



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

## Demora y riesgo en elección intertemporal

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

P R E S E N T A

**CARLOS ANDRÉS VALLEJO OLVERA.**

DIRECTOR DE TESIS: Dr. FLORENTE LÓPEZ RODRÍGUEZ.

REVISOR DE TESIS: DR. OSCAR ZAMORA AREVALO.

SINODAL: DR. ALVARO TORRES CHAVEZ.

SINODAL: DR. OSCAR VLADIMIR ORDUÑA TRUJILLO.

SINODAL: DR. GUSTAVO BACHÁ MÉNDEZ.

México, D.F.

SEPTIEMBRE DEL AÑO 2013

Tesis apoyada por el proyecto PAPIIT (DGAPA) IN304211



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Agradecimientos.**

**Mi mas profundo agradecimiento al Dr. Florente por los 2 años en su laboratorio, por la guía que me ofreció en este tiempo, y sobre todo por la infinita paciencia que tuvo para que pudiera concluir esta tesis. Así como del apoyo del proyecto PAPIIT (DGAPA) IN304211 que sin este no habría podido continuar con mis estudios.**

**Al Dr. Vadlimir por su amistad e innumerables comentarios favorables y otros no tanto para la revisión de esta tesis, que mas que otra cosa me dejo un buen sabor de boca su critica tan constructiva y no dejarme decepcionar por todos los contratiempos que conllevo la realización de este texto.**

**Al Dr. Óscar por su confianza, amistad y por ayudarme con tantos contratiempos tanto metodológicos como de estilo de redacción según la APA.**

**A Esmeralda por todos estos años apoyándome en mi vida personal, emocional y laboral. Así como todo lo que hemos pasado juntos me ha ayudado a seguir adelante con esto.**

**A mis amigos Juan, Couto, Lalo y Juan Carlos por todos estos años desde que empezamos la carrera, por su apoyo en las buenas y en las malas, y su amistad que sé durara mucho tiempo.**

**Al Dr, Arturo Olayo que por medio de la terapia me ha ayudado a seguir adelante en la vida, aun cuando la he visto difícil en mas de una ocasión, y que siempre me impulso a seguir con esta parte tan importante de mi vida.**

**A mis padres, Carlos y Leonor, y mi hermana Támara con todo mi cariño.**

**Gracias.**

## ÍNDICE

<b>Resumen .....</b>	<b>4</b>
<b>Introducción. ....</b>	<b>5</b>
<b>Descuento temporal y descuento probabilístico. ....</b>	<b>7</b>
<b>Sesgos y desviaciones en elección intertemporal y bajo incertidumbre. ....</b>	<b>15</b>
<b>El efecto de la diferencia común. ....</b>	<b>16</b>
<b>El efecto de magnitud absoluta. ....</b>	<b>17</b>
<b>Asimetría demora-aceleración. ....</b>	<b>17</b>
<b>Propuesta experimental. ....</b>	<b>18</b>
<b>Experimento. ....</b>	<b>19</b>
<b>Método. ....</b>	<b>19</b>
<b>Aparatos. ....</b>	<b>19</b>
<b>Procedimiento. ....</b>	<b>19</b>
<b>Variables. ....</b>	<b>19</b>
<b>Algoritmo. ....</b>	<b>19</b>
<b>Análisis estadístico. ....</b>	<b>21</b>
<b>Discusión y resultados generales. ....</b>	<b>28</b>
<b>Comparación de modelos. ....</b>	<b>28</b>
<b>Área bajo la curva (AUC). ....</b>	<b>32</b>
<b>Probabilidad y demora combinadas. ....</b>	<b>32</b>
<b>Referencias. ....</b>	<b>36</b>

## Resumen

Se realizaron tres procedimientos de descuento demorado, probabilístico (momios en contra), y demorado-probabilístico; para una recompensa (dinero) hipotética. Se presentaron a 15 individuos con una edad promedio de 19.4 años, usando una laptop con el programa Matlab, se elaboró un algoritmo para determinar los puntos de indiferencia (el punto donde el sujeto es indiferente entre la recompensa grande pero demorada o con mayor probabilidad en contra y la pequeña pero inmediata o segura). Se ajustaron los puntos de indiferencia con los modelos hiperbólico y exponencial, se realizó una prueba  $t$  para comparar las  $R^2$  ajustadas, entre los modelos matemáticos de los procedimientos demorado y probabilístico obteniendo diferencias significativas con una  $t=9.16$  y una  $t=9.87$  con una  $p<0.05$  respectivamente, se obtuvieron las Áreas Bajo la Curva (AUC) y se compararon los procedimientos de demora y probabilidad con una  $t=15.53$  y una  $p<0.05$  siendo una diferencia estadísticamente significativa, se realizó la comparación de los modelos usando el criterio de Aikaike (AIC) obteniendo que en el procedimiento demorado el modelo exponencial tuvo la mayor probabilidad de ser el correcto en todos los casos. En el procedimiento de probabilidad fue el hiperbólico, hallazgo contrario a lo esperado y descrito en la literatura, que probablemente se debe al criterio establecido en el algoritmo para obtener los puntos de indiferencia ya que este comparado con otros procedimientos computarizados es muy laxo para determinar los puntos de indiferencia. No se pudieron realizar análisis estadísticos para el procedimiento.

Palabras clave: descuento, demora, probabilidad en contra, Área Bajo la Curva (AUC), criterio de información de Akaike (AIC).

## Introducción.

Los seres vivos en muchas ocasiones nos enfrentamos a circunstancias en las que debemos tomar una decisión entre varias alternativas; en su mayoría estas decisiones están asociadas a una demora o a una probabilidad lo que implica que exista una comparación entre consecuencias inmediatas y futuras para el caso de decisiones asociadas a una demora (Benzion, Rapoport y Yagil, 1989). En el segundo caso se hacen comparaciones de las consecuencias que hay en elegir entre una recompensa por seguro u otra con probabilidad menor a uno. Ambos casos implican una posible devaluación de la recompensa asociada a la decisión. Cuando esta devaluación ocurre se dice que ocurre un descuento debido a la demora o a la probabilidad; este descuento es la tendencia a que el valor de la recompensa disminuya en función de la demora para obtener esta recompensa o en función del decremento en la probabilidad de su ocurrencia. Estos dos fenómenos se conocen como descuento demorado y descuento probabilístico (Lawyer, Williams, Prihodova, Rollins y Lester, 2010). Ambos fenómenos están bien establecidos tanto en animales como en humanos (Baker, Johnson y Bickel, 2003; Booij y van Praag, 2009; Carson y Roth Tran, 2009; Chapman y Elstein, 1995; Estle, Green, Myerson y Holt, 2006; Green y Myerson, 2004; Holt, Green y Myerson, 2003; Klapproth, 2008; Lawyer et al., 2010; Lee, 2005; Loewenstein, 1987; Rachlin, Brown y Cross, 2000; Rachlin, Castrogiovanni y Cross, 1987; Rachlin y Green, 1972; Rachlin y Jones, 2008; Rachlin, Raineri y Cross, 1991; Read, 2003; Reynolds, Richards, Horn y Karraker, 2004; Richards, Zhang, Mitchelly de Wit, 1999; yTakahashi, Ikeday Hasegawa, 2007; T. Takahashi, H. Oonoy M. Radford, 2008).

La gran variedad de estudios que se han realizado en materia de descuento tratan con gran cuidado de determinar la función que mejor describe la conducta de descuento de los individuos (Green, Myerson y Ostaszewski, 1999). Las funciones más estudiadas son la hiperbólica y la exponencial que, en su forma más simple son las siguientes:

$$Y = \frac{A}{(1 - kx)} \dots\dots\dots(1)$$

$$Y = Ae^{-kx} \dots\dots\dots(2)$$

Donde  $Y$  es el valor subjetivo,  $A$  es valor de la recompensa más alta,  $k$  es la tasa de descuento (parámetro libre) y  $x$  es la demora o la probabilidad en contra (odds against,  $[1/p] - 1$ , donde  $p$  = la probabilidad de recibir la recompensa más alta (Lawyer et al., 2010)).

En buena parte de la literatura en investigación experimental los investigadores han tratado de dar cuenta de que mecanismos psicológicos afectan estos cambios de valor en las recompensas. Algunos investigadores han sugerido que el término descuento hace referencia al proceso psicológico de reducir o descontar el valor de una recompensa (Green et al., 1999; Lawyer et al., 2010; Odum, Baumann y Rimington, 2006; Stevens, 2010), debido al efecto que tiene la demora o la incertidumbre al momento de hacer la elección entre las distintas opciones.

Rachlin (1991) planteó que el descuento demorado y probabilístico actúan de manera muy similar en la conducta de los individuos. Además señaló que el descuento temporal puede dar cuenta de la posible tendencia de las personas en una situación de descuento probabilístico, esta predicción de la tendencia de descuento puede ser demostrada mediante la comparación entre las curvas de descuento temporal y probabilístico señalando la existencia de una relación de proporcionalidad entre éstas.

## **Descuento temporal y descuento probabilístico.**

Como se señaló, no sólo la demora puede actuar sobre el valor de una recompensa en dos distintos momentos, también la incertidumbre de obtener la recompensa es un factor que actúa en forma similar a la demora.

Se puede afirmar que el valor de un bien, en realidad carece de estabilidad, debido a la distancia temporal que puede existir entre la acción y la consecuencia. Por ejemplo, la rentabilidad de comprar y vender productos depende de cómo varíen los precios en los mercados y cuyas probabilidades de aumentar o bajar su precio necesita ser tomada en cuenta en decisiones presentes. Ésta clase de decisiones tiene dos aspectos muy importantes al momento de tomar una decisión, el riesgo inherente al resultado futuro y tiempo que debe pasar para que éste ocurra (Ahlbrecht Weber, 1997).

Varios investigadores han considerado que el papel que juegan el descuento demorado y el probabilístico es importante en toma de decisiones, ya que conocer cómo funcionan estos procesos puede ayudar a explicar diversos problemas conductuales como los de adicción, de juegos de apuesta, de salud, de autocontrol e impulsividad, por mencionar algunos (Estle, Green, Myerson y Holt, 2007; Holt et al., 2003; Lawyer et al., 2010; Shead, Callan y Hodgins, 2008). Veamos, para redondear las ideas, como se aplican estos conceptos a los fenómenos de impulsividad y autocontrol.

Según Richards et al. (1999) impulsividad en ocasiones se define como la insensibilidad a las consecuencias de las acciones, y en otras como una conducta inapropiada o inadaptada, que es emitida rápidamente y sin prever sus consecuencias (Oas; en Richards, et al., (1999)). Estas definiciones de impulsividad se pueden considerar, entonces, como una falla en la evaluación de las consecuencias futuras de la conducta (Richards et al., 1999). En su mayoría las personas prefieren recompensas inmediatas a demoradas, por lo que se ha sugerido que el hecho de que las personas tengan este tipo de preferencias, puede estar asociado al hecho de ser impulsivo. Takahashi (2007) señala que la impulsividad en situaciones de demora puede deberse a dos procesos psicológicos, el primero es la aversión a la espera (incapacidad a esperar) de recompensas demoradas y segunda la aversión a perder la recompensa debido a la incertidumbre ocasionada por el tiempo de espera. Los estudios de impulsividad o impaciencia que se han hecho en animales y humanos demuestran que el grado de aversión depende del tiempo de la demora para recibir una recompensa

(Takahashi et al., 2007). Cuando se elige entre una recompensa pequeña y una de mayor valor pero demorada, hay dos posibilidades. Primero, ser paciente y esperar la recompensa demorada. Segundo, elegir de forma inmediata la recompensa pequeña. Lo que se sugiere es, que ser o no paciente depende del tiempo de espera para recibir la recompensa demorada.

