

AIREACION Y SUPERFICIES POLIEDRICAS

FELIPE IGNACIO ARREGUIN CORTES

TESIS DOCTORAL

Presentada a la División de Estudios de  
Posgrado de la  
FACULTAD DE INGENIERIA  
de la  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener  
el grado de

DOCTOR EN INGENIERIA  
(HIDRAULICA)

CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F., SEPTIEMBRE DE 1985



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPFI

T. UNAM

1 9 8 5

ARR

Ej. 2

A mis padres Juan y Julia

A mis hermanos Catalina, Isabel y Juan

A mi esposa Luz Amalia de la Paz

A mis hijos Felipe y Luz

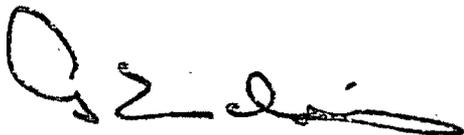
AIREACION Y SUPERFICIES POLIEDRICAS

ASESOR



DR GABRIEL ECHAVEZ ALDAPE

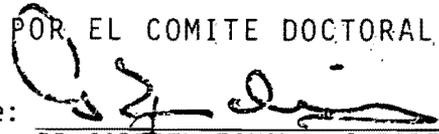
Jefe de la DEPTI



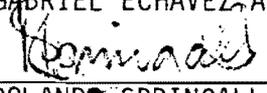
DR GABRIEL ECHAVEZ ALDAPE

APROBADA POR EL COMITE DOCTORAL:

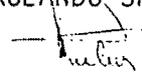
Presidente:

  
DR GABRIEL ECHAVEZ ALDAPE

Vocal:

  
DR ROLANDO SPRINGALL GALINDO

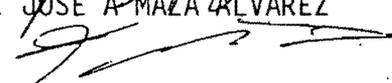
Vocal:

  
DR ENZO LEVI LATTES

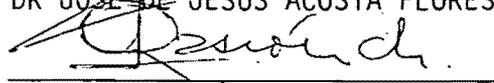
Vocal:

  
M en I JOSE A MAZA ALVAREZ

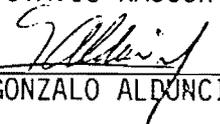
Secretario:

  
DR JOSE DE JESUS ACOSTA FLORES

Suplente:

  
DR OCTAVIO RASCON CHAVEZ

Suplente:

  
DR GONZALO ALDONCIN GONZALEZ

# I N D I C E

	Pág.
1. INTRODUCCION	1
2. AIREACION NATURAL	5
2.1 Antecedentes	5
2.1.1 Cavitación	6
2.1.2 Métodos de predicción	11
2.1.3 Protección contra daños debidos a cavitación	17
2.1.4 Aireación natural	19
2.2 Modelo teórico. Región inferior	30
2.3 Mediciones en la instalación de alta velocidad	39
2.3.1 Instalación de alta velocidad	39
2.3.2 Equipo de medición	40
2.3.3 Mediciones	43
2.3.4 Resultados experimentales	43
2.4 Análisis de resultados	43
2.4.1 Región inferior	43
2.4.2 Zona en desarrollo. Flujo parcialmente aireado	46
2.4.3 Zona en desarrollo. Flujo totalmente aireado	49
2.5 Método de análisis propuesto	52
2.6 Conclusiones y recomendaciones	53
3. AIREACION INDUCIDA	57
3.1 Antecedentes	57
3.1.1 Geometría de los aireadores	57
3.1.2 Mecanismo de la aireación	58
3.1.3 Demanda de aire	60
3.1.4 Inicio del funcionamiento de los aireadores	63

3.1.5 Espaciamiento de los aireadores	64
3.1.6 Incremento de tirantes	65
3.1.7 Impacto del chorro	66
3.1.8 Fluctuaciones de presión provocados por los aireadores	67
3.1.9 Desaireación	67
3.1.10 Incremento de la eficiencia de los aireadores	68
3.1.11 Aireadores construidos	68
3.2 Influencia de la geometría del aireador sobre la longitud de la cavidad de aireación	71
3.2.1 Descripción del modelo	71
3.2.2 Escalones	71
3.2.3 Deflectores	72
3.3 Coeficientes de difusión. Aireación inducida	74
3.4 Mediciones	76
3.5 Análisis de resultados	77
3.6 Método propuesto	77
3.7 Ejemplos de aplicación	78
3.8 Conclusiones y recomendaciones	80
4. SUPERFICIES POLIEDRICAS	82
4.1 Antecedentes	82
4.1.1 Criterios de diseño de curvas verticales	82
4.1.2 Curvas cóncavas	83
4.1.3 Curvas convexas	87
4.2 Criterio propuesto	92
4.2.1 Modelo Teórico	93
4.2.2 Mediciones	100
4.2.3 Análisis de resultados	106
4.2.4 Consideraciones de diseño	111
4.3 Conclusiones y recomendaciones	112

5. REFERENCIAS	115
6. TABLAS	126
7. FIGURAS	166
8. INDICE ALFABETICO	268

## 1. INTRODUCCION

Dentro de los fenómenos de flujos en dos fases, el de aireación, inclusión del aire en el agua, es uno de los más complejos debido a la gran diferencia de densidades entre los dos fluidos.

Este fenómeno es común en estructuras y maquinarias hidráulicas, y es importante estimar el comportamiento de los flujos aireados en ellas, debido a que pueden tener efectos positivos o negativos sobre las mismas. Ejemplos del primer caso son la inhibición de la cavitación, la oxigenación o

la disipación de energía; efectos negativos pueden presentarse en las bombas, obras de toma o sifones. Así, en algunas ocasiones se requerirá evitar el fenómeno y en otras aceptarlo, y aún más inducirlo cuando así convenga.

Conforme ha sido necesario incrementar la velocidad del flujo en las obras hidráulicas, se han registrado una serie de daños con profundidades del orden de una vez el diámetro o ancho de plantilla, y longitudes de hasta tres veces dicha dimensión, ref 1. En la mayoría de los casos la erosión se debe a la cavitación.

En base a la experiencia adquirida en las obras dañadas, refs 2 y 3, se han hecho una serie de recomendaciones que pueden clasificarse en tres grupos: el diseño y la construcción adecuados, ref 3, el mejoramiento de la resistencia de las superficies expuestas a cavitación, ref 4, o la aireación de las obras, ref 5.

El diseño y la construcción adecuados, es decir aquellos que no producen daños por cavitación, casi siempre implican acabados que no se pueden llevar al cabo, debido a que se requieren rugosidades bajas que no existen en los materiales de construcción usuales; por lo que respecta al me-

joramiento de la resistencia de las superficies tampoco se ha logrado gran avance, pues por ejemplo cuando se usan resinas epóxicas existen problemas de adherencia, ref 6, otras veces los mismos agregados mejorados del concreto como fibras o polvo de acero se convierten en focos de cavitación, ref 7, parece entonces que la aireación es la solución más viable.

Sin embargo debe prestarse mucha atención al hecho de que la aireación, aún cuando inhibe la cavitación, puede tener una serie de efectos colaterales que podrían traducirse en aspectos negativos, basten dos ejemplos:

a) La velocidad de un flujo aireado puede ser mucho mayor que la del mismo gasto sin aire, así por ejemplo la velocidad de llegada de un flujo aireado aun tanque amortiguador puede incrementarse hasta un un 50% respecto a un flujo no aireado, y provocar que el tirante conjugado mayor del resalto hidráulico aumente hasta en un 20%, ref 8, esto implicaría elevar las paredes del tanque o mayores volúmenes de excavación.

b) Cuando se utilizan aireadores, la inclusión de aire,

así como la deflección del chorro, pueden incrementar el tirante del flujo hasta tres veces, lo cual puede provocar el ahogamiento del túnel o el derrame del agua, haciendo necesario un diámetro o bordo libre mayor, un ejemplo de este tipo de problemas, se presentó en la presa Bratsk, ref. 3.

Los aireadores son las estructuras que se emplean para incluir el aire en el flujo, y las formas más comunes son el escalón, el deflector, la ranura y la combinación de ellas. En todos los casos las superficies por donde pasa el flujo son palas, esta situación invita a reflexionar sobre la ventaja de cambiar las curvas verticales tradicionales por secciones poligonales y extender el análisis no solo a curvas donde sea necesario colocar aireadores. Este criterio de diseño, llamado poliédrico, llevaría a la construcción de superficies planas en lugar de curvas.

En este trabajo se presentan los antecedentes, los resultados de la investigación realizada sobre los temas: aireación natural, aireación inducida y superficies poliédricas.

## 2. AIREACION NATURAL

La aireación natural ocurre en fenómenos como el resalto hidráulico, los flujos de alta velocidad, los vórtices, el rompimiento del oleaje, etc. En este capítulo se tratará de la aireación en flujos de alta velocidad en vertedores y obras de toma.

### 2.1. Antecedentes

Se llama aireación al fenómeno por medio del cual el aire es incluido en un fluido. En el caso particular de las obras hidráulicas este fenómeno interesa en los flujos de alta velocidad porque el aire puede inhibir la cavitación, que a su vez produce erosión en las superficies expuestas al flujo.

### 2.1.1 Cavitación

La cavitación es un fenómeno que consiste en la formación de cavidades llenas de vapor de agua dentro del flujo, esto sucede cuando se presentan presiones negativas iguales o menores que la presión de vaporización del fluido.

Existe una clasificación de los niveles de cavitación, desde el inicio de la misma o cavitación incipiente, hasta la supercavitación que es la etapa en la que se forman estelas huecas, ref 9.

Para el caso de obras de excedencia, es común aceptar que la cavitación se inicia cuando aparecen las primeras manchas blancas sobre la superficie expuesta a flujo de alta velocidad, ref 10.

Las condiciones de cavitación pueden expresarse por medio del número de Thoma:

$$\sigma = \frac{h_p - h_v}{V^2/2g} \quad (1)$$

dónde:

$\sigma$ , índice de cavitación

$h_p$ , carga de presión

$h_v$ , carga de vaporización

$V$ , velocidad del flujo

$g$ , aceleración de la gravedad

Una vez que las cavidades se han formado, existe la posibilidad de que se separen burbujas llenas de vapor, que al pasar a una zona de mayor presión se condensan repenti

namamente con reducciones de volumen de 100 a 1000 veces, si ello sucede cerca de una frontera rígida inducirá esfuerzos de hasta  $10\ 000\text{ kg/cm}^2$ , siendo esto el origen de los daños en las superficies expuestas a este fenómeno.

Uno de los primeros trabajos que reportan los daños producidos por cavitación se remonta a 1915, cuando Parsons y Cook realizan sus primeras investigaciones sobre daños en propelas de barcos; en 1917 Rayleigh calcula la energía del colapso de una burbuja de cavitación y dos años más tarde, Parsons y Cook proponen la teoría mecánica de la cavitación ref 11.

En 1926 y 1932 Ackeret J, sugiere que la velocidad influye en la intensidad de la erosión y desecha la teoría de la corrosión, aceptando que los daños se producen por el colapso de las cavidades.

Boetcher H M introduce el concepto de superficie de fatiga o cavitación por fatiga en 1935 y encuentra una correlación entre daño y resistencia, en este mismo año Hunsaker fotografía las abolladuras producidas por el colapso de las burbujas y en 1936 Ackeret y Haller demuestran que el daño tiene orígenes mecánicos mediante el uso de ondas de percusión.

En 1937 Vater M propone el concepto de esfuerzos periódicos y en 1938 Mueller H sugiere umbrales de velocidad abajo de los cuales no se produce daño y los compara con el límite de fatiga.

La década de los 40's se inicia con el trabajo de Beeching quien en 1941 hace ensayos y logra dañar superficies metálicas mediante el colapso de burbujas de vapor; en 1947 Poulter sugiere que el líquido penetra a través de las grietas del material y empuja a este hacia afuera cuando está sujeto a altas presiones, en ese mismo año Wislicenus incrementa la temperatura mediante la compresión de las burbujas de vapor y logra fundir el material en ciertas zonas, ya en este mismo año se reportan daños en grandes extensiones de obras hidráulicas, ref 12.

En 1948 Knapp R T y Hollander estudian el comportamiento de una burbuja y encuentran resultados que concuerdan con los obtenidos por Rayleigh, en 1949 Petracchi propone la protección catódica contra la cavitación. Shalnev K K, ref 13, en 1951 estudia la cavitación atrás de irregularidades tomando en cuenta su altura, el espesor de la capa límite y el perfil de velocidad dentro de ella.

En 1955, surgen varios trabajos: Nechleba M, genera corrientes corrosivas debidas a un calentamiento local del metal, por medio de un incremento en la temperatura de las burbujas, Knapp, R T, ref 14, encuentra que la energía radiada por el colapso de una burbuja decrece en proporción inversa al incremento del radio, Guth, W, ref 15 fotografía por primera vez el choque de una onda radiada por el colapso de una burbuja, y Shalnev K K, ref 16, reporta que para una longitud de cavidad dada, la frecuencia es directamente proporcional a la velocidad.

Colgate, en 1959, estima la cavitación potencial para dos superficies de concreto rugosas, ref 17, en 1960 Manns R M ref 18, relaciona el número de ciclos requeridos para que se presenta el período de incubación de la cavitación, en este mismo año Holl, ref 19, analiza irregularidades aisladas relacionando sus características ~~con las de la capa lí~~mite.

En 1961 Govinda, ref 20, propone un método de predicción de daños por cavitación en base a un número adimensional de cavitación, en 1965 Inozemtsev, ref 21, propone usar superficies de alta resistencia para proteger superficies contra daños por cavitación, y Holl, ref 22, analiza como influyen las irregularidades producidas por la cimbra en la inepción de cavitación. En 1969, Echávez G, ref 23, estudia la erosión en el concreto causada por flujo de alta velocidad.

En 1971, refs 24 y 25, Echávez desarrolla un método para estimar la posibilidad de cavitación atras de irregularidades y desalineamientos así como en superficies rugosas y Colgate, ref 26, hace los primeros estudios en modelo sobre aireadores; en 1975 Glenn L y King D, proponen controlar la cavitación por medio de aireación.

En 1976 aparecen tres trabajos de Echávez y Arreguín dos de ellos relativos a la resistencia de algunos materiales sujetos a cavitación refs 6 y 7 y uno sobre bibliografía referente al tema, ref 27, por otra parte Ball, ref 28,

trabaja sobre los índices de cavitación sin considerar la capa límite; en 1977 aparece una importante obra de Galperin, Oskolkov, Semenkov y Tsedrov, ref 3, la cual está enfocada específicamente al problema de cavitación en estructuras hidráulicas.

En 1980 Quintela, ref 29, revisa el comportamiento de una serie de aireadores construidos en diversas presas y en 1982 Falvey, ref 30, propone un método para predecir la cavitación.

En 1983 Kudriahov, Zharov, Rosanov, Nietkaliev y otros, ref 31, proponen valores críticos de cavitación para superficies rugosas y examinan medidas para evitar la cavitación en vertedores y obras de toma, en este mismo año Prusza, Mantellini y Semenkov, ref 32, proponen una serie de medidas, básicamente aireación, para prevenir los daños por cavitación, paralelamente Schever, Schog y Stein ref 33, proponen resolver las ecuaciones de Rayleigh-Plesset para predecir zonas expuestas a cavitación.

Es también en 1983 cuando Fichtner ref 34, hace un análisis teórico del desarrollo de la cavitación así como de la energía disipada por el mismo fenómeno; Lesleighter ref 35, hace un estudio en modelo y prototipo para analizar daños por cavitación en obras de toma, y Sharma y Goel ref 36, abordan el mismo problema y sugieren soluciones como aireación o la modificación de las estructuras.

Falvey H, ref 37, presentó en 1984 un resumen sobre cavitación

ción en túneles vertedores, que incluye: tipos de estudios necesarios para examinar el problema, tipos de investigación, condiciones de similitud y efectos de escala.

En una obra hidráulica puede presentarse erosión por cavitación ante cualquier cambio de dirección, atrás de un obstáculo, o debido a la rugosidad de la superficie sobre la cual ocurre el flujo de alta velocidad. Este último caso puede ser el más crítico, debido a las grandes áreas que sería necesario proteger si se quieren evitar perjuicios, además debe tenerse en cuenta que una vez que el daño se inicia, él mismo sirve de obstáculo para acelerar el proceso de erosión.

#### 2.1.2 Métodos de Predicción

Para efectos de diseño o revisión de obras ya construidas es necesario contar con métodos de predicción que permitan saber, si la obra es susceptible a daños por cavitación. Existen varios métodos para predecir posibilidades de cavitación en irregularidades aisladas como los de Shalnev, ref 13, Holl, ref 22, Ball, ref 28, Echávez, refs 24, 25 y 10, Govinda, ref 20 y Rosanov, ref 38, entre otros, sin embargo para efectos prácticos es más común tratar de predecir en qué zonas hay posibilidad de erosión por cavitación debida a superficies rugosas, a continuación se presentan en orden cronológico de aparición los métodos de Colgate, ref 17, Echávez, ref 10 y Falvey, ref 30.

Donald Colgate realizó pruebas de laboratorio sobre dos probetas tomadas de la presa Davis, considerando la ley de distribución de velocidades propuesta por Prandtl:

$$\frac{V}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = 5.75 \log \frac{y}{K} + 8.5 \quad (2)$$

donde:

$V$  velocidad a una distancia  $y$  de la plantilla

$\tau_0$  esfuerzo cortante

$\rho$  densidad

$K$  rugosidad relativa

Además se puede definir a la velocidad cortante  $V_*$ , como:

$$V_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (3)$$

Los valores de la velocidad al cortante se midieron directamente sobre los moldes de concreto, los cuales tenían salientes máximas de 3/4" (especimen No 2) y 1/4" (especimen No 3). Para efectos de diseño se puede emplear la fig 1, de la cual puede obtenerse la velocidad media que producirá cavitación incipiente a partir de la carga de presión.

Por su parte Echávez G., ref 10, propuso como método valuar el índice local de cavitación,  $\sigma_K$ , para una superficie sujeta a ciertas condiciones hidráulicas, y compararlo con el índice de cavitación local incipiente,  $\sigma_{K_i}$ , obtenido en laboratorio para situaciones similares, si  $\sigma_{K_i} > \sigma_K$ , existe la posibilidad de cavitación.

En el caso de superficies rugosas el índice de cavitación

local  $\sigma_K$ , según el mismo autor puede calcularse con la ecuación:

$$\sigma_K = \frac{h_p - h_v}{\frac{V_K^2}{2g}} \quad (4)$$

donde:

$K$  rugosidad equivalente de Nikuradse de la superficie

$V_K$  es la velocidad del flujo a una distancia  $K$  de la superficie

Las demás variables ya han sido definidas. La velocidad  $V_K$  a su vez puede calcularse con la fórmula:

$$\frac{V_K}{\sqrt{2gh}} = \frac{1.68}{0.33 + \log \frac{x}{K}} \quad (5)$$

donde:

$h$  caída vertical, medida desde la superficie libre del vaso a la superficie del escurrimiento

$x$  distancia de la cresta del cimacio al punto de análisis

Es importante hacer notar que Echávez sugiere hacer correcciones por curvatura al índice local de cavitación en el piso  $\sigma_{Kp}$ , considerando como piso a una sección transversal para un ángulo con respecto a la vertical de  $\pm 40^\circ$  y con vértice en el centro de la sección, como se indica a continuación:

$$\sigma_{Kp} = 0.76 \sigma_K \quad (6)$$

donde:

$\sigma K_p$  índice de cavitación local en el piso  
para curvas verticales cóncavas

El método de Falvey, ref 32, sirve para predecir daños por cavitación en túneles vertedores. A partir de datos de varias presas que han sido dañadas por cavitación (Flaming George, Blue Mesa, Yellowtail, Glenn Canyon y Hoover) se elaboró la gráfica de la fig 2, en la cual se relaciona el tiempo de operación, el índice de cavitación y la posibilidad de daño, definiendo este de la siguiente manera: daño incipiente es aquel en que aparecen pequeñas oquedades visibles solo mediante inspección cuidadosa, daños mayores que son aquellos que tienen oquedades de profundidad mayor de 1.0 m y daños menores con oquedades entre los dos casos anteriores.

Por otra parte tomando datos de Colgate y Jin, Falvey elaboró la gráfica de la fig 3, la cual permite calcular el chaflán o talud requerido en cada caso para evitar cavitación. Así, el método consiste en determinar si para un tiempo acumulado de operación, existe riesgo de daño y con el índice de cavitación correspondiente seleccionar el chaflán adecuado.

Con objeto de hacer una comparación entre los tres métodos, se aplicaron a un caso particular: el de la Planta Hidroeléctrica El Infiernillo, fig 4, de la cual se tienen mediciones más o menos precisas que pueden servir de parámetro de comparación.

Los métodos de Echávez y de Falvey requieren que la carga de presión se corrija por la curvatura del codo del túnel y así se hizo, además con el criterio de Echávez se calcularon los índices de cavitación para el piso del túnel.

Se aceptó una rugosidad de  $K = 5$  mm para el fondo del túnel de acuerdo a observaciones hechas por Echávez en la obra.

Para aplicar el método de Colgate se tomó  $K = 6$  mm, pues las curvas obtenidas por él se refieren a 6 mm y 19 mm únicamente (no se intentó interpolar porque se creyó suficiente el valor de 6 mm para efectos de comparación).

En la tabla 1, se presentan los datos del problema y los resultados obtenidos, de acuerdo con estos se tienen las siguientes conclusiones:

a) El método de Echávez indica que los riesgos de cavitación existen desde la estación 180 m (final del codo) hacia aguas abajo. Compárese la columna 6 con el índice de cavitación incipiente que para  $K = 5$  mm vale  $\sigma_{K_i} = 1.5$ .

b) Por otro lado de acuerdo al método de Colgate el riesgo de cavitación existe desde la estación  $x = 60$  m. Efectivamente, comparando las columnas 7 y 8, puede observarse que a partir de la estación antes mencionada la velocidad en la obra es igual o mayor que la marcada por Colgate como límite para que no se presente cavitación.

c) De acuerdo al método de Falvey, columna 9, en la estación  $x = 20$  m,  $R/H = 28$ , sería necesario dar un talud 28:1 a las rugosidades, es decir a cada rugosidad aislada de

5 mm, debería asociarse una distancia horizontal aguas arriba de 140 mm, a partir de la cual debe iniciarse el ta lud correspondiente, en la situación más crítica (estaciones 200 m y 220 m), esta distancia sería de 2050 mm, es de cir se requiere un acabado totalmente liso, en otras palabras toda la obra es susceptible a cavitación.

d) Si se comparan los tres resultados con los daños registrados en el túnel vertedor de 1963 a 1975, fig 5, se puede observar que el mejor método es el de Echávez.

Sin embargo aún cuando la comparación con los daños medidos no se hubiera hecho, se pueden anotar las siguientes consideraciones:

El método de Colgate esta basado en mediciones de laborato rio, obviamente los resultados están influenciados por las instalaciones, sus resultados están restringidos a dos casos solamente, y no considera el efecto de la capa límite.

El método de Falvey aunque se desarrolló en base a resulta dos de prototipo, falla porque no se pueden obtener criterios para superficies rugosas a partir de datos de rugosidades aisladas.

Por lo tanto el mejor método es el de Echávez, que sí toma en cuenta la influencia de la capa límite y además tiene características universales de aplicación.

### 2.1.3 Protección contra daños debidos a cavitación

La mejor protección contra los daños por cavitación es el buen diseño y una adecuada construcción de la obra.

Sin embargo como ya se indicó anteriormente, muchas veces al diseñar contra cavitación se llega a la proposición de acabados imposibles de realizar en la práctica, además el problema de los daños por cavitación puede presentarse en obras ya construidas, y en este caso también existen dos alternativas, proteger las superficies afectadas incrementando su resistencia o tomar medidas que inhiban el fenómeno de cavitación.

En cuanto al incremento de la resistencia de las superficies, puede decirse que básicamente se han usado concretos mejorados o recubrimientos epóxicos para proteger superficies expuestas a cavitación, pueden consultarse los trabajos de Colgate ref 17, los del USBR, refs 39 y 40, el de Nowotny ref 41, entre otros, aquí se citarán solamente para mostrar algunos resultados, los obtenidos por Inozemtsev, ref 21 y los de Echávez-Arreguín, refs 6 y 7. Inozemtsev en una revisión bibliográfica llegó a las siguientes conclusiones:

a) La resistencia a la erosión por cavitación del concreto se incrementa con la reducción de la relación agua-cemento, con el incremento de la resistencia a la compresión y a la tensión, con el vibrado del concreto o usando polvo de acero en la mezcla.

b) las recomendaciones sobre el tamaño máximo de los agregados del concreto son muy variables, Grunw, ref 42, recomienda 5 mm, Govinda R, ref 43, 20 mm y Ginzburg T, ref 44, 60 mm; se considera además que el mejor agregado para estos casos es el granito.

c) Se puede proteger la superficie de concreto por medio de láminas de hule, sin embargo no existe forma de lograr buena adherencia entre las dos superficies, los recubrimientos se han hecho en base a pinturas que incrementan la vida del concreto de 3 a 20 veces, y su resistencia es de 10 a 20 veces menor que la de las láminas de acero.

d) La resistencia del concreto plástico hecho a base de resinas epóxicas y sin agregados, o con agregados de acero, es de 1.8 a 2.0 veces menor que la del acero al carbono, mientras que el concreto hecho a base de resinas de cloruro de polivilino, PVC, fué 1.5 veces más resistente que el acero dulce.

Los resultados experimentales de este mismo autor lo llevaron a las siguientes conclusiones:

a) La resistencia del concreto a erosión por cavitación se incrementa de 5 a 20 veces si se tiene una adecuada selección de materiales y el proceso constructivo es bueno.

b) Los concretos plásticos tienen de 10 a 100 veces la resistencia de concretos normales.

Por su parte Echávez-Arreguín, refs. 6 y 7, hicieron ensayos en un canal de alta velocidad, 30-40 m/s, con recubri-

mientos epóxicos y con concretos especiales. En las figs 6 y 7 se presentan los resultados más importantes.

#### 2.1.4 Aireación natural

El proceso de atrapamiento de aire por los flujos de alta velocidad; se ha tratado de explicar mediante dos teorías: la de las estrías longitudinales, ref 45 y la del desarrollo de la capa límite, ref 46.

En 1959 Enzo Levi, ref 45, observó en un modelo a escala 1:75, del vertedor de la presa Peñitas, que el chorro lanzado por la cubeta se rompía en 22 crestas aisladas y separadas regularmente. Después de varias pruebas se pudo demostrar que las estrías eran vórtices longitudinales debido a las propiedades de estabilidad, reducción de la componente longitudinal de velocidad, succión de partículas sólidas que vienen de aguas arriba y expulsión de aquellas que tratan de penetrar de lado.

En 1960 ref 47, el mismo investigador observó que en el vertedor de la presa Miguel Hidalgo en Sinaloa, el cual descargaba  $3000 \text{ m}^3/\text{s}$ , ocurría el mismo fenómeno, presentándose además la ruptura de vórtices, hecho que puede ser relacionado con el "agua blanca".

En conclusión, el autor afirma que "...la ruptura de los vórtices longitudinales es un factor esencial en el fenómeno de agua blanca, en cuanto ésta no solo provocaría una gran agitación sino también una muy fuerte mezcla de aire..."

Aunque la teoría parece tener una base cualitativa bastante sólida, no ha logrado un desarrollo cuantitativo, sin embargo una ventaja es que combinada con la teoría del desarrollo de la capa límite podría proporcionar un modelo cuantitativo-cualitativo que diera una idea más completa del fenómeno.

La teoría del desarrollo de la capa límite consiste básicamente en comparar el espesor de la capa límite con el tirante del flujo, cuando estos sean iguales la capa límite habrá alcanzado la superficie libre del agua y se iniciará la aireación, cabe hacer notar que algunos autores sugieren que la energía de la turbulencia debe ser mayor que la de la tensión superficial del fluido para que el fenómeno suceda, el punto de intersección se llama punto crítico. Los primeros métodos para ubicar este punto fueron desarrollados por Lane en 1939, ref 48, Hickox en 1945, ref 49 y Halbronn en 1952, ref 50,

Los métodos de Bauer propuestos en 1954, ref 51, Campbell, ref 53, Halbron, refs 50 y 52 y Sharma ref 54, sirven para calcular el espesor de la capa límite en vertedores de concreto.

Keller R y Rastogi A, ref 55, elaboraron una carta para predecir la distancia a la que se presenta el punto crítico a partir de la cresta, en función del gasto, la pendiente del vertedor y la rugosidad, mediante la solución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes y del análisis dimensional de las variables del problema. Estas cartas,

son aplicables solo a vertedores diseñados con el criterio del U S Army Corps of Engineers en su Waterways Experimental Station, WES, y paramento vertical aguas arriba, refs 56 y 57.

En febrero de 1983, Wood y Ackers, ref 58, en base a resultados obtenidos por Cain y Wood, ref 59, y de Keller y Rastogi, ref 55, propusieron un "Método general para localizar el punto crítico en vertedores".

A manera de ejemplo se aplican los seis métodos anteriormente citados a un caso propuesto por Keller y Rastogi, ref 55.

Los datos de proyecto son: carga  $Hd = 9.98 \text{ m}$ , gasto unitario  $q = 70 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ , rugosidad relativa  $K_S = 0.002 \text{ m}$ , ángulo entre la plantilla del vertedor y la horizontal  $\theta = 30^\circ$ ; ancho de la plantilla del canal de descarga  $b = 50 \text{ m}$ , el criterio empleado para el diseño de cimacio es el del WES, ver fig 8.

Como puede observarse en la figura anteriormente mencionada; resultados obtenidos con los métodos de Keller-Rastogi y de Wood-Ackers coinciden, vale la pena hacer las siguientes consideraciones: Keller y Rastogi facilitan el diseño con su "Carta para predecir el punto crítico en vertedores", sin embargo tiene una gran limitación, sirve solo para vertedores tipo WES con paramento aguas arriba vertical.

Por otro lado, Wood y Ackers pretenden dar un carácter universal a su ecuación, pues las demás están limitadas a perfiles estándar, como las de Campbell y Halbronn.

No se obtienen resultados similares con los métodos de Bauer, Halbronn y Campbell, aunque esto debería suceder, pues fueron propuestos para vertedores diseñados con criterios parecidos.

El método de Sharma tiene como inconveniente que se derivó de un número muy limitado de pruebas: las hechas en un modelo con carga de diseño de 12.5 cm, diseñado con el criterio del Cuerpo de Ingenieros. Por lo tanto a reserva de compararlo con más resultados de prototipo, parece ser el método de Wood-Ackers el mejor para la localización del punto crítico.

Como se había señalado anteriormente, para que la aireación ocurra es necesario que la energía de la turbulencia del flujo, sea mayor que la energía de la tensión superficial. Gangadharaiyah y Rao, ref 60, determinaron un número de inyección para el cual se inicia la aireación.

Si se llama a la energía cinética de los vórtices  $KE$ , y a la energía de la tensión superficial  $SE$ , debe cumplirse que  $KE > SE$ , de esta desigualdad se obtuvo una limitación inferior para el número de inyección  $I$ .

$$I = (\rho H \bar{V}^2 / \sigma) / (V_* h / \nu)^{1/2} \quad (7)$$

donde:

$\rho$  densidad del agua

$H$  carga hidráulica

$\bar{V}$  velocidad media

$\sigma$  tensión superficial

- $V^*$  velocidad cortante
- $h$  tirante hidráulico
- $\nu$  viscosidad cinemática

Basados en mediciones en modelo ref 60 y prototipo, refs 49, 61 y 62, se encontró que el número de inyección debe ser mayor o igual que 56, para que se inicie la aireación.

Para el análisis de los flujos en los cuales se ha incluido aire, se acostumbra dividir en regiones al perfil hidráulico.

Straub y Anderson, ref 48, dividieron al flujo en dos regiones: superior e inferior, en función de la concentración de aire, ver fig 9.

La región inferior consiste de burbujas de aire distribuidas en el flujo por las fluctuaciones turbulentas; la región superior, consiste de una mezcla agua-aire en forma de rocío, el tirante que separa a las dos se llama de transición.

Por otra parte Keller R y Wood I, ref 62, dividieron el perfil del agua en la dirección de la misma definiendo tres zonas: en desarrollo, flujo parcialmente aireado; en desarrollo, flujo totalmente aireado y flujo desarrollado, ver fig 10. Esta división es muy importante, pues permite conocer, una vez determinado el punto crítico, la distancia a la cual se tiene una concentración elevada de aire en el agua, que permitiría por ejemplo proteger en forma natural la obra contra cavitación.

Se aceptó como hipótesis de trabajo que después del punto crítico, el crecimiento de la región aireada es muy similar al de la capa límite, y se tomaron como fronteras superior e inferior las concentraciones  $C = 0.90$  y  $C = 0.05$  respectivamente, se llama concentración de aire a la relación volumétrica aire: aire-agua.

Por medio de análisis dimensional y mediciones en modelo y prototipo (Presa Aviemore en Nueva Zelanda), se estableció un método para conocer la profundidad, velocidad y concentraciones de aire, dentro de la zona en desarrollo con flujo parcialmente aireado.

Bormann, ref 63, Falvey, ref. 64 y Cain y Wood, ref. 59, hacen la misma zonificación.

Uno de los trabajos más importantes sobre la distribución de aire en el flujo es sin duda el de Straub y Anderson, ref 46. Estos autores como ya se había mencionado dividieron al flujo en dos regiones, siendo el límite de ellas la profundidad de transición  $d_T$ , a la cual corresponde una concentración  $C_T$ , ver fig 9. En un análisis teórico-experimental, obtuvieron ecuaciones que describen la distribución de aire en el flujo.

Para la región superior adoptaron como hipótesis de trabajo, que las gotas que son lanzadas fuera del flujo por las fluctuaciones turbulentas del agua desde una profundidad  $d = d_T$ , siguen una distribución de probabilidad de Gauss.

En la región inferior se adoptó como hipótesis que las burbujas tienen un comportamiento similar al de los sedimentos en suspensión (con un adecuado giro de los ejes de referencia).

En 1961 la American Society of Civil Engineers, ASCE, ref 65, integró un comité para estudiar aireación, habiendo encontrado una ecuación para calcular la concentración me dia de aire  $\bar{C}$  en vertedores con descarga libre y pendiente  $S$ .

Siao Tien-To, ref 66, basado en la teoría de difusión tur bulenta, analizó la distribución de la concentración de aire en un flujo aireado bidimensional en dos regiones: superior donde se presenta inclusión de agua en el aire, e inferior que consiste en aire incluido en el agua separadas por una zona de interfase.

Douma J, ref 67, propone una relación sencilla, para calcular el volumen de aire incluido en canales revestidos de concreto en función de la velocidad del flujo no airea do y la profundidad del mismo.

En 1965, Anderson ref 68, publica un estudio comparativo de la influencia de la rugosidad en la aireación. Llamó superficie lisa a la plantilla de un canal de acero pinta do, y denominó rugosa a una superficie cubierta con pintu ra que contenía partículas granulares con un diámetro medio de 0.07 cm y espaciamiento promedio de 0.10 m. Los principales resultados obtenidos son los siguientes:

Las curvas de distribución de concentración de aire para una pendiente de  $7.5^\circ$ , son similares en forma, notándose un incremento en el tirante para la superficie rugosa, para  $15^\circ$  muestran similares condiciones; en cambio para  $45^\circ$ , el efecto de la rugosidad es marcado.

En cuanto a la concentración media  $\bar{C}$ , puede decirse que para un gasto constante, se incrementa con la pendiente, decrece con el aumento del gasto y que para grandes pendientes la concentración de aire es menor en superficies lisas, invirtiéndose la situación cuando se tienen pendientes pequeñas.

Uppal, Gulati, Kotwal y Singh, ref 69, después de hacer experimentos en un canal de 10.50 m, con una pendiente de  $60^\circ$  y gastos entre 28.31 y 113.27 l/s, llegaron a las siguientes conclusiones:

La cantidad de aire incluida es mayor para gasto mayores, y la aireación y la turbulencia son funciones de la velocidad.

Gangadharaiah T y Rao L, ref 60, desarrollaron las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento, y de energía para flujo aireado, y relacionaron la concentración media de aire con el número de Froude, y las pérdidas de carga, para un flujo uniformemente aireado.

Keller y Wood, ref 62, publicaron un importante trabajo que permite conocer la concentración de aire en la zona en desarrollo, con flujo parcialmente aireado.

Por otra parte Falvey, ref 64, a partir de análisis dimensional y utilizando datos de modelo y prototipo, relacionó la concentración media  $\bar{C}$ , con el número de Froude.

Cañ P y Wood R, ref 59, a partir de mediciones en prototipo (presa Aviemore), establecieron relaciones entre la distribución de aire y otras variables en las zonas en desarrollo y desarrollada y concluyeron lo siguiente:

El valor de  $X/V_1 = 212$ , donde  $X$  es una distancia medida a partir de la cresta, y  $V_1$  es el tirante en el punto de inyección, corresponde aún a la zona en desarrollo, y en este punto se tiene  $\bar{C} = 0.5$ .

En  $X/V_1 = 100$  se tienen concentraciones significativas que inhiben la cavitación.

La concentración de aire aumenta, conforme crece la relación  $X/V_1$ .

V S Sakhuja, T C Paul y S Singh ref 70, y Ozator D y A Lejeme ref 71, presentaron un resumen de las principales relaciones para estimar el porcentaje de aire transportado en el flujo para resalto hidráulico en tuberías horizontales, flujo a superficie libre en tuberías, chorros, caídas, vertedores y canales lisos.

#### Efectos de la aireación en el flujo. Gasto, velocidad y tirante.

La inclusión de aire en el flujo cambia las características hidráulicas del mismo, y esto puede inducir efectos negativos que provoquen problemas mayores como necesidad

de bordos libres mayores, posibilidades de ahogamiento en túneles ya construidos o aceleración del flujo.

Anderson ref 72, relacionó el tirante máximo del flujo aireado  $d_u$ , el tirante de transición  $d_T$  y el tirante  $\bar{d}$  que sería el que ocuparía el agua sola, con el tirante  $d_m$  de flujo uniforme no aireado, para superficies lisas y rugosas.

Gangadharaiiah y Rao, ref 60, utilizando resultados experimentales de Anderson, ref 68, de la Central Water and Power Research Station, ref 72, de Hall, ref 73, de Mc Conaughy, ref 74, y de Straub y Lorenz, refs 75 y 46, lograron interesantes relaciones entre condiciones para flujo no aireado y aireado en la zona desarrollada.

Por su parte Keller y Wood ref 62, proponen calcular la velocidad de transición  $V_T$  y el tirante en la zona en desarrollo  $y_d$ , con flujo parcialmente aireado mediante las figs 11 y 12.

Cain y Wood, ref 59, en base a mediciones en la presa Aviemore construyeron la gráfica de la fig 13, la cual relaciona el tirante  $y_{c=90}$ , que es aquel para el cual existe una concentración del 90% en la superficie del agua, la velocidad  $V_{c=90}$ , asociada a ese mismo tirante la velocidad del agua  $V_w$ , y el tirante y velocidad en el punto de inyección  $y_I, V_I$ , así como la distancia  $X$  medida a partir del mismo punto.

Medición de concentraciones de aire. Straub y Anderson A,

ref 46, usaron un canal de 15.24 m de largo, 0.46 m de ancho y 0.30 m de profundo, con pendiente variable. Para medir la concentración de aire usaron como método, la comparación de la conductividad de la mezcla agua-aire y de agua sola. El aparato consistía de dos electrodos de 0.64 cm de diámetro, separados la misma distancia unidos a un circuito eléctrico, las lecturas dan la diferencia de conductividad, y en forma analítica puede obtenerse la concentración de aire en el agua.

Uppal, Gulati y otros, ref 69, emplearon el mismo principio. Una de las puntas del equipo formaba parte de una rama de un puente wheatstone de inductancia, este puente era fácilmente calibrado cuando se colocaba en aire solo, y cuando se ubicaba en la mezcla aire-agua, se tenía una señal que se amplificaba, rectificaba y finalmente se transmitía al micrómetro.

Keller R. J, ref 76, desarrolló un equipo de campo para medir concentraciones y velocidades en flujos aireados. Para el medidor de concentración de aire, se basó en la diferencia de conductividad eléctrica entre la mezcla agua-aire y agua sola.

Cañ y Wood, ref 59, en base a los resultados obtenidos por Lamb y Killen ref 89, construyeron un medidor de concentración de aire basado también en la diferencia de conductividad.

## 2.2 Modelo teórico. Región inferior

Con objeto de conceptualizar el fenómeno de aireación, se ha formulado un modelo teórico, tomando en cuenta la experiencia adquirida en el fenómeno de arrastre de sedimentos de fondo en el flujo y la Teoría de la Longitud de Mezcla de Prandtl, ref 77. Se considerará la regionalización propuesta por Straub y Anderson, ref 46, y específicamente la región inferior porque el interés se centrará en los efectos de la aireación en la plantilla del canal.

La distribución de concentración de aire en un flujo turbulento depende de las características de las burbujas de aire incluido, de las condiciones hidráulicas del flujo y de la geometría del canal.

Una burbuja aislada en un flujo no turbulento, se desplazará en dirección paralela a la plantilla del canal debido al arrastre del flujo, pero también tiende a subir a causa de la flotación, en este caso la trayectoria depende de la distribución de velocidades del flujo y de la velocidad de ascenso de la burbuja. Cuando se trata de un conjunto de burbujas en un flujo turbulento, se presentan dos efectos: un movimiento general de la masa de burbujas y una difusión de ellas debida a la turbulencia.

Para explicar la transferencia de burbujas de un plano a otro puede emplearse la teoría de la longitud de mezcla de Prandtl, quien sustituye el término de viscosidad cinemática aparente propuesto por Boussinesq, por una magnitud

que llamó longitud de mezcla, que tiene la ventaja de tener una interpretación física más sencilla.

Según esta teoría la transferencia de cantidad de movimiento en un flujo turbulento, puede explicarse de la siguiente manera: en un punto ubicado en un plano de una profundidad  $y$ , llegan elementos de fluido desde posiciones ubicadas arriba y abajo de él, a una distancia  $\ell$ , a la cual Prandtl llamó longitud de mezcla, en intervalos de tiempo al azar. Estos elementos conservan sus velocidades medias temporales originales es decir  $\bar{v}(y + \ell)$  y  $\bar{v}(y - \ell)$  respectivamente, cuando llegan al plano que contiene al punto  $y$ , y en ese momento se presentan cambios súbitos de cantidad de movimiento con el fluido que ya está en  $y$ , resultando entonces en este punto una componente longitudinal de fluctuación de la velocidad de forma aleatoria, la amplitud de la velocidad dependerá de la distribución de velocidad media temporal y de la longitud de mezcla.

Al pasar un elemento de fluido situado en un plano a la altura  $(y - \ell)$ , cuya concentración vale  $\bar{c}(y - \ell)$ , al nivel  $(y)$ , donde la concentración vale  $\bar{c}(y)$ , provocará una diferencia de concentración:

$$\Delta c_1 = \bar{c}(y - \ell) - \bar{c}(y) \quad (8)$$

El primer término del segundo miembro se puede desarrollar en serie de Taylor como se indica a continuación:

$$\bar{c}(y - \ell) = \bar{c}(y) - \frac{\ell d\bar{c}}{dy} + \frac{\ell^2}{2!} \frac{d^2\bar{c}}{dy^2} - \frac{\ell^3}{3!} \frac{d^3\bar{c}}{dy^3} + \dots \quad (9)$$

Eliminando términos de segundo orden en adelante y sustituyendo en 8 se obtiene:

$$\Delta c_1 = -\ell \frac{d\bar{c}}{dy} \quad (10)$$

Si ahora se considera un elemento ubicado en un plano a la altura  $(y + \ell)$ , y otro ubicado en  $(y)$ , la diferencia de concentración vale:

$$\Delta c_2 = \bar{c}(y) - \bar{c}(y + \ell) \quad (11)$$

procediendo de la misma manera se obtiene la diferencia de concentración:

$$\Delta c_2 = -\ell \frac{d\bar{c}}{dy} \quad (12)$$

El valor medio de la fluctuaciones de concentración de aire  $c'$  vale:

$$\sqrt{\overline{c'^2}} = \frac{1}{2} (|\Delta c_1| + |\Delta c_2|) = \ell \left| \left( \frac{d\bar{c}}{dy} \right) \right| \quad (13)$$

Conviene expresar este cambio de condiciones hidromecánicas entre un plano y otro en función del gasto de aire  $Qa$ , que es una cantidad que se puede medir directamente en un flujo aireado.

Si se acepta un sistema tridimensional de coordenadas rectangulares  $x, y, z$ , la velocidad en cada dirección puede describirse así:

$$u = \bar{u} + u' \quad (14)$$

$$v = \bar{v} + v' \quad (15)$$

$$w = \bar{w} + w' \quad (16)$$

donde:

$u, v, w$ , son las componentes instantáneas de la velocidad en las direcciones respectivamente

$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ , son los valores medios de las componentes de velocidad en cada dirección

$u', v', w'$ , son las fluctuaciones de las componentes de velocidad en cada dirección

Además:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt \quad (17)$$

donde  $T$  es el tiempo en el que se efectúa la media, se puede definir en forma similar a  $\bar{v}$  y  $\bar{w}$ .

Si se sustituye la ecuación 14 en la 17 se puede demostrar que:

$$\bar{u}' = \frac{1}{T} \int_0^T u' dt \equiv 0 \quad (18)$$

Si se considera un flujo turbulento bidimensional y uniforme en la dirección  $x$ , las fluctuaciones solo se darán en la dirección  $y$ .

En un instante  $t$  dado, el gasto diferencial instantáneo de la mezcla  $dQ'm$  que pasa el área  $dx dz$  será:

$$dQ'm = V' dx dz \quad (19)$$

La concentración de aire puede definirse también en un instante como:

$$c = \bar{c} + c' \quad (20)$$

Además:

$$c = \frac{Q_a}{Q_m} \quad (21)$$

donde:

$Q_a$ , es el gasto de aire

$Q_m$ , es el gasto de la mezcla

El gasto instantáneo de aire  $Q'a$ , que atravieza el área diferencial  $dx dz$ , vale:

$$dQ'a = V' c dx dz \quad (22)$$

Y el gasto de aire instantáneo por unidad de área  $q'a$  valdrá:

$$q'a = V' c \quad (23)$$

el valor promedio de este gasto por unidad de área es:

$$\overline{q'a} = \overline{V' c} \quad (24)$$

sustituyendo 20 en 24:

$$\overline{q'a} = \overline{V' (\bar{c} + c')} = \overline{V' \bar{c}} + \overline{V' c'} \quad (25)$$

ecuación que se reduce a:

$$\overline{q'a} = \overline{V' c'} \quad (26)$$

La correlación existente entre  $V'$  y  $c'$ , se puede establecer mediante el coeficiente  $\beta_1$ :

$$\beta_1 = \frac{\overline{c' V'}}{\sqrt{\overline{c'^2}} \sqrt{\overline{V'^2}}} \quad (27)$$

Así, el gasto de aire medio instantáneo por unidad de área puede obtenerse sustituyendo las ecs 13 y 27 en la 26, resultando:

$$\overline{q'_a} = |\beta_1| \sqrt{V'^2} \ell \frac{dc}{dy} \quad (28)$$

El término  $|\beta_1| \sqrt{V'^2} \ell$  se llama coeficiente de difusión  $Dy$ , entonces la ecuación 28 puede reescribirse:

$$\overline{q'_a} = Dy \frac{dc}{dy} \quad (29)$$

este es el gasto medio instantáneo, y debido a que la concentración promedio en un punto es constante, y a que el flujo neto de aire en el área horizontal es cero, este gasto debe balancearse con la flotación de las burbujas  $Vb$ , el gasto ascendente debido a las burbujas es  $cVb$ , y se puede establecer la ecuación:

$$cVb + Dy \frac{dc}{dy} = 0 \quad (30)$$

esta ecuación también puede escribirse así:

$$-Vb \frac{dc}{dy} = Dy \frac{d^2c}{dy^2} \quad (31)$$

Procediendo de manera similar en la dirección  $x$  se pueden obtener los términos  $Dx \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$  y  $u \frac{\partial c}{\partial y}$ , si además se considera el flujo no permanente, la ecuación de difusión de las burbujas incluidas en un flujo turbulento es:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = Dy \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + Dx \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + Vb \frac{\partial c}{\partial y} - u \frac{\partial c}{\partial x} \quad (32)$$

Si el flujo se considera permanente y el análisis se hace solo en la dirección  $y$ , la ecuación (32) se reduce a:

$$-Vb \frac{dc}{dy} = Dy \frac{d^2c}{dy^2} \quad (33)$$

simplificando se puede obtener la ecuación (30):

$$-Vb \cdot c = Dy \frac{dc}{dy} \quad (34)$$

Integrando con límites entre una distancia  $a$  desde la

plantilla y una distancia  $y$  cualquiera. Separando variables:

$$- \frac{v_b}{Dy} dy = \frac{dc}{c} \quad (35)$$

integrando:

$$\log \frac{c}{c_a} = - v_b \int_a^y \frac{dy}{Dy} \quad (36)$$

Donde  $c_a$  es la concentración a una distancia  $a$  sobre la plantilla.

Cálculo de  $Dy$

El esfuerzo cortante en un flujo turbulento vale:

$$\tau = \epsilon \rho \frac{du}{dy} \quad (37)$$

donde:

$\epsilon$ , es el coeficiente de transferencia de cantidad de movimiento

$\rho$ , densidad del fluido

Si se acepta como hipótesis de trabajo que las burbujas de aire se mueven en forma similar al efecto producido por el coeficiente de transferencia de cantidad de movimientos es decir:  $\epsilon = \alpha Dy$ , es fácil obtener  $Dy$  a partir de la ecuación 37.

