



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**ANÁLISIS Y PROYECCIÓN DE LOS SEGUROS
TRADICIONALES A LARGO PLAZO MEDIANTE
SIMULACIÓN MONTE CARLO DE UN MODELO
DINÁMICO PARA MEDIR SUFICIENCIA**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIA

P R E S E N T A:

ARELI CAMPUZANO PABLO



**DIRECTOR DE TESIS:
ACT. JORGE OTILIO AVENDAÑO ESTRADA
2013**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del jurado

<p>1. Datos del alumno Campuzano Pablo Areli 59 78 74 27 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Actuaría 300178027</p>
<p>2. Datos del tutor Act Jorge Otilio Avendaño Estrada</p>
<p>3. Datos del sinodal 1 M. en A. O. Oscar Aranda Martínez</p>
<p>4. Datos del sinodal 2 Act. José Fernando Soriano Flores</p>
<p>5. Datos del sinodal 3 Act. Agustín Peralta Cuellar</p>
<p>6. Datos del sinodal 4 Act. José Luis López Escorcía</p>
<p>7. Datos del trabajo escrito Análisis y proyección de los seguros tradicionales a largo plazo mediante simulación Monte Carlo de un modelo dinámico para medir suficiencia 80 p. 2013</p>

AGRADECIMIENTOS

Me quede sin palabras al llegar a este momento, lo imagine en el transcurso del camino hacia aquí muchas veces y simplemente quería agradecerles de una forma maravillosa el esfuerzo que cada uno de ustedes hizo conmigo para ayudarme a lograrlo, para ayudarme a estar aquí hoy cerrando uno de los capítulos más bellos que la vida me ha otorgado y dado el placer de vivir, quiero compartir este momento y agradecerles formen parte de este ciclo, por eso te digo a ti...

Mamá: Eres una mujer extraordinaria, quien me da la fuerza para seguir caminando simplemente por ser tú y de quien he aprendido a no darme por vencida, gracias por darme la vida y enseñarme a caminar.

Papá: Seguramente en algún lugar del universo me estarás escuchando, la nobleza y paciencia que tuviste durante tu vida a mi lado son unos de los valores más hermosos que me toca aprender de ti, gracias por lo que fuiste y representaste en mi vida.

Suni: Mi compañera de vida, simplemente mi cómplice de juegos y de risas, gracias por crecer conmigo y por compartir tantos recuerdos de una bonita niñez.

Ernes: Sin duda representas fortaleza en mi vida, eres valiente y es admirable la forma en que sales adelante día a día.

José: Me enseñaste que podía alcanzar una meta y lograrlo, que podía hacerlo como tú lo hiciste.

Mary: Gracias por tus cuidados desde que era niña, por reír y jugar conmigo, la dedicación y el empeño que has puesto en obtener las cosas me enseñan que todo es posible.

Julio: Eres un hombre que admiro, por la coherencia con la que siempre has llevado tu vida y porque has aprendido de cada obstáculo que la vida puso en tu camino, eres el hombre que más admiro en mi vida.

Rosa: Tu alegría y la forma en que disfrutas cada día me enseñan que un día si puede ser extraordinario solo con desearlo, gracias por cuidarme y consentirme cuando niña.

A quienes siempre serán mis niños: Jair por tu enorme nobleza y sorprendente madurez, Dan por tu gran energía y alegría, Stephanie por ser una personita llena de luz y linda en muchos sentidos, Elena por tus hermosas risas que nos enseñan a vivir, Sule y Ulises por su encanto de niños.

A mis amigos: Lizeth, Adriana, Karla y Marco, por los años en los que compartimos una etapa en la que crecimos y aprendimos juntos, una de las más bonitas de mi vida. Rocío y Lulú por los días en que compartimos el mismo sueño y nos apoyamos de muchas formas para lograrlo. Yadira por las horas y horas de biblioteca, por ser una mujer leal y con una gran fuerza para conseguir tus sueños. Diana por el enorme valor que le das a tu vida y la sensibilidad para comprender a los demás.

J. Carlos Rascón, entraste en el momento perfecto a mi vida...

Sé que existen sueños que a veces una cree que son imposibles, sin embargo contigo he aprendido que cualquiera es posible, y lo sé porque formas parte de uno de los más importantes de mi vida, y es, compartir camino con la persona que amas. Admiro la inteligencia y dedicación que posees para ir construyendo sueños y por ello te digo gracias por el empeño y esfuerzo que pusiste para que también yo lo lograra, gracias por ser el hombre de mi vida.

Gracias Dios por cada persona que forma parte de mi vida, gracias Dios por cada cualidad que me has dado, gracias Dios por cada día vivido.

Gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme ser parte de una de las universidades más importantes del mundo.

ÍNDICE

1. Introducción y objetivos	1
2. Conceptos básicos y normatividad	3
2.1 DEFINICIÓN DE CONCEPTOS BÁSICOS DE SEGUROS	3
2.2 TIPOS DE SEGUROS: COBERTURAS BÁSICA Y ADICIONAL	6
2.3 MARCO REGULATORIO GENERAL.....	7
2.3.1 Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros	7
2.3.2 Ley Sobre el Contrato del Seguro	7
2.3.3 Circular Única de Seguros	7
2.3.4 Contrato de seguro	8
2.4 PROCEDIMIENTO Y DOCUMENTOS DE REGISTRO DE PRODUCTO.....	8
2.4.1 NOTA TÉCNICA.....	8
2.4.2 Documentación Contractual.....	9
2.4.3 Análisis de Congruencia	9
2.4.4 Dictamen Jurídico	9
3. PROCEDIMIENTO DE LOS ELEMENTOS DEL SEGURO DE VIDA.....	9
3.1 ESTÁNDARES DE PRÁCTICA ACTUARIAL.....	9
3.2 TABLA DE MORTALIDAD	10
3.3 PRIMA DE RIESGO.....	11
3.3.1 Prima neta única.....	12
3.3.2 Anualidad.....	12
3.3.3 Prima Neta Nivelada.....	14
3.4 PRIMA DE TARIFA	14
3.5 RESERVA MATEMÁTICA.....	15
3.5.1 Método de Fackler	16
3.5.2 Método retrospectivo	16
3.5.3 Método prospectivo	17
3.6 RESERVA MÍNIMA.....	18
3.7 RESCATE	19
4. MODELO DE RENTABILIDAD.....	20
4.1 ELEMENTOS DEL MODELO DE RENTABILIDAD	21
4.2 CONSTRUCCIÓN DEL MODELO	22
4.3 MEDIDAS DE RENTABILIDAD	23
4.3.1 Valor Presente Neto (VPN).....	24
4.3.2 Tasa Interna de Retorno (TIR)	24
4.3.3 Margen de Utilidad	25
4.3.4 Año de Recuperación.....	25
5. Modelo de Simulación Monte Carlo utilizando Crystal Ball	25
5.1 CONCEPTOS BÁSICOS PARA SIMULACIÓN MONTE CARLO	26
5.2 DESARROLLO DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SIMULACIÓN MONTE CARLO EN EL MODELO DE RENTABILIDAD MEDIANTE EL PROGRAMA CRYSTAL BALL	30

5.3	PROCEDIMIENTO DE SIMULACIÓN MONTE CARLO EN CRYSTAL BALL	30
6.	Ejemplo aplicativo	36
6.1	CÁLCULO TÉCNICO DEL EJEMPLO DE SEGURO.....	37
6.2	DESARROLLO DEL MODELO DE RENTABILIDAD	50
6.3	APLICACIÓN DE SIMULACIÓN MONTE CARLO AL MODELO DE RENTABILIDAD MEDIANTE CRYSTAL BALL	58
6.4	ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS.....	64
7.	Conclusiones	73
8.	Bibliografía	75

1. Introducción y objetivos

El análisis de rentabilidad de un seguro de vida a largo plazo es el tema sobre el cual se desarrolla el presente trabajo. Intentar predecir cuánto se obtendrá de ganancia, a partir de qué momento o inclusive si el proyecto puede traer pérdidas, son dudas a resolver ante la presencia de un nuevo proyecto, para las compañías de seguros existen las mismas dudas a resolver con sus productos de seguros, actualmente el mercado asegurador a crecido y los clientes de las compañías de seguros exigen precios accesibles y productos de seguros competitivos, esto ha hecho que la competitividad entre compañías de seguros sea mayor, pero las compañías aseguradoras no solo se encuentran ante la necesidad de ofrecer un producto de seguro a precio accesible, si no que, también necesitan que sea costeable para poder hacer frente a sus propios gastos y a los siniestros que ocurran durante el tiempo de vida del seguro, es decir, necesita saber si la prima de seguro del producto que pretende lanzar al mercado puede hacer frente a sus necesidades y a las del cliente, por lo que el actuario encargado de esta labor tendrá que realizar un análisis de éstas necesidades, para ello el presente trabajo presenta herramientas que podrá utilizar para dar respuesta a las preguntas planteadas y poder tomar una decisión acerca de la prima de seguro que se pretende lanzar al mercado.

El análisis del producto de seguros se logra mediante un modelo de rentabilidad, que permite determinar durante la etapa del diseño del producto de seguro si éste es rentable, la ganancia que se podrá obtener, a partir de qué año es rentable o si traerá pérdida a la compañía aseguradora, es decir, es un modelo con el cual se puede hacer una análisis de sensibilidad ante los cambios que existen en torno al seguro, como son: cambios en las tasa de mortalidad, tasas de cancelación, los gastos de la compañía, comisiones pagadas a agentes, tasas de inversión etc.

Para el desarrollo del modelo de rentabilidad es importante tener definidos previamente, los cálculos actuariales que integran el seguro de vida como son: la prima de riesgo, prima de tarifa, reserva matemática, reserva mínima y valor de rescate, por ello este trabajo muestran el desarrollo de estos cálculos en los primeros apartados del mismo. Posteriormente el modelo de rentabilidad considera en su desarrollo a las variables de entrada o variables input, éstas variables se constituyen mediante la experiencia y necesidades de la empresa, y son aquellas que representan y miden los cambios existentes en la compañía y el mercado asegurador influyendo en las ganancias o pérdidas del producto de seguro, como son: los gastos de administración, gastos de adquisición, tasas de caducidad, tasas de mortalidad y las tasas de inversión esperada. Con los cálculos actuariales y las variables input se construye el modelo que dará a conocer las entradas y salidas de dinero que la compañía tendrá del producto de seguros, mediante la obtención de las medidas de rentabilidad: Valor Presente Neto, la Tasa Interna de Retorno, el Margen de Utilidad y el Año de recuperación. El modelo de rentabilidad es un modelo dinámico que muestra cambios en los valores de las variables de rentabilidad o variables de salida por cada cambio en el valor de cualquiera de las variables input, obteniendo entonces un escenario distinto por cada movimiento dado, lo que permite conocer que pasaría en la rentabilidad del seguro en caso de que alguna variable de entrada fuese distinta a la inicialmente planteada si la rentabilidad es positiva o negativa.

Para lograr un análisis más amplio es necesario conocer el mayor número de escenarios posibles, por lo que el modelo de rentabilidad se complementa utilizando un programa de simulación y pronóstico de escenarios llamado Crystal Ball, que simula aleatoriamente el valor de cada variable input dentro de un rango posible de movilidad y guarda el valor de VPN, TIR, Margen de utilidad y año de recuperación de cada escenario resultante en cada simulación hecha. La simulación de los n escenarios derivados de la combinación aleatoria de los valores de una variable con otra, utiliza como herramienta básica el método Monte Carlo. Para cada variable input se elige una distribución de probabilidad que más se apegue a su comportamiento y se determina el rango de movilidad. El programa tomará aleatoriamente un valor dentro del rango elegido de movilidad de cada variable input y con esa serie de valores en las variables

input el modelo de rentabilidad calculara los valores de variables de salida y el programa guardará los resultados del escenario calculado, este procedimiento se realiza un n número de veces, donde n debe ser un número grande para tener una mejor aproximación de los resultados.

Una vez calculados los n escenarios, son guardados y presentados mediante un gráfico de frecuencia, permitiendo analizar cada medida de rentabilidad de VPN, TIR, Margen de utilidad y año de recuperación, ya que el gráfico de distribución, para cada variable, presenta estadísticas como la probabilidad de obtener un valor deseado, el valor medio, el valor máximo, el valor mínimo, etc., además permite conocer mediante gráficos de sensibilidad el porcentaje de contribución positivo o negativo que tienen las variables input al valor de cada variable de salida, aquellas variables de entrada que más afectan a la medida de rentabilidad, que variables no contribuyen y cuáles contribuyen de forma negativa al resultado. El programa también mostrará resultados estadísticos como la media, desviación estándar, asimetría, curtosis, coeficiente de variabilidad, valor máximo, valor mínimo, rango y error estándar de la media, que en conjunto con los gráficos, constituyen un conjunto de resultados que hacen posible analizar el comportamiento de las medidas de rentabilidad de acuerdo a los cambios en las variables input y permitiendo saber si la prima de seguro que inicialmente se eligió es suficiente para hacer frente ante los cambios de dichas variables, es decir, en el desarrollo de éste trabajo se muestra una herramienta que ayudará a tomar una decisión optima para la empresa aseguradora acerca de la suficiencia de la prima de seguro para hacer frente a los cambios existentes en torno al producto de seguro y poder conocer la rentabilidad o pérdida que traerá el producto de seguro a la compañía.

2. Conceptos básicos y normatividad

2.1 Definición de conceptos básicos de seguros

Para comprender el manejo de los seguros de vida, es importante conocer el lenguaje comúnmente utilizado en el sector asegurador, por lo que los siguientes párrafos contienen la definición de los conceptos que son clave para lograr un mayor entendimiento y comprensión del mismo.

Seguro: Institución que garantiza un sustitutivo al afectado por un riesgo, mediante el reparto del daño entre un elevado número de personas amenazadas por el mismo peligro. En general es considerado como una actividad económica-financiera que presta el servicio de transformación de los riesgos de diversa naturaleza a que están sometidos los patrimonios, en un gasto periódico presupuestable, que puede ser soportado fácilmente por cada unidad patrimonial.

Seguro de Vida: Es un seguro de personas en el que el pago por el asegurador de la cantidad estipulada en el contrato se hace depender del fallecimiento o supervivencia del asegurado en una época determinada.

En esencia hay dos modalidades principales de seguro de vida.

Seguro en caso de muerte: el beneficiario recibirá el capital estipulado cuando se produzca el fallecimiento del asegurado.

Seguro en caso de vida: el beneficiario percibirá el capital si el asegurado vive en una fecha determinada.

Asegurado: Es la persona que en sí misma o en sus bienes o intereses económicos está expuesta al riesgo. En vida el asegurado es la persona cuya vida se garantiza, quien suscribe la póliza con la entidad aseguradora, comprometiéndose al pago de las primas estipuladas y teniendo derecho al cobro de las indemnizaciones que se produzcan a consecuencia de siniestro o bien designar a quien cobrará dichas indemnizaciones (beneficiario).

Contratante. Persona que suscribe con una entidad aseguradora una póliza o contrato de seguro. Generalmente es la misma que el Asegurado.

Beneficiario. Persona designada en la póliza por el asegurado o contratante como titular de los derechos indemnizatorios que en dicho documento se establecen. Su designación puede ser expresa o tácita.

Aseguradora: Nombre con que se designa, en general, a la empresa o sociedad dedicada a la práctica del seguro. Las características esenciales de las compañías aseguradoras son las siguientes.

La empresa aseguradora debe dedicarse con carácter exclusivo a la práctica de operaciones de seguros o de actividades con ella relacionadas o auxiliares, como el reaseguro y la inversión de su patrimonio.

Sometimiento a normas de vigilancia oficial. El carácter social público de la actividad aseguradora y sistema de adhesión con que se contratan las pólizas, exigen una vigilancia especial de dicha actividad, ejercida por organismos oficiales especializados, de modo que, en general toda actividad de la empresa aseguradora este sometida a medidas de fiscalización y control técnico, económico y financiero.

Operaciones en masa. Las entidades de seguros tratan de conseguir el mayor número posible de clientes, puesto que cuantas más operaciones logren, tanto más amplia será la diversidad de riesgos alcanzada y mejor el servicio de compensación de riesgos a sus asegurados.

Riesgo: Combinación de la probabilidad de ocurrencia en un suceso y sus consecuencias. Puede tener carácter negativo (en caso de ocurrir se producen pérdidas) o positivo (en caso

de ocurrir se producen ganancias). En la terminología aseguradora, se emplea este concepto para expresar indistintamente dos ideas diferentes, de un lado riesgo como objeto asegurado, de otro, riesgo como posible ocurrencia por azar de un acontecimiento que produce una necesidad económica y cuya aparición real o existencia se previene y garantiza en la póliza y obliga al asegurador a efectuar la prestación, normalmente llamada indemnización, que le corresponde.

Los caracteres esenciales para que un riesgo sea cubierto son los siguientes:

Incierto o aleatorio.

Sobre el riesgo ha de haber una relativa incertidumbre, pues el conocimiento de su existencia real haría desaparecer la aleatoriedad, principio básico del seguro. Esa incertidumbre no sólo se materializa de la forma normal en que generalmente es considerada (ocurrirá o no ocurrirá), sino que en algunas ocasiones se conoce con certeza que ocurrirá, pero se ignora cuándo. Así en el seguro de vida entera, la aseguradora ha de satisfacer inexorablemente la indemnización asegurada, aunque el principio de incertidumbre del riesgo no se desvirtúa por ello, pues se desconoce la fecha exacta en que se producirá el fallecimiento del asegurado, y las primas que este haya de satisfacer (generalmente de forma vitalicia) podrán ser incluso superiores al capital que en su momento perciban sus herederos o beneficiarios.

Posible.

Ha de existir posibilidad de riesgo, es decir, el siniestro cuyo acaecimiento se protege con la póliza debe poder suceder.

Concreto.

El riesgo ha de ser analizado y valorado por la aseguradora en dos aspectos, cualitativo y cuantitativo, antes de proceder a asumirlo.

Lícito.

El riesgo que se asegure no ha de ir, según se establece en la legislación de todos los países, contra las reglas morales o de orden ni en perjuicio de terceros, pues de ser así, la póliza que lo protegiese sería nula automáticamente.

Fortuito.

El riesgo debe provenir de un acto o acontecimiento ajeno a la voluntad humana de producirlo.

Contenido económico.

La realización del riesgo ha de producir una necesidad económica que se satisface con la indemnización correspondiente.

Prima de riesgo o Prima pura: Aportación económica que ha de satisfacer el contratante o asegurado a la entidad aseguradora en concepto de contraprestación por la cobertura de riesgo que este le ofrece. Desde un punto de vista jurídico, es el elemento real más importante del contrato de seguro, porque su naturaleza, constitución y finalidad lo hacen ser esencial y típico de dicho contrato. Desde el punto de vista técnico es el coste de la probabilidad media teórica de que haya siniestro de una determinada clase.

Prima de Tarifa: Es la prima de riesgo agravada con una serie de recargos por gastos de administración, adquisición más el margen de utilidad y que finalmente es la que cobrará la aseguradora al asegurado por cubrir el riesgo.

Gastos de administración. Son los relativos a la suscripción, emisión, cobranza, administración, control y cualquier otra función necesaria para el manejo operativo de una cartera de seguros.

Gastos de adquisición. Son los relacionados con la promoción y venta de los seguros que incluyen comisiones a intermediarios, bonos y otros gastos comprendidos dentro de este rubro.

Margen de utilidad: Es la contribución marginal a la utilidad bruta general, que se haya definido para el ramo y tipo de seguro en cuestión.

Suma Asegurada: Valor atribuido por el titular de un contrato de seguro a los bienes cubiertos por una póliza y cuyo importe es la cantidad máxima que está obligado a pagar el asegurador, en caso de siniestro.

Contrato de adhesión. Aquel cuyas cláusulas las fija una de las partes, y la otra las acepta. El contrato de seguro es un contrato de Adhesión.

Contrato de seguro. Es el documento o póliza suscrito con una entidad de seguros en el que se establecen las normas que han de regular la relación contractual de aseguramiento entre ambas partes (asegurador y asegurado), especificando sus derechos y obligaciones respectivos. Desde un punto de vista legal, es aquel por el que el asegurador se obliga, mediante el cobro de una prima y para el caso de que se produzca el evento cuyo riesgo es objeto de cobertura, a indemnizar, dentro de los límites pactados, el daño producido al asegurado, o a satisfacer un capital, una renta y otras prestaciones convenidas. Este contrato se caracteriza por ser, fundamentalmente, consensual, bilateral, aleatorio, oneroso, de adhesión y por estar basado en la buena fe. Este documento está integrado por las Condiciones Generales, la Póliza, la solicitud de seguro y Endosos.

Póliza. Documento que instrumenta el contrato de seguro, en el que se reflejan las normas que de forma general, particular o especial regulan las relaciones contractuales convenidas entre el asegurador y el asegurado. Es un documento cuya inexistencia afectaría a la propia vida del seguro, ya que sólo cuando ha sido emitido y aceptado por ambas partes se puede decir que han nacido los derechos y obligaciones que del mismo se derivan.

Condiciones Generales. Son el conjunto de principios básicos que establece el asegurador para regular todos los contratos de seguro que emita en el mismo ramo o modalidad de garantía. Suelen establecerse normas relativas a la extensión y objeto del seguro, riesgos excluidos con carácter general, forma de liquidación de los siniestros, pago de indemnizaciones, cobro de recibos, comunicaciones mutuas entre asegurador y asegurado, jurisdicción, subrogación, etc. Las condiciones generales forman parte de la póliza de seguro.

Endoso. Declaración escrita sobre un efecto de comercio (emitido generalmente a la orden), mediante la cual se transmite la propiedad de dicho efecto (endoso pleno) o simplemente se concede una autorización para su cobro o una simple garantía.

Valores Garantizados. Se conoce con este nombre a los valores de anticipo, reducción y rescate a que tiene derecho el tomador del seguro, una vez satisfechas las primas completas de un periodo determinado.

Rescate. Operación en virtud de que por voluntad del asegurado, este percibe de su asegurador el importe que le corresponde (valor de rescate) de la provisión matemática constituida sobre el riesgo que tenía garantizado. Una vez efectuado el rescate, la póliza rescatada queda automáticamente rescindida.

Reserva. Cantidad suficiente para cubrir el valor esperado de los costos futuros de siniestralidad, y otras obligaciones contractuales considerando adicionalmente los costos de administración, tomando en cuenta su distribución en el tiempo su crecimiento real y por inflación.

Exclusión. Son los riesgos que quedan excluidos del contrato de seguro y bajo las cuales las garantías del contrato no surtirán efecto cuando concurren respecto a ellos determinadas circunstancias o condiciones preestablecidas.

2.2 Tipos de seguros: coberturas básica y adicional

Los tipos de seguros pueden variar tanto como el tipo de riesgo que se pretende cubrir, y aún cuando ya se tenga definido el tipo de riesgo existen otras variaciones de seguro que dependen del tiempo de cobertura, crecimiento o decremento de prima o suma asegurada, pago anticipado de la prima, etc. En vida el tipo de riesgo puede ser fallecimiento del asegurado, supervivencia del asegurado o la combinación de ambos, la vigencia del seguro, la temporalidad del pago de prima, tipo de prima creciente, decreciente o constante son las variaciones que dan lugar a los siguientes tipos de seguros.

Seguro de fallecimiento.

Este tipo de seguro se caracteriza por que el pago de la indemnización se efectúa una vez que ocurre la muerte del asegurado. Primordialmente son el seguro Temporal y Ordinario de Vida.

Temporal.

Este es un seguro de vida a plazo de n años o también conocido como un temporal a n años y proporciona un pago de parte de la aseguradora solo si el asegurado muere dentro del plazo de n años en que fue contratado, si el asegurado llega con vida a los n años, la aseguradora da por terminado el contrato del seguro. Se considera que si el seguro tendrá una vigencia mayor a un año entonces será un temporal a largo plazo y si tiene una duración menor o igual a un año será un temporal a corto plazo.

Ordinario de vida.

Este seguro prevé un pago después de la muerte del asegurado en cualquier tiempo en el futuro. En este tipo de seguros es muy común encontrar que el pago de primas sea por un periodo determinado por lo que se considera entonces como un seguro de Vida entera a pagos limitados.

Seguros de sobrevivencia.

Este tipo de seguros se caracterizan porque el pago de la indemnización se efectúa si el asegurado sobrevive al plazo estipulado, como lo es el seguro dotal.

Dotal Puro.

Prevé un pago al final de n años si y solo si el asegurado sobrevive al menos n años desde la expedición de la póliza.

Dotal a n años.

Este tipo de seguro prevé una cantidad pagadera ya sea después de la muerte del asegurado o a la sobrevivencia del mismo al final del plazo de n años por el cual fue contratado, lo que ocurra primero.

2.3 Marco regulatorio general

Debido al carácter social público de la actividad aseguradora y sistema de adhesión con que se contratan las pólizas, se exigen una vigilancia especial de dicha actividad, ejercida por organismos oficiales especializados, de modo que, en general toda actividad de la empresa aseguradora este sometida a medidas de fiscalización y control técnico, económico y financiero. Debido a esto el organismo encargado de regular las actividades de las compañías aseguradoras en México es en primer instancia la Comisión Nacional de Seguro y Fianzas que es quien supervisa que la operación de una aseguradora se apegue al marco normativo además de preservar la solvencia y estabilidad financiera de la compañía, garantizar los intereses del público usuario, así como promover el sano desarrollo de este sector. La Comisión Nacional de Seguro y Fianzas debe operar bajo los estándares de internacionales en la materia para estimular la confianza del público usuario de estos servicios financieros.

Existen tres reglamentos importantes que rigen la operación del sector asegurador, a continuación se menciona la funcionalidad de cada una de ellas así como los principales artículos en cada una.

2.3.1 Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros

Esta ley tiene objeto regular la organización y funcionamiento de las instituciones y sociedades mutualistas de seguros, las operaciones que las mismas podrán realizar, así como las de los agentes y demás personas relacionadas con la actividad aseguradora en protección de los intereses del público usuario de los servicios correspondientes. La LGISMS se puede encontrar en la página oficial de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

2.3.2 Ley Sobre el Contrato del Seguro

En esta ley se encuentra todo lo relacionado a lo que deberá contener el contrato que se firmara entre la compañía aseguradora y el asegurado, por lo que esta mencionado cada elemento que deberá contener el contrato de seguro para cada tipo de seguro. Los siguientes artículos son los que corresponden al seguro de vida. La Ley Sobre el Contrato del Seguro se puede encontrar en la página oficial de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

2.3.3 Circular Única de Seguros

La Circular Única es la ley en la cual se encuentran las disposiciones aplicables al sector asegurador expedidas directamente de la CNSF. En esta se encuentra definida la estructura que deberán tener los documentos que harán valido ante la Legislación Mexicana el seguro que la compañía pretenda ofrecer al mercado, por lo que cada elemento que contenga el producto a vender deberá de apegarse, según sus características, a lo dispuesto por esta circular, ya que será la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas quien decidirá mediante todo un procedimiento de revisión de producto, si este se encuentra dentro del marco legal aplicable dando su autorización para que la aseguradora comercialice el producto de seguro. La Circular Única de Seguros se puede encontrar en la página de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

2.3.4 Contrato de seguro

El contrato de seguro es el documento que dará la legalidad necesaria para la aplicación o no del seguro entre la aseguradora y el asegurado. Es donde se encuentran las características del seguro, y lo integran:

Las condiciones generales, que son el conjunto de principios básicos que establece la aseguradora para regular todos los contratos de seguro que emita en el mismo ramo o modalidad de garantía, en estas condiciones se establecen las normas que indican la extensión y objeto del seguro, riesgos excluidos con carácter general, forma de liquidación de los siniestros, pago de indemnizaciones, etc.

