

EFFECTO DE DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES EN LA INESTABILIDAD DE
UNA ESTRUCTURA

JOSE MANUEL JARA GUERRERO

TRABAJO

Presentado a la División de Estudios de
Posgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA

de la

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener
el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA
(Estructuras)

CIUDAD UNIVERSITARIA



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPFI

T. UNAM
1986
JAR

APROBADO POR EL JURADO

Presidente: Diego de la Cruz 18.IV.86
Vocal: J. Ramirez 17 abril 86
Secretario: J. Sanchez 17 abr. 86
Suplente: Art. H. H. 17/IV/86
Suplente: Tarazona 17 abril. 86



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA

Tema para Examen General del señor ingeniero JOSE MANUEL JARA GUERRERO, como prerrequisito para optar por el grado de Maestro en Ingeniería (Estructuras), propuesto por el Ing. Neftalí Rodríguez Cuevas.

Título:

"Efecto de Desplazamientos Horizontales en la Inestabilidad de una Estructura"

Desarrollo:

1. Introducción.
2. Desplazamientos relativos en los extremos de una columna sometida a carga vertical.
3. Influencia de dichos desplazamientos en la carga de inestabilidad.
4. Recomendaciones comunes para el cálculo de cargas de inestabilidad con desplazamientos relativos
5. Métodos comunes para análisis de marcos.
6. Aplicación a un ejemplo específico.
7. Resultados condensados y comentarios.
8. Referencias.

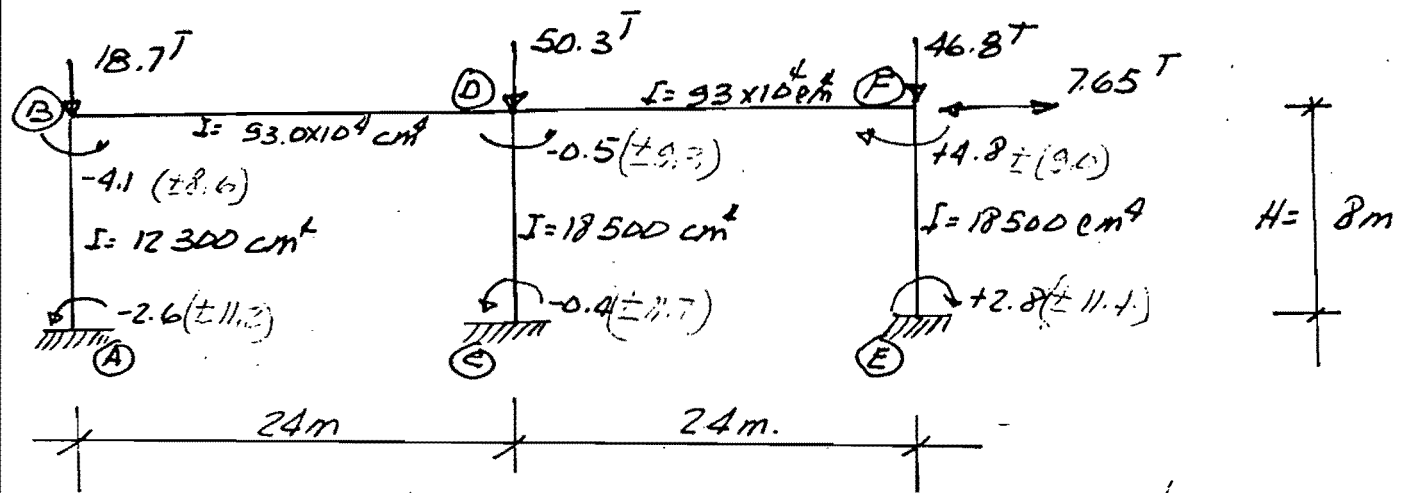
Estimo que el tema anterior puede ser desarrollado en un plazo de 2 meses a partir de la fecha de elección del tema.

A t e n t a m e n t e
Cd. Universitaria, D.F., a 6 de enero de 1986

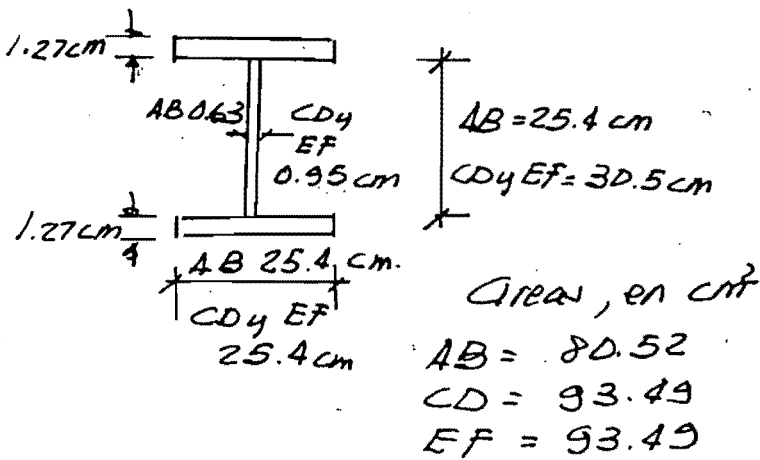
Ing. Neftalí Rodríguez Cuevas

Se entregó el 13 de
enero de 1986

Ejemplo de aplicación.



Fuerzas en toneladas, momentos en toneladas metro
o cero A-36



Areas, en cm²

AB = 80.52
CD = 93.49
EF = 93.49

Dimensiones de las columnas.

Para la revisión se usará
AISC - 78

En el estudio se aceptaran
desplazamientos relativos Δ
entre el suelo y el cabezal
descritos por

$$\frac{\Delta}{H} = 0.004, 0.008, 0.012$$

y 0.016

Las traves BD y DF son perfiles WF.

Referencias:

1. O de Buen: "Estructuras de acero, comportamiento y diseño". Limusa, México, DF 1980
2. Bleich, F: "Buckling Strength of Metal Structures". Mc. Graw Hill, 1952
3. E. Rasenblueth. "Efectos de esbeltez en edificios".
4. O. de Buen y Gerard, S: "Marcos rígidos para edificios. Análisis de segundo orden".
5. Applied. Tech. Council: "Tentative provisions for seismic regulations".
Sec. 4.6 y comentarios.

INDICE

Pag.

Introducción.	1
1. Desplazamientos relativos en los extremos de una columna.	4
2. Influencia de los desplazamientos relativos de los extremos de las columnas en la carga de inestabilidad de marcos rígidos.	10
3. Recomendaciones comunes para el cálculo de cargas de inestabilidad de marcos rígidos con desplazamientos relativos de sus extremos.	25
4. Métodos comunes para análisis de marcos.	37
5. Aplicación a un ejemplo específico.	66
6. Resultados condensados y comentarios.	108
Tablas.	112
Figuras.	117
Referencias.	140

INTRODUCCION.

Para realizar el análisis y diseño de una estructura es recomendable, primeramente, definir los estados límite bajo los cuales se considera que ésta deja de cumplir satisfactoriamente la función para la cual fué diseñada. Estos estados límite pueden ser de servicio (una deformación máxima, por ejemplo) o de falla (inestabilidad, por ejemplo).

Tradicionalmente las estructuras de acero han sido diseñadas utilizando esfuerzos permisibles, aunque a últimas fechas el estudio de su comportamiento hasta la falla ha hecho que se desarrollen los métodos plásticos.

Independientemente del método utilizado para el diseño, ha sido práctica común obtener los elementos mecánicos por medio de un análisis de primer orden, es decir estableciendo las ecuaciones de equilibrio tomando como base la geometría inicial de la estructura. Teóricamente una estructura simétrica, en cargas y geometría, no sufre desplazamientos laterales hasta que la carga alcanza un cierto valor crítico, bajo la cual la estructura se pandea; sin embargo, el efecto de imperfecciones iniciales (en la construcción de los elementos o en su montaje) causa que este comportamiento sea hipotético en las estructuras reales.

El estudio de los efectos de segundo orden (formulación de las ecuaciones de equilibrio tomando como base la geometría de la estructura deformada), ha mostrado que la resistencia y rigidez de una estructura pueden disminuir considerablemente, con respecto a las que se obtienen de un análisis de primer orden; al ocasionar mayores desplazamientos, los efectos de segundo orden, causan mayores esfuerzos, por lo que los elementos alcanzan más rápidamente el esfuerzo de fluencia, lo que a su vez ocasiona un incremento en los desplazamientos (por la disminución de la rigidez); al aumentar la carga el proceso se acelera llegándose, eventualmente, al colapso de la estructura.

Hasta la fecha el reglamento del "American Institute of Steel Construction" y las "Normas Técnicas Complementarias para el diseño y construcción de Estructuras Metálicas del D.F." (aunque éstas últimas permiten un método alternativo) han considerado los efectos de segundo orden de una manera indirecta; estudios recientes han demostrado que estas recomendaciones, son en general muy conservadoras, pero pueden llegar a dar resultados del lado de la inseguridad.

El objetivo del presente trabajo es realizar una revisión de los principales métodos y recomendaciones para la consideración, en el análisis o diseño, de los efectos de

segundo orden y su efecto sobre la carga máxima que puede soportar una estructura formada por marcos planos regulares sin contraventear.

CAPITULO 1

DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS EN LOS EXTREMOS DE UNA COLUMNA.

Existen en la actualidad muchos tipos de estructuraciones, la decisión de escoger uno en particular depende, entre otras cosas, de las necesidades arquitectónicas y de la altura del edificio. Uno de los sistemas más utilizados para edificios de mediana altura es el compuesto por vigas y columnas que forman marcos rígidos sin contraventear; en este trabajo se analizan los efectos de segundo orden sobre este tipo de estructuras.

Algunos reglamentos consideran a este tipo de estructuras divididas en dos grupos:

- 1.- Marcos contraventeados
- 2.- Marcos no contraventeados

De esta manera se define, también, su comportamiento, dependiendo si se consideran dentro de la primera clasificación o de la segunda. En marcos contraventeados se supone que los desplazamientos laterales son suficientemente pequeños para no afectar, de manera significativa, el comportamiento de la estructura, que puede considerarse como el que sigue:

En las primeras etapas de carga el marco se mantiene sin deformarse lateralmente, pero al alcanzar las cargas un cierto valor crítico, los desplazamientos laterales se inician y crecen indefinidamente (fig. 1), este fenómeno que puede presentarse en el intervalo elástico o en el inelástico, es denominado "pandeo", caracterizado por tener un punto de "bifurcación del equilibrio", a partir del cual el marco puede, teóricamente, seguir soportando incrementos de carga sin deformarse lateralmente, o bien iniciar los desplazamientos laterales bajo carga constante (fig. 2).

En marcos no contraventeados se pueden presentar dos casos: (1) cuando solo actúan cargas verticales y (2) cuando actúan cargas verticales y horizontales. En el primer caso, si el marco es simétrico en cargas y geometría, se presenta el fenómeno de pandeo pero las cargas críticas resultan menores que cuando el marco está contraventeado. El comportamiento del segundo caso difiere considerablemente del primero ya que los desplazamientos laterales se inician desde el momento que se aplica la carga (suponiendo que no existen imperfecciones iniciales) y continúan incrementándose conforme la carga aumenta, este proceso, al carecer de un punto de bifurcación del equilibrio, se le ha denominado inestabilidad. Este fenómeno se caracteriza por un aumento de los desplazamientos al incrementar la carga hasta alcanzar un valor máximo, a partir del cual los

aumentos de desplazamientos van acompañados por disminuciones en la carga (fig. 3).

Al desplazarse lateralmente la estructura su comportamiento se modifica, los principales efectos son:

- Se incrementan los esfuerzos, en los elementos que forman el marco.
- Las fuerzas horizontales y verticales que puede soportar el marco disminuyen

En estructuras formadas exclusivamente por marcos rígidos sin contraventear, aunque teóricamente es posible llegar a tener un comportamiento como el señalado en la figura 1, la realidad es que su comportamiento es siempre como el mostrado en la figura 3, debido, por una parte, a la imposibilidad de evitar ciertas imperfecciones tanto en la fabricación de los elementos componentes del marco, como en su montaje, y por otra parte a la asimetría en geometría y/o cargas actuantes sobre la estructura.

Para intentar predecir el comportamiento de un marco rígido se han desarrollado varios métodos de análisis con diferentes hipótesis acerca del comportamiento del material en las distintas etapas de carga, los principales métodos utilizados en la actualidad son:

- 1.- Análisis elástico lineal de primer orden.

Se considera que el comportamiento de los elementos que forman la estructura es elástico lineal durante todo el proceso de carga (fig. 4), el análisis se realiza considerando la estructura sin deformar.

2.- Análisis elástico lineal de segundo orden.

Para el análisis se considera a la estructura en su posición deformada y el material se considera elástico en todas las etapas de la carga.

3.- Análisis rígido plástico de primer orden.

El análisis se realiza sobre la estructura sin deformar y el material se supone indeformable hasta alcanzar su límite de fluencia, a partir del cual las deformaciones crecen indefinidamente (fig. 5).

4.- Análisis rígido plástico de segundo orden.

El análisis se realiza sobre la estructura deformada, y el comportamiento del material es como el mostrado en la figura 5.

5.- Análisis elasto-plástico de primer orden.

Se supone que el material tiene un comportamiento lineal elástico hasta que se alcanza el límite de fluencia, a

partir del cual cambia de elástico a plástico (fig. 6); el análisis se realiza sobre la estructura sin deformar.

6.- Análisis elasto-plástico de segundo orden.

El comportamiento del material se supone como el de la figura 6 y el análisis se hace considerando a la estructura deformada.

De los métodos anteriores el que se ha encontrado que simula mejor el comportamiento de los marcos rígidos de acero es el 6.

Cuando se desea conocer el comportamiento de un marco, tanto en condiciones de servicio como en condiciones de falla, se acostumbra graficar la carga actuante contra el desplazamiento en las diferentes etapas de carga, en la ref. 1 se muestran curvas carga-desplazamiento (fig. 7) correspondientes a los diferentes métodos de análisis mencionados para el caso de un marco de un nivel y una cruzía; se incluye, también, el comportamiento real del marco (obtenido experimentalmente) donde se muestra que el caso 6 es el que se acerca más a este comportamiento.

En las curvas de la figura 7 se supone que el marco falla por inestabilidad de conjunto, en su plano, -o por formación de un mecanismo con articulaciones plásticas, sin que existan fallas prematuras (pandeo local, pandeo por

flexotorsión, etc.), ésta hipótesis se adoptará en los capítulos sucesivos.

CAPITULO 2

INFLUENCIA DE LOS DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS DE LOS EXTREMOS DE LAS COLUMNAS EN LA CARGA DE INESTABILIDAD DE MARCOS RIGIDOS.

El comportamiento de un marco simétrico en geometría y carga sometido a cargas verticales, está caracterizado (si se supone que no hay excentricidades o defectos iniciales) por el fenómeno de pandeo; el valor de la carga crítica de pandeo disminuye considerablemente si el desplazamiento lateral del marco no se encuentra impedido.

Lu(2) muestra la influencia del efecto mencionado en un marco de un nivel y una crujía (fig. 8); la carga máxima (punto A) solo se alcanza cuando se evita que el marco se desplace lateralmente durante todo el proceso de carga, cuando esto no sucede, la carga máxima se alcanza, cuando el marco se pandea desplazándose lateralmente, en el intervalo elástico o inelástico (punto C o B), con un valor mucho menor que en el primer caso.

En la ref. 1 se analiza un marco de un nivel y una crujía (fig. 9), simétrico en cargas y geometría, utilizando el método de las rigideces y considerando la disminución de la rigidez de las columnas por efecto de la carga axial.

En la figura 10 se aprecian las diferencias en los valores de las cargas críticas de pandeo al impedir, o no impedir, el desplazamiento lateral del cabezal.

En los dos ejemplos anteriores se señala la influencia, sobre el valor de la carga crítica, de los desplazamientos laterales en el caso del fenómeno de pandeo; sin embargo, en los marcos reales raramente se presenta este caso, predominando el fenómeno de inestabilidad, durante el cual los desplazamientos se incrementan gradualmente con la carga.

De esta manera, cuando el desplazamiento lateral de un marco no está impedido, y actúan sobre él cargas verticales y horizontales, existen estados en los que el marco se encuentra en equilibrio en una posición deformada lateralmente; al estudiar el comportamiento del marco en estas condiciones se puede observar que hay efectos que no aparecen cuando el estudio se basa en su geometría inicial, a los que se denomina efectos de segundo orden.

Los efectos de segundo orden que se consideran en este trabajo son:

- 1.- Efecto $P-\Delta$ y $P-\delta$
- 2.- Disminución de la rigidez por acción de la carga axial
- 3.- Cambio de longitud de columnas

Al considerar que la carga axial actúa sobre las columnas de un marco deformadas y desplazadas lateralmente aparece el efecto $P-\Delta$ y $P-\delta$ (fig. 11).

Lo anterior causa momentos adicionales sobre las columnas (y por equilibrio en las trabes) de valor $P(\Delta+\delta)$ lo que ocasiona que los desplazamientos se incrementen. El efecto 2 provoca una disminución de la rigidez del marco y el 3 un aumento de los desplazamientos laterales de entrepiso, por lo que los tres, en conjunto, producen una carga de inestabilidad menor que la obtenida despreciándolos.

Al considerar que la columna se deforma, con respecto a la línea recta que une sus extremos, se producen momentos adicionales (efecto $P-\delta$) que deben ser tomados en cuenta en el diseño de la pieza.

Timoshenko(30) encontró un factor de amplificación aproximado para considerar estos efectos con base en la solución exacta de la deflexión en una barra comprimida simplemente apoyada bajo tres diferentes condiciones de carga transversal (concentrada en el centro del claro, uniformemente repartida, y dos momentos iguales, que ocasionan curvatura simple, aplicados en los extremos); este factor (adoptado por las Normas Técnicas Complementarias del D.F. y el reglamento del AISC) es:

$$F.A = \frac{1}{1 - P/P_{cr}} \dots\dots\dots (1)$$

donde:

P = Fuerza de compresión en la columna

P_{cr} = Carga crítica de pandeo elástico

Esta fórmula proporciona errores menores a 2% cuando P/P_{cr} < 0.6.

En la ref. 1 se hace una comparación de los valores exactos del factor de amplificación y los obtenidos con la fórmula anterior, donde se observa que la precisión es bastante buena, aún cuando P/P_{cr} > 0.6 (se encontró un error máximo de 4.6% en los casos analizados).

Para comprender de manera clara la influencia del efecto P-Δ sobre las estructuras, se muestra a continuación un método propuesto por Rosenblueth(3) para tomarlo en cuenta.

Consideremos un entrepiso intermedio de un marco de varios niveles sobre el cual se encuentran aplicadas cargas verticales y horizontales (éstas pueden ser debidas a viento o sismo; las imperfecciones iniciales en el marco pueden tratarse de una manera semejante). Al aplicar solamente la

fuerza horizontal se produce un desplazamiento relativo entre el extremo superior e inferior del entrepiso, que se denotará con "Xv", al aplicar las cargas verticales el desplazamiento se incrementa en la cantidad "Xw"; llamando al desplazamiento relativo total como $X=Xv+Xw$, el momento de entrepiso es:

$$M = Vh + WX \dots\dots\dots (2)$$

Donde:

M= Momento de entrepiso

V= Cortante de entrepiso

h= Altura de entrepiso

W= Suma de cargas verticales hasta el entrepiso en cuestión

X= desplazamiento total relativo entre el nivel superior e inferior del entrepiso

Si se supone, inicialmente, que los diagramas de momentos flexionantes que producen las cargas verticales son proporcionales a los que producen las cargas horizontales se puede escribir:

$$M = Vh \frac{X}{Xv} \dots\dots\dots (3)$$

Haciendo:

$$K = \frac{V}{X_v} \dots\dots\dots (4)$$

Entonces:

$$M = KhX \dots\dots\dots (5)$$

Igualando (2) y (5) y despejando X se obtiene:

$$X = \frac{V_h}{Kh - W} \dots\dots\dots (6)$$

Al sustituir (6) en (2):

$$M = V_h \left(1 + \frac{W/h}{K - W/h} \right) \dots\dots\dots (7)$$

donde:

$$\text{Factor de Amplificación} = F.A. = \left(1 + \frac{W/h}{K - W/h} \right) \dots\dots\dots (8)$$

Es decir, el efecto P- Δ causa que los momentos de primer orden (V_h) se amplifiquen, como una consecuencia de la acción de las cargas verticales sobre las columnas desplazadas lateralmente.

En general, sabiendo que:

$$V = (K)(Xv) \dots\dots\dots (9)$$

Sustituyendo en (6):

$$X = (F.A.)(Xv) \dots\dots\dots (10)$$

Es decir, la rigidez de la estructura también se modifica, la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{V}{Xv}$$

Al actuar las cargas verticales la rigidez se modifica a:

$$K_f = \frac{V}{X} \dots\dots\dots (11)$$

Sustituyendo (10) en (11) se llega a:

$$K_f = K_i - \frac{W}{h} \dots\dots\dots (12)$$

La rigidez de la estructura se reduce en la cantidad W/h .

Todo el desarrollo anterior se basó en la suposición de que las columnas se mantenían rectas al desplazarse el marco;

cuando la rigidez de la vigas es grande con respecto a la de las columnas, esa suposición no es válida. Para tomar en cuenta lo anterior, las referencias 3 y 4 recomiendan incluir un nuevo factor, que se puede obtener de la manera siguiente:

Al considerar que las vigas son infinitamente rígidas y aplicar al marco una fuerza cortante únicamente, la deformación de las columnas es como la que se muestra en la figura 12.

Al aplicar una pequeña fuerza "P" sobre la columna deformada los momentos se incrementan en la cantidad "Pξ", el momento flexionante está dado por:

$$M = VZ + P\xi \dots\dots\dots (13)$$

$$PVZ$$

$$M = VZ + \frac{PVZ}{24EI} (3h^2 - 4Z^2) \dots\dots\dots (14)$$

$$24EI$$

El desplazamiento total, incluyendo el producido por la carga axial, se puede obtener partiendo de la relación (suponiendo desplazamientos pequeños):

$$\frac{d^2 \xi}{dz^2} = \frac{M}{EI} \dots\dots\dots (15)$$

Es decir:

$$- EI(\xi) = \iint M dZ dZ \dots\dots\dots (16)$$

Integrando dos veces la ec. (14) y teniendo en cuenta las condiciones de frontera:

$$\left(\frac{d\xi}{dZ} \right) \Big|_{Z=\frac{h}{2}} = 0$$

y:

$$(\xi) \Big|_{Z=0} = 0$$

se obtiene:

$$(\xi) \Big|_{Z=\frac{h}{2}} = \frac{1}{EI} \left(\frac{Vh^3}{24} + \frac{PVh^5}{240EI} \right) \dots\dots (17)$$

Como

$$X_v = \frac{Vh^3}{12EI} \dots\dots\dots (18)$$

y

$$X = X_v + X_w \dots\dots\dots (19)$$

finalmente se llega a:

$$X_w = (X_w + X_v) \frac{Ph^2}{10 EI} \dots \dots \dots (20)$$

Por otro lado

$$K = \frac{12 \sum EI}{h^3} \quad y \quad W = \sum P$$

Sustituyendo en (20):

$$X_w = (X_v + X_w) \frac{1.2W}{Kh} \dots \dots \dots (21)$$

Usando las ecs. (10) y (21) se llega a:

$$F.A. = \frac{1}{1 - \frac{1.2W}{Kh}} \dots \dots \dots (22)$$

Escrito de otra manera:

$$F.A. = 1 + \frac{W/h}{K} \dots \dots \dots (23)$$

Al comparar la ec. (8) y la (23) se vé que la única diferencia es el factor 1.2, considerando que se obtuvo de suponer vigas infinitamente rígidas, en la ref. 3 se recomienda que el factor de amplificación se adopte de la forma siguiente:

$$F.A. = 1 + \frac{W/h}{K} \alpha W \dots \dots \dots (24)$$

donde α puede variar de 1.0 a un valor máximo de 1.22, se recomienda considerar 1.1. En la referencia 4 se adopta 1.2.

En vista de todo lo anterior, se puede afirmar que el efecto P- Δ afecta a la estructura disminuyendo su rigidez en:

$$K \Big|_{\text{con P-}\Delta} = K \Big|_{\text{sin P-}\Delta} - \frac{\alpha W}{h} \dots \dots \dots (25)$$

En la referencia 5 se muestra claramente el efecto P- Δ al efectuar el estudio analítico y experimental de un marco (fig. 13); el análisis se hizo en base a subconjuntos. Una de las conclusiones importantes de esta referencia es el reconocimiento de la gran influencia de las deformaciones

laterales, que en algunos casos pueden gobernar el análisis.

Wood, Beaulieu y Adams (9), estudiaron un marco de un nivel y una cruzía, considerando iterativamente el efecto P- Δ ; su influencia se muestra en la fig. 14.

El efecto de la carga axial de compresión sobre los miembros de la estructura causa una disminución de su rigidez, lo que hace que disminuya la de la estructura en su conjunto; se ha indicado que este efecto puede ser despreciado cuando se satisface la relación

$$\left(\frac{PL^2}{EI} \right)^{1/2} < 1.0 \dots \dots \dots (26)$$

P = Carga axial de compresión en el elemento.

L = Longitud del elemento.

E = Módulo de elasticidad.

I = Momento de Inercia.

Si se cumple la condición anterior, la disminución en la rigidez no sobrepasa un 5% (9). La necesidad de considerar este efecto es también señalada por Van Der Woude (11).

En un artículo posterior (10), se señala la importancia del efecto de inestabilidad en estructuras muy flexibles, en

las cuales puede llegar a ocurrir la falla sin que se haya desarrollado toda la capacidad de los miembros que la forman.

Korn (6) realizó otra serie de estudios sobre los efectos de segundo orden; analizó cuatro marcos de diferente número de niveles con una y dos crujeas, considerando los efectos de pérdida de rigidez por efecto de la carga axial, acortamiento de las columnas, deformaciones por flexión y comportamiento elasto-plástico del material, las principales conclusiones a que llegó fueron las siguientes:

- 1.- Al realizar el análisis de primer orden se pudieron identificar dos casos fundamentales:
 - a).- Una serie de marcos que fallaron después de que se formó un gran número de articulaciones plásticas
 - b).- Otro grupo donde la falla se generó en un entrepiso o en alguna viga, caracterizándose por tener pocas articulaciones en el momento de la falla.
- 2.- Al incluir los efectos de segundo orden, en el caso "a" se obtuvieron diagramas como los mostrados en la figura 15; la falla, al incluir estos efectos, se presentó desarrollando del 15 al 50% de las articulaciones plásticas que se formaban según el análisis de primer orden, y la carga máxima alcanzada se redujo aproximadamente en 16%.
- 3.- Para el caso "b", al incluir los efectos de segundo orden, se llegó a alcanzar aproximadamente el 94% de la carga de colapso obtenida en el análisis de primer orden (fig. 16) esto se debió fundamentalmente a que la falla en estos casos se presentó localmente

acompañada de desplazamientos pequeños (de ahí la poca influencia del efecto P- Δ)

- 4.- Los marcos comprendidos en el caso "a" estaban formados por vigas débiles y columnas fuertes, caso contrario al "b" donde se utilizaron columnas débiles y vigas fuertes.
- 5.- Finalmente, se pudo comprobar que, al menos para el valor de la carga de inestabilidad, los efectos del acortamiento de las columnas son despreciables (aproximadamente 2%, ver fig. 17); los desplazamientos se incrementaron, al considerar este efecto, de 1 a 26% al llegar a la falla, siendo un poco mayores para cargas de servicio.

Los defectos geométricos iniciales en un marco simétrico en geometría y cargas, hacen que el fenómeno de inestabilidad carezca de bifurcación del equilibrio (pandeo); Mc Namee muestra lo anterior en la figura 18.

Powell (8) encontró, también, el poco efecto que tiene el acortamiento de las columnas en el valor de la carga de inestabilidad; sin embargo, analizando la estructura por subconjuntos, comprobó la gran influencia del efecto P- Δ (figs. 19 y 20) en su rigidez y resistencia.

