



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

*Simulación Geométrica de
la Pirámide del Sol*

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

P R E S E N T A:

LILIA CABALLERO PAGAZA

DIRECTOR DE TESIS:

DOCTOR ARTURO ALEJANDRO
MENCHACA ROCHA

México D.F. 2014





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A mi mamá con todo mi cariño y mi amor para la persona que hizo todo en la vida para que yo pudiera lograr mis sueños, por motivarme y darme la mano cuando sentía que el camino se terminaba, a ti por siempre mi corazón y mi agradecimiento.

Agradezco a mi pareja Adrian True por tu paciencia y comprensión, preferiste sacrificar tu tiempo para que yo pudiera cumplir con el mío. Por tu bondad y sacrificio me inspiraste a ser mejor para ti, ahora puedo decir que esta tesis lleva mucho de ti, gracias por estar siempre a mi lado.

Agradezco a Dios por haberme dado el más grande y hermoso regalo de la vida. El que me inspira día con día a seguir adelante y me motiva a ser una mejor persona. Xander gracias por ser parte de mi.

A mi hermanita (porque siempre vas a serlo) ya que mi vida simplemente no hubiera sido igual sin ti. Gracias por tu ayuda y tu apoyo incondicional.

A mi papá por tu apoyo y tu cariño. Por estar siempre presente, echarme porras y confiar en mi.

A mis abuelos por ser un ejemplo de vida y enseñarnos a vivir plenamente cada uno de nuestros días.

A mis amigos, los cercanos y los que viven lejos, los que desde toda la vida he conocido y los más recientes, a todos y cada uno de ellos les quiero agradecer el que sean una parte fundamental de mi vida.

Agradezco a mi asesor de tesis el Dr. Arturo A. Menchaca Rocha por la orientación y ayuda que me brindó para la realización de esta tesis, por ser un gran maestro pero sobre todo un extraordinario ser humano.

A mis sinodales por orientarme en las correcciones de ésta tesis y por hacerme comprender cada uno de sus aspectos.

A mis maestros que en este andar por la vida, influyeron con sus lecciones y experiencias en formarme como una persona de bien y preparada para los retos que pone la vida, a todos y cada uno de ellos les dedico cada una de estas páginas.

Al Proyecto PAPIIT 111412 por permitirme ser parte de este gran programa de investigación.

Gracias a esas personas importantes en mi vida, que siempre estuvieron listas para brindarme toda su ayuda, ahora me toca regresar un poquito de todo lo inmenso que me han otorgado. Con todo mi cariño está tesis se las dedico a ustedes

TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS	2
Capítulo 1	7
INTRODUCCIÓN	7
Capítulo 2	9
PROBLEMA ARQUEOLÓGICO	9
Capítulo 3	14
PARTÍCULAS ELEMENTALES	14
Capítulo 4	19
RAYOS CÓSMICOS	19
4.1 Antecedentes históricos, descubrimiento y primeras investigaciones	19
4.2 Naturaleza de los Rayos Cósmicos	21
4.3 Muones.....	26
Capítulo 5	27
LA TÉCNICA DE ÁLVAREZ / ATENUACIÓN DE MUONES	27
5.1 Pérdida de energía por ionización	27
5.2 Dispersión Múltiple	29
5.3 Arreglo experimental.....	31
Capítulo 6	34
CONCEPTOS DE LA SIMULACIÓN GEOMÉTRICA	34
6.1 Ubicación del detector	39
6.2 Distribución angular global de muones	42
6.3 Atenuación de muones.....	43
6.4 Método de Monte Carlo	45
6.5 Cálculo de r	45
6.6 Distribución angular con corrección de ángulo sólido	46
Capítulo 7	48
RESULTADOS	48
7.1 Errores e incertidumbres.....	63
Capítulo 8	65
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA EL USO FUTURO DE ESTA TÉCNICA...65	
Bibliografía.....	67
Apéndice.....	69

TABLA DE ILUSTRACIONES

Tabla 3.1 Clasificación de Quarks y Leptones.....	17
Tabla 3.2 Partículas portadoras de las interacciones.....	17
Tabla 5.1. Valores de densidad (ρ), deposición mínima de energía ($-dE/dx$) y longitud de radiación para diversos materiales comunes	29
Ilustración 4. 1 Composición química de los rayos cósmicos relativa al Silicón y al Hierro a 1 TeV, y en el Sistema Solar, como función de su carga Z (12)	22
Ilustración 4.2 Flujo diferencial de rayos cósmicos	23
Ilustración 4.3 Proceso de creación de los rayos cósmicos secundarios.....	25
Ilustración 5.1 Proyección bidimensional de dispersión y desplazamiento usados para describir la dispersión múltiple de Coulomb.....	30
Ilustración 5.2 Arreglo de detectores utilizados en la pirámide del Sol.....	32
Ilustración 6.1 Fotografía de Millon.....	35
Ilustración 6.2. Imagen realizada en MatLab graficando los puntos del mapa de Millon.	35
Ilustración 6.3. Región que idealmente cubre el detector.....	36
Ilustración 6.4. Vista superior de la pirámide del Sol.....	37
Ilustración 6.5. Diagrama por niveles de la pirámide del Sol.	38
Ilustración 6.6. Convención de los ejes coordenados.....	38
Ilustración 6.8 Centros geométricos.....	41
Ilustración 7.1. Histogramas donde se aprecian cuatro picos y cuatro valles que corresponden a las cuatro esquinas de las pirámides.....	48
Ilustración 7.2 Distancias "r" con una ventana para theta de $80^\circ < \theta < 82^\circ$. I.....	49
Ilustración 7.3 Histogramas de phi con una ventanas de theta de $0^\circ < \theta < 30^\circ$	49
Ilustración 7.4 Graficas de "r" con una ventanas de theta de $0^\circ < \theta < 30^\circ$	50
Ilustración 7.5. Rayo en el plano cartesiano y sus proyecciones tx y tz.	51

Ilustración 7.6. Histograma de la pirámide del Sol con detector centrado.....	52
Ilustración 7.10. Histogramas hechos con la simulación geométrica.....	57
Ilustración 7.11. Restas de histogramas.....	58
Ilustración 7.12 Histogramas hechos con la simulación física.....	59
Ilustración 7.13. Histograma con la simulación geométrica en la posición "d".....	60
7.14 Resta porcentual de los histogramas físico y geométrico.	60
7.15 Superficie de la resta de los histogramas físico y geométrico.	61
7.16 Superficie del histograma geométrico.....	62
7.17 Superficie del histograma físico.....	62
7.18 Mapa de significancias.....	64
7.19 Superficie del mapa de significancias.....	64

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

La búsqueda de bóvedas en sitios históricos es una de las tareas más interesantes del quehacer arqueológico. Tratándose de monumentos de gran tamaño, como pirámides, esta labor se encuentra severamente limitada por la carencia de técnicas prospectivas de gran penetración. Sin embargo, Luis Álvarez, Premio Nobel de Física, demostró (1) que la existencia de túneles en la parte baja de ciertos monumentos permite obtener información a través de la detección de rayos cósmicos, en medidas de transmisión de tipo radiográfico.

Hace 40 años Álvarez y su grupo instalaron un detector de muones en una cámara que existe bajo la pirámide de Kefrén en Giza, Egipto, logrando así eliminar especulaciones sobre una posible bóveda superior en ese monumento, surgidas de la similitud con la vecina pirámide de Keops. En Teotihuacán, México, la existencia de un túnel situado 8 metros bajo la pirámide del Sol, y que llega cerca del centro de la base, representa una oportunidad extraordinaria para realizar un experimento similar (2), en un intento por descifrar uno de los enigmas más importantes de la cultura teotihuacana: el propósito de su gran pirámide.

Se propuso utilizar la técnica no invasiva de Álvarez para intentar conocer el interior de la Pirámide del Sol con el fin de encontrar posibles cavidades que pudiesen haber sido utilizadas con fines funerarios o de ofrenda.

Desde hace más de 10 años, investigadores del Instituto de Física de la UNAM trabajan en el proyecto de la Pirámide del Sol, el cual ha sido acondicionado a las necesidades del sitio. Con ese instrumento ha sido posible detectar los muones que atraviesan la pirámide en todas direcciones dentro de un ángulo sólido de ± 45 grados y reconstruir su trayectoria.

La interpretación de los datos obtenidos ha requerido simular los fenómenos físicos involucrados de la manera más completa posible, utilizando como software un código desarrollado en el Centro Europeo de Investigaciones Nucleares (CERN), denominado GEANT-4. Sin embargo, por su complejidad, tales simulaciones, en que se sigue la suerte de cada partícula a lo largo de su trayectoria, son lentas e involucran un gran consumo de recursos de cómputo (sobre todo CPU).

Esta tesis muestra que es posible ayudarse de un código más simple (aunque menos preciso), que reduce el tiempo de CPU en dos órdenes de magnitud, para desarrollar una intuición sobre los aspectos geométricos más relevantes para interpretar los datos. A éste tipo de simulaciones se les conoce con el nombre en inglés de "toy models" (en español, modelos de juguete). Éstas proveen simplificaciones que reducen el tiempo de cálculo y son muy útiles para explicar el

comportamiento de fenómenos diversos en varias áreas del quehacer científico en forma más rápida que las simulaciones reales.

Los resultados de la simulación geométrica serán comparados aquí con las simulaciones completas realizadas por Marco Vladimir Lemus Yáñez en su tesis de maestría (3). Una serie de simulaciones con este código simple muestran que es posible entender aspectos globales de los datos en un plazo corto.

Un problema que enfrenta el análisis de los datos es que los levantamientos topográficos de la superficie de la pirámide del Sol y del interior del túnel fueron hechos con diferentes técnicas, lo que introduce una incertidumbre apreciable en la ubicación en la posición real del detector dentro del túnel con respecto a la pirámide. En principio, los datos mismos se pueden utilizar para encontrar esa ubicación, utilizando a la simulación como una técnica de ajuste. Sin embargo, tal proyecto es inviable utilizando GEAN-4, pues se requerirían años de CPU. Así, uno de los objetivos de esta tesis fue hacer múltiples simulaciones, desplazando sistemáticamente el detector para determinar la ubicación simulada que mejor reproduce los datos. Por tratarse de un problema íntimamente relacionado con la geometría, no tanto con la física del problema, aquí veremos como el código de simulación desarrollado en esta tesis es una herramienta útil para tal propósito.

La tesis está organizada de la siguiente manera, el Capítulo 2 se hace una breve revisión de la información arqueológica que existe sobre la Pirámide del Sol. En el siguiente capítulo 3 se describen los aspectos básicos de la física de partículas y su modo de interactuar con la materia que son necesarios para entender la técnica utilizada en este trabajo. El Capítulo 4 se dedica a describir el origen y composición de los rayos cósmicos, primarios, para así entender el origen de los muones secundarios, así como su distribución espacial y su espectro de energía, en la zona de Teotihuacán. Posteriormente (Capítulo 5) se describirán los principios físicos en que se basa la técnica de atenuación de muones y su aplicación al caso Teotihuacano. El Capítulo 6 describe los conceptos en que se basa la simulación geométrica de esta tesis. El capítulo 7 compara los resultados de estas simulaciones geométricas con las simulaciones completas de la tesis de Vladimir Lemus e ilustra con un ejemplo el poder de esta técnica simplificada para entender, de manera gruesa, aspectos característicos de los datos obtenidos en el experimento. Finalmente, el Capítulo 9 lista las conclusiones y las recomendaciones para el uso futuro de esta técnica.

Capítulo 2

PROBLEMA ARQUEOLÓGICO

La Pirámide del Sol de Teotihuacán se encuentra localizada en una gran ciudad prehispánica cerca del pueblo de San Juan Teotihuacán, a unos 50 kilómetros al noreste de la actual ciudad de México, en el valle del mismo nombre. De la cultura teotihuacana existen muchas interrogantes, se desconoce la mayor parte de su historia, principalmente debido a que no dejaron un lenguaje escrito. Basta mencionar que el nombre "Teotihuacán" (que en Náhuatl significa "ciudad de los dioses") fue puesto por los Aztecas cuando llegaron al lugar varios cientos de años después de ser abandonada por sus habitantes originales, quienes la ocuparon a inicios de la Era cristiana hasta 600 d.C. (4) Teotihuacán fue la ciudad más importante y representativa del periodo Clásico en el Altiplano Central Mexicano. Más aún, con sus 150,000 habitantes, ésta debió ser una de las ciudades más importantes del mundo en su época. Su gran herencia cultural nos demuestra el desarrollo e influencia que alcanzó en toda Mesoamérica y en el norte de México. Sin embargo, desde entonces una de las grandes incógnitas de ese sitio maravilloso es ¿para qué se construyó la Pirámide del Sol, primera obra monumental de la gran metrópolis?

La Pirámide del Sol es la estructura más grande en Teotihuacán. Desde sus más de 60 metros de altura se domina la ciudad y es visible desde casi todos los puntos del valle. Su base cuadrada con lados de 215 m tiene una superficie total de 46,225 m², mientras que su volumen es de aproximadamente un millón de metros cúbicos (5).

La pirámide está conformada por cinco cuerpos. Su cara principal es accesible desde la Calzada de los Muertos, tiene orientación de 15° 17' respecto al norte astronómico, y en ella se encuentran las escaleras que permiten llegar a la cima. También en ese lado de la pirámide encontramos un cuerpo adosado que está desviado unos grados oeste-norte del eje de la pirámide y marca con mayor exactitud la dirección de la puesta del sol. Su altura es poco menor a la del primer cuerpo, tiene una saliente de 17 metros en la base y 38 metros de ancho. La pirámide se encuentra rodeada de una gran plataforma en U por sus lados norte, oriente y sur. Uno de los hallazgos más recientes fue un canal de tres metros de ancho que rodea la pirámide y unos marcadores astronómicos sobre el piso de estuco de la última etapa constructiva de Teotihuacán (6).

Desde la época colonial los cronistas dedicaron parte de su obra a Teotihuacán, en particular a la Pirámide del Sol. Entre ellos estuvieron Motolinia, Mendieta, Sahagún y Torquemada, al igual que el Barón de Humboldt quien lo hizo en 1803. En el año de 1864 se realizó el primer estudio formal de Teotihuacán, por la Comisión Científica de Pachuca bajo la dirección de Ramón Almaráz. En el informe se reportó la orientación de las pirámides, y con respecto a la Pirámide del Sol señaló la existencia de la plataforma que la rodea por tres de sus lados. Sin

embargo, no fue sino hasta el año de 1905 que comenzaron las exploraciones oficiales en Teotihuacán, cuando Porfirio Díaz designó como Inspector de Monumentos Arqueológicos a Leopoldo Batres. Éste realizó los primeros trabajos de restauración en la Pirámide del Sol el mismo año, removiendo la tierra que la cubría para revelar la forma original (7).

Años después, en 1917 Manuel Gamio fue el primer arqueólogo en realizar un proyecto multidisciplinario en Teotihuacán por medio de la estratigrafía artificial, que tenía la intención de descifrar la cronología de la Pirámide del Sol. En 1922 el propio Gamio decidió abrir un túnel partiendo del lado este de la pirámide hasta el centro. Este túnel penetró 97m en dirección oeste desde la primera plataforma de la pirámide, por encima del nivel del suelo. Posteriormente, en 1933, Eduardo Noguera y José R. Pérez realizaron un segundo túnel de 116.5m de longitud, partiendo ahora desde la plataforma adosada, en el lado oeste encontrándose en el centro de la pirámide con el túnel de Gamio.

La conclusión relevante para esta tesis de ambas excavaciones fue que no existía ninguna estructura interna que indicara algún tipo de superposición de edificios, como es común encontrar en otras pirámides mesoamericanas. Sin embargo, con la realización de estos túneles se obtuvieron datos sobre el sistema de construcción, y el material cerámico encontrado fue analizado con la intención de reconocer la posible existencia de dos o varias culturas en el sitio (8).

En 1947 Remy Bastien realizó una investigación arquitectónica detallada sobre la Pirámide del Sol, y dos años después excavó un túnel de 9 metros con dirección sur-norte en el punto donde se unen los túneles de Gamio y Noguera. Sin embargo no se conoce el reporte arqueológico de estos últimos trabajos. Diez años después, René Millon, Bruce Drewitt y James A. Bennyhoff reexaminaron los túneles al interior de la pirámide para buscar la evidencia de estructuras que pudiesen haber pasado inadvertidas hasta entonces. Millon señaló que no se podían contradecir las conclusiones previas sobre la construcción de la pirámide o sobre la magnitud de la concepción de la pirámide en una sola operación, ni sobre los problemas sociales y técnicos de su construcción.

En 1962, Robert Smith excavó otro túnel en dirección este-oeste de 30m de longitud, esta vez en la parte superior de la pirámide, exactamente en lo que correspondería al quinto cuerpo. Dentro de este túnel Evelyn Rattray en 1968 hizo un pozo de sondeo con el propósito de encontrar cerámica para poder fechar la Pirámide del Sol. Hay reportes de que el arqueólogo Ponciano Salazar realizó excavaciones (1962-1964) "en un túnel norte-sur de la plataforma baja de la Pirámide del Sol en su lado norte". Sin embargo tampoco hay un informe sobre esa intervención.

De acuerdo a los trabajos de excavación de los túneles en la Pirámide del Sol, el sistema constructivo de esta estructura sería la siguiente.: La base de la pirámide está formada por una plataforma de adobes que ha formado un bloque en donde casi no se distinguen las juntas, debido a la presión que ha soportado por tanto tiempo. El interior parece estar compuesto principalmente de adobes,

arcillas, tepetate y rocas pequeñas, así como una gran cantidad de tiestos y fragmentos de obsidiana.

Hipotéticamente el primer paso para la construcción de la Pirámide del Sol fue delimitar la forma general del edificio por medio de muros toscamente formados de piedra y barro, tepetate o adobe. Esto funcionaba como un muro de contención reforzado por contrafuertes. El segundo paso era rellenar los espacios vacíos con piedra suelta y tierra, sin ninguna unión. Sobre esto, Cabrera habla de la posibilidad de que se utilizaran cajones de adobes para contener el relleno como se utilizó en el Templo de Quetzalcóatl y que el sistema para formar el núcleo de la pirámide "aún está pendiente de resolver". Por último se hacía un recubrimiento de piedra más pequeña, encima se ponía una capa de concreto de unos 40cm de ancho.

Marquina menciona que todos los cuerpos de la pirámide conservan restos de un grueso aplanado, que seguramente los cubría totalmente, y tal vez estaban pintados de algún color o estaban ornamentados con murales. El terreno donde se asienta la pirámide era de humus, pero debajo de esa capa de tierra vegetal se encontraba otra de tepetate que es mucho más firme como para aguantar el gran peso.

En 1971 se localizó al pié de la Pirámide del Sol un pozo de 7 metros de profundidad relleno de piedras y cascajo. Al remover el material se descubrió una escalera antigua que llevaría hasta un túnel, al parecer natural, situado justo debajo de la pirámide. Con este hallazgo se comenzaron los trabajos de investigación a cargo de Jorge Acosta y Doris Heyden.

El túnel es una cueva natural en dirección poniente con una ligera desviación al norte. Se ha discutido en diversas ocasiones si es totalmente natural o si fue modificada de alguna manera por los habitantes del valle. Heyden considera que la cueva ya existía cuando la Pirámide del Sol se construyó, ya que la entrada coincide con el centro de la escalera de la pirámide.

El túnel tiene 103 m de largo aproximadamente y termina en una serie de cámaras casi debajo de la cima del monumento. Este complejo de cámaras está formado de 4 cavidades que le dan el aspecto de una flor.

La cueva sufrió varias modificaciones que tuvieron el propósito de transformar el camino que conducía a la cámara. Heyden señala que la cueva fue seccionada por una serie de muros que fueron tapando el acceso hacia las cámaras del fondo, y que también se construyeron techos. Este proceso se realizó comenzando desde el fondo hacia la entrada. También se encuentran restos de canales de piedra, posiblemente asociados al culto al agua, localizados al final del cuarto pasaje.

Como parte de las investigaciones realizadas alrededor del túnel subterráneo, los autores Hugh Harleston Jr, George T. Baker y colaboradores realizaron una descripción y reconstrucción hipotética del túnel. Este trabajo resulta interesante

por la descripción detallada sobre el túnel, con datos topográficos y medidas de cada sección, así como la descripción de los materiales encontrados y de algunos elementos como muros y canales. Baker y Harleston localizaron el centro del complejo de cámaras en el punto exacto debajo del cuarto cuerpo de la pirámide, con respecto al punto central, a una distancia de 37.5 metros al oeste y 11.9 metros al sur, con relación al oeste astronómico. Los autores dicen que son 19 o 20 los muros que taparon la entrada del túnel hacia el fondo a diferencia de Heyden. Hay evidencia de que estas paredes fueron rotas de modo intencional por saqueadores. Para su reconstrucción hipotética, Baker y Harleston la dividieron en 4 secciones.

Heyden plantea la posibilidad de que la cueva debajo de la Pirámide del Sol sea una representación de un Chicomoztoc, ya que en algunos códices aparecen representaciones de cuevas en forma de flor muy semejante al conjunto de cámaras debajo de la pirámide. Por otro lado en la *Relación geográfica sobre Teotihuacán* habla sobre los oráculos, que con frecuencia se situaban dentro de las cuevas. En el *Códice Xólotl* se muestra la existencia de un oráculo en el interior de la cueva. En este códice se representa el glifo de Teotihuacán, conformado por dos pirámides localizadas encima de una cueva que contiene un oráculo. Probablemente el oráculo debió haber tenido una función importante como la de designar fechas, actividades y tipos de ceremonias religiosas y esta importancia religiosa debió atraer a un gran número de peregrinos a la ciudad.

Se ha planteado que la cueva fue elegida con el propósito de marcar el lugar preferido para edificar una construcción, para el asentamiento de un pueblo o para hacer una tumba. La apariencia de flor del conjunto de cavernas nos remite a la flor como un motivo general en Teotihuacán, con significado religioso. Simboliza la creación, la vida, el lenguaje, el canto, la nobleza, el gobierno, algunos dioses y un signo calendárico. Posiblemente la forma de flor de cuatro pétalos de la cueva tenga relación con los cuatro puntos cardinales, es decir, un sentido astronómico.

El problema central ha sido que hasta la fecha no hay hallazgos que puedan dar alguna evidencia de quién o quienes gobernaron Teotihuacán. Existen hipótesis que proponen que los restos de esos personajes pudieran estar dentro de las dos estructuras más grandes de la urbe, la Pirámide del Sol y la Pirámide de la Luna. En esta última se realizaron trabajos de investigación a cargo de Rubén Cabrera y Saburo Sugiyama. Los hallazgos dan razón de esta hipótesis, ya que en el interior se han encontrado diversos entierros y ofrendas que actualmente se están analizando y que están ayudando a corroborar la hipótesis sobre ambas pirámides. La conformación de la Pirámide de la Luna es bastante diferente a la del Sol, por lo que es difícil decir si en esta última hay probabilidad de encontrar algo similar a las tumbas descubiertas. Aunado a lo anterior, como en la Pirámide de la Luna, en Teotihuacán es común encontrar entierros en fosas con muros de roca y rellenas de tierra. Esto sería más difícil de ubicar por la técnica de Álvarez, que es más eficiente para detectar cavidades (huecos) que zonas localizadas de mayor densidad. Finalmente, en épocas recientes, Cabrera y Sugiyama realizaron

excavaciones en el túnel de Gamio-Noguera encontrando entierros con restos óseos y ofrendas enterradas en el nivel más bajo de la pirámide.

En resumen, el propósito que tuvieron los Teotihuacanos para construir su más grande monumento es un enigma que ha inspirado numerosos estudios, incluyendo varias excavaciones que, sin embargo, ha reforzado la hipótesis de que la Pirámide del Sol fue concebida sin edificaciones intermedias, a diferencia de la vecina Pirámide de la Luna. Así, la falta de una estructura interna ha dejado a los arqueólogos sin una pista que pudiera guiar futuros trabajos de excavación (6).

