



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
(INGENIERIA MECANICA) – (MECANICA APLICADA)

ANALISIS MEDIANTE MODELADO DINAMICO SEMI-EMPIRICO DE FRACTURA EN
ELEMENTOS MECANICOS

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
RAMIREZ CRUZ JOSE LUIS

TUTOR PRINCIPAL
CARRERA BOLAÑOS JORGE
COMITÉ TUTOR
BARBA PINGARRON ARTURO. FACULTAD DE INGENIERIA.
RAMIREZ REIVICH ALEJANDRO C. FACULTAD DE INGENIERIA.
GONZALEZ GONZALEZ LEOPOLDO A. FACULTAD DE INGENIERIA.
MARTINEZ ORDAZ JOSE EMILIANO. FACULTAD DE INGENIERIA.

MÉXICO, D. F. FEBRERO 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: **Dr. Barba Pingarron Arturo**
Secretario: **Dr. Ramírez Reivich Alejandro C.**
Vocal: **Dr. Carrera Bolaños Jorge**
1er. Suplente: **Dr. González González Leopoldo A.**
2do. Suplente: **Dr. Martínez Ordaz José Emiliano**

Lugar donde se realizó la tesis: Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Carrera Bolaños Jorge

FIRMA

(Segunda hoja)

Agradecimientos

A mi Tutor el Dr. Jorge Carrera Bolaños, por brindarme su amistad y por guiarme por el correcto camino del conocimiento.

Al Dr. Arturo Barba Pingarron, por los consejos y recomendaciones para llevar a cabo este proyecto.

Al Dr. Alejandro Ramírez Reivich, por su apoyo desinteresado y por su paciencia.

Al Dr. Emiliano Martínez Ordaz por estar siempre dispuesto a ayudar en este proyecto.

Al Dr. Leopoldo González González, por su amabilidad y atenciones.

Al Dr. Jorge Terán Guillen, por compartir su conocimiento y por todo el apoyo brindado en las pruebas experimentales de este proyecto.

Al Instituto Mexicano del Transporte por todas las atenciones recibidas.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme ser miembro de ella y por todo el apoyo recibido.

Índice general

Capítulo 1. Introducción.	Página
1.1 Antecedentes.	1
1.2. Aspectos generales de la fatiga.	3
1.3. Fractura por fatiga. Generalidades.	7
1.4. Marco de investigación.	9
1.5. Aspectos generales del proyecto.	11
1.5.1. Objetivos del proyecto.	11
1.5.2. Relevancia del proyecto e inserción en el estado del arte.	11
1.5.3. Metodología del trabajo.	12
Capítulo 2. Planteamiento teórico y empírico del problema.	
2.1. Introducción.	13
2.2. Definiciones y conceptos básicos.	13
2.2.1. Fuerza.	16
2.2.2. Elasticidad.	17
2.3 Esquema de diferencias finitas.	20
2.4. Modelado de la interacción del avance de la grieta y esfuerzos inducidos en la probeta	21
2.5. Combinación del análisis de esfuerzos con la velocidad de propagación de crecimiento.	22
2.6. Procedimiento dinámico discretizado.	23
2.7. Validación.	26
2.8. Introducción de la retroalimentación de los experimentos en el modelo.	26

Capítulo 3. Diseño del experimento.	Página
3.1. Introducción.	27
3.2. Principios de diseño del experimento basados en un sistema matemático.	27
3.3. Diseño del experimento guiado por la simulación de fractura con un modelo dinámico	28
Capítulo 4. Desarrollo experimental.	
4.1. Introducción.	33
4.2. Descripción del proceso.	34
4.3. Material y diseño de probetas.	35
4.4. Procedimiento de prueba.	37
4.5. Propagación de grietas por fatiga.	38
4.6. Pruebas de tensión.	39
4.7. Pruebas de fatiga.	40
Capítulo 5. Resultados	42
Conclusiones	46
Bibliografía	47
Anexos	51

1. Introducción

El tema de esta tesis surge de un problema real de fatiga en la estructura metálica de un autobús. Los detalles se presentan en el punto, 1.1. Antecedentes. En una estructura rectangular soldada se produce por fatiga una grieta prácticamente paralela al cuerpo de la soldadura. A pesar de la sencillez aparente del problema, una vez debidamente analizado y formalizado es representativo de un gran número de situaciones reales, con y sin soldadura.

En este trabajo se generó un modelo semi-empírico, basado en la ecuación básica de la elasticidad lineal desde el punto de vista de la mecánica del medio continuo.

Para resolver el sistema dinámico y llegar a uno de los objetivos fundamentales de este proyecto, se estudiaron diferentes posibilidades y, desarrollando una idea en la que se utilizó la fórmula empírica de Paris et al.[1] para obtener aproximaciones empíricas a la velocidad real, y utilizando esos valores en un esquema de diferencias finitas, se obtiene una aproximación a la aceleración, que se utiliza para obtener el siguiente paso en el tiempo, en el cual a su vez se calcula cada vez el estado de esfuerzos.

De esta manera se obtiene una nueva manera de visualizar dinámicamente el estado de esfuerzos mientras avanza la grieta, avance que se asocian en datos experimentales.

De esta manera se resuelve el problema planteado de manera novedosa y además se prueba un nuevo modelo, generalizable a otras situaciones, de avance de grieta contra esfuerzos, algo necesario y útil tanto en el diseño de una pieza como en su análisis de falla.

1.1 Antecedentes

En la estructura de un autobús comercial se observó una falla provocada por un conjunto de solicitaciones (cargas). De tal observación y haciendo un análisis con el método de elementos finitos se detectó y ubicó el punto de inicio de falla (en los postes), tal y como se indica en las figuras 1.1 y 1.2.

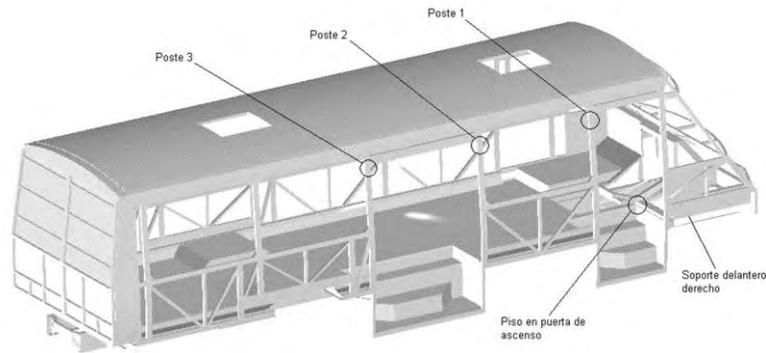


Figura 1.1. Estructura del autobús.

En este caso las grietas se observaron en los puntos donde el marco está soldado mediante soldadura MIG en forma de T con los perfiles PTR horizontales. Puntos críticos se ubican en las puertas del autobús, ya que en estas zonas no se pueden aplicar los refuerzos que permiten contrarrestar las solicitaciones introducidas por la torsión de la carrocería (figura 1.2).



Figura 1.2. Grieta en la esquina superior derecha del marco de la puerta delantera.

De las grietas analizadas, se observan que la mayoría tienen su origen en la unión soldada, específicamente éstas corren a lo largo de la zona afectada por el calor debido al proceso de soldadura, las cuales se pueden observar a simple vista (figuras 1.2 y 1.3).



Figura 1.3. Grieta en el marco de la puerta delantera.

Por el aspecto y la trayectoria seguida por las grietas es posible concluir que se trata de un proceso sin evidencia de eventos catastróficos como impactos o cargas fuera de lo esperado, aunque parece existir un patrón cíclico de aceleración y reducción de la velocidad del daño. Estos ciclos son absolutamente normales para la fatiga en vehículos terrestres y, por sí solos, no indican un uso indebido de las unidades. La presencia de secciones en los tubulares donde existe propagación del daño, sin que se presente la falla del elemento, es una muestra de que las dimensiones de los componentes utilizados son las adecuadas para resistir las solicitaciones presentes en la carrocería.

1.2. Estado del Arte

Los materiales solicitados por la acción de carga estática, después del límite de fluencia, inician el proceso de deformación plástica y con la continuidad de la carga puede ocurrir el colapso mecánico. Sin embargo, la mayor parte de los materiales en ingeniería están sometidos a cargas cíclicas. Esos materiales se pueden entonces fracturar en esas condiciones, a un esfuerzo inferior al límite de fluencia y al límite de resistencia a la fatiga.

En la vida real se observa que repetidos ciclos de carga y descarga debilitan las piezas a lo largo del tiempo, incluso cuando las cargas inducidas están considerablemente por debajo de la resistencia de falla estática e incluso del límite elástico del material. Este fenómeno se le conoce como **fatiga**. Cada ciclo de fluctuación del esfuerzo deteriora o daña la pieza un poco. Tras un número de ciclos determinado, la pieza está tan debilitada que se rompe por fatiga. Un componente se ve sometido a fatiga cuando soporta cargas alternadas, por ejemplo la rueda de un ferrocarril o la biela de un motor de combustión. Numerosos elementos son sometidos a cargas repetidas o de fatiga e incluyen piezas de máquinas y vehículos, aviones, buques, plataformas marítimas, puentes y equipos de perforación.

La norma ASTM 1823-96 [2] define la **fatiga** como “el proceso de cambio estructural permanente, progresivo y localizado, producido por esfuerzos fluctuantes en algún punto o puntos del material, y que puede culminar en grietas o fractura completa después un número suficiente de ciclos de carga”.

El proceso de fatiga consiste en tres etapas (estados): nucleación (iniciación) de la grieta, propagación de la grieta y fractura, Stephens et. al [3].

La iniciación de las grietas de fatiga está ligada a la acumulación de deformación plástica, en general en la superficie del material, mediante deslizamiento de los planos cristalográficos. Las grietas pueden iniciarse en defectos o inclusiones en el material, o sea, en puntos de concentración de esfuerzos, en lugares no homogéneos y puntos de variación de la geometría de la estructura.

En la segunda etapa, las grietas generalmente se propagan perpendicularmente a la dirección de los esfuerzos principales de un modo estable, hasta cierta extensión, generalmente con el desarrollo de las llamadas “marcas de playa”. El último estado del proceso de fatiga se caracteriza por la propagación de la grieta de modo inestable, resultando en el colapso mecánico de la estructura al superar un determinado tamaño crítico. En la figura 1.4 se presentan los tres estados habituales del proceso de fatiga.

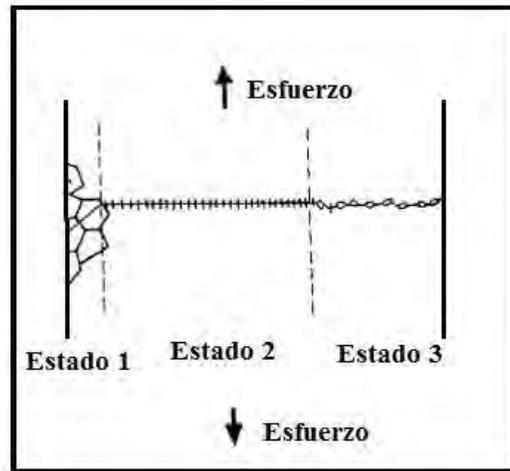


Figura 1.4. Estados del desarrollo de una grieta por fatiga.

Antes de abordar la nucleación y propagación de la grieta de fatiga, es necesario que algunos conceptos sean esclarecidos para el mejor entendimiento del fenómeno. Para ello, es necesario que los esfuerzos fluctuantes involucrados en el proceso de fatiga sean especificados. Estos esfuerzos son presentados en la figura 1.5.

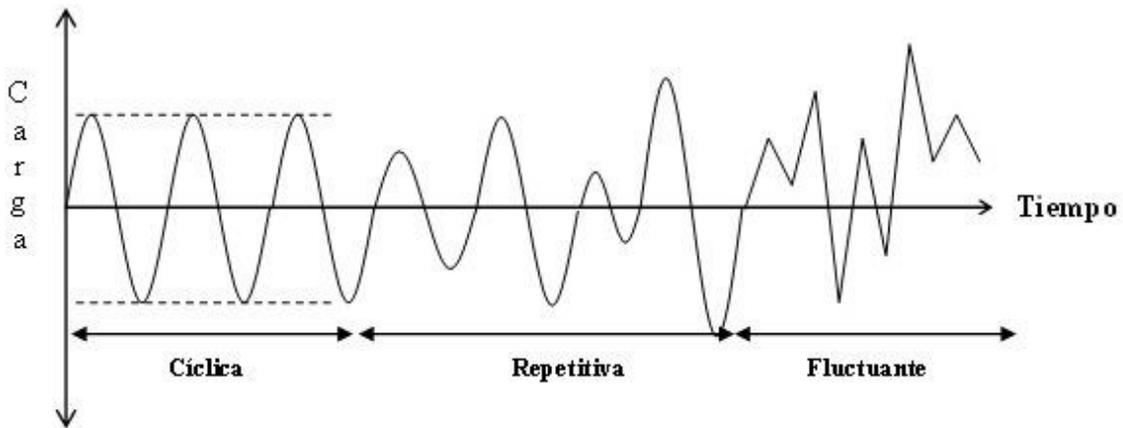


Figura 1.5: Variación del esfuerzo con las cargas de fatiga.

Para complicar el tema también se observa en piezas metálicas que por debajo de un cierto valor de la resistencia no se produce la rotura por elevado que sea el número de ciclos de trabajo de la pieza. Todo esto hace que la fatiga sea realmente compleja y por desgracia una de las primeras causas de falla en muchas piezas construidas con materiales ferrosos. Las

fallas por fatiga son el resultado de aplicaciones repetidas de esfuerzos que, por lo común están por debajo de la resistencia estática de fluencia del material. Las cargas capaces de causar la fatiga pueden ser axiales, transversales, de torsión o combinaciones complejas de estas. Generalmente, la fatiga es un criterio de diseño más crítico que cualquier otro utilizado para la seguridad estructural y confiabilidad de componentes estructurales o mecánicos.

El proceso de iniciación de la fatiga del material es “esencialmente” superficial, raramente con ocurrencia en el interior del mismo. En esta etapa de nucleación “es aquella que consume la mayor parte de la vida de la estructura o del elemento mecánico”.

Preferencialmente, las grietas de fatiga son generadas en la superficie del material debido a que la deformación plástica es más amplia en esa región. Cuando se aplica esfuerzo variable, el deslizamiento de las dislocaciones en los planos de carga es responsable de la creación de las bandas de deslizamiento persistentes que, apiladas, forman las crestas y valles (intrusión y extrusión), tornándolos como sitios para la nucleación de las grietas por fatiga, ver figura 1.6.

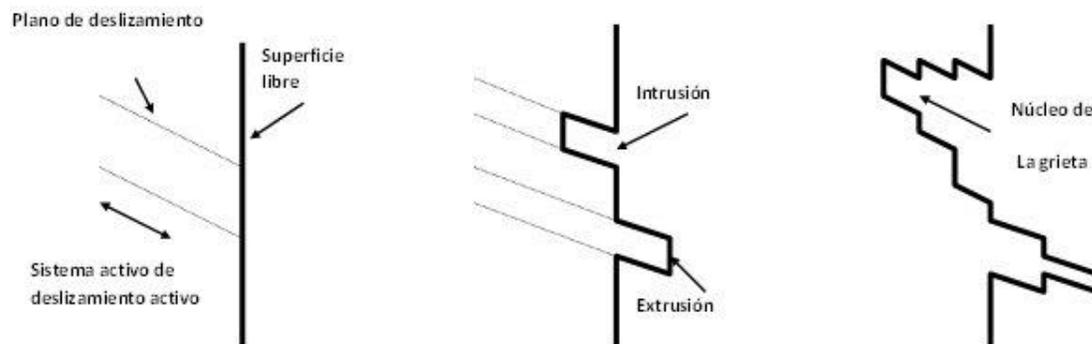


Figura 1.6. Iniciación de la grieta.

