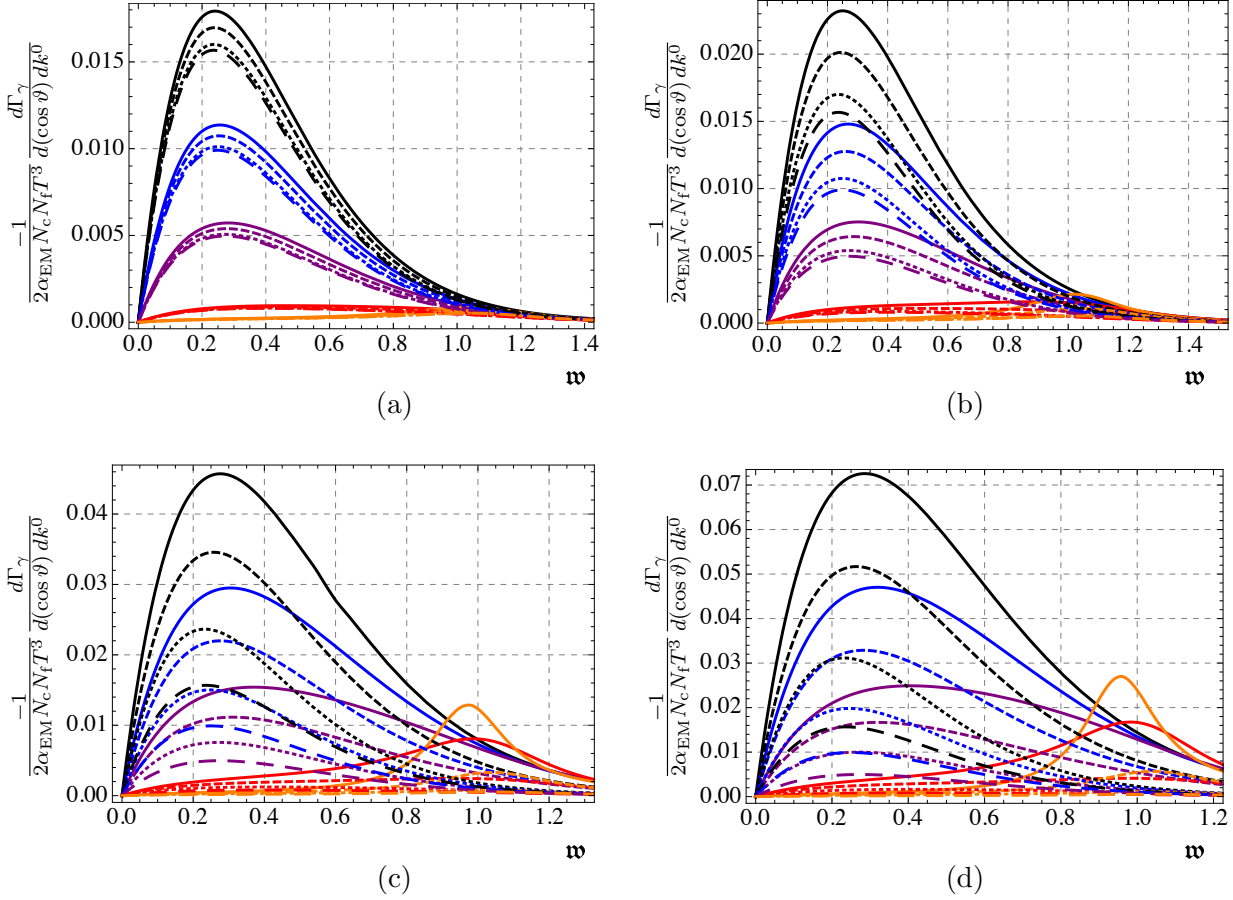
**Figura 11.** Gráfica de la conductividad  $\tilde{\sigma}_{(2)}$  correspondiente a la polarización  $\epsilon_{(2)}$  como función de  $a/T$ . Los grupos de curvas corresponden, de arriba a abajo a  $\psi_H = 0, 0,53, 0,75, 0,941$ . Dentro de cada grupo, graficamos los ángulos  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (línea discontinua), and  $\pi/2$  (línea punteada).



**Figura 12.** Gráfica de la conductividad  $\tilde{\sigma}_{(2)}$  correspondiente a la polarización  $\epsilon_{(2)}$  como función del ángulo  $\vartheta$ . Los grupos de curvas corresponden, de arriba a abajo, a la masa  $\psi_H = 0, 0,53, 0,75, 0,941, 0,98$ . Dentro de cada grupo tenemos, de abajo a arriba en el lado izquierdo de la gráfica,  $a/T = 1.38$  (sólido),  $5.9$  (línea discontinua),  $9.25$  (línea discontinua-punteada), y  $12.2$  (línea punteada).

tran en la figura como curvas discontinuas menos finas. Observamos que, incluso en el caso de quarks masivos, el plasma anisotrópico emite más fotones, en total, que el correspondiente plasma isotrópico a la misma temperatura.





**Figura 13.** Gráficas de la razón total de producción de fotones. Los grupos de curvas corresponden de arriba a abajo a  $\psi_H = 0, 0,53, 0,75, 0,941, 0,98$ . Dentro de cada grupo graficamos los ángulos  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$ , (línea discontinua), y  $\pi/2$  (línea punteada). Las cuatro gráficas corresponden a los casos  $a/T = 4,41$  (a),  $12,2$  (b),  $86$  (c),  $249$  (d). Las temperaturas de los cuatro casos son, respectivamente,  $T = 0,33, 0,36, 0,49, 0,58$ . Los resultados isotrópicos a la misma temperatura y masas son las líneas discontinuas menos finas.

## 5. Producción de dileptones de la holografía

Si evaluamos para momentos tipo tiempo la corriente electromagnética considerada anteriormente, nos permitirá calcular la razón de emisión de pares leptón-antileptón que son producidos mediante el decaimiento de fotones virtuales. Notamos de (2.6) que la razón total de producción de dileptones es proporcional a la traza de la densidad espectral

$$\eta^{\mu\nu} \chi_{\mu\nu} = -\chi_{tt} + \chi_{xx} + \chi_{yy} + \chi_{zz}. \quad (5.1)$$

Como la ecuación de movimiento para la componente  $y$  del campo de norma está desacoplada de las ecuaciones para las otras componentes, podemos escribir la ecuación anterior como

$$\eta^{\mu\nu} \chi_{\mu\nu} = \chi_{(1)} + \chi_{(2)}, \quad (5.2)$$

donde

$$\chi_{(1)} = \chi_{yy}, \quad \chi_{(2)} = -\chi_{tt} + \chi_{xx} + \chi_{zz}. \quad (5.3)$$

Las densidades espectrales son calculadas de nuevo como  $\chi_{\mu\nu} = -2\text{Im}G_{\mu\nu}^R$ . Sabemos de la holografía [10, 11] que las funciones de Green  $G_{\mu\nu}^R$  se calculan variando la acción de frontera  $S_\epsilon$  respecto a los valores de los campos de norma en la frontera,  $A^{\mu(0)}$ :

$$G_{\mu\nu}^R = \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta A^{\mu(0)} \delta A^{\nu(0)}}$$

Igual que en la sección anterior, es conveniente trabajar con las cantidades invariantes de norma  $E_i = \partial_i A_t - \partial_t A_i$ , en lugar de usar los campos de norma. Ahora, las derivadas funcionales se leen

$$\frac{\delta}{\delta A^i} = \frac{\delta E_i}{\delta A^i} \frac{\delta}{\delta E_i} \quad (5.4)$$

$$\frac{\delta}{\delta A^t} = \frac{\delta E_x}{\delta A^t} \frac{\delta}{\delta E_x} + \frac{\delta E_y}{\delta A^t} \frac{\delta}{\delta E_y} + \frac{\delta E_z}{\delta A^t} \frac{\delta}{\delta E_z} \quad (5.5)$$

Como  $A^\mu \propto e^{i(k_0 t + \vec{k} \cdot \vec{x})}$ , podemos escribir  $\partial_i \rightarrow i k_i$  y  $\partial_t \rightarrow i k_0$ . Así,  $E_i = i(k_i A_t - k_0 A_i)$  y podemos usar esto para escribir la ecuación anterior como

$$\frac{\delta}{\delta A^i} = -i k_0 \frac{\delta}{\delta E_i} \quad (5.6)$$

$$\frac{\delta}{\delta A^t} = i \left( k_x \frac{\delta}{\delta E_x} + k_y \frac{\delta}{\delta E_y} + k_z \frac{\delta}{\delta E_z} \right) \quad (5.7)$$

Por lo tanto

$$G_{ii}^R = -k_0^2 \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_i^{(0)2}} \quad i = x, y, z, \quad (5.8)$$

$$G_{tt}^R = -k_x^2 \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_x^{(0)2}} - k_z^2 \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_z^{(0)2}} - 2k_x k_z \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_x^{(0)} \delta E_z^{(0)}} \quad (5.9)$$

donde  $E_i^{(0)}$  es el campo de norma evaluado en la frontera. En la ecuación para  $G_{tt}^R$  ya hemos usado el hecho de que  $k_y$  es cero, y que la ecuación para  $E_y$  se desacopla del resto, así como que  $S_\epsilon$  no contiene términos como  $E_y E_x$  y  $E_y E_z$ . Usando las ecuaciones anteriores, podemos

escribir

$$\chi_{(1)} = 2 \operatorname{Im} \left[ k_0^2 \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_y^{(0)2}} \right], \quad (5.10)$$

$$\chi_{(2)} = -2 \operatorname{Im} \left[ (k_x^2 - k_0^2) \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_x^{(0)2}} + (k_z^2 - k_0^2) \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_z^{(0)2}} + 2 k_x k_z \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_x^{(0)} \delta E_z^{(0)}} \right] \quad (5.11)$$

O, en términos de densidades espectrales

$$\chi_{(1)} = \chi_{yy}, \quad \chi_{(2)} = \left(1 - \frac{k_x^2}{k_0^2}\right) \chi_{xx} + \left(1 - \frac{k_z^2}{k_0^2}\right) \chi_{zz} - 2 \frac{k_x k_z}{k_0^2} \chi_{xz}. \quad (5.12)$$

Este análisis será válido también para el caso de los fotones. Usando  $\vec{k} = k_0(\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta)$ , (5.12) se reduce a (2.10), la misma suma que usando los vectores de polarización.

Para la producción de dileptones la parte espacial del momento estará dada por  $\vec{k} = q(\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta)$  para  $q < k_0$ , y las ecuaciones (5.10-5.11) se leerán

$$\chi_{(1)} = -2 \operatorname{Im} G_{yy}^R \quad (5.13)$$

$$\chi_{(2)} = -2 \operatorname{Im} \left[ (q^2 \sin^2 \vartheta - k_0^2) \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_x^{(0)2}} + (q^2 \cos^2 \vartheta - k_0^2) \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_z^{(0)2}} + 2 q^2 \sin \vartheta \cos \vartheta \frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_x^{(0)} \delta E_z^{(0)}} \right] \quad (5.14)$$

Como calentamiento, comenzaremos realizando los cálculos en el límite isotrópico. Esto será usado para normalizar los resultados para el plasma anisotrópico.

### 5.1. Límite isotrópico

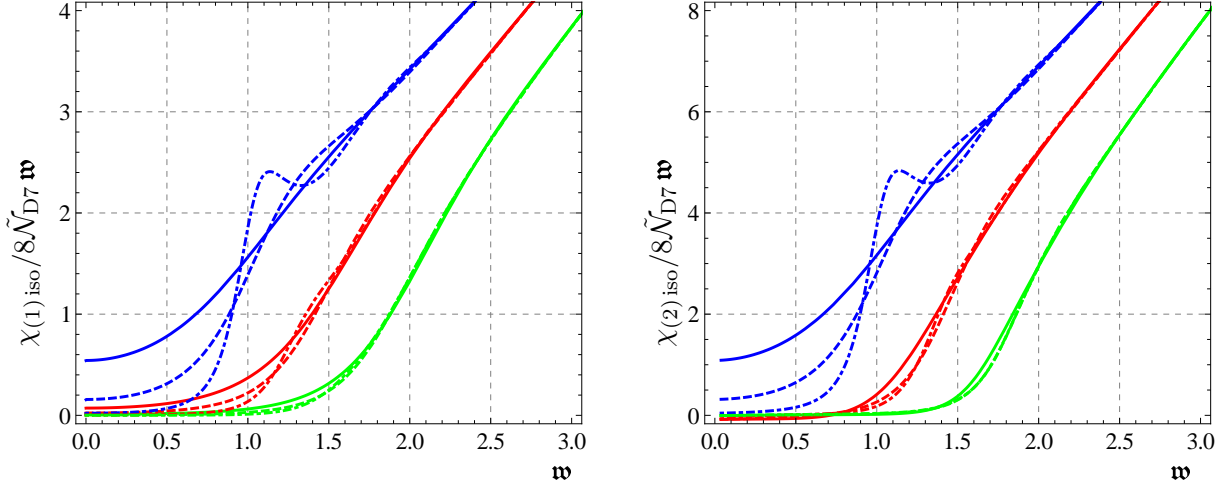
En el límite isotrópico (3.33) podemos usar la simetría  $SO(3)$  para hacer  $\vartheta = \pi/2$ , esto es, alinear la componente espacial de  $k$  en la dirección  $x$ . Así, tenemos  $k_x = q$ ,  $k_y = k_z = 0$  que simplifica la ecuación (5.12) en la siguiente forma:

$$\chi_{(1) \text{ iso}} = \chi_{yy \text{ iso}} \quad \chi_{(2) \text{ iso}} = \left(1 - \frac{q^2}{k_0^2}\right) \chi_{xx \text{ iso}} + \chi_{zz \text{ iso}} \quad (5.15)$$

Calcularemos  $\chi_{yy \text{ iso}}$  repitiendo los mismos pasos utilizados en la producción de fotones con polarización  $\epsilon_{(1)}$ . Tal densidad espectral se lee

$$\frac{\chi_{(1) \text{ iso}}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{D7} \mathbf{w}} = \frac{\chi_{yy \text{ iso}}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{D7} \mathbf{w}} = \frac{1}{2\pi T k_0 |A_{y \text{ iso}}(u=0)|^2} \operatorname{Im} \lim_{u \rightarrow u_H} Q_{y \text{ iso}}(u) A'_{y \text{ iso}}(u) A_{y \text{ iso}}^*(u) \quad (5.16)$$

donde  $Q_{y \text{ iso}}(u) = M_{\text{iso}} g_{\text{iso}}^{uu} g_{\text{iso}}^{yy}$  y  $A_{y \text{ iso}}$  es solución a la ecuación (4.2), considerando  $k_x = q$ .



**Figura 14.** Gráficas de las densidades espectrales  $\chi_{(1)\text{iso}}$  y  $\chi_{(2)\text{iso}}$ . Curvas de diferentes colores denotan distintos valores de  $q$ : de abajo a arriba  $q = 0$  (azul), 1 (rojo), 2 (naranja), 3 (verde), 4 (café).

