



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

**MODELO DE RUINA PARA EL RAMO DE  
VIDA A CONSECUENCIA DE  
CATÁSTROFES**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**A C T U A R I A**

P R E S E N T A

**NAYELY VALGEANE BENÍTEZ HERNÁNDEZ**

Tutor:

ACT. MARÍA PATRICIA LUNA DÍAZ

2015



FACULTAD DE CIENCIAS  
UNAM



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos de la alumna

Benítez  
Hernández  
Nayely Valgeane  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
96165836

2.- Datos de la Tutora

Actuaria  
Maria Patricia  
Luna  
Díaz

3.- Sinodal 1

Actuario  
Ricardo  
Villegas  
Azcorra

4.- Sinodal 2

Maestro en Ciencias  
David Josafat  
Santana  
Cobian

5.- Sinodal 3

Doctor  
Fernando  
Baltazar  
Larios

6.- Sinodal 4

Actuaria  
Cruz Patricia  
Medrano  
Ocaña

Titulo

Modelo de ruina para el ramo de vida a consecuencia de catástrofes  
85 Páginas  
2015

## **Agradecimientos**

*A mis hijos David y Paola tesoros de vida y motor para seguir luchando en todo momento por mis objetivos.*

*A mi esposo por ser mi amigo antes y después de emprender nuestros caminos juntos.*

*A mis padres ya que siempre me han apoyado y motivado, ante las adversidades de la vida, en ellos siempre encuentro cobijo y aliento para seguir adelante.*

*A mí querida hermana Wendy ejemplo de mujer... aun con la distancia siempre estás cerca... mi cómplice y amiga.*

*A mis amigos y familia pero en especial a Dios.*

*A mi asesora y sinodales ya que son pieza fundamental para llegar a la conclusión de este trabajo.*

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Valgeane', followed by a large, stylized flourish or initial.

**Nayely Valgeane Benítez Hernández**

# Índice general

Índice de cuadros .....	I
Índice de figuras.....	II
Introducción.....	1
<b>Capítulo 1. Causas y efectos de las catástrofes .....</b>	<b>4</b>
1.1    Introducción .....	4
1.2    Evento catastrófico .....	5
1.3    Definición.....	6
1.4    Clasificación y medición .....	6
1.5    Cronología de fenómenos.....	7
1.5.1    Geológicos.....	13
1.5.2    Hidrometeorológicos .....	19
1.5.3    Químicos .....	24
1.6    Causas de eventos catastróficos.....	26
1.6.1    Cambio climático.....	27
1.6.2    Contaminación y sobreexplotación de recursos .....	29
1.6.3    Sobrepoblación.....	31
1.7    Consecuencias en términos de pérdida de vidas humanas .....	32
<b>Capítulo 2. Modelo de Ruina Técnica .....</b>	<b>34</b>
2.1    Definición del problema .....	34
2.2    Modelo de Cramér-Lundberg .....	36
2.2.1    Procesos de reclamaciones.....	38
2.2.2    Coeficiente de Ajuste y la Desigualdad de Lundberg .....	41
2.3    Modelo de tiempo discreto .....	45
2.3.1    El coeficiente de ajuste .....	48
2.3.2    Condiciones del coeficiente de ajuste .....	52
2.3.3    La desigualdad de Lundberg.....	55
2.4    Aplicaciones a los seguros generales.....	58
<b>Capítulo 3. Estimación de la probabilidad de ruina a la cartera de vida.....</b>	<b>60</b>
3.1    Introducción .....	60
3.2    Cálculo de la probabilidad de ruina .....	60
3.3    Análisis y simulación del proceso de seguro .....	61
3.4    El requerimiento de solvencia de las reservas.....	63
3.5    Aplicación numérica.....	64
<b>Conclusiones.....</b>	<b>76</b>
<b>Anexo 1. Siniestralidad.....</b>	<b>78</b>
<b>Anexo 2. Procesos estocásticos de la Teoría de Ruina .....</b>	<b>84</b>
<b>Bibliografía .....</b>	<b>85</b>

# Índice de cuadros

<b>Cuadro 1.1</b>	<b>Grandes desastres en la República Mexicana (1900-1998).....</b>	<b>8</b>
<b>Cuadro 1.2</b>	<b>Tipos de movimiento de la superficie .....</b>	<b>19</b>
<b>Cuadro 1.3</b>	<b>Clasificación de riesgos en una actividad industrial .....</b>	<b>25</b>

# Índice de figuras

Figura 1.1 Marco tectónico de la República Mexicana.....	15
Figura 1.2 Regionalización Sísmica de México.....	16
Figura 1.3 Peligro por Tsunami.....	17
Figura 1.4 Vulcanismo activo, calderas y regiones monogenéticas .....	18
Figura 1.5 Ciclo Hidrológico.....	20
Figura 1.6 Heladas y nevadas en México .....	22
Figura 1.7 Ciudades dañadas por Sequias .....	24
Figura 1.9 Distribución especial de parques industriales en los estados de la republica .....	26
Figura 1.10 Efectos del CO2 .....	28
Figura 1.11 Principales sustancias involucradas en emergencias ambientales reportadas a la PROFEPA entre 1997 y 1999 (PROFEPA, 2002).....	29
Figura 2.1 Proceso de superávit.....	37
Figura 2.2 Proceso del número de reclamaciones.....	39
Figura 2.3 Proceso del número de reclamaciones agregadas.....	40
Figura 2.4 Definición del coeficiente de ajuste .....	42
Figura 2.5 Definición del R.....	46
Figura 2.6 Gráfica de $MX(r)$ y $g(r)$ .....	51
Figura 2.7 Función generadora de momentos de la variable aleatoria $Z$ .....	53
Figura 3.2 Análisis y simulación del proceso de seguro .....	62
Figura 3.4 Zona de confianza para controlar el nivel de solvencia .....	63

# Introducción

---

El objetivo de esta tesis es describir las pérdidas consecuenciales en términos de víctimas y pérdida de vidas humanas por los eventos catastróficos de tipo geológico, hidrometeorológico, químicos y desarrollar un modelo de ruina que permita inferir el nivel de superávit de las reservas técnicas del ramo de vida bajo el tópico de teoría del riesgo.

La época de transición y de cambios climáticos, tecnológicos, innovación, desregulación financiera, creciente demanda y creación de nuevos productos, ha convertido al riesgo en la principal preocupación no solo para la sociedad civil sino para el sector asegurador. En este sentido se define el riesgo como la posibilidad de sufrir una pérdida o daño, es una eventualidad, un acontecimiento incierto que de ocurrir puede traer como consecuencia un desequilibrio económico para el individuo o la empresa que la sufre.

Los riesgos se clasifican con base en dos vertientes citadas a continuación: i) Por la naturaleza de la pérdida, o bien, ii) por su origen y alcance y dentro de estos últimos se concentran las catástrofes. Definimos catástrofe como el efecto gravemente dañoso que se produce en las personas, los bienes, las estructuras y valores (sociales, económicos, políticos y culturales) de una comunidad, al ser ésta afectada por el acontecimiento de un evento natural al que es vulnerable.

En este sentido, las catástrofes son el resultado de una ruptura ecológica importante de la relación entre los humanos y su ambiente; es importante recordar que México, por su situación geográfica y orográfica, es vulnerable a la presencia de diferentes fenómenos naturales que ocasionan importantes desastres; a esto hay que agregar aquellos ocasionados por el hombre. El desarrollo económico y social de la región se ve obstaculizado si no se adoptan las medidas necesarias para mitigar los impactos de los desastres naturales.

En un entorno económico de creciente competitividad, se requiere un mejor aprovechamiento de los recursos financieros, y el mercado asegurador mexicano deberá desarrollar las herramientas necesarias que le permitan contar con los suficientes activos para hacerle frente a sus pasivos, los cuales dependen de la variabilidad de riesgos a los que está expuesto, incluyendo los eventos catastróficos. En este contexto, el nivel de superávit de las reservas actuariales es un factor importante para una compañía de seguros porque denota la capacidad del asegurador para responder al compromiso contraído con el asegurado, lo cual cimienta la confianza de la gente en la entidad aseguradora. Es por ello que el propio asegurador es el primer interesado en afrontar la cuestión de la solvencia con criterios técnicos rigurosos y con



el apoyo de un modelo clásico de la teoría del riesgo, como el tópic de modelo de ruina, implementado en la compañía de seguros generales, el cual permite tener un impacto favorable en su análisis para la toma de decisiones.

Los eventos catastróficos han provocado aproximadamente 3 millones de pérdidas de vidas en el mundo durante los últimos 20 años; han afectado adversamente a por lo menos, 800 millones de personas y han ocasionado pérdidas por más de 50 000 millones de dólares en daños a la propiedad<sup>1</sup>. Desafortunadamente, las amenazas fundadas en los desastres probablemente serán peores en el futuro. El incremento de la densidad de las poblaciones en terrenos anegadizos, en áreas costeras vulnerables y cerca de fallas geológicas; el desarrollo y el transporte de miles de materiales tóxicos y peligrosos y la rápida industrialización de los países en vías de desarrollo elevan la probabilidad de futuros desastres catastróficos.

Esta situación implica una revisión integral de la forma en que se diseñan los productos; por un lado, la determinación de primas de riesgo que se ajusten con precisión a la siniestralidad, y por otro lado, una asignación adecuada de los costos en que incurre la industria aseguradora. Todo ello enmarcado en un diseño que garantice minimizar los efectos adversos en las fluctuaciones de la solvencia de las empresas aseguradoras. Así, se puede lograr una asignación más eficiente de recursos financieros hacia las entidades económicas que otorgan sus servicios y garantizar un nivel de reservas óptimo para la cobertura de riesgos.

Por esta razón, la presente investigación con apoyo de una de las principales ramas de la matemática actuarial y dentro de ésta, la teoría de riesgo, tiene el objetivo de modelar el flujo de capital de una compañía aseguradora utilizando el modelo clásico de riesgo también conocido como modelo de Cramér- Lundberg, herramienta útil para encontrar una expresión para la probabilidad de ruina, cuyo fundamento se basa en la distribución de las ocurrencias de un fenómeno en una unidad de tiempo, estableciendo un modelo que permita el desarrollo de estándares en el interior de la aseguradora, siendo la mejor forma de promover la creación de mercados de seguros internacionales abiertos y al mismo tiempo se asegura la adecuada protección de aseguradoras y asegurados.

La tesis se divide en tres capítulos:

En el capítulo I se dará a conocer el impacto que tienen las catástrofes en el sistema asegurador en términos de vida y costos; se establecerá de manera conceptual qué es un evento catastrófico, su clasificación de acuerdo a su origen y alcance, se establecerá el impacto en

---

<sup>1</sup> Centro Nacional de Prevención de Desastres

vidas humanas y daños, causas y efectos en el sistema asegurador. Se destacarán cronológicamente dichos fenómenos de acuerdo a su impacto.

En el capítulo II se hará hincapié en los conceptos de probabilidad basada en el modelo de probabilidad de ruina, lo anterior sustentado en la aproximación de Cramér-Lundberg y se establecerán modelos internos de autoevaluación y de gestión del riesgo. Se determinará el coeficiente de ajuste, se determinará la probabilidad de ruina y condiciones del coeficiente de ajuste. Lo anterior para mejorar el control y medición de los riesgos del mercado a los que están expuestas las aseguradoras.

Finalmente, en el Capítulo 3 se calculará la probabilidad de para la cartera de vida, lo anterior como apoyo para tomar medidas y subsanar alguna situación en caso de presentarse un evento catastrófico; el requerimiento de capital al inicio del negocio para que éste sea suficiente y con ello garantizar que las reservas sean solventes para hacer frente a las obligaciones contraídas.

# Capítulo 1.

## Causas y efectos de las catástrofes

---

### 1.1 Introducción

El planeta tierra está en una dinámica de transformación constante. Determinadas alteraciones, tanto de la corteza terrestre como de la capa gaseosa que la envuelve, explican la ocurrencia de los eventos naturales catastróficos, lo anterior sin excluir influencia del factor humano.

Dentro del capítulo 1 se definirá qué es un evento catastrófico y otros aspectos de importancia como su comportamiento errático, medición, clasificación

Se establecerán aspectos de relevancia en lo siguiente:

- **En su ocurrencia** ya que en un espacio dado suele presentarse, por lo general con una frecuencia baja, con periodos de recurrencia a veces amplios, que no impiden; sin embargo, que lo que es esperable desde una perspectiva temporal dilatada acabe ocurriendo más de una vez en el transcurso de una generación. No obstante, hay excepciones importantes a esta regla de baja frecuencia, como ocurre en las regiones especialmente proclives a padecer frecuentemente determinados riesgos naturales.
- **En la intensidad**, esto es, la amplitud de los daños que tales riesgos puede originar, dependiendo de la violencia del fenómeno.
- En la **distribución geográfica** de los fenómenos naturales que dan lugar a las catástrofes dentro de un mismo país, región o continente, que es absolutamente dispar, como diferentes lo son el marco natural donde se producen, la ubicación y el tamaño de los asentamientos humanos y la concentración de valores.

Así mismo se describirán los riesgos de tipo geológico, hidrometeorológico y químico y las causas que los originan, ya que han experimentado un incremento preocupante en su frecuencia y en su intensidad, debido a alteraciones ambientales como el cambio climático, la contaminación, la sobreexplotación de recursos naturales y la sobrepoblación.

Por lo anterior, actualmente cada país intenta dar una respuesta a los desafíos de las catástrofes atendiendo a sus propias circunstancias y características del nivel de desarrollo económico, historia de catástrofes y riesgos a los cuales son más vulnerables.

El desarrollo económico y social de la región se ve obstaculizado si no se adoptan las medidas necesarias para mitigar los impactos de los desastres naturales, dichas medidas normalmente no se establecen como práctica permanente; sin embargo es necesario intentar fortalecer la capacidad de resistencia frente a los desastres naturales.

## **1.2 Evento catastrófico**

Un evento catastrófico es el resultado de una ruptura ecológica importante, de la relación entre los humanos y su ambiente, un evento serio y súbito (o lento, como una sequía o inundación) de tal magnitud que la comunidad afectada requiere de esfuerzos extraordinarios para hacerle frente, a menudo con ayuda externa o apoyo internacional.

El territorio nacional se encuentra sujeto a gran variedad de fenómenos que pueden causar desastres. Por ser parte del llamado Cinturón de Fuego del Pacífico, el país es afectado por una fuerte actividad sísmica y volcánica. Dos terceras partes del país tienen un riesgo sísmico significativo, que se debe principalmente a los terremotos que se generan en la Costa del océano Pacífico, en la conjunción de las placas tectónicas de Cocos y de Norteamérica.

La ubicación del país en una región intertropical, lo hace sujeto a los embates de huracanes que se generan tanto en el océano Pacífico como en el Atlántico. Los efectos de estos fenómenos, en términos de marejadas y vientos, se resienten principalmente en las zonas costeras del Pacífico, del Golfo y del Caribe; las lluvias intensas que estos fenómenos originan pueden causar inundaciones y deslaves no sólo en las costas sino también en el interior del territorio.

Los tipos de desastres como ciclones, lluvias intensas, inundaciones y deslaves o en sentido opuesto sequias e incendios forestales tienen como origen un fenómeno natural, por lo que se les suele llamar desastres naturales, aunque en su desarrollo y consecuencias tiene mucho que ver la acción del hombre. Otro tipo de desastre se genera directamente por las actividades humanas y principalmente por la actividad industrial que implica frecuentemente el manejo de materiales peligrosos, éstos se han definido como desastres antrópicos (causados por el hombre) o tecnológicos.

En México la progresiva industrialización, aunada a las carencias socioeconómicas, ha dado lugar a un aumento acelerado de los accidentes por el manejo, transporte y disposición de productos peligrosos.

### 1.3 Definición

Hoy en día, el principal reto de la industria de los seguros es la cobertura de las catástrofes naturales. Una definición desde el punto de vista del seguro y con una perspectiva global, que abarque todo tipo de eventos del que pueda proceder, caracteriza al riesgo catastrófico como aquél que:

*"tiene su origen en hechos o acontecimientos de carácter extraordinario, tales como fenómenos atmosféricos de elevada gravedad y movimientos sísmicos, cuya propia naturaleza anormal y la elevada intensidad y cuantía de los daños que de ellos pueden derivarse impiden que su cobertura quede garantizada en una póliza de seguro ordinario".<sup>2</sup>*

Ciertas áreas del globo terráqueo han sido víctimas de tragedias o sucesos relacionados con la ira de la madre naturaleza y durante los últimos años también por la negligencia humana al manejar los avances tecnológicos o científicos. Estos fenómenos o hechos son comúnmente llamados tragedias sin embargo estos reciben un nombre específico dentro del acervo cultural: *Desastres*.

### 1.4 Clasificación y medición

Un requisito esencial es contar con diagnósticos de riesgos, conocer las características de los eventos que pueden tener consecuencias desastrosas (tanto fenómenos naturales como los generados por el hombre) y determinar la forma en que estos eventos inciden en los asentamientos humanos, en la infraestructura y en el entorno.

Existen diversas clasificaciones de los riesgos de desastres. En México, el Sistema Nacional de Protección Civil ha adoptado la clasificación basada en el tipo de agente perturbador que los produce. Se distinguen así los riesgos de origen **geológico, hidrometeorológico, químico, sanitario y socio-organizativo**.

---

<sup>2</sup> Centro Nacional de Prevención de Desastres

En la mayoría de los fenómenos pueden distinguirse dos medidas, una de magnitud y otra de intensidad.

- La **magnitud** es una medida del tamaño del fenómeno, de su potencial destructivo y de la energía que libera.
- La **intensidad** es una medida de la fuerza con que se manifiesta el fenómeno en un sitio dado.

Por ello un fenómeno tiene una sola magnitud, pero tantas intensidades como son los sitios en que interese determinar sus efectos. La magnitud suele ser una medida más fácil de definir, ya que representa una característica precisa del fenómeno físico, mientras que la intensidad depende de muchos factores que se relacionan con condiciones locales.

Los fenómenos que pueden provocar desastres son, en general, altamente impredecibles, o sea, no pueden pronosticarse en términos de una magnitud o intensidad, tiempo de ocurrencia y sitio específico de impacto. Tampoco es factible para estas variables fijar un máximo o un mínimo absolutos (como la máxima intensidad sísmica que se puede presentar en un sitio dado).

## 1.5 Cronología de fenómenos

Es importante contar con estadísticas amplias y confiables de los desastres del pasado, porque permiten estimar la frecuencia con que ocurren distintos fenómenos y por ello hacer determinaciones de riesgos. Sólo recientemente se han hecho intentos sistemáticos de evaluar las consecuencias de eventos importantes, y de llevar estadísticas completas de los mismos.

Aun en los países más avanzados es tarea difícil reunir información confiable sobre las pérdidas producidas por los desastres, y lo es más todavía en los países en desarrollo, donde no existe la práctica de realizar una cuantificación de los bienes y las pérdidas. Por estas razones, las estadísticas disponibles implican elevados márgenes de error, sobre todo en lo que se refiere a las pérdidas económicas, pero también en cuanto a las víctimas.

En el cuadro 1.1 se presentan algunos desastres donde se plasman fechas de ocurrencia, la zona afectada y la estimación de los daños.

**Cuadro 1.1**  
**Grandes desastres en la República Mexicana (1900-1998)**

<b>Año</b>	<b>Desastre</b>	<b>Estado</b>	<b>Estimación de pérdidas</b>
1900-sep	Incendio	Distrito Federal	Pérdidas estimadas en más de \$800,000 pesos, en el Almacén de ropa "La Valenciana"
1902-ene	Explosión	Coahuila	106 Cadáveres extraídos en Minas de Hondo
1902-sep	Incendio	Chihuahua	Pérdidas por 1 millón de pesos. En una empacadora
1905-jul	Inundación	Guanajuato	Pérdidas por más de un millón de pesos.
1906-oct	Inundación	Jalisco	<i>Desbordamiento del río Tuxpan, más de 100 personas ahogadas en Guadalajara.</i>
1909-feb	Incendio	Guerrero	300 personas muertas en el teatro Flores de Acapulco
1909-sep	Inundación por huracán	Nuevo León	Pérdidas por 20 millones de pesos y cerca de 2,000 personas ahogadas en Monterrey
1912-jul	Inundación	Querétaro	Pérdidas por 2 millones de pesos
1912-Nov	Sismo	México	Entre 200 y 300 muertos en la población del Oro
1919-may	Incendio	Tamaulipas	Pérdidas por más de un millón de pesos en Tampico, se inició en un tanque petrolero, destruyendo algunas casas.
1919-sep	Incendio	Veracruz	Pérdida por más de un millón de pesos, en una fábrica de Río Blanco
1920-ene	Sismo, corrientes de lodo	Veracruz	A causa del sismo se presenta numerosos derrumbes y deslizamientos en laderas cercanas al río Huitzilapa, provocando corrientes de lodo en la región al sur del Cofre de Perote. Lo anterior, junto con el colapso de numerosas construcciones, produjo entre 1,800 y 2,000 víctimas.
1922-ago	Incendio	Tamaulipas	Pérdidas por 3 millones de pesos en Tampico, una manzana comercial destruida.
1926-Sep	Huracán	Veracruz, Yucatán, Campeche	Barcos hundidos, líneas telefónicas rotas, el servicio de trenes suspendido.
1927-ene	Sismo	Baja California	Pérdida por más de tres millones de pesos a causa de 2 sismos
1927-sep	Inundación	Michoacán	20,000 Damnificados, en Acámbaro
1931-ene	Sismo	Oaxaca y D,F	71 muertos bajo la iglesia de Guelatao, Oax, La fuerte sacudida abarcó la mitad del territorio nacional; en el D.F varios heridos y 50 derrumbes en edificaciones.
1932-jun	Sismo	Colima y Jalisco	El mayor sismo registrado en este siglo, Jalisco y Colima devastados por el sismo, la capital de Colima semidestruida, Tecomán, Autlán y Macota se encuentran en ruinas. Cerca de 300 muertos

Año	Desastre	Estado	Estimación de pérdidas
1932-jun	Sismo y Tsunami	Colima	Réplica con una magnitud de 6.9, Cuyutlán y las haciendas de Navidad y Barra de Navidad quedaron arrastradas por olas altas (altura máxima de 10 metros). Más de 20,000 Damnificados.
1932	Inundación	Coahuila	En Piedras Negras y otras ciudades 16,000 damnificados, 2 puentes internacionales destruidos, numerosos sembradíos arrasados.
1933	Huracán	Tamaulipas	Soto La Marina destruido, enormes daños en gran parte de la costa noreste de la República. Jiménez y Cd. Victoria fueron afectadas por el ciclón. La totalidad de las casas del poblado de Padilla arrasadas, miles de muertos.
1933-ago	Huracán	Tamaulipas, Tabasco, Veracruz	El norte de Tamaulipas incomunicado, 8,000 damnificados en Tampico: 5,000 en Pánuco, centenares de cadáveres.
1933-Nov	Epidemias	Tamaulipas	441 fallecimientos de enfermedades gastrointestinales: 68 por sarampión, 59 por bronconeumonía y 33 de tuberculosis.
1934-jun	Inundación	Coahuila	12,000 damnificados en Allende de Coahuila.
1935-jun	Lluvias corrientes de lodo	Distrito Federal	150 muertos, fuerte tromba en el Ajusco provoca corrientes de lodo afectando la Delegación Milpa Alta.
1935-ago-sep	Huracán	Veracruz	27 barcos hundidos y 15 más seriamente dañados; muchos damnificados.
1937-jun	Lluvias torrenciales	Michoacán	Más de 300 muertos a causa del derrumbe de los almacenamientos de lodo (jales) productos de la actividad
1941-abr	Sismo	Colima, Guerrero, Jalisco, Michoacán	Colima fue destruida, Tuxpan, Zapotiltic, Cd. Guzmán, Coalcomán, Carapan afectados. El terremoto ocasiona en Tuxpan, Jalisco más de 90 muertos.
1943	Vulcanismo	Michoacán	El Volcán Parícutín nace el 20 de febrero y destruye las poblaciones de Parícutín y San Juan Parangaricutiro. Mayo de 1944 la lava a las puertas de Parangaricutiro. Su actividad termina en 1952.
1944-sep	Lluvias torrenciales	Chihuahua y Durango	Cerca de 100 muertos y miles de heridos; Parral Incomunicado en Bermejillo, Diego se derrumbaron más de 100 casas.
1945-Feb	Accidente ferroviario	Jalisco	Tren de pasajeros destrozado e incendiado, 200 muertos y muchos heridos en la catástrofe de Cazadero.
1949-ene	Inundación	Sinaloa y Sonora	Pérdidas estimadas en 1.745 millones de dólares. Por otro lado 150,000 damnificados en Sonora y 9,000 en Sinaloa.
1949-jun	Lluvias torrenciales	Hidalgo	Cien muertos, por la inundación en Pachuca.
1949-sep	Huracán	Sinaloa	Cien muertos, por el ciclón, numerosos barcos zozobraron o quedaron semidestruidos.
1953-sep	Huracán	Guerrero	Cien muertos por el fenómeno; miles de personas a la intemperie.