Descuento temporal hace referencia a la tendencia de devaluar la recompensa en función a la demora de recibir esta (Lawyer et al., 2010). Rachlin (1991) extendió esta idea al proceso psicológico en el cual el valor de la recompensa disminuye en función del incremento de la probabilidad en contra (odds against); Sheada et al., (2008), definen el descuento probabilístico como la observación de que las ganancias probabilísticas sean inferiores o peores a las de ganar por seguro.

Samuelson (1937) propone un medio de medir la utilidad de una recompensa, la cual dice es “esencialmente una cantidad subjetiva”. El modelo propuesto por Samuelson se conoce como de la Utilidad Descontada, con el supuesto de que en las situaciones de elección intertemporal, estas pueden ser descritas por un simple parámetro, la tasa de descuento ( $k$ ) (Frederick, Loewenstein y O’Donoghue, 2002). Más tarde Koopmans (1960) habla de la necesidad de estudiar la relación entre preferencias y satisfacción en el futuro de una recompensa, abordando esta relación desde un punto de partida puramente económico, tomando el término preferencia directamente de la definición de la función de utilidad. Algunos consideran este artículo de Koopmans como antecedente de la necesidad de relacionar el tiempo con el valor de una recompensa, siendo esta relación la función que da como resultado la elección hecha. Por otro lado este investigador hace un desarrollo axiomático-matemático sobre el modelo de utilidad descontada, el cual no será abordado aquí ya que va más allá de los fines del presente estudio.

Fuera del ámbito económico también se ha intentado relacionar el valor de un bien o recompensa con el tiempo. En el campo de la psicología experimental con animales se han investigado los efectos de la demora en situaciones de elección sobre la conducta. Una de las investigaciones pioneras que podemos mencionar es la de Chung (1965) quien investigó el efecto de la demora en el aprendizaje, sosteniendo la hipótesis de que la demora retarda el aprendizaje y la discriminación de estímulos. Lo que él pudo derivar de sus resultados fue que el número relativo de respuestas en una clave o

tecla con reforzamiento demorado decrece al mismo ritmo que la demora del intervalo se incrementa. Un punto importante a notar es que Chung establece que la función exponencial que presentamos ajusta los datos de forma razonable:

$$Y = ae^{-bt} + c \dots\dots\dots(3)$$

Donde  $a$  es la cantidad de la recompensa,  $e$  es el número de neper,  $b$  es la tasa de descuento y  $-t$  es un parámetro libre, así como  $c$  es una constante. El ajuste de esta función minimiza el valor de la suma de cuadrados (o error) entre los datos observados y los predichos de forma sustancial.

Es interesante observar que después de Chung pocos artículos utilizan la función exponencial para describir sus datos; de hecho, el siguiente investigador en hacer mención sobre una función de tipo exponencial es Loewenstein (1987), quien deriva su investigación del modelo de utilidad descontada. Posteriormente este modelo se empezó a comparar con la función hiperbólica con el fin de establecer cuál sería más apropiado en términos de explicar diversas situaciones experimentales o de la vida cotidiana (tales como violaciones del modelo económico) que más adelante serán ligeramente abordadas.

Chung y Herrnstein (1967) sugieren que sus hallazgos experimentales sustentan que las respuestas de las palomas se ajustan de forma correcta a una igualación entre la función de respuestas y la de demoras, función similar a la ley de igualación. El hecho principal que sugiere el estudio es que la frecuencia relativa de respuestas iguala la inmediatez relativa del reforzamiento en una situación de elección entre dos posibles respuestas (Chung y Herrnstein, 1967),

$$\frac{R_e}{R_e + R_s} = \frac{d_s}{d_s + d_e} \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{R_e}{R_e + R_s} = \frac{i_e}{i_e + i_s}$$

Donde  $R_e$  es la respuesta experimental,  $R_s$  es la respuesta estándar,  $d_e$  es la

demora experimental,  $d_s$  es demora estándar,  $i_e$  el recíproco de la demora experimental e  $i_s$  es el recíproco de la demora estándar.

Rachlin y Green (1972) trataron de avanzar en otros posibles modelos matemáticos para explicar el efecto de la demora en situaciones de elección. Sugieren que uno de los modelos más simples para describir situaciones de elección, es el que tiene la forma de la ley de igualdad, en el cual la razón de los valores de dos posibles elecciones es función del producto de la razón de las cantidades de la recompensa de cada elección y la razón inversa de las demoras. Como se representa a continuación:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{D_2}{D_1} \dots\dots\dots(5)$$

Donde  $V$  es el valor de la recompensa,  $A$  es la cantidad de la recompensa y  $D$  es la demora para obtener la recompensa, donde el subíndice hace referencia a dos recompensas diferentes. Según los autores la explicación de porqué esta fórmula es suficiente para explicar estas situaciones, es que es capaz de predecir el punto de indiferencia (que es el punto donde el sujeto es indiferente entre la recompensa grande-demorada y la pequeña pero inmediata) cuando las cantidades y las demoras son sustituidas en la fórmula. Además, señalan que también es capaz de predecir cambios en las preferencias de los individuos, que son sustancialmente debidos al incremento del tiempo entre la recompensa inmediata y la demorada. Mazur y Logue (1978) explican que la demora entre una respuesta y su reforzamiento es un factor que afecta la conducta del organismo, y resumen algunos estudios sobre este tema. Por ejemplo, hablan de la relación inversa que existe entre demora y el valor del reforzador; según experimentos de Chung (1965), Chung y Herrnstein (1967). Sin embargo, estos autores señalan que existen investigaciones que parecen indicar que la relación inversa entre demora y valor del reforzador es demasiado simple. En 1984 Mazur proporcionó evidencia de que la siguiente ecuación describe con un mínimo de error los resultados que se obtienen en experimentos de descuento temporal:

$$V_d = \frac{1}{1 + kD} \dots\dots\dots(6)$$

El parámetro  $k$  es una constante de proporcionalidad derivada empíricamente de los datos, y señala el grado de descuento (Jones y Rachlin, 2009),  $V_d$  es el valor subjetivo de la recompensa demorada y  $D$  es la demora. Este parámetro  $k$  determina

qué tan rápido decae el valor de la recompensa conforme la demora se incrementa: grandes valores del parámetro reflejan un alto grado de impulsividad al responder, e inversamente, si el valor de este es más cercano a cero reflejan un mayor autocontrol (Reed y Martens, 2011); esta ecuación se conoce como la ecuación hiperbólica (Mazur, 1985). En 1986 Mazur evaluó los resultados antes descritos sobre la función hiperbólica, utilizando en su experimento dos opciones, una opción estándar que es la que se mantuvo constante y una opción ajustada que sistemáticamente fue aumentando o disminuyendo 1 segundo en cada sesión. Esos ajustes permitieron: 1) la estimación de puntos de indiferencia, 2) el uso de éstos para estimar la curva de indiferencia, 3) comparar gráficamente los puntos de indiferencia con la curva del ajuste obtenido con la ecuación hiperbólica (Mazur, 1986). Los resultados obtenidos por Mazur fueron consistentes con los ya antes descritos por él (Fantino y Herrnstein, 1968; Poniewaz, 1984; Squires y Fantino, 1971; en Mazur 1986).

En cuanto a probabilidad, Rachlin, Castrogiovanni y Cross (1987) sugieren en base al libro de Rotter (1954) *Social learning and clinical psychology*, la existencia de cierta relación entre demora y probabilidad. Rachlin et al., (1987) citan el estudio de Mischel y Grusec (1967) como un precedente de que se relacionan demora y probabilidad. En ese estudio se encontró que los niños muestran la misma tendencia de selección cuando la recompensa grande está relativamente demorada que cuando es poco probable (Rachlin et al., 1987). Rachlin expresó la relación entre demora y probabilidad con la función:

$$d = \frac{i + c}{p} - i \dots\dots\dots(7)$$

Donde *i* es el intervalo entre ensayos, *c* es la duración del ensayo y *p* es la probabilidad del resultado. Como conclusión Rachlin et al., sugieren que existe una relación entre probabilidad y demora en situaciones de elección con humanos.

Siguiendo la hipótesis de relación entre demora y probabilidad Rachlin, Raineri y Cross (1991) presentan un estudio en el cual investigan la relación entre demora y probabilidad con sujetos humanos. Explicando que en la teoría normativa del descuento probabilístico, se predice consistencia cuando dos alternativas con cierta probabilidad de ganar (*q*) son iguales, así como la teoría del descuento demorado predice consistencia cuando dos alternativas son demoradas de igual manera. Este

primer paralelismo puede sugerir que quizá exista cierta relación en el proceso psicológico de descuento demorado y probabilístico. A su vez los autores sostienen que la función hiperbólica descrita por Mazur (1987; en Rachlin, Raineri y Cross, 1991) podría ser suficiente para explicar los resultados en situaciones de elección demorada o probabilística.

Rachlin, Raineri y Cross (1991) como complemento a la función hiperbólica de descuento temporal, establecen una ecuación análoga para describir el descuento hiperbólico probabilístico, con el fin de establecer relación entre demora (véase eq. 6) y probabilidad (eq. 8).

$$v_p = \frac{V}{1 + h\Theta} \dots\dots\dots(8)$$

Por lo que igualando ambas funciones se obtendría:

$$d = \left(\frac{h}{k}\right)\Theta \dots\dots\dots(9)$$

Donde  $v_p$  es el valor descontado de una recompensa probabilística;  $\Theta$  es la probabilidad en contra,  $k$  y  $h$  son cada una constante libre.

El valor de una descripción matemática y de cómo se relaciona con el proceso psicológico del descuento (demorado/probabilístico) está en su capacidad de dar una mejor explicación de cómo varía el valor de una recompensa ya sea por la probabilidad o la demora (Yi, Landes y Bickel, 2009).

Takahashi (2008) señala que los modelos que más han llamado la atención en descuento demorado han sido:

El modelo de descuento exponencial.

Descuento hiperbólico general (descuento exponencial con percepción logarítmica del tiempo de la ley de Weber-Fechner).

Descuento simple hiperbólico.

La ley de poder de Steven de descuento exponencial (descuento exponencial con la función de poder en la percepción del tiempo).

De entre varias ecuaciones matemáticas que han sido propuestas para explicar el fenómeno de descuento, principalmente dos de estas ecuaciones han sido utilizadas para describir cómo el valor de una recompensa disminuye conforme la demora crece (Estle et al., 2006; Mazur, 2006b; Yi et al., 2009). En la presente investigación sólo se toman en cuenta dos de los cuatro modelos arriba mencionados, descuento hiperbólico simple y descuento exponencial (tanto para demora como para incertidumbre).

El modelo exponencial (véase eq. 2) es el preferido por los economistas, que como ya se ha mencionado fue propuesto como el modelo de la Utilidad Descontada (Frederick et al., 2002; Samuelson, 1937).

Como alternativa, a este modelo se propuso la función hiperbólica (véase eq. 1), la cual describe mejor la relación entre el valor de la recompensa y la demora.

Ambas ecuaciones han sido utilizadas para describir las curvas de decaimiento, mostrando formas bastante similares en sus curvas, aunque se ha demostrado que la función hiperbólica da una mejor descripción de la relación entre demora/probabilidad y el valor de una recompensa (Estle et al., 2006; Takahashi et al., 2008; Yi et al., 2009). Mazur (2006b) señala que la elección de cuál ecuación usar, podría basarse simplemente en base a la preferencia de quien la usa pero que, aunque parezcan similares éstas ecuaciones hacen distintas predicciones acerca de cómo los individuos escogen entre dos recompensas que son entregadas en diferentes momentos.

