



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN
MEDIA SUPERIOR

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

PROPUESTA DE ENSEÑANZA DEL TEMA CRECIMIENTO Y DECAIMIENTO
EXPONENCIAL EN EL BACHILLERATO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
(MATEMÁTICAS)

PRESENTA
TANIA REYES ZÚÑIGA

TUTOR:
M. EN C. ALEJANDRO RAÚL REYES ESPARZA
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES PLANTEL
AZCAPOTZALCO

MÉXICO, D.F. JUNIO DE 2013



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIAS

A mis padres: Pedro Ramiro Reyes Esparza y
Rosa Ma. Zúñiga Rodríguez;
y a mi primo Alejandro Raúl Reyes Zúñiga.
(*In memoriam*)

A Juan Ramón II y Tania Sofía, los dos hermosos soles de mi vida.

A mi familia de México y de Holanda, por su cariño y apoyo
incondicional a lo largo de este trayecto.

A mis maestros de la MADEMS, quienes son un elemento de ánimo e
inspiración continua y un modelo a imitar.

A mis compañeros de la MADEMS y ahora amigos entrañables:
Carolina, Gabriel, Daniel, Alberto, Oscar, Octavio, Adán y Gamaliel,
por TODO.

A mis amigos y compañeros de trabajo que, de un modo u otro, han
respaldado este esfuerzo.

AGRADECIMIENTOS

Esta tesis de Maestría pudo ser realizada gracias al apoyo del Colegio de Ciencias y Humanidades de la UNAM, que me brindó todas las facilidades para realizar mis estudios durante los dos años que abarca el programa de estudios de la MADEMS y para la escritura del trabajo de tesis. En particular, quiero expresar mi más amplio agradecimiento al Dr. Roberto Ávila Antuna, Director del CCH, plantel Vallejo, por su invaluable y generoso apoyo para la realización de este trabajo de investigación.

Esta tesis de maestría no habría sido posible sin la valiosa supervisión académica del director de tesis de la misma. Quiero agradecer al M. en C. Alejandro Raúl Reyes Esparza su continuo apoyo y las muy acertadas orientaciones durante la escritura de este documento.

De la misma manera, agradezco a los sinodales: M. en C. Juan B. Recio Zubieta, Dr. Mauricio Pilatowsky Braverman, Dr. Ignacio Pineda Pineda y al Dr. Carlos Hernández Garciadiego, quienes además de revisar cuidadosamente mi trabajo, hicieron valiosísimas observaciones y sugerencias de corrección al mismo.

Agradezco también a mis excelentes compañeros de grupo de la maestría: Carolina Segovia, Gabriel Rivera, Daniel González, Alberto Lozano, Oscar Lara, Octavio Fonseca, Adán Ramos y Gamaliel Bautista, porque fueron mis primeros conejillos de indias con los que puse a prueba mi propuesta didáctica. Sus observaciones y sugerencias a mi trabajo fueron de gran valor y me permitieron mejorar dicha propuesta.

Un agradecimiento muy especial tengo hacia mis excelentes profesores de la maestría: Dra. Asela Carlón Monroy, Dr. Sergio Cruz Contreras, M. en C. Juan B. Recio Zubieta, M. en C. Alejandro Raúl Reyes Esparza, Dr. Mauricio Pilatowsky Braverman, Mtra. Ma. Guadalupe García Abán, Mtra. Nora Hilda Trejo Durán, Mtra. Esperanza Valdés, Mtra. Leilani Medina Valdés, Mtro. Víctor Palencia y Mtra. Ma. Eugenia Canut. Muchas de sus enseñanzas y orientaciones traté de plasmarlas en este trabajo.

Agradezco también al Ingeniero Alfredo Reyes Zúñiga por sus pertinentes observaciones y correcciones a este trabajo.

Finalmente, deseo expresar mi agradecimiento a quienes en lo personal, han hecho posible este trabajo: a mi compañero de vida, Juan Ramón, quien no sólo me apoyó cuidando a nuestra pequeña hija Tania Sofía mientras yo escribía este trabajo, sino que también leyó cuidadosamente este escrito, sugirió correcciones muy precisas y realizó importantes observaciones al mismo. A mi familia y amigos por su cariño y apoyo, quienes por cierto, son muchos y no podría enumerar suficientemente.

A todos mi mayor reconocimiento y gratitud.

RESUMEN

Se presenta una propuesta didáctica para trabajar en el aula, en 5 horas, el tema: “crecimiento y decaimiento exponencial”. Tanto en los libros de texto tradicionales, como en el aula, los profesores afirman que un crecimiento exponencial es un crecimiento “muy rápido” de una variable. Sin embargo, desde mi punto de vista, ni el libro de texto, ni los profesores logran que los alumnos comprendan “qué tan rápido” es dicho crecimiento en relación con otras formas de crecimiento que los alumnos conocen mejor, como el lineal.

Se pretende que el alumno: conozca en qué consiste el crecimiento y decaimiento exponencial; compare el crecimiento y decaimiento exponencial con otras formas de crecimiento que ya conoce (como el lineal); conozca “qué tan rápido” es el crecimiento y el decaimiento exponencial; conozca una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología: el estudio de la mortalidad de las tortugas, cuya tasa se modela matemáticamente con una distribución exponencial; conozca los peligros que amenazan a las tortugas y las formas en que pueden contribuir a su conservación.

Las intenciones de la propuesta didáctica son: incorporar las premisas del aprendizaje situado y las propuestas de Vygotski al traer al aula personajes y situaciones de la vida real como escenario de aprendizaje; que los alumnos reconozcan que las matemáticas son una herramienta que ayuda a entender fenómenos de la realidad y que son del interés de la sociedad; que los profesores cuenten con más recursos didácticos que le faciliten su labor en el aula; mostrar cómo desde el aula de matemáticas los maestros podemos transmitir valores y cambiar actitudes, con respecto a la necesidad de cuidar y conservar el medio ambiente y las especies animales.

Como resultado de la aplicación de la propuesta, se observó que los alumnos se interesaron en el tema, estuvieron motivados y conocieron de manera más precisa los conceptos tratados.

ABSTRACT

A methodological approach to work in the classroom, during 5 hours, is presented. The subject is: "exponential growth and decay." Both in traditional textbooks, and in the classroom, teachers claim that exponential growth is a "very fast" growing of a variable. However, from my point of view, neither the textbook nor teachers manage students to understand "how fast" is that growth in relation to other forms of growth, like linear growth, that students know best.

It is intended that students: get to know what the exponential growth and decay are; get to compare the exponential growth and decay with other growth forms that they already know (such as linear growth); get to know "how fast" is the exponential growth and decay; get to know an application of exponential decay in ecology: the study of turtle mortality rate, which is mathematically modeled with an exponential distribution; get to know the dangers that threaten the turtles and the ways they can contribute to their conservation.

The didactic proposal's intentions are: entering the premises of situated learning and Vygotsky's proposals to bring characters and real life situations to the classroom as a learning scenario, that the students get to know that the mathematics are a tool that helps to understand real phenomena and that are of interest to society, that teachers have more teaching resources that will facilitate their work in the classroom; show how the mathematics classroom teachers can transmit values and change attitudes regarding the need to care for and preserve the environment and animal species.

As a result of the proposal's implementation, it was observed that students were interested in the subject, they were motivated and learned more precisely the concepts discussed.

Índice

INTRODUCCIÓN	12
Planteamiento del problema.....	14
Justificación.....	16
Objetivos de la propuesta.....	19
Estructura del trabajo.....	20
CAPÍTULO 1: MARCO DE REFERENCIA: EL CONTEXTO DE LA PRÁCTICA DOCENTE	22
1.1.Los fines de la educación en México.	23
1.2 La historia del bachillerato en México	30
1.2.1 El bachillerato en la época de la colonia.....	30
1.2.2 La educación en la turbulencia del México independiente	34
1.2.3 Evolución del bachillerato moderno.....	38
1.2.4 El impulso al laicismo	39
1.2.5 La vinculación de la educación con el sector productivo.....	42
1.2.6 Expansión de la capacidad de atención	46
1.3 Las finalidades del bachillerato en México	49
1.4Las políticas educativas recientes relacionadas con el bachillerato mexicano	53
1.5 El Colegio de Ciencias y Humanidades de la UNAM.....	61
1.5.1 El plan de estudios del CCH	63
1.5.2 El modelo educativo del CCH.....	66
1.5.3 Las modificaciones a los planes y programas de estudio del CCH	69
1.5.4 La enseñanza de las matemáticas en el CCH	75
1.5.5 Acciones que el CCH ha llevado a cabo para mejorar la enseñanza de las matemáticas	77
1.6 El contexto social en donde se desarrolla la práctica educativa	80
1.6.1 El contexto social mundial.....	80
1.6.2 El contexto social de nuestro país	81
1.7 La población estudiantil.....	88

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO-METODOLÓGICO	95
2.1 Aspectos teóricos y metodológicos relativos a la teoría de Vygostki.....	96
2.1.1 Vida de Vygotski	96
2.1.2 La obra de Vygotski	100
2.1.3 La psicología y la revolución de octubre de 1917	103
2.1.4 Vygotski y la concepción de desarrollo histórico-cultural.....	109
2.1.5 Vygotski y la zona de desarrollo próximo	115
2.1.6 La formación de conceptos científicos y su relación con los conceptos cotidianos o espontáneos.....	118
2.1.7 La propuesta de Vygotski y su ubicación en las teorías del aprendizaje	121
2.2 La teoría del aprendizaje situado como tendencia actual en la teoría sociocultural.....	125
2.2.1 Perspectiva del aprendizaje experiencial	125
2.2.2 Perspectiva de la enseñanza reflexiva	127
2.2.3 Perspectiva de la enseñanza situada.....	128
2.3 La didáctica del contenido matemático: el crecimiento y decaimiento exponencial y su enseñanza.	135
2.4 La historia de las matemáticas como recurso didáctico en el aula.	136
2.4.1 La génesis y evolución histórica del concepto de función exponencial.	138
2.4.2 Revisión histórico-epistemológica y su papel en la identificación de los obstáculos epistemológicos.	157
2.5 Concepciones de los estudiantes acerca de la función exponencial.	159
2.6 Conocimientos previos necesarios para la construcción del concepto de función exponencial	164
2.7 Una propuesta para la construcción del concepto de función exponencial	166
2.8 Algunas propuestas para una enseñanza humanista de las matemáticas ..	170
2.9 La enseñanza de las matemáticas y el cuidado del medio ambiente	173
CAPÍTULO 3: PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA	178
3.1. Antecedentes.....	179
3.2 La planeación del trabajo en el aula.	183
3.3 La evaluación.....	186
3.4 Fundamentación de la propuesta didáctica	189
3.5 Las estrategias de enseñanza aprendizaje utilizadas en la propuesta didáctica	192
3.5.1 El ambiente de trabajo en el aula.....	192

3.5.2 Formas de trabajo en el aula: en equipo, grupal o individual.....	194
3.6 Descripción de la propuesta didáctica.	198
3.6.1 Tiempo estimado.....	198
3.6.2 Conocimientos previos	198
3.6.3 Aprendizajes a lograr con la propuesta didáctica:	199
3.6.4 Intenciones de la propuesta didáctica:	199
3.6.5 Tareas frecuentes	200
3.7 Implementación o aplicación de la propuesta	203
3.8 Diseño del instrumento de medición cuantitativo: el examen diagnóstico	204
3.9 La primera sesión de trabajo	206
3.9.1 Aprendizajes a lograr.....	206
3.9.2 Contenidos temáticos.....	206
3.9.3 Recursos necesarios	207
3.9.4 Características de la presentación en Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial”	207
3.9.5 Características de la actividad impresa “El domingo siete”	213
3.9.6 Descripción general de la primera sesión	216
3.10 La segunda sesión de trabajo	217
3.10.1 Aprendizajes a lograr.....	217
3.10.2 Recursos necesarios	218
3.10.3 Descripción general de la segunda sesión	218
3.10.4 Características de la actividad “¿Cuántas veces es posible cortar una cinta a la mitad?”	219
3.11 La tercera sesión de trabajo.....	222
3.11.1 Aprendizajes a lograr	222
3.11.2 Recursos necesarios.....	222
3.11.3 Descripción general de la tercera sesión	222
3.11.4 Características de la presentación en Power Point “Tortugas”	224
3.11.5 Características del juego de mesa sobre la vida de las tortugas.....	225
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	226
4.1 Descripción de las condiciones en las que se realizó la práctica docente ...	227
4.2 Resultados de la evaluación diagnóstica.....	227
4.2.1 Análisis cuantitativo de la evaluación diagnóstica	228
4.2.2 Análisis cualitativo de la evaluación diagnóstica	230

4.3	Análisis cuantitativo de la actividad: “El domingo siete”	232
4.4	Resultados de la evaluación postest	234
4.4.1	Análisis cuantitativo de la evaluación postest	234
4.4.2	Análisis cualitativo de la evaluación postest	238
CONCLUSIONES		240
Bibliografía y fuentes consultadas		248
ANEXO 1: Tareas frecuentes		263
ANEXO 2: Examen de diagnóstico		268
ANEXO 3: Presentación “El crecimiento y el decaimiento exponencial”		271
ANEXO 4: El domingo siete		284
ANEXO 5: Planeación de sesiones		290
ANEXO 6: Presentación “Tortugas”		304
ANEXO 7: Tablero para juego de mesa sobre la vida de las tortugas		308

Índice de Gráficas

Gráfica 1. Regularidad escolar en Matemáticas I-IV	79
Gráfica 2. Histograma correspondiente a la distribución	229
Gráfica 3. Histograma correspondiente a la distribución de frecuencias	235

Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Que ilustra el aumento de la población en nuestro país	46
Ilustración 2. Esquema en el que se presentan los programas del CCH.....	72
Ilustración 3. Disminución de la autoestima en la adolescencia.	93
Ilustración 4 . Representación esquemática de la zona de desarrollo próximo.....	116
Ilustración 5 La multiplicación según Descartes. Imagen tomada de (Descartes, 1637/1997, p. 13).	147
Ilustración 6. Razón característica de la curva $y = x^2$. Imagen tomada de Cantoral et al (2006, p. 97)	149
Ilustración 7. Mortalidad teórica en las tortugas marinas a lo largo de su vida. ...	190
Ilustración 8 Estrategias para tratar con la diversidad en el aula.....	197

Índice de tablas

Tabla 1 Número de escuelas y alumnos en las distintas opciones de.....	52
Tabla 2. Número de alumnos, maestros y escuelas del	56
Tabla 3 El conocimiento según el conductismo, cognitivismo y constructivismo...	121
Tabla 4 Comparación de diferentes paradigmas educativos.....	124
Tabla 5. Distribución por género del grupo 413	227
Tabla 6 Desglose de las respuestas de cada uno de	228
Tabla 7 Diagrama de distribución de frecuencias de calificaciones	229
Tabla 8. Cuadro de respuestas del examen diagnóstico consideradas incorrectas.	230
Tabla 9. Desglose de las respuestas de cada uno de los reactivos	232
Tabla 10. Calificaciones obtenidas en la actividad “El domingo siete”.	233
Tabla 11. Desglose de las respuestas de cada uno de los reactivos del examen postest.....	234
Tabla 12. Diagrama de distribución de frecuencias de calificaciones del examen postest con marca de clase	235
Tabla 13. Comparación de las calificaciones que obtuvieron	236
Tabla 14. Comparación de las calificaciones de los alumnos	237
Tabla 15. Cuadro de respuestas del examen postest consideradas incorrectas.	238
Tabla 16. Tareas frecuentes que realiza el profesor	264

INTRODUCCIÓN

En este documento se presenta una planeación que incluye una propuesta didáctica para trabajar en el aula, en 5 horas, el tema: “Crecimiento y decaimiento exponencial”. En particular, este tema corresponde a la Unidad 4 de Funciones exponenciales y logarítmicas, del curso de Matemáticas IV, del Plan de Estudios Actualizado (PEA) del Colegio de Ciencias y Humanidades.

La propuesta está enmarcada dentro del contexto del aprendizaje situado y busca conjugar la teoría, la práctica, la investigación y reflexión, acorde con los principios educativos del Colegio.

Tanto en los libros de texto tradicionales, como en el aula, los profesores afirman que un crecimiento exponencial es un crecimiento “muy rápido” de una variable. Sin embargo, desde mi punto de vista, ni el libro de texto, ni los profesores logran que los alumnos comprendan “qué tan rápido” es dicho crecimiento, “qué tan rápido” es en relación con otras formas de crecimiento que los alumnos conocen mejor: el crecimiento lineal, cuadrático, etc. Es por eso, que parece pertinente coadyuvar en la comprensión de la noción de crecimiento y decaimiento exponencial.

Un aspecto que es importante es el relacionado con las aplicaciones del crecimiento y decaimiento exponencial. En particular, el decaimiento exponencial, se ejemplifica a menudo en los libros de texto tradicionales, con el decaimiento radiactivo.

En esta propuesta se pretende presentar otras aplicaciones, introducir la noción de decaimiento exponencial a través del estudio de la mortalidad de las especies animales, puesto que, a decir de los biólogos, en algunos casos, como el de las tortugas, esta tasa se modela matemáticamente con una distribución exponencial.

Ya que, el número de individuos de esta especie que llega a la vida adulta es dramáticamente menor, comparado con el número de huevos que depositaron las hembras en una playa, en una temporada de desove dada.

Se buscará entonces, con relación al tema de decaimiento exponencial, capturar el interés de los alumnos con un problema actual de interés eco-biológico-social. A la vez que los alumnos reflexionarán sobre un problema ecológico y que conocerán formas de contribuir a la conservación de las tortugas, también comprenderán la noción de decaimiento exponencial y reconocerán que las matemáticas son una herramienta que ayuda a entender fenómenos del mundo que les rodea y son del interés de nuestra sociedad. Lo anterior busca contribuir a la formación ciudadana del alumno.

En la planeación didáctica que se presenta en este trabajo se propone introducir la enseñanza del tema de crecimiento y decaimiento exponencial de una manera diferente, un tema que si se estudia solamente en su aspecto matemático, puede resultar árido y poco estimulante para los alumnos. Irene Zapico (2006, p.4) nos recuerda que “la matemática pura, que es una fuente de deleite para quienes la amamos y nos dedicamos a ella, no es vista del mismo modo por nuestros alumnos; ellos la perciben, en muchas ocasiones, como algo ajeno, frío, aburrido y difícil...No es necesario «cambiar» la matemática para enseñarla, pero proponemos no presentarla «sola y desnuda», vistámosla con sus mejores ropas y presentémosla acompañada de sus mejores galanes.”

Por otro lado, la propuesta didáctica busca incorporar actividades lúdicas, el juego en el aula, ya que en opinión de algunos autores como Selma Wassermann (2006), el juego es importante en el desarrollo social psicológico e intelectual de los alumnos. Con este tipo de actividades (bien diseñadas, por supuesto), se puede satisfacer su necesidad de sentirse capaz, de ser respetados, como individuos y en las decisiones que toman en el transcurso de la actividad.

Con este trabajo, se pretende también que los profesores cuenten con más recursos didácticos que le faciliten su labor en el aula, y con ello contribuir al aprendizaje de los alumnos.

Finalmente, para cerrar este apartado, retomo las palabras de David Wheeler:

Permítaseme decir que no deseo actuar como evangelista o proselitista a favor de la educación matemática. No espero, ni siquiera deseo, que todo niño se sienta absorbido por los estudios matemáticos y se consagre a ellos tanto en la escuela como en su vida. Sólo para unos pocos la matemática será tan seductora como para comprometer mucho tiempo con ella. Pero quisiera que todo niño, en algún momento de su escolaridad, pueda experimentar el poder y el estímulo de la matemática (puesto que puede no tener otra oportunidad) lo mismo que el de todas las asignaturas escolares, de manera que al término de su educación por lo menos sepa cómo es y si se trata de una actividad que ha de ocupar, o no, un lugar en su futuro (David Wheeler en Zapico, 2006, p.8):

Planteamiento del problema

Existe un problema de alta reprobación en las materias de Matemáticas, por lo que en el Colegio, se han llevado a cabo iniciativas para atender esta problemática, entre las que destacan las que se describen a continuación:

En el año 2006 comenzaron las acciones que llevarían a modificar la composición de los grupos de Matemáticas I, de tal manera que en la generación 2007-1, los grupos pasaron de 50 a 25 alumnos. Esto implicó la remodelación de aulas y edificios, así como un incremento en el banco de horas en los cinco planteles del Colegio, que hizo necesaria la contratación de un gran número de profesores. Actualmente, todos los grupos de Matemáticas I a IV tienen una población aproximada de 25 alumnos.

El resultado de estas acciones fue un incremento en el índice de acreditación general, de modo que para las asignaturas de Matemáticas I (generación 2009) y II, (generación 2005), hubo un 9% más alumnos regulares en 2009. Y para Matemáticas III (generación 2008) y IV (generación 2002) fue del 14% más en la de 2008. (CCH, Cuadernillo 3, 2009, p.14).

Aunque la disminución de los grupos de matemáticas ha traído consigo una mejora significativa en las condiciones de enseñanza, como una atención más personalizada, etc., todavía es necesario desarrollar otras acciones destinadas a disminuir los altos índices de reprobación, pero sobre todo para que los alumnos aprendan matemáticas.

En nuestro mundo la población, la contaminación, el consumo de recursos, la producción de alimentos, la expansión de algunas ciudades, la producción industrial, el número de usuarios de computadoras o de internet están creciendo continuamente. Además crecen en forma cada vez más rápida siguiendo un patrón que los matemáticos conocen como *crecimiento exponencial*. De la misma manera, se habla de decaimiento exponencial.

Considero que, en relación a este tema es muy importante propiciar la discusión grupal en el aula, introducir ejemplos en donde se muestre el potencial de las funciones exponenciales para modelar asuntos relacionados con la sociedad humana, el crecimiento de la población, de la contaminación, de la producción industrial, y por el otro lado, la disminución a pasos agigantados de recursos energéticos, de bosques y selvas, la extinción de especies de animales, etc.. Es una manera de mostrarle al alumno la importante herramienta que constituyen las matemáticas para estudiar sobre cuestiones que le atañen a él, a su familia y a su sociedad.

Justificación

Durante 2007 y 2008 se desarrollaron dos proyectos coordinados por la Dirección General del CCH, cuya finalidad era documentar los obstáculos que los alumnos identificaban en el aprendizaje de las asignaturas de Matemáticas I y III. Los resultados obtenidos mostraron que en el aprendizaje de estas asignaturas, más del 70% de los alumnos reconocieron deficiencias en el aprendizaje y desarrollo de habilidades, las cuales se agudizaban conforme avanzaba el programa (DGCCH, Cuadernillo 3, 2009).

No existe a la fecha un estudio similar para Matemáticas IV, sin embargo, es muy probable que ocurra algo semejante, es decir, que los alumnos no logren adquirir los aprendizajes y habilidades de las últimas unidades de dicha asignatura. Esto significa que por lo menos la unidad 3 de este curso, que corresponde a “Funciones trigonométricas” y la unidad 4 de “Funciones exponenciales y logarítmicas”, son las de mayor dificultad para los alumnos.

Por este motivo, es necesario que los profesores desarrollen más propuestas didácticas y materiales que faciliten a los alumnos el logro de los aprendizajes de estas unidades.

Los cursos obligatorios de los cuatro primeros semestre de matemáticas del CCH, se conciben como una unidad “cuya lógica de organización de contenidos responde a dos aspectos fundamentales: por un lado, interesa resaltar la unidad metodológica y conceptual de las matemáticas; y, por otro, responder a las necesidades didácticas de maduración paulatina de estructuras de pensamiento en el estudiante, para lograr la comprensión y la adquisición cabal del conocimiento” (CCH, s/f, p.20).

Es por ello que los contenidos se estructuran en ejes temáticos que se van desplegando a lo largo de los cuatro cursos, de manera que un contenido se retoma después para ampliarlo y profundizarlo de manera progresiva. Estos ejes temáticos son: Álgebra, Geometría Euclidiana, Trigonometría, Geometría Analítica y Funciones.

Los programas de estudio de Matemáticas I al IV vigentes, incluyen un mapa de conocimientos por ejes temáticos. A continuación, se presenta la parte que corresponde al eje de funciones y se muestran los aspectos relevantes que se trabajan en cada semestre. En mayúsculas aparecen los nombres de las unidades correspondientes a dicho eje, que se trabajan en un semestre dado (si es el caso), y en minúsculas aparecen los contenidos que sirven de base, se retoman o se utilizan en unidades relativas a otros ejes.

Líneas temáticas por semestre	Eje 5. Funciones y Plano Cartesiano. Concepto de función y sus elementos. Diversos tipos de variación, estudio de sus comportamientos. Relación parámetro- gráfica- variación. Vinculación ecuación y función. Gama amplia de aplicaciones.
1º	<ul style="list-style-type: none"> • VARIACIÓN PROPORCIONAL Y FUNCIONES LINEALES
2º	<ul style="list-style-type: none"> • FUNCIONES CUADRÁTICAS Y APLICACIONES
3º	<ul style="list-style-type: none"> • Manejo amplio del plano cartesiano a través de Geometría Analítica. • La circunferencia, elipse y parábola horizontal se comparan con la recta y la parábola vertical para reafirmar el concepto de función por contrastación.
4º	<ul style="list-style-type: none"> • FUNCIONES POLINOMIALES • FUNCIONES RACIONALES Y CON RADICALES • FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS • FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

Como se observa en la tabla anterior, el curso de Matemáticas IV, constituye un momento importante para que el profesor facilite al alumno el logro de los aprendizajes correspondientes al eje de funciones, encaminados a que el estudiante logre (CCH, s/f, p.21):

- Comprender y manejar los conceptos de variable, variación y relación de funciones;
- Comprender y manejar los elementos de una función y su notación;
- Comprender y manejar la vinculación entre los parámetros de la representación algebraica de una función y sus registros tabular y gráfico;
- Analizar las características de una función: crecimiento o decrecimiento, puntos o intervalos donde no esté definida, tendencias, simetrías en su gráfica, valores extremos, ceros de la función; Identificar los rasgos distintivos de diversas formas de variación (lineal, cuadrática, exponencial y periódica, entre otras) y, en consecuencia, el tipo de función asociada y sus características;
- Identificar y analizar la información que proporciona una gráfica sobre el comportamiento general de la situación que representa;
- Describir el significado de las características de una función en el contexto de la situación o problema del cual surge;
- Construir el modelo que describe mejor una situación o fenómeno que involucra variación, y utilizar los conocimientos adquiridos sobre funciones para analizar e incluso predecir el comportamiento de tal situación o fenómeno;
- Valorar el concepto de función en la representación, estudio y análisis de situaciones y fenómenos físicos, biológicos y sociales que involucran variación

En este contexto, el tema de crecimiento y decaimiento exponencial corresponde a la Unidad 4 del curso de Matemáticas IV, de Funciones Exponenciales y Logarítmicas.

Este trabajo presenta una propuesta didáctica que pretende contribuir a que los alumnos a: comprendan la noción de crecimiento y decaimiento exponencial, conozcan las características de la variación exponencial y que aprecien que las matemáticas son una herramienta poderosa para estudiar el mundo que les rodea y las situaciones que preocupan a la sociedad.

Esta investigación incorpora, entre otras propuestas didácticas, las premisas del aprendizaje situado a la enseñanza de las matemáticas, de manera que el enfoque de esta investigación contribuirá en traer al aula de matemáticas personajes y situaciones de la vida real como escenario de aprendizaje.

De acuerdo con las premisas del aprendizaje situado, el aprendizaje requiere del interés, la motivación y el compromiso del alumno que provienen también de la interacción con su sociedad. Además, el aprendizaje ocurre de manera más natural, porque los alumnos están más motivados y comprometidos al resolver problemas y tareas interesantes, auténticos y relacionados con su realidad, en un contexto informal.

Con este trabajo se pretende que los profesores cuenten con más recursos didácticos que le faciliten su labor en el aula, y con ello contribuir al aprendizaje de los alumnos. Se busca que con esta propuesta el alumno, no sólo comprenda una noción matemática, sino que busca mostrar cómo desde el aula de matemáticas los maestros pueden transmitir valores y cambiar actitudes, en este caso, con respecto a la necesidad de cuidar y conservar el medio ambiente y las especies animales.

Objetivos de la propuesta

- ⌘ Desarrollar una metodología y estrategia que apoyen la actividad cooperativa de los estudiantes y reflejen la interacción compleja entre lo que ya saben y lo que están aprendiendo.
-
-

⌘ Diseñar una propuesta didáctica:

- ⌘ En la cual el rol del docente sea de apoyo y no directivo ni impositivo, que presta atención y responde adecuadamente a las contingencias que se presenten momento a momento en el aula.
- ⌘ Que favorezca un sentido de compromiso y desafío intelectual en que el estudiante y el docente se encuentran y se necesitan, como participantes en el mismo proceso.
- ⌘ En la que se recreen escenarios de manera que la disposición y arreglo del aula, sea una simulación de la cultura real externa.

⌘ Transferir habilidades y conocimientos entre diferentes tareas por resolver, por ejemplo: las matemáticas se pueden transferir (aplicar) a la biología y la ecología. Pero habrá que prestar atención a las “situaciones” reales para facilitar una mejor transferencia.

Estructura del trabajo

El presente documento consta de 4 capítulos, cuyo contenido global es el siguiente:

En el capítulo 1 de este trabajo, se presenta un panorama del contexto en el que se lleva a cabo la enseñanza. Inicia con una presentación de los fines de la educación en México; así como una descripción general de la historia del bachillerato en nuestro país. A continuación se describe una modalidad de bachillerato universitario en nuestro país: la del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) de la UNAM. Finalmente, se presenta una descripción global de la problemática social que enfrentan nuestros jóvenes en el mundo y en nuestro país, así como aquellos derivados de la etapa que viven: la adolescencia.

En el capítulo 2 se presenta el marco teórico y metodológico que sustenta la propuesta didáctica que se incluye en el capítulo 3. Inicia con una descripción de los trabajos de Lev Vygotski, quien desde mi punto de vista, es uno de los pilares teóricos que fundamenta la perspectiva del aprendizaje situado. A continuación se presenta la teoría del aprendizaje situado y sus implicaciones en el trabajo en el aula. Después se presenta el desarrollo histórico de la función exponencial, puesto que diversos autores consideran que la historia de las matemáticas puede servir como recurso didáctico en el aula y como elemento organizador de la planeación del docente. Se incluyen también los resultados de investigaciones educativas en los que se identifican los conocimientos previos necesarios para la construcción del concepto de función exponencial y una propuesta didáctica generada en torno a ellos. El capítulo finaliza con la presentación de unas propuestas encaminadas a hacer de la clase de matemáticas un espacio más humanista, en los que los temas sociales, artísticos y aquellos que tengan que ver con el cuidado de la salud y del medio ambiente, tengan cabida.

En el capítulo 3 se presenta la propuesta didáctica para el tema crecimiento y decaimiento exponencial. Se incluyen los antecedentes y los fundamentos de la propuesta; se describen las estrategias didácticas utilizadas y el proceso de implementación o aplicación de la propuesta. Esto incluye una descripción general de los materiales didácticos utilizados y de los instrumentos de evaluación.

En el capítulo 4 se presenta un análisis de los resultados de los instrumentos de evaluación de la propuesta didáctica.

Finalmente, se presentan las conclusiones obtenidas a partir de la aplicación de la propuesta didáctica y del análisis de los resultados.

CAPÍTULO 1:
MARCO DE REFERENCIA.
El CONTEXTO DE LA PRÁCTICA DOCENTE

1.1. Los fines de la educación en México.

Existen muy diversas concepciones de lo que es la educación. Desde la de Stuart Mill y Kant quienes consideraban que es el camino a la perfección, o la de James Mill quien consideraba que la educación es un camino hacia la felicidad (Durkheim, 1996).

Para Durkheim (1996), la educación desempeña un papel importante en la socialización del niño. Concebía a la educación como la acción ejercida por las generaciones adultas sobre los jóvenes, y tiene como objeto desarrollar estados físicos, intelectuales y morales en el individuo (el cual se considera a su vez tanto como un ser social como un ser individual). La educación responde al ideal de hombre de la sociedad, tomando en cuenta su medio de origen y debe ser administrada por el Estado, quien se encargará de vigilar que no sea instrumento de partidos políticos o de la religión.

Para el sociólogo Talcott Parsons (Parsons y Bales, 1956, en Giddens, 2006, p. 645) la función de la educación es “capacitar a los niños para pasar de los valores particulares de la familia a los valores universales que se necesitan en la sociedad adulta moderna”.

Iván Illich tiene una concepción más polémica, considera que

las escuelas se han desarrollado para hacerse cargo de cuatro tareas básicas: ser lugares de custodia, distribuir a las personas en funciones ocupacionales, enseñar los valores dominantes y facilitar la adquisición de capacidades y conocimientos socialmente aprobados. En relación con la primera tarea, el colegio se ha convertido en una organización de custodia porque asistir a ella es obligatorio y se mantiene a los niños «fuera de la calle» desde la primera infancia hasta su incorporación al trabajo... El plan de estudios oculto enseña a los niños que su papel en la vida es «saber cuál es su sitio y mantenerse quietos en él» (Illich, 1973, en Giddens, 2006, p. 649).

La educación en ocasiones se identifica con cualquier cosa que hacen padres, maestros, instituciones educativas, gobiernos; ir a la escuela, construir escuelas,

erudición, mera búsqueda del conocimiento, etc. Sin embargo, en su sentido más amplio para Rugarcía (1989, p.3) “Educar es redimir. Educar es desarrollar, Educar es potenciar. Educar es preparar para el futuro. Educar es transmitir cultura. Educar es crear. Educar es preparar para la vida. Educar es producir sabiduría. Educar es perfeccionar, acabar” y continúa diciendo que al parecer, “la tarea de la educación debe estar orientada a que el hombre encuentre qué hacer con su vida y posteriormente se capacite para ello”.

Los tres componentes de la educación son: valores, capacidades y conocimientos. De manera que, educar “es el proceso social por medio del cual uno promueve el desarrollo de las potencialidades de otro.... desarrollar las potencialidades de otro, significaría ampliar su horizonte de conocimientos, desarrollar sus capacidades y promover la aprehensión de valores” (Rugarcía, 1989, p.3)

Además se reconoce que gracias a la educación “es posible mejorar las condiciones sociales, económicas y culturales de los países; ... el incremento de la escolaridad de la población se asocia con el mejoramiento de la productividad, la movilidad social, la reducción de la pobreza, la construcción de la ciudadanía y la identidad y ... con el fortalecimiento de la cohesión social” (INEE, 2011, p. 13).

El artículo 26 de la Declaración Universal de Derechos Humanos de la ONU, adoptada y proclamada por la Asamblea General en su resolución 217 A (III), del 10 de diciembre de 1948 dice:

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
 2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
 3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos. (ONU, [s/f])
-
-

Por otro lado, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, UNESCO señala:

La educación es un derecho humano fundamental, esencial para poder ejercitar todos los demás derechos. La educación promueve la libertad y la autonomía personal y genera importantes beneficios para el desarrollo... La educación es un instrumento poderoso que permite a los niños y adultos que se encuentran social y económicamente marginados salir de la pobreza por su propio esfuerzo y participar plenamente en la vida de la comunidad". Además, la educación "es un elemento clave del desarrollo sostenible y de la paz y estabilidad en cada país y entre las naciones, y, por consiguiente, un medio indispensable para participar en los sistemas sociales y económicos del siglo XXI (UNESCO, 2000, p.8).

En nuestro país, en el artículo tercero de la *Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos* dice: "Todo individuo tiene derecho a recibir educación. El Estado –Federación, Estados, Distrito Federal y Municipios–, impartirá educación preescolar, primaria, secundaria y media superior. La educación preescolar, primaria y secundaria conforman la educación básica; ésta y la media superior serán obligatorias" (esta información fue obtenida en la página WEB de la Cámara de Diputados: <http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/1.pdf> en 2013).

El Sistema Educativo Nacional está conformado por la educación básica, media superior y superior. Incluye la capacitación para el trabajo, la educación inicial, especial y para adultos.

La educación media superior incluye al bachillerato propedéutico o terminal (técnico) y niveles equivalentes. La educación superior consta de licenciatura, especialización, maestría y doctorado.

Para llevar a la realidad el derecho a la educación de los habitantes del país, el Estado ha ido estableciendo la obligatoriedad de estudios en algunos niveles de manera paulatina. Es así que en 1917 se declara la obligatoriedad de la educación primaria, en 1993 de la educación secundaria, y de educación preescolar en 2002 (INEE, 2011).

El 8 de febrero de 2012 el presidente Calderón firmó el decreto que eleva a rango constitucional la obligatoriedad de la educación media superior, y estableció como límite el año 2022 para alcanzar la cobertura universal del bachillerato. El Presidente afirmó que “con más jóvenes en las escuelas, se reduce la probabilidad de que caigan en las garras del crimen o de las adicciones, y que el objetivo de su gobierno es tener más becarios y menos sicarios” (Presidencia de la República, 2012).

La SEP anunció recientemente que para hacer posible la obligatoriedad de la educación media superior, será necesario invertir 104 mil 286 millones de pesos en los próximos diez años sólo para la construcción y operación de nuevos planteles, de los cuales se requieren 13 mil 268 millones de pesos para el ciclo escolar 2012-2013 (Méndez y Garduño, 2012).

Desgraciadamente, el establecimiento del carácter obligatorio de la enseñanza en los niveles de preescolar, primaria, secundaria y recientemente del bachillerato, no se ha traducido en oportunidades de acceso y permanencia escolares. Basta citar a manera de ejemplo, una nota publicada en un diario de circulación nacional:

El 20 de agosto de 2012, el diario *La Jornada* publicó una nota titulada: “*La sexta parte de la matrícula de educación básica no va a la escuela*” (Avilés, 2012). El artículo presenta datos del más reciente censo del Inegi, que señalan que por razones de pobreza y de exclusión social, más de 4 millones 300 mil niños en el país (casi la sexta parte de la matrícula de educación básica que asciende a 27.5 millones de alumnos) no asiste a la escuela.

De este total de niños que no asisten a la escuela, 2 millones 942 mil pertenecen a preescolar y medio millón de niños no asiste a la primaria. En la secundaria 530 mil adolescentes desertan cada año, de manera que no acuden, a este nivel un total de 916 mil 179 alumnos.

Para algunos representantes de derechos humanos que atienden a la población infantil la cobertura universal es un mito y entre las causas que ocasionan que estos niños estén fuera del sistema educativo se encuentran: la miseria, la crisis de la escuela como motor de movilidad social, el déficit de planteles en comunidades de difícil acceso, las barreras burocráticas, la desprotección familiar, pero coinciden en que “el Estado es el responsable de esta situación, porque niega y viola el ejercicio de los derechos elementales de estos niños” (Avilés, 2012).

A continuación se presenta una revisión general de las políticas educativas de los años recientes en nuestro país.

En el periodo 1978-1982, el gobierno federal organizó las actividades del sector educativo en torno a cinco objetivos: “asegurar la educación básica a toda la población; vincular a la educación terminal con el sector productivo de bienes y servicios nacionalmente necesarios; elevar la calidad de la educación; fomentar la atmósfera cultural del país y el desarrollo del deporte; y aumentar la eficiencia terminal del sistema educativo” (Castañón y Seco, 2000, p. 60).

El *Programa para la Modernización Educativa 1989-1994* (Poder Ejecutivo Federal, 1989), durante el mandato de Salinas de Gortari, señaló que debía realizarse una profunda modificación del sistema educativo con miras a lograr: la descentralización de la educación, combatir el rezago educativo, enfrentar el crecimiento demográfico, vincular el ámbito escolar con el productivo, entre otros.

Entre los resultados del programa se encuentran: el decreto de la obligatoriedad de la educación secundaria; la organización curricular de la educación primaria que cambió el modelo de enseñanza por áreas al de asignatura (con los consiguientes nuevos planes de estudio y nuevos libros de texto); la creación de la Carrera Magisterial que buscaba la profesionalización del magisterio y mejorar las

condiciones laborales de los profesores; así como una nueva Ley General de Educación (Lozano, 2009) y (Martínez, 2001).

Durante la presidencia de Ernesto Zedillo (1994-2000), el *Programa de Desarrollo Educativo 1995-2000* tuvo como resultados: el aumento de cobertura y eficiencia terminal en educación básica (hay que recordar que comprendía la educación primaria y secundaria); renovación de los libros de texto gratuitos de primaria (se mejoró su calidad y se publicaron en veinte lenguas indígenas); proyectos innovadores en lectoescritura, matemáticas, ciencias, etc.; la participación de nuestro país en evaluaciones internacionales; la consolidación del proyecto de Universidades Tecnológicas; el establecimiento de mecanismos de evaluación de programas e instituciones de educación superior como el Centro Nacional de Evaluación (CENEVAL), entre otras agencias acreditadoras de programas (Martínez, 2001).

Durante el sexenio del presidente Fox (2000-2006) el *Programa Nacional de Educación 2001-2006* incluyó aspectos novedosos como: la creación de un subprograma para el Distrito Federal; un subprograma de educación media superior, pues se determinó que este nivel educativo sería el que más crecería durante el sexenio “dadas las tendencias demográficas y el incremento de los niveles de cobertura y eficiencia terminal de la primaria y la secundaria, y porque los alumnos de la educación media superior se encuentran en la edad más difícil y son los que necesitan un apoyo mayor de la escuela, adecuado a su edad, para hacer de ellos ciudadanos maduros, hombres y mujeres de provecho” (Martínez, 2001, p. 48).

En este periodo se crearon diversos programas encaminados a atender a la educación básica como el Programa Enciclomedia, que usaba las nuevas tecnologías y presentaba los libros de texto gratuitos en versión digital e interactiva; el Programa Nacional de Lectura por medio del cual se crearon nuevas bibliotecas; el Programa Escuelas de Calidad que buscaba la igualdad de

oportunidades educativas sin importar la condición económica o étnica de los estudiantes; el Programa Oportunidades incorporado a la escuela orientado a atender a los estudiantes de menores recursos con apoyos económicos, de alimentos y de servicios de salud (Lozano, 2009).

En el Plan Sectorial de Educación 2007-2012, se plantean varios objetivos relacionados con la Educación Media Superior, entre los que se encuentran (Lozano, 2009):

- Elevar la calidad de la educación; integrar un sistema nacional de bachillerato que respete la diversidad de los existentes; establecer las competencias para la vida y trabajo de los estudiantes; definir el perfil deseable del docente; entre otros aspectos.
- Ampliar las oportunidades educativas a través de la consolidación de los programas de becas, ampliación de la cobertura, extender la oferta de la educación abierta y a distancia.
- Promover el desarrollo y utilización de las tecnologías de la información para apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

Con ese fin, la Subsecretaría de Educación Media Superior publicó en 2008 el documento *Reforma integral de la educación media superior en México. La creación de un sistema nacional de bachillerato en un marco de diversidad*. Los elementos más relevantes de la reforma se comentarán más adelante en otro apartado. Sin embargo, dicha reforma pretende en general:

lograr la universalización del bachillerato, mejorar la calidad educativa mediante la construcción de un espacio que dé pertinencia a los planes de estudio y en el cual se permita, por lo tanto, el tránsito y la movilidad de los estudiantes entre esos espacios; todo eso fundamentado en competencias genéricas que constituyan el perfil del egresado del Sistema. Igualmente, se pretende, para el caso de los docentes, fortalecer su formación, capacitación, actualización y movilidad, en un marco de respeto a la diversidad de las diferentes modalidades (Lozano, 2009, p. 127).

1.2 La historia del bachillerato en México

La historia del bachillerato está estrechamente ligada a la historia de nuestro país y a su cultura. Y de manera sorprendente, aspectos fundamentales como el sentido y propósito de este nivel escolar, los contenidos de los planes de estudio, métodos de enseñanza, por mencionar algunos, no están determinados por cuestiones académicas. “Tras revisar atentamente documentos originales donde se plasman los argumentos sobre los cambios en los planes de estudio, es fácil percibir que aunque se hace énfasis en argumentos académicos, éstos obedecen a políticas dictadas por los gobiernos en turno en momentos coyunturales.” (Velázquez, 2004, p. 79).

Es importante dar un vistazo a la historia de la educación en México, ya que como profesionales de la educación, debemos conocer que nuestras instituciones educativas, y en particular el bachillerato, no ha sido siempre como lo conocemos en la actualidad. El bachillerato, tal y como lo conocemos es de aparición muy reciente. Pero los principios que lo rigen, han ido evolucionando a lo largo de la historia.

1.2.1 El bachillerato en la época de la colonia

En el periodo de la Colonia la monarquía española delega el control de la educación y de la cultura en la Iglesia católica. “[L]a cultura religiosa, escolástica, y tradicional se imponía en todas las instituciones docentes. Éstas eran instrumentos dóciles y eficaces para su desarrollo. Formar un hombre piadoso, de sentimientos monárquicos, respetuoso de las tradiciones y las autoridades establecidas parecía ser el desiderátum de la educación de la Nueva España” (Solana, 1982, p. v).

El 21 de septiembre de 1551, fue fundada la Real Universidad de México. Poco después, el 25 de enero de 1553, recibió el título de Pontificia, convirtiéndose

entonces en la Real Universidad Pontificia de México, antecedente de la Universidad Nacional Autónoma de México (Silva Herzog, 1990, pp. 1 y 2). Esta institución otorgaba los grados de bachiller, maestro, licenciado o doctor a los que hubieran aprobado los exámenes correspondientes. En sus aulas se impartían teología, retórica, cánones, artes, gramática, medicina, cirugías y dos idiomas: mexicano y otomí (Kobayashi, Zoraida, Tanck, y Trabulse, 1976, p. 44).

El claustro era la autoridad máxima de la Universidad (conforme a la usanza de las universidades europeas de la época). Estaba conformado por el rector el maestrescuela, los catedráticos y los oidores, cuya función era tomar decisiones administrativas y legislativas (Larroyo, 1959, p.86).

En la Universidad, los profesores obtenían la cátedra por oposición. Una vez obtenida la cátedra

el maestro pagaba derechos, hacía el juramento de desempeñar bien su cargo, prometía observar una conducta retraída, no asistir a bailes, teatros, vítores, ni a otros espectáculos y manifestaciones públicas... se les prohibía entrar armados a los exámenes por el peligro en el que ponían al examinado en caso de una disputa silogística demasiado violenta (Kobayashi et al., 1976, pp. 43 y 44).

Una vez que los estudiantes terminaban sus estudios y aprobaban los exámenes correspondientes, se graduaban con ceremonias muy vistosas:

Se iniciaba el día anterior con un lucidísimo paseo. Los miembros del claustro iban ricamente engalanados y los alumnos con sus trajes de ceremonia. Al día siguiente se organizaba un nuevo paseo desde la Universidad a la catedral con la participación del rector, el maestrescuela, el graduante, el virrey y las principales autoridades. En la catedral se realizaba la ceremonia de entrega de las insignias doctorales consistentes en una espada y una espuela para los seculares y un anillo y un libro para los eclesiásticos. Se celebraba misa y acto seguido el rector, el maestrescuela y dos doctores iniciaban una serie de preguntas dirigidas al candidato a doctor. Inmediatamente después tenía lugar el vejamen, que ponía una nota de color con su gracia y donaire, a la extrema formalidad de la ceremonia. Un maestro, nombrado exprofeso, lo preparaba en castellano. Consistía en una sátira ligera hecha a costa de un defecto real o imaginario del doctor en ciernes, el cual lo escuchaba estoicamente de pie en medio de la concurrencia que reía a sus expensas. Después de pasar por este bochorno se pedía y se otorgaba el grado; el padrino imponía al nuevo doctor las insignias, y éste pronunciaba el juramento de fe y recibía la típica borla (Kobayashi et al., 1976, pp. 45).

Durante el primer siglo de vida de la Universidad no hubo una reglamentación escrita que limitara el acceso según la raza de procedencia, sin embargo, en la práctica, si alguien de raza negra solicitaba el ingreso se le rechazaba inmediatamente pues el estatuto 246 de las Constituciones de Palafox prohíbe admitir a “los negros, ni mulatos, ni los que comúnmente se les llama chinos morenos, ni cualquiera género de esclavos o lo que haya sido” (Medina, s/f, p. 9). Aun cuando en la mezcla hubiese sangre de españoles, pues según las creencias del tiempo, esta sangre se contaminaba con el contacto de la sangre negra (Cuevas, 1946-1947, p.48 en Medina, s/f, p. 9).

Con respecto a los indígenas, como eran considerados vasallos del rey de España, eran admitidos en la Universidad, una vez que probaban su nobleza por medio de declaraciones de testigos (Medina, s/f, p. 9). Es por eso que se tiene documentada la existencia de indios caciques graduados de bachiller.

A continuación se presentan documentos correspondientes al indígena don José Ignacio de Mendoza y Granada, quien en 1696 obtiene el grado de bachiller. Dichos documentos obtenidos por Celia Medina (s/f), dan cuenta del protocolo que tenían que observar aquellos aspirantes al grado de Bachiller de origen indígena. (la referencia que indica la autora Celia Medina (s/f, p. 18) es AGN, Universidad, Vol. 145, Exp. 200, Fjs. 501-504v).

El primer documento corresponde a un acta que refiere la presentación de un testigo, el señor Sebastián Alvarez, quien certifica que conoce a don José Ignacio de Mendoza y a sus padres, y se concluye de esto que le está permitido obtener el grado de bachiller. La cita es textual y se respetó la sintaxis original:

Ante mí:
Bachiller Cristóbal Bernardo de la Plaza Jaen. Secretario

En la Ciudad de México, a veinte y ocho de mayo de mil seiscientos y noventa y seis años, el dicho don José de Mendoza para la dicha información presentó por testigo a Sebastián Alvarez, vecino de esta ciudad, dueño de obraje en ella, a quien doy fe conozco, del qual recibí juramento, que lo hizo por Dios Nuestro Señor y la señal de la Cruz, según de derecho, y habiéndolo hecho y prometido de decir verdad, siendo preguntado dijo: Que conoce al dicho José de Mendoza de más de veinte años a esta parte y que del dicho tiempo conoce a don José Ignacio, indio natural de la ciudad de Querétaro, Cacique principal, y conoce a doña Catalina González de Mendoza, india principal de dicha ciudad, y que los susodichos son casados y velados según orden de la Santa Madre Iglesia, y durante el dicho matrimonio hubieron entre otros hijos al dicho don José de Mendoza, tratándole de hijo, el qual es hijo natural, vasallo libre de Su Magestad y como tal no es de las personas prohibidas para Grado de Bachiller por esta Real Universidad, según sus estatutos, de que tiene noticia este testigo y esto es la verdad, y lo que sabe so cargo del juramento fecho, en que se armó y ratificó, y dijo ser de edad de más de cincuenta años y que no le tocan las generales, y lo firmó.

Sebastián Alvarez

El segundo documento corresponde al acta del examen de bachiller que presentó don José de Mendoza:

EXAMEN DE BACHILLER EN ARTES DE DON JOSÉ DE MENDOZA

En la ciudad de México a veinte y ocho de mayo de mil seiscientos noventa y seis, en la Sala de los Actos Literales de la Real Universidad, a las cinco de la tarde, poco más o menos, se juntaron a examinar a don José de Mendoza, estudiante artista del Colegio de la Compañía de Jesús, de la ciudad de Querétaro, para el Grado de Bachiller que pretende recibir por suficiencia en esta Real Universidad, en la Facultad de Artes, con el Señor don Diego de la Veguellina Sandoval, Rector de la Universidad, los Señores Doctor don Antonio de Gama, Catedrático de Propiedad de Vísperas de Teología, Doctor don Juan de Avilés Ramírez, catedrático de Método, Maestro Fray Juan de Rueda, catedrático temporal de Artes, Examinadores, y juntos en el lugar dicho lo comenzaron a examinar, arguyéndole cada uno de sus Mercedes dos argumentos y haciéndole una pregunta de Súmulas, Lógica y Filosofía, conforme a estatutos, a las cuales preguntas y argumentos respondió el dicho don José de Mendoza a veces concediendo, negando y distinguiendo como más buen le parecía convenir y pedir las dificultades que le fueron puestas; y por sus Mercedes vistas, dijeron le aprobaban y aprobaron, y le declararon por hábil y suficiente para el dicho grado de Bachiller, y para que pueda cursar la facultad que quisiere, menos la de Medicina.

Doctor don Diego de la Veguellina y Sandoval. Doctor don Antonio de Gama.
Maestro fray Juan de Rueda. Doctor don Juan de Avilés Ramírez.

Ante mí:
Bachiller Cristóbal Bernardo de la Plaza Jaen

El tercer y último documento que se presenta a continuación, corresponde al otorgamiento del grado de bachiller a don José de Mendoza.

GRADO DE BACHILLER DE DON JOSE DE MENDOZA

E luego incontinenti, el dicho don José de Mendoza, habiendo profesado la fe, jurado los estatutos y de defender el misterio de Nuestra Señora la Virgen María, acompañado de Pedro y Melchor Camacho, bedeles, por una breve oración, pidió el Grado de Bachiller en la Facultad de Artes, al Maestro Fray Luis Méndez, catedrático de Filosofía, que estaba en la cátedra con insignias doctorales, y respondiéndole le dijo que *autoritate pontificia et regia qua funge batur*, le creaba y le hacía tal Bachiller en dicha Facultad, y que le daba el grado y con él licencia de subir en cátedra y exponer en ella Aristóteles y los demás autores de Artes, y el dicho Bachiller don José de Mendoza subió en la cátedra y dio las gracias, con que se acabó dicho grado. Pasó ante mí, de que doy fe.

Ante mí:
Bachiller Cristóbal Bernardo de la Plaza Jaen

Silva Herzog (1990, p. 3) nos comenta que a finales del siglo XVIII, se habían graduado de la Universidad 1 162 doctores, 29 882 bachilleres, 2 obispos y “muchos licenciados”.

1.2.2 La educación en la turbulencia del México independiente

En el periodo del México independiente “la cultura y la educación tomaron un nuevo y peculiar derrotero. Desde luego, la Independencia significó la abolición del *Índice de Libros prohibidos de la Inquisición* y de otras instituciones acordes con una concepción medieval del mundo. Los mexicanos pudieron ya acoger en sus mentes el pensamiento libre y la ciencia moderna, aunque la pobreza económica y los viejos hábitos intelectuales retardaron algún tiempo la evolución esperada” (Larroyo, 1959, p.139). Sin embargo, “la lucha contra las tendencias conservadoras desgarró al país y evitó que éste pudiese organizar debidamente sus sistema educativo, en consonancia con sus afanes racionalistas y de modernización” (Solana, 1982, p. v).

A lo largo de la historia, la Universidad Real y Pontificia fue declarada extinta y reabierta nuevamente en diferentes periodos. Como veremos, fueron principalmente los gobiernos liberales los que la suprimían, y la razón principal de esto era que, en aquella primera época del México independiente, se consideraba que la Universidad se había “convertido en reducto de la reacción y centro de formación de grupos privilegiados que poco ayudaban en la penosa tarea de construcción del nuevo Estado mexicano” (Solana, 1982, p. 21).

La primera extinción de la Universidad ocurrió en 1833, por mandato del presidente Valentín Gómez Farías. En 1834 Santa Anna la reinstaló y la reorganizó en 1854. La segunda extinción de la Universidad la realizó el presidente Comonfort en 1857; y la reabrió Félix Zuloaga en 1858. La tercera extinción fue promulgada por el presidente Benito Juárez en 1861; y la Universidad abrió sus puertas nuevamente durante la intervención francesa. Sin embargo, el emperador Maximiliano de Habsburgo, la suprimió en 1865 (pues resultó ser en muchos sentidos de mentalidad liberal, para desgracia de los conservadores que lo apoyaban) (Silva Herzog, 1990, p. 3).

En el México independiente, el primer antecedente de la escuela preparatoria se encuentra incluido en el Proyecto de Reglamento General de Instrucción Pública de 1823, que establece en el artículo 61, que la instrucción es pública y gratuita y encomienda “al Estado el cuidado de los colegios, estadio preparatorio al estudio de las carreras: teología, jurisprudencia canónica y civil, medicina, cirugía y farmacia y ciencias naturales” (Meneses, 1998 en Villa, 2010, p. 273). Este tipo de instrucción se impartía en 4 colegios administrados por la iglesia, ubicados en la capital del país: el Seminario Conciliar, San Ildefonso, San Juan de Letrán y San Gregorio; y en un colegio laico, el Colegio de Minería (Villa, 2010, p. 273).

En 1833, Valentín Gómez Farías llevó a cabo una reforma radical legislativa en materia educativa: sustrajo la enseñanza de manos del clero; creó la Dirección General de Instrucción Pública para el Distrito y Territorios Federales y se declaró

que la enseñanza era libre (o sea que cualquier persona podía abrir una escuela). “En las primeras ocasiones en que se pidió el establecimiento de la libertad de la enseñanza, el objetivo primordial era claro, y buscaba concretamente destruir el monopolio que las instituciones eclesiásticas habían ejercido durante varios siglos sobre la educación” (Bolaños, 1982, p.23).

La creación de la Dirección General de Instrucción Pública, significaba una nueva manera de concebir en México el problema educativo (Larroyo, 1959, p.167), ya que por primera vez, el Estado decidía centralizar, supervisar y administrar la educación del país.

Si bien Gómez Farías declaró extinta la Universidad, decretó qué establecimientos eran responsables de impartir la educación superior: el de Estudios Preparatorios; el de Estudios Ideológicos y Humanidades; el de Ciencias Físicas y Matemáticas; el de Ciencias Médicas; el de Jurisprudencia y el de Ciencias Eclesiásticas (Larroyo, 1959, p.167).

Esta situación no duraría mucho, pues los grupos conservadores apoyados por Santa Anna se opusieron a las reformas, quien en 1834 las derogó. Sin embargo, “es innegable que sus lineamientos sirvieron más tarde para establecer, una a una, las condiciones que han caracterizado la educación pública en México” (Bolaños, 1982, p.21).

Después de esto, México entró nuevamente en un largo periodo de turbulencia, pero es necesario señalar que, a pesar de que nuestro país estuvo inmerso en numerosos y frecuentes conflictos armados, internos y externos durante el siglo XIX, las políticas en materia educativa no se interrumpieron.

Considero que vale la pena recapitular este periodo histórico, para conocer el contexto en que se llevaron a cabo, algunas de las reformas educativas que se comentarán más adelante.

En 1836, nuestro país entró en guerra con los Estados Unidos, lo que ocasionó la separación de Texas del territorio mexicano; la primera invasión francesa en 1838, que dio origen a lo que se conoció como la *Guerra de los Pasteles*; los combates en Yucatán de 1840, debido a la actitud separatista de dicho estado; la invasión estadounidense de 1847, que dio como resultado la consiguiente pérdida de más de la mitad de nuestro territorio; la guerra de castas en Yucatán de 1847, movimiento armado de la población maya en contra de los criollos y mestizos de ese estado; la Revolución de Ayutla de 1854, que tenía la finalidad de derrocar a Santa Anna, y que marca el inicio de la época llamada de la Reforma Liberal.

En este periodo hubo además múltiples levantamientos internos, luchas intestinas en varios estados de la República, combates entre liberales y conservadores, resultado de la molestia por el mal gobierno de Santa Anna. Toda esta situación interrumpió el desarrollo del sistema educativo al agravarse la falta de fondos.

En 1857, después de derrocar a Santa Anna, Félix Zuloaga se apoderó de Palacio Nacional, pero según la Constitución vigente, le correspondía la presidencia a Benito Juárez por ser el Presidente de la Suprema Corte de Justicia. De manera que hubo dos presidentes, uno conservador y otro liberal, lo que dio origen a la llamada Guerra de Reforma o de Tres Años. En este periodo, Juárez proclama las Leyes de Reforma. Entre ellas se encuentran: la separación de la Iglesia y el Estado, la nacionalización de los bienes eclesiásticos, la tolerancia de cultos, la libertad de expresión y de imprenta, la creación del registro civil, entre otras. En 1861 el gobierno del presidente Juárez regresó triunfante a la Ciudad de México.

Sin embargo, la paz duró poco. Juárez anunció la suspensión provisional del pago de la deuda externa para contar con fondos para reconstruir al país, que estaba en situación de miseria por las frecuentes guerras. En respuesta, los conservadores promovieron una intervención armada contra el gobierno de Juárez. Es así que en 1862, se llevó a cabo la segunda intervención francesa, que dio lugar a batallas como la del 5 de mayo de ese año. Los franceses aliados con el clero y los

conservadores, acordaron traer a gobernar a México al archiduque Maximiliano de Habsburgo, quien llegó a nuestro país junto con su esposa Carlota en 1864. Los combates no cesaron, y el resultado fue la captura y fusilamiento del emperador y los generales Miramón y Mejía en el Cerro de las Campanas en 1867.

Después de esto, el presidente Juárez regresó a restablecer su gobierno en la ciudad de México. Su inesperada muerte en 1872, llevó a Lerdo de Tejada a la presidencia interina. Convocó a elecciones y resultó ganador, por lo que tomó posesión en diciembre de ese mismo año. Dado que desde 1875 manifestó que quería reelegirse, en 1876 estalló un movimiento armado encabezado por Porfirio Díaz llamado Plan de Tuxtepec, quien obtuvo el triunfo. De manera que en 1876, Porfirio Díaz asumió la Presidencia por 35 años, hasta su renuncia obligada en 1911, debido a los triunfos de la Revolución.

1.2.3 Evolución del bachillerato moderno

En 1867 el presidente Benito Juárez estableció la Escuela Nacional Preparatoria (ENP), antecedente del bachillerato universitario

como institución independiente y como parte del sistema educativo, que consistía en primeras letras, estudios preparatorios y profesionales... Los contenidos educativos de la ENP estuvieron diseñados con una doble finalidad: para la vida y para las profesiones, dilema que marca su historia. Al concluir la preparatoria era posible seguir estudiando en las escuelas nacionales de la época o concluir para la vida, es decir, tuvo un carácter propedéutico y terminal. La creación de la Universidad Nacional de México en 1910 – y al pasar a formar parte de la ENP- marca un nuevo rasgo de estos estudios, al constituirse como el bachillerato universitario (Velázquez, 2004, p. 82).

Con respecto al bachillerato, las políticas educativas, a partir del periodo histórico conocido como la Reforma hasta nuestros días, han seguido básicamente cuatro ejes centrales: “impulso al laicismo; vinculación de la educación con el sector productivo; expansión de la capacidad de atención y, desde hace unos años, se intenta una política vinculada con la globalización.” (Velázquez, 2004, p. 79)

Las políticas cuyo eje central era el impulso al laicismo, abarcan los periodos de la Reforma hasta los primeros años del gobierno de Porfirio Díaz. Las de vinculación de la educación con el sector productivo, abarcan los últimos años de gobierno de Porfirio Díaz y se concreta en el gobierno del presidente Plutarco Elías Calles. Mientras que las de expansión de la capacidad de atención tuvo su concreción en los años de 1970. Finalmente, las políticas de globalización inician con las políticas neoliberales de los gobiernos siguientes al de Carlos Salinas de Gortari.

1.2.4 El impulso al laicismo

Para que nuestro país pudiera desarrollarse como nación soberana era necesario reducir la influencia de la Iglesia en el ámbito educativo. De hecho, México es el país precursor de la instauración del laicismo en la educación (legalmente se instituyó en 1874, mientras que en Francia lo hicieron hasta después de 1880) (Robles, 1977, p. 51).

Desde el siglo XIX, en la educación mexicana han existido dos corrientes opuestas: la de los liberales y la de los conservadores. Nos dice Robles (1977, p.50) “[L]os conservadores sostenían la enseñanza religiosa, los dogmas de la Iglesia católica, el principio de autoridad eclesiástica y civil, la idea de que nuestra nacionalidad dio principio en la conquista española, etc., los liberales se empeñaban en la plena libertad de enseñanza, el término del monopolio de la educación, una instrucción basada en la ciencia, la popularización de la enseñanza, principalmente de la primaria, la democratización de la instrucción superior, la obligatoriedad de la enseñanza y el laicismo como medio para acabar con el fanatismo y errores científicos... El laicismo es el liberalismo en la enseñanza”. O como lo advirtiera Justo Sierra, por educación laica no deberá entenderse como antirreligiosa, sino simplemente neutral (Kobayashi et al., 1976, pp. 91).

Como ya se mencionó, las políticas educativas cuyo eje central era el impulso al laicismo, abarcan los periodos de la Reforma hasta los primeros años del gobierno de Porfirio Díaz.

Velázquez (2004, p.82) nos dice, “es precisamente desde sus orígenes que la ENP fue uno de los vehículos para llevar a cabo la política de impulso al laicismo... La finalidad común durante este tiempo fue la de sentar las bases de una nación; la educación del naciente Estado sería, en ese sentido, un medio importante para inducir una ideología uniforme a los sujetos que ahí se formarían y acabar con las ideas católicas.”

En 1867, Juárez estableció las bases para que la educación fuera responsabilidad del Estado. Encargó organizar dicha tarea al entonces ministro de Justicia e Instrucción Pública, Antonio Martínez de Castro, quien a su vez, encomendó a Gabino Barreda encabezar una comisión que discutiera las condiciones de una ley de instrucción (Bolaños, 1982, p.31).

La comisión redactó la Ley Orgánica de Instrucción Pública de 1867, en donde se establece que la ENP quedaba organizada de acuerdo a los principios del positivismo. Barreda consideraba que solamente con el positivismo se podría poner en orden la mente de los mexicanos, y con ello se podría terminar con el caos existente en el país (Kobayashi et al., 1976, pp. 81).

Además, en 1869, el gobierno de Juárez expidió una nueva Ley Orgánica de Instrucción Pública que suprimía la enseñanza de la religión, de manera que la educación “adquiría las características de obligatoria, gratuita y laica que conserva hasta nuestros días” (Bolaños, 1982, p.31).

La esencia de la filosofía positivista de Augusto Comte es la ley de los tres estados y la clasificación de las ciencias. Comte decía que a lo largo de su historia, la humanidad ha pasado por tres estados sociales que se corresponden

con distintos grados de desarrollo intelectual: el teológico, en donde explica los fenómenos por la intervención de agentes sobrenaturales; el metafísico, en donde las explicaciones provienen por entidades abstractas radicadas en las cosas mismas (formas, esencias, etc.); y el estado positivo es aquel donde las explicaciones provienen de la ciencia. “El positivismo comprende, de manera simultánea, una teoría de la ciencia y una reforma de la sociedad, es decir, la ciencia y sus aplicaciones constituyen en la realidad, el medio para organizar la vida social” (Moreno, 1982, p.42).

Es por eso que en la ENP el plan de estudios, distribuido en cinco años lectivos, se reorganizó jerárquicamente y se basó en una enseñanza científica (Larroyo, 1959, p.202). “Las ciencias de carácter positivo se constituyeron en la base de los planteamientos; la organización iba de lo más abstracto a lo más concreto. Se iniciaba con matemáticas: aritmética, álgebra, geometría y trigonometría, con nociones fundamentales de cálculo infinitesimal. Se continuaba con ciencias naturales: cosmografía, precedida de las nociones indispensable de mecánica racional, física, geografía, química, historia natural e historia de la metafísica. Al final se incluían lo que se denominaban las materias de lógica: raíces griegas, ideología, moral, gramática general gramática española, literatura y cronología. También, al final, los idiomas como latín, inglés, francés y alemán. Paralelamente se intercalaron en la estructura general de los contenidos materias prácticas como: teneduría de libros, taquigrafía y dibujo (Velázquez, 1992, en Velázquez, 2004, p.84). Más adelante, se le agregó una asignatura sobre métodos de la enseñanza para quienes deseaban dedicarse a la docencia (Bolaños, 1982, p.33).

