



**DIVISION DE ESTUDIOS
DE POSGRADO
Facultad de Ingeniería**

**CODIGOS PERMUTACIONALES
ALFREDO PIERO MATEOS PAPIS**

T E S I S

**Presentada a la División de Estudios de Posgrado de la
FACULTAD DE INGENIERIA
de la
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
como requisito para obtener el grado de
MAESTRO EN INGENIERIA
ELECTRICA**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPFI

T UNAM

1985

MAT

CODIGOS PERMUTACIONALES

Creditos asignados a la tesis: NUEVE (9)

APROBADO POR EL JURADO

Presidente:

~~Luis A. Boro~~

Vocal:

~~P.A. Luis A. Boro~~

Secretario:

Guillermo Rebolledo
GUILLEMO REBOLLEDO

Suplente:

[Signature]

Suplente:

pa. Jesus



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENPOMA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

JEFATURA

Sr. Prof. Federico Kuhlmann
Presente.

Me permito comunicarle que a propuesta del Coordinador de la Sección de
ELECTRICA, ha sido designado como Director de tesis, del alumno

ALFREDO PIERO MATEOS PAPIS

, para obtener el grado de

M. EN I. EN CONTROL

y el nombre de la tesis a de-

sarrollar propuesto es el siguiente:

"CODIGOS PERMUTACIONALES"

Mucho he de agradecerle la comunicación por escrito de su aceptación a esta
designación.

Atentamente.

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cd. Universitaria, a 20 de mayo de 1985.

EL JEFE DE LA DIVISION

Springall
DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

E.5.1

.geg.

A la sensible y grata memoria de mi papá
A mi mamá y a mi abuela Amelia
A Giannina y Lalo
A Rosanna y Martha
A Silvia, Jorge y Sylvia
Al sr. Eduardo Hernandez Bernal y a la sra.
Martha Flores de Hernandez
A mis compañeros de tesis de licenciatura
A mis primos y tíos
Al Dr. José Antonio Alias Aguilar
Al Dr. Federico Kuhlmann Rodriguez
Al Dr. Luis Andres Buzo De La Peña
A mis compañeros de maestría
A los médicos amigos de mi papá
A mis amigos

Agradesco a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por todo lo que he recibido de ella.

Quedo permanentemente agradecido con el Dr. Federico Kuhlmann Rodríguez por su amable ayuda en los problemas académicos y su comprensión y apoyo en mis problemas personales y con el Dr. Andrés Buzo de la Peña por la ayuda académica que siempre me brindó y por la continua orientación que recibí de él. Agradezco a ambos por haberme dado la oportunidad de trabajar con ellos.

Agradezco al Programa Universitario de Cómputo de la UNAM por haberme proporcionado por medio de la Facultad de Ingeniería las herramientas de computación necesarias para hacer este trabajo, también agradezco a mis compañeros, candidatos a maestros en Ingeniería Eléctrica, Carlos Rivera, Andrés Coytia, Roberto Morelos y en especial a Jesús Savage y Fernando Lepe por su ayuda en diversos aspectos de computación. También agradezco a las secretarías de la sección de Ingeniería Eléctrica de la IREPFI UNAM y a la Jefa de la Biblioteca de la IREPFI UNAM Luz María Nieves por su ayuda. Aprovecho esta oportunidad para reconocer la ayuda que durante tantos años me ha brindado la sra. Trinidad López en cuestiones domésticas.

INDICE

INTRODUCCION AL PROBLEMA DE LA CODIFICACION	1-1
1.1 Teorema de la Codificación Puidosa de Shannon	1-1
1.2 Codificación de Fuente y de Canal	1-5
1.3 Cuantizadores de Fuente con y sin memoria	1-7

CODIGOS PERMUTACIONALES	2-1
2.1 Introducción a los Códigos Permutacionales	2-1
2.2 Características y Aplicaciones de los Códigos Permutacionales	2-5

ESTADÍSTICAS DE ORDEN EMPÍRICAS	3-1
3.1 Estimación de Estadísticas de Orden	3-1
3.2 Estimadores de Medias	3-3
3.3 Condiciones de Ergodicidad	3-5

RESULTADOS	4-1
4.1 Códigos Obtenidos	4-1

CONCLUSIONES	5-1
--------------	-----

PROGRAMA PARA OBTENER CODIGOS PERMUTACIONALES OPTIMOS (PRUER)	A-1
A.1 Introducción	A-1
A.2 Diagramas de Flujo y Codificación de PRUER	A-7

ESTADÍSTICAS DE ORDEN, TABLAS	B-1
-------------------------------	-----

INDICE DE AUTORES C-1

INDICE ALFABETICO I-1

Se ha mencionado y se ha visto de alguna forma que la correlación entre muestras que existe a la salida de una fuente discreta ocasiona que el desempeño de la cuantización por medio de Códigos Permutacionales de dicha salida se vea empobrecido. En este trabajo se hace un intento por cuantificar qué tanta correlación entre muestras produce una cierta distorsión a la salida del cuantizador. Las fuentes que se usaron fueron gaussianas por considerarse como la estadística más apropiada para un primer paso en esta cuantificación de calidad de desempeño de los códigos. La correlación entre muestras se logró filtrando la salida de dicha fuente con un filtro autorregresivo de orden uno.

Este estudio se basa en simular a las fuentes descritas por medio de una computadora y obtener los parametros necesarios a partir de las salidas de las fuentes simuladas para construir los códigos permutacionales correspondientes, y así codificar dichas salidas y obtener el correspondiente error entre la salida de la fuente y la salida del cuantizador.

Se construyó un algoritmo de prueba y error para obtener los mejores códigos permutacionales con el criterio del error medio cuadrático.

Con los resultados "empíricos" que se obtuvieron se trata de establecer conforme aumenta la correlación entre muestras de la salida de una fuente, hasta qué tan grande puede ser la correlación para que el desempeño de los códigos permutacionales sea aceptable. Conjuntamente se reenumeran los casos en que los códigos permutacionales aventajan a otros esquemas de cuantización, dichos casos mencionados en otros trabajos.

En el capítulo UNO se habla brevemente de la importancia de la codificación de fuente y canal en los sistemas de transmisión, así como de la codificación sin y con memoria.

En el capítulo DOS se describen los códigos permutacionales, sus aplicaciones, ventajas y desventajas.

En el capítulo TRES se describe como se obtuvieron las estadísticas de orden de la salida de las fuentes y las consideraciones que se hicieron.

En el capítulo CUARTO se presentan los resultados obtenidos.

En el capítulo CINCO se presentan conclusiones. En el apéndice "A" se explica el programa de prueba y error usado para obtener los códigos permutacionales. En el apéndice "B" se presentan las estadísticas de orden obtenidas, y otras tablas de similar interés. Al final se presenta un índice alfabético.

CAPITULO 1

INTRODUCCION AL PROBLEMA DE LA CODIFICACION

1.1 Teorema de la Codificación Ruidosa de Shannon

En un sistema de comunicaciones a la entidad que selecciona o genera mensajes se le conoce como fuente, y a la que los recibe se le conoce como destino. Tanto fuente como destino están separados espacialmente, y al lugar que los separa y por donde se transmiten los mensajes de la fuente se le conoce como 'canal'.

Aquí se considerarán fuentes cuya salida se dé en tiempos discretos, llamadas 'fuentes en tiempos discretos'.

NOTA

En este trabajo, las letras mayúsculas representarán variables aleatorias, y las minúsculas, variables determinísticas o constantes. Un símbolo subrayado denota un arreglo.

Se manejarán fuentes que generen secuencias de símbolos pertenecientes a un conjunto tal, que se pueda asignar a cada uno de ellos un número real. Entonces, tales fuentes podrán ser representadas como una sucesión de variables

aleatorias (v.a.) $\{X_t, t=t_1, t_2, \dots\}$, siendo t_1, t_2, \dots , constantes que indican tiempos e intervalos.

Se escribirá la distribución de probabilidad de las v.a. X_t como $P_X(x)$. También, por simplicidad, se dirá que la fuente genera una sucesión de v.a. X_t .

NOTA

En este trabajo solo se tratará con fuentes que generen sucesiones de v.a. idénticamente distribuidas (i.d.).

Sea $X_t=(X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tn})$ un arreglo de n v.a. (por simplicidad se denotará $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$). La distribución de probabilidad conjunta de X se escribiera como $P_X(x)$, donde $x=(x_1, \dots, x_n)$ denota un arreglo constante.

Se llamará a las fuentes en tiempos discretos que generan símbolos de un alfabeto finito, "fuentes discretas". La entropía de una fuente se define informalmente como la incertidumbre a priori promedio que existe en el destino acerca de qué mensaje será enviado por la fuente $\langle 1 \rangle$. Dicha entropía se representa con la letra H . Para fuentes discretas, una unidad usada para cuantificar H es la de [nats/símbolo], y se dice que dicha fuente genera en promedio una cantidad de información igual a H [nats/símbolo].

$\langle 1 \rangle$ Se sugiere ver [B1] y [G1] para definiciones formales de entropía, información mutua, etc.

Debido a la incertidumbre mencionada, la sucesión de v.a. que genera una fuente se modela, para su estudio, como un proceso estocástico. Es importante notar que si la fuente tuviera que seleccionar un mensaje de entre un conjunto infinito, la información necesaria para describirlo sería infinita.

Una fuente en tiempos discretos es estacionaria si se cumple que, $P(X_t=x) = P(X_{t+s}=x)$, para cualquier x , t y cualquier constante s .

Cuando se tiene un canal ruidoso, el mensaje recibido por el destino puede ser diferente al generado por la fuente, en cuyo caso se dirá que ha habido un 'error en la transmisión'.

Usando una medida de distorsión se puede cuantificar la frecuencia de error en la transmisión (comunmente llamada 'probabilidad de error').

Un canal analógico es aquél cuyas entradas y salidas son formas de onda. En los sistemas de comunicación teóricos hay dos tipos de canales, los analógicos y los discretos. Estos últimos tienen entradas y salidas que están formadas por secuencias de símbolos.

A un canal discreto se le puede asignar la probabilidad condicional $Q(y/x)$ de que el destino reciba $y=(y_1, y_2, \dots, y_n)$ dado que la fuente genere x . En un canal discreto sin memoria se cumple que,
 $Q(y/x) = Q(y_1/x_1) * Q(y_2/x_2) * \dots * Q(y_n/x_n)$.

Defínase $Y=(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ como el arreglo aleatorio que

recibe el destino. Dada una fuente discreta cuya salida tiene cierta distribución de probabilidad, y dado un canal discreto con cierta probabilidad condicional, se define informalmente <1> "información mutua entre fuente y destino" al promedio de información que el conocimiento del valor asumido por Y da acerca del valor asumido por X . Dicha información mutua se representa como $I(X, Y)$.

Dado un canal, se define su capacidad (C) como,

$$C = \max_{P_X(x)} \{ I(X, Y) \}, \quad 1-1$$

donde se hace la maximización para todas las posibles distribuciones de probabilidad $P_X(x)$ de la salida de la fuente. Si no hubiera ruido en el canal, entonces la probabilidad condicional $Q(y/x)$ sería igual a, 1 si $x=y$ y 0 si $x \neq y$, por lo que C tomaría la forma especial de,

$$C = \max_{P_X(x)} \{ H \} = \infty. \quad 1-2$$

Piénsese en una fuente cuya salida tiene una distribución de probabilidad dada, y que se tiene una cierta medida de distorsión, entonces existen canales cuyas funciones de probabilidad condicional reditan una misma distorsión D promedio entre fuente y destino. De todos estos canales, se escoge aquel cuya función de probabilidad condicional minimiza la información mutua entre fuente y destino. Esta mínima información mutua es función de D y forma la función $R(D)$ denominada función de tasa-distorsión. Esta función es la mínima tasa a la que el destino debe recibir información de la fuente para poder reproducir la salida de la fuente con una distorsión promedio no mayor a D . La tasa $R(D)$ es una fracción de la tasa H con que la fuente transmite información.

La tasa de entropía es el promedio de la incertidumbre en el

destino acerca de cuál arreglo x , de dimension n , se va a seleccionar en una fuente estacionaria, dividido entre n , y esto cuando $n \rightarrow \infty$.

Con lo anterior se puede enunciar el teorema de la codificación ruidosa de Shannon para un canal discreto sin memoria el cual dice,

"Sea un canal discreto sin memoria que tiene capacidad C , y una fuente discreta estacionaria que tiene tasa de entropía H . Si $H < C$ entonces la salida de la fuente puede ser codificada para transmision por el canal con una frecuencia de error arbitrariamente pequeña. Si $H > C$ entonces es posible codificar la salida de la fuente de tal manera que la frecuencia de error sea menor que $H - C + \epsilon$ donde ϵ es arbitrariamente pequeño y mayor que cero, pero no hay forma de codificar de tal modo que la frecuencia de error sea menor que $H - C$ ".

1.2 Codificación de fuente y de canal

Para que sea posible reproducir la salida de una fuente en el destino con distorsión promedio D , de la definición de $R(D)$, se sabe que al menos un promedio de $R(D)$ [nats/simbolo] del total de H [nats/simbolo] de información generada por la fuente, deben alcanzar al destino. O sea que cuando mucho se deben perder $H - R(D)$ [nats/simbolo]. Nótese que no necesariamente el hecho de que el destino reciba $R(D)$ [nats/simbolo] de información promedio significa que la distorsión promedio obtenida no vaya a exceder a D , eso dependerá de la forma en que se transmita la información, y esto a su vez dependerá del procesamiento de la salida de la

fuelle antes de ser transmitida por el canal. Dicho procesamiento se traducirá en un aumento de complejidad del sistema de transmisión. Para que sea posible reproducir la salida de la fuente a la salida del canal con distorsión promedio que no exceda a D , es necesario que $H-C$ no exceda a $H-R(D)$, o equivalentemente, que $R(D) \leq C$.

Se observa que es deseable tener un canal que tenga una capacidad grande. La capacidad de un canal se puede incrementar reduciendo la probabilidad de error en la transmisión, lo cual se logra transmitiendo la información de la fuente mas otra información extra o redundante. Para que esto tenga sentido práctico, la información original de la fuente mas la información redundante, deben ser enviadas en un intervalo de tiempo igual al intervalo en que se transmitía la información original. Este nuevo esquema requiere un aumento en el ancho de banda del canal físico.

El procesamiento de la información de la fuente para disminuir la probabilidad de error se llama codificación de canal. A una transmisión de información donde la probabilidad de error es relativamente baja se le llama transmisión confiable <2>.

Con la codificación de canal se trata de proteger a la información que genera la fuente. Sin embargo, no toda la información generada por la fuente es igualmente significativa. Si se separara, en forma apropiada, de la información total generada por la fuente, aquella que fuera

<2> Para una buena introducción al estudio de la codificación de canal referirse al texto de Wozencraft y Jacobs [WJ].

menos significativa se podría reproducir en el destino una versión de la salida de la fuente que tuviera una distorsión relativamente pequeña. Al mismo tiempo, la cantidad de recursos necesarios, solo para transmitir la información más significativa, sería menor (quizá por mucho) a la original.

También, en muchos sistemas de información, $R(D)$ es demasiado grande, mas grande que C , por lo que es necesario procesar la salida de la fuente de tal manera que solo la información mas significativa sea enviada por el canal. Tal procesamiento se llama, "codificación de fuente". A las técnicas para eliminar información irrelevante de la salida de una fuente se les llama "algoritmos de compresión de información". Cuando se envía información comprimida se dice que se tiene una transmisión eficiente.

Ambas codificaciones, la de canal y la de fuente, dependen una de otra, pero Gallager [G1] dice que separar la codificación y decodificación en las partes de fuente y de canal, bajo condiciones muy diversas, no presenta limitaciones fundamentales en el desempeño de un sistema de comunicaciones. Además dice que esta separación es particularmente conveniente desde el punto de vista práctico pues hace el diseño del codificador de fuente virtualmente independiente del codificador de canal. Esto facilita el uso de diversas fuentes en el mismo canal.

El codificador de fuente mapea la salida de la fuente en un conjunto de mensajes preseleccionados. Se trabaja usualmente con codificación de fuente que representa dichos mensajes con sucesiones de dígitos binarios, este codificador de fuente divide al espacio de posibles mensajes de la fuente en clases de equivalencia e indica al

codificador de canal cuál de estas clases de equivalencia contiene a la salida particular observada en la fuente. El codificador de canal envía una señal que representa a la clase de equivalencia a la que perteneció la salida de la fuente. El decodificador de canal examina los mensajes recibidos a la salida del canal y toma una decisión acerca de cuál mensaje fue enviado, y transmite su estimado al decodificador de fuente. Por último, el decodificador de fuente mapea el estimado del decodificador de canal a un mensaje entendible para el destino.

Los codificadores de fuente y decodificadores de canal son dispositivos relativamente complejos que toman decisiones al examinar sus entradas. Los codificadores de canal y decodificadores de fuente son dispositivos relativamente sencillos que solo hacen mapeos.

Es usual que los canales físicos sean analógicos. Para acoplar el codificador de canal al canal analógico se usa un modulador que mapea los símbolos de dicho codificador a formas de onda. Algunas veces se considera al modulador como parte del codificador de canal (y al demodulador como parte del decodificador de canal). También se puede considerar al conjunto modulador, canal físico y demodulador, como un canal discreto. Esto es lo que da a los canales discretos su importancia en el estudio de los sistemas de comunicación.

Resumiendo las ideas anteriores, se puede afirmar que la codificación y decodificación, como lazo entre la fuente y el canal, y entre el canal y el destino, surge debido a la necesidad de establecer una transmisión eficiente y confiable entre fuente y destino. Además, que el análisis

de este problema inminentemente práctico, puede ser realizado utilizando las herramientas poderosas de la Teoría de Información.

1.3 Cuantización de fuente con y sin memoria.

Considérese que se tiene una fuente en tiempos discretos.

Un cuantizador de cero-memoria de n puntos se define como aquél que tiene una colección de $n+1$ niveles de decisión a_0, a_1, \dots, a_n y una colección de n niveles de salida q_1, q_2, \dots, q_n , y que mapea individualmente una v.a. X de salida de la fuente a un valor q_i cuando el valor de X cae en el intervalo i -ésimo,

$$R_i = \{a_{i-1} < X < a_i\}.$$

1-3

En la cuantización con memoria, un arreglo de muestras de n v.a. $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ es cuantizado simultáneamente produciendo una salida $y_i = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ de entre un conjunto $G = \{y_j, j=1, M\}$ de arreglos, donde la salida cumple con, $d(x, y_i) < d(x, y_j)$, $y_j \in G$, $j=1, \dots, M$ y donde d es una medida de distorsión.

Diferentemente a los cuantizadores de cero-memoria, el valor y_j no solo depende del correspondiente valor x_j , sino de todos los valores x_i del arreglo X . La cuantización anterior también se llama cuantización vectorial. La tasa de transmisión es $R = (1/n) \log_2(M)$ [bits/símbolo].

Conforme el tamaño del arreglo crece, la tasa de transmisión mínima que se necesita para tener una distorsión promedio (D) dada decrece. En el límite, conforme $n \rightarrow \infty$ la tasa

mínima se aproxima a un valor fijo. Referirse a [G2],[B4].

NOTA

A partir de aquí, se trabajará con fuentes en tiempos discretos estacionarias cuya salida será una sucesión de v.a. independientes e idénticamente distribuidas (sean estas v.a. W_i), llámese a estas fuentes 'fuentes sin memoria', las cuales serán introducidas a un filtro autorregresivo de orden uno con constante de autorregresion ' a '. Se conjuntará dicha fuente y dicho filtro como una sola fuente y se le denominará simplemente 'fuente'. Se denotarán las v.a. de salida de esta última fuente como X_i . En los casos en que sea necesario indicar que distribución tienen las v.a. (X_i) de salida de la fuente, entonces se denominará a la fuente, por ejemplo, 'fuente gaussiana', o inclusive, 'fuente gaussiana con constante de autorregresion a ', o 'fuente autorregresiva gaussiana con constante de autorregresion a '.

Las v.a. X_i y W_i estan relacionadas de la siguiente forma,

$$X_i = W_i + aX_{i-1}, \quad 1-4$$

donde si $|a| < 1$, entonces el filtro es estable, y $\{X_i\}$ es un proceso estacionario, y se puede escribir,

$$X_i = \sum_{k=0}^{\infty} a^k W_{i-k}, \quad 1-5$$

Donde $a^0 = 1$.

El proceso $\{X_i\}$ tiene media cero, y si $|a| < 1$, tiene variancia,

$$E\{X^2\} = \text{var}\{X\} = \text{var}\{W\} / (1 - a^2), \quad 1-6$$

y autocorrelacion,

$$R_x[k] = \text{var}\{X\} a^{|k|}, \quad 1-7$$

donde $E\{ \}$ denota el valor esperado $\langle 3 \rangle$.

A las estadísticas de orden de los arreglos de n v.a. idénticamente distribuidas generadas por la fuente se les llamará "estadísticas de orden de la salida de la fuente" y se les representará como Z_i , donde el subíndice i significa la i -ésima mayor variable de entre un número determinado.

CAPITULO 2 CODIGOS PERMUTACIONALES

2.1 Introducción a los Códigos Permutacionales (CPP).

Los CPP son un tipo de cuantización vectorial de fuente, y se explican a continuación.

Considérese una fuente discreta que genera una sucesión de v.a. X_k , $k=1,2,\dots$. Se quiere cuantizar una muestra de tamaño n de la salida de la fuente, sea ésta $x=(x_1,x_2,\dots,x_n)$ usando un conjunto B de arreglos tal que $B=\{y_1,y_2,\dots,y_M\}$. A cada y_i de B se le llamará 'palabra-código'. Si todas las palabras-código son equiprobables, el cuantizador tendrá una entropía de,

$$R=(1/n)\log_2(M)[\text{bits/símbolo}]. \quad 2-1$$

La distorsión promedio por letra o símbolo está definida como,

$$D=(1/n)E\{\min\{d(X,y)\}\}, \quad y \in B, \quad 2-2$$

donde d es una medida de distorsión y $E\{\}$ denota el valor esperado.

El procedimiento de cuantización óptimo para un esquema

general consistiría en comparar la distancia del arreglo x con cada uno de los arreglos y_i de B y escoger el mas cercano a x según d .

Una atracción fundamental de los CPP es que con éstos se tiene un procedimiento de cuantización simple para una amplia clase de interesantes medidas de distorsión.

Hay dos variantes de los códigos permutacionales que se describen a continuación,

Variante I: La primera palabra-código de esta variante es,
 $y_1 = (u_1, \dots, u_1, u_2, \dots, u_2, \dots, u_K, \dots, u_K),$ 2-3
 $\langle \text{---}n_1\text{---} \rangle \langle \text{---}n_2\text{---} \rangle \dots \langle \text{---}n_K\text{---} \rangle$

donde los u_i son K números reales tales que, $u_1 > u_2 > \dots > u_K$, y las n_i son enteros que satisfacen, $n_1 + n_2 + \dots + n_K = n$.

Todas las demas palabras-código se obtienen permutando los componentes de y_1 en todas las formas posibles, por lo que hay un numero de,

$$M = n! / (n_1! * n_2! * \dots * n_K!) \quad \text{2-4}$$

palabras-código.

Variante II: y_1 tiene la misma forma que en el variante I pero bajo las condiciones de que, $u_1 > u_2 > \dots > u_K \geq 0$. Los demás códigos se obtienen asignando signos a los componentes de y_1 y permutando, ambas cosas en todas las formas posibles.

El número de palabras-código en el variante II es de,

$$M = 2^l * n! / (n_1! * n_2! * \dots * n_K!), \quad \text{2-5}$$

donde $l = n$ si $u_K > 0$ y $l = n - n_K$ si $u_K = 0$.

Considérese la medida de distorsión de la forma,

$$d(x,y)=g\left(\sum_{j=1}^n f(|x_j-y_j|)\right), \quad 2-6$$

donde $x=(x_1,x_2,\dots,x_n)$, $y=(y_1,y_2,\dots,y_n)$, g es una función no decreciente, f es otra función, no negativa, no decreciente y convexa U para argumentos positivos.

Teorema:

La forma óptima de cuantizar con las variante I y II de los CPP con respecto a la medida 'd' esta dada por los siguientes algoritmos.

Variante_I

- 1) Reemplazar los n_1 mayores componentes de x por u_1 .
- 2) Reemplazar los n_2 siguientes mayores componentes de x por u_2 .
- . . .
- . . .
- K) Reemplazar los n_K menores componentes de x por u_K .

Usar la palabra-código que resulte de estos reemplazos para representar a x .

Variante_II

- 1) Reemplazar los n_1 mayores componentes de x en valor absoluto por $+u_1$ o $-u_1$, escogiendo el signo de manera que concuerde con el del componente reemplazado.
- 2) Reemplazar los n_2 siguientes mayores componentes de x en valor absoluto por $+u_2$ o $-u_2$, escogiendo el signo de manera

que concuerde con el del componente reemplazado.

