500023

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

# MODELO DE INSUMO - PRODUCTO
# TEORIA Y APLICACIONES

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN INGENIERÍA (PLANEACIÓN)

MARCELINO PRADO HERNANDEZ

MEXICO, D.F. AGOSTO DE 1981

# I N D I C E


| | | PAGINA |
|---|---|---|
| 1. | INTRODUCCION | 1 |
| 2. | FUNDAMENTOS DE LAS CUENTAS NACIONALES Y EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO | 5 |
| 2.1 | Antecedentes Generales | 5 |
| 2.2 | Relación del Modelo de Insumo-Producto con las Cuentas Nacionales y algunos de sus Elementos. | 9 |
| 2.3 | Fundamentos de las Cuentas Nacionales | 11 |
| 2.4 | Sistemas de Cuentas Nacionales de México | 17 |
| 3. | MODELO DE INSUMO-PRODUCTO BASICO | 22 |
| 3.1 | Estructura del Modelo | 22 |
| 3.2 | Problemas de Construcción y Actualización de Matrices de Insumo-Producto. | 37 |
| 3.3 | La inversión de la Matríz de Insumo-Producto. | 46 |
| 3.4 | Un Programa de Computadora para la solución del Modelo de Insumo-Producto. | 51 |
| 4. | EXTENSIONES DEL MODELO BASICO DE INSUMO-PRODUCTO | 53 |
| 4.1 | Modelo no-lineal | 53 |
| 4.2 | Modelo Dinámico | 56 |
| 4.3 | Modelo Interregional | 64 |
| 4.4 | La Programación Lineal en el Modelo de Insumo-Producto | 72 |
| 5. | APLICACIONES | 86 |
| 5.1 | Preámbulo | 86 |
| 5.2 | Producción con Proyección de la Demanda | 93 |
| 5.3 | Ajuste de la Balanza Comercial | 100 |
| 5.4 | Impacto en el Nivel General de Precios | 102 |
| 5.5 | Actualización de la Matríz de 1970 a 1975, con el Método RAS. | 107 |
| 6. | CONCLUSIONES | 115 |
| BIBLIOGRAFIA | | 118 |

# 1. INTRODUCCION

Actualmente, en la mayoría de los países en proceso de desarrollo día con día se presentan fenómenos que alteran el equilibrio de la actividad económica y por lo tanto de las relaciones entre los sectores que la componen. Por lo cual, surge la necesidad de desarrollar programas generales y sectoriales encaminados a plantear políticas que sean relevantes para facilitar la planeación y la toma de decisiones, necesarias para lograr un desarrollo económico integral y equilibrado, a través del cual la población mejore su nivel de vida. Para ello, es menester estudiar medios adecuados para la evaluación de los efectos provocados por las alteraciones en el comportamiento económico y, a partir de ellos, determinar la dirección que deben tomar las políticas de planeación económica. Entre esos medios se encuentra el modelo de insumo-producto.

En este sentido, el principal objetivo del presente trabajo es mostrar que el modelo de insumo-producto constituye un valioso instrumento para orientar el criterio de las personas que tienen la responsabilidad de la política económica nacional asi como difundir su aplicabilidad en las distintas áreas de la planeación.

Básicamente, el modelo considera que la economía debe ser dividida en sectores o industrias y el flujo de bienes y servicios entre ellos se registra para indicar su interdependencia. Estas relaciones conducen a la formación de los llamados coeficientes de insumo-producto, ya que marcan la cantidad de insumos, producidos por el sector $i$, requeridos para obtener una unidad de producción, del sector $j$. Dichos coeficientes son útiles al tratar de observar el efecto sobre la economía nacional al presentarse desajustes en los diferentes sectores, reflejados en la demanda y producción de sus mercancias.

El origen del modelo que nos ocupa, está relacionado con el surgimiento de la contabilidad nacional que aparece después de la crisis mundial de 1929-1933, misma que eliminó los supuestos de la teoría económica clásica y obligó a pensar en términos de grandes agregados económicos. Esto llevó a crear métodos para estimar tales agregados y lo primero que se hizo fue organizar sistemas adecuados de recolección estadística para contar con las cifras anteriores a la depresión. Cuando la información estuvo disponible, Wassily Leontief tomando como referencia el "Tableau Economique de Francois Quesnay" y simplificando el "Modelo de Equilibrio General de Leon Walras", realizó un estudio para determinar la "Estructura de la Economía de los Estados Unidos de Norteamérica 1919-1939", que resultó útil para conocer las necesidades de materias primas y servicios necesarios para la producción bélica durante la Segunda Guerra Mundial. Este trabajo se publicó en 1941 y fue el primero en el que se llevan a la práctica los principios teóricos del modelo insumo-producto.

Sin embargo, no es hasta después de la Segunda Guerra Mundial cuando el modelo es ampliamente utilizado al crearse la necesidad de elaborar estudios encaminados a la reconstrucción de las economías de los diferentes países. Es decir, el modelo fue orientado principalmente hacia la consideración de problemas más generales del desarrollo económico, la cuantificación de las necesidades de inversión y su distribución para el logro de determinados objetivos, análisis regionales, etc.

Esta obra, se ha estructurado en seis capítulos. En el primero se destaca, tanto la conveniencia de llevar a cabo la planeación económica como la necesidad de realizar investigación acerca de instrumentos que ayuden a conseguirla. El siguiente capítulo se ocupa de analizar el origen del modelo de insumo-producto para establecer su relación con otros métodos de análisis económico, mediante la definición de éstos. Posteriormente, se tratan los fundamentos de estos métodos, que son las cuentas nacionales, y se concluye el capítulo dando énfasis al nuevo sistema de cuentas nacionales de México. Una vez analizadas las bases para tratar el tema principal en el capítulo tres se discuten, con relativa amplitud, los procedimientos y conceptos del tema de interés. Se inicia al considerar la manera de conformar el modelo básico de insumo-producto y los supuestos con que éste parte, a la vez que se presentan los tipos de modelos más generales estableciendo la diferencia que existe entre ellos. Se continúa planteando los problemas que se presentan al construir matrices de esta clase y se analizan algunas técnicas para formar tales matrices, además de esas técnicas se tratan otras para invertir la matriz de Leontief. También se hace referencia a los requerimientos computacionales para resolver el modelo, cuando éste crece. El capítulo cuatro presenta los modelos que se obtienen cuando el modelo básico o estático del capítulo anterior, es tratado con enfoques distintos en los cuales se involucran otros elementos y factores, entre ellos el tiempo y diferentes formas de producción, se incluye la manera de manejar a la matriz de insumo-producto en estudios a nivel interregional. En el capítulo cinco se cristaliza la teoría de los capítulos anteriores, haciendo referencia a las categorias de aplicación que se le han dado al modelo de insumo-producto y se muestran algunas de las más relevantes en el campo macroeconómico. Además se incluyen otras aplicaciones que, sin ser de carácter económico, utilizan los mismos principios del modelo de insumo-producto. En la última parte se presentan las conclusiones y sugerencias que podrían derivarse de las discusiones en los capítulos anteriores.

## 2. FUNDAMENTOS DE LAS CUENTAS NACIONALES Y EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO.

### 2.1 Antecedentes Generales.

Los antecedentes del modelo insumo-producto datan del siglo XVIII, con la publicación del "Tableau Economique" de Quesnay[1]. En el siglo siguiente, Karl Marx expone los modelos de reproducción simple y ampliada para una economía compuesta de dos sectores. Posteriormente, Leon Walras hace investigaciones sobre el equilibrio económico general. En los años treinta Wassily W. Leontief publica, como se señaló en la parte introductoria, el modelo de insumo-producto al realizar estudios de la economía norteamericana, aplicando dicha técnica.

Quesnay divide a los agentes económicos de una sociedad en tres clases: 1) la clase productiva o de los agricultores, cuyo trabajo es el único que rinde excedentes; 2) la clase de los terratenientes que se apropian del excedente producido; y 3) la clase estéril que incluye a los productores de bienes manufacturados y de servicios. El sugiere que las riquezas de una nación deben distribuirse entre las tres clases de forma tal, de lograr un equilibrio estacionario y de establecer las condiciones indispensables para iniciar el siguiente ciclo productivo.

El modelo de Quesnay establece que el valor de la producción de la agricultura se distribuye en la adquisición de materias primas y alimentos del propio sector, en el pago de rentas a los terratenientes, y en la compra de insumos producidos por la clase estéril. La clase terrateniente distribuye el ingreso recibido, adquiriendo bienes y servicios elabo

---

1. Ver, Ferguson- C.E. Microeconomic Theory, Irwin, 1969.

rados por la clase productiva y estéril. A su vez, la clase estéril gasta su ingreso al distribuirlo entre las otras dos clases bajo consideración. De esta manera se establece el equilibrio en las relaciones de producción y gasto de los sectores de la actividad económica. Ello representa el punto de partida para la Teoría del Equilibrio General.

Las características principales de los esquemas marxistas de reproducción, pueden resumirse como sigue:

1) La economía se divide en dos sectores, uno que produce bienes de capital (1) y otro bienes de consumo (2).

2) El valor de la producción nacional total se compone de: el valor de los medios de producción usados (depresiación del capital) y materias primas que representa el capital constante (C); el valor del trabajo ó capital variables (V) utilizado en la producción; y las utilidades del capital o plusvalía (S). Es decir,

$$\text{producción total} = C_1 + V_1 + S_1 + C_2 + V_2 + S_2.$$

donde:

$$\text{producción de bienes de Capital} = C_1 + V_1 + S_1$$
$$\text{producción de bienes de Consumo} = C_2 + V_2 + S_2$$

Por otra parte, sin considerar la acumulación de capital, la demanda total tanto de bienes de capital como de consumo, se define como:

demanda total de bienes de capital = $C_1 + C_2$

demanda total de bienes de consumo = $V_1 + S_1 + V_2 + S_2$

Igualando la demanda con la oferta de los bienes de capital y consumo, se tiene:

$$C_2 = V_1 + S_1$$

y

$$V_1 + S_1 = C_2$$

que son las expresiones de la reproducción simple.

Los esquemas de reproducción ampliada se refieren a una economía en expansión donde la condición de equilibrio se realiza a través de:

$$C_2 + S_{2C} = V_1 + \bar{S}_1 + S_{1V}$$

Como la economía no es estacionaria, parte del excedente en un período no es consumido por completo y se destina a incrementar la cantidad de bienes de capital (utilizando mas mano de obra) para el período siguiente. El excedente es, $S = \bar{S} + S_C + S_V$ donde $\bar{S}$ es la parte del excedente consumido, $S_C$ la parte de la plusvalía utilizada para aumentar la producción de bienes de capital y, $S_V$ es la parte de la plusvalía destinada a emplear más mano de obra.

Como puede observarse, el modelo de reproducción simple y ampliada, además de las relaciones de interdependencia sectorial, manifiesta el proble ma de la formación del ahorro y del capital, así como el equilibrio entre la oferta y demanda de los sectores.

Por su parte, el modelo de equilibrio general de Walras[1] expresa matemáticamente las relaciones de interdependencia entre los diferentes sectores que forman la economía. Al considerar los aspectos de demanda y oferta de los bienes terminados consumidos, el plantea su modelo en base a ecuaciones por un lado, de demanda y por el otro de oferta. Las primeras ecuaciones definen a la demanda en el mercado para dichos bienes, las segundas se refieren a los coeficientes de insumo de las diferentes industrias, y a las condiciones para lograr el equilibrio de mercado de los mismos insumos.

El modelo se basa en el principio de que las cantidades demandadas son iguales a las ofrecidas en el mercado, cuando existe una estructura adecuada de precios.

Finalmente, Leontief extiende las ideas de equilibrio general antes discutidas, plasmándolas al plantear su modelo de insumo-producto que se basa en el supuesto de que existen ciertas relaciones relativamente estables entre la producción de los diferentes sectores de la economía. Tales relaciones se refieren por un lado, al destino de la producción de cada sector y por el otro, a las condiciones tecnológicas prevalecientes en cada sector. Consideraciones más amplias a este respecto son expuestas en el capítulo siguiente.

Otras técnicas e instrumentos complementarios de análisis cuantitativo de los fenómenos económicos han sido desarrollados, entre los cuales se encuentran las cuentas nacionales, y a los que forman parte de éstas que son, las cuentas del producto e ingreso nacional, las cuentas corrientes de fondos, etc. Ellas son discutidas en apartados subsecuentes.

## 2.2 Relación del Modelo de Insumo-Producto con las Cuentas Nacionales y algunos de sus elementos.

Primeramente se debe hacer notar que el insumo-producto tiene como objetivo principal explicar las magnitudes de las corrientes interindustriales en función de los niveles de producción de cada sector[1].

- Las Cuentas Nacionales.

El propósito de la contabilidad nacional como se mencionó anteriormente, es registrar sistemáticamente los hechos económicos que efectúan las entidades de un país. Esta se interesa por los grandes agregados formados al agrupar los sectores económicos, es decir, se esta interesado en el resultado final de la actividad económica, prescindiendo de las transacciones entre los distintos sectores productivos.

Por lo tanto, puede concluirse que el modelo de insumo-producto desarrolla fundamentalmente la estructura de la demanda de insumos producidos; en cambio, las cuentas nacionales dan mayor importancia a la estructura el producto interno bruto y a la demanda final. Sin embargo, las

1. Veáse Hollis b. Chenery y Paul G. Clark, Economía Interindustrial.

dos técnicas se complementan para estudios de fenómenos económicos.

- Las Cuentas del Ingreso y Producto Nacional y el Insumo-Producto.

Estas cuentas se situan dentro de la Contabilidad Nacional, su principal intención es registrar las transacciones efectuadas entre varios agregados. Cada agrupación que considera, familias, empresas, gobierno y resto del mundo, realiza las funciones de producir, consumir y formar capital, o sea ahorro. Por ejemplo las empresas tienen tres cuentas de registro, que son la de producción, consumo y ahorro. Estos registros permiten conocer la cantidad, por ventas, que recibieron las empresas y de que sectores provienen sus ingresos, así como las cantidades pagadas en sueldos y salarios, distribución de utilidades y ahorro. Los conceptos que aparecen tanto en el lado del crédito como en el lado del haber son los que en el apartado 2.3 serán definidos.

Las cuentas del ingreso y producto nacional consolidan las transacciones económicas[1]. Por ejemplo las ventas y compras intermedias que realizan los sectores productivos entre sí. Este hecho de eliminación de producción de bienes de uso intermedio constituye la diferencia fundamental con el método de insumo-producto, que investiga detalladamente las relaciones entre sectores.

1. Por consolidar se entiende, eliminar las cuentas repetidas o iguales a los cargos y los abonos, por ejemplo las ventas y las compras en las empresas en su cuenta de producción.

- Las Cuentas Corrientes de Fondos y el Insumo-Producto.

Las cuentas corrientes de fondos se basan también en la contabilidad nacional. En éstas se hace la distinción entre las transacciones reales y las financieras, en base a ésto, Copeland formuló una técnica de análisis de los flujos de fondos que aplicó a la economía de los Estados Unidos de América. De acuerdo a esta técnica se formularían cuentas de origen y aplicación de fondos para los sectores económicos bajo consideración. Es decir, mientras las cuentas del producto nacional informan sobre el ahorro de las empresas productoras, las familias y el gobierno, las cuentas de flujos de fondos muestran lo que esas entidades hacen con sus ahorros, si los invierten en activos financieros o en bienes de capital, así como de donde obtienen fondos los inversionistas, si con su propio ahorro o mediante endeudamiento.

De aqui que la diferencia principal entre las cuentas corrientes de fondos y el insumo-producto sea que en la primera se trata con el flujo de ahorros y en el segundo de trabajo con flujos de bienes y servicios utilizados como insumos intermedios por los distintos sectores de la economía.

## 2.3 Fundamentos de las Cuentas Nacionales

La historia económica indica que todas las sociedades se han enfrentado a problemas para llevar a cabo el proceso de producción adecuado, ya que para ésto se requiere saber que producir, cuanto, como y para quién producir. Ello obligó a establecer un marco de referencia que permitiera conocer cuantitativamente la realidad económica de cualquier país. Dicho marco lo constituye la contabilidad social o contabilidad económica o cuentas nacionales. Por el carácter polimico de dichos nombres y para citar estudios de esta índole, se adopta el último.

Las cuentas nacionales, que estan integradas por una serie de esquemas contables como registro, se definen como un conjunto de tablas en libros que muestran la corriente real y financiera de bienes y servicios producidos por los sujetos que efectúan la actividad económica en una sociedad y en un período determinado. Estas proporcionan un medio eficaz para evaluar cualquier plan de recopilación de estadísticas. Con este fin, la Organización de las Naciones Unidas propone, a los países que desean integrar sus cuentas nacionales, un programa estadístico que sea flexible para adaptarse a las principales necesidades de cada país, con el objeto de integrar un sistema estadístico contable comparable a nivel internacional.

Para formular las cuentas nacionales, la Organización de las Naciones Unidas recomienda una metodología que considera la necesidad de registrar tanto los cargos como los abonos que se efectúan en las entidades económicas. Normalmente para el registro de dichos cargos y abonos, se utilizan los esquemas "T". En la parte izquierda se anotan los cargos o débitos y se le denomina "debe", el lado derecho se le conoce como "haber" y se registran los abonos o créditos.

De acuerdo a la clasificación de empresas, familias, gobierno y resto del mundo; y según las funciones fundamentales de producción, utiliza ción del ingreso y formación de capital, las Naciones Unidas formulan diversos esquemas. Admitiendo que la producción se concentra en empresas públicas o privadas, que el consumo corresponde las familias y que la formación de capital y su financiamiento para toda la economía puede registrarse en una sola cuenta. Se agrupan las transacciones en cinco cuentas básicas, éstas son:

- Cuenta del ingreso y producto nacionales
- Cuenta del ingreso y gasto de las familias
- Cuenta del ingreso y gasto del gobierno general
- Cuenta del resto del mundo
- Cuenta consolidada de ahorro e inversión

En la primera cuenta se consolida la producción realizada por las empresas privadas , el gobierno y en las unidades familiares, ésta recoge también la producción de cualquier entidad, además, en ella aparece la utilización del ingreso de las empresas.

En el haber (lado derecho) de esta cuenta aparecen los gastos de consumo de la economía, dividido en el consumo de unidades familiares y de instituciones privadas sin fines de lucro, y gastos en el consumo del gobierno general. La formación de capital se divide en formación de capital fijo y variación de existencias.

En una economía que considera el sector resto del mundo, las exportaciones representan una utilización final que se hace de ese producto. La suma de todas estas partidas forman el valor total de bienes y servicios provenientes del sistema productivo. El producto interno bruto se calcu la al deducir las importaciones.

En el debe se registra el ingreso nacional, compuesto por los ingresos que obtienen las unidades familiares e instituciones privadas sin fines de lucro y en general por todas las remuneraciones a los factores de la producción por su participación en el proceso productivo; se considera también el ahorro de las sociedades de capital públicas y privadas y de las cooperativas ya que representan utilidades no distribuídas, se in cluyen también los ingresos del gobierno general provenientes de sus propiedades y empresas y de los impuestos directos. Los intereses como remuneración al factor capital se incluyen también en este rubro.

La cuenta del ingreso y gasto de las familias, registra en el haber to dos los ingresos que percibe la entidad (ingresos generados ó transferen cias de las familias); no se incluyen las transferencias de capital o préstamos porque esta cuenta registra el total del ingreso corriente per sonal. En el lado izquierdo se registran los gastos, como son el consumo, pagos de impuestos, contribuciones y, transferencias a otras entidades. Estos débitos son a su vez créditos en las cuentas del ingreso y producto nacionales y en la utilización de ingresos del gobierno. Esta cuenta se salda al sumar cada lado y para obtener sumas iguales, en el lado izquier do se anota la diferencia entre los ingresos corrientes y los gastos to tales; esta diferencia es el ahorro que puede ser positivo o negativo (gastos mayores a los ingresos).

La cuenta de ingresos y gastos del gobierno general, registra las tran sacciones referentes a las funciones de administración, defensa, justicia, educación, etc. Las transacciones de la actividad gubernamental como empresa, se deben considerar en la cuenta del producto e ingreso nacionales, por ello se considera como una entidad puramente consumidora de los servicios que el mismo produce.

Se ha convenido que los intereses pagados por el gobierno no deben de computarse en el producto, con excepción de los correspondientes a capitales utilizados en la producción o adquisición de bienes de capital, como edificios, carreteras, etc.

Los ingresos del sector gobierno que aparecen en el haber de su cuenta, se forman por los impuestos directos de familias y empresas, imposición indirecta, ingresos de sus propiedades y empresas, aportes al seguro social y transferencias en general. En el deber se registran los gastos de consumo que incluyen la compra de bienes y los pagos de sueldos y salarios, las transferencias a familias (pensiones, jubilaciones, etc.) y los intereses de la deuda pública.

El ahorro del sector resulta de la diferencia entre ingresos y gastos, a éste se le denomina superávit corriente, cuando la diferencia es negativa se presenta un déficit en el gobierno.

La cuenta del resto del mundo considera las transacciones que proceden de las cuentas de las otras entidades del sistema. En el crédito se registran las importaciones y los ingresos de factores residentes en el extranjero. En el débito se registran los gastos del exterior que para nosotros es un ingreso, por ejemplo las exportaciones. El saldo se denomina como ahorro del exterior utilizado para saldar la cuenta con sumas iguales en ambos lados.

La última cuenta, de ahorro e inversión, registra los ahorros utilizados para saldar las otras entidades del sistema, como ahorros de familias, del gobierno y del exterior. En esta cuenta, a diferencia de la cuenta que saldan, se anotan como créditos y forman parte junto con el ahorro de las empresas (utilidades no distribuidas, reservas constituidas por las sociedades de capital y las provisiones para depreciación de activos fijos), de la corriente que permite financiar la formación de capital.

La suma de los ahorros de las entidades, incluyendo el del resto del mundo, es equivalente a la formación bruta de capital o inversión bruta. Esta más el aumento de existencias se registran en el deber de la cuenta, quedando saldada al igualarse la inversión con el ahorro.

Otro sistema útil en la contabilidad nacional es el de nueve cuentas[1], que son a saber:

- Cuenta corriente de las Empresas
- Cuenta de capital de las Empresas
- Cuenta corriente de las familias
- Cuenta de capital de las familias
- Cuenta corriente del Gobierno General

1. Para la descripción detallada de cada una de las cuentas de este sistema se sugiere recurrir a "Ma. Clemencia Villegas de Plaza, Ramón Plaza Mancer, Cuentas Nacionales, Facultad de Economía, U.N.A.M.".

