



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

LA DISTRIBUCION Y CINEMATICA DE LAS
REGIONES H II GALACTICAS USANDO EL ME-
TODO DE INTERFEROMETRIA FABRY-PEROT.

T E S I S

Que para obtener el título de

F I S I C O

p r e s e n t a :

ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I

A MI MADRE

A MI PADRE

A LA MEMORIA DE MI TIO JESUS

II

1. En el principio creó Dios el cielo y la tierra.

2. La tierra,empero,estaba informe y vacía,y las tinieblas cubrían la superficie del abismo,y el Espíritu de Dios se movía sobre las aguas.

Génesis, Capitulo I, Versículos 1 y 2.

III

A menudo se os ha preguntado para qué sirven las matemáticas, y si esas delicadas construcciones que sacamos enteramente de nuestro espíritu son artificiales y concebidas por nuestro capricho.

Debo hacer una distinción entre las personas que hacen esta pregunta. Las gentes prácticas reclaman de nosotros solamente el medio para ganar dinero. Esas no merecen que se les responda; más bien convendría preguntarles para qué acumular tantas riquezas, y si, para tener tiempo de adquirir las, es necesario despremiar el arte y la ciencia, únicos que nos dotan de almas capaces de gozarlas,

et propter vitam vivendi perdere causas +

Henri Poincaré en El Valor de la Ciencia

+Locución latina de Juvenal (Sátiras, VIII, 84), que significa: "Para vivir, renunciar a lo que es la razón del vivir".

I N D I C E

AGRADECIMIENTOS - VII

INTRODUCCION - IX

CAPITULO I - 1

Primeros Intentos para Encontrar una Estructura

Espiral para Nuestra Galaxia. Pág. 1

Estructura Espiral Obtenida a Partir de las

Regiones H II. Pág 3.

Los Brazos Espirales en Nuestra Galaxia. Pág 7.

CAPITULO II - 21

Métodos Empleados en la Observación de las Nebulo-

sas en Emisión. Pág 21.

Evaluación del Contraste. Pág 23.

Propiedades Generales del Etalón Fabry-Pérot. Pág 25

Forma Alternativa de Calcular la Velocidad. Pág 36.

Dispersión. Pág 40.

Comparación entre un Espectrógrafo y un Etalón. Pág 45

VI

CAPITULO III - 54

Determinación de las Distancias de las Estrellas

o Cúmulos que Excitan las Regiones H II. Pág 62.

Determinación de las Distancias de los Cúmulos

Estelares. Pág 69.

CAPITULO IV - 74

Las Observaciones. Pág 74.

DISCUSION - 88

APENDICE - 1 - 96

Calculo de la Función de Transmisión de un Etalón.

Pág 96.

BIBLIOGRAFIA - 100

VII

AGRADECIMIENTOS.

Mediante estas líneas quiero hacer patente mi agrade
cimiento a la Dra. Paris Piñiñ por haber aceptado dirigir es-
ta tesis y por su constante y alentador interés en lo que se
refiere a mi formación como investigador de la Astronomía.

Deseo agradecer a las siguientes personas sus comen-
tarios y críticas para la obtención de un trabajo mejor:
Dr. Juan M Lozano, Fis. Marco A Moreno, Fis. Julieta N Fierro y
M en C. José H Peña.

Por último quiero agradecer a los ingenieros Carlos
Salmán y Alejandro García sus gentilezas al permitirme usar un
estereocomparador Wild del C.E.T.E.N.A.L. (Comisión para el Es-
tudio del Territorio Nacional) en el cual se realizaron las me
diciones de los interferogramas de las regiones estudiadas.

I N T R O D U C C I O N

IX

En esta tesis se hace una descripción del uso de la técnica de interferometría Fabry-Pérot al estudio de la cinemática galáctica.

El trabajo se inicia con una descripción de las regiones H II; este nombre fué inventado por el astrónomo danés Strömgren para designar a las nubes de Hidrógeno ionizado que hay en nuestra galaxia. Para que una nube de Hidrógeno neutro que se encuentra en el medio interestelar se convierta en una región H II es necesario que exista un agente energético que provea la energía requerida para ionizar al Hidrógeno. Este agente está representado por las estrellas calientes de tipos espectrales entre O y B2, las cuales son estrellas masivas que, debido a su espectro, sabemos que deben tener temperaturas superficiales del orden de $30,000^{\circ}\text{K}$ a $50,000^{\circ}\text{K}$. Se discute también el hecho de que las regiones H II más brillantes en otras galaxias delinean los brazos espirales y se mencionan los resultados obtenidos por Hodge (1968) de sus estudios de la distribución de las

regiones H II en galaxias espirales, él encuentra que más o menos a una cuarta parte de la distancia entre el centro galáctico y la región H II más externa se presenta un máximo en la distribución, que la distribución interna, es decir, del máximo hacia el centro galáctico es diferente según el tipo de galaxia estudiada y finalmente, que del máximo hacia afuera el número de regiones H II decrece y que la forma del decrecimiento es la misma independientemente del tipo de galaxia. Se habla también de que una región H II funciona como un convertidor de frecuencias, o sea, que recibe la radiación ionizante de la estrella excitadora, que cae en la región ultravioleta del espectro, y luego la reemite en la parte visible, el mecanismo detallado se da en el capítulo I. Como se mencionó anteriormente para otras galaxias espirales se ha observado que las regiones H II más brillantes delinean los brazos espirales. Haciendo una analogía se puede pensar que lo mismo sucede en nuestra galaxia, por lo que, la determinación de las distancias que nos separan de las regiones H II nos puede ayudar a delinear brazos espirales en

nuestra galaxia. Con el fin de hacer esto se discute en el capítulo II toda la teoría del etalón Fabry-Pérot el cual será el que, mediante los interferogramas tomados a las regiones H II, nos permita encontrar las velocidades radiales de las nebulosas estudiadas y posteriormente haciendo uso del modelo de Schmidt para la rotación galáctica podremos averiguar sus distancias a nosotros; el modelo de Schmidt para la rotación se discute en el capítulo III y su hipótesis fundamental es la siguiente: La galaxia está rotando en forma diferencial, esto es, que cualquier objeto se estará moviendo en una órbita circular alrededor del centro galáctico, con la velocidad exacta que se requiere para producir la fuerza centrífuga que balancee la atracción gravitacional producida por la masa contenida en el interior de una esfera que tenga por radio la distancia del objeto en cuestión al centro galáctico. Además se habla un poco de la forma en que se determina fotométricamente la distancia a una estrella, esto se hace con el objeto de comparar la distancia obtenida usando el modelo de Schmidt, o sea, la distancia cinemática con la dis-

tancia obtenida por medios fotométricos para cada una de las fuentes excitadoras de las regiones H II estudiadas; es lógico pensar que una fuente excitadora y su correspondiente región H II estarán localizadas a la misma distancia, por lo tanto, los resultados obtenidos para la distancia cinemática y la fotométrica deberán ser iguales dentro de un cierto margen de error. Georgelin (1969) después de un estudio detallado de muchas regiones H II llegó a la conclusión de que esto no sucedía así, sino que había una discrepancia entre la distancia cinemática y la fotométrica y que esta dependía de la dirección en la cual se observara. De nuestros resultados que se muestran en el capítulo IV se ve que, si bien hay diferencias, el número de objetos estudiados (tres) es tan reducido que no nos permite plantear una conclusión definitiva, o sea, nuestra tesis no comprueba lo dicho por Georgelin (1969) pero tampoco lo contradice con lo que esto queda como un problema abierto que, desde luego, es un reto para las investigaciones astrofísicas modernas.

Una pregunta que surge inmediatamente de la lectura de la introducción es la siguiente: qué papel juegan las regiones H II en la cinemática galáctica ?, a la respuesta a esta pregunta es a lo que nos dedicaremos dentro del presente capítulo.

En 1950, de detalladas observaciones de galaxias cercanas, en particular de M 31, Baade y Mayall mostraron que las estrellas jóvenes de tipo O y B y las regiones H II eran los principales constituyente de los brazos espirales. En nuestra galaxia, la Vía Láctea, delinear los brazos espirales no es tan fácil como en las galaxias externas, pues nuestra colocación dentro del sistema galáctico impide que tengamos una vista total de él.

Primeros Intentos para Encontrar una Estructura Espiral para

Nuestra Galaxia

En 1952 Morgan, Sharpless y Osterbrock estudiaron las

estrellas tempranas alrededor del sol encontrando por primera vez evidencia de la existencia de brazos espirales en la galaxia. Poco después, se encontró que la distribución de las regiones H II cercanas al sol, delineaba los mismos brazos que las estrellas O y B, todos ellos dentro del plano galáctico.

Varios autores más, confirmaron estas determinaciones, pero desgraciadamente este método usando observaciones de la región óptica es limitado, primero debido a que sólo la vecindad solar a aproximadamente 3 kpc se puede observar en la región óptica y segundo debido a la dificultad de determinar distancias confiables de los objetos lejanos, los cuales sufren de la extinción interestelar.

Es evidente entonces que las regiones H II son, en general, buenos indicadores de la estructura espiral. Por lo tanto el estudio de un número mayor de regiones H II más alejadas nos ayudará a delinear la estructura espiral de una forma más extensa y

detallada.

No se habían realizado estudios espectrográficos sistemáticos de las regiones H II hasta que Courtès (1960) los inició con el interferómetro Fabry-Pérot, siguiendo los pasos de Courtès, Georgelin y Georgelin (1970) hicieron un estudio extenso de todas las regiones H II galácticas, hasta distancias de cuatro o cinco kiloparsecs del sol, basándose en velocidades radiales medidas usando la línea H α del Hidrógeno con el interferómetro fotográfico Fabry-Pérot.

Estructura Espiral Obtenida a Partir de las Regiones H II

A continuación discutiremos más detalladamente la distribución de las regiones H II en las galaxias espirales; las regiones H II más brillantes definen los brazos espirales en ellas, como en la bien estudiada galaxia M 31 mencionada anteriormente, las de menor brillantez se encuentran principalmente en esos

brazos y se observa que todas las regiones H II, ya sean brillantes o débiles, están en un plano, el cual define el plano de la galaxia, es decir, define un plano de simetría.

Un estudio extenso de las regiones H II en galaxias espirales ha sido hecho por Hodge. Hodge (1968) hace un estudio de la distribución radial de regiones H II en galaxias espirales, dejando a un lado detalles estructurales secundarios como los brazos espirales y las barras. Esta distribución a gran escala podría ayudarnos a delinear las áreas de formación estelar en las galaxias, y por lo tanto, esto puede utilizarse en la investigación de la evolución galáctica.

Para hacer esto él estudió veinticinco galaxias espirales en base al número de regiones H II detectadas, que se prefería grande, y al ángulo que formaba el plano de la galaxia con el plano del cielo, que se prefería que fuera pequeño; de los histogramas obtenidos al graficar el número de regiones H II con-

tra sus distancias al centro galáctico Hodge concluyó que:

- i) Hay un máximo en la distribución a aproximadamente un cuarto de la distancia entre el centro y la región H II más externa. El máximo es generalmente más pronunciado para galaxias de tipo Sb que para las de tipo Sc.
- ii) La estructura espiral produce pequeñas perturbaciones en la distribución general y parece tener un efecto secundario en ella.
- iii) El número de regiones H II por unidad de superficie decrece lentamente de este máximo hacia afuera.

De los histogramas para cada galaxia Hodge encuentra una curva de distribución promedio, la cual está basada principalmente en la siguiente suposición: La clasificación galáctica de Hubble proporciona subclases significativas en cuanto a los parámetros que gobiernan la distribución de las regiones H II, las curvas obtenidas se muestran a continuación:

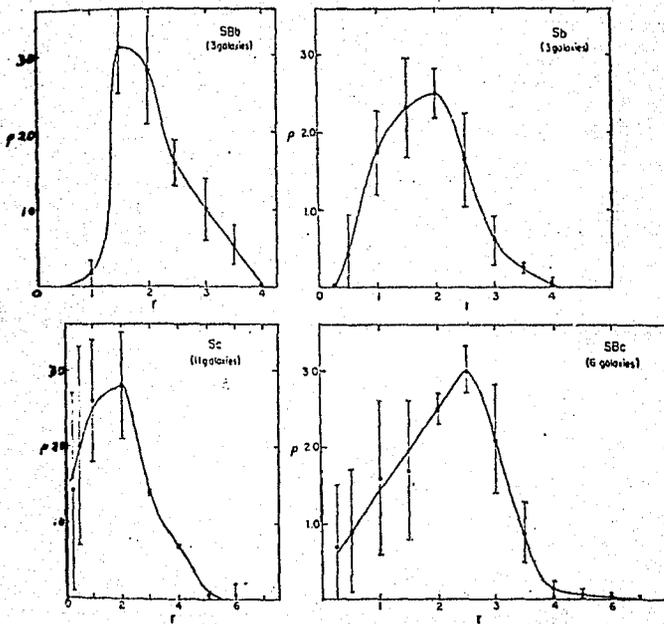


Fig 1: Tendencias promedio de la distribución espacial de regiones H II de acuerdo al tipo galáctico.

Tomada de Hodge (1968).

Sus resultados principales son:

- i) Las curvas son esencialmente iguales hacia afuera del máximo y
- ii) Los tipos galácticos hacen que la distribución interna, es decir del máximo hacia el centro, sea diferente para distintos tipos.

Los Brazos Espirales en Nuestra Galaxia.

Haciendo una analogía entre otras galaxias y la nuestra se puede suponer que; las regiones H II más brillantes delimitan los brazos espirales y que están también concentradas en el plano galáctico, esto último es evidente para nuestra galaxia ya que a excepción de las más cercanas que por esto mismo se encuentran a latitudes galácticas altas, todas las demás se encuentran más o menos en el ecuador galáctico.