Las condiciones particulares: que son los aspectos relativos al riesgo individualizado que se asegura, el nombre y domicilio de las partes contratantes, designación de asegurado y beneficiario, concepto en el cual se asegura, naturaleza de riesgo cubierto, suma asegurada o alcance de la cobertura, importe de la prima y recargos e impuestos, vencimiento de las coberturas así como lugar y forma de pago, duración de contrato es decir inicio y término de sus efectos.

Adicionalmente en la póliza se podrán describir características especiales como omisión de algunas exclusiones, inclusión de otras en particular, o cualquier otra información que modifique la prima o suma asegurada.

2.4 Procedimiento y documentos de Registro de producto

Debido a la importancia que tienen las compañías de seguros en la economía del país, la práctica de seguros se encuentra regulada bajo ciertas leyes que vigilan la práctica del sector asegurador, en México quien se encarga de dicha vigilancia es la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, es en este organismo donde cada compañía deberá registrar el producto de seguro que pretenda lanzar al mercado, por lo que los documentos necesarios para registro de producto cuentan con una estructura definida y contendrán la descripción de cada elemento que compone el seguro, dichos documentos son la Nota Técnica, la Documentación Contractual, el Análisis de Congruencia y el Dictamen Jurídico, dada la importancia de cada uno de estos documentos se describen a continuación.

2.4.1 Nota Técnica

La Nota Técnica es el documento en el cual la participación de un actuario es indispensable, ya que es en este documento donde deberán aparecer asentados todos los procedimientos y parámetros utilizados en la elaboración del seguro, es decir, deberá de contener los procedimientos y fundamentos de los cálculos para obtener la prima de riesgo, procedimientos fórmulas y parámetros de prima de tarifa, reservas, valores garantizados y la información estadística utilizada. Otro factor importante para que un actuario participe en la elaboración de nota técnica es que la Comisión Nacional de Seguro y Fianzas pide que dicho documento sea firmado electrónicamente por un actuario con cédula profesional y que además cuente con la certificación vigente emitida para este propósito por el colegio profesional de la especialidad o haya obtenido la acreditación de la Comisión requerida. Así mismo La Comisión Nacional de Seguros y Fianzas en la Circular Única de Seguros que expide, se señala la estructura que deberá de tener la nota técnica del seguro que pretenda registrar.

2.4.2 Documentación Contractual

La documentación Contractual contiene documentos de carácter legal como las Condiciones Generales, que son todos aquellos derechos y obligaciones que tienen tanto la compañía aseguradora como el asegurado, es decir aquí se indican de forma precisa las condiciones contractuales que serán de aplicación general al seguro a todas las coberturas y aquellas que serán de aplicación específica a cada una de las coberturas que aplica el seguro, es decir, las condiciones generales indican la operación del seguro, el alcance, términos, condiciones, exclusiones, limitantes, deducibles y cualquier otra modalidad que se establezca en las coberturas o planes que ofrezca la institución de seguros así como los derechos y obligaciones de los contratantes, asegurados o beneficiarios. Contiene los documentos que son necesarios para operar el seguro como, solicitudes, carátula de póliza, certificados, consentimientos, cuestionarios, recibos de pago de primas y todos aquellos que deberán de ser firmados por la compañía o asegurado. La Documentación contractual, además, deberá estar firmada por un abogado con la acreditación necesaria para este efecto.

2.4.3 Análisis de Congruencia

El análisis de congruencia es el documento que plasma la congruencia que tiene la nota técnica y la documentación contractual, dicho documento deberá estar firmado por el actuario que elaboró la nota técnica y el abogado que elaboró la documentación contractual.

2.4.4 Dictamen Jurídico

El dictamen Jurídico es la solicitud de registro de producto, aquí se indica de forma clara y breve las características principales del seguro a registrar y los datos de la institución aseguradora que pretende registrar el seguro, este documento es firmado por un abogado acreditado para estos efectos.

3. Procedimiento de los elementos del seguro de vida

Esta sección muestra el conjunto de métodos y técnicas científicamente sustentadas para la elaboración de cada uno de los elementos que integran un seguro de vida en México.

Los procedimientos de los elementos del seguro de vida deben estar basados en las teorías y conceptos fundamentales de uso y aplicación común en la práctica actuarial, que son generalmente aceptados y que se encuentran explicados y sustentados en la literatura nacional e internacional, por lo que cualquiera de los siguientes procedimientos se encuentran en libros que contengan cálculo actuarial, ya sea de forma completa o parte de los procedimientos.

3.1 Estándares de práctica actuarial

Los estándares de práctica actuarial se crearon para establecer los elementos y criterios que deben ser considerados en el proceso del cálculo actuarial para la prima de tarifa y reservas para los contratos de corto y largo plazo de los seguros de vida que operen en México, considerándose los seguros de corto plazo los menores o iguales a un año. Los estándares de práctica actuarial son cuatro y cada uno se refiere a:

Estándar de práctica actuarial No. 01 - *Cálculo Actuarial de la Prima de Tarifa para los Seguros de Corto Plazo.*

Estándar de práctica actuarial No. 02 - *Cálculo Actuarial de la Reserva de Riesgos en curso para los Seguros de Corto Plazo.*

Estándar de práctica actuarial No. 03 - *Cálculo Actuarial de la Prima de Tarifa para los Seguros de Largo Plazo.*

Estándar de práctica actuarial No. 04 - *Cálculo Actuarial de la Reserva de Riesgos en curso para los Seguros de Largo Plazo.*

3.2 Tabla de mortalidad

El seguro como se ha mencionado anteriormente es un mecanismo que impide una gran pérdida financiera ante un evento aleatorio, donde los eventos aleatorios son la frecuencia, tamaño y tiempo de ocurrencia y donde no se tiene control sobre dicho evento.

Para elaborar el seguro es indispensable identificar el riesgo, posteriormente se consigue la información de situaciones similares de riesgo y de ello se proporciona estimaciones preliminares de las distribuciones de probabilidad requeridas para determinar las primas.

Dependiendo del evento aleatorio será el tipo de seguro que se elaborará, en los seguros de vida la variable aleatoria que nos ocupa es el tiempo transcurrido hasta el fallecimiento de una persona de edad x , y la distribución de esta variable aleatoria se resume en una tabla de mortalidad, la cual también contiene funciones básicas que están directamente relacionadas con las funciones de probabilidad.

Los elementos básicos que componen una tabla de mortalidad y un ejemplo se detallan a continuación.

El símbolo ${}_t q_x$ es la probabilidad de que (x) muera dentro de t años y el símbolo ${}_t p_x$ es la probabilidad de que (x) alcance la edad de $x+t$, y para el caso particular de un año se tiene que:

$$q_x = \text{Pr} [(x) \text{ muera dentro un año}]$$

$$p_x = \text{Pr} [(x) \text{ sobreviva a la edad } x+1]$$

El símbolo l_x representa el número de sobrevivientes a la edad x de los l_0 nacidos y se obtiene con la siguiente fórmula

$$l_x = l_{x-1} * p_{x-1}$$

d_x Representa el número de muertos de edad x y $x+1$ de los l_0 vivos al inicio y se puede obtener partiendo de l_x de la siguiente forma $d_x = l_x - l_{x+1}$.

Es así como se construyen los principales elementos de las columnas de una tabla de mortalidad, el siguiente es un ejemplo de una tabla de mortalidad.

Análisis y proyección de los seguros tradicionales a largo plazo mediante simulación Monte Carlo de un modelo dinámico para medir suficiencia

x	qx CNSF-2000	lx	dx	x	qx CNSF-2000	lx	dx
0	0.000000	100,000.00	-	51	0.007145	91,580.39	654.34
1	0.000000	100,000.00	-	52	0.007693	90,926.05	699.49
2	0.000000	100,000.00	-	53	0.008282	90,226.55	747.26
3	0.000000	100,000.00	-	54	0.008915	89,479.30	797.71
4	0.000000	100,000.00	-	55	0.009597	88,681.59	851.08
5	0.000000	100,000.00	-	56	0.010330	87,830.51	907.29
6	0.000000	100,000.00	-	57	0.011119	86,923.22	966.50
7	0.000000	100,000.00	-	58	0.011967	85,956.72	1,028.64
8	0.000000	100,000.00	-	59	0.012879	84,928.08	1,093.79
9	0.000000	100,000.00	-	60	0.013860	83,834.29	1,161.94
10	0.000000	100,000.00	-	61	0.014914	82,672.35	1,232.98
11	0.000000	100,000.00	-	62	0.016048	81,439.37	1,306.94
12	0.000396	100,000.00	39.60	63	0.017265	80,132.43	1,383.49
13	0.000427	99,960.40	42.68	64	0.018574	78,748.95	1,462.68
14	0.000460	99,917.72	45.96	65	0.019980	77,286.26	1,544.18
15	0.000495	99,871.75	49.44	66	0.021490	75,742.08	1,627.70
16	0.000533	99,822.32	53.21	67	0.023111	74,114.39	1,712.86
17	0.000575	99,769.11	57.37	68	0.024851	72,401.53	1,799.25
18	0.000619	99,711.75	61.72	69	0.026720	70,602.28	1,886.49
19	0.000667	99,650.02	66.47	70	0.028724	68,715.78	1,973.79
20	0.000718	99,583.56	71.50	71	0.030874	66,741.99	2,060.59
21	0.000773	99,512.06	76.92	72	0.033180	64,681.40	2,146.13
22	0.000833	99,435.13	82.83	73	0.035651	62,535.27	2,229.44
23	0.000897	99,352.30	89.12	74	0.038300	60,305.83	2,309.71
24	0.000966	99,263.19	95.89	75	0.041136	57,996.11	2,385.73
25	0.001041	99,167.30	103.23	76	0.044174	55,610.38	2,456.53
26	0.001121	99,064.06	111.051	77	0.047424	53,153.85	2,520.77
27	0.001207	98,953.01	119.44	78	0.050902	50,633.08	2,577.33
28	0.001300	98,833.58	128.48	79	0.054619	48,055.76	2,624.76
29	0.001400	98,705.09	138.19	80	0.058592	45,431.00	2,661.89
30	0.001508	98,566.91	148.64	81	0.062834	42,769.11	2,687.35
31	0.001624	98,418.27	159.83	82	0.067362	40,081.75	2,699.99
32	0.001749	98,258.44	171.85	83	0.072190	37,381.77	2,698.59
33	0.001884	98,086.58	184.80	84	0.077337	34,683.18	2,682.29
34	0.002029	97,901.79	198.64	85	0.082817	32,000.88	2,650.22
35	0.002186	97,703.14	213.58	86	0.088649	29,350.67	2,601.91
36	0.002354	97,489.56	229.49	87	0.094850	26,748.76	2,537.12
37	0.002535	97,260.07	246.55	88	0.101436	24,211.64	2,455.93
38	0.002730	97,013.52	264.85	89	0.108424	21,755.71	2,358.84
39	0.002940	96,748.67	284.44	90	0.115832	19,396.87	2,246.78
40	0.003166	96,464.23	305.41	91	0.123677	17,150.09	2,121.07
41	0.003410	96,158.83	327.90	92	0.131973	15,029.02	1,983.42
42	0.003672	95,830.92	351.89	93	0.140737	13,045.59	1,836.00
43	0.003954	95,479.03	377.52	94	0.149983	11,209.60	1,681.25
44	0.004258	95,101.51	404.94	95	0.159723	9,528.35	1,521.90
45	0.004585	94,696.57	434.18	96	0.169970	8,006.45	1,360.86
46	0.004938	94,262.38	465.47	97	0.180733	6,645.59	1,201.08
47	0.005317	93,796.92	498.72	98	0.192020	5,444.52	1,045.46
48	0.005725	93,298.20	534.13	99	0.203837	4,399.06	896.69
49	0.006164	92,764.07	571.80	100	1.000000	3,502.37	3,502.37
50	0.006637	92,192.27	611.88				

3.3 Prima de riesgo

La prima de riesgo es la base para obtener el tipo de seguro que se desea obtener, está compuesta por una prima neta única y una anualidad.

La prima neta única es la que determina el tipo de riesgo cubierto. Por otro lado la anualidad, determina la periodicidad de los pagos en los cuales se pretende comercializar el seguro de vida a largo plazo, generalmente se comercializa en años completos, más que en un solo pago como la prima única.

En seguida se muestran ejemplos y ejercicios y fórmulas de los seguros: Ordinario de Vida, Temporal a n años y Dotal Mixto a n años.

3.3.1 Prima neta única

Seguros pagaderos al momento de la muerte del asegurado

Para estos seguros el monto y la fecha de pago de la indemnización dependerán de la amplitud y del intervalo comprendido entre la expedición del seguro y la muerte del asegurado. Se considera un factor de descuento del interés desde el tiempo de pago hasta el tiempo de expedición de la póliza denotado como V^t donde t es la amplitud del intervalo desde la expedición hasta la muerte, suponiendo que la tasa de interés es constante.

La prima neta única para un temporal a n años se determina como:

$$A'_{x:\overline{n}|} = v^1 q_{x+1} + v^2 q_{x+2} + \dots + v^n q_{x+n-1}$$

$$A'_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} q_{x+t} = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} d_{x+t}$$

Si el término del periodo se extiende al final de la tabla de mortalidad se trata de un seguro de vida entera y se denota como A_x , entonces se determina así:

$A'_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} q_{x+t} = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} d_{x+t}$ el símbolo ∞ representa a $w-x-1$ y w es la última edad de la tabla de mortalidad.

Seguro pagadero por sobrevivencia del asegurado

Este seguro es llamado dotal puro, y se paga si el asegurado sobrevive al término de n años, por lo que el factor que determina el riesgo es la probabilidad de llegar vivo a los n años. Se considera un factor de descuento del interés desde el tiempo de pago hasta el tiempo de expedición de la póliza denotado como V^n donde n es la amplitud del intervalo desde la expedición hasta la sobrevivencia, por lo que el dotal puro es determinado por:

$$A'_{x:\overline{n}|} = v^n {}_n p_x$$

Seguro pagadero por muerte o sobrevivencia del asegurado

De la combinación de ambos tipos de seguros se tiene el seguro llamado dotal mixto y que es un seguro temporal a n años y un seguro dotal puro a n años, es decir es un seguro que se paga si el asegurado muere o sobrevive a n años, y es determinado como:

$$A'_{x:\overline{n}|} = A'_{x:\overline{n}|} + A'_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} q_{x+t} + v^n {}_n p_x$$

3.3.2 Anualidad

Una anualidad es una serie de pagos hechos en forma continua o a intervalos iguales como meses, trimestres, años, etc., mientras se sobrevive, puede ser temporal, es decir a un determinado plazo de periodos o pagadera durante toda la vida. Los pagos pueden comenzar

inmediatamente o pueden diferirse, también pueden ser al inicio de los intervalos de periodos (anualidades anticipadas) o al final de los mismos (anualidades vencidas).

Una anualidad es una serie de valores presentes de una unidad con la probabilidad de supervivencia o con la probabilidad de que una condición se cumpla, es por eso que en su haber se encuentra el valor presente actuarial, que no es más que el valor presente de un conjunto de pagos contingentes para la sobrevivencia.

Las características principales que tienen las anualidades son:

- Discreta: cuando la obligación se paga en periodos regulares finitos.
- Anual: cuando el periodo de pago es anual.
- Fraccionaria: cuando el pago se hace en periodos inferiores a un año.
- Continua: cuando el pago de la obligación contingente es proporcional al tiempo transcurrido.
- Constante: cuando el monto del pago no varía en el tiempo.
- Variable aritméticamente: cuando el monto del pago se incrementa en un monto constante anual.
- Variable geoméricamente: cuando el monto se incrementa en un porcentaje del pago anterior.
- No indexada: cuando el monto del pago está nominado en otra moneda o en índices inflacionarios.
- Anticipada: cuando los pagos se hacen al inicio de cada periodo.
- Vencida: cuando los pagos se hacen al final de cada periodo.
- Inmediata: cuando los pagos darán inicio en el presente.
- Diferida: cuando los pagos darán inicio en el futuro.
- Temporal: cuando los pagos durarán un periodo finito definido.
- Vitalicia: cuando los pagos durarán indefinidamente mientras viva la persona.

Las anualidades que generalmente se utilizan en el desarrollo de un seguro de vida a largo plazo son las Vitalicias o Temporales, Discretas y Constantes, y se denotan como sigue:

Anualidad Vitalicia, Discreta y Constante:

$$\text{Anualidad anticipada: } \ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_t p_x$$

$$\text{Anualidad Vencida: } a_x = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x$$

Anualidad Temporal, Discreta y Constante.

$$\begin{aligned} \text{Anualidad anticipada:} \quad \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t P_x \\ \text{Anualidad Vencida:} \quad a_{x:\overline{n}|} &= \sum_{t=1}^n v^t P_x \end{aligned}$$

3.3.3 Prima Neta Nivelada

La prima neta nivelada es el costo de la prima única que se dará mediante una serie de pagos anuales, es decir es el costo anual nivelado de la prima única del seguro. Es importante mencionar que la prima neta nivelada es posible nivelarla en los seguros que tienen una tasa de interés continua.

La prima neta nivelada está compuesta de una prima neta única y una anualidad, también es conocida como prima de riesgo; comúnmente se comercializan en las aseguradoras los siguientes tipos de seguros:

<i>Ordinario de Vida</i>	$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x}$
<i>Ordinario de Vida con pagos limitados a n años</i>	$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n} }}$
<i>Temporal a n años</i>	$P'_{x:\overline{n} } = \frac{A'_{x:\overline{n} }}{\ddot{a}_{x:\overline{n} }}$
<i>Temporal a n años con pagos limitados a m años</i>	${}_m P'_{x:\overline{n} } = \frac{A'_{x:\overline{n} }}{\ddot{a}_{x:m }}$
<i>Dotal Puro a n años</i>	$P'_{x:\overline{n} } = \frac{A'_{x:\overline{n} }}{\ddot{a}_{x:\overline{n} }}$
<i>Dotal Mixto a n años</i>	$P'_{x:\overline{n} } = \frac{A'_{x:\overline{n} } + A_{x:\overline{n} }}{\ddot{a}_{x:\overline{n} }}$

3.4 Prima de tarifa

La prima de tarifa es finalmente el costo que la aseguradora comercializará y que constituye el ingreso que tendrá del seguro, es decir, la aseguradora cobra un costo por la administración de las pólizas y el costo que necesita pagar a los agentes de seguros por la labor de venta que realizan, además debe preocuparse por ser competitiva en el mercado y que sea suficiente para cubrir el riesgo adquirido de aseguramiento, es por ello que el costo con el cual la aseguradora pretenda vender el seguro es importante y se realiza una labor de análisis para saber cuál es el costo óptimo del seguro, como se podrá ver más adelante en el modelo de rentabilidad. Por lo que la prima de tarifa es la prima neta nivelada o prima de riesgo recargada con gastos de gestión interna y gastos de gestión externa, conocidos en el sector asegurador como: gastos de administración y gastos de adquisición respectivamente, adicional a esto es posible agregar un costo de utilidad que la compañía aseguradora pretenda obtener por la venta del seguro.

Es decir, la prima de tarifa es la prima de riesgo, más un porcentaje de prima de tarifa como gasto de administración α , más un porcentaje de gato de adquisición β , más un porcentaje de utilidad δ y más un gasto de administración al millar γ de la suma asegurada, que expresado en términos matemáticos tenemos la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} PT_x &= PR_x + \alpha PT_x + \beta PT_x + \delta PT_x + \gamma \\ \Rightarrow PT_x(1 - \alpha - \beta - \delta) &= PR_x + \gamma \\ \Rightarrow PT_x &= \frac{PR_x + \gamma}{(1 - \alpha - \beta - \delta)} \end{aligned}$$

Donde:

- PT_x = Prima de Tarifa para una persona de edad x
- PR_x = Prima de Riesgo para una persona de edad x
- α = Porcentaje de gasto de administración
- λ = Gasto de administración al millar de suma asegurada
- β = Porcentaje de gasto de adquisición
- δ = Porcentaje de utilidad

La fórmula anterior puede ser expresada en términos de cualquiera de los tipos de seguros vistos y la notación de la prima de tarifa y prima de riesgo, será similar a la de la prima neta nivelada, con la única diferencia de agregar una T o una R, respectivamente, a la notación de prima neta nivelada.

Es preciso mencionar que no siempre los gastos que incurren en un seguro son iguales para todos los años, generalmente las empresas tiene gastos que varían año con año, sobre todo en los gastos de adquisición. También es preciso mencionar que, al ser así, la prima de tarifa a cobrar año con año variaría por cada t que se tuviera, y esto no resulta atractivo al cliente, dado que en el primer año de vigencia del seguro, la prima sería sumamente cara ya que los gastos de primer año generalmente son elevados, esto lleva a la necesidad de nivelar los gastos para ser aplicados a la prima de riesgo y obtener la prima de tarifa.

$$\text{Gasto Nivelado} = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} \frac{l_{x+t} * \% \text{Gasto}_t * V^t}{l_x}}{\sum_{t=0}^{n-1} \frac{l_{x+t} * V^t}{l_x}}$$

Donde:

- $\% \text{Gasto}_t$ = Porcentaje de gasto de administración o adquisición correspondiente al año póliza t

3.5 Reserva matemática

La compañía aseguradora al aceptar el riesgo de aseguramiento, recibe una prima que el asegurado hace como pago de su seguro, el pago de la prima se convierte en un pasivo para la compañía dado que la compañía ha adquirido la obligación de un pago futuro, mientras que para

el asegurado su pago que recibe al final de un plazo n o al ocurrir el evento de aseguramiento, es decir, su suma asegurada que se convierte en un activo para él.

El principio de equivalencia se establece en el momento en que se inicia un contrato entre dos partes que acceden a intercambiar un conjunto de pagos, bajo este principio es con el cual se define a la reserva matemática, es decir, como la diferencia entre el valor presente actuarial de obligaciones futuras de la compañía aseguradora y el valor presente actuarial de obligaciones futuras del asegurado. Para el caso de las reservas también se asume que las tasas de mortalidad e interés son constantes durante el periodo de duración del seguro.

Existen tres tipos de métodos para el cálculo de reserva matemática y son el método de Fackler, método retrospectivo y prospectivo, cada uno de ellos se define a continuación.

3.5.1 Método de Fackler

Es un método de recurrencia que permite calcular las reservas matemáticas en un determinado año, en función de la reserva anterior, los intereses esperados y la mortalidad esperada.

Para el año t -ésimo, la compañía aseguradora tiene para cada asegurado la reserva matemática valuada en el año $t-1$, es decir ${}_{t-1}V_x$, ingresa entonces la prima correspondiente del año t , ${}_tPR_x$, teniendo el total, ${}_{t-1}V_x + {}_tPR_x$ por cada asegurado, y para los l_{x+t-1} que teóricamente quedan con vida, de los l_x del grupo inicial, de manera que la reserva es $l_{x+t-1}({}_{t-1}V_x + {}_tPR_x)$. Tomando en cuenta los intereses acumulados, se tiene que la reserva es $l_{x+t-1}({}_{t-1}V_x + {}_tPR_x)(1+i)$, a este debe ser equivalente al valor esperado de los pagos por muertes d_{x+t-1} , que se producen al final del año más la reserva final a constituir ${}_tV_x$, para cada uno de los l_{x+t} asegurados que sobreviven $d_{x+t-1} + l_{x+t} {}_tV_x$, es decir, se cumple la siguiente equivalencia:

$$l_{x+t-1}({}_{t-1}V_x + {}_tPR_x)(1+i) = d_{x+t-1} + l_{x+t} {}_tV_x$$

De ello se deriva que la reserva terminal del año t es:

$${}_tV_x = \frac{l_{x+t-1}({}_{t-1}V_x + {}_tPR_x)(1+i) - d_{x+t-1}}{l_{x+t}} = \frac{({}_{t-1}V_x + {}_tPR_x)(1+i) - q_{x+t-1}}{p_{x+t-1}}$$

Para $t=1$, se tiene que ${}_{t-1}V_x = V_0 = 0$

3.5.2 Método retrospectivo

Consiste en determinar la reserva como la diferencia entre las obligaciones pagadas por el asegurado y los compromisos cubiertos por el asegurador.

La formula general para calcular la reserva matemática bajo este método es:

$${}_tV_x = \sum_{j=0}^{t-1} \frac{(1+i)^{t-j} PR_x}{{}_{t-j}P_{x+j}} - \sum_{j=0}^{t-1} \frac{(1+i)^{t-(j+1)} q_{x+j}}{{}_{t-j}P_{x+j}}$$

3.5.3 Método prospectivo

Consiste en determinar la reserva como la diferencia entre los valores estimados de los compromisos futuros de la aseguradora y los valores estimados de los compromisos futuros del asegurado.

Retomemos el principio de equivalencia, que se da al momento inicial en que se celebra el contra de seguro, representado como las obligaciones futuras de la aseguradora y los valores estimados de las obligaciones futuras del asegurado, que en términos matemáticos se expresa como sigue:

$$A_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} P_{x:\overline{n}|}$$

Este equilibrio es cierto cuando estamos en el tiempo inicial de contrato pero al transcurrir el tiempo se rompe el equilibrio teniendo entonces:

$$A_{x+t:n-t|} \neq \ddot{a}_{x+t:n-t|} P_{x:\overline{n}|}$$

Como se definió anteriormente la reserva es la diferencia entre el valor presente de las obligaciones pendientes de la aseguradora $A_{x+t:n-t|}$ y el valor presente de las primas por pagar del asegurado $\ddot{a}_{x+t:n-t|} P_{x:\overline{n}|}$, en donde $x+t$ representa la edad x del asegurado más los t años transcurridos de inicio de vigencia de la póliza, y $n-t$ representa la duración n total de vigencia del seguro menos t años transcurridos de inicio de vigencia, es decir la reserva es:

$${}_tV_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:n-t|} - P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:n-t|}$$

Donde:

$${}_t^mV_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:n-t}^1 - P_{x:\overline{n}|}^1 \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad = \text{Reserva de un seguro temporal a } n \text{ años para una persona de edad } x \text{ calculada en el tiempo } t \text{ pagadero en } n \text{ años.}$$

$${}_t^mV_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:n-t}^1 - {}_mP_{x:\overline{n}|}^1 \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad = \text{Reserva de un seguro temporal a } n \text{ años para una persona de edad } x \text{ calculada en el tiempo } t \text{ pagadero en } m \text{ años.}$$

$${}_tV_x = A_{x+t} - P_x \ddot{a}_{x+t} \quad = \text{Reserva de un seguro Ordinario de Vida para una persona de edad } x \text{ calculada en el tiempo } t.$$

$${}_t^mV_x = A_{x+t:n-t} - {}_mP_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad = \text{Reserva de un seguro Ordinario de Vida pagadero } m \text{ años para una persona de edad } x \text{ calculada en el tiempo } t.$$

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} = A_{x+t:n-t}^{\frac{1}{2}} - P_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad = \text{Reserva de un Dotal para una persona de edad } x \text{ calculada en el tiempo } t.$$

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{1\frac{1}{2}} = A_{x+t:n-t}^{1\frac{1}{2}} - P_{x:\overline{n}|}^{1\frac{1}{2}} \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad = \text{Reserva de un Dotal para una persona de edad } x \text{ calculada en el tiempo } t.$$

3.6 Reserva Mínima

La reserva mínima se constituye bajo un sistema denominado “sistema modificado de reserva”, en el cual el procedimiento actuarial para el cálculo de la reserva considera las pérdidas que tiene la compañía en los primeros años del seguro, debido a los costos que se generan de principio, como comisiones mayores a la nivelación de gastos. El procedimiento de la reserva mínima consiste principalmente en amortizar los gastos.

