

TEMA DE TESIS SIN CREDITOS
PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA

"EFECTOS DE CAMBIOS
VOLUMETRICOS EN ESTRUCTURAS
CONTINUAS DE CONCRETO PRESFORZADO"

José Luis Camba C.
México, D.F. Agosto 1982



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



INSTITUTO DE INGENIERIA
CIUDAD UNIVERSITARIA
MEXICO, D. F.

Julio 26, 1982

Dr. Gonzálo Alduncin
DEPFI-UNAM
P r e s e n t e

Propongo el siguiente tema para ser desarrollado por el Ing. JL Camba como requisito para optar por el grado de Maestro en Ingeniería (Estructuras). "Efectos de cambios volumétricos en estructuras continuas de concreto presforzado".

En la primera parte presentará un tratamiento general sobre los efectos de temperatura y contracción por fraguado en estructuras presforzadas, incluyendo la influencia del proceso constructivo, así como sobre los métodos de análisis disponibles para evaluar dicho efecto.

En la segunda parte deberá determinar la magnitud de dichos efectos en una estructura de tres niveles para estacionamiento en el Distrito Federal, marcos de nueve crujiás de 12 m en una dirección y cinco crujiás de 9 m en la otra. Los marcos son a base de elementos prefabricados que se ligan en obra para formar una estructura continua. Obtendrá conclusiones sobre la importancia de estos efectos y dará recomendaciones sobre la forma de minimizarlos.

Atentamente

Roberto Neli

I N D I C E

	Página
1. INTRODUCCION	1
2. EFECTOS DE TEMPERATURA	
2.1 Teoría elástica	6
2.11 Teoría lineal en trabes	12
3. SECCIONES COMPUESTAS A BASE DE TRABES PRESFORZADAS	
3.1 Concepto introductorio	14
3.2 Efectos de temperatura	17
3.3 Contracción del concreto	32
3.4 Evaluación de los métodos de análisis	39
4. EJEMPLOS DE APLICACION	
4.1 Ejemplo No. 1	43
4.2 Ejemplo No. 2	55
4.3 Conclusiones y recomendaciones	78
5. REFERENCIAS	81
APENDICE A	
Microclima de la ciudad de México	A-1
APENDICE B	
Cambios volumétricos de estructuras de concreto presforzadas y prefabricadas (PCI)	B-1



DEPA

T. UNAM
1982
CAM

EFFECTOS DE CAMBIOS VOLUMETRICOS EN
ESTRUCTURAS CONTINUAS DE CONCRETO
PRESFORZADO

José Luis Camba C.

1. INTRODUCCION

Una estructura no es pasiva como un objeto inerte, ya que además de las deformaciones debidas a cargas gravitacionales y accidentales, puede por ejemplo, deformarse por efectos de temperatura y contracción del concreto, causando alargamientos en los miembros de una estructura, los cuales pueden tener efectos significativos que se manifiestan en agrietamientos en el caso de trabes presforzadas, así como ciertas deformaciones.

1.1 Temperatura

En general, los efectos debidos a cambios de temperatura no se consideran en el diseño de estructuras de edificios, ya que en forma indirecta, los reglamentos de construcción especifican ciertas longitudes máximas en las construcciones para minimizar dichos efectos.

Los efectos de curvaturas debidos a temperaturas diferenciales tienen prácticamente poco significado en edificios, ya que de presentarse esas diferencias entre el exterior e interior de una estructura, son pequeños y solamente llegan a tener cierta importancia en el caso de estructuras destinadas a puentes sometidas a fuertes exposiciones solares o en el caso de nevadas.

La figura 1, indica los efectos que tendría en el agrietamiento una trabe postensada bajo una temperatura diferencial, siendo el caso semejante en una estructura pretensada (figura 2).

Los efectos dependientes del tiempo como son el flujo plástico, la contracción del concreto, variación en su módulo de elasticidad con respecto a la edad del mismo, sugiere que aún en el caso del estado permanente térmico, los esfuerzos varían con el tiempo¹.

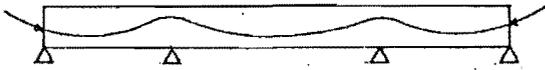
La temperatura efectiva de una construcción no es igual a la temperatura exterior debido a la energía calorífica. La variación máxima anual de la temperatura efectiva en una construcción no es igual a la máxima mencionada, ya que estas últimas solo se alcanzan en periodos de tiempo muy cortos y el concreto tiene una conductibilidad mediocre, por lo que no se pone inmediatamente en equilibrio con la temperatura ambiente, presentándose el caso de que si la velocidad de variación de la temperatura es lenta, las variaciones de esfuerzos son sensiblemente mas lentos que éstas².

De los efectos mencionados, así como la no homogeneidad del concreto, puede haber discrepancias importantes del orden del 50 % o mas al comparar la teoría elástica con los esfuerzos reales en una estructura.

En el presente trabajo se hace una introducción de la teoría elástica debida a esfuerzos de origen térmico así como los métodos de análisis derivados básicamente de esta teoría y sus

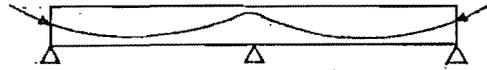
AGRIETAMIENTO POR TEMPERATURA EN TRABES PRESFORZADAS

a) CLARO CENTRAL
(balanceando peso propio)

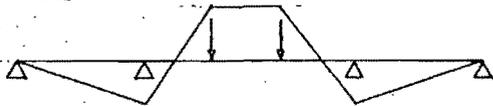


Trazo de cables

b) APOYO CENTRAL
(balanceando peso propio + carga viva)



Trazo de cables



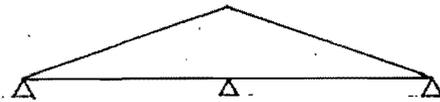
Momentos debidos a cargas vivas



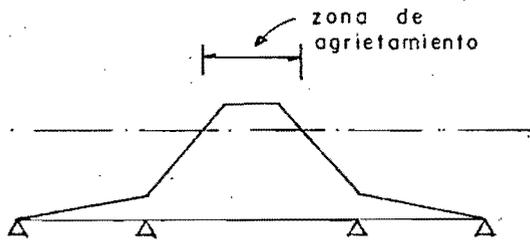
Carga muerta



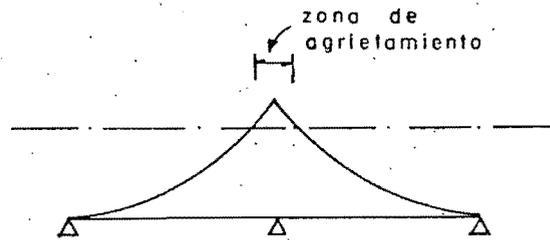
Momentos debidos a temperatura



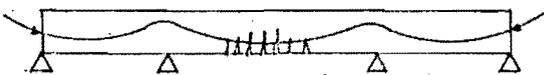
Momentos debidos a temperatura



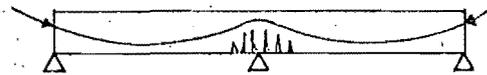
Momentos debidos a carga viva + temperatura



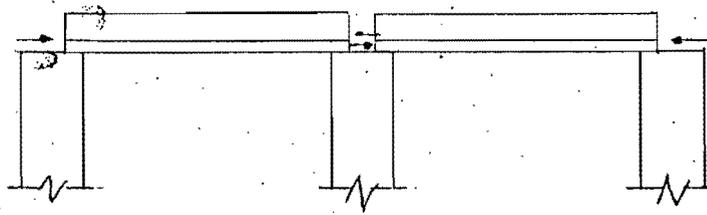
Momentos debidos a carga viva + temperatura



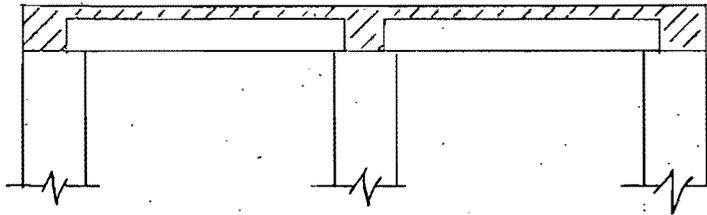
Agrietamiento debido a temperatura



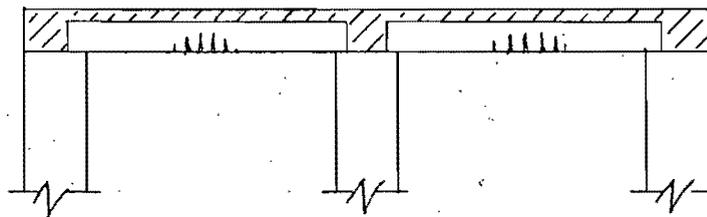
Agrietamiento debido a temperatura



a) Trazo del presfuerzo.



b) Sección compuesta.



c) Agrietamiento debido a temperatura
diferencial.

FIG. 2

aplicaciones numéricas a un marco simple y posteriormente a una estructura mas compleja.

1.2 Contracción del concreto

Las deformaciones por contracción se deben principalmente a cambios en el contenido de agua en el concreto y que varía a lo largo del tiempo hasta estabilizarse. Estas deformaciones son independientes del estado de esfuerzos. Las principales variables que afectan la contracción del concreto son: la cantidad original del agua de la mezcla, la humedad del medio ambiente, las dimensiones de los elementos, entre otras.

Las varillas restringen la contracción del concreto y desarrollan esfuerzos en el mismo, si no se deforma libremente. Cuando el refuerzo es simétrico en una sección, solo ocurre deformación longitudinal y cuando no lo es, hay una deformación por curvatura.

En el presente trabajo se analiza mas detalladamente el efecto de la contracción del concreto en secciones compuestas formadas por trabes pretensadas prefabricadas sobre las cuales se cuela una losa de concreto. Se considera que las deformaciones debidas a contracción por diferencia de simetrías en el acero de refuerzo no presentan efectos de importancia comparadas con la contracción diferencial que ocurre en las secciones compuestas.

Se exponen algunos métodos para analizar los efectos de contracción diferencial y como en el caso de temperatura, se resuelven dos estructuras para cuantificar dichos efectos.

2. EFECTOS DE TEMPERATURA

2.1 Teoría Elástica

2.11 Esfuerzos y deformaciones de origen térmico

Si una barra se puede deformar libremente, teniendo una longitud inicial L_0 a la temperatura T_0 , si la temperatura se eleva uniformemente a T grados, la barra sufrirá una deformación unitaria:

$$\epsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L} = \alpha (T - T_0) \dots \dots \dots (1)$$

siendo α el coeficiente de dilatación térmica lineal, no provocándose ningún esfuerzo.

Si por el contrario, se impide a los dos extremos de la barra a permanecer con la longitud inicial L_0 , la elevación de la temperatura $T - T_0$, provocará un esfuerzo normal uniforme de compresión, aplicando la Ley de Hooke:

$$\sigma = E \epsilon = \alpha (T - T_0) E \dots \dots \dots (2)$$

siendo E el módulo de elasticidad del material.

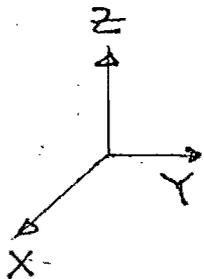
La temperatura puede por lo tanto provocar deformaciones y/o esfuerzos.

La ley experimental de dilatación térmica de los sólidos, respecto a la ley de Hooke-Duhamel que relaciona esfuerzos y

deformaciones teniendo en cuenta la temperatura, dice que:

"un sólido elástico, homogéneo e isótropo y con posibilidad de deformarse libremente, sufre un cambio $\epsilon = \alpha(T - T_0)$, cuando la temperatura uniforme varía de T_0 a T ."

Las relaciones esfuerzo-deformación para problemas tri-dimensionales, considerando las deformaciones térmicas y tomando en cuenta que las deformaciones son pequeñas, se pueden sumar y serían⁴:



$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z) + \alpha \Delta T \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} (-\nu \sigma_x + \sigma_y - \nu \sigma_z) + \alpha \Delta T \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} (-\nu \sigma_x - \nu \sigma_y + \sigma_z) + \alpha \Delta T \end{aligned}$$

..... (3)

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} ; \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} ; \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

..... (4)

Para materiales isótropos, un cambio de temperatura no causa deformaciones por cortante, por lo tanto:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$$

en las expresiones anteriores:

ν = coeficiente de Poisson

ΔT = cambio de temperatura

G = módulo de elasticidad por cortante.

Sumando las ecuaciones y haciendo:

$$\begin{aligned}\Theta &= \nabla_x + \nabla_y + \nabla_z \\ \rho &= \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z\end{aligned}\dots\dots\dots(5)$$

se tendría:

$$\rho = \frac{1}{E}(1-2\nu)\Theta + 3\alpha\Delta T,\dots\dots\dots(6)$$

que es la expansión del volumen . ;

substituyendo este valor en las ecuaciones (3)

$$\begin{aligned}\nabla_x &= \lambda\rho + 2G\epsilon_x - \frac{2E\Delta T}{1-2\nu} \\ \nabla_y &= \lambda\rho + 2G\epsilon_y - \frac{2E\Delta T}{1-2\nu} \\ \nabla_z &= \lambda\rho + 2G\epsilon_z - \frac{2E\Delta T}{1-2\nu}\end{aligned}\dots\dots\dots(7)$$

en las cuales :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} ; G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

sustituyendo (7) y (4) en las ecuaciones (8) :

$$\begin{aligned} (\lambda + G) \frac{de}{dx} + G \nabla^2 u_x - \frac{2E}{1-2\nu} \frac{dT}{dx} &= 0 \\ (\lambda + G) \frac{de}{dy} + G \nabla^2 u_y - \frac{2E}{1-2\nu} \frac{dT}{dy} &= 0 \\ (\lambda + G) \frac{de}{dz} + G \nabla^2 u_z - \frac{2E}{1-2\nu} \frac{dT}{dz} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

en las expresiones anteriores:

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$$

Con las ecuaciones (9) se calculan los esfuerzos debidos a cambios de temperatura.

Si llamamos \bar{X} , \bar{Y} y \bar{Z} las componentes de las fuerzas de superficie por unidad de area, tendremos:

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \sigma_{xx} l + \sigma_{xy} m + \sigma_{xz} n \\ \bar{Y} &= \sigma_{xy} l + \sigma_{yy} m + \sigma_{yz} n \\ \bar{Z} &= \sigma_{xz} l + \sigma_{yz} m + \sigma_{zz} n\end{aligned}\quad (10)$$

en las cuales l , m y n son los cosenos directores; si sustituimos ahora las ecuaciones de frontera en (7) y (4) y suponiendo que no hay fuerzas de superficie:

$$\begin{aligned}2e l + G \left(\frac{\partial v}{\partial x} l + \frac{\partial v}{\partial y} m + \frac{\partial v}{\partial z} n \right) + G \left(\frac{\partial v}{\partial x} l + \frac{\partial v}{\partial y} m + \frac{\partial w}{\partial x} n \right) = \frac{2E\Delta T}{1-2\nu} l\end{aligned}\quad (11)$$

comparando las ecuaciones (10) y (11), los términos:

$$-\frac{2E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad -\frac{2E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad -\frac{2E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial z}$$

reemplazan los componentes X , Y y Z de las fuerzas de cuerpo y entonces los desplazamientos u , v y w debidos a un cambio de temperatura ΔT , son los mismos que los desplazamientos producidos por las fuerzas de cuerpo:

$$X = -\frac{2E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad Y = -\frac{2E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad Z = -\frac{2E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial z}$$

y las tensiones normales

$$\frac{2 E \Delta T}{1 - 2\nu} \quad (13)$$

distribuidas en la superficie.

Si la solución de las ecuaciones (9) satisfacen las condiciones de frontera (11), conocidos los desplazamientos u , v , y w , los esfuerzos normales y cortantes se calculan en las ecuaciones (7) y (4). De estas últimas ecuaciones vemos que el esfuerzo normal se compone de dos partes:

1) de los componentes de deformación uniforme

2) una presión semejante a la hidrostática cuyo valor es $\frac{2 E \Delta T (1 + \nu)}{1 - 2\nu}$, proporcional en cada punto al cambio de temperatura en ese punto. Entonces el total del esfuerzo producido por un cambio de temperatura no uniforme será la superposición de (14) con las fuerzas de cuerpo y de superficies (12) y (13).

En el caso de deformaciones planas las matrices de esfuerzos y deformaciones serán:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad [E] = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \gamma_{xy} & 0 \\ \gamma_{yx} & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix}$$

y las relaciones esfuerzos-deformaciones dados por la ley de Hooke-Duhamel:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) + \alpha \Delta T \quad (15)$$

2.12 Teoría lineal en trabes

Aplicando los efectos de temperatura al caso de trabes, las sollicitaciones por separado de esfuerzo normal y de flexión, se tendrá:

2.12 1) Esfuerzo normal

Si la temperatura es uniforme, las matrices de esfuerzo y deformaciones serán:

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ \tau \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ;$$
$$\begin{bmatrix} \epsilon \\ \gamma \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix}$$

(16)

como $\sigma_x = \frac{F}{A}$ según la ley de Hooke-Duhamel:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} + \alpha \Delta T = \frac{F}{AE} + \alpha \Delta T$$

$$\epsilon_y = \epsilon_z = -\frac{\nu \sigma_x}{E} + \alpha \Delta T = -\frac{\nu F}{AE} + \alpha \Delta T \quad (17)$$

y el desplazamiento de secciones distantes entre sí de ds será una translación:

$$\Delta l = \epsilon_x ds = \left[\frac{F}{AE} + \alpha \Delta T \right] ds \quad (18)$$

2.12 2) Momento flexionante

Suponiendo un efecto de temperatura: $T = T_0 + M_y$

Las matrices de esfuerzos y deformaciones tiene la misma forma que las mencionadas en el esfuerzo normal, pero ahora los valores serán:

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I}$$

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} + \alpha \Delta T = \frac{M_y}{EI} + \alpha \Delta T \quad (19)$$

La deformación entre las secciones A y A' distantes de un diferencial ds será una rotación de A con respecto a A':

$$dw = \left(\frac{M}{EI} + \alpha \Delta T \right) ds \quad (20)$$

3. SECCIONES COMPUESTAS A BASE DE TRABES PRESFORZADAS

3.1 Concepto introductorio

Una viga compuesta está formada por dos secciones, generalmente es una trabe prefabricada presforzada y una losa colada en el lugar y sin presforzar. Cuando el concreto colado en el lugar ha endurecido, parte de la losa interviene para formar una sección compuesta.

Entre las ventajas principales que tienen las secciones compuestas son: economía de la cimbra, el ahorro de cantidades de concreto, control de calidad, optimización de secciones y estandarización.

Es muy importante garantizar el trabajo de conjunto trabe y losa para formar la sección compuesta a base de conectores de cortante que garanticen el no deslizamiento de una sección con respecto a otra. En general a base de superficies rugosas y/o estribos se logra la adherencia necesaria para garantizar la sección compuesta.

Las etapas de carga a las que están sujetas las secciones compuestas son las siguientes:

- 1) presfuerzo y peso propio de la trabe, en sección simple
- 2) presfuerzo, peso propio y peso de la losa en sección simple
- 3) restante de cargas permanentes y cargas vivas en sección compuesta

La sección efectiva de la losa (figura 3) que participa con la trabe para formar la sección compuesta, depende de los valores especificados por los reglamentos de construcción:

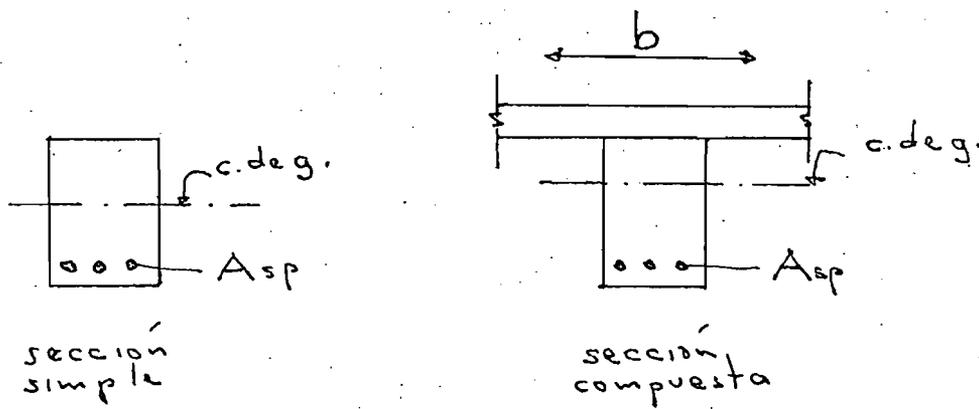
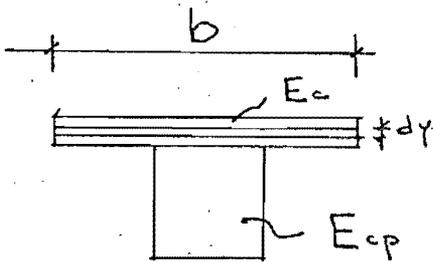


FIGURA 3

Como en general, el concreto de la losa colada en el lugar es de calidad inferior al de la trabe prefabricada, además del ancho máximo de losa que forma la sección compuesta, hay una disminución de este valor para obtener una sección homogenizada de concreto, de tal forma que el ancho inicial especificado por reglamento, se verá disminuido en una proporción:

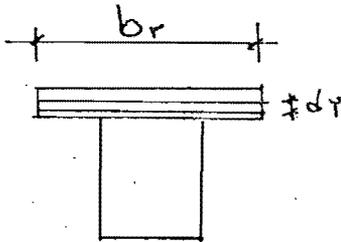
$$b_r = mb, \text{ siendo } m \leq 1.0$$

La forma usual para obtener la modificación del ancho es con base en las deformaciones unitarias al mismo nivel que son iguales, por lo tanto:



$$\epsilon_c = \epsilon_s = \frac{f_c}{E_c} = \frac{f_s}{E_s}$$

f_c valdrá:



$$f_c = \frac{E_c}{E_{cp}} f_{cp} = n f_{cp}$$

(21)

FIG. 4

Como la resistencia de ambas secciones debe ser la misma, la fuerza de compresión será:

$$dC = (f_c b d y) = (f_{cp} b_r d y) \quad (22)$$

y substituyendo (21) en (22):

$$b_r = n b$$

Todas las consideraciones anteriores se tomarán en cuenta al aplicarse los efectos de temperatura y contracción del concreto en las secciones compuestas.

3.2 Efectos de temperatura

3.21 Deformaciones uniformes

En este caso se supone que las deformaciones debidas a una variación de la temperatura, los ejes de los diferentes elementos, se verán sujetos a una deformación unitaria uniforme, cuyo valor sería:

$$\epsilon_T = \alpha \Delta T, \text{ en la cual}$$

α es el coeficiente de dilatación lineal, que se tomará en este trabajo como un valor constante e igual a:

$$10 \times 10^{-6} \text{ cm/cm } / ^\circ\text{C}$$

El modelo matemático que se analizará para tomar en cuenta el alargamiento o acortamiento de los miembros, según se trate de ascenso o descenso de la temperatura respectivamente (figura 5), será una estructura a la que aplicamos fuerzas cuyo valor será:

$$F = \alpha \Delta T E A, \text{ impidiendo que}$$

se desplace el miembro libremente y que se llamará estado "1" y otro con la aplicación de esas mismas fuerzas en la estructura que provocarán desplazamientos no nulos, que son los causantes de los elementos mecánicos en las mismas, que será el estado "2".

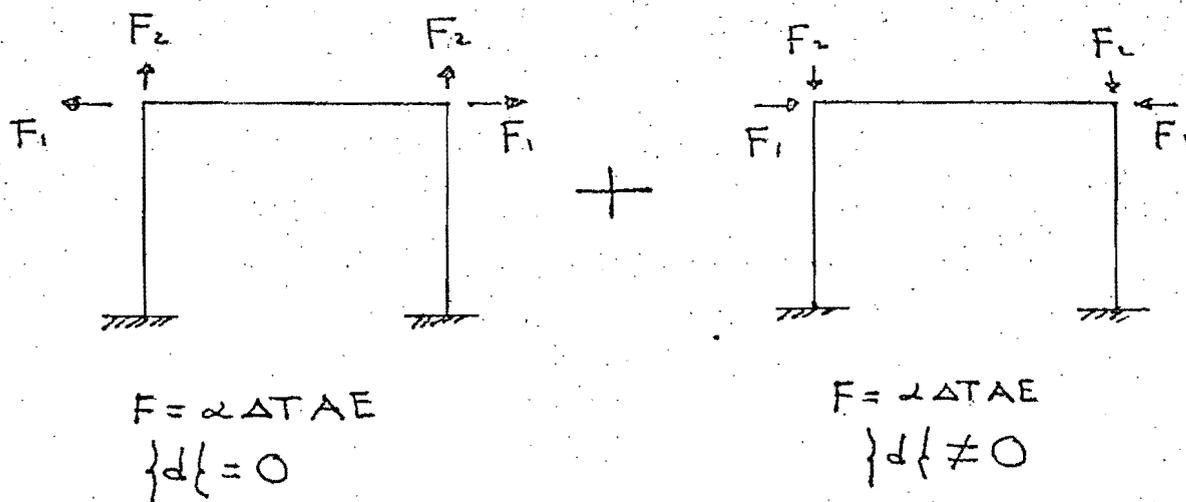


FIG. 5

3.22 Deformaciones no uniformes

Los métodos de análisis se refieren al caso de temperaturas diferenciales entre la losa y la trabe.

El análisis por temperatura diferencial tiene en la práctica cierta importancia principalmente en el caso de puentes. En este trabajo se analizan diversos métodos de análisis y que son semejantes a los que se estudiarán mas adelante en el caso de la contracción diferencial de secciones compuestas.

El método desarrollado por Zuk⁵, supone que la temperatura es constante transversal y longitudinalmente a lo largo de la trabe, pero variable según el peralte, habiendo analizado cuatro casos de distribución de temperatura (figura 7), los cuales fueron:

Caso A.- La losa tiene temperatura uniforme menor que la de la trabe. Esta condición ocurre cuando la temperatura del aire se incrementa repentinamente.

Caso B.- Cuando la losa tiene una temperatura más alta que la trabe. Ocurrirá cuando la temperatura del aire disminuye.

Caso C.- Cuando hay una distribución lineal de la temperatura en el peralte de la losa, estando el lecho superior de la losa más frío que el inferior. Caso de nieve ó lluvia fría.

Caso D.- Caso contrario al caso C. Ocorre cuando la losa está expuesta a la radiación solar.

El método de análisis propuesto es válido para distribuciones de temperatura no lineales, pero se seleccionaron los casos anteriores para simplificar el proceso operativo.

Zuk supone la losa separada de la trabe y permite que cada una de ellas se deforme por separado y analizando los esfuerzos normales y cortantes en la superficie de contacto las une en tal forma que haya compatibilidad entre deformaciones longitudinales y curvaturas idénticas en la mencionada superficie.

Para los casos A y B, el procedimiento de análisis viene a continuación.

Del sistema de ecuaciones (3), si la losa está restringida en la dirección Z, por las trabes adyacentes y libre en la dirección Y (fig. 6), tenemos:

$$\begin{aligned} f_z &= \nu f_x - E \alpha \Delta T \\ f_y &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

Si se supone la losa separada de la trabe, pero sujeta a una distribución de temperatura, el esfuerzo en la losa será:

$$f_{lx} = -\frac{\alpha E \Delta T}{1-\nu} + \frac{1}{h(1-\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} \alpha E \Delta T dy - \frac{3y}{2(1-\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} \alpha E \Delta T_y dy \cdot \frac{1}{(h/2)^2} \quad (24)$$

siendo h =peralte de la losa

El primer término de (24) representa el esfuerzo uniforme dado por la ecuación (2) y los dos últimos términos representan la resultante de fuerzas y de momentos térmicos debidos a la no simetría de la temperatura; con respecto al eje Z .

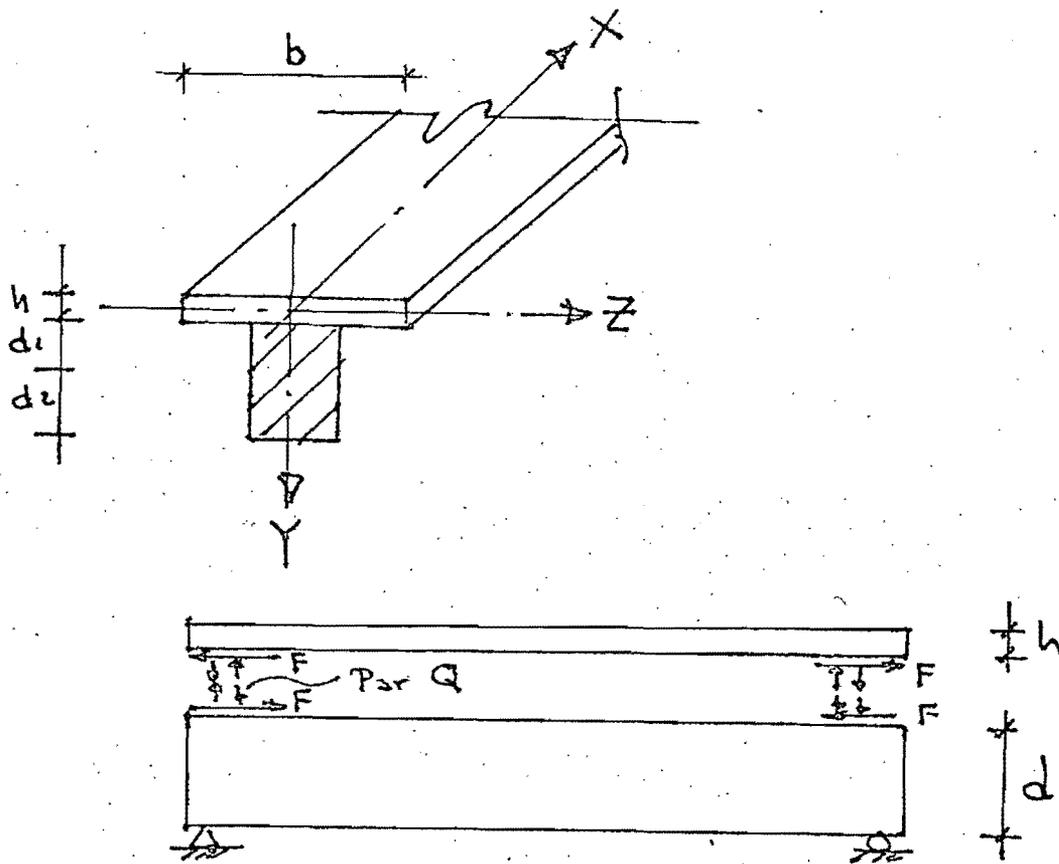


FIG. 6

De las ecuaciones (3), la deformación unitaria abajo de la losa

$$\text{es: } \epsilon_{xl} = \alpha (1 + \nu) \Delta T \quad (25)$$

$\Delta T = T_1 - T_0$, siendo T_0 la temperatura inicial de construcción y T_1 la temperatura de la losa.

En la misma forma, la deformación unitaria en el lecho alto de la viga será:

$$\epsilon_{xt} = \alpha (T_2 - T_0) \quad (26)$$

siendo T_2 = temperatura de la trabe

Entre las dos superficies en contacto se requiere una fuerza horizontal por compatibilidad en los extremos en contacto de la losa y la trabe.