Debido a la excavación de todos estos túneles que cruzan la pirámide del Sol sin encontrar algo de importancia, las autoridades del Instituto Nacional de Antropología e Historia con la finalidad de preservar la estructura, prohíben cualquier excavación en el edificio, hasta no contar con información suficiente que indique la existencia de un entierro en un lugar específico (9).

Una situación similar se presentó en Giza, Egipto donde, a diferencia con la Pirámide de Keops, la de Kefrén no daba indicios de contener cámaras mortuorias en su volumen, más allá de una cámara (llamada de Belzoni) que está ubicada en su base, cerca del eje de simetría. Fue así que Luis Álvarez, propuso utilizar la técnica de atenuación de muones, instalando un detector de partículas en la Cámara de Belzoni.

Capítulo 3

PARTÍCULAS ELEMENTALES

El físico intenta explicar las propiedades de la materia en su conjunto, así como otros fenómenos que observamos en la naturaleza. Inicialmente el estudio de Newton sobre la *gravedad*, luego la unificación de los fenómenos *eléctricos* y *magnéticos* por James Maxwell y, más recientemente, el descubrimientos de la existencia de una estructura *nuclear* y *subnuclear* de la materia, ha introducido el concepto de *campo*, que engloba los diferentes tipos de influencia a distancia, o *fuerzas*, que ejercen entre si los diversos componentes de la materia. Entre estos componentes son especialmente importantes los *átomos* que, a su vez, están constituidos de los *electrones* y los *núcleos*. A principios de este siglo se descubrió que estos sistemas microscópicos no intercambian energía de manera continua sino en unidades discretas denominadas *cuantos*. Para comprender los mecanismos que rigen estos procesos fue entonces necesario el desarrollo de una nueva formulación denominada *mecánica cuántica*. Otro hallazgo sorprendente de la época fue darse cuenta (entre otras cosas) que la velocidad de la luz es un límite absoluto, lo que también requirió el desarrollo de nuevas herramientas, las teorías de la *relatividad especial* y *general*.

La fenomenología más común de los núcleos atómicos se comprende a partir de suponer que estos están compuestos de *protones* y *neutrones*. Sin embargo, los físicos que estudian a las *partículas elementales* han descubierto otros constituyentes que, existiendo sólo por un tiempo corto, resultan necesarios para entender la estructura de la materia. En la actualidad se considera que algunas de estas partículas, incluyendo al protón y al neutrón, están compuestas por objetos aún más fundamentales, denominados *quarks*, que junto con los *leptones* (que incluyen al electrón) constituyen lo "verdaderamente elemental". Con este *modelo*, denominado *estándar*, se intenta dar, hasta ahora con bastante éxito, una visión unificada de la materia y de los campos, al considerar que estos últimos son transmitidos por otro conjunto de partículas, denominadas *bosones de norma*, que incluyen (por ejemplo) a la mínima cantidad de luz: el *fotón*.

A través del intercambio de esos emisarios de los diversos campos, los quarks se unen para formar los protones y neutrones que integran a los núcleos, y estos últimos se unen con los electrones para formar átomos, éstos a su vez forman moléculas, que se juntan para constituir toda la materia que nos rodea. A escala macroscópica esta materia tiende a ser eléctricamente neutra de manera que la fuerza que pasa a dominar las interacciones entre los grandes cuerpos es la gravitación. Con ella podemos explicar el movimiento de nuestro planeta y los otros que forman el sistema solar, el de este último en la vía láctea, y así hasta considerar al universo en general. Una área relacionada es la *cosmología*, que trata de deducir el origen y la evolución del universo con base en observables astronómicas y a los conocimientos de física que hemos podido deducir en experimentos en la Tierra. Así, de comparar la luz que nos llega de las estrellas con

la que emiten los cuerpos incandescentes en laboratorios terrestres se ha establecido que la materia de que están hechos los astros más lejanos es la misma que encontramos en nuestro planeta. También, se ha logrado entender una buena parte de la mecánica celeste en base a las mismas fuerzas que conocemos en la tierra. En este proceso de inferencia científica, los cosmólogos han concluido que el universo se encuentra en una expansión que es consecuencia de una gran explosión ocurrida hace mucho tiempo. Durante este enigmático evento primordial la materia estaría en un estado de tan alta densidad y temperatura que los constituyentes más elementales (los quarks, los leptones y los bosones de norma) debieron encontrarse completamente desvinculados, es decir, aún no se formaban ni moléculas, ni átomos, ni núcleos. Así, resulta que para poder comprender lo que ocurría en esos instantes, cosmólogos y astrofísicos (quienes estudian lo más grande) se unen con quien se encarga de lo más pequeño, los *físicos de partículas*, y los *físicos nucleares* para poder entender el origen del universo, mostrando que los temas de interés de la física abarcan todas las dimensiones imaginables.

En la actualidad contamos con un marco descriptivo de la estructura de la materia al que hemos denominado *Modelo Estándar*, el cual postula que la materia está compuesta de un tipo de *partículas*, denominadas *elementales* (por ser indivisibles), que interactúan entre ellas a través del intercambio de otro tipo de partículas denominadas *campos*. Estas últimas son las emisarias de las tres fuerzas (o *interacciones*) fundamentales denominadas *electromagnética*, *fuerte*, *débil* que son importantes a escala nuclear. Por curioso que parezca, la fuerza que nos resulta más familiar en el mundo macroscópico, la *gravitación*, ha eludido todo intento por enmarcarla en un esquema teórico que la incluya con las tres anteriores. La gravitación, que es siempre atractiva y se manifiesta de manera que los planetas, las estrellas y las galaxias tienden a acercarse por el hecho de tener *masa*. Sin embargo esta fuerza no juega un papel importante en el mundo microscópico, pues a esa escala su magnitud es despreciable, comparada con las otras tres interacciones.

La interacción electromagnética actúa entre materia *cargada* eléctricamente y sigue una regla bien conocida que dice que cargas de igual signo se repelen, mientras que las de signo contrario se atraen. Esta fuerza tiene enormes consecuencias en la vida moderna, por ser la base de la electricidad, así como de las comunicaciones inalámbricas, entre tantas otras aplicaciones. A nivel atómico, es responsable de mantener unidos a los *electrones*, con los *núcleos*. Los primeros, son las partículas elementales (estables) responsables de la casi totalidad de carga eléctrica negativa que hay en el universo. Los segundos son conjuntos de dos tipos de partículas denominadas *protones*, cuya carga eléctrica es positiva, y *neutrones*, que (como su nombre lo indica) son eléctricamente neutras. A este punto, cabe preguntarse, si la fuerza gravitacional entre objetos microscópicos es tan débil como hemos dicho, ¿por qué los núcleos atómicos que contienen protones y neutrones se mantienen unidos? La respuesta reside en una de las dos fuerzas que nos falta explicar, y que sólo actúan a nivel nuclear, razón por la cual se llevo mucho tiempo el descubrir su existencia. La fuerza débil se nos manifestó por primera vez hace 100 años cuando el fenómeno de

radiactividad fue observado en sales de radio que presentaban un resplandor inusual. Cuando se estudió este fenómeno con más detalle, se llegó a la conclusión de que esta luz procedía de la desintegración de átomos inestables. Esa inestabilidad es el resultado de la interacción débil que, a diferencia de la fuerza electromagnética y la fuerza gravitacional, hace que las partículas cambien de naturaleza. Por ejemplo, los neutrones bajo esta interacción se convierten en protones y en esta transformación se emite un electrón y un *neutrino*. Este último es también una partícula elemental, sin carga eléctrica y con una masa tan pequeña que hace apenas unos años se concluyó que, aunque sea muy chica, no puede ser cero. Otra peculiaridad de los neutrinos es que, al igual que los electrones, no son sensibles a la fuerza fuerte. Así, como su masa es muy pequeña, y no poseen carga eléctrica, en la práctica sólo son sensibles a la fuerza débil. Este hecho las hace casi invisibles pues la única manera de observarlas es con el uso de aparatos especiales donde se aumenta de manera considerable la probabilidad de que interactúen *débilmente*. Cabe agregar a este punto que los electrones, al igual que los neutrinos, son insensibles a la fuerza fuerte, razón por la cual se les denomina "leptones", para distinguirlas de los "hadrones", que sí son sensibles a esa fuerza. Como veremos más adelante el conjunto de los leptones tiene otros cuatro miembros.

Entre la fuerza débil y la fuerza electromagnética se ha podido establecer una formulación que permite describirlas como si fuesen una misma interacción. En los años 70's se desarrolló ese marco matemático, que hoy es parte fundamental del *modelo estándar* y que nos dice de manera precisa cómo estas dos interacciones se manifiestan.

La fuerza fuerte resulta ser aquella que hace posible que los protones se mantengan unidos en los núcleos atómicos, a pesar de la repulsión eléctrica que sienten entre sí. Se la denomina fuerte porque, aunque sólo actúa a distancias muy pequeñas, cuando dos protones están muy cerca la repulsión eléctrica no logra separarlas. Como los neutrones también son sensibles a esa fuerza, en la naturaleza hay un gran número de núcleos atómicos que son estables. Sin embargo, como veremos enseguida, los protones y los neutrones no son partículas elementales, pues son divisibles en otras más pequeñas denominadas *quarks*, que además de poseer carga eléctrica, resultan ser sensibles a las fuerzas fuerte y débil.

Volviendo al modelo estándar, éste postula que existe un conjunto pequeño de partículas verdaderamente elementales que al interactuar entre sí, forman todo lo que observamos a nuestro alrededor. Actualmente pensamos que existen doce partículas de este tipo. Estas se clasifican en dos grupos: leptones y quarks como se muestra en la tabla 3.1. La primera columna formada por los quarks *up* y *down*, así como por los leptones electrón y neutrino electrónico es conocida como la primera familia. Estas partículas son las que constituyen todo lo que nos rodea. Las partículas de las otras dos familias son producidas en el laboratorio, o en las colisiones de rayos cósmicos con átomos de la atmósfera terrestre, pero una vez producidas estas desaparecen muy pronto, por ser inestables.

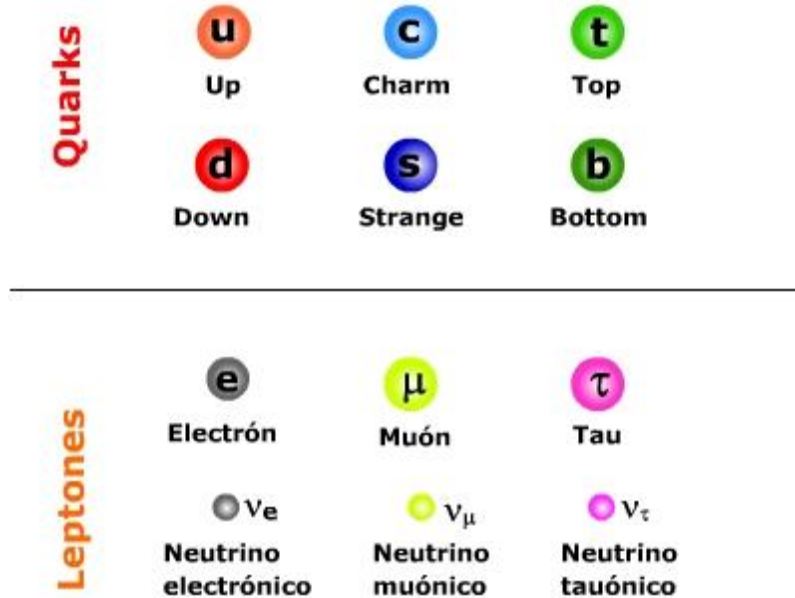


Tabla 3.1 Clasificación de Quarks y Leptones

Esta tabla ubica el muón, actor principal de esta tesis, como perteneciente a la familia de los leptones, posee carga eléctrica y es inestable, con una vida media de un par de microsegundos, solamente.

Como ya se mencionó, en el modelo estándar las cuatro fuerzas son transmitidas a través de campos. Estos, se manifiestan a su vez como partículas que pueden y han sido observadas en el laboratorio. En la tabla 3.2 se muestra a las partículas portadoras de las interacciones.

	Gravedad	Fuerza débil	Fuerza electromagnética	Fuerza fuerte
Portador	Gravitón	$W^+ W^- Z^0$	fotón	gluón
Actúa sobre	No ha sido observado	Quarks Leptones	quarks leptones cargados, $W^+ W^-$	quarks gluones

Tabla 3.2 Partículas portadoras de las interacciones

Un campo adicional a éstos es el llamado campo de Higgs. Este campo se manifiesta como los otros en una partícula recientemente descubierta en el CERN. Peter Higgs físico teórico de la universidad de Edimburgh en Inglaterra descubrió en 1964 un mecanismo mediante el cual se puede explicar la masa de las partículas fundamentales de una manera consistente con las

observaciones experimentales. El mecanismo predice la existencia de ese campo al que se denomina de Higgs en su honor. El Higgs es una componente importante del modelo estándar pues es el campo que da masa a las demás partículas. La observación de esta partícula fue uno de los objetivos del Proyecto Gran Colisionador de Hadrones del Centro Europeo de Investigaciones Nucleares CERN.

Un aspecto importante de la física de las partículas elementales es su detección. Existen muchos tipos de detectores de partículas; contadores Geiger, cámaras de niebla, cámaras de burbujas, cámaras de chispas, emulsiones fotográficas, contadores Cerenkov, centelladores, fotomultiplicadores y demás. En la actualidad los experimentos están constituidos por un arreglo con varios de estos dispositivos, conectados a una computadora que sigue la trayectoria de las partículas y la muestra en una pantalla.

La mayoría de los mecanismos de detección confían en el hecho de que cuando las partículas cargadas de alta energía pasan por la materia ionizan los átomos a lo largo de su recorrido. Ya que las partículas eléctricamente neutras no causan ionización y no dejan rastro, sus trayectorias se reconstruyen analizando el rastro que dejan las partículas cargadas con las que interactúan a su paso, e invocando la conservación de energía y momento en cada vértice.

Capítulo 4

RAYOS CÓSMICOS

Los rayos cósmicos son partículas con carga eléctrica y altas energías, compuestos por partículas subatómicas que se originan en el espacio exterior. Viajan con velocidades cercanas a la de la luz, incidiendo sobre la Tierra desde todas las direcciones. Son en su mayoría núcleos, que van desde los elementos más ligeros de la tabla periódica hasta la zona del hierro. El flujo cósmico también incluye electrones y positrones con altas energías (9). Son los objetos más energéticos en el universo, capaces de cruzar distancias astronómicas, salvar la magnetósfera y algunas capas de la atmósfera terrestre (3).

La energía de los rayos cósmicos usualmente se mide en unidades de Mega electrón-Volts (MeV) o en giga electrón-Volts (GeV). Un electrón-Volt (eV) corresponde a la energía que gana un electrón al ser acelerado en una diferencia de potencial de 1V. En su mayoría los rayos cósmicos tienen energías que van desde 100 MeV, que para protones corresponden a velocidades que son un 43% de la velocidad de la luz (C); hasta energías de 10 GeV que para protones corresponden a velocidades de 99.6% de C (10).

4.1 Antecedentes históricos, descubrimiento y primeras investigaciones

La historia del descubrimiento de los rayos cósmicos se remonta a principios del siglo XVIII con los estudios de S. Gray en Inglaterra y C. F. DuFay en Francia acerca de la electrificación directa e inducida en varias sustancias. DuFay fue el primero en darse cuenta que el aire es capaz de conducir electricidad lo que supone la presencia de partículas cargadas capaces de desplazarse de un punto a otro.

Los siguientes estudios acerca de la conducción en el aire estuvieron a cargo de Coulomb, que estableció en 1785 una ley en la que corriente eléctrica del aire era proporcional al campo eléctrico usado. En 1850, Matteucci encontró que si el campo eléctrico era lo suficientemente grande, la corriente no podía aumentar más allá de cierto valor, lo que significaba un valor de saturación en la corriente. Estos hallazgos fueron útiles para que en 1896, J. J. Thompson y E. Rutherford encontraran que iones gaseosos eran los responsables de la conducción eléctrica en el gas.

Para 1887 W. Linss observó que un cuerpo cargado perdía su electricidad al exponerse al aire. Para corroborar esta observación se construyó un instrumento llamado electroscopio cuya versión más simple consiste en dos hojas delgadas de oro que cuelgan de una barra metálica en el interior de un recipiente de vidrio. Al tocar con una pieza de vidrio cargada la barra metálica del electroscopio, las láminas de oro se separan debido a que las partículas cargadas

positivamente presentes en el vidrio pasan a la barra metálica y hacia las láminas de oro por lo que éstas adquieren la misma carga, que aunque pequeña es suficiente para originar una separación visible. Al quitarse el vidrio el electroscopio pierde gradualmente la carga y las laminillas de oro vuelven a su posición original.

Una propiedad de un electroscopio ordinario es que no puede permanecer cargado indefinidamente, este fenómeno fue estudiado entre 1898 y 1900 por C. T. R. Wilson, el cual lo atribuyó a *radiación extraña*. Estos estudios se realizaron en una época en la que se acababan de descubrir tanto los rayos X como la radiactividad y se sabía que ambos podían descargar electroscopios por lo que la *radiación extraña* de Wilson se atribuyó a la presencia de materiales radiactivos en la vecindad del electroscopio o en los mismos materiales con los que fue construido. Para probar esta hipótesis se construyeron electroscopios con diferentes materiales y se observó que la *ionización* variaba de acuerdo al material empleado.

Para tratar de separar la influencia de materiales radioactivos en la descarga de los electroscopios había que alejarse de la principal fuente de materiales radioactivos: la superficie terrestre. Con esta motivación T. Wulf realizó en 1910 experimentos en la parte más alta de la torre Eiffel donde observó una disminución en la ionización pero que resultó mucho menor a la que se esperaba. En 1911, V. F. Hess leyó los resultados de Wulf y decidió corroborarlos con una serie de diez ascensos en globo. A los 500 metros observó que la ionización era, en promedio, aproximadamente dos veces menor que en la superficie, a los 1500 era igual, y a partir de los 1800 el aumento era evidente. A los 3500 el incremento era de cuatro veces y a los 5000 llegaba a 16 veces. Estos resultados no presentaban diferencias entre el día y la noche.

Para Hess la explicación del incremento de ionización al aumentar la altitud no se podía basar en sustancias radiactivas por lo que propuso la hipótesis de la existencia de una radiación que llegaba a la atmósfera desde afuera y que no podía tener origen solar ya que no había diferencia entre los resultados diurnos y nocturnos.

Muchos físicos no quedaron convencidos de la explicación de Hess sobre el origen extraterrestre de la radiación ya que pensaban que la fuente podría ser la misma atmósfera, argumentando que esta podía contener pequeñas cantidades de elementos radioactivos en estado gaseoso. Para que esto fuera válido la intensidad de la radiación desconocida debía de presentar variaciones temporales y espaciales, pero las investigaciones de Hess y otros científicos más demostraron que la radiación no presentaba variaciones en el tiempo y cambiaba muy poco en distintas latitudes.

Los últimos grandes experimentos para comprobar el origen de esta radiación los hizo Millikan de 1923 a 1926 midiendo la intensidad de la radiación tanto a grandes alturas como debajo del agua. De estas observaciones concluyó que la radiación tenía un origen extraterrestre y la bautizó como "rayos cósmicos". Por este descubrimiento Hess recibió el premio Nobel de Física en 1936 (11).

En 1930 se descubrió que debían estar cargados eléctricamente puesto que eran afectados por el campo magnético de la Tierra. A partir de entonces y hasta 1950, con la creación de los grandes aceleradores de partículas, los rayos cósmicos sirvieron como fuente de partículas para investigaciones en física de altas energías, contribuyendo al descubrimiento de varias partículas subatómicas como el positrón y el muón (9).

4.2 Naturaleza de los Rayos Cósmicos

Los rayos cósmicos están constituidos, principalmente, por núcleos atómicos ligeros y en menor cantidad, electrones y núcleos más pesados, los cuales han sido acelerados a muy altas velocidades. Su composición proporciona información sobre la naturaleza de las regiones en las que se originan y de la forma en que se propagan a través del espacio interestelar. La variación de su composición de carga y masa con la energía –su espectro de energía- puede relacionarse con los procesos de aceleración y transporte de partículas en la galaxia.

Alrededor de 98% de las partículas que componen a los rayos cósmicos son núcleos de los elementos de la tabla periódica con $Z \leq 28$, los cuales viajan desprovistos de sus electrones orbitales y sólo 2% son electrones y positrones. De la componente nuclear de esta radiación la mayoría es Hidrógeno (87%) algunos otros son Helio (12%) y hay una cantidad muy pequeñas de Carbón, Oxígeno y otros núcleos pesados (1%). Con algunas excepciones, la composición química de los rayos cósmicos corresponde a la abundancia en el sistema solar. Como se muestra en la ilustración 4.1 el Hidrógeno y el Helio son más abundantes en el sistema solar, mientras que el presencia de Litio, Berilio y Boro es mayor en los rayos cósmicos que en el sistema solar (12).

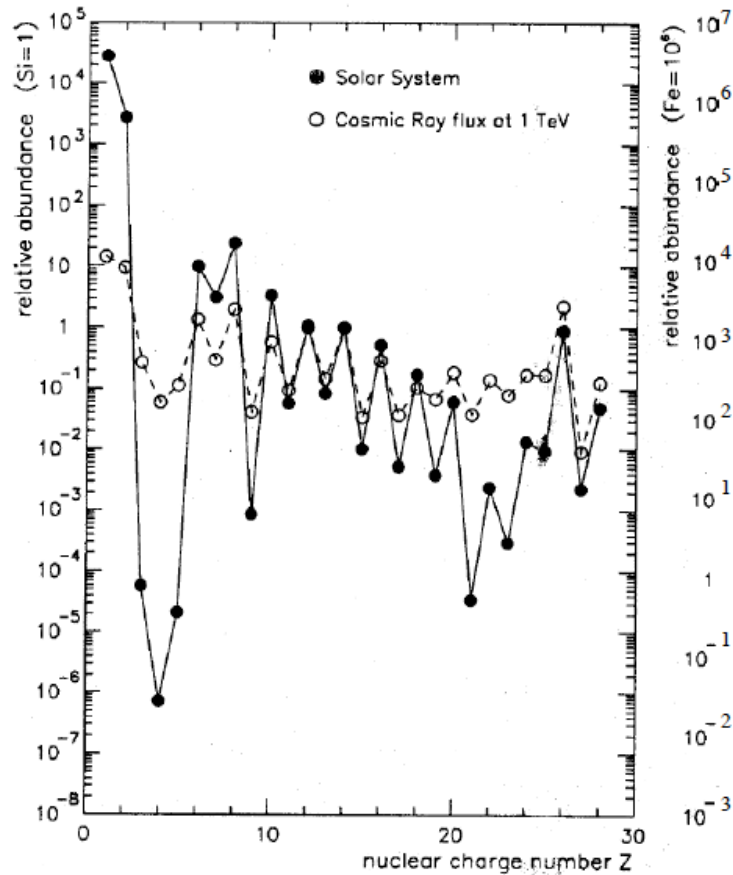


Ilustración 4. 1 Composición química de los rayos cósmicos relativa al Silicón y al Hierro a 1 TeV, y en el Sistema Solar, como función de su carga Z (12)

El espectro de energía de los rayos cósmicos se ha construido por medio de la recolección de datos por observatorios de rayos cósmicos operando en todo el mundo. El objetivo primario de todos los observatorios es reconstruir el espectro de energías ya que esto puede mejorar el entendimiento del origen y la propagación de los rayos cósmicos a través del universo. El espectro de energía, mostrado en la ilustración 4.2 puede ser descrito por medio de una ley de potencias que presenta sólo dos cambios observables en su pendiente conocidos como la "rodilla" y el "tobillo". Se puede dividir el espectro en tres secciones en base a estas dos características, las cuales parecen indicar un cambio en el origen o composición de los rayos cósmicos a determinadas energías.