En general, “se observa que los contenidos del plan de estudios de la ENP estaban enfocados a una cultura básica, a la formación integral de los estudiantes. La formación adquirida en la ENP les permitía a los jóvenes incorporarse al mercado de trabajo o continuar sus estudios en las escuelas profesionales nacionales.” (Velázquez, 2004, p.85).

Cuando Porfirio Díaz llegó al poder, incorporó a su gobierno intelectuales liberales, y muchos de ellos compartían los ideales positivistas de Barreda, de modo que la política educativa siguió estos mismos principios (Moreno, 1982, p.42).

En 1880 surgieron las escuelas que serían los antecedentes del bachillerato tecnológico: las escuelas técnicas de agricultura y las de artes y oficios (Castañón y Seco, 2000).

1.2.5 La vinculación de la educación con el sector productivo

Velázquez (2004, p.86) considera que: “La política de vincular la educación con el aparato productivo se inicia a finales del gobierno de Porfirio Díaz en 1907 y se concreta en el gobierno de Calles en 1925, con la división de los estudios de la ENP en secundarios y preparatorios. Esta política se empieza a plantear la urgencia de resolver una necesidad social y el descontento de distintos sectores de la sociedad por los privilegios otorgados al capital extranjero en el gobierno de Porfirio Díaz.”

Durante el porfiriato, Justo Sierra era el secretario de Instrucción Pública y Bellas Artes, a instancias de él, la Universidad Nacional fue inaugurada el 22 de septiembre de 1910, en el marco de los festejos que organizaba el gobierno para celebrar el Centenario de la Independencia.

La nueva universidad estaba inspirada básicamente en la organización de la Universidad de París y pretendía ser la moderna agrupación de institutos docentes y de investigación; para lograr este propósito la Universidad Nacional quedaría conformada por: la Escuela Nacional Preparatoria, de Jurisprudencia, de Medicina, de Ingenieros, de Bellas Artes (en lo concerniente a la enseñanza de la arquitectura) y de Altos Estudios. Es sin lugar a duda esta reunión entre la Universidad y la Preparatoria uno de los actos imposibles de ignorar para la vida y existencia del bachillerato en México (Loyola, 2008, p.67 y 68).

Justo Sierra justificó la inclusión de la Escuela Nacional Preparatoria en la Universidad Nacional, al señalar que “los estudios de bachillerato son también estudios universitarios ya que los estudios superiores no pueden realizarse sin los primeros y porque la primera noción del método científico se debe adquirir en el ciclo de bachillerato” (Ortiz de Thomé, 1991)

Para Álvarez (1982, p. 109), el gobierno de Porfirio Díaz es un ejemplo de feudalismo tardío, cuya estructura permitió el progreso industrial del país, con “la fábrica barata de materias primas e insumos que alimentaban el prodigioso desarrollo de las grandes potencias industriales y mercantiles”. Es por eso que en este periodo se incrementó notablemente la demanda de obreros, ingenieros, profesionistas comerciales, secretarías, etc. De hecho, el gobierno “puso especial interés en contar con personas económicamente activas desde muy temprana edad, por ello, en las leyes del Distrito Federal y los territorios, y en algunos estados como Morelos, Puebla y Estado de México, se estipuló que los niños debían aprender algún oficio en el transcurso de la primaria”(Calvillo, 2006, p. 40).

En el porfiriato se prestó más atención a la educación superior que a la primaria.

La Escuela Preparatoria, como institución ejemplar del plan educativo del gobierno se propagó a todo el país; todos los estados tuvieron su escuela preparatoria, y no pocos más de una; la vieja tradición liberal de los institutos científicos y literarios, de los colegios civiles y de los liceos no sólo quedó en pie, sino que mejoró considerablemente, tanto en el contenido de sus enseñanzas como en el equipo didáctico que manejaban. Todos estos colegios tenían laboratorios químicos, gabinetes de física, observatorios meteorológicos y astronómicos, museos de historia natural y de arqueología mexicana y bibliotecas públicas (Álvarez, 1982, p. 112)

El censo de 1910, da cuenta de que en el porfiriato había un analfabetismo del 78.5%, en una población conformada por 15 millones 166 mil 369 habitantes, desgraciadamente, con el movimiento armado de 1910-1917 esta cifra aumentó (Gómez, 1982, p. 150).

En este periodo la ENP fue objeto de muchos debates. Se cuestionaba si debía pertenecer a la Universidad o depender de la Secretaría de Instrucción Pública y Bellas Artes (antecedente de la Secretaría de Educación Pública, creada en 1921). Esto traía implicaciones en su plan de estudios, ya que si los estudios de la ENP eran universitarios, entonces los contenidos debían orientarse de tal manera que permitieran que los alumnos continuaran con el estudio de una licenciatura. De no ser así, entonces los contenidos debían proporcionar una formación de cultura básica, para la vida y para que el estudiante se incorporara al sistema productivo.

La solución al dilema llegó hasta 1925, cuando el presidente Calles firmaba el decreto que separaba la educación media superior en dos niveles: secundaria y preparatoria. La ENP seguiría siendo parte de la Universidad Nacional y la secundaria estaría adscrita a la SEP. La duración del ciclo preparatorio duraba dos años (Velázquez, 2004, p. 88).

En cuanto a los planes de estudio de la Escuela Nacional Preparatoria, podemos distinguir tres grandes momentos en este periodo. Primero, en 1922, el entonces Director de la Escuela Nacional Preparatoria el Lic. Vicente Lombardo Toledano, organizó el "Primer Congreso de Escuela Preparatorias", que pretende establecer un plan de estudios para las preparatorias que unificara la enseñanza media de la nación, con base en la doctrina socialista (DGENP, [s/f]). En este Congreso se puntualiza su carácter propedéutico para acceder al nivel superior (Castañón y Seco, 2000, p. 55).

En 1956 se modificaron los planes de estudio que ahora tenían una marcada tendencia socio humanista que dejaba "en un segundo plano los conocimientos científicos, lo que indudablemente dificultaba el paso a la educación superior" (Lozano, 2009, p.71).

Finalmente, en 1964 se modificó nuevamente el plan de estudios, no sólo se le daba mayor importancia a la formación científica, sino que el ciclo de educación preparatoria pasó de dos a tres años. Además, se creó el concepto de tronco básico y de las salidas propedéuticas que servirían de antecedente para los estudios superiores (Castañón y Seco, 2000, p. 58)

El plan de estudios de 1964 de la EPN establecía que era necesario que los alumnos presentaran un examen de admisión para ingresar a los estudios universitarios, sin embargo, los estudiantes se organizaron para demandar el pase automático, mismo que lograron en 1966, para todos aquellos alumnos de las preparatorias de la UNAM o incorporadas que tuvieran como promedio 7.5 de calificación (Villa, 2010).

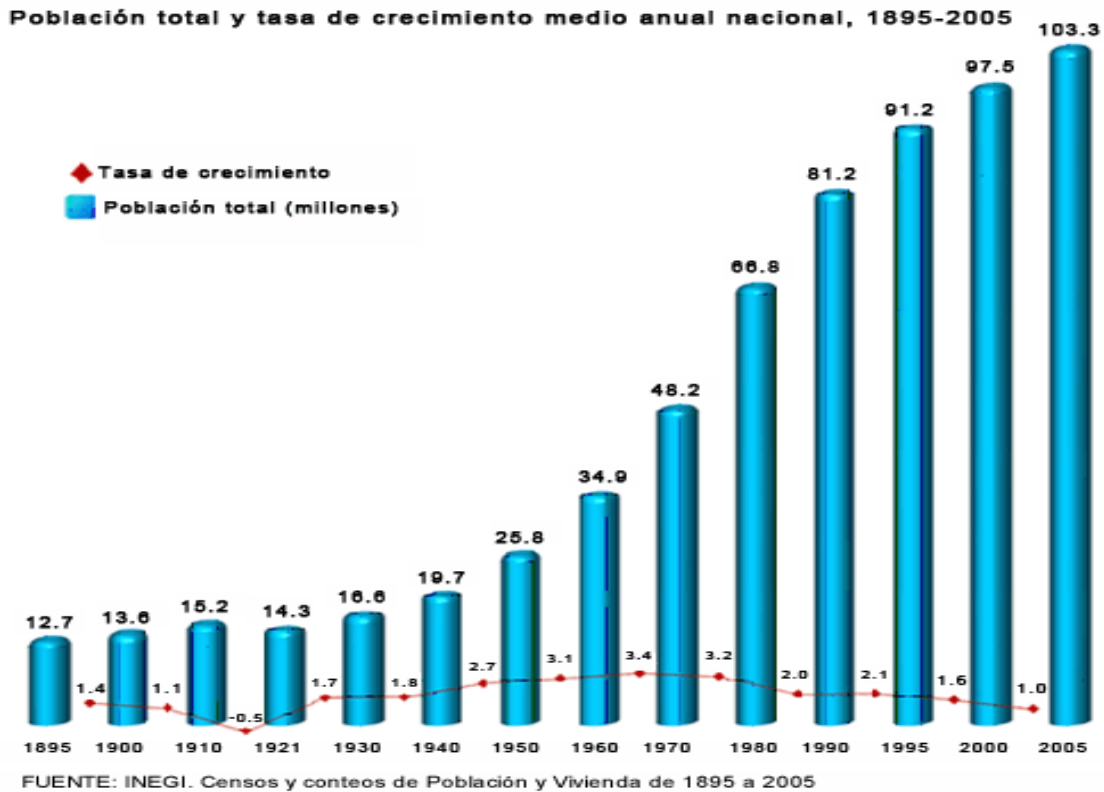
Con respecto a los estudios técnicos, en 1931 se creó la preparatoria técnica. Su duración era de cuatro años y como requisito de ingreso se solicitaba haber cursado la primaria. En 1936 se fundó el Instituto Politécnico Nacional (IPN), el cual incorporó “la mayor parte de las escuelas que constituían al Departamento de Enseñanza Técnica de la SEP” (Castañón y Seco, 2000, p. 56).

En 1958 se creó la Subsecretaría de Enseñanza Técnica y Superior. En la actualidad, podemos ver en muchos de los bachilleratos de nuestro país, este intento de vincular la educación con el aparato productivo, tales como el Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP), el Centro de Estudios Tecnológicos, Industrial y de Servicios (CETIS), el Centro de Bachillerato Tecnológico, Industrial y de Servicios (CBTIS), los bachilleratos tecnológicos del IPN, entre otros. O bien, en bachilleratos como el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) de la UNAM, que se considera tanto propedéutico como terminal, ya que tiene incluido en su plan de estudios, como materias optativas las llamadas Opciones Técnicas.

1.2.6 Expansión de la capacidad de atención

La necesidad de aumentar la cobertura en materia de educación, fue una preocupación constante en los gobiernos postrevolucionarios. De especial urgencia cuando comenzó en el país la llamada explosión demográfica. En la Ilustración 1 se muestra cómo ha aumentado la población en nuestro país desde 1895 hasta el año 2005.

Ilustración 1. Que muestra el aumento de la población en nuestro país



(Tomado de: <http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/ccpv/cpv2010/usoinfo.aspx> consultada el 5 de marzo de 2013)

La política de expansión de la matrícula adoptada en la década de 1970, no solamente buscaba atender a los jóvenes que buscaban un lugar para estudiar. Dicha política era un “paliativo, también, a la decreciente oferta de empleo; el sector educativo no sólo respondía a la demanda del sector económico sino a otra

de orden político y social” (Castañón y Seco, 2000, p. 59). En este periodo surgieron muchas escuelas de nivel medio superior que impartían formación técnica y las preparatorias privadas se multiplicaron para dar respuesta a la demanda de ingreso.

La ampliación del número de preparatorias de la UNAM, hasta llegar a nueve. Así como la creación del Colegio de Ciencias y Humanidades en 1971, son parte de la respuesta a esta política educativa.

El CCH constituyó una propuesta novedosa que traducía la política de expansión para absorber a una mayor población, no sólo por la creación de cinco planteles más en la UNAM, sino también por la forma en que se organizaron y definieron sus contenidos para atender la demanda de una mayor población. Así, se tiene que en sus cinco planteles se atendían a 25 000 estudiantes de nuevo ingreso, a diferencia de la modalidad de la Preparatoria que con nueve planteles absorbía una menor población (15 000 hasta mediados de los noventa). Lo que hizo posible atender a una mayor población fue la inteligente organización que se adoptó. En cada escuela se atendían cuatro turnos – actualmente son dos turnos-, porque el currículo estaba organizado por áreas: matemáticas, ciencias experimentales, histórico-social y talleres. La organización de los contenidos pretendió la interdisciplinariedad. Se cursaban seis materias por semestre, con 22 horas-clase por semana. Como fundamento de este plan de estudios se adoptaron las ideas de la pedagogía moderna. Una de las razones para que el plan tuviera solo 22 horas de estudio era que el estudiante tuviera tiempo para leer, escribir y hacer ejercicios que complementaran sus estudios académicos; en síntesis, se intentaba que los jóvenes aprendieran a aprender. Esta forma de organización estuvo vigente hasta mediados de los años noventa, pues desde entonces se han llevado a cabo modificaciones en este nivel universitario (Velázquez, 2004, p. 90).

El flexible plan de estudios del CCH, con su característica de brindar una formación propedéutica y con opciones técnicas que le dan un carácter terminal, dio origen al concepto de bachillerato bivalente (Castañón y Seco, 2000, p. 59).

En 1973 el gobierno federal, en un intento de dar solución a la demanda en este nivel educativo, impulsó la creación, por decreto presidencial del Colegio de Bachilleres como organismo descentralizado del Estado (Lozano, 2009). Sus finalidades educativas eran tanto propedéutica como terminal. Además había la

posibilidad de abrir planteles en cualquier estado del país, siempre y cuando dicho estado se hiciera responsable tanto de las cuestiones académicas como de los aspectos financieros (Castañón y Seco, 2000, p. 60).

En ese mismo año, surge también la Preparatoria Abierta, y en el periodo 1973-1976 se pilotea su funcionamiento en cinco ciudades de tres entidades federativas. Es hasta 1979, que la SEP le otorga reconocimiento con validez oficial, y se lleva su cobertura a todo el país (SEP, [s/f]).

Hacia 1978 se crea el Colegio Nacional de Educación Técnica y Profesional (Conalep), “como organismo público descentralizado y con personalidad jurídica y patrimonio propios” (Castañón y Seco, 2000, p. 60).

De más reciente creación son las preparatorias del Gobierno del Distrito Federal. El Instituto de Educación Media Superior del DF (IEMS) se crea en el año 2000, cuyo objetivo será “impartir e impulsar la educación de tipo medio superior en la Ciudad de México, especialmente en aquellas zonas en las que la atención a la demanda educativa sea insuficiente, o así lo requiera el interés colectivo. La educación que imparta el Instituto, será gratuita, democrática, promoverá el libre examen y discusión de las ideas y estará orientada a satisfacer las necesidades de la población de la capital del país” (IEMS, [s/f]). En la actualidad su titular es el Dr. José de Jesús Bazán Levy.

Sin duda la oferta del bachillerato es muy amplia en el país, se mencionaron en este apartado, solamente algunos ejemplos de instituciones creadas para dar respuesta a la demanda de educación a nivel bachillerato. Todo esto en el marco de múltiples reuniones que, entre otras cosas, buscaron ordenar este crecimiento tanto en su organización como en el tipo de oferta; lo que hasta el momento no se ha logrado del todo.

1.3 Las finalidades del bachillerato en México

En nuestro país, el bachillerato tiene la doble finalidad de ofrecer a los estudiantes la preparación necesaria para continuar con los estudios de nivel superior o bien, capacitarle para su incorporación al ámbito laboral (siempre y cuando cursen el plan de estudios de técnico profesional).

El bachillerato es un ciclo educativo con duración de dos o tres años, que cursan jóvenes que tienen entre 15 y 17 años de edad después de haber concluido la enseñanza secundaria; también estudian bachillerato jóvenes y adultos de mayor edad, que por alguna razón no lo hicieron y quienes, con diferentes fines, deciden cursar este ciclo (IEMSGDF, 2001).

Existen estudios internacionales que exponen “la relevancia del subsistema de EMS por su incidencia en el desarrollo económico, político, cultural y científico de un país, además del sustancial impacto en la vida de cada uno de los jóvenes que asisten a ella” (Conzuelo, 2010, p. 106).

Para autores como Castañón y Seco (2000, p. 71) el bachillerato

es un espacio estratégico en el que se forman y formarán un número creciente de jóvenes que en el corto plazo deberán asumir diversas responsabilidades en la transformación social, económica, política y cultural del país. De ahí que es oportuna la reflexión y el análisis de sus condiciones actuales con el fin de diseñar las políticas y estrategias que guíen su rumbo.

Con respecto a su distribución geográfica, “este nivel educativo está presente en 52 por ciento de los municipios del país, lo cual cubre prácticamente la totalidad de poblaciones con más de cinco mil habitantes” (Alcántara y Zorrilla, 2010, p. 41).

El bachillerato se puede clasificar de tres maneras diferentes (Castañón y Seco, 2000), de acuerdo con:

- a) Sus fuentes de financiamiento y control administrativo: federal, estatal, autónomo y particular.

Dentro del bachillerato autónomo se encuentran las escuelas administradas y controladas por las universidades públicas autónomas de los estados. En esta categoría se incluyen los Colegios de Ciencias y Humanidades (CCH) y las escuelas preparatorias de la Universidad nacional Autónoma de México y las escuelas preparatorias autónomas en los estados (DGPP, [s/f]).

- b) Su finalidad y planes de estudio: general, tecnológico, técnico profesional, profesional técnico, tecnólogo y técnico básico.
- c) Su duración: la mayoría de los planes de estudio tienen una duración de tres años. Sin embargo, existen algunos cuya duración es de dos años (como es el caso de los bachilleratos de las universidades autónomas de San Luis Potosí, Coahuila, Nuevo León y Tamaulipas). Inclusive existen también algunos bachilleratos de arte que tienen una duración de cuatro años (Alcántara y Zorrilla, 2010). Los planes de estudio se organizan por cuatrimestres, semestres o años.

Como se mencionó, los planes de estudio del bachillerato se pueden clasificar en (Castañón y Seco, 2000), (Vidales, 2009) y (Conzuelo, 2010):

1. Bachillerato general: es de carácter propedéutico, dirigido a quienes desean ingresar a los estudios superiores. Se imparte principalmente en universidades públicas y privadas (conocido como bachillerato universitario o autónomo), así como en el Colegio de Bachilleres, en las escuelas y preparatorias públicas y privadas de los estados. También se ofrece en las modalidades de preparatoria abierta y de bachillerato a distancia. Tiene dos tipos de planes de estudio, el semestral y el anual y su duración es de tres años.
-
-

2. Bachillerato terminal o de Educación profesional técnica: su propósito es formar técnicos medios calificados y especializados destinados al mercado de trabajo (aunque no se deja de lado la dimensión formativa del estudiante).

Básicamente este tipo de formación está a cargo de la Dirección General de Educación Tecnológica Industrial (DGETI), a través del Conalep (Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica) y los Cetis (Centros de Estudios Tecnológicos Industriales). Se cursa en seis semestres.

3. Bachillerato bivalente: ofrece los dos tipos anteriores de formación, tanto una preparación que permita acceder al nivel de estudios superiores, como un título de técnico con el cual los estudiantes pueden incorporarse al mercado de trabajo. Esta modalidad de bachillerato la ofrecen principalmente el IPN, la DGETI y la DGTA. Sin embargo, ya se comentó que aunque es un bachillerato universitario, el CCH es bivalente por su doble carácter de propedéutico y terminal.

Hay una gran diversidad de escuelas que varían en tamaño, desde aquellas que atienden a 50 estudiantes hasta las que cuentan con más de 5 mil alumnos, como el caso de los bachilleratos de las universidades públicas o del Colegio de Bachilleres (Alcántara y Zorrilla, 2010).

Autores como Conzuelo (2010, p. 107) destacan que:

la realidad es que existen más de 20 subsistemas con diferentes estructuras y formas de organización que funcionan de manera independiente; incluso hay más de 200 planes de estudio distintos y prácticamente sin relación alguna... Estas diferencias y la diversidad de funcionamiento en las escuelas han provocado fuertes problemáticas para la movilidad de los estudiantes entre las instituciones del mismo nivel y dificultades para el ingreso a estudios superiores.

A continuación, en la Tabla 1 se muestra la diversidad de instituciones de educación media superior. Los datos corresponden al ciclo escolar 2009-2010.

Tabla 1 Número de escuelas y alumnos en las distintas opciones de educación media superior en el ciclo 2009-2010

Control administrativo	Opciones
Centralizadas del gobierno federal	Centros de Estudios Tecnológicos Industriales y de Servicios (CETIS)
	Centros de Bachillerato Tecnológico y de Servicios (CBTIS)
	Centros de Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA)
	Centros de Bachillerato Tecnológico Forestal (CBTF)
	Centros de Estudios Tecnológicos del Mar (Cetmar)
	Centros de Estudios Tecnológicos de Aguas Continentales (CETAC)
	Centros de Estudios de Bachillerato (CEB)
	Colegio de Estudios Tecnológicos (CET)
	Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyT)
	Instituto Nacional de Bellas Artes
	Bachilleratos de la Dedena, Semar, Sagarpa, PGR, ISSSTE
Preparatoria Federal Lázaro Cárdenas (Tijuana, BC)	
Descentralizadas del gobierno federal	Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (Conalep) en DF y Oaxaca
	CETI (Guadalajara, Jal.)
	Colegio de Bachilleres (Cobach) en DF
Descentralizadas de las entidades federativas	Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyTE)
	Colegio de Bachilleres (Cobach)
	Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (Conalep)
	Educación Media Superior a Distancia (EMSAD)
	Telebachillerato
	Bachillerato Intercultural
	Otros programas de los gobiernos estatales
Centralizadas de las entidades federativas	Telebachillerato
	Educación Media Superior a Distancia (EMSAD)
	Bachillerato Integral Comunitario
	Centro de Estudios Tecnológicos
	Institutos estatales de Bellas Artes
	Otros programas de los gobiernos estatales
	Preparatorias del gobierno del Distrito Federal
Autónomas	Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH)
	Escuela Nacional Preparatoria (ENP)
	Bachilleratos de las universidades autónomas
Privadas	Preparatorias/ Bachilleratos incorporados a la SEP
	Preparatorias/ Bachilleratos incorporados a los gobiernos estatales
	Preparatorias/ Bachilleratos incorp. a universidades autónomas
	Preparatorias/ Bachilleratos no incorporados
Subsidiados	Preparatorias Federales por Cooperación (Prefecos)
	Telebachilleratos por Cooperación

Fuente: elaboración propia a partir de datos del INEE (2011) y SEP. No incluye: preparatoria abierta; programas semiescolarizados y a distancia, ni la preparación para el trabajo.

A la oferta antes mencionada hay que añadir las modalidades no escolarizadas, como la educación abierta y a distancia, que en los últimos años han tenido un crecimiento importante y es previsible que continúen en aumento. Ya que atienden principalmente a aquellos jóvenes que se encuentren alejados de centros urbanos o bien, a los que por razones de trabajo o de género (el cuidado de los hijos), no pueden cursar en las modalidades escolarizadas presenciales.

A pesar de la amplia oferta de instituciones de educación media superior, Vidales (2009, p. 322) señala que existe una “marcada preferencia de los jóvenes por el bachillerato general o propedéutico y, dentro de éste, por el bachillerato universitario o autónomo. Del total de la matrícula reportada, el 58.6% correspondió a esta modalidad, el 27.4% a la bivalente y sólo el 14.0% a la de profesional técnico”.

1.4 Las políticas educativas recientes relacionadas con el bachillerato mexicano

En nuestro país la Educación Media Superior (EMS) se imparte después de la educación básica (primaria y secundaria) y es requisito para cursar la educación superior. Los términos de Preparatoria o Bachillerato se consideran sinónimos para denominar este nivel educativo y son equivalentes a los utilizados en otros países, como preuniversitario o secundaria superior (Vidales, 2009).

Autores como Castañón y Seco (2000, p. 246) consideran que existe un problema de identidad de la educación media superior cuyo origen se encuentra en el mismo término (medio superior) pues

hace alusión a un nivel educativo que ni es medio ni es superior, o bien que no es totalmente superior, o que es la mitad del superior, o que es medio y superior al mismo tiempo. Es claro que ninguna de estas interpretaciones le es favorable en términos de identidad. Deberá acuñarse un nombre propio para la educación media superior.

Sin embargo, en general, las políticas educativas relacionadas con el bachillerato muestran que se le considera un nivel que forma parte de los diagnósticos de la educación superior, ya que por un lado, buscan dar respuesta a la futura demanda de ingreso a la educación superior y, por otro, alcanzar los requerimientos de desarrollo industrial necesarios para el país (Castañón y Seco, 2000).

De 1974 a 1976, se realizaron reuniones de directores de escuelas de enseñanza media superior en las que se acordó la creación de un tronco común para el bachillerato, así como la necesidad de organizarlo por áreas de conocimiento (Castañón y Seco, 2000, p. 60). Esto se materializó en los Acuerdos Secretariales de la SEP 71 y 77 de 1982, con los que se obtuvo un modelo de dos núcleos formativos, y en 2001-2006 se añadió un tercero (Alcántara y Zorrilla, 2010, p. 42):

El primer núcleo establece una formación básica de aproximadamente dos años, con cuatro áreas: matemáticas, ciencias naturales, ciencias sociales y lenguaje y comunicación. El segundo núcleo consiste en un componente propedéutico de un año, al final del bachillerato, orientado a la preparación para los estudios superiores, el cual se organiza en cuatro opciones: a) físico-matemáticas e ingenierías; b) biológicas y de la salud; c) sociales; y d) humanidades y artes. En el Programa Nacional de Educación 2001-2006 (PNE) se señala que la organización tradicional en dos núcleos formativos se modifica para incluir un tercero de preparación para la vida y el trabajo.

En 1984 se estableció que el bachillerato debía ser prerrequisito para los aspirantes a la Escuela Normal de Maestros (Castañón y Seco, 2000, p. 61).

El *Programa para la Modernización Educativa 1989-1994* del Gobierno Federal tenía como objetivos para el bachillerato:

mejorar la eficiencia terminal y elevar la oferta de servicios; concertar nuevos modelos educativos y las transformaciones requeridas para lograr que los estudios de este nivel cubran las expectativas de sus demandantes y los requerimientos del desarrollo nacional y regional; que los planes y programas de estudio deberían proporcionar la formación humanística, científica y tecnológica necesaria para que el estudiante se incorporara a una sociedad en desarrollo, reforzar su identificación con los Valores nacionales y su comprensión en los problemas del país, todo esto, mediante una metodología que lo llevara a desarrollar su capacidad para aprender por sí mismo, de manera crítica y sistemática (Castañón y Seco, 2000, pp. 61 y 62).

El *Programa de Desarrollo Educativo 1995-2000* anticipaba que la educación media superior tendría una creciente demanda de servicios. Buscaría ampliar la cobertura y alcance geográfico de la oferta, así como mejorar la distribución de la demanda estudiantil. Entre sus objetivos estaban:

promover la flexibilización de estructuras y programas académicos para facilitar la movilidad estudiantil, ... y propiciar que los procesos de selección para ingresar a las instituciones de educación media superior se realizaran mediante procedimientos y objetivos sustentados en criterios de igualdad de oportunidades, con información acerca de las características del examen y del proceso de evaluación, buscando que las instituciones difundan los resultados y el desempeño de los aspirantes en el concurso (Castañón y Seco, 2000, pp. 62).

A raíz de este programa, en 1996 surgió la Comisión Metropolitana de Instituciones Públicas de Educación Media Superior (COMIPEMS), la cual emitió una convocatoria para aplicar por primera vez, el examen único en la zona metropolitana de la Ciudad de México. El objetivo de este examen era regular el ingreso al nivel medio superior, y orientar a los jóvenes a los distintos subsistemas de acuerdo a las calificaciones obtenidas en dicho examen. Con ello se buscaba que no quedaran lugares sin ocupar en las escuelas menos solicitadas como era el caso del Conalep, que en ese entonces era terminal (Villa, 2010).

Hacia 1996 el Conalep se convirtió en un bachillerato propedéutico “mediante la acreditación de seis asignaturas para completar los contenidos temáticos correspondientes al bachillerato general” (Castañón y Seco, 2000, pp. 63).

Como resultado del movimiento estudiantil de 1999, la UNAM se desvinculó del proceso de elaboración y aplicación del examen del CENEVAL. Aunque la UNAM es miembro de la COMIPEMS, el examen y el proceso de admisión de alumnos es responsabilidad de la misma UNAM (DGCCH, 2009, Cuadernillo 2).

El nivel medio superior plantea fuertes desafíos, ya que en términos numéricos, en 2006 contaba con más de tres millones setecientos mil setecientos estudiantes, como puede observarse en la tabla 2.

Tabla 2. Número de alumnos, maestros y escuelas del Subsistema de Educación Media Superior

Educación Media Superior	Alumnos	3 742 943	Profesional Técnico	Alumnos	352 511			
				Maestros	29 222			
				Escuelas	1 494			
	Maestros	2 29717	Bachillerato	Generales	Alumnos	3 390 432	Alumnos	2 273 762
					Maestros		163 230	
					Escuelas		9 260	
	Escuelas	11 700		Tecnológico	Maestros	229 717	Alumnos	1 116 670
							Maestros	66 487
							Escuelas	2 440

Fuente: (Anexo estadístico del Sexto Informe de Gobierno, 2006, en Conzuelo, 2010, p.106)

En 2005 se creó la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS), órgano dependiente de la SEP y, en 2006 se anunció la *Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS)* que propuso:

la creación de una identidad definida, unificando el perfil de egreso de los estudiantes y de los docentes basado en competencias. Busca el establecimiento de objetivos comunes a los distintos subsistemas pero respetando las diferencias y características propias de cada uno de los entornos. La reforma expone que uno de sus principales objetivos es mantener la diversidad de las instituciones pero bajo un enfoque de competencias (Conzuelo, 2010, p. 108)

En el periodo 2007-2012, el gobierno federal consolida dicha reforma. Para ello se crea el Sistema Nacional de Bachillerato (SNB). En el acuerdo Secretarial 442 de la SEP (2009), se señalan como ejes de la RIEMS:

- 1) Marco curricular común (MCC) con base en competencias;
- 2) Definición y regulación de las modalidades de oferta.
- 3) Mecanismos de gestión;
- 4) Certificación complementaria del Sistema Nacional de Bachillerato (SNB).

A continuación se describen cada uno de los ejes:

1) Marco curricular común (MCC) con base en competencias;

Con la intención de reorientar el modelo enciclopedista centrado en la memorización hacia otro centrado en el desarrollo de competencias y habilidades, se busca establecer un marco curricular común basado en competencias, y comprende “una serie de desempeños terminales expresados como (I) competencias genéricas, (II) competencias disciplinares básicas, (III) competencias disciplinares extendidas (de carácter propedéutico) y (IV) competencias profesionales (para el trabajo)” (SEP, 2009, p. 2).

En ese mismo documento (SEP, 2009, p. 2) se define una competencia como “la integración de habilidades, conocimientos y actitudes en un contexto específico”.

Al respecto, Alcántara y Zorrilla (2010, p. 43) nos dicen que en esta reforma “las competencias son las unidad común para obtener el certificado de bachillerato sin que las instituciones renuncien a su particular forma de organización curricular”. Con relación a la clasificación de las competencias en genéricas, disciplinares y profesionales, estos mismos autores nos señalan que esta distinción “no se encuentra alejada de los tres componentes formativos que ya se habían venido identificando en el bachillerato desde el PND 2001-2006: el componente básico, el propedéutico y el profesional o vocacional” (Alcántara y Zorrilla, 2010, p. 44).

En esta reforma se estableció un perfil básico del egresado de educación media superior que “hace referencia a los desempeños comunes que los egresados del bachillerato deben conseguir independientemente de la modalidad y subsistema que cursen, y constituye el eje de la identidad de la educación media superior” (INEEE, 2011, p. 34).

2) Definición y regulación de las modalidades de oferta.

En el Acuerdo Secretarial 442 (SEP, 2009) se precisa que las modalidades de oferta de la educación media superior en el país son: escolarizada, no escolarizada y mixta, siendo las últimas dos en modalidad abierta o a distancia. Se determinan siete modalidades que ofrecen educación media superior: presencial, intensiva, virtual, auto planeada, mixta, certificación por evaluaciones parciales y certificación por examen (INEEE, 2011).

3) Mecanismos de gestión;

Con la finalidad de establecer el MCC, se debe contar con una serie de condiciones que permitan que los estudiantes alcancen los aprendizajes esperados, entre ellos se encuentran: la formación y actualización de la planta docente; la generación de espacios de orientación educativa y atención a las necesidades de los alumnos (programas de tutoría, por ejemplo); la definición de estándares mínimos compartidos aplicables a las instalaciones y el equipamiento; la profesionalización de la gestión escolar; la flexibilización para el tránsito entre subsistemas y escuelas; y la evaluación para la mejora continua (SEP, 2009).

Cabe mencionar que así como se definió un perfil de egresado, la RIEMS ha definido un perfil de docente de educación media superior. En el marco de esta reforma, los docentes son los principales actores, y se busca que sean maestros en “enseñar a aprender” (SEMS, [s/f]).

4) Certificación complementaria del Sistema Nacional de Bachillerato (SNB).

En el Acuerdo 442 (SEP, 2009) se señala la importancia de obtener una certificación nacional que “será una evidencia de la integración de sus distintos actores en un Sistema Nacional de Bachillerato. La certificación reflejará la

identidad compartida del bachillerato y significará que se han llevado a cabo los tres procesos de la reforma de manera exitosa en la institución que lo otorgue”. Y las instituciones que quieran pertenecer al Sistema Nacional de Bachillerato, deberán ser certificadas por el Consejo para la Evaluación de la Educación del Tipo Medio Superior (COPEEMS) (INEE, 2011).

En esta reforma

la idea central es respetar los currículos, no sólo de las distintas modalidades, sino también de las diferentes instituciones que la ofrecen, pues lo que les da coherencia es la concepción de competencia. Además la propuesta de emitir un solo diploma de bachillerato independientemente de la modalidad estudiada, tiene como objetivo dar una sola identidad al nivel (Villa, 2010, pp. 304 y 306)

Es importante señalar que no todas las instituciones se han sumado a esta reforma. El rector de la UNAM, José Narro Robles ha declarado que en esta institución no se promoverá dicho cambio curricular, opina que en México no puede haber un modelo único de bachillerato como el que busca la RIEMS. “Quienes empezaron en México la educación preparatoria –en 1868– fueron Benito Juárez y Gabino Barreda; después Justo Sierra la incorporó a la UNAM. Nosotros tenemos la tradición, contamos con dos sistemas diferentes de bachillerato; por eso no nos convence que podamos ir en un solo trayecto o camino.” (Olivares, 2009).

Esto implica que no solamente la Escuela Nacional Preparatoria o el Colegio de Ciencias y Humanidades adoptarían el cambio curricular, sino tampoco las escuelas incorporadas al bachillerato de la UNAM (Lozano, 2009).

Otro problema que enfrenta el bachillerato en nuestro país, está relacionado con las características de los docentes de este nivel. Un gran porcentaje de ellos son egresados de una licenciatura, y ya sea por intereses personales o por situaciones coyunturales han recurrido a la docencia como una forma de desempeño laboral, de manera que un elevado número de profesores carece de una formación

pedagógica y didáctica. Para atender esta situación, la UNAM creó en 2003 la maestría en Docencia en Educación Superior (MADEMS) "cuyo objetivo es formar sólida y rigurosamente, con un carácter innovador, multidisciplinario y flexible, profesionales de la educación a nivel de Maestría, para un ejercicio docente adecuado a las necesidades de la Educación Media Superior" (Posgrado MADEMS, [s/f])

Con relación a la cobertura, las autoridades educativas del país reconocen que hay una insuficiente atención a los jóvenes en edad de cursar este nivel educativo. El problema no se limita a la oferta del servicio. Nuestro país se encuentra en lo que se denomina "bono demográfico" y consiste en una modificación de la estructura de la población por grupos de edad. La proporción de jóvenes entre 15 y 19 años según datos del conteo de 2005 es del 9.8% del total de la población. En este año solamente se pudo atender al 32.6% de la población en edad de solicitar acceso al bachillerato, es decir, aproximadamente se atendió solamente a una tercera parte (Lozano, 2009). Por otro lado,

el sistema educativo es incapaz de incorporar a los jóvenes de manera suficiente, y una vez que están adentro es igualmente incapaz de retenerlos en las aulas ... El paso de la educación básica obligatoria a la EMS continúa dependiendo de las posibilidades económicas que cada individuo o familia tiene. Lo que resulta natural entre los jóvenes que pertenecen a las clases medias y altas no lo es entre los grupos urbanos marginales, rurales e indígenas, es decir, entre los estratos socioeconómicos bajos, ya que existe una relación estrecha entre los ingresos familiares y el logro académico, lo que segmenta la EMS (Villa, 2010, p. 296 y 297).

A manera de ejemplo, en el Cuadernillo 2 del Proyecto académico para la revisión curricular, publicado por la Dirección General del CCH (2009, p.32), con respecto al egreso en el colegio, se considera que sólo uno de cada dos alumnos logra concluir sus estudios en tres años. Además "... el egreso acumulado o histórico, entendido como el número total de alumnos egresados respecto del total de ingresados (782 768), desde la primera generación (1971) hasta la última que ha egresado (2007), es de 474 896, lo que representa un 60.7%".

1.5 El Colegio de Ciencias y Humanidades de la UNAM

En la “Gaceta Amarilla” de la UNAM del 1° de Febrero de 1971, el entonces rector, doctor Pablo González Casanova anunciaba con motivo de la creación del Colegio de Ciencias y Humanidades, que el CCH es un bachillerato de cultura básica y tiene la característica de ser propedéutico y terminal.

Es un bachillerato de cultura básica porque “hace énfasis en las materias básicas para la formación del estudiante; esto es, en aquellas materias que le permitan tener la vivencia y la experiencia del método experimental, del método histórico, de las matemáticas, del español, de una lengua extranjera” (Gaceta amarilla, p. 6).

El CCH es un bachillerato universitario porque comparte con la UNAM “la responsabilidad de construir, enseñar y difundir el conocimiento en las grandes áreas de las ciencias y en las humanidades” (Coordinación del CCH, 1996, p. 35).

Con respecto al contexto de la creación del CCH, en el Cuadernillo 7 del Proyecto académico para la revisión curricular (DGCCH, 2009, p.13) se señala:

La realidad que enmarcó la creación del Colegio de Ciencias y Humanidades se caracterizó por el intento de apertura política, aplicada en el discurso y conducida por la nueva administración sexenal, y dio cabida a la formación de instituciones educativas en las que tuvieran acomodo integrantes de la clase media educada que había sufrido una fuerte represión del gobierno anterior y que a la postre continuó sufriendo en este periodo sexenal. Una parte de la sociedad que pugnaba por espacios en el sistema educativo medio superior y superior existentes, encontraron lugar con la creación de instituciones como el Colegio de Ciencias y Humanidades, que originalmente contemplaba ser un sistema universitario que proporcionaría educación media superior, superior y posgrados a sus integrantes. La planta docente se integró con estudiantes y profesionistas recién egresados de escuelas y facultades, mismos que habían luchado por la formación de un sistema educativo diferente al existente y más adecuado al ámbito social de aquella actualidad.

En el *Proyecto para la creación del Colegio de Ciencias y Humanidades y de la Unidad académica del Ciclo de Bachillerato* (UNAM, 1971, p. 3), queda de

manifiesto que, desde su creación, el CCH era distinto a la Escuela Nacional Preparatoria en varios aspectos:

- ⌘ Los planes de estudio y las unidades académicas tenían un carácter interdisciplinario.
- ⌘ Ofrece a los estudiantes de manera optativa una preparación técnica. Lo cual permitía al egresado, contar con un título de técnico que le permitía la incorporación al medio laboral.
- ⌘ Los profesores provenían de las cuatro facultades de la UNAM que tomaron la iniciativa de organizar la estructura académica del Colegio: Ciencias, Filosofía, Química y Ciencias Políticas y Sociales, así también como de la ENP.
- ⌘ El plan de estudios estaba organizado por semestres y no por ciclos anuales. Además no estaba organizado por créditos, sino por asignaturas. El número de horas de curso semanales era de 20 a 22 (Villa, 2010).
- ⌘ Contemplaba materias que no se impartían en la preparatoria como: taller de lectura y redacción, teoría de la historia, cibernética y computación, ciencias de la comunicación, diseño ambiental y taller de expresión gráfica (Villa, 2010).

El Colegio cuenta con cinco planteles, cuatro de ellos ubicados en el Distrito Federal: Azcapotzalco, Vallejo, Oriente y Sur; y el plantel Naucalpan, ubicado en el Estado de México, con instalaciones que permiten llevar a cabo su proyecto educativo:

En espacios de dimensiones diversas que van desde seis hectáreas (Naucalpan) hasta más de diez en cada uno de los cinco planteles. Una escuela pensada para la atención de masas estudiantiles, donde el sujeto era, y sigue siendo, el centro de toda acción. Actualmente atiende en cada uno de sus cinco planteles a una población de 11,000 alumnos de inscripción regular y un promedio de 1,800 alumnos en su cuarto o quinto año, más los alumnos de otras generaciones que se presentan con la finalidad de concluir su bachillerato mediante exámenes extraordinarios (DGCCH, 2009, Cuadernillo 6, p. 12).

1.5.1 El plan de estudios del CCH

El plan de estudios vigente conserva las orientaciones y principios pedagógicos esenciales que dieron origen al Colegio en 1971 y son:

⌘ Desarrollo del alumno crítico que aprenda a aprender, a hacer y a ser.

Aprender a aprender significa que el alumno debe ser capaz de aprender de manera autónoma. “este aprendizaje se refiere tanto a adquirir conocimientos codificados y clasificados y al dominio de los instrumentos mismos del saber, como a su aplicación práctica inmediata, de manera que favorezca la curiosidad intelectual del estudiante y se estimule el sentido crítico que le permita descifrar la realidad, al mismo tiempo que desarrolle la autonomía de juicio. Esto significaría aprender a aprender entrenando la atención, memoria y el pensamiento para su ejercicio a lo largo de toda la vida” (DGCCH, 2009, Cuadernillo 7, p. 15).

Aprender a hacer implica que el alumno desarrolle habilidades que le permitan poner en práctica lo aprendido en el aula y laboratorio. Este precepto se relaciona “con que el alumno fuera calificado como profesionalista, en el sentido de poder aplicar lo conocido de su área; se refiere, en primera instancia, a la adquisición de habilidades, supone conocimientos y elementos de métodos diversos y, en consecuencia determina enfoques pedagógicos y procedimientos de trabajo en clase (aprender haciendo)” (DGCCH, 2009, Cuadernillo 7, p. 15).

Aprender a ser, significa que el alumno pueda relacionarse éticamente con otras personas y su medio ambiente. Este precepto “engloba a los anteriores y enriquece, pues es el objetivo global de la educación formal e informal. La educación debe contribuir al desarrollo integral de cada individuo en cuerpo y

mente, intelectual, sensibilidad, sentido estético, valores, autonomía, sentido crítico” (DGCCH, 2009, Cuadernillo 7, p. 16).

- ⌘ El concepto de aprendizaje cobra mayor importancia que el de enseñanza en el proceso de la educación (CCH, [s/f], Misión y filosofía).

- ⌘ El profesor no se considera como transmisor de conocimientos, se concibe como “un compañero responsable del alumno al que propone experiencias de aprendizaje para permitir adquirir nuevos conocimientos y tomar conciencia creciente de cómo proceder para que por su propia cuenta y mediante la información, reflexión rigurosa y sistemática lo logre” (CCH, [s/f], Misión y filosofía).

En el CCH se busca evitar que el profesor sea el transmisor del conocimiento, pues su autoridad está “fundada en su experiencia, en sus habilidades intelectuales y sus conocimientos, y en su capacidad para facilitar a los alumnos la adquisición de nuevos conocimientos” (Villa, 2010, p. 288).

En el plan de estudios los conocimientos se agrupan en cuatro áreas del conocimiento que definen la estructura curricular del CCH: el área de ciencias experimentales, de talleres de lenguaje y comunicación, de histórico-sociales, y de matemáticas. Estas áreas pueden verse también como (DGCCH, 2009, Cuadernillo 7):

- a) dos lenguajes: el matemático y el español
- b) dos métodos para investigar: el experimental y el histórico-social

En su conjunto las áreas son los grandes campos de conocimiento que fomentan una visión humanista de las ciencias y la naturaleza, y una visión científica de los problemas del hombre y la sociedad. La importancia de las áreas radica en que se les provee, a las distintas asignaturas, de enfoques y métodos propios para la

organización y orientación de las unidades temáticas. Para cada una de estas áreas se define “en el marco del conjunto del plan de estudios y desde la concepción de la interdisciplinariedad, el sentido y la orientación que han de regir la enseñanza y el aprendizaje” (DGCCH, 2009, Cuadernillo 3, p. 13).

Por otra parte, las materias que los alumnos cursarán durante su estancia en el CCH son (CCH, [s/f], Plan de estudios):

- a) En primero y segundo semestres deberán cursar cinco asignaturas obligatorias (además de cursar la materia de Taller de Cómputo en uno de estos semestres).
- b) En el tercer y cuarto semestres cursarán seis asignaturas en cada uno de ellos.
- c) En quinto y sexto cursarán siete asignaturas en cada uno de los semestres, las cuales podrán ser elegidas por ellos mismos, de acuerdo con sus intereses profesionales.

El CCH contempla la formación para el trabajo de los estudiantes que de manera voluntaria deseen capacitarse profesionalmente en alguna de las especialidades, que ofrece el Departamento de Opciones Técnicas. La capacitación tiene una duración de dos semestres, más un periodo de actividades prácticas que deben realizarse en alguna empresa o institución. Al término de esto reciben un diploma que los certifica como técnico a nivel bachillerato (CCH, [s/f], Plan de estudios).

Los alumnos pueden elegir una de las siguientes opciones técnicas: Administración de recursos humanos; Análisis clínicos; Banco de sangre; Contabilidad con informática; Instalaciones eléctricas en casa y edificios; Juego empresarial- jóvenes emprendedores; Laboratorio químico; Mantenimiento de sistemas de microcómputo; Propagación de plantas y diseños de áreas verdes; Recreación; Servicios bibliotecarios y recursos de información; Sistemas computacionales y Sistemas para el manejo de la información documental (CCH, [s/f], Opciones técnicas).

1.5.2 El modelo educativo del CCH

El Colegio de Ciencias y Humanidades, como toda institución formativa, dispone de un modelo educativo con el cual desarrolla un conjunto de experiencias de aprendizaje en su población estudiantil a través de una serie de políticas, programas y proyectos. Este modelo educativo se caracteriza por ser:

1. De cultura básica. Este principio se encuentra plasmado en todas las asignaturas del plan de estudios, y se entiende como el conjunto de principios y elementos productores de saber y hacer, cuya utilización permite adquirir mayores y mejores conocimientos y prácticas.

En las distintas materias, alumnos y profesores, encuentran no solamente el contenido convencional de lo que en el bachillerato es la física, la biología, las matemáticas, la historia, etc., sino principalmente las habilidades intelectuales de lo que significa aprender física, biología y demás materias, así como las habilidades para seguir aprendiendo. Planteado así, la cultura básica no es el aprendizaje de datos y conceptos solamente, sino la adquisición de las bases metodológicas para acceder y aplicar esos conocimientos. Ejemplos de lo que representa la cultura básica en las distintas asignaturas son las habilidades o competencias siguientes (Bazán, 1988):

- ⊗ Saber buscar y analizar información.
 - ⊗ Saber leer e interpretar textos y comunicar sus ideas.
 - ⊗ Saber observar y formular hipótesis.
 - ⊗ Saber experimentar y verificar procedimientos.
 - ⊗ Saber establecer modelos y resolver procedimientos.
 - ⊗ Desarrollar procesos mentales inductivos, deductivos y analógicos.
-
-

Es tarea de los profesores, partir de estos principios de cultura básica, ubicarlos como objetivos de aprendizaje, reformular éstos si es necesario, y desarrollar las formas de trabajo académico en el aula acordes con estos principios.

2. Está orientado a la formación intelectual ética y social de sus alumnos, considerados sujetos de la cultura y de su propia educación.

El bachillerato del Colegio se caracteriza por colocar en el centro de todas sus actividades, al alumno, su aprendizaje y formación. Para ello se han diseñado políticas, programas y proyectos que tengan como eje organizacional este principio. Así, tanto el enfoque de las materias, las formas de trabajo en el aula y laboratorios, la preparación y formación de profesores, y los mecanismos de gestión académica y administrativa de la institución, toman a esta concepción del alumno como el referente para organizar sus actividades. Los rasgos principales del planteamiento son:

- ⊗ La concepción del alumno como sujeto de su proceso educativo, responsable de su sentido crítico, de su saber y de su actuar.
 - ⊗ La necesidad de orientar las actividades en el aula para desarrollar la capacidad de aprender a aprender.
 - ⊗ La importancia de que el trabajo en el aula tenga sentido como clase-taller, donde la actividad del alumno signifique: el manejo de fuentes, la producción de textos, la experimentación, y la investigación de campo.
 - ⊗ Fomentar el trabajo en grupo escolar, para desarrollar una mejor producción individual y en equipos de las tareas, ejercicios y actividades.
 - ⊗ La construcción conjunta –contribución de todas las materias- de un perfil de egreso, donde los alumnos valoren la autoformación y la autonomía progresivas.
-
-

Del modelo educativo del CCH se desprende el modelo de docencia:

que tiene como propósito proporcionar una formación al alumnado que incluya conocimientos y habilidades, así como la conformación de valores y vocaciones, en el contexto de la adquisición de una cultura básica. No se limita a lo que ocurre dentro de las aulas, laboratorios o talleres, implica labores previas y posteriores a la interacción con los alumnos. Es decir, incluye la planeación, organización, ejecución y evaluación de los aprendizajes, así como de la docencia misma. Las actividades académicas deben promover la autonomía del alumno con base en estrategias de enseñanza-aprendizaje y comunicación, con las cuales sea posible conseguir los aprendizajes correspondientes al bachillerato (DGCCH, 2009, Cuadernillo 5, p. 35).

Los rasgos principales de este modelo de docencia son que el profesor:

- ⊗ Realiza la función de guía y facilitador de los aprendizajes, considerando necesidades e intereses de los alumnos.
 - ⊗ Propicia el desarrollo de habilidades intelectuales de acuerdo al modelo desde las características de su disciplina.
 - ⊗ Atiende el enfoque disciplinario de la materia y del área respectiva.
 - ⊗ Retoma el programa de estudios como punto de partida para la planeación de sus clases.
 - ⊗ Es responsable de la instrumentación didáctica y evaluación de su asignatura.
 - ⊗ Pone en práctica, lo que le pide a sus alumnos que hagan: escribir textos, actuar de acuerdo a los valores del Colegio, realizar los ejercicios y actividades de la clase, mostrar las habilidades intelectuales de cada disciplina, etcétera.
 - ⊗ Ubica al trabajo colegiado como autoridad académica para realizar ajustes curriculares.
 - ⊗ Tiene la capacidad para elaborar y validar el programa operativo de su asignatura.
-
-

1.5.3 Las modificaciones a los planes y programas de estudio del CCH

Hay tres momentos importantes en el desarrollo del plan de estudios del CCH. El de su creación en 1971, el Programa de Estudios Actualizado en 1996, y el ajuste a los programas en 2004.

1.5.3.1 El Plan de Estudios Original (PEO) de 1971

Desde su creación en 1971 hasta antes de 1996 en el Colegio estuvo vigente el llamado Plan de Estudios Original. La estructura de los programas de las materias constaba de cuatro partes: presentación, unidades, sugerencias y bibliografía (DGCCH, 2009, Cuadernillo 7).

Los programas permanecieron sin cambio por un gran periodo de tiempo, sin embargo, “mucho se había hablado sobre adecuar los programas a la situación real del país y del mundo, que tanto habían cambiado; actualizarlos daba cuenta de la enorme producción intelectual que en las diferentes áreas se había dado a lo largo de esas casi dos décadas” (DGCCH, 2009, Cuadernillo 7, p. 17).

1.5.3.2 El Plan de Estudios Actualizado (PEA) de 1996

A finales de 1991 inició la revisión curricular que culminó con la aprobación del Consejo Técnico del CCH, en julio de 1996, del Plan de Estudios Actualizado. En su reformulación participaron profesores de todas las áreas y departamentos del Colegio, de distintas escuelas y facultades, así como especialistas de diversas instituciones educativas.

El Plan de Estudios Actualizado tenía dos rasgos generales, por un lado reafirmaba el modelo educativo del Colegio. Es decir, se conservan las orientaciones y principios pedagógicos esenciales del Plan de Estudios que dieron origen al CCH en 1971: la noción de cultura básica; la organización académica por áreas; colocar al alumno como el centro de la acción educativa; y concebir al profesor como facilitador del logro de los aprendizajes. Por otro lado, se hacía un reconocimiento de las limitaciones en la aplicación del plan de estudios, y es que en ese momento sólo el 30% de los alumnos egresaban en tres años (Coordinación del CCH, 1996).

De manera más detallada, entre las modificaciones que se hicieron se encuentran (Coordinación del CCH, 1996):

- ⊗ El incremento del número de horas en la enseñanza de las materias, que pasó de 17 a 29 horas semanales de clases. Prácticamente se estableció que en todas las asignaturas, las sesiones de clase tuvieran una duración de dos horas.
 - ⊗ La incorporación de un curso obligatorio de Cómputo de un semestre (la materia de Taller de Cómputo) con la finalidad de habilitar a los alumnos en el empleo de la computadora para apoyar su trabajo académico.
 - ⊗ El aumento de una hora adicional semanal a las materias de Matemáticas, Historia Universal e Historia de México de los primeros cuatro semestres.
 - ⊗ El aumento a dos cursos semestrales obligatorios de Biología, Física y Química.
 - ⊗ La fusión de los talleres de Lectura y Redacción e Iniciación a la Investigación Documental en una sola materia.
 - ⊗ Hacer obligatorio el cursar cuatro semestres de lengua extranjera (Inglés o Francés).
 - ⊗ Añadir un curso adicional de Historia Universal.
 - ⊗ Hacer obligatorio cursar dos semestres de Filosofía.
-
-

Esto trajo consigo la desaparición de dos de los cuatro turnos que existían en el CCH. De ahora en adelante, solamente funcionarían el turno matutino y el vespertino.

Este cambio curricular también actualizaba, seleccionaba y reorganizaba los contenidos de los programas de todas las asignaturas, así como también planteaba modificaciones a los enfoques de las materias, en particular, en el área de Matemáticas:

se refuerza la idea de impartir conocimientos introductorios a ciertas especialidades a lo largo de los dos años iniciales. Se propuso un enfoque que asume la resolución de problemas como la vía más adecuada para conseguir que el alumno desarrolle el pensamiento matemático; promoviendo la construcción paulatina de conceptos y métodos, así como la curiosidad y el interés por investigar, la creatividad y la autonomía intelectual para enfrentarse a situaciones desconocidas. En cuanto a los contenidos, se plantean cuatro bloques como núcleos de conocimientos relacionados con un mismo campo de estudio matemático, y se establece una interrelación con los otros, a través de líneas conceptuales y metodológicas.

Con esta estructuración se pretendió que el estudiante recorriera caminos análogos al de los procesos históricos de evolución del conocimiento matemático, con el objeto de que lograra percibir la unidad metodológica y conceptual de esta ciencia, así como la diferenciación e integración del conocimiento en las diversas ramas de las matemáticas. Durante el cuarto semestre se realizaría una síntesis de lo aprendido en estos cursos, al contemplar un manejo integral de contenidos en una estructura cíclica, continua y permanente de conocimientos (Coordinación del CCH, 1996, p. 25).

Con respecto a la estructura de los programas de estudio del PEA de 1996:

aparece una presentación fundamentada de cada una de las materias con su ubicación curricular respecto del plan mismo y del área respectiva, la concepción de la materia, el enfoque didáctico, las sugerencias de evaluación y el perfil profesiográfico del docente.

A su vez, cada una de las asignaturas contiene datos específicos (área, semestre, requisitos, número de créditos, horas por clase, horas por semestre y clave), una presentación del curso y sus alcances formativos, contenidos de la asignatura, objetivos generales, unidades de enseñanza-aprendizaje, sugerencias de evaluación y bibliografía para alumnos y docentes (Coordinación del CCH, 1996, p. 30).

1.5.3.3 El ajuste a los programas de estudio de 2004

En el año 2001 la Dirección General del CCH inició la etapa de revisión y ajuste de los programas de estudio de las materias de primero a cuarto semestres, para continuar en el 2003 con las materias de quinto y sexto semestres.

Para ello se conformaron las Comisiones de Revisión y Ajuste de los Programas de las distintas materias, que incorporaron a su trabajo la noción de aprendizaje relevante para conformar las modificaciones a los programas. Es decir, en la nueva propuesta curricular, los aprendizajes relevantes fueron el eje organizacional de la enseñanza.

Para cada asignatura, los miembros de las comisiones debían precisar “que aquello que se vaya a aprender tenga que ver con conocimientos útiles y logrables en los alumnos para comprender y manejar su entorno, empleando el pensamiento científico y humanístico, desarrollando habilidades académicas para proseguir sus estudios y fortaleciendo su crecimiento autónomo con sentido crítico y social” (Coordinación del CCH, 1996, p. 35).

El formato en que se presentaron los programas es el que se utiliza en la actualidad y cuyo esquema se presenta en la Ilustración 2:

Ilustración 2. Esquema en el que se presentan los programas del CCH

Unidad X		
Propósito:		Tiempo:
Aprendizajes	Estrategias	Temática
Evaluación:		
Bibliografía:		

Fuente: DGCCH. El proyecto curricular del Colegio. Proyecto académico para la revisión curricular. Cuadernillo 7. Diciembre. 2009.p. 36.

El elemento innovador de estos programas radicaba en que los profesores tenían que organizar su docencia, no en función de los contenidos, sino en función de los aprendizajes que los alumnos tienen que lograr. En consecuencia, en los programas “con la columna de aprendizajes se establecen los logros esperados de lo que representa cursar una materia desde la perspectiva de lo culturalmente básico, evitando que los profesores y alumnos se centren en conocer todos los temas y subtemas que contienen convencionalmente las disciplinas” (Coordinación del CCH, 1996, p. 37).

De manera que, con el diseño de los programas se refrendaba el modelo educativo del Colegio y se presentaba a los profesores un nuevo modelo de planeación y desarrollo de las clases.

Como parte de las acciones de la modificación curricular de este periodo, la Dirección General conformó grupos de trabajo de profesores con la finalidad de definir la orientación disciplinaria de las áreas y su sentido educativo. El documento resultante de este trabajo: *Orientación y Sentido de las Áreas* buscaba ofrecer un referente renovado y actualizado de los contenidos curriculares desde las perspectivas de las áreas académicas a las distintas asignaturas que imparten los profesores” (Coordinación del CCH, 1996, p. 43).

1.5.3.4 Situación actual del CCH

De acuerdo con lo establecido en el *Reglamento general para la presentación, aprobación y modificación de planes de estudio* (UNAM, [s/f]) en su Capítulo III (De la aprobación de los Planes de Estudio), el Artículo 15 especifica lo siguiente:

Cada seis años los consejos técnicos realizarán un diagnóstico de los planes y programas de estudio de su competencia, con la finalidad de identificar aquellos que requieran modificarse parcial o totalmente. Las propuestas de nuevos planes de estudio podrán derivarse de este diagnóstico. Los consejos técnicos y los directores de las entidades académicas difundirán la información respecto de los proyectos de modificación de planes y programas de estudio de manera amplia a través de boletines, circulares, gacetas o de medios electrónicos al alcance de la Universidad. Asimismo, se fijarán lineamientos para promover y conducir la participación de la comunidad en la evaluación de los planes de estudio y en los procesos de modificación, de la manera en que los consejos técnicos lo estimen conveniente. El diagnóstico será conocido por los consejos académicos de área o del bachillerato, según corresponda.

El CCH se encuentra inmerso en un proceso de actualización curricular constituido por las siguientes etapas y tiempos de concreción (información obtenida en la página web <http://www.cch.unam.mx/actualizacion> consultada el 21 de mayo de 2013):

- 1) Diagnóstico Institucional y por áreas (septiembre 2011- junio 2012).
 - 2) Propuesta de Actualización del Plan de Estudios (abril 2012- noviembre 2013).
 - 3) Propuesta de Actualización de los Programas de Estudio (abril 2012- noviembre 2013).
 - 4) Preparación para la puesta en práctica de las actualizaciones del Plan y Programas de estudio (por definir). Esta etapa requiere de:
 - ⊗ Programa de formación y actualización de profesores.
 - ⊗ Infraestructura y equipo.
 - ⊗ Selección y preparación de los profesores que ingresen al Colegio.
 - 5) Implementación del Plan y los Programas de Estudio Actualizados (por definir).
-

1.5.4 La enseñanza de las matemáticas en el CCH

Una de las preocupaciones que siempre han estado presentes en el Colegio, es determinar qué acciones educativas llevar a la práctica, con el fin de mejorar la enseñanza y el aprendizaje en las distintas materias, especialmente las de mayor índice de reprobación, como lo son las asignaturas de matemáticas. Con respecto a esto

Una de las pocas formas que una institución tiene para calibrar sus avances educativos, son las calificaciones y el rendimiento escolar de su población; en ese tenor, prácticamente todas las instituciones se ocupan de su análisis y se preocupan al no ver reflejados en ellas los resultados esperados.

La enseñanza de las matemáticas ha representado en toda la historia de la educación, un gran desafío por la naturaleza predominantemente abstracta de su objeto de estudio (DGCCH, 2009, Cuadernillo 3, p. 14).

El aprendizaje de las Matemáticas es un grave problema que afecta el rendimiento académico de los estudiantes del nivel medio superior. Distintos factores entran en juego sobre los resultados reconocidos como insatisfactorios: los antecedentes académicos y familiares de los alumnos, los estilos tradicionales de muchos de los profesores aunados a su desigual conocimiento disciplinario y manejo didáctico de la asignatura, que junto a formas de organización escolar inconsistentes y discontinuas propician resultados preocupantes y estigmas sobre la naturaleza difícil de la materia.

Esta caracterización de las matemáticas a nivel general adquiere en nuestra institución las siguientes particularidades, de acuerdo a lo que ha podido constatarse:

- ⌘ El Examen de Diagnóstico Académico (EDI), como diagnóstico académico de los alumnos de primer ingreso, revela las limitaciones académicas más importantes de los estudiantes y los errores conceptuales más comunes, que han mantenido cierta constancia a lo largo del tiempo.
-
-

-
-
- ⌘ Persisten en los estudiantes falsas creencias respecto a distintos obstáculos que les impiden aprender matemáticas, debido a la influencia de la educación recibida y a la falta de motivación hacia el trabajo científico en los entornos sociales de procedencia.

 - ⌘ En las prácticas educativas, predomina un enfoque basado en la mecanización y la memorización de contenidos. Con programas cargados de contenido en los que no están claras las estrategias de enseñanza y aprendizaje, tampoco la manera de distribuir dichos contenidos en los tiempos asignados a las distintas unidades. Sin embargo, se observan algunos avances en la búsqueda de habilidades matemáticas con materiales novedosos y la formación en competencias en los niveles básicos de la educación mexicana.

 - ⌘ En los planteles del Colegio muchas de las prácticas docentes utilizan solamente el verbalismo, la repetición, los ejercicios sin una finalidad explícita de aprendizaje y bajo el esquema de “sólo el profesor sabe”.

 - ⌘ Los materiales de apoyo que han predominado están principalmente dirigidos al profesor y son diseñados con un enfoque temático muy denso, sin una estructura de apoyo que incluya estrategias de aprendizaje en las que participen los alumnos.

 - ⌘ Por lo general, los profesores de recién ingreso sólo cuentan con el programa de la materia, en el mejor de los casos, carecen de una guía didáctica para desarrollar su trabajo con grupos heterogéneos y no cuentan con la asesoría de profesores experimentados.

 - ⌘ Los diagnósticos de las necesidades de formación docente han reiterado la importancia del manejo de conceptos fundamentales, la atención a temáticas claves, la relación entre aprendizajes y evaluación, así como el manejo de software educativo.
-
-

En el CCH las matemáticas ocupan el primer lugar en las materias con mayor índice de reprobación en los primeros cuatro semestres. Se estima que al término de los estudios de bachillerato, cuatro de cada diez alumnos han reprobado al menos una asignatura de Matemáticas (DGCCH, 2009, Cuadernillo 3).

1.5.5 Acciones que el CCH ha llevado a cabo para mejorar la enseñanza de las matemáticas

En el año 2006, el Colegio de Ciencias y Humanidades inició varias acciones para impulsar una experiencia académica que mejorara la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, en la perspectiva de desarrollar una política sostenida de apoyo al aprovechamiento escolar de nuestros estudiantes. Dichas acciones formaban parte del “Subprograma de Mejoramiento de Enseñanza de las Matemáticas” que pertenecía al “Plan General de Desarrollo 2006-2010 de la Dirección General del CCH.

Una de estas acciones consistió en la modificación de la composición de los grupos de Matemáticas I a IV, de tal manera que los grupos pasaron de 50 a 25 alumnos. Esto implicó la remodelación de aulas y edificios, así como un incremento en el banco de horas en los cinco planteles del Colegio, que hizo necesaria la contratación de un gran número de profesores.

A la Dirección General de esta institución le quedaba claro que la reducción en el tamaño de los grupos no resolvía por sí misma el problema de reprobación en matemáticas, y por ello impulsó acciones encaminadas a reestructurar el programa de formación de profesores con cursos básicos en el conocimiento del modelo educativo institucional y la aplicación de los programas de estudio, así como, la readequación en el diseño de materiales didácticos, con atención especial a los profesores de reciente ingreso.

Para la readecuación de materiales didácticos, se implementó un programa de apoyo, a cargo de la Secretaría de Programas Institucionales del Colegio. Uno de sus propósitos consistió en la conformación del *Seminario institucional de elaboración de materiales didácticos y recursos para la docencia*. Para ello, se convocó a profesores de los 5 planteles, a integrar un grupo de trabajo responsable del diseño y elaboración de materiales de apoyo para los primeros cuatro cursos de matemáticas, dirigidos principalmente, a apoyar la labor docente de los profesores con menor experiencia.

El producto final del seminario fue la integración de las unidades, a manera de libro, de guías para el profesor de las cuatro asignaturas de Matemáticas I a IV, mismas que fueron impresas centralmente para su distribución y entrega a los profesores que impartían estas asignaturas en los cinco planteles del CCH (Reyes et al., 2008). Las guías se elaboraron con base en los trabajos de otros profesores del Colegio que presentaron al seminario sus propuestas para su revisión y reestructuración de manera colegiada.