Este método tiene tres características principales y es que permite conocer cuál es el valor exacto de la pérdida de primer año, otra característica es que acota la pérdida del primer año al valor de la prima de ahorro del plan y la tercer característica es que se puede aplicar a cualquier tipo de seguro.

Este método también es denominado “Sistema Modificado de Amortización Exacta”.

El procedimiento técnico general es el siguiente, de acuerdo a la Circular Única de seguros

Primero debe calcularse la reserva matemática terminal correspondiente al aniversario de cada póliza al momento de la valuación, como la diferencia entre el valor presente actuarial de obligaciones futuras de la compañía, por concepto de pagos de beneficios, y el valor presente actuarial de obligaciones futuras del asegurado por concepto de pago de primas, tal y como se mostro en el punto anterior.

A la reserva matemática se le restara la anualidad de amortización de las pérdidas de primer año de vigencia del plan, siempre y cuando dichas pérdidas sean resultado de la aplicación de sistemas de pago de comisiones y costos de adquisición que en el primer año sean superiores a las comisiones niveladas y demás costos de adquisición nivelados incluidos en la prima de tarifa.

Por lo que como primer paso se tiene que calcular la pérdida de primer año con que se determinará la anualidad de amortización, dicha pérdida se determina como la diferencia entre el costo de adquisición que estima pagar conforme a su nota técnica, en el primer año de vigencia del plan que se trate ($CA_{dq_{NT}}$) y la porción de la prima de tarifa (α) de primer año correspondiente al recargo por concepto de gastos de adquisición. Esto es:

$$PE_1 = CA_{dq_{NT}} - PT_1 * \alpha$$

Donde:

PE_1 = Pérdida de primer año

PT_1 = Es la prima de tarifa correspondiente al primer año

Entonces la pérdida amortizable de cada año se determinará conforme al siguiente procedimiento:

Se calcula la prima de ahorro del primer año (PAH_1) como la diferencia entre la prima nivelada (PN_1) y la prima natural (el costo esperado de siniestralidad del primer año). Es decir:

$$PAH_1 = PN_1 - CS_1$$

Donde:

CS_1 = Es el valor presente del costo esperado de siniestralidad del primer año.

El valor presente del costo esperado de siniestralidad del primer año para el caso de los seguros de muerte es:

$$CS_1 = \frac{q_x}{1+i}$$

Una vez determinada la pérdida esperada y la prima de ahorro, se deberá determinar la pérdida amortizable (PA) como la pérdida esperada siempre y cuando no resulte superior a la prima de ahorro, es decir:

$$PA_1 = \text{Min}(PE_1, PAH_1)$$

Se determinara la anualidad de amortización (AM_t) en cada año de vigencia del plan como sigue:

$$AM_t = (PA_1) * F_x * \frac{\ddot{a}_{x+t:m-t}|}{\ddot{a}_{x+1:m-1}|}$$

Donde:

$$F_x = \frac{(1+i)}{p_x}$$

Donde m indica el plazo de pago de primas del plan que se trate.

La reserva mínima terminal, se determinará como la diferencia entre la reserva terminal de prima nivelada (${}_tV_x$) y la anualidad de amortización:

$${}_tV_x^{\min} = {}_tV_x - AM_t$$

De esta forma se determina la reserva mínima terminal para los seguros de vida de acuerdo a lo que dicta la legislación mexicana en materia de seguros.

3.7 Rescate

El valor de rescate es aquel monto que la aseguradora tendrá que regresar al asegurado en el momento en que la póliza de seguro sea cancelada, generalmente se utiliza en los seguros a largo plazo. A continuación se presenta un método generalmente aplicado y aprobado por la legislación mexicana de seguros.

Se debe tomar en cuenta que para que el valor de rescate tenga sentido es porque existe una prima anticipada, es decir, que exista una prima única o prima nivelada, en cualquiera de ellas se genera una reserva matemática, que como anteriormente se definió como el valor esperado de obligaciones futuras de la aseguradora y el valor esperado de obligaciones futuras del asegurado por concepto de pago de primas.

Cuando se generan las reservas también se están generando otros pasivos y activos contingentes, el primer activo contingente que se genera es el adelanto de las comisiones a la fuerza de ventas, conocidos como agentes.

En el siguiente ejemplo de cálculo de rescate, se realizará bajo un seguro temporal a n años con prima nivelada pagadero a n años.

Se determina a CE como el costo de adquisición que la compañía cobrará como parte de la prima de tarifa y sea CR_t el costo de adquisición que realmente tendrá la compañía en el año t , ahora suponiendo que el periodo de pago de primas es de n años y el periodo en que la compañía tendrá el costo de adquisición es de m años, entonces el valor de la pérdida (activo contingente) que la compañía tendrá en el año t es:

$$PC_t = CE * \ddot{a}_{x+t:n-t} - \sum_{i=0}^{m-t-1} V^i CR_i * P_{x+t}$$

También puede existir otro activo contingente, esto cuando los gastos de administración en los primeros años son superiores a los nivelados, sea GE el gasto de administración nivelado que la compañía cobrará como parte de la prima de tarifa, y sea GR_t el gasto de administración que realmente ejercerá en el año t es:

$$PG_t = GE * \ddot{a}_{x+t:n-t} - \sum_{i=0}^{m-t-1} V^i GR_i * P_{x+t}$$

Considerando lo anterior, el valor de rescate puede ser calculado como:

$${}_tR_{x:n} = V_{x:n}^1 - PC_t - PG_t$$

Si se requiere considerar dentro del cálculo de rescate algún tipo de decremento como cancelación, debe de considerarse dentro del cálculo dicho decremento como se muestra en las siguientes fórmulas:

$$PC_t = CE * \ddot{a}_{x+t:n-t}^{\tau} - \sum_{i=0}^{m-t-1} V^i CR_i * P_{x+t}^{\tau}$$

$$PG_t = GE * \ddot{a}_{x+t:n-t}^{\tau} - \sum_{i=0}^{m-t-1} V^i GR_i * P_{x+t}^{\tau}$$

Donde ${}_iP_{x+t}^{\tau}$ es la probabilidad de que una póliza no salga por muerte o cancelación.

4. Modelo de rentabilidad

Al hacer un seguro es importante que la compañía tenga conocimiento de cual podrá ser la pérdida o utilidad que la compañía tendrá al lanzar un seguro, con ciertos parámetros al mercado. Existen muchas herramientas para conocer la rentabilidad de la compañía o de ciertos productos, una herramienta muy útil en el sentido de que con ella se puede conocer el rendimiento de un producto de seguros para la compañía, utilizando únicamente Excel para desarrollar el modelo.

El modelo de rentabilidad se basa en un análisis de sensibilidad ante cambios en los escenarios que se hayan escogido como óptimos para la empresa, donde el objetivo es conocer el beneficio que la empresa desea obtener dado los recursos involucrados en el negocio asumiendo que las condiciones o hipótesis utilizadas en el desarrollo del seguro, variarán con el paso del tiempo.

Desarrollando el modelo de rentabilidad se podrá saber:

Cuando se alcanza el punto de equilibrio.

Cuál es la suma asegurada, prima o duración que más estable hace la rentabilidad.

Cuál es la comisión máxima que se puede pagar garantizando una prima viable de pagar para el cliente.

Es conveniente elaborar el modelo lo más dinámico posible, dado que si bajo los parámetros escogidos en la compañía al inicio del desarrollo del producto, el seguro resulta no ser rentable, se pueda cambiar de parámetros fácil y rápidamente para valuar con los parámetros nuevos escogidos o poder variarlo hasta llegar al óptimo.

El modelo utilizará bases de primer y segundo orden, pero al tratarse de un modelo desarrollado en Excel, es fácil tener acceso a los datos y fórmulas según convenga.

Las bases de primer orden son los inputs o variables de entrada que llevan a la obtención de la prima, para posteriormente obtener las reservas y el rescate.

Las bases de segundo orden son las variables que están fundamentadas en la experiencia de la compañía, ingresos y gastos, que la aseguradora tiene desde el momento en que adquiere la responsabilidad de cubrir un riesgo. Estas variables son propias de la operación del seguro como: mortalidad, supervivencia, etc. Así como las probabilidades que la compañía tenga de rescisión de contrato, es decir las probabilidades de cada causa por la cual el contrato no finalice en el plazo contratado inicialmente, es decir tasas de caducidad.

Los valores esperados de las bases de segundo orden que la compañía prevé tener durante el tiempo que estime durará el contrato, determinarán la rentabilidad del producto.

En el modelo se consideran las dos corrientes de valores esperados para obtener la cadena de flujos de caja o cash-flow de la operación y es en este momento cuando se analiza la rentabilidad del seguro, que como norma generalmente aceptada se usa el Valor Presente Neto de los beneficios futuros, la Tasa Interna de Retorno, así como el margen de utilidad definido como la relación entre el Valor Presente Neto de los beneficios futuros y el valor neto actual de las primas.

En los siguientes párrafos se muestra paso a paso el desarrollo del modelo de rentabilidad.

4.1 Elementos del modelo de rentabilidad

Se definen las siguientes variables:

q_x :	<i>Probabilidad de muerte para una persona de edad x</i>
tc_t :	<i>Tasa de caducidad en el año t</i>
q'_{x+t} :	<i>Decremento múltiple de probabilidad de muerte para una persona de edad x en el año t</i>
tc'_t :	<i>Decremento múltiple de tasa de caducidad en el año t</i>
PT :	<i>Prima de tarifa al millar de suma asegurada</i>
SA :	<i>Suma asegurada</i>
$\%Gadm_t$:	<i>% de gasto de administración en el año t</i>
$\%Gadq_t$:	<i>% de gasto de adquisición en el año t</i>

${}_tR_x$:	Rescate al millar de suma asegurada para una persona de edad x en el año t
${}_tV_x$:	Reserva al millar de suma asegurada para una persona de edad x en el año t
$tinvt$:	Tasa de inversión esperada
td_t :	Tasa de descuento
npi :	Número de pólizas iniciales

4.2 Construcción del modelo

Como se menciono anteriormente, uno de los puntos centrales en este modelo es obtener la cadena de flujos de caja, utilizando los conceptos ya descritos se obtienen las entradas y salidas como sigue.

$PolIni_t$:	Número de pólizas al inicio del año
	Si $T=1$ entonces $PolIni_t = npi$
	Si $T \quad t \neq 1$ Entonces $PolIni_t = PolFin_{t-1}$

$PolFin_t$:	Número de pólizas al final del año t
	$PolFin_t = PolIni_t - Muer_t - Can_t$

$Muer_t$:	Número de muertes en el año t
	$Muer_t = PolIni_t * q'_{x+t}$

Can_t :	Número de cancelaciones en el año t
	$Can_t = PolIni_t * tc'_t$

Ing_t :	Ingreso en el año t
	$Ing_t = PolIni_t * PT / SA / 1000$

$VPIng_t$:	Valor Presente del Ingreso en el año t
	$VPIng_t = VPIng_t * (1 + td)^{-(t+0.5)}$

Gas_t :	Gasto anual en el año t
	$Gas_t = Ing_t * (\%Gadm_t + \%Gadq_t)$

$MMuer_t$:	Muertes pagadas en el año t
	$MMuer_t = Muer_t * SA$

${}_t Rpag_x$	Rescate pagado en el año t para una persona de edad x ${}_t Rpag_x = {}_t R_x * Can_t * SA/1000$
${}_t Vm_x$	Monto de Reserva en el año t para una persona de edad x ${}_t Vm_x = PolIni_t * V_x * SA/1000$
${}_t Vvm_x$	Variación de la reserva ${}_t Vvm_x = Vm_x - {}_{t-1} Vm_x$
$RCap_t$	Rendimiento de capital en el año t $RCap_t = tinv_t * (Ing_t - Gas_t + {}_t Vm_{x-1})$
REj_t	Resultado del ejercicio en el año t $REj_t = Ing_t - Gas_t - MMuer_t - {}_t Rpag_x + Rcap_t - {}_t Vvm_x$
$VPREj_t$	Resultado del ejercicio en el año t a valor presente con la tasa de descuento $VPREj_t = REj_t * (1 + td_t)^{-t}$

4.3 Medidas de rentabilidad

Las medidas de sensibilidad son indicadores que muestran la ganancia o pérdida del proyecto de inversión, así como, el tiempo en que tardará para la recuperación de la inversión. La rentabilidad es la relación que existe entre la utilidad y la inversión necesaria para lograrla. Es un índice de una relación tal como un beneficio y el costo incurrido para obtener ese beneficio.

La rentabilidad de un proyecto se puede medir de diferentes formas, puede ser medible en unidades monetarias, en porcentaje o en el tiempo que demora la recuperación de la inversión. Todas estas mediciones se basan en un concepto del valor tiempo del dinero, que considera que siempre existe un costo asociado a los recursos que se utilizan en el proyecto.

Las medidas de rentabilidad más comunes son: Valor Presente Neto (VPN), Tasa Interna de Retorno (TIR), año de recuperación y margen de utilidad. Con los datos calculados en los puntos anteriores se tienen suficientes recursos para poder obtener éstas medidas de rentabilidad y poder obtener

Los datos a utilizar serán:

Ingreso anual	Ing_t	
Resultado del ejercicio	REj_t	y
Valor presente del resultado del ejercicio	$VPREj_t$	

Los cuales se muestran en el siguiente apartado.

4.3.1 Valor Presente Neto (VPN)

El Valor Presente Neto es el valor actual de una serie de flujos anuales de efectivo generados por el proyecto de inversión menos el valor presente del costo de la inversión, en éste caso la serie de flujos anuales menos el valor presente del costo de la inversión son el resultado del ejercicio REj_t calculado en el año t traídos a valor presente mediante la tasa de descuento.

El valor actual de cada flujo anual se logra obtenerlo mediante el siguiente cálculo:

$$VPREj_t = REj_t * (1 + td_t)^{-t}$$

Donde:

REj_t = Resultado del ejercicio en el año t

td_t = Tasa de descuento del proyecto en el año t

Y el Valor Presente Neto es la suma de cada uno de los valores presentes de los resultados de ejercicio en cada año t

$$VPN = \sum_{t=1}^n VPREj_t$$

Si el $VPN > 0$ entonces el proyecto es viable, es decir, es rentable, mostrando cuanto se ganará en el proyecto, por sobre la tasa de retorno que se exigía al proyecto.

Si el $VPN < 0$ quiere decir que el proyecto de inversión no es rentable, mostrando cuanto falta para ganar la tasa que se deseaba obtener después de recuperada la inversión.

Si el $VPN = 0$ indica que el proyecto reporta exactamente la tasa que se quería obtener después de recuperar el capital invertido

4.3.2 Tasa Interna de Retorno (TIR)

La Tasa Interna de Retorno es una tasa de interés que se descuenta una serie de flujos anuales de efectivo. Es la TIR la que mide la rentabilidad de un proyecto de inversión como porcentaje. La máxima tasa exigible será aquella que haga que el VPN sea igual a cero.

La Tasa Interna de Retorno tiene mayor valía cuando su resultado se compara contra el Valor Presente Neto, es decir:

Si $VPN > 0$ y $TIR > 0$ entonces la rentabilidad es superior a la exigida después de recuperar toda la inversión.

Si $VPN = 0$ y $TIR > 0$ entonces la rentabilidad es igual a la exigida después de recuperar toda la inversión.

Si $VPN < 0$ y $TIR > 0$ entonces la rentabilidad es inferior a la exigida después de recuperar toda la inversión.

Si $VPN < 0$ y $TIR = 0$ entonces la rentabilidad es cero pero se recupera toda la inversión.

Si $VPN < 0$ y $TIR < 0$ entonces la rentabilidad es cero y no se recupera toda o parte de la inversión.

4.3.3 Margen de Utilidad

El margen de utilidad es un indicador que dice cual es el porcentaje de ganancia obtenido por cada unidad vendida, en éste caso es el porcentaje de ganancia que se obtendrá por cada póliza de seguro vendida.

Se obtiene como el Valor Presente Neto entre el ingreso anual y puede realizarse de forma acumulada para cada año póliza.

$$MU_t = \frac{\sum_{t=1}^t VPRE_j}{\sum_{t=1}^t Ing_t}$$

4.3.4 Año de Recuperación

El año de recuperación es aquel en el que el margen de utilidad acumulado es positivo, y tiene por objetivo medir en cuanto tiempo se recupera la inversión o bien en cuanto tiempo se comenzará a tener ganancias del proyecto. Éste indicador sirve como complemento de los otros indicadores vistos y se conoce su valor en el primer año t para el que el margen de utilidad acumulado es mayor a cero, es decir:

$$AR = t \text{ Para el año } t \text{ donde } MU_t > 0$$

5. Modelo de Simulación Monte Carlo utilizando Crystal Ball

El modelo de rentabilidad tiene el objetivo de dar a conocer la rentabilidad del seguro, y dicha rentabilidad está determinada por el valor de ciertos parámetros que determinan el costo de seguro durante la construcción del mismo. Éstos parámetros, además de determinar el costo del seguro, también tienen gran influencia en el valor de los indicadores de rentabilidad, lo que lleva a que cada vez que se modifica el valor de alguno de los parámetros se tienen diferentes valores en los índices de rentabilidad, es decir, por cada valor diferente en los parámetros que determinan el costo del seguro, se tiene un escenario de rentabilidad distinto.

Si se desea conocer el mejor escenario, en el que se tenga una mayor rentabilidad, es necesario conocer la gama de posibles escenarios, determinando un rango posible de movilidad en los parámetros que influyen en el costo. Es por ello que se debe realizar un análisis de los posibles escenarios futuros incluso para saber si es rentable o no el producto de seguro, para ésta evaluación de proyecto se realizará un proceso de simulación Monte Carlo.

El método de Monte Carlo, se basa en el proceso de simulación aleatoria, es decir, aquella simulación en la que no se puede predecir el resultado, ya que depende de la distribución de probabilidades de cada variable y del valor probabilístico que asuma en cada análisis.

Para conseguir el análisis de rentabilidad del producto de seguro utilizando un proceso de simulación Monte Carlo, se tiene una herramienta llamada Crystal Ball, la cual permite mediante la utilización de distribución de probabilidades en las variables que determinan el costo beneficio del seguro, tener el análisis de la gama de posibles escenarios generados de acuerdo a los rangos de movilidad permitidos, en los parámetros que determinan el costo beneficio del seguro.

5.1 Conceptos básicos para simulación Monte Carlo

Identificación de variables

Un primer paso es identificar las variables de entrada y las variables de salida que se utilizarán en el proceso de simulación. Las variables de entrada deberán ser aquellas variables que afecte el resultado de las medidas de rentabilidad, las variables generalmente identificadas como aquellas que afectan el resultado de rentabilidad del seguro son: las tasas de mortalidad, el porcentaje de gasto de administración, el porcentaje de gasto de adquisición, el porcentaje de las tasas de caducidad y el porcentaje de las tasas de inversión. Cada una de estas variables serán llamadas variables de entrada dentro del programa Crystal Ball, y las variables de salida serán las medidas de sensibilidad VPN, TIR, año de recuperación y margen de seguridad.

Concepto de Riesgo

El término riesgo se utiliza en general para situaciones que involucran incertidumbre, en el sentido de que el rango de posibles resultados para una determinada acción es significativo en el resultado.

Análisis de riesgo

Análisis de riesgo implica cualquier método, cualitativo o cuantitativo, para evaluar el impacto del riesgo en la toma de decisiones, siendo el objetivo la buena selección de la acción a tomar, una vez comprendidos los posibles resultados que pueden ocurrir.

Cuantificar el riesgo

Esto significa determinar todos los posibles valores que una variable riesgosa puede tomar y determinar la probabilidad relativa de cada uno de estos valores.

Una vez que se ha cuantificado el riesgo, es decir, determinado los posibles resultados y la probabilidad respectiva de ocurrencia, se pueden usar distribuciones de probabilidad para describir la situación. Una distribución de probabilidad es una herramienta para presentar de modo resumido la cuantificación de riesgo para una determinada variable.

Análisis cuantitativo de riesgo

Este enfoque radica en la velocidad y capacidad de las computadoras para realizar una cantidad grande de cálculos en cuestión de segundos, es decir, realizar una simulación en una hoja de cálculo repetidamente usando una gran cantidad de combinaciones posibles para los valores que pueden tomar las variables de entrada de las cuales se alimenta el modelo.

Simulación

Se puede definir simulación como el proceso de construir un modelo lógico-matemático de un sistema o proceso de decisión, y experimentar con el modelo para comprender el comportamiento del sistema o ayudar en la toma de decisiones. La simulación es útil en problemas o situaciones que involucren incertidumbre pero el punto principal de la simulación está en el análisis de los resultados.

Probabilidad y estadística en la simulación

Un elemento importante en el proceso de la simulación es identificar las distribuciones de probabilidad apropiada para los datos. Otro uso importante de estadística en los procesos de simulación se relaciona con el análisis de los resultados de la simulación.

Generación de números aleatorios

La generación de la cadena de números aleatorios que sea reproducible posteriormente es indispensable para una buena simulación.

El método empleado para la generación de los números aleatorios está basado en un algoritmo matemático, es decir se genera un número nuevo aleatorio en una secuencia a partir del anterior. A pesar de que un algoritmo matemático es determinístico, es decir, que se puede predecir cuál será el próximo número de la secuencia conociendo el algoritmo, la secuencia de números parece aleatoria, lo que significa que posee tres propiedades:

- Todos los números se distribuyen uniformemente entre 0 y 1
- Los números de la secuencia no tienen correlación serial
- La secuencia de números aleatorios tiene un ciclo largo, es decir, que existen suficientes números en la secuencia antes de que algunos se repitan nuevamente.

Distribuciones de probabilidad

Existen dos tipos de distribuciones de probabilidad, continuas y discretas. Ambas dependen de uno o más parámetros.

Existen tres tipos básicos de parámetros:

- Un parámetro de forma, que controla la forma básica de la distribución.
- Un parámetro de escala, que controla la unidad de medida dentro del rango de la distribución. Cambiando el mismo, se logra contraer o expandir la distribución a lo largo del eje horizontal.
- Un parámetro de ubicación, que especifica la posición de la distribución relativa a cero en el eje horizontal. Puede representar el punto medio o el extremo inferior del rango de la distribución.

A continuación se presentan la distribución normal y la triangular.

Distribución normal

Es una de las distribuciones más conocidas y generalmente empleadas en fenómenos naturales. Se caracteriza por su forma acampanada, es simétrica y tiene la propiedad de que la media, moda y mediana coinciden. A pesar de que no es cerrada, la mayor densidad es cercana a la media. Tiene dos parámetros, la media μ parámetro de ubicación y la varianza σ^2 parámetro de escala. Existe un caso particular de esta distribución y es la distribución normal estándar con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$.

La distribución normal se observa en numerosos fenómenos y también muchas distribuciones tienden a la norma, es por ello que es una de las más utilizadas.

$$\text{Densidad} \quad f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\text{Distribución} \quad F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\text{Parámetros} \quad \sigma^2 > 0, \mu$$

$$\text{Dominio} \quad -\infty \leq x \leq \infty$$

$$\text{Media} \quad \mu$$

$$\text{Varianza} \quad \sigma^2$$

Distribución Triangular

La distribución triangular se usa usualmente como una aproximación de otras distribuciones, como la normal, o ante la ausencia de información más completa.

Dado que depende de tres parámetros simples y puede tomar una variedad de formas, es muy flexible para modelar una variedad de supuestos.

Una característica es que es cerrada, lo cual elimina la posibilidad de valores extremos que quizás puedan ocurrir en la realidad.

Se definen tres parámetros: el mínimo a , el máximo b y el más probable c . Variando la posición del valor más probable con relación a los extremos la distribución puede ser simétrica o no.

Densidad	$f(x) = \frac{2(x-a)}{(b-c)(c-a)}; a \leq x \leq c$ $f(x) = \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}; c \leq x \leq b$
Distribución	$F(x) = 0 \quad ; x < a$ $F(x) = \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} \quad ; a \leq x \leq c$ $F(x) = 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)} \quad ; c < x \leq b$ $F(x) = 1 \quad ; b < x$
Parámetros	$a \leq c \leq b$
Dominio	$a \leq x \leq b$
Media	$\frac{a+b+c}{3}$
Varianza	$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc}{18}$

Elección de una distribución que se ajuste a las variables de entrada del modelo

Hay distintos enfoques para elegir una distribución que se ajuste al comportamiento de la variable aleatoria en un modelo de simulación, principalmente se presentan dos situaciones: cuando existe información empírica y cuando no existe información disponible.

Modelos con información empírica

Para los valores de variables de entrada de un modelo de simulación a veces existe información en la cual respaldar su valor, esta información puede obtenerse a través de la información histórica de la compañía, en estos casos habría que analizar el comportamiento de la variable para determinar cuál sería la distribución más adecuada que describe el comportamiento de la

variable en cuestión. La desventaja que se tiene al utilizar información empírica es que no se pueden utilizar valores fuera del rango original de la información.

Modelos que no cuentan con información disponible

Cuando no existe información disponible es necesario seleccionar una distribución que mejor se adecue al comportamiento de la variable aleatoria que servirá de input al modelo.

Se deberá definir un rango o intervalo de valores $[a,b]$ que podría tomar la variable en cuestión. Se puede utilizar la distribución uniforme en caso de que no se considere que unos valores son más probables que otros, o bien, la distribución triangular en caso de que se considere que un cierto valor c en el intervalo definido $[a,b]$, tiene una probabilidad mayor de ocurrencia.

5.2 Desarrollo de la Aplicación del método de simulación Monte Carlo en el modelo de rentabilidad mediante el programa Crystal Ball

La aplicación de simulación Monte Carlo al modelo de rentabilidad se realiza mediante el programa llamado Crystal Ball.