Si el canal es ancho:

$$\tau = \tau_0 \left(1 - \frac{y}{d}\right) \quad (38)$$

$$\tau_0 = \gamma d S \quad (39)$$

donde:

$\tau_0$ , es el esfuerzo cortante en la plantilla

$\gamma$ , el peso específico del agua

$d$ , tirante hidráulico

$S$ , pendiente de la plantilla del canal

Si se considera una turbulencia plenamente desarrollada la velocidad  $u$ , será función del tirante  $y$ , del esfuerzo cortante  $\tau_0$  y de la densidad del fluido  $\rho$ , es decir:

$$u = f(y, \tau_0, \rho) \quad (40)$$

Utilizando el teorema de Buckingham se obtiene:

$$\frac{du}{dy} = \sqrt{\tau_0/\rho} / Ky \quad (41)$$

donde:

$K$ , constante de Von Karman con valores entre 0.38 y 0.40

Sustituyendo 38 y 41 en 37:

$$\epsilon = Kd \sqrt{\tau_0/\rho} (1-S)S \quad (42)$$

donde:

$$S = y/d \quad (43)$$

Sustituyendo 42 en 36 e integrando:

$$\frac{c}{c_a} = \left( \frac{d/y - 1}{d/a - 1} \right) t/K \quad (44)$$

otra forma de presentar esta ecuación es:

$$\frac{c}{c_a} = \left( \frac{y}{d\tau - y} \right)^2 \quad (45)$$

donde:

$$t = Vb/\alpha\sqrt{\tau_0/\rho} \quad (46)$$

$$z = t/K \quad (47)$$

Ca se toma a  $y = d\tau/2$

Además si se resuelve la ecuación 44, pueden conocerse una serie de condiciones hidráulicas dentro de la región inferior, a continuación se describen algunas de ellas:

El gasto de agua  $Q_w$  puede definirse así:

$$Q_w = v_w b y_w \quad (48)$$

$$Q_w = (1 - \bar{c}) Q_m \quad (49)$$

donde  $b$  es el ancho de plantilla y las demás variables ya han sido definidas, además:

$$\bar{c} = \frac{1}{y_m} \int_0^{y_m} c \, dy \quad (50)$$

aquí  $y_m$  es el tirante de la mezcla.

Por otro lado el gasto de la mezcla vale:

$$Q_m = v_m b y_m \quad (51)$$

donde  $v_m$  es la velocidad de la mezcla

Sustituyendo 49 en 51 y ordenando:

$$v_m = \frac{Q_w}{(1 - \bar{c}) b y_m} \quad (52)$$

El número de Froude para flujo aireado  $Fr_a$  valdrá entonces:

$$Fr_a = \frac{v_m}{(g y_m)^{1/2}} \quad (53)$$

Y la relación entre el número de Froude para un flujo no aireado  $Fr_w$  y uno aireado  $Fr_a$  con la concentración media serán:

$$Fr_w = (1 - \bar{c}) \frac{Q_m}{g^{1/2} b y_w^{3/2}} \quad (54)$$

$$Fr_a = \frac{Q_w}{(1 - \bar{c}) b g^{1/2} y_m^{3/2}} \quad (55)$$

La proporcionalidad de la velocidad media del flujo aireado y no aireado en la región inferior se puede obtener de las ecuaciones 48, 49 y 51:

$$\frac{V_w}{V_m} = (1 - \bar{c}) \frac{y_m}{y_w} \quad (56)$$

### 2.3 Mediciones en la instalación de alta velocidad

Los ensayos se realizaron en el canal de alta velocidad del Instituto de Ingeniería UNAM, la instalación así como el equipo utilizado se describen a continuación.

#### 2.3.1 Instalación de alta velocidad

Consta de una bomba centrífuga de carcasa bipartida, marca Worthington, de un gasto máximo de 0.5 m<sup>3</sup>/s con 100 m de carga y carga máxima de 115 m con un gasto de 0.3 m<sup>3</sup>/s, accionada por un motor horizontal de inducción de 600 HP y 60 ciclos.

A la salida de la bomba hay una válvula de control de 10 pulgadas, y al final de la tubería se pueden colocar una serie de boquillas rectangulares intercambiables de 20 cm de ancho y 4.5, 7 y 12 cm de altura, las cuales permiten alcanzar velocidades de 42, 32 y 21 m/s.

El flujo pasa por un canal de concreto, revestido de lámina galvanizada, de sección rectangular de 0.20 x 0.70 m y una longitud de 19.50 m, ver fig 14.

### 2.3.2 Equipo de medición

El primer medidor construido, se diseñó con el principio de Viparelli, ref 78, estaba formado por un muestreador y una sección medidora, unidos por una manguera plástica, el muestreador consistía de un tubo de cobre de 1/2" y 10 cm de longitud unido mediante un codo de 90° a un tubo de cobre del mismo diámetro y de 1.15 m de largo. La sección medidora estaba constituida por un tubo de cristal el cual tenía colocadas al inicio y al final una válvula solenoide 8210C94, de dos vías, operadas por piloto interno normalmente cerradas, de 120 volts, 60 Hertz, controladas por un circuito eléctrico de tal manera que se podían abrir o cerrar simultáneamente, de esta manera era posible atrapar en un volumen conocido la mezcla agua-aire, y así determinar la concentración a diferentes profundidades donde se colocara el muestreador. Debido a que el ángulo de 90° y la gran longitud de la manguera provocaban grandes pérdidas, se optó por reducir la longitud del muestreador, cambiar el ángulo a 45°, y por lo tanto inclinar el tubo de cobre, y reducir la longitud de la manguera. Los cierres de las válvulas provocaban grandes sobrepresiones por lo que se optó por sustituir el tubo de cristal por manguera plástica, sin embargo la expansión de ésta ante las ondas de presión producían mediciones equivocadas, finalmente se sustituyó la manguera por un tubo de cobre que era capaz de soportar la sobrepresión, en la fig 15, se muestra un esquema del medidor usado fi-

nalmente. Con objeto de conocer la influencia de las pérdidas de carga, pues la velocidad en el canal era mayor que la que se registraba en el medidor, se hicieron un conjunto de pruebas que consistían en efectuar una serie de cierres mediante una válvula colocada al final de la sección medidora, de esta manera era posible observar los efectos de las pérdidas sobre las mediciones hechas, en la fig 16 se muestra la relación de la concentración de aire a la razón de velocidad en el tubo de la sección medidora  $V_T$  a la velocidad en el canal  $V_C$ , las dos rectas representan mediciones hechas a 8.0 y 10.0 cm de la plantilla. Además mediante la calibración del equipo se pudo observar que el medidor proporcionaba resultados confiables para concentraciones menores o iguales a 0.64.

Calibración del equipo. Con objeto de conocer la relación entre el gasto medido  $Q_{am}$  el real  $Q_{ar}$ , se hicieron una serie de ensayos como se describen a continuación.

Se construyó un aireador en una de las ventanas del canal de alta velocidad, en la toma del aireador se colocó un tubo unido a un anemómetro, de tal manera que se pudiera medir la velocidad del aire  $V_1$ , que entraba al flujo, así con la velocidad del aire y el área del aireador  $A_1$ , se podía obtener el gasto de aire incluido  $Q_{a_i}$ :

$$Q_{a_i} = V_1 A_1 \quad (57)$$

Por otro lado el gasto de la mezcla agua-aire  $Q_m$ , en la sección medidora se obtuvo con la siguiente ecuación:

$$Q_m = V_m A_2 \quad (58)$$

donde:

$V_m$ , velocidad de la mezcla

$A_2$ , área de la sección medidora

Además de la definición de concentración de aire:

$$c = \frac{Q_a}{Q_a + Q_w} = \frac{Q_a}{Q_m} \quad (59)$$

donde:

$Q_a$ , gasto de aire

$Q_w$ , gasto de agua

se puede obtener el gasto de aire medido:

$$dQ_{am} = c dQ_m \quad (60)$$

Entonces se procedió a hacer una serie de mediciones de concentración de aire aguas abajo del aireador, desde la plantilla del canal hasta la profundidad donde ya no se registraba aire en el flujo, obteniéndose relaciones  $c - y$  y  $c - Q_m$ . De esta manera si se integra la ecuación 60 se obtiene el gasto de aire medido:

$$\iint_A dQ_{am} = \iint_A c dQ_m \quad (61)$$

Se procedió a la integración gráfica y se obtuvo  $Q_{am}$ , entonces la constante de calibración  $K$ , vale:

$$Q_{an} = K Q_{am} \quad (62)$$

El valor obtenido finalmente fué  $K = 1.6$ .

### 2.3.3 Mediciones

La primera medición se hizo a 0.85 m de la boquilla, y a partir de 1.00 m se hicieron a cada 0.50 m, hasta 7.00 m, y después de esta, se tomaron a cada 2.00 m hasta 14.955 m. En cada sección se hicieron 5 mediciones de concentración de aire colocando el muestreador a cada 0.5 cm a partir de la plantilla del canal, se registraron además los tirantes en cada sección, así como la velocidad media.

### 2.3.4 Resultados experimentales

En la tabla No 2 se muestran los promedios de las mediciones de concentración obtenidos a diferentes profundidades en cada estación.

## 2.4 Análisis de resultados

El análisis de los resultados se hizo considerando los dos tipos de regionalización del flujo, en sentido normal a la plantilla del canal, ref 48, y en la dirección del flujo ref 62.

### 2.4.1 Región inferior

La separación de la región inferior y la superior se hizo en base al criterio propuesto por Straub y Anderson, ref 48, según el cual el gradiente de concentración  $d_c/dy$ , es máximo cuando la distancia  $y^*$ , a la que son lanzadas las gotas de agua sobre la profundidad de transición es cero,

es decir:

$$\left(\frac{dc}{dy}\right)_{\max} = \frac{2(1 - C_T)}{h\sqrt{\pi}} \quad (63)$$

donde:

$C_T$ , concentración a la profundidad de  
transición  $d_T$

$h$ , distancia media a la cual son proyectadas  
las gotas de agua sobre  $d_T$

En las figuras 17 a 34 se presentan las distribuciones de concentración de aire y la separación de las regiones superior e inferior.

Solución de la ecuación de concentración de aire en la región inferior. La ecuación 45 puede resolverse en forma gráfica como lo proponen Straub y Anderson, ref 48, así, puede observarse en esta ecuación que la concentración  $C$  es función de  $y/(d_T - y)$ . Cuando estos valores se dibujan en escala logarítmica se obtiene una recta de pendiente  $Z$ ,  $C_a$  es el valor de  $C$  cuando  $y/(d_T - y) = 1$ , en las figuras 19 a 33 se presentan los valores de  $Z$  y  $C_a$  para cada caso, también se puede observar la comparación hecha entre la ecuación 45 y los resultados experimentales, en la fig 35 se presentan las relaciones  $F_h - Z$  y  $F_h - C_a$ .

Las ecuaciones con diferentes grados de correlación se presentan en las tablas 3 y 4 y en la fig 35 se muestran las gráficas de las ecuaciones de cuarto grado para  $F_h - Z$  y  $F_h - C_a$  a las cuales se les ha asignado los números 64 y 65

respectivamente.

Utilizando la ecuación 50 se pueden obtener las concentra ciones medias en cada sección de medición, estas se anotan en las figs 17 a 34, y en la 36 se presenta la rela ción entre  $X/y_1$  y  $\bar{C}$ , que es de utilidad para hacer una des cripción del fenómeno de aireación natural en la región inferior.

Descripción del fenómeno. De  $X/y_1 = 0$  hasta  $X/y_1 = 35$ , es decir en la zona con flujo parcialmente aireado, la re gión superior crece debido al aumento de la turbulencia del flujo, y esto genera una transferencia de aire hacia la re gión inferior, y por lo tanto la concentración media de aire también se incrementa en ésta, ver fig 36; de  $X/y_1 = 35$  a  $X/y_1 = 50$ , sigue aumentando la concentración en la re gión superior y se repite la situación ya mencionada; de  $X/y_1 = 50$  hasta  $X/y_1 = 80$ , se manifiesta el efecto de la pl antilla, incrementando la difusividad en una zona cerca na a ella y dado que la región superior ya no crece tan aceleradamente, la concentración de aire en la re gión inferior decrece al invertirse la transferencia de aire has ta que se establece el equilibrio en la zona desarrollada. La velocidad de la mezcla en la re gión inferior puede ob tenerse mediante la ecuación 56, la relación entre  $V_w/V_m$  y  $y_m/y_w$  se presenta en la fig 37, en la cual es importante observar que  $V_w$  siempre es menor que  $V_m$ , esto signifi ca que el flujo aireado se acelera conforme el aire se in cluye, lo cual puede originar problemas en las estructu

ras terminales, como ya había reportado Jevdjevich, V, ref 8, esto se debe a que al disminuir la densidad del flujo, los esfuerzos cortantes en las fronteras del canal también son menores, y entonces las pérdidas disminuyen, además debe considerarse que el radio hidráulico se incrementa, por lo tanto la velocidad del flujo aireado tiende a aumentar en porcentajes altos con respecto a los flujos no aireados.

#### 2.4.2 Zona en desarrollo. Flujo parcialmente aireado

La regionalización en la dirección del flujo se hizo en base al criterio de Keller R y Wood I, ref 62. Con objeto de delimitar y analizar las regiones de flujo aireado se utilizarán las siguientes definiciones propuestas por Arreguín-Echávez, refs 79, 80, 81 y 82:

Tirante límite de la región aireada  $y_c = 0$  corresponde al punto donde la concentración es nula.

Tirante de concentración 8%,  $y_{c=0.08}$

Tirante de concentración 2%,  $y_{c=0.02}$

Tirante de transición  $y_x$ , es el límite entre la región superior e inferior.

Tirante total  $y_T$ , es la profundidad total del flujo aireado, es decir es la distancia de la plantilla a la superficie libre del flujo.

Espesor de la capa aireada  $e_{aT}$ , medida desde la superficie libre del flujo al límite inferior de la región aireada,

es decir  $e_{aT} = y_T - y_{c=0}$

Espesor de la región inferior  $e_{a_i}$ , considerada del límite inferior a la zona de transición, o sea  $e_{a_i} = y_t - y_{c=0}$

Espesor de la región superior  $e_{a_s}$ , es la región comprendida entre la superficie libre del flujo y la zona de transición,  $e_{a_s} = y_T - y_t$ .

Análisis dimensional. Uno de los aspectos más importantes en la zona en desarrollo con flujo parcialmente aireado es el espesor de la capa aireada  $e_{aT}$ , el cual puede expresarse por medio de la siguiente relación funcional:

$$e_{aT} = f(x, g, s, \nu, V_1, y_1) \quad (66)$$

donde:

$x$ , distancia del punto de inyección al de análisis

$g$ , aceleración de la gravedad

$s$ , pendiente

$\nu$ , viscosidad cinemática

$V_1$ , velocidad de referencia, normalmente la correspondiente al punto de inyección

$y_1$ , tirante de referencia, usualmente el del punto de inyección

La ecuación 66 puede expresarse en forma adimensional como se indica a continuación:

$$\frac{e_{aT}}{y_1} = f(Rx, Fr_1, s) \quad (67)$$

donde:

$Rx$ , número de Reynolds definido de la siguiente ecuación:

$$Rx = \frac{V_1 x}{\nu} \quad (68)$$

$Fr_1$ , número de Froude en el punto de inyección

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}} \quad (69)$$

Las demás variables ya han sido definidas

En la fig 38 se presenta la relación entre  $e_{aT}/y_1$  y  $Rx$ , para,  $s = 0$ ,  $Fr_1 = 27.15$ , vale la pena anotar que Keller R, Lai K y Wood R, ref 62, en base a las ecuaciones de Halbronn, ref 54 y de datos de Bauer ref 55, demostraron que el número de Froude en el punto de inyección es constante, la ecuación que relaciona estas variables es:

$$\frac{e_{aT}}{y_1} = 1.386 - 1.286E-8 Rx + 6.357E-16 Rx^2 \quad (70)$$

De los perfiles medidos en cada estación se seleccionaron aquellos que tenían como límite inferior la concentración  $c = 0$ , de esta manera se estableció una relación entre las profundidades  $y_{c=0}$ , y la distancia  $x$ . El límite inferior de la región aireada  $y_{c=0}$ , decrece en forma parabólica de acuerdo a la ecuación:

$$\frac{y_{c=0}}{y} = 1.823 - 0.118 \frac{x}{y_1} + 0.002 \left(\frac{x}{y_1}\right)^2 \quad (71)$$

donde,  $y$  es el tirante del flujo no aireado

Es importante hacer notar que para que el aire toque la plantilla del canal es necesario que se cumpla la relación  $x/y_1 = 35$ , ver fig 39, es decir después del punto de inyección debe existir

una distancia de  $x = 35 y_1$ , para que el aire toque el fondo del canal. Este dato indica que es difícil proteger una obra solo con aireación natural, a excepción de obras en que se tengan gastos pequeños, como lo señalan Kudriashov, Zharov, Rozanov y otros, ref 33, quienes establecen esta posibilidad para gastos unitarios menores de  $9 \text{ m}^3/\text{s}\cdot\text{m}$ . También Keller R, Lai K y Wood I ref 62, señalan de las experiencias obtenidas en un flujo aireado con velocidad de  $7 \text{ m/s}$  que "aparentemente la región aireada nunca constituye más de la mitad del tirante total".

En la fig 40 se presenta el comportamiento de la concentración de aire dentro de la región aireada, puede notarse que la concentración  $c$  aumenta con el espesor  $e_{aT}$  y que para valores pequeños de  $y/e_{aT}$ , casi no hay variación en la concentración.

En la fig 41 se presentan curvas que relacionan  $x/y_1$  y  $e_{aL}/y_1$ ,  $e_{aT}/y_1$ ,  $y_T/y_1$  y  $y_t/y_1$ .

#### 2.4.3 Zona en desarrollo. Flujo totalmente aireado

En esta zona como ya se había indicado el aire ha tocado la plantilla y se desarrolla a partir de  $x/y_1 = 35$ . Las definiciones de variables, así como las principales relaciones entre estas ya han sido señaladas en el inciso anterior.

A diferencia del crecimiento de los parámetros del flujo aireado en la zona parcialmente aireada, en la zona total

mente aireada decrecen.

En la figura 39 puede notarse el comportamiento de los tirantes a los cuales la concentración de aire vale 8% y 2%.

Concentración 8%. La relación entre  $x/y$ , y  $y_c = 0.08/y$  se establece mediante la ecuación:

$$\frac{y_c = 0.08}{y} = 1.116 - 0.006 \frac{x}{y_1} + 0.000014 \left(\frac{x}{y_1}\right)^2 \quad (72)$$

Si se utiliza el criterio de la primera derivada, puede obtenerse el punto donde la pendiente de la curva se hace nula, es decir el punto a partir del cual la línea de concentración 8% ya no baja, esto sucede en:

$$\frac{x}{y_1} = 217 \quad (73)$$

y corresponde a una relación:

$$\frac{y_c = 0.08}{y} = 0.46 \quad (74)$$

Concentración 2%. La ecuación correspondiente es:

$$\frac{y_c = 0.02}{y} = 1.294 - 0.028 \frac{x}{y_1} + 0.00012 \left(\frac{x}{y_1}\right)^2 \quad (75)$$

y el punto donde la curva de concentración 2% toca la plantilla es:

$$\frac{x}{y_1} = 66 \quad (76)$$

Puede notarse de estos resultados que proteger una obra contra cavitación, mediante aireación natural es muy difícil, pues solo lograr que se tenga una concentración del 2% en la plantilla implica que después del punto de inyección, se tenga una longitud  $x = 66 y_1$ . La concentración del 8% solo se da hasta la relación  $y_c = 0.08/y = 0.46$  y

no toca la plantilla.

Los resultados obtenidos coinciden en muchos aspectos con los obtenidos por Cain P y Wood R, ref 59, en el vertedor de la presa Aviemore, con gastos medios de 2.23 a 3.15  $m^3/s-m$ , estos son:

1. "La relación  $x/y_1 = 212$  está aún en la zona en desarrollo"
2. "En el punto  $x/y_1 = 100$  se tienen significativas concentraciones de aire, esto implica que es posible que no exista cavitación aguas abajo de este punto"
3. "La concentración de aire es progresivamente más grande conforme se incrementan los valores de  $x/y_1$ "

Como puede observarse en la fig 39 estos resultados coinciden con los obtenidos en el canal de alta velocidad. No hay coincidencia con los resultados de prototipo cuando los autores afirman que en la estación  $x/y_1 = 212$ , existen concentraciones del orden de 0.5 . .

En la fig 41 se presentan las relaciones entre  $x/y_1$  y  $e_{a_i}/y$ ,  $e_{a_T}/y$ ,  $y_T/y$  y  $y_t/y$ , que pueden utilizarse para diseño. En las tablas 5, 6, 7 y 8 se anotan las ecuaciones para diferentes grados de correlación, debe hacerse notar que en estas tablas aparecen los datos de las mediciones para las curvas dibujadas.

Debido a lo relativamente corto del canal no fué posible detectar la zona desarrollada, aún cuando al final se notó cierta tendencia a la estabilización de las característi-

cas hidráulicas del flujo.

## 2.5 Método de análisis propuesto

En base a los resultados obtenidos en esta investigación, y con apoyo en mediciones hechas en prototipo por otros investigadores, se propone el siguiente método para analizar la región de flujo en desarrollo con zonas parcial y totalmente aireadas.

1. Localizar el punto de inyección utilizando el método más conveniente, ver inciso 24.
2. Revisar que el número de inyección sea el adecuado para que se inicie la aireación.
3. Calcular el límite inferior de región parcialmente aireada mediante la ecuación 71.
4. Para obtener el espesor de la capa aireada  $e_{aT}$ , calcúlese el tirante total  $y_T$  con el auxilio de la fig 41 y réstese la distancia de la plantilla al límite inferior de la región parcialmente aireada  $y_T - y_c = 0$ , o úsese la misma figura 41 para obtener directamente el espesor de la capa aireada.
5. Si se desea conocer el comportamiento de la concentración de aire en la región inferior de la zona parcialmente aireada, puede utilizarse la fig 40.
6. El espesor de la región aireada inferior y la profundidad de transición se obtienen con la fig 41.

7. En la región totalmente aireada se pueden obtener los tirantes de transición y total, así como los espesores total y de la región aireada inferior con la fig 41.

8. Las concentraciones 2% y 8%, importantes para revisar posibilidad de inhibición de cavitación se obtienen en la fig 39.

9. Si en la región totalmente aireada se desea conocer la distribución de concentración de aire puede utilizarse la fig 35 para obtener los coeficientes  $C_a$  y  $z$ , o las ecuaciones 68 y 69, necesarias para resolver la ecuación 45.

10. Las concentraciones medias en la región inferior se obtienen de la fig 36.

## 2.6 Conclusiones y recomendaciones

1. De la comparación de métodos de predicción de cavitación de Colgate, ref 17, Echávez ref 10 y Falvey ref 32, se encontró que el mejor es el de Echávez, por lo tanto se recomienda su empleo.

2. Los concretos reforzados y los recubrimientos retardan el daño de erosión por cavitación pero no lo evitan.

3. Las dos teorías para determinar el punto de inepción: la de las estrías longitudinales y la del desarrollo de la capa límite, parecen ser complementarias, aunque analíticamente la segunda está mas desarrollada.

4. Los métodos para calcular el desarrollo de la capa límite están relacionados a perfiles de cimacios tipo. De

la aplicación de varios métodos a un problema particular, se encontró coincidencia entre los de Keller-Rastogi ref 57, y de Wood-Ackers ref 58.

5. Es importante calcular una vez localizado el punto crítico, el número de inyección para garantizar que la energía de la turbulencia del flujo sea mayor que la de la energía de la tensión superficial.

6. Existen dos formas de regionalizar el flujo aireado: en dirección normal a la plantilla, ref 48, y en el sentido del flujo, ref 62.

7. Existen una serie de publicaciones sobre aireación natural, pero todas ellas reportan datos aislados o resultados parciales, en muchos casos obtenidos para velocidades bajas lo cual no garantiza el fenómeno de aireación como se reporta.

8. Aunque la aireación tiene efectos positivos también puede causar problemas, por ejemplo incremento de tirantes y velocidades.

9. El modelo teórico propuesto para la región inferior coincide aceptablemente con las mediciones en el canal de alta velocidad.

10. El equipo de medición desarrollado da resultados confiables para concentraciones de hasta  $c = 0.64$ .

11. El límite de la región inferior aireada decrece en forma parabólica hasta el punto donde se cumple la relación

$$x/y_1 = 35 .$$

12. El gradiente de concentración de aire en la región parcialmente aireada aumenta en la dirección del flujo.
13. El incremento del tirante por efectos de aireación en la región parcialmente aireada, varía en forma casi lineal.
14. La región totalmente aireada se inicia en el punto  $x/y_1 = 35$ .
15. La teoría propuesta para explicar el fenómeno de aireación es puramente cualitativa.
16. La velocidad de la mezcla puede hasta duplicarse con respecto a la de flujo no aireado.
17. La curva de concentración de aire  $c = 8\%$ , se hace horizontal en el punto  $x/y_1 = 217$ , que corresponde a la relación  $y_c = 0.08/y = 0.46$ .
18. La concentración de aire  $c = 2\%$ , toca la plantilla en el punto  $x/y_1 = 66$ .
19. Los dos puntos anteriores coinciden con mediciones de prototipo.
20. Se puede proteger una obra contra erosión por cavitación con aireación natural solo para gastos o tirantes pequeños.
21. Para efectos de prediseño se recomienda utilizar el método propuesto.
22. Se recomienda continuar el estudio variando las velocidades.

24. Se recomienda utilizar otro sistema de medición con objeto de hacer un análisis comparativo con las aquí reportadas.

### 3. AIREACION INDUCIDA

Se llama aireación inducida al fenómeno de inclusión de aire, por medio de dispositivos artificiales construidos en la obra.

#### 3.1 Antecedentes

Peterka A J, ref 5, estudió la relación entre concentración de aire y daños por cavitación para flujos de alta velocidad (30 m/s), y encontró que para  $C = 7.4\%$  no se presentan daños en el concreto y que estos son pequeños para  $C = 2\%$ , ver fig 42.

3.1.1 Geometría de los aireadores. En la fig 43 se presenta la geometría de los dispositivos aireadores, así como los principales tipos, y algunas formas de ventanas de aireación. Como puede observarse la ranura, el escalón y el

deflector o una combinación de ellos, son las formas más comunes para lograr la separación del agua de la superficie del vertedor.

Las ranuras tienen como desventajas que se ahogan con gastos pequeños, provocan áreas expuestas al cortante de poca longitud y su drenaje es deficiente, como ventaja puede decirse que son fáciles de instalar sobre todo en túneles.

Los escalones producen pocos disturbios en el flujo, sin embargo el área expuesta al cortante es pequeña con respecto al deflector.

En cuanto a los deflectores puede decirse que introducen grandes cantidades de aire, son útiles para gastos considerables, pueden ser construidos fácilmente en obras en servicio y se han utilizado sobre todo en canales a cielo abierto. Una desventaja es que producen ondas en el flujo.

En general estos tipos de estructuras no se utiliza en forma aislada, sino como combinación de dos o tres de ellos.

3.1.2 Mecanismo de la aireación. La mejor descripción del funcionamiento de un aireador la han hecho Volkart P y Rutchmann P, ref 83, de acuerdo a su modelo, el flujo puede dividirse en cuatro zonas:

a) De aproximación. Es la zona inmediata al aireador, en esta el flujo puede ser o no aireado, dependiendo de las condiciones aguas arriba, ver fig 44.

b) De transición. Que corresponde al flujo sobre el deflector del aireador, esta zona puede reducirse a cero en el caso de escalones o ranuras.

c) De aireación. A su vez se subdivide en las siguientes zonas:

c.1) De cortante. En esta los esfuerzos cortantes que actúan en las líneas de corriente inferiores son pequeños y el flujo aún es acelerado, sin embargo son suficientes para iniciar el movimiento del aire en la cavidad formada bajo el chorro, se inicia en el labio de salida del aireador y su final depende de la geometría y de las condiciones de aproximación.

c.2) De rocío (spray). En esta zona la energía de la turbulencia es mayor que la de la tensión y se inicia el atrapamiento de aire por parte del flujo.

c.3) De mezcla. Consiste básicamente en la zona donde se produce el impacto del chorro contra la plantilla del canal. Vale la pena anotar que hacia aguas arriba de esta zona se produce un retroceso del flujo como lo habían señalado Echávez-Arreguín, ref 84, debido a que el chorro se bifurca.

d) De desaireación. Es la zona donde el aire empieza a escapar del flujo debido a la flotación de las burbujas.

El comportamiento de la presión en la plantilla del canal bajo la cavidad, así como el cambio en la concentración de aire en las diferentes zonas, se presenta en la fig 44.

3.1.3 Demanda de aire. Hamilton, ref 85, estableció que la demanda de aire de un aireador  $q_a$ , puede calcularse con la ecuación:

$$q_a = K V L \quad (77)$$

donde:

$q_a$ , volumen de aire demandado por el chorro, por unidad de tiempo y por unidad de ancho del vertedor

$V$ , velocidad media sobre la rampa

$L$ , longitud de la cavidad

$K$ , constante, cuyo valor según Hamilton

ref 85 se encuentra entre 0.01 y 0.035

Para la presa Foz de Areia, Pinto, ref 86, encontró el valor  $K = 0.033$ , y para Guri, Marcano y Castillejo ref 87 obtuvieron los siguientes valores para  $K$ , 0.011, 0.026 y 0.073, Pan y Saho, ref 88, reportan  $K = 0.022$  como producto de una serie de ensayos en laboratorio.

Existen reportes de aireadores tanto en modelo como en prototipo acerca de la demanda de aire, por ejemplo estudios en modelo llevaron a la conclusión de que en la Presa Mica, ref 3, el aireador demandaría  $198 \text{ m}^3/\text{s}$  de aire, a una velocidad de  $53.4 \text{ m/s}$ , para un gasto de agua de  $1000 \text{ m}^3/\text{s}$ .

En la Presa Foz de Areia, ref 89, se hicieron mediciones, que permitieron relacionar el gasto unitario de aire  $q_a$ , el de agua  $q$ , la longitud de la cavidad bajo el chorro  $L$  y el tirante  $h$ , antes del aireador, mediante la ecuación:

$$q_a/g = \beta = K(L/h) \quad (78)$$

dónde:

$K$ , es una constante de proporcionalidad

Eccher y Siegenthaler, ref 90, midieron en modelo la demanda de aire  $q_a$  en función de la carga de presión  $\Delta p$ , bajo el chorro, comparando para un gasto, velocidad y ángulo del deflector ( $9.6^\circ$ ), diferentes alturas  $h_D$  del mismo, llegaron a la conclusión de que la demanda de aire se incrementa conforme aumenta  $h_D$ , hasta un valor límite de  $0.75 \text{ m}$ .

También relacionaron las características anteriores con la velocidad del flujo, encontraron que con gasto específico  $q_w = 80 \text{ m}^3/\text{s-m}$  y una velocidad  $V_o = 26 \text{ m/s}$ , la demanda de aire  $q_a$ , era casi la misma que para  $q_w = 120 \text{ m}^3/\text{s-m}$  y  $V_o = 25 \text{ m/s}$ , pero con  $q_w = 80 \text{ m}^3/\text{s-m}$  y  $V_o = 23 \text{ m/s}$ , la demanda de aire era inferior, concluyendo que

la demanda de aire es función de la velocidad del flujo, mas que del gasto.

Los autores midieron la demanda de aire para una serie de combinaciones de alturas de escalones ( $h_0$ ) y de deflectores ( $h\eta$ ) con un ángulo constante del deflector ( $9.6^\circ$ ).

En el vertedor de la presa Bratsk, a 33.7 m del deflector No 2, se hicieron mediciones de concentración de aire, sin deflector, con uno, o con dos, que permitieron observar el comportamiento del aire en el agua en tramos rectos.

En un modelo de la presa San Roque, se hicieron mediciones de concentración de aire sobre el eje del canal a 4 mm (equivalentes a 10 cm en prototipo) sobre la superficie del vertedor y a 20 mm (50 cm en prototipo) de la pared, y se concluyó que después de la zona de impacto del chorro, la concentración de aire decrece continuamente, este tipo de curvas son de gran utilidad para determinar la separación de los aireadores, si se recuerda que existe una concentración mínima necesaria para reducir los esfuerzos producidos por la cavitación.

Dos de las variables más importantes en el proceso de atrapamiento de aire con estos dispositivos son la velocidad del chorro y la longitud de la cavidad formada bajo él. Debido a que las presiones en esta cavidad son inferiores a la atmosférica, no es fácil calcular esa longi-

tud, pues el chorro sufre una depresión y el largo de la cavidad disminuye.

C Y Wei y F G De Fazio ref 91, estudiaron este problema por medio del método del elemento finito, incluyendo la geometría del aireador, la superficie del vertedor y la presión atmosférica en la cavidad. En la fig 45 se presentan curvas de diseño para calcular la longitud de la cavidad en función del ángulo de la rápida.

Se ha medido en prototipo la longitud de la cavidad, así, en la Hidroeléctrica Yellow Tail se observó que para un gasto de 1080 m<sup>3</sup>/s la longitud era de 15 m, y cuando el gasto se incrementaba a 2500 m<sup>3</sup>/s la longitud disminuía a 6 m. En la presa Glenn Canyon se instaló un aireador en forma de escalón con una altura de 3 m, y se midió una longitud de cavidad de 38 m (no se reporta cual era el gasto, ref 3).

3.1.4 Inicio del funcionamiento de los aireadores. Echávez ref 24, diseñó un aireador con una ranura superior y propuso comparar la carga de velocidad  $V_b^2/2g$ , donde  $V_b$  es la velocidad a la altura  $b$  del aireador que sobresale de la superficie protegida, con el tirante  $t$ , de tal modo que si

$$\frac{V_b^2}{2g} > t \quad (79)$$

el aireador empezará a funcionar. Sin embargo, existe la posibilidad de que el aireador provoque cavitación antes de que empiece a funcionar, de cálculos hechos

por dicho autor, concluye que para tirantes mayores de 24 m el aireador primero cavitará que succionará aire, por lo que recomienda no emplear aireadores como el mostrado en la referencia citada, para tirantes mayores de 18 m.

3.1.5 Espaciamiento de los aireadores. Una vez que el aire es incluido en el agua, las burbujas tienden a ser arrastradas aguas abajo por la corriente, y a subir debido a la flotación de las mismas, además como el flujo es turbulento la difusión tenderá a separar la masa de burbujas. Así, la concentración de aire será menor conforme el flujo se aleja del aireador disminuyendo con esto la protección que el aire brinda a las superficies expuestas a cavitación. Cuando esto suceda será necesario colocar un nuevo dispositivo aireador, que incluya aire en el flujo y así sucesivamente.

Echávez, ref 24, estimó que para la presa El Infiernillo los aireadores debían colocarse con separaciones de 15 m pues esta es la distancia en la cual se tendrían concentraciones mayores del 1% pegados al piso.

En la presa Calacuccia se colocaron ranuras aireadoras a cada 10 m, en una obra diseñada para descargar  $100 \text{ m}^3/\text{s}$ , con una carga de 61.4 m.

En la presa Bratsk, los aireadores se colocaron con una separación de 41.4 m, funcionando aceptablemente para

gastos unitarios de  $28 \text{ m}^3/\text{s-m}$ .

Nota: Existen reportes, ref 89, de que finalmente no fué necesario construir el aireador aguas abajo, y que solo con un dispositivo se protegen 100 m de vertedor, esto mismo pudo comprobarse mediante una visita a la obra.

En la presa Nurek, los aireadores se colocaron con separaciones de: 10, 12, 14 y 15 m, y se ha concluido después de algún tiempo de operación, que el número de aireadores es excesivo.

En la Hidroeléctrica Foz de Areia el espaciamento de los aireadores fué de 72 m y 90 m, habiéndose encontrado un funcionamiento adecuado.

En la presa Guri en Venezuela las distancias protegidas por aireadores varía de 5 a 150 m.

En la P H San Roque el espaciamento entre aireadores, fué de 50 m, para tramos donde las velocidades variaban entre 30 y 40 m/s y de 60 m para velocidades mayores.

Como puede observarse aún no existen criterios uniformes para señalar el espaciamento entre aireadores, sin embargo debe hacerse notar una tendencia a aumentar la separación conforme se incrementa el uso de aireadores con deflectores combinados con escalones.

3.1.6 Incremento de tirantes. Uno de los aspectos que deben re

visarse una vez que el flujo se ha aireado, es el incremento del tirante en el mismo, pues esto podría rebasar el bordo libre de los canales o ahogar los túneles en el caso de que los dispositivos se colocaran en obras ya construidas, o bien podrían hacer que el costo de obras nuevas se incrementara hasta límites inadmisibles.

Debe considerarse que el incremento del tirante no solo se debe a la inclusión de aire, sino que el chorro al ser deflectado requerirá un bordo libre o un diámetro mayor en el caso de un túnel, para contener al flujo dentro de la obra.

Un caso que puede dar una buena idea es el de la presa Bratsk, en este caso se reporta, ref 3, que el tirante en el flujo aireado puede incrementarse al doble sin considerar la zona de rocío, y al triple si se toma en cuenta esta.

3.1.7 Impacto del chorro. Existen reportes del funcionamiento de la P H Yellow Tail, ref 3, en el sentido de que no se causan daños por este efecto: "No se observaron daños en la superficie de concreto del recubrimiento del túnel en zona de impacto del chorro".

3.1.8 Fluctuaciones de presión provocadas por los aireadores. Las fluctuaciones de presión en el vertedor de la hidroeléctrica Bratsk medidas en prototipo son relativamente pequeñas, Las fluctuaciones estandar medidas en la super

ficie del deflector son del orden de  $\sigma = 0.040 - 0.045$  Kg/cm<sup>2</sup>, con valores máximos de 5 a 6  $\sigma$ . Además las fluctuaciones de presión medidas en diferentes puntos del vertedor tenían poca correlación, Galperín ref 3, concluye que para el caso específico de esta presa, el efecto de los aireadores sobre la presa es "insignificante".

3.1.9 Desaireación. La pérdida de aire en el flujo se debe básicamente a los efectos de la fluctuación de las burbujas, de la difusión y en el caso de curvas cóncavas verticales de la influencia de la fuerza centrífuga.

Kudriashov G V y otros, ref 33, reportan que en la hidroeléctrica Bratsk la pérdida de aire es del 0.4% por metro lineal, en tanto que Prusza Z, Mantellini P y Semenkov V, ref 34, proponen las siguientes relaciones:

Tipo de tramo	Porcentaje de pérdida
Recto	0.15 - 0.20% por metro lineal
Cóncavo	0.50 - 0.60% por metro lineal
Convexo	0.15 - 0.20% por metro lineal

3.1.10 Incremento de la eficiencia de los aireadores. Se puede incrementar la eficiencia de los aireadores, si se aumenta la turbulencia del flujo antes de que este despegue del aireador. Galperin, ref 3, propone una relación para estimar la eficiencia del incremento de la rugosidad en la aireación, en función del efecto de la altura  $h$  de la rugosidad, del espaciamiento  $\ell$  de la misma, el espesor de la capa límite  $\delta$ , del gasto de aire incluido  $Q_a$ , del incremento de la rugosidad  $\Delta h$  y del gasto de aire sin incremento de la rugosidad  $Q_1$ .

3.1.11 Aireadores contruidos. A continuación se presentan algunas de las obras hidráulicas que actualmente cuentan con sistemas de aireación:

Obra de toma de la presa Grand Coulee. Esta obra tiene un cono al final de la tubería forzada que reduce el diámetro de 2.59 m a 2.36 m, y trabaja con cargas de 61 a 76 m, ver fig 46, año con año se presentaban fuertes daños provocados por cavitación, en 1960 se decidió colocar el sistema de aireación y desde entonces nose han presentado más daños.

Obra de toma de la Presa Calacuccia. Esta obra diseñada para un gasto de  $100 \text{ m}^3/\text{s}$ , con una carga de 61.4 m, es controlada por compuertas radiales de  $1.60 \times 2.00 \text{ m}$ , y fué construida con una serie de ranuras aireadoras aguas abajo de las compuertas, ver fig 47, después de 8000 hs.

de operación no se han registrado daños en el concreto.

Vertedor de la Presa Yellow Tail. Este vertedor en túnel está formado por dos tramos, uno con una inclinación de  $55^\circ$ , unido por medio de una curva vertical con un tramo horizontal que fue parte de la obra de desvío.

El diámetro del túnel es de 9.75 m y fué diseñado para un gasto de  $2600 \text{ m}^3/\text{s}$ , con una carga de 147.7 m, pudiendo alcanzar velocidades de hasta 49 m/s. Después de sufrir grandes daños por cavitación, se colocaron aireadores de  $0.90 \times 0.90 \text{ m}$ , ver fig 48. Es importante notar el deflector y el desnivel entre las superficies aguas arriba y aguas abajo del mismo.

Obra de toma de la Presa Mica. Esta toma está diseñada para un gasto de  $1000 \text{ m}^3/\text{s}$ , con una carga de 61 m, ver fig 49. En este caso la aireación se logró por medio de escalones o sea por medio de grandes diferencias de nivel entre dos tramos. Se construyeron dos aireadores, el primero después de las compuertas con un desnivel de 2.75 m y el segundo aguas abajo de la curva vertical, con una diferencia de niveles de 4.5 m.

Vertedor de la Presa Bratsk. Esta presa de concreto de 100 m de altura, tiene una rápida con pendiente de 1:0.80, ver fig 50. En el vertedor existe un aireador colocado 30 m aguas abajo de la cresta, es un deflector hueco y el aire es incluido por la zona de separación en las pilas.

Vertedor de la Presa Nurek. Este vertedor en túnel con diámetro de 10 m, fué diseñado para un gasto de 2400 m<sup>3</sup>/s y el flujo puede llegar a alcanzar velocidades de 42 m/s ver fig 51, cuenta con 8 aireadores cuya geometría se presenta en la misma figura.

Vertedor de la presa Guri. En esta presa se han incluido una serie de aireadores de diferente tipo: rampas, escalones y combinaciones de ellos, alimentados desde las pilas de las compuertas, o por medio de ventanas en las paredes, con lo cual se ha logrado reducir al mínimo los daños por cavitación que frecuentemente se presentaban.

Vertedor de la presa Foz de Areia. Esta presa de enrocamiento de 160 m de altura, tiene un vertedor de 400 m de largo por 70.6 m de ancho, diseñado para descargar 11000 m<sup>3</sup>/s, el cual fue protegido con tres rampas aireadoras, los resultados obtenidos indican que la aireación ha inhibido casi totalmente a la cavitación.

La presa San Roque, ref 90, tiene un vertedor diseñado para descargar 12800 m<sup>3</sup>/s, el canal de descarga mide 105 m de ancho y 550 m de largo, con una pendiente máxima de 1:4, y pueden producirse velocidades de hasta 45 m/s. Para evitar erosión por cavitación en el vertedor se construyeron tres aireadores con deflector.

En la tabla No 9 se presentan las principales características de algunos aireadores construidos.

### 3.2 Influencia de la geometría del aireador sobre la longitud de la cavidad de aireación.

Con objeto de revisar la influencia de la geometría del aireador sobre la longitud de la cavidad de aireación, se llevaron al cabo una serie de ensayos en un modelo físico. Los tipos de aireador ensayados fueron el escalón y el deflector.

#### 3.2.1 Descripción del modelo

Se utilizó el modelo del vertedor de la P H Malpaso a escala 1:30. de acuerdo al criterio del USBR, al pie del cimacio existe una curva vertical con radio  $R = 44.0$  m en prototipo. Al final de la curva, donde la pendiente se hace nula, se colocaron un escalón y los deflectores a probar.

#### 3.2.2 Escalones

Se ensayó un escalón de 5 cm en modelo (3.0 m en prototipo).

Se hicieron mediciones del tirante  $y$ , y de la velocidad de aproximación al aireador  $v$ , así como de la longitud de la cavidad debajo del chorro  $L$  para diferentes gastos  $Q$ . Los resultados obtenidos, así como los parámetros adimensionales  $L/y$  y  $Fr$  (número de Froude) se presentan en la tabla 10.

En la fig 52 se presenta la relación  $Fr - L/y$ , cuya relación es:

$$L/y = 2.331 Fr^{0.461} \quad (80)$$

Vale la pena hacer notar que en la presa Glenn Canyon, ref 3, se construyó un aireador con escalón de 3.0 m de altura, y en él se obtuvieron las siguientes relaciones  $Fr = 7.32$  y  $L/y = 11.86$ , en la fig 52 se puede notar la coincidencia con los resultados obtenidos en este experimento.

### 3.2.3 Deflectores

En el mismo modelo escala 1 a 60, se ensayaron tres deflectores con longitudes  $L$  correspondientes en prototipo a 3.0, 5.0 y 8.0 m, colocados al final de la curva vertical y con ángulos  $\theta$  de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  y  $30^\circ$  con respecto a la horizontal.

Se midieron tirantes y velocidades de aproximación al deflector, así como la longitud de la cavidad para diferentes gastos. Se obtuvieron las relaciones  $Fr - L/y$  y  $\theta - L$ .

También se relacionaron el ángulo del deflector y la longitud de los mismos, para 3 gastos diferentes 0.1, 0.2 y 0.3  $m^3/s$  en modelo que corresponden a 2788.54, 5577.09 y 8365.68  $m^3/s$  en prototipo.

Con objeto de analizar la influencia de la longitud  $l$  del deflector, el ángulo de salida  $\theta$  y el gasto  $Q$ , sobre la longitud de la cavidad  $l$ , se hizo un análisis de sensibilidad mediante un experimento factorial  $3^3$  confundido.

En la tabla No 11 se presentan las mediciones, en ella puede observarse que se hicieron tres repeticiones y que cada una de ellas se ha confundido en tres bloques, los números entre paréntesis indican la combinación de tratamiento y los colocados debajo de ellos la longitud de la cavidad en metros.

Con los totales de las tres repeticiones correspondientes a cada combinación de tratamientos, se preparó la tabla No 12 de tres clasificaciones, con ésta puede obtenerse tres tablas de dos clasificaciones para  $l$  y  $\theta$ ,  $\theta$  y  $Q$ ,  $l$  y  $Q$ , estas se muestran con los números 13, 14 y 15, de ellas se obtendrán los efectos principales y las interacciones de primer orden.

Con objeto de obtener la suma de cuadrados para los tres efectos, se pueden preparar dos tablas de dos clasificaciones a partir de la No 12, estas se llamarán I y J respectivamente y les corresponden los números 16 y 17.

Las cantidades  $W_1, W_2, W_3, X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_2, Y_3$  y  $Z_1, Z_2, Z_3$ , se obtienen de las tablas 16 y 17, y se muestran en la No 18, con la corrección respectiva. El factor de corrección, así como todas las sumas de cuadrados se pre

sentan en la tabla No 19.

Finalmente en la tabla No 20 se muestra el análisis de variancia del diseño confundido  $3^3$ , de esta pueden sacarse las siguientes conclusiones:

Los efectos principales así como las interacciones son significativas al nivel del 1 por ciento, además si se observan los cuadrados medios puede notarse que el efecto que mayor influencia tiene es el del ángulo  $\theta$ , le sigue la longitud  $l$  del deflector y en último lugar el gasto  $Q$ , este resultado coincide con lo reportado por Eccher y Siengenthales, ref 90, en el sentido de que la demanda de aire que es función de la longitud de la cavidad tiene poca influencia del gasto.

El efecto del ángulo en la longitud de la cavidad se muestra en las figuras 53, 54 y 55, donde puede observarse el incremento de  $L/y$  con el aumento de  $\theta$ . Para obtener estas gráficas fueron necesarias velocidades en modelo de 7 m/s, que son las que garantizan que haya aireación.

### 3.3 Coeficientes de difusión. Aireación inducida

Para conocer el comportamiento de la concentración de aire en el sentido del eje del conducto, es necesario establecer relaciones que incluyan entre otras variables a la distancia  $x$  y el gasto de aire  $Q_a$  inducido por el aireador. Una forma de atacar este problema es resolver

la ecuación de difusión.

Carshaw y Jaeger, ref 94, propusieron una solución para la ecuación de difusión, para calcular la distribución de concentración o temperatura aguas abajo de una línea fuente dada, esta solución es la siguiente:

$$c(x, y) = \frac{qa}{2\pi D_x} K_0 \left( \frac{\bar{u} \sqrt{x^2 + y^2}}{2D_x} \right) \exp \left( \frac{\bar{u}x}{2D_x} \right) \quad (81)$$

donde:

$c(x, y)$  es la concentración en el punto  $x, y$

$D_x$  es el coeficiente de difusión

$K_0$  es la función modificada de Bessel de segunda clase y orden cero

Las demás variables ya han sido anotadas.

Además  $K_0(x)$  se define así:

$$K_0(x) = - \{ \ln(x/2) + \gamma \} I_0(x) + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} (1 + 1/2) + \frac{x^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} (1 + 1/2 + 1/3) + \dots \quad (82)$$

donde:

$\gamma$  es la constante de Euler y vale 0.5772156

$I_0$  función modificada de Bessel de primera especie y orden cero, definida de la siguiente manera:

$$I_0(x) = 1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{x^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots \quad (83)$$

Como en este caso en particular interesa conocer la concentración de aire cerca de la plantilla, es decir los valores  $y/x$  son pequeños, la ecuación 81 puede transformarse de acuerdo con Hinze, ref 95, como se muestra a continuación:

$$c(x, y) = \frac{q_a}{2\sqrt{\pi D_x \bar{u}_x}} \exp\left(-\frac{\bar{u}_x y^2}{4D_x x}\right) \quad (84)$$

Dado que  $y \rightarrow 0$ ,  $\exp\left(-\frac{\bar{u}_x y^2}{4D_x x}\right) \rightarrow 1$ , entonces la ecuación 84 se reduce a:

$$c(x, y) = \frac{q_a}{2\sqrt{\pi D_x \bar{u}_x}} \quad (85)$$

Despejando  $D_x$ :

$$D_x = \frac{q_a^2}{4c^2 \pi \bar{u}_x} \quad (86)$$

### 3.4 Mediciones

Las mediciones se hicieron en la instalación de alta velocidad con el equipo y en la forma que se indica en el inciso 2.3. en las figs 56 a 59 se muestran las distribuciones de concentración de aire en las secciones 0.85, 1.00, 1.50 y 2.00 m; de la sección 2.00 a la 9.00 m se hicieron mediciones de concentración de aire cerca de la plantilla (a 0.625 cm) ver tabla 21, y con ellas se obtuvieron los coeficientes de difusión mediante el empleo de la ecuación 86.

### 3.5 Análisis de resultados

En las figuras 56 a 59 puede notarse el efecto de la flotación de las burbujas y por lo tanto el aumento de la concentración de aire conforme crece la distancia de la plantilla al punto de medición, lo cual implica pérdida de concentración cerca del fondo del canal.

En la tabla No 21, se observa que porcentualmente las pérdidas de concentración de aire se incrementan conforme disminuye la concentración con la distancia, esto se explica porque el coeficiente de difusión se incrementa con la distancia.

Con las mediciones hechas y con el auxilio de la ecuación 86 se obtuvieron los coeficientes de difusión  $D_x$ , en la fig 60 se presenta la relación  $Fr - D_x/q_a$ , para el canal de alta velocidad, donde  $q_a$  es el gasto de aire, en esta figura puede observarse que  $D_x/q_a$  decrece conforme el número de Froude aumenta.

También se construyeron curvas adimensionales  $X/y - D_x/q_a$ , ver fig 61, donde  $X$  es la distancia del aireador a la zona de interés, y  $y$  es el tirante para el flujo teórico no aireado. En este caso  $D_x/q_a$  aumenta con  $X/y$ .