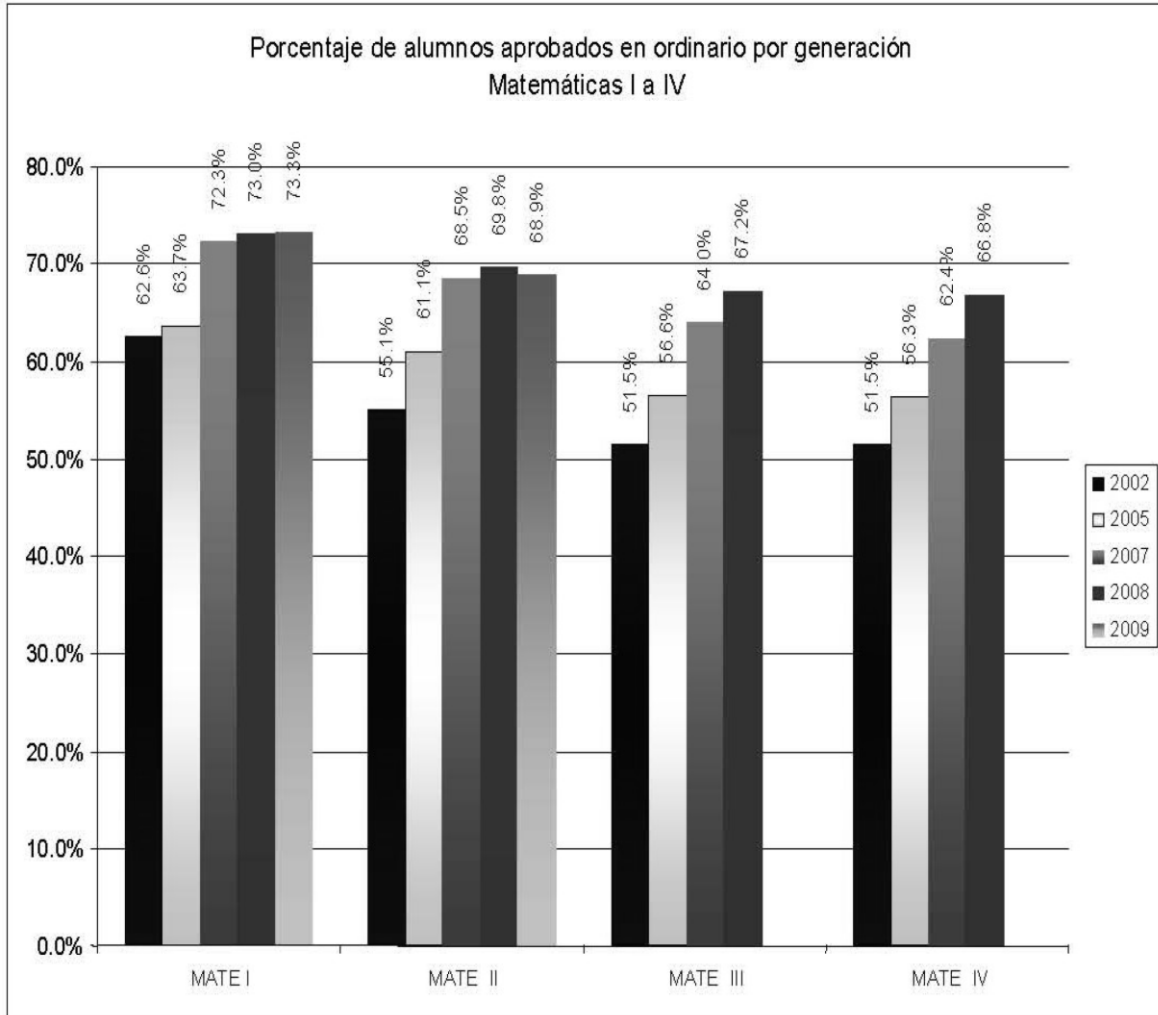
Las características principales de las guías son: A) Cubren todas las unidades de Matemáticas I a IV. B) Cada unidad se divide en sesiones de clase con una propuesta de trabajo que contiene: desarrollo de conceptos, actividades para el alumno, solución de ejercicios, autoevaluación y bibliografía, buscando orientar a los profesores con poca experiencia a distribuir su tiempo de clase de manera más racional y organizada.

El resultado de estas acciones fue un incremento en el índice de acreditación general.

A continuación se presenta una gráfica que muestra el comportamiento escolar de los alumnos del Colegio, y se puede apreciar una mejora en la aprobación en los cursos ordinarios. De modo que para las asignaturas de Matemáticas I (generación 2009) y II, (generación 2005), hubo un 9% más alumnos regulares en

2009. Y para Matemáticas III (generación 2008) y IV (generación 2002) fue del 14% más en la de 2008 (DGCCH, 2009, Cuadernillo 3, p. 14).

Gráfica 1. Regularidad escolar en Matemáticas I-IV



Fuente: DGCCH. Desempeño escolar y egreso. Proyecto académico para la revisión curricular. Cuadernillo 3. Octubre. 2009. p. 15.

Desgraciadamente, al parecer en la actualidad esta tendencia de aprobación se ha revertido. En un artículo publicado por el diario “El Universal” en la primera plana titulado “Señala la UNAM debilidad de los CCH”, refiere que el porcentaje de estudiantes aprobados en Matemáticas IV en la generación 2009 era del 66%, mientras que en la generación 2011 fue de 61.5% (Gómez, 2013, p. 1).

Otra de las acciones llevadas a cabo durante 2007 y 2008, en el marco del subprograma, fue el desarrollo de los proyectos “El aprendizaje de los alumnos en la asignatura de Matemáticas I” y “El aprendizaje de los alumnos en la asignatura de Matemáticas III”, cuyo propósito era determinar los obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva de los alumnos.

Estos estudios mostraron que en el aprendizaje de Matemáticas I y III, gran parte de los alumnos reconocen deficiencias en el aprendizaje y desarrollo de habilidades, las cuales se agudizan conforme avanza el programa, de manera que para las últimas unidades, más del 70% de los alumnos, no se reconoce con habilidades y aprendizajes esperados (DGCCH, 2009, Cuadernillo 3, p. 15).

Aun cuando la disminución del tamaño de los grupos de matemáticas trajo consigo una mejora significativa en las condiciones de enseñanza, tales como una atención más personalizada, etc., todavía es necesario desarrollar otras acciones destinadas a disminuir los altos índices de reprobación, pero sobre todo para que los alumnos aprendan matemáticas.

1.6 El contexto social en donde se desarrolla la práctica educativa

1.6.1 El contexto social mundial

Existen contextos de problemáticas particulares, pero todas ellas se enmarcan dentro de un contexto mundial. La juventud actual comparte una problemática común. Heredan un mundo en crisis diversificada económica y social que propicia en todo el mundo perspectivas pesimistas para el futuro. Particularmente dramática es la situación de los jóvenes en Asia, África y América Latina. Las cifras del desempleo aumentan de forma alarmante, y con los rápidos avances tecnológicos se espera que la situación laboral se agrave. De modo que es cada

vez más utópico que los jóvenes logren encontrar un trabajo elegido y bien remunerado que les permita fundar una familia y ser independientes económicamente. En nuestras sociedades actuales se considera que la vida sin trabajo es una vida de gran invalidez.

A la crisis económica se suma la crisis social. El rasgo común es la violencia ejercida del hombre contra el hombre. Después de la 2ª Guerra Mundial no ha existido un solo día de paz en el mundo (Suchodolski, 1985). Vivimos en un mundo amenazado permanentemente por la guerra. Es bien sabido que muchos países de Primer Mundo invierten mucho dinero en proyectos comprometidos con los preparativos de la guerra.

El medio cultural del mundo globalizado valora el estilo de vida consumista y las culturas nativas pierden cada vez más su valor, resultan ser poco “interesantes” para los jóvenes en la actualidad.

La educación escolar parece no incidir mucho para cambiar las cosas, no favorece la solidaridad, ni la responsabilidad, ni la democracia, y tampoco promueve el compromiso (Suchodolski, 1985). La escuela es poco motivante para muchos jóvenes pues les obliga aprender cosas que no quieren saber, ajenas a sus necesidades e intereses y no les ayuda a encontrar su camino en la vida.

1.6.2 El contexto social de nuestro país

La población a la que está dirigido el bachillerato está conformada principalmente por jóvenes que atraviesan una etapa de la vida muy peculiar, la adolescencia, caracterizada por muchos cambios físicos, emocionales, e intelectuales, encaminados a lograr la conquista de su identidad personal, y que además, comparten las mismas perspectivas a futuro de la juventud en el mundo.

Desde el punto de vista económico, se considera que los países que cuentan con un mayor número de jóvenes (personas en edades potencialmente productivas) en comparación con personas en edad adulta (personas en edades potencialmente inactivas) tienen posibilidades favorables de desarrollo y crecimiento económico. Este momento se conoce como bono demográfico (CEPAL, 2009). En el caso de México

Hace al menos una o dos décadas, los demógrafos previeron lo que podría ser una estupenda noticia para México. Entre 2010 y 2015 el país gozaría de un bono demográfico porque tendría una población de jóvenes sin precedente, que permitiría contar con un capital humano envidiable y, por lo tanto, con un potencial de desarrollo inmejorable.

Las proyecciones se cumplieron – hay 35 millones de mexicanos de entre 12 y 29 años de edad-, pero las expectativas no contaron con que unos 8 millones de jóvenes no estudian ni trabajan, y muchos más han emigrado a Estados Unidos o a la economía informal (Padgett, 2011, p. 28) .

Los datos que proporciona la prensa nacional, acerca de la situación de los jóvenes en México, son elocuentes:

- 1) La *Encuesta Nacional de la Juventud 2005*, reveló que en México (Poy, 2007):
 - ⌘ Poco más de 50 %de los jóvenes entre 12 y 29 años no estudia.
 - ⌘ El 22 %, de los jóvenes cuyas edades van de 20 a 29 años, no asiste a la escuela ni tiene empleo, y la mayor parte de este sector está conformado por mujeres.
 - ⌘ Independientemente del sexo, entre los 15 y 17 años es un periodo "crucial para la deserción educativa.

 - 2) De acuerdo con el informe del Consejo Nacional de Población (Conapo), *La situación actual de los jóvenes en México* (Poy, 2011, p.41):
 - ⌘ En México habitan 20.2 millones jóvenes entre 15 y 24 años;
 - ⌘ de ellos 40% tiene un empleo, 30% sólo estudia y 20% se dedica a actividades domésticas.
-
-

-
-
- 3) En marzo de 2010, el rector de la UNAM, José Narro Robles, se refirió a los llamados *ninis*: 7.5 millones de jóvenes mexicanos que ni estudian ni trabajan, de los cuales 6 millones son mujeres (Camacho, 2010, p.41).
- 4) El Informe *Panorama Educativo. México 2009* del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) reporta que, a menor nivel de estudio, los jóvenes enfrentan condiciones de trabajo más adversas, como bajos salarios, realizan jornadas laborales más extensas y tienen menos posibilidades de lograr estabilidad laboral (Poy, 2010, p.29).
- ⌘ En particular los hombres con edades:
- a) entre 16 y 19 años sin educación básica, laboran 5 horas más por semana, su ingreso es 14% inferior y tienen 11% menos posibilidades de conservar su trabajo, en comparación con quienes sí lo hicieron.
 - b) entre 20 y 24 años, trabajan 6 horas más, su salario es 38% menor que los que terminaron bachillerato o licenciatura. Si no tienen educación básica tienen 14.5% menos posibilidades de estabilidad laboral.
- ⌘ Las mujeres de 20 a 24 años con educación básica tienen 21% más oportunidades de acceder a un empleo estable, que aquellas que no la tienen.
- 5) Según estadísticas de la Subsecretaría de Educación Media Superior el ingreso mensual promedio de quienes (Avilés, 2010, p.33):
- ⌘ terminaron la primaria y tienen entre 18 y 25 años es de 3 mil 314 pesos;
 - ⌘ concluyeron la secundaria es de 3 mil 559;
 - ⌘ cuentan con bachillerato es de a 3 mil 975 pesos al mes;
 - ⌘ concluyeron estudios superiores ganan 6 mil 693.
- 6) En el 1er Congreso Internacional de Educación Media Superior y Superior 2008, el rector de la UNAM, José Narro dijo que del total de la población
-
-

-
-
- juvenil, sólo 44% estudia y 29% encuentra trabajo. Que cada año cerca de 300 mil jóvenes buscan ingresar a la UNAM y sólo lo consigue la cuarta parte (Bolaños, 2008).
- 7) El presidente de la Comisión de Educación de la Cámara de Diputados planteó que el bachillerato se ha convertido en el "cuello de botella" del sistema educativo (Martínez, 2008).
- 8) De acuerdo con el informe de la Unesco en el año 2007 , en México (Martínez, 2008):
- ⊕ Sólo 4% de los jóvenes de 17 y 18 años con ingresos bajos, está inscrita en el nivel medio superior.
 - ⊕ La tasa de reprobación en el bachillerato fue de 32.9%; 15.5% de deserción escolar y la eficiencia terminal (60%) fue la más baja de todos los niveles educativos
- 9) En 2010, durante el sexenio del presidente Felipe Calderón, el número de personas en pobreza alimentaria se incrementó en cinco millones, y alcanzaba alrededor del 20% de la población total del país (Redacción La Jornada, 2010).
- 10) La Comisión de Seguridad Pública de la Cámara de Diputados informó que el crimen organizado había reclutado al menos a 23 mil jóvenes. En un documento de trabajo elaborado en el seno de ese grupo de legisladores se señala que el impacto de la cultura del *sicariato* y del narcotráfico en los jóvenes debe asumirse como una consecuencia directa de la falta de efectividad de las políticas gubernamentales para la atención de este sector (Garduño, 2011, p.14).
- 11) Académicos especialistas señalaron que en nuestro país, el 50 por ciento de las personas muertas en incidentes violentos y el 35 por ciento de los victimarios son jóvenes. (Camacho, 2013, p.13)
-
-

Por otro lado, se considera que para muchos jóvenes la educación no tiene sentido, pues no les garantiza acceder a mínimos de bienestar. Ante ese panorama, se ha gestado entre la juventud un fenómeno de desesperanza y frustración, pero también de malestar social, que ya deja sentir sus efectos.

Para Héctor Castillo Berthier, coordinador de la Unidad de Estudios sobre la Juventud del Instituto de Investigaciones Sociales de la UNAM (citado en Padgett, 2011, p. 28) no es extraño el gran número de jóvenes que participan en el narcotráfico y en actividades violentas. “El crimen organizado tiene un ejército de elementos absolutamente desechables, pero siempre dispuestos. Nadie sufrirá por ellos ni estará atento a lo que les pase”.

Los valores se trastocan, en este contexto el consumo es una medida del éxito, los padres ya no son los héroes de los hijos, Castillo Berthier recuerda una pinta que vio en una barda en Culiacán “Prefiero morir joven y rico que viejo y jodido... igual que mi papá” (Padgett, 2011, p. 30).

En los últimos cinco años ha aumentado significativamente el número de jóvenes detenidos por delitos relacionados con el narcotráfico. En las cárceles mexicanas más del 60 por ciento de la población es menor de 30 años (Padgett, 2011).

Para la directora del Instituto Mexicano de la Juventud (Imjuve), Priscila Vera, la falta de certidumbre sobre el futuro se ha traducido en deserción escolar, depresión y angustia. Inclusive, resalta, se vincula con la problemática del suicidio.

El estudio *Suicidio en jóvenes: hallazgos básicos*, ENA 08, realizado por los especialistas Christiane Queda, Sergio Ramos, Ricardo Orozco, Ghilherme Borges, Jorge Villatoro y María Elena Medina Mora –esta última directora del Instituto Nacional de Siquiatría Ramón de la Fuente Muñiz, advierte que (Avilés, 2010, p. 33):

-
-
- ⊗ existe una fuerte asociación entre la situación del desempleo y la falta de estudios con la conducta suicida no sólo en jóvenes, pero éstos resultan ser los más expuestos a la problemática suicida;
 - ⊗ 349 mil 987 jóvenes de entre 12 y 29 años intentaron suicidarse en 2008; casi la mitad de ellos habían cursado la secundaria. De ellos, 7 de cada 10 estaban sin trabajo;
 - ⊗ 6 de cada 10 que planearon suicidarse no estudiaban, principalmente los que tienen entre 18 y 29 años;
 - ⊗ 9 de cada 10 de entre 18 y 24 años no trabajaban;
 - ⊗ la mayoría tenía escolaridad máxima de secundaria; en segundo lugar, de bachillerato.

No solamente en México, sino en países como en España, se percibe que

se ha roto el papel de la escuela como garantía de empleo y de calidad de empleo. Es decir, la formación escolar ya no concede un estatus que vincula con el empleo ni hay siempre una correspondencia entre el nivel de formación y la categoría profesional... Esta desvinculación ha roto muchas de las expectativas sobre la escuela, sobre la educación y, en mayor o menor grado, ha creado frustración en todas las partes: sociedad, padres y madres, alumnado y profesorado. En el peor de los casos, se acusará al sistema educativo de no preparar adecuadamente a los estudiantes o de que es una fábrica de parados; o se crean ilusiones falsas entre los padres y entre los estudiantes, y el profesorado termina asumiendo que su trabajo es inútil (Jorganes, 2007, p. 28).

Como se puede observar, la problemática a la que se enfrentan los jóvenes es muy compleja. Bogdan Suchodolski (1985) nos dice que ante dicho panorama el sistema educativo debe operar cambios significativos, no le queda a la escuela sino tratar de que las cosas cambien, considerar los problemas de la educación bajo la óptica de la mejora del mundo, pues la problemática de los jóvenes es el porvenir del mundo humano sobre esta tierra. La civilización humana es una gran obra del género humano y su suerte depende de si la conducimos hacia el bien de los hombres. El principio del desarrollo de la civilización en la seguridad es la coexistencia. Además

la educación continua permite reafirmar la fe en una sociedad verdaderamente humana, caracterizada por la aceptación y la diversidad de la experiencia cultural de los hombres, la confianza en la creatividad y la universalidad de los hombres. Esta educación cultural continua debe mantener y profundizar la identidad cultural de los pueblos del mundo, defendiéndoles contra la civilización superficial de consumo, cosmopolita por sí misma, y, al mismo tiempo, constituir un punto de partida para un gran diálogo entre las culturas, poniendo fin al aislacionismo y al fanatismo.

Junto a esta problemática global nace un segundo círculo de nuevos problemas de investigación. Especialmente la aptitud para ver y alentar a individuos concretos. Mientras que los políticos y los planificadores operan con grandes grupos cuando crean sus programas de acción, nosotros, los educadores, debemos situarnos cerca de los que, en este mundo difícil, construyen su propia ruta en la vida, dócil o atrevida, dependiente o independiente. Debemos estar con ellos cerca de sus sueños y decepciones, de sus esperanzas y sus proyectos, de sus esfuerzos por liberarse de la dependencia y del espacio de confusión de hastío y de la angustia para, abandonando los caminos de la huida o de la rebelión, encontrar la vía que va de la alienación a la participación, de la soledad a la comunidad (Suchodolski, 1985, p. 81).

Castillo Berthier (en Padgett, 2011, p. 31) considera que

por la ruta actual el bono demográfico está irremediablemente perdido. La única manera de evitar caer al precipicio es ... la intervención en educación, cultura, la transmisión de valores y, por supuesto, el empleo.

Desde finales de los años setenta, la época de los movimientos estudiantiles, el Estado adoptó un criterio raso: ver a los chavos como eventuales delincuentes. Pero a diferencia de los jóvenes de entonces, que tenían una visión política e ideológica consistente, los de ahora no tienen más que al odio.

Para Castañón y Seco (2000, p. 240) hay una realidad innegable: “una mayor parte de los jóvenes de hoy están convencidos de que el futuro será peor que el presente”. Es por eso que será urgente invertir en los jóvenes para devolverles la esperanza por el futuro. Se deben apoyar todas aquellas investigaciones, estudios, herramientas que permitan conocer mejor sus necesidades para poderles ofrecer más y mejores oportunidades.

1.7 La población estudiantil

Este apartado pretende delimitar a grandes rasgos el período de la adolescencia, pues es abordado por una infinidad de textos que el lector puede consultar.

Literalmente, adolescencia (latín, adolescencia, *ad*: a, hacia + *olescere*: forma que deriva de *olere*, crecer) significa la condición o el proceso de crecimiento (Aberastury, 1987). El término se aplica al período comprendido entre la pubertad y el desarrollo completo del cuerpo, cuyos límites se fijan generalmente entre los 15 y 21 años, pudiendo extenderse hasta los 27 años. La característica de la adolescencia es que el individuo se ve obligado a entrar en el mundo adulto. El rápido crecimiento y los cambios del cuerpo evidencian ante los jóvenes su inminente adultez, y los hacen interrogarse acerca de su papel en la sociedad. Durante la adolescencia el sujeto elabora hipótesis y teorías para explicar la familia, la sociedad, la nación o el universo.

Aníbal Ponce, considera que su inicio no está marcado por la pubertad, (que sólo indica el inicio de la función reproductora), sino por el descubrimiento de “una intimidad inexpresable”, que provoca al mismo tiempo sentimientos de miedo y de alegría frente al reconocimiento de la propia soledad. Para este autor, la adolescencia es “aquel periodo de la vida individual, que sucede inmediatamente a la puericia, y en el cual la personalidad se reconstruye sobre la base de una nueva cenestesia” (Ponce, 1976, p.6). Por otro lado, la cenestesia no es un proceso intelectual sino afectivo, un sentimiento “difuso y permanente” que los seres humanos tenemos de nuestro propio organismo (Ponce, 1978).

Para Erik Erikson (1981) la tarea más importante de la adolescencia es descubrir “¿Quién soy yo?”, es decir, la búsqueda de la identidad. Y aunque esta búsqueda es un proceso que se lleva a cabo durante toda la vida, es en la adolescencia cuando inicia este proceso. En este sentido, Piaget (1972) considera que la

búsqueda de la identidad es posible por las nuevas capacidades de abstracción que tiene el sujeto. Es en este periodo donde el sujeto elabora planes de vida.

La lucha por encontrarse a sí mismo puede revestir una gran variedad de formas, como la búsqueda de una vocación o carrera, la elaboración del propio papel sexual, la identificación con otros, etc. Por lo tanto la rebelión en contra de un grupo establecido (familia, religión, partido político, etc.) o la conformidad pueden ser señales de la búsqueda de la identidad.

Papalia (1990) considera que la conquista de la identidad es el resultado de la conceptualización del tiempo, en especial del futuro. Para Maurice Knobel la adolescencia se supera cuando el sujeto puede reconocer su pasado y formula proyectos de futuro reelaborando su presente (Merino, 1993, p.46).

En este periodo nace la vida interior, pero a diferencia de los niños, no sustituye a la realidad, puesto que el adolescente desea a toda costa realizar sus sueños (Ponce, 1976, p.30).

Carmen Merino (1993) identifica tres etapas en este periodo, que difieren en el concepto del futuro que tiene el individuo:

- ⌘ Entre los 14 ó 15 años, impera la fantasía, abundan las futuros estrellas de rock and rol y del deporte, los misioneros del África, etc.
 - ⌘ En la etapa media de la adolescencia, se tiene una visión más realista, se toman en cuenta las expectativas familiares y sociales que presionan para organizar un plan de vida.
 - ⌘ En la fase última o tardía de la adolescencia (de los 18 años en adelante), se percibe el futuro muy cercano; y se experimenta una gran necesidad de independencia económica, que lleva a los jóvenes a buscar trabajo. Si los
-
-

estudiantes cursan más allá de la mitad de la carrera, ya no la abandonan, si desertan es por motivos de verdadera fuerza mayor. De la misma manera, la búsqueda de una pareja es con fines de una relación más estable.

Según Inhelder y Piaget (1972, p. 285 a 294), el adolescente se prepara para insertarse en la sociedad de los adultos por medio de proyectos, programas de vida, sistemas teóricos, planes de reformas políticas o sociales. La adaptación real a la sociedad se logra cuando el adolescente pasa de la reflexión a la acción, a la concreción de las ideas en la realidad. Esto implica el logro de la autonomía moral, que da trascendencia y estabilidad al sí mismo.

Se considera que los adolescentes constituyen un grupo marginal en el sentido de que sus derechos y responsabilidades no están tan claramente definidos como lo están los de los niños y los adultos. Los adolescentes son responsables en parte de su propio bienestar, pero todavía están sujetos a la autoridad de los adultos. Mientras que los niños dependen totalmente de los adultos, y los adultos son responsables totalmente de sus hijos, los adolescentes no tienen muy bien definida su responsabilidad (MacKinney, 1982).

En la adolescencia predomina una actitud crítica ante el mundo externo y sobre todo, ante los adultos. Los adolescentes no quieren ser como determinados adultos y eligen un ideal de adulto. En este proceso de diferenciación con los adultos, y en la lucha por alcanzar su identidad, algunos jóvenes eligen diversos caminos, a veces extremos, como la toxicomanía, una sexualidad exhibicionista, cambios en la apariencia física, como, el uso de aretes y perforaciones en distintas partes del cuerpo, tatuajes, cabellos de colores y peinados extravagantes.

El adolescente no quiere penetrar en la vida del adulto, quiere prepararse para ser adulto y, en ese proceso busca discutir con sus pares sus preocupaciones. Los jóvenes se identifican con otros jóvenes, más que con cualquier otro grupo de personas; se influyen mutuamente en su forma de vestir, sus actividades sociales, su comportamiento sexual y en general las pautas básicas de sus vidas. Aunque

también existen adolescentes más individualistas que no siguen al grupo, y prefieren tener pocas amistades, aunque más íntimas.

En esta búsqueda de la propia identidad hay una gran cantidad de cambios intelectuales, morales y afectivos. Todo esto le exige formarse un conjunto de teorías, un sistema de ideas al cual aferrarse, y también la necesidad de algo en lo que pueda descargar la ansiedad y los conflictos que surgen de su ambivalencia entre el impulso de desprenderse (de su familia, por ejemplo) y su tendencia a permanecer ligados (Aberastury, 1987). Aníbal Ponce nos dice:

con una dureza de corazón que a veces desconcierta a los mayores, el adolescente asume a cada rato actitudes agresivas, y como quiere darse a sí mismo la ilusión de la fuerza, gusta hacer ostentación de ciertas formas rudas lo mismo en las opiniones que en los gestos... En ese momento de su evolución el adolescente es francamente un "desalmado"... gusta a ratos del tormento más sutil y superior: el de contrariar la opinión ajena, el de saltar por encima de lo admitido, el de calcular a veces con refinada frialdad los efectos posibles de tal o cual palabra impertinente (Ponce, 1976, p.52-53)

Hay una tendencia frecuente en caracterizar a la adolescencia como un periodo turbulento, de gran agitación y caos en los individuos. Esto puede deberse a que muchos especialistas generalizan a la gran población los resultados que obtienen de algunos de sus pacientes. Desgraciadamente, la idea de una adolescencia tempestuosa puede convertirse en una profecía de autocumplimiento, pues si las expectativas culturales y sociales asignan a los jóvenes el papel de rebeldes, esto puede instigar y mantener en los jóvenes ciertos patrones de conducta, por lo que se reforzaría la creencia inicial falsa (Papalia, 1990).

Durante mucho tiempo se consideró que el carácter cambiante, ciclotímico de los adolescentes se debía a la acción de las hormonas. El mismo Ponce (1976, p.33), en su ensayo *La angustia* señala:

Que el adolescente tenga un carácter tornadizo, propenso lo mismo a la alegría que a la pena, capaz de pasar rápidamente de la confianza más completa al pesimismo más negro, lo comprendemos fácilmente con las simples indicaciones del esquema unidimensional. Está en la naturaleza misma de la cenestesia esos cambios alternativos, ciclotímicos, cuya exageración muestra el adolescente como consecuencia de la actividad de nuevas glándulas que influyen sobre el ritmo de las otras vísceras. La importancia excepcional de la secreción del tiroides, tan capaz de exaltar por su sola influencia la actividad total del aparato nervioso, que Ostwald la ha comprado a un órgano multiplicador de los estímulos.

Sin embargo, recientes hallazgos, muestran que el cerebro del ser humano en esta etapa, aún no está completamente maduro, principalmente la zona que permite la toma de decisiones, resolver problemas, emitir juicios y controlar los impulsos. Uruchurtu (2010, p. 13) nos refiere el resultado de un experimento realizado por neurólogos del Instituto de Salud Mental en Bethesda, quienes monitorearon por medio de resonancia magnética y tomografías el cerebro de 400 adolescentes desde que tenían 13 años hasta que cumplieron 20. Las imágenes mostraron cambios importantes en ese lapso de tiempo, mostrando que el cerebro “maduraba” con la edad:

Las zonas que maduran primero son la sensorial y la motora. Le siguen la zona del lenguaje y la espacial. La corteza prefrontal dorsolateral, situada en la parte más anterior del lóbulo frontal, es la última en madurar. Ésta es la responsable de tomar decisiones, resolver problemas, emitir juicios y controlar los impulsos. Las emociones como el miedo y la ira se procesan en la región del cerebro llamada amígdala. La zona prefrontal alcanza la madurez cuando sus conexiones con la amígdala se consolidan y se establece una modulación entre los impulsos y el pensamiento lógico.

Durante la etapa adolescente el cerebro tiene gran capacidad de aprendizaje académico y de inclinación al arte, pero también manifiesta falta de control de los impulsos que puede conducir a comportamientos de riesgo como abuso de drogas, alcohol y sexo sin protección. Son muchos los factores culturales, ambientales y genéticos que influirán para que el fiel de la balanza se incline hacia uno u otro lado. Mientras no se establezca un equilibrio entre la impulsividad y el pensamiento lógico y racional, este cerebro necesita un cuidado especial.

En muchas ocasiones la búsqueda de la identidad trae consigo la ruptura o desprendimiento de los lazos familiares del joven y esto genera una situación de conflicto. Giuseppe Amara (1993) señala que la descalificación de los

adolescentes por los padres o adultos importantes ocasiona en los jóvenes: un grave menoscabo a procesos fundamentales, como la confianza, la seguridad, la concentración y la autoestima.

Para Santrock (2006, p. 91) la autoestima es “la perspectiva general que un individuo tiene de sí mismo; también se denomina valía personal o autoimagen”. Este autor nos comenta acerca de los resultados de un estudio (Robins y colaboradores, 2002, en Santrock, 2006, p. 91) que muestra que, en la infancia, tanto niños y niñas suelen tener una autoestima alta, pero esta disminuye notablemente durante la adolescencia. Además, la autoestima de las niñas disminuye aún más que los niños (ver Ilustración 3).

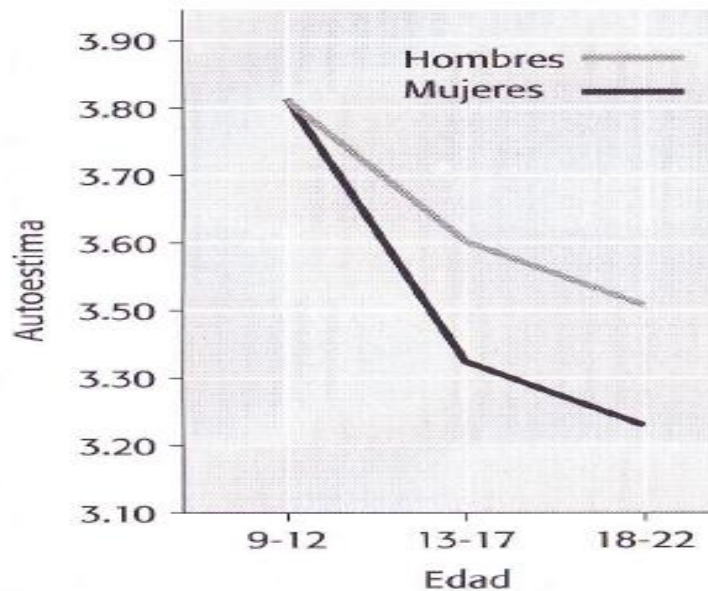


Ilustración 3. Disminución de la autoestima en la adolescencia. Con respecto a la autoestima, se presentan las puntuaciones en una escala de 0 a 5 puntos, donde 5 es una autoestima muy elevada. Fuente: (Santrock, 2006, p. 91)

Entre las razones que pueden explicar la disminución de la autoestima están

los repentinos cambios físicos de la pubertad, las crecientes demandas y expectativas en el rendimiento y un apoyo inadecuado por parte de las escuelas y los padres. Algunas de las explicaciones dadas a la disparidad de género en la disminución de la autoestima son las elevadas expectativas de atractivo físico de las niñas, que se hace más evidente con los cambios de la pubertad, y la motivación para establecer relaciones sociales, lo cual no es recompensado por la sociedad (Crawford y Unger, 2000, en Santrock, 2006, p. 91).

La realización de un plan de vida en la adolescencia no se resuelve en un tiempo predecible fijo; unos lo hacen rápido, otros lentamente. La adolescencia no superada tiene consecuencias graves y dolorosas para los individuos.

Algunos adolescentes que poseen un todavía débil sentido de identidad y no tienen plan alguno, se precipitan en un rol adulto de padres de familia; otros ingresan al desempeño de un rol laboral; muchos se alejan definitivamente de los planes de carrera; otros caen en un estado de verdadera crisis de identidad, ignoran hacia dónde van (no importa que ya estén instalados en una licenciatura), quiénes son y qué desean realmente. Sus intereses son dispersos e inconstantes, su responsabilidad en los estudios decae, "se descontrolan" temporalmente para elaborar en la experiencia social una crisis vital de la que probablemente saldrán más tarde, algunos enriquecidos y otros seriamente dañados (Merino, 1993, p.47).

Los sujetos viven este periodo de manera muy diversa por lo tanto, se puede decir que existen muchas adolescencias. Además, lo cierto es que en los jóvenes hay una gran transformación a varios niveles, que a veces es dolorosa, a veces es fascinante.

En conclusión, nuestros alumnos atraviesan por una etapa en la que viven profundos cambios internos y físicos, los cuales los hace muy vulnerables. Lo peor es que, al mismo tiempo, viven un periodo en el que la sociedad les exige la "madurez" de tomar decisiones muy relevantes como por ejemplo, la elección de una carrera. De manera que, si estamos cerca de ellos hay que apoyarlos y acompañarlos, no hay que desesperarse, no olvidemos que también pasamos por esta etapa.

En el siguiente capítulo se presentará el marco teórico que orienta la elaboración de esta propuesta educativa.

CAPÍTULO 2:
MARCO TEÓRICO-METODOLÓGICO

2.1 Aspectos teóricos y metodológicos relativos a la teoría de Vygotski

Con mucho acierto Toulmin (1978, en Del Río, 1986) ha llamado a Vygotski el Mozart de la psicología. Su temprano fallecimiento y su obra, es como una sinfonía inacabada, pues en su mayor parte es inédita, prolífica y compleja.

Se trata “de un psicólogo que pasó de forma fulgurante por la psicología, de 1924 a 1934, pero que aún estremece por las consecuencias de su pensamiento” (Vila, 1985, p.1). Uno de sus colaboradores cercanos, Alexander Luria dijo en una ocasión:

Vygotski fue, sin duda, un genio. Tras más de medio siglo en la senda de la ciencia no puedo nombrar a otra persona que se aproxime a su infrecuente claridad de pensamiento, a su increíble capacidad de convertir en simples los más complejos problemas, a su capacidad en señalar la línea recta y su capacidad de prever el desarrollo de la ciencia (Luria, 1979, en Vila, 1985, p.1).

Se estima que su obra comprende cerca de 200 títulos, en la que aborda temas referentes a la crisis de la psicología de su tiempo, al origen y desarrollo de las funciones psicológicas superiores (memoria, pensamiento, atención, etc.), a las relaciones entre desarrollo y aprendizaje y, consecuentemente, al proceso educativo, entre otros.

2.1.1 Vida de Vygotski

James Wertsch (1988) divide la vida de Vygotski en dos periodos: el primero que va desde su nacimiento en 1896 hasta 1924 (año en que realiza su primera aparición como una figura intelectual importante); y el segundo que abarca desde 1924 hasta su muerte ocurrida en el año de 1934 debido a la tuberculosis.

Lev Semiónovich Vygotski nació el 17 de noviembre de 1896 en la ciudad de Orsha, Rusia (actualmente, Bielorrusia). Su estancia en ella no fue más allá del año, porque su familia se trasladó a una ciudad más pequeña, también bielorrusa, Gomel. En ella pasó su infancia y su juventud y tuvo su primer trabajo profesional: profesor de Literatura de la Escuela de Magisterio (Wertsch, 1988).

Creció en el seno de una próspera familia judía, siendo el segundo de una familia de ocho hijos. Su padre era representante de una compañía de seguros y su madre, aunque tenía formación como maestra, ejerció de ama de casa dedicándose por entero al cuidado de sus hijos (Vila, 1985) (Wertsch, 1988).

Sus padres insistieron que estudiara la carrera de medicina, porque consideraban que aseguraba a los judíos un ingreso modesto pero seguro. De manera que en 1913, Vygotski ingresó a la Facultad de Medicina de la Universidad de Moscú, tras aprobar los exámenes correspondientes. Esto fue un gran logro, ya que esa época, el Ministerio de Educación zarista dictó una norma por la que los judíos sólo podían ocupar un 3% de las plazas de las Universidades de Moscú y San Petersburgo. (Wertsch, 1988).

Sin embargo, debido a su inclinación por la historia, la literatura y la filosofía, decidió cambiar de carrera. El problema es que en esa época, estas carreras se impartían para la formación de profesores de secundaria y como judío que era le estaba prohibido ser funcionario en el gobierno zarista. Por eso decidió ingresar a la Facultad de Derecho, ya que la profesión de abogado era una de las profesiones que podía desempeñar en el sistema. De manera que en 1917 se graduó en leyes por la Universidad de Moscú (Vila, 1985) (Wertsch, 1988).

Paralelamente, mientras realizaba sus estudios de leyes en Moscú, en 1914 Vygotski se inscribió

en la Universidad Popular Shanyavskii, un centro no oficial que había surgido en 1911 después que el Ministerio de Educación hubiera expulsado a la mayoría de estudiantes y más de cien miembros de las facultades tras el aplastamiento de una revuelta antizarista. La mayor parte de los mejores profesores de Moscú habían sido víctimas de la expulsión. Como resultado era... más interesante que la Universidad de Moscú.... Aunque no recibió ningún título oficial de la Universidad de Shanyavskii, Vygotsky extrajo un gran provecho de su formación en filosofía, psicología y literatura. Tras su graduación, regresó a Gomel como profesor de literatura y psicología (Wertsch, 1988, p. 24-25).

En 1925 concluyó su trabajo de tesis que trató sobre la tragedia de Shakespeare "Hamlet". Este trabajo que comenzó a escribir en 1916, a los 20 años de edad, se publicó por primera vez en 1968, como adenda de su libro "Psicología del arte", y ha sido traducido a numerosos idiomas (Vygodskaya, 1994).

Con la victoria de la Revolución de Octubre en 1917, se abolieron todas las discriminaciones contra los judíos. A partir de esto Vygotski comienza a vincularse con la actividad política. En Gomel seguía impartiendo clases de literatura y psicología. Enseñó lengua y literatura en la Escuela del Trabajo para los obreros; psicología y lógica en el Instituto Pedagógico; estética e historia del arte en el Conservatorio, dirigió la sección teatral de un periódico y fundó una revista literaria llamada "Años y días" (Wertsch, 1988) (Vygodskaya, 1994) (Vila, 1985).

En 1919 contrae tuberculosis y en 1920, a los 24 años de edad, es internado en un sanatorio. A partir de este momento, su lucha por la vida fue una constante, sufrió varias crisis de salud como consecuencia de la tuberculosis. Quizás por este motivo, intuyendo que su vida será breve, intensificó su ritmo de trabajo.

En 1924, Vygotski se casa con Rosa Smekhova (fallecida en 1979), de cuya unión nacieron dos hijas: Gita L. y A.L. Vígodskaya.

Entre 1924 y 1934 produjo un impresionante cuerpo de trabajos, Ignasi Vila (1985) se refiere a este periodo, como los “diez años que estremecieron a la psicología”.

Siempre activo, en 1933, emprende una síntesis de su obra para responder a las diversas críticas que le fueron hechas. En la primavera de 1934, es hospitalizado y desde su cama dictó el último capítulo. Este material termina por constituirse en *Pensamiento y lenguaje*, quizás su obra más conocida, publicada poco después de su muerte, ocurrida en la noche del 10 al 11 de junio de 1934, a la edad de 37 años. Fue enterrado en el cementerio de Novodiévichi (Wertsch, 1988).

Stalin gobernó la URSS desde 1922 hasta su muerte ocurrida en 1953, y la represión de su gobierno se recrudeció a finales de los años de 1920 y principios de la década de 1930, por ese motivo

no es casual que Vygotsky sólo citara a su maestro Schpet en *Psicología del Arte*, desapareciendo de sus obras posteriores, cuando muchas de sus ideas se inspiraron en Schpet, quien fuera primero extraditado por Lenin, pero perdonado por la mediación del entonces secretario de cultura Lunachrasky, para luego ser nuevamente preso y fusilado en el periodo stalinista en 1937(Zinchenko, 2007, citado en González, 2010, p. 13).

Las ideas de Vygotski tienen un papel importante en la reflexión teórica en psicología y en pedagogía. A pesar de esto, las mismas fueron víctimas de la censura en 1936 y se prohibió su publicación. Sus textos fueron considerados por las autoridades estalinistas como antimarxistas y antiproletarias, inclusive aquellos que trataban sobre el desarrollo del niño.

2.1.2 La obra de Vygotski

Hasta 1956, levantada la censura a la obra de Vygotski, inicia la publicación fragmentaria de su obra (que conservaba su hija Gita Vygotskaya) por A.V. Zaporozhets, Alexander Luria y Alekséi Leontiev. A partir de ese año, comienza a aparecer paulatinamente y, desde entonces, el interés por ella parece aumentar con el tiempo (Del Río, 1986). Este interés, sin embargo, también ha estado acompañado de una serie de problemas que, en su conjunto, constituyen otro motivo que limita la discusión y comprensión de su obra.

Para Manacorda (1980) un primer problema lo constituye el orden en que se traducen las obras. Incluso en ruso, son pocas las ediciones disponibles de sus escritos. Por otro lado, en otros países, no se consideran muy adecuadas las traducciones de las mismas, y es que, han sufrido cambios que alteran, en algunos casos, la primera edición. En cuanto a la traducción de su obra *Pensamiento y Lenguaje*, en realidad es una síntesis del texto original, realizada para la primera traducción inglesa. Sin embargo, a pesar de estos problemas, no significa que no pueda decirse nada fundamentado con respecto al pensamiento de Vygotski. Daniels (2009, p. 26) señala que

muchos intentos occidentales de interpretar a Vygotsky han estado más marcados por el entusiasmo ante las inquietudes pedagógicas de Occidente que por el interés en comprender la gama y la profundidad de los argumentos... También hay razones logísticas y lingüísticas que harían inoportuno un elogio excesivamente entusiasta:

- logísticas porque aún con la publicación de sus *Collected Works*, no está nada claro que todos sus trabajos estén disponibles en ruso, por no hablar del inglés...
 - lingüísticas porque las muy comentadas dificultades de traducción siguen acosando al lector de las versiones inglesas a pesar de los importantes avances en relación con las primeras versiones.
-
-

Por otro lado, Michael Cole habla de los problemas de traducción con las obras de Vygotski que conocemos en occidente, y dice:

Sacados de su contexto histórico-cultural-lingüístico, incluso la traducción de términos aislados supuestamente claros puede conducir a malentendidos inadvertidos. Esta cuestión quedará más clara al considerar el significado del término ruso *obrazovanie*, traducido (correctamente) como «educación». La etimología del inglés revela que «educación» procede de la palabra *educere* que significa «sacar» o «extraer». Qué diferente es el caso de *obrazovanie*, que mi diccionario ruso en cuatro volúmenes presenta con el ejemplo: «El océano también participó en la *obrazovanie* de esa franja de tierra». Dado ese contexto, vemos una marcada diferencia entre el inglés que considera a la educación como una extracción de lo que ya estaba en el niño, y el ruso, que destaca un proceso de formación provocado por fuerzas externas. Para complicar aún más las cosas, *obrazovanie*, tiene como principal morfema raíz *obraz*, que en otros contextos es la palabra utilizada para «imagen», por lo que es similar a la creación de imágenes, y cuando buscamos la definición de *obrazovanie* se nos ofrece el término *obuchenie*. Aunque el término *obuchenie...* con frecuencia se traduce como «enseñar», en realidad se puede emplear tanto para las actividades de los estudiantes como de los enseñantes, implicando un proceso de doble vertiente de enseñanza/aprendizaje, una transformación mutua de enseñante y estudiante (Cole, citado en Daniels 2009, pp. 27 y 28) .

Además de que la censura de la obra de Vygotski retrasó su publicación en su país,

Su entrada en el pensamiento occidental se realizó bastante tardíamente debido básicamente a la Guerra Fría, a las barreras asociadas con la lengua rusa y a las características de ese periodo histórico. Vygotsky fue introducido en Occidente por varias vías, pero se popularizó en la psicología norteamericana principalmente a partir de la obra de Bruner y de dos autores que estudiaron en Moscú bajo la influencia de los seguidores del propio Vygotsky: M[ichael] Cole y J[ames] Werstch (González, 2010, p. 10)

A pesar de estos problemas, en la actualidad, la aplicación a la educación de muchas de las ideas de Vygotski por parte de la *psicología cultural americana* (Jerome Bruner, Michael Cole, Olson, etc.) y el surgimiento de grupos de investigación en Europa, muy ligados a las corrientes de la psicología cognitiva, permite esperar una etapa fructífera de las tesis de Vygotski (Del Río, 1986).

Carretero (1986, p. 1) considera que hay un gran interés por la obra de Vygotski en occidente, similar al que hubo a finales de los años de 1960 y principios de 1970 por la obra de Piaget. Carretero cuestiona “¿Por qué volver a examinar unos textos que fueron escritos hace medio siglo?... ¿por qué se le está prestando atención a un autor profundamente marxista en un país, como Estados Unidos, donde esa línea de pensamiento es escasamente cultivada por los psicólogos y, en general, por los científicos sociales?”. Y responde a estas cuestiones de la siguiente manera:

la actualidad de la obra de Vygotski se debe, entre otras razones, a su concepción renovadora y enormemente integradora del desarrollo del individuo. Por supuesto, hay también numerosas razones, sobre todo de índole social y política, que explican por qué la obra de Vygotski ha sido postergada durante tanto tiempo, pero lo sorprendente es que al releer su obra no se advierte un interés desde el punto de vista histórico, sino que sus ideas resultan enormemente actuales y bastante útiles para entender la psicología actual. Como se ha señalado repetidamente (por ejemplo, Rivière, 1985) parece como si la teoría y la investigación psicológica hubieran ido en la dirección señalada por Vygotski hace unos cincuenta años.

No se debe olvidar el contexto de la concepción pedagógica de Vigotski: el de una escuela que alfabetizaba y emancipaba, consecuente con la restructuración de la vida de un pueblo que se liberaba de los siglos de gobierno zarista. Por eso, en buena medida, elaboró una teoría psicológica basada en las ideas marxistas, lo cual fue un intento difícil y paradójico. “Difícil porque si bien Marx, Engels y Lenin habían escrito extensamente sobre los fenómenos sociales y culturales, sus ideas sobre el comportamiento humano, tal y como lo estudia la psicología, eran más bien escasas y sólo era posible encontrarlas en sus obras de una manera implícita y, desde luego, sin desarrollar” y era un tanto paradójico porque “algunas concepciones marxistas no dejaban demasiado lugar para una ciencia como la psicología” (Carretero, 1986, p. 1). Sin embargo, aunque trató de adherirse a la filosofía marxista, también la cuestionó fuertemente, sobretodo, con respecto a las propuestas rígidas de encuadrar todo conocimiento científico, según sus principios.

2.1.3 La psicología y la revolución de octubre de 1917

La Revolución de Octubre introdujo en los ambientes científicos “una polémica sobre los fundamentos de la ciencia que condujo a considerar la existencia de una ciencia «proletaria» frente a una ciencia «burguesa»” (Vila, 1985, p. 2). En esta concepción la dialéctica era el único método para fundamentar el conocimiento científico y, por tanto, cualquier disciplina debía recurrir a ella.

La dialéctica originariamente designaba un método de conversación o argumentación análogo a lo que actualmente se llama lógica... De manera más esquemática puede definirse la dialéctica como el discurso en el que se contraponen una determinada concepción o tradición, entendida como tesis, y la muestra de los problemas y contradicciones, entendida como antítesis. De esta confrontación surge, en un tercer momento llamado síntesis, una resolución o una nueva comprensión del problema. Este esquema general puede concretarse como la contraposición entre concepto y cosa en la teoría del conocimiento, a la contraposición entre los diferentes participantes en una discusión y a contraposiciones reales en la naturaleza o en la sociedad, entre otras. (Información tomada de la página web: <http://es.wikipedia.org/wiki/Dial%C3%A9ctica> consultada el 29 de octubre de 2012).

Los psicólogos por consiguiente, se empeñaron en fundamentar sus concepciones psicológicas desde el punto de vista de la dialéctica.

Por ello, no es extraño que los intentos de negar la especificidad de los procesos psicológicos, haciéndolos depender de procesos biológicos y físicos, se quisieran compatibilizar con el marxismo (caso de Betcherev) o que triunfara una concepción de tipo mecanicista, semejante al conductismo, defendida por Kornilov, que consideraba los estados subjetivos como tesis, los reflejos como antítesis y las reacciones como síntesis (Vila, 1985, p.2).

Entre 1917 y 1923, en la Unión Soviética, coexistían dos líneas de investigación en psicología. En la primera, representada por Chelpanov, la psicología se dedicaba al estudio de la conciencia, que operaba bajo ciertas leyes, independientes del funcionamiento cerebral. La segunda, representada por Kornilov, se apoyaba únicamente en la fisiología y veía los fenómenos psíquicos como manifestaciones de la fisiología cerebral. En 1923 triunfaron las tesis de Kornilov y desaparecieron definitivamente las teorías de Chelpanov. (Vila, 1985).

Un año después, en 1924, tuvo lugar el acontecimiento que “habría de cambiar la vida de Vygotsky irrevocablemente. Este punto de inflexión, que separa dos períodos diferenciados de la vida de Vygotsky, fue su presentación el 6 de enero de 1924, en el II Congreso Panruso de Psiconeurología en Leningrado” (Wertsch, 1988, p. 26).

A dicho congreso acudieron las personalidades más relevantes de la psicología de dicha nación, tales como Betcherev, Kornilov, Chelpanov, Russolimo, entre otros. Vygotski, que entonces contaba con 28 años de edad, se presentó “con una ponencia titulada «*El método de investigación reflexológica y psicológica*»... en la que tachaba a la «reactología» de ser incapaz de explicar el carácter específico del psiquismo y, en definitiva, de la conciencia... Osadamente, reivindicó el lugar de la conciencia en una psicología científica, al igual que la posibilidad de acceder a su estudio mediante medios objetivos” (Vila, 1985, p. 2).

Aleksander Luria recordaba que la presentación de Vygotski fue toda una sorpresa para la audiencia: el discurso fue firme, claro y lógico, y observó que en su mano sostenía un papel. Sin embargo, cuando se acercó a Vygotski después de su exposición, se sorprendió al ver que era un papel en blanco (Vygodskaya, 1994).

La brillante participación de Vygotsky impresionó de tal manera a Kornilov, el director del Instituto de Psicología de Moscú, que inmediatamente lo invitó a colaborar con él para la reestructuración de la institución. Vygotski aceptó la invitación y se trasladó, desde Gomel a Moscú. En ese lugar se creó un triunvirato conocido como la «troika», en el que, además de Vygotski, participaban Aleksander Luria (1902-1977) y Aleksei Leontiev (1904-1979), quienes eran un poco más jóvenes que él y que, posteriormente, también adquirirían reconocimiento a nivel mundial (Wertsch, 1988) (Vila, 1985) .

Los años transcurridos entre 1924 hasta 1934 fueron altamente productivos para Vygotski. Sus colegas lo admiraban profundamente:

El encuentro inicial de Luria y Vygotsky reflejó una sensación de respeto rayana en el sobrecogimiento. Tal opinión era bastante común entre los que trabajaron con Vygotsky. Vygotsky parece haber tenido un profundo impacto en la vida de casi todos sus discípulos y colegas. Rosa Eugenevna Levina... recuerda su primer contacto con Vygotsky como absolutamente arrollador. Ella y otros cuatro estudiantes que, con el tiempo, se convertirían en seguidores de Vygotsky, se encontraban en un tercer año de la Universidad de Moscú cuando le conocieron. Sus edades oscilaban entre los veintiuno y los veintitrés años, mientras que Vygotsky tenía treinta. Pero desde una perspectiva intelectual, él parecía «varias generaciones mayor». Levina recuerda haber tomado apuntes sobre las ingeniosas (y, a menudo espontáneas) conferencias de Vygotsky que sólo entendió varios años después. Otro de sus alumnos, P. Ya. Galperin, explica como «todo Moscú corría» a escuchar los diagnósticos clínicos de Vygotsky y cómo en ocasiones, los estudiantes tenían que escuchar sus clases a través de las ventanas porque las aulas estaban completamente abarrotadas (Wertsch, 1988, p. 27).

Werscht, consideraba que el entusiasmo entre los seguidores de Vygotski se debía a dos razones:

En primer lugar, el genio de Vygotsky. Su mente era capaz de absorber una enorme cantidad de información de diversa procedencia, analizándola en función de una serie de principios rectores... Un segundo factor debe ser tenido en cuenta: el entorno político y social de la URSS durante las dos décadas entre la Revolución Rusa de 1917 y el comienzo de las purgas estalinistas. Este periodo, especialmente después del final de la guerra civil de 1922, fue de agitación, entusiasmo y una energía inimaginable para nuestro prisma actual. La gente como Vygotsky y sus colegas dedicaban cada hora de sus vidas a hacer realidad que el nuevo estado socialista, el primer gran experimento basado en los principios marxista-leninistas, triunfase. Si tenemos en cuenta la energía vitalizadora proporcionada por este entorno y por el compromiso de los intelectuales por crear una nueva sociedad, la influencia y el trabajo de Vygotsky se hacen más fáciles de comprender (Wertsch, 1988, p. 28).

Después de la guerra civil, hacia 1922, la URSS enfrentaba muchos problemas, tales como: un analfabetismo masivo y una desatención generalizada para los niños con necesidades especiales, aquellos que tenían alguna discapacidad (retraso mental, ceguera, etcétera). Por ese motivo, junto con Luria y Leontiev, Vygotski diseñó estrategias pedagógicas que permitieran luchar en contra del analfabetismo y la *defectología*, condición atribuida, en esa época, a aquellos niños considerados como “anormales” o “difíciles”. Estos esfuerzos cristalizaron en la creación del Laboratorio de Psicología para la Infancia Anormal en 1925, que en 1929 pasó a ser el Instituto Defectológico Experimental, cuyo primer director fue Vygotski. (Wertsch, 1988).

Los aportes de Vygotski son esenciales para fundamentar lo que hoy conocemos como educación especial. Criticaba duramente algunas de las actividades que se hacían con los niños con retraso mental:

Y toda la ortopedia psicológica y la cultura sensorial ha sido elaborada a partir de semejante absurdo: colocar los puntos con una rapidez creciente, trasladar los recipientes llenos de agua, ensartar cuentas en collares, lanzar anillos, deshacer collares, seguir el trazado de las letras, comparar las tablas, asumir una postura expresiva, estudiar los olores, comparar su intensidad, como ejercicios que se repiten reiteradamente durante varias aulas. *-¿a quién puede educar todo esto? ¿Esto no convertiría al niño normal en retardado mental más rápido de lo que se desmontarían en el niño retrasado mental, los mecanismos de conducta, de la psique y de la personalidad, no pegados por la rueda del engranaje de la vida?* (Vygotsky, 1924-1929/1989, citado en Mitjás, 2009, p. 3)

Para Mitjás (2009, pp. 4-10) los principales aportes de Vygotski en el campo de la educación especial son:

-
- 1) **Los conceptos de defecto primario y defecto secundario.** ..El defecto primario es aquel de naturaleza biológica y no necesariamente implica una "deficiencia". Se va a constituir en una deficiencia o no en función de la significación que ese defecto asuma en el contexto cultural ... El defecto secundario es aquel que se origina si el defecto primario se convierte en deficiencia según el contexto cultural del niño.
 - 2) **El enfoque social de la deficiencia...** Vygotsky fundamenta que la deficiencia es una construcción social. Es... el delineamiento del contexto cultural en el que el individuo está inmerso lo que le confiere un significado negativo al déficit que el individuo posee... En este sentido afirma que "*el niño no siente directamente su defecto. Percibe las dificultades que resultan de ese defecto*" (Vygotsky, 1924-1929/1989, en Mitjans, 2009, p. 6).
 - 3) **El énfasis en la persona y no en la deficiencia...** Constituye un error centrar el análisis de la persona infante con algún defecto en lo que el niño *no tiene*, o en lo que *tiene de menos* en relación a sus pares, tendencia aún muy común entre los que se ocupan de la educación de esta población ... En ese sentido Vygotsky alertaba: "*los problemas de la educación de los niños con defectos pueden ser resueltos solo como problemas de la pedagogía social (...) se tiene que educar no apenas un niño ciego sino ante todo un niño*" (Vygotsky, 1989, citado en Mitjans, 2009, p. 7).
 - 4) **El concepto de compensación...** La educación de los niños con diferentes defectos debe basarse en el hecho de que simultáneamente con el defecto están dadas también las tendencias psicológicas en una dirección opuesta, están dadas las posibilidades de compensación para vencer el defecto...
 - 5) **La creatividad asociada a la deficiencia...** Ya Vygotsky, al enfatizar la importancia de considerar al infante deficiente en su integridad abría la posibilidad de concebirlo como sujeto de acciones creativas... En este sentido afirma: "Desde el punto de vista psicológico también es incorrecto negar la presencia de procesos creadores en el niño retrasado mental. Estos procesos son frecuentemente más altos en el niño deficiente mental que en el normal, no en lo que respecta a la productividad, sino en cuanto a la intensidad de su transcurso. Con el fin de lograr lo mismo que el niño normal, el retrasado mental debe mostrar más creación... Por ejemplo, dominar las cuatro operaciones aritméticas para el retrasado mental débil es un proceso mucho más creador que para el niño normal. Lo que está dado casi como capacidad (no formada) al niño normal, para el niño retrasado mental es una dificultad y es una tarea que requiere el vencimiento de los obstáculos." (Vygotsky, 1989, en Mitjans, 2009, p. 10).

Cabe mencionar que, además de sus actividades administrativas, Vygotski escribía, daba clases, organizó trabajos de investigación en varias ciudades de la URSS, hasta sus últimos días.

En el Instituto Pedagógico Vygotski creó un laboratorio de psicología para estudiar a los niños de los jardines infantiles. De aquí obtiene material para su libro “Psicología Pedagógica” que aparece en 1926 (Wertsch, 1988).

Manacorda (1980, p. 1) considera a Vygotski más enseñante y «paidólogo» que psicólogo, ya que tenía “un interés predominante por la pedagogía, es decir, por el uso práctico de los resultados de la investigación psicológica puesto al servicio de la formación del hombre”.

Vygotski, a diferencia de otros psicólogos soviéticos de la época, rechazó la concepción del marxismo (basada en el materialismo dialéctico) que poco a poco iba ganando terreno, negaba que en ella residiera la verdad sobre el conocimiento científico.

Así, en «El sentido histórico de la crisis en psicología», escrito en 1925 y no publicado hasta 1982, decía «la aplicación inmediata de la teoría del materialismo dialéctico a los problemas de la ciencia y, particularmente, a la biología y a la psicología, es imposible» (cit. En Kozulin, 1983, p. 8). Esta afirmación cobra todo su sentido cuando, en aquellos momentos, ganaban posiciones en biología los que criticaban las leyes de Mendel porque no eran dialécticas, abogando por una concepción supuestamente «científica», que surgía de la «aplicación» del materialismo dialéctico y que condujo a la URSS a un pequeño desastre en los años 40. Vygotski abordó el problema de construir una psicología científica, alejándose de la tesis de los que veían esa posibilidad exclusivamente en el estudio de los fenómenos psíquicos a través del materialismo dialéctico, y desarrolló una concepción del marxismo basada en su núcleo fundamental, el materialismo histórico, huyendo de todo aquello que erigiera al marxismo como única verdad científica revelada (Vila, 1985, pp. 2 y 3).

Este tipo de planteamientos le acarreó numerosos problemas al final de su vida y “en 1936, su obra fue prácticamente borrada en los círculos científicos oficiales de la Unión Soviética, momento en el que Rubinstein asumió la jefatura con una burda teoría psicológica, apoyada especialmente en las leyes de la dialéctica y la «teoría del reflejo» de Lenin” (Vila, 1985, p. 3).

Rodríguez (2009, p.2) nos dice: “A la mística revolucionaria que acompañó la Revolución de Octubre de 1917, que fue pensada como un evento cósmico que podría cambiarlo todo, desde la tecnología hasta la propia naturaleza de la gente, su conducta y su cultura, siguieron los duros años del estalinismo y la censura de la obra de Vygotski por veinte años”.

2.1.4 Vygotski y la concepción de desarrollo histórico-cultural

La siguiente frase, de Geertz, representa bien la importancia que concedía Vygotski al papel de la cultura: “sin hombres no hay cultura por cierto, pero igualmente, y esto es más significativo, sin cultura no hay hombres” (Geertz, 2003, citado en Fariñas, 2009, p. 10).

A Vygotski se le conoce como el fundador del enfoque histórico-cultural que es “la orientación en la ciencia psicológica que reconoce el origen histórico-cultural de la psique humana” (Vygotski, 1995, citado en Talizina et al., 2010, p. 4). Esto implica que el desarrollo tiene más bien una influencia social que biológica.

Para Vygotski el desarrollo psicológico está determinado por dos tipos claramente diferentes de influencias sociales, ambas igualmente importantes. Por un lado, “la determinación que ejercen aspectos como la clase social, la estimulación cultural y ambiental, etc. Y, por otro lado, ... la influencia social en el sentido de las relaciones que el individuo mantiene con sus semejantes, prácticamente desde el nacimiento” (Carretero, 1986, p. 2).

A manera de ejemplo, suele citarse una investigación que organizó (aunque no pudo conocer sus resultados por su temprana muerte), que da cuenta de la influencia del medio social en el individuo. La investigación fue llevada a cabo por Luria, y en dicho estudio participaron habitantes de la república soviética de Uzbekistán, tanto analfabetas como instruidos (Ramírez, 1986).

En una de las pruebas relacionadas con la formación de conceptos, se comprobó que los individuos analfabetos tendían a agrupar los objetos en función de relaciones asociativas y contextuales; a diferencia de los agrupamientos de los sujetos instruidos, quienes relacionaban los objetos en función de su pertenencia a determinadas categorías. Por ejemplo, cuando se les mostraron tarjetas que representaban cosas como: hacha, pala y leño, los sujetos analfabetos relacionaban el hacha con el leño, argumentando que el primero sirve como instrumento para actuar sobre el segundo. En cambio, los sujetos con instrucción agruparon las tarjetas de hacha y pala por considerar que eran herramientas. Lo cual pone de manifiesto la influencia de la cultura en el pensamiento del individuo (Ramírez, 1986).

Sin embargo, no se puede decir que una forma de agrupar sea mejor que la otra, esta es la conclusión de una investigación semejante realizada por Glick (1968) con sujetos analfabetos liberianos pertenecientes a la etnia kpelle. Dichos sujetos establecieron relaciones similares a las realizadas por los analfabetos de Uzbekistán. Sin embargo, cuando uno de los sujetos terminó la prueba, se le solicitó de manera específica que tratara de efectuar un nuevo agrupamiento como el que haría el individuo más estúpido de su comunidad. La respuesta fue sorprendente, porque el sujeto realizó un agrupamiento en función de las categorías, tal y como lo haría un individuo con instrucción (Ramírez, 1986).

En conclusión, a partir de ambas experiencias podemos decir: No es que los sujetos analfabetas no puedan realizar un agrupamiento en función de categorías, sino que sus condiciones de vida determinan otro tipo de relación con el entorno y sus clasificaciones están completamente ligadas al uso cotidiano que realizaban de dichos objetos. Es decir, nuestra cultura nos lleva a considerar a los objetos de una manera especial, no como entidades aisladas, sino como expresiones de una categoría determinada.

En el medio rural hay una estrecha relación entre el instrumento hacha y el objeto leño; en el medio urbano la situación es más compleja, porque en muchas ocasiones no tratamos de manera directa con los objetos, sino más bien con sus representaciones. Por ejemplo, a un contador, no le interesa la naturaleza de las cosas sobre las que opera; sólo se interesa por los números que las sustituyen. Sus acciones se realizan de manera abstracta, son operaciones numéricas (Ramírez, 1986).

En opinión de Carretero (1986, pp. 2 y 3), los resultados de estas investigaciones constituyen además, una crítica al estadio de las operaciones formales de Piaget:

al mantener que el desarrollo psicológico se encuentra íntimamente ligado a las experiencias educativas y culturales, Vygotski no sólo estaba rechazando la idea, un tanto innatista, de que existen estadios o características comunes para todos los individuos, al margen del medio social en el que viven sino que también estaba siendo el precursor de una idea que recogerá la psicóloga evolutiva de nuestros días. A saber: la concepción de que el desarrollo psicológico no se encuentra totalmente acabado al llegar al fin de la adolescencia o a la juventud sino que dura toda la vida, ya que a lo largo de ella, en cualquier etapa, el individuo se puede encontrar con experiencias que modifiquen sus adquisiciones anteriores.

Vygotski consideró la influencia de los aspectos sociales sobre el desarrollo del individuo en una doble vertiente:

En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: primero, a nivel social, y más tarde, a nivel individual; primero entre personas (interpersonal), y después en el interior del propio niño (intrapsicológica). Esto puede aplicarse igualmente a la atención voluntaria, a la memoria lógica y a la formación de conceptos. Todas las funciones superiores se originan como relaciones entre seres humanos (Vygotski, 1978, citado en Carretero, 1986, p. 3).

Para Vygotski todo proceso cognitivo posee una génesis social. Lo cual ejemplifica de la manera siguiente:

Llamamos *internalización* a la reconstrucción interna de una operación externa. Un buen ejemplo de este proceso podríamos hallarlo en el desarrollo del gesto de señalar. Al principio, este, además no es más que un intento fallido de alcanzar algo... Cuando acude la madre en ayuda del pequeño y se da cuenta de que su movimiento está indicando algo, la situación cambia radicalmente. El hecho de señalar se convierte en un gesto para los demás. El fracasado intento del niño engendra una reacción, no del objeto que desea, sino de otra persona... Únicamente más tarde, cuando el niño es capaz de relacionar su fallido movimiento de agarrar con la situación objetiva como un todo, comienza a interpretar dicho movimiento como acto de señalar" (Vygotski, 1978, citado en Carretero, 1986, p. 3).

Vila (1985, p. 3) señala que el concepto de desarrollo histórico y cultural de Vygotski consiste

en considerar que, en el proceso de ontogénesis, se forman continuamente nuevas y sistemáticas estructuras. Estas son el resultado de que el sujeto haya asimilado los productos de la cultura humana. Así, las funciones mentales o psicológicas que, inicialmente, son elementales (naturales), son mediadas en el proceso de actividad y contacto social con otros seres humanos, mediante un elaborado sistema de signos. Esta mediación cambia el contenido y la estructura de las funciones y su resultado es la mente, algo específico y único de los seres humanos.

Uno de los aportes teóricos de Vygotski vinculado al desarrollo cognitivo, fue considerar que las funciones mentales humanas son de origen social. Al hacer este postulado, afrontó la dificultad de conciliarlo con el hecho de que los recién nacidos ya tienen funciones mentales. Su respuesta al problema fue la distinción entre funciones mentales superiores e inferiores.

De acuerdo con Vygotski las funciones mentales inferiores son aquellas con las que nacemos y son determinadas genéticamente, por lo que el comportamiento derivado de tales funciones es limitado. Las funciones mentales inferiores son suficientes para sobrevivir, pero en condición "animal".

Por otro lado, las funciones mentales superiores son necesarias para un desarrollo "humano" y a la vez, son adquiridas por el contacto humano, ellas nos permiten cambiar de conductas impulsivas a acciones instrumentales.