Ya en la etapa de diseño, De Buen (1) observó (ejemplos 11.6 y 11.7) que las condiciones críticas se modifican al considerar un análisis de primer orden con respecto a uno de segundo orden, es decir, la ecuación que rige el diseño de las columnas considerando solo el análisis de primer

orden es diferente de la que lo rige cuando el análisis es de segundo orden.

De la revisión anterior se puede concluir:

- 1.- La no consideración de los efectos de segundo orden en una estructura que puede desplazarse lateralmente puede llevar a un diseño inseguro.
- 2.- El efecto de segundo orden que ejerce mayor influencia en el comportamiento de las estructuras es el efecto $P-\Delta$.
- 3.- El efecto del acortamiento de las columnas puede despreciarse cuando lo que se desea es obtener la carga máxima que soporta el marco.
- 4.- La forma de falla puede variar considerablemente al considerar los efectos de segundo orden.
- 5.- La rigidez de los elementos que forman la estructura se ve disminuida por la acción de la carga axial, siendo de mayor importancia conforme aumenta la altura (mayor carga axial); es general la aceptación de las funciones de estabilidad para considerar dicho efecto.

CAPITULO 3

RECOMENDACIONES COMUNES PARA EL CALCULO DE CARGAS DE
INESTABILIDAD DE MARCOS RIGIDOS CON DESPLAZAMIENTOS
RELATIVOS DE SUS EXTREMOS.

En este capítulo se señalan recomendaciones dadas por el reglamento del "American Institute of Steel Construction" y las "Normas técnicas complementarias del reglamento para el Distrito Federal" para la consideración de los efectos de segundo orden.

1.- Reglamento del "American Institute of Steel Construction" (AISC-78)

Este reglamento (12) comprende, en su mayor parte recomendaciones para el diseño basado en esfuerzos permisibles; además incluye en la parte 2 recomendaciones para el diseño plástico. Para realizar el diseño divide a los marcos rígidos en dos grupos:

1.- Marcos contraventeados

2.- Marcos no contraventeados

Considerando que los marcos contraventeados se caracterizan por tener desplazamientos lineales de entrepiso pequeños, por lo que los efectos $P-\Delta$ son de poca importancia, éstos se desprecian; los marcos no contraventeados se consideran

libres de desplazarse lateralmente, por lo cual el efecto P- Δ no debe despreciarse.

Esta división, sin embargo, se ha demostrado no ser del todo correcta, puesto que los marcos contraventeados pueden llegar a tener desplazamientos horizontales significativos (si el contraventeo no es suficiente) para los cuales los efectos P- Δ no son despreciables. También hay casos de marcos no contraventeados muy rígidos en que los efectos P- Δ pueden despreciarse.

Los efectos de segundo orden de marcos no contraventeados se consideran en las especificaciones del A.I.S.C. de una manera indirecta en el diseño, al incluir un factor de amplificación dado por la siguiente expresión:

$$F.A. = \frac{0.85}{(1 - \frac{f_a}{F'e})} \dots \dots \dots (27)$$

La ec. 27 se obtuvo partiendo del factor de amplificación recomendado por Timoshenko (ec. 1); este último amplifica el valor de la deflexión máxima de una barra flexocomprimida simplemente apoyada; al incluirlo como factor de amplificación de los momentos se obtiene (1):

$$F.A. = \frac{1 + \psi P/P_{cr}}{1 - P/P_e} \dots \dots \dots (28)$$

donde:

$$\psi = \frac{(P_{cr})(V_o)}{M_o} - 1 \dots \dots \dots (29)$$

P_{cr} = Carga crítica de pándeo elástico

V_o = Deflexión producida por las cargas transversales

M_o = Moento producido por las cargas transversales

P = Carga axial

Considerarando que una columna de un marco desplazado lateralmente, con una carga vertical P y una horizontal H (fig. 21), es la mitad de una columna articulada en sus dos extremos, obteniendo el valor de V_o y M_o para este caso, y sustituyéndolo en la ec. 28, se obtiene el siguiente factor de amplificación:

$$\psi = \frac{1 - 0.18P/P_{cr}}{1 - P/P_{cr}} \dots \dots \dots (30)$$

Este reglamento menciona que, conservadoramente, el numerador puede tomarse como 0.85, valor que no está adecuadamente demostrado.

Para tomar en cuenta la influencia de la estructura en conjunto en la inestabilidad de cada columna sigue el método propuesto por el "Column Research Council", basado en la utilización de un nomograma (fig. 22) a partir del cual, conocidas las relaciones G_s y G_i en los extremos superior e inferior de las columnas, se obtiene un factor de longitud efectiva "K", siempre mayor que 1.0; substituyendo la longitud "L" por la longitud efectiva "KL" en la fórmula de Euler se obtiene la carga crítica de la columna.

$$G_s = \frac{\sum (I/L)_{cs}}{\sum (I/L)_{vs}} \qquad G_i = \frac{\sum (I/L)_{ci}}{\sum (I/L)_{vi}}$$

$\sum (I/L)_{cs}$ = Suma de los cocientes momento de inercia entre longitud de las columnas que concurren al nudo superior de la columna en estudio.

$\sum (I/L)_{vs}$ = Suma de los cocientes momento de inercia entre longitud de las vigas que concurren al nudo superior de la columna en estudio y que se encuentran el plano en que se estudia su estabilidad.

$\Sigma (I/L)_{ci}$ = Suma de los cocientes momento de inercia entre longitud de las columnas que concurren al nudo inferior de la columna en estudio y que se encuentran en el plano en que se estudia su estabilidad.

$\Sigma (I/L)_{vi}$ = Suma de los cocientes momento de inercia entre longitud de las vigas que concurren al nudo inferior de la columna en estudio.

Las hipótesis bajo las cuales se obtuvo el nomograma fueron:

- 1.- El comportamiento de la estructura es elástico
- 2.- Todos los miembros tienen sección transversal constante
- 3.- Todas las uniones son rígidas
- 4.- Las rotaciones en los extremos opuestos de las vigas que restringen a la columna son iguales en magnitud y producen doble curvatura.
- 5.- El parámetro $L\sqrt{P/EI}$ es igual para todas las columnas
- 6.- La restricción al giro ocasionada por las vigas que llegan a un nudo se distribuye en las columnas superior e inferior en función de sus valores I/L
- 7.- Todas las columnas se pandean simultáneamente

Es claro que no es posible que una estructura real cumpla con todas las hipótesis anteriores por lo que, en general,

la aplicación del nomograma lleva a la obtención de valores conservadores.

El mismo reglamento reconoce lo anterior recomendando que si la estructura no se pandea en el intervalo elástico, lo que en la mayoría de las estructuras sucede, y se quieren obtener resultados menos conservadores se utilice el método propuesto en la referencia 13.

Otra de las hipótesis que raramente se cumple y sin embargo tiene una gran influencia en el resultado es la relativa al pandeo simultáneo de las columnas; en la ref.1 (ejemplo 10.13) se muestra lo anterior.

Existen, sin embargo, algunos casos en que, al aplicar directamente el método, se pueden obtener resultados del lado de la inseguridad, Cheong Siat Moy (14) muestra el caso de un marco de un nivel y una crujía (fig. 23) donde se obtiene lo siguiente:

Para la columna C-D se obtiene, utilizando el nomograma, $K=2$ por lo que: (a)

$$\frac{P_{cr}}{2} = \frac{\pi^2 EI_c}{(2h)^2}$$

si se considera que la columna A-B no puede soportar carga, la columna C-D toma la carga "P", con lo que se obtiene: (b)

$$P_{cr} = \frac{4.9EI_c}{h^2} \quad (a)$$

$$P_{cr} = \frac{2.47EI_c}{h^2} \quad (b)$$

Este ejemplo ilustra los errores que se pueden cometer al aplicar el nomograma sin ningún criterio.

En la parte 2 del reglamento se permite analizar las estructuras plásticamente; sin embargo, para el cálculo de la estabilidad de la estructura solo se menciona lo siguiente: "la resistencia de un marco no contraventeado de varios pisos debe ser determinada por medio de un análisis racional que incluya el efecto de inestabilidad del marco (P- Δ) y la deformación axial en columnas. Tal marco debe ser diseñado para ser estable en dos condiciones, (1) bajo cargas gravitacionales y (2) bajo cargas gravitacionales más cargas horizontales". En estos casos las cargas deben estar multiplicadas por los factores de carga correspondientes.

Es decir, no incluye ninguna recomendación específica para la consideración de la estabilidad.

2.- Normas técnicas complementarias del reglamento de construcciones para el Distrito Federal

A diferencia del reglamento anterior, éstas siguen un criterio de diseño basado en estados límite (15); consideran estos estados divididos en dos categorías:

- 1.- Estados límite de servicio
- 2.- Estados límite de falla

Para la evaluación de la seguridad se especifica lo siguiente: "se revisará que para las distintas combinaciones de acciones especificadas (art. 215), y ante la aparición de cualquier estado límite de falla que pudiera presentarse, la resistencia de diseño sea mayor o igual al efecto de las acciones nominales que intervengan en la combinación de cargas en estudio, multiplicado por el factor de carga correspondiente. También se revisará que bajo el efecto de las posibles combinaciones de acciones (categoría I art. 215) no se rebase ningún estado límite de servicio".

Como estados límite de falla podemos tener, por ejemplo, la formación de un mecanismo con articulaciones plásticas.

Más adecuadamente, este reglamento no considera la división entre marcos contraventeados y no contraventeados (como lo hace el AISC) sino se establece la distinción considerando

dos tipos de miembros flexocomprimidos, unos en los que pueden despreciarse los efectos de esbeltez debidos a desplazamientos laterales de sus extremos, y otros en los que no se pueden despreciar estos efectos (16).

Aunque el criterio propuesto es similar al recomendado en el reglamento del AISC (considerar un factor de amplificación en el diseño), permite un método alternativo de acuerdo con lo siguiente:

Los efectos de esbeltez se deben tomar en cuenta cuando:

$$\frac{\Delta_i - \Delta_{i-1}}{h_i} > 0.008 \frac{V_i}{W_i}$$

Δ_i = Desplazamiento lateral del nivel i

Δ_{i-1} = Desplazamiento lateral del nivel i-1

h_i = Altura del nivel i

V_i = Fuerza cortante de entrepiso del nivel i

ΣW_i = Carga vertical total de la estructura desde la azotea hasta el nivel i

Al considerar F.A.=1.10 en la ecuación 24, y con $\alpha=1.2$, se obtiene la expresión anterior, con lo que esta recomendación desprecia los elementos mecánicos y defor-

maciones producidos por el efecto P- Δ cuando no excedan del 10% de los efectos de primer orden.

Cuando no se cumple la ecuación anterior, los efectos P- Δ pueden tomarse en cuenta amplificando los momentos, producidos por las cargas horizontales, de un análisis de primer orden con la siguiente expresión:

$$F.A. = 1 + \frac{Wu/h}{(R/Q - 1.2 Wu/h)} \dots\dots (31)$$

Wu = Carga vertical total desde el nivel superior del edificio hasta el entrepiso en consideración

h = Altura del entrepiso

R = Rigidez de entrepiso

Q = Factor de ductilidad

La carga crítica de pandeo obtenida de este último procedimiento es (3):

$$Wcr = \frac{Rh}{1.2} \dots\dots\dots (32)$$

R = Rigidez de entrepiso

h = altura de entrepiso

En la ref. 29 se incluye una recomendación para la consideración de los efectos P- Δ de acuerdo con lo siguiente:

Cuando se cumpla que

$$\theta = \frac{P \Delta}{V h} \leq 0.10 \dots\dots\dots (33)$$

los efectos P- Δ se pueden despreciar; en caso contrario se pueden considerar multiplicando el valor de la fuerza cortante "V" de cada entrepiso por el factor de amplificación

$$F.A. = (1 + ad) \dots\dots\dots (34)$$

donde

$$ad = \frac{\theta}{1 - \theta} \dots\dots\dots (35)$$

y realizar nuevamente el análisis con la nueva fuerza cortante obtenida

De la ec. 33 se puede observar:

$$F.A. = 1.11$$

$$F.A. = (1 + ad) = (1 + \frac{\theta}{1 - \theta}) = (1 + \frac{0.10}{1 - 0.10})$$

Es decir, se desprecian los elementos mecánicos y deformaciones producidos por el efecto P- Δ cuando no exceden del 11% con respecto a los de primer orden.

Si se expresa de otra manera el factor de amplificación se obtiene:

$$\begin{aligned} F.A. &= (1 + ad) \\ &= (1 + \frac{\theta}{1 - \theta}) \\ &= \frac{\frac{P \Delta}{V_h}}{1 - \frac{P \Delta}{V_h}} \\ F.A. &= \frac{P \Delta}{V_h - P \Delta} \end{aligned}$$

que es semejante a la expresión obtenida por distintos autores (3,9,26,4).

CAPITULO 4

METODOS COMUNES PARA EL ANALISIS DE MARCOS

Al diseñar una estructura es necesario conocer su comportamiento en condiciones de servicio y la carga máxima que puede soportar, el primero para saber si se excede algún estado límite de servicio y el segundo para conocer el factor de seguridad contra la falla. Es práctica común, en la actualidad, realizar el análisis de las estructuras de acero siguiendo métodos elásticos, con lo que se obtiene cierto factor de seguridad con respecto a la iniciación de la fluencia pero sin conocer su seguridad real contra la falla, se cuenta también con métodos de análisis plásticos y elastoplásticos, siendo estos últimos los que simulan más adecuadamente el comportamiento de marcos rígidos de acero.

Los métodos considerados en este trabajo se pueden dividir en los tres siguientes casos: (1) métodos para la consideración del efecto P- Δ , (2) métodos para obtener la carga crítica de pandeo de marcos rígidos y (3) métodos para obtener la carga máxima de marcos sometidos a la combinación de carga vertical y horizontal.

1.- Métodos para la consideración del efecto P- Δ .

En la ref (3) se presenta un método basado en la obtención de un factor de amplificación (ec. 23) que a continuación se reproduce:

$$\text{F.A.} = 1 + \frac{W/h}{1.2 W} \dots \dots \dots (23)$$
$$K - \frac{\dots \dots \dots}{h}$$

Los momentos producidos por las cargas horizontales, de un análisis de primer orden, se multiplican por este factor con lo que se simulan los efectos de segundo orden.

En la ref. 16 se recomienda una fórmula similar a la ecuación 23 sustituyendo a "W" por la carga factorizada (con lo cual se obtienen resultados bastante buenos).

La aproximación de la fórmula anterior, para marcos regulares, fué comprobada por De Buen y Gerard (28), concluyéndose que dá muy buenos resultados cuando se utilizan en ella las rigideces reales del marco (considerando todas las cargas actuando sobre el, tanto horizontales como verticales).

Wood, Bealieu y Adams (9) proponen un método iterativo que consiste en obtener un conjunto de fuerzas horizontales que

simulen este efecto. En una estructura desplazada lateralmente (fig. 24) se producen momentos adicionales " $P-\Delta$ ", debidos a la acción de las cargas verticales, que actúan sobre las columnas desplazadas lateralmente, que a su vez generan cortantes adicionales $V'i = P\Delta/h$, cuya diferencia, $H'i = V'i-1 - V'i$, entre niveles consecutivos, proporciona las fuerzas ficticias adicionales que deben aplicarse a la estructura para reproducir la carga axial actuando sobre la estructura deformada.

Al aplicar estas fuerzas horizontales aumentan las deformaciones de la estructura y se produce un momento adicional, que ocasiona nuevas fuerzas cortantes que se traducen en fuerzas horizontales ficticias adicionales; este proceso se continúa hasta que los valores de los desplazamientos obtenidos en dos ciclos sucesivos son suficientemente cercanos. Cuando después de 5 o 6 ciclos el procedimiento no converge la estructura es inestable, por lo que deberán modificarse las secciones de los miembros que la componen (9).

En la fig. 24 aparece un factor " α " que multiplica a " ΣP " para obtener " $V'i$ ", es el factor de carga, pues aunque los autores proponen el método para análisis basado en cargas de servicio, consideran que debe incluirse para evaluar el efecto $P-\Delta$.

Su razonamiento se basa en la figura 25, considerando que la respuesta del marco es la señalada con la línea continua, y suponiendo que Δ_{2w} corresponde a una deformación para cargas de servicio y Δ_2 a la deformación con la cual se alcanza el límite de fluencia. Como la respuesta no es lineal, luego entonces $\Delta_2 > \alpha \Delta_{2w}$ (ya que las fuerzas horizontales, debido al efecto P- Δ se incrementan con un factor mayor que α). Sin embargo si H_{2w} se incrementa a $H'_{2w} = \alpha H_{2w}$, se obtiene un desplazamiento Δ'_{2w} , con lo que se cumple, finalmente, que $H_2 = H_{2w}(\alpha)$ ya que $\Delta'_{2w} \alpha = \Delta_2$.

LeMessurier (24) propone que los efectos P- Δ se tomen en cuenta por medio de un factor de amplificación, que se obtiene como sigue (fig. 26)

Considerando una fuerza horizontal "V" aplicada en el extremo superior de una barra en voladizo, y haciendo $\Delta_{ov} = H$,

$$PL = V \frac{H}{\Delta_{ov}} \dots \dots \dots (36)$$

Es decir, "PL" es el valor de "V" tal que $\Delta_{ov} = H$, para el cantiliver:

$$\Delta_{ov} = \frac{VH^3}{3EI} \dots \dots \dots (37)$$

Por lo que

$$PL = \frac{3EI}{H^2} \dots \dots \dots (38)$$

Si, además de la carga horizontal, existe una vertical, "P", de valor bastante menor que el de "V", la deformación se aproxima a la de una viga en cantiliver cargada en su extremo libre (fig. 27), de manera que el desplazamiento de ese extremo considerando a la carga vertical, está dada por

$$\frac{\Delta_{pv}}{H} = \frac{V}{PL - P - 0.2P} \dots \dots \dots (39)$$

Nótese que sustituyendo en la ecuación anterior PL por su valor dado por (38) se obtiene la expresión recomendada por Rosenblueth (3), con $\Delta_{pv} = X$.

Por otro lado, si "V" es muy pequeña comparada con "P", y "P" se acerca a su valor crítico, la deformación longitudinal se aproxima a una senoide; considerando lo anterior, la ec. 39 se modifica a:

$$\frac{\Delta_{pv}}{H} = \frac{V}{PL - P - \left(\frac{3}{(\pi/2)^2} - 1 \right) P} \dots (40)$$

El término entre paréntesis es ahora 0.216 (igual al obtenido en la ref. 3), de manera que se proponen las ecuaciones anteriores en la forma:

$$\frac{\Delta_{pv}}{H} = \frac{V}{PL - P - (CL)P} \dots (41)$$

CL = Constante que varía entre 0.2 y 0.216.

El factor de amplificación se puede obtener al dividir la fuerza cortante que incluye la carga axial entre la fuerza cortante original "VH"; resulta:

$$F.A. = \frac{1}{1 - \frac{V}{PL - (CL)P}} \dots (42)$$

que nuevamente es igual al propuesto por Rosenblueth (3).

Al hacer una revisión de los métodos disponibles para considerar estos efectos, Mac Gregor (26) incluye un factor

de amplificación semejante a la fórmula anterior, pero sin el factor "CL". Existe otro método que, a juicio de Mac Gregor, dá buenos resultados; fué propuesto por Nixon y consiste en insertar en el marco barras ficticias de área negativa (fig. 28), mostradas con líneas interrumpidas en la figura que tienen por objeto hacer la estructura más flexible, de manera que al realizar un análisis de primer orden de la estructura modificada se obtienen los elementos mecánicos correspondientes a un análisis de segundo orden de la estructura real.

Al considerar la carga "P" sobre las columnas deformadas aparece un término más, que modifica los cortantes, en la matriz de rigideces, $12EI/L^3$, dado por $-P/L$. Las fuerzas en las diagonales, en función de los grados de libertad mostrados, en la referencia global, son:

$$\begin{bmatrix} F_t \\ F_b \end{bmatrix} = \frac{AE}{Lo} \begin{bmatrix} \cos^2\theta & -\cos^2\theta \\ -\cos^2\theta & \cos^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta b \end{bmatrix}$$

Por lo que para simular el efecto, el área de las diagonales se obtiene de igualar lo siguiente (dado que modifican los mismos términos en la matriz de rigideces):

$$\frac{P}{L} = \frac{AE}{L_o} \cos^2 \theta$$

$$A = \frac{P}{L} \frac{L_o}{E \cos^2 \theta} \dots \dots \dots (43)$$

P = Suma de las cargas en las columnas hasta el entrepiso considerado.

Mac Gregor recomienda que si se cumple la relación (44), los efectos de segundo orden se pueden despreciar (con lo que se limita los efectos P-Δ a un 5%):

$$Q \leq 0.0475$$

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_1}{VH} \dots \dots \dots (44)$$

Pu = Suma de las cargas factorizadas hasta el entrepiso en consideración.

Δ1 = Desplazamiento reativo entre dos pisos consecutivos obtenido de un análisis de primer orden

V = Fuerza cortante en el entrepiso.

H = Altura del entrepiso

Para evaluar los efectos de segundo orden cuando existen desplazamientos iniciales se recomiendan (ref. :27) las siguientes ecuaciones:

Cuando sobre la estructura actúa solo carga vertical:

$$\Delta_n = F.A. \Delta_i \dots\dots\dots (45)$$

Δ_n = Desplazamiento final

F.A. = Factor de Amplificación

Δ_i = Desplazamiento inicial.

$$F.A. = \frac{1}{1 - \frac{\sum P}{(sf)h}} \dots\dots\dots (46)$$

Sf = Rigidez de entrepiso

Al incluir fuerzas horizontales

$$\Delta_n = F.A. (\Delta_f + \Delta_i) \dots\dots (47)$$

Δ_f = Desplazamiento calculado suponiendo a la estructura sin desplazamientos iniciales obtenido mediante un

análisis de primer orden con las fuerzas horizontales únicamente.

2.- Métodos para la obtención de la carga crítica de pandeo de marcos rígidos

2.1 Métodos elásticos

Existen varios métodos para obtener la carga crítica elástica. Aunque esta carga solo se alcanza en estructuras muy esbeltas, algunos métodos aproximados para obtener la carga de colapso, que incluyen la formación de articulaciones plásticas, hacen uso de ella.

En la ref. 3, a partir de la ec. 6, pero incluyendo ya el factor " α ", se obtiene:

$$X = \frac{V}{K - \alpha W/h} \dots \dots \dots (48)$$

Si $V=0$, $X(K - \alpha W/h)=0$, de manera que para que X sea diferente de 0,

$$K - \alpha W/h = 0$$

de aquí que:

$$W_{cr} = \frac{K_h}{\alpha} \dots \dots \dots (49)$$

K = Rigidez de entrepiso

h = Altura del entrepiso

α = Parámetro que puede variar de 1.0 a 1.22 como máximo, dependiendo de lo rígido de las vigas con respecto a las columnas.

La ecuación anterior proporciona la carga crítica elástica de pandeo de un marco.

Schilling (4) recomienda una ecuación semejante en la que $\alpha = 1.2$; sustituyendo el factor " α " por "CL" se obtiene la fórmula propuesta por LeMessurier (24).

Otro método, bastante común, es el recomendado por el "Column Research Council" basado en nomogramas para la obtención de la longitud efectiva la que sustituida en la fórmula de Euler, proporciona la carga crítica de una columna, sumando las de todo el entrepiso se obtiene la carga crítica del entrepiso.

Utilizando funciones de estabilidad de cortante nulo (fig. 29), Wood (19) obtiene un procedimiento para calcular el factor "K" de longitud efectiva de columnas.

Las funciones pueden ser obtenidas al superponer los casos de la figura 30 (1):

Para que $F_1 = F_2$,

$$\eta = \frac{2\phi}{\theta}$$

$$M_a = EK\theta - \frac{mF_1L}{2} = EK\theta - \frac{mL}{2} \left[\frac{2S(1+c)}{m} \right] \frac{EK}{L} \phi$$

$$\begin{aligned} M_a &= EK\theta - S(1+c)EK\phi = EK\theta - S(1+c)EK \left[\frac{m\theta}{2} \right] \\ &= EK\theta \left[S - S(1+c) \frac{m}{2} \right] = EK\theta \eta \end{aligned}$$

$$\eta = S - S(1+c) \frac{m}{2}$$

y

$$\begin{aligned} M_b &= EKSc\theta - \frac{mF_1L}{2} \\ &= EKSc\theta - S(1+c)EK \left(\frac{m\theta}{2} \right) \\ &= EK\theta \left[Sc - S(1+c) \frac{m}{2} \right] \\ &= -EK\theta \left[-Sc + S(1+c) \frac{m}{2} \right] \end{aligned}$$

DONDE

$$\rho = -Sc + S(1+c) \frac{m}{2}$$

Estas funciones se encuentran tabuladas en la ref. 1, en función de P/PE .

La rigidez rotacional se define como:

$$K' = \frac{M}{4E\theta} = \frac{-EK\eta\theta}{4E\theta} = \frac{\eta}{4} K \dots \dots \dots (50)$$

Si se aplica un momento M_a en el extremo superior de la columna de la fig. 29 y se considera que el extremo inferior "b" está ligado rígidamente a 2 vigas (fig. 31), aparece un momento M_b , en el nudo "b", de valor

$$M_b = - \frac{p}{n} Ma$$

El coeficiente de distribución de la columna en el nudo "b" es

$$k' = \frac{K'}{K' + K_{b_1} + K_{b_2}} = \frac{K'}{K' + \sum K_b}$$

Al liberar el nudo "b", la columna toma el momento

$$M_{bc} = \frac{p}{n} Ma k'$$

y transporta al nudo "a" un momento de

$$M_{ba} = \frac{p}{n} Ma k' \left(-\frac{p}{n}\right)$$

Por lo tanto el momento total en "a" es:

$$(M_a)_{TOTAL} = Ma - \left(\frac{p}{n}\right)^2 Ma k'$$

$$(M_a)_{TOTAL} = Ma \left[1 - \left(\frac{p}{n}\right)^2 k\right]$$

Aplicando la ec. 50 con este nuevo momento y considerando

$$M_a = M,$$

$$K'' = \frac{M \left[1 - \left(\frac{P}{n} \right)^2 R' \right]}{4 E \theta} = K' \left[1 - \left(\frac{P}{n} \right)^2 R' \right]$$

Haciendo que la rigidez en los nudos sea nula, es decir

$$K'' + \sum K_b = 0$$

y sabiendo que:

$$R = \frac{K}{K + \sum K_b} \quad \therefore \quad K = R(K + \sum K_b)$$

$$K = R K + R \sum K_b; \quad R \sum K_b = K(1 - R)$$

$$\sum K_b = K \left[\frac{1}{R} - 1 \right]$$

Por lo que,

EXTREMO SUPERIOR:

$$\sum K_{bt} = K \left[\frac{1}{R_t} - 1 \right]$$

EXTREMO INFERIOR:

$$\sum K_{bb} = K \left[\frac{1}{R_b} - 1 \right]$$

Wood elaboró una gráfica, en función de k_t y k_b , que permite obtener en forma directa los factores de longitud efectiva (fig. 32), así mismo, siguiendo el mismo

procedimiento, obtuvo otra que permite conocer el valor de la relación P/PE de la columna en estudio (fig. 33).

Posteriormente, Wood (20) propone obtener la carga crítica elástica por medio de un proceso iterativo, auxiliándose del "marco de Grinter" (fig. 34), que se basa en considerar que las rotaciones son las mismas en todos los nudos de un nivel y que cada viga, en sus dos extremos, restringe una columna, con lo que solo considera una hilera de columnas unidas a una viga en cada nivel.

Considerando que las vigas se flexionan en doble curvatura, Wood modifica el término $2 \sum K_b$, originalmente propuesto por Grinter, a $2 \sum (1.5) K_b = 3 \sum K_b$.