De la teoría de flexión:

$$f_{xl} = \frac{F}{bh} + \frac{3(F \frac{h}{2} - Q)}{2(\frac{h}{2})^2 b} = \frac{4F}{bh} - \frac{3}{2} \frac{Q}{(\frac{h}{2})^2 b} \quad (27)$$

en la cual F es la fuerza cortante entre las dos caras y Q es el momento entre esas dos caras (figura 6)

De la ecuación (23) no considerando el término ΔT :

$$f_{xl} = \frac{4\nu F}{bh} - \frac{3\nu Q}{2(\frac{h}{2})^2 b} \quad (28)$$

De la ecuación (3) y de (27) y (28), la deformación en la parte inferior de la losa debida a cortantes y momentos será:

$$\varepsilon''_{xl} = \frac{(1-\nu^2)}{bh/2 E_{losa}} \left(2F - \frac{3Q}{h} \right) \quad (29)$$

Superponiendo la deformación libre (ecuación 25) y la deformación obligada de la losa:

$$\varepsilon_{xl} = \alpha(1+\nu)(T_1 - T_0) + \frac{2(1-\nu^2)}{hb E_{losa}} \left(2F - \frac{3Q}{h} \right) \quad (30)$$

Similarmente para la trabe, el esfuerzo en la dirección X en la superficie de contacto es:

$$f_{xt} = -\frac{F}{A_t} + \frac{d_1}{I} (-F d_1 - Q) = -\frac{Q d_1}{I} - F \left(\frac{d_1^2}{I} + \frac{1}{A_t} \right) \quad (31)$$

en la cual: A_t = area trabe, I = momento centroidal de la trabe

• la deformación forzada en el lecho superior de la trabe será:

$$\varepsilon''_{xt} = \frac{f_{xt}}{E_t} = -\frac{Q d_1}{E_t I} - \frac{F}{E_t} \left(\frac{d_1^2}{I} + \frac{1}{A_t} \right) \quad (32)$$

siendo E_t = módulo de elasticidad de la trabe

y superponiendo las deformaciones libres (26) y forzadas (32)

$$\epsilon_{xt} = \alpha(T_2 - T_0) - \frac{Qd_1}{E_t I} - \frac{F}{E_t} \left(\frac{d_1^2}{I} + \frac{1}{A_t} \right) \quad (33)$$

por compatibilidad de deformaciones: $\epsilon_{xl} = \epsilon_{xt}$

$$\alpha(1+\nu)(T_1 - T_0) + \frac{2(1-\nu^2)}{hbE_l} \left(2F - \frac{3Q}{h} \right) =$$

$$\alpha(T_2 - T_0) - \frac{Qd_1}{E_t I} - \frac{F}{E_t} \left(\frac{d_1^2}{I} + \frac{1}{A_t} \right) \quad (34)$$

el radio de curvatura de la losa y la trabe será:

$$R_l = \frac{2E_l \left(\frac{h}{2}\right)^3 b}{3(1-\nu^2)(F\frac{h}{2} - Q)} + \frac{h}{2} \quad (35)$$

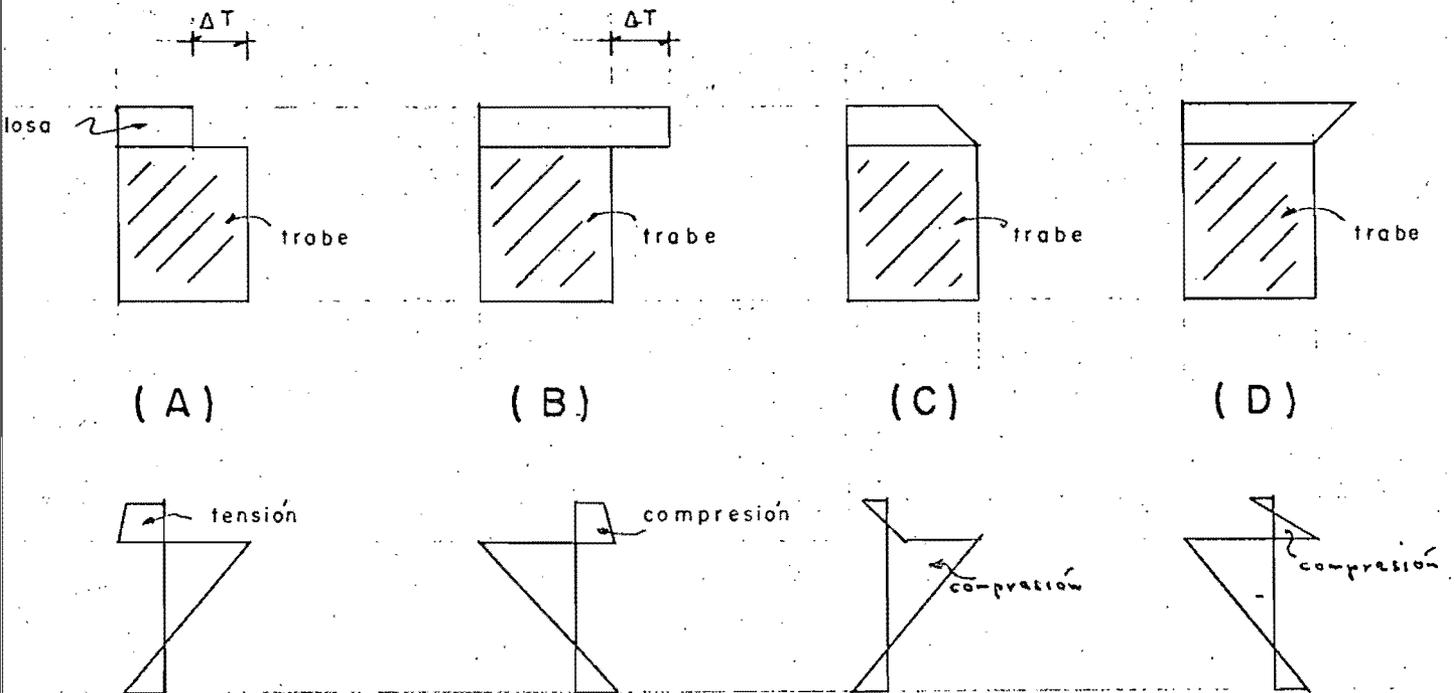
(se debe a la restricción lateral de la losa)

$$R_t = \frac{E_t I_t}{F d_1 + Q} - d_1 \quad (36)$$

Como el segundo término de (35) y (36) es pequeño en comparación del primero, el radio de curvatura de la superficie común

será:

$$\frac{2E_l \left(\frac{h}{2}\right)^3 b}{3(1-\nu^2)(F\frac{h}{2} - Q)} = \frac{E_t I_t}{F d_1 + Q} \quad (37)$$



CASOS DE TEMPERATURA DIFERENCIAL ANALIZADOS

FIG. 7

Las ecuaciones (34) y (37) pueden resolverse simultáneamente para obtener F y Q .

Suponiendo comportamiento elástico y homogéneo, los esfuerzos en la losa pueden ser calculados superponiendo todos los esfuerzos debidos a la losa aislada como sigue:

Losa:

$$f_{xl} = \frac{F}{bh} + \frac{3 Y_l}{2(h/2)^2 b} (F \frac{h}{2} - Q)$$

$$f_{xl} = D f_{xl} - \alpha E_l \Delta T \quad (38)$$

en las cuales Y_l es medida de la mitad del peralte de la losa

Trabe:

$$f_{xt(r)} = -\frac{F}{A} + \frac{Y_t}{I} (-F d_1 - Q) \quad (39)$$

siendo y_t medida a partir del eje centroidal de la trabe.

El procedimiento anterior fué para los casos A y B; para los C y D es semejante, salvo el caso de que las curvaturas difieren debido a la variación de temperatura dentro del peralte de la losa.

Es evidente que el desplazamiento de las secciones en el caso de temperatura no uniforme depende de la diferencia entre las dos superficies, siendo el mismo si la temperatura aumenta de 10° a 20°C que de 45 a 55°C .

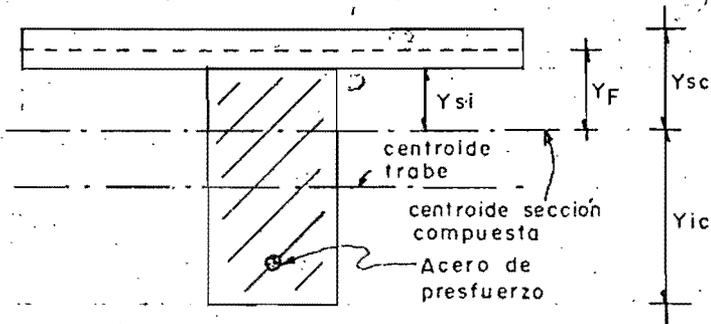
NOTA.- El método de Zuk para analizar el efecto de contracción del concreto, solo substituye el valor del coeficiente de contracción ϵ_{sh} por el de α , en la ecuación (34) quedando sin variación la ecuación (37), calculando F y Q a partir de (34) modificada y la (37).

Los esfuerzos en la losa debido a la contracción serán (ec. 38)

$$f_{x,l} = \frac{F}{bh} + \frac{3 Y_0}{2(\frac{h}{2})^3 b} (F \frac{h}{2} - Q)$$

$$f_{z,l} = \nu f_{x,l} - \epsilon_{sh} E_c \quad (38A)$$

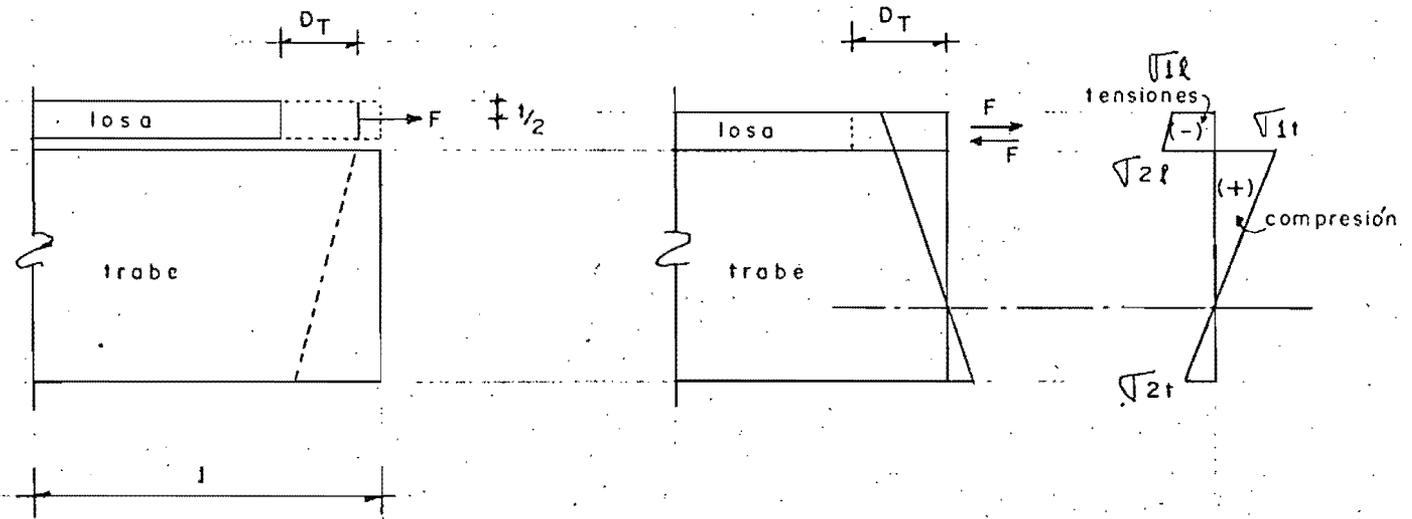
Para calcular los esfuerzos en la trabe, no hay cambios.



$$A_c = A_{\text{trabe}} + A_{\text{losa}} \frac{E_{\text{losa}}}{E_{\text{trabe}}}$$

I_{sc} = momento de inercia de la sección compuesta

1) Características de las secciones



2) Efectos de temperatura antes de la adherencia

3) Se autocancela F con una fuerza aplicada excéntrica a la sección compuesta provocándose deformaciones unitarias.

4) Esfuerzos correspondientes

METODO DE LA SECCION COMPUESTA

(utilizado por Branson ⁶)

FIG. 8

La máxima deflexión vertical de una trabe de sección compuesta, libremente apoyada se obtiene por cualquier método de Mecánica de Materiales. En el caso de flexión de una trabe sujeta a momentos en los extremos, su valor es:

$$\Delta = \frac{ML^2}{8EI} = \frac{(F_d + Q)L^2}{8EI} \quad (40)$$

3.23 Método de Branson

El método utilizado por Branson⁶ para calcular los efectos de temperatura diferencial entre la losa y la trabe en secciones compuestas, supone una fuerza horizontal a lo largo de la trabe y con punto de aplicación en el centroide de la losa, produciéndose deflexiones y momentos en la sección compuesta.

El llamado método de la sección compuesta, está basado en la teoría elástica, y consiste básicamente en suponer que la temperatura diferencial se aplica como el equivalente a una fuerza de tensión (en caso de descenso de temperatura) en el centro de gravedad de la losa (figura 8) y posteriormente como una fuerza excéntrica de compresión en el mismo punto, pero ahora actuando sobre la sección compuesta.

De acuerdo con la figura:

$$F = D_T A_{\text{losa}} E_{\text{losa}} \quad (41)$$

en la cual

$$D_T = \alpha \Delta T \quad (42)$$

En esta simplificación del problema se supone que la losa tiene una temperatura diferente de la trabe y que ésta es uniforme en el espesor de la losa. Para temperaturas no uniformes se requerirán algunos refinamientos adicionales.

Aplicando esta fuerza primeramente a la losa y posteriormente a la sección compuesta, el cálculo de los esfuerzos correspondientes será:

$$f_{1l} = -\frac{F}{A_{losa}} + \left(\frac{F}{A_c} + \frac{F Y_F Y_{sc}}{I_c} \right) \frac{E_1}{E_c}$$

$$f_{2l} = -\frac{F}{A_{losa}} + \left(\frac{F}{A_c} + \frac{F Y_F Y_{si}}{I_c} \right) \frac{E_1}{E_c}$$

$$f_{1t} = \frac{F}{A_c} + \frac{F Y_F Y_{si}}{I_c}$$

$$f_{2t} = \frac{F}{A_c} - \frac{F Y_F Y_{sc}}{I_c}$$

(43)

Cuando el centroide de la sección compuesta quede dentro de la losa, el signo empleado será positivo.

Las ecuaciones anteriores se obtuvieron aplicando las fórmulas de la teoría elástica, debidas a una fuerza F aplicada excéntricamente, provocando un momento $M = F \times Y_F$

Si la trabe está libremente apoyada, el valor de la flecha al centro del claro valdrá:

$$\Delta = \frac{ML^2}{8EI} = \frac{F Y_F L^2}{8EI} \quad (44)$$

Los valores del coeficiente D_T así como los módulos de elasticidad, se pueden calcular de acuerdo a las siguientes consideraciones:

$$E_{\text{trabe prefab.}} = \frac{(E_c)t}{1 + \frac{1}{2} C_t}$$
$$E_{\text{losa}} = \frac{(E_c)l}{1 + \frac{2}{3} C_t} \quad (45)$$

$$F_i = \gamma F$$

en las cuales:

$$C_t = \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} C_u \quad (46)$$

$$\gamma = \frac{2}{3} \quad (47)$$

c_t = coeficiente de flujo para concreto humedecido y cargado a los 7 días y para concreto curado a vapor 1 - 3 días

C_v = coeficiente último de flujo

t = tiempo

y tomando valores promedio:

$$E_{\text{losa}} = 0.5 (E_c) \text{ 28 días}$$

$$E_{\text{trabe}} = 0.55 (E_c) \text{ 28 días para traves con un mes de colado al colar las losas}$$
$$= 0.60 (E_c) \text{ 28 días } \geq 2 \text{ meses}$$

y en caso general para cualquier tiempo después de 28 días de colada la losa:¹⁶

$$E_{\text{losa}} = (E_c) \text{ 28 días}$$

$$E_{\text{trabe pref.}} = (E_c) \text{ 28 días}$$

$$F_1 = \gamma F ; \quad \gamma = \frac{1}{2} \quad (48)$$

$$\Delta = \frac{4}{3} \frac{F \gamma_F}{8 E I} \quad (49)$$

$$D_T = \alpha \Delta T = 0.00001 \times 20^{\circ}C = 200 \times 10^{-6} \quad (50)$$

valor promedio de T; sugerido normalmente por reglamentos.

En el caso de estructuras continuas, el efecto de continuidad se estudiará en detalle en el análisis de contracción del concreto considerando continuidad (pag. 39)

3.3 Contracción del concreto

3.31 Efectos generales

El concreto tiene pérdidas de volumen al realizarse las reacciones químicas en el proceso de fraguado, produciéndose una contracción del concreto al hidratarse el cemento. Este fenómeno de contracción es relativamente rápido al principio; se admite en general que para espesores comunes, la cuarta parte de la contracción se efectúa a los 7 días, la tercera parte a los 14, la mitad en un mes y las tres cuartas partes a los seis meses².

La magnitud de la deformación por contracción, como ya se comentó en la introducción depende de la composición del concreto y del medio ambiente. Varía con el contenido de humedad, es débil para porcentajes del 90 % y fuerte para climas secos. Aumenta con la relación agua-cemento.

La contracción aumenta con la temperatura, ya que arriba de 20°C, la contracción última aumentaría de 0.05×10^{-4} por grado centígrado⁷.

Así mismo la contracción del concreto tiene influencia sobre el tensado del acero de presfuerzo provocándole pérdidas a partir del momento de efectuar el tensado, siendo las pérdidas por contracción mas importantes en elementos pretensados que postensados.

Las varillas de refuerzo y los torones del pretensado restringen la contracción del concreto y desarrollan esfuerzos en el mismo. Cuando el refuerzo es simétrico en la sección se deforma por contracción linealmente sin curvatura; si por el contrario no hay simetría en el refuerzo, habrá deformaciones por curvatura.

Para humedades del 100 %. el factor correctivo para la contracción del concreto es cero.

Los valores de la contracción del concreto, se expresan como:

$$(\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{35+t} (\epsilon_{sh})_v \text{ para concreto humedecido después de 7 días}$$

(51)

$$(\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{55+t} (\epsilon_{sh})_v \text{ para concreto curado al vapor de 1 - 3 días}$$

$(\epsilon_{sh})_v$ = deformación por contracción última del concreto y varía entre 0.000415 y 0.00107, con valores promedio de 0.0008' para curado húmedo y 0.0007 para curado con vapor⁶.

Existen factores correctivos de la contracción del concreto para relaciones volumen-superficie de acuerdo con la siguiente tabla:

V/S cm.	F.C.	
3.8 -----	1.0	
5.1 -----	0.96	Estos valores permiten estimar
7.6 -----	0.87	el efecto del tamaño del ele-
10.2 -----	0.78	mento en la <u>con</u> tracción del
12.7 -----	0.69	concreto ¹⁶
15.2 -----	0.60	

En el presente trabajo se estudiará mas detalladamente el efecto de la contracción del concreto en secciones compuestas.

3.32 Contracción diferencial en secciones compuestas

En una trabe pretensada ya está en general realizado el curado de concreto y tiene una cierta edad al recibir la losa colada en el lugar, para formar posteriormente la sección compuesta, una vez que endureció el concreto de la losa. El problema consiste en determinar la deflexión y los esfuerzos debidos a contracción en la superficie común a ambas a todo lo largo de la trabe.

3.321 Método de H. W. Bikerland⁸

Un análisis riguroso que incluye el factor tiempo para tomar en cuenta, entre otros efectos, la variabilidad del módulo de sección de la losa, sería muy difícil y se necesitarían un número considerable de ensayos de laboratorio para determinar las magnitudes de tales efectos. En el método propuesto por Bikerland, la simplificación importante que hace, consiste en suponer constantes los módulos de elasticidad para cada uno de los concretos y un valor definido para la contracción del concreto.

Se tratará inicialmente una trabe presforzada libremente apoyada, con momento de Inercia constante y con la hipótesis de Navier de la conservación de las secciones planas.

Las simplificaciones mencionadas se muestran en las figuras 9 y 10, y son semejantes a las utilizadas por Branson⁶ en el efecto de temperatura diferencial.

La fuerza externa aplicada en el centroide de la losa para anular la contracción diferencial vale:

$$P = \epsilon A_{\text{llosa}} E_{\text{llosa}} \quad (52)$$

en la cual ϵ es la contracción diferencial

Esta fuerza es también la fuerza de compresión externa aplicada a la sección compuesta en el mismo punto, que anula la fuerza de tensión previamente aplicada.

Si la fuerza de compresión se traslada al centroide de la sección compuesta, es acompañada de un momento:

$$M_c = P \times e$$

Los esfuerzos serán, aplicando la teoría de la flexión compuesta:

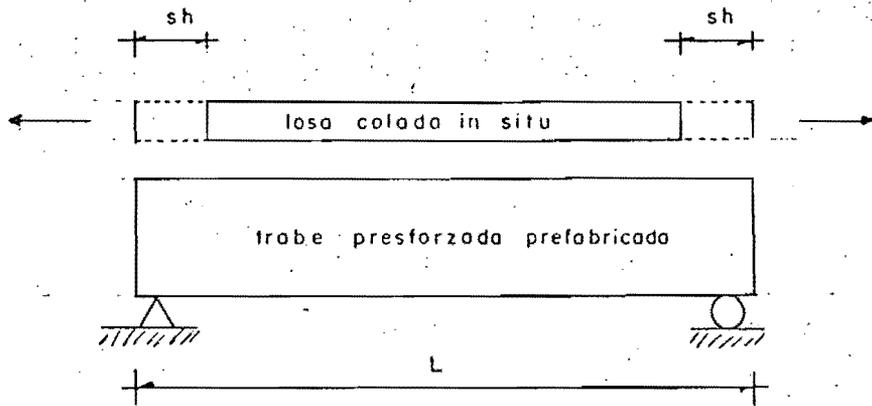
$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{MY}{I} \quad \begin{array}{l} (-) \text{ tensión} \\ (+) \text{ compresión} \end{array}$$

Los esfuerzos de la losa serán:

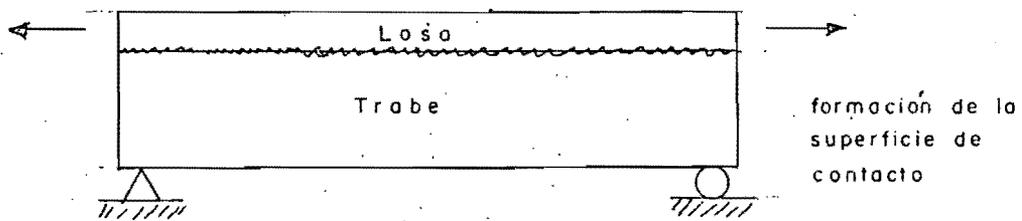
$$\begin{aligned} f_{1l} &= -\frac{P}{A_{\text{llosa}}} + \frac{P}{A_{\text{s.c.}}} + \frac{Pe \gamma_{1sc}}{I_{\text{s.c.}}} \\ f_{2l} &= -\frac{P}{A_{\text{llosa}}} + \frac{P}{A_{\text{s.c.}}} + \frac{Pe \gamma_{2c}}{I_{\text{s.c.}}} \end{aligned} \quad (53)$$

Los esfuerzos de la trabe serán:

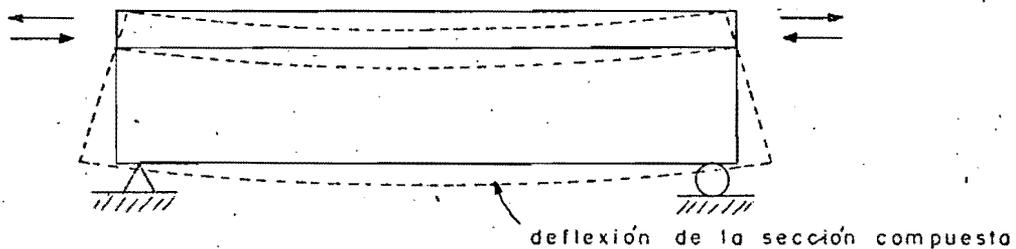
$$\begin{aligned} f_{1t} &= \frac{P}{A_{\text{s.c.}}} + \frac{Pe \gamma_{1c}}{I_{\text{s.c.}}} \\ f_{2t} &= \frac{P}{A_{\text{s.c.}}} - \frac{Pe \gamma_{2sc}}{I_{\text{s.c.}}} \end{aligned} \quad (54)$$



a) Fuerzas de tensión aplicadas a la losa para anular la contracción.

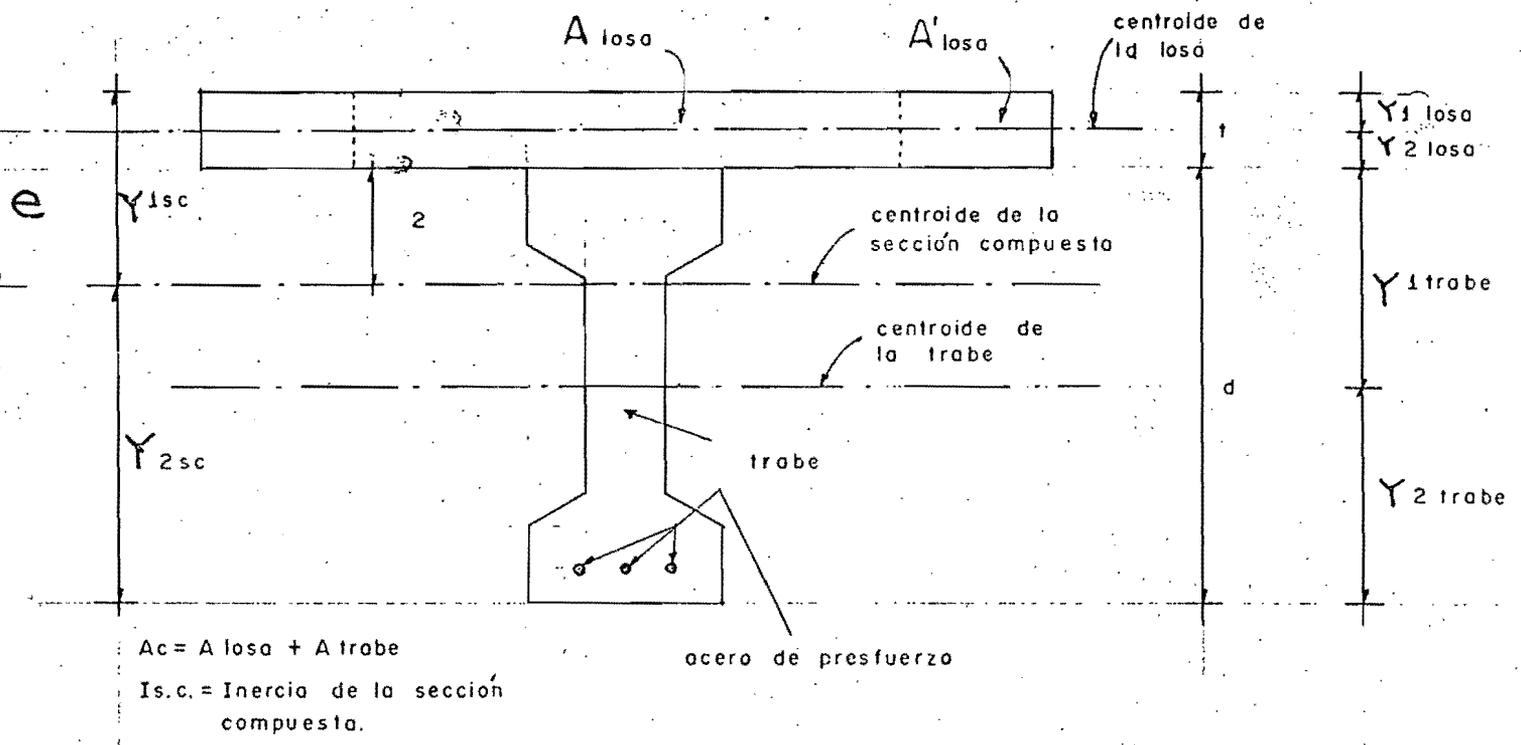


b) Losa alargada para formar la sección compuesta.

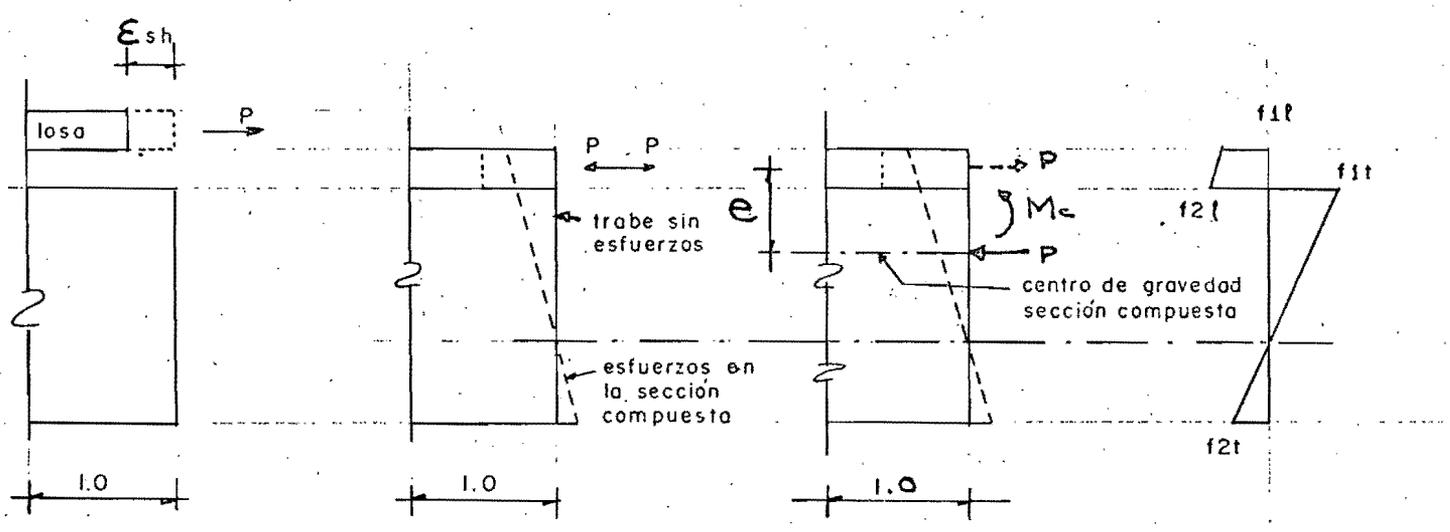


c) Fuerzas de compresión aplicadas a las sección compuesta para anular las fuerzas externas.

SIMPLIFICACIONES SUPUESTAS POR
H. W. BIRKELAND



a) Características de la sección



losa y trabe antes de unirse. c) Sección compuesta después de anular la fuerza externa. d) Alternativa de fuerza de aplicación. e) Esfuerzos finales en la sección compuesta.

Estado 1 de esfuerzos | Estado 2 de esfuerzos | Estado 2 de esfuerzos

METODO DE H. W. BIRKELAND

FIG. 10

Que son los resultados semejantes a los analizados en el método de Branson y Zuk en el caso de la temperatura diferencial.

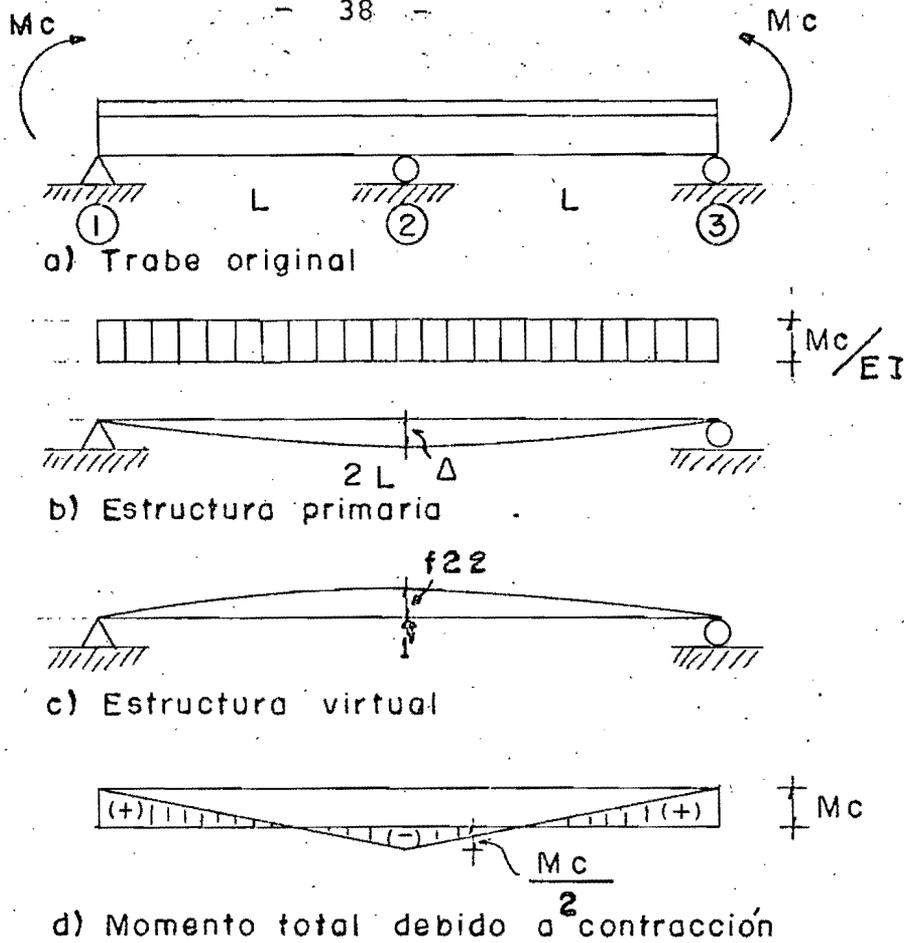
NOTA.- El hecho de no trabajar con la sección homogénea, transformando el acero de presfuerzo a concreto en general es despreciable, ya que las diferencias son del orden del 1 %.

3.33 Efectos de la contracción en estructuras continuas

En el caso de trabes continuas o de marcos hiperestáticos, el efecto de contracción incluye el cálculo de momentos hiperestáticos, debidos a este efecto y que deberán sumarse algebraicamente, aplicando para ello cualquier método de análisis estructural.

Para mostrar como se determinan los momentos de continuidad se muestra un ejemplo en la figura 11.

