



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN PSICOLOGÍA  
RESIDENCIA EN PSICOLOGÍA ESCOLAR

LA RESOLUCIÓN ESTRATÉGICA DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS: UNA INTERVENCIÓN CON NIÑOS  
DE TERCER GRADO DE PRIMARIA

**REPORTE DE EXPERIENCIA PROFESIONAL**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRA EN PSICOLOGÍA**

P R E S E N T A:

**SONIA VILLASEÑOR PEDROZA**

DIRECTORA DEL REPORTE: MTRA. HILDA PAREDES DÁVILA

COMITÉ TUTORIAL: DRA. ROSA DEL CARMEN FLORES MACÍAS

MTRA. ESTELA JIMÉNEZ HERNÁNDEZ

DR. MIGUEL LÓPEZ OLIVAS

DRA. GUADALUPE ACLE TOMASINI

MÉXICO, D. F.

OCTUBRE 2009



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN.....   | I  |
| CAPÍTULO 1  |    |
| MARCO TEÓRICO   |    |
| Enseñanza de las matemáticas.....                                       | 1  |
| El papel de los problemas matemáticos en la educación.....              | 2  |
| Definición de problema matemático.....                                  | 4  |
| Componentes básicos de un problema.....                                 | 5  |
| Factores que interaccionan en la solución de problemas matemáticos..... | 6  |
| Tipos de problemas.....   | 7  |
| La resolución de problemas matemáticos.....                             | 9  |
| Errores que cometen los niños al solucionar problemas matemáticos.....  | 13 |
| Estrategias para resolver problemas.....                                | 19 |
| La enseñanza de estrategias en la solución de problemas.....            | 21 |
| CAPÍTULO 2  |    |
| MÉTODO.....   | 26 |
| Objetivo.....   | 26 |
| Contexto.....   | 26 |
| Participantes.....  | 26 |
| Instrumentos.....   | 26 |
| Evaluación académica.....   | 27 |
| PROCEDIMIENTO.....  | 28 |
| Evaluación diagnóstica.....   | 28 |
| Intervención.....   | 29 |
| Evaluación continua.....  | 36 |
| Evaluación final.....   | 37 |
| CAPÍTULO 3  |    |
| RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....   | 39 |
| Observación.....  | 39 |
| Resultados del cuestionario (gusto por las matemáticas).....            | 40 |
| Evaluación académica.....   | 43 |

|   |    |
|---|----|
| Análisis cuantitativo de la evaluación académica inicial y final..... | 44 |
| Análisis cualitativo de la evaluación académica inicial.....          | 47 |
| Resultados de la evaluación continua.....                             | 54 |
| Al inicio de la intervención.....                                     | 56 |
| Durante la intervención.....  | 58 |
| Al final de la intervención.....                                      | 65 |
| Análisis cualitativo de la evaluación académica final.....            | 69 |
| CONCLUSIONES.....   | 75 |
| REFERENCIAS.....  | 80 |
| ANEXOS.....   | 84 |
| Anexo 1.....  | 85 |
| Anexo 2.....  | 87 |

## Resumen

Con el objetivo de promover el uso de estrategias como elemento fundamental para la solución de problemas matemáticos, se desarrolló una intervención con niños de tercer grado de educación primaria, que asisten a una escuela de participación social. En el inicio de la intervención se realizó una evaluación diagnóstica; los hallazgos mostraron que los niños cometían varios tipos de errores en la solución de problemas, tanto en la comprensión, como en la ejecución del algoritmo. Las actividades que se desarrollaron para promover el uso de estrategias se realizaron a través de diferentes tipos de problemas (cambio, combinación, comparación, igualación y problema sin solución o contradictorios). Los resultados obtenidos indican que al comparar la evaluación inicial versus evaluación final, sí hay diferencias significativas. Posterior a la intervención, los niños tienen una mayor ejecución, en específico, resuelven mejor los problemas de cambio y comparación; en contraparte, presentaron menor porcentaje en la comprensión cuando se enfrentaron con problemas sin solución. Esto evidencia que los alumnos aprendieron a solucionar diferentes tipos de problemas. Se concluye que la intervención promovió el conocimiento estratégico, la capacidad de razonamiento lógico, y la posibilidad de pensar en forma estructurada, sistemática y flexible.

## Introducción

El aprendizaje es un proceso continuo y natural que se da en las diversas etapas del desarrollo humano. En la medida en que cada persona atraviesa por diferentes etapas, el proceso educativo tiene características diferentes. Este proceso educativo, en la educación formal, es un proceso planeado, estructurado y sistematizado. Para su desarrollo se requiere de la aplicación de técnicas o estrategias de enseñanza-aprendizaje que, por lo regular se imparten en alguna institución específica: la escuela.

Los planes y programas vigentes elaborados por la Secretaría de Educación Pública, para primaria; en éstos se consideran *“un medio para mejorar la calidad de la educación, atendiendo las necesidades básicas de aprendizaje de los niños mexicanos, que vivirán en una sociedad más compleja y demandante que la actual”* (SEP, 1993, p.8).

Uno de los propósitos principales de los programas consiste en organizar la enseñanza y el aprendizaje de contenidos básicos; en el área de matemáticas, se pretende que los niños adquieran y desarrollen las habilidades para la solución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático fundamentados en situaciones prácticas, que les permitan aprender constantemente y con independencia, así como actuar con eficacia e iniciativa en las cuestiones prácticas de la vida cotidiana.

Sin embargo, una de las causas que ha propiciado un aprendizaje poco significativo en la enseñanza de las matemáticas, surge con la desvinculación de los conocimientos informales con los que el niño acude a la escuela y los nuevos que va a adquirir. Como lo sustenta Hahn (1999), distintas investigaciones han probado que los estudiantes quienes presentan esta

desvinculación fracasan al querer generalizar sus conocimientos matemáticos fuera del marco escolar, puesto que no encuentran el sentido práctico. Esto da como resultado que sea aun más difícil la comprensión de los conceptos matemáticos. Por ello, para ayudarles, se recomienda a menudo acudir a problemas matemáticos que hagan referencia a contextos relevantes de la vida cotidiana de los alumnos.

Por otra parte, si proponer la enseñanza de los conceptos matemáticos a través de la resolución de problemas es una alternativa prometedora, hacerlo mediante el uso de estrategias y de un ambiente de trabajo cooperativo, potencializa aún más los logros que puedan alcanzarse (García, 2002b; Montague, 1992; Ovejero, 1990).

Algunos investigadores refieren que el uso de las estrategias apoyan la relación entre el conocimiento, favorecen la comprensión, la generalización y las habilidades en la educación y en la vida diaria del niño (Nieto, 1987; García 2002a).

Por ejemplo, García (2002b) realizó un estudio basado en un modelo cognitivo de estrategias de aprendizaje, de los procesos metacognitivos y de los procesos del pensamiento efectivo; en los resultados se informa que cuando los niños aprenden una estrategia para solucionar los problemas aritméticos de adición y sustracción, se favorece la comprensión de los conceptos y de los algoritmos, se logra la adquisición de conocimientos y habilidades que implican diferentes niveles de complejidad; el autor concluye que este programa es adecuado para el apoyo a niños con bajo rendimiento en matemáticas.

En su investigación, Montague (1992) utilizó un modelo cognitivo, en el que se considera tanto las estrategias cognitivas, como las metacognitivas en la solución de problemas matemáticos en adolescentes con dificultades en el

aprendizaje; dicho estudio muestra que el uso de estas estrategias de manera conjunta son más efectivas que de manera separada.

Los investigadores antes mencionados han llegado a la conclusión de que las estrategias son eficientes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, sobre todo cuando se manejan de manera conjunta ya que incrementan el aprendizaje de los niños; por lo que ellos consideran que deberían utilizarse y formar parte integral de la educación debido a que apoyarían la prevención y corrección de los problemas de aprendizaje.

Por tal motivo, se considera importante la intervención de profesionales de la educación para la construcción del conocimiento matemático, de modo que los niños encuentren un significado y así una utilidad en su vida, mediante el uso de estrategias como herramientas para su aprendizaje.

De ahí el interés para realizar el presente trabajo, cuyo objetivo fue promover en alumnos de tercer grado de primaria, el uso de estrategias como elemento fundamental para la resolución de problemas matemáticos.

La intervención se dividió en tres fases: la primera consistió en hacer una evaluación diagnóstica, ésta permitió conocer las fortalezas y las necesidades de los alumnos; en la segunda fase se diseñó un programa para promover el uso de estrategias en resolución de diferentes tipos de problemas matemáticos; finalmente, la tercera fase consistió en hacer una evaluación final, además de la continua, con el propósito de observar y evaluar el esfuerzo y progreso de los participantes en la resolución de problemas matemáticos.

El presente reporte está organizado en cuatro capítulos. El primero incluye la revisión teórica, en la que se hace una discusión de por qué es importante incluir la solución de problemas para la enseñanza de conceptos matemáticos, asimismo,

se diserta acerca de la importancia de promover el uso de estrategias como elemento fundamental para la solución de problemas matemáticos.

El segundo capítulo describe el método que se utilizó para la realización del presente trabajo; en él se contextualiza y menciona el objetivo, se especifica las características de los participantes, los materiales y el procedimiento.

En el tercero de los capítulos se presenta los resultados de la evaluación diagnóstica, así como un análisis de la evaluación académica que se aplicó al inicio y al final de la intervención; en esta sección se incluye también la evaluación del proceso de intervención realizada mediante la evaluación por portafolio.

En las conclusiones del trabajo se destaca la importancia que tiene la enseñanza de las matemáticas (conceptos y procedimientos) por medio de la solución de problemas; además que la enseñanza de estrategias permite a los alumnos tener una mejor ejecución en la solución de diferentes tipos de problemas, sobre todo por la reflexión de sus procedimientos. Por otro lado, se menciona la importancia del psicólogo escolar para apoyar en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## CAPÍTULO 1

### La enseñanza de las Matemáticas

La matemática es una ciencia que ha tenido una larga trayectoria histórica paralela al progreso de la humanidad. Como lo mencionan Alsina, Burgués, Fortuny y Giménez (1998), es una disciplina que ha sido siempre motivo de investigación y, en la actualidad, también es un objetivo educativo. Dicho objetivo es facilitar la tarea de resolver problemas en diversos ámbitos, como el científico, el técnico, el artístico y en la vida cotidiana.

La enseñanza del conocimiento matemático se debe construir por medio de la reflexión, involucrando a los niños activamente en hacer matemáticas y aplicarlas en actividades cotidianas.

En México, la Secretaría de Educación Pública tiene entre sus funciones elaborar los planes y programas de estudio para primaria; éstos se consideran *“un medio para mejorar la calidad de la educación, atendiendo las necesidades básicas de aprendizaje de los niños mexicanos, que vivirán en una sociedad más compleja y demandante que la actual”* (SEP, 1993, p.8).

Uno de los propósitos principales de los programas escolares consiste en organizar la enseñanza y el aprendizaje de contenidos básicos en lectura, escritura y matemáticas. Específicamente en el área de matemáticas se pretende que los niños adquieran y desarrollen las habilidades intelectuales que les permitan aprender de manera constante y con independencia, así como actuar con eficacia e iniciativa en las cuestiones prácticas de la vida cotidiana (SEP, 1993).

La orientación para la enseñanza de las matemáticas enfatiza la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático fundamentados en situaciones prácticas. Con este nuevo enfoque se intenta generar nuevas formas de relación con los saberes matemáticos, se busca, asimismo, la generación de nuevos procesos educativos que permitan construir

aprendizajes con mayor significado (Ávila, Aguayo, Eudave, Estrada, Hermsillo, Mendoza, Saucedo y Becerra 2004).

Con base en lo anterior, se debe enseñar los conceptos y procedimientos de las matemáticas, por medio de la resolución de problemas para poder desarrollar un pensamiento estratégico, concluye la autora.

Una de las causas que ha propiciado un aprendizaje poco significativo en la enseñanza de las matemáticas, es la ausencia de vínculos entre los conocimientos informales que el sujeto posee, con los nuevos aprendizajes que se proponen en la educación formal. Tal situación se evidencia cuando, al tratar de resolver un problema matemático, no se legitima las estrategias que los niños aplican y, en cambio, se exige adoptar estrategias totalmente extrañas a ellos, llamadas algoritmos.

La enseñanza de los conceptos matemáticos a través de la resolución de problemas de la vida cotidiana es una alternativa prometedora; hacerlo dentro de un ambiente de trabajo en grupo potencializa, aún más, los logros que puedan alcanzarse. Por tal motivo, los problemas son una vía para llegar al dominio de los contenidos, para conseguir aprendizajes significativos y para propiciar una relación entre los alumnos, los profesores y las matemáticas (Lebarrere, 1987; Luceño, 1999 y García, 2002a).

### **El papel de los problemas matemáticos en la educación**

Sin duda, como plantean Hernández y Soriano (1999), el planteamiento de problemas es un componente importante y significativo del currículum matemático. Al respecto, Orton (1990) afirma que la resolución de problemas en el aula se concibe como un procedimiento generador de un proceso, a través del cual, quien aprende, combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para solucionar una situación nueva.

Para Labarrere (1987), los problemas en la enseñanza de las matemáticas cumplen tres funciones:

- I. De enseñanza. Los problemas son la vía para la adquisición, ejercitación y consolidación de sistemas de conocimientos matemáticos por los alumnos y para la formación de las habilidades y los hábitos correspondientes.
- II. Educativa. De los problemas se comprende la influencia que ellos ejercen sobre la formación de la personalidad del alumno, es decir, sobre el desarrollo de su concepción científica del mundo.
- III. De desarrollo. Tiene que ver específicamente con la influencia que ejerce la solución de problemas sobre el desarrollo intelectual del escolar y, de modo particular, sobre la formación de su pensamiento.

Hernández y Soriano (1999) mencionan que si se trabaja con el planteamiento de problemas en el aula se puede:

- I. Fomentar el pensamiento más diverso y creativo en los alumnos.
- II. Aumentar sus habilidades para resolver problemas.
- III. Ensanchar su percepción y conocimientos matemáticos.
- IV. Enriquecer y consolidar los conocimientos básicos ya adquiridos por los alumnos.

Al respecto, Nieto (1987) hace énfasis en la importancia de enseñar a los alumnos a resolver problemas; esto implica poder establecer un juicio de relación entre los datos que se presentan, dominar el significado de las operaciones, su reversibilidad y su generalización. Todo ello requiere de una estructura mental a nivel “operacional concreta y abstracta”. No obstante, no por ser ciencia abstracta, cuyo dominio depende del nivel del pensamiento, se puede decir que esté desvinculada de la vida cotidiana; por el contrario, es parte de casi la totalidad de las actividades humanas.

De este modo, el papel de los problemas y la resolución de éstos cumplen una función primordial dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las

matemáticas. Los problemas matemáticos son un componente importante y significativo para que los alumnos aprendan reglas, conceptos, técnicas y destrezas. Es necesario que los agentes de la educación (padres, profesores, asesores y autoridades) tengan claro qué es un problema matemático.

### **Definición de problema matemático**

Desde un análisis psicopedagógico, en la enseñanza de la solución de problemas matemáticos se propone, como uno de los elementos iniciales, el esclarecimiento de lo que debe entenderse como problema.

Un problema, de acuerdo con el diccionario de la Gran Academia Española, es una “proposición dirigida a averiguar el modo de obtener el resultado cuando ciertos datos son conocidos” (citado en Luceño, 1999). Para este autor, un problema es toda situación en la que haya un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo.

Leontiev (citado en Labarrere, 1987) define “problema” como un fin dado en determinadas condiciones. Con ese concepto el autor toma en cuenta el hecho de que cada problema lo plantea quien lo resuelve frente a la necesidad de obtener determinado producto.

García (2002a) refiere que cuando alguien se enfrenta con un problema se quiere conseguir algo y no se sabe cómo hacerlo, los métodos que se tienen al alcance no funcionan o sirven. Dicho de otra forma, se tiene una meta más o menos clara, pero no existe un camino inmediato y directo para alcanzarlo; por lo tanto, el sujeto se ve obligado a elegir o buscar otra vía para su solución.

Para Pozo y Postigo (citado en Pozo, 1994), un problema es una situación nueva o diferente de lo ya aprendido, que requiere utilizar de modo estratégico técnicas ya conocidas.

Por lo anterior, se concluye que un problema matemático es entendido como toda aquella situación cuya solución es desconocida por el sujeto, en la que

para solucionarlo, él requiere de estrategias, entre las que se encuentra el manejo sistemático y ordenado de los datos que se le presentan.

Por otro lado, varios autores coinciden al mencionar que la existencia de un problema exige una serie de componentes básicos (García, 2000a; Mocees y Mayer citados en Luceño, 1999).

### **Componentes básicos de un problema**

La existencia de un problema exige una serie de componentes. Según Mocees y otros (citado en Luceño, 1999), son tres componentes básicos:

- Una información (datos) que pueda ser conocida y accesible para el sujeto.
- Una información que se desconoce y que se quiere encontrar.
- Algunos factores que limitan el campo en el que se quiere desenvolver.

Para Mayer (citado Luceño, 1999), un problema contiene los siguientes elementos:

- Los datos: Información que está presente en el problema, la cual puede ser implícita o explícita.
- Los objetivos: Constituyen el estado final o deseado del problema. El pensamiento se encargará de transformar el problema desde el estado inicial hasta el estado final.
- Los obstáculos: Dificultades propias de las diferentes operaciones que deben realizarse para llegar a la respuesta correcta o solución.

En ese sentido, agrega el autor, se debe promover la resolución de problemas matemáticos como un proceso a través del cual los alumnos aprenden (conceptos, reglas, destrezas) y reflexionan sobre su solución.

Así, el estudio desde la psicología cognitiva de cómo los sujetos enfrentan y resuelven problemas matemáticos ha sido un campo amplio y rico. De esa línea

de estudios se observan diferentes resultados. Uno de ellos se relaciona con la serie de factores que en los sujetos interactúan al resolver un problema.

