



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**



**Facultad de Estudios Superiores Aragón**

**GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR  
DIDÁCTICO A TRAVÉS DE SPLINE CÚBICO**

Tesis Que Para Obtener el Título de:

**Ingeniero Mecánico**

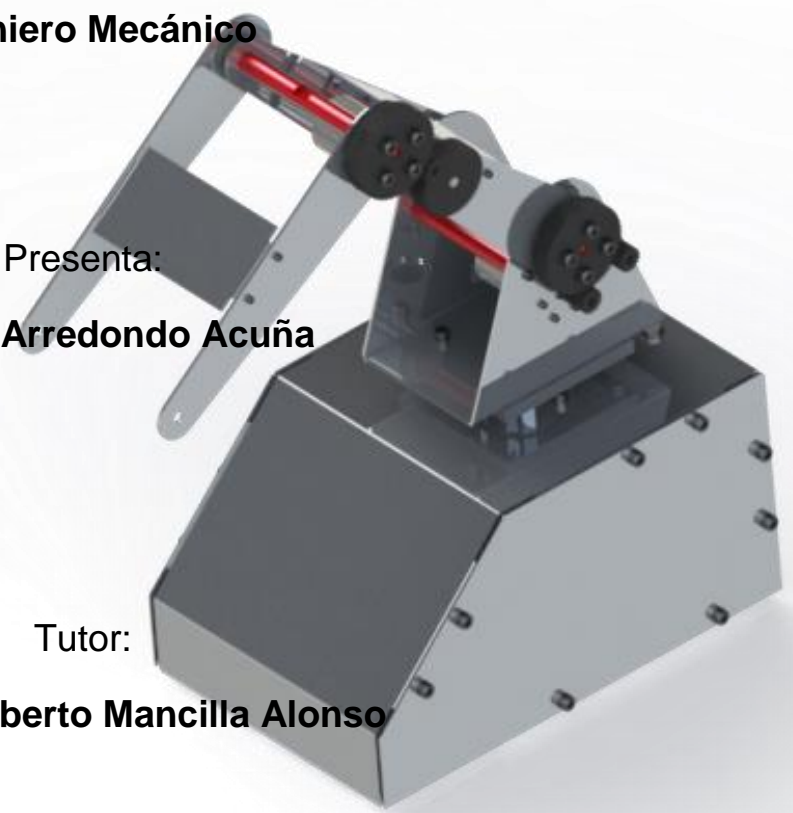
Presenta:

**Ricardo Arredondo Acuña**

Tutor:

**M. en I. Humberto Mancilla Alonso**

**México, 2014**





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Agradecimientos**

**A mis padres por siempre estar a mi lado, por ser los grandes pilares de mi vida y enseñarme a siempre esforzarme para realizar mis sueños.**

**A mis hermanos por siempre apoyarme y desafiarme a ser cada vez mejor.**

**A mis amigos por siempre confiar en mí y estar a mi lado en los buenos y malos momentos de mi vida.**

**Al M. en I. Humberto Mancilla Alonso por ser un gran profesor, por su apoyo pero sobre todo ser un gran amigo.**

**A todas aquellas personas que pusieron un granito de arena para que esto pudiera ser posible.**

# Índice

Introducción.....	4
1.- Estado del arte .....	5
1.1 Robots móviles .....	6
1.2 Robots Manipuladores .....	6
2.-Antecedentes .....	14
2.1 Proyecto Nezdor.....	15
2.1.1 Sistema Mecánico.....	15
2.1.2 Sistema eléctrico.....	17
2.1.2.1 Etapa de potencia.....	17
2.1.2.2 Instrumentación .....	19
2.2 Cinemática de un manipulador .....	20
2.2.1 Parámetros de Denavit y Hartenberg.....	21
2.2.1.1 Cinemática directa .....	22
2.2.1.2 Cinemática inversa .....	24
2.3 Trayectorias .....	28
2.3.1 Perfil de la trayectoria .....	29
2.3.1.1 Perfil trapezoidal sin periodo estacionario .....	29
2.3.1.2 Perfil de quinto grado sin periodo estacionario.....	34
2.3.2 Lugar Geométrico de la trayectoria. ....	39
2.4 Interpolación.....	42
2.4.1 Polinomio .....	42
2.4.2 Spline.....	42
2.4.3 Tipo de spline .....	43
2.4.3.1 Lineal o de grado uno .....	43
2.4.3.2 Spline cuadráticos o de segundo grado .....	44
2.4.3.3 Interpolación de spline cúbicos de clase uno .....	45
3.- Desarrollo.....	49
3.1 Sistema mecánico.....	50
3.2 Sistema Electrónico .....	59
3.3 Desarrollo de la Interfaz.....	75
3.4 Control.....	83
4.- Pruebas y Validación .....	89
Conclusiones .....	95
Apéndice .....	96
Programación en MATLAB .....	97
Puente H.....	101
Potenciómetro .....	105
Bibliografía.....	106

## **Introducción**

Como se sabe a nivel industrial los robots se utilizan para generar tareas que tal vez los seres humanos no podrían realizar como levantar materiales muy pesados, soldar en lugares pequeños, manipular materiales radioactivos, etc.

Por eso es que la automatización con robots es una tarea muy importante, se corren menos riesgos en tareas peligrosas y repetitivas las cuales los trabajadores las considerarían tediosas y aburridas.

En el presente trabajo se presenta el desarrollo de una interfaz que permite generar una trayectoria de un brazo antropomórfico dentro de un plano de trabajo, a través de puntos coordenados, mediante estos puntos generaremos una interpolación llamada spline que para nuestro caso es de grado 3 o cúbico, esta curva o spline debe de ser una trayectoria más suave.

# 1.- Estado Del Arte

*"Solo una cosa convierte en imposible un sueño, el miedo al fracaso"*



El termino robot proviene de la palabra checa robota que significa trabajo forzado la mayoría de los robots son diseñados para efectuar trabajos repetitivos y peligrosos que podrían afectar a los humanos, los brazos robóticos tienen distintos grados de libertad lo cual le permite moverse en diversas formas siempre y cuando sus articulaciones se lo permitan.

Los robots se dividen en fijos y móviles

En los robots fijos están los robots de muy diversas formas de configuración cuya característica común es la de ser básicamente sedentarios y están estructurados para mover sus elementos terminales o efector final en un determinado espacio de trabajo según sus sistemas de coordenadas y de sus grados de libertad.

En este grupo se encuentran los manipuladores, los robots industriales, los robots cartesianos.

### **1.1 Robots móviles**

Son robots con gran capacidad de desplazamiento basados en carros o plataformas, siguen su camino por telemando o guiados por sensores de acuerdo al entorno que los rodea.

Estos robots aseguran el transporte de piezas de un punto a otro de una cadena de fabricación, pueden incluso llegar a evadir obstáculos y están dotados de un nivel alto de inteligencia.

Un robot antropomórfico o antropomorfo es aquel que desarrolla movimientos similares a los del cuerpo humano.

Para nuestro caso nos concentraremos en los robots manipuladores del tipo articulado

### **1.2 Robots Manipuladores**

Un robot manipulador es esencialmente un brazo articulado, se trata de una cadena cinemática abierta formada por un conjunto de eslabones que están unidos por medio de articulaciones las cuales permiten el movimiento entre un eslabón y otro. Aparentando el movimiento de un brazo humano.

"Un robot industrial es un manipulador multifuncional reprogramable, capaz de mover materias, piezas, herramientas, o dispositivos especiales, según trayectorias variables, programadas para realizar tareas diversas" según la RIA (Robotic Industry Association).

Los robots manipuladores o industriales son mecanismos mecatrónicos destinados a realizar tareas de forma automática. Para dichas tareas, estos mecanismos poseen una o más articulaciones que les permiten actuar con precisión.

Los robots manipuladores como su nombre lo indica se emplea para trabajar con artefactos externos, por tal motivo se considera que entre mayor número de articulaciones o partes móviles tenga mejor podrá desempeñar su trabajo.

Tipos de robots manipuladores.

Robots Articulados.-

Son artefactos inspirados en el brazo humano, usan articulaciones rotativas para moverse dentro de su espacio de trabajo, aunque pueden combinar también elementos hidráulicos o ejes de movimiento lineal que expanden su libertad de movimiento.

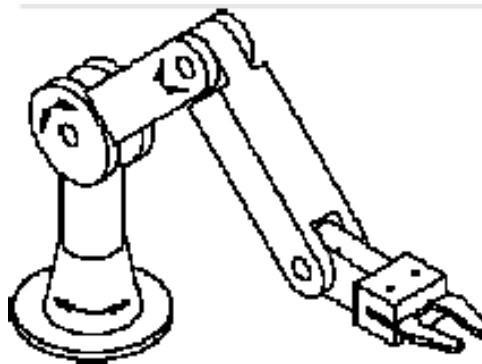


Fig.1.1 Robot Articulado

Robots SCARA.-

Se trata de robots limitados en su espacio de trabajo con respecto a los ejes x e y.



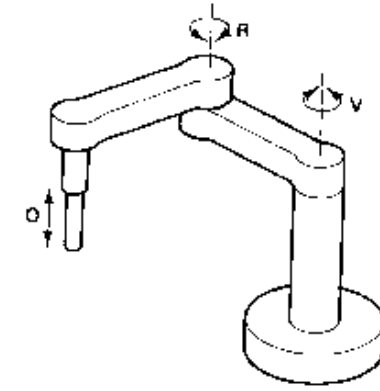


Fig.1.2 Robot SCARA

Robots Cartesianos.-

Son aquellos en los que principalmente sus ejes de movimiento son lineales y están en ángulos de  $90^\circ$  respecto a sus otros ejes. Su uso más principal son en máquinas CNC.

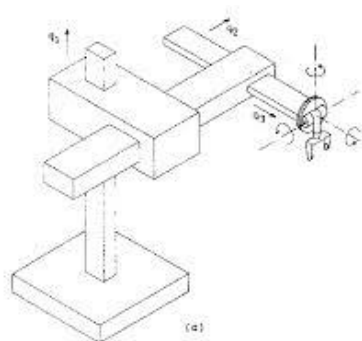


Fig.1.3 Robot Cartesiano

La mayoría de los manipuladores robóticos cuenta con un tipo o en algunos casos dos tipos de articulaciones que son:

Lineal (deslizante, traslacional o prismática).- Si un eslabón desliza sobre un eje solidario al eslabón anterior.

Rotacional.- En caso de que un eslabón gire sobre un eje solidario al eslabón anterior

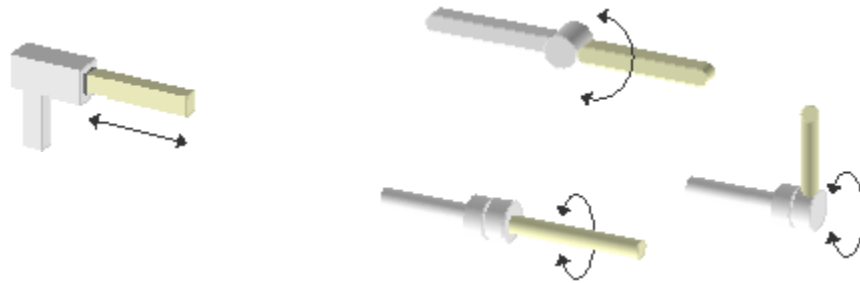


Fig. 1.4 Tipos de articulaciones en manipuladores robóticos

El efector final es el elemento que se coloca en el último enlace del robot manipulador y que suministra la capacidad de agarré del objeto que se pretende manipular o la colocación de una herramienta apropiada para desarrollar dichas tareas (pintura, soldadura, paletizacion, transporte, etc.)

La precisión con la que el manipulador robótico posicione su efector final dependerá de los grados de libertad que tenga dicho manipulador.

Se le denomina grado de libertad g.d.l a cada una de las coordenadas independientes que son necesarias para describir la posición de cada uno de los eslabones del mecanismo. Normalmente en cadenas cinemáticas abiertas, cada par eslabón articulación tiene un solo grado de libertad, pero una articulación podría tener dos o más g.d.l que operan sobre ejes que se cortan entre sí.

Los robots surgen de la necesidad de la productividad y mejorar la calidad de los productos.

Los primeros dispositivos a los que hoy se les conoce como robots manipuladores, eran llamados manipuladores teleoperados, estos se desarrollaron con el objetivo de manejar materiales radioactivos sin algún riesgo para el operador.

George Devol fue el primero en aplicar las patentes robóticas en 1946. La primer empresa en producir un robot fue Unimation, fundada por George Devol y Joseph F. Engelberg en 1956. Unimation robots también se llama transferencia de máquinas programables, ya que su principal transferencia de objetos es de un punto a otro. Ellos utilizaron actuadores hidráulicos y fueron programados en conjunto de coordenadas.

A finales de los 60 y principios de los 70 se crean departamentos de investigación y se crean robots móviles con un cierto grado de autonomía donde se da a conocer el

manipulador más famoso el robot PUMA (*Programmable Universal Machine for Assembly, or Programmable Universal Manipulation Arm*) desarrollado por Victor Scheinman, inicialmente desarrollado para General Motors



Fig. 1.5 Robot industrial Puma en los laboratorios del Instituto de Andaluz de Automática y Robótica, Escuela Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla.

En el interés por la robótica en el aumento de fines de la década de 1970 muchas empresas de EE.UU entraron en el campo, General Electric, General Motors (que conformaba empresas mixtas con capiiZ Robotics FANUC LTD de Japón).

En la década de los 80, Había alrededor de 4700 robots en operación los cuales se utilizaban para soldar, fundiciones, para cargar y para pintar y ensamblado en la automoción.

En el año de 1982 GMF Robotics fue creada por GM y Fanuc con el propósito de desarrollar robots para la industria del automóvil. Con el tiempo la operación se fue ampliando y en la actualidad, vende robots para clientes que no guardan ningún tipo de relación con la automoción.

Debido a la necesidad de la industria de aumentar la productividad y mejorar la calidad del producto es que las empresas han tenido que hacer una fuerte inversión en la automatización de sus procesos mediante robots para estar a la vanguardia y competir con otras empresas.

Las marcas más reconocidas de robots son las siguientes:

KUKA.-

Compañía fundada en 1973 con el lanzamiento del primer robot. Famulus Robot, se trataba del primer robot del mundo con seis ejes de accionamiento electromecánico.

KUKA es uno de los principales fabricantes mundiales de robots industriales y sistemas de automatización para sectores que abarcan industrias tan diferentes como las del automóvil, metales, alimentos y plásticos.

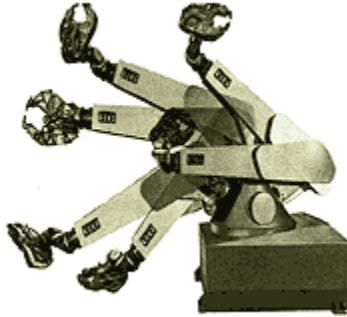


Fig.1.6 Robot FAMULUS desarrollado por KUKA Robotics.

## FANUC.-

Compañía dedicada a la automatización, originalmente fundada en Japon en 1972 dedicada a la manufactura especializada en robótica. Tuvo sus inicios siendo parte de Fujitsu desarrollando servosistemas y sistemas de control numérico.



Fig.1.7 Robot FANUC Soldador

## MOTOMAN ROBOTS.-

Subsidiaria en Estados Unidos de la compañía Japonesa Yaskawa Electric Corporation. Fundada en 1989 se ha especializado en diversos tipos de robots industriales contando entre sus modelos robots SCARA, modelos de robots articulados y uno de los pocos fabricantes que venden robots con dos brazos en un diseño muy parecido a las extremidades superiores humanas.



Fig.1.8 Robot Motoman con dos brazos articulados SDA5D

Mitsubishi.-

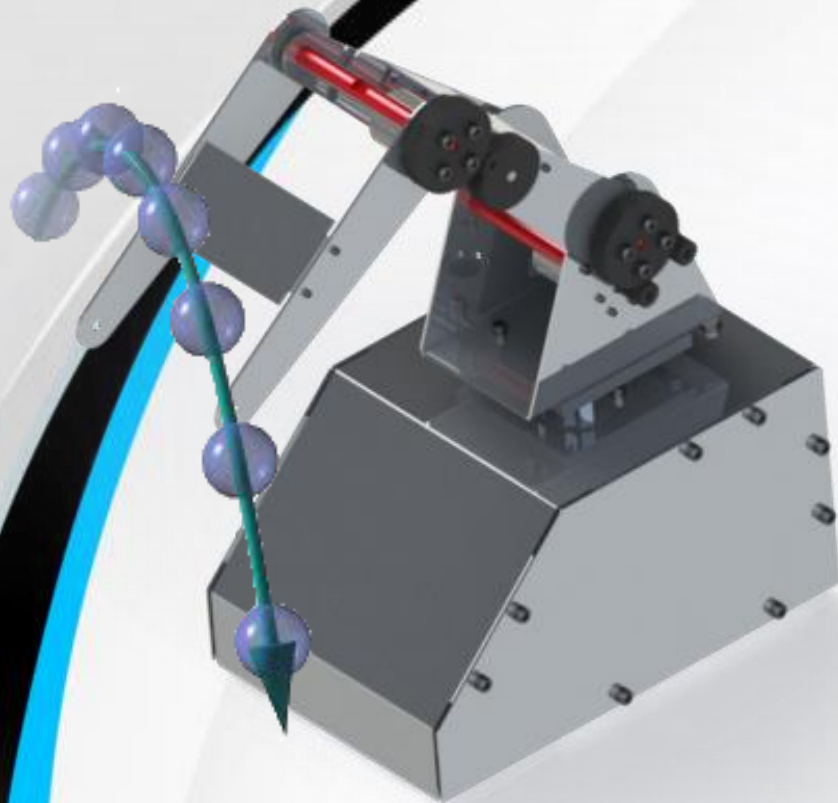
Los robots Mitsubishi son comercializados bajo la marca Melfa. La división se dedica a la producción de robots articulados y robots SCARA.



Fig.1.9 Robot Mitsubishi Articulado

# 2.- Antecedentes

*"Hay una fuerza motriz más grande que el vapor y la energía atómica: la voluntad"*



## 2.1 Proyecto Nezdor

Nezdor es un proyecto enfocado en el diseño mecánico de un robot industrial (manipulador) Su principal función objetivo es diseñar un manipulador industrial con fines académicos debido a los altos costos que este tipo de robots tienen en el mercado.

Nezdor es un robot industrial manipulado manualmente.

Nezdor consta de 3 etapas importantes que son:

Sistema mecánico

Sistema electrónico

Instrumentación

### 2.1.1 Sistema Mecánico.-

En esta parte del proyecto Nezdor se basa en el diseño del manipulador.

Nezdor cuenta con 3 grados de libertad como sabemos es una cadena cinemática abierta cuenta con tres eslabones que es el eslabón denominado cadera que representa el giro del hombro, eslabón proximal que representa el antebrazo, y por último el eslabón distal que representa el brazo.

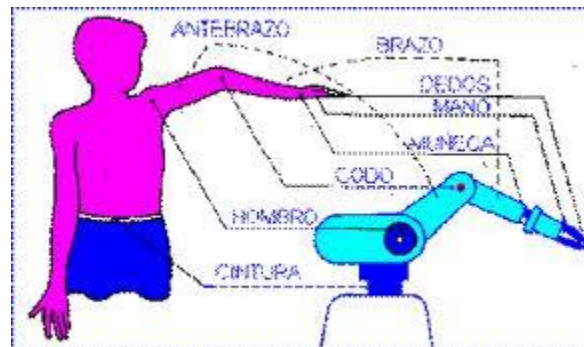


Fig. 2.1 Representación de brazo antropomórfico

El diseño mecánico consta de una base en la cual lleva instalado la parte de electrónica, circuitos impresos, tarjeta de adquisición de datos, etc.



También representa la distribución de los actuadores y la transmisión cada eslabón cuenta con su propio actuador el cual consta con su transmisión la cual tiene una relación de 1:4 para poder aumentar el torque del motor 4 veces.

Los actuadores son motorreductores 131:1 de DC de 12 V y 6A a rotor bloqueado el torque que pueden generar es de 18 kg\*cm.

La estructura de Nezdor fue hecha de lámina de Aluminio calibre 14 (2.11mm), y la transmisión fue maquinada en Nylon tipo SL.

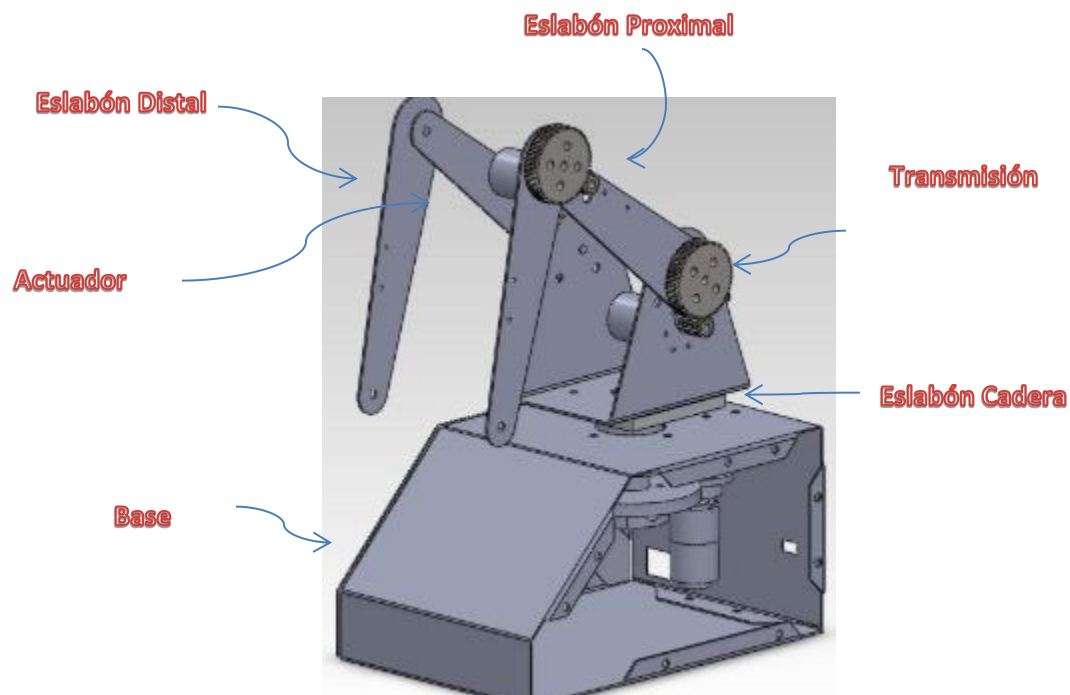


Fig. 2.2Nezdor

## 2.1.2 Sistema electrónico

El sistema electrónico se dividió en dos partes uno que es un Controlador y La etapa de potencia.

Controlador.-

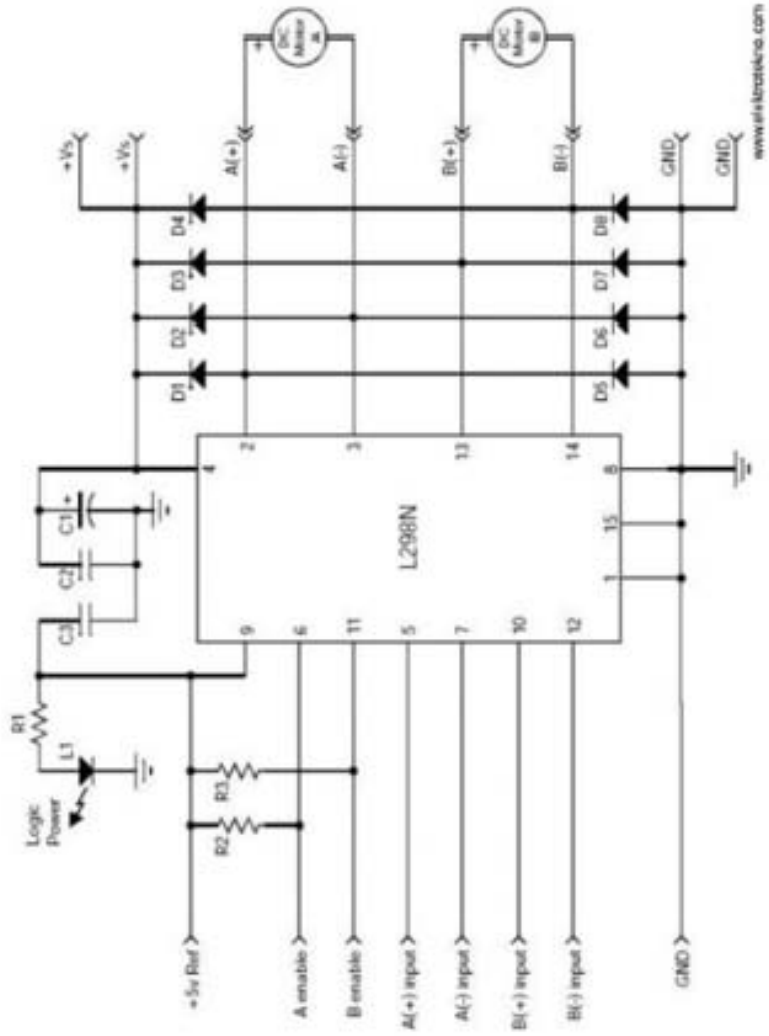
El controlador utilizado es un Micro controlador de la familia tipo At Mega es utilizado para la adquisición de datos y envió de señales hacia los motores.



Fig.2.3 Micro controlador Arduino At Mega

### 2.1.2.1 Etapa de potencia.-

La etapa de potencia de Nezdor es basado en circuitos L298 o conocidos como puentes H que son un arreglo de transistores en forma de H de ahí su nombre sirve para manipular 4 motores en un sentido o dos motores en ambos sentidos, para este caso se utilizó para manipular el sentido del giro del motor de acuerdo a las señales enviadas del micro controlador.



www.libreroteca.com

**Puente H L298**



**Manipulador robotico**

Universidad Nacional Autónoma de México  
 Facultad de Estudios Superiores Aragón

Rev: A	Scale: RAA	Unit: mm
Rev: HMA	Scale: 1:1	Sheet: 1
Author: HMA	Sheet: HMA	Page: 1

### 2.1.2.2 Instrumentación.-

La instrumentación de Nezdor se basa en el registro del posicionamiento de las articulaciones cada articulación consta de un potenciómetro de precisión de  $10\text{ k}\Omega$  a 10 vueltas de acuerdo a la lectura del voltaje obtenido se determina la posición en la que se encuentra cada eslabón, este potenciómetro se encuentra relacionado o posicionado en la parte de la transmisión la cual al girar el actuador gire consigo el potenciómetro registrando un voltaje cada vez que este gira lo cual mediante un arreglo matemático dentro de la interfaz nos representa en la posición que se encuentra dicho eslabón.



Fig. 2.4 Potenciómetro

## 2.2 Cinemática de un manipulador

Al referirnos de la cinemática de un manipulador hay que saber que existen dos métodos para llegar a determinar la posición de dicho manipulador que es la cinemática inversa y la cinemática directa para poder hablar de hechos necesitamos conocer de los parámetros de Denavit y Hartenberg (DH).

### 2.2.1 Parámetros de Denavit y Hartenberg

Como sabemos un manipulador robótico consiste en un conjunto de eslabones articulados, usualmente de un grado de libertad. Con el fin de controlar el efector final respecto a la base, por eso es necesario encontrar la relación entre los sistemas coordenados adjuntos al efector final y la base.

Esto se obtiene a partir de la descripción de las transformaciones de coordenadas adjuntas a todos los eslabones que forman la descripción general de manera recursiva.

Supóngase que el eje  $i$  denota el eje de la articulación que conecta el eslabón  $i-1$  al vínculo  $i$ .

Un sistema de coordenadas  $x_i, y_i, z_i$  se adjunta al extremo del eslabón  $i-1$ , no al eslabón  $i$  para  $i = 1, \dots, n + 1$ .

Elija al eje  $z_i$  a lo largo del eje de la articulación  $i$ , cuyo sentido positivo puede tomarse hacia cualquier dirección del eje.

Ubique el origen  $o_i$  en la intersección del eje  $z_i$  con la perpendicularidad común a  $z_{i-1}$  y  $z_i$ . También localice  $o'_i$  sobre  $z_i$  en la intersección de la perpendicularidad común a  $z_i$  y  $z_{i+1}$ .

Elija el eje  $x_i$  a lo largo de la perpendicularidad común a los ejes  $z_{i-1}$  y  $z_i$  con la dirección del primero al último.

Elija el eje  $y_i$  para que se complete con un sistema de referencia derecho.

Una vez que se establecieron los sistemas coordenados de los eslabones, la posición y la orientación del sistema  $i$  respecto al sistema  $i-1$  quedan completamente especificadas por los cuatro parámetros que se conocen como parámetros de Denavit y Hartenberg. Por tanto a estos sistemas también se les conoce como sistemas de referencia de DH

Los cuatro parámetros de DH se definen de la siguiente manera

**$b_i$  (Desplazamiento de la articulación)** Longitudes de las intersecciones de las perpendicularidades comunes en el eje de articulación  $z_i$ , es decir,  $o_i$  y  $o'_i$ . Esta es la posición relativa de los eslabones  $i - 1$  e  $i$ . Esto se mide como la distancia entre  $x_i$  y  $x_{i+1}$  a lo largo del eje  $z_i$ .

**$\theta_i$  (Angulo de la articulación)** Es el ángulo entre las proyecciones ortogonales de perpendicularidades normales  $x_i$  y  $x_{i+1}$  a un plano perpendicular del eje de la articulación  $z_i$ . La rotación es positiva cuando se realiza en el sentido contrario a las manecillas del reloj. Es el ángulo relativo entre los eslabones  $i-1$  e  $i$ . Esto se mide como el ángulo en  $x_i$  y  $x_{i+1}$  alrededor del eje  $z_i$ .

