

T-512  
9

DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES DE UN YACIMIENTO MEDIANTE  
PRUEBAS DE GASTO EN UN POZO A PRESION CONSTANTE.

BIBLIOTECA DE LAS DIVISIONES  
DE INVESTIGACION Y ESTUDIOS SUPERIORES DE LA FACULTAD DE INGENIERIA

TESIS PARA OBTENER EL GRAD  
DE MAESTRIA EN INGRIA. PE  
TROLERA (YACIENTOS) QUE  
PRESENTA EL ALUMNO:  
ISMAEL JUAN CAMAS.



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPFI

T. UNAM  
1978  
CAM  
5.2

Reconocimiento	1
Resumen	2
I. Introducción	4
II. Revisión de la literatura	5
III. Derivación Matemática y Algoritmo de Solución	9
A. Establecimiento del modelo	9
B. Método de solución del modelo	11
C. Algoritmo de solución	13
IV. Discusión de resultados	14
V. Aplicación y métodos de medición	16
A. Ejemplos de aplicación	19
B. Métodos de medición	23
1. Generalidades	23
2. Dispositivos de medición	23
a. Medidores de orificio	23
b. Medidor de desplazamiento positivo	24
c. Turbo medidor	24
d. Computador de aceite y contenido de agua	25
e. Medición directa	25
VI. Conclusiones	26
Gráficas	
Apéndice	
Nomenclatura	
Referencia	

*Dedicada a mi esposa, Jeannette y a mis hijas,  
Marcela y Oriana.*

## RECONOCIMIENTO

El autor desea expresar especial agradecimiento al Sr. Dr. Heber Cinco Ley, Profesor del Departamento de Ingeniería Petrolera, de la División de Estudios Superiores de la Facultad de Ingeniería, por su ayuda y orientación en todas las etapas de este estudio, así como la idea de iniciar este trabajo.

Hago extensivo mi agradecimiento a la Empresa de Petróleos Mexicanos, por su apoyo financiero, sin el cual no hubiera sido posible la elaboración de este estudio.

RESUMEN

Con el fin de resolver el problema de gasto variable en un pozo a presión constante, considerando flujo transitorio de un fluido ligeramente compresible, se derivó una ecuación basándose en la expresión de la caída de presión obtenida por el método de las funciones de Green<sup>(1)</sup>, finalmente la ecuación se redujo a su forma adimensional empleado variables del mismo tipo.

Se desarrolló un algoritmo de cómputo para encontrar la solución al modelo matemático. El algoritmo funciona para cualquier clase de yacimiento que tenga un pozo total o parcialmente penetrante, ya que las condiciones de frontera están implícitas en los valores de  $P_D$  (presión adimensional).

Se utilizó además la subrutina Spline y el Subprograma Seval para la interpolación.

Para probar la validez del modelo, se corrió el programa con los datos publicados por Chatas<sup>(2)</sup> para los casos de yacimientos finitos e infinitos y los resultados se compararon con las soluciones analíticas de Van Everdingen y Hurst<sup>(3)</sup> y de Jacobo y Lohman,<sup>(4)</sup> respectivamente, obteniéndose buena concordancia.

Mediante análisis de sensibilidad se determinó que el número óptimo de divisiones en cada ciclo-logarítmico del tiempo fue de nueve.

- 3 -  
El programa de cómputo puede considerar un espaciamiento de puntos uniformes, con lo cual se obtiene un mejor ajuste que en el caso anterior.

Se estudiaron dos casos:

- 1).- Pozo con fractura vertical de conductividad infinita.
- 2).- Pozo parcialmente penetrante.

Para ambos casos se construyeron curvas tipo  $t_D$  (tiempo adimensional) vs  $q_D$  (Gasto adimensional) las cuales se pueden utilizar en el método de ajuste de curvas para determinar las propiedades de un yacimiento.

Con la finalidad de ilustrar el método, se presentan dos ejemplos sobre el cálculo de las propiedades de la formación de los casos mencionados con anterioridad.



## I. INTRODUCCION

En los métodos convencionales (semilogarítmicos) de análisis de presiones en los pozos para determinar las características de la formación productora, se requiere cerrar el pozo durante cierto tiempo para conocer el ritmo de recuperación de la presión; esto difiere la producción de hidrocarburos, por lo que no siempre se autoriza cerrar los pozos para la obtención de información, lo anterior va en detrimento de los estudios ya que muchas veces se tiene que suponer datos y en consecuencia minimiza la calidad de los resultados.

Con el propósito de evitar el cierre de pozos y no diferir producción, para determinar las propiedades del yacimiento se desarrolló este método que analiza la variación del gasto en función del tiempo en un pozo a presión constante.

Con esta técnica también es posible predecir el comportamiento futuro del gasto en un pozo en función del tiempo. El objetivo de este trabajo es el de establecer un método para generar soluciones al problema de producción de un pozo a presión constante a partir de soluciones al problema de gasto constante y además se pretende mostrar cómo las soluciones obtenidas pueden ser aplicadas.

## II. REVISION DE LA LITERATURA

El caso de presión constante fue desarrollado primeramente por Nicholson mediante la aplicación de la función de Green a una fuente circular instantánea en un medio infinito. Goldstein presentó esta solución obtenida por métodos operacionales, y Smith empleó el método del contorno de Carslaw en su desarrollo. Carslaw y Jaeger trataron el problema de presión constante mediante la transformada de Laplace.

En 1949 Van Everdingen y Hurst<sup>(3)</sup> aplicaron el método de la transformada de Laplace al problema de flujo transitorio en yacimiento y estudiaron el caso de entrada de agua al yacimiento a presión constante, tanto para medios finitos como infinitos y aplicaron el principio de superposición para la obtención del gasto total de entrada de agua en función del tiempo. También elaboraron tablas de  $t_D$  vs  $q_D$  con las cuales se pueden construir curvas tipo.

Jacob y Lohman<sup>(4)</sup>, desarrollaron en 1952 una teoría matemática para la descarga natural de un pozo a presión constante en un acuífero confinado, infinito de compresibilidad y transmisividad uniforme. Esta teoría está basada en la solución de Smith<sup>(5)</sup> al problema análogo de flujo transitorio de calor en un sólido infinito.

Ellos demostraron que bajo condiciones de flujo natural, el gasto de descarga del pozo declina como el inverso de la suma de una constante y del logaritmo del tiempo.

Esta solución ha sido aplicada con notable éxito en la determinación de los coeficientes de transmisividad y almacenamiento de un acuífero. Asimismo presentan dos métodos gráficos para el cálculo de los parámetros antes mencionados.

En 1962, Miller<sup>(6)</sup> publicó un informe que describe el comportamiento teórico de sistemas lineales de yacimientos de aceite y de acuíferos adyacentes a alta presión, bajo condiciones de flujo transitorio de fluidos. En este estudio presentó las soluciones para el caso de presión constante tanto en acuíferos finitos como infinitos.

En 1964, Navon<sup>(7)</sup> utilizó las ecuaciones de Miller como punto de partida para desarrollar su teoría sobre el comportamiento de acuíferos lineales. Modificó ligeramente estas ecuaciones y obtuvo una sola curva, aplicable a cualquier conjunto de propiedades del acuífero. Esto elimina la interpolación dentro de una familia de curvas, y por lo tanto mejora la velocidad y la exactitud de los cálculos. Este informe también incluye el caso de presión constante en la frontera externa del acuífero.

En diciembre de 1967, Closmann y Ratliff<sup>(8)</sup> trataron el problema sobre el cálculo de la producción de aceite en un yacimiento radial compuesto de dos regiones concéntricas de diferentes propiedades que produce a presión constante.

Los resultados de este estudio coincidieron con los obtenidos con los métodos aceptados para yacimientos uniformes cuando todos los parámetros se toman como uniformes.

La producción acumulativa a cualquier tiempo se reduce abajo de la de un yacimiento uniforme cuando la región de menor permeabilidad está cerca del pozo; la producción aumenta cuando la región de mayor permeabilidad está cerca del pozo.

Fetkovich<sup>(9)</sup>, en octubre de 1973, publicó su estudio sobre "Análisis de curvas de declinación usando curvas tipo".

Este artículo demuestra que el análisis de curva tipo para el caso de presión constante en el pozo es completamente análogo al procedimiento de ajuste de curva tipo log-log que se emplea para gasto constante.

Además se demostró que el análisis de curva de declinación no solamente tiene una base sólida, sino que también es una herramienta con mayor poder de diagnóstico.

El autor modificó los valores publicados de  $t_D$  vs  $Q_D$  a  $t_{Dd}$  y  $Q_{Dd}$ , respectivamente y presenta gráficas para diferentes valores de  $re/r_w$ .

En el comportamiento transitorio de presión en pozos fracturados, existe flujo lineal perpendicular al plano de la fractura. Esto se reconoce por la línea recta de pendiente un medio de la gráfica lag-log de caída de presión vs tiempo. Seguido a este periodo de flujo, hay un periodo de transición de flujo que depende de la geometría del sistema fractura-yacimiento. A tiempos largos, existe un periodo de flujo Pseudo-radial, si el yacimiento se considera de espesor finito y de extensión radial infinita, y si la fractura es de extensión finita.

Prats<sup>(10)</sup> y colaboradores publicaron en 1962 un artículo sobre el efecto de fracturas verticales en el comportamiento de yacimientos para el caso de fluidos compresibles. Para el caso de presión constante, encontraron que el yacimiento fracturado se puede representar por un yacimiento equivalente que tenga el mismo comportamiento de producción. Este yacimiento equivalente se define como aquel que no ha sido fracturado y que tiene un pozo y un radio de drenaje tal que el comportamiento de producción es similar al de un yacimiento fracturado de igual área de drenaje. El radio efectivo del pozo de este yacimiento equivalente es igual a un cuarto de la longitud total de la fractura.

En abril de 1975, Fikri Küçük<sup>(11)</sup> derivó una nueva solución analítica para un pozo con una fractura vertical de conductividad infinita en un yacimiento infinito y el pozo produciendo a presión constante. También sugiere que es posible usar el principio de superposición para derivar la solución para gasto constante.

Locke y Sawyer<sup>(12)</sup> en 1975, estudiaron el caso de "Pruebas de inyección a presión constante en un yacimiento fracturado". Estos autores generaron curvas tipo mediante técnicas numéricas y semi-analíticas para facilitar la caracterización del yacimiento a partir de gastos de inyección a presión constante.

En el caso de pozos parcialmente penetrantes en un yacimiento infinito, la distribución de flujo sobre el intervalo productor es inicialmente uniforme.

Conforme aumenta el tiempo, la distribución de flujo cambia y eventualmente se estabiliza. La estabilización del flujo corresponde al inicio del periodo de flujo radial semilogarítmico para formaciones de espesor finito, y a flujo hemisférico para yacimientos de espesor semi-infinitos.

Gringarten y Ramey<sup>(13)</sup> en 1975, aplicaron la solución de conductividad infinita para un pozo parcialmente penetrante. Ellos estudiaron el caso de un yacimiento de espesor semi-infinito, y encontraron que la solución para flujo uniforme en régimen transitorio da el valor de la presión en el pozo correspondiendo al caso teórico de potencial uniforme en el pozo, cuando se calcula en el punto de presión promedio efectivo, dentro del pozo. Este punto se localiza alrededor del 70 % de la longitud del pozo a partir de la frontera impermeable del yacimiento cuando el intervalo productor se encuentra en la cima o en la base de la formación, y alrededor del 70 % de la mitad de la longitud del pozo a partir del centro del intervalo productor si el pozo está abierto en el centro de la formación. Los resultados son válidos para cualquier valor de espesor de formación.

### III. DERIVACION MATEMATICA Y ALGORITMO DE SOLUCION

#### A. Establecimiento del modelo.

El flujo transitorio laminar de un fluido ligeramente compresible a través de un medio poroso homogéneo, isotrópico se puede describir por medio de la ecuación de difusión en coordenadas cilíndricas.

$$\frac{\partial^2 \phi(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi(r, z, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi(r, z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \phi(r, z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

donde:  $\phi = \int_{P_0}^P \bar{v} dp + z$  (Potencial de velocidad de Hubbert)

$$\eta = \frac{K}{\phi Mc}$$

La ecuación (1) se derivó suponiendo pequeños gradientes de presión en todo el yacimiento y considerando flujo laminar. Despreciando efectos gravitacionales la ecuación (1) se transforma en:

$$\frac{\partial^2 P(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P(r, z, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 P(r, z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial P(r, z, t)}{\partial t} \quad (2)$$

La solución  $P(r, z, t)$  de la ecuación de difusión se determina únicamente fijando: (a) la distribución de presión inicial, y (b) ya sea el valor de la presión en la frontera, o el valor del gasto a través de ella.