De las determinaciones que se han hecho de las distancias de las estrellas calientes asociadas con las regiones H II se han encontrado, para el hemisferio norte, tres brazos espi

rales como se ve en la figura siguiente,

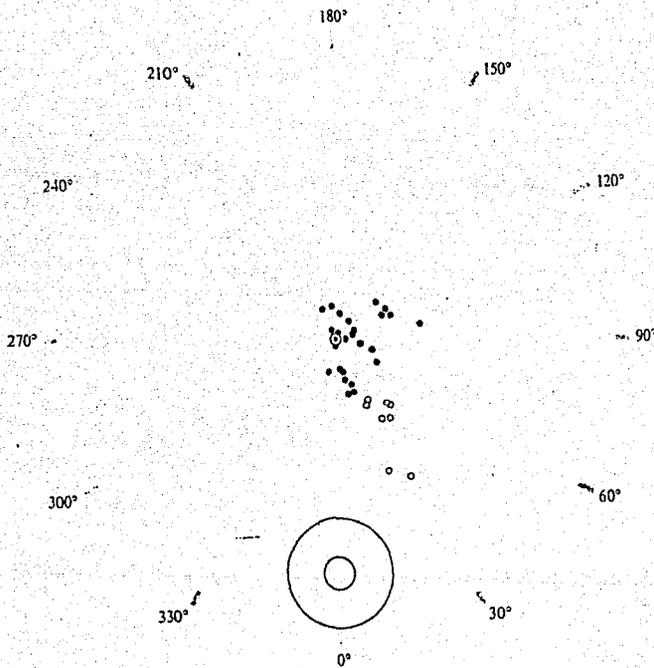


Fig 2: Las regiones II y III del hemisferio norte se grafican sobre el plano de la galaxia como puntos negros, 8 estrellas OB brillantes se grafican como puntos blancos, el punto O indica el sol. Las partes de 3 brazos espirales se aprecian, el más externo (brazo de Perseo), el local (brazo de Orión) y el interno (brazo de Sagitario). La longitudinal galáctica se indica con el cero hacia el centro galáctico, que se muestra como dos círculos concéntricos a 10 kpc del sol. Tomada de Osterbrock (1974).

y para el hemisferio sur un brazo que corre en sentido diferente a los encontrados en el hemisferio norte, ver la figura siguiente.

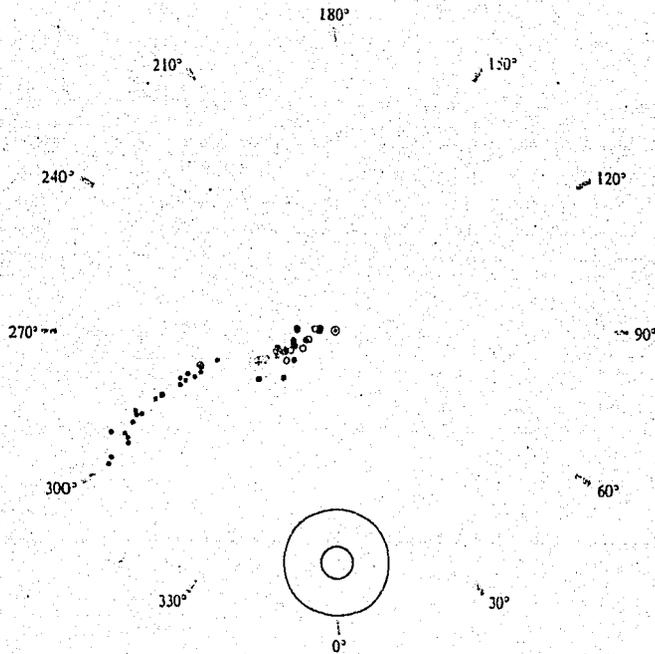


Fig 3: Las regiones H II del hemisferio sur se grafican sobre el plano de la galaxia como puntos negros, cúmulos de estrellas jóvenes se grafican como puntos blancos, el punto \odot denota el sol y el centro galáctico se muestra como dos círculos concéntricos a una distancia de 10 kpc del sol. Tomada de Osterbrock (1974).

Estas determinaciones no se pueden hacer para distan-

cias muy grandes debido a que la absorción debilita la luz que nos llega de los objetos celestes y este debilitamiento depende de la dirección en que se observe, por ejemplo, la absorción en la dirección del centro galáctico es mucho mayor que aquella que hay en la dirección de los polos galácticos.

De entre las nebulosas brillantes y extendidas que hay en el cielo existen dos clases principales; las regiones H II y las nebulosas de reflexión, estas últimas se producen debido a que mezclado con el gas interestelar hay polvo, el cual dispersa la radiación que recibe de una estrella en todas direcciones y además como la estrella responsable de esta luminosidad no tiene suficientes fotones ultravioleta no se ioniza el gas y, por lo tanto, no emite. Esta luz dispersa lo que hace es que alumbra el polvo interestelar haciendo que ninguna nebulosa sea completamente oscura, sino que esté iluminada por una débil cantidad de luz que, eventualmente, puede medirse. Se estima que alrededor de un tercio de la luz de la Vía Láctea es luz difusa, dispersada por el polvo interestelar, pero no se sabe aún el mecanismo en a-

quelloso casos en los que no se encuentra una estrella visible asociada.

Para que exista una región H II se necesita que dentro de una región de gas interestelar haya una o más estrellas de tipo O-B2 que provean fotones ultravioleta con energía mayor a 13.6 e.v. que es el valor de la energía de ionización del átomo de Hidrógeno; estas estrellas entonces ionizarán una cantidad suficiente de gas para que la región sea fácilmente observada, las estrellas O-B2 pertenecen a cúmulos jóvenes los cuales también tienen estrellas de tipo espectral B más tardío que B2, por lo tanto, es común encontrar de estas estrellas en regiones H II.

Sabemos que el Hidrógeno, al igual que todos los demás elementos, tiene distintos niveles estables de excitación y que en particular las transiciones de cualquier nivel con número cuántico principal $n > 2$ al nivel con $n=2$ emiten una serie de líneas que se llama serie de Balmer, en honor del físico suizo J.

J. Balmer; este observó que ciertas líneas se encontraban en la parte visible del espectro y que podían ser descritas por la siguiente relación empírica:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{donde } n=3,4,5,\dots$$

la cantidad R es conocida como la constante de Rydberg y tiene un valor de; $R=1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} = 1.097 \times 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$ y λ representa el valor de la longitud de onda de la línea producida.

Cada una de las líneas se denominó como la letra H seguida de una letra griega, comenzando con α para $n=3$, β para $n=4$ y así sucesivamente hasta que es necesario pasar de las letras a números; la longitud de $H\alpha$ será:

$$\lambda_{H\alpha} = \left[R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \right]^{-1} = 6563 \text{ \AA} .$$

Es interesante recordar los antecedentes históricos del reconocimiento y subdivisión de las nebulosas difusas y brillantes en dos clases. A principios de este siglo V.M. Slipher anunció que el espectro de la nebulosa localizada alrededor

de las Pléyades presentaba líneas de absorción, contrariamente a lo que se pensaba; que todas las nebulosas brillantes deberían presentar espectros como el de la nebulosa de Orión, es decir, de líneas de emisión; pronto se encontraron otras nebulosas que tenían espectros de este tipo, por lo tanto, parecía que las nebulosas se dividían en dos clases; aquellas con líneas de emisión en su espectro y las que tenían líneas de absorción, las cuales tenían espectros similares a los de las estrellas; más tarde Hubble mostró que estas nebulosas se encontraban cerca de estrellas relativamente frías, de hecho más tardías que B1-B2, a las que se les denominó, como ya dijimos, nebulosas de reflexión debido a que brillan a causa de la luz reflejada y dispersada de su estrella cercana; estas nebulosas no producen líneas de emisión ya que, como se mencionó anteriormente, sus estrellas cercanas no emiten suficientes fotones ultravioleta para producir ionización del gas.

Hubble mostró también que las otras nebulosas, las que

tenían líneas de emisión en su espectro, siempre estaban asociadas con estrellas calientes, las cuales producen la radiación ultravioleta necesaria para ionizar los átomos de Hidrógeno que componen el gas interestelar, una vez ionizado un átomo de Hidrógeno, el núcleo, o sea un protón, y el electrón separado vagan por el medio hasta que otro electrón que también esté moviéndose sea atrapado por el núcleo y pase a uno de los estados ligados, generalmente el mecanismo de decaimiento de los electrones procede de la siguiente forma: el electrón libre es atrapado y cae a uno de los niveles de excitación más altos del átomo de Hidrógeno, en esta transición se produce un cuanto de energía electromagnética que cae en la zona del radio, posteriormente este electrón va decayendo paulatinamente de este nivel hasta el estado base y en cada transición se produce un cuanto de energía luminosa, en este proceso se producen todas las líneas luminosas de las series del Hidrógeno; Lyman, Balmer, Paschen, etc, de hecho lo que está haciendo una región H II es convertir la radiación ultravioleta que recibe de su estrella excitadora en una radiación de frecuencia

cia más baja. Desde la superficie de la tierra sólo son visibles las líneas de Balmer, debido a que la atmósfera terrestre es muy eficiente para absorber líneas infrarrojas y ultravioletas, de entre las líneas de Balmer la más brillante es $H\alpha$ que como se menciona más adelante fué la radiación utilizada en la parte ob-servacional de este trabajo.

No sólo se observan estas líneas correspondientes al Hidrógeno, sino que de acuerdo a la composición química de la nebulosa, que es semejante a la estelar, pueden estar presentes otras radiaciones, entre ellas están las radiaciones de $[N II]$ que como se menciona más adelante se encuentran cerca de $H\alpha$, las de $[O III]$ y $[N III]$ que son muy brillantes lo cual parece que podría implicar una gran abundancia de estos elementos, unas líneas de color verde con longitudes de onda de 5007 \AA y 4959 \AA que cuando fueron primeramente observadas no pudieron ser explicadas en base a ninguna transición de los elementos conocidos y se le atribuyeron a un hipotético elemento llamado "ne-

bulio", las del Helio una y dos veces ionizado etc.

En 1927 Bowen dió una explicación satisfactoria de las líneas del "nebulio", como líneas producidas por transiciones prohibidas en el ión de O^+ , esto es que tienen una muy escasa probabilidad de ocurrir y por lo tanto nunca se habían observado en la tierra; sucede que los electrones del ión O^+ son excitados mediante colisiones a estados superiores de energía que son estados metaestables, o sea, con vidas medias muy largas lo que implica que cuando un electrón cae en uno de esos estados puede permanecer ahí durante mucho tiempo antes de pasar a un estado de menor energía debido a la emisión de un cuanto luminoso; en condiciones de laboratorio esto nunca sucede ya que iones con electrones en dichos niveles son deexcitados también colisionalmente y no hay emisión; pero para el medio interestelar donde las densidades son tan pequeñas las colisiones son aún más improbables que la deexcitación por emisión, y es pues, por esto, que se observan estas líneas.

Para la emisión tan fuerte de [O III] y [N III] que se mencionó anteriormente Bowen encontró también una explicación satisfactoria, que no deja, sin duda de ser genial; una de las líneas de emisión del Helio ionizado resulta que tiene una longitud de onda (304 \AA) que nos proporciona la energía necesaria para excitar un ión de O^{++} a uno de sus niveles superiores. La gran cantidad de fotones producidos por el Helio con 304 \AA de longitud de onda excitan un buen porcentaje de iones de O^{++} que al deexcitarse producen las líneas brillantes de las cuales hablábamos; algunas de ellas se encuentran en el azul y el violeta, también se produce una línea ultravioleta (374 \AA) muy interesante. Esta línea de 374 \AA de longitud de onda tiene, otra vez, la cantidad de energía exacta para llevar los iones de N^{++} a estados superiores de excitación; debido a este mecanismo una gran parte del N^{++} es excitada, y así mediante su decaimiento a estados de energía inferiores se producen las otras líneas brillantes en el azul y el violeta de los espectros de las regiones de Hidrógeno ionizado. La intensidad de las líneas del Oxígeno y

del Nitrógeno ionizados, está completamente explicada por esta doble coincidencia.

Debido a que la luz de las regiones H II está concentrada en algunas líneas de emisión se les ha aplicado la técnica espectroscópica para la determinación de velocidades radiales. Estas medidas muestran que para un punto particular de una galaxia el movimiento dominante es el de rotación diferencial. De hecho muchas investigaciones de rotación de las galaxias y de determinación de masas galácticas (Burbidge, Burbidge y Prendergast. Ap.J. 1959-65) se han realizado con estos datos de velocidad radial de regiones H II.

Hemos visto, que la emisión de las regiones H II es esencialmente de líneas monocromáticas, las cuales si se aislan mediante el uso de filtros adecuados, pueden utilizarse en el dispositivo Fabry-Pérot, que discutiremos más adelante, ya que este produce patrones de interferencia sólo para radiaciones cuasi monocromáticas.

Una característica de las regiones de emisión que vale la pena mencionar es la siguiente: La cantidad de energía luminosa que recibimos de un área dada de un cierto número de grados cuadrados es constante sin importar a que distancia esté localizada la nebulosa y suponiendo que no hay absorción; esto se demuestra fácilmente.

Sea Ω el ángulo sólido que subtiende el área fija A sobre la bóveda celeste, I_1 la energía por unidad de área que recibimos de la nebulosa cuando está colocada a una distancia r e I_2 la energía por unidad de área que recibimos de la nebulosa cuando está colocada a una distancia R, por lo tanto; $I_1/I_2 = R^2/r^2$ y sean ϕ_1 y ϕ_2 la energía recibida por el área fija A para la nebulosa colocada a las distancias r y R entonces:

$$\phi_1 = \Omega r^2 I_1, \text{ y } \phi_2 = \Omega R^2 I_2 = \Omega R^2 \frac{r^2}{R^2} I_1 = \Omega r^2 I_1 = \phi_1$$

de donde queda demostrado lo que se quería demostrar.

C A P I T U L O - I I

Metodos Empleados en la Observación de las Nebulosas en

Emisión

La composición química de las nebulosas gaseosas es en general semejante a la de las estrellas, por lo tanto, el Hidrógeno será el elemento más abundante, de modo que su emisión principal debe estar constituida por la radiación que este emite. En la parte visible del espectro, debido a las condiciones físicas que prevalecen en las nebulosas, principalmente a las condiciones de temperatura, aparece la serie de Balmer, por lo tanto, como la línea H α es la más intensa es conveniente estudiarla aislándola de otras líneas y del fondo del cielo mediante filtros y emulsiones especiales con el fin de aumentar lo más posible el contraste entre las nubes de emisión y el fondo del cielo. Como apuntamos anteriormente la longitud de onda de la radiación H α es 6563 Å, por lo tanto si existieran otros elementos que tuvieran líneas de emisión cerca de este valor representarían una dificultad para el aislamiento de H α , desgraciadamente existen estos elementos y son:

a) Radiaciones emitidas por la atmósfera alta; estas son principalmente, el doblete 6300-6363 Å de O I y los máximos de las bandas de OH localizados en 6533, 6502 y 6469 Å. Es más o menos fácil eliminar las primeras mediante filtros, pero las segundas son, dependiendo del ancho de banda del filtro utilizado, prácticamente imposibles de eliminar, debido a su cercanía a H α , 94 Å la más lejana; si bien esta radiación es débil contribuye de una manera definitiva a la intensidad del fondo del cielo, lo cual como veremos a continuación, hace que el contraste disminuya.

b) Las líneas nebulares del Nitrógeno:

En las nebulosas gaseosas se producen líneas de emisión del Nitrógeno. Una vez ionizado, además estas líneas son líneas prohibidas cuya localización en el espectro es a los 6548 y 6584 Å.