Año	Desastre	Estado	Estimación de pérdidas
1948-1954	Sequia	Norte, noreste y centro del país	Grandes pérdidas económicas en la ganadería y agricultura (como la del algodón )
1954-oct	Deslizamiento de tierra	Jalisco	Más de 100 muertos en Atenquique.
1955, sep 1-6, sep 12-20, sep 22-29	Huracanes Gladys, Hilda, Janet	Veracruz, San Luis Potosí, Yucatán, Quintana R y Tamaulipas	En este año tres huracanes consecutivos azotaron Tamaulipas, pérdidas por más de cien millones de pesos, en Tuxpan, 2,000 mil muertos en Tampico.
1957-jul	Sismo	Distrito Federal, Guerrero ,Oaxaca	Pérdidas por 25 millones de dólares y 160 muertos, se registró un tsunami en Acapulco y Salina Cruz (con altura de 2.6 y 3.0 m. respectivamente). El epicentro en Guerrero.
1958-sep	Inundación	Michoacán	Pérdidas por 25 millones de Acámbaro, 12 pueblos desaparecieron.
1959-oct	Deslizamiento de tierra	Veracruz	Más de 5,000 muertos en Minatitlán.
1959-oct	Inundación	Tabasco	Pérdidas por ciento de millones de pesos; 20,000 damnificados por el norte.
1959-oct	Huracán	Colima ,Jalisco	Pérdidas por más de 1,000 millones; varios poblados de ambos estados arrastrados, entre ellos Manzanillo, Minatitlán y Comitán, más de 15,000 muertos por el huracán de Manzanillo.
1960-ene	Inundación	Sinaloa y Sonora	Pérdidas estimadas de 18,815 millones de dólares; 24,000 damnificados, 30 pueblos inundados y 3 campos petroleros.
1961-nov	Huracán	Guerrero	Más de 300 muertos y cerca de 8,000 damnificados causó el huracán Tara.
1963-sep	Inundación	Tabasco	40,000 damnificados, 2 pueblos inundados y 3 campos petroleros inundados.
1960-1964	Sequia	Norte, noreste , Golfo de México, centro , occidente y centro sur del país	81 personas muertas (1962) en Nuevo León. Grandes pérdidas económicas en la ganadería y agricultura (maíz, algodón, frijol y bosques entre los más afectados).
1966-oct	Huracán	Tamaulipas	Más de 20,000 damnificados por el huracán Inés
1967-sep	Huracán	Tamaulipas y Nuevo León	Pérdidas estimadas en más de 500 millones de dólares; 100,000 damnificados, por el huracán Beulah.
1967-sep	Huracán	Guerrero, Nayarit , sonora	Más de 15 muertos y 30,000 damnificados por el huracán Catrina.
1968-sep	Huracán	Colima, Jalisco, Sinaloa, Sonora, Durango, Coahuila y Chihuahua	Más de 10 muertos y 50,000 damnificados por el huracán Naomi.
1969-mar	Explosión	Coahuila	168 muertos en una mina, bolsas de gas grisú causaron la tragedia.

<b>Año</b>	<b>Desastre</b>	<b>Estado</b>	<b>Estimación de pérdidas</b>
1969-Sep	Inundación	Veracruz , Oaxaca	150,000 Damnificados en Oaxaca y 30,000 en Cosamaloapan
1973-ago	Sismo	Puebla, Oaxaca y Veracruz	Pérdidas por varios millones de pesos; 530 muertos.
1976-oct	Huracán	Baja California Sur , Sonora	Pérdidas estimadas en 3 millones de dólares, más de 1,000 muertes (en la Cd. de la Paz) y los damnificados fluctuaron entre 10,000 y 12,000 , por el huracán Liza
1970-1978	Sequía	Norte, Noreste ,Centro Occidente, Centró Sur	100 niños mueren deshidratados en 1972, en Nuevo León; 24 en 1977 en Coahuila. Grandes pérdidas económicas en la ganadería y agricultura.
1979-mar	Sismo	Distrito Federal y Guerrero	600 edificios dañados por el fenómeno; el epicentro en las costas de Guerrero.
1979-jun	Derrame e incendio	Yucatán Tabasco, Campeche	Pérdidas por 35 millones de pesos por el incendio en el pozo Ixtoc, 10 años para reparar daños ecológicos por el derrame de hidrocarburos.
1980-ene	Inundación	Baja California	30,000 damnificados en Tijuana y Ensenada.
1980-feb	Lluvias torrenciales	Baja California	14,000 damnificados en Tijuana y Ensenada.
1980-ago	Huracán	Tamaulipas	Pérdidas por 100 millones causó el huracán Allen en Matamoros; 25,000 personas desalojadas.
1980-oct	Sismo	Oaxaca y Puebla	50 muertos y 15,000 damnificados, la mayoría de Huajapan de León, Oaxaca.
1981-ago	Inundación	Veracruz , Guerrero	Más de 30,000 damnificados
1981-ago	Escape tóxico	San Luis Potosí	Fuga de cloro cerca de la estación de tren Montaña; 28 muertos, 1,000 intoxicados y 5,000 personas evacuadas.
1981-oct	Inundación	Sinaloa	Desbordamiento del rio Fuerte provocado por la tormenta tropical Lidia, cerca de 63 ,000 damnificados.
1982-sep	Huracán	Sinaloa	Pérdidas por 4,500 millones de pesos; 257,000 damnificados por el huracán Paúl
1982 mar-abr	Vulcanismo	Chiapas	Erupción del Chichonal; 20,000 damnificados. Mueren cerca de 2,000 personas por las erupciones del 28 de marzo y el 4 de abril.
1983-jul	Inundación	México	30,000 damnificados en el Valle de Toluca.
1984-nov	Explosión	México	550 muertos y 5,000 damnificados por la explosión de tanques con gas propano en San Juan Ixhuatepec.
1984-dic	Escape tóxico	Tamaulipas	Fuga de amoniaco, cerca de Matamoros; 182 intoxicados y 3,000 evacuados.
1985-sep	Sismo	Distrito Federal y Michoacán	Pérdidas por más de 4,000 millones de dólares, 287 muertos y 37,300 damnificados.

<b>Año</b>	<b>Desastre</b>	<b>Estado</b>	<b>Estimación de pérdidas</b>
1985	Lluvias torrenciales	Nayarit	Pérdidas estimadas por 4,200 millones de pesos;48,000 damnificados
1986-jun	Inundación	Veracruz	8,000 damnificados al desbordarse el río Ostula.
1986-dic	Escape tóxico	Tabasco	Fuga en una tubería de gas natural cerca de Cárdenas, 2 personas intoxicadas y 20,000 evacuadas.
1987-abr	Accidente aéreo	Distrito Federal	166 muertos al caer un jet.
1988-sep	Huracán Gilberto	Yucatán , Q. Roo, Campeche, Nuevo León, Tamaulipas y Coahuila	Pérdidas estimadas en más de 750 millones de dólares y 150,000 damnificados.
1989-jun	Incendio forestal	Quintana Roo	Doce incendios afectaron 119,000 habitantes de los cuales 80,000 corresponden a selva media y 35,000 a selva baja
1989-dic	Plagas	Yucatán	Más de 200,000 hectáreas dañadas por la langosta principalmente hortalizas y pastizales.
1990-ago	Huracán	Veracruz e Hidalgo	Pérdidas por más de 250 mil millones en Veracruz 50,000 damnificados y 66 muertos en Hidalgo.
1990-dic 1991-ene	Inundación	Sonora, Baja California Sur, Sonora, Sinaloa y Chihuahua	Pérdidas estimadas en más de 53,000 millones de dólares; 40,000 damnificados.
1991-jul	Inundación	Zacatecas	10,500 damnificados y 2 puentes caídos por el desbordamiento de una presa.
1992-ene	Inundación	Nayarit	Pérdidas estimadas en más de 161,000 dólares; 10,000 damnificados.
1992-abr	Explosión	Jalisco	206 muertos y 6,500 damnificados por la explosión de hidrocarburos en el alcantarillado de Guadalajara.
1992-may	Incendio	Nuevo León	Pérdidas por 37,000 millones de pesos en la planta de rayón.
1993-ene	Inundación	Baja California	Pérdidas estimadas en 600 millones de pesos en el sector industrial;92 muertos y 10,000 damnificados en Tijuana
1993-sep	Huracán	Veracruz, Hidalgo, Tamaulipas, SLP	40 muertes y más de 72,000 damnificados por el huracán Gert.
1993-nov	Inundación	Baja California Sur	Pérdidas estimadas en más de 63,000 millones de dólares y 10,000 damnificados en los Cabos.
1995-sep	Huracán	Sonora y Sinaloa	Entre 150 y 200 pescadores murieron en Sinaloa y más de 24,000 damnificados por el huracán Ismael.
1995-oct	Huracán	Veracruz, Tabasco, Yucatán ,Q Roo y Campeche	Más de 40,000 damnificados por el huracán Roxanne, 32 muertes y 250,000 damnificados por el huracán Opal.

Año	Desastre	Estado	Estimación de pérdidas
1995-Sep	Sismo	Guerrero y Oaxaca	10,000 Damnificados.
1995-Oct	Sismo	Colima y Jalisco	Pérdidas por más de 7 millones de dólares; 34 muertos, más de 1,000 damnificados.
1993-1996	Sequía	Norte, Noroeste, Sur y Centro.	54 personas mueren por deshidratación (1994) en Chihuahua; grandes pérdidas económicas en la ganadería y agricultura; trigo y maíz los más afectados.
1997-oct	Huracán	Oaxaca y Guerrero	Pérdidas por más de 80,000 millones de pesos; más de 200 muertos y 50,000 damnificados por el huracán Pauline.
1998-sep	Huracán	Sonora y Sinaloa	Más de 50 millones de pesos en pérdidas por el huracán Isis
1998-sep	Lluvias torrenciales	Chiapas	407 muertos; 28,753 damnificados; 353 poblaciones afectadas.
1998-oct	Huracán	Tabasco, Yucatán, Campeche y Q. Roo.	13,000 damnificados por el huracán Mitch
1998	Incendios forestales	Oaxaca, Chiapas y Durango	849,632 hectáreas dañadas; los estados más afectados fueron Oaxaca con 241,708; Chiapas con 198,808 y Durango con 68,960.
1999-jun	Sismo	Puebla, Oaxaca	15 muertos. Daños estimados en \$ 1,434.7 millones de pesos, principalmente en viviendas y edificios históricos. Causón daños de consideración al sur de Puebla y norte de Oaxaca y en menor medida en los estados de Guerrero, Morelos, México, Tlaxcala y Veracruz.
1999-sep	Sismo	Oaxaca	35 muertos; más de 10,000 viviendas afectadas. Daños estimados de 1,424 millones de pesos, principalmente por derrumbes en carreteras.
1999-oct	Lluvias torrenciales	Puebla, Hidalgo, Veracruz, Tabasco y Oaxaca	329 muertos, más de 295,000 damnificados y 178 municipios afectados. Los daños estimados en más de 10,000 millones de pesos. Las Ciudades de Villahermosa, Tabasco, y Tulancingo Hgo., estuvieron inundadas por varios días. Un alud sepultó casas en Teziutlan, Pue.

Nota: Se incluyen eventos que causaron más de 100 víctimas o pérdidas económicas extraordinarias  
Fuente: Diagnóstico de Peligros e identificación de riesgos de desastres en México (CENAPRED).

### 1.5.1 Geológicos

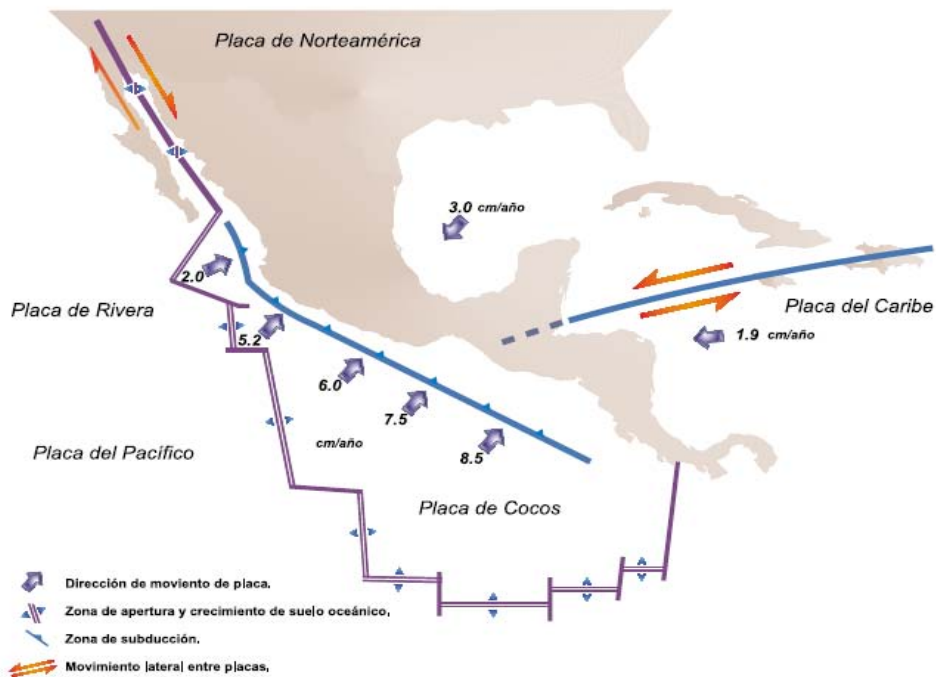
Los fenómenos en los que intervienen la dinámica y los materiales del interior de la Tierra o de la superficie de ésta son denominados fenómenos geológicos, los cuales, se pueden clasificar de la siguiente manera: **sismicidad, vulcanismo, tsunamis y movimientos de laderas y suelos**. Estos fenómenos han estado presentes a lo largo de toda la historia geológica del planeta y, por tanto, seguirán presentándose obedeciendo a patrones de ocurrencia similares.

- La sismicidad y el vulcanismo son consecuencia de la movilidad y de las altas temperaturas de los materiales en las capas intermedias de la Tierra, así como de la interacción de las placas tectónicas; se manifiestan en áreas o sectores bien definidos.
- Los tsunamis, también conocidos como maremotos, aunque menos frecuentes que los sismos o las erupciones volcánicas, constituyen amenazas grandes particularmente para poblaciones e instalaciones costeras. Los más peligrosos para nuestro país son los que se originan como consecuencia de sismos de gran magnitud cuyo epicentro se encuentra a pocos kilómetros de la costa, en el océano Pacífico.
- Otros fenómenos geológicos son propios de la superficie terrestre y son debidos esencialmente a la acción de la fuerza de gravedad, teniendo a ésta como factor determinante para la movilización masiva, ya sea de manera lenta o repentina, de masas de roca o sedimentos con poca cohesión en pendientes pronunciadas. En ocasiones estos deslizamientos o colapsos también son provocados por sismos intensos.
- Con el paso del tiempo y el aumento de la población, las corrientes superficiales de agua se vuelven insuficientes para el riego agrícola y el consumo humano, por lo que se recurre a extraer, cada vez en mayor proporción, agua del subsuelo. Como consecuencia de esto, el terreno presenta gradualmente hundimientos y agrietamientos locales y regionales que llegan a afectar seriamente las edificaciones y la infraestructura.

La generación de los **temblores** más importantes en México se debe, básicamente, a dos tipos de movimiento entre placas provocando una ruptura violenta y la liberación repentina de la energía acumulada, esta energía se propaga en forma de ondas sísmicas en todas direcciones.

El territorio nacional, asociado al Cinturón Circumpacífico, se encuentra afectado por la movilidad de cuatro placas tectónicas: Norteamericana, Cocos, Rivera y del Pacífico. A lo largo de la porción costera de Jalisco hasta Chiapas, las placas de Rivera y Cocos penetran por debajo de la norteamericana ocasionando el fenómeno de subducción. Por otra parte, entre la placa del Pacífico y la Norteamericana se tiene un desplazamiento lateral cuya traza, a diferencia de la subducción, es visible en la superficie del terreno; esto se verifica en la parte norte de la península de Baja California y a lo largo del estado de California, en los Estados Unidos

**Figura 1.1**  
**Marco tectónico de la República Mexicana**



**Subducción:** Deslizamiento del borde de una placa de la corteza terrestre por debajo del borde de otra.  
Fuente: Diagnóstico de Peligros e identificación de riesgos de Desastres en México (CENAPRED).

Para comparar el tamaño de los terremotos, Richter, en 1932, definió una escala de **magnitud**. La manera de medir el tamaño real de un sismo tiene que ver con la cantidad de energía liberada y es independiente de la localización de los instrumentos que lo registren.

Derivado de estudios recientes se ha llegado a la conclusión de que la zona con mayor potencial sísmico en el país, se encuentra a lo largo de la costa de Guerrero. En esa zona ocurrieron grandes temblores en 1899, 1907, 1908, 1909 y 1911. Después de ese periodo de gran actividad, se han presentado pocos temblores de magnitud intermedia (1957, 1962 y 1989) y ninguno de gran magnitud. Se estima que podrían ocurrir uno o dos terremotos de magnitud 8 o bien entre 2 y 4 de magnitud 7.8. Aunque se conoce el tamaño posible de los sismos, no es posible precisar la fecha de ocurrencia. En ese sentido aunque a nivel mundial se han realizado esfuerzos por encontrar un procedimiento capaz de predecir la ocurrencia de terremotos, hasta ahora no ha habido institución o persona que haya tenido éxito en ello, con el suficiente sustento científico.

**Figura 1.2**  
**Regionalización Sísmica de México**



Empleando los registros históricos de grandes sismos en México, los catálogos de sismicidad y datos de aceleración del terreno como consecuencia de sismos de gran magnitud, se ha definido la Regionalización Sísmica de México. Ésta cuenta con cuatro zonas. La zona A es aquella donde no se tienen registros históricos, no se han reportado sismos grandes en los últimos 80 años y donde las aceleraciones del terreno se esperan menores al 10% del valor de la gravedad (g). En la zona D han ocurrido con frecuencia grandes temblores y las aceleraciones del terreno que se esperan pueden ser superiores al 70% de g. Las zonas B y C, intermedias a las dos anteriores, presentan sismicidad con menor frecuencia o bien, están sujetas a aceleraciones del terreno que no rebasan el 70% de g.

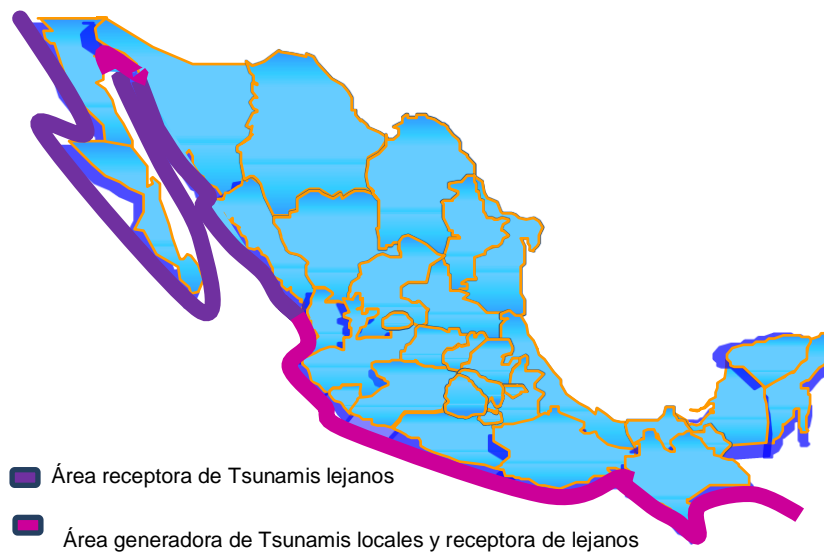
Fuente: Diagnóstico de Peligros e identificación de riesgos de Desastres en México (CENAPRED).

A la secuencia de olas que se generan cuando en el fondo del océano ocurre un terremoto, se le denomina **tsunami o maremoto**. Al acercarse a la costa estas olas pueden alcanzar alturas de varios metros y provocar grandes pérdidas humanas y materiales. La gran mayoría de los

tsunamis tiene su origen en el contorno costero del Pacífico, es decir, en zonas de subducción. Estos se generan cuando se presenta un movimiento vertical del fondo marino ocasionado por un sismo de gran magnitud cuya profundidad sea menor que 60 km. Otras causas mucho menos frecuentes de tsunamis son las erupciones de volcanes submarinos, impacto de meteoritos o deslizamientos de tierra bajo el mar.

Los tsunamis se clasifican en locales, cuando el sitio de arribo se encuentra dentro o muy cercano a la zona de generación, regionales, cuando el litoral invadido está a no más de 1000 km, y lejanos, cuando se originan a más de 1000 km

**Figura 1.3**  
**Peligro por Tsunami**



Fuente: Diagnóstico de Peligros e identificación de riesgos de Desastres en México (CENAPRED).

Por otro lado, México es una de las regiones donde los **volcanes** son parte característica del paisaje, particularmente en una faja central que se extiende desde Nayarit hasta Veracruz. La actividad volcánica puede tener efectos destructivos, pero también benéficos debido a que las tierras de origen volcánico son fértiles, por lo general altas, de buen clima, y ello explica el crecimiento de los centros de población en esos sitios. Las erupciones volcánicas son emisiones de mezclas de roca fundida rica en materiales volátiles (magma), gases volcánicos que se separan de éste (vapor de agua, bióxido de carbono, bióxido de azufre y otros) y fragmentos de rocas de la corteza arrastrados por los anteriores.

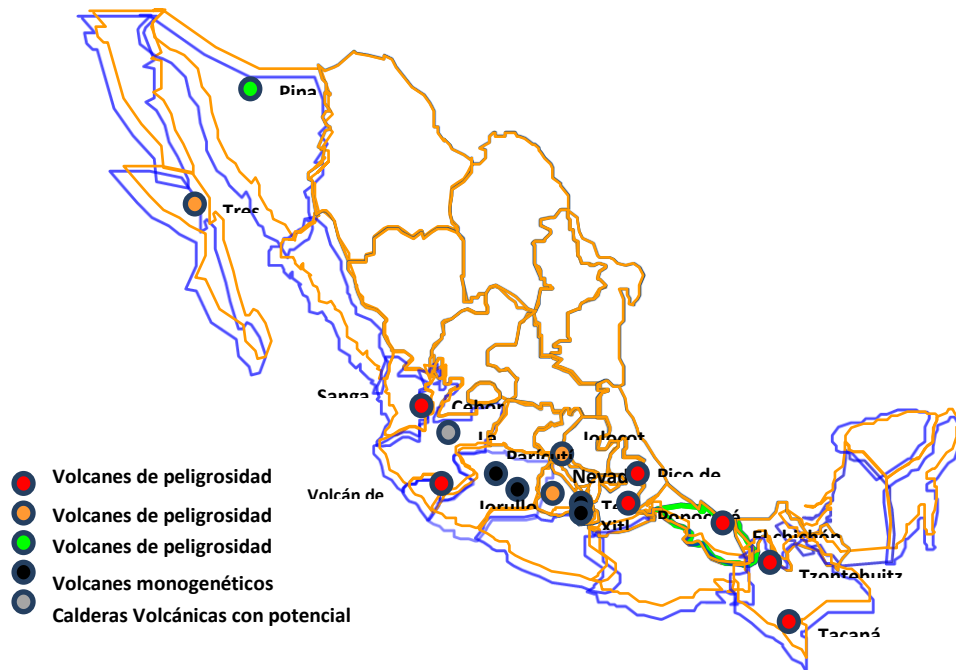
Estos materiales pueden ser arrojados con distintos grados de violencia, dependiendo de la presión de los gases provenientes del magma o de agua subterránea sobrecalentada por el



mismo. Cuando la presión dentro del magma se libera a una tasa similar a la que se acumula, el magma puede salir a la superficie sin explotar. En este caso se tiene una erupción efusiva. La roca fundida emitida por un volcán en estas condiciones sale a la superficie con un contenido menor de gases y se llama lava. Si el magma acumula más presión de la que puede liberar, las burbujas crecen hasta tocarse y el magma se fragmenta violentamente, produciendo una erupción explosiva.

El potencial destructivo de los volcanes representa actualmente una amenaza a la vida y propiedades de millones de personas. Es difícil estimar el valor de los daños materiales ocasionados por las erupciones, pero con frecuencia éstas han involucrado la pérdida de ciudades enteras, la destrucción de bosques y cosechas, y el colapso de las economías de las regiones afectadas por largos períodos, especialmente cuando ocurren en países relativamente pequeños, en los que el valor de los daños puede llegar a ser comparable o incluso exceder su Producto Interno Bruto.

**Figura 1.4**  
**Vulcanismo activo, calderas y regiones monogenéticas**



Fuente: Diagnóstico de Peligros e identificación de riesgos de Desastres en México (CENAPRED).

El tamaño de la erupción volcánica no puede ser medido fácilmente con una escala (Índice de explosividad volcánica **VEI**) como la usada para sismos. Para medir que tan “grande” es la erupción, es necesario describir el volumen de fragmentos emitidos, la altura de columna

eruptiva, la energía explosiva y la distancia viajada por los balísticos. La escala es abierta y varía de 0, para erupciones no explosivas a 7 para las explosiones más grandes registradas.

Un hecho importante relacionado con los **movimientos** y colapsos de la superficie del **terreno natural** es que las condiciones de inestabilidad de las formaciones geológicas involucradas han existido siempre en la naturaleza; sin embargo, estas condiciones suelen empeorar por la deforestación, erosión y por la alteración de las condiciones de drenaje y de equilibrio originales, ante la presencia de asentamientos humanos irregulares.