En el caso de temperatura diferencial se calcularán los momentos hiperestáticos debidos a la continuidad en forma semejante a los de contracción, aplicando cualquier método de análisis estructural⁹.



$$\Delta = \frac{1}{2} L i k = \frac{1}{2} \times 2L \frac{M c}{E I} \times \frac{2L}{4}$$

$$= - \frac{M c}{E I} \frac{L^2}{2}$$

$$f_{22} = \frac{1}{3} L i k = \frac{1}{3} 2L \frac{2L}{4 E I} \times \frac{2L}{4}$$

$$= \frac{L^3}{6 E I}$$

Ecuación de compatibilidad

$$\Delta + f_{22} R_2 = 0$$

$$R_2 = \frac{3 M c}{L}$$

$$R_1 = R_3 = - \frac{3 M c}{2 L}$$

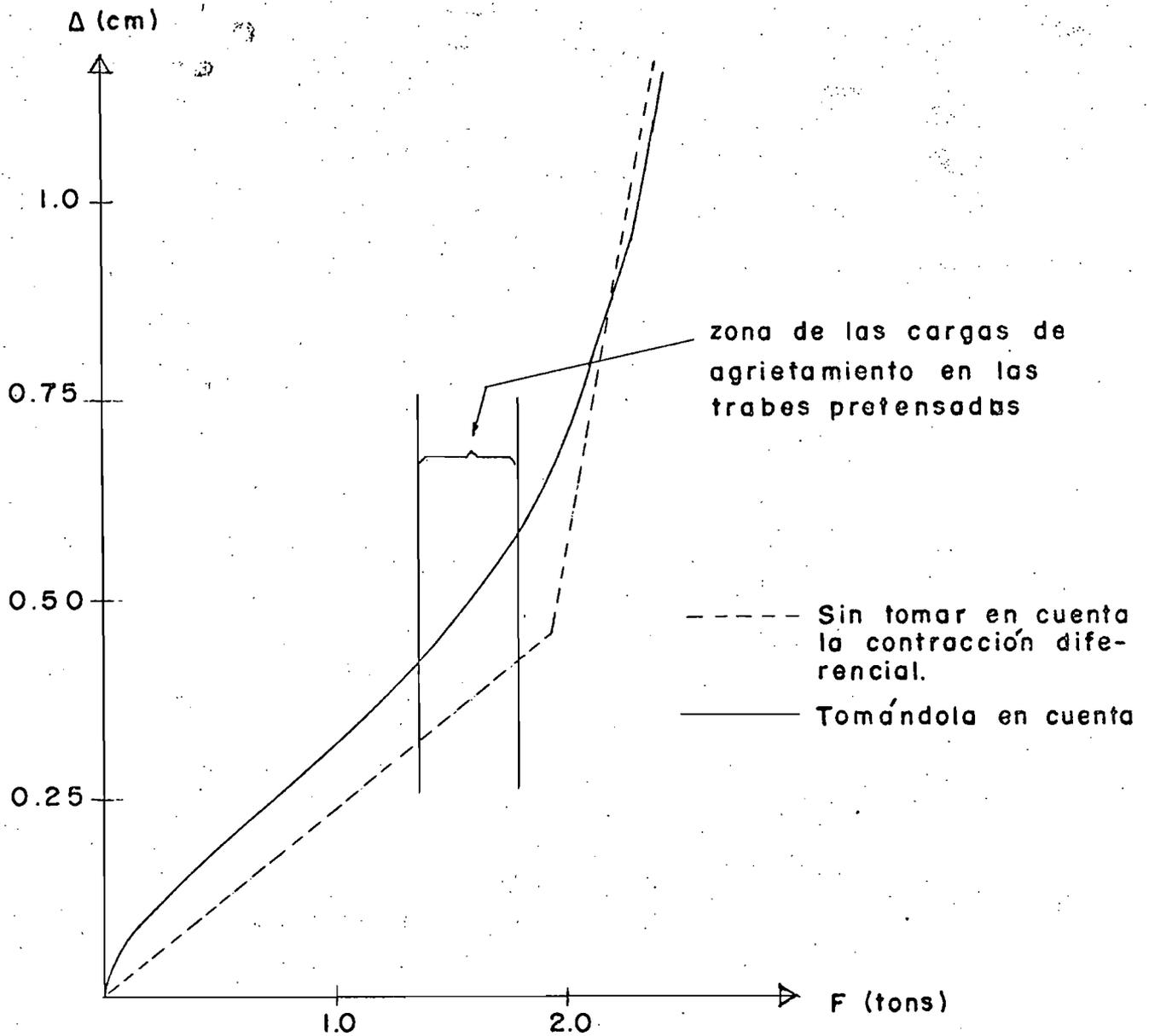
EFFECTOS DE CONTINUIDAD DEBIDOS A LA CONTRACCION DEL CONCRETO

3.4 Evaluación de los métodos de análisis.

- 1.- La teoría elástica debe considerarse solamente como una buena aproximación para cuantificar los efectos de temperatura y contracción del concreto, debido principalmente a la idealización de este último como material elástico y homogéneo.
- 2.- De los tres métodos analizados para calcular los efectos de temperatura y contracción del concreto, Zuk⁵, Birkeland⁸ y el utilizado por Branson⁶, tienen prácticamente las mismas hipótesis de base y aún cuando el método de Zuk es el que tiene más fundamento en la teoría elástica, los tres conducen a resultados semejantes.
- 3.- El método utilizado por Branson y Birkeland son de más fácil aplicación, debiendo solamente tener cuidado en la utilización de los coeficientes que dependen de características como el módulo de elasticidad del concreto y el coeficiente de contracción del mismo, para suplir lo mejor posible los efectos dependientes del tiempo en esos dos parámetros.
- 4.- Los cálculos de esfuerzos y deflexiones en secciones compuestas haciendo variar espesores de losas y secciones de traveses prefabricadas no permiten llegar a conclusiones evidentes en cuanto a la relación entre losas y traveses prefabricadas⁶
- 5.- Se requiere de más investigación y experiencia para poder valorar el módulo de elasticidad del concreto, ya que éste varía de un estado pastoso casi líquido, hasta un -

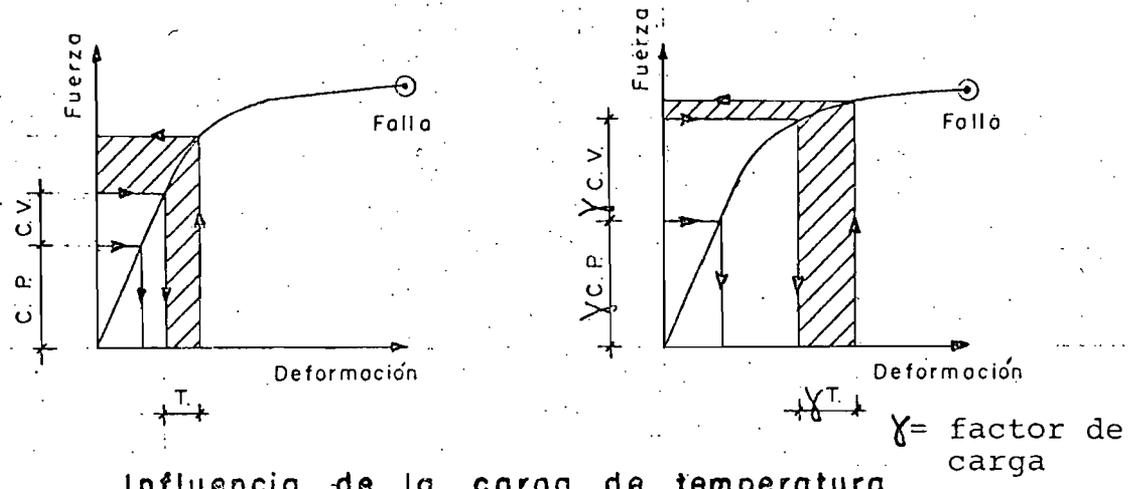
valor máximo cuando se alcanza la resistencia del mismo y como se suponen fuerzas inducidas dependiendo de su valor para considerar los efectos de cambios volumétricos, es importante lograr una buena precisión.

- 6.- Las conclusiones anteriores (4 y 5), no invalidan el hecho de tomar en cuenta los efectos mencionados, ya que los esfuerzos derivados de ellos, pueden provocar agrietamientos y deformaciones en general, no considerados en los diseños por cargas gravitacionales. Los resultados obtenidos experimentalmente¹³, para el cálculo de la carga de agrietamiento en trabes presforzadas, confirmarían la anterior debido a la diferencia existente cuando se considera ó no los efectos de contracción del concreto. (fig. 11-A).
- 7.- Los efectos de temperatura, afectan básicamente el comportamiento de elementos estructurales en el estado límite de servicio, ya que si factorizamos las "cargas" de origen térmico y las sumamos a las gravitacionales - la fuerza equivalente de origen térmico sería pequeña - comparada con la del estado límite de servicio, debido al comportamiento no lineal. (fig. 11-B).
- 8.- Si el procedimiento constructivo es a base de estructuras de concreto coladas monolíticamente, el efecto de la contracción del concreto es provocar tensiones prácticamente uniformes en el concreto; en el caso de trabes de sección compuesta, ó sea, coladas en dos etapas, la diferencia de contracciones entre la losa y la trabe provocarán esfuerzos debidos a una fuerza excéntrica.



I.- Gráfica Carga - Deflexión de secciones compuestas

FIG. II-A



Influencia de la carga de temperatura en la falla.

FIG. 11 - B.

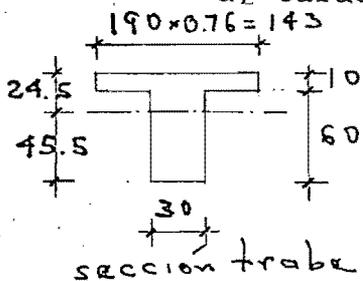
4. EJEMPLOS DE APLICACION

Se presenta a continuación un ejemplo numérico de un marco simple de un nivel, al cual se le aplicarán los efectos de temperatura y contracción del concreto, para aclarar el proceso operativo en cada caso de sollicitación y posteriormente se tratará el de un edificio de tres niveles destinado a estacionamiento.

4.1 Ejemplo No. 1

4.1.1 Descenso uniforme de temperatura de 20°C ¹⁴ (Apéndice A)

a) Características geométricas del marco (figura 12)



$$I_{col} = \frac{30(40)^3}{12} = 160,000 \text{ cm}^4 = 0.0016 \text{ m}^4$$

$$A_{col} = 30 \times 40 = 1200 \text{ cm}^2 = 0.12 \text{ m}^2$$

$$E_{col} = 141,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$I_{trabe} = 1,528,123 \text{ cm}^4 = 0.01528 \text{ m}^4$$

$$A_{trabe} = 3230 \text{ cm}^2 = 0.323 \text{ m}^2$$

$$E_{lwm} = 141,421 \text{ Kg/cm}^2 = 1.414 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$$

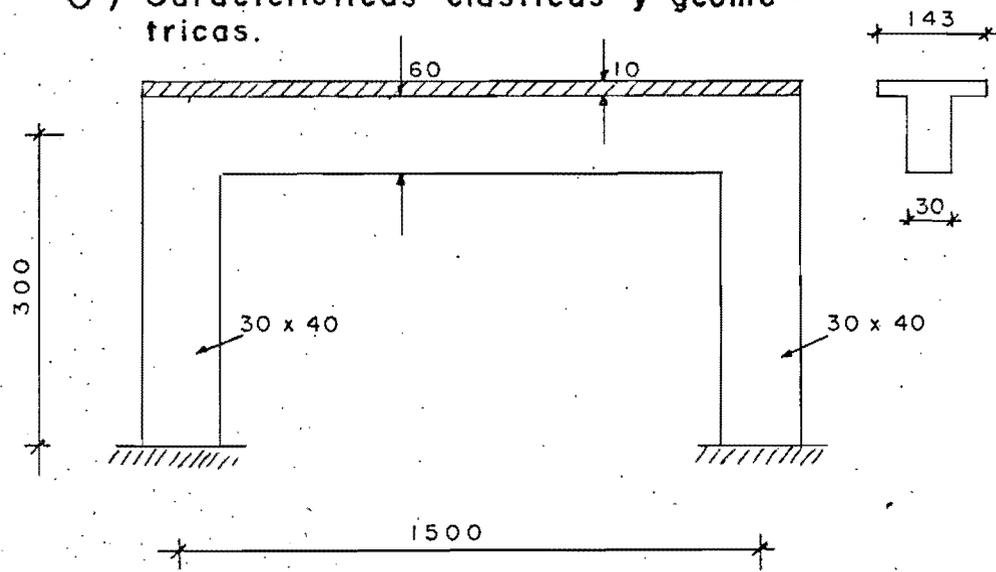
$$E_t = 187,082 \text{ Kg/cm}^2 = 1.87 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$$

b) Obtención de las fuerzas

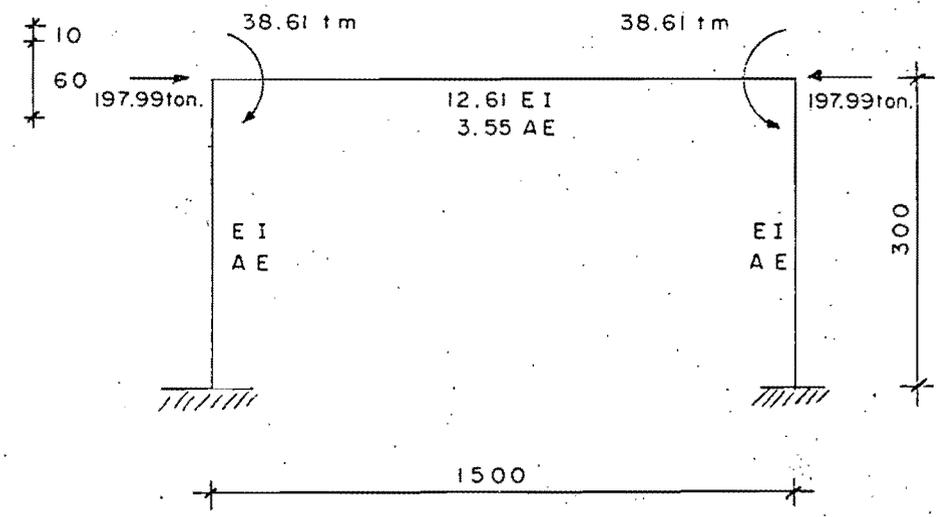
Como los marcos están supuestamente separados a cada 7 metros, la fuerza axial horizontal, aplicada en el centro de gravedad de la sección de la trabe será; aplicando la fórmula (41):

$$\begin{aligned} F_x &= \alpha \Delta T A E \\ &= 10 \times 10^{-6} \times 20 (700 \times 10 + 30 \times 60) 141,421 \\ &= 253.14 \text{ ton.} \end{aligned}$$

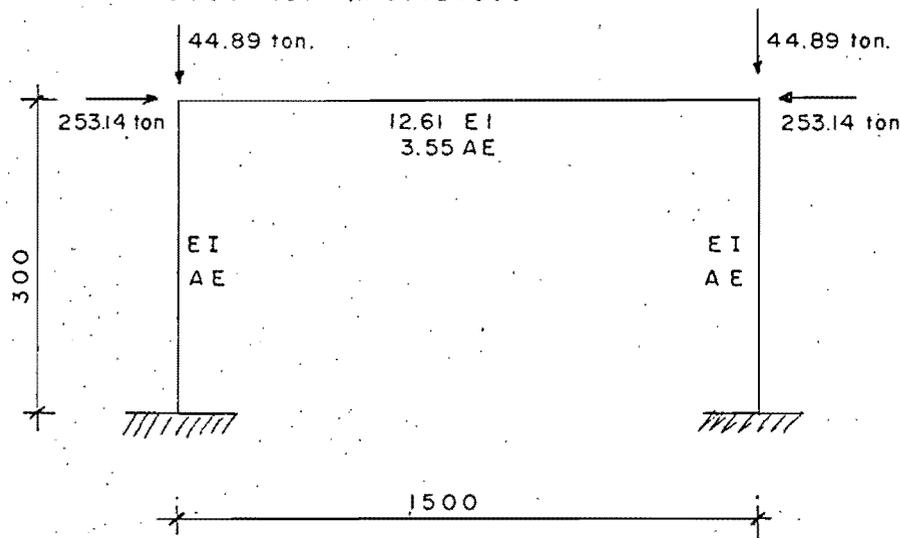
0) Características elásticas y geométricas.



1) Contracción del concreto.



2 a) Acortamiento por temperatura en todos los miembros.



2 b) Curvatura debida a temperatura.

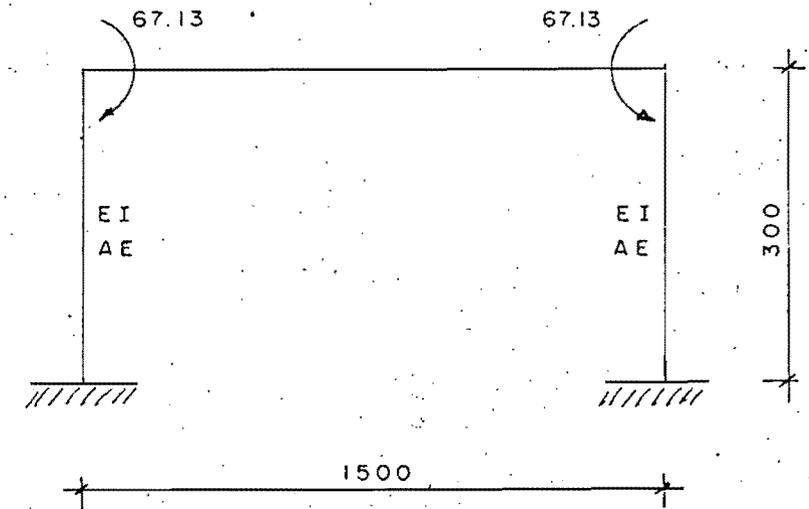


FIG. 12

NOTA.- Se despreció el hecho de que la trabe tiene un E diferente, por ser pequeña la relación entre el área de la trabe y el área de la losa.

En forma semejante, la fuerza en la columna será:

$$\begin{aligned} F_v &= \alpha \Delta T A E \\ &= 10 \times 10^{-6} \times 20 \times 1200 \times 141082 \\ &= 33.94 \text{ ton} \end{aligned}$$

c) Método de análisis.

El método utilizado será el de las rigideces¹², considerando efectos de flexión y acortamiento de los miembros, tal y como se aprecia en la figura 13.

El vector de fuerzas será:

$$\left\{ F \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ +253.14 \\ -253.14 \\ -33.94 \\ -33.94 \end{Bmatrix}$$

De la ecuación:

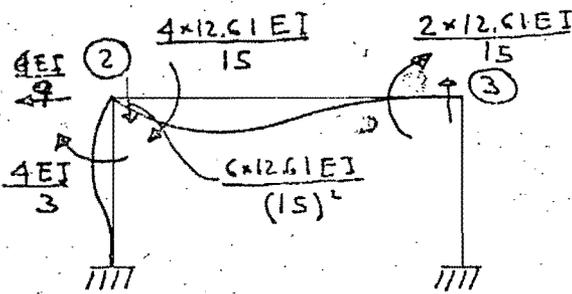
$$\left\{ F \right\} = [K] \left\{ d \right\}$$

en la cual [K] es la matriz de rigideces en este caso de 6x6 y {d} el vector de desplazamientos.

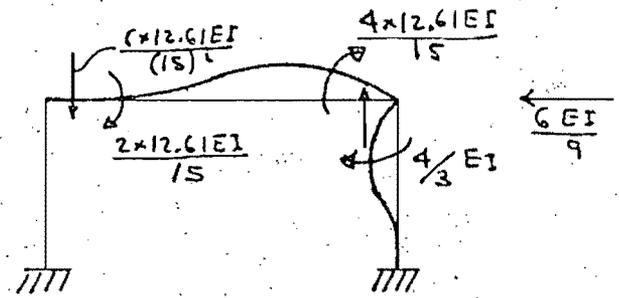
El cálculo de la matriz de rigideces se muestra en la figura 13.

Calculo de la matriz de rigidez [K]

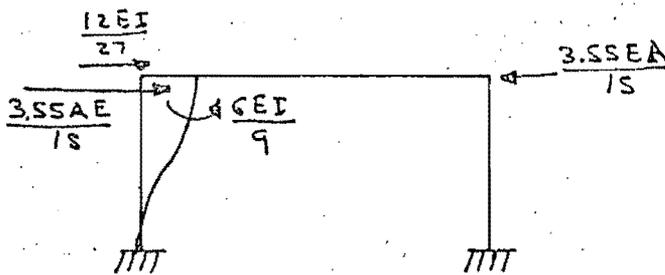
$\phi_1 = 1$



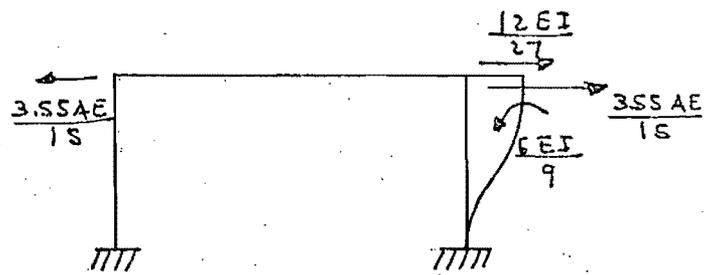
$\phi_3 = 1$



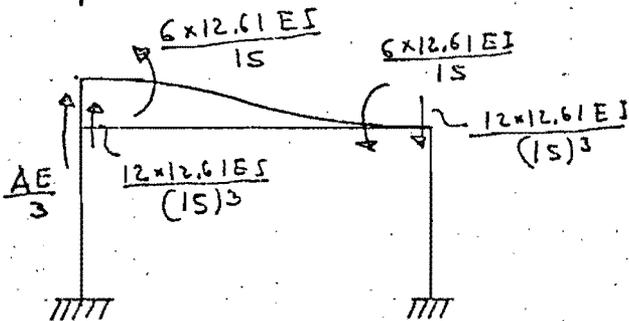
$dx_2 = 1$



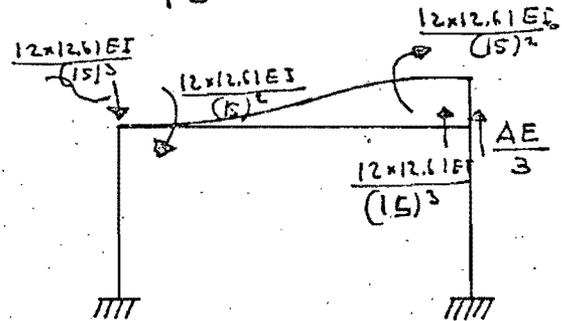
$dx_3 = 1$



$dy_2 = 1$



$dy_3 = 1$



$K =$

$4.696EI$	$1.691EI$	$-0.667EI$	0	$-0.336EI$	$+0.336EI$
$1.691EI$	$4.696EI$	0	$-0.667EI$	$-0.336EI$	$+0.336EI$
$-0.667EI$	0	$0.444EI + 0.236AE$	$-0.236AE$	0	0
0	$-0.667EI$	$-0.236AE$	$0.444EI + 0.236AE$	0	0
$-0.336EI$	$-0.336EI$	0	0	$0.333AE + 0.044EI$	$-0.044EI$
$+0.336EI$	$+0.336EI$	0	0	$-0.044EI$	$+0.333AE + 0.044EI$

FIG. 13

Invirtiendo la matriz de rigideces:

$$[K]^{-1} = \begin{bmatrix} 162.382 & -45.502 & 90.418 & 86.572 & 1.572 & -1.572 \\ -45.502 & 162.382 & 86.572 & 90.418 & 1.572 & -1.572 \\ 90.418 & 86.572 & 857.05 & 839.53 & 2.381 & -2.381 \\ 86.572 & 90.418 & 839.53 & 857.05 & 2.381 & -2.381 \\ 1.572 & 1.572 & 2.381 & 2.381 & 24.999 & 6.00129 \\ -1.572 & -1.572 & -2.381 & -2.381 & 6.00129 & 24.999 \end{bmatrix}$$

$$\therefore [K]^{-1} \{ F \} = \{ d \}$$

Los desplazamientos finales serán:

$$\begin{Bmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ dx_2 \\ dx_3 \\ dy_2 \\ dy_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +973.57 \\ -973.57 \\ +4435.77 \\ -4435.77 \\ -848.51 \\ -848.51 \end{Bmatrix} \times \frac{1}{E}$$

Calculando ahora los momentos flexionantes en marcos:

$$M_{2-3} = \frac{2 \times 12.61 \times 0.0016 E}{15} \times \frac{973.57}{E} = 2.62 \text{ tm}$$

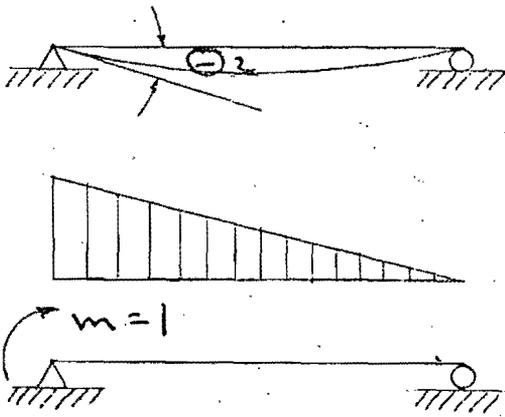
$$M_{1-2} = \frac{2 \times E \times 0.0016}{3} \times \frac{973.57}{E} \left(-\frac{6 \times 0.0016}{9} \cdot \frac{4435.77}{E} \right) = 3.69 \text{ tm}$$

Una vez superponiendo los valores encontrados con el estado "1" que es el que permite el desplazamiento libre sin restricciones, la gráfica de momentos flexionantes y axiales se encuentra en la figura 14.

NOTA ACLARATORIA.- Si el marco se hubiese resuelto por el método de Cross, por ejemplo, despreciando los efectos de acortamiento, los resultados obtenidos tendrían diferencias del orden de 53% de los valores de momentos obtenidos.

4.12 Suponiendo ahora una temperatura diferencial de 20°C entre el intrados y el extrados de la trabe, habiendo un calentamiento súbito en el interior, calcular los efectos de esta temperatura diferencial.

Si la trabe se deformara libremente, la rotación en el extremo de la trabe sería:



$$\Theta_2 = \int_0^L m d\Theta = \int_0^L 1 \times \frac{\alpha \Delta T dx}{h}$$

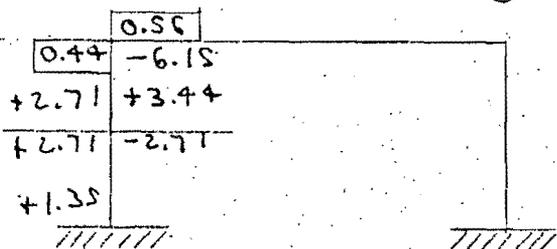
$$= \frac{\alpha \Delta T L}{2h}$$

si la trabe está restringida, los momentos de empotramiento serán:

$$M = \frac{4EI}{L} \Theta_2 - \frac{2EI}{L} \Theta_2 = \frac{2EI}{L} \Theta_2$$

$$= \frac{2 \times 141082 \times 1528,123}{1500} \cdot \frac{0,00061 \times 20 \times 1500}{2 \times 70}$$

③ = 6.15 tm



$$k_{23} = \frac{\frac{2 \times 12.61}{15}}{\frac{2 \times 12.61}{15} + \frac{4}{2}} = 0.56$$

Los diagramas de elementos mecánicos correspondientes se dibujan en la figura 14.

4.13 Efectos de la contracción del concreto

Considerando que la diferencia del tiempo de colado entre la trabe prefabricada y la losa colada en el lugar es de 3 días, los módulos de elasticidad de ambos elementos serán:

a) obtención de la fuerza

$$E_{losa} = \frac{E_c}{1 + \frac{2}{5} C_t} = 126,257 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C_t = \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} C_u = \frac{3^{0.6}}{10 + 3^{0.6}} C_u = 0.30$$

$$E_{trabe} = \frac{E_c}{1 + \frac{1}{2} C_t} = 162,680 \text{ Kg/cm}^2$$

La fuerza F que provocaría la contracción libre será:

$$F = D A_{losa} E_{losa}$$

D = coef. contracc. diferencial

D_u = coef. último " "

D = 0.0003 cm/cm para concreto prestozado
ver ec. 47

$$F = \frac{2}{3} \times 0.00033 \times 700 \times 10 \times 126257 = 197,989 \text{ Kg}$$

$$= 197.98 \text{ ton}$$

$$M = 197.98 (0.245 - 0.05) = 38.61 \text{ tm}$$

Como la trabe es continua con las columnas, el momento isostático debido a la contracción, deberá corregirse por el efecto de continuidad.

b) el método de análisis será también el método de las rigideces, considerando acortamiento de la trabe.

El vector de fuerzas será:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} +38.61 \\ -38.61 \\ +197.98 \\ -197.98 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

De la ecuación:

$$\{F\} = [K] \{d\}, \text{ se obtiene}$$

$$\begin{Bmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ d_{X_2} \\ d_{X_3} \\ d_{Y_2} \\ d_{Y_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 8787.75 \\ -8787.75 \\ +3617.10 \\ -3617.10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \left\{ \frac{1}{E} \right.$$

Calculando los momentos flexionantes

$$M_{2-3} = \frac{2 \times 12.61 \times 0.0016 E}{15} \times \frac{8787.65}{E} = 23.65 \text{ tm}$$

$$M_{2-1} = \frac{4 \times 0.0016 E}{3} \times \frac{8787.65}{E} + \left(-\frac{6 \times 0.0016 E}{9} \times \frac{3117.10}{E} \right)$$
$$= 14.91 \text{ tm}$$

$$M_{1-2} = 9.37 - 3.86 = 5.51 \text{ tm}$$

Los resultados numéricos obtenidos mediante el programa de computadora (ver hojas de listado 1 a 4) prácticamente coinciden con los calculados.

La gráfica de los momentos flexionantes se muestra en la figura 14.

Los valores de los esfuerzos provocados, por los efectos de temperatura y contracción del concreto, se calculan a continuación:

Resultados numéricos de los esfuerzos resultantes del ejemplo No. 1

a) Centro del claro

Efectos debidos a cambios uniformes de temperatura

$$M = 2.62 \text{ ton-m} \quad F_{\text{axial}} \approx 0$$

$$f_s = \frac{2.62 \times 10^5 \times 24.5}{1528123} = 4 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_i = \frac{2.62 \times 10^5 \times 45.5}{1528123} = -8 \text{ kg/cm}^2$$

2) Efectos debidos a diferencias de temperatura

$$M = 2.71 \text{ ton} \qquad F_{\text{axial}} \approx 0$$
$$f_s = 4 \text{ kg/cm}^2$$
$$f_i = -8 \text{ kg/cm}^2$$

3) Efectos debidos a la contracción del concreto

$$M_T = M_i + M_h = 38.61 - 23.65 = 14.96 \text{ tm}$$

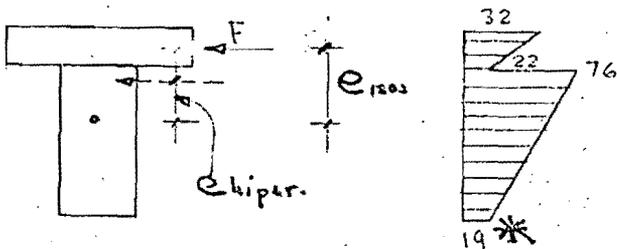
$$F = 204.59 \text{ ton}$$

$$f_{11} = -\frac{204590}{3700} + \frac{204590}{3230} + \frac{14.96 \times 10^5 \times 24.5}{1529123} = +32$$

$$f_{21} = +22 \text{ Kg/cm}^2$$

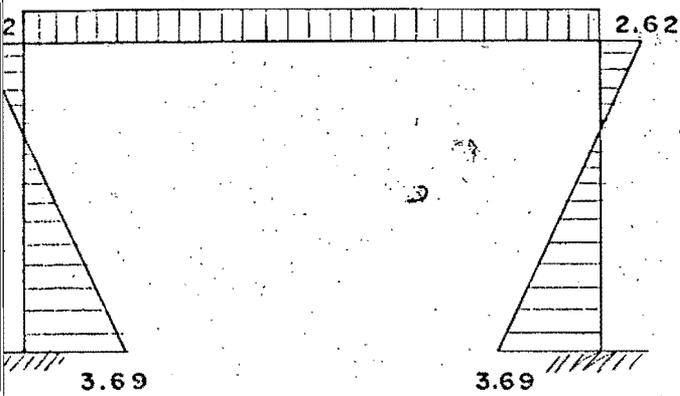
$$f_{3t} = +76 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{2t} = +19 \text{ Kg/cm}^2$$

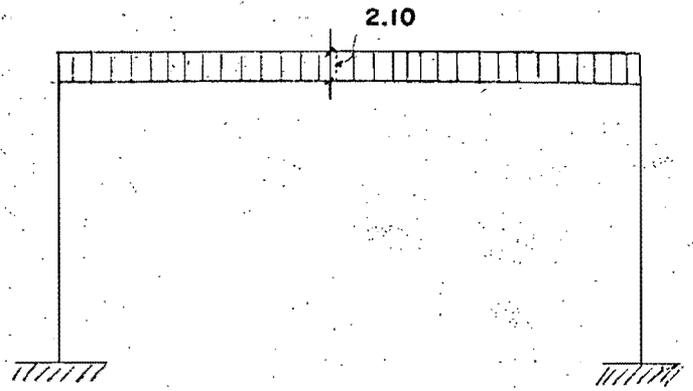


* En general este valor es una tensión, pero en este caso particular, la corrección hiperestática del momento de contracción del concreto resultó muy grande.