Evaluación del Contraste:

El ennegrecimiento de la placa fotográfica en la vecindad de un punto A del plano focal de un objetivo O, que se supondrá siempre de la misma razón focal para todos los desarrollos subsecuentes, depende definitivamente de la cantidad de energía luminosa que llegue a esa parte de la placa.

Sea dS un elemento de área alrededor de un punto A en el plano focal del objetivo O, sea J la energía emitida por la fuente luminosa, que en este caso es el orificio de la entrada de la cámara fotográfica y sea Ω el ángulo sólido que subtende dicho orificio visto desde el punto A; la energía que llega al punto A tendrá, obviamente, dos componentes; una debida al término monocromático $H\alpha$ y otra al continuo que en su parte mayoritaria va desde λ_1 a λ_2 donde $\lambda_2 - \lambda_1$, es el ancho medio de banda del filtro utilizado.

La energía será igual a $\Phi = J \times \Omega$ y la densidad por

unidad de área:
$$E_A = \frac{\Phi}{\Delta s} = \frac{\Phi_{H\alpha}}{\Delta s} + \frac{\Phi_{\lambda_2-\lambda_1}}{\Delta s} = E_{H\alpha} + E_{\lambda_2-\lambda_1}$$

La razón de intensidad total a intensidad de continuo

será:
$$\rho = \frac{E_A}{E_{\lambda_2-\lambda_1}} = \frac{E_{H\alpha} + E_{\lambda_2-\lambda_1}}{E_{\lambda_2-\lambda_1}} = 1 + \frac{E_{H\alpha}}{E_{\lambda_2-\lambda_1}}$$

de acuerdo con Courtès (1960) definiremos el contraste Γ como:

$$\Gamma = \frac{E_{H\alpha}}{E_{\lambda_2-\lambda_1}}$$

Escojamos $\Gamma = \Gamma_0$ para un filtro de 250 Å de banda, por

lo tanto,
$$\Gamma_0 = \frac{E_{H\alpha}}{E_0(250\text{Å})}$$

como $E(\Delta\lambda) \propto \Delta\lambda$ entonces
$$\frac{E(\Delta\lambda)}{E(N\Delta\lambda)} = \frac{1}{N}$$

lo que implica que
$$E(N(250\text{Å})) = NE_0(250\text{Å})$$

o sea que:
$$\Gamma = \frac{E_{H\alpha}}{E(N(250\text{Å}))} = \frac{E_{H\alpha}}{NE_0(250\text{Å})} = \frac{\Gamma_0}{N}$$
 por lo

que entre más angosta sea la banda del filtro que está siendo u
tilizado, el contraste será mayor.

Sabemos que el ancho medio de banda de los filtros utilizados en el reductor focal del Instituto de Astronomía es de 10 \AA , por lo tanto, en estas unidades el contraste que se obtiene con ellos será:

$$\Gamma = \frac{\Gamma_0}{0.04} = 25 \Gamma_0$$

Equipo Interferométrico del Instituto de Astronomía.

Propiedades Generales del Etalón Fabry-Pérot:

El etalón Fabry-

Pérot consta de dos placas semi-reflectoras separadas una distancia 'e', como se ve en la figura 4, la parte reflectora de estas placas es la parte interna, debe procurarse que dicha parte interna de las placas esté perfectamente paralela a la parte correspondiente de la otra placa ya que si esto no sucede se obtienen en el patrón de interferencia reflexiones ajenas que pueden disminuir la calidad de los anillos.

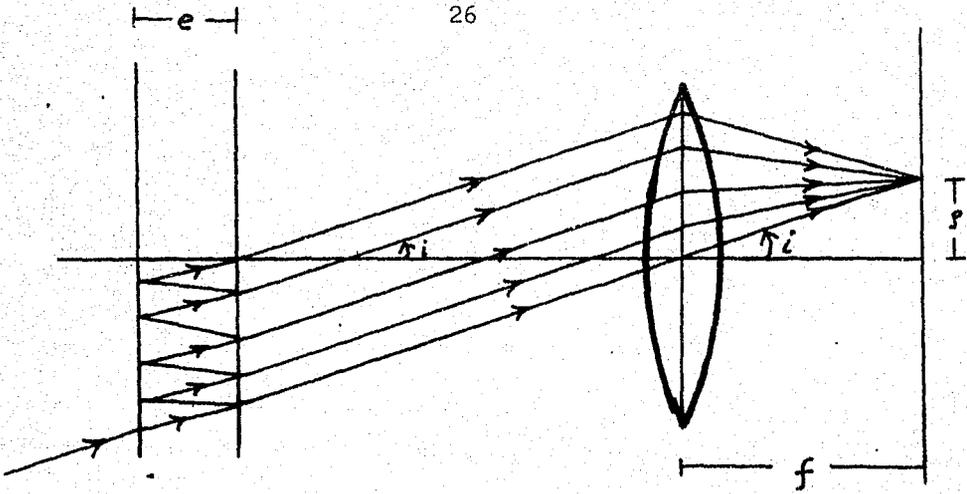


Fig 4: Esquema del etalón Fabry-Pérot.

A continuación calcularemos la ecuación que describe el fenómeno de interferencia que produce los máximos en un etalón; para ello nos ayudaremos de la siguiente figura (fig 5):

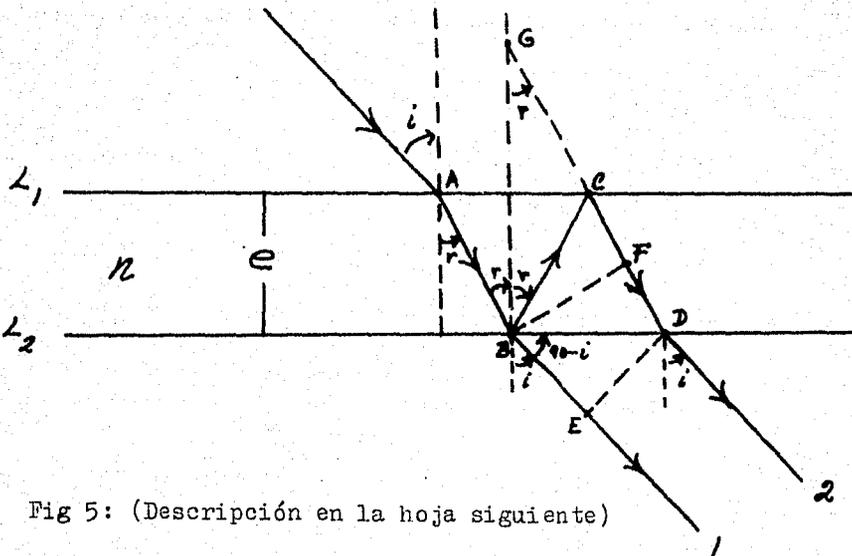


Fig 5: (Descripción en la hoja siguiente)

L_1 y L_2 son las placas semirelectoras.

n es el índice de refracción de la materia entre ambas placas.

e es la separación de las placas.

A es el punto de incidencia de un rayo luminoso.

i es el ángulo de incidencia y

r es el ángulo de refracción.

El rayo AB es descompuesto en dos rayos parciales, el rayo BE de nominado como rayo 1 y el rayo BC que después de una reflexión sobre L_1 produce el rayo CD y finalmente el rayo 2; el rayo 1 interfiere con el rayo 2 y el reforzamiento que se obtiene depende de la diferencia de camino óptico entre ambos.

La diferencia de camino óptico entre los rayos 1 y 2

es:
$$d = n(BC + CD) - BE$$

pero
$$BC = CD = e \cos r = GC$$

por otra parte
$$CD = CF + FD$$

pero
$$n(FD) = BE$$

por lo tanto
$$d = n(BC) + n(CF) + n(FD) - BE =$$

$$= n(BC) + n(CF) = n(BC + CF) =$$

$$= n(GE + CF) = n(GF)$$

pero $GF = 2e \cos r$ por lo tanto $d = 2ne \cos r$

entonces habrá interferencia constructiva cuando:

$$2ne \cos r = k\lambda \quad \text{donde } k \in \mathbb{N}$$

De la ley de Snell sabemos que: $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

para las aplicaciones astronómicas 'i' siempre es pequeño por-

que la región del cielo que ve un telescopio depende de su ra-

zón focal la que en general es grande (F/15 aproximadamente para

el telescopio de un metro del Instituto de Astronomía) esto hace

que los rayos luminosos más alejados de la perpendicularidad

caigan con un ángulo de $3^{\circ}.8$ a la placa del etalón y entonces

como el ángulo de incidencia es pequeño de la ley de Snell tene-

mos que: $n_1 i = n_2 r$

Si dentro y fuera del etalón tenemos aire, es decir, $n_1 = n_2 = 1$ en-

tonces $\sin i = \sin r$ y por lo tanto la condición para in-

terferencia constructiva queda como: $2e \cos i = k\lambda$

De aquí en adelante trabajaremos con la ecuación:

$$2ne \cos i = k\lambda \quad (II-1)$$

como se ve, cualquier punto que esté en el plano focal y en el cono con abertura dada por el ángulo 'i' satisface la ecuación (II-1), por lo tanto, los máximos de interferencia se darán en forma de anillos.

Para el centro de los anillos de interferencia $i=0^\circ$ por lo que $2ne=p\lambda$ donde p es el orden de interferencia del centro; si $p=2ne/\lambda$ es un número entero entonces en el centro de los anillos habrá un máximo.

A menos que especifiquemos lo contrario, consideraremos que en el centro hay un máximo de interferencia; este máximo corresponderá a lo que denominaremos el primer anillo. Es obvio que lo que caracteriza a los anillos es el término k que se llama orden de interéferencia; de la ecuación (II-1) se obtiene que:

$$k = \frac{2ne}{\lambda} \cos i = p \cos i$$

de aquí se ve que al pasar del primer anillo al segundo el or-

den de interferencia deberá decrecer, ya que el ángulo crece y la función $\cos i$ decrece. Por lo tanto en un patrón de interferencia para un etalón Fabry-Pérot el orden de interferencia de crece del centro hacia afuera.

Sea q el número de anillo y k el orden de interferencia de dicho anillo, es obvio que ambas cantidades están relacionadas de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$k = p - q + 1 \quad (\text{II-2})$$

o sea que la ecuación (II-1) puede ser escrita como:

$$2n \cos i = (p - q + 1) \lambda \quad (\text{II-1}')$$

Como se verá, posteriormente se dice que en las apli-caciones astronómicas la incidencia de los rayos luminosos al etalón se hace casi normal, de modo que los rayos sean paralelos entre si, por lo tanto los rayos resultantes saldrán también pa-ralelamente, lo que implica que la figura de los anillos de in-terferencia se formará en el infinito, si se desea que se formen sobre un plano no colocado en el infinito es necesario poner u-na lente convergente después del etalón; supongámos que es

ta lente convergente es el objetivo de una cámara fotográfica y que en el plano focal de esta colocamos una placa fotográfica, de esta manera podremos obtener una fotografía de los anillos de interferencia; en el lenguaje técnico a una placa fotográfica impresa con un patrón de interferencia se le denomina interferograma.

Tomemos una cámara fotográfica de distancia focal f y coloquémosla a la salida de los rayos luminosos de un etalón, como se aprecia en la siguiente figura (Figura 6),

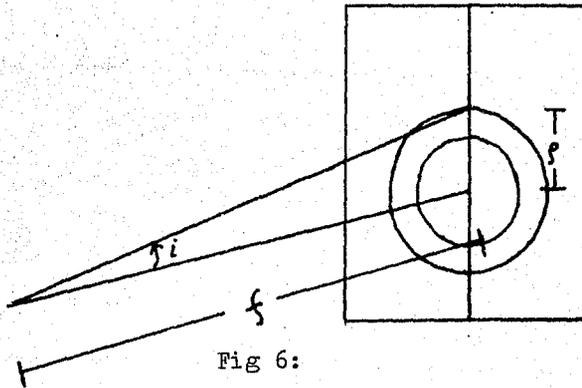


Fig 6:

sobre el plano focal de la cámara se formarán los anillos de interferencia, si r representa el valor del radio de un anillo entonces:

$$\cos i = \frac{f}{\sqrt{p^2 + f^2}} = \left[1 + \left(\frac{p}{f} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

para cualquier caso práctico $\frac{p}{f} \ll 1$ por lo tanto desarrollan-

do en serie y despreciando términos de orden superior a 2 obtenemos que:

$$\left[1 + \left(\frac{p}{f} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \doteq 1 - \frac{p^2}{2f^2}$$

de donde sustituyendo en las ecuaciones (II-1) y (II-1') obtenemos:

$$2ne \left[1 - \frac{p^2}{2f^2} \right] = k\lambda \quad (\text{II-1a})$$

$$2ne \left[1 - \frac{p^2}{2f^2} \right] = (p - q + 1)\lambda \quad (\text{II-1'a})$$

Supongamos ahora que en el centro geométrico de los anillos del interferograma no se produce un máximo de interferencia; encontremos la distancia en órdenes de interferencia al primer anillo, obviamente esta será una cantidad entre cero y uno, la denotaremos con la letra ϵ .

Sea p el orden de interferencia del primer máximo, por lo tanto para el centro geométrico debe cumplirse que:

$$2ne = (p + \epsilon)\lambda \quad (\text{II-3})$$

sabemos que

$$2ne \left[1 - \frac{p_n^2}{2f^2} \right] = (p - n + 1)\lambda \quad (\text{II-1'a})$$

sustituyendo (II-3) en (II-1') obtenemos que:

$$(p + \epsilon) \left[1 - \frac{p_n^2}{2f^2} \right] = p - n + 1 \quad (\text{II-1'b})$$

desarrollando llegamos a:

$$p p_n^2 = 2f^2 (\epsilon + n - 1) \quad (\text{II-1'c})$$

donde es importante remarcar lo siguiente: n es el número del anillo con radio p_n .

Despejando ϵ de (II-1'c) se obtiene:

$$\epsilon = \frac{p p_n^2}{2f^2} - n + 1 \quad (\text{II-1'd}) \text{ escojamos}$$

$$n=1 \text{ entonces } \epsilon = \frac{p p_1^2}{2f^2} \quad (\text{II-4}).$$

Si quisieramos obtener ahora la distancia en órdenes de interferencia del centro a cualquier anillo, haríamos lo siguiente:

Primeramente establezcamos que tomaremos el q 'ésimo anillo al que asociaremos el orden de interferencia k donde $k = p - q + 1$; denotaremos por ϵ_A o ϵ_q indistintamente

la distancia en órdenes de interferencia del centro al anillo q.

$$\text{Entonces } (k + E_k)\lambda = 2ne \quad (\text{II-5})$$

sustituyendo (II-5) en (II-1') obtenemos:

$$(k + E_k) \left[1 - \frac{S_n^2}{2f^2} \right] = p - n + 1 \quad (\text{II-1'e})$$

desarrollando y despreciando al igual que en el caso anterior el

término más pequeño obtenemos que:

$$k - \frac{kS_n^2}{2f^2} + E_k = p - n + 1 \quad (\text{II-1'f})$$

de donde

$$E_k = p - k - n + 1 + \frac{kS_n^2}{2f^2} \quad (\text{II-1'g})$$

y de (II-2) $p - k = q - 1$ por lo tanto sustituyendo esto en la ecuación (II-1'g) obtenemos:

$$E_k = q - n + \frac{kS_n^2}{2f^2} \quad (\text{II-1'h})$$

escogiendo $q = n$ se obtiene que $E_k = E_q = \frac{kS_n^2}{2f^2}$ (II-6).