**$a_i$  (Longitud del eslabón)** La longitud entre  $o_i$  y  $o_{i+1}$ . Esto se mide como la distancia entre las perpendicularidades comunes a los ejes  $z_i$  y  $z_{i+1}$  a lo largo del eje  $x_{i+1}$ .

**$\alpha_i$  (Angulo de torsión)** El ángulo entre las proyecciones ortogonales de los ejes de articulación  $z_i + z_{i+1}$ , sobre un plano perpendicular a la perpendicularidad común esto se mide como el ángulo entre los ejes  $z_i$  y  $z_{i+1}$  alrededor del eje  $x_{i+1}$  para que se tome como positivo cuando la rotación se realiza en el sentido anti horario.

Como se puede ver de acuerdo a la descripción de los parámetros de DH, dos parámetros son propios del eslabón y los otros dos son la relación que hay de un eslabón al otro.

Aunque para nuestro proceso de trayectoria no se requirió de los parámetros de DH del manipulador robótico estos se muestran a continuación.

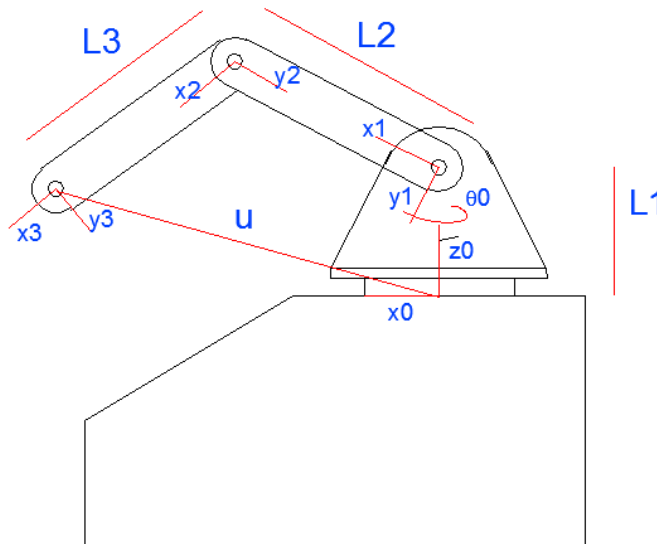


Fig.2.5 Parámetros de Denavit Hartenberg

Tabla 2.1 Parámetros de DH de nuestro manipulador

i	$a_i$	$\alpha_i$	$B_i$	$\theta_i$
0	L1	90	0	$\theta_0$
1	L2	0	0	$\theta_1$
2	L3	0	0	$\theta_2$

Como ya se mencionó anteriormente para que un robot ejecute una tarea específica, primero que nada deberá de establecerse la posición y la orientación del efector final, es decir, su posición o configuración en relación con su base.

En el análisis de posición, se encuentra una relación entre coordenadas cartesianas es decir, la posición de un punto en el efector final y su orientación con los ángulos de las articulaciones.

Para eso existen dos tipos la cinemática directa y la inversa.

### 2.2.1.1 Cinemática directa

En la cinemática directa para posición, las posiciones de las articulaciones, es decir, los ángulos de las articulaciones de revoluta y el desplazamiento de las articulaciones se conocen. El problema radica en encontrar la configuración del efector final, es decir, su posición y orientación.

1.- Adjunte un sistema de coordenadas a cada uno de los eslabones  $n+1$  del manipulador, donde el sistema 1 se adjunta al sistema de coordenadas fijo y el sistema  $n+1$ , al efector final o cuerpo  $n$  – esimo.

2.- Defina los parámetros DH

3.-Escriba las matrices de transformación Homogénea como  $T_1, T_2, \dots, T_3$ , para  $i = 1, \dots, n$ , que representa la transformación del cuerpo  $i$  o sistema  $i + 1$  respecto a su cuerpo anterior  $i - 1$ , o sistema adjunto a él, es decir, sistema  $i$ .

4.- La matriz de transformación homogénea del sistema de coordenadas del efector final respecto al sistema 1, es decir,  $T$ , se obtiene entonces mediante la pos multiplicación de las transformaciones homogéneas individuales mostradas arriba,  $T_i$ , para  $i = 1, \dots, n$ , es decir.

$$T = T_1 T_2 \dots T_n \dots \dots \dots \text{ec.2.1}$$

Esta ecuación se conoce como la ecuación de clausura del robot en cuestión.

$$T_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & b_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \text{ec.2.2}$$

Si se sustituye la expresión para la matriz de transformación homogénea  $T_i$ , se obtienen dos relaciones distintas en términos de la orientación de los eslabones de las articulaciones y de las posiciones de los orígenes de los sistemas adjuntos a los eslabones estas son

$$Q = Q_1 Q_2 \dots Q_n \dots \text{ec.2.3}$$

$$p = a_1 + Q_1 a_2 + \dots + Q_1 \dots Q_{n-1} a_n \dots \text{ec.2.4}$$

Donde la matriz  $Q_i$  es la matriz de rotación ortogonal que representa la orientación del sistema  $i + 1$  respecto al sistema  $i$ . El vector  $a_i$  es la posición del origen del sistema  $i+1$  adjunto al cuerpo  $i$  del cuerpo del sistema  $i$  adjunto al cuerpo  $i - 1$ ,  $Q$  es la orientación del efector final respecto al sistema fijo, y  $p$  es la posición del origen del sistema adjunto al efector final, es decir sistema  $n + 1$ , desde el origen del sistema 1. Al comparar ambos lados de la ecuación o las ecuaciones, se entiende que se tiene que calcular 16 parámetros de las matrices de  $4 \times 4$ , mientras que solo se utilizan 12, nueve para las matrices de  $3 \times 3$  y tres para los vectores de posición.

Aunque el análisis cinemático de nuestro manipulador será inverso se muestra a continuación la matriz de rotación ortogonal, el vector de posición final

$$U = a_1 + Q_1 a_2 + Q_1 Q_2 a_3 \dots \text{ec.2.5}$$

$$Q_{i,i+1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i \end{bmatrix} \dots \text{ec.2.6}$$

$$[a_{i,i+1}] = \begin{bmatrix} d_i C\theta_i \\ d_i S\theta_i \\ 0 \end{bmatrix} \dots \text{ec.2.7}$$



Sustituyendo nuestros parámetros DH y resolviendo las operaciones indicadas de cada una de las matrices obtendremos la matriz de posición de nuestro efector final pero como se ha mencionado anteriormente este no es nuestro caso.

### **2.2.1.2 Cinemática inversa**

Como su nombre lo indica es lo contrario a una cinemática directa aquí conocemos la posición y orientación del efector final necesitamos encontrar las combinaciones de los eslabones para que cumplan dicha posición.

Un problema posible frente al problema de la cinemática inversa es buscar una solución explícita usando álgebra o geometría. Otra posibilidad es encontrar una solución numérica por medio de algún algoritmo de aproximación sucesiva.

El enfoque algebraico a la solución explícita significa la búsqueda de los ángulos de las demás articulaciones por medio de las transformaciones algebraicas.

El enfoque geométrico significa la búsqueda de los ángulos de las articulaciones usando la heurística geométrica para aprovecharse de la estructura especial de los manipuladores. A veces es útil usar ambos enfoques juntos para resolver un problema. Puesto que es difícil encontrar una solución general para un manipulador con arquitectura arbitraria, las soluciones de cinemática inversa para la posición se presenta respecto a arquitecturas de robots específicas.

Para determinar la posición de nuestro efector final usaremos la cinemática inversa de manera geométrica de la siguiente manera.

Como se ha venido mencionando las posiciones que nuestro efector final debe de tomar están dentro de un plano para nuestro caso será en el plano xy usando la combinación de las tres articulaciones se hará que el efector final tome la posición deseada de acuerdo del spline cúbico.

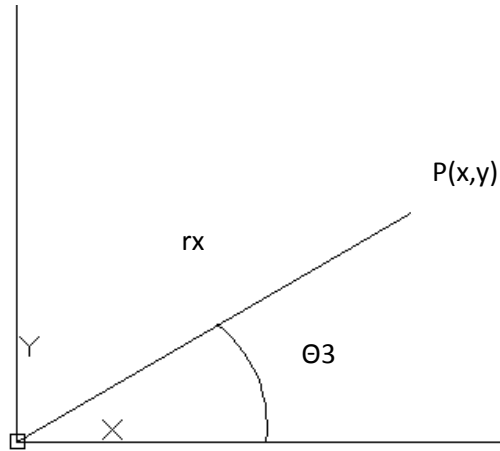


Fig.2.6 Diagrama del manipulador visto en el plano xy

Como se muestra en la figura anterior tenemos un vector de posición  $r_x$  de acuerdo a puntos cualquiera  $P$  si descomponemos dicho vector obtenemos que

$$P_x = r_x \cos \theta_3 \dots \dots \dots \text{ec.2.8}$$

$$P_y = r_x \sin \theta_3 \dots \dots \dots \text{ec.2.9}$$

Despejando  $r_x$  de  $P_x$  obtenemos que

$$r_x = \frac{P_x}{\cos \theta_3} \dots \dots \dots \text{ec.2.10}$$

Sustituyendo este valor en  $P_y$

$$P_y = \frac{P_x}{\cos \theta_3} \sin \theta_3 \dots \dots \dots \text{ec.2.11}$$

Por tal tenemos que

$$P_y = P_x \frac{\sin}{\cos} \theta_3 \dots \dots \dots \text{ec.2.12}$$

Utilizando funciones trigonométricas tenemos que

$$P_y = P_x \tan \theta_3 \dots \dots \dots \text{ec.2.13}$$

Despejando a  $\theta_1$  obtenemos que

$$\theta_3 = \tan^{-1} \frac{P_y}{P_x} \dots \dots \dots \text{ec.2.14}$$

Para lo cual obtenemos el Angulo al cual debe de estar posicionada la cadera para un punto P cualquiera en el plano.

Ahora analizaremos nuestros ángulos faltantes y para ello nos apoyaremos en el plano xz.

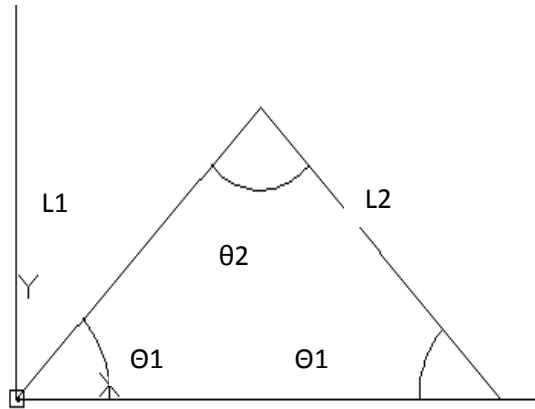


Fig.2.7 Diagrama del manipulador visto en el plano xz.

Debido a que nuestro manipulador trabaja solo en un plano o su posición deseada está dentro de un plano xy y por la geometría de los eslabones  $L1$  y  $L2$  la cual su distancia es la misma el ángulo  $\theta1$  se repite dos veces para la configuración del posicionamiento del efector final.

De acuerdo a esto podemos dividir nuestro triángulo a la mitad formando a si un triángulo rectángulo.

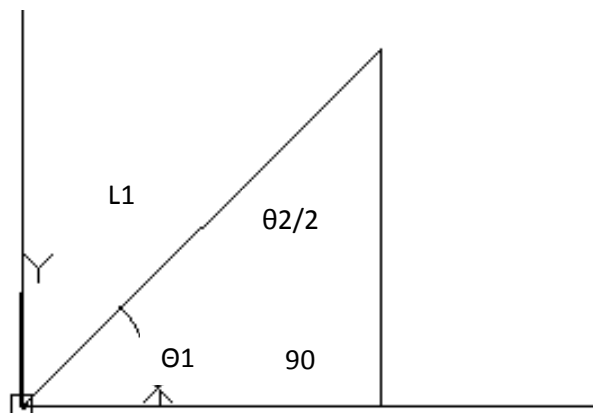


Fig.2.8 Triángulo rectángulo formado por el eslabón  $L1$

Para conocer el valor de los ángulos restantes solo nos hace falta conocer el valor en x del efector final en un punto P cualquiera. Y con la ayuda del teorema de Pitágoras obtendremos el valor de los ángulos.

$$A = \sqrt{l_1^2 - \left(\frac{r_x}{2}\right)^2} \dots \text{ec.2.15}$$

Obteniendo el valor de A utilizaremos ley de los senos de la siguiente manera.

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{A} = \frac{\text{sen}90}{l_1} \dots \text{ec.216}$$

Despejamos a  $\theta_1$  y obtenemos que

$$\theta_1 = \text{sen}^{-1} \frac{A \text{sen}90}{l_1} \dots \text{ec.2.17}$$

Sustituyendo el valor de A y  $l_1$  que es la longitud del eslabón obtenemos el valor de la posición de  $\theta_1$  si a completamos el triángulo formado al principio sabemos que sus ángulos deben sumar  $180^\circ$  por tal obtenemos que

$$\theta_2 = 180 - 2(\theta_1) \dots \text{ec.2.18}$$

De esta manera encontramos el valor de la posición de cada una de las articulaciones para posicionar el efector final de nuestro manipulador en un punto P cualquiera dentro del plano xy.

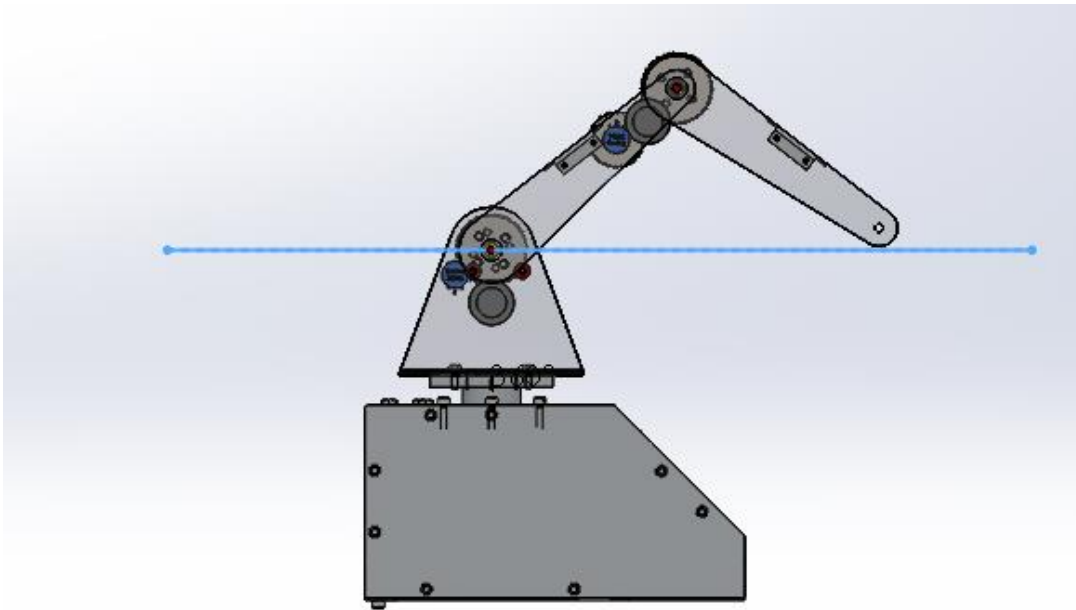


Fig. 2.9 Órgano terminal dentro del plano de trabajo

## 2.3 Trayectorias

El mínimo requerimiento para un manipulador es su capacidad para moverse desde una posición inicial a una final. Pudiendo transportar adecuadamente un objeto de trabajo.

Este hecho es de suma importancia si el objeto de trabajo es muy delicado como sustancias radioactivas, etc. Además de la productividad el manipulador es importante el empleo de mecanismos de baja inercia.

Entonces es necesario desarrollar algoritmos generadores de trayectoria que permitan movimientos suaves tanto en el espacio cartesiano como de articulaciones.

Una trayectoria se divide en dos aspectos importantes

1. Perfil de trayectoria

Que se entiende como la evolución en el tiempo de la posición, velocidad y aceleración con que viajara el órgano terminal o el objeto de trabajo.

2. Lugar Geométrico de la trayectoria

Representa los puntos cartesianos por donde pasara el órgano terminal o el objeto manipulado.

A su vez una trayectoria en el espacio cartesiano corresponde a una o más trayectorias en el espacio de articulaciones.

Perfil de trayectorias.

Como se mencionó anteriormente el objeto manipulador debe partir de un lugar 1 y llegar a un lugar 2. En ambas posiciones el objeto es estático, no presenta ni velocidad ni aceleración. Por lo cual se emplea un tiempo total del recorrido,  $t_f$

Entonces es de suma importancia manejar un perfil de movimiento con pendientes suavizadas, tal que la transición del primer estado estático al último se presente en condiciones no severas de los transitorios que genera su movimiento.

A continuación se mencionan dos perfiles de trayectoria el trapezoidal que se debe su nombre a la figura que representa y el quintico que es por el grado de polinomio que maneja.

En ambos casos se presenta con diferentes periodos estacionarios. Este periodo estacionario es controlado por un parámetro  $n \geq 2$ . Los periodos transitorios son simétricos con respecto al tiempo, teniendo cada uno la duración de  $(\frac{1}{n})t_f$ . El tiempo estacionario es el proceso que transcurre sin cambio de aceleración que permite el cambio de magnitud de la velocidad lineal. Es preferente emplear un periodo estacionario cuando el proceso requiere una velocidad lineal constante, como es el caso de la soldadura donde el electrodo debe alojar un cordón uniforme.

### 2.3.1 Perfil de la trayectoria

#### 2.3.1.1 Perfil trapezoidal sin periodo estacionario

En las figuras siguientes se muestran los perfiles trapezoidales para la posición, velocidad y aceleración. Una de las características de este perfil es que los transitorios que la componen se presentan con un cambio uniforme de la velocidad, alcanzando su máxima a la mitad del recorrido donde se presenta un repentino cambio de pendiente.

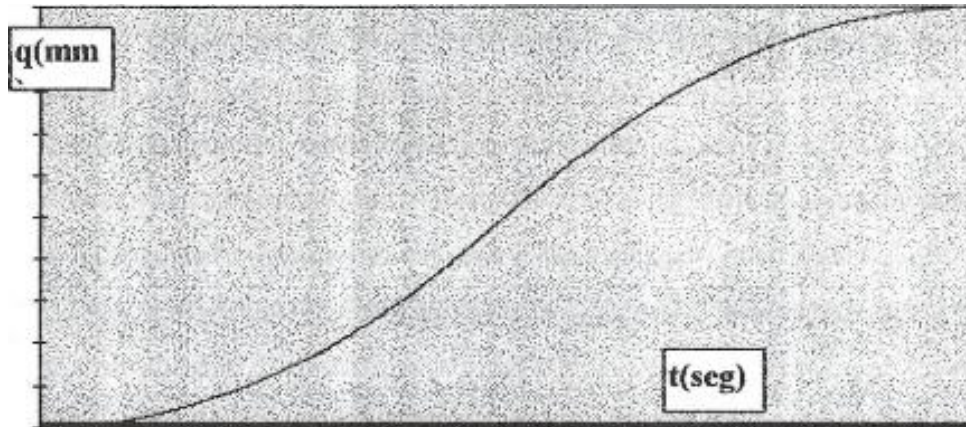


Fig.2.10 Perfil Trapezoidal correspondiente a la evolución con el tiempo de la posición

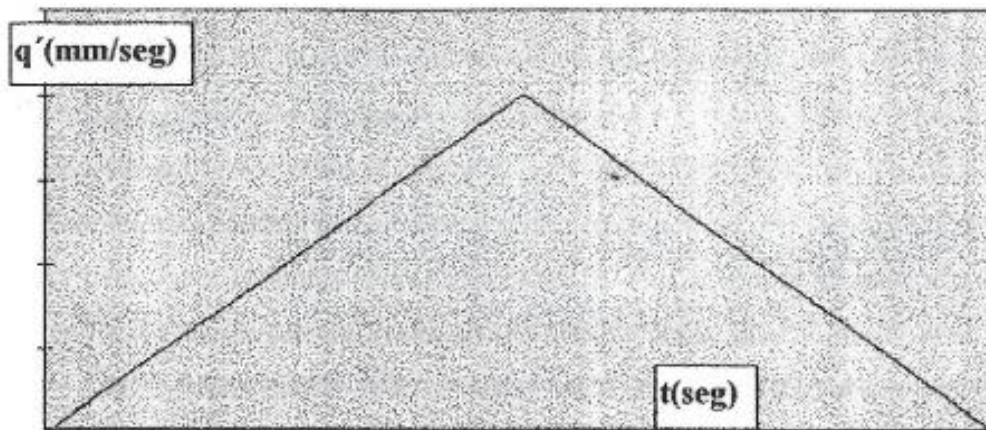


Fig.2.11 Perfil Trapezoidal correspondiente a la velocidad

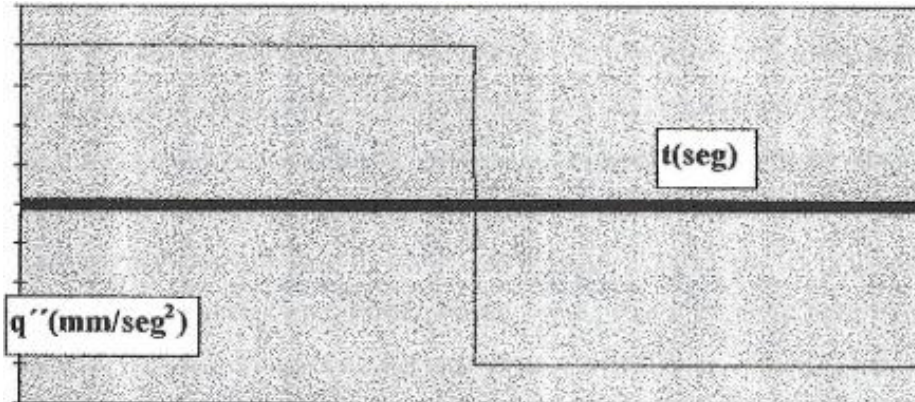


Fig.2.12 Perfil Trapezoidal correspondiente a la aceleración

Primer periodo (velocidad)

La evolución está determinada por un comportamiento lineal.

$$q'(t) = m_1 t + b_1 \dots \dots \dots \text{ec.2.19}$$

Si  $t = 0$ , entonces  $q'(0) = 0$ . Por lo tanto,  $b = 0$ .

Si  $t = t_f/2$ , entonces  $q'(t_f/2) = q'_{\max}$  Por lo tanto,  $m_1 = (2q'_{\max})/t_f$ .

$$q'(t) = \left( \frac{2q'_{\max}}{t_f} \right) t; t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \dots \dots \dots \text{ec.2.20}$$

Segundo Periodo (velocidad)

$$q'(t) = m_2 + b_2 \dots \dots \dots \text{ec.2.21}$$

Si  $t = t_f/2$ , entonces  $q'(t_f/2) = q'_{\max}$ . Así,  $q'_{\max} = m_2(t_f/2) + b_2$ .

Si  $t = t_f$ , entonces  $q'(t_f) = 0$ . Así,  $0 = m_2 t_f + b_2$

Así,

$$m_2 = \frac{2}{t_f} q'_{\max}; b_2 = 2q'_{\max} \dots \dots \dots \text{ec.2.22}$$

$$q'(t) = 2q'_{\max} \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right); t, \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \dots \dots \dots \text{ec.2.23}$$

Las ecuaciones anteriores representan el perfil trapezoidal para la velocidad. De estas ecuaciones se obtiene las correspondientes para la posición y la aceleración.

Primer periodo (posición)

Tomando la ecuación (2.20) e integrando se puede obtener la ecuación de posición para el primer periodo.

$$q(t) = \left(\frac{2q_{\text{max}}}{t_f}\right) \int t dt = \left(\frac{q_{\text{max}}}{t_f}\right) t^2 + c_1 \dots \text{ec.2.24}$$

Si  $t=0$ , entonces  $q(0)=0$ . Por tanto  $C_1 = 0$ .

$$q(t) = \left(\frac{q_{\text{max}}}{t_f}\right) t^2; t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \dots \text{ec.2.25}$$

Segundo periodo (posición).

Para obtener la ecuación que determina la posición ec. (2.26) se integra la ecuación núm. (2.23).

$$q(t) = 2q_{\text{max}} \left( \int dt - \frac{1}{t_f} \int t dt \right) = 2q_{\text{max}} \left( t - \frac{t^2}{2t_f} \right) + c_2 \dots \text{ec.2.26}$$

Evaluando la ecuación en el tiempo  $t_f/2$  se obtiene el valor de la constante  $C_2$ .

$$c_2 = -\frac{1}{2} q_{\text{max}} t_f \dots \text{ec.2.27}$$

Para el periodo comprendido entre  $t = t_f/2$  y  $t = t_f$ , la ecuación de la posición es la siguiente.

$$q(t) = q_{\text{max}} \left( 2 \left( t - \frac{t^2}{2t_f} \right) - \frac{t_f}{2} \right); t, \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.28}$$

Primer periodo (aceleración).

Para obtener la ecuación de la aceleración, es necesario derivar, respecto a la variable principal,  $t$ , la ecuación. Así:

$$q''(t) = \left(\frac{2q_{\text{max}}}{t_f}\right); t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \dots \text{ec.2.29}$$

Segundo periodo (aceleración)

$$q''(t) = -\left(\frac{2q_{\text{max}}}{t_f}\right); t, \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.30}$$

Es importante destacar que los datos asignación al manipulador, para que desarrolle su tarea, son, principalmente, los puntos cartesianos inicial y final del recorrido, además el tiempo total empleado. Por esta razón, es importante establecer las anteriores ecuaciones como funciones de la distancia total recorrida, además del tiempo total del proceso. Para poder mostrar las anteriores ecuaciones de la siguiente manera.

Posición.

$$q(t) = 2q_f \left(\frac{t}{t_f}\right)^2; t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \dots \text{ec.2.31}$$

$$q(t) = 2 \left(\frac{q_f}{t_f}\right) \left[ 2 \left( t - 0.5 \frac{t^2}{t_f} \right) - 0.5 t_f \right]; t, \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.32}$$



Velocidad

$$q'(t) = 4q_f \frac{t}{t_f^2}; t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \dots \text{ec.2.33}$$

$$q'(t) = 4 \frac{q_f}{t_f} \left(1 - \frac{t}{t_f}\right); t, \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.34}$$

Aceleración

$$q''(t) = 4q_f \left(\frac{1}{t_f^2}\right); t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \dots \text{ec.2.35}$$

$$q''(t) = -4q_f \left(\frac{1}{t_f^2}\right); t, \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.36}$$

Perfil trapezoidal con periodo estacionario

En las siguientes figuras se muestran las gráficas de la posición, velocidad y aceleración con un periodo estacionario en la porción temporal central del recorrido. EL periodo estacionario puede ser establecido acomodando los respectivos periodos transitorios en el proceso. La localización en el dominio del tiempo de los diferentes periodos es el siguiente:

1. Los periodos transitorios se presentan al inicio y fin del recorrido con una duración igual a un  $(1/n)$  del tiempo total, cada uno.
2. El periodo estacionario se presenta en la parte central ocupando un  $((n-2)/n)$  del tiempo total.