En un trabajo realizado por Zhang et al. [6] en acero de bajo carbono, los resultados indicaron que los sitios más favorables para la nucleación de grietas de fatiga son los límites de grano.

1.3 Fractura por fatiga. Generalidades

La fatiga es una forma de fractura progresiva, producida por la aplicación de cargas repetitivas, cíclicas o fluctuantes, que provocan la propagación de una grieta. Para que ocurra la fatiga la amplitud de variación del esfuerzo debe rebasar un nivel mínimo y también debe existir un esfuerzo de tensión frente a la grieta. La vida en fatiga es definida como el número de ciclos de esfuerzo necesarios para llegar a la falla. El esfuerzo mínimo para que ocurra la fatiga se denomina límite de fatiga; si la amplitud de esfuerzo es igual o menor al límite de fatiga, la vida del componente es infinita (para las mismas condiciones geométricas de la pieza, acabado superficial, etc.) y a medida que la amplitud de esfuerzo aumenta por arriba de este límite, la vida disminuye.

En un componente en servicio, los esfuerzos generalmente están por debajo del límite elástico del material, pero el material puede fatigarse, aun cuando la deformación sea solo elástica. Esto se debe a que las cargas cíclicas son capaces de generar grietas, que una vez desarrolladas pueden dar lugar a formas de crecimiento en el frente de la grieta, siempre en una zona de deformación plástica y en el seno de ésta, una zona de deformación cíclica o zona de proceso, que es en la que se desarrollan los mecanismos de propagación de grieta; así la fatiga es una forma de fractura desde el punto de vista macroscópico, pero dúctil en la mayoría de sus mecanismos.

La fractura por fatiga es un fenómeno reconocido en la mayoría de los materiales de uso en ingeniería, abarcando además de los metales, a los polímeros, cerámicos y materiales compuestos. El hecho de que la fatiga pueda ocurrir a niveles de esfuerzo por debajo del límite elástico y la extrema finura de las grietas por fatiga hacen que en muchos casos transcurra sin ser detectada, provocando fallas.

Con relación al estado de propagación de la grieta, existen tres modos en el cual carga opera sobre la misma, determinando los diferentes tipos de cargas en las superficies de la grieta.

Según Broek [7], la mayoría de las grietas resultan del modo 1 de carga. El autor complementa que los otros dos modos no ocurren individualmente, pero pueden ocurrir en combinación con el modo 1, o sea, 1-2, 1-3. Los tres modos de carga son presentados en la figura 1.7.

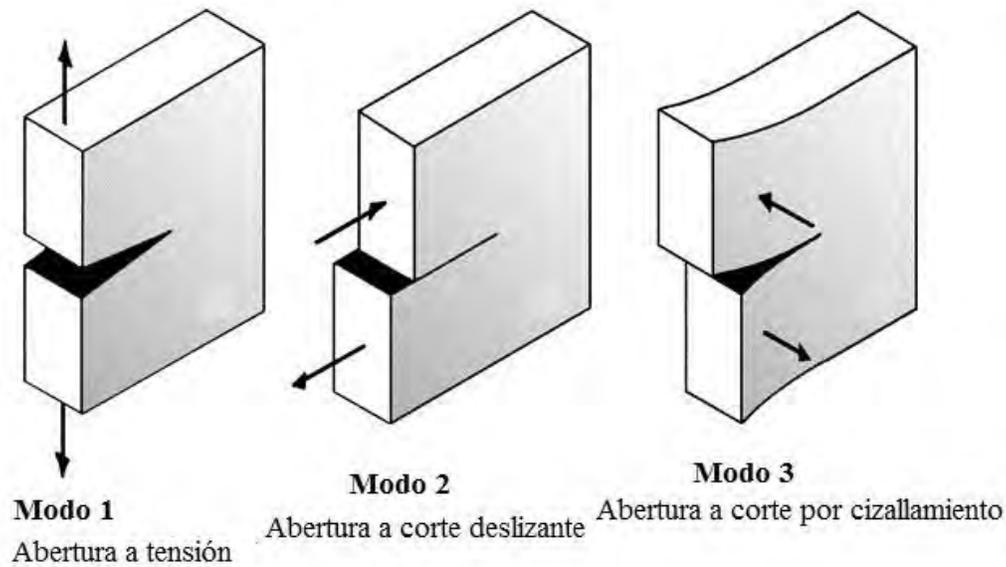


Figura 1.7. Modos de carga en la superficie de la grieta.

El primero de ellos, Modo 1, se denomina modo de apertura a tensión y se caracteriza porque los labios de la grieta se desplazan en la dirección perpendicular al plano de la grieta en sentidos opuestos.

En el segundo modo de carga, Modo 2, de apertura a corte deslizante, los labios de la grieta se desplazan por el plano de la misma, en la dirección longitudinal y sentidos opuestos, tal y como se muestra en la figura 1.7.

Por último, en el Modo 3 de corte por cizallamiento, los labios de la grieta se desplazan por el plano de la misma en la dirección transversal y en sentidos opuestos.

Paris et al. [1] demostraron que hay tres regiones bien definidas que corresponden a las etapas de crecimiento de la grieta por fatiga, como muestra la figura 1.8 y que en la etapa II, la ecuación de Paris es válida. La ecuación de Paris, es una relación empírica, por medio de la cual se obtiene la longitud de la grieta que va creciendo con el tiempo, El tamaño de la grieta se supone que está descrito por una longitud, de tal manera que la intensidad del crecimiento se define únicamente por el incremento por ciclo o de la velocidad de la grieta, esta será la variable dependiente esencial a tener en cuenta.

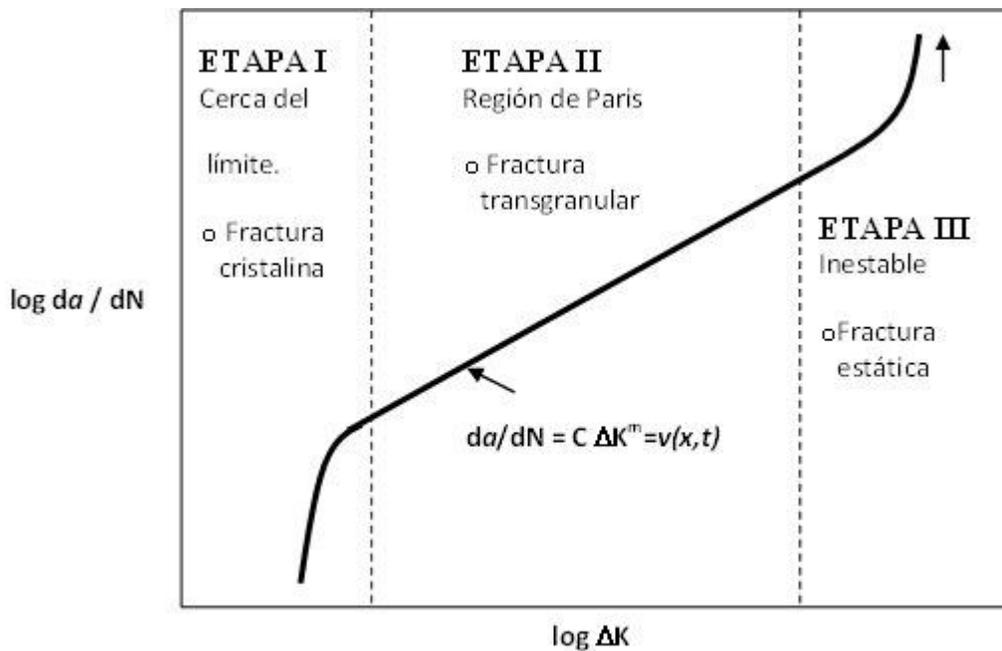


Figura 1.8. Caracterización de la rapidez de propagación de grietas por fatiga.

Esta relación ha sido fundamental para el estudio de la fatiga y ha permitido analizar el efecto de múltiples factores, tanto internos como externos en la propagación de grietas. Estos estudios han demostrado que la influencia más importante la ejercen la microestructura y ambiente, en combinación con el nivel de esfuerzos en la zona plástica.

Se realizó una revisión del estado del arte sobre las pruebas de fatiga a las que se podrían someter el material a estudiar. Entre los trabajos más destacados se encuentran en la literatura muchos estudios sobre grietas de fatiga en lámina, Pustejovsky [4] analizó láminas de titanio mediante pruebas uniaxiales y con entalla al centro de la probeta. Piascik et al.[5] experimentó probetas de aluminio, con una variante de probeta, la cual llamó probeta compacta extendida a tensión.

Phillips [19], realizó pruebas a fatiga uniaxial en aluminio 2024-T3, con una entalla al centro de la probeta.

1.4. Marco Teórico

Los aspectos teóricos de esta investigación se enmarcan en la mecánica del medio continuo, tal como se expone en Gurtin [8].

Dada la necesidad de obtener aproximaciones confiables a los problemas inmersos en la elasticidad lineal, en la cual se ubica este trabajo, es importante hablar del empleo de herramientas computacionales en muchos de los problemas estudiados, a lo que se puede llamar mecánica computacional.

En la actualidad es posible hablar de Mecánica Computacional, la cual consiste en una serie de etapas aplicadas en la resolución de problemas físicos o matemáticos, lineales o no lineales. Una de estas etapas es la técnica de interpolación conocida como Método del Elemento Finito.

Para el análisis y modelación de problemas en el campo de la Ingeniería Mecánica, existe software ya disponible. Sin embargo, la utilización y el manejo de software no sólo requiere del dominio y la destreza del usuario sino también conocimientos formales en física y matemáticas usados en la comprensión del problema por resolver. De hecho, la experiencia ha demostrado que el uso eficiente de un programa de elemento finito requiere del conocimiento de conceptos y técnicas matemáticas empleadas por el método.

La Mecánica Computacional consiste en una serie de etapas las cuales se utilizan para modelar y solucionar problemas físicos o matemáticos, problemas entre cuyas características se encuentran las siguientes:

- 1) Problemas físicos o matemáticos descritos por ecuaciones de cálculo, diferenciales, integrales, integrodiferenciales y variacionales.
- 2) El dominio del problema puede tener cualquier forma geométrica y cualquier número de dimensiones.
- 3) Las cargas o condiciones de carga pueden ser de cualquier forma física. En general, estas cargas son aplicadas en la frontera del sistema y/o al interior.

Las etapas de la Mecánica Computacional, de acuerdo con Vladimir N. Kukudzhanov [9] son las siguientes:

- 1) Modelación del problema físico
- 2) Modelación matemática del problema físico

La primera fase consiste en aplicar los principios o axiomas de la teoría asociada con el fenómeno a modelar y desarrollar un modelo en ecuaciones diferenciales. La teoría matemática básica que se utiliza en esta fase, es la Mecánica de los Medios Continuos Gurtin [8].

1.5. Aspectos generales del proyecto de investigación

1.5.1. Objetivos del proyecto de investigación

Obtener un modelo semi-empírico, como producto de:

- A. Simular computacionalmente el crecimiento de una grieta generada por fatiga e incorporar esta simulación a un análisis de esfuerzos por elemento finito.
- B. A partir de la caracterización experimental del caso planteado al inicio de este trabajo obtener datos experimentales de alta confiabilidad tanto para validar el modelo como para aplicarlo a un caso real simplificado, caso que dio origen a este proyecto.

1.5.2. Relevancia del proyecto e inserción en el estado del arte

Tanto en procesos de diseño como en análisis posteriores a una falla por agrietamiento es de suma relevancia conocer la evolución de los esfuerzos dentro de la pieza mientras se va agrietando.

Además del conocimiento de la pieza y su geometría, un modelo como el aquí presentado ofrece la flexibilidad de la paquetería actual, que al combinarla con la metodología aquí presentada, permite valorar numéricamente y con eficacia otras posibilidades, por ejemplo cambiando las condiciones Neumann de posición y magnitud.

En la bibliografía consultada se encontraron sólo unos pocos modelos que no cubren la gama del aquí presentado. Se puede afirmar que este modelo, aún en el estado de desarrollo que se encuentra, es nuevo en esta área.

1.5.3. Metodología de trabajo

Analizando y depurando el caso real concreto se llegó a un modelo físico-matemático enmarcado en la Mecánica del Medio Continuo. Para el caso estático se podían obtener análisis de esfuerzos, pero debido a que la grieta crece de acuerdo a condiciones específicas, no se podía simplemente utilizar un esquema de segundo orden en el tiempo.

Tras un estudio más profundo del problema y de la bibliografía, de los últimos 20 años, este trabajo plantea la posibilidad de utilizar la velocidad empírica de Paris et al. [1] en un esquema de primer orden, para aproximar la aceleración, requerida en la versión dinámica de la ecuación básica de la elasticidad lineal. Esto permite establecer los datos necesarios y establecer los experimentos requeridos. Esta parte experimental pudo llevarse a cabo gracias a la generosidad y al apoyo del Dr. Jorge Terán Guillen en las instalaciones del Instituto Mexicano del Transporte.

Ya con los datos se procedió a establecer y afinar el modelo matemático que se ha mencionado.

Se simularon los procesos de los cuales se tienen datos experimentales de manera exitosa, dentro de los límites de la precisión con que se trabajó.

2. Planteamiento teórico y empírico del problema

2.1. Introducción.

El marco teórico de este trabajo es la teoría de la elasticidad lineal tal como se presenta en Gurtin [8] y es compatible con otras presentaciones como Durelli [10].

En la primera sección se establecen los aspectos geométricos del problema y se introducen definiciones y conceptos necesarios para la correcta presentación del problema y para establecer la notación empleada.

Al analizar el problema físico real y abstraer adecuadamente, se llegó a la conclusión de que el modelo físico adecuado para la obtención de los datos requeridos es relativamente sencillo, adecuada a su vez a pruebas estándares como las de crecimiento de grieta [18] en una máquina Instron. Se requiere inducir una grieta de desplazamiento lineal en un material específico tridimensional, pues el ancho de la muestra no es un parámetro negligible.

Se diseñó la probeta mostrada en Fig. 2.1 en acero AISI 1020 . Esta pieza tiene una representación en el espacio geométrico E^3 como un cuerpo Ω .

La definición formal del problema en el marco de la mecánica del medio continuo consiste obtener el estado de esfuerzos en la frontera de la muesca de la grieta de una probeta de acero, la cual está compuesta por las fronteras que se definidas en la figura 2.1.

2.2. Definiciones y conceptos básicos.

Definición 1. Un **cuerpo** Ω es una región regular del espacio euclidiano ξ con las siguientes características fundamentales:

- a) Ω está acotado.
- b) Ω es conexo.
- c) La frontera de Ω , $\partial\Omega$, está formada por la unión de un número finito de subconjuntos $\partial\Omega_i \subseteq \partial\Omega$ tal que:

$$\partial\Omega = \bigcup_{i=1}^n \partial\Omega_i, \quad n \geq 1,$$

cada $\partial\Omega_i$ debe estar representado de forma analítica.

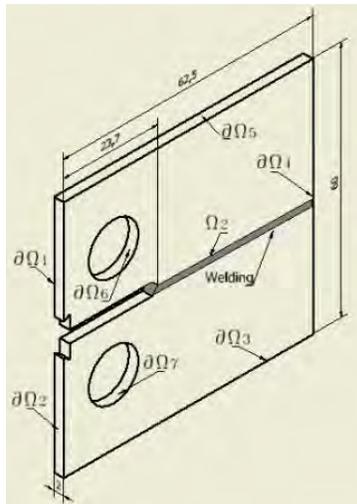


Figura. 2.1. La probeta en su representación geométrica.

En lo que sigue se cita una parte de las notas del curso “Introducción a la Mecánica del medio Continuo”, impartido por el Dr. J. Carrera, Semestre 2013-2, Facultad de Ingeniería, UNAM y basada en Gurtin [8].