Para calcular  $\chi_{xx\text{iso}}$  y  $\chi_{zz\text{iso}}$ , hay dos observaciones clave. Primero, para  $\vartheta = \pi/2$ , las ecuaciones (4.13) y (4.14) se desacoplan de la otra, obteniendo

$$E''_{x\text{iso}} + \left[ (\log M_{\text{iso}} g_{\text{iso}}^{uu} g_{\text{iso}}^{xx})' + \left( \log \frac{g_{\text{iso}}^{xx}}{g_{\text{iso}}^{tt}} \right)' \frac{k_x^2}{u^2 \bar{k}^2} g_{\text{iso}}^{xx} \right] E'_{x\text{iso}} + \frac{u^2 \bar{k}^2}{g_{\text{iso}}^{uu}} E_{x\text{iso}} = 0, \quad (5.17)$$

$$E''_{z\text{iso}} + (\log M_{\text{iso}} g_{\text{iso}}^{uu} g_{\text{iso}}^{zz})' E'_{z\text{iso}} + \frac{u^2 \bar{k}^2}{g_{\text{iso}}^{uu}} E_{z\text{iso}} = 0, \quad (5.18)$$

donde  $u^2 \bar{k}^2 = -g^{tt} k_0^2 - g^{xx} k_x^2$ .

Segundo, la acción (4.15) no tendrá términos mixtos, así que podemos variar la acción respecto a  $E_{x\text{iso}}$  y  $E_{z\text{iso}}$  de manera similar a como lo hicimos con  $A_{y\text{iso}}$ , y obtener

$$\frac{\chi_{xx\text{iso}}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D7}}\mathbf{w}} = \frac{k_0}{2\pi T |E_{x\text{iso}}(u=0)|^2} \text{Im} \lim_{u \rightarrow u_{\text{H}}} Q_{x\text{iso}}(u) E'_{x\text{iso}}(u) E_{x\text{iso}}^*(u) \quad (5.19)$$

$$\frac{\chi_{zz\text{iso}}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D7}}\mathbf{w}} = \frac{k_0}{2\pi T |E_{z\text{iso}}(u=0)|^2} \text{Im} \lim_{u \rightarrow u_{\text{H}}} Q_{z\text{iso}}(u) E'_{z\text{iso}}(u) E_{z\text{iso}}^*(u) \quad (5.20)$$

donde  $Q_{x\text{iso}}(u) = \frac{M_{\text{iso}} g_{\text{iso}}^{uu}}{u^2 k^2} g_{\text{iso}}^{tt} g_{\text{iso}}^{xx}$  y  $Q_{z\text{iso}}(u) = \frac{M_{\text{iso}} g_{\text{iso}}^{uu}}{-k_0^2 u^2 k^2} (-g_{\text{iso}}^{tt} k_0^2 - g_{\text{iso}}^{xx} k_x^2) g_{\text{iso}}^{zz}$ .  $E_{x\text{iso}}$  y  $E_{z\text{iso}}$  son soluciones de (5.17) y (5.18). Estos resultados son graficados como función de  $\mathbf{w} = k_0/2\pi T$  para varios valores de  $\mathbf{q} \equiv q/2\pi T$  en Fig. 14.

## 5.2. Densidad espectral para la polarización $\epsilon_{(1)}$

La ecuación a resolver es ahora

$$(Mg^{uu}g^{yy}A'_y)' - Mg^{yy}(g^{tt}k_0^2 + g^{xx}q^2 \sin^2 \vartheta + g^{zz}q^2 \cos^2 \vartheta) A_y = 0, \quad (5.21)$$

Habiendo resultado esto para distintos valores de  $q$ ,  $\psi_H$  y  $\vartheta$  calculamos la densidad espectral de

$$\chi_{(1)} \equiv \chi_{yy} = -\frac{4K_{D7}}{|A_y(k, 0)|^2} \text{Im} \lim_{u \rightarrow u_H} Q(u) A_y^*(k, u) A'_y(k, u), \quad (5.22)$$

donde

$$Q(u) \equiv Mg^{uu}g^{yy} = \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{BF}}}{u} \frac{(1 - \psi^2)^2}{\sqrt{1 - \psi^2 + u^2 \mathcal{F} e^{\frac{\phi}{2}} \psi'^2}}, \quad (5.23)$$

y  $k = (k_0, \vec{k})$ . La parte imaginaria de (5.22) no depende de  $u$ . Esto justifica el hecho de evaluar el límite en  $u = u_H$ , donde las soluciones numéricas están bajo mejor control. Los resultados son graficados en la Fig. 15, para la densidad espectral  $\chi_{(1)}$  como función de  $\mathbf{w}$ , y en la Fig. 16, como función de  $\mathbf{q}$ . En las Figs. 17 y 18, graficamos  $\chi_{(1)}$  como función del parámetro de anisotropía  $a/T$ .

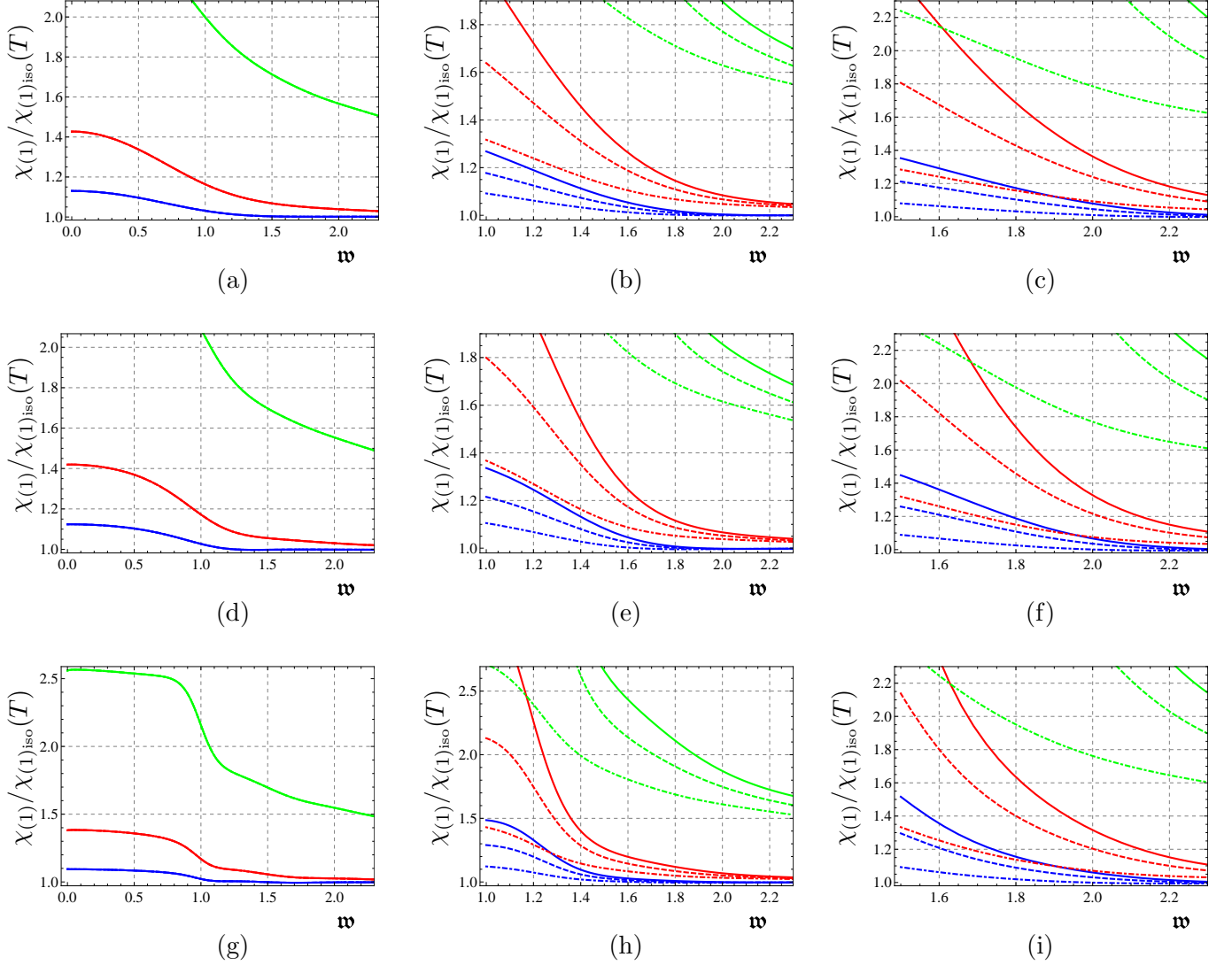
## 5.3. Densidad espectral para la polarización $\epsilon_{(2)}$

Los campos invariantes de norma satisfacen las ecuaciones (4.13)-(4.14). Resolviendo dichas ecuaciones para  $E_x$  y  $E_z$  perturbativamente hallamos

$$\begin{aligned} E_x = & E_x^{(0)} + \left( E_x^{(2)} \cos \vartheta + \frac{1}{2} E_x^{(0)} (q^2 - k_0^2) \log u \right) u^2 \\ & + \frac{1}{192} \left( 8 (24\psi_1^2 - 5a^2 + 3(q^2 - k_0^2)) E_x^{(2)} \cos \vartheta \right. \\ & \quad \left. - 3 (3(q^2 - k_0^2)^2 + 3a^2 q^2 - 2a^2 k_0^2 + a^2 q^2 \cos 2\vartheta) E_x^{(0)} \right) u^4 \\ & + \frac{1}{48} (24\psi_1^2 - 5a^2 + 3(q^2 - k_0^2)) (q^2 - k_0^2) u^4 \log u + O(u^6), \end{aligned} \quad (5.24)$$

y

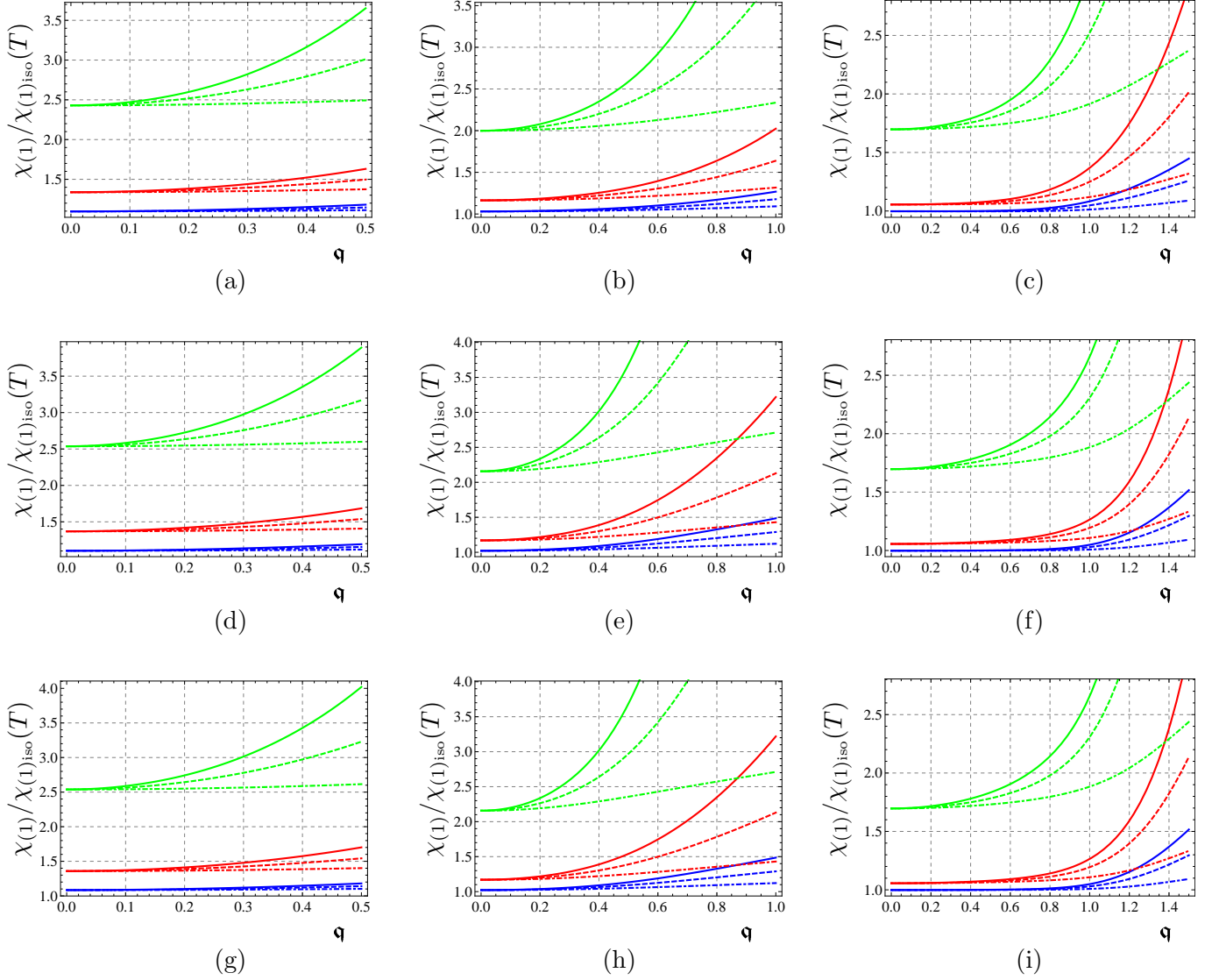
$$\begin{aligned} E_z = & E_z^{(0)} + \frac{1}{2} E_x^{(0)} (q^2 - k_0^2) u^2 \log u \\ & - \frac{3(q^2 - k_0^2)[64 E_z^{(4)} + 3 E_z^{(0)} (q^2 - k_0^2)(a^2 + q^2 - k_0^2)]}{8 [(q^2 - k_0^2)(2a^2 - 3(q^2 + 8\psi_1^2 - k_0^2)) + 3a^2 q^2 \cos^2 \vartheta]} u^2 \\ & + \frac{a^2 E_z^{(0)} q^2 (q^2 - k_0^2) \cos^2 \vartheta - a^2 q^2 \cos \vartheta \sin \vartheta [E_x^{(0)} (q^2 - k_0^2) - 8 E_x^{(2)} \cos \vartheta]}{8 [(q^2 - k_0^2)(2a^2 - 3(q^2 + 8\psi_1^2 - k_0^2)) + 3a^2 q^2 \cos^2 \vartheta]} u^2 \\ & + \left( E_z^{(4)} - \frac{1}{96} E_z^{(0)} (a^2(7q^2 - 4k_0^2) - 6(q^2 - k_0^2)(q^2 + 8\psi_1^2 - k_0^2)) \log u \right) u^4 \end{aligned}$$



**Figura 15.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(1)}$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{(1)\text{iso}}(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $a/T$  como sigue  $a/T = 4.41$  (azul),  $12.2$  (rojo),  $86$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathfrak{q}$ : de izquierda a derecha es  $\mathfrak{q} = 0, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0,75, 0,941$ . Así, por ejemplo, (h) corresponde a  $\mathfrak{q} = 1, \psi_0 = 0,941$

$$+3a^2q^2 \left( E_x^{(0)} \sin 2\vartheta + E_z^{(0)} \cos 2\vartheta \right) u^4 \log u + O(u^6), \quad (5.25)$$