Crystal Ball es un programa de análisis de riesgo y de pronóstico, el cual pronostica todos los resultados posibles para una situación determinada mediante la generación de múltiples escenarios dentro de rangos probables de ocurrencia, además, muestra los niveles de confianza, por lo que, se puede conocer la probabilidad del evento en cuestión. El programa utiliza hojas de Excel para su aplicación.

El modelo de simulación Monte Carlo genera numerosos resultados que puede tomar el Valor Presente Neto (VPN), Tasa Interna de Retorno (TIR), año de recuperación y el margen de utilidad, si a cada factor que condiciona el flujo de caja se le asigna, aleatoriamente, un valor probable de ocurrencia. Al aplicar varias veces la selección de valores aleatorios para cada uno de los factores, dentro de su propia distribución de probabilidad, se logra obtener un número suficiente de resultados como para pronosticar la forma de la distribución del comportamiento probabilístico de VPN, la TIR, el año de recuperación y el margen de utilidad.

La definición de la distribución de probabilidades asignada a la ocurrencia de cada uno de los factores se denomina supuesto de entrada. Cuando se selecciona un valor para cada factor se obtiene una proyección para las medidas de rentabilidad denominada supuesto de salida o pronóstico. Al realizar muchas pruebas probabilísticamente posibles, se puede observar la probabilidad con que se repite el supuesto de salida, viendo también la probabilidad de que su resultado sea positivo o negativo.

5.3 Procedimiento de simulación Monte Carlo en Crystal Ball

Para aplicar la simulación Monte Carlo en el programa Crystal Ball y simplificar su uso se tiene el siguiente procedimiento:

i. Construir el flujo de caja

En éste caso el flujo de caja es el modelo de rentabilidad y se consideran aquellas celdas que modifican el flujo de la caja y las que contengan los flujos de caja, éstos dos tipos de celdas serán las que utilizadas dentro del modelo de simulación.

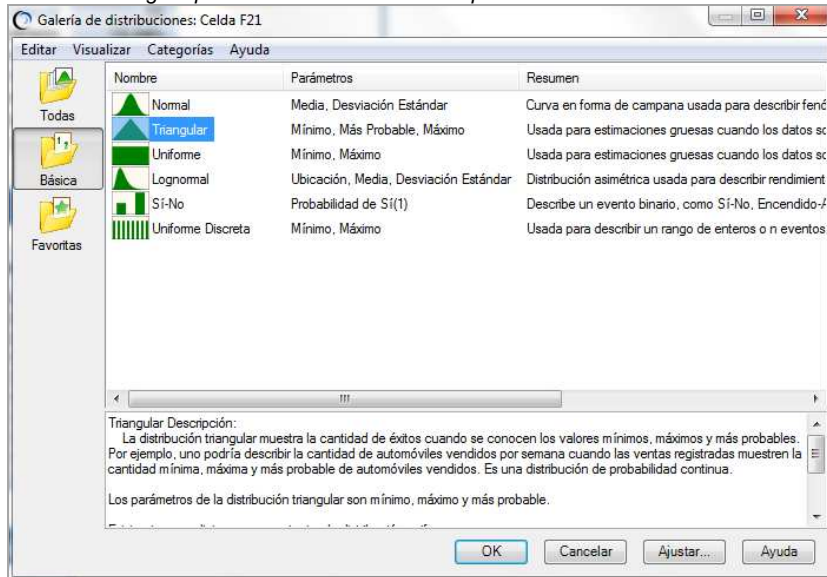
Las variables que determinan el valor de las medidas de rentabilidad son: la mortalidad, porcentaje de comisión, los gastos de administración, las tasas de caducidad y las tasas de inversión. Estas variables que generalmente tienen un valor predeterminado, se simulan con una variabilidad de $\pm 10\%$ para cada una.

Las medidas de rentabilidad serán el VPN, la TIR, el año de recuperación y el margen de utilidad.

ii. Elegir la distribución de probabilidad que mejor represente el comportamiento probabilístico de las variables de entrada

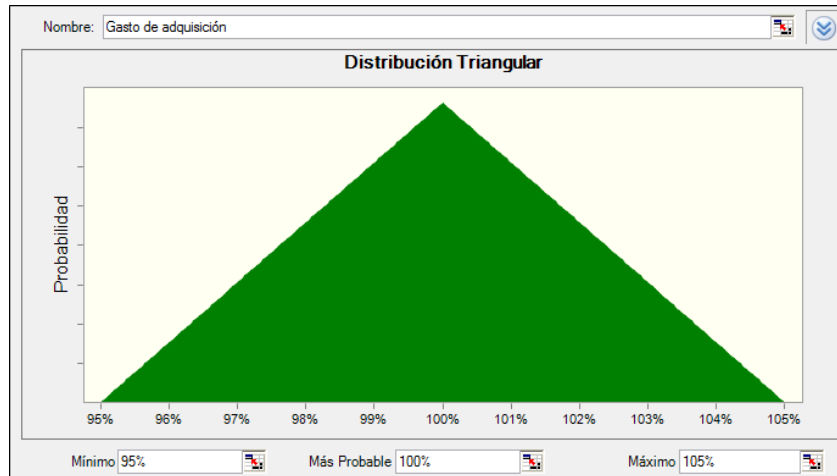
A cada variable de entrada se le asigna una distribución de probabilidad que mejor represente su comportamiento probabilístico, para esto, el programa Crystal Ball permite elegir para cada variable de entrada una distribución de probabilidad, entre ellas las antes mencionadas distribución normal y distribución triangular, que una vez elegida la distribución de cada variable input el programa pedirá que se determine el valor de los parámetros de la distribución elegida.

Imagen que muestra la elección de la probabilidad de distribución



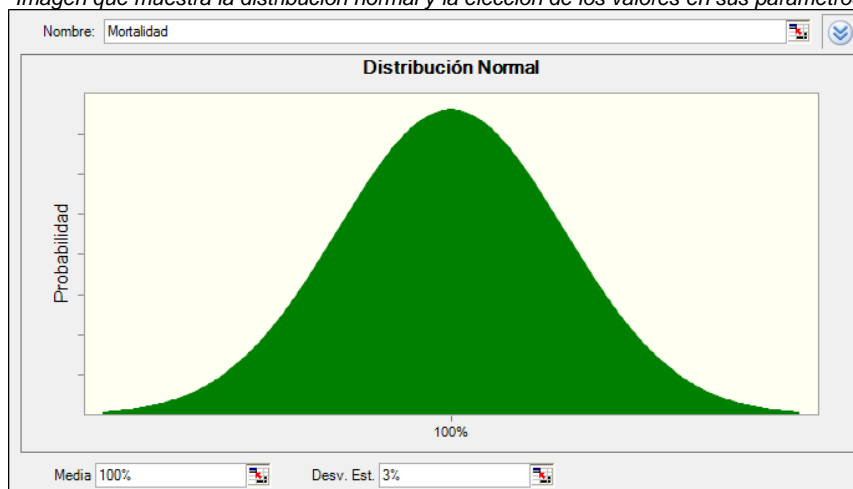
Los parámetros para la distribución triangular son: el valor máximo de ocurrencia, el valor mínimo de ocurrencia y el valor más probable, los parámetros máximos y mínimos determinarán el rango en el que oscilará el valor de la variable de entrada. Las variables input que tendrán la distribución triangular son: el gasto de adquisición, el gasto de administración, las tasas de caducidad y las tasas de inversión esperada.

Imagen que muestra la distribución triangular y la elección de los valores en sus parámetros



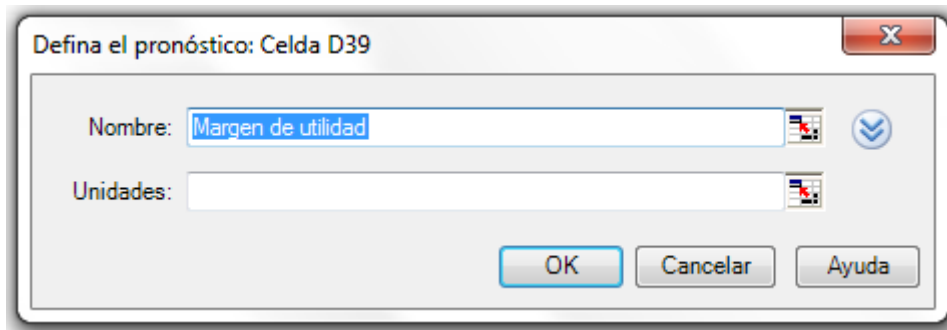
Los parámetros para la distribución normal son: la media y el número de desviaciones estándar, la media indicara el valor en el cual se concentrarán los valores de la variable input y el número de desviaciones elegidas indicará la amplitud del rango de oscilación en el que se distribuirán los valores de la variable input. La variable de mortalidad tendrá la distribución normal suponiendo que la muerte es una variable considerada como un fenómeno natural.

Imagen que muestra la distribución normal y la elección de los valores en sus parámetros



iii. Definir el pronóstico de salida, el número de pruebas y el nivel de confianza deseado

Las variables de salida, siendo éstas el Valor Presente Neto (VPN), la Tasa Interna de Retorno (TIR), el año de recuperación y el margen de utilidad, se definen en el programa como Pronóstico de Salida, cada una por separado como se muestra en la imagen, posteriormente se define el nombre de la variable de salida así como el nivel de confianza.



iv. Ejecutar la simulación

El programa Crystal Ball cuenta con la elección de decidir cuantas iteraciones se desea correr, entre mayor sea el número elegido de iteraciones más estable será el resultado obtenido, sin embargo, se debe elegir un número suficientemente grande para dar resultados pero no tan excesivo que sea tardado en terminar de correr. Si el programa se corre por segunda vez, el resultado obtenido será muy parecido al primero.

Para cada ensayo de simulación Crystal Ball repite los siguientes pasos:

- Para cada celda de supuesto, el programa genera un número aleatorio dentro del rango que se definió para cada variable de entrada, éste número aleatorio lo coloca como valor de la variable de entrada en la hoja de Excel.
- La hoja de Excel re calcula los valores del modelo con el número aleatorio de la variable de entrada elegido.
- Cada una de las celdas pronóstico genera un valor, dicho valor el programa lo registra y lo agrega a los gráficos que posteriormente mostrara como resultados.

El proceso es reiterativo y continuará hasta que la simulación termine con el número de iteraciones que se ha indicado realice.

v. Analizar la información gráfica y numérica resultante

Una vez que se corrió el programa se obtienen los resultados gráficos y numéricos a analizar.

El gráfico que mostrará refleja la incertidumbre combinada de las celdas de las variables de entrada en las variables de salida del modelo.

Los resultados que se obtendrán serán de acuerdo a los siguientes elementos que corresponden a una distribución de probabilidad:

- La media: se mostrará cual es el valor más probable a dar.
- Extensión de la distribución: muestra la amplitud del rango de valores posibles que puede tomar la variable de salida.

- Desviación de la distribución: mostrará si la distribución tiende más a ser positiva o negativa, esto indicara la tendencia que tiene la variable de salida para tomar un valor positivo o negativo.
- Asimetría: que indica si la tendencia de la gráfica esta inclinada más hacia los valores más positivos o más negativos. Si es positiva entonces los valores más alejados de la media se encuentran a la derecha y viceversa si es negativa.
- Curtosis de la distribución: analiza el grado de concentración que presentan los valores alrededor de la zona central de la distribución.
- Coeficiente de variación: expresa a la desviación estándar como porcentaje, a mayor coeficiente de variación mayor heterogeneidad de los valores de la variable de salida y a menor coeficiente de variación mayor homogeneidad.
- Error estándar de la media: cuantifica las oscilaciones de la media muestral alrededor de la media poblacional.

Además de lo anterior se obtienen otros resultados para el análisis de los resultados obtenidos, como lo son:

Gráfico de pronóstico.

Los gráficos de pronóstico utilizan distribuciones de frecuencia para cada una de las variables de salida o variables de pronóstico, y muestran el número de valores que ocurren en un intervalo dado, tiene las siguientes características.

- Cantidad de iteraciones: muestra el número de iteraciones realizadas.
- Cantidad de iteraciones exhibidas: es decir el número de interacciones que se están presentando en el gráfico.
- Capturadores de certidumbre, se encuentra el en eje de las x y de acuerdo donde este anclada la flecha (que manualmente se puede desplazar sobre el eje de las x) marca la probabilidad en ese punto.
- Frecuencia: traza la distribución de la frecuencia basándose en intervalos o grupo de intervalos.
- Muestra una escala de frecuencia que indica los conteos de frecuencia.
- Tiene una escala de probabilidad que muestra la probabilidad de que los valores caigan dentro de los intervalos.

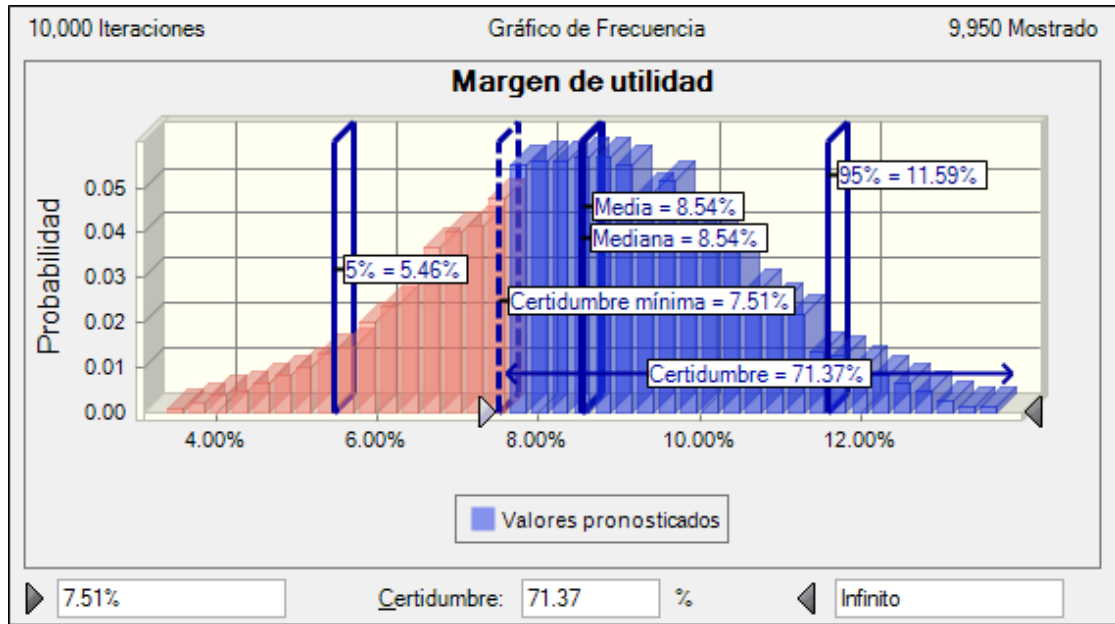


Gráfico de sensibilidad.

Estos gráficos muestran la medida en que un supuesto dado afecta su resultado, es decir muestra el porcentaje que cada supuesto está contribuyendo al resultado ya sea de manera positiva o negativa, permitiendo descubrir cuáles son los supuestos que más o menos influyen en los pronósticos. Con ello se puede tomar decisiones acerca de los supuestos que tengan mayor importancia y descartar dentro del análisis aquellos que no la tengan. Esto permite tener informes más realistas y tener un resultado más preciso acerca de los supuestos que mas influyen en los resultados.

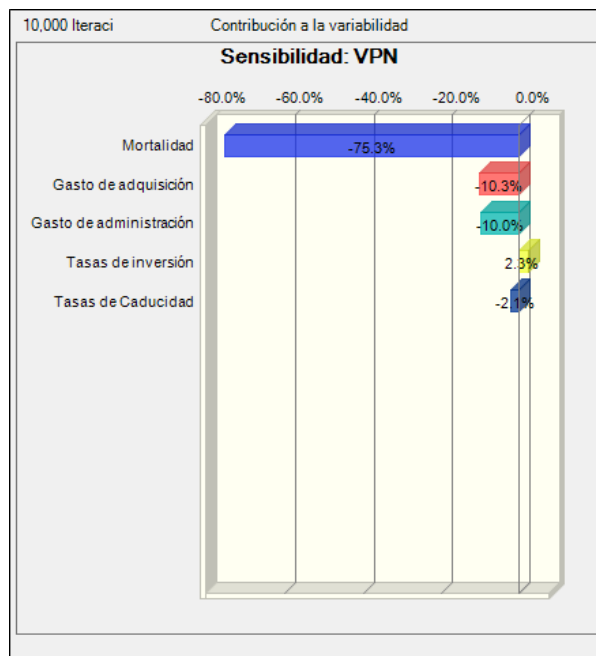
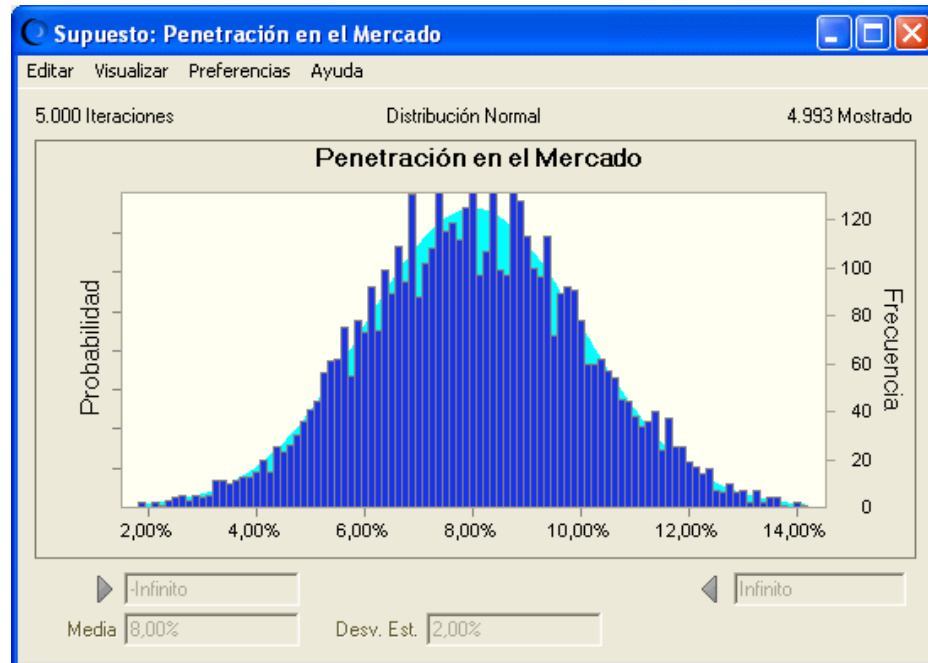


Gráfico de supuestos

El gráfico de supuestos muestra valores de iteraciones para una simulación superpuestos sobre la distribución para ese supuesto. Una mayor cantidad de iteraciones y mayores ejemplos deberían generar curvas de mayor aproximación que puedan ajustarse más a las curvas de distribución ideal.



Análisis del Escenario

Ejecuta una simulación y luego une todos los valores resultantes de un pronóstico objetivo con los valores de supuestos correspondientes.

6. Ejemplo aplicativo

En las siguientes secciones se desarrolla un ejemplo de un seguro de vida temporal a 10 años, siguiendo la teoría mostrada en la sección 3 de este trabajo, por lo que al ser la aplicación de la teoría solo se presentan las formulas y se hace referencia de la sección en la cual se mostro y explico.

Una vez obtenidos los resultados de los cálculos actuariales se desarrolla el modelo de rentabilidad, siguiendo el desarrollo de la sección 4, en el ejemplo del seguro de vida temporal a 10 años.

Posteriormente utilizando el programa de simulación Crystal Ball se realizan las simulaciones de los escenarios del modelo, finalizando con un análisis de los resultados dados.

6.1 Cálculo técnico del ejemplo de seguro

a. Característica del seguro

El ejemplo de seguro se calculará con las siguientes características:

Tipo de Seguro: *Temporal a 10 años*
 Plazo de pago de primas: *10 años*
 Tasa de interés técnico (it): *5.5%*
 Edad de cálculo: *30 años*

b. Tabla de mortalidad

Se calcula la tabla de mortalidad con las tasas de mortalidad denominadas Tasas de Mortalidad Individual CNSF 2000-I (1991-1998).

Tabla de Mortalidad											
x	qx CNSF-2000	lx	dx	x	qx CNSF-2000	lx	dx	x	qx CNSF-2000	lx	dx
0	0.000000	100,000.00	-	34	0.002029	97,901.79	198.64	68	0.024851	72,401.53	1,799.25
1	0.000000	100,000.00	-	35	0.002186	97,703.14	213.58	69	0.026720	70,602.28	1,886.49
2	0.000000	100,000.00	-	36	0.002354	97,489.56	229.49	70	0.028724	68,715.78	1,973.79
3	0.000000	100,000.00	-	37	0.002535	97,260.07	246.55	71	0.030874	66,741.99	2,060.59
4	0.000000	100,000.00	-	38	0.002730	97,013.52	264.85	72	0.033180	64,681.40	2,146.13
5	0.000000	100,000.00	-	39	0.002940	96,748.67	284.44	73	0.035651	62,535.27	2,229.44
6	0.000000	100,000.00	-	40	0.003166	96,464.23	305.41	74	0.038300	60,305.83	2,309.71
7	0.000000	100,000.00	-	41	0.003410	96,158.83	327.90	75	0.041136	57,996.11	2,385.73
8	0.000000	100,000.00	-	42	0.003672	95,830.92	351.89	76	0.044174	55,610.38	2,456.53
9	0.000000	100,000.00	-	43	0.003954	95,479.03	377.52	77	0.047424	53,153.85	2,520.77
10	0.000000	100,000.00	-	44	0.004258	95,101.51	404.94	78	0.050902	50,633.08	2,577.33
11	0.000000	100,000.00	-	45	0.004585	94,696.57	434.18	79	0.054619	48,055.76	2,624.76
12	0.000396	100,000.00	39.60	46	0.004938	94,262.38	465.47	80	0.058592	45,431.00	2,661.89
13	0.000427	99,960.40	42.68	47	0.005317	93,796.92	498.72	81	0.062834	42,769.11	2,687.35
14	0.000460	99,917.72	45.96	48	0.005725	93,298.20	534.13	82	0.067362	40,081.75	2,699.99
15	0.000495	99,871.75	49.44	49	0.006164	92,764.07	571.80	83	0.072190	37,381.77	2,698.59
16	0.000533	99,822.32	53.21	50	0.006637	92,192.27	611.88	84	0.077337	34,683.18	2,682.29
17	0.000575	99,769.11	57.37	51	0.007145	91,580.39	654.34	85	0.082817	32,000.88	2,650.22
18	0.000619	99,711.75	61.72	52	0.007693	90,926.05	699.49	86	0.088649	29,350.67	2,601.91
19	0.000667	99,650.02	66.47	53	0.008282	90,226.55	747.26	87	0.094850	26,748.76	2,537.12
20	0.000718	99,583.56	71.50	54	0.008915	89,479.30	797.71	88	0.101436	24,211.64	2,455.93
21	0.000773	99,512.06	76.92	55	0.009597	88,681.59	851.08	89	0.108424	21,755.71	2,358.84
22	0.000833	99,435.13	82.83	56	0.010330	87,830.51	907.29	90	0.115832	19,396.87	2,246.78
23	0.000897	99,352.30	89.12	57	0.011119	86,923.22	966.50	91	0.123677	17,150.09	2,121.07
24	0.000966	99,263.19	95.89	58	0.011967	85,956.72	1,028.64	92	0.131973	15,029.02	1,983.42
25	0.001041	99,167.30	103.23	59	0.012879	84,928.08	1,093.79	93	0.140737	13,045.59	1,836.00
26	0.001121	99,064.06	111.051	60	0.013860	83,834.29	1,161.94	94	0.149983	11,209.60	1,681.25
27	0.001207	98,953.01	119.44	61	0.014914	82,672.35	1,232.98	95	0.159723	9,528.35	1,521.90
28	0.001300	98,833.58	128.48	62	0.016048	81,439.37	1,306.94	96	0.169970	8,006.45	1,360.86
29	0.001400	98,705.09	138.19	63	0.017265	80,132.43	1,383.49	97	0.180733	6,645.59	1,201.08
30	0.001508	98,566.91	148.64	64	0.018574	78,748.95	1,462.68	98	0.192020	5,444.52	1,045.46
31	0.001624	98,418.27	159.83	65	0.019980	77,286.26	1,544.18	99	0.203837	4,399.06	896.69
32	0.001749	98,258.44	171.85	66	0.021490	75,742.08	1,627.70	100	1.000000	3,502.37	3,502.37
33	0.001884	98,086.58	184.80	67	0.023111	74,114.39	1,712.86				

c. Prima neta única

Prima neta única, como se mencionó anteriormente la prima neta única determina el tipo de seguro, por lo que la prima neta única correspondiente a un seguro temporal es:

$$A'_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} q_{x+t} = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} d_{x+t} = \frac{1}{l_{30}} \sum_{t=0}^9 (1 + 5.5\%)^{t+1} d_{30+t}$$

Para cada año t se tiene un valor presente y una d_x para cada año t transcurrido, como se muestra en la fórmula se debe multiplicar y sumar, los valores se muestran en la tabla siguiente:

t	x	d_x	V_t	$d_x * V_t$
1	30	148.64	0.94787	140.89
2	31	159.83	0.89845	143.60
3	32	171.85	0.85161	146.35
4	33	184.80	0.80722	149.17
5	34	198.64	0.76513	151.99
6	35	213.58	0.72525	154.90
7	36	229.49	0.68744	157.76
8	37	246.55	0.65160	160.65
9	38	264.85	0.61763	163.58
10	39	284.44	0.58543	166.52

Suma de $d_x * V_t$ 1,535.41

Luego **l_{35} 98,567**

Por lo que $\frac{1}{l_{30}} \sum_{t=0}^{10-1} (1 + 5.5\%)^{t+1} d_{30+t} = \frac{1,535}{98,567} = 0.015577$

d. Anualidad

Dado que el periodo de pago de primas es igual a la temporalidad del seguro y el pago es anticipado, la anualidad a calcular es una anualidad anticipada pagadera a 10 años, entonces:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t p_x = \sum_{t=0}^{10-1} (1 + 5.5\%)^{-t} p_{30}$$

Para cada año t transcurrido se tiene una p_x distinta así como un valor presente diferente, en este caso por ser una anualidad anticipada el valor presente se calcula iniciado con t=0, esto se puede apreciar en la siguiente tabla:

t	x	lx	Vt	lx * Vt
0	30	98,566.91	1.00000	98,566.91
1	31	98,418.27	0.94787	93,287.46
2	32	98,258.44	0.89845	88,280.53
3	33	98,086.58	0.85161	83,531.87
4	34	97,901.79	0.80722	79,027.96
5	35	97,703.14	0.76513	74,756.03
6	36	97,489.56	0.72525	70,703.90
7	37	97,260.07	0.68744	66,860.16
8	38	97,013.52	0.65160	63,213.90
9	39	96,748.67	0.61763	59,754.81
Suma de $l_x * V_t$				777,983.53
l_{35}				98,567
$\ddot{a}_{30:10}$				7.89

Por lo que
$$\frac{1}{l_{30}} \sum_{t=0}^{10-1} (1 + 5.5\%)^t l_{30+t} = \frac{777,984}{98,567} = 7.89$$

e. Prima neta nivelada

Por lo tanto la prima neta nivelada para un temporal a 10 años es:

$$P'_{x:\overline{n}|} = \frac{A'_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}'_{x:\overline{n}|}} = \frac{A'_{30:\overline{10}|}}{\ddot{a}'_{30:\overline{10}|}} = \frac{0.015577}{7.89} = 0.001974$$

f. Prima de Tarifa

▪ **Gastos nivelados**

Los gastos para aplicar a la prima de riesgo y poder obtener la prima de tarifa serán:

t	% Gasto de Comisión	% Gasto de Administración
1	60%	15%
2	30%	15%
3	20%	15%
4	10%	15%
5	5%	10%
6	5%	10%
7	5%	10%
8	5%	10%
9	5%	10%
10	5%	10%

y una utilidad del 5%

Dado que los gastos son decrecientes, se calculan los gastos nivelados para ser aplicados a la prima de riesgo y poder obtener la prima de tarifa.