Llamamos “configuración material” a la posición de un cuerpo Ω en el instante t_0 en que empieza a correr el tiempo.

Una deformación f es una función cuyo dominio de definición es la configuración material de un cuerpo y su rango es todo el espacio geométrico E^3 , siempre y cuando f cumpla con las siguientes condiciones:

1. f es al menos dos veces continuamente diferenciable.
2. f es biyectiva, es decir, a cada punto del dominio de f le corresponde uno y sólo un elemento de su rango, y a cada elemento del rango le corresponde uno y sólo un elemento del dominio de f . Esta condición garantiza que f sea invertible.
3. En un sistema cartesiano, la derivada de f queda representada por el jacobiano J_f de f . La condición 2 asegura que el determinante de J_f denotado por $\det J_f$, sea siempre diferente de cero, Si es positivo seguirá siempre siendo positivo. Se escogen la f con $\det J_f > 0$.

Aún cuando las traslaciones y las dos clases fundamentales de deformaciones lineales, las rotaciones y las elongaciones, tienen una relevancia especial, las deformaciones pueden ser de cualquier tipo no lineal.

Es necesaria una representación vectorial de las deformaciones. Dado que

$$\text{Si } f(p) = q \text{ entonces existe } u: \Omega \rightarrow E^3 \text{ tal que } u(p) = f(p) - p.$$

Combinando de manera continua usando un parámetro t una sucesión de deformaciones obtenemos los movimientos, para los cuales se interpreta t como el tiempo. O sea, una función x es un movimiento si x es continua en t y para cada t_0 (o sea, dejando fijo t) la función $x(p, t_0)$ es una deformación.”

Una vez habiendo introducido los conceptos de masa y densidad, y de fuerza, se combinan con la cinemática dada por x por medio de las leyes de balance.

Para los sólidos se establece el concepto de densidad de fuerza s y se demuestra (hipótesis de Cauchy) que existe. Tiene la forma Tn para cada punto de una superficie dada en el cuerpo, donde n da la geometría de la superficie y T es el campo tensorial de esfuerzos. Es el conocimiento de este campo tensorial el que nos proporciona la información requerida en la ingeniería mecánica.

“La premisa de que la relación entre E , $E = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^T u)$ y S , el campo tensorial de Piola-Kirchhof, que da los esfuerzos en la configuración material, sea lineal da lugar a la teoría de la elasticidad lineal. En coordenadas, esto implica que existe una forma matricial de 9 por 9, C , tal que para cada instante t y cada punto p

$$S(p, t) = C(p, t)E(p, t) \tag{2.1}$$

Bajo las premisas usuales de homogeneidad en tiempo y espacio es factible asumir que C es constante. Se demuestra que es simétrica y para la elasticidad lineal clásica se consiguen reducir el número de elementos independientes de C a dos, las llamadas constantes de Lamé. Si además se asume que el cuerpo no tiene esfuerzos residuales en el momento inicial, se obtiene la ecuación diferencial básica de la elasticidad lineal, en sus formas estática y dinámica:

Esta ecuación, tal vez con ciertas modificaciones, es la que se resuelve normalmente para obtener los esfuerzos en prácticamente toda la paquetería comercial. A pesar de su gran utilidad, esta ecuación debe usarse con mucho cuidado, pues al menos tres de las premisas fundamentales de la teoría lineal sólo se dan dentro de ciertos límites. Pero siendo conscientes de esos rangos y sin pretender extender demasiado los resultados, se obtienen aproximaciones bastante confiables.”

2.2.1 Fuerza

Por la importancia que tiene el concepto de fuerza se explicitan algunos conceptos.

Hipótesis de Cauchy. Cauchy asume la existencia de una densidad de fuerza \mathfrak{s} definida para cada vector unitario \mathbf{n} y cada par ordenado (\mathfrak{x}, t) de la trayectoria \mathfrak{S} del movimiento descrito por el cuerpo Ω .

Definición. Sea \mathcal{N} el conjunto de todos los vectores unitarios normales a la superficie de Ω o de una parte de Ω , $\mathcal{N} = \{\mathbf{n} \mid \|\mathbf{n}\| = 1\}$. “Por un sistema de fuerzas de un cuerpo Ω durante un movimiento con trayectoria \mathfrak{S} se refiere a un par $(\mathfrak{s}, \mathfrak{b})$ de funciones con

- (1) $\mathfrak{s}(\mathbf{n}_{\mathfrak{x}}, \mathfrak{x}, t)$, para cada $\mathbf{n}_{\mathfrak{x}} \in \mathcal{N}$ y t , una función diferenciable de \mathfrak{x} en Ω_t .
- (2) $\mathfrak{b}(\mathfrak{x}, t)$ para cada t , una función continua de \mathfrak{x} en Ω_t .

y definidas:

$$\mathfrak{s}: \mathcal{N} \times \mathfrak{S} \rightarrow \mathbf{V}, \quad \mathfrak{b}: \mathfrak{S} \rightarrow \mathbf{V} \quad (2.2)$$

se le llamará **fuerza de superficie** a \mathfrak{s} y **fuerza de cuerpo** a \mathfrak{b} ” [8, p.99]

Teorema de Cauchy [8]. Sea $(\mathfrak{s}, \mathfrak{b})$ un sistema de fuerzas de Ω durante un movimiento. Entonces una condición necesaria y suficiente para que las leyes de balance de momentum se cumplan es que exista un campo tensorial espacial \mathbf{T} llamado el tensor de esfuerzo de Cauchy, tal que

- (a) Para cada vector unitario \mathbf{n} ,

$$\mathfrak{s}(\mathbf{n}_{\mathfrak{x}}, \mathfrak{x}, t) = \mathbf{T}(\mathfrak{x}, t)\mathbf{n}_{\mathfrak{x}}; \quad (2.3)$$

- (b) $\mathbf{T}(\mathfrak{x}, t)$ es simétrico;
- (c) $\mathbf{T}(\mathfrak{x}, t)$ satisface la ecuación de movimiento:

$$\mathbf{div} \mathbf{T}(\mathfrak{x}, t) + \mathfrak{b}(\mathfrak{x}, t) = \rho(\mathfrak{x}, t)\dot{\mathfrak{v}}(\mathfrak{x}, t) \quad (2.4)$$

El campo tensorial de esfuerzos de Cauchy es un campo espacial. Dado que no se conoce a priori la configuración deformada del cuerpo Ω es necesario obtener al tensor de Cauchy en términos de la configuración material o no deformada. Este tensor es llamado el campo tensorial de esfuerzos de Piola-Kirchhoff.

2.2.2. Elasticidad

Se presentan formalmente algunos conceptos.

Axioma 1. La respuesta material de un cuerpo elástico es independiente del observador.

Axioma 2. La respuesta del material en t_0 no depende de lo que pasó en $t < t_0$, es decir, no tiene memoria.

Un *cuerpo elástico* es un cuerpo material cuya respuesta es invariante del observador y cuyo campo tensorial de esfuerzos es una función lineal del gradiente de deformación del movimiento y de los puntos de la configuración de referencia y cuya ecuación constitutiva es

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}, t) = \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{F}(\mathbb{p}, t), \mathbb{p}) \quad (2.5)$$

donde $\hat{\mathbf{T}}: \text{Lin}^+ \times \Omega \rightarrow \text{Sim}$, y \mathbf{T} es un tensor simétrico que cumple con (a), (b) y (c) en el teorema de Cauchy.

De manera restringida se asume que el campo tensorial de esfuerzos no depende de la historia, sino de la configuración original. Eso quiere decir que se puede restringir el gradiente de deformación en la configuración original.

En sólidos, lo que mejor se conoce es la configuración material Ω_0 . Se requiere pues tener un campo tensorial equivalente en Ω_0 : $\mathbf{T} \sim \mathbf{T}_m$.

Sea (χ, \mathbf{T}) sea un proceso dinámico. Para una parte \mathfrak{B}_0 de Ω_0 , la fuerza de superficie total en \mathfrak{B}_0 en un tiempo t es

$$\int_{\partial \mathfrak{B}_t} \mathbf{T}(\mathbf{x}, t) \mathbf{n}_x dA = \int_{\partial \mathfrak{B}_0} (\det \mathbf{F}(\mathbb{p}, t)) \mathbf{T}_m \mathbf{F}^{-T}(\mathbb{p}, t) \mathbf{m}_x dA \quad (2.6)$$

donde

$$\mathbf{S}(\mathbb{p}, t) = (\det \mathbf{F}(\mathbb{p}, t)) \mathbf{T}_m \mathbf{F}^{-T}(\mathbb{p}, t), \mathbf{S}: \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \text{Lin} \quad (2.7)$$

es el **tensor de Piola-Kirchhoff**; \mathbf{n} y \mathbf{m} son, respectivamente, los campos de vectores normales en $\partial\mathcal{B}_t$ y $\partial\mathcal{B}_0$, mientras \mathbf{T}_m es la descripción material del tensor de Cauchy \mathbf{T} .

Linealizando al tensor de esfuerzo de Piola-Kirchhoff [8] se encuentra que

$$\mathbf{S}(\mathbb{p}, t) = \mathbf{C}[\mathbf{E}(\mathbb{p}, t)] \quad (2.8)$$

donde \mathbf{C} es el tensor de elasticidad. Es importante señalar las premisas que se toman en consideración para el proceso de linealizar a \mathbf{S} :

1. Los esfuerzos residuales valen cero; $\mathbf{S}(\mathbf{I}) = \mathbf{0}$
2. El gradiente de desplazamientos $\nabla \mathbf{u}$ es infinitesimal.

Es importante observar que si se tiene un desplazamiento rígido infinitesimal, la deformación unitaria infinitesimal $\mathbf{E}(\mathbb{p}, t) = \mathbf{0}$ y por tanto el tensor de Piola-Kirchhoff $\mathbf{S}(\mathbb{p}, t) = \mathbf{0}$.

El sistema de ecuaciones para un comportamiento estático de un cuerpo elástico dentro del marco de la teoría lineal, consiste en:

- (i) las relaciones deformación-desplazamiento

$$\mathbf{E}(\mathbb{p}, t) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}(\mathbb{p}) + \nabla \mathbf{u}(\mathbb{p})^T) \quad (2.9)$$

- (ii) las relaciones esfuerzo-deformación

$$\mathbf{S}(\mathbb{p}, t) = \mathbf{C}[\mathbf{E}(\mathbb{p}, t)] \quad (2.8)$$

- (iii) la ecuación de equilibrio

$$\mathbf{div} \mathbf{S}(\mathbb{p}, t) + \mathbf{b}(\mathbb{p}, t) = \mathbf{0} \quad (2.10)$$

Sin embargo en muchas ocasiones es más conveniente trabajar con la relación esfuerzo-deformación (2.9) de manera invertida para tener $\mathbf{E}(\mathbb{p}, t)$ en función de $\mathbf{S}(\mathbb{p}, t)$, esto es,

$$\mathbf{E}(\mathbb{p}, t) = \frac{1}{2\mu} \left[\mathbf{S}(\mathbb{p}, t) - \frac{\lambda}{2\mu+3\lambda} (\text{tr} \mathbf{S}(\mathbb{p}, t)) \mathbf{I} \right] \quad (2.11)$$

donde λ y μ son las constante de Lamé y las cuales expresan propiedades del material.

Dado que el módulo de Young y la relación de Poisson se pueden obtener experimentalmente por medio pruebas mecánicas a tensión, la ecuación (2.11) puede expresarse en términos de estos dos parámetros.

Recordando que

$$E = \frac{\mu(2\mu + 3\lambda)}{\mu + \lambda}, \quad y \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\mu + \lambda)}$$

$$\mathbf{E}(\mathbb{p}, t) = \frac{1}{E} [(1 + \nu)\mathbf{S}(\mathbb{p}, t) - \nu(\text{tr } \mathbf{S}(\mathbb{p}, t))\mathbf{I}] \quad (2.12)$$

De todo lo anterior se deduce la ecuación básica de la teoría de la elasticidad lineal en sus formas estática y dinámica:

$$\mu\Delta u + (\lambda + \mu)\nabla \text{div}(u) = 0 \quad (2.13)$$

$$\mu\Delta u + (\lambda + \mu)\nabla \text{div}(u) = \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

Retomando el problema planteado en el capítulo 1, la grieta se originó en paralelo a un cordón de soldadura. A partir de este problema se hizo una simplificación geométrica y mecánica, asumiendo que la probeta diseñada en el capítulo 3, es representativa de una amplia gama de diseños y de situaciones de estados de esfuerzos en estructuras de acero, en condiciones a cargas constantes periódicas. A grosso modo, una grieta se induce en una lámina rectangular del mismo material del que está hecha la estructura del camión. Se genera experimentalmente la evolución de la grieta en la placa sujeta a cargas periódicas no simétricas. Aunque la lámina es relativamente delgada en comparación con sus otras dimensiones, el problema se consideró tridimensional [11], [12].

Los experimentos produjeron una cantidad considerable de datos precisos, mostrados en el Anexo 1, que junto con la caracterización del material nos dio la información que permitió la determinación de las velocidades de crecimiento de grietas involucradas, utilizando la fórmula empírica desarrollada por Paris et al. [1], así como los parámetros necesarios y los valores geométricos para un análisis de esfuerzos por elemento finito.

Una metodología adecuada para combinar ambos enfoques en un esquema novedoso y fructífero es el principal aporte de este trabajo. Una vez que se desarrolló el modelo semi-empírico, el diseño de la parte experimental se realizó rigurosamente. Intentamos mostrar aquí que un enfoque al diseño experimental basado en un modelo matemático (inclusive si una parte importante de la simulación se realiza utilizando desarrollos semi-empíricos) conduce a una mejor experimentación debido a que el diseño es precedido a la mejora de nuestra buscado conocimiento y no sólo en busca de la información. Este proyecto como contribución, es un ejemplo de un nuevo paradigma en evolución en la investigación en ingeniería.

2.3. Esquema de diferencias finitas.

Un esquema (o algoritmo) numérico representa un conjunto (a menudo enorme) de operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación y división).

Los métodos numéricos nos permiten entender esquemas numéricos a fin de resolver problemas matemáticos, de ingeniería y científicos en una computadora, reducir esquemas numéricos básicos, escribir programas y resolverlos en una computadora y usar correctamente el software existente para dichos métodos y no solo aumentar nuestra habilidad para el uso de la computadora sino que también amplía la pericia matemática y la comprensión de los principios científicos básicos. Se utilizó a las aproximaciones por diferencias finitas para derivadas como esquema numérico siendo uno de lo más simples y de los más robustos métodos para solucionar ecuaciones diferenciales.

Históricamente, uno de los primeros métodos desarrollados para discretizar ecuaciones diferenciales fue el método de diferencias finitas. En el dominio, donde se busca la solución de un problema diferencial parcial se introduce una malla (regular o no regular) y cada función del problema se aproxima por un conjunto de sus valores en los puntos de la malla, llamada función discreta. Una función discreta también puede considerarse como un vector [31].

2.4. Modelado de la interacción del avance de grieta y esfuerzos inducidos en la probeta bajo cargas periódicas y constantes.

Para el modelado matemático se hicieron las siguientes consideraciones:

- A. El problema se considera tridimensional.
- B. La paquetería numérica empleada se basa en la elasticidad lineal. La configuración física se analiza desde el punto de vista de la mecánica de medios continuos, tal como se presenta en [8].
- C. Experimentalmente, la probeta se monta en una máquina; contiene dos agujeros equidistantes a la evolución de la grieta generada. En uno de estos agujeros de la probeta de lámina, está sujeta a cargas periódicas, en el otro se fija.