Una vez que se cuenta con el marco sustituto el procedimiento para obtener las cargas críticas elásticas, auxiliándose de la fig. 33, es el siguiente (referido a la fig. 34):

- 1.- Se supone un valor de P/PE.
- 2.- Se obtiene $k_t a$ (k_t del nudo a)
- 3.- Con $k_t a$ y P/PE se obtiene K''_{AB} de la fig. 31.
- 4.- Se obtiene $K'_b = K''_{AB} + 3 \sum k_{bB}$
- 5.- Se obtiene $k_t B$
- 6.- Se obtiene K''_{BC}
- 7.- Se calcula $k_b D$ (k_b nudo b)
- 8.- Se obtiene K''_{DC}

9.- Se hace la suma $K''BC + K''DC + 3\sum KBC$

Si al llegar al paso 9 la suma es cero (rigidez nula en el nudo) quiere decir que el valor de P/PE supuesto en un principio proporciona la carga crítica; en caso contrario, si la suma es positiva se debe incrementar P/PE , y disminuirlo si es negativa, iniciando el paso 1 nuevamente.

LeMessurier (24) obtiene una expresión para valuar el factor de longitud efectiva "K" considerando el efecto $P-\Delta$. En la ec. 41 se observa que cuando el denominador se anula la columna se vuelve inestable; tratándose de todas las columnas de un entrepiso:

$$\sum P_L - \sum P_{cr} - \sum (C_L P_{cy}) = 0 \dots\dots\dots(51)$$

$$1 = \frac{\sum P_{cr} + \sum (C_L P_{cy})}{\sum P_L}$$

Multiplicando el término izquierdo por P_{cr} , el derecho por $\pi^2/K(EI/H^2)$ y despejando a K^2 , se obtiene:

$$K^2 = \frac{\pi^2 EI}{\sum P_L H^2} \left[\frac{\sum P_{cr} + \sum (C_L P_{cy})}{P_{cr}} \right]$$

Como el término entre paréntesis es independiente del factor de carga, se puede sustituir a P_{cr} por P :

$$K^2 = \frac{\pi^2 EI}{\sum P_L H^2} \left[\frac{\sum P_{cr} + \sum (C_L P_{cr})}{P_{cr}} \right] = \frac{I}{P} \pi^2 \left[\frac{\sum P + \sum (C_L P)}{\sum \beta I} \right]$$

Considerando diferentes restricciones en los extremos de la columna se obtuvo la gráfica de la figura 35, con la que se evalúan los factores β y C_L en función de G_A y G_B .

2.2 Métodos inelásticos

Una modificación del método propuesto por el "Column Research Council" para considerar el comportamiento inelástico de las columnas es recomendado por Yura (13), se utiliza el mismo nomograma, pero para obtener los factores G_s y G_i se hace la siguiente modificación:

Considerando que

$$G_{\text{inelástico}} = \frac{E_t}{E} G_{\text{elástico}} \dots \dots \dots (52)$$

y

$$\frac{E_t}{E} = \frac{F_a}{F'e} \dots \dots \dots (53)$$

puede escribirse, ec. 54.

Se comete un pequeño error en la expresión anterior dado que los factores de seguridad de F_a y $F'e$ son diferentes.

.. Fa

G inelástico = ----- G elástico (54)

F'e

Para obtener el valor de la carga crítica de la columna se sigue un proceso iterativo de la forma siguiente:

- 1.- Se obtiene K del nomograma, suponiendo que la columna se pandea en el intervalo elástico.
- 2.- Si $KL/r > Cc = \sqrt{2\pi^2 E/fy}$, se alcanza la carga crítica en el intervalo elástico y por lo tanto se obtiene Pcr con el valor de K del primer punto; en caso contrario se continúa con el siguiente paso.
- 3.- Con KL/r se obtiene los valores de Fa y F'e y con estos G inelástico.
- 4.- Se obtiene un nuevo valor de K con los valores de G del paso anterior.
- 5.- Si el valor de K del paso 4 es igual al del paso 1, se obtiene Pcr inelástica; en caso contrario, con el valor de K obtenido en 4 se repiten los pasos 3 al 5 hasta lograr la convergencia.

Otra de las hipótesis que se consideró en la obtención del nomograma, que lo hace demasiado conservador en algunos casos, es la de que todas las columnas de cada entrepiso se pandean simultáneamente; considerando que el pandeo de un entrepiso es un fenómeno de conjunto y no individual de cada columna, Yura recomienda que se obtenga la carga crítica del entrepiso como la suma de las cargas críticas de todas las columnas que lo componen, con la siguiente

limitación: se debe repartir, en parte proporcional a la carga de servicio de cada columna, la carga crítica del entrepiso revisando si estas cargas no causan el pandeo individual de alguna de las columnas considerando que sus extremos no se desplazan linealmente; si esto se cumple, se ha obtenido la carga crítica buscada; en caso contrario, se considera la carga crítica de la columna que se pandea individualmente y partiendo de ella se obtiene la carga crítica del entrepiso.

Con base en el método propuesto por Yura (13), Smith (21) propuso una modificación para la obtención del valor del G inelástico.

La modificación consiste en eliminar la aproximación hecha por Yura al suponer factores de seguridad iguales en los valores de F_a y $F'e$.

Partiendo de la ecuación propuesta por el AISC para pandeo en el intervalo inelástico:

$$f_{cv} = \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{KL/r}{c_c} \right)^2 \right] F_y \dots \dots \dots (55)$$

Y en base a que :

$$\frac{E_T}{E} = 1 \quad \text{PARA} \quad f \leq 0.5 F_y$$

$$\frac{E_T}{E} = 4 \frac{f}{f_y} \left(1 - \frac{f}{f_y} \right) \quad (0.5 F_y < f < F_y) \dots \dots \dots (56)$$

Considerando:

$$\alpha = \frac{KL/r}{C_c}$$

Sustituyendo alfa en la ec. 55

$$f_{cy} = [1 - 0.5\alpha^2] F_y \dots \dots \dots (57)$$

y sustituyendo (57) en (56) :

$$\frac{E_T}{E} = \alpha^2 (2 - \alpha^2)$$

La aplicación del método es enteramente igual, la única diferencia consiste en la obtención del valor de G inelástico:

$$G \text{ inelástico} = \alpha^2 (2 - \alpha^2) G \text{ elástico} \dots \dots (58)$$

En la ref. 22 se propone un método para obtener la carga crítica de pandeo inelástico de marcos rígidos de varios niveles; considerando subconjuntos (fig. 36) se obtiene la rigidez de entrepiso, que al hacerse nula proporciona la carga crítica buscada.

Los subconjuntos están formados por dos mitades de columnas y una o dos mitades de viga, entre puntos de inflexión, que

se supone que se forman en el centro de su longitud. El caso (a) muestra un subconjunto exterior donde, al aplicar las fuerzas P_u y P_L , aparece en la viga un momento:

$$M_b = P_L \frac{\Delta L}{2} + P_u \frac{\Delta u}{2}$$

Si se supone que $\Delta L = \Delta u$,

$$M_b = \frac{P_L + P_u}{P_L} M_L$$

Considerando este momento aplicado en la viga se puede simplificar el subconjunto, reduciéndolo al mostrado en (a), la rigidez del subconjunto es

$$S = \frac{Q_L}{\Delta L}$$

Finalmente se obtienen expresiones como las que siguen, para los diversos tipos de subconjuntos que aparecen en un marco.

Para entrepisos intermedios,

$$S = \frac{12 EI_c}{h^3 (1 + U \psi)} = \frac{P}{h}$$

siendo $U = \frac{P_L + P_u}{P_L}$

$$\psi = \frac{I_c}{\frac{I_{b1}}{L_{b1}} + \frac{I_{b2}}{L_{b2}}}$$

I_c = Momento de inercia de las columnas

I_{b1}, I_{b2} = Momento de inercia de las vigas 1 y 2

L_{b1} y L_{b2} = Longitud de las vigas 1 y 2

h = Altura del entrepiso

Par el entrepiso inferior, con columnas articuladas en sus bases,

$$S = \frac{12 EI_c}{h^3 (4 + 1.5 U \psi)} - \frac{P}{h}$$

Si las columnas están empotradas en sus bases,

$$S = \frac{12 EI_c}{h^3} \frac{3 + \psi}{3 + 4 \psi} - \frac{P}{h}$$

Las expresiones anteriores se obtienen considerando que la rigidez de entrepiso es igual a la suma de las rigideces de los subconjuntos que lo forman.

La rigidez de un entrepiso intermedio es, por lo tanto

$$\text{El parámetro } \psi = \frac{\left(\frac{I}{h}\right)_c}{\sum \left(\frac{I}{l}\right)_v} \dots \dots \dots (62)$$

se obtiene suponiendo que la estructura está en estado elástico cuando se inicia el pandeo. Cuando se forman articulaciones plásticas en algunos de los miembros antes de que se inicie el pandeo se recomienda modificar su momento de inercia de acuerdo con las siguientes reglas: si la articulación se forma en una columna, $I_c=0$, si la articulación aparece en una viga en el extremo inmediato a la parte superior de la columna, $I_b=0$ y, finalmente, si la articulación en la viga aparece en el extremo alejado de la columna, $I_b = I_b/2$ (fig. 37).

Con estas recomendaciones, y al incluirlas en el parámetro " ψ ", se puede considerar la presencia de articulaciones plásticas en el entrepiso; sin embargo, es necesario saber de antemano donde podrán ubicarse estas articulaciones para poder incluirlas al aplicar el método, y paralelamente conocer la carga para la cual se forman las articulaciones plásticas propuestas; si la carga crítica obtenida al aplicar el método resulta menor que la necesaria para formar las articulaciones, significa que no es la carga

crítica real pues ésta debe ser mayor o igual que la obtenida para la formación de las articulaciones.

Este método, como se debió haber notado, resulta más laborioso para su aplicación (23) que los propuestos por Wood (19) y Yura (13); sin embargo los resultados obtenidos de la aplicación de los tres son muy parecidos (23).

En base a lo ya señalado, LeMessurier (24) propone un método iterativo para la obtención del factor de carga crítico inelástico de un entrepiso; el procedimiento consiste en satisfacer la ec. 51, para lo que utiliza el procedimiento propuesto por Smith (21) para calcular el valor de G inelástico, el método se lleva a cabo de acuerdo con los pasos siguientes:

- 1.- Se supone un valor del factor de carga
- 2.- Se calcula el esfuerzo axial en cada columna fa, correspondiente a las cargas verticales factorizadas
- 3.- Se calcula el factor $\tau = 4(1 - f_a/f_y)f_a/f_y$
- 4.- Se calcula el valor de G con " τ I" y se obtiene y (CL)(P) para cada columna
- 5.- Se verifica lo siguiente:

$$\sum \left[\beta \frac{\tau EI}{H^2} \right] = \sum P + \sum (CLP)$$

- 6.- Si el primer término es mayor al segundo se incrementa el factor de carga, en caso contrario se disminuye, y se regresa al paso 1.

Finalmente, Schilling (4) propone utilizar una parábola semejante a la que emplea el reglamento del AISC, para comportamiento inelástico de columnas cargadas axialmente (fig. 38); de esta forma, la carga crítica de pandeo inelástico se calcula como sigue:

CUANDO $P_{CV} \geq P_y/2$,

$$P_{CV} = P_y - \frac{0.3 P_y^2}{S_h} \dots\dots\dots (63)$$

Mc Namee (7) desarrolló un programa de computadora para obtener la carga crítica inelástica de marcos simétricos en geometría y carga gravitacional, considerando efecto P- Δ , la disminución de la rigidez por efecto de la carga axial y un material elasto-plástico.

El método considera pequeñas excentricidades iniciales que son sustituidas por fuerzas horizontales; al hacer que las excentricidades tiendan a cero se obtiene la carga crítica. La fig. 43 muestra los resultados del análisis de un marco para dos diferentes valores de alfa (este parámetro se define en la fig. 43); en la parte (d) de la figura se muestra la obtención del valor de "P" cuando alfa tiende a cero (a partir de los valores de "P" obtenidos para alfa=1%

y $\alpha=1/2\%$), conforme α tiende a cero la gráfica $P-\Delta$ se aproxima a la real del marco.

3.- Métodos para la obtención de la carga última de marcos sometidos a la combinación de cargas verticales y horizontales

En la ref. 17 se describe un método para analizar marcos de varios pisos sometidos a la combinación de carga vertical y horizontal, con el que se obtiene una gráfica que relaciona la carga con el desplazamiento lateral durante todas las etapas del proceso. Se considera que un entrepiso puede dividirse en subconjuntos formados por una columna y las vigas que llegan a su extremo superior, que restringen el movimiento de esa columna; con estas consideraciones, el entrepiso de la fig. 39 se descompone en los subconjuntos de la fig. 40

Las principales hipótesis realizadas para efectuar el análisis son:

- 1.- Las alturas de los entrepisos arriba y abajo del nivel "n" considerado son iguales
- 2.- Los puntos de inflexión de las columnas situadas arriba y abajo del nivel "n" se encuentran en el centro de su longitud
- 3.- La distribución del cortante total es la misma para las columnas superior e inferior

- 4.- Las cargas axiales sobre las columnas permanecen constantes durante la aplicación de las cargas laterales
- 5.- El análisis de segundo orden ($P-\Delta$) se realiza considerando el comportamiento elasto-plástico del material

De esta manera, cada subconjunto es analizado para obtener su gráfica $Q-\Delta/h$ y, finalmente, la superposición de todas las gráficas proporciona la de todo el entrepiso.

Se elaboraron ayudas de diseño (fig. 41) que permiten considerar una columna con sus restricciones (vigas) por medio de las cuales es posible obtener las gráficas carga-desplazamiento de cada subconjunto (fig. 42), a partir de las cuales se obtiene la de todo el entrepiso; construida ésta se puede obtener la carga de inestabilidad (ordenada máxima del diagrama).

De Buen (1) hizo una modificación al método desarrollado en la Universidad de Lehigh para obtener la curva carga-desplazamiento de un entrepiso considerando éste formado por subconjuntos; las hipótesis son las mencionadas cuando se describió este método (17).

Aislando una columna del subconjunto (fig. 44), y al suponer que $M_{n+1}=M_n$, que la rigidez angular no disminuye por efecto de la carga axial, y que la columna se comporta elásticamente,

$$M_{n+1} + M_n - M_v = 0$$

Como $M_r = 2M_n$ (por equilibrio), donde M_r = Momento restrictivo proporcionado por las traveses,

$$\frac{\Delta_n}{h} = \frac{M_r h}{12 E I_c} + \theta \dots \dots \dots (64)$$

Las hipótesis anteriores se consideran satisfactorias cuando $P/P_y \leq 0.80$ y $h/r \leq 40$.

De la fig. 44,

$$M_n = Q_n \frac{h}{2} + P_n \frac{\Delta_n}{2} \dots \dots \dots (65)$$

$$Q_n = \frac{M_n - P_n \frac{\Delta_n}{2}}{\frac{h}{2}} \dots \dots \dots (66)$$

Por lo que,

$$Q_n = \frac{M_r}{h} - P_n \frac{\Delta_n}{h} \dots \dots \dots (67)$$

Con las ecuaciones 64 y 67 se determinan los puntos de la curva $Q-\Delta$, es decir, conocidos M_r y θ se obtiene Δ_n/h y Q_n .

Para aplicar el método, se recomienda seguir el siguiente procedimiento:

- 1.- Se aplican las cargas verticales con su intensidad máxima, y horizontales crecen lentamente, desde cero hasta su valor máximo.
- 2.- Se divide el entrepiso en subconjuntos (fig. 40)
- 3.- Se calculan los valores de M_r a lo largo de todo el proceso de carga
- 4.- Se calculan Δ y Q (ecs. 64 y 67) correspondientes a la formación de cada articulación plástica
- 5.- Se obtiene la relación entre desplazamientos y fuerzas horizontales posterior al mecanismo de colapso
- 6.- Al incrementar la carga horizontal, eventualmente, se forma, en alguna barra, una articulación plástica, utilizando las ecs. 64 y 67 se obtiene el primer conjunto de valores Q y Δ , se une por medio de una línea recta el primer punto con el origen de los ejes coordenados $Q-\Delta$, si el subconjunto no se convierte, aún, en un mecanismo se continúa aumentando la carga horizontal, considerando la disminución de la rigidez del subconjunto por la articulación formada, hasta formar otra articulación plástica y se obtiene otro punto de la curva, el proceso se continúa hasta la formación de un mecanismo, la recta de descarga se obtiene de acuerdo con lo señalado en el punto 5.
- 7.- Sumando, gráficamente, todas las curvas de los subconjuntos se obtiene la curva $Q-\Delta$ del entrepiso
- 8.- La carga de inestabilidad corresponde al punto más alto de la curva anterior; se cuenta también con la información en condiciones de servicio, considerando el efecto $P-\Delta$

CAPITULO 5

APLICACION A UN EJEMPLO ESPECIFICO

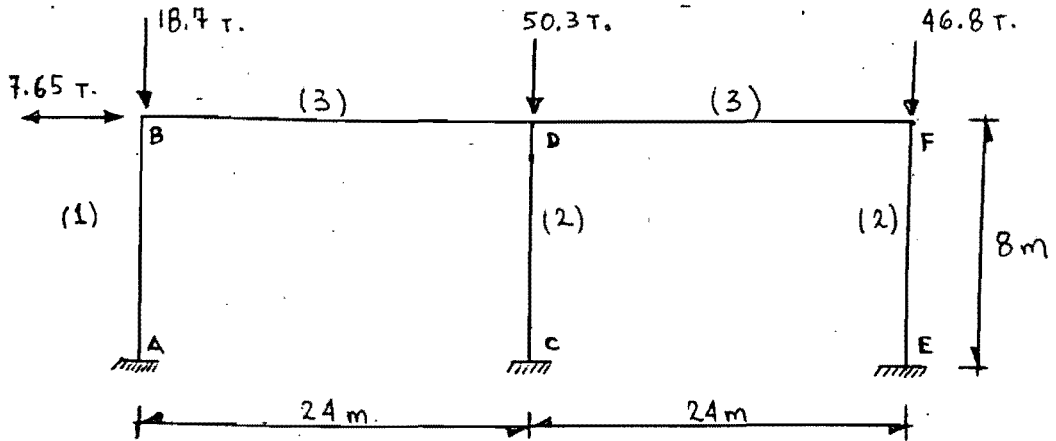
EL MARCO, UTILIZADO COMO EJEMPLO, SE MUESTRA EN LA SIGUIENTE HOJA. SE PRETENDE REALIZAR TRES TIPOS DE ANÁLISIS:

- (1) CÁLCULO DE LA CARGA DE INESTABILIDAD DEL MARCO Y LA INFLUENCIA, QUE SOBRE ÉSTA TIENEN LAS IMPERFECCIONES INICIALES, SE CONSIDERAN LOS SIGUIENTES CUATRO CASOS, $\Delta/H = 0.004$, $\Delta/H = 0.008$, $\Delta/H = 0.012$ y $\Delta/H = 0.016$.
- (2) INFLUENCIA DEL EFECTO P- Δ EN CONDICIONES DE SERVICIO.
- (3) CÁLCULO DE LA CARGA CRÍTICA DEL MARCO CON LOS MÉTODOS SEÑALADOS EN EL CAPÍTULO ANTERIOR.

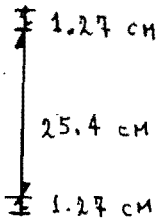
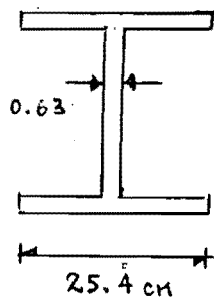
PARA LOS TRES ANÁLISIS ANTERIORES SE CONSIDERA ÚNICAMENTE EL COMPORTAMIENTO EN EL PLANO DEL MARCO.

APLICACION A UN EJEMPLO ESPECIFICO

EL MARCO QUE SE ANALIZARÁ ES EL SIGUIENTE :

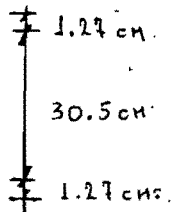
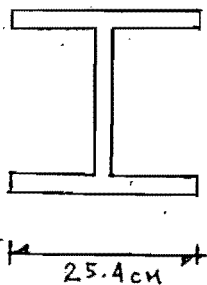


SECCIÓN 1:



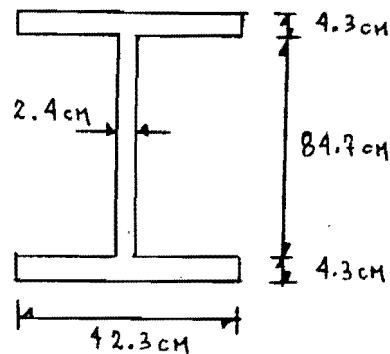
$A = 80.52 \text{ cm}^2$
 $I = 12300 \text{ cm}^4$

SECCIÓN 2:



$A = 93.49 \text{ cm}^2$
 $I = 18500 \text{ cm}^4$

SECCIÓN 3:



$$A = 569.7 \text{ cm}^2$$
$$I = 845000 \text{ cm}^4$$

EL ANÁLISIS SE REALIZARÁ EN TRES ETAPAS:

- 1.- OBTENCIÓN DE CARGAS DE COLAPSO
- 2.- COMPORTAMIENTO BAJO CARGAS DE TRABAJO
- 3.- APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS MENCIONADOS EN EL CAPÍTULO 4 PARA CALCULAR CARGAS CRÍTICAS.

1.- OBTENCIÓN DE CARGAS DE COLAPSO.

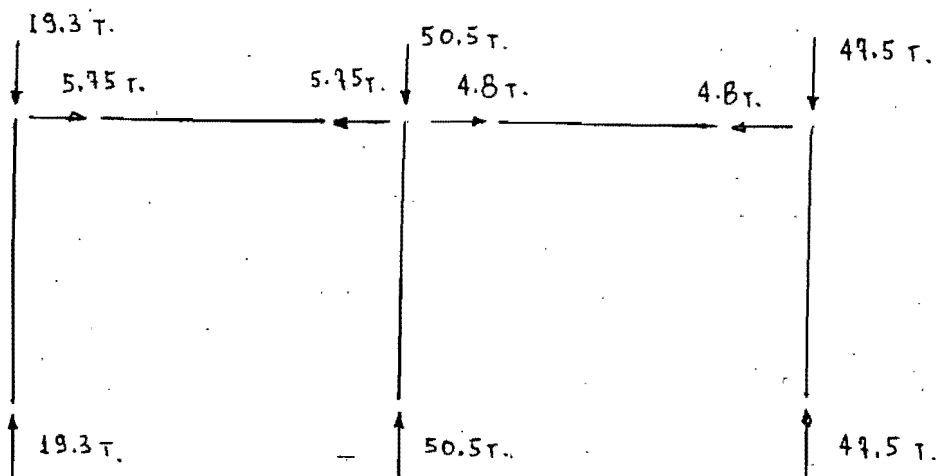
SE CALCULARON PARA DOS CONDICIONES: (1) CARGA VERTICAL CONSTANTE CON CARGA HORIZONTAL INCREMENTADA HASTA LA FALLA, Y (2) CARGA HORIZONTAL CONSTANTE MIENTRAS LA CARGA VERTICAL SE INCREMENTÓ HASTA LA FALLA.

ANTES DE INICIAR EL ESTUDIO DE LOS DOS CASOS ANTERIORES SE OBTUVO LA MATRIZ DE RÍGIDEZES DEL MARCO.

CONSIDERANDO, EXCLUSIVAMENTE, LOS GRADOS DE LIBERTAD DEBIDOS AL GIRO EN LOS NUDOS Y AL DESPLAZAMIENTO LATERAL DEL MARCO (PARA FINES DE ESTUDIAR LA INESTABILIDAD) SE OBTIENE LA MATRIZ :

$$\begin{bmatrix}
 \frac{(SI)_{AB}}{L_{AB}} + \frac{(SI)_{BD}}{L_{BD}} & \frac{(SCI)_{BD}}{L_{BD}} & 0 & -\frac{(RI)_{AB}}{L_{AB}^2} \\
 \frac{(SCI)_{BD}}{L_{BD}} & \frac{(SI)_{CD}}{L_{CD}} + \frac{(SI)_{BD}}{L_{BD}} + \frac{(SI)_{DF}}{L_{DF}} & \frac{(SCI)_{DF}}{L_{DF}} & -\frac{(RI)_{CD}}{L_{CD}^2} \\
 0 & \frac{(SCI)_{DF}}{L_{DF}} & \frac{(SI)_{EF}}{L_{EF}} + \frac{(SI)_{DF}}{L_{DF}} & -\frac{(RI)_{EF}}{L_{EF}^2} \\
 -\frac{(RI)_{AB}}{L_{AB}^2} & -\frac{(RI)_{CD}}{L_{CD}^2} & -\frac{(RI)_{EF}}{L_{EF}^2} & \frac{2(RI)_{AB}}{L_{AB}^3} + \frac{2(RI)_{CD}}{L_{CD}^3} + \frac{2(RI)_{EF}}{L_{EF}^3}
 \end{bmatrix}$$

DE UN ANÁLISIS DE PRIMER ORDEN, CON LAS CARGAS INICIALES SE OBTUVIERON LAS CARGAS AXIALES :



LA MATRIZ DE RIGIDEZES MOSTRADA INCLUYE FUNCIONES DE ESTABILIDAD $S, SC, R = S(1+c)$ PARA TOMAR EN CUENTA LA DISMINUCIÓN DE RIGIDEZ DE LOS MIEMBROS POR ITERACIÓN CARGA AXIAL-DESPL. LATERAL (ESTAS FUNCIONES ESTÁN TABULADAS EN LA REF. 1).

DE LAS CARGAS MOSTRADAS ANTERIORMENTE SE OBTIENE:

MIEMBRO	P (TON)	P_E	P/P_E	S	SC	$S(1+c)$
A-B	19.3	386.95	0.05	3.93	2.02	5.95
C-D	50.5	582.0	0.087	3.88	2.03	5.91
E-F	47.5	582.0	0.082	3.89	2.03	5.92
BD y D-F	5.75	2953.7	0.002	4.0	2.00	6.00

CASO 1

CARGA HORIZONTAL INCREMENTADA HASTA EL COLAPSO.

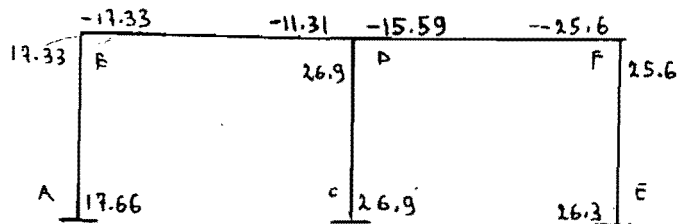
MOMENTOS PLÁSTICOS:

MIEMBRO	Z_x (cm ³)	M_P (T-M)	M_{Pc} (T-M)*
A-B	962	24.34	24.34
C-D	1246	31.52	26.80
E-F	1246	31.52	27.50
BD y DF	20648	522.4	522.4

* SE OBTUVIERON CON: $M_{Pc} = 1.18 M_P (1 - P/P_y)$ SI $P/P_y > 0.15$
 $M_{Pc} = M_P$ SI $P/P_y \leq 0.15$

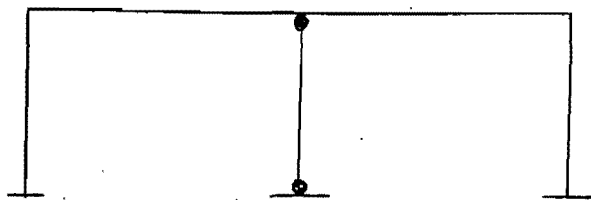
a.)- $\Delta/H = 0$ DESPRECIANDO EL EFECTO P-A ;

AL INCREMENTAR LA CARGA HORIZONTAL A $V=17.5$ TON,
SE OBTIENEN LOS MOMENTOS SIGUIENTES :



$\Delta = 7.72$ CMS..

AL COMPARARLOS CON SUS MOMENTOS PLÁSTICOS, SE OBSERVA QUE APARECEN ARTICULACIONES PLÁSTICAS EN LOS EXTREMOS DE "C-D" ES DECIR, CUANDO $V=17.5$ TON. EL MARCO SE ENCUENTRA EN LAS CONDICIONES :



AL TERMINAR ESTA PRIMERA ETAPA :

$V=17.5$ TON. $\Delta = 7.72$ CMS

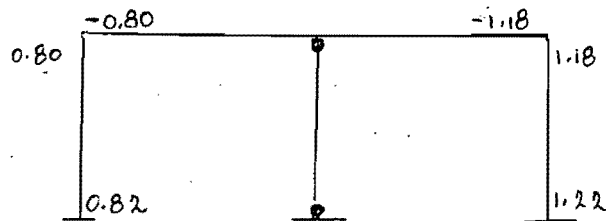
EL DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZES ES:

$DET. = 5.5 \times 10^6 > 0 \Rightarrow$ EL MARCO ES ESTABLE.

