

PROCEDIMIENTOS PARA EL ANALISIS DE SISTEMAS
DE LOSA PLANA-COLUMNA

MANUEL JARA DIAZ

TRABAJO

Presentado a la División de Estudios de
Posgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA

de la

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener
el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA
(Estructuras)

CIUDAD UNIVERSITARIA



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPFI

T. UNAM

1 9 8 6

JAR

APROBADO POR EL JURADO

Presidente:	<u>Ridell</u>	3 jul 86
Vocal:	<u>[Signature]</u>	3-VII-86
Secretario:	<u>[Signature]</u>	10 VII-86
Suplente:	<u>[Signature]</u>	7-VII-86
Suplente:	<u>[Signature]</u>	10-VII-86

50,843



PROPUESTA DE TEMA A DESARROLLAR PARA EXAMEN DE GRADO DE MAESTRIA
(ESTRUCTURAS)

Para el análisis de sistemas de losa plana y columna se han propuesto diversos métodos de marco equivalente (ACI, RDF). Hace algún tiempo Vanderbilt propuso un modelo analítico que incluye un elemento de torsión en la unión entre columna y losa. Proponga la forma en que este modelo puede ^{adaptarse} aplicarse al análisis tanto por cargas verticales como por cargas laterales de estos sistemas. Realice algunos análisis de casos típicos. Compare los resultados con los que se tienen con los modelos del ACI y el DDF y con los que corresponden a rigideces laterales medidas en modelos de laboratorio (Moehli). Si le es posible sugiera algún criterio sencillo para modificar los modelos de viga o columna equivalente (ACI, RDF) de manera de obtener resultados comparables a los de métodos más refinados para casos típicos.

Referencias:

Vanderbilt, D. "Equivalent Frame Analysis of Unbraced Reinforced Concrete Buildings for Static Lateral Loads" Structural Research Report. No. 36 Civil Eng. Dept. Colorado State Univ., jul 1981.

Moehle, J. y J. Diebold "Experimental Study of the Seismic Response of Two-Story Flat-Plate Structure" Rep. No. UCB/EERC-84/08, Berkeley Cal, ago 1984.

Este tema fue seleccionado por el Ing. Manuel Jara, quien entregó el desarrollo a los sinodales el día 26 de mayo de 1986.

CIUDAD UNIVERSITARIA, APARTADO POSTAL 70-472, COYOACAN 04510, MEXICO, D.F.

INDICE

INTRODUCCION	2
CAPITULO 1 METODOS DE MARCO EQUIVALENTE SEGUN R.C.D.F. y A.C.I.	
1.1 Introducci3n	5
1.2 NTC-77	5
1.3 ACI-318-83	8
CAPITULO 2 MODELO PROPUESTO POR VANDERBILT	
2.1 Introducci3n	12
2.2 Modelo de Vanderbilt	12
2.3 Ejemplo de an3lisis con el m3todo de Vanderbilt	15
2.4 Conclusiones	28
CAPITULO 3 COMPARACION DE LOS DIFERENTES CRITERIOS SOBRE EL MARCO EQUIVALENTE	
3.1 Introducci3n	30
3.2 An3lisis con el programa MARCEQ	30
3.3 M3todos propuestos en el R.C.D.F.	35
3.4 M3todos con elemento a torsi3n	36
3.5 M3todos de viga equivalente	39
3.6 Estudio de una conexi3n losa aligerada-columna	43
3.7 Comparaci3n de los diferentes m3todos	45
CAPITULO 4 PROPOSICION PARA CONSIDERAR EL METODO DEL MARCO EQUIVALENTE	
4.1 Introducci3n	50
4.2 Cargas verticales	50
4.3 Cargas laterales	62

CAPITULO 5

CONCLUSIONES	68
REFERENCIAS	74
TABLAS Y FIGURAS	77

INTRODUCCION

En México y otros países de Latinoamérica, es muy frecuente el uso de sistemas de losa apoyadas directamente sobre columnas; a pesar de ello, los conocimientos sobre el comportamiento y diseño de estos sistemas es aún limitado. Generalmente el análisis de un edificio de concreto se efectúa dividiendo la estructura tridimensional en una serie de marcos planos y se analiza cada uno de ellos por separado. Para tomar en cuenta el comportamiento tridimensional de la estructura, se consideran marcos planos equivalentes.

El reglamento RCDF-76 recomienda, en sistemas de losa plana, considerar un ancho de losa equivalente. Este método sobrestima la rigidez lateral de la estructura, según se ha podido comprobar experimentalmente (ref. 7). En análisis ante cargas verticales, los momentos en los bordes de los tableros exteriores de la losa, resultan mayores que los valores medidos en modelos de prueba. Las normas de Emergencia del Reglamento del Distrito Federal, publicadas en Octubre de 1985, proponen para análisis bajo cargas verticales, considerar el ancho total de losa, y reducir la rigidez de las columnas; para cargas laterales, se recomienda utilizar un nuevo ancho equivalente. En este

trabajo se comparan ambas proposiciones con resultados de modelos de laboratorio.

El reglamento ACI-83, recomienda el uso de elementos ficticios que trabajan a torsión y que sirven de conexión entre las trabes y columnas del marco. Este modelo se aplica exclusivamente para análisis ante cargas verticales y, salvo en el caso de analizar un entrepiso aislado, no resulta claro como analizar el marco con los métodos tradicionales para marcos planos. Vanderbilt propone una forma de considerar el marco equivalente del ACI-83, de forma que pueda analizarse un marco de varios niveles, para cargas laterales y verticales.

Además de los modelos recomendados en los reglamentos, se han desarrollado otros métodos para el análisis de marcos formados por losas planas. En general, los métodos existentes pueden catalogarse en tres grupos: a) los que consideran un ancho equivalente de losa; b) los que proponen un elemento a torsión; c) los que consideran vigas cortas alrededor de la columna (ref.25). El modelo propuesto en el RCDF-76 forma parte del primer grupo, mientras que el del ACI-83 pertenece a la segunda clasificación.

En general, los métodos del primer grupo surgen de considerar un comportamiento elástico del material, y se recomiendan para el análisis bajo cargas horizontales.

Los modelos del segundo grupo se basan en una distribución supuesta de los momentos a lo largo del ancho de la losa y, con base en ella, determinan la rigidez del elemento a torsión, que conecta a las columnas con la losa. Estos métodos se han propuesto para análisis ante cargas verticales y horizontales.

El tercer grupo considera el comportamiento inelástico del material por lo que puede aplicarse en cualquier etapa de carga, sin embargo, no puede adaptarse a la práctica usual de oficina y es útil únicamente como método de investigación sobre el comportamiento de las conexiones losa-columna.

El objetivo del presente trabajo puede dividirse en tres partes:

- 1.- Estudiar el procedimiento que recomienda Vanderbilt.
- 2.- Comparar algunos de los modelos de marco equivalente.
- 3.- Proponer un criterio para el análisis de sistemas de losa y columna sometidos a cargas verticales.

CAPITULO 1

METODOS DE MARCO EQUIVALENTE SEGUN R.C.D.F. Y A.C.I.

1.1 Introducción

La práctica común en México para el análisis y diseño de sistemas de losa de piso apoyada directamente sobre columnas, se basa en las recomendaciones de las Normas Técnicas Complementarias (NTC-77), del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (1), y en las normas del American Concrete Institute ACI-318-83 (2). Las NTC-77 establecen un método aplicable exclusivamente a losas planas y que consiste en remplazar el sistema tridimensional por marcos planos equivalentes en dos direcciones perpendiculares. El ACI-83, propone dos métodos que pueden aplicarse a sistemas de losas con vigas o sin ellas: el método directo, que proporciona directamente los momentos flexionantes sin necesidad de hacer un análisis estructural; y el método del marco equivalente, que sustituye el sistema tridimensional de losas, vigas (si las hay) y columnas, por marcos planos en dos direcciones ortogonales. A continuación se describe cómo especifican ambos reglamentos la manera en que deben considerarse los marcos equivalentes.

1.2 NTC-77

El procedimiento se aplica tanto al análisis por carga vertical como al análisis por carga lateral.

Los elementos mecánicos de diseño pueden obtenerse con cualquier método de análisis elástico para marcos planos. Estos marcos deben considerarse en dos direcciones ortogonales, haciendo cortes verticales a la estructura por las líneas medias de los tableros de losa adyacentes al eje de columnas considerado fig. 1. Debe utilizarse la carga total que actúa en la losa en cada una de las direcciones de análisis. Los marcos se forman con las columnas de la estructura y vigas equivalentes con un ancho de losa, a cada lado del eje de columnas, definido por la siguiente expresión:

$$\frac{0.5 L_2}{1 + 1.67 L_2/L_1} + 0.3 \leq 0.5 L_2 \quad \dots \quad (1.1)$$

donde

L1 = claro en la dirección de análisis.

L2 = claro en la dirección en que se mide el ancho equivalente.

c = dimensión de la columna o capitel en la dirección de L2.

Para determinar los momentos de inercia de los elementos que forman el marco, debe tomarse la sección completa de

concreto sin agrietar y sin considerar el acero de refuerzo. Se debe tener en cuenta la variación del momento de inercia de los miembros a lo largo de su longitud debido a la presencia de úbacos y capiteles, así como los efectos de trabes y agujeros.

Una vez determinados los momentos flexionantes en las trabes del marco, se distribuyen en todo el ancho de losa de acuerdo con los siguientes porcentajes

	franjas de columnas	franjas centrales
momento positivo	60	40
momento negativo		
ó	75	25
momento positivo adyacente a las columnas		

donde las franjas a las que se refiere la tabla anterior corresponden a aquellas franjas en que se divide el tablero de una losa. De acuerdo con las NTC-77, "En cada tablero de una losa plana se distinguen tres franjas en cada dirección. La central, de ancho igual a la mitad del claro del tablero en la dirección en que se mide el ancho, y las extremas o de columna, cada una de ancho igual a un cuarto de dicho claro."

Según las Normas de Emergencia (3), se deben respetar las disposiciones de las N.T.C.-77, con la diferencia de que al realizar un análisis ante cargas verticales, se reduzca en un 50% la rigidez angular de las columnas, y para el análisis ante cargas laterales, el ancho de las trabes equivalentes se tome igual a $c+3h$, donde h es el peralte total de la losa.

1.3 A.C.I.-318-83

El método se recomienda para el análisis de estructuras sometidas a cargas verticales. Las principales características del método tal y como se establece en el ACI, se describen en seguida. Se sustituye la estructura tridimensional por marcos planos que resultan de hacer cortes verticales en la estructura, en dos direcciones perpendiculares, a través de las líneas medias de los tableros de losa adyacentes a cada eje de columnas fig. 1. En este caso las columnas son las de la estructura, mientras que las trabes corresponden al tramo de losa comprendido entre las líneas medias de los tableros adyacentes al eje de columnas considerado. Las columnas se suponen unidas a las vigas por elementos transversales a la dirección del claro y que trabajan exclusivamente a torsión fig. 2. Estos elementos a torsión tienen sección transversal constante en toda su longitud que será, (en el caso de

losas planas), una parte de la losa con un ancho igual al de la columna o capitel en la dirección del claro que se analiza.

La rigidez de los elementos a torsión se determina con la siguiente expresión

$$K_t = \frac{\sum 9 E C}{L_2 (1 - c_2/L_2)^3} \quad (1.2)$$

Donde C_2 = es el ancho de la columna o capitel en la dirección transversal al marco que se analiza.

L_2 = es la longitud del claro perpendicular al marco.

$$C = \sum (1 - 0.63 \frac{x}{y}) \frac{x^3 y}{3} \quad (1.3)$$

x = lado menor del elemento a torsión.

y = lado mayor del elemento a torsión.

Debe tomarse en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo de la longitud de las columnas y vigas. En el caso de las vigas, el momento de inercia entre el eje de la columna y el paño de la misma, será el momento de inercia

de la viga en el paño de la columna dividida entre el factor $(1-c_2/L_2)$, donde c_2 y L_2 ya fueron definidos.

En el caso del análisis de un solo entrepiso se puede tomar en cuenta el elemento a torsión, considerando una columna equivalente. La rigidez de esta columna se tomará como el producto de la suma de rigideces de las columnas que concurren a un nudo por la rigidez del elemento a torsión, dividido entre la suma de los factores anteriores . Así la rigidez de la columna equivalente es

$$K_{eq} = \frac{\sum K_c \cdot K_t}{K_t + \sum K_c} \quad \dots \dots \dots (1.4)$$

Para obtener los elementos mecánicos de diseño se permite efectuar cualquier método de análisis elástico. En el análisis por cargas verticales puede considerarse cada entrepiso aislado suponiendo empotrados los extremos lejanos de las columnas.

Los elementos mecánicos en las trabes que resulten de los marcos equivalentes, deben distribuirse entre las franjas en que se divide cada tablero de losa (la distribución de las franjas se indica en la descripción del método de las NTC-77). Se presentan tablas para el porcentaje del momento que debe considerarse en las franjas de columna según se

trate de: momentos negativos en apoyos interiores o exteriores, o de momentos positivos (2).

El reglamento ACI-83 señala que, en caso de que la estructura esté sujeta a fuerzas laterales, los efectos del agrietamiento del concreto y la presencia del acero de refuerzo deben considerarse en la valuación del momento de inercia, pero no recomienda ningún método para llevar a cabo el análisis.

CAPITULO_2

MODELO PROPUESTO POR VANDERBILT

2.1 Introducción

Para el diseño de losas planas y losas perimetralmente apoyadas sujetas a cargas de gravedad, el reglamento A.C.I.-318-83 (2), recomienda el método del marco equivalente. Se propone analizar cada entrepiso de manera independiente considerando que las columnas arriba y abajo de dicho entrepiso se encuentran empotradas en sus extremos lejanos. En este caso se puede hacer uso del concepto de columna equivalente (fórmula 1.4), y efectuar el análisis por distribución de momentos o cualquier otro método manual reconocido. Por supuesto, se admite llevar a cabo el análisis completo de marcos de varios niveles, aunque no se indica como puede aplicarse el método en estos casos.

Para cargas laterales, el reglamento dice que deben tomarse en cuenta el refuerzo y el agrietamiento al determinar la rigidez de los elementos de marcos no contraventeados, pero no sugiere ningún método para analizar la estructura.

2.2 Modelo de Vanderbilt

Debido a esta situación, Vanderbilt (4) sugiere la forma en que el método del marco equivalente puede aplicarse tanto para el análisis por carga lateral, como al análisis por

carga vertical de marcos de varios pisos. El trabajo de Vanderbilt se resume en las siguientes etapas: primero, define la forma en que la rigidez del elemento a torsión que propone el A.C.I., se distribuye entre los elementos de la estructura; segundo, determina la matriz de rigideces que debe utilizarse en los miembros a los que se les asigna, de acuerdo con la primera etapa, la rigidez del elemento a torsión; y tercero, desarrolla un programa para análisis de marcos planos sometidos a cargas verticales y horizontales, en el que se considera los resultados de las etapas anteriores.

El primer paso, que consiste en la distribución de las rigideces a torsión, se realiza en base al siguiente razonamiento:

a) En el caso de cargas verticales, se considera que la transmisión de momentos entre losa y columna, se desarrolla parcialmente a través de la columna y un ancho de losa c_2 (fig. 3a); el resto del momento se transmite por torsión de una franja de losa, perpendicular al claro del marco (fig. 3a), y se reparte, al llegar al nudo, entre las columnas en proporción a su rigidez a flexión. Con esto en mente, Vanderbilt propone que la rigidez torsionante de la franja de losa, debe dividirse entre las columnas en proporción a su rigidez relativa a la flexión. De esta

manera, las columnas reales del marco deberán sustituirse por columnas equivalentes, las cuales estarán formadas por la columna real más un elemento con rigidez a torsión igual a la fracción que le corresponde de acuerdo con la distribución indicada. La distribución de los elementos a torsión y las columnas equivalentes resultantes de acuerdo con Vanderbilt, se muestran en la fig. 4 para un marco de tres niveles.

b) En el caso de cargas laterales, la transmisión de momentos entre losa y columna, se desarrolla en un sentido inverso al que se presenta ante cargas de gravedad; por esta razón, se piensa que la distribución de rigideces a torsión, debe realizarse entre las vigas (losas) que concurren a un nudo en proporción a sus rigideces a flexión. La distribución de las rigideces a torsión entre las vigas se hará en la misma forma que en el modelo anterior. Este modelo usaría vigas equivalentes en lugar de las columnas equivalentes de la figura 4. Vanderbilt dice que ante cargas laterales puede usarse cualquiera de los dos modelos, aunque sugiere usar vigas equivalentes pues los desplazamientos que se obtienen en este caso se asemejan un poco más a los resultados experimentales.

Para llevar a cabo el análisis de los marcos formados con las columnas (o vigas) equivalentes, Vanderbilt determina

la matriz de rigideces que corresponde a la subestructura constituida por la columna (viga) real, unida al elemento a torsión que le corresponde de acuerdo con su rigidez relativa a flexión, en cada uno de sus extremos. Para encontrar la matriz de rigideces se analiza la estructura plana que se observa en la fig. 5, con las técnicas conocidas de análisis matricial. La obtención de la matriz se desarrolla con detalle en el apéndice B de la ref.4. La matriz resultante se muestra en la fig. 6.

Con los resultados de estas proposiciones, se creó un programa de computadora para el análisis de marcos planos, en el que existe la posibilidad de elegir entre los modelos de columna y viga equivalente, y con el cual el método del marco equivalente que se propone en el A.C.I., puede generalizarse al estudio de marcos completos sometidos a cargas verticales y laterales.

2.3 Ejemplo de análisis con el método de Vanderbilt

A continuación se presenta el análisis de un edificio de dos niveles, sometido a cargas verticales, con el modelo de marco equivalente que propone Vanderbilt. El edificio elegido se tomó de la ref.5, con el objeto de poder comparar los resultados de este trabajo con los que ahí se indican.

Las figuras 7 y 8 muestran las características del edificio que se analiza. El sistema de piso está formado a base de losa plana aligerada de 35 cms. de peralte. Las columnas son de 40 X 60 orientadas de la manera indicada en las figuras.

Se estudiará el marco equivalente en el eje 2 (fig. 9).

Cargas consideradas

$$\text{Nivel 1} \quad W_{\text{tot}} = 1006 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Azotea} \quad W_{\text{tot}} = 1041 \text{ Kg/m}^2$$

La rigidez de los elementos de torsión se calcula con la expresión 13.6 del ACI, y para este ejemplo es igual a (fig. 10)

$$K_t = \sum \frac{9 EC}{L_2 (1 - c_2/L_2)^3} = \frac{2 \times 9 \times 256535 E}{500 (1 - 40/500)^3} = 11860 E$$

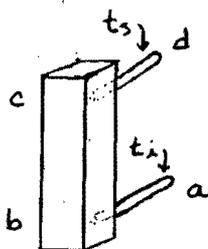
$$C = \sum (1 - 0.63 \frac{x}{y}) \frac{x^3 y}{3} = (1 - 0.63 \frac{35}{60}) \frac{35^3 \times 60}{3} = 256535$$

Este valor debe repartirse entre las columnas en proporción a su rigidez a la flexión. En este ejemplo las dos columnas tienen la misma sección y por lo tanto a cada una de ellas

se les asigna un elemento a torsión con rigidez igual a $11860 E/2 = 5930 E$.

Para el análisis del marco se necesita determinar la rigidez y factor de transporte de las columnas equivalentes. Estas propiedades se determinan a continuación:

a). Columna superior



Las ecuaciones de equilibrio de la subestructura quedan definidas por

$$\begin{Bmatrix} t_i & -t_i & 0 & 0 \\ -t_i & k_{33}+t_i & k_{36} & 0 \\ 0 & k_{63} & k_{66}+t_s & -t_s \\ 0 & 0 & -t_s & t_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_b \\ \theta_c \\ \theta_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_a \\ M_b \\ M_c \\ M_d \end{Bmatrix} \quad \dots (2.1)$$

donde:

$$\begin{Bmatrix} k_{33} & k_{36} \\ k_{63} & k_{66} \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{Bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{Bmatrix} \quad \dots (2.2)$$

Los momentos M_b y M_c de la subestructura son nulos, por lo que la ecuación (2.1) puede escribirse

$$\left\{ \begin{array}{cc|cc} t_i & 0 & -t_i & 0 \\ 0 & t_s & 0 & -t_s \\ \hline -t_i & 0 & k_{33}+t_i & k_{36} \\ 0 & -t_s & k_{63} & k_{66}+t_s \end{array} \right\} \begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_d \\ \theta_b \\ \theta_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_a \\ M_d \\ M_b \\ M_c \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} t_i & 0 \\ 0 & t_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_d \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -t_i & 0 \\ 0 & -t_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_b \\ \theta_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_a \\ M_d \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} -t_i & 0 \\ 0 & -t_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_d \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{33}+t_i & k_{36} \\ k_{63} & k_{66}+t_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_b \\ \theta_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Eliminando θ_b y θ_c de las dos ecuaciones anteriores se obtiene

$$\left[\begin{Bmatrix} t_i & 0 \\ 0 & t_s \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} t_i & 0 \\ 0 & -t_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_{33}+t_i & k_{36} \\ k_{63} & k_{66}+t_s \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -t_i & 0 \\ 0 & -t_s \end{Bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_a \\ M_d \end{Bmatrix}$$

$$= [K^*] \begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_a \\ M_d \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (2.3)$$

Donde

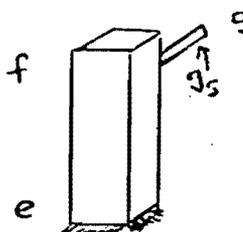
Donde

$$[K^*] = \begin{Bmatrix} t_i - \frac{\alpha t_i^2}{\text{DET}} & \frac{k_{30} t_s t_i}{\text{DET}} \\ \frac{k_{63} t_s t_i}{\text{DET}} & t_s - \frac{\beta t_s^2}{\text{DET}} \end{Bmatrix} \dots (2.4)$$

$$\alpha = k_{66} t_s, \quad \beta = k_{33} t_i, \quad \text{DET} = \alpha \beta - k_{63}^2$$

Esta matriz de rigideces coincide con la obtenida por Vanderbilt.

b). Columna inferior



$$\begin{Bmatrix} k_{33} & k_{30} & 0 \\ k_{63} & k_{66} + g & -g \\ 0 & -g & g \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_e \\ \theta_f \\ \theta_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_e \\ H_f \\ H_g \end{Bmatrix} \dots (2.5)$$

Al seguir el mismo procedimiento se llega a:

$$[K^*] \cdot \begin{Bmatrix} \theta_e \\ \theta_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_e \\ H_g \end{Bmatrix} \dots (2.6)$$

$$[K^*] = \begin{Bmatrix} \frac{k_{33} \delta - k_{36}^2}{\delta} & \frac{k_{36} g_s}{\delta} \\ \frac{k_{63} g_s}{\delta} & \frac{g_s \delta - g_s^2}{\delta} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\delta = k_{66} + g_s$$

En este ejemplo las variables toman los siguientes valores:

$$k_{33} = k_{66} = 9600 \text{ E}$$

$$k_{36} = k_{63} = 4800 \text{ E}$$

$$t_s = 11860 \text{ E}$$

$$t_i = g_s = 5930 \text{ E}$$

$$\alpha = 21460 \text{ E}$$

$$\beta = 15530 \text{ E}$$

$$g_s = 15530 \text{ E}$$

$$\text{DET} = 3.1 \times 10^8 \text{ E}^2$$

Sustituyendo valores se obtiene:

Para la columna superior

$$[K^*] = \text{E} \begin{Bmatrix} 3478 & 1088 \\ 1088 & 4819 \end{Bmatrix}$$

Para la columna inferior

$$[K^*] = \text{E} \begin{Bmatrix} 8116 & 1833 \\ 1833 & 3666 \end{Bmatrix}$$

Por tanto, los valores de rigidez y factores de transporte son

Columna superior

de arriba hacia abajo $k' = 4519 E$ F.T. = 0.226

de abajo hacia arriba $k' = 3498 E$ F.T. = 0.311

Columna inferior

$k' = 3660 E$ F.T. = 0.5

Los momentos flexionantes se determinan con el método de Cross, y se muestran en el marco de la fig. 11.

Estos resultados corresponden al modelo de marco equivalente propuesto por Vanderbilt.

A partir de estos resultados se encuentran los giros en la columna superior e inferior si se sustituye en las ecuaciones (2.1 y 2.5) y se despeja el vector de giros.

Columna superior

$$\begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_b \\ \theta_c \\ \theta_d \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 5930 & -5930 & 0 & 0 \\ -5930 & 15530 & 4800 & 0 \\ 0 & 4800 & 21460 & -11860 \\ 0 & 0 & -11860 & 11860 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 7 \times 10^5 \\ 0 \\ 0 \\ 10.7 \times 10^5 \end{Bmatrix}$$

De donde se encuentra que

$$\begin{Bmatrix} \theta_a \\ \theta_b \\ \theta_c \\ \theta_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9 \times 10^{-4} \\ 1.46 \times 10^{-4} \\ 6.38 \times 10^{-4} \\ 1.18 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

si $E = 158114 \text{ Kg/cm}$

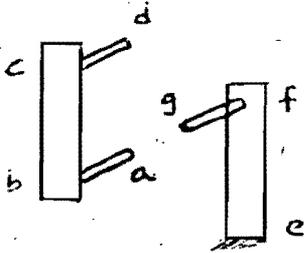
Columna inferior

$$\begin{Bmatrix} \theta_e \\ \theta_f \\ \theta_g \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 9600 & 4800 & 0 \\ 4800 & 15530 & -5930 \\ 0 & -5930 & 5930 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 2.7 \times 10^5 \\ 0 \\ 5.4 \times 10^5 \end{Bmatrix}$$

De donde

$$\begin{Bmatrix} \theta_e \\ \theta_f \\ \theta_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3.59 \times 10^{-4} \\ 9.39 \times 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

Comparando los giros resulta lo siguiente



$$\theta_a = 9 \times 10^{-4} \approx \theta_g = 9.39 \times 10^{-4}$$

$$\theta_b = 1.46 \times 10^{-4} \neq \theta_f = 3.59 \times 10^{-4}$$

La continuidad en el nudo se satisface ya que $\theta_a = 0.96 \theta_g$ sin embargo, al emplear el modelo de Vanderbilt, la continuidad en los extremos de las columnas que llegan a un nudo no se cumple ya que $\theta_b = 2.46 \theta_f$

Para hacer compatibles los giros en los extremos de las columnas se requiere que: $\theta_b = \theta_f$

De la ec. (2.1) si se consideran los renglones dos y tres de la matriz se encuentra que:

$$\theta_b = \frac{t_{21}}{DET} \theta_a - \frac{t_{23} k_{36}}{DET} \theta_d \quad (2.8)$$

A partir de la expresión (2.5), con el segundo renglón del sistema se tiene:

$$\theta_f = \frac{g_5}{g} \theta_g - \frac{k_{63}}{g} \theta_e \quad (2.9)$$

Como el extremo 'e' está empotrado : $\theta_e = 0$

$$\theta_f = \frac{g_s}{g'} \theta_g \quad \dots \quad (2.10)$$

Si hay compatibilidad de giro en las columnas : $\theta_f = \theta_b$

$$\frac{\alpha t_i}{DET} \theta_a - \frac{t_s k_{36}}{DET} \theta_d = \frac{g_s}{g'} \theta_g \quad \dots \quad (2.11)$$

Como existe continuidad en el nudo $\theta_a = \theta_g$ y por lo tanto

$$\frac{\alpha t_i}{DET} \theta_a - \frac{t_s k_{36}}{DET} \theta_d = \frac{g_s}{g'} \theta_a \quad \dots \quad (2.12)$$

que puede escribirse así

$$\frac{(k_{33} + t_s) t_i \theta_a - t_s k_{36} \theta_d}{(k_{33} + t_s) (k_{33} + t_i) - k_{36}^2} = \frac{g_s \theta_a}{k_{66} + g_s} \quad \dots \quad (2.13)$$

La igualdad depende de los valores θ_d y t_s , que representan el giro del nudo al que llega el extremo lejano de la columna, y el elemento a torsión que le corresponde a la columna en ese mismo extremo, respectivamente.

θ_d a su vez depende del valor del momento M_d en ese nudo. Como no se conoce de antemano M_d ni t_s , no puede asegurarse

que la igualdad anterior se cumpla, y como consecuencia no se satisface la compatibilidad de giro en las columnas.

Si el extremo superior de las columnas está empotrado, t_s tiende a infinito y la ec. (2.13) será:

$$\frac{t_s (t_i \theta_a - k_{36} \theta_d)}{t_s (k_{33} + t_i)} = \frac{g_s \theta_a}{k_{66} + g_s}$$
$$\frac{t_i \theta_a - k_{36} \theta_d}{k_{33} + t_i} = \frac{g_s \theta_a}{k_{66} + g_s} \quad (2.14)$$

Como t_s tiende a infinito, luego entonces, θ_d tiende a cero, por lo que:

$$\frac{t_i}{k_{33} + t_i} = \frac{g_s}{k_{66} + g_s}$$

De acuerdo con Vanderbilt y los comentarios del ACI, esta igualdad puede escribirse como

$$\frac{k_{33} / k_{66} + k_{33}}{k_{33} + k_{33} / k_{66} + k_{33}} = \frac{k_{66} / k_{66} + k_{33}}{k_{66} + k_{66} / k_{66} + k_{33}}$$
$$1 + 1 / k_{66} + k_{33} = 1 + 1 / k_{66} + k_{33}$$

Es decir, la igualdad se cumple y la continuidad en el giro de las columnas se verifica.