Como una forma de medición adicional a los modelos matemáticos para la evaluación de procedimientos de descuento, Myerson (2001) propone el uso de una medición que no depende de la forma del ajuste matemático sobre los datos, llama a esta medición área bajo la curva o AUC por sus siglas en inglés, esta medición es un parámetro simple que oscila entre  $0 < AUC < 1$ , y es la suma de las áreas de los trapecios formados al unir dos puntos adyacentes y la abscisa: entre más cercano a cero el valor del área bajo la curva, menor será el valor subjetivo de las recompensas tardías o probabilísticas (Jones y Rachlin, 2009; Myerson et al., 2001)

Loewenstein (1987) sugiere que una mejor teoría de elección intertemporal debe dar cuenta de cómo actúan los individuos en situaciones donde la anticipación del valor futuro de un bien o recompensa presente causa placer o dolor, mostrando varios experimentos en los que pregunta a sus participantes cuánto están dispuestos a pagar por anticipar o demorar una situación placentera o dolorosa, tal como ganar dinero, obtener un beso de una estrella de cine, perder dinero, recibir una descarga eléctrica, etc., en diferentes momentos futuros (en un día, en un par de días o en un año, así como inmediatamente.) Señala que el modelo de la utilidad descontada acierta al decir que los individuos prefieren demorar resultados dolorosos y anticipar resultados placenteros. Señala que hacer la distinción entre resultados vividos y simplemente fugaces entre los que se experimentan a largo plazo ayudaría a explicar la forma en que los individuos valúan bienes a futuro. Otro punto importante que Loewenstein menciona es el de las inconsistencias, explícitamente la inversión de preferencias, las que dice que ocurren cuando un individuo hace un plan a largo plazo, digamos a la fecha  $t$ , pero sistemáticamente se aleja de este plan en futuros periodos de tiempo.

La violación del principio de independencia en el contexto de elección intertemporal, nos dice qué debe ocurrir cuando la preferencia entre dos recompensas en diferentes momentos del tiempo se invierte, siendo el intervalo entre ellas idéntico, así como con el mismo valor de la recompensa en ambas situaciones.

Como conclusión Loewenstein sugiere que el concepto de anticipación de placer o dolor en situaciones de elección intertemporal es útil para explicar violaciones del axioma de independencia del modelo de utilidad descontada, poniendo énfasis en la inversión de preferencias en el tiempo (Loewenstein, 1987).

Más adelante Loewenstein (1988) introduce la relación entre elección intertemporal y lo que llama puntos de referencia, que podríamos decir es la forma en que las personas evalúan los resultados y las opciones en base a una experiencia o conocimiento previo relacionado a estas (ej. status quo). Loewenstein hace un recuento de los diversos autores que proponen el uso de puntos de referencia como punto de apoyo para su argumento, primero para el análisis de elecciones bajo incertidumbre como (Markowitz, 1952, Fishburn, 1977; Bell, 1982; Loomes y Sudgen, 1982; Kahneman y Tversky 1979 citados en Loewenstein, 1988). La forma en que la teoría del prospecto de Kahneman y Tversky se desenvuelve se basa en poner

los resultados en términos de ganancias o pérdidas, explicando que la función de ganancias es uniformemente cóncava mientras que para pérdidas es convexa y que la forma de la función para estas no es simétrica. Este investigador explica que el análisis que se había hecho sobre elección intertemporal se había basado desde el principio en el concepto de descuento, que permite a los individuos hacer diferencia entre recompensas inmediatas y demoradas, y que este modelo de descuento fue desarrollado axiomáticamente por Koopmans en 1960. También expresa el problema que significa el uso de recompensas hipotéticas en lugar de reales, sugiriendo que el resultado para ambos pudiera ser distinto.

En toma de decisiones el estudio de situaciones de elección y la forma en que se hacen ha sido un tema de interés, así se ha demostrado que dos componentes son recurrentes en la mayoría de estas situaciones, demora e incertidumbre.

Como se señaló, la demora hace referencia al tiempo de espera entre distintos eventos, ya sea entre la toma de la decisión y su resultado, o la entrega de la recompensa. La incertidumbre o el hecho de desconocer el resultado de una decisión, en el ámbito de descuento, se le considera como la probabilidad en contra de que ocurra un resultado favorable (Mazur, 2006b; Yi et al., 2009).

El estudio de los efectos de la demora en toma de decisiones, se ha centrado en el análisis de sesgos en las decisiones o en las desviaciones de la teoría normativa (Chapman y Weber, 2006), y en el estudio de la impulsividad (Takahashi, 2009). Se ha señalado repetidas veces que existen similitudes entre las desviaciones o sesgos en elección bajo incertidumbre y elección intertemporal. En toma de decisiones bajo incertidumbre estos sesgos ocurren por distintas anomalías en la conducta de elección de los organismos que no pueden ser explicadas por la teoría de utilidad esperada (EU), mientras en elección intertemporal la teoría de utilidad descontada tiene un problema similar para explicar estas desviaciones (inconsistencia dinámica; Takahashi et al., 2007).

### **Sesgos y desviaciones en elección intertemporal y bajo incertidumbre.**

Existen ciertas características comunes entre elección intertemporal y elección bajo incertidumbre. En la primera el sesgo más común resulta del efecto de agregar una misma demora a algún par de opciones, originando lo que se conoce como inversión

de preferencias (Holt et al., 2008; Kirby y Herrnstein, 1995). Este efecto es muy común en situaciones cotidianas, por ejemplo suponga que alguien prefiere recibir \$100 en dos semanas en lugar de \$200 en cuatro semanas, si se agrega una demora a cada una de las opciones, digamos 10 semanas, las personas suelen preferir \$200 en catorce semanas a \$100 en doce semanas, lo que implica una inversión en las preferencias. Según la teoría normativa, la comparación entre opciones se hace en base a la cantidad (\$100 y \$200) y en la distancia temporal entre las opciones (dos semanas). Así la inversión en las preferencias es claramente una violación a lo que asume esta teoría.

Loewenstein y Prelec(1992) describen las cuatro principales anomalías encontradas en los modelos económicos de utilidad esperada y utilidad descontada:

### **El efecto de la diferencia común.**

La preferencia en el consumo entre dos distintas opciones se debe únicamente al intervalo de tiempo que les separa (Loewenstein y Prelec, 1992).

El efecto de la diferencia común, se caracteriza por la violación del axioma de estacionalidad en el cual, si consideramos dos recompensas,  $a$  en el periodo  $s$  y  $b$  en el periodo  $t$ , la decisión solo se ve afectada por la diferencia del periodo  $t$  y  $s$ , es decir que si se agrega un mismo lapso de tiempo a ambos periodos no debería existir cambio alguno en las preferencias, esta violación exhibe un descuento temporal más bajo para demoras largas que para demoras cortas, el caso particular de este efecto es el de inmediatez donde, por ejemplo, una persona prefiere \$100 ahora a \$300 en un año, pero prefiere \$300 en tres años a \$100 en dos años.

El sesgo paralelo al efecto de la diferencia común es el efecto de la razón común, que se caracteriza por la búsqueda de riesgos mayores de obtener pequeñas cantidades a ganar, en lugar de buscar grandes probabilidades. Un caso que caracteriza a este efecto es el del efecto seguro, en el cual la reducción de probabilidad de algún par de opciones, ocasiona una inversión en las preferencias originales, digamos si una persona prefiere ganar \$100 con 50% de probabilidad a 200 con 25% de probabilidad con una razón de 2, es decir doblando la probabilidad de ganar la recompensa menor, el efecto se caracteriza por invertirse la preferencia, si las probabilidades disminuyen en una razón de 10 digamos de 50% a 5% de probabilidad

de ganar 100 y de 25% a 2.5% de ganar 200, el individuo preferirá ganar 200 con 2.5% de probabilidad a ganar 100 con 5% de probabilidad (Chapman y Weber, 2006).

Resulta obvio que la inversión de preferencias funciona de forma paralela entre el efecto de la diferencia común y el efecto de la razón común, el paralelismo se ubica en la situación donde la recompensa mayor se prefiere después de haberse incrementado la demora en un par de opciones o disminuyendo la probabilidad de ganar la recompensa (Chapman y Weber, 2006).

### **El efecto de magnitud absoluta.**

La característica principal de esta anomalía es: a mayor valor de la recompensa, menor será la proporción de descuento, que para cantidades que son de menor valor. Por ejemplo Thaler (1981) en su investigación señala que los individuos indiferentes entre \$15 ahora y \$60 en un año, también lo fueron entre \$250 ahora y \$350 en un año así como \$3000 ahora y \$4000 en un año. Lo que parece señalar que conforme las cantidades ofrecidas de inmediato y en un año se incrementan drásticamente, volviéndose el individuo indiferente entre cantidades más parecidas las unas a las otras.

Chapman y Weber (2006) describen que este efecto, en elección bajo incertidumbre ocurre al incrementar el valor de las recompensas (una segura y otra con  $P$  probabilidad de ser obtenida) en una cierta proporción, intercambiando las preferencias iniciales: antes se prefería la cantidad menor pero segura cuando el valor era pequeño, pero cuando el valor se incrementaba severamente se prefería el valor grande con  $P$  probabilidad de ser obtenida o ( $1-P$  probabilidad de perder), en lugar de la opción segura como se había elegido en un principio. Por ejemplo una persona le resulta mas atractivo en un principio obtener \$1 por seguro que \$2 con una probabilidad de 50% de obtenerlo, si ambas cantidades las incrementamos drásticamente y en una misma proporción se verá reflejado la inversión de la preferencia, por ejemplo incrementando el valor 1000 veces, de acuerdo a esta idea ahora debe preferirse la opción de \$2000 con 50% de obtenerla en lugar de aquella opción segura de \$1000.

### **Asimetría demora-aceleración.**

Se refiere a la asimetría que existe entre acelerar o demorar el consumo de una

recompensa, Loewenstein y Prelec (1992) explican que el monto requerido para compensar la demora de una recompensa en un intervalo dado, dígame de  $t$  a  $t+s$ , fue de dos a cuatro veces más grande de lo que los sujetos estuvieron dispuestos a sacrificar para acelerar el consumo de la recompensa, i.e.,  $t+s$  a  $t$ .

### **Propuesta experimental.**

En anteriores investigaciones (Rachlin et al., 1991; Yi, de la Piedad y Bickel, 2006) se ha planteado la idea de que en el contexto de descuento hiperbólico, tanto demorado como probabilístico, el proceso psicológico es el mismo y que por ende, usando esta idea de equivalencia uno puede ser transformado en el otro y viceversa. En otras palabras, se asume que el valor de una recompensa con una probabilidad de ser obtenida tiene un equivalente en términos de obtener la misma recompensa pero de forma demorada.

En cuanto a situaciones donde interactúa la probabilidad de obtener una recompensa con la demora en la entrega de la misma, se ha sugerido que la forma de obtener una medida unificada de variables que usualmente se registran por separado, es usando una regla de equivalencia entre demora y probabilidad; dicha regla de equivalencia se expresa como una transformación matemática que como ya se me mencionó fue propuesta por Rachlin en 1987 (véase eq. 7).