En la ecuación (II-1'h) S_n y n designan una vez

más a cualquier anillo.

Tomemos dos interferogramas, el de una nebulosa y el de comparación y escojamos un punto P sobre algún anillo del interferograma de la nebulosa para el cual deseemos averiguar su velocidad radial, véase la figura siguiente (Fig 7), que sólo es un esquema, el mecanismo correcto de medición se explica en el capítulo IV.

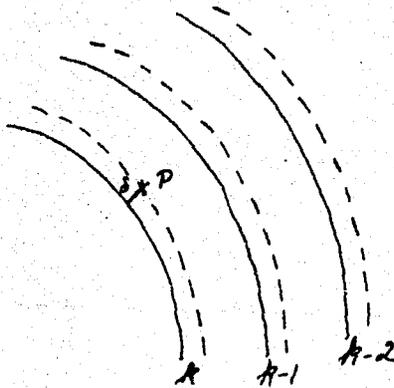


Fig 7: Anillos de interferencia de una nebulosa (---) y de la comparación (—).

Como se ve en la figura anterior para el punto P el incremento en órdenes de interferencia es δ , cantidad cuyo valor podemos calcular usando las $E's$ recién discutidas. La cantidad

δ será igual a:
$$\delta = E_p - E_A$$

$$\delta = \frac{A S_P^2}{2f^2} - \frac{A S_A^2}{2f^2} = \frac{A}{2f^2} [S_P^2 - S_A^2] = \Delta A \quad (\text{II-7})$$

según el efecto Doppler

$$\frac{v}{c} = \frac{-\Delta A}{A} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = -\frac{1}{2f^2} [S_P^2 - S_A^2] \quad (\text{II-8})$$

despejando v se obtiene: $v = \frac{-c}{2f^2} [S_P^2 - S_A^2]$ (II-8a),

el efecto Doppler es el efecto que nos permite averiguar el estado de movimiento del gas en la nebulosa estudiada, ya que dependiendo de si el punto observado se acerca o se aleja del observador la longitud de onda de la radiación emitida se correrá hacia el azul o el rojo respectivamente.

Se puede ver fácilmente que si P está más hacia afuera del anillo de orden de interferencia k entonces tendrá velocidad negativa, por lo tanto el punto P, se estará acercando, si está más hacia adentro del anillo, tendrá velocidad positiva o sea que se aleja de nosotros.

Forma alternativa de Calcular la Velocidad.

Aprovechando las expresiones desarrolladas para calcular E_A se obtiene:

$$E_A = g - m + \frac{A S_m^2}{2f^2} \quad (\text{tomando el anillo } m)$$

$$E_A = g - m + 1 + \frac{A S_{m-1}^2}{2f^2} \quad (\text{tomando el anillo } m-1)$$

igualando ambas expresiones se tiene que:

$$q-m + \frac{k S_m^2}{2f^2} = q-m+1 + \frac{k S_{m-1}^2}{2f^2} \quad (\text{II-9})$$

y reorganizando
$$\frac{k}{2f^2} = \frac{1}{S_m^2 - S_{m-1}^2} \quad (\text{II-9a}).$$

Repetiendo los mismos cálculos para E_{k+1} obtenemos

que
$$\frac{k+1}{2f^2} = \frac{1}{S_m^2 - S_{m-1}^2} \quad (\text{II-10a})$$

es notable que los segundos miembros de las ecuaciones (II-9a)

y (II-10a) sean iguales, porque al hacer la igualación esto

nos conduce a que $k=k+1$ lo que implica que $0=1$; pero, evidentemente

este es una contradicción, lo que nos hace pensar que debe haber

algún error, por lo tanto, volvamos atrás y encontrémoslo.

La ecuación (II-1'e) dice:
$$(k + E_k) \left[1 - \frac{S_n^2}{2f^2} \right] = p - n + 1$$

desarrollando y despejando E_k tenemos que:

$$E_k = \left[q - n + \frac{k S_n^2}{2f^2} \right] \left[1 - \frac{S_n^2}{2f^2} \right]^{-1}$$

desarrollando la expresión, dentro del segundo paréntesis, en serie

de Taylor y despreciando términos en $\frac{S_n}{f}$ de orden ≥ 3 ; mul

tiplicando y despreciando el término de orden 4 se encuentra que:

$$E_A = q - n + \frac{(k - q + n) s_n^2}{2f^2} \quad (\text{II-1'i})$$

donde no hay que olvidar que n y s_n corresponden al número y al radio de cualquier anillo.

Encontremos E_A utilizando los anillos m y $m-1$ en

la ecuación (II-1'i),
$$E_A = q - m + \frac{(k - q + m) s_m^2}{2f^2}$$

$$E_A = q - m + 1 + \frac{(k - q + m - 1) s_{m-1}^2}{2f^2}$$

igualando y despejando $2f^2$ se obtiene:

$$2f^2 = (s_n^2 - s_{m-1}^2)(k - q + m) + s_{m-1}^2 \quad (\text{II-1'j})$$

haciendo $m=q$ se obtiene:
$$2f^2 = (s_q^2 - s_{q-1}^2)k + s_{q-1}^2 \quad (\text{II-1'k})$$

sustituyendo esta ecuación en la ecuación (II-8a) obtenemos

que:

$$v = \frac{-c}{k} \left[\frac{s_p^2 - s_q^2}{s_q^2 - s_{q-1}^2 + \frac{s_{q-1}^2}{k}} \right] \quad (\text{II-11})$$

en general k es muy grande, por lo tanto $\frac{p^2}{\lambda}$ se puede despre-

$$\text{ciar y entonces: } v = \frac{-c}{\lambda} \left[\frac{p^2 - p_1^2}{p^2 - p_1^2} \right] = \frac{-c}{\lambda} \left[\frac{p^2 - p_2^2}{p_1^2 - p_2^2} \right] \quad (\text{II-11'})$$

Las características del etalón utilizado en las obser-
vaciones realizadas para esta tesis son; $p=1060$ y $e=348$ además el
etalón tiene en su parte interior solamente aire lo que hace que
 $n=1$; calculando la razón $\frac{c}{p}$ que resulta ser de 283 km s^{-1} ; como só
lo se obtienen 7 anillos en cada interferograma la razón $\frac{c}{\lambda}$ más
alta será: $c/1054 = 284.62 \text{ km s}^{-1}$ por lo tanto hay una diferencia
de razones entre el centro y el último anillo de 1.62 km s^{-1} ; por
otra parte la cantidad $\left[\frac{p^2 - p_2^2}{p^2 - p_1^2} \right]$ siempre tiene un valor aproxima-
damente igual a 1, o sea que utilizando para la velocidad la si-
guiente expresión:

$$v = -283 \left[\frac{p^2 - p_2^2}{p_1^2 - p_2^2} \right] \quad (\text{II-12})$$

tendremos un error máximo en el cálculo de la velocidad de 1.6
 km s^{-1} , el cual no es nada significativo y como para el cálculo
de la velocidad no se usan los anillos más externos por no estar
bien definidos ni bien formados entonces el error acarreado será

mucho menor y puede tolerarse con tal de tener una relación sencilla para la velocidad.

Entonces la relación que usaremos en el resto del trabajo será:

$$v = - 283 \left[\frac{S_p^2 - S_f^2}{S_{gH}^2 - S_f^2} \right] \quad (\text{II-12})$$

donde v se obtiene en km s^{-1}

S_p es el radio del anillo que nos interesa sobre el interferograma de la nebulosa.

S_f y S_{g+1} son los radios del anillo que tiene el mismo número que el anillo de radio S_f y el siguiente, pero sobre el interferograma de la comparación.

Dispersión:

La combinación de etalón y objetivo fotográfico forman un instrumento óptico que nos dará por resultado la formación de un conjunto de anillos de interferencia sobre el plano focal del objetivo fotográfico. Entre el anillo más externo y el

centro existe una diferencia de longitudes de onda, si dividimos esta cantidad entre la separación en unidades de longitud del centro al anillo más externo obtendremos una cantidad que refleja el poder que tiene el aparato de separar los longitudes de onda que recibe, este número así obtenido puede ser asociado con la dispersión promedio, es fácil darse cuenta que la separación en longitud de onda entre un anillo y el siguiente es la misma, pero no es así para la separación espacial de los anillos, esto hace que la dispersión no sea constante sobre todo el patrón de interferencia; a continuación deduciremos una expresión que nos de la dispersión para cada punto.

De la ecuación (II-1) que describe el comportamiento del etalón $2necosi = k\lambda$ derivando con respecto a λ y para un orden de interferencia fijo se obtiene:

$$-2necoseni \frac{di}{d\lambda} = k \quad (II-13)$$

de donde $\frac{di}{d\lambda} = \left| \frac{k}{-2necoseni} \right| \quad (II-13a)$

pero de (II-1) $k = \frac{2necosi}{\lambda}$ que al sustituirse en la ecuación (II-13a) da como resultado:

$$\frac{di}{d\lambda} = \left| \frac{2n \operatorname{cosec} i}{\lambda (2n \operatorname{cosec} i)} \right| = \frac{\operatorname{cosec} i}{\lambda} \quad (\text{II-13b})$$

de donde
$$\frac{dx}{d\lambda} = f \frac{di}{d\lambda} = \frac{f \operatorname{cosec} i}{\lambda} \quad (\text{II-14}).$$

Aplicando esta ecuación a las dos cámaras que se tienen en el observatorio del Instituto de Astronomía, se obtiene para H y para razones focales de $f_1/0.95$ y $f_2/2.0$ que la dispersión como función del ángulo para cada una de estas cámaras será:

$$D_1 = 277 \operatorname{tan} i \text{ \AA mm}^{-1}$$

$$D_2 = 131.3 \operatorname{tan} i \text{ \AA mm}^{-1}$$

a continuación se dará la dispersión, que se obtiene de las ecuaciones anteriores, para los siete anillos de cada interferograma y el promedio, todos los valores están dados en \AA mm^{-1} :

Para f_1 0 , 12.38, 17.09, 21.10, 24.15, 26.87, 29.58, Promedio=18.74

Para f_2 0 , 5.87, 8.10, 10.00, 11.45, 12.74, 14.02, Promedio= 8.88

La función de transmisión para un etalón Fabry-Pérot

está dada como sigue:
$$I = I_0 \frac{B}{1 + C \operatorname{sen}^2 \frac{\delta}{2}} \quad (\text{II-15})^+$$

donde I es la intensidad transmitida, I_0 la intensidad incidente,

δ es la diferencia de fase entre un rayo transmitido y el

siguiente,

+ La función de transmisión se obtiene en el apéndice 1.

T es la transmisión o el factor de transmisión de energía,

R es la reflectancia y finalmente

$$B=T^2/(1-R)^2 \quad \text{y} \quad C=4R/(1-R)^2 .$$

Se obtiene fácilmente que $I_{\max}=I_0 B$ e $I_{\min}=I_0 B/(1+C)$

a partir de estas cantidades podemos definir un factor de trans

parencia como: $\mathcal{T} = \frac{I_{\max}}{I_0} = \left(\frac{T}{1-R} \right)^2$ (II-16).

Algo interesante de remarcar es la forma en que el an
cho de los anillos de interferencia depende de las característica
s físicas del etalón. Si hacemos una gráfica de I contra δ
se obtiene una figura como la que se muestra a continuación

(Fig 8)

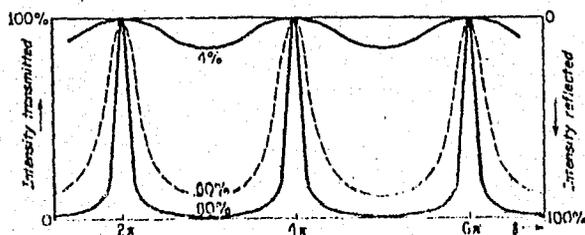


Fig 8: Gráfica de la función de transmisión del etalón.

Tomada de Jenkins and White (1957).

es claro que hay una intensidad máxima y una mínima y que entre un máximo y el siguiente mínimo hay una separación en fase de π , de modo que podemos asociar con el ancho de los anillo el recíproco de la pendiente que se necesita para ir por una recta de I_{\min} a I_{\max} ; sea w el valor de dicha pendiente, por lo tanto se obtiene:

$$w = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{\pi} \quad (\text{II-17}) \text{ de donde}$$

$$w = \frac{1}{\pi} \left[\frac{I_0 B C}{1 + C} \right] \quad (\text{II-17a})$$

sustituyendo B y C por sus valores en función de R y T obtenemos:

$$w = \frac{I_0}{\pi} \left[\frac{4RT^2}{(1-R)^2} \right] \quad (\text{II-18})$$

pero como $T^2 = 1 - R^2$

$$\text{entonces: } w = \frac{4I_0}{\pi} \left[\frac{R}{1 - R^2} \right] \quad (\text{II-18a})$$

o sea que el ancho de los anillos es proporcional a $(1 - R^2)/R$ si

derivamos esta cantidad con respecto a R obtenemos que:

$$\frac{dw^{-1}}{dR} \propto - \left[1 + \frac{1}{R^2} \right] \quad (\text{II-19})$$

que es una cantidad menor que cero, por lo tanto, a mayor reflectancia menor ancho de los anillos o sea máximos de interferencia

mucho más intensos en comparación con los mínimos.

Comparación entre un Espectrógrafo y un Etalón:

El método interferométrico aplicado a la determinación de velocidades radiales requiere que aislemos una línea de emisión y con ello podremos averiguar la velocidad de muchos puntos de una región al medir su interferograma; no sucede así con un espectro ya que este al proveernos de muchas líneas nos permite obtener un buen y más confiable promedio para la velocidad, pero desgraciadamente esto sólo se puede hacer para un sólo punto. Cada técnica tiene ventajas y desventajas sobre la otra y depende entonces, del tipo de estudio a realizarse que técnica sea escogida.