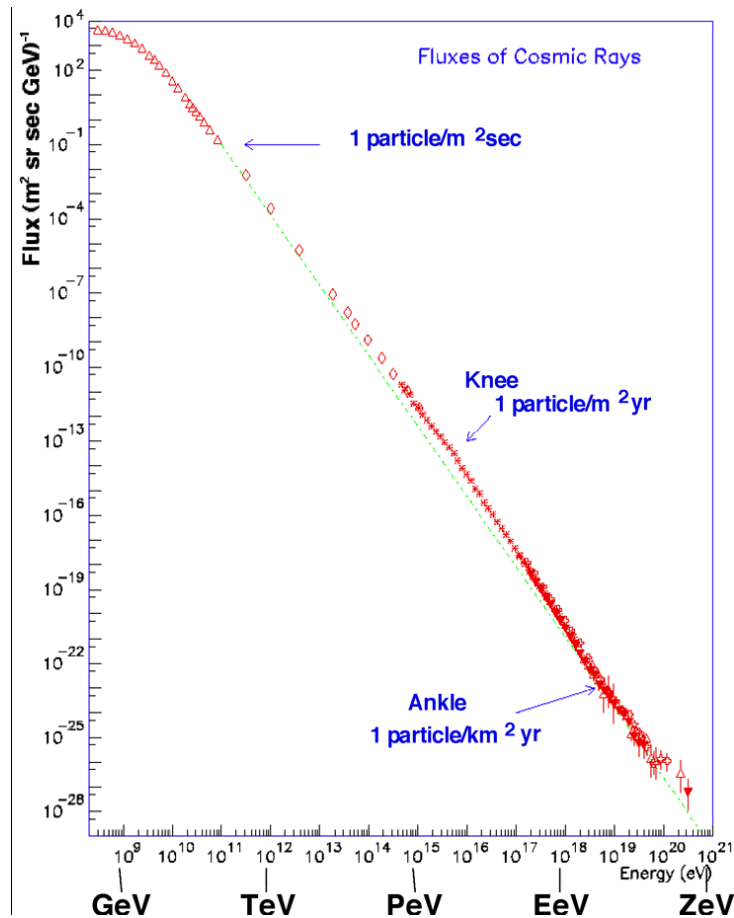


Ilustración 4.2 Flujo diferencial de rayos cósmicos, se muestra la “rodilla” (knee) y el “tobillo” (ankle) (11)

Los rayos cósmicos pueden ser medidos en tierra gracias al proceso que sufren en la atmósfera. Este proceso se conoce como cascada atmosférica extensa y fue descubierta por Pierre Auger en 1939. Ocurre cuando los rayos cósmicos primarios colisionan con núcleos en la atmósfera, lo cual produce una cascada de partículas secundarias en la atmósfera. Las partículas resultantes de estas colisiones pueden ser medidas por un arreglo de detectores esparcidos por la superficie de la Tierra.

En la actualidad existen distintas teorías que tratan de explicar el mecanismo de aceleración de las partículas a energías tan grandes. Una de las más recientes, denominada “reconexión del campo magnético” considera que en las galaxias se da un proceso por el cual se convierte directa y eficientemente la energía almacenada en su campo magnético en energía de la partícula. Otra teoría, quizá la que tiene mayor apoyo entre la comunidad científica como el origen probable de la radiación cósmica, es la explosión de supernovas. Existe evidencia considerable de que los rayos cósmicos adquieren su energía de las ondas de choque que viajan a través del gas interestelar.

Cuando estas partículas cargadas llegan al sistema solar, son "moduladas" por el viento solar. Dicho plasma magnetizado en expansión, generado por el Sol, desacelera y excluye parcialmente a los rayos cósmicos galácticos de menor energía del sistema solar interior. Hay una significativa anti-correlación entre la actividad solar (con ciclos de 11 años) y la intensidad de los rayos cósmicos con energías menores a los 10 GeV (9).

Para los protones, la probabilidad de llegar a la superficie terrestre es casi nula por la cantidad de materia atmosférica que deben atravesar. En cada colisión ceden energía, interactúan de múltiples formas con la materia que atraviesan disminuyendo la posibilidad de detectarlos en tierra. Sin embargo, a grandes alturas ha sido posible su detección.

A la radiación cósmica acelerada por fuentes astrofísicas que incide en la atmósfera, se le conoce como rayos cósmicos "primarios". Si estas partículas tienen energías superiores a un 1 GeV (Los rayos cósmicos primarios pueden tener una energía de 10^{20} eV, es decir, unas cien millones de veces superior a lo que podemos conseguir actualmente en nuestros aceleradores de partículas), entonces se dan tres tipos de interacciones: Interacciones electromagnéticas, responsables de la generación de fotones y electrones; Interacciones hadrónicas inelásticas, importantes en la producción de flujos de hadrones secundarios; Interacciones nucleares, cuando los núcleos pesados se dividen en núcleos más ligeros, importantes en los cambios de la composición química e isotópica de los núcleos acelerados.

Si los rayos cósmicos primarios son muy energéticos, al colisionar contra los átomos de la capa superior atmosférica, interactúan produciendo cascadas de partículas secundarias (conocidas como rayos cósmicos secundarios). Muchas de éstas alcanzan a llegar a la superficie terrestre, aunque su tiempo de vida sea extremadamente corto.

Una cascada atmosférica es creada por un solo rayo cósmico (una partícula) con energía suficientemente grande para que la cascada que genera sea detectada en Tierra. Todas las nuevas partículas son producidas dentro de la cascada de forma cónica con un centro hadrónico, y no se alejan más de 1° de la trayectoria de la partícula primaria. La cascada, a su vez actúa como fuente colimada de sub-cascadas electromagnéticas, generadas en su mayoría a partir del decaimiento $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ se conoce como la componente electromagnética y consiste en electrones, positrones y fotones.

A excepción de los protones y electrones cerca de lo alto de la atmósfera, todo tipo de partículas son creadas por la interacción de los rayos cósmicos primarios con el aire. En particular los muones y neutrinos son producto del decaimiento de los mesones cargados, mientras que los electrones y fotones se originan del decaimiento de mesones neutros (13). Véase ilustración 4.3

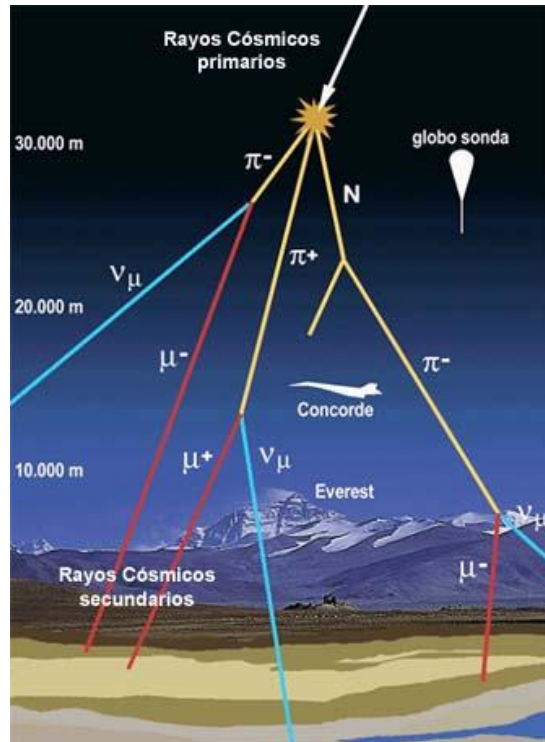


Ilustración 4.3 Proceso de creación de los rayos cósmicos secundarios dentro de una cascada atmosférica, y de las cascadas electromagnéticas subsecuentes.

Para bien de quienes habitamos en la superficie terrestre, existen dos importantes escudos naturales que nos protegen de la radiación cósmica. Estas son: la atmósfera y el campo geomagnético, también útil para orientar a los navegantes. El efecto combinado de estos protectores hace que sólo una fracción llegue a la superficie terrestre. Ésta resulta ser mínima en la región ecuatorial donde el campo magnético ejerce su mayor capacidad de desviación para partículas con carga eléctrica. Por cierto, uno esperaría que, al igual que la luz visible, las radiaciones ionizantes que produce el Sol fuesen dominantes comparadas con las provenientes del resto de las estrellas. Sin embargo, la gran cantidad de radiación que en el Sol se produce no tiene energía suficiente para vencer nuestros escudos protectores. Es decir, los rayos cósmicos que nos conciernen aquí son de origen extra solar. Refiriéndose a aquellos que inciden sobre la latitud de la Ciudad de México.

Respecto al flujo de núcleos (de hidrógeno, helio, etc.) que inciden sobre la latitud de la Ciudad de México, el cociente entre la energía cinética más probable (E) y el número másico del núcleo (A) toma un valor cercano a 8GeV , a partir de ésta energía su flujo decrece exponencialmente a medida que aumenta E/A . Así, en la interacción de estos núcleos con las partículas que componen a la atmósfera, ocurren reacciones violentas en que se producen unas partículas secundarias muy inestables denominadas piones, de cuyo decaimiento resultan los muones que nos conciernen aquí. Si bien la vida media de estos últimos es corta, al viajar a velocidades muy cercanas a la de la luz, una fracción

importante de ellas llega a la superficie terrestre, siendo así los residuos cósmicos con carga eléctrica más abundantes. Una receta popular es que, a nivel del mar, el flujo de muones es de uno por cm^2 por minuto. Este flujo incluye muones positivos y negativos, siendo los segundos ligeramente más abundantes. En la latitud de la Ciudad de México, los muones se caracterizan por tener una E más probable cercana a los 2 GeV. Al igual que los rayos cósmicos primarios que los originan, el flujo de muones de mayor energía decrece siguiendo a una ley de potencia. Respecto a la vertical, el flujo varía poco para ángulos inferiores a 45 grados, decreciendo rápidamente para inclinaciones mayores (6).

4.3 Muones

A altitudes de 15 km la atmósfera terrestre tiene una "profundidad" de $175 \frac{\text{gm}}{\text{cm}^2}$, es en esta región donde se crean la mayoría de los muones. Conforme viajan a través de la atmósfera, pierden energía a una tasa aproximadamente constante de 2 MeV por $\frac{\text{gm}}{\text{cm}^2}$. Dado que la atmósfera tiene una profundidad promedio de $1030 \frac{\text{gm}}{\text{cm}^2}$, al llegar a la superficie terrestre los muones han perdido por ionización 2 GeV en promedio. La energía promedio con la que llegan a nivel del mar es de 4 GeV y una intensidad promedio del flujo de muones $I \approx \frac{1 \text{ muon}}{\text{cm}^2 \text{ min}}$ para detectores horizontales. Los muones que llegan a la ciudad de México, lo hacen con energías superiores a 8 GeV y con una frecuencia de incidencia 2.3 veces mayor que sobre la línea del ecuador a nivel del mar (14).

Siendo los muones uno de los constituyentes más pesados de una cascada de rayos cósmicos, son capaces de cruzar grandes cantidades de materia antes de decaer o perder toda su energía.

Capítulo 5

LA TÉCNICA DE ÁLVAREZ / ATENUACIÓN DE MUONES

La atenuación de muones cósmicos fue utilizada primero por E.P. George (15) para medir el espesor de la capa de la nieve que cubre en invierno las montañas en Australia, instalando en verano detectores de muones. Sin embargo la aportación importante del grupo de Luís Álvarez a la técnica fue la extracción de imágenes, en su caso, de monumentos arqueológicos. Para mejorar la sensibilidad, Álvarez también recurrió a la simulación computacional del transporte de los muones en un volumen idealizado que tuviera la forma externa de la pirámide, pero en que no se incluyen cavidades. Así, restando lo medido de lo simulado, pudo localizar regiones del volumen investigado en que hubiese diferencias significativas. De esta manera, si en alguna dirección los datos experimentales tienen más muones que los simulados, eso será un indicio de que en esa dirección podría haber un hueco.

El principio de operación del detector que se utiliza en el experimento de la Pirámide del Sol, está basado en la detección de muones cósmicos. Como ya se ha explicado, los muones por poseer carga eléctrica son fáciles de detectar. Los más energéticos de ellos se llegan a medir miles de metros bajo tierra, aunque su flujo se atenúa dependiendo del espesor de materia atravesada siguiendo una ley de potencia. Es esta relación espesor-flujo la que permite asociar zonas de mayor flujo con posibles huecos, pues en las trayectorias que ellos cruzan habría menos masa. Esta técnica, denominada "de transmisión", es la que hace necesario que el detector sea colocado bajo la pirámide. Lo que se requiere es reconstruir las trayectorias de los muones que cruzan el detector, haciendo un mapeo de la densidad interna de la pirámide (9).

El método de atenuación direccional de la intensidad de muones consiste en medir en tres dimensiones el paso de los muones que logran atravesar la pirámide y al extrapolar las trayectorias detectadas podemos conocer la dirección de entrada y el camino seguido al interior de la estructura. Con ello es posible comparar el flujo reconstruido de la simulación y el flujo direccional del experimento en la pirámide real para poder de ésta forma detectar las discrepancias que pudieran conducirnos a localizar una cavidad. (3).

La técnica de localización de cavidades por atenuación de muones se basa en dos conceptos físicos básicos:

5.1 Pérdida de energía por ionización

Se refiere a las pérdidas de energía de partículas con carga eléctrica, como el muón, que atraviesan la materia cediéndole energía vía la excitación e ionización de los átomos del medio, la tasa de pérdida de energía $-dE/dX$ a la que las partículas cargadas pierden energía al cruzar un espesor ΔX de un

material cualquiera, es una función inversa de la velocidad. Ya que estos muones viajan a velocidades que son cercanas a la de la luz, donde la velocidad cambia muy poco cuando aumenta la energía. Por tal razón, la tasa de pérdida de energía resulta ser una constante, cercana a 1 GeV por cada 2 m de tierra atravesados. Así, vemos que en los 60 metros de altura de la Pirámide del Sol, más los 8 metros a que se encuentra el túnel por debajo la base de la pirámide, implican que sólo los muones cuya energía incidente es superior a 34 GeV podrán ser detectados por un detector ubicado en el túnel bajo el monumento. Ya que a esas energías el flujo de muones decrece siguiendo una ley de potencia como función de la energía, los muones con apenas suficiente energía para cruzar la pirámide son los más sensibles a pequeñas variaciones en la cantidad de materia atravesada.

La ecuación de Bethe-Bloch describe como la razón de pérdida energética varía logarítmicamente con la energía, considerando que las partículas son relativistas como:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

Donde m_e es la masa en reposo del electrón, r_e es el radio clásico del electrón, N_A es el número de Avogadro y $4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 = 0.3071 \text{ MeV} \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$. Además, γ es el factor de Lorentz $\beta = v/c$, e I es la constante de ionización con un valor aproximadamente de $16Z^{0.9} \text{ eV}$ para $Z > 1$, dx es el espesor o "columna de densidad" expresada como masa por unidad de área. Por último, δ representa el "efecto de densidad" que se aproxima a $2 \ln \gamma$ más una constante para partículas muy energéticas (9).

El hecho de que la mayor parte del flujo de muones solamente interactúe con la materia ionizándola, implica que tienen una sección transversal de interacción muy pequeña, por lo que son muy penetrantes. De hecho se les conoce como la "componente penetrante" de los rayos cósmicos, ya que pueden viajar grandes distancias a través de la atmósfera y alcanzar la superficie terrestre. Sin embargo, a lo largo de su trayectoria, estas partículas pierden energía en proporción a la cantidad de materia que atraviesan.

La pérdida por ionización ($-dE/dx$) o energía depositada por unidad de longitud (o longitud de densidad, en unidades de $\text{gr}=\text{cm}^2$) de algunos materiales comunes se muestran en la siguiente tabla. (16)

Material	$\rho(\text{gr/cm}^3)$	$dE/dx_{\min} (\text{MeV /gr}^*\text{cm}^2)$	Longitud de radiación (gr/cm^2)
Aire (seco)	1.205	1.815	36.62
Roca Estándar	2.65	1.688	26.54
Concreto	2.3	1.711	26.57
Agua	1	1.992	36.08
SiO ₂	2.2	1.699	27.05
*Tierra pirámide Sol	~ 1.7	~ 1.67	~ 26.70

Tabla 5.1. Valores de densidad (ρ), deposición mínima de energía ($-dE/dx$) y longitud de radiación para diversos materiales comunes, a presiones de 1atmósfera y temperaturas de 20°C (16). *Densidad de la pirámide del Sol tomada de (20), véase ilustración 5.3

Además de las pérdidas de energía por ionización, las partículas sufren múltiples deflexiones debido a la carga de los núcleos atómicos del medio material que cruzan, lo cual les cuesta una pérdida de energía.

5.2 Dispersión Múltiple

El segundo concepto importante es que la pérdida de energía es el resultado de interacciones individuales con las partículas que componen al material, cada una de las cuales causa una pequeña desviación a las partículas incidentes. Estas desviaciones también resultan ser una función inversa de la velocidad. Por lo tanto, para localizar posibles cavidades ocultas en un volumen utilizando esta técnica, es necesario medir el flujo y la dirección de los muones que llegan al detector (6).

Un muón que pasa a través de un material experimenta la dispersión múltiple de Coulomb, como se muestra en la Ilustración 5.1. La trayectoria del muón que sale del material está caracterizado por el ángulo de dispersión $\Delta\theta$ y por el desplazamiento Δx , tomados en relación de la orientación y posición del muón incidente. La magnitud de la ilustración está exagerada con fines demostrativos. Los ángulos de dispersión más comunes son de decenas de mili radianes (1mrad $\approx 0.06^\circ$) y ángulos de dispersión de más de un poco de grados son muy raros.

El 98% de la distribución central de ángulos dispersados puede ser aproximada como una Gaussiana con media cero.

$$f_{\Delta\theta}(\Delta\theta) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\theta}} \exp\left(-\frac{\Delta\theta^2}{2\sigma_\theta^2}\right)$$

σ_θ se puede representar como función de varias propiedades del material que atraviesa:

$$\sigma_\theta \cong \frac{15 \text{ MeV}}{\beta c p} \sqrt{\frac{H}{L_{\text{rad}}}}$$

Donde p es el momento de la partícula en MeV/c, H es la profundidad del material, L_{rad} es la longitud de radiación y βc es la velocidad, y se asume que $\beta=1$ (17).

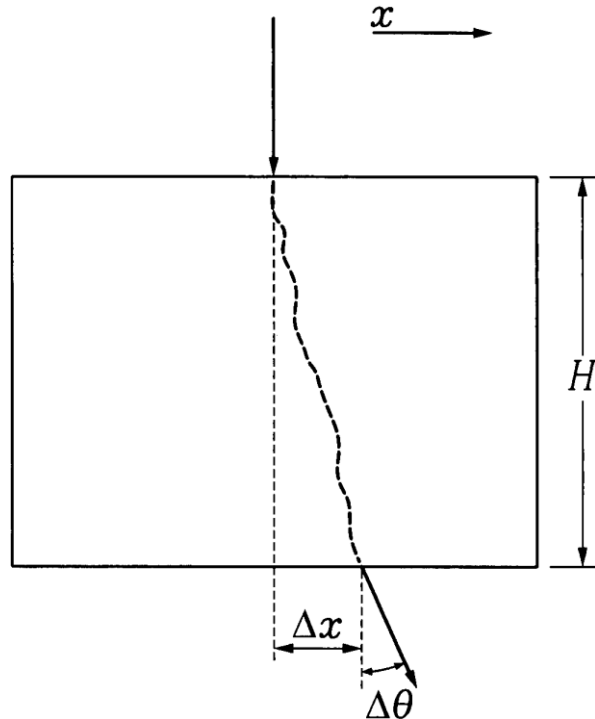


Ilustración 5.1 Proyección bidimensional de dispersión y desplazamiento usados para describir la dispersión múltiple de Coulomb. En ésta y otras figuras la magnitud de la dispersión está muy exagerada (17).

Considerando lo anterior; que el 98% de los muones tiene una desviación mínima, la simulación geométrica no toma en cuenta los pequeños cambios de dirección relacionados con la dispersión múltiple. Es decir se consideran rayos que cruzan a la pirámide y llegan hasta el detector, en línea recta.

Todo lo anterior se puede estimar a través de una simulación basada en el mejor conocimiento posible de condiciones experimentales, tales como la distribución energética y angular de los muones incidentes, así como la geometría externa y la estructura interna de la pirámide (perfil de densidad, cavidades conocidas, etc.). Con esta información, utilizando simulaciones es posible estimar parámetros como las dimensiones de la mínima cavidad detectable y los tiempos de medida.

5.3 Arreglo experimental

El arreglo experimental que consideramos aquí es semejante al utilizado por Álvarez et al. (1) que satisface los requisitos básicos de ser simple y de bajo costo.

En nuestro caso se integran dos técnicas de detección: como el equipo de Álvarez, utilizamos centelladores plásticos para identificar a los muones. Sin embargo, para determinar tres puntos a lo largo de la trayectoria de los muones utilizó una técnica más moderna: cámaras multialámbricas (MPC). El volumen sensible del conjunto de nuestros detectores es aproximadamente de 1m x 1m x 1m. Nuevamente, como en el caso de Álvarez, para la identificación de los muones se utiliza el criterio de coincidencia temporal entre las señales producidas por placas centelladoras de 1m x 1m x 2cm. Las MPC son colocadas por pares, con los alambres de una cámara perpendicular al de la que sigue. Así, cada par de cámaras permite determinar coordenadas horizontales X,Y, mientras que la ubicación vertical fija la coordenada Z, de un punto a lo largo de la trayectoria. Así, el conjunto de 6 MPC's permite establecer 3 triadas XYZ. El criterio que se utiliza en la identificación de los muones se basa en el siguiente argumento. El tiempo de tránsito de un muon relativista en el volumen del sistema detector, con trayectorias de ≈ 1 m, es de $\approx 0.03 \mu\text{s}$. Sin embargo, la respuesta temporal de centelladores de tales dimensiones es, típicamente de $1 \mu\text{s}$. Es decir, los muones cruzan el volumen detector en un tiempo que es despreciable al que tardan en generarse las señales de las cámaras multialámbricas. Por lo tanto, para todo fin práctico, se puede considerar que los muones generan señales en los centelladores que son coincidentes. Utilizando ese como criterio, el volumen de detección queda definido por el paralelepípedo que forman las superficies de los dos centelladores. Así, en el arreglo más simple, uno de los centelladores se coloca sobre los tres pares de cámaras multialámbricas, mientras el segundo centellador debajo de todas ellas. Al requerir una coincidencia electrónica entre las señales de los dos centelladores se eliminan las producidas por el fondo de radiación ambiental, principalmente rayos gamma producidos por elementos radioactivos presentes en la naturaleza.

En la ilustración 5.2 se muestra un esquema del arreglo de detectores de muones utilizados en la pirámide del Sol.