### **Factores que interaccionan en la solución de problemas matemáticos**

Podall y Comellas (1996) refieren que en la solución de problemas no sólo intervienen los conocimientos específicos, sino también un conjunto de variables a considerar, entre otras, las siguientes:

- Capacidad cognitiva: Es una serie de disposiciones y recursos adquiridos que permiten a una persona realizar una tarea determinada en un momento dado.
- Habilidades básicas: Son el conjunto de aptitudes básicas (concepto de número, medición, capacidad, peso y tiempo, geometría, tratamiento de la información) las cuales se estimulan y adquieren desde las primeras etapas de la escolaridad, y son fortalecidas a lo largo de toda la educación obligatoria.
- Actitud: Las matemáticas y los problemas, en los diferentes niveles educativos y, prácticamente, en todos los entornos sociales y culturales, es la materia escolar que puede considerarse como más rechazada o preferida. Las actitudes desfavorables se deben, en parte, a la complejidad de su aprendizaje y a la necesidad de implicarse para lograr introducirse en sus mecanismos y procesos. Difícilmente se puede aprender cómo resolver los problemas de matemáticas sin pasión. Las actitudes se generan, en parte por el ambiente, por las expectativas, por la predisposición del individuo a la lucha intelectual y la reflexión.

Por su parte, Charles y Lester (citados en Luceño, 1999) mencionan tres grupos de factores que interaccionan en la solución de problemas. En el primer grupo se encuentran los factores que se producen de la experiencia personal;

éstos son los fundamentos matemáticos previos, familiaridad con el contexto y contenido; el segundo bloque aglutina factores afectivos como: tensión, interés, presión, ansiedad, perseverancia y motivación; en el último conjunto están los factores cognitivos: habilidad lectora, memoria, habilidad analítica y lógica.

De este modo, se pretende que a través de la resolución de problemas matemáticos se active, en los alumnos, una serie de estrategias y procesos mentales. Bermejo (1990) menciona que se debería plantear diferentes tipos de problemas matemáticos desde el inicio de la enseñanza formal, para aprender las operaciones de suma y resta, y no como una aplicación de estos algoritmos. Al respecto, algunos autores plantean que el significado de una operación aritmética (la resta, por ejemplo), se construye como resultado de las relaciones que el sujeto establece al resolver el problema planteado (Balbuena, Block y Carvajal, 1995).

Para que los alumnos aprendan a resolver problemas es necesario hacer la selección adecuada de los mismos; a continuación, se exponen los diferentes tipos de problemas.

### **Tipos de problemas**

Bermejo (1990) reconoce cuatro tipos de problemas aditivos (suma y resta): de cambio, de combinación, de comparación y de igualación. Esta clasificación también hace hincapié en la concepción unitaria (como cambio estado) y binaria (combinación de dos conjuntos) de la suma (Fuson, citado en Bermejo, 1990). En todos los casos, los problemas presentan tres subtipos en función del lugar en que se coloque la incógnita.

A continuación, se presenta un ejemplo de cada uno de los tipos de problemas mencionados anteriormente.

1. Problemas de cambio, se presenta una acción, implícita o explícita, que trae como resultado el incremento o decremento de una cantidad inicial.

Ejemplo: “Pedro tenía 8 caramelos, María le da 4 caramelos más. ¿Cuántos caramelos tiene ahora Pedro?”

2. Problemas de combinación, se caracterizan por situaciones en las que se proponen dos cantidades separadas que pueden considerarse aisladamente, o como partes de un todo.

Ejemplo: “Pedro tiene 9 caramelos y María 4. ¿Cuántos caramelos tienen entre los dos?”

3. Problemas de comparación, éstos suponen la relación de dos cantidades separadas, bien para determinar la diferencia existente entre ellas, bien para averiguar una de las cantidades conociendo la otra y su diferencia.

Ejemplo: “Pedro tiene 13 caramelos. María tiene cuatro caramelos más que Pedro. ¿Cuántos caramelos tiene María?”

4. Problemas de igualación, constituyen una mezcla de los problemas de comparación y cambio; hay una acción implícita que debe aplicarse a una de las partes, basada en la comparación de dos conjuntos separados.

Ejemplo: “Pedro tiene 10 caramelos. María tiene 4 caramelos. ¿Cuántos caramelos se necesita dar a María para tener los mismos que Pedro?”

Con base en la clasificación anterior se han observado diferencias sistemáticas entre los niños respecto al nivel de ejecución de los distintos tipos de problemas; tales diferencias dependerán del tipo de estructura semántica de que se trate, del lugar que ocupe la incógnita en la ecuación, de cómo se formule el problema, del tipo de apoyo proporcionado al niño para la resolución (objetos concretos o dibujos), así como de la magnitud de los sumandos.

De esta forma, puede decirse que tanto el tipo de estructura semántica, como el lugar que ocupa la incógnita, marcan una dificultad mayor o menor para que el niño pueda resolver un problema.

Por su parte, Luceño (1999) propone otra tipología de problemas; con ella, el autor intenta hacer una clasificación funcional y significativa para el aprendizaje de los conceptos matemáticos

- Problemas en los que se requiere un análisis de la incógnita: Se exige razonar/calcular con atención.

Ejemplo “Luis tiene 16 pesos y María tiene 24 pesos. ¿Tienen ambos dinero suficiente para comprar un cuento que cuesta 50 pesos?”

- Problemas con demasiados datos: Para el sujeto, la primera tarea es identificar la información necesaria y la innecesaria.

Ejemplo “Juan posee 30 gallinas y 8 ovejas, Luis solamente 25 gallinas. ¿Cuántas gallinas poseen entre los dos?”

- Problemas que no tienen solución porque el planteamiento es erróneo: La solución no se puede alcanzar porque se contradice algunas de las condiciones expresadas en el planteamiento o no se tiene suficientes datos.

Ejemplo “En una casa vive un hombre con 10 gatos, 5 pájaros y 13 perros. ¿Cuántos años tiene este hombre? ”

Por lo anterior, concluye el autor, el papel que tiene la resolución de problemas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos es fundamental; además, la resolución de problemas es un proceso complejo en el que el alumno debe usar y, en ese sentido, adquirir estrategias para solucionarlo.

### **La resolución de problemas matemáticos**

Resolver un problema implica llevar a cabo una serie de pasos (De la Corte y Verschaffel, citado en Orrantia, Morán y García, 1997):

- 1) Representar internamente sus elementos y las relaciones que de ellos surgen. Esto implica la capacidad de traducir cada preposición del problema en una representación mental.
- 2) Seleccionar una estrategia de solución, ya sea formal o informal. Se trata de diseñar un plan de solución, donde el alumno determina qué va a hacer.
- 3) Ejecutar la acción (conteo) u operación seleccionada.
- 4) Verificar que la respuesta ofrecida sea adecuada. Consiste en el análisis de la solución obtenida con el fin de comprobar si se adapta a la solución exigida.

Según Labarrere (1987), en la literatura se informa que para la resolución de problemas es indispensable la actividad psíquica del sujeto, las acciones y su actividad cognoscitiva como un todo; ello cumple, principalmente, la función de proporcionar los medios por los cuales se puede resolver el problema, es decir, la vía por la que es posible llegar a la solución.

Al respecto, García (2002a) menciona que para dar solución a un problema, el alumno requiere establecer determinadas submetas que permitan un acercamiento progresivo; además, aplicar un análisis constante de medios-fines para comparar, en cada momento, la situación vigente (problema) con la producida después de realizar un determinado movimiento, a fin de comprobar si cada movimiento que realiza el sujeto lo acerca hacia la meta (solución).

Luceño (1999) menciona que la resolución de problemas es un medio de aprendizaje que refuerza la adquisición de los contenidos; por lo tanto, concluye el autor, mediante la resolución activa de problemas por parte de los alumnos, se podrá alcanzar, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, los siguientes objetivos:

- Promover y potenciar en los alumnos la capacidad de razonamiento lógico y enseñar de una forma estructurada, sistemática y flexible.

- Facilitar a los alumnos experiencias suficientes para el estudio-resolución de problemáticas reales con las que pueda encontrarse a lo largo de su vida.
- Capacitarlos para enfrentarse crítica y eficazmente con situaciones nuevas e imprevistas.

Para la resolución de problemas se considera que los alumnos deben poseer varios tipos de conocimiento. La solución de cualquier problema es un proceso complejo que, para lograrlo, es necesario realizar una serie de pasos determinados (Pérez, 1999). No obstante, aunque los distintos pasos del proceso de solución de problemas (comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y análisis de la solución obtenida) se pongan en marcha de forma automática, su eficacia dependerá de los conocimientos que el alumno tenga almacenados en la memoria y de la forma en que los active.

Según Mayer (1986), la traducción o comprensión del problema requiere una gran cantidad de conocimientos específicos; esta actividad puede dividirse en tres pasos. En el primero, comprensión del problema, se ven involucrados los siguientes conocimientos:

- **Lingüístico:** Es decir el conocimiento de la propia lengua y, por lo tanto, la lengua en la que está redactado el problema, ya que la dificultad no podría asociarse con el reconocimiento y uso adecuado del vocabulario.
- **Semántico:** Conocimiento del contexto en el que está planteado el problema a fin de evitar equívocos en el significado de las palabras y a la vez, conocer el contexto en el que se plantean los datos, lo cual garantiza que los hechos no son ajenos.
- **Esquemático:** Conocimiento del tipo de problemas que se plantea al alumno.

**Comprender un problema** matemático consiste en convertir la información que se incluye, en términos matemáticos que pueda manejar quien quiere resolver la tarea. Expresado de otra manera, traducir un problema no implica sólo que el alumno pueda **comprender y comprenda** el lenguaje y las expresiones por medio de las cuales se expresa su planteamiento, o que sea capaz de reconocer los conceptos matemáticos a los que se hace referencia; es preciso, también que el sujeto asimile el problema con los conocimientos previos utilizados por los niños al solucionar éste; es decir requiere marcos de referencia que contenga la suma de todo lo que el individuo conoce de ese tipo de problema para llegar a la solución.

El segundo gran paso es, una vez que el sujeto comprende y representa el problema, la activación de un conocimiento adicional, el operativo. El **conocimiento operativo** es el que permite al alumno saber cómo llevar a cabo la secuencia de operaciones.

El último **conocimiento** que se precisa para controlar el uso de la información es el **estratégico**. Este conocimiento es el que permite dominar las técnicas para manejar los diferentes tipos de conocimientos disponibles y necesarios para resolver un problema (dividir el problema en problemas menores) y llegar a la solución del problema siendo éste el **tercer gran paso**.

Un método eficaz que conduce a saber si el alumno ha comprendido bien el proceso de solución de problemas, es comprobar si él se siente capaz de formular nuevos problemas y solucionarlos. Éste es el mejor indicador de que el alumno ha logrado alcanzar el grado suficiente de abstracción para la solución de situaciones problemáticas.

En algunos estudios se ha encontrado que los niños tienden a cometer varios tipos de errores al solucionar problemas matemáticos (Baroody, 1988; Maza, 1989; Bermejo, 1990; Barbera, 1997). El estudio de estos errores ha sido una fructífera línea de investigación. Los principales resultados son utilizados para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## **Errores que cometen los niños al solucionar problemas matemáticos**

El enfoque cognitivo aporta información para entender que los alumnos no son simples receptores pasivos, sino constructores activos. Por tal motivo, los errores de los niños, al solucionar o intentar solucionar un problema, se caracterizan por ser sistemáticos, contruidos por los alumnos a partir de una serie de reglas creadas por ellos mismos, por supuesto con la aparición de diferentes tipos de errores. Un punto importante al respecto es que a pesar de ser incorrectas, estas reglas, son siempre útiles, pues su aparición, se considera una forma de acercarse a la riqueza del pensamiento-mente de los niños (Rivière, 1993).

La desvinculación entre los conocimientos informales con los que el niño acude a la escuela y los nuevos que va a adquirir, es uno de los factores de mayor influencia para que el alumno tenga dificultades en la comprensión de los conceptos y habilidades matemáticas básicas, así como en la solución de problemas matemáticos.

Como lo sustenta Hahn (1999), distintas investigaciones han probado que los estudiantes quienes no son capaces de construir la vinculación de esos aspectos, fracasan en el intento de transferir y aplicar sus conocimientos matemáticos fuera del marco escolar, puesto que no son capaces de identificar el sentido práctico. Esto da como resultado que les sea aún más difícil la comprensión de conceptos matemáticos que hagan referencia a contextos relevantes de la vida cotidiana de los alumnos.

Al respecto, Baroody (1988) menciona que parte de las dificultades de los alumnos en la construcción del conocimiento matemático se puede explicar a través de las lagunas existentes entre el conocimiento informal y la instrucción formal. El conocimiento informal es todo aquel conocimiento intuitivo que el niño aprende acerca de las matemáticas, como la emisión de números o alguna otra

operación elemental. Sin embargo, a medida que la cantidad que se representa con los números aumenta, esta matemática se hace cada vez más propensa al error, o el esfuerzo requerido para calcular de manera informal llega a ser prohibitivo por demandar una carga cognitiva mayor de su capacidad. La instrucción formal de las matemáticas es toda aquella parte escrita y simbólica que se imparte en el sistema escolarizado y pretende superar las limitaciones que se presentan en la enseñanza informal de la matemática.

De manera general al resolver un problema, el sujeto puede incurrir en dos tipos de error. Uno surge cuando, por incompreensión del planteamiento, no se elige la operación correcta y, el otro, es el conjunto de equivocaciones en el cálculo en el momento de resolver el algoritmo o la acción propuesta.

Según Maza (1989), para conocer las causas de estos errores se han realizado diversas investigaciones; en ellas se propone estudiar algunas de las variables presentes en los distintos tipos de problemas. Tales variables son:

- El tipo de pregunta.
- Las variables sintácticas.
- Las variables lingüísticas.
- La estructura semántica.

En el **análisis del tipo de pregunta**, en los problemas de suma o resta, se ha observado que existe mayor o menor complejidad de acuerdo con el lugar en donde se encuentre ubicada la incógnita.

Las **variables sintácticas** se refieren al tamaño del problema (el cual puede medirse por el número de letras, palabras o frases) y la complejidad gramatical de los enunciados (tipo de oraciones que constituyen el texto y el orden de éstos). Por su parte Puig y Cerdán (1988) agregan a esta lista la representación de los datos (ya sea por medio de números, símbolos y palabras) y

el orden de aparición de los mismos (conocer si el orden en que aparecen se relacionan con la solución).

En cuanto a las **variables lingüísticas**, Maza (1989) menciona una lista de los verbos más adecuados para formular un problema; es así como el niño asocia a la suma los verbos “juntar”, “añadir”, “unir” o “reunir” y, a la resta, “descontar”, “reducir” o “perder”. Sin embargo, Bermejo (1990) y Resnick y Ford (1990) mencionan que ni las variables sintácticas ni las lingüísticas fueron relevantes para determinar la complejidad de la resolución de los problemas.

Por último, con los trabajos en la estructura semántica se estudia, según Maza (1989), las características estructurales del problema que le dan significado; la estructura semántica es, según Bermejo (1990), una variable más prometedora, ya que quienes la han considerado en sus estudios, entienden la solución de problemas como la puesta en marcha de procesos superiores de pensamiento (comprensión, interpretación, toma de decisiones etc.); por lo tanto, para Bermejo, la estructura semántica puede dar cuenta de la representación que el sujeto elabora para dar solución a un problema.

Según este autor, en tal representación existen dos etapas. En primer término, se construye un diagrama esquemático que contenga los principales datos o cantidades del problema así como las relaciones existentes entre ellos es decir, se construye una representación mental del problema. En segundo lugar, se elige el tipo de ecuación o procedimiento necesario para dar un resultado adecuado.

Otro tipo de clasificación de los errores es el relacionado con las fases. Según Barberá (1997), los errores más comunes de los niños al intentar solucionar problemas son:

- En la **planificación** presentan dificultades en el reconocimiento y análisis de los elementos de un problema: los datos, la situación problemática o la interrogante del problema; no elaboran

predicciones de posibles respuestas (hipótesis) que dirijan el procedimiento regulativo de la solución de problemas; omiten algún dato o alguna variable por falta de comprensión, lo cual se reflejará en la resolución; carencia de un procedimiento de búsqueda de alguna información en caso de necesitarla.

- **Fase de ejecución**, ignoran alguna información supuestamente aprendida y ya utilizada en situaciones previas; no diversifican procedimientos de respuesta en resolución de problemas (encontrar nuevos caminos para su resolución); carecen flexibilidad en el proceso resolutivo; integran parcial o repetitivamente las ayudas del profesor al momento de la resolución del problema; falta de interés en la precisión y exactitud de la respuesta.
- **Fase de revisión**, no realizan la comprobación; desconocen el motivo para hacer la comprobación o no se lleva de modo conciente; se altera el procedimiento en diferentes resoluciones; se ignora la relación entre el tipo de pregunta y el tipo de respuesta que se da o se puede o se debe dar.

Por su parte, Bermejo (1990) menciona que existen dos tipos de **errores en la resolución de problemas de suma**:

- Al ejecutar el algoritmo y,
- Al representarlo.

**Los errores de ejecución** incluyen tanto **aspectos sintácticos**, referidos a las reglas que dirigen la actuación del niño (iniciar la suma por la primera columna de la derecha, por ejemplo), como **aspectos semánticos**, referidos a conceptos básicos en la resolución de este algoritmo (notación posicional, por ejemplo).

Según este autor, ambos errores de ejecución son más frecuentes en los niños preescolares cuando el segundo sumando es mayor que el primero y, por ello, no se puede emplear los dedos de una mano.

En los niños de primer grado de Escuela General Básica (EGB) el **error sintáctico** más común en esta edad es **anotar**, como resultado, el valor absoluto de la adición de los dígitos de una columna. Asimismo, el **error semántico** más observado es el referido a las “**llevadas**”, debido a la dificultad que representa pasar la unidad que se convierte en decena o centena según el lugar de una columna a otra (Bermejo, 1990).

Por otra parte, los **errores de representación** ocurren cuando el niño ha elaborado una representación inadecuada del problema (De la Corte y Verschaffell, citado en Bermejo 1990) y, como consecuencia: a) repite una de las cantidades propuestas en el problema; b) selecciona una operación inadecuada y c) inventa la respuesta.

Bermejo (1990) menciona que diversas son las causas que suscitan en el niño *repetir una de las cantidades* propuestas en el problema, ello depende del tipo de problema con el que se enfrenta. Por ejemplo, en el **problema de comparación** “*Javier tiene seis globos, Mario tiene nueve globos más globos más que Javier. ¿Cuántos globos tiene Mario?*”, los niños de siete y ocho años responden nueve, debido a que confunden o no tienen un esquema para la proposición relacional “*Mario tiene nueve globos más que Javier*” y la interpretan como proposición de asignación “*Mario tiene nueve globos*”.