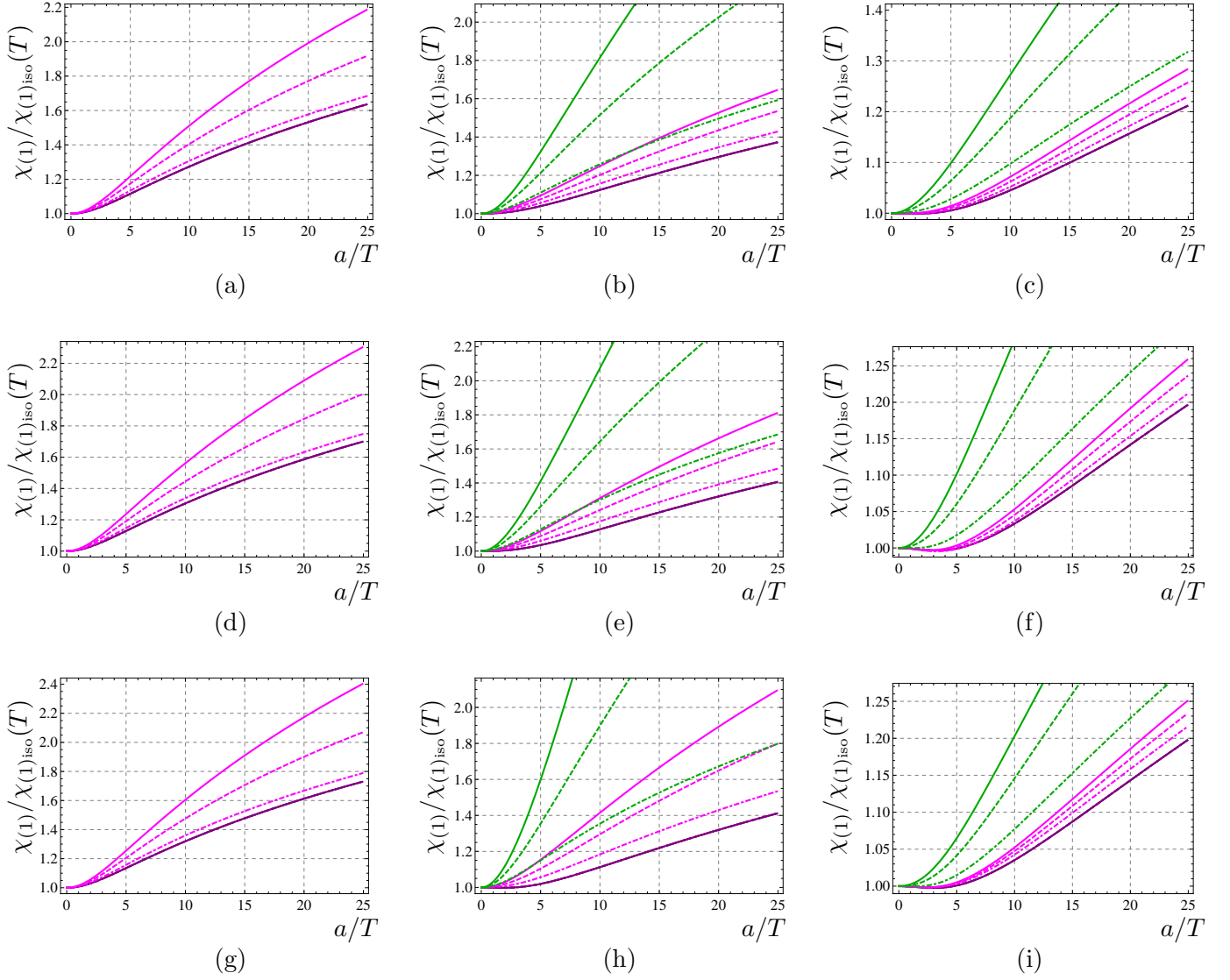
Donde  $E_x^{(0)}$ ,  $E_x^{(2)}$ ,  $E_z^{(0)}$  y  $E_z^{(4)}$  son coeficientes de la expansión que no están determinados por las ecuaciones de frontera, pero que pueden ser extraídos de las soluciones numéricas, como explicaremos aquí.



**Figura 16.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(1)}$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{(1)\text{iso}}(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $a/T$  como sigue  $a/T = 4.41$  (azul),  $12.2$  (rojo),  $86$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathfrak{w}$ : de izquierda a derecha es  $\mathfrak{w} = 1/2, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0.75, 0.941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathfrak{w} = 3/2$ ,  $\psi_0 = 0.75$

Usando estas expresiones, podemos escribir la acción de frontera como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} [\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \dots + O(u^2)]_{u=\epsilon}, \quad (5.26)$$

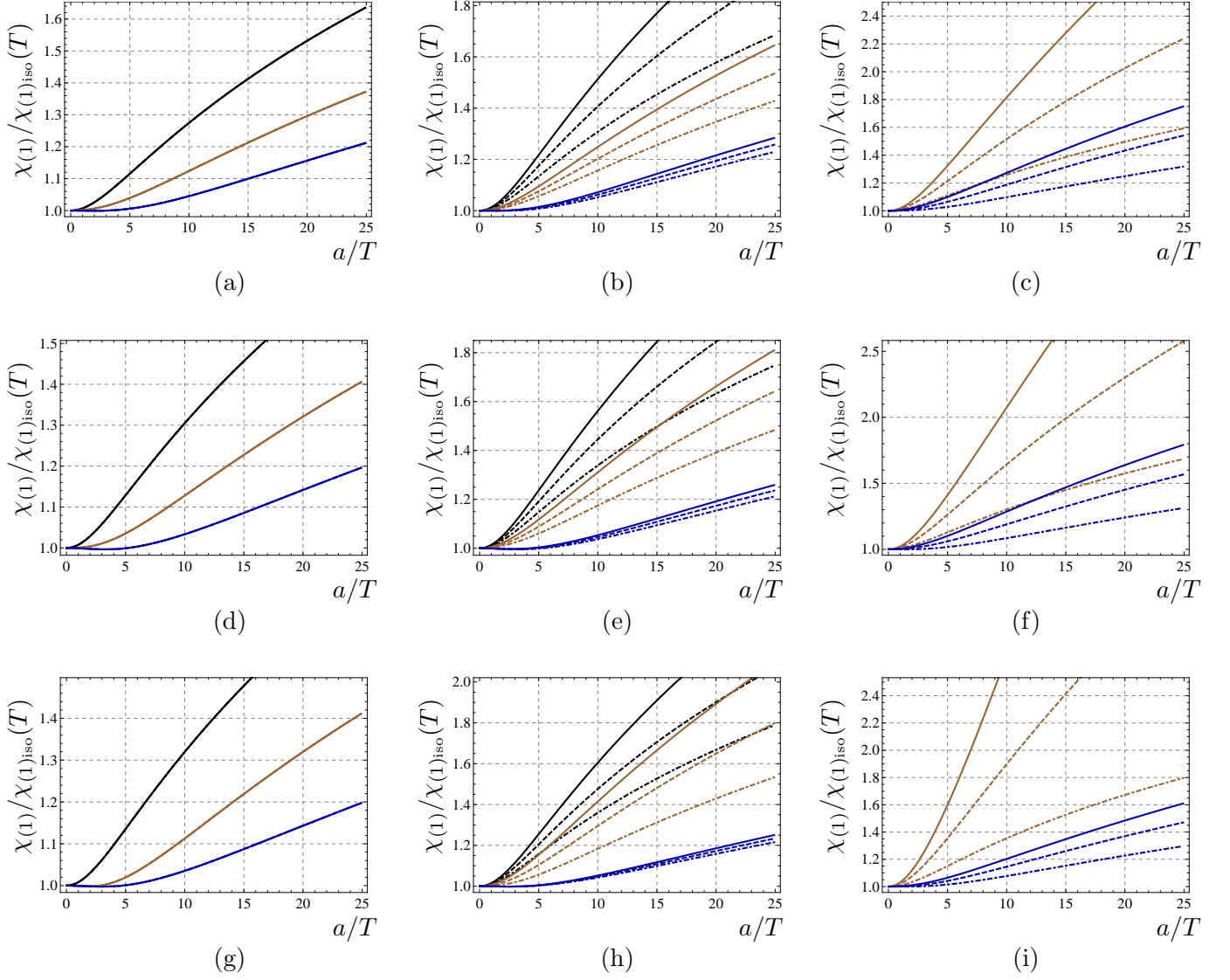


**Figura 17.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(1)}$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{(1)\text{iso}}(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $\mathbf{q}$  como sigue  $\mathbf{q} = 0$  (morado),  $1/2$  (magenta),  $1$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{w}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{w} = 1/2, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0,75, 0,941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathbf{w} = 3/2, \psi_0 = 0,75$

donde

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_1 &= A_1 E_x^{(0)2} + B_1 E_z^{(0)2} + C_1 E_x^{(0)} E_z^{(0)}, \\
\mathcal{L}_2 &= A_2 E_x^{(0)} E_x^{(2)} + B_2 E_x^{(0)} E_x^{(2)} + C_2 E_x^{(0)} E_x^{(2)} + D_2 E_x^{(0)} E_x^{(2)}, \\
\mathcal{L}_3 &= -\frac{\log u}{k_0^2} \left[ (E_x^{(0)2} + E_z^{(0)2}) k_0^2 + (E_x^{(0)} \cos \vartheta - E_z^{(0)} \sin \vartheta)^2 q^2 \right], \quad (5.27)
\end{aligned}$$

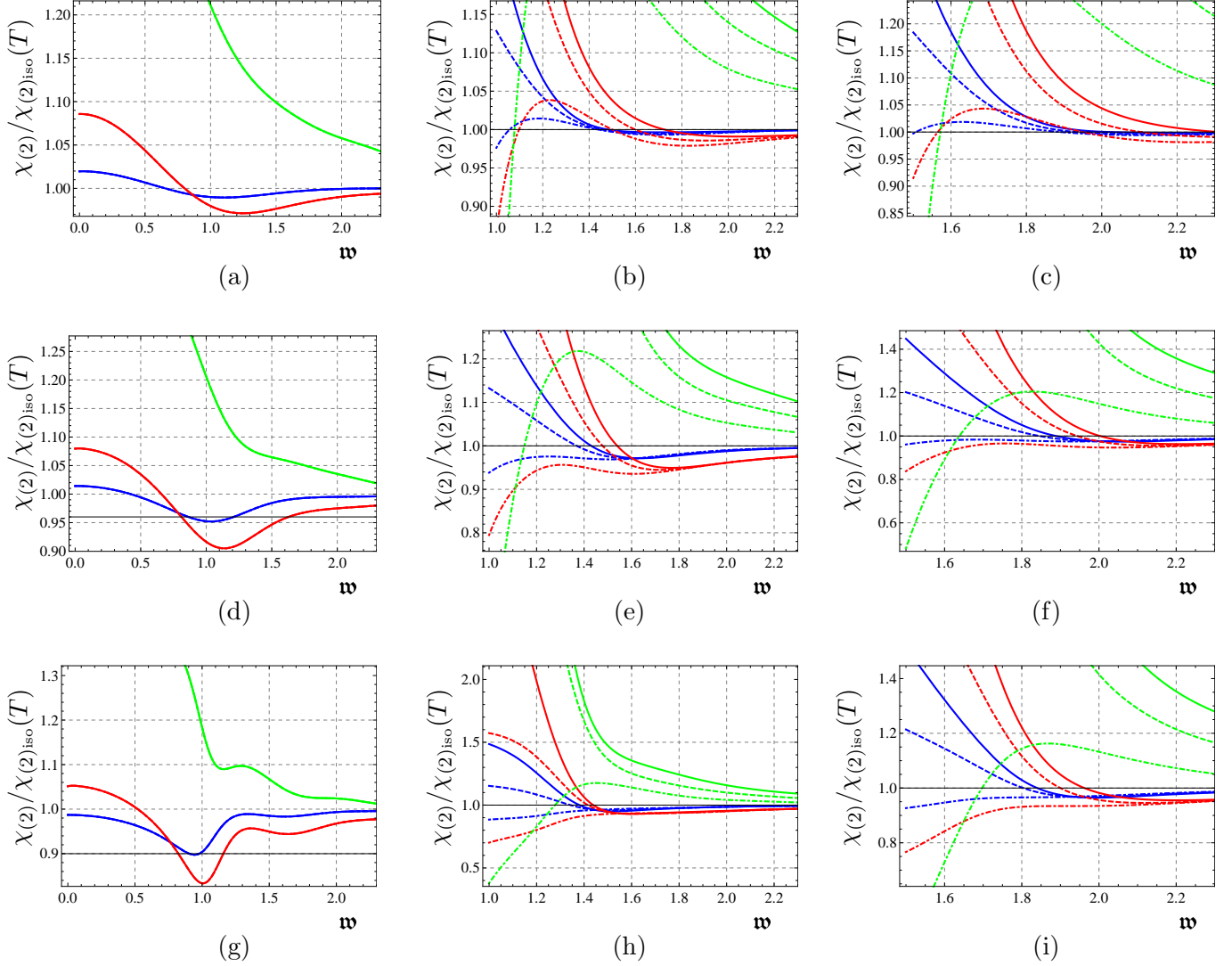




**Figura 18.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(1)}$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{(1)\text{iso}}(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $\mathbf{w}$  como sigue  $\mathbf{w} = 1/2$  (negro), 1 (café),  $3/2$  (azul). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{q}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{w} = 0, 1/2, 1$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0,75, 0,941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathbf{w} = 3/2$ ,  $\psi_0 = 0,75$

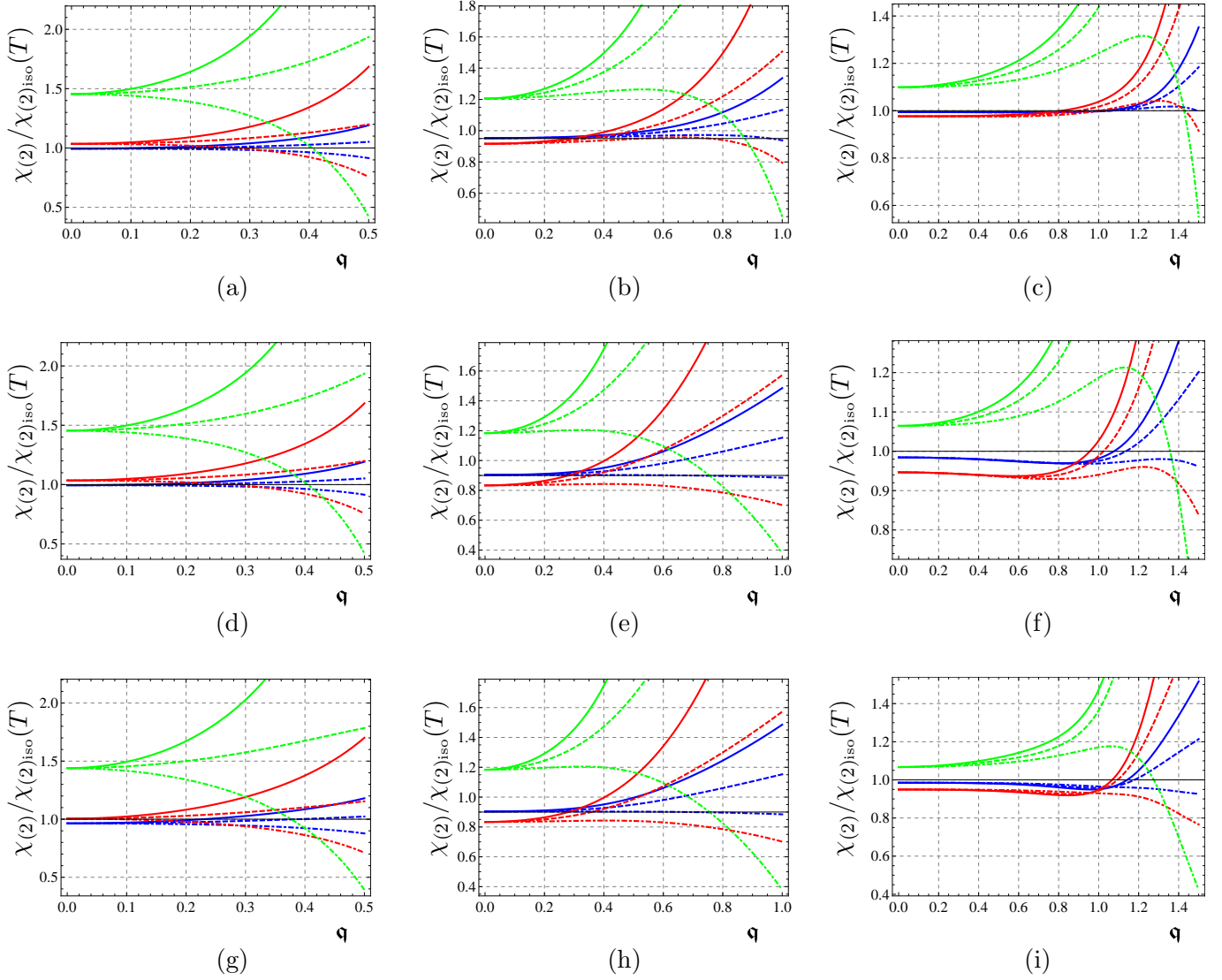
además  $A_i, B_i, C_i$  ( $i = 1, 2$ ) y  $D_2$  están dadas por

$$A_1 = \frac{(q^2 - k_0^2)(2a^2 - 3(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2))}{2(q^2 - k_0^2)(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2) - 6a^2 q^2 \cos^2 \vartheta} +$$