- Cuenta de capital del Gobierno General
- Cuenta del Resto del Mundo
- Cuenta Consolidada del Ahorro e Inversión
- Cuenta del Producto e Ingreso Nacionales

La diferencia entre el sistema antes descrito y este último esta en la separación de transacciones corrientes y transacciones de capital para cada entidad (empresas, familias y gobierno). El objeto principal de este sistema es presentar con más detalle el proceso de formación de capital y su financiamiento, y desglosar la cuenta corriente de las empresas. De este modo quedarán diferenciadas las transacciones de capital, realizadas en la inversión para generar la producción, de las transacciones corrientes realizadas en el sistema productivo para obtener el producto final.

## 2.4 Sistema de Cuentas Nacionales de México

Puesto que en la mayoría de los países (principalmente los que estan en vías de desarrollo) se presenta frecuentemente cambios en su estructura económica, es necesario revisar el sistema de registro contable en uso para contrarrestar las desviaciones en las cantidades, ocasionadas por los cambios presentados en los sectores de su economía, y de este modo se obtenga información contable más precisa. Por lo anterior, vale la pena tratar el nuevo sistema de cuentas nacionales adoptado por México.

Remontándose al año de 1950 se encuentra que el Banco de México elaboró una matriz de insumo-producto para dicho año, la matriz se formó con 32 sectores, valuada a precios de productor. A partir de ella, desde dicho año el Banco publicó preriódicamente datos sobre el producto interno bruto.

Con base en los censos de población y económicos de 1960 la misma institución publicó una nueva matriz de insumo-producto para tal año, también valuada a precios de productos, identificando 45 sectores de la actividad económica. Dicho trabajo fue realizado con el fin de conocer la estructura económica y revisar las series de datos sobre producto existentes. Para ésto en 1969 la citada institución publica, para el período de 1950-1967, series del producto interno bruto, de acervos y formación de capital por tipo de actividad, e integra un sistema de cuentas nacionales de características similares a las recomendadas por Naciones Unidas.

Posteriormente, en 1978 el Banco de México, la Secretaría de Programación y Presupuesto, con apoyo de la ONU y de la Comisión Económica para América Latina (CEPAL), publican la matriz de insumo producto para 1970 con 73 ramas de la actividad económica, respaldada por información de los censos de población y vivienda y económicos de 1970.

El Banco de México publicó un documento precedente al nuevo sistema de cuentas nacionales, en él que se presentan los cálculos de las cuentas nacionales hasta 1978. Este documento se basa en la matriz de 1960 haciendo que éste tenga un año base muy lejano, lo cual lleva a que algunas veces se tengan datos poco desviados.

Por lo antes señalado, se optó por elaborar un nuevo sistema de cuentas nacionales para el período 1970-1978 con base en la matriz de 1970 que contempla una clasificación de sectores de acuerdo a la estructura más reciente. El nuevo sistema de cuentas nacionales se realizó con el objeto de cuantificar adecuadamente las principales variables de la economía mexicana y ampliar la información de los agregados macroeconómicos.

Algunas de las principales causas por las cuales el nuevo sistema de cuentas nacionales reemplaza al documento similar antes elaborado, son las siguientes:

a) Las estimaciones para la decada de los setenta se basan en un año base bastante alejado, 1960. Por lo cual la estructura de la economía es diferente.

b) Se consideran distintos criterios de clasificación para registrar y agrupar a las actividades económicas.

c) Existencia (en 1978) de una mayor cobertura de información básica más amplia y detallada, debido a los censos económicos de 1975, las encuestas realizadas de ingresos y gastos familiares de 1975 y 1977, etc.

Concretamente, el nuevo sistema de cuentas nacionales de México se basa en el estudio publicado en 1970 por las Naciones Unidas denominado "Un Sistema de Cuentas Nacionales", éste es de tipo normativo y trata sobre los trabajos que los países deben desarrollar para registrar sistemátiticamente las corrientes y acervos de una economía. Esto lo hace al pro poner elaborar un sistema de seis series de cuentas.

En el estudio, en el que se basa el nuevo sistema de contabilidad, los datos se presentan en cuentas normalizadas[1] (comprende las tres primeras series I, II y III) que incluyen básicamente a las cuentas consolidadas de la nación. Estas cuentas se complementan con otras (series IV, V y VI), diseñadas especialmente para ser utilizadas en los países en desa rrollo. A continuación se enlistan las componentes de cada una de éstas[2]:

A. Cuentas Normalizadas

I. Cuentas Consolidadas de la Nación

Cuenta 1. Producto y gasto interno brutos

Cuenta 3. Ingreso nacional disponible y su asignación

Cuenta 5. Acumulación y financiamiento de Capital

Cuenta 6. Transacciones corrientes con el exterior.

II. Cuentas de Producción, Gastos de Consumo y Formación de Capital.

Cuenta 2. Producción

Cuenta 4. Gastos de consumo y formación de capital

III. Cuentas de Ingresos y Gastos y de Financiamiento del Capital.

Cuenta 3. Ingresos y gastos

Cuenta 5. Acumulación y Financiamiento.

B. Cuentas Complementarias

IV. Cuentas de Determinadas Zonas (cuentas de una zona rural).

1. Las Cuentas Normalizadas describen las características mas sobresalien tes de todo el sistema económico y sirven de guia para reunir las esta dísticas básicas.
2. Ver, Naciones Unidas, Un Sistema de Cuentas Nacionales, 1970.

V. Cuentas de las Actividades Económicas Fundamentales.

VI. Cuentas del Sector Público

Las cuentas arriba señaladas estan articuladas de tal forma, de manifestar las transacciones realizadas en la economía, así como también las relaciones mas estratégicas del proceso productivo. Esto hace que los resultados obtenidos en el nuevo sistema, permitan un conocimiento más profundo y actualizado del funcionamiento y estructura económica, tanto para el análisis detallado de la oferta como para la consideración equilibrada de los agregados de la demanda. El ordenamiento está estructurado en forma de registros contables equilibrados, del tipo utilizado en la contabilidad realizada en las empresas donde los datos se clasifican de acuerdo a las características que poseen en común.

Como el propósito de incluir este caso no es con el fin de analizarlo detalladamente, se considera que para dar una idea general del caso, la descripción anterior es suficiente. Para mayor información de la descripción de los componentes de cada cuenta, de las cuentas que componen las tres últimas series, ó de otro tipo, se sugiere recurrir al documento de Naciones Unidas y/o al nuevo sistema de cuentas nacionales.

# 3. MODELO DE INSUMO-PRODUCTO BASICO.

Por lo general, en los sistemas económicos de nuestros días la tarea de suministrar los bienes y servicios necesarios para cubrir las necesidades del hombre es compleja, pues ella debe obedecer a la elaboración, procesamientos y distribución de los productos intermedios. Es frecuente que algunas actividades para dicho fin no esten directamente relacionados con la demanda final, sin embargo, existen conexiones que definen estructuras interdependientes de producción y de demanda.

De aquí que el modelo de insumo-producto se haya diseñado con el fin de investigar la estructura de la economía y las relaciones de la demanda final sobre los niveles de producción, empleo, inversión y utilización de la capacidad productiva instalada.

## 3.1 Estructura del Modelo

El modelo de insumo-producto se basa en el sistema contable de insumo-producto, realizado con ayuda de las cuentas interindustriales, utilizado para medir el flujo de insumos y productos que son intercambiados por los distintos sectores de la economía. Cabe hacer mención que el modelo surge con la combinación de las definiciones contables y los supuestos respecto a las relaciones de insumo-producto entre sectores, que se darán en apartados subsecuentes, planteados por Leontief. Asimismo, se fundamenta en la suposición de que todas las actividades productivas de una economía son posibles de dividir en sectores cuyas relaciones se puedan expresar por medio de determinadas funciones de insumo.

Las principales propiedades del sistema de contabilidad resultan de dividir por un lado al consumo en dos categorías intermedio y final, y por otro a los insumos en primarios y producidos, esto conduce a formar cuatro tipos de transacciones indicadas por los cuatro cuadrantes que forman la tabla de insumo-producto, ver cuadro 3.1.

El primer cuadrante contiene el consumo final de mercancias y servicios producidos, por tipos principales de usos: Inversión $(I_i)$, Consumo de las familias $(C_i)$ y del gobierno $(G_i)$, Exportaciones $(E_i)$, siendo $(Y_i)$ la suma de todos ellos.

El segundo cuadrante representa la parte esencial de las relaciones interindustriales entre los sectores de la economía. Cada elemento $X_{ij}$ representa la cantidad de mercancia $i$ usada por el sector $j$; $W_i$ es la suma de ventas que hace el sector $(i)$ a otros sectores productivos; $U_j$ es el total de compras que hace un sector $(j)$ a otros sectores.

El tercer cuadrante contiene los factores productivos o insumos primarios $(V_i)$ que se refieren a las remuneraciones del trabajo, capital, tierra y empresarios, la depreciación de activos fijos, y los impuestos indirectos netos de subsidios.

En el cuarto cuadrante se contempla el insumo directo de factores primarios en el consumo final, destacando los empleos del gobierno y los servicios nacionales. Estas transacciones normalmente se utilizan con propósitos de ajustar las cifras totales de la matríz de insumo-producto con los totales del ingreso nacional.

CUADRO 3.1 SISTEMA DE CONTABILIDAD INTERINDUSTRIAL

| | | SECTORES DE CONSUMO | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | CONSUMO INTERMEDIO | | | | CONSUMO FINAL | | | | | CONSUMO TOTAL | OFERTA | |
| | | SECTOR 1 | j | n | CONSUMO INTERMEDIO TOTAL | INVERSION | CONSUMO | GOBIERNO | EXPORTACIONES | CONSUMO FINAL TOTAL | OFERTA TOTAL | IMPORTACIONES | PRODUCCION |
| SECTORES DE PRODUCCION | 1 | $X_{11}$ | $X_{1j}$ | $X_{1n}$ | $W_1$ | $I_1$ | $C_1$ | $G_1$ | $E_1$ | $Y_1$ | $Z_1$ | $M_1$ | $X_1$ |
| | j | $X_{j1}$ | $X_{jj}$ | $X_{jn}$ | $W_j$ | $I_j$ | $C_j$ | $G_j$ | $E_j$ | $Y_j$ | $Z_j$ | $M_j$ | $X_j$ |
| | n | $X_{n1}$ | $X_{nj}$ | $X_{nn}$ | $W_n$ | $I_n$ | $C_n$ | $G_n$ | $E_n$ | $Y_n$ | $Z_n$ | $M_n$ | $X_n$ |
| | | | II | | | | | I | | | | | |
| TOTAL DE INSUMOS PRODUCIDOS | | $U_i$ | $U_j$ | $U_n$ | | | | | | | | | |
| INSUMOS PRIMARIOS | | $V_1$ | $V_j$ | $V_n$ | | $V_1$ | $V_C$ | $V_G$ | $V_E$ | | $V$ | $V$ | |
| | | | III | | | | | IV | | | | | |
| PRODUCCION TOTAL | | $X_1$ | $X_j$ | $X_n$ | | I | C | G | E | Y | Z | M | X |

Fuente: Hollis B. Chenery y Paul G. Clark, Economía Interindustrial, F.C.E., 1964.

Para poder explicar formalmente las cuentas de insumo-producto, en primer lugar se definen los elementos que en él intervienen.

$Z_i$ - Oferta total de la mercancía (i)

$X_i$ - Producción total de la mercancía (i)

$M_i$ - Importaciones de la mercancia (i)

$X_{ij}$ - Cantidad de la mercancia (i) que se consume en el sector (j)

$Y_i$ - Demanda final de la mercancía (i)

$W_i$ - Total del consumo intermedio de la mercancia (i)

$U_j$ - Compras totales de insumos que hace el sector (j) a otros sectores

$V_j$ - Total de insumos primarios consumidos (valor agregado) por el sectos (j).

donde: $W_i = \sum_j X_{ij}$ y $U_j = \sum_i X_{ij}$

Posteriormente el cuadro es analizado por hileras y columnas para que al hacer las combinaciones de elementos adecuadas éstas conduzcan a las ecuaciones de equilibrio siguientes:

$$\begin{aligned} M_i + X_i &= \sum_j X_{ij} + Y_i \\ &= W_i + Y_i \qquad (3.1) \\ i &= 1, \ldots, n. \end{aligned}$$

Esta expresión indica que la oferta, incluyendo las importaciones, es igual a la demanda. Por otro lado, la expresión:

$$X_j = \sum_i X_{ij} + V_j$$

$$= U_j + V_j \qquad (3.2)$$

$$j = 1, \ldots, n$$

indica que la producción total en cada sector se iguala al total de insumos comprados a otros sectores más el valor agregado en ese sector.

De la ecuación 3.1 se encuentra que la demanda final (o consumo final) $Y_i$ es igual a la oferta total de una mercancia, menos la cantidad utilizada para la producción, es decir:

$$Y_i = M_i + X_i - \sum_j X_{ij} \qquad (3.3)$$

Del mismo modo, de la ecuación 3.2 se observa que el valor de los insumos primarios (valor agregado) $V_j$, es igual al valor de la producción en un sector menos los pagos por los insumos obtenidos de otros sectores, es decir:

$$V_j = X_j - \sum_i X_{ij} \qquad (3.4)$$

Estas dos últimas ecuaciones corresponderían respectivamente, a la producción final y al valor agregado, utilizados en el análisis del ingreso nacional. De este modo, partiendo de estas definiciones y analizando renglones y columnas del cuadro 3.1 se puede dar la relación que existe entre las cuentas de insumo-producto y los totales del ingreso nacional, o sea en los renglones se tiene:

$$\sum_i X_i = \sum_i \sum_j X_{ij} + \sum_i Y_i - \sum_i M_i \qquad (3.5)$$

y en las columnas:

$$\sum_j X_j = \sum_j \sum_i X_{ij} + \sum_j V_j \qquad (3.6)$$

Puesto que $\sum_i X_i = \sum_j X_j$ debe cumplirse, implica que

$$\sum_i \sum_j X_{ij} + \sum Y_i - \sum M_i = \sum_j \sum_i X_{ij} + \sum_j V_j \qquad (3.7)$$

Finalmente de esta ecuación se obtiene la identidad de las cuentas básicas nacionales, es decir:

$$\sum_i Y_i - \sum_i M_i = \sum_j V_j \qquad (3.8)$$

- Supuestos y Definiciones.

Tomando en cuenta que el objetivo principal del modelo es explicar las magnitudes de las corrientes de insumos y productos en función de la producción de cada sector, la formulación del modelo de insumo-producto considera varios supuestos que se ocupan de la naturaleza de la producción, éstos son a saber:

. Cada mercancia o grupo de ellas se suministra por una sola industria o sector productivo. Este supuesto se basa en que, por un lado, existe una sola tecnología para producir cada grupo de mercancias y por otro lado, cada sector proporciona una sola producción primaria.

. Los insumos comprados por cada sector son función de su producción.

. El efecto total de llevar a cabo varios tipos de producción, es la suma de los efectos separados. Este supuesto de aditividad rige a las economías exteriores y a las deseconomías.

Por medio de estos supuestos es posible formular la ecuación que explique a la demanda $(X_{ij})$ de la mercancia i, que requiere el sector j, en función de su nivel de producción $(X_j)$.

Si $a_{ij}$ es la cantidad mínima de la mercancía i requerida para producir una unidad de la mercancia j y valiéndose del segundo supuesto arriba mencionado se obtiene

$$X_{ij} = a_{ij} X_j \tag{3.9}$$

En esta forma se corrobora lo afirmado a principios del capítulo, en el sentido de que el modelo original de Leontief se forma al combinar las relaciones contables dadas por la ecuación (3.1) con las funciones de insumo dadas al considerar el supuesto mencionado.

Para encontrar la ecuación de equilibrio para cada mercancia, basta combinar las ecuaciones (3.1) y (3.9).

$$M_i + X_i = \sum_j a_{ij} X_j + Y_i$$

$$X_i - \sum_j a_{ij} X_j = Y_i - M_i \tag{3.10}$$

$$i = 1, \ldots, n$$

Que significa que la producción total de la mercancia (i) debe ser igual a la suma de la demanda final y la cantidad de esta mercancia utilizada como insumo para obtener el nivel de producción $X_j$, menos la cantidad importada de esta mercancia.

El análisis anterior fué hecho sin considerar a las importaciones como parte del sistema.

Pero cuando el sector externo es significante, es conveniente tratar a las importaciones $(M_i)$ como variables dependientes. En este caso se puede suponer que el nivel de importaciones esta directamente relacionado con el nivel de producción nacional $(X_i)$.

$$M_i = \overline{M_i} + m_i X_i \tag{3.11}$$

donde:

$m_i$ Coeficiente de importaciones que esta relacionado con la propensión marginal a importar cierta mercancia.

$\overline{M_i}$ Cantidad de la mercancia i de importación fija

sustituyendo (3.11) en (3.10) se obtiene

$$X_i - \sum_j a_{ij} X_j = Y_i - \left(\overline{M}_i + m_i X_i\right)$$

$$(1 + m_i) X_i - \sum_j a_{ij} X_j = Y_i - \overline{M}_i \tag{3.12}$$

La ecuación (3.12) constituye una de las expresiones fundamentales del modelo de insumo-producto, en el caso general. Estas son consideradas ampliamente al analizar los distintos modelos tanto estáticos como dinámicos que se discuten en éste y en el siguiente capítulo al considerarse las extensiones del modelo básico.

- Modelo Abierto.

Si además de la producción de las $n$ industrias, que son consideradas endógenas al sistema, se incluye al menos al consumo final como variable que es exógena al sistema, es decir, éste determina a la demanda final de cada producto de cada industria, entonces, se esta hablando de un "modelo de insumo-producto abierto".

En este caso, la suma de los elementos de cada columna de la matriz de coeficientes de insumo debe ser menor que 1, pues la suma representa el costo parcial de los insumos para producir el valor de un peso de un bién. Aqui no se incluye el costo del insumo primario al contabilizarse por separado.

Si la suma de los elementos de cada columna es mayor o igual a 1, la producción no es económicamente justificable. Por lo tanto, en cada columna se debe cumplir que

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1, \quad j = 1, \ldots, n \tag{3.13}$$

esto debido a que:

$$X_j = \sum_i X_{ij} + V_j$$

$$1 = \frac{\sum_i X_{ij}}{X_j} + \frac{V_j}{X_j}$$

$$1 = a_{ij} + \frac{V_i}{X_j} \quad \text{como} \quad X_j > 0 \;\; y \;\; V_j > 0 \rightarrow a_{ij} < 1$$

Puesto que la producción de 1 peso debe ser absorbido por el pago de todos los factores de la producción, la magnitud que le falta a la columna para llegar a 1 peso, representa el pago al insumo primario del sector abierto, o sea:

$$1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ij} = \text{Pago de insumos primarios} \tag{3.14}$$

Así, los niveles de producción que deben alcanzar las n industrias para satisfacer la demanda final y los requisitos de insumo de cada una de ellas, será representada por el siguiente sistema de n ecuaciones lineales.

$$\begin{array}{l} X_1 = a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \ldots + a_{1n} X_n + Y_1 \\ X_2 = a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \ldots + a_{2n} X_n + Y_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ X_n = a_{n1} X_1 + a_{n2} X_2 + \ldots + a_{nn} X_n + Y_n \end{array} \tag{3.15}$$

o como:

$$
\begin{aligned}
(1 - a_{11})\ X_1 - a_{12}\ X_2 - \dots - a_{1n}\ X_n &= Y_1 \\
- a_{21}\ X_1 + (1 - a_{22})\ X_2 - \dots - a_{2n}\ X_n &= Y_2 \\
\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \quad & \quad \vdots \\
- a_{n1}\ X_1 - a_{n2}\ X_2 - \dots + (1 - a_{nn})\ X_n &= Y_n
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

Matricialmente quedará representada de la siguiente forma:

$$
\begin{bmatrix}
(1 - a_{11}) & - a_{12} & \dots & - a_{1n} \\
- a_{21} & (1 - a_{22}) & \dots & - a_{2n} \\
\vdots & & \vdots & \vdots \\
- a_{n1} & - a_{n2} & \dots & (1-a_{nn})
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}
\tag{3.17}
$$

es decir

$$(I - A)\ X = Y \tag{3.18}$$

donde:

- I Matríz identidad
- A Matríz de coeficientes técnicos
- X Vector columna de producción
- Y Vector columna de demanda

De la ecuación anterior se podrá calcular el vector de producción bruta, o sea:

$$X = (I - A)^{-1}\ Y \tag{3.19}$$

donde:

$(I - A)^{-1}$ Matríz inversa de coeficientes técnicos.

Se ha mencionado que las columnas de la matríz de insumo-producto representen los gastos de cada vector. Haciendo uso de los elementos en cada columna, es posible expresar el precio de cada producto en función del precio de los insumos intermedios y primarios utilizados en cada sector. De esta manera las ecuaciones que representan los precios de los productos de cada sector de la economía estan dadas por:

$$\begin{aligned} p_1 &= a_{11} p_1 + a_{21} p_2 + \ldots + a_{n1} p_n + B_1 \\ p_2 &= a_{12} p_1 + a_{22} p_2 + \ldots + a_{n2} p_n + B_2 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ p_n &= a_{1n} p_n + a_{2n} p_n + \ldots + a_{nn} p_n + B_n \end{aligned} \tag{3.20}$$

que matricialmente se escriben como

$$p = A'p + B' \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned} (1 - A')\, p &= B' \\ p &= (1 - A')^{-1} B' \end{aligned} \tag{3.22}$$

donde:

p Vector columna de precios por unidad de producción

A' Matríz transpuesta de A

B' Vector columna de coeficientes técnicos de insumos primarios y de consumo intermedio importados.

En el sistema de ecuaciones (3.15) se observa que los renglones de la matríz A ahora pasan a ser columnas, es por ello que se trabaja con su transpuesta.

Cuando los componentes de B (sueldos, intereses de capital, impuestos, importaciones, precios, etc.) sufren una variación $(\pi)$, el efecto sobre el valor de cada producto se calcula introduciendo esta variación en la ecuación (3.22).

$$p^{*} = (1 - A')^{-1} \pi B' \tag{3.23}$$

Esta ecuación dará el vector $p^{*}$ de nuevos valores por unidad de producción.

- Modelo Cerrado.