En el **problema de cambio** los niños repiten cantidades cuando no pueden crear un conjunto de partida desconocido y otro de cambio de forma aislada; por ejemplo, “*María tiene algunos lápices. Isabel le da cinco. Ahora María tiene 17 lápices. ¿Cuántos lápices tenía María al principio?*” La primera proposición no es representada como una incógnita y, al querer contestar la pregunta, responde asignándole el valor de la siguiente proposición, que es cinco. Es decir no incrementan al conjunto de partida “*lo que Isabel le da*”.

En **problemas de combinación** del tipo “*Pedro tiene tres manzanas. Ana tiene también algunas manzanas. Pedro y Ana juntos tienen nueve manzanas. ¿Cuántas manzanas tiene Ana?*”, la respuesta más común es nueve. Ello se debe a que los niños no llegan a inferir las relaciones existentes entre las proposiciones, es decir, las representan aisladamente. Algunos autores llaman a esto falta de comprensión de la relación “parte todo” (De la Corte y Verschaffell, citado en Bermejo, 1990).

Finalmente, no hay muchos datos respecto a los **errores cometidos al resolver problemas de igualación**. Sin embargo, se sabe de la gran dificultad que representan para los niños ya que no se ajustan a la forma clásica ( $a + b = ?$ ) y, sobre todo, porque su uso no es frecuentes en la escuela (Bermejo, 1990).

El error de representación debido a la selección de una operación inadecuada, consiste en seleccionar la fórmula ( $a + b = ?$ ) cuando en realidad la incógnita está planteada en uno de los sumandos ( $? + b = c$ ); las razones que llevan a ello son: a) incapacidad para interpretar la indefinición; b) no toman en cuenta la secuencia temporal que el texto les proporciona y, c) cuando para determinar el otro sumando los alumnos tienen que comprender una proposición comparativa difícil.

Este error de representación, según De la Corte y Verschaffel, (citado en Bermejo, 1990), se debe a que los niños procesan el texto matemático superficialmente; es decir, no integran la información como un todo y se guían en una palabra clave para seleccionar el tipo de operación; o bien, el niño no comprende el problema y adopta la forma más fácil para resolverlo. Finalmente, como en el punto anterior, inventan la respuesta; esto se debe a que el niño no comprende el problema.

Por lo tanto es necesario analizar tanto los procedimientos que llevan a una solución incorrecta. Esto es importante porque mediante la identificación de los errores se clarifica su naturaleza.

Los errores son una constante en el aprendizaje de las matemáticas y en el proceso de enseñanza- aprendizaje, por esto es necesario que el alumno construya conocimiento por medio de la reflexión, Por esta razón es necesario que los alumnos desarrollen el uso de procedimientos de resolución de problemas, de manera consciente, mediante el uso de estrategias.

### **Estrategias para resolver un problema**

La resolución de problemas es considerada como una actividad que está sujeta a fases o momentos, que el sujeto lleva a la práctica para encontrar la respuesta.

Para evitar que los resolutores cometan errores se han establecido técnicas y principios que posibilitan la formación de buenos resolutores de problemas. Polya (1949) estableció cuatro etapas por las que el sujeto transita para dar solución a los problemas matemáticos:

- I. **Comprender el problema:** en esta fase es útil que el alumno repita el enunciado, separe las partes (datos), defina la incógnita y determine las condiciones.
- II. **Concebir un plan:** en esta fase el sujeto determinará qué cálculos se puede realizar, mediante el análisis de los datos que contiene el problema.
- III. **Ejecución del plan:** llevar a cabo el plan establecido en la fase anterior.
- IV. **Visión retrospectiva:** consiste en el análisis de la solución obtenida. En esta fase, el resolutor se formula, entre otras, las siguientes preguntas: ¿Puedo hallar el resultado de otra manera? ¿Existe otra solución? ¿Puedo utilizar el resultado o el método desarrollado en otro problema? ¿Puedo hacer un resumen del proceso seguido?

Bransford y Stein (citado en Luceño, 1999) proponen el método IDEAL que consta de cinco fases:

- I. Identificar que un problema existe y cuál es el problema.
- II. Definir y representar el problema.
- III. Exploración de posibles estrategias.
- IV. Actuación con la estrategia seleccionada.
- V. Logros, observación y evaluación de los resultados.

Para García (2002a), la resolución de un problema implica:

- I. La **representación del problema** que incluye un estado inicial o punto de partida, un estado meta o solución y un conjunto de movimientos lícitos.
- II. **Establecimiento de una serie de submetas** que permite un acercamiento progresivo a la solución
- III. **Aplicación de la estrategia** medios-fines que permite reducir las diferencias entre el estado inicial y el estado meta o solución

Mayer (cit. en Pérez, 1999) refiere que la solución de un problema es un proceso que exige, en primer lugar, que una persona comprenda el problema y lo traduzca a una serie de expresiones y símbolos matemáticos. Posteriormente, se debe programar una serie de estrategias que consignen las distintas submetas que pretende alcanzar para llegar a la solución final y las técnicas que le permitan alcanzar cada una de estas submetas. Por último, el individuo debe interpretar los resultados obtenidos y traducidos dentro de una solución posible.

Las diferentes propuestas que ofrece una guía acerca de cómo se resuelve un problema responden a las destrezas y formas de resolución que caracteriza a los resolutores expertos. Los expertos se detienen para hacer el análisis previo del problema, es decir un primer proceso está centrado en la representación del problema, en su comprensión, se divide el problema en las etapas y se establece los subniveles; posteriormente, el resolutor planifica y aplica estrategias y procedimientos que le permitirán llegar a la solución; finalmente, el control del

individuo sobre su manera de resolver el problema le ayudará a reconocer sus propios errores. Por tal motivo, es importante que se enseñe a los alumnos estrategias en la resolución de problemas matemáticos.

### **La enseñanza de estrategias en la solución de problemas**

En estudios realizados sobre la enseñanza de estrategias de resolución de problemas, se ha observado que mientras más se avanza en el nivel de las matemáticas, los contenidos aumentan su complejidad, así como las relaciones entre los conceptos a aprender (García, 2002b y Montague, 1992). De esta manera, es mayor la capacidad que debe tener el niño para procesar la información; por lo tanto, es necesaria la comprensión y el razonamiento matemático en la construcción de significados para el logro académico.

Existen numerosos programas que tratan de enseñar a solucionar problemas o a pensar matemáticamente. No obstante, el éxito de estos programas depende del contexto en que se realice, es decir de la solución de problemas que han tratado de enseñar.

Para que la enseñanza de estrategias en la solución de problemas sea viable, es necesario evaluar cuáles son los conocimientos conceptuales y procedimentales que el individuo a entrenar posee; asimismo, identificar cuáles son los conocimientos que hacen falta y cómo emparejar mejor estos conocimientos con el contenido del problema (Pérez 1999). Como afirman Resnick y Ford (1990), la instrucción debe tratar de asegurar la presencia de un conocimiento bien estructurado y, también, aproximar lo máximo posible los lazos entre los conceptos y los procedimientos que se relacionan con dichos conocimientos. En este sentido, se debe tener en cuenta que conviene indicar todos y cada uno de los pasos que se están utilizando en la solución de un problema.

Por su parte, Barbera y Gómez (citado en Monereo, 2001) mencionan que el papel del asesor en una intervención, en el área de matemáticas (solución de

problemas), tiene como objetivo que optimizar las decisiones del diseño en relación con las habilidades metacognitivas que se quiere desarrollar; para ello, durante la intervención, debe considerarse las siguientes fases:

- 1. Comprensión del problema:** La actuación se centrará en función de los objetivos de enseñanza/aprendizaje. El profesor debe controlar de manera intencional el nivel de complejidad de las variables sintácticas que se ofrece al alumno. Esto se refiere a aspectos referidos al orden y estructura que toma la expresión del texto matemático, tal como el vocabulario utilizado, el tamaño del problema, la secuencia de los datos, el tipo de enunciado en relación con el tipo de respuesta, el formato de la respuesta. Otro conjunto de variables no referidas a la sintaxis de las demandas matemáticas, sino de tipo más psicológico, se refiere a la adecuación del nivel de madurez matemática, al sentido que imprime el alumno al contenido presentado y a la posibilidad de generar, en los alumnos una significación psicológica en relación con sus conocimientos y sus experiencias previas.
- 2. Conveniencia de los datos:** Se debe hacer el diseño de verdaderas situaciones problemáticas, éstas deben exigir que los alumnos, después y al mismo tiempo de codificar la demanda (¿qué me pide el problema?), se sitúen en el estadio valorativo de la posibilidad de dar una respuesta viable y adecuada (¿qué herramientas me da el problema?).
- 3. Tipo de resolución:** El profesor debe conocer y mostrar diferentes vías de solución; el alumno debe tener la oportunidad de valorar, junto con el profesor y otros compañeros, la pertinencia de cada uno de los métodos en contextos específicos
- 4. Proceso de resolución y alcance del problema:** Aunque esta fase no está separada de la anterior, en ella se quiere mostrar el carácter

recursivo del pensamiento resolutivo matemático, es decir, la representación del pensamiento de ida y vuelta que, a menudo, se lleva a cabo al enfrentarse con cualquier situación de resolución. El profesor podrá guiar esta fase con las siguientes preguntas: ¿Cuál es el propósito del problema? ¿Cuáles son las condiciones principales del problema? ¿Qué se necesita para resolver el problema? ¿Cómo se sabrá que se está resolviendo bien el problema?

5. **Comprobación de la respuesta:** El objetivo de la intervención en esta fase es la revisión parcial del proceso resolutivo, es decir de evitar arrastrar omisiones y malentendidos hasta el final para aumentar la propia seguridad en la corrección de la respuesta.

En el presente informe, se concibe un problema como toda aquella situación cuya solución es desconocida por el sujeto, en la que para solucionarlo él requiere de estrategias, entre las que se encuentra la manipulación de los datos que se le presenta. La resolución del problema es considerada como una actividad que está sujeta a fases o momentos que el sujeto requiere de estrategias para solucionarlo (Polya, 1949; Bransfor y Stein, citado en Luceño 1990 y García, 2002a). De este modo, las fases que se consideraron para un procedimiento estratégico son:

- **Comprender el problema:** Es hacer una lectura cuidadosa del enunciado, ésta debe implicar escribir, dibujar y expresar el problema con las propias palabras. Identificación de la incógnita, recuperación de los datos.
- **Concebir un plan:** Se trata de diseñar un plan. Donde el alumno se debe preguntar: ¿cómo lo puedo resolver?, ¿tengo todos los datos necesarios para resolver este problema?, ¿qué información necesito?, ¿qué acciones

debo realizar?, ¿qué hago primero?, ¿cómo debo calcular la solución?, ¿con qué operación?

- **Ejecución del plan:** Supone realizar las operaciones/acciones diseñadas.
- **Evaluación de los resultados:** Consiste en el análisis de la solución obtenida a los efectos de comprobar si se adapta a la solución exigida.

La experiencia en utilizar estrategias ayuda a crear relaciones entre los conocimientos, favorece la comprensión, la generalización y el uso de habilidades en el ámbito educativo y cotidiano del niño. Finalmente, concluyen los autores, es fundamental apoyar el proceso de enseñanza en los conocimientos previos, porque éstos son la base para la adquisición de los nuevos (Barbera y Gómez citado en Monereo, 2001).

Sin duda, otro punto importante es conocer los procesos de desarrollo cognitivo (la memoria, la atención, la percepción, la codificación) que el niño tiene y usa en la resolución de problemas matemáticos. Como apoyo fundamental en el momento de integrar los diferentes programas de intervención, se debe seleccionar las estrategias apropiadas, así como realizar las modificaciones necesarias para los diferentes casos, ya que existen diferentes maneras de procesar la información.

Cuando el niño aprende de manera eficaz y eficiente las estrategias, se vuelve independiente y logra generalizar dichas estrategias y convertirlas en una herramienta de trabajo, incorporándolas a su estructura cognitiva, para que, finalmente, pueda transformarse en un individuo estratégico.

Martí (1999) refiere la necesidad de que los alumnos consigan desarrollar procedimientos de resolución de problemas guiados de forma planificada y conciente, que pasen de un conocimiento sólo algorítmico y automático a un

conocimiento estratégico. Esto es importante porque la búsqueda de soluciones les permite estructurar modelos de solución para nuevas situaciones.

En ese orden de ideas, el uso de estrategias en la solución de problemas es concebido como la secuencia de acciones mentales realizadas de modo consciente y deliberado, producto de una reflexión previa, ejecutado de forma estructurada, sistemática y flexible. Por lo tanto la enseñanza de estrategias es una herramienta útil para atender conceptos y principios matemáticos aplicados a la vida cotidiana.

Como se menciona antes, diversos investigadores han coincidido al concluir sobre la importancia y utilidad del uso de estrategias para la resolución de problemas (Montague, 1992; Monereo, 2001; García, 2002). En ese sentido se considera relevante el desarrollo de un programa de intervención, dirigido a promover en los alumnos el uso de estrategias como elemento fundamental para la resolución de problemas, específicamente de suma y resta, por las necesidades de los niños determinadas a partir de la evaluación.

En el siguiente apartado se describe el método que se utilizó en esta intervención.

## **CAPÍTULO 2**

### **MÉTODO**

#### **Objetivo**

Se consideró relevante el desarrollo de un programa de intervención para niños de 3er. año de primaria, cuyo objetivo fue promover y desarrollar el uso de estrategias para la solución de problemas aritméticos (adición y sustracción).

#### **Contexto**

La intervención se llevo a cabo dentro del salón de 3er grado, en la Escuela Primaria de Participación Social No. 5, ubicada en el sur de la Ciudad de México. La escuela tuvo una población escolar de 377 alumnos, distribuidos en doce grupos, dos grupos por cada grado. Esta institución es de asistencia social debido a que uno de sus principales objetivos es el de brindar apoyo y ayuda al mayor número de madres solteras, divorciadas, obreras y con bajos recursos económicos; el centro escolar es reconocido por su calidad educativa. El horario de las actividades escolares es de 7:30 a.m a 5:00 p.m (Chimil, et. al. 2005)

#### **Participantes**

Se seleccionó a un grupo de 3er grado de primaria con 12 alumnos y 15 alumnas, con un rango de edad de 8 a 9 años, de nivel socioeconómico bajo, pertenecientes a la escuela primaria. El profesor manifestó que los alumnos tenían dificultades en la adición y la sustracción.

#### **Instrumentos**

- **Cuestionario sobre problema matemático:** Se utilizó para recabar información sobre el gusto o no de los alumnos hacia las matemáticas, el concepto de problema matemático, los componentes que contiene un problema y el planteamiento de problemas (ver anexo 1).

- **Evaluación académica:** Instrumento constituido por 9 problemas en cada problema se plantea siete preguntas (ver anexo 2).

En la siguiente tabla se muestra los tipos de problemas que se aplicaron en la evaluación académica.

| Reactivo | Tipo de problema | Ejemplo  |
|----------|------------------|--|
| 1        | Cambio           | Adolfo tenía \$305 pesos, su papá le dio \$32 pesos más. ¿Cuánto dinero tiene ahora Adolfo?  |
| 2        | Combinación      | Mario compró 39 paletas “Payaso” para su fiesta de cumpleaños y su hermano compró 28. ¿Cuántas paletas compraron entre los dos?                            |
| 3        | Comparación      | José Luís tiene 87 estampas de futbolistas. Bernardo tiene 45 estampas. ¿Cuántas estampas tiene más que Bernardo?  |
| 4        | Comparación      | Armando tiene 114 caramelos que le dieron al pedir “Calaverita”. Pedro tiene 13 caramelos más que Armando. ¿Cuántos caramelos tiene Pedro más que Armando? |
| 5        | Igualación       | El hermano de Ernesto tiene guardado \$95 pesos. Ernesto tiene \$87. ¿Cuántos pesos tienen que dar a Ernesto para tener el mismo dinero que su hermano?    |
| 6        | Cambio           | Mariana tiene 14 muñecas “Barbie”, le dio 8 a su hermana Claudia. ¿Cuántas muñecas le quedan ahora a Mariana?  |
| 7        | Combinación      | En el salón de 4to B hay 28 niños. 13 son hombres y el resto son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en el salón?  |
| 8        | Igualación       | Grecia tiene una bolsa con 42 cacahuates. Si se come 31 cacahuates, le quedarán los mismos que tiene Ivonne. ¿Cuántos cacahuates tiene Ivonne?             |
| 9        | Sin solución     | En una casa vive un hombre con 10 gatos, 5 pájaros y 13 perros. ¿Cuántos años tiene este hombre?   |

**Tabla 1. Número de reactivos y tipos de problemas (evaluación académica)**

## Procedimiento

La intervención se dividió en cuatro fases: evaluación diagnóstica, proceso de intervención, evaluación continua y evaluación final.

### I. Evaluación diagnóstica

Se realizó con el propósito de conocer fortalezas y áreas de oportunidad de los alumnos que participaron en el programa. Fue necesario, previo a la intervención, obtener información acerca del desempeño de los niños y del contexto en el que se llevó a cabo. De este modo, se realizó las siguientes acciones:

- **Observación dentro del aula.** Enfocada principalmente a obtener datos sobre la participación y nivel de desarrollo de los alumnos en matemáticas, además de cómo realizaban las actividades de la materia, así como conductas que presentaban dentro del aula. También se observó la forma cómo enseñaba el profesor, sus estrategias didácticas, recursos o materiales utilizados y sus criterios de evaluación de la materia.
- **Aplicación del cuestionario** sobre el gusto de las matemáticas, concepto de problema matemático, los componentes que tiene un problema y el planteamiento de problemas. Se aplicó dentro del aula a todo el grupo, lo contestaron de manera individual y sólo contaron con el apoyo de la facilitadora si se tenía dudas en alguna de las preguntas. La aplicación se realizó en una sesión de aproximadamente 60 minutos (ver anexo1).
- **Realización de una evaluación académica** de nueve problemas matemáticos. Consistió en aplicar nueve problemas aritméticos de adición o sustracción, elaborados con base en la revisión del programa oficial de la SEP y los libros de texto de segundo y tercer grados de primaria. Además se consideró, para su construcción, las relaciones

semánticas que reconoce Bermejo (1990) para el planteamiento de problemas: cambio, combinación comparación e igualación; así como la tipología que hace Luceño (1999) de problemas que no tienen solución. Por cada problema se elaboró una serie de siete preguntas con el fin de conocer el procedimiento que llevaban a cabo los niños y, de ese modo, reconocer las estrategias que utilizaban al resolver problemas. El instrumento de evaluación se aplicó dentro del aula a todo el grupo, los niños lo resolvieron de manera individual. La aplicación se realizó en dos sesiones de aproximadamente 90 minutos (ver anexo 2).