### 3.6 Método propuesto

Para conocer la concentración de aire  $C$  cerca de la plantilla a diferentes distancias del aireador se propone el siguiente método:

1. Calcular el perfil teórico del agua sin aire incluido
2. Obtener la velocidad  $V$  y la relación  $x/y$
3. Con el auxilio de la fig. 61 obtener  $D_x/q_a$
4. Calcular  $q_a = Q_a/b$
5. Obtener  $D_x$
6. Con la ecuación 85 calcular la concentración  $C$  en la sección de interés, considerando que  $D_x$  es función de  $X$  y por lo tanto es necesario calcularlo en cada estación.

Si lo que interesa es calcular la distancia entre aireadores, se debe aplicar el método hasta encontrar la concentración prefijada para proteger la obra.

### 3.7 Ejemplos de aplicación

Con objeto de mostrar la aplicabilidad del método propuesto se seleccionaron 4 casos:

a) La P H Foz de Areia, Brasil, ref 89

b) La P H Guri, Venezuela, ref 87

c) Un modelo de la Presa San Roque, ref 93



DEPA

Para el caso de la presa Foz de Areia se obtuvieron las concentraciones a partir de los aireadores, en la fig 63 puede observarse que de acuerdo al método propuesto para un gasto de  $3300 \text{ m}^3/\text{s}$  la distancia entre el primer y segundo aireador está totalmente protegida, pues a este último llega una concentración mayor del 2%, la distancia entre 2do y 3er aireador, y entre este y la cubeta de flectora, tendrían algunos problemas de cavitación en los últimos metros. En las tablas 23 a 26 se presentan los cálculos de la concentración de aire para otros gastos.

Para la presa Guri se obtuvo la variación de la concentración, para aireadores con diferente ángulo de deflector, ver fig 64, en esta puede observarse además, como ya se había anotado la influencia de dicho ángulo sobre la cantidad de aire incluido.

En el caso de la presa San Roque se hicieron mediciones de concentración de aire en modelo, estos son comparados con los obtenidos aplicando el método propuesto, ver fig

65. Como puede notarse en este caso la coincidencia no es muy buena, sin embargo son dudosas las mediciones reportadas, pues existen zonas donde la concentración se incrementa sin razón aparente.

### 3.8 Conclusiones y recomendaciones

1.- De los tres tipos de aireador; ranura, escalón y deflector, éste último tiene ventajas, sin embargo la combinación de dos o tres de ellos parece ser la mejor alternativa.

2.- Aunque la aireación tiene ventajas, también puede producir efectos negativos como aceleración indeseada del flujo, o incremento de tirantes que requieren mayor bordo libre o pueden ahogar los túneles.

3.- A la fecha solo existen resultados parciales y aislados sobre el inicio del funcionamiento de los aireadores, del comportamiento de la concentración de aire en el flujo y en consecuencia de la separación entre aireadores.

4.- La relación  $F_n = L/y$  obtenida para los escalones muestra buena coincidencia con lo reportado para la presa Glenn Canyon.

5.- El ángulo del deflector es el que mayor influencia tiene en la longitud de la cavidad, le siguen en orden la longitud de la rampa deflectora y el gasto.

- 6.- Porcentualmente las pérdidas de concentración de aire se incrementan conforme disminuye la concentración con la distancia, esto se debe a que los coeficientes de difusión aumentan también en esa dirección.
- 7.- La relación del coeficiente de difusión al gasto de aire decrece conforme el número de Froude aumenta.
- 8.- La relación  $Dx/\dot{q}_a$  aumenta con  $x/y$
- 9.- Para efectos de diseño se recomienda utilizar el método propuesto.
- 10.- Se recomienda continuar el estudio variando las velocidades.
- 11.- Se recomienda hacer el análisis del inicio del funcionamiento de los aireadores y de la demanda de gasto de aire en la instalación de alta velocidad del Instituto de Ingeniería.

#### 4. SUPERFICIES POLIEDRICAS

##### 4.1 Antecedentes

A continuación se presenta el estado del arte de los criterios de diseño para curvas verticales.

##### 4.1.1 Criterios de diseño de curvas verticales

Dependiendo de las condiciones topográficas, geológicas e hidráulicas, las curvas verticales pueden ser cóncavas o convexas (en relación al flujo), en ambos casos las distribuciones de presiones y velocidades se modifican debido a las fuerzas normales provocadas por el cambio en la dirección del flujo. Si se acepta una ley hidrostática de presiones en canales prismáticos con poca pendiente y con flujo uniforme, esta se modificará debido a la curvatura de las líneas de corriente, ref 96.

En el caso de las curvas cóncavas las fuerzas por cambio de dirección actúan hacia abajo, haciendo que las presiones en la plantilla del canal se incrementen, en las curvas convexas el sentido de estas fuerzas se invierte, teniendo presiones menores que las que corresponderían a una ley de distribuciones hidrostáticas.

El diseño de las curvas verticales se ha hecho tradicionalmente ajustando recomendaciones geométricas obtenidas en modelo o prototipo para otros casos a las condiciones topográficas y geológicas del lugar, y revisando que el funcionamiento hidráulico sea eficiente. A continuación se citan algunos de esos criterios.

#### 4.1.2 Curvas cóncavas

Para efectos de presentación las curvas cóncavas se dividen en dos grupos, las que se utilizan para unir dos tramos rectos o el pie del cimacio y el canal de descarga, y las de las estructuras deflectoras.

La Comisión Federal de Electricidad, CFE, México, ref 97, da recomendaciones de este tipo para curvas de unión:

Con objeto de evitar presiones positivas altas, las curvas deben ser un arco circular de radio  $R$ , con valores mayores de:

$$R = 0.215 dV^2 \quad (87)$$

$$R = 10 d \quad (88)$$

El radio de la curva de liga entre el pie del cimacio y el canal de descarga no debe ser menor de cinco veces el tirante. La curva que une al tramo inclinado y al horizontal en un túnel vertedor, debe tener un radio mayor de 2.5 veces el diámetro del conducto.

Las recomendaciones anteriores coinciden con las del United States Bureau of Reclamation, USBR, ref 98.

Henderson F M, refs 99 y 100 estudió tres casos de curvas cóncavas:

a) Codos de unión entre tramos inclinados y horizontal del vertedor, con el túnel de desvío cerrado, fig. 65a

b) Codos similares al anterior, con el túnel de desvío abierto, fig. 65b

c) Codos con tapón de concreto en el túnel de desvío, fig. 65c

Las hipótesis que se hacen en el análisis son las siguientes:

Se desprecia la viscosidad del agua y la aceleración de la gravedad, el flujo es potencial y no arrastra o incluye aire en su interior.

Los resultados analíticos obtenidos concuerdan aceptablemente (errores del 2%), con mediciones de laboratorio.

Una conclusión importante a la que se llega, es que la

teoría del vórtice libre, la cual será citada más tarde puede ser aplicada directamente para el cálculo de curvas cóncavas sólidas, como en el caso c.

Para las estructuras deflectoras existe un número mayor de criterios de diseño.

El USBR, ref 98 recomienda dos tipos de disipadores de trampolín sumergido, uno liso y uno estriado, útiles cuando el tirante del agua de descarga es suficientemente grande para la formación de un resalto hidráulico.

Por su parte el Unites States Army Corps of Engineers, ref 101, presenta una serie de estructuras tipo para trampolines ahogados y saltos de ski, en todos los casos es necesario recurrir a parámetros obtenidos experimentalmente, se recomienda consultar las cartas de diseño 112-6/1, 2, 112-7 y 112-8.

La cubeta lisa tipo Lievi-Chertousov, ref 97, tiene como ventaja que el labio de salida se ubica a una altura tal que no permite la entrada de cuerpos extraños que pudieran alterar el funcionamiento hidráulico o dañar la superficie de la cubeta.

Existen otros tipos de cubetas para casos más específicos como el propuesto por la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, SARH, denominado disipador Tenaxco, cuya nariz debe quedar a una elevación igual a la del agua en el río, otro tipo es el propuesto por Villa Medina y

R Gómez Rosas ref 102, útil para gastos pequeños.

Douma, refs 103 y 104, Balloffet, ref 105 y el Cuerpo de Ingenieros, ref 101 han propuesto métodos para el cálculo de presiones en las estructuras deflectoras.

Douma supone que las líneas de corriente en el deflector forman círculos concéntricos, y que la distribución de velocidades a lo largo de las líneas de corriente se hace en base a la teoría del vórtice irrotacional.

Por su parte Balloffet también acepta la teoría del vórtice irrotacional para el cálculo de presiones máximas, el método propuesto es gráfico y con él es posible obtener el diagrama de presiones.

El Cuerpo de Ingenieros propone un método gráfico basado en resultados experimentales, se recomienda consultar la hoja 117-2 de la ref 101.

Los métodos de Douma y Balloffet dan resultados muy parecidos, y difieren sustancialmente de los del cuerpo de Ingenieros, esto se debe a que los dos primeros desprecian las pérdidas por fricción en el vertedor y canal de descarga, mientras que el tercero sí los considera, dado que el tirante en la cubeta depende de las pérdidas, los resultados obtenidos deben ser diferentes, en todo caso los métodos de Douma y Balloffet son más conservadores.

Por su parte Elevatorski, ref 106, propone curvas parabó

licas para saltos de ski y para salidas de túneles vertedores.

También se han hecho intentos más teóricos para el cálculo de presiones y del perfil del agua en estructuras deflectoras, Tio-Chun Chen y Yun-Shen Yu, ref 107, consideraron ambos casos: curvas de unión y estructuras terminales. Suponen que el flujo es bidimensional, potencial y que se desprecia el efecto de la gravedad.

Utilizando transformación conforme y el teorema de Woods, se obtiene una ecuación integral para la velocidad compleja, esta ecuación integral se resuelve numéricamente obteniéndose así la distribución de velocidades de presiones y el perfil del agua. Los resultados obtenidos difieren cuando mucho en un 10% de mediciones hechas en modelo.

Lenau C W y Cassidy J J ref 108, van más allá y haciendo las mismas hipótesis que los autores anteriormente citados, emplean también transformación conforme y resuelven el problema con gravedad y sin gravedad.

En ambos casos reportan resultados aceptables.

#### 4.1.3 Curvas convexas

Las curvas convexas también se clasifican en dos grupos para efectos de presentación: curvas de liga entre dos tramos rectos y curvas de vertedores.

Curvas de liga. El USBR, ref 98, recomienda que las curvas convexas se diseñen con la ecuación modificada de un chorro libre saliendo de un orificio inclinado.

Por su parte la CFE, ref 97, recomienda que las curvas sean "bastante" tendidas para evitar separación.

El United States Department of the Interior Bureau of Reclamation, ref 109, toma en consideración tanto el ángulo  $\theta_0$  del tramo recto aguas arriba de la curva, como el de aguas abajo  $\theta_L$ , y propone las siguientes ecuaciones para diseño:

$$y = X \tan \theta_0 + \frac{(\tan \theta_L - \tan \theta_0) X^2}{2L_t} \quad (89)$$

$$K = \frac{(\tan \theta_L - \tan \theta_0) 2h_v \cos^2 \theta_0}{L_t} \quad (90)$$

donde:

$X, Y$ , coordenadas de un sistema de referencia con origen al final del tramo aguas arriba

$L_t$ , longitud horizontal de la curva

$h_v$ , carga de velocidad en el origen de la curva, calculada usando  $n = 0.010$

$n$ , coeficiente de rugosidad de Manning

$K \leq 0.5$ , este valor asegura presiones positivas en el piso del canal

El procedimiento de cálculo se limita a obtener un valor de  $L_t$  con la ecuación 90, y con este valor las coordenadas de la curva.

También se acostumbra aproximar el perfil de la curva al de un chorro cayendo libremente, ref 110, y para ello se emplea la ecuación propuesta por Scimemi:

$$y = \frac{0.5}{H^{0.85}} x_0^{1.85} \quad (91)$$

donde  $H$  es la energía específica en la llegada de la curva y  $x$  e  $y$  son las coordenadas de un sistema de referencia con origen en el inicio de la misma.

Si se deriva la ecuación 91 con respecto a  $x$  y se iguala a la pendiente  $S$  del tramo aguas arriba se obtiene la ecuación del perfil de la curva:

$$y = \frac{0.5}{H^{0.85}} (x + a)^{1.85} - b \quad (92)$$

donde  $a = x_0$ ,  $b = y_0$  o sea las coordenadas del origen.

Cimacios. La forma de los cimacios se basa en la idea de que se adapte al perfil inferior de una vena líquida cayendo de un vertedor de cresta delgada.

Bazin en 1890 hace mediciones en vertedores, las cuales son aprovechadas por Creager, que a su vez las complementa y en 1917 propone un perfil que cumple con la condición establecida anteriormente, sólo que tanto sus mediciones como las de Bazin fueron hechas en zonas cercanas

a la cresta del vertedor y por lo tanto para zonas más alejadas era necesario hacer extrapolaciones, así, Scimemi mide en zonas más alejadas de la cresta para valores de hasta  $x/H = 6.5$ ,  $y/H = 17.5$ , siendo  $x$ ,  $y$  las coordenadas de un sistema de referencia con origen en la cresta del vertedor de pared delgada y sentidos positivos hacia la derecha y hacia abajo,  $H$  es la carga sobre el vertedor, la ecuación que obtuvo es la 91.

Por su parte Lázzari hizo mediciones en vertedores de pared delgada y planta circular obteniendo la ecuación

$$y = 6H (x/3.4 H)^c \quad (93)$$

donde  $c$  está en función de  $H$  y  $R$ , radio de curvatura de la planta del vertedor.

Los dos criterios mas usuales en la actualidad son los del USACE, ref 101 y los del USBR, ref 98.

El U S Army Corps of Engineers, USACE, ha desarrollado varios perfiles standard WES (Waterways Experimental Station) basados en la ecuación:

$$x^n = K H^{n-1} y \quad (94)$$

donde:

$x$ ,  $y$ , ejes de un sistema de referencia ortogonal con origen en la cresta del vertedor

$H$ , carga de diseño, sin considerar la carga de velocidad de llegada

$K$  y  $n$ , parámetros que dependen de la pendiente del paramento aguas arriba del vertedor.

La forma del perfil en el cuadrante aguas arriba se diseña por medio de arcos circulares.

El USBR propone la ecuación:

$$\frac{y}{H} = -K \left( \frac{x}{H} \right)^n \quad (95)$$

donde todas las variables se consideran igual que en el caso del USACE.

Otra forma de construir el perfil vertedor para casos de paramento aguas arriba vertical y velocidad de llegada despreciable, es por medio de una curva circular compuesta por medio de radios expresados en función de la carga de diseño  $H$ .

Levi E y Aldama A, ref 111, aceptando el comportamiento irrotacional del flujo sobre un vertedor, utilizaron el potencial complejo:

$$\phi = z^\alpha \quad (96)$$

tratando de aproximarle al perfil de Scimemi, habiendo obtenido:

$$K_H = 25 H \quad (97)$$

donde:

$K_H$ , valor constante de una línea de corriente para la carga  $H^{3.4}$

en la fig. 66 se hace la representación gráfica del potencial complejo  $\phi = z^{3.4}$

La ventaja del enfoque de Levi y Aldama es que conociendo el potencial complejo, se puede tener toda la información sobre el campo de flujo de la lámina vertiente.

#### 4.2 Criterio propuesto

Normalmente las obras hidráulicas se diseñan usando criterios tradicionales, derivados de estudios en modelo y prototipo de unas cuantas presas. Es decir, se ajustan los resultados obtenidos en condiciones muy específicas que no siempre son la mejor solución al problema particular. Este procedimiento aunque ha permitido diseñar obras que han funcionado bien dentro de ciertos límites, no asegura un adecuado funcionamiento hidráulico ni demuestra ser la alternativa más económica.

Un criterio de diseño que parece tener posibilidades de desarrollo y que ofrece una serie de ventajas sobre criterios tradicionales es el diseño poliédrico de vertederos.

La idea fundamental de este criterio es cambiar el diseño de las curvas verticales tradicionales por secciones poligonales, ver fig. 67. Desde el punto de vista hidráulico, este tipo de obra facilitaría la aireación del flujo que evita daños por cavitación por lo que sería par-

ticularmente útil en obras de alta caída, además esto llevaría a la construcción de superficies planas en las obras de excedencias, lo que reduciría el uso de cimbras complicadas, de mano de obra y, en general, de equipos especiales de construcción dada la sencillez del tipo de obra propuesto.

#### 4.2.1 Modelo teórico

Para analizar el comportamiento del flujo en superficies poliédricas con dos y tres tramos se desarrolló un modelo utilizando transformación de Schwartz-Christoffel.

Las hipótesis que se establecen son las siguientes:

a) La influencia de la gravedad es despreciable dentro de la superficie poliédrica. Esta consideración se hace en base a que en flujos de alta velocidad las fuerzas inerciales son mayores que las gravitacionales, es decir los números de Froude son grandes.

b) La influencia de la viscosidad es despreciable dentro de la superficie poliédrica. Es decir las fuerzas inerciales son mayores que las viscosas, o sea que los números de Reynolds son grandes, esto también sucede normalmente en las estructuras deflectoras o curvas verticales en las obras de excedencia.

c) Se acepta una distribución de velocidad uniforme en la aproximación de la superficie poliédrica. Esto se debe a que normalmente la capa límite se ha desarrollado to-

talmente, es decir ha alcanzado a la superficie libre del agua,

#### 4.2.1.1 Superficie cóncava de dos tramos

La superficie poliédrica cóncava de dos tramos, puede presentarse de dos maneras, ver figs. 68 y 69.

En el caso de que el tramo aguas arriba sea el inclinado fig. 68, se puede utilizar la transformación de Schwarz-Christoffel, así el interior del polígono se puede transformar en el semiplano superior del plano  $\omega$ , mediante la ecuación:

$$\frac{dz}{d\omega} = A (\omega)^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} \quad (98)$$

donde A es una constante.

Integrando:

$$z = A \int \omega^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} d\omega + B \quad (99)$$

$$z = \frac{A \pi}{\alpha} \omega^{\frac{\alpha}{\pi}} + B \quad (100)$$

Las constantes A y B se obtienen de las condiciones de frontera, así para el punto B,  $z = 0$  y  $\omega = 0$ , y por lo tanto  $B = 0$ . Para el punto C, se tiene  $z = \overline{BC} = b$ ,  $\omega = 1$ , y se obtiene  $A = b \alpha / \pi$ .

Sustituyendo en la ecuación 100:

$$z = b \omega^{\frac{\alpha}{\pi}} \quad (101)$$

$$\omega = (z/b)^{\pi/\alpha} \quad (102)$$

El potencial complejo en el plano  $\omega$  es:

$$P(\omega) = U_0 \omega \quad (103)$$

donde  $U_0$  es la velocidad media de aproximación, entonces:

$$P(z) = U_0 \left(\frac{z}{b}\right)^{\pi/\alpha} \quad (104)$$

Las ecuaciones de las líneas de corriente y equipotencia les se obtienen de la siguiente manera:

$$P(z) = \phi + i \psi = U_0 \left(\frac{z}{b}\right)^{\pi/\alpha} = U_0 \left(\frac{r e^{i\theta}}{b}\right)^{\pi/\alpha} \quad (105)$$

$$\phi + i \psi = U_0 \left[ \frac{r^{\pi/\alpha} (\cos \frac{\pi}{\alpha} \theta + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{\alpha} \theta)}{b^{\pi/\alpha}} \right] \quad (106)$$

Igualando partes real e imaginaria se obtiene:

$$\phi = \frac{U_0 r^{\pi/\alpha}}{b^{\pi/\alpha}} \cos \frac{\pi}{\alpha} \theta \quad (107)$$

$$\psi = \frac{U_0 r^{\pi/\alpha}}{b^{\pi/\alpha}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{\alpha} \theta \quad (108)$$

Las líneas de corriente tendrán por ecuación:

$$\frac{U_0 r^{\pi/\alpha}}{b^{\pi/\alpha}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{\alpha} \theta = cte \quad (109)$$

y las equipotenciales:

$$\frac{U_0 r^{\pi/\alpha}}{b^{\pi/\alpha}} \cos \frac{\pi}{\alpha} \theta = cte \quad (110)$$

La velocidad vale:

$$\begin{aligned}
 P'(z) &= \frac{U_0 \pi}{\alpha b^{\pi/\alpha}} z^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} = \frac{U_0 \pi}{\alpha b^{\pi/\alpha}} (r e^{i\theta})^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} = \\
 &= \frac{U_0 \pi}{\alpha b^{\pi/\alpha}} r^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{\alpha} - 1\right)\theta + i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\alpha} - 1\right)\theta \right] \quad (111)
 \end{aligned}$$

La velocidad compleja:

$$V = \overline{P'(z)} = C_1 r^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{\alpha} - 1\right)\theta - i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\alpha} - 1\right)\theta \right] \quad (112)$$

donde:

$$C_1 = \frac{U_0 \pi}{\alpha b^{\pi/\alpha}} \quad (113)$$

cuya magnitud es:

$$\begin{aligned}
 |V| &= \sqrt{[C_1 r^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} \cos\left(\frac{\pi}{\alpha} - 1\right)\theta]^2 + [C_1 r^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\alpha} - 1\right)\theta]^2} = \\
 &= [C_1 r^{\frac{\pi}{\alpha} - 1}]^2 \quad (114)
 \end{aligned}$$

La distribución de presiones puede obtenerse aplicando la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = cte = \frac{P_\infty}{\rho} + \frac{V_0^2}{2} = \frac{P_0}{\rho} \quad (115)$$

donde:

$P_\infty$ , es la presión donde la velocidad vale  $V_0$ .

$P_0$ , es la presión de estancamiento en cualquier punto donde  $V$  sea cero.

$V_0$ , es la velocidad en el punto de interés.

Si el tramo aguas abajo es el inclinado, ver fig. 70, el procedimiento es el mismo, y se pueden utilizar las mismas ecuaciones para el cálculo de líneas de corriente y equipotenciales, así como para el cálculo de la distribución de presiones con una adecuada ubicación de los ejes coordenados.

#### 4.2.1.2 Superficie convexa de dos tramos

En este caso, ver fig 70, la ecuación de transformación es:

$$\frac{dz}{dw} = A (\omega)^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} \quad (116)$$

Integrando:

$$z = \frac{A\pi}{\alpha} \omega^{\frac{\alpha}{\pi}} + B \quad (117)$$

Las constantes en este caso valdrán:

$$B = a \cdot i \quad (118)$$

$$A = \frac{(b - a \cdot i) \alpha}{\pi} \quad (119)$$

donde  $a = \overline{OB}$  y  $b = \overline{OC}$ .

Sustituyendo en la ecuación (117):

$$z = (b - a \cdot i) \omega^{\frac{\alpha}{\pi}} + a \cdot i \quad (120)$$

$$\omega = \left( \frac{z - a \cdot i}{b - a \cdot i} \right)^{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (121)$$

El potencial complejo vale:

$$P(z) = U_0 \left( \frac{z - a \cdot i}{b - a \cdot i} \right)^{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (122)$$

La velocidad se puede calcular con la ecuación:

$$P'(z) = \frac{\pi}{\alpha} U_0 \left( \frac{z - a \cdot i}{b - a \cdot i} \right)^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} \left[ \frac{b - a \cdot i}{(b^2 - a^2) - 2abi} \right] \quad (123)$$

La velocidad compleja se obtiene como en el caso anterior.

#### 4.2.1.3 Superficie cóncava de tres tramos

Para el caso de la superficie poliédrica con tres tramos y ángulos iguales ver fig 71, se puede seguir un procedimiento similar, así la transformación de Schwarz-Christoffel es la siguiente:

$$\frac{dz}{d\omega} = A (\omega + 1)^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} (\omega)^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} \quad (124)$$

Integrando:

$$z = A \int \omega^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} (\omega + 1)^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} d\omega + B \quad (125)$$

El término  $(\omega + 1)^{\frac{\alpha}{\pi} - 1}$  se puede desarrollar en serie utilizando el teorema binomial:

$$\begin{aligned} (\omega + 1)^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} &= 1 + \left(\frac{\alpha}{\pi} - 1\right)\omega + \frac{\left(\frac{\alpha}{\pi} - 1\right)\left(\frac{\alpha}{\pi} - 2\right)}{2!}\omega^2 + \frac{\left(\frac{\alpha}{\pi} - 1\right)\left(\frac{\alpha}{\pi} - 2\right)\left(\frac{\alpha}{\pi} - 3\right)}{3!} \\ &\omega^3 + \frac{\left(\frac{\alpha}{\pi} - 1\right)\left(\frac{\alpha}{\pi} - 2\right)\dots\left(\frac{\alpha}{\pi} - 1 - n + 1\right)}{n!}\omega^n + \dots \end{aligned} \quad (126)$$

Haciendo:

$$\frac{\alpha}{\pi} - 1 = C_1 \quad (127)$$

$$\frac{\left(\frac{\alpha}{\pi} - 1\right)\left(\frac{\alpha}{\pi} - 2\right)}{2!} = C_2 \quad (128)$$

$$\frac{\left(\frac{\alpha}{\pi} - 1\right)\left(\frac{\alpha}{\pi} - 2\right)\dots\left(\frac{\alpha}{\pi} - n\right)}{n!} = C_n \quad (129)$$

La ecuación integral puede escribirse así:

$$\begin{aligned} z = A \int & \left( \omega^{\frac{\alpha}{\pi} - 1} + C_1 \omega^{\frac{\alpha}{\pi}} + C_2 \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + 1} + C_3 \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + 2} + \dots \right. \\ & \left. \dots + C_n \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + n - 1} \right) d\omega + B \end{aligned} \quad (130)$$

y entonces:

$$z = A \left( \frac{1}{\alpha/\pi} \omega^{\frac{\alpha}{\pi}} + \left[ C_1 / \left( \frac{\alpha}{\pi} + 1 \right) \right] \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + 1} + \left[ C_2 / \left( \frac{\alpha}{\pi} + 2 \right) \right] \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + 2} + \left[ C_3 / \left( \frac{\alpha}{\pi} + 3 \right) \right] \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + 3} + \dots + \left[ C_n / \left( \frac{\alpha}{\pi} + n \right) \right] \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + n} \right) + B \quad (131)$$

Cálculo de las constantes:

Para el punto C,  $z = 0$ ,  $\omega = 0$  por lo tanto  $B = 0$

Para el punto B,  $z = \overline{BC} = a$ ,  $\omega = -1$ , entonces:

$$A = \frac{a}{\frac{-1 \frac{\alpha}{\pi}}{\frac{\alpha}{\pi}} + \frac{C_1 (-1)^{\frac{\alpha}{\pi} + 1}}{\frac{\alpha}{\pi} + 1} + \dots + \frac{C_n (-1)^{\frac{\alpha}{\pi} + n}}{\frac{\alpha}{\pi} + n}} \quad (132)$$

Por lo tanto la ecuación general será:

$$z = A (K_1 \omega^{\frac{\alpha}{\pi}} + K_2 \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + 1} + \dots + K_n \omega^{\frac{\alpha}{\pi} + n}) \quad (133)$$

donde:

$$K_1 = \frac{\pi}{\alpha} \quad (134)$$

$$K_2 = C_1 / \left( \frac{\alpha}{\pi} + 1 \right) \quad (135)$$

$$K_n = C_n / \left( \frac{\alpha}{\pi} + n \right) \quad (136)$$

El potencial complejo en el plano  $\omega$  será

$$P(\omega) = U_0 \omega \quad (137)$$

Y entonces se tiene la composición de funciones:

$$P(z) = U_0 [\omega = f(z)] \quad (138)$$

donde  $f(z)$ , se obtiene de la ecuación 133

Las ecuaciones de las líneas de corriente y equipotencia se obtienen de la ecuación:

$$\phi + i \psi = U_0 [\omega = f(z)] \quad (139)$$

Igualando las partes imaginaria y real respectivamente.

La velocidad vale:

$$P'(z) = \frac{d}{dz} \{U_0[\omega = f(z)]\} \quad (140)$$

La velocidad compleja:

$$V = \overline{P'(z)} \quad (141)$$

y finalmente la distribución de presiones se obtiene aplicando la ecuación de Bernoulli.

#### 4.2.2 Mediciones

Con objeto de analizar el comportamiento de las superficies poliédricas bajo la acción del flujo se realizaron los siguientes trabajos:

a) Curvas cóncavas. Se hicieron mediciones de presión en la cubeta deflectora del modelo 1:50 de la P H La Angostura diseñada con el criterio tradicional y con el propósito, mediante el uso de piezómetros. Después se repitió el experimento usando una celda de presión con la cual se obtuvieron los registros de las fluctuaciones de presión y sus correspondientes espectros, también se usó un canal construido en la División de Estudios de Posgra-

do, con objeto de revisar los resultados.

b) Curvas convexas. En este caso las mediciones se hicieron en dos modelos, uno construido en la Facultad de Ingeniería donde se obtuvieron las distribuciones de presión en una curva tradicional y en una poliédrica; y en el canal de la DEPFI del cual se obtuvieron solo resultados cualitativos.

#### 4.2.2.1 Curvas cóncavas

Con objeto de hacer un análisis comparativo del funcionamiento hidráulico de una curva cóncava tradicional con una formada por tramos rectos como es la poliédrica, se hicieron una serie de ensayos en el modelo hidráulico del vertedor del P H La Angostura.

La escala de longitudes seleccionada fué 1 a 50, y se utilizó la condición de Froude para la obtención de las demás escalas. En el canal izquierdo se colocaron sobre la cubeta deflectora diseñada con el criterio tradicional 7 piezómetros para obtener la distribución de presiones.

Se hicieron mediciones del tirante  $y_1$  y de la velocidad  $V_1$  a la entrada de la cubeta, de la velocidad  $V_2$  a la salida de la misma y de presión a todo lo largo del eje de la cubeta para 7 gastos diferentes en el rango de  $0.07851 \text{ m}^3/\text{s}$  a  $0.2244 \text{ m}^3/\text{s}$ , que corresponden a  $1387.87 \text{ m}^3/\text{s}$  y

3966.89 m<sup>3</sup>/s en prototipo, ver tabla 27. Las distribuciones de presión medidas para cada gasto se presentan en las figs 72 a 78, donde también se muestran las presiones para la superficie poliédrica.

Sobre la misma cubeta se ajustó el nuevo diseño como se muestra en las figs 79 y 80, conservando el ángulo de salida (30°) del diseño original. Se instalaron 6 piezómetros en lugares homólogos a los colocados en la cubeta tradicional (no se instaló un piezómetro en el punto más bajo de la cubeta, porque en él se encontraba la preparación para la colocación de una celda de presión). Las distribuciones de presiones medidas para gastos similares a los del caso anterior, en este tipo de estructura se muestran también en las figs 72 a 78. Además se registraron el tirante a la entrada  $y_1$  y las velocidades a la entrada  $V_1$  y salida  $V_2$ , para diferentes gastos  $Q$ , ver tabla No 28.

En la segunda parte de esta etapa de mediciones se utilizó el equipo de medición que a continuación se describe.

Celda de presión. Se usó una celda de cristal de cuarzo modelo 603 A de la Kistler Instrument Corporation ver fig 81, con un área sensitiva de 5.5 mm de diámetro, sus principales características son las siguientes:

Intervalo de presiones	0 a 210	Kg/cm <sup>2</sup>
Resolución	0.0035	Kg/cm <sup>2</sup>

Presión máxima	350	Kg/cm <sup>2</sup>
Sensitividad	5	picocoulomb/Kg/cm <sup>2</sup>
Frecuencia de resonancia	400 000	cps
Compensada por aceleraciones	sí	

Amplificador. Para mejorar la señal dada la baja sensibilidad de la celda se empleó un Amplificador Kistler Instrument Corporation modelo 504, ver fig 82.

Osciloscopio. Con objeto de monitorear la señal, se utilizó un osciloscopio.

Registrador. Para obtener un registro gráfico de la señal se utilizó un registrador Marca GOULD, modelo 222, ver fig 83.

Analizador de espectros. Se utilizó un analizador de espectros Hewlett Packard, modelo 3582 A, de operación manual, ver fig 83.

Arreglo del equipo de medición . La celda de presión se colocaba a ras con la superficie en la cual se deseaba medir las fluctuaciones de presión, para sujetarla se utilizaron un cilindro de bronce que se ahogaba en el concreto, y una serie de corazas y llaves, que servían para fijar la celda en el cilindro ver figs 81 y 84. La celda se conectaba por medio de un cable coaxial al amplificador, y de este la señal era enviada al osciloscopio, al graficador y al analizador de espectros, el arreglo del equipo se presenta en la fig 83.

Analizador de espectros. Este convertidor analógico transforma datos del dominio del tiempo al de la frecuencia, muestrea 256 puntos a cada 9.766  $\mu$ S, la señal recibida la multiplica por un tren de impulsos unitarios, en un período de tiempo llamado "ventana", de esta manera la discretiza en una serie de pulsos con la amplitud de la señal y el intervalo de tiempo de los impulsos unitarios, a estos datos aplica la Transformadora de Fourier para obtener la representación de la señal en el dominio de la frecuencia, y la duplica para obtener el espectro de un lado. En este caso particular interesaba obtener la representación de la frecuencia en Hz contra la r. m. s., es decir la raíz cuadrada de la media cuadrática, definida así:

$$r.m.s = \sqrt{\overline{f^2(t)}} \quad (142)$$

donde:

$$\overline{f(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (143)$$

$f(t)$  registro de la señal aleatoria.

$\overline{f(t)}$  media del registro de la señal

T duración del registro

Una vez instalado el equipo citado anteriormente, y ase-

gurado que estuviera bien "aterrizado", para evitar el registro de señales ajenas al fenómeno, la celda se colocaba en la posición requerida, esto es en uno de los cinco puntos de la superficie curva o en sus homólogos en la poliédrica, ver fig 85. En cada posición se hicieron registros de las fluctuaciones de presión para tres gastos, del orden de 1400, 2300 y 3300 m<sup>3</sup>/s.

El tiempo de registro, ver parte inferior de las figs 86 a 109 fué de 200 s, en ellos en el eje horizontal se encuentra la escala de tiempos equivalente a 1 s/mm, el eje vertical corresponde a la escala del voltaje igual a 1 mm/división.

Para cada gasto se obtenían 16 espectros, en las figs 86 a 109 se presenta el promedio de ellos, en los espectros en el eje horizontal se presenta la frecuencia de 0 a 100 Hz y en el eje vertical la  $rms$  en voltaje, vale la pena hacer notar que en todos los espectros aparece un pico en la frecuencia de 60 Hz, esto se debe a la influencia de alguna fuente de corriente alterna que no pudo ser detectada en el proceso de experimentación. En los espectros también se marca con un cursor luminoso la máxima amplitud y su correspondiente frecuencia, sus valores se anotan con el señalamiento MKR.

Después de calibrar la celda se encontró la siguiente relación  $1.7 \text{ mV} = 0.5 \text{ m}$  de columna de agua.

#### 4.2.2.2 Curvas convexas

El estudio de las curvas convexas, se llevó al cabo en dos modelos, uno de ellos localizado en el laboratorio de hidráulica de la Facultad de Ingeniería y se verificaron los resultados a nivel cualitativo en otro modelo similar construido en el laboratorio de hidráulica de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

La superficie poliédrica se modeló con dos tramos planos de lucita, unidos por medio de una bisagra de hule que permitía, variar el ángulo de acuerdo a los requerimientos del experimento.

Se analizaron tres gastos, el de diseño, uno mayor y uno menor, también se consideraron tres ángulos entre dos tramos de la superficie poliédrica:  $9.66^\circ$ ,  $18.7^\circ$  y  $20.83^\circ$ , de esta manera se hicieron las mediciones de presión para los tres gastos en la superficie curva, así como en cada arreglo de los tramos planos, mediante la colocación de ocho piezómetros conectados a un tablero colocado en la pared del modelo, los resultados obtenidos se presentan en las figs 110, 111 y 112.

#### 4.2.3 Análisis de resultados

El modelo teórico es útil para las superficies cóncavas de dos y tres tramos, ver fig 113, tiene como limitación

que en las esquinas (puntos de estancamiento) las presiones son muy grandes. En el caso de la superficie convexa el modelo solo es útil para obtener las líneas de corriente y equipotenciales. Los diagramas obtenidos fueron comparados con la cantidad de movimiento obteniéndose resultados aceptables.

Respecto a los resultados del modelo de la P.H La Angostura pueden hacerse notar los siguientes:

- a) Las velocidades medidas en el entrada y la salida de la cubeta tradicional difieren hasta en un 28%, siendo mayores las de entrada. Esto pone en tela de juicio los criterios (ver antecedentes) que consideran a la velocidad constante en toda la cubeta.
- b) Las presiones máximas en la cubeta tradicional se presentan en el punto mas bajo de la misma.
- c) En las superficies poliédricas se nota una mayor concentración de esfuerzos en las esquinas sobre todo en la ubicada aguas abajo. Por lo tanto habría que diseñar el tramo final aguas abajo, así como su cimentación para que soportara los empujes producidos sobre él.
- d) Las velocidades medidas en la entrada y la salida de la cubeta construidas con superficies planas difieren hasta en un 16% siendo mayores las de la entrada.

Respecto a las fluctuaciones de presión puede observarse en los espectros que tanto en la superficie curva como en la poliédrica estos son de baja frecuencia.

A continuación se analizan los espectros para comparar primero las fluctuaciones de presión en la superficie curva y en la poliédrica, después la comparación se hace entre tramos de esta última.

Comparación de los puntos 7 y 3, ver figs 85 y 104 a 109. Con esta comparación se pretende analizar el comportamiento de las dos superficies en su parte central. Como primera observación debe decirse que las fluctuaciones son de baja frecuencia y que en ambos casos la amplitud máxima se incrementa conforme aumenta el gasto, como se anota a continuación:

Punto	$Q_1$ $m^3/s$	$rms$ $\mu V$	$Q_2$ $m^3/s$	$rms$ $\mu V$	$Q_3$ $m^3/s$	$rms$ $\mu V$
7	1500	75.3	2393	76.2	3332	110
3	1340	65.6	2528	94.6	3813	97.5

Nota: Los valores de la  $rms$  no se han transformado a los que les corresponden en prototipo con objeto de que las comparaciones se puedan hacer directamente de los espectros.

No hay cambio notable ni en la frecuencia, ni en amplitud de la señal en la superficie poliédrica con respecto a la curva tradicional.

Comparación de los puntos 8 con 1 y 2. Como no era posible colocar la celda de presión en la esquina de las superficies poliédricas, se ubicó en el extremo aguas abajo del tramo horizontal (posición 2) y en el extremo del tramo inclinado aguas abajo (posición 1), es decir muy cerca de la esquina, por eso es necesario comparar estos dos puntos con el número 8 que sería el homólogo en la superficie curva. También en este caso el fenómeno es de baja frecuencia en los tres puntos y las amplitudes máximas se incrementan con el gasto:

Punto	$Q_1$ ( $m^3/s$ )	$rms$ $\mu V$	$Q_2$ ( $m^3/s$ )	$rms$ $\mu V$	$Q_3$ ( $m^3/s$ )	$rms$ $\mu V$
8	1503	78.2	2504	86.9	3500	107
1	1427	429	2353	589.0	3357	657
2	1519	408	2166	542.0	3544	742

Puede notarse que la amplitud de la señal se incrementa marcadamente (hasta 6 veces) en la superficie poliédrica tanto en el tramo inclinado como en el horizontal, sin embargo el fenómeno sigue siendo de baja frecuencia.

Comparación de los puntos 6 con 5 y 4. Como en los casos anteriores los registros son de baja frecuencia, las amplitudes máximas crecen con el gasto como se muestra a continuación:

Punto	$Q_1$ ( $m^3/s$ )	$rms$ $\mu V$	$Q_2$ ( $m^3/s$ )	$rms$ $\mu V$	$Q_3$ ( $m^3/s$ )	$rms$ $\mu V$
6	1497	93.6	1748	97.5	2390	111
5	1384	135	2376	161	3544	202
4	1467	237	2399	300	3452	339

En este caso la amplitud de la señal en la superficie poliédrica se llega a incrementar hasta 3 veces.

Comparación de los puntos 1 y 2. Esta comparación se hace con objeto de distinguir el comportamiento de las fluctuaciones de presión en dos puntos contiguos a una esquina en este caso la A, ver fig 85, en el tramo inclinado aguas abajo y el extremo del tramo horizontal. Como puede notarse la amplitud ( $rms$ ), en el tramo inclinado es mayor, esto puede explicarse debido a los efectos dinámicos del flujo al chocar contra la superficie.

Comparación de los puntos 4 y 5, ver fig 85 corresponden a la esquina B y el objeto de la comparación es el mismo que el citado en el inciso anterior, también en este caso la  $rms$  casi se duplica en el tramo horizontal que es el que sufre los efectos dinámicos del chorro.

Es interesante observar que en la esquina A es donde se presentan señales de mayor amplitud ( $rms$ ).

En las curvas convexas tradicionales se presentan presiones negativas al inicio de las mismas para velocidades correspondientes al gasto de diseño y para velocidades

asociadas a gastos menores de hasta el 75% del de diseño.

Cuando se usan superficies poliédricas las presiones negativas se presentan en el tramo aguas arriba, incrementándose con respecto a las de las curvas en un 30% aproximadamente.

Para velocidades correspondientes a gastos del orden del 75% del de diseño no se presentan presiones negativas en las superficies poliédricas, cuando estas existen se incrementan con la velocidad y son poco sensibles a los cambios del ángulo entre dos tramos.

Las superficies poliédricas producen un incremento en las presiones en el tramo aguas abajo debido al impacto del agua sobre ellas, sin embargo esto no debe ser motivo de preocupación, pues se ha reportado, ref. 3, que cuando un chorro sale de un aireador e impacta contra la superficie de concreto aguas abajo no se producen fluctuaciones de presión que puedan dañar a la obra.

#### 4.2.4 Consideraciones de diseño

El diseño propuesto tiene pocas limitaciones, la única que pudiera causar problemas es el efecto dinámico que se produce en las superficies cóncavas y su repercusión sobre la cimentación. Una solución a este problema es el anclaje de la obra que mejore la estabilidad

de la obra, a manera de ejemplo en la fig 114 se presenta una cubeta deflectora tradicional y una poliédrica la cual tendría además como ventaja la protección de la obra contra la socavación al pie de la misma.

#### 4.3 Conclusiones y recomendaciones

1. El diseño de curvas verticales se ha hecho tradicionalmente ajustando recomendaciones geométricas obtenidas en modelo o prototipo para otros casos, a las condiciones topográficas y geológicas del lugar y revisando que el funcionamiento hidráulico sea eficiente.

2. La transformación de Schwartz-Christoffel permite calcular las líneas de corriente y las equipotenciales, así como la distribución de presiones para curvas cóncavas con dos y tres tramos. En el caso de superficies convexas no es posible calcular la distribución de presiones.

3. Las velocidades de entrada y salida en las cubetas tradicionales difieren hasta en un 28%.

4. Las velocidades de entrada y salida en las superficies poliédricas difieren hasta en un 16%.

5. En las superficies poliédricas se concentran los esfuerzos en las esquinas.

6. Las fluctuaciones de presión tanto en las curvas tra-

dicionales como en los poliédricos son de baja frecuencia.

7. La amplitud de la frecuencia aumenta con el gasto en los dos tipos de superficie analizados.

8. No existen diferencias notables en las fluctuaciones de presión en el punto mas bajo de la cubeta curva y la poliédrica.

9. La amplitud de la frecuencia cerca de la esquina aguas abajo en la superficie poliédrica se multiplica hasta por seis veces con respecto al punto homólogo en la superficie curva. En cambio, en la esquina aguas arriba solo se triplica.

10. En dos tramos contiguos de la superficie poliédrica, siempre son mayores las amplitudes de las fluctuaciones de presión en el tramo que recibe el impacto del chorro: en el inclinado en la esquina aguas abajo y en el horizontal en la ubicada aguas arriba en la cubeta deflectora.

11. En el tramo inclinado de salida en la cubeta poliédrica, es donde se presentan las mayores amplitudes de las fluctuaciones de presión.

12. En las curvas convexas tradicionales se presentan presiones negativas al inicio de las mismas para velocidades asociadas a gastos menores de hasta el 75% del de

diseño.

13. En las superficies poliédricas las presiones negativas se presentan en el tramo aguas arriba incrementándose con respecto a las de las curvas en un 30% aproximadamente.

14. Para velocidades correspondientes a gastos del orden del 75% del de diseño no se presentan presiones negativas en las superficies poliédricas.

15. Las presiones negativas en las superficies poliédricas, son poco sensibles a los cambios de los ángulos entre dos tramos planos.

16. Las superficies poliédricas producen un incremento en las presiones en el tramo aguas abajo debido al impacto del agua sobre ellas.

17. El único inconveniente que presentan las superficies poliédricas se presenta en la cimentación debido al empuje producido sobre la obra.