El modelo cerrado surge al incorporar el sector consumo de las familias, que era considerado fuera del sistema en el modelo abierto, al sistema como otra industria. En este modelo la demanda final y el insumo primario no aparecen, en su lugar están los requerimientos de insumo y el producto de la nueva industria. Ahora todos los bienes tienen naturaleza intermedia ya que todo lo que se produce sirve para satisfacer los requerimientos de insumo de las $(n + 1)$ industrias del modelo. Al considerar al sector consumo de las familias como una industria adicional el análisis no cambia. Sin embargo, puesto que se supone que la nueva industria tiene un índice fijo de insumo, el abastecimiento de lo que antes era insumo primario debe tener una proporción fija respecto de la demanda final. Esto puede significar, por ejemplo, que las familias consumirán los bienes en una proporción fija con respecto al servicio de trabajo que proporcionan.

La desaparición de la demanda final hace que ahora se tenga un sistema de ecuaciones homogéneas que representen los niveles correctos de producción.

Si se suponen $n$ industrias (incluyendo a la nueva representada por el subíndice 0) los niveles de producción se representan por:

$$
\begin{aligned}
X_0 &= a_{00} X_0 + a_{01} X_1 + a_{02} X_2 + \dots + a_{0n-1} X_{n-1} + 0 \\
X_1 &= a_{10} X_0 + a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1(n-1)} X_{n-1} + 0 \\
X_2 &= a_{20} X_0 + a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2(n-1)} X_{n-1} + 0 \\
&\vdots \\
X_{n-1} &= a_{(n-1)0} X_0 + a_{(n-1)1} X_1 + a_{(n-2)2} X_2 + \dots + a_{(n-1)(n-1)} X_{n-1} + 0
\end{aligned}
\tag{3.24}
$$

ó

$$
\begin{aligned}
(1 - a_{00}) X_0 - a_{01} X_1 - a_{02} X_2 - \dots - a_{0(n-1)} X_{n-1} &= 0 \\
- a_{10} X_0 + (1-a_{11}) X_1 - a_{12} X_2 - \dots - a_{1(n-1)} X_{n-1} &= 0 \\
-a_{20} X_0 - a_{21} X_1 + (1-a_{22}) X_2 - \dots - a_{2(n-1)} X_{n-1} &= 0 \\
&\vdots \\
-a_{(n-1)0} X_0 - a_{(n-1)1} X_1 - a_{(n-1)2} X_2 - \dots - (1-a_{(n-1)(n-1)}) X_{n-1} &= 0
\end{aligned}
\tag{3.25}
$$

ó

$$\begin{bmatrix} (1-a_{00}) & -a_{01} & -a_{02} & - \dots - & a_{0(n-1)} \\ -a_{10} & (1-a_{11}) & -a_{12} & - \dots - & a_{1(n-1)} \\ -a_{20} & -a_{21} & (1-a_{22}) & - \dots - & a_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{(n-1)0} & -a_{(n-1)1} & -a_{(n-1)2} & - \dots - & (1-a_{(n-1)(n-1)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

El sistema de ecuaciones por ser homogéneo tiene una solución no trivial si y solo si la matríz $(I - A)$ tiene determinante cero.

En un modelo cerrado todas las sumas de columna de la matríz de coeficiente de insumo, $A$, deben ser igual a 1, es decir

$$a_{0j} + a_{1j} + a_{2j} + \dots + a_{(n-1)j} = 1$$

o (3.27)

$$a_{0j} = 1 - a_{1j} - a_{2j} - \dots - a_{(n-1)j}$$

- Clasificación Sectorial

Por lo que se refiere al modelo de insumo-producto, la clasificación de las industrias esta determinada por consideraciones de homogeneidad tecnológica; la de las familias se determina por las consideraciones de similaridad estructural entre sus modelos de gasto. La clasificación se hace también, considerando tanto al tipo de análisis que se requiere, como a la información disponible.

Conceptualmente se llama "industria" a un grupo de empresas que proveen productos similares, se llama sector a un grupo de industrias que abaste cen mercados similares. Sin embargo, de acuerdo con las hipótesis del mo delo de insumo-producto, cada "sector" es un grupo de unidades económicas homogéneas con respecto al producto que ofrecen, a la estructura de cos tos y a la tecnología de producción. Para la mayoría de los tipos de aná lisis de insumo-producto la mejor base para la agregación está constitui da por la similitud en la estructura de los insumos. Aunque esta manera de clasificación encuentra, en la práctica muy serias limitaciones debi do a la no disponibilidad de datos. Cuanto mayor sea el número de secto res en una tabla de insumo producto que describa una determinada economía nacional, más precisos serán los resultados finales de sus aplicaciones analíticas.

## 3.2 Problemas de Construcción y Actualización de Matrices de Insumo-Pro ducto.

Generalmente, para la construcción de matrices de insumo-producto, se par te de las consideraciones que se plantean en las relaciones contables del modelo de esta naturaleza, ver cuadro 1 del capítulo 3. Sin embargo, la única fuente de información estadística suficiente para construir una ma triz de insumo-producto es un censo industrial que reune informes detalla dos sobre los insumos y productos de todas las industrias individuales. Aunque frecuentemente se pueden obtener volúmenes de datos de otras fuentes, solo un censo puede proporcionar datos de insumos con detalles suficientes, pues este reune datos provenientes de fuentes suplementarias. Por lo tanto el año que indica la matriz, por lo común, es el del censo, aun cuando existan posibilidades de adaptar parte de los datos de un año a otro.

En la mayoría de los países, en especial los que se encuentran en vías de desarrollo, se enfrentan a problemas de diversa índole al construir o estimar una matríz de insumo-producto. Pues para ello, partiendo de información de las fuentes primarias (censos distintos) absorve tiempo y muchos recursos.

Disponer de matrices de esta clase, además de que no es indispensable, en México y en la mayoría de los países no es posible todavía, porque mucha de la información requerida, sobre todo la de los censos económicos, no se registra anualmente. Sin embargo, para muchas de las aplicaciones de la matríz es necesario disponer de datos lo más actuales posibles, pues los valores queésta contiene solo pueden ser confiables para un número limitado de años, porque los coeficientes técnicos observan grandes cambios a relativamente largo plazo.

Es así como surge la necesidad de actualizar o amplir el período en el cual sean útiles dichos datos contenidos en la matríz. Para ello se han desarrollado algunas técnicas entre las que se encuentran las que se discuten a continuación:

- Actualización de matrices de insumo-producto.

Cabe recordar que la matríz de insumo-producto describe las transacciones intermedias que se efectúan en todas las ramas de la economía, es decir, es parte del cuadro de relaciones intersectoriales. Por lo general, la

En este método en primer lugar se debe analizar la matríz de relaciones intersectoriales mas reciente, construida en la forma que el primer método recomienda. Posteriormente hay que obtener datos reales por rama, del año de estudio, de variables como producción, exportación e importación, inversión y consumo. Estos por lo general se recogen cada año y sirven como cifras de control. Se reune la información sobre la estructura de insumos de ciertas ramas seleccionadas previamente, para las ramas restantes se hacen extrapolaciones. Una vez dividida cada rama lo mas posible se incorporan los movimientos de precios y productos, al mismo tiempo se estiman los vectores de demanda final y de importaciones utilizando cuadros anteriores.

Finalmente se comparan las cifras de control con la demanda total que tendría cada rama y se busca el origen de las discrepancias, al corregirlas surgen otras diferencias que deben ser eliminadas en la misma forma. El procedimiento sigue hasta lograr que la matríz sea balanceada. Este método se sujeta a grandes rasgos, a los mismos principios en que se basa el método modificado RAS, que se describe enseguida.

. Tercer método

Este método conocido como Método RAS fue diseñado por Richard Stone. La técnica de Stone para actualizar una matríz de insumo-producto, consiste en la transformación de una matríz correspondiente a un año anterior conformándola con los valores de contabilidad nacional disponibles para un año mas reciente. Fundamentalmente, el método consiste en encontrar una serie de multiplicadores para modificar los renglones de la matríz y una estimación anual de la matríz no es indispensable, sin embargo, vale la pena actualizarla ya que los valores de éstas realizadas en años anteriores sólo pueden ser válidos para un número limitado de años, pues los coeficientes presentan cambios en años posteriores.

Existen diferentes métodos para actualizar matrices de insumo-producto, entre los cuáles se pueden citar a los siguientes:

. Primer método

Este método se utiliza para la construcción de matrices a partir de la información de fuentes primarias y consiste en la ejecución de las etapas que a continuación se enlistan:

a) Planear el trabajo

b) Reunir los datos necesarios para lograr el balance entre el origen y el destino de los bienes y servicios.

c) Realizar estudios específicos para eliminar deficiencias en la información.

Debido a que la realización de dichas tareas llevan mucho tiempo y gran cantidad de recursos, se consiera que el método es impráctico por ser muy costoso.

. Segundo método

serie de multiplicadores que ajusten a las columnas, de manera tal que los flujos de la matriz transformada sumen los totales por renglón y por columna acordes con las cifras de las cuentas nacionales para el año de interés. El método RAS postula que los flujos de una matríz de insumo-producto van modificándose a través del tiempo por los efectos de cambios en los precios de los insumos, en el nivel de producción y por variaciones tecnológicas. En los multiplicadores de los renglones y de las columnas de una matríz transformada con este método, se valora el efecto de dichas variables económicas sobre cada rama de actividad que ésta contiene.

Puesto que el Método RAS es ampliamente utilizado, éste se describe a continuación:

Para poder aplicar el método, es necesario contar con los datos siguientes:

a) Una matríz de insumo-producto de un año pasado, que será el año cero en los cálculos y que tiene como elementos $\omega_{ij}^{o}$.

b) Un vector con los valores brutos de producción del año reciente, el año uno; que tiene como elemento $X^1$.

c) Un vector con los valores de demanda final por rama de origen, $Y^1$, y de totales de insumos primarios por sector de destino, $Z^1$, para obtener por diferencia los totales de producción intermedia, $t_i^1$, y los totales de insumos intermedios, $q_j^1$, para el año reciente.

El supuesto principal del método señala que pueden obtenerse los elemen tos de la matríz reciente al multiplicar renglones y columnas de la matríz del año cero con ciertos multiplicadores $r$ y $s$, esto es

$$\omega^{1}_{ij} = r_i \, \omega^{o}_{ij} \, s_j$$

matricialmente

$$W^{1} = \hat{r} \, \omega^{o} \, \hat{s} \tag{3.28}$$

donde

$$r = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \quad , \quad s = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto la expresión (3.28) será de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \omega^{1}_{11} & \omega^{1}_{12} & \cdots & \omega^{1}_{1n} \\ \omega^{1}_{21} & \omega^{1}_{22} & \cdots & \omega^{1}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \omega^{1}_{n1} & \omega^{1}_{n2} & \cdots & \omega^{1}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \, \omega^{o}_{11} \, s_1 & r_1 \, \omega^{o}_{12} \, s_2 & \cdots & r_1 \, \omega^{o}_{1n} \, s_n \\ r_2 \, \omega^{o}_{21} \, s_2 & r_2 \, \omega^{o}_{22} \, s_2 & \cdots & r_2 \, \omega^{o}_{2n} \, s_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_n \, \omega^{o}_{n1} \, s_2 & r_n \, \omega^{o}_{n2} \, s_2 & \cdots & r_n \, \omega^{o}_{nn} \, s_n \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

Los multiplicadores $r$ y $s$ se desconocen, pero se sabe que la suma de cada renglón y de cada columna deben coincidir con los totales de producción intermedia, $t_i$, y de los insumos intermedios, $q_j$, dados en las cuentas nacionales del año reciente

$$\Sigma_j \omega^1_{ij} = t_i$$
$$\Sigma_i \omega^1_{ij} = q_i \qquad (3.30)$$

sustituyendo (3.28) en (3.30) se tiene

$$\Sigma_j r_i \omega^o_{ij} s_j = t_i \qquad (3.31)$$

$$\Sigma_i r_i \omega^o_{ij} s_j = q_j \qquad (3.32)$$

estas expresiones nos dan un sistema de (n+n) ecuaciones con (n+n) incógnitas. Este sistema tiene solución si se cumple (como antes se mencionó) que

$$\Sigma_i t_i = \Sigma_j q_j \qquad (3.33)$$

Al resolver el sistema se obtienen los valores de $r_i$ y $s_j$, con los que puede calcularse $W^1 = \hat{r} W^o \hat{s}$.

Cabe aclarar que, aún cuando (3.31) y (3.32) es un sistema de (n+n) ecuaciones con (n+n) incógnitas, dada la estructura de dicho sistema habrá muchas soluciones para r y s. O sea, cada valor $\omega^o_{ij}$ será transformado por un par de valores r y s para obtener $\omega^1_{ij}$; si se multiplica a r con cualquier factor y se divide a s entre ese mismo factor, se obtiene para $\omega^1_{ij}$ exactamente la misma solución. Aún cuando hay una serie de combinaciones equivalentes de r y s, el valor de flujos de la matríz actualizada es único:

$$\omega_{ij}^{1}\ (r,s) \equiv r_i\ \omega_{ij}^{o}\ s_j = \alpha\ r_i\ \omega_{ij}^{o}\ \frac{s_j}{\alpha} \equiv \omega_{ij}^{1}\ (\alpha\ r,\ s/\alpha) \qquad (3.34)$$

con $\alpha \neq 0$.

Para obtener los multiplicadores, de las ecuaciones (3.31) y (3.32), puede utilizarse el método iterativo. A través de un ajuste sucesivo de la matríz del año cero se alcanza una convergencia rápida cuando se trata de matrices de insumo-producto. Cada elemento $\omega_{ij}^{o}$, de la matríz base, se multiplica por un factor dado por la relación del valor prescrito (valor de la producción intermedia en el año 1) entre el valor real (valor de la producción intermedia en el año cero) de la columna o del renglón correspondiente, si se inicia la transformación por renglones se continua por columnas, ya que ajustados los valores reales con los prescritos por renglón hay que proceder al ajuste por columnas; con esto se desajustan nuevamente los totales de renglones y habrá que reajustar renglones; posteriormente se ajustan nuevamente los totales de columnas y así sucesivamente hasta conformar los totales reales con los prescritos tanto por renglones como por columnas. Cada factor utilizado en las diferentes iteraciones se va acumulando multiplicativamente hasta llegar a los multiplicadores finales para cada renglón y cada columna de la matríz.

Los multiplicadores así encontrados reflejan que los coeficientes de insumo-producto para el año reciente se encuentran sometidos a dos efectos tecnológicos durante el período del año cero al año de estudio: el efecto de sustitución medido por el grado en que el bien i (insumido) ha sido sustituido por otro u otros bienes en el proceso productivo y que esta representado por el multiplicador $r_i$; y un efecto de eficiencia dado por el grado en que el bien j (producido) ha absorvido una mayor o menor relación de insumos intermedios por unidad de producción, este efecto esta representado por el multiplicador $s_j$.

Es decir, un multiplicador $s_j$ bajo indica que hay un mejoramiento en su eficiencia de insumos intermedios por unidad de producción; un multiplicador $r_i$ pequeño indica una disminución de su participación como insumo intermedio en el proceso productivo.

Dadas las características anteriores del método RAS, se puede decir que es eficiente para analizar economías estables o en un proceso de crecimiento que no altere las relaciones entre los distintos sectores. Es más preciso cuando algunos de los coeficientes, que no se consideran estables, se calculan con datos reales. Este procedimiento constituye al llamado método RAS modificado[1].

Basándose en investigaciones realizadas, se concluye que el lapso en el que los coeficientes estimados por este método son considerados reales varia entre 5 y 10 años, para períodos mas largos no se considera útil.

Para ilustrar el procedimiento de actualización RAS, en el capítulo 5, se presenta un ejemplo en el que a partir de la matríz de insumo-producto (agregado) de 1970 se llega a la de 1975.

1. El equipo que publicó el nuevo Sistema de Cuentas Nacionales de México, esta perfeccionando un método de actualización de matrices de insumo-producto que permitirá obtener la estimación de la matriz para 1978.

## 3.3 La Inversión de la Matríz de Insumo-Producto.

El modelo de insumo-producto, tratado anteriormente, puede expresarse en forma sintetizada de la siguiente manera

$$X_i - \Sigma\, a_{ij}\, X_j = Y_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

o como $$(I - A)\, X = Y \tag{3.35}$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$ matríz de coeficientes técnicos

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$ vector columna de los valores brutos de la producción

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$ vector columna de las demandas finales

De la expresión (3.35) se deduce que:

$$X = (I - A)^{-1}\ Y \tag{3.36}$$

Donde $(I - A)^{-1}$ es la matríz inversa de $(I - A)$ o de Leontief. La ecuación (3.36) indica que la producción total $(X)$, de cada mercancia, depende de los valores asignados a la demanda final $(Y)$, dada una tecnología en uso. Como los valores de la demanda final son autónomos, es decir, no estan determinados por el modelo, se pueden dar diferentes valores de demanda y analizar los efectos producidos sobre la economía.

De las consideraciones anteriores se infiere que la elaboración de un modelo de insumo-producto comprende tres etapas: La primera, se refiere a la elaboración de una matríz de flujos formado con base a los datos históricos de la clasificación sectorial adoptada. La segunda comprende el cálculo de los coeficientes directos obtenidos a través de la fórmula $a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j}$. En la última etapa se calcula la matríz de coeficientes directos e indirectos o sea la matríz $(I - A)^{-1}$.

Existen diferentes métodos para calcular la matríz inversa $(I - A)^{-1}$, estos pueden ser clasificados en tres grupos:

- Directos
  . Método de los determinantes
  . Método de eliminación de Gauss
  . Método de Gauss-Jordan
  . etc.

- Iterativos
  . Método de Gauss-Seidel
  . Método de Jacobi o de desplazamiento simultáneo
  . Método de series de Newman
  . etc.

- Métodos Monte Carlo

A continuación se hace una breve descripción de tales métodos:

Los métodos directos consisten en una rutina de cálculo con un número finito de etapas, la cual la última de éstas da la solución del problema.

Para calcular la inversa por el método de los determinantes, basta aplicar la fórmula

$$(I - A)^{-1} = \frac{1}{\det (I-A)} \operatorname{adj} (I-A) \qquad (3.37)$$

donde: $\operatorname{adj} A = \text{adjunta de } A = \left[A_{ij}\right]^T$

y $A_{ij}$ es el cofactor de $a_{ij}$ en A. A pesar de la relativa facilidad para obtener la inversa, este método resulta impráctico cuando el sistema de ecuaciones es grande. Para tal caso es recomendable utilizar otro método.

El método de eliminación de Gauss puede utilizarse cuando el número de ecuaciones crece, éste consta de dos partes. La primera se denomina solución progresiva que consiste en utilizar la primera ecuación para eliminar la primera incognita (cuyo coeficiente no es nulo, primer pivote) de las n-1 ecuaciones restantes, la primera de éstas se utiliza para eliminar la segunda incógnita (con coeficiente no nulo, segundo pivote) de las n-2 ecuaciones restantes, y asi se sigue hasta llegar a una sola ecuación la última incógnita. La segunda parte o "solución regresiva" consiste en obtener el valor de la incógnita $(X_n)$ de la última ecuación para obtener el valor de la incógnita $(X_{n-1})$, etc., hasta llegar a obtener $(X_i)$ de la primera ecuación en función de las anteriores. Es decir con este método se llega a obtener un sistema de forma triangular.

El método de Gauss-Jordan consta únicamente de la solución progresiva, empieza igual que el método de Gauss utilizando la primera ecuación para eliminar la primer incógnita de las (n-1) ecuaciones restantes, pero utiliza la segunda ecuación del nuevo sistema para eliminar la segunda incógnita no solo de las (n-2) ecuaciones siguientes, sino también de la primera ecuación del nuevo sistema; mediante la tercera ecuación del sistema resultante,elimina la tercera incógnita de las (n-3) ecuaciones siguientes, así como de las dos primeras ecuaciones del sistema obtenido; y asi se sigue hasta llegar al sistema final en el que la primera ecuación contiene solo la primera incógnita, la segunda ecuación solo contiene a la segunda incógnita, etc., y la última ecuación contiene solo a la última incógnita. Partiendo con sistema de ecuaciones del tipo de Leontief con este método se llega a obtener un sistema diagonal[1].

1. Para el desarrollo analítico se sugiere recurrir a Cansado Enrique, sobre la inversión de Matrices de Leontief, Santiago de Chile, 1965 ó Ben Noble, Applied Linear Algebra.

Los métodos iterativos[1], o de aproximaciones sucesivas, parten de una solución inicial (obtenido por cualquier procedimiento) que se va mejorando etapa tras etapa y que en un número infinito de éstas daría la solución exacta del problema. La solución inicial puede obtenerse por ejemplo mediante el método directo donde se utilicen pocas cifras decimales para reducir los cálculos, o tomando una solución inicial arbitraria, tal como $X_1 = X_2 = \ldots X_n = 0$, de tal modo que en las etapas sucesivas se van obteniendo otras soluciones mas o menos aproximadas hasta llegar a la solución exacta.

Existe, al igual que en los métodos directos, una gran variedad de métodos iterativos aplicables a la inversión de matrices, asi como aplicables a la solución de sistemas de ecuaciones. Dentro de ellos se tiene al método de Gauss-Seidel en el que se van corrigiendo una a una las componentes, por ello se dice que es un método iterativo de escalón simple[1]. Otro método iterativo es el método de Jacobi o de desplazamientos simultáneos, que consiste en arrancar con una solución inicial cualquiera. Con este método se corrigen todas las componentes a la vez por eso el nombre de iterativo de escalón total[1]. El método de series de Newman se basa en un desarrollo en serie de potencias de matrices, para nuestro caso, de la forma geométrica matricial dada por

$$(I-A)^{-1} = I + A + A^2 + \ldots + A^k + \qquad (3.38)$$

que es una generalización de la serie geométrica numérica

1. Cansado Enrique, sobre la inversión de matrices de Leontief, Santiago de Chile, 1965.

$$(1\text{-}A)^{-1} = 1 + A + A^2 + \ldots + A^k + \ldots$$

La ecuación (3.38) indica que cada elemento en la inversa es no negativo, pues A e I contienen elementos positivos. Cada elemento en la inversa depende de los elementos de la matríz tecnológica. Por lo tanto, la expresión (3.38) convergerá si son convergentes todas las series numéricas correspondientes a cada uno de los elementos de la matríz cuadrada A, y como los valores de dichos elementos son menores que uno, este sistema si es convergente.