Con base en la información obtenida en la observación, el cuestionario y de la evaluación académica, se desarrolló el programa de intervención.

## II. Intervención

El programa de intervención consistió en promover el uso de estrategias en los niños, para resolver problemas matemáticos (aditivos de distinto tipo). Para ello se retomó el procedimiento que comprende las fases y preguntas establecidas por Luceño (1999).

| <b>Procedimiento estratégico para la resolución de problemas</b> |   |  |
|--|---|--|
| <b>Fases</b>   | <b>Acciones</b>   | <b>Preguntas</b>   |
| Comprensión del problema   | Lee el enunciado del problema.<br>Reformula   | ¿De qué trata el problema?<br>¿Cuál es la pregunta?                                  |
| Concebir un plan   | Busca la vía de solución  | ¿Qué información y datos tengo para resolver el problema?                            |
| Ejecución del plan   | Resuelve  | ¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema?<br>¿Qué operación debo hacer? |
| Evaluación de los resultados                                     | Hace consideraciones (comprueba, analiza la solución y el procedimiento)<br>Repasa cada una de los pasos y comprueba que no se ha fallado en ninguna de las operaciones | ¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta?                                  |

Las sesiones se llevaron a cabo dentro del aula, un día a la semana, en aproximadamente una hora con treinta minutos, a lo largo del ciclo escolar 2006-2007. La organización de las sesiones se hizo en tres diferentes fases:

**Primera Fase.** Reflexión inicial sobre el tema que se trabajará para cada una de las sesiones. Ésta se realizó con base en los conocimientos previos; es decir, se parte de una situación cotidiana, en la que se producía en los alumnos la necesidad de utilizar las matemáticas para su solución. Obsérvese el siguiente ejemplo.

**Ejemplo primera fase.**

- Presentar el objetivo de la sesión
- Partir de los conocimientos previos de los alumnos

**Facilitadora:** Hola niños el día de hoy vamos a ir de compras. ¿Quién ha ido alguna vez de compras?

**Niños.** (Todos) Yo.

**Facilitadora:** A ver vamos a levantar la mano, para poder participar.

**José Luis:** Yo voy con mi mamá al mercado a comprar la comida.

**Carmen:** Yo voy a la tienda cuándo compro dulces.

**Mario:** Yo voy con mis papás a comprar todo para comer.

**Facilitadora:** Entonces todos ustedes alguna vez han ido de compras.

**Niños:** (Todos en coro) sí.

**Facilitadora:** ¿Utilizan las matemáticas cuando van de compras?

**Niños:** Sí

**Facilitadora:** ¿Por qué?

**Javier:** Porque hacemos resta cuando nos dan cambio.

**Facilitadora:** En donde más utilizamos las matemáticas.

**Pedro:** En la escuela

**Gustavo:** En el recreo cuando vendemos dulces.

**Facilitadora:** ¿Ustedes han resuelto problemas en la clase de matemáticas?

**Niños:** Sí

**Facilitadora:** ¿Qué es un problema matemático?

**Javier:** Un problema es fácil.

**Oscar:** Son sumas o multiplicaciones.

**Lucia:** Tiene palabras.

**Miriam:** Son problemas porque tiene números

Después de la discusión que se generó con los alumnos sobre la utilidad de las matemáticas en diferentes actividades de su vida diaria mediante la activación de conocimientos previos (para cada una de las sesiones), durante la intervención se les planteó diferentes tipos problemas matemáticos (cambio, combinación, comparación, igualación y sin solución) retomando; sus gustos,

inquietudes, actividades que realizan fuera del contexto escolar (ver programas, ver o participar en un partido de fútbol, tomar el camión, visitar a familiares, alimentos favoritos, como ir de compras, ir a la tienda, ir al cine, comprar dulces durante el recreo).

Dado que, la enseñanza de la matemática tiene como objetivo ayudar al estudiante a pensar matemáticamente, entender conexiones de hechos y procedimientos, a ser capaz de aplicar flexible y significativamente el conocimiento matemático. A lo largo de la fase de intervención se dio a los alumnos la instrucción de trabajar en pareja, mediante la promoción del trabajo cooperativo, ya que el aprendizaje cooperativo puede describirse como una relación entre estudiantes que les requiere: necesitarse unos a otros para realizar una tarea; un ejercicio de responsabilidad individual, en que cada uno tiene que contribuir y aprender; desarrollar habilidades para relacionarse: comunicación, confianza en sí mismos y en los demás, asumir eventualmente el liderazgo, tomar decisiones y resolver conflictos (Johnson y Johnson, 1989).

Ovejero (1990) señala seis razones por las que el aprendizaje cooperativo debe emplearse en el salón de clases: 1) El aprendizaje de conceptos y habilidades se logra mucho mejor en un proceso dinámico producto de la enriquecedora discusión de los integrantes de pequeños grupos; 2) Solucionar un problema matemático es una tarea colectiva y, por tanto, inseparable de este método. Gracias a él se logra entender cómo solucionarlo correctamente, a utilizar estrategias de razonamiento de más alto nivel y a hacer explícitas sus ideas a través del lenguaje matemático lo que permite internalizar los conceptos y aplicarlos a situaciones nuevas, esto es más factible y cómodo de realizar dentro de pequeños grupos; 3) Estructurar las clases cooperativamente asegura que los estudiantes se aclaren unos a otros lo que van aprendiendo, compartan otros puntos de vista, apoyen y sean apoyados; 4) Las relaciones positivas que logran establecerse entre los alumnos y por tanto su confianza de logro al enfrentarse con estas tareas; 5) El aprendizaje cooperativo de las matemáticas motiva intrínsecamente a los estudiantes a estudiarlas en forma

continua; 6) Existe evidencia que la cooperación genera mayor rendimiento en la enseñanza de las matemáticas.

**Segunda Fase:** Desarrollo de actividades.

- Varios autores mencionan, resolver un problema es un proceso complejo, que implica llevar a cabo una serie de pasos (Labarrere, 1987; De la Corte y Verschaffel, citado en Orrantia, Morán y García, 1997, García 2002a). Se enseñó y modeló a los niños cómo se resuelve un problema, por medio de pasos: *leer* (comprender), identificar la incógnita, recuperar los datos, qué operación nos ayuda (adición o sustracción dependiendo de el problema), *realizar la operación*, *verificar el resultado*, comprobación, por último *dar respuesta a la pregunta* con la solución al problema.
- Se trabajó con los cinco diferentes tipos de problemas aditivos: Cambio, combinación, comparación, igualación y sin solución: Se planteó una serie de preguntas como guía (ver anexo 2), con la intención de promover en el alumno la reflexión sobre el proceso de resolver el problema.
- Cuando a los niños se les dificultaba realizar el algoritmo, se reforzaba este concepto. En particular, se les dificultaba el algoritmo de la resta.

A continuación se presenta un ejemplo de cómo se desarrolló el paso de comprensión de un problema aditivo.

### **Sesión problema de cambio**

- Comprensión del problema
  - Identificar la incógnita

**Facilitadora:** Hola niños el día de hoy vamos a ir de compras. Para lo cual tienen que ir de pareja, así que vamos a acomodarlos para que todos tengan su pareja. (Con el apoyo del profesor asignaron a cada niño una pareja)

**Facilitadora:** Todos tienen que estar con la pareja que se les asignó, porque todos son trabajadores, participativos y vamos a trabajar para poder entregar su material y poder hacer las compras (se les da 2 a 3 minutos para que se organicen). A ver niños vamos a resolver un problema que me surgió cuando ayer fui a la tienda (presenta en el pizarrón un problema).

Sonia tenía \$345 pesos, su esposo le da \$ 56 pesos más. ¿Cuánto dinero tiene ahora Sonia para ir de compras?

**Facilitadora:** Lo primero que tenemos que hacer para resolver un problema es leerlo cuidadosamente. ¿Quién quiere leer el problema? Pero recuerden que para poder participar tenemos que levantar la mano.

**Aylin:** Lee el problema

**Facilitadora:** ¿Qué dice el problema?

**Aylin:** (lo vuelve a leer)

**Facilitadora:** A ver Aylin ya que lo leíste dime con tus propias palabras qué entendiste de lo que dice el problema. Aylin se queda callada, ¿quieres que alguno de tus compañeros nos ayude?

**Aylin:** Sí maestra

**Mario:** yo maestra, que Sonia quiere ir de compras y su esposo le da más dinero.

**Facilitadora:** Quien más quiere decir de que trata el problema.

**José:** Que la maestra Sonia tiene dinero y su esposo le da 56 pesos más.

**Facilitadora:**Cuál es la pregunta de este problema. (Varios niños la identifican)

**Facilitadora:** A ver vamos hacer un dibujo para que nos ayude a resolver este problema (realiza una imagen que represente el problema con la ayuda de los niños).

El ejemplo anterior corresponde a una sesión donde se retomó los conocimientos previos de los niños (ir de compras) y se trabajó la fase de la comprensión del problema. Se partió de una situación que fuera familiar a los niños para que posteriormente se presentara y modelar la fase de comprensión del problema. Nunca es excesivo insistir a los alumnos que realicen una lectura cuidadosa del problema y se pregunten ¿qué sé sobre el problema? y ¿qué quiero encontrar?

El siguiente ejemplo es continuación de la resolución del problema anterior, en éste se muestra el modelado del paso concebir un plan y llevarlo a cabo. Es de gran utilidad pedir a los alumnos que registren por escrito su resolución, hacer dibujos que represente el problema supone una aproximación sistemática y

puede ser una respuesta frecuente a la cuestión: ¿qué puedo usar o hacer que me ayude?

**Problema cambio**

- Concebir un plan
  - Ejecución del plan

**Facilitadora:** A ver niños ¿cómo puedo resolver este problema? Sonia tiene \$345, su esposo le da \$56. ¿Cuánto dinero tiene Sonia para ir de compras?

**Niños:** Con suma o con resta

**Facilitadora:** ¿Tengo todos los datos necesarios para resolver este problema y qué debo hacer suma o resta? Ya leí y sé que Sonia tiene \$ 345 y su esposo le da \$ 56 y ¿Cuál es la pregunta?

**Miriam:** Pues una suma o resta.

**Facilitadora:** Pero cuál operación es la correcta, es importante identificar cuál es la pregunta y nos puede ayudar este dibujo que hicimos en el pizarrón del problema.

**Yesenia:** Maestra pus ahí esta Sonia con \$ 345 y \$ 56 pesos.

**Facilitadora:** ¿Qué información tengo para resolver este problema?

**Ángel:** Lo que dice Yesenia los \$ 345 más \$ 56 pesos.

**Facilitadora:** Ángel entonces qué necesito hacer primero.

**Ángel:** Ya sé, es una suma.

**Facilitadora:** ¿Por qué es una suma?

**Ángel:** Porque Sonia ya tenía \$ 345 y le dio más su esposo, entonces se suma \$ 345 más \$ 56

**Facilitadora:** ¿Cómo cuanto dinero tiene Sonia para ir de compras?

**José:** Como más de \$400 pesos.

**Facilitadora:** Hagamos la suma para saber cuánto dinero tiene para ir de compras Sonia. (Pide la participación de uno de los alumnos para realizar la operación en el pizarrón)

**Mariana:** Yo pasé (realizó la operación).

**Facilitadora:** ¿Es correcta la suma que realizó Mariana?

Entre todos se revisó el resultado de la suma.

**Facilitadora:** Entonces ¿Cuánto dinero tiene Sonia para ir de compras?

**Niños:** Repiten el resultado 401

**Facilitadora:** 401 pero que son esos 401, es importante poner lo que nos esta preguntando en este caso ustedes díganme.

**Mario:** Son pesos porque sólo compramos con dinero maestra.

**Tercera Fase:** Reflexión y auto-evaluación final mediante preguntas que la instructora realizó a los alumnos acerca de cómo habían llegado a la solución. ¿Qué hacen para resolver el problema?, ¿cómo saben que el resultado es correcto?, ¿cómo saben que la operación que les ayuda a llegar a la solución es una suma o resta? (según el caso), ¿cómo saben que el resultado de su operación es correcta). Lo anterior facilitó la socialización de los procedimientos y además ser conscientes de sus acciones. Explicar lo que se ha hecho e invitar a revisar el trabajo para que cualquier persona pueda

comprenderlo, normalmente pareciera aburrido porque se retrasa la siguiente actividad, pero es importante insistir en ello. El proceso de explicar, fuerza al alumno a reconsiderar la solución y le da la oportunidad de reflexionar sobre su experiencia. Comprobar no sólo significa revisar cálculos aritméticos. Es importante repetir lo que se ha hecho para poder hacerlo en diferentes tipos de problemas.

Finalmente el siguiente ejemplo es la representación de la evaluación del resultado del problema.

#### **Problema de cambio**

- Enseñanza de estrategias
  - Evaluación del resultado

**Facilitadora:** Ayúdenme a recordar lo que hicimos para solucionar el problema. ¿Qué se hizo primero?

**Brenda:** Primero leímos el problema.

**Facilitadora:** Después de leerlo ¿qué tenemos que hacer?

**Jorge:** Pues hacer un dibujo.

**Facilitadora:** Para qué nos sirvió hacer un dibujo Jorge.

**Jorge:** Para ayudarnos a resolverlo.

**Facilitadora:** Recuerden que tuvimos que hacer una lectura cuidadosa para darnos una idea de que trata el problema e identificar la pregunta, para saber qué se quiere encontrar y el realizar un dibujo nos puede ayudar. Ahora cómo encontramos la solución del problema.

**David:** Sumamos con las cantidades.

**Facilitadora:** ¿Cómo sé que voy a sumar para encontrar el resultado?

**José:** Maestra para saber si se hacía una suma hay que leer la pregunta.

**Facilitadora:** Muy bien José, es importante que pongamos atención en lo que nos están preguntando y que datos tenemos. ¿Cómo saben que el resultado de la suma es correcto?

**José Luís:** Maestra comprobando.

**Facilitadora:** ¿Cómo compruebo?

**Mario:** Hay maestra vuelvo a sumar.

**Miriam:** Me fijo cuando copio los números.

**Marco:** Yo sumo otra vez.

**Facilitadora:** Entonces ya que sabemos que nuestro resultado de nuestra operación es correcto, que más hacemos.

**Jorge:** Le ponemos el resultado a la pregunta

**Brenda:** Pero como nos dijo hay que poner pesos.

**Facilitadora:** Es muy importante dar respuesta a la pregunta y fijarnos en qué nos están preguntando si son pesos, naranjas, coches, colores, lápices etc. y poner el resultado para solucionar el problema.

Una vez que se enseñó y modeló las estrategias para la solución de problemas, durante la intervención se les proporcionaba diferentes tipos de problemas. Los tenían que resolver en pareja, cuando se les dificultaba se brindaba apoyo de la facilitadora. Al finalizar las sesiones se exponían los procedimientos de como llegaron al resultado algunas de las parejas.

Durante todo el proceso de intervención se llevó a cabo una evaluación continua por parte de la facilitadora.

### **III. Evaluación continua**

La evaluación ofrece la oportunidad de recolectar datos sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje con respecto a la solución de problemas. La evaluación continua se realizó a través de la elaboración de un portafolio por parte de la facilitadora. El portafolio es una colección propositiva de trabajos de los estudiantes, con el cual se exhibe sus esfuerzos, progresos o ejecución en alguna área (Johnson y Rose, 1997). Para evaluar la evolución del proceso de adquisición del pensamiento estratégico, se consideró:

- La participación de la facilitadora para seleccionar el contenido.
- Criterios de selección. No todos los trabajos realizados por los estudiantes eran incluidos, sólo aquellos donde se observe avances o mejoras en su habilidad para utilizar estrategias en la solución de problemas.
- Para fines de este trabajo, se consideraron los criterios a partir de lo referido por Pérez, (1999); Mayer, (1986) y Luceño, (1999):
  - Comprensión del problema. Es el conocimiento conceptual que conduce a la acción apropiada de un esquema de acción para la solución (comprensión del enunciado para representar el problema, trasladando las palabras a un lenguaje matemático).

¿Qué dice el problema?

¿Cuál es la pregunta?

- Concepción y ejecución de un plan, evaluación de los resultados. Conocimiento que permite al individuo elaborar y seguir un plan para solucionar el problema.

¿Qué haces para resolver un problema?

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta?

¿De qué otra manera se puede resolver el problema?

- Algorítmico. Conocimiento que le permite realizar los cálculos exactos para resolver el problema.

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución?

#### **IV. Evaluación Final**

Después de concluida la intervención se realizó una evaluación final para conocer los avances (fortalezas) logrados por los niños. Los instrumentos aplicados fueron los mismos que en la evaluación inicial, a saber:

- **Aplicación de un Cuestionario** sobre el gusto de las matemáticas, concepto de problema matemático, los componentes que tiene un problema y el planteamiento de problemas (ver anexo1).
- **Realización de una Evaluación Académica** de nueve problemas matemáticos (comparación, cambio, combinación, igualación y sin solución) en cada problema hay siete preguntas (ver anexo 2).

Asimismo, en esta fase se aplicó un cuestionario al profesor con la finalidad de conocer si, en su opinión, él obtuvo beneficio alguno con la aplicación del programa en el aula.

En el siguiente apartado se muestran los resultados obtenidos antes, durante y después de la intervención. Éstos se presentan en dos planos

cuantitativo (observación dentro del aula, cuestionario, evaluación académica y evaluación por portafolio) y cuantitativo (cuestionario sobre el gusto de las matemáticas, evaluación académica antes y después de la intervención, cuestionario para el profesor sobre los beneficios de la intervención).

## CAPÍTULO 3

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### Observación

Se realizaron dos observaciones dentro del aula con la finalidad de conocer las interacciones entre los niños y la del profesor con los niños, específicamente cuando impartía la materia de matemáticas. Durante las observaciones se pudo observar una adecuada relación e interacción de los niños con el profesor.

Se observó que, al iniciar la clase, el profesor hacía una activación de conocimientos previos sobre el tema que pretendía trabajar. Para el control de grupo cuando los niños se distraían, hizo otras actividades o platicaba a su grupo de otro tema que no era precisamente el de la clase; el profesor utilizó diferentes estrategias para atraer la atención de los niños, como cantar, repetir el abecedario, hacer diferentes ejercicios con las manos.