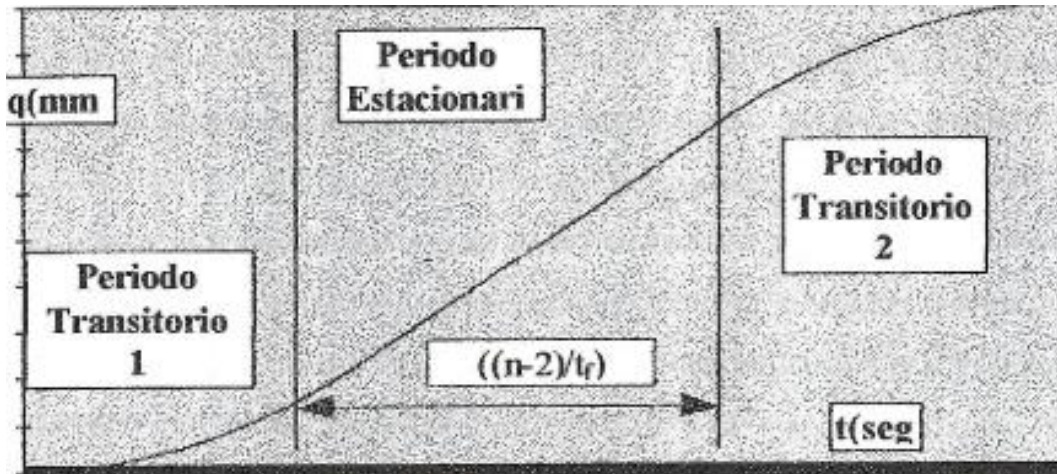


Fig. 2.13 Perfil trapezoidal para la posición con periodo estacionario

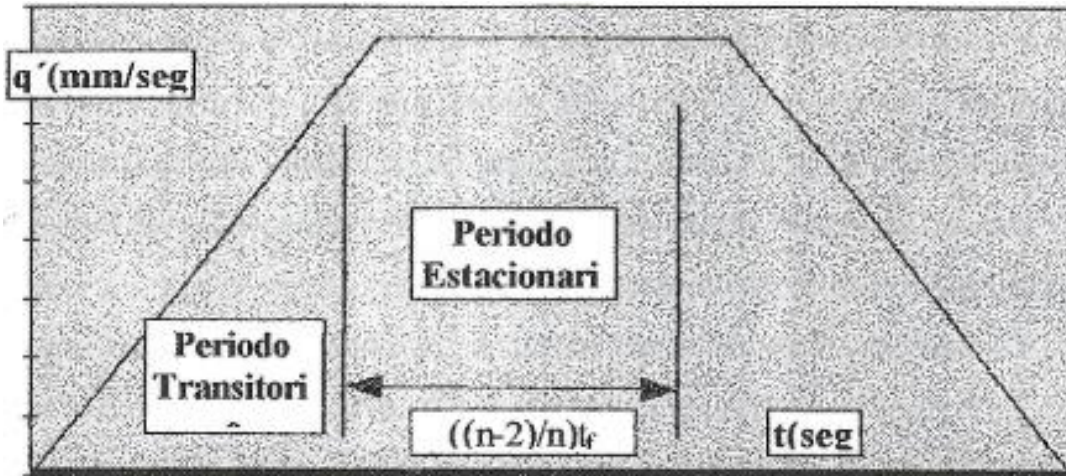


Fig. 2.14 Perfil trapezoidal para la velocidad con periodo estacionario

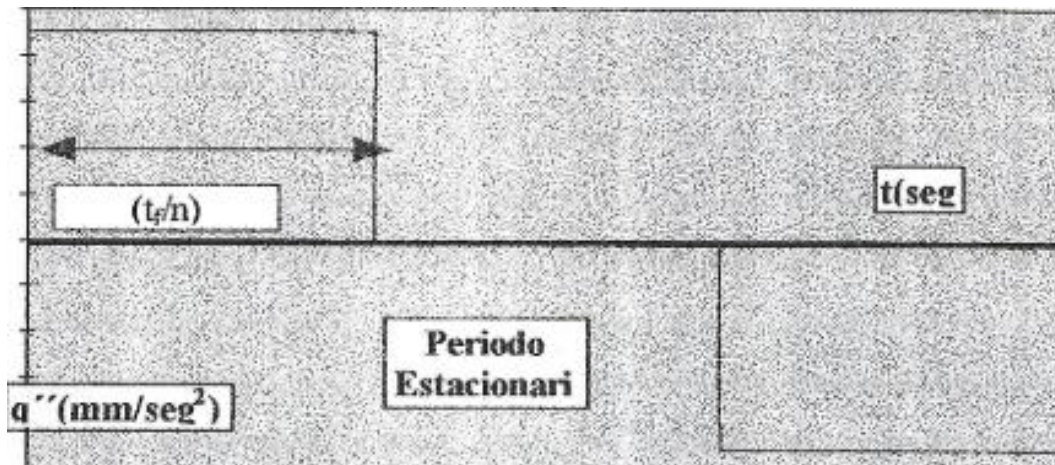


Fig. 2.15 Perfil Trapezoidal para la aceleración con periodo estacionario

Posición

$$q(t) = 0.5q_f \left( \frac{n^2}{8n-1} \right) \left( \frac{t}{t_f} \right)^2; t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \dots \text{ec.2.37}$$

$$q(t) = \left( \frac{q_f}{t_f} \right) \left( \frac{nt-0.5t_f}{n-1} \right); t, \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.38}$$

$$q(t) = \left( \frac{q_f}{t_f} \right) \left( \frac{n}{n-1} \right) \left( 2 \left( t - \frac{nt^2}{4t_f} \right) - \frac{t_f}{n} \right); t, \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.39}$$

Velocidad

$$q'(t) = q_f \left( \frac{n^2}{n-1} \right) \left( \frac{t}{t_f^2} \right); t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \dots \text{ec.2.40}$$

$$q'(t) = \left( \frac{q_f}{t_f} \right) \left( \frac{n}{n-1} \right); t, \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n} t_f \dots \text{ec.2.41}$$

$$q'(t) = \left(\frac{q_f}{t_f}\right) \left(\frac{n}{n-1}\right) \left(2 \left(1 - \frac{nt}{2t_f}\right)\right); t, \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.42}$$

Aceleración

$$q''(t) = q_f \left(\frac{n^2}{n-1}\right) \left(\frac{1}{t_f^2}\right); t, 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \dots \text{ec.2.43}$$

$$q''(t) = 0; t, \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n} t_f \dots \text{ec.2.44}$$

$$q''(t) = -q_f \left(\frac{n^2}{n-1}\right) \left(\frac{1}{t_f^2}\right); t, \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.45}$$

### 2.3.1.2 Perfil de quinto grado sin periodo estacionario

Los perfiles trapezoidales mostrados anteriormente presentan cambios muy agudos al inicio y al final del recorrido.

La característica de este perfil es la suavización de los cambio de pendiente, Al inicio y final del recorrido, el cambio de velocidad y aceleración es gradual, mejorando las características dinámicas principalmente en las cercanías del límite.

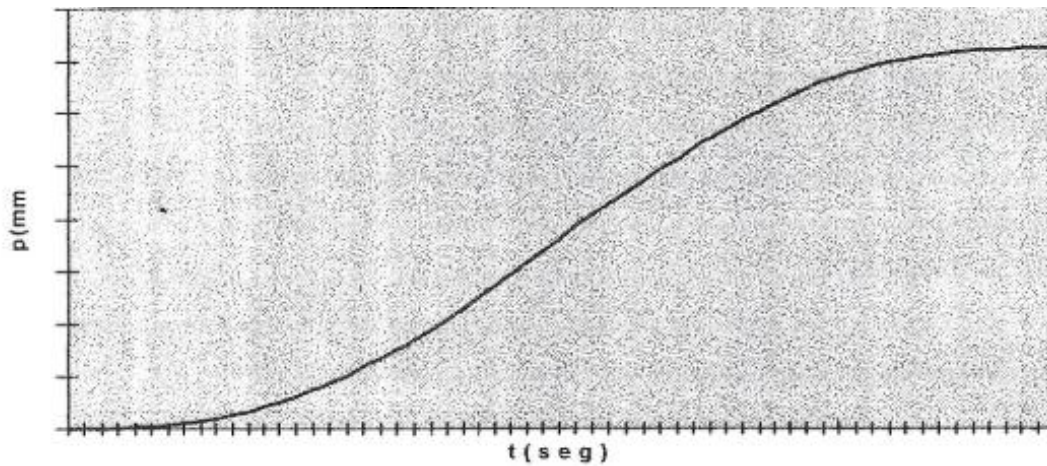


Fig.2.16 Perfil quintico para la posición

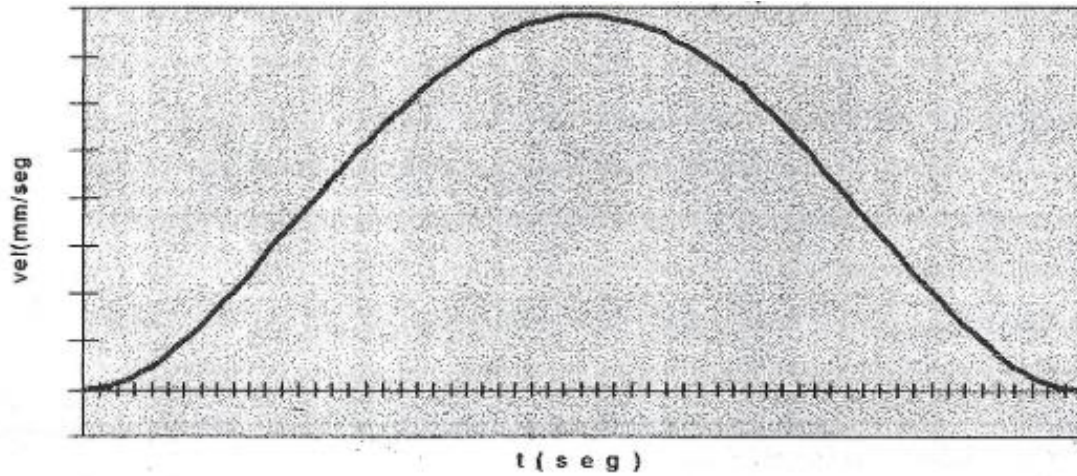


Fig. 2.17 Perfil quintico para la velocidad

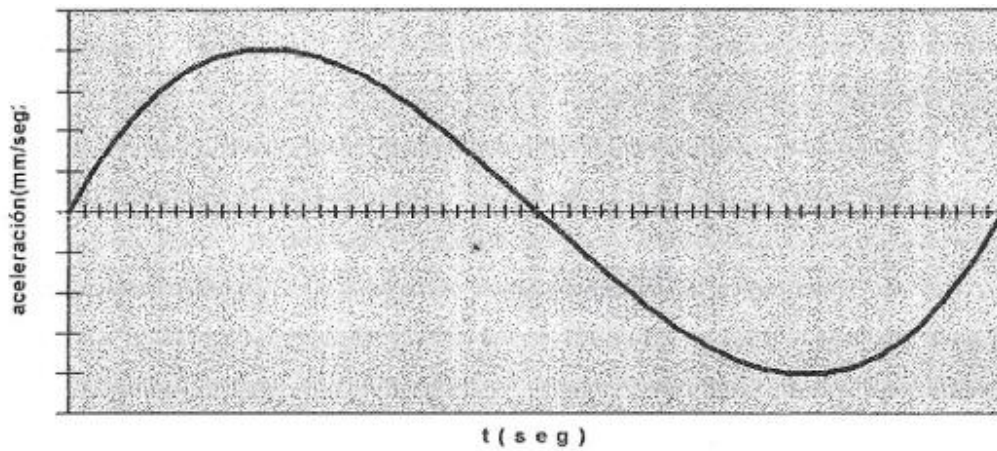


Fig.2.18 Perfil quintico para la aceleración

Posición

$$q(t) = \sum_{i=0}^5 a_i t^i \dots\dots ec.2.46$$

Velocidad

$$q'(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \sum_{i=0}^5 i a_i t^{i-1} \dots\dots\dots ec.2.47$$

Aceleración

$$q''(t) = \frac{d^2q(t)}{dt^2} = \sum_{i=0}^5 (i)(i-1) a_i t^{i-2} \dots\dots\dots ec.2.48$$

Evaluando condiciones iniciales y finales, esto es,  $t=0$  y  $t=t_f$  se obtienen los coeficientes que definen exactamente al polinomio.

$$a_0 = a_1 = a_2 = 0 \dots \dots \dots \text{ec.2.49}$$

$$a_3 = 10 \left( \frac{q_f}{t_f^3} \right) \dots \dots \dots \text{ec.2.50}$$

$$a_4 = -15 \left( \frac{q_f}{t_f^4} \right) \dots \dots \dots \text{ec.2.51}$$

$$a_5 = 6 \left( \frac{q_f}{t_f^5} \right) \dots \dots \dots \text{ec.2.52}$$

Entonces, el perfil de la posición queda definido por la siguiente ecuación

$$q(t) = q_f \left\{ 10 \left( \frac{t}{t_f} \right)^3 - 15 \left( \frac{t}{t_f} \right)^4 + 6 \left( \frac{t}{t_f} \right)^5 \right\}; t, 0 \leq t \leq t_f \dots \dots \dots \text{ec.2.53}$$

El perfil de la velocidad con que viaja el órgano terminal esta definido por la siguiente ecuación.

$$q'(t) = q_f \left\{ 30 \left( \frac{t^2}{t_f^3} \right) - 60 \left( \frac{t^3}{t_f^4} \right) + 30 \left( \frac{t^4}{t_f^5} \right) \right\}; t, 0 \leq t \leq t_f \dots \dots \dots \text{ec.2.54}$$

En lo que respecta a la aceleración, esta se determina por la ecuación

$$q''(t) = q_f \left\{ 60 \left( \frac{t}{t_f^3} \right) - 180 \left( \frac{t^2}{t_f^4} \right) + 120 \left( \frac{t^3}{t_f^5} \right) \right\}; t, 0 \leq t \leq t_f \dots \dots \dots \text{ec.2.55}$$

Perfil de quinto grado con periodo estacionario

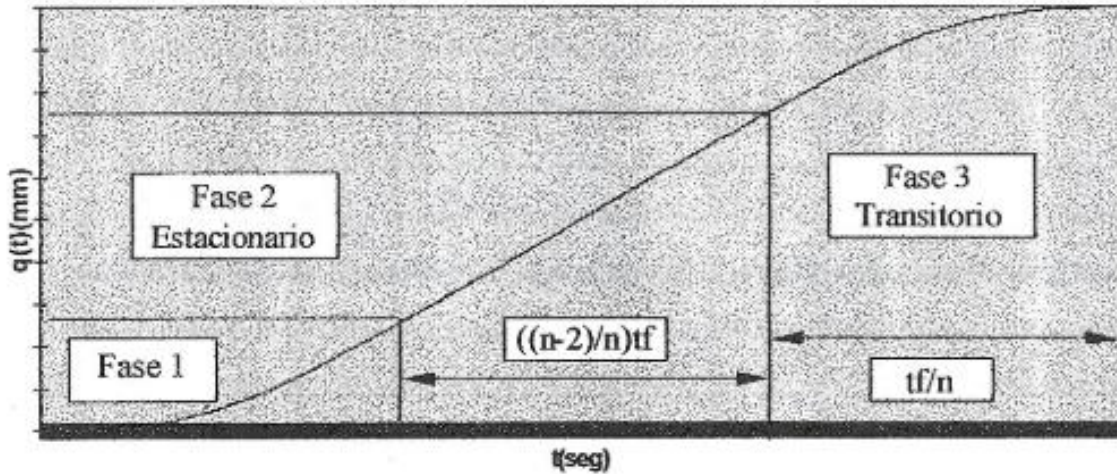


Fig.2.19 Perfil quintico con periodo estacionario

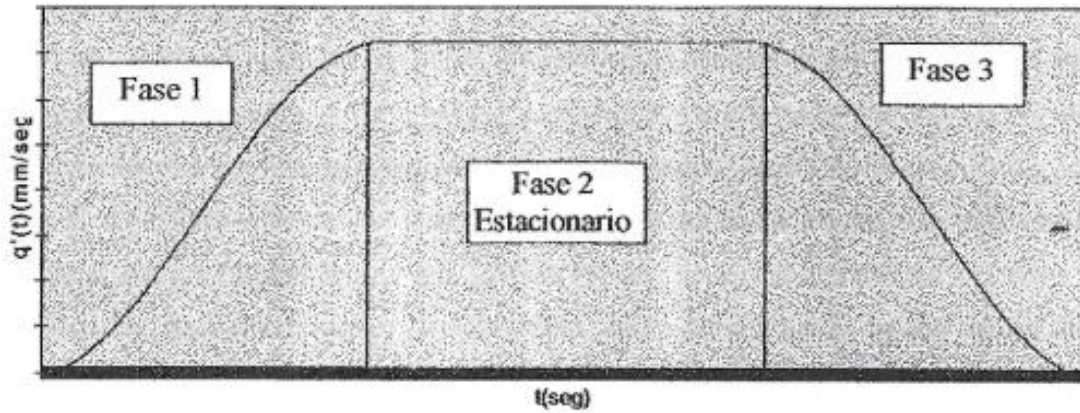


Fig.2.20 Evolución de la velocidad en el perfil quintico con periodo estacionario

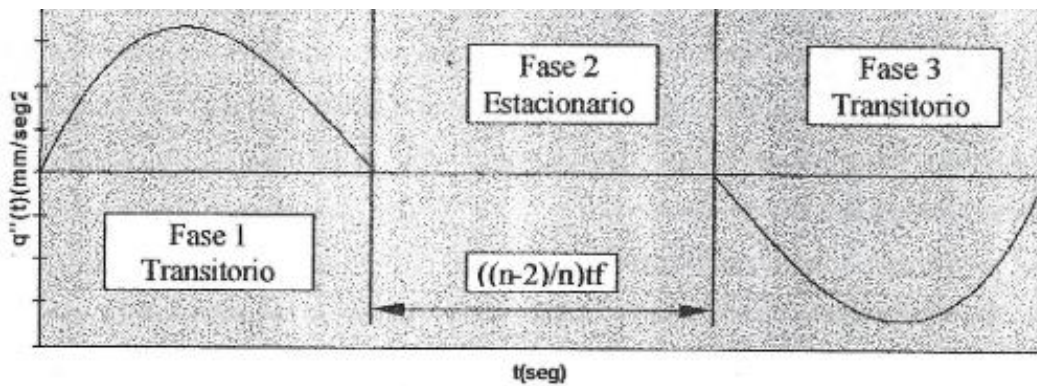


Fig.2.21 Evolución de la aceleración del perfil quintico con un periodo estacionario

Fase 1 (primer transitorio)

$$q(t) = \left\{ q_f \left( 1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left( \frac{10}{2^3} \right) \left( \frac{t}{t_f} \right)^3 - n^4 \left( \frac{15}{2^4} \right) \left( \frac{t}{t_f} \right)^4 + n^5 \left( \frac{6}{2^5} \right) \left( \frac{t}{t_f} \right)^5 \right\}; 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \dots \dots \text{ec.2.56}$$

Fase 2 (estacionario)

$$q(t) = q \left( \frac{t_f}{n} \right) + q' \left( \frac{t_f}{n} \right) \left\{ t - \frac{t_f}{n} \right\}; \frac{t_f}{n} \leq t \leq \left( \frac{n-1}{n} \right) t_f \dots \dots \text{ec.2.57}$$

Fase 3 (Segundo transitorio)

$$q(t) = \left\{ q_f \left( 1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left( \frac{10}{2^3} \right) \left( \frac{t}{t_f} \right)^3 - n^4 \left( \frac{15}{2^4} \right) \left( \frac{t}{t_f} \right)^4 + n^5 \left( \frac{6}{2^5} \right) \left( \frac{t}{t_f} \right)^5 \right\} + q' \left( \frac{t_f}{n} \right) \left( \frac{n-2}{n} t_f \right); \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \dots \dots \text{ec.2.58}$$

Perfil de la velocidad para cada periodo estacionario

Para la fase 1

$$q'(t) = \left\{ q_f \left( 1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left( \frac{30}{2^3} \right) \left( \frac{t^2}{t_f^3} \right) - n^4 \left( \frac{60}{2^4} \right) \left( \frac{t^3}{t_f^4} \right) + n^5 \left( \frac{30}{2^5} \right) \left( \frac{t^4}{t_f^5} \right) \right\};$$

$$0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \dots \text{ec.2.59}$$

Para la fase 2

$$q'(t) = q' \left( \frac{t_f}{n} \right); \frac{t_f}{n} \leq t \leq \left( \frac{n-1}{n} \right) t_f \dots \text{ec.2.60}$$

Para la fase 3

$$q'(t) = \left\{ q_f \left( 1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left( \frac{30}{2^3} \right) \left( \frac{(t-\frac{n-2}{n}t_f)^2}{t_f^3} \right) - n^4 \left( \frac{60}{2^4} \right) \left( \frac{(t-\frac{n-2}{n}t_f)^3}{t_f^4} \right) + n^5 \left( \frac{30}{2^5} \right) \left( \frac{(t-\frac{n-2}{n}t_f)^4}{t_f^5} \right) \right\}; \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.61}$$

A continuación se presentan las ecuaciones que definen la aceleración

Para la fase 1

$$q''(t) = \left\{ q_f \left( 1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left( \frac{60}{2^3} \right) \left( \frac{t}{t_f^3} \right) - n^4 \left( \frac{180}{2^4} \right) \left( \frac{t^2}{t_f^4} \right) + n^5 \left( \frac{120}{2^5} \right) \left( \frac{t^3}{t_f^5} \right) \right\};$$

$$0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \dots \text{ec.2.62}$$

Para la fase 2

$$q''(t) = 0; \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n} t_f \dots \text{ec.2.63}$$

Para la fase 3

$$q''(t) = \left\{ q_f \left( 1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left( \frac{60}{2^3} \right) \left( \frac{t-\frac{n-2}{n}t_f}{t_f^3} \right) - n^4 \left( \frac{180}{2^4} \right) \left( \frac{(t-\frac{n-2}{n}t_f)^2}{t_f^4} \right) + n^5 \left( \frac{120}{2^5} \right) \left( \frac{(t-\frac{n-2}{n}t_f)^3}{t_f^5} \right) \right\}; \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \dots \text{ec.2.64}$$

La selección de un perfil u otro depende ya que cada uno tiene ventajas y desventajas respecto del otro, y su uso depende de la tarea asignada, de los puntos de inicio y partida de la trayectoria y del lugar geométrico del recorrido.

### 2.3.2 Lugar Geométrico de la trayectoria.

Una de las tareas del robot tal vez relacione un desplazamiento en línea recta dentro del espacio físico del manipulador.

La ecuación vectorial paramétrica de la recta se muestra a continuación. Allí se presenta el parámetro  $q(t)$  que relaciona al lugar geométrico con el perfil de la trayectoria. Este parámetro es precisamente la variación con el tiempo de la distancia recorrida sobre la recta.

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} q(t) \dots\dots\dots ec.2.65$$

Los elementos  $a$ ,  $b$  y  $c$  son las componentes directrices de un vector unitario, paralelo al vector definido entre los puntos  $P_1$  Y  $P_2$ .

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \left( \frac{1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}} \right) \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots ec.2.66$$

La velocidad vectorial se encuentra derivando temporalmente la ec. (2.65)

$$\begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} q'(t) \dots\dots\dots ec.2.67$$

La aceleración vectorial se debe de relacionar con la de la aceleración de la trayectoria se emplea el parámetro  $d^2 q(t)/dt^2$ .

$$\begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \\ z''(t) \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} q''(t) \dots\dots\dots ec.2.68$$

#### Arcos

Otra de las posibles trayectorias geométrica que puede ejecutar el manipulador son los arcos o segmentos circulares en el espacio físico tridimensional.

El primer paso es determinar la ubicación del círculo, para esto es necesario ubicar su centro determinado por el vector  $p_c$ .



Para facilitar la determinación de los puntos cartesianos operacionales por los que viajara el órgano terminal se obtendrá la descripción de un sistema referencial respecto al sistema inercial.

Una vez determinada su posición es necesario obtener su orientación. El sistema orto normal tiene la siguiente orientación: su elemento  $z_c$  se encuentra perpendicular al plano del círculo, la siguiente ecuación lo define con el vector  ${}^0u$ . su elemento  $y_c$  unitario, se encuentra paralelo, y con la misma dirección y sentido, al vector diferencial entre los vectores  ${}^0p_1$  y  ${}^0p_c$ , El vector restante se encuentra naturalmente para formar una base derecha.

$${}^0u = {}^0p_1 p_c * {}^0p_2 p_c \dots \dots \dots \text{ec.2.69}$$

Dónde:

$${}^0p_1 p_c = {}^0p_1 - {}^0p_c \dots \dots \dots \text{ec.2.70}$$

$${}^0p_2 p_c = {}^0p_2 - {}^0p_c \dots \dots \dots \text{ec.2.71}$$

Así las ecuaciones siguientes representan a dos elementos de la base generadora.

$${}^0x_c = {}^0p_1 p_c \dots \dots \dots \text{ec.2.72}$$

$${}^0z_c = {}^0u \dots \dots \dots \text{ec.2.73}$$

$${}^0y_c = {}^0z_c * {}^0x_c = {}^0u * {}^0p_1 p_c \dots \dots \dots \text{ec.2.74}$$

Por lo tanto la orientación de la base {c} respecto a la base {0} es

$${}^0R = ( {}^0x_c \quad {}^0y_c \quad {}^0z_c ) \dots \dots \dots \text{ec.2.75}$$

Para determinar totalmente la trayectoria es necesario relacionar el parámetro  $q(t)$

Así, el arco recorrido en el tiempo es:

$$A(t) = q(t) = \| {}^c p_1 \| \varepsilon(t) \dots \dots \dots \text{ec.2.76}$$

Con sus condiciones extremas:

$$A(0) = q(0) = 0; A(t_f) = q(t_f) = q_f \dots \dots \dots \text{ec.2.77}$$

Y sus coordenadas cartesianas evolucionadas con el tiempo relativas a {c} se muestran en las siguientes ecuaciones.

$${}^0y(t) = \| {}^c p_1 \| \sin \left( \frac{q(t)}{\| {}^c p_1 \|} \right) \dots \dots \dots \text{ec.2.78}$$

$${}^0x(t) = \| {}^c p_1 \| \cos \left( \frac{q(t)}{\| {}^c p_1 \|} \right) \dots \dots \dots \text{ec.2.79}$$

$${}^0z(t) = 0 \dots \text{ec.2.80}$$

$${}^c p(t) = \begin{pmatrix} {}^c x(t) \\ {}^c y(t) \\ {}^c z(t) \end{pmatrix} \dots \text{ec.2.81}$$

La posición del órgano terminal debe de coincidir con  ${}^0p(t)$ .

$${}^0OT(t) = {}^0p(t) \dots \text{ec.2.82}$$

En lo que respecta a la velocidad, se tiene las siguientes ecuaciones.

$${}^c v_{px}(t) = - {}^c p_y(t) \left( \frac{\dot{q}(t)}{\| {}^c p_1 \|} \right) \dots \text{ec.2.83}$$

$${}^c v_{py}(t) = - {}^c p_x(t) \left( \frac{\dot{q}(t)}{\| {}^c p_1 \|} \right) \dots \text{ec.2.84}$$

$${}^c v_{pz}(t) = 0 \dots \text{ec.2.85}$$

Descrita en le referencial  $\{0\}$ , la velocidad del punto  $p(t)$  se presenta en la siguiente ecuación.

$${}^0v_p(t) = {}^0R^c v(t) \dots \text{ec.2.86}$$

Esta velocidad debe de coincidir con la que el órgano terminal desarrolla.

$${}^0V_{OT}(t) = {}^0v_p(t) \dots \text{ec.2.87}$$

Para la aceleración se sigue el mismo proceso, teniéndose las siguientes ecuaciones.

$${}^c a_{px}(t) = - {}^c p_y(t) \left( \frac{\ddot{q}(t)}{\| {}^c p_1 \|} \right) - {}^c p_x(t) \left( \frac{\dot{q}(t)}{\| {}^c p_1 \|} \right)^2 \dots \text{ec.2.88}$$

$${}^c a_{py}(t) = - {}^c p_x(t) \left( \frac{\ddot{q}(t)}{\| {}^c p_1 \|} \right) - {}^c p_y(t) \left( \frac{\dot{q}(t)}{\| {}^c p_1 \|} \right)^2 \dots \text{ec.2.89}$$

$${}^c a_{pz}(t) = 0 \dots \text{ec.2.90}$$

Descrito en el referencial  $\{0\}$ , se tiene:

$${}^0a_p(t) = {}^0R^c a(t) \dots \text{ec.2.91}$$

Limitando al órgano terminal a seguir esta característica cinemática, se tiene la ec. Siguiente:

$${}^0a_{OT}(t) = {}^0a_p(t) \dots \text{ec.2.92}$$

## 2.4 Interpolación

Se le denomina interpolación a la obtención de nuevos puntos partiendo del conocimiento de un conjunto de puntos.

En la mayoría de los problemas de interpolación, se utiliza la interpolación mediante spline por que da lugar a resultados similares requiriendo solamente el uso de polinomios de bajo grado, evitando así oscilaciones, indeseables en la mayoría de las aplicaciones, encontradas al interpolar mediante polinomios de un grado elevado.

### 2.4.1 Polinomio

Un polinomio es una representación algebraica compuesta de uno o más monomios el cual está representado de la siguiente manera.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0 \dots \dots \text{ec.2.93}$$

Siendo  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$  números, llamados coeficientes,  $a_0$  es el número independiente.

Polinomio completo.- Se le denomina polinomio completo aquel que tiene todos sus términos desde el termino independiente hasta el término de mayor grado.

$$P(x) = 2 x^3 + 3x^2 + 5x + 3 \dots \dots \text{ec.2.94}$$

El grado de un polinomio se define por el valor del mayor exponente a la que se encuentre elevada la variable x.

### 2.4.2 Spline

Un spline es una curva defina en porciones mediante polinomios, la forma en que se conecta cada uno de los vértices define el tipo de interpolación que se hace ya se a lineal o curva.

Se utilizan para aproximar formas complicadas.

### 2.4.3 Tipo de spline

Como se ha mencionado con anterioridad los polinomios de grado elevado pueden representar grandes oscilaciones, por lo cual hace que un polinomio pueda coincidir con una función en muchos puntos y que aunque dos de ellos están muy próximos en puntos entre estos dos el valor del polinomio difiere mucho de la función. Incluso es posible que la distancia tienda a infinito cuando el grado del polinomio crece.

Por lo contrario para polinomios de grado bajo no se dan tales oscilaciones por lo cual se trata de especificar las rectas las parábolas o las cúbicas por citar los grados más bajos, los cuales son de mayor interés en la construcción de spline polinómicas.

#### 2.4.3.1 Lineal o de grado uno

Es el más simple de todos los tipos de spline ya que conecta todos sus vértices a través de líneas rectas conectados directamente.

$$a = x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n = b \dots \text{ec.2.95}$$

Del intervalo  $[a, b]$ , de tal manera que un extremo final de un segmento coincide con el principio del siguiente. La gráfica que resulta es la llamada poligonal. Por tal motivo es un polinomio menor o igual que uno y además estas propiedades se mantienen cuando se suman polígonos o se multiplican por escalares.

Por tanto las funciones cuyas gráficas son las poligonales asociadas a la partición anterior constituyen un espacio vectorial. Este espacio vectorial es el de las funciones spline de grado uno y nodos  $x_1, \dots, x_n$ , se denota por  $S_1(x_1, \dots, x_n)$ .

Se puede notar que si en los nodos  $(x_1, \dots, x_n)$  se conocen los valores  $y_1, \dots, y_n$  que toma cierta función y se desea construir una poligonal, del tipo anterior que pasa por ellos, el problema tiene solución y es única: su gráfica la forman los segmentos que unen los puntos resultantes, el punto  $(x_1, y_1)$  con el punto  $(x_2, y_2)$ , etc. Y su expresión analítica,  $S_i(x)$  en el subintervalo  $[x_i, x_{i+1}]$ ,  $1 \leq i \leq n - 1$  es.

$$S_i(x) = y_1 + \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i), x \in [x_i, x_{i+1}] \dots \text{ec.2.96}$$

Por lo tanto el problema consiste en la interpolación de datos lagrangianos referidos a los nodos  $x_1, \dots, x_n$  en el espacio  $S_1(x_1, \dots, x_n)$  por lo cual tienen solución en ese espacio vectorial y es única.