Cambios uniformes de temperatura

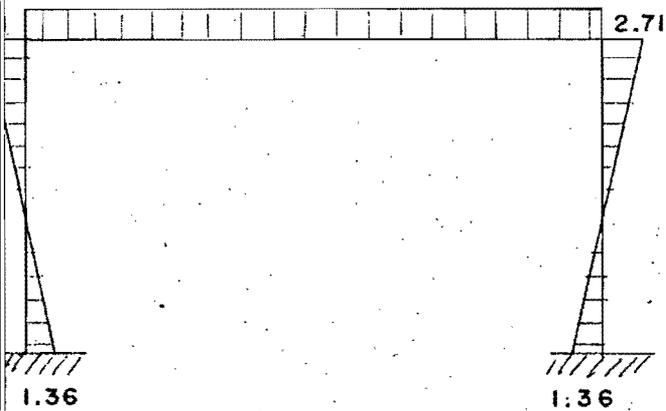


Diag. Mom.
(t·m)

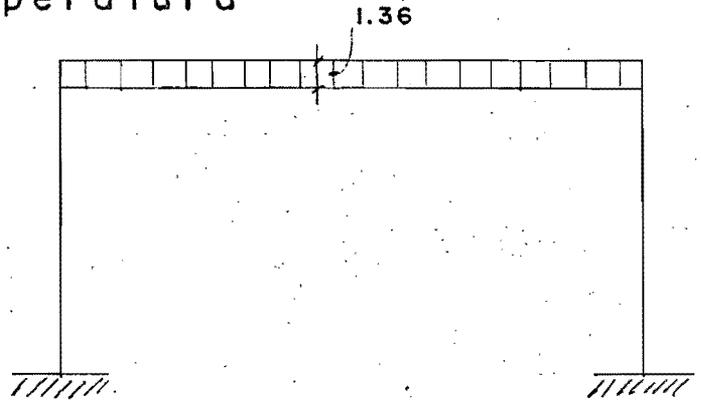


Diag. Axiales
(ton)

Gradiente diferencial de temperatura

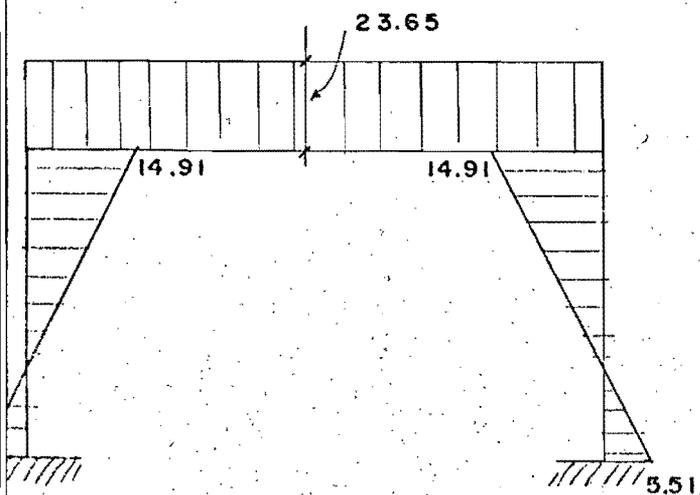


Diag. Mom.
(t·m)

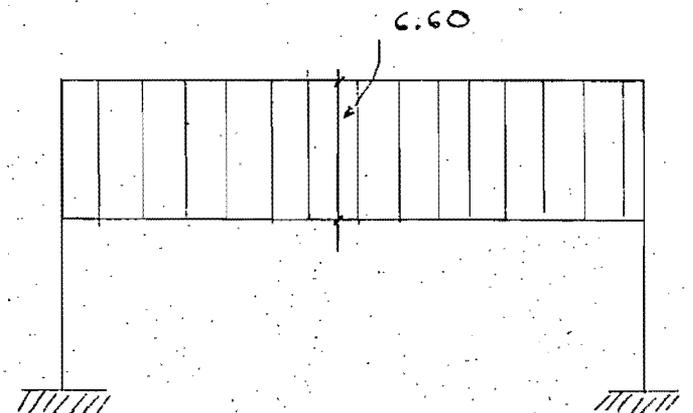


Diag. Axiales
(ton)

Contracción del concreto



Diag. Mom.
(t·m)



Diag. Axiales
(ton)

FIGURA 14.

4.2 PROBLEMA No. 2

Calcular la magnitud de los efectos debidos a temperatura y contracción del concreto para una estructura de tres niveles para estacionamiento en el Distrito Federal, formada por marcos de nueve crujiás de 12 m. en una dirección y cinco crujiás de 9 m. en la otra. Los marcos son a base de elementos prefabricados que se ligan para formar una estructura continua.

Obtener conclusiones sobre la importancia de estos efectos y dar recomendaciones sobre la forma de minimizarlos.

SOLUCION

La estructuración propuesta será a base de travesaños prefabricados pretensados apoyados sobre columnas coladas en el lugar. Una vez colocadas en su sitio definitivo, se colará una losa sobre elementos secundarios que a su vez se apoyan sobre las travesaños prefabricados, formándose así la sección compuesta.

Las travesaños prefabricados se diseñaron para tomar en sección simple su peso propio y el debido a la losa colada en el lugar y una vez endurecida ésta, la travesaño trabajará en sección compuesta para tomar el resto de carga permanente, el total de la carga viva y la carga accidental debida a sismo así como los

efectos antes mencionados.

La estructuración en planta y elevación, mostrando las características antes mencionadas se pueden apreciar en las figuras 15 y 16.

Para simplificar el problema, se analizará un marco longitudinal y otro transversal que permitan mostrar principalmente los efectos debidos a temperatura y a la contracción por fraguado del concreto, ya que el resto de sollicitaciones por ser comunmente conocidas se presentarán solamente análisis que permitan valuar su magnitud para ser comparados con los mencionados.

Las dimensiones propuestas para columnas y trabes se hicieron en función de las cargas gravitacionales factorizadas, habiéndose considerado un firme de 5 cm. sobre la losa y una carga viva uniformemente repartida de 200 Kg/m^2 , de acuerdo al destino de la estructura y se supuso ubicada en terreno blando, todo esto de acuerdo con el reglamento de construcciones del Distrito Federal.

Análisis por cargas verticales.- Tomando una cruja central tipo de 12 metros, se calcularon las diversas etapas de carga como se mencionó en la introducción del capítulo, de las secciones compuestas y los resultados numéricos de los esfuerzos debidos a flexión, se indican en la figura 17 A.

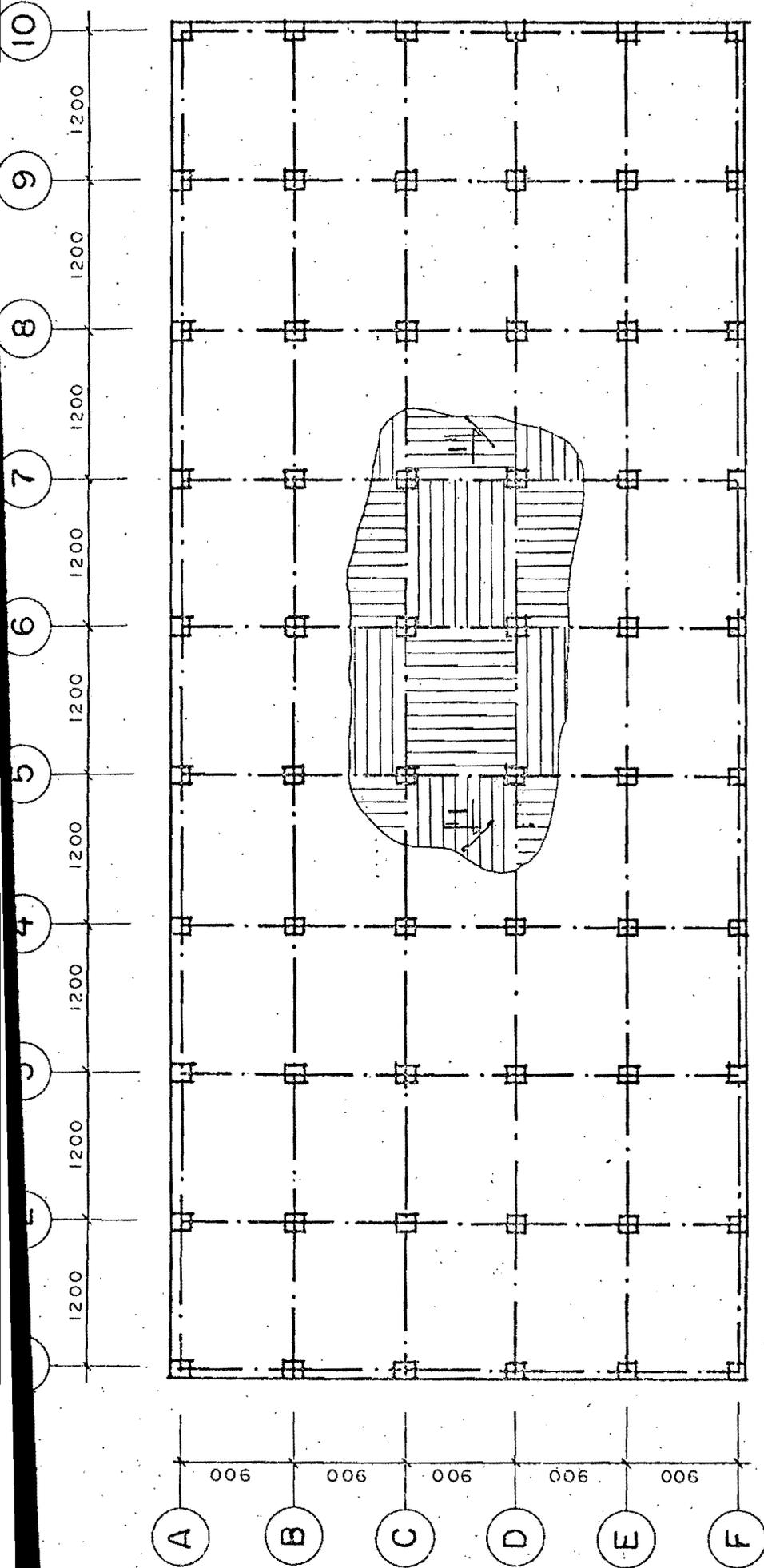
Análisis Sísmico.- Se trata de una estructura del tipo 1 y ubicada en terreno compresible, correspondiéndole un coeficiente sísmico:

$$C_s = 0.24$$

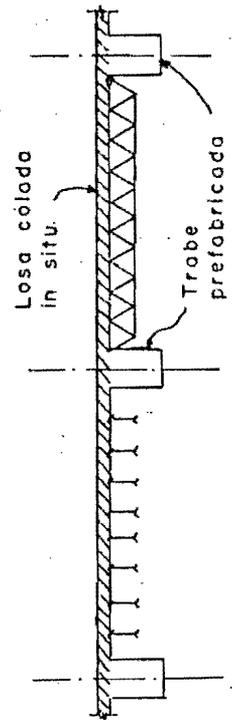
El factor de ductilidad Q es igual a 4.

Se hizo un análisis sísmico estático utilizando el método simplificado del Factor, para calcular los elementos mecánicos y tener una base de referencia para poder compararlos con los obtenidos por cambios volumétricos.

Los resultados de los momentos obtenidos se encuentran en la Fig. 17-B.



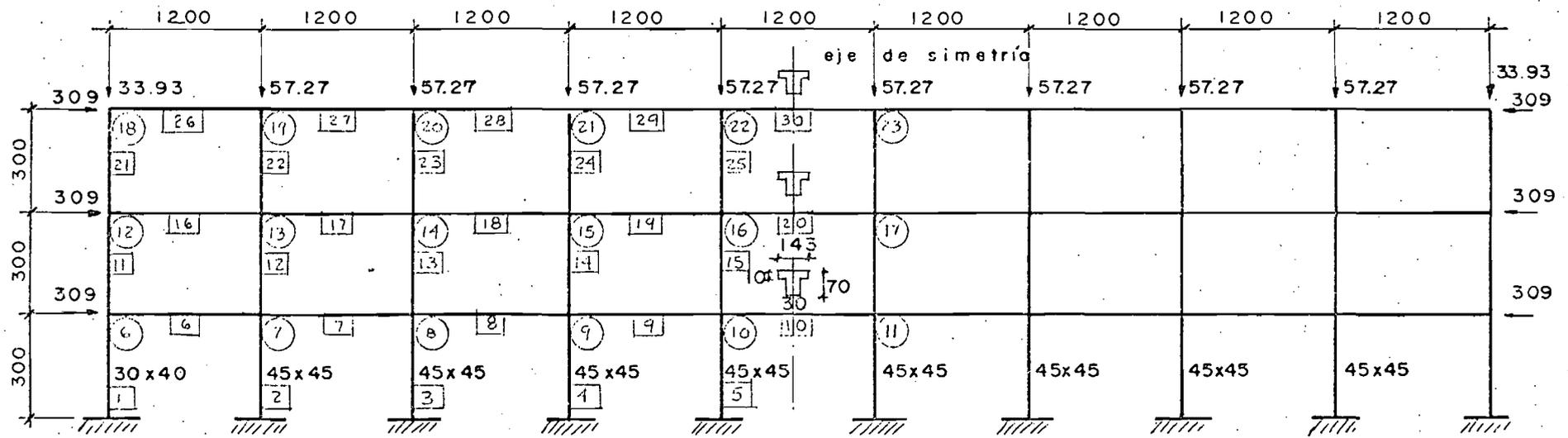
PLANTA



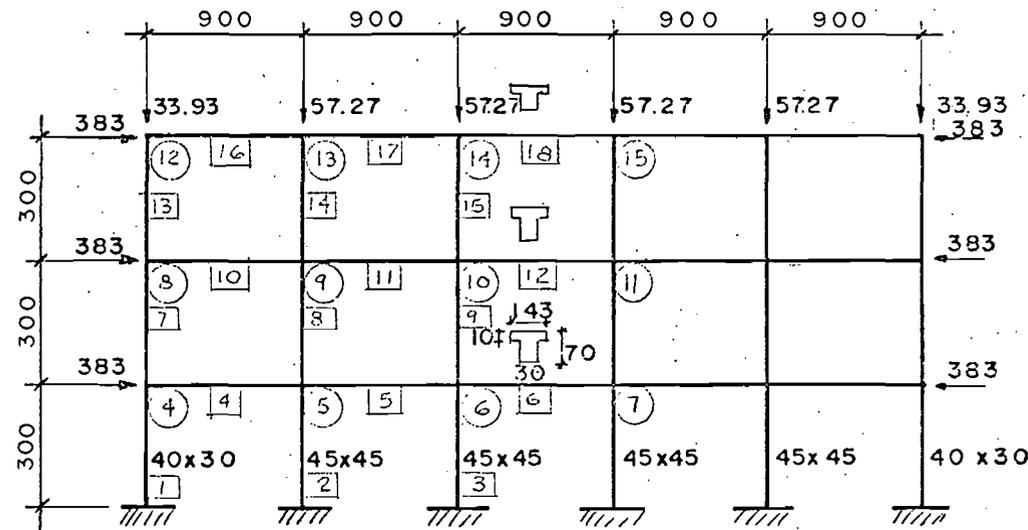
CORTE

FIGURA 15

(Cargas en toneladas)



ELEVACION MARCO LONGITUDINAL TIPO



E losa = 141,421 Kg/cm²
 E traveses = 187,082 Kg/cm²
 prefabricadas

E columnas = 141,421 Kg/cm²

$\alpha = 10 \times 10^{-6}$

$\Delta T = - 20^{\circ}C$

ELEVACION MARCO TRANSVERSAL TIPO

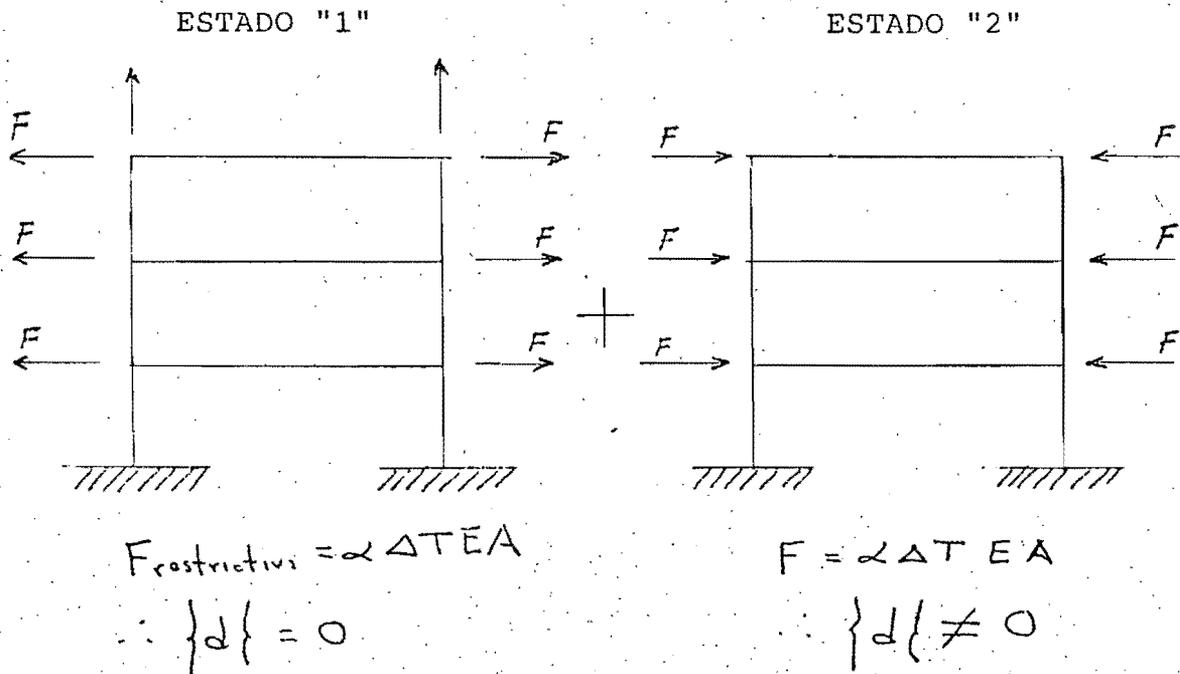
FIGURA 16

Análisis por temperatura

Este análisis se hará de acuerdo a una variación de 20°C en la temperatura. (descenso).

El efecto que se analizará será solamente el debido al acortamiento en los miembros, ya que el efecto de temperatura diferencial no se presenta en este caso por tratarse de una estructura totalmente abierta y además protegida por un enladrillado y entortado en el nivel azotea.

El modelo matemático seleccionado para el análisis se hará de la siguiente forma:



d=desplazamientos nulos

d=desplazamientos no nulos

En el estado "1", la estructura se le impide deformarse libremente estando sujetos los miembros a una fuerza axial y en el estado "2", la estructura estará sometida a esas mismas fuerzas provocando desplazamientos en una estructura continua, provocándole desplazamientos en los nudos.

La forma como se calcularon las fuerzas en las barras, por ejemplo, para un marco interior longitudinal fué:

a) trabes

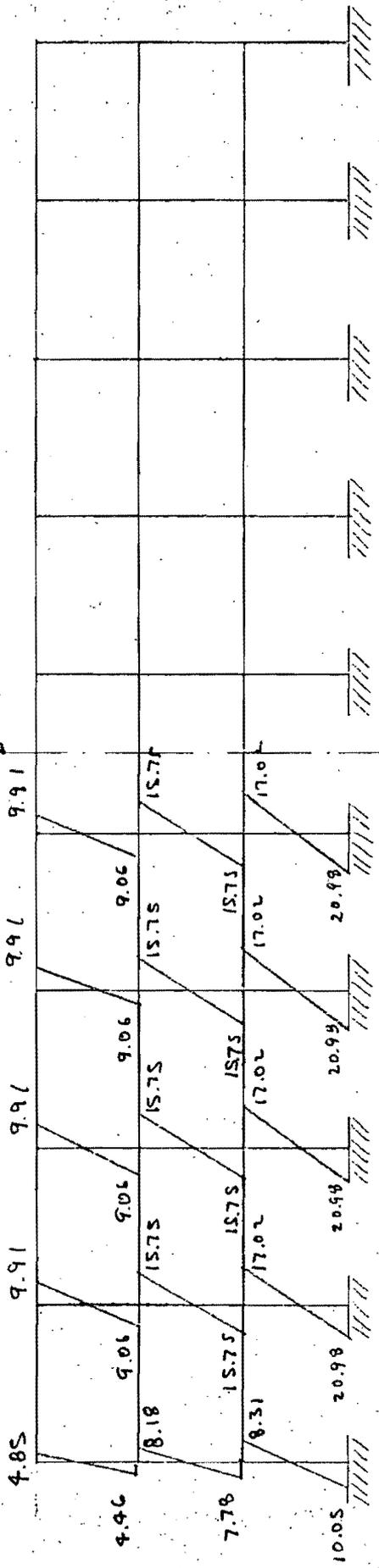
$$\begin{aligned} F &= \alpha \Delta T E A \\ &= 10 \times 10^{-6} \times 20 \times 141,421 (10,800) \\ &= 309,000 \text{ kg} \\ &= 309 \text{ ton.} \end{aligned}$$

Para el área se tomó íntegramente el área de la losa entre marco y marco, incluyendo el área de la trabe.

b) columnas

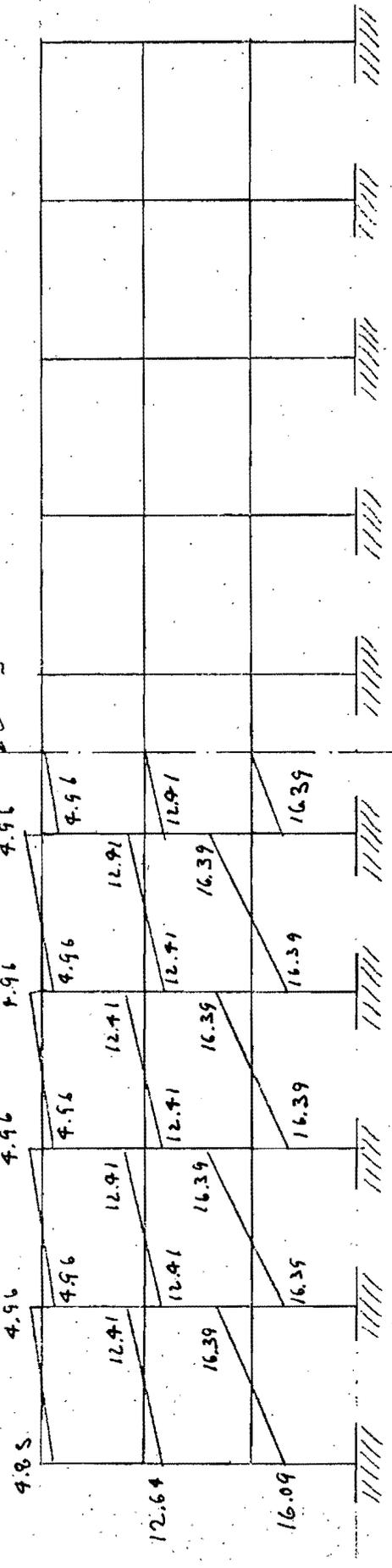
$$\begin{aligned} F_{\text{exterior}} &= \alpha \Delta T E A \\ &= 10 \times 10^{-6} \times 20 \times 141,421 \times 1200 \\ &= 33,931 \text{ kg} = 33.93 \text{ ton} \\ F_{\text{interior}} &= 10 \times 10^{-6} \times 20 \times 141,421 \times 2025 \\ &= 52,275 \text{ kg} \\ &= 52.72 \text{ ton.} \end{aligned}$$

eje de simetría

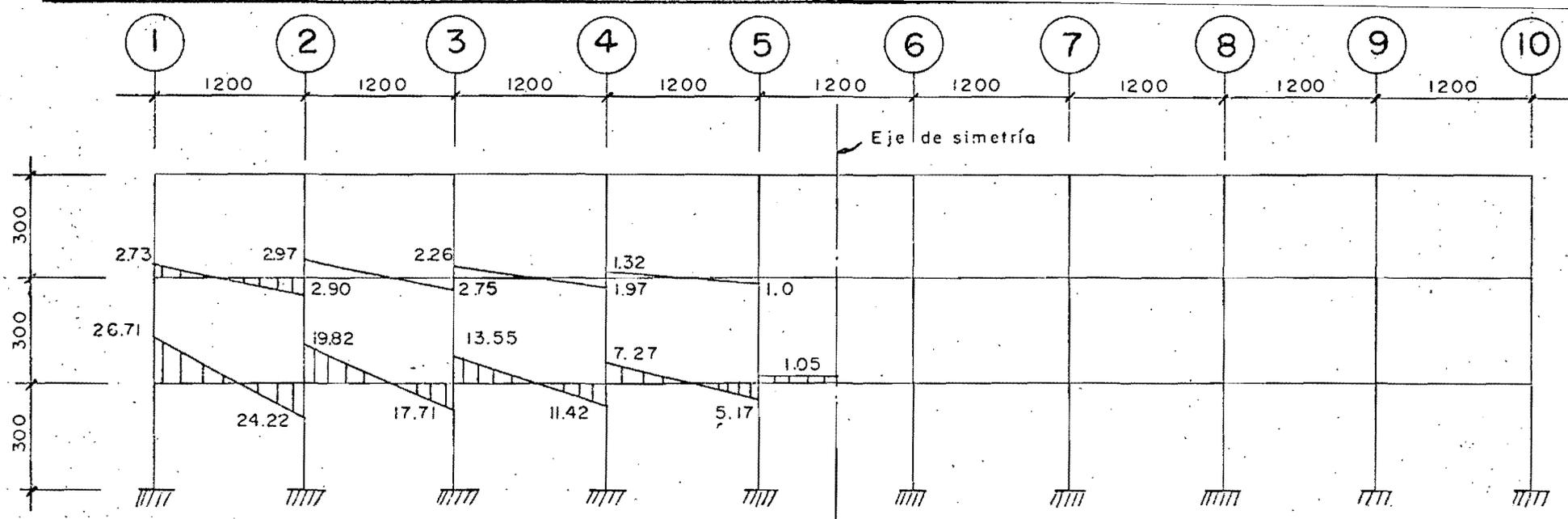


a) Momentos en columnas. (ton·m)

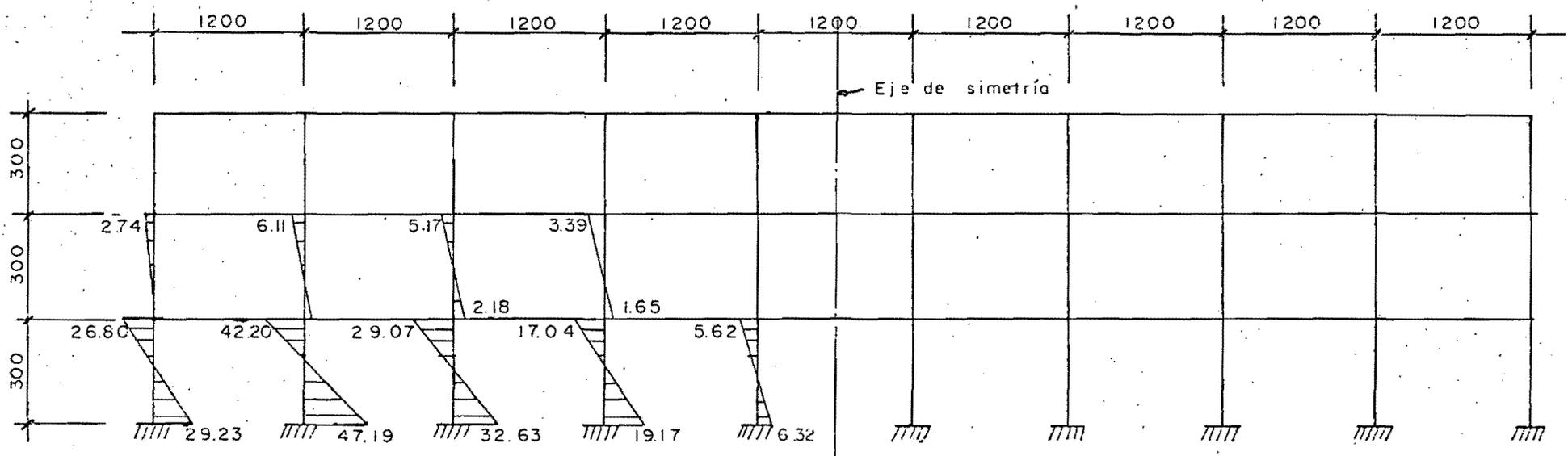
eje de simetría



b) Momentos en traves (ton·m)

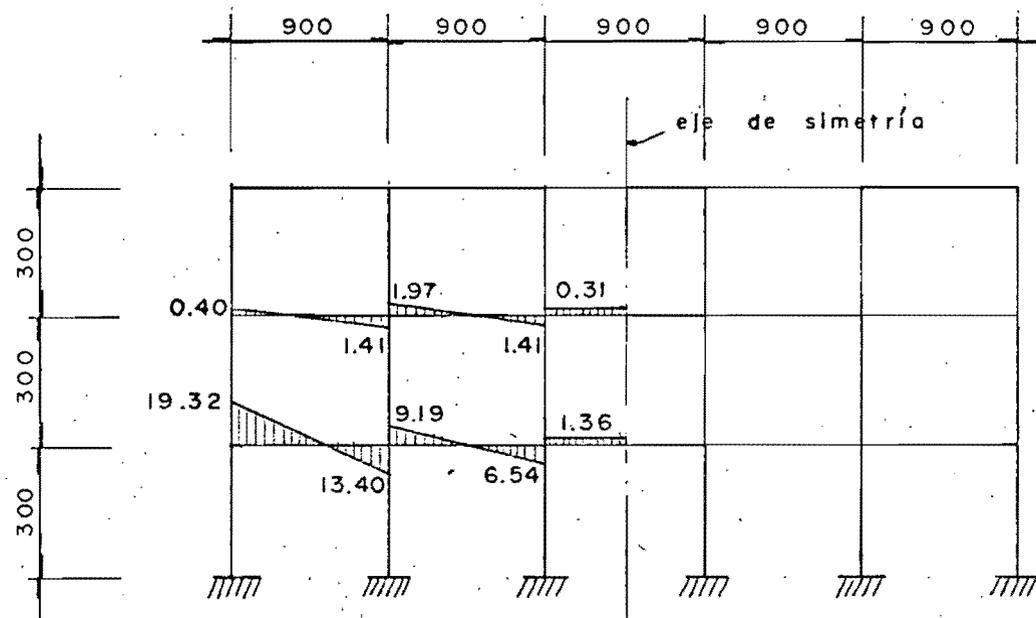


a) Momentos en traves (ton - m)

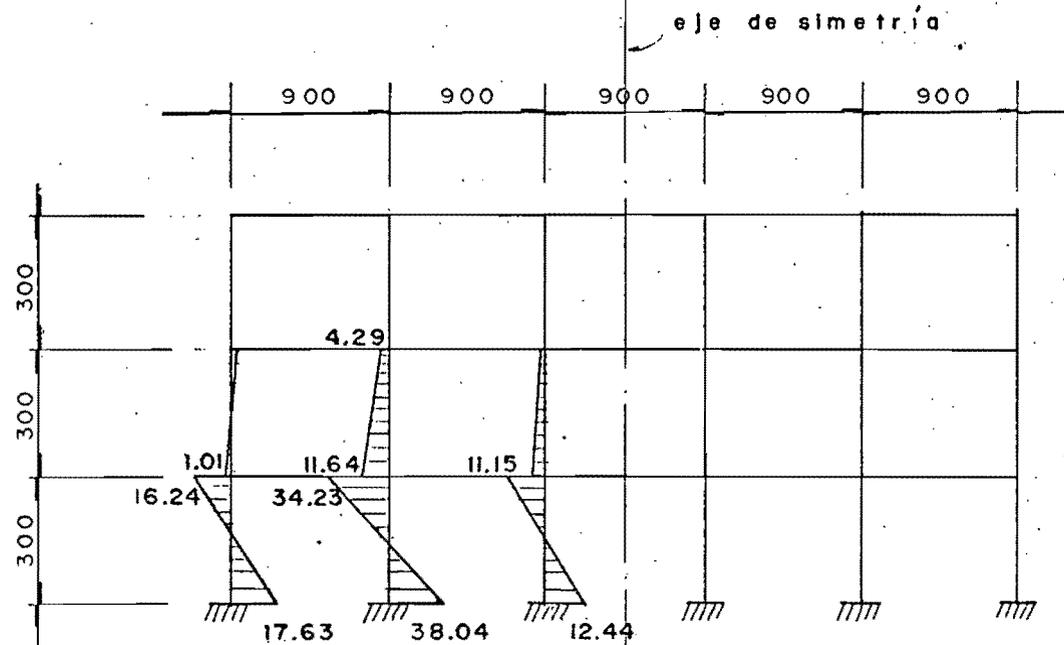


b) Momentos en columnas (ton - m.)

EFFECTOS DE TEMPERATURA



a) Momentos en traves (ton - m)



b) Momentos en columnas (ton-m)

FIGURA 18

Estas fuerzas, se considerarán aplicadas en el centroide de la viga.

Con las fuerzas así obtenidas, se analizó la estructura aplicando el método de las rigideces a través de un programa de computadora; se incluyen los listados con los resultados obtenidos y así mismo las gráficas de los momentos flexionantes.