También, se observó que el profesor trabajaba sólo con los libros de texto. La mayor parte del tiempo él realizó la lectura de los temas, a veces puso a algunos niños a leer; al momento de leer ya sea ellos o él, dieron respuesta inmediata a los ejercicios del libro. De ese modo, el profesor no permitió a los niños reflexionar sobre la actividad, así algunos alumnos no resolvieron los ejercicios del libro de texto. Ellos dijeron, principalmente: *“no entiendo lo que tengo que hacer aquí”*.

El profesor no supervisa que todos los niños hagan la tarea en el tiempo que él asigna. Pasa de una actividad a otra y no verifica de manera constante y consistente que los niños realmente realicen la actividad y construyan el conocimiento.

También se observó que el profesor planteó a los alumnos problemas matemáticos; para esa actividad, se concretó en dictar y pedir a los alumnos escribir y resolver. Los niños sólo preguntaron “*maestro es con suma o con resta*”. Regularmente no contestó a este tipo de preguntas. Así, al finalizar el dictado, los alumnos comentaron entre sí cuál podría ser la operación con la que se resolvía el problema; algunos lo hicieron con suma, otros comentaron que no sabían qué hacer para solucionarlo. El profesor no les informa a los alumnos acerca de su ejecución; en consecuencia, los alumnos aprenden a resolver los problemas por ensayo y error.

### **Resultados del cuestionario sobre el gusto de las matemáticas**

Se aplicó también el cuestionario dirigido a evaluar el gusto de los alumnos por las matemáticas, el concepto de problema matemático, componente que tiene un problema y el planteamiento de un problema; el cuestionario consistió de diez preguntas (ver anexo 1), las cuales para su análisis se agruparon en los seis aspectos expuestos en la tabla. Los primeros cuatro se recuperan de cada pregunta del cuestionario y la categoría cinco integra las preguntas cinco y seis. En tanto la categoría seis incluye las preguntas de la siete a la diez.

En la tabla, se presentan las respuestas que con mayor frecuencia hicieron los participantes, antes y después de la intervención.

| <b>Categorías</b>                                     | <b>Antes de la intervención</b>  | <b>Después de la intervención</b>   |
|---|--|---|
| 1. Gusto por las matemáticas                          | Sí porque aprenden a sumar restar y multiplicar.<br>No porque son difíciles, se cansan en repetir números. | Sí porque aprenden, son divertidas.<br>Se necesitan para la vida.<br>Se utilizan para los cambios cuando van de compras o cuando quieran trabajar en un banco.<br>No son difíciles. |
| 2. Concepción de las matemáticas                      | Son suma<br>Resta<br>Multiplicación<br>División<br>No sé   | Son problemas donde se utilizan números.<br>Una forma constante de resolver problemas.<br>Suma, resta, multiplicación y división.   |
| 3. Concepción de problemas matemáticos                | Es suma, resta, multiplicación y división<br>Son cosas<br>Nada.  | Son preguntas relacionadas con las matemáticas<br>Es dar respuesta a una pregunta.<br>Es una pregunta que a veces es difícil de contestar.  |
| 4. Utilidad al resolver problemas matemáticos         | Aprender<br>No sé<br>Hacer cuentas   | Para aprender, para que me ayude a pensar.<br>Para entender mejor las matemáticas.<br>Para dar respuesta a lo que no sabemos.<br>Para explicar como llegar al resultado.            |
| 5. Procedimiento para resolver un problema matemático | Sumando,<br>Restando<br>Multiplicando<br>Dividiendo,<br>No sé  | Leyendo, comprendiendo<br>Contestando las preguntas.<br>Pensando haciendo bien las operaciones,<br>Comprobando el resultado.  |
| 6. Elementos de un problema matemático                | Sumas<br>Restas<br>Multiplicaciones<br>Divisiones<br>Letras.   | Datos numéricos que utilizas, preguntas que tienes que contestar.   |

Con las respuestas de los niños se realizó un análisis de frecuencias. Los resultados mostraron que existe un cambio en las respuestas de los niños; en la evaluación inicial al 83% de los niños le gusta las matemáticas, porque aprende a hacer operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división). Al final de la intervención al 93% de los alumnos les gustan las matemáticas porque son divertidas, además de ser necesarias como una herramienta para su vida cotidiana. Un 7% menciona que le es difícil, porque se cansa de repetir números.

En relación con lo que son las matemáticas, en la evaluación diagnóstica el 60% de los niños manifestó que son sólo operaciones; al finalizar la intervención y, a partir de interactuar con los números aplicados a situaciones problemáticas, el 72% de ellos describe las matemáticas como problemas en los que se utilizan

números y es necesario dar respuesta a la pregunta, además, de ser una forma de resolver problemas constantemente.

Para el 76% de los niños un problema matemático, antes de llevar a cabo la intervención, era sólo hacer operaciones y, el resto mencionó que eran “cosas” o no mencionó. Al terminó de la intervención cambió su concepción, el 72% de los niños mencionó que un problema matemático es aquel en el que se da respuesta a preguntas utilizando los números; el resto de los niños mencionó que un problema matemático es aquel en el que para resolverlo se utiliza la suma, la resta y la multiplicación.

Así, se puede decir que la mayoría de los niños define un problema como una situación en la que se necesita hacer uso de conocimientos aritméticos: saber hacer sumas, restas, multiplicaciones para solucionarlo. Ellos coinciden con la definición que se utilizó durante la intervención y en coincidencia con los diferentes autores sobre lo que es un problema, como toda aquella situación en la que el sujeto desconoce el resultado, pero requiere de cierto conocimiento para dar solución (Pozo, 1994; Luceño, 1999 y García, 2002a).

Respecto a la pregunta “*para qué les sirve resolver problemas matemáticos*”, la mayoría coincidió al inicio que “*para aprender*”; sólo unos cuantos manifestaron no saber para qué. Al final del programa, el 73% de los niños describió que resolver problemas matemáticos ayuda a pensar, entender mejor las matemáticas, también ayuda a no equivocarse para dar respuesta a las preguntas, además pueden explicar cómo llegar al resultado. Esto tiene relación con lo que mencionan los diferentes autores sobre resolver un problema, es un proceso en el cual los sujetos deben planear, ejecutar y, muy importante, revisar (Polya, 1949; García, 2002a; Meyer cit en Pérez, 1999). El resto de los niños mencionó que resolver problemas ayuda a aprender a hacer cuentas.

Al inicio de la intervención los niños manifestaron que para resolver un problema sólo tenían que hacer una operación (de adición o sustracción). Al finalizar el programa, el 65% de los niños mencionó que deben leer, comprender, pensar, comprobar, contestar la pregunta, dar el resultado. Se observa el énfasis en ser más reflexivos de lo que deben de hacer al resolver un problema, ser concientes de los pasos o estrategias a utilizar.

### **Evaluación académica**

Se calificó las respuestas de los alumnos y se evaluó el tipo de estrategia que ellos utilizaban al solucionar los problemas; asimismo, se consideró las respuestas de los niños cuando contestaron las preguntas que venían en cada problema, éstas evaluaban el pensamiento estratégico que el niño utilizó al solucionar el problema.

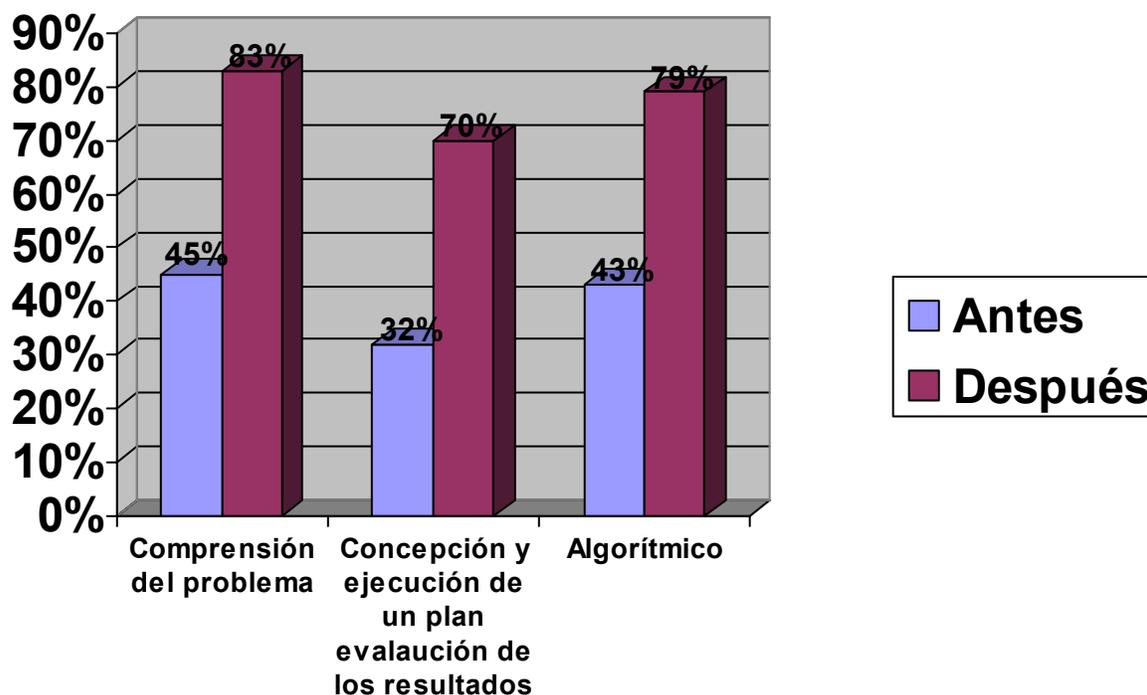
En seguida se presenta una tabla que muestra la asignación de puntaje que podían obtener los alumnos en la resolución de problemas.

| CALIFICACIÓN | COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA  | CONCEPCIÓN Y EJECUCIÓN DE UN PLAN<br><br>EVALUACIÓN DE RESULTADOS   | CONOCIMIENTO ALGORÍTMICO                           |
|--------------|---|---|--|
| 0            | No realiza nada   | No realiza nada.  | No realiza la operación y no contesta.             |
| 1            | Contesta sin haber realizado un análisis del problema.                              | Contesta, identifica los datos, hace la operación equivocada, no verifica.  | Hace la operación con errores                      |
| 2            | Contesta, identifica la incógnita, recupera datos.                                  | Contesta las preguntas, identifica los datos, hace la operación correcta, pero no da respuesta a la pregunta.     | Hace la operación correctamente.                   |
| 3            | Hace una interpretación del problema con sus palabras<br><br>Identifica la pregunta | Contesta las preguntas, identifica los datos, hace la operación correcta y da solución al problema correctamente. | Hace la operación correctamente y su verificación. |

En esta sección se presenta los **resultados cuantitativos** de la intervención, obtenidos en la **evaluación académica inicial y final**. Como se observa en la tabla anterior, en la comprensión del problema, concepción y

ejecución del plan hasta llegar a verificar su resultado os alumnos podían obtener una puntuación máxima de 27 puntos si resolvían correctamente los 9 problemas; en el algoritmo la puntuación máxima fue de 24 puntos, porque sólo en ocho problemas era posible usarlo. Con el objetivo de hacer comparables los puntajes obtenidos por los niños se relativizó en porcentaje. En la siguiente gráfica se puede observar, los alumnos mejoraron en la resolución de problemas.

**Porcentaje del grupo por tipo de conocimiento**



En todos los indicadores hubo una mejor ejecución para resolver problemas matemáticos. Sin embargo hubo un mayor incremento en la comprensión del problema, concepción y ejecución de un plan como la evaluación de los resultados; se obtuvo el mismo incremento el cual fue del 38% y en ejecución del algorítmica sólo 36%.

Por lo que podemos deducir que cuando los alumnos reciben una intervención acerca de cómo resolver un problema mediante la enseñanza de estrategias, aprenden a responder con mayor éxito y son reguladores de su actuar; por lo tanto, pueden ser caracterizados como resolutores expertos. Éstos se detienen para hacer el análisis previo del problema para representarlo (comprensión del problema), y después, como buen resolutor, planifican, aplican estrategias y un procedimiento que les permite llegar a la solución.

Los porcentajes obtenidos antes y después de la intervención indican que la mayoría de los alumnos analizan y traducen la información planteada teniendo una mayor comprensión del problema, lo que les permite resolver diferentes tipos de problemas mediante el uso de estrategias, así como verificar sus resultados para llevar a cabo la resolución de la evaluación académica. Además, el grupo tuvo un mejor desempeño en la evaluación final.

Con el objetivo de evaluar si las calificaciones de la evaluación final, a partir de los puntajes asignados en la resolución de problemas, son significativamente diferentes de las calificaciones de la evaluación inicial, se aplicó la prueba no-paramétrica *Wilcoxon (T)*, para dos muestras relacionadas; esto debido a que la muestra es pequeña, de una distribución no normal y los datos son de medición ordinal (Siegel, 1972).

|  | <b>T</b> | <b>p</b> |
|--|----------|----------|
| <b>Comprensión</b>   | 4.300    | 0.001    |
| <b>Concepción y ejecución de un plan, evaluación de la solución.</b> | 4.291    | 0.001    |
| <b>Algorítmico</b>   | 4.298    | 0.001    |

\*  $p < .05$

En relación con el tipo de conocimiento el análisis arrojó una  $T= 4.3$ , y  $p=0.001$  en comprensión,  $T= 4.291$ , y  $p=0.001$  en estratégico,  $T= 4.298$ , y  $p=0.001$  en algorítmico. Esto indica que hay diferencias significativas. Por lo tanto en la evaluación final el grupo tuvo una mejor ejecución en la resolución de problemas. Esto conlleva a que, posterior a la enseñanza específica de estrategias, en la resolución de problemas aditivos, los niños tienen una mejor ejecución en la solución de problemas, sobre todo por la reflexión de sus procedimientos, además de aplicar las estrategias a los diferentes tipos de problemas.

A continuación se presentan el **análisis cualitativo de la evaluación académica antes de la intervención** con algunas imágenes de las respuestas de los niños.

En la evaluación inicial los niños cometieron diferentes tipos de errores. De acuerdo con De la Corte y Verschaffell (citados en Bermejo, 1990) éstos ocurren cuando el niño ha elaborado una representación inadecuada: a) repiten una de las cantidades propuestas en el problema; b) seleccionan una operación inadecuada y c) inventan la respuesta.

**Instrucciones:**  
A continuación se te muestran diferentes problemas matemáticos: léelos con atención, resuélvelos y contesta las preguntas que se te piden, tus respuestas no se considerarán para la calificación de la boleta.

1.- Adolfo tenía \$305 pesos, su papá le da \$32 pesos más. ¿Cuánto dinero tiene ahora Adolfo? 340

¿Qué dice el problema? Adolfo tenía \$305 pesos más.

¿Cuál es la pregunta? ¿cuánto dinero tiene ahora Adolfo?

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? la suma

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? leer

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? sumar

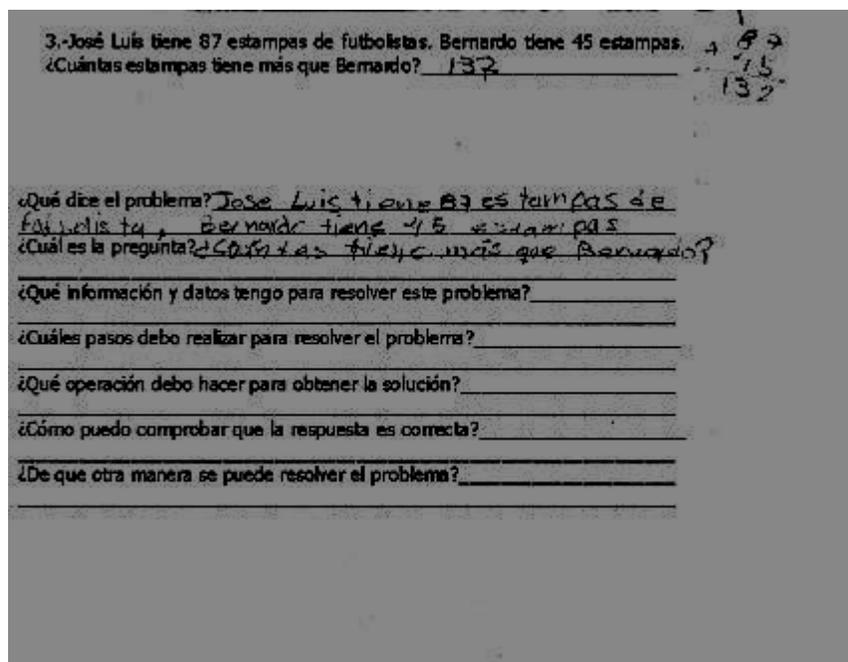
¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? sumando

¿De que otra manera se puede resolver el problema? Restando

En la producción se observa que el alumno “inventa” la respuesta, porque no realiza una verificación de lo que está respondiendo, no se da cuenta que su resultado es incorrecto y no cumple con las condiciones planteadas en el problema; contesta sin haber realizado un análisis completo. Kaplan, Yamamoto y Ginsburg (1997) mencionan que los niños suponen la idea de que en matemáticas, las respuestas se dan de manera inmediata y, pensar en la respuesta equivale a no saber. Este hecho podría explicarse porque los alumnos en ocasiones inventan las respuestas sin análisis alguno.