AL LLEGAR A ESTA ETAPA SE OBTUVIERON LAS CARGAS AXIALES EN LOS MIEMBROS; DEBIDO A QUE CAMBIAN POCO, LAS FUNCIONES DE ESTABILIDAD NO LLEGAN A MODIFICARSE.

2ª ETAPA

CONSIDERANDO EL MARCO EN LAS CONDICIONES MOSTRADAS EN LA FIGURA ANTERIOR SE APLICÓ UNA CARGA HORIZONTAL $V=0.50 \text{ Ton.}$, OBTENIÉNDOSE:



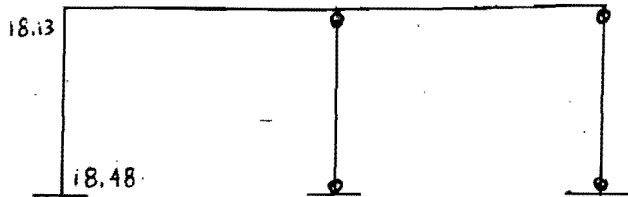
$$\Delta = 0.36 \text{ cm.}$$

LOS MOMENTOS TOTALES AL FINALIZAR ESTA SEGUNDA ETAPA SON

MIEMBRO	$M_{\text{TOTAL}} \text{ (T-M)}$
A - B	$17.33 + 0.80 = 18.13 < M_{p_{CAB}}$
	$17.66 + 0.82 = 18.48 < M_{p_{CAB}}$
E - F	$25.6 + 1.18 = 26.78 < M_{p_{CEF}}$
	$26.3 + 1.22 = 27.52 < M_{p_{CEF}}$
B - D	$-17.33 + (-0.80) = -18.13 < M_{p_{BD}}$
D - F	$-25.6 + (-1.18) = -26.78 < M_{p_{DF}}$

ES DECIR, AHORA SE PLASTIFICA EL EXTREMO INFERIOR DE LA COLUMNA "E-F"; SIN EMBARGO DADO QUE EN SU EXTREMO SUPERIOR ESTÁ TAMBIÉN A PUNTO DE APARECER UNA ARTICULACIÓN PLÁSTICA, SE CONSIDERARÁ QUE CON $V=17.5+0.5=18 \text{ Ton.}$ SE FORMAN ARTICULACIONES PLÁSTICAS EN LOS DOS EXTREMOS DE LA COLUMNA "E-F".

TERMINACIÓN 2ª ETAPA:



$$V = 17.5 + 0.5 = 18 \text{ T.}$$

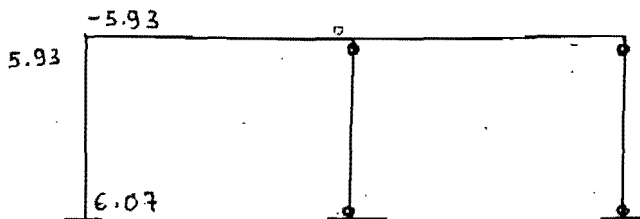
$$\Delta = 7.72 + 0.36 = 8.08 \text{ cms.}$$

EL DETERMINANTE DE LA MATRIZ ES: $3.2 \times 10^6 > 0$

NUEVAMENTE, EL CAMBIO EN LAS CARGAS AXIALES NO MODIFICA APRECIABLEMENTE LAS FUNCIONES DE ESTABILIDAD.

3ª ETAPA:

EN LAS CONDICIONES MOSTRADAS EN LA FIGURA ANTERIOR SE APLICA UNA FUERZA HORIZONTAL $V = 1.5 \text{ TON.}$



$$\Delta = 2.67 \text{ cms.}$$

LOS MOMENTOS TOTALES QUE SE OBTIENEN AHORA SON

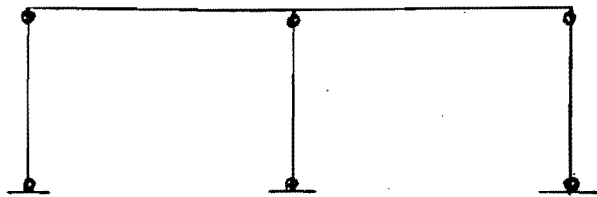
MIEMBRO	$M_{TOTAL} (T-M)$
A - B	$24.55 \approx M_{PCAB}$
	$24.06 < M_{PCAB}$
B - D	$-24.06 \ll M_{PCCD}$

- AL APLICAR ESTE INCREMENTO DE CARGA SE PLASTIFICA LA PARTE INFERIOR DE LA COLUMNA "A-B", SIN EMBARGO EN LA PARTE SUPERIOR EL MOMENTO ES YA MUY CERCANO AL PLÁSTICO, POR LO QUE SE CONSIDERARÁ QUE SE FORMAN LAS DOS ARTICULACIONES AL MISMO TIEMPO.

ANTES DE FINALIZAR LA 3ª ETAPA EL DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDECES ES:

$$DET. = 1.2 \times 10^6 > 0 \Rightarrow \text{ES ESTABLE.}$$

TERMINACIÓN 3ª ETAPA:



$$V = 18 + 1.5 = 19.5 \text{ TON.}$$

$$\Delta = 8.08 + 2.67 = 10.75 \text{ CMS.}$$

CON LO QUE EL MARCO SE CONVIERTE EN UN MECANISMO.

b). $\Delta/H = 0$, CONSIDERANDO EL EFECTO $P-\Delta$

1ª ETAPA :

AL APLICAR LAS CARGAS INICIALES SOBRE EL MARCO SE OBTUVO:

$$\Delta = 3.38 \text{ cms.}$$

LAS CARGAS VERTICALES AL ACTUAR SOBRE EL MARCO DEFORMADO, CAUSAN MOMENTOS ADICIONALES EN ÉL DADO POR:

$$\begin{aligned} M_{\text{ADIC}} &= \Sigma P \Delta = \Delta \Sigma P \\ &= (18.7 + 50.3 + 46.8) 3.38 \\ M_{\text{ADIC.}} &= 391.40 \text{ T-CM} \end{aligned}$$

LO QUE PROVOCA UNA FUERZA HORIZONTAL FICTICIA ADICIONAL DADA POR :

$$\begin{aligned} V_{\text{ADIC.}} &= \frac{\lambda \Delta \Sigma P}{H} \\ &= \frac{391.4 (1.3)^*}{800} \end{aligned}$$

$$V_{\text{ADIC.}} = 0.64 \text{ TON.}$$

SE HA INCLUIDO EL FACTOR DE CARGA " λ " PARA LA OBTENCIÓN DE " $V_{\text{ADIC.}}$ " EN BASE A LA RECOMENDACIÓN DE WOOD, BEAULIEU Y ADAMS (9).

* RECOMENDADO POR EL A.I.S.C.

ESTA FUERZA ADICIONAL SE SUMA A LA INICIAL CON LO QUE SE OBTIENE:

$$V_{TOTAL} = 7.65 + 0.64 = 8.29 \text{ T.}$$

NUEVAMENTE SE ANALIZA EL MARCO CON LA CARGA HORIZONTAL ANTERIOR, EL DESPLAZAMIENTO LATERAL OBTENIDO ES AHORA:

$$\Delta = 3.66 \text{ cms.}$$

CON LO QUE:

$$V_{ADIC.} = \frac{115.8(3.66)(1.3)}{800}$$

$$V_{ADIC.} = 0.69 \text{ TON.}$$

POR LO QUE:

$$V_{TOTAL} = 7.65 + 0.69 = 8.34 \text{ TON.}$$

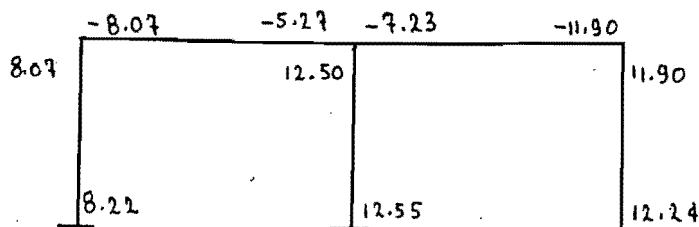
AL REALIZAR UNA TERCERA ITERACION SE OBTIENE:

$$\Delta = 3.74 \text{ cms.}$$

$$V_{ADIC.} = 0.70$$

$$V_{TOTAL} = 8.35 \text{ T.}$$

CON LO QUE SE CONSIDERA QUE CONVERGE, LOS MOMENTOS OBTENIDOS CON LA FUERZA CORTANTE TOTAL ANTERIOR SON:



ES DECIR, NINGUNA SECCIÓN ALCANZA A PLASTIFICARSE AÚN.

SI SE INCREMENTA LA CARGA A $V = 16.05$ TON.

SE OBTIENE INICIALMENTE:

$$\Delta = 7.08 \text{ cm.}$$

$$V_{\text{ADIC.}} = \frac{115.8(7.08)1.3}{800}$$

$$V_{\text{ADIC.}} = 1.33 \text{ T.}$$

$$V_{\text{TOTAL}} = 16.05 + 1.33 = 17.38 \text{ T.}$$

CON ESTA NUEVA FUERZA SE OBTIENE:

$$\Delta = 7.66 \text{ cm.}$$

$$V_{\text{ADIC.}} = 1.44 \text{ T.}$$

$$V_{\text{TOTAL}} = 17.49 \text{ T.}$$

REALIZANDO UN NUEVO ANÁLISIS:

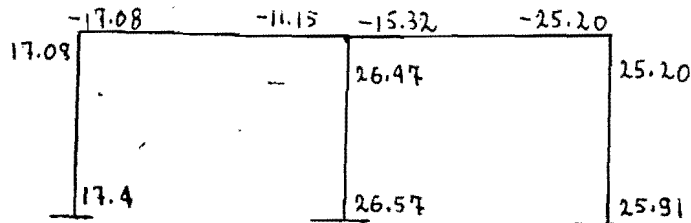
$$\Delta = 7.71 \text{ cm}$$

$$V_{\text{ADIC.}} = 1.45 \text{ T.}$$

$$V_{\text{TOTAL}} = 17.50 \text{ T}$$

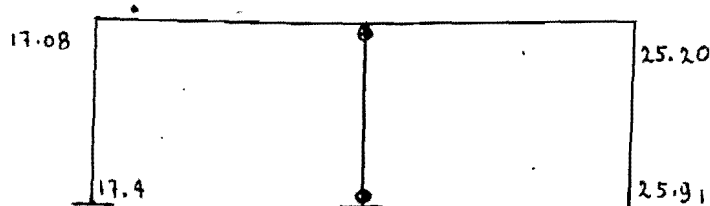
POR LO QUE SE CONSIDERA QUE CONVERGE

LOS MOMENTOS OBTENIDOS CON LA FUERZA CORTANTE ANTERIOR SON :



CON LO QUE CONCLUYE LA PRIMERA ETAPA

TERMINACIÓN 1ª ETAPA :



$$V = 16.05 \text{ T.}$$

$$\Delta = 7.71 \text{ cms.}$$

EN LA FIGURA ANTERIOR NO SE SEÑALAN LOS MOMENTOS EN LAS TRABES PUESTO QUE ES CLARO QUE LAS ARTICULACIONES SE FORMARÁN EN LAS COLUMNAS.

2ª ETAPA :

APLICANDO, EN LA FIGURA ANTERIOR, UNA FUERZA CORTANTE $V = 0.43 \text{ TON.}$

SE OBTIENE :

$$\Delta = 0.31 \text{ cm.}$$

$$V_{\text{Adic.}} = 0.06 \text{ T.}$$

$$V_{\text{TOTAL}} = 0.49 \text{ T.}$$

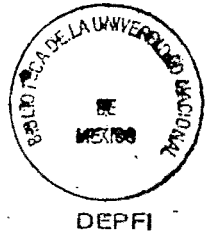
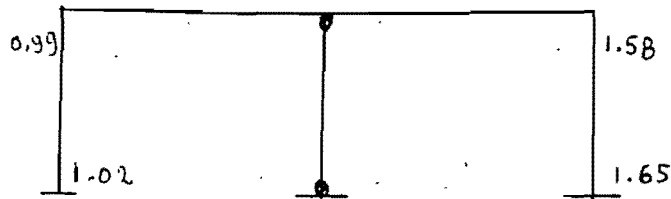
CON ESTA NUEVA FUERZA SE OBTIENE:

$$\Delta = 0.33 \text{ cms.}$$

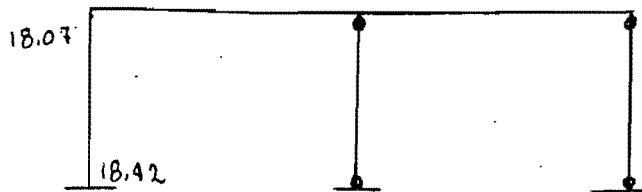
$$V_{\text{Adic.}} = 0.06 \text{ T.}$$

$$\bar{V}_{\text{TOTAL}} = 0.49 \text{ T.}$$

LOS MOMENTOS EN EL MARCO SON:



TERMINA 2ª ETAPA



$$V = 16.05 + 0.43 = 16.48 \text{ T.}$$

$$\Delta = 7.71 + 0.33 = 8.04 \text{ cm.}$$

3ª ETAPA ;

SIGUIENDO EL PROCEDIMIENTO ANTERIOR SE LLEGA A CONCLUIR LA TERCERA ETAPA CON:

$$V = 16.48 + 1.0 = 17.48 \text{ T.}$$

$$\Delta = 8.04 + 2.65 = 10.69 \text{ cm.}$$

ANTES DE LLEGAR A ESTA ETAPA SE VERIFICÓ EL VALOR DEL DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZES OBTENIÉNDOSE:

$$\text{DET.} = 9 \times 10^5 > 0 \Rightarrow \text{ESTABLE.}$$

AL TERMINAR LA 3ª ETAPA EL MARCO SE CONVIERTE EN UN MECANISMO.

C).- $\Delta/H = 0.004$, CON P- Δ :

EL PROCEDIMIENTO PARA CONSIDERAR LOS EFECTOS P- Δ SE HACE EXACTAMENTE IGUAL AL CASO ANTERIOR (ITERATIVAMENTE), LA ÚNICA DIFERENCIA ESTIBA EN LO SIGUIENTE:

AL ENCONTRARSE EL MARCO INICIALMENTE DESPLAZADO, LAS CARGAS VERTICALES PRODUCEN UN CORTANTE INICIAL DADO POR:

$$V_{\text{INICIAL}} = 1.3 (115.8)(0.004) = 0.60 \text{ T.}$$

1ª ETAPA :

Si SE APLICA UN CORTANTE $V = 15.4 \text{ TON}$.

$$V_{\text{TOTAL}} = V + V_{\text{INICIAL}} = 15.4 + 0.60 = 16 \text{ TON}$$

SIGUIENDO EL PROCESO ITERATIVO SE LLEGA FINALMENTE A :

$$V = 17.45 \text{ T}$$

$$\Delta = 7.69 \text{ CM}$$

CON LO QUE, SE COMPRUEBA, SE FORMAN LAS DOS PRIMERAS ARTICULACIONES (COLUMNA "C-D").

TERMINA 1ª ETAPA :

$$V = 15.4 \text{ TON}$$

$$\Delta = 7.69 + \underbrace{3.2}_{\Delta_{\text{INICIAL}}} = 10.89 \text{ CMS}$$

2ª ETAPA :

EN ESTA SEGUNDA ETAPA NO INFLUYEN LOS DESPLAZAMIENTOS INICIALES, POR LO QUE DEL CASO CUANDO $\Delta/H = 0$ CON P-Δ :

TERMINA 2ª ETAPA :

$$V = 0.43 + 15.4 = 15.83 \text{ T}$$

$$\Delta = 0.33 + 10.89 = 11.22 \text{ CM}$$

3ª ETAPA :

SIMILARMENTE AL CASO $\Delta/H = 0$ CON P-Δ :

TERMINA 3ª ETAPA :

$$V = 15.83 + 1.0 = 16.83 T$$

$$\Delta = 11.22 + 2.65 = 13.87 T.$$

SIMILARMENTE PARA $\Delta/h = 0.008, 0.012$ y 0.016 SE OBTIENE LO SIGUIENTE :

$\frac{\Delta}{h}$	P- Δ	TERMINACIÓN 1ª ETAPA		TERMINACIÓN 2ª ETAPA		TERMINACIÓN 3ª ETAPA	
		V*	Δ^{**}	V	Δ	V	Δ
0	NO	17.50	7.72	18.00	8.08	19.50	10.95
0	SI	16.05	7.71	16.48	8.04	17.48	10.69
0.004	SI	15.40	10.89	15.83	11.22	16.83	13.87
0.008	SI	14.85	14.11	15.28	14.44	16.28	17.09
0.012	SI	14.25	17.31	14.68	17.64	15.68	20.29
0.016	SI	13.64	20.51	14.07	20.84	15.07	23.49

* V EN TONELADAS

** Δ EN CENTÍMETROS

UN RESUMEN DE LO ANTERIOR SE DA EN LA TABLA 1.

CASO 2 :

CARGA VERTICAL INCREMENTADA Y CARGA HORIZONTAL
CONSTANTE.

a).- $A/H = 0$, DESPRECIANDO EL EFECTO P- Δ

AL INCREMENTAR LA CARGA VERTICAL A :

$$P = 2.5 P_{INICIAL}$$

LOS MOMENTOS PLÁSTICOS EN LAS COLUMNAS SE REDUCEN A :

$$M_{P_{CAB}} = 20.15 \text{ T-M}$$

$$M_{P_{CD}} = 11.48 \text{ T-M}$$

$$M_{P_{EF}} = 13.29 \text{ T-M}$$

LAS FUNCIONES DE ESTABILIDAD SON, AHORA :

MIEMBRO	P/P_E	S	SC
A-B	0.12	3.84	2.04
C-D	0.22	3.70	2.08
E-F	0.20	3.73	2.07

ACTUANDO LA CARGA VERTICAL CON $V = 7.65 \text{ T.}$, SE COMPRUEBA QUE LOS MOMENTOS QUE APARECEN EN EL MARCO CAUSAN LA PLASTIFICACIÓN DE LA COLUMNA "C-D".

TERMINA 1ª ETAPA :

$$P = 2.5 P_{\text{inicial}} = 289.5 \text{ T.}$$

$$\Delta = 3.44 \text{ cm.}$$

2ª ETAPA

SIGUIENDO EL PROCEDIMIENTO UTILIZADO EN "CASO 1", PERO CONSIDERANDO LOS NUEVOS VALORES DE LOS MOMENTOS PLÁSTICOS Y DE LAS FUNCIONES DE ESTABILIDAD SE OBTIENE :

TERMINA 2ª ETAPA :

$$P = 17.37 \text{ T.} + 289.5 = 306.87 \text{ T.}$$

$$\Delta = 3.44 \text{ cm}$$

TERMINA 3ª ETAPA :

$$P = 405.3 + 306.87 = 712.17 \text{ T.}$$

$$\Delta = 3.44 \text{ cm.}$$

b).- $\Delta/H = 0$, CON P- Δ

LA CONSIDERACIÓN DEL EFECTO P- Δ SE HACE IGUAL A LOS CASOS MOSTRADOS ANTERIORMENTE

1ª ETAPA :

SUPONIENDO $P = 2,2 P_{inici.} = 254.76 \text{ T.}$

SE OBTIENEN LAS FUNCIONES DE ESTABILIDAD Y MOMENTOS PLÁSTICOS CORRESPONDIENTES A ESTA CARGA, REALIZANDO UN PROCESO ITERATIVO (PARA CONSIDERAR EL EFECTO P- Δ) SE CONCLUYE QUE PARA ESTA CARGA SE FORMAN LAS DOS PRIMERAS ARTICULACIONES EN LA COLUMNA "C-D".

TERMINA 1ª ETAPA :

$P = 254.76 \text{ T.}$

$\Delta = 4.21 \text{ CM.}$

2ª ETAPA :

EL INCREMENTO DE CARGA QUE SE DÉ EN ESTA ETAPA, VA ACOMPAÑADA DE UN CORTANTE (PUESTO QUE ESTE INCREMENTO ACTÚA SOBRE LA ESTRUCTURA DEFORMADA ($\Delta = 4.21 \text{ cms.}$, DE LA ETAPA ANTERIOR), CON ESTA CONSIDERACIÓN Y REDUCIENDO LOS MOMENTOS PLÁSTICOS Y FUNCIONES DE ESTABILIDAD DE ACUERDO AL INCREMENTO EN LA CARGA, SE OBTIENE :

TERMINA 2ª ETAPA :

$$P = 254.76 + 17.37 = 272.13 \text{ T.}$$

$$\Delta = 4.21 + 0.09 = 4.30 \text{ cm.}$$

Y SIMILARMENTE :

TERMINA 3ª ETAPA :

$$P = 272.13 + 138.96 = 411.09 \text{ T.}$$

$$\Delta = 4.30 + 2.91 = 7.21 \text{ cm.}$$

C).- $\Delta/H = 0.004$, CON P- Δ

SE INICIA SUPONIENDO UN VALOR DE "P", DE ÉSTE SE OBTIENE EL VALOR DEL CORTANTE INICIAL, EL RESTO ES IGUAL A LOS CASOS ANTERIORES, LOS RESULTADOS SON :

ETAPA TERMINADA	P (TON.)	Δ (CMS.)
1ª	231.6	7.95
2ª	248.97	8.11
3ª	341.61	11.13

ANTES DE ALCANZAR LA 3ª ETAPA SE COMPROBÓ EL VALOR DEL DETERMINANTE :

$$\text{DET.} = 2.73 \times 10^5 > 0$$

EL VALOR DEL DETERMINANTE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZES, EN LAS DIFERENTES ETAPAS, PARA LOS DOS ANÁLISIS ANTERIORES ES EL SIGUIENTE :

PARA LAS CARGAS INICIALES:

$$|K| = 5.48 \times 10^6$$

TIPO DE ANÁLISIS	PRIMERA ETAPA		SEGUNDA ETAPA		TERCERA ETAPA	
	ANTES	DESPUÉS	ANTES	DESPUÉS	ANTES	DESPUÉS
1	5.48×10^6	3.20×10^6	3.20×10^6	1.20×10^6	1.20×10^6	0
2	5.13×10^6	2.86×10^6	2.86×10^6	0.90×10^6	0.90×10^6	-0.30×10^6
3	5.35×10^6	3.14×10^6	3.13×10^6	1.20×10^6	1.18×10^6	0
4	4.59×10^6	2.40×10^6	2.35×10^6	0.46×10^6	0.078×10^6	-1.06×10^6

TIPOS DE ANÁLISIS :

- | NÚMERO | ANÁLISIS |
|--------|--|
| 1 | C.V. CONSTANTE Y VARIACIÓN DE LA C.H. |
| 2 | C.V. CONSTANTE Y VARIACIÓN DE LA C.H., RESTANDO EL VALOR P/L AL TÉRMINO (4,4) DE LA MATRIZ DE RIGIDEZES. |
| 3 | C.H. CONSTANTE Y VARIACIÓN DE LA C.V. |
| 4 | C.H. CONSTANTE Y VARIACIÓN DE LA C.V., RESTANDO EL VALOR P/L AL TÉRMINO (4,4) DE LA MATRIZ DE RIGIDEZES. |

C.V. = CARGA VERTICAL

C.H. = CARGA HORIZONTAL.

2.- COMPORTAMIENTO BAJO CARGAS DE TRABAJO

SE REALIZÓ UN ANÁLISIS CON LAS CARGAS INICIALES, COMPRENDIENDO LOS SIGUIENTES CASOS:

- a).- $\Delta/H = 0$, C.V. SIN P- Δ C.V. = CARGA VERTICAL
b).- $\Delta/H = 0.004$, C.V. CON P- Δ C.H. = CARGA HORIZONTAL
c).- $\Delta/H = 0.008$, C.V. CON P- Δ
d).- $\Delta/H = 0.012$, C.V. CON P- Δ
e).- $\Delta/H = 0.016$, C.V. CON P- Δ
f).- $\Delta/H = 0$, C.V. + C.H. \rightarrow * SIN P- Δ
g).- $\Delta/H = 0$, C.V. + C.H. \rightarrow CON P- Δ
h).- $\Delta/H = 0.004$, C.V. + C.H. \rightarrow CON P- Δ
i).- $\Delta/H = 0.008$, C.V. + C.H. \rightarrow CON P- Δ
j).- $\Delta/H = 0.012$, C.V. + C.H. \rightarrow CON P- Δ
k).- $\Delta/H = 0.016$, C.V. + C.H. \rightarrow CON P- Δ

PARA VERIFICAR LA INFLUENCIA DE CONSIDERAR APLICADA LA CARGA EN SENTIDO CONTRARIO SE ANALIZARON, ADEMÁS, LOS SIGUIENTES CASOS:

- l).- $\Delta/H = 0$, C.V. + C.H. \leftarrow SIN P- Δ
ll).- $\Delta/H = 0$, C.V. + C.H. \leftarrow CON P- Δ
m).- $\Delta/H = 0.004$, C.V. + C.H. \leftarrow CON P- Δ
n).- $\Delta/H = 0.016$, C.V. + C.H. \leftarrow CON P- Δ

EL ANÁLISIS, PARA CONSIDERAR EL EFECTO P- Δ , SE REALIZÓ ITERATIVAMENTE.

* LAS FLECHAS INDICAN EL SENTIDO DE APLICACIÓN DE LA CARGA HORIZONTAL.

SE CONCLUYÓ QUE, EN ESTE CASO EN PARTICULAR, EL APLICAR LA CARGA DE IZQUIERDA A DERECHA, O VICEVERSA NO INFLUYE EN LOS RESULTADOS OBTENIDOS SUBSTANCIALMENTE.*

LOS RESULTADOS SE MUESTRAN EN LA TABLA 3 .

3. APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS MENCIONADOS EN EL CAP. 4.

3.1. EFECTO P-Δ :

EN LA REF. (3) SE RECOMIENDA USAR UN FACTOR DE AMPLIFICACIÓN DADO POR:

$$F.A. = 1 + \frac{w/h}{K - \alpha w/h}$$

DONDE :

$$K = \frac{v}{X_v}$$

PARA ESTE CASO :

DE UN ANÁLISIS DE PRIMER ORDEN, APLICANDO SOLAMENTE LA CARGA HORIZONTAL :

$$X_v = 0.0334 \text{ m.}$$

$$K = \frac{7.65}{0.0334} = 229.04 \text{ T/m}$$

SUSTITUYENDO Y CONSIDERANDO $\alpha = 1.2$ (DE ACUERDO A LAS NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS DEL REGLAMENTO DEL D.F.)

* LOS LISTADOS DE RESULTADOS SE ANEXAN.

$$F.A. = 1 + \frac{\frac{115.8}{8}}{229.04 - 1.2 \frac{115.8}{8}}$$

$$\underline{F.A. = 1.068}$$

EN LA REF. 29 SE RECOMIENDA:

$$F.A. = 1 + a_d$$

DONDE:

$$a_d = \frac{\theta}{1 - \theta}$$

$$\theta = \frac{P \Delta}{V_h} = \frac{115.8(0.0335)}{7.65(8)} = 0.0634$$

Δ = DESPLAZAMIENTO OBTENIDO DE UN ANÁLISIS DE PRIMER ORDEN
CON TODAS LAS CARGAS, VERTICALES Y HORIZONTALES, ACTUANDO
SOBRE LA ESTRUCTURA.

$$a_d = \frac{0.0634}{1 - 0.0634} = 0.068$$

$$\underline{F.A. = 1.068}$$

EN LA REF. 16 SE RECOMIENDA EL F.A. ENCONTRADO POR
ROSENBLUETH (3) PERO INCLUYENDO FACTORES DE CARGA,
EN LUGAR DE UTILIZAR "W" SE UTILIZA "W_d".