Se puede concluir que: en el caso en que las columnas se encuentren empotradas en sus extremos lejanos, la continuidad en los giros de las columnas que llegan a un nudo se verifica. Por otro lado, si las columnas no se encuentran empotradas (lo que sucede en todos los entrepisos intermedios de un marco) no se conoce de antemano θ_a y θ_g y por lo tanto, no se puede asegurar a priori la continuidad en el giro de las columnas que llegan a un nudo.

Con el propósito de comprobar la compatibilidad de giros en el caso de tener columnas con sus extremos lejanos empotrados, se analizó el marco de la fig. 13 siguiendo el mismo procedimiento del caso anterior. Los resultados obtenidos se muestran en la fig. 14. Los giros que se presentan en los extremos de las columnas que concurren al nudo son $\theta_a = \theta_g = 3.82 \times 10^{-4}$, y la compatibilidad se verifica.

Para cuantificar el efecto que la falta de continuidad produce en los momentos flexionantes del marco anterior, se realiza un nuevo análisis por medio del programa SAP (6), en el que no se requiere repartir el elemento a torsión, ya que puede analizarse el marco de la fig. 2 sin necesidad de considerar columnas equivalentes. Los resultados que se obtuvieron se reportan en la fig. 12.

Al comparar los momentos de las figuras 11 y 12 se encuentran diferencias del 36% para la columna inferior.

El valor del giro en el nudo que se obtiene con el SAP es :
 $\theta = 9.2 \times 10^{-4} = 0.98\theta_g$ con lo que se comprueba el valor del giro en el nudo que se obtiene con el modelo de Vanderbilt.

El valor del giro en las columnas es: $\theta = 2.61 \times 10^{-4} = 1.78\theta_b$, que representa una diferencia considerable en los giros de las columnas en ambos modelos.

Se repitió el análisis del marco de la fig. 13 por medio del SAP, y tanto los momentos flexionantes como los giros en los extremos de las columnas que resultan, son los mismos que los antes encontrados (fig. 14).

Según Vanderbilt, cuando la estructura se encuentre bajo la acción de cargas laterales se puede modificar tanto la rigidez de las vigas (losa) como la de las columnas para formar el marco equivalente. En caso de reducir la rigidez de las vigas (losa), se forman vigas equivalentes donde los elementos a torsión que le corresponden a cada una de ellas se definen en proporción a las rigideces a flexión de las vigas que llegan a un nudo, de manera idéntica al caso de columnas equivalentes. De acuerdo con esto, la continuidad en el giro de las vigas no puede asegurarse a priori ya que no se conoce de antemano, el giro ni la rigidez del

elemento a torsión en el extremo lejano de las vigas que concurren a un nudo, como ya se demostró anteriormente en el caso de columnas equivalentes.

2.4. Conclusiones

Como consecuencia de estos resultados se concluye que:

- 1). Al aplicar el modelo de Vanderbilt, la compatibilidad de giros en los extremos de las columnas (o vigas), no se satisface.
- 2). Los momentos flexionantes que se obtienen en las columnas (vigas) del modelo propuesto por Vanderbilt, difieren de los obtenidos en un análisis en el que no se requiera efectuar una distribución de las rigideces a torsión.
- 3). En el caso de un entrepiso con las columnas superior e inferior empotradas en sus extremos lejanos, la continuidad de giros se satisface y puede aplicarse el modelo de Vanderbilt (que coincide en este caso con el criterio de columna equivalente que sugieren los comentarios del ACI) (18).
- 4). En vista de las incertidumbres y limitaciones propias del modelo de Vanderbilt y del método del marco equivalente propuesto en el ACI-318-83 (2), se considera que

cualquier criterio que pueda adaptarse para modificar los modelos de marco equivalente, debe compararse con los resultados de modelos experimentales.

- 5). Es evidente la necesidad de la adopción de nuevos criterios para el análisis de sistemas de losa plana y columna (5,7) en el reglamento del Distrito Federal. Debido al gran número de hipótesis en las que se basa el método del ACI, y a lo laborioso que resulta utilizarlo, se piensa que estos nuevos criterios de análisis deben ser más sencillos de aplicar que el método del marco equivalente propuesto por el ACI, siempre y cuando se obtengan resultados comparables a la evidencia experimental con que se cuenta y que respalda a los métodos más refinados.

CAPITULO_3

COMPARACION DE LOS DIFERENTES CRITERIOS SOBRE EL MARCO EQUIVALENTE

3.1 Introducción

Como consecuencia de la incompatibilidad en los giros de las columnas al aplicar el método de Vanderbilt(4), se usará otra alternativa para el análisis de los marcos equivalentes. Dicha alternativa, propuesta en la referencia (8), consiste en escribir un programa de computadora para el análisis de marcos planos que considere cuatro grados de libertad por nudo: dos desplazamientos, un giro para las columnas, y otro diferente para las vigas. Debe considerarse además el elemento torsionante que conecta a las vigas con las columnas. El programa MARCEQ (9) está estructurado de manera que puedan considerarse cuatro grados de libertad por nudo, asignando a los elementos del marco un indicador para definir si el giro de estos elementos corresponde al de las columnas, o a un giro distinto al de ellas.

3.2 Análisis con el programa MARCEQ

Se realizaron los siguientes análisis con MARCEQ, para calibrar los resultados que se obtienen con este programa:

a) marco eje 2 mostrado en la fig. 6.

b) marco interior del modelo experimental llevado a cabo en la Universidad de Illinois (10).

c) modelo experimental de la Universidad de Berkeley (11).

d) Modelo experimental de la National Research Council of Canada, NRC, (datos tomados de la ref. 4).

Los resultados de estos análisis se comentan a continuación.

a) marco eje 2.

Este marco se estudió en el capítulo anterior. Los momentos obtenidos con MARCEQ son los mismos que los resultados del SAP y se muestran en la figura 12.

b) modelo experimental de la Universidad de Illinois.

El modelo representa una estructura prototipo a una escala de 1/4. La estructura es un sistema de losa plana maciza y se muestra en las figuras 15 y 16. El modelo se probó con cargas verticales uniformemente distribuidas. Los detalles de la construcción del modelo y del desarrollo de la prueba se encuentran en la ref (10).

Los resultados experimentales de este modelo sirvieron de comparación para la propuesta original del método del marco equivalente (12), que es la base del método del ACI. Los

momentos flexionantes que resultan del análisis con el programa MARCEQ se indican en la tabla 1. También se muestran los momentos medidos en la prueba y los calculados al considerar el concepto de columna equivalente como se sugiere en los comentarios del ACI (18).

De la observación de los momentos flexionantes obtenidos, se puede concluir que los resultados que se obtienen con el programa MARCEQ, son lo suficientemente aproximados a los resultados experimentales en todo el ancho de la losa, con excepción de los momentos en los extremos, en donde el marco equivalente, aplicando el concepto de columna equivalente, tampoco muestra concordancia.

c) modelo de la Universidad de Berkeley.

El modelo representa un sistema de losa plana maciza a una escala de 3/10. El prototipo y el modelo se observan en la figura 17. El modelo se sometió a excitaciones dinámicas por medio de una mesa vibradora. Los detalles de construcción del modelo, así como el desarrollo de las pruebas se explican con detalle en la referencia 11.

Los desplazamientos laterales del modelo se calcularon en la ref. 11 mediante el 'SAP, con el método del marco equivalente y con el método del ancho efectivo propuesto por Pecknold (13). En ambos casos la rigidez del marco resultó

mayor que la determinada experimentalmente. Si el ancho de las vigas de estos dos modelos se reduce multiplicándolo por un factor $\beta = 1/3$, los desplazamientos laterales calculados se encuentran más próximos a los valores medidos. Estos desplazamientos pueden observarse en la fig. 18a, en donde se muestran además los desplazamientos calculados con MARCEQ, si se utiliza el mismo factor reductivo para el ancho de las vigas. Se puede notar que los desplazamientos laterales determinados con MARCEQ coinciden con los reportados al aplicar el marco equivalente con el programa SAF.

d). Modelo de la NRC (4).

Este modelo representa un edificio de siete niveles con un sistema de piso formado por losa plana maciza; en las figuras 28 y 29 aparece la elevación y una planta del modelo respectivamente. Se aplicaron fuerzas y momentos en los centros de masa de cada nivel, como se indica en la fig. 28. Las fuerzas se aplicaron una por una en cada nivel y se midieron las deflexiones y rotaciones para cada piso. Los detalles respecto a la construcción y a los resultados de cada prueba, se encuentran según la ref. 4, en las referencias 22 y 23.

Para calibrar el programa MARCEQ, se consideró el caso en el que la fuerza se aplica al último nivel, en la dirección transversal. La distribución de las fuerzas para un marco

interior, que aseguran la compatibilidad de desplazamientos en todos los marcos, se indican en la fig. 30. Los desplazamientos laterales que reporta MARCEQ, junto con los valores experimentales y los obtenidos por Vanderbilt, se observan en esa misma figura. Los desplazamientos medidos y los calculados son muy semejantes, por lo que puede considerarse que MARCEQ da buenos resultados a este nivel de carga (15% del peso total de la estructura).

Con base en los resultados de los análisis de los cuatro casos anteriores, se puede concluir que el programa MARCEQ puede utilizarse para aplicar el modelo del marco equivalente, sin necesidad de distribuir la rigidez torsionante entre los elementos que forman el marco, es decir, puede efectuarse el análisis de marcos como el de la fig. 2, y los resultados que se obtienen ante cargas laterales y gravitacionales corresponden con los que se obtienen con el SAP y algunos resultados experimentales. Por esta razón, se puede considerar que el programa MARCEQ es una opción para aplicar el método del marco equivalente a estructuras de varios niveles, sometidas a cargas laterales y verticales. Tiene la ventaja, sobre otros programas (como el SAP), de poder contar con él en la mayor parte de los despachos de ingeniería, pues se trata de un programa de análisis de marcos planos al que hay que hacer algunas pequeñas modificaciones.

A pesar de que el programa MARCEQ representa una forma de generalizar el método propuesto en el ACI, se pueden observar, de los análisis anteriores, un par de inconvenientes: primero, los momentos calculados en los tableros extremos difieren considerablemente de los momentos medidos experimentalmente; y segundo, los desplazamientos laterales calculados con el marco equivalente, resultan apreciablemente menores que los medidos, para fuerzas cortantes en la base de los marcos, superiores al 20% del peso de la estructura (fig. 18a).

Debido a estos inconvenientes se comparan algunos otros métodos con los resultados de los modelos de laboratorio.

3.3 Métodos propuestos en el RCDF.

a) Normas Técnicas Complementarias

Este método fué descrito anteriormente. Los resultados de aplicarlo al modelo de la Universidad de Illinois, se muestran en la tabla 2. Para el caso de cargas laterales, se calcularon los desplazamientos en el modelo de Berkeley y los valores se observan en la fig. 18b.

b) Normas de Emergencia

La descripción del método se comentó en el primer capítulo. Los momentos que se obtienen en el modelo de Illinois, se observan en la tabla 2. Para cargas laterales se encontraron los desplazamientos en el modelo de Berkeley y los resultados se muestran en la fig. 18b.

3.4 Métodos con elemento a torsión.

a) Ti Huang.

El método del marco equivalente se basa en la utilización de un elemento a torsión, cuya rigidez se determina bajo la hipótesis de considerar la siguiente distribución del momento torsionante: el momento varía linealmente desde cero en los centros de los tableros de losa, hasta un máximo en el eje de la columna (fig. 3b). A partir de esta distribución del momento, se calcula la rotación en el elemento sometido a torsión. El giro máximo del elemento transversal, si se considera que no hay rotación en el ancho de la columna, es igual al área bajo el diagrama de rotación unitaria de la figura 3d. El valor del giro máximo es

$$\theta_{\max} = \frac{L_2 (1 - c_2/L_2)^3}{12 GC} \quad (3.1)$$

Si se considera como ángulo de rotación promedio "efectivo", un tercio del giro máximo

$$\theta_{prom} = \theta_{max} / 3 = \frac{L_2 (1 - c_2/L_2)^3}{36 G C} \quad (3.2)$$

A partir de este valor se determina la rigidez, dividiendo el momento torsionante entre el θ_{prom} , con lo que resulta

$$K_t = \sum \frac{9 E C}{L_2 (1 - c_2/L_2)^3} \quad (3.3)$$

En la discusión (14) al artículo publicado por Corley y Jirsa (12), que fundamenta el método del marco equivalente,

Huang propone usar el valor de θ_{prom} que resulta de integrar el valor del giro θ_x , en la longitud $L_2/(1 - c_2/L_2)$, y dividir el resultado entre $(L_2/2)$. De esta forma se obtiene

$$\theta_{prom} = \frac{L_2 (1 - c_2/L_2)^4}{16 G C} \quad (3.4)$$

Por lo tanto

$$K_t = \sum \frac{4 E C}{L_2 (1 - c_2/L_2)^4} \quad (3.5)$$

Huang compara los resultados que se obtienen de aplicar el marco equivalente con la rigidez a torsión definida por la ecuación anterior, con los resultados que se obtienen experimentalmente de un modelo ensayado por la Portland Cement Association. Huang obtiene una mejor aproximación que la encontrada al usar la rigidez que propone el ACI (ec. 3.3). Se analizó el modelo de Illinois con el programa MARCEQ, pero con los valores de K_t calculados con la expresión (3.5); los resultados pueden observarse en la tabla 2. Para el caso de cargas laterales se analizó el modelo de Berkeley en el programa MARCEQ, con un ancho de trabe reducido por un factor $\beta = 1/3$, y el valor de K_t igual al de la ecuación (3.5), los desplazamientos laterales encontrados se muestran en la fig. 18b.

b) Método de Sharan, Clyde y Turcke (15).

El método del marco equivalente supone una distribución del momento torsionante lineal, tal y como se indica en la fig. 3b. En base a ciertos estudios paramétricos y experimentales (20,21) se propone la distribución del momento torsionante indicada en la fig. 19. A partir de dicha distribución y considerando el giro efectivo como el giro promedio que resulta de esta distribución de momento, se determina una expresión para valorar K_t igual a

$$K_t = \sum \frac{10 (1 + c_2/l_2) EC}{L_2 (1 - c_2/l_2)^3} \quad (3.6)$$

Los autores comparan los resultados del marco equivalente al utilizar la expresión (3.6), con respecto a resultados experimentales y a resultados obtenidos con el método del elemento finito (15). De estos análisis se encuentran mejores aproximaciones que las que se presentan al utilizar el valor de K_t de la ecuación (3.3). El modelo de Illinois y el de Berkeley se analizaron con el programa MARCEQ, usando como rigidez de los elementos a torsión los valores encontrados con la expresión (3.6). Los resultados para los modelos de Illinois y Berkeley se observan en la tabla 2 y en la figura 18b, respectivamente. En el último caso se considera un factor $\beta = 1/3$ para reducir el ancho de viga.

3.5 Métodos de viga equivalente.

Los modelos de marco equivalente pueden dividirse en dos grandes grupos; el que propone el uso de elementos a torsión para simular la conexión entre losa y columna, y el que considera un ancho efectivo de losa, para la transmisión de momentos entre losa y columna. En el segundo caso, el ancho efectivo se determina al considerar que la rotación de la losa es constante en todo ese ancho. Realmente la rotación de la losa es variable, como puede apreciarse en la fig. 20a y 20b, sin embargo, si se considera el área bajo la curva de rotación real y se iguala

el área bajo la curva de rotación constante fig. 20b, se puede determinar el valor de α que define el ancho equivalente fig. 20c. Existen varias proposiciones (4) para el valor de α que debe usarse. En este trabajo se comparan algunas de estas proposiciones.

a) Mehrain y Aalami.

A partir de un análisis por medio del método del elemento finito, en el que se desprecian los efectos debidos al agrietamiento y al acero de refuerzo, se determinan los valores de rigidez para la losa. Se consideró que la losa es homogénea, isótropa y con comportamiento linealmente elástico. Se suponen dos casos límite: el límite inferior, en el que la losa se deforma libremente en la zona de intersección con la columna (fig. 23), y el límite superior, en el que no se presentan deformaciones en la frontera común entre losa y columna (fig. 23). Se representó un tablero interior típico de un edificio de varios niveles con columnas cuadradas, bajo la acción de cargas laterales; los resultados obtenidos se muestran en la fig. 24. Para el modelo de Berkeley el valor de α es 0.40 y los desplazamientos laterales se indican en la figura 18c. También se incluye el cálculo para una reducción adicional en el ancho efectivo de $\beta = 1/3$.

b) Pecknold (13).

Se propone una expresión para determinar el valor de α , a partir de condiciones extremas del valor de la rigidez en las columnas (fig. 23). En esta referencia se muestra que al variar la relación entre las dimensiones de los lados de la columna $C2/C1$, entre 0.5 y 2.0, el valor de α no se modifica en más de un 2%. Así mismo, en la discusión a su artículo (19), Pecknold muestra que el ancho efectivo no cambia para valores de $L2$ mayores que $L1$ fig. 25 ($L2$ y $L1$ fueron definidos en 1.2). Para el análisis del modelo de Berkeley se utilizó un factor $\alpha = 0.54$; sin embargo, como los desplazamientos laterales resultaron considerablemente inferiores a los valores medidos experimentalmente, se redujo el valor del ancho equivalente α multiplicando por un factor $\beta = 1/3$. Estos análisis se realizaron en la ref (11) y se muestran en la fig. 18a.

c) Allen y Darvall (16).

Usando la técnica del elemento finito, determinan los factores del ancho efectivo, para los casos límite de rigidez en las columnas. En su trabajo concluyen que el valor de α depende principalmente de la relación entre la dimensión de la columna y el claro de la losa en la dirección del marco que se analiza. $C1/L1$, así como de la

relación entre los claros de la losa $L2/L1$. Por otra parte, el valor de α no se modifica apreciablemente para diferentes relaciones $C2/L1$. Los valores del factor de ancho efectivo se presentan en la figura 21, tomada de la referencia 4. Para el modelo de la referencia (11) el valor de α es 0.46 y los desplazamientos laterales que resultan se muestran en la figura 18c, así como los obtenidos con una reducción de α de $\beta = 1/3$.

d) Límite inferior (4).

En general, los valores para el ancho efectivo que deben usarse coinciden en todos los casos, si se considera el límite superior para la rigidez de la columna, como se observa en las figuras 26 y 27, donde se indican los valores propuestos por varios investigadores. Todos estos factores resultan de considerar un comportamiento elástico del material. En realidad, la reducción de rigidez en la conexión losa-columna, debido a los efectos de agrietamiento, provocan un comportamiento inelástico, no considerado en el cálculo de los factores de ancho efectivo; por lo tanto, utilizar los valores a partir del límite inferior de rigidez en la columna, puede representar mejor el comportamiento de la conexión. De la figura 27,

puede verse que el valor de $\alpha = 0.3 + 1.5 (C1/L1)$, representa aproximadamente los valores de α para el caso del límite inferior. Esta expresión para encontrar el ancho efectivo, se tomó de la ref. (4).

Con el valor de α encontrado a partir de la ecuación anterior, se determinan los desplazamientos laterales (fig. 18c).

3.6 Estudio de una conexión Losa aligerada-columna

Finalmente, se consideró una conexión entre losa aligerada y columna. La conexión se modeló y estudió experimentalmente en el Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M. (7); la conexión prototipo y la forma de ensaye se muestran en las figuras 31 y 32, tomadas de la ref. (7). Se llevaron a cabo cinco pruebas con modelos a escala 1/4. Las rigideces medidas experimentalmente ante carga lateral, para dos etapas de carga distintas, se muestran en la tabla 3. El valor de $K1$ representa la rigidez para valores de carga lateral en los que el comportamiento de la conexión puede considerarse elástica. Los valores de $K2$ corresponden a etapas de carga en los que el comportamiento es francamente inelástico.

A partir de los valores de $K1$ y mediante las ecuaciones de área-momento, se obtiene el valor del momento de inercia

'efectivo' ante cargas laterales. Los valores de la tercera columna de la tabla 3, se calcularon con el valor del módulo de elasticidad E , propuesto en las NTC (1), es decir, $E = 10000\sqrt{f'c}$. Sin embargo, se ha encontrado que el valor del módulo de elasticidad que se obtiene con esta expresión, resulta ser mayor al que se determina experimentalmente, para concretos fabricados en el Distrito Federal (24). En esta referencia se propone utilizar un valor de $E = 8500\sqrt{f'c}$. En la columna 4 de la misma tabla, se indican los valores del momento de inercia, modificados al usar la última fórmula para encontrar el módulo elástico.

La relación entre el momento de inercia de la sección bruta de concreto fuera del capitel en un ancho $C2 + 3h$, columna 5, y el momento de inercia 'efectivo', columna 4, se indican en la columna 6 de la tabla. De la misma forma, se muestran las relaciones para los momentos de inercia que resultan de aplicar el factor α , propuesto en los modelos de viga equivalente antes mencionados. En estos casos, el momento de inercia se determinó en la sección bruta de concreto fuera del capitel, con el ancho efectivo que se propone en cada método. Para la conexión ensayada, los valores de α son

Mehrain y Aalami (10) $\alpha = 0.40$

Allen y Darvall (16) $\alpha = 0.46$

Límite Inferior (4) $\alpha = 0.40$

En las columnas 7 y 8 se muestran los valores de la relación entre momentos de inercia. Pueden observarse mejores resultados al aplicar el ancho efectivo de Allen, aunque debe tenerse presente, que ante cargas laterales mayores, el comportamiento inelástico modifica apreciablemente el valor de la rigidez.

3.7 Comparación de los diferentes métodos

a). Cargas verticales

Con el objeto de poder comparar los resultados de los diferentes análisis por carga vertical, se determinó el promedio de los errores en los momentos flexionantes calculados, con respecto a los momentos flexionantes medidos experimentalmente.

Los errores promedio se calcularon a partir de los errores relativos, que pueden definirse como

$$\text{error relativo} = e_r = \left| \frac{M_c}{M_e} - 1.0 \right|$$

donde

M_c = Momento flexionante calculado

M_e = Momento flexionante medido

Por lo tanto, los errores promedio son,

$$\text{error promedio} = e_p = \frac{\sum_{i=1}^n \text{errores relativos}}{n}$$

donde

n = número de momentos flexionantes considerados

(en este caso $n=9$)

A continuación se listan los errores promedio y los errores relativos máximos para cada uno de los análisis efectuados.

	HUANG	HARCEGE	SITAKAN	NOR CHENG	NTC-77
e_{prom}	0.108	0.147	0.162	0.295	0.310
e_{max}	0.39	0.69	0.79	1.3	1.4
Mto con e_{max}	M_A	M_A	M_A	M_A	M_A

La gráfica de la figura 22, muestra las desviaciones entre los momentos calculados y los momentos medidos experimentalmente, a partir de una línea recta a 45° , que representa el caso en que $M_e=M_c$. Únicamente se encuentran graficados los datos correspondientes a los cuatro métodos

que presentaron menores errores promedio. En dicha figura se encuentran encerrados los momentos correspondientes a los bordes de los tableros extremos.

Se pueden hacer las siguientes observaciones a partir de los errores reportados en la tabla anterior, así como de la gráfica de la figura 22.

1. El método que se aproxima más a los momentos medidos es el método de Huang, con error promedio del 10% y un error máximo del 39% en el momento de los extremos.
2. Pueden considerarse suficientemente precisos los momentos calculados con cualquiera de los métodos, con excepción de los momentos que se obtienen en los extremos de los tableros exteriores. El método que presenta menores diferencias, en estos casos, es el método de Huang, pero aún en este caso el error llega a ser del 39% en el eje A.
3. Las normas de emergencia mejoran los resultados de las Normas Técnicas Complementarias, aunque siguen existiendo discrepancias considerables respecto a los momentos experimentales.
4. Parece necesario considerar en las conexiones exteriores menores rigideces a torsión que la propuesta actualmente en el reglamento del ACI.

b). Cargas Laterales.

En el caso de cargas laterales las conclusiones que surgen al observar la figura 18 y la tabla 3, son las siguientes:

1. La rigidez lateral del modelo deja de ser constante a niveles bajos de carga; por lo tanto, para predecir los desplazamientos laterales a cualquier nivel de carga; debe considerarse la pérdida de rigidez conforme se incrementan las cargas. Esta manera de proceder no es factible actualmente desde el punto de vista práctico.
2. Si se consideran cargas laterales de trabajo iguales al 40% de la capacidad al cortante en la base, los métodos que predicen mejor la rigidez lateral de la estructura son: el propuesto en las Normas de Emergencia, y el método de Sharan con un factor de reducción del ancho de la losa $\beta = 1/3$.
3. El ancho efectivo propuesto por Allen y Darvall, da los mejores resultados en el caso de la conexión para la losa aligerada. En este caso se empleó el momento de inercia de la sección fuera del capitel, como una forma de considerar los pequeños agrietamientos que se presentan a niveles bajos de carga. Para cargas

mayores, el ancho efectivo propuesto por Mehrain, en las Normas de Emergencia, y el límite inferior, predicen mejor los desplazamientos laterales.

4. Los anchos efectivos propuestos por Mehrain y el límite inferior estiman la rigidez de la estructura ante cargas del orden del 30% del peso de la estructura, por lo que requieren una reducción adicional por inelasticidad, si se consideran cargas de trabajo del 40%.
5. El método más simple y que produce mejores resultados es el de las Normas de emergencia.

Todas las observaciones anteriores surgen de la comparación con tres modelos experimentales, y por lo tanto no pueden considerarse como definitivas. se requiere una mayor información experimental, sobre todo en losas reticulares, ya que su utilización es frecuente en México.

CAPITULO_4

PROPOSICION PARA CONSIDERAR EL METODO DEL MARCO EQUIVALENTE

4.1 Introducción

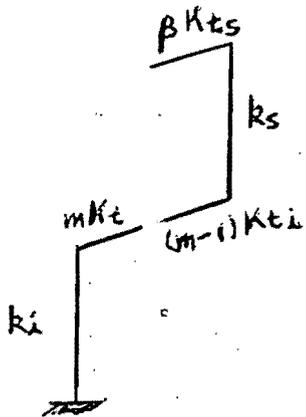
Como ya se comentó en capítulos anteriores, el método del marco equivalente, tal como se propone en el reglamento ACI-318-83, presenta dos inconvenientes para su aplicación: primero, no se especifica la forma en que puede llevarse a cabo el análisis en estructuras en que se considera más de un entrepiso; y segundo, no puede aplicarse en análisis ante cargas laterales. En este capítulo se propone un criterio para analizar marcos de varios niveles sometidos a cargas verticales y fuerzas laterales.

4.2 Cargas Verticales

Para poder analizar una estructura completa sometida a cargas verticales, es necesario hacer uso de algún programa de computadora que permita considerar marcos como el mostrado en la figura 2. Desafortunadamente, no se cuenta en la actualidad con este tipo de programas en muchos despachos de ingeniería; y por lo tanto, no es posible efectuar tales análisis. Una forma de resolver el problema consiste en adaptar un programa de análisis de marcos planos que tome en cuenta cuatro grados de libertad por nudo, como se indica en el capítulo 3, aunque el incon-

veniente de no poder contar con él en los depachos de cálculo no se elimina completamente. En lo que sigue, se propone adaptar el método del marco equivalente de forma tal, que se pueda hacer el análisis con los métodos tradicionales para marcos planos.

El efecto físico del elemento a torsión es reducir la rigidez de las columnas. El giro que se presenta en los extremos de cada columna, es diferente al giro de la trabe que concurre al mismo nudo, y la relación entre los giros de estos dos tipos de elementos, está directamente relacionado con el elemento a torsión que los une. De acuerdo con Vanderbilt (4), la rigidez a torsión debe distribuirse entre las columnas en proporción a su rigidez a flexión (fig. 4). Sin embargo, como se demostró en el capítulo 3, no se puede determinar a priori qué proporción de la rigidez del elemento a torsión debe asignarse a cada extremo de una columna. Para poder definir la fracción de rigidez que le corresponde a cada columna en un nudo, se requiere conocer las rigideces de las otras columnas que concurren a ese mismo nudo, pero dichas rigideces están en función de los elementos a torsión que tienen asignados cada una de ellas. Para una columna de planta baja la situación es la siguiente.



En este caso se debe asignar una fracción m , de la rigidez a torsión K_t , de acuerdo con la rigidez de la columna del segundo nivel, así,

$$m = \frac{k_i}{k_i + k'_s} \quad (4.1)$$

Donde k_i es la rigidez de la columna de planta baja y k'_s la rigidez de la columna del siguiente nivel, considerando el elemento a torsión que le corresponde en su extremo superior.

De la ecuación (2.7), la rigidez k'_s es

$$k'_s = \frac{k_s (k_s + \beta K_t) - k_s^2 / 4}{k_s + \beta K_t} \quad (4.2)$$

Sustituyendo en 4.1 se obtiene

$$m = \frac{k_i (1 + \beta \alpha_s)}{k_i (1 + \beta \alpha_s) + k_s (3/4 + \beta \alpha_s)} \quad (4.3)$$

donde,

β = fracción de rigidez a torsión que le corresponde a la columna del segundo nivel en su extremo superior

$$\alpha_s = K_{ts} / k_s$$

Para variaciones de β entre 0.3 y 1.0, y de α_s entre 0.5 y 5.5, se encuentra que m no cambia en más de un 5%.

En la fig. 33, se encuentra una gráfica para obtener los valores de m , en la que se considera $\beta = 0.5$ y $\alpha = 1.0$

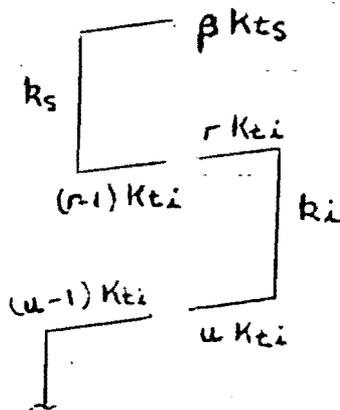
Si el edificio es de dos niveles, $\beta = 1.0$ y puede encontrarse m de la misma figura.