La nivelación de gastos se obtiene mediante la siguiente fórmula, misma que se presentó en la sección 3.

$$\text{Gasto Nivelado} = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} l_{x+t} * \% \text{Gasto}_t * V^t}{\sum_{t=0}^{n-1} \frac{l_{x+t}}{l_x} * V^t}$$

- Cálculo del numerador:

Para cada año t se tiene una l_{x+t} y un valor presente, esto se nota en el siguiente cuadro:

t	x	l_x	V_t	$l_{x+t} * V_t$	% G Comisión	% G Admon	$\frac{l_{x+t} * V^t * \% \text{ G Com}_t}{l_x}$	$\frac{l_{x+t} * V^t * \% \text{ G Admon}_t}{l_x}$
0	30	98,566.91	1.00000	98,566.91	60%	15%	0.60	0.15
1	31	98,418.27	0.94787	93,287.46	30%	15%	0.28	0.14
2	32	98,258.44	0.89845	88,280.53	20%	15%	0.18	0.13
3	33	98,086.58	0.85161	83,531.87	10%	15%	0.08	0.13
4	34	97,901.79	0.80722	79,027.96	5%	10%	0.04	0.08
5	35	97,703.14	0.76513	74,756.03	5%	10%	0.04	0.08
6	36	97,489.56	0.72525	70,703.90	5%	10%	0.04	0.07
7	37	97,260.07	0.68744	66,860.16	5%	10%	0.03	0.07
8	38	97,013.52	0.65160	63,213.90	5%	10%	0.03	0.06
9	39	96,748.67	0.61763	59,754.81	5%	10%	0.03	0.06
Suma							1.35798	0.97377

- Calculo del denominador:

Ahora la anualidad anticipada para una persona de 30 años de edad a 10 años, representada en el denominador de la fórmula de gasto nivelado, da como resultado, 7.89 (como se vio previamente)

Por lo que el gasto nivelado de administración y comisión es:

Comisión nivelada	Gasto de Administración nivelada
17.20%	12.34%

▪ **Prima de tarifa**

Una vez obtenidos los gastos nivelados se procede al cálculo de la prima de tarifa, siguiendo la siguiente fórmula:

$$PT_x = \frac{PR_x + \gamma}{(1 - \alpha - \beta - \delta)} = \frac{PR_{30} + 0}{(1 - \alpha - \beta - \delta)} = \frac{0.001974}{(1 - 12.34\% - 17.20\% - 5\%)} = 0.003015$$

Donde:

- PT_x = Prima de Tarifa para una persona de edad 30
- PR_x = Prima de Riesgo para una persona de edad 30
- α = Gasto de administración nivelado 12.34%
- λ = Gasto de administración al millar 0
- β = Gasto de adquisición nivelado 17.20%
- δ = Utilidad 5%

La prima de tarifa de un temporal a 10 años para una persona de edad 30 al millar de suma asegurada con los gastos aplicados es 3.02

g. Reserva matemática

Para el cálculo de la reserva matemática en el ejemplo del seguro temporal a 10 años, se utilizará el método prospectivo, mediante la siguiente fórmula:

$${}_tV_{x:n}^1 = A_{x+t:n-t}^1 - P_{x+t:n-t}^1 \ddot{a}_{x+t:n-t} \quad = \text{Reserva de un seguro temporal a } n \text{ años para una persona de edad } x \text{ calculada en el tiempo } t \text{ pagadero en } n \text{ años}$$

Entonces:

$${}_{10}V_{30:10}^1 = A_{30+t:10-t}^1 - P_{30+t:10-t}^1 \ddot{a}_{30+t:10-t}$$

Se puede apreciar en la fórmula que para cada año t transcurrido se tiene una prima única y una anualidad distinta donde n, que denota la temporalidad de la anualidad y de la prima única, va disminuyendo año con año y la edad x del asegurado va aumentando año con año, lo que lleva a tener las siguientes tablas de resultados:

Para t=0

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
0	1	30	98,567	149	0.9479	140.890	0.015577	1.0000	98,567	7.892949
0	2	31	98,418	160	0.8985	143.601	-	0.9479	93,287	-
0	3	32	98,258	172	0.8516	146.353	-	0.8985	88,281	-
0	4	33	98,087	185	0.8072	149.170	-	0.8516	83,532	-
0	5	34	97,902	199	0.7651	151.988	-	0.8072	79,028	-
0	6	35	97,703	214	0.7252	154.897	-	0.7651	74,756	-
0	7	36	97,490	229	0.6874	157.760	-	0.7252	70,704	-
0	8	37	97,260	247	0.6516	160.654	-	0.6874	66,860	-
0	9	38	97,014	265	0.6176	163.577	-	0.6516	63,214	-
0	10	39	96,749	284	0.5854	166.521	-	0.6176	59,755	-

Para t=1

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
1	1	31	98,418	160	0.9479	151.499	0.014949	1.0000	98,418	7.283044
1	2	32	98,258	172	0.8985	154.403	-	0.9479	93,136	-
1	3	33	98,087	185	0.8516	157.374	-	0.8985	88,126	-
1	4	34	97,902	199	0.8072	160.348	-	0.8516	83,374	-
1	5	35	97,703	214	0.7651	163.417	-	0.8072	78,868	-
1	6	36	97,490	229	0.7252	166.437	-	0.7651	74,593	-
1	7	37	97,260	247	0.6874	169.490	-	0.7252	70,537	-
1	8	38	97,014	265	0.6516	172.574	-	0.6874	66,691	-
1	9	39	96,749	284	0.6176	175.679	-	0.6516	63,041	-

Análisis y proyección de los seguros tradicionales a largo plazo mediante simulación Monte Carlo de un modelo dinámico para medir suficiencia

Para t=2

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
2	1	32	98,258	172	0.9479	162.895	0.014170	1.0000	98,258	6.639393
2	2	33	98,087	185	0.8985	166.030	-	0.9479	92,973	-
2	3	34	97,902	199	0.8516	169.167	-	0.8985	87,960	-
2	4	35	97,703	214	0.8072	172.405	-	0.8516	83,205	-
2	5	36	97,490	229	0.7651	175.591	-	0.8072	78,695	-
2	6	37	97,260	247	0.7252	178.812	-	0.7651	74,417	-
2	7	38	97,014	265	0.6874	182.066	-	0.7252	70,359	-
2	8	39	96,749	284	0.6516	185.341	-	0.6874	66,509	-

Para t=3

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
3	1	33	98,087	185	0.9479	175.161	0.013223	1.0000	98,087	5.959984
3	2	34	97,902	199	0.8985	178.471	-	0.9479	92,798	-
3	3	35	97,703	214	0.8516	181.887	-	0.8985	87,782	-
3	4	36	97,490	229	0.8072	185.249	-	0.8516	83,023	-
3	5	37	97,260	247	0.7651	188.647	-	0.8072	78,510	-
3	6	38	97,014	265	0.7252	192.079	-	0.7651	74,228	-
3	7	39	96,749	284	0.6874	195.535	-	0.7252	70,167	-

Para t=4

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
4	1	34	97,902	199	0.9479	188.287	0.012089	1.0000	97,902	5.242660
4	2	35	97,703	214	0.8985	191.891	-	0.9479	92,610	-
4	3	36	97,490	229	0.8516	195.437	-	0.8985	87,590	-
4	4	37	97,260	247	0.8072	199.023	-	0.8516	82,828	-
4	5	38	97,014	265	0.7651	202.643	-	0.8072	78,311	-
4	6	39	96,749	284	0.7252	206.290	-	0.7651	74,026	-

Para t=5

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
5	1	35	97,703	214	0.9479	202.445	0.010747	1.0000	97,703	4.485107
5	2	36	97,490	229	0.8985	206.186	-	0.9479	92,407	-
5	3	37	97,260	247	0.8516	209.969	-	0.8985	87,384	-
5	4	38	97,014	265	0.8072	213.789	-	0.8516	82,618	-
5	5	39	96,749	284	0.7651	217.636	-	0.8072	78,097	-

Para t=6

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
6	1	36	97,490	229	0.9479	217.526	0.009172	1.0000	97,490	3.684843
6	2	37	97,260	247	0.8985	221.517	-	0.9479	92,190	-
6	3	38	97,014	265	0.8516	225.547	-	0.8985	87,162	-
6	4	39	96,749	284	0.8072	229.606	-	0.8516	82,392	-

Para t=7

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
7	1	37	97,260	247	0.9479	233.701	0.007340	1.0000	97,260	2.839193
7	2	38	97,014	265	0.8985	237.952	-	0.9479	91,956	-
7	3	39	96,749	284	0.8516	242.234	-	0.8985	86,924	-

Para t=8

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
8	1	38	97,014	265	0.9479	251.040	0.005222	1.0000	97,014	1.945280
8	2	39	96,749	284	0.8985	255.557	-	0.9479	91,705	-

Para t=9

t	j	x	l_x	d_x	v^t	$d_x * v^t$	$A_{x:n}$	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{x:n}$
9	1	39	96,749	284	0.9479	269.612	0.002787	1.0000	96,749	1.000000

En resumen se tiene:

t	${}_nPR_x$	$\ddot{a}_{x+t:n-t}$	$A_{x+t:n-t}$	${}_tV_{x:n}$
0	0.00197	7.89295	0.01558	-
1	0.00197	7.28304	0.01495	0.0005750
2	0.00197	6.63939	0.01417	0.0010665
3	0.00197	5.95998	0.01322	0.0014608
4	0.00197	5.24266	0.01209	0.0017426
5	0.00197	4.48511	0.01075	0.0018954
6	0.00197	3.68484	0.00917	0.0018999
7	0.00197	2.83919	0.00734	0.0017366
8	0.00197	1.94528	0.00522	0.0013828
9	0.00197	1.00000	0.00279	0.0008132

h. Reserva mínima

De acuerdo al procedimiento de la sección 3, se calcula la reserva mínima con lo siguiente:

- **Pérdida de primer año**

$$PE_1 = CAdq_{NT} - PT_1 * \beta$$

Donde:

PE_1 = Pérdida de primer año

$CAdq_{NT}$ = Costo de adquisición que se estima pagar en el primer año de vigencia conforme a la nota técnica

PT_1 = Prima de tarifa

β = Comisión nivelada

Sustituyendo valores:

$$PE_1 = CAdq_{NT} - PT_1 * \alpha = (60\% * 0.00302) - (17.2\% * 0.00302) = 0.001290\text{€}$$

- **Prima de ahorro**

Para obtener la pérdida amortizable primero se calcula la prima de ahorro de primer año como:

$$PAH_1 = PN_1 - CS_1$$

Donde:

CS_1 = Es el valor presente del costo esperado de siniestralidad del primer año.

$$CS_1 = \frac{q_x}{1+i}$$

PN_1 = Prima neta nivelada.

Sustituyendo valores

$$PAH_1 = PN_1 - CS_1 = PN_1 - \left(\frac{q_x}{1+it} \right) = 0.001974 - \left(\frac{0.001508}{1+5.5\%} \right) = 0.001974 - 0.001429 = 0.0005442$$

▪ **Pérdida amortizable**

Con la pérdida de primer año y la prima de ahorro de primer año calculadas se obtiene la pérdida amortizable como:

$$PA_1 = \text{Min}(PE_1, PAH_1)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$PA_1 = \text{Min}(PE_1, PAH_1) = \text{Min}(0.0012903, 0.0005442) = 0.0005442$$

▪ **Anualidad de amortización**

Ahora se procede a calcular la anualidad de amortización,

$$AM_t = (PA_1) * F_x * \frac{\ddot{a}_{x+t:m-t}}{\ddot{a}_{x+l:m-l}}$$

Donde:

$$PA_1 = 0.0005442$$

$$F_x = \frac{(1+i)}{p_x} = \frac{(1+5.5\%)}{0.99849} = 1.0566$$

$$Y \ddot{a}_{x+t:m-t}$$

En este caso t comienza en el año póliza 1, entonces se tienen los siguientes cuadros de cálculo:

t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{31:9}$
1	1	31	98,418	1.0000	98,418	7.283044
1	2	32	98,258	0.9479	93,136	-
1	3	33	98,087	0.8985	88,126	-
1	4	34	97,902	0.8516	83,374	-
1	5	35	97,703	0.8072	78,868	-
1	6	36	97,490	0.7651	74,593	-
1	7	37	97,260	0.7252	70,537	-
1	8	38	97,014	0.6874	66,691	-
1	9	39	96,749	0.6516	63,041	-
t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{32:8}$
2	1	32	98,258	1.0000	98,258	6.639393
2	2	33	98,087	0.9479	92,973	-
2	3	34	97,902	0.8985	87,960	-
2	4	35	97,703	0.8516	83,205	-
2	5	36	97,490	0.8072	78,695	-
2	6	37	97,260	0.7651	74,417	-
2	7	38	97,014	0.7252	70,359	-
2	8	39	96,749	0.6874	66,509	-

Análisis y proyección de los seguros tradicionales a largo plazo mediante simulación Monte Carlo de un modelo dinámico para medir suficiencia

t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{33:7}$
3	1	33	98,087	1.0000	98,087	5.959984
3	2	34	97,902	0.9479	92,798	-
3	3	35	97,703	0.8985	87,782	-
3	4	36	97,490	0.8516	83,023	-
3	5	37	97,260	0.8072	78,510	-
3	6	38	97,014	0.7651	74,228	-
3	7	39	96,749	0.7252	70,167	-

t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{34:6}$
4	1	34	97,902	1.0000	97,902	5.242660
4	2	35	97,703	0.9479	92,610	-
4	3	36	97,490	0.8985	87,590	-
4	4	37	97,260	0.8516	82,828	-
4	5	38	97,014	0.8072	78,311	-
4	6	39	96,749	0.7651	74,026	-

t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{35:5}$
5	1	35	97,703	1.0000	97,703	4.485107
5	2	36	97,490	0.9479	92,407	-
5	3	37	97,260	0.8985	87,384	-
5	4	38	97,014	0.8516	82,618	-
5	5	39	96,749	0.8072	78,097	-

t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{36:4}$
6	1	36	97,490	1.0000	97,490	3.684843
6	2	37	97,260	0.9479	92,190	-
6	3	38	97,014	0.8985	87,162	-
6	4	39	96,749	0.8516	82,392	-

t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{37:3}$
7	1	37	97,260	1.0000	97,260	2.839193
7	2	38	97,014	0.9479	91,956	-
7	3	39	96,749	0.8985	86,924	-

t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{38:2}$
8	1	38	97,014	1.0000	97,014	1.945280
8	2	39	96,749	0.9479	91,705	-

t	j	x	l_x	v^t	$l_x * v^t$	$\ddot{a}_{39:1}$
9	1	39	96,749	1.0000	96,749	1.000000

Se procede a realizar el cálculo de la anualidad de amortización, teniendo en cuenta los datos obtenidos y presentados en los cuadros y la fórmula de cálculo, es decir:

$$AM_t = (PA_1) * F_x * \frac{\ddot{a}_{x+t:m-t}}{\ddot{a}_{x+l:m-1}}$$

t	$\ddot{a}_{x+t:m-1}$	F_{30}	PA_1	AM_t
1	7.28304	1.05659	0.00054	0.00057499
2	6.63939	1.05659	0.00054	0.00052418
3	5.95998	1.05659	0.00054	0.00047054
4	5.24266	1.05659	0.00054	0.00041391
5	4.48511	1.05659	0.00054	0.00035410
6	3.68484	1.05659	0.00054	0.00029092
7	2.83919	1.05659	0.00054	0.00022415
8	1.94528	1.05659	0.00054	0.00015358
9	1.00000	1.05659	0.00054	0.00007895
10	-	-	-	-

▪ **Reserva mínima**

La reserva mínima se determina como la diferencia entre la reserva terminal de prima nivelada y la anualidad de amortización:

$${}_tV_x^{\min} = {}_tV_x - AM_t$$

t	${}_tV_{x:n}$	AM_t	${}_tV_{x:n}^{\min}$
0	-		
1	0.00057499	0.00057499	-
2	0.00106647	0.00052418	0.000542
3	0.00146081	0.00047054	0.000990
4	0.00174256	0.00041391	0.001329
5	0.00189538	0.00035410	0.001541
6	0.00189990	0.00029092	0.001609
7	0.00173661	0.00022415	0.001512
8	0.00138275	0.00015358	0.001229
9	0.00081315	0.00007895	0.000734
10	-	-	-

i. **Rescate**

El procedimiento para obtener los valores de rescate es el mostrado en la sección tres, y consta de los siguientes pasos:

▪ **Activo contingente**

El activo contingente es el valor de la pérdida que la compañía tendrá en el año t, la pérdida se da por la diferencia que existe entre los gastos que la compañía consideran dentro del costo de la prima de tarifa y los gastos reales que va teniendo año con año, es decir:

- La diferencia entre el costo de adquisición que la compañía cobrará como parte de la prima de tarifa y el costo de adquisición que realmente tendrá la compañía en el año t y
- La diferencia entre el gasto de administración que la compañía cobrará como parte de la prima de tarifa y el gasto de administración que realmente tendrá la compañía en el año t.

$$PC_t = CE * \ddot{a}_{x+t:n-t} - \sum_{i=0}^{m-t-1} V^i CR_i * {}_iP_{x+t} \text{ Para los costos de adquisición}$$

Y

$$PG_t = GE * \ddot{a}_{x+t:n-t} - \sum_{i=0}^{m-t-1} V^i GR_i * {}_iP_{x+t} \text{ Para los gastos de administración}$$

Donde:

GE = gasto de administración nivelado

GR_t = gasto de administración real en el año t

CE = costo de adquisición nivelado

CR_t = costo de adquisición real en el año t

${}_iP_{x+t}$ = probabilidad de que una póliza no salga por muerte

Para el cálculo de $CE^* \ddot{a}_{x+t:n-t}$ y $GE^* \ddot{a}_{x+t:n-t}$ se considera lo siguiente:

- Se utiliza la misma anualidad que se calculo para la reserva mínima, por lo que ya no se presentan los cálculos si no solo el resultado.
- También se cuenta con el cálculo de los gastos nivelados y los gastos decrecientes, de igual forma se presentan solo los resultados ya obtenidos

La siguiente tabla muestra los resultados:

t	$\ddot{a}_{x+t:n-t}$	CE	GE	CE *	GE *
1	7.28	0.17205	0.12337	1.25304	0.89853
2	6.64	0.17205	0.12337	1.14230	0.81912
3	5.96	0.17205	0.12337	1.02541	0.73530
4	5.24	0.17205	0.12337	0.90200	0.64680
5	4.49	0.17205	0.12337	0.77166	0.55334
6	3.68	0.17205	0.12337	0.63397	0.45461
7	2.84	0.17205	0.12337	0.48848	0.35028
8	1.95	0.17205	0.12337	0.33468	0.23999
9	1.00	0.17205	0.12337	0.17205	0.12337
10	-	-	-	-	-

Ahora se procede a calcular $\sum_{i=0}^{m-t-1} V^i CR_i^* P_{x+t}$ y $\sum_{i=0}^{m-t-1} V^i GR_i^* P_{x+t}$

Donde ${}_iP_{x+t}$ es la probabilidad de que una póliza no salga por muerte, siendo entonces:

$${}_iP_{x+t} = \frac{l_{x+t+i}}{l_{x+t}}$$

El desglose para cada año póliza t se muestra en seguida:

t=1

t	i	V^i	l_{x+i}	l_{x+t}	${}_iP_{x+t}$	CR_i	GR_i	${}_iP_{x+t} * CR_i * V^i$	${}_iP_{x+t} * GR_i * V^i$	Suma de (${}_iP_{x+t} * CR_i * V^i$)	Suma de (${}_iP_{x+t} * GR_i * V^i$)
1	1	1.0000	98,418	98,418	1.00000	0.30000	0.15000	0.30000	0.15000	0.80087	0.87039
1	2	0.9479	98,258	98,418	0.99838	0.20000	0.15000	0.18927	0.14195	-	-
1	3	0.8985	98,087	98,418	0.99663	0.10000	0.15000	0.08954	0.13431	-	-
1	4	0.8516	97,902	98,418	0.99475	0.05000	0.10000	0.04236	0.08471	-	-
1	5	0.8072	97,703	98,418	0.99273	0.05000	0.10000	0.04007	0.08014	-	-
1	6	0.7651	97,490	98,418	0.99056	0.05000	0.10000	0.03790	0.07579	-	-
1	7	0.7252	97,260	98,418	0.98823	0.05000	0.10000	0.03584	0.07167	-	-
1	8	0.6874	97,014	98,418	0.98573	0.05000	0.10000	0.03388	0.06776	-	-
1	9	0.6516	96,749	98,418	0.98304	0.05000	0.10000	0.03203	0.06405	-	-

Análisis y proyección de los seguros tradicionales a largo plazo mediante simulación Monte Carlo de un modelo dinámico para medir suficiencia

t=2

t	i	V ^t	I _{x+t}	I _{x+t}	iP _{x+t}	CR _i	GR _i	iP _{x+t} * CR _i * V ^t	iP _{x+t} * GR _i * V ^t	Suma de (iP _{x+t} * CR _i * V ^t)	Suma de (iP _{x+t} * GR _i * V ^t)
2	1	1.0000	98,258	98,258	1.00000	0.20000	0.15000	0.20000	0.15000	0.52928	0.76125
2	2	0.9479	98,087	98,258	0.99825	0.10000	0.15000	0.09462	0.14193	-	-
2	3	0.8985	97,902	98,258	0.99637	0.05000	0.10000	0.04476	0.08952	-	-
2	4	0.8516	97,703	98,258	0.99435	0.05000	0.10000	0.04234	0.08468	-	-
2	5	0.8072	97,490	98,258	0.99218	0.05000	0.10000	0.04005	0.08009	-	-
2	6	0.7651	97,260	98,258	0.98984	0.05000	0.10000	0.03787	0.07574	-	-
2	7	0.7252	97,014	98,258	0.98733	0.05000	0.10000	0.03580	0.07161	-	-
2	8	0.6874	96,749	98,258	0.98463	0.05000	0.10000	0.03384	0.06769	-	-

t=3

t	i	V ^t	I _{x+t}	I _{x+t}	iP _{x+t}	CR _i	GR _i	iP _{x+t} * CR _i * V ^t	iP _{x+t} * GR _i * V ^t	Suma de (iP _{x+t} * CR _i * V ^t)	Suma de (iP _{x+t} * GR _i * V ^t)
3	1	1.0000	98,087	98,087	1.00000	0.10000	0.15000	0.10000	0.15000	0.34800	0.64600
3	2	0.9479	97,902	98,087	0.99812	0.05000	0.10000	0.04730	0.09461	-	-
3	3	0.8985	97,703	98,087	0.99609	0.05000	0.10000	0.04475	0.08949	-	-
3	4	0.8516	97,490	98,087	0.99391	0.05000	0.10000	0.04232	0.08464	-	-
3	5	0.8072	97,260	98,087	0.99157	0.05000	0.10000	0.04002	0.08004	-	-
3	6	0.7651	97,014	98,087	0.98906	0.05000	0.10000	0.03784	0.07568	-	-
3	7	0.7252	96,749	98,087	0.98636	0.05000	0.10000	0.03577	0.07154	-	-

t=4

t	i	V ^t	I _{x+t}	I _{x+t}	iP _{x+t}	CR _i	GR _i	iP _{x+t} * CR _i * V ^t	iP _{x+t} * GR _i * V ^t	Suma de (iP _{x+t} * CR _i * V ^t)	Suma de (iP _{x+t} * GR _i * V ^t)
4	1	1.0000	97,902	97,902	1.00000	0.05000	0.10000	0.05000	0.10000	0.26213	0.52427
4	2	0.9479	97,703	97,902	0.99797	0.05000	0.10000	0.04730	0.09459	-	-
4	3	0.8985	97,490	97,902	0.99579	0.05000	0.10000	0.04473	0.08947	-	-
4	4	0.8516	97,260	97,902	0.99345	0.05000	0.10000	0.04230	0.08460	-	-
4	5	0.8072	97,014	97,902	0.99093	0.05000	0.10000	0.03999	0.07999	-	-
4	6	0.7651	96,749	97,902	0.98822	0.05000	0.10000	0.03781	0.07561	-	-

t=5

t	i	V ^t	I _{x+t}	I _{x+t}	iP _{x+t}	CR _i	GR _i	iP _{x+t} * CR _i * V ^t	iP _{x+t} * GR _i * V ^t	Suma de (iP _{x+t} * CR _i * V ^t)	Suma de (iP _{x+t} * GR _i * V ^t)
5	1	1.0000	97,703	97,703	1.00000	0.05000	0.10000	0.05000	0.10000	0.22426	0.44851
5	2	0.9479	97,490	97,703	0.99781	0.05000	0.10000	0.04729	0.09458	-	-
5	3	0.8985	97,260	97,703	0.99547	0.05000	0.10000	0.04472	0.08944	-	-
5	4	0.8516	97,014	97,703	0.99294	0.05000	0.10000	0.04228	0.08456	-	-
5	5	0.8072	96,749	97,703	0.99023	0.05000	0.10000	0.03997	0.07993	-	-

t=6

t	i	V ^t	I _{x+t}	I _{x+t}	iP _{x+t}	CR _i	GR _i	iP _{x+t} * CR _i * V ^t	iP _{x+t} * GR _i * V ^t	Suma de (iP _{x+t} * CR _i * V ^t)	Suma de (iP _{x+t} * GR _i * V ^t)
6	1	1.0000	97,490	97,490	1.00000	0.05000	0.10000	0.05000	0.10000	0.18424	0.36848
6	2	0.9479	97,260	97,490	0.99765	0.05000	0.10000	0.04728	0.09456	-	-
6	3	0.8985	97,014	97,490	0.99512	0.05000	0.10000	0.04470	0.08941	-	-
6	4	0.8516	96,749	97,490	0.99240	0.05000	0.10000	0.04226	0.08451	-	-

t=7

t	i	V ^t	I _{x+t}	I _{x+t}	iP _{x+t}	CR _i	GR _i	iP _{x+t} * CR _i * V ^t	iP _{x+t} * GR _i * V ^t	Suma de (iP _{x+t} * CR _i * V ^t)	Suma de (iP _{x+t} * GR _i * V ^t)
7	1	1.0000	97,260	97,260	1.00000	0.05000	0.10000	0.05000	0.10000	0.14196	0.28392
7	2	0.9479	97,014	97,260	0.99747	0.05000	0.10000	0.04727	0.09455	-	-
7	3	0.8985	96,749	97,260	0.99474	0.05000	0.10000	0.04469	0.08937	-	-

t=8

t	i	V ^t	I _{x+t}	I _{x+t}	iP _{x+t}	CR _i	GR _i	iP _{x+t} * CR _i * V ^t	iP _{x+t} * GR _i * V ^t	Suma de (iP _{x+t} * CR _i * V ^t)	Suma de (iP _{x+t} * GR _i * V ^t)
8	1	1.0000	97,014	97,014	1.00000	0.05000	0.10000	0.05000	0.10000	0.09726	0.19453
8	2	0.9479	96,749	97,014	0.99727	0.05000	0.10000	0.04726	0.09453	-	-

t=9

t	i	V ^t	I _{x+t}	I _{x+t}	iP _{x+t}	CR _i	GR _i	iP _{x+t} * CR _i * V ^t	iP _{x+t} * GR _i * V ^t	Suma de (iP _{x+t} * CR _i * V ^t)	Suma de (iP _{x+t} * GR _i * V ^t)
9	1	1.0000	96,749	96,749	1.00000	0.05000	0.10000	0.05000	0.10000	0.05000	0.10000