EN ESTE CASO:

$$W_u = 1.3 (115.8) = 150.54 \text{ T.}$$

$$F.A. = 1 + \frac{150.54/8}{229.04 - 1.2 \frac{150.54}{8}}$$

$$\underline{\underline{F.A. = 1.091}}$$

EN LA REF. 1 SE RECOMIENDA OBTENER EL F.A. DE ACUERDO CON LA RECOMENDACION DE LA REF. 16 PERO CON LA RIGIDEZ OBTENIDA DE CONSIDERAR TODAS LAS CARGAS SOBRE EL MARCO.

$$K = \frac{7.65}{0.0335} = 228.36 \text{ TON/M}$$

CON LO QUE SE OBTIENE:

$$\underline{\underline{F.A. = 1.091}}$$

EN LA TABLA 5 SE MUESTRA UNA COMPARACION DE LOS RESULTADOS.

CUANDO EXISTEN DESPLAZAMIENTOS INICIALES, EN LA REF. 27 SE RECOMIENDA OBTENER LA DEFLEXION FINAL DE ACUERDO CON:

$$\Delta_n = F.A. (\Delta_f + \Delta_i)$$

Δ_i = DESPLAZAMIENTO INICIAL.

Δ_F = DESPLAZAMIENTO PRODUCIDO POR CARGAS HORIZONTALES ÚNICAMENTE SUPONIENDO QUE NO EXISTEN DESPLAZAMIENTOS INICIALES Y MEDIANTE UN ANÁLISIS DE PRIMER ORDEN.

$$F.A. = \frac{1}{1 - \frac{\sum P}{S_{Fh}}}$$

S_F = RIGIDEZ DE ENTREPISO

CONSIDERANDO:

$$S_F = 229.04 \quad \Delta_F = 0.0334 \text{ m.} \quad \Delta_i = 0.032 \text{ m.}$$

$$\underline{\Delta_n = 1.067 (0.0334 + 0.032) = 0.068 \text{ m.}}$$

UNA COMPARACIÓN DE LOS VALORES OBTENIDOS CON ESTA RECOMENDACIÓN CON LOS CALCULADOS CON LA EXPRESIÓN ANTERIOR, PERO CON EL F.A. RECOMENDADO EN LA REF. 16, Y CON LOS OBTENIDOS CON EL PROCESO ITERATIVO, SE MUESTRA EN LA TABLA 4.

3.2 - CARGAS CRÍTICAS ELÁSTICAS

a). REFERENCIA 3 :

$$P_{CY} = \frac{K_h}{1.2} = \frac{229.04(8)}{1.2}$$

$$\underline{\underline{P_{CY} = 1527 \text{ TON.}}}$$

b) - MÉTODO DE "LONGITUD EFECTIVA"

COLUMNA A-B

$$G_s = \frac{\frac{12300}{8}}{\frac{845000}{2400}} = 0.04$$

$$G_i = 1.0$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \therefore K = 1.16$$

$$P_{CY} = \frac{\pi^2 (2.04 \times 10^6) (12300)}{[1.16 (800)]^2} = 288 \text{ T.}$$

COLUMNA C-D

$$G_s = 0.033$$

$$G_i = 1.0$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} K = 1.15$$

$$P_{CY} = 440 \text{ T.}$$

COLUMNA E-F :

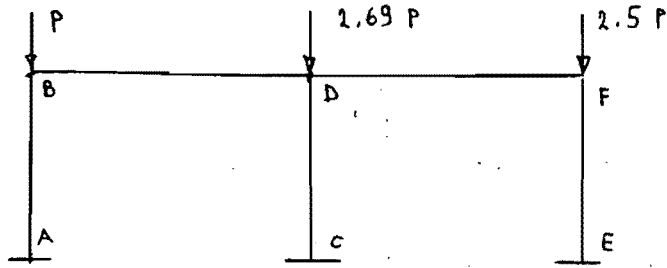
$$G_s = 0.07$$

$$G_i = 1.0$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} K = 1.17$$

$$P_{CY} = 425 \text{ T.}$$

EN EL MARCO SE TIENE:



COLUMNA	P_{cy}	P
A-B	288	288
C-D	440	164 (440 ÷ 2.69)
E-F	425	170 (425 ÷ 2.50)

COMO LA COLUMNA C-D REQUIERE LA CARGA MENOR PARA ALCANZAR SU P_{cy} , ÉSTA ES LA QUE FALLA PRIMERO.

$$P_{cy, \text{MARCO}} = 164(6.19) = \underline{\underline{1015.6 \text{ T.}}}$$

c) REFERENCIA 18

COLUMNA A-B

$$\left. \begin{array}{l} r_t = 0.03 \\ r_b = 0.0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{DE LA FIG. 32} \\ K = 1.02 \end{array}$$

$$P_{cy} = 392 \text{ TON.}$$

COLUMNA C-D

$$\left. \begin{array}{l} r_t = 0.02 \\ r_b = 0.0 \end{array} \right\} K = 1.01$$

$$P_{cy} = 571 \text{ TON.}$$

COLUMNA EF :

$$\left. \begin{array}{l} R_t = 0.04 \\ R_b = 0.0 \end{array} \right\} K = 1.03$$

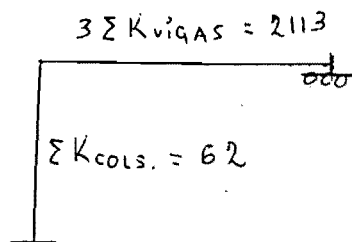
$$P_{cy} = 549$$

SI SE OBTIENE LA CARGA CRÍTICA DEL ENTREPISO COMO LA SUMA DE LAS CARGAS CRÍTICAS DE CADA COLUMNA (SUPONIENDO QUE NO FALLAN LAS COLUMNAS INDIVIDUALMENTE) :

$$\underline{\underline{P_{cr \text{ MARCO}} = 1492 \text{ T.}}}$$

d) - REFERENCIA 19

MARCO DE GRINTER :



AL SUPONER $P/P_E = 0.984$
DE LA FIG. 33

$$\text{CON } R_b = 0 \text{ Y } P/P_E = 0.984 \Rightarrow K'' = -34 K_{col.}$$

$$K'' = -2108$$

$$K'' + K_{vigas} = -2108 + 2113 = 5$$

Por lo que:

$$P_{cr_MARCO} = 0.984(386.95 + 2(582))$$

$$\underline{\underline{P_{cr_MARCO} = 1526 \text{ T.}}}$$

2) - REFERENCIA 2.4

$$K^2 = \frac{I}{P} \pi^2 \left[\frac{\sum P + 2(CLP)}{\sum \beta I} \right]$$

UTILIZANDO LA GRÁFICA DE LA FIG. 35.

COLUMNA	$q_{sup.}$	$q_{inf.}$	β	C_L
A-B	0.04	1.0	8.25	0.13
C-D	0.03	1.0	8.25	0.135
E-F	0.07	1.0	8.10	0.125

$$\sum \beta I = 8.25(12300) + 8.25(18500) + 8.10(18500) = 403\ 950$$

$$\sum P = 115,800$$

$$\sum C_L P = 18700(0.13) + 50300(0.135) + 46800(0.125) = 15071$$

COLUMNA A-B:

$$K^2 = 2.10 \Rightarrow K = 1.45$$

$$P_{cr} = 184 \text{ T.}$$

COLUMNA C-D

$$K^2 = 1.18 \Rightarrow K = 1.08$$

$$P_{cr} = 499 \text{ T.}$$

COLUMNA E-F:

$$K^2 = 1.26 \Rightarrow K = 1.12$$

$$P_{CY} = 464 \text{ T.}$$

$$P_{CY_{MARCO}} = 184 + 499 + 464 = \underline{\underline{1147 \text{ T.}}}$$

EL RESUMEN DE LOS RESULTADOS SE MUESTRAN EN LA TABLA 6

3.3. CARGAS CRÍTICAS INELÁSTICAS

a) REFERENCIA 13:

COLUMNA A-B:

$$\left. \begin{aligned} G_s &= 0.04 \\ G_i &= 1.0 \end{aligned} \right\}$$

DEL NOMOGRAMA:
 $K = 1.16$

$$C_c = \sqrt{2\pi^2 E / \sigma_y} = 126$$

$$\frac{KL}{Y} = 75 < 126 \Rightarrow \text{PANDEO INELÁSTICO}$$

$$F_a = 1118$$

$$F'_e = 1864$$

$$\left. \begin{aligned} G_{s_{INEL.}} &= \frac{1118}{1864} (0.04) = 0.02 \\ G_i &= 1.0 \end{aligned} \right\} K = 1.15$$

COMO $K_{INICIAL} = 1.16 \neq K_{FINAL} = 1.15$, SE PROCEDERÁ A ITERAR:

$$\frac{KL}{Y} = 74 \Rightarrow F_a = 1126 \quad F'_e = 1915$$

$$\left. \begin{array}{l} G_{\text{SINEL.}} = 0.012 \\ G_i = 1.0 \end{array} \right\} K = 1.15$$

AL RESULTAR IGUAL AL ANTERIOR SE HA LLEGADO A LA SOLUCIÓN:

$$P_{CY} = 293 \text{ T.}$$

COLUMNA C-D:

PROCEDIENDO DE MANERA SEMEJANTE SE OBTIENE, DESPUÉS DE ITERAR:

$$K = 1.13$$

$$P_{CY} = 456 \text{ T.}$$

COLUMNA E-F:

SIMILARMENTE:

$$K = 1.15$$

$$P_{CY} = 440 \text{ T.}$$

$$\underline{P_{CY \text{ MARCO}} = 1189 \text{ T.}}$$

b): REFERENCIA 21

PARA ESTE CASO, EN PARTICULAR, SE OBTIENE EL MISMO VALOR DE LA REFERENCIA ANTERIOR

$$\underline{P_{CY} = 1189 \text{ T.}}$$

c) - REFERENCIA 24

SUPONIENDO $\lambda = 4,5$

COLUMNA	P	f_a	τ	τI	G_s	G_i	β	$\tau \theta I$	C_L	$C_L P$
A-B	84,15	1,045	0,97	11931	0,04	1,0	8,25	98430	0,13	10,94
C-D	226,4	2,42	0,17	3145	0,006	1,0	8,45	26575	0,138	31,94
E-F	<u>210,6</u>	2,25	0,39	7215	0,03	1,0	8,30	<u>59885</u>	0,135	<u>28,43</u>
	$\Sigma = 521,15$							184890		70,61

$$\tau = 4 \left(1 - \frac{f_a}{F_y} \right) \frac{f_a}{F_y}$$

$$\Sigma (\tau \theta I) \frac{E}{H^2} = 589,3$$

$$\Sigma P + \Sigma C_L P = 591,6$$

$$\Sigma (\tau \theta I) \frac{E}{H^2} \approx \Sigma P + \Sigma C_L P$$

$$P_{cr} = 115,8 (4,5) = \underline{\underline{521,1 \text{ T.}}}$$

d) - REFERENCIA 4

$$P_{cr} = P_y - \frac{0,3 P_y^2}{S h} \quad \text{Si} \quad P_{cr} \geq P_y/2$$

CONSIDERANDO $S = 229,04$

$$P_{yAB} = 2530 (80,52) = 203,7 \text{ T.}$$

$$P_{yCD} = 236,5 \text{ T.}$$

$$P_{yEF} = 236,5 \text{ T.}$$

$$P_{cr} = 203,7 + 2(236,5) - \frac{0,3[203,7 + 2(236,5)]^2}{229,04(8)}$$

$$\underline{P_{cr} = 602} > P_{y/2} = 338$$

EL RESUMEN DE RESULTADOS SE MUESTRA EN LA TABLA 7.

3.4 - CARGA MÁXIMA CONSIDERANDO CARGA HORIZONTAL Y VERTICAL

a) REFERENCIA 1:

EN ESTE CASO, DADO QUE SE TRATA DE UN MARCO DE UN SOLO NIVEL, LAS ECUACIONES 67 Y 70 SE MODIFICAN QUEDANDO AHORA:

$$\frac{\Delta_n}{h} = \frac{M_r h}{6EI} + \theta \quad \text{y} \quad Q_n = \frac{2M_r}{h} - \frac{P\Delta}{h}$$

DATOS:

$$M_{P_{c_{AB}}} = 24,34 \text{ T-M}$$

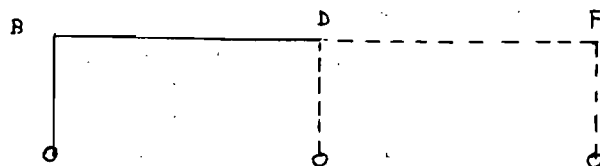
$$M_{P_{c_{CD}}} = 26,8 \text{ T-M}$$

$$M_{P_{c_{EF}}} = 27,5 \text{ T-M}$$

$$M_{P_{c_{BD}}} = M_{P_{c_{EF}}} = 522,4 \text{ T-M}$$

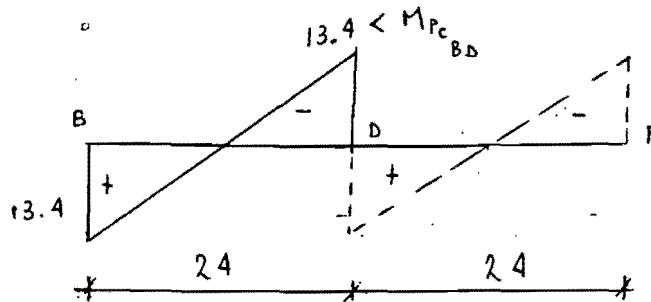
$$\Sigma P_u = 1,3(115,8) = 150,54$$

SUBCONJUNTO 1



1ª ETAPA:

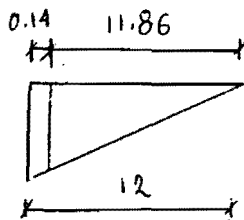
AL INCREMENTAR LA CARGA HORIZONTAL SE LLEGA A:



EN LA COLUMNA C-D

$$M = 13.4 (2) = 26.8 \text{ T-M} = M_{PC_{CD}}$$

ES DECIR, APARECE UNA ARTICULACIÓN EN LA COLUMNA C-D
EL MOMENTO EN EL PAÑO DE LAS VIGAS ES:



$$\frac{12}{11.86} = \frac{13.4}{x} \quad x = 13.24 \text{ T-M}$$

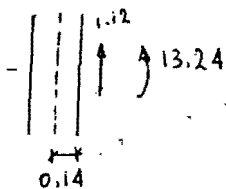
EL GIRO CORRESPONDIENTE AL MOMENTO ANTERIOR:

$$M_{DB} = \left(\frac{6EI}{L} \right)_{DB} \theta_1 = 13.24 \text{ T-M}$$

$$L = 23.72 \text{ m.}$$

$$\therefore \theta_1 = 3.03 \times 10^{-4}$$

EL MOMENTO RESTRICTIVO CORRESPONDIENTE A LA TERMINACIÓN DE LA 1ª ETAPA ES:



$$M_{Y_1} = 13.24 + 1.12(0.14) = 13.40 \text{ T-M}$$

$$\frac{\Delta_1}{h} = \frac{M_{r_1} h}{6 E I_c} + \theta_1 = \frac{13.4 \times 8}{6 (2.04 \times 10^7) (1.23 \times 10^{-4})}$$

$$\frac{\Delta_1}{h} = 7.42 \times 10^{-3}$$

$$Q_1 = \frac{2 M_{r_1}}{h} - \frac{P \Delta_1}{h} = \frac{2 (13.4)}{8} - 24.31 (7.42 \times 10^{-3})$$

$$Q_1 = 3.17 \text{ T.}$$

2ª ETAPA:

CUANDO EL MOMENTO DE LA COLUMNA A-B SE INCREMENTA EN 10.94 T-M:

$$M_{BA} = 10.94 + 13.40 = 24.34 = M_{P_{C_{AB}}}$$

POR LO TANTO APARECE UNA ARTICULACIÓN EN LA COLUMNA A-B
EL MOMENTO ADICIONAL EN EL PAÑO DE LA VIGA ES:

$$M_{\text{Adic.}} = 10.94 (0.986) = 10.79 \text{ T-M}$$

LA ROTACIÓN ADICIONAL ES:

$$M_{BD} = \left(\frac{6EI}{L} \right)_{BD} \theta_2 = 10.79$$

$$\theta_2 = 2.74 \times 10^{-4}$$

$$M_{r_2} = 10.79 + 0.455 (0.14) = 10.86$$

$$\frac{\Delta_2}{h} = 6.02 \times 10^{-3}$$

$$Q_2 = 2.57 \text{ T.}$$

LA SEGUNDA ETAPA TERMINA CUANDO:

$$A/h = 7.42 \times 10^{-3} + 6.02 \times 10^{-3} = 13.44 \times 10^{-3}$$

$$Q = 3.17 + 2.57 = 5.74 \text{ T.}$$

3ª ETAPA (POSTERIOR AL MECANISMO):

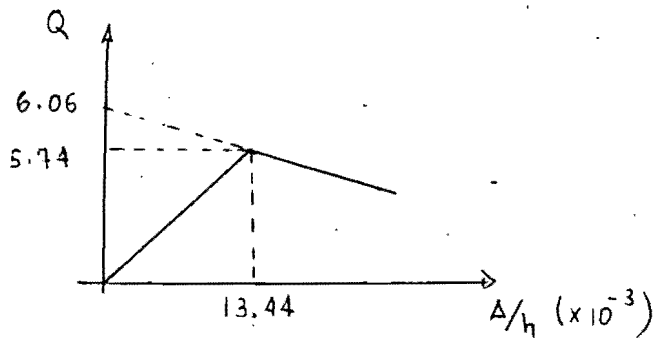
$$M_{Y \text{ MAX}} = M_{Y1} + M_{Y2} = 24.26 \text{ T-M}$$

LA ECUACIÓN DE LA RECTA ES:

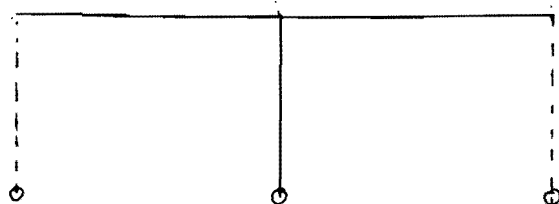
$$Q = \frac{2 M_{Y \text{ MAX}}}{h} - \frac{P \Delta}{h} = 6.06 - 24.31 \frac{\Delta}{h}$$

Si $\frac{\Delta}{h} = 0 \Rightarrow Q = 6.06$

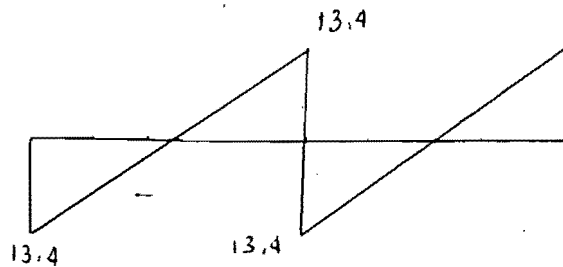
$Q = 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{h} = 0.25$



SUBCONJUNTO 2 :



AL INCREMENTAR LA CARGA SE LLEGA A :

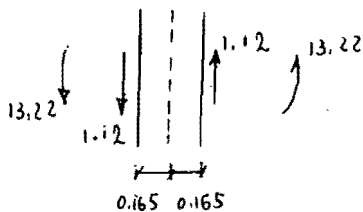


CON LO QUE SE PLASTIFICA LA COLUMNA C-D :

$$M_{PAÑO} = 13,4 \left(\frac{23,67}{24} \right) = 13,22 \text{ T-M}$$

EL GIRO CORRESPONDIENTE (DEL CASO ANTERIOR)

$$\theta_1 = 3,025 \times 10^{-4}$$



$$M_{V_1} = 26,81 \text{ T-M}$$

POR LO QUE :

$$\Delta_1/h = 9,77 \times 10^{-3}$$

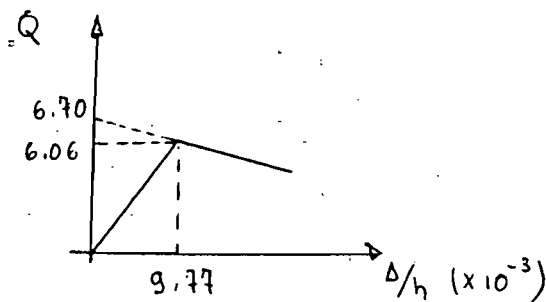
$$Q_1 = 6,06 \text{ T.}$$

2ª ETAPA (POSTERIOR AL MECANISMO)

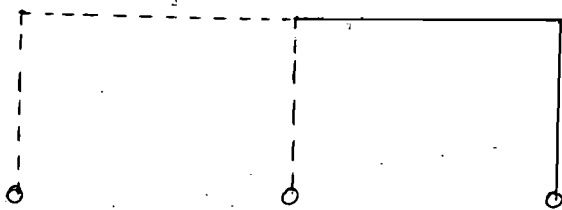
$$Q = 6,70 - 65,39 \frac{A}{h}$$

Si: $\frac{A}{h} = 0 \quad Q = 6,70$

$Q = 0 \quad \frac{A}{h} = 0,10$



SUBCONJUNTO 3 :



AL INCREMENTAR LA CARGA HORIZONTAL SE LLEGA A :

$$M_{CD} = 13.4 (2) = 26.8 \text{ T-M}$$

LA PRIMERA ARTICULACIÓN SE FORMA EN C-D, SIN EMBARGO COMO SE VIÓ EN EL PRIMER SUBCONJUNTO PODEMOS IR DIRECTAMENTE HASTA ALCANZAR LA PLÁSTIFICACIÓN DE LA COLUMNA "E-F", DADO QUE LA RESTRICCIÓN PROPORCIONADA POR LA VIGA ES CONSTANTE AL NO FORMARSE EN ELLA ARTICULACIONES.

AL FORMARSE LA ARTICULACIÓN EN EL EXT. SUPERIOR DE "E-F" :

$$M = 27.5 \text{ T-M}$$

$$M_{PAÑO} = 27.12 \text{ T-M}$$

EL GIRO CORRESPONDIENTE ES :

$$\theta_1 = 6.21 \times 10^{-4}$$

$$M_{Y_1} = 27.12 + \frac{27.12(2)}{23.67} (0.165) = 27.5 \text{ T-M}$$

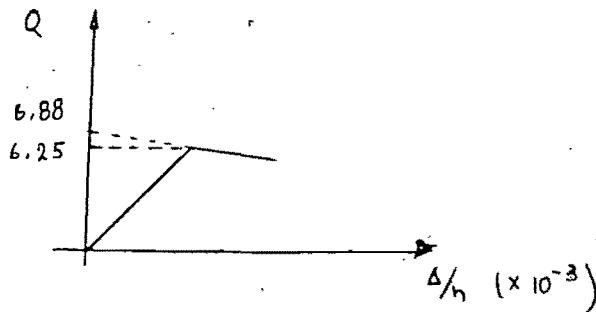
$$\Delta_1/h = 10.34 \times 10^{-3}$$

$$Q_1 = 6.25 \text{ T.}$$

2ª ETAPA (POSTERIOR AL MECANISMO)

$$Q = 6.88 - 60.84 A/h$$

Si $A/h = 0$ $Q = 6.88 \text{ T.}$
 $Q = 0$ $A/h = 0.11$



DE LAS GRÁFICAS DE LOS 3 SUBCONJUNTOS (FIGS. 46, 47 y 48) SE OBTIENE FINALMENTE LA DE TODO EL MARCO (FIG. 49) COMO SE MUESTRA A CONTINUACIÓN:

$\Delta/h (\times 10^{-3})$	$\Delta (M.)$	$Q_1 (T.)$	$Q_2 (T.)$	$Q_3 (T.)$	$\Sigma Q (T.)$
1	0.008	0.43	0.62	0.60	1.65
3	0.024	1.28	1.86	1.81	4.95
4.5	0.037	1.98	2.87	2.80	7.65
5	0.040	2.14	3.10	3.02	8.26
7	0.056	2.99	4.34	4.23	11.56
9.77	0.078	4.17	6.06	5.91	16.14
10.34	0.083	4.42	6.01	6.25	16.68
12	0.096	5.13	5.90	6.14	17.17
13.44	0.108	5.74	5.78	6.05	17.57

UNA COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE ESTE MÉTODO CON LOS OBTENIDOS ITERATIVAMENTE SE MUESTRA EN LA TABLA 8.

CAPITULO 6

COMENTARIOS A LOS RESULTADOS

Los efectos de segundo orden causan que el comportamiento de la estructura deje de ser lineal, geoméricamente, además disminuyen su rigidez y resistencia.

Se han desarrollado diversos métodos para tratar de conocer la carga última que soporta la estructura, sin embargo, una gran mayoría se ha limitado al estudio de las cargas gravitacionales únicamente; son pocos los métodos que incorporan, también, las cargas horizontales y son todavía menos comunes los que son de fácil acceso y aplicación.

Cabe señalar que se hace necesario, en un futuro, realizar un mayor estudio del comportamiento de marcos sometidos a la combinación de fuerzas verticales y horizontales para llegar a métodos que sean más sencillos de aplicación y por lo tanto de mayor uso. También es importante contar con recomendaciones para considerar, en caso de ser necesario, el efecto de acortamiento de columnas en la rigidez de la estructura.

Del ejemplo resuelto se pudo observar lo siguiente:

1. La forma más sencilla de considerar el efecto $P-\Delta$ es utilizando un factor de amplificación, se han desarro-

llado varias expresiones por diferentes autores que, aunque han seguido procedimientos diferentes, han llegado a fórmulas similares a la propuesta inicialmente por Rosenblueth (3). De la comparación de las expresiones se observó que se obtienen excelentes resultados utilizando la fórmula recomendada en las "Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", y calculando la rigidez de entrepiso de acuerdo a la recomendación de De Buen y Gerard (28). La fórmula, también, dá buenos resultados cuando se consideran desplazamientos iniciales.

2. Los métodos utilizados para calcular la carga crítica elástica tienen bastante variación, sin embargo, los valores más realistas parecen ser los obtenidos por Rosenblueth (3), Wood (19) y Schilling (4).
3. La principal diferencia entre los métodos para obtener la carga crítica inelástica estriba en que unos no consideran el efecto $P-\Delta$ (ref. 13) y otros sí (refs. 24, 4).
4. Se han desarrollado programas de computadora que realizan análisis para obtener el comportamiento de marcos durante todas las etapas de carga, considerando efectos de segundo orden y la plastificación de los

elementos; sin embargo, dado que su uso no es para todos accesible, se tiende a la utilización de métodos simplificados como el desarrollado en la Universidad de Lehigh y con la modificación propuesta por De Buen (1) se logran muy buenos resultados. Al comparar este último método con el desarrollado paso a paso se puede comprobar su gran exactitud, tanto en condiciones de servicio como en las de falla.

5. Los desplazamientos iniciales causan un incremento en el factor de amplificación, variando desde 1.089, cuando $\Delta/h=0$ (considerando el efecto P- Δ), hasta 1.433, cuando $\Delta/h=0.016$, es decir, si el marco tuviera este desplazamiento inicialmente los efectos de primer orden, en condiciones de servicio se verían amplificados en un 43%.
6. El efecto P- Δ fué el que mayor influencia tuvo de los efectos de segundo orden considerados.
7. La disminución de la rigidez por efecto de la carga axial causó que la columna más cargada fuera la primera en plastificarse en todos los casos.
8. Cuando se mantuvo la carga vertical constante y se incrementó la carga horizontal hasta la falla, a diferencia de la condición de servicio, la carga máxima

que soporta el marco no se vió tan afectada, se obtuvo una disminución de 14% como máximo ($\Delta/h=0.016$) en comparación con $\Delta/h=0$ incluyendo el efecto P- Δ .

9. Al considerar la carga horizontal constante e incrementar la carga vertical hasta la falla, debido a la reducción de la rigidez por efecto de la carga axial y disminución de los momentos plásticos, la carga máxima se redujo en un 38% (comparando $\Delta/h=0.016$ con $\Delta/h=0$ incluyendo el efecto P- Δ

$(\Delta/h)_{\text{INICIAL}}$	EFFECTO P-A	V_{COLAPSO} (TON)	Δ_{MAX} (CM)	FACTOR DE CARGA	F.C. C/RESPECTO AL 1º	F.C. C/RESPECTO AL 2º
0	NO	19.50	10.8	2.55	100%	
0	SI	17.43	10.7	2.28	89%	100%
0.004	SI	16.90	13.85	2.21	87%	97%
0.008	SI	16.28	17.07	2.13	84%	93%
0.012	SI	15.68	20.27	2.05	80%	90%
0.016	SI	15.07	23.47	1.97	77%	86%

TABLA 1 : C.V. CONSTANTE Y C.H. INCREMENTADA HASTA EL COLAPSO.