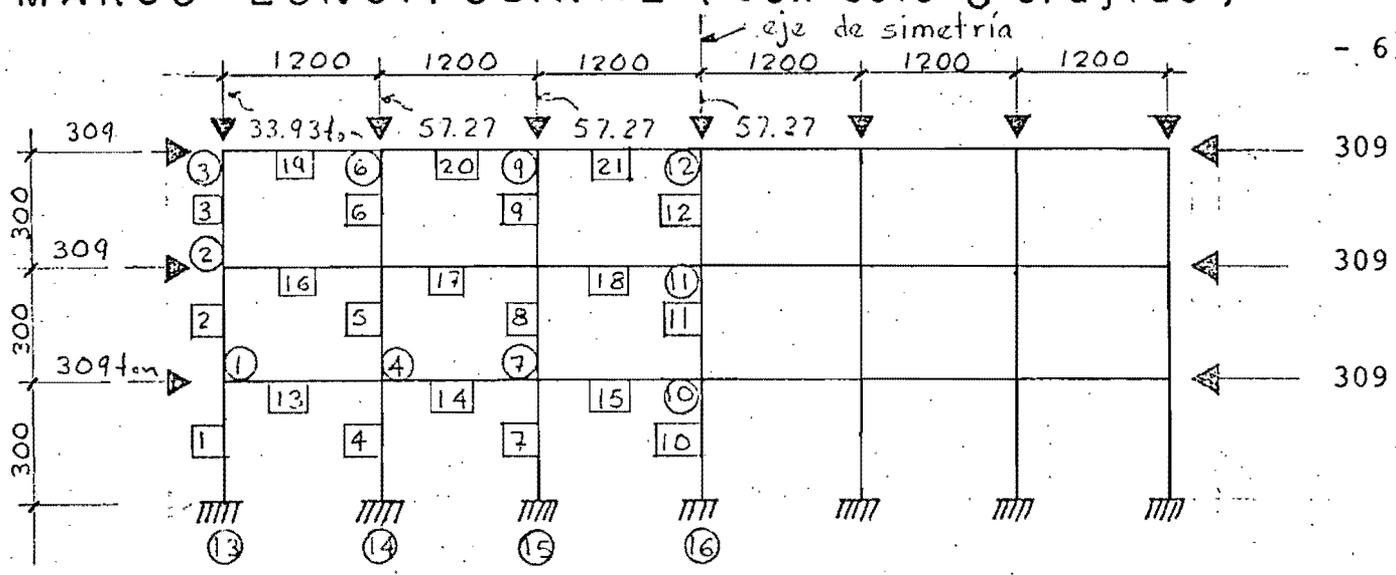
En las figuras 17C y 18, se muestran dichos resultados aclarando que en las barras donde no aparece la gráfica es porque los valores son prácticamente despreciables (menos de 1 ton.-m. en el caso de momentos flexionantes).

Se calcularon marcos semejantes al longitudinal, pero con 6 y 3 crujías respectivamente, para comparar resultados con el de 9 crujías. Los resultados se muestran en las figuras 19 y 20 y en la conclusión 4.31 C.

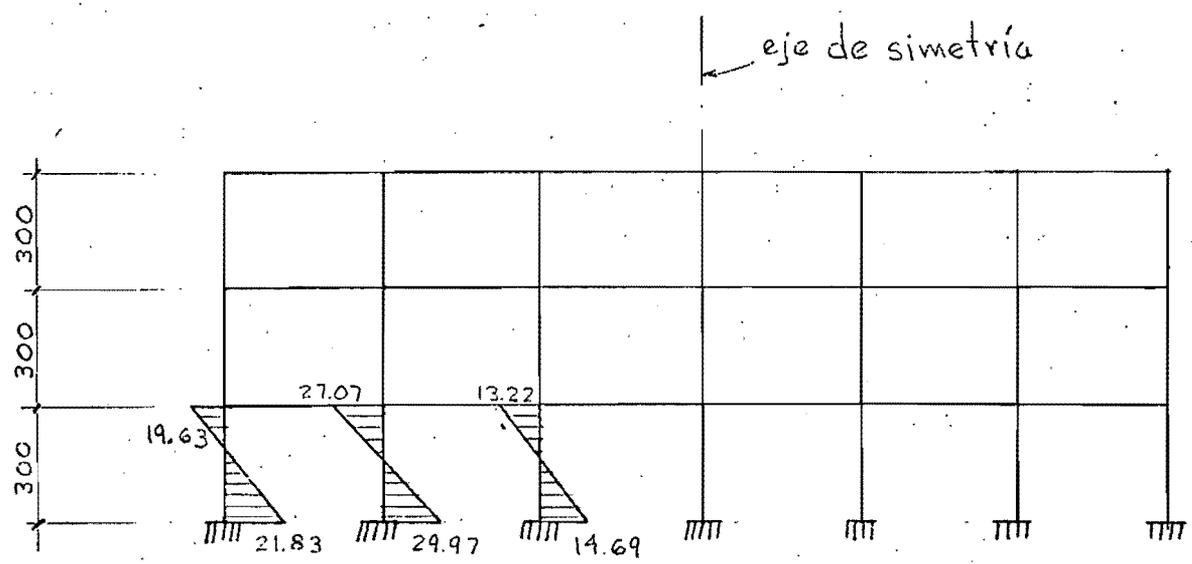
Análisis por contracción de concreto

El análisis se hará de acuerdo con el método propuesto por Branson, ya que de los tres métodos discutidos anteriormente 5, 6 y 8, aún cuando todos están basados en la teoría clásica elástica, el uso de los coeficientes utilizados por él, permiten una aplicación más sencilla. Posteriormente se discutirá la validez de aplicación de los mencionados coeficientes.

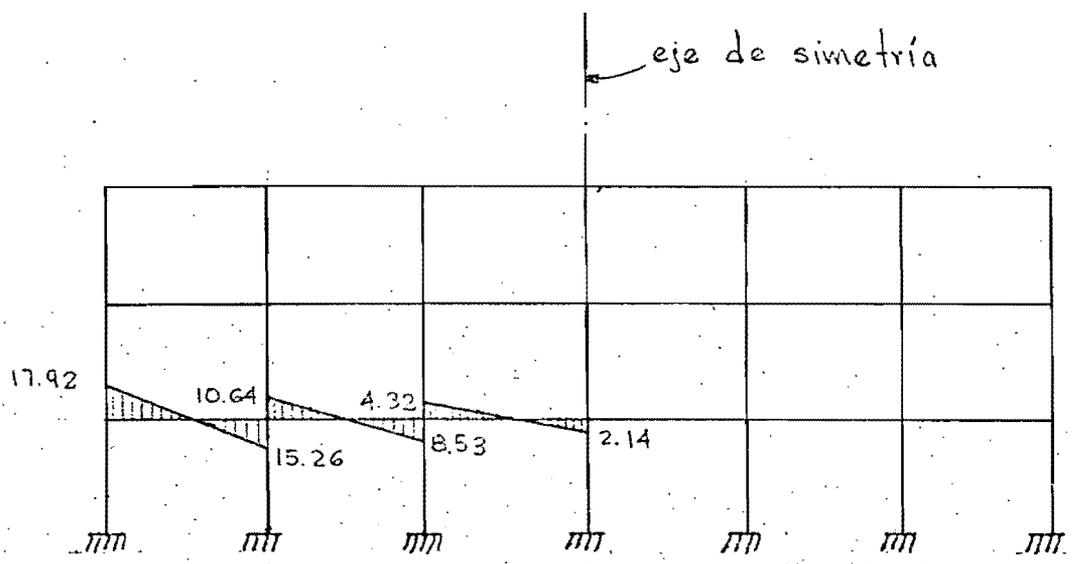
MARCO LONGITUDINAL (Con solo 6 crujiás)



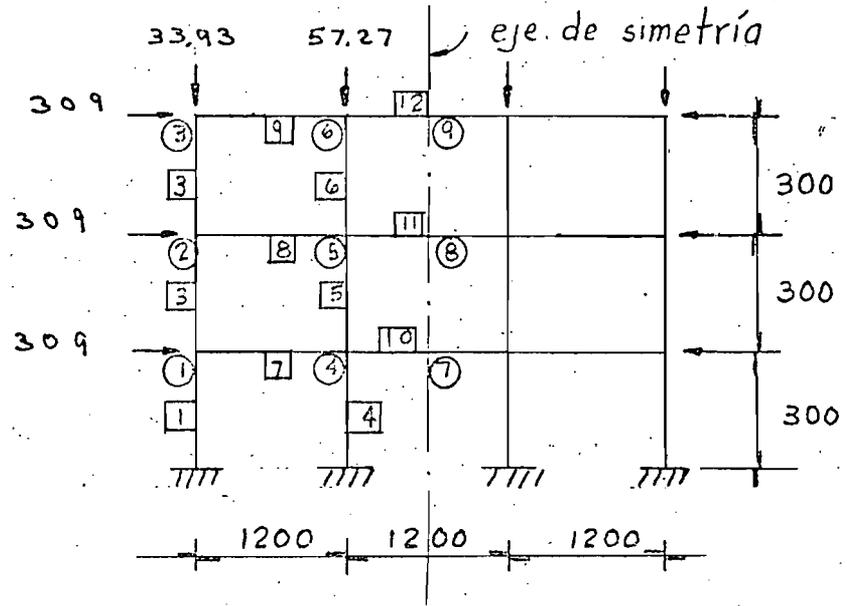
a) Cargas por temperatura



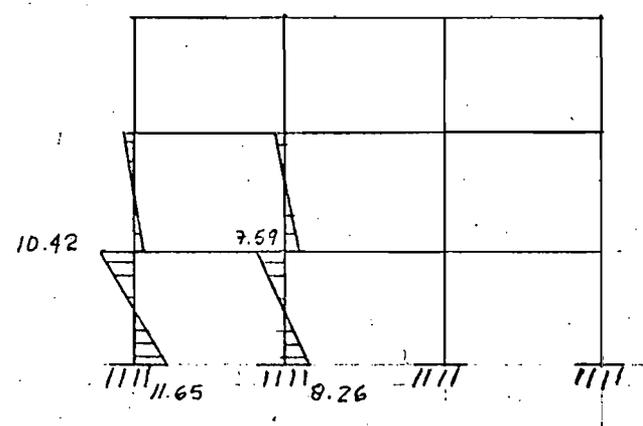
b) Momentos en columnas



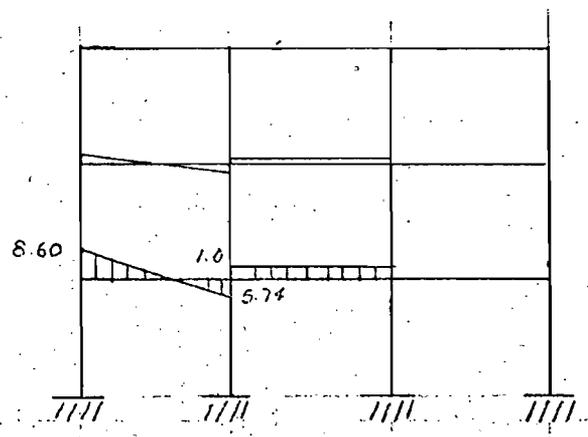
c) Momentos en traveses



a) Cargas por temperatura



b) Momentos en columnas



c) Momentos en traves

FIG. 20

$$F = D A_{losa} E_{losa}$$

D = coef. contracción del concreto

$$D_t = 1.2 (\epsilon_{sh})_t_{losa} - [(\epsilon_{sh})_t - (\epsilon_{sh})_{t_s}] \text{ trabe}$$

siendo t = edad de la trabe prefabricada menor que 7 días para concreto curado con humedad y 1 a 3 días para concreto curado a vapor.

t_s = edad de la trabe prefabricada en días cuando se cuela la losa.

Para concreto presforzado, el valor recomendado para t = 2 meses, y tomando en cuenta el factor correctivo mencionado en 3.3 es de:

$$D = 300 \times 10^{-6} \text{ cm/cm}$$

y de acuerdo a las recomendaciones para cualquier tiempo después de 28 días de colado el concreto, incluyendo valores últimos de la contracción (ec. 47)

$$D = \frac{2}{3} \times 300 \times 10^{-6} = 200 \times 10^{-6}$$

el valor de la fuerza para el marco longitudinal será:

$$\begin{aligned} F &= 200 \times 10^{-6} (900 \times 10) 141421 \\ &= 254500 \text{ kg} = 254.5 \text{ ton.} \end{aligned}$$

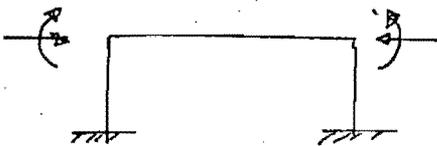
Esta fuerza estará aplicada en el centro de gravedad de la losa, por lo tanto el momento aplicado con relación al centro de gravedad homogeneizada será:

$$M = 254.5 \times 0.195$$
$$= 49.63 \text{ ton-m}$$

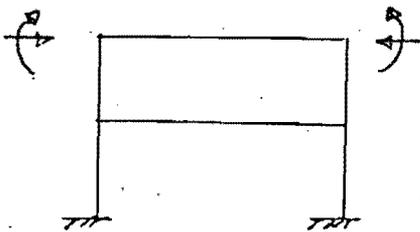
NOTA.- En la sección homogeneizada los concretos de la losa y la trabe, no se transformó el área de acero de presfuerzo a -- concreto, ya que la diferencia sería del orden de 1%.

Como se trata de una estructura continua, el momento isostático calculado se modificará debido a la hiperestaticidad como se comentó anteriormente.

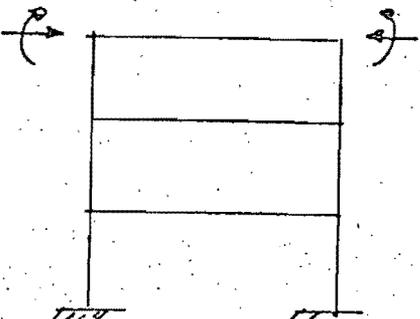
Debido a que el fenómeno de la contracción del concreto va - ocurriendo principalmente en el momento inmediato posterior al colado, el modelo matemático que se idealizó, fue con tres eta pas de colado, tal y como se muestra en la figura siguiente:



1^{er} colado



2^o colado



3^{er} colado

Como se indicó para el caso de temperatura, utilizando el método de las rigideces se obtuvieron los momentos flexionantes, graficándose en las figuras 21 y 22.

Si se aplicaran las solicitaciones simultáneamente en los 3 niveles para fines de análisis, los resultados tendrían una pequeña variación. (fig. 23).

Interpretación de resultados y cálculo de esfuerzos resultantes.

1) Temperatura.

a) Columnas.

En este caso, los valores de momentos flexionantes y fuerzas cortantes en el primer entrepiso de ambos marcos, transversales y longitudinales, son importantes, ya que sobrepasan en gran proporción a los debidos a cargas verticales e inclusive a los momentos debidos a fuerzas horizontales por sismo, por lo tanto deben tomarse en cuenta en el cálculo del acero de refuerzo.

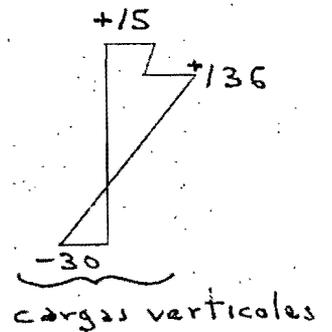
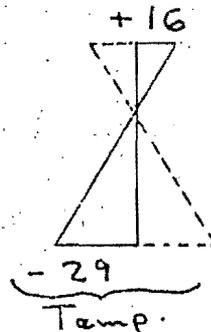
Los valores se disipan notablemente en los entrepisos superiores.

b) Trabes

Los momentos flexionantes en el primer nivel del marco longitudinal son importantes, siendo el mayor de ellos igual a 26.71 tm en los apoyos, provocando esfuerzos a un tercio del claro del orden de 10 tm y prácticamente nulos al centro del claro.

$$f_s = \frac{M}{S_c} = \frac{10 \times 10^5}{63273} = 16 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c = \frac{M}{S_c} = \frac{10 \times 10^5}{33585} = 29 \text{ Kg/cm}^2$$



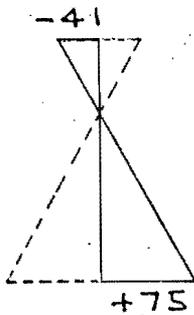
Los esfuerzos fibrarios máximos serán:

$$f_{comp.} = 136 + 9.6 = 145 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{tens.} = -29 - 30 = -59 \text{ Kg/cm}^2$$

S_s y S_i son los módulos de sección de la sección compuesta.

En el caso de los apoyos, los esfuerzos serían;



En ambos casos provocarían principalmente tensiones - que en algún momento vienen a adicionarse a las ya existentes - provocando seguramente agrietamientos no previstos en el estado límite de servicio.

2) Contracción del concreto.

a) Columnas.

Los momentos en columnas, principalmente en las prime ras cruñas son más importantes que los debidos a carga viva, - por lo que deberá considerarse para tomarlos en cuenta en el -- acero de refuerzo de las mismas.

Hacia los centros de claros, los momentos van disminu yendo, considerándose despreciables para las dos columnas cen--trales del marco transversal y las cuatro centrales del marco - longitudinal.

b) Trabes.

En los centros de claros interiores, debido a que la corrección de momentos hiperestáticos es relativamente pequeña puede despreciarse y tomar solamente el valor del momento isostático.

Así por ejemplo tomando la crujía central del marco longitudinal se tendrán los siguientes valores:

$$F = 204.8 \text{ ton}$$
$$M = 204.8 \times 0.195 - 0.64$$
$$= 39.29 \text{ tm}$$

Aplicando estos valores a la sección compuesta y de acuerdo con las fórmulas debidas a flexo-compresión, los esfuerzos serán:

$$\sigma = - \frac{204000}{1900} + \frac{204800}{3230} + \frac{39.89 \times 10^5}{62372} = 18 \text{ Kg/cm}^2$$

1 losa

$$\sigma = - 107 + 63 + 37 = - 7 \text{ kg/cm}^2$$

2 losa

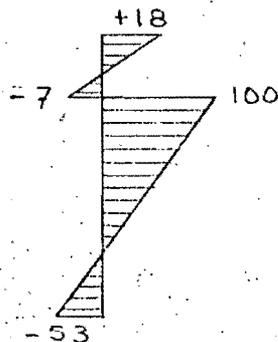
$$\sigma = 63 + 37 = 100 \text{ kg/cm}^2$$

1 trabe

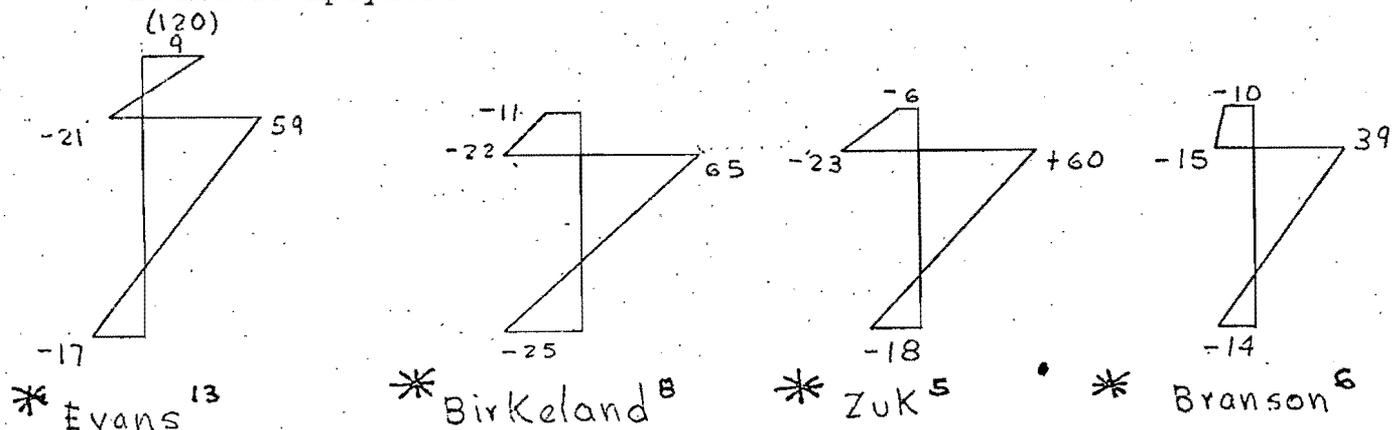
$$\sigma = 63 - \frac{39.29 \times 10^5}{33585} = - 53 \text{ kg/cm}^2$$

2 trabe

cuya gráfica sería:

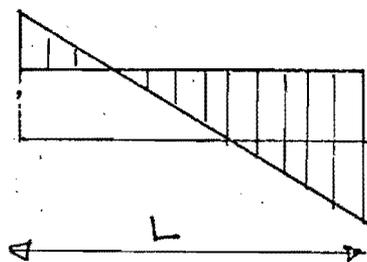


se presentan a continuación algunos valores numéricos de travesas compuestas de efectos de contracción del concreto en travesas libremente apoyadas



(-) tensiones
 (+) compresiones. (Kg/cm²)

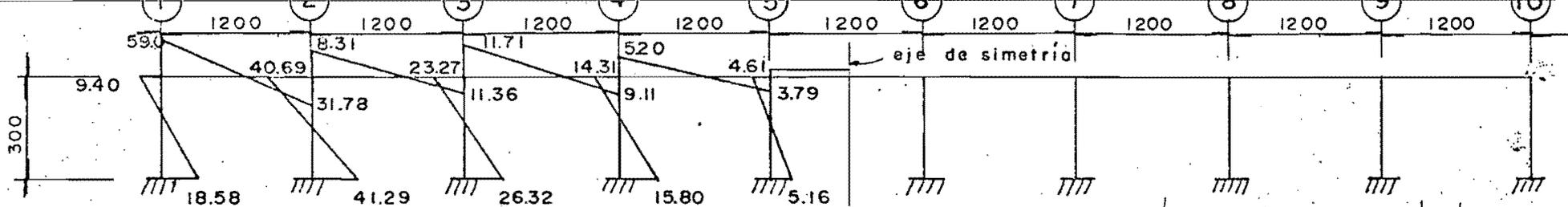
Si tomamos los valores de momentos flexionantes en los claros extremos, la envolvente tendría la forma siguiente:



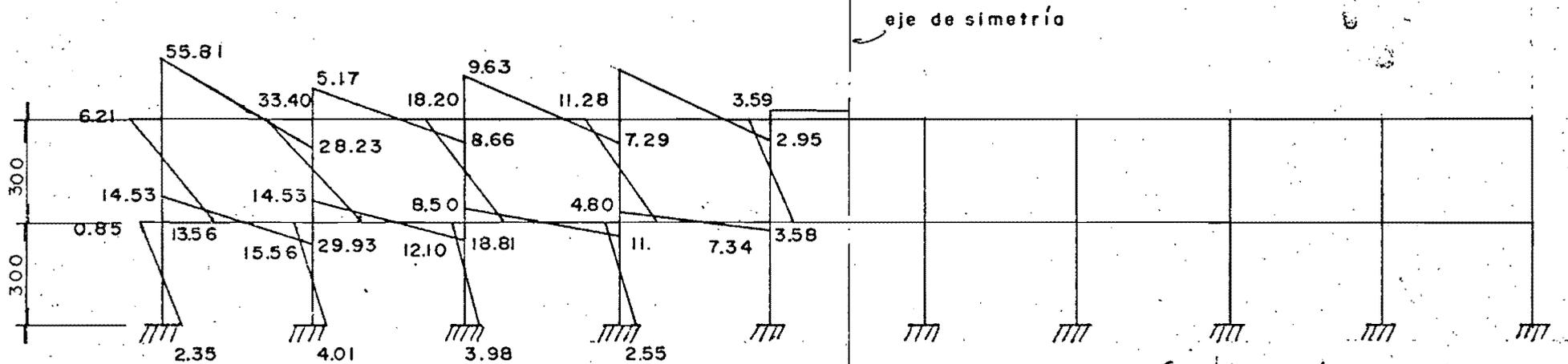
$$M_{isost.} = F \cdot \gamma_r$$

valores que afectarían principalmente los apoyos y que se diseñarían con acero de refuerzo convencional para tomar esos efectos y en el caso de presentarse compresiones altas en las zonas ya precomprimadas por el concreto, evitar por ejemplo, la adherencia del presfuerzo cerca de los apoyos, para disminuir los valores altos de compresión.

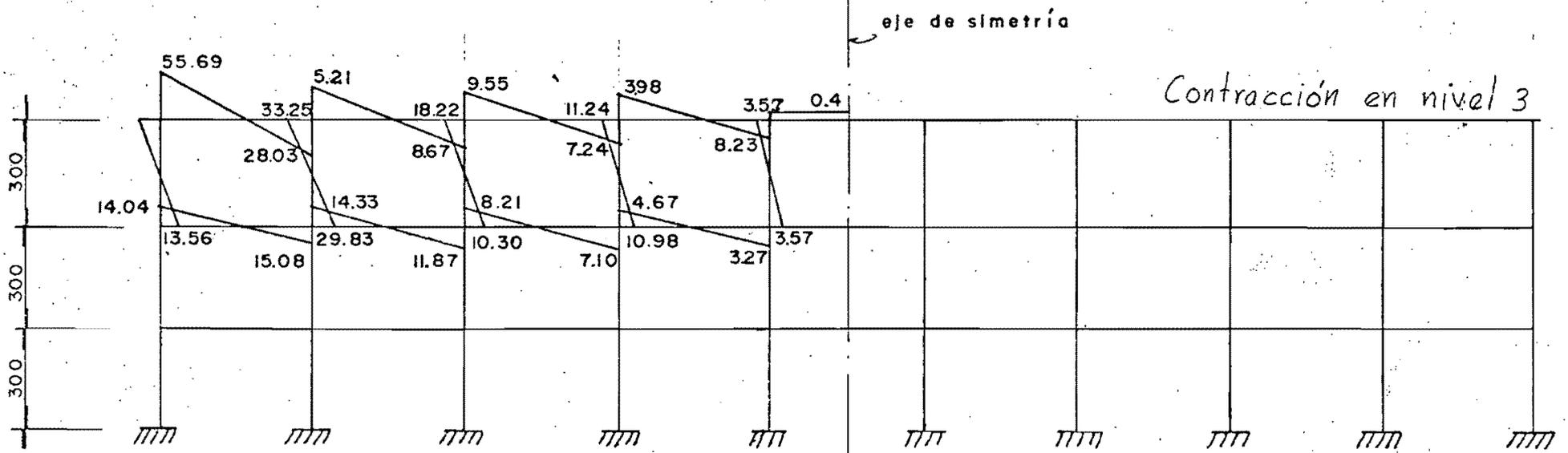
* Valores para secciones diferentes de puentes, con separaciones aproximadas de 2.50 a 3 m. entre travesas.



Contracción en nivel 1



Contracción en nivel 2



Contracción en nivel 3

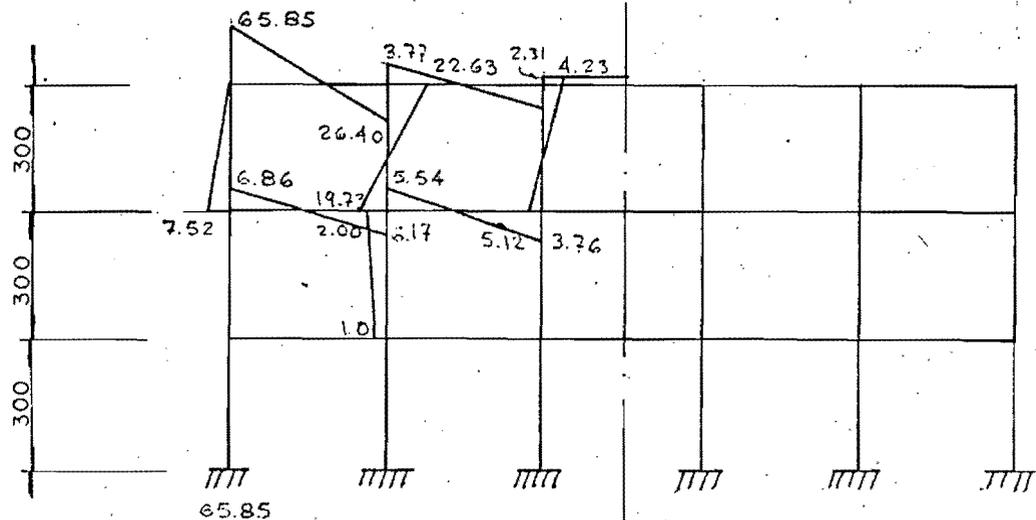
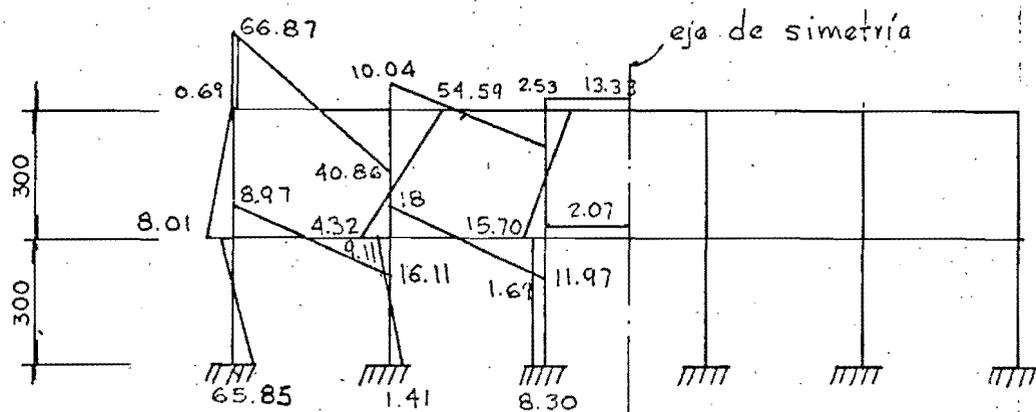
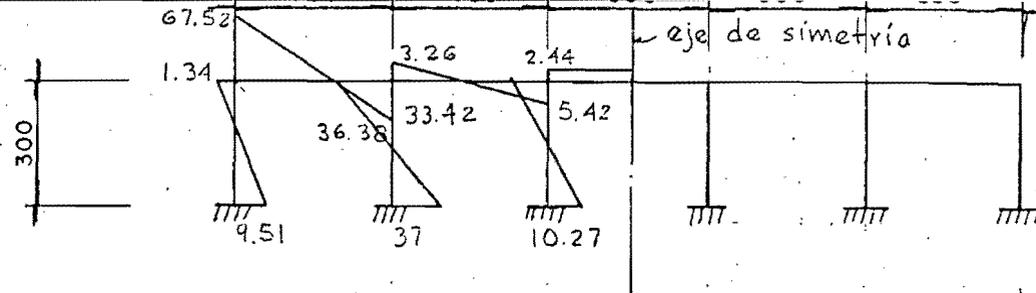
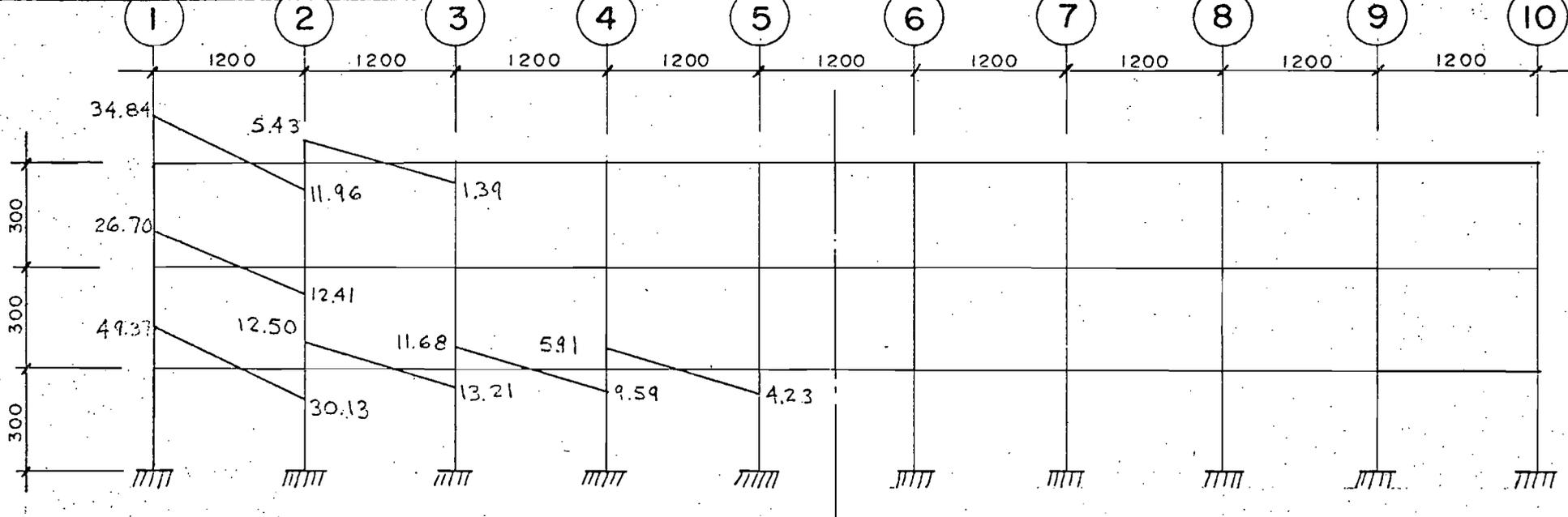
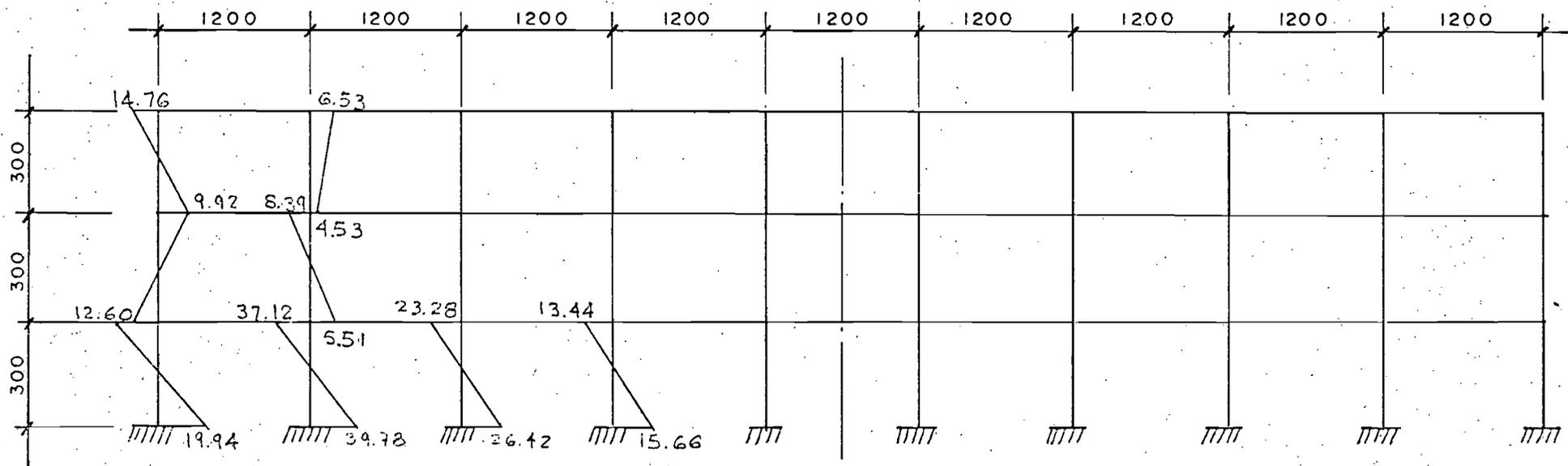


Fig. 22



a) Momentos en traves (ton - m)



b) Momentos en columnas (ton - m)

4.3. Conclusiones y recomendaciones.

Los resultados numéricos obtenidos en el ejemplo --- No. 2 del estacionamiento de tres niveles, permiten concluir - los siguientes puntos:

4.3.1. Temperatura.

a) Los efectos de temperatura provocan momentos --- flexionantes en el primer entrepiso, que distan de considerarse despreciables, tanto en traveses como en columnas.

b) En el caso de traveses, los momentos pueden ocasionar un incremento en las tensiones a los centros de claros, -- que al combinarse con las cargas gravitacionales, alcanzan el momento de agrietamiento antes de lo previsto en los cálculos usuales.

c) A mayor longitud del edificio, los efectos de -- temperatura son mayores en traveses y columnas, debido a que la rigidez por axial $A E/L$ de las traveses disminuye, lo cual conduce a la necesidad de considerar esos efectos y/o prever juntas constructivas para minimizarlos.