## REFERENCIAS

- 1.- Arreguín F, "Segunda Parte del Examen General de Conocimientos, Programa Doctoral", División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, Julio de 1983.
- 2.- "Engineering Report on Design, Construction and Operation of Bratsk Hydropower Plant (named for 50th Anniversary of the Great October)", Vol 1, 440 pp Energiya, Moscow, 1974
- 3.- Gal'perin R S, Oskolkov A G, Semenov V M and Tsedrov G N, "Cavitation in Hydraulic Structures" Energiya, Moscow, 1977
- 4.- Inozemtev, Y P, "Cavitation erosion resistance of hydro technical concretes of cement and polymer binders" XI Congreso AIHR, I, 48, Leningrado 1965
- 5.- Peterka A J, "The Effect of Entrained Air on Cavitation Pitting", Proceedings Minnesota International Hydraulics Convention, U S A, 1965
- 6.- Echávez G y Arreguín F, "Comportamiento de varias resinas epóxicas bajo excitaciones turbulentas y de cavitación", Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe a CFE, 1976

- 7.- Echávez G y Arreguín F, "Ampliación del proyecto sobre comportamiento de recubrimientos de concreto bajo excitaciones turbulentas y de cavitación", Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe a CFE, 1976
- 8.- Jevdjevich V, Levin L, "Entrainment of Air in Flowing Water and Technical Problems Connected with it", Proceedings of the Minnesota International Hydraulics Convention, Part IV, 1953, pag 439
- 9.- Daily J, Harleman D, "Dinámica de los fluidos", Editorial Trillas, México, 1975, p 453
- 10.- Echávez G, "Cavitación en Vertedores", 415 Instituto de Ingeniería, UNAM, Febrero 1979 pág 5
- 11.- Parsons y Cook, "Investigation in to yhe Causes of Corrosion on Erosion Propellers", Engineering, Vol 107 p 515
- 12.- Vennard J K, "Cavitation in Hydraulic Structures: Simposium", Trans, ASCE, 112, 1947
- 13.- Shalnev K K, "Cavitation due to unevenees of the surface and erosion caused by it", Dokl Adak, Nawk, USSR, 78, 1951
- 14.- Knapp R T, "Recent Investigation of Cavitation and Cavitation Damange", Transactions, ASME, Vol 77, 1955, p 1050
- 15.- Guth W, "The Formation of Pressure Wave by Cavitation", Proceedings of the Symposium on Cavitation in Hydrodynamics, N P L, London, 1955
- 16.- Shalnev K K, "Experimental Study of the Intensity of Erosion due to Cavitation", Symposium on Cavitation, London 1955
- 17.- Colgate D, "Cavitation Damage of Roughened Concrete Surfaces", Journal of the Hydraulics Division ASCE, Noviembre, 1959

- 18.- Mains R M, "A Generalization of Cumulative Damage", ASME, Journal of Basic Engineering, Vol 82, 1960, p 435
- 19.- Holl J W, "The inception of cavitation on isolated surface irregularities", Journal of Basic Engineering, Vol 82, 1960, p 435
- 20.- Govinda R y Thiruvengadam A, "Prediction of Cavitation Damage", Journal of the American Society of Civil Engineering, Sep 1961
- 21.- Inozemtev Y P, "Cavitation erosion resistance of hidrotechnical concretes of cement and polimer binders", XI Congreso AIHR, I, 48, Leningrado 1965
- 22.- Holl J W, "The estimation of the effect of surface irregularities on the inception of cavitation", Universidad Estatal de Pensilvania, 1965
- 23.- Echávez G, "Erosión en concreto causada por flujo de alta velocidad", Instituto de Ingeniería, UNAM, 226, Agosto 1969
- 24.- Echávez G, "Cavitación en obras vertedoras de alta caída" Instituto de Ingeniería, UNAM, 285, Marzo 1971
- 25.- Echávez G, "Protección de zonas expuestas a cavitación" Aplicaciones parte IV, Instituto de Ingeniería, UNAM, 286 1971
- 26.- Colgate D M, "Hydraulics model studies of aerations devices for Yellowtail dam spillway tunnel", Pick-sloan Missouri basin program, Montana, USBR, Denver, Colorado Dic 1971
- 27.- Echávez G y Arreguín F, "Recopilación bibliográfica de temas relacionados con cavitación", Instituto de Ingeniería UNAM, Informe a CFE, 1976
- 28.- Ball J W, "Cavitation from surface irregularities in high velocity", Journal of the Hydraulics Division, 102, Sep p 1073

- 29.- Quintela A C, "Flow Aeration to Prevent Cavitation Erosion", Water Power and Dam Construction, January 1980, pp 17-22
- 30.- Falvey H Y, "Predicting cavitation in tunnel spillwalls", Water Power and Dam Construction, 1982
- 31.- Kudriashov G V, Zharov N I, Rosanov N P, Niet Kaliev A T, "Cavitation and Cavitational Erosion of Members of Water Outlet Structures", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp 453-467
- 32.- Prusza Z, Mantellini T, Semenkov V, "Remedial Measures Against Spillway Cavitation", International Association for Hydraulic Research, Moscú 1983, pp 468-476
- 33.- Schever L, Schog C, Stein U, "Hydrodynamic and Bubble Aspects of Cavitating Turbulent Shear Flow", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp 477-483
- 34.- Fichtner R, "Contribution a la Recherche Sur la Cavitation dû a l'Ecoulement", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, p p 484-494
- 35.- Lesleighter E, "Cavitation in High-head Gated Oulets Prototype Measurements and Model Simulation", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, p p 495-503
- 36.- Sharma H, Goel R, "Cavitation Problems in Outlet Structures" International Association for Hydraulic Research, moscú, 1983, p p 504-512
- 37.- Falvey H T, "Cavitation Studies in Tunnel Spillways"; International Association for Hydraulic Research, Symposium on Scale Effects in Medelling Hydraulic Structures", Esslingen, Alemaniam, p p 5.7-1-5.7-5
- 38.- Rozanov N, Moys P, Paskkovy Vorobjob G, "Research of Vacuum and cavitation Characteristics of Elements of Hydrotechnical Structures", Eleventh International Congress, 1.33, Leningrado, 1965

- 39.- USBR, "Erosion of Concrete by Cavitation and Solids in Flowing Water", No C342, Denver, Colorado, Jul 1947
- 40.- USBR, "Erosion Resistance Test of Concrete and Protective Coatings", Concrete laboratory, Informe No C-445, Denver, Colorado, Feb 1952
- 41.- Nowotny H, "Destruction of Materials by Cavitation", DVI Verlag, Berlin 1942
- 42.- Grün W, "Sperrbeton für Moderne Wasserbanten Wasservirtschaft", Proc Amer Soc Civ Eng No 7, 1960 .
- 43.- Govinda Rao H S, "Erosion Resistance. Cavitation-its Inception and Damage Irrigation and Power", V 18, No 1 1961
- 44.- Ginzburg Ts G, Tchistyakov A M, "Design of a Wear-Resistant Anticavitation Concrete Gosenergoizdath", M L 1959
- 45.- Levi E, "Investigación acerca de las estriás longitudinales de las láminas vertientes", Revista Ingeniería, Vol XXXIV, Abril 1964, México, pp 237-244
- 46.- Anderson A y Straub F, "Self-aerated flow in open channels" ASCE, Vol 125, 1960 pp 456-481
- 47.- Levi E, "Los vórtices en hidráulica", Revista Ingeniería Vol XXIV, 1970, México p p 161-172
- 48.- Lane E W, "Entrainment of air in swiftly flowing water", Civil Engineering Vol 9, No 2, 1939, pp 88-91
- 49.- Hickox G H, "Air entrainment on spillways faces", Vol 15, No 12, 1945, pp 562-563
- 50.- Halbronn G, "Etude de la mise en regime des écoulements sur les ouvrages a fort pente", La Houille Blanche, No 1 1952 pp 21-40
- 51.- Bauer W J, "Turbulent boundary layer on steep slopes", Transactions, ASCE, Vol 119, Paper No 2719, 1954

- 52.- Halbron G, "Turbulent boundary layer on steep slopes", ASCE, Vol 19, 1954, pp 1234-1240
- 53.- Campbell F D, Cox R, Boyd M, "Boundary Layer Development and Spillways Energy Losses", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol 91, May 1965, pp 149-163
- 54.- Sharma Y C, "Development of Boundary Layer Characteristics on Curved Walls, with Reference on Spillways", Tesis para obtener el grado de Maestría en el Indian Institute of Science, at Bangalore, India, en 1968
- 55.- Keller R y Rastogi A, "Design Chart for Predicting Critical Point on Spillways", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, December 1977, 1417-1429
- 56.- Davis y Sorensen, "Handbook of Applied Hydraulics", Third Edition, Mc Graw-Hill Company, New York, 1970
- 57.- Thomas H, "The Engineering of Large Dams", John Wiley and Sons, New York, 1976
- 58.- Wood R, Ackers P y Loveless J, "General Method for Critical Point on Spillways", Journal of the Hydraulics Division, Feb 1963 pp 108-312
- 59.- Cain P y Wood R, "Measurement of Self-Aerated Flow on a Spillways", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol 107, Nov 1981, pp 1425-14143
- 60.- Gangadharaiiah T, Rao L, "Inception and Entrainment in Selfaerated Flows", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, July 1970, 1549-1563
- 61.- Michels V y Lovely M, "Some Prototype Observations of Air Entrainment Flow", Proceedings, Minnesota 1963, pp 1481-1493
- 62.- Keller R y Wood I, "Developing Region In Self-Aerated Flows", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, April 1974, pp 553-567
- 63.- Borman K, "Der Abfluss in Schusssinnen unter Berücksichtigung der Luftaufnahme", Versuchsanstalt für Wasserbauer Technischen Hochschule München, Bericht Nr 13, 1968

- 64.- Falvey T Henry, "Mean Air Concentration of Self-Aerated Flows", Journal of the Hydraulics Division, ASCE January 1979, pp 91-96
- 65.- A S C E, Task Committee, "Aerated Flow in Open Channels", Proc Am Soc Civil Engrs , Vol 87, No NY3, May 1961, p 73
- 66.- Siao Tien-To, "Turbulent Diffusion of the Entrained Air in a Two-Dimensional Chute Flow", Scientia Sinica, Vol XIII, No 2, 1964, pp 323-333
- 67.- Douma Jacob H, "High Velocity Flow in Open Channels" International Association for Hydraulic Research, Elevent International Congress, 1.47, Leningrad 1965
- 68.- Anderson A G, "Influence of Channel Roughness on the Aeration of High-Velocity Open-Channel Flow", International Association For Hydraulic Research Elevent International Congress, 1.37, Leningrad 1965
- 69.- Uppal H, Gulati T, Kotwal A y Singh T, "Study on the Phenomenon of air entrainment", International Association For Hydraulic Research-Elevent International Congress, Leningrad 1965
- 70.- Sakhuja V, Paul T, Singh S, "Air Entrainment Distortion in Free Surface Flows", Symposium on Scale Efecfts in Modelling Hydraulic Structures, International Association for Hydraulic Research, Esslingen, Alemaniam, 1984, pp 4.8-1 4.8-4
- 71.- Ouazar D, Lejeune A, "Theoretical and Experimental Study of Cavitation Prevention by Ventilation", Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures, International Association for Hydraulic Research, Esslingen, Alemaniam, 1984 pp 4.12-1 4.12-5
- 72.- "Central Water and Power Research Station Poona, Annual Research Memoirs 1968", Government of India, Ministry of Irrigacition and Power, 1959, pp 104-108
- 73.- Hall L, "Open Channel Flow at High Velocities", Transactions of the Symposium on Entrainment of Air in Flowing Water" ASCE, Vol 108, 1943, pp 1394-1434

- 74.- McConaughy D C, Discussion on "Open Channel Flow a High Velocities", Transactions of the Symposium on Entrainment of Air in Flowing Water, ASCE, Vol 108 1943, pp 1484-1493
- 75.- Straub, Lorenz G, Lamb, "Experimental Estudios of Air Entrainment in Open Channel Flow", Proceedings, Minnesota International Hydraulics Convention, University Minnesota
- 76.- Keller R J, "Instrumentation on full Scale Self-Aerated Flows", Journal of the Hydraulics Research, 1973, pp 325-341
- 77.- Shames I, "La mecánica de los Fluidos", McGraw-Hill, México, 1967, pp 348-351
- 78.- Viparelli Michele, "The Flow in a Flume with 1:1 Slope", International Association for Hydraulic Research, 1975
- 79.- Arreguín F, Echávez G, "Aireación en Flujos de Alta Velocidad. Región Gradualmente Aireada", X Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería, 1984, pp 258-262
- 80.- Arreguín F, Echávez G, "Aireación en Flujos de Alta Velocidad. Zonas parcial y totalmente Aireadas", XI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Buenos Aires, Argentina, 1984, pp 645-656
- 81.- Arreguín F, Echávez G, "Aireación Natural en Flujos de Alta Velocidad. Región Gradualmente Aireada", Parte I. VII Congreso Nacional de Hidráulica, pp C68-C77
- 82.- Arreguín F, Echávez G, "Aireación Natural en Flujos de Alta Velocidad, Región Parcialmente Aireada", Parte II VIII Congreso Nacional de Hidráulica, 1984 pp C78-C90
- 83.- Volkart P y Rutschmann P, "Rapid Flow in Spillway Chutes with and without Deflectors. A Model-Prototype Comparison", Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures IAHR, September 3-6, 1984 pp 4.5-1 4.5-8
- 84.- Echávez G, Arreguín F, "Diseño Poliédrico de Obras de Excedencia", X Congreso Latinoamericano de Hidráulica, México D F, 1982, pp 270-278

- 85.- Hamilton W S, "Aeration of Flows down Spillway", An unpublished Harza Engineering Company Memorandum, Feb 27, 1980
- 86.- Pinto S, "Model Evaluation of Aerators in Shooting Flow", Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulics Structures, IAHR, Sep 1984, pp 4.2-1 4.2-6
- 87.- Marcano y Castillejo, "Model-Prototype Comparison of Aeration Devices of Guri Dam Spillway", Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures, IAHR, Sep 1984 pp 4.6-1 4.6-5
- 88.- Pan y Shao, "Scale Effects in Modelling Air Demand by a Ramp Slot", Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures, IAHR, Sep 1984, pp 4.7-1 4.7-5
- 89.- Pinto S y Neidert S H, "Aeration of High Velocity Flows", Water Power and Dam Construction, Feb 1982, pp 34;38, March, pp 42, 44
- 90.- Eccher L y Siegenthaler A, "Spillway Aeration of the San Roque Project", Water Power and Dam Construction, Sep 1982, pp 37-41
- 91.- C Y Wei y F G De Fazio, "Simulation of Free Jet Trajectories for the Design of Aeration Devices on Hydraulic Structures", Harza Engineering Company, Chicago, 11 pp
- 92.- Beichley G, King D, "Cavitation Caused by Aeration of High-Velocity Jets", Journal of Hydraulics Division, ASCE July 1975, pp 829-846
- 93.- Volkart P, Rutschmann P, "Air Entrainment Devices (Air Slots)", Technischen Hochschule Zürich, 1984
- 94.- Carslaw H, Jaeger J, "Conduction of Heat in Solids" p 233, Clarendon Press, Oxford 1947
- 95.- Hinze J O, "Turbulence", McGraw-Hill, Second Edition, 1975
- 96.- Chow Ven Te, "Open Channel Hydraulics", McGraw-Hill-Kogakusha LTD 1969, p. 31

- 97.- CFE, "Manual de Diseño de Obras Civiles", Sección E, Ayudas de Diseño, México 1969, pp 1064-1065, 1076-1078
- 98.- USBR, "Diseño de Presas Pequeñas", Compañía Editorial Continental, S A, 1976, p. 320-331, 231-235
- 99.- Henderson F M, "Flow at the Toe of a Spillway", La Houille Blanche, No 6, November 1962, pp 728-739
- 100.- Henderson F M, "Flow at the Toe of a Spillway", La Houille Blanche, No 1, Jan-Favr 1963, pp 42-50
- 101.- U S Army Corps of Engineers, "Hydraulic Design Criteria", Vol 1, Waterways Experiment Station Vicksburg, Revised 5-59, Cartas de diseño 112-6/1,2; 112-7 y 112-8,
- 102.- Villa Medina y R Gómez Rosas, "Congreso Nacional de Hidráulica", México 1972
- 103.- Douma J H, Discusión del artículo 2675, "Design of side walls in chutes and spillways", by Gumensky, D B, Transactions, American Society of Civil Engineers, Vol 119, 1954, pp 364-367
- 104.- Gumensky D B, "Design of side walls in chutes and spillways" Transactions, American Society of Civil Engineers, Vol 119, 1954, pp 355-361
- 105.- Balloffet A, "Presures on spillways flip buckets", Journal of the Hydraulic Division, American Society of Civil Engineers, September 1961, pp 87-90
- 106.- Elevatorski E A, "Hydraulic Energy Dissipators", McGraw-Hill Book Company, 1959, pp 183-185
- 107.- Tio-Chun Chen, Yun-Shen Yu, "Pressure Distributions on Spillway flip Buckets", Journal of the Hydraulic Division ASCE, March 1965, pp 51-63
- 108.- Lenau C W, Cassidy John J, "Flow Through Spillway Flip Bucket", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, March 1969, pp 633-648

- 109.- United States Department of the Interior Bureau of Reclamation, "*Design Standars No 3 Canals and Related Structures*", Denver Colorado 80225, December 8, 1967, D-S-5 12/8/67, Figs 24 y 25, Sección 5.17
- 110.- Sotelo Avila G, "*Cálculo de Tanques de Amortiguación de Sección Trapecial*"; Revista de Ingeniería, Enero, Febrero, Marzo, 1961, pp 45-52
- 111.- Levi E, Aldama A, "*Diseño Hidrodinámico y Automatización Fluídica, en Obras Hidráulicas*", D-14, Instituto de Ingeniería UNAM, Octubre 1979

Tabla 1. Comparación de los métodos de predicción de  
cavitación de Echávez, Colgate y Falvey

X (m) (1)	h (m) (2)	d (m) (3)	hp (m) (4)	$\sigma_K$ Echávez (5)	$\sigma_K$ P (6)	V (m/S) (7)	V Colgate (m/S) (8)	R/H Falvey (9)
20	9.0	6.40	4.25	6.49	8.49	13.29	24.07	28
40	20.0	6.40	4.25	4.44	4.44	19.81	24.07	75
60	34.5	6.40	4.25	2.78	2.78	26.02	24.07	140
80	49.5	6.40	4.25	2.04	2.04	31.16	24.07	230
100	55.0	6.60	16.50	3.06	2.33	32.85	34.52*	190
120	77.5	6.70	19.70	2.98	2.26	38.99	37.23*	200
140	85.8	6.70	21.90	2.99	2.27	41.03	39.09*	200
160	88.0	6.70	22.70	3.10	2.36	41.55	39.77*	175
180	88.0	7.25	7.25	1.72	1.31	41.55	26.52	410
200	88.0	7.25	7.25	1.75	1.33	41.55	26.52	410
220	88.0	7.25	7.25	1.78	1.35	41.55	26.52	400
240	88.0	7.25	7.25	1.82	1.38	41.55	26.52	390
260	88.0	7.25	7.25	1.84	1.40	41.55	26.52	390
280	88.0	7.25	7.25	1.86	1.41	41.55	26.52	390
300	88.0	7.25	7.25	1.88	1.43	41.55	26.52	390

\*Obtenidos con la ecuación  $V_c = 0.8474 hp + 67.37288$

TABLA 2 MEDICIONES DE CONCENTRACION DE AIRE (%)

Elevación sobre la plantilla del canal (cm)	E S T A C I O N (cm)					
	0+73	0+85	1+00	1+50	2+00	2+50
0.635						0.0112
1.135					0.000	0.0112
1.635				0.000	0.001	0.0176
2.135				0.0010	0.001	0.0176
2.635				0.0010	0.001	0.0208
3.135				0.001	0.002	0.0208
3.635				0.002	0.003	0.0240
4.135			0.0000	0.002	0.0048	0.0288
4.635			0.0010	0.003	0.0096	0.0288
5.135			0.0010	0.0096	0.0080	0.0464
5.635			0.0010	0.0176	0.0176	0.0496
6.135		0.0000	0.0128	0.0272	0.0176	0.0512
6.635		0.0096	0.0304	0.0272	0.0240	0.0656
7.135		0.0384	0.0448	0.0352	0.0400	0.0656
7.635		0.0768	0.0448	0.0480	0.0544	0.0800
8.135		0.2224	0.0816	0.0768	0.0848	0.1392
8.635		0.3520	0.2560	0.1664	0.1168	0.1872
9.135		0.4352	0.4800	0.2096	0.1728	0.2000
9.635		0.4704	0.4816	0.2816	0.1856	0.2752
10.135				0.3456	0.2672	0.2816
10.635				0.3888	0.3312	0.3248
11.135				0.4368	0.3296	0.3408
11.635				0.4496	0.3840	0.3568
Tirante máximo (cm)	15.14	15.40	15.70	16.60	17.60	18.70

TABLA 2 MEDICIONES DE CONCENTRACION DE AIRE (%)

Elevación sobre la  
plantilla del canal

E S T A C I O N  
(cm)

(cm)	3+00	3+50	4+50	4+50	5+00	5+50	6+00	6+50	7+00	9+00	11+00	13+00	14+955
0.635	0.0144	0.0224	0.0320	0.0416	0.0416	0.0416	0.0560	0.0752	0.0768	0.0896	0.0880	0.0976	0.0784
1.135	0.0144	0.0352	0.0432	0.0352	0.0432	0.0384	0.0560	0.0816	0.0752	0.0560	0.0768	0.0928	0.1344
1.635	0.0176	0.0400	0.0448	0.0384	0.0432	0.0384	0.0512	0.1008	0.0736	0.0560	0.0768	0.0928	0.1216
2.135	0.0240	0.0400	0.0448	0.0368	0.0432	0.0416	0.0544	0.0880	0.0768	0.0640	0.0768	0.0672	0.1136
2.635	0.0384	0.0448	0.0448	0.0432	0.0432	0.0432	0.0528	0.0816	0.0752	0.0608	0.0720	0.0672	0.1136
3.135	0.0448	0.0496	0.0448	0.0432	0.0432	0.0448	0.0560	0.0784	0.0768	0.0608	0.0720	0.0928	0.1184
3.635	0.0528	0.0496	0.0480	0.0432	0.0432	0.0432	0.0624	0.0736	0.0752	0.0688	0.0752	0.0800	0.1216
4.135	0.0608	0.0560	0.0480	0.0448	0.0448	0.0432	0.0560	0.0736	0.0768	0.0624	0.0720	0.0928	0.1168
4.635	0.0640	0.0560	0.0528	0.0432	0.0560	0.0448	0.0544	0.0816	0.0752	0.0624	0.0720	0.0928	0.1232
5.135	0.0672	0.0528	0.0640	0.0624	0.0624	0.0432	0.0592	0.0832	0.0960	0.0688	0.0720	0.0944	0.1248
5.635	0.0672	0.0544	0.0768	0.0608	0.0624	0.0496	0.0704	0.0976	0.0960	0.0608	0.0784	0.0880	0.1232
6.135	0.0672	0.0800	0.0960	0.0560	0.0624	0.0560	0.0688	0.0864	0.0992	0.0624	0.0720	0.0672	0.1248
6.635	0.0704	0.0832	0.1664	0.0528	0.0784	0.0752	0.0944	0.1040	0.1024	0.0608	0.0720	0.0816	0.1232
7.135	0.0720	0.1168	0.1664	0.0528	0.0784	0.0720	0.1152	0.1024	0.1008	0.0640	0.0768	0.0800	0.1344
7.635	0.1248	0.1328	0.1680	0.0560	0.1264	0.0944	0.1088	0.1104	0.1152	0.0736	0.0784	0.0816	0.1280
8.135	0.1296	0.1520	0.2256	0.1360	0.1264	0.1568	0.1072	0.1392	0.1184	0.0864	0.0784	0.0832	0.1360
8.635	0.1872	0.1680	0.2464	0.1600	0.1456	0.1856	0.1488	0.1776	0.1504	0.1008	0.0960	0.0848	0.1344
9.135	0.2176	0.1776	0.2640	0.2000	0.2080	0.2448	0.1616	0.2112	0.1600	0.1216	0.0912	0.1024	0.1232
9.635	0.2288	0.2080	0.2848	0.2480	0.2784	0.3024	0.1888	0.2816	0.2320	0.1088	0.1184	0.0896	0.1248
10.135	0.2752	0.2576	0.2976	0.2960	0.3120	0.3104	0.2240	0.2768	0.2192	0.1152	0.1120	0.1360	0.1184
10.635	0.2800	0.2656	0.3008	0.4000	0.3472	0.3776	0.2992	0.3488	0.2288	0.1200	0.1168	0.1280	0.1584
11.135	0.3584	0.3168	0.3264	0.4000	0.3440	0.4000	0.3184	0.3696	0.2880	0.1648	0.1184	0.1488	0.1584
11.635	0.3600	0.3712	0.4800	0.3840	0.4000	0.4000	0.3184	0.3776	0.2880	0.1728	0.1248	0.1600	0.1632
12.135	0.4384	0.3872	0.4896	0.3840	0.4320	0.4000	0.3184	0.3936	0.2880	0.2144	0.1568	0.1616	0.1696
12.635	0.5136	0.4480	0.4992	0.4160	0.4320	0.4000	0.3184	0.4000	0.2880	0.2336	0.2048	0.1808	0.1744
13.135	0.5136	0.5344			0.4480	0.4000	0.3184	0.3840	0.2928	0.2720	0.2272	0.2048	0.2048
13.635	0.5232				0.4592	0.4000		0.3840	0.3088	0.2720	0.2608	0.1984	0.2032
14.135					0.4592						0.2672	0.2256	
14.635					0.4480						0.2672	0.2256	

Tirante máximo (cm) 19.80 21.00 21.80 22.24 22.40 22.41 22.43 22.44 22.45 24.65 27.60 27.67 28.98

TABLA Nº 3 RELACION FR - Z ECUACION Nº 64

CORRELACION PARA LA CURVA "Z"

GRADO POLINOMIAL MINIMO= 1  
GRADO POLINOMIAL MAXIMO= 6

CORRIDA CON GRADO= 1

DET= .10925321E+03  
DESVIACION STANDARD S= 0.091593

TERMINO INDEPENDIENTE A= .25046001D+00  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .47909941D-01

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.865625

CORRIDA CON GRADO= 2

DET= .10518359E+06  
DESVIACION STANDARD S= 0.096547

TERMINO INDEPENDIENTE A= .23193442D+00  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .45101632D-01  
VECTOR DE REGRESION 2 B= .10160879D-03

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.865642

CORRIDA CON GRADO= 3

DET= .77047459E+09  
DESVIACION STANDARD S= 0.100120

TERMINO INDEPENDIENTE A= .14461320D+01  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .34590781D+00  
VECTOR DE REGRESION 2 B= .29440342D-01  
VECTOR DE REGRESION 3 B= .71060603D-03

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.872002

CONTINUA TABLA N° 3

CORRIDA CON GRADO= 4

DET= .36205396E+14  
DESVIACION STANDARD S= 0.102554

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.132217090+02
VECTOR DE REGRESION	B1=	.401469400+01
VECTOR DE REGRESION	B2=	.447252870+00
VECTOR DE REGRESION	B3=	.213558210-01
VECTOR DE REGRESION	B4=	.373956680-03

PUNTO	EJE X	EJE Y	EJE Z
1	19.87600	0.66037	0.65434
2	17.67300	0.54650	0.57193
3	16.59400	0.57360	0.53976
4	15.59700	0.54510	0.51553
5	14.67500	0.31650	0.45323
6	13.84000	0.63110	0.44021
7	13.04700	0.34660	0.33722
8	12.31200	0.31470	0.33075
9	11.62900	0.27000	0.27696
10	10.99400	0.19060	0.23169
11	9.80900	0.23690	0.18434
12	3.73400	0.20330	0.22516

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.83197

CORRIDA CON GRADO= 5

DET= .11422814E+20  
DESVIACION STANDARD S= 0.110206

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.722773410+01
VECTOR DE REGRESION	B1=	.394863830+01
VECTOR DE REGRESION	B2=	.769620170+00
VECTOR DE REGRESION	B3=	.699170710-01
VECTOR DE REGRESION	B4=	.293865550-02
VECTOR DE REGRESION	B5=	.437213790-04

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.884506

CORRIDA CON GRADO= 6

DET= .16334945E+27  
DESVIACION STANDARD S= 0.120650

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.188919220+02
VECTOR DE REGRESION	B1=	.958150370+01
VECTOR DE REGRESION	B2=	.183509640+01
VECTOR DE REGRESION	B3=	.185860760+00
VECTOR DE REGRESION	B4=	.966085000-02
VECTOR DE REGRESION	B5=	.250340050-03
VECTOR DE REGRESION	B6=	.250040430-05

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.884940

CONTINUA TABLA N° 3

CORRIDA CON BRADO=7

DET= .10002262E+32

DESVIACION STANDARD DE = 0.135704

TERMINO INDEPENDIENTE	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION
VECTOR DE	1	RE	1954453120+01	RE	462665500+01	RE	222057660+01
VECTOR DE	2	RE	414054930+00	RE	405041270+01	RE	221741530+02
VECTOR DE	3	RE	647664350+04	RE	736934570+06		

EL COEFICIENTE DE CORRELACION DE = 0.92522

CORRIDA CON BRADO=5

DET= .55011500E+31

DESVIACION STANDARD DE = 0.154525

TERMINO INDEPENDIENTE	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION
VECTOR DE	1	RE	507064400+02	RE	175741100+02	RE	200737370+01
VECTOR DE	2	RE	735670980+02	RE	506443220+04	RE	430511220+04
VECTOR DE	3	RE	473227590+07				

EL COEFICIENTE DE CORRELACION DE = 0.96074

CORRIDA CON BRADO=2

DET= .23003100E+31

DESVIACION STANDARD DE = 0.127754

TERMINO INDEPENDIENTE	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION
VECTOR DE	1	RE	134622360+03	RE	516741370+02	RE	662684460+01
VECTOR DE	2	RE	170004320+00	RE	303033330+01	RE	103683550+02
VECTOR DE	3	RE	747225220+04	RE	111266630+04	RE	392535640+06
VECTOR DE	4	RE	491155020+09				

EL COEFICIENTE DE CORRELACION DE = 0.98320

CORRIDA CON BRADO=10

DET= .23743193E+31

DESVIACION STANDARD DE = 0.271167

TERMINO INDEPENDIENTE	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION	REGRESION
VECTOR DE	1	RE	143230560+02	RE	155977650+01	RE	114920020+01
VECTOR DE	2	RE	335031370+00	RE	354265500+01	RE	133543220+02
VECTOR DE	3	RE	259650100+04	RE	176140000+05	RE	157615130+06
VECTOR DE	4	RE	113363540+07	RE	203572050+09		

EL COEFICIENTE DE CORRELACION DE = 0.917-1

TABLA N° 4 RELACION R - C<sub>a</sub>. ECUACION 65

CORRELACION PARA LA CURVA "CA"

GRADO POLINOMIAL MINIMO= 1  
GRADO POLINOMIAL MAXIMO= 6

CORRIDA CON GRADO= 1

DET= .85595574E+02  
DESVIACION STANDAR S= 0.010524

TERMINO INDEPENDIENTE A= .13813336D+00  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .53675739D-02

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.857720

CORRIDA CON GRADO= 2

DET= .93335321E+05  
DESVIACION STANDAR S= 0.010207

TERMINO INDEPENDIENTE A= .95316500D-01  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .13723042D-02  
VECTOR DE REGRESION 2 B= .25063126D-03

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.869550

CORRIDA CON GRADO= 3

DET= .41098141E+09  
DESVIACION STANDAR S= 0.010877

TERMINO INDEPENDIENTE A= .25173655D+00  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .84568456D-01  
VECTOR DE REGRESION 2 B= .66299356D-02  
VECTOR DE REGRESION 3 B= .15636088D-03

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.887325

CONTINUA TABLA N° 4

CORRIDA CON GRADO= 4

DET= .41696273E+13  
 DESVIACION STANDARD S= 0.011645

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .125110820+01
VECTOR DE REGRESION	1	B= .403321910+00
VECTOR DE REGRESION	2	B= .513104480-01
VECTOR DE REGRESION	3	B= .262557240-02
VECTOR DE REGRESION	4	B= .560660850-04

PUNTO	EJE X	EJE Y	EJE Z
1	18.87600	0.03400	0.03418
2	14.67500	0.05700	0.05281
3	13.84000	0.06500	0.06391
4	13.04700	0.05900	0.07248
5	12.31200	0.07500	0.07820
6	11.62900	0.09400	0.09154
7	10.99400	0.09200	0.09317
8	9.30900	0.07000	0.08413
9	8.73400	0.08500	0.08630
10	8.73400	0.09200	0.08630

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.893174

CORRIDA CON GRADO= 5

DET= .14214753E+13  
 DESVIACION STANDARD S= 0.010085

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .291239490+02
VECTOR DE REGRESION	1	B= .118313870+02
VECTOR DE REGRESION	2	B= .191119920+01
VECTOR DE REGRESION	3	B= .150995540+00
VECTOR DE REGRESION	4	B= .585626540-02
VECTOR DE REGRESION	5	B= .391839540-04

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.953215

CORRIDA CON GRADO= 6

DET= .63897862E+24  
 DESVIACION STANDARD S= 0.009455

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .236789220+02
VECTOR DE REGRESION	1	B= .783752820+01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .809931300+00
VECTOR DE REGRESION	3	B= .310930430-02
VECTOR DE REGRESION	4	B= .470373280-02
VECTOR DE REGRESION	5	B= .295470520-03
VECTOR DE REGRESION	6	B= .562130680-05

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.956645

TABLA N° 5 RELACION  $x/y_1 - e_{ai}/y$

CORRELACION PARA LA CURVA "RO(AI)/Y"

GRADO POLINOMIAL MINIMO= 1  
GRADO POLINOMIAL MAXIMO=16

CORRIDA CON GRADO= 1

DET= .39080+05  
DESVIACION STANDARD S= 0.2249478

TERMINO INDEPENDIENTE A= .956383420+00  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .114573990-02

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.228233

CORRIDA CON GRADO= 2

DET= .43940+13  
DESVIACION STANDARD S= 0.230602

TERMINO INDEPENDIENTE A= .717304120+00  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .643330000-02  
VECTOR DE REGRESION 2 C= .410115630-04

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.494065

CORRIDA CON GRADO= 3

DET= .88710+24  
DESVIACION STANDARD S= 0.178732

TERMINO INDEPENDIENTE A= .250587000+00  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .334035350-01  
VECTOR DE REGRESION 2 C= .402540400-03  
VECTOR DE REGRESION 3 D= .127698470-05

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.760489

CONTINUA TABLA N° 5

CORRIDA CON GRADO= 4

DET= .3811D+30  
DESVIACION STANDARD S= 0.104724

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.43867370D+00
VECTOR DE REGRESION	1	B= .00642610D+01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .16414177D+02
VECTOR DE REGRESION	3	B= .11174185D+04
VECTOR DE REGRESION	4	B= .25697860D+07

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.930793

CORRIDA CON GRADO= 5

DET= .2324D+57  
DESVIACION STANDARD S= 0.090859

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.09680791D+00
VECTOR DE REGRESION	1	B= .13874741D+00
VECTOR DE REGRESION	2	B= .32365454D+02
VECTOR DE REGRESION	3	B= .32558090D+04
VECTOR DE REGRESION	4	B= .14933087D+06
VECTOR DE REGRESION	5	B= .25861531D+09

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.952725

CORRIDA CON GRADO= 6

DET\*\*\*\*\*  
DESVIACION STANDARD S= 0.092411

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.11926095D+01
VECTOR DE REGRESION	1	B= .17715341D+00
VECTOR DE REGRESION	2	B= .43356967D+02
VECTOR DE REGRESION	3	B= .64395427D+04
VECTOR DE REGRESION	4	B= .45323269D+06
VECTOR DE REGRESION	5	B= .16479337D+08
VECTOR DE REGRESION	6	B= .24363883D+11

PUNTO	EJE X	EJE Y	EJE Z
1	12.44900	0.32700	0.36935
2	14.28600	0.50800	0.51083
3	21.42900	1.05100	0.90530
4	28.57100	1.03000	1.11045
5	35.71400	0.93500	1.18924
6	42.85700	1.24500	1.18903
7	50.00000	1.23500	1.14436
8	57.14300	1.07100	1.07927
9	64.28600	0.95700	1.00947
10	71.42900	0.99400	0.94429
11	78.57100	0.85100	0.85835
12	85.71400	0.86900	0.84302
13	92.85700	0.77900	0.80771
14	100.00000	0.75200	0.73073
15	128.57100	0.73700	0.72569
16	157.14300	0.72700	0.73155
17	185.71400	0.62500	0.62430

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.955665

CONTINUA TABLA N° 5

CORRIDA CON GRADO= 7

DET=\*\*\*\*\*  
DESVIACION STANDARD S= 0.024259

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	161373069+01
VECTOR DE REGRESION	B=	272783990+00
VECTOR DE REGRESION	B=	101099380+01
VECTOR DE REGRESION	B=	200563390+03
VECTOR DE REGRESION	B=	233606300+05
VECTOR DE REGRESION	B=	157674150+07
VECTOR DE REGRESION	B=	565184840+10
VECTOR DE REGRESION	B=	327094140+13

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.958595

CORRIDA CON GRADO= 5

DET=\*\*\*\*\*  
DESVIACION STANDARD S= 0.025023

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	223048399+01
VECTOR DE REGRESION	B=	359329620+00
VECTOR DE REGRESION	B=	151639120+01
VECTOR DE REGRESION	B=	412500370+03
VECTOR DE REGRESION	B=	646375540+05
VECTOR DE REGRESION	B=	624300710+07
VECTOR DE REGRESION	B=	352026050+09
VECTOR DE REGRESION	B=	112171730+11
VECTOR DE REGRESION	B=	146256170+14

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.962352

CORRIDA CON GRADO= 9

DET=\*\*\*\*\*  
DESVIACION STANDARD S= 0.145373

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	560615120+01
VECTOR DE REGRESION	B=	959190810+00
VECTOR DE REGRESION	B=	631321230+01
VECTOR DE REGRESION	B=	130515900+02
VECTOR DE REGRESION	B=	226552220+04
VECTOR DE REGRESION	B=	592249430+07
VECTOR DE REGRESION	B=	209276780+08
VECTOR DE REGRESION	B=	233639610+10
VECTOR DE REGRESION	B=	101475500+12
VECTOR DE REGRESION	B=	162512000+15

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.780940

CONTINUA TABLA N° 5

CORRIDA CON GRADO=10

DET=\*\*\*\*\*  
DESVIACION STANDARD S= 0.106152

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	B=	C=
VECTOR DE REGRESION	1	315295700+01	492057350+00	238232700-01
VECTOR DE REGRESION	2	590873990-03	733135630-05	495295850-07
VECTOR DE REGRESION	3	36036240-10	34253330-13	449641250-14
VECTOR DE REGRESION	4	26401400-16	6260401400-16	130593780-18
VECTOR DE REGRESION	5			
VECTOR DE REGRESION	6			
VECTOR DE REGRESION	7			
VECTOR DE REGRESION	8			
VECTOR DE REGRESION	9			
VECTOR DE REGRESION	10			

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.965037

CORRIDA CON GRADO=11

DET=\*\*\*\*\*  
DESVIACION STANDARD S= 0.123267

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	B=	C=
VECTOR DE REGRESION	1	192436370+01	276333020+00	837323420-02
VECTOR DE REGRESION	2	252631330-04	334509230-06	237733350-07
VECTOR DE REGRESION	3	166963370-09	522020660-12	229169340-14
VECTOR DE REGRESION	4	892010800-16	676531110-13	139391500-20
VECTOR DE REGRESION	5			
VECTOR DE REGRESION	6			
VECTOR DE REGRESION	7			
VECTOR DE REGRESION	8			
VECTOR DE REGRESION	9			
VECTOR DE REGRESION	10			
VECTOR DE REGRESION	11			

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.960377

CORRIDA CON GRADO=12

DET=\*\*\*\*\*  
DESVIACION STANDARD S= 0.133860

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	B=	C=
VECTOR DE REGRESION	1	240467270+01	357020720+00	139202040-01
VECTOR DE REGRESION	2	262244000-03	247353020-05	146153130-07
VECTOR DE REGRESION	3	135234470-09	624526580-12	102576090-13
VECTOR DE REGRESION	4	835923200-16	403245320-18	522302840-20
VECTOR DE REGRESION	5			
VECTOR DE REGRESION	6			
VECTOR DE REGRESION	7			
VECTOR DE REGRESION	8			
VECTOR DE REGRESION	9			
VECTOR DE REGRESION	10			
VECTOR DE REGRESION	11			
VECTOR DE REGRESION	12			

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.958393

TABLA N° 6 RELACION  $x/y_1 - e_{ai}/y_1$

CORRELACION PARA LA CURVA "ROCAT/Y"

GRADO POLINOMIAL MINIMO= 1  
GRADO POLINOMIAL MAXIMO=16

CORRIDA CON GRADO= 1

DET=  $-39080+05$   
DESVIACION STANDARD S= 0.293837

TERMINO INDEPENDIENTE A=  $159860960+01$   
VECTOR DE REGRESION 1 B=  $-122631510-02$

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.208353

CORRIDA CON GRADO= 2

DET=  $43240+13$   
DESVIACION STANDARD S= 0.205350

TERMINO INDEPENDIENTE A=  $143704170+01$   
VECTOR DE REGRESION 1 B=  $134059930-01$   
VECTOR DE REGRESION 2 C=  $-791771650-04$

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.751021

CORRIDA CON GRADO= 3

DET=  $28710+24$   
DESVIACION STANDARD S= 0.113092

TERMINO INDEPENDIENTE A=  $907330030+00$   
VECTOR DE REGRESION 1 B=  $440135120-01$   
VECTOR DE REGRESION 2 C=  $489464240-03$   
VECTOR DE REGRESION 3 D=  $144920720-05$

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.936584

CONTINUA TABLA N° 6

CORRIDA CON GRADO= 4

DET= .33110+39  
 DESVIACION STANDARD S= 0.037518

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.407214260+00
VECTOR DE REGRESION	1	B= .843234060-01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .135345570-02
VECTOR DE REGRESION	3	B= .263111240-05
VECTOR DE REGRESION	4	B= .136475560-07

PUNTO	EJE X	EJE Y	EJE Z
1	12.44900	1.21300	1.26421
2	14.23600	1.42600	1.36002
3	21.42900	1.63600	1.66831
4	22.57100	1.81500	1.88615
5	35.71400	2.01400	2.02847
6	42.57000	2.12500	2.10875
7	50.00000	2.16100	2.13959
8	57.14300	2.15200	2.13218
9	64.28600	2.10500	2.09669
10	71.42900	2.04200	2.04210
11	78.57100	1.96900	1.97622
12	85.71400	1.89100	1.90563
13	92.85700	1.82100	1.83359
14	100.00000	1.75500	1.77134
15	107.14300	1.65200	1.66964
16	114.28600	1.55000	1.57188
17	121.42900	1.57800	1.57475

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.993742

CORRIDA CON GRADO= 5

DET= .23249+57  
 DESVIACION STANDARD S= 0.039140

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.392764400+00
VECTOR DE REGRESION	1	B= .863722200-01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .143876750-02
VECTOR DE REGRESION	3	B= .930558030-05
VECTOR DE REGRESION	4	B= .225644970-07
VECTOR DE REGRESION	5	B= .315706430-11

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.993757

CORRIDA CON GRADO= 6

DET=\*\*\*\*\*  
 DESVIACION STANDARD S= 0.037088

TERMINO INDEPENDIENTE	A=	.616575540+00
VECTOR DE REGRESION	1	B= .573219430-01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .191344120-03
VECTOR DE REGRESION	3	B= .147764000-04
VECTOR DE REGRESION	4	B= .206893870-06
VECTOR DE REGRESION	5	B= .104273810-08
VECTOR DE REGRESION	6	B= .184291970-11

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.994907

CONTINUA TABLA N° 6

CORRIDA CON GRADO= 7

DET=\*\*\*\*\*  
 DESVIACION STANDARD S= 0.036648

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	270789070+00
VECTOR DE REGRESION	1	B=	110549430+00
VECTOR DE REGRESION	2	B=	309902080-02
VECTOR DE REGRESION	3	B=	610084750-04
VECTOR DE REGRESION	4	B=	340972100-06
VECTOR DE REGRESION	5	B=	631503880-08
VECTOR DE REGRESION	6	B=	232544300-10
VECTOR DE REGRESION	7	B=	460280200-13

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.995535

CORRIDA CON GRADO= 8

DET=\*\*\*\*\*  
 DESVIACION STANDARD S= 0.037896

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	674530180-01
VECTOR DE REGRESION	1	B=	143266920+00
VECTOR DE REGRESION	2	B=	573735730-02
VECTOR DE REGRESION	3	B=	153369330-03
VECTOR DE REGRESION	4	B=	264194300-05
VECTOR DE REGRESION	5	B=	271627330-07
VECTOR DE REGRESION	6	B=	160079160-09
VECTOR DE REGRESION	7	B=	498329850-12
VECTOR DE REGRESION	8	B=	637332080-15

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.996031

CORRIDA CON GRADO= 9

DET=\*\*\*\*\*  
 DESVIACION STANDARD S= 0.057897

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	328174430+01
VECTOR DE REGRESION	1	B=	339181470+00
VECTOR DE REGRESION	2	B=	265925460-01
VECTOR DE REGRESION	3	B=	751197200-03
VECTOR DE REGRESION	4	B=	925117720-05
VECTOR DE REGRESION	5	B=	146932330-07
VECTOR DE REGRESION	6	B=	862330120-09
VECTOR DE REGRESION	7	B=	953779240-11
VECTOR DE REGRESION	8	B=	413139430-13
VECTOR DE REGRESION	9	B=	661195060-16

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.971698

CONTINUA TABLA N° 6.

CORRIDA CON GRADO=10

DET=\*\*\*\*\*  
 DESVIACION STANDARD S= 0.040306

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	284162720+00
VECTOR DE REGRESION	1	B=	204194900+00
VECTOR DE REGRESION	2	B=	3360574330-02
VECTOR DE REGRESION	3	B=	224310230-03
VECTOR DE REGRESION	4	B=	319033330-05
VECTOR DE REGRESION	5	B=	220902000-07
VECTOR DE REGRESION	6	B=	519296280-10
VECTOR DE REGRESION	7	B=	104995200-12
VECTOR DE REGRESION	8	B=	359106020-14
VECTOR DE REGRESION	9	B=	256593420-16
VECTOR DE REGRESION	10	B=	530407850-19

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.996290

CORRIDA CON GRADO=11

DET=\*\*\*\*\*  
 DESVIACION STANDARD S= 0.048196

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	245877770+00
VECTOR DE REGRESION	1	B=	196055510+00
VECTOR DE REGRESION	2	B=	231234310-02
VECTOR DE REGRESION	3	B=	313313310-05
VECTOR DE REGRESION	4	B=	635383820-06
VECTOR DE REGRESION	5	B=	127777340-07
VECTOR DE REGRESION	6	B=	676991600-10
VECTOR DE REGRESION	7	B=	241724300-12
VECTOR DE REGRESION	8	B=	512636520-15
VECTOR DE REGRESION	9	B=	417183230-16
VECTOR DE REGRESION	10	B=	300882160-18
VECTOR DE REGRESION	11	B=	611391850-21

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.995590

CORRIDA CON GRADO=12

DET=\*\*\*\*\*  
 DESVIACION STANDARD S= 0.052429

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	539658250+01
VECTOR DE REGRESION	1	B=	139629910+00
VECTOR DE REGRESION	2	B=	430006350+02
VECTOR DE REGRESION	3	B=	749561460+04
VECTOR DE REGRESION	4	B=	725715750+06
VECTOR DE REGRESION	5	B=	550493350+08
VECTOR DE REGRESION	6	B=	634582590+10
VECTOR DE REGRESION	7	B=	360633640+12
VECTOR DE REGRESION	8	B=	4369283020+14
VECTOR DE REGRESION	9	B=	394323190+16
VECTOR DE REGRESION	10	B=	151294710+18
VECTOR DE REGRESION	11	B=	218746430+20
VECTOR DE REGRESION	12	B=	529453760+23

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.995306

TABLA N° 7  $x/y_1 - y_T/y$

CORRELACION PARA LA CURVA "Y(T)/Y" (LA T ES MAYUCULA)

GRADO POLINOMIAL MINIMO= 1  
 GRADO POLINOMIAL MAXIMO=24

CORRIDA CON GRADO= 1

DET= -.39081591E+05  
 DESVIACION STANDAR S= 0.103608

TERMINO INDEPENDIENTE A= .22232784D+01  
 VECTOR DE REGRESION 1 B= -.41212958D 02

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.897098

CORRIDA CON GRADO= 2

DET= .43941224E+13  
 DESVIACION STANDAR S= 0.082046

TERMINO INDEPENDIENTE A= .20862104D+01  
 VECTOR DE REGRESION 1 B= .38244911D-03  
 VECTOR DE REGRESION 2 B= -.24377293D-04

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.941139

CORRIDA CON GRADO= 3

DET= .88705801E+24  
 DESVIACION STANDAR S= 0.053777

TERMINO INDEPENDIENTE A= .18926061D+01  
 VECTOR DE REGRESION 1 B= .11570247D-01  
 VECTOR DE REGRESION 2 B= -.17434030D-03  
 VECTOR DE REGRESION 3 B= .52972083D-06

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.976944

CONTINUA TABLA N° 7

CORRIDA CON GRADO= 4

DET= .38105394E+39  
 DESVIACION STANDAR S= 0.044374

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .17396654D+01
VECTOR DE REGRESION	1	B= .240149098D-01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .44923395D-03
VECTOR DE REGRESION	3	B= .27258141D-05
VECTOR DE REGRESION	4	B= .57021311D-08

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.985573

CORRIDA CON GRADO= 5

DET= 13737819E+42  
 DESVIACION STANDAR S= 0.031325

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .19966228D+01
VECTOR DE REGRESION	1	B= .34930120D-02
VECTOR DE REGRESION	2	B= .42544819D-07
VECTOR DE REGRESION	3	B= .92680947D-05
VECTOR DE REGRESION	4	B= .63950208D-07
VECTOR DE REGRESION	5	B= .14505550D-09

PUNTO	EJE X	EJE Y	EJE Z
1	12.449000	2.015000	2.005780
2	14.286000	2.023390	2.013190
3	14.429000	2.033900	2.047950
4	28.571000	2.063000	2.084140
5	35.714000	2.085000	2.113460
6	42.857000	2.125000	2.130300
7	50.000000	2.161000	2.131440
8	57.143000	2.152000	2.115710
9	64.286000	2.140000	2.083660
10	71.429000	2.122000	2.033720
11	78.571000	2.096000	2.079460
12	85.714000	2.091000	2.091410
13	92.857000	2.082000	2.084565
14	100.000000	2.075500	2.077818
15	107.143000	2.065200	2.059177
16	114.286000	2.055000	2.037933
17	121.429000	2.037900	2.037363

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.993436

CORRIDA CON GRADO= 6

DET= 28952513E+41  
 DESVIACION STANDAR S= 0.014525

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .23714648D+01
VECTOR DE REGRESION	1	B= .52146711D-01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .25346408D-02
VECTOR DE REGRESION	3	B= .49600660D-04
VECTOR DE REGRESION	4	B= .44824702D-06
VECTOR DE REGRESION	5	B= .12050915D-08
VECTOR DE REGRESION	6	B= .30865130D-11

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.998722

CONTINUA TABLA Nº 7

CORRIDA CON GRADO= 7

DET= .48905995E+40  
 DESVIACION STANDAR S= 0.010713

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	B=
VECTOR DE REGRESION	1	.20932581D+01	.93232548D-02
VECTOR DE REGRESION	2	.19539615D-03	.11366732D-04
VECTOR DE REGRESION	3	.39471588D-06	.44160405D-08
VECTOR DE REGRESION	4	.21124453D-10	.37025344D-13
VECTOR DE REGRESION	5		
VECTOR DE REGRESION	6		
VECTOR DE REGRESION	7		

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.999378

CORRIDA CON GRADO= 8

DET= .22754362E+40  
 DESVIACION STANDAR S= 0.010808

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	B=
VECTOR DE REGRESION	1	.20101387D+01	.61267291D-02
VECTOR DE REGRESION	2	.83832555D-03	.49398495D-04
VECTOR DE REGRESION	3	.11378291D-05	.12825750D-07
VECTOR DE REGRESION	4	.75679344D-10	.22461021D-12
VECTOR DE REGRESION	5		.26425019D-15
VECTOR DE REGRESION	6		
VECTOR DE REGRESION	7		
VECTOR DE REGRESION	8		

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.999533

TABLA N° 8 RELACION  $x/y_1 - y_t/y$

CORRELACION PARA LA CURVA "Y(T)/Y" (LA T ES MINUSCULA)

GRADO POLINOMIAL MINIMO= 1  
GRADO POLINOMIAL MAXIMO=24

CORRIDA CON GRADO= 1

DET= -.39081591E+05  
DESVIACION STANDAR S= 0.101770

TERMINO INDEPENDIENTE A= .12588198D+01  
VECTOR DE REGRESION 1 B= -.38141415D-02

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.886222

CORRIDA CON GRADO= 2

DET= .43941224E+15  
DESVIACION STANDAR S= 0.100859

TERMINO INDEPENDIENTE A= .13213648D+01  
VECTOR DE REGRESION 1 B= -.57969007D-02  
VECTOR DE REGRESION 2 B= .10723941D-04

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.896252

CORRIDA CON GRADO= 3

DET= .88705801E+24  
DESVIACION STANDAR S= 0.094954

TERMINO INDEPENDIENTE A= .11922250D+01  
VECTOR DE REGRESION 1 B= .16656905D-02  
VECTOR DE REGRESION 2 B= -.80305467D-04  
VECTOR DE REGRESION 3 B= .35333939D-06

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.915469

CONTINUA TABLA Nº 8

CORRIDA CON GRADO= 4

DET= .38105394E+39  
 DESVIACION STANDAR S= 0.072732

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .89224529D+00
VECTOR DE REGRESION	1	B= .26141858D-01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .62848513D-03
VECTOR DE REGRESION	3	B= .46607632D-05
VECTOR DE REGRESION	4	B= .11184130D-07

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.955149

CORRIDA CON GRADO= 5

DET= .13737819E+42  
 DESVIACION STANDAR S= 0.075523

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .83061083D+00
VECTOR DE REGRESION	1	B= .32748176D-01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .84308576D-03
VECTOR DE REGRESION	3	B= .75376484D-05
VECTOR DE REGRESION	4	B= .27891094D-07
VECTOR DE REGRESION	5	B= .34793307D-10

PUNTO	EJE X	EJE Y	EJE Z
1	12.44900	1.13000	1.12152
2	14.33600	1.10600	1.14722
3	21.42900	1.31400	1.21367
4	28.57100	1.21300	1.23592
5	35.71400	1.06600	1.22484
6	42.85700	1.24500	1.18986
7	50.00000	1.35000	1.13906
8	57.14300	1.07100	1.07926
9	64.28600	1.05700	1.01605
10	71.42900	1.09400	1.05393
11	78.57100	1.08510	1.08963
12	85.71400	1.08690	1.08457
13	92.85700	1.07900	1.08037
14	100.00000	1.07820	1.07710
15	107.14300	1.07370	1.07254
16	114.28600	1.07270	1.07336
17	121.42900	1.06250	1.06237

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.955683

CORRIDA CON GRADO= 6

DET= .28952513E+41  
 DESVIACION STANDAR S= 0.073987

TERMINO INDEPENDIENTE		A= .92136185D+00
VECTOR DE REGRESION	1	B= .20968842D-01
VECTOR DE REGRESION	2	B= .33727842D-03
VECTOR DE REGRESION	3	B= .22271688D-05
VECTOR DE REGRESION	4	B= .65130345D-07
VECTOR DE REGRESION	5	B= .39132715D-09
VECTOR DE REGRESION	6	B= .74727390D-12

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.956051

CONTINUA TABLA N° 8

CORRIDA CON GRADO= 7

DET= .48905995E+40  
 DESVIACION STANDAR S= 0.032880

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	.75011185	D+00
VECTOR DE REGRESION	1	B=	.47329838	D+01
VECTOR DE REGRESION	2	B=	-.17773190	D-02
VECTOR DE REGRESION	3	B=	.35365898	D-04
VECTOR DE REGRESION	4	B=	-.45381663	D-06
VECTOR DE REGRESION	5	B=	.35003652	D-08
VECTOR DE REGRESION	6	B=	-.14458894	D-10
VECTOR DE REGRESION	7	B=	.22796148	D-13

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.956351

CORRIDA CON GRADO= 8

DET= .22754362E+40  
 DESVIACION STANDAR S= 0.036463

TERMINO INDEPENDIENTE		A=	.37312746	D+00
VECTOR DE REGRESION	1	B=	.11612618	D+00
VECTOR DE REGRESION	2	B=	-.65744523	D-02
VECTOR DE REGRESION	3	B=	.20276407	D-03
VECTOR DE REGRESION	4	B=	-.57113676	D-05
VECTOR DE REGRESION	5	B=	.40233754	D-07
VECTOR DE REGRESION	6	B=	-.25177280	D-09
VECTOR DE REGRESION	7	B=	.83796748	D-12
VECTOR DE REGRESION	8	B=	-.11462531	D-14

EL COEFICIENTE DE CORRELACION ES = 0.959024

TABLA No 9 Características de algunos aireadores construidos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Heart Butte		1949		9.6			160	35			93
Grand Colee	Ranura	1960	Túnel						61-76	Local	93.31
Glen Canyon	Escalón	1963	Túnel				840	30	102	Local	31
Calacuccia	Ranura	1966-1967	Cielo ab		10		100	41	61.4	Dist	93.31
Yellow Tail	Ranura-Def	1969	Túnel	125		8.1	2600	49	101.9	Dist	31
Palisades	Deflector	1971-1972	Cielo ab	Atrás comp			184	45	72	Local	92
Navajo	Deflector	1972	Túnel	Atrás comp			51	45	101	Local	92
Bratsk	Deflector	1973	Cielo ab	40	41.4	86	6050	27	38	Dist	93.31
Mica	Escalón	1973	Túnel				1000	21	61	Local	31
Nurek	Escalones	1975-1976	T-C ab		10-12-14-15	20	2400	42	35	Dist	31
Ust-Ilim	Deflector	1977	Cielo ab				9700		30	Dist	93
Toktogul	Esc-Def	1978	Cielo ab	60	105		2340			Dist	93
Guri	Esc-Def	1980	Cielo ab	62	5-115		3000	35-45	44	Dist	93.87
F de Areia	Esc-Def	1980-1981	Cielo ab	145.5	72-90	69.5	11000	34	60	Dist	93.89
San Roque	Esc-Def	1980-1981	Cielo ab	158	50-60	57	12800	45	60	Dist	90
Esborcacao		1982			103		7800	35	60	Dist	93
Alicura	Esc-Def	1984	Cielo ab	126	63		3000	45	60	Dist	93
Restitución	Esc-Def	1984	Cielo ab	60	18-55		96	39	24	Dist	93
Crystal	Deflector		Túnel	Atrás comp			28	36	67.6	Local	92
Pueblo I	Deflector		Túnel	Atrás comp			87	28	40	Local	92
Pueblo II	Deflector		Túnel	Atrás comp			17	28	40	Local	92
Tarbela	Esc-Def		Cielo ab	19			2690	49		Dist	93
Teton I	Deflector		Túnel	Atrás comp			52	42	91	Local	92
Teton II	Deflector		Túnel	Atrás comp			24	41	85	Local	92

1. Presa, 2. Tipo de Aireador, 3. Fecha de Construcción, 4. Tipo de Conducto, 5. Distancia de la cresta al 1er aireador (m), 6. Distancia entre aireadores (m), 7. Colocación con respecto a la curva, 8. Gasto (m<sup>3</sup>/s), 9. Velocidad (m/s), 10. Carga al 1er aireador (m), 11. Tipo de daño a proteger, 12. Referencias .