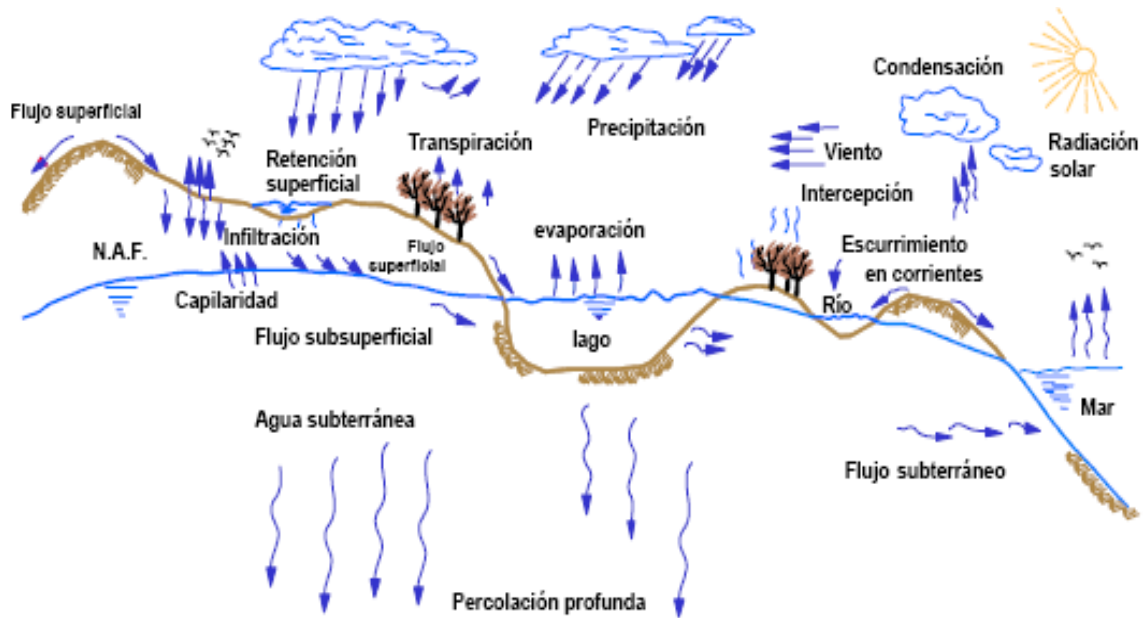
**Cuadro 1.2**  
**Tipos de movimiento de la superficie**

<b>Inestabilidad de laderas naturales</b>	Se presenta en zonas montañosas, donde la superficie del terreno presenta diversos grados de inclinación. El grado de inestabilidad está íntimamente relacionado con el origen geológico de las masas térreas. En este contexto, el problema de inestabilidad se puede definir como la pérdida de la capacidad del terreno natural para auto sustentarse, lo que deriva en reacomodos y colapsos del mismo.
<b>Flujos de lodo y escombros</b>	Se pueden identificar como verdaderos ríos de material térreo de diversos tamaños, cuando dichos ríos se saturan bruscamente ante la presencia del agua de lluvias extraordinarias o bien por la fusión de un glaciar.
<b>Hundimiento regional y local</b>	Se manifiesta por el descenso de la superficie de una extensión determinada del terreno natural. Este problema se encuentra asociado con la extracción de agua subterránea.
<b>Agrietamiento del terreno, originado por desplazamientos diferenciales, horizontales y/o verticales, de la superficie del mismo.</b>	Es la manifestación de una serie de desplazamientos verticales y horizontales del subsuelo en un área amplia, que resultan del problema de hundimiento regional, por la extracción excesiva mediante bombeo profundo del agua subterránea.

### 1.5.2 Hidrometeorológicos

México es afectado por varios tipos de fenómenos hidrometeorológicos que pueden provocar la pérdida de vidas humanas o daños materiales de importancia. Principalmente está expuesto a **lluvias, granizadas, nevadas, heladas y sequías**

**Figura 1.5**  
**Ciclo Hidrológico**



Los principales fenómenos hidrometeorológicos que se presentan en el país, sus consecuencias y los riesgos que generan en distintas partes del territorio nacional son los siguientes:

La lluvia consiste de gotas de agua líquida con diámetro mayor a 0.5 mm. La llovizna está formada con gotas más pequeñas, de 0.25 mm o menos, que caen lentamente, por lo que rara vez la precipitación de este tipo supera 1 mm/h. La nieve está compuesta de cristales de hielo que comúnmente se unen para formar copos. Por otra parte, el granizo está constituido por cuerpos esféricos, cónicos o irregulares de hielo con un tamaño que varía de 5 a más de 125 mm; la cellisca está formada por granos sólidos de agua cuando se congela al atravesar una capa el aire con temperatura cercana a los 0° C.

**Tormentas de granizo:** La magnitud de los daños que puede provocar la precipitación en forma de granizo depende de su cantidad y tamaño.

Las zonas más afectadas de México por tormentas de granizo son el altiplano de México y algunas regiones de Chiapas, Guanajuato, Durango y Sonora.

**Tormentas de nieve:** Las nubes se forman con cristales de hielo cuando la temperatura del aire es menor al punto de congelación y el vapor de agua que contiene pasa directamente al estado sólido. Para que ocurra una tormenta de nieve es necesario que se unan varios de los cristales de hielo hasta un tamaño tal que su peso sea superior al empuje de las corrientes de aire.

Las **nevadas** ocurren en el norte del país, y rara vez se presentan en el sur. En las sierras del estado de Chihuahua, durante la estación invernal suceden en promedio más de seis nevadas al año, y en algunas regiones al norte de Durango y Sonora, las nevadas tienen una frecuencia de tres veces al año.

Una **helada** ocurre cuando la temperatura del aire húmedo cercano a la superficie de la tierra desciende a 0° C o menos, en un lapso mayor de 8 horas.

Existen dos fenómenos que dan origen a las heladas; el primero consiste en la radiación, durante la noche, desde la Tierra hacia la atmósfera, que causa la pérdida de calor del suelo; el otro es la **advección**<sup>3</sup>, debido al ingreso de una gran masa de aire frío, proveniente de las planicies de Canadá y Estados Unidos.

Las heladas por radiación se forman en los valles, cuencas y hondonadas próximas a las montañas, ya que son zonas de acumulación de aire frío. Durante la noche desciende el aire húmedo y se concentra en las partes bajas. Para que esta helada ocurra, se requiere de la ausencia de viento, cielo despejado, baja concentración de vapor de agua, y fuertes inversiones térmicas en la superficie. Las heladas por advección<sup>3</sup> suelen tener vientos mayores a 15 km/h y sin inversión térmica. Estas heladas son muy dañinas ya que es muy difícil proteger los cultivos de la continua transferencia de aire frío que está en movimiento.

En relación a su aspecto usual, las heladas se clasifican en blancas y negras, las primeras se forman cuando las masas de aire frío son húmedas, por lo que provocan condensación y formación de hielo sobre la superficie de las plantas y en objetos expuestos libremente a la radiación nocturna. La helada negra se desarrolla cuando el aire del ambiente se encuentra excesivamente seco, no existe condensación ni formación de hielo sobre la superficie.

---

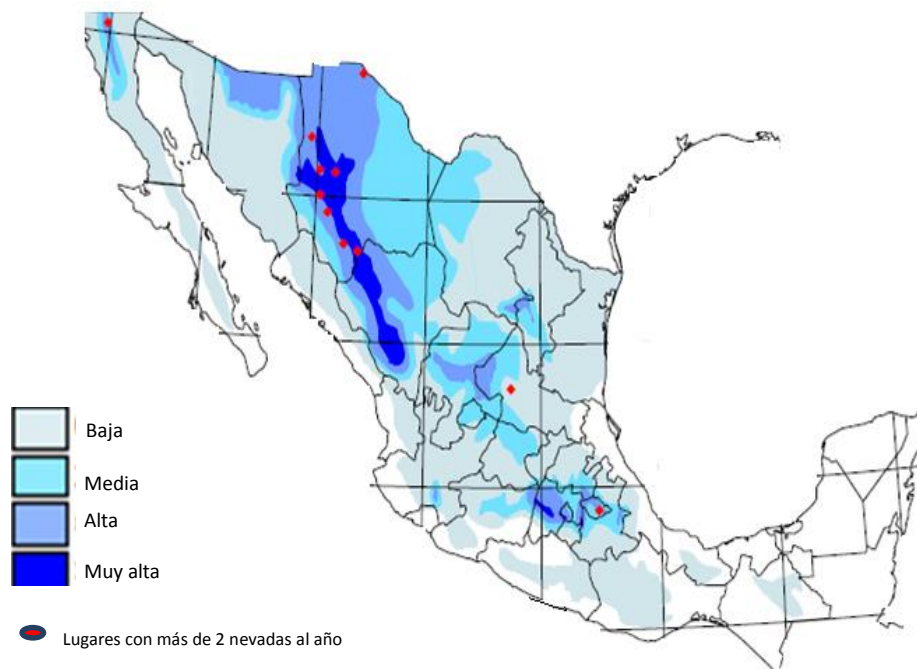
<sup>3</sup> Advección: Desplazamiento horizontal, meridiano o zonal de una masa de aire, lo que provoca cambios de tiempo y transferencias de calor de unas zonas a otras de la superficie terrestre.

Precipitación Pluvial se refiere a cualquier forma de agua, sólida o líquida, que cae de la atmósfera y alcanza a la superficie de la Tierra. Puede manifestarse como lluvia, llovizna, nieve, granizo o cellisca.

A pesar de ello, los cultivos son dañados y al día siguiente la vegetación presenta una coloración negruzca.

Las regiones con mayor incidencia de heladas en México son la Sierra Madre Occidental (en las Sierras Tarahumara, Chih., de Durango y Tepehuanes en Dgo.); además en las partes altas del Sistema Volcánico Transversal sobre el paralelo 19° N, esencialmente en los estados de México, Puebla y Tlaxcala, con más de 100 días al año con heladas.

**Figura 1.6**  
**Heladas y nevadas en México**



Fuente: Diagnóstico de Peligros e identificación de riesgos de Desastres en México (CENAPRED).

Un **ciclón tropical** consiste en una gran masa de aire cálida y húmeda con vientos fuertes que giran en forma de espiral alrededor de una zona central de baja presión. Los ciclones tropicales generan lluvias intensas, vientos fuertes, oleaje grande y mareas de tormenta.

Las regiones donde se originan los ciclones se les conocen como zonas ciclogénicas o matrices. Los ciclones que llegan a México provienen de la sonda de Campeche, Golfo de Tehuantepec, Caribe (alrededor de los 13° latitud norte y 65° longitud oeste) y sur de las islas Cabo Verde (cerca de los 12° latitud norte y 57° longitud oeste, región Atlántica). La temporada de ciclones tropicales en la República Mexicana suele iniciarse en la primera

quincena del mes de mayo para el océano Pacífico, mientras que en el Atlántico durante junio, terminando en ambos océanos a principios de noviembre; el mes más activo es septiembre. Las trayectorias que describen los ciclones están en función de las condiciones climatológicas existentes y pueden entrar o no a tierra.

Su patrón promedio es más o menos conocido, aunque en algunos casos se presentan ciclones con trayectorias erráticas, como sucedió con el huracán Roxanne que afectó a México en octubre de 1995.

El pronóstico de la trayectoria de los ciclones tropicales sirve de guía para la toma de decisiones sobre la protección a la población, ya que se puede tener una idea de las posiciones que tendrá el ciclón en un futuro inmediato y de la evolución de su intensidad. A partir de estos se establecen tiempos de alerta y se prepara la eventual evacuación de los habitantes en las zonas de riesgo.

La **sequía** en una zona corresponde a un periodo prolongado de tiempo seco, es decir con poca lluvia. Cuando en una región, la precipitación acumulada en un cierto lapso es significativamente menor a la promedio, se presenta una sequía. La disminución de la cantidad de precipitación se relaciona con el cambio en la presión atmosférica y modificaciones en la circulación general de la atmósfera.

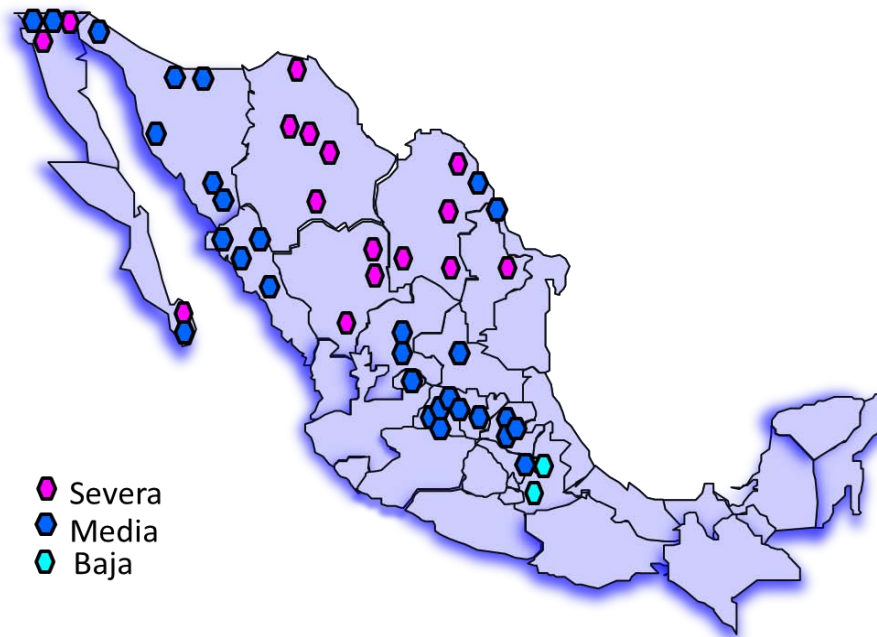
Lo que ocurre por la alteración del albedo (*Cociente entre la radiación que se refleja y la total incidente sobre una superficie*) superficial, la presencia de una espesa capa de polvo en el aire, cambios en la temperatura superficial de los océanos (pueden deberse a los fenómenos de El Niño y de La Niña) e incremento en la concentración de bióxido de carbono.

Aunque se considera la sequía como evento hidrometeorológico, dista mucho de tener las características de otros fenómenos de este tipo, como el caso de un ciclón; ya que su ocurrencia, no se percibe fácilmente, sino hasta que empiezan a ser fuertes los daños. Una sequía puede afectar a grandes extensiones de terreno y durar meses o incluso años.

México tiene gran parte de su territorio en la franja de alta presión de latitud norte, por lo que tiene zonas áridas y semiáridas; ellas coinciden en latitud con las regiones de los grandes desiertos africanos, asiáticos y australianos.

Los estados del territorio nacional donde se presentan con mayor frecuencia las sequías están al norte. Sin embargo, en orden de severidad de sus efectos desfavorables están: Chihuahua, Coahuila, Durango, Nuevo León, Baja California, Sonora, Sinaloa, Zacatecas, San Luis Potosí, Aguascalientes, Guanajuato, Querétaro, Hidalgo y Tlaxcala.

**Figura 1.7**  
**Ciudades dañadas por Sequias**



Fuente: Diagnóstico de Peligros e identificación de riesgos de Desastres en México (CENAPRED).

### 1.5.3 Químicos

El desarrollo industrial y tecnológico de México, conlleva el uso de una amplia variedad de sustancias químicas, necesarias para la elaboración de nuevos productos para uso doméstico, agrícola e industrial; esto genera residuos de diversos tipos, tanto tóxicos como no tóxicos, los cuales se vierten al suelo, agua y aire, ocasionando la consecuente contaminación del ambiente.

Las zonas industriales se encuentran distribuidas en toda la extensión del país, aunque existen sitios donde su número es mayor, como sucede con la zona centro (Estado de México, Querétaro, Puebla, Ciudad de México, Guanajuato), zona norte (Baja California Norte, Chihuahua, Nuevo León) y zona sureste (Oaxaca, Veracruz, Tabasco). Las materias primas en ciertas zonas se transportan por diversas vías (carretera, ferrocarril, barco y tubería) hacia otro lugar donde se usan en distintos procesos de fabricación. El transporte de las sustancias químicas implica un riesgo, ya que en caso de que ocurra un accidente que provoque eventos como fuga, incendio, explosión o derrame del material, se puede ocasionar daño físico al ser humano, al medio ambiente o a la propiedad.

Por lo anterior, se debe conocer dónde se producen las sustancias químicas, cuáles son las rutas utilizadas en su transporte y cuáles son los sitios donde se utilizan, así como los residuos que se generan en los procesos de transformación y las características de peligrosidad que presentan. Los sitios donde se tratan o depositan las sustancias estabilizadas también deben de estar perfectamente bien ubicadas.

**Cuadro 1.3**  
**Clasificación de riesgos en una actividad industrial**

<b>Riesgos convencionales</b>	Son aquellos ligados a las actividades laborales (por ejemplo: riesgo de caídas desde escaleras, accidentes por descargas eléctricas, riesgos derivados de maquinaria, etc.).
<b>Riesgos específicos</b>	Relacionados con la utilización de sustancias particulares y productos químicos, que por su naturaleza, pueden producir daños de corto y largo alcance a las personas, a las cosas y al ambiente.
<b>Grandes riesgos potenciales</b>	Ligados a accidentes anómalos, que pueden implicar explosiones o escapes de sustancias peligrosas (venenosas, inflamables, etc.) que llegan a afectar vastas áreas en el interior y exterior de la planta. El riesgo total que presenta una instalación industrial está en función de dos factores (SEDESOL, 1994).
<b>Riesgo intrínseco</b>	Del proceso industrial, que depende de la naturaleza de los materiales que se manejen, de las modalidades energéticas utilizadas y la vulnerabilidad de los diversos equipos que integran el proceso, así como la distribución y transporte de los materiales peligrosos.
<b>Riesgo de instalación</b>	El cual depende de las características del sitio en que se encuentra ubicada, donde pueden existir factores que magnifiquen los riesgos que puedan derivar de accidentes (condiciones meteorológicas, vulnerabilidad de la población aledaña, ecosistemas frágiles, infraestructura para responder a accidentes, entre otros).

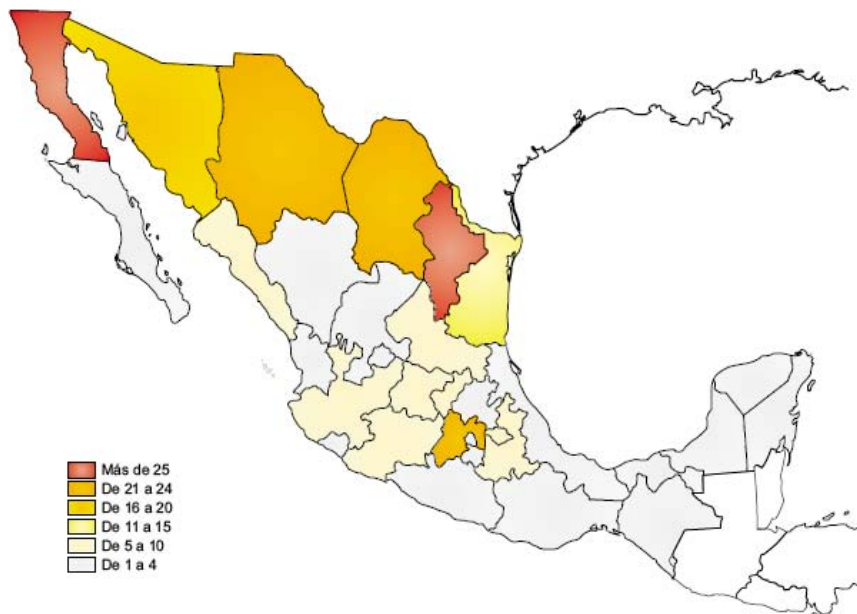
Para el caso de los eventos causados por materiales químicos, el peligro se puede definir en términos de parámetros con un significado físico preciso que permite utilizar una escala continua de la intensidad de la dispersión de la sustancia que se puede transferir al ambiente y que tenga un límite de concentración establecido, el cual no afecte a la salud de un individuo expuesto a la sustancia tóxica.

Los modelos matemáticos son una herramienta para determinar un posible radio de afectación y definir la exposición, la cual puede comprender: el tamaño del sistema expuesto al fenómeno químico en términos de la cantidad de población afectada, el costo de la infraestructura, así como el costo de actividades de restauración de los ecosistemas dañados.

Todos los modelos y metodologías para estimar el riesgo químico tienen sus limitaciones y la interpretación de los resultados requiere de personal capacitado y con gran habilidad, ya que es bien sabido que no hay dos accidentes químicos iguales. Además los modelos no abarcan las combinaciones sucesivas y paralelas de eventos ocasionados por dos o más sustancias, ni las reacciones combinadas de los diversos materiales dentro de una o varias industrias de la zona.



**Figura 1.9**  
**Distribución especial de parques industriales en los estados de la republica**



Fuente: Diagnóstico de Peligros e identificación de riesgos de Desastres en México (CENAPRED).

## 1.6 Causas de eventos catastróficos

En la Tierra ocurren diferentes tipos de desastres naturales, estos desastres son provocados por diversos motivos, y aunque causan pérdidas es un proceso natural como su nombre lo indica, pero a pesar de serlo, el ser humano contamina el planeta y la contaminación a su vez provoca un calentamiento de la Tierra que hace que el planeta se descontrole y por esto los desastres ocurran con mayor frecuencia.

Las principales causas que dan origen a los desastres naturales es el cambio en las placas tectónicas y el cambio en el clima, es decir, los cambios mismos de la naturaleza, pero las actividades antinaturales que tiene el hombre en su desarrollo tanto como individuo como sociedad también han traído que el clima cambie pero de una manera descontrolada. Por lo que es de vital importancia hacer un análisis de estas dos para poder ver como estar preparados para el siguiente desastre natural que se aproxime, además de ver que es lo que nosotros podemos hacer para evitar que éste haya sido provocado por la intervención humana.

Entre los agentes de cambio más comunes de la tierra nos encontramos el movimiento de las placas tectónicas de la Tierra y el incremento o decremento natural de la cantidad de dióxido de carbono. En relación con el movimiento de las placas tectónicas, lo que éstas causan

básicamente es que los continentes y los océanos estén continuamente cambiando de forma y de posición, lo que a su vez afecta al clima ya que dependiendo del acercamiento o alejamiento de los continentes a los polos, la temperatura tiende a ser más elevada o a ser más baja.

Otro fenómeno que es consecuencia del movimiento de las placas tectónicas es la separación de los continentes y la creación de nuevas montañas, cañones, islas, montañas submarinas llamadas dorsales, volcanes, etcétera, además de la repentina aparición de terremotos, tsunamis, entre otros.

### **1.6.1 Cambio climático**

*"Por cambio climático se entiende un cambio de clima atribuido directa o indirectamente a la actividad humana que altera la composición de la atmósfera mundial y que se suma a la variabilidad natural del clima observada durante períodos de tiempo comparables".*

Los cambios en el medio ambiente físico o en el ecosistema tienen notables efectos nocivos en la composición, la recuperación y la productividad de los entornos naturales, así como en el funcionamiento de los sistemas socioeconómicos, en la salud y en el bienestar humano. Así, el cambio climático es considerado como una amenaza para los ecosistemas mundiales.

El cambio climático está relacionado con la emisión de los denominados "gases de efecto invernadero", que son componentes gaseosos de la atmósfera que absorben y re-emiten radiación infrarroja. Los principales gases de efecto invernadero son: bióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), óxido nitroso (N<sub>2</sub>O), metano (CH<sub>4</sub>), ozono (O<sub>3</sub>) y clorofluorocarbonos (CFC). Entre los efectos del cambio climático se prevén tormentas más intensas, inundaciones, y sequías. Para limitar esos efectos es necesario proceder a una reducción considerable de las emisiones de gases de efecto invernadero, en particular de bióxido de carbono.

Aunque cabe mencionar que la Tierra por si sola produce grandes cantidades de dióxido de carbono debido principalmente a las erupciones volcánicas, pero también tiene la capacidad de controlarlas, en cambio, derivado al uso de diversos contaminantes, las actividades del ser humano han favorecido al aumento del dióxido de carbono en el ambiente, sobrepasando de esta manera la capacidad de regulación que posee nuestro planeta y por lo tanto ayudando al calentamiento global.

El cambio climático es un problema global y difícil de resolver por los países de manera individual. Por esto, en 1998 se estableció el protocolo de Kyoto en Kyoto, Japón. Este es un instrumento para la participación de todos los países firmantes para reducir las emisiones de gases invernadero como (CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>O, hidrofluorocarbonados, perfluorocarbonados, y

SF6) al menos 5,2% por debajo de los niveles de 1990 en el periodo de servicio de 2008 al 2012. El protocolo de Kyoto fue firmado en Bonn (Alemania) en el año 2001 por 186 países.

El cambio global incluye el cambio climático. La diferencia radica en que el primero incluye los cambios en todo el ecosistema terrestre, mientras que el segundo sólo considera el cambio en el clima del planeta. El cambio global implica además alteraciones de la biodiversidad, migración de asentamientos humanos, cambios en la esfera socioeconómica, entre otros efectos.

Prueba de que el calentamiento de la Tierra es un factor de vital importancia en la aparición repentina e incremento de los desastres naturales son las opiniones de diversos científicos, ellos creen que los desastres naturales vinculados con eventos meteorológicos extremos concuerdan con un aumento generalizado de la temperatura de la Tierra, además de que esto ya lo habían predicho los científicos desde hace cuatro años.