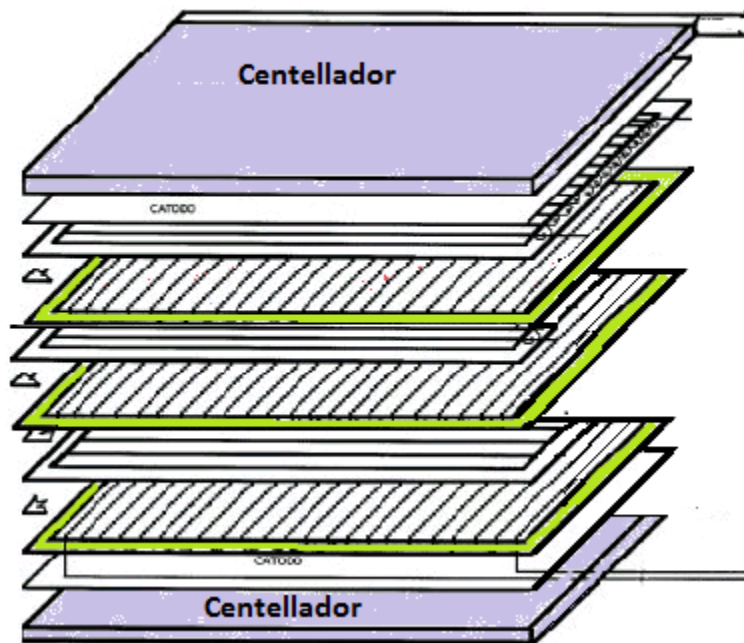
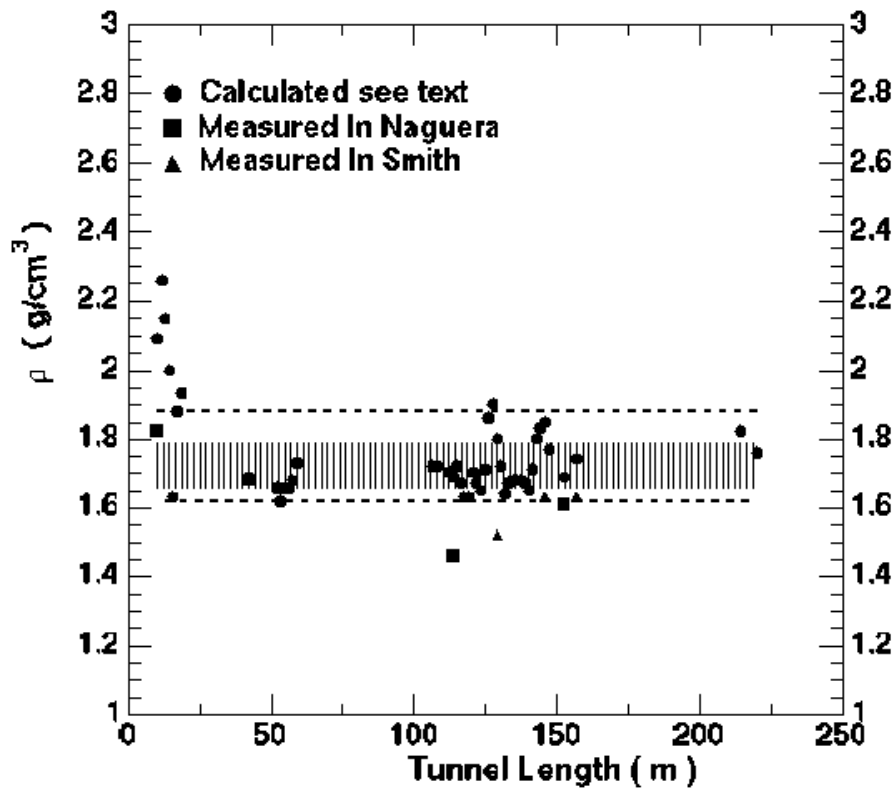


Ilustración 5.2 Esquema del arreglo de detectores utilizados en la pirámide del Sol. Uno de los centelladores se coloca por encima y el otro por debajo de los tres pares de cámaras multialámbricas para registrar una coincidencia electrónica y de ésta manera eliminar las señales producidas por el fondo de radiación ambiental.

La simulación computacional permite establecer parámetros importantes de estos detectores, como el espaciamiento entre los alambres en las MPC. En esta decisión, por ejemplo, intervienen consideraciones tanto de índole económico como técnico, como la resolución espacial. Con esta técnica se puede hacer una comparación entre el arreglo experimental utilizado por Álvarez en Giza y el que está instalado en Teotihuacán. Tal ejercicio refleja, por ejemplo, que para iguales tiempos de observación, el proyecto mexicano obtendrá un conteo semejante pero con un detector que tiene una cuarta parte de la superficie horizontal. En parte esto se debe a que el flujo de muones es mayor a la altura de Teotihuacán que en la de Giza, que se encuentra al nivel del mar. Además, la menor altura de la Pirámide del Sol (mitad de la de Kefrén) implica menos atenuación. Igualmente, la sensibilidad esperada en el experimento mexicano es mejor que en el caso egipcio, simplemente porque una cavidad de una misma dimensión representa una fracción mayor de la altura total en un caso que en el otro. Otra ventaja es que, como ya vimos, la Pirámide del Sol tiene túneles internos que sirven como estructuras de calibración. Sin embargo, el experimento mexicano presenta otros retos. Uno de ellos es que la forma externa de la pirámide es más compleja y difícil de simular que la de Kefrén. La densidad interna también tiene asociada una mayor incertidumbre que en el caso egipcio, donde el material de construcción es mejor conocido (bloques de roca caliza) y, a juzgar por lo que se observa tanto en los muros del túnel que lleva a la Cámara

de Belzoni como en Keops, posiblemente está distribuido de manera más uniforme, en cambio en el caso Teotihuacano es menos homogéneo pues está construido con tierra orgánica y pequeños fragmentos de roca volcánica (4). En la imagen siguiente (Ilustración 5.3) se observa el patrón de densidad interna de la pirámide del Sol, en la cual se aprecia que la densidad media es 1.7 gr/cm³ aproximadamente.



Capítulo 6

CONCEPTOS DE LA SIMULACIÓN GEOMÉTRICA

Como se mencionó en el capítulo anterior, la Técnica de Álvarez contempla el uso de simulaciones computacionales en que se considera que el volumen de la pirámide no contiene huecos. Así, diferencias significativas entre las simulaciones y los datos dan información sobre la existencia de huecos en el volumen de la pirámide. Para obtener resultados confiables en este ejercicio es necesario incluir en las simulaciones la información más precisa con que se cuenta sobre la pirámide, como su topología externa, su densidad y composición elemental interna. Los dos capítulos anteriores también reflejan que los procesos físicos que afectan el paso ("transporte") de los muones en el volumen de la pirámide son bastante bien conocidos, y por lo tanto susceptibles de simular. A este tipo de simulación, que considera las propiedades geométricas y físicas de la pirámide, así como los procesos físicos que sufren los muones, se le denomina "simulación física". Tal simulación, basada en el código del CERN conocido como GEANT-4 constituye el tema de la tesis de maestría de Vladimir Lemus (3)

Como se explicó en la introducción, a nivel de computación, tiene el problema de consumir enormes recursos de cómputo, en la escala de meses de CPU. Durante el desarrollo de ese trabajo quedó claro que una simulación simplificada, menos precisa pero más rápida, sería útil para desarrollar una intuición sobre los resultados que se obtienen, tanto en los datos, como en lo que muestra GEANT-4. Así, la simulación que se describe a continuación se basa en considerar los aspectos geométricos, es decir la topología de la pirámide, mientras que el transporte de los muones se basa en una parametrización sencilla de la atenuación, utilizando una ley de potencia tipo $1/r^x$, donde r es la distancia que recorre el muon desde el punto en que incide sobre la superficie de la pirámide hasta un detector ideal (puntual).

En la simulación geométrica de esta tesis sólo se toman en cuenta los puntos de la superficie dados por el modelo del Mapa de Millon y se considera una pirámide con densidad uniforme en su interior, es decir sin huecos. La simulación realizada nos ayuda a detectar diferencias geométricas con la estructura y la posición del detector.

En 1959 Millon, Drewitt y Bennyhoff realizaron una investigación sobre la cerámica enterrada dentro del material que constituye a la pirámide del Sol tomando muestras de los túneles de Noguera y Gamio. Para determinar la ubicación de ambas excavaciones debieron tomar en cuenta las medidas totales de la pirámide para saber qué porción de las plataformas lograban cubrir sus excavaciones. Lo relevante para esta tesis es que ellos hicieron una reproducción de la pirámide del Sol por curvas de nivel. Metro a metro se trazaron las curvas que mejor ajustaban a la fotografía aérea de la estructura, como se puede ver en la ilustración 6.1

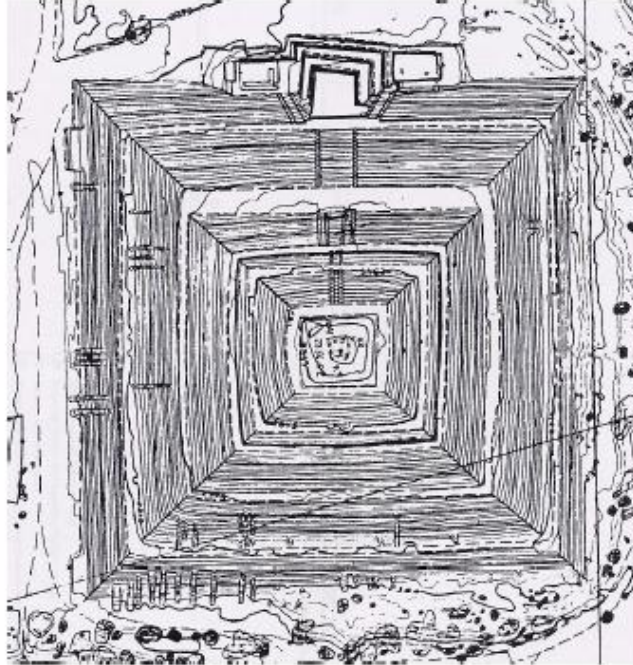


Ilustración 6.1 Fotograma de Millon, cada curva es un nivel a un metro de distancia del anterior (5).

En la ilustración 6.2 se puede corroborar que efectivamente son los puntos que pertenecen a las curvas de nivel de la pirámide del Sol. Y son precisamente estos los que se utilizan para hacer ésta simulación.

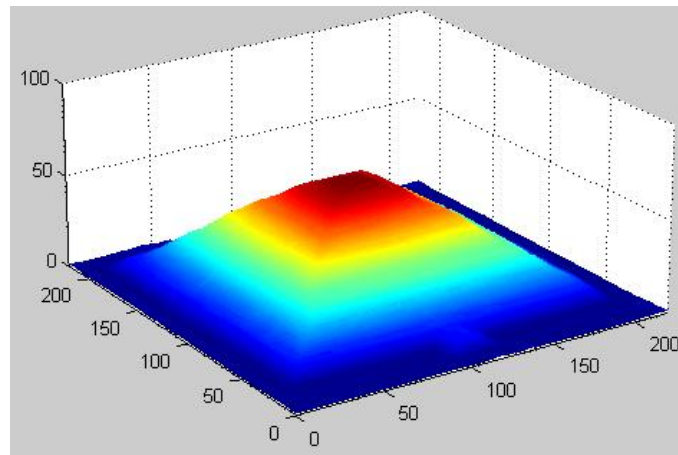


Ilustración 6.2. Imagen realizada en MatLab graficando en tres dimensiones los puntos del mapa de Millon.

En ese entonces no se había descubierto el túnel en forma de flor debajo de la pirámide, que es precisamente donde se encuentra el detector, por lo que el mapeo no tiene ninguna referencia a él. Los primeros datos utilizados para la posición de éste túnel corresponden al estudio de George T. Baker y sus colegas

en 1974 (18), donde ubican la cueva a 37.5m: al oeste y 11.9m: al sur del centro de la pirámide. Lo cual nos deja una interrogante: ¿Cómo definen el centro de la pirámide? No es muy clara tal decisión pues el centro del nivel más alto no corresponde con el centro de la base, ni con ninguno de los otros niveles. Además de que se usaron técnicas distintas para las mediciones lo cual aumenta la incertidumbre de verdaderamente en qué punto está situado el detector. Este es uno de los principales propulsores de la simulación geométrica; intentar localizar el punto donde se encuentra el detector haciendo varias simulaciones rápidas.

Tras más de 50 años del mapa de Millon y su equipo, y más de 30 años de la descripción del túnel por el grupo de Baker, los métodos de mapeo y las herramientas gráficas han cambiado. El grupo del Dr. Saburo Sugiyama, que cuenta con la experiencia de haber realizado excavaciones en la pirámide de la Luna, igualmente en Teotihuacán, realizó un mapa digitalizado en el programa Auto-CAD; debido a su interés en la posición de sus excavaciones respecto al cuerpo completo de la pirámide efectuaron un mapeo muy preciso, incluyendo detalladamente el túnel subterráneo (véase ilustración 6.3)

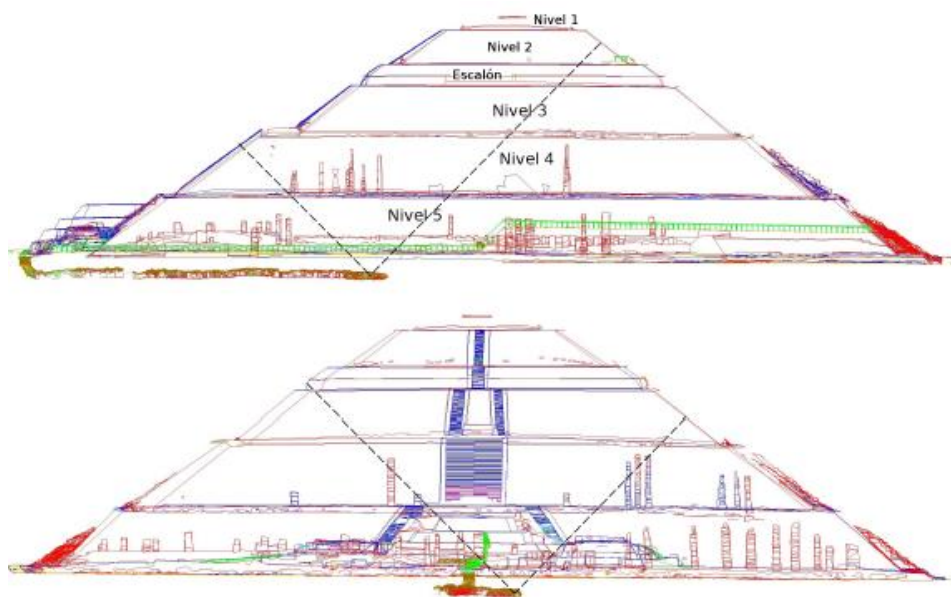


Ilustración 6.3. Región que idealmente cubre el detector, vista de costado (superior) y frente (inferior) para la imagen en CAD. (19)

En el presente estudio este mapeo moderno es utilizado para comparar dimensiones y posiciones con el mapa de Millon y de Baker, incluyendo las medidas de las plataformas de la construcción y, por supuesto, el túnel donde se encuentra el detector (Ilustración 6.3)

El programa Google Earth permite hacer mediciones dentro de los mapas aéreos, su precisión es del orden de metros, aunque para una estructura tan irregular como la pirámide los errores de paralaje son los más relevantes. A partir de las

imágenes obtenidas por este medio se tomaron medidas de las distintas plataformas de la construcción y el ángulo que sustenta la línea de simetría sur-norte del monumento respecto al meridiano. En la ilustración 6.4 (20) se pueden observar la fotografía aérea y la imagen hecha en Auto CAD hecha por Dr. Saburo Sugiyama.

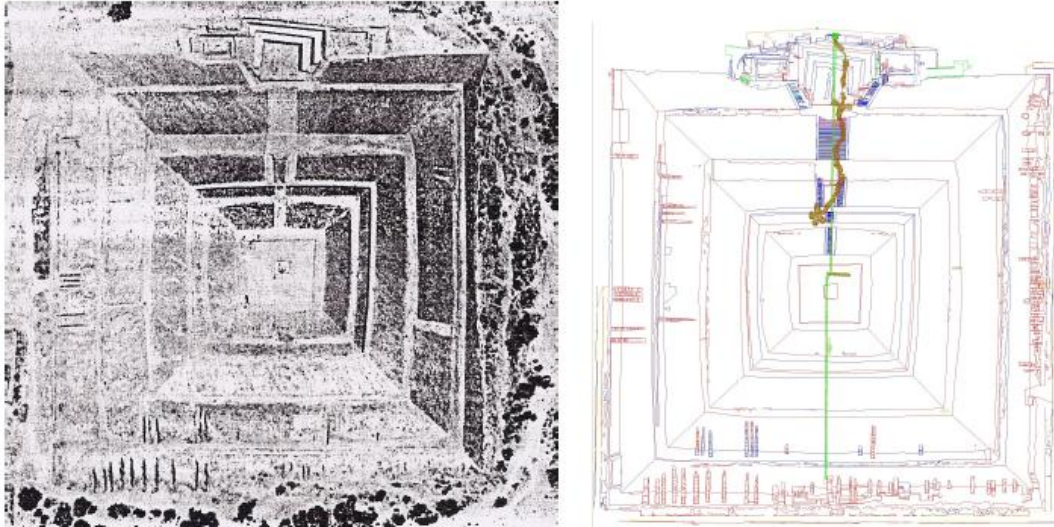


Ilustración 6.4. Vista superior de la pirámide del Sol en fotografía aérea, tomada de (5) (izquierda) y el archivo CAD (derecha) (19).

Realizar mediciones con tales imágenes tiene como único fin comparar las medidas obtenidas del mapa del Dr. Saburo, para encontrar similitudes y confiar en cada digitalización. No se obtiene información del túnel y tanto la opción de Google Earth como de Google Maps de ver el mapa con curvas de nivel no es posible para objetos de tales dimensiones.

La pirámide digitalizada que se utiliza como modelo en la simulación actual de Geant4 consta de 53 niveles de un metro de alto cada uno (según el mapa de Millon son 56 niveles, por inspección directa en el sitio y comparación con el mapeo del Dr. Saburo se encontró que hay 3 metros sobrantes de altura, posiblemente debido a una estructura ya no existente).

La altura de la cavidad donde se encuentra el detector es de 2.1m, dando el total de las zonas una altura, del fondo del volumen donde está el detector hasta la última capa de la pirámide de 66.3m (3).

Se considera que el detector cubre un ángulo sólido de $\pm 45^\circ$ con respecto al centro (en esta idealización se considera que el detector es puntual). La región que cubre puede verse proyectada en la ilustración 6.5

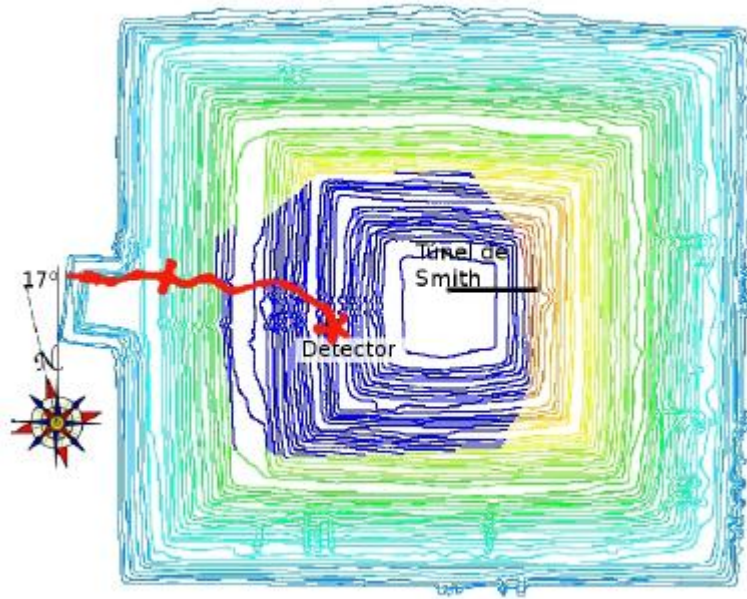


Ilustración 6.5. Diagrama por niveles de la pirámide del Sol, se muestra en rojo el túnel, la parte delineada en azul marino corresponde la proyección del campo de visión del detector cúbico y la flecha indica la dirección del norte geográfico (3).

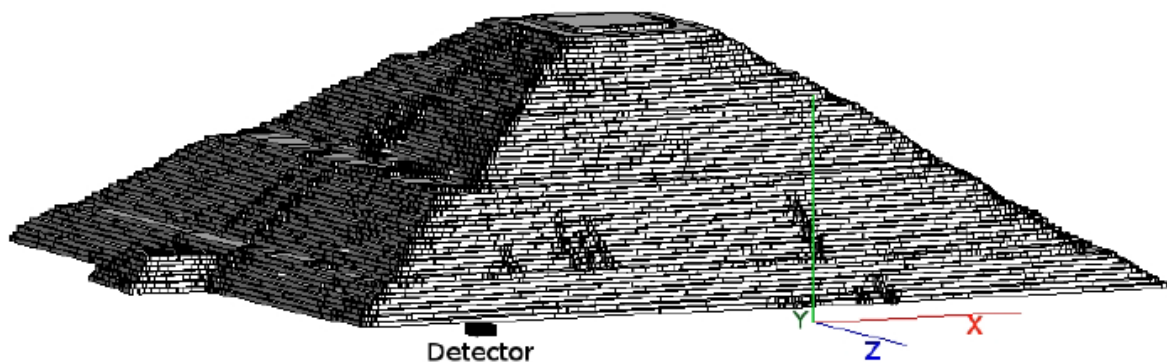


Ilustración 6.6. Al frente se muestra la disposición de los ejes coordenados. La convención que se tomó para designar la orientación de todas las imágenes fue la misma que la elegida para las simulaciones en Geant4 (3).

En la simulación realizada en esta tesis se tomó la misma convención de ejes que en la simulación física, esto para que fuera más fácil comparar los resultados a los obtenidos con Geant4. Es decir, se considera a eje "y" como el eje vertical. En la ilustración 6.6 se puede observar la convención de los ejes. Aunque centro de la pirámide se definió para la simulación física en el tercer nivel (37 m de altura) dado que es el último nivel que alcanza a cubrir el detector (de arriba hacia abajo) y es el más grande (de los niveles que cubre) por lo que es donde existe menor error en la medida del centro.

6.1 Ubicación del detector

Como la intención del programa es hacer una comparación directa con el programa de Vladimir Lemus, lo siguiente a realizar fue ubicar el detector en el punto donde él ubica al suyo. Para conseguir esto se obtuvieron los vértices de la pirámide en el nivel 3 (37m de altura), ya que el centro de la pirámide se definió para Geant4 como el centro del nivel tres. En éste nivel se midieron las distancias más cortas entre el detector y la superficie de la pirámide en el mismo nivel en ambos sentidos x,y (35.09,5.06) como se aprecia en la ilustración 6.7

Usando un sistema de ecuaciones se logró obtener las coordenadas donde se ubica el detector (9.97, -34.02) respecto al centro del nivel 3.

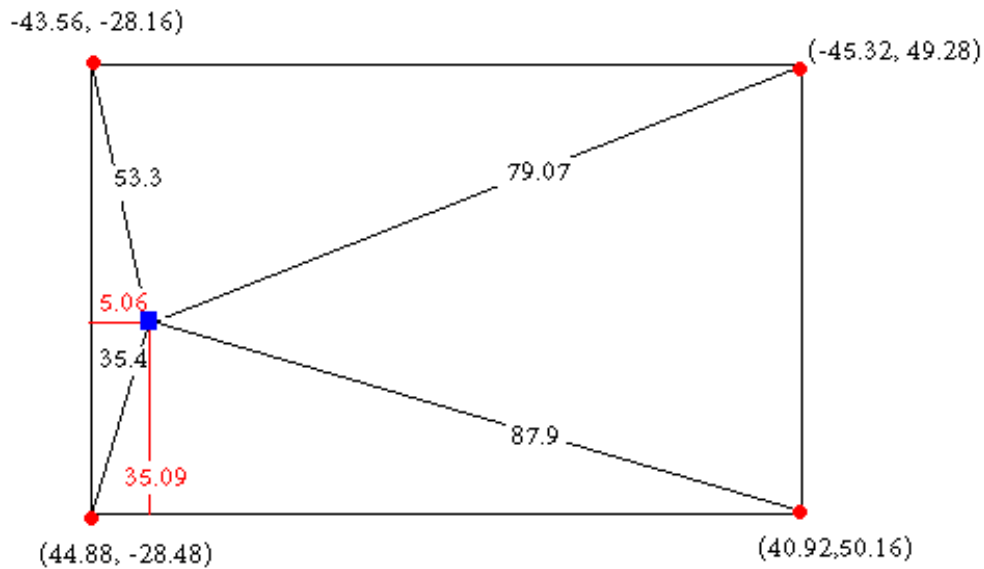


Ilustración 6.7. Los puntos rojos son las esquinas de la pirámide del Sol en el nivel tres y el punto azul es donde se ubica del detector en la simulación física.