La geometría final de la probeta es mostrada en la figura 2. 1. Las fronteras son denotadas como: $\partial\Omega_i$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

2.4.1. Condiciones de frontera.

Desempeñan un papel fundamental en los modelos dinámicos de trabajo de forma iterativa. Si la función que da los desplazamientos se denota por u , en $\partial\Omega_1$ la condición Dirichlet es $u(p, t) = p$ para todo $t \in [a, b]$, donde $[a, b]$ es considerado el intervalo de tiempo (usualmente $a = 0$), en parte de la frontera donde la probeta está fija.

En las otras partes de Ω la condición de Dirichlet no es fija, lo que manifiesta el hecho de que el proceso de iteración comienza con la geometría original, pero admite desplazamientos en estos límites propuestos por la evolución de la deformación, la evolución dada también por la aproximación por elemento finito.

Se impusieron las condiciones de Neumann en la parte de la frontera $\partial\Omega_j$ donde las cargas están actuando. Aquí se hicieron algunas consideraciones importantes. Para empezar, el modelo de esfuerzos se basa en la elasticidad lineal, como se ha mencionado. No es un modelo viscoelástico [13] y por lo tanto no (todavía) un modelo de la fatiga. El avance de la

grieta se simula utilizando la velocidad de propagación de crecimiento (CGV) [1], y no surge como consecuencia de las leyes físicas involucradas.

A lo largo del proceso, para cargas constantes:

$$\frac{\partial u}{\partial n}(p, t) = K, \text{ in } \partial\Omega_j \quad (2.15)$$

donde n es el campo vectorial de vectores unitarios ortogonales a la frontera.

2.5. Combinación del análisis de esfuerzos con la velocidad de propagación de crecimiento (CGV)

2.5.1. De acuerdo con las premisas de la elasticidad lineal no debe haber esfuerzos residuales en el inicio del proceso [8, p. 200]. El análisis de elementos finitos se realiza bajo esta premisa, como muchos otros programas de FEM. Sin embargo, que en la situación real de esta condición no siempre se cumple, dando lugar a preguntas experimentales interesantes. Tal vez la pregunta planteada más interesante es por el hecho experimental, que también podríamos verificar que, en ciertas condiciones, principalmente en la presencia de los esfuerzos residuales, el crecimiento de la grieta tiende a una situación estacionaria [14], [15]. Si el modelo que aquí presentado se generaliza a condiciones de elasto-plasticidad, estamos convencidos de que este caso se puede analizar con provecho.

2.5.2. No se consideró la termodinámica del proceso. Además, no se modelaron las alteraciones en el área alrededor de la franja de soldadura donde en el caso real de la temperatura del proceso de soldadura podría haber tenido influencia [16].

2.5.3. Las fuerzas de cuerpo son negligibles, sobre todo la gravedad, se supone insignificante en comparación con las otras fuerzas involucradas y está por lo tanto no se considera.

2.5.4. El CGV es una estimación estándar empírica de la velocidad de crecimiento de la grieta [1]. Es aquí también se utiliza para obtener una estimación empírica de la longitud de crecimiento (GL),

$$GL = CGV/\text{tiempo}$$

2.5.5. Bajo las premisas consideradas, en cada paso de tiempo de los esfuerzos inducidos en las probetas dependen de las fuerzas aplicadas y la geometría del cuerpo. Como ya se mencionó, las fuerzas en la frontera se consideran constantes, los cambios en los esfuerzos presentes en el crecimiento de grieta, se manifiestan también originando un cambio en la geometría del espécimen.

2.5.6. El último punto, 2.3.5., es la principal hipótesis en este trabajo, junto con las implicaciones teóricas del uso de CGV. Implica que sabemos que existe la grieta y crece a una cierta velocidad (aproximada) que ya ha sido obtenida empíricamente, sin necesidad de conocer qué mecanismos internos generan el fenómeno de la fatiga y la fractura.

2.6. Procedimiento dinámico discretizado.

Con el procedimiento numérico (FEM), se llega a una solución. Dado un problema elíptico definida en un cuerpo

$$P(u) = f, \tag{2.16}$$

donde P es un operador diferencial elíptico implícito en diferenciales de segundo orden y con condiciones de Dirichlet y Neumann, supongamos que un esquema discreto numérico de soluciones aproximadas de (2.16) se obtiene a través del MEF, dando como resultado un sistema numérico polinomial representado por:

$$\mathbf{M} \mathbf{u} = \mathbf{F} \tag{2.17}$$

donde \mathbf{M} es una matriz numérica, por ejemplo una matriz con números reales finitos como elementos, calculada como funciones numéricas de la geometría de la región discretizada Ω , de la interpolación y las funciones de peso y de los valores en la frontera. \mathbf{u} es el vector numérico de los valores desconocidos de la función u buscada. El vector \mathbf{F} del lado derecho correspondiente, cuyos elementos son el producto escalar de los elementos de la función original f , f_i , con las funciones de interpolación φ_i .

La problema dinámico de elasticidad lineal correspondiente a (2.16), sin considerar a las fuerzas del cuerpo es la ecuación (2.14):

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla \text{div}(u) = \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{2.14}$$

Cuando ρ_0 es diferente de cero, la ecuación (2.14) puede expresarse como .

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - P(u) = f \quad (2.18)$$

definido en Ω , con condiciones del iniciales de frontera (Dirichlet y Neumann). En este caso la f es la función constante igual para cero, pero el método es válido y presentado en una forma más general si f es diferente al cero.

Numéricamente una primera aproximación de u , u_0 , es construida para el de tiempo $t = 0$, y entonces la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \mathbf{M}u = \mathbf{F} \quad (2.19)$$

Es resuelta por medio de un esquema de diferencias finitas. El termino $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ es usualmente discretizado usando un esquema de diferencias finitas de segundo orden finito de diferencia, porque los valores buscados son los desplazamientos en los nodos. Pero si este término está escrito como

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} v$$

utilizando un esquema de primer orden se obtienen las velocidades en los nodos, $v_i = v(t_i)$. Un método que nos permite definir a $v(t_i)$ es el esquema de diferencias finitas hacia adelante [9, p. 75].

Excepto en ciertos casos especiales, la velocidad de un punto varia continuamente durante el desplazamiento. Cuando esto ocurre, se dice que el punto tiene una aceleración. La aceleración u'' del punto cuando pasa de u_0 a u_1 se define como la razón del cambio de la velocidad al tiempo transcurrido [20, p. 57-60]

Debido al hecho que excluimos la primera derivada en el tiempo u (u'), la velocidad empírica de crecimiento de grieta, que nosotros denotamos v_i , $i = 0, 1, \dots, n$, para cada paso en el tiempo, una aproximación empírica en diferencias finitas de la aceleración está dada por

$$u'' \approx \frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i} = \frac{v_{i+1} - v_i}{h} \quad (2.20)$$

considerando a h como un tiempo constante [9].

La ecuación (2.20) se usa entonces para actualizar el lado izquierdo de (2.19) en cada paso de tiempo en lo siguiente esquema:

1. Resolver (2.17) con las condiciones iniciales de frontera y obtener una primera aproximación de u_0 . Usando los datos experimentales se obtiene una primera estimación de v_0 de CGV. Considerar $\Omega = \Omega_0$.
2. Dada la aproximación u_i , calcular la i -th aproximación de la aceleración

$$u'' \approx \frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i} = \frac{v_{i+1} - v_i}{h}$$

y resolver el problema de esfuerzos

$$P(u) = f + u''$$

Usando FEM, definiendo el problema en la región deformada Ω_{i+1} obtenida en el paso previo e introduciendo manualmente la longitud y ancho de la grieta empíricas (obtenidos experimentalmente).

La aproximación buscada u_{i+1} para el paso de tiempo $i+1$ es entonces dada por

$$\mathbf{M}u_{i+1} = F + \frac{v_{i+1} - v_i}{h}, \text{ en } \Omega_{i+1}$$

Con las condiciones Dirichlet de frontera

$$u(\mathbf{p}, t) = u_0, \text{ en } \partial\Omega_i, i = 1, 2, \dots \text{ (puntos fijos)}$$

$$u(\mathbf{p}, t) = p_i, p_i = u_i(\mathbf{p}) \text{ en } \partial\Omega_i, i = 1, 2, \dots p_i \text{ dada la nueva posición (configuración deformada) del punto } p_{i-1}.$$

Y con las mismas condiciones Neumann:

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{p}, t) = K, \text{ en } \partial\Omega_i$$

La series $u_0, u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ dan entonces una aproximación a la evolución en el tiempo de evolución de la grieta dinámicamente asociada a la evolución de los esfuerzos.

Esta clase de aproximaciones, dónde los datos juegan un papel fundamental, puede ser llamada *aproximaciones (numéricas) de dinámica empírica*.

De este modo toda información experimental y el modelo conceptual están combinados en un solo método. Se obtiene una simulación muy completa del proceso real, dejando al investigador conjugar la evolución del esfuerzo con el crecimiento y el índice de crecimiento de la grieta.

2. 7. Validación.

Las mediciones experimentales y las regiones deformadas calculadas fueron comparados. La métrica empleada se define en el punto 3.3.4. Se mide la diferencia entre una configuración Ω y otro Ω' . El análisis mostró congruencia adecuada entre las configuraciones experimental y la calculada.

2. 8. Introducción de la retroalimentación de los experimentos en el modelo.

Fue establecido experimentalmente que la asimetría de las fuerzas provoca una desviación de la dirección de crecimiento desde el plano donde la grieta comienza a crecer. Esto puede ser simulado bajo el supuesto de que la desviación tiene lugar a lo largo de una curva de segundo orden, y para cada punto de la curva de la CGV es la proyección de la velocidad de una partícula en la curva sobre el plano original (donde la grieta se habría mantenido si las fuerzas fueran simétricas). La dirección de la velocidad a lo largo de la curva está dada por su derivada en el punto. Dada la proyección y la dirección, es entonces posible calcular la velocidad del crecimiento de la grieta a lo largo de la curva, teniendo la asimetría de las fuerzas en consideración.

Simplemente debido a la irregularidad de la superficie de la grieta no está claro qué función podría dar una buena aproximación relativamente de la trayectoria real de la fractura. Además de algunas coincidencias tal vez incidentales con una curva braquistocrona , este tipo de curva se podría utilizar , ya que es bien sabido que ciertos desplazamientos logran un mínimo de consumo de energía a lo largo de una curva como tal. Pero, como se ha mencionado, se analizarán las consideraciones termodinámicas en desarrollos futuros.

Vale la pena mencionar que un enfoque diferente también puede ser tomado, suponiendo que la superficie de la fractura para ser de una naturaleza fractal.

3. Diseño del experimento

3.1. Introducción.

Considerando una estimación empírica de la velocidad de crecimiento de grietas desarrollada por París et al. [1], la estructura numérica de un análisis de elementos finitos dependiente del tiempo permitió la construcción de un esquema numérico dinámico combinando de velocidad de avance grieta con el análisis de esfuerzos en el paso del tiempo. El modelo se presenta en 3.2.

A continuación, se utilizó este modelo para establecer el flujo de datos en el proceso experimental, dando directrices que permitían un mejor diseño de experimentos y su realización. La cantidad de consideraciones teóricas y problemas de diseño experimental se exponen en este capítulo.

Básicamente, el modelo ofrece la posibilidad de simular el crecimiento de la grieta en base a datos estructurados procedentes de experimentos estándares. El crecimiento de la grieta interactúa en cada paso de tiempo con las fuerzas inducidas en el cuerpo, dando lugar al análisis dinámico por elementos finitos (FE) de esfuerzos y su evolución. El modelo se puede alimentar con datos de otros materiales. Las fuerzas aplicadas también se pueden cambiar, así como la geometría del cuerpo y las condiciones iniciales y de frontera.

Un hecho importante a lo largo de la investigación fue la metodología utilizada en el diseño de experimentos, que se presenta en la siguiente sección.

3.2. Principios de diseño de experimentos basados en un sistema matemático (modelo).

Ciertamente, el requisito más básico es una comprensión profunda del modelo por el que debe diseñar el experimento.

En nuestro caso se presentan dos objetivos generales que dirigen el experimento.

1. Simular el problema mecánico (fractura) como una unidad dinámica de la acción de las fuerzas implicadas y la alteración geométrica de la probeta a experimentar.

2. Una vez que una herramienta de simulación flexible, ha sido desarrollada y validada, que pueda ser utilizada para modelar otras situaciones y para predecir la evolución de los esfuerzos, y cambiando: a) la caracterización del material, b) las condiciones de frontera, en especial las condiciones Neumann que representan las fuerzas ejercida sobre el material y c) la configuración geométrica.

El siguiente paso es la determinación de los requerimientos necesarios en el modelo y su relación con la experimentación realizable.

En el caso concreto aquí expuesto la propuesta de la utilización de un polinomio de segundo grado para representar la forma de la trayectoria desviada de la grieta, basa tanto en consideraciones relacionadas con las necesidades de modelado y la experimentación eficiente.

Se necesita esta curva no lineal para calcular las velocidades de crecimiento de la grieta empíricos en la dirección del crecimiento de la grieta. Esta velocidad se define como el vector tangente a la curva en un punto dado (x, y) , La fórmula derivada por Paris et al. [1], da la velocidad en la dirección del eje-x, que se interpreta a continuación como la proyección en la curva. Para obtener la dirección de la tangente se utiliza la derivada del polinomio.

El uso de polinomios de segundo grado también es muy bien acertado para los esquemas numéricos.

Concretamente se muestra en este capítulo cómo pueden ser las directrices dadas por un modelo en un diseño de experimentos

3.3. Diseño del experimento dirigido por la simulación de fractura con un modelo semi-empírico dinámico.

El cuerpo Ω representa una probeta experimental con dimensiones dadas; (ver la figura 2.1), suponiendo que la probeta es homogénea e isotrópica y caracterizada mecánicamente por constantes de S_u y S_y . Se carga periódicamente en una máquina de pruebas mecánicas Instron. Se fija en la frontera de Ω_6 y las fuerzas se ejercen sobre la frontera Ω_7 .

Una vez discretizada la ecuación básica de la elasticidad lineal utilizando el método del Elemento Finito, y cuando la velocidad de crecimiento de grieta empírica se ha utilizado para aproximar el término de segundo orden que representa la dinámica dependiente del tiempo, el esquema numérico resultante se presenta en la siguiente sección.

3.3.1. El modelo, como ya se presentó, tiene la forma

$$\mathbf{M}u_{i+1} = F + \frac{v_{i+1}-v_i}{h}, \text{ en } \Omega_{i+1}$$

donde M es la matriz numérica resultante del proceso de discretización, u_{i+1} es el vector de los valores desconocidos (aproximados) de la función de la deformación u en los nodos en la iteración i+1, F es el término no homogéneo numérico correspondiente que en nuestro caso (homogéneo) es igual a cero, v_i son las velocidades de crecimiento de grieta determinadas empíricamente, el término $\frac{v_{i+1}-v_i}{h}$ da una aproximación de primer orden de diferencias finitas de la segunda derivada de u con respecto al tiempo t, y con las condiciones de frontera de Dirichlet recursivas

$$u(p, t) = u_0, \text{ en } \partial\Omega_i, i = 1, 2, \dots \text{ (puntos fijos)}$$

$$u(p, t) = p_i, p_i = u_i(p) \text{ en } \partial\Omega_i, i = 1, 2, \dots p_i \text{ dada la nueva posición (configuración deformada) del punto } p_{i-1}.$$

Y con condiciones Neumann:

$$\frac{\partial u}{\partial n}(p, t) = K, \text{ en } \partial\Omega_i$$

definida en la región Ω .

3.3.2. El sistema ofrece una simulación de la evolución de la grieta y los esfuerzos correspondientes dinámicamente inducidas en la probeta. Desde el punto de vista experimental, se definen los siguientes pasos que requieren de ciertos parámetros y datos.