Una vez conocido m , se determina la rigidez de la columna inferior a partir de la expresión (2.7).

$$k_i = \frac{k_i m K_t}{k_i + m K_t} \quad (4.4)$$

En edificios de un solo nivel $m=1$.

Para columnas que no son de planta baja la distribución de los elementos a torsión se efectúa de acuerdo con lo siguiente



$$r = \frac{k_i}{k_i + k_s} \quad (4.5)$$

donde $k'i$ y $k's$ son la rigidez de la columna inferior y superior respectivamente, si se consideran los elementos torsionantes en sus extremos.

Al sustituir en la ecuación (2.7)

$$k'_i = \frac{k_i (k_i + u k_{ti}) - k_i^2 / 4}{k_i + u k_{ti}} \quad \dots (4.6)$$

$$k'_s = \frac{k_s (k_s + \beta k_{ts}) - k_s^2 / 4}{k_s + \beta k_{ts}} \quad \dots (4.7)$$

Con estas expresiones el valor de r es

$$r = \frac{k_i (3/4 + u \alpha_i)}{k_i (3/4 + u \alpha_i) + \frac{(1 + u \alpha_i) (3/4 + \alpha_s \beta) k_s}{1 + \alpha_s \beta}} \quad \dots (4.8)$$

donde $\alpha_i = k_{ti} / k_i$ $\alpha_s = k_{ts} / k_s$

u = fracción de rigidez para el extremo inferior de la columna inferior

el resto de las variables ya fueron definidas.

Al variar β y u entre 0.3 y 0.7 y α_s y α_i entre 0.5 y 6.5 se encuentra que el valor de r no se modifica en más de un 4%.

Si se considera $\beta = u = 0.5$, los valores de r pueden obtenerse de la gráfica de la figura 33.

Si se conoce el valor de r se determina la rigidez de la columna con sus elementos a torsión por medio de la ecuación (2.4). debe notarse en este caso, que la rigidez de la columna en el extremo de la columna será, en general, diferente de la rigidez de la columna en el extremo inferior, ya que $r \neq u$ generalmente. La rigidez en el extremo inferior de la columna es,

$$K'_1 = \frac{k u \alpha_i (3/4 + r \alpha_s)}{(1 + r \alpha_s)(1 + u \alpha_i) - 1/4} \quad (4.9)$$

La rigidez en el extremo superior es

$$K'_2 = \frac{r \alpha_s k (3/4 + u \alpha_i)}{(1 + r \alpha_s)(1 + u \alpha_i) - 1/4} \quad (4.10)$$

Para encontrar estas rigideces es preciso conocer, α_i y α_s , así como los valores de r y u . El valor de r se determina a partir de la fórmula 4.8, o de la gráfica de la fig. 33, pero el valor de u deberá calcularse considerando la columna inmediata inferior. Para ello, se necesita conocer la fracción de rigidez que le corresponde a la columna inmediata inferior, $u-1$, lo cual puede lograrse mediante la

ecuación 4.8 si se toma en cuenta el nuevo significado de las variables que ahí aparecen. Si se calculó el valor de r para la columna inmediata inferior, el valor de u es simplemente $r-1$; para columnas del segundo nivel u puede obtenerse de la fig. 33, ahí se representan con u' los valores de u cuando el marco es de dos niveles, y por u cuando el marco es de más de dos niveles. Con todo rigor, se requiere calcular el valor de r y u en todos los niveles que forman el marco, sin embargo, como se comenta más adelante, es suficientemente preciso en muchos casos considerar una sola rigidez para todos los niveles.

El tener que considerar distintas rigideces para cada extremo de una columna puede ser simplificado, para fines prácticos, si se supone un solo valor de rigidez en cada columna. Considerar la rigidez como el promedio de las rigideces de los extremos no es realmente correcto, pero si se piensa que los valores de las expresiones 4.9 y 4.10, son muy parecidos en gran parte de los casos, usar el valor promedio no afectará en forma significativa los resultados. La rigidez así considerada es,

$$k' = \frac{2r d_s k u \alpha_i + 3/4 k (u \alpha_i + r d_s)}{2(1+r d_s)(1+u \alpha_i) - 1/2} \dots (4.11)$$

Si la rigidez a torsión K_t , no varía en los diferentes niveles $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$. Así mismo, si no existen cambios de rigidez importantes entre un nivel y otro $r=u=1/2$, y la ecuación 4.11, queda como

$$k' = \frac{k (\alpha^2/2 + 3/4 \alpha)}{2(1 + \alpha/2)^2 - 1/2} \quad (4.12)$$

En el último piso de un marco $r=1$, y la ecuación 4.11, se simplifica a

$$k' = \frac{k (\alpha^2 + 9/8 \alpha)}{2(1 + \alpha)(1 + \alpha/2) - 1/2} \quad (4.13)$$

Si se usan las rigideces calculadas con las fórmulas 4.4, 4.12 y 4.13 para las columnas del primer nivel, de pisos intermedios y del último piso respectivamente, en lugar de la rigidez real de la columna, se estará considerando el efecto del elemento a torsión y podrá efectuarse el análisis del marco con los métodos tradicionales para marcos planos. Cuando se presentan cambios bruscos de rigidez, los coeficientes r y u se alejan del valor 0.5 (como se aprecia en la fig. 33), y será necesario determinar la rigidez reducida por medio de la fórmula 4.11, en donde $r=1$ para la columna del último nivel.

Para calcular las rigideces reducidas se requiere conocer $\alpha = K_t/K$, donde $K=4EI/L$ para la columna y K_t es la rigidez del elemento a torsión.

De acuerdo con las conclusiones del capítulo 3, los momentos que resultan al considerar el elemento a torsión propuesto por el ACI son aceptables en los tableros interiores, pero en los tableros extremos las diferencias son apreciables. Se requiere considerar una rigidez distinta para el elemento exterior, en base a la distribución del momento torsionante en las conexiones de borde. La proposición de Huang (14), de considerar un giro promedio como giro "efectivo", en vez de la tercera parte del giro máximo como se considera en el ACI, da mejores resultados en los tableros exteriores para los modelos de la Portland Cement Association y de Illinois (ver tabla 2). A pesar de que esta proposición mejora los resultados en estos dos modelos, se requiere investigar cual es realmente la distribución del momento torsionante en conexiones exteriores para losas planas.

Para el caso de losas planas se recomienda usar el valor de K_t propuesto por Huang ec. 3.5, en lugar de la fórmula recomendada en el ACI, mientras no se cuente con estimaciones más precisas.

A continuación se analizan cuatro estructuras típicas aplicando las ecuaciones desarrolladas en este capítulo, y se compara con los resultados que se obtienen con MARCEQ y con las Normas de Emergencia.

a) Modelo de la Universidad de Illinois.

Se trata de un modelo de un nivel con losa plana maciza (fig. 15 y 16). Este modelo se analizó con diferentes métodos y los resultados se muestran en la tabla 2. Se aplicó la fórmula 4.4 con los siguientes valores de las variables.

$m = 1,$	$Kt_1 = 10369$	$K_1 = 40370$	$K'_1 = 8250$
	$Kt_2 = 8625$	$K_2 = 40370$	$K'_2 = 7108$
	$Kt_3 = 4179$	$K_3 = 136233$	$K'_3 = 4055$

Los resultados del análisis se indican a continuación.

M_A	M_C	M_{B_i}	M_{B_D}	M_E	M_{C_i}	M_{C_D}	M_F	M_D
9.7	14.5	-18	-17	10	-17.4	-18.5	14.7	-9.1

b) Estructura de dos niveles.

Esta estructura se tomó de la ref. 5, y consiste en un edificio de dos niveles con losa plana aligerada que se muestra en las figs 6 y 8. En este caso, se utilizó la rigidez a torsión Kt del ACI para poder comparar los resultados con los que ahí se obtienen.

En este caso $m = 0.55$, $u = u' = 0.45$, $r = 1.0$, $K_t = 1873800 \text{ kg-cm}$

En el primer piso (ec. 4.4) $K' = 606970 \text{ kg-cm}$

En el segundo piso (ec. 4.11) $K' = 642198 \text{ kg-cm}$

Los resultados del análisis se muestran en la fig 34. Los errores promedio y los errores máximos con respecto a los momentos obtenidos por el SAP (fig. 11), así como los errores para el método de Vanderbilt y el de las Normas de Emergencia, se indican en la tabla 4.1. Los errores para Vanderbilt y las Normas de Emergencia, se calcularon con los momentos que se obtuvieron en la ref. 5, y se muestran en las figs. 11 y 35 respectivamente.

c) Estructura de 4 niveles.

Este edificio se estudió en la ref. 5, y consta de 4 niveles con un sistema de losa plana aligerada que se muestra en la fig. 36. Los momentos flexionantes calculados con el método de Vanderbilt y de las Normas de Emergencia se reportan en la misma referencia, y se muestran en las figs. 38 y 39.

Si se aplican las expresiones desarrolladas en este capítulo con K_t calculada según el ACI ($K_t = 1873880 \text{ kg-cm}$) se obtiene

primer piso	$m = 0.55$		$K' = 694393 \text{ Kq-cm}$
segundo piso	$u = 0.45$	$r = 0.58$	$K' = 625308 \text{ Kq-cm}$
tercer piso	$u = 0.42$	$r = 0.49$	$K' = 508173 \text{ Kq-cm}$
cuarto piso	$u = 0.51$	$r = 1.0$	$K' = 661115 \text{ Kq-cm}$

Los resultados al analizar el marco con estas rigideces se indican en la fig 37. En la tabla 4.2 se muestran los errores promedio y máximo respecto a los momentos que reporta MARCEQ (fig. 12b); para este análisis, las Normas de Emergencia y el método de Vanderbilt.

d) Modelo de la NRC.

Modelo para un edificio de siete niveles con losa plana maciza tomado de la ref. 4, la planta y elevación del modelo se observa en las figs 28 y 29. Los resultados del análisis al usar las rigideces que resultan de aplicar las fórmulas de este trabajo se indican en la fig. 43. En este caso:

$m = 0.6$	$K_{t_1} = 806$	$K_{t_2} = 1857$	$K_{t_3} = 943$
$K'_1 = 242$	$K'_1 = 766$	primer piso	
$K'_1 = 205$	$K'_2 = 630$	pisos intermedios	
$K'_1 = 243$	$K'_3 = 667$	último piso	

Los momentos calculados con MARCEQ y con las Normas de Emergencia se indican en las figs 41 y 42 respectivamente. Los errores promedio y máximo con respecto a MARCEQ para los momentos de las figs 42 y 43 se muestran en la tabla 4.3.

De los resultados de las tablas 4, se observa una mayor aproximación con los momentos obtenidos por medio de las columnas equivalentes, cuya rigidez se reduce de acuerdo con las fórmulas desarrolladas en este capítulo. Se propone usar las fórmulas 4.4, 4.12 y 4.13, para el análisis ante cargas verticales, si el marco en cuestión no presenta cambios bruscos de rigidez. En caso contrario, deberán aplicarse las expresiones 4.4 y 4.11. Para facilidad de cálculo se grafican los valores de K/K para las tres primeras ecuaciones.

4.3 Cargas Laterales.

En un sistema de losas apoyadas directamente sobre columnas sin contraventear, los momentos generados por cargas horizontales son soportados enteramente por las columnas y transmitidos a través de ellas a la losa; como consecuencia, la rotación media de la losa es menor que la de la columna, al contrario de lo que sucede ante cargas verticales. El efecto del elemento torsionante es, en estos casos, reducir la rigidez de la losa, por lo que se ha

propuesto disminuir la rigidez en las trabes del marco, en lugar de hacerlo en las columnas.

Vanderbilt realizó algunos análisis, ante cargas horizontales, con los modelos de columna y viga equivalente. El edificio que consideró en su estudio se describió en el capítulo 3 y se muestra en las figs. 28 y 29. Se determinaron los desplazamientos laterales con ambos métodos de análisis, y se encontró que, al nivel de cargas aplicado, los desplazamientos laterales resultantes fueron ligeramente mayores a los desplazamientos medidos experimentalmente. El modelo de viga equivalente se aproximó más a los valores medidos, de ahí que, Vanderbilt concluya que puede usarse cualquiera de los métodos, aunque recomienda utilizar el de la viga equivalente.

La mayor parte del trabajo de investigación en sistemas de losas planas sometidas a cargas horizontales, se basan en propiedades elásticas de la estructura. Los efectos del agrietamiento que se presentan bajo cargas de servicio y que reducen en forma apreciable la rigidez del sistema ante cargas laterales, no son considerados. De acuerdo a las figuras 17 y 18, el deterioro de la rigidez, en el modelo experimental de Berkeley, se presenta para cortantes basales iguales al 17% del peso de la estructura aproximadamente.

Como puede observarse, los métodos propuestos solo representan adecuadamente la rigidez ante cargas relativamente bajas, aún cuando se supone el límite inferior en la rigidez de las columnas. Únicamente el ancho equivalente recomendado en las Normas de Emergencia, predice la rigidez para niveles de carga del 40% del peso de la estructura aproximadamente, nivel de carga que puede considerarse como nivel de cargas de trabajo; por lo tanto, se puede aceptar este ancho efectivo para representar la rigidez lateral del modelo. Los otros métodos requieren una reducción adicional del ancho equivalente para tomar en cuenta el deterioro de rigidez. En la referencia 4 se sugiere una reducción de $1/3$ en el momento de inercia, para representar el comportamiento inelástico de la estructura. Se aplicó dicha reducción en algunos de los métodos y los resultados se ven en las mismas figuras.

Del estudio de la conexión entre columna y losa plana aligerada (figs. 31 y 32), se puede llegar a las mismas conclusiones que con el modelo de Berkeley. Los anchos equivalentes propuestos por Mehrain y por Allen subestiman la rigidez bajo condiciones de servicio, si se toma en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo de la losa; por el contrario, el momento de inercia de la losa fuera del capitel para un ancho $c_2 + 3h$ estima la rigidez

cuando el comportamiento de la conexión es inelástico; al evaluar el momento de inercia en la zona fuera del capitel, en el ancho propuesto por Allen, los desplazamientos laterales al principiar el deterioro en la rigidez son similares a los medidos experimentalmente.

De acuerdo con lo anterior, es necesario reducir los anchos efectivos propuestos, aún cuando se suponga el límite inferior en la rigidez de las columnas, para predecir el comportamiento al nivel de cargas de trabajo. El valor de $c_2 + 3h$ representa de una manera indirecta los efectos inelásticos y por ello los desplazamientos laterales calculados con este ancho, se aproximan más a los desplazamientos medidos bajo cortantes basales del orden de un 40% del peso de la estructura.

Las causas del agrietamiento son: agrietamiento por torsión, el cual reduce significativamente la rigidez torsionante y, por lo tanto, disminuye la rigidez lateral; agrietamiento por adherencia en la zona alrededor de la columna, que produce giros relativos entre losa y columna del orden de 50% (4,7) de la deformación total de la losa; agrietamiento por flexión y cortante en losas y columnas; aplastamiento alrededor de la columna. Todos estos factores van cambiando conforme al nivel de carga y por eso, para poder evaluar los desplazamientos laterales en diferentes

niveles de carga se debe modificar la rigidez en cada etapa.

Se ha desarrollado un modelo (25) que considera vigas cortas alrededor de la conexión losa-columna. Las propiedades de resistencia y rigidez para cada una de las vigas cortas se calcula para todos los estados de comportamiento, por lo que puede desarrollarse el análisis para cualquier nivel de carga. Este modelo se ha comparado favorablemente con resultados experimentales y representa un método importante para la investigación de las conexiones losa columna, aunque desde un punto de vista práctico, no es de fácil aplicación.

También existen modelos de elemento finito que toman en cuenta el comportamiento inelástico de la conexión (26,27), pero tienen la misma limitación del método anterior.

Según los resultados de los distintos modelos para determinar el ancho equivalente, se pueden hacer las siguientes observaciones; el ancho equivalente depende principalmente del valor de las relaciones $c1/L1$ y $L2/L1$; y no se modifican significativamente para distintos valores de las relaciones $c2/c1$ y $c2/L1$. Estas conclusiones se derivan de los diferentes estudios sobre conexiones losa-columna sometidas a carga lateral, que como ya se comentó, sobrestiman la rigidez lateral de la estructura.

En general, los valores de ancho equivalente son prácticamente iguales en todos los casos, por lo tanto, puede adoptarse alguno de ellos para el análisis ante cargas laterales, si se considera alguna reducción por inelasticidad. Para hacer esta reducción debe tomarse en cuenta los dos casos límite en la rigidez de la columna (fig. 24), ya que la reducción será distinta para cada caso límite. El valor de $\beta = 1/3$ para la reducción mencionada se sugiere en la referencia 4, sin embargo, en estos casos, no parece ser $1/3$ el factor de reducción adecuado.

El factor de reducción debe considerar las variables que influyen en el deterioro de la rigidez y estimar su importancia al nivel de cargas de trabajo. En base a estas consideraciones puede elegirse un factor reductivo más preciso.

El ancho $+ 3h$, propuesto en las Normas de Emergencia, no está en función de los parámetros mencionados en las otras proposiciones y generalmente conduce a anchos efectivos menores que los de los otros modelos. Los desplazamientos laterales calculados con este ancho predicen mejor los resultados experimentales, y por lo tanto, se recomienda conservar el valor propuesto en las Normas de Emergencia.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES

Como resultado del trabajo se hacen las siguientes conclusiones.

1. El método propuesto en las Normas de Emergencia para el análisis de losas planas sujetas a carga vertical, da mejores resultados que el método de las NTC-77; sin embargo, los valores calculados presentan diferencias importantes si se les compara contra algunos resultados experimentales. En este trabajo, se comparan los momentos flexionantes en estructuras que pueden considerarse como "regulares"; aún así, los momentos calculados en los tableros exteriores difieren de los momentos medidos en pruebas de laboratorio. En caso de que la estructura no pueda considerarse "regular", las Normas de Emergencia no especifican como puede hacerse el análisis. De acuerdo con esto, se ve la necesidad de modificar las Normas de Emergencia para el análisis por cargas verticales.
2. La recomendación de las Normas de Emergencia para el análisis de sistemas de losa plana sometidas a fuerzas horizontales, representa mejor la rigidez lateral de la estructura, al nivel de cargas de trabajo, que el

reglamento NTC-77. Al comparar el ancho $c_2 + 3h$, con los anchos propuestos por otros investigadores, se concluye que el modelo que mayor aproximación presenta con los resultados medidos en modelos de laboratorio, es el de las Normas de Emergencia. Tomando en cuenta esta situación y lo sencillo que resulta aplicar dicho método, se recomienda utilizar el valor $c_2 + 3h$ para el análisis ante cargas laterales.

3. El método del marco equivalente que propone el ACI-83, da como resultados momentos mayores que los determinados experimentalmente en los tableros exteriores de losas planas. Se requiere considerar un elemento a torsión diferente para las conexiones exteriores en este tipo de sistemas. Lo laborioso del procedimiento, la limitación de poderlo aplicar en análisis por carga vertical únicamente y los errores que resultan en los momentos exteriores, son las principales desventajas de este método.
4. El procedimiento sugerido por Vanderbilt para generalizar el método del marco equivalente, no satisface la compatibilidad de giros en las columnas, por lo que, la diferencia en los momentos que se encuentran en ellas, llega a ser del orden del 35% en los marcos estudiados.

5. Dentro de los modelos que sugieren el uso de un elemento a torsión, para simular la conexión entre losa y columna, la proposición de Huang para evaluar la rigidez del elemento torsionante, lleva a una mejor predicción de los momentos en los extremos de la losa, en los casos que aquí se consideran; por lo tanto, para el análisis de sistemas losa plana, parece ser más conveniente calcular la rigidez a torsión de acuerdo con la expresión desarrollada por Huang, que con la fórmula propuesta en el ACI-83.
6. El programa MARCEQ es una opción para aplicar los métodos que consideran el elemento a torsión. Este programa requiere menor capacidad de memoria que programas tridimensionales. Sus limitaciones son las mismas que las del método del ACI-83.
7. El ancho equivalente que recomiendan diferentes autores para el análisis por carga lateral, es similar en la mayoría de los casos. Algunas de estas proposiciones se han verificado favorablemente con modelos experimentales, por lo que se considera que las hipótesis supuestas por estos autores son adecuadas. El problema principal de estos modelos es que no consideran el comportamiento inelástico de la conexión losa-columna, de manera que el deterioro en la rigidez

lateral de la estructura no se toma en cuenta y los desplazamientos laterales que se obtienen son menores que los reales. Si se consigue reducir el ancho recomendado en estos métodos por un factor que estime la pérdida de rigidez, al nivel de cargas de trabajo, estos modelos pueden ser usados para el análisis ante cargas horizontales.

8. Para el análisis por cargas verticales, se propone reducir la rigidez de las columnas de acuerdo con las expresiones 4.4, 4.12 y 4.13, en edificios en los que no hay cambios bruscos de rigidez entre un nivel y el siguiente. En caso de presentarse estos cambios se deberá utilizar la fórmula 4.11. Para facilidad de cálculo, se graficaron las expresiones anteriores (fig. 40), y las rigideces equivalentes de columnas pueden obtenerse a partir de esta gráfica. Al observar la figura 40, puede verse que la reducción del 50% en la rigidez de la columna, como se propone en las Normas de Emergencia, se presenta para valores K_t/K (rigidez del elemento a torsión entre rigidez de la columna), iguales a 0.96, 1.64 y 2.28, en columnas del primer piso, del último y de niveles intermedios, respectivamente. Si $K_t=0.5K$, entonces $\alpha=0.5$ y las rigideces equivalentes de las columnas serán el 19% en columnas de pisos intermedios, el 25% en columnas del

último nivel y el 34% para columnas del primer nivel. La reducción en la rigidez de las columnas no es constante, como se sugiere en las Normas de Emergencia, y para valores usuales de α , la reducción requerida es menor al 50%.

9. Se propone utilizar la expresión 3.5, sugerida por Huang para determinar el valor de K_t que aparece en las fórmulas 4.4, 4.12 y 4.13.
10. En las losas aligeradas se considera suficientemente preciso usar el momento de inercia promedio de las zonas fuera y dentro del capitel, en lugar de considerar la rigidez variable. En la figura 44 se muestra la relación entre ambas rigideces, para distintos valores de la longitud del capitel entre longitud del claro, y para diferentes relaciones $\alpha = I_2/I_1$, donde I_1 es el momento de inercia en la zona del capitel e I_2 es el momento de inercia en la zona central de la losa. De esta gráfica se observa que para los valores supuestos, K/K' varía entre 0.88 y 1.06.
11. Para el análisis por cargas laterales, se recomienda usar el ancho propuesto en las Normas de Emergencia, sin modificar la rigidez de las columnas. En el caso de losas aligeradas el momento de inercia deberá calcularse en la zona central de la losa.

12. Es necesario contar con un mayor número de pruebas de modelos de laboratorio, para el estudio del comportamiento de este tipo de sistemas de piso, cuando se encuentran sometidos a la acción de cargas laterales y cargas de gravedad. Se requiere mayor investigación sobre el comportamiento inelástico de estos sistemas, así como del comportamiento de conexiones exteriores y de esquina. El tipo de losas planas más frecuente en México, son las aligeradas, por lo que la mayor parte del trabajo experimental requerido debe enfocarse hacia este tipo de sistemas.

R E F E R E N C I A S

1. "Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto" Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal. Series del Instituto de Ingeniería No. 401, U.N.A.M., Julio 1977.
2. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI-318-83)", American Concrete Institute, 1983.
3. "Normas de Emergencia para el Distrito Federal" Diario Oficial de la Federación, Octubre 1985.
4. Vanderbilt, Daniel, "Equivalent Frame Analysis of Unbraced Reinforced Concrete Buildings for Static Lateral Loads", Structural Research Report No. 36, Civil Eng. Dept., Colorado State University, Julio 1981.
5. Loera, Santiago, "Revisión de los Criterios de Análisis del Reglamento DDF para edificios con Losas Planas", publicación interna del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M., agosto 1983.
6. "A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems" Users Manual, University of Southern California, E.E.U.U. 1977.
7. Rodriguez, Mario, "Diseño Sísmico de Conexiones entre Losas Planas Reticulares y Columnas", Tesis de Maestría, DEFFI, U.N.A.M., Julio 1979.
8. Vanderbilt, Daniel y Corley Gene "Frame Analysis of Concrete Buildings" Concrete International Design and Construction, diciembre 1983.
9. Terán, Amador, "Análisis de Losas Planas". Proyecto Terminal de Ingeniería Civil, U.A.M.
10. Jirsa, James; Sozen, Mete; y Siess, C.F.; "The effects of Pattern Loadings on reinforced Concrete Floor Slabs" Structural Research Series No. 218, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Junio 1961.
11. Moehle Jack; y Diebold John; "Experimental Study of the Seismic Response of a two Story Flat-Plate Structure", Report No. UBC/EERC-84/08, Berkeley, California, agosto 1984.

12. Corley Gene; y Jirsa James; "Equivalent Frame Analysis for Slab Design"; ACI Journal, Proceedings Vol. 67, noviembre 1970.
13. Pecknold, David; "Slab Effective Width for Equivalent Frame Analysis"; ACI Journal, Proceedings Vol. 72, abril 1975.
14. Huang, TI; Discussion of paper by Corley, Gene; and Jirsa James; "Equivalent Frame Analysis for Slab Design", ACI Journal, Proceedings Vol. 68, mayo 1971.
15. Sharan, S. K.; Clyde, D.; y Turcke, d.; "Equivalent Frame Analysis Improvements for Slab Design". ACI Journal, Proceedings Vol. 75, febrero 1978.
16. Allen, Fred; y Darvall, Peter; "Lateral Load Equivalent Frame", ACI Journal, Proceedings Vol. 74, Julio 1977.
17. Hatcher, D.S., Sozen, M.A., Siezz, C.P., "A study of Tests on a Flat Plate and a Flat Slab" Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 217, University of Illinois, Urbana-Illinois 1961.
18. ACI Committee 318, Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI-318-83)", American Concrete Intitute, 1983.
19. Pecknold, David; Discussion of the paper "Slab Effective Width for Equivalent Frame Analysis"; ACI Journal, Proceedings Vol. 72, octubre 1975.
20. Sharan, S.K., "A Parametric Study and an Improved Equivalente Frame Method for the Design of Flat Plates", Msc Thesis, Queen's University, Kingston, 1973.
21. Lin A.C.Y. "An Experimental Study of an Elastic Model of the Equivalent Frame Idealization for the Structural Analysis Used in Flat Plate Design", Msc Thesis, Queen's University, Kingston, 1973.
22. Zelman, Maier; Arthur Heidebrecht; W.K. Tso; y William Johnston; "Practical Problems and Costs of Fabricating Multistory Models", ACI SF24, "Models for Concrete Structures", 1970.
23. Hartley, G.; J.H. Reiner; y H.S. Ward; "Static and Dynamic Properties of a Reinforced Concrete Building Research, National Research Council of Canada, abril 1979.

24. Carreño R. José, 'Modificaciones a Especificaciones de Concreto en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal', Revista de Ingeniería Vol. 54, No. 4, U.N.A.M., 1984.
25. Hawkins, Neil M., 'Lateral Load Design Considerations for Flat Plate Structures', Proceedings of CSCE-ASCE-ACI-CER International Symposium on Nonlinear Design of Concrete Structures, University of Waterloo, Ontario, Canada, Agosto 1979.
26. Van Greunen, J., 'Nonlinear Geometric, Material, and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Slabs and Panels', Structural Research Report No. UCB/SESM 79-3, University of California, Berkeley, oct. 1979.
27. Yamazaki, J. and Hawkins, N.M., 'Finite Element Predictions of the Behavior of Slab-Column Connections Transferring Moment', SP-63, Reinforced Concrete Structures Subjected to Wind and Earthquake Forces, American Concrete Institute, Detroit, 1980.

	M_A	M_C	M_{B_i}	M_{B_D}	M_E	M_{C_i}	M_{C_D}	M_F	M_D
EXPERIMENTAL	-7.2	13.1	-17.7	-16.9	10.5	-16.9	-15.5	12.6	-9.1
MARCEQ	-12.2	13.4	-17.7	-16.4	10.4	-16.7	-18.1	13.7	-11.8
COL. EQUIV.	-11.5	13.1	-19.8	-18.2	10.2	-18.5	-20.1	13.1	-15.0

TABLA 1 : COMPARACION DE LOS MOMENTOS EN LA LOSA.

MOMENTO	R E F E R E N C I A S					EXPERIMENTAL
	NTC	NE	HUANG	SHARAN	MARCEQ	
M_A	-17.3	-16.6	-10	-12.9	-12.2	-7.2
M_C	11.1	11.8	14.2	12.7	13.4	13.1
M_{B_i}	-16.4	-16.7	-18.1	-17.7	-17.7	-17.7
M_{B_D}	-16.0	-16.0	-17.0	-16.5	-16.4	-16.9
M_C	11.1	11.1	10.1	10.6	10.4	10.5
M_{C_i}	-16.0	-16.0	-17.4	-16.7	-16.7	-16.9
M_{C_D}	-16.6	-17.0	-18.5	-18.1	-18.1	-15.5
M_C	11.9	11.5	14.8	13.1	13.7	12.6
M_D	-17.5	-16.8	-9.4	-12.6	-11.8	-9.1

TABLA 2 : MOMENTOS OBTENIDOS PARA LOS DIFERENTES ANALISIS

ESPECIMEN	K_1 (1)	K_2 (2)	I_{ef} ($E = 10000$) (3)	I_{ef} ($E = 8500$) (4)	I_{c2+3h} (5)	$\frac{I_{ef}(4)}{I(5)}$ (6)	$\frac{I_{ef}(4)}{I_{ALLEN}}$ (7)	$\frac{I_{ef}(4)}{I_{MERRAIN}}$ (8)
E1A	13.00	5.36	790	929	965	0.96	0.87	1.00
E2	15.72	2.89	920	1082	965	1.12	1.01	1.17
E3	18.11	1.56	985	1159	965	1.20	1.09	1.25
E4	17.87	5.28	1030	1212	1280	0.94	0.95	1.09
E5	27.76	6.83	1630	1918	1080	1.78	1.50	1.73

TABLA 3 : COMPARACION ENTRE RIGIDECESES EXPERIMENTALES Y TEORICAS EN LA CONEXION LOSA-COLUMNA (REF. 7)



DEPCI

	NORMAS DE EMERGENCIA	VANDERBILT	ECS. PROPUESTAS
ERROR PROMEDIO	0.113	0.117	0.085
ERROR MAXIMO	26%	36%	20%

TABLA 4.1 RESULTADOS DEL ANALISIS DEL EDIFICIO DE DOS NIVELES (FIGS. 7 Y 8).