En la presente investigación se plantea realizar una comparación entre los procedimientos de descuento demorado y probabilístico que dan cuenta de cómo en el individuo subyacen los procesos psicológicos de demora e incertidumbre por medio de los puntos de indiferencia derivados de las respuestas de los sujetos, comparando los puntos de indiferencia obtenidos en cada procedimiento por medio de curvas de decaimiento (exponenciales e hiperbólicas) para determinar si existe una relación o similitud de estos, así como su comparación por el procedimiento de Área Bajo la Curva propuesto por Myerson et al., (2001), a su vez se plantea hacer una corroboración de la idea de equivalencia entre demora y probabilidad.

## **Experimento.**

### **Método.**

Participantes Participaron en el estudio 15 individuos entre 17 y 21 años de edad de forma voluntaria, el muestreo fue de tipo incidental. La mayoría de los individuos fueron mujeres (n=10), la edad promedio de los participantes fue 19.4 años de edad (SD=1.5946).

### **Aparatos.**

Se utilizó una computadora portátil HP dv2000 con un procesador amd a 1.6Ghz con memoria ram de 2 Gb, con el programa Matlab instalado. Se usó un programa hecho en este software con una interfaz gráfica o GUI que mostraba dos opciones de las que se podía elegir una. Se colocó la computadora portátil en una mesa y se sentó al participante en una silla.

### **Procedimiento.**

Los puntos de indiferencia fueron obtenidos usando un procedimiento computarizado, similar a algunos ya usados con anterioridad (Johnson y Bickel, 2002; B. Reynolds, Richards, Horn y Karraker, 2004; Reynolds y Schiffbauer, 2004; Richards, Sabol y de Wit, 1999).

A continuación se muestra el pseudocódigo del algoritmo que siguió el programa para establecer los puntos de indiferencia:

### **Variables.**

M=1 Mes, 6 Meses, 12 Meses, 60 Meses, 120 Meses, 300 Meses. (Demora)

P=0.05, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 0.90. (Probabilidad)

### **Algoritmo.**

0-Inicia el programa, preguntando al individuo por su edad, sexo y un número cualquiera de 5 dígitos como identificador (Si el número de identificación ya existe se pide uno distinto).

1-Se muestran dos preguntas.

A) ¿Deseas \$ 100 pesos a obtener con una demora de  $M$  meses?

B) ¿Deseas \$  $Y$  pesos (Donde  $Y$  es un número aleatorio entre 1 y 100) inmediatamente?

2-Se muestran dos preguntas.

A) ¿Deseas \$ 100 pesos a obtener con una demora de  $M$  meses?

B) ¿Deseas \$  $Y$  pesos inmediatamente? (Si eligió la demora entonces:  $Y$  es un número aleatorio en el intervalo de  $Y$  a 100;

Si eligió la opción inmediata entonces:  $Y$  es un número aleatorio entre 1 y  $Y$ )

Si muestra el siguiente patrón de respuesta pasa a la siguiente demora:

$B, A, B$  (este patrón corresponde al punto de indiferencia, donde el valor subjetivo entre una recompensa demorada e inmediata son equivalentes).

3-Si todas las demoras han sido mostradas, continua con la fase de probabilidad, iniciando desde cero.

En las Fases de Probabilidad y Demora combinada con Probabilidad, se utilizó el mismo algoritmo, solo se cambió meses por probabilidad, por ejemplo:

¿Deseas \$ 100 pesos a obtener con una probabilidad  $P$  de perder?

o

¿Deseas \$  $Y$  pesos inmediatamente?

Y en la fase combinada se hizo la pregunta de la siguiente forma:

¿Deseas \$ 100 pesos a obtener con una demora de  $M$  meses y con una probabilidad  $P$  de perder?

o

¿Deseas \$  $Y$  pesos inmediatamente?

Se explicó brevemente a los individuos en qué consistía el experimento:

El experimento que vas a realizar, es muy sencillo consiste decidir si eliges \$ 100 pesos de forma demorada, o con  $p$  probabilidad de perder o una combinación de esperar  $M$  meses por los \$ 100 pesos y con  $p$  probabilidad de perderlos.

Y a continuación de la explicación se les hacia una breve demostración del experimento.

### Análisis estadístico.

El orden de presentación de las fases (probabilidad, demora, y combinación) fue asignado aleatoriamente a los sujetos así como la cantidad de sujetos en cada combinación de fases:

**Tabla 1. Orden de presentación de los procedimientos de descuento.**

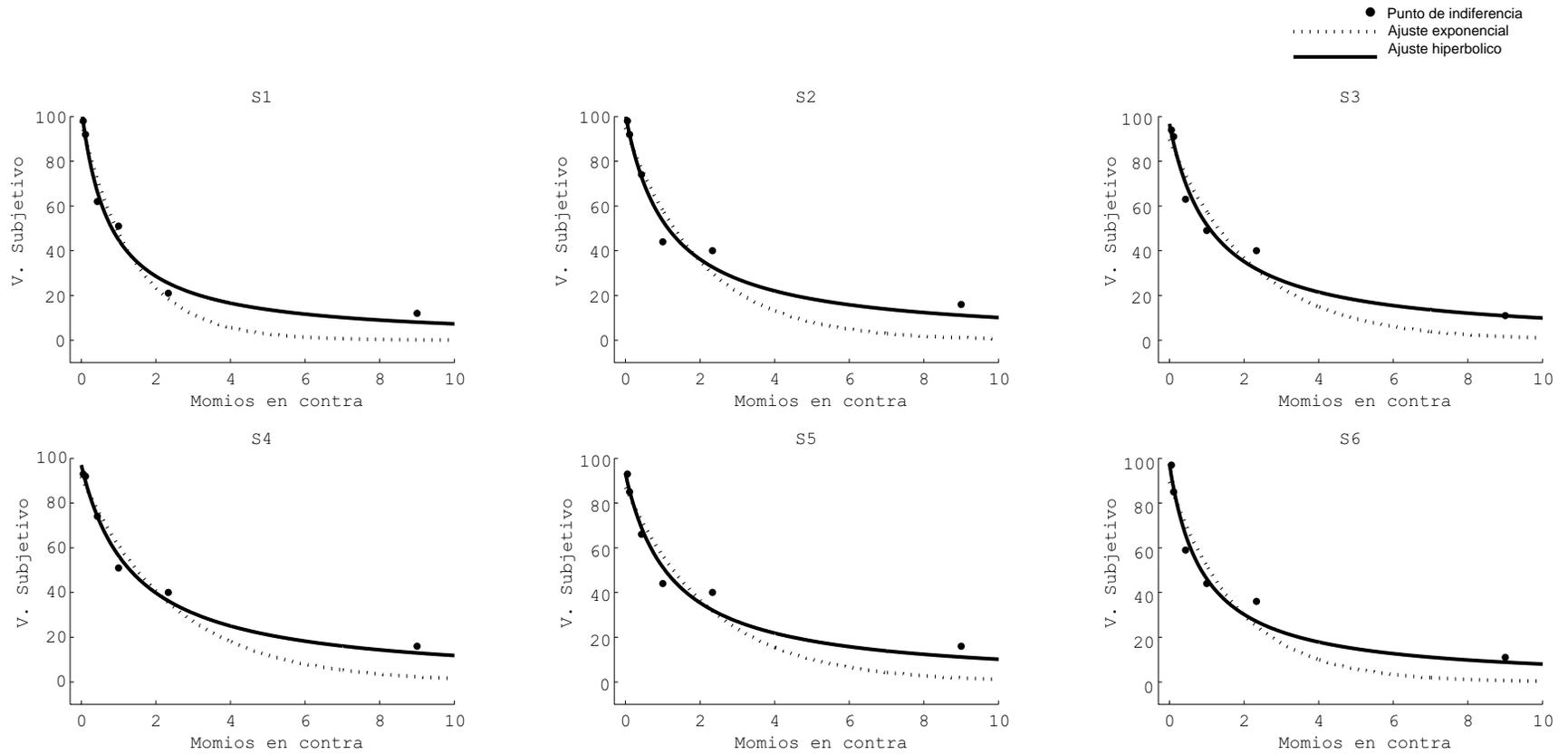
N° de orden	Fase	Fase	Fase	N° de sujetos en este orden
1	D	P	P&D	2
2	D	P&D	P	2
3	P	D	P&D	4
4	P	P&D	D	3
5	P&D	P	D	3
6	P&D	D	P	1

**Nota:** *D* es el procedimiento de demora, *P* es la tarea o procedimiento de probabilidad y *P&D* es el procedimiento combinado.

Los datos se evaluaron por medio del ajuste de la función exponencial e hiperbólica para cada procedimiento y sujeto, se obtuvo el área bajo la curva (AUC) (Myerson et al., 2001) para hacer la comparación entre procedimientos: probabilidad en contra momios en contra) vs demora, por medio de una prueba- $t$  de datos dependientes, se compararon las  $R^2$  ajustadas obtenidas de los ajustes de las funciones de cada procedimiento (exponencial vs hiperbólica) con una prueba- $t$  de datos dependientes. Todas las pruebas- $t$  de datos dependientes se realizaron con 14 grados de libertad ( $df=n-1$ ) y con una  $p<0.05$ , se realizaron las graficas mostrando los ajustes para cada procedimiento y sujeto.

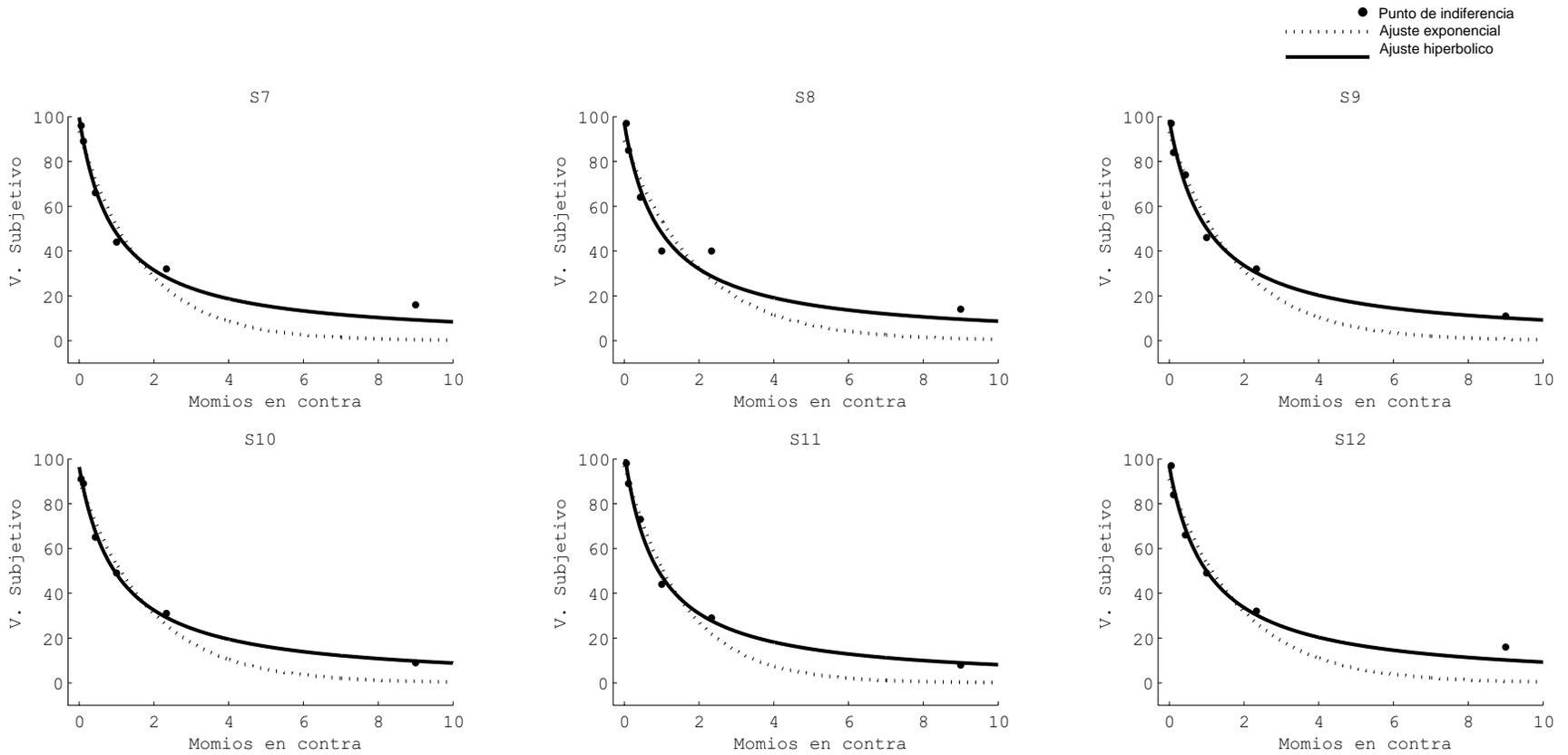
**Figura 1.1 Probabilidad en contra (Momios en contra, participantes del 1-6) (Ajustes).**