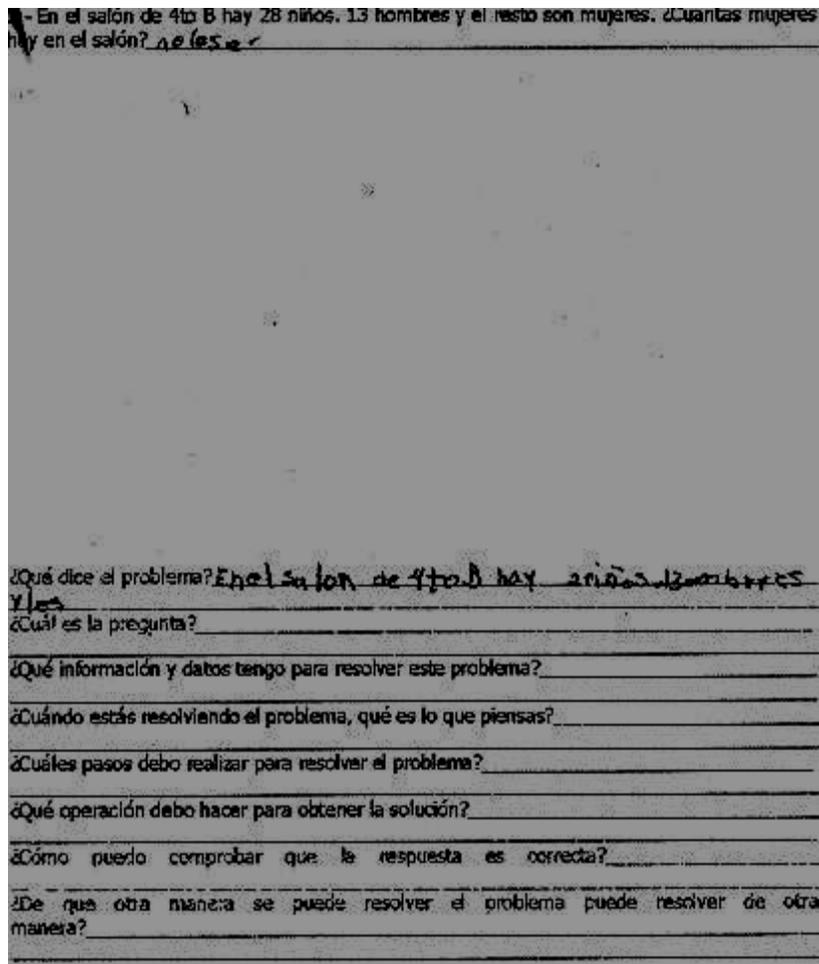
La siguiente imagen representa uno de los errores que los niños tienden a cometer con mayor frecuencia, el error de representación; éste se debe a que los niños procesan el texto matemático superficialmente; es decir no integran la información como un todo y se guían por una palabra clave para seleccionar el tipo de operación. En este caso la palabra fue “más”, realizando la suma.

En un estudio que realizó con niños de quinto grado de primaria, Paredes (2002) encontró que los niños presentan dificultades en la resolución de problemas por la falta de comprensión del texto matemático debido a que no identifican tres elementos fundamentales para su solución: la pregunta del problema, cuáles son los datos necesarios y cómo llevar a cabo el algoritmo.



Otro de los errores que por la falta de comprensión del texto matemático que presentan los niños es la dificultad en el reconocimiento y análisis de los elementos de un problema; una consecuencia es no elaborar la posible respuesta (Barberá, 1997).

En la siguiente producción el alumno presenta una incomprensión del problema respondiendo no saber qué hacer.



Bermejo (1990), menciona que los niños tienen gran dificultad para representarse los problemas de igualación debido a que no se ajusta a la forma clásica ( $a+b=c$ ) y, sobre todo, porque no son frecuentes en la escuela. En la siguiente imagen se identifica que el alumno contesta sin hacer un análisis del problema, o identifica datos.

3.- Grecia tiene una bolsa con 42 cacahuates. Si se come 31 cacahuates, ¿quedan los mismos que tiene Ivonne. ¿Cuántos cacahuates tiene Ivonne? 0 cacahuates

¿Qué dice el problema? cuántos cacahuates tiene Ivonne

¿Cuál es la pregunta? 0 cacahuates

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? Muchas cosas

¿Cuándo estás resolviendo el problema, qué es lo que piensas? intercambio y cumplir

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? sumar restar y multiplicar

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? sumar y restar

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? con problema 10

¿De que otra manera se puede resolver el problema puede resolver de otra manera? si como muchos

Varios autores mencionan la importancia de no enseñar un sólo un tipo de problema (García, 2000a; Bermejo, 1990; Ávila; Aguayo, Eudave, Estrada, Hermosillo, Mendoza, Saucedo y Becerra, 2004). Al respecto, Luceño (1990) expone diferentes tipos de problemas, entre ellos se encuentra los problemas sin solución (contradictorios), son definidos así porque cualquier solución para éstos contradice alguna de las condiciones dadas en el enunciado. En la evaluación inicial y final se presentó a los niños este tipo de problema que normalmente no están acostumbrados a solucionar.

Se puede observar en las siguiente producción la respuesta dada por el niño permite enfatizar cómo los niños solucionan el problema sin haber comprendido el texto del problema.

4.- En una casa vive un hombre con 10 gatos, 5 pájaros y 13 perros. ¿Cuántos años tiene este hombre? no se

¿Qué dice el problema? En una casa vive un hombre con 10 gatos, 5 pájaros y 13 perros.

¿Cuál es la pregunta? ¿cuántos años tiene este hombre?

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? La pregunta

¿Cuándo estás resolviendo el problema, qué es lo que piensas? Restar

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? Restar

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? Resta

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? Con la Maestra

¿De qué otra manera se puede resolver el problema puede resolver de otra manera? no

## Resultados de la Evaluación Continua

En el presente trabajo, la evaluación de los resultados obtenidos durante la intervención fue continua mediante la elaboración de un portafolio o carpeta de evaluación grupal. Para evaluar la evolución del proceso de adquisición del pensamiento estratégico los indicadores fueron:

### Conocimiento

- **Comprensión del problema**, es el análisis que conduce a la identificación de la manera en que se puede llegar a la solución (comprensión del enunciado para representar el problema).

¿Qué dice el problema?

¿Cuál es la pregunta?

- **Concepción y ejecución de un plan, evaluación de los resultados**, es el conocimiento que permite al individuo elaborar y seguir un plan para solucionar el problema.

¿Qué hace para resolver un problema?

¿Cómo comprobar que la respuesta es correcta?

¿De qué otra manera se puede resolver el problema?

Autoreflexión del estudiante; es decir, el alumno verifica su propio proceso de solución de problemas matemáticos.

- **Algorítmico**, es el conocimiento que le permite realizar las operaciones para resolver el problema, así como hacer el cálculo correcto.

¿Cómo hacer la operación para obtener la solución?

Durante la intervención se presentaron diferentes tipos de problemas: cambio, combinación, comparación, igualación y sin solución, con la finalidad de promover los conceptos, habilidades y acciones establecidos en el plan de Estudios de la SEP (SEP, 1993), en el Fichero de actividades didácticas de matemáticas de tercer grado (SEP, 1993) y en el Libro para el Maestro. Dichos conceptos, habilidades y acciones son:

| <b>Conceptos</b>   | <b>Habilidades</b>  | <b>Acciones</b>  |
|--|---|--|
| <p>Adición y sustracción</p> <p>Resolución de problemas con número naturales</p> | <p>Cálculo</p> <p>Construcción de estrategias</p> <p>Acomodamiento de la información</p> <p>Construcción de estrategias de trabajo (trabajo en parejas)</p> | <p>Analizar información</p> <p>Operar con números</p> <p>Comenta sus estrategias de solución</p> <p>Verificar el resultado</p> |

Las siguientes imágenes son producciones de los niños antes, durante y después de la intervención, cuyo objetivo fue promover y desarrollar el uso de razonamiento estratégico para la solución de problemas aritméticos (adición y sustracción).

## Al inicio de la intervención

En la siguiente imagen se ilustra el tipo de respuesta de los niños cuando se les presentó un problema.

- En el salón de 4to B hay 28 niños. 13 hombres y el resto son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en el salón? no se

---

¿Qué dice el problema? En el salón de 4to B hay 28 niños. 13 hombres y las

¿Cuál es la pregunta? \_\_\_\_\_

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? \_\_\_\_\_

¿Cuándo estás resolviendo el problema, qué es lo que piensas? \_\_\_\_\_

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? \_\_\_\_\_

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? \_\_\_\_\_

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? \_\_\_\_\_

¿De qué otra manera se puede resolver el problema puede resolver de otra manera? \_\_\_\_\_

Como se observa en la imagen el alumno tuvo dificultades para llegar a la solución, no presenta una planeación, ni la ejecución de un algoritmo, simplemente da respuesta a una de las preguntas.

De acuerdo a Barberá (1997), los niños presentan varios tipos de errores, los más comunes se presentan en la planificación. En este caso, se observaron

dificultades en el reconocimiento y en el análisis de los elementos de un problema, no elaboraron posibles hipótesis; por ello les es difícil hacer una correcta ejecución.

En la imagen se puede corroborar que el alumno contestó sin hacer un análisis del problema; se puede suponer que hubo incomprensión del problema y, en consecuencia su respuesta no resuelve el problema.

En la siguiente producción, se observa que los niños sí recuperan datos y realizan una operación. Sin embargo, sus dificultades se presentan en el algoritmo. Tal como lo menciona Bermejo (1990), uno de los errores que presentan los niños al ejecutar el algoritmo incluye el desconocimiento de los aspectos sintácticos referidos a las reglas que dirigen la actuación del niño, en este caso se resta siempre, el menor número menor el mayor. Esto demuestra, lo que explica Rivière (1993), la causa de una ejecución incorrecta del algoritmo indica que el alumno no posee los conocimientos necesarios, por lo que en realidad no comprende la resta.

①

|  |
|--|
| <b>DATOS DE IDENTIFICACIÓN:</b><br>Nombre de los alumnos <i>Brenda Martina Casca Andrea Nayeli Mixtoca</i><br><i>GONZALEZ MIRAMONTES VANESSA VERGARA</i><br>Fecha <i>México D.F. martes 29 de Noviembre del 2006</i> |
|--|

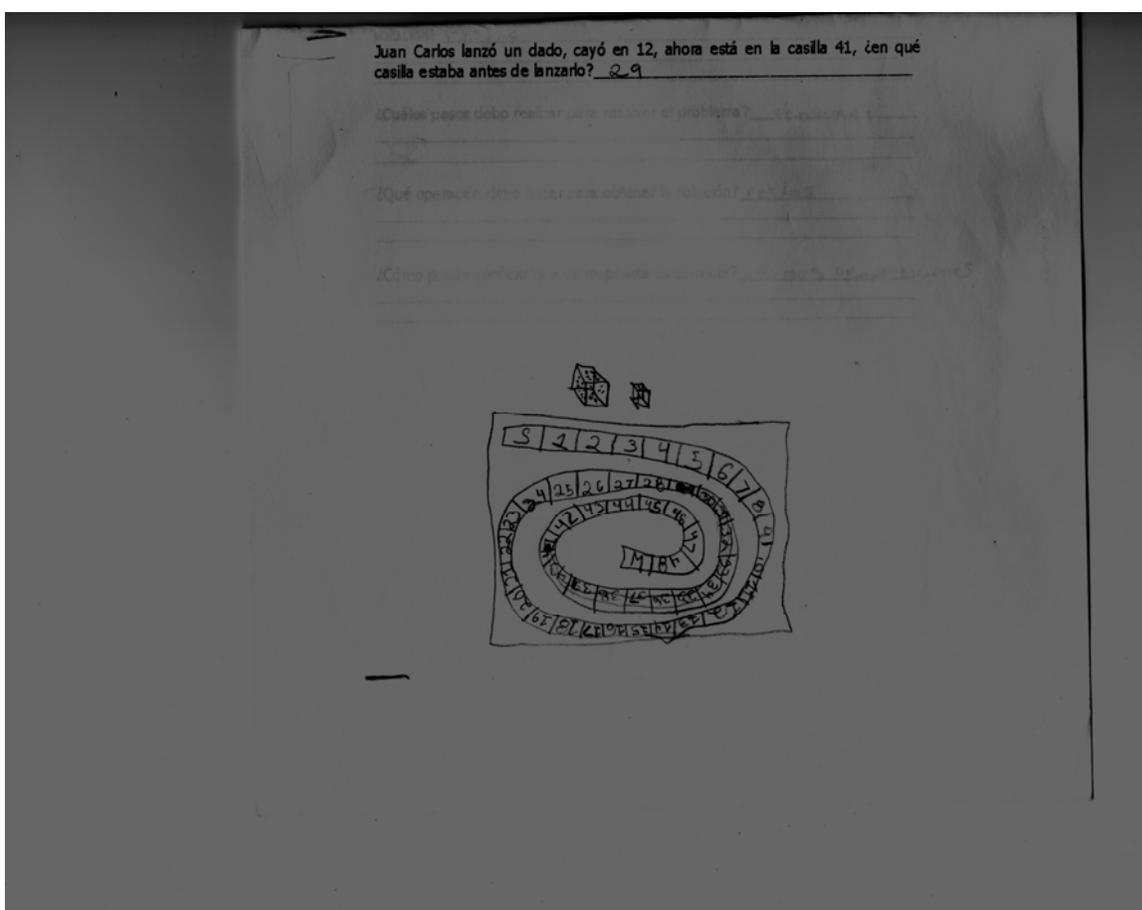
**Instrucciones:**  
A continuación se te muestra un problema matemático: léelo con tus compañeros con atención, resuélvelo en equipo y contesten las preguntas que se les pide, es muy importante que comenten como lo pueden resolver.

1.- En la granja del tío Juan, todas las mañanas, Carmen y su prima Sofía, ayudaban a recoger naranjas, Carmen recogió 182 naranjas. ¿Cuántas naranjas tuvo que recoger su prima Sofía para tener 326 naranjas? *264*

$$\begin{array}{r} - 326 \\ 182 \\ \hline 264 \end{array}$$

## Durante la intervención

Las siguientes imágenes dan cuenta de cómo se produjo avances en la ejecución de los niños, a lo largo de la intervención. Primero se partió de la importancia de comprender las variables que hay en los problemas matemáticos, una forma es la representación gráfica que el alumno puede hacer en el momento de leer comprender el problema.



Un claro ejemplo de la representación del problema mediante gráficos es esta producción de los niños en su trabajo en pareja. En las primeras sesiones de la intervención se les presentó problemas de cambio como en este ejemplo. Como se puede observar, los niños no realizaron ninguna operación, sin embargo, el

hacer la representación gráfica del problema les facilitó llegar a la respuesta correcta.

Posteriormente se retomó un ejercicio propuesto en el fichero actividades didácticas de matemáticas tercer grado de la SEP, (1993) con la finalidad de que los niños, a partir de un gráfico, contestaran una serie de preguntas.

**Instrucciones:**

A continuación se te muestra las tablas de lotería que están llenando Luis y Mónica obsérvalas y contesta las siguientes preguntas. Posteriormente en el recuadro describe que hiciste para resolver las preguntas correctamente.



Planilla de Luis      Planilla de Mónica

¿Cuántos frijoles caben en cada planilla?  
20 Frijoles.

¿Cuántos frijoles hay en la planilla de Luis?  
6 frijoles.

¿Cuántos frijoles le faltan para llenar su planilla?  
15 frijoles.

¿Cuántos frijoles hay en la planilla de Mónica?  
3 Frijoles.

¿Cuántos frijoles faltan en esa planilla?  
17 frijoles.

¿Cuántos frijoles hay en total en las dos planillas?  
8 en total

Como se observa en esta producción, algunos niños respondieron las preguntas correctamente, a partir de los gráficos. Se recomendó a los niños, durante la sesión, poner atención especial en la pregunta del problema; para ello, se les dijo, “tenemos que leer las instrucciones, además de las preguntas”.

Para que los niños reflexionaran sobre sus acciones al momento de ejecutar las tareas académicas, en este caso lo que habían realizado al resolver el ejercicio, se les presentó un recuadro con preguntas.

Describe qué hiciste para contestar las preguntas contando y leyendo y pensando

¿Cómo puedes comprobar que las respuestas son correctas? comprendiendo

¿Qué información tienes para contestar las preguntas? leyendo, pensando, resolviendo y entendiendo

Como se observa en la muestra, los niños tuvieron que reflexionar acerca de lo que hicieron al realizar el ejercicio; en primera instancia, en sus respuestas manifiestan que es necesario leer (decodificar), además comprender y, posteriormente, hacer un plan de acción; esto hace referencia a que cuando escriben, se requiere pensar para, posteriormente, resolver (ejecutar la tarea); así como contar haciendo la suma o la resta.

Una vez que se inicia con la reflexión de sus acciones al momento de solucionar problemas matemáticos, se inició con la presentación de problemas y

una serie de preguntas que les ayudará a darse cuenta de sus procedimientos en la resolución de problemas matemáticos. Con estas acciones se promueve que los niños, al resolver el problema, se hagan conscientes de dichas acciones que realizan para que de esta forma, adquirieran un conocimiento estratégico.

En la siguiente producción de los niños se puede observar cómo sólo se incluyen tres preguntas para facilitar el proceso de pensamiento estratégico, que es hacer conciente el proceso realizado o a realizar para resolver un problema.

**Instrucciones:**

A continuación se te muestra un problema matemático: léelo con tus compañeros con atención, resuélvelo en equipo y contesten las preguntas que se les pide, es muy importante que comenten como lo pueden resolver.

1.- La señora Conchita tenía ahorros. Su vecina le pagó \$ 122 que le debía. Ahora la señora Conchita tiene \$ 350. ¿Cuánto dinero tenía antes de que su vecina le pagara? 228



$$\begin{array}{r}
 350 \\
 - 122 \\
 \hline
 228 \\
 350
 \end{array}$$

¿Qué dice el problema? La señora conchita tenía ahorros de dinero

¿Cuál es la pregunta? Cuánto dinero tenía antes de que su vecina le pagara

¿Cuándo estás resolviendo el problema, qué haces para llegar a la solución? sumando

En esta producción se observa cómo los alumnos hacen una representación gráfica del problema lo que les permitió encontrar la relación entre las variables presentadas en el problema; con esto recuperaron los datos, eligieron la operación adecuada y la ejecutaron correctamente. También se puede

percibir que las preguntas les ayudaron a identificar la incógnita, además de considerar necesaria la comprobación del resultado obtenido. Lo que se puede concluir con este ejercicio es que los niños tienen conocimiento lingüístico y algorítmico, con lo cual les es posible iniciar con la reflexión de sus acciones, al momento de verificar que hacen al resolver el problema.

Una vez que los niños empezaron el proceso de reflexionar sus procedimientos en la resolución de problemas, se consideró pertinente presentar material concreto (tarjetas con números y signo), para que ellos realizaran, primero el algoritmo y que lo aplicaran a situaciones problemáticas de la vida cotidiana. Como lo menciona Godino (2000), la enseñanza de cualquier conocimiento matemático se debe ir construyendo por medio de la reflexión, involucrando a los niños activamente a hacer matemáticas y aplicarlas en su vida y contexto.

**Instrucciones:**  
 En equipo con las tarjetas que se les entregó con números (20 al 30) y signos (+, -, =) realicen una suma y una resta, resuélvanlas.