Finalmente, el método Monte Carlo[1] se le ha dado un enfoque de tal manera que pueda ser aplicado en la inversión de matrices y solución de sistemas de ecuaciones. El método consiste básicamente en la repetición de determinados procesos experimentales de muestreo estadístico basados en los datos del problema y mediante la utilización de "números aleatorios". La solución o resultado es el promedio de dichos procesos aleatorios muchas veces repetidos y tiene las características probabilísticas de una estimación estadística . Parece que el método Monte Carlo es recomendable en el caso de que n, el orden de la matríz o número de ecuaciones y de incógnitas, sea muy grande y además se cuente con una computadora.

## 3.4 Un Programa de Computadora para la Solución del Modelo de Insumo-Producto.

Los requerimientos computacionales en el análisis de un problema de insumo-producto depende de la amplitud del modelo, en cuanto al número de sectores y variables que se involucren.

Para modelos sencillos, hasta de 20 sectores, puede ser suficiente contar con una calculadora de mesa para desarrollar operaciones y análisis necesarios para la solución del problema. Para modelos más desagregados y con un gran número de variables adicionales que requieren de introducción de grandes modificaciones en la estructura fundamental, habrá que disponer de una computadora electrónica de gran capacidad, asi como de técnicos y expertos altamente calificados. Por las razones señaladas y para una mayor rápidez en la obtención de resultados, en este trabajo, se propone un programa de computadora para obtener la solución de modelos del tipo insumo-producto.

En dicho programa pueden identificarse tanto a las variables de entrada (demandas finales para cada sector, los coeficientes fijos de insumo necesarios para obtener una unidad de producción en cada sector, etc.) como a las de salida (producciones intermedias de cada sector, que junto con las producciones finales dan las producciones totales, etc.) que estén involucradas en el modelo de insumo-producto. Basta con alimentar con datos, de las variables de entrada, al programa para que éste proporcione los resultados buscados.

El programa esta diseñado de acuerdo al procedimiento marcado por el modelo de insumo-producto, éste se ilustra con el ejemplo que se presenta a continuación:

```
                              L E C N / T I E F
                              = = = = = = = = =
C        XI ( I,J ) = VECTOR DE PRODUCCION BRUTA
C      XIJ ( I,J ) = VENTAS DEL SECTOR I AL SECTOR J
C        CY ( I )  = DEMANDA FINAL DEL I-ESIMO SECTOR
C      A ( I,J ) = MATRIZ DE INSUMO - PRODUCTO O DE COEFICIENTES TECNICOS
C
      DIMENSION XXIJ(30,30),DXI(30),XXT(30),AL(30,30),DXX(30,30),
     1 CY(30),XIJ(30,30),XI(900),V(30),C(30),VA(30),
     2 A(30,30),L(30,30),UUA(30,30)
  402 FORMAT(8X6(I3,2X,G15.6))
C
      READ 101,M,N
  101 FORMAT(2I4)
C
C      MATRIZ DE INSUMO - PRODUCTO
C
      READ 102,(( XIJ(I,J),I=1,M),J=1,N)
C
C      PRODUCCION BRUTA
C
      READ 102,( XI(I),I=1,M)
C
C      DEMANDA FINAL
C
      READ 102,( CY(I),I=1,M)
  102 FORMAT(8F10.0)
C
      PRINT /,"      M A T R I Z  D E  I N S U M O - P R O D U C T O"
      PRINT 301
  301 FORMAT(////)
      CALL RENCOL( XIJ, M, N          )
         PRINT 301
C
      PRINT/,"      P R O D U C C I O N  B R U T A"
      PRINT 301
C
      PRINT 302,( XI(I),I=1,M)
  302 FORMAT(3F12.4)
C
      CALL SUMAS(    XI,XIJ, M, N            )
      DO 50 J = 1, N
      DO 50 I=1,M
   50 A(I,J) = XIJ(I,J)/XI(J)
C
      PRINT 403
  403 FORMAT(1H1)
      PRINT 404
  404 FORMAT("     M A T R I Z  D E  C O E F I C I E N T E S  T E C N I
     1C O S  ")
C
      PRINT 301
      CALL RENCOL(   A, M, N              )
      CALL OLESSA(  UA, A, M, N           )
```

```
C  00C:0000:5
C  00C:0000:5
C  00C:0000:5
C  00C:0000:5
C  00C:0000:5
START OF SEGMENT 002
C  002:0000:0
C  002:0000:0
C  002:0000:0
C  002:0000:0
C  002:0000:0
C  002:0000:0
     FIB IS 0006 LONG
C  002:0009:2
C  002:0009:2
C  002:0009:2
C  002:0009:2
C  002:0009:2
C  002:0013:2
C  002:0013:2
C  002:0013:2
C  002:0013:2
C  002:0023:2
C  002:0023:2
C  002:0023:2
C  002:0023:2
C  002:0035:2
C  002:0035:2
C  002:0035:2
     FIB IS 0006 LONG
C  002:0035:2
C  002:0041:2
C  002:0041:2
C  002:0043:4
C  002:0047:2
C  002:0047:2
C  002:004F:2
C  002:0053:2
C  002:0053:2
C  002:005F:2
C  002:005F:2
C  002:005F:2
C  002:0062:2
C  002:0063:0
C  002:0064:0
C  002:006E:1
C  002:006E:1
C  002:0072:2
C  002:0073:3
C  002:0076:2
C  002:0076:2
C  002:0076:2
C  002:0076:2
C  002:007A:2
C  002:007C:4
```

```
      DO 80 I=1,N
   80 AL(I,J) = UA( I,J)
      PRINT 403
      PRINT /,"        M A T R I Z   D E   L E O N T I E F"
      PRINT 301

      CALL INVER( AL, XI, N, LUEI, INV, NN          )

      DO 90 I=1,N
      DO 90 J=1,N
      XXI(I) = AL(I,J) * CY(J) + XXI(I)
   90 CONTINUE

      CALL ULESSA( UUA, UA, M, N                     )
      DO 100 J=1,N
      DO 100 I=1,M
  100 XXIJ(I,J) = UUA(I,J) * XXI(J)

      PRINT 301
      PRINT /,"        N U E V A  P R O D U C C I O N   B R U T A".
      PRINT 301
      PRINT 302,( XXI(J),J=1,M )

      PRINT 403
      PRINT 405
  405 FORMAT(/,"       N U E V A   M A T R I Z   D E   I N S U M O  -  P R O D
     1U C T O   ")
      PRINT 301

      CALL RENCOL( XXIJ, M, N                        )
      CALL SUMAS(  XXI, XXIJ, M, N                   )

      PRINT 301
      PRINT /,"        N U E V A   D E M A N D A   F I N A L"
      PRINT 301

      PRINT 302,( CY(I),I=1,M)
  302 FORMAT(11X6(2XG15.6))

      DO 110 J=1,N
      DXI(J) = XXI(J) - XI(J)
      DO 110 I=1,M
  110 DXX(I,J) = XXIJ(I,J)    - XIJ(I,J)
      PRINT 403
      PRINT /,"        M A T R I Z   D E   D I F E R E N C I A S"
      PRINT 301
      CALL RENCOL( DXX, M,N                          )
          PRINT 301

      PRINT /,"       NUEVA PROD. BRUTA MENOS ANT. PROD. BRUTA"
      PRINT 301
      PRINT 302,( DXI(J),J=1,M )

      CALL SUMAS( DXI, DXX, M,N                      )
      CALL EXIT
      END
```

```
C   002:0081:0
C   002:0082:0
C   002:0083:0
C   002:008E:2
C   002:0097:2
C   002:0093:2
C   002:0093:2
C   002:009F:2
C   002:009F:2
C   002:00A0:0
C   002:00A1:0
C   002:00A6:1
C   002:00AA:3
C   002:00AA:3
C   002:00AD:3
C   002:00AF:0
C   002:00B0:0
C   002:00BA:1
C   002:00BA:1
C   002:00BE:2
C   002:00C6:2
C   002:00CA:2
C   002:00D6:2
C   002:00D6:2
C   002:00DA:2
C   002:00DE:2
C   002:00DE:2
C   002:00DE:2
C   002:00F2:2
C   002:00F2:2
C   002:00E4:4
C   002:00E7:4
C   002:00E7:4
C   002:00E3:2
C   002:00E3:2
C   002:00F7:2
C   002:00F7:2
C   002:0103:2
C   002:0103:2
C   002:0103:2
C   002:0104:0
C   002:0107:3
C   002:0109:0
C   002:0114:2
C   002:0119:2
C   002:0120:2
C   002:0124:2
C   002:0126:4
C   002:012A:2
C   002:012A:2
C   002:0132:2
C   002:0136:2
C   002:0142:2
C   002:0142:2
C   002:0145:2
C   002:0145:1
SEGMENT C02 IS 0190 LONG
```

```
      SUBROUTINE ULESSA( X,Z,M,N           )
      DIMENSION X(30,30), Z(30,30)
      DO 70 J=1,N
      DO 70 I=1,N
      IF( I .EQ. J ) GO TO 60
      X(I,J) = -Z(I,J)
      GO TO 70
   60 X(I,J) = 1 - Z( I,J)
   70 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
 START OF SEGMENT 008
C    008:0000:0
C    008:0000:0
C    008:0000:0
C    008:0001:0
C    008:0002:0
C    008:0003:2
C    008:0009:1
C    008:000D:4
C    008:000F:4
C    008:0014:0
C    008:0014:3
SEGMENT C08 IS 001B LONG
```

```
      SUBROUTINE SUMAS( XI, XIJ, M, N          )
      DIMENSION XI(30), XIJ(30,30)
      DIMENSION V(30), Y(30), C(30), VA(30)
  202 FORMAT(3F12.4)
  402 FORMAT(11X6(2XG15.6))
  403 FORMAT(1H1)
      PRINT 403
      DO 10 I = 1,M
      DO 10 J = 1, N
   10 V(I) = XIJ(I,J) + V(I)
C
      PRINT /,"      T O T A L   D E   V E N T A S "
      PRINT 301
  301 FORMAT(///)
      PRINT 402,( V(I) , I=1,M)
      DO 20 I=1,M
      SPB = XI(I) + SPB
   20 Y(I) = XI(I) - V(I)
C
         PRINT 404,SPB
  404 FORMAT(//"     PRODUCCION BRUTA TOTAL = ",G15.4,////)
C
      PRINT 301
         PRINT /,"      D E M A N D A   F I N A L "
      PRINT 301
      PRINT 402,(Y(I), I=1,M )
      DO 30 J=1,N
      DO 30 I=1,M
   30 C(J) = XIJ(I,J)  + C(J)
C
      PRINT 301
      PRINT /,"      T O T A L   D E   I N S U M O S "
      PRINT 301
      PRINT 402,( C(J),J=1,N )
C
      DO 35 I=1,M
      STI = C(I) + STI
   35 SIV = V(I) + SIV
C
      PRINT 301
      PRINT 405,STI,SIV
  405 FORMAT(//" SUMA TOTAL DE INSUMOS = ",G15.4,/" SUMA TOTAL DE VENTAS
     1 = ",G15.4,////)
      DO 40 J = 1,N
   40 VA( J ) = XI(J) - C(J)
C
      PRINT /,"     V A L O R   A G R E G A D O "
         PRINT 301
      PRINT 402,( VA(J), J=1,N)
      PRINT 301
      DO 50 J=1,N
      SVA = VA(J) + SVA
   50 SDF = Y(J) + SDF
C
      PRINT 203,SVA,SDF
  203 FORMAT(//"     SUMA VALOR AGREGADO = ",F12.4//"      SUMA DEMANDA
     1FINAL  = ",F12.4//)
      RETURN
      END
```

```
START OF SEGMENT 00
C  005:0000:0
C  005:0000:0
C  005:0000:0
C  005:0000:0
C  005:0000:0
C  005:0000:0
C  005:0000:0
C  005:0004:2
C  005:0005:0
C  005:0006:0
C  005:000E:5
C  005:000F:5
C  005:0017:2
C  005:0013:2
C  005:0019:2
C  005:0027:2
C  005:0029:0
C  005:002A:3
C  005:0030:4
C  005:0030:4
C  005:0037:2
C  005:0037:2
C  005:0037:2
C  005:0033:2
C  005:0043:2
C  005:0047:2
C  005:0053:2
C  005:0054:0
C  005:0055:0
C  005:005D:5
C  005:005D:5
C  005:0062:2
C  005:006A:2
C  005:006E:2
C  005:007A:2
C  005:007A:2
C  005:0079:0
C  005:007D:0
C  005:0081:1
C  005:0081:1
C  005:0085:2
C  005:0089:2
C  005:0089:2
C  005:0089:2
C  005:008E:0
C  005:0094:1
C  005:009A:1
C  005:009C:2
C  005:00A0:2
C  005:00AC:2
C  005:00B0:2
C  005:00B1:0
C  005:00B3:0
C  005:00B7:1
C  005:00B7:1
C  005:00BE:2
C  005:00BF:2
C  005:00BF:2
C  005:00BF:5
```

```
      SUBROUTINE RENCUL( X, M, N                                    )
302   FORMAT(//1X"REGION",I3//)
303   FORMAT(8X6(I3,2X,G15.6))
      DIMENSION X(30,30)
      DO 11 I=1,M
      PRINT 302,I
 11   PRINT 303,( J, X(I,J), J=1,N)
      RETURN
      END
```

```
 START OF SEGMENT 00A
  C   00A:0000:0
  C   00A:0000:0
  C   00A:0000:0
  C   00A:0000:0
  C   00A:0000:0
  C   00A:0001:0
  C   00A:0007:2
  C   00A:0018:3
  C   00A:0019:0
SEGMENT 00A IS 0023 LONG
```

```
      SUBROUTINE INVE (A, B, N, DET, INV, M          )
      DIMENSION A(30,30),B(30,30),IPVOT(30),INDICE(30,2),PIVOTE(30)
      IF(M) 57,57,10
    [illegible] FORMAT(10F10.4)
   10 PRINT 8
    8 FORMAT(10X" DADO EL VECTOR CONSTANTE B "//)
      DO 4 I=1,N
  200 FORMAT(F10.4)
      PRINT 200,( B(I,J) ,J=1,M )
    4 CONTINUE
   57 DET = 1
      DO 17 J=1,N
   17 IPVOT(J) = 0
      DO 135 I=1,N
      T = 0.0
      DO 9 J=1,N
      IF( IPVOT(J) - 1) 13,9,13
   13 DO 23 K=1,N
      IF(IPVOT(K) - 1 ) 43,23,9009
   43 IF(ABS( T ) - ABS( A( J,K) )) 83,23,23
   83 IREN = J
      ICOL = K
      T = A( J,K)
   23 CONTINUE
    9 CONTINUE
      IPVOT( ICOL ) = IPVOT( ICOL ) + 1
      IF( IREN - ICOL ) 73,109,73
   73 DET = -DET
      DO 12 L = 1,N
      T = A( IREN , L )
      A( IREN , L ) = A( ICOL, L )
   12 A( ICOL,L) = T
      IF( M ) 109,109,33
   33 DO 2 L= 1, M
      T = B( IREN,L)
      B( IREN,L) = B(ICOL,L)
    2 B( ICOL,L) = T
  109 INDICE(I,1) = IREN
      INDICE(I,2) = ICOL
      PIVOTE(I) = A(ICOL,ICOL)
      DET = DET * PIVOTE( I)
      A( ICOL,ICOL ) = 1.
      DO 205 L=1,N
  205 A( ICOL,L) = A( ICOL,L)/PIVOTE( I )
      IF( M ) 347,347,66
   66 DO 52 L=1,M
   52 B( ICOL,L ) = B( ICOL,L)/ PIVOTE( I )
  347 DO 135 LI = 1 , N
      IF( LI - ICOL ) 21,135,21
   21 T = A( LI,ICOL )
      A( LI,ICOL ) = 0.0
      DO 89 L=1,N
   89 A( LI,L) = A(LI,L) - A( ICOL,L ) * T
      IF(M) 135,135,18
   18 DO 68 L=1,M
   68 B(LI,L) = B(LI,L) - B( ICOL,L) * T
  135 CONTINUE
  222 DO 3 I=1,N
      L = N- I + 1
```

```
START OF SEGMENT 008
C   00F:0000:0
C   00F:0000:0
C   00F:0000:0
C   00F:0001:4
C   00F:0001:4
C   00F:0005:2
C   00F:0005:2
C   00F:0006:0
C   00F:0006:0
C   00F:0013:2
C   00F:0015:3
C   00F:0016:1
C   00F:0017:0
C   00F:001A:4
C   00F:001C:0
C   00F:001C:4
C   00F:001E:0
C   00F:001F:5
C   00F:0021:0
C   00F:0024:5
C   00F:0029:1
C   00F:002A:0
C   00F:002A:5
C   00F:002F:0
C   00F:0030:1
C   00F:0032:2
C   00F:0034:3
C   00F:0035:5
C   00F:0036:5
C   00F:0039:0
C   00F:0039:1
C   00F:0040:5
C   00F:0046:3
C   00F:0047:3
C   00F:0049:0
C   00F:004C:1
C   00F:0051:5
C   00F:0057:2
C   00F:0059:0
C   00F:005A:5
C   00F:005F:5
C   00F:0060:5
C   00F:0064:0
C   00F:0065:0
C   00F:0068:4
C   00F:006C:5
C   00F:006E:0
C   00F:0074:4
C   00F:0076:0
C   00F:0077:2
C   00F:007A:3
C   00F:007D:4
C   00F:007F:0
C   00F:0087:5
C   00F:0089:0
C   00F:008A:0
C   00F:0092:5
C   00F:0097:1
C   00F:0098:0
```

```
      IF( INDICE( L,1) - INDICE( L,2) ) 19,3,19
   19 JREN = INDICE( L,1)
      JCOL = INDICE( L,2)
      DO 549 K=1,N
      T = A( K,JREN)
      A( K,JREN ) = A( K,JCOL)
      A( K,JCOL) = T
  549 CONTINUE
    3 CONTINUE
      IF( M ) 1003,1001,1004
 1001 PRINT 1011
 1011 FORMAT(10X" INVERSA DE LA MATRIZ  I - A"///)
      DO 1002 I=1,N
      PRINT 5,( A( I,J) ,J=1,N)
 1002 CONTINUE
      IF( LDEL ) 9009,9009,1003
 1003 PRINT 1033
 1033 FORMAT(10X" VALOR DEL DETERMINANTE "///)
      PRINT 200,DET
      GO TO 9009
 1004 PRINT 1044
 1044 FORMAT(10X" SOLUCION DE LAS ECUACIONES  "///)
      DO 1005 I=1,N
      PRINT 210,( B(I,J) ,J=1,M), I
  210 FORMAT(1XF10.4,4X,"X",I3)
 1005 CONTINUE
      IF( INV ) 9009,1003,1001
 9009 RETURN
      END
```

```
C  00F:00??:?
C  00F:009C:3
C  00F:009F:0
C  00F:009F:4
C  00F:00A1:0
C  00F:00A4:1
C  00F:00A9:5
C  00F:00AD:1
C  00F:00AF:2
C  00F:00B1:3
C  00F:00B3:5
C  00F:00B9:2
C  00F:00B9:2
C  00F:00B9:0
C  00F:00C6:2
C  00F:00C9:3
C  00F:00C?:4
C  00F:00CD:2
C  00F:00CD:2
C  00F:00D1:2
C  00F:00D4:5
C  00F:00D9:2
C  00F:00D9:2
C  00F:00DA:0
C  00F:00E2:2
C  00F:00F9:2
C  00F:00E8:3
C  00F:00ED:5
C  00F:00FE:2
SEGMENT COB IS 0106 LONG
```

MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO,

RENGLON 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5.00000 | 2 | 15.0000 | 3 | 0. |

RENGLON 2

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10.0000 | 2 | 30.0000 | 3 | 20.0000 |

RENGLON 3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10.0000 | 2 | 45.0000 | 3 | 0. |

PRODUCCION BRUTA,

| | | |
|---|---|---|
| 100.000 | 150.000 | 200.000 |

```
 TOTAL DE VENTAS,

           20.0000          60.0000          55.0000

PRODUCCION BRUTA TOTAL =        450.0


 DEMANDA FINAL,

           80.0000          90.0000          145.000

 TOTAL DE INSUMOS,

           25.0000          90.0000          20.0000

SUMA TOTAL DE INSUMOS =      135.0
SUMA TOTAL DE VENTAS  =      135.0

 VALOR AGREGADO,

           75.0000          60.0000          180.000
```

SUMA VALOR AGREGADO = 315.0000
SUMA DEMANDA FINAL = 315.0000

125

MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS

RENGLON 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | .500000E-01 | 2 | 0.100000 | 3 | 0. |

RENGLON 2

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.100000 | 2 | 0.200000 | 3 | 0.100000 |

RENGLON 3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.100000 | 2 | 0.300000 | 3 | 0. |

MATRIZ DE LEONTIEF.

INVERSA DE LA MATRIZ I - A

| | | |
|---|---|---|
| 1.0687 | 0.1388 | 0.0139 |
| 0.1527 | 1.3185 | 0.1319 |
| 0.1527 | 0.4094 | 1.0409 |

NUEVA PRODUCCION BRUTA.

| | | |
|---|---|---|
| 136.017 | 292.158 | 201.249 |

NUEVA MATRIZ DE INSUMO - PRODUCTO

RENGLON 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6.80083 | 2 | 29.2158 | 3 | 0. |

RENGLON 2

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 13.6017 | 2 | 58.4316 | 3 | 20.1249 |

RENGLON 3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 13.6017 | 2 | 87.6475 | 3 | 0. |

T O T A L   D E   V E N T A S ,

36.0167          92.1582          101.249

PRODUCCION BRUTA TOTAL =          629.4

D E M A N D A   F I N A L ,

100.000          200.000          100.000

T O T A L   D E   I N S U M O S ,

34.0042          175.295          20.1249

A TOTAL DE INSUMOS =          229.4
A TOTAL DE VENTAS  =          229.4

V A L O R   A G R E G A D O ,

102.012          116.863          181.124

SUMA VALOR AGREGADO =    400.0000
SUMA DEMANDA FINAL  =    400.0000

N U E V A  D E M A N D A  F I N A L ,

100.000    200.000    100.000

MATRIZ DE DIFERENCIAS.