**Figura 19.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(2)}$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{(2)\text{iso}}(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $a/T$  como sigue  $a/T = 4.41$  (azul),  $12.2$  (rojo),  $86$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{q}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{q} = 0, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0,75, 0,941$ . Así, por ejemplo, (h) corresponde a  $\mathbf{q} = 1$ ,  $\psi_0 = 0,941$

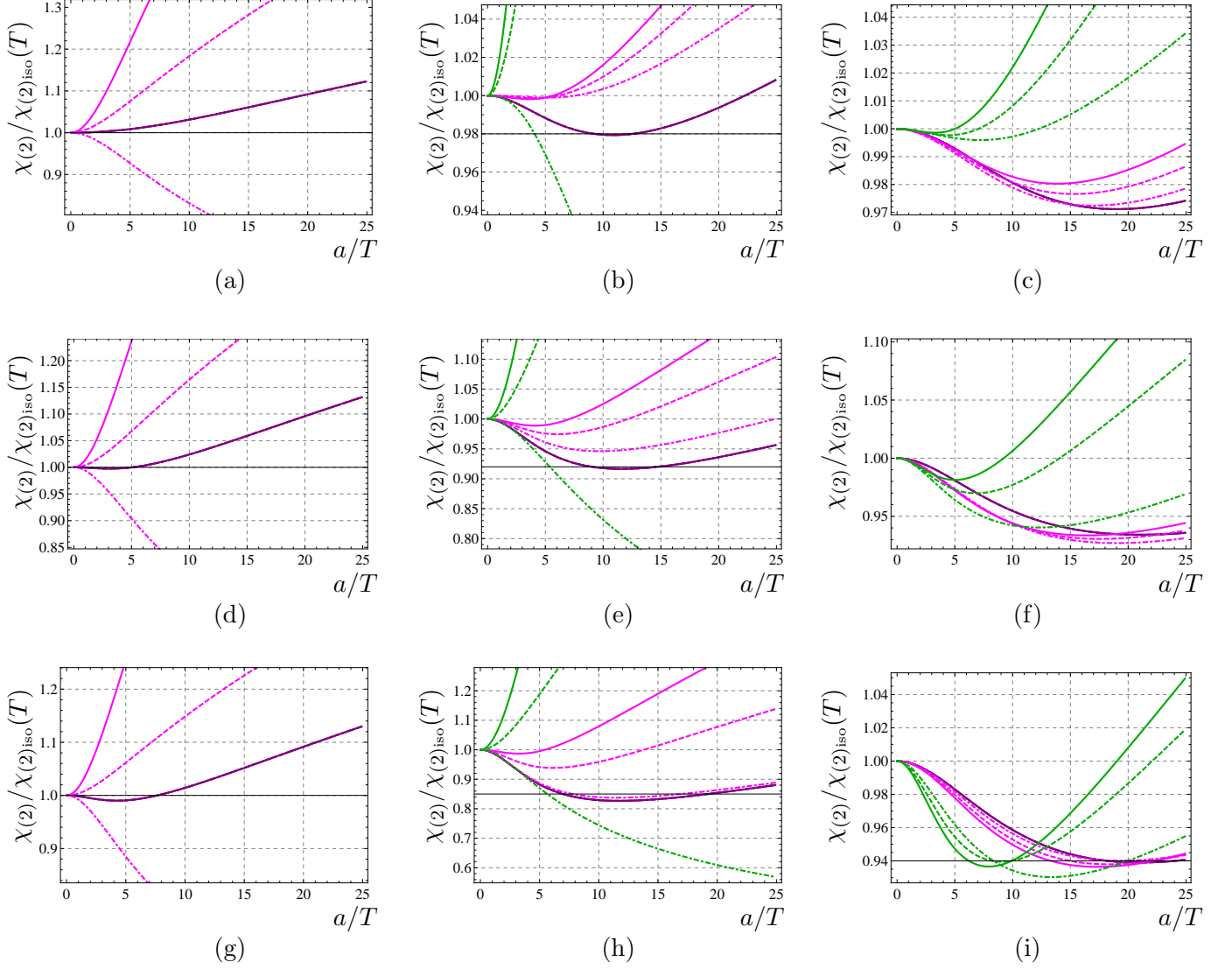
$$\begin{aligned}
& + \frac{6a^2q^4\cos^4\vartheta - q^2\cos^2\vartheta[6(q^2 - k_0^2)(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2) - a^2(4q^2 - 10k_0^2) + 3a^2q^2\cos^2\vartheta]}{4k_0^2[(q^2 - k_0^2)(2a^2 - 3(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2)) + 3a^2q^2\cos^2\vartheta]}, \\
B_1 = & \frac{((5a^2 + 15q^2 + 48\psi_1^2 - 15k_0^2)(q^2 - k_0^2) - 3a^2q^2\cos^2\vartheta)(q^2\sin^2\vartheta - k_0^2)}{4k_0^2[(q^2 - k_0^2)(2a^2 - 3(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2)) + 3a^2q^2\cos^2\vartheta]}, \\
C_1 = & \frac{q^2[3(7q^2 - 7k_0^2 + 32\psi_1^2)(q^2 - k_0^2) - 2a^2(q^2 + 2k_0^2) - 6a^2q^2\cos 2\vartheta]\sin 2\vartheta}{8k_0^2((q^2 - k_0^2)(2a^2 - 3(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2)) + 3a^2q^2\cos^2\vartheta)},
\end{aligned}$$



**Figura 20.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(2)}$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{(2)\text{iso}}(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $a/T$  como sigue  $a/T = 4.41$  (azul),  $12.2$  (rojo),  $86$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{w}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{w} = 1/2, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0,75, 0,941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathbf{w} = 3/2$ ,  $\psi_0 = 0,75$

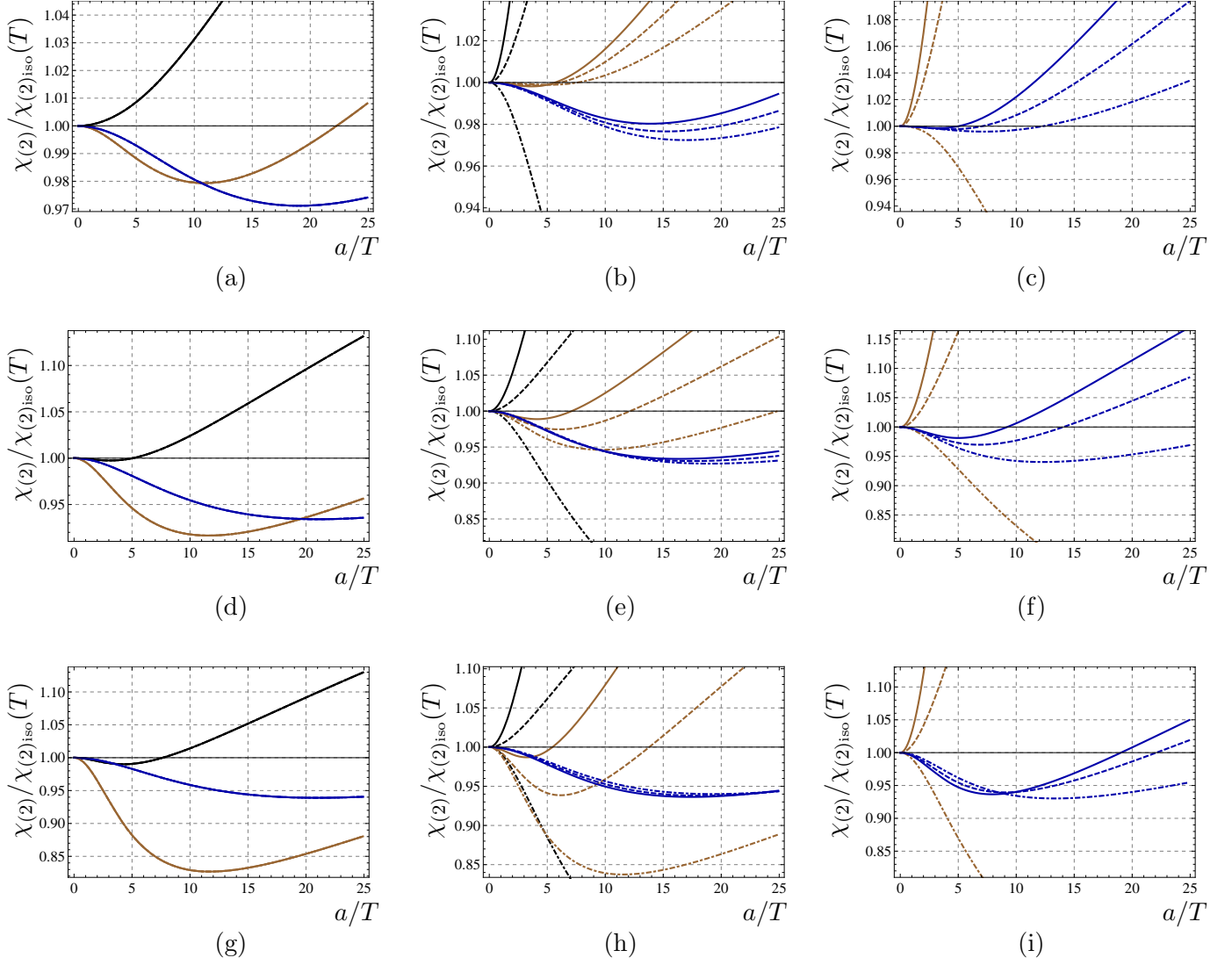
$$A_2 = \frac{2 \cos \vartheta [3(q^2 - 2k_0^2)(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2) - a^2(5q^2 - 4k_0^2) - q^2(5a^2 - 3(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2)) \cos 2\vartheta]}{k_0^2 [6(q^2 - k_0^2)(q^2 + 8\psi_1^2 - k_0^2) - a^2(7q^2 - 4k_0^2) - 3a^2q^2 \cos 2\vartheta]},$$

$$B_2 = -\frac{48q^2 \sin 2\vartheta}{k_0^2 [6(q^2 - k_0^2)(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2) - a^2(7q^2 - 4k_0^2) - 3a^2q^2 \cos 2\vartheta]},$$



**Figura 21.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(2)}$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{(2)\text{iso}}(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $\mathbf{q}$  como sigue  $\mathbf{q} = 0$  (morado),  $1/2$  (magenta),  $1$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{w}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{w} = 1/2, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0.75, 0.941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathbf{w} = 3/2$ ,  $\psi_0 = 0.75$

$$\begin{aligned}
 C_2 &= \frac{4q^2(5a^2 - 3(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2))\cos^2\vartheta \sin\vartheta}{k_0^2[6(q^2 - k_0^2)(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2) - a^2(7q^2 - 4k_0^2) - 3a^2q^2 \cos 2\vartheta]}, \\
 D_2 &= \frac{96(q^2 \sin^2\vartheta - k_0^2)}{k_0^2[6(q^2 - k_0^2)(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2) - a^2(7q^2 - 4k_0^2) - 3a^2q^2 \cos 2\vartheta]}.
 \end{aligned} \tag{5.28}$$



**Figura 22.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_{(2)}$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{(2)\text{iso}}(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $\mathbf{w}$  como sigue  $\mathbf{w} = 1/2$  (negro), 1 (café),  $3/2$  (azul). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{q}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{w} = 0, 1/2, 1$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0,75, 0,941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathbf{w} = 3/2$ ,  $\psi_0 = 0,75$

Las contribuciones de  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_3$  a las funciones de Green son reales, así que no entran en el cálculo de  $\chi_{(2)}$ . Definiendo

$$S_2 = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} \mathcal{L}_2,$$

podemos escribir

$$\begin{aligned}
\frac{\delta^2 S_2}{\delta E_x^{(0)2}} &= 2A_2 \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)}} + 2B_2 \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta E_x^{(0)}}, \\
\frac{\delta^2 S_2}{\delta E_z^{(0)2}} &= 2C_2 \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)}} + 2D_2 \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta}, \\
\frac{\delta^2 S_2}{\delta E_x^{(0)} \delta E_z^{(0)}} &= A_2 \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)}} + B_2 \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta E_z^{(0)}} + C_2 \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)}} + D_2 \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta E_x^{(0)}}.
\end{aligned} \tag{5.29}$$

Usando la expresión explícita para los coeficientes, uno puede mostrar que

$$\chi^{(2)} = 16 K_{D7} \operatorname{Im} \left( \cos \vartheta \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)}} + \frac{6a^2 q^2 \cos^2 \vartheta \sin \vartheta \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)}} + 48(q^2 - k_0^2) \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta E_z^{(0)}}}{6(q^2 - k_0^2)(q^2 - k_0^2 + 8\psi_1^2) - a^2(7q^2 - 4k_0^2) - 3a^2 q^2 \cos 2\vartheta} \right). \tag{5.30}$$

Cuando  $q = k_0$ , esta expresión se reduce a (4.21), la expresión usada para calcular la razón de producción de fotones.

Habiendo checado que no habrán contribuciones divergentes para los correladores, podemos proceder como en la sección 4.3, para hallar la manera en que  $E_x^{(2)}$  y  $E_z^{(4)}$  varían con respecto a  $E_x^{(0)}$  y  $E_z^{(0)}$ . Alternativamente, para calcular la derivada funcional  $\frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_i^{(0)} \delta E_j^{(0)}}$ , podemos comenzar escribiendo (4.13) y (4.14) de forma compacta como la ecuación matricial

$$\mathcal{M}^{-1} (\mathcal{M}\mathbf{E}')' + f(u)\mathbf{1} \cdot \mathbf{E} = 0, \tag{5.31}$$

donde

$$\mathcal{M} \equiv -\frac{M g^{uu}}{k_0^2 u^2 \bar{k}^2} \begin{pmatrix} (-g^{tt} k_0^2 - g^{zz} k_z^2) k_x^2 & g^{xx} g^{zz} k_x k_z \\ g^{xx} g^{zz} k_x k_z & (-g^{tt} k_0^2 - g^{xx} k_x^2) k_z^2 \end{pmatrix}, \quad f(u) \equiv \frac{u^2 \bar{k}^2}{g^{uu}}. \tag{5.32}$$

y  $\mathbf{E}$  está definido en (4.22). Usando esta misma matriz escribimos la acción de frontera (excluyendo la parte con  $A_y A'_y$ ) como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int d^4 x^\nu [\mathbf{E}^T \mathcal{M}\mathbf{E}']_{u=\epsilon}. \tag{5.33}$$

Nótese que si consideramos las dos soluciones linealmente independientes de (5.31),  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_2$  que utilizamos en la sección 4.3, y las acomodamos como columnas de la matriz  $2 \times 2$   $\mathcal{E} \equiv (\mathbf{E}_1 \ \mathbf{E}_2)$ , entonces, dado que (5.31) es lineal, podemos escribir la solución general (4.23) como

$$\mathbf{E}_{\text{sol}} = \mathcal{E} \begin{pmatrix} E_x^{(0)} \\ E_z^{(0)} \end{pmatrix}. \tag{5.34}$$

Usando (5.34) podemos escribir la acción de frontera (5.33) como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} \left[ (E_x^{(0)} \ E_z^{(0)}) \mathcal{M} \mathcal{E}' \begin{pmatrix} E_x^{(0)} \\ E_z^{(0)} \end{pmatrix} \right]_{u=\epsilon}, \quad (5.35)$$

donde se ha usado el hecho que  $\mathcal{E}$  se vuelve la matriz identidad en la frontera. De (5.35) vemos que la variación  $\frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_i^{(0)} \delta E_j^{(0)}}$ , y por lo tanto la función de Green  $G_{ij}^R$ , está dada por la componente  $ij$  de la matriz  $\mathcal{M} \mathcal{E}'$ . En el apéndice B veremos que esta manera de escribir la variación de la acción permite expresar la parte imaginaria del integrando en (5.35), que es todo lo que necesitamos para calcular las densidades espectrales, en términos de cantidades independientes de  $u$ . La evaluación podrá hacerse en el horizonte, donde las soluciones numéricas están bajo un mejor control.