	NORMAS DE EMERGENCIA	VANDERBILT	ECS. PROPUESTAS
ERROR PROMEDIO	0.111	0.051	0.067
ERROR MAXIMO	34%	18%	17%

TABLA 4.2 RESULTADOS DEL ANALISIS DEL EDIFICIO DE CUATRO NIVELES (FIG. 36).

	NORMAS DE EMERGENCIA	ECS. PROPUESTAS
ERROR PROMEDIO	0.160	0.080
ERROR MAXIMO	37%	19%

TABLA 4.3 RESULTADOS DEL ANALISIS DEL EDIFICIO DE SIETE NIVELES (FIGS. 28 Y 29).

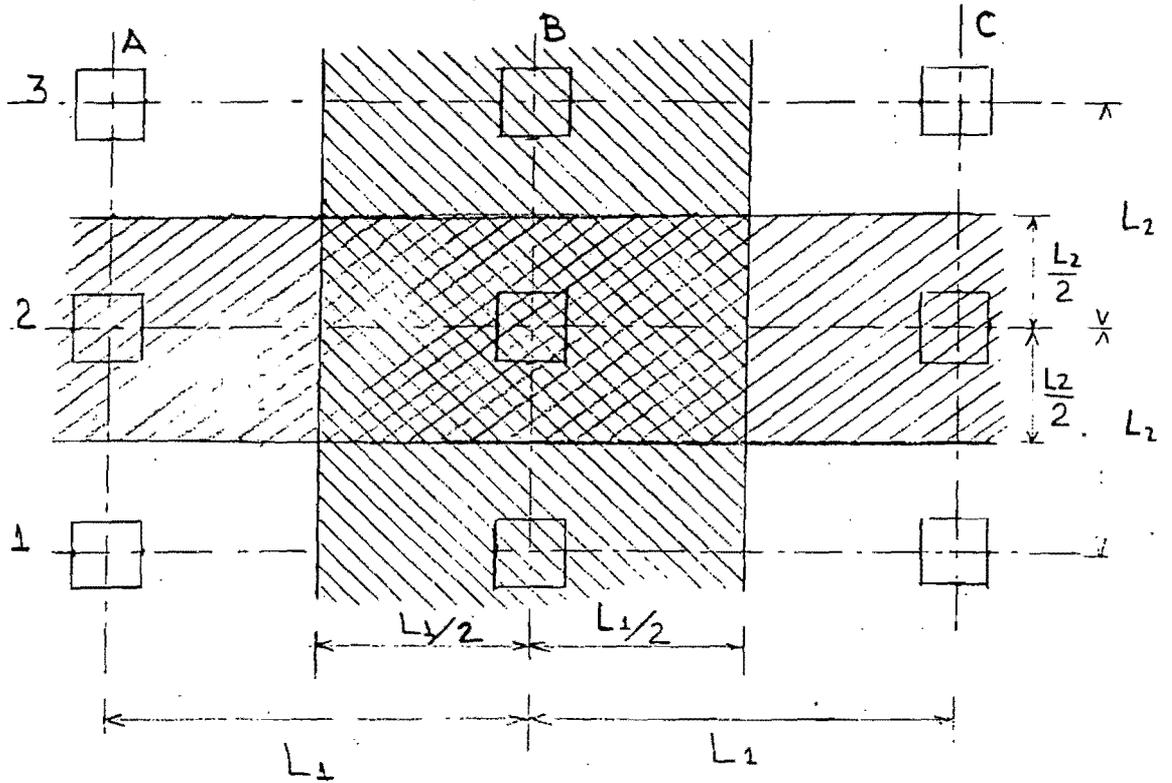


Fig.1 Estructura Equivalente

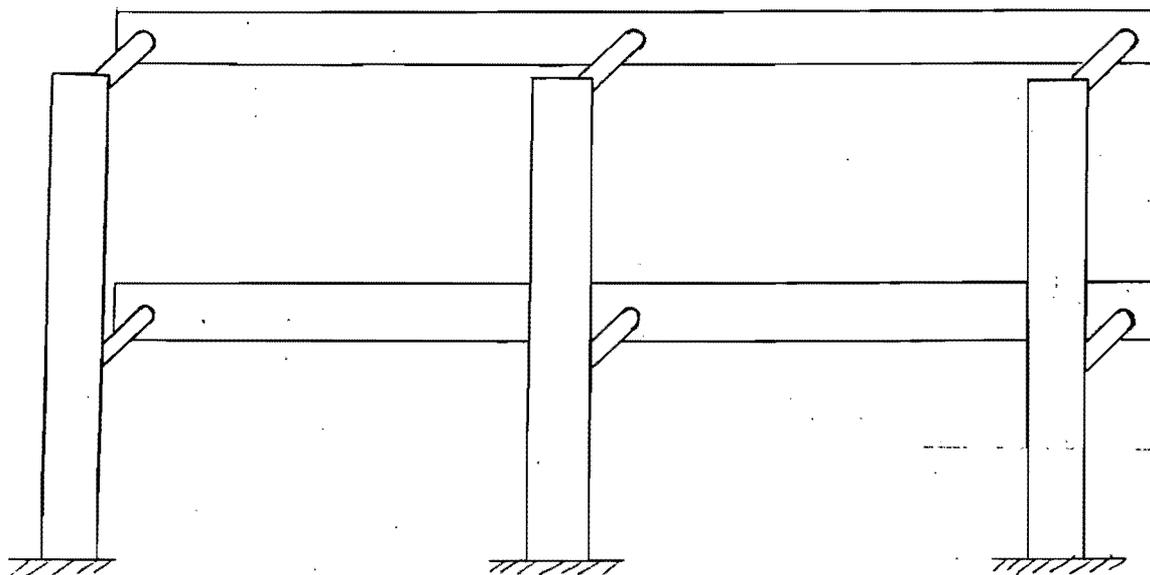
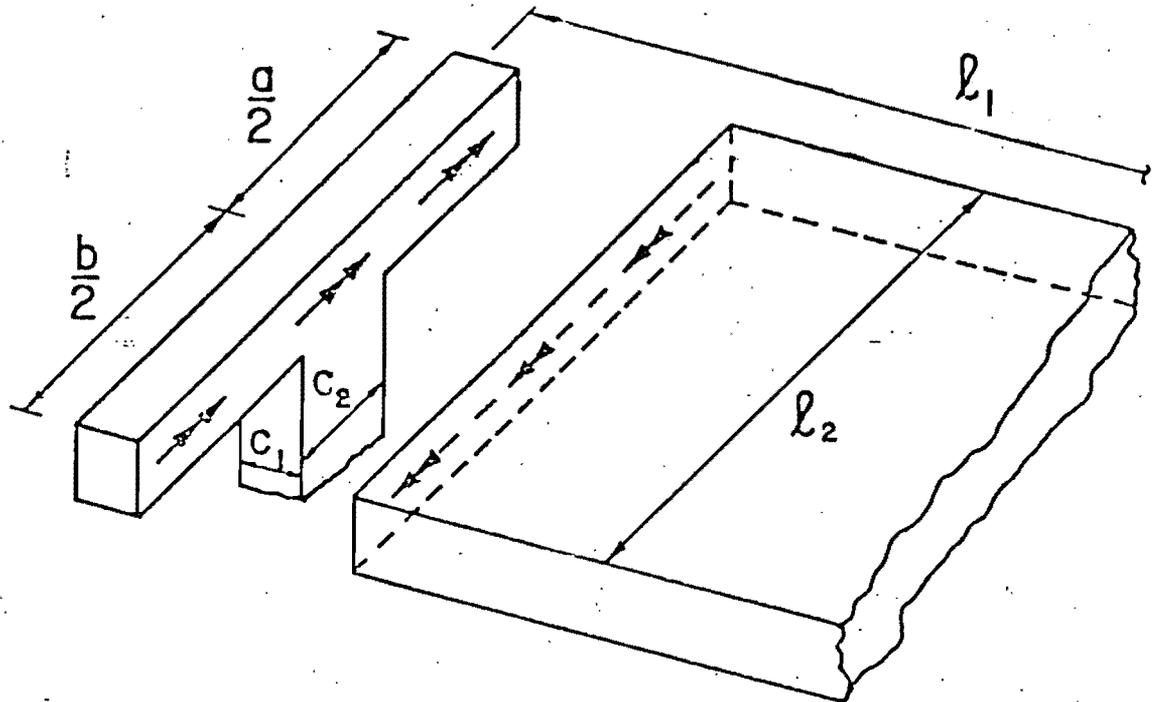
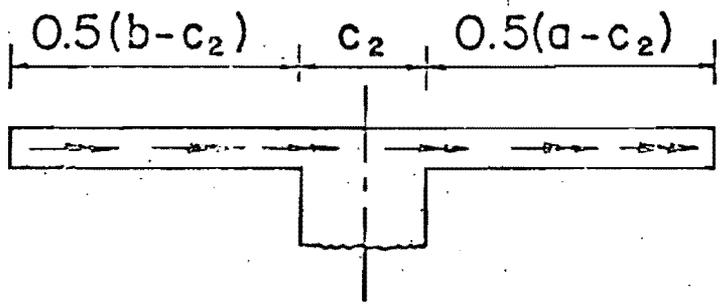


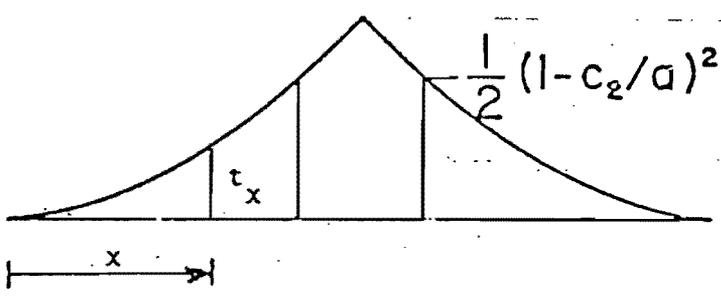
Fig 2 Marco equivalente con elementos transversales a torsión.



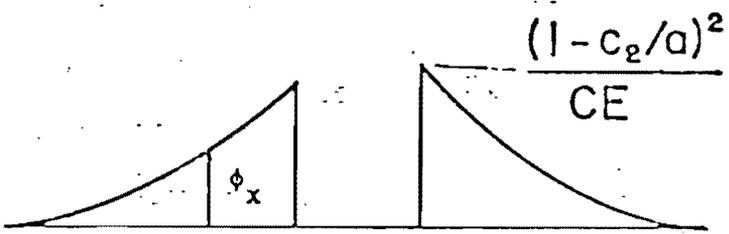
a. Transfer of moment between slab and column



b. Assumed distribution of unit moment. Area under curve=1.



c. Twisting moment diagram for transverse members



d. Unit rotation diagram for transverse torsional members

Figure 3 Development of Torsional Stiffness

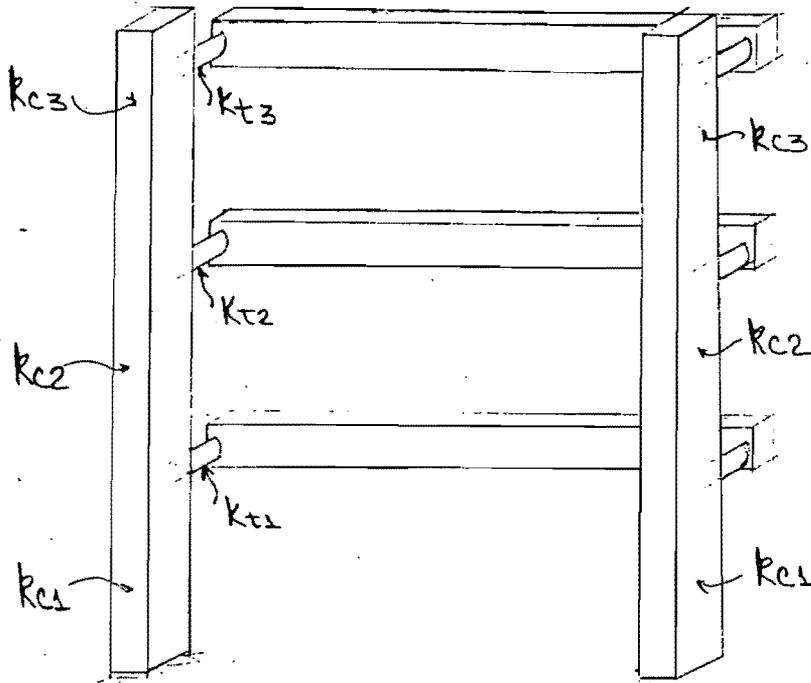


Fig 4a Marco de tres niveles modelado según ACI-83

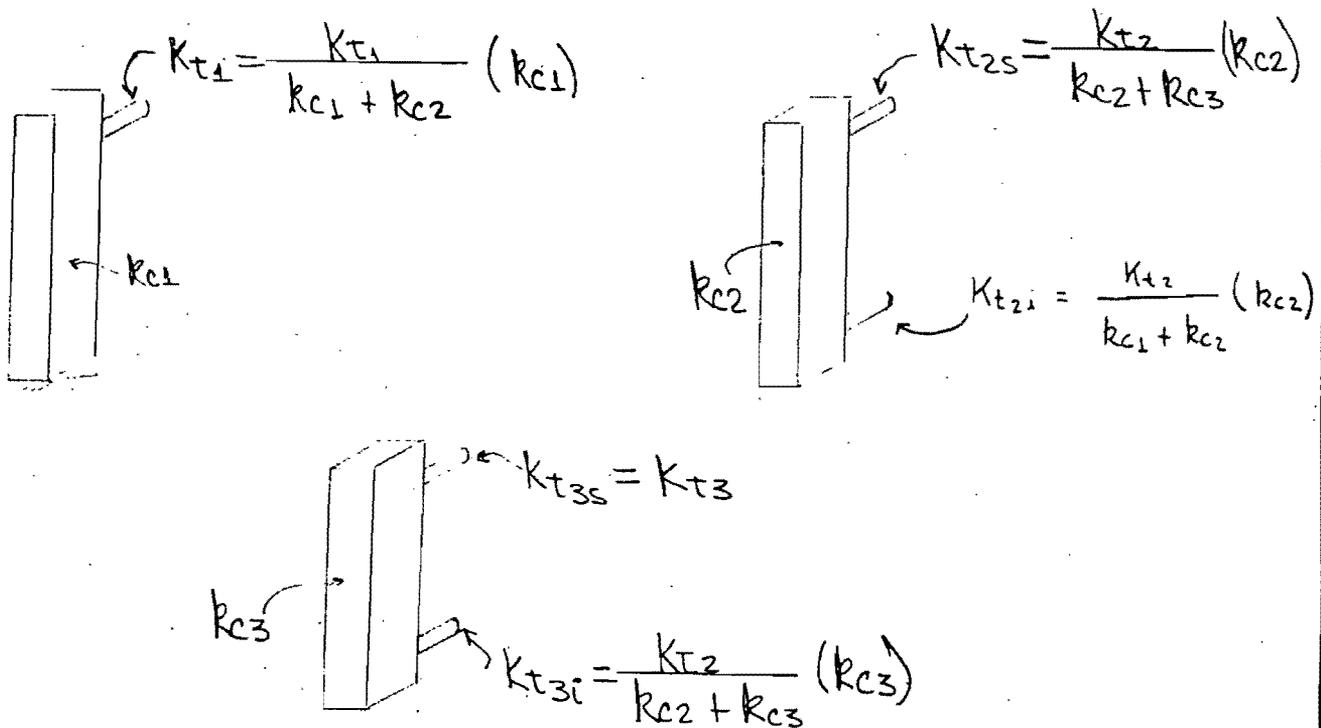
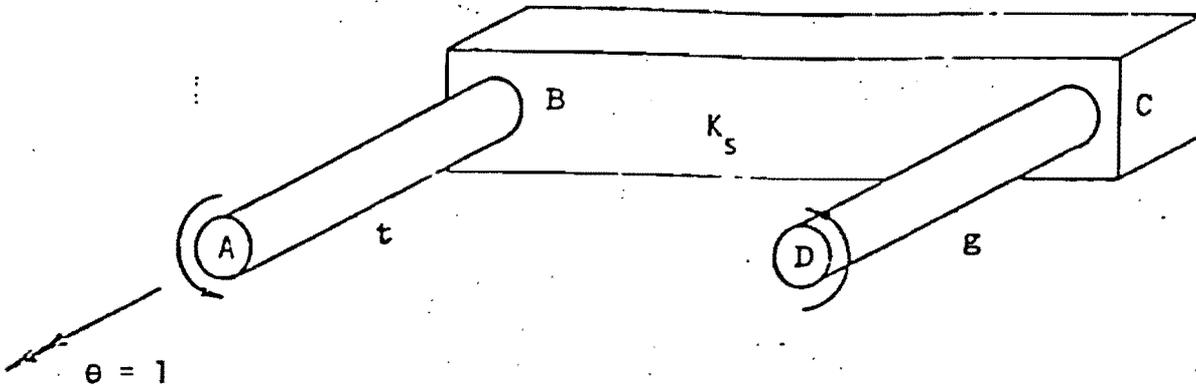
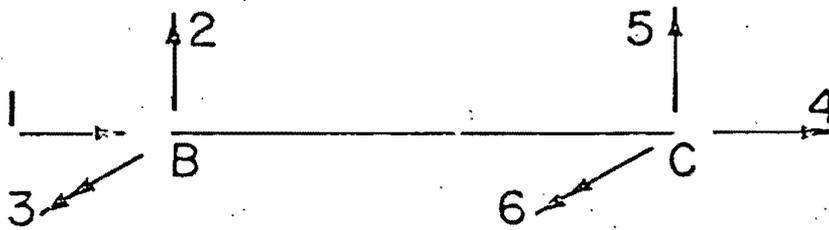


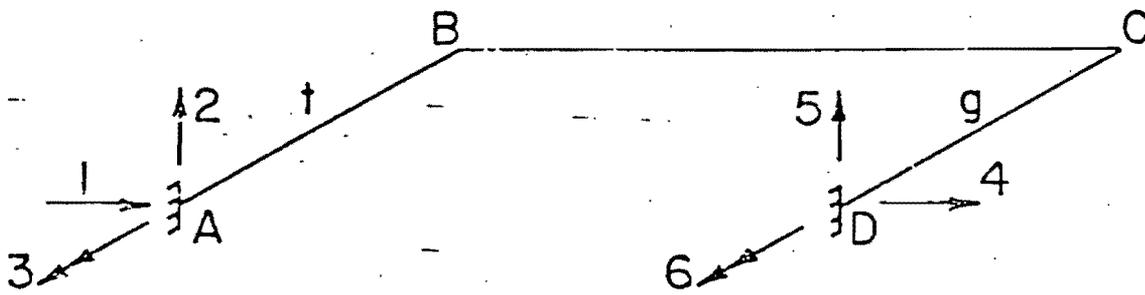
Fig. 4b Distribución de los elementos a torsión según Vanderbilt.



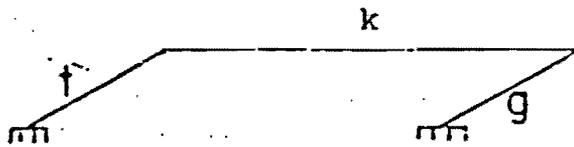
(a) Substructure consisting of flexural member in series with two torsional springs



b. Flexural member alone



c. Flexural member in series with two torsional members



d. Plane grid

Figure 5 Substructure Analyzed to Obtain SMRED

	1	2	3	4	5	6
1	a	0	0	-a	0	0
2	0	$\frac{\text{SMRED}(3,2)+\text{SMRED}(6,2)}{\ell}$	$\frac{\text{SMRED}(3,3)+\text{SMRED}(6,3)}{\ell}$	0	$\frac{\text{SMRED}(3,5)+\text{SMRED}(6,5)}{\ell}$	$\frac{\text{SMRED}(3,6)+\text{SMRED}(6,6)}{\ell}$
3	0	$\frac{t}{x} [k_{32}(g+k_{66})^{-k_{62}k_{63}}]$	$\frac{t}{x} [k_{33}(g+k_{66})^{-k_{63}^2}]$	0	$\frac{t}{x} [k_{35}(g+k_{66})^{-k_{63}k_{65}}]$	$\frac{k_{63}gt}{x}$
4	-a	0	0	a	0	0
5	0	$-\text{SMRED}(2,2)$	$-\text{SMRED}(2,3)$	0	$-\text{SMRED}(2,5)$	$-\text{SMRED}(2,6)$
6	0	$\frac{g}{x} [k_{62}(t+k_{33})^{-k_{32}k_{63}}]$	$\frac{k_{63}gt}{x}$	0	$\frac{g}{x} [k_{65}(t+k_{33})^{-k_{35}k_{63}}]$	$\frac{g}{x} [k_{66}(t+k_{33})^{-k_{63}^2}]$

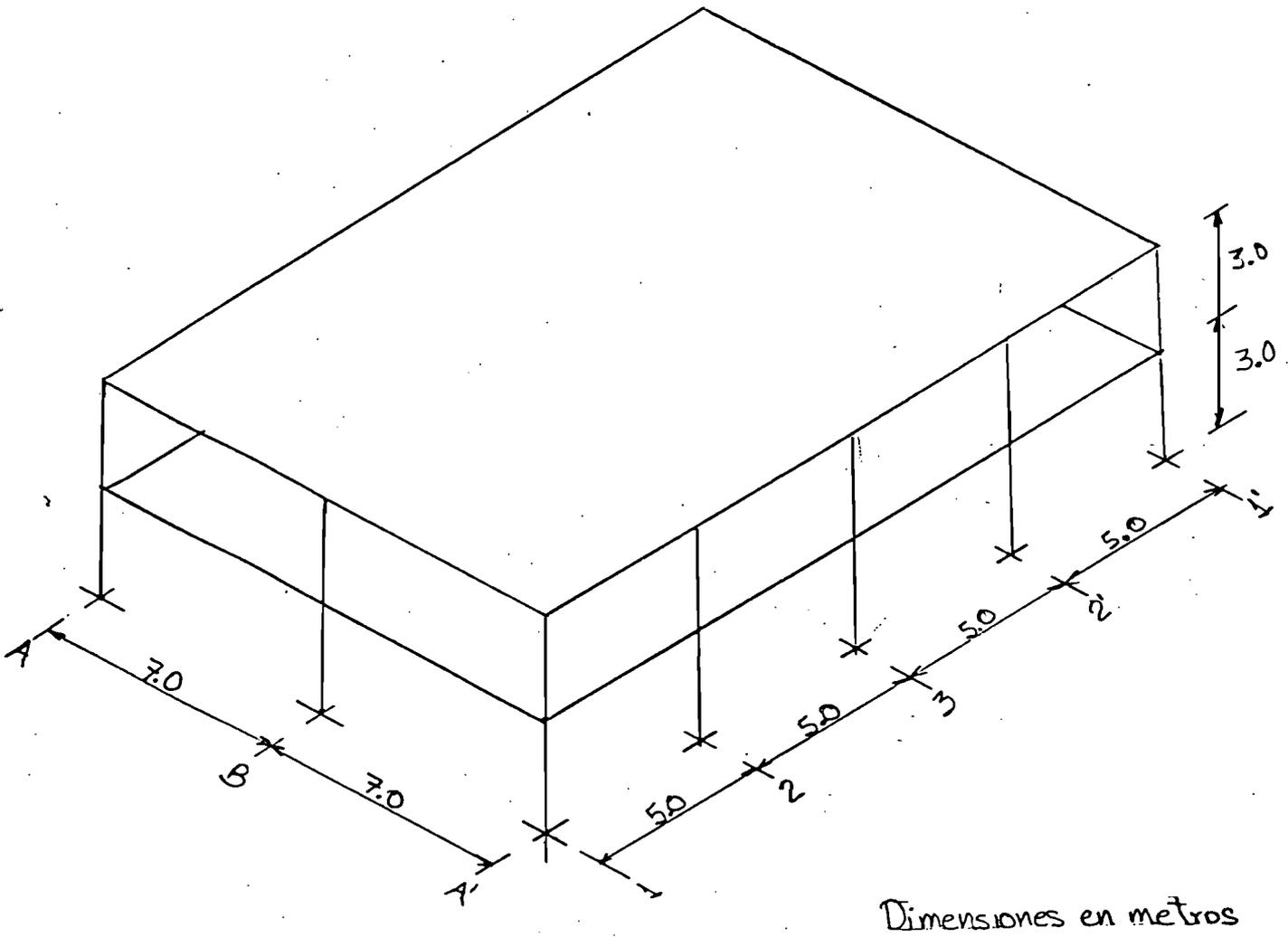
$$x = (t+k_{33})(g+k_{66})^{-k_{63}^2}$$