COL 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.80083 | 2 | 14.2158 | 3 | 0. |

COL 2

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3.60167 | 2 | 28.4316 | 3 | 0.124913 |

COL 3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3.60167 | 2 | 42.6475 | 3 | 0. |

NUEVA PROD. BRUTA MENOS ANT. PROD. BRUTA.

| | | |
|---|---|---|
| 36.0167 | 142.158 | 1.24913 |

O T A L  D E  V E N T A S ,

| | | |
|---|---|---|
| 16.0167 | 32.1582 | 46.2491 |

DUCCION BRUTA TOTAL = 179.4

E M A N D A  F I N A L ,

| | | |
|---|---|---|
| 20.0000 | 110.000 | -45.0000 |

O T A L  D E  I N S U M O S ,

| | | |
|---|---|---|
| 9.00416 | 85.2949 | 0.124913 |

OTAL DE INSUMOS = 94.42
OTAL DE VENTAS = 94.42

A L O R  A G R E G A D O ,

| | | |
|---|---|---|
| 27.0125 | 56.8633 | 1.12422 |

SUMA VALOR AGREGADO = 85.0000
SUMA DEMANDA FINAL = 85.0000

52.1

es apropiada.

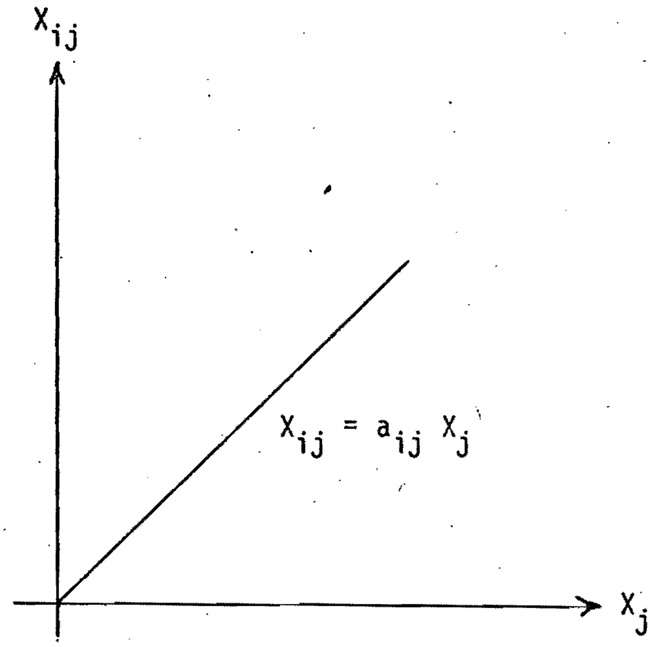


FIG. 1 RELACION LINEAL ENTRE $X_{ij}$ Y $X_j$.

Por ejemplo, si el sector i produce maquinaria y herramientas y el sector j produce automóviles, entonces la relación entre $X_{ij}$ y $X_j$ puede ser representada por los tipos de relaciones no lineales de las figuras 2 y 3.

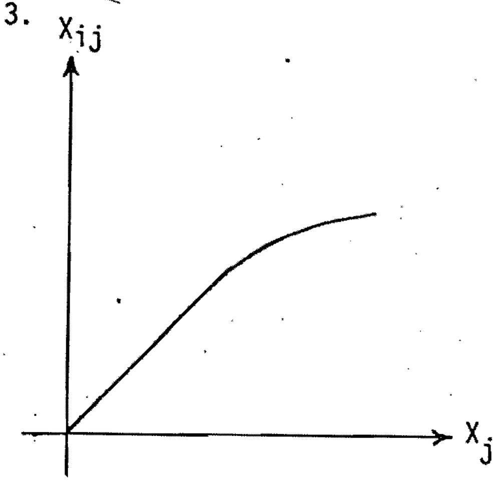


FIG. 2 RELACION NO LINEAL ENTRE $X_{ij}$ Y $X_j$.

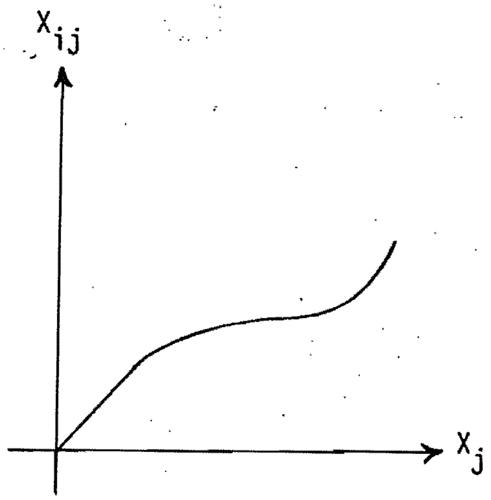


FIG. 3 RELACION NO LINEAL ENTRE $X_{ij}$ Y $X_j$.

Para escribir las relaciones acordes a las Figuras 2 y 3 del modelo no-lineal, se supone que cada producto $a_{ij}\ X_j$ de (4.1) es reemplazado por una función no necesariamente lineal $a_{ij}\ (X_j)$ de $X_j$. En este sentido, la expresión que dará los resultados del modelo es, en este caso, del tipo

$$X_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\ (X_j) = Y_i \qquad (i = 1, \ldots, n) \qquad (4.2)$$

Bajo las suposiciones arriba señaladas, se considera que el modelo no-lineal es aplicable si trabajando con la expresión (4.2) se llegan a obtener resultados parecidos a los del modelo lineal, como

a) Si algún componente del vector demanda final se incrementa, entonces la producción de todos los bienes debe ser incrementada, etc.

Para ello se parte de algunas propiedades y teoremas que son demostrados considerando el modelo no-lineal[1].

1. Sandberg W. A nonlinear input-output model of a multisectored economy, Econométrica, Vol. 41, Núm. 6, 1973.

## 4.2 Modelo Dinámico

En el modelo estático de insumo-producto lo que interesa, principalmente, es conocer cuanto debe producirse en cada industria de tal manera que los requerimientos de insumo de todas las industrias, así como la demanda final en el caso del modelo abierto, se satisfagan exactamente. Aquí el problema consiste en resolver un sistema de ecuaciones simultáneas para los niveles de producción de equilibrio de todas las industrias. Por su parte, el modelo dinámico de insumo-producto se desarrolla a partir del estático en el momento de considerar que la interdependencia sectorial presenta desfases, o variaciones a lo largo del tiempo.

Las principales consideraciones que hacen dinámico al modelo de insumo-producto son:

- Retraso temporal en la producción.
- Demanda excedente y ajuste del producto
- Formación de capital.

Para analizar a cada una de éstas, por facilidad, se emplean sistemas abiertos con $n$ industrias, en éstos se tiene que:

$a_{ij}$ - Valor (en pesos) de la mercancia $i$ empleada para producir la mercancia $j$.

$Y_i$ - Demanda final de la mercancía $i$

$X_{it}$ - Producción (en pesos) de la mercancia $i$ en el tiempo $t$.

- Retraso Temporal de la Producción.

En un modelo estático abierto de $n$ industrias la producción de ellas es determinada de acuerdo al sistema de $n$ ecuaciones (15) del capítulo 3.

Si se supone que la producción es retrasada en período. En este caso, la cantidad demandada en el período $t$ no determinará a la producción corriente, sino que ésta determina a la producción del período $(t + 1)$. Por lo tanto, el sistema de ecuaciones que representa la producción de cada industria se transforma en:

$$\begin{aligned} X_1,\ t+1 &= a_{11} X_{1,t} + a_{12} X_{2,t} + \dots + a_{1n} X_{n,t} + Y_{1,t} \\ X_2,\ t+1 &= a_{21} X_{1,t} + a_{22} X_{2,t} + \dots + a_{2n} X_{n,t} + Y_{2,t} \qquad (4.3) \\ &\vdots \\ X_n,\ t+1 &= a_{n1} X_{1,t} + a_{n2} X_{2,t} + \dots + a_{nn} X_{n,t} + Y_{n,t} \end{aligned}$$

Que es un sistema de ecuaciones en diferencia simultáneas, el cual constituye una versión dinámica del modelo de insumo-producto.

Matricialmente, el sistema de ecuaciones en diferencia se expresa por:

$$X_{t+1} - AX_t = Y_t \qquad (4.4)$$

donde:

$$Y_t = \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ \vdots \\ Y_{n,t} \end{bmatrix}, \quad X_{t+1} = \begin{bmatrix} X_{1,t+1} \\ X_{2,t+1} \\ \vdots \\ X_{n,t+1} \end{bmatrix}, \quad X_t = \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \\ \vdots \\ X_{n,t} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

En la expresión (4.3) se observa que el vector de demanda final $(Y_t)$ se considera como una función del tiempo. Para hallar su solución, cuando ésta no es constante, se puede recurrir a los métodos de la teoría de las ecuaciones en diferencia. En el caso de que (4.3) fuera continua se recurriría a las ecuaciones diferenciales.

- Demanda Excedente y Ajuste del Producto.

La expresión (4.4) que constituye una versión dinámica del modelo de insumo-producto, también se puede formular considerando la situación en que el exceso de demanda por cada producto provoca un incremento en la producción igual a dicho exceso. El problema se plantea de la siguiente manera:

Si la demanda excedente del bien que produce cada industria en el período t es:

$$\begin{matrix} a_{11} X_{1,t} + a_{12} X_{2,t} + \cdots + a_{1n} X_{n,t} + Y_{1,t} - X_{1,t} \\ a_{21} X_{1,t} + a_{22} X_{2,t} + \cdots + a_{2n} X_{n,t} + Y_{2,t} - X_{2,t} \\ \vdots \\ \underbrace{a_{n1} X_{1,t} + a_{n2} X_{2,t} + \cdots + a_{nn} X_{n,t} + Y_{n,t}}_{\text{es lo demandado}} - \underbrace{X_{n,t}}_{\text{es lo ofrecido}} \end{matrix} \qquad (4.5)$$

entonces el ajuste (incremento) en la producción debe hacerse a ese nivel, es decir, utilizando (4.5) se tiene:

$$\Delta X_{1,t}\ (\equiv X_{1,t+1} - X_{1,t}) = a_{11}\, X_{1,t} + a_{12}\, X_{2,t} + \ldots + a_{1n} X_{n,t} - Y_{1,t} - X_{1,t} \tag{4.6}$$

sumando $X_{1,t}$ a ambos miembros de esta expresión, resulta

$$X_{1,t+1} = a_{11}\, X_{1,t} + a_{12}\, X_{2,t} + \ldots + a_{1n}\, X_{n,t} + Y_{1,t} \tag{4.7}$$

El ajuste en la industria 2 se realiza de la misma manera para dar:

$$\Delta X_{2,t}\ (\equiv X_{1,t+1} - X_{1,t}) = a_{21} X_{2,t} + a_{22} X_{2,t} + \ldots + a_{2n} X_{n,t} + Y_{2,t} - X_{2,t} \tag{4.8}$$

haciendo el mismo artificio que en el caso anterior, pero ahora, sumando $X_{2,t}$ se obtiene:

$$X_{2,t+1} = a_{21}\, X_{2,t} + a_{22}\, X_{2,t} + \ldots + a_{2n}\, X_{n,t} + Y_{2,t} \tag{4.9}$$

El ajuste en la producción de las n-2 industrias restantes se efectúa en la misma forma. De esta manera, se obtiene el mismo sistema de ecuaciones representado en (4.4).

si ahora se hace el ajuste en el contexto del tiempo como variable continua, se deberá requerir de usar simbolos $X_i(t)$ en lugar de $X_{i,t}$ y de la derivada $X_i'(t)$ en vez de $\Delta X_{i,t}$. Con ésto, el ajuste de la producción será:

$$
\begin{aligned}
X_1'(t) &= a_{11}\,X_1(t) + a_{12}\,X_2(t) + \ldots + a_{1n}\,X_n(t) + Y_1(t) - X_1(t) \\
X_2'(t) &= a_{21}\,X_1(t) + a_{22}\,X_2(t) + \ldots + a_{2n}\,X_n(t) + Y_2(t) - X_2(t) \\
\vdots\quad & \qquad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\
\underbrace{X_n'(t)}_{\substack{\text{Tasa de ajuste mensual} \\ \text{de la producción originada} \\ \text{por la demanda excedente} \\ \text{en el tiempo } t.}} &= \underbrace{a_{n1}\,X_1(t) + a_{22}\,X_2(t) + \ldots + a_{nn}\,X_n(t) + Y_n(t) - X_n(t)}_{\substack{\text{Tasa de demanda excedente por} \\ \text{mes medida en el tiempo } t.}}
\end{aligned}
$$

Con este ajuste en la producción, de las $n$ industiras, se logrará el equilibio en el período $t$ si y solo si la demanda y el ajuste permanecen constantes a las tasas corrientes.

Matricialmente, el sistema anterior se puede representar como:

$$I\,X' + (I - A)\,X = Y \tag{4.10}$$

donde:

$$
X' = \begin{bmatrix} X_1'(t) \\ X_2'(t) \\ \vdots \\ X_n'(t) \end{bmatrix};\quad
X = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \vdots \\ X_n(t) \end{bmatrix};\quad
A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix};\quad
Y = \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ \vdots \\ Y_n(t) \end{bmatrix}
$$

Debido a que en la práctica el vector de demanda final (Y) esta sujeto a variaciones a lo largo del tiempo, el procedimiento para resolver este sistema será igual al utilizado en el caso de retraso temporal en la producción.

- Formación de Capital.

La formación de capital, incluyendo la acumulación de inventario, es otra consideración económica que da origen a un modelo dinámico de insumo-producto.

En el modelo estático solo se consideran los flujos de insumos utilizados, por cada industria, para obtener un determinado nivel de producción y los flujos de bienes requeridos para la acumulación de inventario o formación de capital son ignorados o incluidos en el vector de demanda final. Para tomar en cuenta la formación de capital es necesario considerar, además de los coeficientes de insumo, una matríz de coeficientes de capital "C", dada por:

$$C = \left[C_{ij}\right] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

Cada uno de los coeficientes representa el valor en pesos del bien $i$ (en su calidad de bien de capital) que la industria $j$ debe tener a disposición para incrementar una unidad de su producción, es decir, la consideración esta basada en la relación constante de capital/producción. Ello puede representarse por:

$$C_{ij} = \frac{S_{ij}}{X_j} \tag{4.11}$$

$$i = 1, \ldots, n \quad ; \quad j = 1, \ldots, n$$

donde:

$S_{ij}$ = Es la existencia del bien $i$, necesario para producir el nivel $X_j$, propiedad de la industria $j$.

$X_j$ = Es la producción total del bien $j$ (industria)

$C_{ij}$ = Coeficiente de insumo de bienes de capital.

El coeficiente de capital $C_{ij}$ es una especie de tasa marginal de capital-producto limitada a un solo tipo de capital (el bien i-ésimo). Dichos coeficientes y los de insumo $a_{ij}$, se suponen fijos. Esto es con el fin de que la economía produzca la cantidad, de cada bien, suficiente para satisfacer a la demanda intermedia, la demanda final así como la demanda de capital requerida para tal bien.

Considerando al tiempo como una variable contínua el incremento en la producción se indica por la derivada $X_i'(t)$, por lo tanto la producción de cada industria es:

$$X_1(t)=a_{11}X_1(t)+a_{12}X_2(t)+\dots+a_{1n}X_n(t)+C_{11}X_1'(t)+C_{12}X_2'(t)+\dots+C_{1n}X_n'(t)+Y_1(t)$$

$$X_2(t)=a_{21}X_1(t)+a_{22}X_2(t)+\dots+a_{2n}X_n(t)+C_{21}X_1'(t)+C_{22}X_2'(t)+\dots+C_{2n}X_n'(t)+Y_2(t)$$

$$\vdots$$

$$X_n(t)=\underbrace{a_{n1}X_1(t)+a_{n2}X_2(t)+\dots+a_{nn}X_n(t)}_{\text{Insumos requeridos}}+\underbrace{C_{n1}X_1'(t)+C_{n2}X_2'(t)+\dots+C_{nn}X_n'(t)}_{\text{Capital requerido}}+\underbrace{Y_n(t)}_{\text{Demanda final}}$$

(4.12)

Matricialmente se tiene

$$IX = AX + CX' + Y$$

ó (4.13)

$$CX' + (A - I)\, X = -\, Y$$

Tratando al tiempo como variable discreta, el capital que se requiere en el período $t$ se basa en el incremento de la producción $X_{i,t} - X_{i,t-1}$; por lo tanto la producción de cada industria se expresa como:

$$\begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \\ \vdots \\ X_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \\ \vdots \\ X_{n,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,t}-X_{1,t-1} \\ X_{2,t}-X_{2,t-1} \\ \vdots \\ X_{n,t}-X_{n,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ \vdots \\ Y_{n,t} \end{bmatrix}$$

o $$IX_t = AX_t + C\,(X_t - X_{t-1}) + Y_t \qquad (4.14)$$

adelantando en un período al subíndice temporal y agrupando términos se tiene:

$$IX_{t+1} = AX_{t+1} + C\,(X_{t+1} - X_t) + Y_{t+1}$$

o (4.15)

$$(I - A - C)\,X_{t+1} + CX_t = Y_{t+1}$$



## 4. EXTENSIONES DEL MODELO BASICO DE INSUMO-PRODUCTO.

El modelo básico de insumo-producto determina las relaciones que existen entre las demandas autónomas, $Y_i$, y los niveles de producción, $X_i$. El alcance de este modelo ha sido ampliado en distintas formas: el modelo no lineal, que supone que el principio de linealidad no es aplicable a la producción de todas las mercancías; el modelo dinámico que es función del tiempo, en él se define un coeficiente de capital que sirve para explicar a la inversión en un período como función de demandas y producción en períodos posteriores; el modelo interregional que subdivide a la economía en varias regiones con características diferentes. Finalmente, se considera el caso en el que el modelo de insumo-producto es auxiliado por la programación lineal. Este modelo considera que existen actividades alternativas para producir una determinada mercancia y que debe analizarse a una economía en varios períodos de tiempo.

### 4.1 Modelo no-lineal.

El supuesto de linealidad de Leontief, respecto a que la relación entre la producción de cada sector $X_j$ y la cantidad $X_{ij}$ de cualquier bien necesaria para producir $X_j$ unidades del bien $j$, tipo de la utilizada al tratar el ejemplo para dos regiones. La producción o el consumo de las mismas mercancías en distintas regiones debe ser considerada como mercancía diferente.

Un análisis interindustrial regional refleja los efectos de las diferencias geográficas en la ubicación de la demanda final, en las fuentes de abastecimiento y en las técnicas de producción. Estas diferencias se suponen fijas durante cierto período de tiempo, para poder ser adoptadas dentro del modelo de insumo-producto.

En estas circunstancias, el modelo interregional explica los niveles de las exportaciones de cada mercancía en función de la demanda de exportaciones en otras regiones o países. Además, puede reflejar los efectos sobre el ingreso y la ocupación.

El modelo puede explicarse, con mayor facilidad, considerando dos regiones y tres industrias. Es decir, en este caso las exportaciones de una región automáticamente reflejan las importaciones de la otra región. En la explicación del modelo la matríz de coeficientes técnicos, en las dos regiones, es considerada idéntica y representada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Además, se supone que las importaciones son una parte fija de la oferta total de cada mercancia, es decir, se considera la idea de una determinada propensión a importar. Para efectuar el análisis, se introduce el llamado "coeficiente de oferta $(g_i)$" definido de la siguiente forma:

$$
\begin{aligned}
X_{i,21} &= g_{i,21}\, Z_{i,2} \\
\therefore\ g_{i,21} &= \frac{X_{i,21}}{Z_{i,2}}
\end{aligned}
\tag{4.16}
$$

donde:

$X_{i,21}$ - es la producción exportada de la mercancía $i$ de la región 1 a la región 2.

$Z_{i,2}$ - es la oferta de la mercancía $i$ en la región 2

$g_{i,21}$ = es la fracción de la mercancía $i$ demandada en la región 2 y suministrada por la región 1.

Al considerar la demanda de cada mercancía en las dos regiones, surge la necesidad de definir matrices de coeficientes de oferta representadas por:

$$
G_{11} = \begin{bmatrix} g_{1,11} & 0 & 0 \\ 0 & g_{2,11} & 0 \\ 0 & 0 & g_{3,11} \end{bmatrix}, \quad G_{12} = \begin{bmatrix} g_{1,12} & 0 & 0 \\ 0 & g_{2,12} & 0 \\ 0 & - & g_{3,12} \end{bmatrix}
$$

$$
G_{21} = \begin{bmatrix} g_{1,21} & 0 & 0 \\ 0 & g_{2,21} & 0 \\ 0 & 0 & g_{3,21} \end{bmatrix}, \quad G_{22} = \begin{bmatrix} g_{1,22} & 0 & 0 \\ 0 & g_{2,22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{3,22} \end{bmatrix}
\tag{4.17}
$$

donde:

$G_{ij}$ - indica las fracciones de demanda de determinadas mercancías en la región i, suministrada por la región j.

$g_{i,jk}$ - indica la fracción de mercançía i demandada en la región j y suministrada por la región k.