Con estas bases sentadas, usamos estas expresiones para obtener numéricamente  $\chi_{(2)}$  para distintos valores de  $q$ ,  $\psi_H$  y  $\vartheta$ . Estos resultados son graficados en la Fig. 19, para la densidad espectral  $\chi_{(2)}$  como función de  $\mathfrak{w}$ , y en la Figura 20, como función de  $\mathfrak{q}$ . En las Figuras 21 y 21, graficamos  $\chi_{(2)}$  como función del parámetro de anisotropía  $a/T$ .

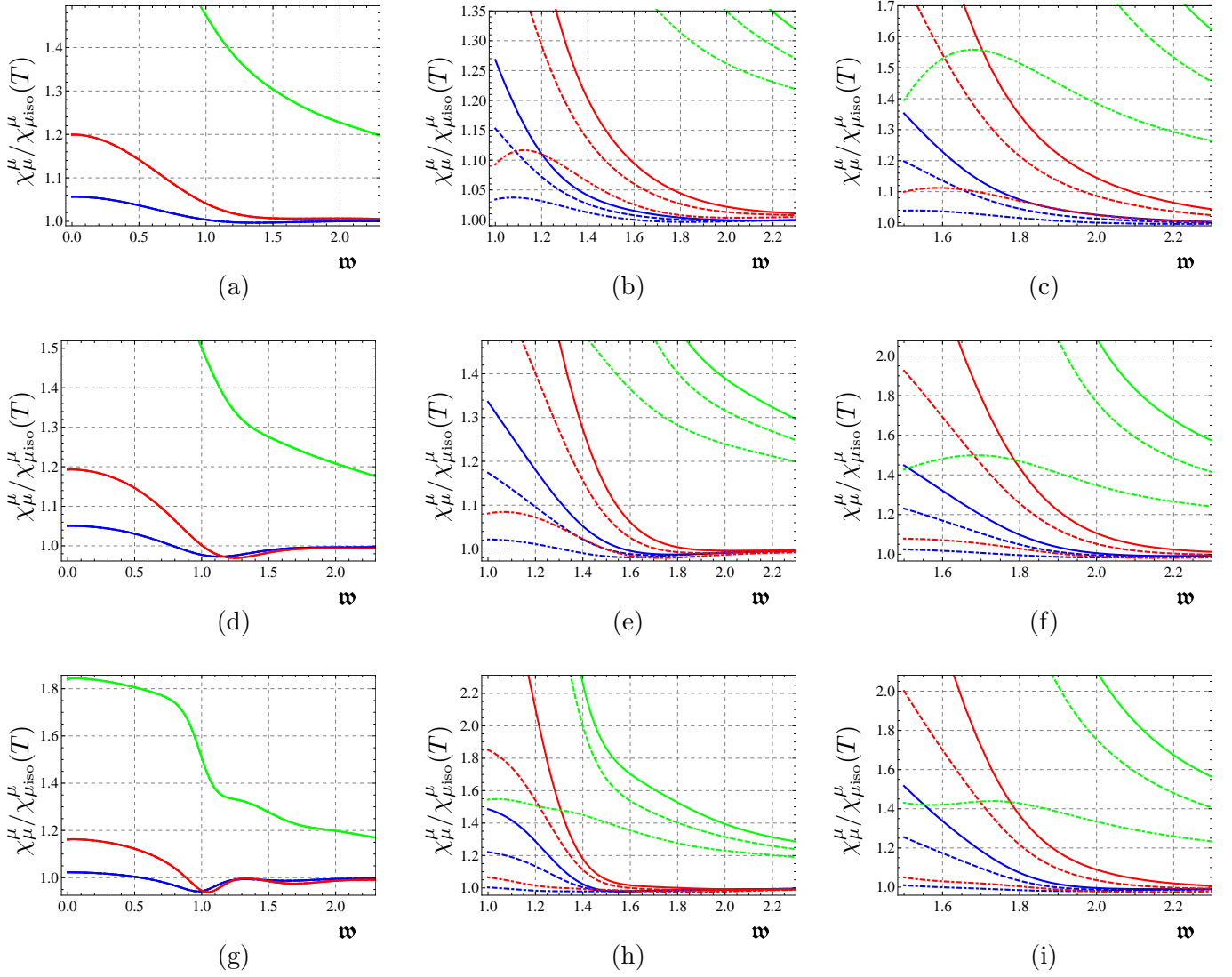
#### 5.4. Razón total de producción de dileptones

En la Figura 23, graficamos la traza de la densidad espectral  $\chi_\mu^\mu$  como función de  $\mathfrak{w}$ , normalizada con la correspondiente  $\chi_{\mu \text{ iso}}^\mu$  para un plasma isotrópico a la misma temperatura. La misma cantidad es graficada en la Figura 24, como función de  $\mathfrak{q}$ . En las Figuras 25 y 26, graficamos esta misma cantidad como función del parámetro de anisotropía  $a/T$ .

## 6. Discusión

En este trabajo estudiamos dos sondas fenomenológicas importantes de un plasma anisotrópico fuertemente acoplado, a saber, la producción de fotones y de dileptones en el medio. Para modelar el plasma con acoplamiento fuerte, hemos usado la solución de agujero negro anisotrópico encontrada en [41, 42]. Esta geometría es estática, regular dentro y sobre el horizonte, y asintóticamente  $AdS$ . El equilibrio anisotrópico se debe a un campo de axión en el bulto, correspondiente en la teoría de norma a una deformación marginalmente relevante de la acción para SYM con  $\mathcal{N} = 4$ . La inserción de D7-branas de sabor en este fondo nos ha permitido acoplar los campos adjuntos con  $\mathcal{N} = 4$  a campos en la representación fundamental, que hemos llamado “quarks”.

Primero, hemos completado el cálculo de la razón de producción de fotones iniciada en [35], donde el plasma de los campos adjuntos con  $\mathcal{N} = 4$  estaba acoplado a quarks sin masa. Aquí hemos permitido a estos campos tener masas no nulas, haciendo nuestro análisis más próximo a las condiciones reales alcanzadas en los experimentos en RHIC y LHC. Segundo,

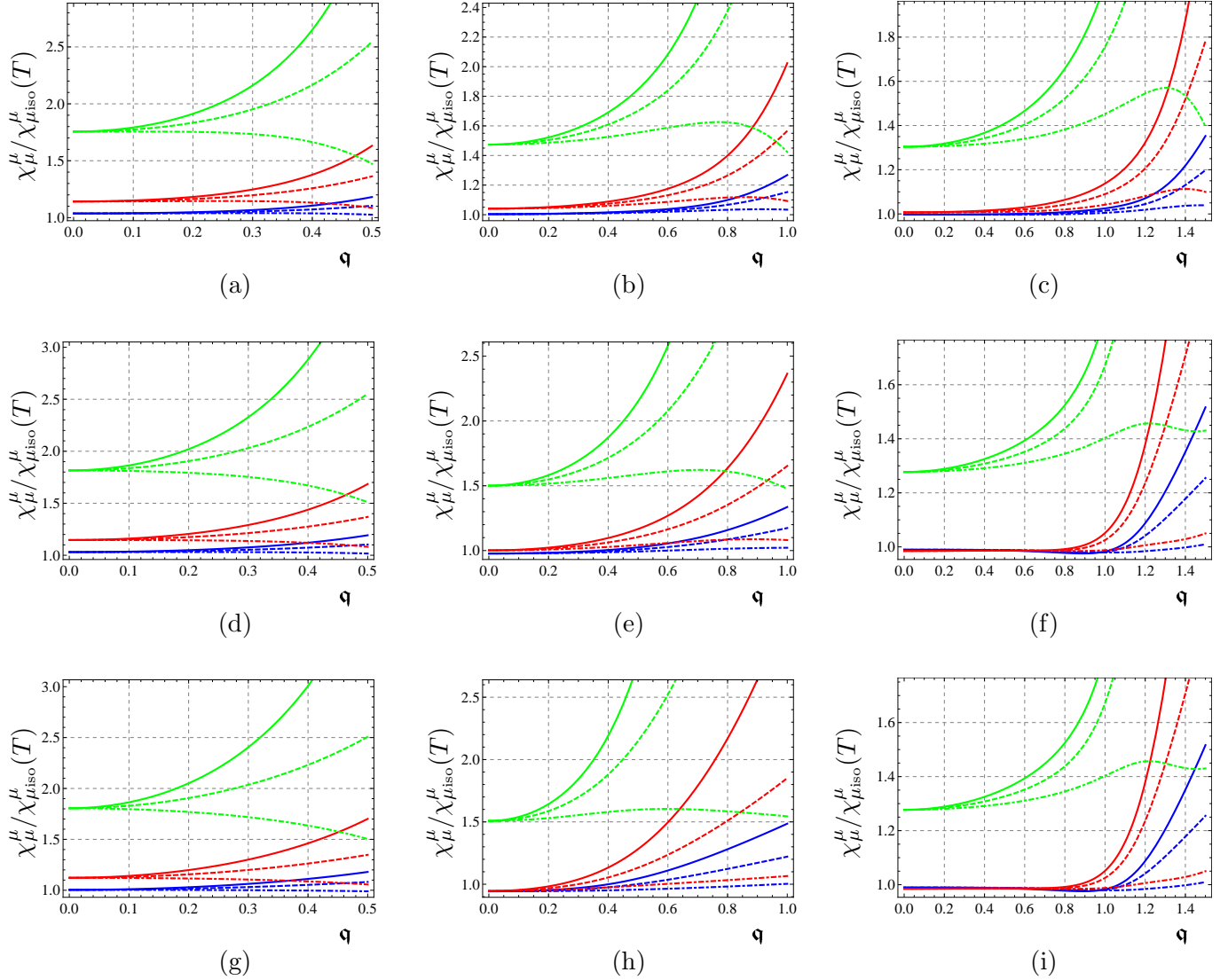


**Figura 23.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_\mu^\mu$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{\mu_{\text{iso}}}^\mu(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $a/T$  como sigue  $a/T = 4.41$  (azul),  $12.2$  (rojo),  $86$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{q}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{q} = 0, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0.75, 0.941$ . Así, por ejemplo, (h) corresponde a  $\mathbf{q} = 1, \psi_0 = 0.941$

hemos considerado la posibilidad de que el plasma emita estos campos fundamentales en pares, que con un ligero abuso de notación hemos llamado “dileptones”, y calculamos su razón de producción.

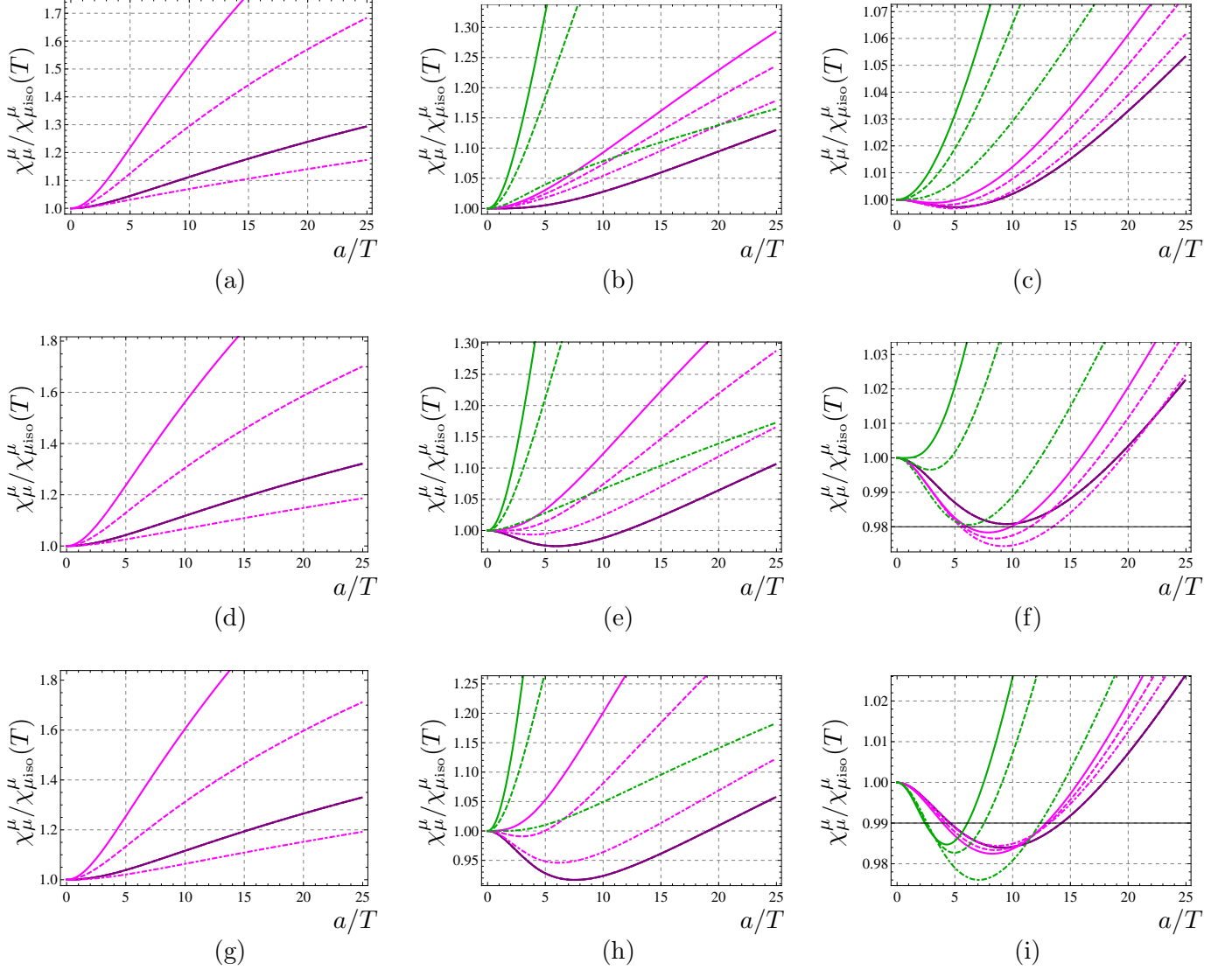
Los resultados principales de nuestro análisis pueden ser resumidos como sigue. En la





**Figura 24.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_\mu^\mu$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{\mu_{\text{iso}}}^\mu(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $a/T$  como sigue  $a/T = 4.41$  (azul),  $12.2$  (rojo),  $86$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{w}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{w} = 1/2, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0.75, 0.941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathbf{w} = 3/2$ ,  $\psi_0 = 0.75$