Es importante mencionar que el efecto invernadero como sistema es algo natural, pero se convierte en amenaza cuando las actividades humanas ayudan al incremento del CO2 y al decremento de la capa de ozono. Por otro lado, no se ha llegado a ningún acuerdo efectivo para frenar este efecto y si no se hace seguirán los cambios climáticos que provocaran desastres naturales como tsunamis, huracanes, terremotos, etc. y con ellos muchas más pérdidas tanto humanas como económicas

**Figura 1.10**  
**Efectos del CO2**

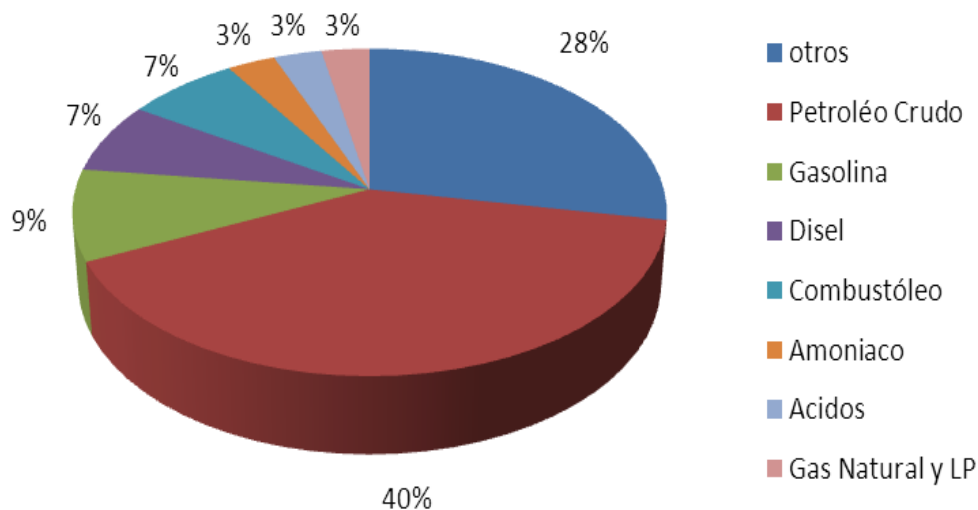


## 1.6.2 Contaminación y sobreexplotación de recursos

Como consecuencia de varios siglos de actividad minera en México y, posteriormente, debido a la industria de la química básica, petroquímica y de refinación del petróleo, se han producido cantidades muy grandes, pero muy difíciles de cuantificar, de residuos peligrosos, lo cual se traduce en **contaminantes**.

Todos los eventos en los que se encuentran involucradas sustancias que implican algún riesgo para el ambiente o la población y que puedan generar la contaminación de suelos y cuerpos de agua, son conocidos como emergencias ambientales. De acuerdo con estadísticas de la Procuraduría Federal de Protección al Ambiente (PROFEPA), cada año se presentan en México un promedio de 550 emergencias ambientales asociadas con materiales y residuos peligrosos. Dentro de los compuestos peligrosos más comúnmente involucrados en emergencias ambientales, se encuentran el petróleo y sus derivados (gasolinas, combustóleo, diesel), agroquímicos, gas LP y natural, entre otros.

**Figura 1.11**  
**Principales sustancias involucradas en emergencias ambientales reportadas a la PROFEPA entre 1997 y 1999 (PROFEPA, 2002).**



Dentro de los contaminantes que se consideran prioritarios en México debido a su alta toxicidad y a su persistencia en el ambiente, se encuentran los siguientes: dioxinas, furanos, hexaclorobenceno, bifenilos policlorados (BPCs), plaguicidas organoclorados, mercurio, plomo, cromo, cadmio, compuestos tóxicos atmosféricos e hidrocarburos poliaromáticos (HAPs). De éstos, compuestos como los BPCs se han almacenado en tambores que, en muchas ocasiones, han sido dispuestos clandestinamente. Por su parte, los HAPs se encuentran como componentes de los hidrocarburos totales del petróleo (HTPs).

Por otro lado, la contaminación del aire provoca una serie de consecuencias serias para la salud y un aumento en la temperatura puede incrementar la formación de contaminantes secundarios como el ozono en la troposfera (parte baja de la atmósfera).

Otro de los efectos que trae el descontrol de los productos contaminantes, es la destrucción de la capa de ozono, ya que ésta, al ser destruida permite que los rayos solares entren con mayor facilidad a nuestro planeta y de esta forma se incrementa la temperatura y por consecuencia, hace que la Tierra cambie de clima súbitamente; entre éstos contaminantes destaca el uso de los clorofluorocarbonos o CFC, que se encontraban en los refrigerantes y en algunos aerosoles y que tienen la capacidad de contaminar el aire con cloro y así dañan la capa de ozono.

En este sentido el cambio climático podría causar un aumento en la frecuencia de periodos muy calurosos combinados con altas concentraciones de contaminantes dando lugar a cierta sinergia entre los efectos negativos de ambos fenómenos. El calor prolongado también puede provocar un aumento en la dispersión de alérgenos, como esporas de hongos y polen, incrementando las reacciones alérgicas y asma entre otras enfermedades.

**Sobreexplotación de recursos:** Los recursos naturales son aquellos materiales que se encuentran en la Tierra, tanto en la superficie como en el subsuelo o en el mar, capaces de satisfacer las necesidades del hombre. Son ejemplos de recursos naturales la fauna, el suelo, el clima y el petróleo; muchos de estos recursos son renovables y no renovables.

Cuando se produce la sobreexplotación de los recursos forestales y la fauna, por la tala, la caza y la pesca indiscriminada se produce un desequilibrio en el ambiente natural, porque el sistema ecológico pierde eslabones de la cadena alimenticia. La tala es la acción de cortar los árboles a fin de aprovechar la madera. La tala indiscriminada puede llegar a acabar con la riqueza forestal del país, la caza en cambio es una actividad deportiva y económica que consiste en el aprovechamiento racional de la fauna silvestre.

La constante y acelerada degradación de los recursos naturales no es sólo un problema ambiental; tiene claras consecuencias económicas y sociales, el cambio climático es su mayor exponente. Los cambios en el clima están también vinculados al desarrollo sostenible, incluido el desafío de la reducción de la pobreza. Los efectos del deterioro medioambiental tienen

repercusiones desproporcionadamente graves para las comunidades más pobres y vulnerables del mundo; Este efecto se aminorara implementando medidas urgentes.

Es muy probable que la escasez de agua dulce, cuya regeneración debe darse a una tasa superior a la de su consumo, descontada la tasa de reutilización y recuperación (probablemente uno de nuestros recursos naturales más preciados y más degradados a la vez) también se agrave.

La conservación de los recursos naturales se refiere principalmente al uso sostenido de estos recursos por largos periodos de tiempo. La conservación de los recursos naturales implica la mantención del equilibrio ecológico es decir de la armonía entre los diferentes recursos del planeta y el hombre.

Por lo tanto, el manejo sustentable del ecosistema es el conjunto de decisiones y acciones destinadas a la conservación y administración de los recursos naturales para satisfacer las necesidades del hombre presente y los recursos deben mantenerse indefinidamente para beneficio de la humanidad.

Para proteger el ambiente de debe tomar en cuenta:

- Planificar el aprovechamiento racional de los recursos naturales.
- Evitar el deterioro del medio ambiente y conservar el equilibrio ecológico.
- No depredar los bosques, más bien debemos incrementarlos sembrando más árboles.
- Purificar el agua y el aire, es decir impedir la penetración de agentes contaminantes.
- Analizar los nuevos productos químicos antes de ser puestos en el mercado de comercialización

La mayoría de los países han adoptado los principios del desarrollo sostenible y han asumido los acuerdos internacionales sobre la protección del medioambiente. Pero las buenas intenciones resultan insuficientes; estos acuerdos necesitan ser revisados y posteriormente llevados a la práctica.

### **1.6.3 Sobre población**

La sobrepoblación se define como aquella condición en la que el número de individuos de una determinada especie sobrepasa la capacidad de su hábitat. Si se aplica este término a la población humana, se referirá al número de personas y a nuestro planeta. Ahora bien, este concepto no sólo implica la densidad de población, sino también los recursos para que pueda sostenerse esta población, los cuales pueden ser indispensables para la vida pero limitados, como el agua, el alimento, el aire y los espacios; sin embargo, para los seres humanos que

viven en sociedad también interviene otro factor importante que es la calidad de vida, pues existen otras necesidades que también deben ser cubiertas y que si no son suficientes, es entonces cuando se hace referencia de sobrepoblación.

Estas necesidades se refieren a servicios médicos, fuentes de trabajo, educación, combustibles, electricidad, manejo de desechos, transporte, etcétera a las cuales hay que agregarles aspectos negativos como el ruido, la contaminación del aire, el estrés o hacinamiento que hacen que una sociedad requiera aún más los servicios mencionados. De esta manera, en la sociedad humana, la sobrepoblación puede explicarse como el desbalance entre el número de habitantes y los recursos para su supervivencia y bienestar.

Un ejemplo de esta situación pueden ser las comunidades que se encuentran en zonas desérticas, que a pesar de haber mucho espacio libre para ser habitado, sus recursos son muy limitados. La sobrepoblación tiene como causas principales el incremento de los nacimientos, la disminución de la mortalidad por los avances en la medicina, el aumento en la expectativa de vida, la inmigración hacia una zona en específico o el uso irracional de los recursos.

### **1.7 Consecuencias en términos de pérdida de vidas humanas**

En cuanto a las pérdidas humanas, los recuentos de los daños arrojan cifras muy grandes de muertos, heridos y desaparecidos, no tan solo durante el desastre natural, sino también después de que éste ocurre debido a que los brotes de enfermedades se incrementan y la comida y el agua potable, principalmente ésta última, escasean. Entre más tiempo se tarde una comunidad o un país en recuperarse, más expuesto se ve a que esto ocurra, debido a que muchas familias se quedan sin empleo y por lo tanto sin comida, además de que otras en ocasiones pierden todas sus posesiones materiales y los lugares en los que antes vivían, después de que ocurrió el desastre, ya no existen o están completamente destruidos y la inseguridad en aumento.

Si tomamos la frase "*Las áreas más vulnerables son los centros urbanos, cuyo crecimiento acelerado obliga a cambios rápidos en las estructuras sociales y económicas*", podemos inferir que un desastre natural pone al descubierto la vulnerabilidad de las naciones y de las personas debido a que como sociedad crecemos de una manera descontrolada, sin prevenir lo que pueda pasar, ya que si nosotros fuéramos lo suficientemente resistentes a las consecuencias, en vez de llamarlos desastres naturales, tan sólo serían fenómenos naturales.

El problema no es la pérdida de dinero en sí, sino la desproporción en la que los países se ven afectados respecto a su producto interno bruto, ya que los países en desarrollo sufren más las bajas que los países ricos. Esto hace vulnerables a las entidades en vías de desarrollo, exponiéndolos a la creciente pobreza. Además durante el tiempo en que se tarda la sociedad en

reconstruirse por completo, no se generan los mismos recursos que se generaban antes de presentarse un desastre.

Por último se concluye que por las razones mencionadas anteriormente, es importante que se cuente con un fondo de reserva para los desastres naturales, para que se puedan recuperar de manera más rápida todos los países, pero lo más importante es que se controle la contaminación para así evitar el calentamiento global y, con esto, que los desastres naturales sean menos frecuentes. Otra acción importante a tomar es mejorar la infraestructura de las ciudades, en especial, de las que están más expuestas, para poder así soportar un desastre en mayor medida y que la pérdida en los recursos económicos y materiales sea menor cuando se avecine un desastre natural.



# Capítulo 2.

## Modelo de Ruina Técnica

---

### Introducción

Una de las principales ramas de la matemática aplicada es la matemática actuarial, y dentro de ésta, la teoría de riesgo, cuyo objetivo es modelar el flujo de capital de una compañía aseguradora.

A principios del Siglo XX Philip Lundberg introdujo un modelo para estudiar el riesgo a saber, el modelo clásico de riesgo también conocido como modelo Poisson compuesto o de Cramér-Lundberg, esto gracias a las investigaciones que realizó Cramér en 1930.

En este segundo capítulo se describirá el proceso de Poisson y algunas distribuciones asociadas con éste. El proceso de Poisson se usa principalmente para modelar la ocurrencia de eventos, aquí es usado como un modelo para “contar” el número de reclamaciones hacia la compañía aseguradora.

Se definirá el modelo de riesgo clásico y el concepto de probabilidad de ruina. En general es muy difícil encontrar una expresión exacta para la probabilidad de ruina. Por esta razón se estudian algunas aproximaciones para ésta. La más importante es la llamada aproximación de Cramér-Lundberg, dando pie al estudio de las probabilidades de ruina.

Lo que nos interesa es analizar el proceso del agregado de siniestros de vida generados por un riesgo en un período de tiempo mayor a un año y las repercusiones que tiene sobre la probabilidad de ruina.

### 2.1 Definición del problema

Bajo la Teoría de Riesgo Colectivo, la variable aleatoria que representa el *monto acumulado de pérdida* en una unidad de tiempo, el cual se denota como  $S$ , tiene una distribución compuesta por una distribución primaria para  $N$  (número de eventos) y una distribución secundaria para  $X$  (severidad de la pérdida). Ahora se extiende la variable  $S$  del monto acumulado de pérdida hacia el concepto de *proceso acumulado de pérdida*, el cual se denota como  $S(t)$ , para tener una variable que represente el monto acumulado de pérdida en un intervalo de tiempo que va desde 0 hasta  $t$ .

El proceso acumulado de pérdida  $S(t)$  se modela como

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i = X_1 + X_2 + \dots + X_{N(t)} \quad (2.1)$$

donde  $N(t)$  denota un proceso de conteo para el número de pérdidas en el intervalo  $(0, t]$ , las distintas  $X_i$  son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas que representan la severidad de la pérdida, y éstas son independientes del proceso de frecuencia de pérdida que se expresa con  $N(t)$ . Bajo estos supuestos, el proceso acumulado de pérdida  $S(t)$  es un *proceso compuesto* con distribución primaria para  $N(t)$  y distribución secundaria para  $X$ . En particular, si  $N(t)$  es un proceso de Poisson, entonces se tiene que  $S(t)$  es un *proceso de Poisson compuesto*.

Una interesante aplicación del proceso acumulado de pérdida es en el área de los modelos de proceso de superávit. La forma general de dichos modelos asume un mecanismo de suministro de algún tipo de bien y un proceso de pérdida que reduce los bienes suministrados. Generalmente, el suministro se da en una forma determinada; pero la reducción se da bajo un proceso estocástico. Por conveniencia se asume que el suministro aumenta a una tasa constante  $c$  por unidad de tiempo y se reduce de acuerdo a un proceso de pérdida Poisson compuesto  $S(t)$  en el intervalo  $(0, t]$ . Por lo tanto, el suministro en el tiempo  $t$  está dado por

$$U(t) = u + ct - S(t) \quad (2.2)$$

para  $t \geq 0$ , donde  $U(0) = u$  indica el suministro inicial del bien.

Un ejemplo de un modelo de proceso de superávit es el *modelo de inventario*. Sea  $u$  el número de unidades de un producto en el inventario en el tiempo 0, y sea  $c$  la tasa a la cual las unidades del producto son adicionadas al inventario. Las ventas ocurren de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa  $\lambda > 0$ , y cada venta es por un número aleatorio de  $X$  unidades. Si se cumplen las condiciones de independencia para un proceso compuesto, entonces  $S(t)$  representa las ventas acumuladas en el período  $(0, t]$  y el tamaño del inventario en el tiempo  $t$  es  $U(t)$  dado por la ecuación (2.2).

Ahora bien, en el contexto de los seguros, se considera a  $u$  como el fondo de dinero inicial asociado a un portafolio particular de pólizas de seguros. El fondo se incrementa por un ingreso continuo de primas a una tasa fija  $c$  por unidad de tiempo y disminuye de acuerdo a las reclamaciones hechas, las cuales ocurren de acuerdo a un proceso agregado de reclamaciones  $S(t)$ . Por lo tanto,  $U(t)$  representa el balance del fondo en el tiempo  $t$ , es decir, el *superávit* en el tiempo  $t$ .

## 2.2 Modelo de Cramér-Lundberg

El modelo básico de la Teoría de Ruina, llamado modelo de Cramér-Lundberg, tiene sus orígenes en la tesis doctoral de Filip Lundberg (1903). Este último utilizó términos un tanto distintos a los actuales pues en aquellos años aún no se había formalizado la teoría de los procesos estocásticos como la entendemos hoy en día. En 1930 Harald Cramér retoma y desarrolla las ideas originales de Lundberg, y las pone en el contexto de los procesos estocásticos, en ese entonces de reciente creación. El modelo ha sido estudiado en extenso y varias formas de generalizarlo se han propuesto y estudiado.

El modelo básico es el proceso a tiempo continuo  $\{U(t), t \geq 0\}$  dado por

$$U(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$$

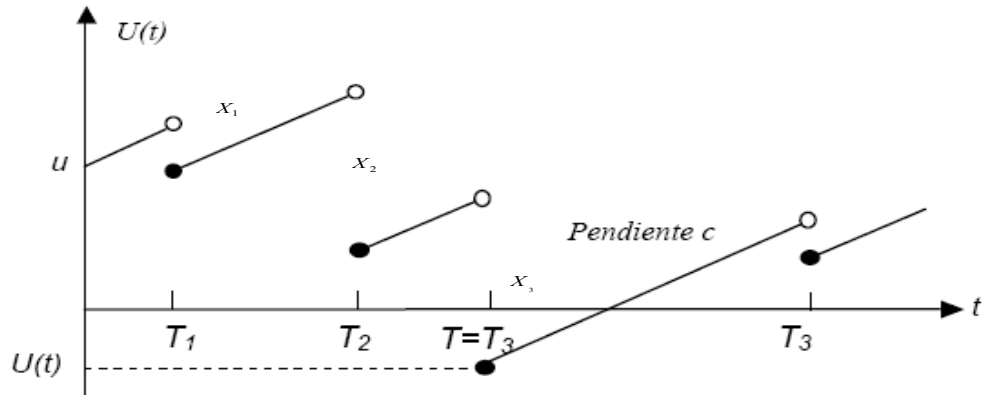
donde  $U(t)$  es el superávit o riesgo del asegurador en el tiempo  $t$ ,  $u$  es el capital inicial de la compañía aseguradora,  $ct$  es la entrada por primas hasta el tiempo  $t$  con  $c$  constante positiva,  $X_i$  es el monto de la  $i$ -ésima reclamación, y  $N_t$  es un proceso de Poisson de parámetro  $\lambda$ . La variable  $U(t)$  representa el balance más sencillo entre ingresos menos egresos de una compañía aseguradora.

En este modelo se ignora la tasa de interés y los factores distintos a las primas y reclamaciones que pudieran afectar al excedente. Por ejemplo, se ignoran los gastos y dividendos de los tenedores de pólizas y de los accionistas.

La inclusión del proceso  $\{U(t): t \geq 0\}$  implica un interés en una familia de variables aleatorias, una para cada valor de  $t, t \geq 0$ , y en las interconexiones entre sus distribuciones, con lo cual se establece la necesidad de una revisión simple sobre procesos estocásticos, donde también se

profundizará en el proceso de Poisson. Al proceso  $U(t)$  se le llama proceso de superávit o proceso de riesgo y tiene trayectorias como se muestra en la siguiente figura 2.1.

**Figura 2.1**  
**Proceso de superávit**



Definamos:

$$T = \min\{t : t \geq 0, U(t) < 0\}$$

Como el tiempo en que ocurre la ruina (entendiendo que  $T = \infty$  es simbólico para  $U(t) \geq 0$  para todas las  $t \geq 0$ ; es decir, la ruina no ocurre) Además, representamos con

$$\psi(u) = \Pr(T < \infty)$$

Las trayectorias siempre comienzan  $U(t)$ . Donde  $T$  denota el tiempo (aleatorio) de ruina, dado que es el capital inicial de la compañía. Los intervalos donde son continuas y crecientes ocurren donde no hay reclamaciones. El crecimiento es de la forma  $ct$ .

Las discontinuidades son siempre saltos hacia abajo y aparecen en el momento en que se efectúa una reclamación. Esto está determinado por el proceso Poisson. El tamaño de un salto es el tamaño de la reclamación dada por la variable  $X$ .

Cz<un término técnico que lleva a tomar una decisión.

Un ejemplo es: Si el capital de una compañía aseguradora, asignado a una cartera decrece de manera significativa, la aseguradora puede tomar medidas inmediatamente que ayuden a subsanar la situación y, por lo tanto, no se trata de un evento sin solución.

En la práctica, la mayoría de los aseguradores están interesados en la ruina sobre un periodo largo pero finito y en realidad no están preocupados acerca del horizonte infinito. Más precisamente, la consideración se limitará

$$\psi(u, t) = \Pr(T < t)$$

La probabilidad de la ruina antes del tiempo  $t$ , Sin embargo, discutiremos sólo la probabilidad de la ruina sobre un horizonte infinito,  $\psi(u)$  la cual es matemáticamente más manejable. Por supuesto,  $\psi(u)$  es una frontera superior de  $\psi(u, t)$ .

Las ideas que se exponen en este apartado pueden utilizarse para proporcionar un sistema de advertencias para la conducción de una organización de seguros. Necesariamente, para representar el proceso de riesgo de tal organización se debe seleccionar un modelo. La probabilidad de la ruina, con base en ese modelo, previene al administrador de la organización de seguros sobre algunos de los riesgos involucrados.

### 2.2.1 Procesos de reclamaciones

En este apartado se analizará el modelo de la ruina usando dos procesos aleatorios, el proceso del número de reclamaciones y el de las reclamaciones agregadas. El primero lo estableceremos con un proceso Poisson y el segundo mediante un proceso de Poisson compuesto.

Para un cierto portafolio de pólizas de seguro, sea  $N(t)$  el número de reclamaciones y  $S(t)$  las reclamaciones agregadas hasta el tiempo  $t$ . Empezamos la cuenta en el tiempo 0; es decir,  $N(0)=0$ . Además,  $S(t) = 0$  siempre que  $N(t) = 0$ .  $X_i$  representa el monto de la  $i$ -ésima reclamación. Entonces:

$$S(t) = X_1 + X_2 + \dots + X_{N(t)}$$

El proceso  $\{N(t), t \geq 0\}$  se denomina el proceso del número de reclamaciones, mientras que  $\{S(t) \geq 0\}$  se denomina el proceso de reclamaciones agregadas. El conjunto de variables

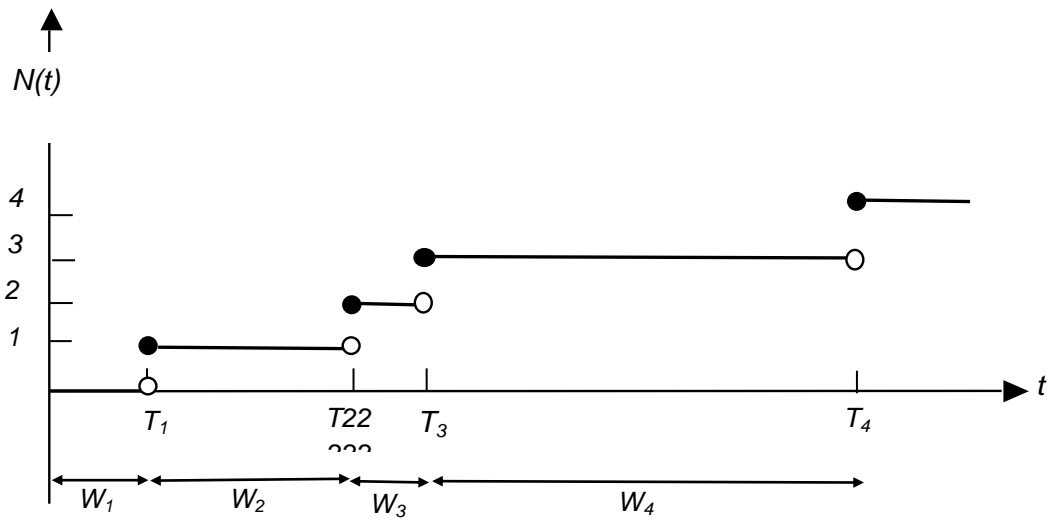
aleatorias se denomina proceso ya que estamos interesados en las distribuciones en todos los tiempos  $t \geq 0$ .