. . .
. . .

K) Reemplazar los nK menores componentes de x en valor absoluto por $+uK$ o $-uK$, escogiendo el signo de manera que concuerde con el del componente reemplazado.

Usar la palabra-código que resulte de estos reemplazos para representar a x .

La prueba de este teorema se da en [B2, apéndice 2].

NOTA

La medida de distorsión del error medio cuadrático (EMC) es de especial interés porque con esta medida se tiene una gran facilidad para obtener resultados analíticos, y es con esta medida con la que se trabajará en adelante.

También se ha enfocado este trabajo al uso de la variante I de los CPF.

La distorsión según el EMC será entonces,

$$d(x,y) = [(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2] / n. \quad 2-7$$

Defínase la variable Z_j , $j=1, \dots, n$ como la j -ésima estadística de orden del arreglo de v.a. X . Defínase también, $S_i = n_1 + n_2 + \dots + n_i$, $S_0 = 0$. Entonces el valor esperado de la distorsión será,

$$D = (1/n) E \left\{ \sum_{i=1}^K \sum_{j=S_{i-1}+1}^{S_i} (Z_j - u_i)^2 \right\}. \quad 2-8$$

Derivando con respecto a u_i para n_1, n_2, \dots, n_K dados e igualando a cero se obtienen los valores óptimos para u_i , $i=1, \dots, K$, que son,

$$u_i = (1/n_i) \frac{\sum_{j=S(i-1)+1}^{S_i} E\{Z_j\}}{\sum_{j=S(i-1)+1}^{S_i} 1}, \quad 2-9$$

por lo que el valor esperado de la distorsión es,

$$D = (1/n) \left(E \left(\sum_{j=1}^n X_j^2 \right) - \sum_{i=1}^K n_i u_i^2 \right). \quad 2-10$$

Para el variante I de los CPP, el código que es óptimo en el sentido del EMC es el que minimiza D sujeto a la restricción $(\log_2(n!) - \log_2(n_1!) - \dots - \log_2(n_K!)) / n < R$.

2.2 Características y aplicaciones de los CPP

Teorema:

Si se tiene un codificador de cero-memoria $(\{a_i\}, \{q_i\})$ de K puntos que codifica la salida de una fuente discreta con una tasa R finita y una distorsión D finita en forma óptima $\langle 3' \rangle$, basándose en la función de distribución $F_X(x)$ de la salida, entonces existe una sucesión de CPP, en su variante I, que trabajan con arreglos (x_1, x_2, \dots, x_n) y con tasas respectivas R_n y distorsión promedio por símbolo D_n y con parámetros $u_i = q_i$, $i=1, K$, donde K es fija y n_i es proporcional a n , que cumplen con:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{R_n\} = R, \quad \text{y} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \{D_n\} = D. \quad 2-11$$

$\langle 3' \rangle$ Para mas información sobre codificación cero-memoria óptima y no óptima referirse a [B4] y [M1].

la prueba se presenta en [B4, teorema 2] y [B3, teorema 2 y apendice].

Debido a la naturaleza no paramétrica de los CPP, Berger et al [B2] proponen un procedimiento para codificar una sucesion de v.a. proveniente de una fuente discreta cuya estadística es desconocida o variante con el tiempo, dicho procedimiento se describe a continuación.

Seleccione una taza R cercana a la capacidad del canal que es usado para transmisión, seleccione una longitud de arreglo n tan grande como las consideraciones prácticas lo permitan. Particione n en grupos $\{n_i\}$ que tengan una taza R . Una buena elección para $\{n_i\}$ cuando no se conoce la estadística de la fuente es la partición óptima en el sentido del EMC para una fuente gaussiana. Codifique arreglos sucesivos en la forma usual, pero también colecciona las estadísticas de orden de las muestras. Despues de un periodo comparable al de la constante de tiempo del fenomeno responsable del comportamiento variante con el tiempo (si se conoce), envíe los $\{u_i\}$ calculados de las estadísticas de orden de las muestras. Entonces en el receptor comience a usar los $\{u_i\}$ para codificar y decodificar.

Un comentario importante en [B2] es el siguiente, "Notar que los $\{u_i\}$ de las muestras reditúan aun mejor desempeño que los verdaderos $\{u_i\}$ si éstos fuesen conocidos, por lo que es deseable seguir el procedimiento señalado aun cuando la

estadística de la fuente sea conocida'.

A continuación se enlistan algunas ventajas y desventajas de los CPP:

1. Cuando las v.a. de la sucesión de salida de una fuente discreta son altamente dependientes los CPP tienen un desempeño relativamente pobre, aun cuando los valores óptimos de los $\{u_i\}$ sean usados.
2. El desempeño de los CPP óptimos a una tasa dada, generalmente mejora conforme el tamaño n del arreglo es mayor.
3. Es relativamente fácil codificar con los CPP aun cuando se tenga un valor de n grande.
4. Los CPP a una tasa relativamente grande para el caso de una estadística gaussiana sin correlación tienen un desempeño pobre en relación con la función de tasa-distorsión de Shannon, [B1, pag.100].
5. La naturaleza no paramétrica de los CPP los hace apropiados para situaciones en las que la estadística de la fuente es desconocida o variante con el tiempo.

6. La simplicidad de cuantización de los CPP cuando se tiene una fuente con estadística desconocida o variante con el tiempo no puede ser obtenida con técnicas de cuantización con palabra por palabra, puesto que con dichas técnicas para poder ajustar los niveles de decisión a los datos se tienen que guardar, primero los datos, luego calcular y enviar los niveles mencionados y codificar los datos símbolo por símbolo. Esto involucra un esquema complicado de codificación por bloques que requiere un mucho mayor tiempo de retraso (al menos en el transmisor) que el que requerirían los CPP.

7. Para el caso gaussiano, usando el EMC, los CPP son asintóticamente ideales en tazas pequeñas.

8. En el caso en el que se tiene una fuente que genera una sucesión de v.a. i.i.d. que tienen una estadística conocida formando una salida que se cuantiza palabra por palabra. Si la estadística es tal que el cuantizador tiene niveles que son unos mas probables que otros, entonces, para que la tasa de transmisión exceda apenas la entropía del cuantizador se necesita codificar la salida de dicho cuantizador con un código de longitud variable, lo que hace necesario usar un esquema complicado de codificación a base de buffers <4>.

En el mismo caso, cuantizando con CPP variante I, las palabras-código son equiprobables por lo que la codificación de las mismas es síncrona.

<4> Referirse a Jelinek [J1]

Berger , Jelinek y Wolf [B2, apendice III] desarrollaron un algoritmo que para valores de n y R fijos obtiene CPP cuya tasa se aproxima cercanamente a R y que obtiene un valor de K y parametros $\{n_i\}$ y $\{u_i\}$ que minimizan D en el sentido del EMC. Dichos autores demuestran que si $E\{Z_j\}$ es una función de j convexa U para $j \in \{1, 2, \dots, [n/2]\}$ y concava para $j \in \{[n/2]+1, \dots, n\}$ (donde $[x]$ es el entero menor y más cercano a x), entonces su algoritmo puede generar CPP que son óptimos en el sentido EMC, y conjeturan que cuando la convexidad prevalece, su algoritmo siempre genera códigos cuyos valores K y $\{n_i\}$ difieren de los valores óptimos por lo mucho en 1. Algo similar se demuestra con relación a la variante II.

El algoritmo de Berger et al para generar CPP óptimos no ofreció los resultados esperados cuando la estadística de la fuente fue laplaciana. Townes [T2] a partir de los CPP obtenidos con el algoritmo de Berger, haciendo modificaciones como el dice "a mano" obtuvo códigos permutacionales para estadísticas laplacianas con mejor desempeño que los originales, resultantes directamente del algoritmo de Berger et al. Townes no indica cuál fue el método "a mano" que siguió para obtener sus códigos. En el apéndice "A" se presenta un algoritmo (PRUER) que a base de prueba y error hace una búsqueda de el código permutacional óptimo, para "R" y "n" dadas, con las restricciones de que "K" sea impar, "n" par y que las estadísticas de orden de interes cumplan con que $E\{Z_i\} = E\{Z_{(n+1-i)}\}$, donde n es el tamaño del arreglo, y que dichas estadísticas cumplan con

las condiciones de concavidad que se detallan en el apendice A.

Se conjetura que el algoritmo del apéndice A es exhaustivo, pero no se tiene una prueba al respecto.

CAPITULO 3
ESTADISTICAS DE ORDEN EMPIRICAS

3.1 Estimación de estadísticas de orden

Considérese una fuente autorregresiva de orden uno. Entonces la sucesión de v.a. X_i que representa a la fuente forma un proceso estocástico estacionario en el sentido fuerte (ESF). Si se forman arreglos X con n v.a. consecutivas cada uno, se tendrá que,

$$X[j] = (X_1[j], \dots, X_n[j]), \quad 3-1$$

donde el argumento 'j' significa el j-ésimo arreglo, así, las n primeras v.a. llevarán el argumento $j=1$, las n segundas el argumento $j=2$, etc. El subíndice 'i' indica la posición de las v.a. X como elementos de X .

Se representará al arreglo aleatorio consistente en los elementos ordenados de X como,

$$Z[j] = (Z_1[j], Z_2[j], \dots, Z_n[j]), \quad 3-2$$

donde el argumento 'j' y el subíndice 'i' tienen similar significado que para el arreglo X . Entonces $Z_i[j]$ significa

la i -ésima mayor v.a. de entre las n v.a. $X_{1[j]}, \dots, X_{n[j]}$, para $j=1, m$.

Las v.a. $\{Z_{i[j]}\}$ para una j dada e $i=1, n$ son dependientes una de otra y tienen distintas distribuciones de probabilidad.

Sea $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, la distribución de probabilidad conjunta de las v.a. $X_{1[j]}, X_{2[j]}, \dots, X_{n[j]}$. Como la salida de la fuente es un proceso ESF, entonces, dicha distribución no depende de j , por lo que, la distribución conjunta de las v.a. $Z_{1[j]}, Z_{2[j]}, \dots, Z_{n[j]}$, que se representa como $F(z_1, z_2, \dots, z_n)$ tampoco dependerá de j . También entonces, la distribución marginal de las v.a. $Z_{i[j]}$ será independiente de j .

Supongase que se generan m arreglos aleatorios $X_{[j]}, j=1, m$, y se ordenan de tal forma que se obtienen m arreglos aleatorios $Z_{[j]}$. Tómese el primer elemento de $Z_{[1]}$, el primer elemento de $Z_{[2]}$, etc. hasta el primer elemento de $Z_{[m]}$, y formese el arreglo aleatorio,

$$Z_1 = (Z_{1[1]}, Z_{1[2]}, \dots, Z_{1[m]}), \quad 3-3$$

de la misma forma formense los arreglos,

$$Z_i = (Z_{i[1]}, Z_{i[2]}, \dots, Z_{i[m]}), \quad i=2, n. \quad 3-3'$$

Para una i fija, Z_i es parte de un proceso estocástico $\{Z_{i[j]}, j=1, 2, \dots\}$ que es ESF y que está formado por v.a.

que están idénticamente distribuidas.

NOTA

Si las v.a. $\{X_{i[1]}, i=1, n\}$ son conjuntamente independientes de las v.a. $\{X_{i[k]}, i=1, n\}$ para $k \neq 1$ y $k, l=1, 2, \dots, m$, entonces las v.a. $\{Z_{i[1]}, Z_{i[2]}, \dots, Z_{i[m]}\}$ son conjuntamente independientes.

A partir de muestras de los arreglos Z_i , se estimarán los valores $E\{Z_i\}$. Lo anterior es válido si el proceso $\{Z_{i[j]}, j=1, 2, \dots\}$, es ergódico.

Es importante tener un buen estimador de $E\{Z_i\}$, por lo que se tratará esto en lo restante del capítulo.

3.2 Estimadores de medias.

El estimador más clásico, el estimador producto de la minimización del EMC y que es óptimo para estadísticas gaussianas es para un arreglo x de muestras de m v.a. (llámese también una muestra de tamaño m) igual a,

$$\left(\sum_{i=1}^m x_i \right) / m.$$

3-4

Se verificará a continuación, que este estimador surge de la minimización del EMC al codificar la muestra $x[j] = (x_1[j], x_2[j], \dots, x_n[j])$ con $y[j] = (y_1[j], y_2[j], \dots, y_n[j])$.

Se recordará que la medida de distorsión del EMC para los CPP es,

$$d[j] = (1/n) \sum_{i=1}^n (x_i[j] - y_i[j])^2 = (1/n) \sum_{i=1}^K \sum_{l=S(i-1)+1}^{S_i} (z_l[j] - u_i)^2 \quad 3-5$$

Si se tienen muestras n-dimensionales $x[j], j=1, m$, entonces el promedio aritmético de las distorsiones es,

$$D = (1/m) \sum_{j=1}^m d[j]. \quad 3-6$$

Sustituyendo la ecuación de $d[j]$ en esta última y desarrollando se obtiene,

$$D = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_i[j]^2 - \frac{2}{mn} \sum_{i=1}^K u_i \sum_{l=S(i-1)+1}^{S_i} \sum_{j=1}^m z_l[j] + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K u_i^2 n_i, \quad 3-7$$

donde se tomó en cuenta que,

$$\sum_{l=1}^n z_l[j] = \sum_{l=1}^n x_l[j], \quad j=1, m. \quad 3-8$$

Derivando D con respecto a $u_i, i=1, n$ e igualando a cero se obtiene,

$$u_i = \frac{1}{n_i} \sum_{l=S(i-1)+1}^{S_i} \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_l[j]. \quad 3-9$$

Comparando con la ecuación 2-9, obtenida en el capítulo anterior con valores esperados, se ve que el estimado de $E(Z_l)$ es,

$$(1/m) \sum_{j=1}^m z_l[j], \quad 3-10$$

que se denotara como Mz_1 .

Para cuantizar con CPP la salida de fuentes autorregresivas de orden uno, una forma de hacerlo es estimando las estadísticas de orden de dicha salida.

Se sabe que Mz_1 no es bueno para estimar la media de ciertas distribuciones simétricas [H2]. Dicho estimador es dependiente tanto de los datos como de la distribución que se use [L2].

Existen estimadores de media mas robustos que el anterior [D1, pag.158].

Se escogió Mz_1 como estimador de la estadística de orden $E\{Z_1\}$ porque comparando con otros estimadores que pudieran ser mas eficientes <5> el estimador Mz_1 es el de aplicacion mas sencilla. Por otro lado, como se conocen las estadísticas de orden provenientes de una fuente gaussiana sin memoria [H1] hasta un tamaño de arreglo de 400, se verificó en este caso que los 400 estimadores Mz_1 a Mz_n (donde Mz_1 se obtuvo a partir de una muestra de tamaño 4000 $\{z_1[j], j=1,2,\dots,4000\}$) ofrecieron un promedio de error menor a 0.072%.

Al tender "a" de cero a uno, la variancia de las v.a. generadas por la fuente autorregresiva aumenta de uno a

<5> Ver definiciones de insesgamiento, eficiencia y consistencia para estimadores en el libro de Bendat y Piersol [BP1].

infinito. Cuando a es igual a 0.95 la variancia de dichas v.a. es de 10.2564 .

Al estimar las estadísticas de orden de la salida de una fuente siendo $a=0.95$, la diferencia de los estimados usando un tamaño de muestra $m=3500$ y usando un tamaño de $m=4000$ no fue mayor, haciendo un promedio de todos los estimadores, a 0.49%.

En el apéndice B se presentan tablas que muestran los errores arriba mencionados.

Se considera que con los estimados de las estadísticas de orden se obtienen CPP cuyos parámetros, y cuya función taza-distorsión tienen una variación despreciable con respecto a los correspondientes parámetros y función taza-distorsión de los CPP que se obtendrían a partir de las estadísticas de orden reales si estas se conociesen. Para hacer una comparación, en las tablas 4.1 y 4.2 se muestran códigos permutacionales obtenidos a partir de estadísticas de orden estimadas con muestras de tamaño 3500 para constantes de autorregresión $a=0.0$ y $a=0.95$. Dichos códigos se pueden comparar con los obtenidos con estadísticas de orden estimadas a partir de muestras de tamaño 4000 que para valores de $a=0.0$ y $a=0.95$ se muestran en las tablas 4.3 y 4.8.

3.3 Condiciones de ergodicidad

Se dice que un proceso estocástico es ergódico en el sentido débil (ERSD) si su función de autocovariancia y su media pueden ser obtenidas a partir de promedios con una realización cualquiera de dicho proceso.

Sean Mz_i el estimador de $E\{Z_i\}$ y $MCz_i[1]$ el estimador de la autocovariancia $Cz_i[1]=E\{(Z_i[j]-E\{Z_i\})(Z_i[j+1]-E\{Z_i\})\}$ del proceso estacionario $\{Z_i[j], j=1,2,\dots\}$, tales que,

$$Mz_i = (1/m) \sum_{j=1}^m z_i[j] \quad 3-11$$

y

$$MCz_i[1] = (1/(m-1)) \sum_{j=1}^{m-1} (z_i[j] - E\{Z_i\})(z_i[j+1] - E\{Z_i\}). \quad 3-12$$

Bentad y Pierson [BP1] demuestran que si el proceso es ERSD entonces,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \{Mz_i\} = E\{Z_i\}, \quad \text{y} \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \{MCz_i[1]\} = Cz_i[1]. \quad 3-13$$

Si Mz_i es insesgada una condición suficiente para que Mz_i sea consistente es que,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \{\text{var}(Mz_i)\} = 0. \quad 3-14$$

Es fácil ver que,

$$\text{var}(Mz_i) = (1/m) \sum_{j=-(m-1)}^{(m-1)} (1-|j|/m) Cz_i[j] \quad \langle 6 \rangle. \quad 3-15$$

Para evaluar la ecuación inmediata anterior es necesario conocer la función $Cz_i[j]$ o estimarla. Dado que dicha función no se conocía y que para estimarla se necesitaban muestras $\{z_i[j], j=1,2,\dots\}$ muy grandes, la condición

$\langle 6 \rangle$ ver [P1, pag.247;9.141]

anterior no se valuó, pero la variación de los estimados de las estadísticas de orden a partir de muestras de tamaño 3500 y muestras de tamaño 4000 se consideró despreciable por lo que se optó en no probar con rigor la convergencia de los estimadores usados.

CAPITULO 4 RESULTADOS

4.1 Códigos Obtenidos

La estadística de orden $E\{Z_i\}$ de la salida de una fuente gaussiana autorregresiva de orden uno con constante de autorregresión 'a' dada se estimó usando una muestra de tamaño 4000 $\{z_i[j], j=1,2,\dots,4000\}$ de dicha salida. Lo anterior se hizo para valores de $i=1,2,\dots,400$ y valores de $a=0.0, 0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 0.95$.

Para los casos de $a=0.0$ y $a=0.95$ también se obtuvieron estadísticas de orden a partir de muestras de tamaño 3500 con motivo de comparación.

Dichas estadísticas de orden son teóricamente simétricas ($E\{Z_i\}=E\{Z_{(n+1-i)}\}$), por lo que para obtener códigos permutacionales con el algoritmo de prueba y error a partir de las estadísticas estimadas, se tomaron solo las primeras 200, es decir, solo las positivas, y las 200 negativas se obtuvieron de las positivas cambiándoles de signo.

Los códigos obtenidos se presentan en las tablas 4.1-4.8. En la tabla 4.9 se presentan los códigos permutacionales óptimos en el sentido del EMC para las estadísticas de orden teóricas de una fuente gaussiana con constante de

autorregresión cero, que han sido tabuladas por Harter [H1].

Las estadísticas de orden estimadas para $\alpha=0.0, 0.1, 0.25, 0.5, 0.75$ y 0.95 así como las estadísticas de orden teóricas todas para fuentes gaussianas se presentan en el apéndice B.

También en el apéndice B se presentan tablas que muestran los porcentajes de error entre las estadísticas de orden estimadas de $\{z_i[j], j=1, 4000\}$ con $\alpha=0.0$ y las estadísticas de orden teóricas. Similarmente se presentan porcentajes de error entre las estadísticas de orden estimadas de $\{z_i[j], j=1, 3500\}$ y las estimadas de $\{z_i[j], j=1, 4000\}$ para $\alpha=0.0$ y 0.95 .

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA CON CONSTANTE DE AUTOCCORRELACION
 $\alpha=0.0$ Y TAMAÑO DE ARREGLO $n=400$. OBTENIDOS A PARTIR DE
 ESTADISTICAS DE GRDEN ESTIMADAS CON MUESTRAS DE TAMAÑO 3500.
 VARIANCIA ESTIMADA=0.99915

R	RHAT	D/E(X) ²	1	u1	n1	K
0.5	0.4878	0.618760	1	2.116930	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9880	0.348708	1	1.682056	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4992	0.175285	1	2.619681	4	5
			2	1.294232	82	
			3	0.000000	228	
2.0	1.9979	0.088651	1	2.810225	2	7
			2	1.915388	21	
			3	0.954251	98	
			4	0.000000	158	
2.5	2.4994	0.046135	1	2.966653	1	11
			2	2.570350	2	
			3	2.032048	12	
			4	1.372403	41	
			5	0.689399	88	
			6	0.000000	112	
3.0	3.0000	0.025389	1	2.966653	1	15
			2	2.570350	2	
			3	2.283436	3	
			4	1.911832	11	
			5	1.451120	26	
			6	0.968868	49	
			7	0.480309	70	
			8	0.000000	76	

TABLA 4.1

RESULTADOS
CODIGOS OBTENIDOS

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION
 $a=0.95$ Y UN TAMAÑO DE ARREGLO $n=400$ OBTENIDOS A PARTIR DE
ESTADISTICAS DE ORDEN ESTIMADAS CON MUESTRAS DE TAMAÑO 3500.
VARIANCIA ESTIMADA 10.26231

R	RHAT	$D/E\{X\}^2$	i	u _i	n _i	K
0.5	0.4878	0.685420	1	6.162810	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9880	0.436240	1	5.015403	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4999	0.293576	1	7.509740	2	5
			2	3.862528	91	
			3	0.000000	214	
2.0	1.9991	0.209254	1	7.707653	1	7
			2	5.640717	25	
			3	2.889498	92	
			4	0.000000	164	
2.5	2.4995	0.172727	1	7.509740	2	9
			2	6.036480	14	
			3	4.105464	42	
			4	2.066073	86	
			5	0.000000	112	
3.0	2.9998	0.154772	1	7.092385	5	11
			2	5.682449	14	
			3	4.261871	28	
			4	2.845010	48	
			5	1.414896	67	
			6	0.000000	76	

TAHLA 4.2

RESULTADOS
CODIGOS OBTENIDOS

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION
a=0.0 Y UN TAMAÑO DE ARREGLO n=400 OBTENIDOS A PARTIR DE
ESTADÍSTICAS DE ORDEN ESTIMADAS CON MUESTRAS DE TAMAÑO 4000.
VARIANCIA ESTIMADA=0.99927

R	RHAT	D/E(X) ²	i	u _i	n _i	K
0.5	0.4878	0.618897	1	2.116674	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9880	0.348994	1	1.661785	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4992	0.175651	1	2.619912	4	5
			2	1.293955	82	
			3	0.000000	228	
2.0	1.9979	0.089386	1	2.810895	2	7
			2	1.915110	21	
			3	0.953872	98	
			4	0.000000	158	
2.5	2.4994	0.046666	1	2.967746	1	11
			2	2.570309	2	
			3	2.031667	12	
			4	1.372149	41	
			5	0.689047	88	
			6	0.000000	112	
3.0	3.0000	0.025892	1	2.967746	1	15
			2	2.570309	2	
			3	2.283280	3	
			4	1.911387	11	
			5	1.450847	26	
			6	0.968583	49	
			7	0.480061	70	
			8	0.000000	76	

TABLA 4.3

RESULTADOS
CODIGOS OBTENIDOS

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION $\alpha=0.1$ Y UN TAMAÑO DE ARREGLO $n=400$ OBTENIDOS A PARTIR DE ESTADISTICAS DE ORDEN ESTIMADAS CON MUESTRAS DE TAMAÑO 4000. VARIANCIA ESTIMADA=1.01073

R	RHAT	$D/E(X^2)$	1	u_1	n_1	K
0.5	0.4878	0.618941	1	2.128652	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9880	0.348555	1	1.691971	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4992	0.175739	1	2.635673	4	5
			2	1.301193	82	
			3	0.000000	228	
2.0	1.9979	0.089448	1	2.829615	2	7
			2	1.926649	21	
			3	0.958846	98	
			4	0.000000	158	
2.5	2.4994	0.046700	1	2.984478	1	11
			2	2.588625	2	
			3	2.042181	12	
			4	1.360734	41	
			5	0.692391	88	
			6	0.000000	112	
3.0	3.0000	0.025926	1	2.984478	1	15
			2	2.588625	2	
			3	2.293013	3	
			4	1.922392	11	
			5	1.460249	26	
			6	0.973291	49	
			7	0.482749	70	
			8	0.000000	76	