Primero se encuentra la ecuación general de la recta que va del punto (-43.56,-28.16) al (44.88,-28.48) utilizando la ecuación de la recta, conocidos dos puntos:

$$z - z_1 = \left(\frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1)$$

Sustituyendo y despejando se obtiene la fórmula general de la recta:

$$0.014925x+z+28.81=0$$

Se hace lo mismo con la recta que va del punto (44.88,-28.48) al (40.92, 50.16), con lo que se obtiene:

$$20.11x+z-873.106=0$$

Utilizando la ecuación para obtener la distancia de un punto a una recta:

$$d = \frac{|Ax + Bz + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Se sustituyen los valores A,B,C y d para cada una de las ecuaciones, de este modo se obtiene un sistema de ecuaciones:

$$5.06 = \frac{|0.014925x + z + 28.81|}{\sqrt{0.014925^2 + 1^2}}$$

$$35.09 = \frac{|20.11x + z - 873.106|}{\sqrt{20.11^2 + 1^2}}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene los siguientes valores de "x" y "z".

$$x=9.975 \quad y \quad z=-34.019$$

por lo tanto el punto donde está el detector es: p=(9.97,34.02).

Sin embargo falta ubicar las coordenadas del centro en el nivel 3. Para hacer esto se graficaron todos los pares de coordenadas (x,z) que tuvieran como condición $36.75 < z < 37.25$ lo cual formó un marco correspondiente al tercer nivel y se tomaron los promedios de las cuatro caras de la pirámide para éste nivel. Y por medio de la siguiente ecuación se obtuvo en centro para el nivel 3.

$$centro(x, z) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

Por lo que:

$$c_3 = (-0.7, 9.9)$$

Esto puede parecer extraño ya que aunque todos los niveles de la pirámide tienen distinto centro, no parecieran variar demasiado. La explicación recae en que para el mapa de Millón ubicaron el centro geométrico incluyendo el escalón, el cual tiene de ancho casi 20m. Esto explica el por qué los 9.9m de la coordenada "z", y los -0.7m de la coordenada "x" se puede asociar a que a

través del tiempo y debido al gran peso que soporta ésta gran pirámide, ésta ha ido perdiendo su forma original. La ilustración 6.8 muestra la diferencia de los centros geométricos en la base de la pirámide.

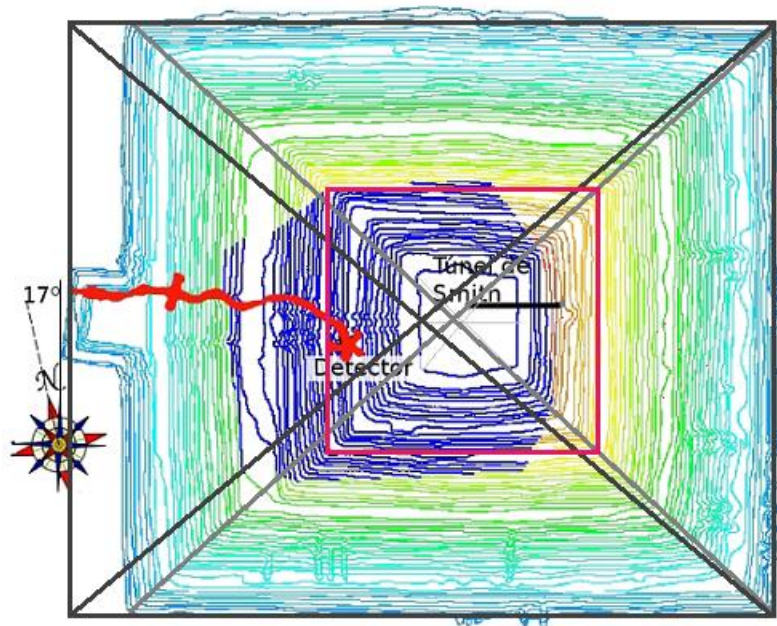


Ilustración 6.8 Centros geométricos. El cruce de las líneas negras muestra el centro geométrico de la pirámide incluyendo el escalón (Mapa de Millon), mientras que el cruce de las líneas grises muestra el centro geométrico sin incluir al escalón. El rectángulo rojo indica cual es el nivel tres.

Si se repite el ejercicio de encontrar el centro geométrico de la base (sin incluir el escalón) como se hizo para el nivel tres se obtienen las siguientes coordenadas: $c_1 = (0.13, 7.25)$. Mientras que para el último nivel (nivel 5) el centro que se obtuvo corresponde a $c_5 = (0.01, 5.23)$.

Falta considerar que existe una rotación de -7° sobre el eje y (eje vertical). El detector no se encuentra en esa posición por alguna decisión deliberada, simple y llanamente por el acomodo en el túnel y las posibilidades de la instalación; el ángulo se obtuvo a partir de los datos experimentales (3).

Finalmente para localizar el punto donde se ubica el detector se superpone la posición que habíamos obtenido del detector al centro del tercer nivel:

$$d = c_3 + p$$

Por lo tanto:

$$d = (9.2, -24.1).$$

6.2 Distribución angular global de muones

La distribución angular inicial de los muones atmosféricos medida como función del ángulo polar θ radial a la tierra es $\propto \cos^{m(E)}\theta$. A energías menores la distribución angular se vuelve progresivamente más pronunciada, mientras que para energías mayores, la distribución se aplanando aproximándose a $\sec\theta$ si $E_\mu \gg \epsilon_\pi$ y $\theta < 70^\circ$. E_μ es la energía del muón y $\epsilon_\pi = 115 \text{ GeV}$ es la energía crítica del pión (14). Véase Ilustración 6.9. Espectro de muones con energías de entre 60 y 100 GeV.

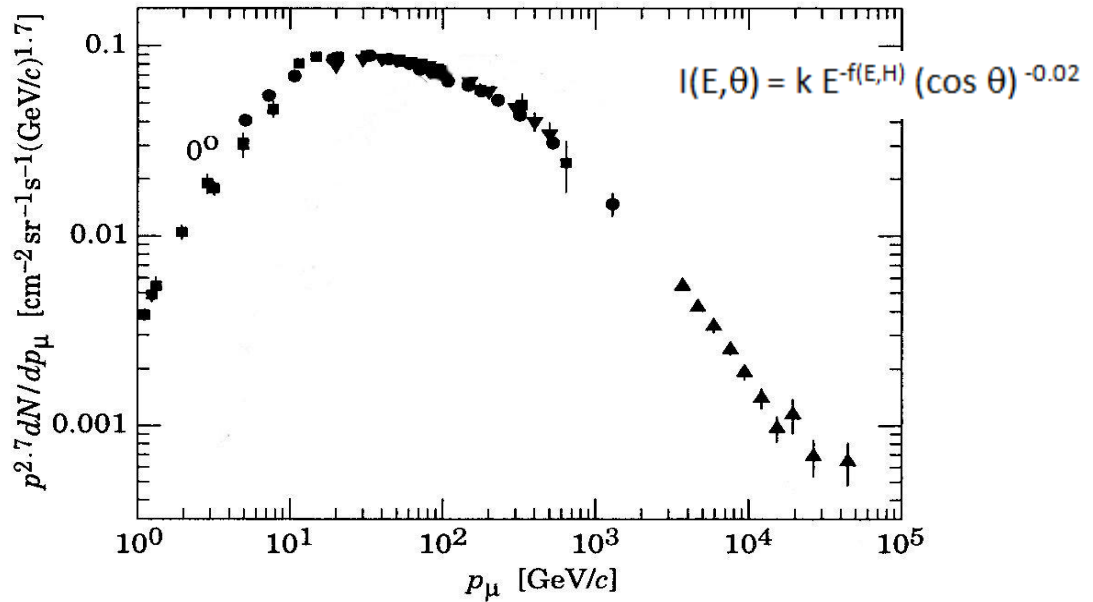


Ilustración 6.9. Espectro de muones con energías de entre 60 y 100 GeV (20).

El espectro de distribución inicial con la que los muones atmosféricos llegan hasta la superficie de la Tierra dependiendo del ángulo está dado por:

$$F(E, \theta) = GE^{-n(E)} \cos(\theta)^{m(E)}$$

Donde G es una constante de normalización, $n(E) \approx 2.7$ y $m(E)$ al nivel del mar puede ajustarse como una función polinomial dada por:

$$m(E) = 1.53 - 0.0484E + 0.000545E^2 - 2.79 \times 10^{-6}E^3 + 5.11 \times 10^{-9}E^4$$

Donde E está expresado en GeV.

La energía más probable con la que los muones pueden atravesar y ser detectados debajo de la pirámide es de 70 GeV, con lo cual $m(70) = -0.02$. En la Ilustración 6.9. Espectro de muones con energías de entre 60 y 100 GeV, se muestran las diferencias de $m(E)$ para la Ciudad de México y a nivel del mar.

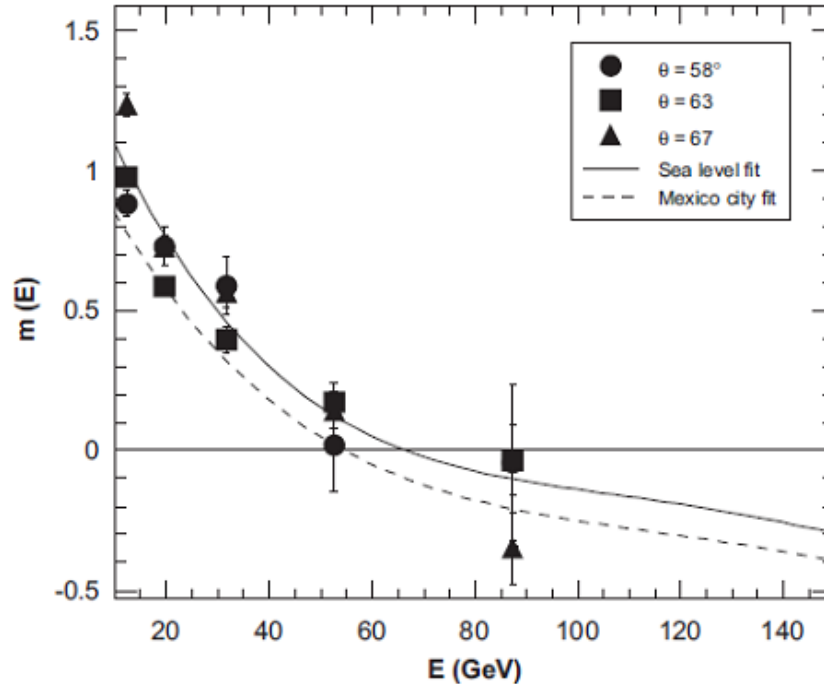


Ilustración 6.10 Dependencia de la energía del índice m . Simulación basada en datos experimentales para tres ángulos diferentes al nivel del mar y para la Ciudad de México. (21)

6.3 Atenuación de muones

La técnica de localización de cavidades por atenuación de muones se basa en que estas partículas van perdiendo energía al cruzar un material. Esto, permite establecer una relación entre el flujo residual de muones y el espesor de materia atravesado.

En la simulación geométrica toda la física relacionada con la atenuación de muones se incluye a través de un ajuste empírico similar a la atenuación de la intensidad de muones medida en agua (Ilustración 6.11).

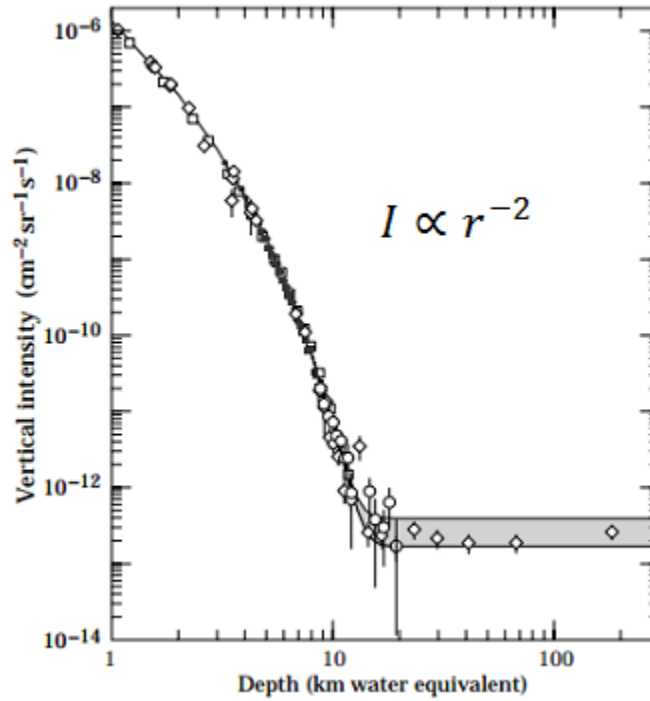


Ilustración 6.11. Intensidad del flujo de muones medida respecto al espesor de agua que atraviesan (14).

En el intervalo de energías que son de interés para esta tesis, la intensidad de flujo de muones responde a una distribución dada por:

$$I \propto \frac{1}{r^{1.7}}$$

Donde r es el espesor de materia que atraviesa el muón desde el punto donde incide sobre la superficie de la pirámide hasta el detector. Es decir, a mayor distancia recorrida, llegarán los muones al detector con menor flujo de energía, que para fines prácticos es lo mismo decir que a mayor distancia recorrida, menos muones llegan al detector.

Esta parametrización resulta de integrar el espectro de energía de muones dado por:

$$\phi(E_L, \theta = 0) = \int_{E_L}^{\infty} F(E_L, \theta = 0) dE$$

Donde E_L es la energía umbral promedio para que un muón traspase el volumen de interés y se calcula haciendo un ajuste para la densidad promedio de la pirámide como $E_L = cL^k$ donde $c=1.84\text{GeV}/(\text{Kg}/\text{cm}^2)$ y $k \approx 1$.

Una vez sabiendo los aspectos teóricos involucrados, podemos entender de mejor manera como se construye la simulación geométrica. Estos aspectos teóricos se explicarán más adelante con mayor detalle.

La simulación geométrica consiste en tirar rayos al azar en todas direcciones hacia el detector suponiendo que el interior de la pirámide es uniformemente denso (es decir que no existe ninguna cavidad dentro de la pirámide) y fijando el ángulo polar incidente máximo en 45° , que es el ángulo sólido máximo que subtiende el detector. Después se calcula la distancia r hacia la superficie de la pirámide y una vez sabiendo ésta, se calcula la atenuación del rayo por el método de Montecarlo y se construye el histograma.

6.4 Método de Monte Carlo

El método de Monte Carlo proporciona soluciones aproximadas a una gran variedad de problemas matemáticos posibilitando la realización de experimentos con muestreos de números pseudoaleatorios en una computadora. El método se llamó así en referencia al Casino de Monte Carlo por ser “la capital del juego de azar”, al ser la ruleta un generador simple de números aleatorios. (22).

En esta simulación se utilizó éste método en dos funciones; la primera para la atenuación de muones respecto a la distancia que recorren al llegar al detector y la segunda para aproximar la distribución angular con la que llegan los muones. A continuación se explica de manera más detallada como se realizan estas funciones dentro del programa.

6.5 Cálculo de r

La simulación geométrica corre a partir de un archivo llamado xyz2.dat que tiene 250000 puntos (x,y,z) de la superficie de la pirámide real, los cuales se convierten a coordenadas esféricas (θ,ϕ,r) y se guardan en una matriz bidimensional θ vs Φ donde el valor de cada componente representa la distancia r del detector a ese punto de la pirámide. No todas las casillas tienen distancia relacionada, por lo que a las casillas vacías se les asocia la distancia de la casilla más cercana.

Con una función aleatoria se crean rayos en todas direcciones acotadas en un ángulo sólido de 45° , ya que el detector no registra aquellos rayos que llegan con una inclinación mayor a éste ángulo (medido desde la vertical).

Una vez que se obtiene aleatoriamente un par de coordenadas (θ, ϕ) se accede a la matriz bidimensional para obtener su distancia “ r ” y con ello poder calcular estadísticamente la atenuación de los muones como se explica a continuación:

Se toma el valor de la distancia más corta entre el detector y la superficie de la pirámide y le aplicamos la función de atenuación: $c_0 = \frac{1}{r_{min}^{1.7}}$ donde $r_{min}=40$, y se obtiene un número aleatorio entre cero y c_0 al cual se le llama "na1" (número aleatorio uno). A su vez se calcula $q = \frac{1}{r^{1.7}}$ donde "r" es la distancia anteriormente obtenida de la matriz bidimensional. Se compara "q" con "na1", si $na1 < q$ entonces se toma como rayo válido y se crea un punto en el histograma. Véase ilustración 6.12

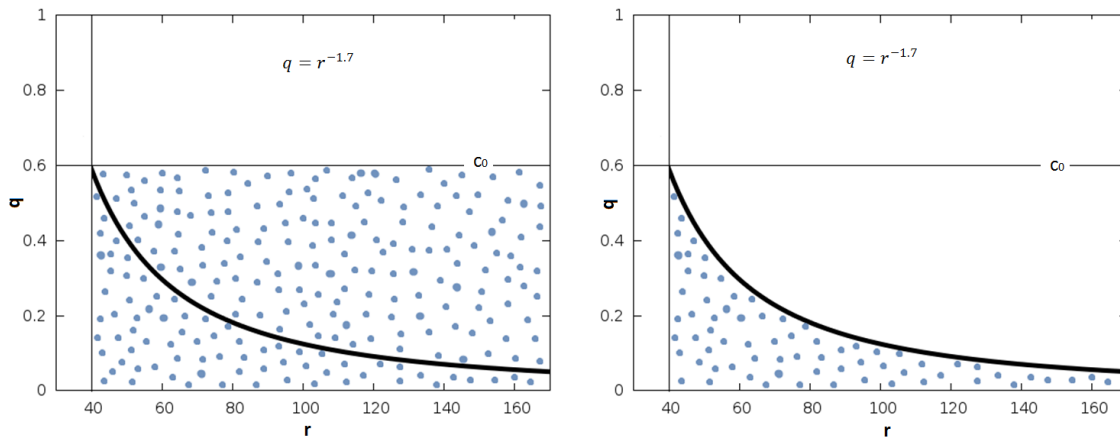


Ilustración 6.12. En la gráfica de la izquierda se puede ver que para una r dada se obtiene un número aleatorio entre cero y c_0 y en la gráfica de la derecha se compara éste número con la función $q = \frac{1}{r^{1.7}}$, si el valor de ese número es menor a q se toma como rayo válido, si es mayor se elimina.

6.6 Distribución angular con corrección de ángulo sólido

Para aproximar la distribución angular con la que llegan los muones usando el método de Monte Carlo, se obtiene un valor al azar entre cero y c_3 al cual se le llama "na2" (número aleatorio dos) y $c_3 = \cos(45)^{-0.02}$ el cual es el valor máximo de la función.

La distribución angular con la que llegan los muones sobre la Tierra (por ser esférica) al proyectarlos sobre un plano no es homogénea, por lo que se tiene que hacer una transformación que garantice que esa distribución sea uniforme en el casquete esférico correspondiente (no en el plano). Para corregir la distribución de ángulo sólido se debe tirar aleatoriamente sobre $\cos\theta$ y no sobre θ como se pensaría, y posteriormente se obtiene el flujo.

La intensidad del flujo está dada por: $flujo = \cos(\theta)^{-0.02}$ (20). Se compara na2 con flujo y si $na2 < flujo$ entonces se toma como válida la coordenada θ y se prosigue a calcular una ϕ aleatoria. Véase ilustración 6.13

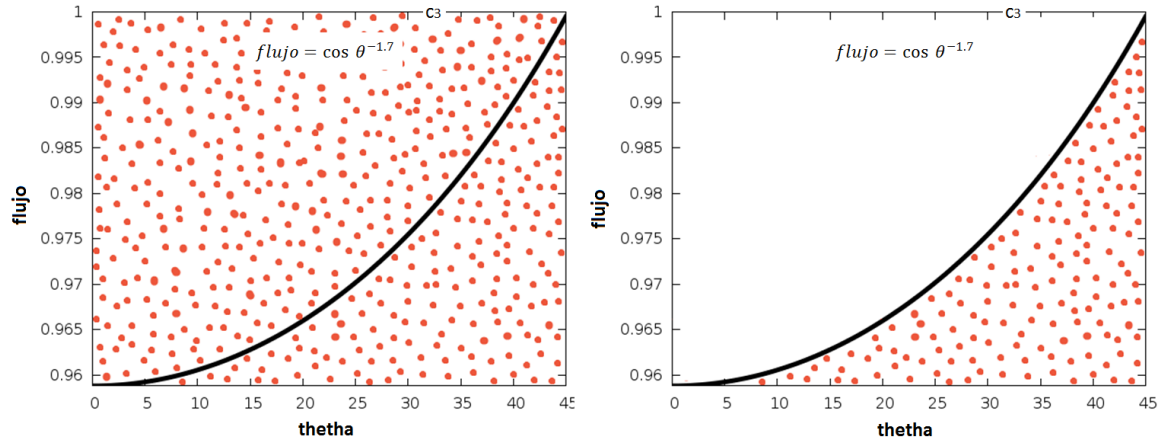


Ilustración 6.13 En la gráfica de la izquierda se puede ver que para una theta dada se obtiene un número entre cero y c_3 y en la gráfica de la derecha se compara éste número con la función $flujo = \cos(\theta)^{-0.12}$, si el valor de ese número es menor a “flujo” se toma como rayo válido, si es mayor se elimina.

Capítulo 7

RESULTADOS

Como ya se mencionó anteriormente la pirámide del Sol y la pirámide de Kefrén son muy distintas en cuanto a geometría, sin embargo comparten características que las definen a ambas como pirámides cuadradas, y esto es que son poliedros con una base cuadrada (o casi cuadrada) y los lados son triángulos que se encuentran en la punta.

Realizando un experimento parecido al que realizó Álvarez con la pirámide de Kefrén, se hizo un histograma utilizando el programa de la simulación geométrica, donde se grafican ϕ contra la frecuencia para una ventana de θ . En la ilustración 7.1 se muestran dos histogramas donde se aprecian cuatro picos y cuatro valles que corresponden a las cuatro esquinas de las pirámides del Sol (izquierda) y Kefrén (derecha). Se puede notar que en ambos histogramas hay un pico más alto que los demás, esto se debe a que el detector no está centrado y por lo tanto hay una cara que está más alejada considerablemente del detector que las demás y una que está mucho más cerca. En el experimento de Álvarez el detector tampoco se encontraba en el centro por lo que al igual que en el experimento de la pirámide del Sol, se observa un pico más grande que los otros.

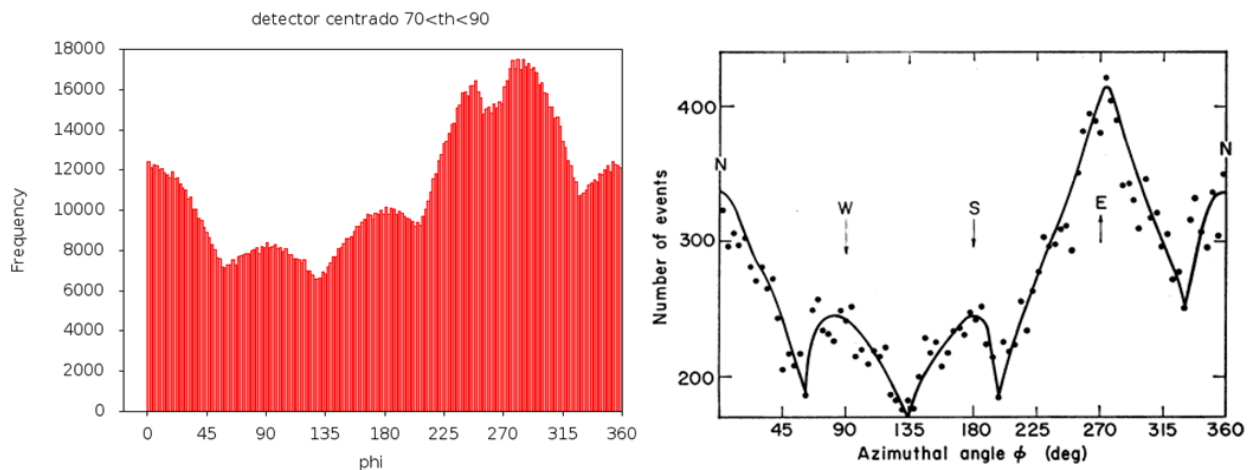


Ilustración 7.1. Histogramas donde se aprecian cuatro picos y cuatro valles que corresponden a las cuatro esquinas de las pirámides. Izquierda: pirámide del Sol. Derecha: pirámide de Kefrén (1).