Tabla 10 Relación de tirantes  $y$ , velocidades  $Q$ ,  
longitudes de cavidad  $L$ , relación  $L/y$   
y número de Froude.

Tirante $y$ (cm)	Longitud de cavidad $L$ (cm)	Velocidad (m/s)	$L/y$	$Fr$
1.18	38.0	3.92	32.20	11.52
1.54	41.4	4.50	26.88	11.59
1.89	38.1	3.75	20.16	8.70
1.92	38.5	3.78	20.05	8.71
2.52	42.3	4.49	16.79	9.03
2.56	39.1	4.10	15.27	8.17
2.72	38.4	3.81	14.12	7.38
2.83	37.6	4.02	13.29	7.64
3.37	37.5	3.89	11.13	6.77
3.44	40.2	4.14	11.69	7.13
3.77	39.5	4.88	10.48	8.03
3.78	41.0	4.47	10.85	7.35
3.82	37.5	3.95	9.82	6.46
3.85	41.5	4.40	10.78	7.16
4.15	36.7	3.91	8.84	6.12
4.70	36.5	3.89	7.77	5.79
4.90	35.5	4.25	7.24	6.13
4.97	36.8	3.95	7.40	5.66
5.63	34.6	3.91	6.15	5.26
6.45	34.9	3.97	5.41	4.99
6.59	35.4	4.10	5.37	5.09
6.64	31.7	3.99	4.77	4.94

TABLA No 11 DATOS DEL EXPERIMENTO, LONGITUD DE LA CAVIDAD

REPETICION I			REPETICION II			REPETICION III			
BLOQUE I	BLOQUE II	BLOQUE III	BLOQUE IV	BLOQUE V	BLOQUE VI	BLOQUE VII	BLOQUE VIII	BLOQUE IX	
(112)	(102)	(021)	(102)	(101)	(011)	(220)	(202)	(021)	
64.80	33.60	70.20	33.60	38.50	57.60	78.00	38.40	69.60	
(022)	(200)	(100)	(001)	(110)	(100)	(201)	(020)	(010)	
90.00	40.80	40.80	30.60	61.80	40.80	41.40	69.00	58.20	
(210)	(001)	(201)	(111)	(220)	(112)	(212)	(221)	(101)	
64.80	31.20	40.80	61.80	78.00	64.80	73.20	88.80	38.40	
(011)	(222)	(212)	(010)	(021)	(002)	(000)	(100)	(222)	
58.20	66.00	74.40	57.60	69.00	25.80	36.60	40.80	66.00	
(120)	(121)	(002)	(221)	(012)	(020)	(022)	(111)	(211)	
75.60	80.40	26.40	90.00	58.80	68.40	90.00	61.20	77.40	
(221)	(012)	(220)	(120)	(202)	(222)	(121)	(012)	(120)	
87.60	58.20	78.00	75.60	38.40	66.00	78.00	59.40	75.60	
(101)	(020)	(122)	(212)	(211)	(210)	(110)	(122)	(112)	
38.40	67.80	74.40	75.60	76.20	66.00	61.20	73.80	64.80	
(202)	(110)	(010)	(022)	(000)	(201)	(011)	(001)	(200)	
38.40	60.60	57.00	90.00	37.20	40.20	57.00	31.80	40.80	
(000)	(211)	(111)	(200)	(122)	(121)	(102)	(210)	(002)	
37.80	76.80	60.60	40.80	75.00	79.20	33.60	67.20	27.00	
<u>TOTAL</u>	<u>555.60</u>	<u>515.40</u>	<u>522.60</u>	<u>555.60</u>	<u>532.80</u>	<u>508.80</u>	<u>549.00</u>	<u>530.40</u>	<u>517.80</u>

TABLA No 12 CLASIFICACION DE LOS TOTALES DE  
TRATAMIENTOS. EXPERIMENTO 3<sup>3</sup>

	$Q_1 = 2788.54$			$Q_2 = 5577.09$			$Q_3 = 8365.68$		
	$\theta_1=10^\circ$	$\theta_2=20^\circ$	$\theta_3=30^\circ$	$\theta_1=10^\circ$	$\theta_2=20^\circ$	$\theta_3=30^\circ$	$\theta_1=10^\circ$	$\theta_2=20^\circ$	$\theta_3=30^\circ$
$\ell_1 = 3$	111.60	172.80	205.20	93.60	172.80	208.80	79.20	176.40	270.00
$\ell_2 = 5$	122.40	183.60	226.80	115.20	183.60	237.60	100.80	194.40	223.20
$\ell_3 = 8$	122.40	198.00	234.00	122.40	230.40	266.40	115.20	223.20	198.00

TABLA No 13  $\ell$  y  $\theta$ , sumados sobre  $Q$

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	TOTAL
$\ell_1$	284.4	522.00	684.00	1490.40
$\ell_2$	338.40	561.60	687.60	1587.60
$\ell_3$	360.00	651.60	698.40	1710.00
TOTAL	982.80	1735.20	2070.00	4788.00

TABLA No 14  $\theta$  y  $Q$ , sumados sobre  $\ell$

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	TOTAL
$\theta_1$	356.40	331.20	295.20	982.80
$\theta_2$	554.40	586.80	594.00	1735.20
$\theta_3$	666.00	712.80	691.20	2070.00
TOTAL	1576.80	1630.80	1580.40	4788.00

TABLA No 15  $l$  y  $Q$ , sumados sobre

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	TOTAL
$l_1$	489.60	475.20	525.60	1490.40
$l_2$	532.80	536.40	518.40	1587.60
$l_3$	554.40	619.20	536.40	1710.00
TOTAL	1576.80	1630.80	1580.40	4788.00

TABLA No 16 CUADRO DE I

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	TOTAL
$I_1$	529.20	543.60	471.60	1544.40
$I_2$	525.60	554.40	594.00	1674.00
$I_3$	522.00	532.80	514.80	1569.60
TOTAL	1576.80	1630.80	1580.40	4788.00

TABLA No 17 CUADRO DE J

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	TOTAL
$J_1$	536.40	561.60	525.60	1623.60
$J_2$	529.20	554.40	475.20	1588.80
$J_3$	511.20	514.80	579.60	1605.60
TOTAL	1576.80	1630.80	1580.40	4788.00

TABLA No 18 COMPONENTES DE LA INTERACCION DE 2ª ORDEN

	1	2	3	TOTAL
W	1598.40	1530.00	1659.60	
Corrección	532.80	508.80	555.60	
W'	1065.60	1021.20	1104.00	3190.80
X	1656.00	1584.00	1548.00	
Corrección	549.00	530.00	517.80	
X'	1107.00	1053.60	1030.20	3190.80
Y	1670.40	1569.60	1548.00	
Corrección	555.60	522.60	515.40	
Y'	1114.80	1047.00	1032.60	3194.40
Z	1526.40	1670.40	1591.20	
Corrección				
Z'	1526.40	1670.40	1591.20	4788.00

TABLA No 19 SUMA DE CUADRADOS

$$\text{Factor de Corrección} = \frac{(4788)^2}{81} = 283024.00$$

$$\text{S. C. debida a bloques} = \frac{1}{9} (555.60^2 + 515.40^2 + \dots + 517.80^2) - \text{F. C.} = 278.88$$

$$\text{S. C. total} = (64.80^2 + 33.60^2 + \dots + 27^2) - \text{F. C.} = 26507.60$$

$$\text{S. C. sobre W} = \frac{(1065.6^2 + 1021.2^2 + 1104^2)}{18} - \frac{3190.80^2}{54} = 190.77$$

$$\text{S. C. sobre X} = \frac{(1107^2 + 1053.60^2 + 1030.2^2)}{18} - \frac{3190.80^2}{54} = 172.17$$

$$\text{S. C. sobre Y} = \frac{(1114.80^2 + 1047.00^2 + 1032.6^2)}{18} - \frac{3194.40^2}{54} = 214.09$$

$$\text{S. C. sobre Z} = \frac{(1526.4^2 + 1670.40^2 + 1591.2^2)}{27} - \frac{4788^2}{81} = 385.28$$

DE LA TABLA No 13

$$S. C. \text{ total (8 G de L)} = (284.4^2 + 338.4^2 \dots\dots\dots + 694.4^2)/9 - \frac{4788^2}{81} = 24295.04$$

$$S. C. \text{ entre renglones } \ell (2 \text{ G de L}) = (1490.4^2 + 1587.6^2 + 1710^2)/27 - \frac{4788^2}{81} = 896.96$$

$$S. C. \text{ entre columnas } \theta (2 \text{ G de L}) = (982.8^2 + 1735.2^2 + 2070^2)/27 - \frac{4788^2}{81} = 22965.44$$

$$S. C. \text{ para interacción, } \ell \theta (4 \text{ G de L}) = 24295.04 - 896.96 - 22965.44 = 432.64$$

DE LA TABLA NO 14

$$S. C. \text{ total } (8 G \text{ de } L) = (356.4^2 + 554.4^2 + \dots + 691.2^2)/9 - \frac{4788^2}{81} = 23396.48$$

$$S. C. \text{ entre renglones } \theta (2 G \text{ de } L) = (928.8^2 + 1735.2^2 + 2070^2)/27 - \frac{4788^2}{81} = 22695.44$$

$$S. C. \text{ entre columnas } Q (2 G \text{ de } L) = (1576.8^2 + 1630.8^2 + 1580.4^2)/27 - \frac{4788^2}{81} = 67.52$$

$$S. C. \text{ entre interacción } \theta Q (4 G \text{ de } L) = 23396.48 - 22695.44 - 67.52 = 363.52$$

DE LA TABLA No 15

$$S. C. \text{ total (8 G de L)} = (489.6^2 + 532.80^2 + \dots + 536.40^2)/9 - \frac{4788^2}{81} = 1488.32$$

$$S. C. \text{ entre renglones l(2 G de L)} = (1490.4^2 + 1587.6^2 + 1710.0^2)/27 - \frac{4788^2}{81} = 896.96$$

$$S. C. \text{ entre columnas Q(2 G de L)} = (1576.8^2 + 1630.80^2 + 1580.40^2)/27 - \frac{4788^2}{81} = 67.52$$

$$S. C. \text{ para interacción lQ(4 G de L)} = 1488.32 - 896.96 - 67.52 = 523.84$$

TABLA No 20 ANALISIS DE VARIANCIA,  
DISEÑO 3<sup>3</sup>

<i>Causa de Variación</i>	<i>G de L</i>	<i>S. C.</i>	<i>C. M.</i>	<i>Fc</i>	<i>F<sub>0,95</sub></i>	<i>F<sub>0,99</sub></i>
Bloque	8	278.88	34.86			
Efecto principal <i>l</i>	2	896.96	448.48	1250.99	4.03	5.180
Efecto principal <i>θ</i>	2	22965.44	11482.72	32029.90	4.03	5.18
Efecto principal <i>Q</i>	2	67.5200	33.76	94.170	4.03	5.18
Interacción de 1er Orden <i>lθ</i>	4	432.64	108.16	301.70	2.61	3.65
Interacción de 1er Orden <i>θQ</i>	4	363.52	90.88	253.50	2.61	3.65
Interacción de 1er Orden <i>Ql</i>	4	523.84	130.96	365.30	2.61	3.65
Interacción de 2do Orden <i>W</i>	2	190.77	95.385	266.07	4.03	5.18
Interacción de 2do Orden <i>X</i>	2	172.17	86.085	240.12	4.03	5.18
Interacción de 2do Orden <i>Y</i>	2	214.09	107.45	298.59	4.03	5.18
Interacción de 2do Orden <i>Z</i>	2	385.28	192.64	537.35	4.03	5.18
Error	46	16.49	0.3585			
TOTAL	80	26507.60				

TABLA No 21 CONCENTRACION DE AIRE EN LA PLANTILLA  
DEL CANAL DE ALTA VELOCIDAD

X	C
(m)	(%)
2.0	0.0580
2.5	0.0470
3.0	0.0378
3.5	0.0333
4.0	0.0236
4.5	0.0106
5.0	0.0069
5.5	0.0039
6.0	0.0024
6.5	0.0015
7.0	0.0010
8.0	0.0005
9.0	0.00003

TABLA 22 CONCENTRACION DE AIRE PARA LA  
PRESA FOZ DE AREIA

$$Q = 3300 \text{ m}^3/\text{seg}$$

X (m)	Y (m)	V (m/seg)	Fr	$\frac{Dx}{q_a}$	$q_a$	Dx	C
PRIMER AIREADOR							
10	1.60	29.14	7.34	0.003	10.34	0.0290	1.00
20	1.57	29.74	7.57	0.004	10.34	0.0403	0.60
30	1.54	30.31	7.79	0.006	10.34	0.0600	0.39
40	1.52	30.85	8.00	0.009	10.34	0.0931	0.27
50	1.49	31.37	8.20	0.016	10.34	0.1654	0.18
60	1.47	31.86	8.40	0.064	10.34	0.6618	0.08
70	1.45	32.32	8.58	0.880	10.34	9.0992	0.01
74.36	1.44	32.51	8.66	3.400	10.34	35.1560	0.01
SEGUNDO AIREADOR							
20	1.40	33.39	9.01	0.004	13.33	0.0573	0.61
40	1.37	34.17	9.33	0.011	13.33	0.1440	0.27
60	1.34	34.88	9.62	0.200	13.33	2.6660	0.05
80	1.32	35.52	9.88	220.000	13.33	2932.60	0.00
92.95	1.30	35.89	10.04	20000.00	13.33	266600	0.00
TERCER AIREADOR							
10	1.29	36.16	10.15	0.003	13.20	0.0396	0.98
20	1.28	36.41	10.26	0.005	13.20	0.0607	0.56
30	1.28	36.65	10.36	0.007	13.20	0.0977	0.36
40	1.27	36.88	10.46	0.013	13.20	0.1690	0.24
50	1.26	37.10	10.55	0.050	13.20	0.6336	0.11
60	1.25	37.31	10.64	0.680	13.20	8.9760	0.03
70	1.24	37.51	10.73	24.000	13.20	316.8000	0.00
71.38	1.24	37.54	10.74	42.000	13.20	554.4000	0.00

TABLA 23 CONCENTRACION DE AIRE PARA LA

PRESA FOZ DE AREIA

$$Q = 2090 \text{ m}^3/\text{seg}$$

X (m)	y (m)	V (m/seg)	Fr	$\frac{Dx}{q_a}$	$q_a$	Dx	C
PRIMER AIREADOR							
10	1.06	27.91	8.65	0.003	10.37	0.0342	0.95
20	1.04	28.38	8.87	0.006	10.37	0.0591	0.51
30	1.03	28.81	9.07	0.011	10.37	0.1120	0.30
40	1.01	29.21	9.27	0.045	10.37	0.4666	0.13
50	1.00	29.59	9.45	1.600	10.37	16.5893	0.02
60	0.99	29.94	9.61	210.000	10.37	2177.343	0.00
70	0.98	30.26	9.77	27668.92	10.37	286879.66	0.00
74.36	0.97	30.40	9.83	248959.41	10.37	2581285.85	0.00
SEGUNDO AIREADOR							
20	0.95	30.99	10.12	0.006	12.19	0.0781	0.49
40	0.94	31.49	10.37	0.105	12.19	1.2805	0.09
60	0.93	31.93	10.59	1180.00	12.19	14390.69	0.00
80	0.92	32.31	10.78	37688041.11	12.19	459624505.4	0.00
92.95	0.91	32.52	10.88	$3.303 \times 10^{10}$	12.19	$4.03 \times 10^{11}$	0.00
TERCER AIREADOR							
10	0.90	32.67	10.96	0.004	11.98	0.0431	0.90
20	0.90	32.80	11.02	0.007	11.98	0.0815	0.46
30	0.89	32.93	11.09	0.016	11.98	0.1857	0.25
40	0.89	33.05	11.15	0.195	11.98	2.3367	0.06
50	0.89	33.16	11.21	22.000	11.98	263.626	0.00
60	0.89	33.26	11.26	3900.000	11.98	46733.70	0.00
70	0.88	33.36	11.30	791432.99	11.98	9483741.52	0.00
71.38	0.88	33.37	11.31	1630818.22	11.98	19542094.73	0.00

TABLA 24 CONCENTRACION DE AIRE PARA LA  
PRESA FOZ DE AREIA

$$Q = 2060 \text{ m}^3/\text{seg}$$

X (m)	Y (m)	V (m/seg)	Fr	$\frac{D_x}{q_a}$	$q_a$	$D_x$	C
PRIMER AIREADOR							
10	1.04	28.01	8.76	0.003	6.19	0.0204	0.73
20	1.02	28.01	8.98	0.006	6.19	0.0359	0.39
30	1.01	28.88	9.17	0.011	6.19	0.0681	0.23
40	0.99	29.27	9.36	0.052	6.19	0.3219	0.09
50	0.98	29.63	9.53	2.400	6.19	14.8555	0.01
60	0.97	29.97	9.70	320.00	6.19	1980.736	0.00
70	0.96	30.28	9.85	45462.90	6.19	281406.26	0.00
74.36	0.96	30.41	9.91	419239.98	6.19	2595011.63	0.00
SEGUNDO AIREADOR							
20	0.94	30.98	10.19	0.006	7.03	0.0450	0.38
40	0.93	31.47	10.43	0.120	7.03	0.8431	0.06
60	0.92	31.89	10.64	1700.00	7.03	11943.35	0.00
80	0.90	32.25	10.82	62099433.9	7.03	436279572.9	0.00
92.95	0.90	32.45	10.92	$5.852 \times 10^{10}$	7.03	$4.111 \times 10^{11}$	0.00
TERCER AIREADOR							
10	0.89	32.59	10.99	0.004	11.78	0.0424	0.89
20	0.89	32.71	11.06	0.007	11.78	0.0825	0.45
30	0.89	32.84	11.12	0.016	11.78	0.1886	0.24
40	0.88	32.95	11.18	0.240	11.78	2.8283	0.05
50	0.88	33.06	11.23	28.000	11.78	329.9716	0.00
60	0.88	33.15	11.28	5000.00	11.78	58923.5	0.00
70	0.88	33.24	11.33	1179818.47	11.78	13903806.7	0.00
71.38	0.88	33.26	11.34	2450971.1	11.78	28883959.1	0.00

TABLA 25 CONCENTRACIONES DE AIRE PARA LA  
 PRESA FOZ DE AREIA

$$Q = 2078 \text{ m}^3/\text{seg}$$

X (m)	y (m)	V (m/seg)	Fr	$\frac{Dx}{q_a}$	$q_a$	Dx	C
PRIMER AIREADOR.							
10	1.04	28.24	8.83	0.003	6.12	0.0202	0.72
20	1.03	28.68	9.04	0.006	6.12	0.0355	0.38
30	1.01	29.09	9.23	0.011	6.12	0.0673	0.23
40	1.00	29.47	9.41	0.052	6.12	0.3182	0.09
50	0.99	29.82	9.58	2.100	6.12	12.8499	0.01
60	0.98	30.15	9.74	271.387	6.12	1660.6195	0.00
70	0.97	30.46	9.89	41285.45	6.12	252625.67	0.00
74.36	0.96	30.58	9.95	376721.08	6.12	2305156.29	0.00
SEGUNDO AIREADOR							
20	0.94	31.14	10.23	0.006	7.01	0.0449	0.37
40	0.93	31.62	10.46	0.120	7.01	0.8414	0.06
60	0.92	32.03	10.67	1565.018	7.01	10972.81	0.00
80	0.91	32.38	10.85	51963422.9	7.01	364331147.0	0.00
92.95	0.90	32.58	10.94	$4.72 \times 10^{10}$	7.01	$3.309 \times 10^{11}$	0.00
TERCER AIREADOR							
10	0.90	32.72	11.01	0.004	11.79	0.0424	0.89
20	0.90	32.85	11.08	0.007	11.79	0.0813	0.45
30	0.89	32.97	11.14	0.016	11.79	0.1886	0.24
40	0.89	33.08	11.20	0.220	11.79	2.5927	0.06
50	0.89	33.18	11.25	27.000	11.79	318.1950	0.00
60	0.88	33.28	11.30	5024.017	11.79	59208.04	0.00
70	0.88	33.37	11.34	983300.95	11.79	11588201.7	0.00
71.38	0.88	33.38	11.35	2035155.11	11.79	23984302.97	0.00

Tabla No 26 Tirantes, velocidades y gastos medidos  
a la entrada y a la salida de la cubeta  
deflectora del modelo de la P H La  
Angostura

Sección de entrada				Sección de salida
Medición No	$y_1$ (cm)	$V_1$ (m/s)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$V_2$ (m/s)
1	7.54	5.008	0.1888	4.49
2	5.79	4.994	0.1446	4.11
3	4.40	4.721	0.1039	3.70
4	3.48	4.512	0.0785	3.43
5	6.42	5.064	0.1626	4.21
6	5.42	5.095	0.1381	3.98
7	8.59	5.225	0.2244	4.23

Tabla No 27 Tirantes, velocidades y gastos medidos a la entrada y a la salida de la cubeta deflectora con superficies.

Medición No	Sección de entrada			Sección de salida
	$y_1$ (cm)	$V_1$ (m/s)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$V_2$ (m/s)
1	9.09	4.93	0.224	4.45
2	7.56	4.75	0.178	4.18
3	6.27	4.68	0.147	4.04
4	6.00	4.94	0.148	4.27
5	5.01	4.63	0.116	4.24
6	4.21	4.67	0.098	4.081
7	3.51	3.62	0.064	3.15
8	6.41	4.89	0.156	4.71

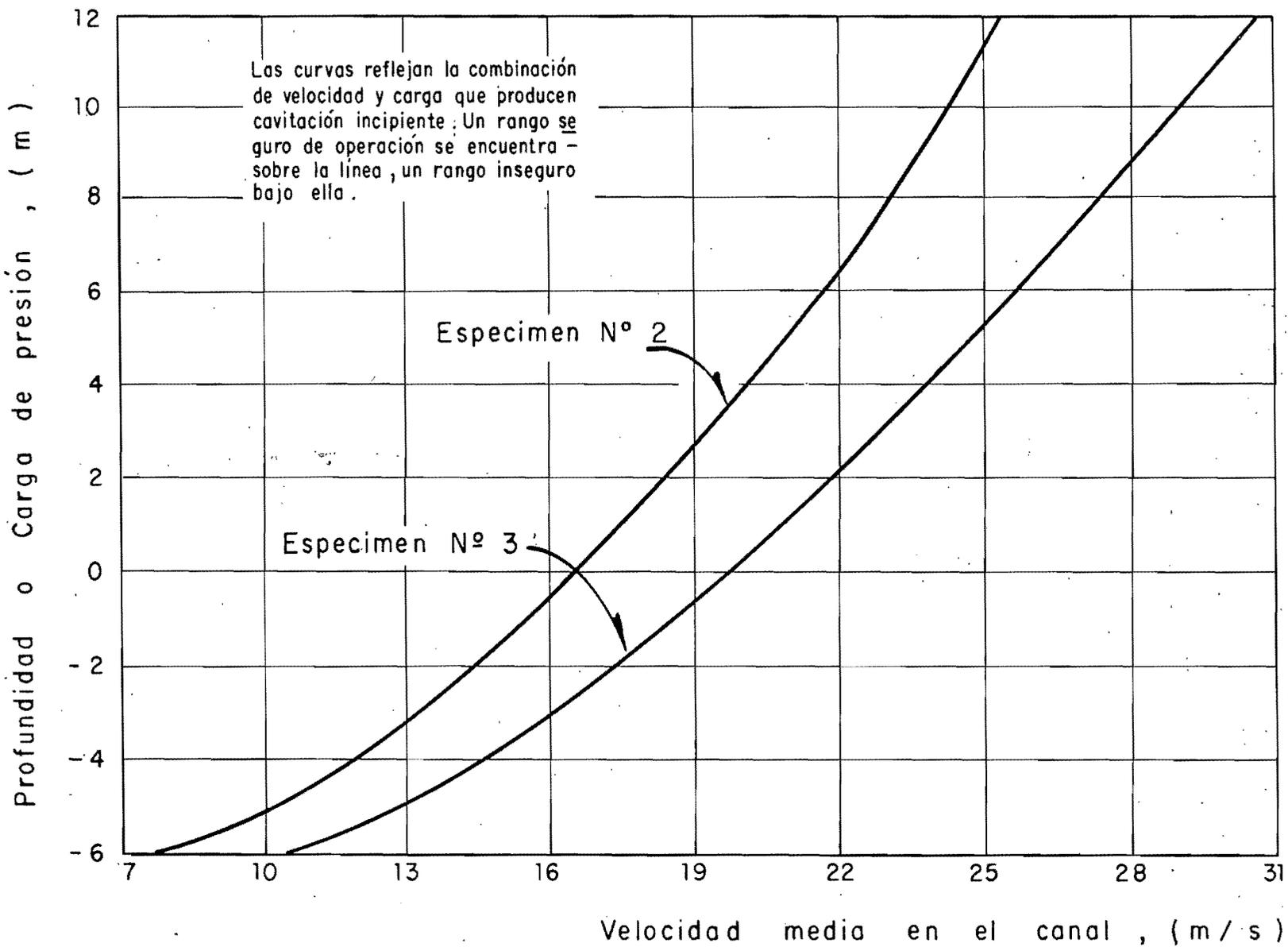


Fig 1 Relación entre profundidad ( o carga de presión ) y velocidad media

$$\sigma = \frac{P_0 - P_v}{\frac{\rho v^2}{2}}$$

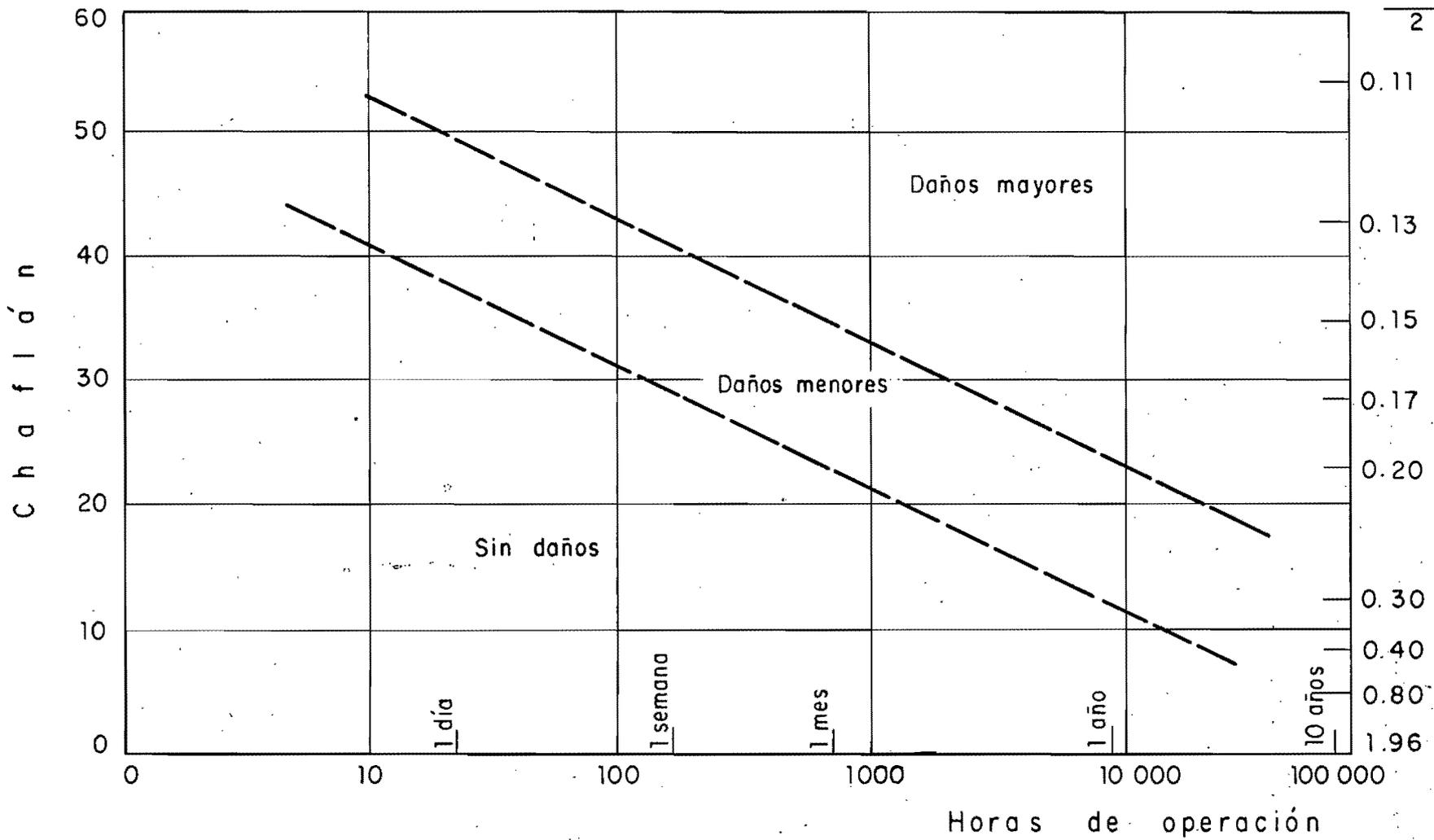


Fig 2 Daños por cavitación en vertedores

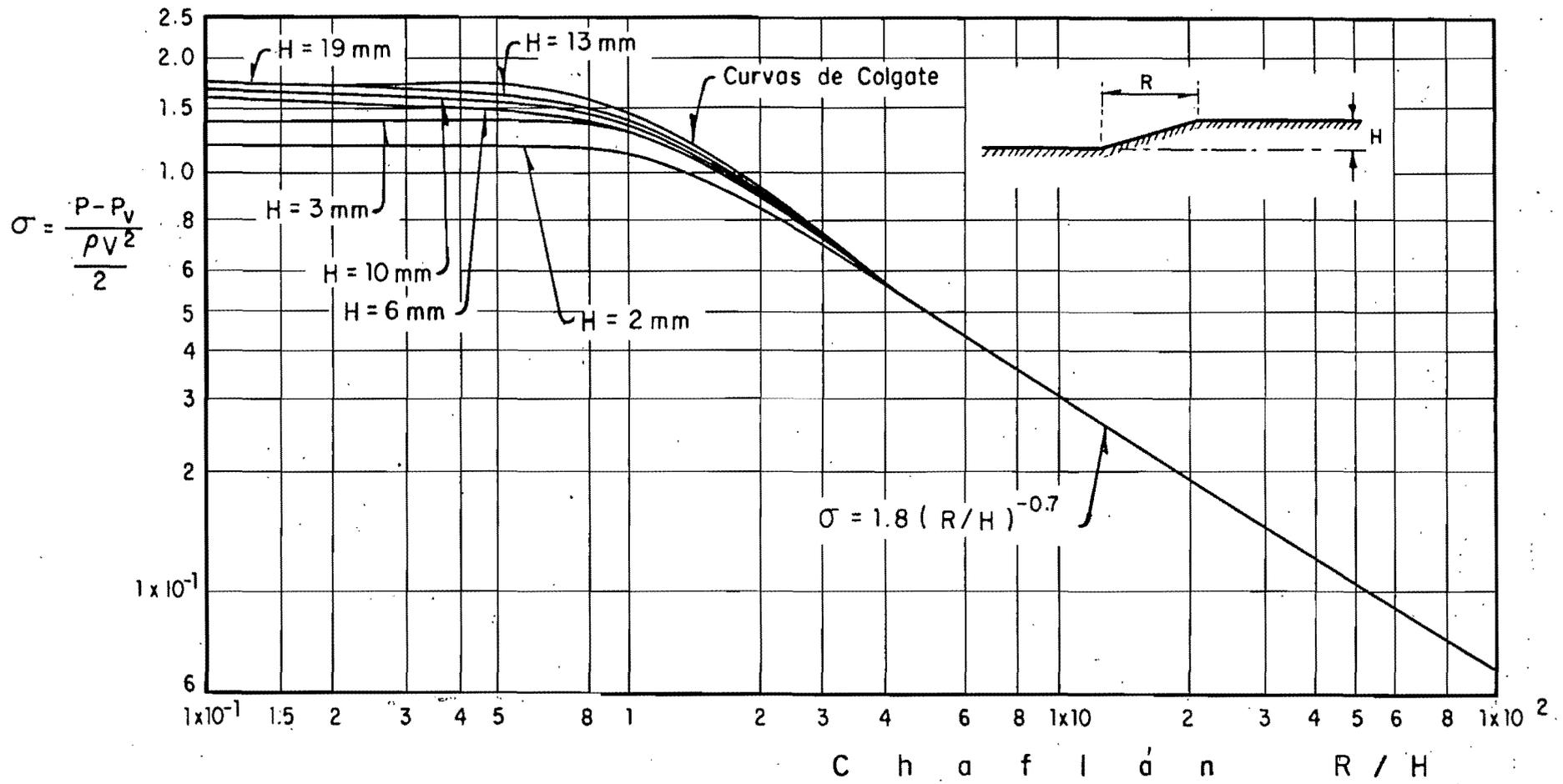


Fig 3 Chaflán que no produce cavitación , metodo de FALVEY

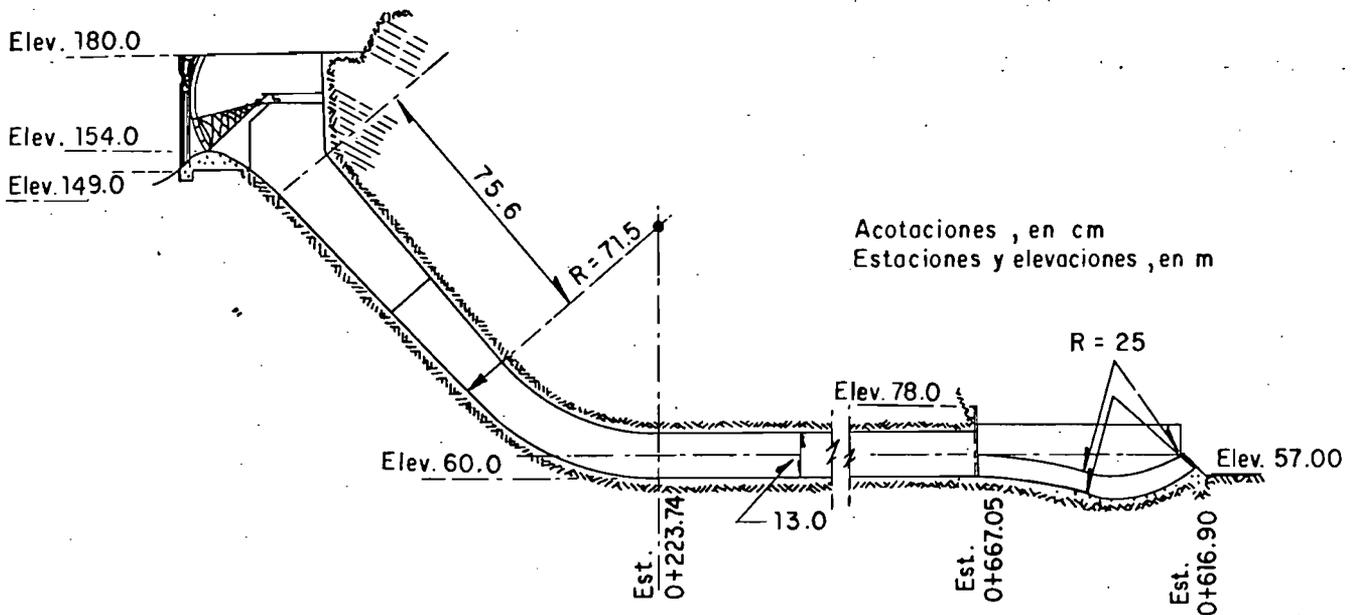


Fig 4 Corte longitudinal de uno de los vertedores en túnel de " El Infiernillo ".

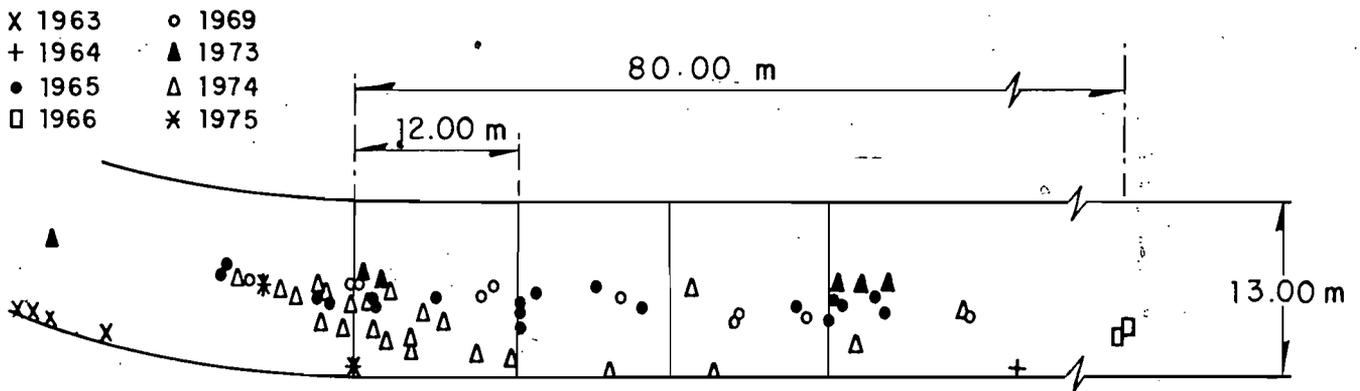


Fig 5 Localización del inicio de las erosiones de 1963 a 1975 en los túneles de " El Infiernillo "

FIG. 6 ESQUEMA DE LOS ENSAYES Y PRESENTACION DE LOS RESULTADOS MAS IMPORTANTES

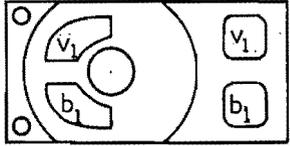
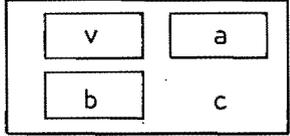
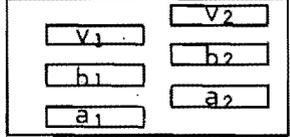
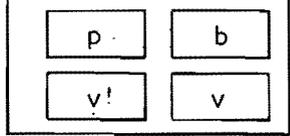
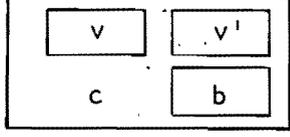
N° prueba	Esquema	Identificación	Daños durante la prueba	Observaciones
1		<p>v<sub>1</sub> NAPKO 5682                      v<sub>2</sub> NAPKO 5682                      b<sub>1</sub> SIKASTIX 360                      b<sub>2</sub> SIKASTIX 360</p>	<p>0:35 Despegamiento parcial                      3:15 Desprendimiento total</p>	<p>Presenta porosidad                      Sin daños visibles                      Se rompe por partes                      Sin daños visibles</p>
2		<p>v NAPKO 5682                      a AEX - 1325                      b SIKASTIX 360                      c Concreto</p>	<p>4:15 Se despegó totalmente                      Se dañó desde el inicio de la prueba</p>	<p>Daños locales ligeros                      Sin daños visibles                      Daños notables</p>
3		<p>v<sub>1</sub> NAPKO 5682                      v<sub>2</sub> NAPKO 5682                      b<sub>1</sub> SIKASTIX 360                      b<sub>2</sub> SIKASTIX 360                      a<sub>1</sub> AEX - 1325                      a<sub>2</sub> AEX - 1325                      Concreto</p>	<p>1:00 Se despegó parte poster                      7:00 Se desprendió                      5:00 Se despegó totalmente                      3:00 Se despegó parte poster                      6:00 Se desprendió                      1:00 Se despegó parte poster                      2:00 Se desprendió                      Se dañó desde el inicio de la prueba</p>	<p>Daños visibles                      Sin daños visibles                      Daños notables</p>
4		<p>p COLMA SOL                      b SIKASTIX 360                      v<sub>1</sub> NAPKO 5682                      v NAPKO MEX                      Concreto</p>	<p>3:45 Se despegó totalmente                      1:15 Se despegó totalmente                      Se dañó desde el inicio de la prueba</p>	<p>Sin daños visibles                      Sin daños visibles                      Daños notables</p>
5		<p>v NAPKO 5682                      v<sub>1</sub> NAPKO MEX                      c Concreto                      b SIKASTIX 360</p>	<p>5:15 Presenta daños locales                      Se dañó desde el inicio de la prueba                      0:15 Se despegó totalmente</p>	<p>Sin daños visibles                      Daños locales                      Daños notables</p>

FIG 7 ESQUEMA DE LOS ENSAYES Y PRESENTACION DE LOS RESULTADOS MAS IMPORTANTES

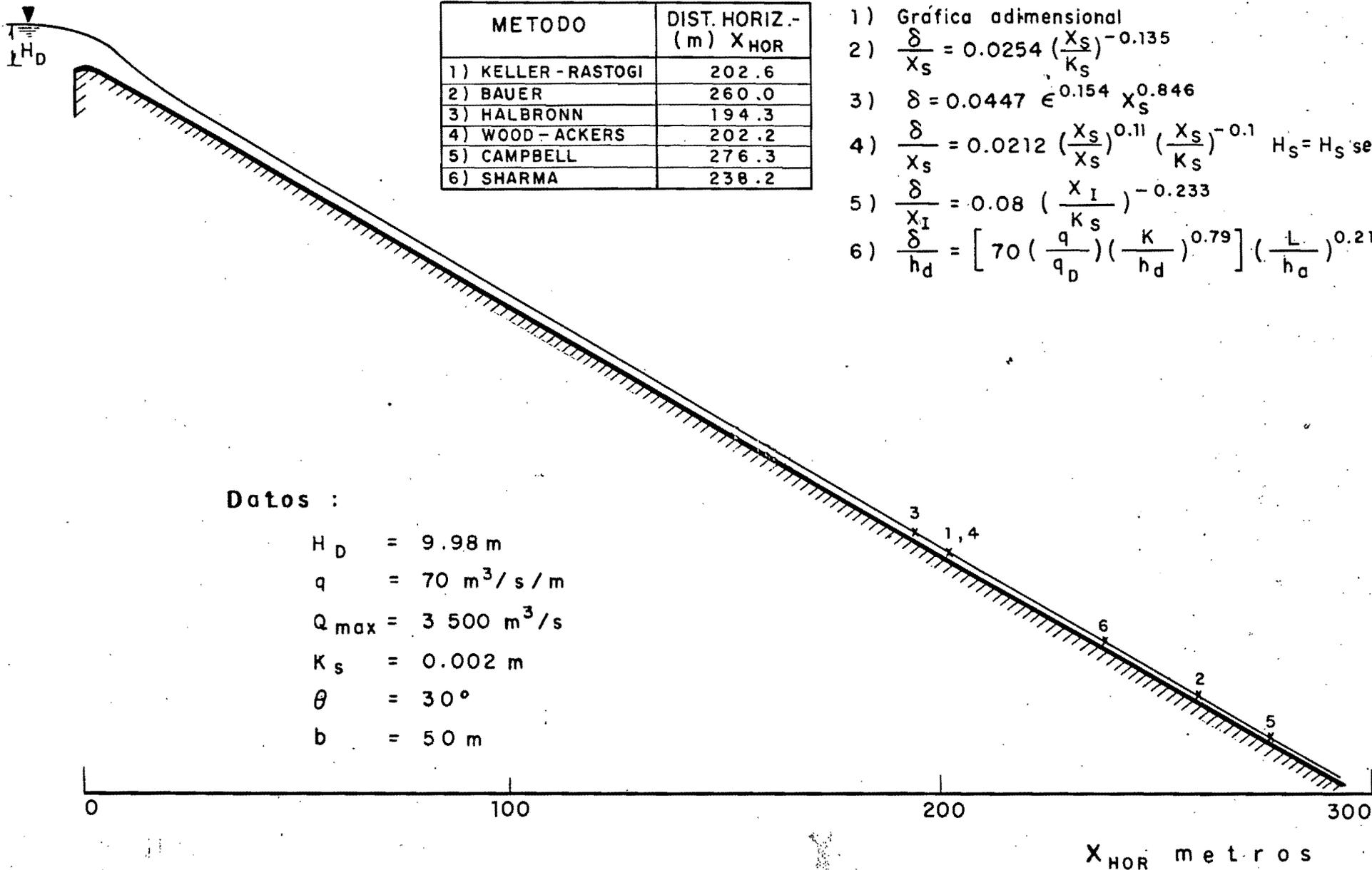
PROBETA No	ESQUEMA	D A Ñ O S	OBSERVACIONES AL FINAL DE LA PRUEBA
6	SIKADUR LO - MOD	No presentó daños	Se notan manchas claras
	SIKADUR HI - MOD	7:00 Aparecen pequeñas porosidades	Se notan manchas claras
7	SIKADUR LO - MOD	No se notaron daños	Sin daños
	SIKADUR HI - MOD	No se apreciaron daños	Sin daños
8	Concreto con fibras planas	0:30 Se notan porosidades 1:00 Se notan las fibras en la zona dañada	Daños apreciables
	Concreto normal	5:00 Se notan porosidades	Daños apreciables
9	Concreto con fibras cilíndricas	1:00 Se desprendieron varias fibras en la superficie y se inició el daño del concreto	Daños apreciables
	Concreto normal	1:00 Se notan porosidades	Daños apreciables

## RESUMEN

METODO	DIST. HORIZ.- (m) X <sub>HOR</sub>
1) KELLER - RASTOGI	202.6
2) BAUER	260.0
3) HALBRONN	194.3
4) WOOD - ACKERS	202.2
5) CAMPBELL	276.3
6) SHARMA	238.2

## FORMULAS

- 1) Gráfica adimensional
- 2)  $\frac{\delta}{X_s} = 0.0254 \left(\frac{X_s}{K_s}\right)^{-0.135}$
- 3)  $\delta = 0.0447 \epsilon^{0.154} X_s^{0.846}$
- 4)  $\frac{\delta}{X_s} = 0.0212 \left(\frac{X_s}{X_s}\right)^{0.11} \left(\frac{X_s}{K_s}\right)^{-0.1} H_s = H_s \text{ sen } \theta$
- 5)  $\frac{\delta}{X_I} = 0.08 \left(\frac{X_I}{K_s}\right)^{-0.233}$
- 6)  $\frac{\delta}{h_d} = \left[ 70 \left(\frac{q}{q_D}\right) \left(\frac{K}{h_d}\right)^{0.79} \right] \left(\frac{L}{h_d}\right)^{0.21}$



### Datos :

- $H_D = 9.98 \text{ m}$   
 $q = 70 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$   
 $Q_{\text{max}} = 3500 \text{ m}^3/\text{s}$   
 $K_s = 0.002 \text{ m}$   
 $\theta = 30^\circ$   
 $b = 50 \text{ m}$