En el ejemplo numérico, la diferencia de momentos -- flexionantes tomando el marco longitudinal original con 9 cru- jías, los resultados hubieran sido del 60% y 20% si el marco se reduce a 6 y 3 crujiás respectivamente. (figs 19 y 20)



DEPA

4.3.2. Contracción del concreto.

4.3.2.1. Provoca momentos flexionantes no despreciables tanto en trabes como columnas.

4.3.2.2. Conclusión semejante a la (c) de las de temperatura.

4.3.2.3. Mientras mayor sea el tiempo que transcurra entre el concreto de la trabe presforzada y el de la losa colada en el lugar, los efectos de la diferencia de contracciones entre ambos concretos serán también mayores.

4.3.2.4. Contrariamente a la conclusión anterior, el hecho de que el tiempo mencionado sea menor, el efecto de la contracción diferencial será también menor, debido al efecto del flujo plástico y la contracción de la trabe prefabricada, reduciéndola a valores casi nulos.

4.3.2.5. Los valores de los esfuerzos calculados en el presente ejemplo son bastante mayores -- que los calculados por los autores mencionados 5, 6, 8 pero es importante aclarar que la separación entre trabes que forman marcos en este ejemplo es del orden de tres veces mayor que la utilizada por ellos y que las secciones de trabes del ejemplo son bastante menores.

Si se quiere simplificar al máximo las recomendaciones para minimizar los efectos de temperatura y contracción diferencial, se reducirían en forma simple como sigue:

a) Disminuir longitudes de estructuras largas a base de juntas constructivas.

b) Reducir separaciones entre traves de sección com
puesta lo más posible.

5. REFERENCIAS.

1. Bresler, B., Steady State Thermal Stresses in Rigid Frames
ACI journal, Junio 1962.
2. Guyon, Y. "Construction en béton précontraint". Tomo I Edi
ciones Eyrolles, Paris 1966.
3. Park R. y Pauley T. "Estructuras de concreto reforzado". -
Editorial LIMUSA, México. 1979.
4. Timoshenko, S y Goodier, "Theory of Elasticity". McGraw-Hill
Book Co, New York, 1951.
5. Zuk William, "Thermal and Shrinkage Stresses in Composite --
Beams", ACI journal, Proceedings 58, Sept 1961.
6. Branson, D. E. "Deformation of Concrete Structures", McGraw-
Hill, New York, 1977.
7. Ross and England, Magazine of Concrete Research, Londres 1972.
8. "Birkeland Halvard", "Diferencial Shrinkage in Composite Beams"
ACI journal, Proceedings V. 56, No. 11 Mayo 1960.
9. Camba, J.L. "Efectos hiperestáticos debidos al presfuerzo".
Revista Fac. Ingeniería UNAM, Vol. 2, 1979.
10. La Gue D.J, "Thermal Movements in Prestressed Hollow-cure root
slabs", PCI journal, Marzo- Abril 1972.
11. Priestley, J.M., "Design of Concrete Bridges for Temperature -
Gradients", ACI journal, Mayo 1978.
12. Ghali y Neville, "Structural Analysis" Intent Educational --

Publishers, San Francisco 1972.

13. Evans, R. y Parker, A. "Behavior of Prestressed Composite Beams", ACI journal V.26, No. 9, Mayo 1965.
- 14.- Jáuregui E, "Mesomicroclima de la Ciudad de México", Instituto de Geografía UNAM, 1971
- 15.- "PCI design handbook", 2ª edición, 1978
- 16.- "Volume Changes in Precast Prestressed Concrete Structures" PCI journal, septiembre-octubre 1977.

APENDICE A

Mesomicroclima de la Ciudad de México¹⁴

El objeto del presente apéndice es el de presentar los valores de temperatura máximos, mínimos y promedios en la Ciudad de México, para justificar, entre otros objetivos, los valores de cambios de temperatura, adoptados en el presente trabajo.

Cuando se estudia el ambiente atmosférico de un área generalmente del orden de un kilómetro cuadrado o menor se entra al dominio de la microclimatología y para áreas grandes pero conservándose pequeñas, se estudian en el mesoclima, como sería el área urbana de la Ciudad de México.

La determinación de la influencia de las áreas urbanas en el clima, es desde hace algún tiempo tema de investigación, ya que las áreas citadinas con sus masas compactas de edificios, fábricas, casas y calles, constituyen una interrupción marcada de la conformación natural del paisaje.

En el presente apéndice se muestran los factores que influyen en la distribución de la temperatura del aire y de otros elementos del clima en la Ciudad de México, para tratar de fijar ideas sobre los valores de la temperatura que deberían tomarse, al analizar los efectos de ésta sobre las estructuras.

Con base en una serie de mediciones de temperatura del aire por medio de recorridos en automóvil, utilizando termómetros de mercurio, haciendo los recorridos a las 21:00 hrs. y entre 4 y 5:00 hrs., se obtuvieron los resultados siguientes:

- 1) Se encontró que la temperatura del aire aumenta de la periferia hacia el centro de la ciudad de México, llamándosele "Isla de calor".
- 2) La modificación del equilibrio de radiación originado por la contaminación del aire es un factor muy importante, ya que durante el día solo llega del orden de un 30% de la radiación global, siendo el resto dispersado y absorbido por las capas de impurezas del aire; por lo tanto, las temperaturas mínimas más elevadas dentro de la ciudad que en la periferia.
(Figs. A-1 y A-2)
- 3) La mayor capacidad térmica de las superficies urbanas tiene el efecto de retardar la ocurrencia de la temperatura máxima y la nube de impurezas en el aire, afecta en forma insignificante, el valor de esa temperatura. (figs. A-3 y A-4). Se puede apreciar que las temperaturas máximas en el centro de la ciudad se reducen ya que una parte apreciable de la radiación solar es interceptada por la nube de impurezas.
- 4) Las heladas ocurren con menor frecuencia en el centro de la ciudad debido a la "isla de calor" disminuyendo así el número de días anuales con temperaturas, bajo cero; en cambio, en la periferia se presentan entre 40 y 50 días por año.
- 5) Las lluvias en la ciudad de México son del orden de 90 a 130 días por año, siendo las zonas sur y poniente donde llueve más.
- 6) La temperatura media anual al finalizar el siglo pasado era de 15.4°C, con base en observaciones meteorológicas.

gicas entre 1877 y 1892. El enturbamiento del aire - por el crecimiento del área urbana se aceleró a partir de la década de los años cuarenta y en la actualidad la temperatura media es de 17°C. (Fig. 5-A)

La amplitud térmica promedio en la Ciudad de México, calculada a partir de las temperaturas máximas y mínimas es del orden de 13° a 15°C en la época de lluvias y sube de 18° a 20°C en la estación seca. En el ejemplo numérico resuelto en el presente trabajo, se tomó una amplitud $\Delta T = 20^\circ\text{C}$.

En los recorridos que se hicieron para medir la humedad relativa en el área de la Ciudad de México, se encontraron diferencias del orden del 20%. (fig. 6-A) Los promedios son del orden de 55% en el período frío y de 40% en el período seco.

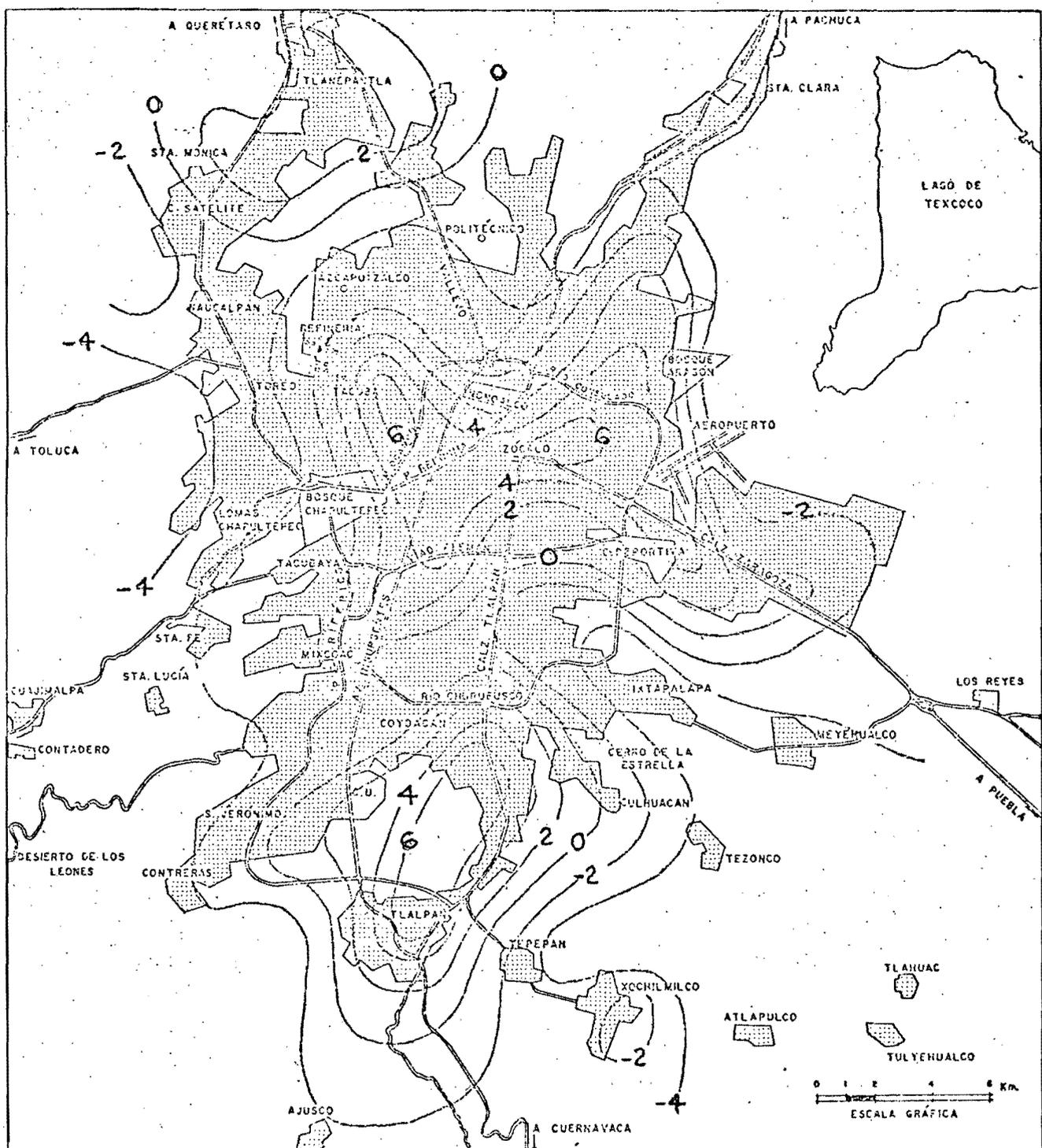


FIG. A-1 TEMPERATURA MÍNIMA PROMEDIO EN ENERO (grados centígrados)

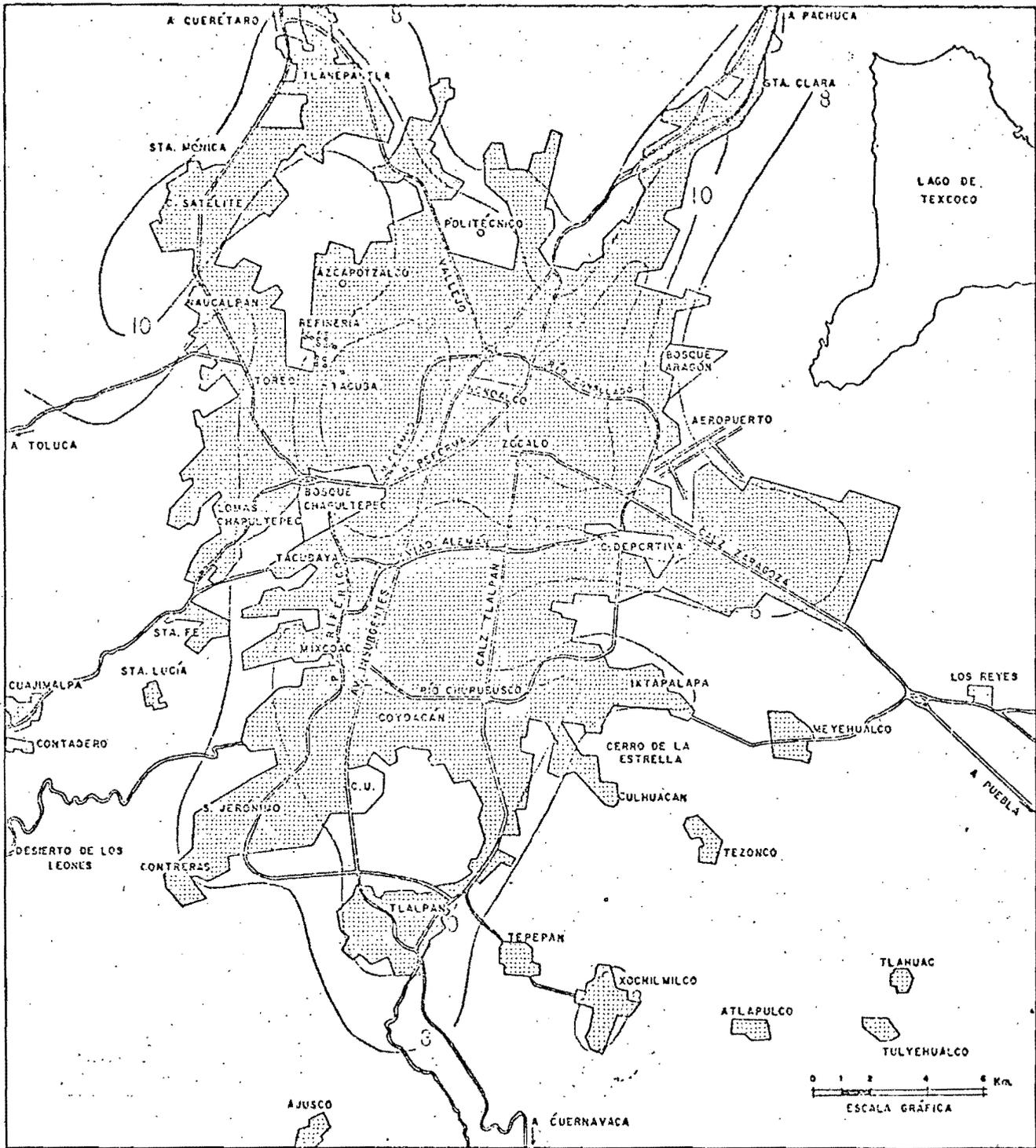


FIG. A2. TEMPERATURA MÍNIMA. PROMEDIO EN JULIO (grados centígrados).

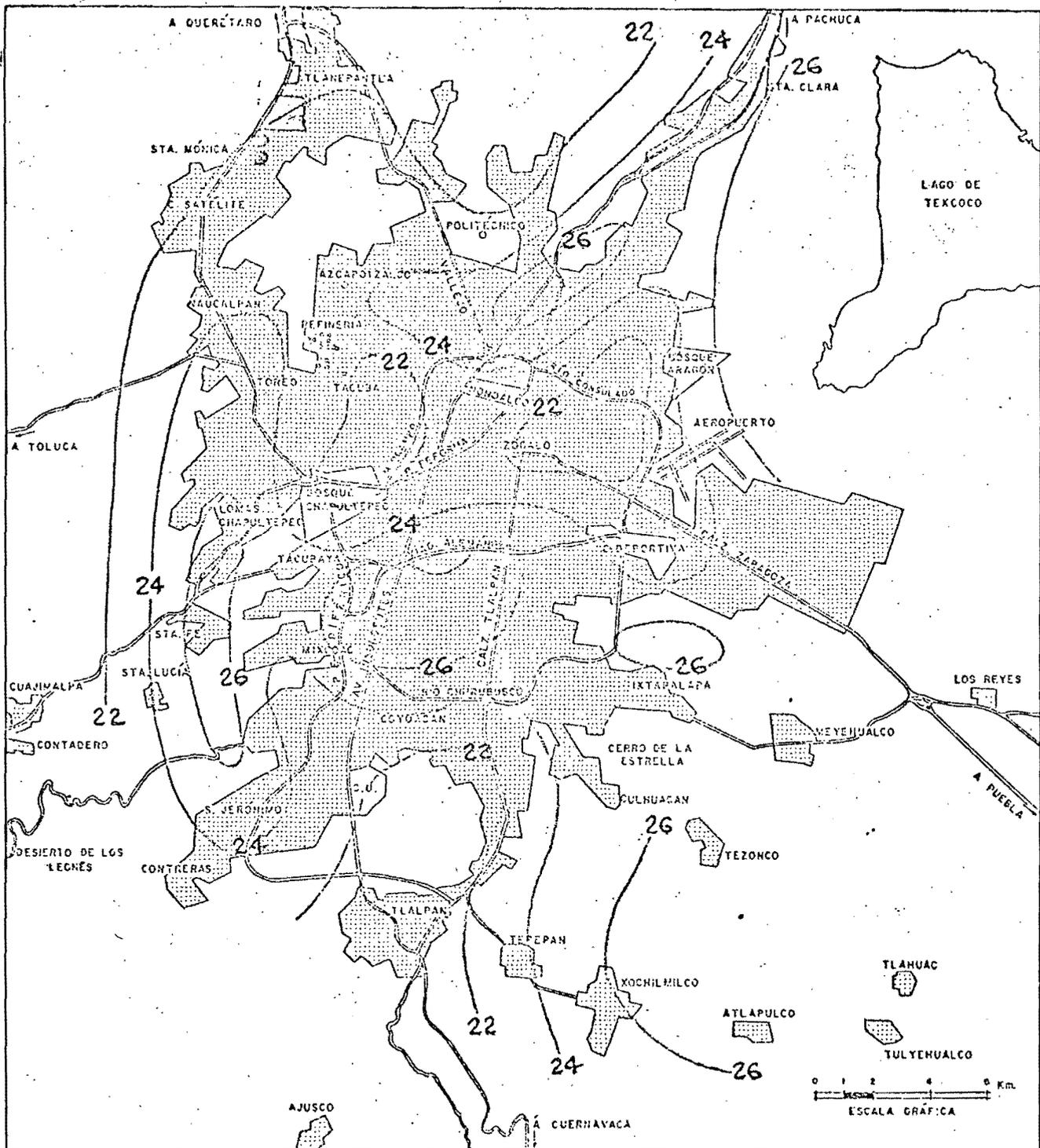


FIG. A-3 TEMPERATURA MÁXIMA PROMEDIO EN ENERO (grados centígrados.)

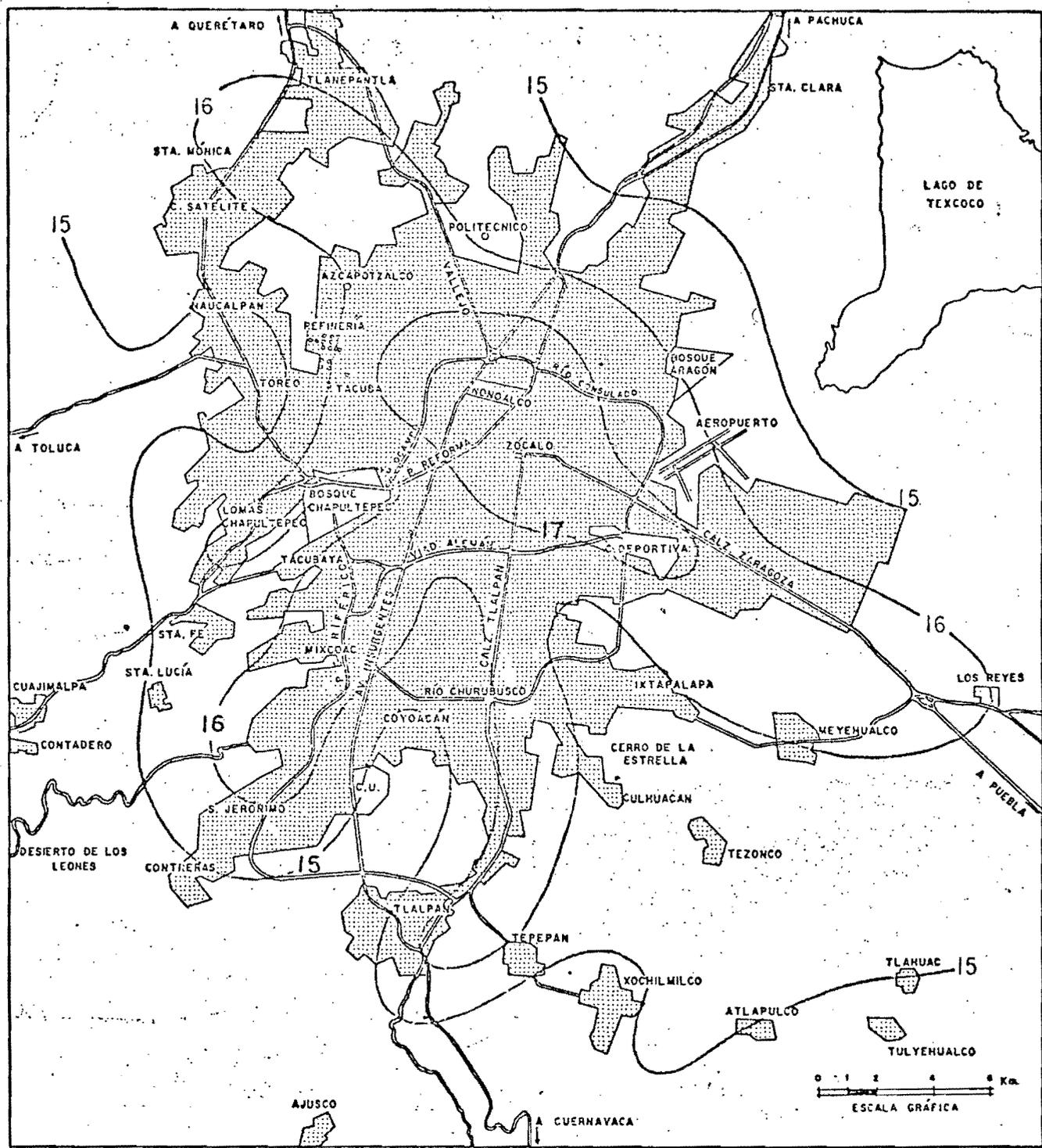


FIG. 34A TEMPERATURA MEDIA ANUAL (grados centígrados)

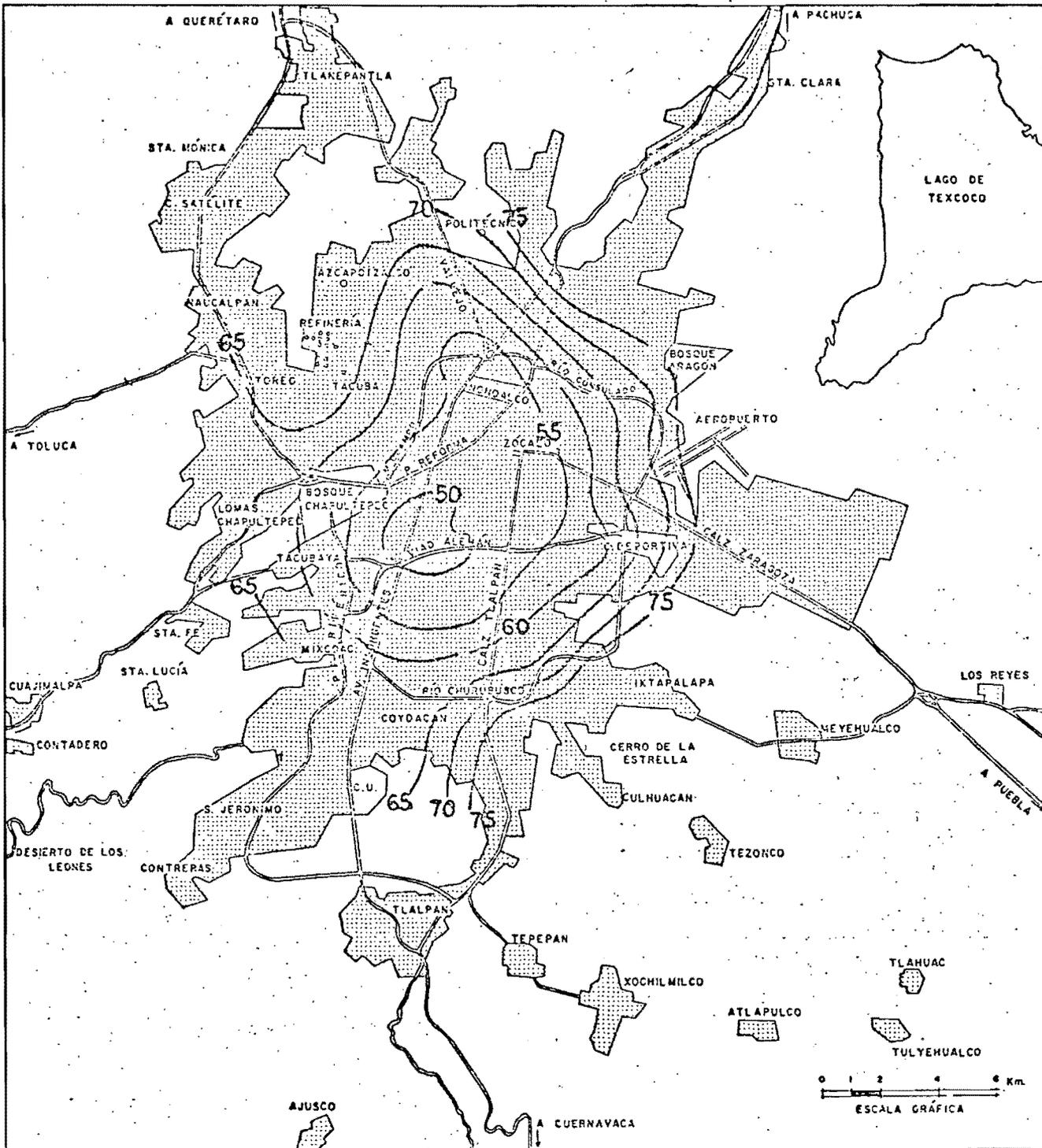


FIG. 6A DISTRIBUCIÓN DE LA HUMEDAD RELATIVA EL 23 DE FEBRERO DE 1969 DE 4:15 A 6:15 A.M. (en %)

APENDICE B

"Cambios volumétricos en estructuras de concreto
presforzadas y prefabricadas" ¹⁵

El objeto del presente apéndice, es mostrar el criterio que sigue el manual de PCI, 2a. edición 1978, para la obtención de los efectos en las estructuras debidos a cambios volumétricos.

Los cambios volumétricos que provienen del flujo plástico y contracción del concreto, así como la temperatura afectan a las estructuras de edificios, básicamente después de construídos.

Existen dos tipos de deformaciones debidas a cambios volumétricos: movimientos axiales y rotacionales. Las restricciones a estos movimientos provocan cargas sobre los marcos de edificios.

Para el cálculo de las deformaciones unitarias debidas a cambios volumétricos, el comité del PCI propone 2 métodos:

En el primer método, se hacen intervenir las variables principales para obtener las deformaciones por flujo, contracción del concreto y los cambios de temperatura y que serían:

- 1a Plano geográfico mostrando los máximos cambios de temperatura en Estados Unidos y Canadá. (fig. B - 1).
- 1b Plano geográfico de la mencionada región, mostrando el porcentaje promedio de humedad relativa (fig B-2)

- 1c Tabla mostrando el flujo plástico y la contracción - del concreto en función del tiempo de colado, de una compresión promedio debida al presfuerzo y de la humedad relativa y de la relación volumen/superficie - - (tabla B-1).
- 1d Tabla mostrando factores de corrección de la compresión de presfuerzo promedio en función de la calidad del concreto (tabla B-2)
- 1e Tabla con los factores de corrección para la humedad relativa (tabla B-3)
- 1f Tabla con los factores correctivos de volumen/superficie (tabla B-4)
- 1e Tabla con las deformaciones unitarias para temperaturas (tabla B-5)

Las ecuaciones que sirvieron de base para obtener los valores de las tablas mencionadas, son las que se mostraron en el desarrollo del presente trabajo y para mayor información consultar la referencia 16.

El segundo método llamado cambio equivalente de volumen, el cual utiliza menos variables que el anterior y se basa en que un elemento horizontal de un marco, si se restringe el cambio de volumen, aparece una fuerza de tensión en el elemento y se transmite a las columnas. Sin embargo como el acortamiento tiene lugar en un cierto período de tiempo, este efecto sobre los momentos y cortantes de los apoyos es menor debido al flujo y al microagrietamiento del elemento y sus apoyos.

Para facilitar el diseño, los cambios volumétricos se tratarán de la misma forma que las deformaciones elásticas utilizando el concepto de "acortamiento equivalente"

Básicamente las ecuaciones se escriben:

$$\partial_{ec} = \partial_c / K1$$

$$\partial_{es} = \partial_s / K1, \text{ en las cuales:}$$

∂_{ec} , ∂_{es} = flujo y contracción equivalente, respectivamente

∂_c , ∂_s = flujo y contracción calculados, respectivamente

$K1$ = una constante de diseño que varía entre 3 y 5 y que está cerca del 3 cuando los elementos tienen bastante refuerzo y 5 cuando tienen poco refuerzo.

La deformación debido al cambio de temperatura se modifica en forma semejante:

$$\partial_{et} = \partial_t / Kt$$

∂_{et} y ∂_t = deformaciones por temperaturas equivalente y calculada respectivamente.

$K1$ = constante, cuyo valor recomendado es = 1.5

Por lo tanto, la deformación total será:

$$\Delta = \partial_{ec} + \partial_{ec} + \partial_{et}$$

Cuando se usa el método de la deformación equivalente en el análisis de marcos para determinar momentos y cortantes, se usa el módulo de elasticidad normal y no el módulo de elasticidad reducido como en otros métodos.

Las tablas B-6 y B-7, muestran los valores de las deformaciones reales y equivalentes para edificios.

De los ejemplos mostrados, en el PCI, la diferencia entre ambos métodos es pequeña, por lo que se recomienda el uso del segundo método por ser más sencillo de aplicar.