22



**Figura 1.1 Se muestran los ajustes exponencial (línea punteada) y los ajustes hiperbolicos (línea solida) de los datos del procedimiento de probabilidad en contra (momios en contra), para los participantes 1 al 6, los símbolos en forma de punto muestran los puntos de indiferencia, el eje de las y representa la probabilidad en contra (momios en contra) de obtener la recompensa.**

**Figura 1.2 Probabilidad en contra (Momios en contra, participantes del 7-12) (Ajustes).**



23

**Figura 1.2 Se muestran los ajustes exponencial (línea punteada) y los ajustes hiperbólicos (línea sólida) de los datos del procedimiento de probabilidad en contra (momios en contra), para los participantes 7 al 12, los símbolos en forma de punto muestran los puntos de indiferencia, el eje de las y representa la probabilidad en contra (momios en contra) de obtener la recompensa.**

Figura 1.3 Probabilidad en contra (Momios en contra, participantes del 12-15) (Ajustes).

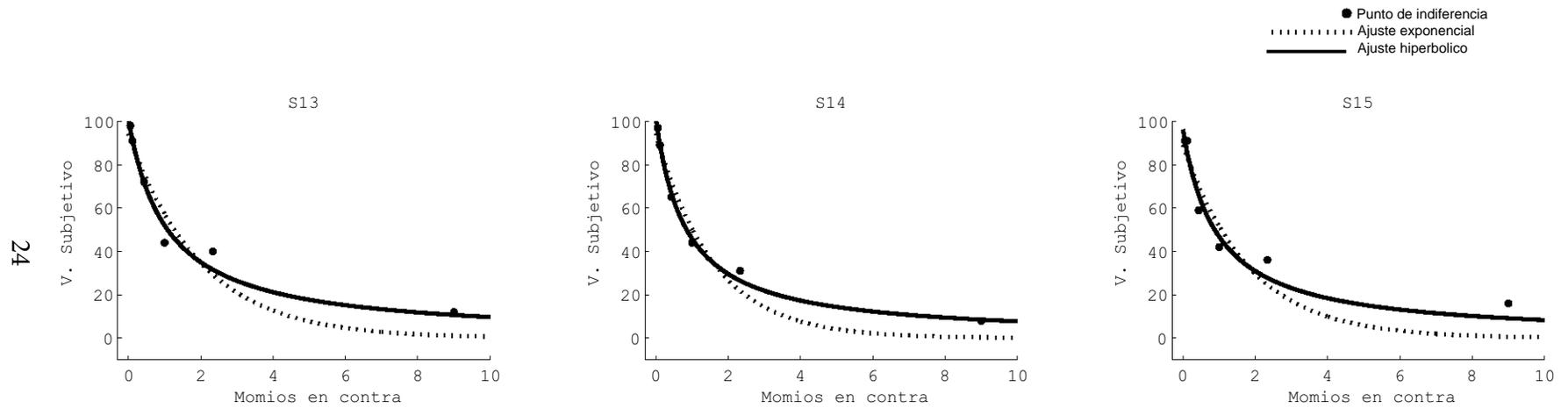
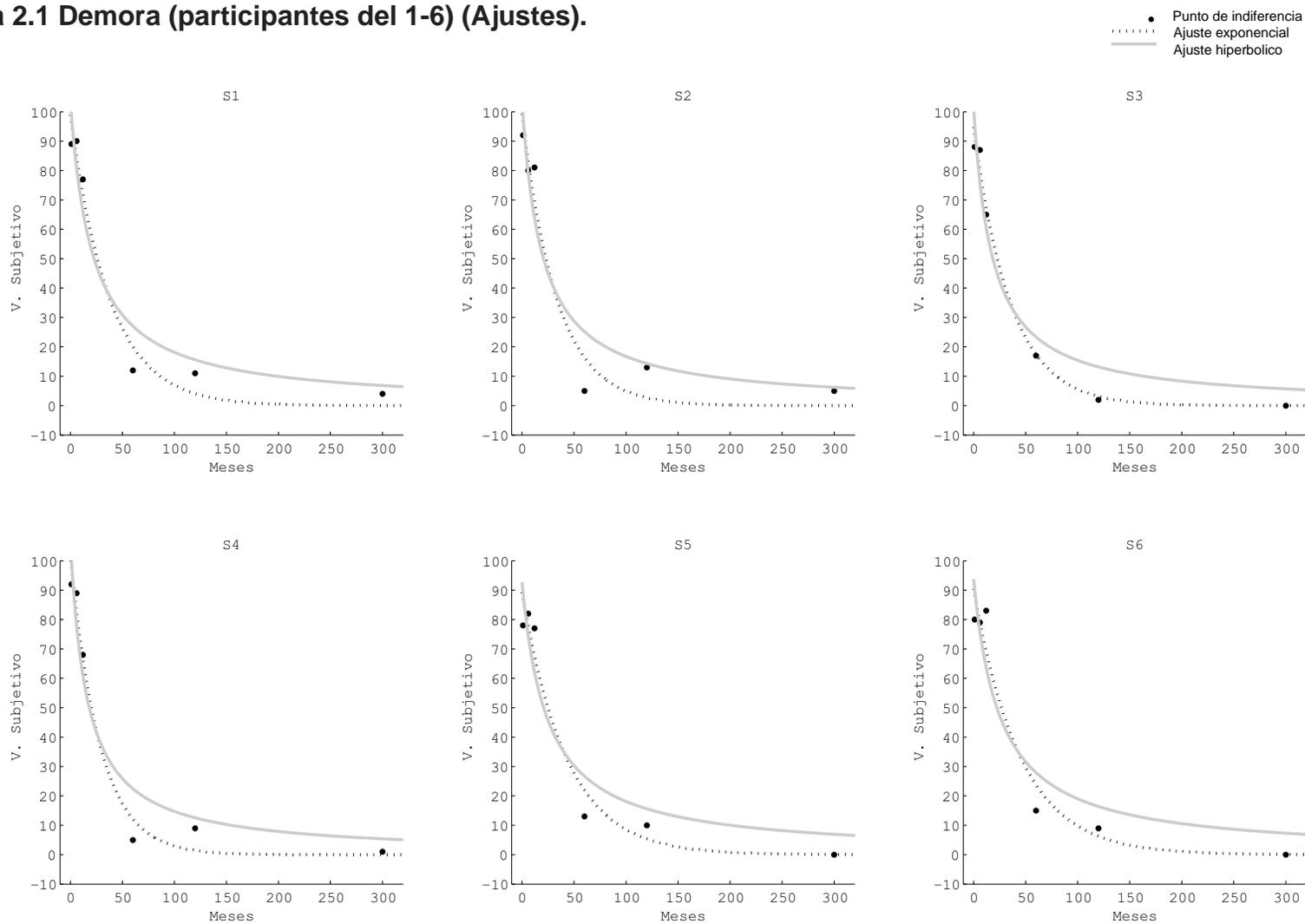


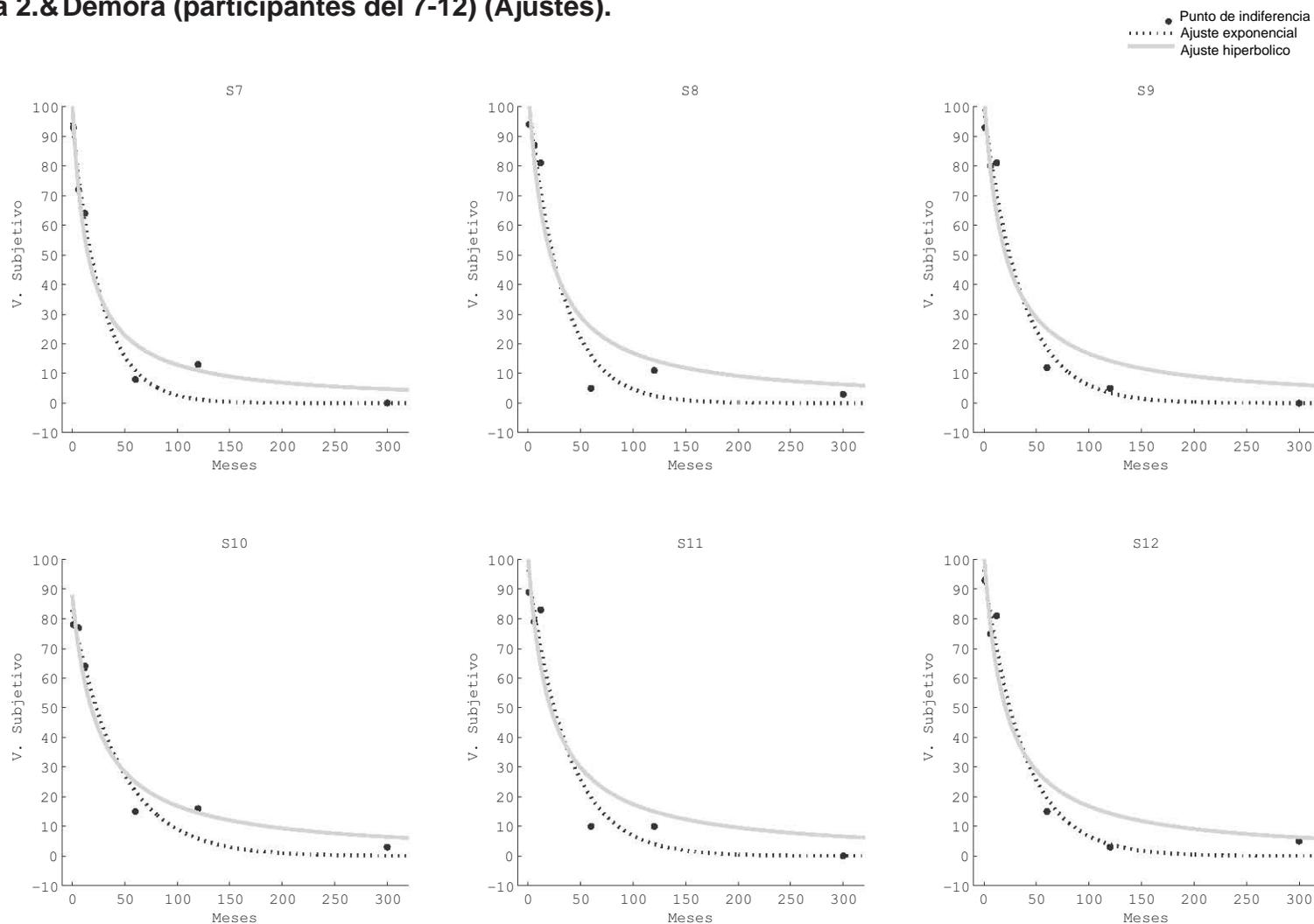
Figura 1.3 Se muestran los ajustes exponencial (línea punteada) y los ajustes hiperbólicos (línea sólida) de los datos del procedimiento de probabilidad en contra (momios en contra), para los participantes 13 al 15, los símbolos en forma de punto muestran los puntos de indiferencia, el eje de las y representa la probabilidad en contra (momios en contra) de obtener la recompensa.