Fig 8 Comparación de métodos para la localización del punto crítico

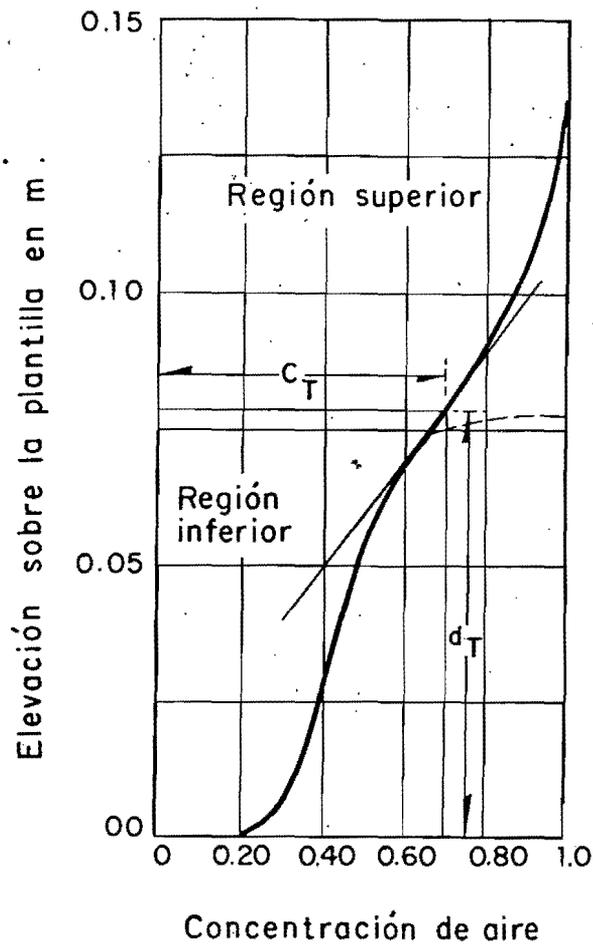


Fig 9 Estructura del flujo aireado según Straub y Anderson

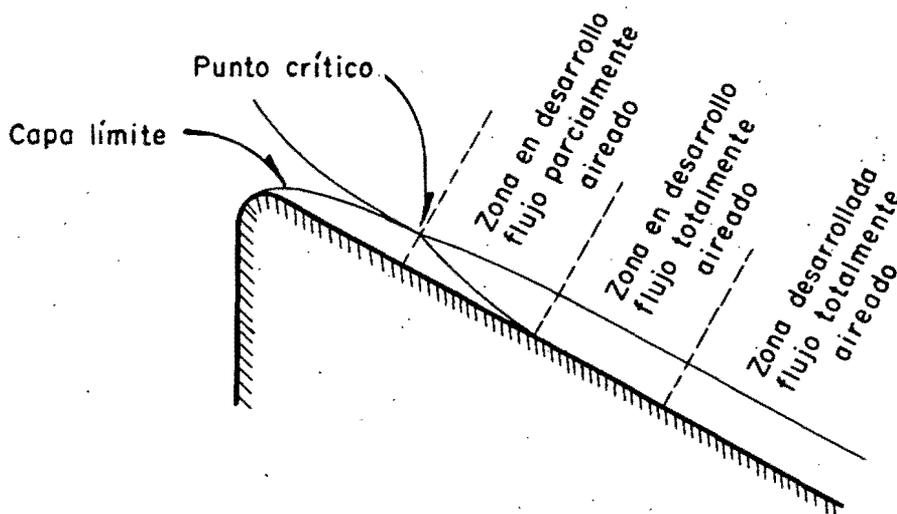


Fig 10 Estructura del flujo aireado según Keller y Wood

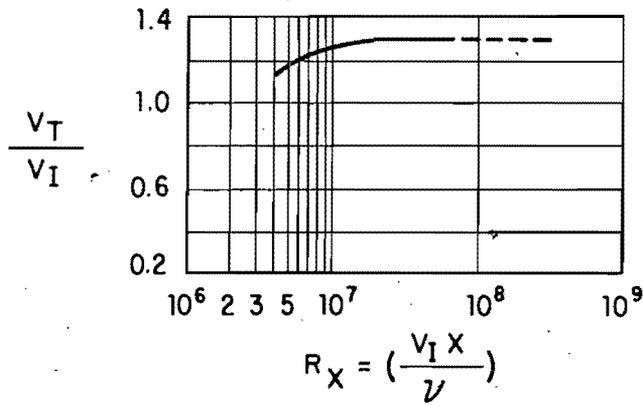


Fig 11 Relación entre  $V_T/V_I$  y  $R_X$ , ref. 62

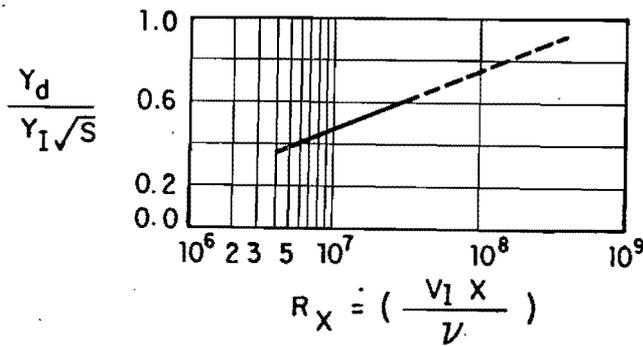


Fig 12 Relación entre  $Y_d/Y_I \sqrt{s}$  y  $R_X$ , ref. 62

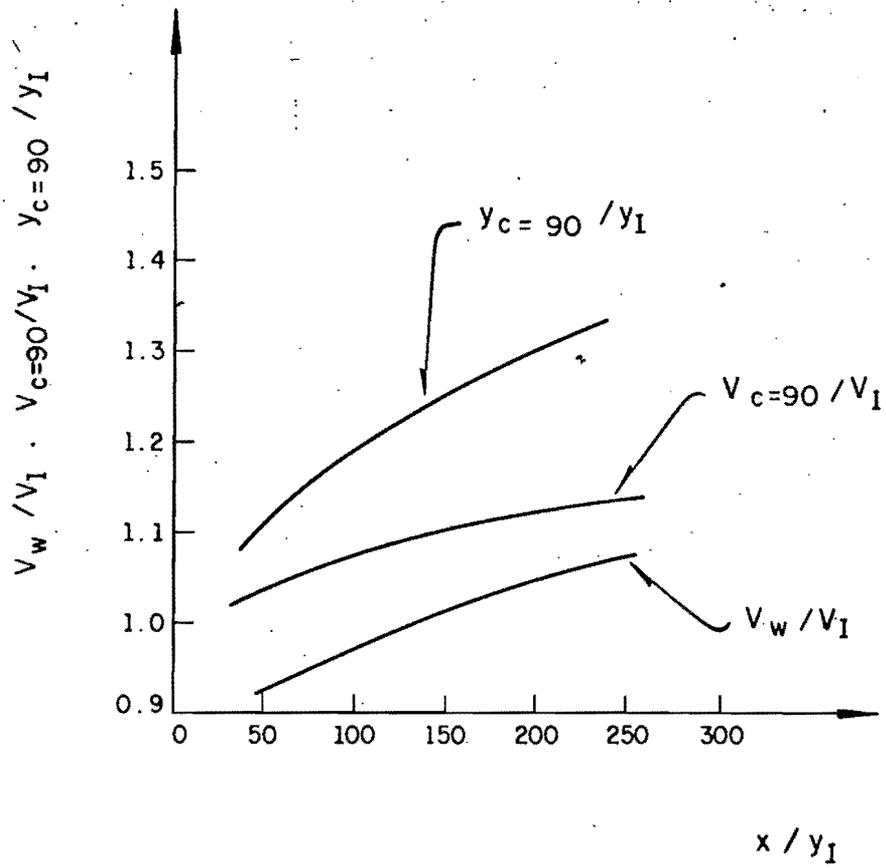


Fig 13 Variación de parámetros adimensionales, a partir del punto de inyección, ref. 59

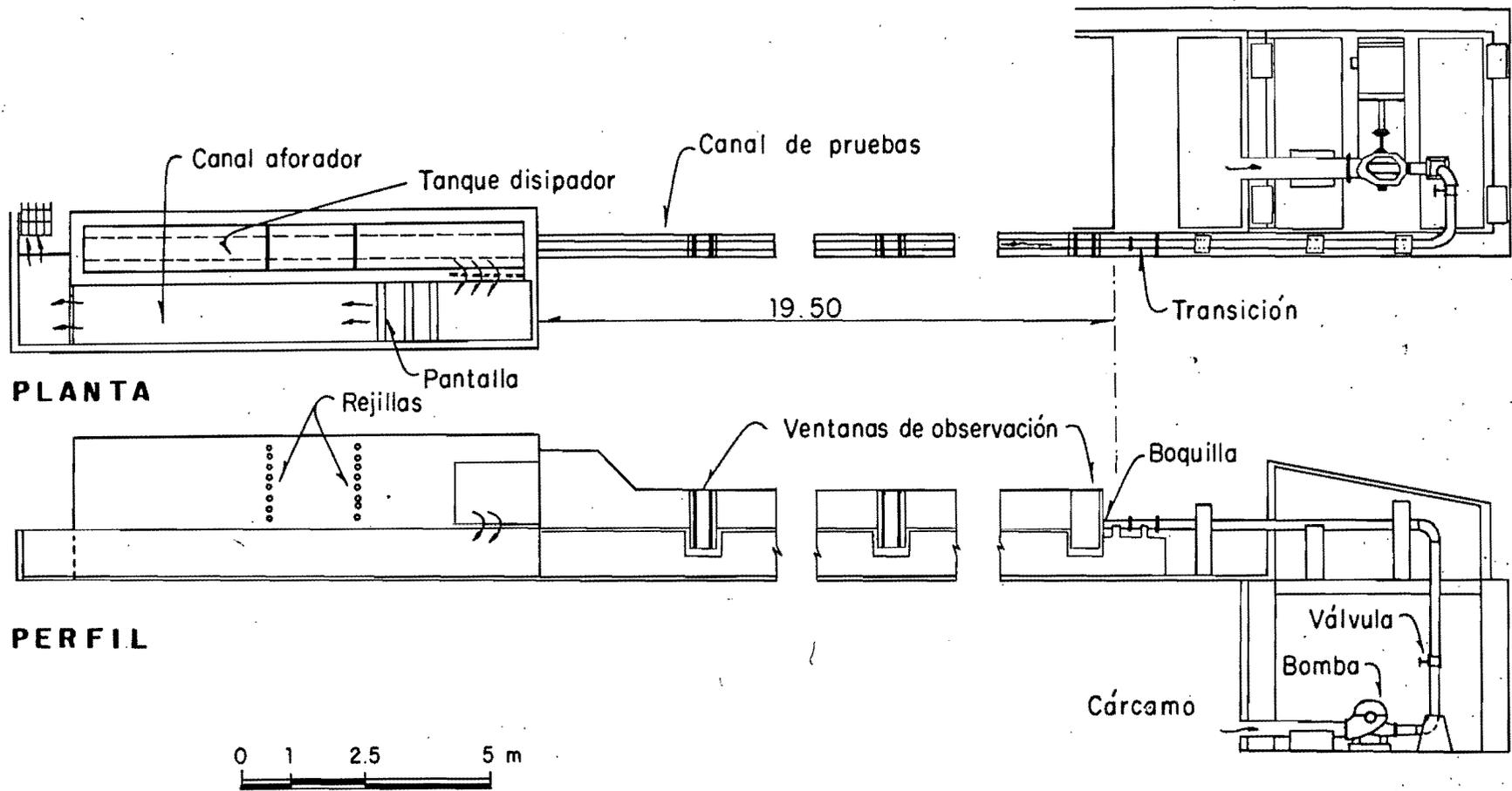
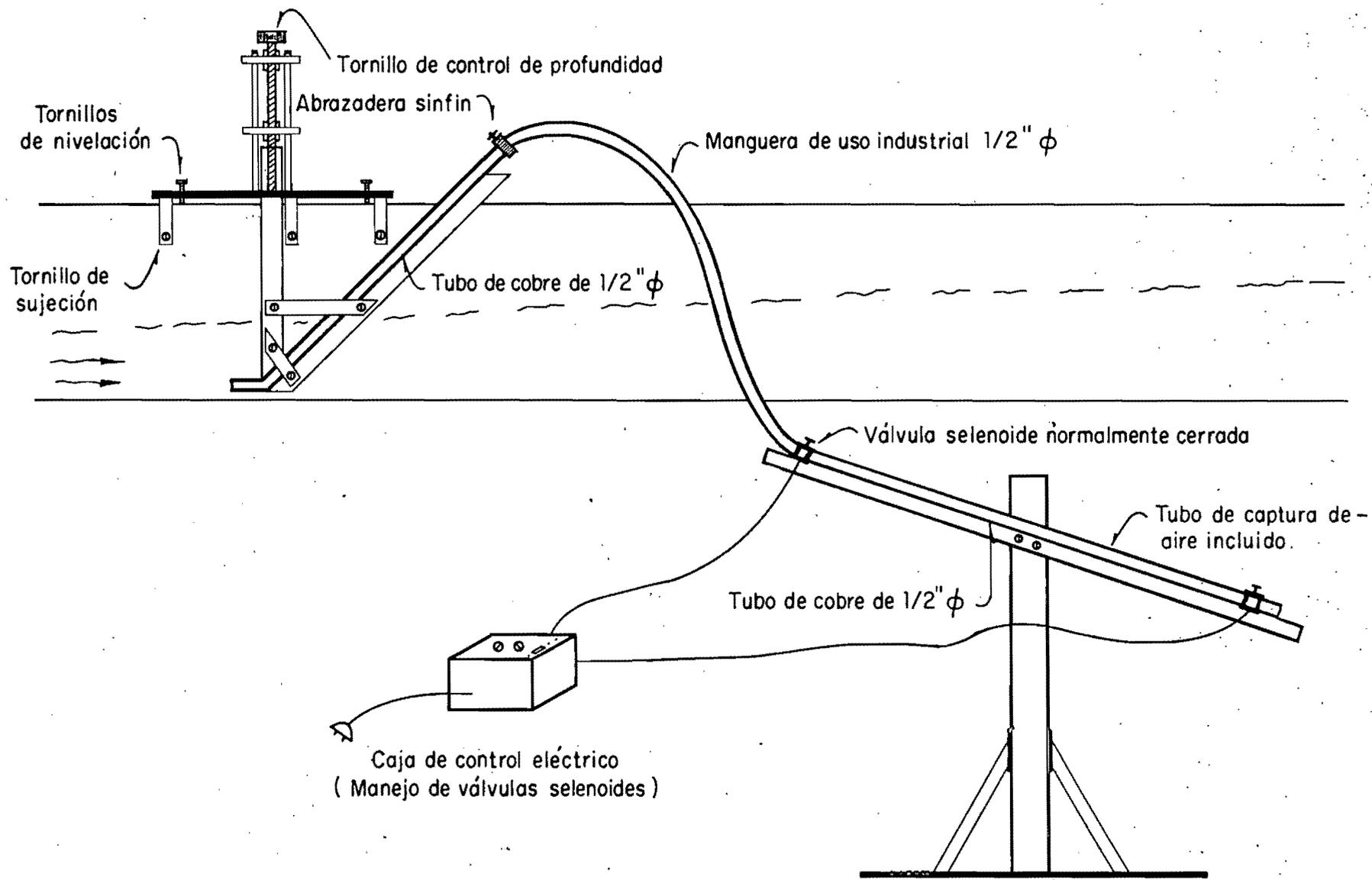


Fig 14 Instalación de alta velocidad



177

Fig 15 Medidor de concentración de aire

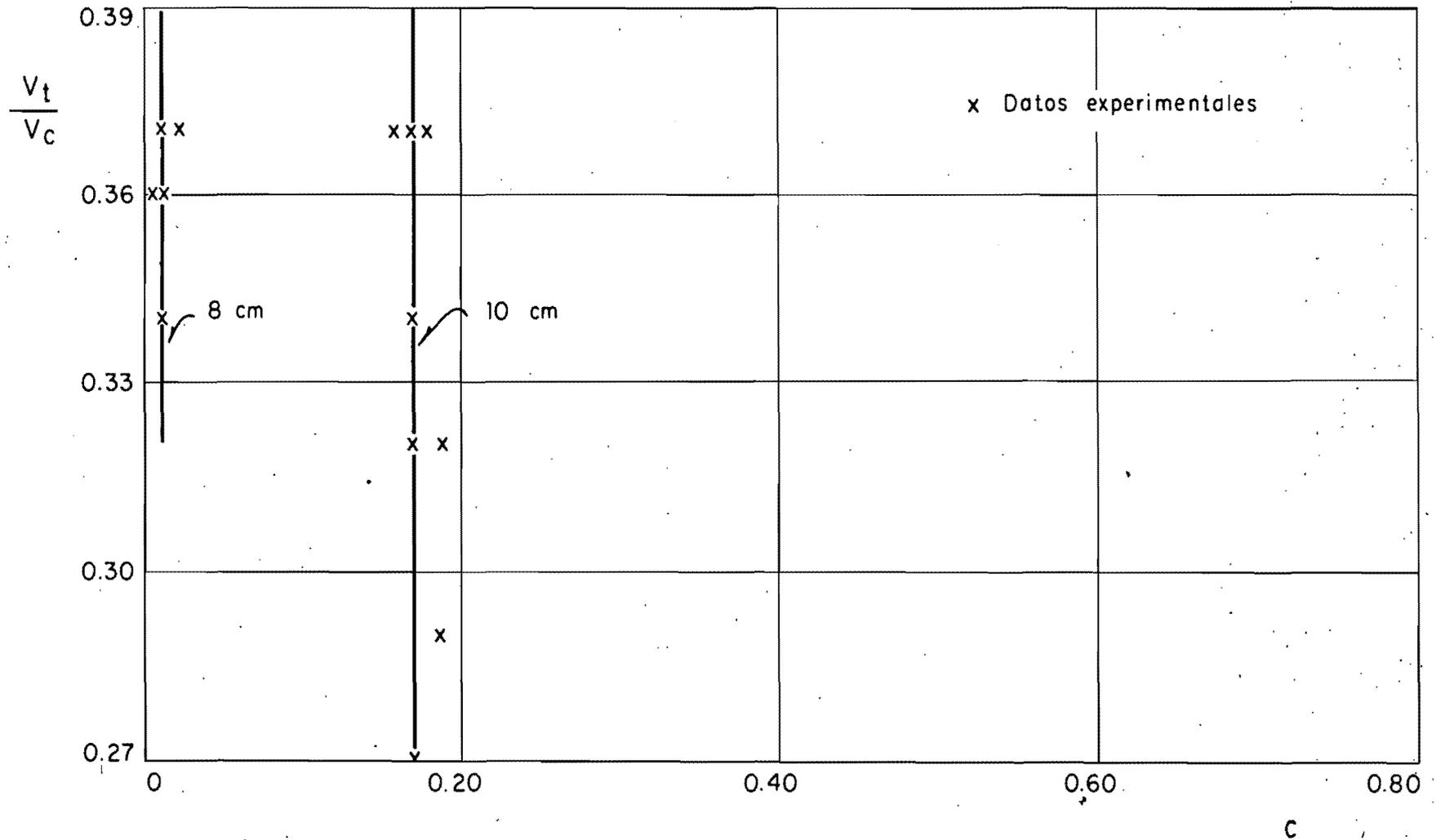


Fig 16 Relación  $c-v_t/v_c$  obtenida con el medidor de concentración de aire a 8 y 10 cm de la plantilla con diferentes cierres al final del tubo. El medidor se colocó a 1.50 m de la boquilla.

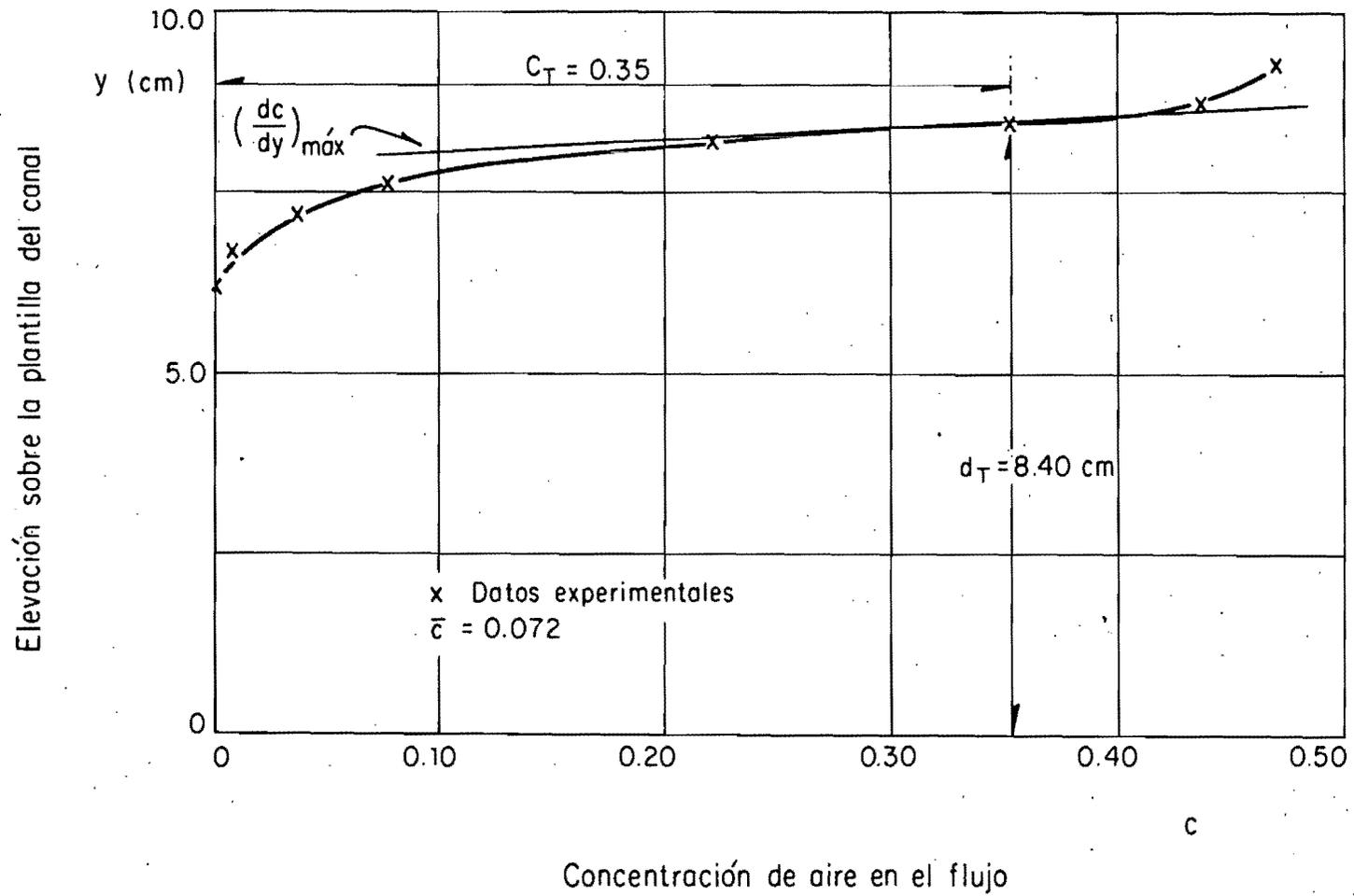


Fig 17 Relación c-y, medidor colocado a 0.85 m de la boquilla

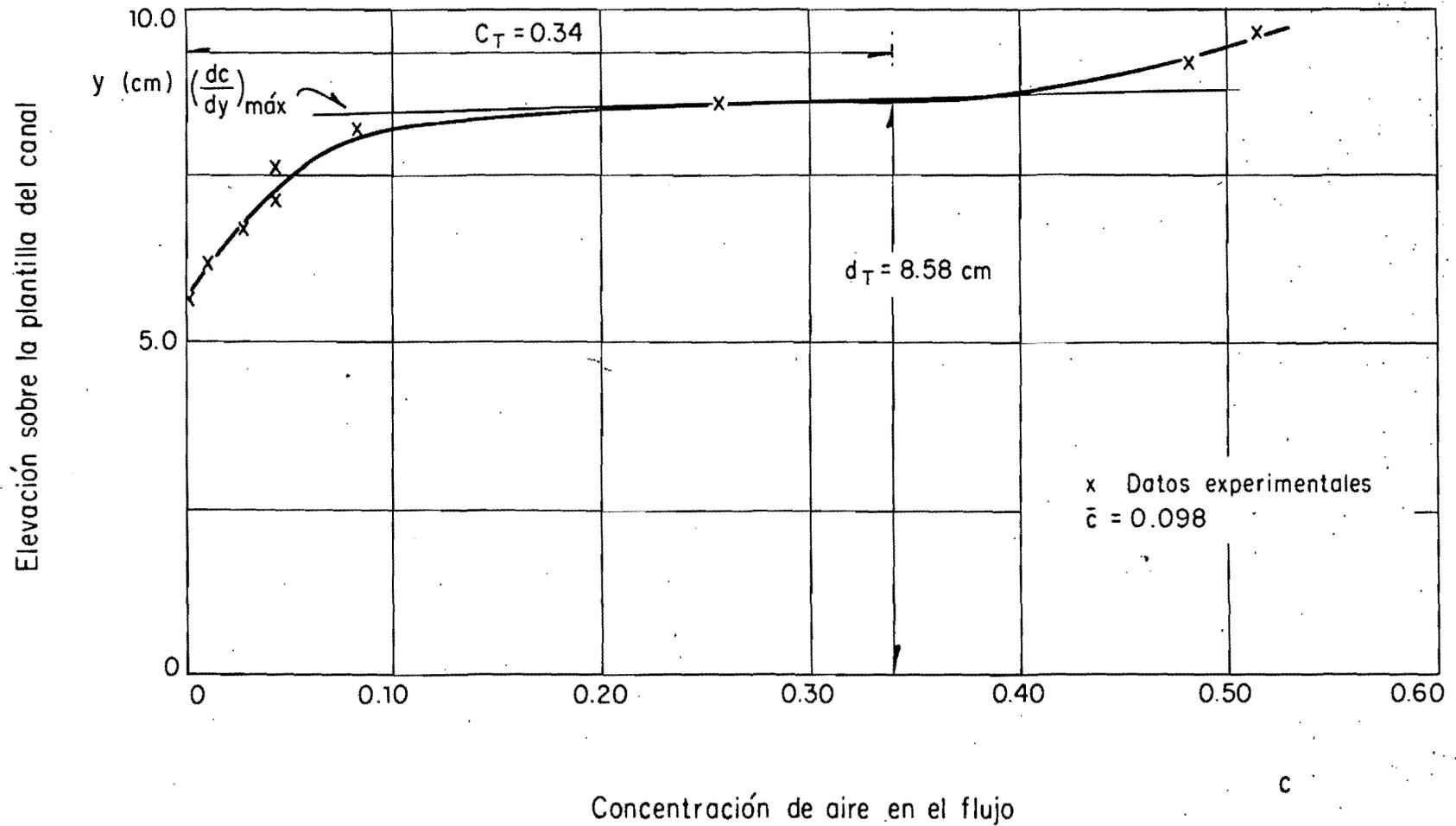


Fig 18 Relación  $c$ - $y$ , medidor colocado a 1.00 m de la boquilla

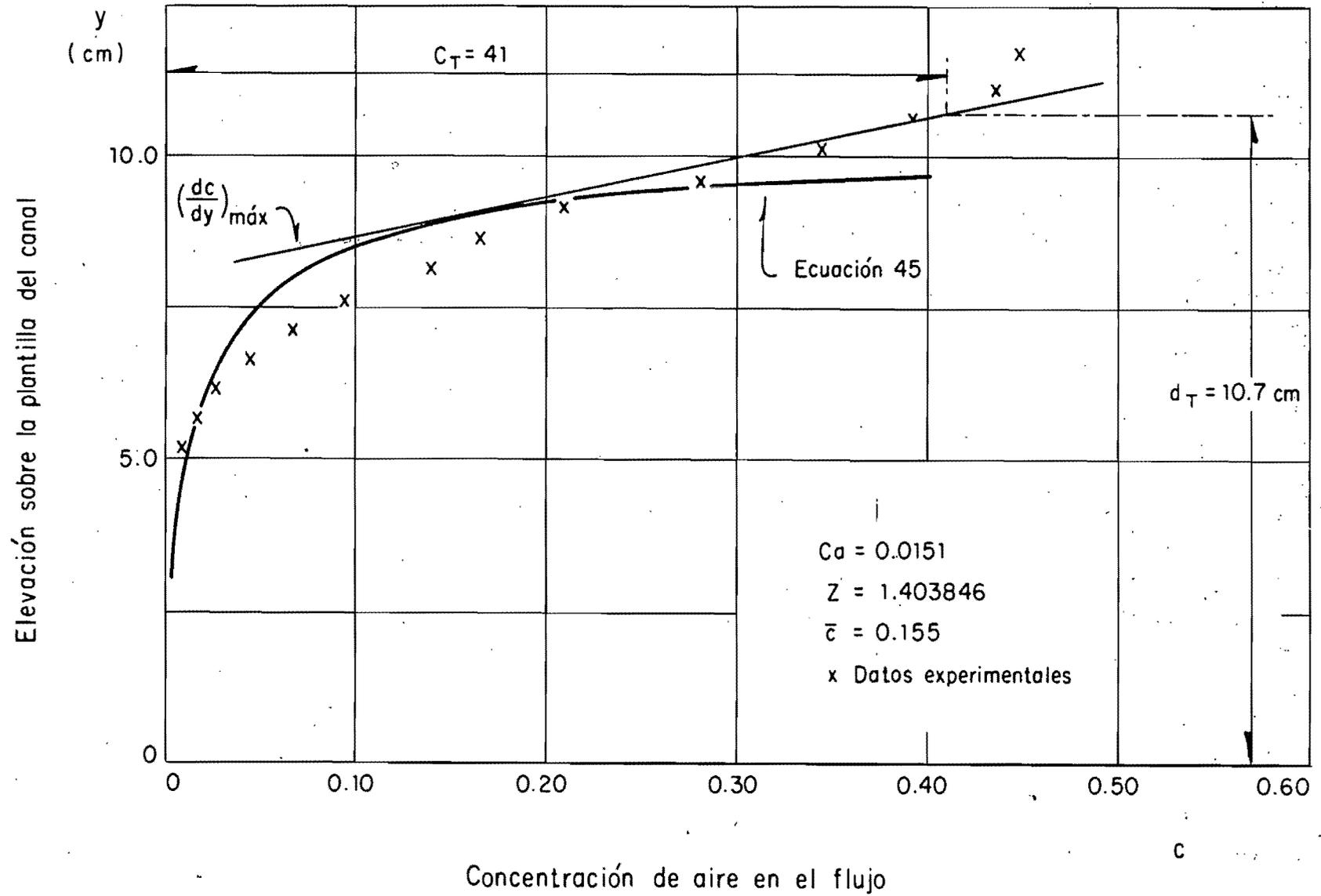


Fig 19 Relación  $c$ - $y$  , medidor colocado a 1.50 m de la boquilla

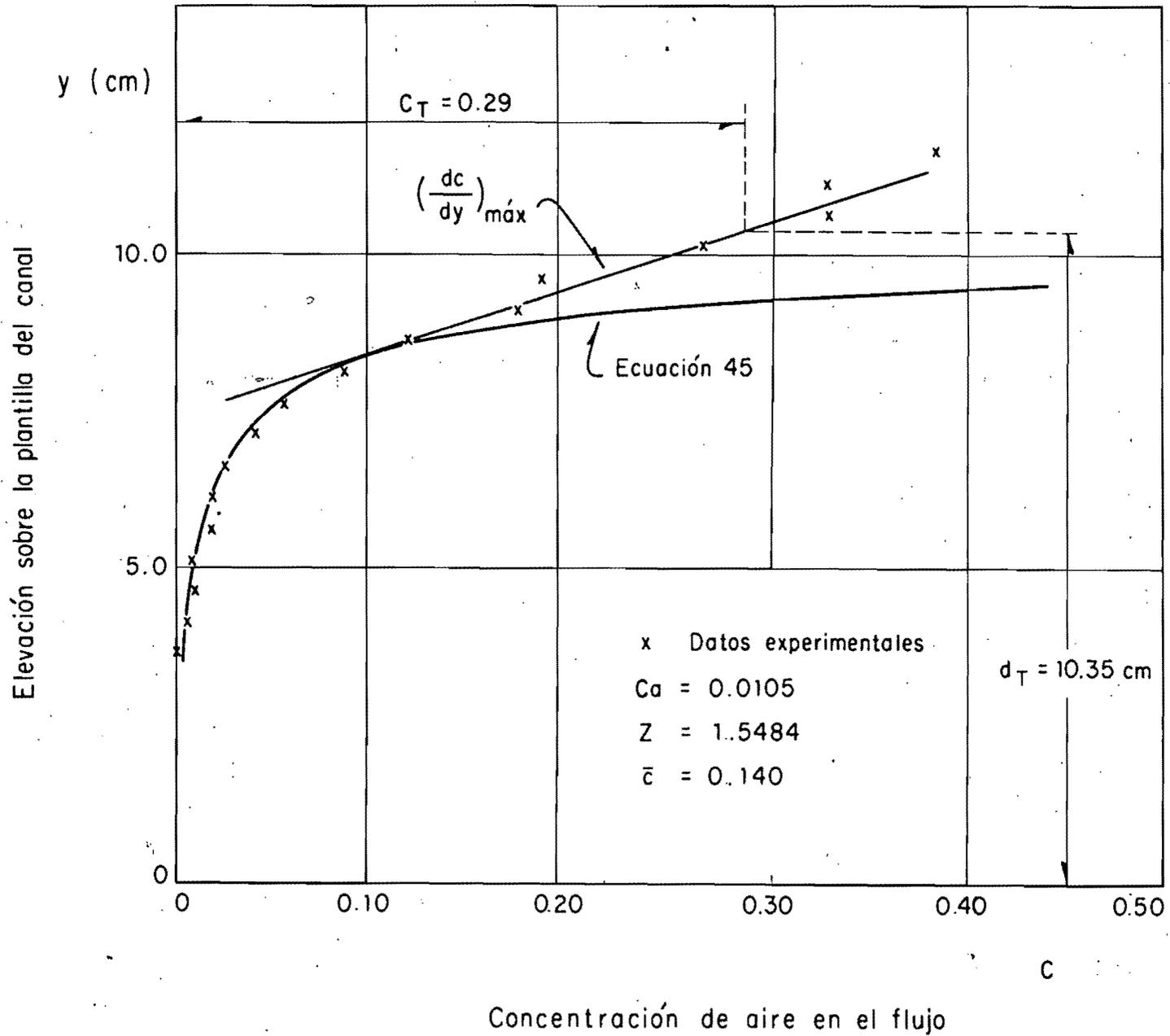


Fig 20 Relación  $c$ - $y$ , medidor colocado a 2.00 m de la boquilla

Elevación sobre la plantilla del canal

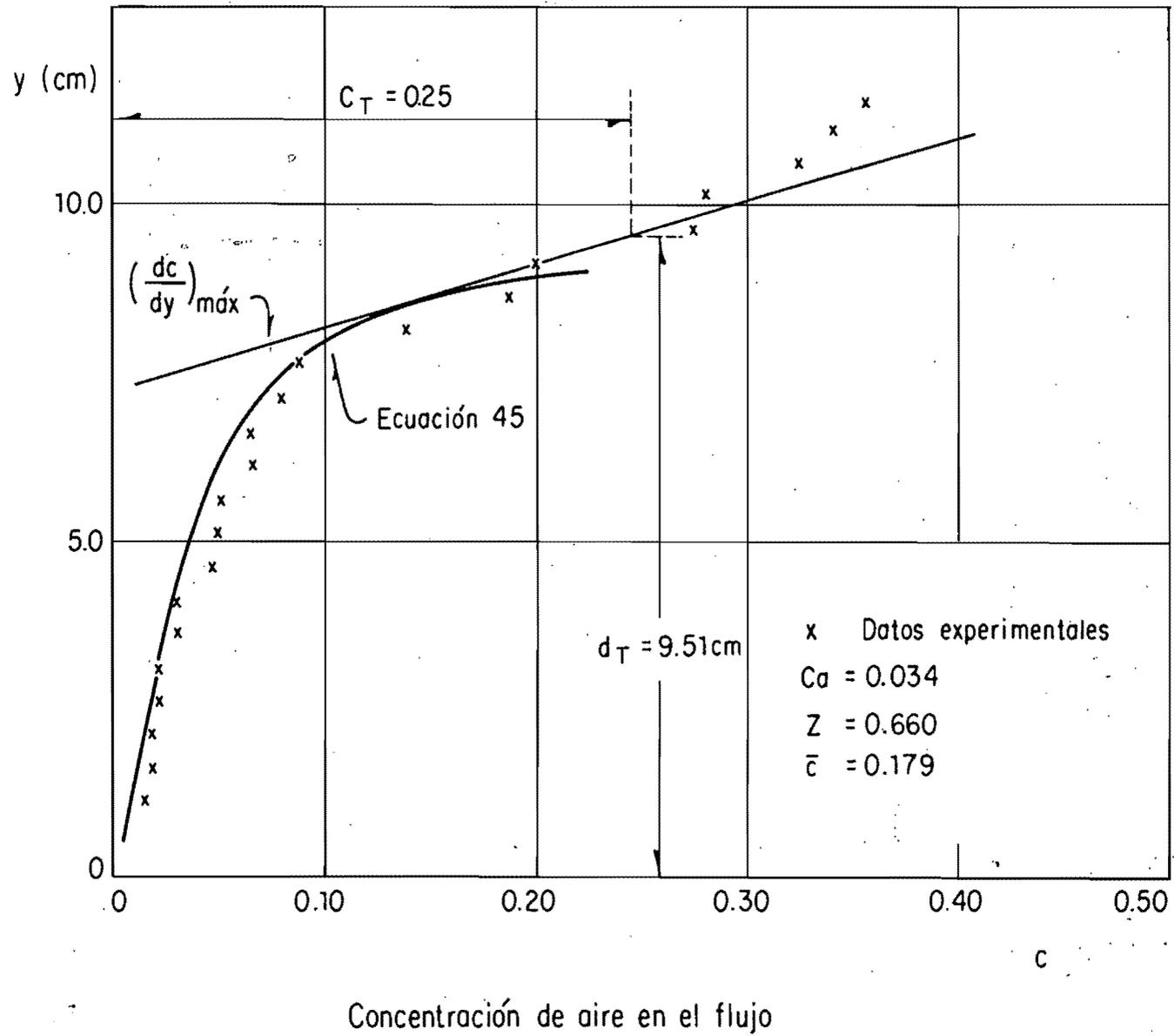


Fig 21 Relación c-y , medidor colocado a 2.50 m de la boquilla

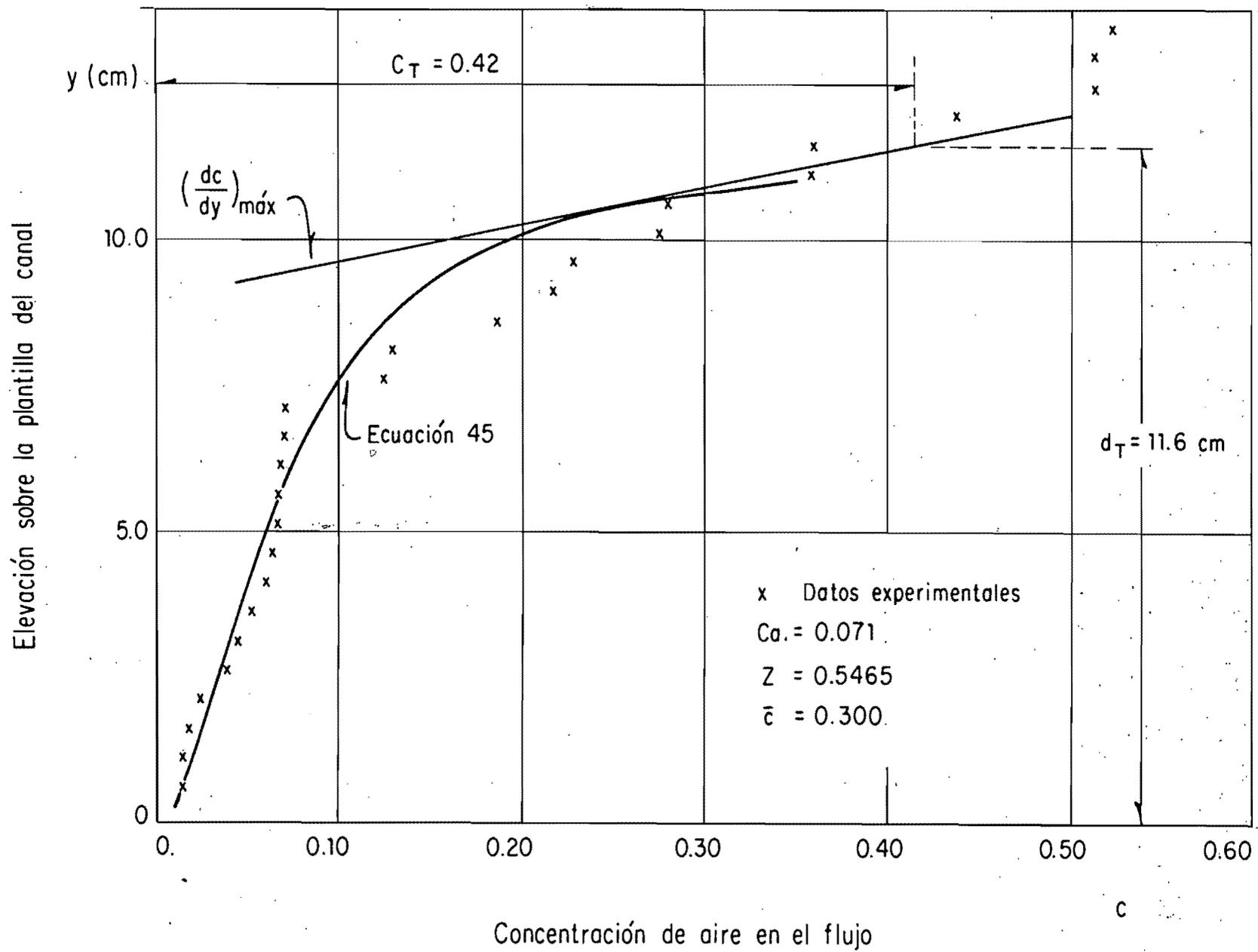


Fig 22 Relación  $c$ - $y$  , medidor colocado a 3.00 m de la boquilla

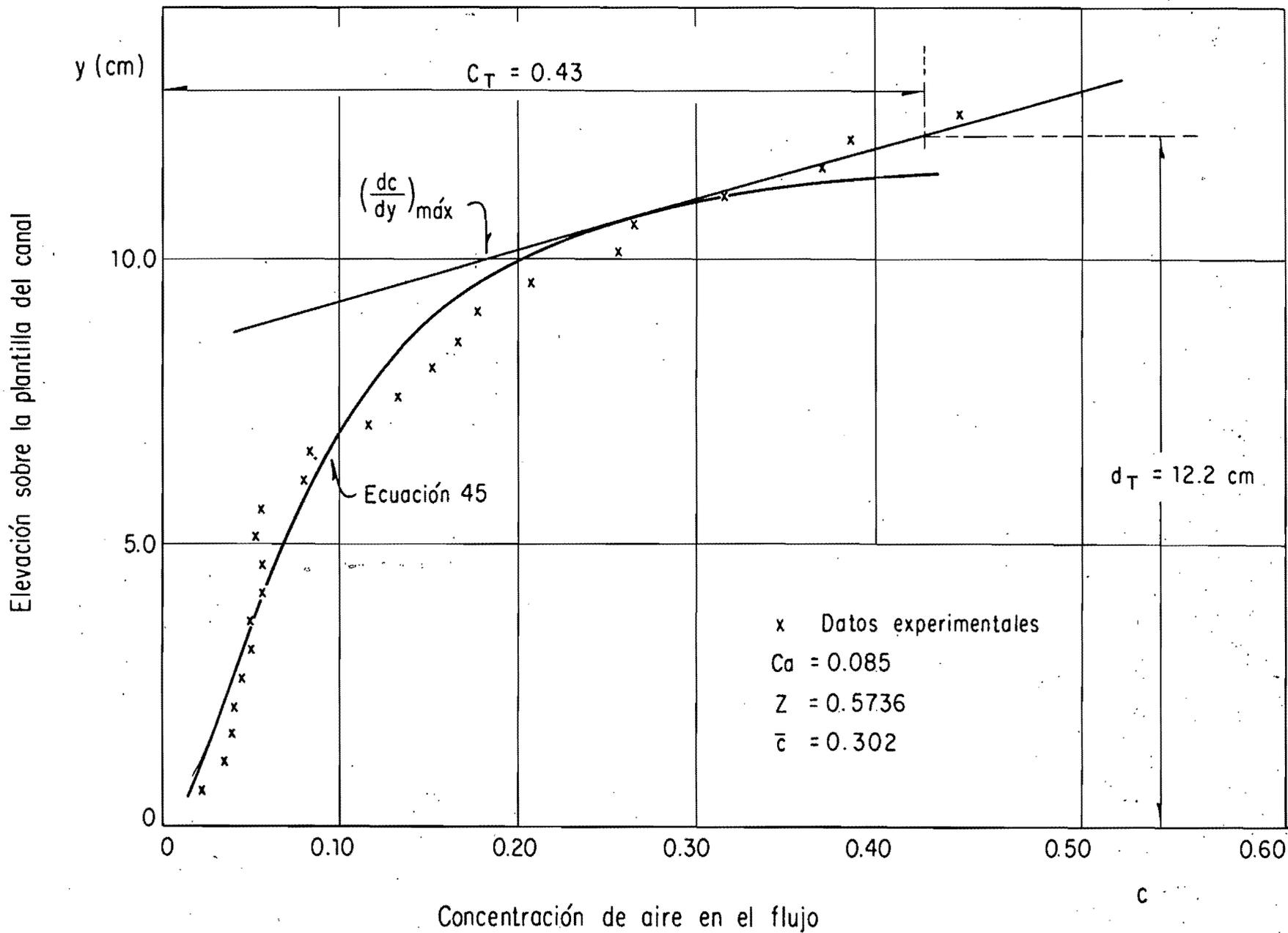


Fig 23 Relación  $c$ - $y$  , medidor colocado a 3.50 m de la boquilla

Elevación sobre la plantilla del canal

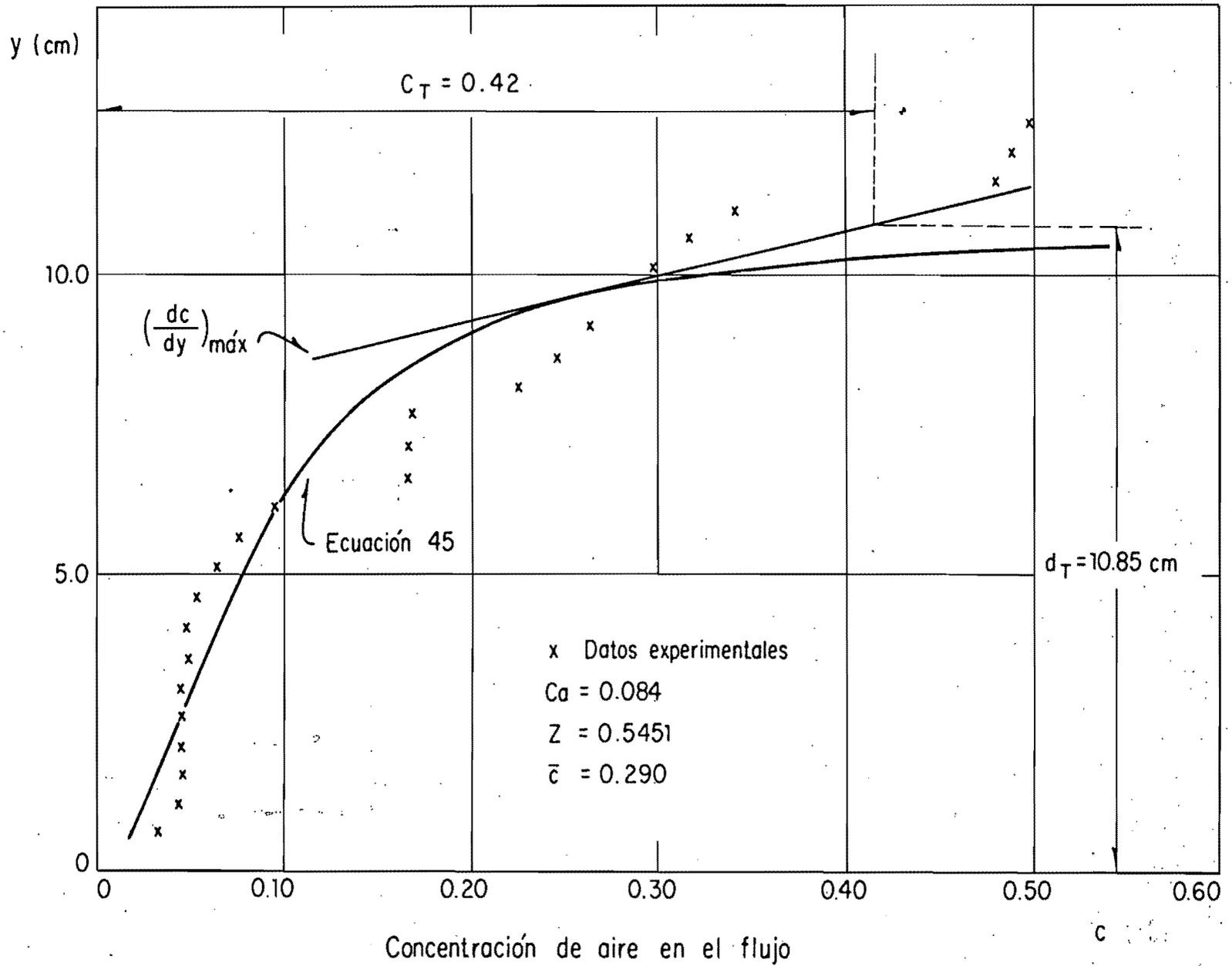
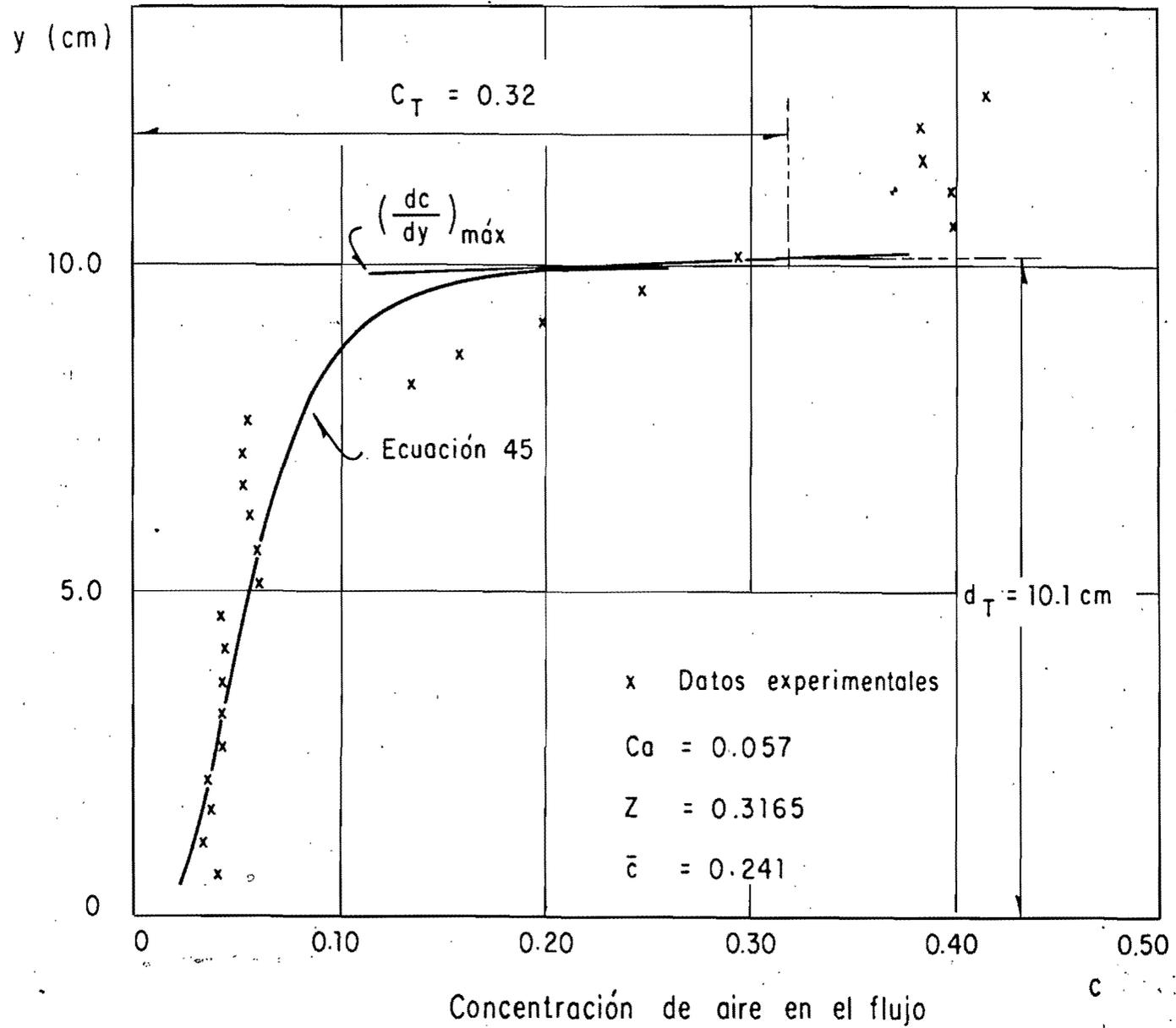