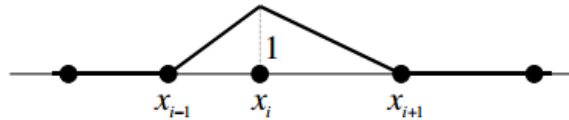


Fig. 2.22 Grafica de la función de la base de  $S_1(x_1, \dots, x_n)$  correspondiente al nodo  $x_i$

### 2.4.3.2 Spline cuadráticos o de segundo grado

Las funciones polinómicas de grado mayor a uno siguen una filosofía idéntica a las de grado uno, solo que al aumentar el grado se puede conseguir una mayor regularidad global, sin que cambie mucho las dimensiones del espacio vectorial.

Los spline cuadráticos con nodos  $x_1, \dots, x_n$  están constituidos por parábolas a trozos, unidas entre si no solo con continuidad sino con tangencia continua, de tal forma que son funciones de clase uno en el intervalo  $[a, b]$ . El espacio vectorial correspondiente se denota por  $S_2(x_1, \dots, x_n)$ .

Si se quiere usar el spline cuadrático para interpolar datos, la siguiente parábola tendría que volver a interpolar una derivada arbitraria en uno de estos extremos, pues para que ambas parábolas enlacen con clase uno necesita que la nueva parábola construida en el intervalo  $[x_1, x_2]$ . Continuando la construcción has el ultimo subintervalo, observamos que el espacio  $S_2(x_1, \dots, x_n)$ . Permite resolver un problema de interpolación con  $n+1$  datos (*valores en los  $n$  nodos y el valor de la derivada en uno de ellos*). Nuevamente la dimensión  $n+1$  es igual al número de parábolas que hay que construir,  $n-1$ , por el número de parámetros de cada una, tres, menos el número de nodos interiores,  $n-2$ , por las restricciones en cada nodo interior, (*dos coincide del valor y de la primera derivada*).

Ejemplo.-

$$\text{Encontrar } s \in S_2(x_1, \dots, x_n)$$

$$\text{Tal que } s(x_i) = y_i, 1 \leq i \leq n$$

Si  $s_k$  es el polinomio cuadrático que se obtiene al restringir  $s \in S_2(x_1, \dots, x_n)$  al intervalo  $[x_k, x_{k+1}]$ ,  $k = 1, 2, \dots, n-1$ , entonces  $s_k(x) = \alpha_k + \beta_k(x - x_k) + \gamma_k(x - x_k)^2$ , donde  $\alpha_k, \beta_k$  y  $\gamma_k$  son constantes reales. La función  $s$  cumplirá las condiciones de interpolación  $s(x_i) = y_i$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , si y solo si  $s_k(x_k) = y_k$  y  $s_k(x_{k+1}) = y_{k+1}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n-1$ , condiciones equivalentes a

$$y_k = s_k(x_k) = \alpha_k \dots \dots \dots \text{ec.2.97}$$

$$y_{k+1} = s_k(x_{k+1}) = \alpha_k + \beta_k h_k + \gamma_k h_k^2 \dots \dots \dots \text{ec.2.98}$$

Donde  $h_k = x_{k+1} - x_k$  entonces

$$\alpha_k = y_k \dots \text{ec.2.99}$$

$$\gamma_k = \frac{\Delta_k - \beta_k}{h_k} \dots \text{ec.2.100}$$

Donde  $\Delta_k = \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k}$ . La determinación del interpolante spline s pasa por hallar los valores  $\beta_k$ . Solo resta imponer que s sea de clase  $C^1$  ([a, b]). Pero esto está garantizado si s es derivable en los nodos interiores  $x_2, \dots, x_{n-1}$ .

En definitiva s es de clase  $C^1$  ([a, b]) si y solo si  $s'_k(x_{k+1}) = s'_{k+1}(x_{k+1})$ ,  $k = 1, 2, \dots, n-2$ , es decir si y solo si

$$\beta_k + 2(\Delta_k - \beta_k) = \beta_{k+1}, \dots \text{ec.2.101}$$

Que da lugar a

$$\beta_k + \beta_{k+1} = 2\Delta_k, k = 1, 2, \dots, n - 2 \dots \text{ec.2.102}$$

### 2.4.3.3 Interpolación de spline cúbicos de clase uno

De igual forma que en los casos anteriores se puede construir un espacio formado por funciones cúbicas a trozos de clase dos. Es el espacio vectorial que se denota por  $S_3(x_1, \dots, x_n)$ , este espacio tiene dimensiones de  $n+2$ , como indica un razonamiento similar a los casos anteriores.

$$\{1, x, x^2, x^3, (x - x_2)^3, (x - x_3)^3, \dots, (x - x_n)^3\} \dots \text{ec.2.103}$$

Con el espacio  $S_3(x_1, \dots, x_n)$  podemos interpolar valores en los n nodos y dos datos más. Los problemas de interpolación en el espacio  $S_3(x_1, \dots, x_n)$  tienen sus datos restantes referidos a los nodos de los extremos a y b; por tanto, su construcción no es tan simple como en los casos anteriores.

Encontrar  $s(x) \in S_3(x_1, \dots, x_n)$

Tal que  $s(x_i) = y_i, 1 \leq i \leq n$

Como se ha comentado se requieren dos condiciones adicionales; tres elecciones

1.- Caso cúbico natural

$$s''(x_1) = 0, s''(x_n) = 0 \dots \text{ec.2.104}$$

2.- Caso cúbico periódico

$$s'(x_1) = s'(x_n), s''(x_1) = s''(x_n) \dots \text{ec.2.105}$$

### 3.-Caso cúbico sujeto`

$$s'(x_1) = y_0, s'(x_n) = y_n \dots \dots \dots \text{ec.2.106}$$

Los problemas de Lagrange con las anteriores condiciones adicionales tienen n datos de interpolación comunes.

El spline cúbico natural de interpolación. Se mantiene la anotación empleada en caso cuadrático. La restricción al sub intervalo  $[x_k, x_{k+1}]$  del spline s se nota que  $s_k$  y es un polinomio de grado menor o igual que tres, que debe tomar en los extremos los valores  $y_k$  e  $y_{k+1}$ , respectivamente. Si denominamos  $d_k$  y  $d_{k+1}$  a los valores desconocidos de la derivada primera de s en los extremos  $x_k$  y  $x_{k+1}$  entonces  $s_k$  satisface las igualdades.

$$s_k(x_k) = y_k, s_k(x_{k+1}) = y_{k+1} \dots \dots \dots \text{ec.2.107}$$

$$s'_k(x_k) = d_k, s'_k(x_{k+1}) = d_{k+1} \dots \dots \dots \text{ec.2.108}$$

Se trata de un problema de interpolación polinómica de Hermite, por lo que puede expresarse en términos de los polinomios correspondiente base de Newton:

$\{1, x - x_k, (x - x_k)^2, (x - x_k)^2(x - x_{k+1})\}$ . Unos cálculos elementales muestran que

$$s_k(x) = y_k + d_k(x - x_k) + \frac{1}{h_k} \left( \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k} - d_k \right) (x - x_k)^2 + \frac{1}{h_k^2} \left( -2 \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k} + d_{k+1} + d_k \right) (x - x_k)^2 (x - x_{k+1}) \dots \dots \dots \text{ec.2.109}$$

La función s construida a partir de las restricciones  $s_k, k = 1, 2, \dots, n - 1$ , interpola los valores  $y_k$  y es de clase  $C^1([a, b])$ . Solo hay que imponer que sea de clase  $C^2([a, b])$ , lo que se consigue si lo es en los nodos interiores  $x_2, \dots, x_{n-1}$ . Pero esto equivale a que

$$s''_k(x_{k+1}) = \frac{6(y_k - y_{k+1}) + 2h_k(d_k + 2d_{k+1})}{h_k^2} \dots \dots \dots \text{ec.2.110}$$

Y

$$s''_{k+1}(x_{k+1}) = -2 \frac{3(y_{k+1} - y_{k+2}) + h_{k+1}(2d_{k+1} + d_{k+2})}{h_{k+1}^2} \dots \dots \dots \text{ec.2.111}$$

En definitiva, igualando ambos valores y simplificando, se tiene que clase  $C^2([a, b])$ , si y solo si

$$\frac{1}{h_k} d_k + 2 \left( \frac{1}{h_k} + \frac{1}{h_{k+1}} \right) d_{k+1} + \frac{1}{h_{k+1}} d_{k+2} = 3 \left( \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k^2} + \frac{y_{k+2} - y_{k+1}}{h_{k+1}^2} \right) \dots \dots \dots \text{ec.2.112}$$

Para  $k= 1,2,\dots,n - 2$ , Constituyen un sistema de  $n - 2$  ecuaciones para  $n$  incognitas, por lo que el problema no es unisolvante, como ya se anunció. Son necesarias dos condiciones adicionales. En el caso cúbico natural, son  $s''(a)=s''(b)=0$ , o, equivalente,  $s_1''(x_1) = s_{n-1}''(x_n) = 0$ . A partir de las expresiones de  $s_1$  y  $s_{n-1}$ , se obtiene que la segunda derivada de  $s$  en  $a$  y  $b$  será nula si y solo si

$$2d_1 + d_2 = 3 \frac{y_2 - y_1}{h_1} \dots \dots \dots \text{ec.2.113}$$

$$d_{n-1} + 2d_n = 3 \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} \dots \dots \dots \text{ec.2.115}$$

La matriz de coeficientes del sistema que determina los valores de la derivada de  $s$  en los nodos de interpolación es

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{h_1} & & & & & & & & & & \\ & \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} & & & & & & & & & \\ & & \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & \\ & & & & \frac{1}{h_{n-3}} & & & & & & \\ & & & & & \frac{1}{h_{n-2}} + \frac{1}{h_{n-1}} & & & & & \\ & & & & & & \frac{1}{h_{n-1}} & & & & \\ & & & & & & & \frac{1}{h_{n-2}} + \frac{1}{h_{n-1}} & & & \\ & & & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & & & \frac{1}{2} & \end{pmatrix}$$

Es una matriz diagonalmente dominante en sentido estricto, por lo que es invertible. A si pues, existe un único spline natural de interpolación. El vector de términos independientes es

$$3 \left( \frac{y_2 - y_1}{h_1}, \frac{y_2 - y_1}{h_1^2} + \frac{y_3 - y_2}{h_2^2}, \dots, \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{h_{n-2}^2} + \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}^2}, \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} \right)^T \dots \dots \dots \text{ec.2.116}$$

En la siguiente figura se muestran las grafica de la función  $f(x) = \sin x$  y de su spline cúbico natural de interpolación relativa a la partición uniforme del intervalo  $[0,\pi]$

Con paso  $h = \frac{\pi}{4}$ , y el error de interpolación asociado respectivamente.



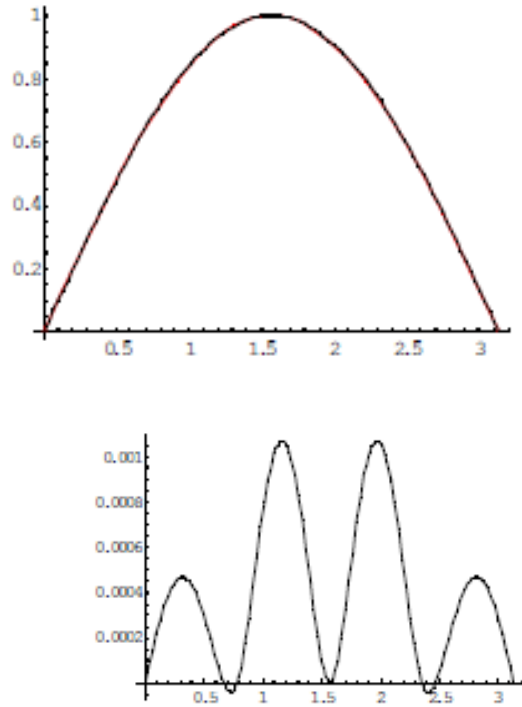


Fig. 2.23 Grafica del error de interpolación

El caso cúbico sujeto es mas simple, pues la condiciones en los extremos se traducen en valores concretos de  $d_1$  y  $d_n$ , por lo que las ecuaciones primera y ultima que relacionan los valores de las incógnitas se simplifican, obteniendo un sistema de orden  $n-2$  en lugar de un orden  $n$ .



### 3.1 Sistema mecánico

En el sistema mecánico se adecuó la estructura del manipulador para que este tuviera una mayor rigidez estructural.

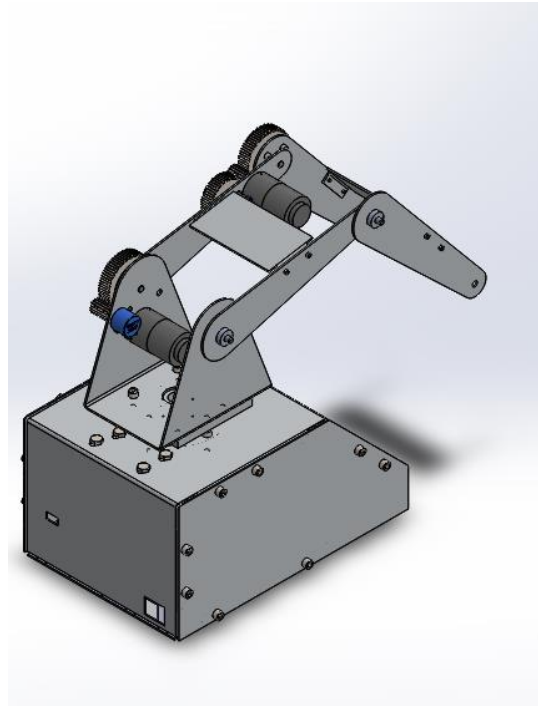


Fig.3.1 Brazo Nezdor

Se cambiaron los pernos que le daban rigidez a la base debido a que los que tenía por uso perdieron su rigidez estructural.



Fig.3.2 Perno de rigidez base

Se maquinó el perno que acopla el eslabón cadera con el eslabón proximal ya que los pernos que tenía le daban holgura debido a que eran muy cortos y al subir o bajar el eslabón las placas que lo forman se pandeaban lo cual hacía que el engrane de la transmisión no hacía contacto de una manera eficiente con el motor y este se barría, de igual manera se maquinaron los separadores que hay entre un eslabón y otro.



Fig. 3.3 Perno de acoplamiento base - proximal

Se maquinó el perno que acopla al eslabón proximal y al eslabón distal al igual que sus separadores.

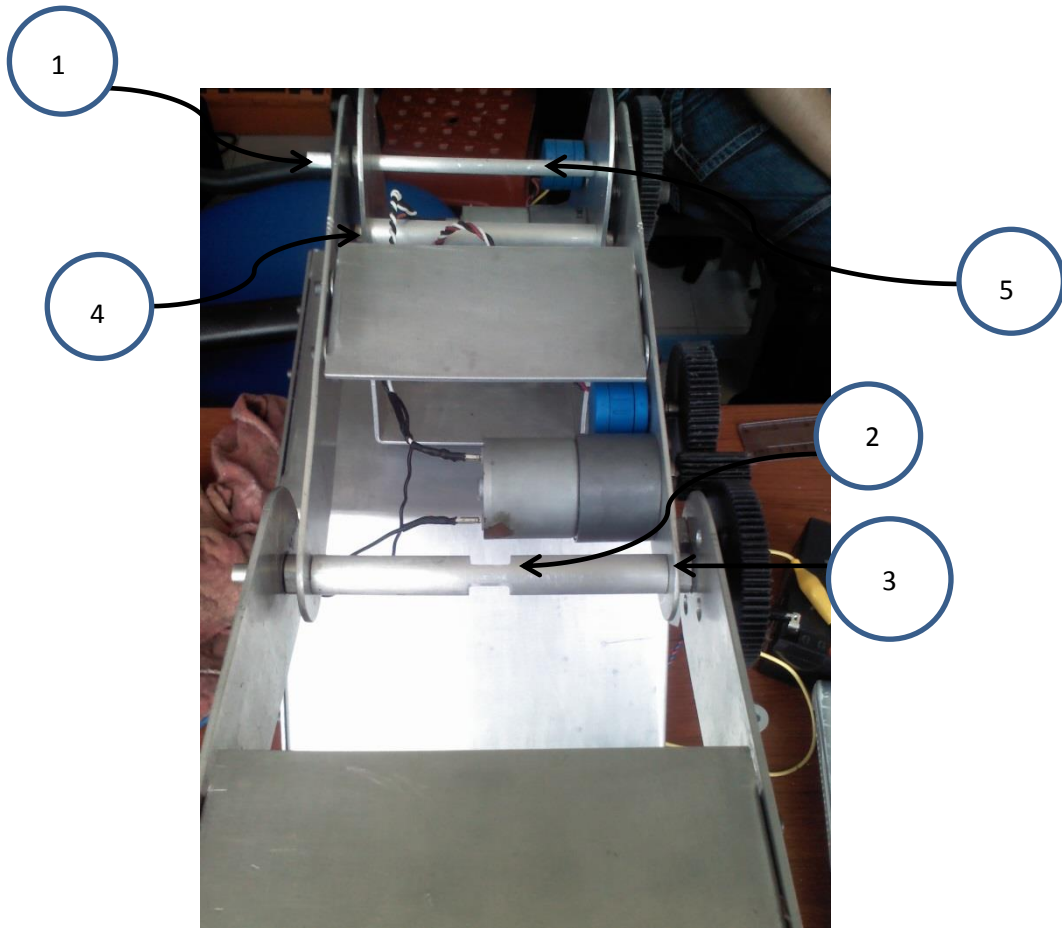


Fig. 3.4 Perno acoplamiento proximal – distal

1	Separador B-P
2	Perno Distal
3	Separador P-D
4	Perno de rigidez
5	Perno proximal

Tabla 2.2 Sistema mecánico

Las piezas anteriormente mencionadas se maquinaron en aluminio por su alta resistencia y su bajo peso para que no afectara al torque del motor.

Se acoplaron prisioneros a cada uno de los engranes debido a que de la manera que estaban puestos estos presentaban juego haciendo que el motor girara sin que el eslabones se desplazaran, al igual para los potenciómetros el engrane giraba pero la flecha del potenciómetro no giraba hasta un cierto punto haciendo que las lecturas no cambiaban o fueran otras cuando el eslabón estaba en otra posición.

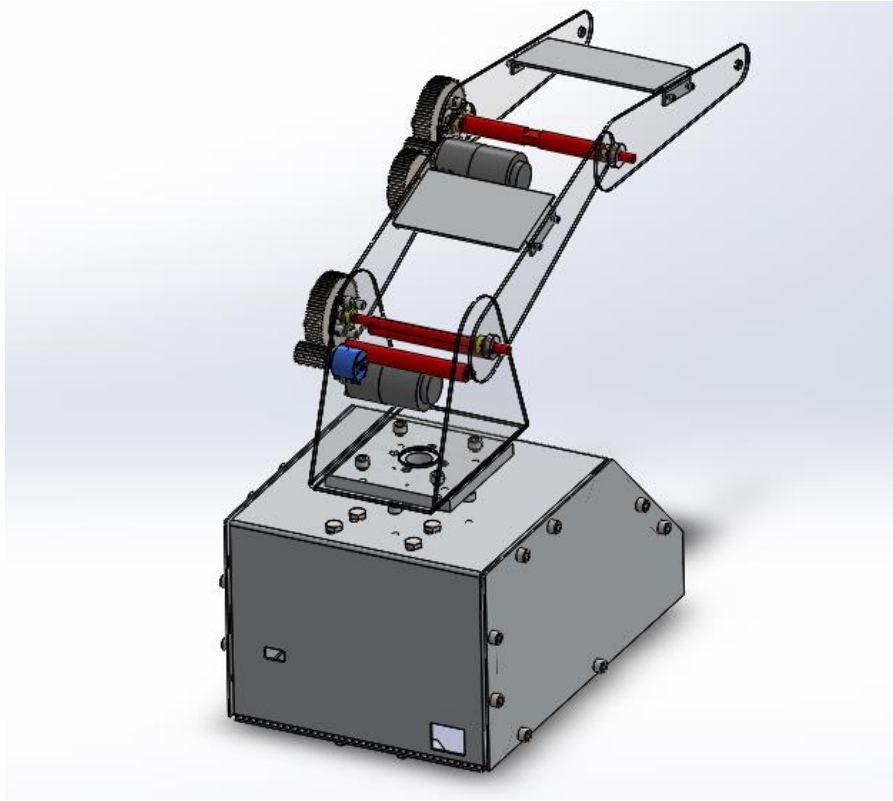
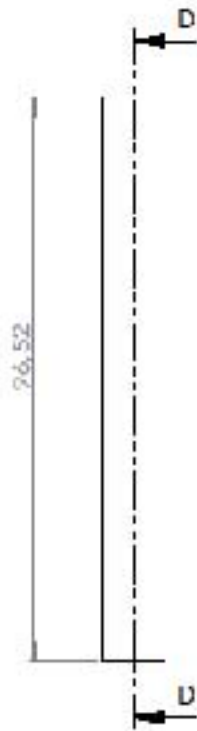


Fig.3.5 Sistema Mecánico modificado



SECCIÓN D-D  
ESCALA 1 : 1



## Manipulador robotico

Universidad Nacional Autónoma  
de México

Facultad de Estudios Superiores  
Aragón

Ver:  
A

Dibujo:

RAA

Revisó:

HMA

Aprobó:

HMA



maso

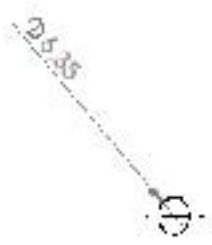
mm

Escala:

1:1

Plano:

1



### Perno de acoplamiento Cadera -Proximal



**Manipulador robotico**

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Aragón

Rev: A

Dibujó: RAA

Revisó: HMA

Aprobó: HMA



cotar

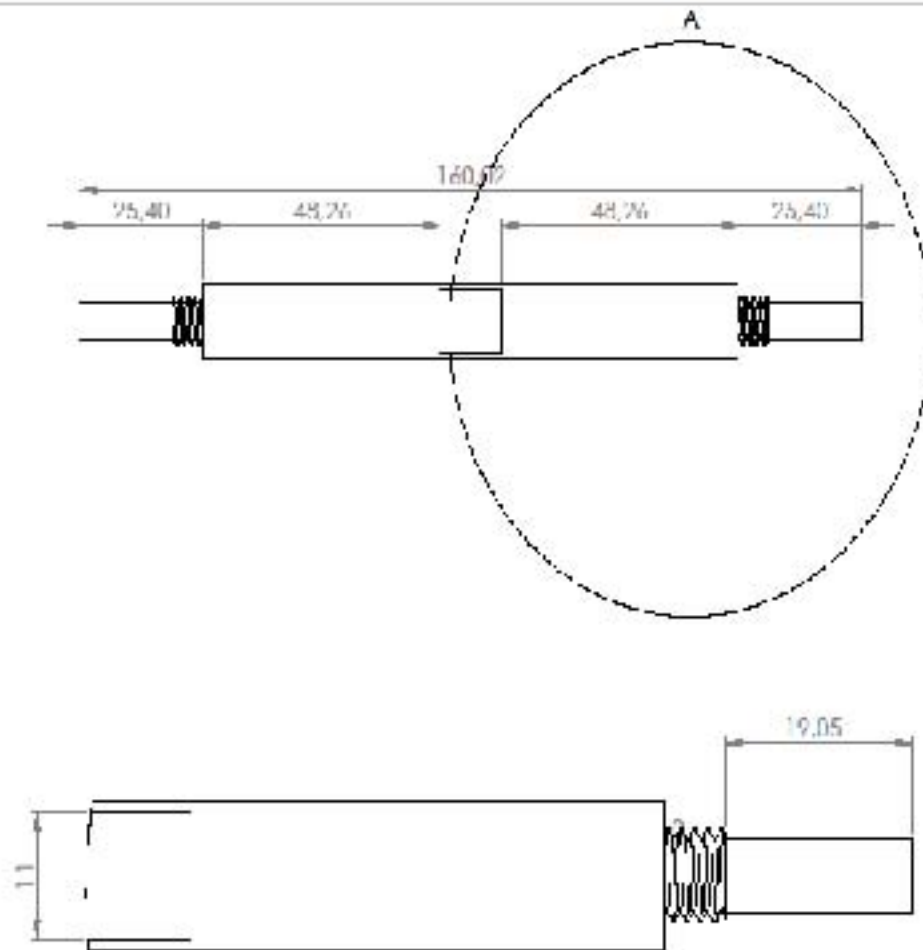
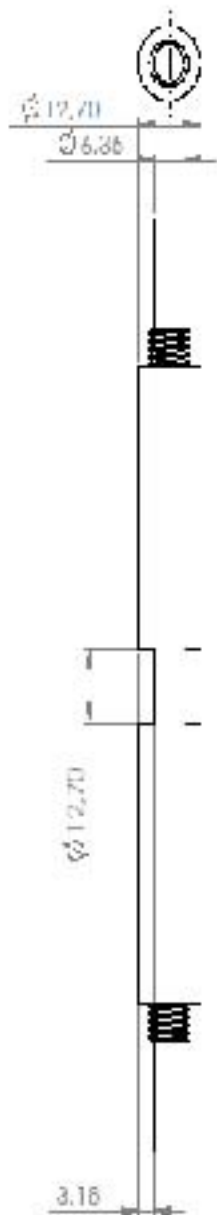
mm

hoja: 55

1:1

Plano: I





DETALLE A  
ESCALA 2 : 1

Diametro de rosca 5/16in  
No. de hilos por in 18

### Perno de acoplamiento Distal-Proximal



Manipulador robotico

Universidad Nacional Autónoma  
de México

Facultad de Estudios Superiores  
Aragón

Ver  
A

Dibujo:  
RAA

Revisó:  
HMA

Aprobó:  
HMA

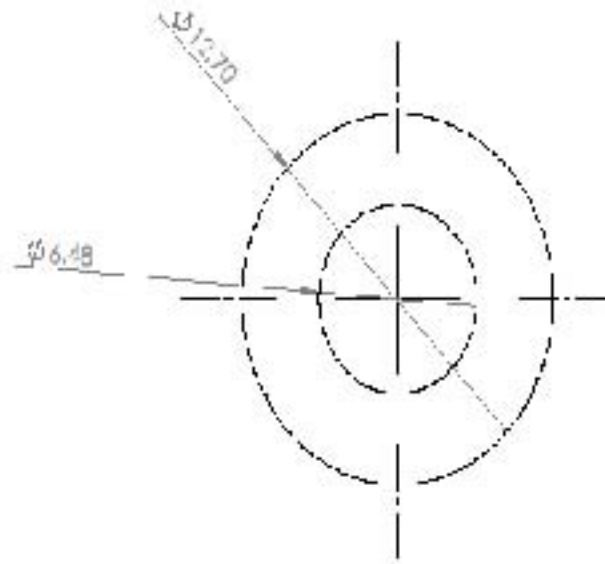


Unas  
mm

Escala:  
1:1

Planos:  
1

56



### Separador cadena-proximal



Manipulador robotico

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Aragón

Ver:  
A

Dibujo:

RAA

Revisó:

HMA

Aprobó:

HMA



Unas

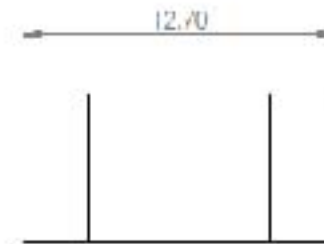
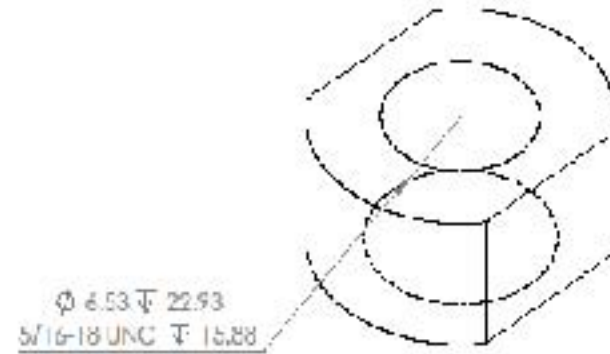
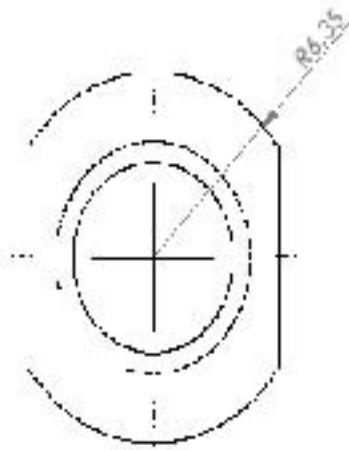
mm

Escala:

5:1

Plano:

1



### Separador Tuerca Proximal-Distal



Manipulador robotico

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Aragón

Ver:  
A

Dibujo:

RAA

Revisó:

HMA

Aprobó:

HMA



Unas

mm

Escala:

2:1

Plano:

1

58

### 3.2 Sistema Electrónico

La parte electrónica del Manipulador Nezdor se reemplazó por completo, se caracterizó por funciones, se instalaron circuitos impresos con funciones específicas cada uno.

Se instaló un corta corriente debido que para poder interrumpir el flujo de la corriente de la fuente de alimentación debía abrirse la tapa del robot lo cual se evita con el cortacorriente exterior que se le instalo.



Fig.3.6 Interruptor de corriente

Se aisló la fuente de alimentación de Potencia de la fuente de alimentación de señales. Teniendo en común GND.

Se generaron los diagramas a través de Proteus, en su plataforma ISIS se generó el circuito eléctrico y se seleccionaron los componentes necesarios para poder generar el circuito impreso (PCB).

Una vez creado el circuito eléctrico se pasó a la plataforma de ARES de Proteus. En ARES se generan las pistas y se posicionan los elementos sobre un área que representara nuestra placa Fenólica.