FIG. B-1 Máximos cambios de temperatura en grados F.
Maximum seasonal climatic temperature change, deg F

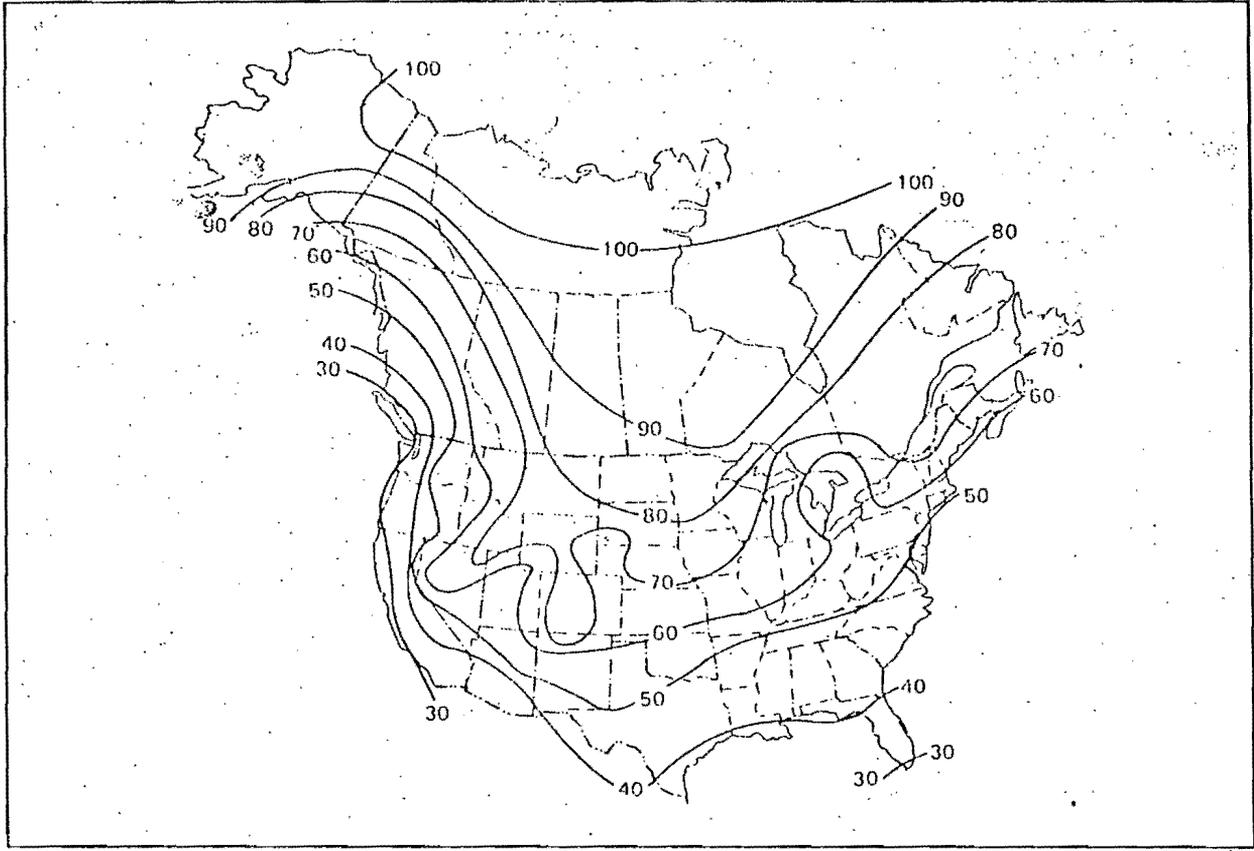


FIG. B-2 PORCENTAJE PROMEDIO DE HUMEDAD RELATIVA
Annual average ambient relative humidity, percent

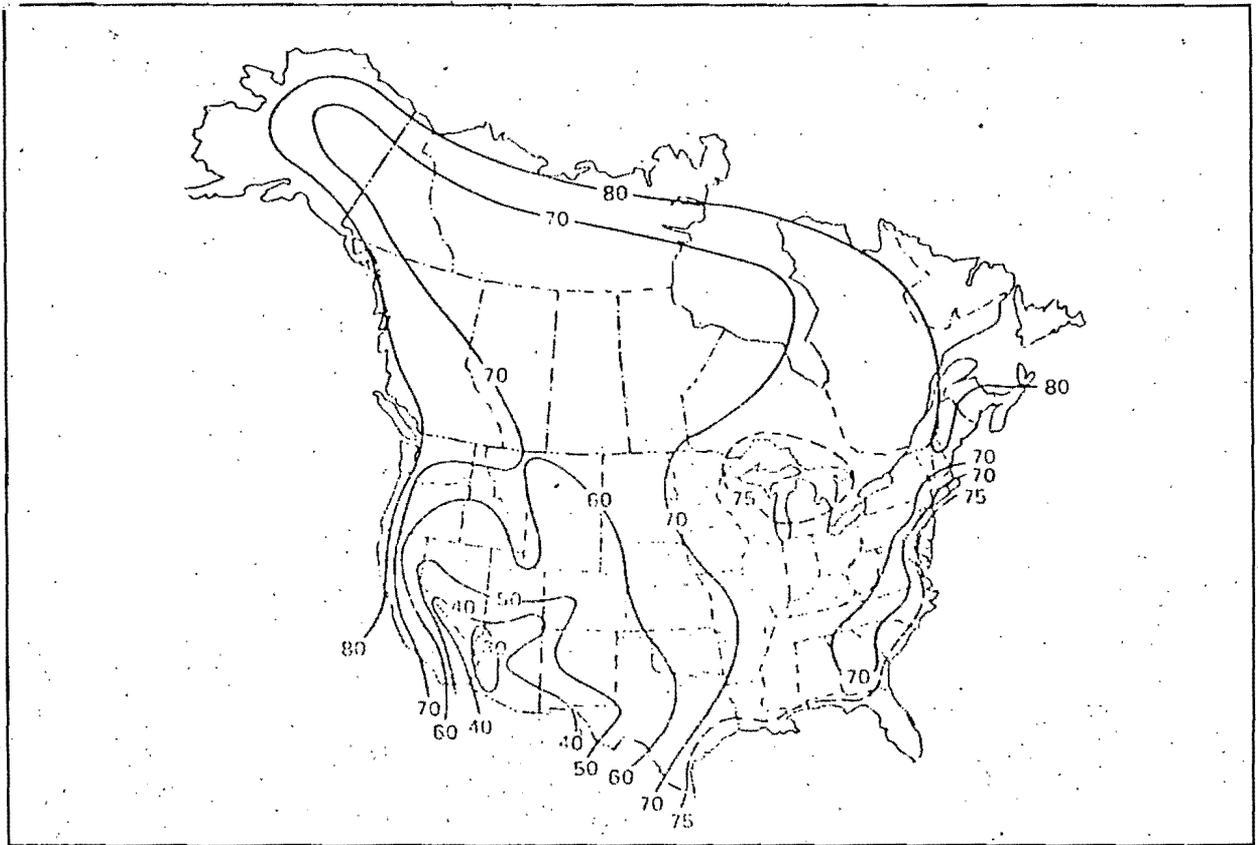


TABLA B-1 Deformaciones unitarias en millonésimas del flujo plástico y contracción
 Creep and shrinkage strains (millionths)

Concrete Release Strength = 3500 psi Average Prestress = 1000 psi Relative Humidity = 70 percent Volume / Surface Ratio = 1.5 in.				
Time Days ²	Creep		Shrinkage	
	Normal weight	Lightweight	Accelerated cure	Moist cure
1	48	71	10	14
3	85	126	29	40
5	109	162	47	64
7	127	190	63	85
9	143	212	79	104
10	149	222	86	113
20	197	294	149	185
30	228	340	198	235
40	250	373	236	272
50	268	399	267	300
60	282	420	292	322
70	294	438	314	340
80	305	454	332	355
90	313	467	348	367
100	321	479	361	378
200	370	551	439	434
1 Yr	406	605	487	465
3 Yr	456	679	533	494
5 Yr	472	703	544	500
Final	524	781	560	510

1. These factors are based on average values of a large amount of data with significant scatter (see "Volume Changes in Precast Prestressed Concrete Structures", *PCI Journal*, September-October, 1977). Thus, they may not apply in particular situations. The use of reliable creep and shrinkage properties, based on local concretes and conditions, may be used when available. Table values may be modified by simple proportion when using other creep and shrinkage factors.
2. Refers to days after release of prestress for creep and shrinkage-accelerated cure; and to days after completion of moist curing (of 5 to 7 days) for shrinkage-moist cure.

TABLA B-2 Factores correctivos para pretensiones y resistencia
 Correction factors for prestress and concrete strength (creep only) del concreto

Ave. P/A (psi)	Release strength, f_{ci} (psi)						
	2500	3000	3500	4000	4500	5000	6000
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
200	0.24	0.22	0.20	0.19	0.18	0.17	0.15
400	0.47	0.43	0.40	0.37	0.35	0.33	0.31
600	0.71	0.65	0.60	0.56	0.53	0.50	0.46
800	0.95	0.86	0.80	0.75	0.71	0.67	0.61
1000	1.18	1.08	1.00	0.94	0.88	0.84	0.76
1200	1.42	1.30	1.20	1.12	1.06	1.00	0.92
1400	1.66	1.51	1.40	1.31	1.23	1.17	1.07
1600		1.73	1.60	1.50	1.41	1.34	1.22
1800		1.94	1.80	1.68	1.59	1.51	1.37
2000			2.00	1.87	1.76	1.67	1.53
2200				2.06	1.94	1.84	1.68
2400				2.24	2.12	2.01	1.83
2600					2.29	2.18	1.99
2800						2.34	2.14
3000						2.51	2.29

B-3 Factores de corrección para humedad relativa
Correction factors for relative humidity

Ave. Ambient R.H. (from Fig. 4.4.2)	Creep	Shrinkage
40	1.25	1.43
50	1.17	1.29
60	1.08	1.14
70	1.00	1.00
80	0.92	0.86
90	0.83	0.43
100	0.75	0.00

B-4 Factores de corrección para relac. volumen/superficie
Correction factors for volume/surface ratio

Time, days	Creep						Shrinkage					
	V/S						V/S					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1	1.30	0.78	0.49	0.32	0.21	0.15	1.25	0.80	0.50	0.31	0.19	0.11
3	1.29	0.78	0.50	0.33	0.22	0.15	1.24	0.80	0.51	0.31	0.19	0.11
5	1.28	0.79	0.51	0.33	0.23	0.16	1.23	0.81	0.52	0.32	0.20	0.12
7	1.28	0.79	0.51	0.34	0.23	0.16	1.23	0.81	0.52	0.33	0.20	0.12
9	1.27	0.80	0.52	0.35	0.24	0.17	1.22	0.82	0.53	0.34	0.21	0.12
10	1.26	0.80	0.52	0.35	0.24	0.17	1.21	0.82	0.53	0.34	0.21	0.13
20	1.23	0.82	0.56	0.39	0.27	0.19	1.19	0.84	0.57	0.37	0.23	0.14
30	1.21	0.83	0.58	0.41	0.30	0.21	1.17	0.85	0.59	0.40	0.26	0.16
40	1.20	0.84	0.60	0.44	0.32	0.23	1.15	0.86	0.62	0.42	0.28	0.17
50	1.19	0.85	0.62	0.46	0.34	0.25	1.14	0.87	0.63	0.44	0.29	0.19
60	1.18	0.86	0.64	0.48	0.36	0.26	1.13	0.88	0.65	0.46	0.31	0.20
70	1.17	0.86	0.65	0.49	0.37	0.28	1.12	0.88	0.66	0.48	0.32	0.21
80	1.16	0.87	0.66	0.51	0.39	0.29	1.12	0.89	0.67	0.49	0.34	0.22
90	1.16	0.87	0.67	0.52	0.40	0.31	1.11	0.89	0.68	0.50	0.35	0.23
100	1.15	0.87	0.68	0.53	0.42	0.32	1.11	0.89	0.69	0.51	0.36	0.24
200	1.13	0.90	0.74	0.61	0.51	0.42	1.08	0.92	0.75	0.59	0.44	0.31
1 Yr	1.11	0.91	0.77	0.67	0.58	0.50	1.07	0.93	0.79	0.64	0.50	0.38
3 Yr	1.10	0.92	0.81	0.73	0.67	0.62	1.06	0.94	0.82	0.71	0.59	0.47
5 Yr	1.10	0.92	0.82	0.75	0.70	0.66	1.06	0.94	0.83	0.72	0.61	0.49
Final	1.09	0.93	0.83	0.77	0.74	0.72	1.05	0.95	0.85	0.75	0.64	0.54

B-5 - Deformaciones de diseño por temperatura
Design temperature strains* (millionths)

Temperature zone from Fig 4.4.1	Normal weight		Lightweight	
	Heated	Unheated	Heated	Unheated
10	30	45	25	38
20	60	90	50	75
30	90	135	75	113
40	120	180	100	150
50	150	225	125	188
60	180	270	150	225
70	210	315	175	263
80	240	360	200	300
90	270	405	225	338
100	300	450	250	375

* Based on accepted coefficients of thermal expansion, reduced to account for thermal lag.
(See referenced committee report, PCI Journal, September-October, 1977)

B-6 - Deformaciones debidas a cambios de volumen
 por edificios

Volume change strains for typical buildings (millionths)

Prestressed members (P/A = 1000 psi), normal weight concrete

Heated buildings										
Temp. zone (Fig. 4.4.1)	Actual strain					Equivalent strain				
	Ave. relative humidity (Fig. 4.4.2)					Ave. relative humidity (Fig. 4.4.2)				
	40	50	60	70	80	40	50	60	70	80
0	703	643	583	524	464	176	161	146	131	116
10	733	673	613	554	494	196	181	166	151	136
20	763	703	643	584	524	216	201	186	171	156
30	793	733	673	614	554	236	221	206	191	176
40	823	763	703	644	584	256	241	226	211	196
50	853	793	733	674	614	276	261	246	231	217
60	883	823	763	704	644	296	281	266	252	237
70	913	853	793	734	674	316	301	287	272	257
80	943	883	823	764	704	336	322	307	292	277
90	973	913	853	794	734	357	342	327	312	297
100	1003	943	883	824	764	377	362	347	332	317
Unheated structures										
0	703	643	583	524	464	176	161	146	131	116
10	748	688	628	569	509	206	191	176	161	146
20	793	733	673	614	554	236	221	206	191	176
30	838	778	718	659	599	266	251	236	221	206
40	883	823	763	704	644	296	281	266	252	237
50	928	868	808	749	689	326	312	297	282	267
60	973	913	853	794	734	357	342	327	312	297
70	1018	958	898	839	779	387	372	357	342	327
80	1063	1003	943	884	824	417	402	387	372	357
90	1108	1048	988	929	869	447	432	417	402	387
100	1153	1093	1033	974	914	477	462	447	432	418

B-7

Volume change strains for typical buildings (millionths)

Prestressed members (P/A = 1000 psi), lightweight concrete

Heated buildings										
Temp. zone (Fig. 4.4.1)	Actual strain					Equivalent strain				
	Ave. relative humidity (Fig. 4.4.2)					Ave. relative humidity (Fig. 4.4.2)				
	40	50	60	70	80	40	50	60	70	80
0	861	791	721	650	580	215	198	180	163	145
10	886	816	746	675	605	232	215	197	179	162
20	911	841	771	700	630	249	231	214	196	179
30	936	866	796	725	655	266	248	230	213	195
40	961	891	821	750	680	282	265	247	230	212
50	986	916	846	775	705	299	281	264	246	229
60	1011	941	871	800	730	316	298	281	263	246
70	1036	966	896	825	755	333	315	297	280	262
80	1061	991	921	850	780	349	332	314	297	279
90	1086	1016	946	875	805	366	349	331	313	296
100	1111	1041	971	900	830	383	366	348	330	313
Unheated structures										
0	861	791	721	650	580	215	198	180	163	145
10	899	829	758	688	618	240	223	205	188	170
20	936	866	796	725	655	266	248	230	213	195
30	974	904	833	763	693	291	273	256	238	220
40	1011	941	871	800	730	316	298	281	263	246
50	1049	979	908	838	768	341	323	306	288	271
60	1086	1016	946	875	805	366	349	331	313	296
70	1124	1053	983	913	843	391	374	356	338	321
80	1161	1091	1021	950	880	416	399	381	364	346
90	1199	1128	1058	988	918	441	424	406	389	371
100	1236	1166	1096	1025	955	467	449	431	414	396

TESINA DE JOSE LUIS CAMBA
1982 MARCO LEONARD
EFECTOS DE TEMPERATURA Y CONTRACCION

NO. DE NUDOS = 2
NO. DE BARRAS = 2
NO. DE APOYOS = 1

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	MU
1	3 1	3.00	90.	0.	.160000E+02	.12000E+00	1.20	.1414210E+07	0.2000
2	1 2	7.50	0.	0.	.1528123E-01	.32300E+00	1.20	.1870820E+07	0.2000

ORDEN DE BANDA DE LA MATRIZ K = 2

L = metros
A = m²
I = m⁴
Fza = ton
M = ton-m
Despl. = m
E = ton/m²

NO. DE CONDICIONES DE CARGA 2

FUERZAS EN NUDOS

NUMERO DE CARGA

1
2

FY 253.14
197.99

Fx 44.89
0.00

M 0.00
-30.61

CONDICION DE CARGA 1 EFECTOS DE TEMPERATURA

ELEMENTOS MECANICOS DE MUÑO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	44.89	2.03	3.54	-44.89	-2.03	2.54
2	251.11	0.00	-2.54	-251.11	-0.00	2.54

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y			X	Y	
1	31167141E-02	-79355258E-03	-66569894E-03		0.00	-0.00	-0.00
2	0.	-32899236E-02	0.		251.11	0.00	-2.54

REACCIONES EN APOYOS (COORDENADAS GLOBALES)

APOYO	FZA. Y	FZA. X	MOMENTO
3	-2.03	44.89	3.54

CONDICION DE CARGA 2 EFECTO DE CONTRACCION DEL CONCRETO

ELEMENTOS MECANICOS DE MUÑO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	0.00	-6.60	-5.15	-0.00	6.60	-14.64
2	204.59	0.00	-23.97	-204.59	-0.00	23.97

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	
1	.25392307E-02	-.35527137E-14	-.62891191E-02	0.	70.00	0.00	0.00
2	0.	-.23584197E-01	0.	0.	204.59	0.00	-23.97

REACCIONES EN APOYOS (COORDENADAS GLOBALES)

APOYO	FZA. X	FZA. Y	MOMENTO
3	6.60	0.00	-5.15

TIEMPO DE EJECUCION = 0.6 SEGUNDOS

TFSINA DE JOSE LUIS CAMBA
 AGOSTO DE 1982 MARCO LONGITUDINAL
 EFECTOS DE TEMPERATURA

9 curvías

NO. DE NUDOS = 23
 NO. DE BARRAS = 30
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERTIA	AREA	K	E	MU
1	6	3	0	0	160000	3417	1	14142	0
2	7	3	0	0	3417	1	14142	0	0
3	8	3	0	0	3417	1	14142	0	0
4	9	3	0	0	3417	1	14142	0	0
5	10	3	0	0	3417	1	14142	0	0
6	7	3	0	0	15228	1	18708	0	0
7	8	3	0	0	15228	1	18708	0	0
8	9	3	0	0	15228	1	18708	0	0
9	10	3	0	0	15228	1	18708	0	0
10	11	3	0	0	15228	1	18708	0	0
11	12	3	0	0	15228	1	18708	0	0
12	13	3	0	0	15228	1	18708	0	0
13	14	3	0	0	15228	1	18708	0	0
14	15	3	0	0	15228	1	18708	0	0
15	16	3	0	0	15228	1	18708	0	0
16	13	3	0	0	15228	1	18708	0	0
17	14	3	0	0	15228	1	18708	0	0
18	15	3	0	0	15228	1	18708	0	0
19	16	3	0	0	15228	1	18708	0	0
20	17	3	0	0	15228	1	18708	0	0
21	18	3	0	0	15228	1	18708	0	0
22	19	3	0	0	15228	1	18708	0	0
23	20	3	0	0	15228	1	18708	0	0
24	21	3	0	0	15228	1	18708	0	0
25	22	3	0	0	15228	1	18708	0	0
26	23	3	0	0	15228	1	18708	0	0
27	24	3	0	0	15228	1	18708	0	0
28	25	3	0	0	15228	1	18708	0	0
29	26	3	0	0	15228	1	18708	0	0
30	27	3	0	0	15228	1	18708	0	0

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 7

FUERZAS EN NUDOS

NUDO	C. DE CARGA	F _X	F _Y	M
6	1	309.00	0.00	0.00
12	1	309.00	0.00	0.00
18	1	309.00	-33.93	0.00
19	1	0.00	-57.27	0.00
20	1	0.00	-57.27	0.00
21	1	0.00	-57.27	0.00
22	1	0.00	-57.27	0.00

CONDICION DE CARGA 1 EFECTOS DE TEMPERATURA

ELEMENTOS MECANICOS DE MUÑOZ/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	29.91	1.12	29.93	18.91	1.12	26.80
2	58.45	1.32	47.19	29.79	1.32	20.20
3	58.45	1.32	32.63	29.57	1.32	20.07
4	58.45	1.32	17.17	20.07	1.32	17.52
5	58.51	1.32	6.32	17.52	1.32	5.62
6	97.24	1.32	26.71	24.24	1.32	22.22
7	83.83	1.32	11.33	24.13	1.32	22.71
8	71.33	1.32	0.04	23.83	1.32	21.42
9	33.33	1.32	0.00	23.33	1.32	17.17
10	33.43	1.32	0.00	23.43	1.32	15.42
11	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.74
12	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
13	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
14	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
15	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
16	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
17	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
18	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
19	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
20	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
21	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
22	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
23	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
24	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
25	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
26	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
27	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
28	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
29	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17
30	26.43	1.32	0.00	23.43	1.32	11.17

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUOS

MUÑO	DESPLAZAMIENTOS			SUMA DE FUERZAS	MOMENTOS
	X	Y	GIRO		
1	0.00	0.00	0.00	29.91	1.12
2	0.00	0.00	0.00	58.45	1.32
3	0.00	0.00	0.00	58.45	1.32
4	0.00	0.00	0.00	58.45	1.32
5	0.00	0.00	0.00	58.51	1.32
6	0.22	0.51	0.03	97.24	1.32
7	0.17	0.45	0.03	83.83	1.32
8	0.13	0.33	0.03	71.33	1.32
9	0.03	0.04	0.03	33.33	1.32
10	0.03	0.00	0.03	33.43	1.32
11	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
12	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
13	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
14	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
15	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
16	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
17	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
18	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
19	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
20	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
21	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
22	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
23	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
24	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
25	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
26	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
27	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
28	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
29	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32
30	0.03	0.00	0.03	26.43	1.32

14	.14999865E-01	-.12136603E-02	-.18019863E-03	0.00	0.00	0.00
15	.89782357E-02	-.12144986E-02	-.11928178E-03	0.00	0.00	0.00
16	.29889428E-02	-.12150158E-02	-.41315303E-04	0.00	0.00	0.00
17	0.	-.13389617E-02	0.	30.00	0.00	0.00
18	.27597000E-01	-.17059432E-02	-.28875171E-04	0.00	0.00	0.00
19	.21462212E-01	-.18113069E-02	-.18384098E-04	0.00	0.00	0.00
20	.15328576E-01	-.18137112E-02	-.13616103E-04	0.00	0.00	0.00
21	.91964607E-02	-.18145676E-02	-.93201371E-05	0.00	0.00	0.00
22	.30653602E-02	-.18151127E-02	-.33017667E-05	0.00	0.00	0.00
23	0.	-.18250180E-02	0.	308.7	0.00	0.02

TIEMPO DE EJECUCION = 4.3 SEGUNDOS

NO. DE NUCOS = 12
 NO. DE BARRAS = 21
 NO. DE APOYOS = 4

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	PL
1	13	1	3	00	90.	0.	.16000000E+02	.120000E+00	1.2000
2	1	2	3	00	90.	0.	.16000000E+02	.120000E+00	1.2000
3	2	3	3	00	90.	0.	.16000000E+02	.120000E+00	1.2000
4	14	4	5	00	90.	0.	.34170000E+02	.202250E+00	1.2000
5	4	5	5	00	90.	0.	.34170000E+02	.202250E+00	1.2000
6	5	6	5	00	90.	0.	.34170000E+02	.202250E+00	1.2000
7	15	7	7	00	90.	0.	.34170000E+02	.202250E+00	1.2000
8	7	8	7	00	90.	0.	.34170000E+02	.202250E+00	1.2000
9	8	9	7	00	90.	0.	.34170000E+02	.202250E+00	1.2000
10	16	10	7	00	90.	0.	.17850000E+02	.101250E+00	1.2000
11	10	11	7	00	90.	0.	.17850000E+02	.101250E+00	1.2000
12	11	12	7	00	90.	0.	.17850000E+02	.101250E+00	1.2000
13	11	12	7	00	90.	0.	.17850000E+02	.101250E+00	1.2000
14	4	7	11	00	0.	0.	.15228123E+01	.322300E+00	1.2000
15	7	10	11	00	0.	0.	.15228123E+01	.322300E+00	1.2000
16	2	5	8	00	0.	0.	.15228123E+01	.322300E+00	1.2000
17	5	8	8	00	0.	0.	.15228123E+01	.322300E+00	1.2000
18	8	11	8	00	0.	0.	.15228123E+01	.322300E+00	1.2000
19	3	6	8	00	0.	0.	.15228123E+01	.322300E+00	1.2000
20	6	9	8	00	0.	0.	.15228123E+01	.322300E+00	1.2000
21	9	12	8	00	0.	0.	.15228123E+01	.322300E+00	1.2000

CHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 4

SEZRO CR 100005

UNO C: DE CARGA	FX	FY	M
1	309.00	0.00	0.00
2	309.00	0.00	0.00
3	309.00	-33.93	0.00
6	0.00	-57.27	0.00
9	0.00	-57.27	0.00
12	0.00	-28.64	0.00

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	31.10	13.82	21.83	31.10	-13.82	19.63
2	33.96	-0.42	-1.71	33.96	0.42	0.46
3	33.94	-0.04	-0.07	33.94	0.04	0.04
4	19.41	19.01	29.97	19.41	-19.01	27.07
5	7.24	0.12	-1.17	7.24	-0.12	1.54
6	7.27	-0.14	-0.31	7.27	0.14	0.12
7	8.33	9.30	14.69	8.33	-9.30	13.22
8	7.33	0.21	-0.37	7.33	-0.21	0.00
9	5.27	-0.07	-0.16	5.27	0.07	-0.05
10	29.21	0.00	0.00	29.21	0.00	0.00
11	28.67	0.00	0.00	28.67	0.00	0.00
12	28.64	0.00	0.00	28.64	0.00	0.00
13	294.77	-2.76	-17.92	294.77	2.76	-15.26
14	2275.88	-1.60	-10.64	2275.88	1.60	-3.53
15	2266.70	-0.54	-4.32	2266.70	0.54	-2.14
16	3009.33	-0.08	-0.39	3009.33	0.08	-0.56
17	3009.11	-0.10	-0.68	3009.11	0.10	-0.55
18	3008.83	-0.04	-0.29	3008.83	0.04	-0.14
19	3009.04	0.01	0.04	3009.04	-0.01	0.08
20	3009.18	0.01	0.04	3009.18	-0.01	0.03
21	3009.25	0.00	0.02	3009.25	-0.00	0.01

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS			MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	Z	
1	.16630031E-01	-.54970274E-03	-.14581241E-02	0.	0.00	0.00	0.00	
2	.18415361E-01	-.11482805E-02	-.21653423E-04	0.	-0.00	-0.00	-0.00	
3	.18418016E-01	-.17482626E-02	-.50191382E-05	0.	-0.00	-0.00	-0.00	
4	.10776390E-01	-.61188625E-03	-.89962801E-03	0.	-0.00	0.00	-0.00	
5	.12271538E-01	-.12115464E-02	-.56340880E-04	0.	-0.00	0.00	0.00	
6	.12281026E-01	-.18114466E-02	-.30024605E-05	0.	-0.00	0.00	0.00	
7	.52978945E-02	-.61170047E-03	-.45682975E-03	0.	0.00	0.00	0.00	
8	.61329918E-02	-.12122999E-02	-.30688943E-04	0.	0.00	0.00	0.00	
9	.61412110E-02	-.18122048E-02	-.19702429E-05	0.	0.00	0.00	0.00	
10	0.	-.61202324E-03	0.	266.78	-0.00	0.00	0.00	
11	0.	-.12127747E-02	0.	308.33	-0.00	0.00	0.14	
12	0.	-.18127709E-02	0.	309.25	0.00	0.00	0.01	

REACCIONES EN APOYOS (COORDENADAS GLOBALES)

APOYO	FZA. X	FZA. Y	MOMENTO
13	-13.82	31.10	21.83
14	-19.01	58.41	29.97
15	-9.30	58.39	14.69
16	0.00	29.21	0.00

NO. DE NUCOS = 9
 NO. DE BARRAS = 12
 NO. DE APOYOS = 2

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	MU		
1	10	1	3	00	90.	0.	.1600000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
2	1	1	3	00	90.	0.	.1600000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
3	1	1	3	00	90.	0.	.1600000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
4	11	2	3	00	90.	0.	.1600000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
5	4	5	3	00	90.	0.	.3417000E-02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
6	5	5	3	00	90.	0.	.3417000E-02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
7	1	4	3	00	90.	0.	.3417000E-02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
8	1	4	3	00	90.	0.	.15228123E-01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000
9	2	5	3	00	90.	0.	.15228123E-01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000
10	3	5	3	00	90.	0.	.15228123E-01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000
11	4	6	3	00	90.	0.	.15228123E-01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000
12	5	6	3	00	90.	0.	.15228123E-01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 4

IERZAS EN NUDOS

UDC C. DE CARGA	FX	FY	M
1	309.00	0.00	0.00
2	309.00	0.00	0.00
3	309.00	-33.93	0.00
6	0.00	-57.27	0.00

CONDICION DE CARGA 1 TEMPERATURA

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

EMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	32.79	7.36	11.65	32.79	-7.36	10.42
2	33.99	-0.79	-1.82	33.99	0.79	-0.53
3	33.93	0.03	0.02	33.93	0.03	0.01
4	58.41	5.28	8.26	58.41	-5.28	7.58
5	77.21	-0.34	-0.85	77.21	0.34	-0.18
6	77.27	0.02	0.04	77.27	0.02	0.03
7	300.86	-1.19	-8.60	300.86	1.19	5.74
8	300.92	0.06	0.45	300.92	0.06	0.23
9	300.97	0.00	0.01	300.97	0.00	0.02
10	300.95	-0.00	-1.00	300.95	0.00	0.00
11	310.13	0.00	-0.01	310.13	0.00	0.01
12	308.99	-0.00	0.01	308.99	0.00	0.01

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y			X	Y	
1	.89060253E-02	-.57971198E-03	0.	-.81029945E-03	-0.00	-0.00	0.00
2	.92318897E-02	-.11805448E-02	0.	-.44948675E-04	-0.00	-0.00	-0.00
3	.92037686E-02	-.17803754E-02	0.	-.52783667E-05	0.00	0.00	-0.00
4	.29314717E-02	-.61184921E-03	0.	-.20945801E-03	-0.00	-0.00	-0.00
5	.30793934E-02	-.12111824E-02	0.	-.19183788E-05	-0.00	0.00	-0.00
6	.30680844E-02	-.18111094E-02	0.	-.13926862E-05	-0.00	0.00	0.00
7	0.	-.12402232E-02	0.	0.	295.24	-0.00	-1.00
8	0.	-.12169375E-02	0.	0.	310.13	-0.00	-0.01
9	0.	-.18069314E-02	0.	0.	308.99	-0.00	0.01

ACCIONES EN APOYOS (COORDENADAS GLOBALES)

APOYO	FZA. X	FZA. Y	MOMENTO
10	-7.36	32.79	11.65
11	-5.28	58.41	8.26

TEMPO DE EJECUCION = 1.1 SEGUNDOS

EFFECTOS DE TEMPERATURA

NO. DE NUDOS = 15
 NO. DE BARRAS = 18
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIÁ	AREA	K	E	MU		
1	1	4	3	00	90	0	.160000000000000002	.120000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
2	2	5	3	00	90	0	.641700000000000002	.202000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
3	3	5	3	00	90	0	.641700000000000002	.202000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
4	4	5	9	00	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000
5	5	6	9	00	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000
6	6	7	4	50	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000
7	4	8	3	00	90	0	.160000000000000002	.120000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
8	5	8	3	00	90	0	.341700000000000001	.202000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
9	6	10	3	00	90	0	.341700000000000001	.202000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
10	8	9	9	00	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000
11	9	10	9	00	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000
12	10	11	4	50	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000
13	8	12	3	00	90	0	.160000000000000002	.120000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
14	9	13	3	00	90	0	.341700000000000001	.202000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
15	10	14	3	00	90	0	.341700000000000001	.202000000000000000	1.1.200	.141421000000000007	0.200000
16	12	13	9	00	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000
17	13	14	9	00	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000
18	14	15	4	50	0	0	.152812330000000001	.323000000000000000	1.1.200	.187082000000000007	0.200000

CHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 5

FUERZAS EN NUDOS

NUDO	C. DE CARGA	FX	FY	M
4	1	383.00	0.00	0.00
8	1	383.00	0.00	0.00
12	1	383.00	-33.93	0.00
13	1	0.00	-57.27	0.00
14	1	0.00	-57.27	0.00