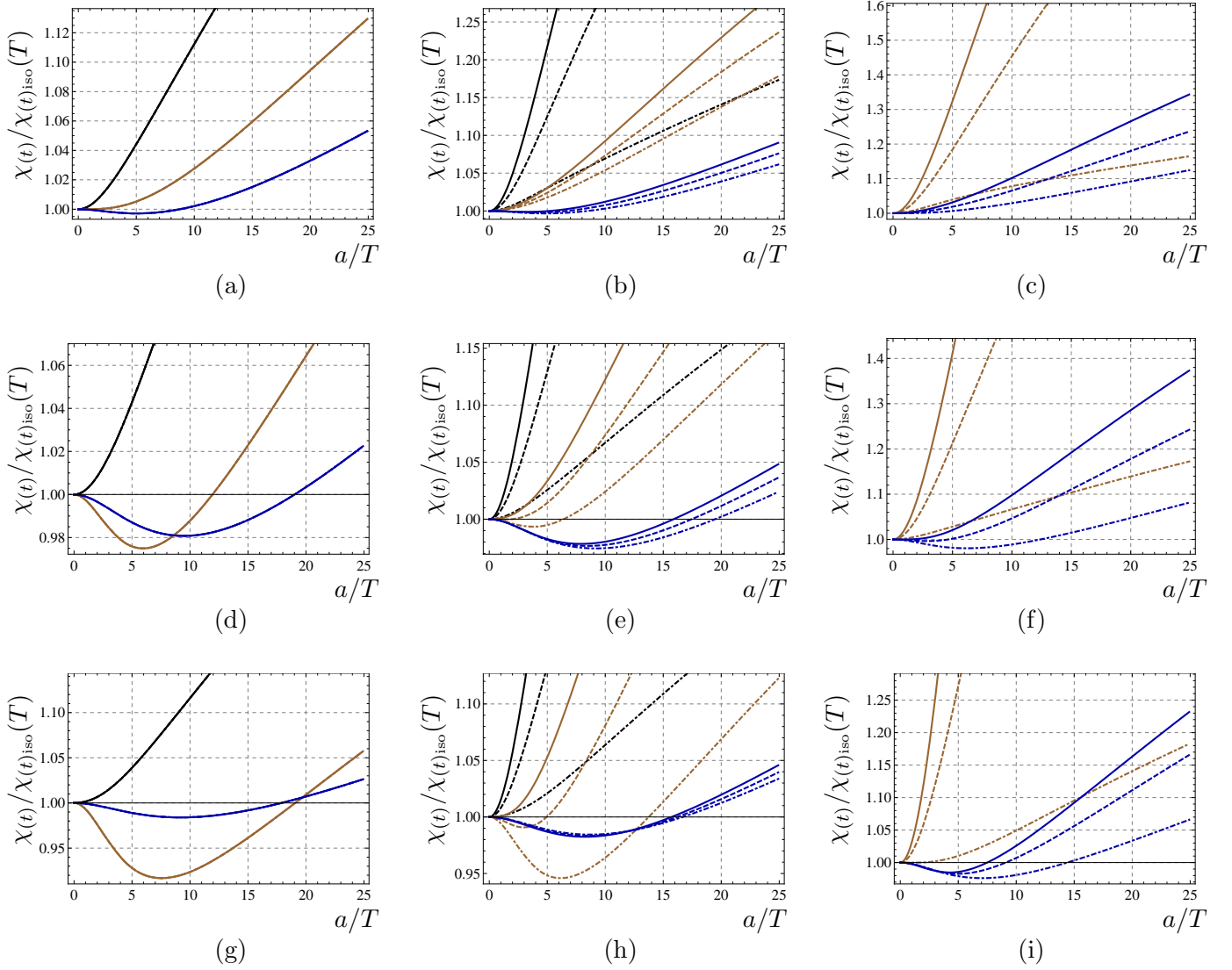
producción de fotones, hemos visto que, en general, un plasma anisotrópico brilla más intensamente que su contraparte isotrópica a la misma temperatura, tanto en el caso de campos fundamentales sin masa, como se vio en [35], como en el caso de campos fundamentales masivos. Más aún, incrementar la masa de estos campos resulta en un decremento en la razón de producción de fotones, y la conductividad DC del plasma, como podría anticiparse de manera



**Figura 25.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_\mu^\mu$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{\mu_{\text{iso}}}^\mu(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $\mathbf{q}$  como sigue  $\mathbf{q} = 0$  (morado),  $1/2$  (magenta),  $1$  (verde). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{w}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{w} = 1/2, 1, 3/2$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0,75, 0,941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathbf{w} = 3/2, \psi_0 = 0,75$

general. Esto sucede igualmente en el plasma isotrópico considerado en [21].

En cuanto a la producción de dileptones, el análisis es más complicado por la presencia de un parámetro extra, la magnitud de la parte espacial del momento,  $\mathbf{q}$ . Hemos estudiado entonces la razón total de producción de dileptones, normalizada respecto a un plasma isotrópico a



**Figura 26.** Gráficas de la densidad espectral  $\chi_\mu^\mu$  normalizada respecto al resultado isotrópico a temperatura fija  $\chi_{\mu\text{iso}}^\mu(T)$ . Curvas de distintos colores denotan distintos valores de  $\mathbf{w}$  como sigue  $\mathbf{w} = 1/2$  (negro), 1 (café),  $3/2$  (azul). Los ángulos son  $\vartheta = 0$  (sólido),  $\pi/4$  (discontinua),  $\pi/2$  (discontinua-punteada). Las columnas corresponden a valores distintos de  $\mathbf{q}$ : de izquierda a derecha es  $\mathbf{w} = 0, 1/2, 1$ . Las filas corresponden a distintos valores de la masa del quark: de arriba a abajo es  $\psi_0 = 0, 0,75, 0,941$ . Así, por ejemplo, (f) corresponde a  $\mathbf{w} = 3/2$ ,  $\psi_0 = 0,75$

la misma temperatura, primero como función de la frecuencia  $\mathbf{w}$  para valores fijos de  $\mathbf{q}$  (véase Figura 23), y luego como función de  $\mathbf{q}$  para valores fijos de  $\mathbf{w}$  (véase Figura 24). Para valores fijos de  $\mathbf{q}$ , hemos visto que la razón anisotrópica es más alta que la contraparte isotrópica a frecuencias bajas (mientras más grande es la anisotropía, más grande es la desviación) y tiende al resultado isotrópico a frecuencias grandes. Más aún, la producción para momentos

a lo largo de la dirección anisotrópica  $z$  es siempre más grande que cuando los momentos están contenidos en el plano transversal  $xy$ . Aumentar la masa del quark y/o  $\mathfrak{q}$  aumenta la desviación respecto al correspondiente resultado isotrópico. Para valores fijos de  $\mathfrak{w}$ , hemos hallado que para momento espacial pequeño la razón de producción no depende de la masa del quark, ni del ángulo, sino solamente de la anisotropía y de  $\mathfrak{w}$ . La producción a lo largo de la dirección anisotrópica es siempre una función creciente en  $\mathfrak{q}$  (en el régimen de los valores que hemos explorado), mientras que la producción a lo largo del plano transversal puede ser creciente o decreciente, según el valor de  $\mathfrak{w}$ .

La dependencia de la razón de producción de dileptones en el grado de anisotropía está detallada en las Figuras 25 y 26. Hallamos que en general la razón anisotrópica es mayor que la isotrópica, pero si la masa del quark y  $\mathfrak{w}$  son lo suficientemente grandes hay un rango de anisotropías en que puede ser más pequeño.

Aunque hemos usado una fuente muy específica de anisotropía, a saber, un axi3n no trivial, esperamos que nuestros resultados sean bastante generales. Observamos que de hecho, las ecuaciones de movimiento para los campos de norma (3.48)-(3.51) dependen únicamente de la métrica y del dilatón. Esto significa que cualquier fuente de anisotropía que de origen a un dilatón y métrica similares (y sin campo de Kalb-Ramond) producirá resultados cualitativamente similares para las razones de producción de fotones y dileptones. Sería interesante, sin embargo, calcular estas cantidades en tantos fondos anisotrópicos como sea posible, incluyendo, por ejemplo el de [39, 40], para entender qué características son realmente independientes de modelo y por lo tanto tienen mayor probabilidad de ser observadas en el QGP del mundo real.

Una cosa que queda abierta es determinar cuál es el valor máximo de  $\psi_H$  que resulta en un encaje estable de las D7-branas de sabor. Para responder esta pregunta uno necesita realizar un análisis cuidadoso de la transición de fase entre los encajes de las branas de agujero negro y de Minkowski [48]. Esto requiere comparar la energía libre del sistema en dos fases. Para hacerlo, uno necesitaría realizar partiendo de cero el proceso de renormalización que se lleva a cabo en [65] para la gravedad de axi3n-dilatón, esta vez incluyendo también la acción DBI para las branas. En principio, los límites UV ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) y de branas de prueba ( $N_f/N_c \rightarrow 0$ ) no conmutan. Esto es pues el dilatón de [41, 42] se anula en la frontera, y la introducción de D7-branas adicionales es fuente de un dilatón que “explota” antes de llegar a la frontera; véase por ejemplo [66]. Esto significa que sin importar cuán pequeño sea  $N_f/N_c$ , eventualmente sobrepasa a lo asintótico y uno no puede simplemente intentar renormalizar la acción de la D7-brana en el fondo anisotrópico fijo (como se hace evidente en el hecho de que parecen no haber suficientes contratérminos para cancelar todas las divergencias).

## Agradecimientos

Agradezco a Leonardo Patiño, por su dirección para realizar esta tesis. A Diego Trancanelli y Viktor Jahnke por todo el trabajo en colaboración nuestra. A Alberto Guijosa por numerosas enseñanzas en temas de correspondencia. A Rodolfo Martínez, miembro de mi comité tutor. A Myriam Mondragón, Román Linares, José Antonio García Zenteno y a Mariano Chernicoff quienes integran el comité sinodal en la defensa de esta tesis. A Manuel de la Cruz, Patricia Ortega, Gustavo Arciniega y Francisco Nettel por discusiones útiles. A CONACyT, por financiamiento a través del programa de becas para estudiantes de posgrado. Y a Luis Adrián Luna Silva y Raquel Godoy Esquivel, por todo su financiamiento y apoyo.

### A. Correladores en espacio de Minkowski en AdS/CFT

La receta principal de la correspondencia anti-de Sitter/teoría de campo conforme (AdS/CFT por sus siglas en inglés) [9], que nos permite calcular los correladores en la CFT en la frontera, fue originalmente formulada para signatura euclídeana [10, 11], y ha sido usada exitosamente desde entonces. Trabajar en signatura euclídeana es una práctica común, que suele no llevar a restricciones pues los resultados obtenidos pueden ser extendidos por continuación analítica al espacio de Minkowski. En varios casos, sin embargo, resulta indispensable extraer resultados directamente de la AdS/CFT en signatura Lorentziana. Muchas propiedades importantes de las teorías de norma a temperaturas y densidades finitas solo pueden ser obtenidas de las funciones de Green en tiempo real. En principio, podría intentarse evitar la formulación de la AdS/CFT en el espacio de Minkowski trabajando en la signatura euclídeana y utilizando propiedades analíticas de las funciones de Green para encontrar propagadores en tiempo real, pero en la práctica esto no es útil pues la continuación analítica sólo es posible cuando se conocen los correladores euclídeanos para todas las frecuencias de Matsubara. Como los cálculos de gravedad suelen involucrar aproximaciones, tener expresiones exactas para todos los modos de Matsubara suele estar fuera de alcance.

#### A.1. Correladores térmicos de Minkowski

Considere una teoría cuántica de campos a temperatura finita. Sea  $\hat{\mathcal{O}}$  un operador local arbitrario, que asumimos bosónico. En el espacio de Minkowski, el correlador retardado de  $\hat{\mathcal{O}}$  está definido por:

$$G^R(k) = -i \int d^4x e^{-ik \cdot x} \Theta(t) \langle [\hat{\mathcal{O}}(x), \hat{\mathcal{O}}(0)] \rangle, \quad (\text{A.1})$$

(usamos la convención de la métrica  $-+++$ , y  $t \equiv x^0$ ). En el espacio de Minkowski, existen otras funciones de Green térmicas que pueden ser de interés, como el correlador adelantado  $G^A(k)$ , la función de Wightman simetrizada  $G(k)$  y el propagador de Feynman  $G^F(k)$ . Sin

embargo, si  $G^R(k)$  es conocido, los demás correladores pueden calcularse fácilmente de éste. Por ello nos enfocamos en él.

## A.2. Receta para AdS/CFT en Minkowski

### A.2.1. Dificultades con AdS/CFT en Minkowski

Recordemos primero la formulación de la correspondencia AdS/CFT en espacio Euclideo. En la correspondencia AdS/CFT, la teoría cuántica de campo cuatro-dimensional vive en la frontera del espacio AdS. Suponga que un campo del bulto  $\phi$  está acoplado a un operador  $\hat{\mathcal{O}}$  en la frontera de manera que el lagrangiano de interacción es  $\phi\hat{\mathcal{O}}$ . En este caso, la correspondencia AdS/CFT está enunciada formalmente como la igualdad

$$\left\langle e^{\int_{\partial M} \phi_0 \hat{\mathcal{O}}} \right\rangle = e^{-S_{cl}[\phi]}, \quad (\text{A.2})$$

donde el lado izquierdo es la funcional generadora para correladores de  $\hat{\mathcal{O}}$  en la teoría de campo en la frontera (i.e., SYM con  $\mathcal{N} = 4$  y grupo de norma  $SU(N_c)$  con  $N_c$  grande y acoplamiento de 't Hooft grande), y el exponente del lado derecho es la acción de la solución clásica a la ecuación de movimiento de  $\phi$  en el bulto con la condición de frontera  $\phi|_{u=0} = \phi_0$ .

Uno puede intentar escribir formalmente la versión en espacio de Minkowski de la AdS/CFT como la equivalencia

$$\left\langle e^{i \int_{\partial M} \phi_0 \hat{\mathcal{O}}} \right\rangle = e^{iS_{cl}[\phi]}. \quad (\text{A.3})$$

Sin embargo, inmediatamente surge un problema. En la versión euclideana, la solución clásica  $\phi$  está determinada unívocamente por su valor  $\phi_0$  en la frontera  $u = 0$  y el requerimiento de regularidad en el horizonte  $u = u_H$ . Correspondientemente, el correlador Euclideano obtenido usando la correspondencia es único. En contraste, en el espacio de Minkowski, el requerimiento de regularidad en el horizonte es insuficiente; para seleccionar una solución se necesita una condición de frontera más refinada. Una condición de frontera que surge de la física del sistema es la de onda entrante, en la que las ondas sólo pueden viajar a la región dentro del horizonte de las branas negras, pero no pueden ser emitidas desde ella. Podemos sospechar que esta condición de frontera corresponde a la función de Green retardada. Sin embargo, aún después de imponer la condición de onda entrante la ecuación (A.3) sigue sin funcionar.