Sea  $t \geq 0$  y  $h > 0$ . De las definiciones se sigue que  $N(t+h)-N(t)$  es el número de reclamaciones y  $S(t+h)-S(t)$  es el agregado de reclamaciones que ocurren en el intervalo entre  $t$  y  $t+h$ . Sea  $T_i$  el tiempo cuando ocurre la  $i$ -ésima reclamación. Por lo tanto  $T_1, T_2, \dots$  son variables aleatorias con  $T_1 < T_2 < T_3 < \dots$ . Estas desigualdades son estrictas, por lo tanto excluyen la posibilidad de que dos o más reclamaciones ocurran al mismo tiempo. Entonces el tiempo de espera (o tiempo transcurrido) entre reclamaciones sucesivas está representado mediante  $W_i = T_i - T_{i-1}$  y

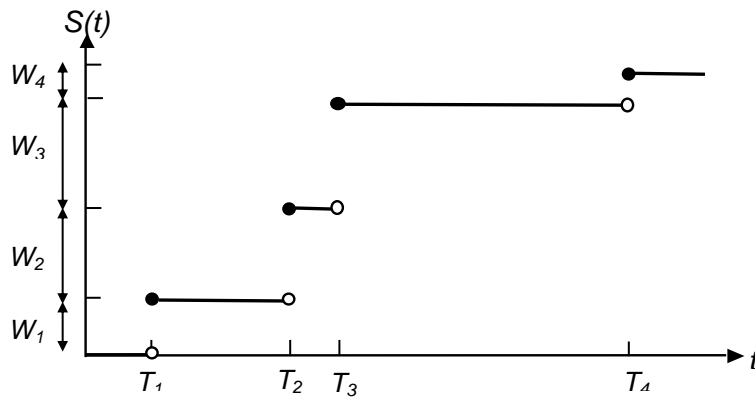
$$W_i = T_i - T_{i-1} \quad i < I$$

En las figuras 2.2 y 2.3 se muestran los resultados del proceso del número de reclamaciones y el del proceso agregado de reclamaciones. Nótese que  $N(t)$  y  $S(t)$  son funciones escalonadas. Las discontinuidades están en los tiempos  $T_i$  cuando ocurren las reclamaciones, y el tamaño de los escalones en estos tiempos es 1. Para  $N(t)$  y su monto de reclamaciones correspondiente  $X_i$ , para  $S(t)$

**Figura 2.2**  
**Proceso del número de reclamaciones**



**Figura 2.3**  
**Proceso del número de reclamaciones agregadas**



El proceso del número de reclamaciones, es un proceso de poisson: “El número de reclamaciones que ocurren en cualquier intervalo de longitud  $h$  sigue una distribución Poisson con parámetro  $\lambda h$ , independientemente de la posición del intervalo y la historia del proceso

Necesitamos obtener la distribución de los tiempos de espera entre las reclamaciones sucesivas. Tenemos lo siguiente:

$$\Pr[W_{i+1} > h \mid T_i, N(s) \forall s \leq t]$$

$$\Pr[N(t+h) - N(t) = 0 \mid T_i = t, N(s) \forall s \leq t] = e^{-\lambda h}$$

Por la definición del proceso de Poisson. Por lo tanto  $W_{i+1}$  sigue una distribución exponencial con parámetro  $\lambda$  y es independiente de  $N(s)$  para  $s \leq T_i$ . En otras palabras,  $W_{i+1}$  es independiente de  $W_1, W_2, \dots, W_i$ .

En este contexto, definiremos ahora un proceso de Poisson compuesto. Si para  $S(t)$ , definido en, las  $X_1, X_2, X_3, \dots$  son variables aleatorias independientes, idénticamente distribuidas con f.d.  $P(x)$  común, y si también son independientes del proceso  $\{N(t), t \geq 0\}$ , que se supone es un proceso de Poisson, se dice que el proceso  $\{S(t), t \geq 0\}$ , es un proceso de Poisson compuesto. Si el proceso de reclamaciones agregadas es un proceso de Poisson compuesto determinado por  $\lambda$  y  $P(x)$ , las siguientes propiedades corresponden a las del proceso del número de reclamaciones subyacente.

- a) Si  $t \geq 0$  y  $h > 0$ , la distribución de  $S(t+h) - S(t)$  es una Poisson compuesta con especificaciones  $\lambda h$  y  $P(x)$ , es decir:

$$\Pr[S(t+h) - S(t) \leq x] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda h} (\lambda h)^k}{k!} P^{*k}(x)$$

En donde  $P^{*k}(x)$  es la convolución k-ésima de la f.d.  $P(x)$ .

- b) Y en un intervalo de tiempo infinitesimal de amplitud  $dt$ , existe ya sea la reclamación 1 con probabilidad  $\lambda dt$  y con  $P(x)$  como la f.d. de su monto, o no existe reclamación.
- c) En cualquier tiempo  $h$ , la probabilidad de que la siguiente reclamación ocurra ente  $h+t$  y  $h+t+dt$  y de que el monto de la reclamación sea menor que o igual a  $x$  es  $e^{-\lambda t} (\lambda dt) P(x)$

Además, el proceso  $\{S(t), t \geq 0\}$  tiene incrementos estacionarios e independientes. Las reclamaciones agregadas de intervalos separados son variables aleatorias independientes y su distribución depende sólo de la amplitud del intervalo correspondiente y no de su posición.

Si  $S(t)$  representa un proceso de Poisson compuesto y el valor de  $t$  es fijo,  $S(t)$  tendrá una distribución de Poisson compuesta.

$$E[S(t)] = \lambda t p_1$$

$$\text{Var}[S(t)] = \lambda t p_2$$

## 2.2.2 Coeficiente de Ajuste y la Desigualdad de Lundberg

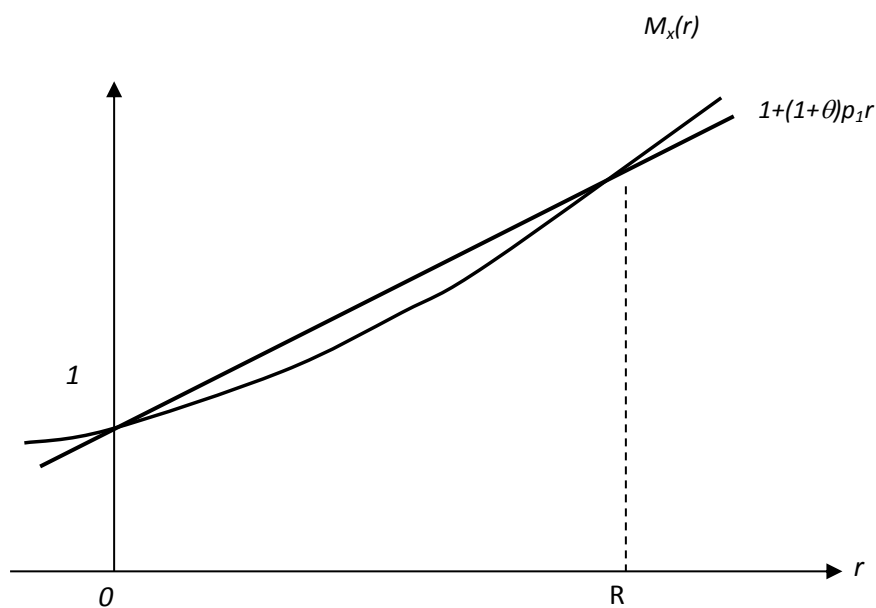
El proceso del excedente  $\{U(t), t \geq 0\}$  puede ser estudiado mediante su relación, determinada en 2.2, con el proceso de reclamaciones  $S(t)$ . Dado que ahora disponemos de un modelo completo del proceso del excedente, desarrollaremos un concepto especial. Esta herramienta puede utilizarse, en general, para encontrar los límites inferiores y superiores de  $\psi(u)$  y en forma explícita en el caso particular de una distribución exponencial de reclamaciones individuales.

Primero, supondremos que la tasa de cobro de las primas  $c$  excede los pagos esperados de reclamación por unidad de tiempo, que es  $\lambda p_1$ . Además, definimos un recargo relativo de seguridad  $\phi$  mediante la ecuación  $c = (1 + \theta) \lambda p_1$  en donde  $\phi$  es positivo.



En seguida, sea  $(-\infty, \gamma)$  el intervalo abierto más grande para el que la f.g.m. de  $P(x)$  existe. Se supone que  $\gamma$  es positiva. En el caso de la distribución exponencial con parámetro  $\beta$ ,  $\gamma$  es igual a  $\beta$ , mientras que para cualquier distribución del monto de las reclamaciones con límites  $\gamma$  es  $+\infty$ .

**Figura 2.4**  
**Definición del coeficiente de ajuste**



Por conveniencia de notación, supondremos también que  $P(x)$  es continua y tiene un f.d.p.  $p(x)$ ; si  $P(x)$  es discreta y tiene una f.p.  $p(x)$ , las integrales se reemplazarán por sumas en la siguiente expresión.

Para un proceso de Poisson compuesto, consideramos la ecuación

$$\lambda + cr = \lambda \int_0^{\infty} e^{rx} p(x) dx = \lambda M_x(r) \quad r < \gamma \quad (2.2.1)$$

o la expresión equivalente, usando  $c=(1+\theta)\lambda p_1$ ,

$$1 + (1 + \theta)p_1 r = M_x(r) \quad r < \gamma \quad (2.2.2)$$

Aquí, el lado izquierdo es una función lineal de  $r$ , mientras que el lado derecho es una función positiva creciente que tiende a  $\infty$  a medida que  $r \rightarrow \gamma$ . Más aún, la segunda derivada del lado derecho es positiva por lo que su gráfica es cóncava desde arriba. El supuesto de que  $c > \lambda p_1$  (equivalente a  $\theta > 0$ ) significa que la pendiente,  $(1 + \theta)p_1$ , del lado izquierdo de (2.2.2) excede la pendiente,  $M'_x(0) = p_1$ , del lado derecho en  $r = 0$ . En la figura 2.4, observamos que la ecuación (2.2.2) tiene dos soluciones. Aparte de la solución trivial  $r = 0$ , existe una solución positiva  $r = R$ , que se denomina el *coeficiente de ajuste*. Los motivos para considerar aquí la expresión (2.2.1) y su solución  $R$  se aclaran en el teorema que más adelante se presenta.

En la mayoría de los casos, la ecuación (2.2.2) no puede resolverse explícitamente. En estos casos, se debe hacer mediante un método de análisis numérico apropiado. En la figura 2.4 observamos que si

$$M_x(r) - 1 - (1 + \theta)p_1 r \quad (2.2.3)$$

Es positiva para algún valor de  $r > 0$ , se sigue que  $R < r$ . Igualmente, si (2.2.3) es negativa para algún valor de  $r$ ,  $R > r$ . Podemos utilizar esta información para determinar  $R$  ya sea mediante prueba y error o bisección sucesiva del intervalo.

En general, el coeficiente de ajuste es una función creciente del recargo relativo de seguridad,  $\theta$ . Esto puede observarse en la figura 2.4. A medida que  $\theta$  se incrementa, la pendiente de la línea recta a través del punto  $(0, 1)$  se incrementa en tal forma que el punto de intersección de la línea y la curva se mueve a la derecha y hacia arriba.

Existe una conexión intrínseca entre el coeficiente de ajuste y la probabilidad de ruina determinada en el siguiente teorema

Para  $u \geq 0$ ,

$$\psi(u) = \frac{e^{-Ru}}{E[e^{-RU(T)} | T < \infty]}. \quad (2.2.4)$$

En palabras, el denominador se calcula con respecto a la distribución condicional del excedente negativo,  $U(T)$ , dado que ocurra la ruina; es decir,  $T < \infty$ .

En la figura 2.4, observamos que si  $\theta \rightarrow 0$ , la secante tiende a la tangente para  $M_X(R)$  en  $r=0$ , lo que implica  $R \rightarrow 0$ . Pero, entonces de (2.2.4),  $\psi(u)=1$ , o la ruina es una certeza. Adicionalmente,  $U(t)$ ,  $t > 0$ , para el caso en donde  $\theta < 0$ , será siempre menor que la correspondiente  $U(t)$  para  $\theta \rightarrow 0$ , y por tanto, ya que la ruina es una certeza para  $\theta \rightarrow 0$ , la ruina es también una certeza para  $\theta < 0$ . Por estas razones, mantendremos el supuesto de que  $\theta > 0$ .

En general, una evaluación explícita del denominador de (2.2.4) no es posible. Las excepciones son el caso  $u=0$  y el caso donde la distribución del monto de las reclamaciones es exponencial. Sin embargo, el teorema puede usarse para derivar desigualdades. Ya que  $U(T)$ , dado  $T < \infty$ , necesariamente es negativo, el denominador de (2.2.4) excede a 1. Se sigue que

$$\psi(u) < e^{-Ru}. \quad (2.2.5)$$

Si la distribución del monto de reclamaciones está limitado en tal forma que  $P(m)=1$  para algunas  $m$  finitas, se sigue que, dado  $T < \infty$ ,  $U(T) > -m$  ya que el excedente justamente antes de la reclamación debería ser positivo. Por lo tanto,  $e^{-Ru(T)} < e^{-Ru}$ , así

$$E[e^{-RU(T)} | T < \infty] < e^{Rm}.$$

Por tanto

$$\psi(u) > e^{-Ru} e^{-Rm} = e^{-R(u+m)}. \quad (2.2.6)$$

Algunos autores sugieren el uso de la aproximación

$$\psi(u) \cong e^{-Ru}, \quad (2.2.7)$$

la que, en vista de (2.2.5), sobreestima la probabilidad de la ruina.

### 2.3 Modelo de tiempo discreto

En esta sección examinaremos un modelo que puede ser considerado como el del tiempo discreto análogo al modelo desarrollado en las secciones precedentes.

Sea  $U_n$  el excedente del asegurador en el tiempo  $n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Suponemos que

$$U_n = u + nc - S_n \quad (2.3.1)$$

donde  $u = U_0$  es el excedente inicial,  $c$  es el monto de las primas recibidas cada periodo y  $S_n$  es la suma de todas las reclamaciones en el primero de  $n$  periodos. También suponemos que

$$S_n = W_1 + W_2 + \dots + W_n \quad (2.3.2)$$

donde  $W_i$  es la suma de las reclamaciones en el periodo  $i$  y  $W_1, W_2, \dots, W_n$  son variables aleatorias idénticamente distribuidas e independientes. Además,  $\mu = E[W] < c$  donde  $W$  es una variable aleatoria distribuida como las  $W_i$ . Sea

$$\bar{T} = \min\{n : U_n < 0\} \quad (2.3.3)$$

El tiempo de la ruina (otra vez con el entendimiento de que  $\bar{T} = \infty$  si  $U_n \geq 0$  para toda  $n$ ), y sea

$$\bar{\psi}(u) = \Pr(\bar{T} < \infty) \quad (2.3.4)$$

la probabilidad de la ruina en este contexto.

Este modelo genera un resultado similar al Teorema de la sección anterior. Para formularlo, primero debemos definir el coeficiente de ajuste para el nuevo modelo. Lo definimos como la solución positiva de la ecuación

$$e^{-cr} M_W(r) = 1 \quad (2.3.5)$$

(véase la figura 2.5). La gráfica de  $e^{-cr} M_W(r)$  puede trazarse al observar que

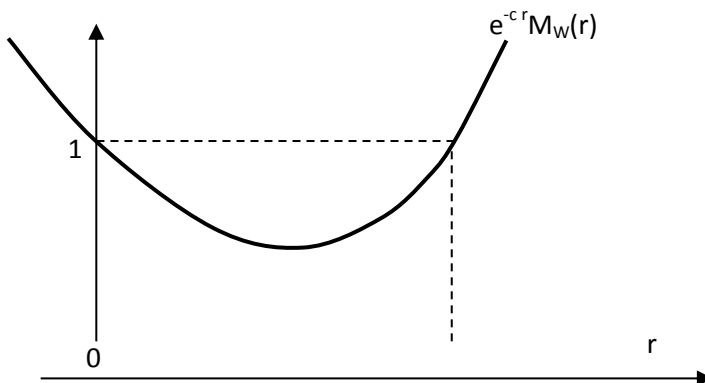
$$\frac{d}{dr}[e^{-cr} M_W(r)] = \frac{d}{dr} E[e^{(W-c)r}] = E[(W-c)e^{(W-c)r}]$$

Y

$$\frac{d^2}{dr^2}[e^{-cr} M_W(r)] = E[(W-c)^2 e^{(W-c)r}].$$

La primera de estas observaciones muestra que la pendiente en  $r=0$  es  $\mu - c$ , una cantidad negativa, y la segunda muestra que la gráfica es cóncava hacia arriba. Además, dado que  $W$  tiene una probabilidad positiva sobre los valores en exceso de  $c$ , la primera derivada será, para una  $r$  bastante grande, positiva y así permanecerá. Por tanto,  $e^{-cr} M_W(r)$  tendrá un mínimo, como lo indica la figura 2.5 y  $\bar{R}$  es positiva como se muestra.

**Figura 2.5**  
**Definición del R**



Notamos que (2.3.5) puede reexpresarse como

$$\log M_W(r) = \mu r + \frac{1}{2} \sigma^2 r^2. \quad (2.3.6)$$

Si observamos el caso especial donde la  $W'_S$  distribución común es de Poisson compuesta, entonces  $\log M_W(r) = \lambda(M_x(r) - 1)$ , la definición de  $R$  para el modelo de tiempo continuo. Por tanto, cuando el proceso de reclamaciones es de Poisson compuesta,  $\bar{R} = R$  así que  $\bar{R}$  puede considerarse una generalización de  $R$ .

**Teorema:**

Para  $u > 0$

$$\bar{\psi}(u) = \frac{\exp(-\bar{R}u)}{E[\exp(-\bar{R}U_{\bar{T}}) | \bar{T} < \infty]}. \quad (2.3.7)$$

Como por definición  $U_{\bar{T}} < \theta$ , se sigue que

$$\bar{\psi}(u) < \exp(-\bar{R}u). \quad (2.3.8)$$

Ahora derivaremos una aproximación para  $\bar{R}$ . Para una variable aleatoria  $X$

$$\frac{d}{dt} \log M_x(t) |_{t=0} = E[X]$$

Y

$$\frac{d^2}{dt^2} \log M_x(t) |_{t=0} = Var[X]$$

Por tanto, utilizando la expansión de series de Mclaurin, tenemos

$$\log M_W(r) = \mu r + \frac{1}{2} \sigma^2 r^2 + \Lambda$$

donde  $\sigma^2 = Var [W]$ . Si usamos únicamente los dos primeros términos de esta expansión en (2.3.6), obtenemos la aproximación

$$\bar{R} \cong \frac{2(c - \mu)}{\sigma^2}. \quad (2.3.9)$$

Si  $W$  tiene una distribución compuesta y la seguridad relativa recargada  $\theta$  está dada por  $c = (1 + \theta)\mu$ , entonces

$$\bar{R} \cong \frac{2\theta p_1 E[N]}{(p_2 - p_1^2)E[N] + p_1^2 Var[N]} \quad (2.3.10)$$

en donde  $N$  es una variable aleatoria distribuida como el número de reclamaciones en un periodo.

### 2.3.1 El coeficiente de ajuste

La probabilidad de ruina se puede estudiar dentro de un intervalo finito de tiempo  $(0, t)$ , que se denota como  $\psi(u, t)$ , o dentro de un intervalo ilimitado de tiempo  $(0, \infty)$ , que se denota como  $\psi(u)$ . La probabilidad de ruina está en función del capital inicial  $u$ , lo cual se incorpora dentro del modelo.

Como preámbulo al estudio de la probabilidad de ruina, primero se establece que  $S(t)$  es un proceso de Poisson compuesto. Luego, las reclamaciones agregadas esperadas en una unidad de tiempo están dadas por

$$E[S(1)] = \lambda E[X] \quad (2.3.1.1)$$

que denotaremos como  $\lambda\mu$  por ser una notación más conveniente.

Al respecto, si  $S(t)$  es un proceso compuesto, con distribución primaria  $N(t)$  y distribución secundaria  $X$ , se tiene que la función generadora de momentos (f.g.m.) de  $S(t)$  está dada por

$$M_{S(t)}(r) = M_{N(t)}[\ln M_X(r)]. \quad (2.3.1.2)$$

En particular, si  $N(t)$  es un proceso de Poisson con tasa (media)  $\lambda t$ , entonces se tiene

$$M_{S(t)}(r) = e^{\lambda t(e^u - 1)} \Big|_{u=\ln M_X(r)} = e^{\lambda t[M_X(r) - 1]}. \quad (2.3.1.3)$$

Ahora bien, en la práctica la tasa de la prima  $c$  excederá el monto de la reclamación esperada por unidad de tiempo. La variable aleatoria de las reclamaciones agregadas en una unidad de tiempo es  $S(1)$ , por lo que se tiene  $c > E[S(1)]$ . En particular, se dice

$$c = (1 + \theta) E[S(1)] \quad (2.3.1.4)$$

para  $\theta > 0$ , y se refiere a  $\theta$  como un *recargo relativo de seguridad*.

El valor de  $\theta$  es decisión de la compañía aseguradora y puede ser determinado por las políticas de ésta y/o por la competencia en precios del mercado. En ocasiones y dependiendo de dicha competencia en precios, es posible que el recargo de seguridad sea igual a cero.

En la práctica, es común que encontremos recargos de seguridad en función de la esperanza, sin hacer ningún análisis de la varianza del monto de los siniestros. Lo cual significa que podríamos cobrar la misma prima por dos riesgos aceptados que tuvieran el mismo valor esperado de siniestros; pero distinta varianza, algo que resulta ilógico<sup>4</sup>.

Una forma conveniente para determinar el valor de  $\theta$ , es fijando la probabilidad de ruina, es decir, escoger aquella  $\theta$  tal que la probabilidad de que el monto de los siniestros sobrepase la prima del seguro sea un determinado valor, por ejemplo 10%, 5%, 2%. Análogamente, se podría utilizar la probabilidad de ruina para contemplar la posibilidad de aceptar o rechazar el riesgo en el caso en que las fuerzas de mercado exijan un máximo como prima de seguro

De la Ecuación (2.3.1.1) y (2.3.1.4) se tiene que  $c = (1 + \theta) \lambda \mu$ , donde  $\theta > 0$  por lo que  $c > \lambda \mu$

.

Ahora se considera el pago neto de la reclamación (pérdida neta) en el intervalo  $(0, t]$ , el cual se define como

$$Z(t) = S(t) - ct. \quad (2.3.1.5)$$

---

<sup>4</sup>Nava, Ricardo. *Cálculo de la Prima de Reaseguro de Stop Loss en el Seguro de Vida*. Revista Mexicana de Ciencias Actuariales, Primer número. página 21.



La f.g.m. de  $Z(t)$  está dada por

$$\begin{aligned}
 M_{Z(t)}(r) &= E[e^{r[S(t) - ct]}] \\
 &= E[e^{rS(t)} e^{-rct}] \\
 &= e^{-rct} M_{S(t)}(r) \\
 &= e^{-rct} e^{\lambda t [M_X(r) - 1]}, \tag{2.3.1.6}
 \end{aligned}$$

lo cual se deriva de la Ecuación (2.3.1.2), ya que  $S(t)$  es un proceso de Poisson compuesto.

Luego se considera la ecuación  $M_{Z(t)}(r) = 1$ , la cual, de la ecuación (2.3.1.6), se puede escribir como

$$e^{-rct} e^{\lambda t [M_X(r) - 1]} = 1. \tag{2.3.1.7}$$

Aplicando el logaritmo natural en ambos lados de la Ecuación (2.3.1.7), se tiene que

$$-rct + \lambda t [M_X(r) - 1] = 0$$

o

$$rc = \lambda [M_X(r) - 1]. \tag{2.3.1.8}$$

Sustituyendo  $c = (1 + \theta) \lambda \mu$ , esto se vuelve

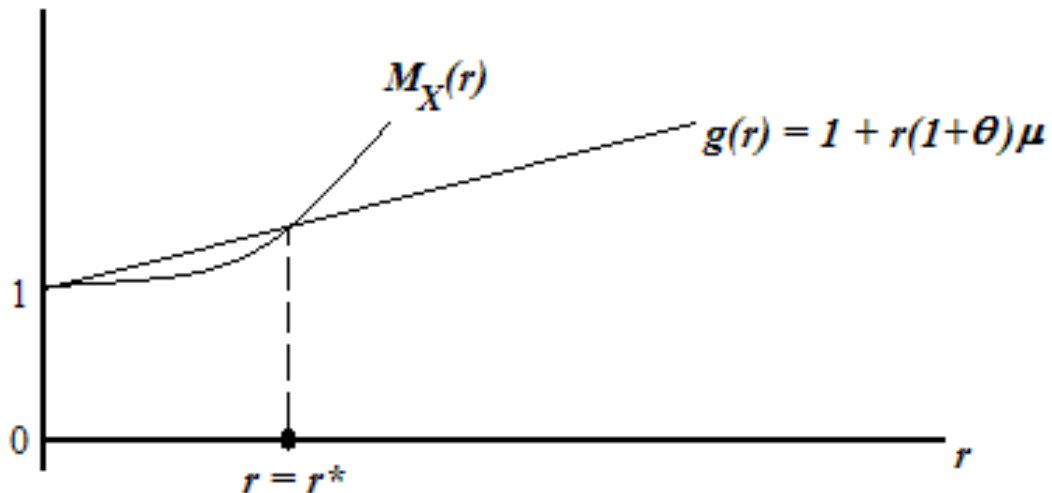
$$r(1 + \theta) \lambda \mu = \lambda [M_X(r) - 1]$$

o

$$M_X(r) = 1 + r(1+\theta)\mu. \quad (2.3.1.9)$$

Claramente, la Ecuación (1.4.6c) se satisface cuando  $r = 0$ . No obstante, lo que también se quiere encontrar es un valor de  $r > 0$ , el cual se denota por  $r^*$ , que satisfaga la ecuación (1.4.6c). Por ser una notación más conveniente se usa  $g(r)$  para  $1 + r(1+\theta)\mu$ . El problema se ilustra en la figura siguiente.

**Figura 2.6**  
**Gráfica de  $M_X(r)$  y  $g(r)$**



Nótese que  $M_X(0) = g(0) = 1$ . La pendiente de  $M_X(r)$  en  $r = 0$  está dada por  $M'_X(0) = E[Y] = \mu$ , y la pendiente de la línea  $g(r)$  es  $g'(0) = (1+\theta)\mu$ . Dado que  $\theta > 0$ , se tiene que  $g'(0) > M'_X(0)$ , así que  $g(r)$  inicia en una posición más alta que  $M_X(r)$ . Sin embargo,  $M_X(r)$  es cóncava hacia arriba, por lo que eventualmente  $M_X(r)$  cruzará nuevamente  $g(r)$ . El valor de  $r$  al cual esto ocurre se conoce como el *coeficiente de ajuste*, y se denota como  $r = r^*$ .