Se desarrolló un circuito impreso de GND y VCC para poder tomar la fuente de alimentación que nos entrega el Arduino para alimentar los circuitos impresos de las señales.

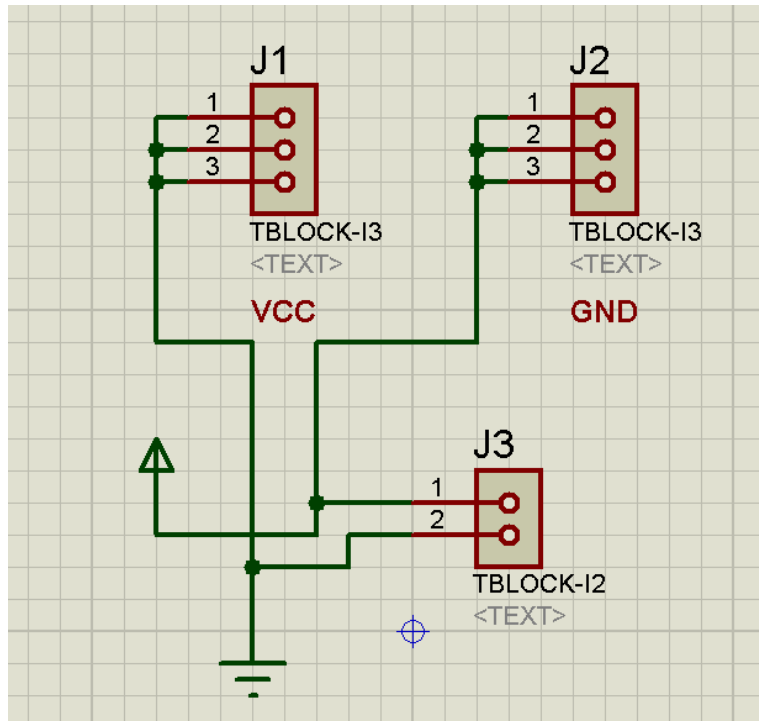


Fig.3.7 Diagrama eléctrico de VCC-GND en ISIS

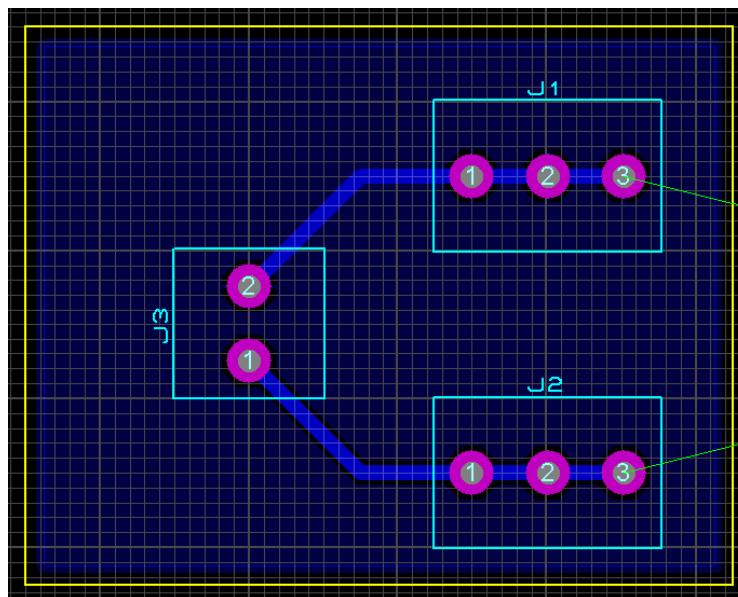


Fig.3.8 Circuito impreso de VCC-GND en ARES

Se generó una PCB Posición mediante las señales analógicas para determinar el voltaje que nos manda el potenciómetro de precisión y saber la posición en la cual cada articulación esta.

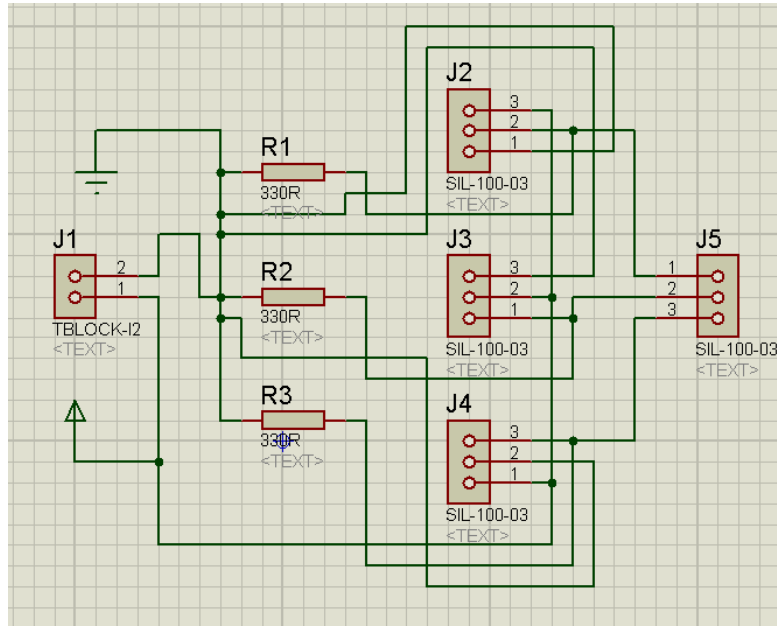


Fig.3.9 Diagrama eléctrico de Posicionamiento en ISIS

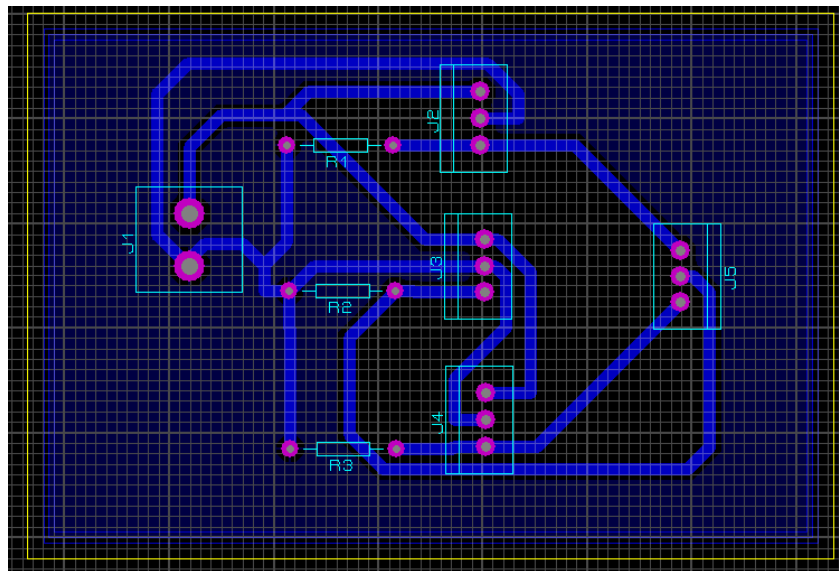


Fig.3.10 Circuito Impreso de Posicionamiento en ARES

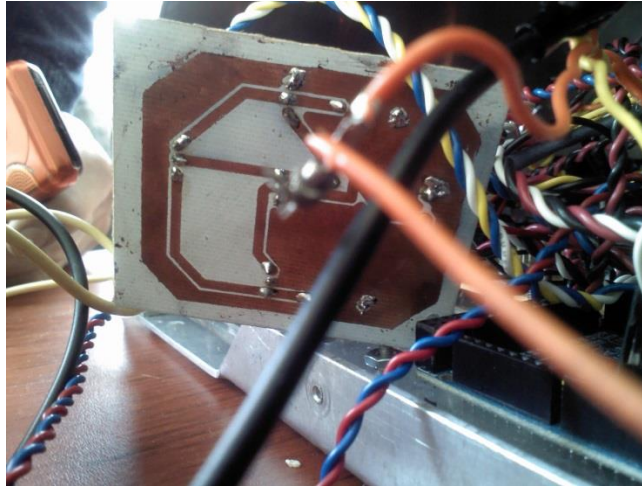


Fig. 3.11 PCB de Posicionamiento

Se instalaron filtros mediante capacitores electrolíticos debido a que las señales de voltaje que nos arrojaba el potenciómetro tenían mucha variación lo cual hacía que las articulaciones oscilaran demasiado debido a que la posición que se deseaba tener en las articulaciones no era la indicada por la variación de voltaje. El filtro nos ayuda a reducir esa variación lo cual hace que la articulación no cambie su posición tan frecuentemente cuando esta debe de permanecer fija.

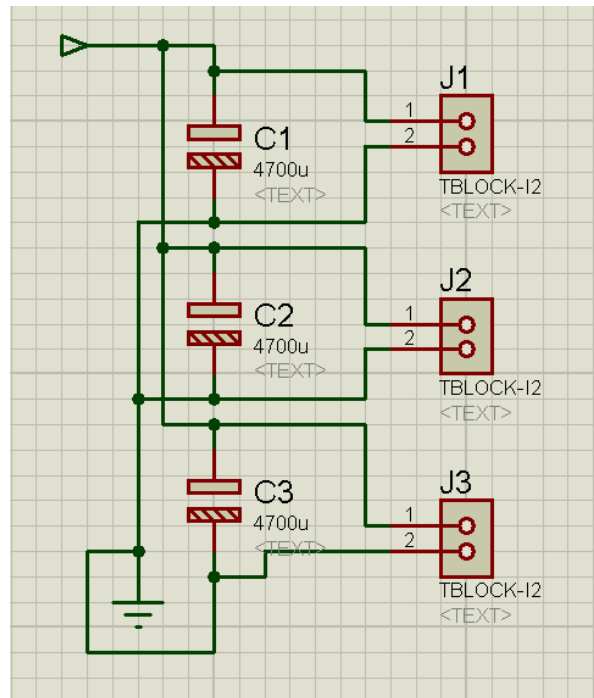


Fig.3.12 Diagrama eléctrico Filtrado de Señal en ISIS

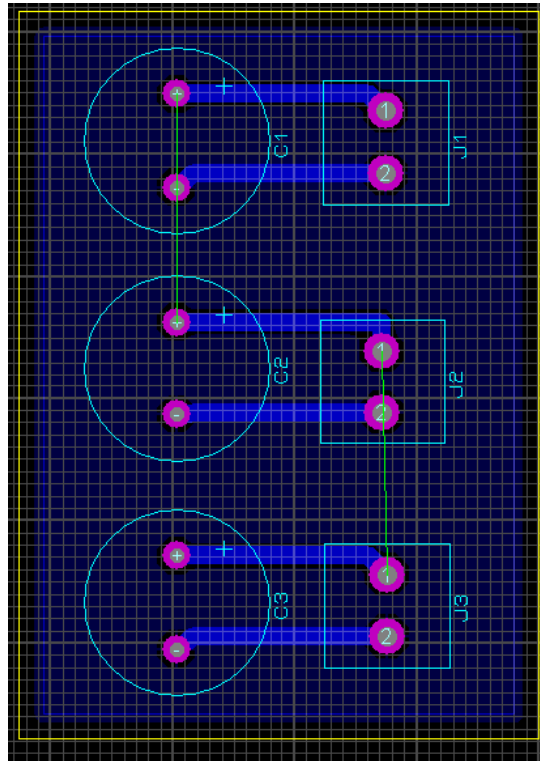
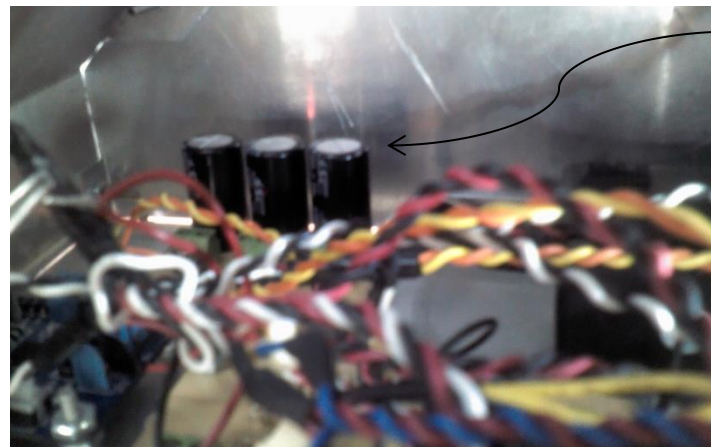


Fig.3.13 Circuito Impreso de Filtrado de Señal en ARES



Filtros

Fig.3.14 Filtros Físicos

Se Generó un circuito impreso de eliminación de señales debido a que queda un voltaje en las salidas de la tarjeta de adquisición de datos de 1.3volts lo cual se tomaba como un 1 lógico en los puente H (L298) cuando este tenía que ser un 0 lógico por lo cual se implementó este circuito de resistencias el cual reducía el voltaje a un valor menor a 1 Volt lo cual lo convertía en un 0 lógico para la entrada del puente H.



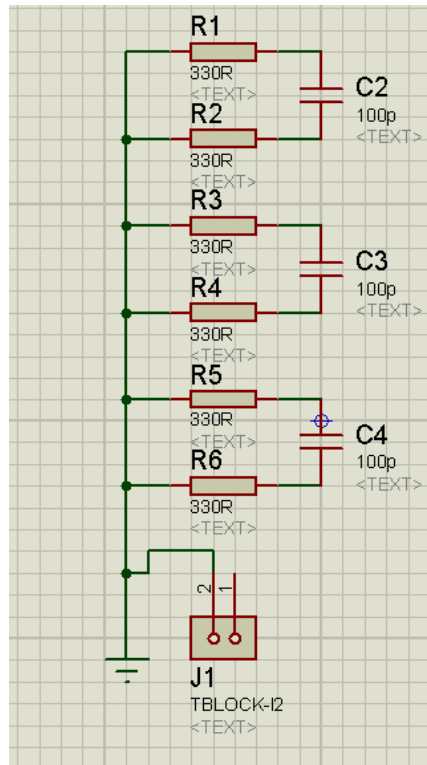


Fig.3.15 Diagrama eléctrico de 0 lógicos en ISIS

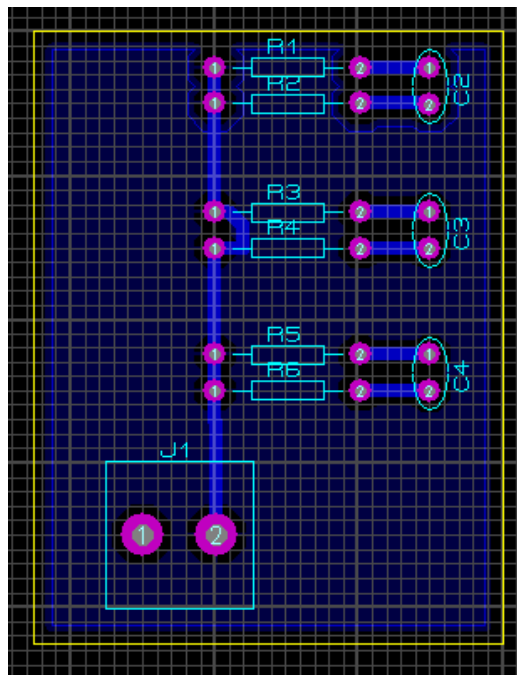


Fig.3.16 Circuito Impreso de 0 lógicos en ARES

Se sustituyeron los puentes H (L298) que tenía el robot ya que estos al manipular los dos motores al mismo tiempo requería de más demanda de corriente lo cual hacía que las señales de sentido de giro del motor no llegaran o simplemente los motores no se detenían cuando tenían que hacerlo, se pusieron al igual circuitos (L298) pero con una mayor capacidad de amperaje de 3.5 A.



Fig.3.17 Puente H Anterior

Se cambió la fuente de alimentación por una pila fotovoltaica a 12 volts CA debido a que la anterior necesitaba estar conectada a la fuente de alimentación a 127 volts CD mientras el brazo estuviera trabajando, con la pila fotovoltaica evitamos que esté conectado a la fuente de alimentación y poder trabajar en lugares donde no está a disponibilidad una fuente de alimentación.

Se caracterizó el cableado por colores

Negro (GND)

Rojo (VCC)

Azul (Señal Posición Eslabón Cadera)

Amarillo (Señal Posición Eslabón Proximal)

Blanco (Señal Posición Eslabón Distal)

Azul y Rojo (Señales de giro de Eslabón Cadera)

Amarillo y Naranja (Señales de giro de Eslabón Proximal)

Blanco y Negro (Señales de giro de Eslabón Distal)

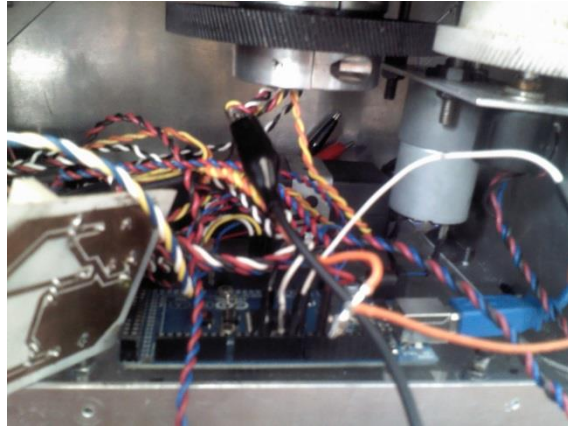


Fig.3.18 Parte eléctrica

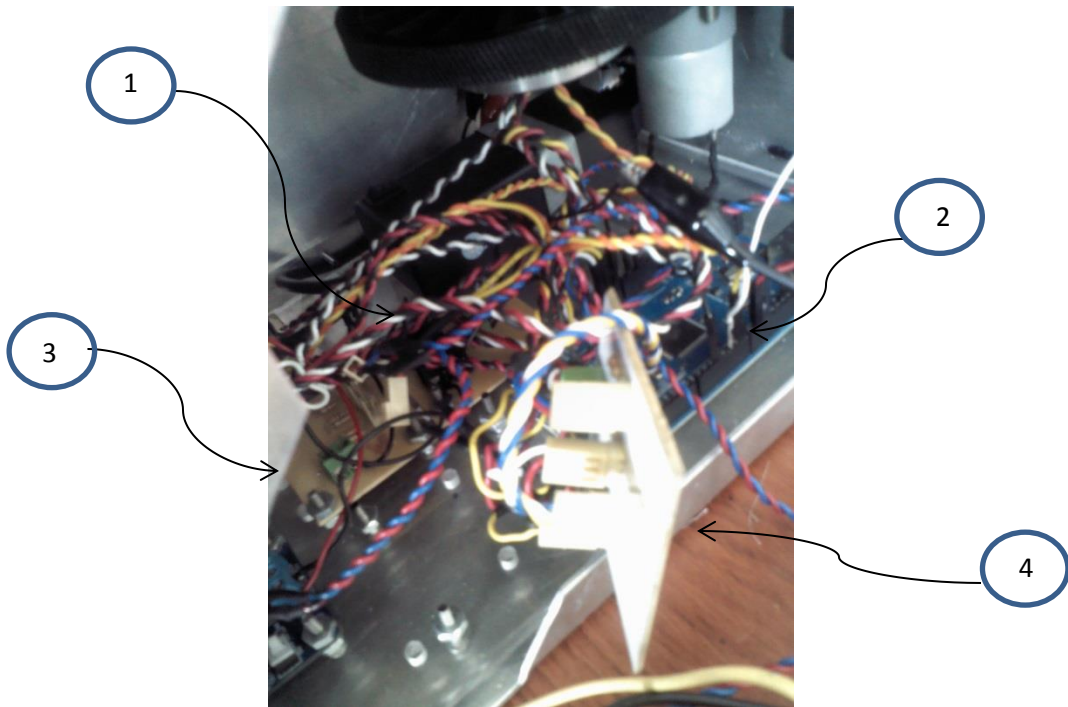
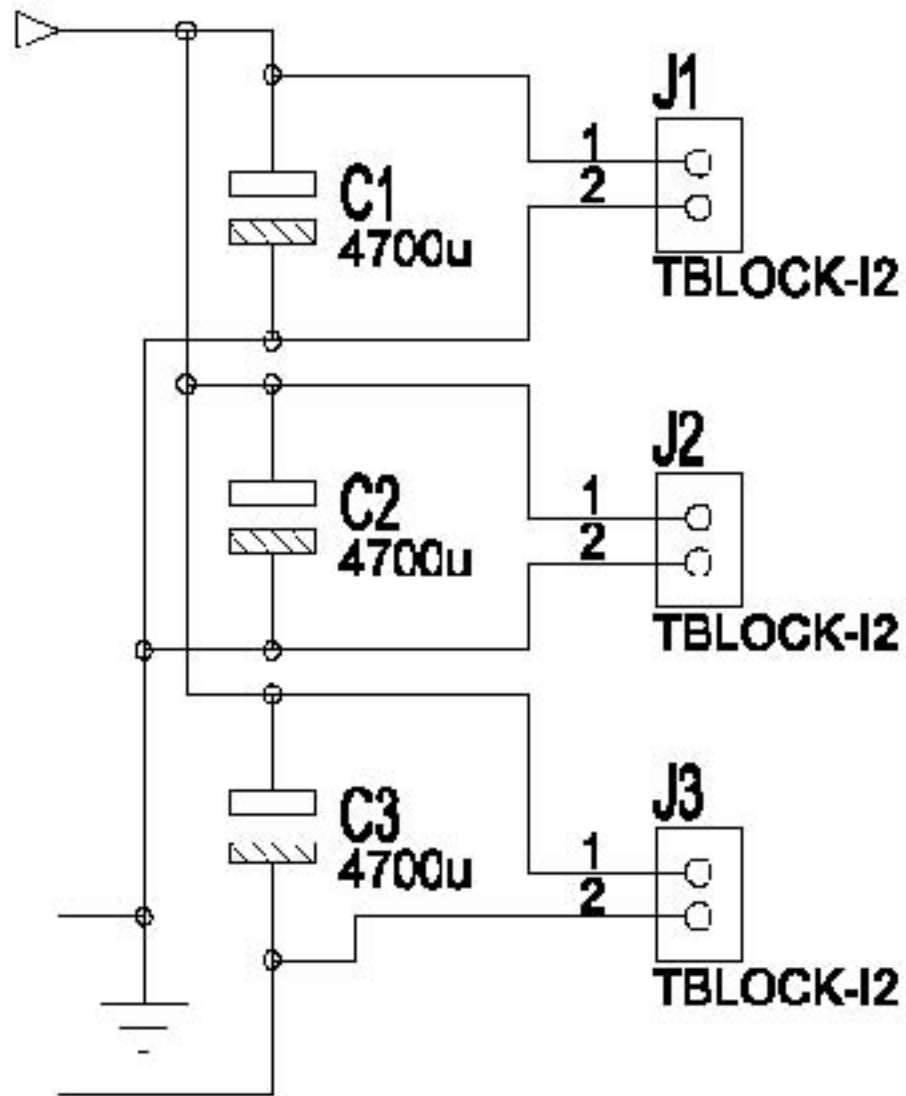




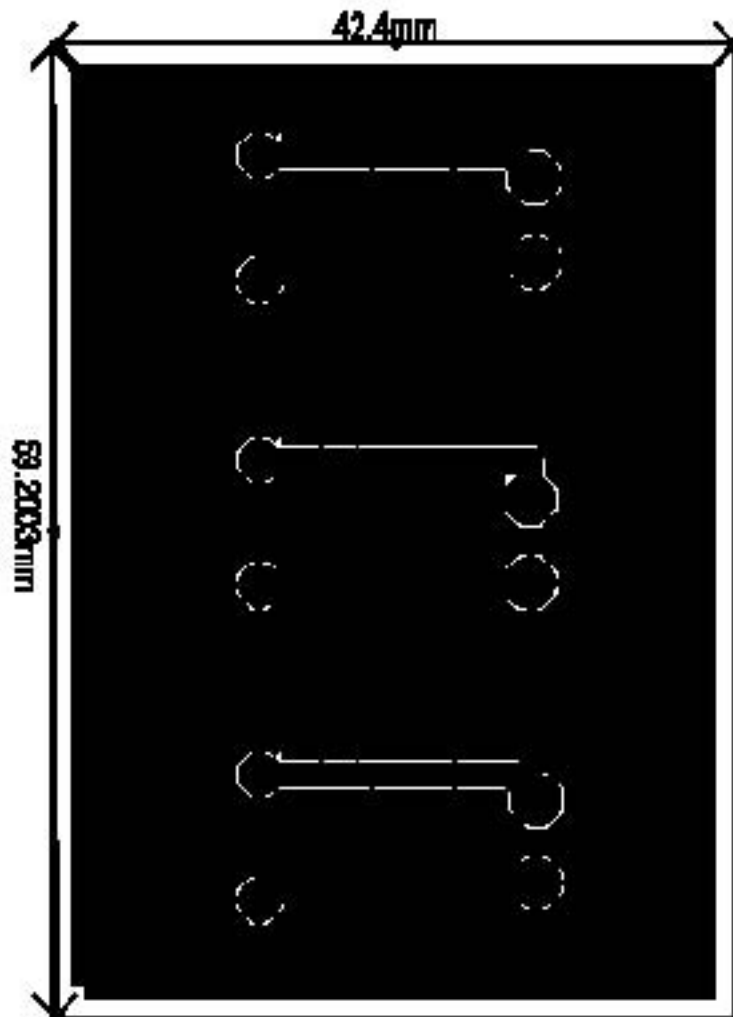
Fig. 3.19 Circuitos Impresos

1	GND-VCC
2	Filtrado de señal
3	0 Lógicos
4	Posicionamiento


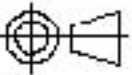


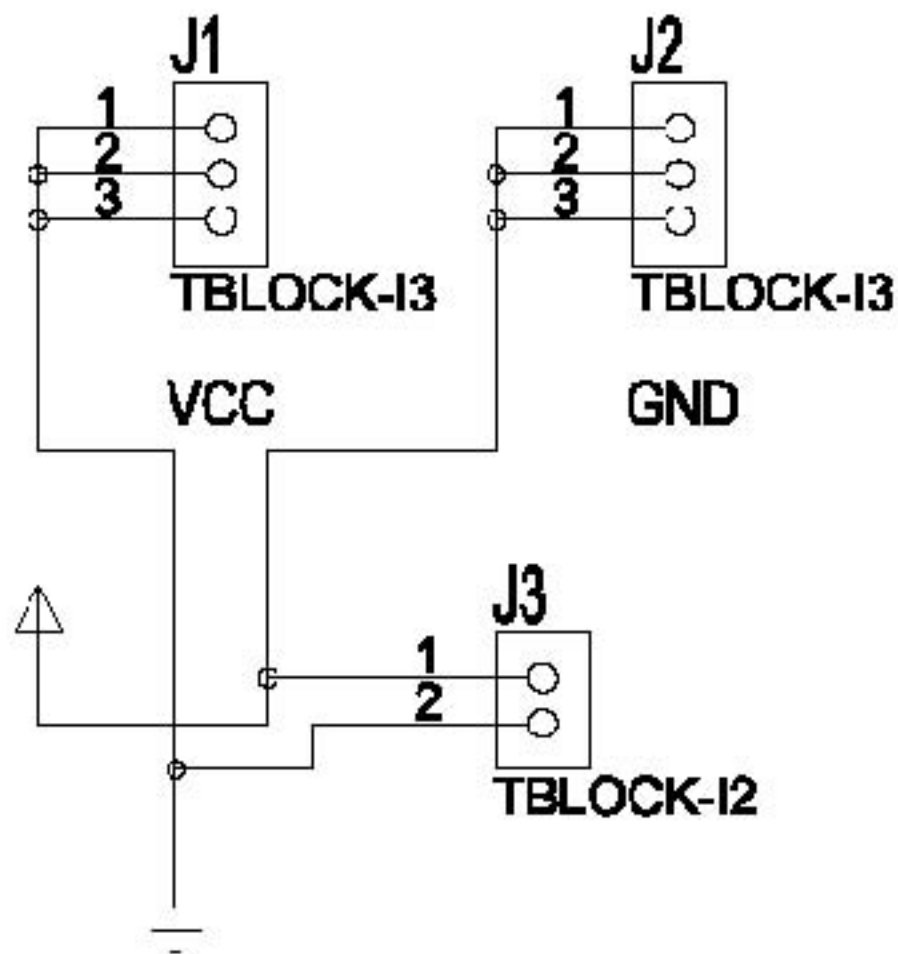
### Capacitores ISIS

	Manipulador robotico	Rev: A	
	Universidad Nacional Autónoma de México	Dibu: RAA	cm mm
	Facultad de Estudios Superiores Aragón	Revisó: HMA	Escala: 1:1
		Fecha: HMA	Plano: 1



### Capcitores Ares

	Manipulador robotica	Rev A	 Dibujo NM
	Universidad Nacional Autónoma de México	Revisó HMA	Escala 1:1
	Facultad de Estudios Superiores Aragón	Aprobó HMA	Folio 1



### GND-VCC ISIS



Manipulador robótico

Universidad Nacional Autónoma  
de México

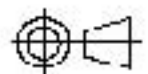
Facultad de Estudios Superiores  
Aragón