También se puede notar en el histograma para la pirámide del Sol, que alrededor de los 270° hay una disminución de frecuencia. Esto se debe a que en esa dirección y recordando que el detector está rotado 7°, se encuentra al que se le conoce como escalón o escaleras de acceso a la pirámide. También es importante señalar que la ventana de theta que se tomó para hacer éste histograma fue de $70^\circ < \theta < 90^\circ$. Para lo cual el detector que se usa en el experimento real no es sensible puesto que sólo ve un ángulo sólido de hasta 45°.

Sin embargo éste fue un ejercicio demostrativo para comparar el experimento de Alvarez.

Para corroborar que el “hueco” que aparece alrededor de los 270° corresponde al escalón, se ubicó al detector en el centro y se graficaron todas las distancias del detector hacia la superficie de la pirámide con una ventana para theta de $80^\circ < \theta < 82^\circ$. En la ilustración 7.2 se muestran los resultados.

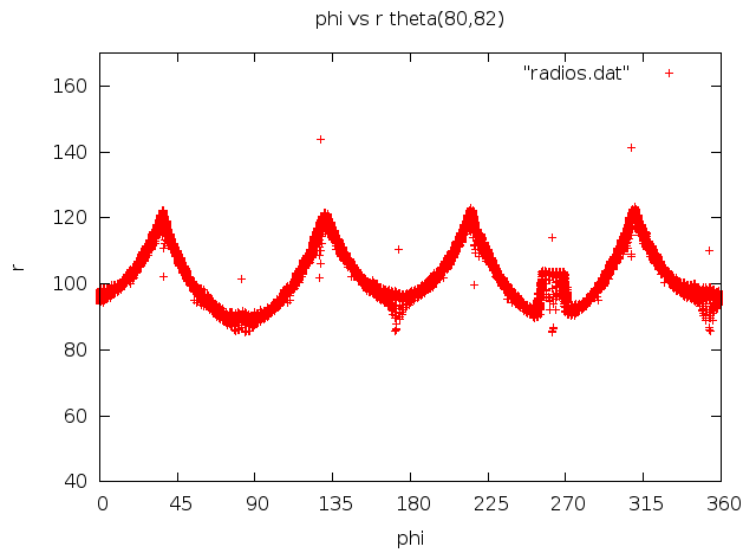


Ilustración 7.2 Con el detector centrado se calcularon todas las distancias de “r” con una ventana para theta de $80^\circ < \theta < 82^\circ$. Alrededor de 270° se aprecia claramente el escalón para subir a la pirámide del Sol.

Ahora bien, en la ilustración 7.3 se muestran los histogramas para ventanas de theta de $0^\circ < \theta < 30^\circ$ con el detector centrado y en la posición del detector $d=(9.3,-24.1)$.

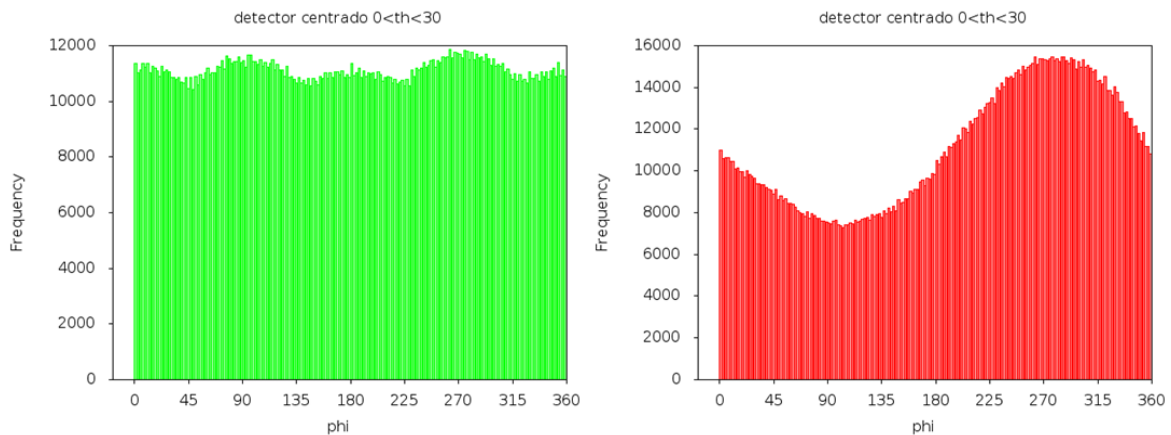


Ilustración 7.3 Histogramas de phi con una ventanas de theta de $0^\circ < \theta < 30^\circ$. Izquierda: detector centrado. Derecha: detector en posición “d”.

En el histograma de la izquierda (detector centrado) aún se pueden apreciar los cuatro picos y cuatro valles que corresponden a las esquinas y caras de la pirámide del Sol. Sin embargo para el histograma de la derecha sólo se ve un pico y un valle. Esto se debe a que al no estar el detector en el centro y restringir el ángulo theta de cero a treinta grados, ya no se detectan las otras caras de la pirámide. La gráfica de la ilustración siguiente puede ayudar a entender mejor éstos histogramas.

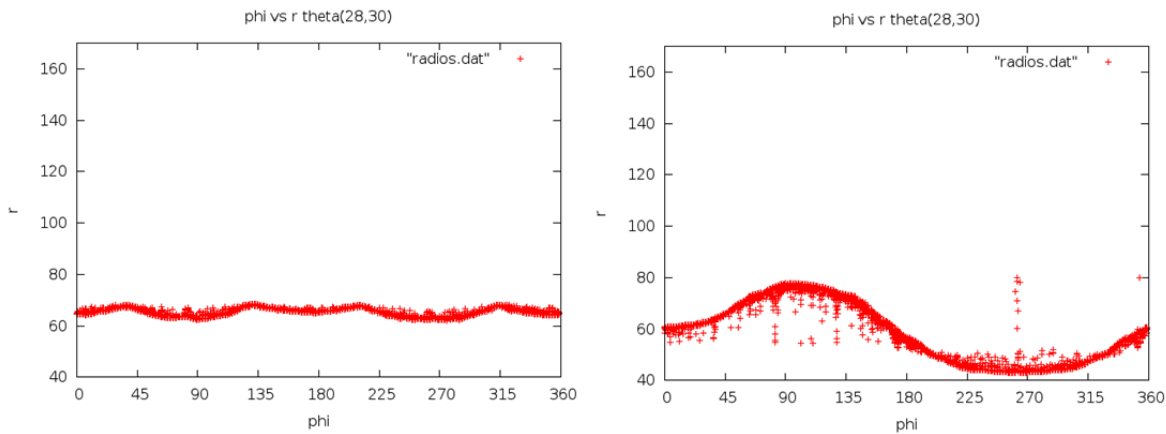


Ilustración 7.4 Graficas de “r” con una ventanas de theta de $0^\circ < \theta < 30^\circ$. Izquierda: detector centrado. Derecha: detector en posición “d”.

Estas gráficas muestran la distancia “r” de la superficie de la pirámide al detector para un ventana de theta $0^\circ < \theta < 30^\circ$. La imagen de la izquierda es con el detector en el centro mientras que la imagen de la derecha corresponde al detector en la posición “d”. Si analizamos cuales son las distancias del detector dependiendo de phi, se puede hacer una mejor asociación de una mayor o menor frecuencia en la ilustración 7.3.

Los histogramas que a continuación se presentan se obtienen de contabilizar los rayos válidos en los ejes “tx” y “tz” que quieren decir: “ θ_x ” y “ θ_z ”, y son las proyecciones del rayo “r” que llega al detector con los planos “xy” y “zy” respectivamente. A continuación se presenta una imagen del rayo y sus proyecciones “tx” y “tz”.

Estas coordenadas se sacan a partir de:

$$\theta_x = \text{atan} \left(\frac{x}{y} \right)$$

Y

$$\theta_z = \text{atan} \left(\frac{z}{y} \right)$$

Esto se hace para que los histogramas sean compatibles con los de la simulación física y el experimento. Ya que por la manera en la que se encuentran posicionados los detectores, ésta es la forma más fácil de contabilizar los rayos que caen en ellos. La ilustración 7.5 representa la manera en que se proyecta el rayo en el plano cartesiano.

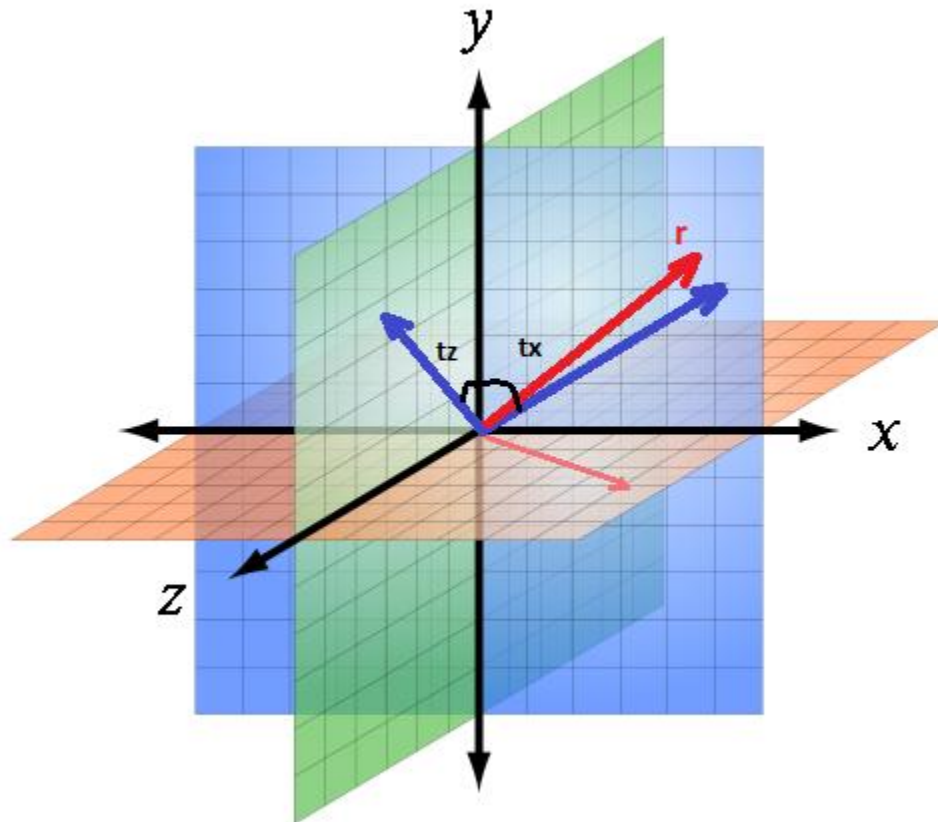


Ilustración 7.5. Se muestra el rayo en el plano cartesiano y sus proyecciones tx y tz.

Otra prueba que se hizo para verificar la eficacia de la simulación geométrica fue hacer un histograma de la pirámide del Sol considerando la geometría de la pirámide de Kefrén ubicando al detector en el centro de la pirámide; esto se hizo tomando las dimensiones de la pirámide del Sol pero haciéndola totalmente regular en sus caras y en su base. Véase ilustración 7.6

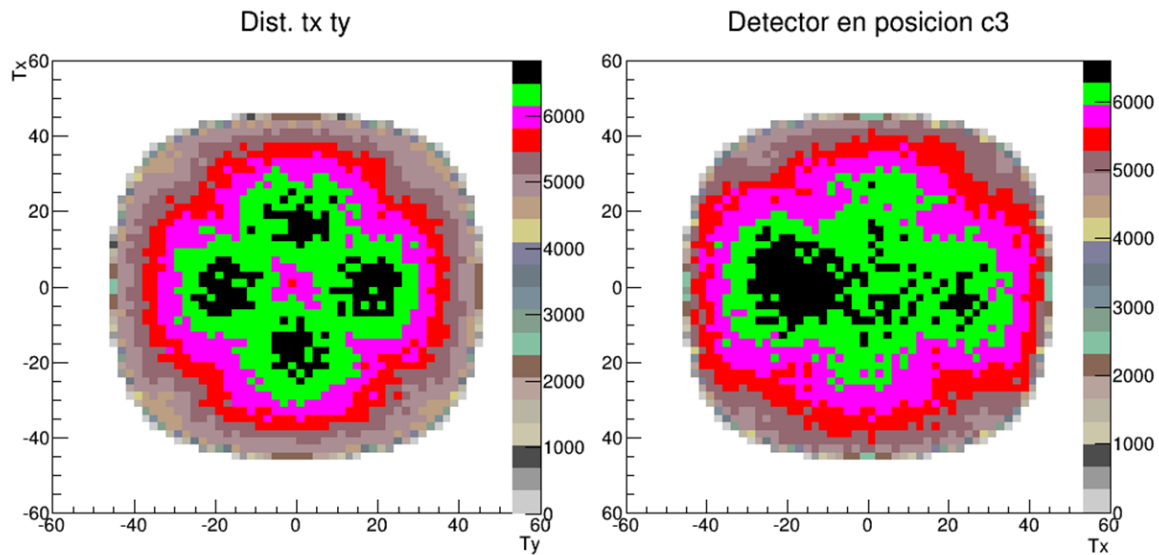


Ilustración 7.6. Histograma de la pirámide del Sol con detector centrado en la base. Izquierda: geometría de la pirámide de Kefrén. Derecha geometría real de la pirámide.

Se puede apreciar que en la figura de la izquierda aparecen cuatro manchas negras rodeadas de verde, éstas representan las caras de la pirámide. También podemos notar que al ser una pirámide simétrica, estas manchas también lo son. Sin embargo el histograma que vemos a la derecha no es tan simétrico como el anterior, esto se debe a que la pirámide del Sol no es regular en ninguna de sus caras y el centro de cada uno de sus niveles es distinto. El detector se ubicó en el centro del tercer nivel, ya que en ese punto es donde lo ubica la simulación física. Se aprecia que precisamente donde se acumulan más cuentas es la distancia más corta del detector a la pirámide.

El siguiente ejercicio fue ir corriendo el detector desde el centro de la pirámide hasta la posición donde se encuentra el detector $d = (9.3, -24.1, -11.02)$ en cinco intervalos iguales para darnos cuenta de las deformaciones que va sufriendo al irlo corriendo. En la ilustración 7.7 se muestran los histogramas que resultaron.

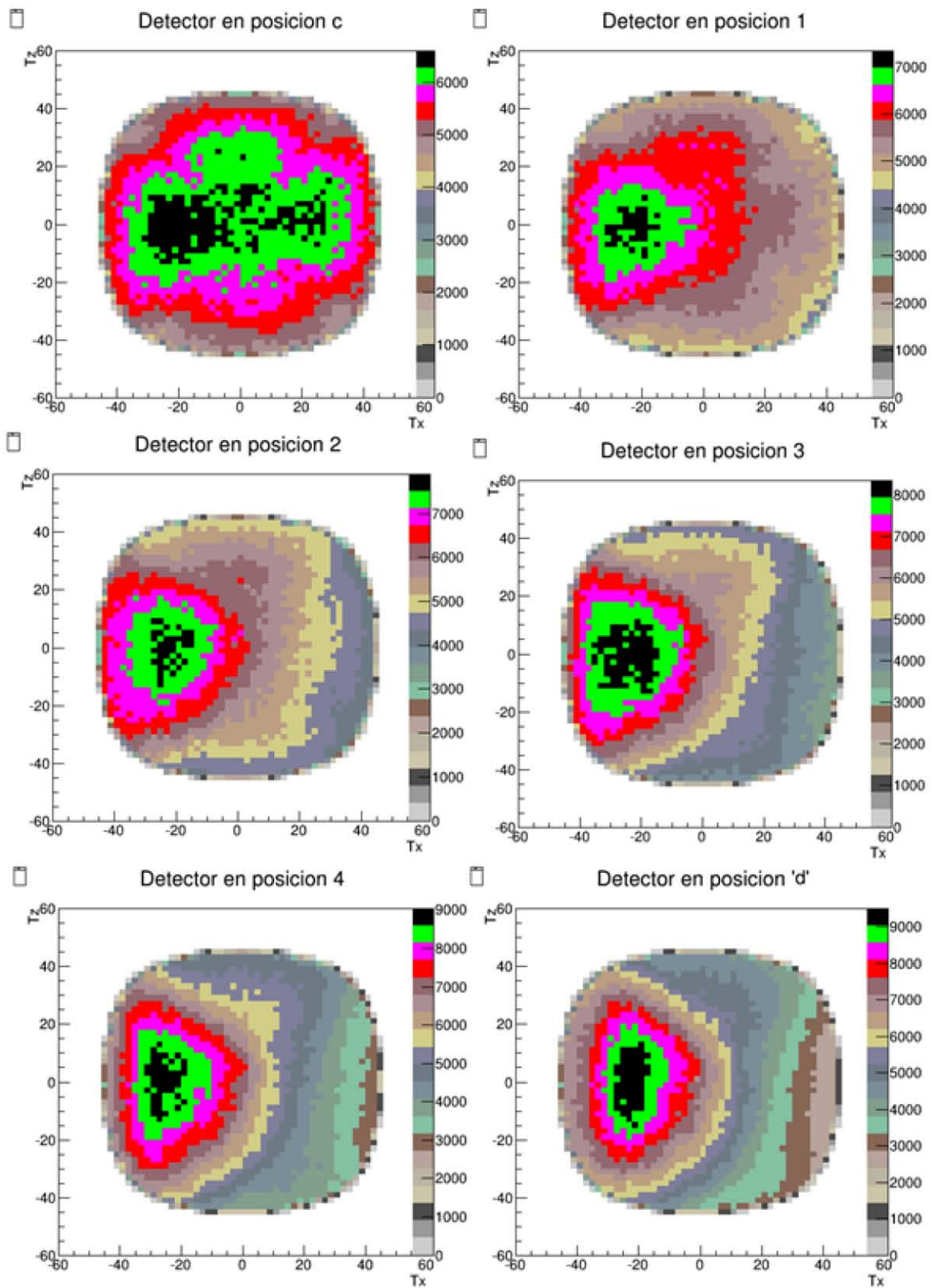


Ilustración 7.7. Secuencia de las deformaciones que sufre el histograma, cuando se corre el detector en cinco intervalos iguales del centro de la pirámide a la posición "d".

De los histogramas anteriores la mínima distancia del detector hasta la superficie de la pirámide es entre el segundo y tercer nivel en la cara frontal de la pirámide.

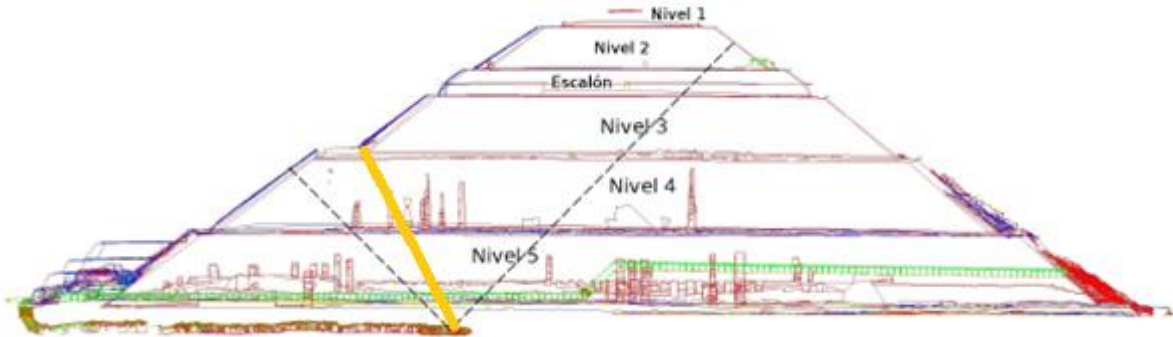


Ilustración 7.8. Viendo a la pirámide de costado las líneas punteadas marcan la región que idealmente cubre el detector y la línea en amarillo representa la distancia más corta del detector a cualquier punto en la superficie de la pirámide (19).

En la ilustración 7.9 se muestran cuatro histogramas con distinta resolución de la pirámide con el detector en la posición "d" que es donde se estima que se encuentra el detector debajo de la pirámide, tomando como referencia el centro del nivel tres de la pirámide. Esto se hizo para ver cómo influye el número de cuentas y píxeles que se tengan en la resolución del histograma. En el experimento real se tiene una resolución espacial de un píxel por cada dos grados, por lo que aunque se puedan hacer simulaciones con mucha mejor resolución espacial, nos tenemos que ajustar a la resolución del experimento para que las simulaciones puedan ser comparables.

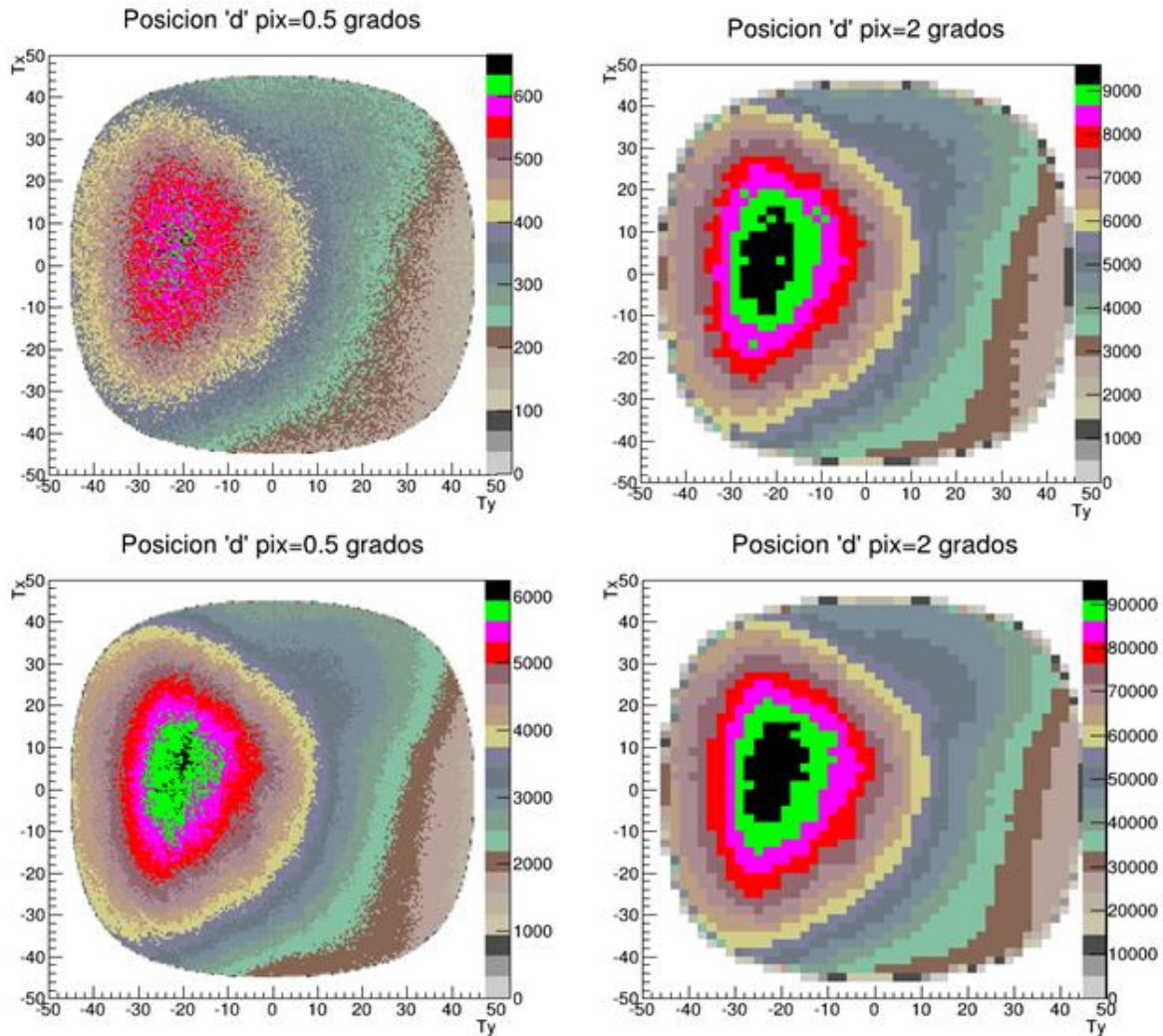


Ilustración 7.9. Histogramas de la pirámide con el detector en la posición d (9.3, -24.1, -11.02) Los dos histogramas de arriba tienen una estadística de 10 millones de rayos, mientras que los de abajo tienen una estadística de 100 millones de rayos. Por otra parte los que están alineados a la izquierda tiene una mejor resolución; un pixel cada medio grado y los que están alineados a la derecha tienen un pixel cada dos grados.