Debe ser claro que  $r^*$  depende de la distribución de  $X$  y de la relación que existe entre  $c$  y  $E[S(1)] = \lambda\mu$ , la cual se expresa por el valor de  $\theta$  en la relación  $c = (1+\theta)\lambda\mu$ . De la gráfica representada en la Figura 1.4.1, se observa que a medida que  $\theta$  aumenta,  $g(r)$  se inclina más; pero  $M_X(r)$  no se afecta, así que el punto de cruce  $r = r^*$  se mueve hacia arriba y hacia la derecha. Entonces  $r^*$  es una función creciente de  $\theta$ . De forma inversa, a medida que  $\theta \rightarrow 0$ , la pendiente de  $g(r) = 1+r(1+\theta)\mu$ , que es  $g'(r) = (1+\theta)\mu$ , se aproxima a  $\mu$ , así que  $g(r)$  se vuelve tangente a  $M_X(r)$  en  $r = 0$ . Entonces,  $g(r)$  y  $M_X(r)$  no vuelven a cruzarse, haciendo que  $r^* \rightarrow 0$  a medida que  $\theta \rightarrow 0$ .

### 2.3.2 Condiciones del coeficiente de ajuste

Este apartado se adentra un poco más al coeficiente de ajuste, en la mayoría de los casos no es tan fácil encontrar una expresión analítica para el mismo ya que depende directamente de la distribución de los montos de reclamación.

El exponente de Lundberg o coeficiente de ajuste, dada una función de cola ligera para el tamaño de reclamación, se define como aquella constante  $R > 0$  tal que

$$\int_0^{\infty} e^{Rx} \bar{F}(x) dx = \frac{c}{\lambda} \quad (2.3.2.1)$$

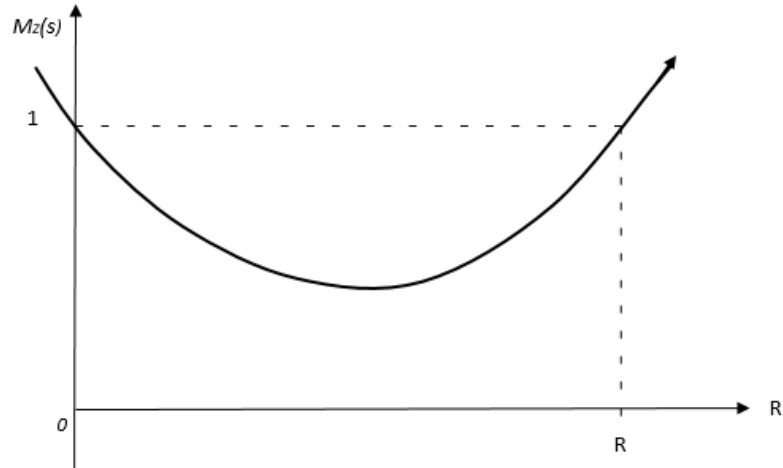
Es necesario que la distribución en cuestión sea de cola ligera ya que esto nos asegura la existencia de la función generadora de momentos de la variable aleatoria que denota a los montos de reclamación, y por lo tanto la relación mostrada en la ecuación (2.3.2.1) es cierta.

Asumiendo que la función generadora de momentos de la variable aleatoria  $Z_k$  existe en alguna vecindad del origen  $(-s_0, s_0)$  con  $s_0 > 0$ . Se le llama coeficiente de Lundberg o de ajuste a  $R$ , siempre y cuando exista y sea una única solución positiva a la ecuación

$$M_Z(R) = M_{Z_k}(R) = E[e^{R(X_k - cY_k)}] = 1 \quad (2.3.2.2)$$

La Figura 2.7 muestra un ejemplo típico de la función  $M_Z(s)$  con el exponente de Lundberg  $R$ .

**Figura 2.7**  
**Función generadora de momentos de la variable aleatoria Z**



En el modelo Cramér-Lundberg con intensidad  $\lambda$  para el número de reclamaciones, se tiene que

$$M_{cY_k}(s) = \frac{\lambda}{\lambda - cs}$$

existe para  $s < \frac{\lambda}{c}$ .

Se menciona que el coeficiente de ajuste  $R$  es única, para probar que existe como solución a las ecuaciones (2.3.2.1) y (2.3.2.2) se observan las siguientes condiciones:

- i)  $M_z(0)=1$
- ii)  $M'_z(0) = E[Z] = E[X_k - cY_k] = \mu - \frac{c}{\lambda} < 0$
- iii)  $M''_z(s) = E[Z^2 e^{sZ}] > 0$  para toda  $s$ .

La condición ii) y la continuidad de  $M_Z(s)$  implica que la función generadora de momentos decrece en alguna vecindad del cero. Por otro lado, el punto iii) implica que  $M_Z(s)$  es convexa. Se puede concluir que existe algún  $s_1 \in (0, s_0)$  tal que  $M'_Z(s_1) = 0$ , entonces  $M_Z(s)$  cambia su comportamiento monótono de decreciente a creciente en  $s_1$ . Para  $s > s_1$ ,  $M_Z(s)$  crece. Por lo tanto hay uno y sólo un valor  $s = R$  que satisface  $M_Z(s) = 1$ , la solución es única, condicionada a que la función generadora de momentos existe en una vecindad del origen suficientemente grande. Una condición suficiente para que esto suceda es que exista  $0 < s_2 \leq \infty$  tal que  $M_Z(s) < \infty$  para  $s < s_2$  y  $\lim_{s \uparrow s_2} M_Z(s) = \infty$ . Esto significa que la función generadora de momentos  $M_Z(s)$  crece continuamente a infinito. En particular, asumimos el valor 1 para  $s$  suficientemente grande.

De este argumento también veremos que la existencia del exponente del Lundberg como la solución de (2.3.2.1) no es automática; la existencia de la función generadora de momentos de  $Z$  en alguna vecindad del cero no es suficiente para asegurar que hay alguna  $R > 0$  con  $M_Z(R) = 1$ .

De lo anterior llegamos a que

$$M_Z(s) = M_X(s) \left( \frac{\lambda}{\lambda - cs} \right)$$

Y sabemos que  $M_Z(s) = 1$  sólo se cumple para  $s = 0$  y para  $s = R$ , pero nos interesa la raíz positiva por lo que tenemos la segunda solución

$$M_X(R) \left( \frac{\lambda}{\lambda - cR} \right) = 1, \quad (2.3.2.3)$$

recordemos que  $c = (1 + \rho)\lambda\mu$ , sustituyendo

$$\lambda M_X(R) = \lambda + cR = \lambda + (1 + \rho)\lambda\mu R$$

Entonces

$$M_X(R) = 1 + (1 + \rho)\mu R$$

Por lo tanto el *coeficiente de Lundberg*,  $R$ , es independiente del parámetro Poisson, solamente depende del factor de recargo  $\rho$ , y de la distribución de los montos de siniestros.

Resulta de interés tener una idea del valor de  $R$ , es independiente del parámetro Poisson, solamente depende del factor de recargo  $\rho$ , y de la distribución de los montos de siniestros.

$$\lambda \int_0^{\infty} e^{Rx} dF(x) > \lambda \int_0^{\infty} \left(1 + Rx + \frac{1}{2}R^2x^2\right) dF(x),$$

integrando tenemos que

$$\lambda + cR > \lambda(1 + Rm_1 + \frac{1}{2}R^2m_2)$$

por lo tanto

$$R < \frac{2(c - \lambda\mu)}{\lambda m_2} \tag{2.3.2.4}$$

donde  $m_2$  es el segundo momento de los momentos de siniestros, que es igual a  $\sigma^2 + \mu^2$ . Notemos que la cota queda en términos de la esperanza y la varianza del proceso del agregado de siniestros en una unidad de tiempo.

La existencia de este límite implica que la cota de probabilidad de ruina se relaciona como sigue

$$e^{-\frac{2(c-\lambda\mu)}{(\sigma^2+\mu^2)}u} < e^{-Ru} \tag{2.3.2.5}$$

### 2.3.3 La desigualdad de Lundberg

Dentro del proceso de riesgo clásico, la *desigualdad de Lundberg* establece que

$$\psi(u) \leq e^{-r^*u},$$

donde  $r^*$  es el coeficiente de ajuste.

Este resultado se puede probar por el método inductivo. Se define  $\psi_n(u)$  como la probabilidad de ruina en o antes de la  $n$ -ésima reclamación. Entonces resulta suficiente mostrar que

$$\psi_n(u) \leq e^{-r^*u}$$

para  $n = 1, 2, 3, \dots$ , dado que

$$\psi(u) = \lim_{n \rightarrow \infty} \psi_n(u).$$

Por lo tanto, se asume que para un valor fijo de  $n$ , donde  $n \geq 1$ ,  $\psi_n(u) \leq e^{-r^*u}$ . Luego, se establece una expresión para  $\psi_{n+1}(u)$  la cual considera el tiempo y el monto de la primera reclamación como sigue.

Se supone que la primera reclamación ocurre en el tiempo  $t > 0$  y que el monto de esta reclamación es  $x$ . Si la ruina ocurre en o antes de la  $(n+1)$ -ésima reclamación, se tiene que

- (i) la ruina ocurre en la primera reclamación, así que  $x > u + ct$ , o
- (ii) la ruina no ocurre en la primera reclamación, así que el superávit después del pago de esta reclamación,  $u + ct - x$ , es no negativa, y la ruina ocurre desde este nuevo nivel de superávit en las siguientes  $n$  reclamaciones.

Dado que las reclamaciones ocurren como un proceso de Poisson (con parámetro  $\lambda$ ), la distribución del tiempo hasta la primera reclamación es exponencial con parámetro  $\lambda$ . Entonces, integrando sobre todos los posibles tiempos y montos de la primera reclamación se tiene

$$\psi_{n+1}(u) = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_{u+ct}^{\infty} f(x) dx dt + \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_0^{u+ct} f(x) \psi_n(u+ct-x) dx dt.$$

La primera integral representa la probabilidad de ruina en la primera reclamación, y la segunda integral representa la probabilidad de que la ruina no ocurre en la primera reclamación pero sí ocurra en alguna de las siguientes  $n$  reclamaciones. También se establece que, en términos

probabilísticas, el proceso de superávit “comienza de nuevo” después del pago de la primera reclamación, así que la probabilidad de ruina en las siguientes  $n$  reclamaciones después del pago de la primera reclamación, es tan sólo  $\psi_n(u + ct - x)$ .

Ahora se aplica la hipótesis inductiva para escribir

$$\psi_{n+1}(u) \leq \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_{u+ct}^{\infty} f(x) dx dt + \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_0^{u+ct} f(x) e^{-r^*(u+ct-x)} dx dt .$$

Luego, se usa el hecho de que  $e^{-r^*(u+ct-x)} \geq 1$  para  $x \geq u + ct$ , así que

$$\int_{u+ct}^{\infty} f(x) dx \leq \int_{u+ct}^{\infty} e^{-r^*(u+ct-x)} f(x) dx$$

con lo cual se tiene que

$$\begin{aligned} \psi_{n+1}(u) &\leq \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_0^{\infty} f(x) e^{-r^*(u-ct-x)} dx dt \\ &= e^{-r^*u} \int_0^{\infty} \lambda e^{-(\lambda+cr^*)t} \int_0^{\infty} e^{r^*x} f(x) dx dt \\ &= e^{-r^*u} \int_0^{\infty} \lambda e^{-(\lambda+cr^*)t} M_X(r^*) dt . \end{aligned}$$

Dado que  $\lambda + cr^* = \lambda M_X(r^*)$ , la integral es igual a 1 con lo cual se tiene que

$$\psi_{n+1}(u) \leq e^{-r^*u}$$



Finalmente, se debe mostrar que el resultado es cierto para  $n = 1$ . Siguiendo los argumentos antes expuestos

$$\begin{aligned}
 \psi_1(u) &= \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_{u+ct}^{\infty} f(x) dx dt \\
 &\leq \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_{u+ct}^{\infty} f(x) e^{-r^*(u+ct-x)} dx dt \\
 &\leq \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \int_0^{\infty} f(x) e^{-r^*(u+ct-x)} dx dt \\
 &= e^{-r^*u}
 \end{aligned}$$

y la prueba está completa.

## 2.4 Aplicaciones a los seguros generales

En una compañía de seguros se puede obtener una medida útil del riesgo financiero calculando la probabilidad de ruina como una consecuencia de la variación en la cantidad del superávit. Para un proceso de superávit de tiempo continuo, la probabilidad de ruina para un intervalo de tiempo infinito está dada por

$$\psi(u) = \frac{e^{-r^*u}}{E[e^{-r^*U(T)} | T < \infty]}, \quad (2.4.1)$$

donde  $T$  denota el tiempo (aleatorio) de ruina. Entonces  $U(T)$  indica la variable aleatoria para la posición del superávit al momento de la ruina. Nótese que  $U(T)$  es necesariamente una cantidad negativa, así que  $Y = -U(T)$  es positiva y denota la variable aleatoria para el déficit (positivo) en el instante de la ruina. El denominador de la Ecuación (1.9.1.1) indica el valor de la esperanza condicional de  $e^{r^*Y}$ , dado que la ruina ocurre, lo cual se muestra con  $|T < \infty$ <sup>5</sup>. Esto

---

<sup>5</sup> Es importante señalar que no se está asegurando que la ruina ocurre, lo que en ese caso haría que la probabilidad de ocurrencia fuese de 1. Más bien, lo que se está encontrando es la esperanza condicional de  $e^{r^*Y}$ , bajo la condición de que la ruina ocurre.

se puede interpretar como  $M_Y(r^*)$ , la f.g.m. para la variable aleatoria  $Y$  evaluada en el coeficiente de ajuste  $r^*$ .

Se hacen varias observaciones acerca de  $\psi(u)$

- (1) A medida de que  $\theta \rightarrow 0$ , así como  $r^* \rightarrow 0$ , se tiene que  $\psi(u) \rightarrow 1$ , lo cual indica que la ruina es cierta. Esto es, si  $\theta \rightarrow 0$  se tiene que  $c$  se aproxima al monto de la reclamación esperada, sugiriendo entonces que si sólo se cobra por el seguro (prima) el monto de la reclamación esperada, la ruina es (eventualmente) inevitable.
- (2) Dado que  $Y$  y  $r^*$ , por lo que  $\psi(u) < e^{-r^*u}$ , estableciendo un límite superior a la probabilidad de ruina.
- (3) Igualmente, se puede establecer un límite inferior  $\psi(u)$  si existe un valor máximo para el monto individual de pérdida  $X$ . Si  $m$  es el valor máximo de  $X$ , entonces  $m$  también es el valor máximo de  $Y$ , dado que el déficit al momento de la ruina no puede exceder el tamaño de la reclamación que causa el evento de ruina. Entonces se tiene que  $Y \leq m$ , de tal forma que  $r^*Y \leq r^*m$ , y por ende,  $e^{r^*Y} \leq e^{r^*m}$  siguiendo que  $E[e^{r^*Y}] \leq e^{r^*m}$ . Lo cual muestra que

$$\psi(u) \geq \frac{e^{-r^*u}}{er + m} = e^{-r^*(u+m)},$$

estableciendo que  $e^{-r^*(u+m)}$  es un límite inferior de  $\psi(u)$ .

- (4) Claramente, si  $\psi(u) \rightarrow 0$  dado que  $u \rightarrow \infty$ , indica que la ruina no es posible si comenzamos con un superávit inicial “lo suficientemente grande”.

# Capítulo 3.

## Estimación de la probabilidad de ruina a la cartera de vida

---

### 3.1 Introducción

El negocio asegurador se caracteriza por la variable aleatoria de siniestralidad estudiada en la Teoría de Riesgo Clásica, cuyo objetivo fundamental es estudiar la distribución de la siniestralidad a partir de las variables básicas (número y cuantía de los siniestros) y la estabilidad del negocio asegurador, analizando el efecto que las fluctuaciones de la siniestralidad producen en el mismo y las medidas para evitar que éstas conduzcan a la empresa a la “ruina”.

Dentro de este capítulo se estima la probabilidad de ruina, bajo el esquema y atributos que se manejan en las compañías aseguradoras. Para estudiar la solvencia de la entidad aseguradora, se debe aproximar al comportamiento estadístico de la siniestralidad. La modelización de la cuantía total de los siniestros se puede hacer desde el enfoque global lo que nos lleva a considerar la cartera de riesgos como una corriente de siniestros cuyo volumen depende del número de siniestros y de su cuantía.

### 3.2 Cálculo de la probabilidad de ruina

En el modelo básico de la Teoría de Ruina se calcula la probabilidad de ruina de una compañía de seguros modelando el costo total de los siniestros a través de un proceso de Poisson compuesto, es decir, considerando que el número de siniestros sigue una función discreta de Poisson y el monto individual de cada siniestro una distribución exponencial. Es decir, como consecuencia de utilizar una distribución de Poisson en el número de siniestros, el tiempo que transcurre entre la ocurrencia de dos siniestros puede ser modelado mediante una distribución exponencial de media  $\frac{1}{\lambda}$ .

El cálculo de esa probabilidad  $\psi(u)$  en esta capítulo se realiza en tiempo finito, la cual depende del nivel inicial de las reservas o capital inicial  $R(0) = u$ , siendo  $R(t) = u + ct + S_t$

$(R(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i)$  donde  $S_t$  es el proceso acumulado de siniestros hasta el tiempo  $t$ , y  $c$

la tasa a la cual ingresan las primas por unidad de tiempo.

### 3.3 Análisis y simulación del proceso de seguro

Es claro que los ciclos de la suscripción son de los factores más importantes que afectan los resultados en la práctica aseguradora. Debido a su relevancia es conveniente analizar la causa de los ciclos y explorar sus características. En este sentido, existen varios factores potenciales de fondo que varían de periodo a periodo. La experiencia del comportamiento actual del proceso de seguro se ve afectada por este tipo de factores, los cuales, directa o indirectamente, son responsables de los ciclos del negocio asegurador. A continuación se presentan algunos de los factores que inducen ciclos.

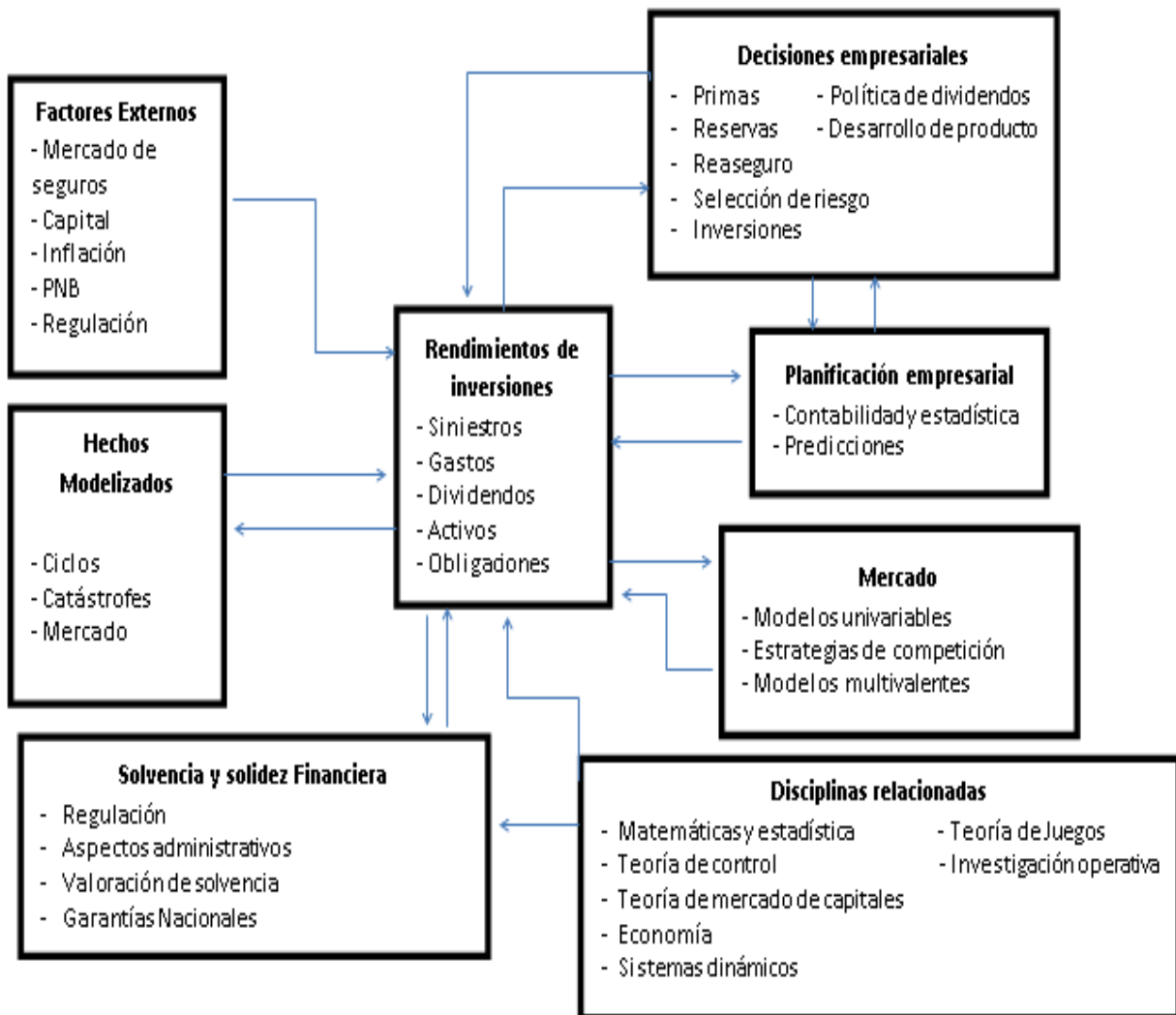
1. **Reclamaciones.-** tienen sus propias tendencias, ciclos y variabilidad de corto plazo. Éstas aumentan la fluctuación de todo el proceso de seguro.
2. **Ciclos de primas.-** pueden ser inducidos por estrategias de competencia, cuando se busca una mayor comercialización, o por cuestiones regulatorias o políticas.
3. **Inflación.-** una tasa inflacionaria estable no se espera que tenga un efecto cíclico, dado que los ajustes por inflación se pueden hacer con los niveles esperados para determinar primas, reservas, márgenes de solvencia, entre otros. Sin embargo, si la tasa de inflación cambia a niveles inesperados, se pueden provocar ciclos en todo tipo de cuantificaciones monetarias.
4. **Fluctuaciones en las tasas de interés y los valores de los activos.-** pueden tener un impacto directo en los niveles de suscripción. Si la tasa de inversión en las reservas técnicas o de otro tipo son altas, se pueden esperar menos primas, debido a que el costo esperado de colocar reclamaciones se ajusta hacia abajo o porque disminuye el margen de ganancia aceptado.

Los altos rendimientos provocan expectativas optimistas de los rendimientos de las futuras inversiones, lo cual causa pérdidas operativas cuando las tasas de rendimiento caen. Los cambios en los valores de los activos pueden tener un impacto significativo en la fortaleza financiera, induciendo a acciones correctivas a través de las primas.

5. **Cuestiones de mercado.-** la capacidad del mercado puede tener un gran impacto en los precios de ciertos bienes. Una excesiva capacidad en el reaseguro y en las líneas comerciales tiene la tendencia de presionar hacia abajo las primas e, inversamente, la falta de capacidad presiona hacia arriba los precios. Por otro lado, el capital disponible depende por una parte de las ganancias o pérdidas anteriores de la industria, y por otra

de las utilidades anticipadas del negocio del seguro con respecto a otras industrias, particularmente si hay libre entrada en el mercado. Nuevos participantes serán atraídos al mercado si existen expectativas de altas ganancias. También será más sencillo persuadir a los accionistas actuales para que otorguen más capital en dichas circunstancias. La capacidad para suscribir más negocio está determinada por el capital y las reservas libres. Esto provoca alternativamente expansión y contracción de la capacidad y, consecuentemente, variaciones cíclicas en los precios.

**Figura 3.2**  
**Análisis y simulación del proceso de seguro**



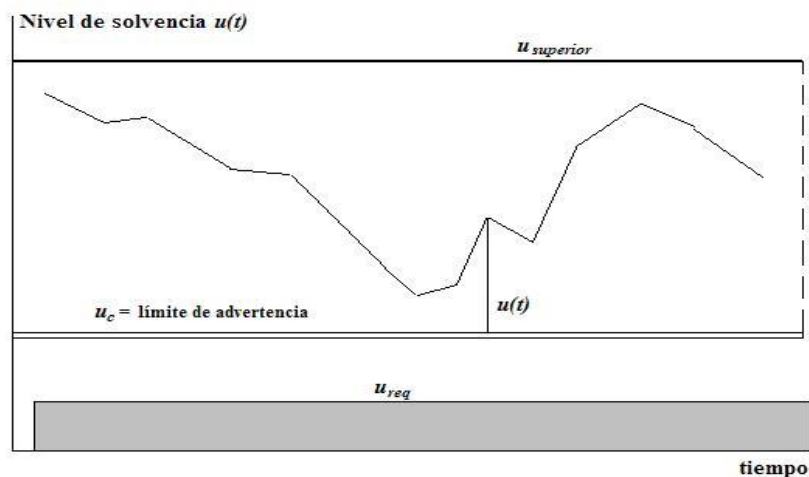
### 3.4 El requerimiento de solvencia de las reservas

Una compañía de seguros necesita de diversos métodos para hacerle frente a los periodos de tiempo adversos y con ello compensar las pérdidas con las ganancias entre años consecutivos, es decir, controlar la fluctuación del nivel de solvencia  $u(t)$ .