$\ell = \text{span}$

$a = \text{axial stiffness coefficient}$

Fig.6

SMRED Matrix



Dimensiones en metros

Fig 7 Edificio Analizado

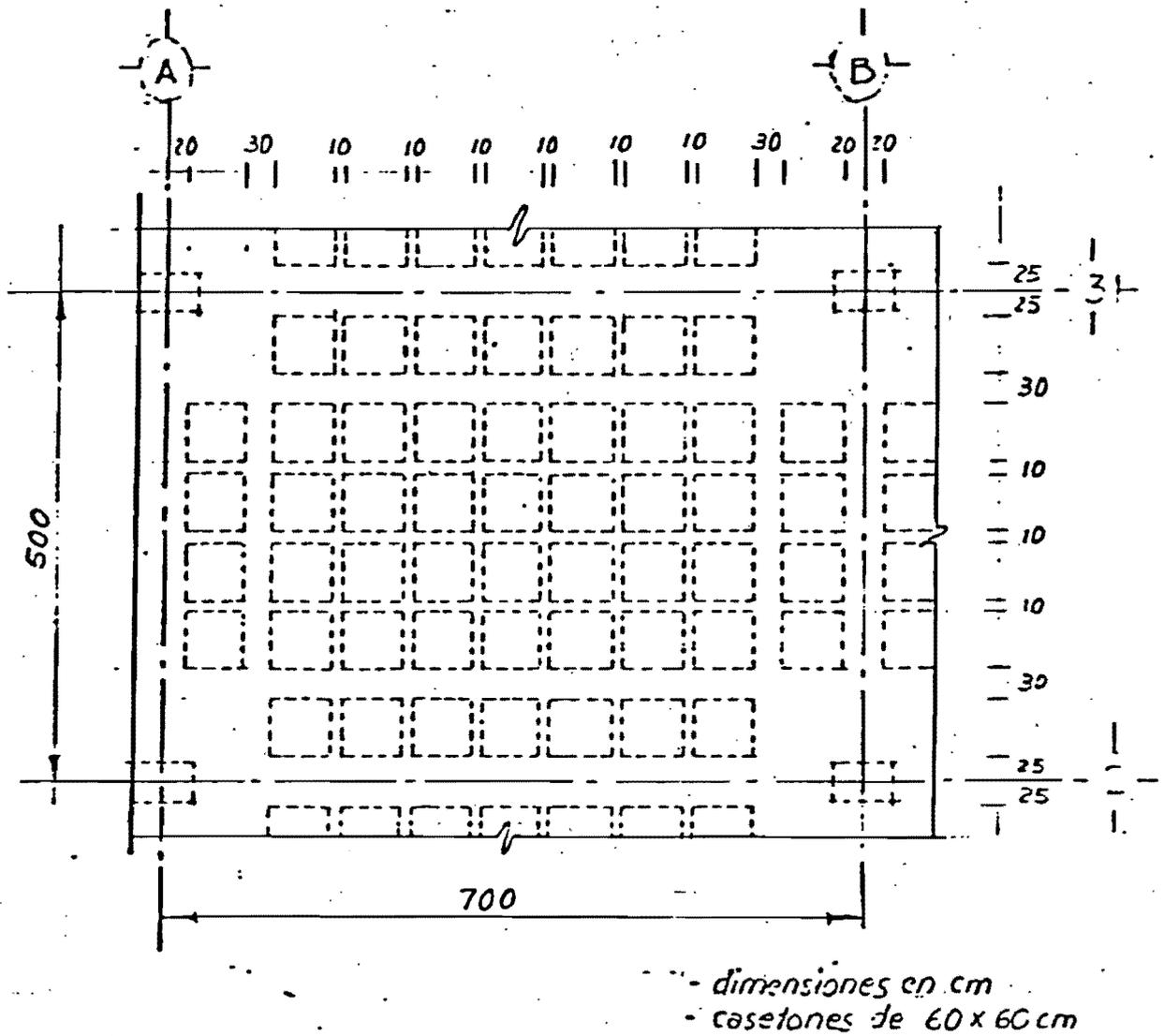


Fig 8 Tablero de losa del edificio de dos niveles

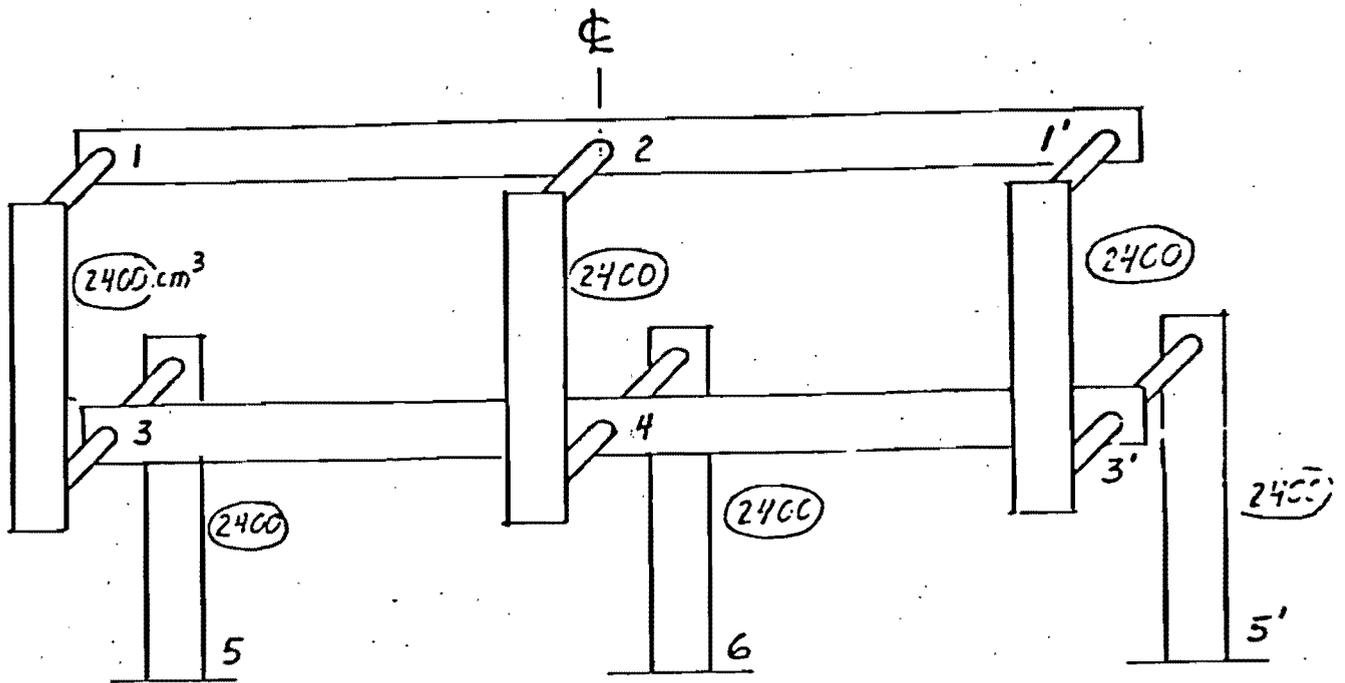


Fig. 9 Marco equivalente en eje 2

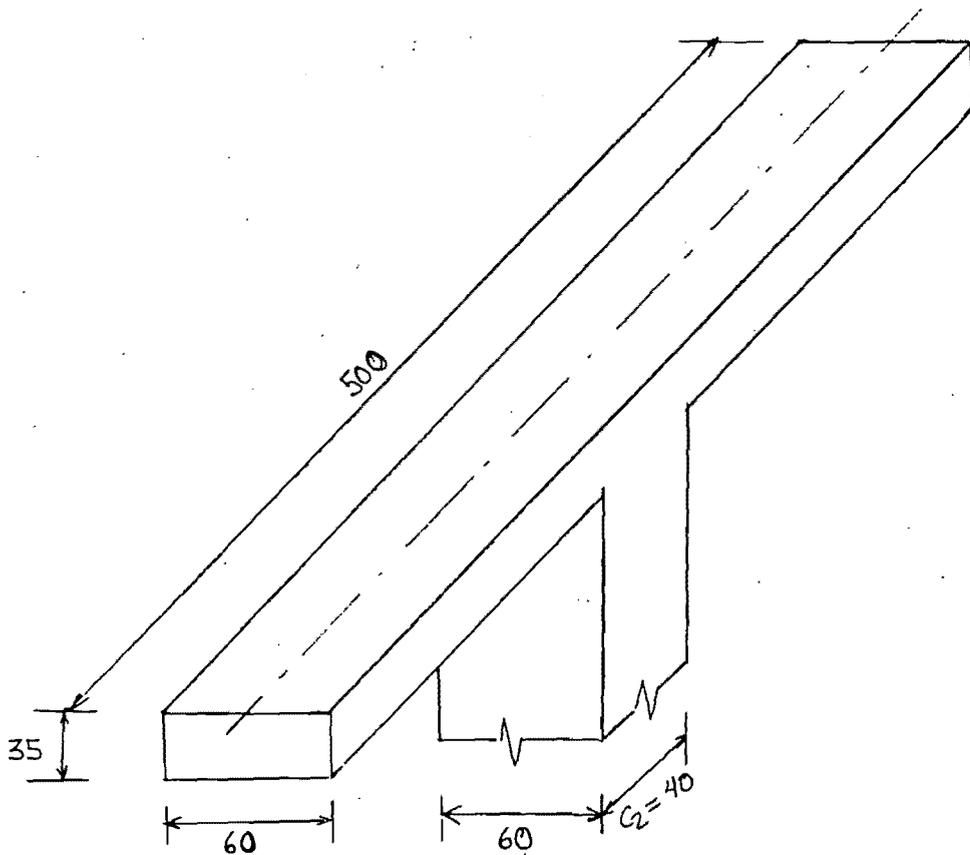


Fig 10 Elemento a Torsión según ACI-83

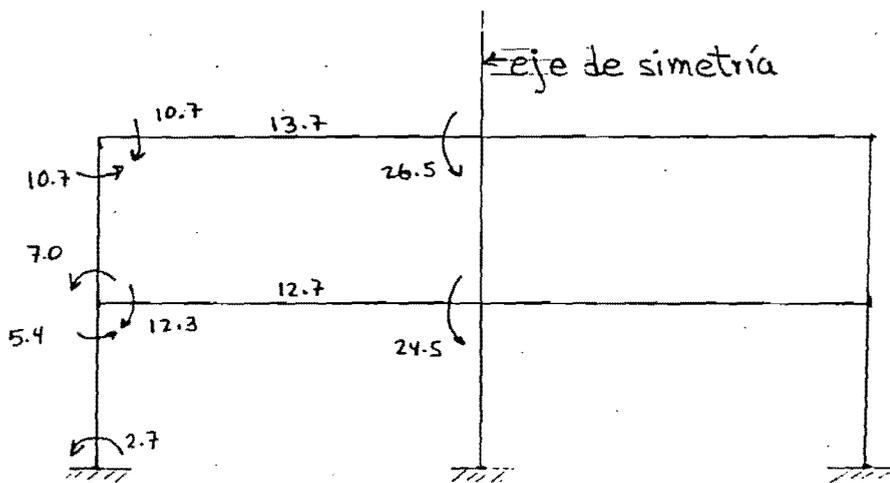


Fig 11 Marco Equivalente en eje 2.
Método de Vanderbilt.