Muchas técnicas se han utilizado para resolver la ecuación de difusión. La mayoría de ellas se usaron primero en la solución de problemas de conducción de calor y han sido aplicadas por diferentes autores a problemas de Ingeniería Petrolera. En la literatura, la mayor parte de los problemas fueron resueltos usando ya sea transformada de Laplace o transformada de Fourier.

Otro método poderoso emplea la solución del punto fuente instantáneo de Lord Kelvin. Un método raramente utilizado y de gran valor es el de funciones de Green.

Gringarten<sup>(1)</sup> estableció que la caída de presión en cualquier parte del yacimiento, causada por la producción de fluidos en el pozo está dada por la ecuación:

$$\Delta P (P, t) = \frac{1}{\phi C} \int_0^t q(\tilde{t}) F(P, t - \tilde{t}) d\tilde{t} \quad (3)$$

donde  $q$  representa el gasto,  $F$  la función fuente instantánea del sistema y  $P$  representa las coordenadas del punto donde se calcula la presión. Considerando gasto constante en la fuente y la presión en el pozo, se tiene en forma adimensional:

$$P_D(t_D) = \int_0^{t_D} F(t_D - \tilde{t}) d\tilde{t} \quad (4)$$

$$\text{si } \tilde{t}' = t_D - \tilde{t}$$

$$P_D(t_D) = \int_0^{t_D} F(\tilde{t}') d\tilde{t}' \quad (4')$$

Donde:

$$\left. \begin{aligned} P_{WD} &= \frac{2\pi K h \Delta P}{q M} && \text{(Presión adimensional en el pozo)} \\ t_D &= \frac{K t}{\phi M C_t r_w^2} \\ r_D &= \frac{r}{r_w} \end{aligned} \right\} (5)$$

Y ahora considerando que el pozo produce a presión constante, la ecuación (3) se transforma a:

$$1 = \int_0^{t_D} q_D(\tilde{\tau}) F(t_D - \tilde{\tau}) d\tilde{\tau} \quad (6)$$

donde  $q_D$  es el gasto adimensional y se define como:

$$q_D = \frac{q_M}{2\pi Kh \Delta P} \quad (7)$$

Para determinar el gasto adimensional de un pozo que produce a presión constante se tiene que resolver la ecuación (6) la cual contiene una integral de convolución.

#### B. Método de solución del modelo.

Debido a que la función fuente instantánea de la ecuación (6) generalmente es complicada, la ecuación (6) es muy difícil de resolver analíticamente por lo que se recurre a un método numérico.

Discretizando la ecuación (6) y considerando que en cada intervalo de tiempo el gasto es constante, se tiene que:

$$1 = \sum_{i=1}^N q_{Di} \int_{t_{Di-1}}^{t_{Di}} F(t_D - \tilde{\tau}) d\tilde{\tau}$$

$$1 = \sum_{i=1}^N q_{Di} \left[ \int_0^{t_{Di}} F(t_D - \tilde{\tau}) d\tilde{\tau} - \int_0^{t_{Di-1}} F(t_D - \tilde{\tau}) d\tilde{\tau} \right]$$

si  $\tilde{\tau}' = t_D - \tilde{\tau}$

$$d\tilde{\tau}' = -d\tilde{\tau}$$



$$1 = \sum_{i=1}^N q_{Di} \left[ - \int_{t_0}^{t_0 - t_{Di}} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' + \int_{t_0}^{t_0 - t_{Di-1}} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' \right]$$

$$1 = \sum_{i=1}^N q_{Di} \left[ - \int_0^{t_0 - t_{Di}} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' + \int_0^{t_0} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' + \right.$$

$$\left. + \int_0^{t_0 - t_{Di-1}} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' - \int_0^{t_0} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' \right]$$

Eliminando términos iguales:

$$1 = \sum_{i=1}^N q_{Di} \left[ \int_0^{t_0 - t_{Di-1}} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' - \int_0^{t_0 - t_{Di}} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' \right]$$

donde:

$$\int_0^{t_0 - t_{Di-1}} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' = P_D (t_0 - t_{Di-1})$$

$$\int_0^{t_0 - t_{Di}} F(\tilde{\epsilon}') d\tilde{\epsilon}' = P_D (t_0 - t_{Di})$$

$$1 = \sum_{i=1}^N q_{Di} \left[ P_D (t_0 - t_{Di-1}) - P_D (t_0 - t_{Di}) \right]$$

$$1 = \sum_{i=1}^N q_{Di} \left[ P_D (t_{DN} - t_{Di-1}) - P_D (t_{DN} - t_{Di}) \right] \quad (8)$$

si  $N = 1$

$$1 = q_{D1} \left[ P_D (t_{D1} - t_{D0}) - P_D (t_{D1} - t_{D1}) \right]$$

$$t_{D0} = 0$$

$$q_{D1} = \frac{1}{P_D (t_{D1})}$$

si  $N = 2$

$$1 = q_{D1} \left[ P_D (t_{D2} - t_{D0}) - P_D (t_{D2} - t_{D1}) \right] + q_{D2} \left[ P_D (t_{D2} - t_{D1}) - P_D (t_{D2} - t_{D2}) \right]$$

$$q_{D2} = \frac{1 - q_{D1} \left[ P_D (t_{D2}) - P_D (t_{D2} - t_{D1}) \right]}{P_D (t_{D2} - t_{D1})}$$

si  $N = N$

$$1 = \sum_{i=1}^{N-1} q_{Di} \left[ P_D (t_{DN} - t_{Di}) - P_D (t_{DN} - t_{D(i-1)}) \right] + q_{DN} \left[ P_D (t_{DN} - t_{DN-1}) - P_D (t_{DN} - t_{DN}) \right]$$

Despejando el gasto enésimo:

$$q_{DN} = \frac{1 - \sum_{i=1}^{N-1} q_{Di} \left[ P_D (t_{DN} - t_{Di-1}) - P_D (t_{DN} - t_{Di}) \right]}{P_D (t_{DN} - t_{DN-1})} \quad (9)$$

Con esta fórmula se puede calcular el gasto en función del tiempo, manteniendo constante la presión en el pozo.

### C. Algoritmo de solución.

Se desarrolló en lenguaje fortran un algoritmo de cómputo para encontrar la solución de la ecuación (9) a diferentes tiempos.

Al programa de cómputo se le proporcionan como datos una tabla de  $t_D$  Vs  $P_D$  que representa la solución del problema de gasto constante, de ahí la importancia del método ya que el modelo funciona para cualquier tipo de yacimiento con pozos parcial o totalmente penetrantes, debido a que las condiciones de frontera para cualquier caso particular están implícitas en los datos de  $P_D$  (Presión adimensional); el programa nos proporciona una tabla de  $t_D$  Vs  $q_D$ .

Se utilizaron como programas auxiliares, la subrutina Spline y el subprograma Seval, para la interpolación.

En el apéndice se adjunta diagrama de flujo y listados de los programas.

#### IV. DISCUSION DE RESULTADOS

Para probar la validez del modelo se hicieron corridas de prueba para los casos de yacimientos de extensión radial finitos e infinitos con un pozo totalmente penetrante y los resultados de ambos casos se compararon con los obtenidos con la solución analítica desarrollada por Jacob y Lohman<sup>(4)</sup> para sistemas infinitos y con la de Van Everdingen y Hurst<sup>(3)</sup> para sistemas finitos, obteniéndose buena concordancia (Fig. No. 1).

Se procedió a hacer un análisis de sensibilidad variando el número de divisiones en cada ciclo logarítmico del tiempo adimensional con el fin de observar con que número se obtenía un mejor ajuste con un tiempo de cálculo razonable, después de muchos ensayos se concluyó que lo óptimo eran nueve intervalos.

Se elaboraron gráficas de porcentaje de error de  $q_D$  Vs  $t_D$  y de porcentaje de error de  $Q_D$  (Gasto acumulativo) Vs  $t_D$  con el objeto de visualizar mejor el error que se cometió al seleccionar el número de divisiones en cada ciclo, el porcentaje de error se obtuvo haciendo la comparación entre los resultados del modelo y los de la solución analítica.

Para el caso de yacimientos infinitos, la variación máxima del error de  $q_D$  es de + 12 % a - 6.2 % y para yacimientos finitos el error positivo se sale de escala.

En las gráficas No. 2, 3, 4, y 5 se aprecian cuantitativamente la variación del porcentaje de error de  $q_D$  Vs  $t_D$ .

El programa desarrollado en este estudio puede considerar un espaciamiento de puntos uniformes y se probó para el caso de un yacimiento infinito, seleccionando 20 divisiones en cada ciclo logarítmico del tiempo adimensional, obteniéndose un mejor ajuste que en el caso de 9 divisiones obtenida mediante el análisis de sensibilidad. La gráfica No. 6 nos muestra el ajuste entre la solución analítica y la solución del programa usando espaciamientos de puntos uniformes.

La variación máxima del error de  $q_D$  con espaciamiento uniforme es del orden de  $+ 4.2 \%$  a  $- 3.8 \%$ , que es mucho menor a la obtenida con el método anterior.

En la gráfica No. 7 se observa el comportamiento del porcentaje de error de  $q_D$  Vs  $t_D$  utilizando espaciamiento uniforme.

En estudios posteriores se recomienda usar espaciamiento de puntos uniformes.

Después de comprobarse la fidelidad del modelo, se procedió a estudiar los siguientes casos:

- 1).- Pozo con fractura vertical de capacidad infinita
- 2).- Pozos parcialmente penetrantes.

En el caso de pozos fracturados, la información de  $t_D$  Vs  $P_D$  se tomó del informe presentado por Gringarten y Ramey<sup>(14)</sup>, con los resultados de  $t_D$  Vs  $q_D$  se elaboró la curva tipo y se comprobó satisfactoriamente con la solución analítica propuesta por Locke y Sawyer<sup>(12)</sup> (Gráfica No. 8).

Para el segundo caso se utilizó la información de Gringarten y Ramey<sup>(13)</sup> para pozos con entrada restringida.

Se analizaron datos de  $t_D$  Vs  $q_D$  para los valores de  $HWD = 50$  y  $HWD = 100$ , obteniéndose para cada caso una familia de curvas paralelas, correspondiendo cada curva a un valor diferente de  $h/h_w$  (Gráficas No. 9 y 10).

La finalidad de este trabajo es la de desarrollar un método para generar soluciones a presión constante a partir de las soluciones existentes a gasto constante.

Se observó que para pozos con fractura vertical de conductividad infinita, el comportamiento del gasto a presión constante a tiempo largos es idéntico al comportamiento de la presión a gasto constante cuando se grafica  $t_D$  Vs  $1/P_D$ . (Gráfica No. 11).

## V. APLICACION Y METODOS DE MEDICION.

La ecuación diferencial que describe el flujo en un medio poroso bajo las condiciones establecidas en secciones anteriores es una ecuación diferencial en derivadas parciales lineal, por lo que es válida la utilización del principio de superposición.

En el algoritmo presentado en la sección anterior se puede determinar el gasto adimensional como una función del tiempo a partir de la solución de gasto constante.

Puesto que la solución obtenida es adimensional y por lo tanto única para cada caso en particular, se puede utilizar el método de ajuste de curvas para determinar las propiedades de un yacimiento. Esta técnica es posible gracias a ciertas propiedades de los logaritmos. En la solución intervienen dos variables adimensionales básicas:

$$q_D = \frac{19.09 \text{ MBq}}{K h \Delta P}$$

$$y \quad t_D = \frac{0.000348 K t}{\phi M C_t r_w^2}$$

Si se toma el logaritmo de ambas variables se tiene:

$$\text{Log } q_D = \text{Log } \frac{19.09 \text{ MB}}{K h \Delta P} + \text{Log } q_i$$

$$y \quad \text{Log } t_D = \text{Log } \frac{0.000348 K}{\phi M C_t r_w^2} + \text{Log } t$$

Lo anterior indica que la forma de la curva de solución para cualquier caso real es idéntica a la curva de la solución adimensional si ambas se grafican en papel log-log. La única diferencia entre las gráficas mencionadas es que los ejes de referencia están desplazados; este desplazamiento de ejes depende de las propiedades del yacimiento.