Suma

$$\begin{array}{r} 20 \\ +21 \\ \hline 41 \end{array}$$

Resta

$$\begin{array}{r} -30 \\ 26 \\ \hline 14 \end{array}$$

Ahora inventen y escriban un problema matemático que se pueda resolver con las operaciones que realizaron. Posteriormente contesten las preguntas del recuadro.

Problema de suma:

Andrea tiene 20 vacas Paco le regalo 21 vacas. Pregunta: ¿cuánto tiene en total? Andrea tiene en total 41 vacas.

Solución:

| Datos          | Operación   | Resultado |
|----------------|---|-----------|
| 20 v.<br>21 v. | $\begin{array}{r} 20 \\ +21 \\ \hline 41 \end{array}$ | 41 vacas  |



En esta producción se puede observar cómo los niños, a partir de sus conocimientos previos, en este caso los algoritmos de suma, resta y resolución problemas matemáticos, fueron capaces de aplicar el algoritmo en una situación específica esto es retoman los elementos que debe tener un problema.

Como lo mencionan diferentes autores, para que un problema sea matemático debe tener una información (datos numéricos), una información que se desconoce y que se quiere encontrar (incógnita) y los obstáculos. Esto último se refiere a las operaciones que deben realizarse para llegar a la respuesta correcta (Moces y Meyer cit en Luceño, 1999). La situación problemática que escribieron los niños presenta los elementos mencionados (datos, incognita y la operación que realizaron).

Además, en la resolución del problema por ellos planteado, realizaron un plan que recupera el uso de las estrategias aprendidas: la representación del problema (conocimiento lingüístico); ejecución correcta del algoritmo (conocimiento algorítmico); hacer un plan de acción para llegar a la solución (estratégico).

Durante la intervención y en la evaluación con portafolio, se encontró que varios niños tenían dificultades en la ejecución del algoritmo de sustracción, por lo que se consideró pertinente retomar un problema semejante al del libro de matemáticas de tercer año de la SEP, para trabajar el concepto de resta y el valor posicional de los números.

INSTRUCCIONES: Lean con atención los problemas, contesten las preguntas y resuélvanlos.

1.- Bernardo tiene ahorrado de sus domingos \$245, le presta a Sofía \$136.

¿cuánto le queda?

a) ¿De qué trata el problema?

De Bernardo y sofía

b) ¿Qué información necesito para resolver el problema?

Leer, escribir, comprender y ayudar.

c) ¿Cuáles la pregunta del problema?

¿Cuánto le queda?

d) ¿Con qué operación resuelvo el problema?

con una resta y legendo.

| Billetes \$ | Monedas \$     | Monedas \$   |
|-------------|----------------|--------------|
| 100<br>100  | 10 10<br>10 10 | 1 0 0 0<br>1 |

| Centenas | Decenas | Unidades |
|----------|---------|----------|
| 2        | 4       | 5        |
| 1        | 3       | 6        |
| 1        | 0       | 9        |

Representar el problema



Datos

245  
136

Operación

$$\begin{array}{r} 245 \\ -136 \\ \hline 109 \end{array}$$

R= \$109

e) ¿Cómo se que el resultado es correcto?

comprobando.

En estas producciones se puede observar cómo los niños resuelven los problemas mediante la consecución de varias fases. Como refieren algunos autores, la resolución de un problema es considerada una actividad que está

sujeta a fases o momentos, que el ser humano lleva a la práctica; la primera es comprender el problema, la segunda hacer un plan de acción, la tercera ejecutar el plan y, por último, verificar su resultado (Martí, 1999; Bransford y Stein, cit en Luceño, 1999 y Polya 1987).

Por otra parte, también se observa que los alumnos se apoyaron en la tabla que les permitió separar las unidades, centenas y decenas; ésta apoyo a realizar la resta correctamente; representaron primero las cantidades con objetos que, en este caso, fue dinero para poder después transformarlo en un lenguaje matemático (cantidades), con el apoyo de la tabla se les facilitó saber el valor posicional que ocupa cada cifra en una cantidad.

### **Al final de la intervención**

En la evaluación final se observa que los niños tienden a cometer menos errores además de haber aprendido a reflexionar sobre sus acciones en la resolución de problemas matemáticos. Es importante mencionar, como se dijo antes, que la enseñanza de las matemáticas debe ser orientada hacia la formación de habilidades para la resolución de problemas y el razonamiento matemático fundamentados en situaciones practicas (Ávila, y cols. 2004).

Por tal razón en el programa que se desarrolló para promover el razonamiento estratégico fue fundamental que los niños desarrollaran estrategias para la comprensión eficaz de un problema matemático; esta comprensión se dio en la medida en que los niños entienden las relaciones entre los elementos o datos que lo componen.

En las siguientes producciones de los niños se muestra cómo solucionan los diferentes tipos de problemas haciendo uso de un pensamiento estratégico.

INSTRUCCIONES: Lean con atención los problemas, contesten las preguntas y resuévalos.

1. La tía de Ana va cada semana al mercado a hacer las compras en esta ocasión ella lleva \$470. Esta vez, la tía de Ana se gastó \$385 en la despensa. ¿Cuánto dinero le quedó a la tía después de terminar las compras?

a) ¿Qué información necesito para resolver el problema?  
leer y entender y comprender

b) ¿Cuál es la pregunta del problema?  
Cuanto dinero le quedó a la tía después de terminar las compras

c) ¿Con qué operación resuelvo el problema?  
Con una resta

|   |  |   |
|---|--|---|
| Representar el problema   | Datos  | Operación   |
|  | $\begin{array}{r} 470 \\ - 385 \\ \hline 85 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 470 \\ + 995 \\ \hline 1465 \\ - 930 \\ \hline 535 \end{array}$ |
|   |  | R= <u>85</u>  |

d) ¿Cómo se que el resultado es correcto?  
con la comprobación

En esta producción de los niños podemos observar cómo resuelven el problema, las preguntas son una guía para la reflexión sobre cómo resuelven éste. Realizan ya la comprobación de su operación para verificar que su resultado sea correcto.

En las imágenes siguientes se puede verificar cómo los niños resuelven diferentes tipos de problema con estructura sintácticas variables (referente al tamaño del problema) y distintos niveles de complejidad gramatical de los enunciados, a partir de la comprensión, interpretación y toma de acciones (pensamiento estratégico).

INSTRUCCIONES: Lean con atención los problemas, contesten las preguntas y resuélvanlos.

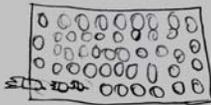
1.- Sofía y Carmen fueron el domingo pasado a la feria, jugaron tiro al blanco, Sofía tiró 3 dardos haciendo un total de 190 puntos, si el premio que ella quiere es de 250 puntos, ¿Cuánto puntos le faltaron para ganar el premio que ella desea?

a) ¿De qué trata el problema?  
de que en la feria Sofia gano 190 puntos.

b) ¿Qué información necesito para resolver el problema?  
Sumar lo que le falta a Sofia.

c) ¿Cuál es la pregunta del problema?  
¿cuantos puntos le faltan para ganar el premio que ella desea?

d) ¿Con qué operación resuelvo el problema?  
con sumar

|   |              |  |
|---|--------------|--|
| Representar el problema   | Datos        | Operación  |
|  | 190 y<br>250 | $\begin{array}{r} 190 \\ + 60 \\ \hline 250 \end{array}$ |
|   |              | R= 60 Puntos   |

e) ¿Cómo se que el resultado es correcto?  
por que lee y comprendo.

En este problema había datos que los niños no iban a utilizar, por lo que se requería discriminarlos. Se observa cómo al resolverlo, lo realizan por fases; realizan la representación, recuperan los datos y deciden que la operación que les ayudarán a lograr la solución; en este caso, era una resta; sin embargo, en el momento de preguntarles por qué realizaron una suma, ellos mencionaron que para comprobar si el resultado era correcto.

El objetivo de presentar a los niños diferentes tipos de problema es promover que el alumno desarrolle su capacidad de razonamiento, para enfrentarse crítica y eficazmente a situaciones nuevas e imprevistas. Un claro ejemplo fue cuando se les presentó problemas sin solución.

INSTRUCCIONES: Lean con atención los problemas, contesten las preguntas y resuévalos.

1.-Antonio tiene 4 lápices de color verde, 2 rojos y 1 azul. Pedro es amigo de Antonio. ¿Cuántos lápices tiene Pedro? No tiene solución.

a) ¿De qué trata el problema?  
De que Antonio tiene 4 lapices y Pedro no.

b) ¿Qué información necesito para resolver el problema?  
ninguna porque no tiene solución.

c) ¿Cuál es la pregunta del problema?  
Cuántos lapices tiene Pedro

d) ¿Con qué operación resuelvo el problema?  
quien sabe

representar el problema



Datos  
 4  
 y  
 2

Operación  
 ? 4  
 ? 3  
 -----  
 ninguno

R= no tiene solución.

e) ¿Cómo se que el resultado es correcto?  
no ay solucion por que no ay datos de Pedro.

En la imagen se observa la manera en que los niños, en el momento de solucionar y con las preguntas que guían sus acciones, realizan la traducción del problema, se apoyan de la representación gráfica para encontrar las relaciones y, se dan cuenta que los datos que le proporcionan la situación no les permite alcanzar la solución, o contradicen alguna de las condiciones dadas en el enunciado. Se observa que los niños planean, ejecutan y verifican sus respuestas teniendo menos errores al resolver el problema.

## Análisis de la evaluación académica final

Varios autores han encontrado que la enseñanza de estrategias en la resolución de problemas ayuda a disminuir los errores que presentan los niños al resolver éstos (Montague, 1992; García, 2002b; Paredes, 2002; Flores, Farfan y Ramírez; 2004).

A continuación se presentan varias producciones de los niños de la evaluación final.

**Instrucciones:**  
A continuación se te muestran diferentes problemas matemáticos; léelos con atención, resuélvelos y contesta las preguntas que se te piden, tus respuestas no se considerarán para la calificación de la boleta.

1.- Adolfo tenía \$305 pesos, su papá le da \$32 pesos más. ¿Cuánto dinero tiene ahora Adolfo?

¿De qué trata el problema? de que adolfo tenía \$305 pesos  
su papá le dio \$32 pesos.

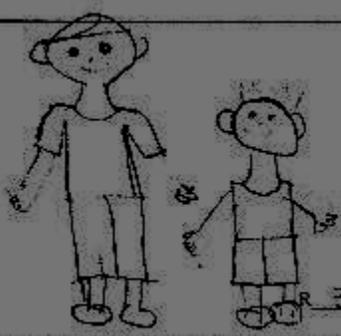
¿Cuál es la pregunta? Cuánto dinero tiene  
el papá ahora?

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? 305 pesos  
tiene adolfo

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? Leer con atención  
recibir los datos que se piden

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? Sumar

$$\begin{array}{r} 305 \\ + 32 \\ \hline 337 \end{array}$$



¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? En un  
compu. banco

Después de la intervención se puede observar la mejora en la resolución de problemas. En la imagen se observa cómo los niños comprenden el problema dando una respuesta acertada, además de llevar a cabo una serie de acciones

desde hacer una imagen, identificar la pregunta, llevar a cabo la operación y su verificación, así como contestar una serie de preguntas cuyas respuestas guían sus acciones.

Como se observa en la siguiente resolución del problema, el alumno tuvo una adecuada comprensión del mismo, identifica la pregunta, realiza la operación adecuada (en este caso resta) ya no se guía por la palabra “más”. Es decir posee un esquema o plan de solución donde apareció la aplicación directa del cálculo dando respuesta a la pregunta.

3.- José Luis tiene 87 estampas de futbolistas. Bernardo tiene 45 estampas.  
¿Cuántas estampas tiene más que Bernardo?

¿De qué trata el problema? de estampas  
bernardo Luis

¿Cuál es la pregunta? cuantos mas tiene  
Bernardo

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? la edad

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? Leer comprender  
der resolver Recuperar datos  
operación

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? resta

$$\begin{array}{r} 87 \\ -45 \\ \hline 42 \end{array}$$

R 42 estampas

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? sumando  
con los datos

La siguiente producción es de un problema de combinación. En la evaluación final se observó que el niño infiere las relaciones existentes en este tipo de problema, es decir hace un análisis del enunciado, recupera datos, realiza la operación adecuadamente y su comprobación, da respuesta a la pregunta referente a las acciones que realiza; finalmente, resuelve el problema correctamente.

2.- En el salón de 4to<sup>a</sup> hay 28 niños. 13 hombres y el resto son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en el salón? 15

¿De qué trata el problema? de niños de 4<sup>to</sup>

¿Cuál es la pregunta? cuántas mujeres hay en el salón

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? la cantidad de niños y niñas

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? Leer con atención los datos del problema, recuperar datos

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? resta



$$\begin{array}{r}
 +13 \\
 +15 \\
 \hline
 28 \\
 \hline
 15
 \end{array}$$

R. 15 mujeres

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? resta con los datos

Orrantia, Morán y García (1997) reconoce la importancia que tiene la representación mental en la adecuada resolución de problemas. Como se puede observar en la siguiente imagen, la solución es adecuada. El mismo niño hizo uso de representaciones como el dibujo, datos o cantidades que utilizó, para posteriormente elegir el tipo de ecuación o procedimiento necesario para la solución.

3.- Grecia tiene una bolsa con 42 cacahuates. Si se come 31 cacahuates, le quedaran los mismos que tiene Ivonne. ¿Cuántos cacahuates tiene Ivonne?

¿De qué trata el problema? de que Grecia tenia 42 cacahuates y se comio 31

¿Cuál es la pregunta? cuantos cacahuates tiene ivonne

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? datos

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? leen comprender y datos NUMERICOS

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? resta



| Dato | Resultado |
|------|-----------|
| 42   | 42        |
| 31   | -31       |
|      | 11        |

R/ 11 cacahuates

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? con el dibujo comprobando

Cabe señalar que el programa de intervención pretendió dar las ayudas necesarias en el proceso de resolución por medio de la enseñanza de estrategias; sin embargo cuando los niños se enfrentaron con los problemas que no tienen

solución (contradictorios), no se tuvo los mismos resultados que los otros tipos de problemas. La razón de una mayor dificultad para de terminar que no tiene solución es, sin duda, que los niños no están acostumbrados a resolver este tipo de problema.

Las siguientes dos imágenes muestran un avance de la solución de este tipo de problemas, la comprensión del texto para identificar la pregunta y qué datos tengo, es crucial para hacer un plan y ejecutarlo y, finalmente verificar lo que se realiza y dar respuesta al problema. Los niños representan el problema, recuperan datos, pero se dan cuenta que los datos no la dan la respuesta. Por lo que hace un análisis y responde al problema.

4.- En una casa vive un hombre con 10 gatos, 5 pájaros y 13 perros. ¿Cuántos años tiene este hombre?

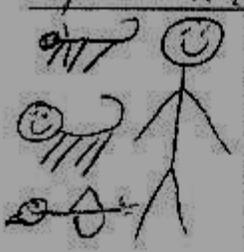
¿De qué trata el problema? de que en una casa vive un hombre con 10 gatos, 5 pájaros y 13 perros

¿Cuál es la pregunta? ¿cuántos años tiene este hombre?

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? pregunta y no datos

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? leyer, entender o hacer suma o resta

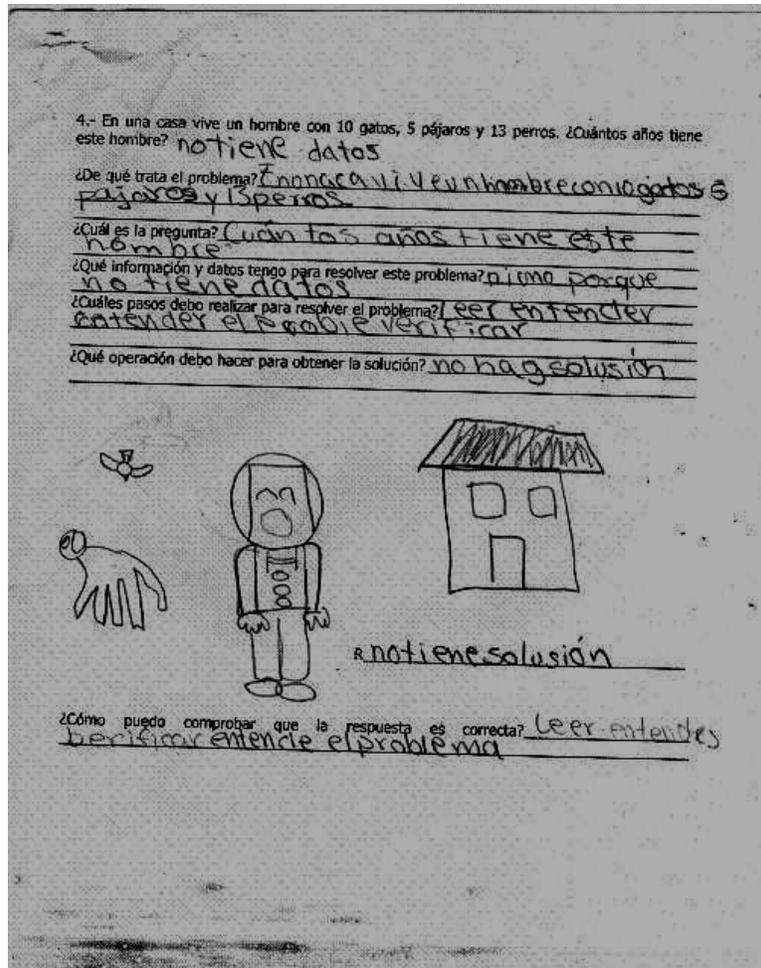
¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? suma o resta y leer bien para entender



|    |       |
|----|-------|
| 10 | 10    |
| 5  | + 5   |
| 13 | + 13  |
|    | ----- |
|    | 28    |

R Si no se puede por que dice un miles dice nada del señor

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? por que hice suma y resta



Es necesario seguir trabajando diferentes tipos de problemas junto con la enseñanza de estrategias, para que el alumno adquiera y desarrolle habilidades y construya aprendizajes con mayor significado.

Finalmente, se presentan los resultados del cuestionario aplicado al profesor sobre los beneficios del programa.