Rev.  
A

Dibujó  
RAA

Revisó  
HMA

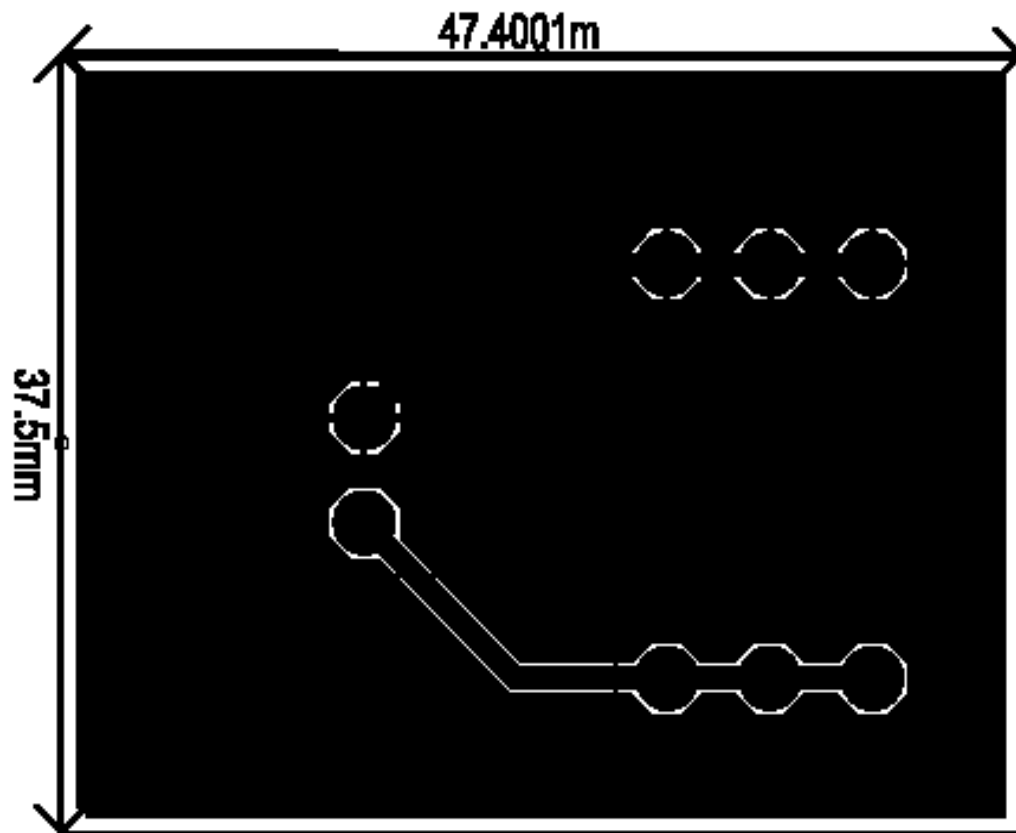
Aprobó  
HMA





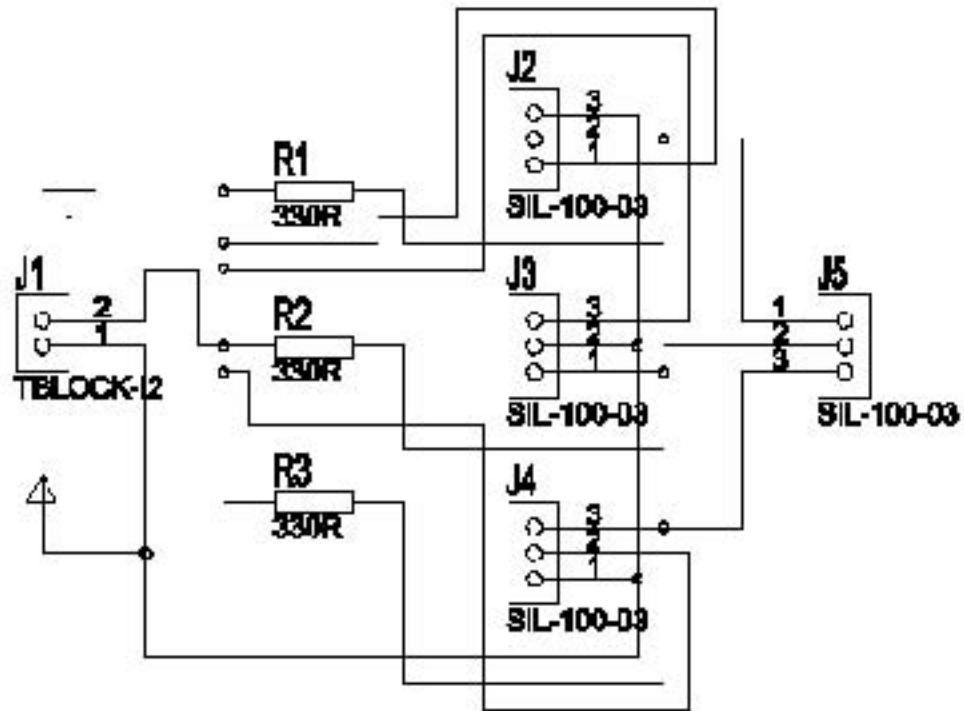
carpeta  
mn

Escala  
1:1

Fecha  
6/9



<b>GND-VCC Ares</b>			
	Manipulador robotico	Rev A	
	Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Estudios Superiores Aragón	Dibujó RAA	cotas MM
		Revisó HMA	Escala 1:1
		Aprobó HMA	Plano 4



## Potenciometros ISIS



Manipulador maestro

Universidad Nacional Autónoma  
de México

Facultad de Estudios Superiores  
Aragón

Rev. A

Revisión  
R9A

Revisión  
HMA

Aprobado  
HMA

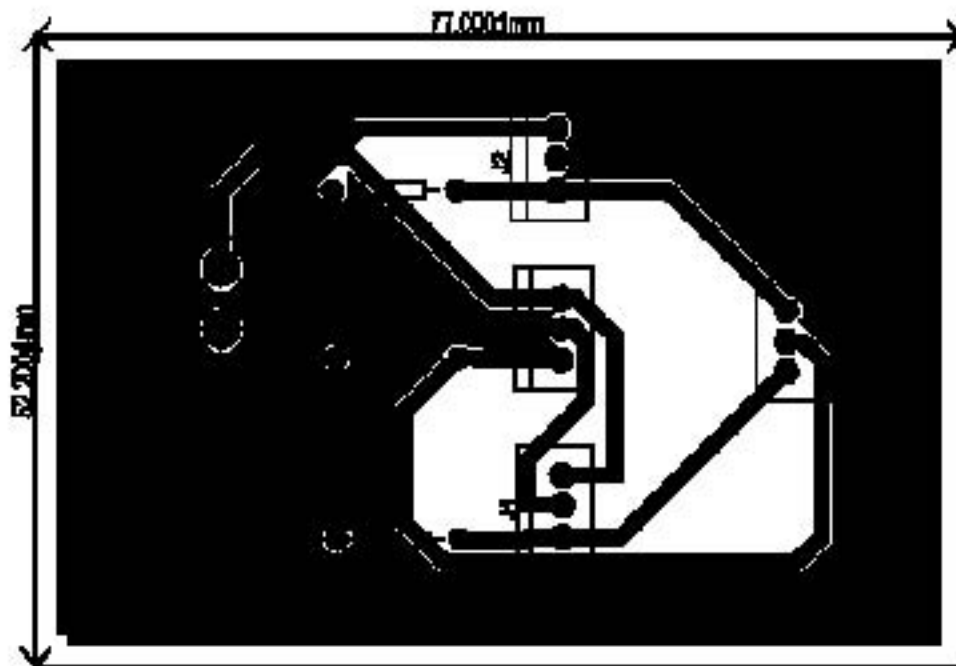


Orbita  
1111



Código  
11

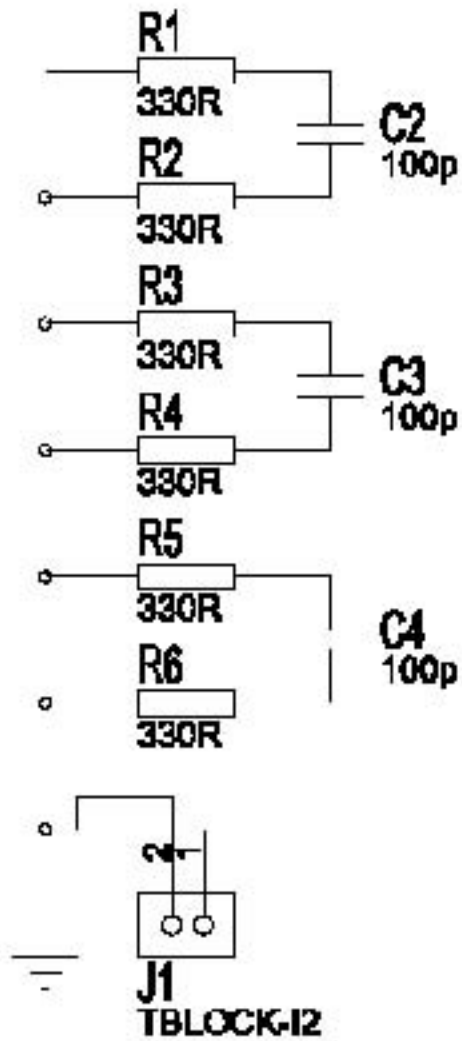
Plano  
5







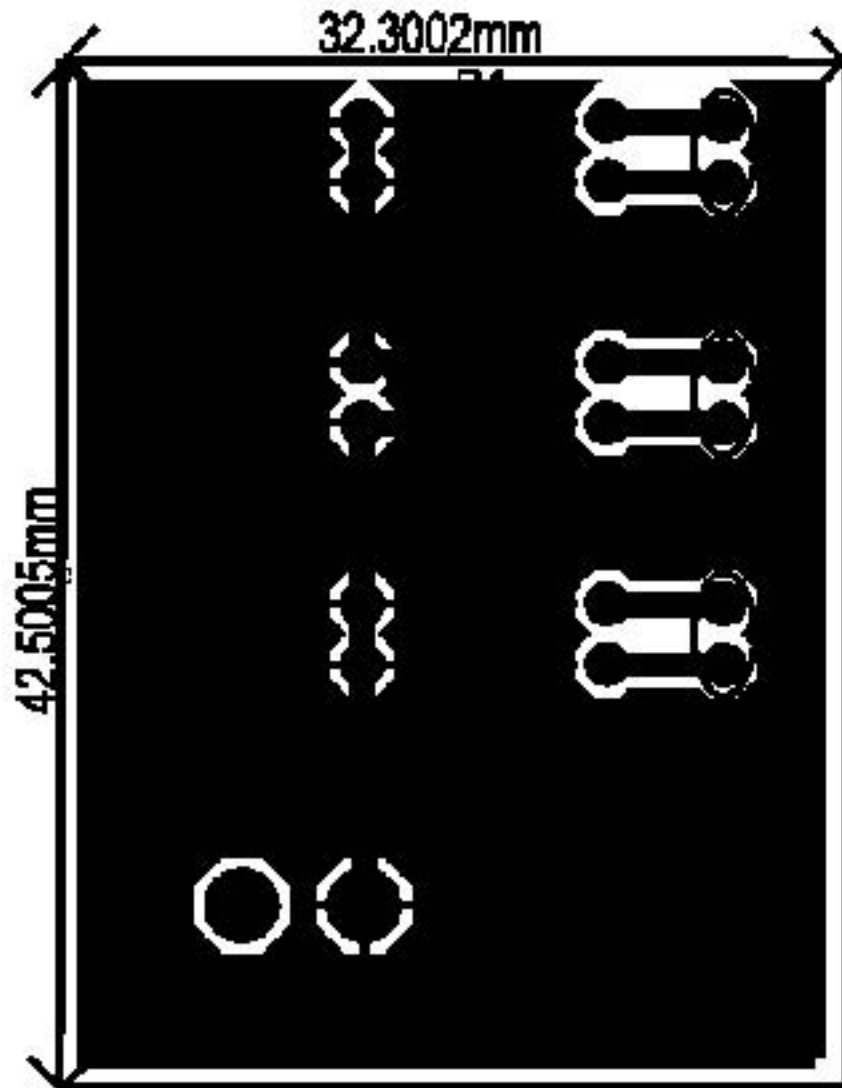
### Potenciometros Ares

	Manipulador robotico	Rev A	
	Universidad Nacional Autónoma de México	Dibujo PAA	Unidad mm
	Facultad de Estudios Superiores Aragón	Revista HNA	Formato 11
		Numero HNA	Numero 6


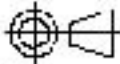


### Resistencias ISIS

	Controlador electrónico	Asesor	
	Universidad Nacional Autónoma de México	Docente	Controlador
	Facultad de Estudios Superiores Aragón	Asesor	ISIS
		Asesor	ISIS



### Resistencias Ares

	Manipulaciones: Resistencias  Universidad Nacional Autónoma de México  Facultad de Estudios Superiores Aragón	Rev: A	
		Dibujo: RFA	Fecha: 11/11
		Revisión: FMA	Lugar: U
		Proyecto: FMA	Materia: B

### 3.3 Desarrollo de la Interfaz

En el desarrollo de la Interfaz se realizó en la plataforma de programación de Labview como se mencionó anteriormente su interfaz estaba creada para el control por medio de Joystick utilizando 3 botones del control de una consola de video juegos conectada a la tarjeta de adquisición de datos.

Para nuestro caso la operación del Manipulador se genera por medio de puntos coordenados que nuestra misma interfaz genera de acuerdo a los vértices propuestos en nuestra trayectoria.

Para reportar el censado del posicionamiento de cada uno de los eslabones se delimitaron los espacios de trabajo debido a que nuestro plano de trabajo solo permite que nuestros eslabones tengan un punto mínimo y un máximo.

#### Cadera

La cadera puede tener un movimiento libre en los 360° grados si es que la trayectoria deseada lo requiere así.

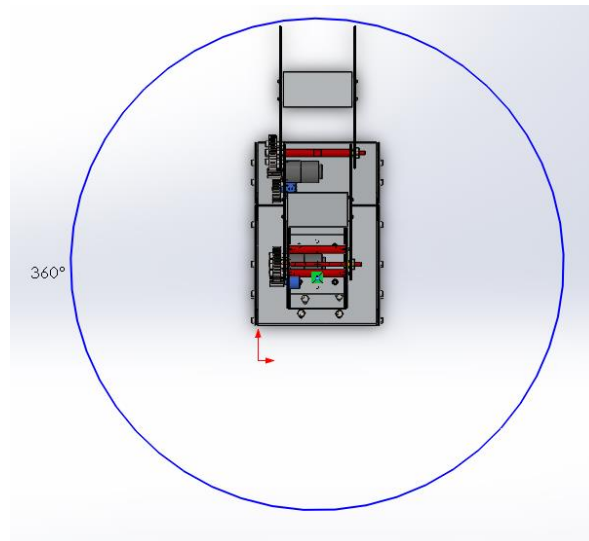


Fig. 3.20 Vista superior del espacio de trabajo de la cadera

## Proximal

El eslabón proximal tiene restringido su movimiento de  $0^{\circ}$  a  $60^{\circ}$  debido a que por arriba de los  $65^{\circ}$  el eslabón por diseño golpearía consigo mismo.

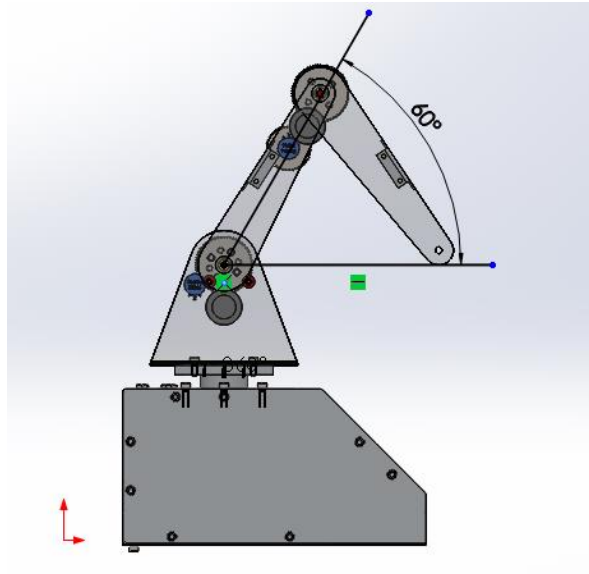


Fig.3.21 Vista lateral Espacio de trabajo Del eslabón proximal

## Distal

El eslabón distal tiene una restricción de  $70^{\circ}$  como mínimo debido a que su diseño solo permite que este eslabón se sitúe en esa posición y como máximo  $180^{\circ}$  debido a que si este es mayor de acuerdo a la trayectoria deseada saldría del plano de trabajo de la trayectoria.

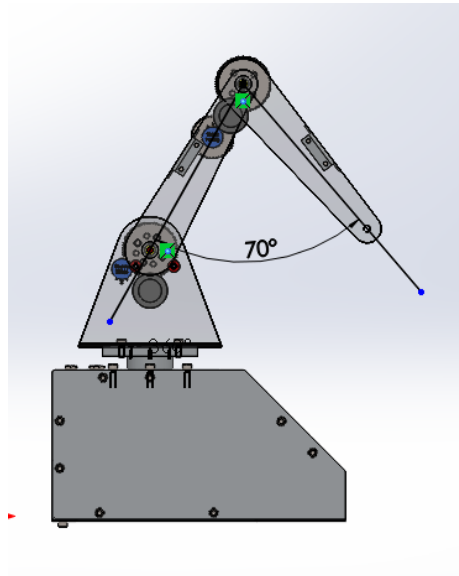


Fig.3.22 Vista Lateral Espacio de Trabajo Del eslabón distal

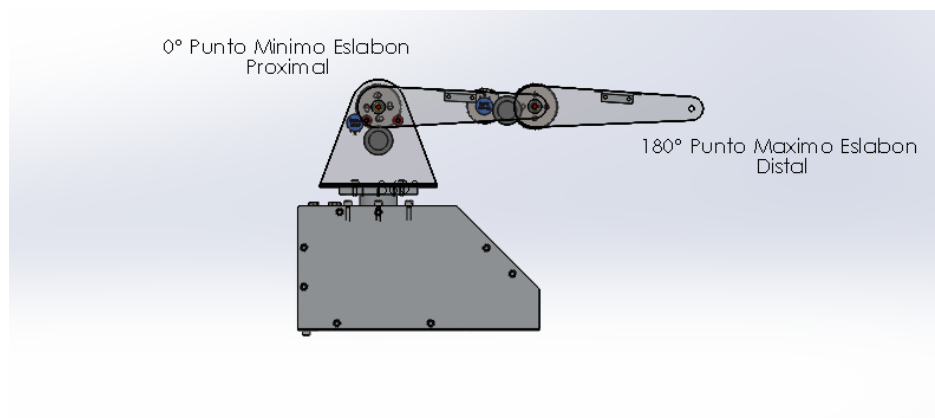


Fig.3.23 Máximo Alcance del Manipulador dentro del plano de trabajo

Nuestra interfaz está desarrollada para que la misma programación te del movimiento o la posición a la cual debe de posicionarse nuestros eslabones de acuerdo a la trayectoria deseada poniendo como distancia mínima 250mm y máxima 400mm la cual restringe el desplazamiento de nuestro manipulador.

La interfaz se divide en dos partes

1. Generación de trayectoria
2. Posicionamiento de cada uno de los eslabones

## Generación de trayectoria

En esta parte de la interfaz se proponen 5 puntos o vértices en los cuales se restringe el punto máximo y mínimo de nuestro manipulador.



Fig.3.24 Interfaz vértices designados

Una vez designados los vértices se envían a un arreglo matemático que mediante Mathscript de LabView nos permite hacer la interpolación para generar el spline cúbico, el cual nos entregara un arreglo o matriz con todos los puntos por los cuales cada eslabón debe de pasar para seguir la trayectoria deseada nos entregara un determinado número de puntos de acuerdo al incremento con el que se desea que se desarrolle el spline.

Al igual estos datos que nos arroja el arreglo matemático se envían a dos graficas en las cuales nos muestra dentro de la interfaz principal la trayectoria lineal y la trayectoria en forma de spline cúbico.

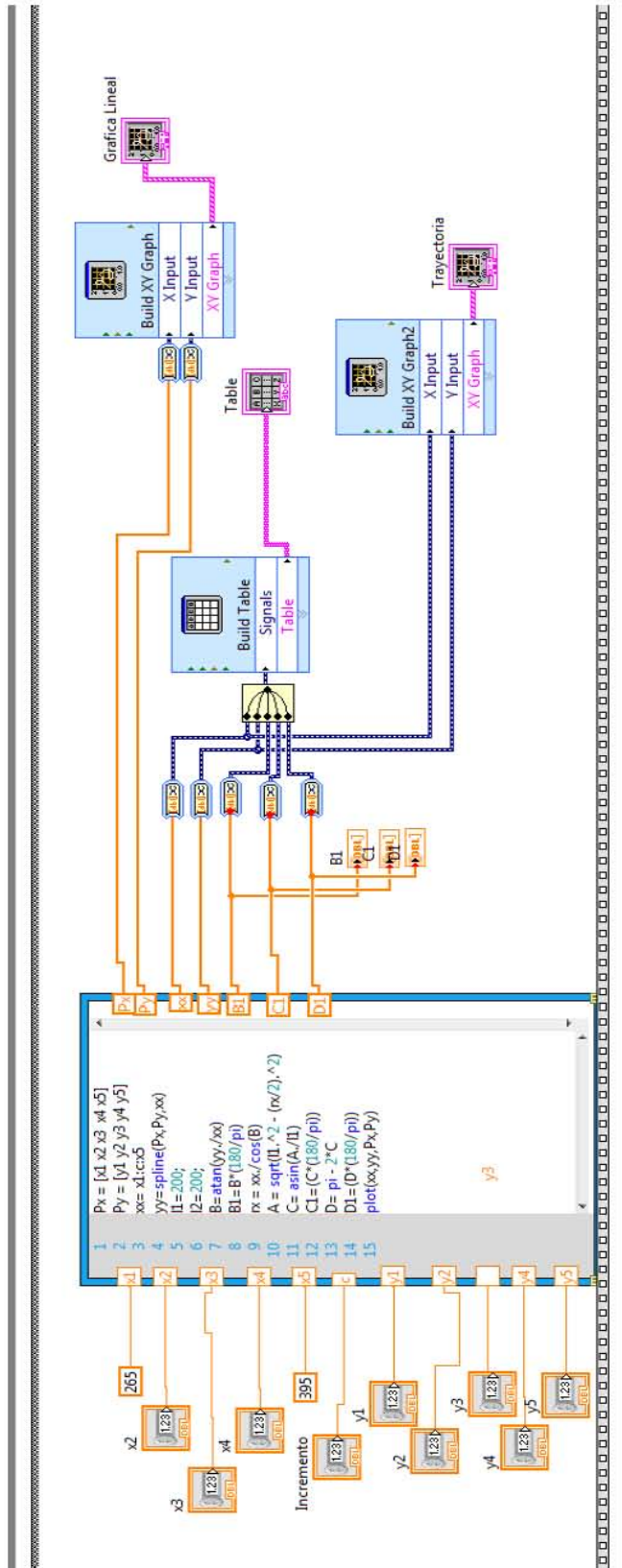


Fig.3.25 Diagrama de Bloques Generación de Spline Cúbico



## Posicionamiento de Eslabones.

Una vez obteniendo la matriz de coordenadas se procede a mandar las señales para que los eslabones se posicionen en las coordenadas deseadas.

Mediante una comparación dentro de la interfaz de la posición sensada y la posición deseada de acuerdo a la matriz de posición se manda la señal a la salida PWM de cada uno de los eslabones para determinar si el eslabón gira hacia un lado o al otro dependiendo de la posición en la que se encuentre una vez alcanzado el primer punto de posición se manda la siguiente coordenada y se repetirá el proceso hasta que se cumplan todos los puntos coordenados deseados.

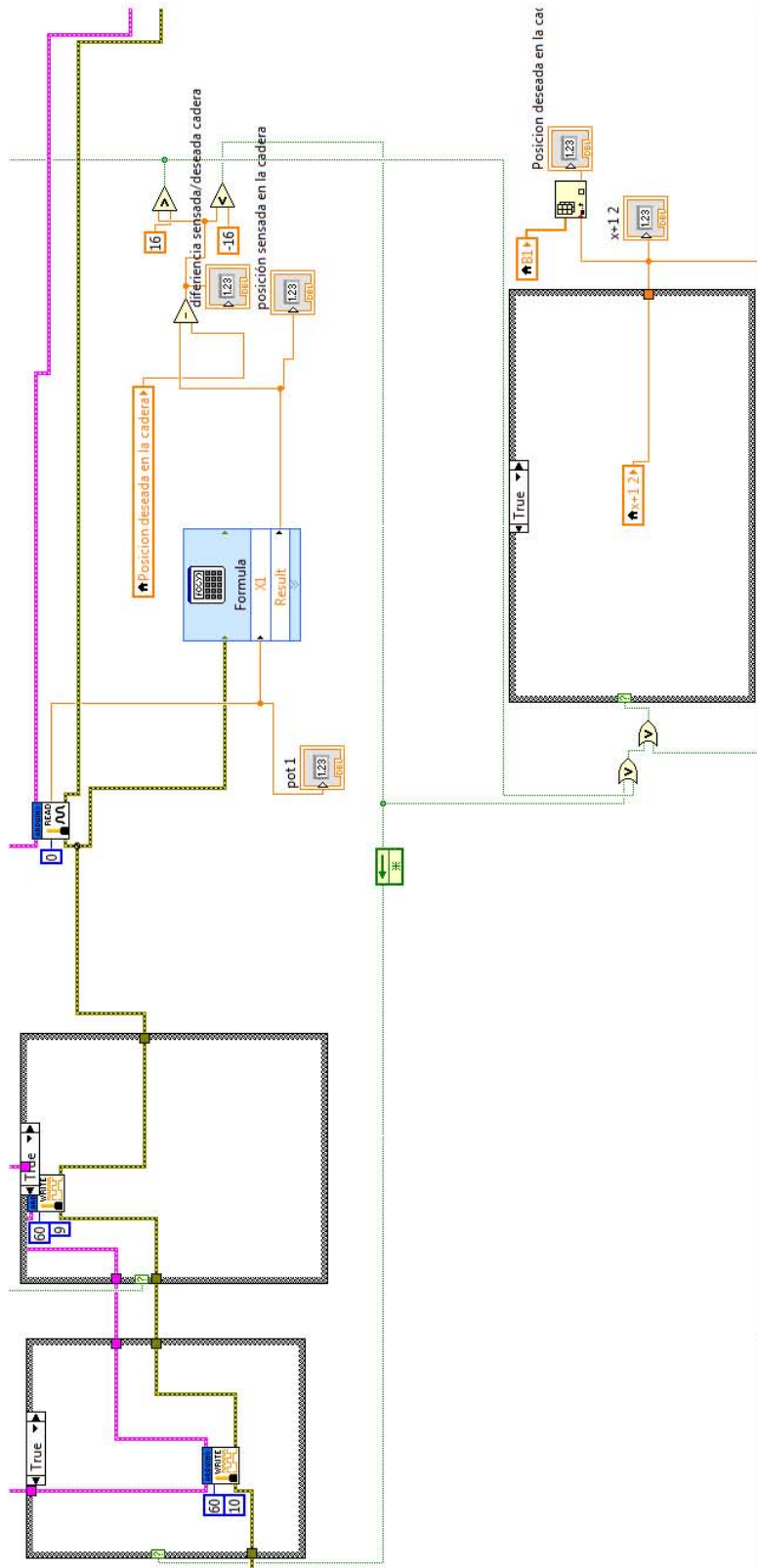


Fig.3.26 Diagrama de bloques posición de los eslabones

Una vez que se cumplió toda la trayectoria se puede parar el programa mediante el botón de paro o generar una nueva trayectoria, metiendo nuevos vértices y dar inicio al programa para que el manipulador realice su nuevo recorrido.

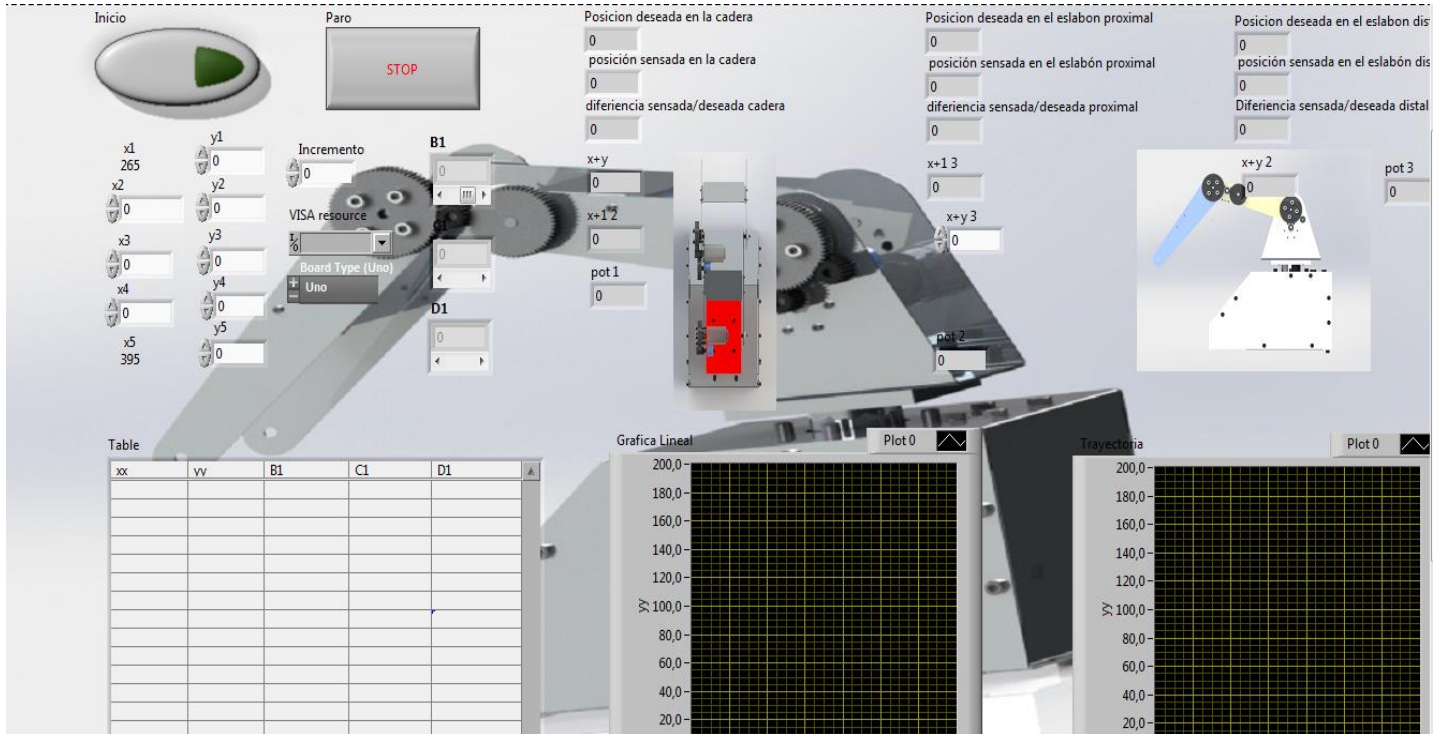


Fig.3.27 Panel de control de la Interfaz

### 3.4 Control

La parte de control se basa en controlar la posición de nuestro manipulador a través de los sensores de posición como se mencionó anteriormente se ocuparon potenciómetros de precisión de 10kΩ con 10 vueltas con un funcionamiento lineal.