El método de ajuste de curvas consiste en determinar el desplazamiento de ejes de la gráfica de la solución adimensional y de la gráfica de los datos reales, para lograr esto se siguen los siguientes pasos:

- 1).- Se selecciona la gráfica de la solución adimensional en papel log-log aplicable al caso en estudio.
- 2).- Se superpone a la gráfica anterior un papel transparente y se traza sobre el los ejes de referencia de la gráfica de la solución.
- 3).- Se grafican los datos de  $q$  Vs  $\Delta t$  sobre estos ejes de referencia en el papel transparente.
- 4).- Se desliza el papel transparente sobre la solución hasta que los datos reales coincidan con la curva tipo; en este desplazamiento se procura que los ejes de referencia del papel transparente se mantengan paralelos a los de la curva tipo.

5).- Se selecciona un punto de ajuste en cada uno de los ejes, así en la ordenada de las gráficas a un punto de los datos corresponderá a un punto de la curva tipo, de igual manera en la abscisa a un punto de los datos le corresponderá un punto de la curva tipo.

Esto es,

$$(q) \text{ AJUSTE} \longrightarrow (q_D) \text{ AJUSTE}$$

$$(\Delta t) \text{ AJUSTE} \longrightarrow (t_D) \text{ AJUSTE}$$

6).- De las definiciones de las variables adimensionales se despeja las variables que representan las propiedades del yacimiento que se desconocen.

$$K = \frac{19.09 \times M \times B}{h \times \Delta P} \left[ \frac{q}{q_D} \right] \text{ Ajuste}$$

$$\phi = \frac{0.000348 \times K}{M \times C_f \times r_w^2} \left[ \frac{t}{t_D} \right] \text{ Ajuste}$$

NOTA: En el caso de análisis de datos de un pozo fracturado en vez de la porosidad se puede determinar la longitud de la fractura, debido a que:

$$t_D = \frac{0.000348 \times K \times t}{\phi \times M \times C_f \times L_f^2}$$



A. Ejemplos de aplicación

Ejemplo No. 1

Prueba de inyección a presión constante en un pozo con fractura vertical de conductividad infinita.

$t$ (horas)	$q$ ( $m^3/día$ )	$t$ (horas)	$q$ ( $m^3/día$ )
0.4	350	60.0	60
0.6	310	70.0	57
0.8	265	80.0	55
1.0	235	90.0	52
2.0	185	100	50
4.0	140	150	46
6.0	130	200	43
8.0	115	300	41
10.0	105		
15.0	94		
20.0	80		
30.0	72		
40.0	66		
50.0	62		



Datos de la formación y del fluido.

$$\Delta P = 90 \text{ Kg/cm}^2$$

$$M = 1.0 \text{ cp}$$

$$B = 1.05 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

$$h = 10 \text{ m}$$

$$\phi = 0.22$$

$$C_t = 1.7 \times 10^{-5} \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^{-1}$$

Punto de ajuste:

$$t_D = 3.1$$

$$t = 100 \text{ horas}$$

$$q_D = 10$$

$$q = 1000 \text{ m}^3/\text{día}$$

Aplicando las ecuaciones de  $t_D$  y  $q_D$  para el sistema métrico decimal:

$$q_D = \frac{19.09 \text{ M B } q}{K h \Delta P}, \text{ despejando } K$$

$$K = \frac{19.09 \times 1.0 \times 1.05 \times 1000}{10 \times 90 \times 10} = 2.2 \text{ md}$$

$$t_D = \frac{0.000348 \text{ K } t}{\phi M C_t L_f^2}, \text{ despejando } L_f$$

$$L_f = \frac{0.000348 \times 2.2 \times 100}{0.22 \times 1.0 \times 1.7 \times 10^{-5} \times 3.1} = 81 \text{ m}$$

Nota: Gráficas en el apéndice.

Ejemplo No. 2

Pozo parcialmente penetrante que produce a presión constante.

$t$ (horas)	$q$ ( $m^3/d$ )	$t$ (horas)	$q$ ( $m^3/d$ )
0.02	50	1	35
0.04	47	2	34
0.06	45	4	33
0.08	43	6	32.5
0.1	41	8	32
0.2	40	10	31.5
0.4	38	20	31
0.6	37	30	31
0.8	36	40	31

Datos del yacimiento y del fluido :

$$\Delta P = 100 \text{ Kg/cm}^2$$

$$M = 0.9 \text{ cp}$$

$$B = 1.2 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

$$h = 20 \text{ m}$$

$$C_t = 6.5 \times 10^{-5} (\text{Kg/cm}^2)^{-1}$$

$$h_w = 5 \text{ m}$$

$$h = 4$$

$$h_w$$

$$r_w = 0.167 \text{ m}$$

Punto de ajuste :

$$t_D = 1.5 \times 10^4$$

$$t = 2 \text{ horas}$$

$$q_D = 0.15$$

$$q = 100 \text{ m}^3/\text{d}$$

$$q_D = \frac{19.09 \cdot M \cdot B \cdot q}{Kh \cdot \Delta P}, \text{ despejando } K \text{ y substituyendo datos}$$

$$K = \frac{19.09 \cdot 0.9 \cdot 1.2 \cdot 100}{20 \cdot 100 \cdot 0.15} = 6.8 \text{ md}$$

$$t_{D1} = \frac{0.000348 \cdot K \cdot t}{\phi \cdot M \cdot C_t \cdot r_w^2}, \text{ despejando } \phi \text{ y substituyendo datos}$$

$$\phi = \frac{0.000348 \cdot 6.8 \cdot 2}{1.5 \cdot 10^4 \cdot 0.9 \cdot 6.5 \cdot 10^{-5} \cdot 0.0278} = 0.19$$

Nota: Gráficas en el apéndice.

## B. Método de medición.

### 1. Generalidades

Sin duda que la medición de fluidos en los campos petroleros, es una de las labores más arduas que tiene que desempeñar el ingeniero encargado de esta función.

El conocimiento de los ritmos de producción de los pozos que integran un yacimiento, es de suma importancia ya que con estos datos se llevan a cabo estudios que determinan las propiedades de la roca como porosidad, permeabilidad, etc., parámetros que se utilizan en la predicción del comportamiento futuro del yacimiento y mediante este conocimiento, se proyectan las instalaciones que se requieran durante la vida económica del yacimiento.

A continuación se describen los dispositivos de medición de fluidos más comúnmente usados.

### 2. Dispositivos de Medición.

#### a. Medidores de orificio.

El registrador de flujo del tipo diferencial<sup>(15)</sup> comúnmente denominado "medidor de orificio", es un dispositivo que registra la presión de flujo antes y después de una restricción del diámetro, ocasionada intensionalmente a la tubería por la cual circula un fluido.

El principio de operación del medidor de orificio, está basado en la relación que existe entre la velocidad de flujo y la caída de presión.

Para determinar el caudal de fluido, basta simplemente multiplicar el índice de velocidad por el área de la restricción, dando como resultado la ecuación básica de flujo.

$$Q = C \times A \times V$$

$$Q = \text{Caudal}$$

$$C = \text{Coeficiente de descarga}$$

$$A = \text{Area de la restricción}$$

$$V = \text{Velocidad del fluido}$$

### b. Medidor de desplazamiento positivo. (15)

Este dispositivo es esencialmente de "cantidad de flujo", es decir, forma una cantidad de flujo entre dos aletas conectadas al rotor, y al girar este, transmite el movimiento a un contador con la ayuda de un sistema de engranes, después toma la siguiente porción y así sucesivamente.

Sumando todas las porciones se obtiene la cantidad total que se llevó a través del medidor.

Este dispositivo debe instalarse en posición horizontal debiendo estar el fluido libre de impurezas, como sólidos en suspensión; evitando en lo posible el contenido de gases, pues ello provocaría una lectura errónea del volumen por medir, por lo tanto, es necesario instalar un degasificador y un filtro.

### c. Turbo Medidor. (15)

Dicho aparato tiene la ventaja de medir el fluido que pasa a través de él, sin importarle la viscosidad ni la temperatura, debido a que está dotado de dos aditamentos llamados "compensador de viscosidad y compensador de temperatura".

El fluido entra al aparato pasando alrededor del difusor de entrada, siguiendo el curso a través del rotor, y originando así la rotación del mismo, pasa después alrededor del difusor de salida y sale finalmente del turbo medidor.

La instalación del turbo medidor es similar a la de los medidores de desplazamiento positivo como se indicó anteriormente.

d. Computador de aceite y contenido de agua. (15)

El computador está formado por un conjunto de dispositivos que se combinan de tal manera que dan como resultado la obtención de valores volumétricos de líquidos que pasan a través de él.

El computador mide la capacitancia de la celda con el aceite que fluye a través de ella, y por medio de circuitos eléctricos genera una señal proporcional, dicha señal es transformada por medio de transmisiones mecánicas y eléctricas para indicar el porcentaje de material en suspensión, y el contenido de agua, así como registrar en los contadores la cantidad correcta de líquidos de aceite limpio y una indicación continua del porcentaje de agua.

e. Medición directa.

La realidad en el campo es que varios pozos descargan su producción de fluidos a una misma batería de separación y cuando se desea medir el gasto de cada pozo, se desvía la producción de este a un separador en donde se separa el gas, y el aceite neto pasa a un tanque de medición en el que una persona encargada mide directamente con una regla graduada el volumen de aceite que se ha acumulado durante un cierto tiempo.

Los ingenieros de campo encargados de estas labores, consideran este método como el más apropiado, siempre y cuando el elemento humano cumpla con honestidad la misión encomendada. Se anexa un diagrama en el apéndice.

## VI. CONCLUSIONES

Se derivó una nueva solución analítica por resolver el problema de gasto variable en un pozo a presión constante, la solución nos suministra la distribución del gasto en función del tiempo con la cual se construyeron las curvas tipo de  $t_p$  vs  $q_p$  y mediante la técnica de sobreposición de curvas se obtiene los parámetros de la formación.

En este trabajo se estudiaron los casos de pozos con fractura vertical de conductividad infinita y pozos parcialmente penetrantes.

Para el primer caso se obtuvo una sola curva en coordenadas logarítmicas y por medio del método anteriormente expuesto es posible estimar la longitud media de la fractura.

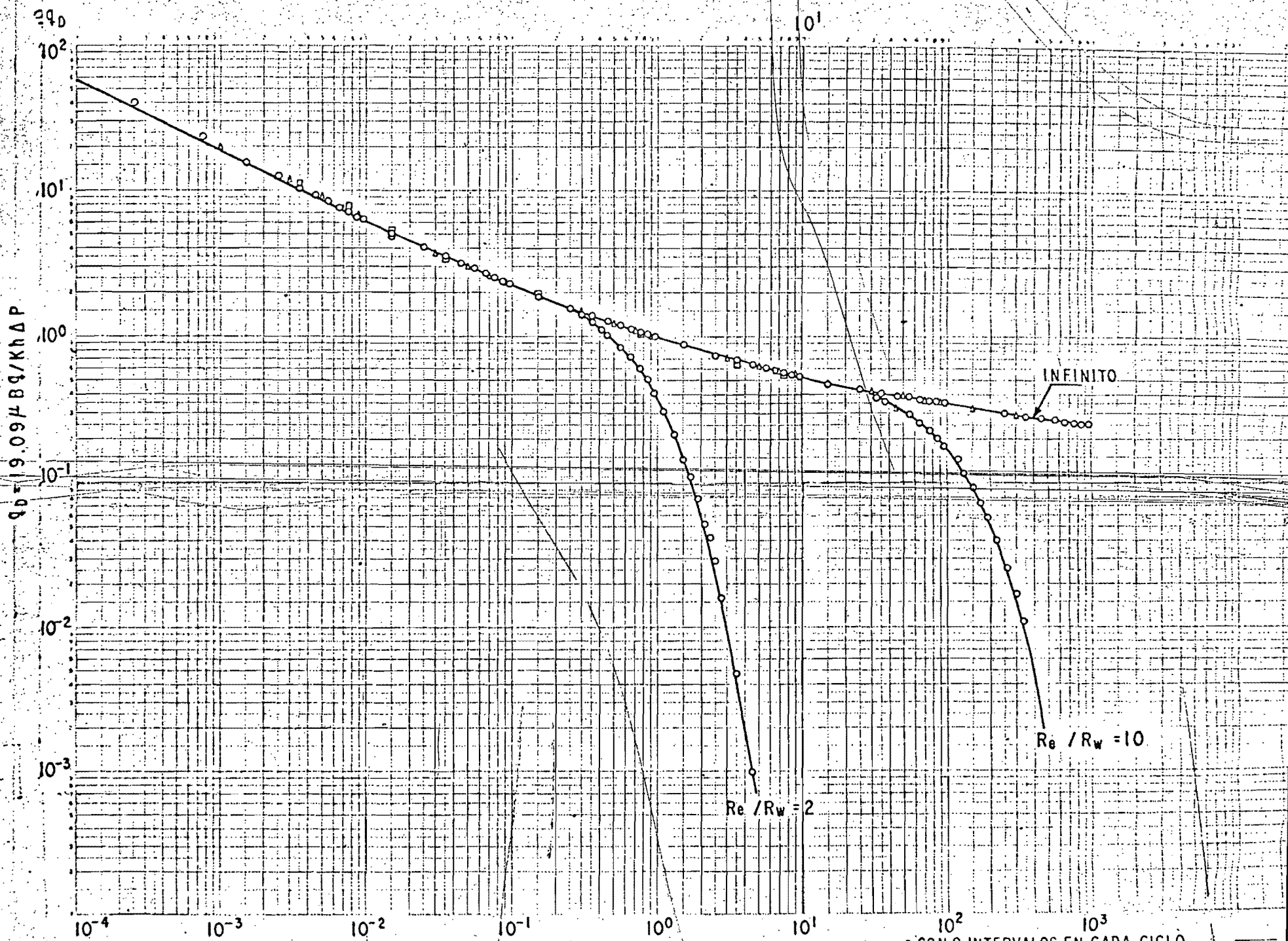
En el segundo caso se obtuvieron dos familias de curvas paralelas, en donde para determinar la propiedades del medio poroso, es necesario conocer la relación de penetración  $h/h_w$ .