TABLA 4.4

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION
 $\alpha=0.25$ Y UN TAMAÑO DE ARREGLO $n=400$ OBTENIDOS A PARTIR DE
 ESTADISTICAS DE ORDEN ESTIMADAS CON MUESTRAS DE TAMAÑO 4000.
 VARIANCIA ESTIMADA=1.06679

R	RHAT	$D/E(X)^2$	1	u_i	n_i	K
0.5	0.4878	0.618932	1	2.186910	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9880	0.348837	1	1.737881	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4992	0.176005	1	2.708205	4	5
			2	1.336487	82	
			3	0.000000	228	
2.0	1.9979	0.089779	1	2.907696	2	7
			2	1.979086	21	
			3	0.984787	98	
			4	0.000000	158	
2.5	2.4994	0.047147	1	3.066574	1	11
			2	2.658810	2	
			3	2.098296	12	
			4	1.417741	41	
			5	0.711213	88	
			6	0.000000	112	
3.0	3.0000	0.026343	1	3.066574	1	15
			2	2.658810	2	
			3	2.358073	3	
			4	1.974460	11	
			5	1.499701	26	
			6	0.999673	49	
			7	0.495484	70	
			8	0.000000	76	

TABLA 4.5

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION
 $\rho=0.50$ Y UN TAMAÑO DE ARREGLO $n=400$ OBTENIDOS A PARTIR DE
 ESTADÍSTICAS DE DE ORDEN ESTIMADAS CON MUESTRAS DE TAMAÑO
 4000. VARIANCIAS ESTIMADAS=1.33313

R	RHAT	$D/E(X^2)$	i	u _i	n _i	K
0.5	0.4878	0.623474	1	2.430105	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9888	0.355688	1	1.932507	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4992	0.184444	1	3.003360	4	5
			2	1.487216	82	
			3	0.000000	228	
2.0	1.9979	0.099819	1	3.217273	2	7
			2	2.200714	21	
			3	1.095466	98	
			4	0.000000	158	
2.5	2.4999	0.057726	1	3.097289	3	9
			2	2.333379	12	
			3	1.561610	43	
			4	0.784099	85	
			5	0.000000	114	
3.0	2.9999	0.037131	1	3.386303	1	15
			2	2.952783	2	
			3	2.620306	3	
			4	2.196272	11	
			5	1.659086	27	
			6	1.111954	47	
			7	0.561208	69	
			8	0.000000	60	

TABLA 4.6

RESULTADOS
CODIGOS OBTENIDOS

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION
a=0.75 Y UN TAMAÑO DE ARREGLO n=400 OBTENIDOS A PARTIR DE
ESTADISTICAS DE ORDEN ESTIMADAS CON MUESTRAS DE TAMAÑO 4000.
VARIANCIA ESTIMADA=2.28485

R	RHAT	D/E(X) ²	i	ui	ni	K
0.5	0.4878	0.629753	1	3.154754	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9880	0.363540	1	2.514493	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4992	0.193755	1	3.865451	4	5
			2	1.940150	82	
			3	0.000000	228	
2.0	1.9979	0.109630	1	4.117060	2	7
			2	2.865236	21	
			3	1.430609	98	
			4	0.000000	158	
2.5	2.4999	0.067923	1	3.976761	3	9
			2	3.038659	12	
			3	2.036606	43	
			4	1.025168	85	
			5	0.000000	114	
3.0	2.9994	0.047600	1	4.117060	2	13
			2	3.479293	4	
			3	2.836224	12	
			4	2.147763	26	
			5	1.445841	48	
			6	0.723210	69	
			7	0.000000	78	



DEPFI

TABLA 4.7

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION
 $a=0.95$ Y UN TAMAÑO DE ARREGLO $n=400$ OBTENIDOS A PARTIR DE
 ESTADISTICAS DE ORDEN ESTIMADAS CON MUESTRAS DE TAMAÑO 4000.
 VARIANCIA ESTIMADA=10.26965

R	RHAT	D/E(X) ²	1	u1	n1	K
0.5	0.4878	0.685422	1	6.164996	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9880	0.435888	1	5.018759	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4999	0.282591	1	7.515324	2	5
			2	3.866663	91	
			3	0.000000	214	
2.0	1.9975	0.208126	1	7.712436	1	7
			2	5.685526	24	
			3	2.885840	95	
			4	0.000000	160	
2.5	2.4999	0.171452	1	7.712436	1	9
			2	6.123452	15	
			3	4.068230	44	
			4	2.010392	87	
			5	0.000000	106	
3.0	2.9998	0.153456	1	7.096231	5	11
			2	5.684236	14	
			3	4.265964	28	
			4	2.850008	48	
			5	1.420388	67	
			6	0.000000	76	

TABLA 4.8

RESULTADOS
CODIGOS OBTENIDOS

PAG 4-11

CPP PARA FUENTE GAUSSIANA USANDO ESTADISTICAS DE ORDEN
TEORICAS CON TAMANO DE ARREGLO n=400. VARIANCIA=1.0

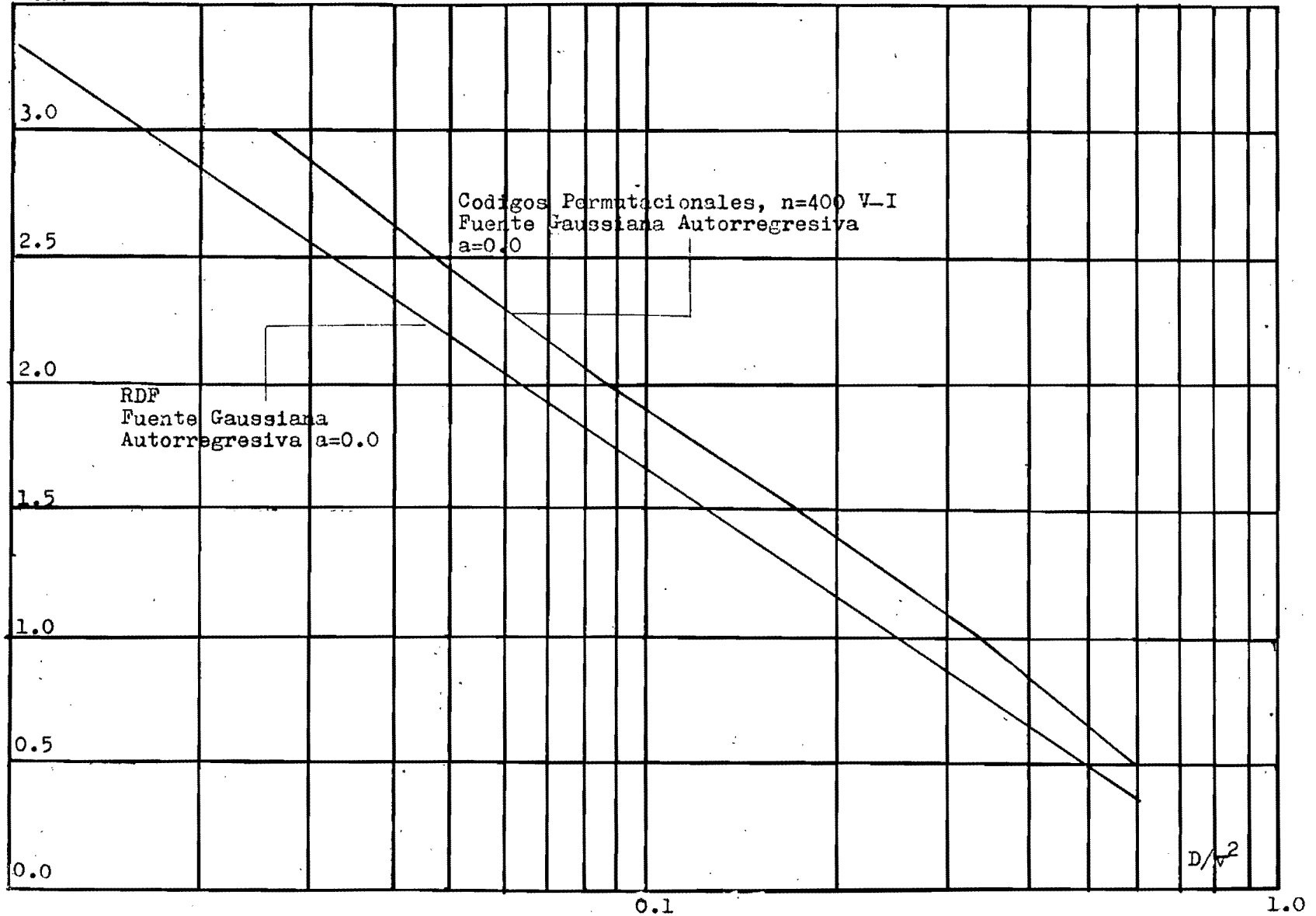
R	RHAT	D/E{X ² }	i	u _i	n _i	K
0.5	0.4878	0.619175	1	2.116670	17	3
			2	0.000000	366	
1.0	0.9880	0.349169	1	1.682171	46	3
			2	0.000000	308	
1.5	1.4992	0.176155	1	2.620705	4	5
			2	1.293966	82	
			3	0.000000	228	
2.0	1.9979	0.090118	1	2.812895	2	7
			2	1.915456	21	
			3	0.953529	98	
			4	0.000000	158	
2.5	2.4994	0.047540	1	2.968180	1	11
			2	2.572835	2	
			3	2.030998	12	
			4	1.372569	41	
			5	0.688393	88	
			6	0.000000	112	
3.0	3.0000	0.026734	1	2.968180	1	15
			2	2.572835	2	
			3	2.281557	3	
			4	1.911351	11	
			5	1.451514	26	
			6	0.968277	49	
			7	0.479316	70	
			8	0.000000	76	

TABLA 4.9

Las funciones tasa-distorsión de la salida de un cuantizador permutacional que cuantiza la salida de una fuente autorregresiva de orden 1 para valores del coeficiente de autorregresión de $a=0.0$, $a=0.5$, $a=0.75$ y $a=0.95$ se presentan graficadas en las figuras 4.1-4.4 . Dichas figuras resultan de graficar las tablas 4.3, 4.6, 4.7 y 4.8 .

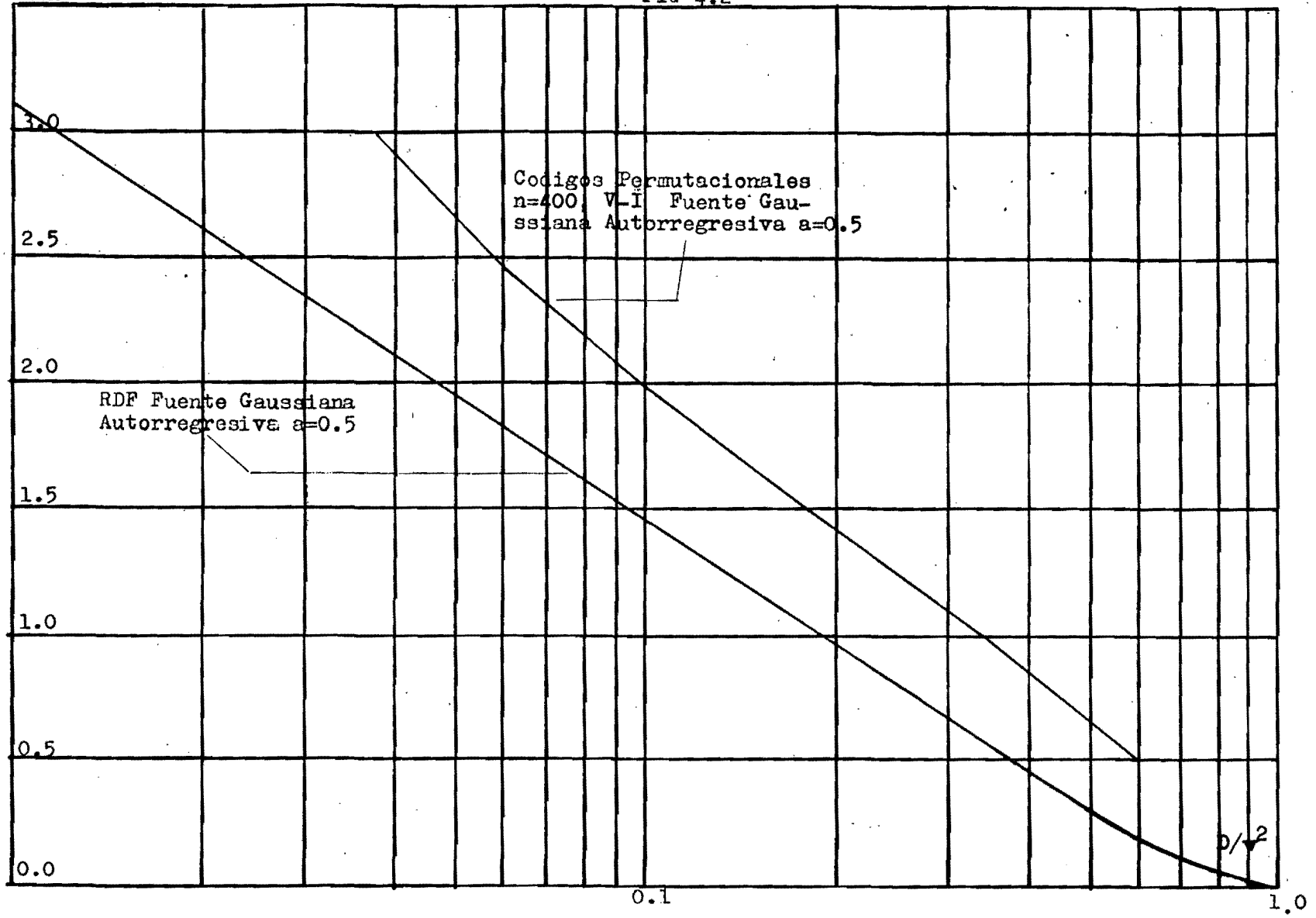
FIG 4.1

TAZA



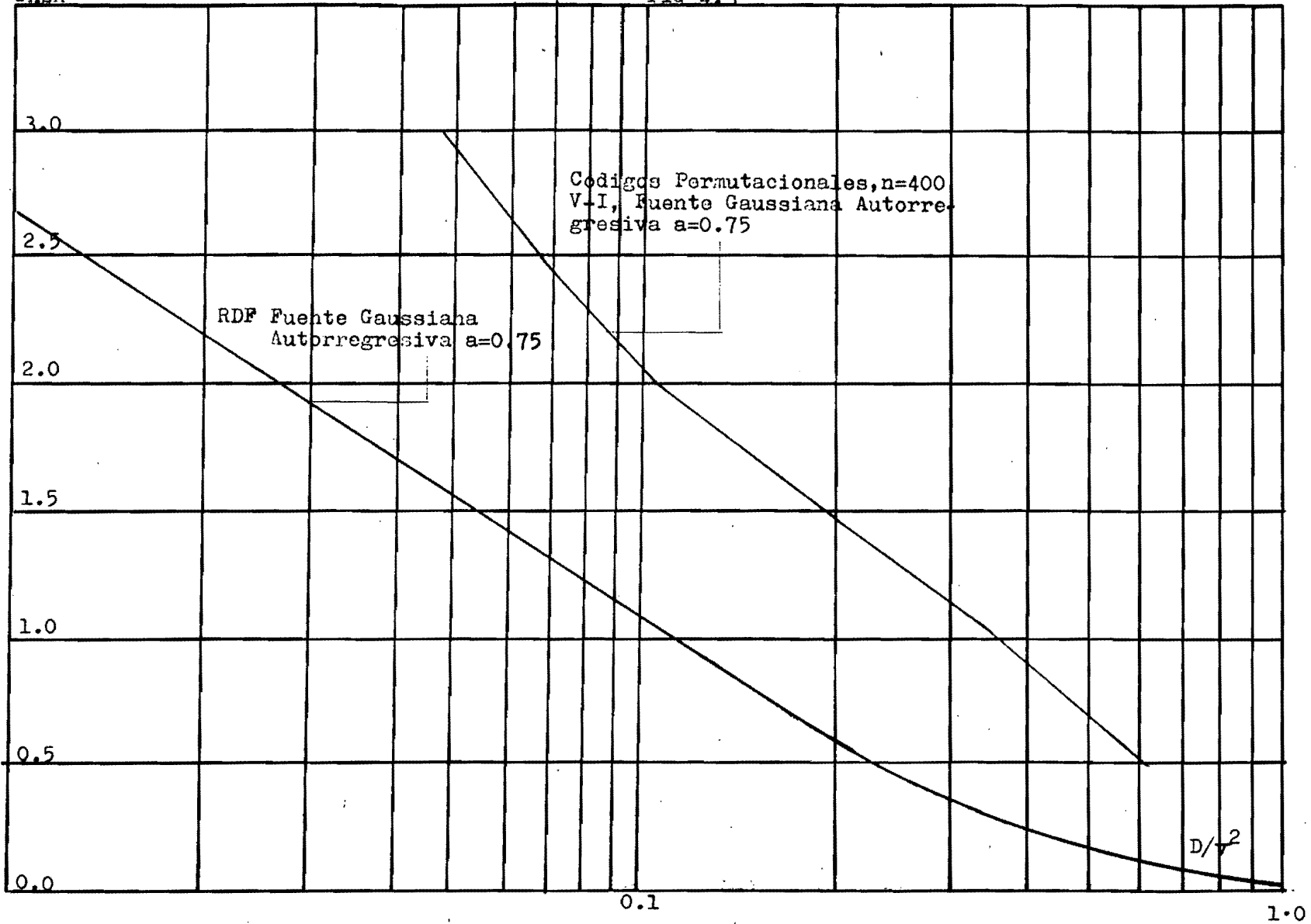
TAZA

FIG 4.2



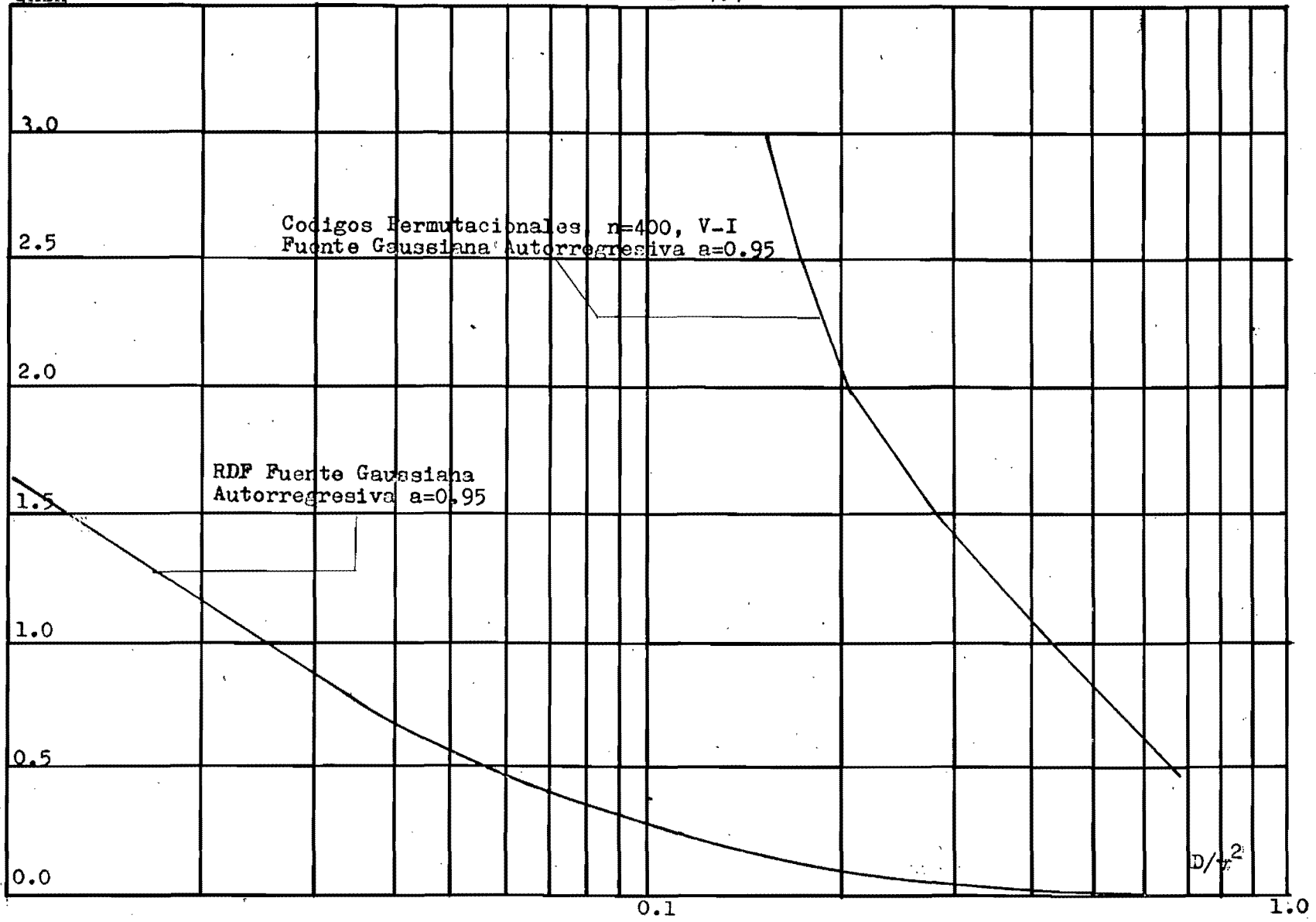
TAZA

FIG 4.3



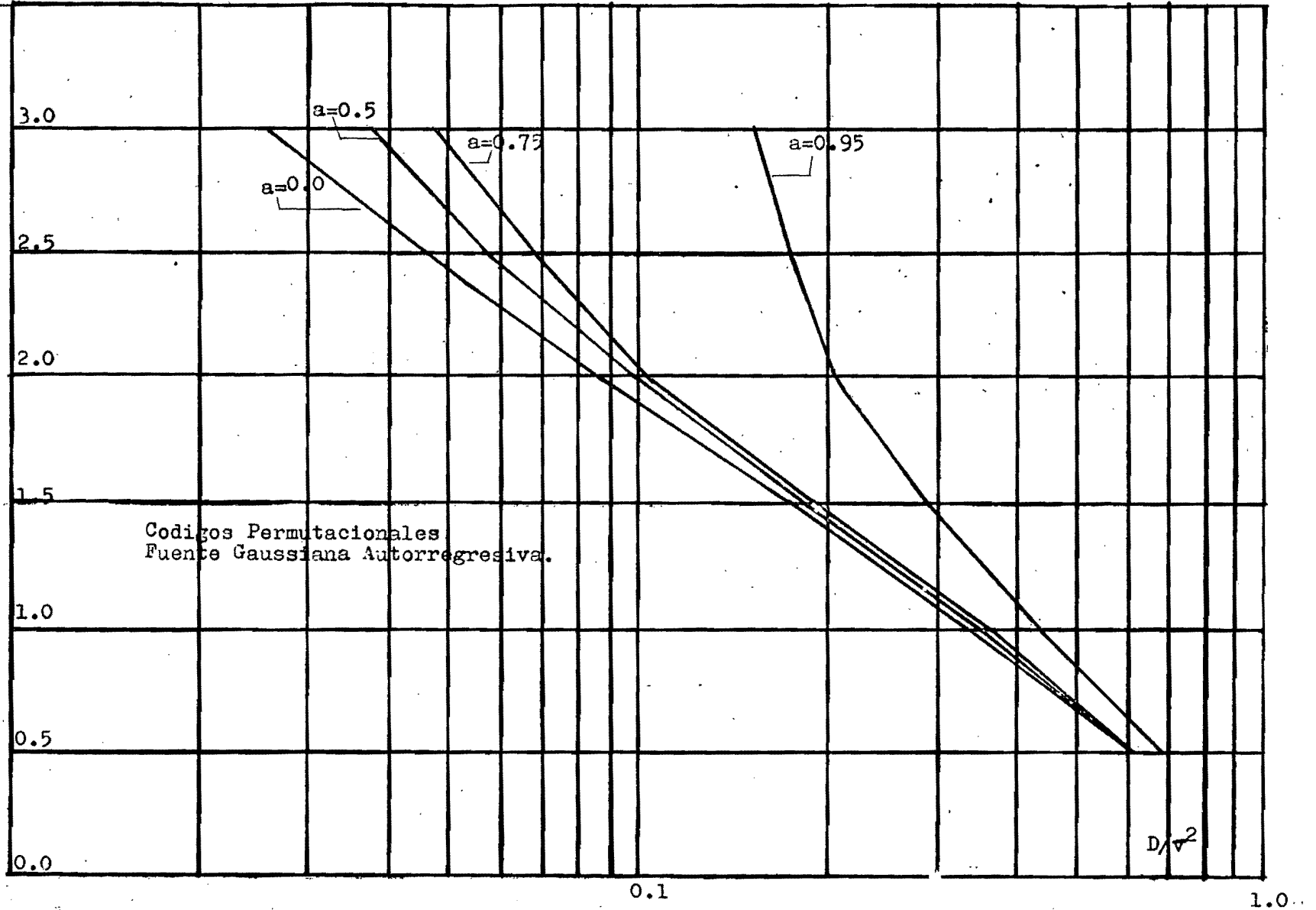
TAZA

FIG 4.4



BAZA

FIG 4.5



CAPITULO 5 CONCLUSIONES

Las conclusiones que se obtuvieron de este trabajo se enlistan a continuación.