Durante la comparación de las simulaciones físicas (tesis de Vladimir Lemus) con los datos experimentales se encontraron importantes diferencias globales, es decir, no-localizadas. Cabe hacer notar que propósito del proyecto de la Pirámide del Sol es encontrar diferencias localizadas que pudiesen ser interpretadas como huecos de dimensiones humanas (pocos metros cúbicos). Sin embargo, se consideró importante encontrar una explicación satisfactoria para las diferencias globales. Una posibilidad es que fuesen resultado de un error en la ubicación que se le asigna al detector, que podría resultar del uso de diferentes técnicas topográficas para, por un lado, definir la topología externa de la pirámide, y por otro, definir la forma y ubicación relativa del túnel donde se

encuentra en detector. Así, se propuso realizar una serie de simulaciones físicas corriendo la posición del detector y restando el resultado de la simulación para la posición inicial. El mismo ejercicio se realizó utilizando las simulaciones geométricas de esta tesis, lo que nos permitió determinar si el tipo de diferencias globales resultantes guardaban algún parecido con lo encontrado en las simulaciones físicas. Para que esto fuera más fácil se tomaron los mismos intervalos que en la simulación física; es decir se corrió al detector cuatro metros desde la posición "d" en el eje "z" y en el eje "y" en sentido positivo y negativo y se tomó la misma resolución espacial (2°). En la ilustración 7.10 se aprecian los histogramas donde se ubica al detector en las cuatro posiciones diferentes con 2.5 millones de entradas y en la ilustración 7.11 se encuentran las restas de estos histogramas con el histograma del detector en la posición "d".

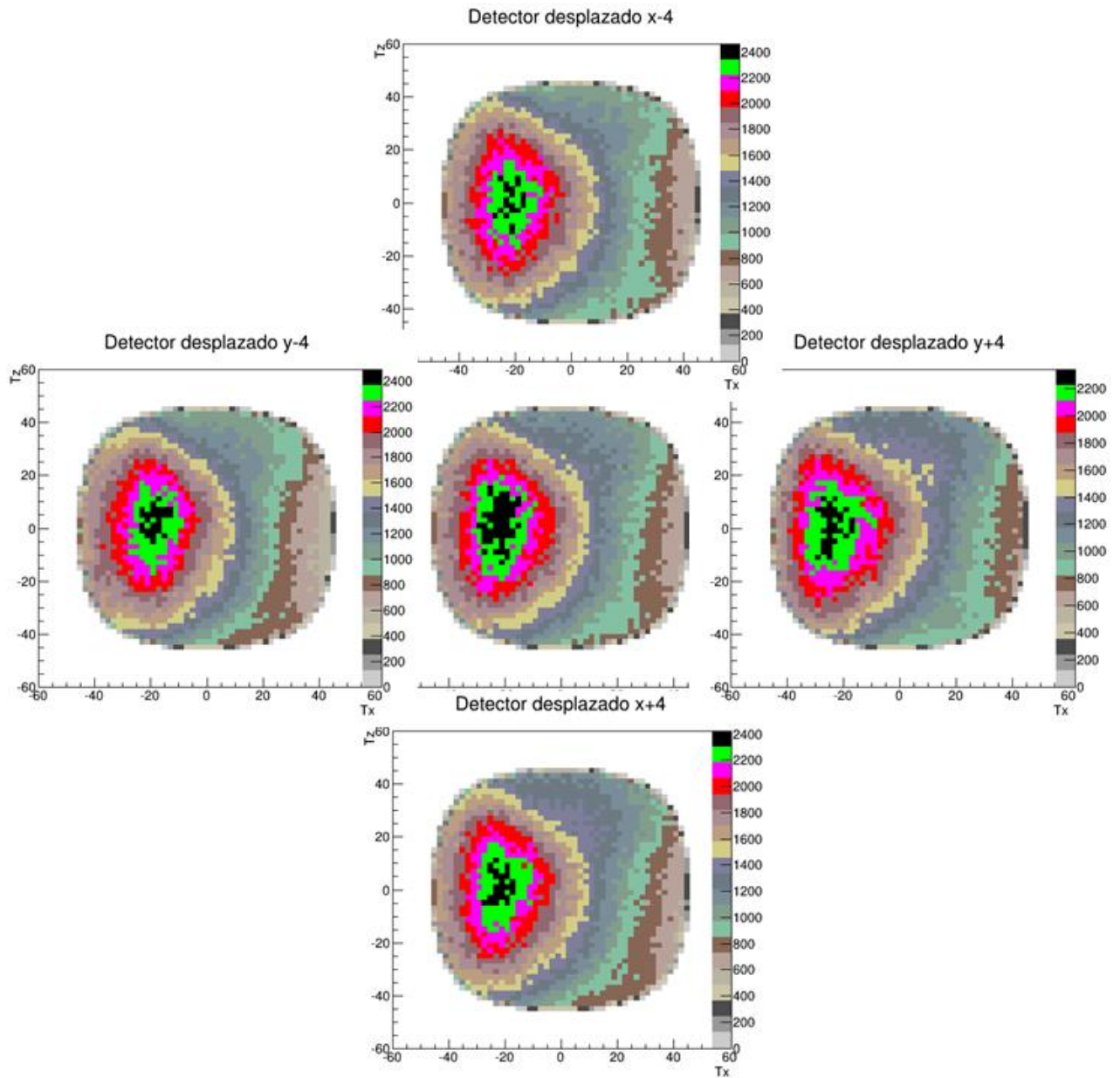


Ilustración 7.70. Histogramas hechos con la simulación geométrica. Centro: posición d (9.3,-24.1,-11.2). Arriba: posición x-4 (5.3, -24.1,-11.02). Izquierda: posición y-4 (9.3, -28.1,-11.02). Derecha: posición y+4 (9.3, -20.1,-11.02). Abajo: posición x+4 (13.3, -24.1,-11.02).

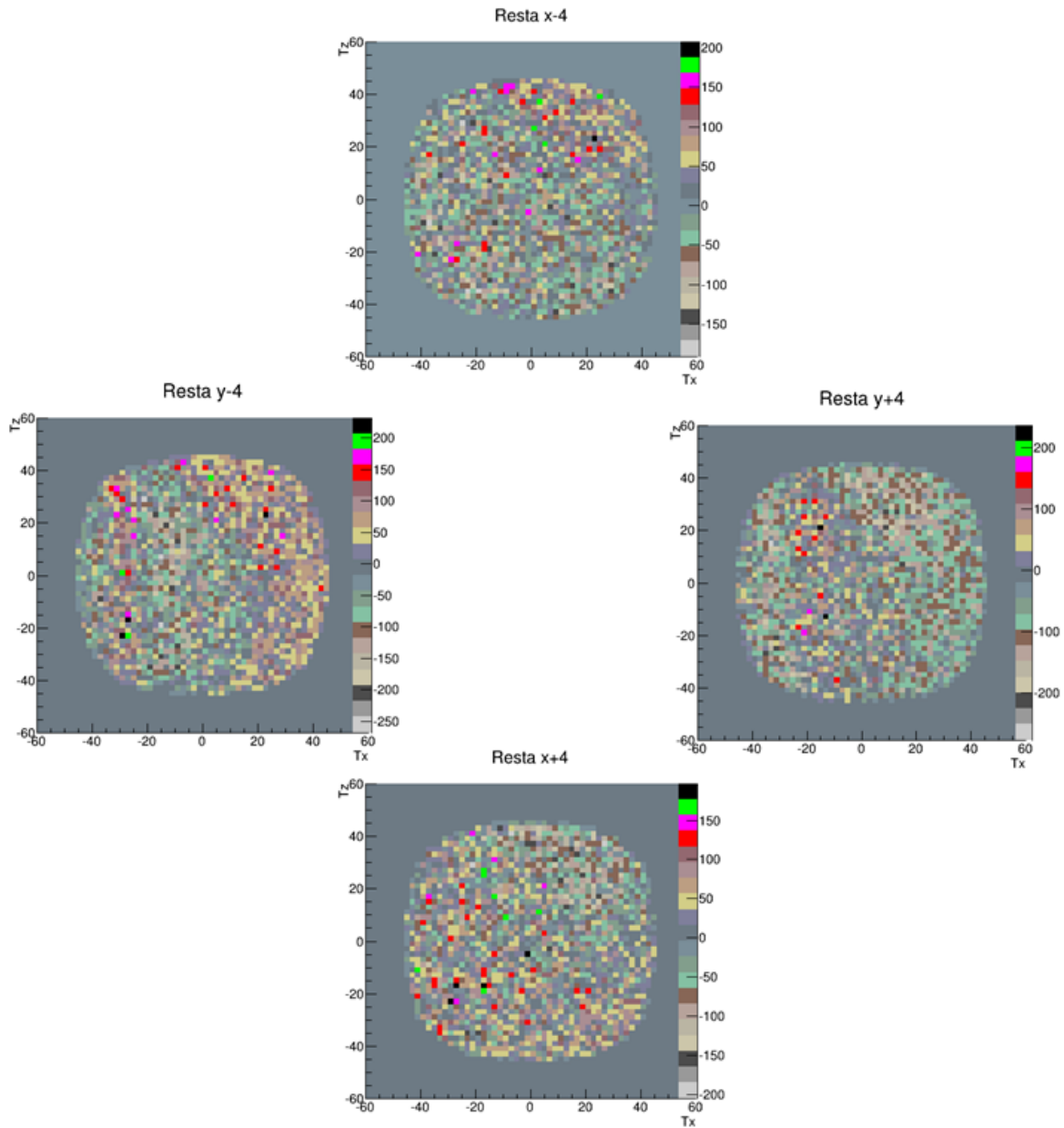


Ilustración 7.81. Arriba: resta posición d y posición x-4. Izquierda: resta posición d y posición y-4. Derecha: resta posición d y posición y+4. Abajo: resta posición d y posición x+4

En cuanto a las simulaciones hechas con la simulación física en las mismas posiciones, es decir, recorriendo al detector cuatro metros a su alrededor se obtuvieron los histogramas de la ilustración 7.12

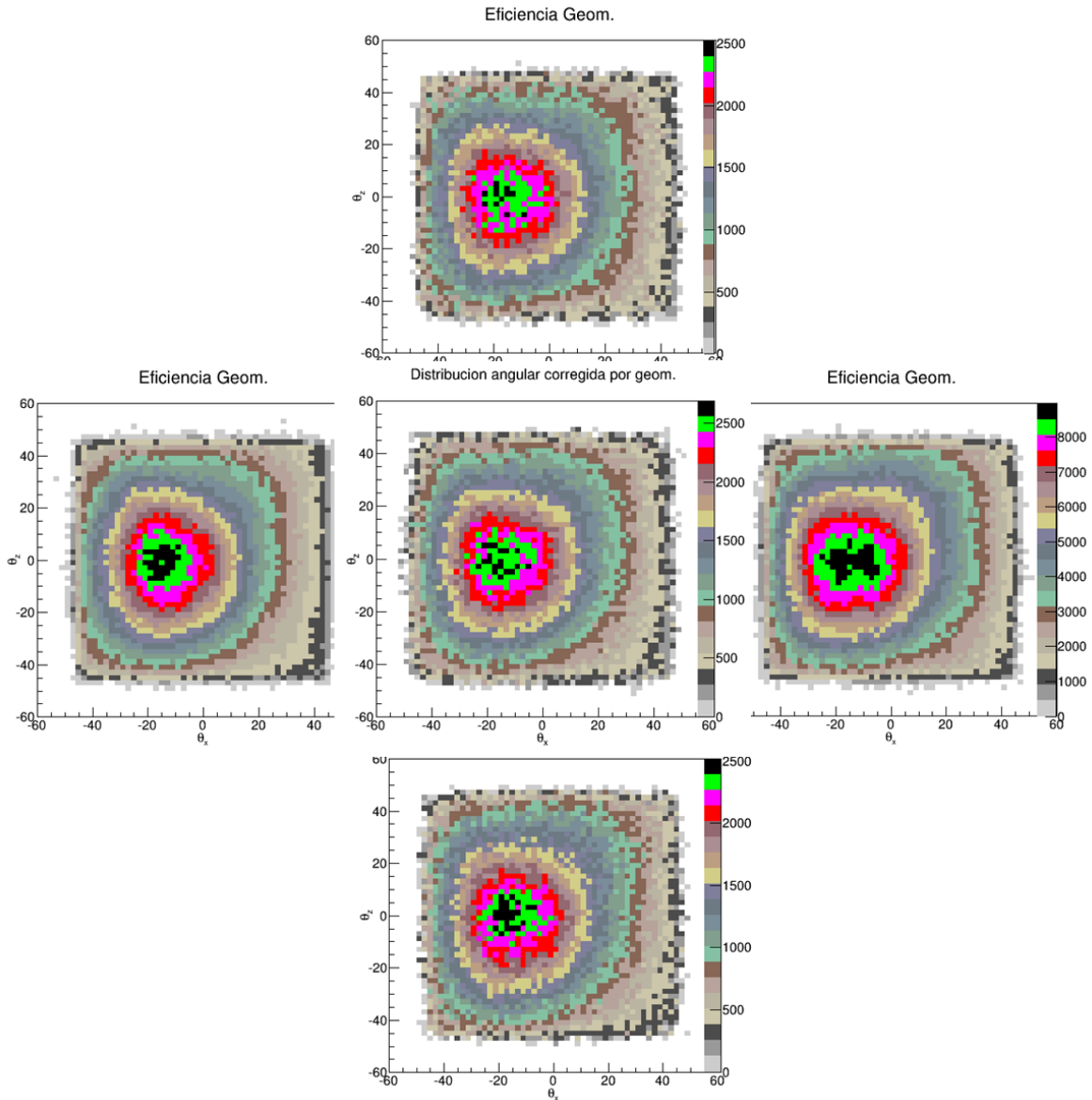


Ilustración 7.92 Histogramas hechos con la simulación física. Centro: posición d. Arriba: posición x-4. Izquierda: posición y-4. Derecha: posición y+4. Abajo: posición x+4.

En cuanto al flujo de muones que llegan al detector se realizó una prueba con 12 millones de datos en los dos tipos de simulaciones siguiendo con la misma resolución. En la ilustración 7.13 se pueden observar los resultados.

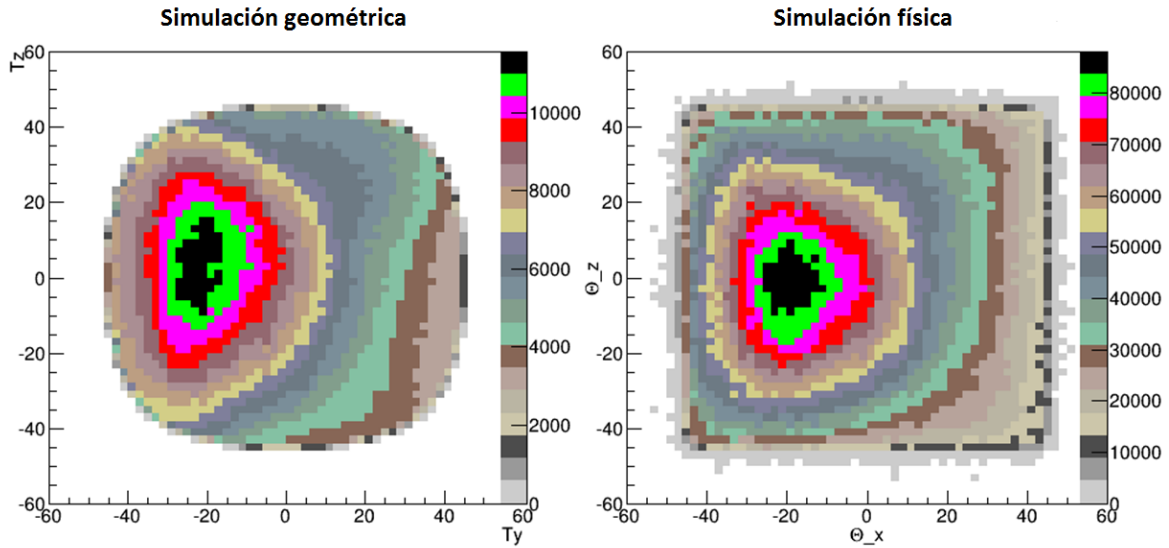
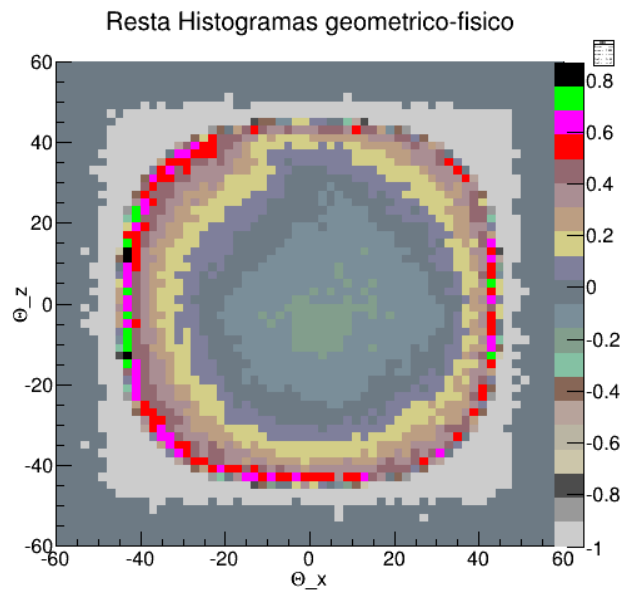


Ilustración 7.103. Izquierda: Histograma hecho con la simulación geométrica en la posición “d”. Derecha: Histograma hecho con la simulación física en la posición “d”.

En la imagen anterior se puede observar que el histograma de la simulación geométrica es similar al de la simulación física, sin embargo el flujo del histograma de la simulación física está corregido por la eficiencia geométrica.

Para cuantificar que tan parecidos son los histogramas de la simulación física y la simulación geométrica se realizó la resta de ellos pixel por pixel (primero se normalizaron para que pudieran ser comparados) y después se dividió entre uno de ellos para obtener la diferencia porcentual. El resultado de ésta resta se puede ver en la siguiente ilustración.

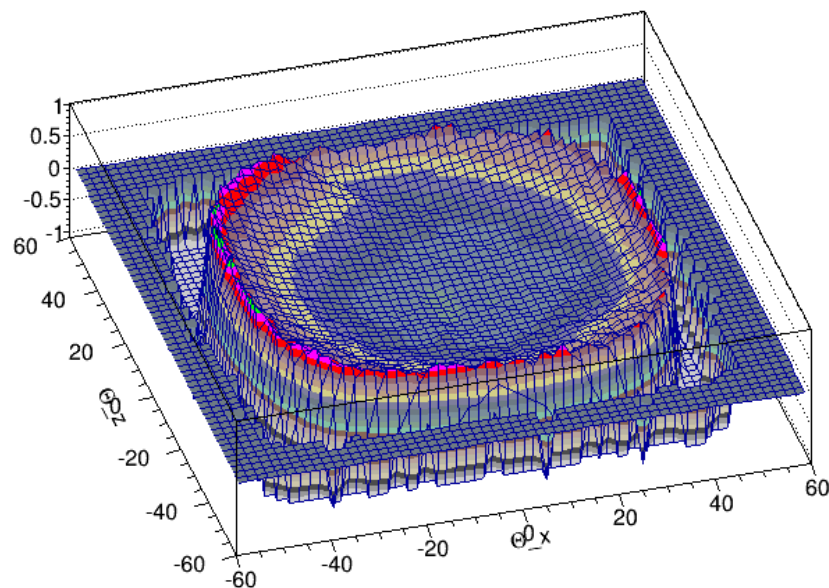


7.114 Resta porcentual de los histogramas físico y geométrico.

Se puede apreciar que en un ángulo sólido entre 0 y 35 grados existe una diferencia menor al 20%. Por lo que se puede afirmar que la simulación geométrica es más sensible en el centro que en las orillas.

También se puede apreciar que del centro hacia afuera cambia de -0.2 a 0.2 (en el intervalo de 0 a 35 grados). Se realizó la resta y se graficó en forma de superficie para poder tener una mejor idea de cómo se restan los histogramas. Véase ilustración 7.15

Resta Histogramas geometrico-fisico

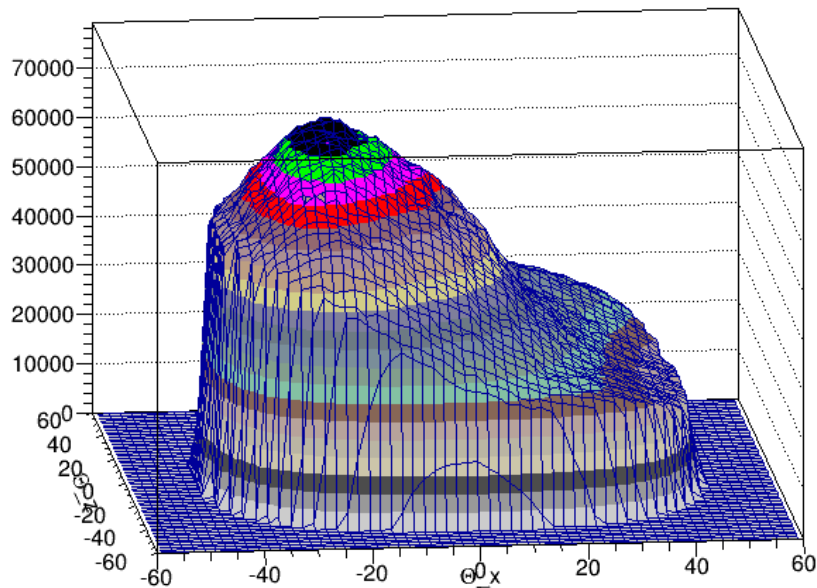


7.125 Superficie de la resta de los histogramas físico y geométrico.

Su forma es como un volcán. Y esto queda precisamente de restar dos "conos" no concéntricos de distinta pendiente. La forma exterior de ésta superficie se debe a la forma de los detectores de cada simulación; cúbico en la simulación física y puntual en la simulación geométrica.

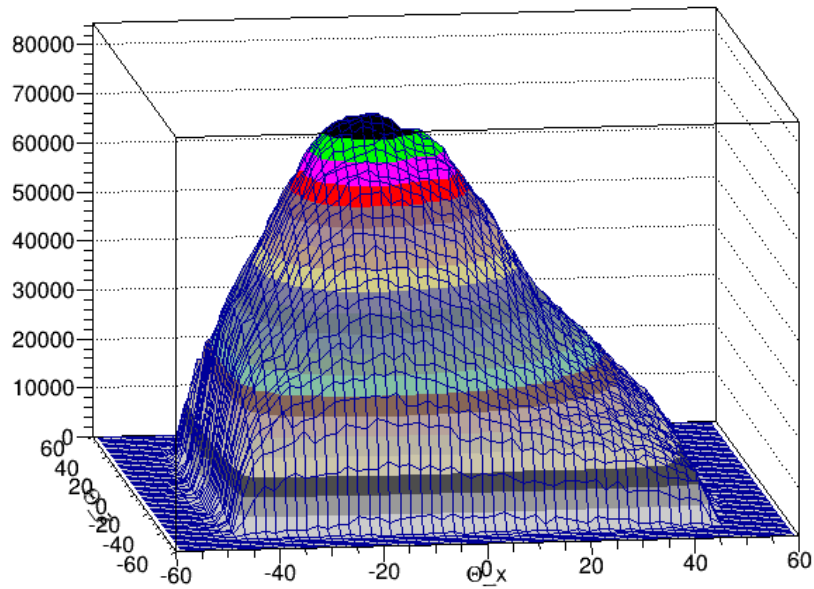
En consecuencia también se graficaron tridimensionalmente los histogramas físico y geométrico para poder comprender la resta entre ellos. A continuación las ilustraciones de éstos histogramas.