Se espera que con esta solución se pueda estudiar otros casos de yacimientos no incluidos en este estudio.

El método desarrollado en este estudio se recomienda usar principalmente en pozos inyectores, ya que la mayoría de los proyectos de recuperación secundaria, mediante inyección de agua, son a presión constante.



G R A F I C A S

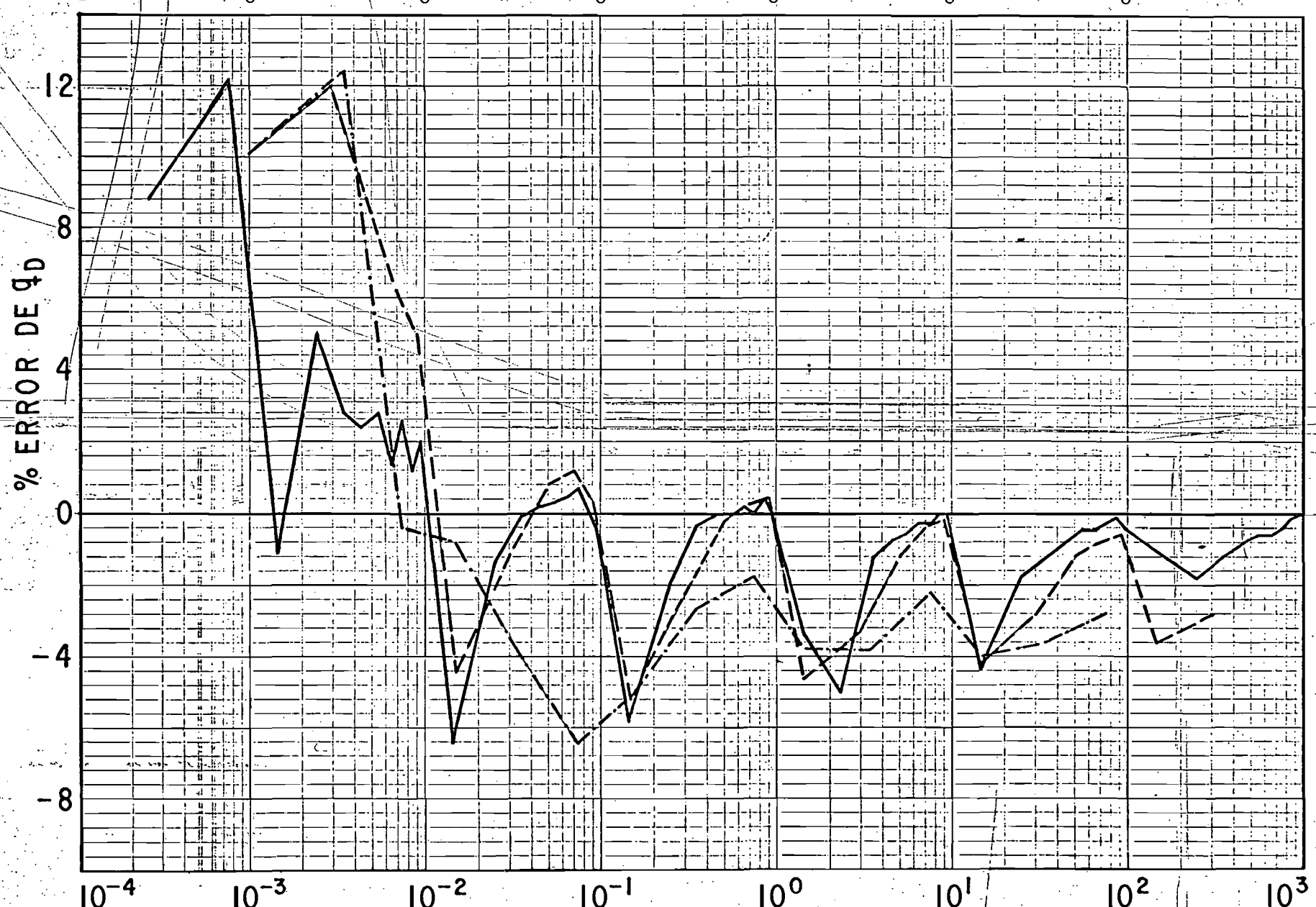


$$t_D = \frac{0.000348 K t}{\phi \mu c_i r_w^2}$$

- CON 9 INTERVALOS EN CADA CICLO
- ▲ CON 5 INTERVALOS EN CADA CICLO
- ◻ CON 3 INTERVALOS EN CADA CICLO

# % ERROR DE $q_D$ vs $t_D$ YACIMIENTO INFINITO

9 DIVISIONES } CICLO  
5 " }  
3 DIVISIONES }



MODEL

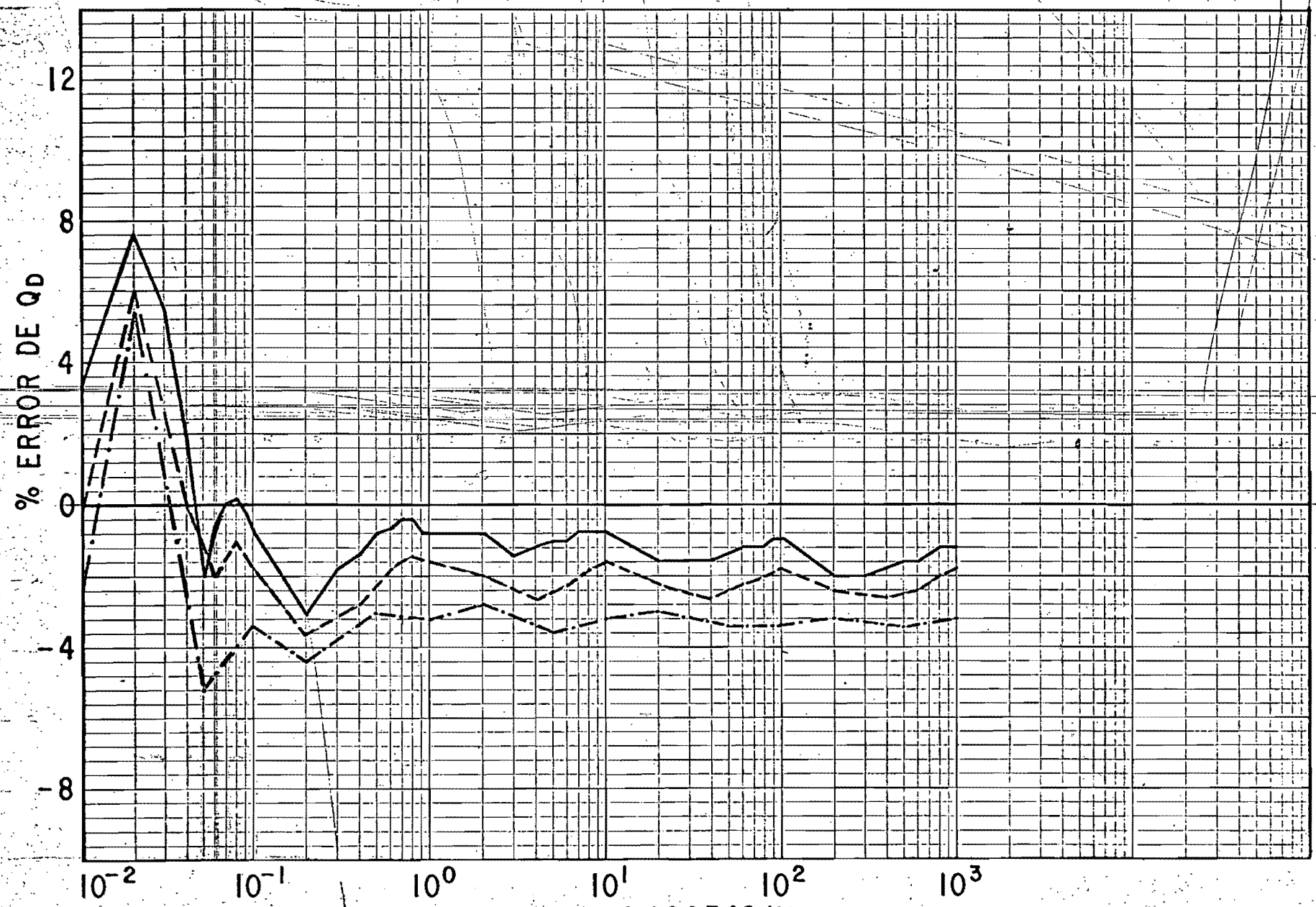
DATE

$$t_D = \frac{0.000348 K t}{\phi \mu c r^2}$$

7 CYCLES X 60 DIVISIONS KEUFFEL & ESSER CO. MADE IN U.S.A.

# % ERROR DE Q<sub>D</sub> vs t<sub>D</sub> YACIMIENTO INFINITO

— 9 DIVISIONES } CICLO  
- - - 5 " }  
- · - · 3 DIVISIONES }



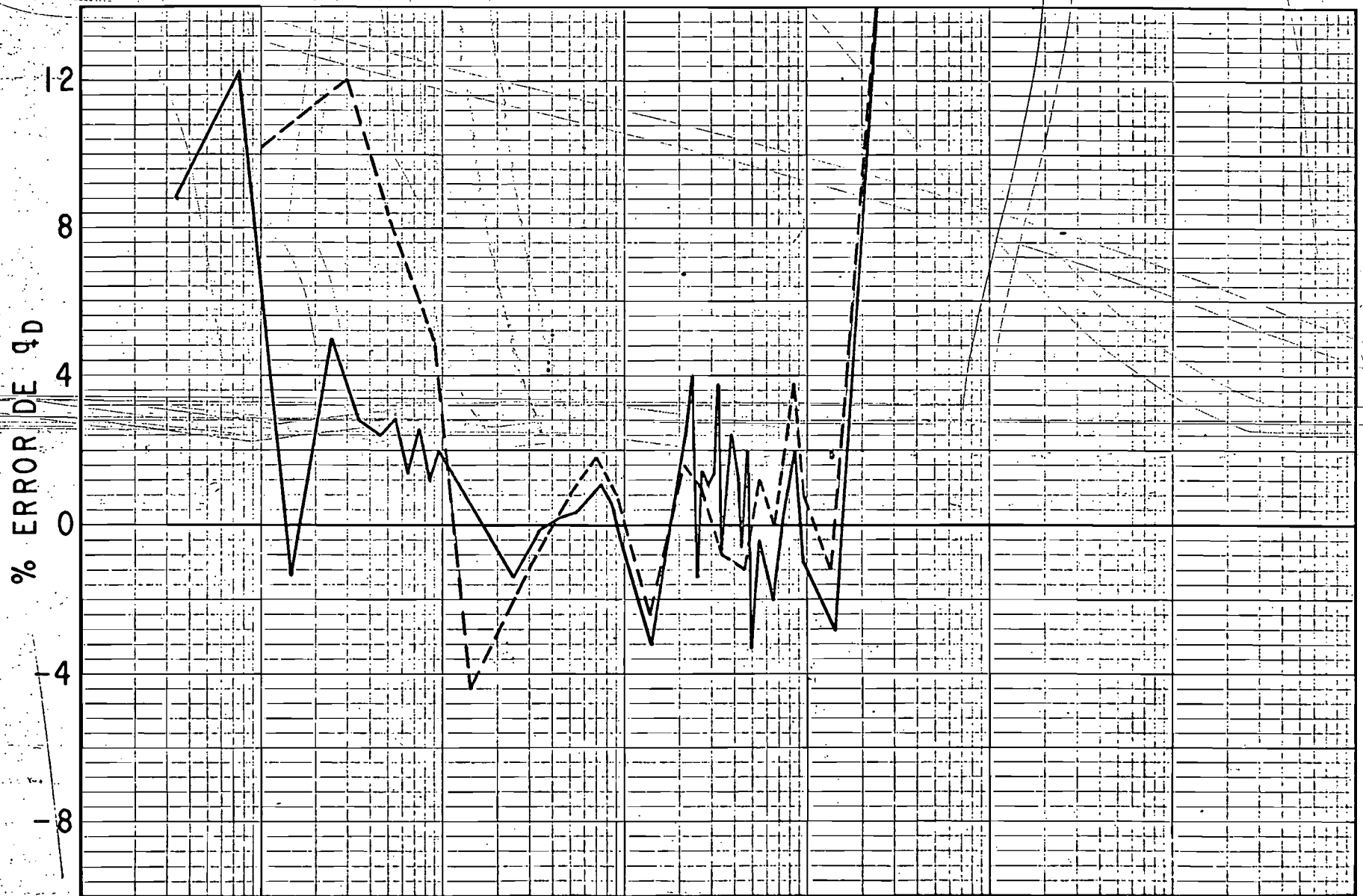
MODEL

DATE

$$t_D = \frac{0.000348 Kt}{\mu c r^2}$$

KEUFFEL & ESSER CO.  
 % ERROR DE  $q_D$  vs  $t_D$   
 YACIMIENTO FINITO RE/RW=2

— 9 DIVISIONES } CICLO  
 --- 5 " }



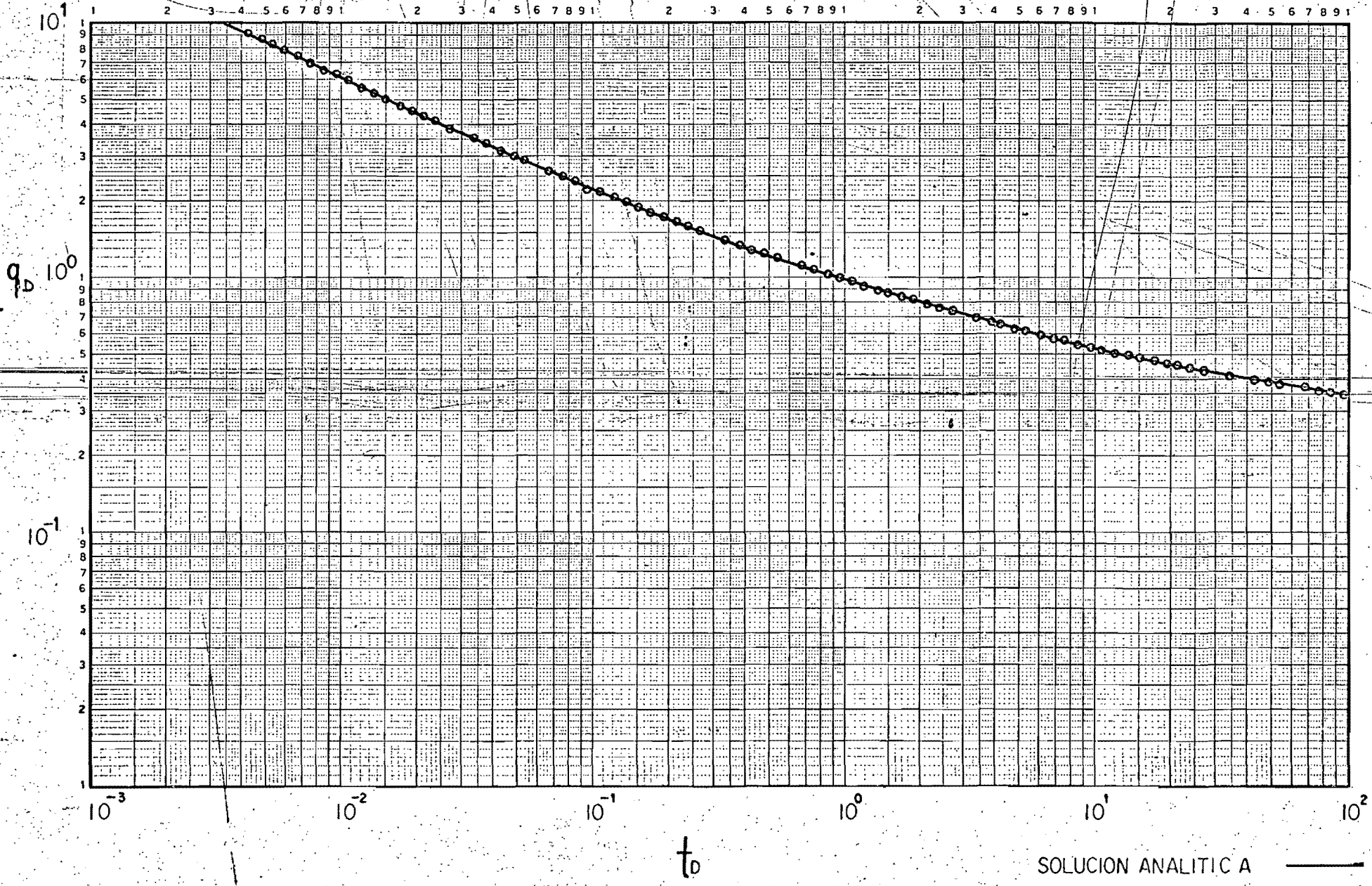
$$t_D = \frac{0.000348 Kt}{\mu \alpha r^2}$$