1. Los códigos permutacionales no toman en cuenta la correlación entre muestras de un arreglo para cuantizarlo. Por lo tanto tampoco aprovechan esta correlación para cuantizar.
2. La mecánica de los CPP destruye la información acerca de la correlación entre muestras que hay en los arreglos que se cuantizan.
3. Intuitivamente se puede corroborar que los CPP tienen un desempeño pobre cuando se cuantizan arreglos cuyas muestras están altamente correlacionadas porque en dichos arreglos la probabilidad de que dos muestras consecutivas tengan magnitudes cercanas a un valor dado es relativamente grande, por lo tanto al comparar dichos arreglos con los arreglos de las estadísticas de orden cuyas muestras abarcan todo el intervalo entre un valor positivo y otro

CONCLUSIONES

PAG. 5-2

negativo, el error es grande.

APPENDICE A
PROGRAMA PARA OBTENER CPP OPTIMOS

A.1 Introducción:

Este programa hace una búsqueda del mejor CP en el sentido del EMC por medio de prueba y error. No busca exhaustivamente todas las soluciones posibles, pero se piensa que llega al mismo resultado al que llegaría un programa exhaustivo y utilizando una cantidad mucho menor de tiempo.

El programa trabaja con la variante I de los CPP. y tiene las siguientes restricciones:

1. La estadística debe ser simétrica con media cero, así las estadísticas de orden correspondientes también serán simétricas.

2. Si se considera al conjunto de valores esperados $E\{Z_i\}$ como una función de i , entonces, para el variante I de los CPP dicha función debe cumplir con que sea una función convexa U para $i \in \{1, 2, \dots, [n/2]\}$ y cóncava para $i \in \{[n/2]+1, \dots, n\}$ $\langle a_1 \rangle$. Con esto los parámetros

 $\langle a_1 \rangle$ Referirse a [B2, ap. III] para ver las condiciones que se requieren en la fuente (para el caso de fuente sin memoria) para que las condiciones de convexidad en las estadísticas de orden se cumplan.

u_i se decrementarán monotónicamente conforme i se incrementa de 1 a $[(K+1)/2]$ y se incrementarán monotónicamente conforme i se incrementa de $[(K+1)/2]$ a K . Con las condiciones dadas de convexidad de los valores esperados, en los CPP óptimos, los parámetros ' n_i ' serán no decrecientes conforme i se incrementa de 1 a $[(K+1)/2]$ y serán no crecientes conforme i se incrementa de $[(K+1)/2]$ a K <a2>.

3. Los valores de n y K deben ser par e impar respectivamente.

4. El valor de K debe ser mayor a 5 <a3>.

Este programa ofrece soluciones para una tasa RH menor a la tasa deseada R . Una explicación muy general, no detallada del funcionamiento del programa es la siguiente.

Supóngase que se tienen ya valores n_1, n_2, \dots, n_K , tales que, $n_i = n(K+1-i)$, $i=1, \dots, (K-1)/2$, que $n_1 + n_2 + \dots + n_K = n$, que se tiene una tasa $RH < R$, y que se tiene un conjunto $\{u_1, u_2, \dots, u_K\}$ donde $u_K = 0$, y $u_i = -u_{(K+1-i)}$. Sea $K_1 = (K+1)/2$.

En el PASO UNO se hace,

<a2> Ver demostración en [B2 ap. III].

<a3> Para $K \leq 5$ se uso un algoritmo exhaustivo.

$$n(K1-1) \leftarrow -n(K1-1) + 1$$

$$n(K1) \leftarrow -n(K1) - 2$$

$$n(K1+1) \leftarrow -n(K1+1) + 1,$$

y se checa que las n_i resultantes cumplan con:

$$n_i \leq n(i+1), i=1, K1-1$$

$$n_i \geq n(i+1), i=K1, K-1$$

que son las condiciones de monotonicidad en n_i .

Se sigue el procedimiento anterior hasta un paso antes de que $RH > R$ o de que no se cumplan las condiciones de monotonicidad en n_i . Entonces, si el paso siguiente no se ha hecho, se guarda DH en $DH1$ y el conjunto $\{n_i\}$ y se va al paso siguiente. En caso contrario, se compara DH con $DH1$, si DH es menor que $DH1$, se guardan el conjunto $\{n_i\}$ y DH en $DH1$. Se procede al siguiente paso, PASO DOS,

$$n(K1-2) \leftarrow -n(K1-2) + 1$$

$$n(K1+2) \leftarrow -n(K1+2) + 1$$

$$n(K1-1) \leftarrow -n(K1-2)$$

$$n(K1+1) \leftarrow -n(K1+2)$$

$$n(K1) \leftarrow -n - n1 - \dots - n(K1-1) - n(K1+1) - \dots - nK,$$

si se cumple la condicion de monotonicidad de n_i y que RH sea menor o igual a R , ir al paso uno, si no ir al paso siguiente, PASO TRES,

$$n(K1+3) \leftarrow -n(K1+3) + 1$$

$$n(K1-3) \leftarrow -n(K1-3) + 1$$

$$n(K1-2) \leftarrow -n(K1-3)$$

$$n(K1-1) \leftarrow -n(K1-3)$$

$$n(K1+1) \leftarrow -n(K1+3)$$

$$n(K1+2) \leftarrow -n(K1+3)$$

$$n(K1) \leftarrow -n - n1 - \dots - n(K1-1) - n(K1+1) - \dots - n(K),$$

de lo anterior se ve que en este programa no se aumenta necesariamente los valores de $n(K1-J)$ y $n(K1+J)$, $J \geq 2$ (en

nuestro caso particular se hizo la explicación para $J=2$) hasta que ya no se cumpla la condición de monotonicidad en n_i o hasta que RH sea mayor a R , lo cual sería el caso exhaustivo, sino que por se va comparando, digamos para el caso $J=2$, la nueva DH con la DH_1 obtenida anteriormente. Si DH no es menor que DH_1 entonces se supone que el valor de DH_1 ya no va a mejorar si se sigue aumentando el valor de $n(K_1-2)$ y $n(K_1+2)$, por lo que se procede al paso siguiente.

La idea del algoritmo se aclara aun mas con la siguiente explicación, supongamos que se tiene una sucesion de v.a. i.i.d. gaussianas con variancia S , y que el conjunto de parametros n_i tienen los siguientes valores,

$n_1=1$		
$n_2=1$		----- extremos
$n_3=396$		
$n_4=1$		----- extremos
$n_5=1$		

donde se tiene que $RH=0.086385$ y $DH_1/S=0.92063$.

Los valores de n_i anteriores para $K=5$, dan el valor de tasa mas pequeno que se puede tener cuando se cumple que $n_i \neq 0, i=1, K$. Un aumento en los valores extremos de n_i (n_1 y n_5) tiene mas peso en el aumento de la tasa RH que un aumento en los valores n_i mas centricos (n_2 y n_4).

Con los valores anteriores $n_i, i=1, 5$ se tiene una distorsión DH_1 relativamente grande porque casi todos lo valores de la muestra x de tamaño n de la salida de la fuente son mapeados a 0 en la codificación. Si se aumentaran los valores de n_2 y n_4 en uno, se disminuiría la distorsión y se aumentaría el valor de RH . Si se siguieran aumentando los valores de n_2 y n_4 sin pensar en una restricción en el valor de RH , el valor de DH_1 se seguiría disminuyendo solo hasta cierto punto, para ilustrar esto se presenta la siguiente tabla para el

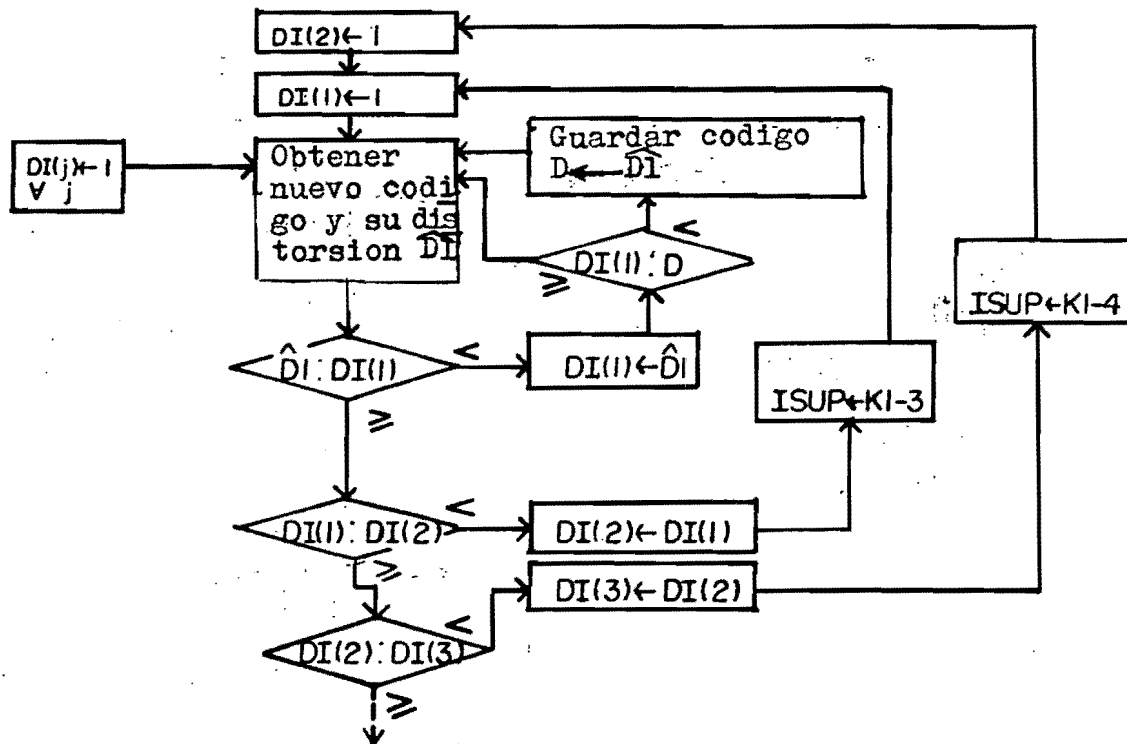
caso gaussiano con v.a. i.i.d.

n1	1	1	1
n2	108	109	110
n3	182	180	178
n4	108	109	110
n5	1	1	1
DH1	0.178334	0.178304	0.178330

Cuando se aumenta n_2 a 110, el peso de la distorsión relativa de mapear los n_1+1 a n_1+n_2 mayores valores de x a u_2 y los $n_1+n_2+n_3+1$ a $n_1+n_2+n_3+n_4$ mayores valores de x a $u_4=-u_2$ crece a tal grado que hace que la distorsión total ya no disminuya por el hecho de que la distorsión de mapear los n_1+n_2+1 a $n_1+n_2+n_3$ mayores valores de x a 0 vaya disminuyendo por disminuir el valor de n_3 .

El cambio en el valor de la distorsión de variar los valores de los parámetros n_i es mayor si dichos parámetros son más extremos. La forma en que se van comparando las distorsiones obtenidas en el algoritmo para saber si se sigue aumentando el valor $n(j)$ para una j determinada se presenta en el siguiente diagrama.

FIGURA A1



A.2 Diagramas de flujo y codificación de PPUER.

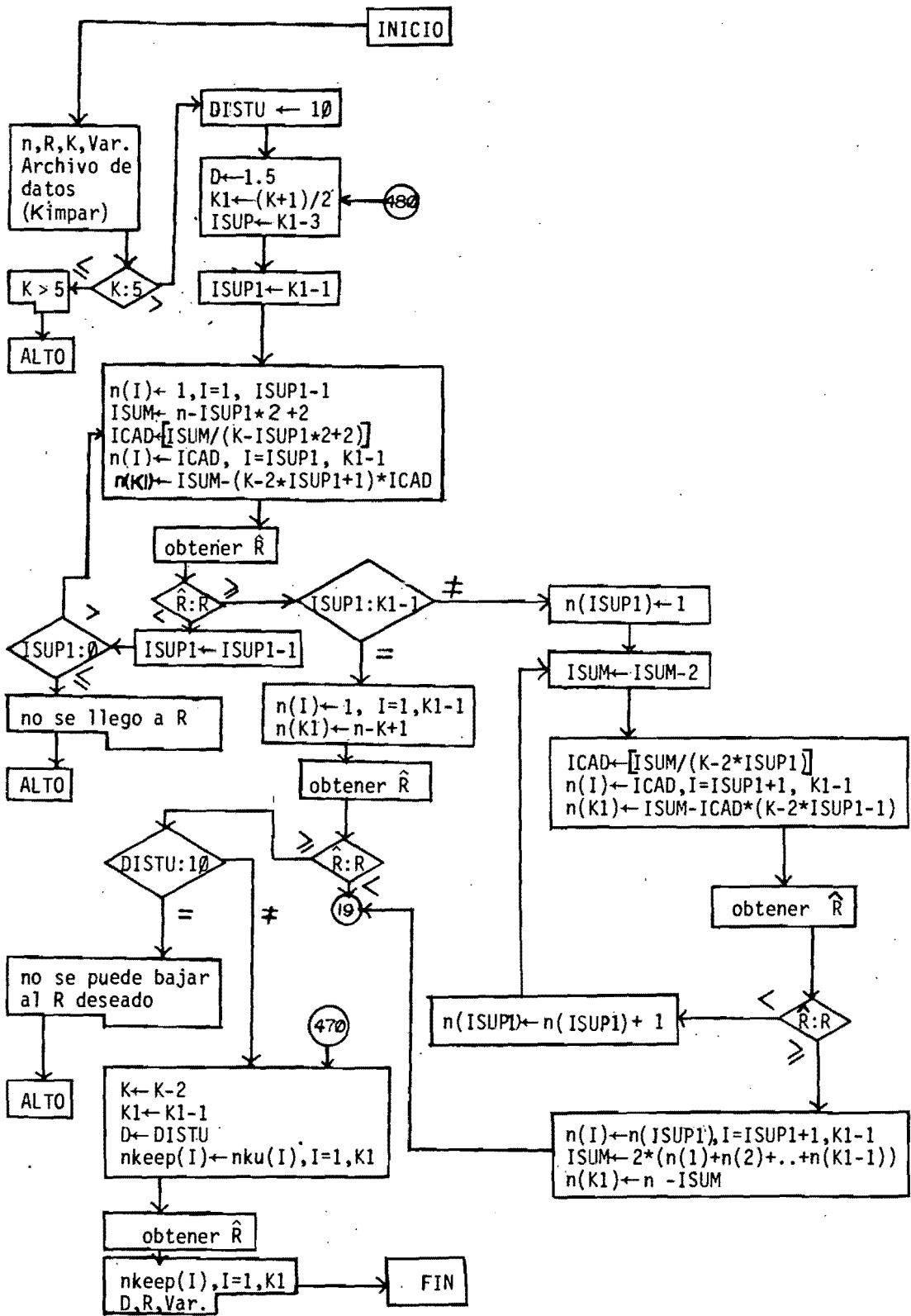
A continuación se presenta una tabla de códigos obtenidos para una fuente laplaciana con variancia=2. Se usaron las estadísticas de orden teóricas. Estos códigos se presentan para que se observe el desempeño de el programa de prueba y error para este tipo especial de estadística. Dichos códigos se pueden comparar con los obtenidos por Townes y O'Neal Jr. [T1].

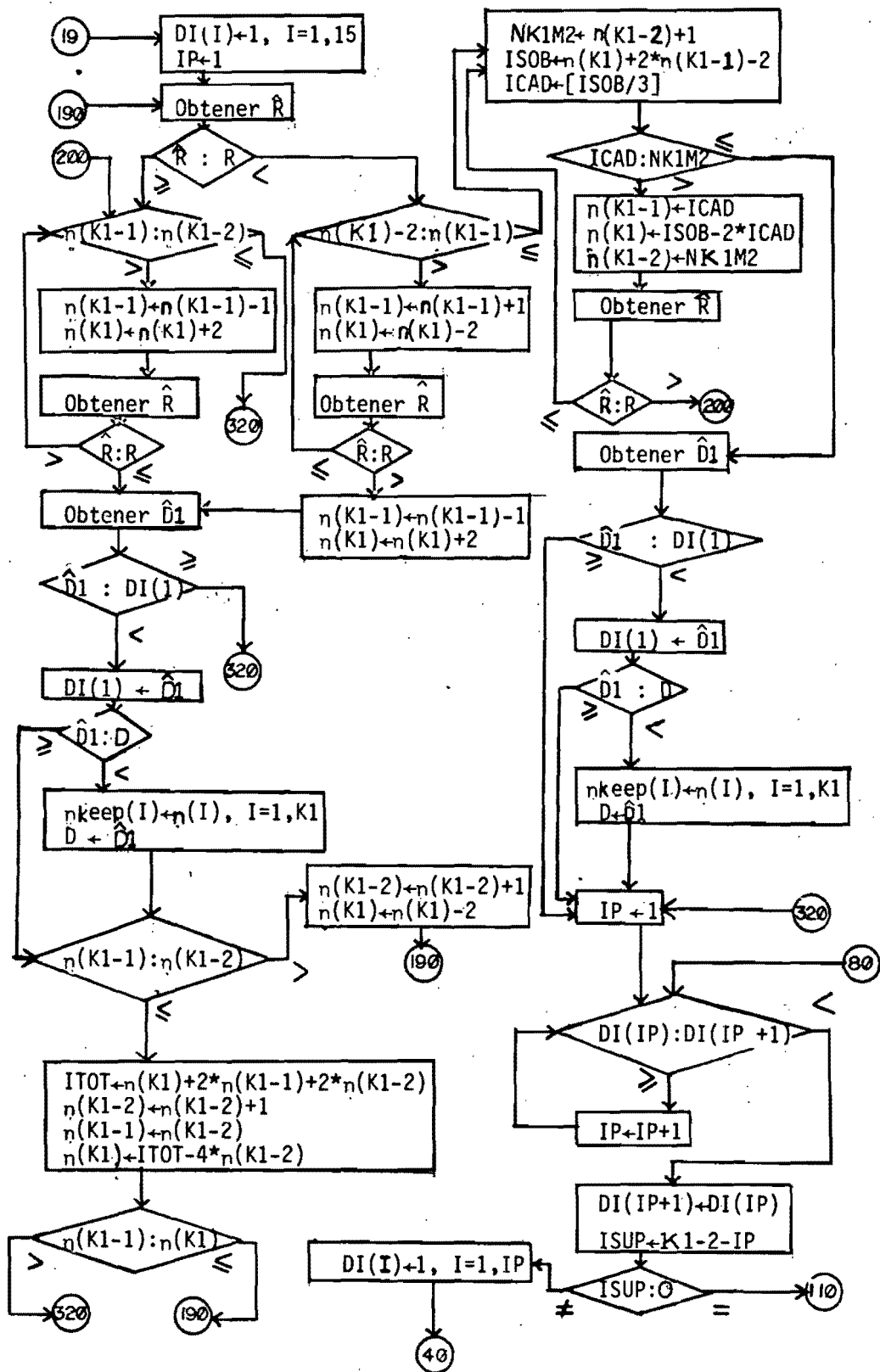
TABLA A.1

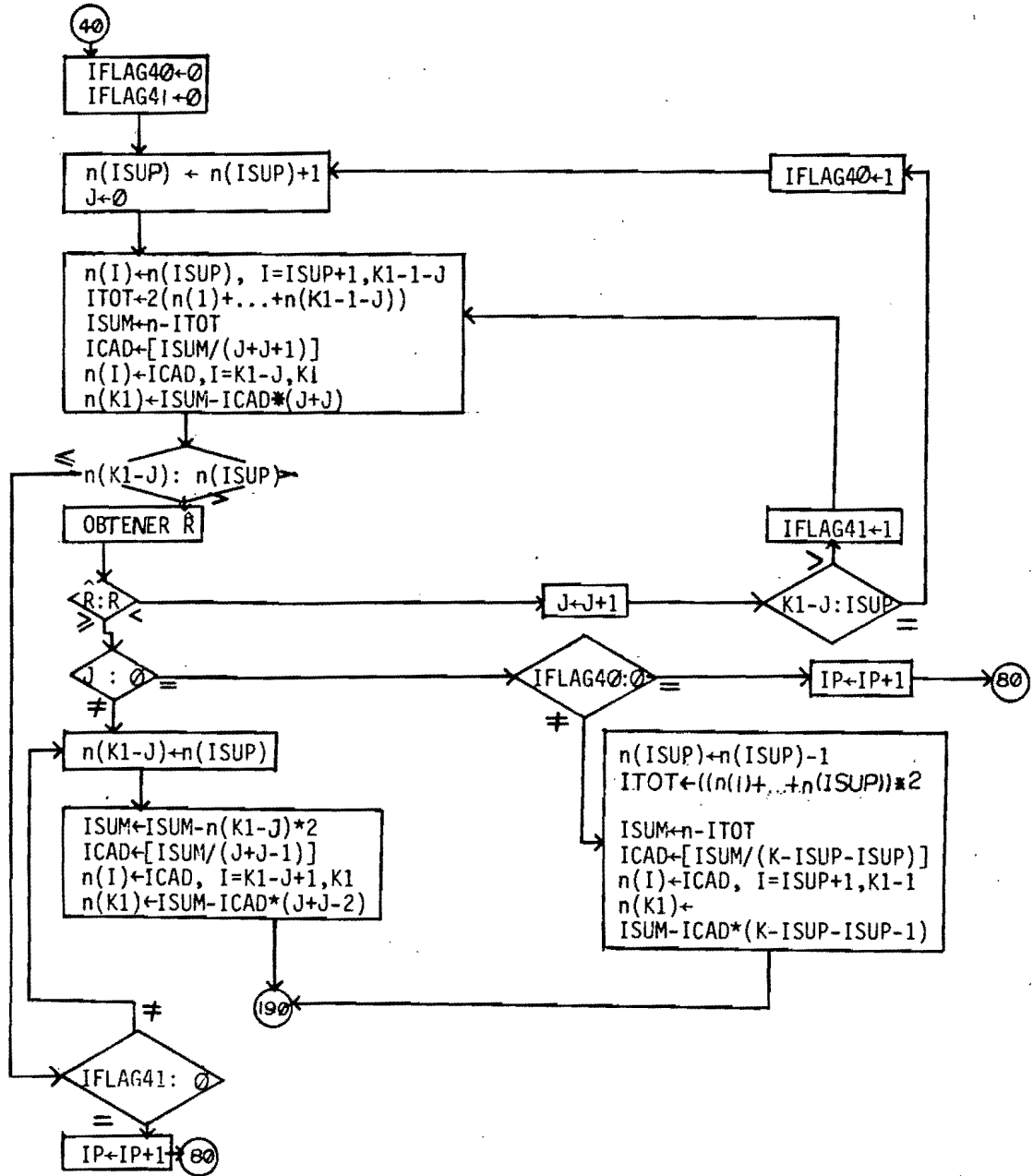
R	RHAT	D/E(X) ²	1	n1	K
0.5	0.4857	0.495990	1	1	5
			2	15	
			3	368	
1.0	0.9992	0.257001	1	3	5
			2	39	
			3	316	
1.5	1.4986	0.146958	1	2	7
			2	10	
			3	57	
			4	262	
2.0	1.9996	0.082198	1	1	11
			2	2	
			3	6	
			4	17	
			5	71	
			6	206	
2.5	2.4996	0.048595	1	1	15
			2	1	
			3	3	
			4	4	
			5	12	
			6	28	
			7	73	
			8	156	
3.0	2.9999	0.031607	1	1	21
			2	1	
			3	1	
			4	2	
			5	3	
			6	5	
			7	10	
			8	18	
			9	35	
			10	65	
			11	118	

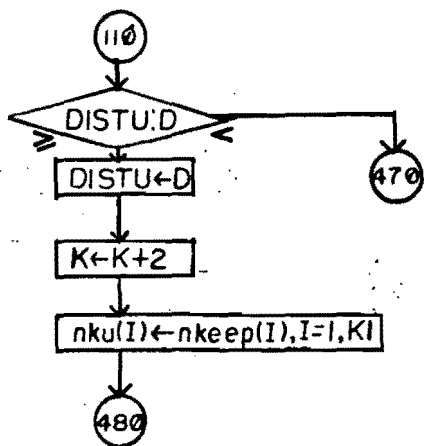
Los diagramas de flujo del programa de prueba y error se presentan en la figura A.2 También se presenta la codificación en FORTRAN del programa de prueba y error. Todos los cálculos de este trabajo se realizaron en una computadora PDP-11/34.