Fig 24 Relación c-y, medidor colocado a 4.00 m de la boquilla

Elevación sobre la plantilla del canal

Fig 25 Relación  $c - y$ , medidor colocado a 4.50 m de la boquilla

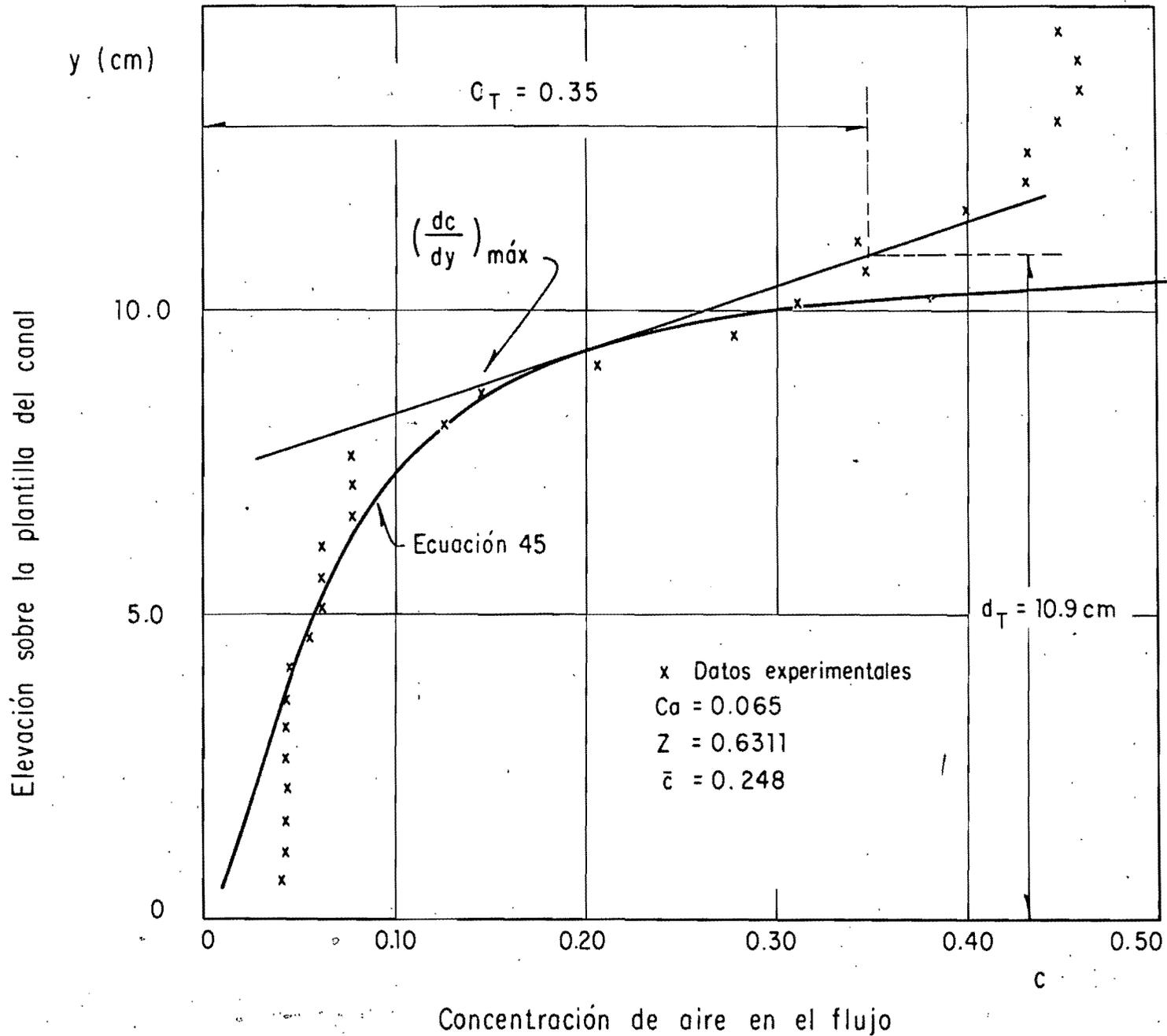


Fig 26 Relación  $c - y$  , medidor colocado a 5.00 m de la boquilla

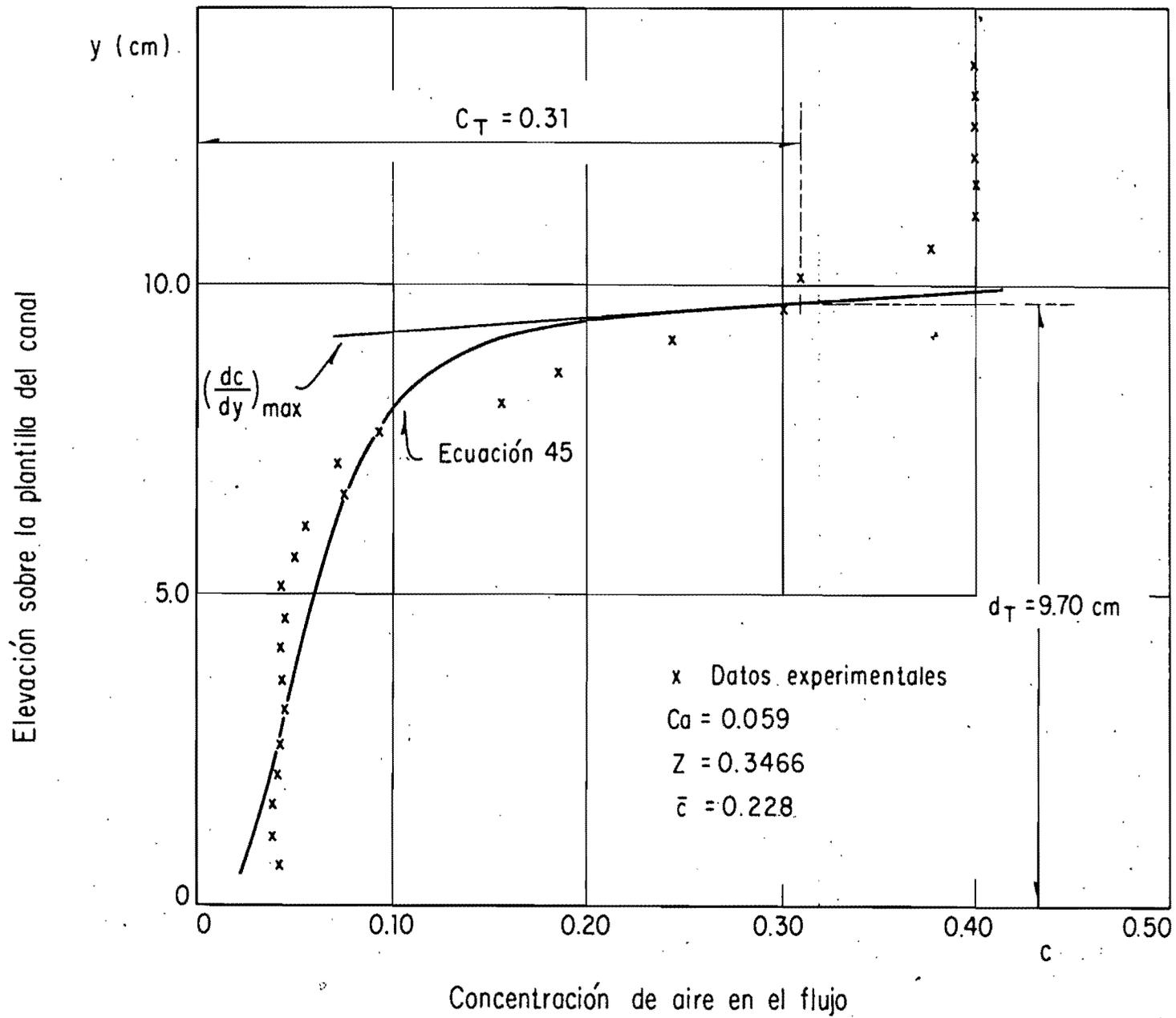


Fig 27 Relación  $c$ - $y$ , medidor colocado a 5.50 m de la boquilla

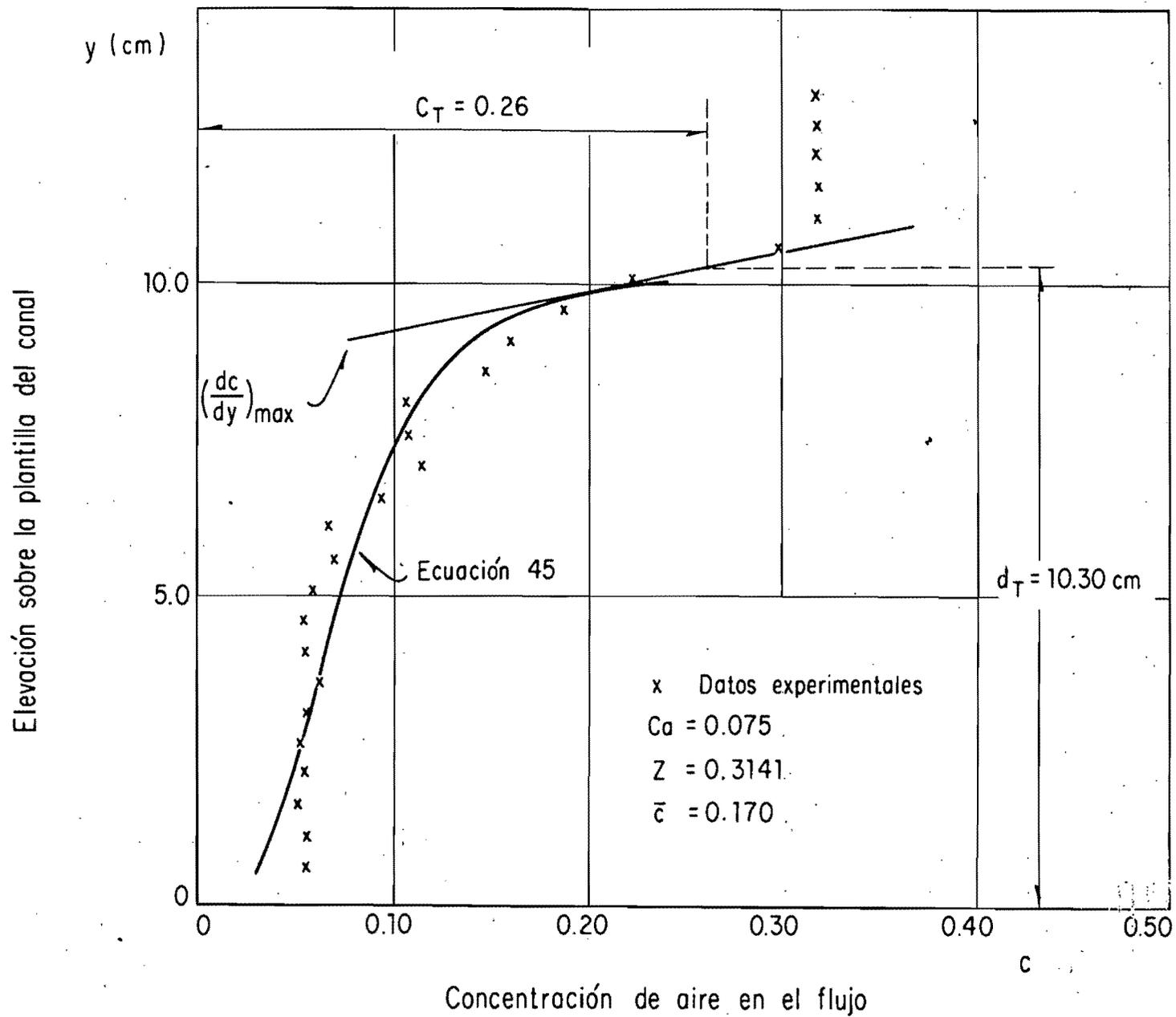


Fig 28 Relación c-y, medidor colocado a 6.00 m de la boquilla

Elevación sobre la plantilla del canal

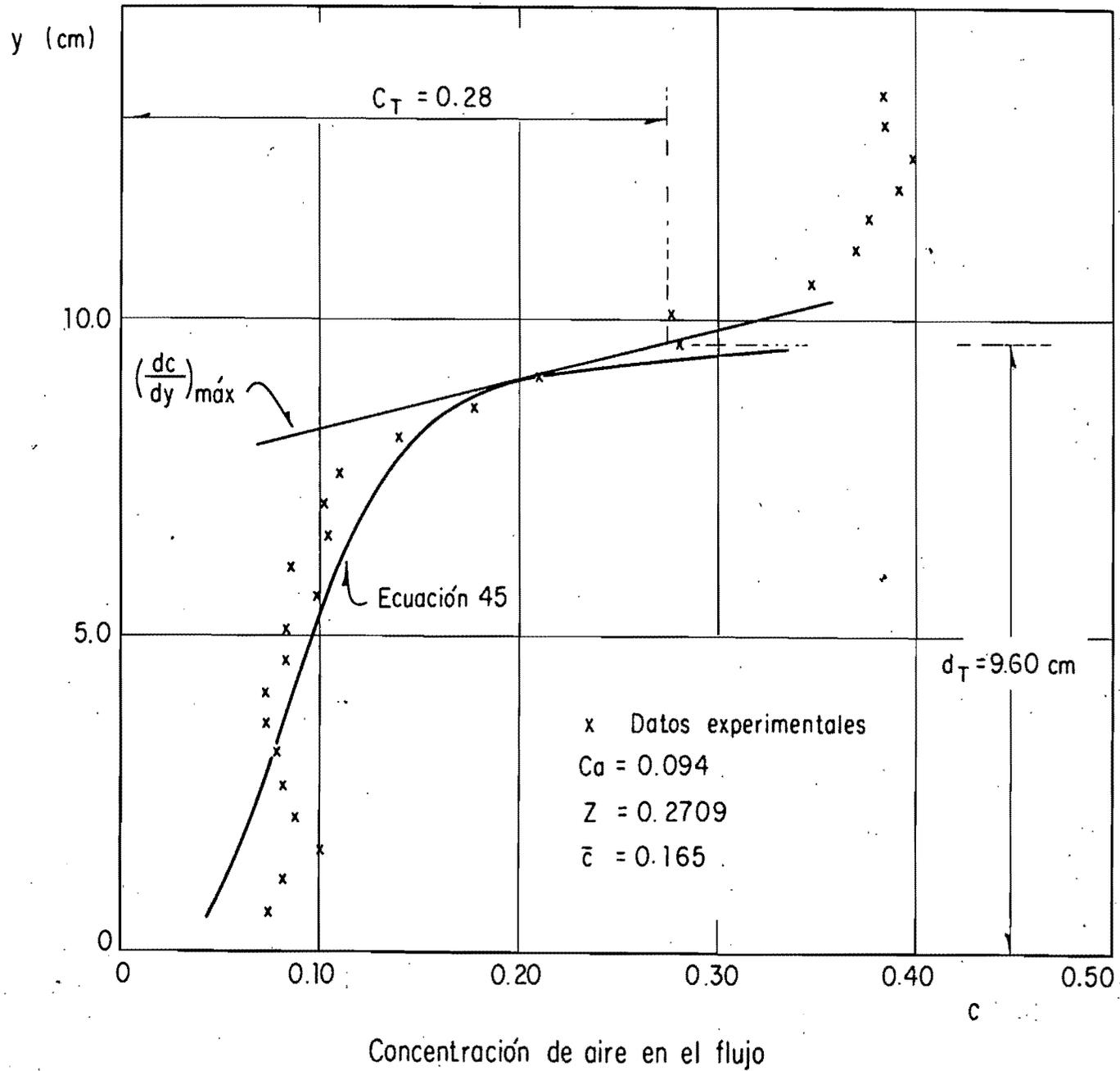


Fig 29 Relación c-y, medidor colocado a 6.50 m de la boquilla

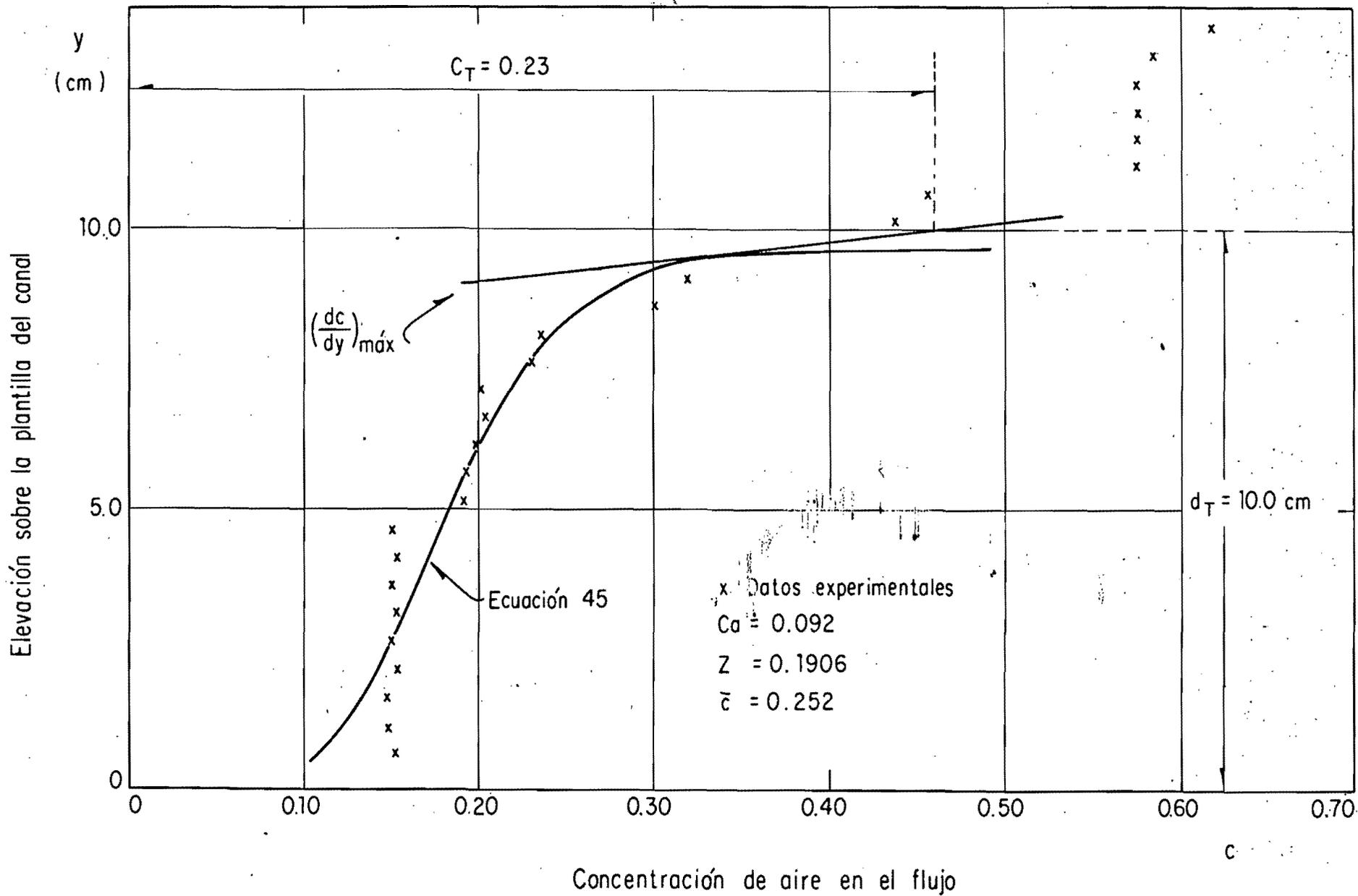


Fig 30 Relación c-y, medidor colocado a 7.00 m de la boquilla

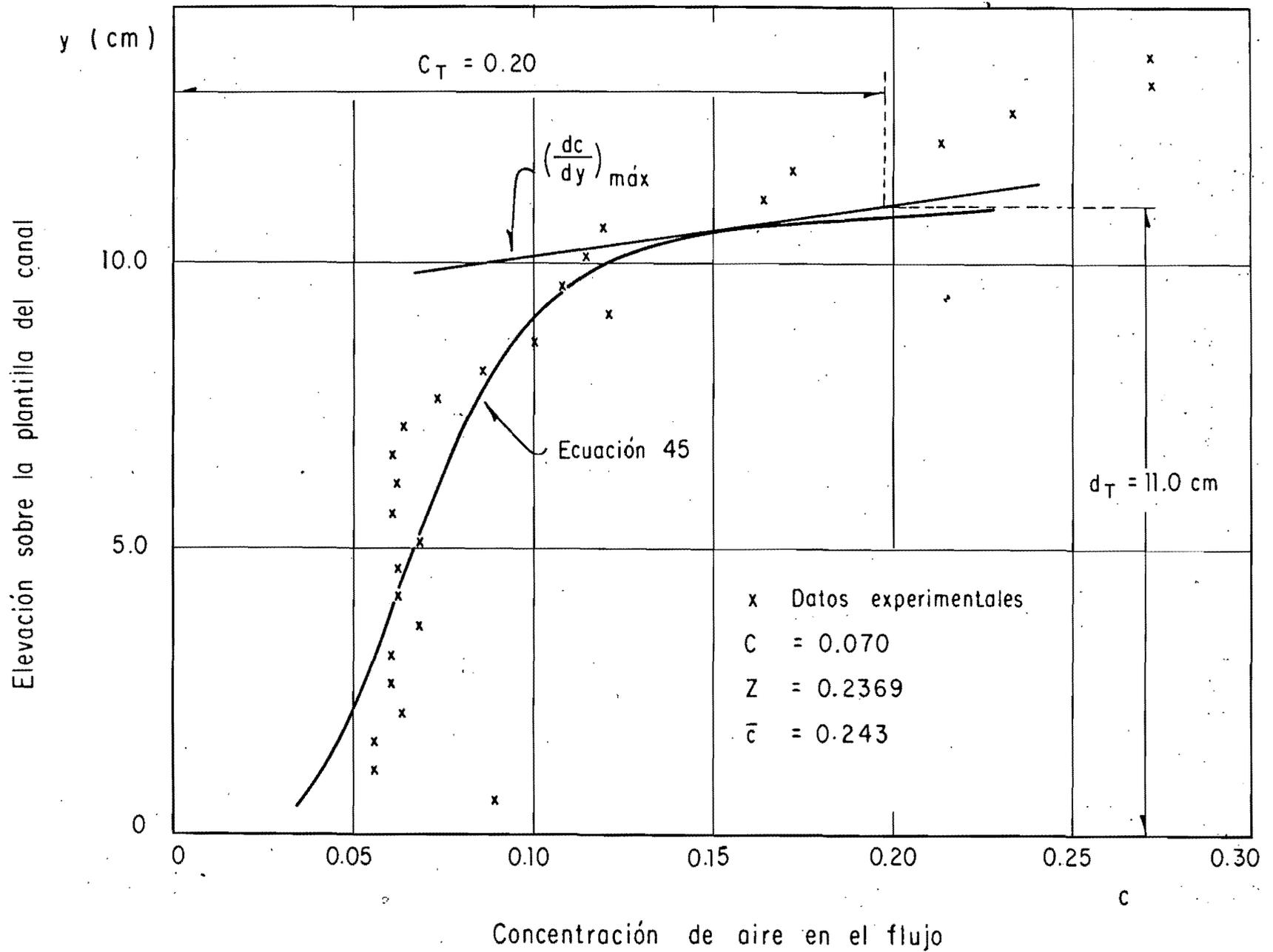


Fig 31 Relación  $c$ - $y$ , medidor colocado a 9.00 m de la boquilla

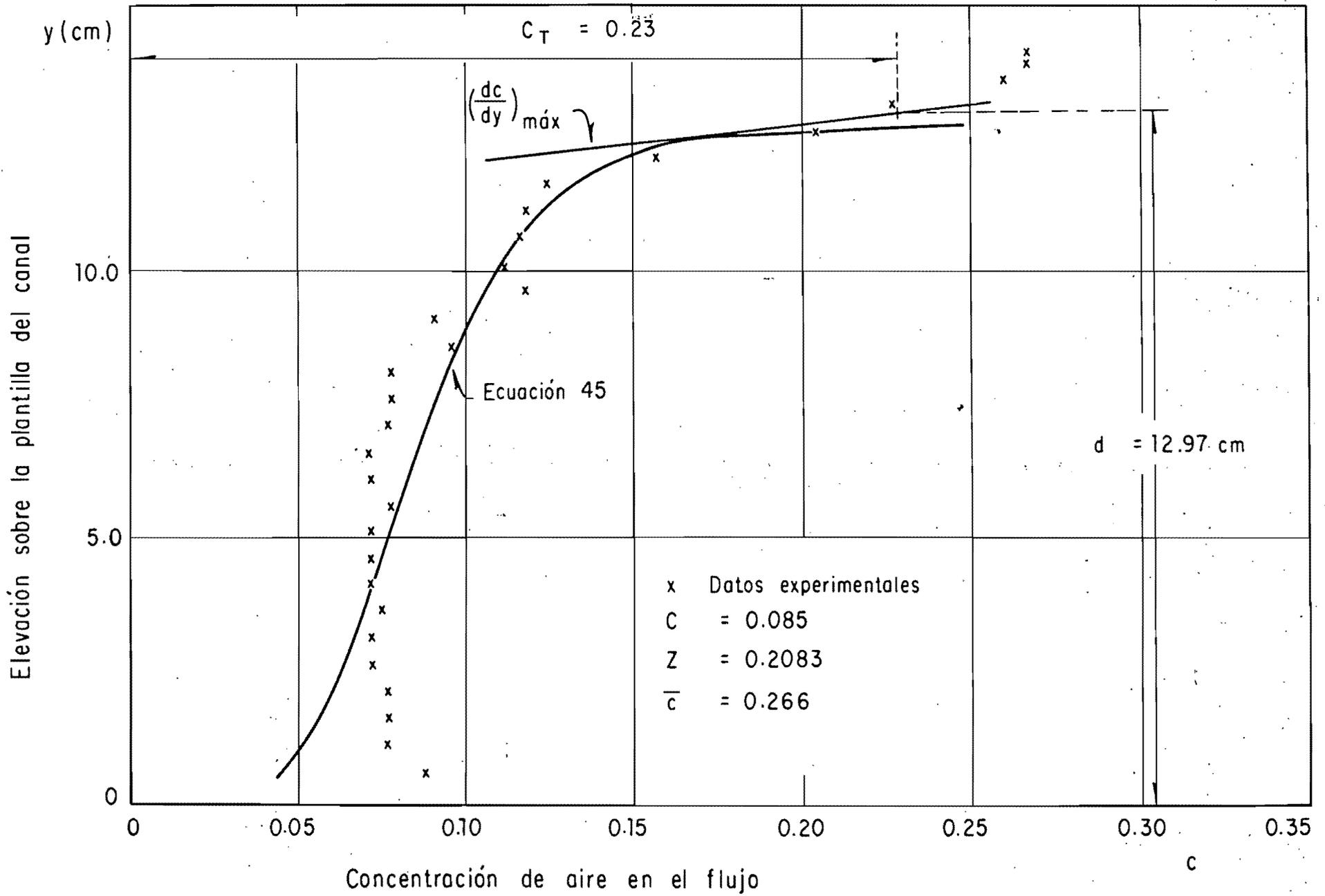


Fig 32 Relación  $c - y$ , medidor colocado a 11.00 m de la boquilla

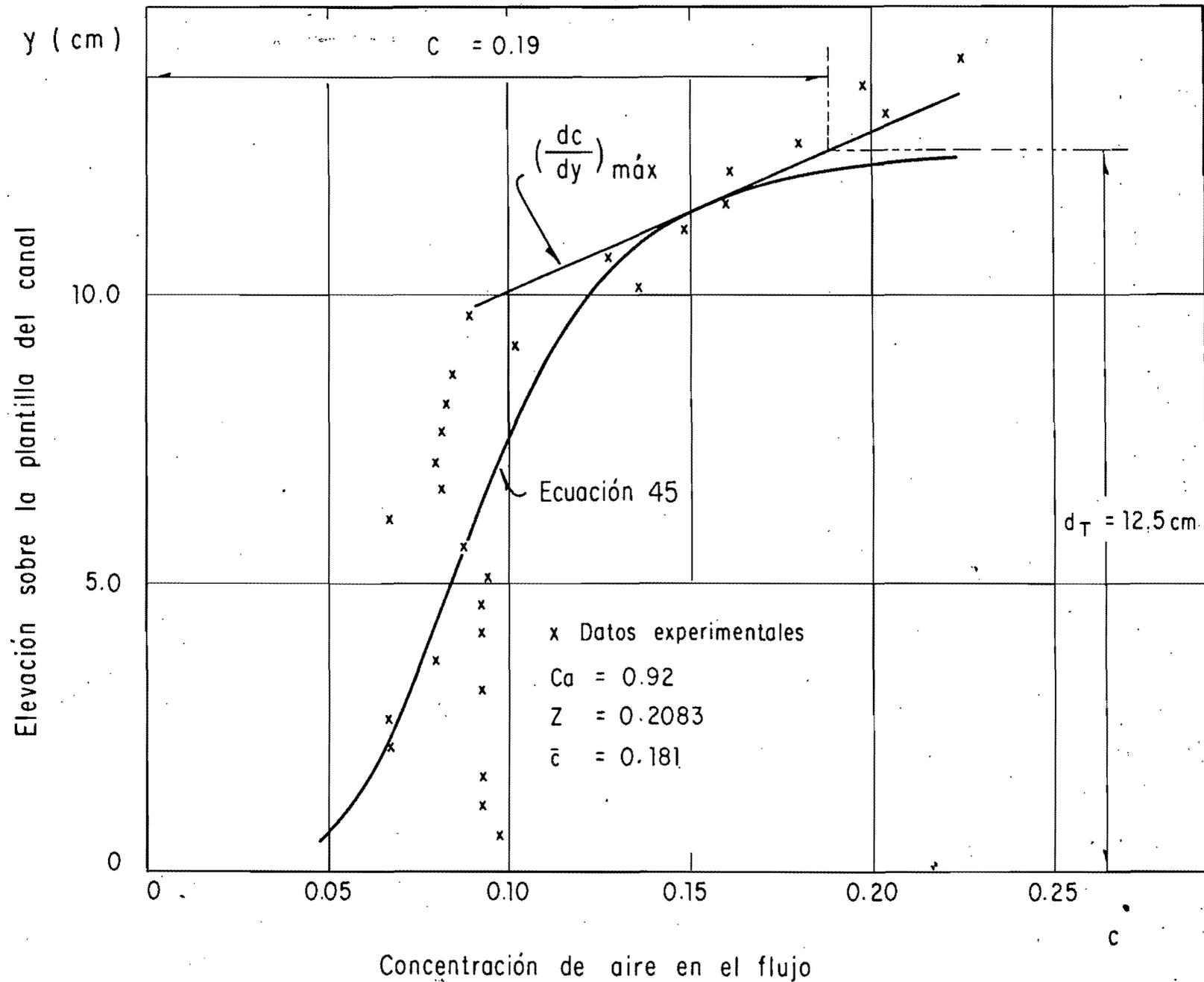


Fig 33 Relación  $c - y$ , medidor colocado a 13.00 m de la boquilla

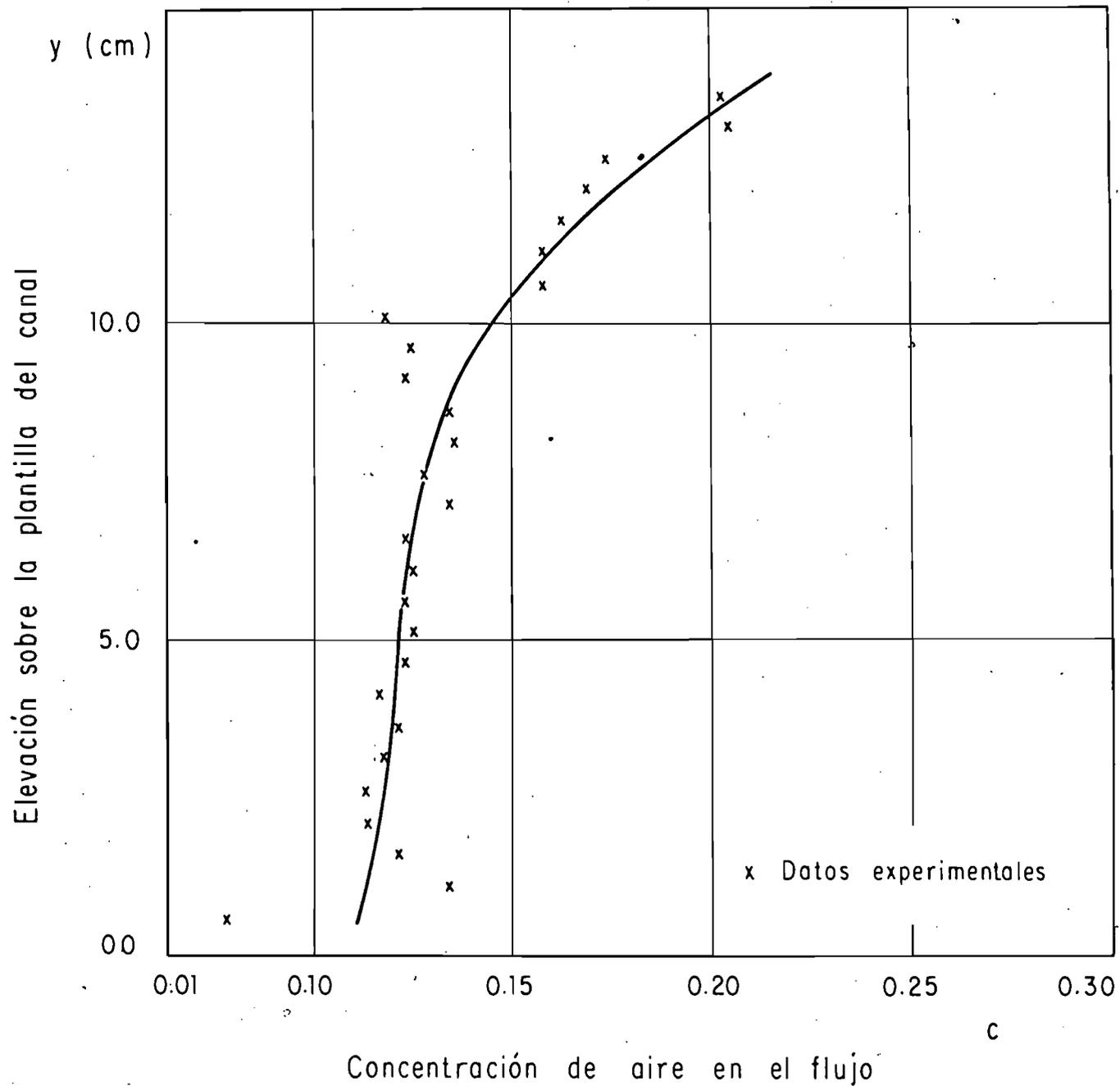


Fig 34 Relación  $c - y$ , medidor colocado a 14.955 m de la boquilla

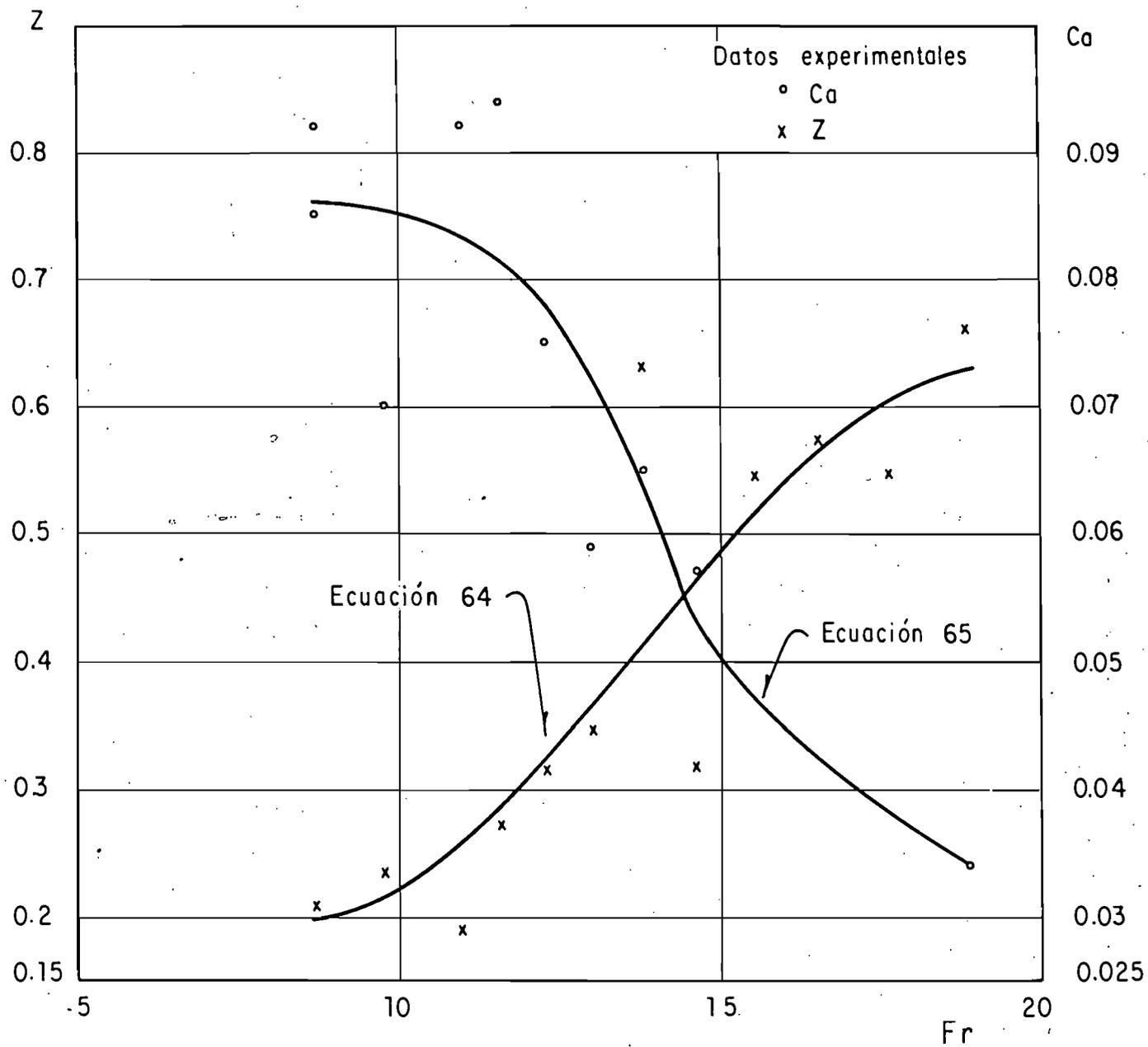


Fig 35 Constantes Ca y Z en función de Fr , para la ecuación  $C = Ca \left( \frac{y}{d_T - y} \right)^Z$  , en un canal con pendiente nula

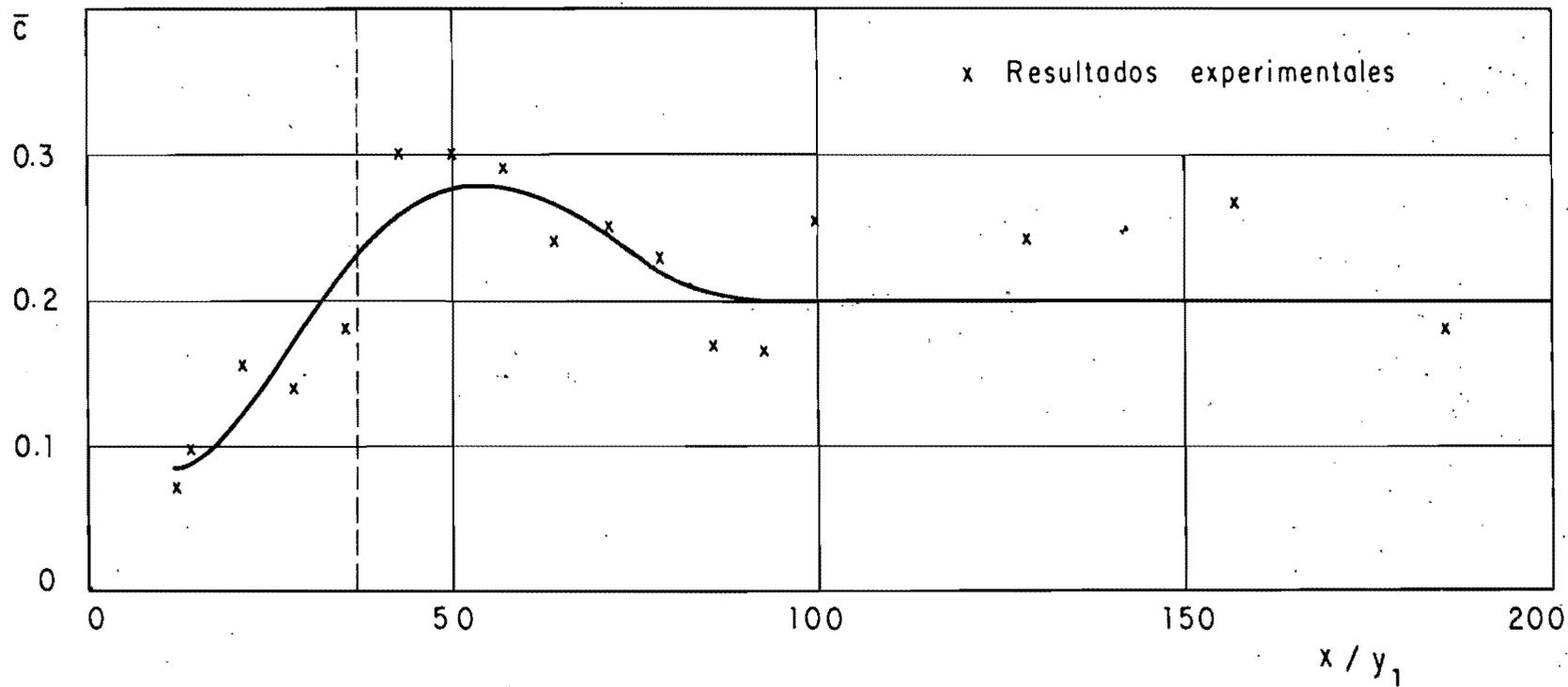


Fig 36 Comportamiento de la concentración media en la región inferior

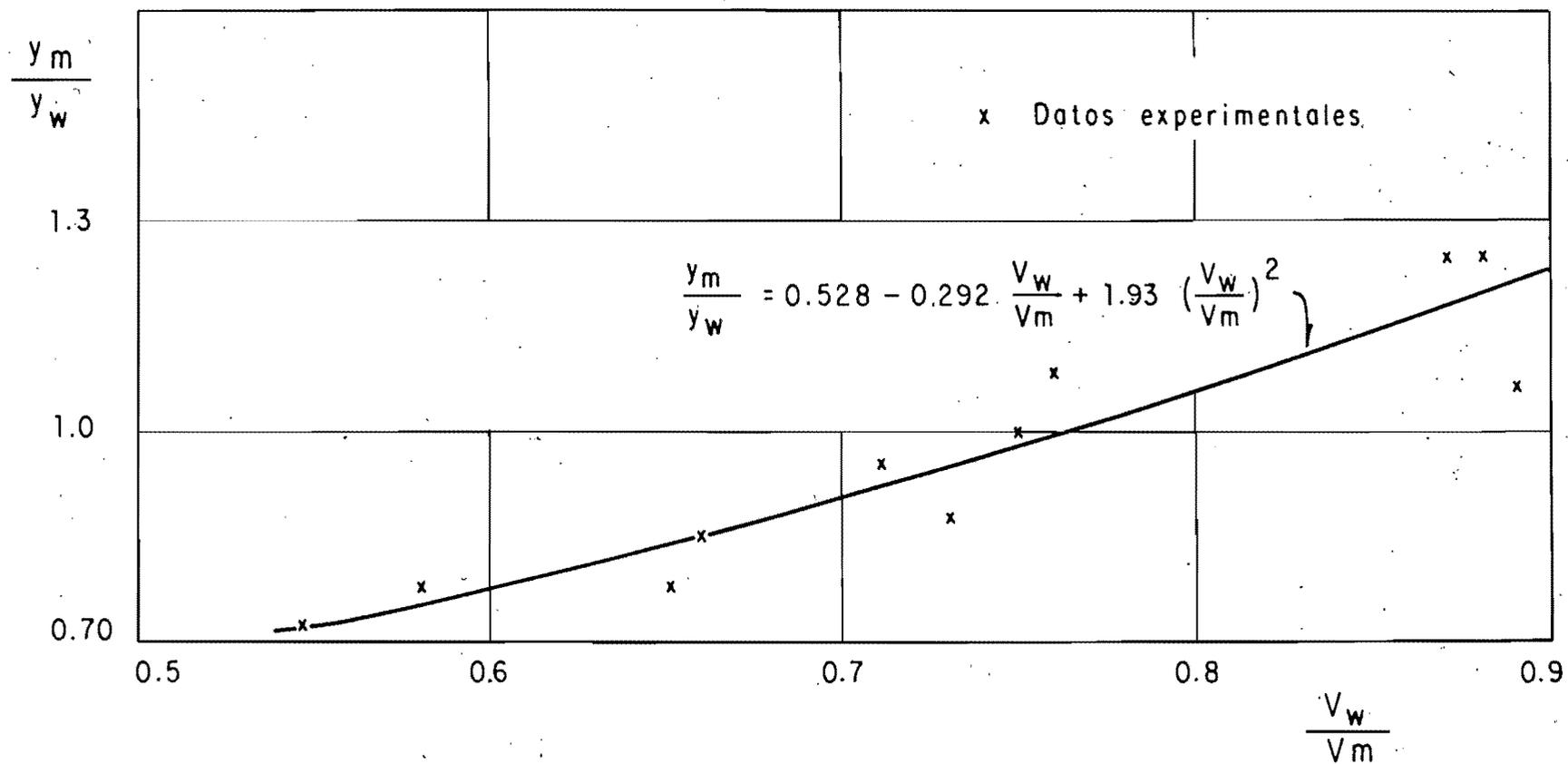


Fig 37 Relación entre  $V_w / V_m$  y  $y_m / y_w$

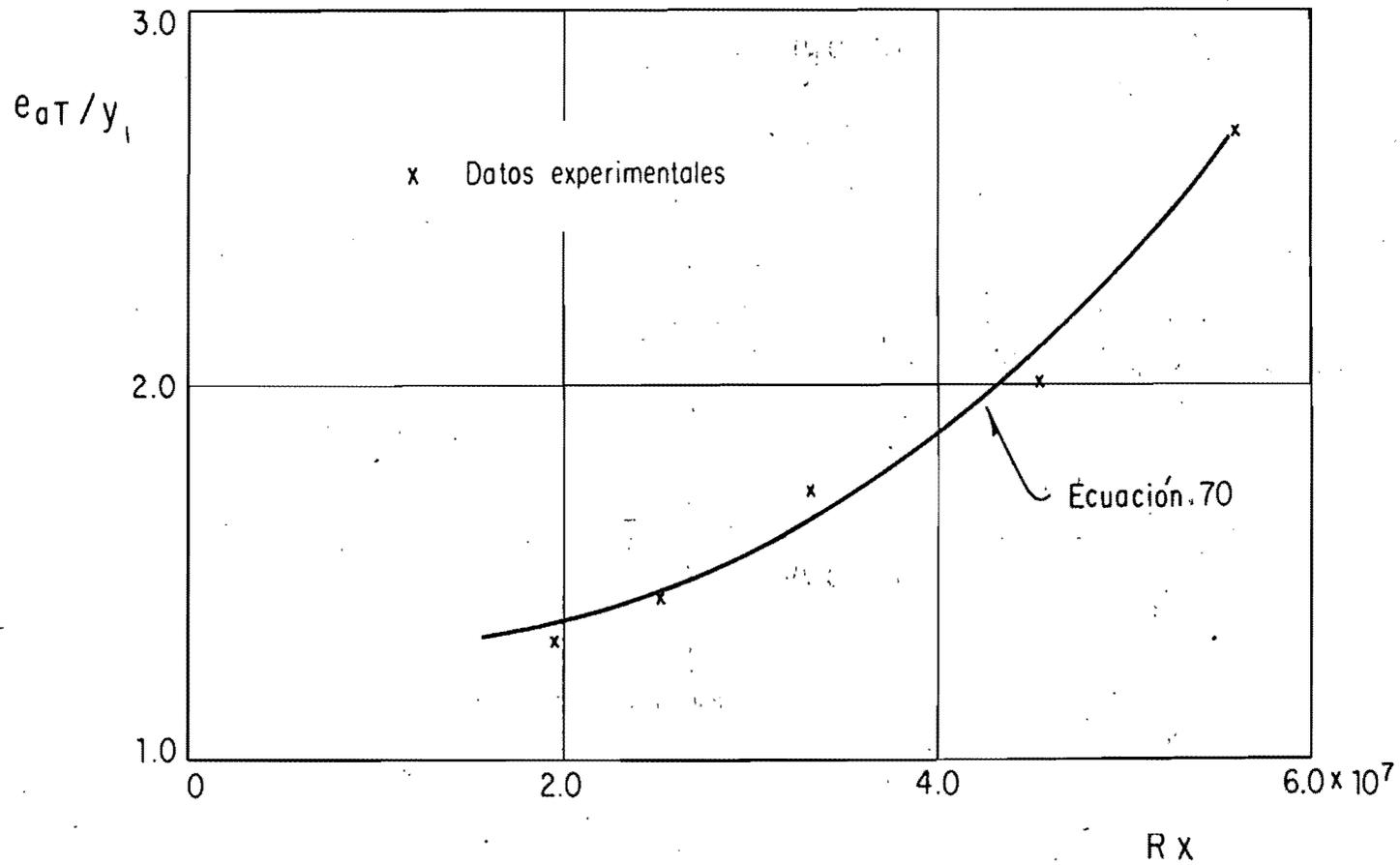


Fig 38 Relación  $Rx - e_{aT}/y_1$ , para  $S=0$ ,  $Fr = 27.15$ .