Si las importaciones de cierta mercancía se distribuyen de acuerdo a las compras totales (bienes locales mas bienes importados) de los usuarios, entonces se puede construir una matríz de 6x6 que identifique los insumos tanto por región suministradora como por mercancía. Para ello, en primer lugar se obtienen matrices parciales que indican la porción de requerimientos de insumo por unidad de producción, en cada región, suministrada por las distintas regiones. Así, premultiplicando a A por $\hat{G}_{11}$ se obtiene la matríz que indica la porción de insumos necesarios por unidad de producción en la región 1 suministradas por la producción de la misma, es decir

$$G_{11}\ A = \begin{bmatrix} g_{1,11} & 0 & 0 \\ 0 & g_{2,11} & 0 \\ 0 & 0 & g_{3,11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}\ g_{1,11} & a_{12}\ g_{1,11} & a_{13}\ g_{1,11} \\ a_{21}\ g_{2,11} & a_{22}\ g_{2,11} & a_{23}\ g_{2,11} \\ a_{31}\ g_{3,11} & a_{32}\ g_{3,11} & a_{33}\ g_{3,11} \end{bmatrix}$$

Los siguientes resultados se obtienen utilizando el mismo criterio:

$$G_{12}\ A = \begin{bmatrix} a_{11}\ g_{1,12} & a_{12}\ g_{1,12} & a_{13}\ g_{1,12} \\ a_{21}\ g_{2,12} & a_{22}\ g_{2,12} & a_{23}\ g_{2,12} \\ a_{31}\ g_{3,12} & a_{32}\ g_{3,12} & a_{33}\ g_{3,12} \end{bmatrix} \qquad (4.19)$$

$$G_{21}\ A = \begin{bmatrix} a_{11}\ g_{1,21} & a_{12}\ g_{1,21} & a_{13}\ g_{1,21} \\ a_{21}\ g_{2,21} & a_{22}\ g_{2,21} & a_{23}\ g_{2,21} \\ a_{31}\ g_{3,21} & a_{32}\ g_{3,21} & a_{33}\ g_{3,21} \end{bmatrix} \qquad (4.20)$$

$$G_{22}\ A = \begin{bmatrix} a_{11}\ g_{1,22} & a_{12}\ g_{1,22} & a_{13}\ g_{1,22} \\ a_{21}\ g_{2,22} & a_{22}\ g_{2,22} & a_{23}\ g_{2,22} \\ a_{31}\ g_{3,22} & a_{32}\ g_{3,22} & a_{33}\ g_{3,22} \end{bmatrix} \qquad (4.21)$$

Combinando estas matrices de 3x3 se obtiene una matríz agregada $A^*$ de 6x6 de la forma:

$$A^* = \begin{bmatrix} G_{11}A & G_{12}A \\ G_{21}A & G_{22}A \end{bmatrix} \qquad (4.22)$$

Esta matríz A* puede ser representada en la tabla siguiente:

| Producción a / Insumos de | Región 1 | | | Región 2 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | INDUSTRIA | | | INDUSTRIA | | |
| | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| REGION I | | | | | | |
| Industria 1 | $a_{11}\ g_{1,11}$ | $a_{12}\ g_{1,11}$ | $a_{13}\ g_{1,11}$ | $a_{11}\ g_{1,21}$ | $a_{12}\ g_{1,21}$ | $a_{13}\ g_{1,21}$ |
| Industria 2 | $a_{21}\ g_{2,11}$ | $a_{22}\ g_{2,11}$ | $a_{23}\ g_{2,11}$ | $a_{21}\ g_{2,21}$ | $a_{22}\ g_{2,22}$ | $a_{23}\ g_{2,21}$ |
| Industria 3 | $a_{31}\ g_{3,11}$ | $a_{22}\ g_{3,11}$ | $a_{33}\ g_{3,11}$ | $a_{31}\ g_{3,21}$ | $a_{32}\ g_{3,21}$ | $a_{33}\ g_{3,21}$ |
| REGION II | | | | | | |
| Industria 1 | $a_{11}\ g_{1,12}$ | $a_{12}\ g_{1,12}$ | $a_{13}\ g_{1,12}$ | $a_{11}\ g_{1,22}$ | $a_{12}\ g_{1,22}$ | $a_{13}\ g_{1,22}$ |
| Industria 2 | $a_{21}\ g_{2,12}$ | $a_{22}\ g_{2,12}$ | $a_{23}\ g_{2,12}$ | $a_{21}\ g_{2,22}$ | $a_{22}\ g_{2,22}$ | $a_{23}\ g_{2,22}$ |
| Industria 3 | $a_{31}\ g_{3,12}$ | $a_{32}\ g_{3,12}$ | $a_{33}\ g_{3,12}$ | $a_{31}\ g_{3,22}$ | $a_{32}\ g_{3,33}$ | $a_{33}\ g_{3,22}$ |

A*

en ella se distinguen a las importaciones tanto por región como por industria. Si los coeficientes de oferta son estables en un período t, la matríz A* puede utilizarse para análisis de impacto interregional.

Por lo tanto, para calcular la producción total necesaria de la mercancia i dado el vector de demanda final para las dos regiones, se utilizan las siguientes identidades:

$$X_{i,1} = \sum_{j=1}^{3} a_{ij}\, g_{i,11}\, X_{j,1} + Y_{i,11} + \sum_{j=1}^{3} a_{ij}\, g_{i,21}\, X_{j,1} + Y_{i,21}$$

$$X_{i,2} = \sum_{j=1}^{3} a_{ij}\, g_{i,12}\, X_{j,1} + Y_{i,12} + \sum_{j=1}^{3} a_{ij}\, g_{i,22}\, X_{j,2} + Y_{i,22} \tag{4.23}$$

En forma matricial el sistema de 6 ecuaciones y 6 incógnitas (4.23), se representa por

$$X^* = B^* X^* + Y^* \qquad (4.24)$$

$$(I - B) X^* = Y^*$$

$$X^* - (I - B)^{-1} Y^* \qquad (4.25)$$

donde

$$X^* = \begin{bmatrix} X_{1,1} \\ X_{2,1} \\ X_{3,1} \\ X_{1,2} \\ X_{2,2} \\ X_{3,2} \end{bmatrix} \qquad Y^* = \begin{bmatrix} Y_{1,11} + Y_{1,21} \\ Y_{2,11} + Y_{2,21} \\ Y_{3,11} + Y_{3,21} \\ Y_{1,12} + Y_{1,22} \\ Y_{2,12} + Y_{2,22} \\ Y_{3,12} + Y_{3,22} \end{bmatrix}$$

entonces dada la demanda final en cada región puede calcularse, con (4.25), el nivel de producción necesario para lograr el equilibrio del mercado de cada mercancía.

Este modelo supone por un lado, que las relaciones de comercio son uniformes para todas las industrias de cada región y por el otro, la estabilidad de las relaciones comerciales entre regiones, determinada al hacer fijos los coeficientes de oferta.

Generalmente, en el corto plazo las relaciones comerciales entre regio nes son inestables. Para ello en ese caso, este tipo de modelo no puede ser utilizado para estudios de análisis interregional. Sin embargo, las aplicaciones de largo plazo son más favorables a la estabilidad de las relaciones de comercio y por tanto, este modelo encuentra aqui su campo de aplicación.

El modelo aqui estudiado es bueno cuando se consideran solo dos regiones. Para más de dos regiones los supuestos, con los que parte, cambian y además el modelo adquiere un grado de complejidad mayor, pues en general un modelo de m regiones y n industrias tendrá mxmxn coeficientes de oferta y una matríz de coeficientes del orden de $m^2xn^2$, es decir, que el número de coeficientes de oferta y el tamaño de la matríz de coeficientes técnicos se incrementan geométricamente cuando el número de regiones es incrementado. Para este caso, Leontief y Strout desarrollaron un modelo multirregional en el que se plantean consideraciones contrarias a las del modelo anterior, éstas son:

. Las mercancías idénticas producidas en diferentes regiones son tratadas como una sola clase sin considerar su fuente de suministro. Esto debido a que el usuario es indiferente a la fuente de las mercancías y los que las ofrecen son indiferentes al destino de éstas.

. El patrón de comercio interregional varía con el tiempo según los cambios en el costo de transporte y de la saturación de la oferta y de la demanda.

. El flujo de mercancías entre regiones es identificado por los origenes y destinos.

En este modelo se establecen algunas ecuaciones estructurales para complementar el modelo de insumo-producto, al estimar el flujo de bienes y servicios interregionales[1].

## 4.4 La Programación Lineal en el Modelo de Insumo-Producto.

La programación lineal se atribuye a George B. Dantzing, quién en 1947 publica la técnica de solución que denominó "Método Simplex". Esta disciplina nació durante la Segunda Guerra Mundial cuando se formaron grupos de investigadores dedicados a resolver complicados problemas bélicos. Posteriormente, los métodos y técnicas matemáticos que se desarrollaron en esa época han encontrado aplicación en diversas áreas, entre las que destacan la macroeconomía y la microeconomía.

Para definir a la programación lineal se debe considerar el punto de vista matemático y el económico. El punto de vista matemático dice que es un método que permite minimizar o maximizar una función lineal que esta sujeta a ciertas restricciones. Por el lado económico se dice que es una técnica que ayuda a distribuir un conjunto de recursos limitados entre distintos usos competitivos. Las restricciones lineales son las que fijan los límites a los recursos disponibles como son mano de obra, capital, equipo, etc.

La programación lineal, utilizada para el análisis interindustrial, a di

1. Para información detallada, se sugiere recurrir a Chiou-Shuang Yan, Introduction to Input-Output Economics, Holt, Rinehart and Winston, 1969.

ferencia del modelo de insumo-producto tiene en consideración aspectos diferentes tales como[1]:

a) Existen muchas formas de producir bienes y satisfacer necesidades, las opciones de una parte de la economía pueden depender de las decisiones en otra parte.

b) Inclusión de un criterio para preferir una solución a otra que puede ser de reducción al costo mínimo, la elevación del bienestar a un grado máximo, o de cualquier otro tipo relacionado con el problema.

Por tales características, un modelo de programación lineal trabaja con el supuesto economizador, ya que puede proporcionar una elección explícita entre diferentes alternativas cuya relación se determina previamente en el sistema de Leontief, O sea que para formular modelos de programación interindustrial utilizando programación lineal, se parte del modelo de insumo-producto.

Entonces un problema de análisis económico puede ser planteado por insumo-producto, como se vió en capítulos anteriores, o utilizando la programación lineal. El modelo de insumo-producto será sustituido por el de programación lineal en el momento que algún supuesto del primer modelo sea violado. Es decir, que para poder atacar cualquier problema de programación interindustrial por medio de la segunda técnica, será necesario tomar en cuenta los supuestos de programación lineal que a continuación se describen:

1. Chenery D. Hollis and Clark G. Paul, Ecomonía Interindustrial Cap. 4, F.C.E., 1964.

- Supuestos y Definiciones.

. Una mercancía puede ser producida por cualquier número de actividades (la definición de actividad se da adelante). Sector o industria se define como el conjunto de actividades que producira una determinada mercancía.

. Cada actividad puede tener varias producciones.

. Se debe considerar el supuesto de proporcionalidad, para ello, se define la función lineal de la forma $X_{ij} = a_{ij} X_j$

. Se presupone la adicionalidad, es decir, no se consideran las economías o deseconomías externas.

. Los niveles de actividad no deben ser negativos, es decir, no existe producción negativa.

Como puede observarse al comparar estos supuestos con los de insumo-producto dados anteriormente, el modelo de programación lineal tiene ciertas ventajas al aplicarlo a problemas de programación interindustrial, ya que puede ser aplicado a acciones que no contempla el modelo de insumo-producto.

El concepto básico de programación lineal es el análisis de actividades, que es un método para analizar cualquier transformación económica en términos de unidades elementales llamadas actividades. Esto constituye la base conceptual para la programación lineal en trabajos aplicados, por lo que hay muchas posibilidades de utilizarlo en problemas económicos donde se efectúe cualquier tipo de transformación de insumos en productos. Puede establecerse la diferencia entre los conceptos que intervienen en el modelo de programación lineal y los que aparecen en el de insumo-producto, al definir los del primer caso, éstos son:

. Actividad es cualquier transofmración, posible, de proporciones fijas de insumos de mercancias en proporciones fijas de producción de mercancias. A la industria, en insumo-producto, se le sustituye por actividad o un conjunto de éstas, en programación lineal. Es decir, una columna representa una actividad con un coeficiente para cada insumo y para cada producto.

$$A_j = \begin{bmatrix} a_{ij} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix}$$

Un coeficiente positivo denota un producto y uno negativo denota un insumo.

. Mercancía, tiene el mismo significado que en insumo-producto. Aqui se distinguen las mercancías primarias (no producidas en el sistema) de las producidas.

. El conjunto de actividades puede ser representado en forma matricial

$$A = (A_1 \ \ A_2 \ \ \ldots \ \ A_n) = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}}_{n \text{ actividades}} \Bigg\} \text{ m mercancias}$$

donde:

A es la matríz tecnológica, si $n=m$ se tiene el sistema de Leontief.

. Se considera al nivel de actividad $X_j$ (en vez de producción bruta en insumo producto) como el grado hasta el cual se utiliza una actividad. El total de cada insumo empleado o de cada producto fabricado por la actividad se define como:

$$X_{ij} = a_{ij} X_j \tag{4.26}$$

Una serie de niveles de actividad $(X_1 \ X_2 \ \ldots \ X_n)$ define un programa.

. Los elementos autónomos que se conocen, se les llama restricciones y se representa por un vector columna.

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix}$$

Estos incluyen tanto a la demanda final como a la cantidad disponible de cada recursos y a otras limitaciones. Cada tipo de mercancía tiene una restricción, es positiva para la producción final, negativa para los insumos primarios y es cero para los artículos intermedios.

- El Problema de Programación Lineal Estático y Dinámico

Partiendo de las definiciones de los conceptos señalados y de las consideraciones, hechas al principio de este apartado, en el sentido de que tanto los rendimientos constantes a escala (el consumo de insumos es proporcional al incremento de la producción) como los índices fijos de insumo (un bien es producido solo por una actividad) son supuestos en el modelo de insumo producto, ahora se puede interpretar el análisis de insumo-producto, en términos del análisis de actividades o de la programación lineal.

Supóngase que se tienen $n$ vectores de actividades y agrupados forman la matríz tecnológica.

$$A = (A_1\ A_2\ \dots\ A_n) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

que representa las diferentes técnicas de producción de una mercancía, y como en el campo del análisis interindustrial la elección de dichas técnicas constituye un problema de programación, entonces el problema es encontrar el vector $X$ de producción dado el vector $Y$ de demanda final, tal que

$$(I - A)\,X = Y \tag{4.27}$$

y si $(I - A)$ es no singular, la solución es:

$$X = (I - A)^{-1}\,Y \tag{4.28}$$

Como se observa, esta formulación no involucra la optimización que es la característica de la programación lineal. Esto se debe a que no hay ninguna función objetivo para optimizar ya que la ecuación (4.27), aún cuando tiene la forma de las restricciones del nivel de producción de cada industria para satisfacer la demanda total, no contiene ninguna desigualdad.

Sin embargo, el mismo problema de insumo-producto puede verse desde otro ángulo diferente. En primer lugar se debe observar que para satisfacer la demanda total, solo se requiere que la producción de cada industria no sea menor que dicha demanda. Por ello la expresión (4.27) puede ser escrita en forma de desigualdad:

$$(I - A)\, X \geq Y \qquad (4.29)$$

Pero para evitar que la parte $>$ del signo $\geq$ crezca desmesuradamente, se debe agregar a esta desigualdad algún tipo de requisito de minimización.

Suponiendo por ejemplo, que es menester minimizar la cantidad de insumos primarios requeridos para obtener el nivel de producción determinado, y si en éstos solo se encuentra al factor trabajo, en este caso la expresión de minimización es:

$$\text{minimizar} \quad L = \sum_{j=1}^{n} a_{oj}\, X_j = \begin{bmatrix} a_{o1} & a_{o2} & \cdots & a_{on} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = A_o^{'}\, X$$

y el planteamiento completo del problema es representado por

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} \quad L = A_o^{'}\, X \\ &\text{sujeto a:} \\ &\qquad\qquad (I - A)\, X \geq Y \\ &\qquad\qquad\qquad\quad X \geq 0 \end{aligned} \qquad (4.30)$$



donde:

$L$ = es el trabajo total requerido

$A_o^{'}$ = vector fila de los coeficientes del insumo trabajo

$X$ = nivel de producción

como se observa, es prácticamente un problema de programación lineal típico.

Una formulación alterna del problema expresado en el sistema (4.30), sería expresar a dicho sistema en forma de iguladades y, además de esas restricciones, estipular que el nivel de producción $X_i$ de la industria $i$ no debe exceder a su capacidad disponible. Como el análisis que se esta desarrollando es para un determinado período de tiempo, por ejemplo un año, puede suponerse también que una parte de la producción de ciertas industrias de un período previo, es almacenada y puede utilizarse para satisfacer la demanda del período siguiente. La función objetivo para este problema puede interpretarse de varias formas, por ejemplo maximizar la utilidad total de la producción.

Por lo tanto el nuevo problema de programación lineal puede ser representado por:

Maximizar $Z = CX$

sujeto a:

$$\begin{aligned} (I - A)\, X + W &= Y - S_0 \\ X + U &= L \\ X, W, S_0, U &\geq 0 \end{aligned} \qquad (4.31)$$

donde:

$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_m \end{bmatrix}$ Vector columna cuyas componentes $W_i$ son variables de holgura.

$$S_o = \begin{bmatrix} S_{o1} \\ S_{o2} \\ \vdots \\ S_{om} \end{bmatrix}$$ Vector columna de inventario disponible del producto i de la producción anterior.

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_m \end{bmatrix}$$ Vector columna cuyos componentes $U_i$ representan a la capacidad no utilizada de la industria i.

$$L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_m \end{bmatrix}$$ Vector columna del nivel de capacidad disponible de la industria i

$$C = \left[ C_1, C_2, \ldots, C_m \right]$$ vector renglón cuyos componentes $C_j$ representan la utilidad por unidad de producto j.

$i,j=1,2,\ldots,m.$

Si para algúna i, $y_i - S_{oi} < 0$, entonces el consumo final para la industria i puede ser satisfecho con el nivel de inventario existente, haciéndose cero la demanda final efectiva de la industria durante ese período de tiempo.

Los modelos de programación lineal (4.30) y (4.31) son estáticos, ya que involucran un solo período de tiempo. Para resolver tales modelos, existen diversas maneras de hacerlo dependiendo del número de variables que se involucren. El análisis gráfico es apropiado si el número de variables no es mayor de dos; para más variables puede optarse por el método Simplex.

Dada la necesidad de analizar la conducta de una economía para varios periodos de tiempo, este modelo puede formularse con un enfoque dinámico. Para ello es menester hacer las siguientes definiciones:

$n$ - es el número total de períodos de tiempo considerados

$t$ - 1, 2, ..., $n$ es cualquier período de tiempo específico

$X_t - (X_{t1}, X_{t2}, \ldots, X_{tm})$ es el vector de producción

$Y_t - (Y_{t1}, Y_{t2}, \ldots, Y_{tm})$ es el vector de demanda final

$S_t - (S_{t1}, S_{t2}, \ldots, S_{tm})$ es el vector de almacenamiento causado por la producción no utilizada hasta el período $t$ inclusive. Los inventarios estan disponibles hasta el período $t+1$

$U_t - (U_{t1}, U_{t2}, \ldots, U_{tm})$ es el vector de capacidad no utilizada

$V_t - (V_{t1}, V_{t2}, \ldots, V_{tm})$ es el vector columna que representa las capacidades adicionales disponibles

$B$ - es la matríz cuadrada de $m$ dimensiones, de coeficientes de capital

$L$ - es el vector de nivel de capacidad básica.

El vector de inventarios iniciales $S_0$ se supone conocido y el vector de nivel de capacidad básica $L$ es el mismo en todos los períodos de tiempo.

A diferencia del modelo estático, el modelo dinámico de programación lineal se formula bajo la consideración de tomar medidas para expander los niveles de capacidad de cada industria y satisfacer, de este modo, las necesidades futuras de la demanda final. Ello requiere sumar al vector de capacidad básica L, un vector columna de capacidades adicionales disponibles $V_t$. Para conseguir lo anterior se dispone, además de la matríz $(I - A)$, de una matríz de coeficientes de capital B en la cual la j-ésima columna representa los insumos necesarios provenientes de cada industria para construir una unidad adicional de capacidad en la j-ésima industria. De este modo, si el vector $V_t = (V_{t1}, V_{t2}, \ldots, V_{tm})$, donde $V_{ti}$ es igual a la capacidad adicional para la industria i en el período t, se multiplica con la matríz B y se obtiene que el i-ésimo renglón del producto $BV_t$, es decir, $b_{i1} V_{t1} + b_{i2} V_{t2} + \ldots + b_{im} V_{tm}$, representa la cantidad de producción de la i-ésima industria que se utiliza para construir la capacidad adicional en el período de tiempo t para todas las industrias. Se supone que esta producción no es disponible en el período t sino en el siguiente (t+1). También se supone que tanto la matríz $(I - A)$ como la B no cambian con el tiempo para ser aplicables a todas las n períodos, y que la demanda final es satisfecha.

Los supuestos anteriores pueden ser expresados de la siguiente manera:

$$(I - A) X_t + S_{t-1} = Y_t + BV_t + S_t \tag{4.32}$$

$$X_t + U_t = L + \sum_{q=1}^{t-1} V_q \qquad (4.33)$$

donde:

$t = 1, 2, \ldots, n.$

La expresión (4.32) indica que para cualquier producto, la producción total mas los inventarios previos son iguales a las necesidades de demanda final y de expansión de capacidad más el inventario del período actual no utilizado. La expresión (4.33) indica que la producción total utilizada mas la no utilizada, es igual a la producción inicial (básica) mas los aumentos previos en la capacidad de producción.

Ordenando las últimas ecuaciones y dada una función objetivo cualquiera, por ejemplo maximizar la utilidad total $CX_t$ o minimizar los costos de almacenamiento $KS_t$, el modelo dinámico de programación lineal adquiere la siguiente forma:

maximizar $Z = CX_t$

sujeto a:

$$\begin{aligned} (I - A)\, X_t - BV_t - S_t + S_{t-1} &= Y_t \\ X_t - \sum_{q=1}^{t-1} V_q + U_t &= L \qquad (4.34) \\ X_t,\ V_t,\ S_t,\ S_{t-1},\ U_t &\geq 0 \end{aligned}$$

Este sistema, al igual que los anteriores, es de programación lineal y puede resolverse por el Método Simplex.

Finalmente, con base en las consideraciones y en el desarrollo de este problema, puede afirmarse que el modelo es muy útil cuando se aplica a problemas de programación, en los cuales el tiempo y por lo tanto los cambios tecnológicos, tienen considerable importancia.

# 5. APLICACIONES

## 5.1 Preámbulo

Como se mencionó en capítulos anteriores, la primera aplicación práctica del modelo de insumo-producto estuvo vinculada con la movilización de la economía norteamericana para fines bélicos. Con posterioridad se ha intentado utilizar al modelo como un instrumento que ha resultado ser práctico y eficaz tanto para el análisis económico como para la planeación económica.

Para el análisis económico, el modelo es considerado como una herramienta valiosa en el análisis estructural de la economía, ya que a partir de la matríz intersectorial se puede derivar la matríz de coeficientes técnicos que muestra la estructura técnica de la economía y los coeficientes de insumo y valor agregado por unidad de producción.

En el campo de la planeación económica el modelo es útil, ya que es necesario involucrar los aspectos que la matríz contempla para resolver los problemas que se plantean en la planeación ya sea a nivel nacional o sectorial. Entre estos problemas se encuentran los referidos a la cuantificación de los efectos directos e indirectos sobre la economía, que ocurren al aumentarse la actividad económica de un sector determinado; por lo que la matríz de coeficientes directos e indirectos es de gran ayuda para la solución de dichos problemas.

Dentro de estos campos de aplicación y de acuerdo con la gran variedad de trabajos realizados con ayuda del modelo de insumo-producto, pueden distinguirse tres categorías principales, ellas son[1]: a) Análisis estructural; b) Programación de actividades; y c) Predicción de acontecimientos futuros.