Para obtener los estimados de las estadísticas de orden se utilizó un programa de "Quicksorting" [50].









```

C      PROGRAMA BAJO EL NOMBRE DE *PPUER16.FTN* ES UNA BUSQUEDA
CC     DEL MEJOR CODIGO PERMUTACIONAL.
CC     PROGRAMA HECHO POR ALEPEDO MATFOS
CC     LAS ESTADISTICAS DE ORDEN SON SIMETRICAS, K ES IMPAR
CC     N (AQUI N1) ES PAR, SE TRABAJA CON LA MITAD DE LAS
CC     ESTADISTICAS DE ORDEN DE ENTRADA (PUES LA OTRA MITAD
CC     SE CONSIDERA IGUAL PERO DE SIGNO CONTRARIO)
CC     LAS ESTADISTICAS DE ORDEN DE ENTRADA SON DE DOBLE PRECISION
CC     EL VALOR DE K SE VA AUMENTANDO HASTA QUE YA NO HAY MEJORIA
CC     EN EL CODIGO PERMUTACIONAL OBTENIDO. EL VALOR MINIMO DE K ES
CC     DE 7.
CC     EL PROGRAMA NECESITA LEEP UN ARCHIVO LLAMADO 'FACTO1.DAT'
C      QUE CONTIENE LOS LOGARITMOS BASE DOS DE LOS FACTORIALES DEL
      1 AL 400 Y LOS GUARDA EN MEMORIA.
      DOUBLE PRECISION A(400)
      DIMENSION N(15),NKEEP(15),EX(400),FAC(400),DI(15),U(15),
      NKU(15)
      INTEGER ARCHIV(15),DAT(5)
1000   TYPE 1000
      FORMAT(5X,'ENTER N1 ',S)
      ACCEPT 2000,N1
2000   FORMAT(15)
      AN1=FLOAT(N1)
      TYPE 1001
1001   FORMAT(5X,'ENTER RATE ',S)
      ACCEPT 2001,R
2001   FORMAT(F10.5)
      TYPE 1002
1002   FORMAT(5X,'ENTER NAME OF DATA FILE ',6)
      ACCEPT 2002,(ARCHIV(I),I=1,15)
2002   FORMAT(15A2)
      CALL ASSIGN(3,ARCHIV)
      DEFINE FILE 3(1,2048,U,IVAR3)
      L=N1/2
      READ(3*1)(A(I),I=1,L)
      CALL CLOSE(3)
      DO 20 I=1,L
      EX(I)=A(I)
20     EX(L+I)=-A(L-I+1)
      TYPE 1003
1003   FORMAT(5X,'ENTER VALUE OF VARIANCE OF SOURCE ',S)
      ACCEPT 2001,VAR
C      FACTORIAL READING
      CALL ASSIGN(3,'FACTO1.DAT;1',12)
      DEFINE FILE 3(1,2048,U,IVAR3)
      READ(3*1)(FAC(I),I=1,N1)
      CALL CLOSE(3)
C
5001   WRITE(5,5001)
      FORMAT(5X,'ENTER INITIAL VALUE OF K->',S)
      READ(5,2000) K
      IF(K.LE.5)GOTO450
      VAR1=2./AN1/VAR
      DISTU=10.
C
480   D=1.5
      K1=(K+1)/2
      ISUP=K1-3
      KUMU=K1-1
      KUMT=K1-2
      FAN1=FAC(N1)
C
      ISUP1=KUMU
      DO 6 I=1,ISUP1-1
      N(I)=1
      ISUM=N1-ISUP1-ISUP1+2
      ICAD=ISUM/(K-ISUP1-ISUP1+2)
      DO 7 I=ISUP1,KUMU
      N(I)=ICAD
      N(K1)=ISUM-(K-ISUP1-ISUP1+1)*ICAD
      RHAT=0.
      DO 8 I=ISUP1,KUMU
      RHAT=RHAT-FAC(N(I))
      RHAT=(RHAT+RHAT+FAN1-FAC(N(K1)))/AN1
      IF(RHAT.GE.R)GOTO9

```



```

ISUP1=ISUP1-1
IF(ISUP1.GT.0)GOTO10
GOTO450
9 IF(ISUP1.EQ.KUMU)GOTO19
N(ISUP1)=1
11 ISUM=ISUM-2
ICAD=ISUM/(K-ISUP1-ISUP1)
DO 12 I=ISUP1+1,KUMU
12 N(I)=ICAD
N(K1)=ISUM-ICAD*(K-ISUP1-ISUP1-1)
RHAT=0.
DO 13 I=ISUP1,KUMU
13 RHAT=RHAT-FAC(N(I))
RHAT=(RHAT+RHAT+FAN1-FAC(N(K1)))/AN1
IF(RHAT.GE.R)GOTO14
N(ISUP1)=N(ISUP1)+1
GOTO11
14 DO 15 I=ISUP1+1,KUMU
15 N(I)=N(ISUP1)
ISUM=0
DO 16 I=1,KUMU
16 ISUM=ISUM+N(I)+N(I)
N(K1)=N1-ISUM
GOTO19
18 DO 21 I=1,KUMU
21 N(I)=1
N(K1)=N1-K+1
C
RHAT=(FAN1-FAC(N(K1)))/AN1
IF(RHAT.LT.R)GOTO19
IF(DISTO.EQ.10.)GOTO600
GOTO470
C
19 DO 5 I=1,15
5 DI(I)=1.
IP=1
GOTO190
C
40 IFLG40=0
IFLG41=0
41 N(ISUP)=N(ISUP)+1
J=0
C
42 DO 52 I=ISUP+1,KUMU-J
52 N(I)=N(ISUP)
ITOT=0
DO 53 I=1,KUMU-J
53 ITOT=ITOT+N(I)+N(I)
ISUM=N1-ITOT
ICAD=ISUM/(J+J+1)
DO 54 I=K1-J,K1
54 N(I)=ICAD
N(K1)=ISUM-ICAD*(J+J)
C
IF(N(K1-J).GT.N(ISUP))GOTO94
43 IF(IFLG41.EQ.0)GOTO93
IP=IP+1
GOTO80
94 RHAT=0.
DO 55 I=1,KUMU
55 RHAT=RHAT-FAC(N(I))
RHAT=(RHAT+RHAT+FAN1-FAC(N(K1)))/AN1
IF(RHAT.LT.R)GOTO44
45 IF(J.EQ.0)GOTO46
C
93 N(K1-J)=N(ISUP)
ISUM=ISUM-N(ISUP)-N(ISUP)
ICAD=ISUM/(J+J-1)
DO 56 I=K1-J+1,K1
56 N(I)=ICAD
N(K1)=ISUM-ICAD*(J+J-2)
GOTO190
46 IF(IFLG40.NE.0)GOTO48
IP=IP+1
GOTO80

```

```

C
48      N(ISUP)=N(ISUP)-1
        ITOT=0
        DO 57 I=1, ISUP
57      ITOT=ITOT+N(I)+N(I)
        ISUM=N1-ITOT
        ICAD=ISUM/(K-ISUP-ISUP)
        DO 47 I=ISUP+1, KUMU
47      N(I)=ICAD
        N(K1)=ISUM-ICAD*(K-ISUP-ISUP-1)
        GOTO190
44      J=J+1
        IF(K1-J.EQ.ISUP)GOTO92
        IFLG41=1
        GOTO42
92      IFLG40=1
        GOTO41
190     RHAT=0.
        DO 191 I=1, KUMU
191     RHAT=RHAT-FAC(N(I))
        RHAT=(RHAT+RHAT+FAN1-FAC(N(K1)))/AN1
C
        IF(RHAT.LT.R)GOTO210
        IF(N(KUMU).LE.N(KUMT))GOTO320
310     N(KUMU)=N(KUMU)-1
        N(K1)=N(K1)+2
        RHAT=0.
        DO 311 I=1, KUMU
311     RHAT=RHAT-FAC(N(I))
        RHAT=(RHAT+RHAT+FAN1-FAC(N(K1)))/AN1
C
        IF(RHAT.GT.R)GOTO200
300     J1=1
        J2=N(1)
        DO 504 I=1, KUMU
        U(I)=0.
        DO 505 J=J1, J2
505     U(I)=U(I)+EX(J)
        U(I)=U(I)/FLOAT(N(I))
        J1=J2+1
504     J2=J2+N(I+1)
        U(K1)=0.
        DHAT1=0.
        DO 506 I=1, KUMU
506     DHAT1=DHAT1-FLOAT(N(I))*U(I)**2
        DHAT1=DHAT1*VAR1+1.
C
        IF(DHAT1.GE.DI(1))GOTO320
        DI(1)=DHAT1
        IF(DHAT1.GE.D)GOTO330
        DO 331 I=1, K1
331     NKREP(I)=N(I)
        D=DHAT1
        TYPE *, 'D=' , D
330     IF(N(KUMU).LE.N(KUMT))GOTO350
C
340     N(KUMT)=N(KUMT)+1
        N(K1)=N(K1)-2
C
        GOTO190
C
350     ITOT=N(K1)+2*N(KUMU)+2*N(KUMT)
        N2=N(KUMT)+1
        N(KUMT)=N2
        N(KUMU)=N2
        N(K1)=ITOT-4*N2
C
360     IF(N(KUMU).GT.N(K1))GOTO320
        GOTO190
210     IF(N(K1)-2.GT.N(KUMU))GOTO220
260     NK1M2=N(KUMT)+1
        ISOB=N(K1)+N(KUMU)+N(KUMU)-2
        ICAD=ISOB/3
        IF(ICAD.LE.NK1M2)GOTO325
C

```

```

270      N(KUMU)=ICAD
        N(K1)=ISDB-ICAD-ICAD
        N(KUHT)=NK1M2
        RHAT=0.
        DO 271 I=1,KUMU
271      RHAT=RHAT-FAC(N(I))
        RHAT=(RHAT+RHAT+FAN1-FAC(N(K1)))/AN1
        IF(RHAT.LE.R)GOTO260
        GOTO200
325      J1=1
        J2=N(1)
        DO 507 I=1,KUMU
        U(I)=0.
        DO 508 J=J1,J2
508      U(I)=U(I)+EX(J)
        U(I)=U(I)/FLOAT(N(I))
        J1=J2+1
507      J2=J2+N(I+1)
        U(K1)=0.
        DHAT1=0.
        DO 509 I=1,KUMU
509      DHAT1=DHAT1-FLOAT(N(I))*U(I)**2
        DHAT1=DHAT1*VAR1+1.
        IF(DHAT1.GE.DI(1))GOTO320
        DI(1)=DHAT1
        IF(DHAT1.GE.D)GOTO320
        DO 329 I=1,K1
329      NKEEP(I)=N(I)
        E=DHAT1
        TYPE *, 'D=',D
        GOTO320
C
220      N(KUMU)=N(KUMU)+1
        N(K1)=N(K1)-2
C
        RHAT=0.
        DO 221 I=1,KUMU
221      RHAT=RHAT-FAC(N(I))
        RHAT=(RHAT+RHAT+FAN1-FAC(N(K1)))/AN1
C
        IF(RHAT.LE.R)GOTO210
C
290      N(KUMU)=N(KUMU)-1
        N(K1)=N(K1)+2
C
        GOTO300
C
320      IP=1
80      IF(DI(IP).LT.DI(IP+1))GOTO81
        IF=IP+1
        GOTO80
81      DI(IP+1)=DI(IP)
        ISUP=K1-2-IP
        IF(ISUP.EQ.0)GOTO110
        DO 82 I=1,IP
82      DI(I)=1.
        GOTO40
110      IF(DISTU.LT.D)GOTO470
        TYPE *, 'DISTU=',DISTU
        TYPE *, 'D=',D
        TYPE *, 'K=',K
        WRITE(5,4203)
4203     FORMAT(/)
        DISTU=D
        K=K+2
        DO 490 I=1,K1
490      NKU(I)=NKEEP(I)
        GOTO480
470      K=K-2
        K1=K1-1
        KUMU=KUMU-1
        D=DISTU
        DO 495 I=1,K1
495      NKEEP(I)=NKU(I)
        CALL ASSIGN(3,'LPO:',4)

```

```
2025 WRITE(3,2025)
      FORMAT(5X,///"PRUER16")
      CALL DATE(DAT)
2024 WRITE(3,2024)(DAT(I),I=1,5)
      FORMAT(5X,"TODAY IS:",5A2)
2020 WRITE(3,2020)(I,NKEEP(I),I=1,K1)
      FORMAT(5X,"NKEEP(",I3,")=" ,I3)
C
      RHAT=0.
      DO 440 I=1,KUMU
440   RHAT=RHAT-FAC(NKEEP(I))
      RHAT=(RHAT+RHAT-FAC(NKEEP(K1))+FAN1)/AN1
C
      WRITE(3,2023)(ARCHIV(I),I=1,15)
2023   FORMAT(5X,"DATA FILE=",15A2)
      WRITE(3,2022) D,RHAT,R,VAP
2022   1  FORMAT(5X,"D=",F10.6,5X,"RHAT=",F10.4,5X,"R=",F10.4,/,
      5X,"ESTIMATED VARIANCE=",F10.5,/)
      STOP
450   WRITE(5,2441)
2441   FORMAT(5X,"K>5 PLEASE")
      STOP
460   WRITE(5,2442)
2442   FORMAT(5X,"THE DESIRED RATE IS NOT REACHED")
      STOP
600   WRITE(5,2443)
2443   FORMAT(5X,"THE DESIRED RATE IS TOO LOW FOR THE VALUE OF K")
      END
```

APENDICE B
ESTADISTICAS DE ORDEN

Las siguientes tablas presentan las estadísticas de orden estimadas para una fuente gaussiana con constantes de autorregresión $a=0.$, $a=0.1$, $a=0.25$, $a=0.5$, $a=0.75$, $a=0.95$.

ESTADISTICAS DE ORDEN DE FUENTE AUTORREGRESIVA GAUSSIANA DE
ORDEN UNO CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION $a=0.0$

U(1) =	2.967775	U(2) =	2.655404	U(3) =	2.486657	U(4) =	2.37128
U(5) =	2.27749	U(6) =	2.20107	U(7) =	2.13491	U(8) =	2.07719
U(9) =	2.02597	U(10) =	1.97973	U(11) =	1.93656	U(12) =	1.89757
U(13) =	1.86061	U(14) =	1.82528	U(15) =	1.79236	U(16) =	1.76198
U(17) =	1.73311	U(18) =	1.70497	U(19) =	1.67814	U(20) =	1.65288
U(21) =	1.62930	U(22) =	1.60634	U(23) =	1.58400	U(24) =	1.56275
U(25) =	1.54132	U(26) =	1.52151	U(27) =	1.50215	U(28) =	1.48330
U(29) =	1.46475	U(30) =	1.44655	U(31) =	1.42926	U(32) =	1.41233
U(33) =	1.39587	U(34) =	1.37969	U(35) =	1.36358	U(36) =	1.34761
U(37) =	1.33209	U(38) =	1.31689	U(39) =	1.30196	U(40) =	1.28711
U(41) =	1.27301	U(42) =	1.25925	U(43) =	1.24532	U(44) =	1.23175
U(45) =	1.21874	U(46) =	1.20610	U(47) =	1.19323	U(48) =	1.18091
U(49) =	1.16835	U(50) =	1.15613	U(51) =	1.14393	U(52) =	1.13186
U(53) =	1.11979	U(54) =	1.10828	U(55) =	1.09663	U(56) =	1.08538
U(57) =	1.07411	U(58) =	1.06287	U(59) =	1.05184	U(60) =	1.04088
U(61) =	1.03053	U(62) =	1.01947	U(63) =	1.00936	U(64) =	0.99909
U(65) =	0.98877	U(66) =	0.97846	U(67) =	0.96864	U(68) =	0.95878
U(69) =	0.94919	U(70) =	0.93972	U(71) =	0.93006	U(72) =	0.92036
U(73) =	0.91088	U(74) =	0.90134	U(75) =	0.89185	U(76) =	0.88268
U(77) =	0.87337	U(78) =	0.86432	U(79) =	0.85513	U(80) =	0.84595
U(81) =	0.83702	U(82) =	0.82814	U(83) =	0.81924	U(84) =	0.81047
U(85) =	0.80174	U(86) =	0.79324	U(87) =	0.78463	U(88) =	0.77627
U(89) =	0.76789	U(90) =	0.75960	U(91) =	0.75093	U(92) =	0.74276
U(93) =	0.73464	U(94) =	0.72666	U(95) =	0.71846	U(96) =	0.71051
U(97) =	0.70243	U(98) =	0.69455	U(99) =	0.68663	U(100) =	0.67864
U(101) =	0.67075	U(102) =	0.66271	U(103) =	0.65509	U(104) =	0.64756
U(105) =	0.63986	U(106) =	0.63228	U(107) =	0.62460	U(108) =	0.61716
U(109) =	0.60959	U(110) =	0.60201	U(111) =	0.59447	U(112) =	0.58730
U(113) =	0.57994	U(114) =	0.57269	U(115) =	0.56538	U(116) =	0.55776
U(117) =	0.55043	U(118) =	0.54320	U(119) =	0.53616	U(120) =	0.52908
U(121) =	0.52196	U(122) =	0.51480	U(123) =	0.50781	U(124) =	0.50040
U(125) =	0.49324	U(126) =	0.48607	U(127) =	0.47912	U(128) =	0.47179
U(129) =	0.46490	U(130) =	0.45774	U(131) =	0.45064	U(132) =	0.44330
U(133) =	0.43701	U(134) =	0.43000	U(135) =	0.42289	U(136) =	0.41615
U(137) =	0.40955	U(138) =	0.40282	U(139) =	0.39615	U(140) =	0.38923
U(141) =	0.38247	U(142) =	0.37586	U(143) =	0.36912	U(144) =	0.36251
U(145) =	0.35569	U(146) =	0.34910	U(147) =	0.34232	U(148) =	0.33570
U(149) =	0.32891	U(150) =	0.32220	U(151) =	0.31559	U(152) =	0.30899
U(153) =	0.30230	U(154) =	0.29584	U(155) =	0.28935	U(156) =	0.28291
U(157) =	0.27643	U(158) =	0.26990	U(159) =	0.26335	U(160) =	0.25681
U(161) =	0.25015	U(162) =	0.24360	U(163) =	0.23711	U(164) =	0.23055
U(165) =	0.22423	U(166) =	0.21778	U(167) =	0.21139	U(168) =	0.20468
U(169) =	0.19806	U(170) =	0.19174	U(171) =	0.18542	U(172) =	0.17913
U(173) =	0.17285	U(174) =	0.16651	U(175) =	0.16026	U(176) =	0.15398
U(177) =	0.14772	U(178) =	0.14124	U(179) =	0.13502	U(180) =	0.12885
U(181) =	0.12255	U(182) =	0.11613	U(183) =	0.10987	U(184) =	0.10360
U(185) =	0.09725	U(186) =	0.09096	U(187) =	0.08477	U(188) =	0.07845
U(189) =	0.07212	U(190) =	0.06594	U(191) =	0.05959	U(192) =	0.05327
U(193) =	0.04705	U(194) =	0.04062	U(195) =	0.03443	U(196) =	0.02833
U(197) =	0.02206	U(198) =	0.01590	U(199) =	0.00952	U(200) =	0.00333
U(201) =	-0.00296	U(202) =	-0.00934	U(203) =	-0.01562	U(204) =	-0.02187
U(205) =	-0.02802	U(206) =	-0.03423	U(207) =	-0.04058	U(208) =	-0.04688
U(209) =	-0.05307	U(210) =	-0.05934	U(211) =	-0.06547	U(212) =	-0.07179
U(213) =	-0.07797	U(214) =	-0.08433	U(215) =	-0.09050	U(216) =	-0.09685
U(217) =	-0.10297	U(218) =	-0.10909	U(219) =	-0.11545	U(220) =	-0.12171
U(221) =	-0.12812	U(222) =	-0.13442	U(223) =	-0.14085	U(224) =	-0.14703
U(225) =	-0.15334	U(226) =	-0.15965	U(227) =	-0.16599	U(228) =	-0.17236
U(229) =	-0.17899	U(230) =	-0.18512	U(231) =	-0.19151	U(232) =	-0.19797
U(233) =	-0.20431	U(234) =	-0.21077	U(235) =	-0.21739	U(236) =	-0.22376
U(237) =	-0.23010	U(238) =	-0.23667	U(239) =	-0.24309	U(240) =	-0.24963
U(241) =	-0.25602	U(242) =	-0.26226	U(243) =	-0.26891	U(244) =	-0.27551
U(245) =	-0.28197	U(246) =	-0.28845	U(247) =	-0.29507	U(248) =	-0.30153
U(249) =	-0.30808	U(250) =	-0.31452	U(251) =	-0.32131	U(252) =	-0.32788
U(253) =	-0.33439	U(254) =	-0.34107	U(255) =	-0.34763	U(256) =	-0.35434
U(257) =	-0.36099	U(258) =	-0.36762	U(259) =	-0.37445	U(260) =	-0.38117
U(261) =	-0.38812	U(262) =	-0.39491	U(263) =	-0.40170	U(264) =	-0.40844
U(265) =	-0.41524	U(266) =	-0.42193	U(267) =	-0.42880	U(268) =	-0.43562
U(269) =	-0.44256	U(270) =	-0.44949	U(271) =	-0.45623	U(272) =	-0.46311
U(273) =	-0.47003	U(274) =	-0.47707	U(275) =	-0.48413	U(276) =	-0.49128
U(277) =	-0.49837	U(278) =	-0.50541	U(279) =	-0.51263	U(280) =	-0.51971
U(281) =	-0.52675	U(282) =	-0.53375	U(283) =	-0.54116	U(284) =	-0.54858

U(285)=-0.55585	U(286)=-0.56323	U(287)=-0.57064	U(288)=-0.57819
U(289)=-0.58565	U(290)=-0.59318	U(291)=-0.60077	U(292)=-0.60836
U(293)=-0.61568	U(294)=-0.62316	U(295)=-0.63068	U(296)=-0.63843
U(297)=-0.64615	U(298)=-0.65382	U(299)=-0.66155	U(300)=-0.66946
U(301)=-0.67732	U(302)=-0.68510	U(303)=-0.69314	U(304)=-0.70105
U(305)=-0.70902	U(306)=-0.71685	U(307)=-0.72487	U(308)=-0.73305
U(309)=-0.74131	U(310)=-0.74975	U(311)=-0.75797	U(312)=-0.76632
U(313)=-0.77443	U(314)=-0.78305	U(315)=-0.79163	U(316)=-0.80027
U(317)=-0.80914	U(318)=-0.81784	U(319)=-0.82667	U(320)=-0.83549
U(321)=-0.84425	U(322)=-0.85342	U(323)=-0.86234	U(324)=-0.87158
U(325)=-0.88075	U(326)=-0.89010	U(327)=-0.89908	U(328)=-0.90877
U(329)=-0.91827	U(330)=-0.92796	U(331)=-0.93751	U(332)=-0.94739
U(333)=-0.95718	U(334)=-0.96718	U(335)=-0.97728	U(336)=-0.98762
U(337)=-0.99765	U(338)=-1.00790	U(339)=-1.01838	U(340)=-1.02886
U(341)=-1.03967	U(342)=-1.05050	U(343)=-1.06125	U(344)=-1.07225
U(345)=-1.08368	U(346)=-1.09493	U(347)=-1.10644	U(348)=-1.11829
U(349)=-1.12986	U(350)=-1.14158	U(351)=-1.15414	U(352)=-1.16662
U(353)=-1.17934	U(354)=-1.19221	U(355)=-1.20534	U(356)=-1.21828
U(357)=-1.23181	U(358)=-1.24581	U(359)=-1.25937	U(360)=-1.27323
U(361)=-1.28792	U(362)=-1.30230	U(363)=-1.31699	U(364)=-1.33186
U(365)=-1.34708	U(366)=-1.36292	U(367)=-1.37898	U(368)=-1.39524
U(369)=-1.41227	U(370)=-1.42967	U(371)=-1.44742	U(372)=-1.46570
U(373)=-1.48395	U(374)=-1.50301	U(375)=-1.52251	U(376)=-1.54301
U(377)=-1.56373	U(378)=-1.58534	U(379)=-1.60734	U(380)=-1.63040
U(381)=-1.65429	U(382)=-1.67974	U(383)=-1.70668	U(384)=-1.73424
U(385)=-1.76316	U(386)=-1.79321	U(387)=-1.82531	U(388)=-1.85977
U(389)=-1.89649	U(390)=-1.93587	U(391)=-1.97760	U(392)=-2.02346
U(393)=-2.07388	U(394)=-2.13235	U(395)=-2.19698	U(396)=-2.27202
U(397)=-2.36366	U(398)=-2.48344	U(399)=-2.65534	U(400)=-2.96082