A. Las constantes que definen las características mecánicas del material, en especial las constantes de Lamé.

B. La geometría inicial, incluyendo (o no) el área de la simulación del cordón de la soldadura, y las constantes de Lamé de esta no-homogeneidad; también la determinación de las áreas con condiciones de Dirichlet fijas, aquellas con condiciones conocidas pero no constantes en las deformaciones, se dejan libres.

C. Las condiciones Neumann de frontera, es decir, cómo se modelan las fuerzas aplicadas.

3.3.2.1. En el caso analizado los datos necesarios para inicializar el sistema son:

D.1.1. Las constantes y los datos necesarios para caracterizar el material o materiales.

D.1.2. La geometría de la región Ω discretizada mediante el MEF; este conjunto de datos incluye los parámetros FE: tipo de FE, el tamaño y posición del FE, el tipo de funciones de interpolación y peso, etc. Incluye también la división de Ω en un número finito de sub-fronteras $\partial\Omega_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, y la correspondiente atribución de condiciones de frontera, libre, Dirichlet, Neumann o mixta para cada sub-fronteras.

D.1.3. Los valores concretos de las condiciones de Dirichlet.

D.1.4. Los valores concretos de las condiciones de Neumann. Hay que indicar que las condiciones reales Neumann fueron dadas por cargas periódicas, pero haciendo algunas consideraciones nos permiten tomarlas como constantes.

3.3.2.2. Los datos que se dan al modelo en el punto específico, que se proporcionan desde el exterior.

D.2.1. Los datos necesarios para calcular la velocidad de crecimiento de la grieta.

D.2.2. La abertura de la muesca.

D.2.3. La modificación en la geometría propuesta por el avance de grietas calculado.

3.3.2.3. Los datos que se dan al modelo en puntos específicos del flujo de los cálculos en el paso de la iteración anterior son:

D.3.1. La geometría (deformada) en la iteración n se da como geometría inicial para la iteración $n + 1$.

D.3.2. Los datos del avance real de la grieta, por ejemplo, la desviación de la grieta de una trayectoria rectilínea.

3.3.2.4. Los datos necesarios para validar el proceso son:

D.4. Las mediciones de la geometría de la probeta deformada en tiempos predeterminados.

3.3.3. Flujo de datos en el modelo.

Todos los datos D.1. son necesarios para inicializar el sistema, pero sólo de datos D.1.1. y los valores fijos de las condiciones de Dirichlet se utilizan a lo largo de todo el proceso y tiene que estar disponibles.

Los datos D.2 y D.3. se introducen al sistema en cada iteración.

Después de cada iteración (ver la siguiente sección) se toma un paso de validación, un parámetro de precisión interna ε se establece. Si $\|\Omega - \Omega'\| > \varepsilon$ el proceso se interrumpe y se envía una señal.

La salida de datos es calculada y se da como una serie de imágenes que simula el crecimiento de la grieta en intervalos de tiempo constante.

3.3.4. La validación del proceso se hace comparando, considerando lo medido experimentalmente y lo calculado. Para interpretar adecuadamente las diferencias entre las dos configuraciones geométricas, se empleó la siguiente métrica:

Eligiendo n puntos p_i uniformemente distribuidos en la frontera de Ω_0 . Medir las posiciones experimentales de los puntos físicos correspondientes después de un tiempo t_0 fijo. Denominando a las nuevas posiciones de p'_i . Calculando a través del procedimiento numérico el nuevo posiciones p''_i de los mismos puntos para después del tiempo t_0 (teórico). A continuación la siguiente métrica se define entre las regiones regulares de espacio tridimensional:

$$\|\Omega - \Omega'\| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|p'_i - p''_i\|$$

donde $\|p'_i - p''_i\|$ es la norma Euclídeana del vector definido por p'_i y p''_i . Se mide la diferencia entre una configuración Ω y otro Ω' . La métrica muestra una adecuada congruencia entre las configuraciones experimental y la calculada.

3.3.5. Flujo de datos experimentales.

El análisis anterior permitió la determinación de las mediciones experimentales, su secuencia y su precisión.

Todos los pasos fueron procedimientos estándares, como las mediciones de las configuraciones deformadas. La secuencia experimental fue estrictamente la misma que la determinada en la sección anterior.

Esta determinación permite también localizar los pasos que pueden ser automáticos, especialmente la introducción de los datos que da la configuración deformada. Las mediciones necesarias para la validación sin duda también se pueden obtener a través de fotografías y reconocimiento de imágenes.

4. Desarrollo experimental

4.1. Introducción

Como se planteó anteriormente, una de las líneas metodológicas de este proyecto fue la interacción entre el o los modelos teóricos, los modelos empíricos como la velocidad de Paris y los datos requeridos por el modelo, siendo conscientes de las diversas limitaciones prácticas de la experimentación, desde la infraestructura y los insumos hasta el financiamiento.

También fueron considerados los aspectos formativos del doctorante autor de estas líneas. A lo largo del Proyecto de Investigación mi tutor no sólo aplicó diversas estrategias pedagógicas en mi formación, sino que procuró que fuera yo consiente de ellas.

El objetivo de pruebas de fatiga es obtener información respecto al comportamiento a la fatiga de un material con una geometría en particular. La prueba de fatiga es necesaria para obtener información básica sobre las propiedades del material, de la misma manera que se obtiene información sobre la resistencia a la fluencia y el módulo de elasticidad de un material a partir de una prueba de tensión. En cuanto sea posible, las condiciones del material, los intervalos del esfuerzo y el tipo de carga deben ser bastante similares a las condiciones reales de servicio, con el fin de que los resultados sean útiles para el diseño.

Este procedimiento es semejante a las pruebas de tensión y compresión en un solo ciclo y su uso en el análisis del comportamiento de elementos cargados una sola vez.

En todos los casos, una atención cuidadosa debe ser dada a las solicitaciones de entrada y las condiciones límite para asegurar que se reproduzca exactamente la distribución dinámica del campo de esfuerzos. Si no es así, los resultados de la prueba se complican y se identifican incorrectamente las localizaciones críticas que llevan a la falla, y las modificaciones de diseño no se enfocan al área de la debilidad.

Las pruebas de fatiga se realizan para diversos propósitos. Los objetivos de la ingeniería son la determinación de las características de fatiga de los materiales, uniones, elementos estructurales, etc., incluyendo comparaciones de diversas opciones de diseño. Los objetivos de la investigación de las pruebas de fatiga se refieren a la comprensión del fenómeno de la fatiga y de sus variables. Los objetivos de la investigación y los objetivos de la ingeniería deben ser complementarios. La prueba de la fatiga es un requisito crítico para que se determine la vida del servicio seguro y económico de lo que se está analizando.

4.2. Descripción del proceso

Como se señaló anteriormente, se diseñaron probetas tal como se muestra en la figura 4.4. Se decidió mantener fija la probeta en uno de los dos puntos de fijación, mientras que la fuerza periódica se aplicaba en el otro punto de fijación. Esto corresponde al análisis de las fuerzas reales que se ejercen sobre la estructura original. En este caso las fuerzas se transmiten a lo largo de la estructura, afectando el ensamble de manera desigual, debido a la geometría alrededor de la parte considerada. Dado que el equipo empleado no tiene la capacidad ideal de transmitir fuerzas desiguales a la probeta, y a que una de las solicitudes tiene mucho mayor influencia que la otra, se decidió realizar la prueba de la manera señalada.

Las pruebas se han realizado aplicando las correspondientes normas ASTM. Esta normativa ha sido desarrollada por la American Society for Testing and Materials (ASTM, de ahí la denominación) como estándares para la realización de pruebas de materiales estableciendo las condiciones y procedimientos más adecuados.

Las normas aplicables en cada caso se indican a continuación:

- Ensayos de tensión: E8M [16].
- Crecimiento de grieta: E647 [17].

La mencionada normativa indica las dimensiones admisibles en las probetas, el procedimiento correcto de ensayo y los instrumentos de medida que se han de utilizar.

4.3. Material y diseño de las probetas.

4.3.1. Composición química.

Como ya se ha comentado con anterioridad, el material empleado es acero 1020. En la tabla 4.1. se muestra la composición del acero analizado.

C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	Al	Co	Pb	Fe
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0.1838	0.0183	0.4533	0.0089	0.0082	0.0216	0.0332	0.0211	0.0106	0.0093	0.0056	99.2

Tabla 4.1. Composición química del material estudiado.

4.3.2. Metalografía del material.

El estudio únicamente examina al acero estructural utilizado en la fabricación de estructuras, específicamente tubos PTR de sección rectangular de 3 x 1.5 pulgadas de calibre 14 y de 6 metros de largo. La figura 4.2 muestra la microestructura del grano del acero 1020, obtenida mediante las técnicas metalográficas habituales empleando un ataque con nital al 3%, en la que se puede observar la predominancia de la fase ferrita en dicho acero y granos mayoritariamente equiaxiales.

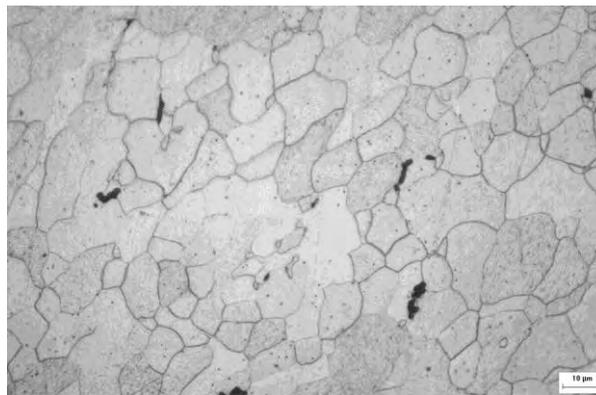


Figura 4.2. Estructura granular del material.

4.3.3. Fabricación de las probetas para pruebas de tensión y de fatiga.

A continuación se muestran las dimensiones de las probetas utilizadas en cada caso, estando las dimensiones en milímetros. Estas han sido elegidas dentro de lo admisible por la norma, estando limitados por el tamaño de los tramos de material de partida.

El material de partida para las probetas (acero 1020) se encontraba en forma de PTR y las probetas se obtuvieron mediante maquinado. Además, las probetas usadas para pruebas de crecimiento de grieta fueron reforzadas en los agujeros mediante refuerzos de placa, para evitar que se rompieran de esta parte.

4.3.3.1. Geometría de las probetas de tensión:

En las pruebas de tensión lo que se evalúa realmente es la resistencia del material, es decir, los esfuerzos que es capaz de soportar antes de comenzar a sufrir deformaciones plásticas permanentes o de romperse.

Esta prueba proporciona por tanto los datos más básicos sobre el material: relación entre tensión y deformación, qué tensión provoca que deje de comportarse elásticamente, qué tensión provoca rotura, etc. Estos datos son la base para cualquier otro estudio de las propiedades del material.

Con la realización de estas pruebas se determinó la resistencia a la fluencia, la resistencia última y la reducción de área de acuerdo a lo establecido en la norma ASTM E8M [16].

Se fabricaron 32 probetas:

- 16 probetas PTR calibre 16
- 16 probetas PTR calibre 14,

Con la geometría mostrada en la figura 4.3.

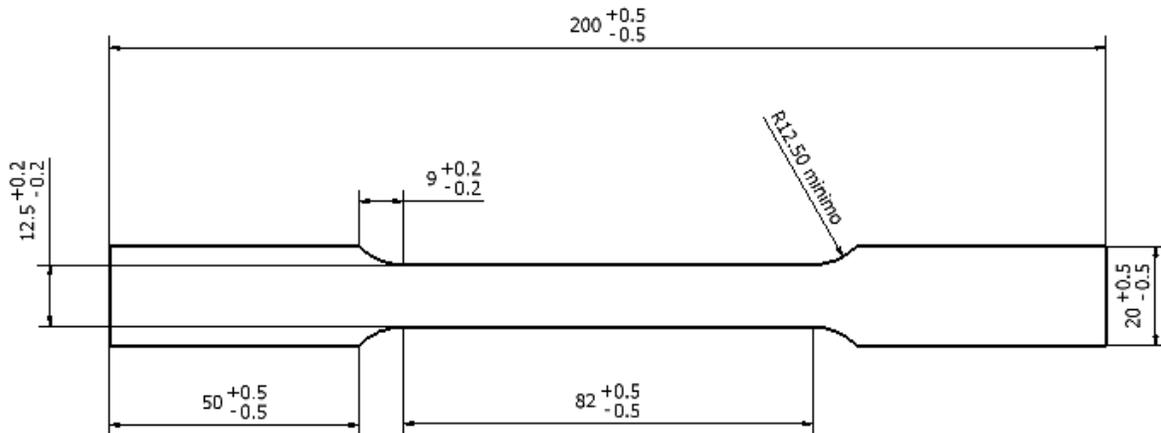


Figura 4.3. Dimensiones de la probeta de tensión.

4.3.3.2. Geometría de mecánica de fractura

Las probetas empleadas fueron tipo CT (Compact Tension), cuya geometría se muestra en la figura 4.4, de dimensiones: ancho $W=50$ mm y espesor $B=2$ mm.

Todas las probetas fueron obtenidas de una misma chapa y fabricadas según las recomendaciones de la norma ASTM E647 [17].

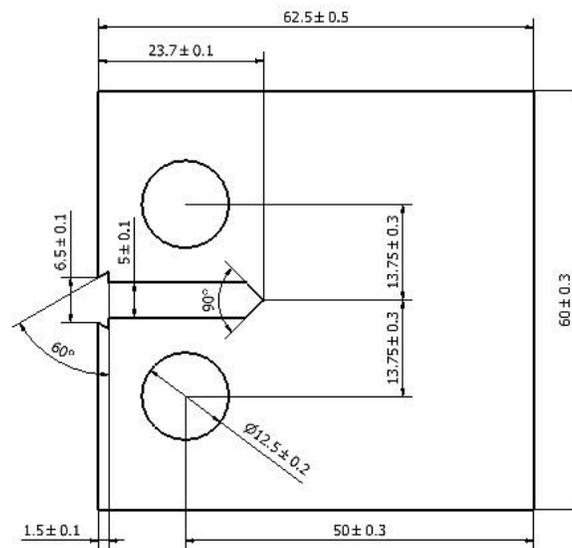


Figura 4.4. Dimensiones de la probeta de fractura.

4.4. Procedimiento de prueba

La prueba de propagación de grietas por fatiga se realizó en las probetas estándar tipo compacto (CT), a temperatura ambiente de laboratorio, con una carga mínima y máxima calculada a 1.95 y 0.1955 kN, respectivamente, aplicadas en ciclos de carga sinusoidal con una frecuencia de 10 Hz y una relación de cargas R de 0.1.

Las pruebas de fatiga se han realizado aplicando la correspondiente norma ASTM 647 [17]. Esta norma ha sido desarrollada por la American Society for Testing and Materials (ASTM, de ahí la denominación) como estándares para la realización de ensayos de materiales

estableciendo las condiciones y procedimientos más adecuados para la obtención de buenos resultados.

La finalidad de las pruebas realizadas es la de determinar la velocidad de crecimiento de grieta en función del factor de intensidad de esfuerzos en el borde de la grieta, actuando siempre de acuerdo a lo establecido en la Norma ASTM E 647 [17]. El tipo de probeta utilizado en este caso fue del tipo compacta C(T).

4.5. Propagación grietas por fatiga

La figura 4.5 muestra la apariencia de una probeta CT después de concluida la prueba de propagación de grietas por fatiga, donde el tamaño final de la grieta fue de 23 mm. Se observa la trayectoria de la grieta y la probeta no fue distorsionada; estas son una indicación de que esta prueba fue válida.



Figura 4.5. Apariencia de la probeta luego del ensayo de fatiga.

Se realizaron 12 pruebas de velocidad de crecimiento de grieta:

- 7 pruebas en probetas de 2 mm de espesor con 5 mm de ancho de entalla.
- 5 pruebas en probetas de 2 mm de espesor, incrementando 10 % la carga cada 20000 ciclos.