Sea \mathcal{T} la transparencia que tiene un etalón, recordando la definición ya dada $\mathcal{T} = I_{\max}/I_{\min}$; por lo tanto, la energía por unidad de área que llega a un punto A localizado en una placa fotográfica queda dada como:

$$E = \mathcal{T} \frac{\Phi_{\lambda_2}}{\Delta s} + \tau \frac{\Phi_{\lambda_2 - \lambda_1}}{\Delta s}$$

donde τ es la transparencia promedio del etalón para la región comprendida entre λ_1 y λ_2 .

Entonces $E = \mathcal{T} E_{H\lambda} + \tau E_{\lambda_2 - \lambda_1}$ y

$$\frac{E}{\tau E_{\lambda_2 - \lambda_1}} = \frac{\mathcal{T} E_{H\lambda}}{\tau E_{\lambda_2 - \lambda_1}} = \frac{\mathcal{T}}{\tau} N \Gamma_0$$

por lo tanto, ahora tenemos que:

$$\Gamma_E = \frac{\mathcal{T}}{\tau} \frac{E_{H\lambda}}{E_{\lambda_2 - \lambda_1}} = \frac{\mathcal{T}}{\tau} N \Gamma_0$$

esto implica que el contraste de un etalón acoplado con un fil-

tro interferencial es: $\Gamma_E = \frac{\mathcal{T} N \Gamma_0}{\tau}$ si escogemos valores típicos

para \mathcal{T} , τ y el ancho medio de banda podremos dar una canti-

dad típica para el valor de dicho contraste; tomemos $\mathcal{T} = 0.9$,

$\tau = 0.06$ y un ancho medio de banda de 10 \AA , esto implica que

$$N = 25 \text{ y de ahí: } \Gamma_E = \frac{0.90}{0.06} \times 25 \times \Gamma_0 = 375 \Gamma_0$$

La combinación de etalón y filtro interferencial da el más alto contraste de todas las combinaciones usadas hasta ahora.

Como calculamos anteriormente la dispersión de un etalon es una cantidad independiente del contraste obtenido; a continuación veremos que este no es el caso para un espectrógrafo.

La energía monocromática que llega a un punto A de una placa fotográfica estará dada de la siguiente manera $E_{\lambda} = \frac{\Phi_{H\alpha}}{\Delta s}$, para la parte continua el área encontrada sobre la placa depende de la dispersión del espectrógrafo de modo que:

$$\Delta s' = (\lambda_2 - \lambda_1) \Delta y = \left[\frac{dx}{d\lambda} (\lambda_2 - \lambda_1) + \Delta x \right] \Delta y$$

por lo tanto $E'_{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Phi_{\lambda_2 - \lambda_1}}{(\lambda_2 - \lambda_1) \Delta y}$ ahora si hacemos que

$$\Delta s' = n \Delta s \quad \text{entonces} \quad \frac{dx}{d\lambda} (\lambda_2 - \lambda_1) \Delta y + \Delta x \Delta y = n \Delta s$$

$$\text{por lo tanto} \quad n = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta s} + \frac{dx}{d\lambda} (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{\Delta y}{\Delta s}$$

$$\text{de donde} \quad n = 1 + \frac{dx}{d\lambda} (\lambda_2 - \lambda_1) \Delta x \quad \text{es claro que}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = n \Delta x \quad \text{por lo tanto} \quad E'_{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Phi_{\lambda_2 - \lambda_1}}{n \Delta x \Delta y} = \frac{1}{n} E_{\lambda_2 - \lambda_1}$$

entonces el contraste queda dado como:

$$\Gamma_E = \frac{E_{H\alpha}}{E'_{\lambda_2 - \lambda_1}} = n \frac{E_{H\alpha}}{E_{\lambda_2 - \lambda_1}} = n N T_0$$

pero se ve fácilmente que n depende de la dispersión lo que implica que el contraste depende a su vez de la dispersión.

Es interesante ver cual sería la dispersión de un espectrógrafo que diera el mismo contraste que una combinación filtro-etalón; sea Γ_E el contraste de la combinación filtro-etalón y Γ_e el contraste del espectrógrafo hagamos $\Gamma_e = \Gamma_E$ y

despejemos n ;

$$n N T_0 = \frac{\mathcal{T}}{\tau} N T_0$$

por lo tanto $n = \frac{\mathcal{T}}{\tau}$ pero $n = 1 + \frac{dx}{d\lambda} (\lambda_2 - \lambda_1) \Delta x = \frac{\mathcal{T}}{\tau}$

lo que implica que $\frac{dx}{d\lambda} = \left[\frac{\mathcal{T}}{\tau} - 1 \right] \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1) \Delta x}$

para una razón típica de $\frac{\mathcal{T}}{\tau} = 15$, $\lambda_2 - \lambda_1 = 10 \text{ \AA}$ y $\Delta x = 30 \times 10^{-3}$

mm se obtiene que:

$$\frac{dx}{d\lambda} = (15 - 1) \frac{1}{10 \cdot 30 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{mm}}{\text{\AA}} = 46.66 \text{ mm \AA}^{-1}$$

o sea que la dispersión sería de $\approx 2 \times 10^{-2} \text{ \AA mm}^{-1}$.

Hasta aquí hemos visto que la combinación de etalón y filtro interferencial es la que nos va a dar un contraste mayor, pero ahora vienen las dificultades técnicas que son:

- i) No es posible hacer un filtro interferencial de diámetro muy grande porque el asegurar las mismas características de transmisión sobre toda la superficie es muy difícil y a medida que se tiene más área es evidente que esto es, aún más difícil.
- ii) Tampoco es posible hacer un etalón de mucho diámetro pues to que, como ya se mencionó, la característica que da al etalón su comportamiento es el perfecto paralelismo de sus caras y entre mayor sea el diámetro que se requiere más difícil es asegurar el paralelismo de las placas semireflectoras.
- iii) Los rayos deben caer paralelamente tanto al filtro interferencial como al etalón.
- iv) Entre más selectivo sea el filtro interferencial usado la intensidad luminosa transmitida será menor, pero es impor-

tante tener la mayor luminosidad transmitida posible, para el re conocimiento de regiones H II débiles y extendidas.

Se requería pues, un aparato con las siguientes características:

- i) Una razón focal de alrededor de $F/2$.
- ii) Campo lo más grande posible.
- iii) El trayecto de los rayos luminosos debe ser tal que se puedan interponer un filtro interferencial y un etalón de tamaños técnicamente realizables.
- iv) Evitar lo más posible la variación que sufre la superficie focal del centro hacia el borde, que es el inconveniente habitual de los objetivos de gran campo.

Estas características fueron las que llevaron a Courtès al diseño de un instrumento que él denominó como reductor focal, a continuación se muestra un esquema de un reductor focal como

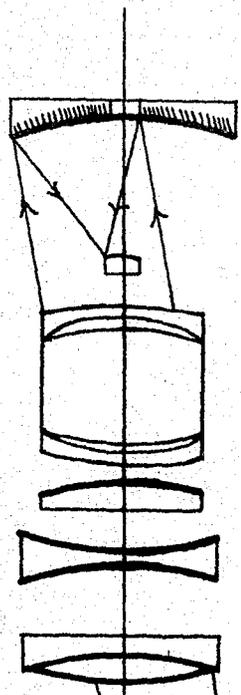
el que se tiene en el observatorio del Instituto de Astronomía localizado en Tonantzintla (ver hoja siguiente).

Es evidente que ésta técnica no tiene todas las ventajas que ofrece un buen telescopio del tipo Schmidt. Los inconvenientes principales son:

- i) Un campo inevitablemente más débil, aún si se trabaja en el foco primario.
- ii) Una calidad de imagen menos buena para la misma razón focal.
- iii) Una menor transparencia debido a una óptica más complicada. Esta pérdida de transmisión se hace menos importante con el uso de óptica anti-reflejante, sin embargo ofrece muchas ventajas de entre las cuales las más importantes son:
 - i) Se puede utilizar un telescopio común y corriente con un diámetro tan grande como se quiera, con una razón fo

cal que no se encuentra limitada más que por la realización de pequeños telescopios de Schmidt de razón focal grande, $F/1$ o más.

- ii) Permite la utilización de filtros de interferencia muy selectivos que permiten la incidencia de rayos, al foco del telescopio, de radiación cuasimonocromática, y finalmente
- iii) Permite aplicarle a las nebulosas muy débiles la técnica interferométrica.

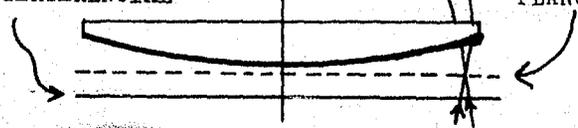


R
E
D
U
C
T
O
R

F
O
C
A
L

FILTRO INTERFERENCIAL

PLANO FOCAL



C A P I T U L O - I I I

Hemos discutido como se utiliza un etalón Fabry-Pérot para determinar la velocidad radial de distintos puntos sobre una nebulosa de emisión, esto es, obtener el campo de velocidades de una región H II. Una vez conocido este, el promedio de las velocidades de la región nos proporciona un valor confiable para la velocidad radial del conjunto, es decir, la nebulosa misma. Estas últimas velocidades determinadas para un número suficiente de nebulosas proporcionan datos muy importantes para estudiar la cinemática galáctica y/o la distribución de estas en la galaxia; en particular la estructura espiral.

En esta tesis nos dedicaremos principalmente a uno de estos problemas; el cual es el de la determinación, por medios cinemáticos, de la distancia de algunas nebulosas al sol.

Para este fin haremos una reseña de las consideraciones teóricas que constituyen la base para la determinación de las distancias. Se hacen suposiciones simplificadoras sobre el campo

de velocidades de la galaxia, y estas son:

- i) En la galaxia el movimiento dominante es el de la rotación en forma diferencial.
- ii) La velocidad de rotación de cualquier punto, corresponde a la velocidad "circular" que se necesita para balancear la atracción gravitacional de toda la masa interna a ese punto, es decir que, la dispersión de velocidades es despreciable.

Definamos para la figura siguiente (Fig 9) las cantidades de interés en nuestro problema:

R El radio de algún punto con respecto al centro galáctico,

R_0 La distancia del LSR (Local Standard of Rest) al centro galáctico,

r Distancia del punto estudiado al LSR,

θ_0 Velocidad de rotación del LSR,

θ Velocidad de rotación del punto con radio R,

ω Velocidad angular del punto con radio R, $\omega = \frac{\theta}{R}$,

ω_0 Velocidad angular del LSR, $\omega_0 = \frac{\theta_0}{R_0}$,

l Longitud galáctica y

v_r Velocidad radial observada, relativa al LSR.

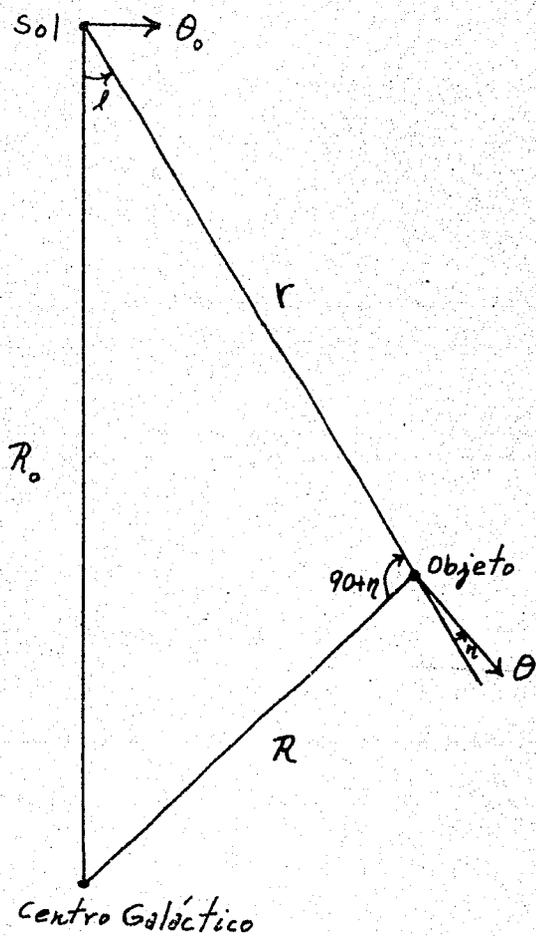


Fig 9: Esquema mediante el cual se hacen las deducciones de las ecuaciones de la rotación galáctica.

De la figura 9 se ve fácilmente que la velocidad radial observada será: $v_r = \theta \cos \eta - \theta_0 \operatorname{sen} l$ (III-1)

Por la ley de los senos

$$\frac{R}{\operatorname{sen} l} = \frac{R_0}{\operatorname{sen}(90-\eta)} = \frac{R_0}{\cos \eta} \quad (\text{III-2})$$

de donde

$$\cos \eta = \left| \frac{R_0 \operatorname{sen} l}{R} \right| \quad (\text{III-2'})$$

que al sustituir en la ecuación (III-1) nos da:

$$v_r = \frac{\theta R_0}{R} \operatorname{sen} l - \theta_0 \operatorname{sen} l \quad (\text{III-1'})$$

de donde $v_r = R_0 \left(\frac{\theta}{R} - \frac{\theta_0}{R_0} \right) \operatorname{sen} l$ (III-1'a)

por lo tanto $v_r = R_0 (\omega - \omega_0) \operatorname{sen} l$ (III-1'b)

La ecuación (III-1'b) representa la velocidad radial que se observaría para un objeto colocado sobre el plano galáctico, con una longitud igual a 'l' y suponiendo que las únicas fuentes de esta velocidad son los movimientos circulares del LSR y del objeto estudiado, ambos alrededor del centro galáctico;

como supusimos anteriormente ω es sólo función de R ; desarro--
llándola en serie de Taylor alrededor del punto $R=R_0$, obtenemos;

$$\omega(R) = \omega(R_0) + (R-R_0)\omega'(R_0) + \frac{(R-R_0)^2}{2}\omega''(R_0) + \dots \quad (\text{III-3})$$

si suponemos que $(R-R_0)^2$ es despreciable se obtienen las ecua--
ciones de la aproximación de Oort, esta sólo es buena hasta dis--
tancias de 1 kpc, si quisiéramos estudiar objetos más lejanos de
beríamos pasar a la tercera aproximación, esto lo haremos a con--
tinuación; podemos expresar $\omega(R) - \omega(R_0)$ como:

$$\omega(R) - \omega(R_0) \simeq (R-R_0)\omega'(R_0) + \frac{(R-R_0)^2}{2}\omega''(R_0) \quad (\text{III-3}')$$