**Figura 2.1 Demora (participantes del 1-6) (Ajustes).**



**Figura 2.1 Se muestran los ajustes exponencial (línea punteada) y los ajustes hiperbólicos (línea sólida) de los datos del procedimiento de demora, para cada los participantes 1 al 6, los símbolos en forma de punto muestran los puntos de indiferencia, el eje de las y representa la demora en meses (1,6,12,60,120,300 meses respectivamente) para obtener la recompensa.**

**Figura 2.& Demora (participantes del 7-12) (Ajustes).**



**Figura 2.& Se muestran los ajustes exponencial (línea punteada) y los ajustes hiperbólicos (línea sólida) de los datos del procedimiento de demora, para cada los participantes del 7 al 12, los símbolos en forma de punto muestran los puntos de indiferencia, el eje de las y representa la demora en meses (1,6,12,60,120,300 meses respectivamente) para obtener la recompensa.**

Figura 2.' Demora (participantes del 13-15) (Ajustes).

27

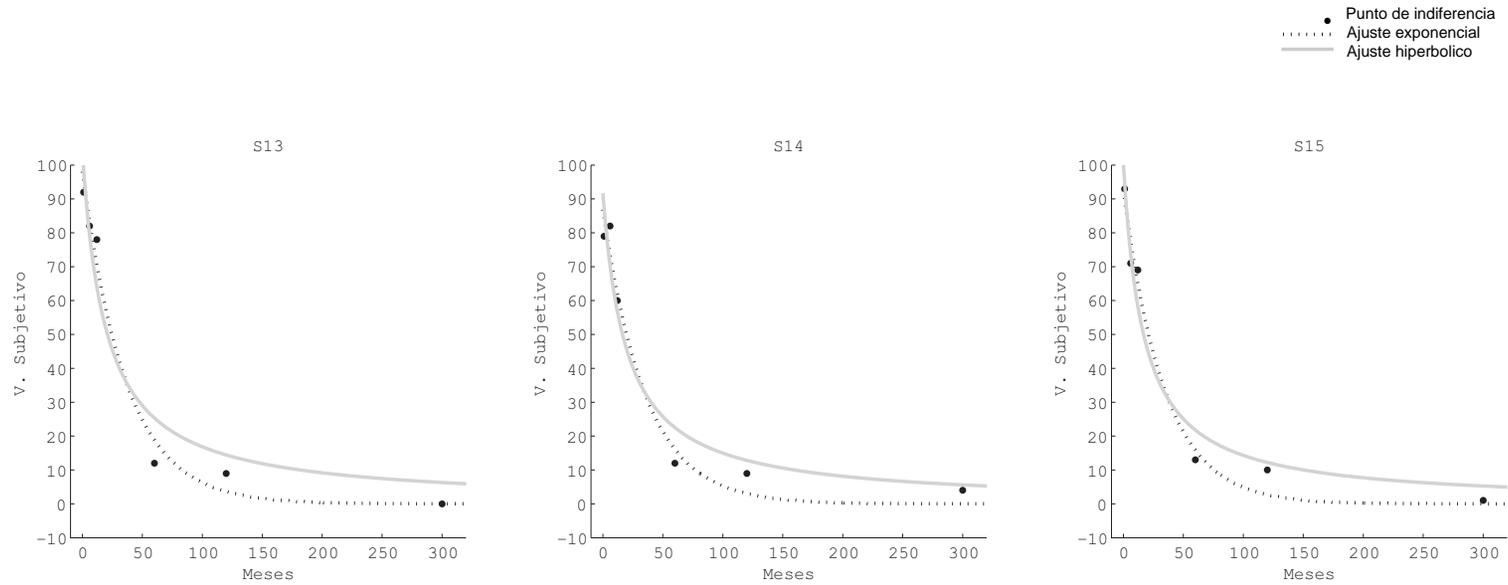


Figura 2.' Se muestran los ajustes exponencial (linea punteada) y los ajustes hiperbolicos (linea solida) de los datos del procedimiento de demora, para cada los participantes del 13 al 15, los símbolos en forma de punto muestran los puntos de indiferencia, el eje de las y representa la demora en meses (1,6,12,60,120,300 meses respectivamente) para obtener la recompensa.

## Discusión y resultados generales.

El ajuste de las curvas de los modelos exponencial e hiperbólico, se calcularon con los punto de indiferencia de cada sujeto en cada procedimiento, como se observa en las figuras 1.1, 1.2 1.3 para probabilidad (momios en contra) y las figuras 2.1, 2.2 y 2.3 para el procedimiento de demora.

Para poder realizar las pruebas estadísticas, se necesitó comprobar que el total de datos cumplen con la suposición de provenir de una distribución normal, para comprobar esta suposición se realizó la prueba estadística de Lilliefors para determinar si los datos están distribuidos normalmente. En la tabla 2 se muestran los resultados de este estadístico. Como se puede observar todos los valores del estadístico de Lilliefors están por debajo del valor critico determinado de antemano, por lo que la suposición de que los datos provienen de una distribución normal puede ser tomada por cierta.

**Tabla 2. Resultados estadísticos de la prueba de normalidad Lilliefors.**

Grupo de datos	Procedimiento	Modelo	Valor obtenido en la prueba	Valor critico
R <sup>2</sup> Ajustada	Probabilidad	Exponencial	0.17980736	0.2189
		Hiperbólico	0.11507951	0.2189
	Demora	Exponencial	0.15812649	0.2189
		Hiperbólico	0.12230314	0.2189
AUC	Probabilidad		0.12989376	0.2189
	Demora		0.12964414	0.2189

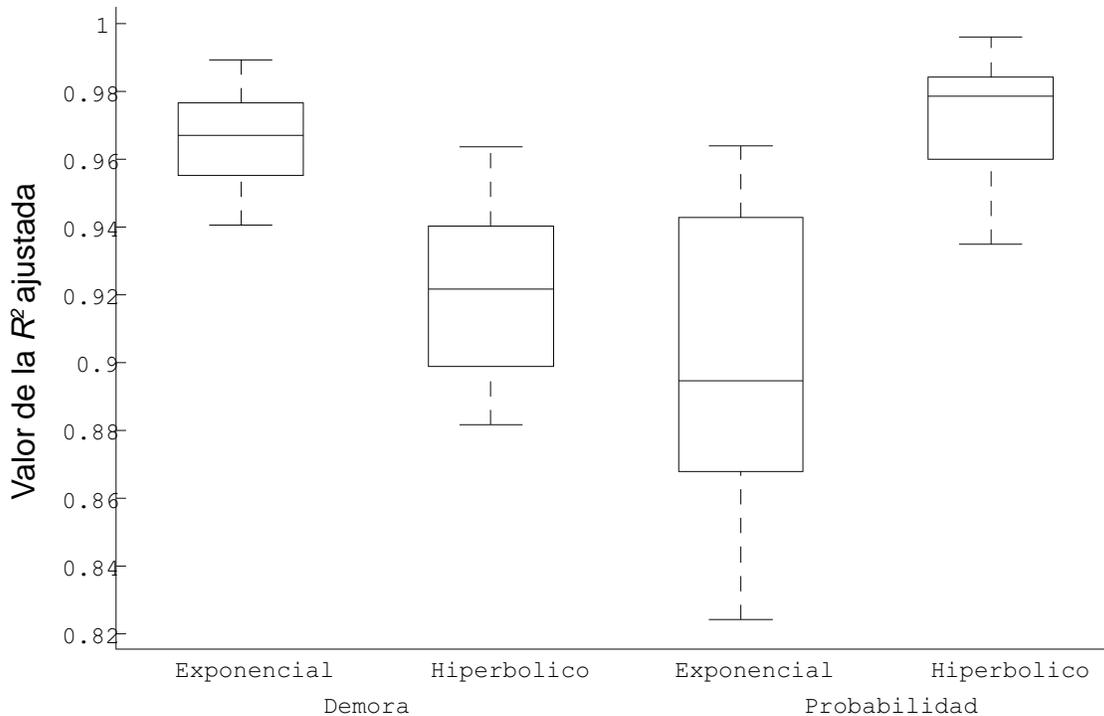
**Nota:** Valor critico a una cola = 0.05. Como el valor obtenido en la prueba no supera el valor critico se acepta la hipótesis de que los datos provienen de una distribución normal.

## Comparación de modelos.

Para la comparación de modelos se realizó una prueba-*t* de datos dependientes utilizando las *R*<sup>2</sup> ajustadas, en el procedimiento de probabilidad se comparó el modelo exponencial contra el hiperbólico arrojando una *t*=9.87 con una *p*<0.05, en el procedimiento de demora se obtuvo una *t*=9.16 con *p*<0.05, siendo las diferencias entre los modelos significativas en ambos casos. En el 100% de los casos la *R*<sup>2</sup> ajustada fue mayor para el modelo exponencial. En la figura 3 se observa una gráfica de cajas que

muestra las diferencias sustanciales entre los ajustes de los modelos; gráficamente podemos concluir que el modelo exponencial es el que da una mejor descripción de los datos en el procedimiento de demora mientras el ajuste hiperbolico describe mejor los datos en el procedimiento de probabilidad en contra (momios en contra).

**Figura 3.**



**Figura 3. Se muestra la gráfica de cajas de los valores de la media de la R<sup>2</sup> Ajustada de los procedimientos de momios en contra y demora.**

Como procedimiento alternativo a la prueba-*t* de datos dependientes y al gráfico de cajas, se realizó un procedimiento de comparación de modelos con el software GraphPad 5 que determinó la probabilidad de que el modelo exponencial sea mejor que el modelo hiperbólico, así como la diferencia entre el valor del criterio de información de Akaike (AIC) para comparación de modelos, vease la tabla 3 que muestra estos valores para los dos procedimientos. Como se puede observar para el procedimiento demorado el modelo preferido es el exponencial, con una probabilidad muy alta de ser el correcto  $p > 0.8$ , mientras en el procedimiento de probabilidad el modelo con una mayor probabilidad de ser el correcto es el hiperbólico con una  $p > 0.9$ .

Que el valor de las diferencias de los criterios en los casos de demora sea negativa revela que el valor del criterio del primer modelo (el exponencial) es menor al valor del segundo modelo (hiperbólico), el AIC establece que el mejor modelo es aquel que obtiene el menor valor en el criterio de información, por lo que el mejor modelo de acuerdo al AIC es el exponencial, ya que la diferencia se forma de restar al valor del criterio del modelo exponencial el valor del criterio del modelo hiperbólico.