En la actualidad, existe una regulación que requiere un margen mínimo de solvencia  $u_{req}$ , una barrera que todo asegurador debe observar para poder continuar suscribiendo negocio. Para la sobrevivencia de la compañía es necesario mantener el nivel fluctuante de solvencia  $u(t)$ . Si el nivel de solvencia  $u(t)$  cae cercano a la barrera  $u_{req}$ , hay una probabilidad considerable de que una fluctuación normal aleatoria pueda llevar a una caída por debajo de dicha barrera. Por lo tanto, es recomendable establecer un límite previo de advertencia  $u_c$ , a un margen suficiente por encima de  $u_{req}$ , para tratar de controlar la fluctuación de  $u(t)$  y de esta forma evitar que caiga por debajo de la barrera  $u_{req}$ .

Como se observa en la figura 3.4, el área por encima de la barrera de advertencia  $u_c$ , en donde el nivel de solvencia  $u(t)$  debe fluctuar, se llama zona de confianza. Resulta también de interés evaluar el límite superior  $u_{superior}$  de la zona. Para un adecuado manejo se necesita al menos una idea aproximada de su magnitud para mantener las fluctuaciones del nivel de solvencia dentro de la zona. Este límite superior también puede ser utilizado como indicador para decidir cuánto de las ganancias pueden distribuirse como dividendos. Una estrategia es retener suficientes recursos para mantener la zona de confianza.

**Figura 3.4**  
**Zona de confianza para controlar el nivel de solvencia**



Fuente: Daykin, *et al*, página 365.

Es importante hacer notar que el límite del nivel superior  $u_{superior}$  depende no sólo de la variabilidad de los riesgos, que está más allá del control de la administración, sino también de las acciones de la administración.

Las prácticas para la determinación de primas de tarifa y el reaseguro externo caen dentro de estas acciones. Si éstas se modifican rápidamente conforme la experiencia del negocio, el rango de la fluctuación del margen solvencia puede ser reducido significativamente.

La estrategia de inversión puede también tener un gran impacto en los requerimientos de capital medidos por  $u_{superior}$ . Si se tiene un alto rendimiento en las inversiones, la volatilidad del rendimiento probablemente aumentará y entonces habrá posibilidad de pérdidas de capital. Todo esto contribuye a la fluctuación del margen de solvencia que influye sobre el tamaño requerido de la zona de confianza.

A pesar de que el rango de fluctuación puede ser controlado a un cierto grado por las acciones de la administración, como reaseguro, determinación de precios, reservas e inversión, esto no puede ser totalmente eliminado. Entonces, una compañía de seguros necesita de una reserva de capital para cubrirse de cualquier adversidad en los resultados anuales. Por otro lado, es natural que las ganancias aleatorias se almacenen en esta misma reserva de capital. Una solución que se ha adoptado en algunos países es establecer una reserva particular para este propósito, comúnmente llamada reserva de compensación.

Otra condición es que las transferencias hacia y desde la reserva deben ser tomadas como una genuina fluctuación aleatoria. Esto lleva a que la compañía de seguros establezca reglas para que aquella parte de la suscripción que genera una ganancia que excede a un nivel promedio por un periodo de tiempo considerable se transfiera a la reserva de compensación. De forma similar, si el resultado cae por debajo de dicho promedio, la diferencia debería ser deducida de la reserva de compensación.

### **3.5 Aplicación numérica**

Para aproximar la probabilidad de ruina en una cartera de vida, se realizó un análisis de acuerdo a las causas catastróficas que tuvieron mayor impacto en 5 años, y se observó que difería las causas de acuerdo a la entidad federativa. Por esta razón, se consideraron las causas que representan más del 50% del total de causas de siniestros en cada uno de los estados.

La probabilidad de ruina para el Estado de Aguascalientes, donde el riesgo más representativo fue la epidemia con (82%) casos, es:

<i>Aguascalientes</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999774</b>	<b>0.999548</b>	<b>0.999323</b>	<b>0.998871</b>	R1=	0.00000000226
	0.03	<b>0.999323</b>	<b>0.998646</b>	<b>0.997969</b>	<b>0.996617</b>	R2=	0.00000000678
	0.05	<b>0.998871</b>	<b>0.997744</b>	<b>0.996617</b>	<b>0.994369</b>	R3=	0.00000001129
	0.10	<b>0.997744</b>	<b>0.995492</b>	<b>0.993246</b>	<b>0.988769</b>	R4=	0.00000002259

La probabilidad de ruina para el Estado de Baja California, donde los riesgos más representativos fueron: la epidemia (46%), incendio (13%) y onda de calor (19%).

<i>Baja California</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999659</b>	<b>0.999319</b>	<b>0.998979</b>	<b>0.998299</b>	R1=	0.00000000341
	0.03	<b>0.998979</b>	<b>0.997959</b>	<b>0.996940</b>	<b>0.994905</b>	R2=	0.00000001022
	0.05	<b>0.998299</b>	<b>0.996600</b>	<b>0.994905</b>	<b>0.991522</b>	R3=	0.00000001703
	0.10	<b>0.996600</b>	<b>0.993212</b>	<b>0.989835</b>	<b>0.983116</b>	R4=	0.00000003406

La probabilidad de ruina para el Estado de Baja California Sur, donde los riesgos más representativos fueron: la epidemia (33%), lluvias (25%), marejadas (17%) y onda de calor (17%).

<i>Baja California Sur</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.995652</b>	<b>0.991323</b>	<b>0.987013</b>	<b>0.978449</b>	R1=	0.00000004357
	0.03	<b>0.987013</b>	<b>0.974195</b>	<b>0.961543</b>	<b>0.936731</b>	R2=	0.00000013072
	0.05	<b>0.978449</b>	<b>0.957363</b>	<b>0.936731</b>	<b>0.896791</b>	R3=	0.00000021786
	0.10	<b>0.957363</b>	<b>0.916544</b>	<b>0.877465</b>	<b>0.804235</b>	R4=	0.00000043573



La probabilidad de ruina para el Estado de Campeche, donde los riesgos más representativos fueron: Explosión (12%), incendio Forestal (16%), inundación (32%), marejada (20%).

<i>Campeche</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.998927</b>	<b>0.997855</b>	<b>0.996785</b>	<b>0.994647</b>	R1=	0.00000001074
	0.03	<b>0.996785</b>	<b>0.993579</b>	<b>0.990384</b>	<b>0.984026</b>	R2=	0.00000003221
	0.05	<b>0.994647</b>	<b>0.989322</b>	<b>0.984026</b>	<b>0.973518</b>	R3=	0.00000005368
	0.10	<b>0.989322</b>	<b>0.978758</b>	<b>0.968306</b>	<b>0.947737</b>	R4=	0.00000010736

La probabilidad de ruina para el Estado de Chiapas, donde los riesgos más representativos fueron: Avenida torrencial (12%), deslizamiento (33%), Epidemias (15%) y lluvias (11%).

<i>Chiapas</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999837</b>	<b>0.999673</b>	<b>0.999510</b>	<b>0.999183</b>	R1=	0.00000000163
	0.03	<b>0.999510</b>	<b>0.999020</b>	<b>0.998530</b>	<b>0.997551</b>	R2=	0.00000000490
	0.05	<b>0.999183</b>	<b>0.998367</b>	<b>0.997551</b>	<b>0.995922</b>	R3=	0.00000000817
	0.10	<b>0.998367</b>	<b>0.996736</b>	<b>0.995108</b>	<b>0.991860</b>	R4=	0.00000001635

La probabilidad de ruina para el Estado de Chihuahua, donde los riesgos más representativos fueron: Epidemia (26%) e incendio (18%) y onda fría (28%).

<i>Chihuahua</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999891</b>	<b>0.999782</b>	<b>0.999673</b>	<b>0.999454</b>	R1=	0.00000000109
	0.03	<b>0.999673</b>	<b>0.999345</b>	<b>0.999018</b>	<b>0.998364</b>	R2=	0.00000000327
	0.05	<b>0.999454</b>	<b>0.998909</b>	<b>0.998364</b>	<b>0.997275</b>	R3=	0.00000000546
	0.10	<b>0.998909</b>	<b>0.997819</b>	<b>0.996730</b>	<b>0.994557</b>	R4=	0.00000001092

La probabilidad de ruina para el Estado de Coahuila, donde los riesgos más representativos fueron: Epidemia (32%), Explosión (23%) e incendio (10%)

<i>Coahuila</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999618</b>	<b>0.999237</b>	<b>0.998855</b>	<b>0.998092</b>	R1=	0.00000000382
	0.03	<b>0.998855</b>	<b>0.997711</b>	<b>0.996569</b>	<b>0.994288</b>	R2=	0.00000001146
	0.05	<b>0.998092</b>	<b>0.996188</b>	<b>0.994288</b>	<b>0.990498</b>	R3=	0.00000001909
	0.10	<b>0.996188</b>	<b>0.992391</b>	<b>0.988609</b>	<b>0.981086</b>	R4=	0.00000003819

La probabilidad de ruina para el Estado de Colima, donde los riesgos más representativos fueron: Epidemia (70%) y lluvias (22%)

<i>Colima</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999755</b>	<b>0.999509</b>	<b>0.999264</b>	<b>0.998774</b>	R1=	0.00000000245
	0.03	<b>0.999264</b>	<b>0.998529</b>	<b>0.997794</b>	<b>0.996326</b>	R2=	0.00000000736
	0.05	<b>0.998774</b>	<b>0.997549</b>	<b>0.996326</b>	<b>0.993885</b>	R3=	0.00000001227
	0.10	<b>0.997549</b>	<b>0.995105</b>	<b>0.992666</b>	<b>0.987807</b>	R4=	0.00000002454

La probabilidad de ruina para el Distrito Federal, donde el riesgo más representativo fue: Epidemia (60%).

<i>Distrito Federal</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999893</b>	<b>0.999785</b>	<b>0.999678</b>	<b>0.999464</b>	R1=	0.00000000107
	0.03	<b>0.999678</b>	<b>0.999356</b>	<b>0.999035</b>	<b>0.998392</b>	R2=	0.00000000322
	0.05	<b>0.999464</b>	<b>0.998928</b>	<b>0.998392</b>	<b>0.997321</b>	R3=	0.00000000537
	0.10	<b>0.998928</b>	<b>0.997856</b>	<b>0.996786</b>	<b>0.994649</b>	R4=	0.00000001073

La probabilidad de ruina para el Estado de Durango, donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (14%), deslizamiento (13%), Epidemia (29%) y onda fría (12%)

<i>Durango</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
$\theta$	0.01	<b>0.999646</b>	<b>0.999292</b>	<b>0.998938</b>	<b>0.998231</b>	R1=	0.0000000354
	0.03	<b>0.998938</b>	<b>0.997878</b>	<b>0.996818</b>	<b>0.994703</b>	R2=	0.0000001062
	0.05	<b>0.998231</b>	<b>0.996465</b>	<b>0.994703</b>	<b>0.991187</b>	R3=	0.0000001770
	0.10	<b>0.996465</b>	<b>0.992943</b>	<b>0.989434</b>	<b>0.982451</b>	R4=	0.0000003541

La probabilidad de ruina para el Estado de México, donde los riesgos más representativos fueron: Contaminación (94%)

<i>Estado de México</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
$\theta$	0.01	<b>0.999998</b>	<b>0.999997</b>	<b>0.999995</b>	<b>0.999992</b>	R1=	0.0000000002
	0.03	<b>0.999995</b>	<b>0.999990</b>	<b>0.999985</b>	<b>0.999975</b>	R2=	0.0000000005
	0.05	<b>0.999992</b>	<b>0.999983</b>	<b>0.999975</b>	<b>0.999958</b>	R3=	0.0000000008
	0.10	<b>0.999983</b>	<b>0.999966</b>	<b>0.999950</b>	<b>0.999916</b>	R4=	0.0000000017

La probabilidad de ruina para el Estado de Guanajuato, donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (13%), deslizamiento (18%), Epidemia (21%) e inundación (13%)

<i>Guanajuato</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
$\theta$	0.01	<b>0.999161</b>	<b>0.998323</b>	<b>0.997485</b>	<b>0.995812</b>	R1=	0.0000000839
	0.03	<b>0.997485</b>	<b>0.994976</b>	<b>0.992474</b>	<b>0.987487</b>	R2=	0.0000002518
	0.05	<b>0.995812</b>	<b>0.991641</b>	<b>0.987487</b>	<b>0.979233</b>	R3=	0.0000004197
	0.10	<b>0.991641</b>	<b>0.983352</b>	<b>0.975132</b>	<b>0.958897</b>	R4=	0.0000008394

La probabilidad de ruina para el Estado de Guerrero, donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (16%), deslizamiento 14(%) y Epidemia (23%)

<i>Guerrero</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999879</b>	<b>0.999758</b>	<b>0.999636</b>	<b>0.999394</b>	R1=	0.00000000121
	0.03	<b>0.999636</b>	<b>0.999273</b>	<b>0.998910</b>	<b>0.998184</b>	R2=	0.00000000364
	0.05	<b>0.999394</b>	<b>0.998789</b>	<b>0.998184</b>	<b>0.996975</b>	R3=	0.00000000606
	0.10	<b>0.998789</b>	<b>0.997579</b>	<b>0.996371</b>	<b>0.993959</b>	R4=	0.00000001212

La probabilidad de ruina para el Estado de Hidalgo, donde los riesgos más representativos fueron: Epidemia (38%), Explosión (11%), intoxicación (18%).

<i>Hidalgo</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999786</b>	<b>0.999572</b>	<b>0.999358</b>	<b>0.998930</b>	R1=	0.00000000214
	0.03	<b>0.999358</b>	<b>0.998716</b>	<b>0.998075</b>	<b>0.996793</b>	R2=	0.00000000642
	0.05	<b>0.998930</b>	<b>0.997861</b>	<b>0.996793</b>	<b>0.994661</b>	R3=	0.00000001071
	0.10	<b>0.997861</b>	<b>0.995726</b>	<b>0.993596</b>	<b>0.989350</b>	R4=	0.00000002141

La probabilidad de ruina para el Estado de Jalisco, donde los riesgos más representativos fueron: Avenida torrencial (13%), deslizamiento (13%), Epidemia (37%)

<i>Jalisco</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999788</b>	<b>0.999575</b>	<b>0.999363</b>	<b>0.998939</b>	R1=	0.00000000212
	0.03	<b>0.999363</b>	<b>0.998727</b>	<b>0.998091</b>	<b>0.996820</b>	R2=	0.00000000637
	0.05	<b>0.998939</b>	<b>0.997879</b>	<b>0.996820</b>	<b>0.994705</b>	R3=	0.00000001062
	0.10	<b>0.997879</b>	<b>0.995762</b>	<b>0.993650</b>	<b>0.989439</b>	R4=	0.00000002123

La probabilidad de ruina para el Estado de Michoacán, donde los riesgos más representativos fueron: Aluvión (41%), deslizamiento (20%) y epidemia (14%)

<i>Michoacán</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999790</b>	<b>0.999580</b>	<b>0.999369</b>	<b>0.998949</b>	R1=	0.00000000210
	0.03	<b>0.999369</b>	<b>0.998739</b>	<b>0.998110</b>	<b>0.996851</b>	R2=	0.00000000631
	0.05	<b>0.998949</b>	<b>0.997900</b>	<b>0.996851</b>	<b>0.994758</b>	R3=	0.00000001051
	0.10	<b>0.997900</b>	<b>0.995804</b>	<b>0.993713</b>	<b>0.989543</b>	R4=	0.00000002102

probabilidad de ruina para el Estado de Morelos, donde los riesgos más representativos fueron: Avenida torrencial (21%) y epidemia (41%)

<i>Morelos</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999304</b>	<b>0.998609</b>	<b>0.997914</b>	<b>0.996526</b>	R1=	0.00000000696
	0.03	<b>0.997914</b>	<b>0.995832</b>	<b>0.993755</b>	<b>0.989613</b>	R2=	0.00000002088
	0.05	<b>0.996526</b>	<b>0.993063</b>	<b>0.989613</b>	<b>0.982749</b>	R3=	0.00000003480
	0.10	<b>0.993063</b>	<b>0.986175</b>	<b>0.979334</b>	<b>0.965795</b>	R4=	0.00000006961

La probabilidad de ruina para el Estado de Nayarit, donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (16%), deslizamiento 14(%) y Epidemia (23%)

<i>Nayarit</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999060</b>	<b>0.998120</b>	<b>0.997181</b>	<b>0.995306</b>	R1=	0.00000000941
	0.03	<b>0.997181</b>	<b>0.994370</b>	<b>0.991567</b>	<b>0.985985</b>	R2=	0.00000002823
	0.05	<b>0.995306</b>	<b>0.990635</b>	<b>0.985985</b>	<b>0.976751</b>	R3=	0.00000004705
	0.10	<b>0.990635</b>	<b>0.981357</b>	<b>0.972167</b>	<b>0.954043</b>	R4=	0.00000009409

La probabilidad de ruina para el Estado de Nuevo León, donde los riesgos más representativos fueron: Avenida torrencial (13%), epidemia (14%) e incendio (43%)

<i>Nuevo león</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999933</b>	<b>0.999865</b>	<b>0.999798</b>	<b>0.999663</b>	R1=	0.00000000067
	0.03	<b>0.999798</b>	<b>0.999596</b>	<b>0.999394</b>	<b>0.998990</b>	R2=	0.00000000202
	0.05	<b>0.999663</b>	<b>0.999326</b>	<b>0.998990</b>	<b>0.998317</b>	R3=	0.00000000337
	0.10	<b>0.999326</b>	<b>0.998653</b>	<b>0.997981</b>	<b>0.996637</b>	R4=	0.00000000674

La probabilidad de ruina para el Estado de Oaxaca, donde los riesgos más representativos fueron: Deslizamiento (18%), epidemia (22%) y lluvias (20%)

<i>Oaxaca</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999879</b>	<b>0.999759</b>	<b>0.999638</b>	<b>0.999396</b>	R1=	0.00000000121
	0.03	<b>0.999638</b>	<b>0.999276</b>	<b>0.998914</b>	<b>0.998190</b>	R2=	0.00000000362
	0.05	<b>0.999396</b>	<b>0.998793</b>	<b>0.998190</b>	<b>0.996986</b>	R3=	0.00000000604
	0.10	<b>0.998793</b>	<b>0.997588</b>	<b>0.996384</b>	<b>0.993980</b>	R4=	0.00000001208

La probabilidad de ruina para el Estado de Puebla, donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (20%) y epidemia (32%).

<i>Puebla</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999914</b>	<b>0.999829</b>	<b>0.999743</b>	<b>0.999572</b>	R1=	0.00000000086
	0.03	<b>0.999743</b>	<b>0.999486</b>	<b>0.999230</b>	<b>0.998717</b>	R2=	0.00000000257
	0.05	<b>0.999572</b>	<b>0.999144</b>	<b>0.998717</b>	<b>0.997862</b>	R3=	0.00000000428
	0.10	<b>0.999144</b>	<b>0.998289</b>	<b>0.997435</b>	<b>0.995728</b>	R4=	0.00000000856

La probabilidad de ruina para el Estado de Querétaro, donde los riesgos más representativos fueron: Epidemia (%34) y onda fría (%39)

<i>Querétaro</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999903</b>	<b>0.999806</b>	<b>0.999709</b>	<b>0.999515</b>	R1=	0.00000000097
	0.03	<b>0.999709</b>	<b>0.999418</b>	<b>0.999127</b>	<b>0.998545</b>	R2=	0.00000000291
	0.05	<b>0.999515</b>	<b>0.999030</b>	<b>0.998545</b>	<b>0.997576</b>	R3=	0.00000000485
	0.10	<b>0.999030</b>	<b>0.998061</b>	<b>0.997092</b>	<b>0.995159</b>	R4=	0.00000000971

La probabilidad de ruina para el Estado de Quintana Roo donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (27%), epidemia (27%) y explosión23 (%)

<i>Quintana Roo</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.998994</b>	<b>0.997990</b>	<b>0.996987</b>	<b>0.994983</b>	R1=	0.00000001006
	0.03	<b>0.996987</b>	<b>0.993982</b>	<b>0.990987</b>	<b>0.985023</b>	R2=	0.00000003018
	0.05	<b>0.994983</b>	<b>0.989990</b>	<b>0.985023</b>	<b>0.975163</b>	R3=	0.00000005030
	0.10	<b>0.989990</b>	<b>0.980081</b>	<b>0.970271</b>	<b>0.950944</b>	R4=	0.00000010060

La probabilidad de ruina para el Estado de San Luis Potosí donde los riesgos más representativos fueron: Deslizamiento (26%) y epidemia (50%)

<i>San Luis Potosí</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999820</b>	<b>0.999641</b>	<b>0.999461</b>	<b>0.999102</b>	R1=	0.00000000180
	0.03	<b>0.999461</b>	<b>0.998922</b>	<b>0.998384</b>	<b>0.997308</b>	R2=	0.00000000539
	0.05	<b>0.999102</b>	<b>0.998205</b>	<b>0.997308</b>	<b>0.995517</b>	R3=	0.00000000899
	0.10	<b>0.998205</b>	<b>0.996412</b>	<b>0.994623</b>	<b>0.991055</b>	R4=	0.00000001797

La probabilidad de ruina para el Estado de Sinaloa, donde los riesgos más representativos fueron: Avenida torrencial (20%), explosión (15%), incendio (24%) y onda de calor (17%)

<i>Sinaloa</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
$\theta$	0.01	<b>0.999155</b>	<b>0.998310</b>	<b>0.997466</b>	<b>0.995781</b>	R1=	0.00000000846
	0.03	<b>0.997466</b>	<b>0.994939</b>	<b>0.992418</b>	<b>0.987395</b>	R2=	0.00000002537
	0.05	<b>0.995781</b>	<b>0.991579</b>	<b>0.987395</b>	<b>0.979081</b>	R3=	0.00000004228
	0.10	<b>0.991579</b>	<b>0.983229</b>	<b>0.974950</b>	<b>0.958599</b>	R4=	0.00000008456

La probabilidad de ruina para el Estado de Sonora, donde los riesgos más representativos fueron: Avenida torrencial (10%), incendio (32%) y onda de calor (22%)

<i>Sonora</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
$\theta$	0.01	<b>0.999805</b>	<b>0.999609</b>	<b>0.999414</b>	<b>0.999024</b>	R1=	0.00000000195
	0.03	<b>0.999414</b>	<b>0.998829</b>	<b>0.998244</b>	<b>0.997075</b>	R2=	0.00000000586
	0.05	<b>0.999024</b>	<b>0.998049</b>	<b>0.997075</b>	<b>0.995130</b>	R3=	0.00000000976
	0.10	<b>0.998049</b>	<b>0.996102</b>	<b>0.994158</b>	<b>0.990283</b>	R4=	0.00000001953

La probabilidad de ruina para el Estado de Tabasco, donde los riesgos más representativos fueron: Epidemia (24%), incendio (24%) e inundación (29%)

<i>Tabasco</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
$\theta$	0.01	<b>0.998750</b>	<b>0.997502</b>	<b>0.996255</b>	<b>0.993766</b>	R1=	0.00000001251
	0.03	<b>0.996255</b>	<b>0.992524</b>	<b>0.988808</b>	<b>0.981416</b>	R2=	0.00000003752
	0.05	<b>0.993766</b>	<b>0.987572</b>	<b>0.981416</b>	<b>0.969218</b>	R3=	0.00000006253
	0.10	<b>0.987572</b>	<b>0.975298</b>	<b>0.963176</b>	<b>0.939384</b>	R4=	0.00000012506



La probabilidad de ruina para el Estado de Tamaulipas donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (%), epidemia (%), explosión (%) e inundación (29%)

<i>Tamaulipas</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999616</b>	<b>0.999231</b>	<b>0.998847</b>	<b>0.998079</b>	R1=	0.0000000385
	0.03	<b>0.998847</b>	<b>0.997696</b>	<b>0.996545</b>	<b>0.994249</b>	R2=	0.0000001154
	0.05	<b>0.998079</b>	<b>0.996162</b>	<b>0.994249</b>	<b>0.990433</b>	R3=	0.0000001923
	0.10	<b>0.996162</b>	<b>0.992339</b>	<b>0.988531</b>	<b>0.980958</b>	R4=	0.0000003845

La probabilidad de ruina para el Estado de Tlaxcala, donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (18%), Epidemia (18%) y explosión (36%)

<i>Tlaxcala</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999450</b>	<b>0.998900</b>	<b>0.998350</b>	<b>0.997251</b>	R1=	0.0000000551
	0.03	<b>0.998350</b>	<b>0.996702</b>	<b>0.995058</b>	<b>0.991776</b>	R2=	0.0000001652
	0.05	<b>0.997251</b>	<b>0.994510</b>	<b>0.991776</b>	<b>0.986331</b>	R3=	0.0000002753
	0.10	<b>0.994510</b>	<b>0.989050</b>	<b>0.983620</b>	<b>0.972850</b>	R4=	0.0000005505

La probabilidad de ruina para el Estado de Veracruz, donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (24%), avenida torrencial (18%) y epidemia (15%)

<i>Veracruz</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999887</b>	<b>0.999773</b>	<b>0.999660</b>	<b>0.999433</b>	R1=	0.0000000113
	0.03	<b>0.999660</b>	<b>0.999320</b>	<b>0.998980</b>	<b>0.998301</b>	R2=	0.0000000340
	0.05	<b>0.999433</b>	<b>0.998867</b>	<b>0.998301</b>	<b>0.997169</b>	R3=	0.0000000567
	0.10	<b>0.998867</b>	<b>0.997735</b>	<b>0.996604</b>	<b>0.994346</b>	R4=	0.0000001134

La probabilidad de ruina para el Estado de Yucatán, donde los riesgos más representativos fueron: Accidente (11%) y epidemia (68%)

<i>Yucatán</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999889</b>	<b>0.999778</b>	<b>0.999667</b>	<b>0.999444</b>	R1=	0.00000000111
	0.03	<b>0.999667</b>	<b>0.999333</b>	<b>0.999000</b>	<b>0.998334</b>	R2=	0.00000000333
	0.05	<b>0.999444</b>	<b>0.998889</b>	<b>0.998334</b>	<b>0.997225</b>	R3=	0.00000000556
	0.10	<b>0.998889</b>	<b>0.997780</b>	<b>0.996671</b>	<b>0.994458</b>	R4=	0.00000001111

La probabilidad de ruina para el Estado de Zacatecas, donde los riesgos más representativos fueron: Colapso estructural (23%), epidemia (23%) y explosión (17%)

<i>Zacatecas</i>		<i>u0</i>					
		100,000	200,000	300,000	500,000		
<i>θ</i>	0.01	<b>0.999774</b>	<b>0.999548</b>	<b>0.999322</b>	<b>0.998871</b>	R1=	0.00000000226
	0.03	<b>0.999322</b>	<b>0.998645</b>	<b>0.997969</b>	<b>0.996617</b>	R2=	0.00000000678
	0.05	<b>0.998871</b>	<b>0.997743</b>	<b>0.996617</b>	<b>0.994368</b>	R3=	0.00000001130
	0.10	<b>0.997743</b>	<b>0.995492</b>	<b>0.993245</b>	<b>0.988767</b>	R4=	0.00000002259

# Conclusiones

---

La teoría de ruina es un tópico de la teoría colectiva de riesgo que generalmente se utiliza en la modelización de eventos inciertos, fortuitos e inesperados que cumplen determinadas condiciones de aleatoriedad como: ser independientes y equidistribuibles. El desarrollo de esta teoría, así como su aplicabilidad, ha permitido a los Actuarios aproximarse a aquellos procesos acumulados de pérdida y la consecuente probabilidad de ruina técnica de sus reservas técnicas. Hasta ahora su uso principalmente se realiza en carteras en ramo de no vida.