## Resultados del cuestionario aplicado al profesor

Al finalizar la intervención se aplicó un **cuestionario al profesor**. Esto con el objetivo de llevarlo a manifestar qué beneficios tuvo la aplicación del programa en el aprendizaje de los niños y también, para él como profesional de la educación. Los comentarios del profesor enfatizan que al final de la intervención:

### Los alumnos:

- Mostraron mayor disponibilidad para el aprendizaje de las matemáticas y en la resolución de problemas de suma, resta, multiplicación y división.
- Asimismo, son capaces de comprender lo que leen.
- Aprendieron a razonar mejor no sólo en matemáticas, sino en general.
- El trabajo en equipo favoreció a los niños que les cuesta trabajo aprender.
- Aprendieron a trabajar los niños con las niñas.

Por su parte la intervención contribuyó en los siguientes aspectos en la práctica del **profesor**:

- Cambiar la forma de trabajar algunas actividades con los niños para su aprendizaje.
- Conocer la importancia de usar diferentes tipos de problemas (tipología).
- Preguntar a los niños sus procedimientos cuando realizan alguna tarea o ejercicio.
- Respetar los diferentes tipos de procedimiento que utilizan los niños y, cuando no son correctos, guiarlos para llegar a la respuesta viable.

## CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos a partir de desarrollar un programa de intervención para niños de tercer grado de primaria de una escuela de participación social, cuyo objetivo fue promover y desarrollar el uso de estrategias para la solución de problemas, y la literatura revisada, me es posible concluir que los niños aprendieron a tener una mejor ejecución al resolver diferentes tipos de problemas (cambio, combinación, comparación, igualación y sin solución); además, ejecutaron tareas que hacen suponer la existencia de un pensamiento estratégico al momento de resolver los problemas, recuperan lo que varios autores mencionan, que para resolver un problema implica llevar a cabo una serie de pasos o fases: comprender el problema, hacer un plan de acción, ejecutar ese plan y, por último, verificar el resultado.

Considero importante mencionar que, en la evaluación diagnóstica, se observó que los niños cometen diferentes tipos de errores (tanto en la planeación, como en la ejecución y revisión), en su intento por resolver los problemas matemáticos. Algunos autores (Maza, 1989; De la Corte y Verschaffell, citado en Bermejo 1990;) refieren que estos errores cometidos en la ejecución del algoritmo y en su intento por representarlo, se presentan principalmente en la ejecución de sus procedimientos utilizados al resolver problemas. Sin embargo, la mayor dificultad de los alumnos, en la evaluación inicial quienes no solucionaron correctamente los problemas, fue la estructura semántica de los problemas a resolver. Ésta no se ajustó a la forma clásica de  $a+b=c$ , sobre todo, porque, según los datos de la entrevista con el profesor, no es frecuente que él plantee a sus alumnos diferentes tipos de problemas.

En los resultados obtenidos con el análisis estadístico se pudo corroborar que los niños tienen una mejor ejecución con los problemas de cambio y comparación; en contraparte, al enfrentar los problemas sin solución (expresiones

con apariencia de problema se tardaban más tiempo en percatarse de la no solución posible.

De acuerdo con estudios anteriores (Maza, 1989 y Bermejo, 1990), se han observado diferencias sistemáticas entre los niños respecto al nivel de ejecución de los distintos problemas. Tales diferencias dependen, según los autores, del tipo de estructura semántica de que se trate, del lugar que ocupe la incógnita en la ecuación, de cómo sea formulado el problema o del tipo de ayuda brindada. De esta forma, puede decirse que tanto el tipo de estructura semántica, como el lugar que ocupa la incógnita marcan una dificultad mayor o menor para que el niño pueda resolver un problema.

Por lo tanto, se considera que si la enseñanza de las matemáticas (conceptos y procedimientos) se hace por medio de la resolución de diferentes tipos problemas, que obligue al alumno a tomar decisiones, planificar y recurrir a un bagaje de conceptos y procedimientos adquiridos, se desarrolla un pensamiento estratégico; uno de los propósitos principales de los programas escolares consiste en conducir a los niños adquirir y desarrollar las habilidades intelectuales que les permitan actuar con eficacia en la solución de problemas en su vida cotidiana (SEP, 1993). Por tal razón, fue pertinente desarrollar en los alumnos estrategias concebidas como una serie de acciones realizadas de modo consciente y deliberado, producto de una reflexión previa, en el cual se involucra el procedimiento estratégico para la resolución de problemas.

Un aspecto positivo en el diseño del programa fue que las actividades planteadas requerían la participación activa (trabajo cooperativo) de los niños, quienes debían compartir los procedimientos utilizados en la realización de los problemas, con sus compañeros, su profesor y la instructora; además, cómo estos conocimientos les eran útiles para aplicarlos y resolver situaciones de la vida cotidiana.

En relación con esto, Baroody (1988) dice que el conocimiento matemático debe ser construido de forma activa aplicando la información aprendida a tareas cotidianas para que los niños encuentren relación y su aprendizaje sea significativo. Por ello, en las actividades se diseñaron para desarrollar el uso del pensamiento estratégico, se escogieron situaciones concretas (trabajar con dados, billetes, ir de compras) como vía para facilitar la resolución de diferentes tipos de problemas; en las actividades fue conveniente que los alumnos dispusieran de tiempo suficiente para pensar, dar solución o dar propuestas, utilizando libremente sus conocimientos y habilidades con estrategias propias y que además iba aprendiendo durante la intervención.

Por otro lado, promover que los niños trabajaran las actividades en pareja, les facilitó darse cuenta de sus errores y aciertos para realizar la tarea. De esta manera, quien era más hábil le explicaba a su compañero en qué parte o podría estar el error en su resolución y cómo podría llegar a una mejor solución. Como lo menciona Ovejero, (1990) el solucionar un problema matemático puede ser una tarea colectiva, gracias a este método se logra entender cómo solucionarlo correctamente.

Con la experiencia de este trabajo se puede decir que no todos los alumnos aprenden al mismo ritmo, hay niños que requieren de más tiempo para desarrollar sus habilidades. En este sentido, no se debe dejar de lado las características personales y psicológicas de los alumnos. Durante el desarrollo de la intervención, algunos alumnos presentaron actitudes negativas, tales como no querer hacer la actividad, el decir “no sé hacer nada” o bien distraerse constantemente, además de tener varias ausencias. En consecuencia, algunas de las actividades se modificaron y se rescató los gustos e inquietudes de los niños. Un ejemplo de esto fue, cuando ellos inventaron las situaciones de su vida cotidiana donde utilizaron las operaciones.

Con la evaluación continua durante la aplicación del programa, se pudo detectar qué actividades no eran las indicadas y cómo modificarlo; es importante ser flexible y estar abierto a cualquier modificación aun cuando se necesite cambiar el diseño del programa.

Durante el desarrollo del programa se estuvo en constante comunicación con el profesor para conocer el desempeño que los niños presentaban en el aula. El profesor comentaba que el programa les ayudaba a tener una mayor disponibilidad para el aprendizaje de las matemáticas y en resolver problemas de suma, resta, multiplicación y división, comprender lo que leen, razonar mejor no sólo en matemáticas, sino en general y el trabajar en equipo favorece a los niños que les cuesta trabajo aprender, también aprenden los niños a relacionarse con las niñas, ya que al inicio de la intervención sólo querían trabajar niños con niños y las niñas con las niñas. En relación con su función como docente, mencionó que el programa le facilitó cambiar la forma de trabajar algunas actividades con los niños para su aprendizaje.

En cuanto a la evaluación del programa, se puede resaltar la relevancia de haber realizado un análisis cuantitativo como cualitativo; con éstos se tuvo mayor cantidad de elementos para evaluar si el grupo tuvo un mejor desempeño al resolver el instrumento final, así como al final de la intervención.

En la evaluación cualitativa se pudo observar que los alumnos contaron con estrategias y habilidades para aplicarlas y resolver diferentes tipos de problemas matemáticos de adición y sustracción. Además, en su mayoría, los alumnos analizaron y tradujeron la información planteada a un lenguaje matemático, el cual les permitió resolver problemas mediante el uso de distintos procedimientos, así como verificar sus resultados para llevar a cabo la resolución.

De manera concisa, se puede concluir que el trabajo de intervención psicopedagógica proporcionó avances cualitativos en los alumnos., La mayoría de

ellos fue capaz de resolver diferente tipos de estructura semántica presente en los problemas, así como reflexionar sobre sus procedimientos y autoevaluarse, darse cuenta de sus errores cuando los cometían y de sus aciertos.

Otro aspecto que no se puede dejar de mencionar las limitantes de la intervención; el tiempo asignado a ésta porque el profesor ya tenía elaborado su plan de trabajo y fue difícil modificarla, por ello no se permitió trabajar por más de una o dos horas a la semana; además, él realizaba varias actividades durante la intervención como calificar tareas, salir del aula para arreglar asuntos de la cooperativa, esto no permitió que él se involucrara en las actividades de la intervención; otra limitante fue las constantes actividades solicitadas a los niños por la escuela dentro del horario pactado (hombres a la bandera, ensayos para diversos festivales); la falta de control de grupo en algunas sesiones por parte de la facilitadora, impedía un avance óptimo en el proceso de enseñanza-aprendizaje; también, es importante destacar que los niños a veces no cuentan con los materiales indispensables para poder trabajar.

Finalmente, es importante mencionar que, como psicólogos escolares, nuestra tarea es desarrollar estudios para tener mejor comprensión de los factores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje en cualquier contexto. Las tareas más relevantes en ese aspecto son evaluar, diseñar e intervenir a nivel individual y en grupo, para el mantenimiento de la estabilidad en el ámbito educativo, generar condiciones propicias para que se desarrolle un ambiente adecuado para el aprendizaje. Por lo tanto ayudar y apoyar tanto directivos, maestros, padres y alumnos estrategias para que se lleve a cabo de manera óptima el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos académicos.

Por otro lado, el psicólogo debe de realizar estudios sistemáticos, que le permitirá encontrar los problemas que enfrenta la educación y particularmente en la construcción de conocimientos.



## Referencias

- Alsina C., Burgués C., Fortuny J. y Giménez J., (1998). Enseñar matemáticas en la etapa 6–12, En: C. Alsina. *Enseñar Matemáticas*, España: Impriméis.
- Ávila, A.; Aguayo L. M.; Eudave, D.; Estrada, J. L.; Hermosillo, A.; Mendoza, J.; Saucedo, M. E. y Becerra, E. (2004). La reforma realizada. *La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas*. México: SEP.
- Balbuena, H., Block, D. y Carvajal, A. (1995). Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto. *Cero en conducta*. 40-41, 15-28.
- Barberá, E. (1997). Las estrategias en el área de matemáticas. En Monereo, C. (comp.) *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Aprendizaje Visor
- Barberá, G. y Gómez C. (2002). Las estrategias de aprendizaje en el área de matemáticas. En Monereo, F. (coord). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: A. Machado Libros, S. A.
- Bermejo, V. (1990). *El niño y la aritmética*. Barcelona: Paidós.
- Baroody, A. (1998). *El pensamiento matemático de los niños*. España: Ed. Aprendizaje Visor
- Chimil, M. A; Guzmán, T.; Villaseñor, P. y Cervantes R. (2005). *Reporte de detección de necesidades del contexto escolar. Escuela de Participación Social no. 5*. México: UNAM Psicología.
- Flores, R., Farfan, A. y Ramírez, C (2004). Enseñanza de una estrategia para la Solución de Problemas de Adición y Sustracción en Alumnos con problemas en el Aprendizaje de las matemáticas. *Revista mexicana de Psicología*, 21(2), 179-190
- García, M. J. (2002a). Resolución de problemas. En Abrantes, P. y Barba, C. (coord). *La resolución de problemas en matemáticas. Teoría y experiencias*. España: GRAÓ

- García, O. (2002b). *Estrategias para favorecer el aprendizaje de solución de problemas matemáticos de suma y resta*. Tesis de Maestría. México: UNAM, Psicología.
- Godino, J. (2000). Significado y comprensión de los conceptos matemáticos. *Revista didáctica de las matemáticas*. 25 77-87
- Hahn C. (1999). Relacionar la enseñanza de las matemáticas con el mundo extra escolar. *Revista didáctica de las matemáticas*, 19, 23-36
- Hernández, F. y Soriano, E. (1999). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: La Muralla.
- Johnson, N.C. & Rose, L.M. (1997). *Portfolios. Claryfing, constructing and enhancing*. Pensylvania: Technomic Publishing Co, Inc.
- Jhonson, D. Johnson R. (1989) Cooperative Learning in Mathematics Educación, en: *New Directions for Elementary School Mathematic*. Year book of National Council of teachers of Mathematics (NCTM), Trafton, (ed), pp 234-245. Reston, VA, NCTM.
- Kaplan, G., Yamamoto, T. y Ginsburg, P., (1997). La enseñanza de conceptos matemáticos. En Resnick, B. y Klopfer, E. *Curriculo y cognición*. Buenos Aires: Aique.
- Labarrere, A. F. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Luceño, J.L. (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula*. Granada: Aljibe.
- Martí, E. (1999). Metacognición y estrategias de aprendizaje. En Pozo. J. y Monereo, C. (coord). *El Aprendizaje estratégico*. España: Santillana
- Maza, G. C. (1989). *Sumar y restar: el proceso de enseñanza y aprendizaje de la suma y la resta*. Madrid: Visor.

- Mayer, R. (1986), *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.
- Monereo, C. (coord). (2001). *Ser estratégico y autónomo aprendiendo. Unidades didácticas de enseñanza estratégica para la ESO*. Barcelona: GRAÓ.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities* 25, 230-248.
- Nieto, M. (1987). *¿Por qué hay niños que no aprenden?* México: Prensa Médica Mexicana.
- Orrantía, J. Morán, M. y García, A. (1997). Evaluación y Zona de Desarrollo Próximo: una aplicación a conocimientos procedimentales. *Cultura y Educación*. 6/7, 39-56.
- Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Ovejero, B. A. (1990). *El aprendizaje cooperativo: una alternativa eficaz a la enseñanza tradicional*. Barcelona: PPU.
- Paredes, D. H. (2002). *La comprensión del texto de problemas matemáticos de suma y resta. Una intervención con niños de quinto grado de primaria*. Tesis de Maestría. México: UNAM, Psicología.
- Pérez, E. (1999). La solución de problemas en matemáticas. En Pozo. J. (coord). *La solución de problemas*. México: Aula XXI/Santillana.
- Podall, M. y Comellas, M. (1996). *Estrategias de aprendizaje su aplicación en las áreas verbal y matemáticas*. Barcelona: Laertes.
- Polya, G. (1987). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pozo, J. (1990). Estrategias de Aprendizaje. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Eds.) *Desarrollo Psicológico y Educación II*, (pp. 199-224). Madrid: Alianza.
- Pozo, J. I. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas*. Barcelona: Paidós.

Rivière, A., (1993). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En A. Marchesi, Palacios, J. y C. Coll. *Desarrollo psicológico y educación III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar*. Madrid: Alianza.

SEP (1993). *Plan y programas de estudio*. Primaria. México: SEP.

Vaggetti, M. S. (1997). El aprendizaje sociocultural de las matemáticas: el diseño y uso de mediadores instrumentales sociales. *Fundación Infancia y aprendizaje. Hacia un currículum: la vigencia de Vygotsky en la educación*. (pp. 77-89). Madrid.

# ANEXOS

**ANEXO 1**  
**CUESTIONARIO PARA ALUMNOS SOBRE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**  
**MATEMÁTICOS**

|   |
|---|
| <b>DATOS DE IDENTIFICACIÓN:</b><br>Nombre del alumno (a) _____<br>Grado: _____ Grupo: _____<br>Fecha de aplicación: _____ |
|---|

**Instrucciones:** Lee con atención las siguientes preguntas y contéstalas.

1.- ¿A ti te gustan las matemáticas? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2.- ¿Qué son las matemáticas?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3.- ¿Qué es un problema matemático?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4.- ¿Para qué sirve resolver un problema matemático?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

5.- ¿Cómo resuelves los problemas matemáticos?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

6.- ¿Qué necesitas saber para resolver un problema matemático?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

7.- ¿Qué tienen los problemas matemáticos?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

8.- ¿Por qué un problema lo consideras matemático?

---

---

---

---

9.- ¿Qué haces para resolver un problema matemático?

---

---

---

---

10.- Inventa un problema matemático

---

---

---

---

ANEXO 2  
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE PSICOLOGÍA**

**EVALUACIÓN DIAGNOSTICA PARA TERCER GRADO**

**DATOS DE IDENTIFICACIÓN:**

Nombre del alumno (a) \_\_\_\_\_

Sexo: \_\_\_\_\_ Edad: \_\_\_\_\_

Fecha de aplicación: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

A continuación se te muestran diferentes problemas matemáticos: léelos con atención, resuélvelos y contesta las preguntas que se te piden, tus respuestas no se considerarán para la calificación de la boleta.

1.- Adolfo tenía \$305 pesos, su papá le dió \$32 pesos más. ¿Cuánto dinero tiene ahora Adolfo?

¿De qué trata el problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cuál es la pregunta? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué información y datos tengo para resolver este problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cuáles pasos debo realizar para resolver el problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué operación debo hacer para obtener la solución? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

R= \_\_\_\_\_

¿Cómo puedo comprobar que la respuesta es correcta? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2.- Mario compró 39 paletas "Payaso" para su fiesta de cumpleaños y su hermano compró 28. ¿Cuántas paletas compraron entre los dos?

3.- José Luís tiene 87 estampas de futbolistas. Bernardo tiene 45 estampas. ¿Cuántas estampas tiene más que Bernardo?

4.- Armando tiene 114 caramelos que le dieron al pedir "Calaverita". Pedro tiene 13 caramelos más que Armando. ¿Cuántos caramelos tiene Pedro más que Armando?

5.- El hermano de Ernesto tiene guardado \$95 pesos. Ernesto tiene \$87. ¿Cuántos pesos le tiene que dar a Ernesto para tener el mismo dinero que su hermano?

6.- Mariana tiene 14 muñecas "Barbie", le dio 8 a su hermana Claudia. ¿Cuántas muñecas le quedan ahora Mariana?

7.- En el salón de 4to B hay 28 niños. 13 hombres y el resto son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en el salón?

8.- Grecia tiene una bolsa con 42 cacahuates. Si se come 31 cacahuates, le quedarán los mismos que tiene Ivonne. ¿Cuántos cacahuates tiene Ivonne?

9.- En una casa vive un hombre con 10 gatos, 5 pájaros y 13 perros. ¿Cuántos años tiene este hombre?

Nota. Todos los problemas se les presentaron con preguntas como las del problema 1