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

TIEMPO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	30.58	11.29	17.63	-30.58	-11.29	16.24
2	58.53	24.09	38.04	-58.53	-24.09	34.23
3	59.34	7.86	12.44	-59.34	-7.86	11.15
4	371.51	-3.18	-15.23	371.51	3.18	-13.40
5	344.97	-1.75	-9.19	344.97	1.75	-6.54
6	336.71	0.00	-1.36	336.71	0.00	1.36
7	33.76	-0.20	-1.01	33.76	0.20	0.41
8	57.10	-0.45	-1.64	57.10	0.45	0.29
9	57.61	-0.40	-1.25	57.61	0.40	2.06
10	383.17	-0.20	-0.40	383.17	0.20	-1.41
11	385.17	-0.38	-1.97	385.17	0.38	-1.42
12	385.41	0.00	-0.31	385.41	0.00	0.07
13	33.96	-0.03	-0.01	33.96	0.03	-0.31
14	57.28	-0.45	-0.91	57.28	0.45	-0.44
15	57.23	-0.16	-0.33	57.23	0.16	0.16
16	383.03	0.03	0.07	383.03	0.03	0.23
17	383.48	0.04	0.21	383.48	0.04	0.14
18	383.64	0.00	0.02	383.64	0.00	0.02

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			SUMA DE FUERZAS		
	X	Y	GIRO	X	Y	MOMENTOS
1	0.00	0.00	0.00	1.00	-30.58	17.63
2	0.00	0.00	0.00	24.09	-58.53	38.04
3	0.00	0.00	0.00	7.86	-59.34	12.44
4	13178639E-01	54059238E-03	91850506E-03	0.00	0.00	0.00
5	76453999E-02	61318507E-03	63037064E-03	0.00	0.00	0.00
6	25074415E-02	62178846E-03	21351661E-03	0.00	0.00	0.00
7	0.00	11022008E-02	0.00	336.71	0.00	1.36
8	14313777E-01	11374283E-02	22704378E-04	0.00	0.00	0.00
9	86069243E-02	12113494E-02	13583944E-03	0.00	0.00	0.00
10	28701048E-02	12252682E-02	48665864E-04	0.00	0.00	0.00
11	0.00	13347664E-02	0.00	385.17	0.00	0.31
12	14273118E-01	17378130E-02	13252766E-04	0.00	0.00	0.00
13	85683832E-02	18113556E-02	12710758E-04	0.00	0.00	0.00
14	28569449E-02	18248030E-02	30383169E-05	0.00	0.00	0.00
15	0.00	18179668E-02	0.00	383.64	0.00	0.02

TIEMPO DE EJECUCION = 2.2 SEGUNDOS

NO. DE NUDOS = 11
 NO. DE BARRAS = 10
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	MU
1	1	6	3	00	.16000000E+00	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
2	2	7	3	00	.34170000E+02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
3	3	8	3	00	.34170000E+02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
4	4	9	3	00	.34170000E+02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
5	5	10	3	00	.34170000E+02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.20000
6	6	7	12	00	.15281233E+01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000
7	7	8	12	00	.15281233E+01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000
8	8	9	12	00	.15281233E+01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000
9	9	10	12	00	.15281233E+01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000
10	10	11	6	00	.15281233E+01	.323000E+00	1.20	.1870820E+07	0.20000

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 6

FUERZAS EN NUDOS
NUDO C. DE CARGA
6 1

FX 254.50

FY 00.00

M -49.60

CONDICION DE CARGA 1 EFECTO DE CONTRACCION DEL CONCRETO

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	-7.57	9.33	18.58	7.57	-9.33	9.40
2	5.93	27.13	41.29	-5.93	-27.13	40.09
3	-0.10	16.46	26.32	0.10	-16.46	23.07
4	0.99	10.04	15.80	-0.99	10.04	14.31
5	0.75	3.25	5.16	-0.75	-3.25	4.61
6	0.00	-0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00
7	245.17	-7.57	-5.93	245.17	7.57	31.78
8	2218.05	-1.64	-8.31	2218.05	1.64	11.36
9	201.55	-1.73	-11.71	201.55	1.73	9.11
10	188.29	-0.75	-5.20	188.29	0.75	3.79
		-0.00	-0.81		0.00	0.81

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	
1	0.	0.	0.	0.	9.33	7.57	-18.58
2	0.	0.	0.	0.	27.13	-5.93	-41.29
3	0.	0.	0.	0.	16.46	0.10	-26.32
4	0.	0.	0.	0.	10.04	-0.99	-15.80
5	0.	0.	0.	0.	3.25	-0.75	-5.16
6	.18875400E-01	.13373297E-03	-.60843085E-02	-.02	-0.00	-0.00	-0.00
7	.14006621E-01	-.62076081E-04	-.37139840E-03	-.03	0.00	0.00	-0.00
8	.96765674E-02	-.10016915E-05	-.10100220E-02	-.02	0.00	0.00	0.00
9	.56734241E-02	-.10327577E-04	-.46489461E-03	-.03	0.00	0.00	-0.00
10	.18695976E-02	-.78472006E-05	-.17069146E-03	-.03	0.00	0.00	-0.00
11	0.	-.51992159E-03	0.	0.	188.29	-0.00	-0.81

TIEMPO DE EJECUCION = 1.7 SEGUNDOS

NO. DE NUDOS = 17
 NO. DE BARRAS = 20
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIYA	AREA	K	E	MII
1	1	6	3	00	90	00	00	00	00
2	2	7	3	00	90	00	00	00	00
3	3	8	3	00	90	00	00	00	00
4	4	9	3	00	90	00	00	00	00
5	5	10	3	00	90	00	00	00	00
6	6	7	12	00	0	00	00	00	00
7	7	8	12	00	0	00	00	00	00
8	8	9	12	00	0	00	00	00	00
9	9	10	12	00	0	00	00	00	00
10	10	11	12	00	0	00	00	00	00
11	6	12	3	00	90	00	00	00	00
12	7	13	3	00	90	00	00	00	00
13	8	14	3	00	90	00	00	00	00
14	9	15	3	00	90	00	00	00	00
15	10	16	3	00	90	00	00	00	00
16	12	13	12	00	0	00	00	00	00
17	13	14	12	00	0	00	00	00	00
18	14	15	12	00	0	00	00	00	00
19	15	16	12	00	0	00	00	00	00
20	16	17	5	00	0	00	00	00	00

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 7

FUERZAS EN NUDOS

NUDO C. DE CARGA

12

F_X 254.50

F_Y 0.00

M -49.60

CONDICION DE CARGA 1 CONTRACCION DEL CONCRETO

ELEMENTOS MECANICOS DE MUÑO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	-9.51	1.08	2.35	9.51	-1.08	0.00
2	6.14	1.39	3.00	1.61	-1.39	0.00
3	0.64	1.92	3.91	0.00	-1.92	0.00
4	1.47	1.23	5.55	1.01	-1.23	0.00
5	1.26	0.46	9.11	1.11	-0.46	0.00
6	5.54	-2.51	11.33	1.55	2.51	0.00
7	5.26	-2.22	14.48	1.55	2.22	0.00
8	5.71	-1.33	17.80	1.55	1.33	0.00
9	41.91	-0.68	20.00	41.91	0.68	0.00
10	43.84	0.00	23.66	43.84	0.00	0.00
11	7.85	5.62	27.93	7.85	5.62	0.00
12	5.55	2.37	31.81	5.55	2.37	0.00
13	0.25	1.43	38.01	0.00	1.43	0.00
14	0.33	2.39	43.58	0.00	2.39	0.00
15	0.58	-1.15	53.17	0.00	1.15	0.00
16	247.88	-7.00	55.81	247.88	7.00	0.00
17	226.77	-1.15	55.17	226.77	1.15	0.00
18	214.40	-1.41	63.33	214.40	1.41	0.00
19	206.97	-0.58	73.99	206.97	0.58	0.00
20	204.59	0.00	80.64	204.59	0.00	0.00

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS Y MOMENTOS		
	X	Y	Z		X	Y	Z
1	0.00	0.00	0.00	0.00	1.07	9.51	1.35
2	0.00	0.00	0.00	0.00	1.33	6.14	1.42
3	0.00	0.00	0.00	0.00	1.92	0.64	1.33
4	0.00	0.00	0.00	0.00	1.23	1.47	2.55
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.46	1.26	5.55
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5.54	9.11
7	0.25883553E-02	1.6813193E-03	9.7518750E-03	0.00	0.00	0.00	0.00
8	2.47822696E-02	6.4306359E-04	1.1923642E-02	0.00	0.00	0.00	0.00
9	1.9766003E-02	6.7408901E-05	6.8237919E-03	0.00	0.00	0.00	0.00
10	1.2675220E-02	1.5389973E-04	4.3921572E-03	0.00	0.00	0.00	0.00
11	4.3529702E-03	1.3196514E-04	1.3918010E-03	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	4.3073682E-03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	0.00	2.9193985E-03	5.9026027E-02	0.00	0.00	0.00	0.00
14	0.00	1.2559630E-03	1.1328421E-02	0.00	0.00	0.00	0.00
15	0.00	4.0529874E-05	8.4533223E-03	0.00	0.00	0.00	0.00
16	0.00	2.4100049E-04	3.5473159E-03	0.00	0.00	0.00	0.00
17	0.00	1.9252053E-04	1.3524935E-03	0.00	0.00	0.00	0.00
20	0.00	4.2500012E-03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.64

TIEMPO DE EJECUCION = 2.9 SEGUNDOS

NO. DE NUDOS = 23
 NO. DE BARRAS = 30
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	MU
1	1	6	3	00	16000000E-02	120000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
2	2	7	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
3	3	8	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
4	4	9	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
5	5	10	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
6	6	7	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
7	7	8	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
8	8	9	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
9	9	10	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
10	10	11	3	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
11	10	11	3	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
12	6	7	3	00	16000000E-02	120000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
13	8	14	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
14	9	15	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
15	10	16	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
16	12	13	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
17	13	14	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
18	14	15	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
19	15	16	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
20	16	17	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
21	12	18	3	00	16000000E-02	120000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
22	13	19	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
23	14	20	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
24	15	21	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
25	16	22	3	00	34170000E-02	202000E+00	1.20	1414210E+07	0.000000
26	18	19	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
27	19	20	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
28	20	21	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
29	21	22	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000
30	22	23	1	00	15228123E-01	333000E+00	1.20	1870820E+07	0.000000

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 7

FUERZAS EN NUDOS
NUDO C. DE CARGA
18 1

FX 254.50

FY 0.00

M -40.60

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	-9.66	-0.00	0.11	9.66	0.00	0.00
2	6.06	0.09	0.31	-6.06	-0.09	-0.31
3	0.00	0.03	0.21	0.00	0.03	0.21
4	1.53	0.03	0.16	-1.53	-0.03	-0.16
5	1.11	0.00	0.05	-1.11	0.00	0.05
6	1.11	0.00	1.11	-1.11	0.00	1.11
7	1.11	0.00	1.11	-1.11	0.00	1.11
8	2.94	0.00	1.11	-2.94	0.00	1.11
9	3.82	0.00	1.11	-3.82	0.00	1.11
10	4.16	0.00	1.11	-4.16	0.00	1.11
11	-9.41	0.00	1.11	9.41	0.00	1.11
12	6.06	0.87	3.02	-6.06	-0.87	-3.02
13	0.67	1.44	3.00	-0.67	-1.44	-3.00
14	1.44	0.91	1.00	-1.44	-0.91	-1.00
15	1.44	0.34	0.69	-1.44	-0.34	-0.69
16	5.00	2.43	1.40	-5.00	-2.43	-1.40
17	5.95	2.18	1.40	-5.95	-2.18	-1.40
18	3.68	2.28	1.21	-3.68	-2.28	-1.21
19	3.37	0.66	4.67	-3.37	-0.66	-4.67
20	4.50	0.00	0.64	-4.50	0.00	0.64
21	6.98	5.55	3.56	-6.98	-5.55	-3.56
22	5.99	2.24	2.83	-5.99	-2.24	-2.83
23	2.42	1.72	1.40	-2.42	-1.72	-1.40
24	0.00	2.33	0.40	0.00	-2.33	0.40
25	0.00	2.33	0.40	0.00	-2.33	0.40
26	2.47	6.98	5.57	-2.47	-6.98	-5.57
27	2.26	1.16	5.55	-2.26	-1.16	-5.55
28	1.14	5.99	2.21	-1.14	-5.99	-2.21
29	0.71	5.58	3.98	-0.71	-5.58	-3.98
30	0.81	0.00	0.64	-0.81	0.00	0.64

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	
1	0.00	0.00	0.00		-0.00	9.66	-0.11
2	0.00	0.00	0.00		0.09	-6.06	0.31
3	0.00	0.00	0.00		0.03	-0.72	0.21
4	0.00	0.00	0.00		0.03	-1.53	0.16
5	0.00	0.00	0.00		0.01	-1.35	0.05
6	2.20	8.48	6.98	-0.03	0.00	0.00	0.00
7	2.05	9.16	3.38	-0.04	0.00	0.00	0.00
8	1.75	6.33	3.50	-0.05	0.00	0.00	0.00
9	1.17	2.07	2.11	-0.04	0.00	0.00	0.00
10	4.12	2.91	1.40	-0.04	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00	0.00	4.16	0.00	0.12

13	.25583455E-02	-.12696872E-03	-.11755147E-02	-0.00	0.00	0.00
14	.20429279E-02	-.14544619E-04	-.65936509E-03	-0.00	-0.00	0.00
15	.13110898E-02	-.31140563E-04	-.42671481E-03	-0.00	0.00	0.00
16	.45050713E-03	-.27057468E-04	-.13424134E-03	-0.00	0.00	0.00
17	0.	-.42978148E-03	0.	-0.00	0.00	0.00
18	.19839860E-01	-.46034171E-03	-.59174901E-02	45.37	-0.00	-0.64
19	.14915899E-01	-.18793170E-03	-.11384055E-02	-0.00	-0.00	0.00
20	.10409452E-01	-.12008596E-04	-.83919964E-03	-0.00	0.00	0.00
21	.61480876E-02	-.39767712E-04	-.35332702E-03	-0.00	0.00	0.00
22	.20336027E-02	-.33087077E-04	-.13424698E-03	0.00	-0.00	0.00
23	0.	-.43582802E-03	0.	-0.00	0.00	-0.64
				204.81	0.00	

TIEMPO DE EJECUCION = 4.5 SEGUNDOS

NO. DE NUDOS = 23 (CONSIDERADO ACTUANDO LOS
 NO. DE BARRAS = 30 3 NIVELES SIMULTANEAMENTE)
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	APEA	K	E	MU
1	1	6	3	00	1600000E-02	1200000E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
2	2	7	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
3	3	8	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
4	4	9	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
5	5	10	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
6	6	7	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
7	7	8	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
8	8	9	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
9	9	10	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
10	10	11	6	00	1600000E-02	1200000E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
11	6	12	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
12	7	13	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
13	8	14	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
14	9	15	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
15	10	16	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
16	12	13	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
17	13	14	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
18	14	15	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
19	15	16	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
20	16	17	6	00	1600000E-02	1200000E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
21	12	18	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
22	13	19	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
23	14	20	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
24	15	21	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
25	16	22	3	00	3417000E-02	2025500E+00	1.20	14142210E+07	0.20000
26	18	19	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
27	19	20	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
28	20	21	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
29	21	22	1	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000
30	22	23	6	00	1528123E-01	3233000E+00	1.20	18708220E+07	0.20000

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 7

NO. DE CONDICIONES DE CARGA= 1

FUERZAS EN NUDOS

NUDO C. DE CARGA	FX	FY	FZ
6 1	254.50	0.00	-49.60
12 1	254.50	0.00	-49.60
18 1	254.50	0.00	-49.60

CONDICION DE CARGA 1 CONTRACCION

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO

	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	-13.78	10.85	19.94	-13.78	-10.85	12.60
2	12.02	25.63	39.78	-12.02	-25.63	37.60
3	-0.54	16.57	26.42	-0.54	-16.57	23.28
4	1.27	9.87	15.66	-1.27	-9.87	13.94
5	1.04	3.24	5.15	-1.04	-3.24	4.56
6	236.07	-6.62	-4.37	236.07	6.62	-3.44
7	215.07	-2.14	-1.50	215.07	2.14	-1.13
8	200.42	-1.77	-1.68	200.42	1.77	-1.21
9	192.04	-0.85	-1.51	192.04	0.85	-1.13
10	189.32	-0.00	-1.00	189.32	0.00	-0.90
11	177.54	-7.99	-1.11	177.54	7.99	-0.92
12	155.91	4.91	1.11	155.91	-4.91	-0.93
13	133.34	11.49	1.11	133.34	-11.49	-0.93
14	111.19	17.52	1.11	111.19	-17.52	-0.93
15	89.84	22.66	1.11	89.84	-22.66	-0.93
16	68.89	27.19	1.11	68.89	-27.19	-0.93
17	48.93	31.36	1.11	48.93	-31.36	-0.93
18	29.98	35.18	1.11	29.98	-35.18	-0.93
19	11.92	38.66	1.11	11.92	-38.66	-0.93
20	-7.90	41.88	1.11	-7.90	-41.88	-0.93
21	-24.47	44.87	1.11	-24.47	-44.87	-0.93
22	-50.00	47.74	1.11	-50.00	-47.74	-0.93
23	-75.00	50.00	1.11	-75.00	-50.00	-0.93
24	-100.00	51.17	1.11	-100.00	-51.17	-0.93
25	-125.00	51.01	1.11	-125.00	-51.01	-0.93
26	-150.00	49.57	1.11	-150.00	-49.57	-0.93
27	-175.00	46.88	1.11	-175.00	-46.88	-0.93
28	-200.00	43.00	1.11	-200.00	-43.00	-0.93
29	-225.00	37.94	1.11	-225.00	-37.94	-0.93
30	-250.00	31.78	1.11	-250.00	-31.78	-0.93

ESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	
1	0.00	0.00	0.00	0.00	19.94	-13.78	-19.94
4	0.00	0.00	0.00	0.00	39.78	-25.63	-39.78
5	0.00	0.00	0.00	0.00	26.42	-16.57	-26.42
6	0.00	0.00	0.00	0.00	15.66	-9.87	-15.66
7	186.32	22.36	1.01	0.00	3.24	-1.04	5.15
8	139.44	22.93	1.01	0.00	0.00	0.00	0.00
9	96.73	38.14	1.01	0.00	0.00	0.00	0.00
10	56.93	43.52	1.01	0.00	0.00	0.00	0.00
11	18.79	78.67	1.02	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.00	0.00	189.32	0.00	-189.32
13	55.89	43.94	1.03	0.00	0.00	0.00	0.00
14	82.41	24.05	1.02	0.00	0.00	0.00	0.00
15	97.34	46.75	1.01	0.00	0.00	0.00	0.00
16	53.46	21.31	1.01	0.00	0.00	0.00	0.00
17	18.26	9.71	1.03	0.00	0.00	0.00	0.00

12	.22394830E-01	.37022886E-03	.29319391E-02	-0.00	0.00	-0.00
13	.17373775E-01	.20482739E-03	.68902076E-04	-0.00	0.00	-0.00
14	.12371536E-01	.15198036E-04	.19261911E-03	-0.00	0.00	-0.00
15	.74073070E-02	.16846279E-04	.11478126E-03	-0.00	0.00	-0.00
16	.24661900E-02	.12849251E-04	.37759951E-04	-0.00	0.00	-0.00
17	0.	.12612910E-03	0.	0.00	0.00	0.00
18	.23302359E-01	.43917078E-03	.41146778E-02	248.38	-0.00	-0.00
19	.18064800E-01	.25170703E-03	.68836090E-03	-0.00	-0.00	-0.00
20	.12900417E-01	.22989838E-04	.15992346E-03	-0.00	-0.00	-0.00
21	.77360373E-02	.18576379E-04	.41408886E-03	-0.00	-0.00	-0.00
22	.25781772E-02	.12955778E-04	.11837906E-04	0.60	-0.00	-0.00
23	0.	.48469494E-04	0.	-0.00	-0.00	-0.00
				259.65	0.00	0.00

TIEMPO DE EJECUCION = 4.1 SEGUNDOS

NO. DE NUDOS = 7
 NO. DE BARRAS = 6
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	MU	
1	1	4	3.00	90.	0.	.1600000E-02	.12000E+00	1.20	.1414210E+07	0.2000
2	2	5	3.00	90.	0.	.6417000E-02	.20250E+00	1.20	.1414210E+07	0.2000
3	3	6	3.00	90.	0.	.6417000E-02	.20250E+00	1.20	.1414210E+07	0.2000
4	4	5	9.00	0.	0.	.1528123E-01	.32300E+00	1.20	.1870820E+07	0.2000
5	5	6	9.00	0.	0.	.1528123E-01	.32300E+00	1.20	.1870820E+07	0.2000
6	6	7	4.50	0.	0.	.1528123E-01	.32300E+00	1.20	.1870820E+07	0.2000

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 4

NO. DE CONDICIONES DE CARGA

FUERZAS EN NUDOS
NUDO C. DE CARGA
4 1

FX 339.40

FY 05.00

Y -66.18

CONDICION DE CARGA 1 EFECTO DE CONTRACCION DEL CONCRETO

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	-11.22	3.62	9.51	11.22	-3.62	1.34
3	10.25	24.56	37.00	-10.25	-24.56	36.68
4	0.96	6.06	10.27	-0.96	-6.06	7.91
5	335.78	-11.22	-67.52	-335.78	11.22	-33.42
6	311.22	-0.96	-3.26	311.22	0.96	-5.42
7	305.16	0.00	-2.49	-305.16	0.00	2.49

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	
1	0.	0.	0.	0.	3.62	11.22	-9.51
3	0.	0.	0.	0.	24.56	-10.25	-37.00
4	0.	0.	0.	0.	6.06	-0.96	-10.27
5	.11908982E-01	.19825990E-03	.54190620E-02	.54190620E-02	0.00	0.00	-0.00
6	.69078632E-02	-.10737998E-03	-.51814411E-04	-.51814411E-04	-0.00	0.00	-0.00
7	.22725328E-02	-.10107364E-04	-.39138246E-03	-.39138246E-03	0.00	0.00	-0.00
8	0.	-.89071791E-03	0.	0.	305.16	0.00	-2.49

TIEMPO DE EJECUCION = 0.8 SEGUNDOS

 * AGOSTO 1982. MARCO TRANSVERSAL %

TESINA DE JOSE LUIS CAMBA *****
 EFECTOS DE 2 NIVELES < *****
 TEMPERATURA
 CONTRACCION

NO. DE NUDOS = 11
 NO. DE BARRAS = 12
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	MU
1	1	4	3	00	1600000E-02	12000E+00	1.20	1414210E+07	0.20000
2	1	5	3	00	6417000E-02	20250E+00	1.20	1414210E+07	0.20000
3	3	6	3	00	6417000E-02	20250E+00	1.20	1414210E+07	0.20000
4	4	5	9	00	1528123E-01	32300E+00	1.20	1870820E+07	0.20000
5	5	6	9	00	1528123E-01	32300E+00	1.20	1870820E+07	0.20000
6	6	7	4	50	1600000E-02	12000E+00	1.20	1414210E+07	0.20000
7	6	8	3	00	3417000E-01	20250E+00	1.20	1414210E+07	0.20000
8	5	9	3	00	3417000E-01	20250E+00	1.20	1414210E+07	0.20000
9	6	10	9	00	1528123E-01	32300E+00	1.20	1870820E+07	0.20000
10	8	9	9	00	1528123E-01	32300E+00	1.20	1870820E+07	0.20000
11	9	10	9	00	1528123E-01	32300E+00	1.20	1870820E+07	0.20000
12	10	11	4	50	1528123E-01	32300E+00	1.20	1870820E+07	0.20000

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 5

FUERZAS EN NUDOS
NUDO C. DE CARGA
8 1

FX 339.40

FY 0.00

M -66.18

CONDICION DE CARGA 1 CONTRACCION

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	-14.76	0.71	1.18	14.76	-0.71	0.96
2	8.67	-3.51	-1.41	-8.67	3.51	-9.11
3	6.09	-0.45	0.30	-6.09	0.45	-1.67
4	2.19	-2.79	-8.97	2.19	2.79	-16.11
5	38.40	-3.33	-17.99	-38.40	3.33	-11.97
6	48.53	0.00	-2.07	-48.53	0.00	0.07
7	-11.97	2.90	8.01	11.97	-2.90	2.69
8	9.21	32.70	43.21	-9.21	-32.70	54.90
9	2.76	9.68	15.70	-2.76	-9.68	13.33
10	336.50	-11.97	-66.87	336.50	11.97	-40.86
11	303.80	-2.76	-14.04	-303.80	2.76	-10.80
12	294.12	-0.00	-2.53	-294.12	0.00	2.53

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	
1	0.	0.	0.	0.	0.71	14.76	-1.18
2	0.	0.	0.	0.	-3.51	-8.67	-1.41
3	0.	0.	0.	0.	-0.45	-6.09	-0.30
4	.96591504E-03	.26086080E-03	.14830026E-03	0.	0.00	0.00	0.00
5	.93329451E-03	.90807827E-04	.12723043E-02	0.	0.00	0.00	0.00
6	.36140324E-03	.63776351E-04	.32526787E-03	0.	0.00	0.00	0.00
7	0.	.79562907E-03	0.	0.	48.53	0.00	-2.07
8	.11726787E-01	.47246057E-03	.50037209E-02	0.	0.00	0.00	0.00
9	.67150166E-02	.18729378E-03	.90938445E-03	0.	0.00	0.00	0.00
10	.21902920E-02	.92682856E-04	.39893056E-03	0.	0.00	0.00	0.00
11	0.	.99027662E-03	0.	0.	294.12	-0.00	-2.53

TIEMPO DE EJECUCION = 1.6 SEGUNDOS

NO. DE NUDOS = 15
 NO. DE BARRAS = 18
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	MU
1	1	4	33.00	90.00	.16000000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
2	2	5	33.00	90.00	.64170000E-02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
3	3	6	33.00	90.00	.64170000E-02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
4	4	5	33.00	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000
5	5	6	33.00	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000
6	6	7	45.50	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000
7	7	8	33.00	90.00	.16000000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
8	8	9	33.00	90.00	.34170000E-01	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
9	9	10	33.00	90.00	.34170000E-01	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
10	10	9	33.00	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000
11	11	10	33.00	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000
12	12	11	45.50	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000
13	13	12	33.00	90.00	.16000000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
14	14	13	33.00	90.00	.34170000E-02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
15	15	14	33.00	90.00	.34170000E-02	.202500E+00	1.20	.1414210E+07	0.200000
16	16	13	33.00	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000
17	17	14	33.00	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000
18	18	15	45.50	0.00	.15281233E-01	.323000E+00	1.20	.18708220E+07	0.200000

NCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 5

CONDICION DE CARGA 1 CONTRACCION

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	-11.70	-0.06	-0.08	11.70	0.06	-0.11
2	10.67	-0.43	-0.48	-10.67	0.43	-0.48
3	1.03	-0.15	-0.17	-1.03	0.15	-0.17
4	0.15	-0.01	0.08	0.15	0.01	0.08
5	1.73	-0.21	1.03	1.73	-0.21	1.03
6	1.43	0.00	0.14	1.43	0.00	0.14
7	-11.70	-0.21	0.03	11.70	0.21	-0.03
8	10.87	2.01	1.99	-10.87	-2.01	-1.99
9	0.83	0.14	1.25	0.83	0.14	1.25
10	2.61	-1.45	0.86	-2.61	1.45	-0.86
11	1.74	0.03	0.54	1.74	0.03	0.54
12	1.71	0.00	0.55	1.71	0.00	0.55
13	10.25	2.40	7.73	-10.25	-2.40	-7.73
14	10.45	14.12	19.73	-10.45	-14.12	-19.73
15	10.21	3.12	5.12	-10.21	-3.12	-5.12
16	0.00	-10.25	3.85	0.00	10.25	-3.85
17	0.89	0.21	3.77	-0.89	-0.21	-3.77
18	319.77	-0.00	-2.31	-319.77	0.00	2.31

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	
1	0.	0.	0.	0.	0.06	11.70	0.08
2	0.	0.	0.	0.	-0.43	-10.67	-0.48
3	0.	0.	0.	0.	-0.15	-1.03	-0.17
4	.38611337E-04	.20690054E-03	.18949895E-04	0.	0.00	0.00	0.00
5	.36420208E-04	.11178286E-03	.55145969E-04	0.	0.00	0.00	0.00
6	.10653682E-04	.10824872E-04	.21566236E-04	0.	0.00	0.00	0.00
7	0.	.59348903E-04	0.	0.	-1.43	0.00	-0.14
8	.47956270E-03	.41368082E-03	.47370883E-03	0.	0.00	0.00	0.00
9	.44074106E-03	.22565040E-03	.36584715E-03	0.	0.00	0.00	0.00
10	.16167470E-03	.19493785E-04	.85913959E-04	0.	0.00	0.00	0.00
11	0.	.21280019E-03	0.	0.	0.00	0.00	0.00
12	.12209620E-01	.59486719E-03	.56771507E-02	21.71	0.00	0.00	0.55
13	.71903108E-02	.33517094E-03	.53280491E-03	0.	0.00	0.00	0.00
14	.23812905E-02	.17342953E-04	.36326494E-03	0.	0.00	0.00	0.00
15	0.	.83468906E-03	0.	319.77	0.00	0.00	2.31

TIEMPO DE EJECUCION = 1.9 SEGUNDOS

NO. DE NUDOS = 15
 NO. DE BARRAS = 18
 NO. DE APOYOS = 0

PROPIEDADES GEOMETRICAS Y MECANICAS DE LAS BARRAS

BARRA	INCIDENCIAS	LONGITUD	GRADOS	MINUTOS	INERCIA	AREA	K	E	MU			
1	1	4	3	00	90.	0.	.1600000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
2	2	5	3	00	90.	0.	.6417000E-02	.202550E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
3	3	6	3	00	90.	0.	.6417000E-02	.202550E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
4	4	5	4	00	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000
5	5	6	4	00	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000
6	6	7	4	50	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000
7	7	8	4	50	90.	0.	.1600000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
8	8	9	4	00	90.	0.	.3417000E-01	.202550E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
9	9	10	4	00	90.	0.	.3417000E-01	.202550E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
10	10	11	4	00	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000
11	11	12	4	50	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000
12	12	13	4	00	90.	0.	.1600000E-02	.120000E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
13	13	14	4	00	90.	0.	.3417000E-01	.202550E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
14	14	15	4	00	90.	0.	.3417000E-01	.202550E+00	1.20	.1414210E+07	0.	.200000
15	15	16	4	00	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000
16	16	17	4	00	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000
17	17	18	4	50	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000
18	18	15	4	50	0.	0.	.1528123E-01	.323300E+00	1.20	.1870820E+07	0.	.200000

ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ K = 5

CON DE CARGA 1 CONTRACCION

ELEMENTOS MECANICOS DE NUDO/BARRA (EN COORDENADAS LOCALES)

MIEMBRO	EXTREMO INICIAL			EXTREMO FINAL		
	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO	FZA. NORMAL	FZA. CORTANTE	MOMENTO
1	-11.70	-0.06	-0.08	11.70	0.06	-0.11
2	10.67	-0.43	-0.48	-10.67	0.43	-0.81
3	1.03	-0.15	-0.17	-1.03	0.15	-0.30
4	-0.15	-0.01	0.08	0.15	0.01	-0.15
5	-1.73	-0.21	0.03	1.73	0.21	-0.82
6	1.43	0.00	0.14	-1.43	0.00	-0.14
7	-11.70	-0.21	0.03	11.70	0.21	-0.66
8	10.87	-2.01	1.99	-10.87	2.01	-0.02
9	0.83	0.14	1.25	-0.83	-0.14	-0.02
10	2.61	-1.45	1.66	-2.61	1.45	-0.17
11	18.74	-1.03	1.55	-18.74	1.03	-0.76
12	-21.71	0.00	0.55	21.71	0.00	-0.55
13	-10.25	0.40	0.75	10.25	-0.40	-0.33
14	10.45	14.12	19.73	-10.45	-14.12	-0.33
15	-0.21	3.12	5.12	0.21	-3.12	-0.23
16	337.00	-10.25	-65.85	-337.00	10.25	-0.40
17	322.89	0.21	3.77	-322.89	-0.21	-0.92
18	319.77	-0.00	2.31	-319.77	0.00	-0.31

DESPLAZAMIENTOS (COORDENADAS GLOBALES) Y EQUILIBRIO EN NUDOS

NUDO	DESPLAZAMIENTOS			GIRO	SUMA DE FUERZAS		MOMENTOS
	X	Y	Z		X	Y	
1	0.	0.	0.	0.	0.06	11.70	0.08
2	0.	0.	0.	0.	0.43	-10.67	0.48
3	0.	0.	0.	0.	0.15	-1.03	0.17
4	.38611337E-04	.20690054E-03	.18949895E-04	0.	0.00	0.00	-0.00
5	.36420208E-04	.11178286E-03	.55145969E-04	0.	0.00	0.00	0.00
6	.10653682E-04	.10824872E-04	.21566236E-04	0.	0.00	0.00	0.00
7	0.	.59348903E-04	0.	0.	-1.43	0.00	-0.14
8	.47956270E-03	.41368082E-03	.47370883E-03	0.	0.00	0.00	0.00
9	.44074106E-03	.22565040E-03	.36584715E-03	0.	0.00	0.00	0.00
10	.16167470E-03	.19493785E-04	.85913959E-04	0.	0.00	0.00	0.00
11	0.	.21280019E-03	0.	21.71	0.00	0.00	0.55
12	.12209620E-01	.59486719E-03	.56771507E-02	0.	0.00	-0.00	0.00
13	.71903108E-02	.33517094E-03	.53280491E-03	0.	0.00	0.00	0.00
14	.23812905E-02	.17342953E-04	.36326494E-03	0.	0.00	0.00	0.00
15	0.	.83468906E-03	0.	319.77	-0.00	-0.00	2.31

TIEMPO DE EJECUCION = 1.9 SEGUNDOS