MODEL

DATE

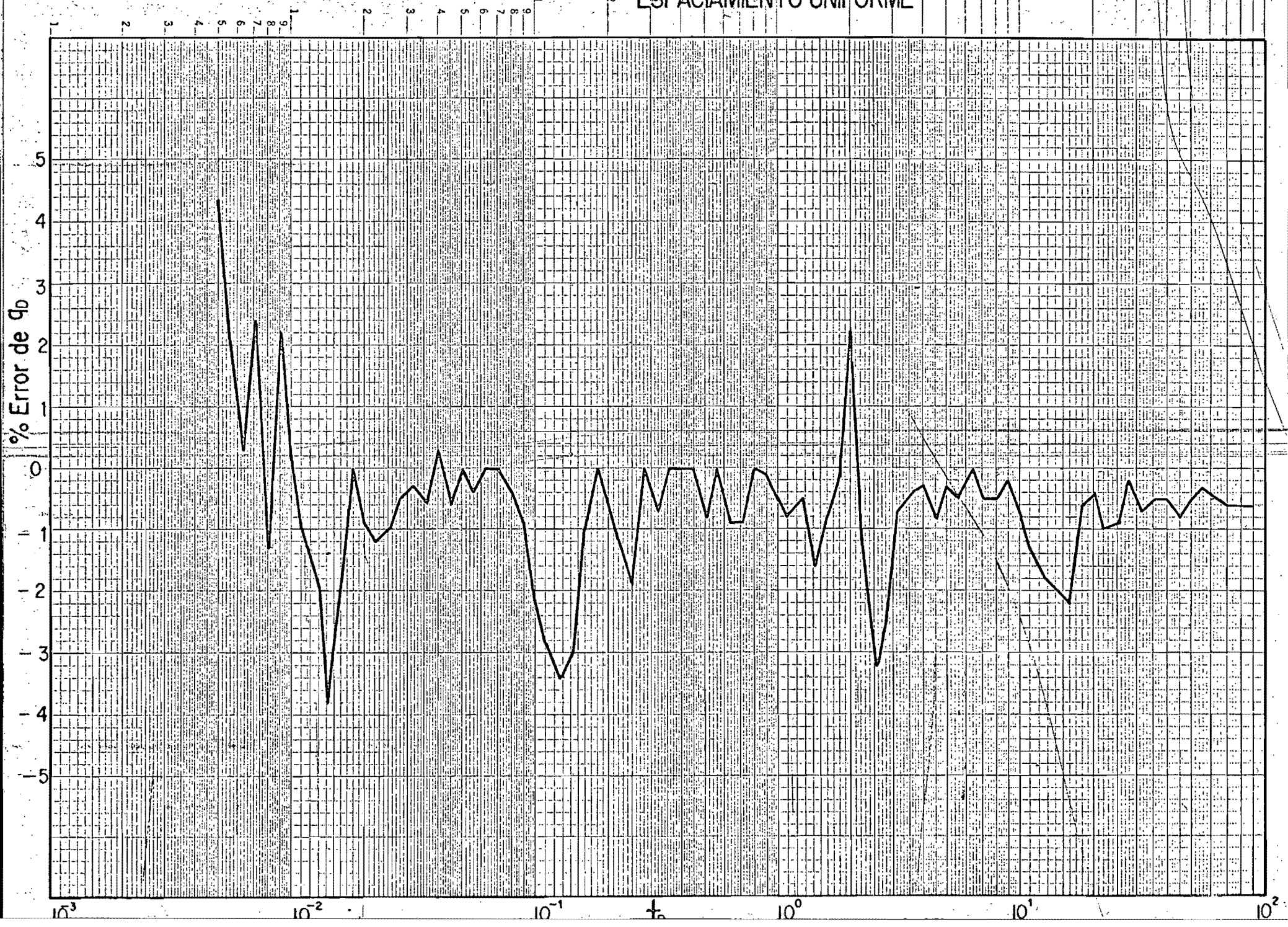


# $t_D$ vs $q_D$ YACIMIENTO INFINITO POZO TOTALMENTE PENETRANTE ESPACIAMIENTO DE PUNTOS UNIFORME



SOLUCION ANALITICA A ———  
 SOLUCION PROGRAMA ○

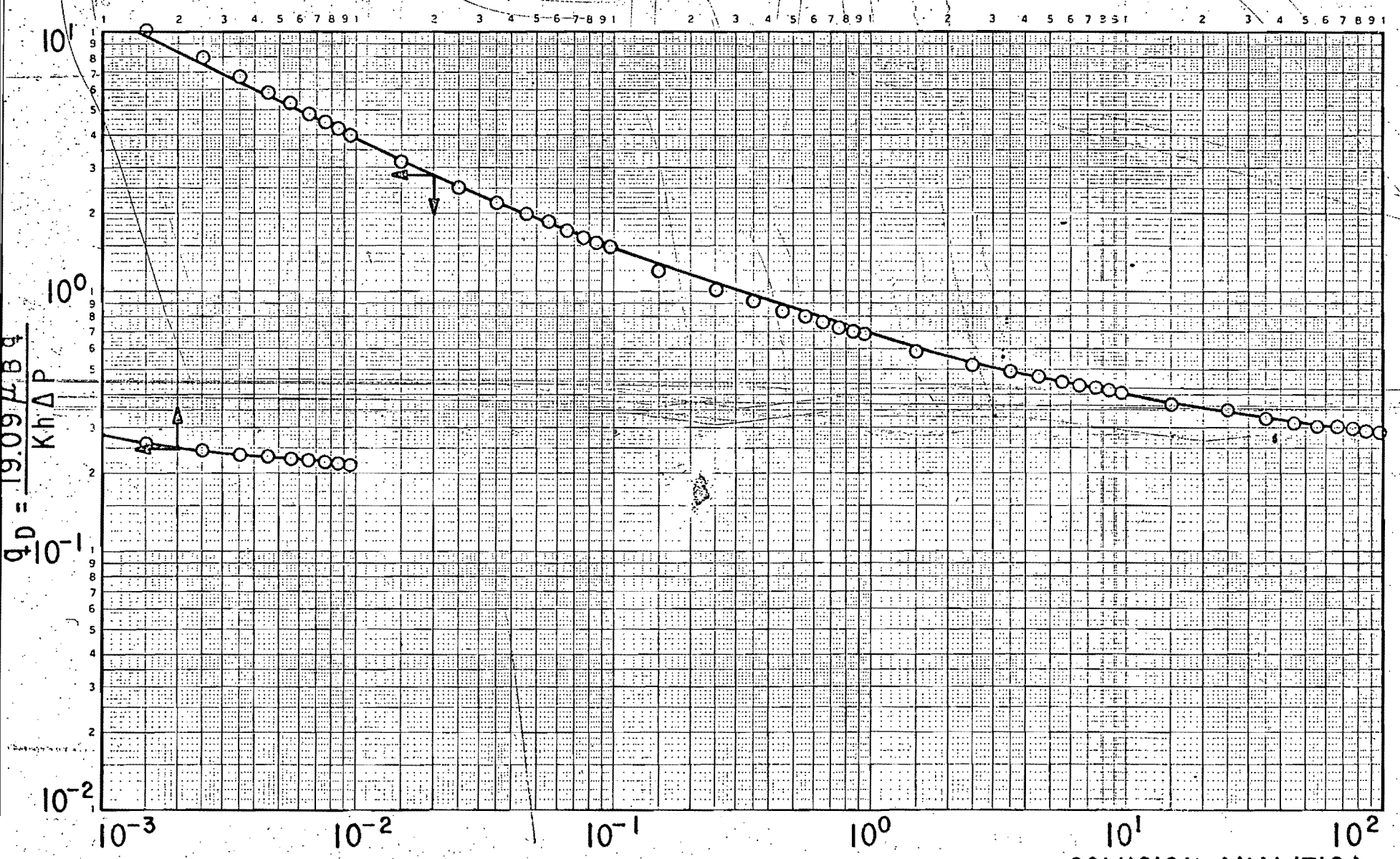
YACIMIENTO INFINITO POZO TOTALMENTE PENETRANTE  
ESPACIAMIENTO UNIFORME





# $q_D$ vs $t_D$

## POZO CON FRACTURA VERTICAL DE CONDUCTIVIDAD INFINITA

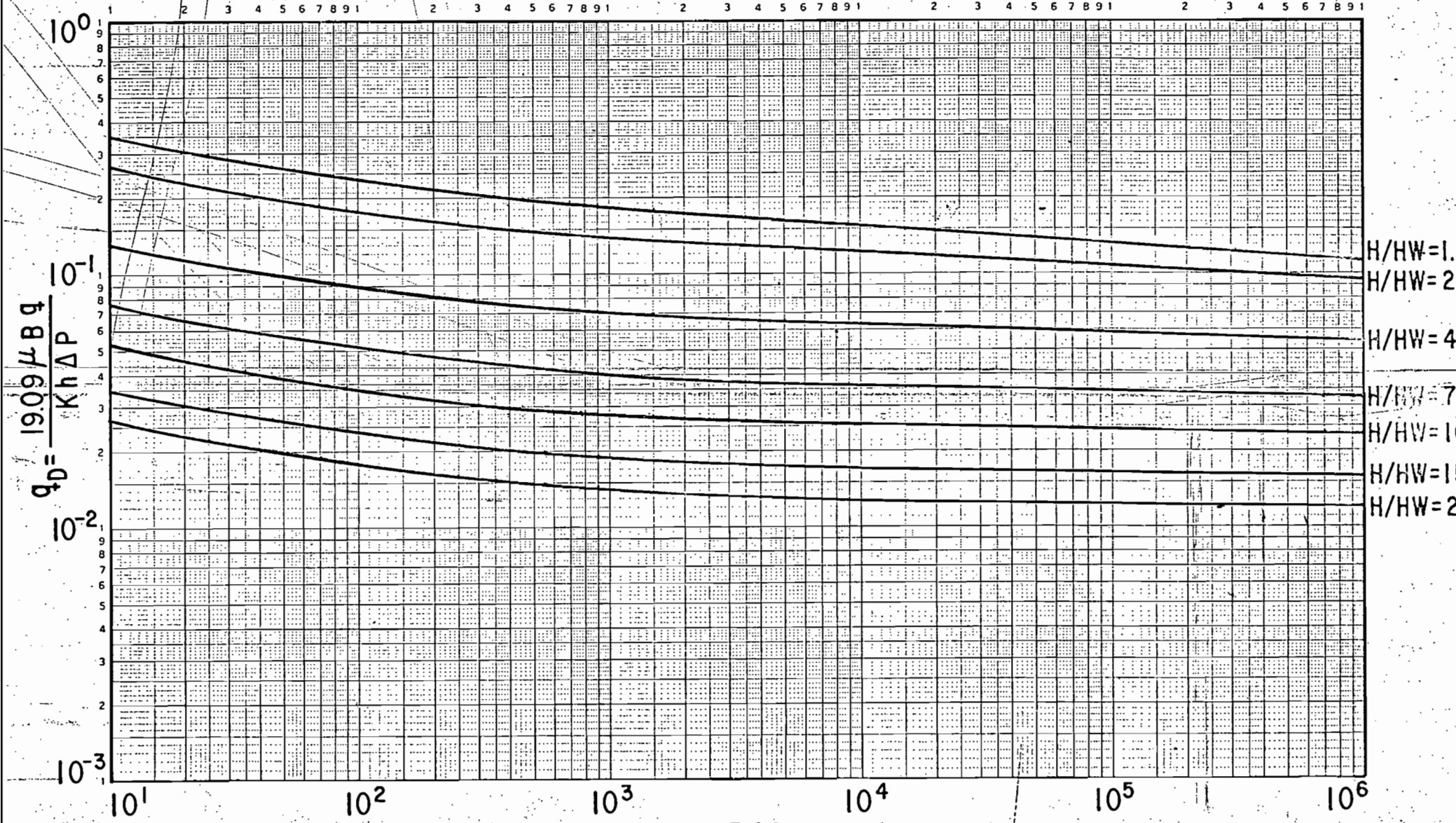


$$q_D = \frac{19.09 \mu B q}{K h \Delta P}$$