ESTADISTICAS DE ORDEN DE FUENTE AUTORREGRESIVA GAUSSIANA DE
ORDEN UNO CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION $\alpha=0.1$

U(1) = 2.984448	U(2) = 2.67475	U(3) = 2.50250	U(4) = 2.38097
U(5) = 2.28789	U(6) = 2.21018	U(7) = 2.14668	U(8) = 2.08821
U(9) = 2.03601	U(10) = 1.98933	U(11) = 1.94674	U(12) = 1.90751
U(13) = 1.87109	U(14) = 1.83706	U(15) = 1.80451	U(16) = 1.77429
U(17) = 1.74490	U(18) = 1.71770	U(19) = 1.69070	U(20) = 1.66610
U(21) = 1.64223	U(22) = 1.61902	U(23) = 1.59604	U(24) = 1.57395
U(25) = 1.55325	U(26) = 1.53239	U(27) = 1.51308	U(28) = 1.49350
U(29) = 1.47441	U(30) = 1.45581	U(31) = 1.43793	U(32) = 1.41988
U(33) = 1.40301	U(34) = 1.38621	U(35) = 1.37036	U(36) = 1.35454
U(37) = 1.33912	U(38) = 1.32400	U(39) = 1.30920	U(40) = 1.29471
U(41) = 1.28036	U(42) = 1.26647	U(43) = 1.25251	U(44) = 1.23906
U(45) = 1.22559	U(46) = 1.21246	U(47) = 1.19984	U(48) = 1.18742
U(49) = 1.17471	U(50) = 1.16240	U(51) = 1.15023	U(52) = 1.13814
U(53) = 1.12648	U(54) = 1.11425	U(55) = 1.10278	U(56) = 1.09109
U(57) = 1.07925	U(58) = 1.06793	U(59) = 1.05720	U(60) = 1.04628
U(61) = 1.03570	U(62) = 1.02472	U(63) = 1.01423	U(64) = 1.00391
U(65) = 0.99344	U(66) = 0.98314	U(67) = 0.97330	U(68) = 0.96294
U(69) = 0.95293	U(70) = 0.94288	U(71) = 0.93303	U(72) = 0.92366
U(73) = 0.91430	U(74) = 0.90481	U(75) = 0.89548	U(76) = 0.88637
U(77) = 0.87724	U(78) = 0.86808	U(79) = 0.85902	U(80) = 0.85001
U(81) = 0.84105	U(82) = 0.83182	U(83) = 0.82299	U(84) = 0.81425
U(85) = 0.80555	U(86) = 0.79700	U(87) = 0.78849	U(88) = 0.77994
U(89) = 0.77151	U(90) = 0.76310	U(91) = 0.75482	U(92) = 0.74647
U(93) = 0.73834	U(94) = 0.73015	U(95) = 0.72204	U(96) = 0.71388
U(97) = 0.70577	U(98) = 0.69762	U(99) = 0.68960	U(100) = 0.68172
U(101) = 0.67366	U(102) = 0.66592	U(103) = 0.65831	U(104) = 0.65043
U(105) = 0.64266	U(106) = 0.63518	U(107) = 0.62769	U(108) = 0.62026
U(109) = 0.61274	U(110) = 0.60511	U(111) = 0.59777	U(112) = 0.59037
U(113) = 0.58295	U(114) = 0.57560	U(115) = 0.56838	U(116) = 0.56094
U(117) = 0.55343	U(118) = 0.54595	U(119) = 0.53872	U(120) = 0.53149
U(121) = 0.52431	U(122) = 0.51726	U(123) = 0.50997	U(124) = 0.50309
U(125) = 0.49586	U(126) = 0.48876	U(127) = 0.48165	U(128) = 0.47448
U(129) = 0.46755	U(130) = 0.46064	U(131) = 0.45356	U(132) = 0.44647
U(133) = 0.43953	U(134) = 0.43272	U(135) = 0.42581	U(136) = 0.41897
U(137) = 0.41208	U(138) = 0.40516	U(139) = 0.39842	U(140) = 0.39170
U(141) = 0.38508	U(142) = 0.37814	U(143) = 0.37119	U(144) = 0.36454

U(145)= 0.35759	U(146)= 0.35104	U(147)= 0.34446	U(148)= 0.33794
U(149)= 0.33140	U(150)= 0.32466	U(151)= 0.31809	U(152)= 0.31127
U(153)= 0.30476	U(154)= 0.29831	U(155)= 0.29173	U(156)= 0.28525
U(157)= 0.27956	U(158)= 0.27191	U(159)= 0.26529	U(160)= 0.25874
U(161)= 0.25215	U(162)= 0.24561	U(163)= 0.23907	U(164)= 0.23253
U(165)= 0.22602	U(165)= 0.21958	U(167)= 0.21305	U(168)= 0.20664
U(169)= 0.20042	U(170)= 0.19391	U(171)= 0.18750	U(172)= 0.18098
U(173)= 0.17460	U(174)= 0.16840	U(175)= 0.16201	U(176)= 0.15584
U(177)= 0.14950	U(178)= 0.14316	U(179)= 0.13680	U(180)= 0.13053
U(181)= 0.12422	U(182)= 0.11761	U(183)= 0.11115	U(184)= 0.10486
U(185)= 0.09866	U(185)= 0.09236	U(187)= 0.08517	U(188)= 0.07990
U(189)= 0.07352	U(190)= 0.06714	U(191)= 0.06087	U(192)= 0.05464
U(193)= 0.04842	U(194)= 0.04214	U(195)= 0.03570	U(196)= 0.02939
U(197)= 0.02319	U(198)= 0.01691	U(199)= 0.01060	U(200)= 0.00428
U(201)= -0.00194	U(202)= -0.00822	U(203)= -0.01449	U(204)= -0.02083
U(205)= -0.02715	U(205)= -0.03331	U(207)= -0.03961	U(208)= -0.04596
U(209)= -0.05248	U(210)= -0.05881	U(211)= -0.06524	U(212)= -0.07148
U(213)= -0.07815	U(214)= -0.08450	U(215)= -0.09072	U(216)= -0.09696
U(217)= -0.10329	U(218)= -0.10953	U(219)= -0.11578	U(220)= -0.12210
U(221)= -0.12843	U(222)= -0.13478	U(223)= -0.14110	U(224)= -0.14755
U(225)= -0.15391	U(226)= -0.16023	U(227)= -0.16666	U(228)= -0.17310
U(229)= -0.17960	U(230)= -0.18614	U(231)= -0.19241	U(232)= -0.19874
U(233)= -0.20515	U(234)= -0.21154	U(235)= -0.21797	U(235)= -0.22460
U(237)= -0.23098	U(238)= -0.23738	U(239)= -0.24386	U(240)= -0.25037
U(241)= -0.25688	U(242)= -0.26339	U(243)= -0.26996	U(244)= -0.27632
U(245)= -0.28298	U(246)= -0.28954	U(247)= -0.29619	U(248)= -0.30274
U(249)= -0.30951	U(250)= -0.31600	U(251)= -0.32273	U(252)= -0.32928
U(253)= -0.33599	U(254)= -0.34280	U(255)= -0.34945	U(256)= -0.35615
U(257)= -0.36282	U(258)= -0.36948	U(259)= -0.37623	U(260)= -0.38323
U(261)= -0.39025	U(262)= -0.39693	U(263)= -0.40385	U(264)= -0.41061
U(265)= -0.41767	U(265)= -0.42429	U(267)= -0.43107	U(268)= -0.43807
U(269)= -0.44506	U(270)= -0.45209	U(271)= -0.45925	U(272)= -0.46625
U(273)= -0.47334	U(274)= -0.48053	U(275)= -0.48749	U(276)= -0.49480
U(277)= -0.50181	U(278)= -0.50897	U(279)= -0.51606	U(280)= -0.52337
U(281)= -0.53058	U(282)= -0.53796	U(283)= -0.54527	U(284)= -0.55260
U(285)= -0.55997	U(285)= -0.56719	U(287)= -0.57444	U(288)= -0.58164
U(289)= -0.58914	U(290)= -0.59651	U(291)= -0.60397	U(292)= -0.61160
U(293)= -0.61909	U(294)= -0.62675	U(295)= -0.63461	U(296)= -0.64222
U(297)= -0.65006	U(298)= -0.65786	U(299)= -0.66558	U(300)= -0.67339
U(301)= -0.68130	U(302)= -0.68935	U(303)= -0.69738	U(304)= -0.70535
U(305)= -0.71132	U(306)= -0.72168	U(307)= -0.72964	U(308)= -0.73815
U(309)= -0.74660	U(310)= -0.75474	U(311)= -0.76320	U(312)= -0.77156
U(313)= -0.77988	U(314)= -0.78821	U(315)= -0.79697	U(316)= -0.80569
U(317)= -0.81446	U(318)= -0.82310	U(319)= -0.83199	U(320)= -0.84095
U(321)= -0.85017	U(322)= -0.85900	U(323)= -0.86775	U(324)= -0.87693
U(325)= -0.88604	U(326)= -0.89540	U(327)= -0.90500	U(328)= -0.91458
U(329)= -0.92421	U(330)= -0.93387	U(331)= -0.94373	U(332)= -0.95350
U(333)= -0.96363	U(334)= -0.97354	U(335)= -0.98392	U(336)= -0.99408
U(337)= -1.00472	U(338)= -1.01510	U(339)= -1.02573	U(340)= -1.03659
U(341)= -1.04743	U(342)= -1.05830	U(343)= -1.06917	U(344)= -1.08029
U(345)= -1.09174	U(346)= -1.10316	U(347)= -1.11477	U(348)= -1.12613
U(349)= -1.13805	U(350)= -1.15002	U(351)= -1.16198	U(352)= -1.17420
U(353)= -1.18691	U(354)= -1.19922	U(355)= -1.21178	U(356)= -1.22478
U(357)= -1.23800	U(358)= -1.25157	U(359)= -1.26501	U(360)= -1.27910
U(361)= -1.29363	U(362)= -1.30801	U(363)= -1.32318	U(364)= -1.33807
U(365)= -1.35310	U(366)= -1.36906	U(367)= -1.38489	U(368)= -1.40127
U(369)= -1.41782	U(370)= -1.43533	U(371)= -1.45297	U(372)= -1.47145
U(373)= -1.49011	U(374)= -1.50953	U(375)= -1.52899	U(376)= -1.54925
U(377)= -1.57057	U(378)= -1.59254	U(379)= -1.61481	U(380)= -1.63825
U(381)= -1.66254	U(382)= -1.68784	U(383)= -1.71430	U(384)= -1.74180
U(385)= -1.77089	U(386)= -1.80141	U(387)= -1.83324	U(388)= -1.86829
U(389)= -1.90433	U(390)= -1.94348	U(391)= -1.98634	U(392)= -2.03417
U(393)= -2.08493	U(394)= -2.14100	U(395)= -2.20711	U(396)= -2.28496
U(397)= -2.37532	U(398)= -2.49497	U(399)= -2.66574	U(400)= -2.97703

ESTADISTICAS DE ORDEN DE FUENTE GAUSSIANA AUTORREGRESIVA DE
ORDEN UNO CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION $a=0.25$

U(-1)= 3.06657 U(2)= 2.74882 U(3)= 2.56880 U(4)= 2.44862

U(5) = 2.35204
U(9) = 2.09124
U(13) = 1.92125
U(17) = 1.79201
U(21) = 1.66605
U(25) = 1.59494
U(29) = 1.51486
U(33) = 1.44198
U(37) = 1.37520
U(41) = 1.31386
U(45) = 1.25752
U(49) = 1.20517
U(53) = 1.15610
U(57) = 1.10892
U(61) = 1.06349
U(65) = 1.02067
U(69) = 0.97949
U(73) = 0.93981
U(77) = 0.90137
U(81) = 0.86409
U(85) = 0.82785
U(89) = 0.79249
U(93) = 0.75763
U(97) = 0.72486
U(101) = 0.69228
U(105) = 0.66020
U(109) = 0.62927
U(113) = 0.59838
U(117) = 0.56806
U(121) = 0.53817
U(125) = 0.50899
U(129) = 0.48015
U(133) = 0.45151
U(137) = 0.42331
U(141) = 0.39486
U(145) = 0.36693
U(149) = 0.33926
U(153) = 0.31200
U(157) = 0.28506
U(161) = 0.25836
U(165) = 0.23183
U(169) = 0.20525
U(173) = 0.17891
U(177) = 0.15265
U(181) = 0.12682
U(185) = 0.10069
U(189) = 0.07472
U(193) = 0.04870
U(197) = 0.02276
U(201) = -0.00299
U(205) = -0.02893
U(209) = -0.05473
U(213) = -0.08050
U(217) = -0.10641
U(221) = -0.13241
U(225) = -0.15815
U(229) = -0.18404
U(233) = -0.20999
U(237) = -0.23627
U(241) = -0.26325
U(245) = -0.28972
U(249) = -0.31673
U(253) = -0.34408
U(257) = -0.37140
U(261) = -0.39939
U(265) = -0.42735
U(269) = -0.45604
U(273) = -0.48489
U(277) = -0.51406
U(281) = -0.54360
U(285) = -0.57343

U(5) = 2.27355
U(10) = 2.04354
U(14) = 1.98650
U(18) = 1.76342
U(22) = 1.66258
U(26) = 1.57390
U(30) = 1.49607
U(34) = 1.42486
U(38) = 1.35922
U(42) = 1.29948
U(46) = 1.24427
U(50) = 1.19268
U(54) = 1.14413
U(58) = 1.09736
U(62) = 1.05272
U(66) = 1.00996
U(70) = 0.96961
U(74) = 0.92994
U(78) = 0.88919
U(82) = 0.85490
U(86) = 0.81902
U(90) = 0.78374
U(94) = 0.74952
U(98) = 0.71670
U(102) = 0.68426
U(106) = 0.65248
U(110) = 0.62159
U(114) = 0.59067
U(118) = 0.56048
U(122) = 0.53088
U(126) = 0.50170
U(130) = 0.47299
U(134) = 0.44442
U(138) = 0.41609
U(142) = 0.38779
U(146) = 0.35982
U(150) = 0.33252
U(154) = 0.30516
U(158) = 0.27847
U(162) = 0.25167
U(166) = 0.22524
U(170) = 0.19864
U(174) = 0.17238
U(178) = 0.14616
U(182) = 0.12048
U(186) = 0.09397
U(190) = 0.06681
U(194) = 0.04230
U(198) = 0.01634
U(202) = -0.00958
U(206) = -0.03510
U(210) = -0.06108
U(214) = -0.08713
U(218) = -0.11287
U(222) = -0.13871
U(226) = -0.16471
U(230) = -0.19047
U(234) = -0.21660
U(238) = -0.24302
U(242) = -0.26981
U(246) = -0.29640
U(250) = -0.32356
U(254) = -0.35104
U(258) = -0.37830
U(262) = -0.40641
U(266) = -0.43452
U(270) = -0.46324
U(274) = -0.49221
U(278) = -0.52150
U(282) = -0.55112
U(286) = -0.58100

U(7) = 2.20571
U(11) = 1.99978
U(15) = 1.85284
U(19) = 1.73650
U(23) = 1.63935
U(27) = 1.55391
U(31) = 1.47777
U(35) = 1.40792
U(39) = 1.34363
U(43) = 1.28550
U(47) = 1.23113
U(51) = 1.18052
U(55) = 1.13208
U(59) = 1.08597
U(63) = 1.04176
U(67) = 0.99962
U(71) = 0.95960
U(75) = 0.92069
U(79) = 0.88269
U(83) = 0.84577
U(87) = 0.80997
U(91) = 0.77497
U(95) = 0.74129
U(99) = 0.70858
U(103) = 0.67625
U(107) = 0.64488
U(111) = 0.61403
U(115) = 0.58313
U(119) = 0.55315
U(123) = 0.52356
U(127) = 0.49449
U(131) = 0.46586
U(135) = 0.43751
U(139) = 0.40899
U(143) = 0.38090
U(147) = 0.35296
U(151) = 0.32558
U(155) = 0.29847
U(159) = 0.27170
U(163) = 0.24502
U(167) = 0.21850
U(171) = 0.19202
U(175) = 0.16599
U(179) = 0.13977
U(183) = 0.11378
U(187) = 0.08741
U(191) = 0.06170
U(195) = 0.03574
U(199) = 0.00973
U(203) = -0.01609
U(207) = -0.04166
U(211) = -0.06764
U(215) = -0.09348
U(219) = -0.11948
U(223) = -0.14520
U(227) = -0.17114
U(231) = -0.19697
U(235) = -0.22315
U(239) = -0.24989
U(243) = -0.27647
U(247) = -0.30315
U(251) = -0.33031
U(255) = -0.35779
U(259) = -0.38532
U(263) = -0.41335
U(267) = -0.44165
U(271) = -0.47049
U(275) = -0.49934
U(279) = -0.52894
U(283) = -0.55849
U(287) = -0.58842

U(8) = 2.14600
U(12) = 1.95848
U(16) = 1.82171
U(20) = 1.71083
U(24) = 1.61660
U(28) = 1.53404
U(32) = 1.45973
U(36) = 1.39139
U(40) = 1.32864
U(44) = 1.27105
U(48) = 1.21796
U(52) = 1.16837
U(56) = 1.12046
U(60) = 1.07467
U(64) = 1.03116
U(68) = 0.98960
U(72) = 0.94988
U(76) = 0.91103
U(80) = 0.87325
U(84) = 0.83681
U(88) = 0.80142
U(92) = 0.76629
U(96) = 0.73286
U(100) = 0.70047
U(104) = 0.66821
U(108) = 0.63701
U(112) = 0.60608
U(116) = 0.57566
U(120) = 0.54550
U(124) = 0.51644
U(128) = 0.48729
U(132) = 0.45857
U(136) = 0.43043
U(140) = 0.40188
U(144) = 0.37391
U(148) = 0.34613
U(152) = 0.31870
U(156) = 0.29182
U(160) = 0.26505
U(164) = 0.23842
U(168) = 0.21177
U(172) = 0.18546
U(176) = 0.15933
U(180) = 0.13325
U(184) = 0.10724
U(188) = 0.08108
U(192) = 0.05514
U(196) = 0.02924
U(200) = 0.00345
U(204) = -0.02259
U(208) = -0.04819
U(212) = -0.07417
U(216) = -0.09994
U(220) = -0.12584
U(224) = -0.15165
U(228) = -0.17757
U(232) = -0.20348
U(236) = -0.22963
U(240) = -0.25660
U(244) = -0.28296
U(248) = -0.30980
U(252) = -0.33717
U(256) = -0.36456
U(260) = -0.39232
U(264) = -0.42040
U(268) = -0.44898
U(272) = -0.47767
U(276) = -0.50666
U(280) = -0.53628
U(284) = -0.56590
U(288) = -0.59611

U(289)=-0.603771	U(290)=-0.611160	U(291)=-0.619442	U(292)=-0.62702
U(293)=-0.634955	U(294)=-0.642267	U(295)=-0.650667	U(296)=-0.658662
U(297)=-0.666330	U(298)=-0.674222	U(299)=-0.682229	U(300)=-0.690208
U(301)=-0.698488	U(302)=-0.706661	U(303)=-0.714883	U(304)=-0.723009
U(305)=-0.731138	U(306)=-0.739771	U(307)=-0.748003	U(308)=-0.756444
U(309)=-0.764885	U(310)=-0.773555	U(311)=-0.781991	U(312)=-0.790554
U(313)=-0.799006	U(314)=-0.807955	U(315)=-0.816966	U(316)=-0.825799
U(317)=-0.834885	U(318)=-0.843888	U(319)=-0.853111	U(320)=-0.862236
U(321)=-0.871145	U(322)=-0.880558	U(323)=-0.890005	U(324)=-0.899667
U(325)=-0.909332	U(326)=-0.918990	U(327)=-0.928556	U(328)=-0.938444
U(329)=-0.948553	U(330)=-0.958446	U(331)=-0.968333	U(332)=-0.978335
U(333)=-0.988449	U(334)=-0.998991	U(335)=-1.009221	U(336)=-1.019997
U(337)=-1.030662	U(338)=-1.041559	U(339)=-1.052337	U(340)=-1.063110
U(341)=-1.074225	U(342)=-1.085554	U(343)=-1.096773	U(344)=-1.108006
U(345)=-1.111975	U(346)=-1.131174	U(347)=-1.143883	U(348)=-1.155703
U(349)=-1.168803	U(350)=-1.180227	U(351)=-1.192994	U(352)=-1.205224
U(353)=-1.217994	U(354)=-1.231111	U(355)=-1.244221	U(356)=-1.258007
U(357)=-1.271161	U(358)=-1.285772	U(359)=-1.299888	U(360)=-1.314337
U(361)=-1.328776	U(362)=-1.343443	U(363)=-1.358553	U(364)=-1.374772
U(365)=-1.390550	U(366)=-1.407002	U(367)=-1.423371	U(368)=-1.440880
U(369)=-1.457774	U(370)=-1.475558	U(371)=-1.493444	U(372)=-1.512001
U(373)=-1.531003	U(374)=-1.550998	U(375)=-1.570334	U(376)=-1.591558
U(377)=-1.612990	U(378)=-1.635225	U(379)=-1.658114	U(380)=-1.681885
U(381)=-1.706335	U(382)=-1.732333	U(383)=-1.759445	U(384)=-1.787799
U(385)=-1.817005	U(386)=-1.848000	U(387)=-1.881131	U(388)=-1.916224
U(389)=-1.953334	U(390)=-1.993991	U(391)=-2.037008	U(392)=-2.084554
U(393)=-2.136667	U(394)=-2.194880	U(395)=-2.261554	U(396)=-2.341445
U(397)=-2.437008	U(398)=-2.558446	U(399)=-2.739559	U(400)=-3.064667

ESTADISTICAS DE ORDEN DE FUENTE GAUSSIANA AUTORREGRESIVA DE
ORDEN UNO CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION $a=0.50$

U(1) = 3.386330	U(2) = 3.048224	U(3) = 2.857332	U(4) = 2.721557
U(5) = 2.613442	U(6) = 2.525993	U(7) = 2.449992	U(8) = 2.384442
U(9) = 2.326665	U(10) = 2.274665	U(11) = 2.225662	U(12) = 2.179553
U(13) = 2.138112	U(14) = 2.099112	U(15) = 2.066160	U(16) = 2.026771
U(17) = 1.992666	U(18) = 1.966140	U(19) = 1.931225	U(20) = 1.902226
U(21) = 1.874552	U(22) = 1.847110	U(23) = 1.821222	U(24) = 1.799676
U(25) = 1.772889	U(26) = 1.750553	U(27) = 1.727993	U(28) = 1.705664
U(29) = 1.684472	U(30) = 1.663371	U(31) = 1.643327	U(32) = 1.623995
U(33) = 1.604449	U(34) = 1.585887	U(35) = 1.567227	U(36) = 1.549445
U(37) = 1.531339	U(38) = 1.513999	U(39) = 1.496666	U(40) = 1.479982
U(41) = 1.463332	U(42) = 1.447557	U(43) = 1.432203	U(44) = 1.416332
U(45) = 1.401559	U(46) = 1.386663	U(47) = 1.371550	U(48) = 1.357223
U(49) = 1.342776	U(50) = 1.328897	U(51) = 1.315223	U(52) = 1.301443
U(53) = 1.287771	U(54) = 1.274556	U(55) = 1.261222	U(56) = 1.248111
U(57) = 1.234889	U(58) = 1.222270	U(59) = 1.209992	U(60) = 1.197448
U(61) = 1.184778	U(62) = 1.172259	U(63) = 1.160444	U(64) = 1.148444
U(65) = 1.136777	U(66) = 1.124883	U(67) = 1.113448	U(68) = 1.102113
U(69) = 1.090774	U(70) = 1.079227	U(71) = 1.068110	U(72) = 1.056997
U(73) = 1.046110	U(74) = 1.035110	U(75) = 1.024449	U(76) = 1.013443
U(77) = 1.002554	U(78) = 0.991991	U(79) = 0.981331	U(80) = 0.971103
U(81) = 0.960667	U(82) = 0.950448	U(83) = 0.940300	U(84) = 0.930002
U(85) = 0.920009	U(86) = 0.911003	U(87) = 0.900115	U(88) = 0.890445
U(89) = 0.880773	U(90) = 0.871117	U(91) = 0.861134	U(92) = 0.851882
U(93) = 0.842440	U(94) = 0.833305	U(95) = 0.823377	U(96) = 0.814440
U(97) = 0.805007	U(98) = 0.796607	U(99) = 0.786799	U(100) = 0.777622
U(101) = 0.768887	U(102) = 0.759989	U(103) = 0.750885	U(104) = 0.741883
U(105) = 0.733315	U(106) = 0.724227	U(107) = 0.715551	U(108) = 0.706449
U(109) = 0.697666	U(110) = 0.688894	U(111) = 0.680225	U(112) = 0.671447
U(113) = 0.663306	U(114) = 0.654472	U(115) = 0.646226	U(116) = 0.638002
U(117) = 0.629553	U(118) = 0.621206	U(119) = 0.612881	U(120) = 0.604441
U(121) = 0.596226	U(122) = 0.588116	U(123) = 0.579996	U(124) = 0.571774
U(125) = 0.563446	U(126) = 0.555338	U(127) = 0.547330	U(128) = 0.539443
U(129) = 0.531449	U(130) = 0.523229	U(131) = 0.515331	U(132) = 0.507227
U(133) = 0.499335	U(134) = 0.491151	U(135) = 0.483360	U(136) = 0.475667
U(137) = 0.467881	U(138) = 0.460220	U(139) = 0.452229	U(140) = 0.444443
U(141) = 0.436777	U(142) = 0.429001	U(143) = 0.421441	U(144) = 0.413883
U(145) = 0.406223	U(146) = 0.398663	U(147) = 0.390991	U(148) = 0.383005