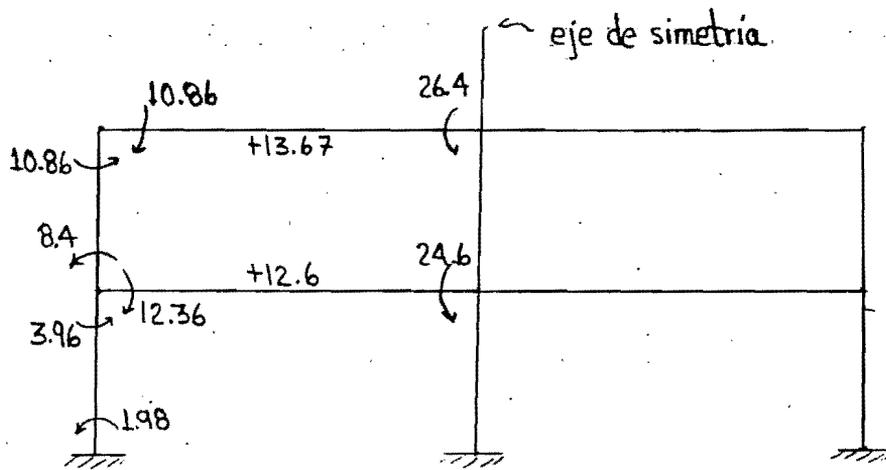


Fig. 12a Marco equivalente en eje 2. Análisis con SAP y MARCEQ

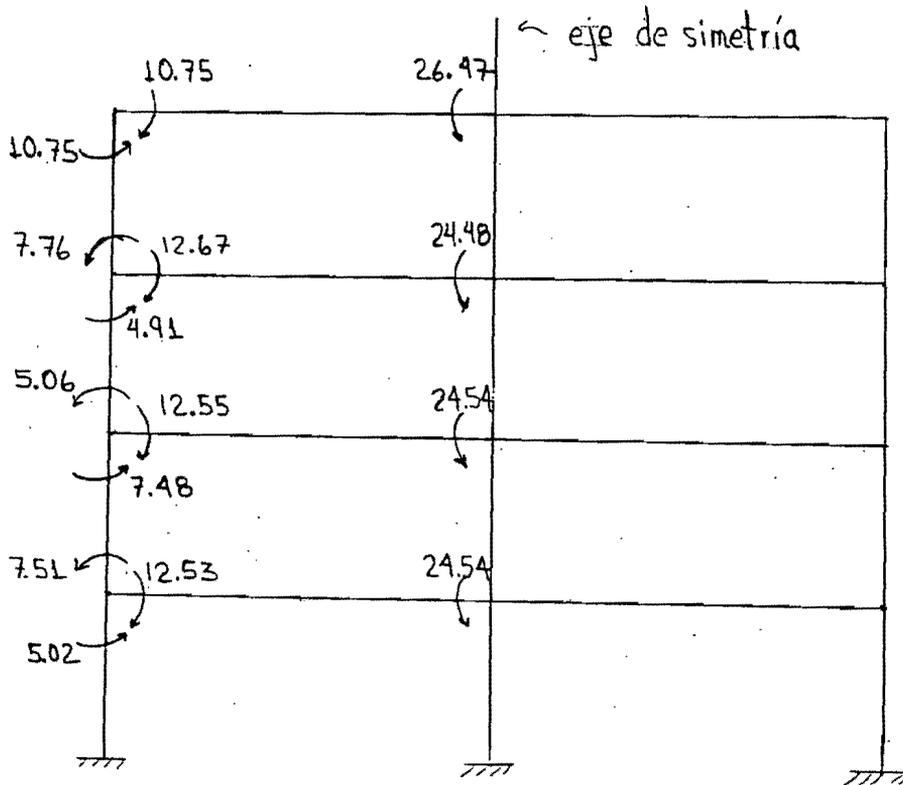


Fig. 12b Marco de cuatro niveles. Análisis con SAP y MARCEQ

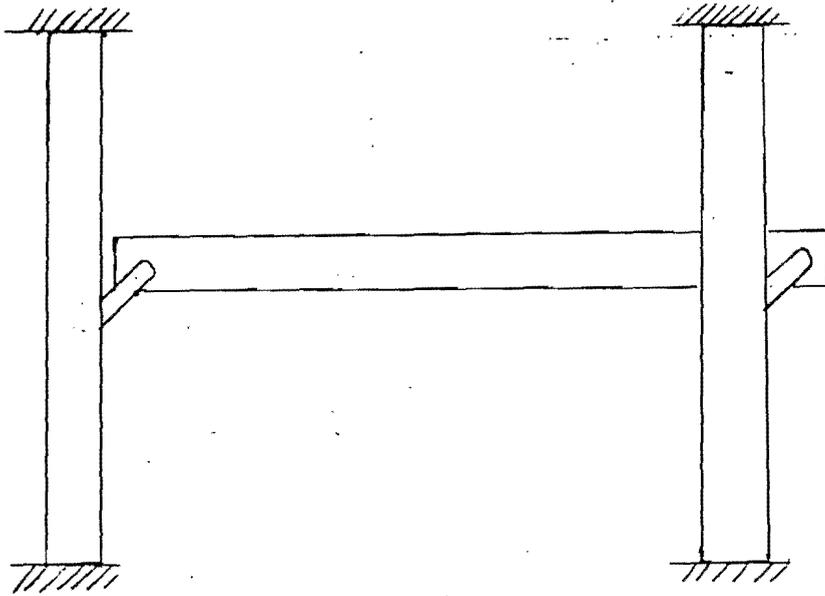


Fig B Marco de dos niveles con columnas empotradas

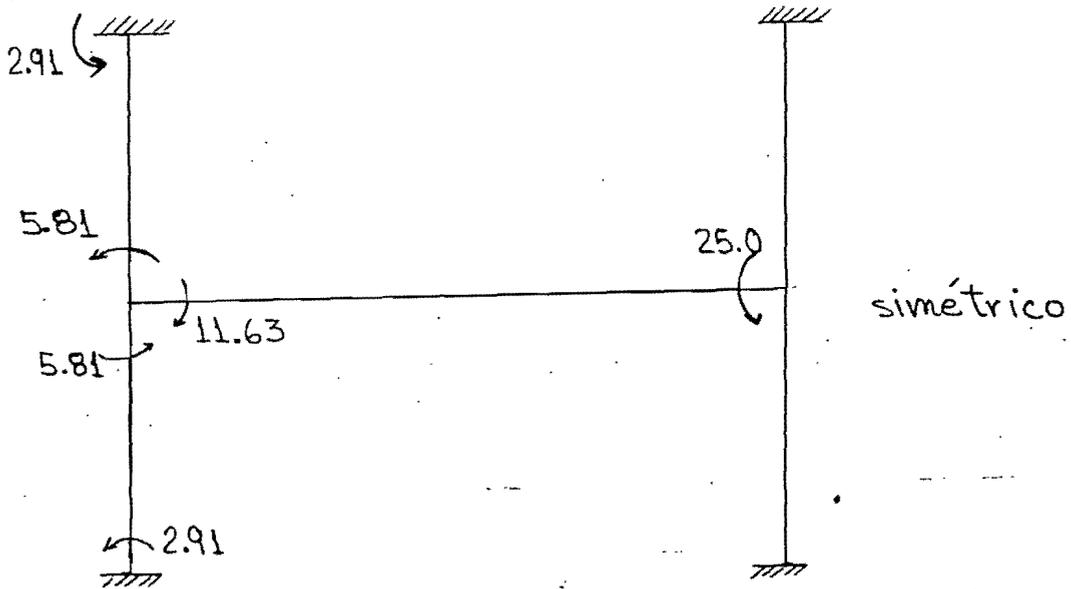


Fig 1A Resultados obtenidos con Vanderbilt
y con MARCEQ

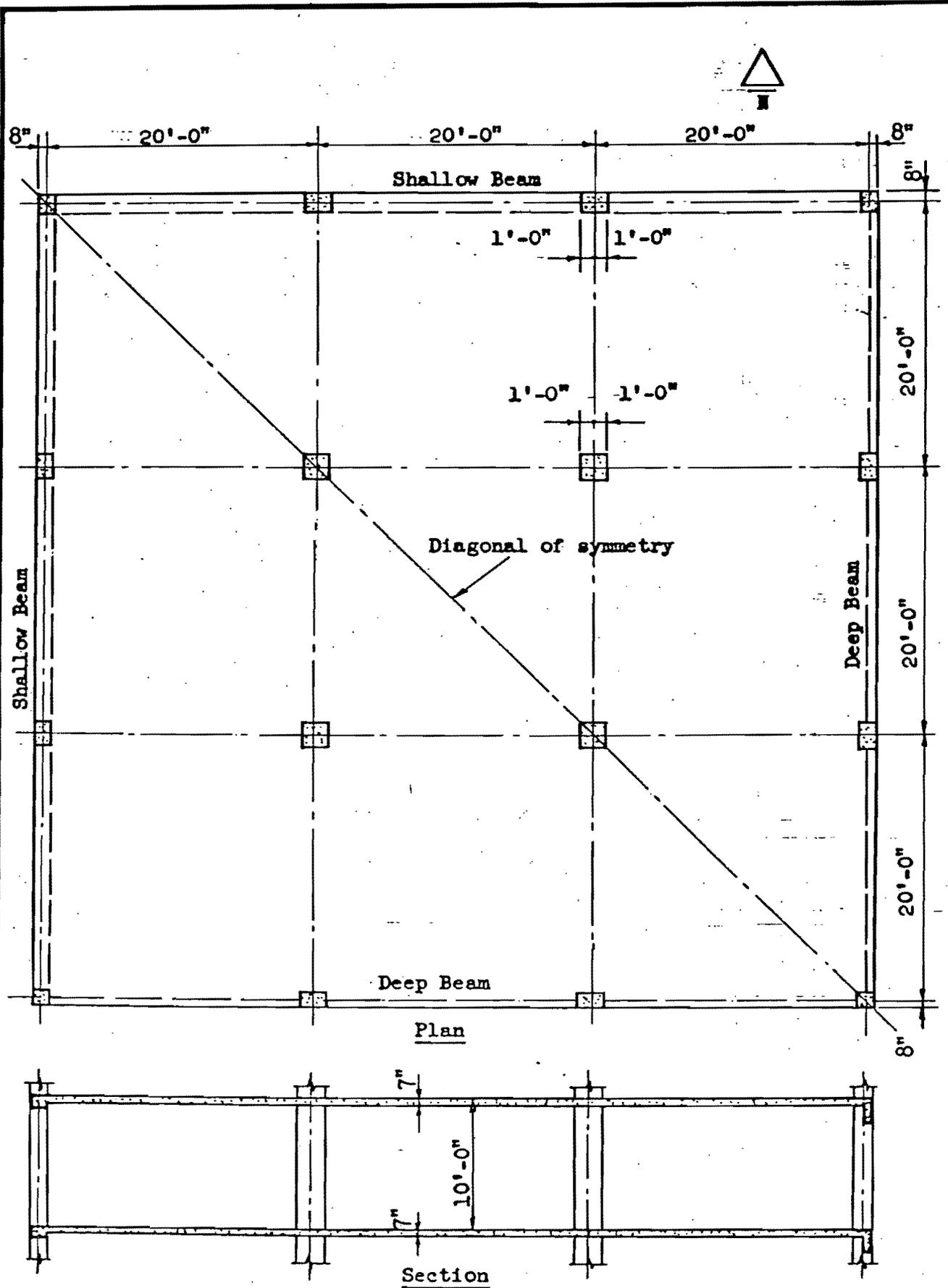


FIG. 15 LAYOUT OF THE PROTOTYPE FLAT PLATE

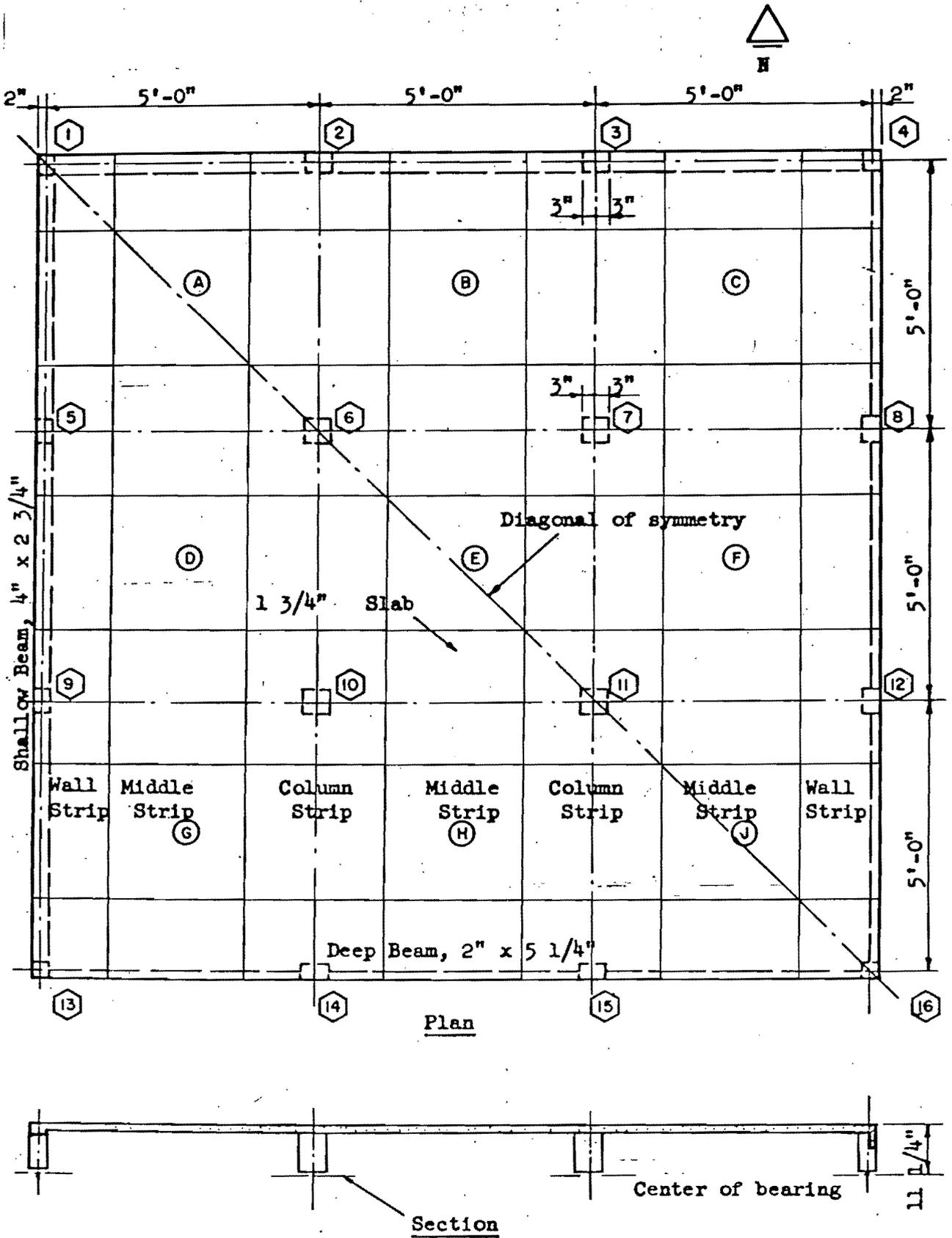


FIG. 16 LAYOUT OF THE FLAT PLATE TEST STRUCTURE

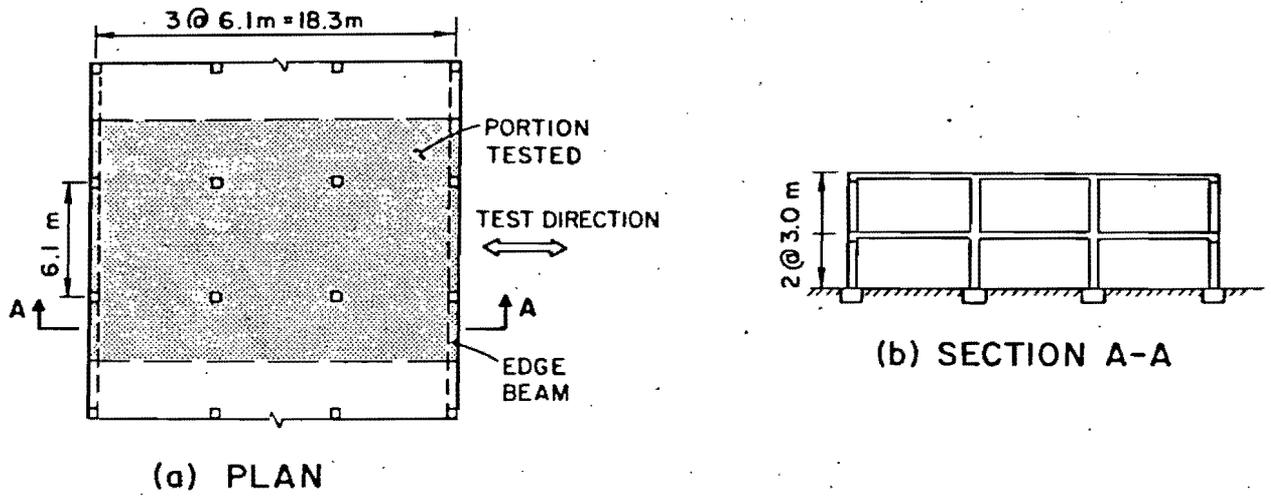


Fig. 1.1 Plan and Section View of Prototype

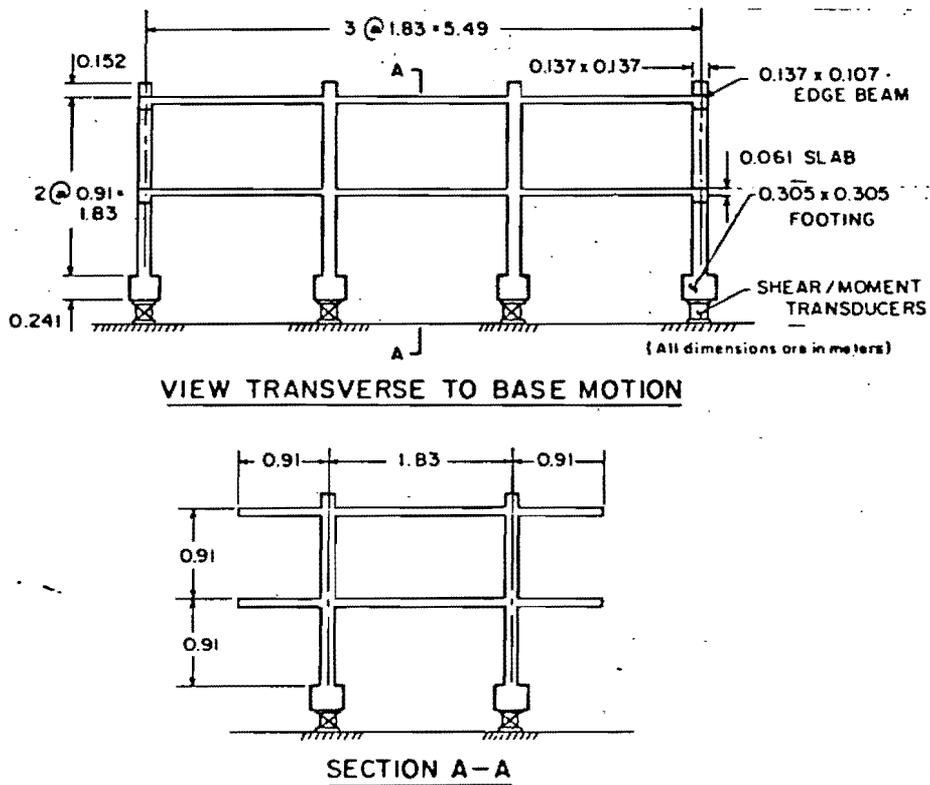


Fig. 1.7 Longitudinal and Transverse Section of Model

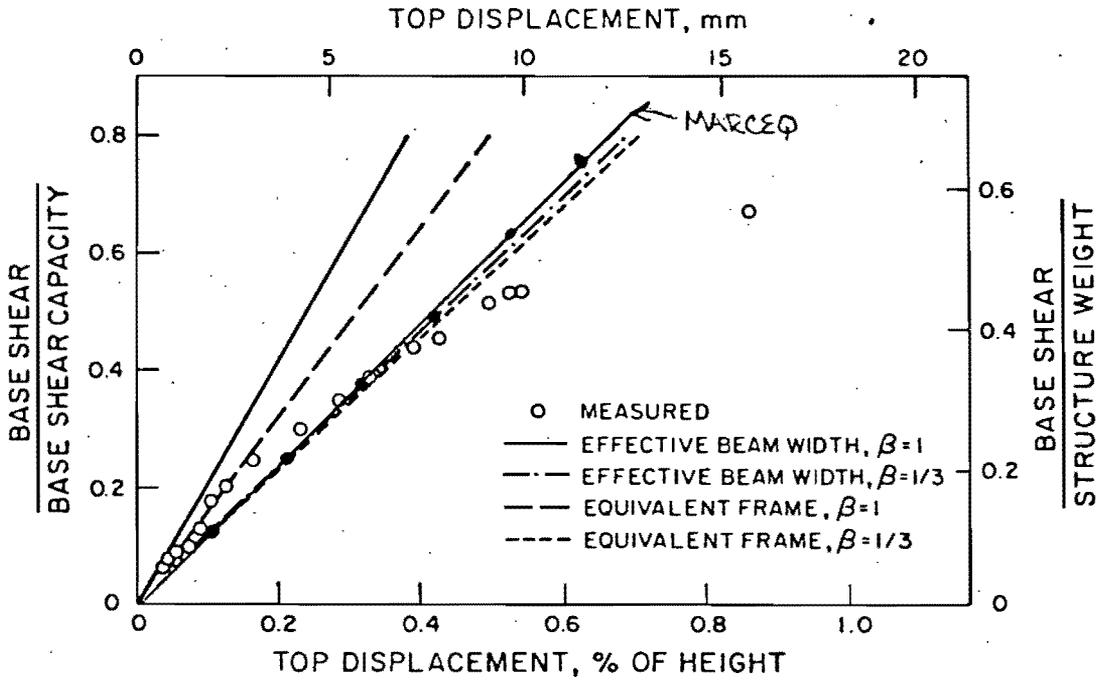


Fig. 18a Comparison Between Computed and Measured Lateral-Load Stiffnesses

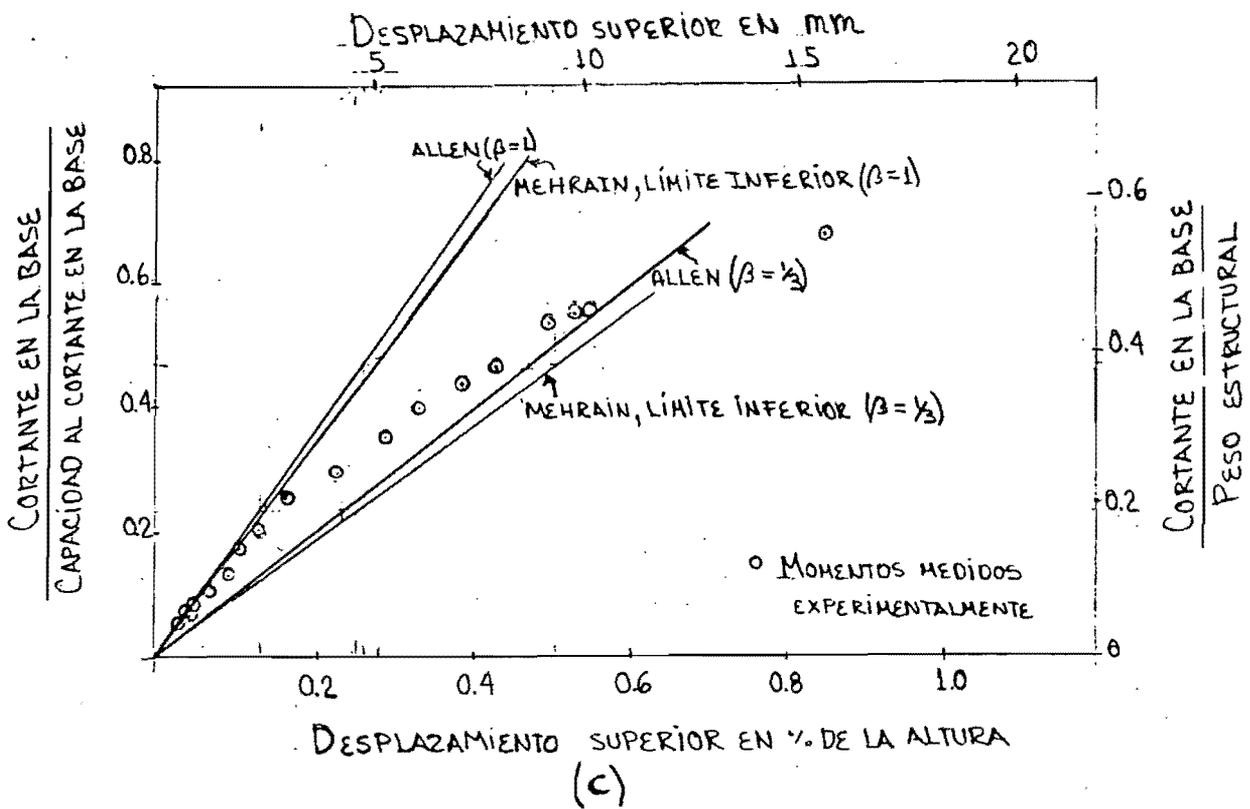
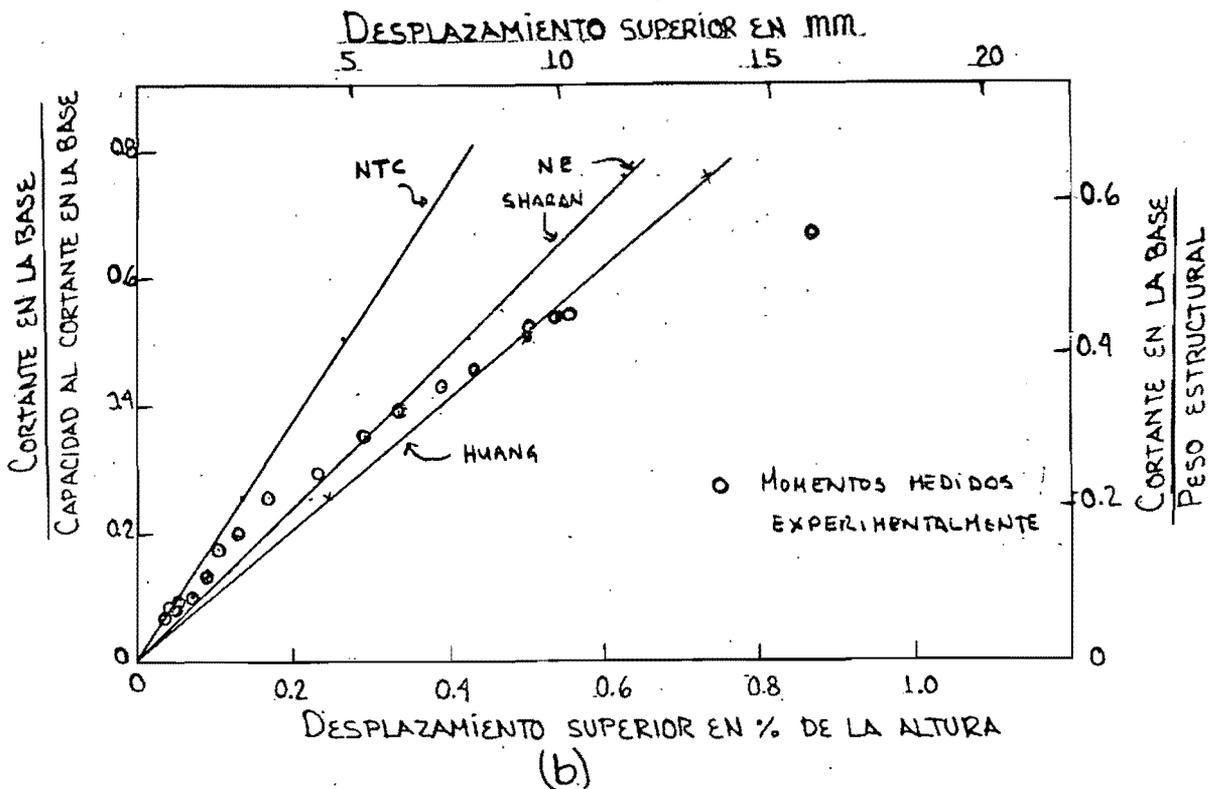


Fig 18 Comparación entre desplazamientos laterales medidos y calculados

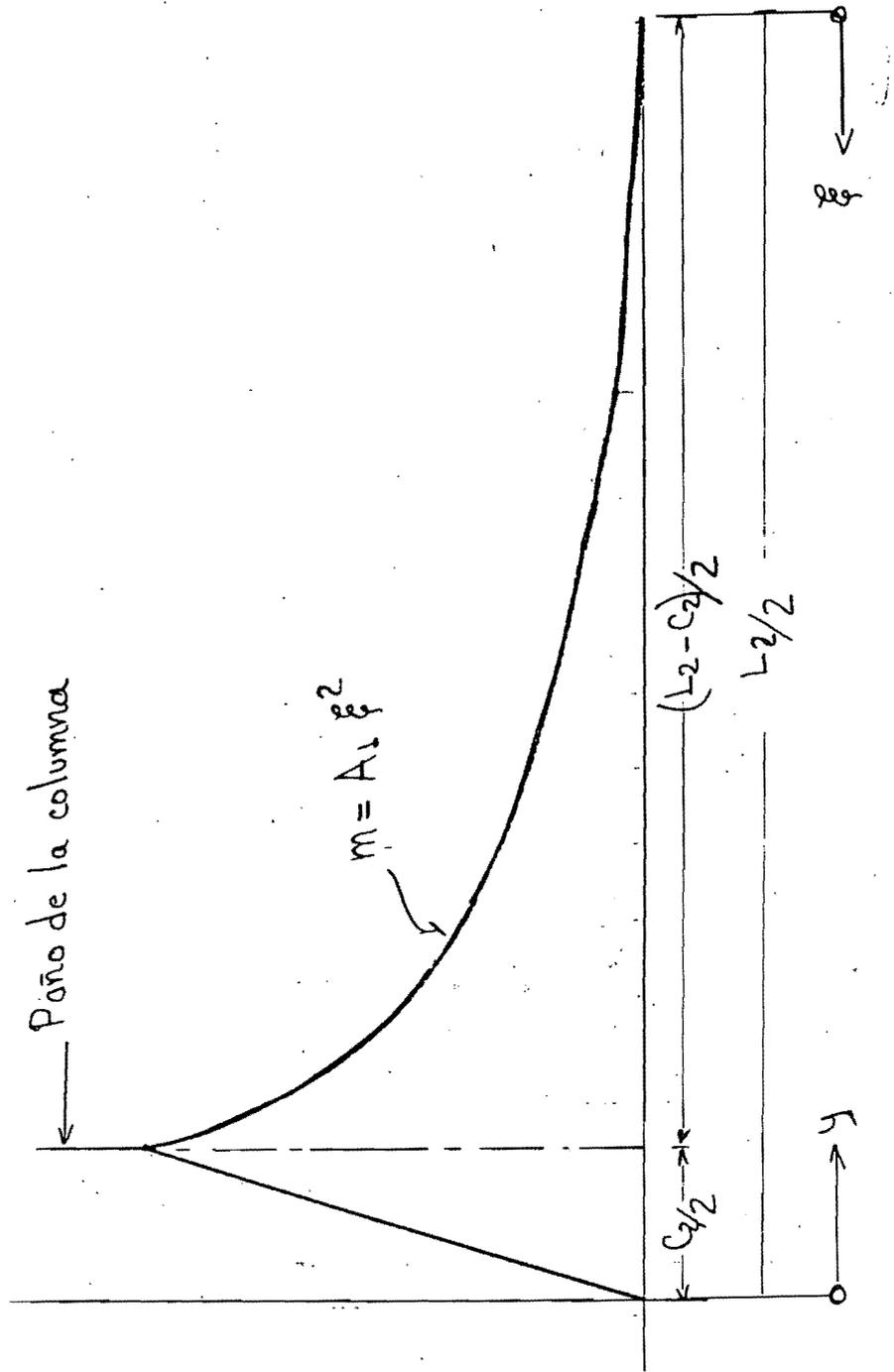
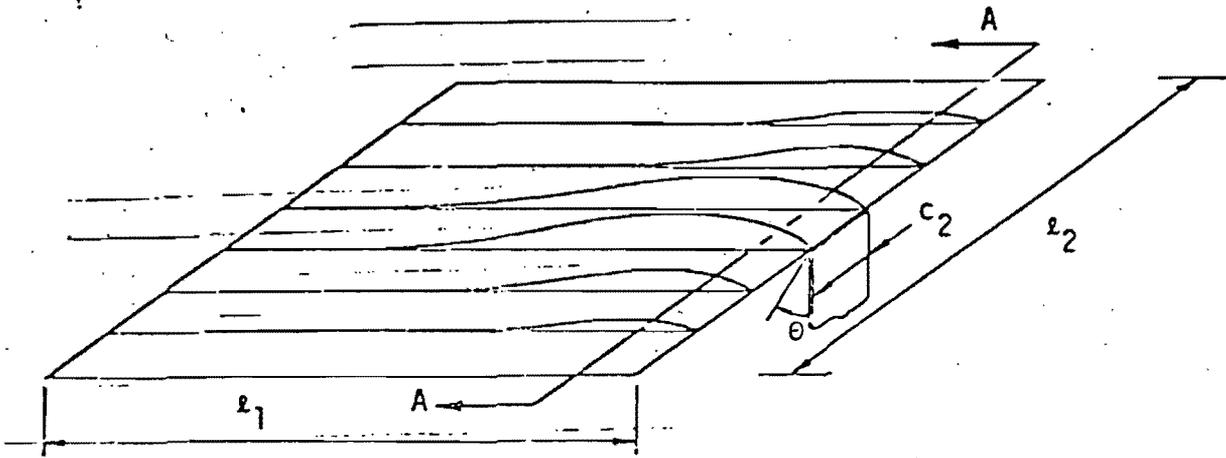
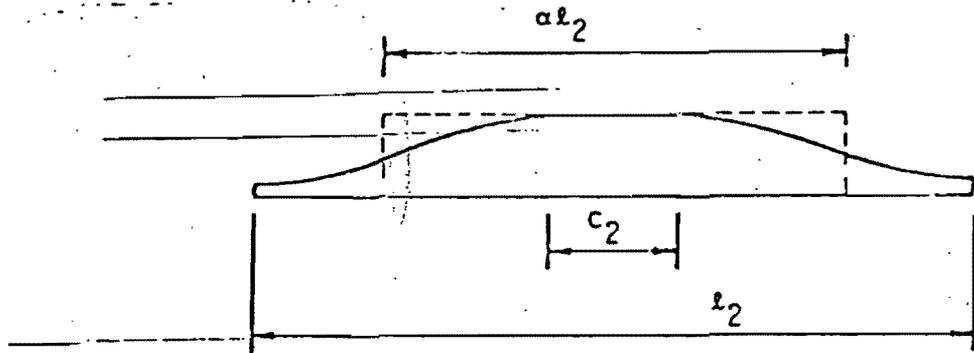


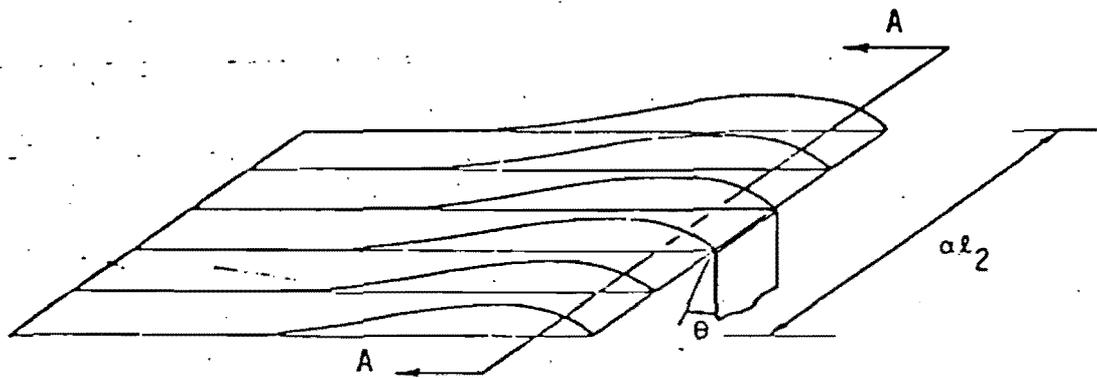
Fig.19 Distribución supuesta del momento torsionante a lo largo del elemento a torsión.



(a) Plate subjected to rotation over width c_2



(b) Rotation (or moment) along section AA



(c) Equivalent width plate

Figure 20 Equivalent Width Concept

$G/l_1 \setminus l_2/l_1 =$	2.00	1.50	1.25	1.00	0.80	0.67	0.50
0.03	0.19	0.25	0.30	0.38	0.46	0.54	0.66
0.04	0.20	0.27	0.33	0.40	0.49	0.57	0.70
0.05	0.22	0.29	0.34	0.43	0.52	0.60	0.73
0.06	0.23	0.30	0.36	0.45	0.54	0.63	0.75
0.07	0.23	0.31	0.37	0.46	0.56	0.65	0.77
0.08	0.24	0.32	0.39	0.48	0.58	0.66	0.79
0.09	0.25	0.33	0.40	0.49	0.59	0.68	0.80
0.10	0.26	0.34	0.41	0.50	0.61	0.69	0.82
0.11	0.26	0.35	0.42	0.51	0.62	0.71	0.83
0.12	0.27	0.36	0.43	0.53	0.64	0.72	0.84

Fig. 21 Factores α para el ancho equivalente
(Allen y Darvall)

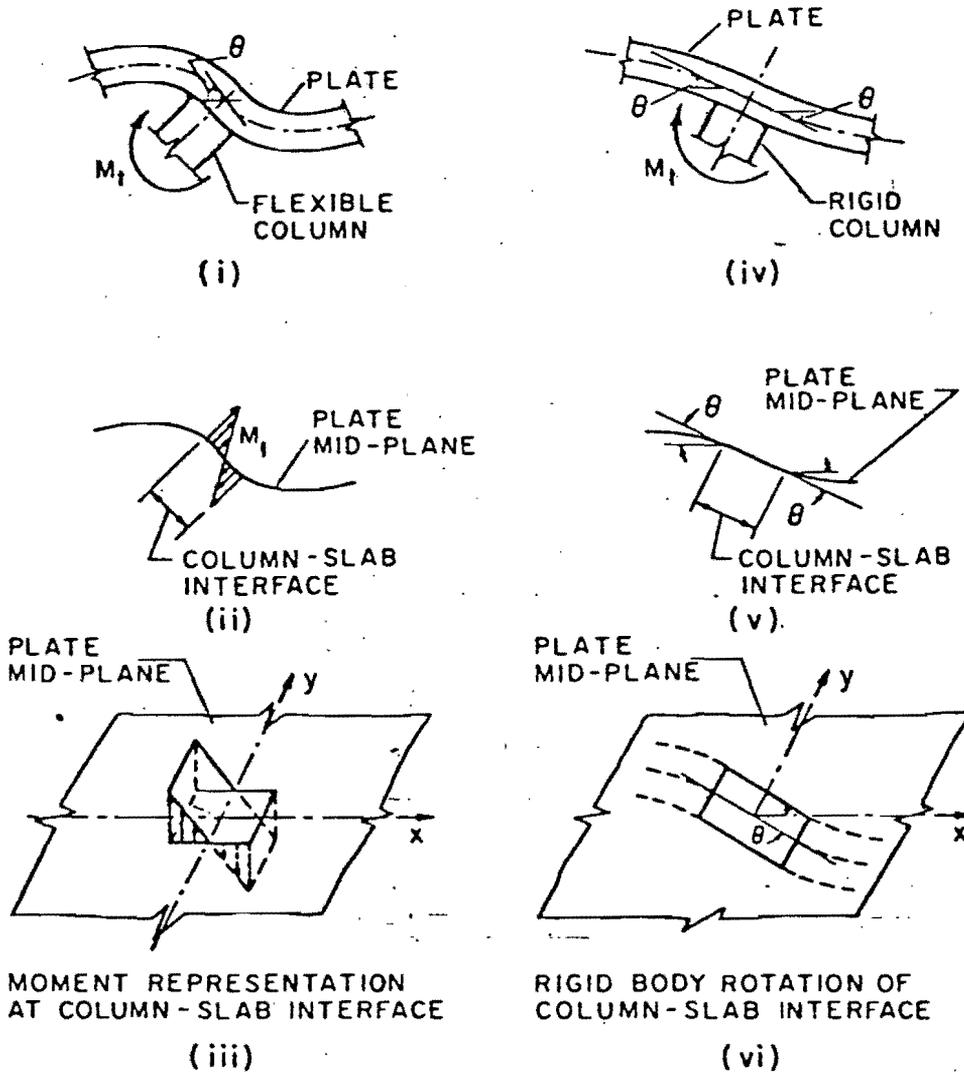
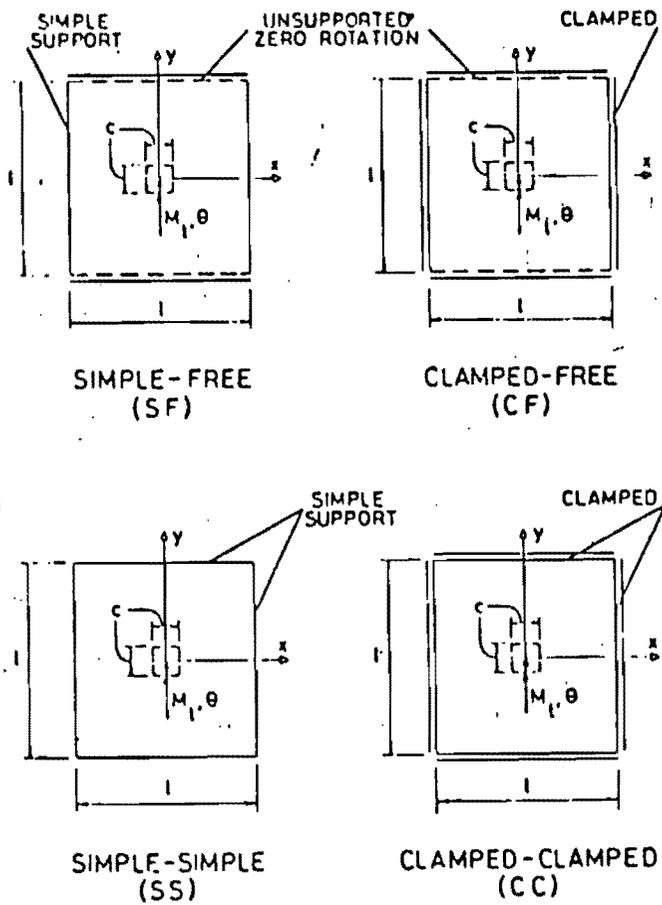
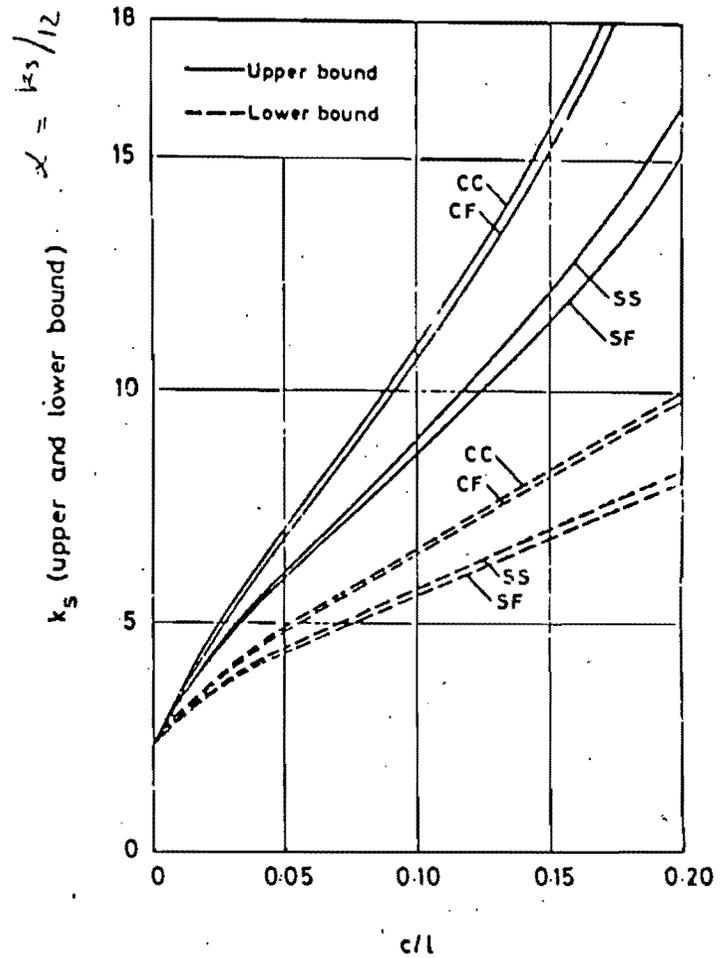


Fig. 23 Column-slab junctions: (i) column exerting no restraint to slab bending; (ii) and (iii) assumed force distribution at column-slab interface for lower limit case; (iv) column exerting infinite restraint to slab bending at interface; (v) and (vi) assumed rigid body rotation of interface for upper limit case