$$t_D = \frac{0.000348 K t}{\phi \mu c_t r_w^2}$$

— SOLUCION ANALITICA  
 ○ ○ ○ SOLUCION PROGRAMADA

$q_D$  vs  $t_D$   
 POZO PARCIALMENTE PENETRANTE  
 $HW_D = 50$

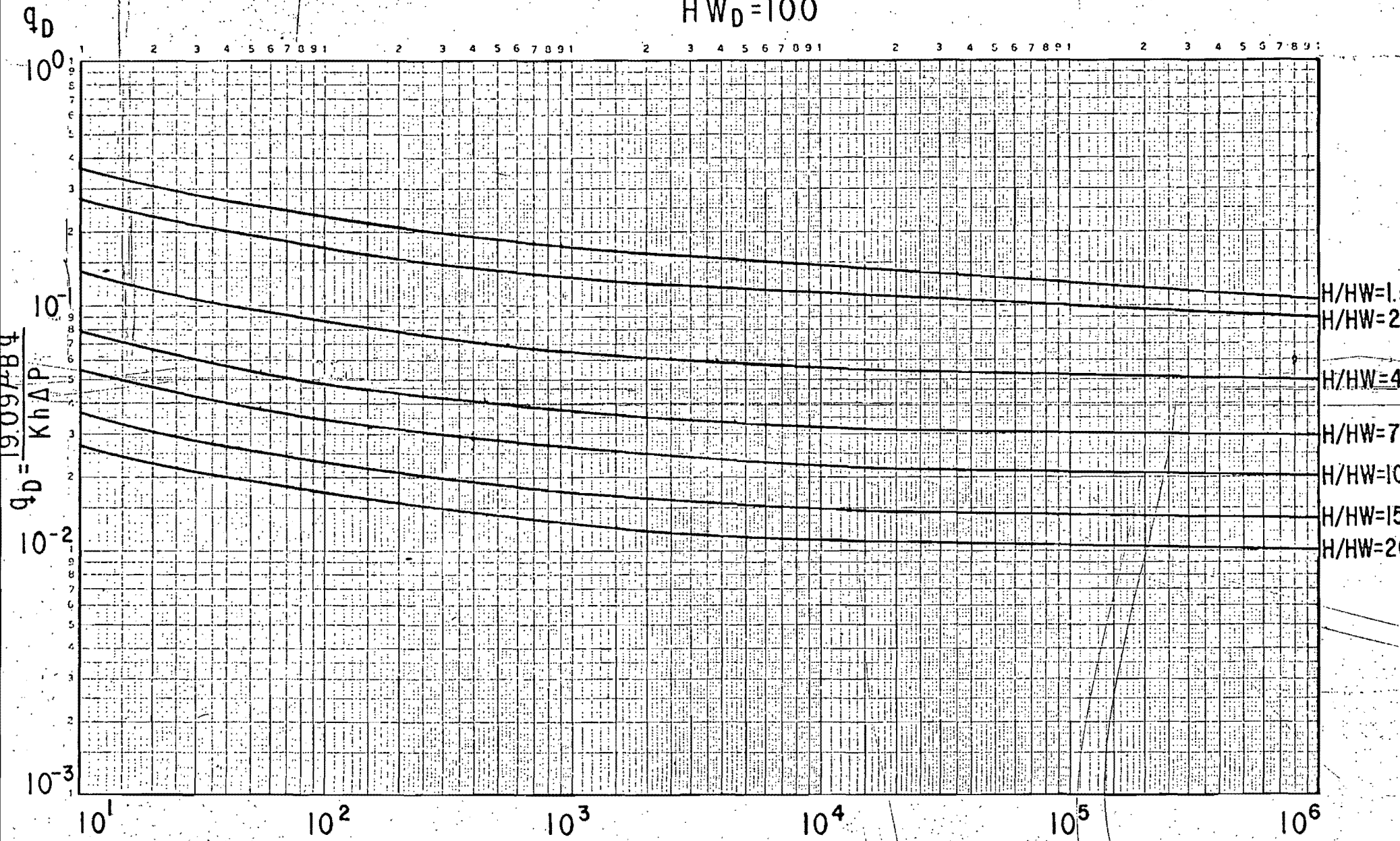


$$t_D = \frac{0.000348 K t}{\phi \mu c_t r_w^2}$$

# q<sub>D</sub> vs t<sub>D</sub>

## POZO PARCIALMENTE PENETRANTE

### HW<sub>D</sub>=100

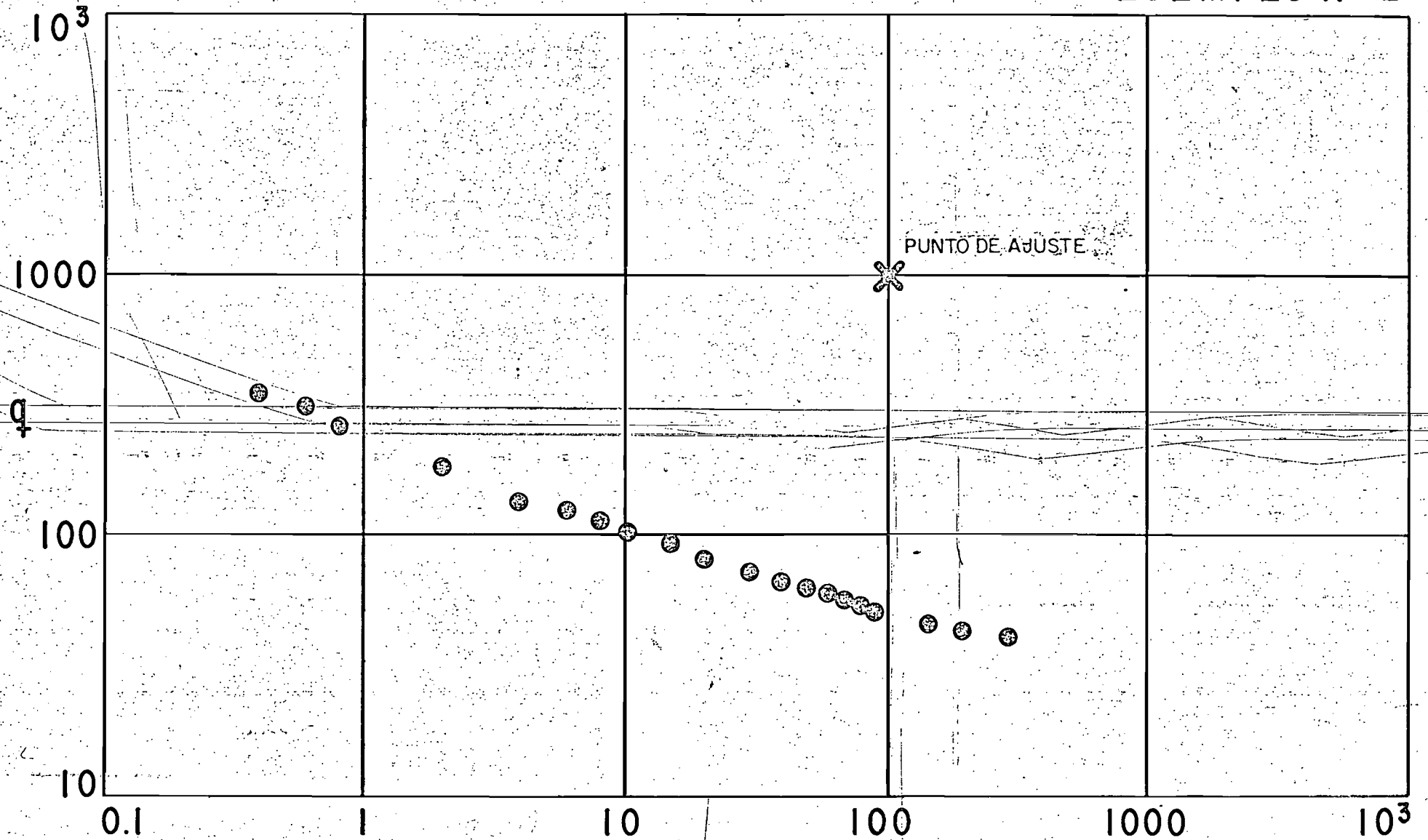


$$t_D = \frac{0.000348 K t}{\phi \mu c_t r_w^2}$$

A P E N D I C E

# POZO CON FRACTURA VERTICAL DE CAPACIDAD INFINITA

EJEMPLO N° 1