Sustituyendo la ecuación (III-3') en la ecuación

(III-1'b) obtenemos:

$$v_r = R_0 \left[(R-R_0)\omega'(R_0) + \frac{(R-R_0)^2}{2}\omega''(R_0) \right] \text{sen } l \quad (\text{III-1'c})$$

de donde

$$v_r = R_0(R-R_0)\omega'(R_0)\text{sen } l + \frac{R_0(R-R_0)^2}{2}\omega''(R_0)\text{sen } l \quad (\text{III-1'd})$$

definiendo $A = -(R_0\omega'(R_0))/2$ y $\alpha = -(R_0\omega''(R_0))/4$

y sustituyendo en (III-1'd) obtenemos:

$$v_r = 2A(R_0-R)\text{sen } l - 2\alpha(R_0-R)^2\text{sen } l \quad (\text{III-1'e})$$

rearreglando la ecuación (III-1'e) tenemos

$$2(R_0-R)^2\alpha\text{sen } l - 2A(R_0-R)\text{sen } l + v_r = 0 \quad (\text{III-1'f})$$

despejando $R_0 - R$ nos queda :

$$R_0 - R = \frac{2A \operatorname{sen} l}{2(2\alpha \operatorname{sen} l)} \pm \frac{\sqrt{(-2A \operatorname{sen} l)^2 - 4(2\alpha \operatorname{sen} l)v_r}}{2(2\alpha \operatorname{sen} l)} \quad (\text{III-1'g})$$

haciendo simplificaciones algebraicas podemos transformar esta ecuación (III-1'g) en la siguiente ecuación:

$$R_0 - R = \frac{A}{2\alpha} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{2\alpha}\right)^2 - \left(\frac{A}{2\alpha}\right) \frac{v_r \operatorname{csc} l}{A}} \quad (\text{III-1'g})$$

definamos $\xi = A/(2\alpha)$ entonces

$$R_0 - R = \xi \pm \sqrt{\xi^2 - \frac{v_r \xi}{A} \operatorname{csc} l} \quad (\text{III-1'g})$$

por lo tanto

$$R = R_0 - \xi \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{v_r}{A\xi} \operatorname{csc} l} \right) \quad (\text{III-1'g})$$

Un problema muy serio de interpretación física resultaría si el radicando en la ecuación (III-1'g) fuera menor que cero, ya que obtendríamos distancias imaginarias, demostraremos a continuación que esto nunca sucede; evaluemos la expresión siguiente $\frac{v_r \operatorname{csc} l}{A\xi}$ en función de la ecuación

$$(\text{III-1'e}) \quad \frac{v_r \operatorname{csc} l}{A\xi} = \frac{2v_r \alpha}{A^2} \operatorname{csc} l = \frac{2\alpha}{A^2} \left[2A(R_0 - R) \operatorname{sen} l - 2(R_0 - R)^2 \operatorname{sen} l \right] \operatorname{csc} l$$

$$= \frac{4\alpha}{A} (R_0 - R) - \frac{4\alpha^2}{A^2} (R_0 - R)^2$$

hagamos $D = \frac{2\alpha}{A} (R_0 - R)$

por lo tanto $\frac{v_r c s c l}{A \xi} = 2D - D^2$

ahora $1 - \frac{v_r c s c l}{A \xi} = 1 - (2D - D^2) = 1 - 2D + D^2 = (1 - D)^2$

que siempre es positivo, por lo tanto, nunca obtendremos distancias imaginarias; desde luego esto pasa si la ecuación (III-1'e) es completamente correcta, o sea que la velocidad radial observada sólo proviene de la rotación galáctica; por lo tanto, el valor ab soluto del radicando de la ecuación (III-1'g) cuando este sea negativo nos dará una idea de los movimientos peculiares de los objetos observados.

Escribiendo la ecuación (III-1'g) de la siguiente

forma $R - R_0 = |\xi| \pm |\xi| \sqrt{1 - \frac{v_r c s c l}{A \xi}} \quad (\text{III-1'g})$

se ve claramente que $R - R_0$ toma dos valores, uno correspondiente al signo positivo y otro al signo negativo, debido a que el desarrollo que se ha hecho presupone que $R - R_0$ debe ser pequeño

para poder despreciar $(R-R_0)^3$ (ver ecuación III-3) entonces

para $\frac{\pi}{2} < l < \frac{3}{2}\pi$ en donde $R > R_0$ el signo que hay que escoger es

el negativo, para $0 < l < \frac{\pi}{2}$ y $\frac{3}{2}\pi < l < 2\pi$ sabemos que $R_0 > R$, por

lo tanto, de la ecuación (III-1'g) podemos escribir $R_0 - R$ de la

siguiente manera:

$$R_0 - R = -|\xi| + |\xi| \sqrt{1 - \frac{v_r}{A\xi} \csc l} \quad (\text{III-1'g})$$

de donde es claro que el signo a escoger es el positivo; por lo

tanto $R = R_0 + |\xi| - |\xi| \sqrt{1 - \frac{v_r}{A\xi} \csc l}$ para $-\frac{\pi}{2} < l < \frac{\pi}{2}$

y

$$R = R_0 + |\xi| - |\xi| \sqrt{1 - \frac{v_r}{A\xi} \csc l} \quad \text{para } \frac{\pi}{2} < l < \frac{3}{2}\pi$$

de donde se ve que para cualquier 'l'

$$R = R_0 + |\xi| - |\xi| \sqrt{1 - \frac{v_r}{A\xi} \csc l} \quad (\text{III-4})$$

Una vez obtenida R, se puede fácilmente obtener r de

las siguientes ecuaciones, que se deducen fácilmente,

$$r = \left| \frac{R \cos(l+\eta)}{\sin l} \right| \quad \text{para } 0 < l < \frac{\pi}{2} \text{ y } \pi < l < \frac{3}{2}\pi$$

y

$$r = \left| \frac{R \cos(l - \eta)}{\sin l} \right|$$

para $\frac{\pi}{2} < l < \pi$ y $\frac{3}{2}\pi < l < 2\pi$

donde $\eta = \arccos \left| \frac{R_0 \sin l}{R} \right|$.

Determinación de las Distancias de las Estrellas o Cúmulos

que Excitan las Regiones H II.

Como mencionamos anteriormente para que se produzca una región H II es necesario que dentro de las nubes de gas haya una o más estrellas de tipo temprano (hasta B2) para que se provean los fotones ultravioleta necesarios para ionizar al Hidrógeno.

Es lógicamente aceptable que tanto las regiones H II como sus estrellas excitadoras se encuentren localizadas a una misma distancia, por lo tanto, si averiguamos la distancia que nos separa de una estrella excitadora habremos también encontrado la distancia a su región H II asociada y viceversa.

Determinación de las Distancias de las Estrellas Excitadoras

La distancia a una estrella puede encontrarse aplicando

de la siguiente ecuación $M-m=5-5 \log r$ (III-5)

donde m es la magnitud aparente, M es la magnitud absoluta y r es la distancia. De observaciones que se han hecho para estrellas cercanas se ha podido hacer una calibración que nos relaciona la magnitud absoluta M con el tipo espectral, de donde si conocemos el tipo espectral de una estrella podremos conocer su magnitud absoluta.

Esto es, sin embargo, insuficiente en muchos casos de interés, ya que el medio interestelar no está vacío, por lo tanto, absorbe energía y estas absorciones hacen que la magnitud aparente crezca en valor, o sea que el objeto se vea más débil, además sólo a estrellas relativamente brillantes se les puede tomar espectro, por lo tanto, y debido a la estrecha relación entre magnitud absoluta y tipo espectral sólo podemos averiguar la magnitud absoluta de un número pequeño de estrellas, lo que nos lleva a pensar como resolver estos problemas, que será lo que discutiremos a continuación.

Es bien sabido que los procesos de absorción no son iguales para todas las longitudes de onda, estos depende de λ^{-1} , por lo tanto, para longitudes de onda largas, como las del radio, se supone que no hay absorción; esto nos sugiere que la observación de una misma estrella en diferentes bandas del espectro, nos dará información acerca de la absorción total. Con esta idea H. Johnson creó un sistema fotométrico con tres filtros, uno en la región ultravioleta U, centrado en 3650 Å, otro en la región azul B, centrado en 4400 Å y finalmente uno en la región visible del espectro V, centrado en 5480 Å; podemos ahora formar una magnitud asociada a la estrella en cada una de estas bandas de modo que:

$$X = -2.5 \log \mathcal{L}_x + k_x \quad (\text{III-6})$$

donde X es la magnitud en una región espectral (U, B, V), \mathcal{L}_x

es la luminosidad en esa región: $\mathcal{L}_x = \int_0^{\infty} l_\nu S(\nu) d\nu$ donde

l_ν es la luminosidad del objeto para una frecuencia ν dada y S(X) es

la función de respuesta del receptor y finalmente k_x es una constante. Si queremos averiguar que tanto más emite una estrella en la región ultravioleta que en la región azul o que tanto más emite en la región azul que en la región óptica, basta formar las diferencias U-B y B-V encontrándose que:

$$U-B = 2.5 \log \frac{L_U}{L_B} + C_1 \quad (\text{III-7a})$$

$$B-V = 2.5 \log \frac{L_V}{L_B} + C_2 \quad (\text{III-7b})$$

estas cantidades U-B y B-V se denominan índices de color y las constantes que aparecen en las ecuaciones (III-7a y b) se escogen de modo que $U-B=B-V=0$ para estrellas de tipo espectral A0 que además deben tener magnitudes visibles (V) entre 5.5 y 6.5 .

El color intrínseco de una estrella va a depender exclusivamente de su temperatura y tendrá una distribución de frecuencias parecida a la distribución de Planck.

Una medida de que tanta luz ha sido absorbida estará

dada por lo que se conoce como exceso de color, el cual se encuentra mediante una expresión del siguiente tipo:

$$E(I) = I_{\text{obs}} - I_{\text{int}} \quad (\text{III-8})$$

donde I es el índice de color ($B-V$). Cuando se hace una gráfica de $U-B$ vs $B-V$ para estrellas cercanas, supuestamente no enrojecidas, se obtiene una gráfica como se ve en la figura siguiente (Fig 10),

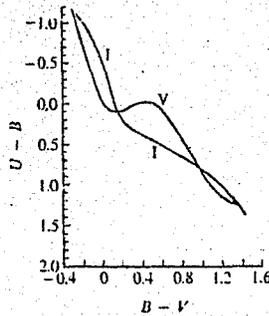


Fig 10: Gráfica de la relación entre los índices de color para estrellas de secuencia principal (V) y supergigantes (I). Tomada de Mihalas (1968).

cuando se repite esta gráfica para estrellas más lejanas, que se saben enrojecidas, se obtiene una figura semejante nada más que desplazada hacia abajo y hacia la derecha, o sea, desplazada hacia índices de color mayores; se encuentra que la pendiente de la lí

nea sobre la cual se desplazó la figura, que se conoce como línea de enrojecimiento, se puede expresar como:

$$\frac{E(U-B)}{E(B-V)} = 0.72 + 0.05E(B-V) \quad (\text{III-9})$$

donde el segundo término es pequeño y puede en general despre-
ciarse.

Los datos observacionales han mostrado que el número de magnitudes visibles absorbidas dependerá de $E(B-V)$, la dependencia más sencilla es la lineal, por lo tanto, proponemos que $A_V = R_V E(B-V)$ donde A_V es el número de magnitudes absorbidas y R_V es una constante. De estudios preliminares hechos a este respecto se encontró que $R_V = 3$, últimamente esta idea ha sido muy discutida y ahora se piensa que $3 \leq R_V \leq 7$, suponiendo que $R_V = 3$ es claro que:

$$m = m_0 + 3E(B-V)$$

$$m_0 = m - 3E(B-V)$$

la cantidad m_0 representa la magnitud aparente de una estrella siendo su brillantez debilitada sólo por la distancia recorrida por lo tanto,

$$m_0 = M - 5 + 5 \log r \quad (\text{III-10})$$

o sea que

$$m - M = 5 \log r - 5 + 3E(B-V) \quad (\text{III-11}).$$

Hasta aquí hemos mencionado que la magnitud absoluta M , se conoce debido al conocimiento del tipo espectral, pero como ya dijimos, a veces no se puede obtener el tipo espectral, entonces no se conoce M y el hecho de que las observaciones fotométricas puedan efectuarse para estrellas mucho más débiles que aquellas a las cuales se les pueden hacer observaciones espectroscópicas nos hace preguntar si habrá alguna cantidad de tipo exclusivamente fotométrico que esté relacionada con el tipo espectral.

Afortunadamente la respuesta es si y dicha cantidad se define de la siguiente forma:

$$Q \equiv (U-B)_{obs} - \frac{E(U-B)}{E(B-V)} (B-V)_{obs} \quad (\text{III-12})$$

a continuación demostraremos que esta cantidad no depende del enrojecimiento. De la ecuación (III-9) resulta que:

$$Q = (U-B)_{obs} - 0.72 (B-V)_{obs} \quad (\text{III-13})$$

pero de la ecuación (III-8) resulta que:

$$Q = E(U-B) + (U-B)_{int} - \frac{E(U-B)}{E(B-V)} E(B-V) - \frac{E(U-B)}{E(B-V)} (B-V)_{int} \quad (\text{III-14})$$

que al reducirse se convierte en:

$$Q = (U-B)_{int} - 0.72(B-V)_{int} \quad (\text{III-15})$$

de la ecuación (III-13) se ve que se puede determinar la Q usando los colores observados sin conocer los intrínsecos, por lo tanto obteniendo $(U-B)_{obs}$ y $(B-V)_{obs}$ podemos mediante dicha ecuación encontrar Q, de ahí el tipo espectral y de ahí la magnitud absoluta; para estrellas cercanas y brillantes se ha hecho una calibración del valor de Q con el tipo espectral, y se supone que esta vale para todas las estrellas; una vez conocida la magnitud absoluta aplicamos la ecuación (III-11) y encontramos fácilmente la distancia aunque sea aproximada.

Determinación de las Distancias de los Cúmulos Estelares.

A principios de este siglo fué encontrado independientemente por los astrónomos Hertzsprung y Russell que al graficar la magnitud absoluta de un grupo de estrellas contra sus tipos espectrales o su temperatura, los puntos obtenidos no se acomodo-

dan al azar sobre la gráfica, sino que tienden a agruparse sobre una banda, inclinada, la cual, posteriormente fué denominada como secuencia principal, también encontraron que había otra banda casi horizontal en la región roja y brillante de este diagrama, la cual se denominó rama de las gigantes, este tipo de diagramas son conocidos como diagramas H-R. Cuando se hicieron observaciones y se trazaron diagramas H-R para las estrellas de cúmulos galácticos (magnitud aparente vs tipo espectral) se encontró que estos presentaban una gráfica semejante a la encontrada para las estrellas cercanas, pero había un punto en donde las estrellas se salían de esta secuencia principal y se iban a regiones más rojas y luminosas, el punto en donde las estrellas daban vuelta y se salían de la secuencia principal dependía del cúmulo observado, a veces ocurría en tipos espectrales más tempranos y otras ocurría en los tardíos dependiendo esto exclusivamente del cúmulo estudiado.