U(149) = 0.37539	U(150) = 0.36768	U(151) = 0.36022	U(152) = 0.35271
U(153) = 0.34516	U(154) = 0.33764	U(155) = 0.33032	U(156) = 0.32287
U(157) = 0.31561	U(158) = 0.30819	U(159) = 0.30063	U(160) = 0.29314
U(161) = 0.28578	U(162) = 0.27849	U(163) = 0.27101	U(164) = 0.26357
U(165) = 0.25609	U(166) = 0.24868	U(167) = 0.24139	U(168) = 0.23407
U(169) = 0.22667	U(170) = 0.21906	U(171) = 0.21185	U(172) = 0.20482
U(173) = 0.19765	U(174) = 0.19046	U(175) = 0.18300	U(176) = 0.17558
U(177) = 0.16822	U(178) = 0.16101	U(179) = 0.15395	U(180) = 0.14659
U(181) = 0.13937	U(182) = 0.13216	U(183) = 0.12499	U(184) = 0.11757
U(185) = 0.11031	U(186) = 0.10315	U(187) = 0.09625	U(188) = 0.08926
U(189) = 0.08209	U(190) = 0.07478	U(191) = 0.06759	U(192) = 0.06039
U(193) = 0.05331	U(194) = 0.04595	U(195) = 0.03863	U(196) = 0.03145
U(197) = 0.02410	U(198) = 0.01684	U(199) = 0.00957	U(200) = 0.00237
U(201) = -0.00486	U(202) = -0.01201	U(203) = -0.01939	U(204) = -0.02671
U(205) = -0.03386	U(206) = -0.04102	U(207) = -0.04817	U(208) = -0.05541
U(209) = -0.06300	U(210) = -0.07033	U(211) = -0.07778	U(212) = -0.08498
U(213) = -0.09228	U(214) = -0.09920	U(215) = -0.10649	U(216) = -0.11355
U(217) = -0.12113	U(218) = -0.12852	U(219) = -0.13584	U(220) = -0.14316
U(221) = -0.15053	U(222) = -0.15776	U(223) = -0.16505	U(224) = -0.17219
U(225) = -0.17947	U(226) = -0.18669	U(227) = -0.19389	U(228) = -0.20133
U(229) = -0.20980	U(230) = -0.21612	U(231) = -0.22326	U(232) = -0.23056
U(233) = -0.23784	U(234) = -0.24518	U(235) = -0.25257	U(236) = -0.25989
U(237) = -0.26722	U(238) = -0.27466	U(239) = -0.28206	U(240) = -0.28941
U(241) = -0.29682	U(242) = -0.30433	U(243) = -0.31175	U(244) = -0.31951
U(245) = -0.32678	U(246) = -0.33454	U(247) = -0.34215	U(248) = -0.34969
U(249) = -0.35725	U(250) = -0.36469	U(251) = -0.37224	U(252) = -0.37975
U(253) = -0.38726	U(254) = -0.39499	U(255) = -0.40251	U(256) = -0.41024
U(257) = -0.41769	U(258) = -0.42543	U(259) = -0.43303	U(260) = -0.44090
U(261) = -0.44839	U(262) = -0.45626	U(263) = -0.46408	U(264) = -0.47203
U(265) = -0.47986	U(266) = -0.48782	U(267) = -0.49565	U(268) = -0.50368
U(269) = -0.51174	U(270) = -0.51968	U(271) = -0.52778	U(272) = -0.53582
U(273) = -0.54395	U(274) = -0.55189	U(275) = -0.55998	U(276) = -0.56823
U(277) = -0.57640	U(278) = -0.58458	U(279) = -0.59285	U(280) = -0.60104
U(281) = -0.60939	U(282) = -0.61772	U(283) = -0.62628	U(284) = -0.63468
U(285) = -0.64321	U(286) = -0.65168	U(287) = -0.66013	U(288) = -0.66843
U(289) = -0.67707	U(290) = -0.68564	U(291) = -0.69435	U(292) = -0.70291
U(293) = -0.71191	U(294) = -0.72076	U(295) = -0.72943	U(296) = -0.73849
U(297) = -0.74737	U(298) = -0.75628	U(299) = -0.76538	U(300) = -0.77442
U(301) = -0.78355	U(302) = -0.79262	U(303) = -0.80181	U(304) = -0.81112
U(305) = -0.82035	U(306) = -0.82952	U(307) = -0.83893	U(308) = -0.84809
U(309) = -0.85749	U(310) = -0.86707	U(311) = -0.87656	U(312) = -0.88618
U(313) = -0.89607	U(314) = -0.90602	U(315) = -0.91598	U(316) = -0.92610
U(317) = -0.93620	U(318) = -0.94641	U(319) = -0.95676	U(320) = -0.96705
U(321) = -0.97734	U(322) = -0.98736	U(323) = -0.99757	U(324) = -1.00796
U(325) = -1.01861	U(326) = -1.02927	U(327) = -1.04011	U(328) = -1.05116
U(329) = -1.06216	U(330) = -1.07338	U(331) = -1.08466	U(332) = -1.09594
U(333) = -1.10730	U(334) = -1.11881	U(335) = -1.13024	U(336) = -1.14213
U(337) = -1.15362	U(338) = -1.16546	U(339) = -1.17780	U(340) = -1.18994
U(341) = -1.20231	U(342) = -1.21465	U(343) = -1.22715	U(344) = -1.23985
U(345) = -1.25248	U(346) = -1.26561	U(347) = -1.27869	U(348) = -1.29233
U(349) = -1.30602	U(350) = -1.31979	U(351) = -1.33363	U(352) = -1.34795
U(353) = -1.36209	U(354) = -1.37692	U(355) = -1.39197	U(356) = -1.40683
U(357) = -1.42214	U(358) = -1.43766	U(359) = -1.45347	U(360) = -1.46992
U(361) = -1.48604	U(362) = -1.50228	U(363) = -1.51913	U(364) = -1.53591
U(365) = -1.55402	U(366) = -1.57167	U(367) = -1.59056	U(368) = -1.60944
U(369) = -1.62888	U(370) = -1.64906	U(371) = -1.67023	U(372) = -1.69114
U(373) = -1.71289	U(374) = -1.73522	U(375) = -1.75803	U(376) = -1.78149
U(377) = -1.80557	U(378) = -1.83025	U(379) = -1.85576	U(380) = -1.88270
U(381) = -1.91047	U(382) = -1.93898	U(383) = -1.96949	U(384) = -2.00106
U(385) = -2.03387	U(386) = -2.06949	U(387) = -2.10701	U(388) = -2.14530
U(389) = -2.18752	U(390) = -2.23334	U(391) = -2.28134	U(392) = -2.33443
U(393) = -2.39334	U(394) = -2.45930	U(395) = -2.53516	U(396) = -2.62384
U(397) = -2.73074	U(398) = -2.86622	U(399) = -3.06013	U(400) = -3.39294

ESTADISTICAS DE ORDEN DE FUENTE GAUSSIANA AUTORREGRESIVA DE
ORDEN UNO CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION $\alpha=0.75$

U(1) = 4.30645	U(2) = 3.92767	U(3) = 3.69616	U(4) = 3.53152
U(5) = 3.40033	U(6) = 3.23915	U(7) = 3.19410	U(8) = 3.10929

U(9) = 3.03434	U(10) = 2.96373	U(11) = 2.89853	U(12) = 2.83975
U(13) = 2.78519	U(14) = 2.73301	U(15) = 2.68495	U(16) = 2.64027
U(17) = 2.59635	U(18) = 2.55517	U(19) = 2.51575	U(20) = 2.47795
U(21) = 2.44245	U(22) = 2.40769	U(23) = 2.37424	U(24) = 2.34189
U(25) = 2.30964	U(26) = 2.27961	U(27) = 2.25025	U(28) = 2.22212
U(29) = 2.19445	U(30) = 2.16769	U(31) = 2.14159	U(32) = 2.11624
U(33) = 2.09151	U(34) = 2.06692	U(35) = 2.04342	U(36) = 2.02008
U(37) = 1.99749	U(38) = 1.97549	U(39) = 1.95344	U(40) = 1.93217
U(41) = 1.91105	U(42) = 1.89015	U(43) = 1.86966	U(44) = 1.84899
U(45) = 1.82906	U(46) = 1.80993	U(47) = 1.79030	U(48) = 1.77161
U(49) = 1.75349	U(50) = 1.73353	U(51) = 1.71713	U(52) = 1.69972
U(53) = 1.58183	U(54) = 1.65423	U(55) = 1.64722	U(56) = 1.63036
U(57) = 1.61342	U(58) = 1.59584	U(59) = 1.58062	U(60) = 1.56425
U(61) = 1.54800	U(62) = 1.53195	U(63) = 1.51636	U(64) = 1.50094
U(65) = 1.48535	U(66) = 1.47038	U(67) = 1.45517	U(68) = 1.44018
U(69) = 1.42494	U(70) = 1.41006	U(71) = 1.39541	U(72) = 1.38089
U(73) = 1.36656	U(74) = 1.35235	U(75) = 1.33810	U(76) = 1.32422
U(77) = 1.31014	U(78) = 1.29702	U(79) = 1.28323	U(80) = 1.26979
U(81) = 1.25630	U(82) = 1.24313	U(83) = 1.22991	U(84) = 1.21683
U(85) = 1.20342	U(86) = 1.19037	U(87) = 1.17713	U(88) = 1.16450
U(89) = 1.15199	U(90) = 1.13949	U(91) = 1.12669	U(92) = 1.11426
U(93) = 1.10179	U(94) = 1.08944	U(95) = 1.07703	U(96) = 1.06472
U(97) = 1.05253	U(98) = 1.04036	U(99) = 1.02820	U(100) = 1.01623
U(101) = 1.00451	U(102) = 0.99262	U(103) = 0.98109	U(104) = 0.96947
U(105) = 0.95903	U(106) = 0.94649	U(107) = 0.93510	U(108) = 0.92371
U(109) = 0.91269	U(110) = 0.90128	U(111) = 0.88994	U(112) = 0.87860
U(113) = 0.86731	U(114) = 0.85621	U(115) = 0.84541	U(116) = 0.83432
U(117) = 0.82335	U(118) = 0.81251	U(119) = 0.80188	U(120) = 0.79095
U(121) = 0.77987	U(122) = 0.76922	U(123) = 0.75876	U(124) = 0.74828
U(125) = 0.73771	U(126) = 0.72696	U(127) = 0.71606	U(128) = 0.70567
U(129) = 0.69506	U(130) = 0.68441	U(131) = 0.67405	U(132) = 0.66381
U(133) = 0.65345	U(134) = 0.64336	U(135) = 0.63298	U(136) = 0.62264
U(137) = 0.61245	U(138) = 0.60213	U(139) = 0.59165	U(140) = 0.58160
U(141) = 0.57136	U(142) = 0.56116	U(143) = 0.55103	U(144) = 0.54112
U(145) = 0.53126	U(146) = 0.52078	U(147) = 0.51091	U(148) = 0.50093
U(149) = 0.49099	U(150) = 0.48117	U(151) = 0.47139	U(152) = 0.46158
U(153) = 0.45151	U(154) = 0.44176	U(155) = 0.43205	U(156) = 0.42205
U(157) = 0.41232	U(158) = 0.40254	U(159) = 0.39297	U(160) = 0.38326
U(161) = 0.37349	U(162) = 0.36368	U(163) = 0.35396	U(164) = 0.34426
U(165) = 0.33489	U(166) = 0.32539	U(167) = 0.31544	U(168) = 0.30588
U(169) = 0.29609	U(170) = 0.28679	U(171) = 0.27720	U(172) = 0.26745
U(173) = 0.25767	U(174) = 0.24821	U(175) = 0.23864	U(176) = 0.22889
U(177) = 0.21969	U(178) = 0.21005	U(179) = 0.20061	U(180) = 0.19110
U(181) = 0.18174	U(182) = 0.17203	U(183) = 0.16263	U(184) = 0.15302
U(185) = 0.14347	U(186) = 0.13383	U(187) = 0.12433	U(188) = 0.11477
U(189) = 0.10565	U(190) = 0.09626	U(191) = 0.08677	U(192) = 0.07725
U(193) = 0.06812	U(194) = 0.05867	U(195) = 0.04936	U(196) = 0.03974
U(197) = 0.02989	U(198) = 0.02045	U(199) = 0.01081	U(200) = 0.00147
U(201) = -0.00801	U(202) = -0.01755	U(203) = -0.02692	U(204) = -0.03633
U(205) = -0.04574	U(206) = -0.05507	U(207) = -0.06458	U(208) = -0.07389
U(209) = -0.08338	U(210) = -0.09301	U(211) = -0.10248	U(212) = -0.11172
U(213) = -0.12136	U(214) = -0.13076	U(215) = -0.14017	U(216) = -0.14955
U(217) = -0.15902	U(218) = -0.16823	U(219) = -0.17758	U(220) = -0.18697
U(221) = -0.19639	U(222) = -0.20577	U(223) = -0.21518	U(224) = -0.22450
U(225) = -0.23416	U(226) = -0.24393	U(227) = -0.25366	U(228) = -0.26342
U(229) = -0.27298	U(230) = -0.28221	U(231) = -0.29164	U(232) = -0.30092
U(233) = -0.31092	U(234) = -0.32050	U(235) = -0.33006	U(236) = -0.33976
U(237) = -0.34955	U(238) = -0.35928	U(239) = -0.36907	U(240) = -0.37885
U(241) = -0.38864	U(242) = -0.39822	U(243) = -0.40771	U(244) = -0.41721
U(245) = -0.42675	U(246) = -0.43659	U(247) = -0.44630	U(248) = -0.45648
U(249) = -0.46586	U(250) = -0.47577	U(251) = -0.48563	U(252) = -0.49556
U(253) = -0.50549	U(254) = -0.51552	U(255) = -0.52565	U(256) = -0.53554
U(257) = -0.54559	U(258) = -0.55575	U(259) = -0.56589	U(260) = -0.57580
U(261) = -0.58576	U(262) = -0.59597	U(263) = -0.60598	U(264) = -0.61614
U(265) = -0.62621	U(266) = -0.63644	U(267) = -0.64697	U(268) = -0.65732
U(269) = -0.66775	U(270) = -0.67840	U(271) = -0.68864	U(272) = -0.69897
U(273) = -0.70930	U(274) = -0.71946	U(275) = -0.73035	U(276) = -0.74079
U(277) = -0.75170	U(278) = -0.76263	U(279) = -0.77338	U(280) = -0.78416
U(281) = -0.79475	U(282) = -0.80555	U(283) = -0.81656	U(284) = -0.82763
U(285) = -0.83851	U(286) = -0.84940	U(287) = -0.86055	U(288) = -0.87159
U(289) = -0.88273	U(290) = -0.89382	U(291) = -0.90498	U(292) = -0.91637

U(293)=-0.92742	U(294)=-0.93891	U(295)=-0.95034	U(296)=-0.96183
U(297)=-0.97340	U(298)=-0.98519	U(299)=-0.99709	U(300)=-1.00886
U(301)=-1.02062	U(302)=-1.03258	U(303)=-1.04434	U(304)=-1.05608
U(305)=-1.06787	U(306)=-1.08025	U(307)=-1.09287	U(308)=-1.10516
U(309)=-1.11740	U(310)=-1.12989	U(311)=-1.14221	U(312)=-1.15483
U(313)=-1.16769	U(314)=-1.18029	U(315)=-1.19299	U(316)=-1.20615
U(317)=-1.21919	U(318)=-1.23233	U(319)=-1.24577	U(320)=-1.25864
U(321)=-1.27160	U(322)=-1.28532	U(323)=-1.29902	U(324)=-1.31257
U(325)=-1.32657	U(326)=-1.34054	U(327)=-1.35476	U(328)=-1.36859
U(329)=-1.38284	U(330)=-1.39752	U(331)=-1.41186	U(332)=-1.42637
U(333)=-1.44104	U(334)=-1.45589	U(335)=-1.47097	U(336)=-1.48616
U(337)=-1.49203	U(338)=-1.51772	U(339)=-1.53309	U(340)=-1.54894
U(341)=-1.56486	U(342)=-1.58100	U(343)=-1.59760	U(344)=-1.61412
U(345)=-1.63101	U(346)=-1.64822	U(347)=-1.66505	U(348)=-1.68206
U(349)=-1.69968	U(350)=-1.71743	U(351)=-1.73551	U(352)=-1.75381
U(353)=-1.77264	U(354)=-1.79190	U(355)=-1.81081	U(356)=-1.83015
U(357)=-1.85094	U(358)=-1.87156	U(359)=-1.89174	U(360)=-1.91321
U(361)=-1.93424	U(362)=-1.95576	U(363)=-1.97783	U(364)=-2.00027
U(365)=-2.02299	U(366)=-2.04651	U(367)=-2.07022	U(368)=-2.09492
U(369)=-2.11944	U(370)=-2.14561	U(371)=-2.17170	U(372)=-2.19873
U(373)=-2.22654	U(374)=-2.25500	U(375)=-2.28420	U(376)=-2.31495
U(377)=-2.34634	U(378)=-2.37810	U(379)=-2.41147	U(380)=-2.44719
U(381)=-2.46321	U(382)=-2.52093	U(383)=-2.56044	U(384)=-2.60176
U(385)=-2.64375	U(386)=-2.68947	U(387)=-2.73726	U(388)=-2.78621
U(389)=-2.84004	U(390)=-2.89881	U(391)=-2.96317	U(392)=-3.03292
U(393)=-3.10822	U(394)=-3.19456	U(395)=-3.29008	U(396)=-3.40617
U(397)=-3.54112	U(398)=-3.71192	U(399)=-3.94245	U(400)=-4.31987

ESTADÍSTICAS DE ORDEN DE FUENTE GAUSSIANA AUTORREGRESIVA DE
ORDEN UNO CON CONSTANTE DE AUTORREGRESION $\alpha=0.95$

U(1) = 7.71244	U(2) = 7.31821	U(3) = 7.03200	U(4) = 6.80651
U(5) = 6.61200	U(6) = 6.44070	U(7) = 6.29051	U(8) = 6.15106
U(9) = 6.01934	U(10) = 5.90008	U(11) = 5.78812	U(12) = 5.68516
U(13) = 5.58676	U(14) = 5.49276	U(15) = 5.40650	U(16) = 5.32208
U(17) = 5.24071	U(18) = 5.16502	U(19) = 5.09052	U(20) = 5.01713
U(21) = 4.94724	U(22) = 4.88067	U(23) = 4.81643	U(24) = 4.75265
U(25) = 4.69026	U(26) = 4.63018	U(27) = 4.57196	U(28) = 4.51165
U(29) = 4.46156	U(30) = 4.42079	U(31) = 4.35573	U(32) = 4.30577
U(33) = 4.25708	U(34) = 4.20879	U(35) = 4.15926	U(36) = 4.11287
U(37) = 4.06674	U(38) = 4.02087	U(39) = 3.97644	U(40) = 3.93253
U(41) = 3.88941	U(42) = 3.84677	U(43) = 3.80461	U(44) = 3.76447
U(45) = 3.72397	U(46) = 3.68423	U(47) = 3.64452	U(48) = 3.60646
U(49) = 3.56788	U(50) = 3.53024	U(51) = 3.49282	U(52) = 3.45683
U(53) = 3.42121	U(54) = 3.38624	U(55) = 3.35148	U(56) = 3.31629
U(57) = 3.28273	U(58) = 3.24861	U(59) = 3.21498	U(60) = 3.18248
U(61) = 3.14912	U(62) = 3.11695	U(63) = 3.08485	U(64) = 3.05238
U(65) = 3.02107	U(66) = 2.99080	U(67) = 2.95975	U(68) = 2.92937
U(69) = 2.89914	U(70) = 2.86897	U(71) = 2.83960	U(72) = 2.81075
U(73) = 2.78169	U(74) = 2.75226	U(75) = 2.72385	U(76) = 2.69485
U(77) = 2.66594	U(78) = 2.63672	U(79) = 2.60936	U(80) = 2.58111
U(81) = 2.55442	U(82) = 2.52813	U(83) = 2.50099	U(84) = 2.47429
U(85) = 2.44877	U(86) = 2.42219	U(87) = 2.39642	U(88) = 2.36975
U(89) = 2.34404	U(90) = 2.31867	U(91) = 2.29332	U(92) = 2.26810
U(93) = 2.24310	U(94) = 2.21784	U(95) = 2.19293	U(96) = 2.16764
U(97) = 2.14305	U(98) = 2.11885	U(99) = 2.09386	U(100) = 2.06964
U(101) = 2.04484	U(102) = 2.02075	U(103) = 1.99663	U(104) = 1.97234
U(105) = 1.94808	U(106) = 1.92453	U(107) = 1.90127	U(108) = 1.87729
U(109) = 1.85331	U(110) = 1.82997	U(111) = 1.80748	U(112) = 1.78449
U(113) = 1.76144	U(114) = 1.73837	U(115) = 1.71567	U(116) = 1.69318
U(117) = 1.67077	U(118) = 1.64856	U(119) = 1.62615	U(120) = 1.60387
U(121) = 1.58173	U(122) = 1.55989	U(123) = 1.53803	U(124) = 1.51596
U(125) = 1.49479	U(126) = 1.47266	U(127) = 1.45013	U(128) = 1.42816
U(129) = 1.40657	U(130) = 1.38483	U(131) = 1.36322	U(132) = 1.34164
U(133) = 1.32032	U(134) = 1.29888	U(135) = 1.27797	U(136) = 1.25666
U(137) = 1.25368	U(138) = 1.21514	U(139) = 1.19497	U(140) = 1.17397
U(141) = 1.15306	U(142) = 1.13274	U(143) = 1.11198	U(144) = 1.09139
U(145) = 1.07066	U(146) = 1.05006	U(147) = 1.02935	U(148) = 1.00839
U(149) = 0.98820	U(150) = 0.96776	U(151) = 0.94726	U(152) = 0.92745

U(153) = 0.90697
U(157) = 0.82608
U(161) = 0.74609
U(165) = 0.66684
U(169) = 0.58781
U(173) = 0.50932
U(177) = 0.43146
U(181) = 0.35417
U(185) = 0.27651
U(189) = 0.19913
U(193) = 0.12200
U(197) = 0.04500
U(201) = -0.03330
U(205) = -0.10961
U(209) = -0.18653
U(213) = -0.26395
U(217) = -0.34181
U(221) = -0.42026
U(225) = -0.49769
U(229) = -0.57555
U(233) = -0.65417
U(237) = -0.73493
U(241) = -0.81432
U(245) = -0.89378
U(249) = -0.97472
U(253) = -1.05631
U(257) = -1.13664
U(261) = -1.21945
U(265) = -1.30370
U(269) = -1.38936
U(273) = -1.47533
U(277) = -1.56269
U(281) = -1.65098
U(285) = -1.74131
U(289) = -1.83217
U(293) = -1.92421
U(297) = -2.01817
U(301) = -2.11279
U(305) = -2.21111
U(309) = -2.31125
U(313) = -2.41391
U(317) = -2.52036
U(321) = -2.62706
U(325) = -2.73662
U(329) = -2.85062
U(333) = -2.96954
U(337) = -3.09265
U(341) = -3.22195
U(345) = -3.35500
U(349) = -3.49505
U(353) = -3.64368
U(357) = -3.79820
U(361) = -3.96227
U(365) = -4.13851
U(369) = -4.33305
U(373) = -4.54194
U(377) = -4.77258
U(381) = -5.03383
U(385) = -5.33866
U(389) = -5.70491
U(393) = -6.15638
U(397) = -6.60035