Vygotski explicaba que en el desarrollo cultural el hombre ha creado instrumentos (signos) que permiten aumentar las capacidades naturales o biológicas con que cada individuo está dotado (las funciones mentales inferiores). De manera que

el paso de lo natural (biológico) a lo humano (cultural) queda mediado por el conjunto de artificios convencionales y arbitrarios que la especie humana ha elaborado, en el transcurso de las relaciones e intercambios sociales de sus miembros ... Los signos vendrían a ser como unas «herramientas» ... A lo largo del desarrollo, cada infante adquiere estas «herramientas » para regular sus intercambios sociales con los demás, y de ser instrumentos para planificar y regular los intercambios sociales pasan a ser instrumentos para planificar y regular la propia conducta (Vila, 1985, p. 5).

Las actividades de mediación (instrumentos) que permiten la adquisición y desarrollo de las funciones mentales superiores son (Cánovas, 2009, p. 9):

- 1) Los *instrumentos psicológicos*: son los recursos para dominar los procesos mentales, tales como “la lengua, los sistemas para contar, los esquemas de símbolos algebraicos, las obras de arte, las técnicas nemotécnicas, la escritura, los esquemas, diagramas, mapas, dibujos técnicos y todo tipo de signos convencionales” (Vygotski, 1961, citado en Cánovas, 2009, p. 10).
- 2) Los *instrumentos técnicos*: son órganos artificiales cuya utilización “modifica la actividad natural de los órganos y amplía, hasta el infinito, el sistema de activación de la funciones psíquicas” (Cánovas, 2009, p. 12), por ejemplo: un libro, un juego de mesa, en la actualidad puede ser la computadora.
- 3) Los *instrumentos sociales*: las relaciones que el individuo mantiene con sus semejantes desde el nacimiento.

Esto significa que para amplificar una capacidad natural se debe aprender a utilizar los instrumentos mencionados que medien ese proceso. Para Vygotski, el aprendizaje es una condición previa al desarrollo. (Vila, 1985).

Decía Vygotski “Si cambiáramos los instrumentos de pensamiento que utiliza el niño, su mente tendría una estructura radicalmente distinta” (Vygotski, 1979, citado en Del Río, 1986, pp. 2 y 3).

Es un hecho que los avances tecnológicos y la dinámica económica cambia el tipo de instrumentos disponibles para cada generación escolar y varias veces en la vida de un individuo (Del Río, 1986). Esto resulta evidente para las nuevas generaciones que desde edades muy tempranas, han tenido a su disposición un acceso relativamente fácil a las tecnologías de la información: computadoras, internet, etcétera.

Sin embargo, bajo la concepción de Vygotski, el mero contacto con los instrumentos, no garantiza el aprendizaje. La sociedad, aquellos que rodean al niño son los que le enseñan de manera progresiva a utilizar aquellos instrumentos, de los cuales, Vygotski considera al lenguaje como el más importante (Vila, 1985). Y es que

el signo -lingüístico o sensomotor- conserva una doble función, social y representacional a la vez. En un principio, los signos tienen una naturaleza compartida, surgen de la comunicación; con posterioridad son interiorizados. Dado que en su origen eran exclusivamente sociales, siguen conservando una naturaleza cuasi-social. En las palabras (signos lingüísticos) es donde podemos observar esa doble función a la que estamos aludiendo. Cuando el niño maneja una palabra en el proceso de comunicación con el adulto, en ella predomina, sobre todo, el plano extrapsicológico; cuando se produce la interiorización del lenguaje (habla interna), la palabra adquiere así nuevas funciones psicológicas que antes eran externas. Efectivamente, el habla interna es responsable de las funciones mentales superiores, pues transforma la percepción del sujeto, transforma su memoria y permite la planificación y regulación de la acción, haciendo posible la actividad voluntaria (Ramírez, 1986, p. 2)

Es decir: “En un principio otras personas actúan sobre el niño, después el mismo entra en relación de interacción con quienes le rodean, empieza por tanto a actuar a su vez sobre los otros, finalmente, y únicamente al final, empieza a actuar sobre si mismo” (Vygotski, 1929, citado en Manacorda, 1980, p.2)

Recapitulando, para Vygotski el desarrollo de un individuo es posible mediante la interiorización de instrumentos adquiridos en intercambios sociales. Los agentes de dicho desarrollo son los que rodean al individuo (adultos o compañeros más avanzados), quienes al facilitar al aprendiz “la adquisición de un instrumento y enseñarle su uso, posibilitan su internalización y, consecuentemente, el desarrollo cualitativo de sus conductas complejas” (Vila, 1985, p. 4).

2.1.5 Vygotski y la zona de desarrollo próximo

Para Vigotsky la ayuda mutua es de suma importancia, ello equivale a la cooperación, donde la ayuda significa la intención de traspasar lo factible para hacer que lo aparentemente imposible, sea realidad. Ello se logra con el apoyo de otra persona, la que coopera en el desarrollo del sujeto que aprende.

El niño es capaz de realizar en colaboración mucho más que por sí mismo. Pero hemos de añadir que no infinitamente más, sino dentro de unos límites, estrictamente determinados por el estado de su desarrollo y de sus posibilidades intelectuales (Vygotski, 2001, p. 240).

De hecho, son las situaciones de interacción social con otros, sobre todo con un adulto o con un compañero más avanzado, las que estimulan y activan en el niño los procesos internos de desarrollo. Esta situación crea un espacio, entre lo que el sujeto ya ha adquirido y lo que puede conseguir con ayuda de otros. En este contexto, en su obra *Pensamiento y Lenguaje*, Vygotski introduce el concepto de “Zona de Desarrollo Próximo” (ZDP):

Esa divergencia entre la edad mental o el nivel de desarrollo actual, que se determina con ayuda de las tareas resueltas de forma independiente, y el nivel que alcanza el niño a resolver las tareas, no por su cuenta, sino en colaboración, es lo que determina la zona de desarrollo próximo (Vygotski, 2001, p. 239).

En otras palabras, la ZDP se define como la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. En la Ilustración 4 se presenta un esquema de la ZDP.

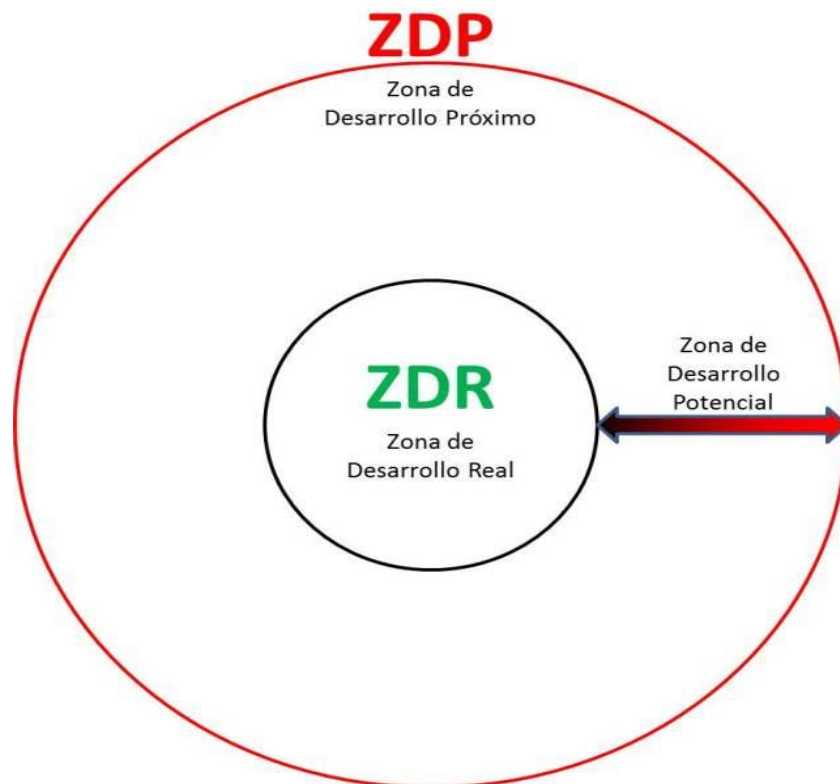


Ilustración 4 . Representación esquemática de la zona de desarrollo próximo

Vygotski señala la diferencia entre una enseñanza asistida y una no asistida, además de mostrarnos que la ZDP no es la misma para cada alumno:

Supongamos que investigo a dos niños cuando entran en la escuela, los dos con una edad cronológica de 12 años y con un desarrollo mental equivalente a 8 años de edad. ¿Puedo decir que los dos tienen la misma edad mental? Por supuesto. ¿Y qué significa esto? Significa que pueden abordar por su cuenta tareas hasta el grado de dificultad normalizado para el nivel de 8 años de edad. Si me detengo en este punto, la gente pensará que el posterior curso del desarrollo y el aprendizaje escolar de estos niños será el mismo porque depende de su intelecto. [...] Ahora imaginemos que mi estudio no finaliza aquí, sino que empieza. [...] Supongamos que nuestro [...] [que estos niños] tienen varias maneras de abordar una tarea [...] que resuelven el problema con mi ayuda. En estas circunstancias resulta que el primer niño puede resolver problemas hasta el nivel correspondiente a los 12 años de edad [y el segundo] hasta el nivel correspondiente a los 9. Entonces ¿son estos niños mentalmente iguales? Cuando se demostró por primera vez que la capacidad de niños con el mismo nivel de desarrollo mental para aprender bajo la guía de un enseñante variaba mucho, se hizo patente que esos niños no eran mentalmente iguales y que el curso posterior de su aprendizaje sería claramente diferente. Esta diferencia entre 12 y 8, o entre 9 y 8, es lo que llamamos zona de desarrollo próximo (Vygotski, 1978, citado en Daniels, 2009, p. 88)

Para Vygotski la educación debía cumplir determinados requisitos de calidad para considerarse adecuada:

La instrucción únicamente es válida cuando precede al desarrollo. Entonces despierta y engendra toda una serie de funciones que se hallaban en estado de maduración y permanecían en la zona de desarrollo próximo. En eso consiste precisamente el papel principal de la instrucción en el desarrollo. En eso se diferencia la instrucción del niño del adiestramiento de los animales. En eso se diferencia la instrucción del niño, cuyo objetivo consiste en el desarrollo multilateral, de la enseñanza de los hábitos especializados, técnicos (escribir a máquina, montar en bicicleta), que no ejercen ninguna influencia importante en el desarrollo. El aspecto formal de cada una de las asignaturas de la escuela radica en la esfera en que se realiza y se cumple la influencia de la instrucción en el desarrollo. La instrucción sería totalmente inútil si sólo pudiera utilizar lo que ya ha madurado en el desarrollo, si no constituyese ella misma una fuente de desarrollo, una fuente de aparición de algo nuevo (Vygotski, 2001, p. 243).

Es importante recordar que al niño únicamente se le puede enseñar lo que es capaz de aprender, es importante considerar su etapa de desarrollo: “Enseñarle a un niño aquello que es incapaz de aprender es tan inútil como enseñarle a hacer lo que es capaz de realizar por sí mismo” (Vygotski, 2001, p. 243).

1.6.1 La formación de conceptos científicos y su relación con los conceptos cotidianos o espontáneos

Como se dijo anteriormente, el desarrollo de un individuo es posible mediante la interiorización de instrumentos adquiridos en intercambios sociales, de los cuales, Vygotski considera al lenguaje como el más importante Y es que

se sabe desde hace mucho que la unidad del lenguaje la constituye la palabra, que la palabra expresa el objeto y en fases más complejas de desarrollo expresa un determinado concepto abstracto... Vigotski destacó lo siguiente: la palabra no se limita a señalar un objeto determinado; al mismo tiempo, *introduce el objeto en cuestión* en un sistema de conexiones y relaciones, lo analiza y lo generaliza" (Luria, 2001, p. 457)

Los experimentos realizados por Vygotski mostraron que el significado de las palabras se desarrolla, y lo lleva a caracterizar las etapas de la formación de los conceptos.

Distingue entre dos tipos de conceptos: cotidianos o empíricos y conceptos científicos. En palabras de Luria (2001, p. 460): "Los conceptos cotidianos surgen como resultado de la experiencia inmediata, individual, visual del niño, tras la cual se halla la realidad visual y palpable. Los conceptos científicos los aporta la escuela, el maestro y tras ellos no está por regla general, la experiencia visual, individual del alumno".

Dicho de otra manera: los conceptos cotidianos o espontáneos "representan la forma empírica de pensar, por las cuales el niño organiza categorialmente conjuntos de cosas basados en el «parecido de familia» o algún tipo de similitud perceptiva entre objetos... [Los conceptos científicos] son formas conceptuales que el sujeto recrea en ausencia de tales cosas cuya mejor expresión está en el plano de la definición verbal de un objeto o una clase" (Ramírez, 2001, p. IV).

En su obra *Pensamiento y Lenguaje*, Vygotski explica cómo se forman los conceptos científicos y los cotidianos, también comenta sus “fortalezas” y debilidades:

La formación de conceptos se desarrolla simultáneamente desde dos direcciones, desde lo general y lo particular [...] el desarrollo de un concepto científico empieza con la definición verbal. Como parte de un sistema organizado, esta definición verbal desciende hasta lo concreto; desciende hasta los fenómenos que el concepto representa. En cambio, el concepto cotidiano tiende a desarrollarse fuera de cualquier sistema definido; tiende a moverse hacia arriba, hacia la abstracción y generalización [...] el punto débil del concepto cotidiano estriba en su incapacidad para la abstracción, en la incapacidad del niño para operar sobre él de una manera voluntaria [...] el punto débil del concepto científico estriba en su verbalismo, en su insuficiente saturación de lo concreto (Vygotski, 1987, en Daniels, 2009, p. 83)

Consideraba al concepto científico como la última etapa del desarrollo conceptual, y es el “resultado de la influencia directa de la educación formal en el marco del desarrollo psicológico. Para alcanzar este estadio el niño se apropia de signos con significados descontextualizados susceptibles de organizarse en redes semánticas, dentro del marco de una institución social creada al efecto: la escuela” (Ramírez, 2001, p. IV).

A diferencia de lo que planteaba Piaget, en el sentido de que cada estadio del desarrollo conceptual representa la anulación del anterior, de manera que los sujetos evolucionan gradualmente alcanzando formas de racionalidad más complejas, para Vygotski:

Las diferentes formas que adopta el pensamiento verbal, muy especialmente los pseudoconceptos [conceptos cotidianos o espontáneos] y los conceptos científicos, conviven en estrecha interrelación a lo largo de toda la existencia del individuo... lo rudimentario y lo complejo conviven con todo lo que ello comporta: a veces esa convivencia es de complementariedad y a veces de conflicto (Ramírez, 2001, p. IV).

Con respecto a la enseñanza de conceptos, Vygotski señala:

La experiencia pedagógica nos enseña no menos que la investigación teórica que la enseñanza directa de los conceptos resulta de hecho imposible y pedagógicamente infructuosa. El maestro que trate de seguir ese camino por lo general no conseguirá más que una asimilación irreflexiva de palabras, un simple verbalismo, que simula e imita los correspondientes conceptos en el niño, pero que de hecho encubre un vacío. En tales casos, el niño no adquiere conceptos, sino palabras, asimila más con la memoria que con el pensamiento y se manifiesta impotente ante todo intento de emplear con sentido los conocimientos asimilados. En esencia este procedimiento de enseñanza de los conceptos es el defecto fundamental del método verbal de enseñanza, puramente escolástico, que todos condenan. Este método sustituye el dominio de los conocimientos vivos por la asimilación de esquemas verbales muertos y huecos [es decir, vacíos] (Vygotski, 2001, p. 185).

Vygotski considera que una buena educación parte de la consideración de los conceptos cotidianos. Dado que los conceptos científicos constituyen la forma puramente abstracta de razonar, y los conceptos cotidianos son la base empírica que los sustentan, “una educación escolástica, estimuladora de la reflexión y creación de conceptos científicos sin que su soporte empírico cuente para nada, es, pura y simplemente una educación verbalista” (Ramírez, 2001, p. V).

Esta propuesta es rescatada por otros autores, por ejemplo, para Davydov (1988, citado en Daniels, 2009), es importante que la enseñanza fomente el desarrollo y la interacción de conceptos cotidianos y científicos. De manera similar, Lemke (1990, citado en Daniels, 2009) resalta la importancia de ayudar a los niños a relacionar su comprensión cotidiana con los conceptos científicos.

A partir de lo expuesto anteriormente se puede apreciar que la obra de Vygotski es muy vasta, vigente, y que da pie a propuestas pedagógicas que aún hoy en día podrían considerarse revolucionarias y novedosas. En opinión de Carretero:

La recuperación de la obra de Vygotski está suponiendo para los estudios psicológicos y educativos una flexibilización de posturas y un enriquecimiento considerable, así como una fuente de hipótesis enormemente ricas y llenas de optimismo acerca de las posibilidades del ser humano cuando su entorno social es estimulante... Sin embargo, como han señalado algunos autores, sería un error tomar los planteamientos de Vygotski de manera dogmática y fuente de verdad inalterable. En primer lugar porque, Vygotski produjo su obra en condiciones difíciles que ocasionaron su falta de sistematización y, por otro, su temprana muerte y las complicadas condiciones de continuidad en que se vieron envueltos sus discípulos entorpecieron la posibilidad de realizar estudios sistemáticos que definieran con mayor precisión sus sugerentes hipótesis. Parece bastante más sensato considerar la obra vygotskiana como un punto de partida refrescante y sugerente para seguir perfeccionando nuestro conocimiento sobre el desarrollo y el aprendizaje de los seres humanos. (Carretero, 1986, p.4).

1.6.2 La propuesta de Vygotski y su ubicación en las teorías del aprendizaje

La distinción básica entre las tres grandes corrientes (conductismo, cognitivismo y constructivismo), la podemos observar, de manera esquemática en la tabla 3, de acuerdo a su concepción del conocimiento:

Tabla 3. El conocimiento según el conductismo, cognitivismo y constructivismo

Conocimiento según:		
conductismo	cognitivismo	constructivismo
Es una respuesta pasiva y automática a factores o estímulos externos que se encuentran en el ambiente	Es una representación simbólica en la mente de los individuos	Es algo que se construye, una elaboración individual relativa y cambiante, a través de un proceso de aprendizaje. Los seres humanos construyen su propia concepción de la realidad y del mundo en que viven

Del constructivismo se desprenden distintas vertientes teóricas, distintos paradigmas que difieren entre sí en la manera en que plantean los fines de la educación, la concepción del aprendizaje, y las funciones del docente y del alumno.

En las teorías con orientación social, que dan lugar al paradigma constructivista de orientación sociocultural, el máximo exponente es Vygotski y conciben al

aprendizaje como una construcción mediada de significados. En el constructivismo sociocultural

se asume que el alumno se acerca al conocimiento como aprendiz activo y participativo, constructor de significados y generador de sentido sobre lo que aprende, y que, además, el alumno no construye el conocimiento de manera aislada, sino en virtud de la mediación de otros, y en un momento y contexto cultural particulares con la orientación hacia metas definidas (Rogoff, 1993, citado en Díaz Barrioa. 2006. p. 14).

Bajo esta perspectiva el aprendizaje es “un proceso de construcción de significados compartidos que se produce en la interacción en el marco de la zona de desarrollo próximo. En este proceso, el niño interioriza los instrumentos necesarios para pensar y resolver problemas de un modo más maduro que si actuara solo. De este modo, el desarrollo individual está mediatizado por la interacción con otras personas más hábiles en el uso de instrumentos culturales” (Rosemberg, 2010, p. 40). Este apoyo de personas más hábiles recibe distintos nombres, por ejemplo, Bruner lo llama “andamiaje” y Rogoff lo llama “participación guiada” (Rosemberg, 2010).

Haciendo un breve paréntesis histórico, resulta muy interesante conocer que en otros tiempos, la enseñanza mutua, en la que alumnos más hábiles apoyan a otros no tan hábiles, llegó a ser considerada “peligrosa”:

Véase, por ejemplo, cómo reconstruye Anne Querrien lo sucedido en la discusión en Francia a propósito de adoptar, o no, un formato mutuo –no simultáneo– de enseñanza. Según Dubois-Bergeron, autor de un folleto contra la enseñanza mutua, titulado *„La verdad sobre la enseñanza mutua”*, que aparece en 1821, (...)„El mayor servicio a la sociedad sería posiblemente inaugurar *un método que hiciese la instrucción destinada a la clase inferior e indigente más difícil y larga...* Es necesario ocupar a los niños desde los 4 a los 12 años, no permitir que se forme ese vacío resultante de una formación de 20 meses... La enseñanza mutua es reprobable puesto que enseña a leer, escribir y calcular maquinalmente ...según el Consejo general de Calvados *el método mutuo tiene un sentido para los niños de las clases favorecidas ya que está destinado a ampliar su saber al máximo y tienen en consecuencia interés en aprender lo más rápidamente posible los instrumentos de base indispensables*. Pero precisamente por eso es una puerta que no debe dejarse abierta a las clases populares. Es claro que no se trataba de una perversión de un formato sino de la búsqueda de efectos más ligados a la moralización y el disciplinamiento que al desarrollo propiamente cognitivo (Baquero, 2009, p.10).

Es importante señalar que el papel del profesor es de mediador entre el alumno y el conocimiento. Su papel es el de la “orientación, promoción y guía de la actividad mental constructiva de sus alumnos, a quienes proporcionará una ayuda pedagógica ajustada a su competencia” (Coll, 2001, en Díaz Barriga, 2006, p. 15).

Díaz Barriga resume los planteamientos centrales de la concepción sociocultural como sigue:

1. No podemos considerar el conocimiento al margen del contexto y de las interacciones en que se construye. La construcción de significados es un proceso de *negociación social* entre los participantes en una actividad determinada. Por ello también puede decirse que el aprendizaje es un proceso dialógico, un proceso de negociación tanto interno como social.
2. En relación con el locus de la construcción de significados, éste no se encuentra solo en la cabeza o en la mente del que aprende... esto es posible en la medida en que participamos en *comunidades de discurso y práctica* que influyen en nuestros conocimientos, creencias y valores.
3. El conocimiento y la actividad cognitiva se encuentran distribuidos en la cultura y en la historia de su existencia, y están mediados por las herramientas que emplean.
4. Esto implica la adopción de un enfoque de *cognición distribuida*, el cual afirma que la cognición se distribuye en los individuos, se construye socialmente para lograr objetivos comunes en una cultura; va más allá del individuo, surge de la actividad compartida.
5. El aprendizaje se sitúa en un contexto determinado; depende de las oportunidades y restricciones que éste ofrece. La cognición es situada, pues el aprendizaje implica cambios en las formas de comprensión y participación de los sujetos en una actividad conjunta que ocurre en un contexto determinado. Por consiguiente, debe adoptarse un modelo de *aprendizaje y enseñanza situados*. (Díaz Barriga, 2006, pp. 17 y 18).

A continuación, se presenta la tabla 4 que permite contrastar algunos de los paradigmas educativos más representativos incluyendo al de orientación sociocultural.

Tabla 4 Comparación de diferentes paradigmas educativos.
(Tomada de Díaz Barriga, 2006, p. 16)

		PARADIGMA				
		Conductista	Humanista	Psicogenético	Cognitivo	Sociocultural
DIMENSIÓN	Alumno	<i>Sujeto</i> cuyo desempeño está condicionado externamente por las características del programa de instrucción conductual	Persona total y única, con potencial de autodeterminación y desarrollo creativo e integrado en todas las esferas.	<i>Constructor activo</i> de esquemas y estructuras operatorias; elabora interpretaciones propias de los contenidos en función de su competencia cognitiva.	<i>Procesador activo de la información</i> que posee competencia cognitiva para aprender estratégicamente y solucionar problemas.	Ser social que efectúa una apropiación o reconstrucción de saberes culturales y participa en prácticas que le permiten aculturarse y socializarse.
	Profesor	Desarrolla una serie de arreglos de contingencias de reforzamiento y control de estímulos para enseñar, ofrece modelos conductuales.	Facilitador de la capacidad potencial de autorrealización del alumno; creador de clima de confianza, colaboración y respeto.	Facilitador del aprendizaje y desarrollo; promotor de la autonomía moral e intelectual del alumno.	Organizador de la información que tiende puentes cognitivos, y funge como promotor de habilidades del pensamiento y estrategias para un aprendizaje significativo.	Agente cultural que realiza una labor de mediación entre el saber sociocultural y los procesos de apropiación de los alumnos mediante un ajuste de la ayuda pedagógica.
	Enseñanza	Arreglo adecuado de las contingencias de reforzamiento para promover un aprendizaje eficiente.	Promueve la autorrealización de los alumnos en todas las esferas de la personalidad.	Indirecta, por descubrimiento, orientada a promover la reinterpretación de las interpretaciones que los alumnos realizan sobre los contenidos escolares	Inducción de conocimiento esquemático significativo y de estrategias cognitivas: el <i>cómo</i> del aprendizaje.	Transmisión de funciones psicológicas y saberes culturales mediante interacción en la zona de desarrollo próximo.
	Aprendizaje	Cambio estable en la conducta o en la probabilidad de respuesta del alumno que adquiere un repertorio conductual.	Para ser significativo requiere ser autoiniciado, participativo, ligado a objetivos personales y experienciales	Determinado por el nivel de desarrollo cognitivo; los cambios relevantes requieren abstracción reflexiva y la inducción de conflictos cognitivos.	Determinado por conocimientos y experiencias previas; construcción significativa de representaciones y significados.	Promueve el desarrollo mediante interiorización y apropiación de representaciones y procesos; labor de construcción e interacción conjunta.

2.2 La teoría del aprendizaje situado como tendencia actual en la teoría sociocultural

Como acertadamente señala González (2010, p. 17): “La obra de Vygotsky no representó el desarrollo progresivo de un conjunto de ideas centrales únicas. Al contrario, representó un proceso contradictorio y en desarrollo, en cuyo curso aparecen diversos caminos posibles, nuevas construcciones en la psicología”.

Los caminos posvygotskianos, como los llama Daniels (2009) son muy variados, entre ellos se encuentran: la enseñanza situada, la cognición distribuida, la teoría de la actividad (que desarrolló Leontiev y posteriormente sus seguidores) y los enfoques socioculturales (como el desarrollado por Werscht sobre la acción mediada). Estas posturas no están separadas del todo porque tienden a influirse mutuamente. Cada una de ellas tiende a destacar uno o varios de los aspectos concretos del trabajo teórico de Vygotski. Sin embargo, esto no descarta que entre los defensores de dichas posturas sostengan debates y señalen sus discrepancias.

Para Frida Díaz Barriga (2006) la concepción de cognición y enseñanza situada se desprende del constructivismo sociocultural y las perspectivas conocidas como aprendizaje experiencial y enseñanza reflexiva. A continuación se describirá en qué consiste cada una de estas perspectivas.

2.2.1 Perspectiva del aprendizaje experiencial

El sustento teórico de la perspectiva del aprendizaje experiencial proviene de la obra *Experiencia y educación* de John Dewey (1859-1952). Este enfoque se conoce también como “aprender haciendo” o “aprender por la experiencia”. Dewey considera que:

La escuela es ante todo una institución social en la que puede desarrollarse una vida comunitaria que constituye el soporte de la educación. Es en esta vida comunitaria donde el niño o el joven experimentan las fuerzas formativas que lo conducen a participar activamente en la tradición cultural que le es propia, a la par que permite el desarrollo pleno de sus propias facultades. Además de constituir una preparación para la vida futura, la escuela es entendida en sí misma como un proceso vital; la vida social en la escuela deweyniana se basa en el intercambio de experiencias y en la comunicación entre los individuos. En consonancia con lo anterior, la escuela tiene que estructurarse en torno a determinadas formas de cooperación social y vida comunitaria, de forma tal que surja la autodisciplina a partir del compromiso en una tarea constructiva y con base en la propia decisión del individuo (Apel, 1979, en Díaz Barriga, 2006, p. 3)

Considera que los alumnos aprenden mejor cuando la enseñanza en el aula se relaciona con la vida de los alumnos, de tal manera les resulta menos artificial y más cercana a sus experiencias cotidianas. Es decir, en esta concepción de aprendizaje es importante establecer un fuerte vínculo entre la escuela y la vida.

Para Dewey “toda auténtica educación se efectúa mediante la experiencia, pero eso no significa que todas las experiencias sean verdaderas o igualmente educativas” (Dewey, 1938/2000, citado en Díaz Barriga, 2006, p. 3)

Brubacher sintetiza los principios educativos de Dewey:

1. *Educación democrática*: la educación debe concebirse ante todo como una gran actividad humana *en y para* la democracia, y en este sentido debe orientarse a la reconstrucción del orden social.
 2. *Educación científica*: donde Dewey destaca el papel de la formación científica de los niños y jóvenes, así como la importancia de la experimentación por medio del método científico.
 3. *Educación pragmática*: centrada en la experiencia como prueba del conocimiento mediante el hacer y experimentar en que participa el pensamiento de alto nivel, pero al mismo tiempo, dando prioridad a la experiencia cotidiana en el hogar y la comunidad.
 4. *Educación progresiva*: plantea que la experiencia educativa es una reconstrucción constante de lo que hace el niño a la luz de las experiencias que vive, y que, por ende, dicha reconstrucción es lo que permite al alumno progresar, avanzar en el conocimiento; esta idea inspiraría después otros principios educativos, como la noción del currículo en espiral. (Brubacher, 2000, en Díaz Barriga, 2006, p. 4)
-

2.2.2 Perspectiva de la enseñanza reflexiva

Esta perspectiva teórica proviene de los trabajos de Donald Schön, quien a su vez, retoma a Dewey, para enfatizar la importancia del “aprender haciendo”, de la formación *en y para* la práctica, la tutoría y la reflexión sobre la acción. Este autor señala: “lo que más necesitamos es enseñar a nuestros estudiantes a tomar decisiones en condiciones de incertidumbre, pero esto es precisamente lo que no sabemos cómo enseñar” (Schön, 1992, citado en Díaz Barriga, 2006, p. 9).

Schön considera que si se desea que los alumnos se conviertan en expertos en algo, es necesario que enfrenten problemas auténticos en escenarios reales. Además, señala que el aprendizaje del alumno requiere del diálogo entre el docente-tutor y el alumno-practicante, en las siguientes condiciones:

- a) Tiene lugar en el contexto de los intentos del practicante por intervenir en una situación real y concreta;
- b) utiliza lo mismo acciones que palabras, y
- c) depende de una reflexión en la acción recíproca. (Schön, 1992, citado en Díaz Barriga, 2006, p. 9).

Díaz Barriga (2006, p. 10) caracteriza la enseñanza reflexiva como aquella que:

- Atiende el desarrollo pleno de las capacidades de la persona (profesores y alumnos), tanto en las esferas cognitiva como afectiva, moral y social.
 - Promueve el desarrollo de capacidades que permiten un análisis crítico de los contenidos curriculares como de las situaciones prácticas que se enfrentan en torno a los mismos.
 - Desarrolla competencias individuales y sociales de razonamiento lógico, juicios ponderados y actitudes de apertura.
 - Privilegia los procesos de construcción reflexiva del conocimiento en situaciones de experiencia cotidiana por encima de la apropiación memorística y descontextualizada de éstos.
 - Presta atención especial a la comprensión de los intereses, valores y contradicciones en los contenidos y las prácticas de enseñanza, y en general a los fenómenos curriculares y educativos que afectan al profesor y sus alumnos.
-
-

2.2.3 *Perspectiva de la enseñanza situada*

Como ya se mencionó, el paradigma de la enseñanza situada tiene como referente los trabajos de Vygotski, y por supuesto de sus colegas Leontiev y Luria.

Para Díaz Barriga (2006, p. 19) “el conocimiento es situado, porque es parte y producto de la actividad, el contexto y al cultura en que se desarrolla y utiliza”. Esta autora también nos refiere que la cognición situada adopta diferentes formas según el autor, y se vincula a distintos conceptos tales como:

- ⌘ aprendizaje situado, comunidades de práctica y participación periférica legítima (términos que aparecen en las obras de Jean Lave y Ettiene Wegner);
- ⌘ aprendizaje cognitivo o aprendizaje artesanal (términos que utiliza Rogoff);
- ⌘ enseñanza recíproca (utilizado por Palincsar y Brown) construcción colaborativa del conocimiento, comunidades de aprendizaje y la alfabetización tecnológica (de los autores Scardamalia, Bereiter y Daniels)

Para Daniels (2009) uno de los textos más influyentes en el campo de la cognición situada es: *Situated Learning: Legitimal Peripheal Participation* de Lave y Wenger, quienes señalan que el aprendizaje situado se produce cuando los individuos realizan una *participación periférica legítima*, es decir, cuando participan en “comunidades de práctica”:

El aprendizaje considerado como actividad situada tiene como característica distintiva y fundamental un proceso al que llamamos participación periférica legítima. Con esto queremos destacar el hecho de que los participantes participan inevitablemente en comunidades de profesionales y que el dominio del conocimiento y de la práctica les exige que participen cada vez más plenamente en las prácticas socioculturales de una comunidad. La expresión «participación periférica legítima» proporciona una manera de hablar sobre las actividades, las identidades, los artefactos y las comunidades de conocimiento y de práctica. Se refiere al proceso por el que los participantes pasan a formar parte de una comunidad de práctica. Mediante el proceso de llegar a participar plenamente en una práctica sociocultural se activan las intenciones de aprender de una persona y se configura el significado del aprendizaje. Este proceso social incluye –y, en realidad, subsume– el aprendizaje de capacidades avanzadas (Lave y Wenger, 1991, citado en Daniels, 2009, p. 106)

Para Lave y Wenger el aprendizaje se produce en colaboración (participación periférica legítima). Además, el lenguaje juega un papel fundamental puesto que forma parte de la práctica “y es en la práctica donde aprenden las personas” (Lave y Wenger, 1991, citado en Daniels, 2009, p. 107).

Daniels (2009, p. 109) señala que en el enfoque de Lave y Wenger, “aprender es una parte de la práctica social y se centran más en la estructura de la práctica social que en la estructura de la pedagogía, la práctica pedagógica y las formas de conocimiento en el aprendizaje.”

Existen diversas críticas a los planteamientos de Lave y Wenger, entre ellas que:

- ⌘ No hacen distinción entre los tipos de aprendizaje y de cognición (como hace Vygotski cuando distingue entre el aprendizaje cotidiano y el de la escuela) (Hedegaard, 1998, citado en Daniels, 2009).
- ⌘ Olvidan que así como es relevante el contexto de la situación, también lo es el contexto de la cultura, y es que “en parte interpretamos un texto, o una situación, conectándolo con otros textos y situaciones que nuestra comunidad, o nuestra historia individual, nos han hecho considerar que son pertinentes a su significado” (Lemke, 1997, citado en Daniels, 2009, p. 109).

En el marco de la enseñanza situada, el aprendizaje

debe comprenderse como un proceso multidimensional de apropiación cultural, pues se trata de una experiencia que involucra el pensamiento, la afectividad y la acción... el aprendizaje escolar es ante todo un proceso de enculturación mediante el cual los estudiantes se integran de manera gradual en una comunidad o cultura de prácticas sociales. En esta misma dirección, se comparte la idea de que aprender y hacer son acciones inseparables. En consecuencia,.. los alumnos (aprendices o novicios) deben aprender en el contexto pertinente (Baquero, 2002, citado en Díaz Barriga, 2006, p. 19).

En esta concepción el alumno “deja de ser la unidad de análisis de la explicación psicológica... sino que se destaca las potencialidades de las situaciones educativas en que participa..., la unidad de análisis se convierte en la actividad de las personas en contextos de práctica determinados” (Díaz Barriga, 2006, p. 19).

Edna Soler (2005) considera que bajo esta perspectiva, el aprendizaje:

- ⌘ Es resultado de una actividad significativa y no de un proceso mecánico.
- ⌘ El significado se relaciona con la estructura cognoscitiva y el bagaje cultural del alumno.
- ⌘ Requiere del interés, la motivación y el compromiso del alumno.
- ⌘ Ocurre de manera más natural, porque los alumnos se encuentran más motivados y comprometidos puesto que resuelven problemas y tareas interesantes, auténticas y relacionadas con su realidad, en un contexto informal.
- ⌘ Se logra por medio de la colaboración cuando se incorporan al trabajo del aula las comunidades de aprendizaje.
- ⌘ Se considera un proceso cultural, dentro de una comunidad comprometida con el trabajo y la vida cotidiana. Se enfatiza más el aprender mismo de la comunidad que la necesidad de internalizar conocimientos por parte de los individuos.
- ⌘ Conduce a desarrollar una identificación con los miembros de la comunidad.
- ⌘ Funciona, tanto para los actores, como para la comunidad, cuya cultura se va enriqueciendo a partir de los aportes de los participantes

De manera que en esta concepción de aprendizaje, el alumno crea su experiencia cognoscitiva, situado en una cultura, y pasa de ser un observador externo (receptor), a ser un actor comprometido (Soler, 2005).

Daniels (2009) señala que en los modelos de la acción situada se tiende a destacar cómo surge la actividad a partir de una situación. Las prácticas situadas son el foco de atención (no los instrumentos, las relaciones sociales, los conocimientos o la cultura). Es decir, se analiza la actividad de las personas que actúan en contextos.

En general, los teóricos de la enseñanza situada explican que el fracaso escolar se debe a que en las escuelas se promueven conocimientos vacíos, abstractos y descontextualizados tanto de las situaciones en que se aprende como de la manera en que se utilizan en la sociedad. Por ejemplo, Brown, Collins y Duguid señalan:

Una enseñanza situada es la centrada en prácticas educativas auténticas, en contraposición a las sucedáneas, artificiales o carentes de significado. No obstante en las escuelas se privilegian las prácticas educativas sucedáneas o artificiales, donde se manifiesta una ruptura entre el saber qué... y el saber cómo..., y en donde el conocimiento se trata como neutral, ajeno, autosuficiente e independiente de las situaciones de la vida real o de las prácticas sociales de la cultura a que se pertenece (Brown, Collins y Duguid, 1989, en Díaz Barriga, 2006, p. 20).

Wardekker destaca la importancia de traer al aula situaciones de la vida real:

Si entendemos las escuelas como lugares donde se inicia a los alumnos en la participación en prácticas socioculturales, esta iniciación es mejor cuando la «práctica virtual», tal como se establece en la escuela, conserva las características esenciales de la práctica real y [...] la motivación necesaria para emprender la tarea de construir conceptos genuinos depende de poder ver para qué aprendemos y en qué prácticas podremos participar mejor (Wardekker, 1998, citado en Daniels, 2009, p. 166)

Díaz Barriga (2006) considera que las prácticas educativas auténticas producen aprendizajes significativos. Ausubel señalaba que, para que exista un aprendizaje significativo, debe existir una disposición del alumno para aprender, y el estudiante debe vincular los nuevos conocimientos con los que ya posee, así como con experiencias previas.

Es beneficioso brindar al estudiante experiencias de aprendizaje en escenarios reales (en comunidades, en centros de trabajo, en instituciones) porque permiten al alumno: “enfrentarse a fenómenos de la vida real; aplicar y transferir significativamente el conocimiento; desarrollar habilidades y construir un sentido de competencia profesional; manejar situaciones sociales y contribuir con su comunidad; vincular el pensamiento con la acción, y reflexionar acerca de valores y cuestiones éticas” (Díaz Barriga, 2006, p. 27)

Collins, Rogoff y Lave utilizan el término “aprendizaje cognitivo” inspirados en las comunidades en donde un aprendiz trabaja con un maestro artesano experto. Este enfoque propone que los estudiantes trabajen en el aula con lo que llaman “problemas auténticos” (Daniels, 2009).

Para precisar de manera más clara lo que se entiende por “problemas auténticos”, Davydov (citado en Daniels, 2009) señala que son aquellos que conducen a un aprendizaje teórico. Esto se relaciona con la discusión de la relación entre los conocimientos cotidianos y escolares, los conceptos cotidianos y científicos de los que hablaba Vygotski. Al respecto Hedegaard comenta:

La integración del conocimiento de las materias y el conocimiento cotidiano es importante para el desarrollo conceptual de los niños. El conocimiento cotidiano es una condición previa para que los niños aprendan el conocimiento de las materias, pero su desarrollo no deja de ser importante. Por el contrario, el conocimiento de las materias contribuye al desarrollo mediante su integración en la actividad cotidiana de los niños. De ese modo, el conocimiento cotidiano de los niños se puede desarrollar hasta niveles más complejos (Hedegaard, 1998, citado en Daniels, 2009, p. 166)

Con respecto a las estrategias de enseñanza-aprendizaje compatibles con la perspectiva de la enseñanza situada, Díaz Barriga (2006) destaca: el método de proyectos; el aprendizaje basado en problemas reales y análisis de casos; las prácticas situadas en escenarios reales; el aprendizaje basado en el servicio en la comunidad; y el trabajo en grupos cooperativos.

Para Edna Soler (2005), los retos del docente en esta propuesta son:

- ⌘ Desarrollar metodologías y estrategias que apoyen la actividad cooperativa de los estudiantes y reflejen la interacción compleja entre lo que ya saben y lo que están aprendiendo.
- ⌘ Asumir un papel de apoyo evitando ser impositivo, debe ser capaz de responder adecuada y oportunamente a las contingencias que se presenten en el aula.
- ⌘ Promover en los alumnos el compromiso y desafío intelectual ante la tarea a desarrollar.
- ⌘ Recrear escenarios en el aula que simulen la cultura real externa. Se recomienda traer al aula personajes y situaciones diversas, con la finalidad de simular un escenario de aprendizaje de la vida real.
- ⌘ Transferir habilidades y conocimientos entre diferentes áreas del conocimiento, por ejemplo: las matemáticas se pueden transferir o aplicar a la historia.

La perspectiva de la enseñanza situada no está exenta de críticas, por ejemplo, Bereiter señala que se puede caer en el extremo de “tratar todo conocimiento como situado y de negar o pasar por alto la posibilidad de la existencia de objetos de conocimiento” (Bereiter, 1997, citado en Daniels, 2009, p. 150)

Por otro lado, con respecto a fomentar el trabajo en comunidad, el apoyo entre compañeros, bajo la guía de un alumno experto, Jonathan Tudge y sus colegas señalan que el trabajo con los compañeros no trae consigo “beneficios indiscriminados”, por lo tanto, es necesario determinar bajo qué circunstancias esta forma de trabajo es conveniente:

- El simple hecho de emparejar a los niños, aunque aporten diferentes perspectivas a la tarea, no conduce necesariamente a un avance cognitivo. Es más probable que lo haga si el problema que hay que resolver está potencialmente a su alcance. Este «estar al alcance» está condicionado por la dificultad del problema, por la facilidad con que el «enseñante» pueda proporcionar retroalimentación y por las aptitudes del compañero.
-
-

-
-
- Plantear problemas que estén potencialmente dentro de la zona de un niño o que incorporen un desequilibrio óptimo puede ser necesario pero no suficiente para el desarrollo. Animar a compartir el objetivo de la colaboración para llegar a una solución, ofrecer apoyo para solucionar un problema y discutir estrategias se presentan como potenciales refuerzos.
 - Tener un compañero puede suponer tanto ventajas como distracciones.
 - Tener un compañero más experto es más útil que trabajar en solitario y sin la retroalimentación contingente de un enseñante adulto (Tudge y otros, 1996, citado en Daniels, 2009, p. 165)

Como se observa, la perspectiva de la enseñanza situada no está exenta de problemas para su puesta en práctica en el aula. Sin embargo, desde mi punto de vista, como profesora de matemáticas, considero que constituye una opción valiosa a tomar en cuenta para, no únicamente motivar a los alumnos y lograr que tengan una mejor actitud y disposición de trabajar, sino principalmente, para que aprendan matemáticas de manera significativa.

Finalmente, vale la pena reflexionar en lo que nos dice Baquero sobre las prácticas educativas tradicionales:

Al parecer, los componentes más "duros" del formato moderno parecen estar dados por el carácter *graduado* y *simultáneo* de la enseñanza. La gradualidad refiere a la organización de los grupos de aprendices de acuerdo a la edad y con una expectativa de progreso homogénea por año escolar. De modo que la expectativa instituida escolarmente es que la edad teórica de los sujetos coincida con su edad cronológica... No es exagerado decir que el formato asumido... generó la expectativa de que un conjunto de niños y niñas – obviamente heterogéneos- aprendan en los mismos tiempos, en todas las áreas y bajo una misma forma de enseñanza, las mismas cosas en los mismos tiempos y modos, recalquemos, institucionalmente definidos. A tal punto se ha naturalizado este formato y sistema de expectativas que buena parte de nuestras intervenciones psicoeducativas atienden a los sujetos que no se ajustan a él siendo sospechados en su "naturaleza" o "educabilidad" ... Las formas escolares no parecen, en tal sentido, acompañar o meramente estimular un desarrollo natural o espontáneo, muy por el contrario, sobre la base de aquél, proponen una fuerte ruptura, una modalidad de trabajo psicológico, con una alta regulación metacognitiva y con capacidad de revisar los logros del desarrollo cotidiano. Por otra parte, vale recordar, las prácticas escolares constituyen una suerte de Z[ona de] D[esarrollo] P[róximo] "objetiva" al decir de algunos autores (Baquero, 2009, pp. 9 y 11).

2.3 La didáctica del contenido matemático: el crecimiento y decaimiento exponencial y su enseñanza.

La escuela piagetiana desarrolló la llamada epistemología genética, que constituye la base de la epistemología constructivista y “se propone, como uno de sus objetivos, el análisis de la formación y el desarrollo del conocimiento, en particular, del conocimiento científico” (Moreno, 1996, p. 5).

En consecuencia, la descomposición genética de un concepto es una propuesta hipotética de la secuencia de construcciones mentales que describen cómo el concepto puede desarrollarse en la mente de un individuo (Vargas et al, 2011)

Para realizar la descomposición genética de la función exponencial es necesario conocer (Vargas et al, 2011):

- ⌘ La génesis y evolución histórica del concepto de función exponencial
 - ⌘ Cómo construye o entiende un alumno el concepto de función exponencial, sus concepciones previas del concepto. Los resultados de las investigaciones sobre los procesos utilizados por los estudiantes para comprenderla.
 - ⌘ Los conceptos previos necesarios para la comprensión de la función exponencial y las conexiones con otros conceptos matemáticos necesarios para la comprensión de la función exponencial.
 - ⌘ Las propuestas de situaciones y secuencias didácticas para la adquisición de la función exponencial
-
-

2.4 La historia de las matemáticas como recurso didáctico en el aula.

Diversos autores consideran que la historia de las matemáticas puede servir como recurso didáctico en el aula:

Para Irene Zapico (2006, p.3), “el conocimiento de las vidas y las obras de quienes la crearon es un estímulo. Nos interesa que los jóvenes tengan la experiencia del placer intelectual, que se obtiene asociando, integrando, relacionando y, también, sorprendiéndose y maravillándose ante las Grandes Ideas y las Grandes Obras”.

Miguel de Guzmán (1993, p.69) señala que:

deberíamos conocer a fondo el contexto histórico que enmarca estos conceptos adecuadamente. ¿Por qué razones la comunidad matemática se ocupó con ahínco en un cierto momento de este tema y lo hizo el verdadero centro de su exploración tal vez por un período de siglos? Es extraordinariamente útil tratar de mirar la situación con la que ellos se enfrentaron con la mirada perpleja con que la contemplaron inicialmente. La visión del tema que se nos brinda en muchos de nuestros libros de texto se parece en demasiadas ocasiones a una novela policíaca que aparece ya destripada desde el principio por haber comenzado contando el final. Contada de otra forma más razonable podría ser verdaderamente apasionante.

Además, considera que la enseñanza de los conceptos matemáticos debería realizarse

de una forma semejante a la que el hombre ha seguido en su creación de las ideas matemáticas...Es claro que no podemos esperar que nuestros alumnos descubran en un par de semanas lo que la humanidad elaboró tal vez a lo largo de varios siglos de trabajo intenso de mentes muy brillantes. Pero es cierto que la búsqueda con guía, sin aniquilar el placer de descubrir, es un objetivo alcanzable en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como la detección de técnicas concretas, de estrategias útiles de pensamiento en el campo en cuestión y de su transmisión a los estudiantes....La teoría, así concebida, resulta llena de sentido, plenamente motivada y mucho más fácilmente asimilable. (Miguel de Guzmán, 1993, p. 69y 70)

Por otro lado, “la exploración de la historia por parte del profesor le puede ayudar en la presentación de los temas del currículo, también a descubrir los obstáculos y dificultades que se han presentado, los errores y las falsas creencias de los propios matemáticos – lo que le ayudará a cambiar el papel de los errores en sus propios alumnos-, así como a dar la visión de la actividad matemática como una actividad humana incardinada en el contexto socio-cultural de cada época.” (Sierra, 2000, p. 96).

Algunos especialistas en didáctica de las matemáticas, consideran que para la enseñanza de un concepto es fundamental que el profesor conozca la historia y evolución de dicho concepto. Azcárate y Deulofeu (1990, p.15) nos dicen que

si el enseñante sabe cómo dicho concepto se ha ido formando hasta llegar a nuestros días, podrá evaluar mejor la dificultad intelectual que ha supuesto su adquisición para la humanidad y ello le permitirá formarse una primera idea de los obstáculos que encontrarán sus alumnos. Al mismo tiempo este conocimiento le permitirá adquirir una visión mucho más amplia que la obtenida a través del estudio de las teorías modernas o de las últimas definiciones, a las cuales se ha llegado después de un largo camino y cuya simple reproducción en niveles inferiores suele conducir a graves errores epistemológicos y didácticos.

Es por eso que a continuación, se presenta una breve revisión histórica de la evolución del concepto de función, en el entendido de que “si bien la historia no es directamente didáctica, ya que no se trata de enseñar la historia de un concepto ni tampoco de un periodo determinado, sí que constituye un instrumento básico para el enseñante y en muchos casos supone un conocimiento imprescindible para la elaboración de una didáctica determinada (Azcárate y Deulofeu,1990, p.16)

2.4.1 La génesis y evolución histórica del concepto de función exponencial

En este apartado, se presentan los antecedentes históricos que permitieron arribar al concepto de función exponencial. Se observará que la historia de la función exponencial tiene un origen compartido con la función logarítmica, de hecho, el concepto de logaritmo es el que surge primero.

Vargas et al (2011) nos dicen: que hay varias etapas relacionadas con el desarrollo del concepto de función exponencial.

- I. Vinculación del concepto de potencia con la geometría (área y volumen) y la numeración (Arquímedes desarrolló la notación de potencias para números grandes).
 - II. Aparición de exponentes negativos. Se establecen relaciones entre las progresiones aritméticas con las geométricas. Aparece por primera vez la palabra exponente. Stifel (1487-1567).
 - III. Consolidación de la naturaleza de los exponentes. Ruptura con la tradición griega. Descartes no sólo relaciona a x^2 y x^3 como un área y el volumen sino los considera como segmentos.
 - IV. Conceptualización de los denominados exponentes continuos. Se continúa con el estudio de curvas, la necesidad de homogeneidad en las operaciones entre monomios y la ampliación de índices (exponentes) fraccionarios y negativos, trabajos de John Wallis (1606-1703),
 - V. Finalmente, ya que existe la definición de función, Leonard Euler (1707-1783) define la función exponencial y la incluye dentro de las llamadas funciones trascendentes.”
-
-

A continuación, se presenta de manera general un esbozo histórico de dichas etapas.

Miguel Lara (1991, p. 76) señala que en la antigua Grecia, la matemática “se vio obligada a geometrizar su aritmética y su álgebra incipiente pues, de otra manera, ¿cómo podría estudiarse el área de un rectángulo cuyos lados no fueran conmensurables?”.

Por esta razón, los segmentos de recta eran los elementos básicos del álgebra geométrica. Con base en ellos se definían todas las operaciones:

La suma se interpretaba como la adición de segmentos, la diferencia como la eliminación de una parte del segmento igual al segmento sustrayendo. La multiplicación de segmentos condujo a la construcción de una representación bidimensional y el producto de los segmentos a y b se consideraba un rectángulo con lados a y b . el producto de tres segmentos daba un paralelepípedo, y el producto de un número mayor de factores en el álgebra geométrica no podía considerarse (Ríbnikov, 1991, p. 54).

Los griegos tenían una escritura rudimentaria tanto de números como de signos matemáticos. Esto representaba un gran obstáculo para realizar operaciones de cálculo. Además, contaban con una colección de números limitada, por lo que no podían efectuar operaciones que representaran números grandes (Ríbnikov, 1991).

Sin embargo, este problema se solucionó gracias al trabajo de Arquímedes (287-212 a.C.) quien fue capaz de manejar cantidades muy grandes. En una carta que aparece en su obra *El Arenario* se muestra que puede escribir un número mayor que el número de granos de arena requeridos para llenar el universo (Lara, 1991).

En dicha obra Arquímedes construye un sistema de números, según el principio decimal, que puede prolongarse tanto como se quiera y permite contar un número finito de objetos. En este sistema:

las unidades (mónadas), las decenas (décadas), las centenas (hécadas), los miles (kilíadas), las decenas de miles (miríadas), etc. La miríada después se consideraba como base del cálculo hasta el número de miríada de miríadas (10^8). Los números desde el 1 hasta el 10^8 constituyen la primera octava (de la palabra octo, ocho) y los números que entraron en ella se denominaban primarios. Después sigue: la segunda octava ($10^8 - 10^{8 \cdot 2}$), la tercera ($10^{8 \cdot 2} - 10^{8 \cdot 3}$), etc., hasta la octava de los números octádicos ($10^{8 \cdot 10^8}$), los cuales cierran el primer período. Ello constituye la unidad de partida del segundo período. La octava de las unidades de este período ($10^{8 \cdot 10^8 + 8}$) será la unidad de los segundos números del segundo período, etc. Luego siguen las unidades de los números del tercer período ($10^{2 \cdot 8 \cdot 10^8}$), cuarto ($10^{3 \cdot 8 \cdot 10^8}$), etc. hasta la octava de los números octádicos del octavo período ($10^{10^2 \cdot 8 \cdot 10^8}$) (Ríbnikov, 1991, p.96).

Al hacer sus cálculos determinó que el número de granos de arena que llena el universo “no es mayor que 10^{63} o mil (10^3) miríadas (10^4) de los números octavos ($10^{7 \cdot 8}$) tomados del primer período” (Ríbnikov, 1991, p. 96)

En el siglo XIV, Nicolás Oresme (1328-1382), en su obra *Algorismus proportionum*, generaliza el concepto de potencia e introduce por primera vez los exponentes fraccionarios. Además estableció las reglas de operaciones con los exponentes y utilizó una notación especial, con la cual se anticipó a la idea de logaritmo (Ríbnikov, 1991) (Prieto, 1991).

Por ejemplo (Ríbnikov, 1991, p.122):

$$\boxed{\frac{1 \cdot p}{2 \cdot 27}} = 27^{\frac{1}{2}}, \quad \boxed{\frac{1 \cdot p}{3 \cdot 3}} = 3^{\frac{1}{3}}, \quad \boxed{\frac{2 \cdot p}{3 \cdot 8}} = 8^{\frac{2}{3}}, \quad \text{etc.}$$

A finales del siglo XV, el bachiller de la Universidad de París, Nicolás Chuquet, escribió en 1484 su obra *Triparty en la science des nombres*. En ella (Prieto, 1991, p. 112):

llamaba millón a 10^6 , billón a 10^{12} , trillón a 10^{18} , cuatrillón a 10^{24} , etc. , hasta nonillón = 10^{54} . Escribe los números grandes con sus cifras separadas, en grupos de seis en seis, por medio de comillas

745324'804300'700023'654321

Propuso también una nueva notación algebraica (Ríbnikov, 1991, p. 123):

En este simbolismo no hay aún un símbolo especial para la incógnita y la mayoría de los símbolos están formados mediante las abreviaturas de palabras (álgebra simbólica sincopada). Por ejemplo: $5^3\bar{m}$ designa $5x^{-3}$ (\bar{m} es la abreviatura de la palabra minus), y en general $a^k\bar{m}$ designa ax^{-k} . Como símbolo de la raíz se tiene (\bar{R}_x de la palabra radix, esto es, raíz), como símbolo de suma, \bar{p} . Así que la expresión $\sqrt[4]{24 + \sqrt{37}} - 20x^{-2}$, tomada al azar en la simbología de Chuquet tendría la forma

$$\bar{R}_x^4 24 \bar{p} \bar{R}_x^2 37 \bar{m} 20^2 \bar{m}$$

En esta época, a finales del siglo XV, tanto Chuquet (en Francia) como Luca Pacioli (en Italia) colocaron paralelas las sucesiones:

0	1	2	3	4	5	...
1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	...

Y establecieron una ley (Wusing, 1998, p. 109)

Según la cual el producto de dos términos de la sucesión inferior resulta ser un nuevo término de esta sucesión que se corresponde con la suma de los dos términos de la sucesión superior relacionados con los dos de partida.

Por ejemplo, si se multiplican los términos de la sucesión inferior a^2 y a^3 , se obtiene: $(a^2)(a^3) = a^{2+3} = a^5$, en donde a^5 resulta ser un término de la sucesión inferior. Ahora bien, se puede observar que a^2 y a^3 corresponden a los términos de la sucesión superior 2 y 3, respectivamente. Sumando estos términos se tiene: $2 + 3 = 5$, en donde 5 es un término de la sucesión superior. Se puede apreciar que la ley anterior se cumple ya que a^5 se corresponde con 5.

Chuquet además de trabajar con exponentes fraccionarios, introdujo los exponentes negativos y el cero. Con respecto al significado del número cero de la tabla anterior:

Chuquet explica que cada número puede considerarse como cantidad estricta, y así para indicarlo, se puede añadir un cero en la parte superior del número, como por ejemplo 12^0 , 13^0 para indicar 12 o 13. Pero cada número puede considerarse como número primero de una cantidad continua, también dicho número lineal, indicando así: 12^1 , 13^1 , K o bien número superficial cuadrado: 12^2 , 13^2 , K y así sucesivamente hasta el orden que se quiera (12^0 quiere decir doce; 12^1 indica $12x$; 12^2 significa $12x^2$, ...) (Paradís, 1993, citado en Farfán, y Martínez, 2001, p. 537)

A mediados del siglo XVI, en 1544, apareció la obra de un matemático alemán, Miguel Stifel, *Arithmetica integra*, en donde también relaciona una progresión aritmética con una geométrica (Prieto, 1991) (Klein, 1945):

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64

Klein (1945, p. 217) destaca que constituye la primera tabla de logaritmos que existe: “contiene solamente los números enteros desde -3 hasta 6, como exponentes, colocados al lado de las correspondientes potencias de 2, desde $\frac{1}{8}$ hasta 64”.

Al igual que Chuquet y Pacioli, Stifel señala que la “multiplicación de dos términos de la progresión geométrica produce un término, cuyo exponente es la suma de los términos correspondientes en la progresión aritmética, y la división de dos términos de la progresión geométrica produce un término, cuyo exponente es la diferencia de los correspondientes términos en la progresión aritmética” (González, y Vargas, 2007, p. 131). Se puede apreciar que se establece con ello las reglas de producto y división de potencias.

En opinión de Wusing (1998), Stifel hace una afirmación que muestra que comprendió la esencia del cálculo logarítmico:

La adición en la sucesión aritmética se corresponde con la multiplicación en la geométrica, igualmente la substracción en aquélla con la división en ésta. La multiplicación simple en la progresión aritmética se convierte en multiplicación en sí, es decir, potenciación, en la geométrica. La división en la progresión aritmética se relaciona con la radicación en la progresión geométrica, de igual modo que la división en mitades lo hace con la obtención de la raíz cuadrada (Stifel, 1544, citado en Wusing, 1998, p. 109).

En conclusión, la noción de exponente cero y negativo surge de la relación entre la progresión geométrica y la progresión aritmética. Si se observa la siguiente tabla, se observa que el valor que debe tomar A para que la progresión aritmética se conserve es cero, con ese valor, la permanencia de la progresión aritmética estaba asegurada (Farfán, y Martínez, 2001):

A	1	2	3	4	5	6
1	2	4	8	16	32	64

Para utilizar estas ideas, y con la finalidad de reducir las operaciones, era necesario elaborar tablas “en donde se compararan las sucesiones de potencias de los números con la sucesión de sus exponentes” (Ríbnikov, 1991, p. 141). Sin embargo, para construir unas *verdaderas* tablas de logaritmos se necesitaba contar con el apoyo de las fracciones decimales, mismas que se conocieron después del año de 1600 (Klein, 1945).

Las primeras tablas que se conocen aparecieron en 1614 con el título *Mirifici logarithmorum canonis description (Una descripción de la maravillosa regla de los logaritmos)*, cuyo autor es John Napier (o Neper, en algunos textos), que vivió en los años 1550-1617 en Escocia (Mankiewicz, 2000).

De manera paralela a Neper, el suizo Justo Bürgi (1522-1632), también elaboró unas tablas de logaritmos. Se estima que empleó cerca de ocho años en terminarlas, y aparecieron en 1620 con el título *Tablas de progresiones aritméticas y geométricas* (Mankiewicz, 2000), (Ríbnikov, 1991) (Prieto, 1991).

Klein (1945, p. 218) compara los procesos mentales de Neper y Bürgi para la construcción de sus tablas:

Ambos parten de los valores de $x = b^y$ correspondientes a *valores enteros de y*; y los disponen de modo que las diferencias entre los valores sucesivos de los números x sean los menores posible, para lograr en la mayor medida el fin de hacer corresponder a cada número x un logaritmo, ... dando a y los valores fraccionarios de que antes se habló. Neper y Bürgi eluden todas las dificultades que siguiendo este camino se presentan y llevan a feliz término su obra con la intuición del genio, mediante *la sencilla y feliz idea de elegir la base b muy próxima a la unidad, con lo cual se logra, en efecto, que las sucesivas potencias de b difieran muy poco entre sí*. Bürgi tomó el valor de $b = 1,0001$, mientras Neper utiliza un valor *menor* que la unidad, el $b = 1 - 0,0000001 = 0,9999999$, por consiguiente más próximo todavía a la unidad que el de Bürgi.

En la construcción de su tabla, Bürgi quería evitar encontrarse en lo posible con fracciones, por lo cual introdujo un factor $a = 10^8$. Los valores de la progresión geométrica obtenida $g_k = 10^8(1.0001)^k$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) los colocó en correspondencia con los términos de la progresión geométrica: 0, 10, 20, 30, ...
Obtuvo dos series de valores (Ríbnikov, 1991):

y_n	10^8	$10^8(1.0001)$	$10^8(1.0001)^2$	$10^8(1.0001)^3$...
x_n	0	10	20	30	...

Lo cual puede describirse como:

y_n	10^8	$10^8(1 + 10^{-4})$	$10^8(1 + 10^{-4})^2$	$10^8(1 + 10^{-4})^3$...
x_n	0	10	20	30	...

A los términos x_n de la serie aritmética, Bürgi los llamaba números rojos y a los de la serie geométrica, y_n , los llamaba números negros porque fueron impresos en tinta roja y negra, respectivamente. De manera que los números rojos eran los logaritmos de los negros divididos entre 10^8 con base $(1.0001)^{10000} = (1 + 10^{-4})^{10000} = (1 + \frac{1}{10^4})^{10^4} = 2.718146$, que corresponde a las primeras cifras del número e (Klein, 1945) (Ríbnikov, 1991).

En realidad, el término *logaritmo* lo utilizó por primera vez Neper, es resultado de la conjunción de los términos griegos *logos* (razón o relación) y *arithmos* (número), lo cual viene a significar más o menos “números de relación”. Con esto quería destacar que los logaritmos son números auxiliares que miden las relaciones entre los números correspondientes (Mankiewicz, 2000), (Ríbnikov, 1991).

Wusing (1998, p 110) destaca que con sus tablas, Neper pretendía “simplificar los cálculos trigonométricos, contienen los logaritmos con siete cifras decimales de las funciones circulares seno y coseno, así como de sus diferencias, es decir, los logaritmos de la tangente circular, medida de minuto en minuto”. Esto se explica porque Neper tenía un gran interés en la astronomía y la navegación (Mankiewicz, 2000).

Finalmente, quien dio lugar a los logaritmos decimales fue Henry Briggs (1561-1630) quien, acordó con Neper que $\log 10 = 1$. Briggs elaboró tablas de logaritmos con 14 cifras decimales, que posteriormente fueron completadas y mejoradas por otros autores (Wusing, 1998).

Hacia 1650, William Oughtred (1574-1660) enunció las siguientes propiedades de los logaritmos (González, y Vargas, 2007):

$$\log(mn) = \log(m) + \log(n) , \quad \log\left(\frac{m}{n}\right) = \log(m) - \log(n) , \quad \log(x^n) = n\log(x)$$

En 1494, Luca Pacioli publicó su obra *Summa de arithmetica, geométrica, proportioni et proportionalita*, que es considerado el primer libro de álgebra. A la incógnita de la ecuación le llamó *cosa*, en latín. Richard Mankiewicz (2000) nos explica que el *arte cósmico* se desarrolló con rapidez, gracias a varias obras que aparecieron como *Die Coss* de Adam Riese publicada en 1524. En este periodo ya aparecían varios de los signos que se utilizan en la actualidad, tales como los signos +, -, =. Sin embargo, había muchos problemas sin resolver. Una de las mayores preocupaciones era el significado de las potencias mayores que tres.

Como ya se mencionó, los griegos habían conceptualizado el producto de dos cifras como un área, y el producto de tres números como un volumen. De manera que el resultado de elevar un número a la potencia dos era equivalente al área de un cuadrado, mientras que el resultado de elevar un número a la potencia tres, era equivalente al volumen de un cubo. Por esta razón, las potencias mayores que tres carecían de significado físico.

A mediados del siglo XVI, Robert Recorde se vio obligado a dar una tosca justificación para el uso de las potencias superiores, apelando al hecho de que el área de un cuadrado cuyos lados son, al mismo tiempo, números al cuadrado es efectivamente un número que parte de la cuarta potencia, de ahí el término «cuadrado del cuadrado» (Mankiewicz, 2000, p. 82)

La solución a este y otros problemas la dio Rene Descartes (1596-1650) en su obra *La Géométrie*, que era un apéndice de su famosa obra *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la verité dans les sciences*, conocida en español como *El discurso del método*. El propósito de su obra *La Géométrie* fue establecer una base geométrica para la resolución de problemas algebraicos (Mankiewicz, 2000).

Cualquier problema en geometría pueden reducirse fácilmente a términos tales que un conocimiento de las longitudes de ciertas líneas rectas es suficiente para su construcción. Como la aritmética consiste en sólo cuatro o cinco operaciones, a saber, suma, resta, multiplicación, división y la extracción de raíces, que puede considerarse como una especie de división, de manera que, en la geometría, para encontrar líneas requeridas es meramente necesario sumar o restar otras líneas; o de otra forma, tomando una línea que llamaré unidad para relacionarla tanto como se pueda a números, y que, en general, puede escogerse arbitrariamente, y habiendo dado dos líneas más, encontrar una cuarta que será a una de las líneas dadas como la otra es a la unidad (que es lo mismo que la multiplicación); o bien, encontrar una cuarta línea que sea como la unidad es a la otra (lo que es equivalente a la división); o, finalmente, encontrar una, dos o varias medias proporcionales entre la unidad y alguna otra línea (que es lo mismo que extraer la raíz cuadrada, la raíz cúbica, etc., de la línea dada). Y no he de dudar en introducir estos términos aritméticos en la geometría, en bien de la mayor claridad. (Descartes, 1637/1997), p. 13).

Descartes define la multiplicación como sigue:

Por ejemplo, tómesese AB como unidad, y sea requerida para multiplicar BD por BC. Sólo tengo que unir los puntos A y C, y trazar DE paralela a CA; entonces BE es el producto de BD y BC (Descartes, 1637/1997, p. 13).

Esto se muestra en la Ilustración 5.