$$T_D = 3.1$$

$$t = 100 \text{ hrs.}$$

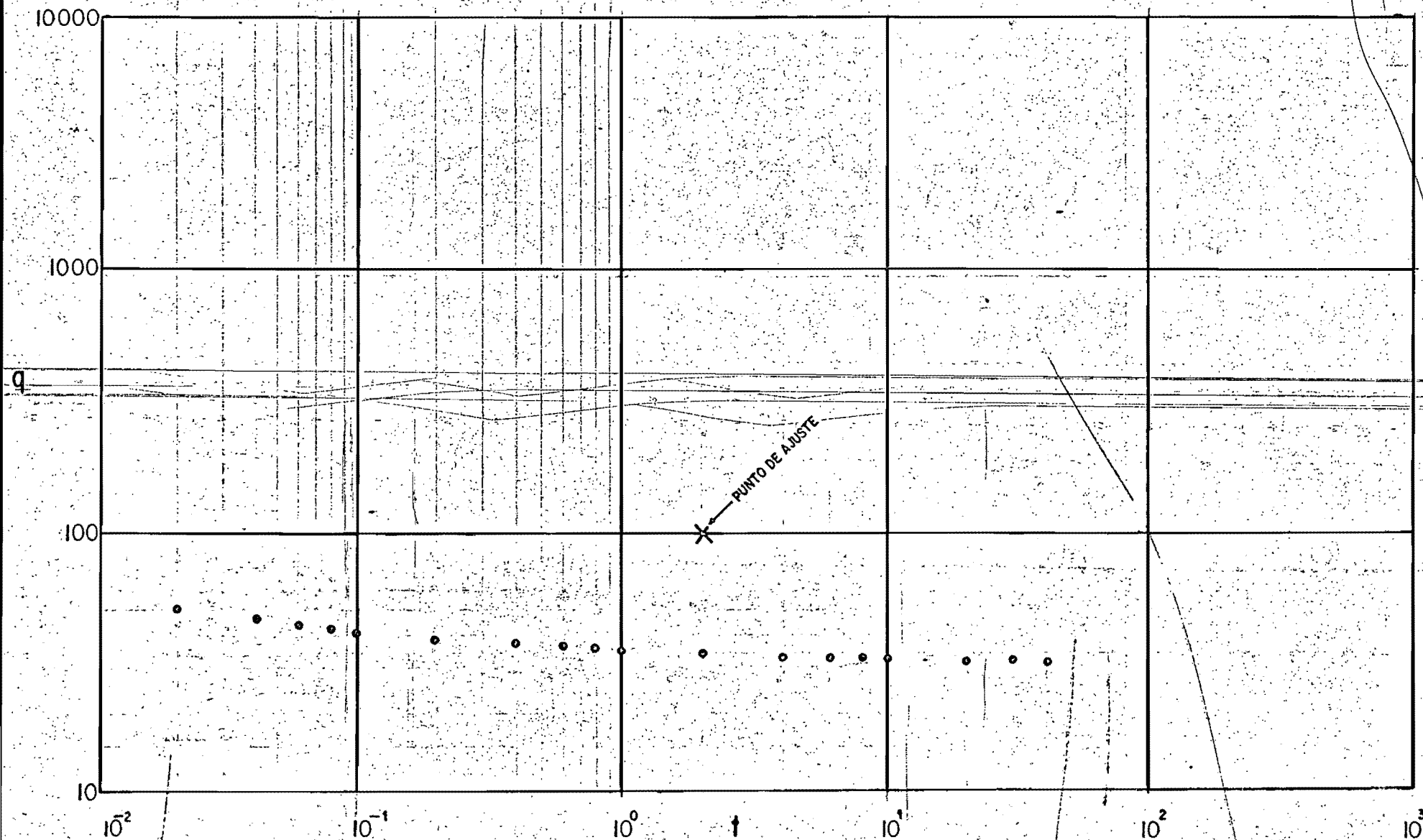
$$q_D = 10$$

$$q = 1000 \text{ m}^3 / \text{dia}$$

POZO PARCIALMENTE PENETRANTE

EJEMPLO No. 2

$$HWD = 100 \frac{h}{hw} = 4$$



$$T_D = 1.5 \times 10$$

$$t = 2 \text{ horas}$$

$$q_0 = 0.15$$

$$q = 100 \text{ m/día}$$

# DIAGRAMA

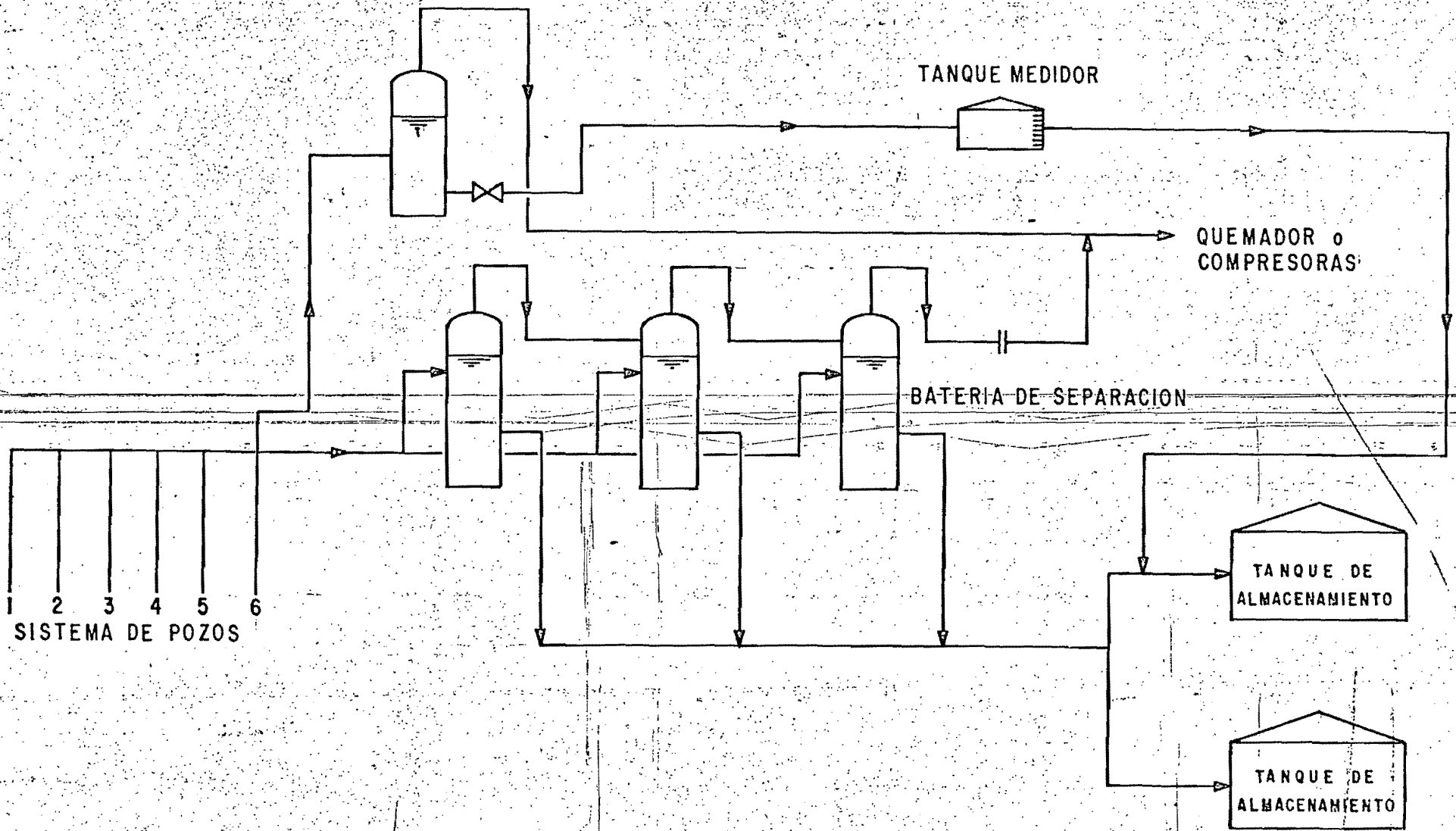


DIAGRAMA DE FLUJO

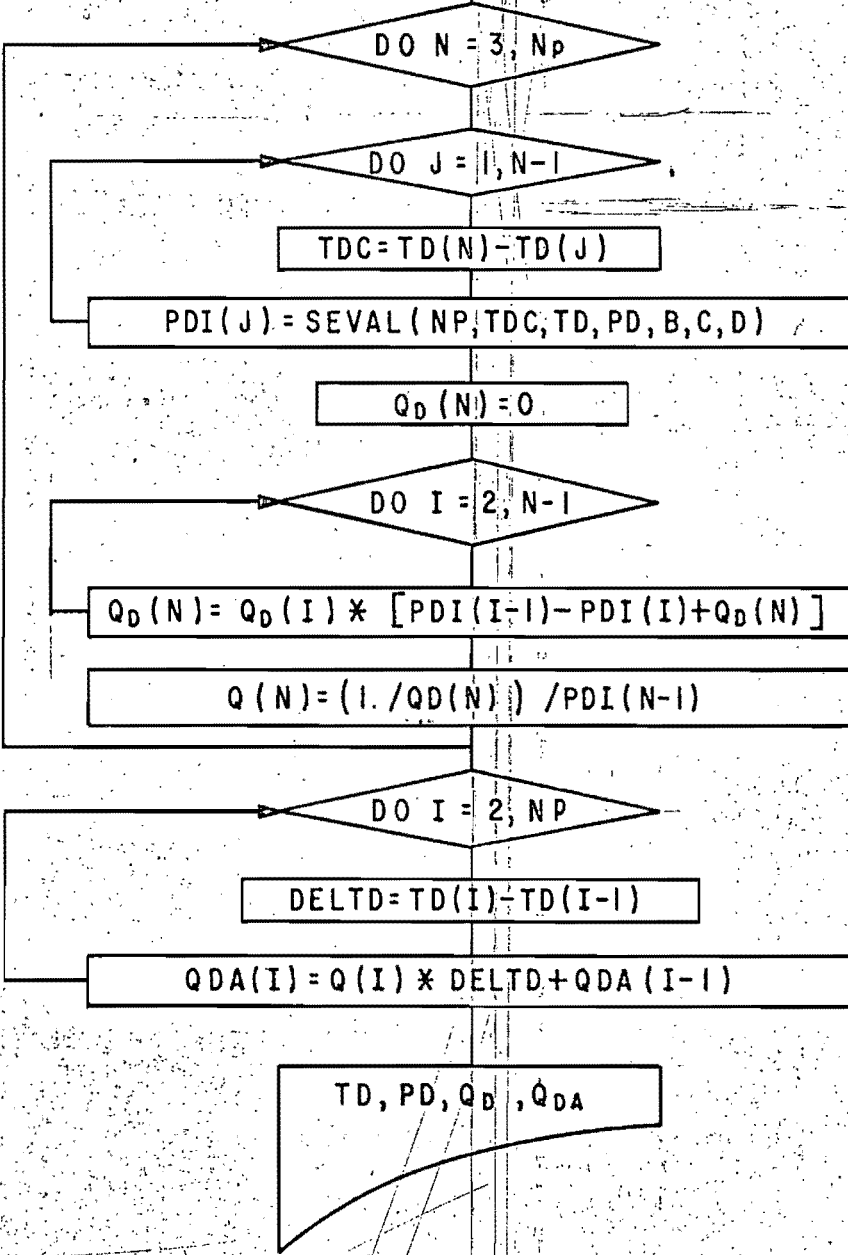
INICIO

TD( ), PD( ), NP

CALL SPLINE  
( Np, TD, PD, B, C, D )