4.5.1 Condiciones de prueba para pruebas de fatiga:

Las condiciones con que se hicieron las pruebas en la máquina Instron son las que a continuación se indican:

- a) Amplitud de carga = 1.757 kN
- b) Relación de cargas = 0.1

- c) Carga máxima = 1.955 kN.
- d) Carga mínima = 0.1955 kN
- e) Precarga = 1.075 kN.

4.6. Pruebas de tensión.

De la prueba a tensión de probetas de 2 mm de espesor, se obtuvieron los resultados gráficos y en forma de tabla mostrados en las figuras 4.6 y tabla 4.2.

Prueba de tensión en probetas de 2 mm de espesor.

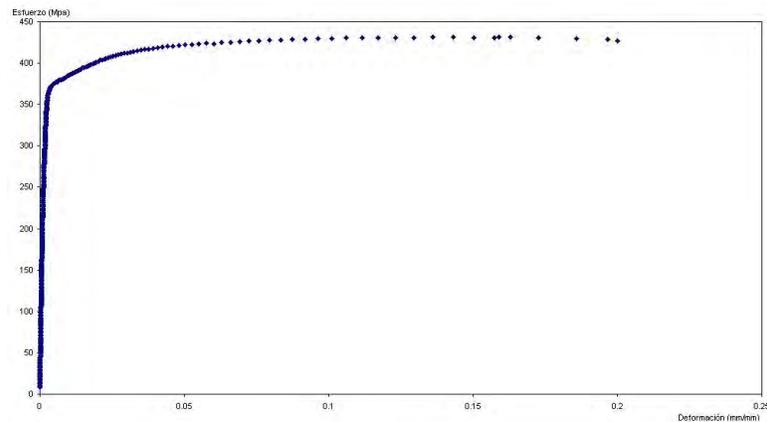


Figura 4.6. Diagrama esfuerzo-deformación. PTR 2.0 mm de espesor.

Se obtuvieron las siguientes propiedades mecánicas del material mostradas en la tabla 4.2.

PTR Calibre	E(Gpa)	Sy(Mpa)	Su(Mpa)
2.0 mm	217	372	427

Tabla No. 4. 2. Propiedades mecánicas del acero 1020.

4.7. Pruebas de fatiga

En la tabla 4.3 se muestra las constantes de Paris obtenidas del material sin soldadura, probetas de PGF-01 a la PGF-07.

Probeta	C	m
PGF-01	1×10^{-9}	3.5346
PGF-02	3×10^{-8}	2.656
PGF-03	4×10^{-9}	3.3301
PGF-04	5×10^{-9}	3.1456
PGF-05	2×10^{-9}	3.4273
PGF-06	8×10^{-9}	3.0349
PGF-07	7×10^{-9}	3.0874

Tabla 4.3.

En la figura 4.7 se muestra la gráfica del crecimiento de la grieta por número de ciclos.

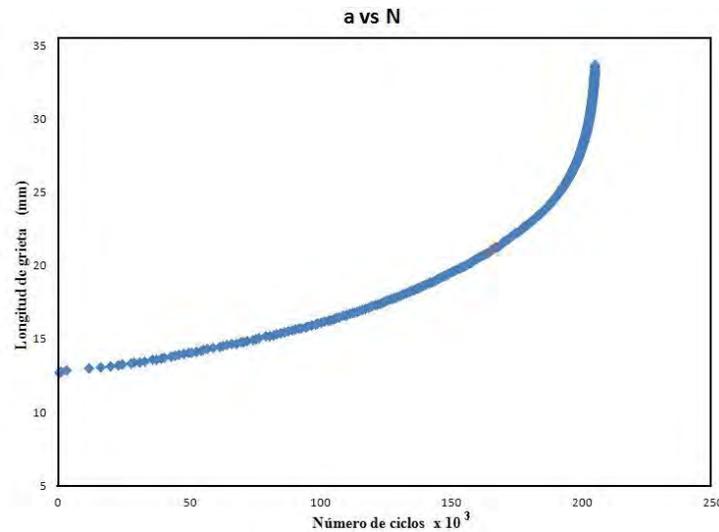


Figura 4.7.

Se muestran en la tabla 4.4 de los datos obtenidos en las 5 pruebas para la obtención de las constantes de Paris, para el material con cordón de soldadura: probetas de CGS-01 a la CGS-05.

Probeta	C	m
CGS-01	1×10^{-6}	0.1174
CGS-02	2×10^{-6}	0.1058
CGS-03	5×10^{-8}	0.1581
CGS-04	3×10^{-7}	0.1349
CGS-05	2×10^{-7}	0.1490

Tabla 4.4.

En la figura 4.8 se muestra la gráfica del crecimiento de grieta por número de ciclos.

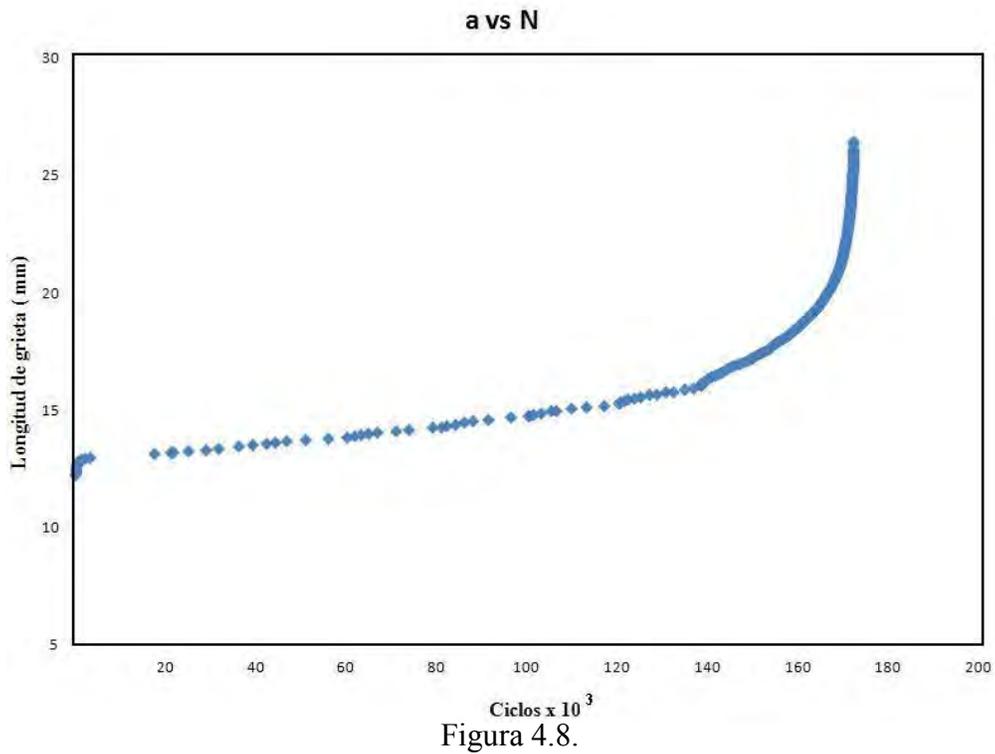


Figura 4.8.

5. Resultados

En primer lugar se obtuvo un modelo que permite una simulación compleja pero flexible de una evolución de crecimiento de grieta junto con los esfuerzos, este modelo se obtuvo a partir de un problema concreto. Esta simulación puede usarse en otras situaciones diversas y con buenas posibilidades.

Se obtuvieron varios conjuntos de diez imágenes que simulan el crecimiento de la grieta, que corresponde a un paso de tiempo de una décima parte del tiempo requerido para que la grieta alcance 23 mm de longitud. La primera, última y una intermedia se muestran para dos de los cuatro casos calculados.

La primera Paso 01, muestra el crecimiento de la grieta y los esfuerzos correspondientes y como la grieta avanza linealmente, sin desviación. Paso 01 sirve como una referencia para el resto de los conjuntos de imágenes (Véanse las Figuras 5.1 a 5.3).

Paso 02 muestra el crecimiento de la grieta a lo largo de una curva, se supone que es una aproximación de segundo orden numérico a la misma, construida con los datos experimentales y la simulación de la desviación de la grieta (Véanse las Figuras 5.4 a 5.6).

Paso 03 muestra el crecimiento rectilínea de la grieta en la presencia de una falta de homogeneidad, simulando una franja de soldadura.

Paso 04 muestra la misma situación, pero teniendo en cuenta la desviación de la trayectoria de crecimiento de la grieta.

Todos los ajustes se basan en los datos medidos correspondientes a una serie de experimentos realizados, y descritos en el capítulo 4.

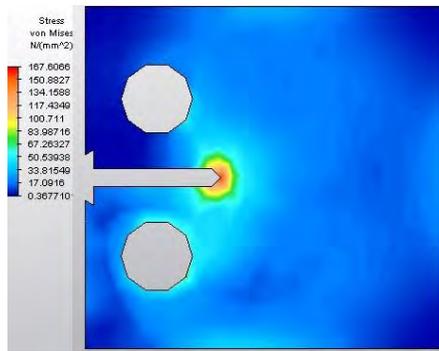


Fig. 5.1. Paso 01. Imagen inicial.

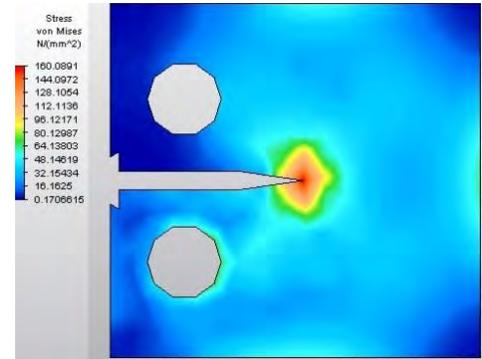


Fig. 5.2. Paso 01. Imagen intermedia.

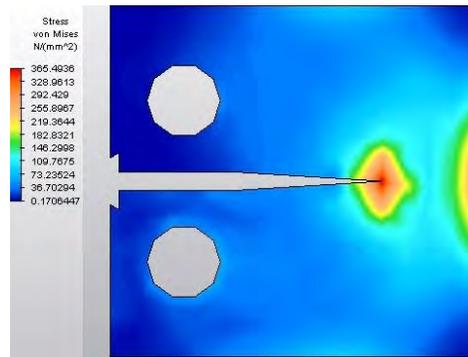


Fig. 5.3. Paso 01. Imagen final.

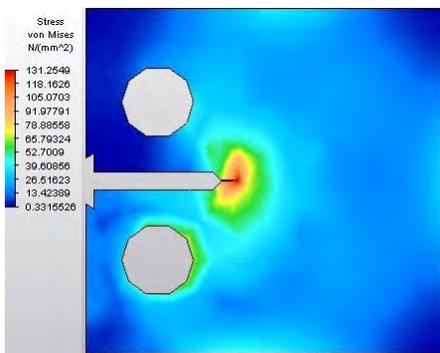


Fig. 5.4. Paso 02. Imagen inicial.

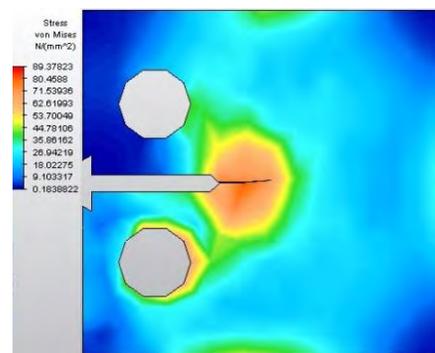


Fig. 5.5. Paso 02. Imagen intermedia.

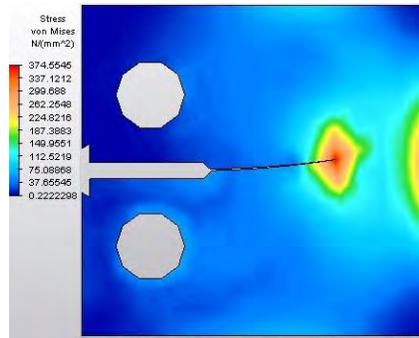


Fig.5.6. Paso 02. Imagen final.

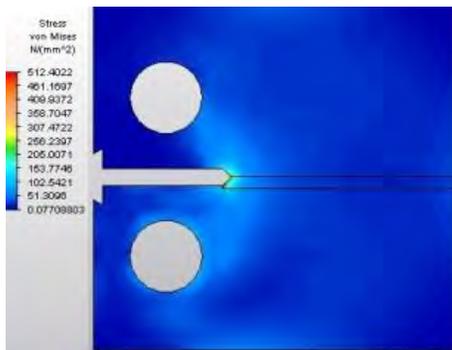


Fig. 5.7. Paso 03. Imagen inicial.

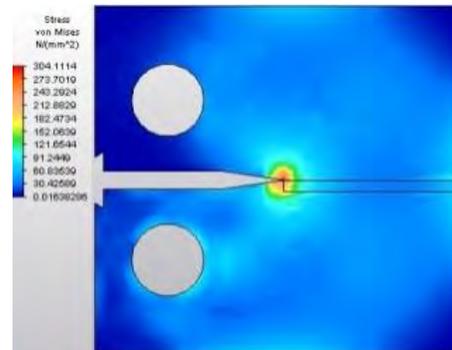


Fig. 5.8. Paso 03. Imagen intermedia.

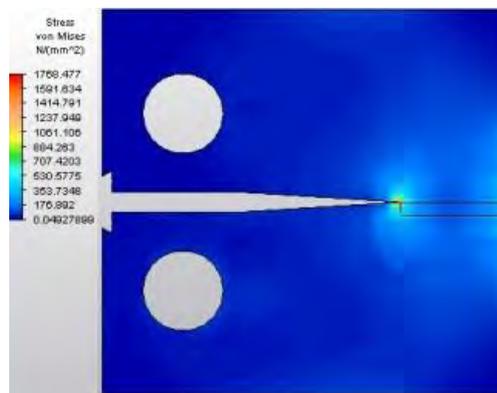


Fig. 5.9. Paso 03. Imagen final.

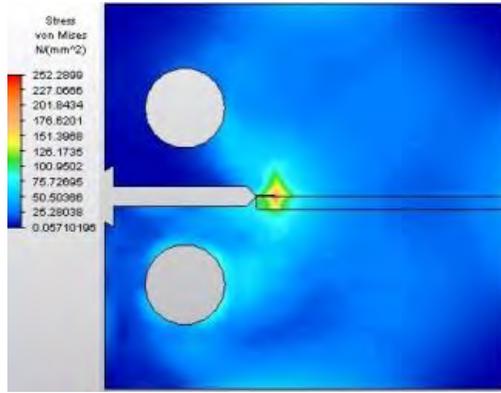


Fig. 5.10. Paso 04. Imagen inicial.

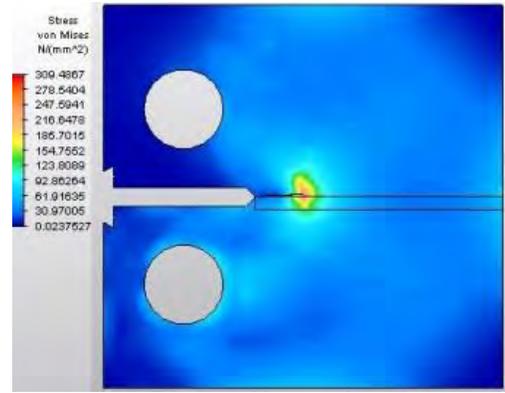


Fig. 5.11. Paso 04. Imagen intermedia.

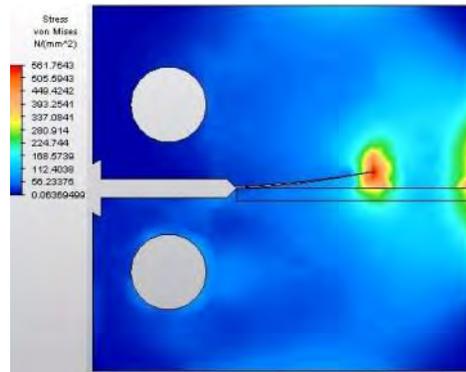


Fig. 5.12. Paso 04. Imagen final.