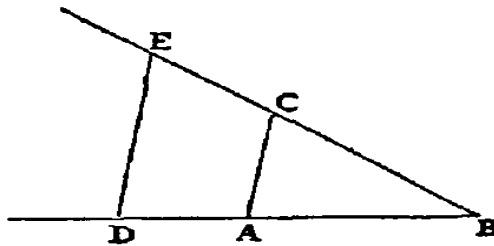


Ilustración 5 La multiplicación según Descartes.
Imagen tomada de (Descartes, 1637/1997, p. 13).

Lo novedoso es que estos segmentos geométricos representan valores numéricos que con la antigua geometría, carecían de sentido. Descartes rompió con la tradición de muchos siglos de tratar las potencias como números y no como objetos geométricos. Es decir, b^2 y b^3 dejaban de ser áreas y volúmenes,

expresiones como b^4 , b^5 , etc. comenzaban a tener sentido. “Esto liberaba a álgebra de la obligación de la homogeneidad dimensional... Este cambio resultó tan poderoso que en las matemáticas ya no se volvió a pensar en x^2 como un cuadrado real” (Mankiewicz, 2000, p. 84).

Descartes fue el primero en utilizar exponentes enteros positivos escritos como subíndices. Consideraba a los exponentes como un índice para una multiplicación repetida, es decir, en lugar de escribir $xxxx$, escribía x^4 (Dennis, y Confrey, 2000). A Descartes se debe también el acuerdo, todavía en uso, de representar las incógnitas del álgebra las últimas letras del alfabeto y los coeficientes con las primeras (Wusing, 1998).

En el siglo XVII, con la introducción de la geometría analítica y del cálculo infinitesimal, se comenzó a trabajar en la resolución de problemas de distinta naturaleza, tales como (Wusing, 1998) (De Lorenzo, 1994):

- ⌘ Problemas de mecánica relacionados con el movimiento: caída libre, movimiento de los planetas, etc.

- ⌘ Problemas geométricos ligados a la mecánica: cálculo de áreas y volúmenes, determinación de centros de gravedad, etc.

- ⌘ Problemas estrictamente geométricos: estudio de curvas, superficies, sólidos, encontrar la tangente a una curva, hallar los máximos y mínimos de una curva, calcular cuadraturas (el área que encierra una curva si es cerrada, o el área que se origina con la intersección con otra curva dada)

En este periodo encontramos el origen de la teoría de las series infinitas a través del problema de las cuadraturas. El inglés John Wallis (1616-1703) había resuelto por inducción el problema de la cuadratura (el área bajo la curva) de toda función

del tipo $y = x^m$, con $m \neq -1$, es decir m puede ser cualquier racional o irracional a excepción de -1 . Encontró lo que podemos escribir

$$\int_0^1 x^m dx = \frac{1}{m+1}, \text{ para todo } m \neq -1$$

Sin embargo, el caso donde $m = -1$, no tuvo solución hasta que se encontró la relación con la función logarítmica (Wusing, 1998). A Wallis se debe también la introducción del símbolo ∞ para representar el infinito, mismo que se utiliza en la actualidad (Wusing, 1998).

Se considera también que la obra de Wallis fue en gran medida, responsable de la aceptación de exponentes fraccionarios. Para comprender su aportación hay que tomar en cuenta que a finales del siglo XVI, se sabía que las curvas del tipo $y = kx^n$, donde n es un número natural, cumplían con la propiedad de “razón característica”. Por ejemplo, la curva $y = x^2$ tiene como razón característica $\frac{1}{3}$. Esto se muestra en la Ilustración 6, al observar que si se toma un punto C de la curva, el área de AECBA guarda una proporción de 1: 3 con el área de ABCD, por lo que el área AECBA es la mitad del área AECDA (Cantoral, et al, 2006).

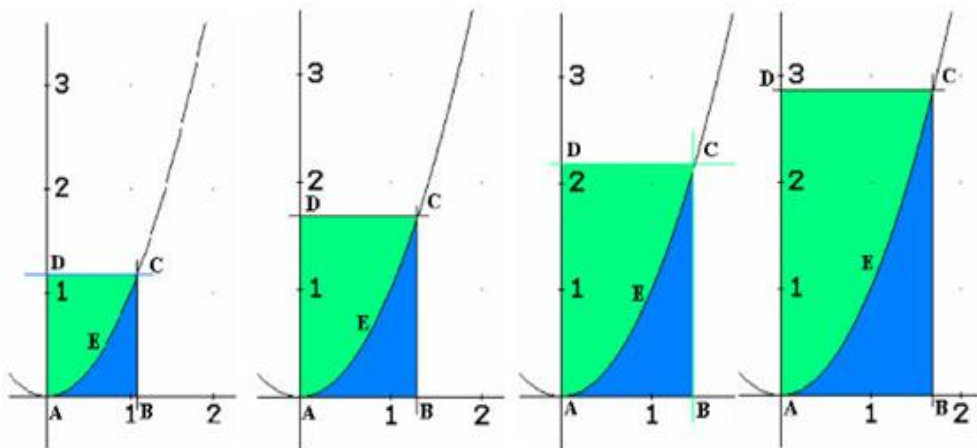


Ilustración 6. Razón característica de la curva $y = x^2$. Imagen tomada de Cantoral et al (2006, p. 97)

Dennis y Confrey (2000) dan cuenta de las aportaciones que realizó Wallis:

Fermat, Roberval, Cavalieri y Pascal, habían hecho esta declaración acerca de que cuando k es un entero positivo, el área bajo la curva $y = x^k$ guardaba una proporción de $\frac{1}{k+1}$ respecto al rectángulo que lo contiene... Pascal había dado una prueba de inducción formal para este resultado. Wallis, sin embargo, asegura que si definimos el índice de \sqrt{x} como $1/2$, la afirmación sigue siendo verdadera, debido a que el área bajo la curva $y = \sqrt{x}$ es el complemento del área bajo $y = x^2$... debe tener una razón característica de

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1}$$

Lo mismo puede verse para $y = \sqrt[3]{x}$, cuya razón característica debe ser

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{\frac{1}{3} + 1}$$

Fue esta coordinación de dos representaciones separadas lo que dio a Wallis la confianza de afirmar que el índice apropiado de $y = \sqrt[q]{x^p}$ debe ser p/q y que la razón característica debe ser

$$\frac{1}{\frac{p}{q} + 1}$$

Wallis continuó afirmando que esto era cierto incluso cuando el índice es irracional. Analizó un ejemplo así, cuando el índice es igual a $\sqrt{3}$ (Dennis, y Confrey, 2000, p. 18 y 19).

De manera que en el desarrollo histórico de la aceptación de exponentes no naturales hubo dos formulaciones (Cantoral et al, 2006):

- ⊗ Una realizada en el contexto algebraico, para preservar la progresión aritmética en la relación de las dos progresiones aritmética y geométrica, que establecieron Chuquet y Stifel.
 - ⊗ Otra realizada en el contexto algebraico-gráfico, en el estudio de las cuadraturas de las curvas.
-
-

Lord William Brouncker (1620-1684) fue colaborador de Wallis en la resolución de algunos problemas matemáticos (Prieto, 1991). En 1668 obtuvo un desarrollo en serie cuando intentaba calcular la cuadratura de la hipérbola $xy = 1$, la cual, en términos actuales se escribe como sigue:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} = \ln 2 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots$$

En 1668 apareció la obra más celebre del inglés Nicolaus Mercator (1620-1687), titulada *Logarithmotechnica* en la que relaciona la cuadratura de la hipérbola con el logaritmo (Prieto, 1991).

Puesto que la fórmula general de integración $\int_0^x x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1}$ falla para $m = -1$, Mercator parte del integrando $\frac{1}{1+x}$ y obtiene mediante la aplicación formal de las reglas de división algebraica

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 + \dots$$

Luego recurre a la integración de las parábolas, y sin dudar lo más mínimo, integra la serie infinita:

$$\int_0^x \frac{1}{1+x} dx = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

Obteniendo así el desarrollo en serie de $\ln(1+x)$ (Wusing, 1998, p. 164-165).

Mercator llamó por primera vez “logaritmos naturales” o “logaritmos hiperbólicos” a los valores que se obtenían a partir de la serie anterior (Klein, 1945) (González, y Vargas, 2007).

En 1668 se publicó un trabajo del jesuita Gregory de Saint Vincent (1584-1667) en el que abordaba la cuadratura del círculo y de la hipérbola. En su obra aparecen por primera vez los términos “divergente” y “convergente”, los cuales provienen de

la palabra en latín, *vergere*, que significa acercarse (Wusing, 1998). Es el primero en afirmar que una serie infinita representa una magnitud (De Lorenzo, 1994).

Además Gregory de Saint Vincent probó que si las abscisas crecen geoméricamente el área bajo la curva crece aritméticamente. Lo que en notación actual representamos como (Bagazgoitia, 2007):

$$\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln(b) - \ln(a)$$

Por consiguiente, los trabajos de Wallis, Brouncker y Mercator permitieron concluir que el área bajo la hipérbola $xy = 1$ venía dada por el logaritmo.

González y Vargas (2007, p. 140) hacen hincapié en que las funciones que se estudiaron a lo largo del siglo XVII “fueron primero examinadas como curvas, antes de que el concepto de función estuviera totalmente terminado”.

La palabra “*función* (del latín *functio*; *fungor*, *functus sum* significa algo así como *llevar a cabo, cumplir con una obligación*)” (Wusing, 1998, p. 167), entendida como la correspondencia entre una variable dependiente y otra independiente, la utilizó por primera vez el alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), en un manuscrito de 1673, para referirse a los distintos aspectos de una curva (Barradas, s/f).

La obra de Leibniz rompió con la tradición de siglos de diferenciar entre curvas geométricas (o de expresión algebraica) y las mecánicas (las generadas por el movimiento de mecanismos articulados, como la espiral de Arquímedes). El distingue entre curvas racionales y trascendentes. Las curvas racionales son las geométricas, puesto que los exponentes (aunque estén expresados con letras) están bien definidos, como en el caso de las parábolas en particular, y los polinomios en general (De Lorenzo, 1994).

Pero si se pone una expresión como

$$x^x + x = 30$$

y se pide el valor de x , entonces esta expresión –que numéricamente se satisface para el natural $n = 3$ - ya no puede considerarse racional porque no es de grado definido o determinado, con lo cual el problema de hallar la x correspondiente deja de ser un problema lineal, plano, sólido, supersólido... Es un problema trascendente porque no hay grado que no sobrepase... Si los métodos cartesianos son impotentes para resolver ciertos problemas, no por ello hay que eliminar dichos problemas, sino ampliar los métodos o transformarlos. Así una cuestión como

$$\text{« Sea } c^x = ab^{x-1}, \text{ calcular } x \text{ »}$$

es imposible de resolver por los procedimientos cartesianos, estrictamente algebraicos; pero no deja de ser matemático. Que además tiene solución, basta tomar logaritmos para obtener el valor de x , que es

$$x = \frac{La - Lb}{Lc - Lb}$$

... No sólo trata con problemas racionales... sino con problemas y curvas que son trascendentes, es decir, que no son de grado determinado – y con cuadraturas, por tanto, indefinidas- porque el mismo es desconocido. Estas últimas, sin embargo, son curvas perfectamente determinables mediante su expresión por ecuaciones y generables de modo continuo (De Lorenzo, 1994, p. XLV).

La exponencial comenzó a ser considerada como función hacia finales del siglo XVII. Esto implicaba la extensión de valores para el exponente (la aparición de exponente irracionales se justificaría hasta el siglo XIX). Además se determinó que la función exponencial era la inversa de la función logarítmica (Bagazgoitia, 2007).

Collette (1993) señala que entre los años de 1712 y 1713, hubo un intercambio de correspondencia entre Leibniz y Johann Bernoulli. En ella sostienen una controversia sobre la existencia de los logaritmos de los números negativos e imaginarios. En opinión de Leibniz el logaritmo de un número negativo no existe o es imaginario; mientras que Bernoulli consideraba que era un número real, y que además $\log(-n) = \log(n)$.

Fue el suizo Leonhard Euler (1707-1783) quien cerró en 1749 el debate afirmando que (Collette, 1993) (Bagazgoitia, 2007):

⊘ Para cada número real hay un número infinito de logaritmos, ya que

$$e^{i(\theta \pm 2k\pi)} = \cos\theta + i\sin\theta$$

⊘ Para cada número real positivo existe una infinidad de logaritmos de los cuales sólo uno es real y los demás imaginarios.

⊘ En el caso de los números negativos y complejos todos los logaritmos son imaginarios, al establecer que $\ln(-1) = i\pi$ (a partir de la relación $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$, donde $e^{i\theta} = -1$)

Euler introdujo muchas de las notaciones matemáticas que se utilizan en la actualidad, por ejemplo:

"e" para representar la base de los logaritmos naturales...; la consagración definitiva del uso de la letra griega π para representar la razón de la longitud de la circunferencia a su diámetro se debe en buena parte a él, aunque ya se había utilizado el año antes de su nacimiento; el símbolo i para $\sqrt{-1}$... Los tres símbolos, e , π , i se relacionan con los dos enteros 0 y 1, por medio de la famosa igualdad $e^{\pi i} + 1 = 0$ en la que figuran los cinco números más importantes de toda la matemática... Euler también introdujo el uso de la letra f y del paréntesis para denotar una función...; los signos modernos para las funciones trigonométricas...; la notación $\sum n$ para la suma de los divisores de un número n ...; las notaciones para las diferencias finitas Δ y Δ^2 , ... y para la suma Σ (Rodríguez, 1992, pp. 22 y 23).

En su obra *Introductio in Analysi Infinitorum*, Euler definió así a los logaritmos: afirmó que si $a > 1$, el logaritmo de x en base a , es el exponente z tal que $a^z = x$. Con esto, Euler presentó por primera vez al logaritmo como un exponente y además "se muestran las funciones exponencial y logarítmica, no sólo como operaciones inversas, sino como (el germen de) funciones inversas" (Cantoral, y Farfán, 2004, p. 103).

Euler definió la función exponencial como $e^x = \left(1 + \frac{x}{i}\right)^i$ que en nuestra notación actual significa $e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, de donde se obtiene el número e a partir de esta expresión $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. También determinó que el logaritmo era una función (Tellechea, 2003).

Bagazgoitia (2007) señala que para una comprensión completa de las funciones logarítmica y exponencial habría que esperar a Gauss y Cauchy, en el siglo XIX, quienes dieron origen a la teoría de funciones de variable compleja.

Finalmente, con respecto a la evolución del concepto de función, se pueden mencionar los siguientes aspectos relevantes:

- ⌘ La primera definición explícita de función como una expresión analítica, publicada en 1718, se debe a Johann Bernoulli, cuya notación no perduró, correspondiendo a Euler la notación $f(x)$ utilizada a hasta nuestros días (Azcárate, y Deulofeu, 1990).

 - ⌘ Euler organizó su obra *Introductio in analysis infinitorum* de 1748, alrededor del concepto de función (Hitt, 1996). En esta obra señala: “Una función de una cantidad variables es una expresión analítica compuesta arbitrariamente de aquella cantidad variable y números constantes” (Madrid, Grether, y López, 1982, p.18). Es decir es una expresión que contiene elementos como potencias, logaritmos, funciones trigonométricas, etc. Sin embargo, esta definición no es lo suficientemente precisa y Euler no estableció cuál es el modelo “analítico” que permite obtener el valor de la función.

 - ⌘ En el siglo XIX, Lagrange restringe de nuevo el concepto de función al limitarlo a las llamadas funciones analíticas que están definidas por series de potencias. En 1837, Fourier, definió una función como sigue: “si una variable y está
-
-

relacionada con otra variable x , de tal manera que siempre que se atribuya un valor numérico a x hay una regla según la cual queda determinado un único valor de y , entonces se dice que y es una función de la variable independiente x " (Azcárate, y Deulofeu, 1990, p.52).

⌘ En 1829, el alemán, Peter Dirichlet (1805-1859) formula el concepto moderno de una función $y = f(x)$ de una variable independiente en un intervalo $a \leq x \leq b$, como sigue: "una cantidad variable y se dice que es una función de una cantidad variable x , si para cada valor de la cantidad x corresponde un valor determinado de una manera única, de la cantidad y " (Madrid et al, 1982, p.22). En otras palabras, supuso la introducción de la teoría de conjuntos al concepto de función. Introdujo los conceptos de variable dependiente e independiente de una función entre dos conjuntos A y B de números.

⌘ Un desarrollo posterior de las matemáticas permitió arribar a la definición actual de función, como un conjunto de parejas ordenadas tales que nunca dos parejas distintas tienen el mismo primer elemento, es decir: $f(x) = \{(x, y) | (x_1, y) \neq (x_2, y) \Rightarrow x_1 \neq x_2\}$, en donde el conjunto de los primeros elementos de las parejas ordenadas es llamado el "dominio" de la función, y el conjunto de segundos elementos es el "rango" de la función (para el tipo de funciones que se analizarán el rango es equivalente al contradominio a pesar de que se sepa que el rango es un subconjunto del contradominio). Detrás del concepto de función subyace la idea de variación, la idea de una cantidad que varía cuando cambian los valores de otra (Madrid et al, 1982).

Con respecto al concepto de variación, Reséndiz (2006, p. 438) señala que si bien la noción variación no es un objeto explícito de la enseñanza "está presente en muchas prácticas discursivas. El uso sistemático de la noción de variación se hace a través de su asociación con conceptos como el de crecimiento y decrecimiento de las funciones, la derivada, los límites, las integrales o las ecuaciones diferenciales, entre otras."

2.4.2 Revisión histórico-epistemológica y su papel en la identificación de los obstáculos epistemológicos

Para la epistemología genética es muy importante la historia de la ciencia, ya que se considera que “los mecanismos de desarrollo del conocimiento a nivel histórico son los mismos que los correspondientes a nivel psicogenético... De ninguna manera deberá esto interpretarse como una aseveración sobre la equivalencia entre el desarrollo del conocimiento del individuo y el desarrollo histórico del conocimiento en una comunidad. Lo que se dice, es que los mecanismos para pasar de un nivel de estructuración al siguiente son análogos” (Moreno, 1996, p. 12 y 23).

Además, la revisión histórica de la construcción de un concepto permite la identificación de los llamados obstáculos epistemológicos, noción acuñada por el filósofo francés Gastón Bachelard (1884-1962) para identificar y poner de manifiesto elementos psicológicos que impiden o dificultan el aprendizaje de conceptos; éstos se presentan en todos los sujetos que se enfrentan a nuevas realidades:

El análisis histórico-crítico de las ideas matemáticas nos permite identificar en el proceso de elaboración de las ideas, ciertas “formas de concebir” que, eventualmente, se convierten en obstáculos para el desarrollo de tales ideas... a tales obstáculos se les llama “obstáculos epistemológicos”. Un obstáculo epistemológico es pues una forma de conocimiento que se torna inadecuada... para una cierta tarea cognitiva. Los obstáculos no desaparecen cuando trasladamos las ideas matemáticas al discurso escolarizado. Allí toman otras formas, por ejemplo, aparecen como “errores” que el estudiante comete reiteradamente... son manifestaciones de que una determinada estructura cognitiva no puede ya asimilar una nueva situación que se le presenta. Es necesario entonces que el profesor cuente con *un modelo de cómo funciona cognitivamente el estudiante*, para que encuentre, en consecuencia, las situaciones propicias a las que, a través de su mediación, se enfrente el estudiante en busca de una asimilación y acomodación posibles (Moreno, 1996, p. 20).

El conocimiento de los obstáculos epistemológicos es muy importante, ya que permite al profesor organizar su trabajo docente a partir de las representaciones

de los alumnos. Como bien señala Perrenoud (2004) la escuela no parte de cero, los alumnos no tienen su mente en blanco cuando llegan al aula, saben muchas cosas, y frecuentemente, la enseñanza choca con las concepciones previas de los alumnos. En estos casos no hay que reprender a los alumnos:

Trabajar a partir de representaciones de los alumnos no consiste en hacer que se expresen para despreciarles inmediatamente. Lo importante es darles *regularmente* derecho de ciudadanía en la clase, interesarse por ellos, tratar de comprender sus raíces y su forma de coherencia, no sorprendernos de que éstas reaparezcan cuando las creíamos perdidas. Por esta razón, debe abrirse un espacio para la palabra, no censurar de forma inmediata las analogías falaces, las explicaciones animistas o antropomórficas, los razonamientos espontáneos, con el pretexto de que conducen a conclusiones erróneas... El profesor que trabaja a partir de las representaciones de los alumnos trata de reencontrar la memoria del tiempo en la que todavía no sabía, de ponerse en el lugar de los alumnos, de recordar que, si no lo entienden, no es por falta de buena voluntad, sino porque lo que al experto le parece evidente a los alumnos les parece complicado y arbitrario. (Perrenoud, 2004, p. 21 y 22).

Sin embargo, tampoco basta que el profesor recuerde cuando era alumno y no comprendía los temas para a partir de su propia experiencia, ubicar los obstáculos de aprendizaje de sus alumnos. Es por eso que Perrenoud (2004, p. 22) recomienda a los profesores adquirir herramientas, entre las que se encuentran:

Una cultura más amplia en historia y en filosofía de las ciencias podría ayudarles, por ejemplo, a entender por qué la humanidad ha tardado siglos en rechazar la idea de que el Sol giraba alrededor de la Tierra o aceptar que la mesa sea un sólido esencialmente vacío, teniendo en cuenta la estructura atómica de la materia. La mayoría de los conocimientos cultos son contrarios a la intuición. Las representaciones a las cuales les enfrentamos no son únicamente las de los niños, sino sociedades del pasado y de una parte de los adultos contemporáneos. También resulta de utilidad que los profesores tengan algunas nociones de psicología genética.

Por consiguiente, lo importante es identificar los errores del alumno, verlos como una etapa previa a la adquisición de un aprendizaje, Es importante comprender estos errores, ubicar la fuente de origen para ayudar al alumno a que tome consciencia de ellos y superarlos (Perrenoud, 2004).

Al respecto, Pozo sugiere “realizar una combinación de la transmisión de teorías y concepciones con la realización de actividades por descubrimiento, intentando que los estudiantes hagan conciencia de sus concepciones que les genere conflictos cognitivos, ya que estos les permitirán darse cuenta de las limitaciones que tienen” (Pozo, 1987, citado en Farfán et al, 2000, p.25).

2.5 Concepciones de los estudiantes acerca de la función exponencial

En 1999 Lezama llevó a cabo un estudio con alumnos de bachillerato y licenciatura, encaminada a identificar los obstáculos epistemológicos que impide la construcción del concepto de función exponencial. En particular, cuando se les preguntó acerca del significado de la función $f(x) = 2^x$, se obtuvieron resultados que dan cuenta que dependiendo del número de la potencia, será la dificultad en la interpretación del significado. Por ejemplo:

- 2^x es una operación sólo para los enteros, ya que la interpretan como multiplicar 2 por sí mismo “ x veces”.
- Cuando $x < 0$, no hay una interpretación uniforme para 2^x , como lo demuestran respuestas como: $2^{-3} = 0.002$; $2^{-3} = (-2)(-2)(-2) = -8$; $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$
- Si x no es entero, 2^x es solamente una notación, por ejemplo $2^{1/2} = \sqrt{2}$. Por otro lado, 2^π es un número que no se puede calcular ya que carecen de un algoritmo para hacerlo y sólo pueden obtener una aproximación con auxilio de la calculadora (Lezama, 1999, citado en Farfán, y Ferrari, 2001, p. 419).

En el estudio se observó que el concepto de potencia entera positiva es adecuado en la mayoría de los estudiantes, pero elevar a potencias fraccionarias carece de significado para muchos de ellos. Además, aunque la mayoría los estudiantes asocia la función exponencial con crecimiento, les cuesta trabajo reconocer la modalidad de crecimiento pues la mayoría representó dicho crecimiento con líneas rectas crecientes. (Vargas et al, 2011).

Por otro lado, en la localización del punto $(0, 2^0)$, aparecieron distintas interpretaciones:

- Para algunos no había duda que $2^0 = 1$.
- Algunos escribieron $2^0 = 0$ y explicaban, $2^0 = 2 * 0 = 0$, o bien se podía interpretar, dos elevado a la nada debe ser nada.
- Sólo hubo un caso donde se interpretó 2^0 como 2, que se podría interpretar como 2 elevada a nada, no afecta en nada al 2, por lo tanto queda 2.
- El único argumento de justificación de $2^0 = 1$, fue la definición, "todo número elevado a cero vale 1", en todos los equipos apelaron a la memoria o solicitaron la opinión del profesor (Lezama, 1999, p. 88, citado en Farfán, y Martínez, 2001, p. 534)

Es por esto que diversos autores consideran un obstáculo epistemológico "la enseñanza de estructuras multiplicativas desde las aditivas y el uso de las primeras para introducir la potenciación a la hora de generalizar hacia el carácter funcional de las exponenciales y de allí transferir relaciones con los logaritmos a través de las funciones inversas" (Romero et al, 2003, p. 89).

Farfán y Martínez (2001) señalan que la concepción de la potenciación como multiplicación repetida permanece presente aún en estudiantes que cursan el nivel universitario, la definición de a^n como a multiplicado n veces, ocasiona que respondan erróneamente que $2^0 = 0$.

Los libros de texto no ayudan tampoco en el significado de 2^0 , su definición viene dada con el argumento de la necesidad de que las leyes de los exponentes (naturales) se conserven, por ejemplo:

Para que el símbolo a^0 obedezca las leyes generales de las otras potencias, debe tenerse: $a^0 \cdot a^m = a^{0+m} = a^m$; o, lo que es lo mismo, $a^0 \cdot a^m = 1 \cdot a^m$; y por tanto, $a^0 = 1$. Así pues, toda cantidad elevada a la cero es igual a 1 (Wentworth, J & Smith, D. E., 1985, citado en Farfán, y Martínez, 2001, p. 535).

Sin embargo, dicho argumento no es válido, por dos razones: “En primer lugar el exponente cero no está previsto por la definición inicial de potenciación por lo que nada garantiza el status como número de a^n . En segundo lugar lo que hemos llamado principio de permanencia es, en el fondo, la consecuencia de un principio exterior a la matemática (metamatemático) que postula que el cuerpo matemático, como disciplina científica, ha de estar libre de contradicciones; lo cual ocurriría si acaso $a^0 \neq 1$ (Farfán, y Martínez, 2001, p. 536)

Como se puede apreciar en páginas anteriores, en el desarrollo histórico de la función exponencial, la noción de exponente cero surge a partir de los trabajos de Chuquet y Stifel, de relacionar las progresiones geométrica y aritmética. El valor de cero era necesario en la secuencia para garantizar la permanencia de la progresión aritmética.

Autores como Brousseau y Chevallard (citados en Romero et al, 2003) consideran que en el aula se tiende a presentar una génesis ficticia de los saberes escolares, se ignoran las nociones y propiedades de las actividades que les dieron origen y sentido.

En ese sentido, Ferrari (2001) considera que en la construcción del concepto de función exponencial, es importante tomar en cuenta la génesis histórica del concepto de logaritmo, es decir, considerar la relación entre dos progresiones, una geométrica y otra aritmética. Sin embargo, señala que en un estudio realizado por Trujillo en 1995, con profesores de educación media superior, solamente uno de tres profesores reconoció a las funciones exponencial y logarítmica como una relación entre dos progresiones (geométrica y aritmética), además, este profesor construyó la gráfica de ambas funciones recordando su forma, no a partir de dichas progresiones.

En la evolución histórica del concepto de función exponencial, es posible apreciar que la mayoría de los trabajos del siglo XVII relacionados con las nociones de funciones exponenciales y logarítmicas, giraron en torno al eje de las relaciones entre las progresiones aritméticas y geométricas. Este eje se modificó posteriormente, lo que interesó después a matemáticos como Euler o a Cauchy fue la formalización matemática del concepto. En la práctica escolar ocurre algo similar. Se prioriza la definición formal de estos conceptos, su presentación axiomática, y se presenta el logaritmo como la función inversa de la exponencial (cuando históricamente apareció primero la función logaritmo y la exponencial surgió como su inversa). Lo que resulta después es una falta de sentido de estos conceptos (Ferrari, 2001).

En opinión de Farfán et al (2000), en los cursos tradicionales se suele enseñar la función exponencial como se desarrolla en los libros de texto de cálculo, es decir se define a la función exponencial $y = a^x$ como la función exponencial, donde $a > 0$ y $a \neq 1$. El profesor presenta sus características: Dominio: $(-\infty, +\infty)$, Recorrido: $(0, +\infty)$, intersección con el eje Y en $(0,1)$. Lo usual es que grafique la función sólo para valores enteros de x , de manera que el alumno sólo concibe la función exponencial para estos valores.

Vargas et al señalan que, de manera frecuente se introduce la función exponencial sin presentar sus aplicaciones (por ejemplo, en el crecimiento poblacional); se les pide a los alumnos simplemente que sustituyan ciertos valores en la fórmula y hagan los cálculos correspondientes. Como consecuencia los estudiantes no desarrollan la habilidad de reconocer la aplicación de las funciones exponenciales en otros contextos fuera del aula.

Con respecto al tratamiento de los temas de funciones exponenciales y logarítmicas en el bachillerato, se suelen abordar en el apartado de funciones trascendentes, sin la explicación del significado de estas funciones y su construcción. Por otro lado, los temas aparecen enfocados a problemas

aritméticos, sin dar cuenta de los elementos que permiten la construcción de dichas funciones. El problema es que en cursos más avanzados, se requiere que los alumnos conozcan dichos conceptos, y de nuevo, en estos cursos se deja de lado la forma en que se construyen y muchas veces, los alumnos logran derivar o integrar estas funciones sin que conozcan los conceptos (Farfán, y Ferrari, 2001).

En los libros de texto ocurre algo similar, Farfán y Ferrari (2001) dan cuenta de un estudio que realizó Trujillo de 1995, revisando libros de texto muy utilizados en nivel medio superior:

Entre ellos, "Álgebra elemental" de Baldor; "Álgebra (intermedia)" de Lovaglia; "Álgebra y trigonometría" de Barnett, "Aritmética y álgebra", "Cálculo diferencial" ambos de Garza Olvera; y "Álgebra" de Rees Spark. Luego de su revisión, comenta que ninguno de estos libros aborda el aspecto numérico, es decir, ninguno da cuenta de cómo, a partir de ciertos elementos matemáticos, se construye la función logaritmo. En general, la presentan como la inversa de la función exponencial, justificándola a partir de una tabla, producto de la tabulación de la función exponencial, para luego ser utilizada como un concepto axiomático en aplicaciones como puede observarse en los libros que contienen problemas de población de bacterias, interés compuesto, etc. Por otro lado, en libros de Cálculo, tales como Spivak, Finney, Swokowski, entre otros, el enfoque es distinto. En ellos, se presenta la función logaritmo como la primitiva de la función $1/x$, definiendo a la función exponencial como su inversa. En libros de autores rusos, como Kudriávtssev, Bugrov, encontramos que la función exponencial es construida punto a punto utilizando la idea que todo número real es una sucesión de números racionales, o la de supremo, siendo éstas nociones propias del análisis matemático (Farfán, y Ferrari, 2001, p. 417) .

En síntesis se observa que los alumnos presentan obstáculos didácticos, derivados de la enseñanza, que los llevan a cometer errores. Por lo que es responsabilidad del profesor plantear situaciones en donde el uso de los exponentes no naturales tengan significado y sentido.

2.6 Conocimientos previos necesarios para la construcción del concepto de función exponencial

La revisión de las investigaciones en Educación Matemática sobre la función exponencial permite determinar los conceptos previos necesarios para la construcción de esta función, así como las estructuras mentales y conexiones con otros conceptos matemáticos necesarias para su comprensión.

En el caso de un curso de precálculo, es usual que, en los programas de estudio, se aborde previamente el estudio de desigualdades, valor absoluto, repaso del sistema numérico e intervalos. Para abordar la función lineal, previamente se estudian las ecuaciones lineales y su representación gráfica. El mismo enfoque se aplica al caso de la función cuadrática (en el que se incluye la relación de las cónicas con la geometría analítica). Se presentan luego otras funciones como las polinomiales, racionales y trigonométricas, tanto desde el punto de vista gráfico como el analítico. Finalmente, se abordan las funciones inversas y se presentan como tales a la función logarítmica y la exponencial. Esta secuencia de contenidos nos da información de cuáles son los conocimientos previos que idealmente tienen los alumnos antes de trabajar con la función exponencial (Vargas et al, 2011).

Para abordar este tema en el aula, es importante que el profesor conozca los conceptos previos necesarios que debe tener el alumno para construir el concepto de función exponencial, así como las conexiones con otros conceptos matemáticos que son necesarias para su comprensión. Vargas et al (2011) nos señalan que dichos conceptos son:

- a) El concepto de exponente y potencia. Los alumnos deben comprender que elevar un número a una potencia que es un número entero positivo, equivale a una multiplicación reiterada del número que está como base.
-
-

-
-
- b) Propiedades de los exponentes. Los alumnos deben conocer y manejar adecuadamente estas propiedades. Deben saber que cuando los exponentes son racionales, dichas propiedades siguen siendo válidas.
 - c) Es importante que los alumnos entiendan la exponenciación como proceso, más allá de la noción de operación exponencial como "multiplicación repetida". Que comprendan que, por ejemplo, dada la función $f(x) = 2^x$, si se quiere determinar el valor de $f(1/2) = 2^{1/2}$ sepan que es equivalente a $\sqrt{2}$.
 - d) "Un estudiante con la comprensión del proceso de exponentes debe imaginar b^x como el número que resulta de la aplicación de la operación de exponenciación, lo cual es necesario para comprender las leyes de los exponentes y concebir el proceso reversible de exponenciación para llegar a conceptuar el proceso de logaritmo" (Vargas et al, 2011, p. 4).
 - e) Representación gráfica de objetos matemáticos; puntos, rectas y curvas en un sistema de coordenadas cartesianas.
 - f) El concepto de función.
 - g) El concepto de proporcionalidad directa.
 - h) Análisis de monotonía de las funciones (si son crecientes o decrecientes).
 - i) Con respecto al crecimiento de funciones; análisis de la pendiente en funciones lineales y razón de cambio promedio en funciones potencia $f(x) = ax^n$.
 - j) Noción de concavidad.
 - k) Noción de continuidad.

Para construir el concepto de función exponencial, también es importante la noción de covariación que "En opinión de Saldhana y Thompson (1998), la noción de covariación tiene que ver con la imagen mental de dos cantidades calculadas

simultáneamente. Describen la comprensión de la covariación como “mantener en la mente, de manera simultánea, una imagen sostenida de dos cantidades” (p. 298). En esta teoría, las imágenes de covariación son vistas como un desarrollo que involucra la coordinación de dos cantidades, es decir, la coordinación continua de ambas cantidades para la misma duración de tiempo” (Ferrari, y Farfán, 2008, p. 313).

2.7 Una propuesta para la construcción del concepto de función exponencial

A continuación, se presenta una propuesta de abordaje general del tema de la función exponencial en el aula (Vargas et al, 2011):

En el plano analítico y gráfico se recomienda:

- ⌘ Trabajar con ejemplos de funciones exponenciales $f(x)=b^x$ que incluyan casos de bases enteras y racionales. En estas actividades hay que tener en cuenta que en las funciones exponenciales su razón de cambio es proporcional al valor de la función y, por tanto, los estudiantes deben ser conscientes de esta razón de cambio.

 - ⌘ Hacer evidente la covariación entre las dos variables: la aditiva de la variable independiente y multiplicativa de la dependiente. Esto permitirá al estudiante identificar la naturaleza creciente o decreciente de la función.

 - ⌘ En cuanto a la graficación, hay que propiciar la representación de puntos en donde la variable independiente toma valores racionales, no enteros, y enseñar a los alumnos a utilizar elementos geométricos como la media geométrica, la semejanza o el producto de segmentos, como apoyo de la graficación.
-
-

-
-
- ⊗ Comparación de funciones exponenciales de diferente base, con la finalidad de que los alumnos distingan el tipo de crecimiento relacionado con los valores de la base tanto desde el punto de vista analítico como gráfico.

 - ⊗ Ubicar diferentes puntos en la gráfica de la función exponencial sin recurrir a reemplazar en la fórmula esos diversos valores en donde está definida la función.

 - ⊗ Representación de la razón característica para diferentes puntos de la gráfica de una función.

 - ⊗ Trabajar con ejemplos de funciones con asíntota en el eje X , que corten en el eje Y ; para valores de las bases mayores que uno y decrecientes para bases mayores que cero y menores que uno.

 - ⊗ Introducir la noción de función exponencial y su representación $f(x) = b^x$ con $b > 0$ y $b \neq 1$, dominio en el conjunto de los números reales y rango los número reales positivos, que tiene como asíntota el eje X , es una función creciente para $b < 1$ y decreciente para $0 < b < 1$ con una raíz para $x = 1$ y relación de proporcionalidad entre la función y su razón de cambio.

En el plano analítico y tabular se recomienda:

- ⊗ Trabajar con ejemplos de funciones donde la base se deja fija y el exponente se varía, considerando los casos en que la base es mayor que uno o cuando tiene un valor entre cero y uno.

 - ⊗ Realizar actividades donde se efectúe la comparación de diferencias y cocientes de dos valores de la variable dependiente e independiente respectivamente, para buscar las relaciones entre ellas $\frac{y_2}{y_1} = a^{x_2 - x_1}$.
-
-

-
-
- ⌘ Realizar actividades donde se compare el cambio que se efectúa en la variables independiente e independiente: para valores muy grandes de x , en el caso de la función decreciente; y para valores muy pequeños de x , en el caso de la función creciente.
 - ⌘ Comparación de la razón de cambio promedio en un punto con el valor de la función en ese punto.
 - ⌘ Trabajar con ejemplos de funciones crecientes para bases mayores que uno y decrecientes para bases mayores que cero y menores que uno con corte en $(0,1)$ y asíntota en el eje X .

Además, se recomienda:

- ⌘ Presentar la función exponencial en diferentes contextos tanto matemáticos como no matemáticos incrementando la imagen del concepto y con ello dotando al concepto de sentido.
- ⌘ Realizar diversas transformaciones en la función exponencial $f(x) = b^x$, relacionando los diferentes parámetros de la representación analítica con sus efectos en la representación gráfica.
- ⌘ Utilización de la función exponencial en diferentes contextos: crecimiento de poblaciones, decaimiento, temperatura e interés compuesto, comportamiento radiactivo

En el tratamiento de las funciones exponencial y logarítmica, al ser funciones inversas entre sí, Farfán y Ferrari (2001) sugieren definir sólo uno de ellas, pues la definición de la segunda surgirá a partir de la primera. Esto conlleva que una de las dos jugará un papel de intermediario.

Para finalizar este apartado, vale la pena considerar las recomendaciones pedagógicas que hizo Piaget y que fueron retomadas por la UNESCO (Piaget, 1970, en Dubinsky, 1996, p. 27 y 28)

- Guíe al estudiante a que forme sus propias ideas y descubra relaciones y propiedades matemáticas por sí mismo, en lugar de imponerle el pensamiento adulto ya elaborado.
 - Asegúrese que ha adquirido los procesos y las ideas operacionales antes de introducirlo al formalismo.
 - No confíe al automatismo ninguna operación que no se haya asimilado.
 - Asegúrese que el estudiante adquiera primero experiencia con las entidades y relaciones matemáticas para después iniciarlo en el razonamiento deductivo.
 - Extienda la construcción deductiva de las matemáticas de manera progresiva.
 - Enseñe al estudiante a plantear los problemas, establecer datos, explotarlos y sopesar los resultados.
 - Dé preferencia a la investigación heurística de problemas en lugar de la exposición doctrinaria de teoremas.
 - Estudie los errores que cometen los estudiantes y véalos como un medio para entender su pensamiento matemático.
 - Entrene a los estudiantes en la práctica de la verificación personal y la auto-corrección.
 - Infunda gradualmente en los estudiantes el sentido de aproximación.
 - Dé prioridad a la reflexión y al razonamiento.
-
-

2.8 Algunas propuestas para una enseñanza humanista de las matemáticas

El gran reto del docente es cómo enseñar matemáticas a los alumnos, inmersos en una realidad socio-cultural-económico-política tan compleja y cambiante, en donde las expectativas sobre el futuro son cada vez más inciertas e incluso pesimistas. Es urgente, quizás ahora más que nunca, que recuperemos en el aula, desde nuestra disciplina, la perspectiva crítica científica y humanística, que caracteriza al Modelo Educativo del CCH.

Las matemáticas que les debe proporcionar la escuela a los alumnos debe ser tratada desde una perspectiva integradora, y como lo que es, una obra del género humano contextualizada en el tiempo y en el espacio, se debe insistir en que la ciencia es el resultado del trabajo de muchas generaciones de hombres y que la historia de la construcción científica está llena de equívocos, de problemas, de explicaciones alternativas y contrapuestas de un mismo fenómeno, así como de rupturas conceptuales. Que la ciencia es falible, que los científicos son falibles y que aprender matemáticas puede ser incluso muy placentero.

En matemáticas, algunos de los textos y métodos educativos actuales, lejos de ayudar, impiden el avance hacia la formación científica. Subrayan el aprendizaje de las respuestas más que a la investigación de las preguntas; el empleo de la memoria a costa del razonamiento crítico, los detalles en la información en lugar de la comprensión del contexto, la recitación en lugar de la argumentación. No animan a los alumnos a trabajar juntos, a compartir libremente ideas e información entre ellos o a usar las nuevas tecnologías para ampliar sus posibilidades intelectuales (Proyecto 2061. American Association for the advance of science, 1997).

Existe una serie de conocimientos, aptitudes y actitudes que la escuela debe promover en sus alumnos en todas las disciplinas, en particular puede y debe

hacerse en la clase de matemáticas, virtual o presencial, y son (Proyecto 2061. American Association for the advance of science, 1997), (Tenti Fanfani, 2000), (CCH, Cuadernillo 1, Septiembre 2009, pág. 14) y (Ramírez, 2006):

1. Habilidad para comunicarse efectivamente en forma oral y escrita. Hay una tendencia, entre los profesores de matemáticas, a considerar que estas habilidades son de la competencia y responsabilidad exclusiva de los profesores del área de Talleres de Lenguaje y Comunicación, cuando no es así. Es necesario promover que los alumnos expresen y comuniquen sus ideas en forma oral o escrita. Es importante recordar que las personas aprenden a hacer bien solamente aquello que practican.
 2. Comprensión de los principios de matemáticas y capacidad para aplicarlos a la resolución de problemas de la vida cotidiana. Los maestros debemos promover la integración de lo que aprenden los alumnos y llevarla a la vida cotidiana.
 3. Formación básica en literatura, música, plástica y otras expresiones artísticas para ser usadas en el aula. Existen obras que pueden ser muy motivantes para los alumnos: En la literatura: ciencia ficción, textos de divulgación, biografías, etc.. En la música: obras monumentales como “Los Planetas” de Gustav Holst, o divertidas, como la composición para el teorema de Tales del grupo argentino “Les Luthiers”. En la pintura: la obra de Remedios Varo contiene muchas alusiones a la ciencia y es de gran belleza; la de Escher tiene composiciones muy interesantes; Etcétera.
 4. Estudio de las ciencias humanas y sociales desde una perspectiva integradora, contextualizando las instituciones, cultura y relaciones sociales en el tiempo y en el espacio físico. Se recomienda que los alumnos conozcan elementos del desarrollo histórico de las matemáticas, así como de biografías de los científicos.
-
-

-
-
5. Familiarización suficiente con las computadoras y con las tecnologías relacionadas con la búsqueda y utilización de la información.
 6. Desarrollo de conocimientos relacionados con el mantenimiento de la salud física. Se debe fomentar y practicar el respeto y cuidado por la vida en todas sus manifestaciones, como estrategia para que nuestra sociedad logre altos niveles de bienestar y desarrollo sustentable. En poco tiempo será necesario generar y aplicar el conocimiento para atender los problemas ambientales generados por prácticas humanas que atentan contra su misma existencia.
 7. Habilidad para definir problemas y encontrar soluciones creativas haciendo uso de todo el conocimiento y la información producida por las diferentes disciplinas.
 8. Manejo de un lenguaje extranjero. Es posible introducir de vez en cuando, algunos textos sencillos en inglés, por ser el idioma predominante en la literatura científica.
 9. Desarrollo de actitudes y aptitudes hacia la solidaridad, cooperación, interdependencia y el trabajo en equipo.
 10. Formar una ética universal sustento de una paz permanente. “En base a tres aspectos: uno, la vulnerabilidad que nos es común a todos y nos hermana; segundo, el prójimo, es sobre todo los prójimos futuros, los aún no nacidos, de los que somos responsables desde nuestro presente; y tercero, la dignidad de la persona humana, por cuanto percibimos y sentimos que ninguna persona – por estar abierta hacia algo más alto y más grande que ella misma- puede ser sometida o instrumentalizada” (Eco, Humberto, 1997, en Latapí Sarre, 2000).
-
-

2.9 La enseñanza de las matemáticas y el cuidado del medio ambiente

*“A menos que cambiemos de rumbo,
terminaremos en el lugar hacia el cual nos dirigimos”*

Proverbio chino

La inclusión de este apartado obedece al hecho de que considero que no está de más insistir, que los profesores de matemáticas podemos incorporar ejemplos extraídos de otras disciplinas que, además de enriquecer nuestra docencia, pueden contribuir al cambio de actitudes y valores de nuestros alumnos.

El paso primordial para tomar conciencia de la defensa y conservación del medio ambiente es meditar sobre ello, dedicar un tiempo a pensar y reflexionar sobre el estado de deterioro a que ha llegado nuestro planeta, sobre la conservación de las especies vegetales, sobre los animales domésticos y sus derechos, sobre ejemplares en vías de extinción, sobre posibles soluciones a la basura en el mundo, entre otros temas. Tanto padres como educadores debemos inculcar en los niños y jóvenes el respeto por la naturaleza y hábitos de vida respetuosos con nuestro entorno.

La tarea no es sencilla. Nuestra cultura occidental está fuertemente influenciada por la tradición judeo-cristiana, y “está cimentada sobre la base de que el hombre es un ser superior a los otros seres vivos y puede disponer de ellos a su gusto” (Vallarino, 2006, p.53).

Lo anterior puede observarse con claridad en los siguientes pasajes de uno de los libros emblemáticos de este conjunto de religiones, *La Biblia*:

En el Génesis se encuentran los siguientes pasajes:

1) (ver Gn. 1, 27-31)

²⁷ Y Dios creó al hombre a su imagen;
lo creó a imagen de Dios,
los creó varón y mujer.

²⁸ Y los bendijo, diciéndoles: «Sean fecundos, multiplíquense, llenen la tierra y sométanla; dominen a los peces del mar, a las aves del cielo y a todos los vivientes que se mueven sobre la tierra». ²⁹ Y continuó diciendo: « Yo les doy todas las plantas que producen semillas sobre la tierra, y todos los árboles que dan frutos con semilla: ellos les servirán de alimento. ³⁰ Y a todas las fieras de la tierra, a todos los pájaros del cielo y a todos los vivientes que se arrastran por el suelo, les doy como alimento el pasto verde». Y así sucedió. ³¹ Dios miró todo lo que había hecho, y vio que era muy bueno. Así hubo una tarde y una mañana: este fue el sexto día. ([s/a], 2004, p. 32)

2) (ver Gn. 9, 1-5)

La bendición de Dios a Noé

¹ Entonces Dios bendijo a Noé y a sus hijos, diciéndoles: «Sean fecundos, multiplíquense y llenen la tierra ». ² Ante ustedes sentirán temor todos los animales de la tierra y todos los pájaros del cielo, todo lo que se mueve por el suelo, y todos los peces del mar: ellos han sido puestos en manos de ustedes. ³ Todo lo que se mueve y tiene vida les servirá de alimento; yo les doy todo eso como antes les di los vegetales. ⁴ Sólo se abstendrán de comer la carne con su vida, es decir, con su sangre. ⁵ Y yo pediré cuenta de la sangre de cada uno de ustedes: pediré cuenta de ella a todos los animales, y también pediré cuenta al hombre de la vida de su prójimo. ([s/a], 2004, pp. 39 y 40)

En el Evangelio de San Mateo (ver Mt. 6, 25-26) se puede leer lo siguiente:

25 En razón de esto os digo, no os acongojéis por el cuidado de hallar qué comer para sustentar vuestra vida, o de donde sacaréis vestidos para cubrir vuestro cuerpo. Que ¿no vale más la vida o el alma que el alimento, y el cuerpo que el vestido? **26** Mirad las aves del cielo, cómo no siembran, ni siegan, ni tienen graneros, y vuestro Padre Celestial las alimenta. ¿Pues no valéis vosotros mucho más sin comparación que ellas? ([s/a], 2008, pp. 1086)

A lo largo de la historia, muchos grandes pensadores han compartido esta visión del mundo. Por ejemplo, Bacon (1848, en Vallarino, 2006, p.53) afirmaba: “El hombre, si atendemos a causas finales, se puede considerar como el centro del universo, hasta tal punto que si se quitase al hombre del mundo, lo que quedase parecería carecer de objetivo y propósito.”

A pesar de que la teoría de la evolución de Darwin, explicada en su obra “El Origen de las especies, publicada en 1859, destronaba al hombre de su lugar preponderante en la naturaleza. En la actualidad, esta visión antropocéntrica del mundo prevalece, no solamente entre los grupos religiosos que rechazan la teoría de Darwin. Más gravemente aún, es que desde la Revolución Industrial, las prácticas económicas de los países modernos se fundamentan en considerar a la naturaleza como un bien inagotable a explotar y como receptora infinita de residuos y basura.

Herbert Marcuse (1970, en Terrón, 2000, p. 41) señalaba que

en el desarrollo de la actividad capitalista, la irracionalidad se convierte en razón, como desarrollo desenfrenado de la productividad, del dominio de la naturaleza, ampliación de la masa de bienes; pero irracional porque el incremento de la productividad, del dominio de la naturaleza y de la riqueza social se convierten en fuerzas destructivas; la creencia de que el crecimiento colmaría de satisfacción a todos, no consideró los graves problemas económicos y sociales que se derivarían de la desigual distribución de la riqueza y renta, y de la subsiguiente lucha de clases.

La preocupación por el medio ambiente es de origen relativamente reciente, data apenas de mediados del siglo XX. Acontecimientos como la crisis del petróleo y una creciente contaminación ambiental, paulatinamente convirtieron al medio ambiente en un tema de preocupación en la sociedad, hasta que finalmente, constituye ahora una preocupación política de alcance mundial (Zenobi, 2006).

La educación ambiental tiene su origen en tratados internacionales. En 1972 se llevó a cabo una conferencia sobre el medio ambiente organizada por la Organización de las Naciones Unidas. El documento que resultó de estos trabajos se conoce como la Declaración de Estocolmo, cuyo principio 19 aludía a la necesidad de establecer una educación ambiental. Esta idea fue aceptándose de manera gradual en los diversos países, y de hecho, México cuenta ya con una política educativa en materia ambiental (González y de Alba, 1986).

La educación ambiental es la acción por la cual

la comunidad educativa tiende a la toma de conciencia de su realidad global, del tipo de relaciones que los hombres establecen entre sí y con la naturaleza, de los problemas derivados de dichas relaciones y sus causas profundas, apuntando además que por medio de la práctica el educando aprende sus valores y actitudes, y las habilidades y aptitudes necesarias para transformar su ambiente (Tamayo, 2000, p. 65).

En la escuela, la enseñanza de los temas relacionados con el medio ambiente, tradicionalmente ha sido responsabilidad de los profesores que imparten ciencias naturales, biología, y asignaturas afines. Sin embargo, “hay bibliografía suficiente para afirmar –y coincidir- en que un abordaje interdisciplinario de las temáticas ambientales es el más potente y apropiado para poder entenderlas y explicarlas” (Zenobi, 2006, p. 56).

El cuidado del medio ambiente compete a todos los habitantes del mundo, por este motivo es importante que los profesores busquen la manera de analizar esta problemática desde el punto de vista de su disciplina, en algún momento del curso.

Damin y Monteleone (2006, p.60) señalan que:

Los alumnos llegan a la escuela con nociones sobre el mundo social. En su entorno conviven con situaciones que dan cuenta del deterioro del ambiente ... o bien son “bombardeados ” por los medios masivos de comunicación con imágenes de la degradación ambiental ... Por lo tanto, ... portan valiosos saberes previos a partir de los cuales se podrán construir las conceptualizaciones necesarias para comprender, progresivamente, la complejidad de la relación sociedades-naturaleza... Una enseñanza que se proponga favorecer el pensamiento crítico, no puede eludir estos temas, porque ellos forman parte de la realidad.

Estos saberes previos de los alumnos, a los que hacen referencia Damin y Monteleone en la cita anterior, pueden constituir un valioso recurso didáctico para el profesor, especialmente para aquellos que imparten matemáticas. Es bien

conocido que muchos estudiantes consideran a las matemáticas demasiado abstractas, sin relación con la vida real.

De manera que la problemática del medio ambiente en el aula de matemáticas podría:

- ⌘ Permitir la generación de puentes de comunicación entre el profesor y los alumnos.
- ⌘ Servir como un agente de motivación que despierte el interés del alumno en la sesión de trabajo en el aula.
- ⌘ Facilitar que el alumno modifique su actitud ante las matemáticas, al reconocerlas como una herramienta que le permite entender fenómenos que ocurren en el mundo y que son de interés en nuestra sociedad.

Cabe mencionar que más de 100 sociedades científicas, universidades, institutos de investigación y organizaciones de todo el mundo, se han unido para declarar el año 2013 como un año especial: el de las Matemáticas para el Planeta Tierra (ver la página web <http://mpe2013.org/>). Esta iniciativa busca convocar a la comunidad científica, en particular a la matemática para que dedique una parte de su trabajo al estudio de problemas ambientales. Ya que

Para tomar decisiones políticas adecuadas hará falta una estimación precisa y fiable de las consecuencias de las iniciativas consideradas, y esta valoración solo nos la puede dar la ciencia y la tecnología. De hecho, los sistemas de ayuda a la decisión que necesitamos poner en marcha deben proporcionar resultados cuantitativos muy precisos. Además, han de permitirnos distinguir causas y efectos entre lo que se nos presenta como una confusa acumulación de fenómenos, aparentemente contradictorios en muchos casos. Es precisamente en estos terrenos (cuantificación y distinción entre causas y efectos) donde las Matemáticas están llamadas a jugar un papel crucial. Ello se debe a que hasta la fecha ninguna otra rama del pensamiento ha sido capaz de desarrollar herramientas tan poderosas como ellas para abordar, mediante una adecuada modelización y posterior análisis, tales cuestiones (Herrero, 2013, 1 de abril).

En el siguiente capítulo se realiza la presentación de la propuesta didáctica sobre el decaimiento exponencial.

CAPÍTULO 3:
PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA
DIDÁCTICA

3.1. Antecedentes

En este trabajo se presenta una planeación que incluye una propuesta didáctica para el tema: “Crecimiento y decaimiento exponencial” de la unidad 4, del curso de Matemáticas IV, del CCH.

En el capítulo 1 de este trabajo se hizo referencia al desarrollo de dos proyectos realizados durante 2007 y 2008, que fueron coordinados por la Dirección General del CCH. El propósito era documentar los obstáculos que los alumnos identificaban en el aprendizaje de las asignaturas de Matemáticas I y III. Los resultados obtenidos mostraron que en el aprendizaje de Matemáticas I y III, gran parte de los alumnos reconocieron deficiencias en el aprendizaje y desarrollo de habilidades, las cuales se agudizaban conforme avanzaba el programa, de manera que para las últimas unidades, más del 70% de los alumnos, reconoció que no contaba con las habilidades y los aprendizajes esperados (DGCCH, Cuadernillo 3, 2009).

No existe a la fecha un estudio similar para Matemáticas IV, sin embargo, considero que es muy probable que ocurra algo semejante, es decir, que los alumnos no logran adquirir los aprendizajes y habilidades de las últimas unidades de dicha asignatura. Esto significa que por lo menos la unidad 3 de este curso, que corresponde a “Funciones trigonométricas” y la unidad 4 de “Funciones exponenciales y logarítmicas”, son las de mayor dificultad para los alumnos. Por este motivo, es necesario que los profesores desarrollen más propuestas didácticas y materiales que faciliten a los alumnos el logro de los aprendizajes de estas unidades.

Los objetivos principales de la propuesta didáctica son que los alumnos logren los aprendizajes que se establecieron como meta a lograr; que conjugue la teoría, la práctica, la investigación y reflexión, acorde con los principios educativos del Colegio; y que sea además amena e interesante para el alumno.

El tema Crecimiento y Decrecimiento Exponencial forma parte del curso de Matemáticas IV, establecido en el Programa de estudios vigente de Matemáticas I a IV e del CCH (s/f). Se imparte en el cuarto semestre, en la Unidad 4 llamada *Funciones Exponenciales y Logarítmicas*, cuya duración es de 20 horas. En particular, está incluido en el apartado de Funciones exponenciales cuya temática es (s/f, p. 66 y 67):

1. Situaciones que involucran crecimiento y decaimiento exponencial.
2. Análisis de la variación exponencial:
 - a) Papel que desempeña la variable;
 - b) crecimiento y decaimiento;
 - c) representación algebraica;
 - d) contraste de comportamientos entre funciones exponenciales y funciones potencia.
3. Estudio analítico y gráfico de funciones exponenciales del tipo: $f(x) = ca^x$ con $a > 1$ y $c \neq 0$ y $f(x) = c(1/a)^x$ con $a > 1$ y $c \neq 0$. Revisión del rango y del papel que desempeña c .
4. Importancia y caracterización del número e .
5. Las propiedades: $a^x a^y = a^{x+y}$; $(a^x)^y = a^{xy}$.
6. Problemas diversos de aplicación.”

Los aprendizajes que se pretenden alcanzar con relación al apartado de *Funciones exponenciales*, establecidos en el programa del curso (s/f, p. 66 y 67), son que el alumno:

1. Explora en una situación o fenómeno que presente crecimiento o decaimiento exponencial, las relaciones o condiciones existentes y analiza la forma en que varían los valores de la función respectiva.
-
-

-
-
2. Reconoce que en este tipo de situaciones, para valores de x igualmente espaciados, son constantes las razones de los valores correspondientes de $f(x)$.
 3. Identifica que en la regla de correspondencia de las funciones que modelan este tipo de situaciones, la variable ocupa el lugar del exponente.
 4. Obtiene, mediante el análisis de las condiciones de una situación o problema o bien del estudio del comportamiento de algunos valores que obtenga, la expresión algebraica $f(x) = ca^x$ que le corresponda.
 5. Explica por qué la base a debe ser mayor que 1, en las funciones del tipo $f(x) = a^x$ y $f(x) = (1/a)^x$.
 6. Recuerda el significado de un exponente negativo, y lo utilizará para manejar la equivalencia entre $f(x) = (1/a)^x$ y $f(x) = a^{-x}$.
 7. Proporciona el dominio y el rango de una función exponencial dada.
 8. Traza la gráfica de algunas funciones exponenciales como: 2^x , 3^x , 10^x , e^x . Les aplica las modificaciones pertinentes que produzcan, en la gráfica, traslaciones horizontales y verticales.
 9. Compara el comportamiento entre funciones exponenciales y funciones potencia. (2^x con x^2 o con x^3 por ejemplo). Obtiene conclusiones al respecto.
 10. Identifica que en $f(x) = a^x$ (con $a > 1$) un exponente positivo indica crecimiento exponencial, mientras que uno negativo, habla de decaimiento. Interpreta este hecho tanto en la gráfica de la función como en el contexto de la situación dada.
 11. Aplica los conocimientos adquiridos respecto a funciones exponenciales, para modelar algunas situaciones de diversos contextos.

Sin embargo, en la propuesta didáctica que se presenta en este trabajo, no se pretende lograr todos los aprendizajes del programa relacionados con funciones exponenciales. Los aprendizajes a lograr con la propuesta, y que están establecidos en el programa (s/f, p. 66 y 67), son que el alumno:

-
-
1. Explora en una situación o fenómeno que presente crecimiento o decaimiento exponencial, las relaciones o condiciones existentes y analiza la forma en que varían los valores de la función respectiva.
 2. Reconoce que en este tipo de situaciones, para valores de x igualmente espaciados, son constantes las razones de los valores correspondientes de $f(x)$.
 3. Identifica que en la regla de correspondencia de las funciones que modelan este tipo de situaciones, la variable ocupa el lugar del exponente;
 4. Compara el comportamiento entre funciones exponenciales y funciones lineales. Obtiene conclusiones al respecto.

En esta propuesta, se pretende de manera adicional, que los alumnos logren un aprendizaje que no está estipulado en el programa, pero que describo de la siguiente manera: El alumno conocerá una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología.

Con relación a los propósitos generales del curso establecidos en el programa de la asignatura de Matemáticas IV, considero que el tema de la propuesta didáctica permite que “el alumno:

- Incremente su capacidad de resolución de problemas, al conocer y manejar nuevas herramientas para modelar y analizar situaciones y fenómenos que se pueden representar con las funciones estudiadas en este curso;
 - enriquece y utiliza de manera integrada, diversos conceptos y procedimientos de la aritmética, el álgebra, la trigonometría, las geometrías euclidiana y analítica en el estudio y modelación del tipo de funciones trabajadas en este curso;
 - modele diversas situaciones que involucran variación funcional y a través del análisis del comportamiento de la función respectiva, obtiene información y conclusiones sobre la situación modelada;
-
-

-
-
- obtiene conclusiones sobre el comportamiento de las funciones estudiadas y es capaz de distinguir el tipo de variación que las caracteriza;
 - comprende y maneja el concepto de función, así como el sentido e interrelación de subconceptos, características y procedimientos asociados a él (s/f, pp.57 y 58). “

Con relación a los propósitos particulares de la cuarta unidad del curso de Matemáticas IV, considero que el tema incide en aquellos en los que el alumno continúa “el estudio de las funciones trascendentes con las funciones exponenciales..., cuya forma peculiar de variación, permite modelar diversas situaciones de crecimiento y decaimiento” (s/f, p.66), así como reforzar la relación entre parámetros y gráfica.

Por último, es pertinente destacar que el tema Crecimiento y Decrecimiento Exponencial lo ven los alumnos por primera vez en su vida escolar en el cuarto semestre del CCH, y lo vuelven a retomar en la materia de Cálculo Diferencial e Integral (optativa) en 5º y 6º semestres.

3.2 La planeación del trabajo en el aula.

La planeación es una de las tareas que el profesor debe realizar con anterioridad a la iniciación del curso. Requiere una programación de la preparación del trabajo que se va a desarrollar en cada sesión de trabajo en el aula, con el fin de determinar las distintas etapas a desarrollar, así como la ordenación y coordinación de las actividades a realizar.

Al planificar, “definimos los resultados que deseamos alcanzar con la enseñanza y tomamos decisiones acerca de qué vamos a hacer, cómo y cuándo, para facilitar su logro. En este sentido, la planificación sirve para valorar la consecución de objetivos y facilita la organización eficaz del tiempo y de los demás recursos

implicados en la docencia” (Castillo, 2006, p. 222). La planificación se concreta en un documento escrito.

Antes de realizar la planeación, es importante considerar (Ramírez, 2006, p.52):

- 1) La previsión de los recursos necesarios, que pueden ser: Instalaciones (laboratorios, salones, patio, etc.); equipo didáctico (computadora, proyector de acetatos, etc.); material didáctico (cartulina, hojas, plumones de colores, pegamento, etc.); recursos humanos (expertos que den una conferencia a los alumnos, técnicos de laboratorio, etc.)
- 2) Las características del grupo de alumnos, lo que implica conocer: cómo piensan, sus conocimientos previos, qué esperan de la materia, sus gustos, qué actividades prefieren y sus intereses.

Se entiende por conocimientos previos la información que sobre una realidad tiene el alumno. En la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, el aprendizaje tiene lugar cuando el estudiante relaciona la información nueva con la que ya posee, reformulando en este proceso ambas.

Se sugiere tomar en cuenta los conocimientos previos de los alumnos al comenzar a cursar cada asignatura, ya que esto permitirá adaptar la metodología docente y los medios disponibles para un más eficaz proceso de enseñanza. Por eso es conveniente realizar actividades diagnósticas.

Para la realización de actividades diagnósticas, el profesor puede recurrir “a situaciones formales, como estudios de caso, exámenes o situaciones problema. O bien, sondear la forma en la que llegan los estudiantes mediante situaciones más lúdicas, como juegos, lluvia de ideas o preguntas directas” (Ramírez, 2006, p.41). Sin embargo, para poder decir que una actividad lúdica es pertinente, debe estar relacionada con el tema a tratar.

Una manera en que el profesor puede conocer más sobre los conocimientos previos de sus alumnos es dedicar un espacio, al inicio de la sesión para recordar lo que vieron en las sesiones anteriores, tanto en contenidos como en actividades realizadas. Este espacio puede servir además para conocer qué actividades les gustaron más a los alumnos y en qué situaciones se sienten más a gusto (Ramírez, 2006).

Una planeación didáctica debe ser flexible, de manera que permita al profesor ajustarla de acuerdo con los resultados que vayan alcanzando sus alumnos. Para elaborar dicha planeación, el profesor requiere (Ramírez, 2006) (SEP, 2004):

- A) Definir con claridad los aprendizajes a lograr con el tratamiento de los contenidos.
- B) Describir las actividades que realizará en las sesiones de clase. Se recomienda que sean atractivas e interesantes para el alumno, y que le planteen un reto alcanzable.

Es conveniente que al diseñar las actividades, se consideren las otras asignaturas que se imparten. Estas materias requieren del apoyo de la clase de matemáticas, al mismo tiempo que son una fuente rica de ejemplos y actividades que servirán al maestro para mostrar a los alumnos las aplicaciones de las matemáticas y sus relaciones con otras disciplinas.

La selección de actividades refleja el modo en que el profesor concibe el aprendizaje.

Quienes creen que los conocimientos se adquieren con base en el reforzamiento de los mismos, plantean ejercicios para mecanizar los procedimientos o conceptos revisados durante las clases... Por otro lado, los profesores que organizan actividades plantean un conjunto de tareas que implican reflexión, análisis, confrontación y práctica de los conocimientos en situaciones diversas que propician aprendizajes significativos" (Ramírez, 2006, p.56).

-
-
- C) Considerar el tiempo previsto para el desarrollo de los temas y de las actividades.
 - D) Seleccionar las técnicas y recursos que utilizará en el desarrollo de las sesiones.
 - E) Determinar cuáles son los productos (resultados de las actividades planteadas como: investigaciones, maquetas, resúmenes, reportes de lectura, ensayos, presentaciones de trabajo en equipo, etc.) que deberán entregar los alumnos a lo largo del curso.

3.3 La evaluación.

La evaluación, “es uno de los aspectos más complejos de la enseñanza de las matemáticas, tanto por la naturaleza misma del proceso de evaluación como por sus implicaciones para el desarrollo de la enseñanza y para los alumnos. Tradicionalmente las matemáticas han sido una asignatura con un alto grado de reprobación en todos los niveles educativos, lo que ha dado como resultado que muchos alumnos trunquen sus estudios o pasen por un periodo de frustración en algún momento de su vida escolar.” (SEP, 2004, p. 47)

La evaluación tradicional, a decir de Bernard (2000), se limita a medir la cantidad de conocimientos del alumno (lo que llama “cabezas llenas de Montaigne”). Con este sistema de evaluación es imposible obtener información para mejorar el desempeño docente.

Ramírez (2006, p.57) nos recuerda que: “no son lo mismo calificación y evaluación. La calificación es la atribución de un símbolo a una `valoración` del aprendizaje, por lo que hace referencia a un momento específico. En cambio, la evaluación es un proceso más amplio, para el que se consideran tanto las

características de los alumnos, el contexto y las situaciones en que se desarrolla el conocimiento, como los resultados de los aprendizajes.”