Resumiendo los resultados en el siguiente cuadro se puede apreciar el activo contingente por costos de adquisición y por gastos de administración:

t	CE * $\ddot{a}_{x+t:n-t}$	GE * $\ddot{a}_{x+t:n-t}$	Suma de (${}_iP_{x+t} * CR_i * V^t$)	Suma de (${}_iP_{x+t} * GR_i * V^t$)	PC _t	PG _t
1	1.25304	0.89853	0.80087	0.87039	0.45217	0.02813
2	1.14230	0.81912	0.52928	0.76125	0.61302	0.05787
3	1.02541	0.73530	0.34800	0.64600	0.67741	0.08930
4	0.90200	0.64680	0.26213	0.52427	0.63986	0.12253
5	0.77166	0.55334	0.22426	0.44851	0.54740	0.10483
6	0.63397	0.45461	0.18424	0.36848	0.44973	0.08612
7	0.48848	0.35028	0.14196	0.28392	0.34652	0.06636
8	0.33468	0.23999	0.09726	0.19453	0.23742	0.04547
9	0.17205	0.12337	0.05000	0.10000	0.12205	0.02337
10	-	-	-	-	-	-

▪ **Rescate**

Se considera lo anterior para obtener el valor de rescate del año póliza t de acuerdo a la siguiente fórmula:

$${}_tR_x = {}_tV_{x:n}^1 - (PT * PC_t) - (PT * PG_t)$$

$${}_tR_x = {}_tV_{x:n}^1 - PT * (PC_t + PG_t)$$

t	${}_tV_{x:n}$	PT	PC _t	PG _t	PT*(PG _t +PC _t)	${}_tV_{x:n} - PT*(PG_t+PC_t)$	${}_tR_{x:n}$
1	-	0.003015	0.45217	0.02813	0.0014481	0.0008731	-
2	0.00054230	0.003015	0.61302	0.05787	0.0020228	0.0009563	-
3	0.00099027	0.003015	0.67741	0.08930	0.0023117	0.0008509	-
4	0.00132866	0.003015	0.63986	0.12253	0.0022987	0.0005561	-
5	0.00154128	0.003015	0.54740	0.10483	0.0019665	0.0000711	-
6	0.00160899	0.003015	0.44973	0.08612	0.0016156	0.0002843	0.00028
7	0.00151246	0.003015	0.34652	0.06636	0.0012448	0.0004918	0.00049
8	0.00122918	0.003015	0.23742	0.04547	0.0008529	0.0005298	0.00053
9	0.00073420	0.003015	0.12205	0.02337	0.0004385	0.0003747	0.00037
10	-	0.003015	-	-	-	-	-

El siguiente cuadro es un resumen de los valores obtenidos hasta este momento que componen el seguro temporal a 10 años para una persona de edad 30 para cada año póliza t.

Elementos del seguro								
t	x	${}_nPR_x$	Com Niv	Gasto niv	PT _{x:n}	${}_tV_{x:n}$	${}_tV_{x:n}^{min}$	${}_tR_{x:n}$
1	30	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	0.5750	-	-
2	31	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	1.0665	0.5423	-
3	32	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	1.4608	0.9903	-
4	33	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	1.7426	1.3287	-
5	34	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	1.8954	1.5413	-
6	35	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	1.8999	1.6090	0.2843
7	36	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	1.7366	1.5125	0.4918
8	37	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	1.3828	1.2292	0.5298
9	38	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	0.8132	0.7342	0.3747
10	39	1.9736	17.2%	12.3%	3.02	-	-	-

6.2 Desarrollo del modelo de rentabilidad

Para el desarrollo del modelo de rentabilidad será necesario hacer uso de los resultados obtenidos del punto anterior, determinar tasas de caducidad y desarrollar los pasos del apartado 4.2.

Tasas de caducidad

Las tasas de caducidad serán las indicadas por la empresa de acuerdo a su experiencia en cuanto a estadísticas históricas de cancelaciones de pólizas de años anteriores y el debido análisis que cada empresa realice para su obtención. Para efectos de este trabajo se presentan las siguientes tasas de caducidad:

t	Tasas de caducidad
1	28%
2	25%
3	21%
4	17%
5	15%
6	10%
7	9%
8	8%
9	7%
10	6%

Decremento múltiple

Con las fórmulas para obtener el decremento múltiple de probabilidad de muerte para una persona de edad x en el año t y el decremento múltiple de tasa de caducidad en el año t:

$$q'_{x+t} = \frac{\log(1 - q_x)}{\log(1 - (q_x + tc_t))} * (q_x + tc_t) \quad \text{y} \quad tc'_t = \frac{\log(1 - tc_t)}{\log(1 - (q_x + tc_t))} * (q_x + tc_t)$$

Y los siguientes valores:

t	x	Tasas de caducidad	q _x
1	30	28%	0.001508
2	31	25%	0.001624
3	32	21%	0.001749
4	33	17%	0.001884
5	34	15%	0.002029
6	35	10%	0.002186
7	36	9%	0.002354
8	37	8%	0.002535
9	38	7%	0.002730
10	39	6%	0.002940

Se obtienen las q'_{x+t} y las tc'_t que se necesitan para el modelo:

t	x	tc _t	q _x	q' _{x+t}	tc' _t
1	30	28%	0.001508	0.001285	27.972%
2	31	25%	0.001624	0.001411	24.974%
3	32	21%	0.001749	0.001558	20.978%
4	33	17%	0.001884	0.001719	16.981%
5	34	15%	0.002029	0.001872	14.983%
6	35	10%	0.002186	0.002075	9.988%
7	36	9%	0.002354	0.002246	8.989%
8	37	8%	0.002535	0.002432	7.989%
9	38	7%	0.002730	0.002633	6.990%
10	39	6%	0.002940	0.002851	5.991%

Número de pólizas a inicio de año t y número de pólizas a final de año t

El segundo paso es obtener año con año el número de asegurados, entonces, se suponen 500 pólizas iniciales, que al multiplicarse por el decremento de tasa de caducidad y el decremento de tasa de mortalidad correspondientes al año póliza 1 se obtiene el número de muertos y número de pólizas canceladas en el año póliza 1, es decir:

Núm pól a inicio de año	500
q' _{x+t}	0.001285
tc' _t	27.97%
Muertos	0.64
Pólizas canceladas	139.86

Al número de pólizas iniciales se le restan los muertos y las pólizas canceladas para obtener el número de pólizas finales en el año póliza 1, teniendo:

Núm de pól a fin de año	359
-------------------------	-----

Esto se realiza en cada año póliza t con sus valores correspondientes por año, se logra entonces tener:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q' _{x+t}	0.001285	0.001411	0.001558	0.001719	0.001872	0.002075	0.002246	0.002432	0.002633	0.002851
tc' _t	27.97%	24.97%	20.98%	16.98%	14.98%	9.99%	8.99%	7.99%	6.99%	5.99%
Número de siniestros	0.64	0.51	0.42	0.36	0.33	0.31	0.30	0.30	0.29	0.30
Pólizas canceladas	140	90	56	36	26	15	12	10	8	6
Núm pól a inicio de año	500	359	269	212	176	149	134	122	112	104
Núm de pól a fin de año	359	269	212	176	149	134	122	112	104	97

Ingreso anual

Con el número de pólizas a inicio de año se tiene el ingreso anual, esto se logra al multiplicar el número de pólizas a inicio de año por la prima de tarifa al millar de suma asegurada por la suma asegurada entre mil. Para efectos de este ejercicio se supone una suma asegurada de 100,000.

Es decir,

$$Ing_t : \quad = \text{Ingreso en el año } t$$

$$Ing_t = PolIni_t * PT / SA / 1000$$

Entonces:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Núm pól a inicio de año	500	359	269	212	176	149	134	122	112	104
PT al millar de SA	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02
Ingreso anual	150,752	108,389	81,167	64,014	53,033	44,988	40,401	36,679	33,660	31,218

Ingreso anual a valor presente

El ingreso anual a valor presente se trae a valor presente con la tasa de descuento y es a mitad de año:

$$VPIng_t : \quad = \text{Valor Presente del Ingreso en el año } t$$

$$VPIng_t = Ing_t * (1 + td)^{-(t-0.5)}$$

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ingreso anual a VP	145,737	97,929	68,536	50,516	39,113	31,009	26,026	22,082	18,939	16,416

Monto de gastos

El monto de gastos derivados de la administración de la póliza y de comisiones a pagar se obtienen de multiplicar el ingreso anual por el porcentaje de gasto de administración correspondiente al año póliza t más el porcentaje de gasto de adquisición correspondiente al año póliza t.

$$Gas_t : \quad = \text{Gasto anual en el año } t$$

$$Gas_t = Ing_t * (\%Gadm_t + \%Gadq_t)$$

Resultando entonces:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ingreso anual	150,752	108,389	81,167	64,014	53,033	44,988	40,401	36,679	33,660	31,218
Gasto admón	15%	15%	15%	15%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
Gasto adq	60%	30%	20%	10%	5%	5%	5%	5%	5%	5%
Gasto anual	113,064	48,775	28,408	16,003	7,955	6,748	6,060	5,502	5,049	4,683

Muertes pagadas

Las muertes pagadas para cada año póliza t son el número de muertos correspondientes al año póliza t por la suma asegurada:

$$MMuer_t \quad = \text{Muertes pagadas en el año } t$$

$$MMuer_t = Muer_t * SA$$

Obteniendo:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de siniestros	0.64	0.51	0.42	0.36	0.33	0.31	0.30	0.30	0.29	0.30
Siniestros pagados	64,252	50,724	41,939	36,489	32,935	30,955	30,099	29,586	29,395	29,516

Rescate pagado

El rescate pagado son las pólizas que se cancelaron multiplicadas por el factor que corresponde a devolver de acuerdo al año póliza en que se esté realizando la cancelación, es decir, el factor de rescate.

Para ello es necesario contar con el número de cancelaciones hechas en el año póliza t y el valor de rescate del año póliza t y multiplicar ambos valores por la suma asegurada entre 1000:

$${}_t R_{pag_x} = \text{Rescate pagado en el año } t \text{ para una persona de edad } x$$

$${}_t R_{pag_x} = {}_t R_x * Can_t * SA/1000$$

Obteniendo:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pólizas canceladas	140	90	56	36	26	15	12	10	8	6
${}_t R_x$ al millar de SA	-	-	-	-	-	0.2843	0.4918	0.5298	0.3747	-
Rescate pagado	-	-	-	-	-	424	592	515	292	-

Monto y variación de reserva

El monto de reserva es el número de asegurados a inicio de año por el factor de reserva correspondiente al año póliza t multiplicados por la suma asegurada entre 1000

$${}_t Vm_x = \text{Monto de Reserva en el año } t \text{ para una persona de edad } x$$

$${}_t Vm_x = PolIni_t * V_x * SA/1000$$

Lo que resulta:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Núm pól a inicio de año	500	359	269	212	176	149	134	122	112	104
V_x al millar de SA	-	0.54	0.99	1.33	1.54	1.61	1.51	1.23	0.73	-
Monto de Rva	-	19,495	26,659	28,209	27,111	24,008	20,267	14,953	8,197	-

Ahora la variación de la reserva es:

$${}_t Vvm_x = \text{Variación de la reserva}$$

$${}_t Vvm_x = Vm_x - {}_{t-1} Vm_x$$

Teniendo:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Monto de Rva	-	19,495	26,659	28,209	27,111	24,008	20,267	14,953	8,197	-
Variación de reserva	-	19,495	7,164	1,550	- 1,099	- 3,102	- 3,741	- 5,313	- 6,757	- 8,197

Nota: la reserva que se considera es la reserva mínima.

Rendimiento de capital

Para obtener el rendimiento de capital se consideran las siguientes tasas de inversión:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tasa de Inv esp	9.00%	9.01%	9.02%	9.03%	9.04%	9.05%	9.06%	9.07%	9.08%	9.09%

Ahora con las tasas de inversión y los siguientes valores obtenidos anteriormente:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ingreso anual	150,752	108,389	81,167	64,014	53,033	44,988	40,401	36,679	33,660	31,218
Gasto anual	113,064	48,775	28,408	16,003	7,955	6,748	6,060	5,502	5,049	4,683
Monto de Rva	-	19,495	26,659	28,209	27,111	24,008	20,267	14,953	8,197	-

Se puede calcular el rendimiento de capital bajo la siguiente fórmula:

$$RCap_t = \text{Rendimiento de capital en el año } t$$

$$RCap_t = \text{tin}v_t * (Ing_t - Gas_t + Vm_{x-1})$$

Por lo que el rendimiento de capital para cada año póliza t es:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rendimiento del capital	3,392	7,128	7,163	6,883	6,526	5,633	4,947	4,184	3,342	2,412

Con los resultados obtenidos hasta ahora, es posible determinar el resultado del ejercicio y el valor presente del resultado del ejercicio.

Resultado del ejercicio

El resultado del ejercicio considera para su cálculo los valores para cada año póliza t de:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ingreso anual	150,752	108,389	81,167	64,014	53,033	44,988	40,401	36,679	33,660	31,218
Gasto anual	113,064	48,775	28,408	16,003	7,955	6,748	6,060	5,502	5,049	4,683
Rescate pagado	-	-	-	-	-	424	592	515	292	-
Siniestros pagados	64,252	50,724	41,939	36,489	32,935	30,955	30,099	29,586	29,395	29,516
Variación de reserva	-	19,495	7,164	1,550	- 1,099	- 3,102	- 3,741	- 5,313	- 6,757	- 8,197
Rendimiento del capital	3,392	7,128	7,163	6,883	6,526	5,633	4,947	4,184	3,342	2,412

Para con la fórmula:

$$REj_t = \text{Resultado del ejercicio en el año } t$$

$$REj_t = Ing_t - Gas_t - MMuer_t - Rpag_x + Rcap_t - Vvm_x$$

Obtener el resultado del ejercicio:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Resultado del ejercicio	- 23,172	- 3,477	10,820	16,854	19,768	15,597	12,339	10,574	9,022	7,628

Valor Presente del resultado del ejercicio

Suponiendo una tasa de descuento del 7% y con $VPREj_t = REj_t * (1 + td)^{-t}$ tenemos el valor presente del resultado del ejercicio de cada año póliza t:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VP del Res del ejercicio	- 21,656	- 3,037	8,832	12,858	14,094	10,393	7,684	6,154	4,907	3,878

Medidas de rentabilidad

Las medidas de rentabilidad ahora son posibles obtenerlas, si se consideran los resultados obtenidos hasta este momento. Se procede ahora a obtener el VPN, la TIR, el margen de utilidad y el año de recuperación.

Valor Presente Neto (VPN)

El Valor Presente Neto es la suma de cada uno de los valores presentes de los resultados de

ejercicio en cada año t , es decir:
$$VPN = \sum_{t=1}^n VPRE_j$$

Entonces:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VP del Res del ejercicio	- 21,656	- 3,037	8,832	12,858	14,094	10,393	7,684	6,154	4,907	3,878
Suma de VP del Res del ejercicio	44,107									

Dado que el Valor Presente Neto obtenido es mayor a cero indica que el producto de seguro es rentable y además que se tendrá una ganancia de 44,107 pesos en el proyecto.

Tasa Interna de Retorno

La Tasa Interna de Retorno se obtiene mediante una fórmula de Excel denominada TIR y se aplicó a la serie de valores como resultado del ejercicio de cada año póliza t , obteniendo una TIR de:

TIR= 36.52%, lo que indica que este seguro bajo las premisas de cálculo ya vistas tiene una rentabilidad del 36.52%.

Margen de utilidad

El margen de utilidad para el año t se obtiene como la suma acumulada al año t del Valor Presente Neto del resultado del ejercicio entre la suma acumulada al año t del valor presente neto del ingreso anual.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Margen de Utilidad acum	-14.86%	-10.13%	-5.08%	-0.83%	2.76%	4.96%	6.36%	7.34%	8.05%	8.54%

Que indica el % de ganancia por cada póliza vendida en cada año póliza t . El margen de utilidad que del año póliza 10 es el margen de todo el proyecto, es decir la utilidad que se tendría en el proyecto por cada póliza que se venda es de 8.54%.

Año de recuperación

El año de recuperación es aquel en el cual el margen de utilidad acumulado es positivo, y esto se puede ver en el cuadro del margen de utilidad acumulado:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Margen de Utilidad acum	-14.86%	-10.13%	-5.08%	-0.83%	2.76%	4.96%	6.36%	7.34%	8.05%	8.54%

Por tanto el año de recuperación es el año póliza 5.

En resumen se tiene que para la mortalidad valorada al 100%, las variables de comisión, gastos de administración, tasas de caducidad y tasas de inversión con los siguientes valores:

Porcentaje de gastos y tasas

Año póliza	% Comisión	% G Admon	T Caducidad	T Inversión
1	60%	15%	28%	9.00%
2	30%	15%	25%	9.01%
3	20%	15%	21%	9.02%
4	10%	15%	17%	9.03%
5	5%	10%	15%	9.04%
6	5%	10%	10%	9.05%
7	5%	10%	9%	9.06%
8	5%	10%	8%	9.07%
9	5%	10%	7%	9.08%
10	5%	10%	6%	9.09%

Se obtuvo un resultado en el modelo de rentabilidad de:

Proyección

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor Presente	0.97	0.90	0.84	0.79	0.74	0.69	0.64	0.60	0.56	0.53
Edad	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Tasa de mortalidad	0.00151	0.00162	0.00175	0.00188	0.00203	0.00219	0.00235	0.00254	0.00273	0.00294
Tasa de caducidad	28.00%	25.00%	21.00%	17.00%	15.00%	10.00%	9.00%	8.00%	7.00%	6.00%
Probabilidad de salida	0.2815	0.2516	0.2117	0.1719	0.1520	0.1022	0.0924	0.0825	0.0727	0.0629
q' ^{x+t}	0.001285	0.001411	0.001558	0.001719	0.001872	0.002075	0.002246	0.002432	0.002633	0.002851
tc' ^t	27.97%	24.97%	20.98%	16.98%	14.98%	9.99%	8.99%	7.99%	6.99%	5.99%
Número de siniestros	0.64	0.51	0.42	0.36	0.33	0.31	0.30	0.30	0.29	0.30
Pólizas canceladas	140	90	56	36	26	15	12	10	8	6
Núm pól a inicio de año	500	359	269	212	176	149	134	122	112	104
Núm de pól a fin de año	359	269	212	176	149	134	122	112	104	97
PT al millar de SA	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02
Ingreso anual	150,752	108,389	81,167	64,014	53,033	44,988	40,401	36,679	33,660	31,218
Ingreso anual a VP	145,737	97,929	68,536	50,516	39,113	31,009	26,026	22,082	18,939	16,416
Gasto admn	15%	15%	15%	15%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
Gasto adq	60%	30%	20%	10%	5%	5%	5%	5%	5%	5%
Gasto anual	113,064	48,775	28,408	16,003	7,955	6,748	6,060	5,502	5,049	4,683
Muertes pagadas	64,252	50,724	41,939	36,489	32,935	30,955	30,099	29,586	29,395	29,516
iResx al millar de SA	-	-	-	-	-	0.2843	0.4918	0.5298	0.3747	-
Rescate pagado	-	-	-	-	-	424	592	515	292	-
iVx al millar de SA	-	0.54	0.99	1.33	1.54	1.61	1.51	1.23	0.73	-
Monto de Rva	-	19,495	26,659	28,209	27,111	24,008	20,267	14,953	8,197	-
Tasa de Inv esp	9.00%	9.01%	9.02%	9.03%	9.04%	9.05%	9.06%	9.07%	9.08%	9.09%
Rendimiento del capital	3.392	7,128	7,163	6,883	6,526	5,633	4,947	4,184	3,342	2,412
Variación de reserva	-	19,495	7,164	1,550	1,099	3,102	3,741	5,313	6,757	8,197
Resultado del ejercicio	- 23,172	- 3,477	10,820	16,854	19,768	15,597	12,339	10,574	9,022	7,628
VP del Res del ejercicio	- 21,656	- 3,037	8,832	12,858	14,094	10,393	7,684	6,154	4,907	3,878
Margen de Utilidad acum	-14.86%	-10.13%	-5.08%	-0.83%	2.76%	4.96%	6.36%	7.34%	8.05%	8.54%

Resultado los valores en las medidas de rentabilidad de:

Medidas de rentabilidad

VPN	44,107
Margen de utilidad	8.54%
TIR	36.52%
Año de recuperación	5

Es decir, en este ejemplo se pudo ver que con los valores dados en los gastos de administración, gastos de adquisición, la tabla de mortalidad al 100%, las tasas de caducidad y en las tasas de inversión, se obtuvo un resultado positivo, pero que pasa si la compañía de seguros tiene contemplados mayores gastos, o bien se tienen tasas de caducidad mayores o menores a lo largo de los 10 años, o posiblemente cambien las tasas esperadas de inversión, cada cambio en cualquiera de estas variables representaría un movimiento ya sea positivo o negativo en las medidas de rentabilidad. Manualmente se pueden realizar estos cambios y analizar cada escenario obtenido, entre mayores escenarios posibles se obtengan mayor capacidad de decisión se tendrá en cuanto al valor óptimo a alcanzar de acuerdo a los valores de las variables de gastos, la variables de mortalidad, las tasas de caducidad y tasas de inversión.

Análisis y proyección de los seguros tradicionales a largo plazo mediante simulación Monte Carlo de un modelo dinámico para medir suficiencia

Por ejemplo si resulta un cambio en el porcentaje de gastos de administración en los primeros cuatro años de 5 puntos porcentuales adicionales:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto admón	20%	20%	20%	20%	10%	10%	10%	10%	10%	10%

Resultaría un escenario como se muestra en el siguiente cuadro:

Proyección										
Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor Presente	0.97	0.90	0.84	0.79	0.74	0.69	0.64	0.60	0.56	0.53
Edad	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Tasa de mortalidad	0.00151	0.00162	0.00175	0.00188	0.00203	0.00219	0.00235	0.00254	0.00273	0.00294
Tasa de caducidad	28.00%	25.00%	21.00%	17.00%	15.00%	10.00%	9.00%	8.00%	7.00%	6.00%
Probabilidad de salida	0.2815	0.2516	0.2117	0.1719	0.1520	0.1022	0.0924	0.0825	0.0727	0.0629
q'x+t	0.001285	0.001411	0.001558	0.001719	0.001872	0.002075	0.002246	0.002432	0.002633	0.002851
te't	27.97%	24.97%	20.98%	16.98%	14.98%	9.99%	8.99%	7.99%	6.99%	5.99%
Número de siniestros	0.64	0.51	0.42	0.36	0.33	0.31	0.30	0.30	0.29	0.30
Pólizas canceladas	140	90	56	36	26	15	12	10	8	6
Núm pól a inicio de año	500	359	269	212	176	149	134	122	112	104
Núm de pól a fin de año	359	269	212	176	149	134	122	112	104	97
PT al millar de SA	3.13	3.13	3.13	3.13	3.13	3.13	3.13	3.13	3.13	3.13
Ingreso anual	156,334	112,403	84,173	66,384	54,997	46,654	41,897	38,037	34,906	32,374
Ingreso anual a VP	151,134	101,555	71,074	52,387	40,561	32,157	26,989	22,900	19,640	17,024
Gasto admón	20%	20%	20%	20%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
Gasto adq	60%	30%	20%	10%	5%	5%	5%	5%	5%	5%
Gasto anual	125,067	56,201	33,669	19,915	8,250	6,998	6,285	5,706	5,236	4,856
Muertes pagadas	64,252	50,724	41,939	36,489	32,935	30,955	30,099	29,586	29,395	29,516
iResx al millar de SA	-	-	-	-	-	-	0.2382	0.3561	0.2854	-
Rescate pagado	-	-	-	-	-	-	287	346	223	-
IVx al millar de SA	-	0.54	0.99	1.33	1.54	1.61	1.51	1.23	0.73	-
Monte de Rva	-	19,495	26,659	28,209	27,111	24,008	20,267	14,953	8,197	-
Tasa de Inv esp	9.00%	9.01%	9.02%	9.03%	9.04%	9.05%	9.06%	9.07%	9.08%	9.09%
Rendimiento del capital	2,814	6,820	6,960	6,743	6,677	5,762	5,063	4,289	3,438	2,501
Variación de reserva	-	19,495	7,164	1,550	-1,099	-3,102	-3,741	-5,313	-6,757	-8,197
Resultado del ejercicio	-30,171	-7,198	8,362	15,173	21,588	17,565	14,031	12,002	10,247	8,700
VP del Res del ejercicio	-28,197	-6,287	6,826	11,575	15,392	11,704	8,738	6,985	5,574	4,422
Margen de Utilidad acum	-18.66%	-13.65%	-8.54%	-4.28%	-0.17%	2.45%	4.15%	5.36%	6.23%	6.86%

Y con medidas de rentabilidad de:

Medidas de rentabilidad	
VPN	36,732
Margen de utilidad	6.86%
TIR	25.71%
Año de recuperación	6

Al tener un aumento de cinco puntos porcentuales en los primeros cuatro años en el gasto de administración, se observa que existió un cambio en las medidas de rentabilidad.