Conclusiones

Las Fuerzas de tensión son la principal causa de una fractura, es ciertamente relevante conocer cómo se distribuyen y actúan estas fuerzas y en el cuerpo, considerado a lo largo del proceso de crecimiento de la grieta. Hasta ahora ningún esquema eficiente que combine lo temporal y los datos espaciales está disponible en la literatura internacional. Se presenta en este trabajo una novedosa solución utilizando esquemas numéricos.

Ciertamente, el esquema todavía debe validarse en otros entornos, pero se basa en dos herramientas robustas, uno empírico, CGV, y otro, MEF, utilizando eficientemente el conocimiento bien fundamentado de la Mecánica de Medios Continuos. La combinación dinámica se hace aquí a través de un sistema de primer orden en diferencias finitas, una herramienta numérica eficiente.

El procedimiento es bastante robusto y puede ser utilizado para explorar y predecir, cambiando principalmente los valores de los parámetros que intervienen en una manera consistente.

Se aprovechó la conjunción del análisis de esfuerzos con el término de segundo orden dinámico aproximado a través de un esquema de diferencias finitas, como resultado de una simulación completa del crecimiento de la grieta, en la interacción dinámica con los esfuerzos inducidos en el cuerpo.

La combinación conceptual de la evolución del esfuerzo y del crecimiento de grietas empírica, utilizando principalmente la velocidad de crecimiento de la grieta, en un esquema numérico eficiente, da una idea de las fuerzas que actúan a lo largo de la evolución de la grieta.

Por otro lado, esta investigación ofrece un enfoque metodológico para el nuevo tipo de investigación en ingeniería donde la teoría, representada por los modelos matemáticos, incorpora los datos obtenidos empíricamente, interactuando con el diseño experimental y, por tanto, con la práctica real de la ingeniería.

Bibliografia

1. P. Paris, M. Gomez, W. Anderson. A rational analytic theory of fatigue. *The Trend in Engineering*. 1961.
2. American Society for Testing and Materials. E 1823 - 96 Standard Terminology Relating to fatigue and Fracture Testing, American Society for Testing and Materials. USA. 2002.
3. R. I. Stephens, A. Fatemi, R. R. Stephens, H. O. Fuchs. *Metal fatigue in engineering*, Wiley. New York. 2001.
4. M. A. Pustejovsky. Fatigue crack propagation in titanium under general in-plane loading-1: Experiments. *Engineering Fracture Mechanics*. Volume 11, pages 9 - 15. 2009.
5. R.S. Piascik and J.C. Newman, Jr. An extended compact tension specimen for fatigue crack growth and fracture testing. *International Journal of Fracture*. 76, pages R43-R48. 2006.
6. J. M. Barson. Fatigue-crack propagation in steels of various yield strengths. *Transaction of ASME*. Pages 1190-1196. 1981.
7. D. Broek. *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Martinus Nijhoff. The Netherlands. 1986.
8. M. E. Gurtin. *An Introduction to Continuum Mechanics*. Academic Press. London. 2003.
9. V. N. Kukudzhanov. *Numerical continuum mechanics*. De Gruyter. Berlin 2013.
10. A. J. Durelli, E.A. Phillips, C. H. Tsao. *Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain*. McGraw -Hill Book Company. New York. 1958.
11. A. R. Shahani, M. Rastegar, M. Botshekanan, H. Moayeri. Experimental and numerical investigation of thickness effect on ductile fracture toughness of steel alloy sheets. *Engineering Fracture Mechanics*. Volume 77, pages 646 – 659. 2009.
12. A. Méziane, O. Mohand. Fracture characterization of ST37-2 thin metal sheet with experimental and numerical methods. *Key Engineering Materials*. Volume 473, pages 396-403. 2011.

13. M. E. Gurtin. On the linear theory of viscoelasticity. *Archive for rational mechanics and analysis*. Volume 11, Issue 1, pages 291-356. London. 1962.
14. D. F. Obianyor, K. F. Miller. The effect of stress history on fatigue crack retardation behavior. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. Volume 13, pages 52 - 58. 1978.
15. B. K. Choudhary, M. Roedig, S. L. Mannan. Fatigue crack growth behaviour of base metal, weld metal and heat affected zone of alloy 800. *Trans. Indian Inst. Met.* Volume 57, No. 6, pages 639-649. December 2004.
16. American Society for Testing and Materials. E 8M – 00 Standard Test Method for Testing of Metallic Materials [Metric], American Society for Testing and Materials. USA. 2000.
17. American Society for Testing and Materials. E 647 - 05 Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates, American Society for Testing and Materials. USA. 2005.
18. R. Branco, F. V. Antunes, R.F. Martins. Modelling fatigue crack propagation in CT specimens. *Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structures*. Volume 31, Issue 6, pages 452-465. June 2008.
19. E. P. Phillips. An experimental study of fatigue crack growth in Aluminum sheet subjected to combined bending. NASA. Technical Memorandum 4784. 1997. Virginia. USA.
20. F. W. Sears, M. W. Zemansky. *University Physics*. Addison Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts. 1967.
21. N. E., Dowling. *Mechanical Behavior of Materials*. Prentice Hall. New Jersey. 1999.
22. A. J. McEvily. *Metal Failures: Mechanisms, Analysis, Prevention*. John Wileys & Sons, New York. 2002.
23. M. Meyers, K. Chawla. *Mechanical Behavior of Materials*. Prentice Hall. New Jersey. 1999.
24. A. Ugural, S.Fenster. *Advanced Strength and Applied Elasticity*. Prentice Hall. New York. 1995.

25. J. E. Shigley, Ch. R. Mischke. Mechanical Engineering Design. McGraw-Hill Companies. New York. 2002.
26. J. Dally, W. Riley. Experimental Stress Analysis, McGraw - Hill International Editions. New York. 1991.
27. R. Hibbeler. Mechanics of Materials. Prentice Hall, New Jersey. 2002.
28. Davis, G. Troxell, C. Wiskocil. The Testing and Inspection of Engineering Materials, McGraw-Hill Book Company. New York. 1958.
29. C. M. Rizzo, R. A. Tedeschi. Fatigue strength of a typical ship structural detail: tests and calculation methods. Journal of Fatigue, No. 30, pages 653-663. 2007.
30. M. Zhang, P. Yang, Y. Tan. Micromechanisms of fatigue crack nucleation and short crack growth in a low carbon steel under low cycle impact fatigue loading. International Journal of Fatigue. No. 21, pages 823–830. 1999.
31. Y. Skiba. Métodos y esquemas numéricos un análisis computacional. Universidad Autónoma de México. 2005. México.
32. W. Michael. Introduction to Continuum Mechanics. Pergamon- Press Inc. 1974. U.S.A.
33. P. G. Ciarlet. The finite element method for elliptic problems. North- Holland. 1978. Amsterdam.
34. J. T. Oden, J. N. Reddy. An introduction to the mathematical theory of finite elements. John Wiley and Sons. 1980. New York.
35. K. Krishnaprasad, R. V. Prakash. Fatigue crack growth behavior in dissimilar metal weldment of stainless steel and carbon steel. World Academy of Science, Engineering and Technology (56). Pages 873 – 879. 2009.
36. H. B. Park, and B. W. Lee. Effect of specimen thickness on fatigue crack growth rate. Nuclear Engineering and Design (197). Pages 197–203. 2000.
37. M. D Chappetti, J. Belmonte, T. Tagawa, T. Miyata. Integrated fracture mechanics approach to analyse fatigue behaviour of welded joints. Science and Technology of Welding and Joining. Volume 9, Issue No. 5, pages 430 – 438. 2004.

38. Y. Li, T. Wierzbicki, M. Sutton, J. Yan, X. Deng. Mixed mode stable tearing of thin sheet Al 6061-T6 specimens: experimental measurements and finite element simulations. *International Journal of Fracture*. December 2009.
39. A. R. Shahani, M. Rastegar, M. Botshekanan, H. Moayeri. Experimental and numerical investigation of thickness effect on ductile fracture toughness of steel alloy sheets. *Engineering Fracture Mechanics*. Volume 77, pages 646 – 659. 2009.
40. J. Oluseun. On the fracture and fatigue crack growth of thin sheets of nanocrystalline metal alloys. Thesis. University of Illinois at Urbana-Champaign. 2010.
41. J. T. Al-Haidary, A. A. Wahab, E. H. Abdul Salam. Fatigue crack propagation in austenitic stainless steel weldments. *Metallurgical and Materials Transactions*. Volume 37a, pages 3205 - 3214. 2006.

Anexo 1. Datos obtenidos en la prueba de velocidad de crecimiento de grieta.

Cycles	Crack Length [mm]	da/dN [mm/cyc]	Delta-P[N]
1.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	7.51E+02
1.10E+01	0.00E+00	0.00E+00	8.52E+02
2.20E+01	0.00E+00	0.00E+00	9.22E+02
4.30E+01	1.21E+01	7.34E-03	1.06E+03
6.40E+01	1.22E+01	7.49E-03	1.17E+03
7.40E+01	1.23E+01	5.75E-03	1.22E+03
8.40E+01	1.24E+01	6.52E-03	1.26E+03
1.06E+02	1.25E+01	4.70E-03	1.34E+03
1.47E+02	1.26E+01	2.67E-03	1.46E+03
1.88E+02	1.27E+01	1.89E-03	1.54E+03
2.61E+02	1.27E+01	1.05E-03	1.64E+03
4.07E+02	1.28E+01	1.20E-04	1.72E+03
4.90E+02	1.28E+01	4.46E-05	1.74E+03
3.02E+03	1.29E+01	2.02E-05	1.76E+03
1.16E+04	1.31E+01	1.46E-05	1.76E+03
1.60E+04	1.31E+01	1.73E-05	1.76E+03
1.96E+04	1.32E+01	1.95E-05	1.76E+03
2.26E+04	1.33E+01	2.24E-05	1.76E+03
2.41E+04	1.33E+01	2.46E-05	1.76E+03
2.74E+04	1.34E+01	2.81E-05	1.76E+03
2.85E+04	1.34E+01	2.70E-05	1.76E+03
3.08E+04	1.35E+01	2.70E-05	1.76E+03
3.28E+04	1.35E+01	2.92E-05	1.76E+03
3.58E+04	1.36E+01	3.15E-05	1.76E+03
3.73E+04	1.37E+01	3.22E-05	1.76E+03
3.92E+04	1.37E+01	3.39E-05	1.76E+03
4.02E+04	1.38E+01	3.67E-05	1.76E+03
4.28E+04	1.39E+01	3.55E-05	1.76E+03
4.43E+04	1.39E+01	3.42E-05	1.76E+03
4.57E+04	1.40E+01	3.40E-05	1.76E+03
4.74E+04	1.40E+01	3.46E-05	1.76E+03
4.94E+04	1.41E+01	3.44E-05	1.76E+03
5.07E+04	1.41E+01	3.55E-05	1.76E+03
5.24E+04	1.42E+01	3.73E-05	1.76E+03
5.42E+04	1.43E+01	3.82E-05	1.76E+03
5.51E+04	1.43E+01	3.60E-05	1.76E+03
5.65E+04	1.44E+01	3.65E-05	1.76E+03
5.87E+04	1.44E+01	3.43E-05	1.76E+03
6.14E+04	1.45E+01	3.50E-05	1.76E+03
6.26E+04	1.45E+01	3.61E-05	1.76E+03
6.42E+04	1.46E+01	3.63E-05	1.76E+03
6.59E+04	1.47E+01	3.91E-05	1.76E+03
6.76E+04	1.47E+01	3.94E-05	1.76E+03
6.95E+04	1.48E+01	3.79E-05	1.76E+03
7.05E+04	1.49E+01	3.97E-05	1.76E+03
7.18E+04	1.49E+01	4.25E-05	1.76E+03

Cycles	Crack Length [mm]	da/dN [mm/cyc]	Delta-P[N]
7.39E+04	1.50E+01	4.33E-05	1.76E+03
7.51E+04	1.51E+01	4.18E-05	1.76E+03
7.64E+04	1.51E+01	4.13E-05	1.76E+03
7.89E+04	1.52E+01	4.07E-05	1.76E+03
8.04E+04	1.53E+01	3.95E-05	1.76E+03
8.20E+04	1.53E+01	4.02E-05	1.76E+03
8.32E+04	1.54E+01	4.25E-05	1.76E+03
8.47E+04	1.54E+01	4.24E-05	1.76E+03
8.60E+04	1.55E+01	4.19E-05	1.76E+03
8.73E+04	1.56E+01	4.19E-05	1.76E+03
8.91E+04	1.56E+01	4.38E-05	1.76E+03
9.02E+04	1.57E+01	4.35E-05	1.76E+03
9.16E+04	1.57E+01	4.52E-05	1.75E+03
9.25E+04	1.58E+01	4.64E-05	1.76E+03
9.42E+04	1.59E+01	4.58E-05	1.76E+03
9.51E+04	1.59E+01	4.79E-05	1.76E+03
9.64E+04	1.60E+01	4.88E-05	1.76E+03
9.78E+04	1.60E+01	5.10E-05	1.76E+03
9.87E+04	1.61E+01	4.87E-05	1.76E+03
1.00E+05	1.62E+01	4.92E-05	1.76E+03
1.01E+05	1.62E+01	4.94E-05	1.76E+03
1.03E+05	1.63E+01	5.02E-05	1.76E+03
1.04E+05	1.63E+01	5.38E-05	1.76E+03
1.05E+05	1.64E+01	6.17E-05	1.76E+03
1.05E+05	1.64E+01	6.14E-05	1.76E+03
1.06E+05	1.65E+01	5.83E-05	1.76E+03
1.07E+05	1.65E+01	6.02E-05	1.76E+03
1.08E+05	1.66E+01	5.69E-05	1.76E+03
1.10E+05	1.67E+01	5.40E-05	1.76E+03
1.10E+05	1.67E+01	5.36E-05	1.76E+03
1.11E+05	1.67E+01	5.81E-05	1.76E+03
1.12E+05	1.68E+01	5.95E-05	1.76E+03
1.13E+05	1.69E+01	5.97E-05	1.76E+03
1.14E+05	1.69E+01	6.05E-05	1.76E+03
1.15E+05	1.70E+01	6.26E-05	1.76E+03
1.16E+05	1.71E+01	6.05E-05	1.76E+03
1.17E+05	1.71E+01	6.16E-05	1.76E+03
1.18E+05	1.72E+01	6.13E-05	1.76E+03
1.19E+05	1.72E+01	6.25E-05	1.76E+03
1.20E+05	1.73E+01	6.35E-05	1.76E+03
1.21E+05	1.73E+01	6.37E-05	1.76E+03
1.21E+05	1.74E+01	6.25E-05	1.76E+03
1.22E+05	1.74E+01	6.32E-05	1.76E+03
1.23E+05	1.75E+01	6.67E-05	1.76E+03
1.24E+05	1.76E+01	6.99E-05	1.76E+03
1.25E+05	1.76E+01	7.14E-05	1.76E+03
1.26E+05	1.77E+01	7.10E-05	1.76E+03
1.27E+05	1.77E+01	7.25E-05	1.76E+03