Es importante que el profesor establezca las formas de evaluación al inicio (diagnóstica), durante (formativa) y al final (sumativa) del curso. Tomando en cuenta que cuando la evaluación se “concibe como un medio para dialogar y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje, se convierte en una oportunidad más para favorecer aprendizajes significativo y en una estrategia para el autoconocimiento” (Ramírez, 2006, p.61).

La evaluación formativa permite que tanto alumnos como profesores, reflexionen individual y conjuntamente sobre los productos elaborados y acerca de los aprendizajes logrados.

La evaluación sumativa o final es un medio para detectar si los alumnos lograron los aprendizajes y también para determinar qué tan eficaz resultó la planeación. Este tipo de evaluación permite que los alumnos conozcan sus debilidades y fortalezas, de manera que los profesores podrán ajustar sus estrategias de enseñanza para los cursos siguientes (Castillo, 2006).

Para realizar la evaluación sumativa, se sugiere que el profesor elabore pruebas de desempeño, es decir, instrumentos que permitan evaluar la capacidad para integrar los conocimientos, habilidades y actitudes de los estudiantes.

El proceso y las formas de evaluación

deben ser coherentes con los contenidos, propósitos y enfoque del curso, así como reflejar las formas de enseñanza y las actividades en clase. Por ello es necesario que al diseñar su proceso de evaluación, el maestro contemple actividades que le permitan recoger información de fuentes muy diversas como pueden ser los exámenes escritos, la observación en clase, la participación de los alumnos en la resolución de problemas, ya sea individual o en grupo, los ensayos y exposiciones, pequeños cuestionarios respecto a tal o cual punto del programa, etcétera (SEP, 2004, p. 48).

Bernard (2000) propone a los docentes un modelo de evaluación cognitivo en el aula, que a la vez que permite la promoción académica del alumno, busca proporcionar a alumnos y profesores, información para comprender la conducta real de los alumnos desde el inicio de las actividades de aprendizaje hasta la fase final en la que se realiza una retroalimentación al brindarles información tendente a la mejora de su proceso de aprendizaje.

En esta propuesta, el profesor debe proponerse dar respuesta a una serie de preguntas, ya sea buscando información existente, investigando con sus alumnos, discutiendo entre pares, etcétera:

- a) Con relación a las estrategias que utilizan los alumnos al enfrentarse a una actividad o problema educativo: ¿cómo aprende el alumno? ¿por qué obtiene tales resultados? La idea es que el alumno pase de ser un sujeto pasivo, receptivo a convertirse en un individuo que demanda información y que está consciente de lo que hace, por qué y para qué lo hace.

- b) Con relación al contexto:
 - ⊗ del nivel académico del alumno, por ejemplo: ¿qué nivel de dominio de lo que estudia debe alcanzar un alumno del curso de Matemáticas II, y con qué criterios debe el profesor evaluar lo aprendido?
 - ⊗ de la disciplina: ¿qué datos (hechos, leyes, conceptos, etc.) son relevantes para la disciplina? ¿qué métodos se utilizan para obtener esos datos? ¿qué reglas utiliza un practicante de la disciplina para relacionar y organizar los datos? ¿cuál es la lógica interna de la disciplina?

De la misma manera, los instrumentos de una evaluación cognitiva deberán ser diferentes. Bernard (2000) sugiere que las pruebas deben mezclar preguntas tradicionales con otras interrogantes que estimulen a que el alumno exprese qué dificultades experimenta, la estrategia que seguirá para resolver un problema, que identifique los errores que cometió, por mencionar algunos ejemplos. Señala que,

aunque parezca que este sistema es demasiado complicado para ser utilizado por un profesor, la aplicación de un instrumento de este tipo no es muy diferente de un examen tradicional. Y al contrario, la información que proporcione será mucho más amplia y mucho más útil para que, tanto profesores y alumnos rectifiquen o ratifiquen sus estrategias.

Por último, la evaluación final, debería entonces desglosar los resultados en dos componentes:

- ⊗ La nota sobre 10 para cubrir el requisito de promoción académica del alumno, y
- ⊗ Un “perfil” que refleje el nivel de rendimiento del alumno, que muestre la actuación de su pensamiento estratégico.

3.4 Fundamentación de la propuesta didáctica

La propuesta didáctica que se presenta a continuación busca favorecer la comprensión de la noción del crecimiento y decaimiento exponencial, que es un tema de la unidad 4 del curso de Matemáticas IV. Este tema lo elegí porque en muchas ocasiones, tanto profesores como libros de texto, describen al crecimiento exponencial como “un crecimiento muy rápido” (y al decaimiento exponencial como “un decrecimiento muy acelerado”). Sin embargo, desde mi punto de vista, ni el libro de texto, ni los profesores logran que los alumnos comprendan “qué tan rápido” es dicho crecimiento, “qué tan rápido” es en relación con otras formas de crecimiento que los alumnos conocen mejor: el crecimiento lineal, cuadrático, etc.. Es por eso, que me parece pertinente coadyuvar en la comprensión de la noción de crecimiento y decaimiento exponencial.

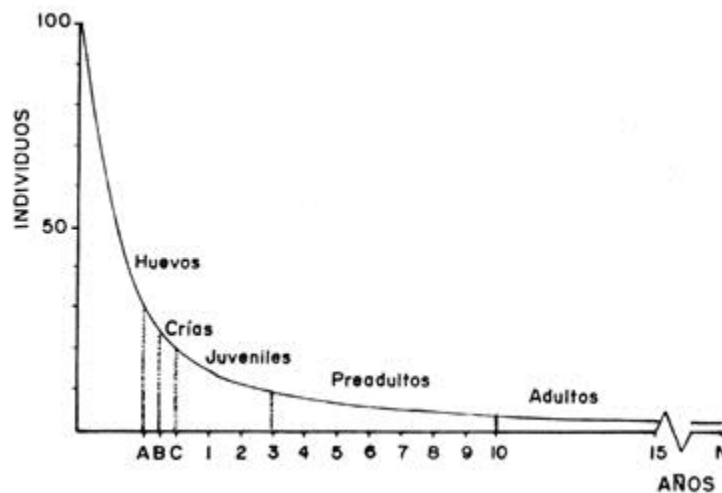
Para lograrlo, propongo una serie de actividades en las que el alumno participará de manera activa, ya sea doblando papel, cortando cintas, contestando por escrito las preguntas de una situación problema, y jugando con un juego de mesa.

Tanto en el caso del tratamiento de los temas de crecimiento y decaimiento exponencial se buscó presentar diferentes ejemplos que permitieran una aproximación gradual de los conceptos.

Un aspecto que considero importante es el relacionado con las aplicaciones, que en el caso del decaimiento exponencial, se ejemplifica a menudo con el decaimiento radiactivo.

En la propuesta didáctica que desarrollé propongo otras aplicaciones, como es el introducir la noción de decaimiento exponencial a través del estudio de la mortalidad de especies animales, como el caso de las tortugas, que, a decir de los biólogos, dicha tasa se modela matemáticamente con una distribución exponencial. En estadística y probabilidad, una distribución de probabilidad de una variable aleatoria es una función que asigna a cada suceso definido sobre la variable aleatoria la probabilidad de que dicho suceso ocurra.

El biólogo René Márquez (1996) señala que las tortugas marinas tienen una mortalidad muy elevada en las primeras etapas de vida (en las fases de huevo y cría), y conforme las tortugas van adquiriendo mayores tallas dicha mortalidad se va reduciendo, como se observa en la curva teórica de la Ilustración 7.



**Ilustración 7. Mortalidad teórica en las tortugas marinas a lo largo de su vida.
(Tomada de Márquez, 1996)**

De manera que en el caso de las tortugas marinas, el número de individuos que llega a la vida adulta es dramáticamente menor, comparado con el número de huevos que depositaron las hembras en una playa, en una temporada de desove dada.

Se pretende entonces, con relación al tema de decaimiento exponencial capturar el interés de los alumnos con un problema actual de interés eco-biológico-social. Las tortugas resultan ser unos animales que, por lo general, despiertan la simpatía de las personas. A la vez que los alumnos reflexionarán sobre un problema ecológico y que conocerán formas de contribuir a la conservación de las tortugas, también comprenderán la noción de decaimiento exponencial y reconocerán que las matemáticas son una herramienta que ayuda a entender fenómenos del mundo que les rodea y que son del interés de nuestra sociedad. Lo anterior busca contribuir a la formación ciudadana del alumno.

En la planeación didáctica que se presenta en este trabajo, se propone introducir la enseñanza de la noción de crecimiento y decaimiento exponencial buscando despertar el interés del alumno, lo cual considero fundamental pues me parece que es un tema que si se estudia solamente en su aspecto matemático, puede resultar árido y poco estimulante para los alumnos.

Para el desarrollo de las sesiones de trabajo se diseñaron y elaboraron diferentes recursos didácticos, entre los que se encuentran:

- ⊗ Examen diagnóstico
 - ⊗ Presentación en Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial”
 - ⊗ Actividad impresa “El domingo siete”
 - ⊗ Presentación en Power Point “Tortugas”
 - ⊗ Juego de mesa sobre la vida de las tortugas
-
-

3.5 Las estrategias de enseñanza aprendizaje utilizadas en la propuesta didáctica

3.5.1 El ambiente de trabajo en el aula

Uno de los ejes rectores de la puesta en práctica de la propuesta didáctica es el punto de vista de Carol Tomlinson (2005), quien afirma que el clima en el aula ejerce una fuerte influencia en sus integrantes y en el aprendizaje que allí se realiza. Por este motivo, el profesor debe fomentar en sus alumnos el desarrollo de actitudes, creencias y prácticas que permitan conformar una comunidad de aprendizaje.

Las actividades en clase deberán realizarse en un ambiente de colaboración y respeto mutuo, donde los alumnos tengan la oportunidad de expresar, comunicar y discutir sus ideas. En una comunidad de aprendizaje (Tomlinson, 2005):

⌘ *Todos se sienten bienvenidos y contribuyen a que los demás se sientan bienvenidos.* Para ello se requiere lograr que el aula sea experimentada por todos sus integrantes como un lugar de pertenencia, con personas dispuestas a conocernos y entendernos. Para lograrlo, se requiere, entre otras cosas de: la atención directa y positiva del docente; la aceptación de la presencia de todos los compañeros de clase por parte de sus pares; una disposición flexible de los pupitres; destinar un momento de la clase en el que los alumnos y el profesor puedan hablar sobre las actividades del día, o sobre la vida en general.

⌘ Para integrar al grupo y favorecer el sentido de pertenencia de sus integrantes se recomienda al profesor que llame por su nombre a cada alumno.

⌘ *El respeto mutuo no es negociable.* Se puede mejorar el ambiente del aula “si entendemos que todos compartimos la necesidad de tener algunos sentimientos comunes, como aceptación, respeto, seguridad, éxito, etcétera;...”

el docente ayuda a los alumnos a ... aprender a resolver conflictos de maneras constructivas que apunten al problema en cuestión, sin hacer que ninguna persona o grupo se sienta menoscabado...Es importante recordar que el humor juega un papel central en un aula acogedora y respetuosa; no así el sarcasmo ni las palabras punzantes.” (Tomlinson, 2005, pp. 51 y 52).

- ⌘ *Los alumnos se sienten seguros en el aula física y emocionalmente.* Los alumnos saben que pueden pedir ayuda cuando la requieren; que pueden decir que no saben algo, y que no recibirán gestos de impaciencia cuando expresen algo que parezca obvio o absurdo.

 - ⌘ *Existe una expectativa generalizada de crecimiento.* Porque el objetivo es ayudar al crecimiento de cada estudiante y de toda la clase. “En un alumno, el crecimiento podría significar que por fin comienza a entender el concepto de las fracciones, y en otro, que percibe la relación entre las fracciones, los decimales y la resta. En un aula diferenciada, el crecimiento de cada uno de los alumnos es motivo de celebración, y no es ni más ni menos valioso que el de otro” (Tomlinson, 2005, p. 52).

 - ⌘ *El docente apunta al logro de las expectativas.* El objetivo del profesor es ubicar el estado actual de conocimientos de cada alumno y luego proporcionarle la ayuda necesaria para que avance de un nivel dado de conocimientos y destrezas al siguiente.

 - ⌘ *Prevalece una nueva clase de equidad.* Esto no significa tratar a todos de la misma manera, puesto que cada alumno requiere cosas distintas para aprender.

 - ⌘ *Docente y estudiantes colaboran para lograr el crecimiento y los logros mutuos.* En un aula diferenciada, cada individuo tiene que hacerse responsable de su propio bienestar y del de los demás. Se busca que sean independientes y
-
-

responsables como estudiantes pero que también se integren de manera adecuada a una comunidad de aprendizaje.

Tomlinson (2005, p. 53) nos recuerda que: “Aunque nunca logremos hacer todo lo posible para crear un ambiente positivo en el aula, tal como lo haríamos si pudiéramos predeterminar los acontecimientos, sí podemos dar un ejemplo cada vez mejor de lo que buscamos que aprendan los alumnos: a trabajar con alegría, disfrutar la compañía de los demás, ser bondadosos y demostrar afecto. Estas cosas ayudan a los estudiantes a llevar una vida más sana y gratificante, y el empeño en lograrlas ayuda al docente a ser más sabio como persona y más eficaz como profesional.”

3.5.2 Formas de trabajo en el aula: en equipo, grupal o individual

En la propuesta didáctica que se presenta, se propicia que los alumnos trabajen de diferentes maneras: individual, en equipo o grupalmente. En la clase tradicional expositiva, a menudo se suele privilegiar el trabajo individual de los alumnos. Sin embargo, distintos autores han señalado la importancia de diversificar las formas de trabajo.

El trabajo en equipo “favorecerá que aparezcan diversas soluciones para un mismo problema, que podrán entonces contrastarse y ser comparadas entre sí. Al mismo tiempo, será un estímulo para que los alumnos produzcan ejemplos y contraejemplos, afinen sus argumentos y, en general, reflexionen con mayor profundidad sobre las nociones y procedimientos involucrados.” (SEP, 2004, p. 45)

Para contribuir al buen funcionamiento de los equipos se recomienda al profesor Tomlinson (2005) y (Ramírez, 2006):

⌘ Observar el trabajo de los equipos y hacer una lista de los aspectos que funcionan bien y de los que marchan mal. Luego debe formular las tareas que permitan a los alumnos un trabajo más positivo.

⌘ Verificar que:

- ⌘ Los alumnos comprenden los objetivos de la tarea.
 - ⌘ Los alumnos entienden qué se espera de cada uno para que el equipo funcione adecuadamente.
 - ⌘ La tarea propuesta es congruente con los objetivos (permite que los alumnos sepan, entiendan o hagan lo que se espera).
 - ⌘ La tarea es interesante para la mayoría de los alumnos. Puede estar relacionada con el entorno en el que viven los estudiantes, para que los contenidos sean parte de su realidad. O bien, el profesor utiliza recursos atractivos tales como trabajar fuera del aula, el uso de tecnologías de la información, etc.
 - ⌘ La actividad requiere de la aportación de cada miembro del equipo, basada en sus destrezas e intereses. “Esto difícilmente ocurrirá si algunos integrantes del equipo conocen todas las respuestas y poseen las destrezas necesarias, y otros tienen un grado notoriamente menor de destreza y conocimientos. Los grupos no deben establecer un sistema de castas en el que algunos alumnos siempre son los aleccionadores y otros, los aleccionados.” (Tomlinson, 2005, p.54)
 - ⌘ La tarea es exigente para el equipo y sus integrantes.
 - ⌘ La actividad requiere de una colaboración del grupo para lograr una comprensión compartida.
 - ⌘ Los tiempos destinados a la actividad son acelerados pero flexibles.
 - ⌘ Los integrantes del equipo conocen todas las facetas de la tarea.
 - ⌘ Hay una “salida” digna para los alumnos que no están funcionando bien en el equipo. La alternativa no debe ser un castigo, sino la posibilidad de trabajar en otro ámbito en el que tenga más posibilidades de salir adelante
-
-

-
-
- ⊗ La enseñanza queda a cargo del profesor o de alumnos.
 - ⊗ Los alumnos conocen los índices de calidad tanto del proceso como del producto del trabajo.

 - ⊗ Planificar agrupamientos flexibles de acuerdo con la tarea a realizar, permite al profesor observar a los alumnos y evaluarlos en una diversidad de agrupamientos y condiciones. En algunas ocasiones quizás resulte más conveniente que los estudiantes discutan rápidamente una idea con el compañero de al lado o con otro que se les indique. O bien, que dispongan los pupitres en círculos y trabajen de a cuatro. En algunos casos, los alumnos pueden elegir a sus compañeros de trabajo, o quizá necesiten o prefieran estudiar solos. "Esta flexibilidad también contribuye a que los alumnos no se sientan "atornillados" a un rincón determinado del aula." (Tomlinson, 2005, p.54)

 - ⊗ Planificar el trabajo preguntándose ¿en qué parte debería intervenir toda la clase?, ¿en qué momento debo considerar actividades en equipo?, ¿cuándo es más provechoso que los alumnos estudien en forma individual?, ¿cuándo debería reunirme con cada uno?

Es importante que el profesor destine con frecuencia espacios para la discusión grupal, con la finalidad de que los alumnos comenten tanto la información como la experiencia adquirida.

Las discusiones en las que participa toda la clase son efectivas cuando se utilizan para compartir y explicar la variedad de soluciones que los alumnos han obtenido de manera individual o en equipos. Esto permite a los alumnos conocer variadas formas de abordar una situación y las diversas soluciones que son apropiadas. Además, permiten crear un ambiente en el cual los estudiantes se sienten cómodos compartiendo y discutiendo sus ideas.

Las discusiones con toda la clase pueden ser también una herramienta de diagnóstico para determinar la profundidad del conocimiento de los estudiantes y que permite la identificación de errores conceptuales.

En la ilustración 8 se muestra una serie de actividades para distintos tipos de agrupamiento.

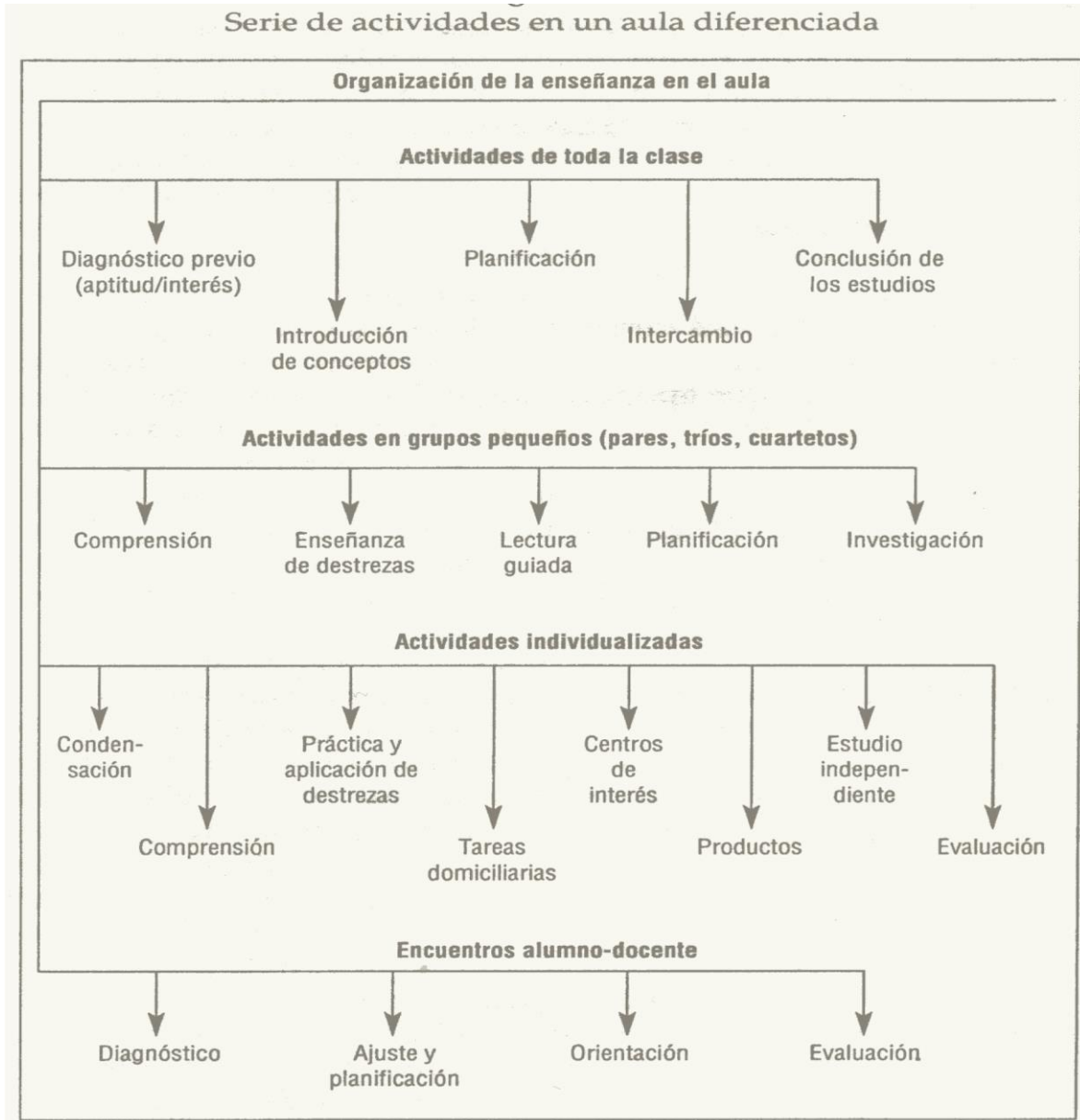


Ilustración 8. Estrategias para tratar con la diversidad en el aula. Tomada del libro: Tomlinson, Carol Ann. Paidós. Buenos Aires. 2005.

3.6 Descripción de la propuesta didáctica

En este trabajo se presenta una planeación que incluye una propuesta didáctica para el tema: “El crecimiento y decaimiento exponencial” de la unidad 4, del curso de Matemáticas IV, del CCH.

3.6.1 Tiempo estimado

El tiempo estimado para llevar a cabo la propuesta didáctica es de 5 horas, correspondientes a 2 sesiones de dos horas y una sesión de 1 hora.

3.6.2 Conocimientos previos

La propuesta didáctica corresponde a la fase de introducción al tema de funciones exponenciales. Como ya se mencionó, se trata de un tema lo ven los alumnos por primera vez en su vida escolar, si cursan el CCH lo abordarán en el cuarto semestre. Por este motivo, se puede considerar que los alumnos han logrado, en cierta medida, los siguientes aprendizajes:

- ⌘ Características generales de las funciones.
 - ⌘ Proporcionalidad directa.
 - ⌘ Lectura y construcción de gráficos cartesianos. Representación gráfica de objetos matemáticos; puntos, rectas y curvas en un sistema de coordenadas cartesianas.
 - ⌘ Comprensión de la potenciación generalizada para cualquier número real.
 - ⌘ El concepto de exponente natural mayor que uno. La existencia de la potencia que surge de la interacción entre base y exponente, como una acción de multiplicar de manera reiterada una misma cantidad atendiendo a los requerimientos de economía en la escritura y en la sintaxis aritmética y algebraica.
-
-

-
-
- ⊗ Propiedades de los exponentes.
 - ⊗ Manejo de propiedades algebraicas con el objeto de transformar expresiones y obtener nuevas conclusiones.
 - ⊗ Nociones sobre la necesidad de demostración de las conjeturas planteadas.

3.6.3 Aprendizajes a lograr con la propuesta didáctica:

En esta propuesta se pretende que el alumno:

- ⊗ Conozca en qué consiste el crecimiento y decaimiento exponencial.
- ⊗ Compare el crecimiento y decaimiento exponencial con otras formas de crecimiento que ya conocen (como el lineal).
- ⊗ Conozca “qué tan rápido” es el crecimiento exponencial.
- ⊗ Conozca “qué tan rápido” es el decaimiento exponencial.
- ⊗ Conozca una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología.
- ⊗ Conozca los peligros que amenazan a las tortugas y las formas en que pueden contribuir a su conservación.

3.6.4 Intenciones de la propuesta didáctica:

- ⊗ Que conjugue teoría, práctica y reflexión, acorde con el Modelo Educativo del CCH.
 - ⊗ Introducir al estudio del tema de decaimiento exponencial de una manera diferente. Tema que si se estudia solamente en su aspecto matemático, puede resultar árido y poco estimulante para los alumnos.
 - ⊗ Busca incorporar las premisas del aprendizaje situado y las propuestas de Vygotski a la enseñanza de las matemáticas:
-
-

-
-
- ⊗ Al traer al aula personajes y situaciones de la vida real como escenario de aprendizaje.
 - ⊗ Se piensa que el aprendizaje ocurre de manera más natural, porque los alumnos están más motivados y comprometidos al resolver problemas y tareas interesantes, auténticos y relacionados con su realidad, en un contexto informal
-
- ⊗ Captar el interés de los alumnos a través de un problema eco-biológico-social. Las tortugas son animales que, por lo general, despiertan la simpatía de las personas.
 - ⊗ Los alumnos conocerán formas de contribuir a la conservación de las tortugas.
 - ⊗ Que los alumnos reconozcan que las matemáticas son una herramienta que ayuda a entender fenómenos del mundo que les rodea y que son del interés de nuestra sociedad.
 - ⊗ Que los profesores cuenten con más recursos didácticos que le faciliten su labor en el aula, y con ello contribuir al aprendizaje de los alumnos.
 - ⊗ Se busca mostrar cómo desde el aula de matemáticas los maestros podemos transmitir valores y cambiar actitudes, en este caso, con respecto a la necesidad de cuidar y conservar el medio ambiente y las especies animales.

3.6.5 Tareas frecuentes

La propuesta didáctica que presento en este documento constituye una muestra de una concepción educativa personal. A continuación se presentan las actividades que considero que el profesor debiera llevar a cabo si no de manera cotidiana, sí de manera frecuente desde el primer día de clases.

-
-
1. **Saludo al iniciar la clase y actitud positiva del profesor a lo largo de la sesión.** El profesor saluda a sus alumnos, con gusto y entusiasmo, haciéndoles sentir bienvenidos a la clase y a la sesión de trabajo.

 2. **Uso de presentador.** Desde la primera sesión de clases, el profesor indica a sus alumnos que, como tarea tienen que llevar para la siguiente clase, un presentador que elaborarán usando una hoja de papel o cartulina y en donde escribirán su nombre. Los integrantes del aula, incluido el profesor, tienen la consigna de utilizar ese presentador a lo largo de todo el curso. Pues no se permitirá que en el aula se desperdicie el papel

 3. **Repaso de la clase anterior.** Al inicio de cada sesión, el profesor solicita a sus alumnos que describan brevemente, lo sucedido en la clase anterior. El profesor elige una de las siguientes preguntas, o bien les da a escoger a sus alumnos responder la que prefieran de las siguientes situaciones:
 - ⊗ La actividad que más les haya gustado.
 - ⊗ El contenido que les gustó más.
 - ⊗ La forma en que se organizó el equipo y que les pareció más adecuada.
 - ⊗ Las dudas que quedaron sin resolver.
 - ⊗ Las tareas que les parecieron más difíciles.

 4. **Recuento de las tareas realizadas.** Desde el inicio del curso, el profesor solicita a los alumnos que individualmente, y a lo largo de todo el curso, lleven un registro de las tareas realizadas en cada sesión. De manera muy frecuente, el profesor consulta el registro con los alumnos para hacer ajustes a la tabla y para recordar y revivir el proceso.

 5. **Instrucciones para la próxima sesión.** El profesor comenta a sus alumnos qué actividades realizarán la próxima clase, o bien les comunica sobre los temas que van a revisar en clase.
-
-

-
-
6. **Evaluación formativa (durante el curso).** Al concluir temas o unidades, el profesor elabora instrumentos para la evaluación del aprendizaje, con base en los propósitos del curso y los contenidos temáticos.
 7. **Evaluación final.** Para evaluar una unidad o tema, el profesor elabora pruebas de desempeño para evaluar las habilidades, conocimientos y las actitudes de los alumnos.

Para conocer con más detalle en qué consisten estas actividades, se recomienda consultar el Anexo 1, en donde a manera de tabla (Tabla 16), se presentan las actividades que considero que el profesor debiera llevar a cabo si no de manera cotidiana, sí de manera frecuente desde el primer día de clases. En la columna derecha se presentan las justificaciones para cada tarea.

Comentarios adicionales:

En la primera sesión del curso, el profesor debe especificar las formas y normas de trabajo en el aula. Entre las normas acordadas con los alumnos se encuentran:

- 1) La clase comienza a los diez minutos de la hora indicada como inicio de clase. Sin embargo, los alumnos que lleguen después, pueden entrar, procurando no interrumpir el trabajo de la clase.
 - 2) El profesor no pasará lista. Los alumnos son libres de no entrar a la clase, pero en caso de que asistan, la consigna es que los que estén dentro del aula trabajarán y realizarán las actividades de ese día. Los alumnos se harán responsables de ponerse al corriente con lo visto en clase si faltan a una determinada sesión. Esto no significa que se reste valor a la asistencia del alumno, sino que es importante fomentar de manera cotidiana en el aula, el valor de la autorresponsabilidad.
-
-

-
-
- 3) En la tabla de tareas frecuentes no se especifican las que son de naturaleza particular y que deben realizarse en los diferentes momentos del curso. Por ejemplo, al inicio del curso el profesor deberá realizar actividades que fomenten la socialización y la creación de un clima adecuado de trabajo.

3.7 Implementación o aplicación de la propuesta

Una vez que se contaba con la propuesta didáctica terminada, solicité a mi tutor de tesis que me permitiera poner en práctica la propuesta en uno de sus grupos de Matemáticas IV. De manera que la implementación de la propuesta fue llevada a cabo en el periodo lectivo 2012-2, los días: lunes 17, miércoles 19 y viernes 21 de abril de 2012, en el grupo 413 que cursaba Matemáticas IV, en el turno matutino del CCH, plantel Azcapotzalco.

Como instrumento de evaluación se diseñó un examen diagnóstico (ver Anexo 2), que fue aplicado al inicio de la primera sesión de trabajo (evaluación pretest), y fue utilizado para recopilar la información que previamente tenían los alumnos de la temática abordada.

La evaluación diagnóstica o inicial es la que se realiza antes de empezar el proceso de enseñanza-aprendizaje, con el propósito de:

- ⊗ Establecer el nivel real de preparación del alumno.
 - ⊗ Identificar aprendizajes previos que marcan el punto de partida para el nuevo aprendizaje.
 - ⊗ Detectar carencias, lagunas o errores que puedan dificultar el logro de los objetivos planteados.
 - ⊗ Diseñar actividades remediales orientadas a la nivelación de los aprendizajes.
 - ⊗ Detectar objetivos que ya han sido dominados, a fin de evitar su repetición.
 - ⊗ Adecuar el tratamiento pedagógico a las características y peculiaridades de los alumnos.
-
-

Posteriormente, al finalizar la segunda sesión, este examen diagnóstico se aplicó nuevamente (evaluación postest), con la finalidad de investigar si los resultados de los alumnos cambiaban, al término de las dos sesiones de trabajo en donde se abordaban los conceptos de la noción de crecimiento y decaimiento exponencial. Dicho instrumento de evaluación se describe más adelante.

Al aplicar nuevamente el examen diagnóstico al finalizar el tema, se convierte en un instrumento de evaluación formativa, ya que permite al profesor:

- ⊗ Analizar los errores de los alumnos, pues los considera como oportunidades para favorecer el aprendizaje y para evaluar su desempeño como profesor.
- ⊗ Realizar sesiones para comentar sobre los resultados de los instrumentos de evaluación.
- ⊗ Realizar ajustes en su planeación, así como diseñar y llevar a cabo medidas para fortalecer los conocimientos y disminuir las debilidades.

3.8 Diseño del instrumento de medición cuantitativo: el examen diagnóstico

En la propuesta didáctica que se presenta en este trabajo, se determinó que la variable a medir de manera cuantitativa en este proceso es la calificación.

El instrumento de medición, el examen diagnóstico (ver Anexo 1), estuvo conformado por 10 reactivos, diseñados de la siguiente forma:

1. Un reactivo con dos preguntas. Encaminadas a conocer si el alumno conoce o no ejemplos de cantidades que crezcan de forma exponencial.
 2. Un reactivo con dos preguntas. Encaminadas a conocer si el alumno conoce o no ejemplos de cantidades que disminuyan de manera exponencial.
-
-

3. Un reactivo que busca medir si el alumno, a partir de una situación problema en la cual se presenta el comportamiento de crecimiento exponencial de un fenómeno, analiza las relaciones entre las variables para determinar o estimar su comportamiento.
 4. Un reactivo con dos preguntas cuyo propósito es medir si el alumno, a partir de una situación problema en la cual se presenta el comportamiento de crecimiento lineal de un fenómeno, analiza las relaciones entre las variables para determinar o estimar su comportamiento.
 5. Un reactivo orientado a medir si los alumnos comprenden la diferencia entre el crecimiento lineal y exponencial.
 6. Un reactivo con el que se pretende medir si el alumno, a partir de una situación problema, identifica si se trata de un crecimiento lineal o exponencial.
 7. Un reactivo de opción múltiple, que pretende medir si el alumno, a partir de una sucesión de números, identifica si representa un crecimiento exponencial.
 8. Un reactivo de opción múltiple, que pretende medir si el alumno, a partir de una sucesión de números, identifica si representa un crecimiento lineal.
 9. Un reactivo encaminado a conocer si el alumno identifica el patrón de crecimiento exponencial.
 10. Un reactivo de opción múltiple, cuyo propósito es medir si el alumno, a partir de una situación problema en la cual se presenta el comportamiento de crecimiento exponencial de un fenómeno, analiza las relaciones entre las variables para determinar o estimar su comportamiento.
-
-

Como ya se mencionó, este examen diagnóstico sirvió como instrumento de evaluación inicial y final. Se aplicó en dos momentos: al inicio de las sesiones para conocer si el alumno tiene algún conocimiento sobre la temática y al final para evaluar los aprendizajes que se obtuvieron.

3.9 La primera sesión de trabajo

3.9.1 Aprendizajes a lograr

En esta sesión los aprendizajes a lograr son que el alumno:

- ⊗ Conozca en qué consiste el crecimiento y decaimiento exponencial.
- ⊗ Compare el crecimiento y decaimiento exponencial con otras formas de crecimiento que ya conocen (como el lineal).
- ⊗ Conozca una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología.

3.9.2 Contenidos temáticos

La temática o contenidos a abordar relacionados con el crecimiento y decaimiento exponencial son:

- 1) Situaciones que involucran crecimiento y decaimiento exponencial.
 - 2) Análisis de la variación exponencial:
 - a. Papel que desempeña la variable;
 - b. crecimiento y decaimiento;
 - c. representación algebraica
-
-

3.9.3 Recursos necesarios

Los recursos didácticos que se requieren son:

- ⌘ Copias del examen diagnóstico (ver Anexo 2), un juego para cada alumno.
- ⌘ Archivo en Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial” (ver Anexo 3)
- ⌘ Copias de la actividad: “El domingo siete” (ver Anexo 4), un juego para cada alumno.
- ⌘ Lap top y cañón de proyección.
- ⌘ Papel reciclado tamaño carta, hojas de periódico, pliegos de papel de china para que los alumnos determinen cuántas veces pueden doblar una hoja de papel.

Como ya se mencionó, para el desarrollo de la sesión se diseñaron y elaboraron los siguientes recursos didácticos:

- ⌘ Examen diagnóstico
- ⌘ Presentación en Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial”
- ⌘ Actividad impresa “El domingo siete”

Las características del examen diagnóstico se describieron en el apartado 3.8. A continuación se describen las características de la presentación en Power Point y de la actividad impresa.

3.9.4 Características de la presentación en Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial”

Esta presentación la diseñé con la intención de introducir al alumno al tema de una manera más atractiva, recurriendo a técnicas audiovisuales. Sin embargo, no es la típica secuencia de diapositivas que requiere de la técnica expositiva por parte del profesor, con la consiguiente actitud pasiva del alumno. Esta presentación permite

alternar la técnica expositiva con la participación de los alumnos en actividades que requieren tanto de la participación individual como grupal (para conocer las diapositivas véase el Anexo 3). Puede considerarse como un guion de clase que señala al profesor:

- ⌘ los momentos en que formula preguntas al grupo,
- ⌘ introduce algunas definiciones y ejemplos,
- ⌘ propone actividades a los alumnos y posteriormente, al término de las mismas les presenta el análisis de la información obtenida.

La estructura de la presentación y la descripción de la forma en que se aplicó se presentan a continuación:

- ⌘ En la primera diapositiva se incluye el título del tema a tratar y su ubicación en el curso: Tema de la Unidad 4 del curso de Matemáticas IV.
 - ⌘ En la segunda se presentan los objetivos de aprendizaje de la sesión.
 - ⌘ En la tercera diapositiva se le presentan a los alumnos las gráficas de funciones conocidas para ellos: la lineal y la cuadrática.
 - ⌘ En la quinta diapositiva se presentan ejemplos de cantidades que crecen de manera exponencial.
 - ⌘ En la séptima diapositiva se pregunta a los alumnos: ¿qué tan rápido es el crecimiento exponencial?
 - ⌘ En las diapositivas 8 a 11 se presenta el Ejemplo 1, una actividad relacionada con el doblado de papel. La pregunta que se les hizo a los alumnos es: ¿Cuántas veces se puede doblar una hoja de papel por la mitad?
-
-

Se animó a los alumnos a que contestaran, de manera que cada uno de ellos hizo en voz alta una estimación (una vez que realizan la actividad se sorprenden del resultado).

En este punto de la presentación, se recomienda que el profesor tenga a la mano el material necesario para la actividad de doblado de papel: hojas tamaño carta de reusó (una para cada alumno); un periódico completo para que cada alumno alcance una hoja; papel de china de colores (por lo menos un pliego para cada pareja de alumnos).

Se entregó primero la hoja tamaño carta a cada uno de los alumnos y se les pidió que la doblaran sucesivamente a la mitad. En general, obtuvieron que 6 dobleces fue lo más que pudieron hacer.

Luego se preguntó al grupo si este resultado cambiaría si la hoja fuera más grande, algunos de ellos contestan que sí, entonces se entregó a cada alumno una hoja completa de papel periódico. El resultado no es muy diferente.

A continuación se les preguntó si el grosor del papel es determinante para el número de veces en que pueden doblar el papel y algunos contestan que sí. Entonces, por parejas, les entregué un pliego de papel de china (cuyo grosor es menor al de una hoja de papel bond). Y de nuevo, el resultado no es muy diferente al que obtienen al doblar una hoja de papel bond.

En la diapositiva 10 hay una pregunta: “Si pudieran doblar una hoja 30 veces ¿cuál sería el grosor?”. Se les presentó previamente, en la diapositiva 8, el dato de que una hoja de papel muy delgado, como el papel arroz tiene un grosor aproximado de una décima de milímetro (0.1 mm). Entonces se comienzan a hacer los cálculos iniciales. Finalmente, en la diapositiva 11 se les presenta una tabla donde se representa el número de doblez vs el grosor, con

los resultados de los cálculos. En el doblez número 27, el grosor equivale ya a 1.34 kilómetros. Un resultado que produce sorpresa en los alumnos.

A estas alturas de la actividad, había papel doblado por todos lados del salón. Por lo que pasé con una bolsa a recolectarlo, haciendo hincapié a los alumnos en que ese papel había que reciclarlo y no tirarlo en la basura, con el resto de los desperdicios.

⌘ En las diapositivas 12 a 22 se presenta el Ejemplo 2: una situación problema que pretende ilustrar “qué tan rápido es el crecimiento exponencial”, en comparación con el crecimiento lineal, que es más familiar para los alumnos.

Me interesaba que el ejemplo fuera interesante para los alumnos. En este caso la pregunta que se les planteó fue la siguiente: ¿En cuánto tiempo se llena de agua el Estadio Azteca? Suponiendo que el interior del estadio fuera impermeable y que no permitiera fugas de agua, y que además se conoce el número de gotas de agua con las que se llena.

Este problema surgió a partir de una noticia que leí en septiembre de 2009 (<http://www.jornada.unam.mx/2009/09/08/capital/035n1cap>). Se reportó que el día 6 de ese mes, en la ciudad de México cayó un aguacero, en el que en menos de tres horas cayeron 27 mil millones de litros de agua, equivalentes a 13 veces el estadio Azteca. A partir de ese volumen pude hacer una estimación del número de gotas que llenaría dicho estadio.

En el problema los alumnos tienen que considerar dos situaciones hipotéticas diferentes de llenado, en donde:

1. Hay una llave de agua que se acciona a cada minuto, pero en cada minuto, el número de gotas que emite es el doble del minuto anterior.
-
-

-
-
2. Se tiene una llave de agua que se acciona a cada minuto, pero en cada minuto, el número de gotas que emite es 2 gotas más que las que emitió el minuto anterior.

Como se observa, estamos ante dos tipos de “llenado de agua” diferente: el primero es exponencial y el segundo es lineal.

En las diapositivas se presentan las tablas que permiten llevar un registro de Tiempo en minutos vs Número de gotas, y que también permite llegar a una expresión algebraica que modela cada una de las situaciones dadas.

Los resultados sorprenden mucho a los alumnos, antes de presentárselos, se les preguntó: “Si estuvieran dentro del Estadio Azteca mientras se llena de agua, ¿cuánto tiempo tienen para salir y salvarse?”. Se procuró que cada uno de los alumnos se aventurara a dar una respuesta en voz alta. Los resultados que se les presentaron (diapositivas 20 y 21) son los siguientes:

- ⊗ En el llenado exponencial, el Estadio Azteca está a un 25% de su capacidad en 43 minutos, y estará al 100% en 45 minutos.
- ⊗ En el llenado lineal el Estadio Azteca está a un 25% de su capacidad en 3.39 años, y estará al 100% en 13.56 años.

Los alumnos se sorprenden de que el llenado exponencial, sea tan rápido, que no tendrían tiempo de salvarse si es que permanecen en el Estadio cuando está a un 25% de su capacidad.

Después se presentan las gráficas de ambas situaciones y se hace una comparación en la forma de las mismas.

-
-
- ⌘ En las diapositivas 23 y 24 se presenta una caracterización del crecimiento lineal y ejemplos.
 - ⌘ En la diapositivas 25 se presenta una primera caracterización del crecimiento exponencial.
 - ⌘ Con la finalidad de ilustrar las diferencias del crecimiento lineal y exponencial, se presenta entonces la actividad “El domingo siete”, así como su análisis, en las diapositivas 26 a la 42. Esta actividad se describe más adelante.
 - ⌘ Cuando se llegó a la diapositiva 26, entregué a cada alumno una copia impresa de la actividad “El domingo siete” para que la resolvieran de manera individual. Se les dio unos 10 minutos para contestarla, y se retomó la presentación con la finalidad de discutir dicha actividad.
 - ⌘ En la diapositiva 43 se amplía más la noción de crecimiento exponencial.
 - ⌘ En las últimas diapositivas se describe la noción de decaimiento exponencial y ejemplo de sus aplicaciones en la ecología. Cabe mencionar que no se aborda con suficiente detalle puesto que en la sesión siguiente, se llevará a cabo una actividad encaminada a discutir el decaimiento exponencial y sus aplicaciones.

Finalmente, es pertinente destacar, que a lo largo de las diapositivas se agregaron imágenes para hacer más atractiva la presentación. Algunas de ellas son fotografías de los Hermanos Marx que a los alumnos les parecieron bastante graciosas. Al terminar la presentación les señalé quiénes eran, les comenté que existían películas muy divertidas de estos actores y que les recomendaba verlas. De manera que en la clase de matemáticas es posible difundir diversas manifestaciones artísticas de nuestra cultura.

3.9.5 Características de la actividad impresa “El domingo siete”

Esta actividad la diseñé con la intención de presentar a los alumnos un ejemplo de su vida cotidiana, que les permitiera hacer la comparación entre crecimiento exponencial y lineal (ver Anexo 4).

El ejemplo trata del caso de dos jóvenes *ceceacheras*, Sonia y Ana María, las cuales se ofrecen a lavar los platos de siete domingos consecutivos después de la tradicional comida familiar, previo acuerdo económico que hacen con sus padres.

Sonia es una joven muy inteligente que sabe de matemáticas, pues aprovechándose de la ignorancia de sus papás, solicita que el primer domingo le paguen 3 pesos, y los domingos sucesivos, el triple de la cantidad del domingo anterior.

Una vez que sus papás aceptaron el trato económico, Sonia les cuenta a sus amigas “la travesura” que hizo y Ana María, su compañera, intenta hacer lo mismo en casa, pero se equivocó de planteamiento: pide a sus padres que le paguen 3 pesos el primer domingo, y los domingos sucesivos, \$3 más que el domingo anterior.

A partir de esta historia, se les formula a los alumnos un total de 17 preguntas, encaminadas a realizar un análisis de ambas situaciones. La estructura de los reactivos es la siguiente:

1. Un reactivo de opción múltiple en el que los alumnos estiman sin hacer cálculos previos, el rango en que se encuentra la cantidad que le pagarían sus papás a Sonia el séptimo domingo.
 2. Un reactivo en el que se pide a los alumnos que, a partir de un diagrama de árbol que muestra lo que los papás de Sonia pagarían los primeros tres
-
-

domingos, completen una tabla de Número de domingo vs. Dinero en pesos, con la finalidad de determinar cuánto pagarían los papás de Sonia los siete domingos.

3. Un reactivo con dos preguntas, en las que se pide a los alumnos analizar la información de la tabla obtenida en el reactivo 2. En particular se les pide que determinen si la cantidad recibida el cuarto domingo es el doble de la del segundo domingo.
 4. Un reactivo con dos preguntas, en las los alumnos tienen que analizar la información de la tabla obtenida en el reactivo 2. Se les pide que determinen si la cantidad recibida el sexto domingo es el triple de la del segundo domingo.
 5. Un reactivo en el que, a partir de la información de la tabla que obtuvieron en el reactivo 2, contestan cuánto dinero pagarían los papás de Sonia el séptimo domingo.
 6. El reactivo es idéntico al número 1, pero la diferencia es que en el 1, los alumnos todavía no hacían los cálculos. Ahora, pueden decir en qué rango se encuentra la cantidad que pagarían los papás de Sonia el domingo siete.
 7. Un reactivo de opción múltiple, en el que los alumnos deben seleccionar la sucesión asociada a las cantidades que los papás de Sonia deben pagar cada domingo.
 8. A partir de la sucesión que los alumnos eligen en el reactivo 6, los alumnos deben describir cómo se genera cada elemento de dicha sucesión.
 9. Un reactivo de opción múltiple en el que los alumnos estiman sin hacer cálculos previos, el rango en que se encuentra la cantidad que le pagarían sus papás a Ana María el séptimo domingo.
-
-

-
-
10. Un reactivo en el que se pide a los alumnos que completen una tabla de *Número de domingo vs. Dinero en pesos*, con la finalidad de determinar cuánto pagarían los papás Ana María cada domingo.
 11. Un reactivo con dos preguntas, en las que se pide a los alumnos analizar la información de la tabla obtenida en el reactivo 10. En particular se les pide que determinen si la cantidad recibida el cuarto domingo es el doble de la del segundo domingo.
 12. Un reactivo con dos preguntas, en las los alumnos tienen que analizar la información de la tabla obtenida en el reactivo 10. En específico se les pide que determinen si la cantidad recibida el sexto domingo es el triple de la del segundo domingo.
 13. Un reactivo en el que, a partir de la información de la tabla que obtuvieron en el reactivo 10, contestan cuánto dinero pagarían los papás de Ana María el séptimo domingo.
 14. El reactivo es idéntico al número 9, pero la diferencia es que en el 1, los alumnos todavía no hacían los cálculos. Ahora, pueden decir en qué rango se encuentra la cantidad que pagarían los papás de Ana María el domingo siete.
 15. Un reactivo de opción múltiple, en el que los alumnos deben seleccionar la sucesión asociada a las cantidades que los papás de Ana María deben pagar cada domingo.
 16. A partir de la sucesión que los alumnos eligen en el reactivo 15, los alumnos deben describir cómo se genera cada elemento de dicha sucesión.
 17. Un reactivo en el que se presentan dos gráficas de Número de domingos vs. Cantidad que reciben Sonia o Ana María. Los alumnos tienen que colocar las
-
-

etiquetas a los ejes, las posibilidades son: “Número de domingos”, “Cantidad que recibirá Sonia en pesos” y “Cantidad que recibirá Ana María en pesos”

Como se puede observar, el título de la actividad “El domingo siete” tiene un doble sentido. Por un lado hace referencia al número de domingos consecutivos que las jóvenes lavarán los platos, y por otro, relacionándolo con el error que comete Ana María cuando les hace el planteamiento económico a sus padres, es decir, en lenguaje coloquial se puede decir que Ana María “salió con su domingo siete”.

3.9.6 Descripción general de la primera sesión

En este apartado se describe de manera general cómo se trabajó en el aula en la primera sesión (una descripción más detallada se presenta en el Anexo 5, en donde el formato en el que se presentan las actividades, incluye los soportes didácticos y materiales que se utilizarán, así como justificación de las actividades).

En la primera sesión se realizaron las actividades incluidas en el apartado de tareas frecuentes, más otras como las siguientes:

- ⌘ Saludo al iniciar la clase y actitud positiva del profesor a lo largo de la sesión.
 - ⌘ El profesor presenta los objetivos de aprendizaje de la sesión.
 - ⌘ El profesor describe a los alumnos las actividades a realizar en la sesión.
 - ⌘ Aplicación del examen diagnóstico.
 - ⌘ Proyección de la presentación en Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial”. Usando la técnica expositiva el profesor realiza una presentación del tema. Incluye algunos ejemplos y precisiones al tema.
-
-

- ⌘ A lo largo de la presentación, el profesor realiza con sus alumnos las actividades de doblado de papel y la de “El domingo siete”.

- ⌘ Trabajo en parejas. El profesor solicita a los alumnos que en parejas (con el compañero que tienen al lado), discutan acerca de los aspectos más relevantes de la presentación. Les solicita que lo escriban en sus cuadernos.

- ⌘ Trabajo y discusión grupal. De manera grupal, el profesor solicita a un integrante de cada pareja que lea sus conclusiones de la actividad anterior. Después, de manera grupal y con la moderación de la discusión por parte del profesor se realiza un cierre de la sesión.

- ⌘ Instrucciones para la próxima sesión. El profesor comenta a sus alumnos que en la siguiente clase realizarán una actividad para conocer “qué tan rápido” decrece el decaimiento exponencial. Les pide llevar calculadora o al menos, que no olviden su celular porque podrían utilizarlo como calculadora.

- ⌘ El profesor se despide de sus alumnos afectuosamente.

3.10 La segunda sesión de trabajo

3.10.1 Aprendizajes a lograr

En esta sesión el aprendizaje a lograr es que el alumno conocerá “qué tan rápido” es el decaimiento exponencial.

3.10.2 Recursos necesarios

Los recursos didácticos que se requieren son:

- ⊗ Cintas de diferentes longitudes.
- ⊗ Reglas, cintas métricas para medir y tijeras.
- ⊗ Calculadoras (que pueden sustituirse por el teléfono celular de los alumnos).
- ⊗ Copias del examen diagnóstico, un juego para cada uno de los alumnos.

3.10.3 Descripción general de la segunda sesión

En este apartado se describe de manera general cómo se trabajó en el aula en la segunda sesión (una descripción más detallada se presenta en el Anexo 5, en donde el formato en el que se presentan las actividades, incluye también los soportes didácticos y materiales a utilizar, así como justificación de las actividades).

En la segunda sesión se realizaron las actividades incluidas en el apartado de tareas frecuentes, más otras como las siguientes:

- ⊗ Saludo al iniciar la clase y actitud positiva del profesor a lo largo de la sesión.
 - ⊗ Repaso de la clase anterior, el profesor solicita a sus alumnos que describan brevemente, por escrito y de forma individual en su cuaderno, lo sucedido en la clase anterior.
 - ⊗ El profesor presenta los objetivos de aprendizaje de la sesión.
 - ⊗ El profesor describe a los alumnos las actividades a realizar en la sesión.
-
-

-
-
- ⌘ Realización de la actividad “¿Cuántas veces es posible cortar una cinta a la mitad?” (que se describe más adelante).

 - ⌘ Aplicación del examen diagnóstico.

 - ⌘ Instrucciones para la próxima sesión. El profesor comenta a sus alumnos que en la siguiente clase verán otra presentación en power point y que jugarán con un juego de mesa.

 - ⌘ El profesor se despide de sus alumnos afectuosamente.

3.10.4 Características de la actividad “¿Cuántas veces es posible cortar una cinta a la mitad?”

Esta actividad fue diseñada con la intención de que los alumnos hicieran una actividad manual (similar a la del doblado de papel para el caso el crecimiento exponencial) para conocer qué tan rápido es el decaimiento exponencial.

No es lo mismo dar información verbal a los alumnos a intentar que ellos indaguen, experimenten y realicen una actividad, con la finalidad de dar respuesta a una pregunta. La actividad de cortar cintas es sencilla, divertida y fácil de llevar al aula. La actividad consiste en las siguientes etapas:

1. El profesor pregunta a sus alumnos: “¿Cuántas veces puedes cortar una cinta a la mitad? Es decir, supongan que tomamos una cinta, que doblamos en dos partes iguales y la cortamos de manera que obtengamos dos mitades. Tomamos sólo una de esas mitades, la doblamos de nuevo para obtener dos partes iguales y la cortamos para obtener dos mitades, y así sucesivamente.”
-
-

-
-
2. El profesor anima a sus alumnos a responder, de manera que anticipen el resultado sin haber hecho la actividad, de ser posible, les pregunta a todos.
 3. Una vez que obtiene las respuestas, les entrega a sus alumnos el siguiente material:
 - ⊗ Cintas de distintas longitudes: 6 m, 4m, 2m, 1m, 50 cm, etc. que se les reparte a cada alumno para que pueda hacer la actividad.
 - ⊗ Tijeras y cintas métricas, las suficientes para el grupo.
 4. El profesor pide a sus alumnos que en su cuaderno, dibujen una tabla para cada cinta, como la que se muestra a continuación, para registrar sus resultados:

No. de corte	Longitud de la cinta (cm)
0	
1	
2	
....	

5. Los alumnos trabajan en la actividad, cortando sus cintas, midiendo y llenando sus tablas de resultados.
 6. Grupalmente se discuten los resultados.
 7. El profesor solicita a los alumnos que formen parejas (con el compañero que ellos elijan). A continuación, les solicita:
 - ⊗ Que dibujen una tabla, como la que se muestra a continuación, y que con su calculadora determinen las longitudes de la cinta para un número de corte dado, considerando que la longitud inicial de la cinta es de 4 metros.
-
-

No. de corte	Longitud de la cinta (cm)
0	400
1	
2	
....	
17	

8^a Que traten de encontrar una expresión algebraica para la longitud de la cinta si el número de corte es n , y que realicen la gráfica correspondiente a los datos de la tabla que realizaron en el paso 7.

Finalmente, el profesor pasa a los lugares de sus alumnos con una bolsa para que depositen sus trozos de cinta. Les indica que esos restos los va a tirar en los depósitos de basura inorgánica.

8. Trabajo y discusión grupal. De manera grupal, el profesor solicita a un integrante de cada pareja que lea sus conclusiones de la actividad anterior. Después, de manera grupal y con la moderación de la discusión por parte del profesor se realiza un cierre de la sesión haciendo una síntesis del tema abordado en la sesión. **Es importante que el profesor haga hincapié en la idea de que:**

A partir de la gráfica y de la tabla de datos, se observa que la longitud de la cinta se reduce “muy rápido” en un principio, sin embargo, después disminuye progresivamente su longitud, acercándose cada vez más a cero pero sin llegar a ser cero. Esta es una característica del decaimiento exponencial.

3.11 La tercera sesión de trabajo

3.11.1 Aprendizajes a lograr

En esta sesión, los aprendizajes a lograr son que el alumno:

- ⊗ Conozca una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología.
- ⊗ Conozca los peligros que amenazan a las tortugas y las formas en que pueden contribuir a su conservación.

3.11.2 Recursos necesarios

Los recursos didácticos que se requieren son:

- ⊗ Lap top y cañón de proyección.
- ⊗ Archivo en Power Point “Tortugas” (**ver Anexo 6**)
- ⊗ 7 Juegos de mesa sobre la vida de las tortugas (**ver Anexo 7**).

3.11.3 Descripción general de la tercera sesión

En este apartado se describe e manera general cómo se trabajó en el aula en la tercera sesión (una descripción más detallada se presenta en el Anexo 5, en donde el formato en el que se presentan las actividades, incluye también los soportes didácticos y materiales a utilizar, así como la justificación de las actividades).

En la tercera sesión se realizaron las actividades incluidas en el apartado de tareas frecuentes, más otras como las siguientes:

-
-
- ⌘ Saludo al iniciar la clase y actitud positiva del profesor a lo largo de la sesión.

 - ⌘ Repaso de la clase anterior, el profesor solicita a sus alumnos que describan brevemente, por escrito y de forma individual en su cuaderno, lo sucedido en la clase anterior.

 - ⌘ El profesor presenta los objetivos de aprendizaje de la sesión.

 - ⌘ El profesor describe a los alumnos las actividades a realizar en la sesión.

 - ⌘ Proyección de la presentación en Power Point “Tortugas” (que se describe más adelante). Usando la técnica expositiva el profesor realiza una presentación del tema. Incluye algunos ejemplos y precisiones al tema.

 - ⌘ Como actividad de cierre de la sesión, y de repaso de los conceptos abordados en la presentación, el profesor entrega a los alumnos, integrados en equipos de 4 personas un juego de mesa sobre la vida de las tortugas (que se describe más adelante).

 - ⌘ Los equipos los integra de la siguiente manera: empezando en un extremo del salón les pide a los alumnos que se enumeren del 1 al 4. Los números 1 se reúnen entre sí, los que les tocó el número 2 entre sí y así sucesivamente.

 - ⌘ Solicita que reacomoden sus pupitres para poder jugar de manera cómoda. E indica las instrucciones del juego.

 - ⌘ El profesor solicita a sus alumnos que acomoden nuevamente sus pupitres, como estaban al inicio de la sesión, para comentar la actividad.
-
-

-
-
- ⌘ De manera grupal y con la moderación de la discusión por parte del profesor se realiza un cierre de la sesión. El profesor solicita a sus alumnos que voluntariamente comenten sus opiniones acerca de lo realizado en esa sesión.
 - ⌘ A continuación, el profesor solicita a sus alumnos que voluntariamente comenten sus opiniones acerca de lo realizado en esa sesión.
 - ⌘ El profesor se despide de sus alumnos afectuosamente.

3.11.4 Características de la presentación en Power Point “Tortugas”

Esta presentación la diseñé con la intención de presentar al alumno los peligros que enfrenta la tortuga de carey, una tortuga que llega a las costas mexicanas (para conocer las diapositivas se recomienda ver el Anexo 6). La estructura de la presentación y la descripción de la forma en que se aplicó se presentan a continuación:

- ⌘ En la primera diapositiva se incluye el título del tema: La tortuga Carey del Caribe
- ⌘ En la segunda diapositiva se presenta una clasificación del tipo de amenazas a las que está expuesta la tortuga.
- ⌘ En las diapositivas 3 a 9 se describen los peligros más comunes que acechan a las tortugas relacionados con el hombre.

Por ejemplo, en la diapositiva 9 se presenta la imagen de una tortuga y de una medusa. La tortuga por cierto, lleva en la boca una bolsa de plástico. Esta diapositiva hace referencia a un problema que se está presentando en nuestros océanos: la población de medusas está aumentando de manera incontrolada, lo cual trae como consecuencia no sólo que ante una “ola de medusas” las personas no puedan nadar en el mar, sino que también se relaciona con un descenso de la población de peces. Entre los predadores

naturales de la medusa están las tortugas. En ocasiones, las tortugas confunden las bolsas de plástico que flotan en el mar con medusas. Y se las comen, lo cual les produce la muerte. Debido a que la población de tortugas está disminuyendo con rapidez, la de medusas está proliferando.

3.11.5 Características del juego de mesa sobre la vida de las tortugas

El juego de tortugas que se diseñó, busca que los alumnos, a través del juego, conozcan los peligros que enfrentan las tortugas que rompen el cascarón de su huevo en su camino hacia el mar abierto (para conocer el tablero del juego se recomienda ver el Anexo 7).

El juego consta de un tablero, dos dados y fichas de colores diferentes.

En este juego, cada jugador representa una tortuga que sale del huevo que la tortuga madre depositó en la playa. Además, cada jugador es miembro de un nido de 70 huevos, cuyas crías van muriendo en el camino a la playa debido a los peligros que enfrentan. Hay casillas del tablero que incluyen un número negativo que indica el número de “hermanitas tortuguitas” que mueren en el camino.

Se sugiere que el profesor divida en equipos a los alumnos y reparta en cada uno de ellos el juego.

Para jugarlo, cada alumno toma una ficha y por medio del lanzamiento de los dados va avanzando progresivamente por las casillas y sigue las indicaciones de la casilla a la que llegue. El ganador es aquel que llegue primero a la meta: el mar abierto.

En el siguiente capítulo se describirán los resultados obtenidos en la aplicación de esta propuesta didáctica.

CAPÍTULO 4:
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

4.1 Descripción de las condiciones en las que se realizó la práctica docente

Fechas de trabajo con el grupo:

Lunes 17, Miércoles 19 y viernes 21 de abril de 2012

Características del grupo

- Grupo 413 del turno matutino, tipo ordinario del CCH
- Lunes y Miércoles: Horario de clase de 9 a 11 AM
- Viernes: Horario de clase de 9 a 10 AM

Objetivos de aprendizaje de las sesiones:

- Conocer en qué consiste el crecimiento y decaimiento exponencial.
- Compararlo con otras formas de crecimiento que conocen (como el lineal).
- Conocer una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología.

4.2 Resultados de la evaluación diagnóstica

La prueba diagnóstica se aplicó al grupo 413 de Matemáticas IV, del turno matutino, del Plantel Azcapotzalco del Colegio de Ciencias y Humanidades.

A continuación, la Tabla 5 muestra la distribución por género:

Tabla 5. Distribución por género del grupo 413

Género	Frecuencia	Porcentaje
Hombre	11	50%
Mujer	11	50%

Total alumnos= 22

4.2.1 Análisis cuantitativo de la evaluación diagnóstica

A continuación, en la Tabla 6 se presenta el desglose de respuestas de cada uno de los diez reactivos (con sus incisos correspondientes) que conforman la evaluación diagnóstica.

Los resultados que se muestran son: la frecuencia con que los alumnos contestaron de manera correcta o incorrecta el reactivo, así como el número de alumnos que no contestaron:

Tabla 6 Desglose de las respuestas de cada uno de los reactivos del examen diagnóstico

Reactivo	Contestó correctamente	Contestó incorrectamente	No contestó
1a	7	15	0
1b	7	5	10
2a	3	19	0
2b	3	4	15
3	9	13	0
4a	18	4	0
4b	18	2	2
5	21	1	0
6	19	3	0
7	20	2	0
8	21	1	0
9	13	8	1
10	15	7	0

El promedio de calificación del grupo fue de: 6.659

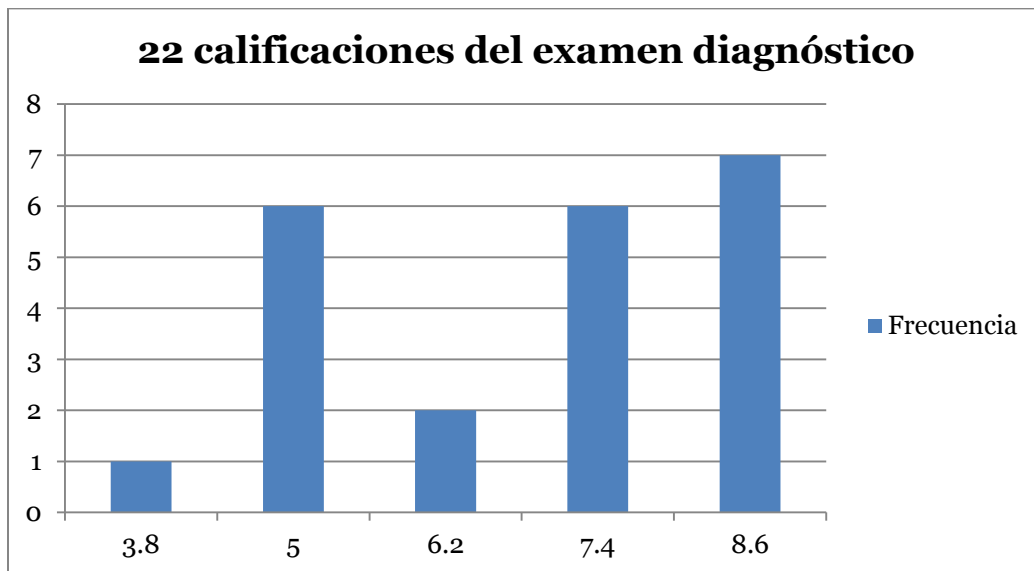
A continuación, en la Tabla 7 se presenta un diagrama de distribución de frecuencias de las calificaciones que obtuvieron los alumnos en el examen diagnóstico. Se tomó como ancho de clase, 1.2.

Tabla 7. Diagrama de distribución de frecuencias de calificaciones del examen diagnóstico con marca de clase

No. de clase	Límites	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Marca de clase
1	$3.2 \leq x < 4.4$	1	4.55%	3.8
2	$4.4 \leq x < 5.6$	6	27.27%	5
3	$5.6 \leq x < 6.8$	2	9.09%	6.2
4	$6.8 \leq x < 8$	6	27.27%	7.4
5	$8 \leq x < 9.2$	7	31.82%	8.6

Para visualizar estos resultados se presenta en la Gráfica 2, el histograma correspondiente a los datos mostrados en la Tabla 7.

Gráfica 2. Histograma correspondiente a la distribución de frecuencias de calificaciones del examen diagnóstico.



4.2.2 Análisis cualitativo de la evaluación diagnóstica

En la Tabla 8 se presentan las respuestas que fueron consideradas incorrectas para cada uno de los reactivos. Son muy ilustrativas porque reflejan las concepciones precisas, dificultades o confusiones sobre algún concepto que tienen los estudiantes.