El análisis estructural manifiesta las propiedades de un modelo determinado o de un principio económico en un contexto particular. Es decir, tiende a determinar las múltiples interrelaciones y cambios que existen entre los componentes de la actividad económica, tratando de establecer la relación entre producción e insumos y señalando la cantidad de estos últimos, que aportan las diferentes actividades productivas.

Desde el punto de vista estructural[2], con el modelo de insumo-producto, es posible averiguar entre otras tantas cosas, los avances tecnológicos de cualquier economía a través de la comparación de dos matrices de coeficientes técnicos para diferentes años, ya que una baja de los coeficientes indica una mejoría en la eficiencia de la producción, puede analizarse la situación económica que guardan algunos países, a través de la comparación de su matríz de insumo-producto respectiva; también se puede determinar la estructura en el nivel general de precios, tanto a nivel nacional, como con otros países; es posible estimar la necesidad de importación de mercancias que resulta de los cambios en la demanda final; se puede observar el efecto sobre el nivel de precios ocasionado por un incremento en los impuestos indirecto. Como elemento complementario el modelo se ha utilizado como instrumento para determinar cuales son los tipos de inversiones que pueden ejercer un impacto

1. Chenery B. Hollis y Clark G. Paul, Economía Interindustrial, Cap I. 1964.
2. Cerboni Machado Alfredo, Algunos Aspectos relevantes del Insumo-Producto, Revista Hacienda, Venezuela.

mayor en el desarrollo económico, etc.

Para utilizarse como instrumento de programación y cumplir con los principios de este tipo de aplicación, el modelo de Insumo-producto debe ser complementado con otro tipo de análisis, como es la programación lineal[1]. Dicha necesidad se hace patente cuando se requieren satisfacer varios objetivos. Por ejemplo, si un plan de desarrollo esta encaminado a reducir el desempleo e incrementar el ingreso. Este objetivo doble puede ser en un momento dado incompatible, ya que la expansión de una industria con alta productividad favorece más al segundo objetivo que al empleo y viceversa.

En el campo de la programación se hace un análisis de los efectos de un tipo dado de acción sobre ciertas variables económicas. Esta clase de análisis debe formularse de tal manera que ayude a hacer la elección entre políticas alternativas y que sirva de guia en la ejecución de la seleccionada. La programación en principio aspira a encontrar la combinación de inversiones, cambios institucionales y tecnológicos, y otras medidas que lleven a obtener el beneficio máximo.

Las aplicaciones de esta índole son muy variadas por ejemplo, se ha partido del modelo de insumo-producto para: examinar la conveniencia de los programas sectoriales, tanto desde el punto de vista de las metas globales como de las metas en los sectores, elegir una adeucada política de sustitución de importaciones; determinar los efectos de programas sobre las variables tales como la balanza de pagos, empleo, requerimientos de inversión, corregir los estrangulamientos de la producción;

cambiar la importancia de la producción en un sector o región; definir las alternativas de distribución de recursos, etc.

El modelo como instrumento de predicción pretende hacer un análisis de todos los factores que influyen sobre un resultado dado, principalmente de la demanda final. Es decir, este tipo de análisis considera en forma explícita el desarrollo de todas las partes de la economía, a diferencia del análisis estructural que considera el efecto de una variable sobre un sector determinado.

Esta categoria de aplicación puede ser utilizada para predecir los niveles de producción parciales o totales considerando una cierta demanda final, para determinar la existencia de cuellos de botella en el suministro de mercancias, para determinar los incrementos en la producción debidos a aumentos parciales de la demanda final. Debido a que un aumento en la demanda final de un cierto sector productivo produce efectos directos e indirectos en los demás sectores, se pueden calcular los efectos totales en la economía. Además proyectando independientemente los sectores de demanda final para un cierto año y estimando la producción total, es posible predecir una matríz de transacciones o de flujos intersectoriales. Otra aplicación es la que se refiere al análisis de las corrientes regionales de bienes y servicios que permite involucrar problemas de localización y distribución espacial de la oferta y de la demanda, etc.

En los últimos años, al modelo en cuestión se le han dado otro tipo de aplicaciones que sin ser de tipo económico, éstas se efectúan en base a los principios de insumo-producto. Basta mencionar los estudios realizados para analizar la migración de personas entre ciudades o regiones[1], para predecir el tráfico aéreo entre aeropuestos[2], para predecir la población de una localidad o región[3], etc.

Entre los países que han utilizado al modelo de insumo-producto para alguno de los fines arriba mencionados, se localizan a la mayoría de los adelantados y algunos que se encuentran en vías de desarrollo. Los que destacan en los primeros son: Estados Unidos, Holanda, Japón, Reino UNido, Italia, Noruega, Dinamarca; en los segundos están México, Brasil, Colombia, Argentina y Puerto Rico. La discusión completa de todos los trabajos realizados en dichos países requiere de mucho más tiempo y espacio, por tales razones solo son considerados, sin llegar al detalle, los elaborados en México.

En México los trabajos de esta naturaleza están intimamente ligados a las investigaciones sobre cuentas nacionales. La primera experiencia sobre el modelo fue en 1957, año en el que el Banco de México, S.A., construyó la matríz de insumo-producto de 1950. Posteriormente, la misma institución elaboro la matríz correspondiente a 1960. Como resultado del éxito obtenido en los trabajos anteriores, el Banco de México, S.A. y la Secretaría de Programación y Presupuesto elaboraron la matríz de insumo-producto de México para 1970. Los estudios anteriores son seguidos por el de 1975 realizado en la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial.

---

1. Krishman P. and Lalu N.M., An Input Output Model for Migration Analysis.
2, M. O. Filani, Air Traffic Forecasting, An Input-Output Technique Approach, University of Ibadan, Nigeria , 1973.
3. Huszar C. Paul, Projecting Regional Population with and Input-Output Model, Growth and Change, Julio 1979.

Cabe mencionar que actualmente la Secretaría de Programación y Presupuesto tiene en proceso de impresión el trabajo de esta naturaleza mas reciente, que corresponde a la matríz de 1975.

La mátriz de 1950 se construyó con 32 ramas de actividad. El primer resultado que proporcionó fue la revisión completa sobre la información de las cuentas nacionales de México disponibles hasta entonces y que condujo a modificaciones y correcciones de las cifras existentes. En segundo lugar, sirvió de base para la preparación de un estudio de relaciones interindustriales conocido con el nombre de "La Estructura Industrial de México en 1950", éste tuvo gran aplicación para el análisis del crecimiento industrial que realizó el Banco de México, S.A.

La utilización de la matríz de 1950, fue muy amplia. Resulta difícil de resumir los campos en los que fué utilizada, pero adquirió una mayor importancia en el campo del análisis económico.

La mátriz de insumo-producto de 1960 fue algo más elaborada, ya que se contaba con valiosa información obtenida de los censos de población y económicos de ese año. Esta matríz contó con 45 ramas de actividad económica y por lo tanto estuvo más desagregada. Además de los usos tradicionales, ésta sirvió para conocer los cambios estructurales que ocurrieron en la década de 1950 a 1960. También sirvió para realizar investigaciones sobre costos industriales, para conocer las etapas caras de la actividad económica que bloquean la competencia con el mercado internacional. Además, la matríz sirvió para comprobar y rectificar los componentes de los grandes agregados económicos que se contemplan en las cuentas nacionales.

La matríz de 1970 fue mucho más elaborada, pues involucra a 72 ramas de actividad económica. El grado de desagregación con que fue hecha hace distinguir tres grandes áreas de información: La matríz de transacciones intersectoriales propiamente dicha, una matríz de demanda final por ramas de origen productivo y una tercera matríz de valor agregado por sector económico que lo genera y tipo de factor de la producción remunerado. Una de las diferentes razones que llevó a construir esta matríz fue el de, a partir de ésta, renovar el sistema mexicano de cuentas nacionales[1], que ayudará a perfeccionar los subsistemas de estadísticas básicas, necesarias para el actual proceso de desarrollo económico y social. Además de las aplicaciones señaladas, en las matrices anteriores, la de 1970 ha sido utilizada para orientar en el planteamiento de las políticas de desarrollo a nivel sectorial y nacional, contempladas en el Plan Global de Desarrollo y en los respectivos documentos sectoriales elaborados por la actual administración.

Independientemente de algunas otras aplicaciones, que seguramente se están realizando, quizás la que mayor relevancia tiene es la relacionada con la planeación económica.

La última matríz que corresponde a 1975, por estar basada en la de 1960, contiene 45 ramas de actividad económica. Esta fue elaborada con la intención de hacer un análisis cuantitativo de la estructura; en particular la industrial, actual y para ver las posibilidades de incrementar

1. Ver apartado 2.4 de este trabajo.

las tasas de crecimiento de las distintas ramas de la economía. Sin embargo esta no fue utilizada en el establecimiento de políticas de desarrollo del P.G.D., ya que las cifras para modificar los coeficientes para 1978 no revelaban la realidad, pues parte del contenido de esta matríz fue resultado de inferencias estadísticas.

En los siguientes apartados se tratan algunos ejemplos de aplicación considerando la matríz de insumo-producto de México de 1970. Tales ejemplos se presentan con el propósito de ilustrar la manera de manejar las definiciones y la herramienta matemática del modelo de insumo-producto estudiado en el capítulo 3.

### 5.2 Producción con proyección de la Demanda

Considerando los datos de la Matríz Nacional de Insumo-producto agregada para 1970, ver cuadro 1. Calcular la matríz de 1971 proyectando la demanda final por sectores productivos.

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

1. Se calculan los coeficientes técnicos a partir de la matríz de 1970. Ello se realiza utilizando la fórmula $a_{ij} = X_{ij}/X_j$.

$$A_{1970} = \left[a_{ij}\right] = \begin{bmatrix} .114 & .144 & .001 \\ .121 & .275 & .065 \\ .051 & .128 & .125 \end{bmatrix}$$

CUADRO 1

# MATRIZ INSUMO-PRODUCTO

millones de pesos

| RAMA NUMERO | SECTORES VENDEDORES / SECTORES COMPRADORES | DEMANDA INTERMEDIA S₁ | | | | DEMANDA FINAL | | | | | | VALOR BRUTO DE PRODUCCION | RAMA NUMERO |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $S_1$ (1 – 10) | $S_2$ (11 – 61) | $S_3$ (62 – 72) | TOTAL ($\Sigma$ 1–72) | CONSUMO PRIVADO | CONSUMO DEL GOBIERNO | FORMACION BRUTA DE CAPITAL FIJO | VARIACION DE EXISTENCIAS | EXPORTACIONES | TOTAL | | |
| 1 – 10 | SECTOR 1 | 10 657,3 | 47 744,5 | 340,8 | 58 742,6 | 23 918,2 | 42,1 | 1 276,9 | 2 733,2 | 6 043,6 | 34 014,0 | 92 756,6 | 1 – 10 |
| 11 – 61 | SECTOR 2 | 11 275,8 | 90 716,9 | 18 977,9 | 120 970,6 | 123 525,5 | 2 039,5 | 64 228,3 | 8 477,6 | 10 264,0 | 208 534,9 | 329 505,5 | 11 – 61 |
| 62 – 72 | SECTOR 3 | 4 803,6 | 42 338,2 | 38 335,0 | 83 476,8 | 174 057,3 | 17 414,5 | 13 576,3 | | 2 209,9 | 207 258,0 | 290 734,8 | 62 – 72 |
| 73 | TOTAL DE INSUMOS NACIONALES | 26 736,7 | 180 799,6 | 55 653,7 | 263 190,0 | 321 501,0 | 19 496,1 | 79 081,5 | 11 210,8 | 18 517,5 | 449 806,9 | 712 996,9 | 73 |
| 74 | TOTAL DE IMPORTACIONES | 706,4 | 14 826,0 | 2 545,4 | 18 077,8 | (–) 1 979,2 | 204,8 | 9 579,1 | 1 084,6 | 5 497,0 | 14 386,3 | 32 464,1 | 74 |
| 75 | TOTAL DE INSUMOS NACIONALES E IMPORTADOS | 27 443,1 | 195 625,6 | 58 199,1 | 281 267,8 | 319 521,8 | 19 700,9 | 88 660,6 | 12 295,4 | 24 014,5 | 464 193,2 | 745 461,0 | 75 |
| 76 | VALOR AGREGADO BRUTO | 65 313,5 | 133 879,9 | 232 535,7 | 431 729,1 | | 12 542,3 | | | | 12 542,3 | 444 271,4 | 76 |
| a | REMUNERACION DE ASALARIADOS | 19 771,8 | 55 964,9 | 70 534,1 | 146 270,8 | | 12 182,7 | | | | 12 182,7 | 158 453,5 | a |
| b | SUPERAVIT BRUTO DE EXPLOTACION | 44 467,8 | 69 495,7 | 149 907,5 | 263 871,0 | | 305,4 | | | | 305,4 | 264 176,4 | b |
| c | IMPUESTOS INDIRECTOS NETOS DE SUBSIDIOS | 1 073,9 | 8 419,3 | 12 094,1 | 21 587,3 | | 54,2 | | | | 54,2 | 21 641,5 | c |
| 77 | TOTAL VALOR BRUTO DE PROD. Y DEMANDA FINAL | 92 756,6 | 329 505,5 | 290 734,8 | 712 996,9 | 319 521,8 | 32 243,2 | 88 660,6 | 12 295,4 | 24 014,5 | 476 735,5 | 1 189 732,4 | 77 |

Fuente: Matríz de Insumo-Producto de México, 1970, S.P.P. y B.M.

CUADRO 2

MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE 1970
(millones de pesos)

| SECTORES QUE: Compran / Venden | | DEMANDA INTERMEDIA Agric. | Ind. | Servs. | Total | DEMANDA FINAL ($Y_i$) | PRODUCCION BRUTA TOTAL ($X_j$) | DEMANDA FINAL PROYECTADO 1971* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| INSUMOS | Agricultura | 10657 | 47744 | 341 | 58742 | 34014 | 93756 | 40816 |
| | Industria | 11275 | 40717 | 18978 | 120970 | 208535 | 329505 | 291949 |
| | Servicios | 4803 | 42338 | 36335 | 83976 | 207258 | 290734 | 310887 |
| | Total | 26735 | 180799 | 55654 | 163188 | | | |
| Valor agregado | | 66021 | 148706 | 235080 | | 449807 | | |
| Producción Bruto total | | 92756 | 329505 | 290734 | | | 712995 | |

*La demanda final proyectada para 1971 puede ser incrementada en cualquier porcentaje respecto a las cifras de 1970, en este caso se considera 20%, 40% y 50% respectivamente. En la matríz de SPP se propone únicamente incrementar 40% al sector industrial.

2. Se obtiene la matríz de Leontief

$$(I-A)_{1970} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .114 & .144 & .001 \\ .121 & .275 & .065 \\ .051 & .128 & .125 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .886 & -.144 & -.001 \\ -.121 & .725 & -.065 \\ -.051 & -.128 & .875 \end{bmatrix}$$

3. Se invierte la matríz de Leontief. Para ello, puede utilizarse cualquiera de los procedimientos en el apartado 3.3. Se optó por el primero de ellos.

El procedimiento seleccionado indica que en primer lugar debe calcularse el determinante de la matríz (para determinar si tiene inversa), luego calcular su adjunta para que finalmente se encuentre la inversa.

a) $\det (I-A) = .886 \begin{bmatrix} .725 & -.065 \\ -.128 & .875 \end{bmatrix} -.725 \begin{bmatrix} .886 & -.001 \\ -.051 & .875 \end{bmatrix} +.875 \begin{bmatrix} .886 & -.144 \\ -.121 & .725 \end{bmatrix}$

$$= .886\ (.626) - .725\ (.775) + .875\ (.624) = .538$$

como $\det (I-A) = .538 \neq 0 \rightarrow$ existe la inversa.

b) Se obtiene la matríz adjunta de $(I-A)$

Si $(I-A) = L$

$$\text{Adj } L = ||l'_{ij}|| = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{21} & \cdots & L_{n1} \\ L_{12} & L_{22} & \cdots & L_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{1n} & L_{2n} & \cdots & L_{nn} \end{bmatrix}$$

donde $L_{ij}$ es el cofactor del elemento $l_{ij}$.

$$\text{Adj } L = \begin{bmatrix} (-1)^2\begin{bmatrix} .725 & -.065 \\ -.128 & .875 \end{bmatrix} & (-1)^3\begin{bmatrix} -.144 & -.001 \\ -.128 & .875 \end{bmatrix} & (-1)^4\begin{bmatrix} -.144 & -.001 \\ .725 & -.065 \end{bmatrix} \\ (-1)^3\begin{bmatrix} -.121 & -.065 \\ -.051 & .875 \end{bmatrix} & (-1)^4\begin{bmatrix} .886 & -.001 \\ -.051 & .875 \end{bmatrix} & (-1)^5\begin{bmatrix} .886 & -.001 \\ -.121 & -.065 \end{bmatrix} \\ (-1)^4\begin{bmatrix} -.121 & .725 \\ -.051 & -.128 \end{bmatrix} & (-1)^5\begin{bmatrix} .886 & -.144 \\ -.051 & -.128 \end{bmatrix} & (-1)^6\begin{bmatrix} .886 & -.144 \\ -.121 & .725 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\text{Adj } L - \begin{bmatrix} .626 & .126 & .010 \\ .109 & .767 & .057 \\ .052 & .120 & .624 \end{bmatrix}$$

c) Se aplica la fórmula $(I-A)^{-1} = \dfrac{\text{Adj }(I-A)}{\det A}$ para encontrar la inversa.

$$(I-A)^{-1} = \frac{1}{.538}\begin{bmatrix} .626 & .126 & .010 \\ .109 & .767 & .057 \\ .052 & .120 & .624 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.163 & .234 & .019 \\ .202 & 1.430 & .106 \\ .097 & .223 & 1.159 \end{bmatrix}$$

4. Se utiliza el vector de demanda final proyectado, que aparece como dato en el cuadro 2, para determinar los nuevos niveles de producción para cada sector económico que satisfagan dichas demandas finales deseadas. Para ello se utiliza la expresión

$$X_{1971} = (I-A)^{-1}_{1970}\ Y_{1971}$$

pues se considera que la tecnología no cambia de un año a otro.

$$X'_{1971} = \begin{bmatrix} 1.163 & .234 & .019 \\ .202 & 1.430 & .106 \\ .097 & .223 & 1.159 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40816 \\ 291949 \\ 310887 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 121691 \\ 458685 \\ 429381 \end{bmatrix}$$

5. Con este resultado, pueden obtenerse los nuevos insumos $X_{ij}$ (demanda intermedia para 1971) de cada sector.

$$a_{ij}\ (1970) = \frac{X_{ij}\ (1971)}{X_j\ (1971)}$$

$$\rightarrow \quad X_{ij}\ (1971) = A_{1970}\ X_{1971}$$

$$X_{ij}\ (1971) = \begin{bmatrix} .114 & .144 & .001 \\ .121 & .275 & .065 \\ .051 & .128 & .125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121691 \\ 458685 \\ 429381 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13872 + 66050 + 429 \\ 14724 + 126138 + 27909 \\ 6206 + 58711 + 53672 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80351 \\ 168771 \\ 118589 \end{bmatrix}$$

6. Finalmente, con los resultados de los puntos 4 y 5, se conforma la matríz nacional de flujos interindustriales para 1971.

CUADRO 3

MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO PARA 1971
(en millones de pesos)

| SECTORES QUE: | | DEMANDA INTERMEDIA | | | | DEMANDA FINAL ($Y_i$) | PRODUCCION BRUTA TOTAL ($X_j$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Compran / Venden | | Agric. | Ind. | Servs. | Total | | |
| INSUMOS | Agricultura | 13872 | 66050 | 429 | 80351 | 41340 | 121691 |
| | Industria | 14724 | 126138 | 27909 | 168771 | 289914 | 458685 |
| | Servicios | 6206 | 58711 | 53672 | 118589 | 310792 | 429381 |
| | Total | 34802 | 250899 | 82010 | 367711 | | |
| Valor agregado | | 86889 | 207786 | 347371 | | 642046 | |
| Producción bruto total | | 121691 | 458685 | 429381 | | | 1,009757 |

## 5.3 Ajuste de la Balanza Comercial.

En la matríz de insumo-producto de México de 1970 se aprecia, en el renglón y columna respectivos, un déficit en la balanza comercial. A partir de las cifras que aparecen en dicha matríz, determinar cual debe ser el nivel de producción de cada sector al incrementarse las exportaciones industriales con el fin de eliminar tal déficit. Es decir, para igualar a la exportación con las importaciones.

El procedimiento a seguir es el que se muestra a continuación:

1. De la matríz de 1970, cuadro 1, se obtienen los datos útiles para resolver el problema. Ellos se muestran en la matríz resumida del cuadro 4.

CUADRO 4
(millones de pesos)

| | Agric. | Ind. | Servs. | Exportaciones (X) | Demanda final | Producción bruta |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Agricultura | 10657 | 47744 | 341 | | 34014 | 92756 |
| Industria | 11275 | 90717 | 18978 | 24014 | 208535 | 329505 |
| Servicios | 4803 | 42338 | 36335 | | 207258 | 290734 |
| Importaciones (M) | | | | | | 32464 |
| Producción Bruta | 92756 | 329505 | 290734 | | | 712995 |

2. Se calcula el nuevo vector de demanda final (Y).

   En este cuadro, se observa que existe un saldo en la balanza comercial de X-M=24014-32464=-8450 unidades monetarias.

Para abatirlo, deben incrementarse en la misma forma las exportaciones en el sector industrial, como aqui se propone. Con esto, el nuevo vector de demanda final se transforma en:

$$Y_{1970} = \begin{bmatrix} 34014 \\ 216985 \\ 207258 \end{bmatrix}$$

3. A partir del nuevo vector, que elimina el déficit, y de la matríz inversa de 1970 obtenida en el ejemplo 1, se calculan los nuevos valores de los niveles de producción. Esto se lleva a cabo utilizando la expresión:

$$X_{1970} = (I-A)^{-1}_{1970}\ Y_{1970}.$$

$$X_{1970} = \begin{bmatrix} 1.163 & .234 & .019 \\ .202 & 1.430 & .106 \\ .097 & .223 & 1.159 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 34014 \\ 216985 \\ 207258 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 94270 \\ 339128 \\ 291899 \end{bmatrix}$$

4. Suponiendo que en 1971 las importaciones se incrementan en 1.8% (o cualquiera otro porcentaje que proporcione la Secretaría respectiva) respecto del valor de 1970, es decir ascienden a 33048, entonces el déficit en ese año es de:

$$X-N = 32464 - 33048 = -584$$

5. Para eliminar este saldo desfavorable, el sector industrial deberá

incrementar nuevamente la producción de consumo final, en esta misma cantidad. Es decir, el vector de demanda final anterior se debe transformar en

$$Y = \begin{bmatrix} 34014 \\ 217569 \\ 207258 \end{bmatrix}$$

6. Se repite el cálculo realizado en el punto 3, pero ahora con el vector Y del punto 5. De éste modo, se encuentran los nuevos niveles de producción por sectores que eliminan el déficit que queda

$$X_{1971} = \begin{bmatrix} 1.163 & .234 & .019 \\ .202 & 1.430 & .106 \\ .097 & .223 & 1.159 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 34014 \\ 217569 \\ 207258 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 94407 \\ 339963 \\ 292029 \end{bmatrix}$$

7. El procedimiento continúa hasta encontrar los niveles de producción que equilibren a las exportaciones con las importaciones. Pues una nueva iteración del método disminuye aún mas la diferencia. Para éste caso especial se considera que la disminución es aceptable y por lo tanto, el problema esta resuelto.