Como sabemos el potenciómetro a una determinada posición aumenta o disminuye su resistencia lo cual permite que el voltaje varee lo cual nos permite hacer una comparación de voltaje y posición para nuestra posición de acuerdo a cada eslabón del manipulador.

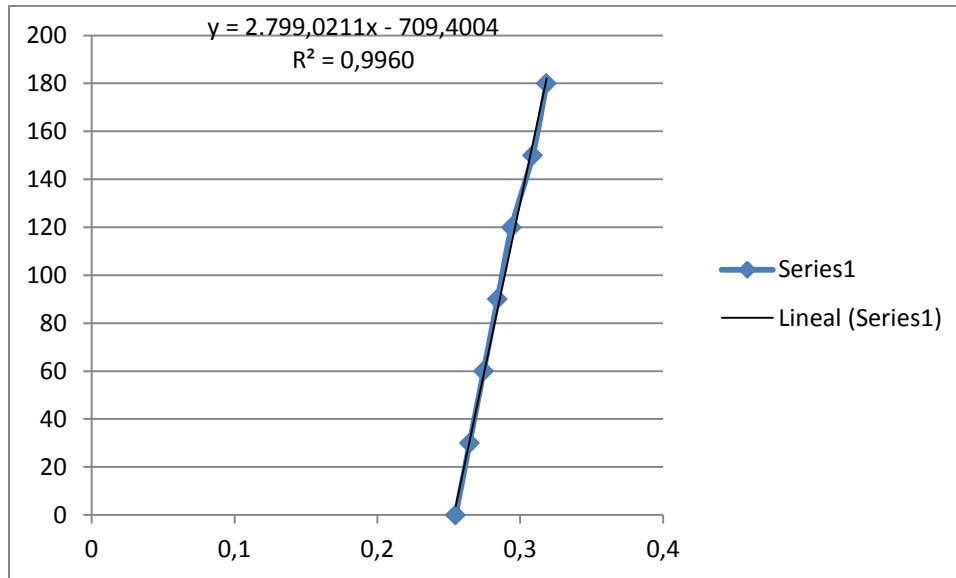
- Control Cadera

Se posiciono la cadera a 0° de ahí se tomó el valor de voltaje que el potenciómetro nos arrojaba de ahí se fue dando la posición de la cadera de 30° en 30° hasta llegar a los 180° esta posición se fue dando con la ayuda de un transportador, en cada punto se tomó el valor de voltaje que arrojaba el potenciómetro.

0	0,2548
30	0,2646
60	0,2744
90	0,2842
120	0,294
150	0,3087
180	0,3185

Tabla 3.1 Voltaje Posición

Después de obtener estos valores se procedió a realizar una gráfica con ayuda de Excel la cual nos permitió observar el comportamiento de voltaje lo cual nos muestra que se comporta linealmente de ahí se sacó la ecuación que describe la linealidad para poder determinar la posición de nuestro eslabón a determinado voltaje.



Grafica 3.1 Cadera Posición – Voltaje

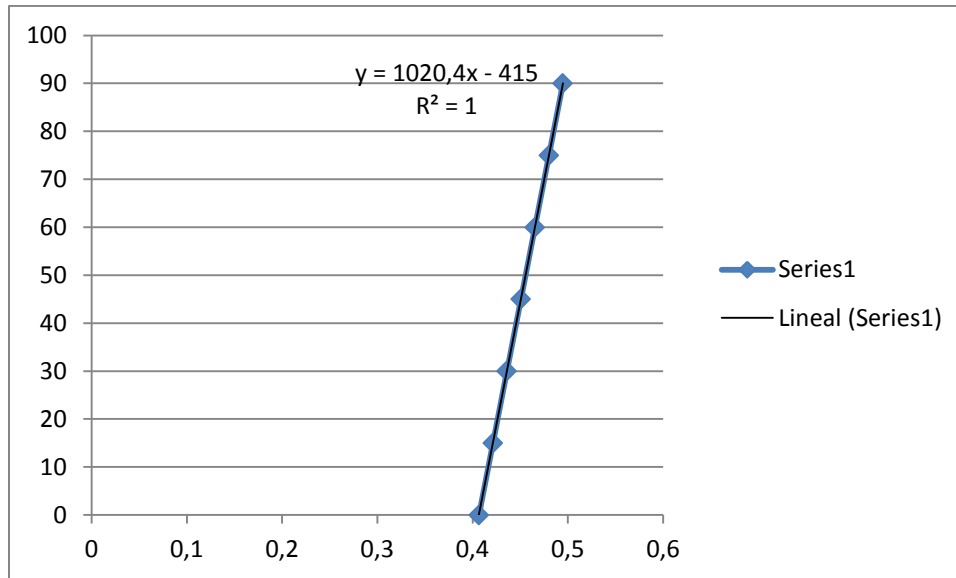
- Posición eslabón Proximal

Al igual que la cadera se realizó el mismo procedimiento solo que los valores tomados son de 0° a 90° de 15° en 15° se tomó un rango de 0 a 90 por que es lo máximo que el brazo puede trabajar debido a que es donde se necesita un mayor torque si nuestro eslabón excede de los 90° el peso le ganaría afectando nuestra transmisión y pudiendo el brazo no regresar a un valor menor y es por ello que nuestro brazo esta restringido a trabajar de 0° a 60° dentro de nuestra interfaz para generar la trayectoria dentro del plano de trabajo pero para un mayor número de muestras de voltaje se optó por tomar los valores de 0° a 90°.

0,4949	90
0,4802	75
0,4655	60
0,4508	45
0,4361	30
0,4214	15
0,4067	0

Tabla 3.2 Voltaje – Posición Eslabón Proximal

De igual manera se desarrolló la gráfica de comportamiento y se determinó la ecuación de linealidad.



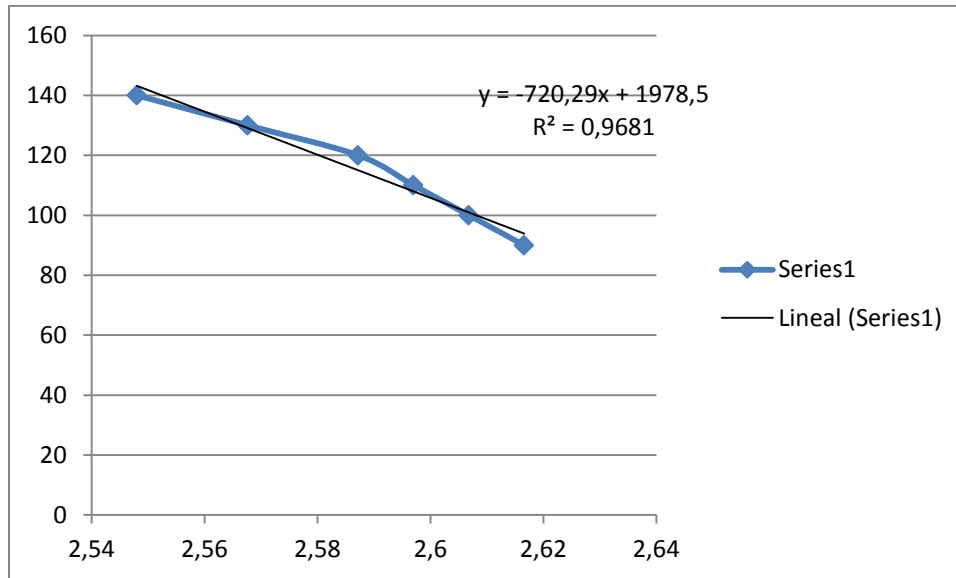
Grafica 3.2 Posición – Voltaje Eslabón Proximal

#### Posición Distal

Se desarrolló el mismo procedimiento de los dos eslabones anteriores cambiando el rango de  $170^\circ$  a  $90^\circ$  con un intervalo de  $20^\circ$

170	0,784
150	0,8085
130	0,8477
110	0,8722
90	0,9016

Tabla 3.3 Posición – Voltaje Eslabón Distal



Grafica 3.3 Posición – Voltaje Eslabón Distal

Después de determinar las ecuaciones de cada uno de los eslabones se desarrolló dentro de la interfaz la ecuación para que nos mostrara la posición en la cual cada eslabón estaba posicionado.

Después de determinar la posición se hacía una comparación entre la posición Deseada y la posición censada de acuerdo a un rango de error que nos presenta el potenciómetro determinara si es necesario que el eslabón se mueva o se quede en esa posición.

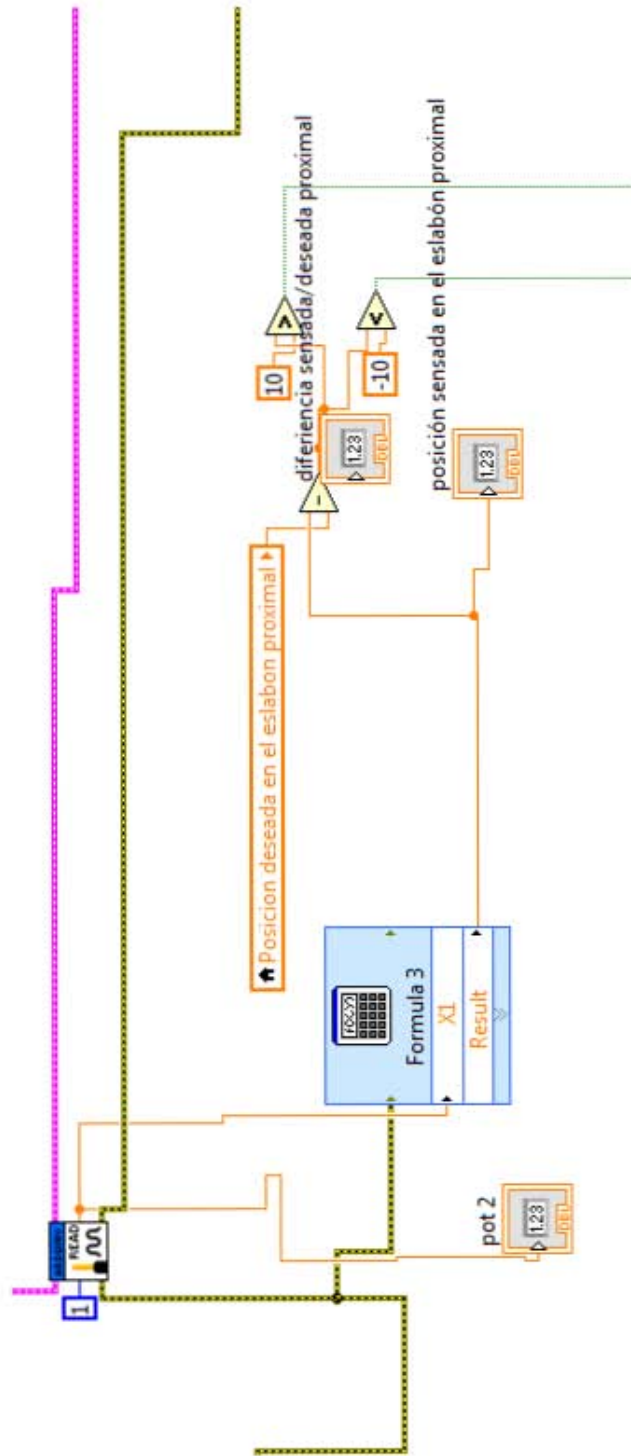


Fig.3.28 Comparación entre Posición Censada y Deseada



Como se ha mencionado anteriormente para la generación de la trayectoria se desarrolló una matriz de posiciones para lo cual se necesitó implementar un contador dentro de la interfaz el cual permite que al llegar el manipulador a la primera posición de nuestra matriz inmediatamente manda la señal para que nuestro eslabón busque la nueva posición y hacia sucesivamente hasta cumplir con todos los puntos de la matriz de posición para cada uno de nuestros eslabones.

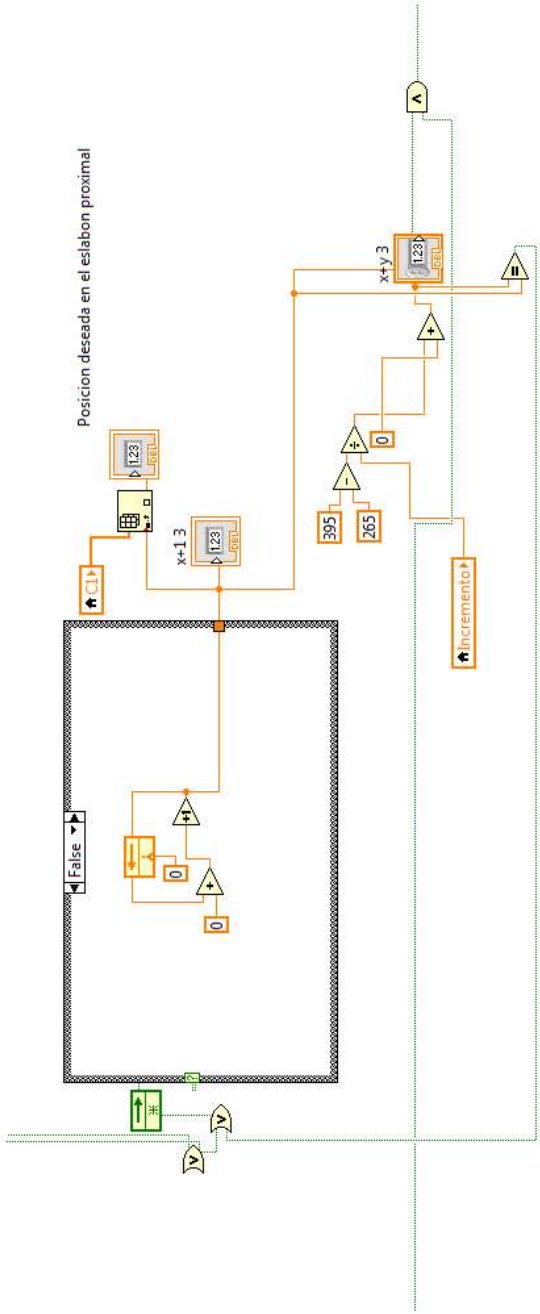
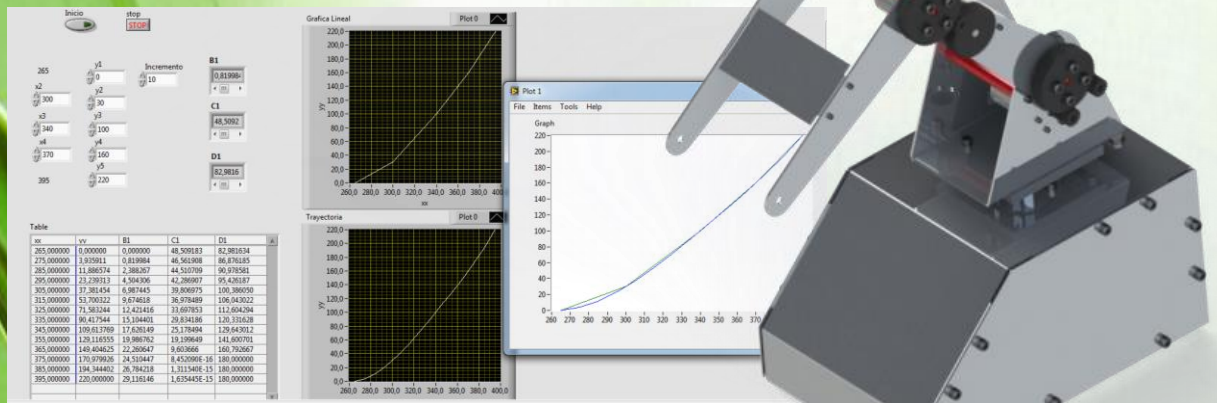


Fig.3.29 Contador Para matriz de posición De esta manera es como controlamos la posición de nuestro eslabonamiento para que se cumplan la trayectoria deseada.

# 4.-Pruebas y Validación

*"Si puedes soñarlo puedes lograrlo"*



Para determinar la veracidad del posicionamiento de cada uno de los eslabones se realizaron pruebas a cada uno de los eslabones.

Se realizaron interfaz de trayectoria para cada uno de los eslabones de modo que se generaran los puntos coordenados de la trayectoria completa pero sola operando un eslabón para observar que cumpliera con cada uno de los ángulos para que se cumpliera la trayectoria.

Trayectoria deseada

P1 (265,0)

P2 (300,30)

P3 (340, 100)

P4 (370, 160)

P5 (395, 220)

Con un incremento de 10

Cadera

Se observa que la cadera se desplaza en cada uno de los puntos al llegar a un punto cualquiera de la trayectoria deseada con un rango de  $\pm 5^\circ$  al llegar a este rango de error debido a la caracterización del potenciómetro se mandaba el programa nos mandaba el segundo punto lo cual se cumplía de la misma manera que el primero y de esa manera sucesivamente se cumplen los puntos o ángulos deseados por la cadera.

B1 Cadera

xx	yy	B1	C1	D1
265,000000	0,000000	0,000000	48,509183	82,981634
275,000000	3,935911	0,819984	46,561908	86,876185
285,000000	11,886574	2,388267	44,510709	90,978581
295,000000	23,239313	4,504306	42,286907	95,426187
305,000000	37,381454	6,987445	39,806975	100,386050
315,000000	53,700322	9,674618	36,978489	106,043022
325,000000	71,583244	12,421416	33,697853	112,604294
335,000000	90,417544	15,104401	29,834186	120,331628
345,000000	109,613769	17,626149	25,178494	129,643012
355,000000	129,116555	19,986762	19,199649	141,600701
365,000000	149,404625	22,260647	9,603666	160,792667
375,000000	170,979926	24,510447	8,452090E-16	180,000000
385,000000	194,344402	26,784218	1,311540E-15	180,000000
395,000000	220,000000	29,116146	1,635445E-15	180,000000

Fig.4.1 Tabla de Trayectoria

## Proximal

Se observa que el eslabón proximal se desplaza en cada uno de los puntos deseados de la trayectoria al llegar a un punto cualquiera de la trayectoria deseada con un rango de  $\pm 10^0$  al llegar a este rango de error debido a la caracterización del potenciómetro se mandaba el programa nos mandaba el segundo punto lo cual se cumplía de la misma manera que el primero y de esa manera sucesivamente se cumplen los puntos o ángulos deseados por la cadera.

C1 Eslabón proximal.

xx	yy	B1	C1	D1
265,000000	0,000000	0,000000	48,509183	82,981634
275,000000	3,935911	0,819984	46,561908	86,876185
285,000000	11,886574	2,388267	44,510709	90,978581
295,000000	23,239313	4,504306	42,286907	95,426187
305,000000	37,381454	6,987445	39,806975	100,386050
315,000000	53,700322	9,674618	36,978489	106,043022
325,000000	71,583244	12,421416	33,697853	112,604294
335,000000	90,417544	15,104401	29,834186	120,331628
345,000000	109,613769	17,626149	25,178494	129,643012
355,000000	129,116555	19,986762	19,199649	141,600701
365,000000	149,404625	22,260647	9,603666	160,792667
375,000000	170,979926	24,510447	8,452090E-16	180,000000
385,000000	194,344402	26,784218	1,311540E-15	180,000000
395,000000	220,000000	29,116146	1,635445E-15	180,000000

Fig.4.2 Tabla de Trayectoria

## Eslabón Distal

De la misma manera que los eslabones anteriores se generó la trayectoria deseada y se observó que operaba con un rango de error de  $\pm 10^0$  trabajando el programa de la misma manera.

C1 Eslabón proximal.

xx	yy	B1	C1	D1
265,000000	0,000000	0,000000	48,509183	82,981634
275,000000	3,935911	0,819984	46,561908	86,876185
285,000000	11,886574	2,388267	44,510709	90,978581
295,000000	23,239313	4,504306	42,286907	95,426187
305,000000	37,381454	6,987445	39,806975	100,386050
315,000000	53,700322	9,674618	36,978489	106,043022
325,000000	71,583244	12,421416	33,697853	112,604294
335,000000	90,417544	15,104401	29,834186	120,331628
345,000000	109,613769	17,626149	25,178494	129,643012
355,000000	129,116555	19,986762	19,199649	141,600701
365,000000	149,404625	22,260647	9,603666	160,792667
375,000000	170,979926	24,510447	8,452090E-16	180,000000
385,000000	194,344402	26,784218	1,311540E-15	180,000000
395,000000	220,000000	29,116146	1,635445E-15	180,000000

Fig.4.3 Tabla de Trayectoria

Las siguientes pruebas se realizaron con la interfaz manipulando los 3 eslabones juntos posicionando al efector final en nuestro caso la punta del eslabón distal en cada uno de los puntos deseados de nuestra trayectoria mostrando la trayectoria deseada en una gráfica coordenada de cada uno de los puntos.

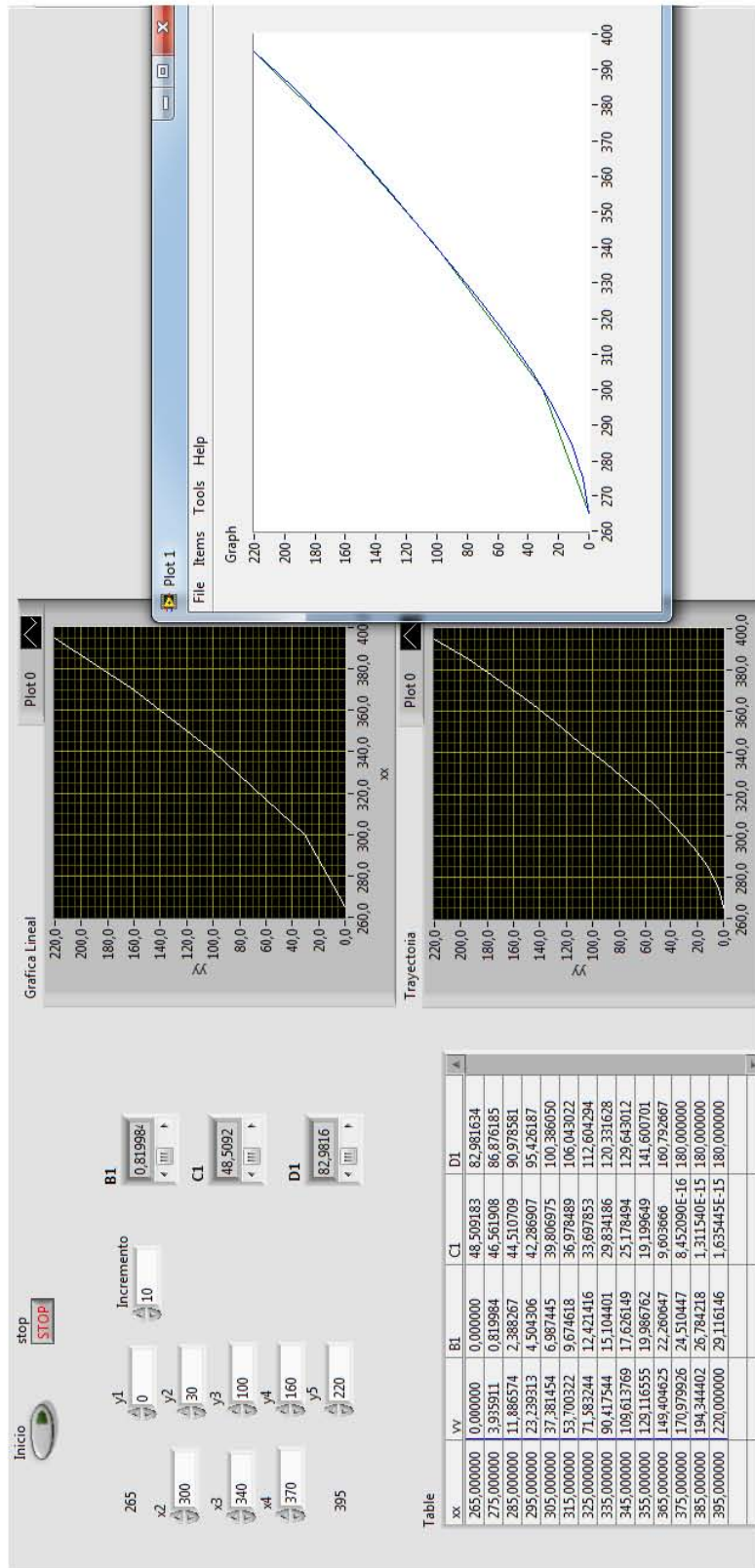


Fig.4.4 Panel de Control de la Interfaz de Trayectoria.

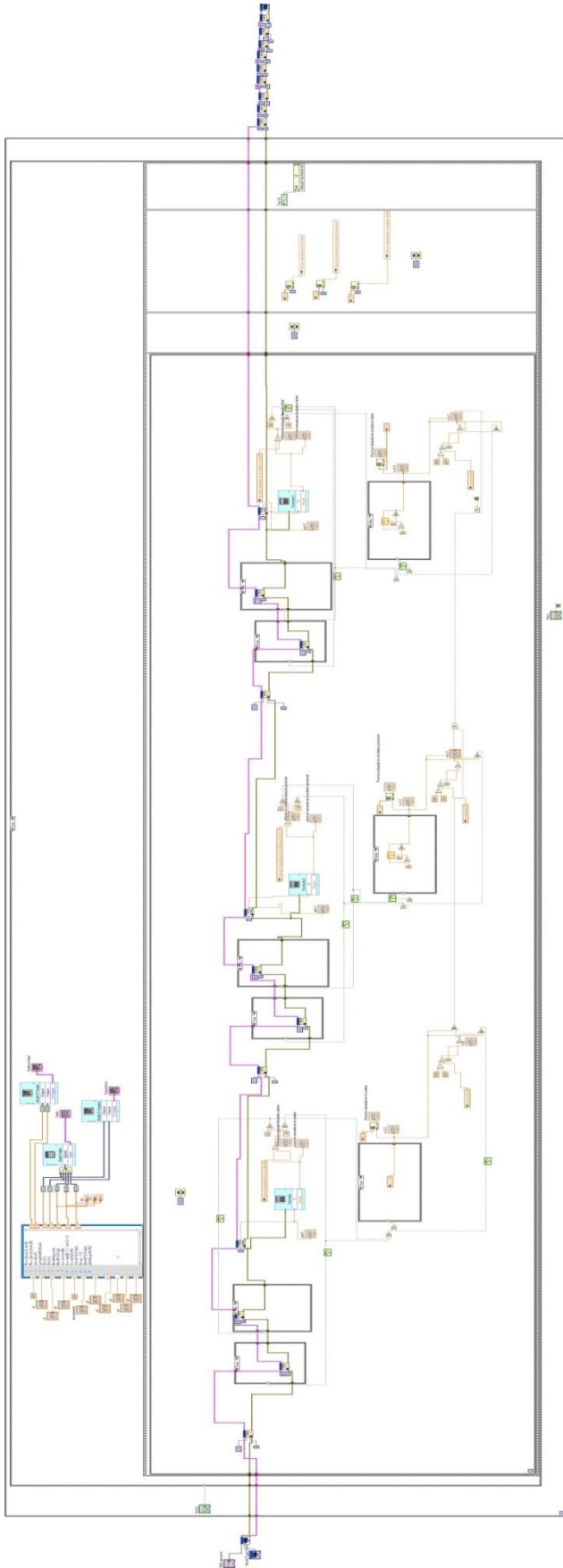


Fig.4.5. Diagrama de Bloques

## Conclusiones

Se cumple que el órgano terminal va de una posición inicial a una final dentro del área de trabajo, el posicionamiento de los eslabones concuerda con los resultados para posicionar el órgano terminal en cada uno de los puntos dentro del plano, con un error de  $5^\circ$  a  $10^\circ$ , al generar la trayectoria con el manipulador se muestra que este no trabaja totalmente dentro del plano de trabajo debido a que la posición para cada uno de los eslabones no está siendo controlada de una manera adecuada, de tal manera que al mandar un punto los eslabones obedecen la señal buscando el ángulo correspondiente para cada uno de ellos, pero las distancias recorridas por cada eslabón no es la misma por lo cual uno llega antes que otro y entonces empieza a buscar la nueva coordenada para que nuestro órgano terminal trabaje totalmente dentro del plano se debe de implementar un control de posición más adecuado el cual nos permita que el órgano terminal cumpla punto a punto la trayectoria deseada y solo se desplace dentro del plano de trabajo haciendo que los tiempos en que se traslada un eslabón y otro sean el mismo sin importar las distancias recorridas de uno u otro eslabón.

Para mejoras futuras se necesita acoplar un sistema de control para que el manipulador trabaje dentro del área de trabajo con una mayor precisión en su posicionamiento del órgano terminal.