Tabla 8. Cuadro de respuestas del examen diagnóstico consideradas incorrectas. Se incluye la posible fuente de error

Reac-tivo	Respuestas de los alumnos	Posible fuente de error
1a	Fueron consideradas incorrectas aquellas respuestas donde contestaban "Sí" y en el siguiente reactivo presentaban un mal ejemplo. También aquellas donde contestaban "No"	La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial.
1b	<ul style="list-style-type: none"> • el valor o costo del dólar • el agua y utensilios cotidianos • los alumnos, los alimentos • la producción de fruta en un comercio 	<ul style="list-style-type: none"> - La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial; o - el desconocimiento de aplicaciones del crecimiento exponencial
2a	Fueron consideradas incorrectas aquellas respuestas donde contestaban "Sí" y en el siguiente reactivo presentaban un mal ejemplo	La falta de comprensión de la noción de decaimiento exponencial.
2b	<ul style="list-style-type: none"> • cantidad de producción • la mortalidad • la economía y de la bolsa de valores 	<ul style="list-style-type: none"> - La falta de comprensión de la noción de decaimiento exponencial; o - el desconocimiento de aplicaciones del decaimiento exponencial
3	<ul style="list-style-type: none"> • 20 días(10 días más para llenarse el estanque) • En 2 días • 14 días. El crecimiento es n^2 y en el día catorce será de 196 	<ul style="list-style-type: none"> -El crecimiento lineal es más familiar para ellos, y lo experimentan de manera más frecuente en su vida diaria; o -La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial;

4a	<ul style="list-style-type: none"> • 3 600 • 4499 • 450 • 14400 	<p>-El alumno que contestó 4499, seguramente está restando a la abeja reina.</p> <p>-El alumno que contestó 450, quizás se olvidó de escribir otro cero.</p>
4b	<ul style="list-style-type: none"> • 1 mes • 3 meses 	-Quizás se quedaron con la idea en la mente del problema del estanque de lirios.
5	Un alumno respondió: Cuando la población asciende, el alimento es innecesario	-Quizás el alumno confunde el término “innecesario” con “insuficiente”.
6	b)Exponencial	La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial
7	c) 1, 5, 10, 35, 70, ...	La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial
8	b) 1, 2, 4, 8, 16	La falta de comprensión de la noción de crecimiento lineal
9	<ul style="list-style-type: none"> • 2 • El exponente es al cuadrado • n^2 • Porque va multiplicando por 3 el resultado • x^2 • 1024; 4096; 16384; 65536; 262144 • $256 \times 4 = 1,024$ • $n^4 - n$ 	<ul style="list-style-type: none"> • La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial. • El desconocimiento de cómo se genera una progresión geométrica o sucesión exponencial.
10	<p>a) 540 000 personas</p> <p>c) 1 440 000 personas</p>	- El alumno que contestó 540 mil personas, sencillamente triplicó el último dato de población que se especifica en el enunciado del problema.

4.3 Análisis cuantitativo de la actividad: “El domingo siete”

A continuación se presenta la Tabla 9 en donde se presenta el desglose de respuestas de cada uno de los reactivos (con sus incisos correspondientes) que conforman la actividad “El domingo siete”. Los resultados que se muestran son: la frecuencia con que los alumnos contestaron de manera correcta o incorrecta el reactivo, así como el número de alumnos que no contestaron:

Tabla 9. Desglose de las respuestas de cada uno de los reactivos de la actividad “El domingo siete”.

Reactivo	Contestó correctamente	Contestó incorrectamente	No contestó
1	20	2	0
2(4)	22	0	0
2(5)	22	0	0
2(6)	22	0	0
2(7)	22	0	0
3a	22	0	0
3b	20	2	0
4a	22	0	0
4b	18	4	0
5	22	0	0
6	21	1	0
7	22	0	0
8	14	8	0
9	18	4	0
10(4)	22	0	0
10(5)	22	0	0
10(6)	22	0	0
10(7)	22	0	0
11a	21	1	0
11b	21	1	0
12a	21	1	0
12b	19	2	1
13	21	1	0
14	21	1	0
15	21	1	0
16	18	4	0
17aX	15	1	6
17aY	16	0	6
17bX	15	1	6
17bY	16	0	6

A continuación, en la Tabla 10 se presentan las calificaciones obtenidas en esta actividad:

Tabla 10. Calificaciones obtenidas en la actividad “El domingo siete”.

	Nombre del alumn@	Calificación
1	Brandon Bautista Becerril	7.7
2	Isaac Campos Puentes	9.3
3	Daniel Castro Alpizar	8.3
4	Luis Cortés Hurtado	8.2
5	Miguel Ángel Gutierrez Hdez.	8.3
6	Xochitl Nopalera Sánchez	8.7
7	Elsa Aglaee Peralta Perez	9
8	Karina Ramos Aldana	10
9	Ma. Guadalupe Ramirez Rdguez	9.7
10	Daniela Roa Cruz	8
11	Victor Manuel Rodríguez	10
12	Claudia Estrella	7.7
13	Zuleima Romo Pacheco	8.7
14	Karla M Salas Guerrero	8.3
15	Daniel Salinas Hdz.	10
16	Luis Javier Sánchez Sánchez	10
17	Rocío Sandoval Cazares	10
18	Octavio Solís Sotelo	10
19	Miriam Abigail Tamayo	9.3
20	Miguel Ángel Vargas Castelan	9
21	Alfredo Velázquez Romero	10
22	Alejandra Yoali Pérez	10

4.4 Resultados de la evaluación postest

4.4.1 Análisis cuantitativo de la evaluación postest

A continuación, en la Tabla 11 se presenta el desglose de respuestas de cada uno de los diez reactivos que conforman la evaluación postest.

Cabe mencionar que la composición del grupo varió el día de la aplicación de la prueba. Faltaron 4 de los que hicieron el examen diagnóstico. De manera que el total de alumnos que hicieron la prueba postest fue de 18.

Los resultados que se muestran son: la frecuencia con que los alumnos contestaron de manera correcta o incorrecta el reactivo, así como el número de alumnos que no contestaron:

Tabla 11. Desglose de las respuestas de cada uno de los reactivos del examen postest.

Reactivo	Contestó correctamente	Contestó incorrectamente	No contestó
1 ^a	15	3	0
1b	15	3	0
2 ^a	16	2	0
2b	16	2	0
3	15	2	1
4 ^a	16	1	1
4b	16	0	2
5	17	1	0
6	16	2	0
7	18	0	0
8	16	1	1
9	15	3	0
10	17	1	0

El promedio de calificación del grupo fue de: 8.94

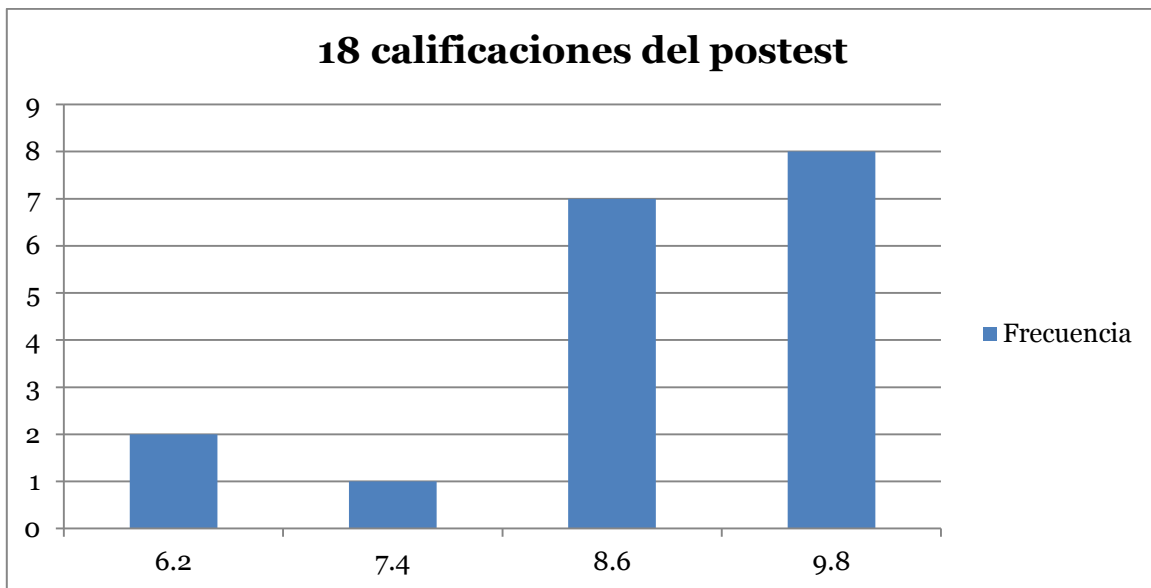
En la Tabla 12 se presenta el diagrama de distribución de frecuencias de las calificaciones que obtuvieron los alumnos en el examen postest. Se tomó como ancho de clase, 1.2.

Tabla 12. Diagrama de distribución de frecuencias de calificaciones del examen postest con marca de clase

No. de clase	Límites	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Marca de clase
1	$5.6 \leq x < 6.8$	2	11.11%	6.2
2	$6.8 \leq x < 8$	1	5.56%	7.4
3	$8 \leq x < 9.2$	7	38.89%	8.6
4	$9.2 \leq x < 10.4$	8	44.44%	9.8

Para visualizar estos resultados se presenta en la Gráfica 3, el histograma correspondiente a la Tabla 12.

Gráfica 3. Histograma correspondiente a la distribución de frecuencias de calificaciones del examen postest.



A continuación, en la Tabla 13 se comparan los puntajes que obtuvieron los alumnos en el pretest y postest, con la finalidad de facilitar la comparación entre ambos resultados. Se observa que hay alumnos que no asistieron a la sesión donde se aplicó la prueba postest.

Tabla 13. Comparación de las calificaciones que obtuvieron los alumnos en el pretest y postest (se incluyen alumnos que no presentaron alguna de las pruebas)

	Nombre del alumn@	Puntos pretest	Puntos postest	Diferencia de puntos
1	Brandon Bautista Becerril	8.0	No presentó	--
2	Isaac Campos Puente	7.0	6.0	1
3	Daniel Castro Alpizar	8.0	9.0	1
4	Luis Cortés Hurtado	7.5	7.5	0
5	Miguel Ángel Gutiérrez Hernández	8.0	No presentó	--
6	Xóchitl Nopalera Sánchez	7.0	10.0	3
7	Elsa Aglaee Peralta Pérez	5.0	9.0	4
8	Karina Ramos Aldana	8.0	10.0	2
9	Ma. Guadalupe Ramírez Rodríguez	5.0	9.0	4
10	Daniela Roa Cruz	4.5	9.0	4.5
11	Víctor Manuel Rodríguez	7.0	No presentó	--
12	Claudia Estrella	5.5	10.0	4.5
13	Zuleima Romo Pacheco	5.5	8.5	3
14	Karla M Salas Guerrero	6.0	8.0	2
15	Daniel Salinas Hernández	9.0	10.0	1
16	Luis Javier Sánchez Sánchez	8.0	10.0	2
17	Rocío Sandoval Cazares	6.0	10.0	4
18	Octavio Solís Sotelo	7.0	10.0	3
19	Miriam Abigail Tamayo	3.5	6.0	2.5
20	Miguel Ángel Vargas Castelán	9.0	10.0	1
21	Alfredo Velázquez Romero	5.0	9.0	4
22	Alejandra Yoali Pérez	7.0	No presentó	--
PROMEDIO GENERAL		6.66	8.94	2.28

En la siguiente tabla se presentan los resultados de los alumnos que presentaron ambas pruebas. En el examen postest, la calificación mínima fue de 6 y la calificación máxima fue de 10.

Tabla 14. Comparación de las calificaciones de los alumnos que presentaron ambas pruebas (pretest y postest).

	Nombre del alumn@	Puntos pretest	Puntos postest	Diferencia de puntos
2	Isaac Campos Puente	7.0	6.0	1
3	Daniel Castro Alpizar	8.0	9.0	1
4	Luis Cortés Hurtado	7.5	7.5	0
6	Xóchitl Nopalera Sánchez	7.0	10.0	3
7	Elsa Aglaee Peralta Pérez	5.0	9.0	4
8	Karina Ramos Aldana	8.0	10.0	2
9	Ma. Guadalupe Ramírez Rodríguez	5.0	9.0	4
10	Daniela Roa Cruz	4.5	9.0	4.5
12	Claudia Estrella	5.5	10.0	4.5
13	Zuleima Romo Pacheco	5.5	8.5	3
14	Karla M Salas Guerrero	6.0	8.0	2
15	Daniel Salinas Hernández	9.0	10.0	1
16	Luis Javier Sánchez Sánchez	8.0	10.0	2
17	Rocío Sandoval Cazares	6.0	10.0	4
18	Octavio Solís Sotelo	7.0	10.0	3
19	Miriam Abigail Tamayo	3.5	6.0	2.5
20	Miguel Ángel Vargas Castelán	9.0	10.0	1
21	Alfredo Velázquez Romero	5.0	9.0	4
	PROMEDIO GENERAL	6.66	8.94	2.28

4.4.2 Análisis cualitativo de la evaluación postest

En la Tabla 15 se presentan las respuestas que fueron consideradas incorrectas para cada uno de los reactivos de la evaluación postest.

Son muy ilustrativas porque reflejan las concepciones previas, dificultades o confusiones sobre algún concepto que tienen los estudiantes, que prevalecen aún después de que estos temas fueron abordados en las sesiones de clase.

Tabla 15. Cuadro de respuestas del examen postest consideradas incorrectas. Se incluye la posible fuente de error

Reac-tivo	Respuestas de los alumnos	Posible fuente de error
1a	Fueron consideradas incorrectas aquellas respuestas donde contestaban "Sí" y en el siguiente reactivo presentaban un mal ejemplo. También aquellas donde contestaban "No"	La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial.
1b	<ul style="list-style-type: none"> • Aumento de gasolina • La producción de algún producto en una fábrica • El dinero, la comida • La extinción de los animales 	<ul style="list-style-type: none"> - La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial; o - el desconocimiento de aplicaciones del crecimiento exponencial
2a	Fueron consideradas incorrectas aquellas respuestas donde contestaban "Sí" y en el siguiente reactivo presentaban un mal ejemplo	La falta de comprensión de la noción de decaimiento exponencial.
2b	<ul style="list-style-type: none"> • Pensar que el Estadio Azteca está lleno de agua y vaciarlo • El dinero 	<ul style="list-style-type: none"> - La falta de comprensión de la noción de decaimiento exponencial; o - el desconocimiento de aplicaciones del decaimiento exponencial

3	<ul style="list-style-type: none"> • 10 días más para llenarse el estanque • En 5 días, pues se duplica la cantidad cada día 	<ul style="list-style-type: none"> -El crecimiento lineal es más familiar para ellos, y lo experimentan de manera más frecuente en su vida diaria; o -La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial;
4a	45 600	
4b	Todos los alumnos contestaron correctamente, a excepción de 2 alumnas que no contestaron, a pesar de que ambas asistieron a todas las sesiones	La falta de comprensión de la noción de crecimiento lineal.
5	No hubo respuestas incorrectas	-----
6	b)Exponencial	La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial
7	No hubo respuestas incorrectas	-----
8	b) 1, 2, 4, 8, 16	La falta de comprensión de la noción de crecimiento lineal
9	<ul style="list-style-type: none"> • n • n^2 	<ul style="list-style-type: none"> • La falta de comprensión de la noción de crecimiento exponencial. • El desconocimiento de cómo se genera una progresión geométrica o sucesión exponencial.
10	a) 540 000 personas	- El alumno que contestó 540 mil personas, sencillamente triplicó el último dato de población que se especifica en el enunciado del problema.

En la siguiente sección se presentan las conclusiones obtenidas a partir de la aplicación de la propuesta didáctica y del análisis de los resultados.

CONCLUSIONES

“La locura es hacer siempre lo mismo y esperar resultados diferentes”

Albert Einstein

Ante el grave problema de reprobación en matemáticas, es necesario que el profesor se preocupe por mejorar su práctica docente. En definitiva, el reto del profesor es muy grande, y necesita estar preparado para responder de la manera más adecuada para resolver los problemas cotidianos del aula. Como se expuso en páginas anteriores, la problemática de reprobación en matemáticas es diversa y compleja. Ante la perspectiva de una labor docente de corte tradicional, habría que buscar el incorporar nuevas formas de trabajo en el aula, que busquen provocar el interés del alumno.

Es por ello que es importante que el profesor discuta con sus pares, para el intercambio de ideas, estrategias didácticas, material didáctico, etcétera. Sin embargo, no hay que olvidar que el profesor necesita también formarse, conocer diversas perspectivas teóricas que le permitan mejorar su docencia.

Si queremos que las cosas mejoren en nuestro salón de clases, debemos comenzar con nuestra propia mejora. Con ello quiero decir, que los profesores de matemáticas debemos preocuparnos por adquirir herramientas teóricas de origen diverso: de psicología del aprendizaje, de matemática educativa, de historia de las ciencias, de psicología del adolescente, de filosofía y ética de la práctica docente, de historia del sistema educativo mexicano, del uso de herramientas tecnológicas, por mencionar algunos ejemplos.

Todo ello nos permitirá tener una visión global, general, y más realista de la problemática que enfrentamos, poner en contexto la situación. Si los profesores conocen el escenario en el que desempeñan su labor, los actores que intervienen (por ejemplo: profesores y alumnos), el tipo de interacciones que pueden establecer estos actores y los posibles resultados, los profesores estarán en

mejores condiciones de proponer soluciones a la problemática que se presente en el aula.

Este conocimiento teórico permitirá, por lo menos moderar las explicaciones simplistas que muchos profesores ofrecen con respecto a las causas de la reprobación de sus alumnos: “porque son burros”, “porque son flojos”, “porque no les interesa nada”, etcétera.

Estas propuestas teóricas permitirán al profesor mirar su propio desempeño y obligarle a un análisis crítico de su actuar y responsabilidad en el aula. Y al mismo tiempo, en algunas ocasiones, le pueden brindar diversas alternativas de solución, como ofrecerle herramientas e ideas muy concretas que le permitan mejorar su docencia.

Nuestro trabajo docente debe ser visto desde la perspectiva de brindarles más y mejores oportunidades a las generaciones venideras, porque sin caer en exageraciones o discursos desgastados, la realidad es que en manos de ellas está, el futuro de este país y de este planeta. Como se vio en páginas anteriores, el bachillerato, para más del 40% de nuestros alumnos, será su último contacto con la escuela, y a estos alumnos, que no continuarán estudiando, también debemos educar, en el sentido amplio de la palabra.

En este trabajo se presentó una propuesta didáctica para trabajar el tema de crecimiento y decaimiento exponencial, que en el caso del CCH, se aborda en la Unidad 4: “Funciones exponenciales y logarítmicas” del curso de Matemáticas IV.

Los propósitos más importantes de la propuesta didáctica fueron:

- La planeación de actividades encaminadas a que el alumno, con sus intereses, fuera el principal protagonista.
-
-

-
-
- Fomentar actitudes y valores en los alumnos, sin descuidar la adquisición de los aprendizajes relacionados con los contenidos disciplinares.

Estos propósitos tienen su fundamento teórico en las premisas del aprendizaje situado, mismas que señalan que el aprendizaje requiere del interés, la motivación y el compromiso del alumno que provienen también de la interacción con su sociedad. Se considera que el aprendizaje ocurre de manera más natural, porque los alumnos están más motivados y comprometidos al resolver problemas interesantes, auténticos y relacionados con su realidad, en un contexto informal.

Los métodos utilizados en el desarrollo de la propuesta, me parecieron acordes a los modelos que buscan poner en el centro el interés de los alumnos, que de acuerdo a varios teóricos, son propicios para facilitar el logro de los aprendizajes de los alumnos. De la misma manera, considero que los recursos didácticos utilizados en las sesiones fueron los adecuados, ya que resultaron motivadores y novedosos para los alumnos.

A lo largo de las sesiones de trabajo con los alumnos, se observó que se interesaron en el tema, al presentar aplicaciones relacionadas con su vida cotidiana y con problemas del mundo actual. Se mostraron interesados por el material presentado y proporcionado. Hicieron preguntas, a lo largo de las sesiones, lo cual para mí fue una muestra de su interés, y al final considero que sus dudas fueron aclaradas.

Y aunque el grupo de alumnos estuvo motivado, se percibió que conocieron de manera más precisa la noción de los conceptos tratados, así como aplicaciones de la vida diaria. Sin embargo, considero que puedo encontrar más ejemplos interesantes para precisar el concepto de decaimiento exponencial.

Cabe mencionar que en la primera y segunda sesión de trabajo, se trabajaron de manera amplia los conceptos disciplinares. En la segunda sesión me avoqué a

tratar de manera más detallada el tema de decaimiento exponencial. Se presentó una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología: el modelo de la mortalidad de las tortugas. La tercera sesión tuvo un carácter más lúdico, puesto que en este momento los alumnos jugaron con un juego que diseñé ilustrando los peligros que las tortugas enfrentan en el camino del nido a la playa.

Con respecto a la evaluación, de manera formal, en la primera sesión utilicé un examen diagnóstico que apliqué al inicio de la primera sesión, y a manera de postest lo volví a aplicar al final de la segunda sesión clase. También hubieron actividades que se les entregó en hojas impresas y que contestaron de manera individual.

Para recabar sus opiniones respecto de mi trabajo docente durante las presentaciones, utilicé un modo de evaluación muy informal, que tenía que ver más con mi apreciación de cómo participaban en la sesión, y en las actividades propuestas.

Si bien la propuesta didáctica me pareció adecuada, considero que es posible enriquecer y mejorar este trabajo si se incorporan elementos de perspectivas teóricas, como el aprendizaje por proyectos, enseñanza para la comprensión; así como la búsqueda de otras aplicaciones del crecimiento y decaimiento exponencial extraídas de la biología, ecología, finanzas, salud, para contar con más herramientas que permitan recrear situaciones más interesantes con la finalidad de interesar a los alumnos en el contenido matemático de este tema.

Observaciones a la propuesta didáctica

Cuando diseñé el examen diagnóstico, todavía no escribía el capítulo 2 de este trabajo, en el que hago una indagación histórica de la función exponencial, y de algunas propuestas que desde la educación matemática se hacen para abordarlo. No tenía tampoco precisos los prerrequisitos, los conocimientos previos que deben

tener los alumnos antes de abordar esta temática. Por consiguiente, el examen diagnóstico fue deficiente, aunque afortunadamente, me permitió extraer mucha información de lo que sabían los alumnos, de lo que aprendieron, y de lo que siguieron teniendo como confusiones.

Por otro lado, debido a que diseñé la propuesta didáctica previamente a la investigación de varios de los apartados de este trabajo, no incluí en la presentación de Power Point del “Crecimiento y decaimiento exponencial”, la curva de mortalidad teórica en las tortugas marinas que se modela matemáticamente con una distribución exponencial (ver apartado 3.4). Esta curva tiene la forma característica de un decaimiento exponencial, y de haberla incluido, hubiera sido de gran apoyo para que los alumnos identificaran rápidamente, de manera visual el comportamiento funcional del fenómeno. De manera que no queda suficientemente claro ni en la presentación, ni en el juego, qué tienen que ver las tortugas con el decaimiento exponencial.

Además, una vez que realizaba el diseño de mi propuesta didáctica, me di cuenta de varios aspectos que pueden ser fuente de error o confusión:

- Al incursionar en campos de conocimiento que son ajenos a mi formación, como el caso de la ecología y biología. Tenía que ser muy precisa en los conceptos y definiciones que presentaba a los alumnos, para no incurrir en un error conceptual. La investigación realizada sobre la mortalidad de las tortugas tuve que realizarla con bastante cuidado.
- Abundé en ejemplos para ilustrar las características del crecimiento exponencial, pero el decaimiento exponencial no está suficientemente abordado. Faltan ejemplos para ilustrarlo.

Finalmente, esta propuesta didáctica no es un producto acabado, ya que siempre podrá ser mejorada, ampliada y corregida. Sin embargo, al analizar en conjunto,

tanto el trabajo de investigación realizado como los resultados de la puesta en práctica de la propuesta didáctica, puedo ahora enumerar una serie de aspectos que permitirían de manera inicial, la mejora de dicha propuesta:

- Incluir en la presentación de Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial”, la curva de mortalidad teórica en las tortugas marinas que se modela matemáticamente con una distribución exponencial (ver apartado 3.4).
 - Pensar también de qué manera el juego de mesa sobre la vida de las tortugas (ver apartado 3.11.5) puede rediseñarse y hacer patente que su mortalidad se relaciona con el decaimiento exponencial.
 - Es importante incluir actividades para los alumnos de búsqueda, indagación o investigación que les permitan contar con más información sobre los temas que abarca la propuesta.
 - Cuando el profesor proyecte en el aula la presentación de Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial”, la parte donde se plantea el problema del llenado del Estadio Azteca, es importante que dé a conocer a los alumnos la nota de periódico que dio origen a dicho problema (ver apartado 3.9.4), ya que esto permitiría contextualizar mejor el ejercicio, por lo que el profesor la puede leer en clase o proporcionar a los alumnos fotocopias de la misma.
 - Con respecto a las características de la misma presentación en Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial”, se mencionó (ver apartado 3.9.4) que estaba ilustrada con imágenes de películas de los Hermanos Marx y se señaló que, en un momento dado, el profesor verbalmente invita a los alumnos a ver alguna de sus películas. Considero ahora, que no es suficiente una invitación verbal, sino que el profesor, en algún momento del curso, deberá propiciar de manera más concreta que el grupo vea alguna de ellas.
-
-

-
-
- Con relación a la última sesión de trabajo en donde se aborda la temática de las tortugas y en donde los alumnos juegan con el juego de mesa sobre la vida de las tortugas (ver apartado 3.11.5), haciendo un análisis crítico de su diseño, da la impresión que fue una sesión más dedicada a jugar que a cerrar y recuperar los conceptos abordados a lo largo de las sesiones de trabajo que comprende la propuesta. De manera que es importante reestructurar la sesión de tal modo que permita hacer un cierre adecuado, de la propuesta didáctica en su conjunto, y que permita a los alumnos realizar una síntesis de los temas abordados.
 - Con respecto al examen diagnóstico, además que debe reestructurarse en términos de la investigación realizada en este trabajo, tal y como se mencionó líneas arriba. Es importante rediseñar el problema 4 de las abejas (consultar el Anexo 2), puesto que muy probablemente, a reserva de investigar con más precisión, las abejas tendrían una mortalidad que se modela matemáticamente de manera similar a las tortugas. Esto es, que parece ser que en la naturaleza, las especies que tienen individuos muy fértiles, tienen también una alta mortalidad. De manera que habría que añadir suposiciones al problema para llevarlo a un caso ideal, en donde se hace la suposición de que no muere ninguna abeja, para que tengan validez las opciones de respuesta planteadas en dicho problema.
 - Una variante interesante de la actividad “El domingo siete” (ver Anexo 4), es cambiar la cantidad inicial que solicita Ana María (recordemos que la cantidad que recibirá cada domingo crece de manera lineal), por ejemplo, que sea \$30 en lugar de \$3. Esto haría que algunos alumnos pensarán de manera inicial que, quien recibirá más dinero será Ana María, y esto lo confirmarían al hacer los cálculos iniciales. Sin embargo, a la larga, la cantidad que recibirá Sonia comenzará, como ya vimos, a crecer muy rápidamente.
-
-

Bibliografía y fuentes consultadas

Aberastury, Arminda. "El adolescente y el mundo actual" en Cero en Conducta, No. 9, mayo-agosto de 1987, Educación y Cambio A.C., México, pp. 36-39.

Alcántara, Armando y Juan Fidel Zorrilla. "Globalización y educación media superior en México". En Perfiles Educativos. Vol. XXXII. Número 127. 2010. pp. 38-57.

Amara Pace, Giuseppe. "El adolescente y la familia". En Perfiles Educativos. Abril-junio 1993. Número 60, pp. 13-18.

Álvarez Barret, Luis. "Justo Sierra y la obra educativa del porfiriato, 1901-1911". En Solana, Fernando; Cardiel, Raúl y Raúl Bolaños (Coord.). **Historia de la educación pública en México**. Fondo de Cultura Económica. SEP. México. 1982. pp. 83-115

Arnaut, Alberto y Silvia Giorguli (Coordinadores). **Los grandes problemas de México. VII Educación**. El Colegio de México. 1ª. Edición. México. 2010. 684 p.

Avilés, Karina. 20 de agosto de 2012. "La sexta parte de la matrícula de educación básica no va a la escuela". Consultada el 10 de octubre de 2012 en la página: <http://www.jornada.unam.mx/2012/08/20/sociedad/039n1soc>

Avilés, Karina. "Suicidio y *narco*, opciones de jóvenes por el fracaso educativo". Periódico La Jornada. Martes 12 de enero de 2010, p. 33

Azcárate Giménez, Carmen y Jordi Deulofeu Piquet. **Funciones y gráficas**. Madrid. Ed. Síntesis. 1990. pp. 176.

Baquero Orueta, Ricardo. "Zona de desarrollo próximo, sujeto y situación. El problema de las unidades de análisis en Psicología Educativa". Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación 2009, vol. 9. Consultada el 28 de octubre de 2012 en la página WEB: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=44713052009>

Bagazgoitia, A. "La belleza en matemáticas". En Sigma. No. 31. Nov. 2007. España. pp. 133-151. Consultad el 20 de nov de 2012 en http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/sigma_aldizkaria.html

Barradas, Ignacio. "Funciones Matemáticas. ¿Con qué se comen?". En ¿Cómo ves?. Revista de Divulgación de la Ciencia de la UNAM. No. 10. p. 12. Consultada el 17 de noviembre de 2012 en: <http://www.comoves.unam.mx/articulos/funciones/funciones.html>

Bazán Levi, José. "Un bachillerato de habilidades básicas". En Revista de la educación superior. Número 65. Volumen 17. Enero-Marzo de 1988. Disponible en la página web: <http://publicaciones.anuies.mx/revista/65> consultada el 12 de octubre de 2012.

Bernard, Juan Antonio. **Modelo cognitivo de evaluación educativa**. Ed. Narcea. Madrid. 2000. pp. 200.

Bolaños, Ángel. "El cobro de mayores cuotas en las universidades públicas sólo aumentaría la desigualdad: Ebrard". Diario. La Jornada. México. 22 de octubre de 2008.

Bolaños, Raúl. "Orígenes de la educación pública en México". En Solana, Fernando; Cardiel, Raúl y Raúl Bolaños (Coordinadores). **Historia de la educación pública en México**. Fondo de Cultura Económica. SEP. México. 1982. pp. 11-40.

Calixto Flores, Raúl (Coord.). **Escuela y ambiente: por una educación ambiental**. Colección cuadernos de actualización. No. 14. UPN. México. 2000.

Calvillo Velasco, Max y Lourdes Rocío Ramírez Palacios. **Setenta años de historia del Instituto Politécnico Nacional**. Tomo I. IPN. México. 2006.

Camacho, Carlos. "Narro: México requiere más fondos para educación, no recortes al presupuesto". Diario La Jornada. México. Miércoles 17 de marzo de 2010. p. 41.

Camacho, Fernando. "Sin opciones, los jóvenes nutren las filas de la delincuencia: especialistas". Diario La Jornada. México. Domingo 14 de abril de 2013.

Cánovas, C. Esther. "Vigotsky y Freire dialogan a través de los participantes de una comunidad virtual latinoamericana de convivencia escolar". Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación. Universidad de Costa Rica. Costa Rica. Vol. 9. Noviembre. 2009. pp. 1-30. Consultada el 27 de octubre de 2012 en la página WEB: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=44713052011>

Cantoral, Ricardo y Rosa María Farfán. **Desarrollo conceptual del cálculo**. Thompson. México. 2004. pp. 200.

Cantoral, Ricardo; Farfán, Rosa Ma.; Lezama, Javier y Gustavo Martínez Sierra. "Socioepistemología y representación: algunos ejemplos". En Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Número especial. 2006. México. pp. 83-102. Consultada en: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33509905> el 24 de noviembre de 2012.

Carretero, Mario. "Vygotski. La concepción del desarrollo". En Cuadernos de Pedagogía. España. Octubre. No. 141. 1986. pp. 1-5.

Castañón, Roberto y Rosa María Seco. **Educación media superior en México. Una invitación a la reflexión**. Noriega editores. México. 2000.

Castillo, Santiago y Jesús Cabrerizo Diago. **Formación del profesorado en educación superior. Didáctica y currículum**. Volumen 1. Mc-Graw-Hill. Madrid. España. 2006.

Castro Chadid, Iván. **Leonard Euler. El más prolífico en la historia de la matemática**. Depto. de Matemáticas de la Pontificia Universidad Javeriana. Colombia. 1988. pp. 77.

Cátedra UNESCO de Comunicación de la Universidad de Málaga. Ofrece un perfil biográfico de Vygotski, textos y artículos referidos a su obra. Consultada el 31 de octubre de 2012 en la página: <http://www.infoamerica.org/teoria/vygotsky1.htm>.

CCH. Etapas del proceso de actualización curricular. [s/f]. Consultada el 12 de octubre de 2012. En <http://www.cch.unam.mx/actualizacion>

CCH. Misión y filosofía. [s/f]. Consultada el 12 de octubre de 2012. En <http://www.cch.unam.mx/misionyfilosofia>

CCH. Opciones técnicas. [s/f]. Consultada el 12 de octubre de 2012. En <http://www.cch.unam.mx/academica/opcionestecnicas>

CCH. Plan de estudios. [s/f]. Consultada el 12 de octubre de 2012. En <http://www.cch.unam.mx/plandeestudios>

CCH. **Programas de Estudio de Matemáticas. Semestres I al IV.** [s/f] (Programas vigentes, la versión empleada fue la distribuida como cuadernillo con cubierta azul)

CCH. **Proyecto académico para la revisión curricular.** Cuadernillo No. 1. Sept.. 2009.

CEPAL. **Panorama social de América Latina 2008.** Publicación de las Naciones Unidas. Santiago de Chile. 2009. pp. 258

Collete, J. P. **Historia de las matemáticas.** Tomo II. Siglo XXI. España. 1993. pp. 591.

Constitución política de los Estados Unidos Mexicanos. 2013. Consultada el 1 de marzo de 2013. <http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/1.pdf>

Conzuelo Serrato, Sandra y Mario Rueda Beltrán. "La evaluación de la docencia en México: Experiencias en educación media superior". **Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa.** 2010 - Volumen 3, Número 1e. pp. 106-119. Disponible en: http://www.rinace.net/riee/numeros/vol3-num1_e/art8.pdf

Coordinación del CCH. **Plan de Estudios Actualizado.** UNAM. México. 1996. pp. 147.

Cuevas, Mariano. **Historia de la Iglesia en México,** México. 1946-1947. II. p.48. En Medina, Celia. **Indios caciques graduados de bachiller en la Universidad.** Sobretiro del Boletín del Archivo General de la Nación. Tomo X. Núms. 1-2. s/f.

Damin, Roberto y Adrián Monteleone. "Trabajar a partir del conflicto". En Novedades Educativas. Año 18. No. 183. Marzo 2006. Argentina. pp. 60-62.

Daniels, Harry. **Vygotsky y la pedagogía.** Paidós. México, 2009. pp. 272.

De Guzmán, Miguel. "Enseñanza de la Matemática". En **Enseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e innovaciones**. Editorial Popular. 1993. pp. 63-90. Biblioteca virtual de la Organización de Estados iberoamericanos (OEI) para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Consultado en: <http://www.oei.es/oeivirt/ciencias.pdf> el 18 de nov. de 2012.

De Lorenzo, Javier. "Estudio preliminar. En Leibniz, Gottfried Wilhelm. **Análisis infinitesimal**. Editorial Tecnos. Segunda edición. 1994. España. pp. LXXIX.

Del Carmen Macías, Bertha. **Cronología fundamental de la historia de México**. Editorial del Magisterio. México. 1970.

Del Río, Pablo. "Vygotski. Una sinfonía inacabada". En Cuadernos de Pedagogía. España. Octubre. No. 141. 1986. pp. 1-4.

Dennis, David y Jere Confrey. "La creación de exponentes continuos: un estudio sobre los métodos y la epistemología de John Wallis". En Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol. 3. Número 1. Marzo. 2000. pp. 5-31. Sitio WEB: <http://www.clame.org.mx/relime.htm> consultada el 19 de noviembre de 2012.

Descartes, René. **La Geometría**. Limusa. México. 1637/1997. pp. 214.

DGENP. Antecedentes ENP. [s/f]. Consultada el 29 de septiembre de 2012. En <http://dgenp.unam.mx/acercaenp/antecedentes.pdf>

DGPP (Dirección General de Planeación y Estadística Educativa). Bachillerato autónomo. [s/f]. Sitio WEB: <http://www.dgpp.sep.gob.mx/Estadi/inicio%20de%20curso%202000-2001%20SEN/aut1.htm> consultado el 2 de octubre de 2012.

Díaz Barriga, Frida. "Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo". Revista Electrónica de Investigación Educativa. Publicación de la Universidad de Baja California. Vol. 5. No. 2. México. 2003. pp. 1-13. Consultada el 3 de nov. de 2012 en: <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>.

Díaz Barriga, Frida. **Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida**. Mc Graw Hill. México. 2006. pp. 171.

Dirección General del CCH (DGCCH). **Perfil del alumno del CCH y su comportamiento escolar**. Proyecto académico para la revisión curricular. Cuadernillo 2. Octubre. 2009.

Dirección General del CCH (DGCCH). **Desempeño escolar y egreso**. Proyecto académico para la revisión curricular. Cuadernillo 3. Octubre. 2009.

Dirección General del CCH (DGCCH). **Características de la planta docente**. Proyecto académico para la revisión curricular. Cuadernillo 5. Diciembre. 2009.

Dirección General del CCH (DGCCH). **Condiciones para la enseñanza-aprendizaje.** Proyecto académico para la revisión curricular. Cuadernillo 6. Diciembre. 2009.

Dirección General del CCH (DGCCH). **El proyecto curricular del Colegio.** Proyecto académico para la revisión curricular. Cuadernillo 7. Diciembre. 2009.

Dubinsky, Ed. "Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitaria". En Educación matemática. Volumen 8. No. 3. Diciembre. 1996. pp. 24-41.

Durkheim, Emile. **Educación y Sociología.** Ediciones Coyoacán. México. 1996. pp. 133.

Echeita, Gerardo. "Interacción social y desarrollo intelectual". En Cuadernos de Pedagogía. España. Noviembre. 1985.

Eco, Humberto y Martini, Carlo. "¿En qué creen los que no creen?". Taurus. México. 1997. En Latapí Sarre, Pablo. "Las fronteras del hombre y la investigación educativa" en Cero en Conducta. No. 48. Abril de 2000. México. pp. 41-45.

Erikson, Erik. **Sociedad y Adolescencia.** Tr. Andrés Martínez Corso. Sexta edición. México. Siglo XXI. pp. 179.

Farfán, Rosa Ma. et al. "Estudio didáctico de la función 2^x ". En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Editorial Iberoamérica. Volumen 13. 2000. México. pp. 24- 35.

Farfán, Rosa María; y Marcela Ferrari. "Ingeniería didáctica. Un ejemplo construido para la función de la función 2^x ". En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Grupo Editorial Iberoamérica. Volumen 14. 2001. México. pp. 416-423.

Farfán, Rosa María y Gustavo Martínez. "Sobre la naturaleza de las convenciones matemáticas: el caso del exponente cero" En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Grupo Editorial Iberoamérica. Vol. 14. 2001. México. pp. 524-531).

Fariñas, Gloria. "El enfoque histórico cultural en el estudio del desarrollo humano: para una praxis humanista". En Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación. Universidad de Costa Rica. Costa Rica. Vol. 9. Nov. 2009. pp. 1-23. Consultada el 27 de octubre 2012 en: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=44713052002>

Ferrari, Marcela y Rosa María Farfán. "Un estudio socioepistemológico de lo logarítmico: la construcción de una red de modelos". En Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol. 11. No. 3. Noviembre. 2008. pp. 309-354. Consultada el 23 noviembre de 2012 en: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33511302>.

Ferrari Escolá, Marcela. **Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo.** Tesis de maestría. CINVESTAV. Departamento de Matemática Educativa. México. 2001. pp. 227.

Garduño, Roberto. "El crimen organizado ha reclutado a 23 mil jóvenes en lo que va del sexenio". La Jornada. 25 de junio de 2011. México. p. 14.

Giddens, A. **Sociología**. Alianza Editorial. España. 2006.

Gómez Navas, Leonardo. "La Revolución Mexicana y la educación popular". En Solana, Fernando; Cardiel, Raúl y Raúl Bolaños (Coordinadores). **Historia de la educación pública en México**. Fondo de Cultura Económica. SEP. México. 1982. pp. 116-156

Gómez, Natalia. "Señala la UNAM debilidad de los CCH". Diario El Universal. Lunes 15 de abril de 2013. Primera plana.

González Astudillo, Ma. Teresa y Jeannette Vargas. "Segmentos de la historia: la función logarítmica". En Matemáticas: enseñanza universitaria. Diciembre. Año/volumen XV. No. 002. Universidad del Valle. Colombia. 2007. pp. 129-144. Consultada el 18 de noviembre de 2012 en la página: <http://www.redalyc.org/redalyc/pdf/468/46815210.pdf>

González Blackaller, Ciro y Luis Guevara Ramírez. **Síntesis de historia de México**. Nuevos Textos. México. 1966.

González Rey, Fernando. "El pensamiento de Vygotsky. Repercusiones y consecuencias ausentes en una interpretación dominante". En Novedades Educativas. Año 22. No. 230. Febrero 2010. Argentina. pp. 10-18.

González Gaudiano, Édgar y Alicia de Alba Ceballos. "¿Hacia una pedagogía ecológica?". En Cero en Conducta. No. 5. Mayo-junio de 1986. México. pp. 48-54.

Herrero, Miguel. "Matemáticas para el planeta Tierra". Diario El País. España. 1 abril de 2013. Consultado el 15 de abril de 2013 en la página http://sociedad.elpais.com/sociedad/2013/04/01/actualidad/1364826424_657486.html

Hitt, Fernando. "Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos". En **Investigaciones en Matemática Educativa**. Iberoamérica. México. 1996. pp. 245-264

Instituto de Educación Media Superior del Gobierno del DF (IEMSGDF). **Documento del Sistema de Bachillerato del Gobierno del Distrito Federal**. México. 2001.

IEMS. [s/f]. En <http://www.iems.df.gob.mx/ext.php?id=11&que=2> consultada el 30 de septiembre de 2012.

INEE. **La educación media superior en México**. Informe 2010-2011 del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). México. 2011. pp. 155

Inhelder, B. y Piaget, J. **De la lógica del niño a la lógica del adolescente**. Buenos Aires. Paidós. 1971. pp. 294.

Jorganes, Juan. **Algunas propuestas para la escuela del nuevo siglo**. Ediciones Octaedro. Barcelona. 2007.

Klein, Félix. **Matemática elemental desde un punto de vista superior**. Traducida del alemán al español por Roberto Araujo (volumen I), y por R. Fontanilla (volumen II). Publicada en la Biblioteca Matemática (Dirigida por Julio Rey Pastor). España. 1945.

Kobayashi, José María; Zoraida, Josefina; Tanck, Dorothy y Trabulse, Elías. **Historia de la Educación en México**. Libro de texto gratuito para el 5º y 6º semestres de educación normal. SEP. México. 1976.

Lara Aparicio, Miguel. **Los matemáticos griegos**. Editado por la Universidad Autónoma de Querétaro. México. 1991. pp. 274.

Larroyo, Francisco. **Historia comparada de la educación en México**. 5ª. Edición. Porrúa. México. 1959.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. **Análisis infinitesimal**. Editorial Tecnos. Segunda edición. 1684/1686/1994. España. pp. 29.

Lefort, Xavier. "Historia de los logaritmos. Un ejemplo del desarrollo de conceptos en matemáticas". En **Proyecto Penélope: El papel de la historia de la ciencia en la enseñanza secundaria**. Miguel Hernández (Coord.). Edita Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia. Canarias. 2002. pp. 1-8. Consultada el 22 de noviembre 2012 en: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/fundoro/web_fcohc/005_publicaciones/actas_congresos/penelope.htm.

Loyola, José Irving. "La educación media superior en México (1833-1910)". Eutopía. Abril-junio 2008. Núm. 6. CCH-UNAM.

Lozano, Andrés. **El bachillerato escolarizado en México. Situación y prospectiva**. UNAM. Seminario de Educación superior. 2009. pp. 177.

Luria, A.R. "Epílogo". En Vygotski, L. S. **Obras escogidas**. Tomo II. Machado. España. 2001. pp. 451 – 470.

MacKinney, John Paul; Fitzgerald, Hiram E. Y Ellen A. Strommen. **Psicología del desarrollo. Edad Adolescente**. Editorial El Manual Moderno, México, 1982.

Madrid, Humberto; Grether, Marcela y Enrique López. "Un bosquejo del desarrollo histórico de funciones". En Matemáticas y Enseñanza. Revista matemática de la sociedad matemática mexicana. Número 17. Volumen VI. Número 1. 1982. pp. 15-25.

Manacorda, Mario A. "La pedagogía de Vygotski". En Cuadernos de Pedagogía. España. Abril. 1980. pp. 1-12.

Mankiewicz, Richard. **Historia de las matemáticas. Del cálculo al caos**. Paidós. Barcelona. 2000. pp. 192.

Márquez, René. **Las tortugas marinas y nuestro tiempo**. Colección la Ciencia desde México. Fondo de Cultura Económica. México. 1996. Consultada el 2 de abril de 2013 en: <http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen3/ciencia3/144/html/tortugas.htm>.

Martínez, Nurit. "Fuera de escuela 2 millones 800 mil jóvenes en México". El Universal. 17 de septiembre de 2008.

Martínez Rizo, Felipe. "Las políticas educativas mexicanas antes y después de 2001". En Revista iberoamericana de educación. Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) para la Educación, la Ciencia y la Cultura. No. 27. Sept.-diciembre de 2001. pp. 35-56.

Medina, Celia. **Indios caciques graduados de bachiller en la Universidad**. Sobretiro del Boletín del Archivo General de la Nación. Tomo X. Núms. 1-2. s/f.

Mejía Zúñiga, Raúl. "La escuela que surge de la Revolución". En Solana, Fernando; Cardiel, Raúl y Raúl Bolaños (Coordinadores). **Historia de la educación pública en México**. Fondo de Cultura Económica. SEP. México. 1982. pp. 183-233.

Merino Gamiño, Carmen "Identidad y Plan de Vida en la Adolescencia Media y Tardía"; en Perfiles Educativos, México, UNAM, CISE, 1993, No. 60, pp. 44-48.

Méndez, Enrique y Roberto Garduño. 10 de octubre de 2012. "Obligatoriedad de invertir 104, 286 millones de pesos por 10 años: SEP". Consultada el 10 de octubre de 2012 en: <http://www.jornada.unam.mx/2012/10/10/sociedad/044n2soc>

Mitjans, Albertina. "La perspectiva histórico-cultural y la educación especial: contribuciones iniciales y desarrollos actuales". Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación. 2009. vol. 9. pp. 1-28. Consultada el 27 de octubre de 2012 en: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=44713052005>.

Moreno Armella, Luis E. "La epistemología genética: una interpretación". En Educación matemática. Volumen 8. Número 3. Diciembre. 1996. pp. 5- 23.

Moreno, Salvador. "El porfiriato. Primera etapa (1876-1901)". En Solana, Fernando; Cardiel, Raúl y Raúl Bolaños (Coords.). **Historia de la educación pública en México**. Fondo de Cultura Económica. SEP. México. 1982. pp. 41-82.

Olivares, Emir. "En la UNAM, ni prueba Enlace ni bachillerato único, dice Narro". 9 de diciembre de 2009. Consultada el 11 de octubre de 2012 en <http://www.jornada.unam.mx/2009/12/09/sociedad/042n1soc>

ONU. Declaración Universal de Derechos Humanos de la ONU. [s/f]. Consultada el 1 de octubre de 2012 en: <http://www.ohchr.org/EN/UDHR/Pages/Language.aspx?LangID=spn>

Ortiz de Thomé, Consuelo. "Algunas notas acerca del bachillerato universitario". Revista de la Educación Superior. Número 77. Volumen 20. Enero-marzo. México. 1991.

Padgett, Humberto. "Los muchachos perdidos". En emeequis. Revista catorcenal. No. 249. 7 marzo de 2011. México. pp. 24-37.

Papalia, Diane E. Y Sally Wendkos Olds. **Desarrollo Humano**, Editorial Mc Graw-Hill, Colombia, 1990.

Perrenoud, Philippe. **Diez nuevas competencias para enseñar**. Biblioteca para la actualización del maestro. Primera Edición SEP-Graó. México. 2004. pp. 168.

Poder Ejecutivo Federal. **Programa para la Modernización Educativa 1989-1994**. 1989. México. 202 p.

Ponce, Aníbal; Fisher, Ernst y Lucio del Corno. **Adolescencia, Educación y Sociedad**. México. Ediciones de Cultura Popular, 1976. 200p

Posgrado MADEMS. Objetivo. [s/f]. Consultada el 2 de octubre de 2012. En <http://www.posgrado.unam.mx/madems/>

Poy, Laura. "En México 50% de los jóvenes no asiste a la escuela, revela encuesta". 8 abril de 2007. Consultada el 7 octubre de 2012 en la página: <http://www.jornada.unam.mx/2007/04/08/index.php?section=sociedad&article=030n1soc>

Poy, Laura. "Jóvenes sin estudios trabajan más y ganan menos: INEE". La Jornada. 25 de julio de 2010. México. p. 29.

Poy, Laura. "Mayor desempleo entre jóvenes con más estudios, revela Conapo". La Jornada. 2 de marzo de 2011. México. p. 41.

Presidencia de la República. 2012. Consultada el 10 de octubre de 2012. En <http://www.presidencia.gob.mx/2012/02/la-educacion-media-superior-ya-es-obligatoria/>

Prieto, Sotero. **Historia de las Matemáticas (1884-1935)**. Editado por el Instituto Mexiquense de cultura. México. 1991. pp. 203.

Proyecto 2061. American Association for the Advancement of Science. **Ciencia: Conocimiento para todos**. Biblioteca para la actualización del maestro. Primera Edición SEP-Oxford University Press- Harla México. 1997. pp. 276.

Ramírez Garrido, Juan Daniel. "Vygotski. La perspectiva sociohistórica". En Cuadernos de Pedagogía. Octubre. No. 141. España. 1986. pp. 1-4.

Ramírez, Juan Daniel. "Prólogo a la edición en lengua castellana". En Vygotski, L. S. **Obras escogidas**. Tomo II. Machado. España. 2001. pp. I – VII.

Ramírez, Marissa y Marisela Rocha. **Guía para el desarrollo de competencias docentes**. México. Trillas. 2006. pp. 68.

Redacción La Jornada. "Ha crecido en 5 millones la población en pobreza alimentaria". Diario La Jornada. México. 21 julio de 2010, p. 41

Reglamento general para la presentación, aprobación y modificación de planes de estudio. Normatividad de la UNAM. Consultada el 12 de octubre de 2012 en la página web: <http://www.cch.unam.mx/sites/default/files/actualizacion2012/Normatividad.pdf>.

Reséndiz, Evelia. "La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar". En Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol. 9. Noviembre. 2006. pp. 435-438. Consultada el 19 de noviembre de 2012 en la página WEB: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33590306v>.

Reyes, Alejandro et.al. **Guía para el Profesor de Matemáticas I**. Material publicado por la Dirección General del Colegio de Ciencias y Humanidades. 2008.

Reyes, Alejandro et.al. **Guía para el Profesor de Matemáticas II**. Material publicado por la Dirección General del Colegio de Ciencias y Humanidades. 2008.

Reyes, Alejandro et.al. **Guía para el Profesor de Matemáticas III**. Material publicado por la Dirección General del Colegio de Ciencias y Humanidades. 2008.

Reyes, Alejandro et.al. **Guía para el Profesor de Matemáticas IV**. Material publicado por la Dirección General del Colegio de Ciencias y Humanidades. 2008.

Ríbnikov, K. **Historia de las matemáticas**. Editorial Mir. Moscú. 1991. pp.

Robles, Martha. **Educación y sociedad en la historia de México**. Siglo XXI. México. 1977.

Rodríguez Arocho, Wanda C. "Introducción al Número especial dedicado al pensamiento de Vigotsky y su influencia en la educación". En Revista Electrónica Actualidades

Investigativas en Educación. Vol. 9. Noviembre. 2009. Universidad de Costa Rica. Costa Rica. pp. 1-12. Consultada el 29 de octubre de 2012 en la página WEB: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/447/44713052001.pdf>.

Rodríguez Salinas, Baltasar. "Recuerdo a Euler". En Historia la matemática. Publicación de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. España. 1992. pp. 11-41. Consultada en <http://dmle.cindoc.csic.es/revistas/detalle.php?numero=5158> el 22 de noviembre de 2012.

Romero, Miguel; Camacho, Juan; Lucas, Santiago; Ferrari, Marcela; Martínez, Gustavo y Apolo Castañeda. "Análisis preliminar para el diseño de una propuesta de situaciones matemáticas, para construir algunos significados de las funciones exponencial y logarítmica". En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Grupo Editorial Iberoamérica. Volumen 16. Tomo I. 2003. México. pp. 87-93.

Rosemberg, Celia R. "Contextos de aprendizaje y contextos cognitivos". En Novedades Educativas. Año 22. No. 230. Febrero 2010. Argentina. pp. 40-45.

Rugarcía, Armando. "El eslabón perdido en la educación universitaria". Revista Didac. Semestral. No. 15. Otoño. 1989. pp. 3-8.

[s/a]. **La Biblia. El libro del pueblo de Dios**. Tomo I. Ed. San Pablo. Buenos aires. 2004.

UNAM. **Proyecto para la creación del Colegio de Ciencias y Humanidades y de la Unidad académica del Ciclo de Bachillerato**. Gaceta UNAM (Gaceta amarilla). Tercera época. Vol. II Número extraordinario. 1 de febrero de 1971.

[s/a]. **Sagrada Biblia**. Ed. Océano. Barcelona. 2008.

[s/a]. "Se creó el Colegio de Ciencias y Humanidades". Gaceta UNAM (Gaceta amarilla). Tercera época. Vol II (Número extraordinario). 1 de febrero. 1971, p.6

Santrock, John W. **Psicología de la educación**. 2a edición. Mc Graw Hill. México. 2006.

Secretaría CIT. **Una Introducción a las Especies de Tortugas Marinas del Mundo**. Octubre 2004, San José, Costa Rica.

SEMS (Subsecretaría de Educación Media Superior de la SEP). Impulsores de la reforma. [s/f]. Consultada el 9 de octubre de 2012 en la página WEB: http://www.reforma-iems.sems.gob.mx/wb/riems/impulsores_de_la_reforma

SEMS (Subsecretaría de Educación Media Superior de la SEP). [s/f]. Sobre la reforma al bachillerato. Consultada el 9 de octubre de 2012 en la página: http://www.reforma-iems.sems.gob.mx/wb/riems/los_cuatro_pilares_de_la_reforma

SEP. **Acuerdo secretarial no. 442**. México. 2009.

SEP. **El libro para el maestro**. Educación Secundaria. México. 2004.

SEP. Preparatoria abierta. [s/f]. Consultada el 30 de septiembre de 2012. En <http://www.dgb.sep.gob.mx/subsistemas/subsistemas.html>

SEP. [s/f]. Sobre la reforma al bachillerato. Consultada el 9 de octubre de 2012 en: http://www.reforma-iems.sems.gob.mx/wb/riems/los_cuatro_pilares_de_la_reforma

Sierra, M. El papel de la historia de la matemática en la enseñanza. En A. Martínón (ed.). **Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos** Ed. Nívola. Madrid. 2000. pp. 93-96

Silva Herzog, Jesús. **Una historia de la Universidad de México y sus problemas**. 5ª Edición. Siglo XXI. México. 1990.

Solana, Fernando; Cardiel, Raúl y Raúl Bolaños (Coordinadores). **Historia de la educación pública en México**. Fondo de Cultura Económica. SEP. México. 1982.

Soler, Edna. "Enseñanza efectiva y ambiente sociocultural". En Revista Ameritalia. Año 5 No. 3. Caracas. 2005.

Suchodolski, Bodgan; "Situación de los jóvenes en la crisis; dependencia e independencia", en Cuadernos de Pedagogía. España. No. 121. Enero. 1985. pp. 76-81.

Talizina, Nina; Solovieva, Yulia y Luis Quintanar Rojas. "La aproximación de la actividad en psicología y su relación con el enfoque histórico-cultural de L. S. Vigotsky". En Novedades Educativas. Año 22. No. 230. Febrero 2010. Argentina. pp. 4-8.

Tamayo, Esperanza. "Formación docente y educación ambiental". En Calixto Flores, Raúl (Coord.). **Escuela y ambiente: por una educación ambiental**. Colección cuadernos de actualización. No. 14. UPN. México. 2000. pp. 59-69.

Tapia Moreno, Francisco. "Historia de los logaritmos". En Apuntes de historia de las matemáticas. Publicación de la Universidad de Sonora. México. Vol. 2. No. 2. Mayo 2003. pp. 5-22. Disponible en la página: <http://euler.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/> consultada el 20 de noviembre de 2012.

Tellechea, Eduardo. "El cálculo según Euler". En Apuntes de historia de las matemáticas. Publicación del Departamento de matemáticas de la Universidad de Sonora, Hermosillo. México. Número 1. Volumen 2. Enero. 2003. pp. 1-8. Disponible en la página WEB: <http://euler.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/> consultada el 21 de noviembre de 2012.

Tenti Fanfani, Emilio; “Saberes Sociales y Saberes Escolares”; en Cero en Conducta. No. 48. abril de 2000. Educación y Cambio A.C.. México. pp. 21-39.

Tomlinson, Carol Ann. **Estrategias para tratar con la diversidad en el aula**. Paidós. Buenos Aires. 2005. pp. 218

Terrón, Esperanza. “Elementos teóricos para pensar la educación ambiental”. En Calixto Flores, Raúl (Coord.). **Escuela y ambiente: por una educación ambiental**. Colección cuadernos de actualización. No. 14. UPN. México. 2000. pp. 37-52.

UNAM. **Reglamento general para la presentación, aprobación y modificación de planes de estudio**. Normatividad Académica de la UNAM. [s/f]. Consultada en octubre de 2012 en: <http://www.cch.unam.mx/sites/default/files/actualizacion2012/Normatividad.pdf>

UNAM. “Se creó el Colegio de Ciencias y Humanidades”. Gaceta UNAM. Tercera época. Vol. II Número extraordinario. 1 de febrero de 1971.

UNESCO. Derecho a la educación. [s/f]. Consultada el 1 de octubre de 2012 en <http://www.unesco.org/new/es/education/themes/leading-the-international-agenda/right-to-education/>

UNESCO. **Marco de Acción de Dakar. Educación para todos: cumplir con nuestros compromisos comunes**. Adoptado en el Foro Mundial sobre la Educación Dakar (Senegal), 26-28 de abril de 2000. Consultada el 1 de octubre de 2012 en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001211/121147s.pdf>

Uruchurtu, Gertrudis. “La vida de un cerebro. De la gestación a la senectud”. ¿Cómo ves? Revista de divulgación de la ciencia de la UNAM. Año 12. No. 142. México. Septiembre. 2010. pp. 10-14.

Vallarino, Eduardo. “Educación para el desarrollo sustentable”. En Novedades Educativas. Año 18. No. 183. Marzo 2006. Argentina. pp. 53-54.

Vargas, Jeannette; González, Ma. Teresa y Salvador Llinares. “Descomposición genética de la función exponencial: mecanismos de construcción”. Trabajo presentado en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. 26 – 30 de junio de 2011. Brasil. Consultada el 18 de noviembre de 2012 en la página WEB: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1292/154.

Velázquez Albo, Ma. De Lourdes. “Sobre las políticas y los contenidos del bachillerato universitario”. Perfiles Educativos, tercera época, año/vol. XXVI, número 104. UNAM. México. 2004. pp. 79-92.

Velázquez Albo, María de Lourdes. "Origen y desarrollo del plan de estudios del bachillerato universitario 1867-1990". Cuadernos del CESU. núm. 26. CESU-UNAM. México. 1992.

Vila, Ignasi. "Vygotski: Diez años que estremecen a la psicología". En Cuadernos de Pedagogía. No. 121. España. Enero. 1985.

Vila, Ignasi e Inés de Gispert. "Vygotski. Pensamiento y lenguaje". En Cuadernos de Pedagogía. España. Octubre. No. 141. 1986. pp. 1-5.

Vidales, Saúl. "El fracaso escolar en la educación media superior. El caso del Bachillerato de una universidad mexicana". REICE. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, vol. 7, núm. 4, 2009, pp. 320-341. Red Iberoamericana de Investigación sobre Cambio y Eficacia Escolar. España. Disponible en: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=55114094017>

Villa Lever, Lorenza. "La educación media superior: su construcción social desde el México independiente hasta nuestros días". En Arnaut, Alberto y Silvia Giorguli (Coordinadores). **Los grandes problemas de México. VII Educación**. El Colegio de México. 1ª. Edición. México. 2010. pp. 271-312.

Vygotski, L.S. "Pensamiento y Lenguaje". En **Obras escogidas**. Tomo II. Machado. España. 2001. pp. 9-348.

Vygotskaya, Gita L. "His life". Translated from the Russian language by Ilya Gindis. Published in *School Psychology International*, Vol.16. 1994. Consultada el 28 de octubre de 2012 en la página WEB: <http://webpages.charter.net/schmolze1/vygotsky/gita.html>.

Wertsch, James V. **Vygotsky y la formación social de la mente**. Paidós. España. 1988. pp. 264.

Wusing, H. **Lecciones de historia de las matemáticas**. Siglo XXI. España. 1998. pp. 345.

Zapico, Irene. "Enseñar Matemática con su Historia". Premisa, revista oficial de la Sociedad Argentina de Educación Matemática (SOAREM). Mayo 2006. Año 8, No. 29. pp. 3-8. Consultada el 19 de noviembre de 2011 en la página web: <http://www.soarem.org.ar/Documentos/29%20Zapico.pdf.htm> consultada

Zenobi, Viviana. "Nuevas perspectivas en educación ambiental. Otros discursos, otras prácticas". En Novedades Educativas. Año 18. No. 183. Marzo 2006. Argentina. pp. 55-59.

ANEXO 1:
TAREAS FRECUENTES

Tabla 16. Tareas frecuentes que realiza el profesor

Descripción de la tarea	Justificación
<p>Saludo al iniciar la clase y actitud positiva del profesor a lo largo de la sesión</p> <p>El profesor saluda a sus alumnos siempre que inicia la clase, con gusto y entusiasmo, haciéndoles sentir bienvenidos a la clase y a la sesión de trabajo.</p> <p>El profesor procura mantener una actitud positiva a lo largo de todas las sesiones, tratando amable, afable y educadamente a sus alumnos. Hace sentir a sus alumnos bienvenidos a la clase.</p>	<p>Para Carol Tomlinson (2005), el clima en el aula ejerce una fuerte influencia en sus integrantes y en el aprendizaje que allí se realiza. Es por ello que el profesor debe fomentar en sus alumnos el desarrollo de actitudes, creencias y prácticas que permitan conformar una comunidad de aprendizaje.</p> <p>En una comunidad de aprendizaje (Tomlinson, 2005, p. 51 a 53):</p> <p><i>Todos se sienten bienvenidos y contribuyen a que los demás se sientan bienvenidos. Para ello se requiere lograr que el aula sea experimentada por todos sus integrantes como un lugar de pertenencia, con personas dispuestas a conocernos y entendernos. Para lograrlo, se requiere, entre otras cosas de: la atención directa y positiva del docente; la aceptación de la presencia de todos los compañeros de clase por parte de sus pares; una disposición flexible de los pupitres; destinar un momento de la clase en el que los alumnos y el profesor puedan hablar sobre las actividades del día, o sobre la vida en general.</i></p>
<p>Uso de presentador</p> <p>En la primera sesión de clases, el profesor indica a sus alumnos que, como tarea tienen que llevar para la siguiente clase, un presentador que los alumnos elaborarán usando una hoja de papel o cartulina y en donde escribirán su nombre.</p> <p>Los integrantes del aula, incluido el profesor, tienen la consigna de utilizar ese presentador a lo largo de todo el curso. Pues no se permitirá que en el aula se desperdicie el papel.</p>	<p><u>Sobre el uso del presentador:</u></p> <p>Las actividades en clase deberán realizarse en un ambiente de colaboración y respeto mutuo, donde los alumnos tengan la oportunidad de expresar, comunicar y discutir sus ideas. En una comunidad de aprendizaje (Tomlinson, 2005, p. 51 a 53):</p> <p><i>Todos se sienten bienvenidos y contribuyen a que los demás se sientan bienvenidos. Para ello se requiere lograr que el aula sea experimentada por todos sus integrantes como un lugar de pertenencia, con personas dispuestas a conocernos y entendernos.</i></p>

	<p>Para integrar al grupo y favorecer el sentido de pertenencia de sus integrantes se recomienda al profesor que llame por su nombre a cada alumno.</p> <p><u>Sobre el desperdicio de papel:</u></p> <p>Es importante que desde el aula se fomenten conocimientos relacionados con el cuidado del medio ambiente.</p>
<p>Repaso de la clase anterior</p> <p>Al inicio de cada sesión, el profesor solicita a sus alumnos que describan brevemente, por escrito y de forma individual en su cuaderno, lo sucedido en la clase anterior. El profesor elige una de las siguientes preguntas, o bien les da a escoger a sus alumnos responder la que prefieran de las siguientes situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La actividad que más les haya gustado. • El contenido que les gustó más. • La forma en que se organizó el equipo y que les pareció más adecuada. • Las dudas que quedaron sin resolver. • Las tareas que les parecieron más difíciles. <p>Posteriormente, el profesor pide que lean su escrito ante el resto de sus compañeros. A continuación se abre una discusión grupal sobre lo expresado por los alumnos.</p>	<p>Cuando la evaluación se “concibe como un medio para dialogar y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje, se convierte en una oportunidad más para favorecer aprendizajes significativo y en una estrategia para el autoconocimiento.” ((Ramírez, 2006, p.61)</p> <p>La evaluación formativa (durante el curso) permite que tanto alumnos como profesores, reflexionen individual y conjuntamente sobre los productos elaborados y acerca de los aprendizajes logrados.</p> <p>Por otro lado, una manera en que el profesor puede conocer más sobre los conocimientos previos de sus alumnos es dedicar un espacio, al inicio de la sesión para recordar lo que vieron en las sesiones anteriores, tanto en contenidos como en actividades realizadas. Este espacio puede servir además para conocer qué actividades les gustaron más a los alumnos y en qué situaciones se sienten más a gusto (Ramírez, 2006, p.62).</p>
<p>Recuento de las tareas realizadas</p> <p>Desde el inicio del curso, el profesor solicita a los alumnos que individualmente, y a lo largo de todo el curso, lleven un registro de las tareas realizados en cada sesión.</p>	<p>Cuando la evaluación se “concibe como un medio para dialogar y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje, se convierte en una oportunidad más para favorecer aprendizajes significativo y en una estrategia para el autoconocimiento.” (Ramírez, 2006, p.61)</p>

<p>Previamente, el profesor destinó un espacio de las primeras sesiones para discutir grupalmente con sus alumnos acerca de los posibles tipos de tareas que se realizarán en el curso.</p> <p>Finalmente, por consenso grupal, acuerdan que las tareas pueden clasificarse:</p> <ul style="list-style-type: none"> • por su forma de trabajo en: individual, por equipo o grupal • por el lugar en el que se llevan a cabo: en clase o extraclase <p>El registro de las tareas lo llevan a cabo en las últimas hojas de su cuaderno, en una tabla de 7 columnas con las siguientes entradas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Número de tarea. 2) Fecha en la que se realizó o se llevó a cabo. 3) Número de sesión en la que se realizó o se llevó a cabo. 4) Título de la tarea. Inicialmente los alumnos lo proponen individualmente, pero después se reescribe según el acuerdo grupal. 5) Forma de trabajo (en esta entrada sólo hay 3 posibles respuestas: individual, por equipo o grupal . 6) Lugar (en que se realiza la tarea). Sólo hay dos opciones de respuesta: en clase o extraclase. 7) Fecha de entrega. <p>De manera muy frecuente, el profesor consulta el registro con los alumnos para hacer ajustes a la tabla y para recordar y revivir el proceso.</p>	<p>La evaluación formativa (durante el curso) permite que tanto alumnos como profesores, reflexionen individual y conjuntamente sobre los productos elaborados y acerca de los aprendizajes logrados.</p>
<p>Instrucciones para la próxima sesión:</p> <p>El profesor comenta a sus alumnos qué actividades realizarán la próxima clase, o bien les comunica sobre los temas que van a revisar en clase.</p>	<p>Es importante que el profesor comunique a los alumnos las actividades a realizar en la siguiente sesión.</p>
<p>Evaluación formativa (durante el curso):</p> <p>Al concluir temas o unidades, el profesor elabora instrumentos para la evaluación del aprendizaje, con base en los propósitos del curso y los contenidos temáticos.</p> <p>Una vez llevada a cabo la evaluación, el profesor:</p>	<p>Tomando en cuenta que cuando la evaluación se “concibe como un medio para dialogar y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje, se convierte en una oportunidad más para favorecer aprendizajes significativo y en una estrategia para el autoconocimiento.” ((Ramírez, 2006, p.61)</p>

<ul style="list-style-type: none"> • Analiza los errores de los alumnos, pues los considera como oportunidades para favorecer el aprendizaje y para evaluar su desempeño como profesor. • Realiza sesiones para comentar sobre los resultados de los instrumentos de evaluación • Realiza ajustes en su planeación, así como diseña y lleva a cabo medidas para fortalecer los conocimientos y disminuir las debilidades. 	<p>La evaluación formativa permite que tanto alumnos como profesores, reflexionen individual y conjuntamente sobre los productos elaborados y acerca de los aprendizajes logrados.</p>
<p>Evaluación final</p> <p>Para evaluar una unidad o tema, el profesor elabora pruebas de desempeño para evaluar las habilidades, conocimientos y las actitudes de los alumnos. Puede:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Plantear problemas matemáticos cuidadosamente diseñados y planteados. • Solicitar a sus alumnos ensayos acerca de temas o problemáticas específicas • Solicitar a sus alumnos la consulta de información y utilizarla para elaborar textos, resolver problemas, etc. 	<p>La evaluación sumativa o final es un medio para detectar si los alumnos lograron los aprendizajes y también para determinar qué tan eficaz resultó la planeación. Este tipo de evaluación permite que los alumnos conozcan sus debilidades y fortalezas, de manera que los profesores podrán ajustar sus estrategias de enseñanza para los cursos siguientes. (Castillo, 2006)</p> <p>Para realizar la evaluación sumativa, se sugiere que el profesor elabore pruebas de desempeño, es decir, instrumentos que permitan evaluar la capacidad para integrar los conocimientos, habilidades y actitudes de los estudiantes.</p>

ANEXO 2:
EXAMEN DE DIAGNÓSTICO

Nombre del alumn@: _____

Grupo: _____

Fecha: _____

Examen diagnóstico

1. En la vida cotidiana ¿conoces alguna cantidad que crezca exponencialmente? _____

¿cuál? _____

2. En la vida cotidiana ¿conoces alguna cantidad que disminuya exponencialmente? _____

¿cuál? _____

3. Una especie de lirio acuático duplica su población en un estanque cada día. Si no recibe mantenimiento de limpieza, el estanque quedará infestado del lirio, con la posibilidad de que muera una buena parte de los seres que lo habitan. Si después de 10 días los lirios ocupan ya la mitad del estanque y éste no recibe mantenimiento, ¿en cuánto tiempo quedará totalmente cubierta de lirio la superficie del estanque? Justifica tu respuesta.