$(\Delta/h)_{\text{INICIAL}}$	EFFECTO P-A	P_{COLAPSO} (TON)	Δ_{MAX} (CM)	FACTOR DE CARGA	F.C. C/RESPECTO AL 1º	F.C. C/RESPECTO AL 2º
0	NO	712.17	3.44	6.15	100%	
0	SI	411.09	7.21	3.55	58%	100%
0.004	SI	341.61	11.13	2.95	48%	83%
0.008	SI	306.87	15.41	2.65	43%	75%
0.012	SI	266.34	18.41	2.30	37%	65%
0.016	SI	254.76	22.23	2.20	36%	62%

TABLA 2 : C.H. CONSTANTE Y C.V. INCREMENTADA HASTA EL COLAPSO

TIPO DE ANÁLISIS	EFFECTO P-Δ	$(\frac{\Delta}{H})_{INICIAL}$	DESPLAZAMIENTO INICIAL (CM)	INCREMENTO DE DESPLAZAMIENTO (CM)	DIFERENCIA C/ RESPECTO A NO P-Δ	F.A.
C.V	NO	0	0	0.00007		
C.V.	SI	0.004	3.2	0.40		
C.V.	SI	0.008	6.4	0.78		
C.V.	SI	0.012	9.6	1.16		
C.V.	SI	0.016	12.8	1.55		
C.V. + C.H. →	NO	0	0	3.35	0	1.0
C.V. + C.H. →	SI	0	0	3.65	9%	1.089
C.V. + C.H. →	SI	0.004	3.2	3.93	17%	1.173
C.V. + C.H. →	SI	0.008	6.4	4.22	26%	1.260
C.V. + C.H. →	SI	0.012	9.6	4.51	35%	1.346
C.V. + C.H. →	SI	0.016	12.8	4.80	43%	1.433
C.V. + C.H. ←	NO	0	0	3.33	0	
C.V. + C.H. ←	SI	0	0	3.63	9%	
C.V. + C.H. ←	SI	0.004	3.2	3.91	17%	
C.V. + C.H. ←	SI	0.016	12.8	4.77	43%	

TABLA 3 : EFECTO P-Δ EN CONDICIONES DE SERVICIO

→ = CARGA HORIZONTAL DE IZQUIERDA A DERECHA.

← = CARGA HORIZONTAL DE DERECHA A IZQUIERDA.

$(A/h)_{\text{INICIAL}}$	D E S P L A Z A M I E N T O "Δ"		
	REF. 27 (M)	REF. 16 y 1 (M)	PROGRAMA ITERATIVO (M)
0.004	0.068	0.0714	0.0713
0.008	0.1040	0.1063	0.1061
0.012	0.1382	0.1412	0.1410
0.016	0.1724	0.1761	0.1760

TABLA 4 : COMPARACIÓN ENTRE LOS VALORES OBTENIDOS UTILIZANDO FACTORES DE AMPLIFICACIÓN PARA CONSIDERAR LOS DESPLAZAMIENTOS INICIALES.

MÉTODO	FACTOR DE AMPLIFICACIÓN	DIFERENCIA % RESPECTO ITER.
REF. 3	1.068	1.9%
ITERATIVO	1.089	0
REF. 16 y 1	1.091	-0.18%

TABLA 5 : COMPARACIÓN ENTRE FACTORES DE AMPLIFICACIÓN CUANDO $A/h = 0$

METODO	P_{CY} ELÁSTICA (TON)	FACTOR DE CARGA
REF. 3	1527	13.2
REF. 4	1527	13.2
NOMOGRAMA *	1016	8.8
NOMOGRAMA **	1153	9.9
REF. 18	1492	12.9
REF. 19	1526	13.2
REF. 24	1147	9.9

TABLA 6 : COMPARACIÓN ENTRE CARGAS CRÍTICAS ELÁSTICAS.

METODO	P_{CY} INELÁSTICA (TON)	F.C.
REF. 13	1189	10.3
REF. 24	521	4.5
REF. 4	602	5.2

TABLA 7 : COMPARACIÓN ENTRE CARGAS CRÍTICAS INELÁSTICAS.

* DEL MÉTODO PROPUESTO POR EL "COLUMN RESEARCH COUNCIL"

** IGUAL AL CASO ANTERIOR PERO SUMANDO LAS CARGAS CRÍTICAS DE LAS COLUMNAS.

METODO DE LA REF. 1		METODO ITERATIVO		DIFERENCIA	DIF.
Δ (CMS)	V (TON)	Δ (CMS)	V (TON)	EN "V"	EN " Δ "
3.65	7.65	3.70	7.65		1.4%
7.8	16.14	7.70	16.05	0.56%	
8.3	16.68	8.00	16.48	3.21%	
10.8	17.57	10.70	17.43	0.80%	

TABLA 8.: COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE REF. 1
Y MÉTODO ITERATIVO, CONDICIONES DE SERVICIO
Y FALLA.

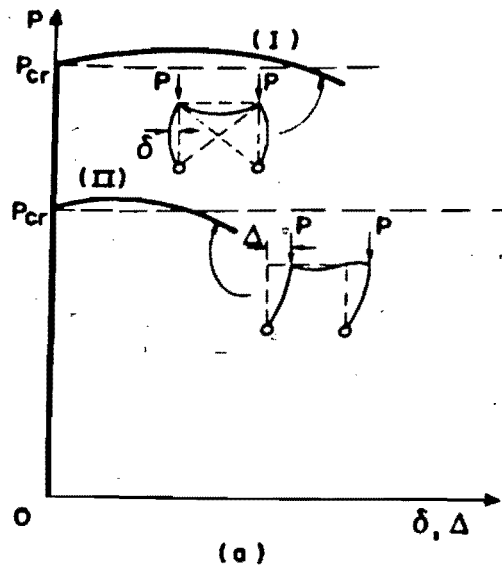


FIGURA 1

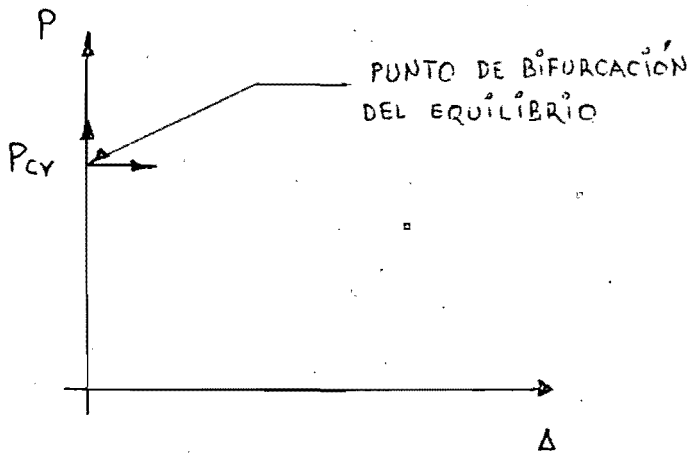


FIG. 2

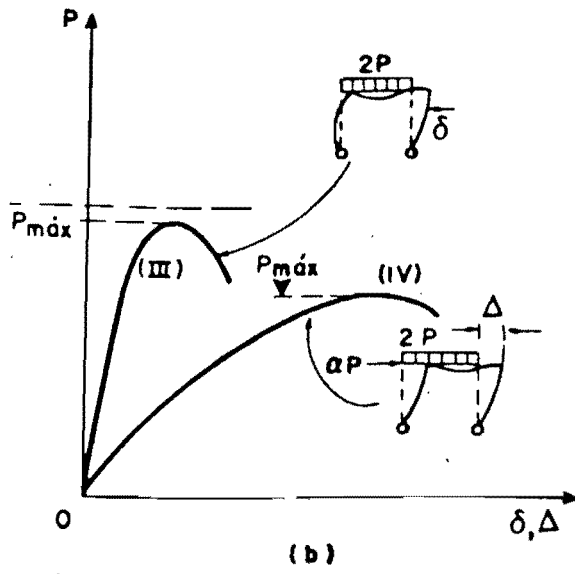


FIG. 3

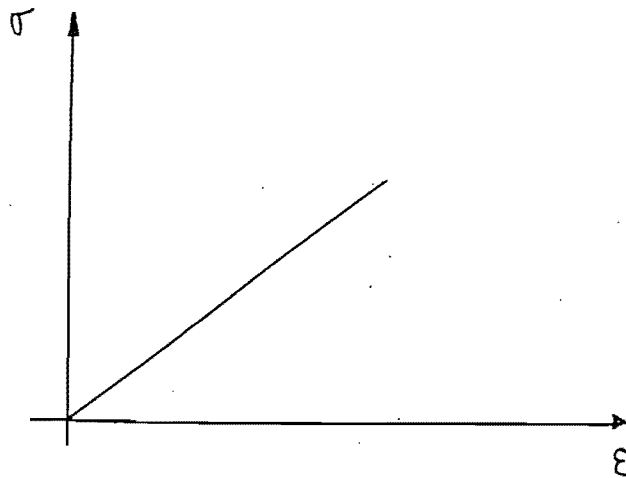


FIG. 4

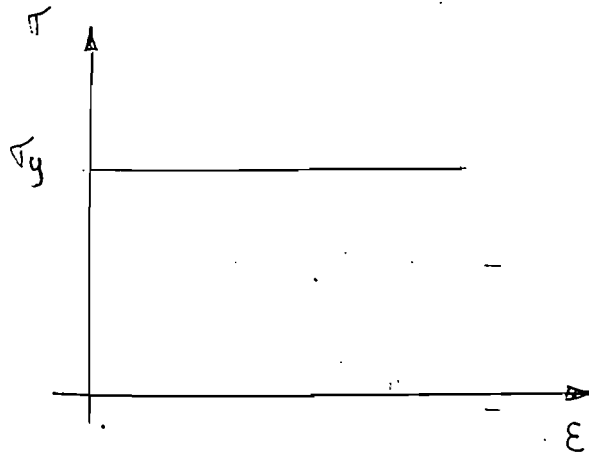


FIG. 5

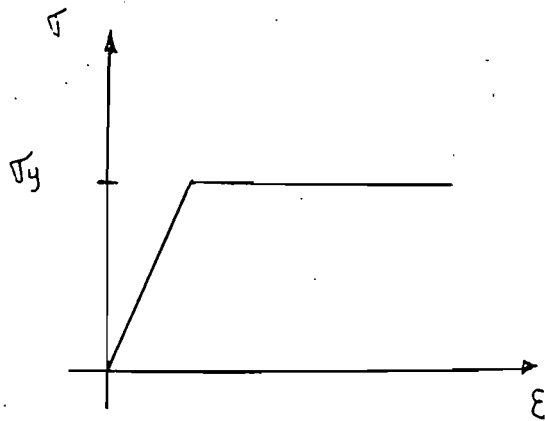


FIG. 6

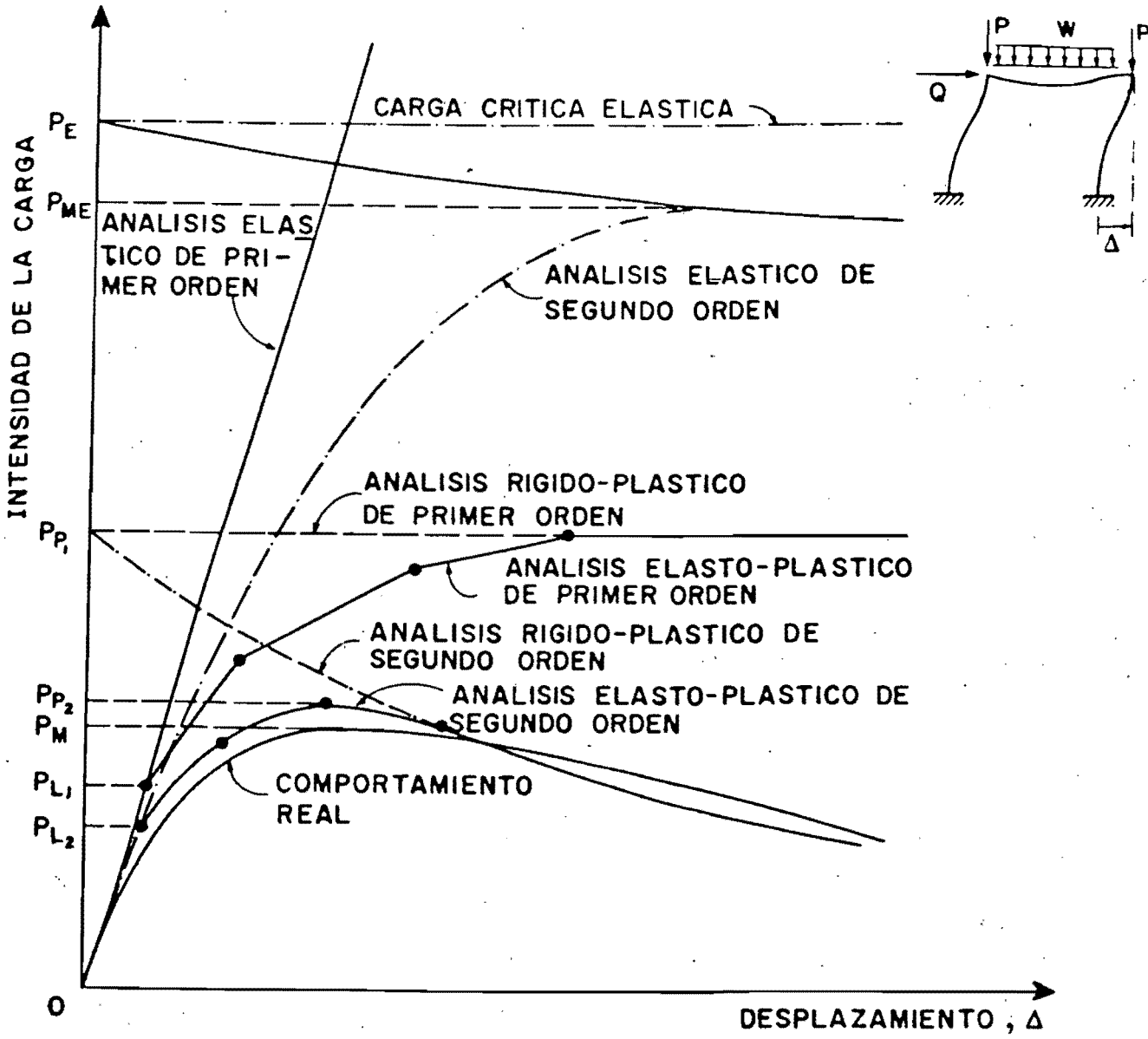


FIG. 7

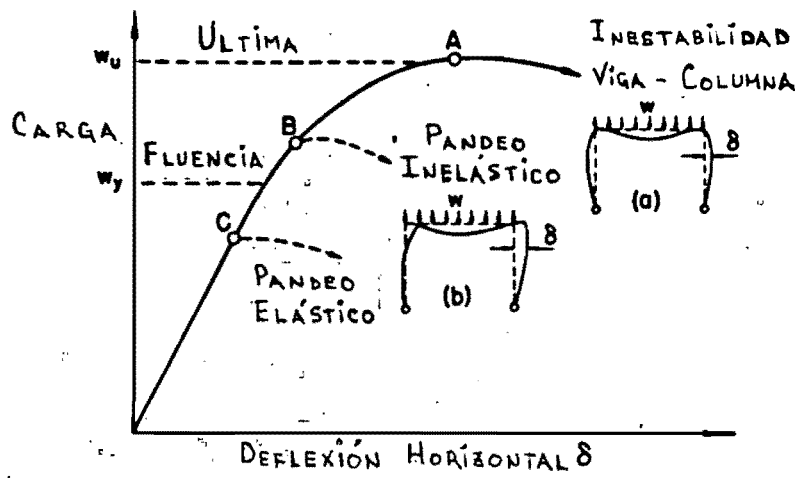


FIG. 8

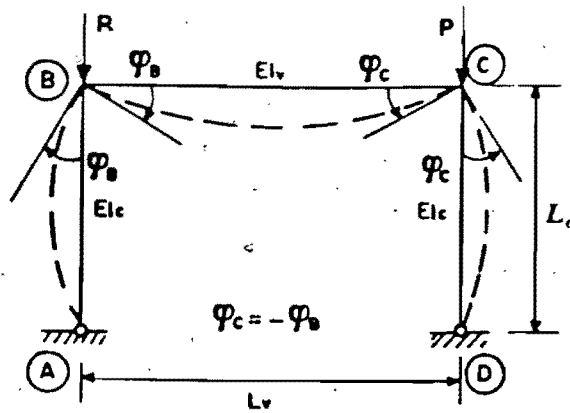


FIG. 9

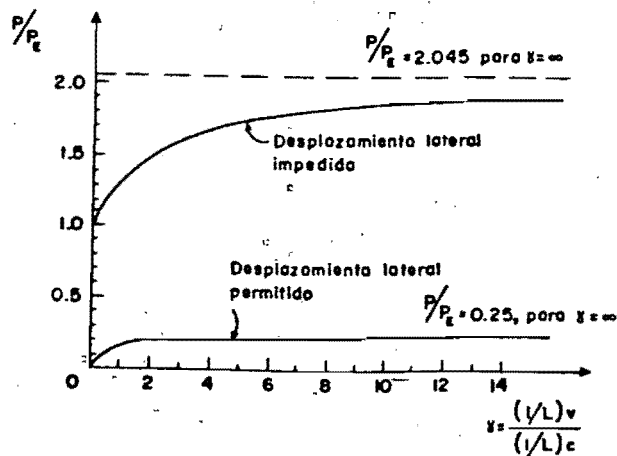
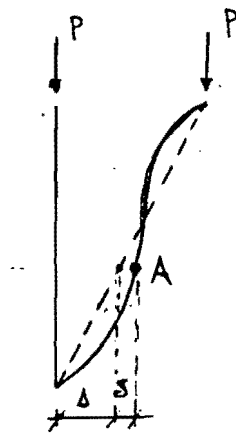


FIG. 10

$$M_A = P(\Delta + \delta)$$



Δ = DESPLAZAMIENTO RELATIVO ENTRE LA POSICIÓN INICIAL DE LA COLUMNA Y LA LÍNEA RECTA QUE UNE SUS EXTREMOS.

δ = DESPLAZAMIENTO DEBIDO A LA FLEXIÓN DE LA COLUMNA.

FIG. 11

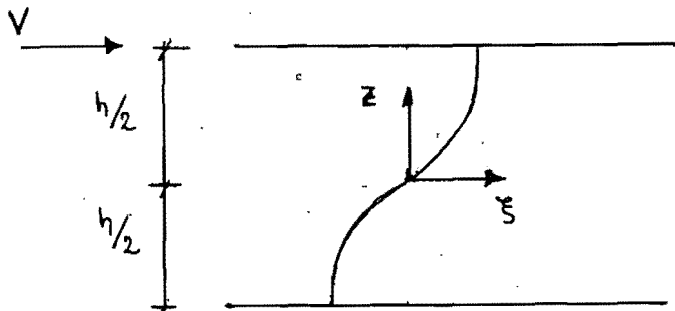


FIG. 12

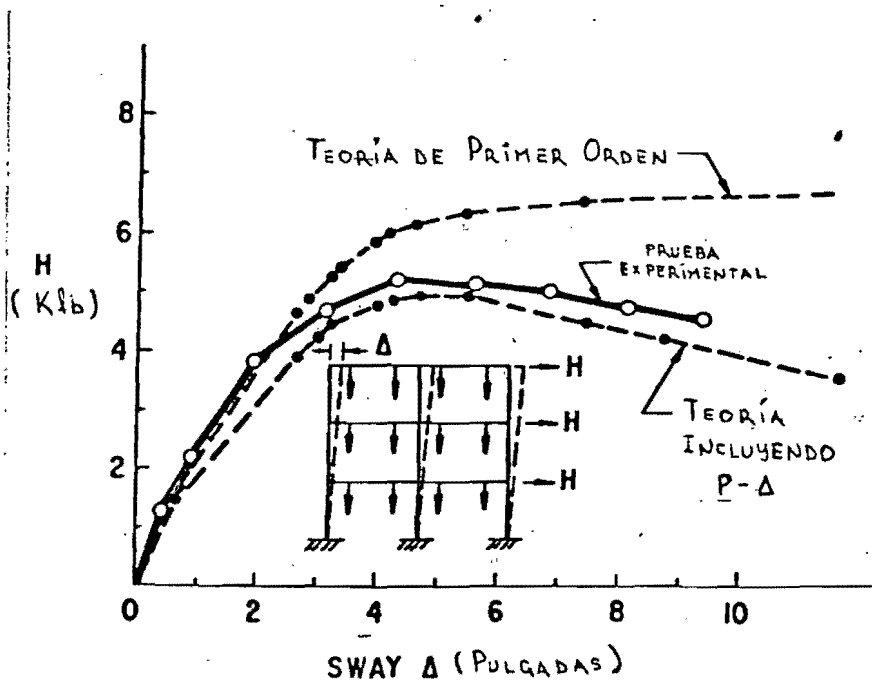


FIG. 13

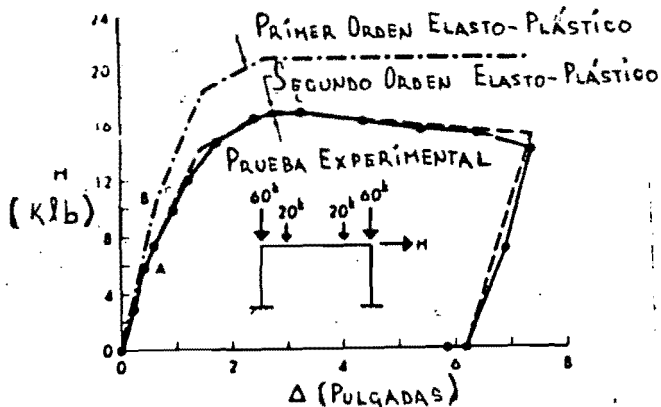


FIG. 14

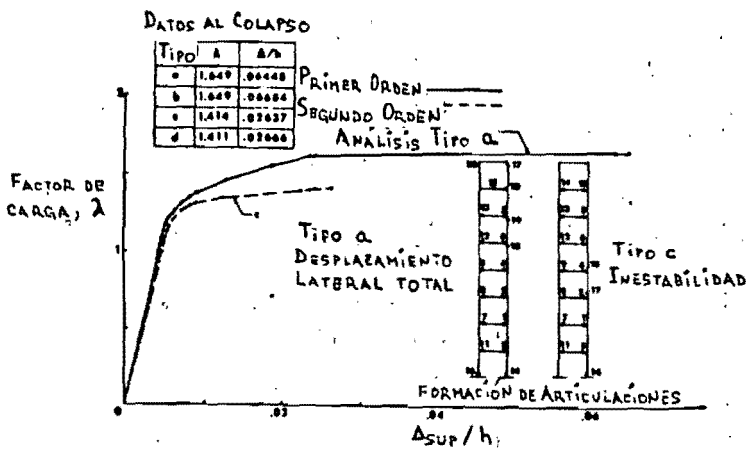


FIG. 15

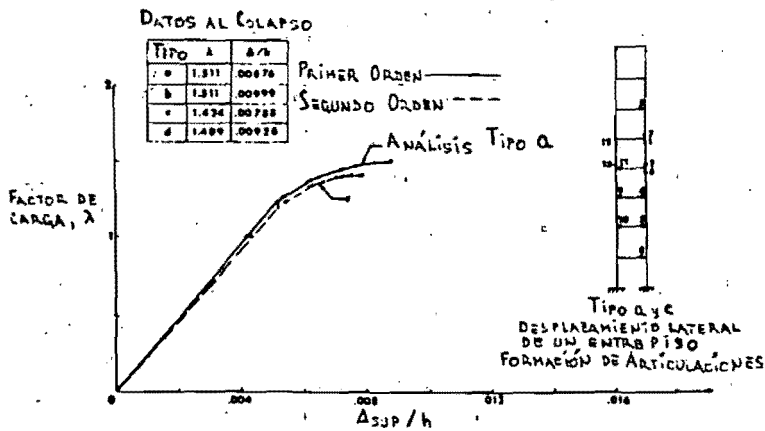


FIG. 16

DATOS AL COLAPSO

TIPO	λ	Δ/h	FALLA
a	1.033	.02038	DESP. LAT.
b	1.033	.03000	5 ^o NIVEL
c	1.009	.01613	INVESTASI-
d	1.070	.01730	LIGAD.