# Apéndice

## Programación en MATLAB

Para nuestro caso utilizaremos un spline cúbico, y para lo cual nos apoyaremos de MATLAB este programa nos ayudara a ser el desarrollo de nuestro spline de acuerdo a una programación de spline cúbico en el cual se introducirán los valores o parámetros de  $x_1$  hasta  $x_n$  que de acuerdo a su programación pedirá un incremento que servirá para saber en que intervalo ira aumentando el valor de  $x$ .

$$Px = [x_1, \dots, x_n] \dots \dots \dots \text{ec.2.117}$$

$$Py = [y_1, \dots, y_n] \dots \dots \dots \text{ec.2.118}$$

$$xx = x_1:c:x_n \dots \dots \dots \text{ec.2.119}$$

$$yy = \text{spline}(Px, Py, xx) \dots \dots \dots \text{ec.2.120}$$

$$\text{plot}(xx, yy) \dots \dots \dots \text{ec.2.121}$$

Para generar un spline con esta programación en MATLAB necesitamos un conjunto de parámetros en  $(x, y)$  el cual posicionaran cada uno de los vértices del spline que serán definidos como  $Px, Py$ .

$xx$  es los puntos del spline en el eje  $x$  de acuerdo al incremento  $c$  de  $x_1$  hasta  $x_n$

Por ejemplo si se dan valores de  $Px = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  con un incremento de  $c = i$   $xx = [x_1, x_1 + 10, \dots, x_n]$ .

$yy$  será igual a los valores obtenidos a través de la función de spline cúbico por el programa dentro de los intervalos de  $Px, Py$  de acuerdo a los valores de incremento de  $x$  que como se mencionó anteriormente se expresaran por  $xx$ .

$\text{plot}$  nos sirve para visualizar gráficamente dichos resultados y nos muestre el spline generado de acuerdo a nuestros parámetros.

A continuación se muestra un ejemplo de la programación de un spline cúbico

```
Px [0 30 90 120 250]
```

```
Py [-50 0 30 -20 60]
```

```
C= 5
```

```
>> Px =[0 30 90 120 250]
```

```
Px =
```

```
0 30 90 120 250
```

```
>> PY = [-50 0 30 -20 60]
```

```
PY =
```

```
-50 0 30 -20 60
```

```
>> xx = 0:5:250
```

```
xx =
```

```
Columns 1 through 27
```

```
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100  
105 110 115 120 125 130
```

```
Columns 28 through 51
```

```
135 140 145 150 155 160 165 170 175 180 185 190 195 200 205 210 215 220  
225 230 235 240 245 250
```

```
Did you mean:
```

```
>> yy = spline(Px,PY,xx)
```

yy =

Columns 1 through 16

-50.0000 -41.3516 -32.7064 -24.1565 -15.7940 -7.7112 0 7.2473 13.9386 19.9817  
25.2845 29.7549 33.3008 35.8299 37.2502 37.4695

Columns 17 through 32

36.3956 33.9365 30.0000 24.5393 17.6893 9.6301 0.5420 -9.3947 -20.0000 -31.0935 -  
42.4952 -54.0246 -65.5017 -76.7462 -87.5780 -97.8167

Columns 33 through 48

-107.2822 -115.7944 -123.1728 -129.2374 -133.8080 -136.7043 -137.7461 -136.7531 -133.5453 -  
127.9424 -119.7641 -108.8302 -94.9606 -77.9750 -57.6933 -33.9351

Columns 49 through 51

-6.5203 24.7313 60.0000

>> plot (xx,yy,Px,PY)

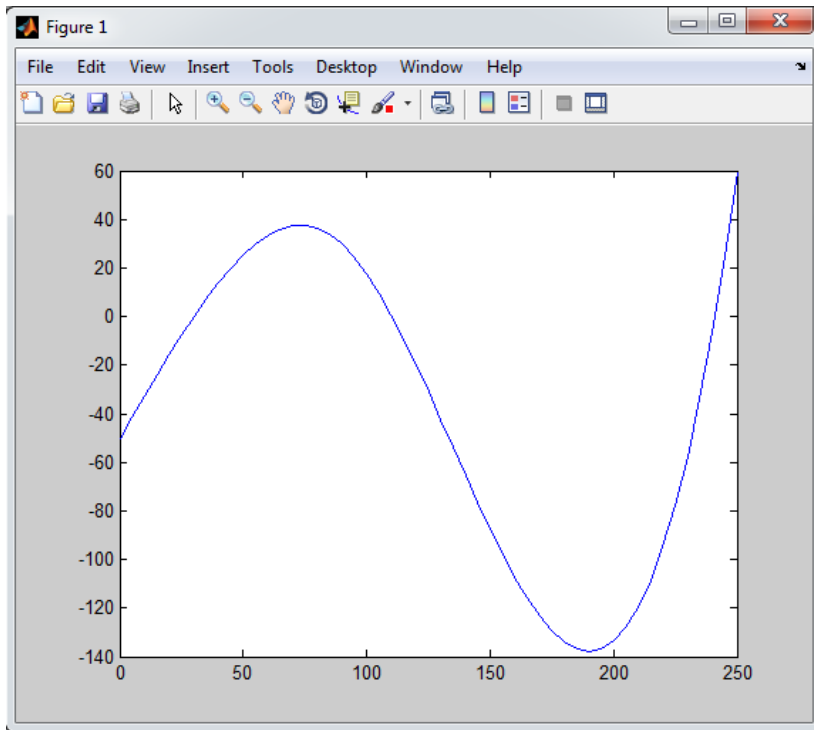


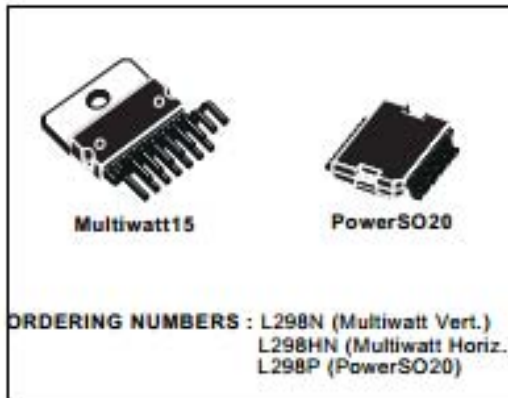
Fig.2.24 Spline



# L298

## DUAL FULL-BRIDGE DRIVER

- OPERATING SUPPLY VOLTAGE UP TO 46 V
- TOTAL DC CURRENT UP TO 4 A
- LOW SATURATION VOLTAGE
- OVERTEMPERATURE PROTECTION
- LOGICAL "0" INPUT VOLTAGE UP TO 1.5 V (HIGH NOISE IMMUNITY)

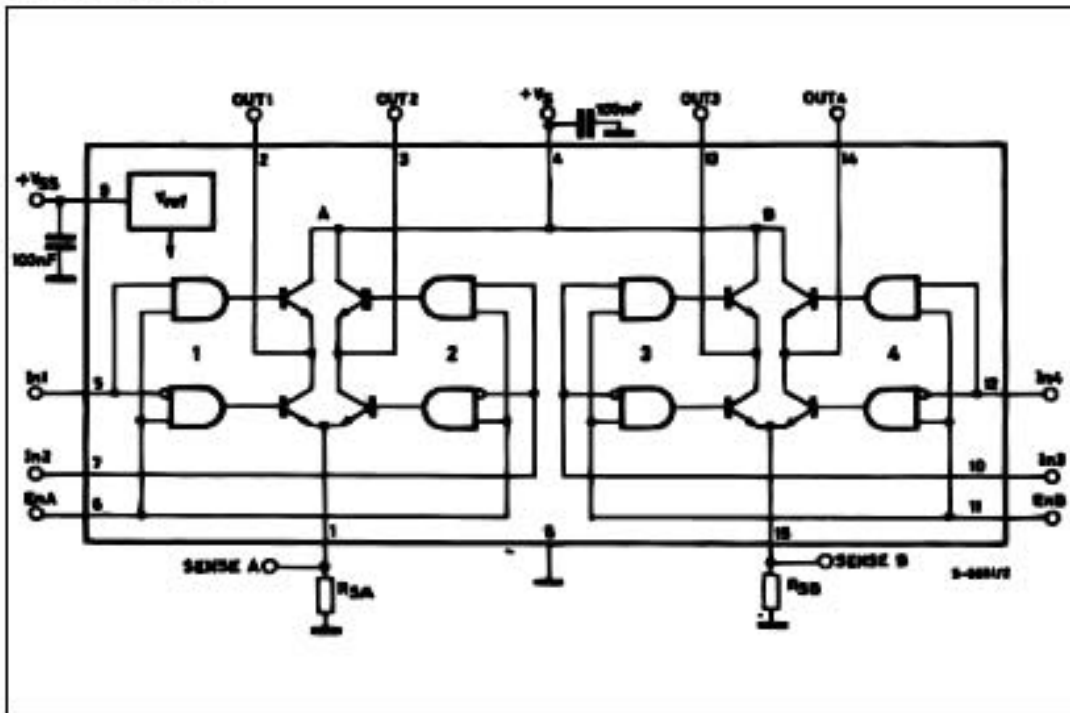


### DESCRIPTION

The L298 is an integrated monolithic circuit in a 15-lead Multiwatt and PowerSO20 packages. It is a high voltage, high current dual full-bridge driver designed to accept standard TTL logic levels and drive inductive loads such as relays, solenoids, DC and stepping motors. Two enable inputs are provided to enable or disable the device independently of the input signals. The emitters of the lower transistors of each bridge are connected together and the corresponding external terminal can be used for the con-

nection of an external sensing resistor. An additional supply input is provided so that the logic works at a lower voltage.

### BLOCK DIAGRAM

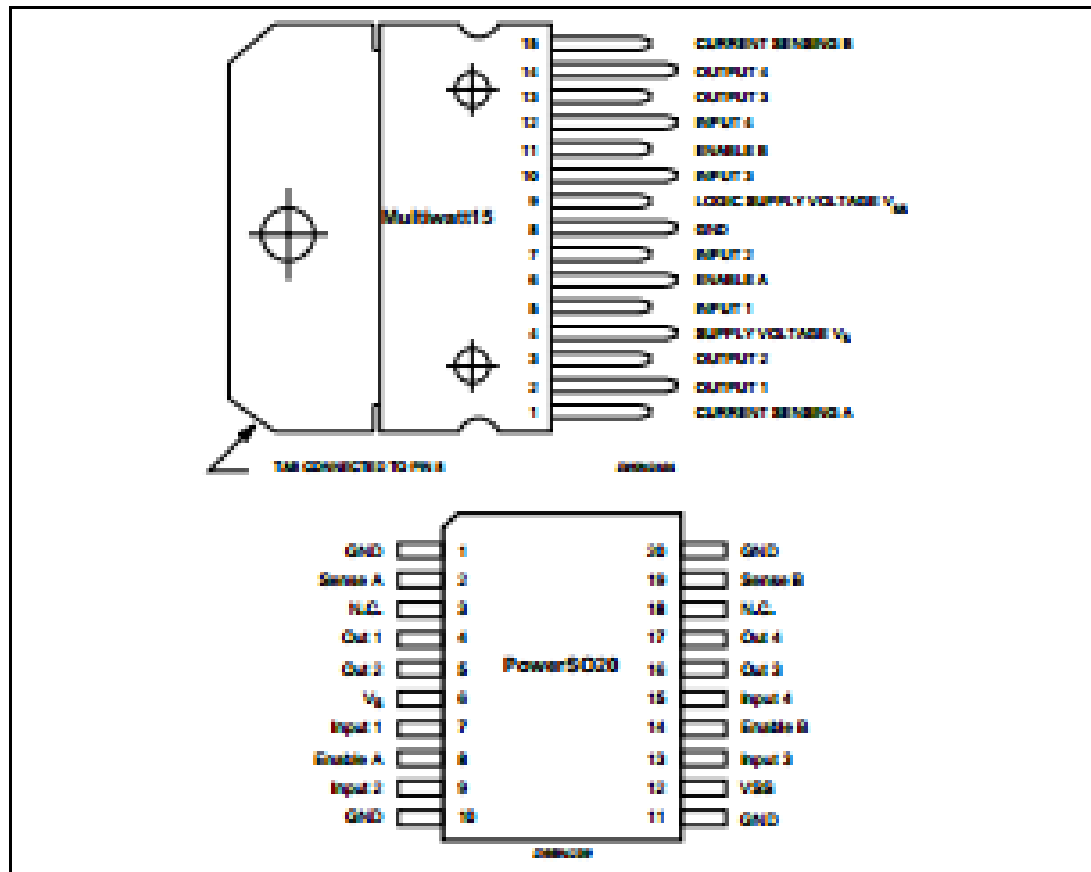


## L298

### ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS

Symbol	Parameter	Value	Unit
$V_{DD}$	Power Supply	50	V
$V_{DD}$	Logic Supply Voltage	7	V
$V_i, V_{en}$	Input and Enable Voltage	-0.3 to 7	V
$I_o$	Peak Output Current (each Channel)		
	- Non Repetitive ( $t = 100\mu s$ )	3	A
	- Repetitive (80% on -20% off; $t_w = 10ms$ )	2.5	A
	-DC Operation	2	A
$V_{sense}$	Sensing Voltage	-1 to 2.3	V
$P_{tot}$	Total Power Dissipation ( $T_{case} = 75^\circ C$ )	25	W
$T_{op}$	Junction Operating Temperature	-25 to 130	$^\circ C$
$T_{stg}, T_j$	Storage and Junction Temperature	-40 to 150	$^\circ C$

### PIN CONNECTIONS (top view)



### THERMAL DATA

Symbol	Parameter	PowerSO20	Multiwatt15	Unit
$R_{\theta(jc)}$	Thermal Resistance Junction-case	Max.	3	$^\circ C/W$
$R_{\theta(ja)}$	Thermal Resistance Junction-ambient	Max.	35	$^\circ C/W$

(\*) Mounted on aluminum substrate

**PIN FUNCTIONS** (refer to the block diagram)

MW.15	PowerSO	Name	Function
1;15	2;19	Sense A; Sense B	Between this pin and ground is connected the sense resistor to control the current of the load.
2;3	4;5	Out 1; Out 2	Outputs of the Bridge A; the current that flows through the load connected between these two pins is monitored at pin 1.
4	6	$V_S$	Supply Voltage for the Power Output Stages. A non-inductive 100nF capacitor must be connected between this pin and ground.
5;7	7;9	Input 1; Input 2	TTL Compatible Inputs of the Bridge A.
8;11	8;14	Enable A; Enable B	TTL Compatible Enable Input: the L state disables the bridge A (enable A) and/or the bridge B (enable B).
8	1,10,11,20	GND	Ground.
9	12	$V_{SS}$	Supply Voltage for the Logic Blocks. A100nF capacitor must be connected between this pin and ground.
10; 12	13;15	Input 3; Input 4	TTL Compatible Inputs of the Bridge B.
13; 14	16;17	Out 3; Out 4	Outputs of the Bridge B. The current that flows through the load connected between these two pins is monitored at pin 15.
-	3;18	N.C.	Not Connected

**ELECTRICAL CHARACTERISTICS** ( $V_S = 42V$ ;  $V_{SS} = 5V$ ,  $T_j = 25^\circ C$ ; unless otherwise specified)

Symbol	Parameter	Test Conditions	Min.	Typ.	Max.	Unit
$V_S$	Supply Voltage (pin 4)	Operative Condition	$V_{IH} + 2.5$		48	V
$V_{SS}$	Logic Supply Voltage (pin 9)		4.5	5	7	V
$I_S$	Quiescent Supply Current (pin 4)	$V_{en} = H$ ; $I_L = 0$ $V_I = L$ $V_I = H$		13 50	22 70	mA mA
		$V_{en} = L$ $V_I = X$			4	mA
$I_{SS}$	Quiescent Current from $V_{SS}$ (pin 9)	$V_{en} = H$ ; $I_L = 0$ $V_I = L$ $V_I = H$		24 7	36 12	mA mA
		$V_{en} = L$ $V_I = X$			6	mA
$V_L$	Input Low Voltage (pins 5, 7, 10, 12)		-0.3		1.5	V
$V_{IH}$	Input High Voltage (pins 5, 7, 10, 12)		2.3		$V_{SS}$	V
$I_L$	Low Voltage Input Current (pins 5, 7, 10, 12)	$V_I = L$			-10	$\mu A$
$I_{IH}$	High Voltage Input Current (pins 5, 7, 10, 12)	$V_I = H \leq V_{SS} - 0.6V$		30	100	$\mu A$
$V_{en} = L$	Enable Low Voltage (pins 6, 11)		-0.3		1.5	V
$V_{en} = H$	Enable High Voltage (pins 6, 11)		2.3		$V_{SS}$	V
$I_{en} = L$	Low Voltage Enable Current (pins 6, 11)	$V_{en} = L$			-10	$\mu A$
$I_{en} = H$	High Voltage Enable Current (pins 6, 11)	$V_{en} = H \leq V_{SS} - 0.6V$		30	100	$\mu A$
$V_{CEsat}(H)$	Source Saturation Voltage	$I_L = 1A$ $I_L = 2A$	0.95	1.35 2	1.7 2.7	V V
$V_{CEsat}(L)$	Sink Saturation Voltage	$I_L = 1A$ (5) $I_L = 2A$ (5)	0.85	1.2 1.7	1.6 2.3	V V
$V_{CEsat}$	Total Drop	$I_L = 1A$ (5) $I_L = 2A$ (5)	1.80		3.2 4.9	V V
$V_{sense}$	Sensing Voltage (pins 1, 15)		-1 (1)		2	V

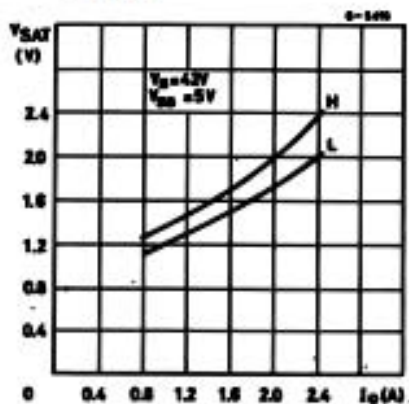


**ELECTRICAL CHARACTERISTICS (continued)**

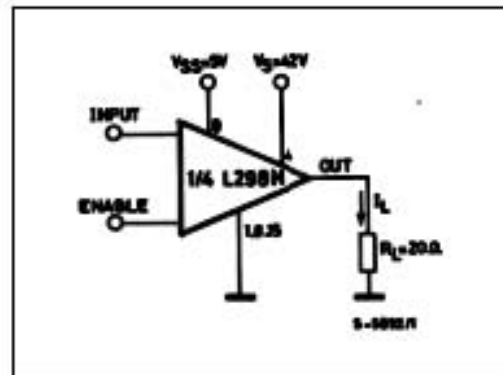
Symbol	Parameter	Test Conditions	Min.	Typ.	Max.	Unit
$T_1 (V_i)$	Source Current Turn-off Delay	$0.5 V_i$ to $0.9 I_L$ (2); (4)		1.5		$\mu s$
$T_2 (V_i)$	Source Current Fall Time	$0.9 I_L$ to $0.1 I_L$ (2); (4)		0.2		$\mu s$
$T_3 (V_i)$	Source Current Turn-on Delay	$0.5 V_i$ to $0.1 I_L$ (2); (4)		2		$\mu s$
$T_4 (V_i)$	Source Current Rise Time	$0.1 I_L$ to $0.9 I_L$ (2); (4)		0.7		$\mu s$
$T_5 (V_i)$	Sink Current Turn-off Delay	$0.5 V_i$ to $0.9 I_L$ (3); (4)		0.7		$\mu s$
$T_6 (V_i)$	Sink Current Fall Time	$0.9 I_L$ to $0.1 I_L$ (3); (4)		0.25		$\mu s$
$T_7 (V_i)$	Sink Current Turn-on Delay	$0.5 V_i$ to $0.9 I_L$ (3); (4)		1.6		$\mu s$
$T_8 (V_i)$	Sink Current Rise Time	$0.1 I_L$ to $0.9 I_L$ (3); (4)		0.2		$\mu s$
$f_c (V_i)$	Commutation Frequency	$I_L = 2A$		25	40	KHz
$T_1 (V_{en})$	Source Current Turn-off Delay	$0.5 V_{en}$ to $0.9 I_L$ (2); (4)		3		$\mu s$
$T_2 (V_{en})$	Source Current Fall Time	$0.9 I_L$ to $0.1 I_L$ (2); (4)		1		$\mu s$
$T_3 (V_{en})$	Source Current Turn-on Delay	$0.5 V_{en}$ to $0.1 I_L$ (2); (4)		0.3		$\mu s$
$T_4 (V_{en})$	Source Current Rise Time	$0.1 I_L$ to $0.9 I_L$ (2); (4)		0.4		$\mu s$
$T_5 (V_{en})$	Sink Current Turn-off Delay	$0.5 V_{en}$ to $0.9 I_L$ (3); (4)		2.2		$\mu s$
$T_6 (V_{en})$	Sink Current Fall Time	$0.9 I_L$ to $0.1 I_L$ (3); (4)		0.35		$\mu s$
$T_7 (V_{en})$	Sink Current Turn-on Delay	$0.5 V_{en}$ to $0.9 I_L$ (3); (4)		0.25		$\mu s$
$T_8 (V_{en})$	Sink Current Rise Time	$0.1 I_L$ to $0.9 I_L$ (3); (4)		0.1		$\mu s$

- 1) Sensing voltage can be  $-1 V$  for  $t \leq 50 \mu s$ ; in steady state  $V_{sens} \min \geq -0.5 V$ .
- 2) See fig. 2.
- 3) See fig. 4.
- 4) The load must be a pure resistor.

**Figure 1 : Typical Saturation Voltage vs. Output Current.**



**Figure 2 : Switching Times Test Circuits.**



Note : For INPUT Switching, set EN = H  
For ENABLE Switching, set Ih = H

Potenciómetro de precisión 10 Kohms 10vueltas

PREV

NEXT

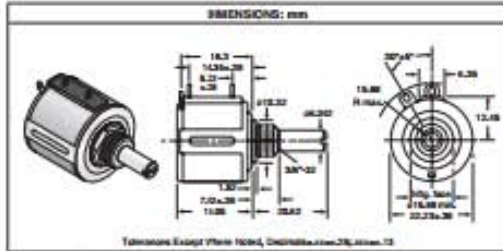
**BOURNS Precision Potentiometers**

**BOURNS**

**3540/3541 SERIES  
10-TURN/WIREWOUND/PRECISION**

This page of product is RoHS compliant

**3400 SERIES 10-TURN WIREWOUND/PRECISION**



**Specifications for 3540 Wirewound:**

- Standard resistance range: 100-100KΩ
- Resistance tolerance: ±5%
- Power rating: 70°C - 200; 120°C - 50W
- Temperature range: -50°C to +125°C
- Temperature coefficient: ±100ppm/°C

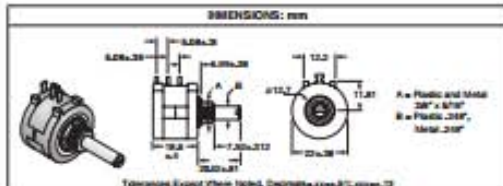
**Specifications for 3541 Hybrid:**

- Standard resistance range: 10-100KΩ
- Resistance tolerance: ±3%
- Power rating: 70°C - 200; 120°C - 50W
- Temperature range: -50°C to +125°C
- Temperature coefficient: ±100ppm/°C

MOUSER STOCK NO. Mfr. Mfr. Part No.	Value (Ω)	Resolution	Price Each			
			1	10	25	50
652-3540S-1-101L	100	0.042	23.38	20.66	17.76	15.89
652-3540S-1-501L	500	0.021	23.38	20.66	17.76	15.89
652-3540S-1-100L	1K	0.011	23.38	20.66	17.76	15.89
652-3540S-2-100L	2K	0.021	23.38	20.66	17.76	15.89
652-3540S-5-100L	5K	0.021	23.38	20.66	17.76	15.89
652-3540S-1-100L	10K	0.010	23.38	20.66	17.76	15.89
652-3540S-1-500L	50K	0.014	23.38	20.66	17.76	15.89
652-3540S-1-100L	100K	0.011	24.97	23.41	17.89	16.65
652-3540S-1-100L	100K	0.008	28.05	26.30	19.87	18.71

MOUSER STOCK NO. Mfr. Mfr. Part No.	Value (Ω)	Resolution	Price Each			
			1	10	25	50
652-3541H-1-100L	1K	45.99	40.87	31.68	30.68	
652-3541H-1-500L	5K	45.99	40.87	31.68	30.68	
652-3541H-1-100L	10K	45.99	40.87	31.68	30.68	

**3590 SERIES 10 TURN  
PRECISION POTENTIOMETER**



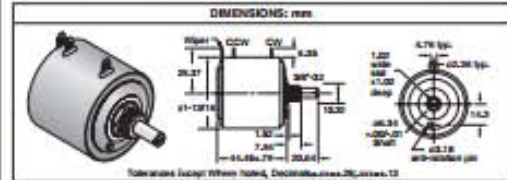
**Specifications:**

- Resistance tolerance: ±5%
- Power rating: 2 Watts

**Features:**

- Plastic or metal shaft and bushings
- Wirewound
- Socket lug

MOUSER STOCK NO. Mfr. Mfr. Part No.	Value (Ω)	Resolution (%)	Price Each			
			1	10	25	50
<b>Plastic Bushing and Shaft</b>						
652-3590S-1-100L	1K	0.020	12.50	11.54	11.06	9.82
652-3590S-1-500L	5K	0.010	12.50	11.54	11.06	9.82
652-3590S-1-100L	10K	0.010	12.50	11.54	11.06	9.82
652-3590S-1-100L	50K	0.010	12.50	11.54	11.06	9.82
652-3590S-1-100L	100K	0.010	12.50	11.54	11.06	9.82
<b>Metal Bushing and Shaft</b>						
652-3590S-2-100L	1K	0.020	12.50	11.54	11.06	9.82
652-3590S-2-500L	5K	0.010	12.50	11.54	11.06	9.82
652-3590S-2-100L	10K	0.010	12.50	11.54	11.06	9.82
652-3590S-2-100L	50K	0.010	12.50	11.54	11.06	9.82
652-3590S-2-100L	100K	0.010	12.50	11.54	11.06	9.82



**Features:**

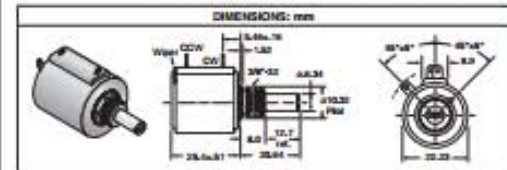
- Routing mount
- Excellent repeat stability
- High slip strength
- Sealed

**Specifications:**

- Resistance tolerance: ±5%
- Power rating: 5W

MOUSER STOCK NO. Mfr. Mfr. Part No.	Value (Ω)	Resolution	Price Each			
			1	10	25	50
652-3400S-1-100L	1K	112.95	100.84	81.23	75.63	
652-3400S-1-100L	10K	112.95	100.84	81.23	75.63	

**3500 SERIES 10-TURN/WIREWOUND/PRECISION**



**Features:**

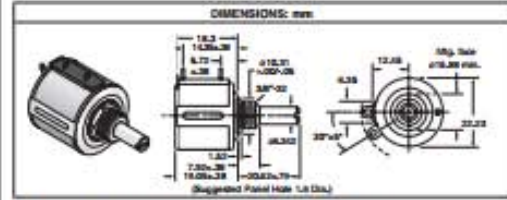
- Routing mount
- Sealed
- Compatible

**Specifications:**

- Resistance tolerance: ±5%
- Power rating: 10°C - 200; 120°C - 50W
- Temperature range: -60°C to +125°C
- Temperature coefficient: ±100ppm/°C
- Shaft length: 10mm (total bushing)

MOUSER STOCK NO. Mfr. Mfr. Part No.	Value (Ω)	Resolution	Price Each			
			1	10	25	50
652-3500S-2-100L	1K	0.03	48.51	41.34	32.03	31.00
652-3500S-2-500L	5K	0.018	48.51	41.34	32.03	31.00
652-3500S-2-100L	50K	0.018	48.51	41.34	32.03	31.00

**3543/3545 SERIES/WIREWOUND/PRECISION**



**Specifications for 3543 3-Turn:**

- Standard resistance range: 20-50KΩ
- Resistance tolerance: ±5%
- Power rating: 70°C (1W); 120°C - 5W
- Temperature range: -50°C to +125°C
- Temperature coefficient: ±100ppm/°C

**Specifications for 3545 5-Turn:**

- Standard resistance range: 10-50KΩ
- Resistance tolerance: ±5%
- Power rating: 70°C (1.5W); 120°C - 5W
- Temperature range: -50°C to +125°C
- Temperature coefficient: ±100ppm/°C

MOUSER STOCK NO. Mfr. Mfr. Part No.	Value (Ω)	Resolution	Price Each			
			1	10	25	50
<b>3-Turn</b>						
652-3543S-1-100L	1K	0.077	39.23	36.78	27.79	26.16
652-3543S-1-200L	2K	0.082	39.23	36.78	27.79	26.16
652-3543S-1-500L	5K	0.047	39.23	36.78	27.79	26.16
652-3543S-1-100L	10K	0.040	39.23	36.78	27.79	26.16
<b>5-Turn</b>						
652-3545S-1-100L	1K	0.043	37.82	33.62	26.65	25.21
652-3545S-1-500L	5K	0.038	37.82	33.62	26.65	25.21
652-3545S-1-100L	10K	0.029	37.82	33.62	26.65	25.21

© Copyright 2010 Mouser Electronics

mouser.com/bourns



(800) 346-6873

843

Precision Pots

BOURNS

# Bibliografía

## **Introducción a la Robótica**


Subir Kumar Saha  
Indian Institute of Technology  
Editorial Mc Graw Hill

## **Robòtica**

John J. Craig 3era Edicion  
Edit. Prentice Hall

# Cibergrafia

 [www.kuka-robotics.com](http://www.kuka-robotics.com)

 [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)