Fig. 23

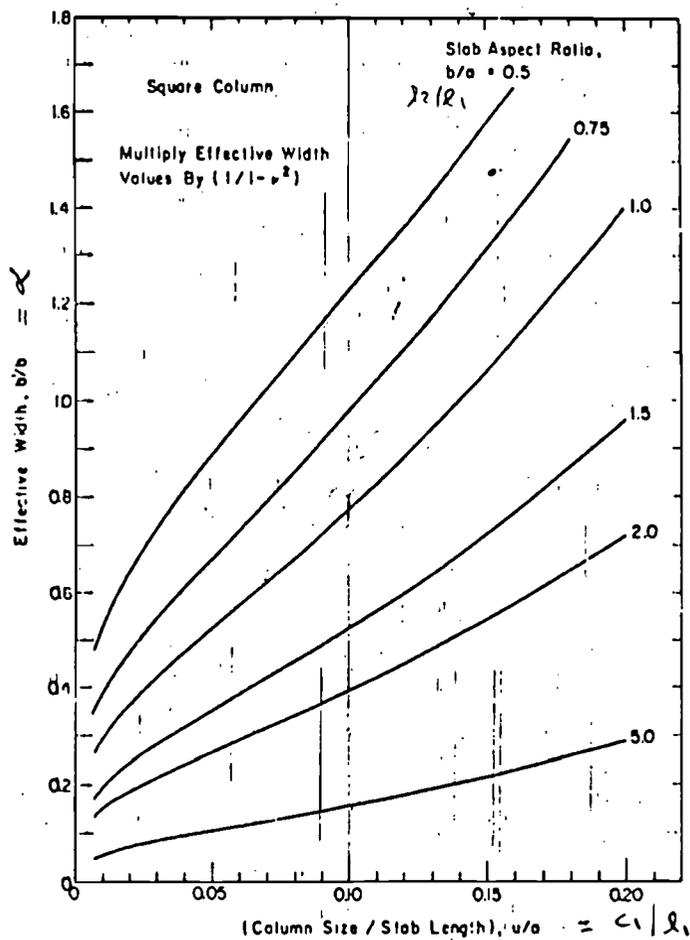


(a) Cases analyzed

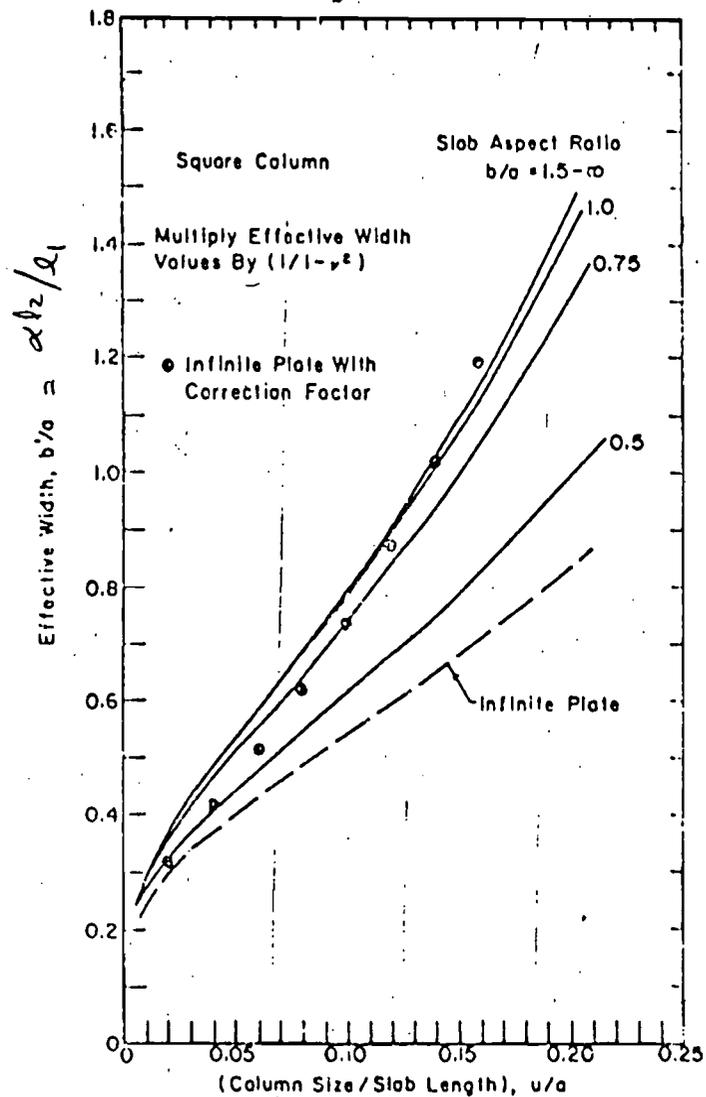


(b) Slab stiffness coefficients

Figure 24 Effective Width Study by Mehraïn and Aalami



(a) Effective width versus aspect ratio and column size



(b) Plot showing insensitivity of effective width to lateral span

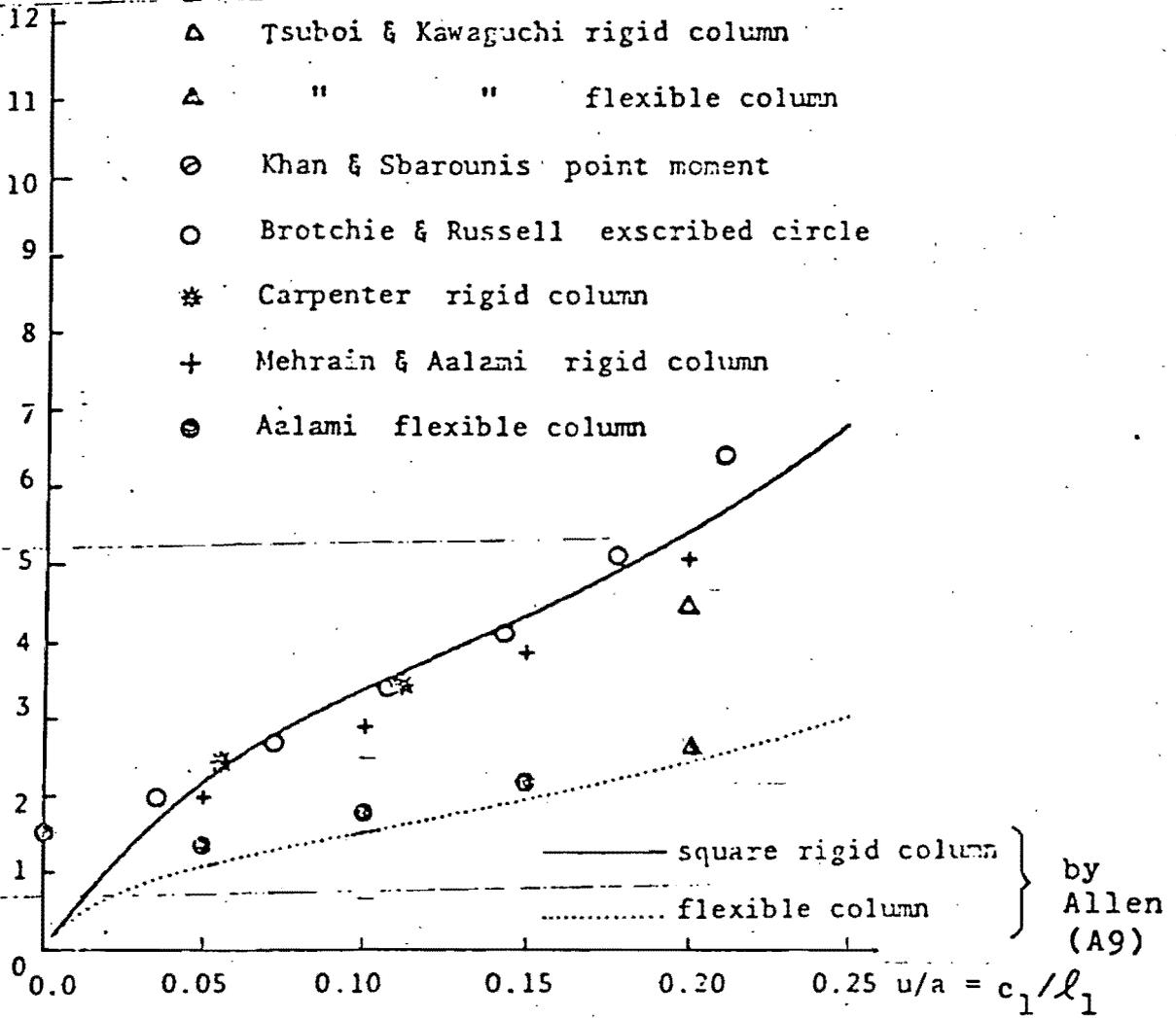
$$b = l_2$$

$$a = l_1$$

$$u = c_1$$

Figure 25 Effective Width Study by Pecknold

stiffness factor k



Absolute stiffness = $\frac{1}{2}EI/l$

Figure 26 Comparison of Stiffness Factors
Obtained by Various Investigators

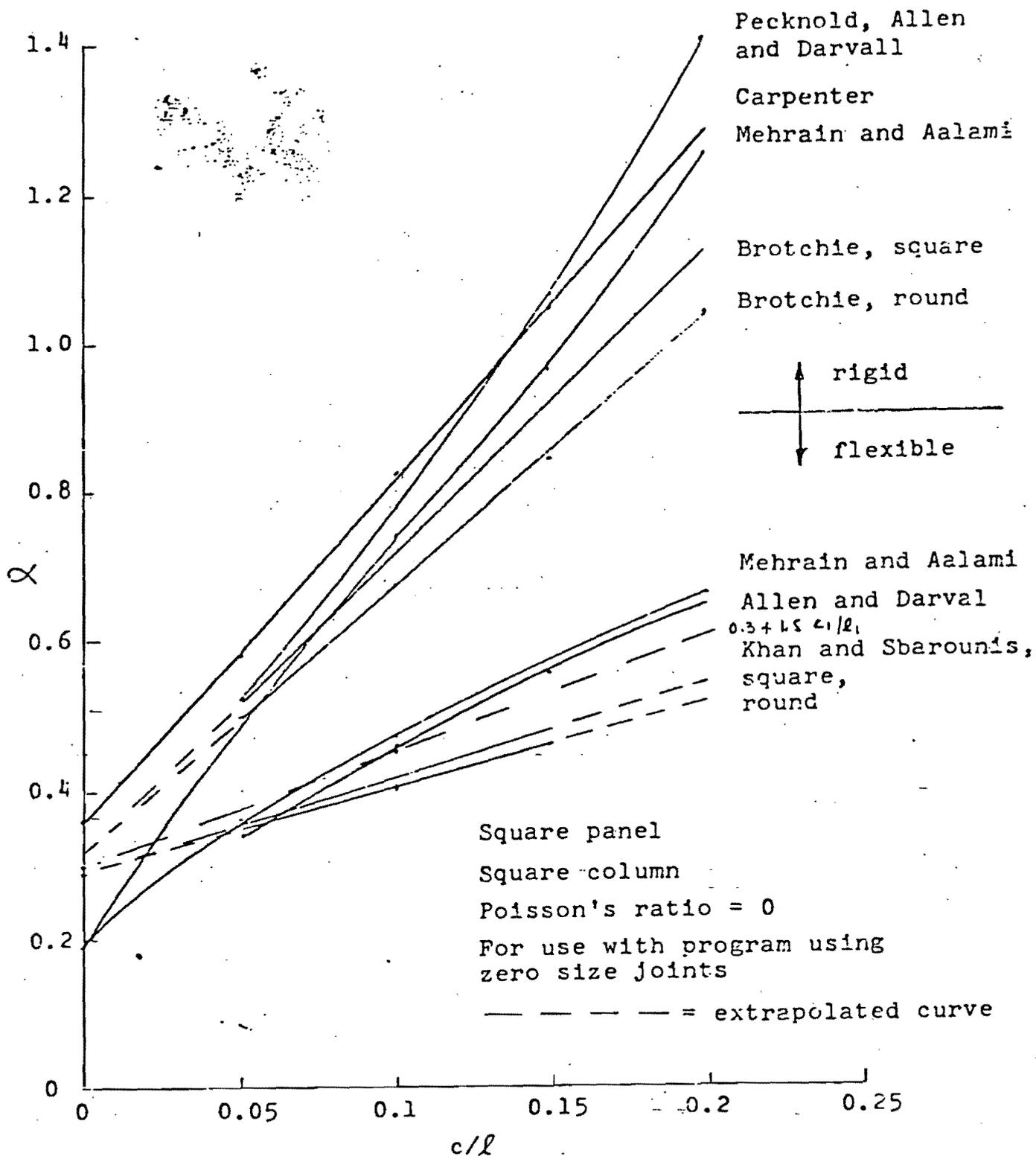


Figure 27 Summary of Effective Width Factors for Lateral Loading, Square Panels

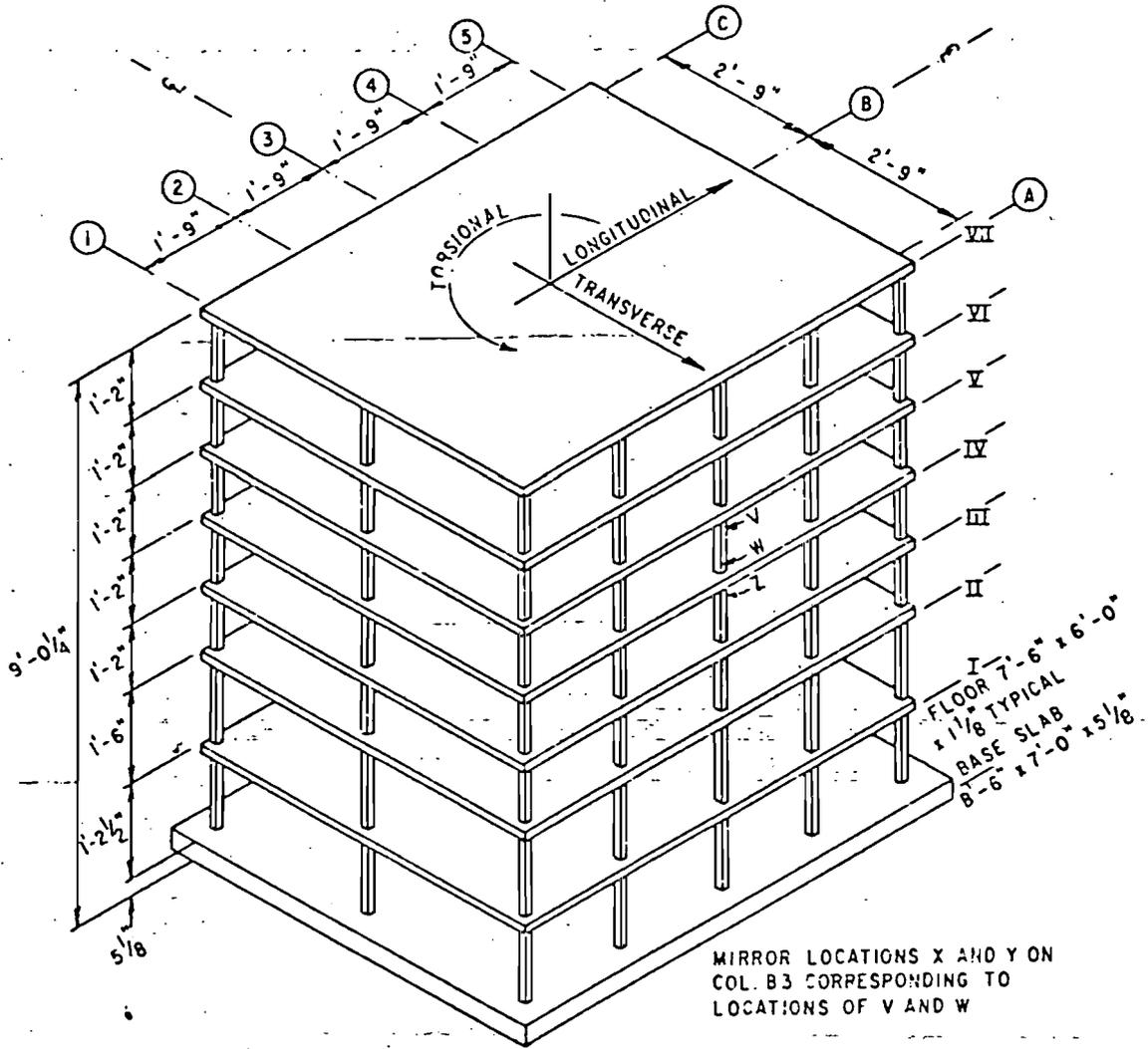


Figure 28 Isometric View of NRC Model

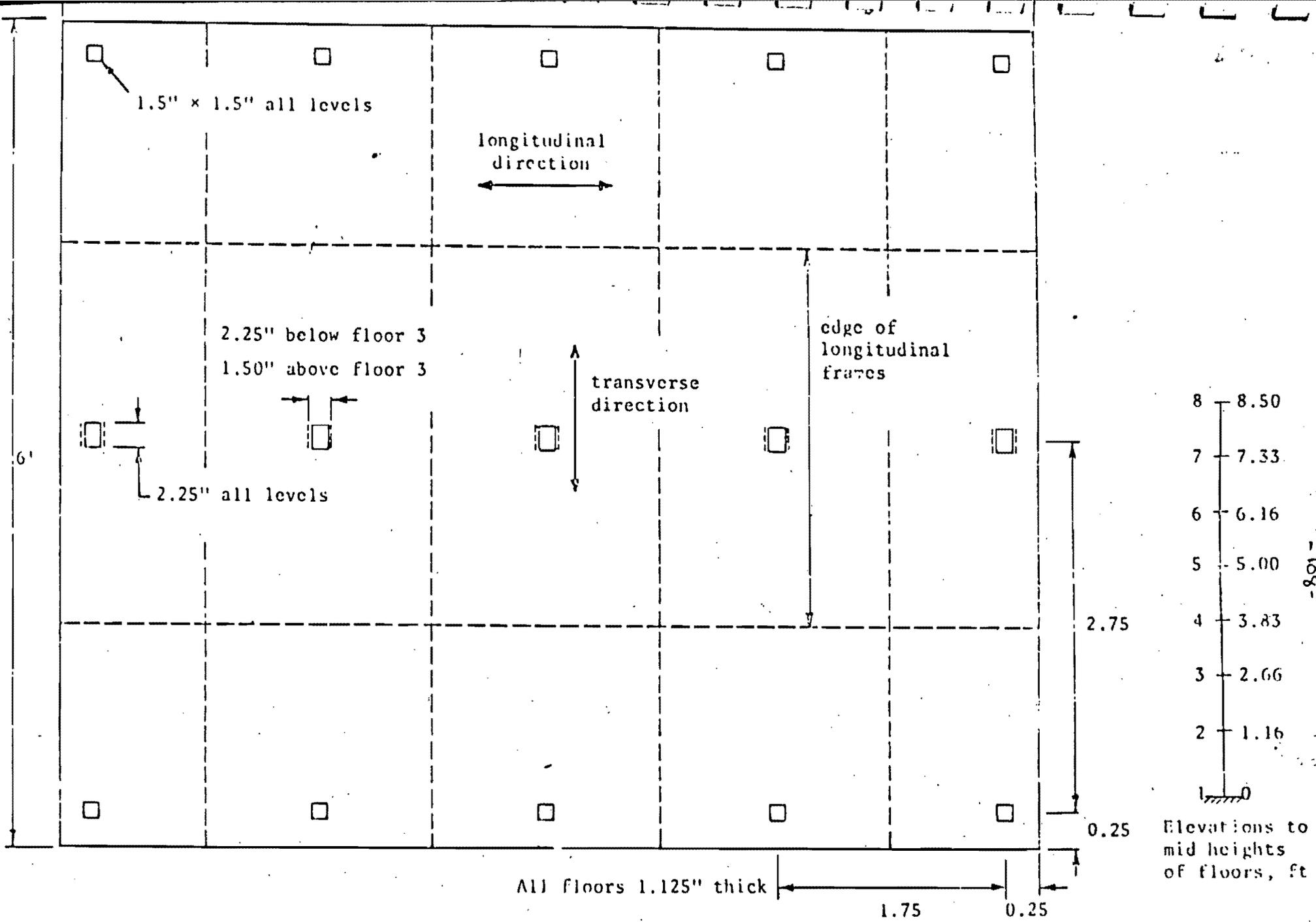
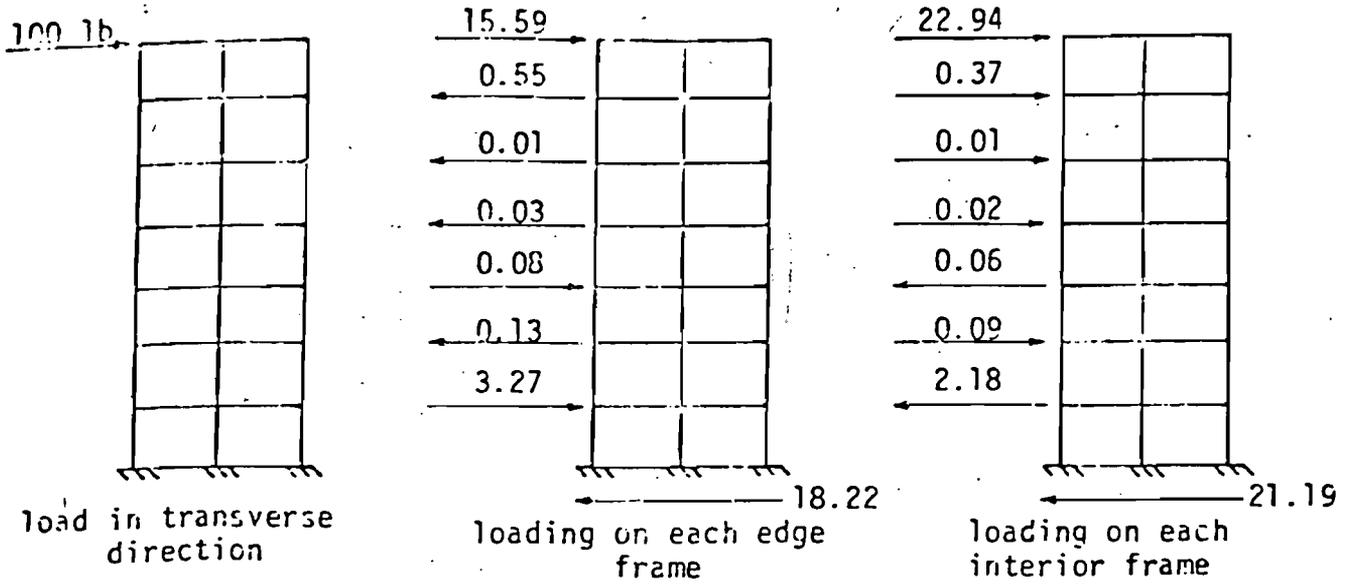
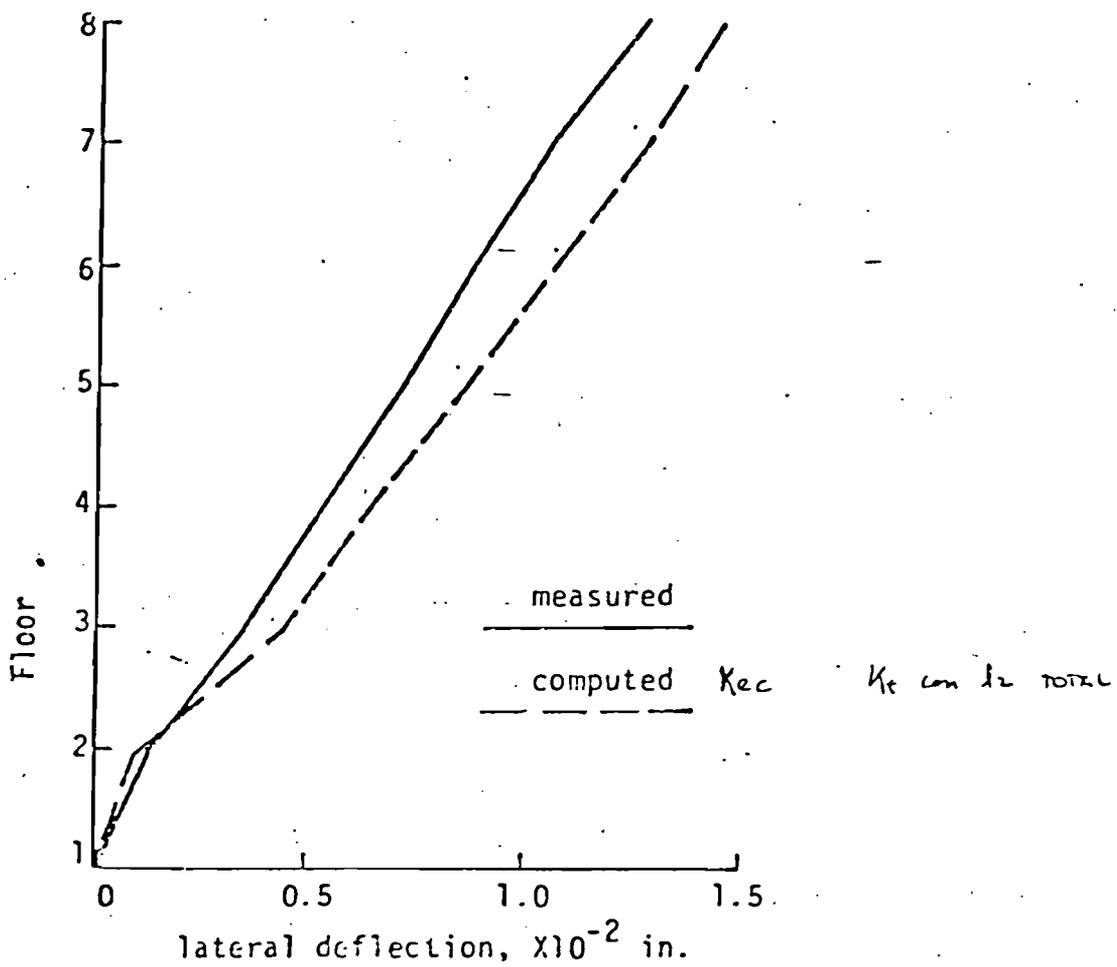


Figure 29 Dimensions of NRC Slab



(a) Division of load among parallel frames to satisfy compatibility



(b) Measured and computed deflections

Figure 30 Measured and Computed Deflections, Transverse Direction, Compatibility Satisfied at All Floor Levels

Acotaciones en cm

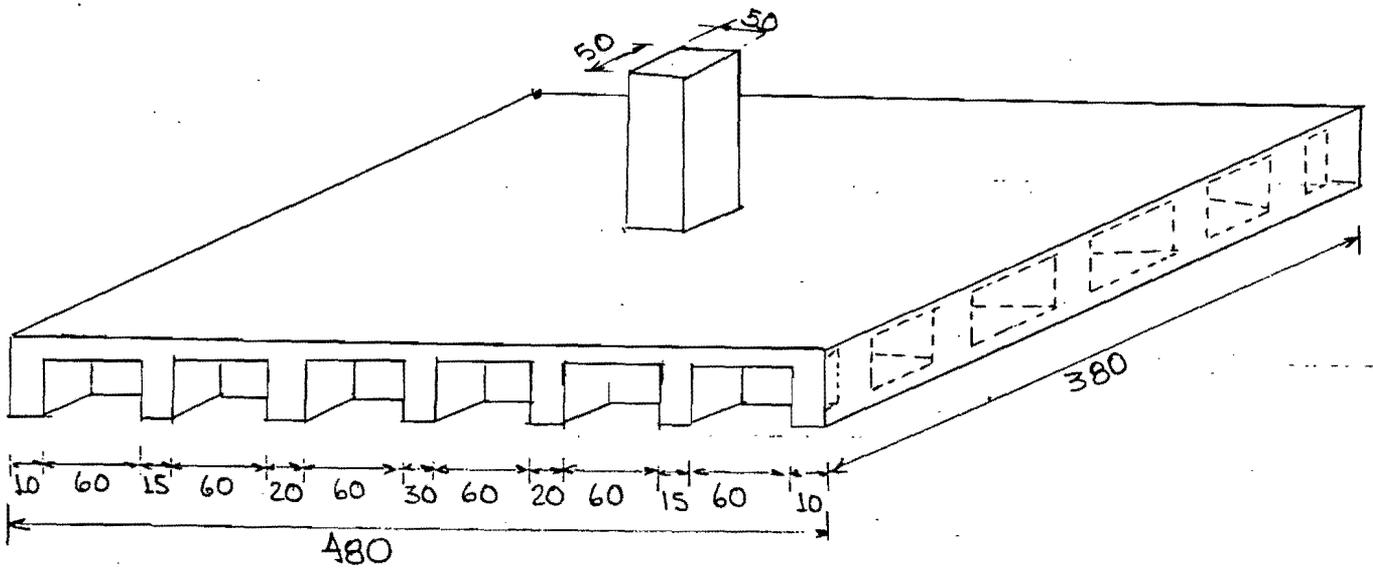
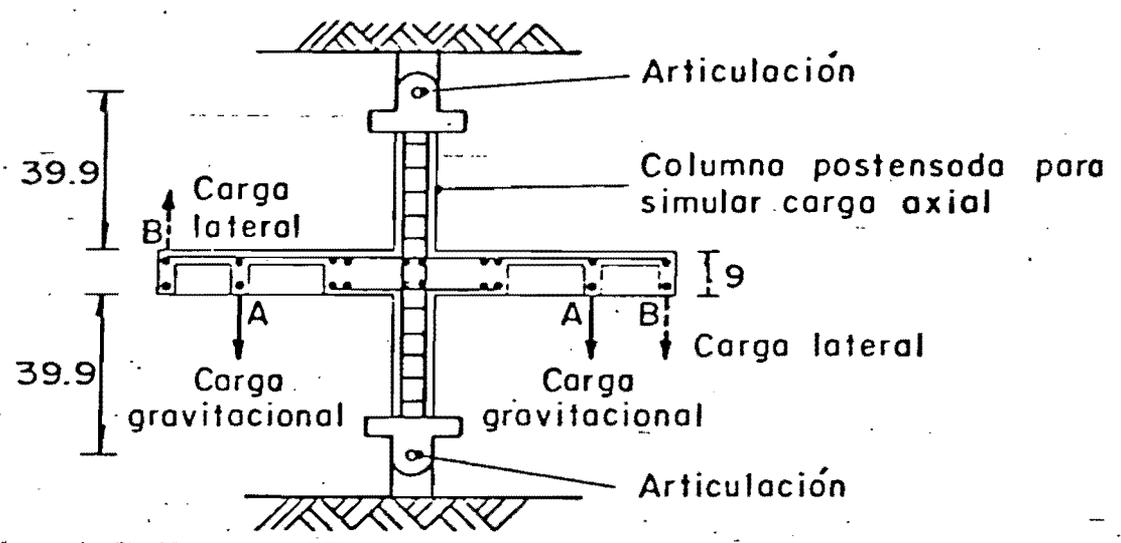
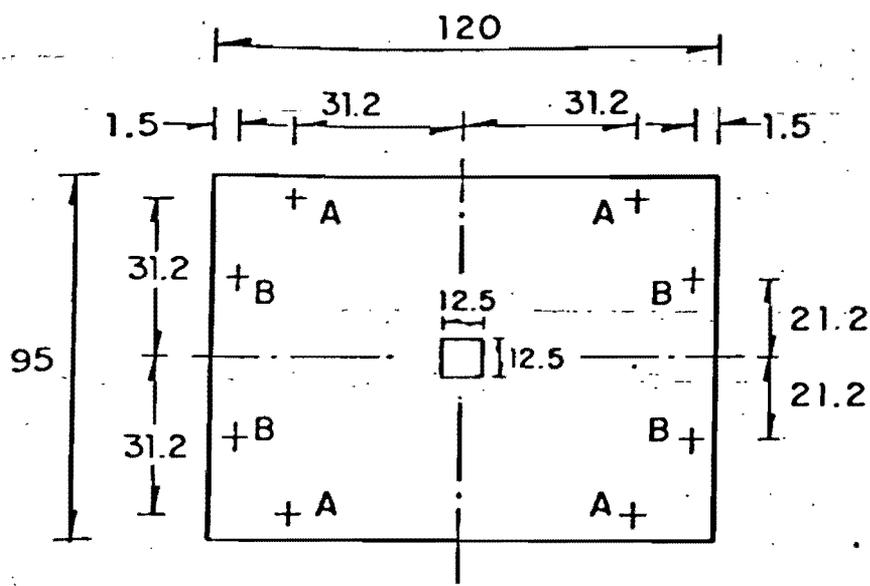


Fig. 31 Zona de conexión reproducida en los especímenes



Acotaciones, en cm

Fig 32 Forma de ensaye

m, k, u

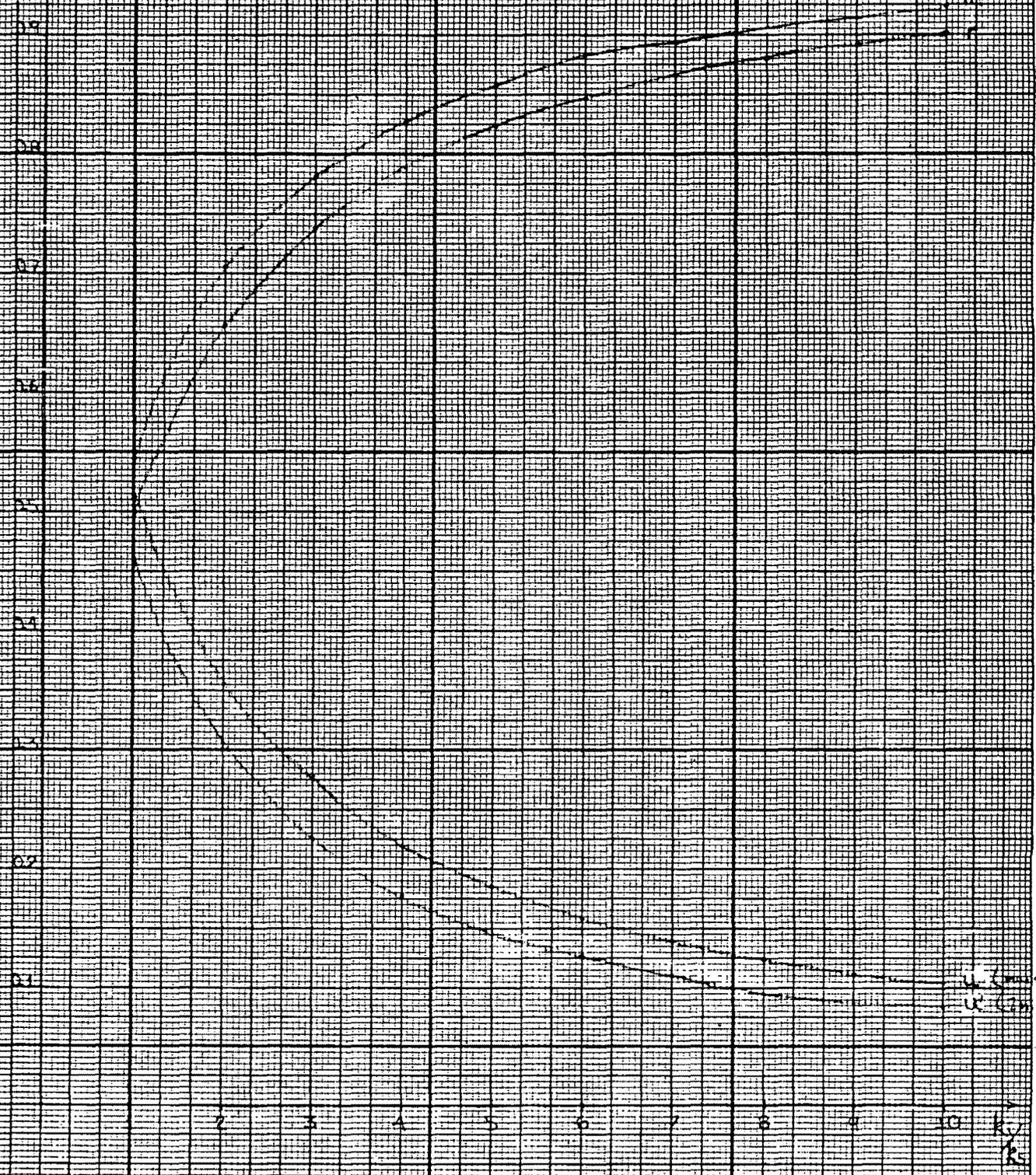


Fig. 33 Coeficientes de Distribución de la Rigidez a Torsión

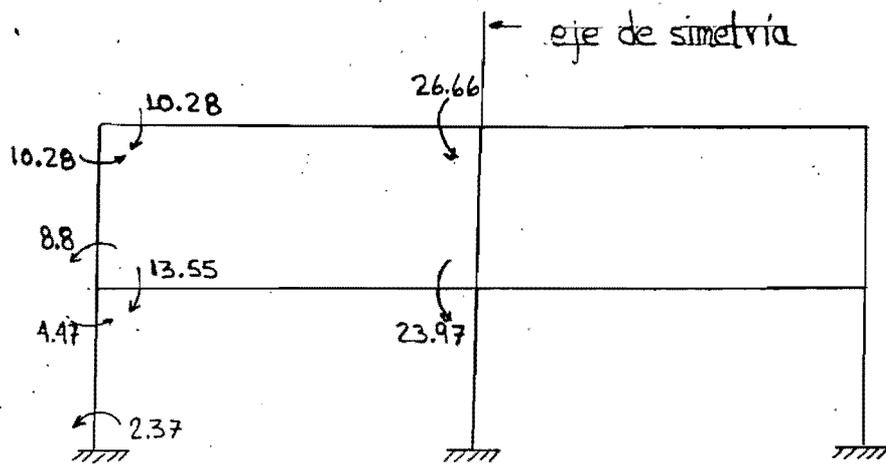


Fig. 34 Marco de dos niveles, eje 2; rigidéz de columnas según ecuación 4.4 y 4.11

(momentos en Ton-m)

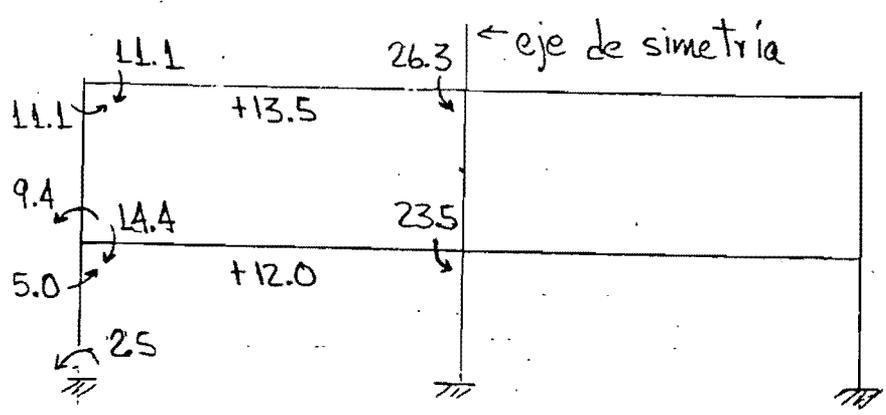


Fig. 35 Marco de dos niveles, eje 2; rigidéz de columnas según Normas de Emergencia.