4. La abeja europea o doméstica, es la especie de abeja con mayor distribución en el mundo. En las colonias de abejas europeas, la abeja reina es única hembra fértil que pone huevos fecundados que dan origen a abejas obreras infértiles y pone huevos no fecundados que dan origen a zánganos fértiles.

a) Si la abeja reina pone 900 huevos al día, ¿cuántas abejas habrá (sin incluir a la reina) después de 5 días?

b) Si el panal de abejas está a la mitad de su capacidad después de 2 meses, ¿cuánto tiempo faltará para llenarse?

-
-
5. Existe la opinión generalizada de que mientras la población aumenta de forma exponencial, los alimentos lo hacen de forma lineal ¿Qué ocurrirá en el futuro si esto es cierto? Justifica tu respuesta.
6. Cuando decimos que un sastre confecciona 4 trajes para caballero por semana, entonces significa que la producción de trajes crece en forma:
- Lineal
 - Exponencial
7. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de números crece exponencialmente?
- 1, 3, 5, 7, 9, ...
 - 1, 4, 16, 64, 256, ...
 - 1, 5, 10, 35, 70, ...
8. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de números crece linealmente?
- 0, 2, 4, 10, 18, ...
 - 1, 2, 4, 8, 16, ...
 - 2, 4, 6, 8, 10, ...
9. Determina cuál es la razón común de la siguiente sucesión que crece de forma exponencial: 4, 16, 64, 256, ...
10. En el censo del año 1900 una ciudad registró una población de 20 mil personas. El año 1930 la población fue de 60 000 personas, 30 años después de 180 000 personas. Si el aumento de población en la ciudad se mantiene constante, para el año 2020 se puede estimar una población de:
- 540 000 personas
 - 720 000 personas
 - 1 440 000 personas
 - 1 620 000 personas
-
-

ANEXO 3:
DIAPPOSITIVAS DE LA PRESENTACIÓN EN
POWER POINT
“EL CRECIMIENTO Y EL DECAIMIENTO
EXPONENCIAL”

Diapositivas 1 a 4

El crecimiento y el decaimiento exponencial

Tema de la Unidad IV:
Funciones exponenciales y
logarítmicas
del curso de Matemáticas 4

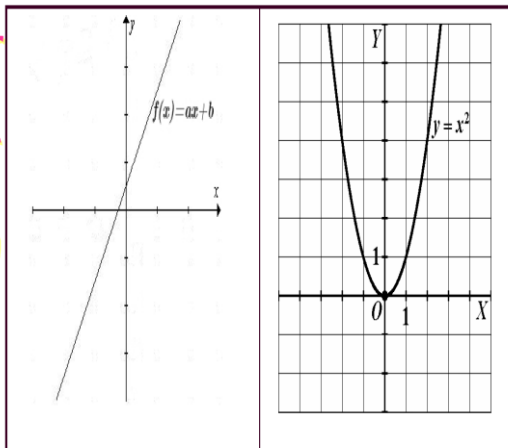
1

Objetivos de aprendizaje:

- Conocerás en qué consiste el crecimiento y decaimiento exponencial.
- Los compararás con otras formas de crecimiento que conoces (como el lineal).
- Conocerás una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología.

2

Hasta ahora conoces como crecen algunas funciones:



3

Ahora estudiarás una función que crece (o decrece) muy rápido: exponencialmente



4

Diapositivas 5 a 8

Cantidades que crecen exponencialmente

La población, la contaminación, el consumo de recursos, la producción de alimentos, la producción industrial, el número de usuarios de internet crecen continuamente.

Además crecen en forma cada vez más rápida siguiendo un patrón que los matemáticos conocen como *crecimiento exponencial*.

5

¿Cómo es el crecimiento exponencial?

El **crecimiento exponencial** ocurre cuando el índice de crecimiento de una función es siempre proporcional al tamaño actual de la función.

- **Ej. crecimiento de Poblaciones de bacterias** La bipartición es un proceso de duplicación de las células en el que una célula se divide en dos células iguales.

6

¿Qué tan rápido es el crecimiento exponencial?



7

Ejemplo 1: Doblado de papel

- ¿Cuántas veces se puede doblar un papel por la mitad?
- Hoja muy delgada, "papel arroz".
- Grosor 1 décima de milímetro (1 milésima de cm)
○ sea, $0.1 \text{ mm} = 0.001 \text{ cm}$



8

Diapositivas 9 a 12

Doblado de papel (2)

- Hoja que doblamos por la mitad, y luego otra vez...
- ¿Cuántas veces puedes doblarla?



9

Doblado de papel (3)

- Si la pudieran doblar 30 veces, ¿cuál sería el grosor?

Revisemos...

- Sin doblar: grosor = 1 décima de mm = 0.1 mm
- Doblado 1 vez: grosor = 0.2 mm
- Doblado 2 veces: grosor = 0.4mm
- Doblado 3 veces: grosor = 0.8 mm
-
- Después de 10 dobleces: grosor = ¿?

10

Doblado de papel (4)

No. doblez	Grosor en décimas de mm	Grosor en décimas de mm (notación potencias)	Equivalencia
0	1	2^0	--
1	2	2^1	--
2	4	2^2	--
3	8	2^3	--
4	16	2^4	--
--	--	--	--
10	1024	2^{10}	1.024 cm
--	--	--	--
17	131 072	2^{17}	1.31 metros
--	--	--	--
27	134 217 728	2^{27}	1.34 kilómetros ¡casi kilómetro y medio!

11

Ejemplo 2: Estadio Azteca

Capacidad:



- 115 064 personas
- 2 538 millones de litros
- 5.076×10^{13} gotas
= 50 760 000 000 000 gotas

12

Diapositivas 13 a16

Llave de agua que se acciona cada minuto.
Si el estadio es impermeable ¿en cuánto tiempo se llena de agua?



13

Situación 1:

El número de gotas que emite la llave se duplica cada minuto:

Inicia con una gota,

después de un minuto emite 2 gotas,

al minuto dos emite 4 gotas,

al minuto tres emite 8 gotas,

al minuto cuatro emite 16 gotas,

Al minuto cinco emite ? gotas

14

Representación de la situación 1:

Tiempo (en minutos)	Número de gotas	Representación numérica	Función
0	1	$1=2^0$	$P(0)=2^0$
1	2	$2=2^1$	$P(1)=2^1$
2	4	$2 \cdot 2=2^2$	$P(2)=2^2$
3	8	$2 \cdot 2 \cdot 2=2^3$	$P(3)=2^3$
4	16	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^4$	$P(4)=2^4$
5	32	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^5$	$P(5)=2^5$
6	64	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^6$	$P(6)=2^6$
7	128	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^7$	$P(7)=2^7$
8	256	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^8$	$P(8)=2^8$
9	512	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^9$	$P(9)=2^9$
10	1024	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^{10}$	$P(10)=2^{10}$
-	-	-	-
t	P(t)	2^t	$P(t)=2^t$

15

Situación 2:

La llave emite 2 gotas por minuto

Al tiempo cero no emite gotas,

Al minuto 1 emite 2 gotas,

al minuto 2 emitió 4 gotas,

al minuto 3 emitió 6 gotas, etc.

16

Diapositivas 17 a 20

Representación de la situación 2:

Tiempo (en minutos)	Número de gotas	Representación numérica	Función
0	0	$2 \cdot 0$	$Q(0)=2 \cdot 0$
1	2	$2 \cdot 1$	$Q(1)=2 \cdot 1$
2	4	$2 \cdot 2$	$Q(2)=2 \cdot 2$
3	6	$2 \cdot 3$	$Q(3)=2 \cdot 3$
4	8	$2 \cdot 4$	$Q(4)=2 \cdot 4$
5	10	$2 \cdot 5$	$Q(5)=2 \cdot 5$
6	12	$2 \cdot 6$	$Q(6)=2 \cdot 6$
7	14	$2 \cdot 7$	$Q(7)=2 \cdot 7$
8	16	$2 \cdot 8$	$Q(8)=2 \cdot 8$
9	18	$2 \cdot 9$	$Q(9)=2 \cdot 9$
10	20	$2 \cdot 10$	$Q(10)=2 \cdot 10$
-	-	-	-
t	Q(t)	2t	$Q(t) = 2t$

17

Comparación de dos funciones diferentes:

- Situación 1
- Función exponencial:
 $P(t)=2^t$
- Crecimiento exponencial
- Situación 2
- Función lineal:
 $Q(t) = 2t$
- Crecimiento lineal

RESULTADOS



19

SITUACIÓN 1 (crecimiento exponencial)



Estadio Azteca al 25%
T = 43 minutos

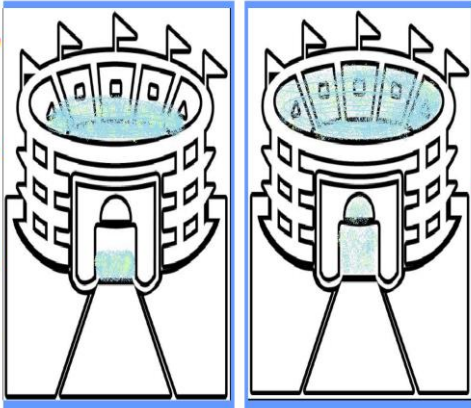


Estadio Azteca al 100%
T = 45 minutos

20

Diapositivas 21 a 24

SITUACIÓN 2 (Crecimiento lineal)

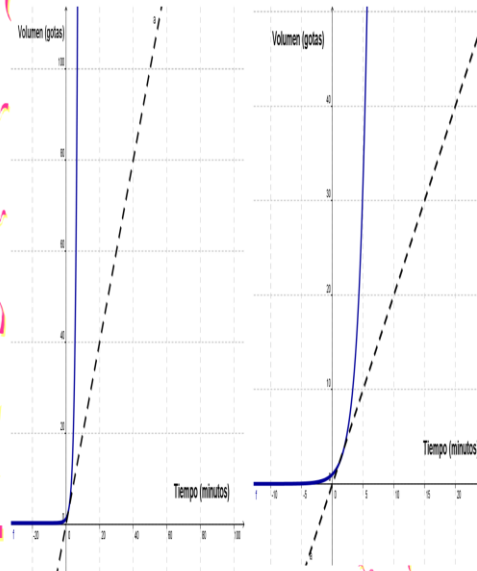


Estadio Azteca al 25%
 $T = 3.39$ años

Estadio Azteca al 100%
 $T = 13.56$ años

21

Comparación gráfica Situación 1 vs Situación 2



22

CRECIMIENTO LINEAL

- Una cantidad crece en forma lineal cuando se incrementa en cantidades constantes durante un periodo determinado de tiempo.

23

Ejemplos de crecimiento lineal:

- Si unos trabajadores construyen un kilómetro de autopista en una semana, el crecimiento de la carretera será lineal.
 - Si un niño pone en su alcancía 200 pesos al año, sus ahorros crecen en forma lineal.
- La tasa de crecimiento no se ve afectada por la longitud de la carretera construida o por la cantidad de dinero que hay en la alcancía.
 - Para hallar valores que crecen linealmente, se suma la misma cantidad repetidamente.

24

Diapositivas 25 a 28

CRECIMIENTO EXPONENCIAL

- En crecimiento de poblaciones de bacterias por mitosis, la tasa de crecimiento **SI** depende de la población que hay previamente.
- Cuando una cantidad crece exponencialmente, se *multiplica por la misma cantidad* repetidamente.
- Una cantidad crece exponencialmente cuando su incremento es proporcional a lo que ya existía.

25

Ejemplo 3:

- **Actividad: El domingo siete**



www.shutterstock.com - 61247578

26

El domingo siete (2)

- Dos chicas que ofrecen lavar los platos siete domingos seguidos

Sonia pide a sus padres que le paguen:
El 1er domingo \$3,
el 2º domingo \$9,
y cada domingo el triple del anterior.

Ana María pide:
El 1er domingo \$3.
El 2o domingo pide \$3 más que el primero.
El 3er domingo pide \$3 más que el anterior. Y así sucesivamente



www.shutterstock.com - 2463002



27

El domingo siete (3)

- ¿cuánto dinero recibieron el séptimo domingo?



28

Diapositivas 29 a 32

El domingo siete (4)

- Revisemos el caso de Sonia:

Domingo	Dinero en pesos (\$)	Dinero en pesos (\$) (notación potencias)	Dinero en pesos (\$)
1	3	3^1	3
2	3×3	3^2	9
3	$9 \times 3 = 3 \times 3 \times 3$	3^3	27
4	$27 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$	3^4	81
5	$81 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	3^5	243
6	$243 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	3^6	729
7	$729 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	3^7	2187

29

El domingo siete (5)

- La cantidad que pagarían los padres de Sonia, el domingo 7 es:

$$\$ 3^7 = \$2187$$

- Si hubieran tenido que pagarle 3 domingos más, la cantidad sería:

$$\$3^{10} = \$59\ 049$$

30

El domingo siete (6)

- La sucesión de números asociada al dinero que los papás de Sonia deben pagarle cada domingo es:

3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187

31

El domingo siete (7)

Llegamos a que:

- Las sucesiones en las que cada término es resultado de multiplicar el término anterior por un número fijo, llamado razón común, son llamadas sucesiones exponenciales.
- Además, en las sucesiones exponenciales, los términos también se pueden obtener elevando la razón común a algún exponente.

32

Diapositivas 33 a 36

El domingo siete (8)

- La sucesión correspondiente al dinero que recibirá Sonia es exponencial porque la cantidad que deben pagarle sus papás cada domingo se obtiene multiplicando la cantidad del domingo anterior por 3. En este caso la razón común es 3.

3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187

se puede escribir como:

$3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^7$

33

El domingo siete (9)

- Analicemos la situación de Ana María:
- El 1er domingo pidió \$3.
- El 2do domingo pidió 3 pesos más que el primero:
 $\$3 + \$3 = \$6$
- El 3er domingo pidió 3 pesos más que el segundo:
 $\$6 + \$3 = \$9$
- Y así sucesivamente hasta llegar a los 7 domingos.
- Lo anterior lo podemos resumir en la siguiente tabla:

34

El domingo siete (10)

Domingo	Dinero en pesos (\$) (notación desarrollada)	Dinero en pesos (\$) (notación producto)	Dinero (\$)
1	3	3×1	3
2	$3 + 3 = 6$	3×2	6
3	$3 + 3 + 3 = 6 + 3 = 9$	3×3	9
4	$3 + 3 + 3 + 3 = 9 + 3 = 12$	3×4	12
5	$12 + 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$	3×5	15
6	$15 + 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$	3×6	18
7	$18 + 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21$	3×7	21

35

El domingo siete (11)

- La cantidad que recibió Ana María el séptimo domingo es:
 $\$ 3(7) = \21
- Si sus papás hubieran tenido que pagarle todavía 3 domingos más, la cantidad sería:
 $\$ 3(10) = \30
- La sucesión de números asociada al dinero que los papás de Ana María deben pagarle es:
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21.

36

Diapositivas 37 a 40

El domingo siete (12)

- Dinero que recibió Sonia el cuarto domingo: \$81
- Dinero que recibió Ana María el cuarto domingo: \$12
- Esta Cantidad **NO** es el doble de la que recibió el segundo domingo (\$9)
- Esta Cantidad **SÍ** es el doble de la que recibió el segundo domingo (\$6)
- Cuando se duplica el tiempo, **NO** se duplica la Cantidad de dinero
- Cuando se duplica el tiempo, **SÍ** se duplica la Cantidad de dinero

37

El domingo siete (13)

- Dinero que recibió Sonia el sexto domingo: \$729
- Dinero que recibió Ana María el sexto domingo: \$18
- Esta Cantidad **NO** es el triple de la que recibió el segundo domingo (\$9)
- Esta Cantidad **SÍ** es el triple de la que recibió el segundo domingo (\$6)
- Cuando se triplica el tiempo, **NO** se triplica la Cantidad de dinero
- Cuando se triplica el tiempo, **SÍ** se triplica la Cantidad de dinero

38

El domingo siete (14)

Llegamos a que:

La diferencia entre el dinero que los papás deben pagar a Sonia y a Ana María cada domingo es que:

- el que recibirá Sonia crece exponencialmente (se multiplica por 3 para obtener el siguiente),
- el que recibirá Ana María crece de manera lineal (se suman tres para obtener el siguiente).

39

El domingo siete (15)

- Por otro lado, la Cantidad de dinero que recibirá Ana María además de crecer linealmente lo hace proporcionalmente, y esto implica que al doble de tiempo recibe el doble de dinero.
- Por ejemplo, al 2do domingo recibe \$6, y el 4to domingo recibe \$12.

40

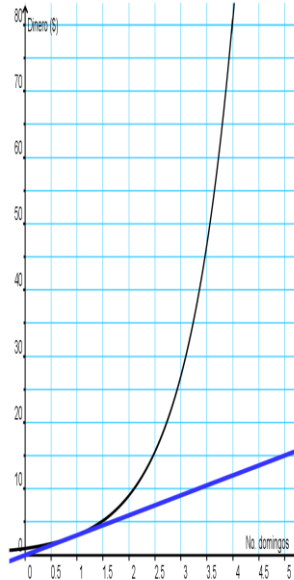
Diapositivas 41 a 44

El domingo siete

(16)

En la gráfica se muestran ambas situaciones.

La Cantidad que los papás de Sonia deben pagarle cada domingo (curva) y la cantidad que recibirá Ana María (línea).



41

El domingo siete

(17)

A lo que llegamos:

- Los términos de una sucesión exponencial aumentan cada vez más.
- Las sucesiones lineales aumentan siempre lo mismo, por lo que las exponenciales terminan por crecer más rápido que las lineales.

42

Noción de crecimiento exponencial

- Se asocia a un crecimiento "muy rápido".
- Matemáticamente tiene un significado exacto y no significa necesariamente que el crecimiento sucederá tan rápidamente desde el inicio.
- Una cuenta bancaria genera pocos intereses, pero puede crecer muy "rápido" cuando hay dinero suficiente en la cuenta.
- El principio general del crecimiento exponencial es que cuanto más grande sea una cantidad dada (gotas de agua, bacterias, dinero, personas, etc.), más rápido crece.

43

El decaimiento exponencial

- Una cantidad decrece exponencialmente cuando su disminución es proporcional a lo que ya existía. Se habla entonces de decaimiento exponencial.

44

Diapositiva 45

El decaimiento exponencial en ejemplos

- Mortalidad de algunas especies:
tortugas

Cantidad de tortugas que llegan a la
edad adulta a partir de un cierto
número de huevos depositados.

ANEXO 4:
EL DOMINGO SIETE

Nombre del alumn@: _____ Grupo: _____ Fecha: _____

Actividad: EL DOMINGO 7

A Sonia no le gusta lavar los platos de la comida de los domingos, cuando se reúne toda la familia a comer. Para incentivarla, sus papás le ofrecen darle \$50 por cada vez que lo haga. Sonia rechaza esa cantidad y ofrece lavar los platos durante siete domingos seguidos, siempre y cuando le paguen 3 pesos el primer domingo, al domingo siguiente \$9, y cada domingo el triple del anterior. Sus papás aceptaron el trato encantados ¿cuánto dinero le tuvieron que dar a Sonia el séptimo domingo?



Realiza lo que se te pide a continuación:

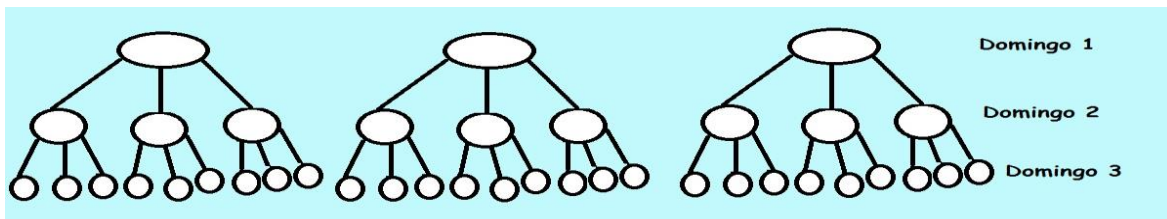
1. Sin hacer cálculos precisos, ¿puedes anticipar cuánto dinero tendrían que pagar los padres de Sonia el séptimo domingo?

Subraya la opción que consideres correcta.

- a) Entre \$20 y \$60
- b) Entre \$61 y \$200
- c) Entre \$201 y \$600
- d) Entre \$601 y \$1800
- e) Entre \$1801 y \$3000



2. Observa el siguiente diagrama que ilustra cuánto dinero le pagarán sus papás a Sonia cada domingo



Completa la siguiente tabla para calcular cuánto dinero le pagarán los papás de Sonia el domingo 7.

Domingo	1	2	3	4	5	6	7
Dinero en \$	3	9	27				

-
-
3. ¿Cuánto dinero recibió Sonia el cuarto domingo? _____ ¿Es esta cantidad el doble de la que recibió el segundo domingo? _____
4. ¿Cuánto dinero recibió Sonia el sexto domingo? _____ ¿Es esta cantidad el triple de la que recibió el segundo domingo? _____
5. ¿Cuánto dinero recibió Sonia el séptimo domingo? _____
6. Subraya la opción que consideres correcta. De acuerdo a tu respuesta de la pregunta anterior, la cantidad que recibió Sonia el domingo siete está:
- a) Entre \$20 y \$60
 - b) Entre \$61 y \$200
 - c) Entre \$201 y \$600
 - d) Entre \$601 y \$1800
 - e) Entre \$1801 y \$3000
7. De las siguientes sucesiones de números, ¿cuál está asociada al dinero que los papás de Sonia deben pagarle cada domingo? Subraya la opción que consideres correcta:



- a) 3, 9, 27, 81, 243 ... b) 3, 9, 27, 108, 324 ... c) 3, 9, 27, 56, 168

8. Describe con tus palabras cómo generar cada elemento de la sucesión que elegiste.

Pero la historia no acaba aquí...

Sonia llegó muy contenta al CCH, el lunes siguiente al séptimo domingo, y les contó a sus amigas la travesura que hizo a sus padres. Y Ana María, decidió hacer lo mismo, puesto que le "ultrarequetecontra-fastidiaba" también lavar los trastes los domingos, día en que todos sus tíos y primos comían en su casa porque iban a visitar a la abuelita que vivía en la casa de Ana María.



De manera que esa misma noche, habló con sus padres y les dijo: "He decidido ayudar más en las labores de la casa. Así que me ofrezco para lavar los trastes de la comida de siete domingos seguidos, siempre y cuando hagamos el trato económico que traigo escrito en este papel y quiero que todos lo firmemos para que no haya después malentendidos".

Sus papás leyeron el escrito, y aceptaron encantados, firmando inmediatamente y dando un fuerte abrazo y muchos besos a su "tan buena mijd"...

El papel decía lo siguiente:

El primer domingo que lave los trastes quiero que me paguen sólo \$3.
 El segundo domingo quiero 3 pesos más que el primero.
 El tercer domingo quiero 3 pesos más que el segundo.
 Y así sucesivamente hasta llegar a los 7 domingos."

Firman de conformidad:

_____ Papá de Ana María

_____ Mamá de Ana María

_____ Ana María

_____ Testigo

Realiza lo que se te pide a continuación:

9. ¿Puedes anticipar cuánto dinero tendrían que pagar los padres de Ana María el séptimo domingo? Subraya la opción que consideres correcta.

- a) Entre \$20 y \$60
- b) Entre \$61 y \$200
- c) Entre \$201 y \$600
- d) Entre \$601 y \$1800
- e) Entre \$1801 y \$3000



10. Analicemos la petición de Ana María:

El 1er domingo pidió \$3.

El 2do domingo pidió 3 pesos más que el primero: $\$3 + \$3 = \$6$

El 3er domingo pidió 3 pesos más que el segundo: $\$6 + \$3 = \$9$

Y así sucesivamente hasta llegar a los 7 domingos."

Completa la siguiente tabla para calcular cuánto dinero le pagarán sus papás a Ana María el domingo 7.

Domingo	1	2	3	4	5	6	7
Dinero en \$	3	6	9				

11. ¿Cuánto dinero recibió Ana María el cuarto domingo? ____ ¿Es esta cantidad el doble de la que recibió el segundo domingo? _____

12. ¿Cuánto dinero recibió Ana María el sexto domingo? ____ ¿Es esta cantidad el triple de la que recibió el segundo domingo? _____

13. ¿Cuánto dinero recibió Ana María el séptimo domingo? _____

14. Subraya la opción que consideres correcta. De acuerdo a tu respuesta de la pregunta anterior, la cantidad que recibió Ana María el domingo siete está entre:

- a) Entre \$20 y \$60
- b) Entre \$61 y \$200
- c) Entre \$201 y \$600
- d) Entre \$601 y \$1800
- e) Entre \$1801 y \$3000



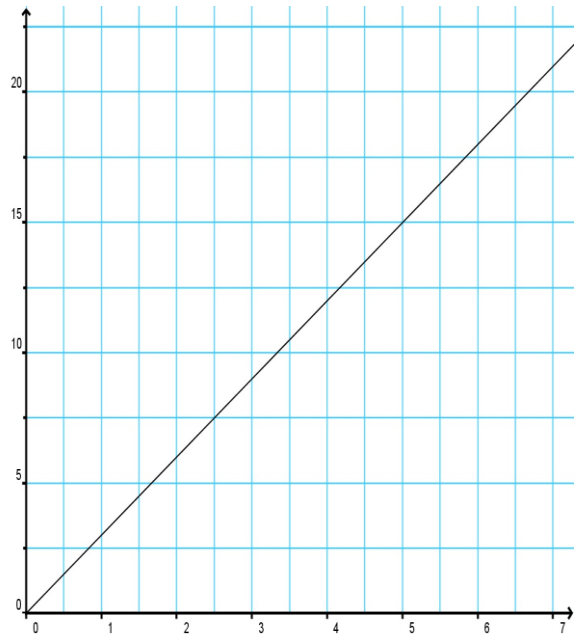
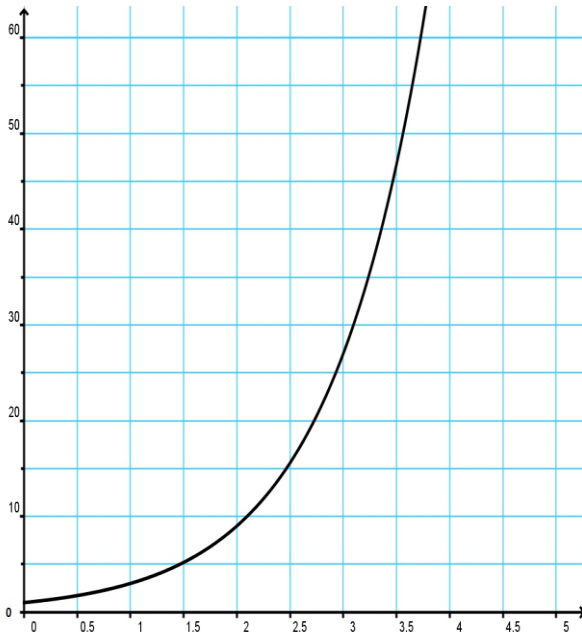
15. De las siguientes sucesiones de números, ¿cuál está asociada al dinero que los papás de Ana María deben pagarle cada domingo? Subraya la opción que consideres correcta.

- a) 3, 6, 9, 18, ...
- b) 3, 6, 9, 12, ...
- c) 3, 6, 9, 27



16. Explica con tus propias palabras cómo se genera la sucesión que elegiste.

17. Decide cuál de estas gráficas corresponde al crecimiento de la cantidad que los papás de Sonia deben pagarle cada domingo y cuál al de la cantidad que recibirá Ana María. Y después anota en cada gráfica el nombre de los ejes. Las posibilidades son: "Número de Domingos", "Cantidad que recibirá Sonia (\$)" y "Cantidad que recibirá Ana María (\$)".



ANEXO 5:
PLANEACIÓN DE LAS SESIONES

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES
SESIÓN 1

Unidad 4 del curso de Matemáticas IV: “Funciones exponenciales y logarítmicas”	Duración: 2 horas
<p>Tema y contenidos:</p> <p>El crecimiento y decaimiento exponencial</p> <p>1) Situaciones que involucran crecimiento y decaimiento exponencial.</p> <p>2) Análisis de la variación exponencial:</p> <p>a) Papel que desempeña la variable;</p> <p>b) crecimiento y decaimiento;</p> <p>c) representación algebraica;</p>	<p>Tipo de sesión:</p> <p>Introducción al tema: “Crecimiento y decaimiento exponencial”</p>
<p>Aprendizajes:</p> <p>Los aprendizajes a lograr son que el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> ⊗ Conocerá en qué consiste el crecimiento y decaimiento exponencial. ⊗ Compara el crecimiento y decaimiento exponencial con otras formas de crecimiento que ya conocen (como el lineal). ⊗ Conocerá una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología. <p>Propósito de la sesión: Conocer “qué tan rápido” es el crecimiento exponencial</p>	<p>Recursos:</p> <p>Copias del examen diagnóstico (ver Anexo 2), un juego para cada uno de los alumnos.</p> <p>Lap top y cañón de proyección.</p> <p>Archivo en Power Point “Crecimiento y decaimiento exponencial” (ver Anexo 3)</p> <p>Papel reciclado tamaño carta, hojas de periódico, pliegos de papel de china para que los alumnos determinen cuántas veces pueden doblar una hoja de papel.</p> <p>Copias de la actividad: “El domingo siete” (ver Anexo 4), un juego para cada uno de los alumnos.</p>

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	JUSTIFICACIÓN
<p>Saludo al iniciar la clase y actitud positiva del profesor a lo largo de la sesión</p> <p>El profesor saluda a sus alumnos siempre que inicia la clase, con gusto y entusiasmo, haciéndoles sentir bienvenidos a la clase y a la sesión de trabajo.</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 2 minutos</p>	<p>Ver justificación en el Anexo 1: Tareas frecuentes</p>
<p>Uso del presentador</p> <p>El profesor saca su presentador y lo coloca en su escritorio, En los siguientes minutos, mientras comenta la forma de trabajo en el aula, verifica visualmente, si los alumnos colocan el suyo en el pupitre. Además, a estas alturas del curso, ya conoce el presentador de cada alumno, por lo que puede verificar si ha sido sustituido o no.</p> <p>En caso de que algún alumno no traiga consigo su presentador o lo cambió, de manera cortés, frente al grupo, le pregunta sobre lo ocurrido, y lo invita a traerlo consigo la siguiente sesión o bien, a no desperdiciar hojas por el daño que se le hace al medio ambiente.</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 5 minutos</p>	<p>Ver justificación en el Anexo 1: Tareas frecuentes</p>
<p>Presentación de los objetivos de la actividad a realizar:</p> <p>El profesor presenta los objetivos de aprendizaje de la sesión, los cuales son:</p> <ul style="list-style-type: none"> ⊗ Conocerán en qué consiste el crecimiento y decaimiento exponencial. ⊗ Comparar el crecimiento y decaimiento exponencial con otras formas de crecimiento que ya conocen (como el lineal). ⊗ Conocerán una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología. <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 5 minutos</p>	<p>Es importante que los alumnos conozcan los objetivos de la sesión.</p>
<p>Descripción de la actividad a realizar:</p> <p>El profesor comenta a sus alumnos que inicialmente contestarán un examen diagnóstico con el cual podrá conocer qué tanto conocen del tema a tratar en la sesión.</p> <p>Les dice que después de contestar el examen, verán una presentación en Power Point sobre el crecimiento y el decaimiento exponencial.</p>	<p>Es importante que el profesor comunique a los alumnos las actividades a realizar en la sesión.</p>

<p>Como el profesor llegó puntualmente, en los diez minutos que da de tolerancia para iniciar la clase, realizó las conexiones del cañón proyector y la laptop, de manera que están listos para ser utilizados. De la misma manera, tiene listo el archivo de la presentación en Power Point.</p> <p>Solicita a los alumnos que acomoden sus pupitres, en caso de ser necesario, de manera que puedan contestar el examen diagnóstico y ver la presentación.</p> <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 5 minutos</p>	
<p>Aplicación del examen diagnóstico</p> <p>El profesor reparte a cada alumno una copia del examen diagnóstico. Indica al grupo que deben contestarlo de manera individual y en silencio.</p> <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 15 minutos</p>	<p>La evaluación inicial es la que se realiza antes de empezar el proceso de enseñanza-aprendizaje, con el propósito de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establecer el nivel real de preparación del alumno; • Identificar aprendizajes previos que marcan el punto de partida para el nuevo aprendizaje. • Detectar carencias, lagunas o errores que puedan dificultar el logro de los objetivos planteados. • Diseñar actividades remediales orientadas a la nivelación de los aprendizajes. • Detectar objetivos que ya han sido dominados, a fin de evitar su repetición. • Adecuar el tratamiento pedagógico a las características y peculiaridades de los alumnos.
<p>Proyección de la presentación en Power Point</p> <p>Usando la técnica expositiva el profesor realiza una presentación del tema. Incluye algunos ejemplos y precisiones al tema.</p> <p>A lo largo de la presentación, el profesor realiza con sus alumnos las actividades siguientes:</p>	<p>Los recursos audiovisuales son herramientas didácticas atractivas para el alumno.</p>

<p>1. Doblado de papel (para saber cuántas veces se puede doblar una hoja de papel).</p> <p>El profesor pregunta al grupo que cuántas veces es posible doblar una hoja de papel. Les invita a que cada uno de ellos dé una respuesta tentativa.</p> <p>A continuación les indica que van a realizar la actividad de doblado de una hoja de papel para saber si su respuesta era correcta. En esta actividad el profesor reparte a cada alumno las hojas de papel de tamaño carta. Los alumnos doblan sus hojas y contestan cuántas veces pudieron doblarla.</p> <p>El profesor pregunta al grupo si el número de veces en que puede uno doblar un papel depende del tamaño de la hoja. Para que los alumnos averigüen la respuesta, el profesor reparte a cada alumno una hoja de papel periódico para que realicen el doblado de la hoja.</p> <p>Después, el profesor pregunta al grupo si el número de veces en que puede uno doblar un papel depende del grosor de la hoja. Para que los alumnos contesten esta pregunta, el profesor reparte a cada alumno un pliego de papel de china para que realicen el doblado de la hoja.</p> <p>Finalmente, el profesor pasa a los lugares de sus alumnos con una bolsa para que depositen sus papeles doblados. Les indica que ese papel no lo va a tirar a la basura, ya que el papel debe reciclarse.</p> <p>2. La actividad “El domingo siete”. Busca dar un ejemplo de la vida cotidiana que permita a los alumnos comparar el crecimiento exponencial con el lineal (con el que están más familiarizados).</p> <p>El profesor reparte a cada uno de sus alumnos una fotocopia de esta actividad, indicándoles que deben contestar las preguntas de manera individual.</p> <p>Después, de manera grupal se discuten las respuestas.</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 50 minutos</p>	<p>No es lo mismo dar información verbal a los alumnos a intentar que ellos indaguen, experimenten y realicen una actividad, con la finalidad de dar respuesta a una pregunta.</p> <p>La actividad de doblar hojas de papel de diferentes tamaños y grosores es sencilla, divertida y fácil de llevar al aula.</p>
<p>Trabajo en parejas</p> <p>El profesor solicita a los alumnos que en parejas (con el compañero que tienen al lado), discutan acerca de los aspectos más relevantes de la presentación. Les solicita que lo escriban en sus cuadernos.</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 10 minutos</p>	<p>Planificar agrupamientos flexibles de acuerdo con la tarea a realizar, permite al profesor observar a los alumnos y evaluarlos en una diversidad de agrupamientos y</p>

<p>Trabajo y discusión grupal:</p> <p>De manera grupal, el profesor solicita a un integrante de cada pareja que lea sus conclusiones de la actividad anterior. Sin embargo, antes de pasar a comentar lo que escribió la siguiente pareja, suele preguntar al otro miembro, si está conforme con lo expresado por su compañero o si quiere agregar algo más.</p> <p>De manera grupal y con la moderación de la discusión por parte del profesor se realiza un cierre de la sesión.</p> <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 10 minutos</p>	<p>condiciones. En algunas ocasiones quizás resulte más conveniente que los estudiantes discutan rápidamente una idea con el compañero de al lado o con otro que se les indique. O bien, que dispongan los pupitres en círculos y trabajen de a cuatro. En algunos casos, los alumnos pueden elegir a sus compañeros de trabajo, o quizá necesiten o prefieran estudiar solos. “Esta flexibilidad también contribuye a que los alumnos no se sientan "atornillados" a un rincón determinado del aula.” (Tomlinson, 2005, p.54)</p>
<p>Instrucciones para la próxima sesión:</p> <p>El profesor comenta a sus alumnos que en la siguiente clase realizarán una actividad para conocer “qué tan rápido” decrece el decaimiento exponencial. Les solicita que lleven sus calculadoras.</p>	<p>Es importante que el profesor comunique a los alumnos las actividades a realizar en la siguiente sesión.</p>
<p>Despedida al finalizar la clase</p> <p>El profesor se despide de sus alumnos afectuosamente, con gusto y entusiasmo.</p>	<p>Como parte de las acciones que contribuyen a crear un ambiente positivo en el aula, es deseable que el profesor sea amable y cortés con sus alumnos, por lo que despedirse de manera correcta es importante.</p>

SESIÓN 2

Unidad 4 del curso de Matemáticas IV: “Funciones exponenciales y logarítmicas”	Duración: 2 horas
Tema y contenidos: El crecimiento y decaimiento exponencial	Tipo de sesión: Introducción al tema: “Crecimiento y decaimiento exponencial”
Aprendizajes: El alumno: Conocerá “qué tan rápido” es el decaimiento exponencial. Propósito de la sesión: Conocer “qué tan rápido” es el decaimiento exponencial.	Recursos: Cintas de diferentes longitudes. Reglas, cintas métricas para medir y tijeras. Calculadoras. Copias del examen diagnóstico, un juego para cada uno de los alumnos.
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	JUSTIFICACIÓN
Saludo al iniciar la clase y actitud positiva del profesor a lo largo de la sesión El profesor saluda a sus alumnos siempre que inicia la clase, con gusto y entusiasmo, haciéndoles sentir bienvenidos a la clase y a la sesión de trabajo. <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 2 o 3 minutos</p>	Ver justificación en el Anexo 1: <i>Tareas frecuentes</i>
Uso del presentador El profesor saca su presentador y lo coloca en su escritorio, En los siguientes minutos, mientras comenta la forma de trabajo en el aula, verifica visualmente, si los alumnos colocan el suyo en el pupitre. Además, a estas alturas del curso, ya conoce el presentador de cada alumno, por lo que puede verificar si ha sido sustituido o no. En caso de que algún alumno no traiga consigo su presentador o lo cambió, de manera cortés, frente al grupo, le pregunta sobre lo ocurrido, y lo invita a traerlo consigo la siguiente sesión o bien, a no desperdiciar hojas por el daño que se le hace al medio ambiente. <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 5 minutos</p>	Ver justificación en el Anexo 1: <i>Tareas frecuentes</i>
Repaso de la clase anterior Al inicio de la sesión, el profesor solicita a sus alumnos que describan brevemente, por escrito y de forma individual en su cuaderno, lo sucedido en la clase anterior. El profesor les da a escoger a sus alumnos responder la	

<p>que prefieran de las siguientes situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> ⊗ La actividad que más les haya gustado. ⊗ El contenido que les gustó más. ⊗ La forma en que se organizó el equipo y que les pareció más adecuada. ⊗ Las dudas que quedaron sin resolver. ⊗ Las tareas que les parecieron más difíciles. <p>Posteriormente, el profesor pide que lean su escrito cinco alumnos elegidos al azar, ante el resto de sus compañeros. A continuación se abre una discusión grupal sobre lo expresado por los alumnos.</p> <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 10 minutos (si hay dudas el profesor las aclara)</p>	<p>Ver justificación en el Anexo 1: <i>Tareas frecuentes</i></p>
<p>Recuento de las tareas realizadas</p> <p>Desde el inicio del curso, el profesor solicitó a los alumnos que individualmente, y a lo largo de todo el curso, llevaran un registro, en una tabla, de las tareas realizados en cada sesión.</p> <p>De manera muy frecuente, el profesor consulta el registro con los alumnos para hacer ajustes a la tabla y para recordar y revivir el proceso. En esta ocasión, actualizan la tabla y anotan el número de las actividades anteriores, y las titulan:</p> <ul style="list-style-type: none"> ⊗ “Doblado de papel” actividad individual en clase (con la fecha de la sesión anterior). ⊗ Realización de la actividad “El domingo siete”, actividad individual en clase (con la fecha de la sesión anterior). ⊗ Discusión de las actividades “Doblado de papel” y “El domingo siete”. Actividad grupal, en clase (con la fecha de la sesión anterior). ⊗ “Repaso de la n-ésima sesión”, actividad individual, en clase (con la fecha de la sesión actual). ⊗ “Repaso de la n-ésima sesión”, actividad grupal, en clase (con la fecha de la sesión actual). <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 10 minutos</p>	<p>Ver justificación en el Anexo 1: <i>Tareas frecuentes</i></p>
<p>Presentación de los objetivos de la actividad a realizar:</p> <p>El profesor presenta los objetivos de aprendizaje de la sesión, los cuales son:</p> <p style="padding-left: 40px;">Conocerán “qué tan rápido” es el decaimiento exponencial.</p> <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 2 minutos</p>	<p>Es importante que los alumnos conozcan los objetivos de la sesión.</p>

<p>Descripción de la actividad a realizar:</p> <p>El profesor comenta a sus alumnos que realizarán una actividad para saber ¿Cuántas veces es posible cortar una cinta a la mitad?</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 2 minutos</p>	<p>Es importante que el profesor comunique a los alumnos las actividades a realizar en la sesión.</p>										
<p>Actividad: “¿Cuántas veces es posible cortar una cinta a la mitad?”</p> <p>9. El profesor pregunta a sus alumnos: “¿Cuántas veces puedes cortar una cinta a la mitad? Es decir, supongan que tomamos una cinta, que doblamos en dos partes iguales y la cortamos de manera que obtengamos dos mitades. Tomamos sólo una de esas mitades, la doblamos de nuevo para obtener dos partes iguales y la cortamos para obtener dos mitades, y así sucesivamente.”</p> <p>10. El profesor anima a sus alumnos a responder, de manera que anticipen el resultado sin haber hecho la actividad, de ser posible, les pregunta a todos.</p> <p>11. Una vez que obtiene las respuestas, les entrega a sus alumnos el siguiente material:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cintas de distintas longitudes: 6 m, 4m, 2m, 1m, 50 cm, etc. que se les reparte a cada alumno para que pueda hacer la actividad. - Tijeras y cintas métricas, las suficientes para el grupo. <p>12. El profesor pide a sus alumnos que en su cuaderno, dibujen una tabla para cada cinta, como la que se muestra a continuación, para registrar sus resultados:</p> <table border="1" data-bbox="321 1396 984 1572" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>No. de corte</th> <th>Longitud de la cinta (cm)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">....</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>13. Los alumnos trabajan en la actividad, cortando sus cintas, midiendo y llenando sus tablas de resultados.</p> <p>14. Grupalmente se discuten los resultados.</p> <p>Finalmente, el profesor pasa a los lugares de sus alumnos con una bolsa para que depositen sus trozos de cinta. Les indica que esos restos los va a tirar en los depósitos de basura inorgánica.</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 30 minutos</p>	No. de corte	Longitud de la cinta (cm)	0		1		2			<p>No es lo mismo dar información verbal a los alumnos a intentar que ellos indaguen, experimenten y realicen una actividad, con la finalidad de dar respuesta a una pregunta.</p> <p>La actividad de cortar cintas es sencilla, divertida y fácil de llevar al aula.</p>
No. de corte	Longitud de la cinta (cm)										
0											
1											
2											
....											

Trabajo en parejas

El profesor solicita a los alumnos que formen parejas (con el compañero que ellos elijan).

A continuación, les solicita:

1. Que en su cuaderno, construyan una tabla, como la que se muestra a continuación, y que con ayuda de su calculadora determinen las longitudes de la cinta para un número de corte dado, considerando que la longitud inicial de la cinta es de 4 metros.

No. de corte	Longitud de la cinta (cm)
0	400
1	
2	
...	
17	

2. Les solicita que traten de encontrar una expresión algebraica para la longitud de la cinta si el número de corte es n .
3. Que realicen la gráfica correspondiente a los datos de la tabla que realizaron en el paso 1.

Tiempo Estimado: 25 minutos

Trabajo y discusión grupal:

De manera grupal, el profesor solicita a un integrante de cada pareja que lea sus conclusiones de la actividad anterior. Sin embargo, antes de pasar a comentar lo que escribió la siguiente pareja, suele preguntar al otro miembro, si está conforme con lo expresado por su compañero o si quiere agregar algo más.

De manera grupal y con la moderación de la discusión por parte del profesor se realiza un cierre de la sesión.

Es importante que el profesor haga hincapié en la idea de que:

A partir de la gráfica y de la tabla de datos, se observa que la longitud de la cinta se reduce "muy rápido" en un principio, sin embargo, después disminuye progresivamente su longitud, acercándose cada vez más a cero pero sin llegar a ser cero. Esta es una característica del decaimiento exponencial

Planificar agrupamientos flexibles de acuerdo con la tarea a realizar, permite al profesor observar a los alumnos y evaluarlos en una diversidad de agrupamientos y condiciones.

En algunas ocasiones quizás resulte más conveniente que los estudiantes discutan rápidamente una idea con el compañero de al lado o con otro que se les indique. O bien, que dispongan los pupitres en círculos y trabajen de a cuatro.

En algunos casos, los alumnos pueden elegir a sus compañeros de trabajo, o quizá necesiten o prefieran estudiar solos.

"Esta flexibilidad también contribuye a que los alumnos no se sientan "atornillados" a un rincón determinado del aula." (Tomlinson, 2005, p.54)

Tiempo Estimado: 15 minutos	
<p>Aplicación del examen diagnóstico</p> <p>El profesor reparte a cada alumno una copia del examen diagnóstico. Indica al grupo que deben contestarlo de manera individual y en silencio.</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 10 minutos</p>	<p>Al aplicar nuevamente el examen diagnóstico al finalizar el tema, se convierte en un instrumento de evaluación formativa, ya que permite al profesor:</p> <ul style="list-style-type: none"> ⊕ Analizar los errores de los alumnos, pues los considera como oportunidades para favorecer el aprendizaje y para evaluar su desempeño como profesor. ⊕ Realizar sesiones para comentar sobre los resultados de los instrumentos de evaluación ⊕ Realizar ajustes en su planeación, así como diseñar y llevar a cabo medidas para fortalecer los conocimientos y disminuir las debilidades.
<p>Instrucciones para la próxima sesión:</p> <p>El profesor comenta a sus alumnos que en la siguiente clase verán otra presentación en power point y que jugarán con un juego de mesa.</p>	<p>Es importante que el profesor comunique a los alumnos las actividades a realizar en la siguiente sesión.</p>
<p>Despedida al finalizar la clase</p> <p>El profesor se despide de sus alumnos afectuosamente, con gusto y entusiasmo.</p>	<p>Como parte de las acciones que contribuyen a crear un ambiente positivo en el aula, es deseable que el profesor sea amable y cortés con sus alumnos, por lo que despedirse de manera correcta es importante.</p>

SESIÓN 3

Unidad 4 del curso de Matemáticas IV: “Funciones exponenciales y logarítmicas”	Duración: 1 hora
	Tipo de sesión: Introducción al tema: “Crecimiento y decaimiento exponencial”
Aprendizajes: El alumno: ⌘ Conocerá una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología. ⌘ Conocerá los peligros que amenazan a las tortugas y las formas en que pueden contribuir a su conservación. Propósito de la sesión: Conocer una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología, en particular, en la determinación del número de tortugas que llegan a la edad adulta.	Recursos: Lap top y cañón de proyección. Archivo en Power Point “Tortugas” (ver Anexo 6) 7 Juegos de mesa sobre la vida de las tortugas (ver Anexo 7).
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	JUSTIFICACIÓN
Saludo al iniciar la clase y actitud positiva del profesor a lo largo de la sesión El profesor saluda a sus alumnos siempre que inicia la clase, con gusto y entusiasmo, haciéndoles sentir bienvenidos a la clase y a la sesión de trabajo. Tiempo Estimado: 2 o 3 minutos	Ver justificación en el Anexo 1: <i>Tareas frecuentes</i>
Uso del presentador El profesor saca su presentador y lo coloca en su escritorio, En los siguientes minutos, mientras comenta la forma de trabajo en el aula, verifica visualmente, si los alumnos colocan el suyo en el pupitre. Además, a estas alturas del curso, ya conoce el presentador de cada alumno, por lo que puede verificar si ha sido sustituido o no. En caso de que algún alumno no traiga consigo su presentador o lo cambió, de manera cortés, frente al grupo, le pregunta sobre lo ocurrido, y lo invita a traerlo consigo la siguiente sesión o bien, a no desperdiciar hojas por el daño que se le hace al medio ambiente. Tiempo Estimado: 5 minutos	Ver justificación en el Anexo 1: <i>Tareas frecuentes</i>

<p>Presentación de los objetivos de la actividad a realizar:</p> <p>El profesor presenta los objetivos de aprendizaje de la sesión</p> <ul style="list-style-type: none"> ⊗ Conocerás una aplicación del decaimiento exponencial en la ecología, en particular, en la determinación del número de tortugas que llegan a la edad adulta. ⊗ Conocerás los peligros que amenazan a las tortugas y las formas en que pueden contribuir a su conservación <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 3 minutos</p>	<p>Es importante que los alumnos conozcan los objetivos de la sesión.</p>
<p>Descripción de la actividad a realizar:</p> <p>El profesor comenta a sus alumnos que verán una presentación en Power Point sobre la ecuación de la recta.</p> <p>Como el profesor llegó puntualmente, en los diez minutos que da de tolerancia para iniciar la clase, realizó las conexiones del cañón proyector y la laptop, de manera que están listos para ser utilizados. De la misma manera, tiene listo el archivo de la presentación en Power Point.</p> <p>Solicita a los alumnos que acomoden sus pupitres, en caso de ser necesario, de manera que puedan ver la presentación.</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 5 minutos</p>	<p>Es importante que el profesor comunique a los alumnos las actividades a realizar en la sesión.</p>
<p>Proyección de la presentación en Power Point</p> <p>Usando la técnica expositiva el profesor realiza una presentación del tema. Incluye algunos ejemplos y precisiones al tema.</p> <p style="text-align: right;">Tiempo Estimado: 15 minutos</p>	<p>Los recursos audiovisuales son herramientas didácticas atractivas para el alumno.</p>
<p>Juego de mesa de tortugas</p> <p>Como actividad de cierre de la sesión, y de repaso de los conceptos abordados en la presentación, el profesor entrega a los alumnos, integrados en equipos de 4 personas un juego de mesa sobre las tortugas.</p> <p>Los equipos los integra de la siguiente manera: empezando en un extremo del salón les pide a los alumnos que se enumeren del 1 al 4. Los números 1 se reúnen entre sí, los que les tocó el número 2 entre sí y así sucesivamente.</p> <p>Solicita que reacomoden sus pupitres para poder jugar de manera cómoda.</p>	<p>Los recursos como los juegos en el aula, son herramientas didácticas atractivas para el alumno.</p>

<p>Indica las instrucciones del juego:</p> <ul style="list-style-type: none"> ♣ En este juego, cada jugador representa una tortuga que sale del huevo que la tortuga madre depositó en la playa. ♣ Cada jugador es miembro de un nido de 70 huevos, cuyas crías van muriendo en el camino a la playa debido a los peligros que enfrentan. ♣ Hay casillas del tablero que incluyen un número negativo que indica el número de “hermanitas tortuguitas” que mueren en el camino. ♣ Gana quien logra llegar primero a la meta. ♣ Una vez que hay un ganador, los equipos pueden volver a jugar. <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 20 minutos</p>	
<p>Reacomodo del mobiliario:</p> <p>El profesor solicita a sus alumnos que acomoden nuevamente sus pupitres, como estaban al inicio de la sesión, para comentar la actividad.</p> <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 5 minutos</p>	<p>Existen disposiciones del mobiliario que facilitan más unas tareas en el aula que otras. En el caso de la discusión grupal, es deseable en la medida de lo posible que todos los integrantes del grupo puedan verse a la cara.</p>
<p>Discusión grupal:</p> <p>De manera grupal y con la moderación de la discusión por parte del profesor se realiza un cierre de la sesión. El profesor solicita a sus alumnos que voluntariamente comenten sus opiniones acerca de la realizado en esa sesión</p> <p style="text-align: center;">Tiempo Estimado: 10 minutos</p>	<p>Es importante que el profesor destine con frecuencia espacios para la discusión grupal, con la finalidad de que los alumnos comenten tanto la información como la experiencia adquirida.</p>
<p>Despedida al finalizar la clase</p> <p>El profesor se despide de sus alumnos afectuosamente, con gusto y entusiasmo.</p>	<p>Como parte de las acciones que contribuyen a crear un ambiente positivo en el aula, es deseable que el profesor sea amable y cortés con sus alumnos, por lo que despedirse de manera correcta es importante.</p>

ANEXO 6:
DIAPPOSITIVAS DE LA PRESENTACIÓN EN
POWER POINT “TORTUGAS”

Diapositivas 1 a 4

 <p>La Tortuga Carey del Caribe Introducción a su biología y estado de conservación</p> <p>Didier Chacón-Chavarrí</p>	<p>Las amenazas a las que está expuesta la tortuga carey se pueden agrupar en dos tipos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ las que impactan directamente a la especie y ✓ las que afectan su hábitat. <p>Estas amenazas se ubican tanto en el agua como en la tierra, pueden ser temporales o permanentes, reversibles o irreversibles y tener un alcance local, nacional y hasta internacional</p>
<h3>Recolecta de huevos</h3> <p>Una de las actividades más antiguas que inicialmente se realizaba para satisfacer el hambre.</p> <p>Al poder conservar el producto en refrigeración, el consumo pasó a ser más intenso y los huevos se convirtieron en un artículo comercial.</p> 	<h3>Pesca incidental:</h3> <ul style="list-style-type: none"> • La colocación de dispositivos de pesca en el mar, conlleva el riesgo de atrapar especies que no son el objetivo de la jornada pesquera (p. ej. Tortuga de carey) • El pescador que la encuentra viva, rara vez le permite escapar, es muy apreciada como fuente de proteína y carey. • Cuando la tortuga ya está muerta, en algunos casos se usa para carnada, pero en otros se desecha, no sin antes extraer el caparazón. 

Diapositivas 5 a 8

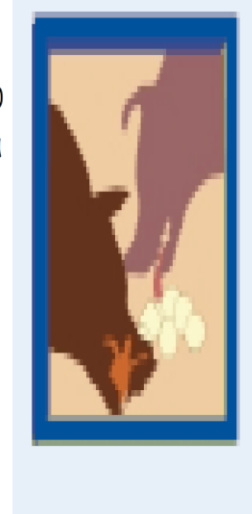
Cacería para fines variados

- Aniquila organismos de gran valor (reproductores o porque representan un acervo genético relevante).
- La cacería más nociva es la que se hace intencionalmente con el propósito de consumir la carne y luego vender el caparazón.



Depredación por animales domésticos

- Se manifiesta cuando la falta de atención a los animales domésticos provoca que estos busquen alimento por su cuenta, depredando tanto nidos como tortugas.



Comercio de productos

- Esta actividad da un valor económico a la carne, los huevos, el caparazón y otros subproductos, fomenta amenazas, como la cacería, la recolecta de huevos e incluso las visitas a los sitios de anidación.
- Incrementan la mortalidad y disminuyen la capacidad de regeneración de la especie.



Maltrato morboso

- Se presenta en tierra y en el buceo recreativo.
- Ocurre cuando las personas manipulan los organismos en forma imprudente y mal intencionada, sea para tomar fotografías, para hacer que la tortuga les arrastre nadando a su regreso al mar, o por simple morbosidad.



Diapositiva 9



ANEXO 7:

**TABLERO PARA JUEGO DE MESA
SOBRE LA VIDA DE LAS TORTUGAS**

24 20

23 22 21 20

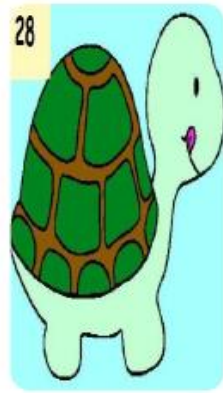
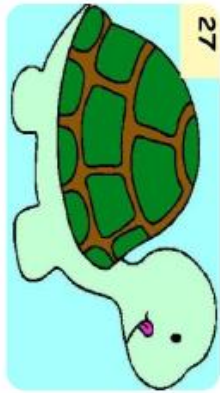
19 18 17 16 15

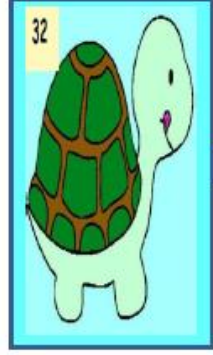
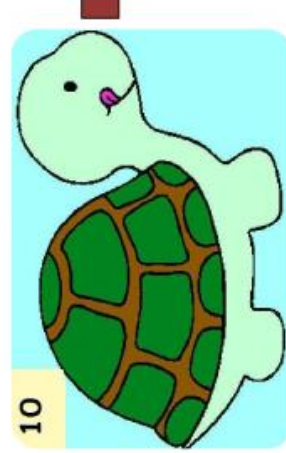
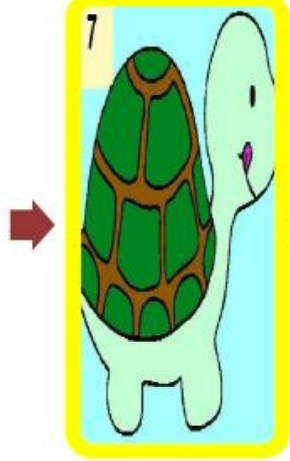
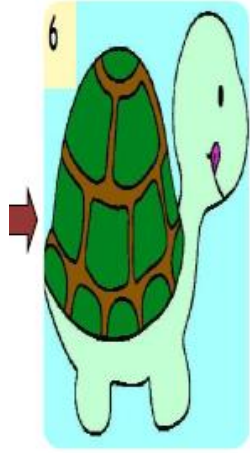
14 13 12 11 10

9 8 7 6

34 33 32

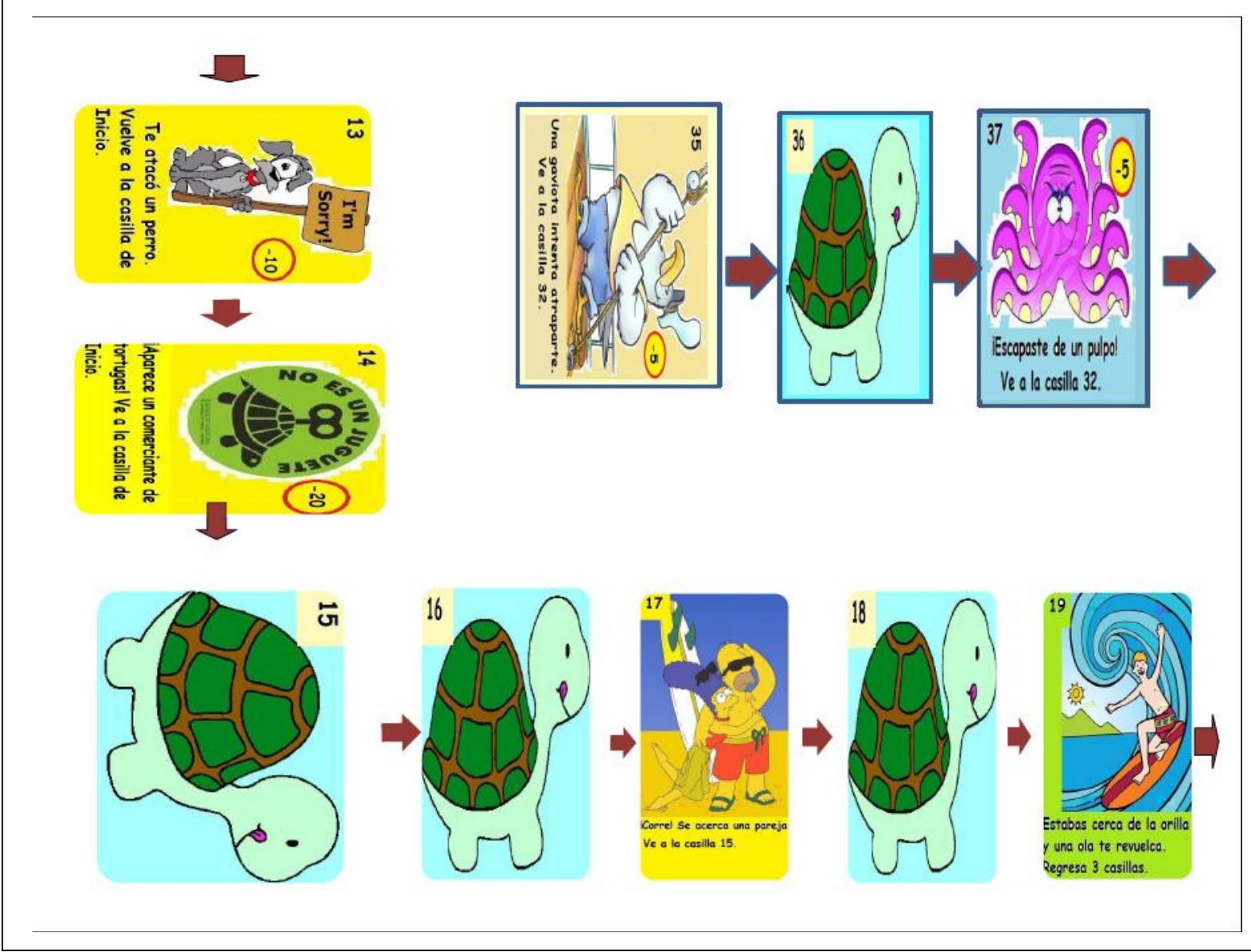
31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10 -11 -12 -13 -14 -15 -16 -17 -18 -19 -20 -21 -22 -23 -24 -25 -26 -27 -28 -29 -30 -31 -32 -33 -34 -35 -36 -37 -38 -39 -40 -41 -42 -43 -44 -45 -46 -47 -48 -49 -50 -51 -52 -53 -54 -55 -56 -57 -58 -59 -60 -61 -62 -63 -64 -65 -66 -67 -68 -69 -70 -71 -72 -73 -74 -75 -76 -77 -78 -79 -80 -81 -82 -83 -84 -85 -86 -87 -88 -89 -90 -91 -92 -93 -94 -95 -96 -97 -98 -99 -100 -101 -102 -103 -104 -105 -106 -107 -108 -109 -110 -111 -112 -113 -114 -115 -116 -117 -118 -119 -120 -121 -122 -123 -124 -125 -126 -127 -128 -129 -130 -131 -132 -133 -134 -135 -136 -137 -138 -139 -140 -141 -142 -143 -144 -145 -146 -147 -148 -149 -150 -151 -152 -153 -154 -155 -156 -157 -158 -159 -160 -161 -162 -163 -164 -165 -166 -167 -168 -169 -170 -171 -172 -173 -174 -175 -176 -177 -178 -179 -180 -181 -182 -183 -184 -185 -186 -187 -188 -189 -190 -191 -192 -193 -194 -195 -196 -197 -198 -199 -200 -201 -202 -203 -204 -205 -206 -207 -208 -209 -210 -211 -212 -213 -214 -215 -216 -217 -218 -219 -220 -221 -222 -223 -224 -225 -226 -227 -228 -229 -230 -231 -232 -233 -234 -235 -236 -237 -238 -239 -240 -241 -242 -243 -244 -245 -246 -247 -248 -249 -250 -251 -252 -253 -254 -255 -256 -257 -258 -259 -260 -261 -262 -263 -264 -265 -266 -267 -268 -269 -270 -271 -272 -273 -274 -275 -276 -277 -278 -279 -280 -281 -282 -283 -284 -285 -286 -287 -288 -289 -290 -291 -292 -293 -294 -295 -296 -297 -298 -299 -300 -301 -302 -303 -304 -305 -306 -307 -308 -309 -310 -311 -312 -313 -314 -315 -316 -317 -318 -319 -320 -321 -322 -323 -324 -325 -326 -327 -328 -329 -330 -331 -332 -333 -334 -335 -336 -337 -338 -339 -340 -341 -342 -343 -344 -345 -346 -347 -348 -349 -350 -351 -352 -353 -354 -355 -356 -357 -358 -359 -360 -361 -362 -363 -364 -365 -366 -367 -368 -369 -370 -371 -372 -373 -374 -375 -376 -377 -378 -379 -380 -381 -382 -383 -384 -385 -386 -387 -388 -389 -390 -391 -392 -393 -394 -395 -396 -397 -398 -399 -400 -401 -402 -403 -404 -405 -406 -407 -408 -409 -410 -411 -412 -413 -414 -415 -4





Sección 2 del tablero

Sección 3 del tablero



Sección 4 del tablero