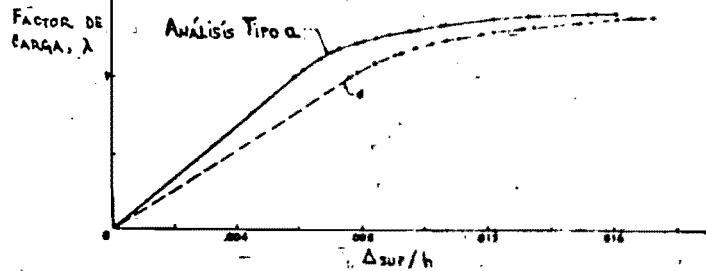


FIG 17

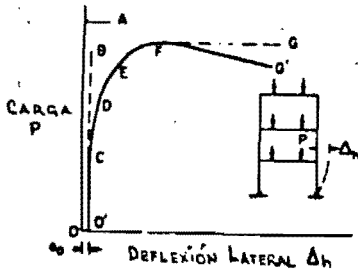


FIG. 18

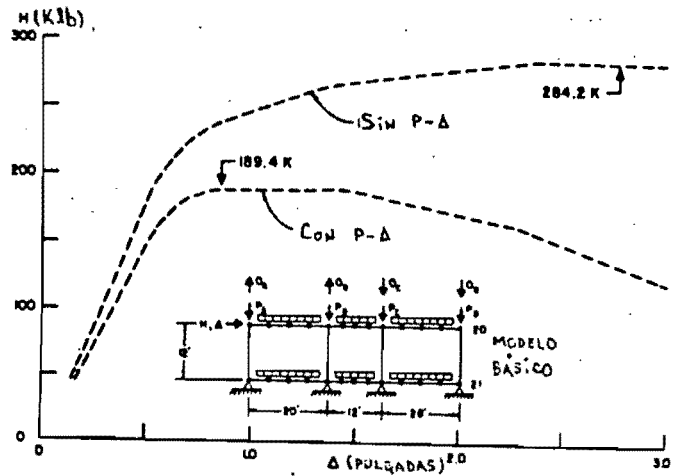


FIG. 19

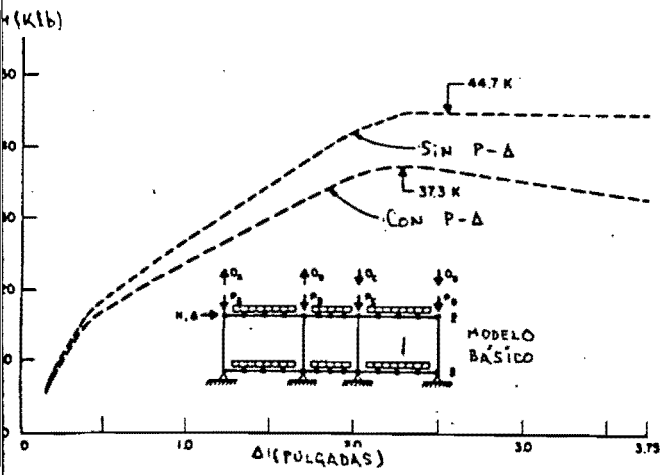


FIG. 20

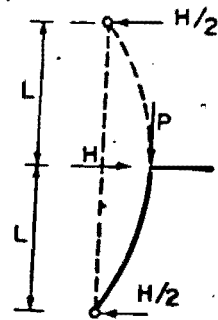
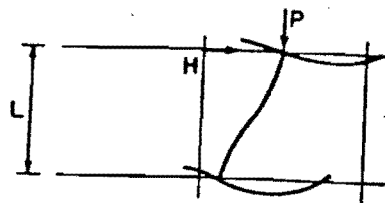


FIG. 21

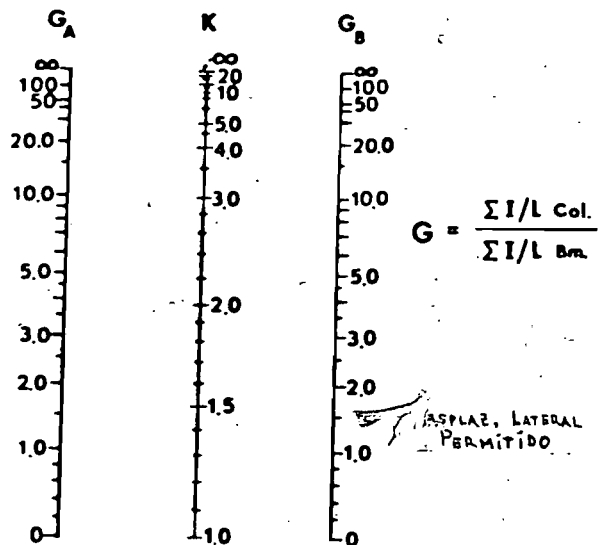


FIG. 22

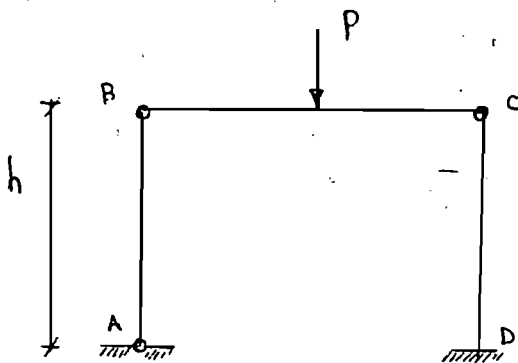


FIG. 23

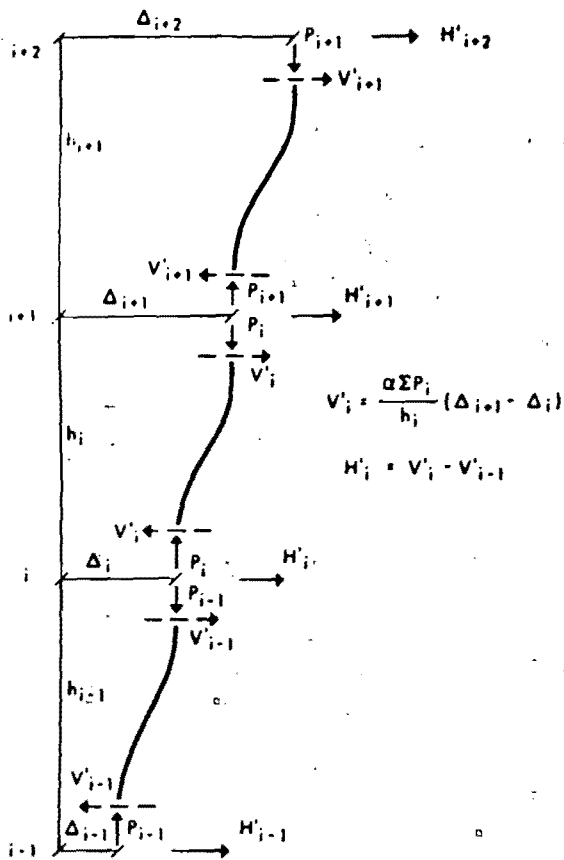


FIG. 24

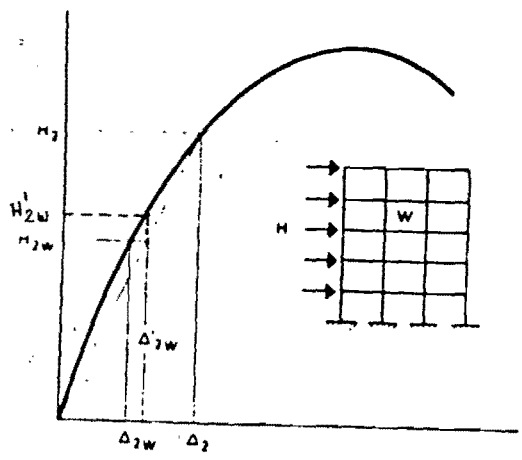


FIG. 25

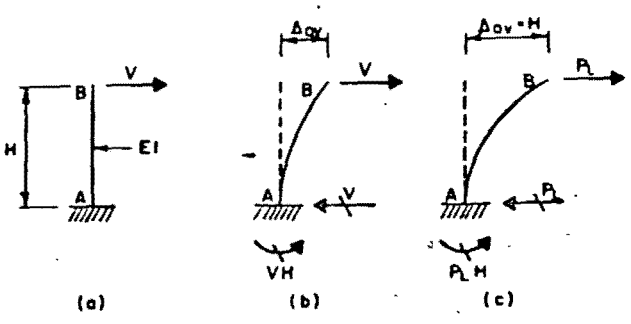


FIG. 26

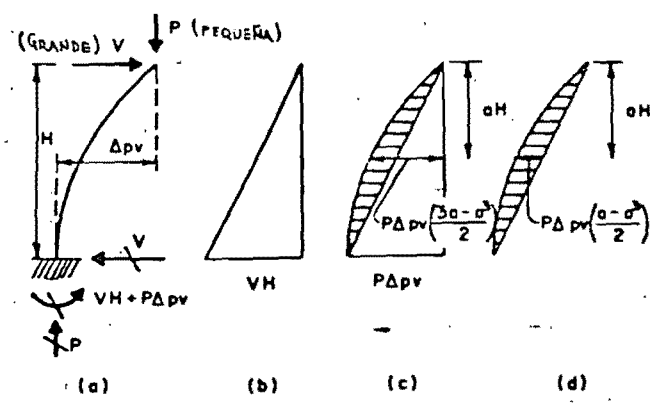


FIG. 27

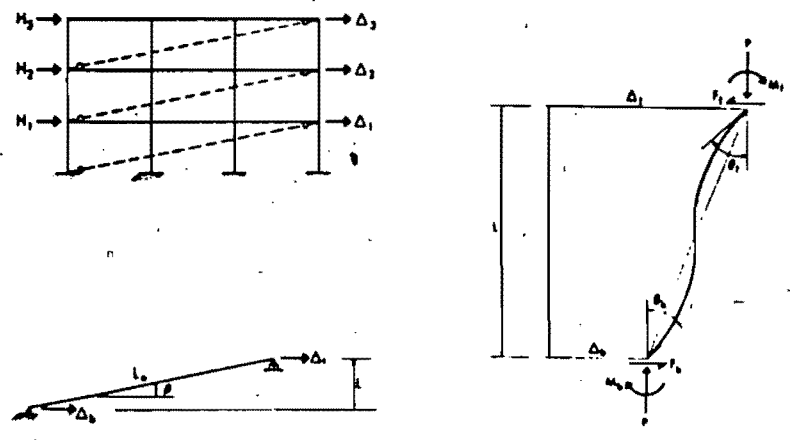
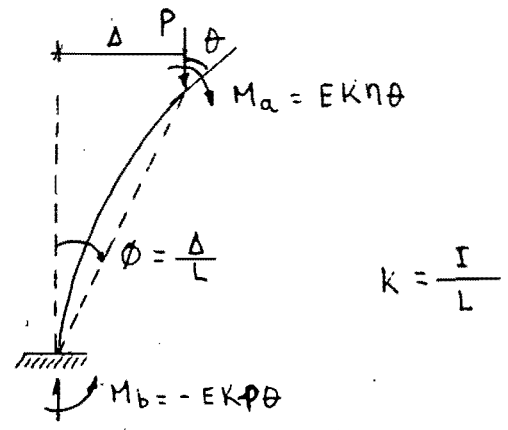


FIG. 28

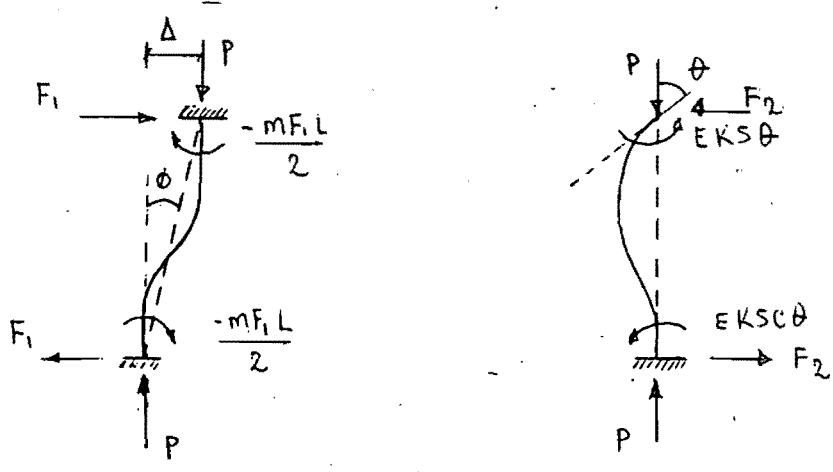
COEF. DE DIST. = $\frac{p}{\eta}$



$$k = \frac{I}{L}$$

p, η = FUNCIONES DE ESTABILIDAD

FIG. 29



$$F_1 = \frac{2s(1+c)}{m} \frac{EK}{L} \phi$$

FIG. 30

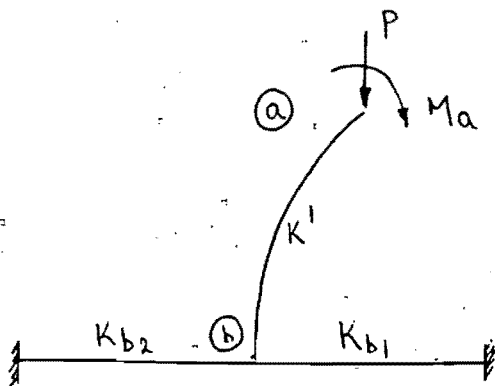


FIG. 31

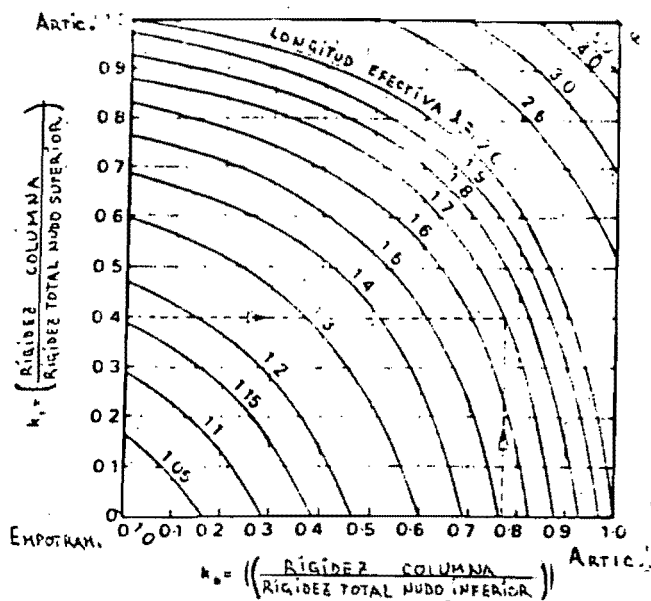


FIG. 32

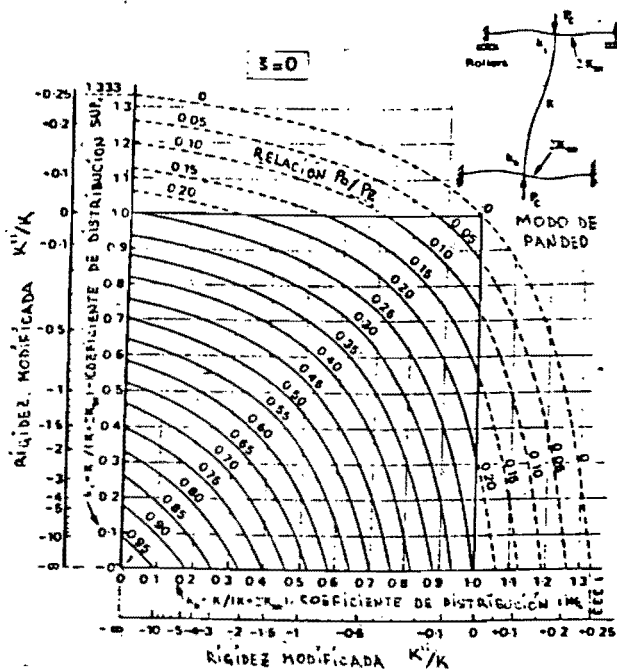
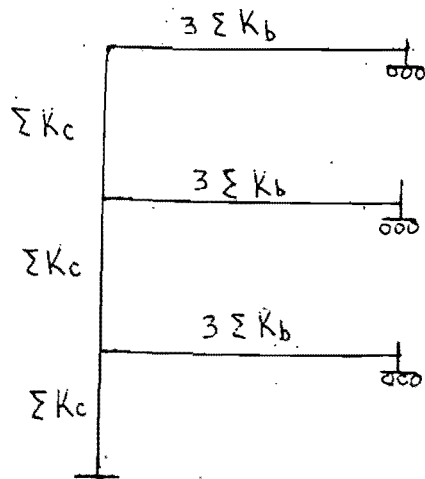
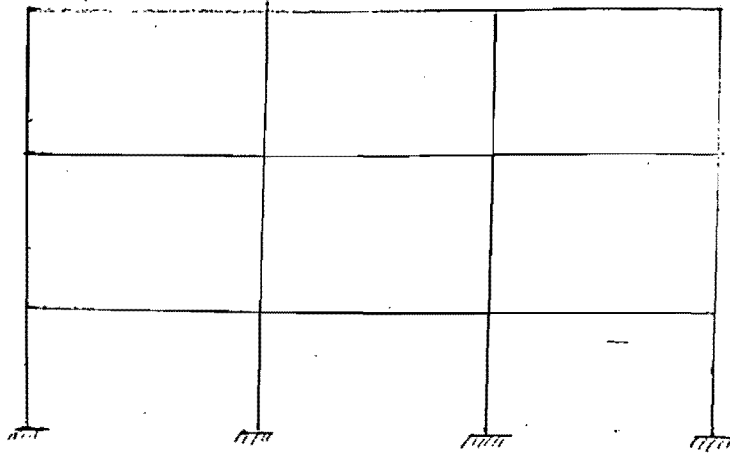


FIG. 33



MARCO PROPUESTO POR GRINTER Y MODIFICADO POR WOOD

FIG. 34

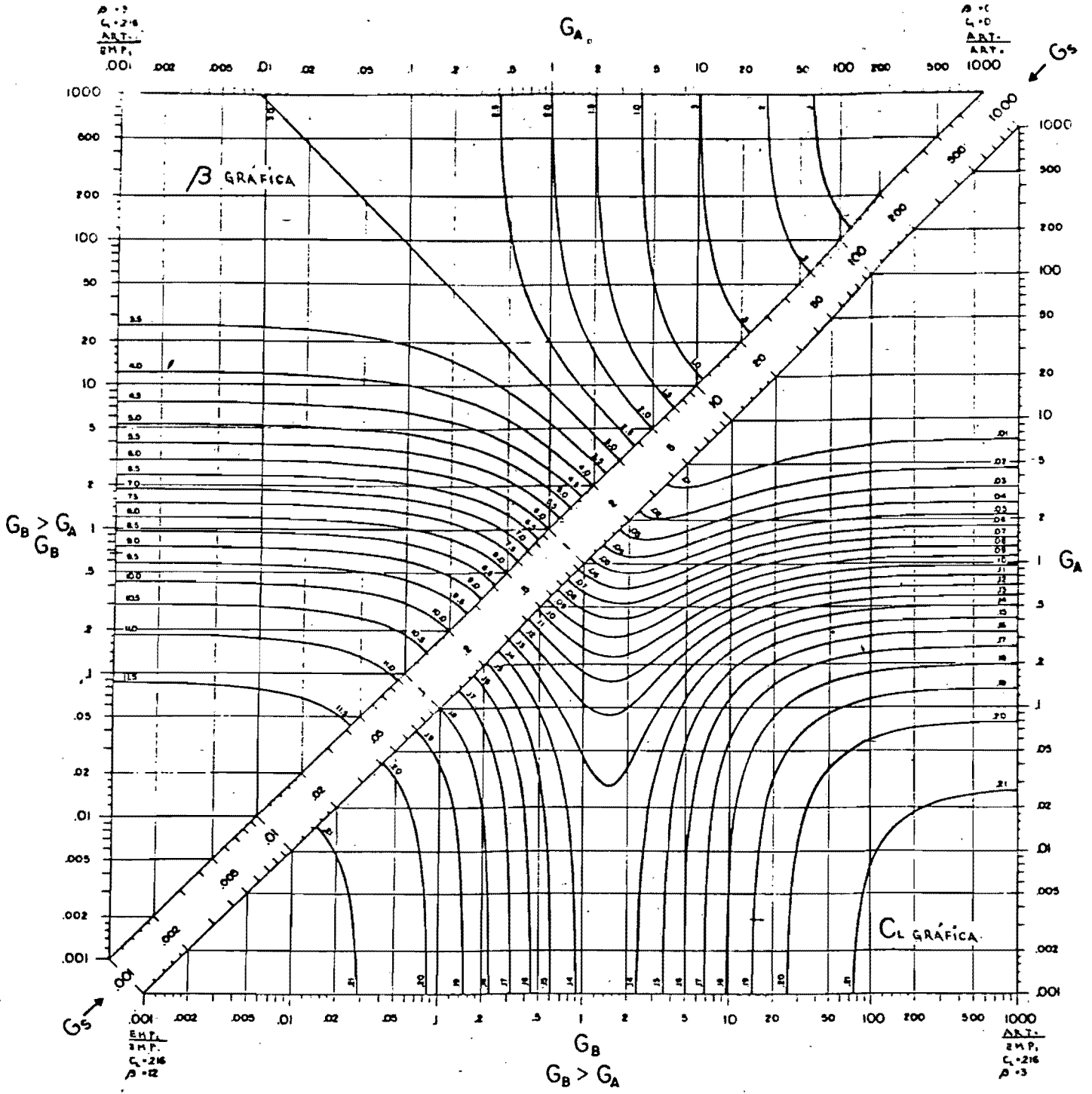


FIG. 35

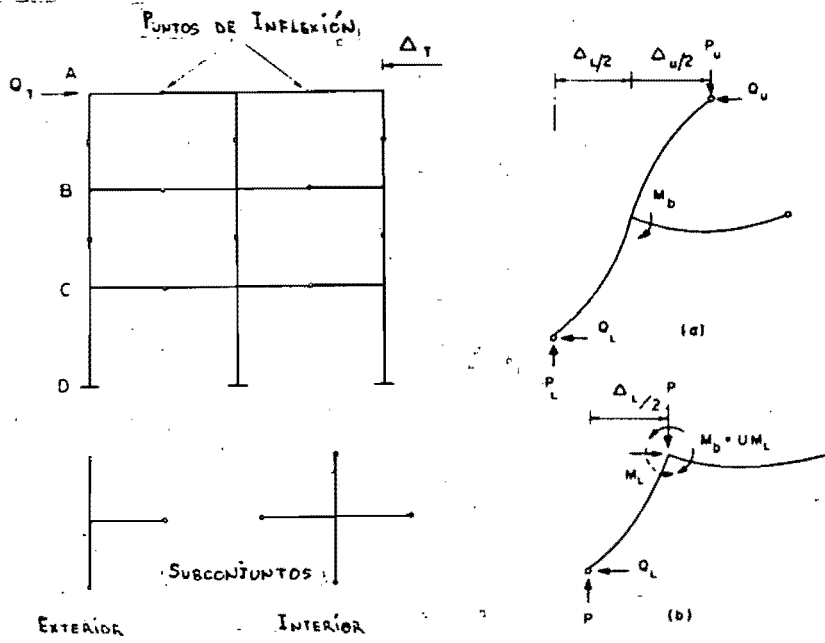


FIG. 36.

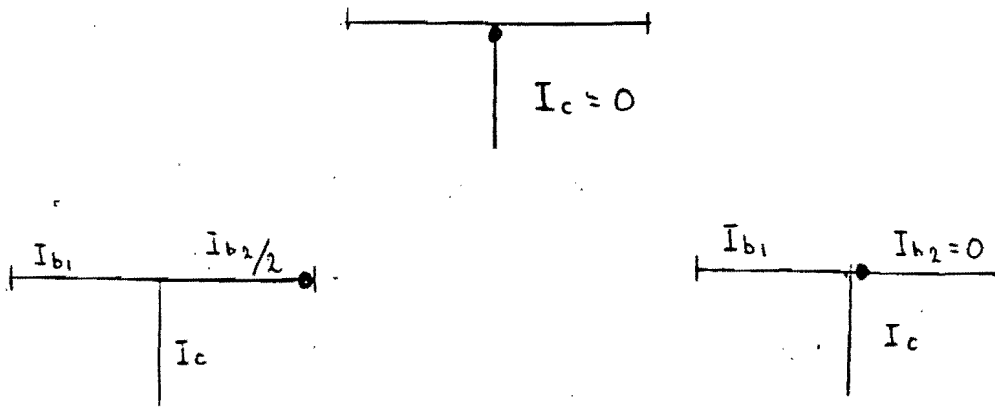


FIG. 37

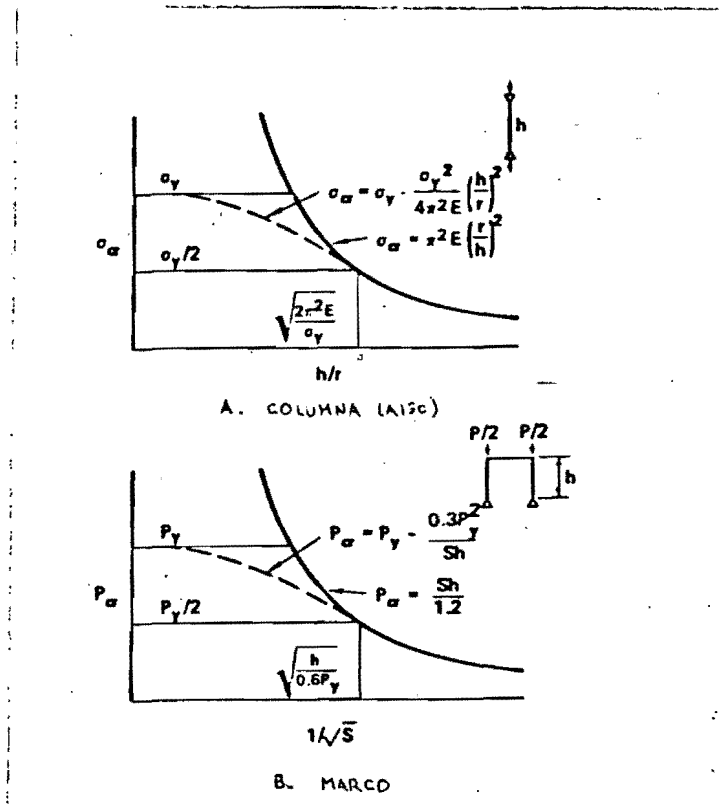


FIG. 38

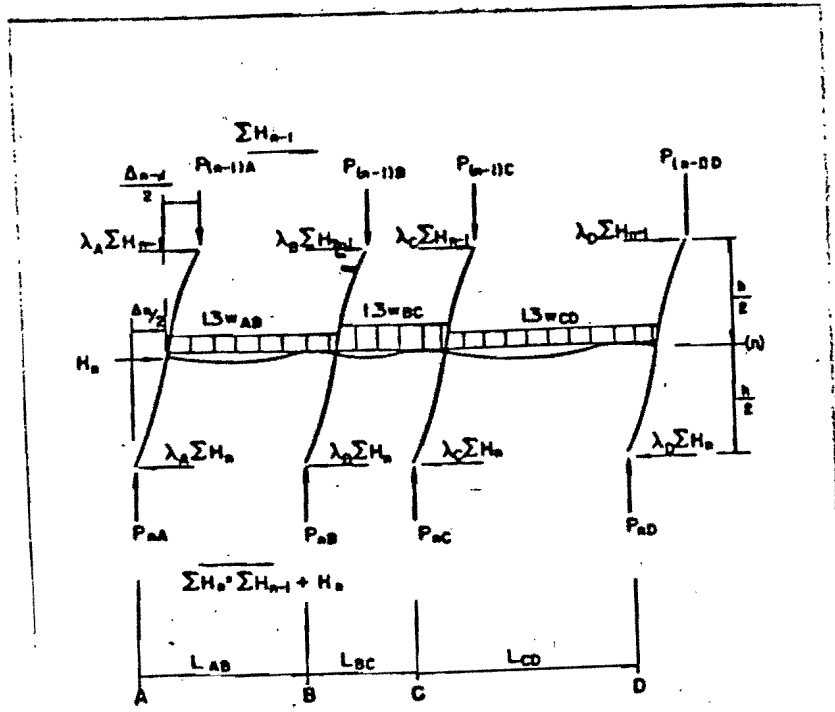


FIG. 39

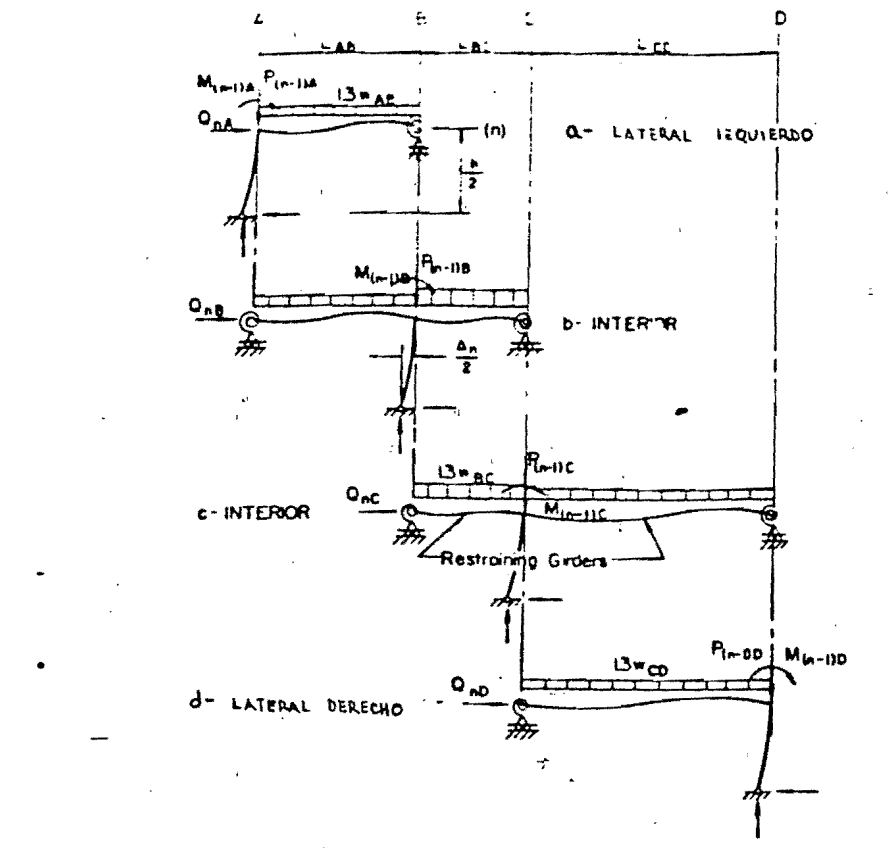
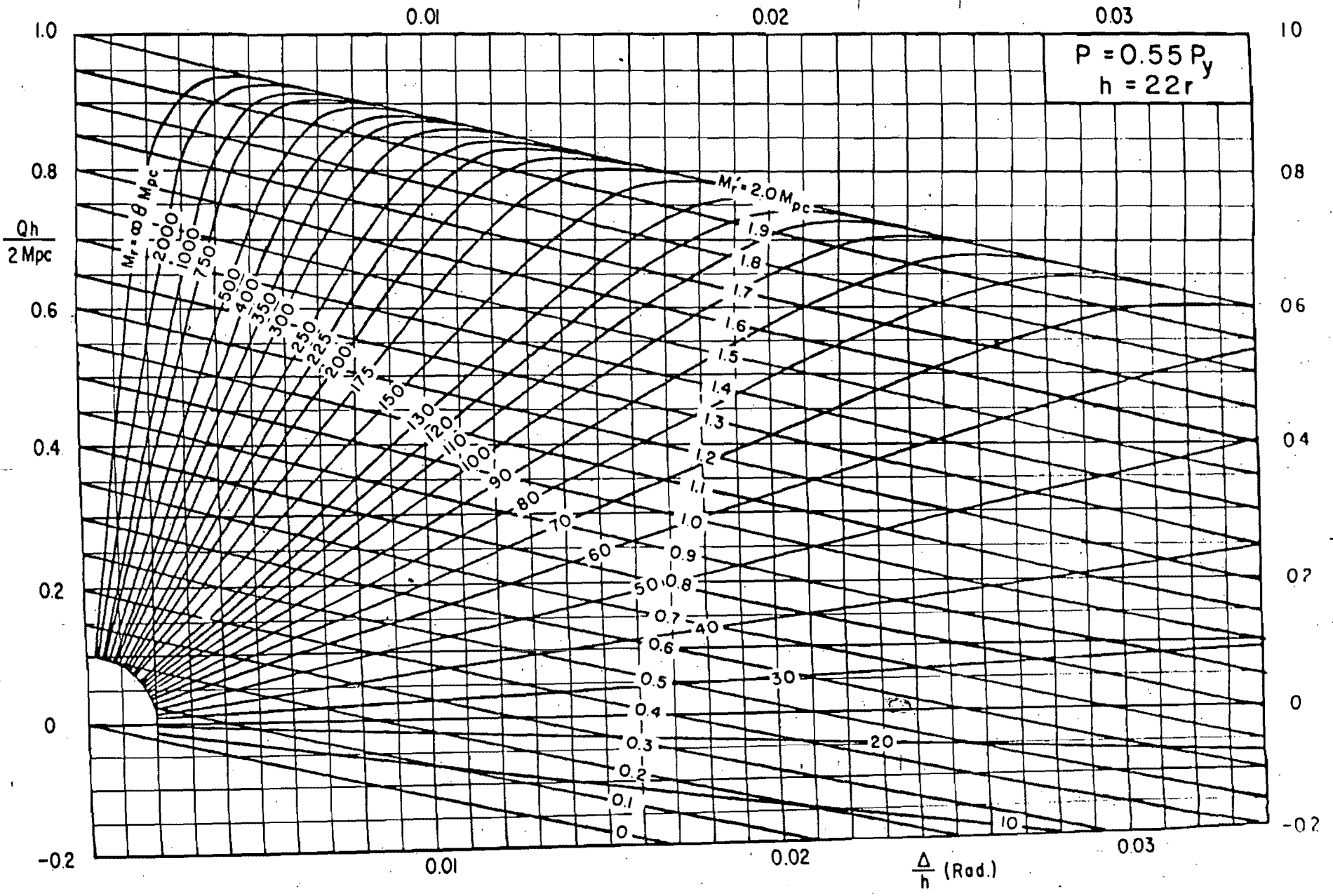