## 5.4 Impacto en el Nivel General de Precios

Dada la estructura del nivel de salarios de los sectores económicos mostrada en el cuadro 1, se varía alguna componente del valor agregado en

CUADRO 5

## COEFICIENTES TECNICOS

| RAMA NUMERO | SECTORES COMPRADORES / SECTORES VENDEDORES | DEMANDA INTERMEDIA | | | | RAMA NUMERO |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | TOTAL | |
| | | 1 – 10 | 11 – 61 | 62 – 72 | $\Sigma$ 1–72 | |
| 1 – 10 | SECTOR 1 | 0.1149 | 0.1449 | 0.0011 | 0.0824 | 1 – 10 |
| 11 – 61 | SECTOR 2 | 0.1215 | 0.2753 | 0.0653 | 0.1696 | 11 – 61 |
| 62 – 72 | SECTOR 3 | 0.0518 | 0.1285 | 0.1250 | 0.1171 | 62 – 72 |
| 73 | TOTAL DE INSUMOS NACIONALES | 0.2882 | 0.5487 | 0.1914 | 0.3691 | 73 |
| 74 | TOTAL DE IMPORTACIONES | 0.0076 | 0.0450 | 0.0088 | 0.0254 | 74 |
| 75 | TOTAL DE INSUMOS NACIONALES E IMPORTADOS | 0.2958 | 0.5937 | 0.2002 | 0.3945 | 75 |
| 76 | VALOR AGREGADO BRUTO | 0.7042 | 0.4063 | 0.7998 | 0.6055 | 76 |
| a | REMUNERACION DE ASALARIADOS | 0.2132 | 0.1698 | 0.2426 | 0.2051 | a |
| b | SUPERAVIT BRUTO DE EXPLOTACION | 0.4795 | 0.2109 | 0.5156 | 0.3701 | b |
| c | IMPUESTOS INDIRECTOS NETOS DE SUBSIDIOS | 0.0115 | 0.0256 | 0.0416 | 0.0303 | c |
| 77 | TOTAL VALOR BRUTO DE PROD. Y DEMANDA FINAL | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 77 |

Fuente: Matríz de Insumo-Producto de México, 1970, S.P.P. y B.M.

este caso a la remuneración de asalariados excluyendo al gobierno general en un 10%. Se desea hallar el incremento resultante tanto en el nivel general de precios como por sectores.

1. Para resolver este problema, se parte de la matríz de insumo-producto de 1970 al separar a la matríz de insumos primarios (B) y obtener sus coeficientes técnicos útiles para lograr el objetivo planteado, ver cuadros 5 y 6.

CUADRO 6

MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS DE INSUMOS PRIMARIOS (B)

| SECTORES / COMPONENTES DEL V.A. | AGRIC. | IND. | SERVS. |
|---|---|---|---|
| IMPORTACIONES | .0076 | .0450 | .0088 |
| REMUNERACION DE ASALARIADOS | .2132 | .1698 | .2426 |
| SUPERAVIT BRUTO DE EXPLOTACION | .4795 | .2109 | .5156 |
| IMPUESTOS INDIRECTOS NETOS | .0115 | .0256 | .0416 |
| TOTAL DE B | .7118 | .4513 | .8086 |

2. Se transpone la matríz (B), necesaria al utilizar la expresión que mide el efecto de los precios, discutida en el capítulo 3, que tiene forma de:

$$p = (I-A')^{-1} B' \quad ; \quad \text{con } \pi = 1$$

$$y, \quad p^{*} = \left[(I-A)^{-1}\right]\left[\pi\ B'\right]$$

CUADRO 7

MATRIZ TRANSPUESTA DE INSUMOS PRIMARIOS $(B')$

| COMPONENTES DEL V.A. / SECTORES | IMPORTS. | SALARIOS | BENEFICIOS | IMPS. INDS. | TOTAL DE $B'$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Agric. | .0076 | .2132 | .4795 | .0115 | .7118 |
| Ind. | .0450 | ..1698 | .2109 | .0256 | .4513 |
| Servs. | .0088 | .2426 | .5156 | .0416 | .8086 |

3. Se introduce el incremento del 10% = $\pi$ en la columna 2 de salarios, obteniendo la siguiente matríz:

CUADRO 8

MATRIZ TRANSPUESTA DE INSUMOS PRIMARIOS MODIFICADA

| COMPONENTES DEL V.A. / SECTORES | IMPORTS | SALARIOS | BENEFICIOS | IMPS. INDS. | TOTAL DE $\pi B'$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Agric. | .0076 | .2345 | .4795 | .0115 | .7331 |
| Ind. | .0450 | .1868 | .2109 | .0256 | .4683 |
| Servs. | .0088 | .2669 | .5156 | .0416 | .8329 |

4. Se transpone la matríz inversa, del ejercicio 1, para aplicar la segunda expresión dada anteriormente, en la cual se trabaja con el vector de insumos primarios afectado por el incremento en los salarios,

es decir $\pi B'$.

como,

$$\left[(I-A)^{-1}\right]' = (I'-A')^{-1} = (I-A')^{-1} = \begin{bmatrix} 1.163 & .202 & .097 \\ .234 & 1.430 & .223 \\ .019 & .106 & 1.159 \end{bmatrix}, \text{ entonces:}$$

$$p^* = \begin{bmatrix} P_A \\ P_I \\ P_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.163 & .202 & .097 \\ .234 & 1.430 & .223 \\ .019 & .106 & 1.159 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .7331 \\ .4683 \\ .8329 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.028 \\ 1.032 \\ 1.028 \end{bmatrix}$$

El vector $p^*$ indica que debido al incremento dado en los salarios, los sectores Agrícola y de servicios deben incrementar sus precios en un 2.8% aproximadamente, mientras que el industrial lo debe hacer en un 3.2%.

5. Se calcula el incremento en el nivel general de precios. Para ello se pondera a los incrementos sectoriales por su participación en el valor bruto de la producción. Es decir, se obtiene utilizando la si guiente expresión:

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i \, Y_i}{100}$$

donde:

$X_i$ = es la participación del sector i en la producción total.

$Y_i$ = es el incremento de precios en el sector i

$p$ = es el nivel general de precios.

a) se calcula la participación de los sectores

| Sectores | Producción Bruta | Participación (%) | Incremento de Precios |
|---|---|---|---|
| Agric. | 92756 | 13 | 2.8 |
| Ind. | 329505 | 46.2 | 3.2 |
| Servs. | 290734 | 40.8 | 2.8 |
| Produc. Total | 712995 | 100 | 2.98 |

b) sustituyendo estos valores en la expresión anterior se obtiene el incremento en el nivel general de precios, o sea

$$p = \frac{13x2.8+46.2x3.2+40.8x2.8}{100} = \frac{298.5}{100} = 2.98 \simeq 3$$

Este resultado indica que por cada 10% de incremento en los salarios (excluidos los del Gobierno General) el nivel general de precios debe crecer en un 3% aproximadamente.

## 5.5 Actualización de la Matríz de 1970 a 1975, con el Método RAS.

Conocida la matríz de insumo-producto de 1970, de México, actualizarla a 1975 considerando las compras y ventas totales que realizan los sectores agregados de la economía en 1975.

CUADRO 9

MATRIZ AGREGADA DE 1970 (AÑO CERO)
(miles de millones de pesos)

| SECTORES QUE: COMPRAN / VENDEN | | DEMANDA INTERMEDIA AGRICULTURA | INDUSTRIA | SERVICIOS | TOTAL | DEMANDA FINAL | PRODUCCION BRUTA TOTAL |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| INSUMOS | Agricultura | 10.6 | 47.7 | .341 | 58.6 | 34.0 | 92.6 |
| | Industria | 11.2 | 90.7 | 18.9 | 120.8 | 208.5 | 329.3 |
| | Servicios | 4.8 | 42.3 | 36.3 | 83.4 | 207.2 | 290.6 |
| | TOTAL DE INSUMOS | 26.6 | 180.7 | 55.5 | 262.8 | | |
| Insumos Primarios (V.A.) | | 66.0 | 148.7 | 235 | | 449.7 | |
| Producción Bruto Total | | 92.6 | 329.4 | 290.5 | | | 712.5 |

Fuente: Matríz de Insumo-Producto de 1970, S.P.P. y B.M.

CUADRO 10

MATRIZ AGREGADA DE 1975 (AÑO UNO)
(miles de millones de pesos)

| SECTORES QUE: COMPRAN / VENDEN | | DEMANDA INTERMEDIA | | | | DEMANDA FINAL | PRODUCCION BRUTA TOTAL |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | AGRICULTURA | INDUSTRIA | SERVICIOS | TOTAL | | |
| INSUMOS | Agricultura | 7.8 | 49 | .276 | 57.1<br>57.1* | 77.4 | 134.5 |
| | Industria | 7 | 224.6 | 32.7 | 268.3<br>268.1* | 425.4 | 693.5 |
| | Servicios | 28.1 | 68.9 | 46.5 | 143.5<br>144* | 410.4 | 554.4 |
| | Total de Insumos | 42.9<br>43* | 342.5<br>342.8* | 83.4<br>83.4* | 468.9<br>469.2* | | |
| Insumos Primarios (V.A.) | | 91.5 | 350.7 | 471.0 | | 913.2 | |
| Producción Bruto Total | | 134.5 | 693.5 | 554.4 | | | 1382.4 |

NOTA: Los totales de compras y ventas asi como de la producción total, se obtuvieron de la matríz agregada discutida en el curso de economía y optimización, DEPFI.

* Cantidades prescritas para 1975, las cantidades calculadas se aproximan a éstas.

El procedimiento se inicia al considerar la matríz del año cero y los totales del año uno para obtener los primeros multiplicadores por columna ($S_j$), que resultan de dividir las cantidades del renglón de la suma de insumos intermedios del año uno con los del año cero. Posteriormente, se continúa con las etapas del método RAS señaladas al final del apartado 3.2.

Para mayor facilidad en la solución del problema, se incluyen las siguien tes notaciones:

A - Sector Agricultura

I - Sector Industrial

S - Sector Servicios

TR - Total Real

TP - Total Prescrito

$S_j$ - Multiplicador de la columna j

$r_i$ - Multiplicador del renglón i.

1. Obtención de los primeros multiplicadores por columna ($S_j$).

| | A | I | S | TR | TP |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 10.6 | 47.7 | .341 | 58.6 | 57.1 |
| I | 11.2 | 90.7 | 18.9 | 120.8 | 268.1 |
| S | 4.8 | 42.3 | 36.3 | 83.4 | 144.0 |
| TR | 26.6 | 180.7 | 55.5 | 262.8 | |
| TP | 43.0 | 342.8 | 83.4 | | 469.2 |
| $S_j$ = | 1.616 | 1.897 | 1.502 | | |

Como se observa, en esta matríz, se hace la distinción entre los totales de las cuentas nacionales del año uno y los que resultan al ajustar el valor de la producción intermedia en cada iteración, tanto por renglón como por columna, es decir, el valor prescrito es el valor de la producción intermedia en el año uno y el valor real es el que resulta de sumar los flujos ajustados. Cada multiplicador $S_j$ y $r_i$, se obtiene al hacer los siguientes cocientes:

$$S_j = \frac{\text{Total prescrito } j}{\text{Total real } j} \quad ; \quad r_i = \frac{\text{Total prescrito } i}{\text{Total real } i} \quad .$$

2. Ajuste de la matríz por columnas y obtención de los multiplicadores por renglón $(r_i)$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 17.1 | 90.4 | .512 | 108.0 | 57.1 | $r_1$ = .528 |
| I | 18.1 | 172.0 | 28.3 | 218.4 | 268.1 | $r_2$ =1.227 |
| S | 7.7 | 80.2 | 54.5 | 142.4 | 144.0 | $r_3$ =1.011 |
| TR | 42.9 | 342.6 | 83.3 | 468.8 | | |
| TP | 43.0 | 342.8 | 83.4 | | 469.2 | |

3. Ajuste de la mátriz por renglones y obtención de los multiplicadores por columna

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 9.0 | 47.7 | .270 | 56.97 | 57.1 |
| I | 22.2 | 211.0 | 34.7 | 267.9 | 268.1 |
| S | 7.8 | 81.1 | 55.1 | 144 | 144 |
| TR | 39 | 339.8 | 90.07 | 468.87 | |
| TP | 43 | 342.8 | 83.4 | | 469.2 |
| $S_j$ | 1.102 | 1.009 | .926 | | |

4. Ajuste de la matríz por columnas y obtención de los multiplicadores por renglón.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 9.9 | 48.1 | .25 | 58.25 | 57.1 | $r_1$ = .980 |
| I | 8.6 | 212.9 | 32.1 | 253.6 | 268.1 | $r_2$ = 1.057 |
| S | 43 | 81.8 | 51.0 | 175.8 | 144 | $r_3$ = .819 |
| TR | 61.5 | 342.8 | 83.3 | 487.6 | | |
| TP | 43 | 342.8 | 83.4 | | 469.2 | |

5. Ajuste de la matríz por renglones y obtención de los multiplicadores por columna.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 9.7 | 47.1 | .245 | 57.0 | 57.1 |
| I | 9.1 | 225.0 | 33.9 | 268 | 268.1 |
| S | 35.2 | 67 | 41.7 | 143.9 | 144 |
| TR | 54 | 339.1 | 75.8 | 468.9 | |
| TP | 43 | 342.8 | 83.4 | | 469.2 |
| $S_j$ = | .796 | 1.011 | 1.1 | | |

6. Ajuste de la matríz por columnas y obtención de los multiplicadores por renglón

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 7.7 | 47.6 | .269 | 55.57 | 57.1 | $r_1$ = 1.027 |
| I | 7.2 | 227.4 | 37.3 | 271.9 | 268.1 | $r_2$ = .986 |
| S | 28.0 | 67.7 | 45.8 | 141.5 | 144 | $r_3$ = 1.017 |
| TR | 42.9 | 342.7 | 83.3 | 468.9 | | |
| TP | 43 | 342.8 | 83.4 | | 469.2 | |

7. Ajuste de la matríz por renglones y obtención de los multiplicadores por columna.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 7.9 | 48.9 | .276 | 57.1 | 57.1 |
| I | 7.1 | 224.2 | 36.7 | 268 | 268.1 |
| S | 28.4 | 68.8 | 46.5 | 143.7 | 144 |
| TR | 43.4 | 341.9 | 83.4 | 468.8 | |
| TP | 43 | 342.8 | 83.4 | | 469.2 |
| $S_j$ = | .990 | 1.002 | 1 | | |

8. Ajuste de la matríz por columnas

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 7.8 | 49.0 | .276 | 57.1 | 57.1 |
| I | 7.0 | 224.6 | 36.7 | 268.3 | 268.1 |
| S | 28.1 | 68.9 | 46.5 | 143.5 | 144 |
| TR | 42.9 | 342.5 | 83.4 | 468.9 | |
| TP | 43 | 342.8 | 83.4 | | 469.2 |

En esta matríz, se observa que los totales reales y prescritos coinciden (aproximadamente) por lo tanto, ésta es la matríz actualizada al año de 1975. Para conformarla, basta vaciar estas cifras en las columnas y renglones correspondientes del cuadro 10. Por otro lado, se mencionó que los factores (de las columnas y de los renglones) que conducen a la matríz de flujos actualizada, resultan de la acumulación multiplicativa de los factores obtenidos en cada una de las iteraciones realizadas, o sea:

Multiplicadores por columna:

$S_1 = 1.616 x 1.102 x .796 x .99 = 1.403$

$S_2 = 1.897 x 1.009 x 1.011 x 1.002 = 1.938$

$S_3 = 1.502 x .926 x 1.1 x 1 = 1.529$

Multiplicadores por renglón:

$r_1 = .528 x .980 x 1.027 = .531$

$r_2 = 1.227 x 1.057 x .986 = 1.278$

$r_3 = 1.011 x .819 x 1.017 = .842$

Para checar las cantidades de los flujos de la última matríz, basta sustituir estos valores en la ecuación (1) del método RAS y considerar los flujos de la matríz de 1970. De esta forma, se obtiene la matríz de flujos interindustriales para el año de interés a partir de otro cuyos valores de flujos son conocidos.

Este procedimiento ilustrado con ayuda del modelo de insumo-producto, o de otro tipo, puede utilizarse para realizar estudios de análisis económico, y a partir de éste conocer la estructura de las interrelaciones que existen entre los distintos sectores que constituyen la actividad económica de un país.

## 6. CONCLUSIONES

De la presentación de este trabajo, pueden desprenderse las siguientes conclusiones.

En la realización de estudios de análisis económico partiendo del modelo de insumo-producto, se encuentra que éste proporciona información sobre el grado existente de interdependencia entre los sectores productivos de la economía; es un sistema contable, ya que muestra la magnitud y el monto de las transacciones que se realizan en un país, por ello, el modelo es un instrumento complementario de las cuentas nacionales.

A diferencia de otras herramientas de análisis económico, el insumo-producto es un modelo para hacer análisis cuantitativos que puede ser aplicado a una gran variedad de problemas.

La constancia de los coeficientes técnicos debe estar sujeta a discusiones, ya que los países subdesarrollados estan más sujetos al cambio de tecnología. Esto es ocasionado por la mayor factibilidad de que se instale una nueva industria operando con la técnica más moderna. La constancia también depende del cambio en los precios relativos de los productos nacionales e importados, pues en los países subdesarrollados se presenta una mayor dependencia con el exterior.

El modelo de insumo-producto requiere de volúmenes grandes de información. Por ello, en los países desarrollados éste proporciona buenos resultados, ya que dichos países cuentan con mayores fuentes de información y además existe una mayor interrelación entre los sectores de su actividad económica. Por su parte, las economías subdesarrolladas se han encontrado con ciertas dificultades para implementar esta herramienta en el análisis económico, sin embargo, el modelo ha sido ampliamente utilizado para detectar los posibles cambios estructurales y a partir de éstos plantear políticas que lleven a desarrollar a la economía global.

Antes de efectuar un análisis de esta naturaleza, es conveniente hacer estimaciones de los posibles cambios tecnológicos en cada sector. Las experiencias demuestran que una matríz de insumo-producto no debe ser utilizada en trabajos que comprenden un período mayor de 10 años.

Se mencionó que el modelo de insumo-producto ha sido utilizado tanto en problemas de análisis estructural como de planeación económica. Sin embargo, antes de implementarlo se recomienda analizar todas las herramientas, de esta clase, disponibles y seleccionar a la que más se adapte con el problema que se pretende resolver. En éste sentido, deberá capacitarse a profesionales con un enfoque económico-matemático.

Debido a la innovación tecnológica que se presenta frecuentemente en la mayoría de los países, es necesario estar constantemente evaluando su actividad económica. Para ello se recomienda elaborar matrices de insumo-producto con un período de tiempo relativamente más corto que el actual, por ejemplo cada cinco años.

Actualmente, se presentan ciertos problemas en la implementación de polí icas regionales de desarrollo económico. Por tal motivo, se recomienda que en trabajos sucesivos de esta naturaleza se preste importancia a la investigación sobre la elaboración de matrices a nivel regional, para que a través de éstas puedan realizarse análisis intersectoriales de diferentes regiones en las que se divida al país.

# BIBLIOGRAFIA

1. ALMEIDA DURAN, Luis Raúl, El Insumo Producto y la Programación Lineal como Método de Análisis Económico, Tesis: Facultad de Economía, UNAM, 1963.

2. ARRIETA EVARISTO, Centenario Jorge, Cuentas Nacionales e Insumo-Producto, Una aplicación para Colombia.

3. CHENERY B. HOLLIS y CLARK G. Paul, Economía Interindustrial, F.C.E., 1964.

4. CHIANG C. Alpha, Métodos Fundamentales de Economía Matemática, Amorrortu Editores, 1976.

5. CHIOU-SHUANG Yan, Introduction to Input-Output Economics, Holt, Rinehart and Winston, 1969.

6. DORFMAN R., SAMUELSON P and SOLOW R., Linear Programming and Economic Analysis, Mc Graw-Hill, Inc., 1958.

7. GASS, Saul I., Linear Programming Methods and Applications, Mc Graw-Hill, 1975.

8. LECOMBER Richard, RAS Proyection when two or more Complete Matrices are Known, Revista: Economic of Planning, V 9, Núm. 31, 1961.

9. LEONTIEF Wassily, Análisis Económico Input-Ouput, Colección Demos, Ed. Ariel, 1975.

10 LEONTIEF Wassily, The Future of The World Economy, Traducido por Rosa Cusminsky de Cendero, Siglo XXI, 1975.

11 LEONTIEF Wassily, The Structure of the American Economy 1919-1939, Oxford University Press, 1960.

12 NORIEGA VERDAGUER, Juan Antonio, El Modelo de Insumo-Producto como Instrumento de Orientación de Políticas Económicas, Tesis: Facultad de Economía, UNAM, 1968.

13. SEPAFIN, La Estructura de la Oferta y la Demanda en México, 1975, Matrices de Relaciones Intersectoriales.

14. Secretaría de Programación y Presupuesto y Banco de México, S.A., Matríz Insumo-Producto de México, 1950, 1960 y 1970.

15. SUNKEL OSVALDO, Paz Pedro, El Subdesarrollo Latinoamericano y la Teoría del Desarrollo, Siglo XXI.

16. THEIL, Henri, Applied Economic Forecasting, Vol. 4, North-Holland Publishing Company, 1966.

17. VUSKOVIC, Pedro, El Modelo de Insumo-Producto, CEPAL.

Deseo manifestar mi agradecimiento a todas las personas
que hicieron posible la realización de este trabajo