Para ver dónde yace el problema, comenzamos por escribir la parte de AdS de la métrica como

$$ds^2 = g_{uu} du^2 + g_{\mu\nu}(u) dx^\mu dx^\nu. \quad (\text{A.4})$$

Consideremos fluctuaciones de un escalar en este fondo. La acción del escalar será

$$S = K \int d^4x \int_{u_B}^{u_H} du \sqrt{-g} [g^{uu} (\partial_u \phi)^2 + g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + m^2 \phi^2], \quad (\text{A.5})$$

donde  $K$  es una constante de normalización y  $m$  es la masa del escalar. Los límites de integración en  $u$  son la frontera  $u_{\text{B}}$  y el horizonte  $u_{\text{H}}$ . La ecuación linealizada para  $\phi$ ,

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_u(\sqrt{-g}g^{uu}\partial_u\phi) + g^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\phi - m^2\phi = 0 \quad (\text{A.6})$$

debe ser resuelta con condición de frontera fija en  $u_{\text{B}}$ . La solución es

$$\phi(u, x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ik \cdot x} f_k(u) \phi_0(k), \quad (\text{A.7})$$

donde  $\phi_0(k)$  está determinada por la condición de frontera,

$$\phi(u_{\text{B}}, x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ik \cdot x} \phi_0(k), \quad (\text{A.8})$$

y  $f_k(u)$  es la solución a la ecuación de modos

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_u(\sqrt{-g}g^{uu}\partial_u f_k) - (g^{\mu\nu}k_\mu k_\nu + m^2)f_k = 0, \quad (\text{A.9})$$

con valor unitario en la frontera  $f_k(u_{\text{B}}) = 1$  y que satisface la condición de frontera de onda entrante en  $u = u_{\text{H}}$ . La acción en la capa de masa (i.e. para soluciones clásicas) se reduce a los términos de superficie

$$S = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \phi_0(-k) \mathcal{F}(k, u) \phi_0(k) \Big|_{u=u_{\text{B}}}^{u=u_{\text{H}}}, \quad (\text{A.10})$$

donde

$$\mathcal{F}(k, u) = K \sqrt{-g} g^{uu} f_{-k}(u) \partial_u f_k(u). \quad (\text{A.11})$$

Ahora, si tratamos de hacer la identificación (A.3), la función de Green puede ser obtenida tomando la segunda derivada de la acción clásica respecto a los valores de  $\phi$  en la frontera. De la ecuación (A.10), esta función de Green es

$$G(k) = -\mathcal{F}(k, u) \Big|_{u=u_{\text{B}}}^{u=u_{\text{H}}} - \mathcal{F}(-k, u) \Big|_{u=u_{\text{B}}}^{u=u_{\text{H}}}. \quad (\text{A.12})$$

Uno puede ver, sin embargo, que esta cantidad es completamente real, y por lo tanto no puede ser un candidato a la función de Green retardada, que es en general una función compleja. De hecho, notando que  $f_k^*(u) = f_{-k}(u)$  (esto es porque  $f_k^*(u)$  es solución de (A.9) y satisface la condición de onda entrante), uno ve que la parte imaginaria de  $\mathcal{F}(k, u)$  es proporcional al flujo conservado

$$\text{Im}\mathcal{F}(k, u) = \frac{K}{2i} \sqrt{-g} g^{uu} [f_k^* \partial_u f_k - f_k \partial_u f_k^*], \quad (\text{A.13})$$

y por lo tanto,  $\text{Im}\mathcal{F}(k, u)$  es independiente de la coordenada radial, es decir,  $\partial_u \text{Im}\mathcal{F} = 0$ . Por esto, en cada término del lado derecho de (A.12), la parte imaginaria en el horizonte

$u = u_H$  cancela completamente a la parte imaginaria en el horizonte  $u = u_B$ . Debemos aclarar una situación con el término de frontera en el horizonte. Es comúnmente pensado que este término oscila, y por lo tanto se promedia a cero. Sin embargo, este no es el caso si se mantiene consistentemente la condición de onda entrante. Podemos intentar evadir este problema desechando la contribución del horizonte, conservando únicamente los términos en la frontera. Sin embargo, ahora las partes imaginarias de los dos términos en (A.12) se cancelan mutuamente: de la realidad de la ecuación de campo uno puede mostrar  $\mathcal{F}(-k, u) = \mathcal{F}^*(k, u)$ . Por lo tanto, la  $G(k)$  resultante sigue siendo real. Parece que derivando la acción clásica, uno no puede obtener la función de Green retardada, que es en general, compleja.

### A.2.2. La receta para Minkowski

Circundaremos las dificultades mencionadas arriba haciendo la siguiente conjetura

$$G^R(k) = -2\mathcal{F}(k, u)|_{u_B}, \quad (\text{A.14})$$

que parece natural, pero por las razones explicadas arriba, no se sigue estrictamente de una identidad del tipo (A.3). La justificación para (A.14) es que funciona en todos los casos en que es posible verificarla. La receta para calcular las funciones de Green retardadas es formulada como sigue:

1. Hallar una solución a la ecuación de modos (A.9) con las siguientes propiedades:
  - La solución es igual a 1 en la frontera  $u = u_B$
  - Para momentos tipo tiempo, la solución tiene una expresión asintótica correspondiente a la onda entrante en el horizonte. Para momentos tipo espacio, la solución es regular en el horizonte.
2. La función retardada de Green está entonces dada por  $G = -2\mathcal{F}_{\partial M}$ , donde  $\mathcal{F}$  está dada por (A.11). Solo debe ser tomada la contribución de la frontera. Los términos de superficie procedentes del horizonte, o más precisamente de la parte infrarroja de la geometría del fondo (correspondientes a la “posición de las branas”) deben desecharse. Esta parte de la métrica influye en el correlador sólo mediante las condiciones de frontera impuestas al campo en el bulto  $\phi$ . Como la parte imaginaria de  $\mathcal{F}(k, u)$  es independiente de la coordenada radial,  $\text{Im } G^R$  puede calcularse evaluando  $\text{Im } \mathcal{F}(k, u)$  en cualquier valor conveniente de  $u$ . En particular, puede ser calculado en el horizonte.

### A.2.3. La receta aplicada a nuestro problema

Una manera de resumir los puntos anteriores es como sigue:



i) De la acción clásica para  $\phi$ , extraer la función  $B(u)$  que queda frente a  $(\partial_u \phi)^2$  en el término cinético,

$$S_{cl} = \frac{1}{2} \int du d^4x B(u) (\partial_u \phi)^2 + \dots \quad (\text{A.15})$$

ii) Especificar la condición de frontera de onda entrante para todas las componentes de Fourier  $\phi_q$  con  $q$  tipo tiempo.

iii) La función de Green térmica retardada es

$$G^R(k) = B(u) f_k^*(u) \partial f_k(u) |_{u \rightarrow 0}. \quad (\text{A.16})$$

Donde hemos usado  $f_{-k} = f_k^*(u)$ , consecuencia de imponer la condición de onda entrante.

En nuestro caso, deseamos calcular las funciones de Green térmicas para las corrientes electromagnéticas  $G_{ij}^R \sim \langle J_i^{\text{EM}}, J_j^{\text{EM}} \rangle$ . Ilustramos aquí el caso  $G_{yy}^R$ , por estar estos modos desacoplados de los demás.

$$S_{cl} = -2K_{\text{D7}} \int dt d\vec{x} [Mg^{uu} (g^{yy} A_y'^2 + \dots)] |_{u \rightarrow 0}, \quad (\text{A.17})$$

Claramente tendremos

$$B(u) = -4K_{\text{D7}} Q(u), \quad (\text{A.18})$$

donde  $Q(u) \equiv Mg^{uu} g^{yy}$ . Con esto, la función de Green térmica retardada estará dada por

$$G_{yy}^R = -4K_{\text{D7}} Q(u) \frac{A_y^*(k, u) \partial_u A_y(k, u)}{|A_y(k, 0)| |A_y(k, 0)|} \Big|_{u \rightarrow 0}. \quad (\text{A.19})$$

Los términos  $|A_y(k, 0)|$  garantizan que los modos de Fourier que tomamos están normalizados para ser unitarios en la frontera. Finalmente, podemos escribirlo en la forma

$$G_{yy}^R = -\frac{4K_{\text{D7}}}{|A_y(k, 0)|^2} \lim_{u \rightarrow 0} Q(u) A_y^*(k, u) A_y'(k, u), \quad (\text{A.20})$$

que es la que aparece en el texto.

## B. Soluciones para $\mathbf{E}_1$ y $\mathbf{E}_2$

En este apéndice describimos cómo construir las dos soluciones lineales independientes que usamos en la subsección (5.3).

Cuando resolvemos la ecuación de movimiento para (4.22) cerca del horizonte, proponemos que los campos  $E_i$  se comportan como

$$E_i(u) = (u_{\text{H}} - u)^\nu e_i(u), \quad i = x, z, \quad (\text{B.1})$$

donde  $e_i(u)$  es alguna función regular en  $u_H$ . Obtenemos que el exponente  $\nu$  para ambas componentes de este vector es el mismo que para el modo  $A_y$ , a saber  $\nu = \pm i\omega/2$ . Tras imponer la condición de onda entrante (escogiendo el signo negativo para  $\nu$ ), el resto de la serie de potencias está determinado linealmente por el valor de  $\mathbf{E}$  en el horizonte  $\mathbf{E}_H$ . Integrando desde el horizonte usando cualquier elección de tal vector  $\mathbf{E}_H$  equivale a elegir una solución particular de la ecuación de movimiento (5.31), que es lineal. La solución general puede ser escrita entonces como combinación lineal de cualquiera dos soluciones linealmente independientes  $\mathbf{E}_a = (E_{x,a}, E_{z,a})^T$  y  $\mathbf{E}_b = (E_{x,b}, E_{z,b})^T$ . Usando cualquiera dos soluciones  $\mathbf{E}_a$  y  $\mathbf{E}_b$  podemos construir la matriz  $\mathcal{E}$  mencionada anteriormente:

$$\mathcal{E} \equiv (\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2) = (\mathbf{E}_a \mathbf{E}_b) \mathcal{I}, \quad (\text{B.2})$$

donde la matriz  $\mathcal{I}$  está dada por

$$\mathcal{I} = (\mathbf{E}_a \mathbf{E}_b)|_{\text{bdry}}^{-1}. \quad (\text{B.3})$$

Esto vuelve a  $\mathcal{E}$  una matriz cuyas columnas son soluciones a (5.31) y satisfacen la propiedad deseada

$$\mathcal{E}|_{\text{bdry}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

Usando (B.2) y (4.23) podemos escribir

$$\mathbf{E}_{\text{sol}} = (\mathbf{E}_a \mathbf{E}_b) \mathcal{I} \begin{pmatrix} E_x^{(0)} \\ E_z^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{E}'_{\text{sol}} = (\mathbf{E}'_a \mathbf{E}'_b) \mathcal{I} \begin{pmatrix} E_x^{(0)} \\ E_z^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.6})$$

y utilizarlo para escribir la acción de frontera (5.33), como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int d^4x^\nu \left[ (E_x^{(0)}, E_z^{(0)}) \mathcal{M}(\mathbf{E}'_a \mathbf{E}'_b) \mathcal{I} \begin{pmatrix} E_x^{(0)} \\ E_z^{(0)} \end{pmatrix} \right]_{u=\epsilon}, \quad (\text{B.7})$$

donde usamos (B.4). Si definimos la matriz

$$\mathcal{C} = \mathcal{M}(\mathbf{E}'_a \mathbf{E}'_b)|_{\text{Bdry}} \mathcal{I}, \quad (\text{B.8})$$

podemos ver que

$$\frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_x^{(0)2}} = -2K_{D7} \cdot 2\mathcal{C}^{xx}, \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_z^{(0)2}} = -2K_{D7} \cdot 2\mathcal{C}^{zz}, \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\delta^2 S_\epsilon}{\delta E_z^{(0)} \delta E_x^{(0)}} = -2K_{D7} \cdot (\mathcal{C}^{zx} + \mathcal{C}^{xz}). \quad (\text{B.11})$$

Utilizando la tecnología desarrollada en [62], veremos ahora como obtener las partes imaginarias de las componentes de  $\mathcal{C}$ , en términos de cantidades que pueden ser calculadas en el horizonte, de manera que toda la información de la frontera esté codificada exclusivamente en  $\mathcal{I}$ . En lo subsecuente, usaremos que la matriz  $\tilde{\mathcal{C}} \equiv (\mathcal{E}^\dagger \mathcal{M} \mathcal{E}' - \mathcal{E}^{\dagger'} \mathcal{M} \mathcal{E})$  es independiente de la coordenada  $u$ . Para probar esto, comenzamos por multiplicar (5.31) por  $\mathcal{M}$  por la izquierda, obteniendo

$$(\mathcal{M} \mathbf{E}')' + f(u) \mathcal{M} \mathbf{E} = 0, \quad (\text{B.12})$$

lo que implica que la ecuación

$$(\mathcal{M} \mathcal{E}')' + f(u) \mathcal{M} \mathcal{E} = 0 \quad (\text{B.13})$$

sigue siendo válida para la matriz  $\mathcal{E}$ .

Si multiplicamos (B.13) por la izquierda por  $\mathcal{E}^\dagger$ , y la restamos del complejo conjugado de (B.13) multiplicado por la derecha por  $\mathcal{E}$ , el resultado es

$$\mathcal{E}^\dagger (\mathcal{M} \mathcal{E}')' - (\mathcal{E}^{\dagger'} \mathcal{M})' \mathcal{E} = 0. \quad (\text{B.14})$$

Como

$$\mathcal{E}^\dagger (\mathcal{M} \mathcal{E}')' - (\mathcal{E}^{\dagger'} \mathcal{M})' \mathcal{E} = (\mathcal{E}^\dagger \mathcal{M} \mathcal{E}' - \mathcal{E}^{\dagger'} \mathcal{M} \mathcal{E})', \quad (\text{B.15})$$

la ecuación (B.14) prueba que la matriz  $\tilde{\mathcal{C}} \equiv (\mathcal{E}^\dagger \mathcal{M} \mathcal{E}' - \mathcal{E}^{\dagger'} \mathcal{M} \mathcal{E})$  es independiente de  $u$ .

La utilidad de la matriz  $\tilde{\mathcal{C}}$  y su independencia de  $u$  es manifiesta notando que, dado que  $\mathcal{E}$  se reduce a la matriz identidad en la frontera,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{C}} &= (\mathcal{E}^\dagger \mathcal{M} \mathcal{E}' - \mathcal{E}^{\dagger'} \mathcal{M} \mathcal{E})|_{\text{H}} = (\mathcal{E}^\dagger \mathcal{M} \mathcal{E}' - \mathcal{E}^{\dagger'} \mathcal{M} \mathcal{E})|_{\text{bdry}} \\ &= (\mathcal{M} \mathcal{E}' - \mathcal{E}^{\dagger'} \mathcal{M})|_{\text{bdry}} \\ &= \mathcal{C} - \mathcal{C}^\dagger. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Con (B.16), tenemos

$$\tilde{\mathcal{C}}^{xx} = 2i \text{Im} \mathcal{C}^{xx} \quad (\text{B.17})$$

$$\tilde{\mathcal{C}}^{zz} = 2i \text{Im} \mathcal{C}^{zz} \quad (\text{B.18})$$

$$\tilde{\mathcal{C}}^{xz} + \tilde{\mathcal{C}}^{zx} = 2i \text{Im} (\mathcal{C}^{xz} + \mathcal{C}^{zx}), \quad (\text{B.19})$$

con lo que conseguimos el resultado deseado de escribir las partes imaginarias de correladores los correladores entérminos de  $\mathcal{M}$  y  $\mathcal{E}$  evaluado en el horizonte, dejando sólo a  $\mathcal{I}$  (que forma parte de la definición de  $\mathcal{E}$ ) evaluada en la frontera.