Estos diagramas H-R que se hacen para cúmulos no se podían hacer colocando en el eje de las ordenadas la magnitud absoluta de las estrellas, puesto que no se conocían, ya que no

se conocía la distancia que nos separa del cúmulo; por lo tanto se pone en el eje de las ordenadas la magnitud aparente; para el cúmulo de las Hyades se ha encontrado su distancia por medio del método de un punto de convergencia o divergencia para el movimiento general de las estrellas del cúmulo, y de ahí se han podido determinar las magnitudes absolutas de las estrellas que lo forman, ahora bien, si suponemos que para todos los cúmulos galácticos, la banda paralela a la secuencia principal que sale en los diagramas H-R debe estar colocada exactamente en el mismo lugar que la banda que se obtiene en el diagrama H-R del cúmulo de las Hyades, entonces el número de magnitudes que hay que desplazar dicha banda en el diagrama de un cúmulo cualquiera para que se traslapa con la banda del diagrama de las Hyades nos dice que tan lejos se encuentra la magnitud aparente observada, de las estrellas que constituyen el cúmulo, de su magnitud absoluta intrínseca, o sea, nos da la cantidad $m-M$ para cada estrella del cúmulo, cantidad que se encuentra, (ver ecuación (III-5)), íntimamente relacionada con la distancia. Este método nos permite encontrar la distancia que nos separa de un cúmulo galáctico bajo la suposición de que todas

las bandas paralelas a la secuencia principal coinciden con la banda encontrada para el cúmulo de las Hyades una vez que ya hemos hecho su diagrama H-R utilizando la magnitud absoluta de sus estrellas; a estas bandas paralelas a la secuencia principal se les conoce como "Secuencia Principal de Edad Cero".

Este método proporciona una distancia más confiable a las estrellas que el método discutido anteriormente para determinar la distancia a una sola estrella, esto se debe a que al haber muchas estrellas involucradas en cierta forma estamos aplicando un promedio y de esta forma la desviación standard que representa el error será menor.

C A P I T U L O - I V

Las Observaciones

Las observaciones que se tienen consisten en un interferograma para cada una de las siguientes regiones H II ; S 280, IC 1848 y NGC 2244 además se tiene un interferograma de calibración para cada una de ellas tomado con la luz de una lámpara de Hidrógeno que está adherida al interferómetro del Instituto de Astronomía instalado en Tonantzintla.

Las mediciones de los interferogramas se realizaron con un estereocomparador Wild que gentilmente nos fué facilitado por el C.E.T.E.N.A.L. (Comisión para el Estudio del Territorio Nacional).

El método que se sigue para la medición del interferograma de la calibración es el siguiente: Se escoge una dirección arbitraria que pase por la imagen del centro de una retícula ortogonal que es el centro aproximado de los anillos de

interferencia; a continuación se lleva el apuntador del estereocomparador sobre el máximo de cada anillo y se registra su coordenada con respecto a un origen que el aparato tiene ya seleccionado, esto se hace para cada anillo yendo del más externo del lado izquierdo hasta el más externo del lado derecho, pasando por y midiendo el centro aproximado representado por el centro de la retícula ortogonal. A continuación se procede a hacer una estimación de la corrección al centro; se promedian las mediciones hechas a ambos lados del centro para un mismo anillo y poste--riormente cada uno de estos promedios parciales se utilizan para formar un promedio general de todos los anillos, esto nos dará un número que asociamos con lo que llamamos el "Centro Cal--culado", este "Centro Calculado" en general no coincide con la imagen de la retícula a la que denominamos como "Centro Medido", por lo tanto se puede encontrar la corrección al centro restando a la coordenada del "Centro Medido" la del "Centro Calculado"; una vez hecho esto se procede a encontrar el radio de cada a--nillo tomando la coordenada medida para cada anillo y restando

la coordenada del "Centro Calculado"; este proceso se repite para cada dirección que se escoja, entre más direcciones se tengan mejores serán los resultados obtenidos.

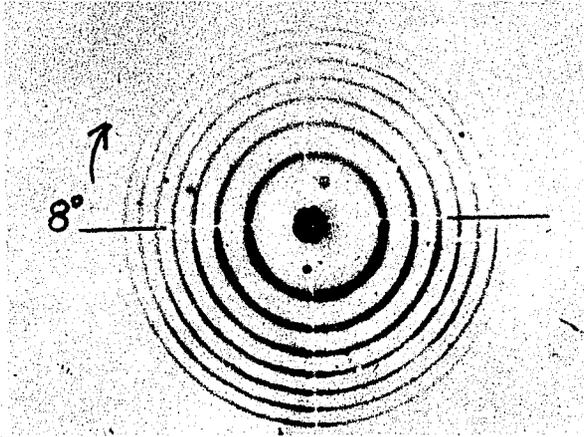
Para la medición del interferograma de la nebulosa se escoge una dirección con la misma inclinación que la de la línea escogida para la calibración y se miden las coordenadas de los máximos de los anillos yendo, al igual que antes, del anillo más externo del lado izquierdo al más externo del lado derecho, pasando por y midiendo el centro que una vez más corresponderá a la imagen de la retícula anteriormente mencionada; se aplica a la coordenada de este "Centro Medido" la corrección al centro encontrada en la medición del interferograma de la calibración y se obtiene así la coordenada de lo que hemos denotado como "Centro Calculado", con esto se procede a encontrar los radios de los anillos restando a las coordenadas de estos la coordenada del "Centro Calculado"; si recordamos la ecuación que dedujimos anteriormente para la velocidad radial (I-12) esta sólo

depende de los radios tanto de los anillos del interferograma de la nebulosa como de los de los anillos del interferograma de la calibración; estamos, entonces, listos para hacer los cálculos de la velocidad. En las páginas siguiente se muestran las fotografías de los interferogramas que se midieron y unas fotografías directas de las nebulosas estudiadas, después se muestran las tablas en donde se dan los resultados obtenidos.

En la tabla siguiente daremos las características y fechas en que fueron tomadas las placas utilizadas.

TABLA IV-1

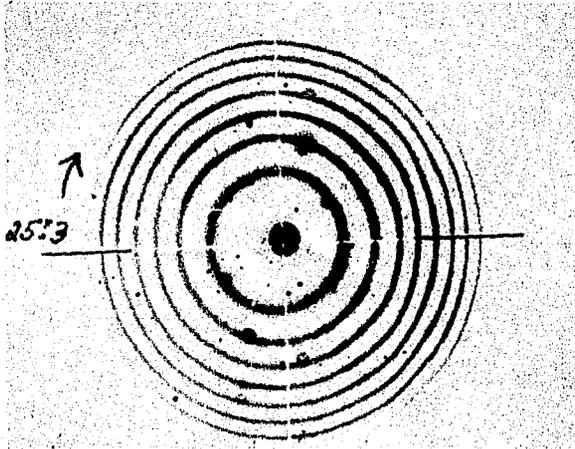
PLACA	FECHA	PRINCIPIO EXPOSICION	FIN EXPOSICION
FI 308	27-28 dic 1976	1 ^h 32 ^m	2 ^h 2 ^m
FI 236	29-30 mar 1976	21 ^h 22 ^m	21 ^h 38 ^m
FI 300	26-27 dic 1976	22 ^h 16 ^m	22 ^h 51 ^m



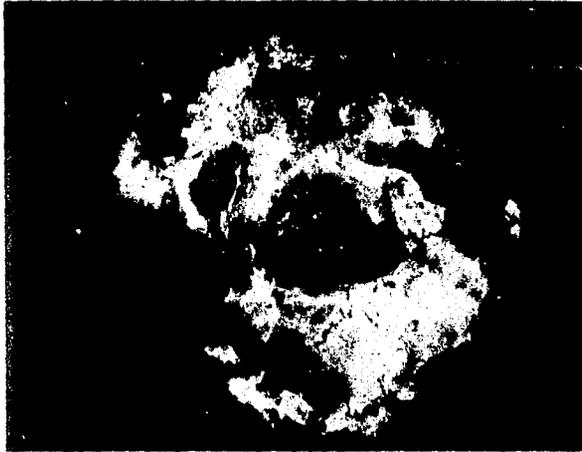
INTERFEROGRAMA DE S 280



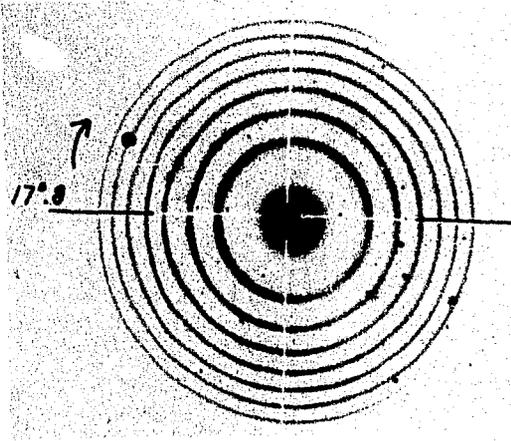
PLACA DIRECTA DE S 280



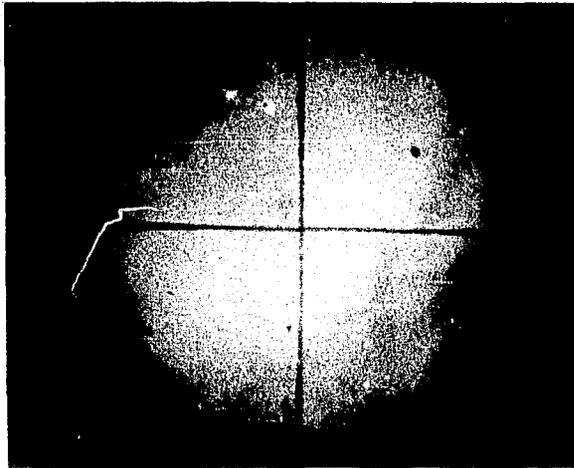
INTERFEROGRAMA DE NGC 2244



PLACA DIRECTA DE NGC 2244



INTERFEROGRAMA DE IC 1848



PLACA DIRECTA DE IC 1848

TABLA IV-2

PLACA FI 308

NEBULOSA	l_{II}	b_{II}	DIRECCION	v_r (kms ⁻¹)	s (km s ⁻¹)
S 280	208 ⁰ .7	-2 ⁰ .7	26 ⁰	27.82	10.87
			43 ⁰ .6	27.51	2.68
			58 ⁰ .7	23.72	6.51
			86 ⁰ .8	27.35	25.30
			107 ⁰ .4	22.63	33.39
			127 ⁰ .4	26.48	3.06
			137 ⁰ .3	23.29	4.66
			160 ⁰ .6	25.99	6.59
			165 ⁰ .6	26.17	4.61
			178 ⁰ .5	26.16	5.66
			196 ⁰ .7	28.04	6.71
			PROMEDIO	25.92	1.89

TABLA IV-3

PLACA FI 236

NEBULOSA	l_{II}	b_{II}	DIRECCION.	v_r (km s ⁻¹)	s (km s ⁻¹).
NGC 2244	206 ^o .3	-2 ^o .1	39 ^o	60.52	24.24
			65 ^o .7	56.52	18.51
			83 ^o .5	59.46	10.97
			116 ^o .9	57.94	7.47
			142 ^o .7	58.90	13.80
			168 ^o .6	55.55	8.72
			204 ^o .3	51.38	9.28
			221 ^o .9	53.22	5.35
		PROMEDIO		56.69	3.17

TABLA IV-4

PLACA FI 300

NEBULOSA .	l_{II}	b_{II}	DIRECCION	v_r (km s ⁻¹)	s (km s ⁻¹)
IC 1848	137 ^o .5	+1 ^o .1	72 ^o .9	-25.23	4.85
			87 ^o .6	-26.71	8.26
			96 ^o .7	-26.22	8.76
			114 ^o .4	-28.92	6.36
			132 ^o .7	-27.64	3.43
			149 ^o .3	-28.18	19.41
			178 ^o .5	-25.13	8.15
			195 ^o .2	-25.69	14.97
			236 ^o .6	-24.96	6.87
			PROMEDIO	-26.52	1.44

Estas velocidades obtenidas son velocidades con respecto a la tierra, para convertirlas a velocidades con respecto al sol (ver Herrick 1930), los resultados obtenidos se ven en la siguiente tabla.

TABLA IV-5

NEBULOSA	v_r (c.r.t.) (km s ⁻¹)	v_r (c.r.s.)(km s ⁻¹)
S 280	25.92	27.07
NGC 2244	56.69	27.02
IC 1848	-26.52	-38.72

Para hacer los cálculos de la distancia cinemática se requiere tener la velocidad con respecto al LSR (Local Standard of Rest), para hacer la transformación entre v_r (c.r.s.)(velocidad radial con respecto al sol) y v_t (velocidad con respecto al LSR) adoptemos como movimiento promedio del sol el siguiente:

$$\pi_0 = -9 \text{ km s}^{-1}$$

$$\theta_0 = 13.4 \text{ km s}^{-1}$$

$$z_0 = 3.7 \text{ km s}^{-1}$$

esto se obtiene para estrellas supergigantes de tipos espectrales O-B5 (tomado de Delhaye en Blaauw y Schmidt, Galactic Structure), por lo tanto $v_0 = 16.56 \text{ km s}^{-1}$, las coordenadas del apex son:

$$\alpha_{\text{Apex}} = 18^{\text{h}} 10^{\text{m}} \quad \text{y} \quad \delta_{\text{Apex}} = + 37^{\circ} \quad ;$$

los resultados obtenidos por Georgelin (1969) en este trabajo y por nosotros se muestran en la tabla siguiente.

TABLA IV-6

NEBULOSA	v_t (km s ⁻¹) (Ruelas)	v_t (km s ⁻¹) (Georgelin)
S 280	+ 17.88	+ 14.4
NGC 2244	+ 18.49	+ 24.9
IC 1848	- 37.86	- 35.7

Ahora haremos una comparación entre la distancia obtenida por medios cinemáticos y la obtenida por medios fotométricos; las determinaciones fotométricas que se tienen de la estrella excitadora de S 280 y de los cúmulos de NGC 2244 e IC 1848 dan como módulos de distancia ($m_0 - M$) y distancia fotométrica los mostrados en la tabla siguiente, también se muestra la distancia cinemática calculada:

TABLA IV-7

NEBULOSA	MODULO DE DISTANCIA GEORGELIN (1969)	r_{fot} (kpc)	r_{cin} (kpc)
S 280	11.40	1.91	1.59
NGC 2244	11.06	1.63	1.79
IC 1848	11.82	2.31	2.89

En la tesis de Georgelin (1969) se determina la velocidad radial de muchas regiones H II y de ahí se encuentra su distancia cinemática; al comparar esta con la distancia fotométrica se encuentra una discrepancia que depende de la dirección del cielo hacia donde miremos, este efecto, en vista del número tan reducido de regiones H II que nosotros hemos estudiado no es notable para nuestros resultados; es necesario mencionar que se necesitan hacer muchas más mediciones para obtener mejores resultados y de ahí poder encontrar en donde está la causa de la discrepancia reportada por Georgelin.