Haciendo una comparación de los escenarios se tiene que:

Escenario 1

Medidas de rentabilidad	
VPN	44,107
Margen de utilidad	8.54%
TIR	36.52%
Año de recuperación	5

Escenario 2

Medidas de rentabilidad	
VPN	36,732
Margen de utilidad	6.86%
TIR	25.71%
Año de recuperación	6

Un decremento en el valor presente neto indicando entonces que se dejara de ganar 7,374 pesos en el proyecto al tener un aumento en el gasto de administración, además de dejar de percibir 1.7 puntos porcentuales de utilidad por cada póliza vendida, una disminución de 10 puntos porcentuales en la TIR indicando entonces que el proyecto es 10% menos rentable en el escenario 2 y tener una recuperación en un año más.

Así como los cambios en los gastos de administración implicaron un cambio en los resultados de la proyección, también cambios en gastos de adquisición, la mortalidad, las tasas de caducidad y las tasas de inversión pueden implicar un cambio importante en los resultados de proyección.

Realizando manualmente una serie de combinaciones e ir guardando los resultados de cada combinación hecha resultaría tardado y seguramente no se abarcarían los escenarios suficientes para tomar una decisión acerca del proyecto, el problema se puede solucionar de una manera óptima utilizando un programa de simulación, que reproduzca un número bastante grande de simulaciones, para efectos de este trabajo se utilizará el programa Crystal Ball, que se basa justamente en reproducir aleatoriamente combinaciones de valores de la variables input bajo un rango predefinido de movilidad para cada variable input. Esta herramienta guarda el número de iteraciones hechas, mostrando los resultados de los distintos escenarios de cada variable de salida mediante gráficas y una serie de resultados estadísticos como la media, la desviación estándar, etc., para analizarse y lograr tomar una decisión más certera acerca de la conveniencia de ciertos escenarios sobre otros.

En el siguiente apartado se muestra el procedimiento para utilizar la herramienta Crystal Ball así como los resultados arrojados.

6.3 Aplicación de Simulación Monte Carlo al modelo de rentabilidad mediante Crystal Ball

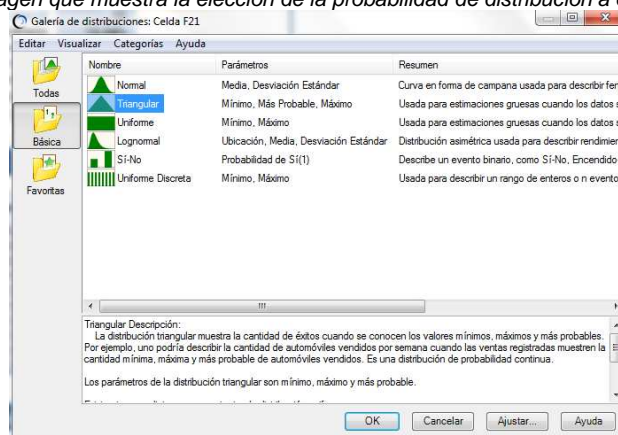
Variables Input

Para comenzar es necesario definir cuáles serán las variables de entrada o inputs del programa, como se ha mencionado anteriormente estas variables son aquella que hacen que el resultado del objetivo medible, que es la rentabilidad del producto, cambie, estas variables de entrada son llamadas variables pronóstico y son:

- Mortalidad
- Porcentaje en gastos de adquisición
- Porcentaje en gastos de administración
- Tasas de caducidad
- Tasas de inversión

Para cada variable input se debe elegir una distribución que suponga el comportamiento de la variable, en este ejemplo se considerará que los gastos de adquisición, los gastos de administración, las tasas de caducidad y las tasa de inversión, tendrán la distribución triangular que cuenta con tres parámetros, el mínimo a, el máximo b y el más probable c.

Imagen que muestra la elección de la probabilidad de distribución a elegir



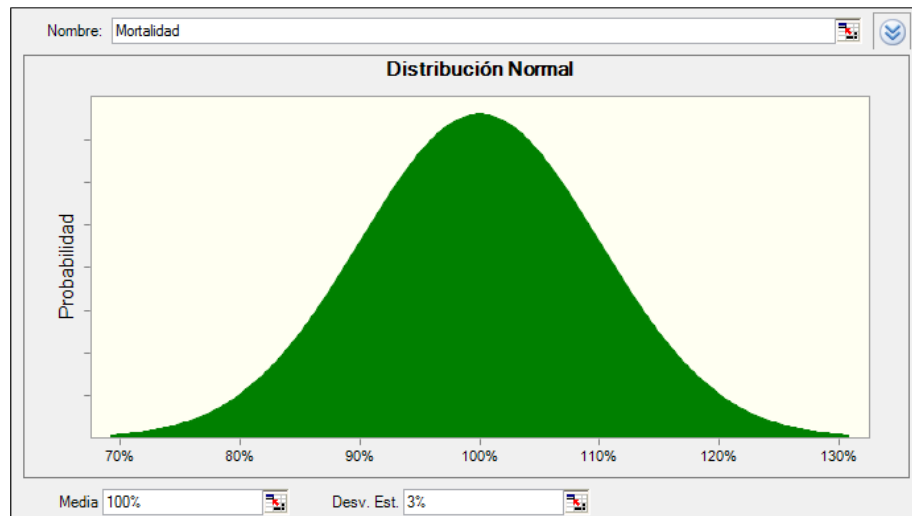
Para las tasas de mortalidad se considera la distribución normal con dos parámetros la media y la desviación estándar.

Mortalidad

Las tasas de mortalidad deberán estar vinculadas a una sola celda de Excel tal que en la celda se indique el porcentaje de afectación que tendrán las tasas de mortalidad, esto se logra multiplicando cada celda donde se encuentren las tasas de mortalidad por una celda llamada celda pronóstico, que indica el porcentaje aplicado a los valores de la variable input.

La celda pronóstico que indica el porcentaje de afectación en las tasas de mortalidad o variable input será la denominada "Mortalidad".

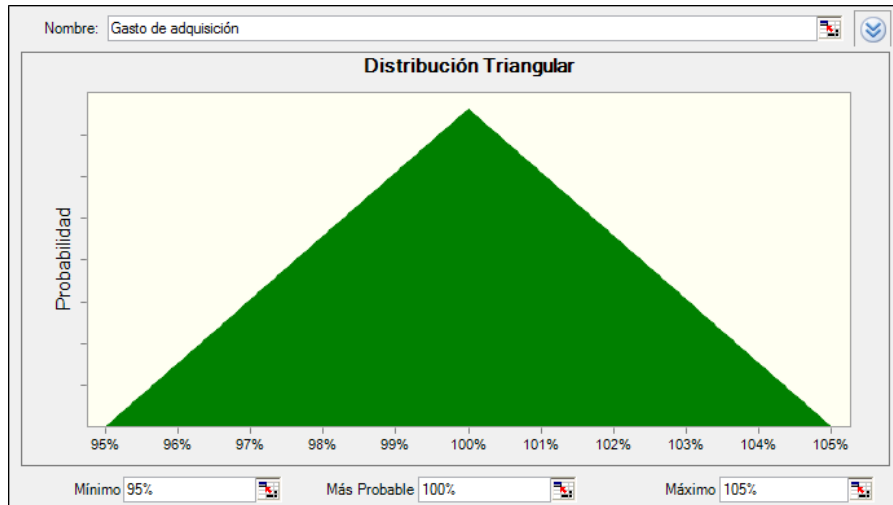
Una vez elegida la celda pronóstico "Mortalidad" y dado que se supone una distribución normal, se elige la media que indica en que valor se acumularan los valores y el valor en el cual se acumularan los valores será el 100%, y la desviación estándar que con ella se determina el rango de oscilación en el cual tendrán lugar la celda pronóstico, se eligió una desviación estándar de 0.03. Se muestra la gráfica.



Porcentaje de gastos de adquisición

Así como las tasas de mortalidad fueron vinculadas a una celda pronóstico que afecta la variación de las tasas, se hace lo mismo para los gastos de adquisición y las demás variables consideradas input.

Para el gasto de adquisición se considera un rango menor ya que generalmente las compañías de seguros consideran dentro del gasto de adquisición las comisiones pagada a agentes y otros gastos como premios y bonos, pero la comisión que es el gasto que mayormente representa el gastos total de adquisición, es un gasto del que una vez ofrecido a sus agente no puede variarlo por lo que solo se puede variar un % de su gasto de adquisición total, por eso es que se determina un rango menor de oscilación, el rango elegido es de 95% como mínimo y 105% como máximo y el 100% como el valor más probable que en este caso sería el valor inicialmente elegido.

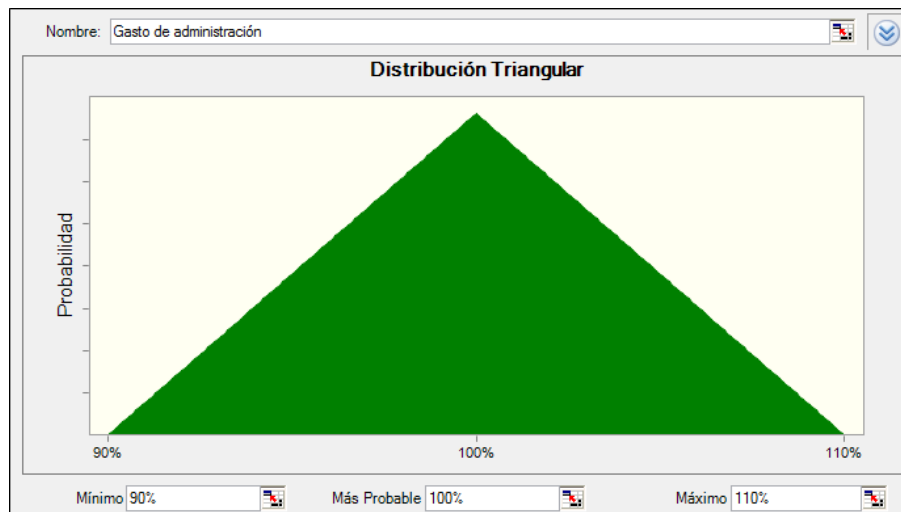


Es decir los gastos de adquisición elegidos inicialmente los valores más probables, y estos valores tendrán un rango de oscilación de $\pm 5\%$ alrededor del más probable, es decir, los valores máximos y mínimos que tomarán los gastos de adquisición para cada año póliza serán:

% de Gasto de adquisición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor Mínimo	63.0%	31.5%	21.0%	10.5%	5.3%	5.3%	5.3%	5.3%	5.3%	5.3%
Valor más probable	60.0%	30.0%	20.0%	10.0%	5.0%	5.0%	5.0%	5.0%	5.0%	5.0%
Valor máximo	57.0%	28.5%	19.0%	9.5%	4.8%	4.8%	4.8%	4.8%	4.8%	4.8%

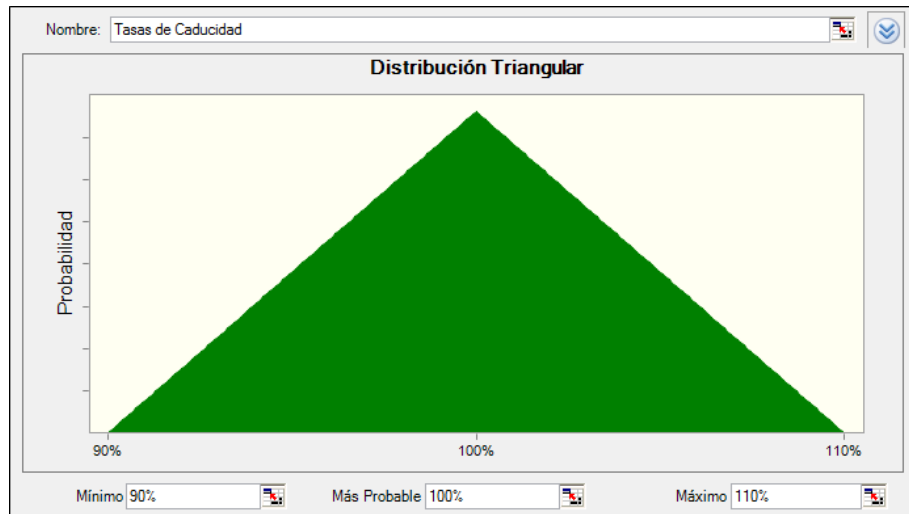
Porcentaje de gastos de administración

Se realiza el mismo procedimiento para los gastos de administración, tasas de caducidad y tasas de inversión que se aplicó para los gastos de adquisición, solo que en para estas variables input el rango de oscilación será de 90% como mínimo y 110% como máximo, así como el valor más probable será el 100% es decir los valores inicialmente elegidos para estas variables, entonces se tiene:



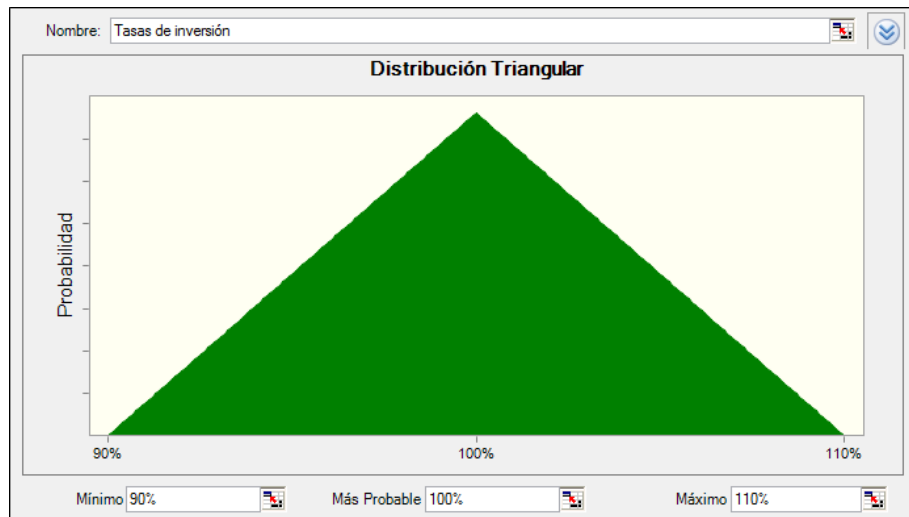
% de Gasto de admon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor Mínimo	16.5%	16.5%	16.5%	16.5%	11.0%	11.0%	11.0%	11.0%	11.0%	11.0%
Valor más probable	15.0%	15.0%	15.0%	15.0%	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%
Valor máximo	13.5%	13.5%	13.5%	13.5%	9.0%	9.0%	9.0%	9.0%	9.0%	9.0%

Tasas de caducidad



Tasas de caducidad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor Mínimo	30.8%	27.5%	23.1%	18.7%	16.5%	11.0%	9.9%	8.8%	7.7%	6.6%
Valor más probable	28.0%	25.0%	21.0%	17.0%	15.0%	10.0%	9.0%	8.0%	7.0%	6.0%
Valor máximo	25.2%	22.5%	18.9%	15.3%	13.5%	9.0%	8.1%	7.2%	6.3%	5.4%

Tasas de inversión



Tasas de inversión	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor Mínimo	9.9%	9.9%	9.9%	9.9%	9.9%	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%
Valor más probable	9.0%	9.0%	9.0%	9.0%	9.0%	9.1%	9.1%	9.1%	9.1%	9.1%
Valor máximo	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%	8.2%	8.2%	8.2%	8.2%

Se tienen entonces en el siguiente cuadro, las variables denominadas input, con las celdas supuesto vistas en color verde.

Porcentaje de gastos y tasas					100%	100%	100%	100%
Año póliza	% Comisión	% G Admon	T Caducidad	T Inversión	% Comisión	% G Admon	T Caducidad	T Inversión
1	60%	15%	28%	9.00%	60%	15%	28%	9.00%
2	30%	15%	25%	9.01%	30%	15%	25%	9.01%
3	20%	15%	21%	9.02%	20%	15%	21%	9.02%
4	10%	15%	17%	9.03%	10%	15%	17%	9.03%
5	5%	10%	15%	9.04%	5%	10%	15%	9.04%
6	5%	10%	10%	9.05%	5%	10%	10%	9.05%
7	5%	10%	9%	9.06%	5%	10%	9%	9.06%
8	5%	10%	8%	9.07%	5%	10%	8%	9.07%
9	5%	10%	7%	9.08%	5%	10%	7%	9.08%
10	5%	10%	6%	9.09%	5%	10%	6%	9.09%

Donde:

- Las celdas supuesto se encuentran en color verde
- Las celdas de color gris indican el valor elegido en cada variable input y son éstas las consideradas como las más probables.
- Las celdas de color azul son las celdas que van directamente al modelo de rentabilidad, y que son el resultado de la multiplicación de las celdas input por las celdas supuesto.

Variables de salida

Ahora se eligen las variables de salida y como se ha mencionado anteriormente, dichas variables deberán ser aquellas que muestren los resultados de la rentabilidad del proyecto, éstas variables de salida en el modelo se muestran cada una en una celda y dichas celdas serán llamadas celdas de pronóstico, y son:

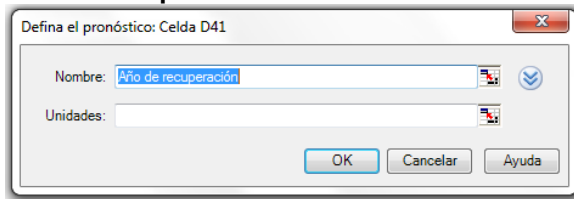
- Valor Presente Neto
- Margen de utilidad
- Tasa Interna de Retorno
- Año de recuperación

Valor Presente Neto

Margen de utilidad

Tasa Interna de Retorno

Año de recuperación



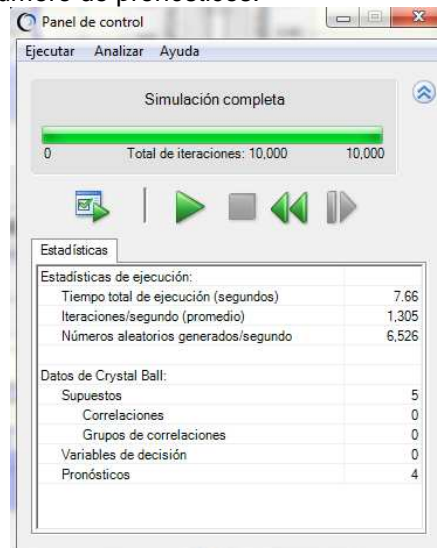
Las celdas pronóstico en Excel se muestra en color azul

Medidas de rentabilidad	
VPN	44,107
Margen de utilidad	8.54%
TIR	36.52%
Año de recuperación	5

Ejecutar simulación

Con los supuestos y pronósticos identificados dentro del programa se procede a ejecutar las simulaciones, el número de iteraciones a ejecutar se puede elegir antes de realizar la simulación, el programa tiene predeterminado 10,000 iteraciones y este valor es el que se utiliza para el ejemplo presentado ya que después de ejecutar el programa más de una vez con mil iteraciones luego 2 mil hasta 10 mil, se observó que cuando el número de iteraciones es mayor a 5 mil los resultados se mantienen estables.

Una vez ejecutado el programa, se muestra una pantalla la cual contiene un resumen de la velocidad en que se ejecuto cada iteración, el número de iteraciones ejecutadas, cuantos supuestos su utilizaron y el número de pronósticos.



Con la simulación hecha el programa arroja resultados estadísticos y gráficas de resultados que se muestran y analizan en el siguiente apartado.

6.4 Análisis de resultados obtenidos

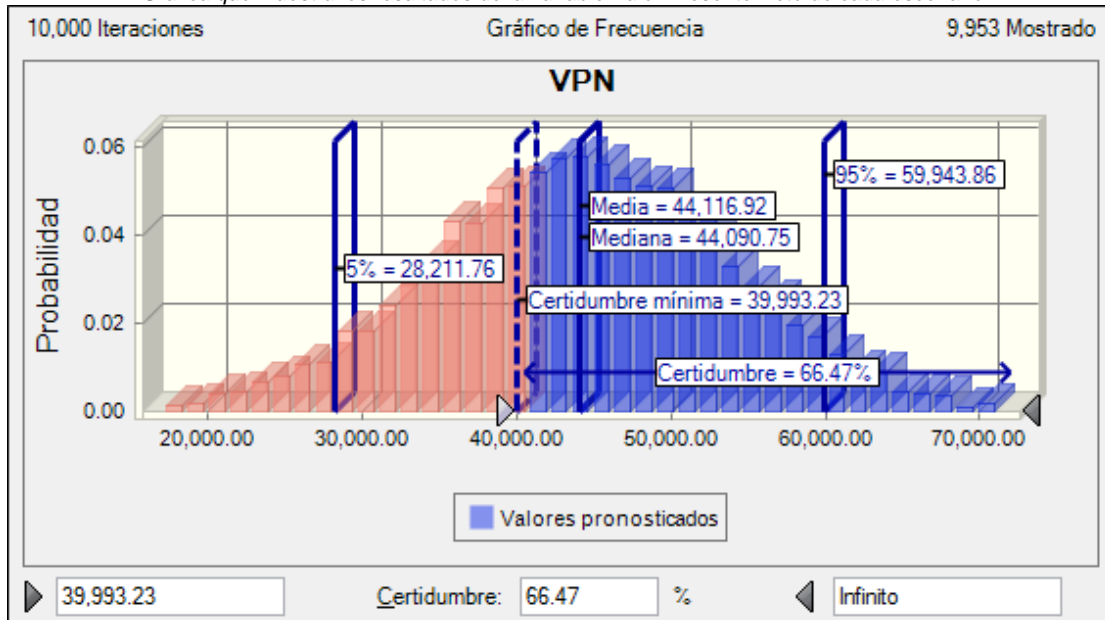
Valor Presente Neto

Estadísticas:	Valores pronosticados
Media	44,116.92
Mediana	44,090.75
Desviación estándar	9,645.66
Varianza	93,038,818.62
Asimetría	0.01
Curtosis	2.98
Coefficiente de variabilidad	0.22
Mínimo	6,913.69
Máximo	81,222.40
Rango	74,308.71
Error estándar de la media	96.46

- La media de los valores de la variable VPN de los 10 mil escenarios es 44,117 pesos, indicando que el proyecto en promedio tendría una ganancia de 44,117 pesos considerando los rangos de movilidad iniciales.
- Los datos se encuentran dispersos respecto de la media poblacional en 9,646 pesos, es un número pequeño considerando que la media es de 44,648 pesos, es decir los valores del Valor Presente Neto en los 10 mil escenarios se encuentra alrededor de la media poblacional en 9,646 pesos.
- Tiene una asimetría pequeña y positiva indicando que los datos más extremos respecto de la media se encuentran del lado derecho, este dato en este caso no se considera importante al no ser representativo.
- La curtosis es 2.98, al ser un número casi tres indica que los valores de la variable VPN se distribuyen casi como una normal.
- El coeficiente de variabilidad es pequeño indica entonces que los valores son homogéneos.
- La ganancia mínima que se tendría bajo los rangos de movilidad en las variables input elegido es de 6,914 pesos en el proyecto.
- Y la ganancia máxima es de 81,222 pesos.
- El valor mínimo esta a 74,309 pesos de distancia del máximo, es un rango amplio de variación en los valores.
- La oscilación de las medias muestrales respecto de la media poblacional es de 96.46 pesos, indicando que los valores se distribuyen muy cercanos a la media poblacional.

El gráfico de frecuencia de la variable VPN se muestra en seguida:

Gráfica que muestra los resultados de la variable Valor Presente Neto de cada escenario



En el gráfico, para señalar un ejemplo en concreto, se movió la fecha de certidumbre hasta un valor de 40 mil para conocer la certidumbre que se tendría si se requiriera ganar más de 40 mil pesos en el proyecto, el gráfico muestra que la probabilidad de obtener más de 40 mil en el proyecto es de 66.47%.

Gráfico de sensibilidad de la variable VPN

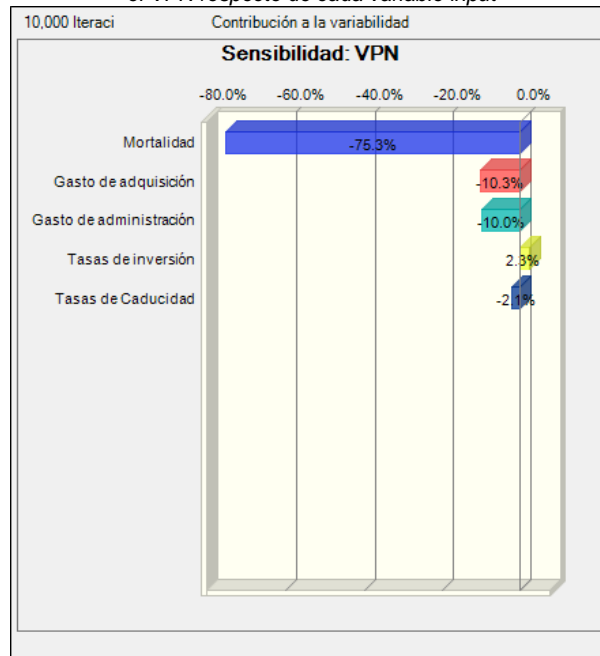
El gráfico de sensibilidad muestra el porcentaje de contribución de las variables input a la variabilidad de las variables de salida, en este caso la variable Mortalidad tiene una contribución al resultado del VPN de forma negativa, es decir entre mayor rentabilidad entonces se tendrá un valor menor en el VPN, es la variable que más contribuye y no solo eso sino que contribuye de manera negativa, ya que su valor es alto de 75.3%.

Las siguientes variables que contribuyen de forma negativa con el gasto de adquisición en un 10.3% y el gasto de administración en 10%, no es un valor muy representativo pero son las variables que después de la mortalidad tienen una influencia negativa en el resultado negativa como era de esperarse que a mayores costos en la empresa se obtengan menores valores en el resultado de la rentabilidad en este caso en la ganancia a obtener en el proyecto, por ello es conveniente que se tomen medidas para una buena administración en los gastos de operación del seguro.

Las tasas de caducidad también contribuyen de forma negativa al resultado de VPN solo que ésta variable contribuye en un 2.1% en realidad contribuye de manera poco significativa, diciendo entonces que la compañía de seguros tiene tasas bajas de caducidad y puede conservar sus estrategias actuales para mantener la cartera.

Y por último las tasas de inversión que contribuyen de forma positiva en un 2.3% al resultado del VPN, es decir a mayores tasas mayor VPN.