FIG. 40

FIG. 413



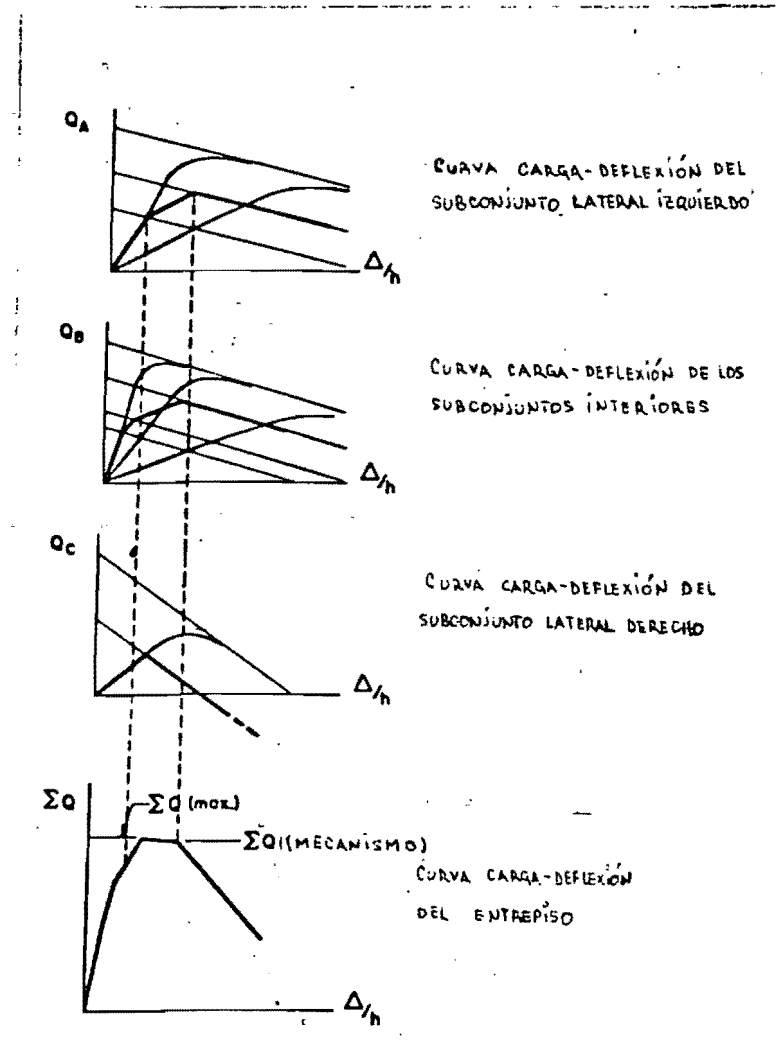


FIG. 42

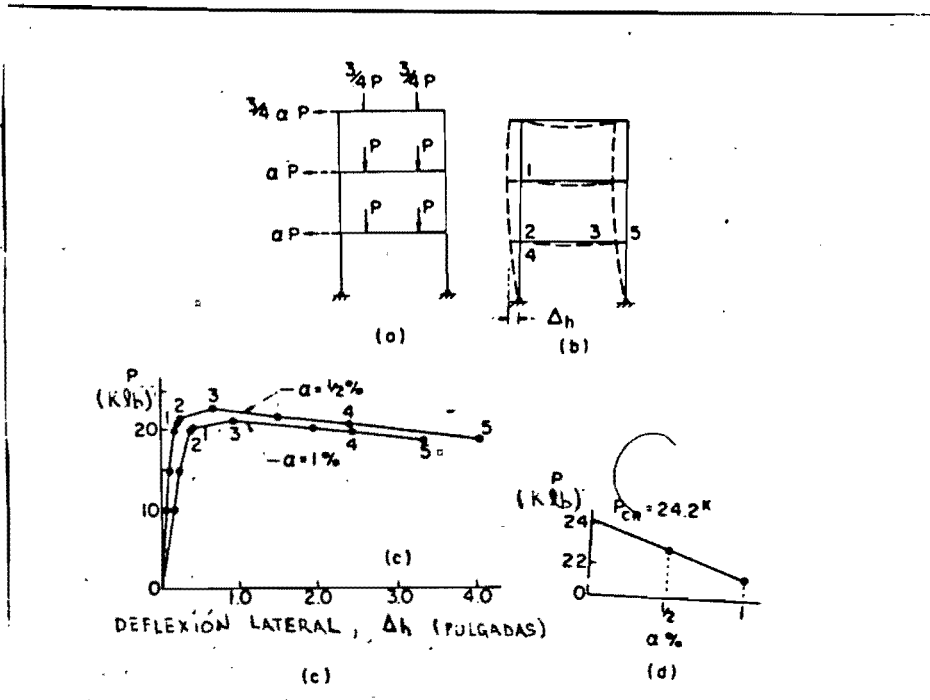


FIG. 43

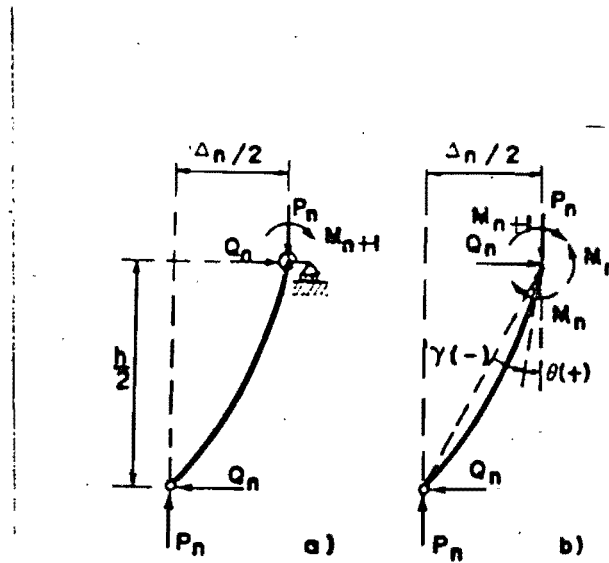


FIG. 44

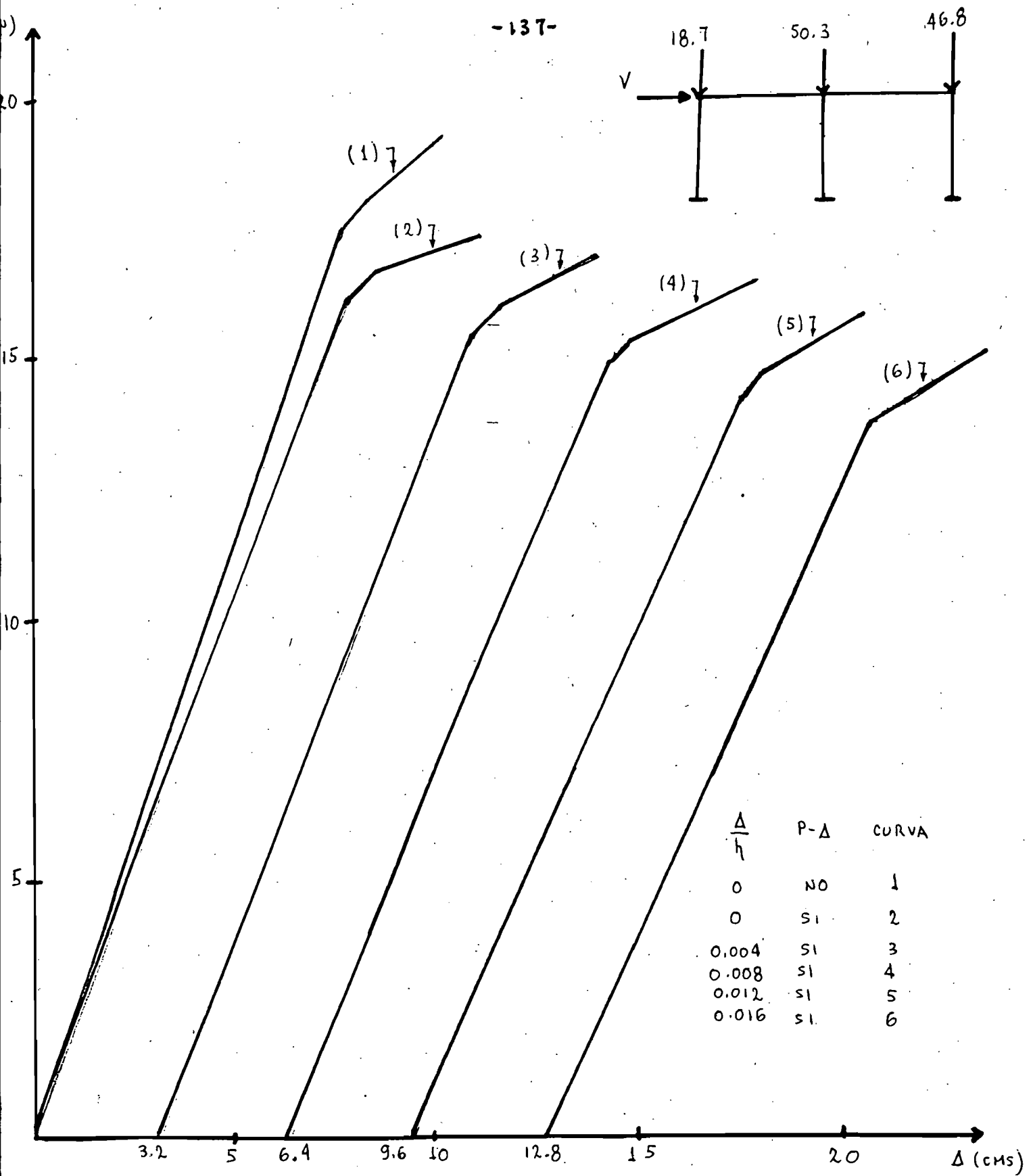
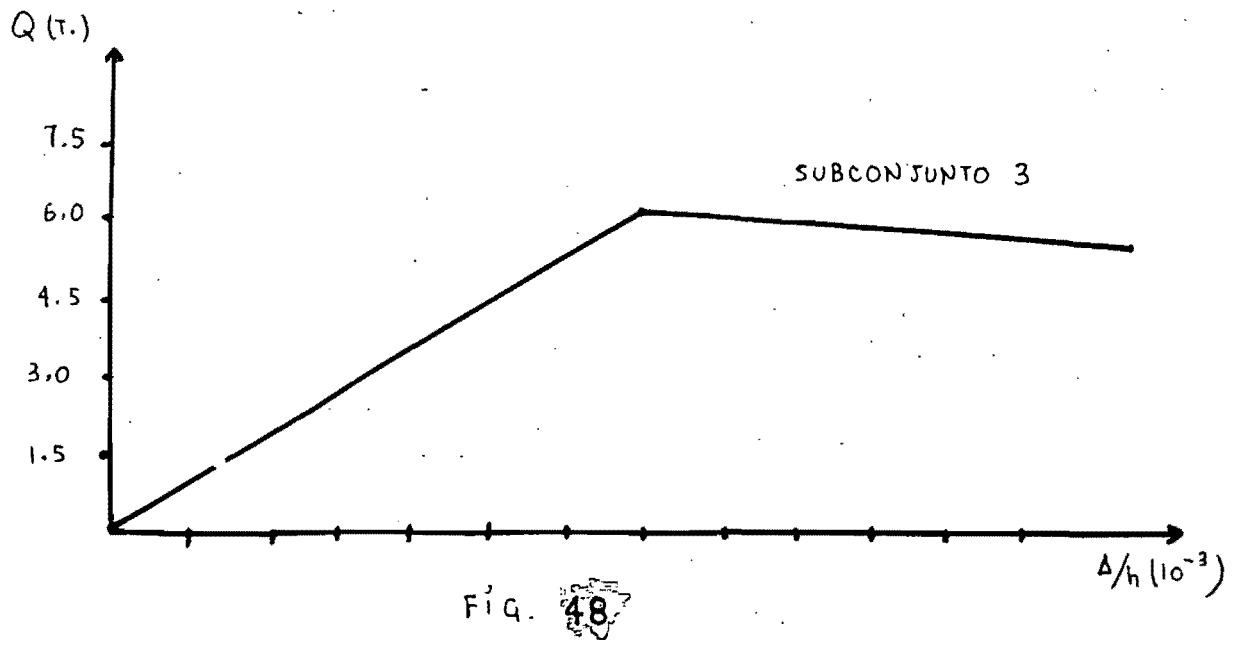
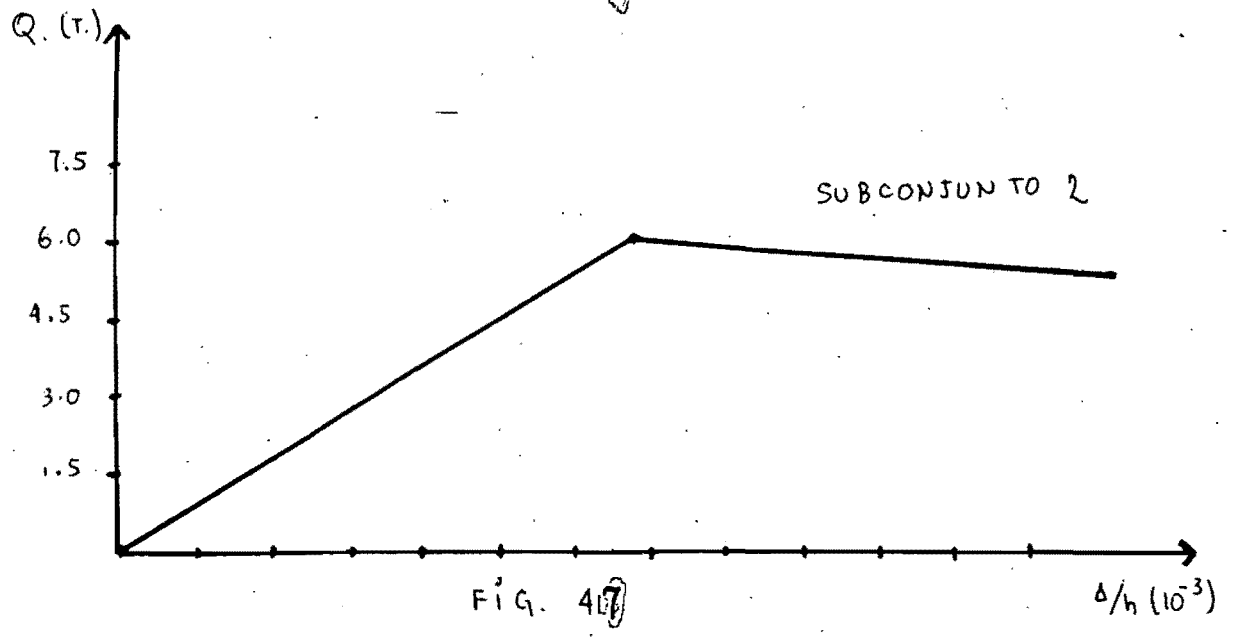
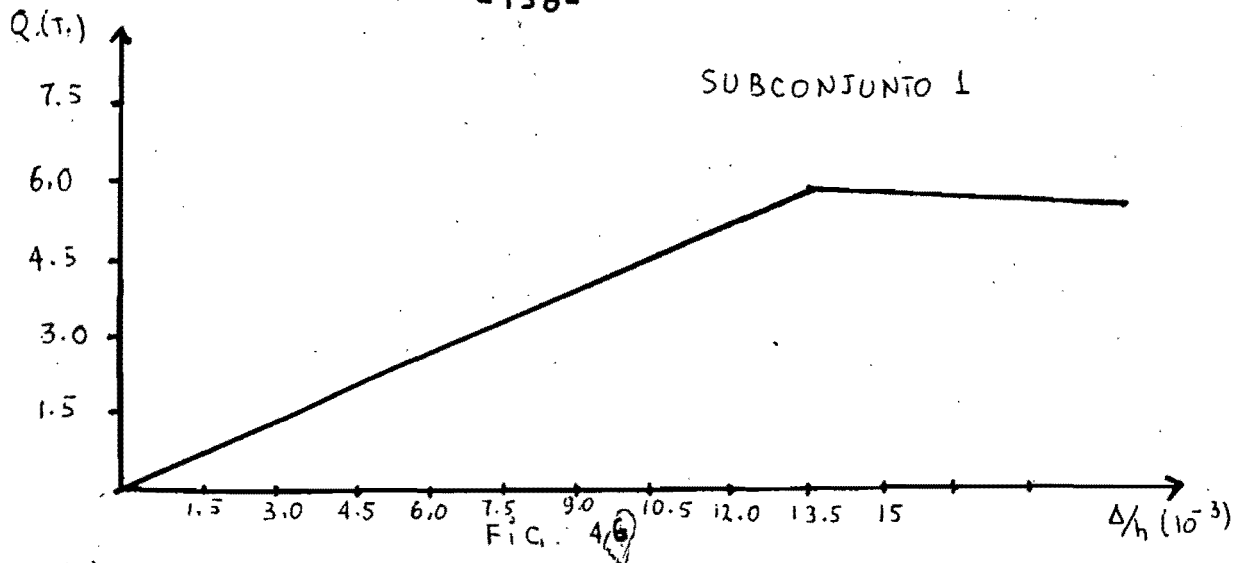


FIG. 45 : COMPORTAMIENTO MARCO SOMETIDO A CARGA VERTICAL CONSTANTE Y CARGA HORIZONTAL INCREMENTADA HASTA LA FALLA.



SUBCONJUNTOS

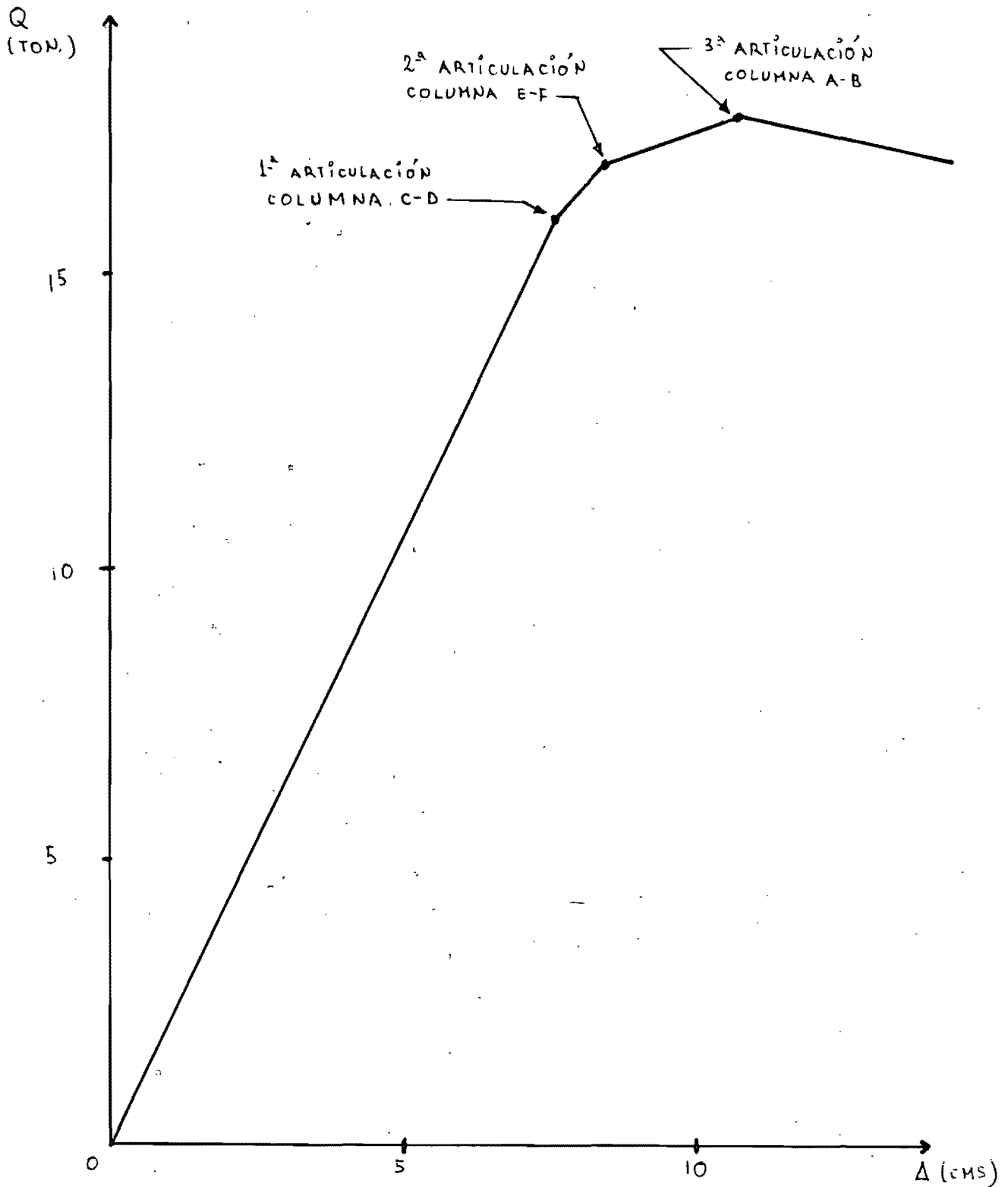


FIG. 49: CURVA Q-Δ DE TODO EL MARCO (SUMA DE LOS SUBCONJUNTOS)-

1. De Buen López De Heredia O, Estructuras de Acero Limusa, 1980.
2. Lu, L. W., Inelastic Buckling of Steel Frames, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, No. ST6, Dec., 1965, pp. 185-214.
3. Rosenblueth Emilio., Efectos de esbeltez en edificios, Revista de Ingeniería, Vol. XXXV, No. 1, Enero., 1965, pp. 1-25.
4. Schilling. C.G., Buckling of One-Story Frames, Engineering Journal, AISC, Vol. 20, No. 2, 1983, pp. 49-57.
5. Driscoll, G.C., Jr., Lehigh Conference on Plastic Design of Multi-Story Frames. A Summary, Engineering Journal, AISC, April. 1966, pp. 57-66.
6. Korn Alfred., Behavior of Elastic-Plastic Frames, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. ST5, May., 1968, pp 1119-1142.
7. McNamee, B.M., Inelastic Multistory Frame Buckling, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST7, July., 1972, pp.1613-1631.

8. Powell, G. H., Subassemblage Concept for Tall Frame Analysis, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST8, August., 1974, pp 1611-1625.
9. Wood, B. R., Column Design by P-Delta Method, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST2, February., 1976, pp. 411-427.
10. Wood, B. R., Further Aspects of Design By P-Delta Method, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST3, March., 1976, pp. 487-500.
11. Van der Woude Frank, Discussion of Frame Design without using Effective Column Length, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST11, November., 1978, pp. 1809-1811.
12. Specification for the Design Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings, American Institute of Steel Construction, 1978.
13. Yura, J. A., The Effective Length of Columns in Unbraced Frames, Engineering Journal, AISC, Vol. 8, No. 2, April., 1971, pp. 37-42.
14. Cheong-Siat-Moy, F., Frame Design without using Effective Column Length, Journal of The Structural

Division, ASCE, Vol. 104, No. ST1, January., 1978, pp. 23-33.

15. Requisitos de Seguridad Y Servicio para las Estructuras, Título IV, Serie Del Instituto de Ingeniería, No. 400, 1977.
16. Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas, Series Del Instituto De Ingeniería, No. 402, Segunda Edición, 1978.
17. Daniels, J. H., A Plastic Method for Unbraced Frame Design, Engineering Journal, AISC, October. 1966, pp. 141-149.
18. Wood, R. H., Effective Lengths of Columns in Multi-Storey Buildings. Part 1, The Structural Engineer, July 1974, No. 7, Vol. 52., pp. 235-244.
19. Wood, R. H., Effective Lengths of Columns in Multi-Storey Buildings. Part 2, The Structural Engineer, August 1974, No. 8, Vol. 52., pp. 295-302.
20. Wood, R. H., Effective Lengths of Columns in Multi-storey Buildings. Part 3, The Structural Engineer, September 1974, No. 9, Vol. 52., pp. 341-346.

21. Smith, C. V, Jr., On Inelastic Column Buckling, Engineering Journal, AISC, Vol. 13, Third Quarter. 1976, pp. 86-88.
22. Cheong-Siat-Moy, F., Inelastic Sway Buckling of Multistory Frames, Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST1, January., 1976, pp. 65-75.
23. De Buen, O., Discussion of, Inelastic Sway Buckling of Multistory Frames, Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST12, December., 1976, pp. 2386-2387.
24. LeMessurier, WM. J., A Practical Method of Second Order Analysis. Part 2. Rigid Frames, Engineering Journal, AISC, Vol. 14, No. 2, 1977, pp. 49-67.
25. Cheong-Siat-Moy, F., Strength of Steel Frames Under Gravity Loads, Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST6, June., 1977, pp. 1223-1235.
26. MacGregor, J. G., Stability Analysis And Desing of Concrete Frames, Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST10, October., 1977, pp. 1953-1970.
27. Cheong-Siat-Moy, F., Consideration of Secondary Effects in Frame Design, Journal of The Structural Divison,

- ASCE, Vol. 103, No. ST10, October., 1977, pp. 2005-2019.
28. De Buen. O, Series Del Instituto de Ingenieria, No. 386, 1977.
29. Tentative Provisions for The Development of Seismic Regulations for Buildings, Applied Technology Council, June, 1978, Sec 4.6.
30. Timoshenko & Gere., Theory of Elastic Stability. International Student Edition, 1961.