D I S C U S S I O N

Georgelin y Georgelin (1973) estudiaron las velocidades radiales de regiones H II en todas direcciones en la Vía Láctea. Determinaron las distancias de las estrellas excitadoras basándose en trabajos publicados por varios autores. Como hemos discutido en el capítulo III las distancias de las estrellas están basadas en general en la fotometría UBV y en algunos casos también en los tipos espectrales. Aparte de los errores (accidentales y sistemáticos) en la fotometría estas determinaciones están sujetas a las calibraciones adoptadas para las magnitudes absolutas, los colores intrínsecos y la razón R, de la extinción interestelar al exceso de color. Estas son, las fuentes de error que afectan las distancias "fotométricas".

Los autores arriba citados encontraron que las distancias de las regiones H II determinadas cinemáticamente usando las velocidades radiales obtenidas por ellos y las distancias de la estrella (o estrellas) excitadoras de la región H II mostraban una diferencia que parecía variar como función

de la longitud galáctica. La gráfica dada por Georgelin y Georgelin, que se muestra en la figura siguiente

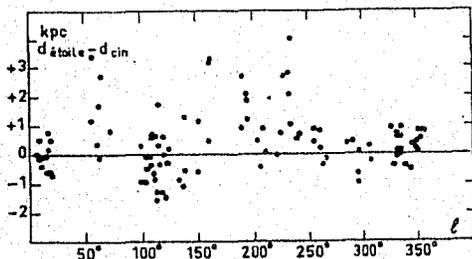


Fig 11: Diferencia entre la distancia estelar y la distancia cinemática de las regiones H II en función de la longitud galáctica. Tomada de Georgelin y Georgelin (1973).

la abscisa representa la longitud galáctica y la ordenada la diferencia de las distancias de la estrella y de la región H II asociada.

Hay que hacer notar que en las direcciones alrededor de $l=0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270° la determinación de la distancia cinemática no es confiable ya que los efectos de la rotación diferencial en esas direcciones son muy pequeños y son insen-

sibles a la distancia del objeto. De todas maneras la causa de dicha discrepancia ha dado pie a muchos estudios.

Las razones posibles de tal discrepancia pueden enumerarse como sigue:

- i) Errores en la determinación de las distancias fotométricas.
- ii) La no validez del modelo de Schmidt para la rotación galáctica, lo que implica, errores en las distancias cinemáticas.
- iii) La no coincidencia espacial, como algunos autores sugieren, de las estrellas excitadoras y de las regiones H II.

En un trabajo reciente Minn y Greenberg (1972) rediscuten las velocidades radiales con el fin de elucidar este problema. En su estudio incluyen, aparte de las velocidades ópticas de las regiones H II, aquellas obtenidas con las líneas de

recombinación del Hidrógeno ionizado en la región del radio. En lugar de comparar las distancias ellos comparan las velocidades de las regiones H II y de sus estrellas excitadoras, en la figura siguiente se reproduce una gráfica donde la abscisa representa la longitud galáctica y la ordenada la diferencia de las velocidades radiales de la estrella y de su región H II asociada,

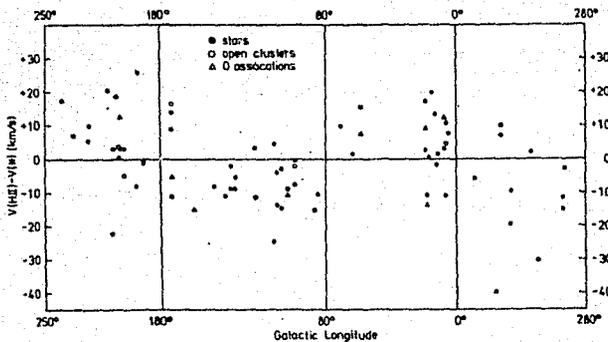


Fig 12: Diferencia entre las velocidades radiales de las regiones H II y de sus estrellas excitadoras como función de la longitud galáctica. Tomada de Minn y Greenberg (1973).

Estos autores dicen que esta variación, que muestra una ostensible forma de onda, no se debe a que las estrellas excitadoras y

las regiones H II estén a distintas distancias, sino que afirman que dicha variación es una manifestación de las ondas de densidad propuestas por Lin y Shu. En un trabajo posterior Crampton y Georgelin (1975) realizan este estudio de nuevo pero con un número mayor de datos, la gráfica que ellos obtienen se muestra a continuación

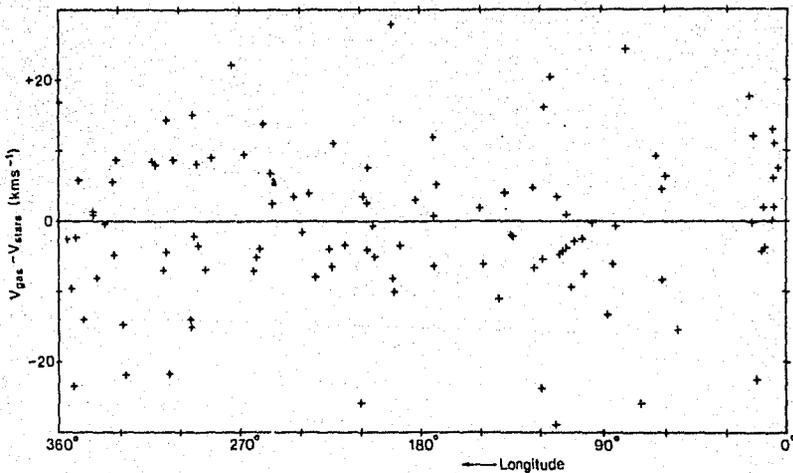


Fig 13: Diferencias de las velocidades entre las estrellas y el gas en las regiones H II graficadas como función de la longitud galáctica. Tomada de Crampton y Georgelin (1975).

se ve que la variación que ellos encuentran ya no presenta for

ma de onda, aunque admiten que la curva de rotación obtenida para el hemisferio norte está desplazada hacia velocidades más altas con respecto a la del hemisferio sur. Este resultado fue obtenido por Kerr hace casi diez años, basándose en observaciones de la radiación de 21 cm del Hidrógeno neutro. La explicación que este dió fue que el gas interestelar tenía una velocidad radial de alejamiento del centro galáctico del orden de 7 km s^{-1} . Otros autores como Pizmiş han sugerido que quizá esto se deba a que no se ha tomado en consideración la forma espiral de los brazos galácticos.

Para aclarar el comportamiento cinemático de los objetos de la población I, regiones H II y estrellas excitadoras es necesario hacer un examen crítico de los datos de las observaciones sobre las cuales están basadas las conclusiones de que existe una discrepancia entre las velocidades de las estrellas excitadoras y las regiones H II, y de los datos y calibraciones en que están basadas las distancias de los objetos ex-

citadores de las regiones H II.

En esta tesis hemos determinado las distancias cinemáticas y fotométricas de tres regiones H II que son, S 280, NGC 2244 e IC 1848, como se observa en nuestras tablas (ver capítulo IV) las diferencias entre las distancias fotométricas y cinemáticas no muestran la tendencia señalada por Georgelin y Georgelin (1973).

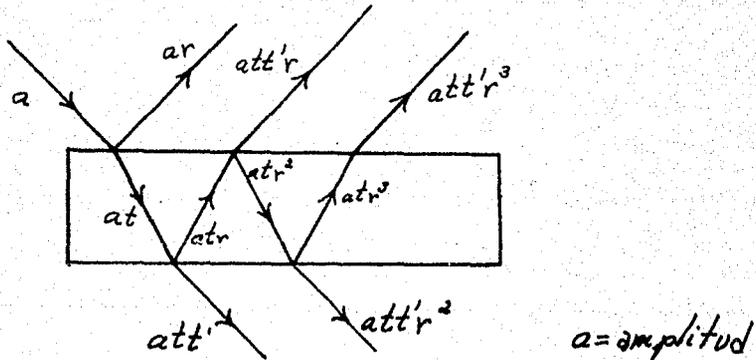
Es claro que muchas más determinaciones, tanto de módulos de distancias, como de velocidades radiales, los que nos proporcionan la distancia fotométrica y la distancia cinemática respectivamente, serán necesarias para confirmar o refutar la tesis establecida por los Georgelin.

A P E N D I C E - I

APENDICE I

CALCULO DE LA FUNCION DE TRANSMISION DE UN ETALON

Sean t , t' y r los factores por los cuales disminuye la amplitud de las ondas al pasar del aire al etalón, del etalón al aire y al reflejarse; de modo que el fenómeno quedará descrito como se ve en el siguiente dibujo.



Sabemos que se puede describir una onda plana como sigue $\psi(\vec{r}, t) = Ae^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ donde \vec{k} es el vector de propagación, ω la frecuencia, A la amplitud y t el tiempo; descomponiendo la función de onda en dos partes $\psi = Ae^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} e^{-i\omega t}$ se ve que se le puede asociar a la onda una amplitud compleja dada por la parte que no

depende del tiempo, por lo tanto $A' = Ae^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$, esto es particularmente útil cuando hay que tratar con problemas de superposición, ya que sólo será necesario considerar estas amplitudes complejas.

La amplitud total de las ondas transmitidas por el espejo estará dada por: $Ae^{i\theta} = att' + att'r^2e^{i2\delta} + att'r^4e^{i2\delta} + \dots$ donde θ es la fase de la onda resultante y δ es la diferencia de fase entre un rayo transmitido y el siguiente.

$$\text{Entonces } Ae^{i\theta} = att' [1 + r^2e^{i2\delta} + r^4e^{i2\delta} + \dots] ;$$

se ve que la parte encerrada entre paréntesis es una serie geométrica cuya razón es $r^2e^{i2\delta}$ la cual es menor que uno, por lo tanto su suma es igual a:

$$\frac{1}{1 - r^2e^{i2\delta}} = \frac{1 - r^2e^{-i2\delta}}{1 - 2r^2\cos\delta + r^4}$$

de donde

$$Ae^{i\theta} = att' \left[\frac{1 - r^2e^{-i2\delta}}{1 - 2r^2\cos\delta + r^4} \right]$$

Sabemos que $I \propto A^2 = (Ae^{i\theta})(Ae^{-i\theta})$, el cuadrado de la am-

plitud es igual al producto de la amplitud compleja y su conju-

gado, por lo tanto, $A^2 = att' \left[\frac{\sqrt{1-r^2 e^{-i\delta}}}{1-2r^2 \cos \delta + r^4} \right] att' \left[\frac{\sqrt{1-r^2 e^{i\delta}}}{1-2r^2 \cos \delta + r^4} \right]$.

Sean $tt'=T$ Factor de transmisión de intensidad y

$r^2=R$ Factor de reflexión de intensidad, por lo

tanto $A^2 = \frac{a^2 T^2}{1-2R \cos \delta + R^2}$ pero $A^2/a^2 = I/I_0$

de donde $I = I_0 T^2 / (1-2R \cos \delta + R^2)$.

Haciendo $C=4R/(1-R)^2$ y $B=T^2/(1-R)^2$ podemos escri-

bir la expresión de la intensidad de la siguiente forma:

$$I = I_0 B / (1 + C \operatorname{sen}^2 \delta/2).$$

B I B L I O G R A F I A

- 1) Abell G. Exploration of the Universe. Segunda Edición. Holt, Rinehart y Winston. 1969.
- 2) Aller H.L. Atoms, Stars and Nebulae. Revised Edition. Harvard University Press. 1971.
- 3) Aller H.L. Gaseous Nebulae. Primera Edición. Chapman and Hall LTD. 1956.
- 4) Bok B.J. y Bok P.P. The Milky Way. Cuarta Edición. Harvard University Press. 1976.
- 5) Courtès G. Méthodes d'Observation et étude de L'Hydrogène Interstellaire en émission. Annales d'Astrophysique. Mars-Avril 1960.
- 6) Courtès G. Spiral Structure and Kinematics of the Galaxy from Study of the H II Regions: Fabry-Pérot Interference Methods Applied to Ionized Hydrogen. Vistas in Astronomy, Vol 14. Pergamon Press. 1972.
- 7) Crampton D. y Georgelin Y.M. The Distribution of Optical H II Regions in our Galaxy. Astron and Astronhys 40, 317-321 (1975).

- 8) Georgelin Y.P. Applications des Méthodes Interférentielles Photographiques a l'étude de la Structure Spiral de la Galaxie. Thèse Doctorale. 1969.
- 9) Georgelin Y.P. y Georgelin Y.M. Spiral Structure of our Galaxy from H II Regions. Astron and Astrophys 12, 482-487 (1971).
- 10) Georgelin Y.P., Georgelin Y.M. y Roux S. Observation de Nouvelle Régions H II Galactiques et d'étoiles excitatrices. Astron and Astrophys 25, 337-350 (1973).
- 11) Harwit M. Astrophysical Concepts. John Wiley and Sons. Primera Edición. 1973.
- 12) Hecht y Zajac. Optics. Addison-Wesley. Primera Edición. 1974.
- 13) Herrick S. Tables for the Reduction of Radial Velocities to the Sun. Lick Observatory Bulletin. Número 470. (1930).
- 14) Hodge P.W. The Radial Distribution of H II Regions in Spiral Galaxies. Ap. J. 155, Feb 1969.
- 15) Jenkins and White. Fundamentals of Optics. McGraw-Hill. Tercera Edición. 1957.

- 16)Mihalas D.Galactic Astronomy.Freeman.Primerá Edición.1974.
- 17)Miller J.S.Radial Velocities and Kinematics of Galactic
H II Regions.Ap.J.151,Feb 1968.
- 18)Minn Y.K. y Greenberg J.M.On the Kinematical and Spatial
Coincidence of Optical and Radio
Spiral Arms in our Galaxy.Astron
and Astrophys 24,373-404,(1973).
- 19)Motz Ll y Duveen A.Essentials of Astronomy.Columbia Univer-
sity Press.Cuarta Edición.1971.
- 20)Ogorodnikov K.F.Dynamics of Stellar Systems.Pergamon Press.
Primera Edición.1965.
- 21)Osterbrock D.E.Astrophysics of Gaseous Nebulae.Freeman.Pri-
mera Edición.1974.
- 22)Schwarzschild M.Structure and Evolution of the Stars.Dover.
Primera Edición.1958.