La tesis permitió comprobar que un colectivo de vida también puede verse afectado ante la exposición de fenómenos geológicos, hidrometeorológicos y catastróficos adversos como: aluvión, avenida torrencial, contaminación deslizamiento, epidemia, explosión, inundación, entre otros, por lo que la condición de aleatoriedad se hace incierta representando un factor técnico que se debe de considerar tanto en carteras de vida como de no vida.

Esta tesis abordó dichos fenómenos catastróficos, los cuales son causados mayoritariamente por el cambio climático, o bien, por el cambio ambiental que en la actualidad enfrenta la humanidad, el cual provoca daños patrimoniales, personas damnificadas, heridas e incluso fallecimientos. Esta tesis coadyuva a que la práctica actuarial amplíe sus horizontes y se compruebe que existen métodos actuariales que garantizan que las estimaciones del nivel de reservas sea el óptimo, y particularmente en las específicas de vida, como se mostró en este estudio.

Por este motivo la presente tesis pretende buscar la práctica actuarial en donde se utilicen métodos matemáticos para la modelización de siniestros, el cálculo de prima, las reservas matemáticas y aplicación de recargos utilizados en el mercado.

En la práctica la prima cobrada por el asegurador excede, generalmente, el monto de la reclamación esperada. Este cobro adicional se conoce como el recargo de seguridad, que está en función de la varianza del monto de los siniestros por el riesgo asumido. Asimismo, el recargo de seguridad es decisión de la aseguradora y se determinara por políticas o por la competencia de precios en el mercado. No obstante, una forma conveniente para determina este recargo sería fijar la probabilidad de ruina, es decir, fijar aquel recargo de seguridad tal que la probabilidad de que el monto de los siniestros sobrepase la prima del seguro sea un determinado valor.

En particular, se demostró como el superávit inicial, las primas recibidas y las reclamaciones pagadas son los tres componentes del modelo que representa a la Teoría de Ruina, el cual se conoce como un modelo del proceso de superávit.

El análisis matemático presentado en esta tesis, basado en el cálculo de la probabilidad de ruina en una compañía de seguros, representa una medida útil para la administración de la cartera y como herramienta para alertar cuando el capital de una compañía aseguradora asignado a una cartera, decrece de manera significativa, permitiendo a la aseguradora tomar ciertas medidas para subsanar esta situación.

Bajo la construcción de un modelo del proceso de superávit y a través de ejemplos prácticos por entidad federativa de la República Mexicana se vió la forma en cómo se logra calcular la probabilidad de ruina  $\psi(u)$  para poder dar una visión de cómo esta Teoría de Ruina se puede aplicar dentro de una compañía de seguros para el análisis de su solvencia.

La aplicación numérica que se realizó ilustra los alcances prácticos que el cálculo de la probabilidad de ruina tiene para el análisis de la solvencia de una compañía de seguros en su cartera de vida y a consecuencia de catástrofes y su relación con las reservas actuariales. El análisis es específico a una cartera de pólizas de vida de una aseguradora y sirvió para ejemplificar el cálculo de la probabilidad de ruina para este ramo y observar los comportamientos a diferentes recargos de seguridad y montos de capital inicial. Mediante el análisis de solvencia, a través de simulaciones, se logró ver el comportamiento de un proceso de seguro y como éste se relaciona con la probabilidad de ruina, es decir, a mayor probabilidad hay más posibilidades de que el proceso de seguro caiga por debajo de cero, ocurriendo la ruina, todo ello por entidad federativa.

# Anexo 1. Siniestralidad

2008					
Estado de la Republica	Asegurados (pólizas)	Severidad	Reservas	acumulación de siniestros	
AGUASCALIENTES	4864	650116	1,506,341	6	
BAJA CALIFORNIA	1792	369971	2,551,226	4	
BAJA CALIFORNIA SUR	363	188059	313,356	4	
CAMPECHE	583	393963	1,154,703	8	
CHIAPAS	25304	593778	5,930,425	17	
CHIHUAHUA	2180	327345	3,670,255	110	
COAHUILA	1591	280734	3,100,448	5	
COLIMA	1089	766386	537,233	0	
DISTRITO FEDERAL	46669	120891	47,004,462	51	
DURANGO	3099	460018	2,634,329	28	
ESTADO DE MEXICO	2277	345035	77,950,556	40	
GUANAJUATO	2596	420690	6,193,254	4	
GUERRERO	6782	595582	4,654,745	35	
HIDALGO	5113	524233	1,208,395	19	
JALISCO	37098	292230	6,946,246	17	
MICHOACAN	21275	304120	5,907,537	16	
MORELOS	1981	320030	1,250,839	9	
NAYARIT	3391	230908	7,667,593	6	
NUEVO LEON	1379	570703	7,784,290	19	
OAXACA	16025	789376	2,601,502	14	
PUEBLA	11309	721561	2,043,720	26	
QUERETARO	3346	479654	5,124,197	60	
QUINTA ROO	1281	317243	468,180	6	
SAN LUIS POTOSI	757	344554	2,868,620	3	
SINALOA	2280	337039	5,895,504	3	
SONORA	2280	297821	2,642,479	31	
TABASCO	3669	338528	5,378,825	5	
TAMAULIPAS	2316	497359	2,436,377	30	
TLAXCALA	1469	747221	578,394	6	
VERACRUZ	3345	477948	9,234,171	54	
YUCATAN	2197	632106	1,907,897	6	
ZACATECAS	1981	472572	2,829,234	8	
<b>Total</b>	<b>221,681</b>	<b>14,207,774</b>	<b>231,975,333</b>	<b>650</b>	

2009				
Estado de la Republica	Asegurados (pólizas)	Severidad	Reservas	acumulación de siniestros
AGUASCALIENTES	4,279	582,911	1,777,482	51
BAJA CALIFORNIA	1,641	130,518	3,010,447	95
BAJA CALIFORNIA SUR	431	170,539	369,760	5
CAMPECHE	576	415,017	1,362,550	5
CHIAPAS	24,751	559,649	6,997,902	23
CHIHUAHUA	2,653	319,991	4,330,901	91
COAHUILA	1,946	336,145	3,658,529	31
COLIMA	749	652,701	633,935	14
DISTRITO FEDERAL	58,364	98,517	55,465,265	168
DURANGO	3,757	458,488	3,108,508	22
ESTADO DE MEXICO	3,418	477,333	91,981,656	144
GUANAJUATO	2,029	386,381	7,308,040	15
GUERRERO	9,879	648,340	5,492,599	30
HIDALGO	2,737	442,373	1,425,906	38
JALISCO	53,356	179,843	8,196,570	54
MICHOACAN	3,518	366,322	6,970,894	18
MORELOS	1,705	309,291	1,475,990	9
NAYARIT	4,452	205,172	9,047,760	7
NUEVO LEON	857	656,354	9,185,462	22
OAXACA	25,187	639,916	3,069,772	33
PUEBLA	4,980	698,371	2,411,590	61
QUERETARO	2,325	315,011	6,046,552	51
QUINTA ROO	585	335,279	552,452	2
SAN LUIS POTOSI	982	291,480	3,384,972	48
SINALOA	3,413	325,193	6,956,695	10
SONORA	2,292	207,772	3,118,125	86
TABASCO	5,583	370,375	6,347,014	6
TAMAULIPAS	1,543	404,983	2,874,925	19
TLAXCALA	881	663,906	682,505	3
VERACRUZ	4,731	311,039	10,896,322	53
YUCATAN	845	770,470	2,251,318	11
ZACATECAS	2,417	329,867	3,338,496	14
<b>Total</b>	<b>236,862</b>	<b>13,059,550</b>	<b>273,730,893</b>	<b>1,239</b>

2010				
Estado de la Republica	Asegurados (pólizas)	Severidad	Reservas	acumulación de siniestros
AGUASCALIENTES	4,858	644,404	8,904,600	3
BAJA CALIFORNIA	1,574	301,124	6,642,173	11
BAJA CALIFORNIA SUR	330	161,385	1,608,707	3
CAMPECHE	435	388,763	5,481,657	5
CHIAPAS	24,872	593,534	68,213,888	55
CHIHUAHUA	2,039	323,926	10,710,047	41
COAHUILA	1,422	243,036	9,660,572	10
COLIMA	1,143	805,070	4,104,907	1
DISTRITO FEDERAL	41,205	123,421	112,499,355	41
DURANGO	2,922	463,019	9,449,066	10
ESTADO DE MEXICO	3,303	532,129	28,490,074	48
GUANAJUATO	1,436	407,497	19,886,005	18
GUERRERO	9,044	666,148	20,358,094	66
HIDALGO	2,091	474,035	22,670,314	4
JALISCO	55,918	189,676	131,705,623	7
MICHOACAN	2,770	347,777	23,623,504	70
MORELOS	1,609	282,422	9,864,409	6
NAYARIT	4,033	188,023	20,815,991	13
NUEVO LEON	623	819,964	8,216,866	41
OAXACA	22,267	657,161	69,647,162	49
PUEBLA	5,008	779,334	17,513,387	58
QUERETARO	2,420	299,162	10,787,653	25
QUINTA ROO	482	316,057	2,073,029	18
SAN LUIS POTOSI	740	330,966	9,673,086	24
SINALOA	2,687	335,720	30,454,314	12
SONORA	1,847	252,378	13,076,600	29
TABASCO	3,687	394,448	44,460,033	4
TAMAULIPAS	1,786	681,109	8,423,267	15
TLAXCALA	947	748,924	3,142,727	5
VERACRUZ	4,179	346,350	36,409,281	91
YUCATAN	974	653,859	6,308,430	3
ZACATECAS	2,563	456,995	8,327,813	12
<b>Total</b>	<b>211,214</b>	<b>14,207,816</b>	<b>783,202,634</b>	<b>798</b>

2011				
Estado de la Republica	Asegurados (pólizas)	Severidad	Reservas	acumulación de siniestros
AGUASCALIENTES	5,455	723,034	10,484,388	2
BAJA CALIFORNIA	2,162	678,272	7,637,309	15
BAJA CALIFORNIA SUR	327	232,254	1,711,206	0
CAMPECHE	739	378,108	5,251,437	7
CHIAPAS	26,290	628,150	73,457,000	18
CHIHUAHUA	1,847	338,117	10,352,482	58
COAHUILA	1,404	263,020	10,585,091	31
COLIMA	1,374	841,388	4,676,127	8
DISTRITO FEDERAL	40,439	140,734	132,702,194	19
DURANGO	2,618	458,545	9,804,016	9
ESTADO DE MEXICO	109	25,642	245,818	26
GUANAJUATO	4,324	468,192	30,874,786	2
GUERRERO	1,423	472,259	22,415,773	51
HIDALGO	10,510	656,290	23,667,076	12
JALISCO	2,019	507,170	23,813,951	27
MICHOACAN	57,536	198,262	150,496,846	7
MORELOS	2,629	368,376	24,929,819	5
NAYARIT	1,688	299,530	12,028,525	7
NUEVO LEON	2,658	235,790	17,960,485	77
OAXACA	622	1,071,049	9,474,642	37
PUEBLA	23,938	686,978	75,377,614	3
QUERETARO	5,292	824,790	20,955,106	1
QUINTA ROO	2,776	300,393	13,698,541	4
SAN LUIS POTOSI	549	411,216	2,524,047	15
SINALOA	741	350,204	10,694,007	16
SONORA	2,700	433,314	33,442,107	19
TABASCO	1,736	250,761	13,821,420	6
TAMAULIPAS	3,619	405,986	45,976,100	14
TLAXCALA	2,580	828,834	10,133,575	8
VERACRUZ	1,126	776,455	3,369,247	31
YUCATAN	4,773	471,990	38,803,521	18
ZACATECAS	963	630,855	6,624,912	1
<b>Total</b>	<b>216,966</b>	<b>15,355,957</b>	<b>857,989,168</b>	<b>554</b>



2012

Estado de la Republica	Asegurados (pólizas)	Severidad	Reservas	acumulación de siniestros
AGUASCALIENTES	3,762	520,806	5,668,203	16
BAJA CALIFORNIA	1,582	294,649	4,960,289	31
BAJA CALIFORNIA SUR	344	153,000	1,000,757	3
CAMPECHE	475	326,835	3,312,587	6
CHIAPAS	19,799	490,395	38,649,804	28
CHIHUAHUA	1,863	269,876	7,265,921	75
COAHUILA	1,358	263,662	6,751,160	19
COLIMA	846	609,185	2,488,050	6
DISTRITO FEDERAL	40,261	110,942	86,917,819	70
DURANGO	2,722	411,581	6,248,980	17
ESTADO DE MEXICO	12,474	297,409	49,667,026	26
GUANAJUATO	2,261	365,425	16,065,521	10
GUERRERO	5,237	494,147	13,230,303	46
HIDALGO	3,970	449,976	12,242,923	18
JALISCO	28,122	329,870	42,665,598	26
MICHOACAN	16,242	285,323	46,749,695	28
MORELOS	1,669	287,325	9,380,264	7
NAYARIT	3,346	212,557	12,389,967	8
NUEVO LEON	1,127	592,802	10,786,776	40
OAXACA	12,205	617,411	21,198,270	33
PUEBLA	8,634	568,673	24,336,578	37
QUERETARO	2,838	414,193	10,728,377	34
QUINTA ROO	1,018	258,335	4,198,051	8
SAN LUIS POTOSI	686	296,315	4,612,681	23
SINALOA	1,940	294,446	13,500,130	10
SONORA	1,999	244,824	13,069,828	41
TABASCO	3,018	297,527	17,501,823	5
TAMAULIPAS	1,907	419,327	14,927,667	20
TLAXCALA	1,136	605,496	3,634,300	6
VERACRUZ	3,130	386,823	14,977,255	57
YUCATAN	1,743	780,098	12,317,792	10
ZACATECAS	1,604	383,784	5,280,114	9
<b>Total</b>	<b>189,312</b>	<b>12,333,015</b>	<b>536,724,507</b>	<b>772</b>

	Accidente	Aluvión	Avenida Torrencial	Colapso Estructural	Contaminación	Deslizamiento	Epidemia	Explosión	Incendio forestal	incendio	Intoxicación	inundación	Lluvias	Marejada	Onda de calor	Onda fría
AGUASCALIENTES	3%	0%	2%	0%	0%	0%	82%	0%	0%	3%	3%	5%	0%	0%	0%	0%
BAJA CALIFORNIA	1%	0%	0%	0%	0%	1%	46%	0%	4%	13%	0%	2%	2%	0%	19%	0%
BAJA CALIFORNIA SUR	0%	0%	8%	0%	0%	0%	33%	0%	0%	0%	0%	0%	25%	17%	17%	0%
CAMPECHE	0%	0%	0%	0%	0%	0%	8%	12%	16%	4%	0%	32%	0%	20%	8%	0%
CHIAPAS	6%	0%	12%	0%	4%	33%	15%	2%	1%	0%	0%	9%	11%	1%	0%	4%
CHIHUAHUA	2%	0%	4%	1%	0%	1%	26%	0%	0%	18%	2%	3%	0%	0%	0%	28%
COAHUILA	8%	0%	0%	4%	0%	8%	32%	23%	0%	10%	0%	3%	0%	0%	5%	6%
COLIMA	0%	0%	4%	0%	0%	4%	70%	0%	0%	0%	0%	0%	22%	0%	0%	0%
DISTRITO FEDERAL	0%	0%	1%	0%	4%	5%	60%	12%	0%	4%	4%	1%	1%	0%	0%	1%
DURANGO	14%	0%	4%	1%	0%	13%	29%	3%	0%	0%	4%	6%	0%	0%	0%	12%
ESTADO DE MEXICO	0%	0%	0%	0%	94%	0%	3%	0%	0%	0%	0%	1%	0%	0%	0%	0%
GUANAJUATO	13%	0%	8%	0%	0%	18%	21%	10%	0%	0%	3%	13%	0%	0%	3%	8%
GUERRERO	16%	0%	10%	0%	0%	14%	23%	3%	2%	2%	2%	3%	5%	8%	0%	0%
HIDALGO	3%	0%	7%	0%	0%	7%	38%	11%	0%	0%	18%	5%	3%	0%	0%	5%
JALISCO	1%	0%	13%	0%	1%	13%	37%	2%	1%	10%	6%	2%	10%	0%	0%	1%
MICHOACAN	0%	41%	5%	2%	0%	20%	14%	6%	1%	4%	0%	2%	0%	0%	0%	4%
MORELOS	0%	0%	21%	7%	0%	0%	41%	3%	0%	3%	0%	7%	3%	0%	0%	3%
NAYARIT	12%	0%	36%	3%	0%	3%	9%	3%	0%	9%	9%	0%	3%	0%	0%	0%
NUEVO LEON	9%	0%	13%	1%	0%	1%	14%	1%	0%	43%	0%	1%	2%	0%	0%	5%
OAXACA	3%	0%	8%	0%	0%	18%	22%	0%	4%	0%	3%	9%	20%	3%	0%	5%
PUEBLA	20%	0%	1%	0%	0%	11%	32%	6%	0%	20%	0%	2%	1%	1%	0%	1%
QUERETARO	7%	0%	4%	0%	0%	1%	34%	0%	0%	15%	0%	1%	0%	0%	0%	39%
QUINTA ROO	27%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	23%	7%	0%	0%	0%	0%	7%	7%	0%
SAN LUIS POTOSI	0%	0%	3%	0%	0%	26%	50%	2%	3%	0%	0%	6%	0%	0%	4%	1%
SINALOA	0%	0%	20%	5%	0%	0%	10%	15%	0%	24%	0%	2%	0%	5%	17%	0%
SONORA	1%	0%	10%	0%	0%	2%	9%	1%	0%	32%	0%	3%	1%	4%	22%	6%
TABASCO	0%	0%	10%	0%	0%	0%	24%	10%	0%	24%	0%	29%	0%	5%	0%	0%
TAMAULIPAS	18%	0%	5%	0%	0%	0%	19%	12%	0%	3%	0%	12%	0%	0%	9%	8%
TLAXCALA	18%	0%	5%	0%	0%	0%	18%	36%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
VERACRUZ	24%	0%	18%	2%	0%	5%	15%	2%	1%	1%	3%	8%	11%	1%	0%	2%
YUCATAN	11%	0%	0%	5%	0%	0%	68%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	8%
ZACATECAS	3%	0%	3%	23%	0%	3%	23%	17%	0%	0%	0%	11%	0%	0%	0%	11%

## Anexo 2. Procesos estocásticos de la Teoría de Ruina

En los elementos que usualmente son de una naturaleza estocástica se encuentran los siguientes<sup>6</sup>:

- Las *épocas de las reclamaciones*. Denotándose por  $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ . En algunos casos se considera una época adicional de arribo de reclamaciones en el tiempo cero, la cual se denota como  $\sigma_0 = 0$ . Aparte del hecho de que las épocas forman una secuencia no decreciente, no se asume nada en específico sobre su interdependencia. Las variables aleatorias definidas como  $T_n = \sigma_n - \sigma_{n-1}$ ,  $n \geq 1$ , se llaman los *tiempos de interocurrencia* entre reclamaciones sucesivas.
- El *número de reclamaciones* hasta el tiempo  $t$  se denota por  $N(t)$  donde  $N(t) = \sup\{n : \sigma_n \leq t\}$ . La relación intrínseca entre la secuencia del arribo de reclamaciones  $\{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots\}$  y el proceso de conteo  $\{N(t), t \geq 0\}$  está dado por  $\{N(t) = n\} = \{\sigma_n \leq t < \sigma_{n+1}\}$ .
- La reclamación ocurrida en el tiempo  $\sigma_n$  tiene un tamaño  $U_n$ . La secuencia  $\{U_n, n = 1, 2, \dots\}$  de *tamaños de reclamaciones* consecutivas a menudo se asume como variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas.
- El *monto agregado de reclamaciones* hasta el tiempo  $t$  está dado por  $X(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} U_i$  donde  $X(t) = 0$  si  $N(t) = 0$ . Por esta definición, el monto agregado de reclamaciones es en general una *suma aleatoria* de variables aleatorias.
- El *ingreso por primas*. En el transcurso del tiempo 0 a  $t$  se asume que un total de  $\Pi(t)$  se ha recibido a través de primas.
- La *reserva de riesgo* en el tiempo  $t$  es entonces  $R(t) = u + \Pi(t) - X(t)$ .

Se considera a  $X(t)$  como el número acumulado de reclamaciones que ocurren durante un periodo de tiempo que va de 0 a  $t$  como función del tiempo  $t$ . Entonces  $X(t)$  es un proceso estocástico. Se postula que este proceso del número de reclamaciones en el ramo de vida satisface las siguientes tres condiciones.

- i. El número de reclamaciones que ocurren en cualquiera dos intervalos de tiempo disjuntos son independientes (**independencia de los incrementos**).
- ii. No más de una reclamación puede derivarse del mismo evento (**exclusión de múltiples reclamaciones**).
- iii. La probabilidad de que una reclamación ocurra en un punto fijo en el tiempo es igual a cero (**exclusión de puntos específicos en el tiempo**).

---

<sup>6</sup> Rolski, *et al*, páginas 1 y 2.

# Bibliografía

---

- Asmussen, S., (2000). Ruin Probabilities. Word Scientific, Singapore.
- Bowers Newton L., Jr. Hans U. Gerber, James C. Hickman, Donald A. Jones, Cecil J. Nesbitt Actuarial Mathematics
- CENAPRED. Diagnóstico de Peligro e identificación de riesgos de desastres en México
- Cunningham, Robin; Herzog, Thomas y London, Richard L. Models for Quantifying Risk. ACTEX Publications, Inc. 2005.
- Daykin, C.D.; Pentikäinen, T. y Pesonen, M. Practical Risk Theory for Actuaries. Ed. Chapman & Hall. 1ª Edición. 1996.
- Dickson, David C.M. Insurance Risk and Ruin. Cambridge University Press. 1ª Edición. 2005.
- Dirección General de Protección Civil del Estado de México. “Atlas Estatal de Riesgos”, Gobierno del Estado de México, 1999.
- Feller, W., (1971). An introduction to Probability Theory and its Applications. Vol. II (2nd ed.). Wiley, New York.
- Feller, W., (1971). An introduction to Probability Theory and its Applications. Vol. II (2nd ed.). Wiley, New York.
- Hernández Rangel, Diego. Modelos de la Teoría de Riesgo para la Solvencia del Sector Asegurador. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. Segundo Lugar del Premio de Investigación sobre Seguros y Fianzas 1997.
- Nava, Ricardo. Cálculo de la Prima de Reaseguro de Stop Loss en el Seguro de Vida. Revista Mexicana de Ciencias Actuariales, Primer número.
- Rolski, Tomas; Schmidli, Hanspeter; et al. Stochastic Processes for Insurance and Finance. Ed. Wiley. 1999.
- XXI Seminario internacional de seguros y finanzas, Prof. Karel VAN HULLE.