Grafico que muestra la sensibilidad que tiene el VPN respecto de cada variable input



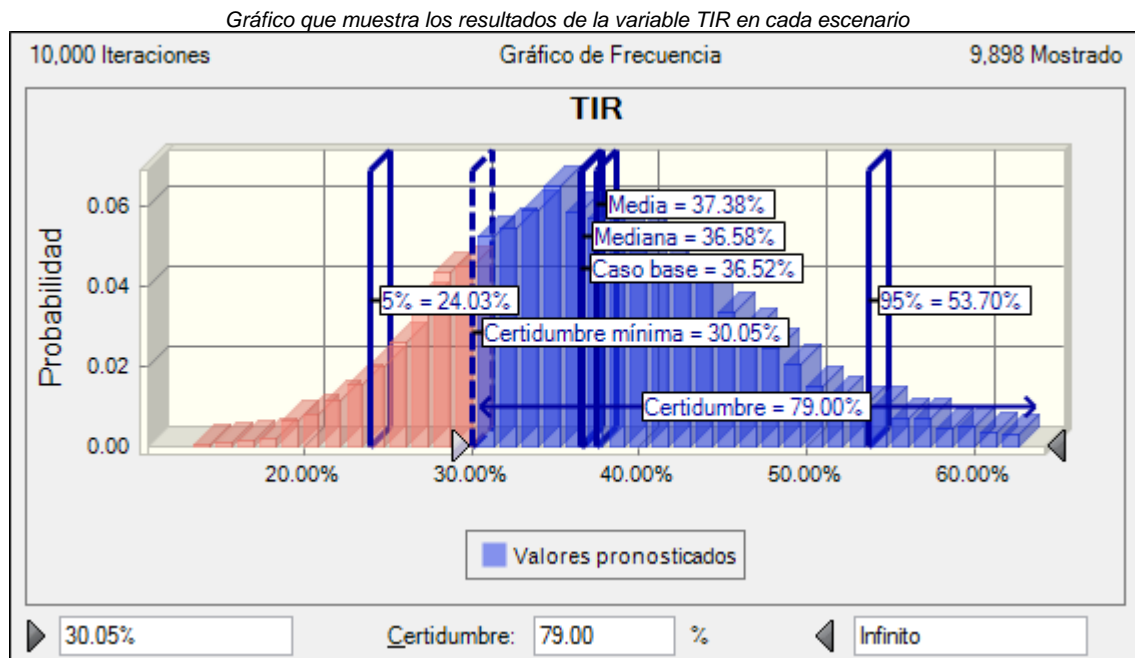
Tasa Interna de Retorno

Estadísticas:	Valores pronosticados
Media	37.38%
Mediana	36.58%
Desviación estándar	9.06%
Varianza	0.82%
Asimetría	0.60
Curtosis	3.77
Coefficiente de variabilidad	24.24%
Mínimo	10.56%
Máximo	84.84%
Rango	74.28%
Error estándar de la media	0.09%

- El promedio de la variable TIR de los 10 mil escenarios es 37.35%, indicando que en promedio se tendría una ganancia de 37.35% en el proyecto.
- Los valores de la variable TIR en los 10 mil escenarios se encuentran a 9.06 puntos porcentuales de la media poblacional, la variación no es alta si se considera que la media es de 37.35%.
- La asimetría que se muestran los valores de la variable TIR es de 0.60, es una asimetría positiva indicando que los resultados más alejados de la media están del lado derecho de la media, se puede apreciar a simple vista en la gráfica de los resultados de la variable TIR.
- La curtosis es de 3.77 indicando que la distribución de los valores de la variable TIR se distribuyen casi como una normal ya que el valor es un número cercano a 3 aunque por arriba, que quiere decir que la forma de la distribución de la variable TIR es mas alargada que una norma, que lleva a decir que los valores posibles a alcanzar para una mayor rentabilidad del proyecto pueden ser altos.

- El coeficiente de variabilidad es de 24.24% siendo un valor que ya se puede considerar alto lo que indica que los valores arrojados de esta variable no son tan homogéneos como los de la variable VPN
- El valor mínimo de la variable TIR que se obtuvo en los 10 mil escenarios es de 10.56%.
- El valor máximo de rentabilidad que se alcanzó en los 10 mil escenarios es de 84.84%, siendo un número alto de rentabilidad del proyecto.
- El valor mínimo y máximo dista de 74 puntos porcentuales, siendo un valor alto de oscilación.

A continuación se muestra el gráfico de frecuencia de la variable TIR:



En el gráfico se puede ver que para obtener una rentabilidad en el proyecto mayor a 30% se tiene una probabilidad de 79%, si la flecha situada en el eje de las x se mueve hacia la derecha para conocer la probabilidad de por ejemplo tener una mayor rentabilidad de 50% la probabilidad será de 8.28%, a mayor rentabilidad deseada menor probabilidad.

Gráfico de sensibilidad de la variable TIR

Se presenta el gráfico de sensibilidad de la variable TIR respecto de la variación en los valores de las variables input.

Se observa que la mortalidad tiene una influencia negativa al resultado de la TIR en un 64.9%, es la variable que más contribuye al resultado de la TIR, indicando que la aseguradora tendría que tomar medidas de selección de cartera dado que no solo para la TIR la mortalidad representa una contribución alta en el resultado negativo sino que en el VPN se observa lo mismo.

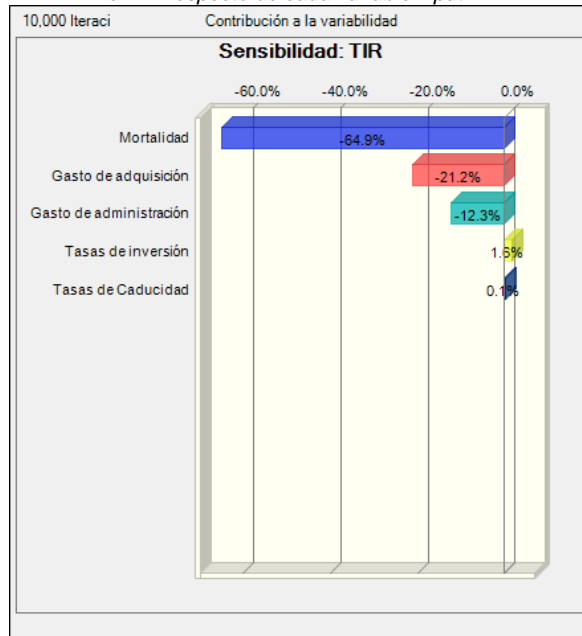
Al igual que en el VPN para la TIR las siguientes variables que contribuyen de forma negativa al resultado de la TIR es el gasto de adquisición y el gasto de administración, aunque para esta variable el gasto de adquisición afecta más que en al VPN ya que se tiene un 21.2% y la

variable de gasto de administración en un 12.3%, de cualquier forma la compañía debe tener una buena administración de sus gastos si requiere de una buena rentabilidad en su producto de seguros.

Las tasas de caducidad aporta un 0.1% en el resultado de la TIR, es casi cero por lo que no se considera representativa.

Y lo mismo que en el VPN las tasas de inversión es la variable que contribuye de forma positiva al resultado de la TIR lo que indica que a mayores tasas de inversión mayor TIR, es decir mayor rentabilidad en el proyecto.

Grafico que muestra la sensibilidad que tiene la TIR respecto de cada variable input



Margen de utilidad

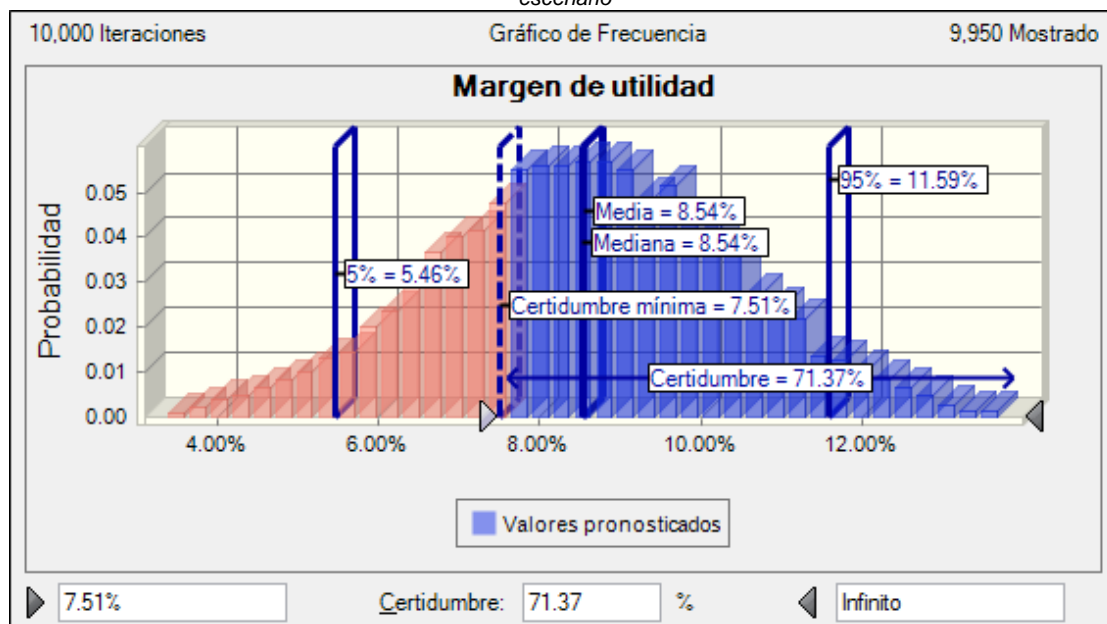
Estadísticas:	Valores pronosticados
Media	8.5%
Mediana	8.5%
Desviación estándar	1.8%
Varianza	0.0%
Asimetría	-0.02
Curtosis	2.98
Coefficiente de variabilidad	21.6%
Mínimo	1.3%
Máximo	15.0%
Rango	13.7%
Error estándar de la media	0.02%

- La media de la distribución de la variable margen de utilidad es de 8.5%, el valor media de ganancia por cada póliza vendida es de 8.5%
- La variación que existe en los resultados de los escenarios es de 1.8 puntos porcentuales respecto de la media.

- La asimetría es negativa y cercana a cero, por lo que los valores más alejados de la media se encuentran a la izquierda de la media y no será notoria la inclinación en la gráfica.
- La curtosis es 2.98, casi tres, indica que los resultados se distribuyeron casi como una normal.
- El coeficiente de variabilidad es no muy alto pero si considerable de 21.6% indicando entonces que los resultados de margen de utilidad se distribuyen de una forma más homogénea que heterogénea.
- La media muestral oscila 0.02 punto porcentual respecto de la media poblacional, es una oscilación de las medias es muy pequeña.
- El valor máximo que se puede tener como ganancia en cada póliza vendida es de 15% y el mínimo de 1.3%, el valor máximo y mínimo están a una distancia de 13.7 puntos porcentuales además de que ambos son positivos, esto indica que se sigue teniendo ganancia por cada póliza vendida aún en el escenario en el que se presenta el menor margen de utilidad.

En seguida se muestra el gráfico de frecuencia para la variable margen de utilidad.

Gráfica que muestra los resultados de la variable margen de utilidad de cada escenario



En la gráfica se observa que si se supone se quiere obtener una ganancia de más de 7.5% por cada póliza vendida se tiene una probabilidad de 71.37%

Gráfica de sensibilidad de la variable Margen de utilidad

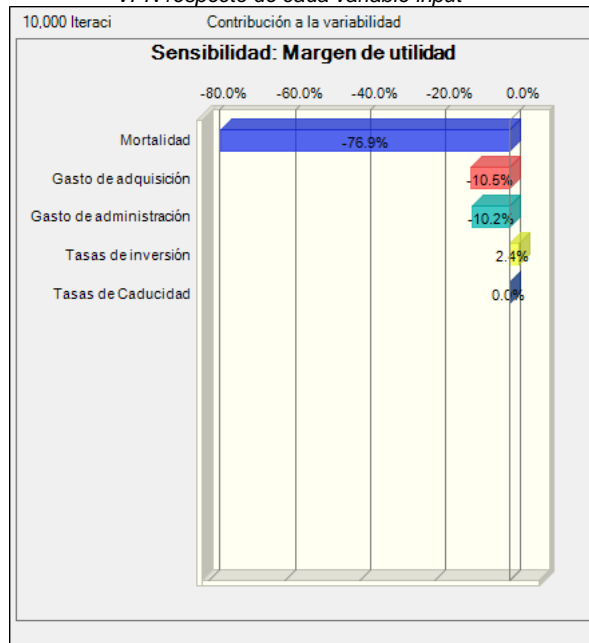
El gráfico indica que la mortalidad es la variable que más contribuye al resultado del margen de utilidad, además es un valor negativo de -76.9%, indicando nuevamente que se debe tener precaución en la selección de asegurados ya que una alta mortalidad en la cartera significa menor utilidad y es un indicativo de que si existiera una mortalidad muy alta podría traer pérdidas a la compañía.

Las variables que en segundo lugar contribuyen de forma negativa al margen de utilidad son el gasto de administración con -10.2% y el gasto de adquisición con -10.5% indicando una vez más que la compañía aseguradora debe tener cuidado en tener una buena administración de sus gastos.

En este caso la variable tasas de caducidad no tiene una contribución ni positiva ni negativa, es decir su contribución es cero. Esto puede traducirse a que la empresa puede seguir conservando las medidas que toma para evitar una alta cancelación de pólizas en su cartera ya que sus tasas iniciales son adecuadas.

Al igual que en la TIR y el VPN para esta variable las tasas de inversión contribuyen de forma positiva al resultado del margen de utilidad y también se muestra que la contribución es pequeña siendo de 2.4%

Grafico que muestra la sensibilidad que tiene el VPN respecto de cada variable input

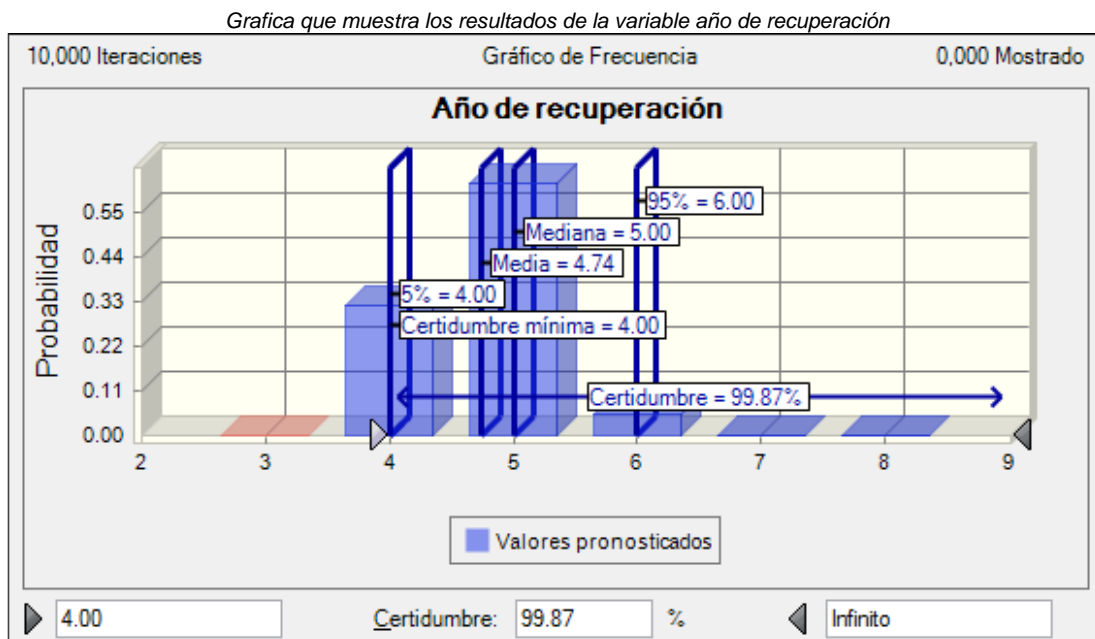


Año de recuperación

Estadísticas:	Valores pronosticados
Media	4.74
Mediana	5.00
Desviación estándar	0.56
Varianza	0.32
Asimetría	0.09
Curtosis	3.20
Coefficiente de variabilidad	0.12
Mínimo	3.00
Máximo	8.00
Rango	5.00
Error estándar de la media	0.01

- El promedio de la variable año de recuperación es 4.74 años es decir, 4 años y 8.8 meses.
- La desviación estándar es 0.56 que indica que los valores resultantes de la variable año de recuperación se están desviando 6 meses alrededor de la media poblacional.
- La asimetría es 0.09, es positiva y pequeña, indica que los valores que se alejan más de la media están a la derecha del eje de las x.
- La curtosis es 3.2 que al ser un valor cercano a tres indica que los valores se distribuyen casi como una normal.
- El coeficiente de variabilidad es de 12% que indica que los valores de los años de recuperación son más homogéneos.
- El valor mínimo que se tuvo de las 10 mil iteraciones fue 3 años de recuperación.
- Y el valor máximo que se tuvo de las 10 mil iteraciones fue 8 años de recuperación, al obtener 8 años de recuperación en un seguro a 10 años es un resultado positivo ya que indica que al final del proyecto se tendrá recuperación aunque sea tardío.
- El valor máximo y mínimo distan de 5 años.
- El error estándar de la media es de 0.01, es un valor muy pequeño que indica que las medias muestrales en general distan de la meda población de un mes.

A continuación se presenta el gráfico de frecuencia para la variable año de recuperación:



En la gráfica se observa que la probabilidad de que se tenga recuperación mayor a 4 años es de 99.87%.

Gráfico de sensibilidad de la variable año de recuperación

El gráfico de sensibilidad muestra que una vez más la variable que más contribuye en el año de recuperación es la mortalidad, para esta variable los resultado se muestran con el signo

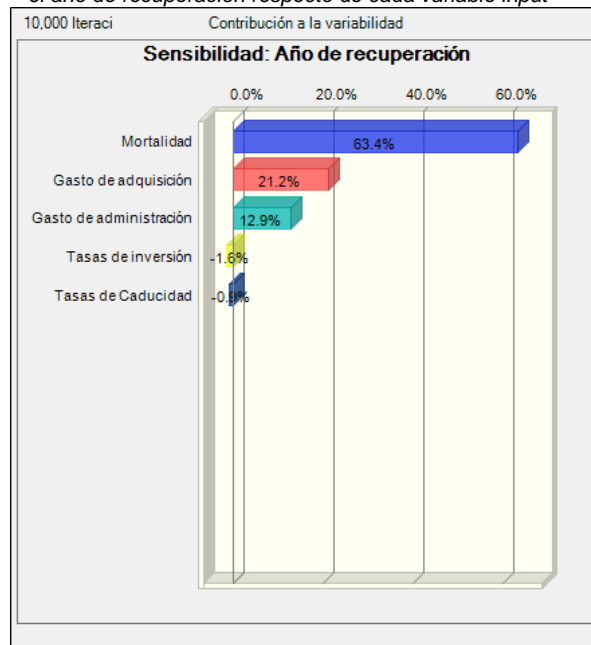
contrario a los de las otras variables de salida, y esto es porque para esta variable lo que conviene es tener números pequeños, es decir a la empresa le conviene tener una recuperación en un menor número de años. Para la variable mortalidad indica que a mayor mortalidad mayor año de recuperación, y tiene una contribución de 63.4%, que como en el resto de las variables de salida es un número de contribución alta.

Y una vez más los gastos de adquisición y el gasto de administración son las variables que después de la mortalidad contribuyen al resultado del año de recuperación, siendo que el gasto de adquisición contribuye en un 21.2% y el gasto de administración en un 12.9%.

También para la variable de año de recuperación, las tasas de caducidad no tienen una representación significativa a su resultado, ya que tiene una contribución de -0.9%.

Y para las tasas de inversión se tiene -1.6% que indica que a mayores tasas un menor número en el año de recuperación. Al igual que en el resto de las variables de salida no tiene una representación significativa aunque también para el año de recuperación la contribución es de forma positiva para la empresa.

Grafico que muestra la sensibilidad que tiene el año de recuperación respecto de cada variable input



Con los resultados obtenidos se puede apreciar que, en términos generales, se tiene una buena rentabilidad del seguro, las gráficas y los resultados estadísticos muestran que aún en los peores escenarios las medidas de rentabilidad del producto son favorables para la empresa, también se observa que la mortalidad es la variable que más contribuye a los resultados que se pueden tener en las variables que miden rentabilidad, observando que es la mortalidad el factor que mayor presencia tiene en una aseguradora es por eso que es importante que se tomen medidas para tener una buena selección de su cartera.

Los gastos tanto de administración como de adquisición son las variables que representan en segundo lugar salidas de dinero para la empresa y por tanto menor rentabilidad, por lo que la empresa aseguradora debe tener cuidado en los gastos de operación y administrativos en los que incurre y tratar de disminuirlos.

Las tasas de caducidad no tuvieron una representación importante en los resultados de los valores en las medidas de rentabilidad, por lo que en una segunda corrida podría considerarse omitir esta variable.

Y por último las tasas de inversión en las cuatro medidas de rentabilidad tienen una influencia positiva para la empresa.

Ahora que se tiene una visión más amplia de los resultados posibles en la rentabilidad del seguro, se puede ejecutar el programa ampliando los rangos de movilidad para las celdas supuesto o bien considerando otras distribuciones de probabilidad, si no se requiere o no se puede ampliar el rango de movilidad se tiene suficiente información para saber cuál será el escenario óptimo, el escenario pésimo y los más probables, además de conocer que variables contribuyen y de qué forma al resultado de la rentabilidad dentro de los rangos establecidos inicialmente para cada variable de entrada.

7. Conclusiones

Como se pudo ver en el desarrollo del modelo de análisis de rentabilidad, existen variables de suma importancia para la compañía que determinan la rentabilidad que tendrá el seguro, y si bien es cierto que los gastos, la caducidad, la mortalidad en la población, las tasas esperadas de inversión son importantes para la compañía y que muchas veces ya son valores dados, también es cierto que es necesario conocer hasta donde es permitido mover una variable o qué pasaría si por razones externas cambiase su valor y poder conocer de qué forma estos cambios afectan a la rentabilidad de la compañía.

Además conociendo el grado de afectación de cada una de las variables que mueven el resultado de rentabilidad se logra saber cuáles variables son las más representativas, o cuales menos, por lo que el análisis se puede volver tan fino como se requiera, eliminando variables que no contribuyen o incluyendo algunas otras que se piense pueden afectar la rentabilidad, y de las variables elegidas como input cambiar los rangos de movilidad para ampliar o disminuir tanto se requiera, y así saber cuánto afectan estas variaciones los resultados de la rentabilidad, conociendo así las medidas que debe tomar la empresa aseguradora respecto de la variación de aquellas variables que pueda controlar y tomar medidas en las variables que estén fuera de su alcance y aminorar la pérdida.

El modelo de rentabilidad en conjunto con la herramienta de análisis de riesgo y pronóstico juegan un papel importante para lograr conocer hasta donde se puede arriesgar cuando se tiene en mente un nuevo producto de seguros, si será rentable o traerá pérdidas, y bajo que parámetros es rentable, ya que se mostro que permite conocer anticipadamente un importante número de escenarios y los valores obtenidos de cada variable de salida en cada escenario, es decir se logra obtener una visión de lo que puede ocurrir en materia de rentabilidad, y esto pone en ventaja a la compañía de seguros ante su competencia.

Los resultados de las variables de salida de las 10 mil iteraciones se presentan en gráficos, permitiendo observar a simple vista el comportamiento de la frecuencia de cada medida de rentabilidad, mostrando además resultados estadísticos que permiten conocer el comportamiento de cada variable de salida de acuerdo al rango determinado en las variables input. Además con las gráficas de sensibilidad, se pudo conocer si las variables de entrada representan una importancia relevante, ya sea positiva o negativa, en el resultado de las variables de salida, ello permitió conocer cuáles fueron las variables input que no representan gran importancia y poder eliminarlas o y cuáles si lo son y considerarlas en el análisis.

En el ejercicio hecho se pudo observar que la mortalidad es la variable que más afecta al resultado de las medidas de rentabilidad, esta variable representa la obligación que tiene la compañía ante sus clientes y no podrá evitarla una vez que se den los siniestros en su cartera,

pero por otro lado, al conocer ahora que la mortalidad es la variable que mayormente definirá el resultado de rentabilidad, la compañía debe poner atención en el factor de la mortalidad e implementar medidas para evitar una desviación en la siniestralidad mediante una buena selección de la cartera de clientes a asegurar, generalmente las compañías de seguros lo realizan con cuestionarios médicos aplicados a sus clientes o exámenes médicos. Las siguientes variables que afectan el resultado de las medidas de rentabilidad son los gastos de adquisición y después los gastos de administración, las dos variables tienen una importante influencia en los resultados que miden la rentabilidad y aunque no tienen tanta afectación como la variable mortalidad, es de considerarse su influencia en los resultados. Lo que las variables de gastos están representando son salidas de dinero que aunque no son gastos que sean totalmente evitables si son gastos que se pueden ajustar en la medida de lo posible, y lo puede hacer ahora conociendo el grado de importancia que tienen en el resultado de rentabilidad. Las tasas de caducidad afectan también de forma negativa a los resultados de rentabilidad, sin embargo, su participación es casi nula, por lo que la compañía podría enfocarse más a otras variables que a la cancelación. Finalmente las tasas de inversión esperada reflejan una influencia positiva en los resultados, aunque no aportan demasiado al resultado es la variable que aporta de forma positiva el resultado.

Es importante mencionar que el análisis de los resultados resulta más fructífero cuando se analizan los resultados en conjunto, ya que por ejemplo en los resultados del VPN se puede conocer la ganancia que tendrá la empresa en el proyecto, pero es importante saber a partir de cuándo serán positivos los resultados, por lo que se necesita analizar la variable año de recuperación. Es decir se puede obtener un VAN muy alto y recuperarse hasta el final de la vida del proyecto, entonces se tienen más argumentos para saber si el VAN es lo suficientemente alto para esperar hasta que termine el proyecto.

El análisis se puede ampliar tanto como se requiera, agregando otras variables que se observe afecten el resultado de la rentabilidad del producto o quitando aquellas que no aporten al resultado, ampliar o disminuir los rangos de movilidad de las variables de entrada también aporta mayor conocimiento del comportamiento de la rentabilidad y un mejor análisis de los factores que afectan los resultados, se tiene entonces una opción a la cual se puede recurrir teniendo resultados precisos en el análisis de rentabilidad de un seguro de vida.

8. Bibliografía

Libros:

- Actuaría Matemática, manual de fórmulas y procedimientos, Pedro Aguilar Beltrán, Primera Edición
- Actuarial Mathematics, Newton L. Bowers, Jr. Hans U. Gerber, James C. Hickman, Donald A. Jones, Cecil J. Nesbitt al. Segunda Edición, Society of Actuaries
- Diccionario MAPFRE de Seguros, Julio Castelo Matrán, Antonio Guardiola Lozano, Ed. Mapfre, Madrid, 1992
- Life Contingencies, Chester Wallace Jordan, Jr, Segunda Edición, Society of Actuaries
- Finanzas Corporativas, Stephen A. Ross, Randolph W. Westerfield & Jeffrey, Octava Edición, Mc Graw Hill
- Proyectos de Inversión Formulación y Evaluación, Nassir Sapag Chain, Primera Edición.

Leyes:

- Circulares de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- Ley Sobre el Contrato del Seguro
- Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualista de Seguros
- Circular Única de Seguros

Páginas electrónicas:

- www.cnsf.gob.mx
- www.amis.org.mx
- <http://www.conac.org.mx>
- www.actuarios.org
- <http://www.oracle.com/index.html>