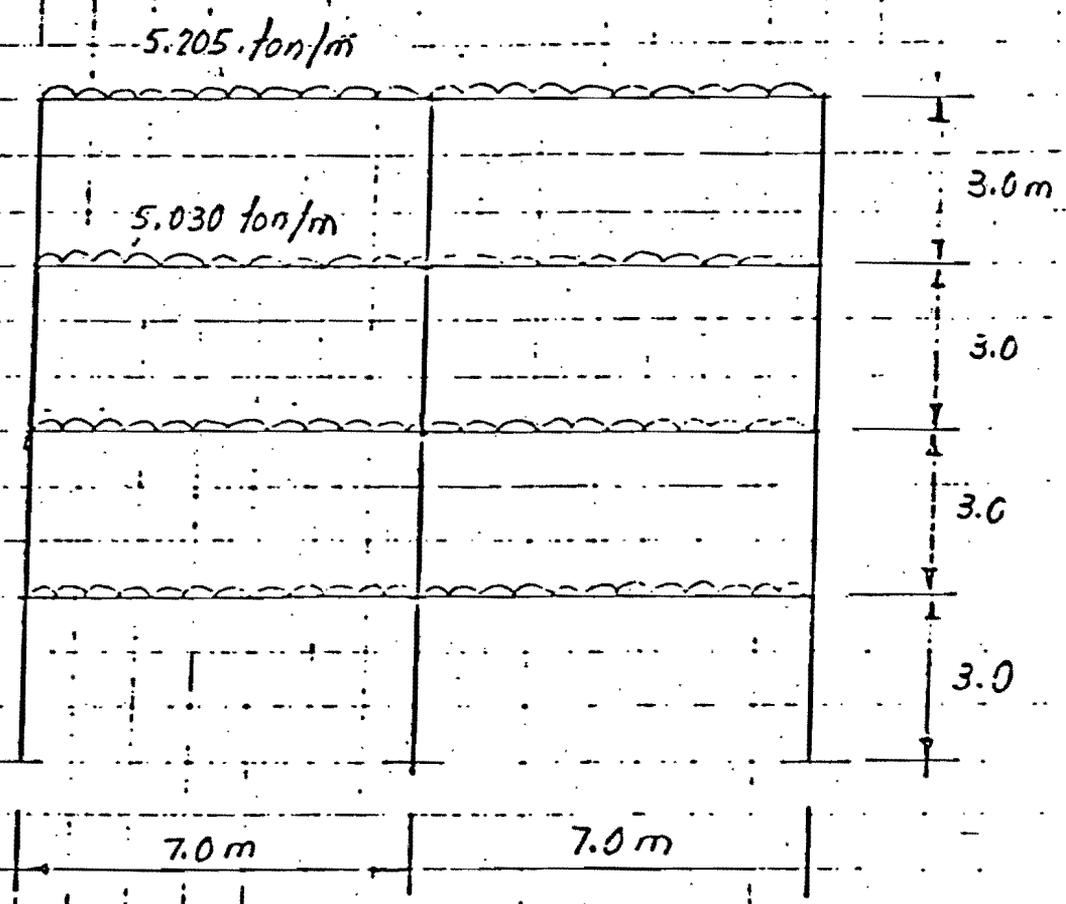


Fig 36 Marco de cuatro niveles analizado

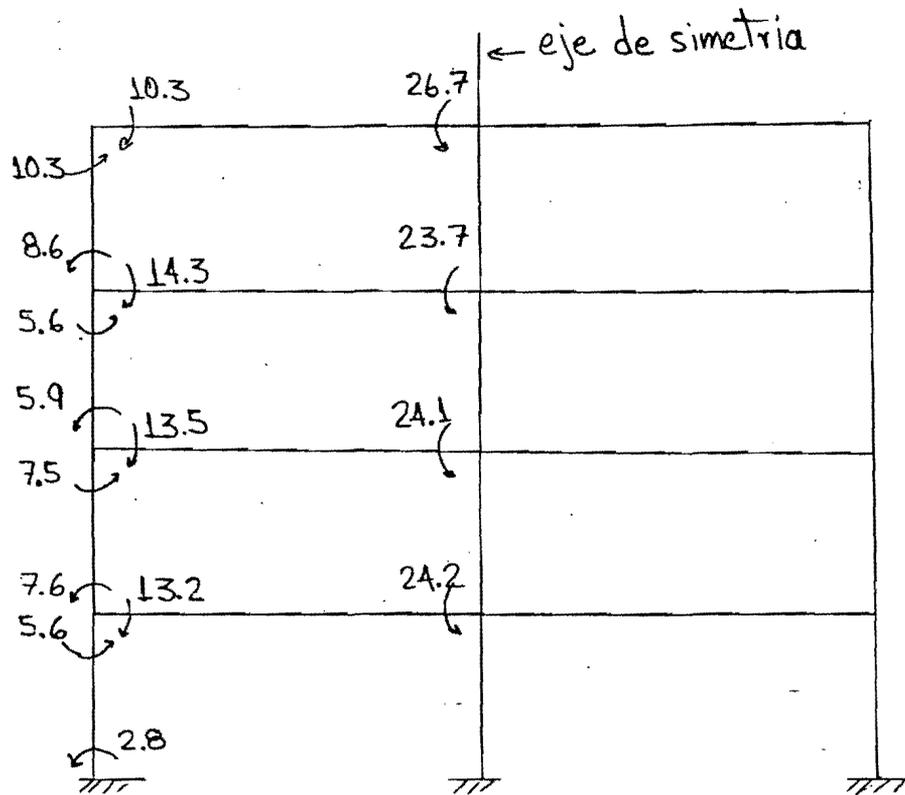
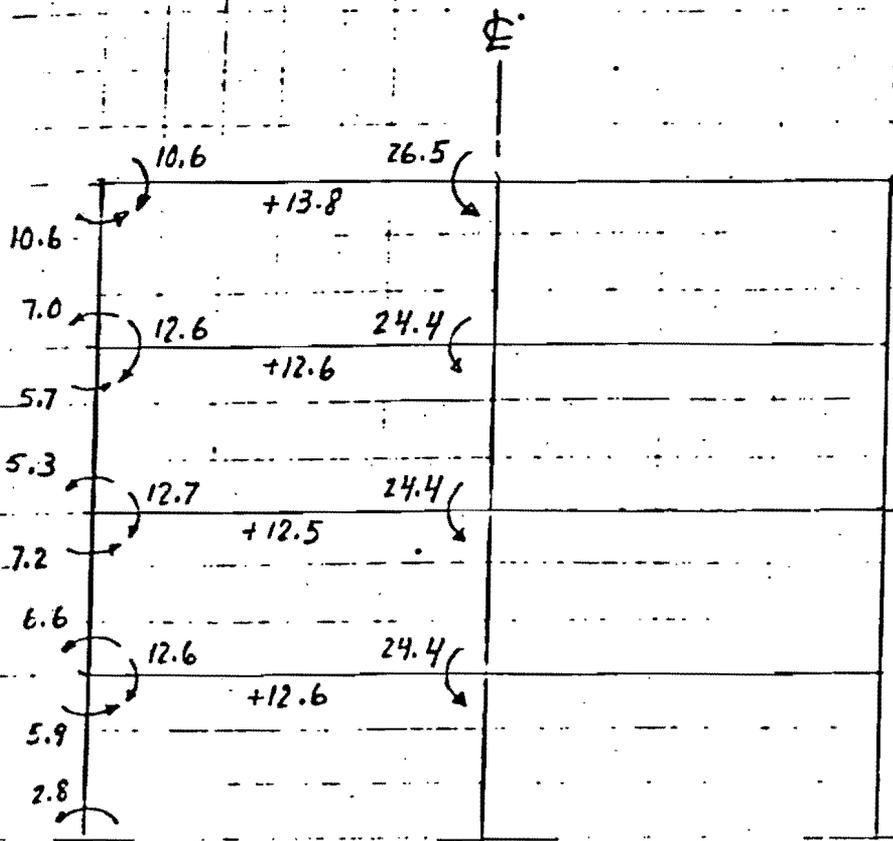


Fig. 37 Marco de cuatro niveles; rigidez de columnas según ecuación 4.4 y 4.11



momentos en ton-m

Fig 38 Marco equivalente de cuatro niveles. Resultados para el modelo de Vanderbilt.

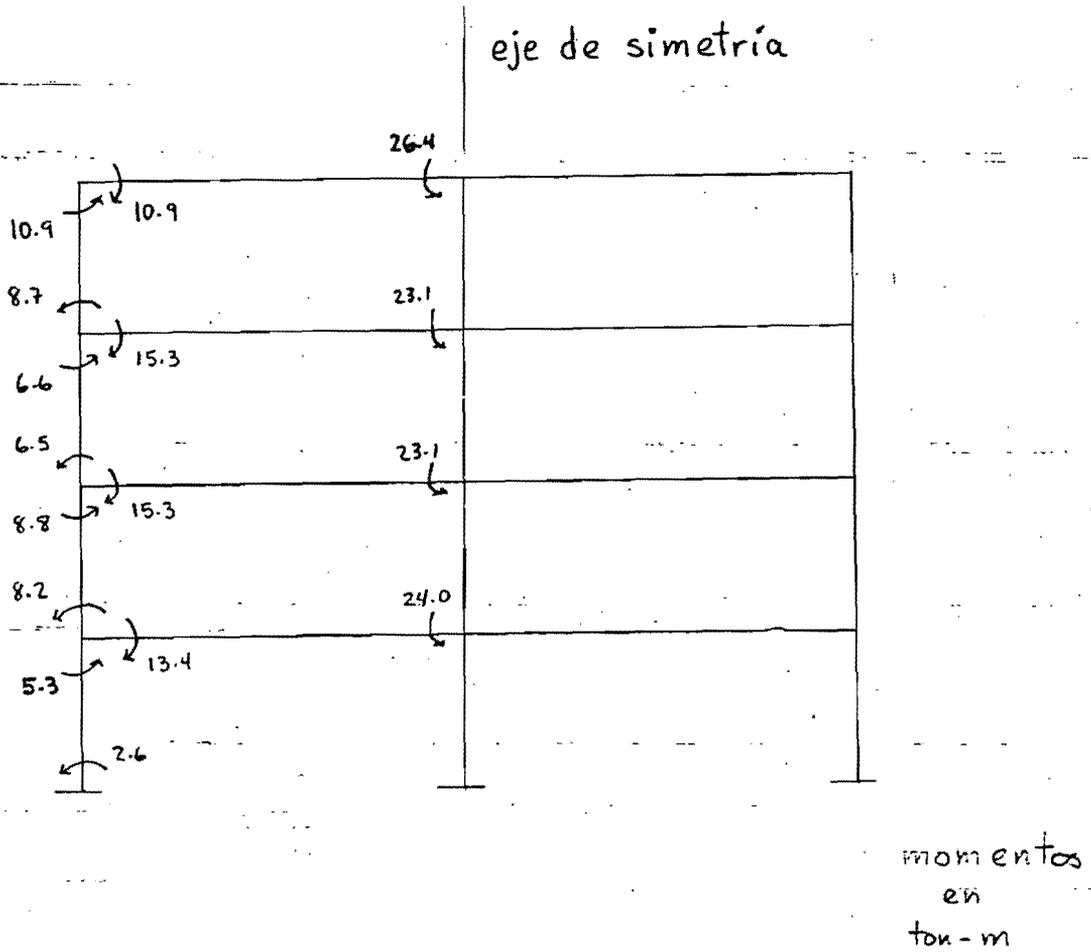


Fig 39 Marco de cuatro niveles; rigidez de columnas según Normas de Emergencia

$\frac{X}{K}$

λ

0.8

0.7

0.6

0.5

0.4

0.3

0.2

0.1

Primer piso

Ultimo piso

Piso intermedio

0.9

0.75

0.65

1

2

3

5

$\alpha = 0.45$

(13)

ver tabla

Fig. 40 Rigidez equivalente en columnas



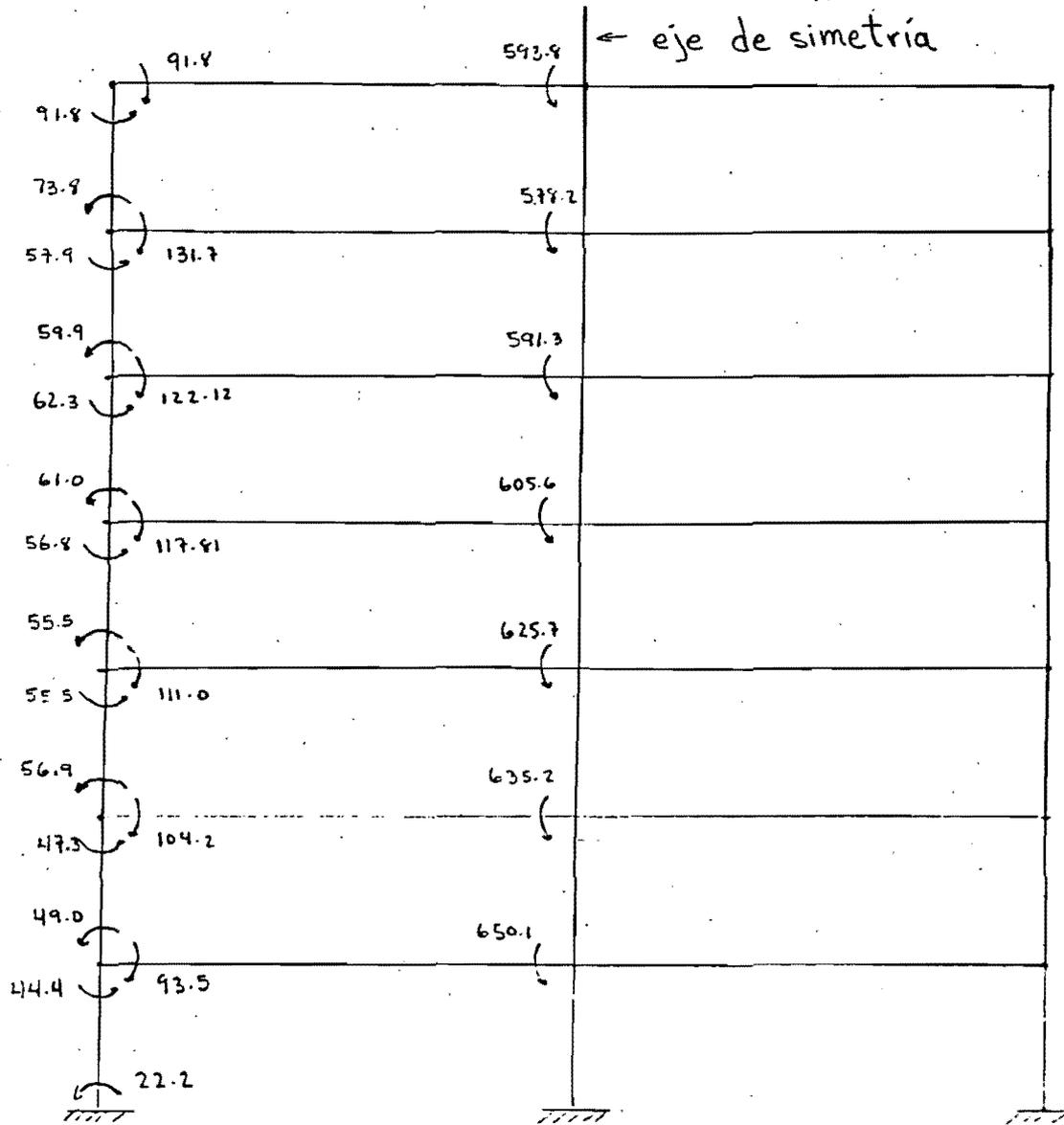


Fig. 41 Edificio de la NRC; resultados obtenidos con MARCEQ

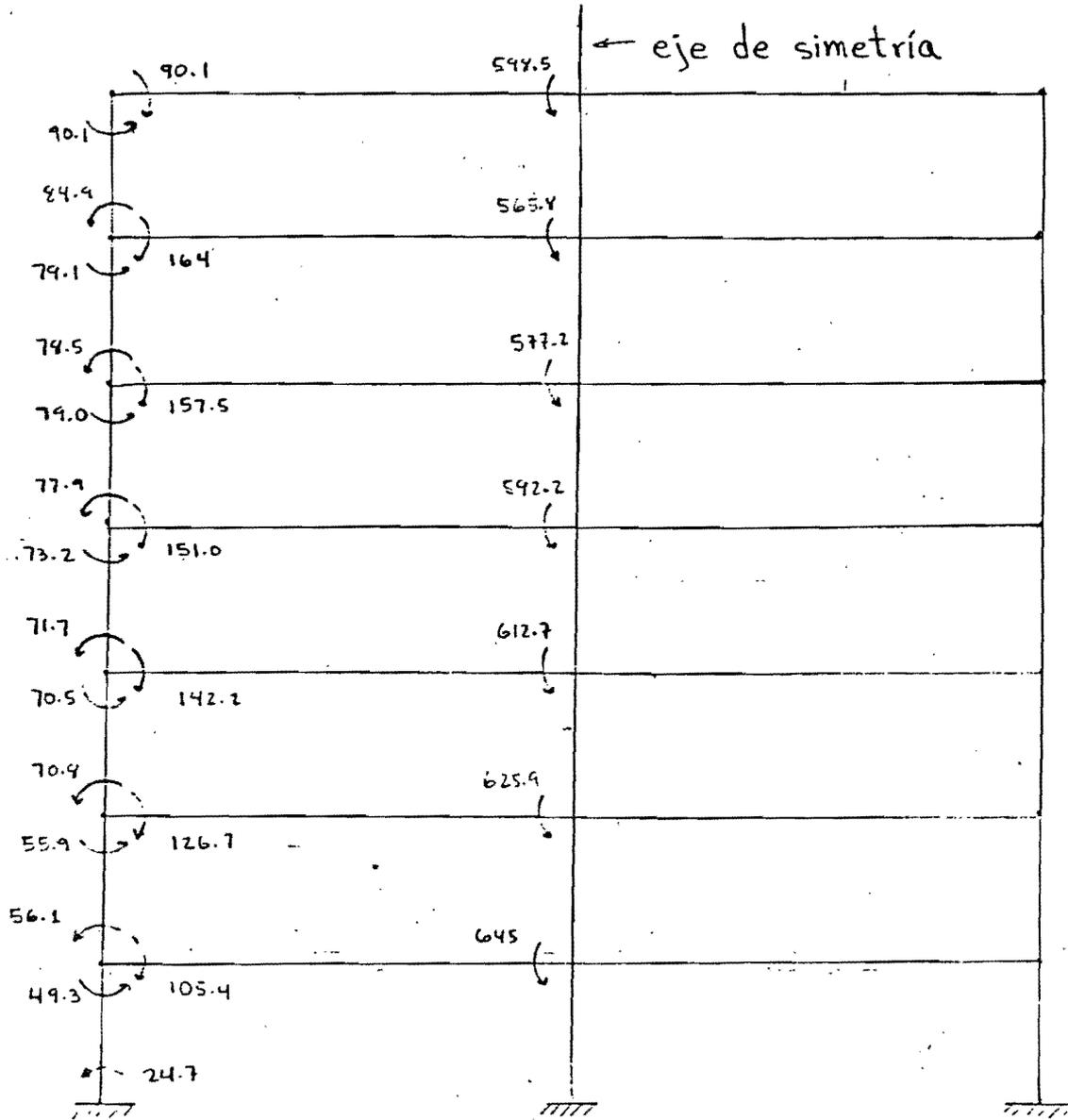


Fig. 42 Edificio de la NRC; resultados con las Normas de Emergencia

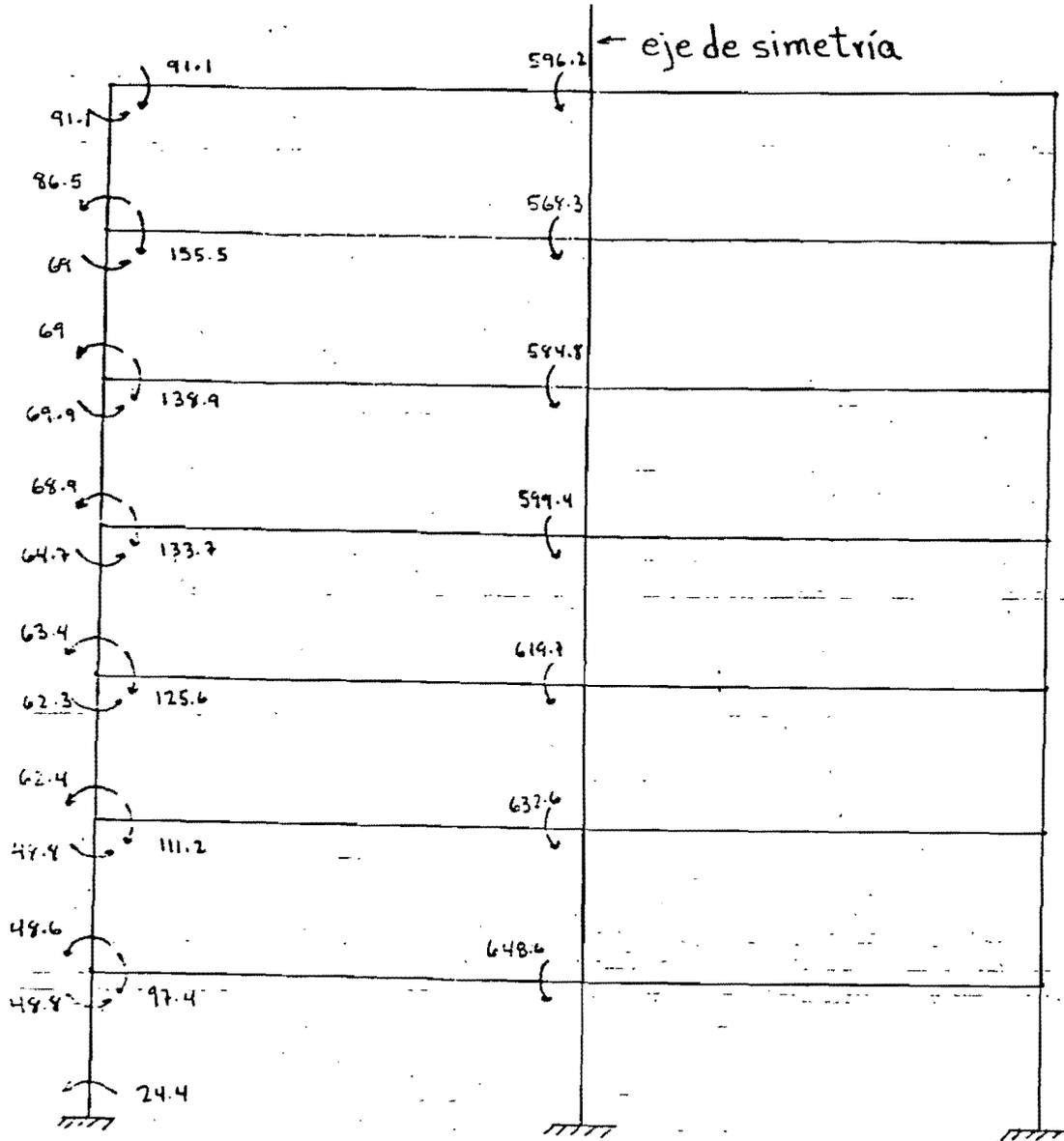


Fig. 43 Edificio de la UBA; rigideces de columnas calculadas con 4.4, 4.12 y 4.13

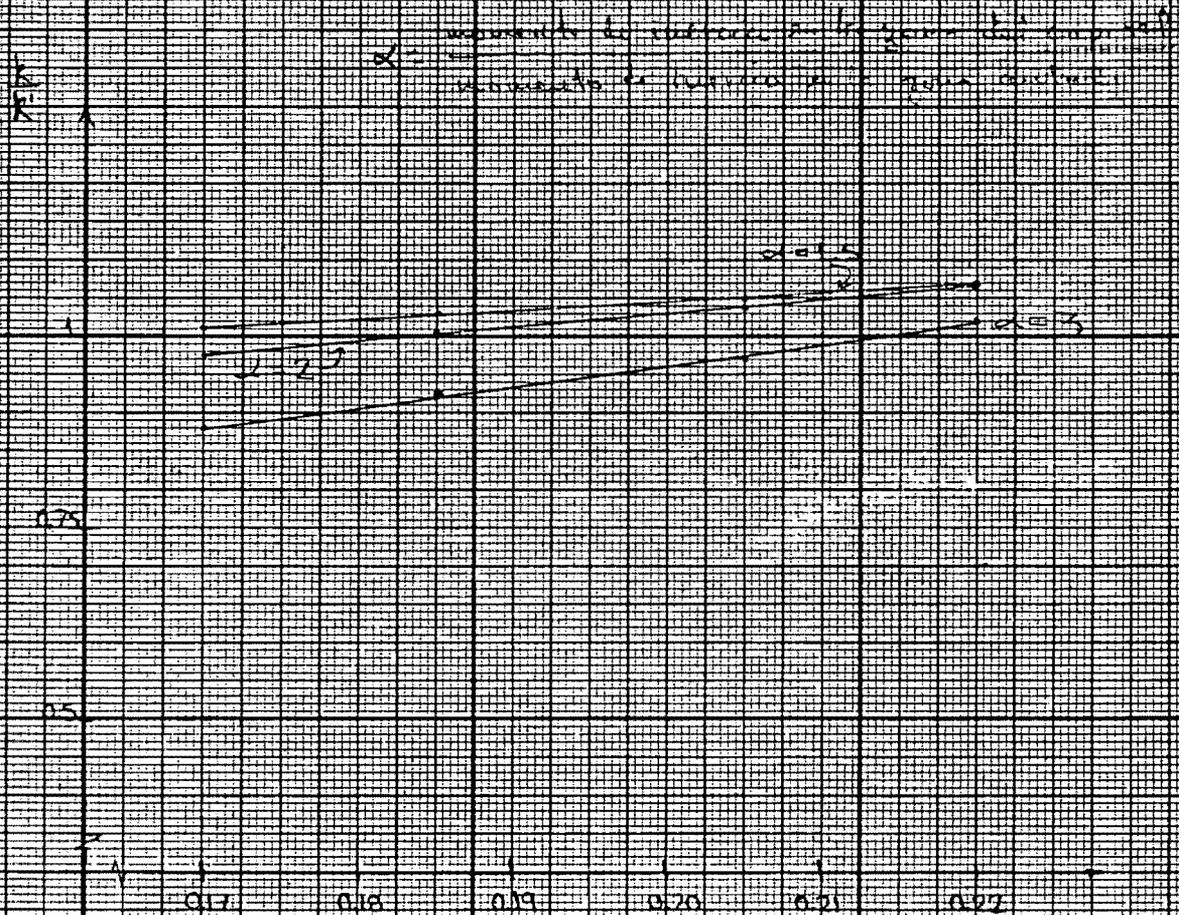


Fig. 44. Relación entre la rapidez promedio y la rapidez variable en las secciones de las fibras.

para las del eje principal