Para obtener una expresión para  $\chi_{(2)}$ , insertamos (B.9-B.11) en (5.11), y usando (B.17-B.19), escribimos

$$\chi_{(2)} = 4iK_{D7} \left( (k_0^2 - q^2 \sin^2 \theta) \tilde{\mathcal{C}}^{xx} + (k_0^2 - q^2 \cos^2 \theta) \tilde{\mathcal{C}}^{zz} - 2q^2 \cos \theta \sin \theta (\tilde{\mathcal{C}}^{xz} + \tilde{\mathcal{C}}^{zx}) \right) \quad (\text{B.20})$$

Usando la definición  $\tilde{\mathcal{N}} = \frac{1}{4} N_c N_f T^2$ , podemos escribir

$$\frac{\chi_{(2)}}{8\tilde{\mathcal{N}}_{D7}\mathfrak{v}} = -\frac{1}{4\pi T k_0 i} \left( (k_0^2 - q^2 \sin^2 \vartheta) \tilde{\mathcal{C}}^{xx} + (k_0^2 - q^2 \cos^2 \vartheta) \tilde{\mathcal{C}}^{zz} - 2q^2 \cos \vartheta \sin \theta (\tilde{\mathcal{C}}^{xz} + \tilde{\mathcal{C}}^{zx}) \right) \quad (\text{B.21})$$

## Referencias

- [1] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], “Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions,” Nucl. Phys. A **757**, 102 (2005) [arXiv:nucl-ex/0501009].
- [2] K. Adcox *et al.* [PHENIX Collaboration], “Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration,” Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005) [arXiv:nucl-ex/0410003].
- [3] Proceedings of Quark Matter 2011: J. Phys. GG **38**, number 12 (December 2011).
- [4] F. Arleo, P. Aurenche, F. W. Bopp, I. Dadić, G. David, H. Delagrange, D. G. d’Enterria and K. J. Eskola *et al.*, “Hard probes in heavy-ion collisions at the LHC: Photon physics in heavy ion collisions at the LHC,” hep-ph/0311131
- [5] P. Stankus, “Direct photon production in relativistic heavy-ion collisions,” Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **55**, 517 (2005).
- [6] P. B. Arnold, G. D. Moore and L. G. Yaffe, “Photon emission from quark and gluon plasma: Complete leading order results,” JHEP **0112**, 009 (2001) [hep-ph/0111107]
- [7] E. Shuryak, “Why does the quark gluon plasma at RHIC behave as a nearly ideal fluid?,” Prog. Part. Nucl. Phys. **53**, 273 (2004) [arXiv:hep-ph/0312227].
- [8] E. V. Shuryak, “What RHIC experiments and theory tell us about properties of quark-gluon plasma?,” Nucl. Phys. A **750**, 64 (2005) [arXiv:hep-ph/0405066].
- [9] J. M. Maldacena, “The Large N limit of superconformal field theories and supergravity,” Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 231-252 (1998) [hep-th/9711200].
- [10] S. S. Gubser, I. R. Klebanov, A. M. Polyakov, “Gauge theory correlators from noncritical string theory,” Phys. Lett. **B428**, 105-114 (1998) [hep-th/9802109].
- [11] E. Witten, “Anti-de Sitter space and holography,” Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 253-291 (1998) [hep-th/9802150].
- [12] P. Kovtun, D. T. Son and A. O. Starinets, “Viscosity in strongly interacting quantum field theories from black hole physics,” Phys. Rev. Lett. **94**, 111601 (2005) [hep-th/0405231].

- [13] C. P. Herzog, “The hydrodynamics of M-theory,” JHEP **0212**, 026 (2002) [arXiv:hep-th/0210126];  
A. Buchel, “ $N=2^*$  hydrodynamics,” Nucl. Phys. B **708**, 451 (2005) [arXiv:hep-th/0406200];  
P. Benincasa and A. Buchel, “Hydrodynamics of Sakai-Sugimoto model in the quenched approximation,” Phys. Lett. B **640**, 108 (2006) [arXiv:hep-th/0605076];  
K. Landsteiner and J. Mas, “The shear viscosity of the non-commutative plasma,” JHEP **0707**, 088 (2007) [ar-xiv:0706.0411 [hep-th]].
- [14] J. Mas, “Shear viscosity from R-charged AdS black holes,” JHEP **0603**, 016 (2006) [arXiv:hep-th/0601144];  
D. T. Son and A. O. Starinets, “Hydrodynamics of R-charged black holes,” JHEP **0603**, 052 (2006) [arXiv:hep-th/0601157];  
O. Saremi, “The viscosity bound conjecture and hydrodynamics of M2-brane theory at finite chemical potential,” JHEP **0610**, 083 (2006) [arXiv:hep-th/0601159];  
K. Maeda, M. Natsuume and t. Okamura, “Viscosity of gauge theory plasma with a chemical potential from AdS/CFT,” Phys. Rev. D **73**, 066013 (2006) [arXiv:hep-th/0602010];  
A. Buchel and J. T. Liu, “Gauge supergravity from type IIB string theory on  $Y(p,q)$  manifolds,” Nucl. Phys. B **771**, 93 (2007) [arXiv:hep-th/0608002].
- [15] A. Buchel and J. T. Liu, “Universality of the shear viscosity in supergravity,” Phys. Rev. Lett. **93**, 090602 (2004) [arXiv:hep-th/0311175];  
A. Buchel, “On universality of stress-energy tensor correlation functions in supergravity,” Phys. Lett. B **609**, 392 (2005) [ar-xiv:hep-th/0408095].
- [16] P. Benincasa, A. Buchel and R. Naryshkin, “The shear viscosity of gauge theory plasma with chemical potentials,” Phys. Lett. B **645**, 309 (2007) [arXiv:hep-th/0610145].
- [17] O. Aharony, S.S Gubser, J.M. Maldacena, H. Ooguri and Y. Oz, “Large N field theories, string theory and gravity” Phys. Rep. **323**, 183 (2000), hep-th/9905111
- [18] S. S. Gubser, I. R. Klebanov and A. W. Peet, “Entropy and Temperature os Black 3-Branes,” Phys. Rev. D **54**, 3915 (1996) [arXiv:hep-th/9602135].
- [19] S. Caron-Huot, P. Kovtun, G. D. Moore, A. Starinets and L. G. Yaffe, “Photon and dilepton production in supersymmetric Yang-Mills plasma,” JHEP **0612**, 015 (2006) [hep-th/0607237].
- [20] A. Parnachev and D. A. Sahakyan, “Photoemission with Chemical Potential from QCD Gravity Dual,” Nucl. Phys. B **768**, 177 (2007) [hep-th/0610247].
- [21] D. Mateos and L. Patiño, “Bright branes for strongly coupled plasmas,” JHEP **0711**, 025 (2007) [arXiv:0709.2168 [hep-th]].
- [22] A. Nata Atmaja and K. Schalm, “Photon and Dilepton Production in Soft Wall AdS/QCD,” JHEP **1008**, 124 (2010) [arXiv:0802.1460 [hep-th]].
- [23] Y. Y. Bu, “Photoproduction and conductivity in dense holographic QCD,” Phys. Rev. D **86**, 026003 (2012).
- [24] K. Jo and S.-J. Sin, “Photo-emission rate of sQGP at finite density,” Phys. Rev. D **83**, 026004 (2011) [arXiv:1005.0200 [hep-th]].
- [25] B. Hassanain and M. Schvellinger, “Plasma conductivity at finite coupling,” JHEP **1201**, 114 (2012) [arXiv:1108.6306 [hep-th]].

- [26] B. Hassanain and M. Schvellinger, “Diagnostics of plasma photoemission at strong coupling,” *Phys. Rev. D* **85**, 086007 (2012) [arXiv:1110.0526 [hep-th]].
- [27] R. Baier, S. A. Stricker, O. Taanila and A. Vuorinen, “Production of Prompt Photons: Holographic Duality and Thermalization,” *Phys. Rev. D* **86**, 081901 (2012) [arXiv:1207.1116 [hep-ph]].
- [28] D. Steineder, S. A. Stricker and A. Vuorinen, “Holographic Thermalization at Intermediate Coupling,” *Phys. Rev. Lett.* **110**, no. 10, 101601 (2013) [arXiv:1209.0291 [hep-ph]].
- [29] B. Hassanain and M. Schvellinger, “Plasma photoemission from string theory,” arXiv:1209.0427 [hep-th].
- [30] D. Steineder, S. A. Stricker and A. Vuorinen, “Probing the pattern of holographic thermalization with photons,” *JHEP* **1307**, 014 (2013) [arXiv:1304.3404 [hep-ph]].
- [31] M. Martinez and M. Strickland, “Dissipative Dynamics of Highly Anisotropic Systems,” *Nucl. Phys. A* **848**, 183 (2010) [arXiv:1007.0889 [nucl-th]].
- [32] M. Martinez and M. Strickland, “Non-boost-invariant anisotropic dynamics,” *Nucl. Phys. A* **856**, 68 (2011) [arXiv:1011.3056 [nucl-th]].
- [33] M. Wilde [ALICE Collaboration], “Measurements of Direct Photons in pp and Pb-Pb Collisions with ALICE,” *Nucl. Phys. A* 905-905 **2013**, 573c (2013) [arXiv:1210.5958 [hep-ex]].
- [34] A. Adare et al [PHENIX Collaboration], “Observation of direct-photon collective flow in  $\sqrt{s_{NN}}=200\text{GeV}$  Au+Au collisions,” *Phys. Rev. Lett.* **109**, 122302 (2012) [arXiv:1105.4126 [nucl-ex]].
- [35] L. Patino and D. Trancanelli, “Thermal photon production in a strongly coupled anisotropic plasma,” *JHEP* **1302**, 154 (2013) [arXiv:1211.2199 [hep-th]].
- [36] S.-Y. Wu and D.-L. Yang, “Holographic Photon Production with Magnetic Field in Anisotropic Plasmas,” arXiv:1305.5509 [hep-th].
- [37] G. Arciniega, P. Ortega and L. Patino, “Brighter Branes, enhancement of photon production by strong magnetic fields in the gauge/gravity correspondence,” arXiv:1307.1153 [hep-th].
- [38] B. Schenke and M. Strickland, “Photon production from an anisotropic quark-gluon plasma,” *Phys. Rev. D* **76**, 025023 (2007) [hep-ph/0611332].
- [39] A. Rebhan and D. Steineder, “Electromagnetic signatures of a strongly coupled anisotropic plasma,” *JHEP* **1108**, 153 (2011) [arXiv:1106.3539 [hep-th]].
- [40] R. A. Janik and P. Witaszczyk, “Towards the description of anisotropic plasma at strong coupling,” *JHEP* **0809**, 026 (2008) [arXiv:0806.2141 [hep-th]].
- [41] D. Mateos and D. Trancanelli, “The anisotropic N=4 super Yang-Mills plasma and its instabilities,” *Phys. Rev. Lett.* **107**, 101601 (2011) [arXiv:1105.3472 [hep-th]].
- [42] D. Mateos and D. Trancanelli, “Thermodynamics and Instabilities of a Strongly Coupled Anisotropic Plasma,” *JHEP* **1107**, 054 (2011) [arXiv:1106.1637 [hep-th]].
- [43] T. Azeyanagi, W. Li and T. Takayanagi, “On String Theory Duals of Lifshitz-like Fixed Points,” *JHEP* **0906**, 084 (2009) [arXiv:0905.0688 [hep-th]].
- [44] M. Luzum and P. Romatschke, “Conformal Relativistic Viscous Hydrodynamics: Applications

- to RHIC results at  $s(\text{NN})^{1/2} = 200\text{-GeV}$ ,” *Phys. Rev. C* **78**, 034915 (2008) [Erratum-ibid. *C* **79**, 039903 (2009)] [arXiv:0804.4015 [nucl-th]].
- [45] A. Gynther, A. Rebhan and D. Steineder, “Thermodynamics and phase diagram of anisotropic Chern-Simons deformed gauge theories,” *JHEP* **1210**, 012 (2012) [arXiv:1207.6283 [hep-th]].
- [46] D. Giataganas, “Observables in Strongly Coupled Anisotropic Theories,” arXiv:1306.1404 [hep-th].
- [47] E. Witten, “Anti-de Sitter space, thermal phase transition, and confinement in gauge theories,” *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 505 [arXiv:hep-th/9803131].
- [48] D. Mateos, R. C. Myers and R. M. Thomson, “Thermodynamics of the brane,” *JHEP* **0705**, 067 (2007) [hep-th/0701132].
- [49] D. Mateos, R. C. Myers and R. M. Thomson, “Holographic phase transitions with fundamental matter,” *Phys. Rev. Lett.* **97**, 091601 (2006) [arXiv:hep-th/0605046].
- [50] C. Hoyos, K. Landsteiner and S. Montero, “Holographic meson melting,” *JHEP* **0704**, 031 (2007) [arXiv:hep-th/0612169].
- [51] R. C. Myers, A. O. Starinets and R. M. Thomson, “Holographic spectral functions and diffusion constants for fundamental matter,” arXiv:0706.0162 [hep-th].
- [52] M. Le Bellac, “Thermal Field Theory,” Cambridge University Press (1996).
- [53] J. Polchinski, “String theory. Vol. 2: Superstrings theory and beyond,” Cambridge, UK: Univ. Pr. (1998) 531 p.
- [54] S. S. Gubser, I. R. Klebanov and A. W. Peet, “Entropy and temperature of black 3-branes,” *Phys. Rev. D* **54**, 3915 (1996) [hep-th/9602135].
- [55] M. Chernicoff, D. Fernandez, D. Mateos and D. Trancanelli, “Quarkonium dissociation by anisotropy,” *JHEP* **1301**, 170 (2013) [arXiv:1208.2672 [hep-th]].
- [56] A. Karch and L. Randall, “Open and closed string interpretation of SUSY CFT’s on branes with boundaries,” *JHEP* **0106**, 063 (2001) [hep-th/0105132].
- [57] A. Karch and E. Katz, “Adding flavor to AdS / CFT,” *JHEP* **0206**, 043 (2002) [hep-th/0205236].
- [58] D. T. Son and A. O. Starinets, “Minkowski space correlators in AdS/CFT correspondence: Recipe and applications,” *JHEP* **0209**, 042 (2002) [hep-th/0205051].
- [59] G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, “From AdS/CFT correspondence to hydrodynamics,” *JHEP* **0209**, 043 (2002) [arXiv:hep-th/0205052].
- [60] G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, “From AdS/CFT correspondence to hydrodynamics. 2. Sound waves,” *JHEP* **0212**, 054 (2002) [hep-th/0210220].
- [61] P. K. Kovtun and A. O. Starinets, “Quasinormal modes and holography,” *Phys. Rev. D* **72**, 086009 (2005) [hep-th/0506184].
- [62] M. Kaminski, K. Landsteiner, J. Mas, J. P. Shock and J. Tarrio, “Holographic Operator Mixing and Quasinormal Modes on the Brane,” *JHEP* **1002**, 021 (2010) [arXiv:0911.3610 [hep-th]].
- [63] M. Chernicoff, D. Fernandez, D. Mateos and D. Trancanelli, “Drag force in a strongly coupled anisotropic plasma,” *JHEP* **1208**, 100 (2012) [arXiv:1202.3696 [hep-th]].

- [64] M. Chericoff, D. Fernandez, D. Mateos and D. Trancanelli, “Jet quenching in a strongly coupled anisotropic plasma,” *JHEP* **1208**, 041 (2012) [arXiv:1203.0561 [hep-th]].
- [65] I. Papadimitriou, “Holographic Renormalization of general dilaton-axion gravity,” *JHEP* **1108**, 119 (2011) [arXiv:1106.4826 [hep-th]].
- [66] A. Magana, J. Mas, L. Mazzanti and J. Tarrío, “Probes on D3-D7 Quark-Gluon Plasmas,” *JHEP* **1207**, 058 (2012) [arXiv:1205.6176 [hep-th]].