Cycles	Crack Length [mm]	da/dN [mm/cyc]	Delta-P[N]
1.27E+05	1.78E+01	7.13E-05	1.76E+03
1.28E+05	1.78E+01	7.12E-05	1.76E+03
1.29E+05	1.79E+01	7.08E-05	1.76E+03
1.30E+05	1.80E+01	7.04E-05	1.76E+03
1.31E+05	1.80E+01	6.99E-05	1.76E+03
1.32E+05	1.81E+01	7.04E-05	1.76E+03
1.33E+05	1.82E+01	7.47E-05	1.76E+03
1.33E+05	1.82E+01	8.00E-05	1.76E+03
1.34E+05	1.83E+01	7.83E-05	1.76E+03
1.35E+05	1.83E+01	7.88E-05	1.76E+03
1.35E+05	1.84E+01	7.62E-05	1.75E+03
1.37E+05	1.85E+01	7.55E-05	1.76E+03
1.37E+05	1.85E+01	7.58E-05	1.76E+03
1.38E+05	1.86E+01	7.94E-05	1.76E+03
1.39E+05	1.86E+01	8.17E-05	1.76E+03
1.39E+05	1.87E+01	7.90E-05	1.76E+03
1.40E+05	1.87E+01	7.79E-05	1.76E+03
1.41E+05	1.88E+01	7.58E-05	1.76E+03
1.42E+05	1.89E+01	7.74E-05	1.76E+03
1.42E+05	1.89E+01	8.68E-05	1.76E+03
1.43E+05	1.90E+01	9.23E-05	1.76E+03
1.44E+05	1.90E+01	8.85E-05	1.76E+03
1.44E+05	1.91E+01	9.05E-05	1.76E+03
1.45E+05	1.92E+01	8.82E-05	1.76E+03
1.46E+05	1.92E+01	8.08E-05	1.76E+03
1.46E+05	1.93E+01	8.02E-05	1.76E+03
1.47E+05	1.93E+01	9.14E-05	1.76E+03
1.48E+05	1.94E+01	9.34E-05	1.76E+03
1.48E+05	1.94E+01	8.87E-05	1.76E+03
1.49E+05	1.95E+01	9.55E-05	1.76E+03
1.50E+05	1.96E+01	9.00E-05	1.76E+03
1.50E+05	1.96E+01	8.61E-05	1.76E+03
1.51E+05	1.97E+01	8.63E-05	1.76E+03
1.52E+05	1.97E+01	9.12E-05	1.76E+03
1.53E+05	1.98E+01	9.69E-05	1.76E+03
1.53E+05	1.99E+01	9.39E-05	1.76E+03
1.54E+05	1.99E+01	9.10E-05	1.76E+03
1.54E+05	2.00E+01	9.55E-05	1.76E+03
1.55E+05	2.00E+01	9.12E-05	1.75E+03
1.56E+05	2.01E+01	9.26E-05	1.76E+03
1.56E+05	2.01E+01	9.43E-05	1.76E+03
1.57E+05	2.02E+01	1.05E-04	1.76E+03
1.57E+05	2.03E+01	1.04E-04	1.76E+03
1.58E+05	2.03E+01	9.83E-05	1.76E+03
1.58E+05	2.04E+01	1.08E-04	1.76E+03
1.59E+05	2.04E+01	1.03E-04	1.76E+03
1.60E+05	2.05E+01	9.91E-05	1.76E+03
1.60E+05	2.05E+01	9.66E-05	1.76E+03

Cycles	Crack Length [mm]	da/dN [mm/cyc]	Delta-P[N]
1.61E+05	2.06E+01	1.02E-04	1.76E+03
1.61E+05	2.07E+01	1.08E-04	1.76E+03
1.62E+05	2.07E+01	1.04E-04	1.76E+03
1.62E+05	2.08E+01	1.06E-04	1.76E+03
1.63E+05	2.08E+01	1.06E-04	1.76E+03
1.63E+05	2.09E+01	1.03E-04	1.76E+03
1.64E+05	2.10E+01	1.03E-04	1.76E+03
1.65E+05	2.10E+01	1.18E-04	1.76E+03
1.65E+05	2.11E+01	1.15E-04	1.76E+03
1.66E+05	2.12E+01	1.20E-04	1.76E+03
1.66E+05	2.12E+01	1.18E-04	1.76E+03
1.67E+05	2.13E+01	1.13E-04	1.76E+03
1.67E+05	2.13E+01	1.15E-04	1.76E+03
1.68E+05	2.14E+01	1.17E-04	1.76E+03
1.68E+05	2.15E+01	1.21E-04	1.76E+03
1.69E+05	2.15E+01	1.26E-04	1.76E+03
1.69E+05	2.16E+01	1.27E-04	1.76E+03
1.70E+05	2.16E+01	1.30E-04	1.76E+03
1.70E+05	2.17E+01	1.26E-04	1.76E+03
1.71E+05	2.18E+01	1.25E-04	1.76E+03
1.71E+05	2.18E+01	1.22E-04	1.76E+03
1.72E+05	2.19E+01	1.20E-04	1.76E+03
1.72E+05	2.19E+01	1.27E-04	1.76E+03
1.73E+05	2.20E+01	1.27E-04	1.76E+03
1.73E+05	2.21E+01	1.32E-04	1.76E+03
1.74E+05	2.21E+01	1.32E-04	1.76E+03
1.74E+05	2.22E+01	1.35E-04	1.76E+03
1.75E+05	2.23E+01	1.30E-04	1.76E+03
1.75E+05	2.23E+01	1.30E-04	1.76E+03
1.75E+05	2.24E+01	1.31E-04	1.76E+03
1.76E+05	2.24E+01	1.29E-04	1.76E+03
1.76E+05	2.25E+01	1.39E-04	1.76E+03
1.77E+05	2.26E+01	1.42E-04	1.76E+03
1.77E+05	2.26E+01	1.43E-04	1.76E+03
1.78E+05	2.27E+01	1.38E-04	1.76E+03
1.78E+05	2.27E+01	1.38E-04	1.76E+03
1.78E+05	2.28E+01	1.37E-04	1.76E+03
1.79E+05	2.28E+01	1.39E-04	1.76E+03
1.79E+05	2.29E+01	1.43E-04	1.76E+03
1.80E+05	2.29E+01	1.44E-04	1.76E+03
1.80E+05	2.30E+01	1.45E-04	1.76E+03
1.81E+05	2.31E+01	1.44E-04	1.76E+03
1.81E+05	2.32E+01	1.47E-04	1.76E+03
1.81E+05	2.32E+01	1.54E-04	1.76E+03
1.82E+05	2.33E+01	1.56E-04	1.76E+03
1.82E+05	2.33E+01	1.63E-04	1.76E+03
1.83E+05	2.34E+01	1.62E-04	1.76E+03
1.83E+05	2.35E+01	1.59E-04	1.76E+03

Cycles	Crack Length [mm]	da/dN [mm/cyc]	Delta-P[N]
1.83E+05	2.35E+01	1.63E-04	1.76E+03
1.84E+05	2.36E+01	1.67E-04	1.76E+03
1.84E+05	2.36E+01	1.81E-04	1.75E+03
1.84E+05	2.37E+01	1.77E-04	1.76E+03
1.85E+05	2.37E+01	1.87E-04	1.76E+03
1.85E+05	2.38E+01	1.87E-04	1.76E+03
1.85E+05	2.39E+01	1.79E-04	1.76E+03
1.86E+05	2.39E+01	1.78E-04	1.76E+03
1.86E+05	2.40E+01	1.80E-04	1.76E+03
1.86E+05	2.40E+01	1.89E-04	1.76E+03
1.87E+05	2.41E+01	1.87E-04	1.76E+03
1.87E+05	2.42E+01	1.91E-04	1.76E+03
1.87E+05	2.42E+01	1.94E-04	1.76E+03
1.88E+05	2.43E+01	1.90E-04	1.75E+03
1.88E+05	2.44E+01	1.92E-04	1.76E+03
1.88E+05	2.44E+01	1.96E-04	1.76E+03
1.89E+05	2.45E+01	2.04E-04	1.76E+03
1.89E+05	2.45E+01	2.09E-04	1.76E+03
1.89E+05	2.46E+01	2.19E-04	1.76E+03
1.89E+05	2.46E+01	2.27E-04	1.76E+03
1.90E+05	2.47E+01	2.27E-04	1.76E+03
1.90E+05	2.48E+01	2.25E-04	1.75E+03
1.90E+05	2.48E+01	2.26E-04	1.76E+03
1.90E+05	2.49E+01	2.24E-04	1.75E+03
1.91E+05	2.49E+01	2.26E-04	1.76E+03
1.91E+05	2.50E+01	2.34E-04	1.76E+03
1.91E+05	2.51E+01	2.48E-04	1.76E+03
1.91E+05	2.51E+01	2.50E-04	1.75E+03
1.92E+05	2.52E+01	2.59E-04	1.76E+03
1.92E+05	2.52E+01	2.60E-04	1.76E+03
1.92E+05	2.53E+01	2.73E-04	1.75E+03
1.92E+05	2.53E+01	2.77E-04	1.76E+03
1.92E+05	2.54E+01	2.86E-04	1.75E+03
1.93E+05	2.54E+01	2.89E-04	1.75E+03
1.93E+05	2.55E+01	2.79E-04	1.75E+03
1.93E+05	2.56E+01	2.78E-04	1.76E+03
1.93E+05	2.56E+01	2.71E-04	1.76E+03
1.93E+05	2.57E+01	2.76E-04	1.76E+03
1.94E+05	2.57E+01	2.86E-04	1.76E+03
1.94E+05	2.58E+01	2.97E-04	1.76E+03
1.94E+05	2.59E+01	3.03E-04	1.76E+03
1.94E+05	2.59E+01	3.07E-04	1.76E+03
1.94E+05	2.60E+01	3.11E-04	1.75E+03
1.95E+05	2.60E+01	3.24E-04	1.76E+03
1.95E+05	2.61E+01	3.27E-04	1.75E+03
1.95E+05	2.61E+01	3.28E-04	1.75E+03
1.95E+05	2.62E+01	3.36E-04	1.75E+03
1.95E+05	2.63E+01	3.43E-04	1.75E+03

Cycles	Crack Length [mm]	da/dN [mm/cyc]	Delta-P[N]
1.95E+05	2.63E+01	3.35E-04	1.75E+03
1.96E+05	2.64E+01	3.30E-04	1.76E+03
1.96E+05	2.64E+01	3.38E-04	1.75E+03
1.96E+05	2.65E+01	3.43E-04	1.75E+03
1.96E+05	2.66E+01	3.46E-04	1.76E+03
1.96E+05	2.66E+01	3.51E-04	1.76E+03
1.96E+05	2.67E+01	3.66E-04	1.76E+03
1.97E+05	2.67E+01	3.74E-04	1.75E+03
1.97E+05	2.68E+01	3.89E-04	1.75E+03
1.97E+05	2.68E+01	3.93E-04	1.75E+03
1.97E+05	2.69E+01	3.99E-04	1.75E+03
1.97E+05	2.69E+01	4.03E-04	1.75E+03
1.97E+05	2.70E+01	4.01E-04	1.76E+03
1.97E+05	2.70E+01	4.04E-04	1.76E+03
1.98E+05	2.71E+01	4.07E-04	1.75E+03
1.98E+05	2.72E+01	4.18E-04	1.75E+03
1.98E+05	2.72E+01	4.21E-04	1.75E+03
1.98E+05	2.73E+01	4.36E-04	1.75E+03
1.98E+05	2.73E+01	4.42E-04	1.75E+03
1.98E+05	2.74E+01	4.57E-04	1.75E+03
1.98E+05	2.74E+01	4.69E-04	1.75E+03
1.98E+05	2.75E+01	4.65E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.76E+01	4.64E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.76E+01	4.68E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.77E+01	5.16E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.77E+01	5.55E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.78E+01	5.48E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.78E+01	5.78E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.79E+01	5.49E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.80E+01	5.14E-04	1.75E+03
1.99E+05	2.80E+01	5.00E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.81E+01	5.21E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.81E+01	5.40E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.82E+01	5.43E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.82E+01	5.70E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.83E+01	5.79E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.84E+01	5.89E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.84E+01	5.84E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.85E+01	5.95E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.85E+01	5.93E-04	1.75E+03
2.00E+05	2.86E+01	6.10E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.86E+01	6.57E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.87E+01	6.79E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.87E+01	6.85E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.88E+01	6.82E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.88E+01	6.77E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.89E+01	6.59E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.90E+01	6.75E-04	1.75E+03

Cycles	Crack Length [mm]	da/dN [mm/cyc]	Delta-P[N]
2.01E+05	2.90E+01	7.00E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.91E+01	7.30E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.91E+01	7.38E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.92E+01	7.07E-04	1.75E+03
2.01E+05	2.92E+01	7.07E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.93E+01	7.00E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.93E+01	7.42E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.94E+01	7.74E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.94E+01	7.99E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.95E+01	8.24E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.96E+01	8.09E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.96E+01	7.98E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.97E+01	8.01E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.97E+01	8.05E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.98E+01	8.37E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.98E+01	9.21E-04	1.75E+03
2.02E+05	2.99E+01	9.95E-04	1.75E+03
2.02E+05	3.00E+01	1.02E-03	1.75E+03
2.02E+05	3.00E+01	1.03E-03	1.75E+03
2.02E+05	3.01E+01	1.05E-03	1.75E+03
2.03E+05	3.01E+01	9.90E-04	1.75E+03
2.03E+05	3.02E+01	9.26E-04	1.75E+03
2.03E+05	3.03E+01	9.39E-04	1.74E+03
2.03E+05	3.03E+01	9.61E-04	1.74E+03
2.03E+05	3.04E+01	1.02E-03	1.75E+03
2.03E+05	3.04E+01	1.05E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.05E+01	1.08E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.06E+01	1.09E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.06E+01	1.10E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.07E+01	1.15E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.07E+01	1.22E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.08E+01	1.26E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.08E+01	1.29E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.09E+01	1.32E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.09E+01	1.32E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.10E+01	1.30E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.11E+01	1.29E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.11E+01	1.36E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.12E+01	1.39E-03	1.74E+03
2.03E+05	3.13E+01	1.40E-03	1.74E+03
2.04E+05	3.13E+01	1.41E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.14E+01	1.43E-03	1.74E+03
2.04E+05	3.15E+01	1.44E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.15E+01	1.42E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.16E+01	1.48E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.17E+01	1.52E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.17E+01	1.65E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.18E+01	1.76E-03	1.73E+03

Cycles	Crack Length [mm]	da/dN [mm/cyc]	Delta-P[N]
2.04E+05	3.18E+01	1.80E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.19E+01	1.82E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.20E+01	1.83E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.20E+01	1.81E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.21E+01	1.75E-03	1.73E+03
2.04E+05	3.21E+01	1.79E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.22E+01	1.78E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.22E+01	1.78E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.23E+01	1.82E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.24E+01	1.86E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.24E+01	2.07E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.25E+01	2.27E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.26E+01	2.37E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.26E+01	2.43E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.27E+01	2.49E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.27E+01	2.61E-03	1.72E+03
2.04E+05	3.28E+01	2.71E-03	1.71E+03
2.04E+05	3.29E+01	2.88E-03	1.71E+03
2.04E+05	3.29E+01	3.07E-03	1.71E+03
2.04E+05	3.30E+01	3.21E-03	1.71E+03
2.04E+05	3.31E+01	3.46E-03	1.70E+03
2.04E+05	3.31E+01	3.77E-03	1.70E+03
2.04E+05	3.32E+01	4.33E-03	1.69E+03
2.04E+05	3.33E+01	5.83E-03	1.69E+03
2.05E+05	3.34E+01	7.05E-03	1.68E+03
2.05E+05	3.34E+01	8.08E-03	1.68E+03
2.05E+05	3.35E+01	9.44E-03	1.67E+03
2.05E+05	3.36E+01	1.15E-02	1.66E+03
2.05E+05	3.37E+01	1.44E-02	1.64E+03
2.05E+05	0.00E+00	0.00E+00	1.62E+03
2.05E+05	0.00E+00	0.00E+00	1.59E+03
2.05E+05	0.00E+00	0.00E+00	1.54E+03