**Tabla 3. Valores de probabilidad de que el modelo sea correcto, y comparación de modelos de acuerdo al AIC.**

Individuo	Mojos en contra		Modelo Alternativo		Modelo Simple		Demora		Modelo Alternativo		Modelo Preferido		Diferencia en AICc
	Modelo Simple	Prob. De ser el correcto	Modelo Alternativo	Prob. De ser el correcto	Modelo Simple	Diferencia en AICc	Modelo Simple	Prob. De ser el correcto	Modelo Alternativo	Prob. De ser el correcto	Modelo Preferido	Prop. de Prob.	
1	Exp.	4.03%	Hip.	95.97%	23.84	6.343	Exp.	95.11%	Hip.	4.89%	Exp.	19.45	-5.936
2	Exp.	2.58%	Hip.	97.42%	37.78	7.263	Exp.	92.61%	Hip.	7.39%	Exp.	12.53	-50.057
3	Exp.	3.36%	Hip.	96.64%	28.72	6.715	Exp.	88.19%	Hip.	11.81%	Exp.	7.46	-40.02
4	Exp.	0.46%	Hip.	99.54%	214.96	10.74	Exp.	92.45%	Hip.	7.55%	Exp.	12.24	-50.009
5	Exp.	2.74%	Hip.	97.26%	35.53	7.141	Exp.	91.50%	Hip.	8.50%	Exp.	10.76	-4.753
6	Exp.	2.91%	Hip.	97.09%	33.37	7.016	Exp.	88.82%	Hip.	11.18%	Exp.	7.95	-4.145
7	Exp.	0.60%	Hip.	99.40%	166.9	10.23	Exp.	99.38%	Hip.	0.62%	Exp.	161.44	-10.17
8	Exp.	4.83%	Hip.	95.17%	19.7	5.961	Exp.	84.12%	Hip.	15.88%	Exp.	5.3	-3.335
9	Exp.	2.28%	Hip.	97.72%	42.82	7.514	Exp.	91.52%	Hip.	8.48%	Exp.	10.79	-4.757
10	Exp.	0.08%	Hip.	99.92%	1303.82	14.35	Exp.	93.83%	Hip.	6.17%	Exp.	15.21	-5.444
11	Exp.	1.01%	Hip.	98.99%	98.07	9.171	Exp.	94.37%	Hip.	5.63%	Exp.	16.77	-5.639
12	Exp.	0.84%	Hip.	99.16%	118	9.541	Exp.	96.70%	Hip.	3.30%	Exp.	29.34	-6.758
13	Exp.	2.66%	Hip.	97.34%	36.57	7.199	Exp.	90.98%	Hip.	9.02%	Exp.	100.08	-4.621
14	Exp.	0.14%	Hip.	99.86%	719.98	13.16	Exp.	96.33%	Hip.	3.67%	Exp.	26.28	-6.537
15	Exp.	3.38%	Hip.	96.62%	28.59	6.706	Exp.	92.97%	Hip.	7.03%	Exp.	13.23	-5.165

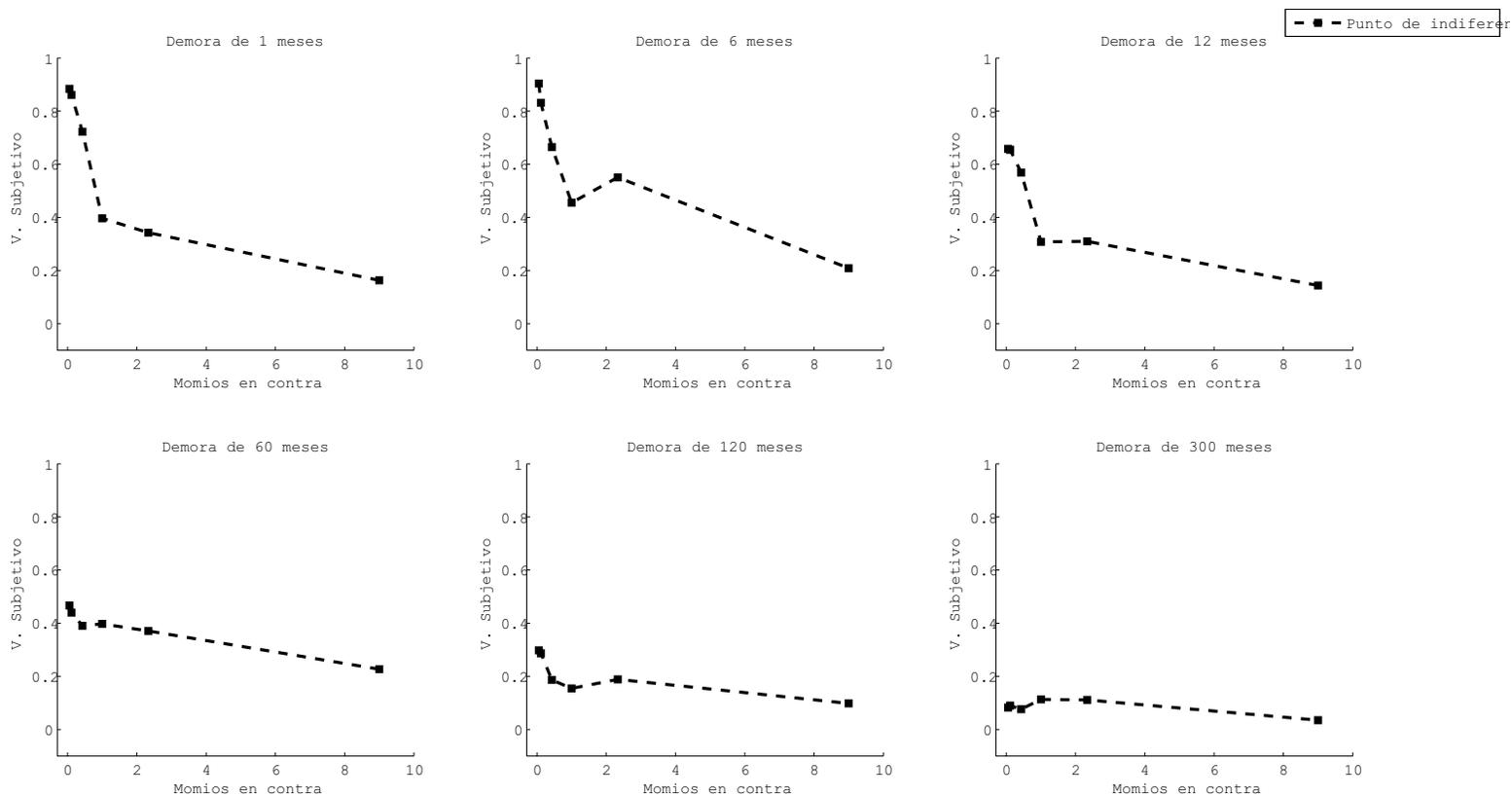
### **Área bajo la curva (AUC).**

Como forma alternativa de comparación entre procedimientos se obtuvo el área bajo la curva (AUC; Myerson et al., 2001), ya que como se ha descrito en la literatura esta medición carece de sesgos tales como falta de normalidad en la distribución de los datos, situación que aquí no ocurrió, como se constató con la prueba de Lilliefors para normalidad (ver Tabla 2). También se ha descrito que este método es una mejor alternativa de medición para hacer comparaciones entre procedimientos debido a que no necesita de ningún modelo matemático para obtener el área bajo la curva. Se realizó una prueba-*t* de datos dependientes comparando los valores del procedimiento de probabilidad contra los de demora, con una  $t=15.53$ , y una  $p<0.05$ , por lo que se asume que los datos provienen de distintas muestras, se puede suponer que los procedimientos revelan que los participantes descuentan de forma distintas entre uno y otro procedimiento.

### **Probabilidad y demora combinadas.**

La figura 4 muestra una figura con 6 gráficas las cuales corresponde cada una de izquierda a derecha y de arriba a abajo a una demora en meses, a partir de un mes hasta 300 meses teniendo como eje de las x el valor del momio en contra, esta figura representa los valores obtenidos del procedimiento de combinar demora y probabilidad en contra (momios en contra) en una misma pregunta, agregando a la demora de recibir la recompensa la incertidumbre de si esta se obtendrá, y como se puede deducir de los procedimientos individuales de demora y probabilidad en razón de que cada una de estas aumenta el valor subjetivo del bien decrece substancialmente hasta casi llegar a ser una línea recta para la demora más alejada (300 meses) y los momios más grandes.

**Figura 4. Promedio del valor subjetivo de una recompensa demorada y con momios en contra**



**Figura 4. Se presenta el promedio del valor subjetivo de la recompensa o punto de indiferencia (cuadro en negro) como función de combinar momios en contra (eje de las x) con distintas demoras en meses (una por gráfica). Se puede observar cómo se decremento este valor subjetivo en función del incremento del momio en contra y del aumento de la demora en meses.**

Dada la complejidad de los datos, no fue posible hacer algún análisis estadístico de comparación entre estos y los otros procedimientos realizados, así como la imposibilidad de hacer la equivalencia entre demora y probabilidad tal y como la propone Rachlin et al.,(1991.) La razón es que mis datos no concuerdan con los de éste en el sentido de que el procedimiento implementado en este trabajo fue distinto al descrito por Rachlin et al., (1991) ya que el algoritmo que se desarrolló para este procedimiento combinó la demora con la probabilidad en la misma opción a diferencia del procedimiento elaborado por Rachlin et al.,(1991) en el cual una opción ofrecía obtener la recompensa con una probabilidad en contra mientras la otra opción ofrecía la recompensa por seguro con una demora fija para todas las probabilidades. Debido a lo anterior, se ofrece solamente el gráfico que describe la conducta de elección de los individuos (promedio de los datos) así como los puntos de indiferencia.

### **Discusión y conclusiones.**

En resumen el punto más importante en la presente investigación es el hecho de que el modelo exponencial describe mejor los datos que el modelo hiperbólico para el procedimiento de demora mientras que para el procedimiento de probabilidad en contra (momios en contra) es el hiperbólico como lo demuestra el criterio de información de Akaike (AIC). Segundo el procedimiento donde se han combinado probabilidad y demora no ha podido ser analizado por la forma propuesta, ya que el algoritmo que se desarrolló para este procedimiento combinó la demora con la probabilidad en la misma opción a diferencia del procedimiento elaborado por Rachlin et al.,(1991) en el cual una opción ofrecía obtener la recompensa con una probabilidad en contra mientras la otra opción ofrecía la recompensa por seguro con una demora fija para todas las probabilidades.

En investigaciones recientes se ha demostrado que el modelo hiperbólico es aquel que ofrece una mejor descripción de los datos en comparación con el modelo exponencial (Takahashi et al., 2007; Takahashi et al., 2008; Van der Pol y Cairns, 2002). En este estudio los resultados por un lado han sido contrarios a los esperados, en probabilidades en contra (momios en contra) ha sido el modelo hiperbólico, que arrojó un valor más cercano a 1 en los valores obtenidos en las  $R^2$  ajustadas a diferencia del modelo exponencial,  $R^2_{hip} > R^2_{exp}$ ., esta aseveración se hace evidente no solo por los valores de la  $R^2$  ajustadas, las diferencias obtenidas entre los valores

del AIC son a su vez sustanciales indicando en todos los sujetos un valor menor en el criterio de Akaike en comparación al valor del AIC del modelo exponencial, mientras en el procedimiento de demora modelo exponencial ha sido el que ha dado una mejor descripción de los datos en cuanto al ajuste matemático.