Simulación geometrica



7.136 Superficie del histograma geométrico.

Simulación física



7.147 Superficie del histograma físico.

Al observar los histogramas anteriores graficados tridimensionalmente se puede notar que el máximo de cada uno de ellos no está en la misma posición y además tienen distinta pendiente. Con esto se entiende por qué existe una diferencia del 20% en el centro y en las orillas.

7.1 Errores e incertidumbres

El primer error que se tiene es debido a la resolución espacial. Debido a que los puntos que se tienen de la superficie de la pirámide son los del mapa de Millon y estos están dados por curvas de nivel que van de metro en metro, éste error es de un metro.

Al calcular el punto donde se encuentra el detector respecto al centro del nivel tres se tomó un promedio de los puntos que conforman cada cara de éste nivel por lo que la incertidumbre asociada a cada coordenada es de 0.82m para 'x' y 0.6m para 'y'.

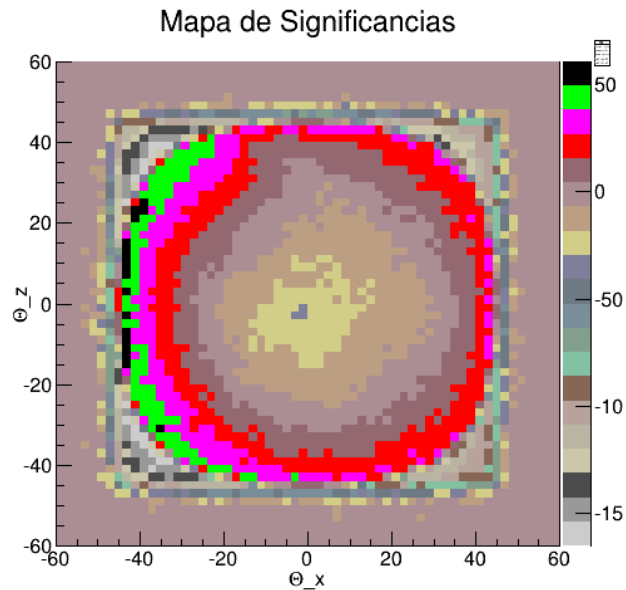
Se debe tomar en cuenta que en ésta idealización se considera que el detector es puntual y que todos los rayos caen en línea recta sobre él, y aunque en realidad se puede aproximar que el 98% de los rayos después de todas las múltiples deflexiones que sufren caen en línea recta, existe un 2% que sufre desviaciones mayores.

Otro error asociado se debe a la densidad de la pirámide, ya que la densidad no es uniforme y se cree que cambia respecto a las estaciones del año, es decir, en la época de lluvias el agua se infiltra en la pirámide y con ello cambia su densidad.

Finalmente se hizo un mapa de significancias (ilustración 7.18) para comparar los puntos que tienen una mayor credibilidad de acuerdo a su error estadístico. Es decir un resultado es estadísticamente significativo cuando no es probable que haya sido debido al azar. Esto se hizo comparando la resta del histograma de la simulación física y geométrica con la suma de sus raíces pixel por pixel, es decir:

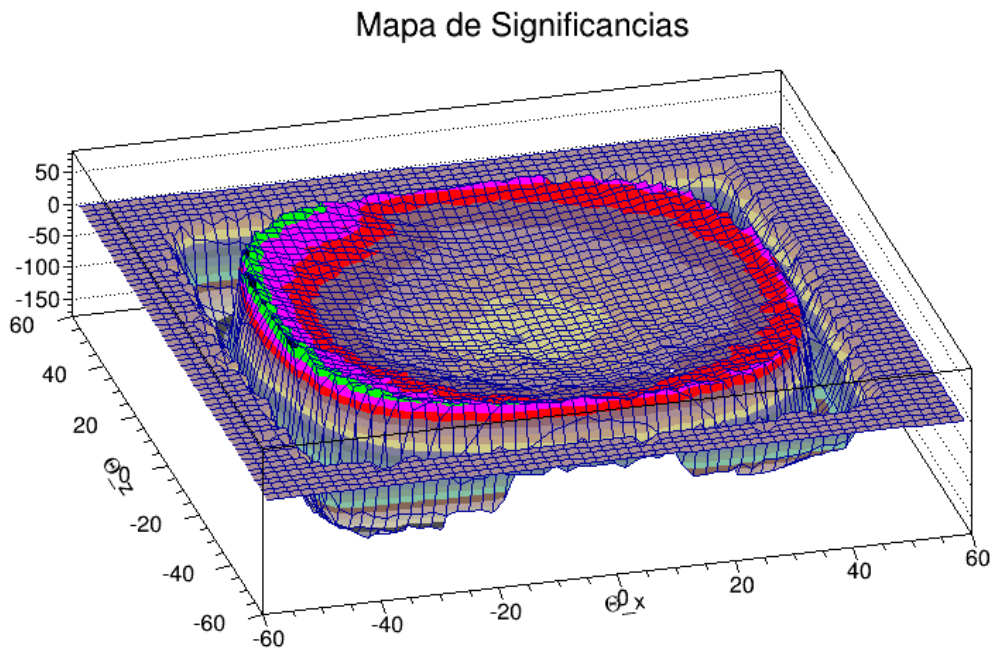
$$\frac{N_1 - N_2}{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}}$$

Y Desde luego también se reliazó el histograma tridimensional del mapa de significancias. Ilustración 7.19



7.158 Mapa de significancias

Nos podemos percatar de que tiene una silueta similar al histograma de la resta, sin embargo en éste histograma las diferencias en el contorno se hacen más marcadas. Esto se debe a que a mayor ángulo sólido llegan menos muones que hacia el centro de la pirámide, es decir, se tiene una mayor estadística en el centro y por lo tanto un menor error estadístico.



7.19 Superficie del mapa de significancias.

También se aprecia una silueta similar al histograma tridimensional de la resta (ilustración 7.5) donde las mayores diferencias se encuentran en las orillas.

Capítulo 8

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA EL USO FUTURO DE ESTA TÉCNICA

Se logró hacer un programa de simulación geométrica de la Pirámide del Sol que es dos órdenes de magnitud más rápido que la simulación física. Además esta simulación se puede correr en cualquier computadora con una memoria Ram de 2Gb. Para correr una simulación de éste tipo (de 10 millones de rayos válidos) son necesarios aproximadamente 10 minutos, a diferencia de la simulación física en la cual se requiere un tiempo del rango de horas (en computadoras del Instituto de Física).

La simulación geométrica es una herramienta útil para entender la simulación física y el experimento real. Es decir, ésta sirve como una guía para indicar el camino a seguir con la simulación física y da una idea más amplia de las modificaciones a realizar al programa de la simulación física sin invertir mucho tiempo.

Los resultados adquiridos al correr éste programa son cualitativamente parecidos a los obtenidos a partir de la simulación física. Se aprecia en ambos histogramas que la distancia más corta entre la superficie de la pirámide y el detector apunta en la misma dirección. Y en ambas se pueden diferenciar las esquinas y caras de la pirámide del Sol. Sin embargo en la simulación geométrica al considerarse un detector puntual los cortes angulares son distintos y produce que en los contornos (ángulos sólidos mayores a 35°) no sea tan eficiente.

Por lo que una recomendación a futuro para ésta simulación es considerar un detector cúbico, de ésta manera iría más conforme a la simulación física y por lo tanto también al experimento real. Ya que el conjunto de las cámaras multialámbricas y centelladores dentro de la pirámide conforman un detector de un metro cúbico (aproximadamente).

Una ventaja más de este método es que es posible estudiar orígenes de incertidumbres para el experimento físico, tales como los factores climatológicos. Se pretende a futuro considerar la densidad de la pirámide de acuerdo a la temporada de lluvia, ya que al estar prácticamente rellena de tierra orgánica y pequeños fragmentos de roca volcánica ésta absorbe el agua de lluvia y por lo tanto su densidad cambia y con ello la absorción de muones. Cabe señalar que con la simulación física esto sería prácticamente imposible de simular debido a que es un programa con muchas variables y agregar el cambio de densidad requeriría aún más recursos de cómputo.

Se puede concluir que a groso modo los histogramas de las dos simulaciones (geométrica y física) coinciden en muchos aspectos. En la simulación geométrica

se considera que los muones se transmiten en línea recta, sin embargo esto no sucede así. Esto puede llegar a ser una fuente de error que tiene que tomarse en cuenta al comparar los histogramas.

Por último se concluye que éste método es efectivo para los propósitos planteados en éste proyecto de investigación y tiene un gran número de aplicaciones potenciales.

BIBLIOGRAFÍA

1. *Search for Hidden Chambers in the Pyramids*. L.W. Alvarez et al. s.l : Science, 1970, Science 167 , Vol. 167, p. 832. 832-839.
2. *A muon detector to be installed at the Pyramid of the Sun*. R. Alfaro, et al. supl. 4, s.l. : Revista Mexicana de Física, 2003, Vol. 49. págs 54-59..
3. Yáñez, M.V. Lemus. Tesis de Maestría: Simulación Física del Experimento para la Detección de Heterogeneidades en la Pirámide del Sol en Teotihuacan. México D.F. : Posgrado en Ciencias Físicas (UNAM), 2014.
4. *Uso de rayos cósmicos para estudiar la pirámide del Sol de Teotihuacan*. A. Martínez Dávalos et al. 7, s.l. : Revista Digital Universitaria, 2004, Vol. 5. 1067-6079.
5. R. Millon, B. Drewitt, and J.A. Bennyhoff. s.l. : Trans. Amer. Phil. Soc., 1965, Vol. 55. 5-6:91.
6. *Cámaras ocultas en la Pirámide del Sol*. R. Alfaro, et al. 372, España : Investigación y Ciencia, 2007.
7. *Teotihuacan*. Matos, E. 4, s.l. : Arqueología Mexicana, 1994, Vol. II. págs. 75-79.
8. *Manzanilla, Linda. Zona del altiplano central clásico*. [book auth.] Linda Manzanilla y Leonardo López Luján. Linda Manzanilla en Historia Antigua de México vol. II, págs 203-209. s.l. : INAH-UNAM-Miguel Angel Porrúa., 2001, Vol. II.
9. *Delgadillo, Temilotzin Ibarra. Tesis de Licenciatura: Mejoramiento del desempeño de las cámaras multi-alámbricas del detector de muones para la Pirámide del Sol en Teotihuacan*. México D.F. : UNAM, Facultad de Ciencias, 2010.
10. Gaisser, T.K. *Cosmic Rays and Particle Physics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1990.
11. *Jorge Luis Baylon Cardiel. Tesis de Maestría: Estudio de las anisotropías instrumentales del detector CREAM*. México : Posgrado en Ciencias Físicas (UNAM), 2012.
12. *Physics and Astrophysics of Ultra High Energy Cosmic Rays*. B. Wiebel-Sooth, P.L. Biermann: Landolt-Börnstein. 3c, s.l. : Springer Verlag, 1999, Vol. VI. Págs. 37 - 90.

13. Stanever, Todor. *High Energy Cosmic Rays*. Germany : Springer-Praxis, 2004.
14. Cosmic Rays: Review of Particle Physics. T.K. Gaisser, T. Stanev. 270-271, s.l. : *J. Phys. G*, 2010, Vol. 37. 7A.
15. George E. P. *Commonwealth Engineer*. 1955. 455.
16. Review of particle physics. K. Ōnakamura et al. 1422, s.l. : *J. Phys. G*, 2010, Vol. 37.
17. *Statistical Reconstruction for Cosmic Ray Muon Tomography*. Larry J. Schultz, et al. 8, s.l. : *IEEE Transactions on image processing*, August 2007, Vol. 16. págs: 1985-1993.
18. *The subterranean system of the sun pyramid at teotihuacan: A physical description an hypothetical reconstruction*. George T. Baker et al. México D. F. : *XLI Congreso Internacional de Americanistas*, 1974.
19. *Comunicación privada*. Saburo Sugiyama.
20. *Muons and chambers in the Pyramid of Teotihuacán*. Arturo Menchaca. Punta Cana : *IANAS General Assembly*, 2013.
21. *The use of cosmic muons in detecting heterogeneities in large volumes*. V. Grabski, et al. s.l. : *ScienceDirect*, 2008, Vol. 585. págs: 128–135.
22. Daniel Peña Sánchez de Rivera. *Dedución de distribuciones: el método de Monte Carlo en Fundamentos de Estadística*. Madrid : Alianza Editorial, 2001. ISBN 84-206-8696-4.
23. Hoch Richard Claude. *Advances in cosmic ray muon tomography reconstruction algorithms*. Master's thesis. Florida Institute of Technology : Melbourne, 2009.
24. L.J. Schultz et al. *Image reconstruction and material z discrimination via cosmic ray muon radiography*. s.l. : *Nucl. Instr. and Meth. A*, 2004. Págs.519:647-649.

APÉNDICE

A continuación se muestra el código de la simulación geométrica. Se programó para c con algunas modificaciones para ser corrido en root.

```
/* Simulación geométrica de la pirámide del Sol */
#include "TFile.h"
#include "TTree.h"
#include "TCanvas.h"
#include "TPad.h"
#include "TBrowser.h"
#include "TH1.h"
#include "TH2.h"
#include "TRandom.h"
#include "TLegend.h"
#include "TGraph2D.h"
#include <vector>
#include <fstream.h>
gStyle->SetPalette(1);
float randal(float cs)
{
    float al,xial;
    al=rand()%10000;// Se crean 10000 rayos de phi y 1000 posibles thetas
    al=al/10000;
    xial=(al*cs);
    return(xial);
}
void detector3_3()
{
    int i,ja,ka,jb,kb,l,l2,bincont1[60][60],bincont2[60][60],diferencia[60][60];
    TH2I *h1=new TH2I("h1","Dist. tx ty detector",60,-60,60,60,-60,60);
    TH2I *h2=new TH2I("h2","Dist. tx ty detector movido",60,-60,60,60,-60,60);
    TH2I *h3=new TH2I("h3","Resta",60,-60,60,60,-60,60);
    TAxis *ejex1,*ejex2,*ejey1,*ejey2;
    double
    pi,angrad,gradan,rmin,c0,c1,c2,c3,tmax,tx,ty,tx2,ty2,pmax,flujo,na2,q,na1,th,ph,xo
    ,yo,zo,x[300000],y[300000],z[300000],x1[300000],y1[300000],z1[300000],r1[300000],th
    eta1[300000],phi1[300000],x2[300000],y2[300000],z2[300000],r2[300000],theta2[3000
    00],phi2[300000],ra[900][3600],rb[900][3600],ang[300000],ru,rv,ul,d1,d2;
    double bincenterx1[60],bincentery1[60],bincenterx2[60],bincentery2[60];
    ifstream entrada;
    entrada.open("xyz2.dat",ios::in);
    l=0;
    l2=0;
    pi=3.14159;
    angrad=pi/180;
```

```

gradan=180/pi;
rmin=40;
tmax=45*angrad;
pmax=360;
c0=1/pow(rmin,1.7);
c1=cos(tmax);
c2=1-c1;
c3=pow(c1,-0.02);

for(i=0; ;i++)
{
    entrada >> x[i] >> y[i] >> z[i];
    //Se calcula la posicion del detector respecto a la posicion del nivel 3
    x1 [i]=x[i]-9.975;
    y1 [i]=y[i]+34.019-9;
    z1 [i]=z[i]+11.2;
    //Se rota la posicion del detector 7 grados.
    x1 [i]=x1 [i]*cos(-7*angrad)-y1 [i]*sin(-7*angrad);
    y1 [i]=x1 [i]*sin(-7*angrad)+y1 [i]*cos(-7*angrad);
    //Transformacion de coordenadas cartesianas a esfericas
    //Se calculan las distancias de los puntos de la superficie de la piramide al
    detector
    r1 [i]=sqrt(pow(x1 [i],2)+pow(y1 [i],2)+pow(z1 [i],2));
    theta1 [i]=acos(z1 [i]/r1 [i])*gradan;
    ang[i]=atan(y1 [i]/x1 [i])*gradan;
    //Para calcular phi se tiene que ir haciendo por cuadrantes.
    if (y1 [i]>0)
    {
        if(x1 [i]>0)
            phi1 [i]=ang[i];//cuadrante 1
        else
            phi1 [i]=ang[i]+180;//cuadrante 2
    }
    else
    {
        if(x1 [i]<0)
            phi1 [i]=ang[i]+180;//cuadrante 3
        else
            phi1 [i]=ang[i]+360;//cuadrante 4
    }
    ja=theta1 [i]*10;
    ka= phi1 [i]*10;
    ra[ja][ka]=r1 [i];
    //Se calcula la posicion del detector desplazado
    x2[i]=x[i]-9.975;
    y2[i]=y[i]+34.019;
    z2[i]=z[i]+11.2;
    //Se rota la posicion del detector 7 grados.

```

```

x2[i]=x2[i]*cos(-7*angrad)-y2[i]*sin(-7*angrad);
y2[i]=x2[i]*sin(-7*angrad)+y2[i]*cos(-7*angrad);
//Transformacion de coordenadas cartesianas a esfericas
//Se calculan las distancias de los puntos de la superficie de la piramide al
detector desplazado
r2[i]=sqrt(pow(x2[i],2)+pow(y2[i],2)+pow(z2[i],2));
theta2[i]=acos(z2[i]/r2[i])*gradan;
ang[i]=atan(y2[i]/x2[i])*gradan;
//para calcular phi se tiene que ir haciendo por cuadrantes.
if (y2[i]>0)
{
if(x2[i]>0)
phi2[i]=ang[i];
else
phi2[i]=ang[i]+180;
}
else
{
if(x2[i]<0)
phi2[i]=ang[i]+180;
else
phi2[i]=ang[i]+360;
}
jb=theta2[i]*10;
kb= phi2[i]*10;
rb[jb][kb]=r2[i];
if(entrada.eof()) break;
}
//A cada rayo (theta,phi) se le asigna una distancia, si no hay valor asociado se
le asigna el mas cercano
ra[0][0]=56.13+11.2;
for(ja=0;ja<900;ja++)
{
for(ka=0;ka<3600;ka++)
{
ru=ra[ja][ka];
if(ru!=0)
{
ul=ru;
}
else
{
ra[ja][ka]=ul;
}
}
}
}
// Se crean rayos (theta, phi) al azar

```

```

while(l<100000)
{
    t0=randal(c2)+c1; //correccion de angulo solido (se tira aleatoriamente sobre
el cos(theta))
    th=acos(t0)*gradan;
    flujo=pow(cos(th*angrad),-0.02); //funcion montecarlo de distribucion angular
    na2=randal(c3);
    if(na2<flujo)
    {
        ph=randal(pmax);
        ja=th*10;
        ka=ph*10;
        d1=ra[ja][ka];
        if(d1==0)
            printf("%d\t %.2f\t %.2f\t %.2f\n",l,ja,ka,ra[ja][ka]);
        q=1/pow(d1,1.7); // funcion montecarlo de atenuacion de muones
        na1=randal(c0); // funcion randal
        if(na1<q)
        {
            //Tranformacion de coordenadas esfericas a cartesianas
            xo=d1*sin(th*angrad)*cos(ph*angrad);
            yo=d1*sin(th*angrad)*sin(ph*angrad);
            zo=d1*cos(th*angrad);
            //Se hace tranformacion a coordenadas tx y ty
            tx=atan(xo/zo)*gradan;
            ty=atan(yo/zo)*gradan;
            //Se va llenando el histograma 1
            h1->Fill(ty,tx);
            l=l+1;
        }
    }
}
//A cada rayo (theta,phi) se le asigna una distancia, si no hay valor asociado se le
asigna el mas cercano
rb[0][0]=56.13+11.2;
for(jb=0;jb<900;jb++)
{
    for(kb=0;kb<3600;kb++)
    {
        rv=rb[jb][kb];
        if(rv!=0)
        {
            ul=rv;
        }
        else
        {
            rb[jb][kb]=ul;
        }
    }
}

```

```

    }
}
// Se crean rayos (theta, phi) al azar
while(l2<100000) // Corrida para detector desplazado
{
    t0=randal(c2)+c1; //correccion de angulo solido (se tira aleatoriamente sobre
el cos(theta))
    th=acos(t0)*gradan;
    flujo=pow(cos(th*angrad),-0.02); //funcion montecarlo de distribucion angular
    na2=randal(c3);
    if(na2<flujo)
    {
        ph=randal(pmax);
        jb=th*10;
        kb=ph*10;
        d2=rb[jb][kb];
        if(d2==0)
            printf("%d\t %.2f\t %.2f\t %.2f\n",l2,jb,kb,rb[jb][kb]);
        q=1/pow(d2,1.7); // funcion montecarlo de atenuacion de muones
        na1=randal(c0); // funcion randal
        if(na1<q)
        {
            //Tranformacion de coordenadas esfericas a cartesianas
            xo=d2*sin(th*angrad)*cos(ph*angrad);
            yo=d2*sin(th*angrad)*sin(ph*angrad);
            zo=d2*cos(th*angrad);
            //Se hace tranformacion a coordenadas tx y ty
            tx2=atan(xo/zo)*gradan;
            ty2=atan(yo/zo)*gradan;
            //Se va llenando el histograma 2
            h2->Fill(ty2,tx2);
            l2=l2+1;
        }
    }
}

ejex1=h1->GetXaxis();
ejey1=h1->GetYaxis();
ejex2=h2->GetXaxis();
ejey2=h2->GetYaxis();

for(i=0;i<60;i++){
    bincenterx1 [i]=ejex1->GetBinCenter(i);
    bincenery1 [i]=ejey1->GetBinCenter(i);
    bincenterx2 [i]=ejex2->GetBinCenter(i);
    bincenery2 [i]=ejey2->GetBinCenter(i);
}

```

```

for(j=0;j<60;j++)
  for(k=0;k<60;k++){
    bincont1[j][k]=h1->GetBinContent(j,k);
    bincont2[j][k]=h2->GetBinContent(j,k);
    diferencia[j][k]=bincont1[j][k]-bincont2[j][k];
    h3->Fill(bincenterx1[j],bincentery1[k],diferencia[j][k]);
  }
gStyle->SetPalette(0);
TPad *pad[3];
TCanvas *can[3];

for(int i=0;i<3;i++){
  can[i]=new TCanvas(Form("can%d",i),Form("Distribucion %d",i),800,800); //Marco
del Cuadro
  can[i]->SetFillColor(0);

  pad[i]=new TPad(Form("pad%d",i),Form("pad%d",i),0.01,0.01,0.99,0.99,21); // Area
de dibujo
  pad[i]->GetFrame()->SetFillColor(0);
  pad[i]->Draw();
}
//Primer histograma
can[0]->cd();
h1->GetXaxis()->SetTitle("Tx");
h1->GetYaxis()->SetTitle("Tz");

h1->Draw("colz");
//Segundo histograma
can[1]->cd();
h2->GetXaxis()->SetTitle("Tx");
h2->GetYaxis()->SetTitle("Tz");

h2->Draw("colz");
//tercer histograma (Resta)
can[2]->cd();
h3->GetXaxis()->SetTitle("Tx");
h3->GetYaxis()->SetTitle("Tz");

h3->Draw("colz");
}

```