TD(1)=0 QDA(1)=0  
PD(1)=0  
QD(1)=0

Q<sub>D</sub>(2)=1./PD(TD(2))





```

C HWD= KW/RW*SQRT(KR/KZ)
C H=ESPEJOR DEL YACIMIENTO
C HW=ESPEJOR ABIERTO AL FLUJO
C TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRIA EN INGENIERIA - PETROLERA
C DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES DE UN YACIMIENTO MEDIANTE PROEYAS
C DE GASTO EN UN POZO A PRESION CONSTANTE
C IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C DIMENSION PD(100), TD(100), QD(100), PDI(100), Q(100), A(100), B(100),
C *C(100), D(100), QDA(100)
C READ(5,6) (A(I), I=1,18)
C 6 FORMAT(18A4)
C READ(5,1) NP
C 1 FORMAT(I5)
C READ(5,10) (TD(I), PD(I), I=1, NP)
C 10 FORMAT(4(E9.2, E11.4))
C CALCULO DE LOS COEFICIENTES B(I), C(I), D(I)
C CALL SPLINE (NP, TD, PD, B, C, D)
C TD(1)=0.
C PD(1)=0.
C QD(1)=0.
C Q(1)=0.
C QDA(1)=0.0
C Q(2)=1./PD(2)
C QD(2)=Q(2)
C DO 2 N=3, NP
C L=N-1
C DO 3 J=1, L
C TDC=TD(N)-TD(J)

```

```

C INTERPOLACION CON EL SUBPROGRAMA SEVAL
C PDI(J)=SEVAL(NP, TDC, TD, PD, B, C, D)
C 3 CONTINUE
C QD(N)=0.
C DO 4 I=2, L
C CALCULO DE LOS GASTOS INSTANTANEOS QD
C QD(N)=Q(I)*(PDI(I-1)-PDI(I))+QD(N)
C 4 CONTINUE
C Q(N)=(1.-QD(N))/PDI(N-1)
C 2 CONTINUE
C CALCULO DE LOS GASTOS ACUMULATIVOS QDA
C DO 8 I=2, NP
C DELTD=TD(I)-TD(I-1)
C QDA(I)=Q(I)*DELTD+QDA(I-1)
C 8 CONTINUE
C WRITE(6,7) (A(I), I=1,18)
C 7 FORMAT(1H1, 60X, 2A4, ///, 48X, 9A4, ///, 60X, 3A4, ///, 34X, A4, 20X, A4, 20X, A4)
C *4, 20X, A4)
C WRITE(6,5) (TD(I), PD(I), Q(I), QDA(I), J=1, NP)
C 5 FORMAT(/, 29X, E9.2, 14X, E11.4, 13X, E11.4, 14X, E11.4)
C END

```

```

1* SUBROUTINE SPLINE (N,X,Y,B,C,D)
2* C FOR THE NATURAL CUBIC INTERPOLATING SPLINE
3* C THE COEFFICIENTS B(I),C(I),AND D(I), I= 1,2,...,N-1 ARE COMPUTED
4* C N THE NUMBER OF DATA POINTS OR KNOTS (N.GE.4)
5* C X THE ABSICISAS OF THE KNOTS IN STRICTLY INCREASING ORDER
6* C Y THE ORDINATES OF THE KNOTS
7* C THE ACCOMPANYING FUNCTION SUBPROGRAM SEVAL CAN BE USED
8* C TO EVALUATE THE SPLINE

```

```

9* INTEGER N
10* DOUBLE PRECISION X(N),Y(N),R(N),C(N),D(N)
11* INTEGER NM1,NM2,IB,I
12* DOUBLE PRECISION T
13* NM1= N-1
14* NM2= N-2
15* D(1)=X(2)-X(1)
16* C(2)=(Y(2)-Y(1))/D(1)
17* DO 10 I=2,NM1
18* D(I)=X(I+1)-X(I)
19* B(I)=2.*(D(I-1)+D(I))
20* C(I+1)=(Y(I+1)-Y(I))/D(I)
21* C(I)=C(I+1)-C(I)
22* 10 CONTINUE
23* C(1)=0.
24* C(N)=0.
25* DO 20 I=3,NM1
26* T=D(I-1)/B(I-1)
27* B(I)=B(I)-T*D(I-1)
28* C(I)=C(I)-T*C(I-1)
29* 20 CONTINUE
30* C(NM1)=C(NM1)/B(NM1)
31* DO 30 IB=2,NM2
32* I=N-IB
33* C(I)=(C(I)-D(I)*C(I+1))/B(I)
34* 30 CONTINUE
35* B(N)=(Y(N)-Y(NM1))/D(NM1)+D(NM1)*C(NM1)
36* D(N)=0.
37* DO 40 I=1,NM1
38* B(I)=(Y(I+1)-Y(I))/D(I)-D(I)*(C(I+1)+2.*C(I))

```

```

39* D(I)=(C(I+1)-C(I))/D(I)
40* C(I)=3.*C(I)
41* 40 CONTINUE
42* RETURN
43* END

```

END OF COMPILATION: NO DIAGNOSTICS.

FUNCTION SEVAL ENTRY POINT 000177

STORAGE USED: CODE(1) 000225; DATA(0) 000035; BLANK COMMON(2) 000000

EXTERNAL REFERENCES (BLOCK, NAME)

0003 NERR35

STORAGE ASSIGNMENT (BLOCK, TYPE, RELATIVE LOCATION, NAME)

0001	000070	20L	0001	000074	30L	0001	000111	50L
0000	D	000005	DX	0000	I	000002	I	0000
0000	D	000000	SEVAL					000007-INJPS

```

00101 1* DOUBLE PRECISION FUNCTION SEVAL (N,U,X,Y,B,C,D)
00101 2* C U THE ABCISAS AT WHICH THE SPLINE IS TO BE EVALUATE
00103 3* INTEGER N
00104 4* DOUBLE PRECISION U,X(N),Y(N),B(N),C(N),D(N)
00105 5* INTEGER I,J,K
00106 6* DOUBLE PRECISION DX
00107 7* DATA K/1/
00111 8* IF(K.GE.N) K=1
00113 9* IF(U.GE.X(K).AND.U.LE.X(K+1)) GO TO 70
00115 10* IF(U.GT.X(1)) GO TO 20
00117 11* SEVAL = Y(1)+B(1)*(U-X(1))
00120 12* RETURN
00121 13* 20 I=0
00122 14* J=N+1
00123 15* 30 K=(I+J)/2
00124 16* IF(U-X(K)) 40,50,60
00127 17* 40 J=K
00130 18* GO TO 30
00131 19* 50 SEVAL=Y(K)
00132 20* RETURN
00133 21* 60 I=K
00134 22* IF(I.LT.J-1) GO TO 30
00136 23* 70 DX=U-X(K)
00137 24* SEVAL=Y(K)+DX*(B(K)+DX*(C(K)+DX*D(K)))
00140 25* RETURN
00141 26* END
  
```

END OF COMPILATION: NO DIAGNOSTICS.

# N O M E N C L A T U R A

- $B$  = Factor de Volumen del fluido ( $m^3/m^3$ )
- $c$  = Compresibilidad del fluido ( $Kg/cm^2$ )<sup>-1</sup>
- $C_t$  = Compresibilidad total ( $Kg/cm^2$ )<sup>-1</sup>
- $F$  = Función fuente instantánea
- $h$  = Espesor de la formación (m)
- $h_w$  = Espesor abierto al flujo (m)
- $K$  = Permeabilidad ( $m_d$ )
- $L_f$  = Longitud media de la fractura (m)
- $M$  = Viscosidad (cp)
- $P$  = Presión ( $Kg/cm^2$ )
- $P_D$  = Presión adimensional en el pozo
- $q$  = Gasto instantáneo ( $m^3/día$ )
- $q_D$  = Gasto adimensional
- $Q_D$  = Gasto adimensional acumulativo
- $r$  = Distancia radial (m)
- $r_w$  = Radio del pozo (m)
- $t$  = Tiempo (horas)
- $t_D$  = Tiempo adimensional
- $Z$  = Altura
- $\Delta P$  = Caída de presión ( $Kg/cm^2$ )
- $\phi$  = Porosidad (Fracción)
- $\eta$  = Difusividad hidráulica
- $\beta$  = Potencial de velocidad de Hubbert

## R E F E R E N C I A S

1. Gringarten C. Alain : "The use of source and Green's Functions in the solution of unsteady flow problems in reservoirs".  
Transaction. Volumen 255, 1973.
2. Chatas T. Angelos : " A practical treatment of Nonsteady state - flow Problems, in reservoir systems"  
Petroleum Engineer, Mayo, 1953, Pág. B-42 a B-53
3. Van Everdingen y Hurst: The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs".  
Trans. AIME, Diciembre, 1945, Pág. 305 a 323
4. Jacob y Lohman: "Nonsteady flow to a well of constant Draw Down in an extensive aquifer".  
Trans, American Geophysical Unión, Vol. 33, No. 4, Agosto 1952, pág. 559-569
5. Smith P. Lloyd : "Heat flow in an infinite solid bounded internally by a cylinder".  
Journal of applied Physics, Vol. 8, Junio 1937, pág. 441-448.
6. Miller G. Frank : "Theory of unsteady - State influx of water in Linear reservoir ".  
Journal of the institute of Petroleum, Vol. 48, No. 467, Nov. 1962 pág. 367-379
7. Nabor G. W y Barham : "Linear aquifer behavior".  
IPT, Mayo de 1964, pág. 561-563

8. Closmann y Ratliff : "Calculation of transient oil Production in al radial composite reservoir".  
SPEJ. Diciembre, 1967, pág. 355-358'
9. Fetkovich J.M.: " Decline Curve Analysis Using Type curves".  
Paper number SPE 4629, 1973.
10. Prats M. : "Effect of vertical fractures on reservoir behavior - Compressible - fluid case"  
SPEJ. Junio, 1962 pág. 87-94
11. Küçük Fikri : "The pressure distribucion-caused by a vertically-fractured well produced at constant pressure ".  
A Master of Science Report. Abril, 1975'
12. Locke y Sawyer: " Constant pressure injection test in a fractured reservoir history Match using numerical simulation and type curve analysis".  
Paper Number SPE 5594, 1975.
13. Gringarten y Ramey: " An approximate conductivity solution for a partially penetrating line-source well".  
SPEJ, abril, 1975, pág. 140-145
14. Gringarten y Ramey: Unsteady - State pressure distributions created by a well with a single infinite conductivity vertical fracture".  
Sec. Pet. Eng. J. agosto 1974, pág. 347-360
15. Pemex : Manual de medición de fluidos"  
Depto. Ingria. de Producción. Poza Rica, Ver.