U(154) = 0.88694
U(158) = 0.80669
U(162) = 0.72602
U(166) = 0.64729
U(170) = 0.56828
U(174) = 0.48995
U(178) = 0.41176
U(182) = 0.33465
U(186) = 0.25700
U(190) = 0.17986
U(194) = 0.10262
U(198) = 0.02548
U(202) = -0.05173
U(206) = -0.12881
U(210) = -0.20552
U(214) = -0.28331
U(218) = -0.36177
U(222) = -0.43964
U(226) = -0.51754
U(230) = -0.59535
U(234) = -0.67463
U(238) = -0.75519
U(242) = -0.83410
U(246) = -0.91452
U(250) = -0.99493
U(254) = -1.07693
U(258) = -1.15675
U(262) = -1.24038
U(266) = -1.32545
U(270) = -1.41027
U(274) = -1.49713
U(278) = -1.58435
U(282) = -1.67359
U(286) = -1.76381
U(290) = -1.85461
U(294) = -1.94795
U(298) = -2.04159
U(302) = -2.13736
U(306) = -2.23563
U(310) = -2.33628
U(314) = -2.44027
U(318) = -2.54655
U(322) = -2.65364
U(326) = -2.76532
U(330) = -2.88042
U(334) = -2.99957
U(338) = -3.12442
U(342) = -3.25517
U(346) = -3.38872
U(350) = -3.53060
U(354) = -3.68118
U(358) = -3.83718
U(362) = -4.00533
U(366) = -4.18523
U(370) = -4.36852
U(374) = -4.55793
U(378) = -4.83384
U(382) = -5.10547
U(386) = -5.42336
U(390) = -5.800815
U(394) = -6.229858
U(398) = -6.702375

U(155) = 0.86651
U(159) = 0.78642
U(163) = 0.70647
U(167) = 0.62768
U(171) = 0.54852
U(175) = 0.47056
U(179) = 0.39236
U(183) = 0.31519
U(187) = 0.23778
U(191) = 0.16042
U(195) = 0.08343
U(199) = 0.00579
U(203) = -0.07080
U(207) = -0.14798
U(211) = -0.22473
U(215) = -0.30286
U(219) = -0.38077
U(223) = -0.45896
U(227) = -0.53678
U(231) = -0.61533
U(235) = -0.69464
U(239) = -0.77520
U(243) = -0.85383
U(247) = -0.93481
U(251) = -1.01502
U(255) = -1.09692
U(259) = -1.17762
U(263) = -1.26137
U(267) = -1.34662
U(271) = -1.43177
U(275) = -1.51882
U(279) = -1.60680
U(283) = -1.69521
U(287) = -1.78605
U(291) = -1.87765
U(295) = -1.97081
U(299) = -2.06489
U(303) = -2.16196
U(307) = -2.26051
U(311) = -2.36196
U(315) = -2.46664
U(319) = -2.57357
U(323) = -2.68080
U(327) = -2.79268
U(331) = -2.91054
U(335) = -3.03000
U(339) = -3.15622
U(343) = -3.28805
U(347) = -3.42442
U(351) = -3.56788
U(355) = -3.71954
U(359) = -3.87877
U(363) = -4.04869
U(367) = -4.23377
U(371) = -4.43696
U(375) = -4.65523
U(379) = -4.89715
U(383) = -5.18145
U(387) = -5.51160
U(391) = -5.91530
U(395) = -6.44660
U(399) = -7.030121

U(156) = 0.84650
U(160) = 0.76612
U(164) = 0.68663
U(168) = 0.60767
U(172) = 0.52913
U(176) = 0.45122
U(180) = 0.37299
U(184) = 0.29609
U(188) = 0.21857
U(192) = 0.14130
U(196) = 0.06413
U(200) = -0.01358
U(204) = -0.09025
U(208) = -0.16729
U(212) = -0.24426
U(216) = -0.32216
U(220) = -0.40057
U(224) = -0.47808
U(228) = -0.55606
U(232) = -0.63446
U(236) = -0.71498
U(240) = -0.79476
U(244) = -0.87405
U(248) = -0.95451
U(252) = -1.03588
U(256) = -1.11693
U(260) = -1.19811
U(264) = -1.28245
U(268) = -1.36817
U(272) = -1.45297
U(276) = -1.54063
U(280) = -1.62918
U(284) = -1.71835
U(288) = -1.80923
U(292) = -1.90075
U(296) = -1.99399
U(300) = -2.08835
U(304) = -2.18595
U(308) = -2.28539
U(312) = -2.38756
U(316) = -2.49381
U(320) = -2.60028
U(324) = -2.70845
U(328) = -2.82098
U(332) = -2.93933
U(336) = -3.06134
U(340) = -3.18888
U(344) = -3.32092
U(348) = -3.45958
U(352) = -3.60528
U(356) = -3.75897
U(360) = -3.92014
U(364) = -4.09453
U(368) = -4.28281
U(372) = -4.48834
U(376) = -4.71335
U(380) = -4.96444
U(384) = -5.25966
U(388) = -5.60511
U(392) = -6.03428
U(396) = -6.61481
U(400) = -7.20577

ERROR PROMEDIO DE LAS PRIMERAS 200 DE UN TOTAL
 DE 400 ESTADISTICAS DE ORDEN= 0.07158%
 ESTADISTICAS DE ORDEN PRIMEPAS Gaussianas Teoricas
 ESTADISTICAS DE ORDEN SEGUNDAS Estimacion con 4000 muestras
 EL PORCENTAJE SE OBTIENE CON RELACION A LAS PRIMERAS ESTADISTICAS
 CONSTANTE DE CORRELACION = 0.0

ERR(1) = 0.01	ERR(2) = 0.13	ERR(3) = 0.06	ERR(4) = 0.10
ERR(5) = 0.06	ERR(6) = 0.07	ERR(7) = 0.04	ERR(8) = 0.03
ERR(9) = 0.04	ERR(10) = 0.05	ERR(11) = 0.02	ERR(12) = 0.04
ERR(13) = 0.02	ERR(14) = 0.04	ERR(15) = 0.08	ERR(16) = 0.07
ERR(17) = 0.07	ERR(18) = 0.11	ERR(19) = 0.14	ERR(20) = 0.15
ERR(21) = 0.11	ERR(22) = 0.09	ERR(23) = 0.09	ERR(24) = 0.07
ERR(25) = 0.10	ERR(26) = 0.07	ERR(27) = 0.05	ERR(28) = 0.03
ERR(29) = 0.03	ERR(30) = 0.03	ERR(31) = 0.02	ERR(32) = 0.00
ERR(33) = 0.03	ERR(34) = 0.04	ERR(35) = 0.04	ERR(36) = 0.02
ERR(37) = 0.01	ERR(38) = 0.00	ERR(39) = 0.02	ERR(40) = 0.04
ERR(41) = 0.03	ERR(42) = 0.02	ERR(43) = 0.03	ERR(44) = 0.04
ERR(45) = 0.02	ERR(46) = 0.02	ERR(47) = 0.02	ERR(48) = 0.05
ERR(49) = 0.04	ERR(50) = 0.04	ERR(51) = 0.03	ERR(52) = 0.03
ERR(53) = 0.01	ERR(54) = 0.02	ERR(55) = 0.01	ERR(56) = 0.02
ERR(57) = 0.01	ERR(58) = 0.00	ERR(59) = 0.01	ERR(60) = 0.02
ERR(61) = 0.02	ERR(62) = 0.03	ERR(63) = 0.01	ERR(64) = 0.02
ERR(65) = 0.01	ERR(66) = 0.00	ERR(67) = 0.02	ERR(68) = 0.03
ERR(69) = 0.06	ERR(70) = 0.10	ERR(71) = 0.10	ERR(72) = 0.09
ERR(73) = 0.09	ERR(74) = 0.09	ERR(75) = 0.07	ERR(76) = 0.08
ERR(77) = 0.07	ERR(78) = 0.08	ERR(79) = 0.07	ERR(80) = 0.05
ERR(81) = 0.05	ERR(82) = 0.04	ERR(83) = 0.03	ERR(84) = 0.03
ERR(85) = 0.02	ERR(86) = 0.03	ERR(87) = 0.03	ERR(88) = 0.04
ERR(89) = 0.05	ERR(90) = 0.06	ERR(91) = 0.02	ERR(92) = 0.03
ERR(93) = 0.05	ERR(94) = 0.08	ERR(95) = 0.07	ERR(96) = 0.09
ERR(97) = 0.08	ERR(98) = 0.10	ERR(99) = 0.10	ERR(100) = 0.09
ERR(101) = 0.09	ERR(102) = 0.06	ERR(103) = 0.08	ERR(104) = 0.11
ERR(105) = 0.12	ERR(106) = 0.13	ERR(107) = 0.12	ERR(108) = 0.15
ERR(109) = 0.15	ERR(110) = 0.14	ERR(111) = 0.14	ERR(112) = 0.18
ERR(113) = 0.20	ERR(114) = 0.22	ERR(115) = 0.23	ERR(116) = 0.19
ERR(117) = 0.19	ERR(118) = 0.19	ERR(119) = 0.23	ERR(120) = 0.26
ERR(121) = 0.23	ERR(122) = 0.22	ERR(123) = 0.31	ERR(124) = 0.26
ERR(125) = 0.24	ERR(126) = 0.23	ERR(127) = 0.25	ERR(128) = 0.18
ERR(129) = 0.18	ERR(130) = 0.17	ERR(131) = 0.13	ERR(132) = 0.18
ERR(133) = 0.19	ERR(134) = 0.15	ERR(135) = 0.10	ERR(136) = 0.12
ERR(137) = 0.18	ERR(138) = 0.20	ERR(139) = 0.23	ERR(140) = 0.19
ERR(141) = 0.19	ERR(142) = 0.23	ERR(143) = 0.22	ERR(144) = 0.25
ERR(145) = 0.22	ERR(146) = 0.24	ERR(147) = 0.21	ERR(148) = 0.22
ERR(149) = 0.17	ERR(150) = 0.14	ERR(151) = 0.13	ERR(152) = 0.13
ERR(153) = 0.09	ERR(154) = 0.12	ERR(155) = 0.14	ERR(156) = 0.17
ERR(157) = 0.19	ERR(158) = 0.18	ERR(159) = 0.16	ERR(160) = 0.15
ERR(161) = 0.07	ERR(162) = 0.03	ERR(163) = 0.02	ERR(164) = 0.04
ERR(165) = 0.01	ERR(166) = 0.00	ERR(167) = 0.01	ERR(168) = 0.15
ERR(169) = 0.27	ERR(170) = 0.24	ERR(171) = 0.22	ERR(172) = 0.18
ERR(173) = 0.14	ERR(174) = 0.14	ERR(175) = 0.09	ERR(176) = 0.08
ERR(177) = 0.00	ERR(178) = 0.10	ERR(179) = 0.03	ERR(180) = 0.05
ERR(181) = 0.09	ERR(182) = 0.00	ERR(183) = 0.04	ERR(184) = 0.07
ERR(185) = 0.02	ERR(186) = 0.02	ERR(187) = 0.14	ERR(188) = 0.11
ERR(189) = 0.04	ERR(190) = 0.20	ERR(191) = 0.09	ERR(192) = 0.03
ERR(193) = 0.12	ERR(194) = 0.26	ERR(195) = 0.06	ERR(196) = 0.48
ERR(197) = 0.62	ERR(198) = 1.54	ERR(199) = 1.36	ERR(200) = 5.90

ERROR PROMEDIO DE LAS PRIMERAS 200 DE UN TOTAL
 DE 400 ESTADISTICAS DE ORDEN = 0.48698%
 ESTADISTICAS DE ORDEN PRIMERAS Estimacion con 4000 muestras
 ESTADISTICAS DE ORDEN SEGUNDAS Estimacion con 3500 muestras
 EL PORCENTAJE SE OBTIENE CON RELACION A LAS PRIMERAS ESTADISTICAS
 CONSTANTE DE CORRELACION = 0.95

ER(1) = 0.06%	ER(2) = 0.09%	ER(3) = 0.09%	ER(4) = 0.03%
ER(5) = 0.00%	ER(6) = 0.02%	ER(7) = 0.00%	ER(8) = 0.01%
ER(9) = 0.00%	ER(10) = 0.00%	ER(11) = 0.02%	ER(12) = 0.04%
ER(13) = 0.05%	ER(14) = 0.04%	ER(15) = 0.05%	ER(16) = 0.06%
ER(17) = 0.05%	ER(18) = 0.07%	ER(19) = 0.07%	ER(20) = 0.07%
ER(21) = 0.07%	ER(22) = 0.07%	ER(23) = 0.08%	ER(24) = 0.08%
ER(25) = 0.08%	ER(26) = 0.08%	ER(27) = 0.09%	ER(28) = 0.09%
ER(29) = 0.11%	ER(30) = 0.11%	ER(31) = 0.11%	ER(32) = 0.10%
ER(33) = 0.10%	ER(34) = 0.10%	ER(35) = 0.08%	ER(36) = 0.09%
ER(37) = 0.10%	ER(38) = 0.10%	ER(39) = 0.10%	ER(40) = 0.11%
ER(41) = 0.11%	ER(42) = 0.11%	ER(43) = 0.11%	ER(44) = 0.12%
ER(45) = 0.11%	ER(46) = 0.12%	ER(47) = 0.12%	ER(48) = 0.13%
ER(49) = 0.13%	ER(50) = 0.12%	ER(51) = 0.13%	ER(52) = 0.14%
ER(53) = 0.14%	ER(54) = 0.14%	ER(55) = 0.14%	ER(56) = 0.14%
ER(57) = 0.14%	ER(58) = 0.13%	ER(59) = 0.13%	ER(60) = 0.13%
ER(61) = 0.14%	ER(62) = 0.14%	ER(63) = 0.15%	ER(64) = 0.16%
ER(65) = 0.16%	ER(66) = 0.17%	ER(67) = 0.16%	ER(68) = 0.16%
ER(69) = 0.17%	ER(70) = 0.18%	ER(71) = 0.19%	ER(72) = 0.18%
ER(73) = 0.18%	ER(74) = 0.19%	ER(75) = 0.20%	ER(76) = 0.19%
ER(77) = 0.20%	ER(78) = 0.21%	ER(79) = 0.22%	ER(80) = 0.22%
ER(81) = 0.22%	ER(82) = 0.21%	ER(83) = 0.20%	ER(84) = 0.22%
ER(85) = 0.22%	ER(86) = 0.21%	ER(87) = 0.21%	ER(88) = 0.21%
ER(89) = 0.23%	ER(90) = 0.23%	ER(91) = 0.22%	ER(92) = 0.23%
ER(93) = 0.24%	ER(94) = 0.25%	ER(95) = 0.26%	ER(96) = 0.27%
ER(97) = 0.26%	ER(98) = 0.27%	ER(99) = 0.29%	ER(100) = 0.29%
ER(101) = 0.29%	ER(102) = 0.28%	ER(103) = 0.28%	ER(104) = 0.28%
ER(105) = 0.28%	ER(106) = 0.30%	ER(107) = 0.31%	ER(108) = 0.30%
ER(109) = 0.31%	ER(110) = 0.31%	ER(111) = 0.31%	ER(112) = 0.31%
ER(113) = 0.33%	ER(114) = 0.33%	ER(115) = 0.34%	ER(116) = 0.35%
ER(117) = 0.35%	ER(118) = 0.36%	ER(119) = 0.36%	ER(120) = 0.36%
ER(121) = 0.37%	ER(122) = 0.38%	ER(123) = 0.38%	ER(124) = 0.39%
ER(125) = 0.40%	ER(126) = 0.40%	ER(127) = 0.39%	ER(128) = 0.41%
ER(129) = 0.42%	ER(130) = 0.42%	ER(131) = 0.43%	ER(132) = 0.43%
ER(133) = 0.44%	ER(134) = 0.45%	ER(135) = 0.44%	ER(136) = 0.45%
ER(137) = 0.47%	ER(138) = 0.46%	ER(139) = 0.48%	ER(140) = 0.47%
ER(141) = 0.47%	ER(142) = 0.48%	ER(143) = 0.49%	ER(144) = 0.47%
ER(145) = 0.49%	ER(146) = 0.48%	ER(147) = 0.49%	ER(148) = 0.50%
ER(149) = 0.51%	ER(150) = 0.54%	ER(151) = 0.55%	ER(152) = 0.55%
ER(153) = 0.55%	ER(154) = 0.57%	ER(155) = 0.57%	ER(156) = 0.59%
ER(157) = 0.57%	ER(158) = 0.58%	ER(159) = 0.60%	ER(160) = 0.61%
ER(161) = 0.61%	ER(162) = 0.61%	ER(163) = 0.65%	ER(164) = 0.64%
ER(165) = 0.68%	ER(166) = 0.59%	ER(167) = 0.71%	ER(168) = 0.70%
ER(169) = 0.74%	ER(170) = 0.75%	ER(171) = 0.78%	ER(172) = 0.79%
ER(173) = 0.85%	ER(174) = 0.83%	ER(175) = 0.83%	ER(176) = 0.82%
ER(177) = 0.88%	ER(178) = 0.92%	ER(179) = 0.94%	ER(180) = 0.89%
ER(181) = 0.96%	ER(182) = 1.05%	ER(183) = 1.03%	ER(184) = 1.08%
ER(185) = 1.13%	ER(186) = 1.22%	ER(187) = 1.33%	ER(188) = 1.51%
ER(189) = 1.69%	ER(190) = 1.81%	ER(191) = 1.99%	ER(192) = 2.30%
ER(193) = 2.62%	ER(194) = 3.09%	ER(195) = 3.55%	ER(196) = 4.79%
ER(197) = 5.52%	ER(198) = 11.69%	ER(199) = 74.87%	ER(200) = 16.19%

APENDICE C
INDICE DE AUTORES

[BP1] Julius S. Bendat, Allan G. Piersol
"Measurement and Analysis of Random Data"
John Wiley and Sons, 1966.

[B1] Toby Berger
"Rate Distortion Theory: A Mathematical Basis for Data
Compression"
Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall, 1971.

[B2] Toby Berger, Frederick Jelinek, Jack K. Wolf
"Permutation Codes for Sources"
IEEE trans. Inform. Theory, Vol. IT-18 pp. 160-169, Ene.
1972.

[B3] Toby Berger
"Optimum Quantizers and Permutation Codes"
IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-18 pp. 759-765, Nov.
1972.

[B4] Toby Berger
"Minimum Entropy Quantizers and Permutation Codes"
IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-28 pp. 149-157, Mar.
1982.

[D1] Herbert A. David

'Order Statistics' Second Edition
Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics
John Wiley and Sons, NY 1981.

[G1] Robert G. Gallager
'Information Theory and Reliable Communication'
John Wiley and Sons, NY 1968.

[G2] Allen Gersho
'Quantization'
IEEE Communications Society Magazine, Sep. 1977.

[H1] H. Leon Harter
'Expected Values of Normal Order Statistics'
Biometrika (1961), 48, 1 y 2, pp. 151-165.

[H2] Robert V. Hogg
'Adaptive Robust Procedures: A Partial Review and Some
Suggestions for Future Applications and Theory'
Journal of the American Statistical Association, Vol. 69
N.348 pp. 909-923, Dic. 1974

[J1] Frederick Jelinek
'Buffer Overflow in Variable Length Coding of Fixed Rate
Sources'
IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-14 pp. 490-501, Mayo
1968.

[JW] J.M. Wozencraft, I.M. Jacobs
'Principles of Communication Engineering'
John Wiley and Sons NY 1965.

[L1] Joseph Linde, Robert M. Gray

'Technical Report N.6504-2'

Information Systems Laboratory, Stanford Electronics
Laboratories, Stanford University CA.

[L2] Robert F. Ling

'Comparisons of Several Algorithms for Computing Sample
Means and Variances'

Journal of the American Statistical Association, Vol. 69,
N.348 pp. 859-866, Dic. 1974.

[M1] Wolfgang Mauersberger

'Experimental Results on the Performance of Mismatched
Quantizers'

IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-25, N.4, Julio 1979.

[P1] Athanasios Papoulis

'Probability, Random Variables, and Stochastic Processes'

McGraw-Hill Book Co., 1984.

[S0] Robert Sedgewick

'Implementing Quicksort Programs'

Communications of the ACM, V.21, N.10, Oct. 1978.

[T1] Stephen A Townes, J.B. O'Neal Jr.

'Permutation Codes for the Laplacian Source'

IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-30, N.3, Mayo 1984

[T2] Stephen A. Townes

'Permutations Coding of Speech'

Ph.D. Dissertation, Department of Electrical Engineering,
North Carolina State University at Raleigh.

INDICE ALFABETICO

ancho de banda	1-6
Aplicaciones de los códigos permutacionales	2-5
Bendat	3-5, 3-7
Berger	1-2, 1-10, 2-4, 2-5, 2-6, 2-9, A-1
canal	1-1
canal analógico	1-3, 1-8
canal discreto	1-3, 1-8
canal discreto sin memoria	1-3, 1-8
canal fisico	1-6, 1-8
canal ruidoso	1-3
capacidad de canal	1-4, 1-5, 1-6, 1-7, 2-6
CARACTERISTICAS DE LOS CODIGOS PERMUTACIONALES	2-5
codificación de canal	1-6
codificación de fuente	1-7
Códigos Obtenidos (fuente autorregresiva)	4-1
CODIGOS PERMUTACIONALES (CPP)	2-1
compresion de informacion	1-7
Condiciones de ergodicidad	3-6
condiciones monotonicidad ni	A-3
constante de autorregresion	1-10, 3-6, 4-1
CPP cuantizacion optima	2-3
CPP estadística lablaciana. Tablas	A-7
CPP introduccion	2-1
CPP naturaleza no paramétrica	2-6, 2-7
CPP obtenidos (fuente autorregresiva)	4-3
CPF variante I	2-2, 2-4, 2-5, A-1
CPF variante II	2-2
cuantizacion fuente con/sin memoria	1-8
cuantizacion optima con CPP	2-3
cuantizacion palabra por palabra	2-8
cuantizacion vectorial	1-9, 2-1
cuantizador de cero-memoria	1-9, 2-5
cuatizador con memoria	1-9
David	3-5
decodificador de canal	1-8
decodificador de fuente	1-8
entropia de una fuente	1-2
error de transmision	1-3
error medio cuadratico (EMC)	2-4, 2-5, 2-6, 2-8, 3-3, 4-1, A-1
estadísticas de orden	1-11, 2-4, 2-6, 3-3, 3-5, 3-6, 4-1, A-1
estadísticas de orden. estimacion	3-1
estadísticas de orden. Tablas	E-2
Estimadores de Medias	3-3
estimadores robustos	3-5
filtro autorregresivo	1-10
frecuencia de error	1-3, 1-5
fuente autorregresiva	1-10, 3-1, 3-5, 4-1
fuente discreta	1-2, 1-4, 2-1
fuente discreta estacionaria	1-5
fuente en tiempos discretos	1-1, 1-9
fuente en tiempos discretos estacionaria	1-3, 1-10
fuente sin memoria	1-10, 3-5

funcion de autocovariancia	3-6
funcion de taza-distorsion	1-4, 1-7, 2-7
Gallager	1-2, 1-7
Gersho	1-10
Gray	1-11
Harter	3-5, 4-2
Hoag	3-5
informacion mutua entre fuente y destino	1-4
informacion redundante	1-6
Jacobs	1-6
Jelinek	2-4, 2-6, 2-8, 2-9, A-1
Kinde	1-11
Ling	3-5
medida de distorsion	1-3, 1-4, 1-9, 2-1, 2-2
modulador	1-6
muestra de tamaño m	3-3
niveles de decision	1-9
niveles de salida	1-6
palabra-codigo	2-1, 2-2
Papoulis	3-7
Piersol	3-5, 3-7
probabilidad condicional de canal	1-3, 1-4
probabilidad de error	1-3, 1-6
proceso ergodico	3-3
proceso ergodico sentido debil (ERSD)	3-6
proceso estacionario sentido fuerte	3-1
Programa PRUER explicacion	A-1
PRUER	2-9, 4-1, A-1, A-7
PRUER, codificacion	A-11
PRUER, Diagramas de flujo	A-10
RESULTADOS	4-1
RESUMEN	3
Shannon	1-1, 1-5, 2-7
taza de entropia	1-4, 1-5
Teorema de la Codificacion Ruidosa	1-5
Teoria de Informacion	1-9
tiempo de retraso	2-8
Townes	2-9
transmision confiable	1-6, 1-8
transmision eficiente	1-7, 1-8
Wolf	2-4, 2-6, 2-9, A-1
Wozencraft	1-6