Una explicación que puedo ofrecer de este hallazgo que es contrario a la literatura general es el algoritmo implementado, el cual calculaba los valores presentados al sujeto en las opciones segura/inmediata y de riesgo/demorada. Es posible que el cálculo automático de los puntos de indiferencia pudo no haber sido elaborado de forma precisa en cuanto a los criterios o variables que se determinaron de antemano y que estos hayan sido establecidos de forma muy laxa, los cuales usó el algoritmo para calcular estos puntos, y por tanto se haya influido en la descripción de la forma de la curva que ajusta los datos.

Como sugerencia a la solución del problema descrito con los datos del procedimiento combinado, una posible solución podría ser tomar de cada individuo los datos del procedimiento de probabilidad en contra (momios en contra) con una demora fija, por ejemplo, 1 mes o 6 meses o 12 meses o 60 meses o 120 meses o 300 meses. Y asumir que se puede realizar el procedimiento propuesto por Rachlin (1991).

Las conclusiones presentadas únicamente se obtuvieron a partir de la figura 4 donde, como se ha mencionado anteriormente, se puede observar el promedio del valor subjetivo de la recompensa o punto de indiferencia como función de combinar momios en contra (eje de las x) con distintas demoras. Siendo claro cómo disminuye el valor subjetivo en función del incremento del momio en contra y del aumento de la demora en meses en las distintas combinaciones de cada probabilidad con cada demora, mientras las probabilidades en contra aumentan y la demora se alarga observando cómo la unión de los puntos de indiferencia se torna más en una línea recta, que tiende a un valor subjetivo muy cercano a cero.

## Referencias.

- Ahlbrecht, M., & Weber, M. (1997). An Empirical Study on Intertemporal Decision Making Under Risk. *Management*, 43, 813-826.
- Baker, F., Johnson, M. W., & Bickel, W. K. (2003). Decision-making in state lotteries: half now or all of it later? *Psychonomic Bulletin & Review*, 10, 965-970.
- Benzion, U., Rapoport, A., & Yagil, J. (1989). Discount rates inferred from decisions: An experimental study. *Management Science*, 35, 270-284.
- Booij, A. S., & van Praag, B. M. S. (2009). A simultaneous approach to the estimation of risk aversion and the subjective time discount rate. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 70, 374-388.
- Carson, R. T., & Roth Tran, B. (2009). Discounting behavior and environmental decisions. *Journal of Neuroscience, Psychology, and Economics*, 2, 112-130.
- Chapman, G. B., & Elstein, A. S. (1995). Valuing the future: temporal discounting of health and money. *Medical Decision Making : An International Journal Of The Society For Medical Decision Making*, 15, 373-386.
- Chapman, G. B., & Weber, B. J. (2006). Decision biases in intertemporal choice and choice under uncertainty: testing a common account. *Memory & Cognition*, 34, 589-602.
- Chung, S. H. (1965). Effects of delayed reinforcement in a concurrent situation. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 8, 439.
- Chung, S. H., & Herrnstein, R. J. (1967). Choice and delay of reinforcement. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 10, 67.
- Estle, S. J., Green, L., Myerson, J., & Holt, D. D. (2006). Differential effects of amount on temporal and probability discounting of gains and losses. *Memory & Cognition*, 34, 914-928.
- Estle, S. J., Green, L., Myerson, J., & Holt, D. D. (2007). Discounting of monetary and directly consumable rewards. *Psychological Science : A Journal Of The American Psychological Society / APS*, 18, 58-63.
- Frederick, S., Loewenstein, G. F., & O'Donoghue, T. (2002). Time discounting and time preference: A critical review. *Journal of Economic Literature*, 40, 351-401.
- Green, L., & Myerson, J. (2004). A discounting framework for choice with delayed and probabilistic rewards. *Psychological Bulletin*, 130, 769.
- Green, L., Myerson, J., & O'aszezewski, P. (1999). Discounting of delayed rewards across the life span: age differences in individual discounting functions. *Behavioural Processes*, 46, 89-96. doi: 10.1016/S0376-6357(99)00021-2

- Holt, D. D., Green, L., & Myerson, J. (2003). Is discounting impulsive?: Evidence from temporal and probability discounting in gambling and non-gambling college students. *Behavioural Processes*, *64*, 355-367.
- Holt, D. D., Green, L., Myerson, J., & Estle, S. J. (2008). Preference reversals with losses. *Psychonomic Bulletin & Review*, *15*, 89-95.
- Johnson, M. W., & Bickel, W. K. (2002). Within-subject comparison of real and hypothetical money rewards in delay discounting. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, *77*, 129-146.
- Jones, B. a., & Rachlin, H. (2009). Delay, Probability, and Social Discounting in A Public Goods Game. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, *91*, 61-73. doi: 10.1901/jeab.2009.91-61
- Kirby, K. N., & Herrnstein, R. J. (1995). Preference reversals due to myopic discounting of delayed reward. *Psychological Science*, *6*, 83.
- Klapproth, F. (2008). Time and decision making in humans. *Cognitive, Affective & Behavioral Neuroscience*, *8*, 509-524.
- Koopmans, T. C. (1960). Stationary ordinal utility and impatience. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, *28*, 287-309.
- Lawyer, S. R., Williams, S. a., Prihodova, T., Rollins, J. D., & Lester, A. C. (2010). Probability and delay discounting of hypothetical sexual outcomes. *Behavioural Processes*, *84*, 687-692.
- Lee, D. (2005). Neuroeconomics: making risky choices in the brain. *Nature Neuroscience*, *8*, 1129-1130.
- Loewenstein, G. F. (1987). Anticipation and the valuation of delayed consumption. *The Economic Journal*, *97*, 666-684.
- Loewenstein, G. F. (1988). Frames of mind in intertemporal choice. *Management Science*, *34*, 200-214.
- Loewenstein, G. F., & Prelec, D. (1992). Anomalies in intertemporal choice: Evidence and an interpretation. *The Quarterly Journal of Economics*, *107*, 573-597.
- Mazur, J. E. (1984). Tests of an equivalence rule for fixed and variable reinforcer delays. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, *10*, 426-436. doi: 10.1037/0097-7403.10.4.426
- Mazur, J. E. (1985). Probability and delay of reinforcement as factors in discrete-trial choice. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, *43*, 341-351.
- Mazur, J. E. (1986). Choice between single and multiple delayed reinforcers. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, *46*, 67.

- Mazur, J. E. (1991). Choice with probabilistic reinforcement: effects of delay and conditioned reinforcers. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 55, 63-77.
- Mazur, J. E. (1996). Choice with certain and uncertain reinforcers in an adjusting-delay procedure. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 66, 63.
- Mazur, J. E. (2005). Effects of reinforcer probability, delay, and response requirements on the choices of rats and pigeons: possible species differences. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 83, 263-279.
- Mazur, J. E. (2006a). Choice between single and multiple delayed reinforcers in concurrent-chains schedules. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 86, 211-222.
- Mazur, J. E. (2006b). Mathematical Models and the Experimental Analysis of Behavior. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 85, 275-291.
- Mazur, J. E., & Biondi, D. R. (2009). Delay-amount tradeoffs in choices by pigeons and rats: hyperbolic versus exponential discounting. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 91, 197-211.
- Mazur, J. E., & Logue, A. (1978). Choice in a "self-control" paradigm: Effects of a fading procedure. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 30, 11.
- Mazur, J. E., & Romano, A. (1992). Choice with delayed and probabilistic reinforcers: effects of variability, time between trials, and conditioned reinforcers. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 58, 513.
- Myerson, J., Green, L., & Warusawitharana, M. (2001). Area under the curve as a measure of discounting. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 76, 235-243. doi: 10.1901/jeab.2001.76-235
- Odum, A. L., Baumann, A. a. L., & Rimington, D. D. (2006). Discounting of delayed hypothetical money and food: effects of amount. *Behavioural Processes*, 73, 278-284.
- Rachlin, H., Brown, J., & Cross, D. (2000). Discounting in judgments of delay and probability. *Journal of Behavioral Decision Making*, 13, 145-159.
- Rachlin, H., Castrogiovanni, A., & Cross, D. (1987). Probability and delay in commitment. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 48, 347.
- Rachlin, H., & Green, L. (1972). Commitment, choice and self-control. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 17, 15.
- Rachlin, H., & Jones, B. A. (2008). Social discounting and delay discounting. *Journal of Behavioral Decision Making*, 21, 29-43. doi: 10.1002/bdm.567
- Rachlin, H., Raineri, A., & Cross, D. (1991). Subjective probability and delay. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 55, 233.

- Read, D. (2003). *Intertemporal choice*. Political Science. London.
- Reed, D. D., & Martens, B. K. (2011). Temporal discounting predicts student responsiveness to exchange delays in a classroom token system. *Journal of Applied Behavior Analysis, 44*, 1-18. doi: 10.1901/jaba.2011.44-1
- Reynolds, B., Richards, J. B., Horn, K., & Karraker, K. (2004). Delay discounting and probability discounting as related to cigarette smoking status in adults. *Behavioural Processes, 65*, 35-42. doi: 10.1016/S0376-6357(03)00109-8
- Reynolds, B., & Schiffbauer, R. (2004). Measuring state changes in human delay discounting: an experiential discounting task. *Behavioural Processes, 67*, 343-356.
- Richards, J. B., Sabol, K. E., & de Wit, H. (1999). Effects of methamphetamine on the adjusting amount procedure, a model of impulsive behavior in rats. *Psychopharmacology, 146*, 432-439.
- Richards, J. B., Zhang, L., Mitchell, S. H., & de Wit, H. (1999). Delay or probability discounting in a model of impulsive behavior: effect of alcohol. *Journal of the Experimental Analysis of behavior, 71*, 121.
- Rotter, J. B. (1954). *Social learning and clinical psychology*. Upper Saddle River, NJ, US, Prentice-Hall, Inc.
- Samuelson, P. a. (1937). A Note on Measurement of Utility. *The Review of Economic Studies, 4*, 155.
- Shead, N. W., Callan, M. J., & Hodgins, D. C. (2008). Probability discounting among gamblers: Differences across problem gambling severity and affect-regulation expectancies. *Personality and Individual Differences, 45*, 536-541.
- Stevens, J. R. (2010). Intertemporal choice *Encyclopedia of Animal Behavior* (pp. 203-208): Elsevier.
- Takahashi, T. (2009). Theoretical frameworks for neuroeconomics of intertemporal choice. *Journal of Neuroscience, Psychology, and Economics, 2*, 75-90.
- Takahashi, T., Ikeda, K., & Hasegawa, T. (2007). A hyperbolic decay of subjective probability of obtaining delayed rewards. *Behavioral and Brain Functions, 3*, 52.
- Takahashi, T., Oono, H., & Radford, M. (2008). Psychophysics of time perception and intertemporal choice models. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 387*, 2066-2074
- Thaler, R. (1981). Some empirical evidence on dynamic inconsistency. *Economics Letters, 8*, 201-207.
- Van der Pol, M., & Cairns, J. (2002). A comparison of the discounted utility model and hyperbolic discounting models in the case of social and private intertemporal

preferences for health. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 49, 79-96.  
doi: 10.1016/S0167-2681(02)00059-8

Yi, R., de la Piedad, X., & Bickel, W. K. (2006). The combined effects of delay and probability in discounting. *Behavioural Processes*, 73, 149-155.

Yi, R., Landes, R. D., & Bickel, W. K. (2009). Novel Models of Intertemporal Valuation: Past and Future Outcomes. *Journal of Neuroscience, Psychology, and Economics*, 2, 102.