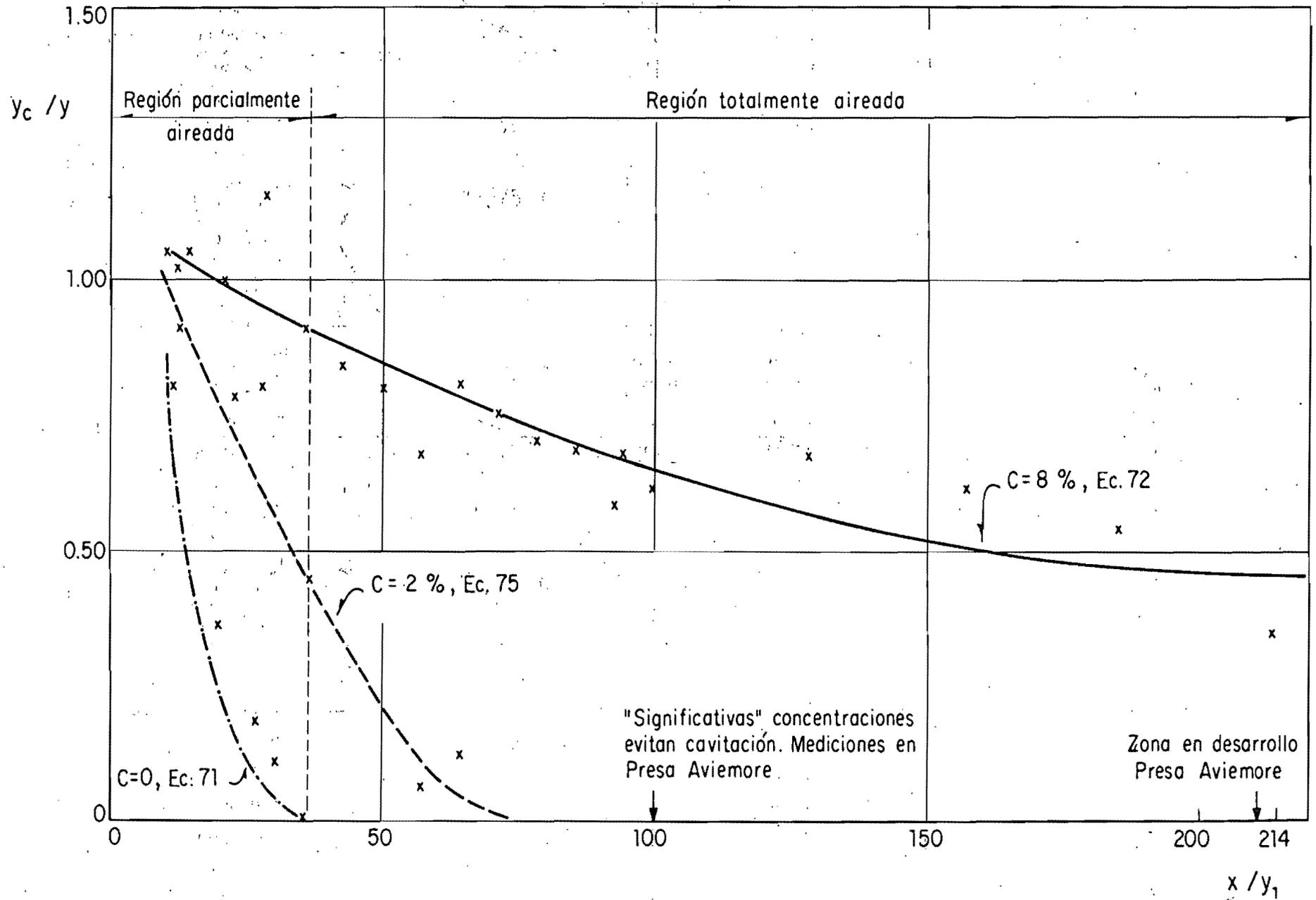


Fig 39 Relación entre los tirantes  $y_c = 0.02$  y  $y_c = 0.08$  con las condiciones de flujo no aireado

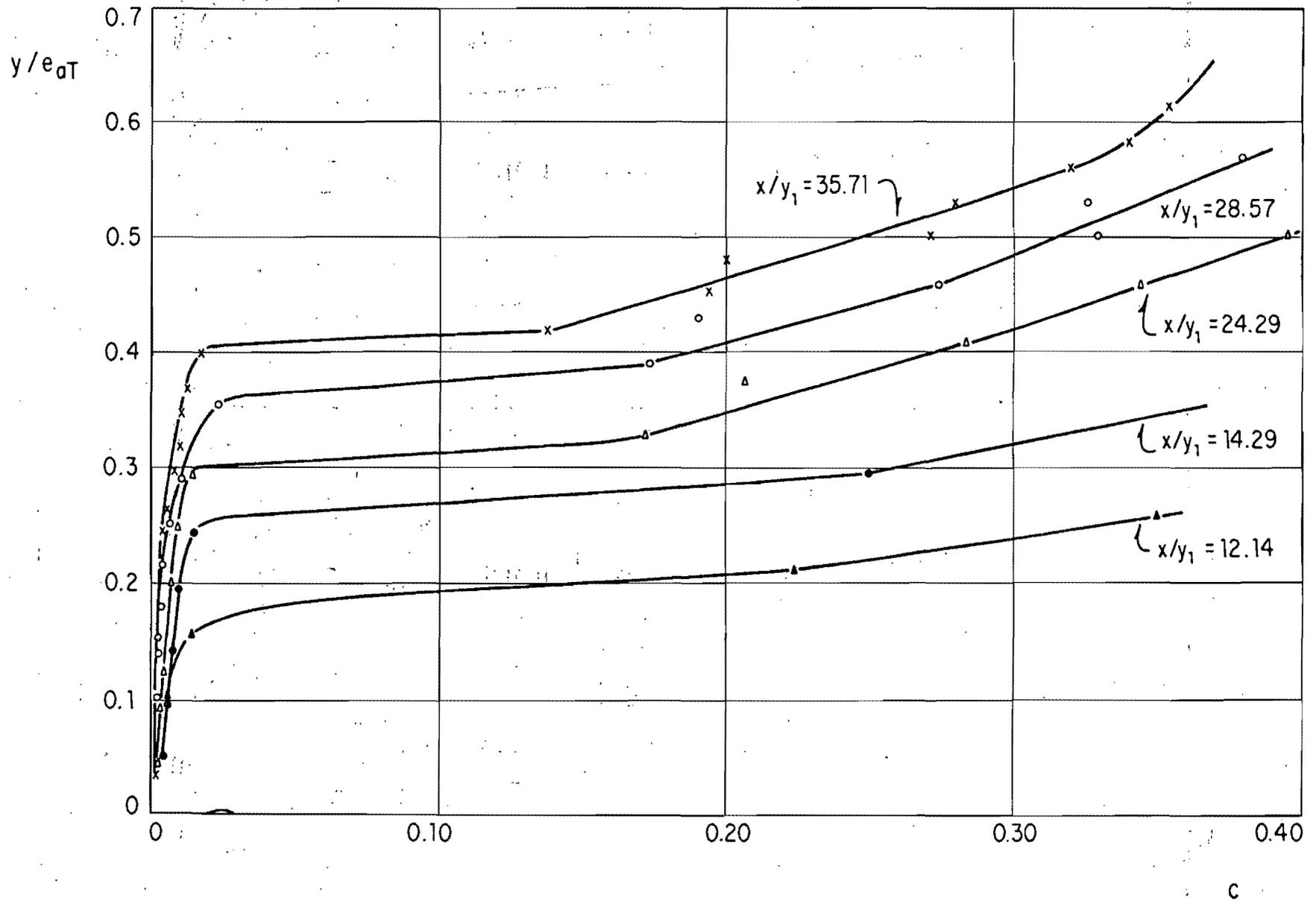


Fig 40 Relación  $c-y/e_{aT}$  a diferentes distancias de la boquilla. Región parcialmente aireada

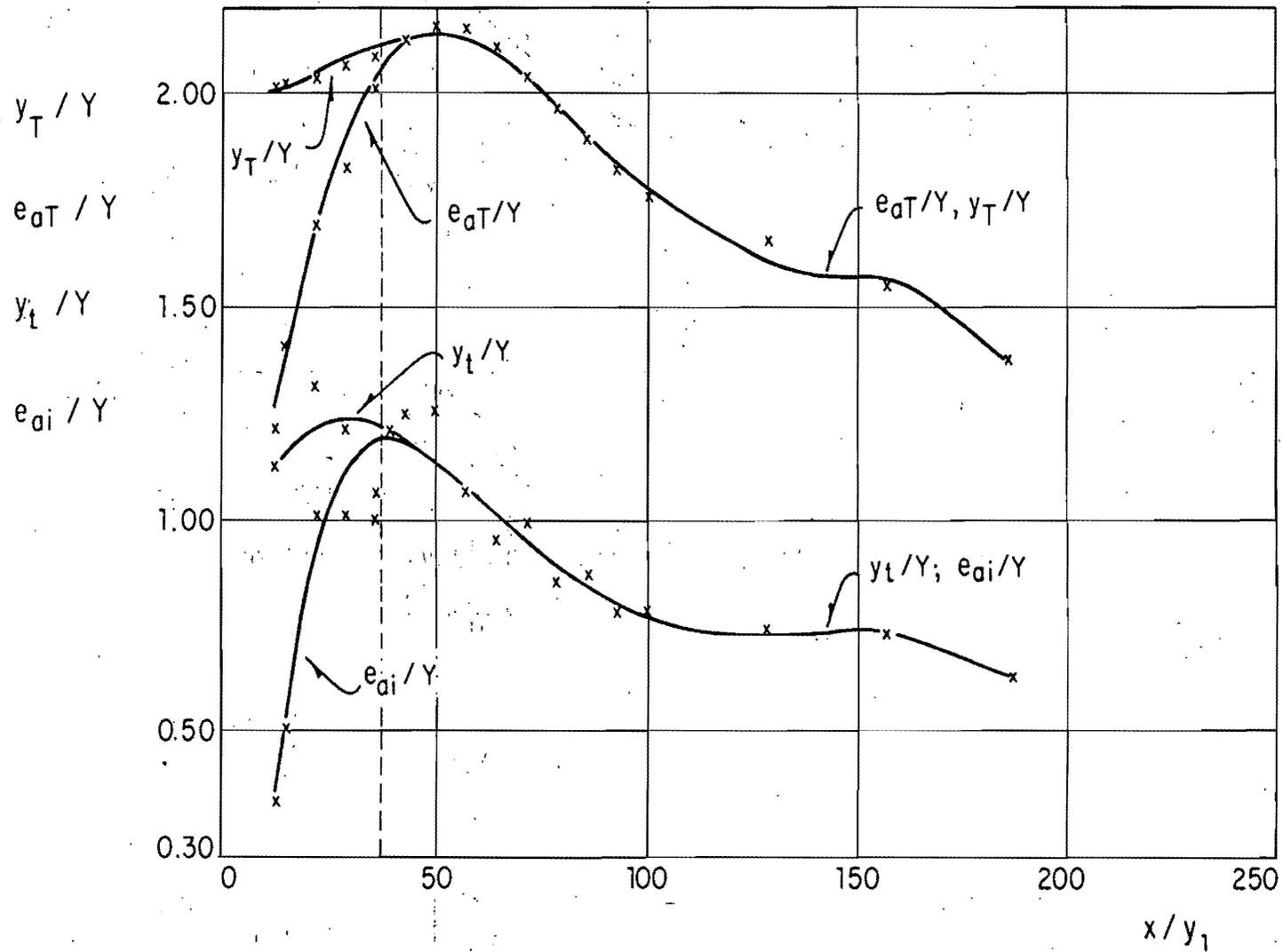


Fig 41. Curvas de diseño en la región en desarrollo

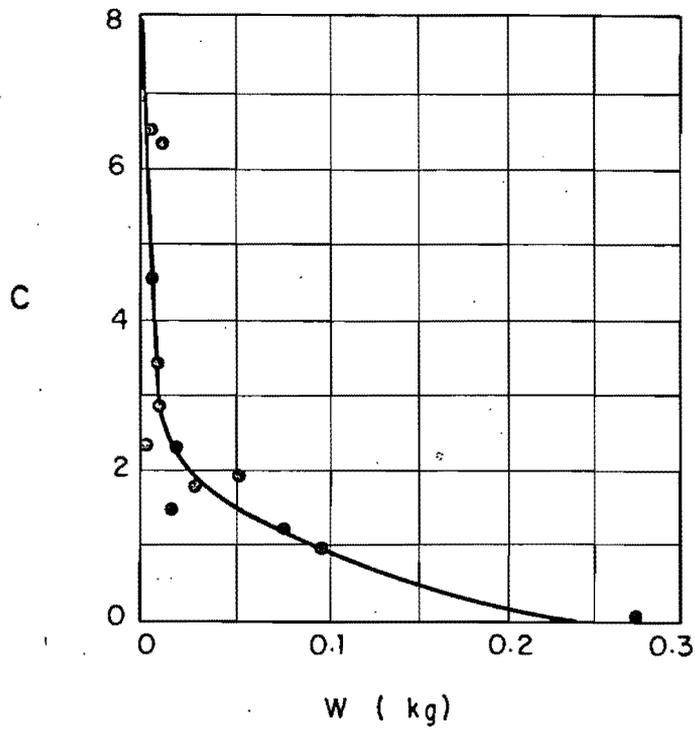
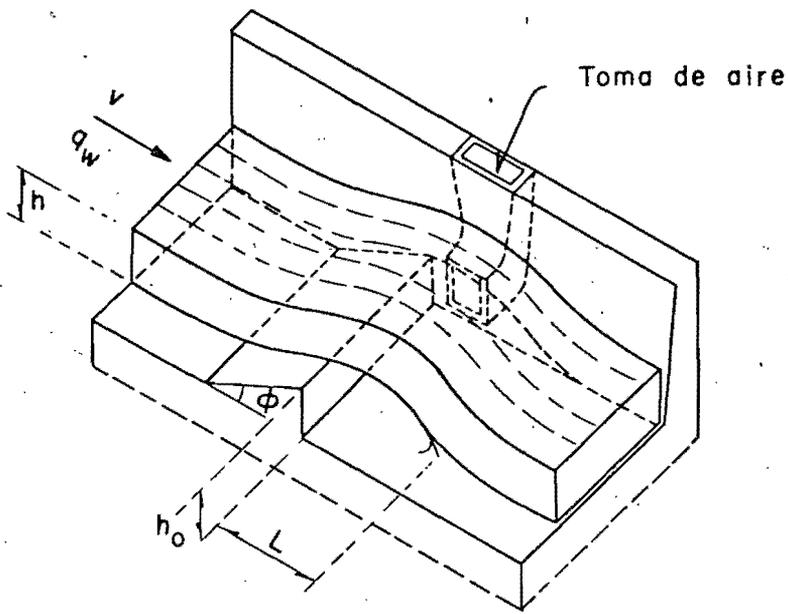
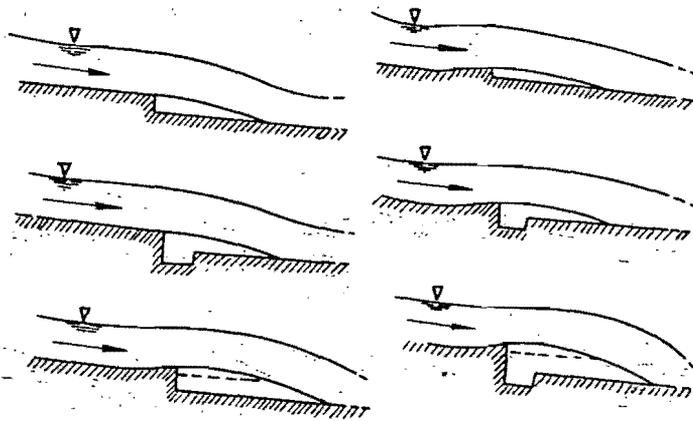


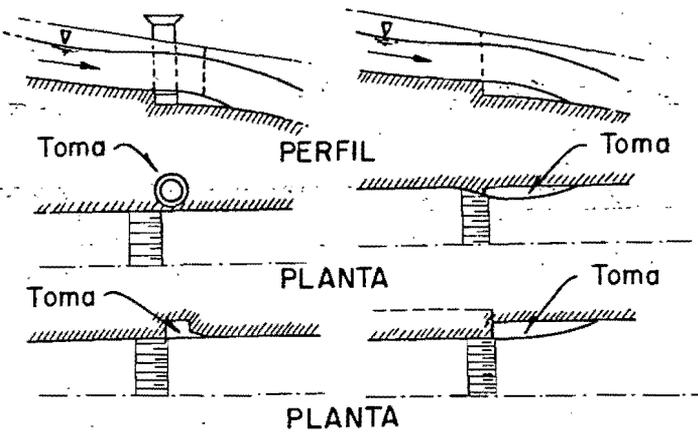
Fig. 42 Pérdidas de concreto en peso debidas a cavitación, -  
 en función de la concentración de aire, según Peterka



Elementos geométricos



Tipos básicos de escalones y deflectores



Tomas de aire

Fig 43 Geometría de los aireadores

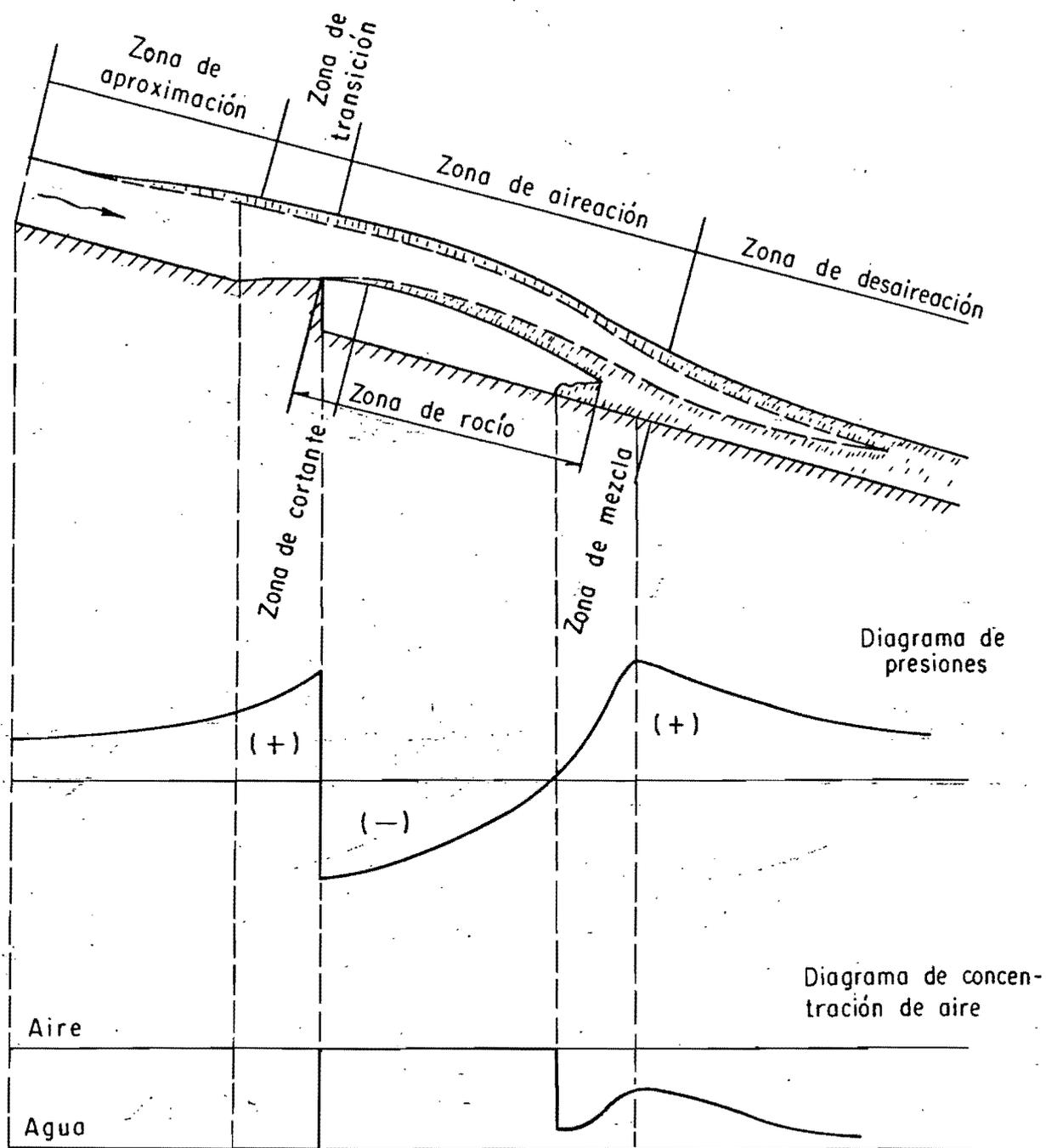
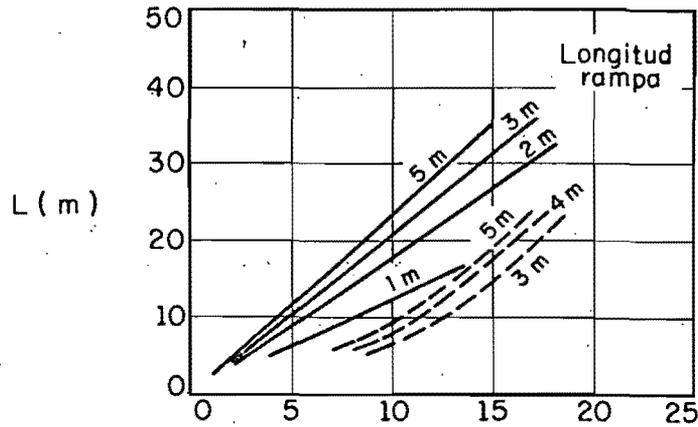
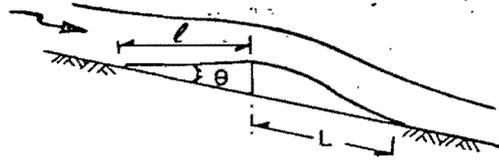


Fig 44 Funcionamiento de los aireadores , ref 83



Angulo de la rampa (grados)

— Subpresión = -0.5 m

Pendiente de la rápida = 15.5°

Fr = 5.4

- - - - - Pendiente de la rápida = 21.8°

Radio de curvatura = 55 m

Fr = 10.3

Fig 45. Curvas de diseño para calcular la longitud de la cavidad según Wei y De Fazio

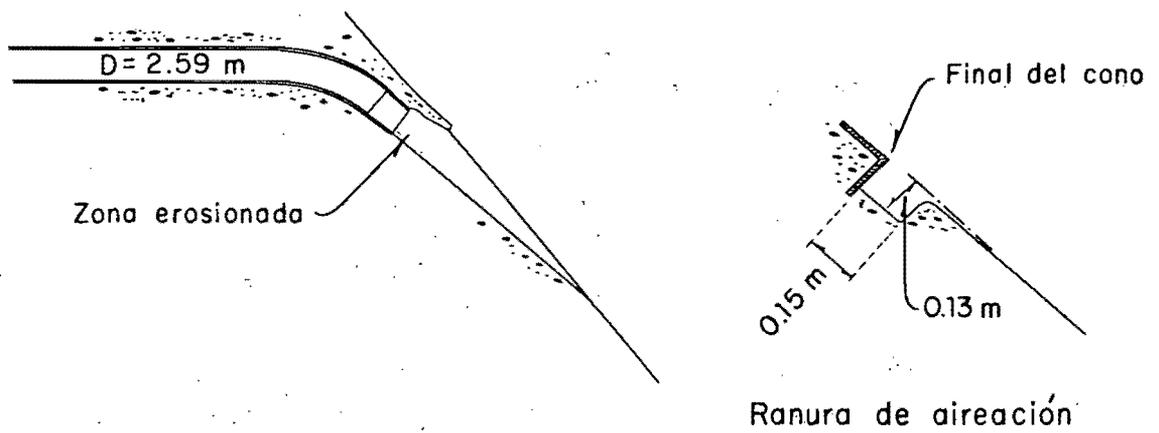


Fig 46 Ranura de aireación en la presa Grand Coulee

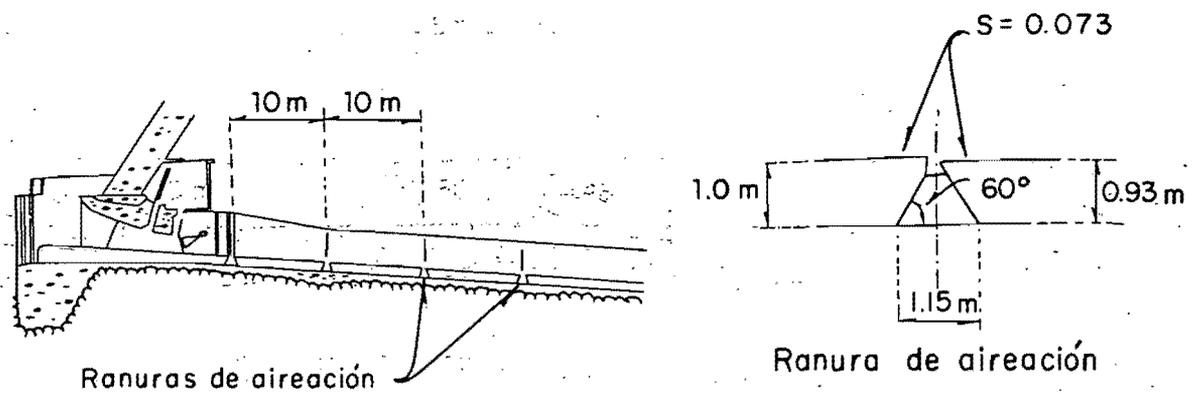


Fig 47 Ranuras de aireación en la presa Calacuccia

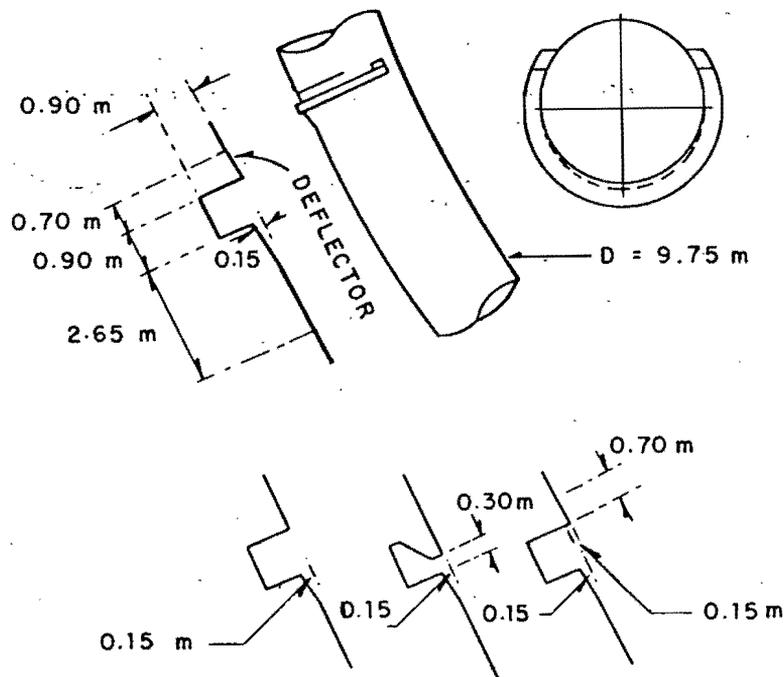


Fig. 48 Aireadores en la presa Yellowtail

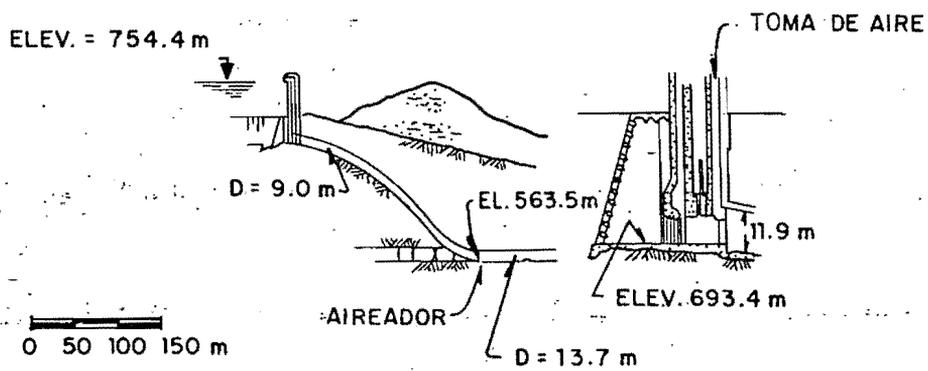


Fig. 49 Sistema de aireación en la presa Mica

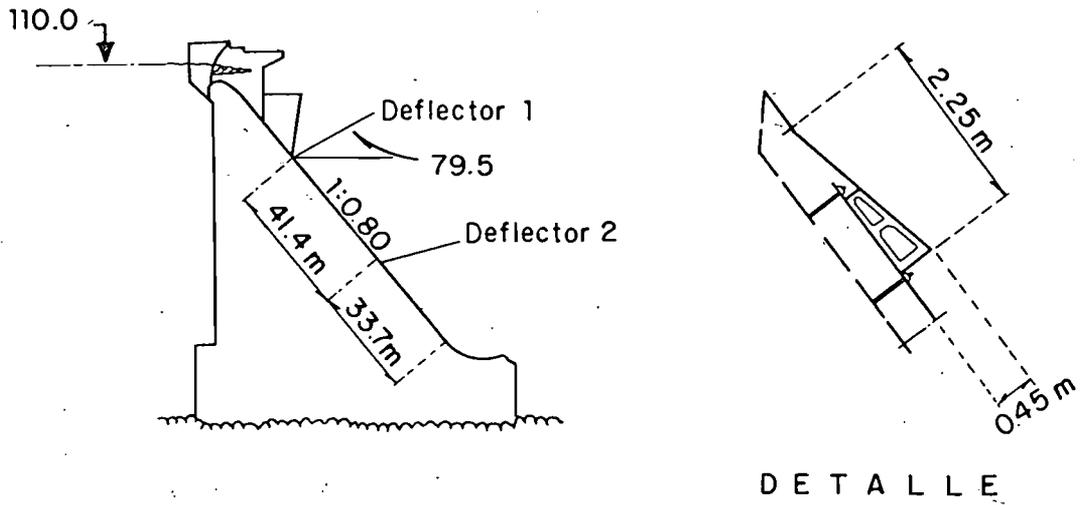


Fig -50 Aireadores de la presa Bratsk

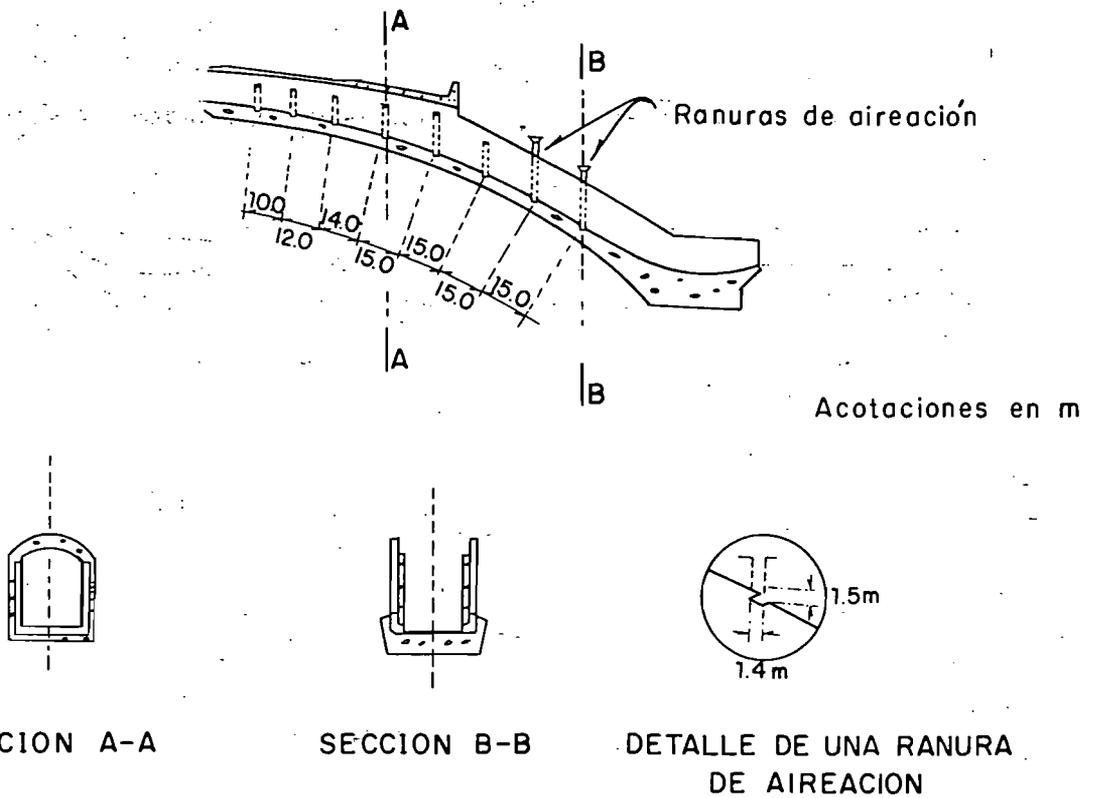


Fig 51 Aireadores de la presa Nurek

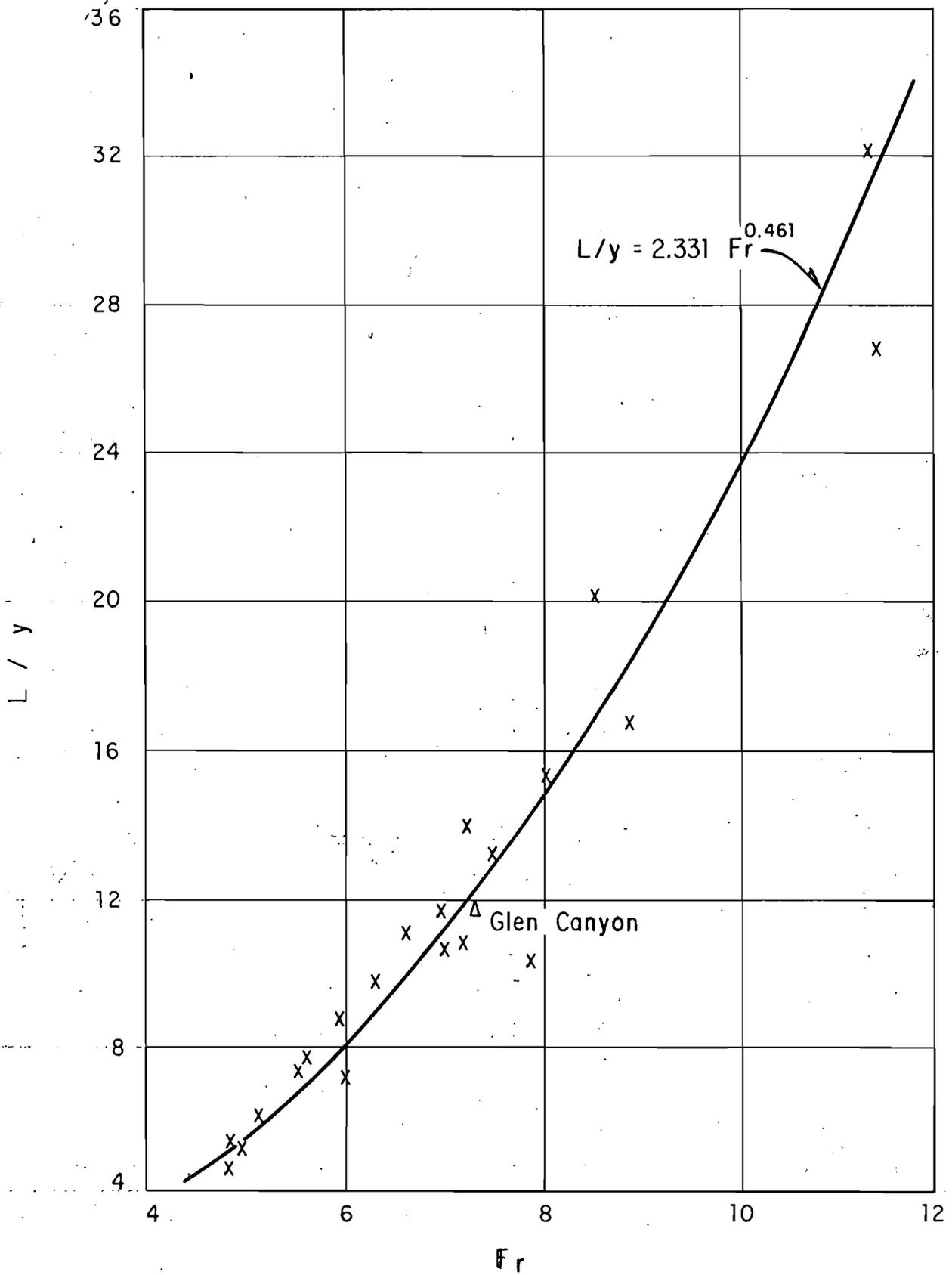


Fig 52 Relación experimental  $F-L/y$  , para deflectores con escalón

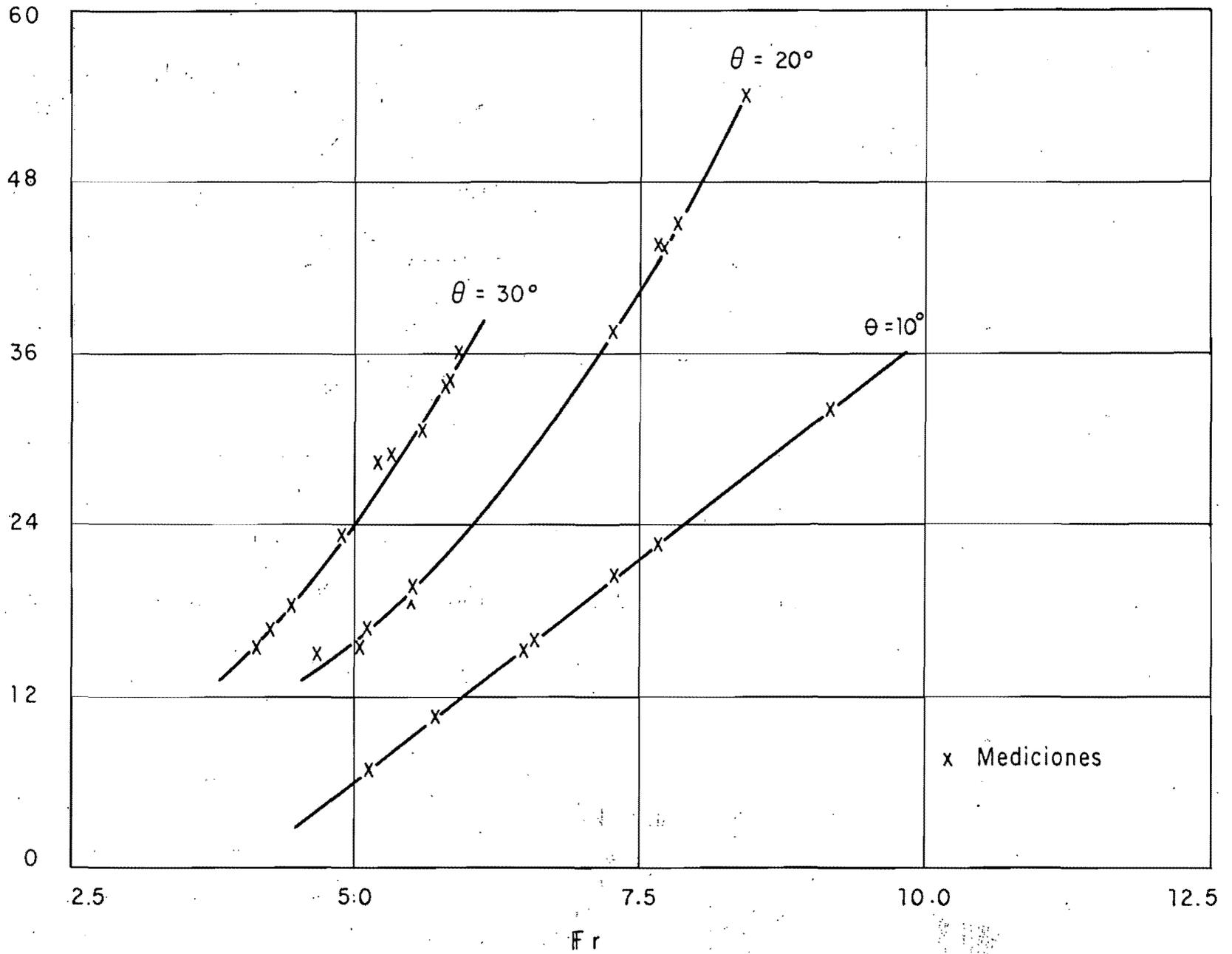
$$L / y$$


Fig 53 Relación  $Fr - L/y$  para  $\ell = 3.0$  m. y diferentes ángulos  $\theta$ .

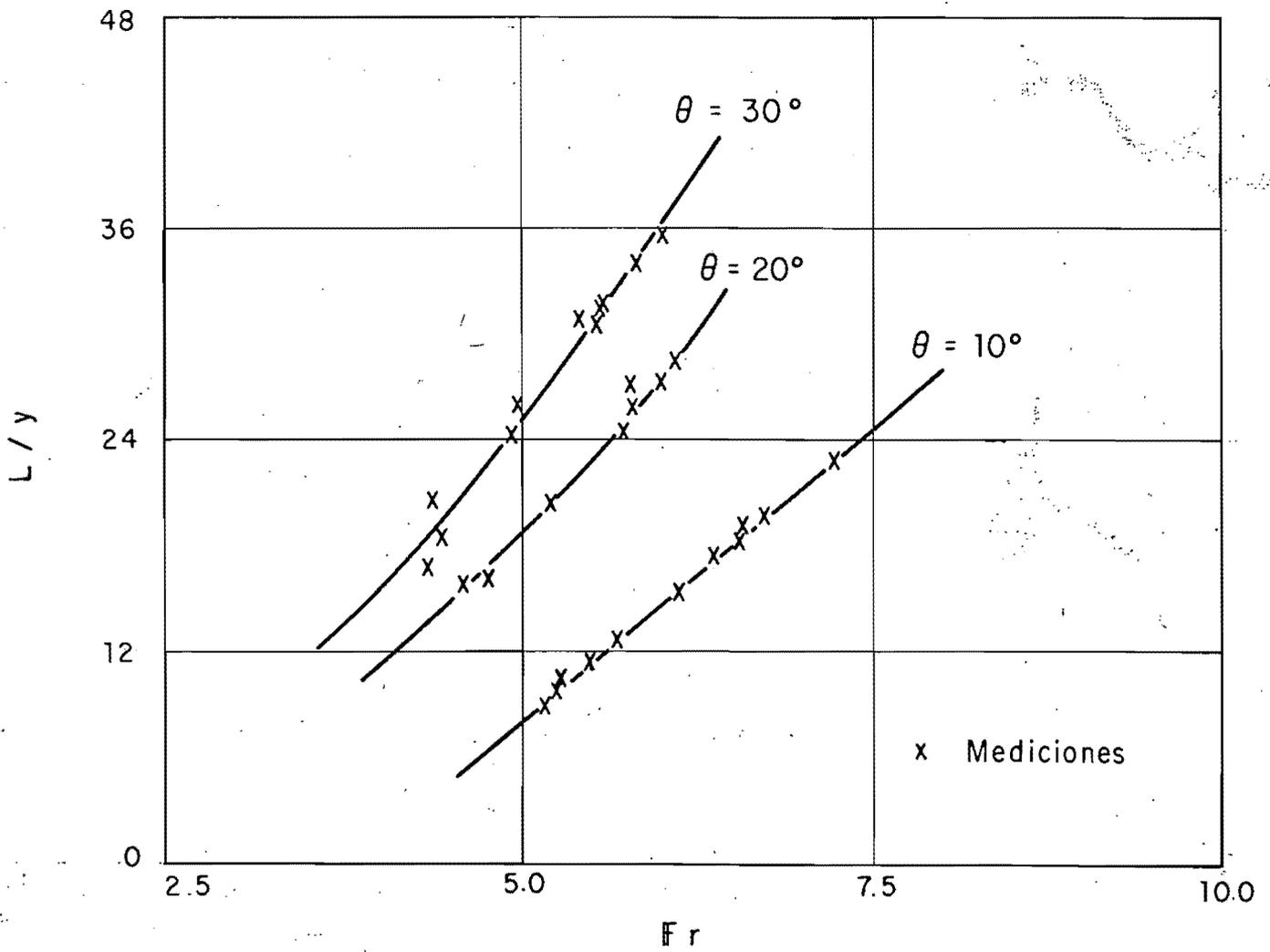


Fig. 54 Relación  $Fr - L/y$  para  $l = 5.0$  m y diferentes ángulos  $\theta$ .

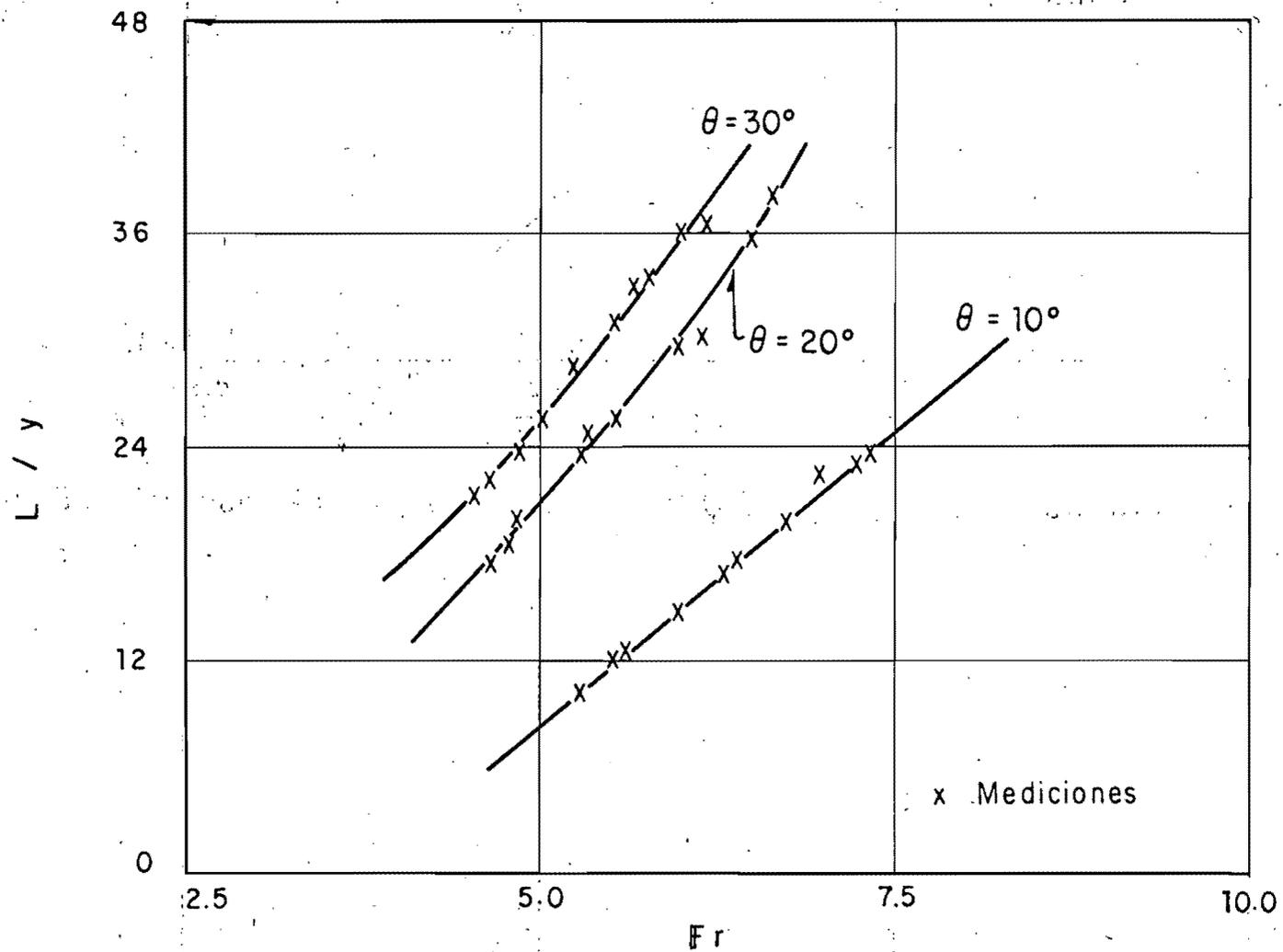


Fig 55 Relación  $Fr - L/y$  para  $l = 8.0$  m y diferentes ángulos  $\theta$ .

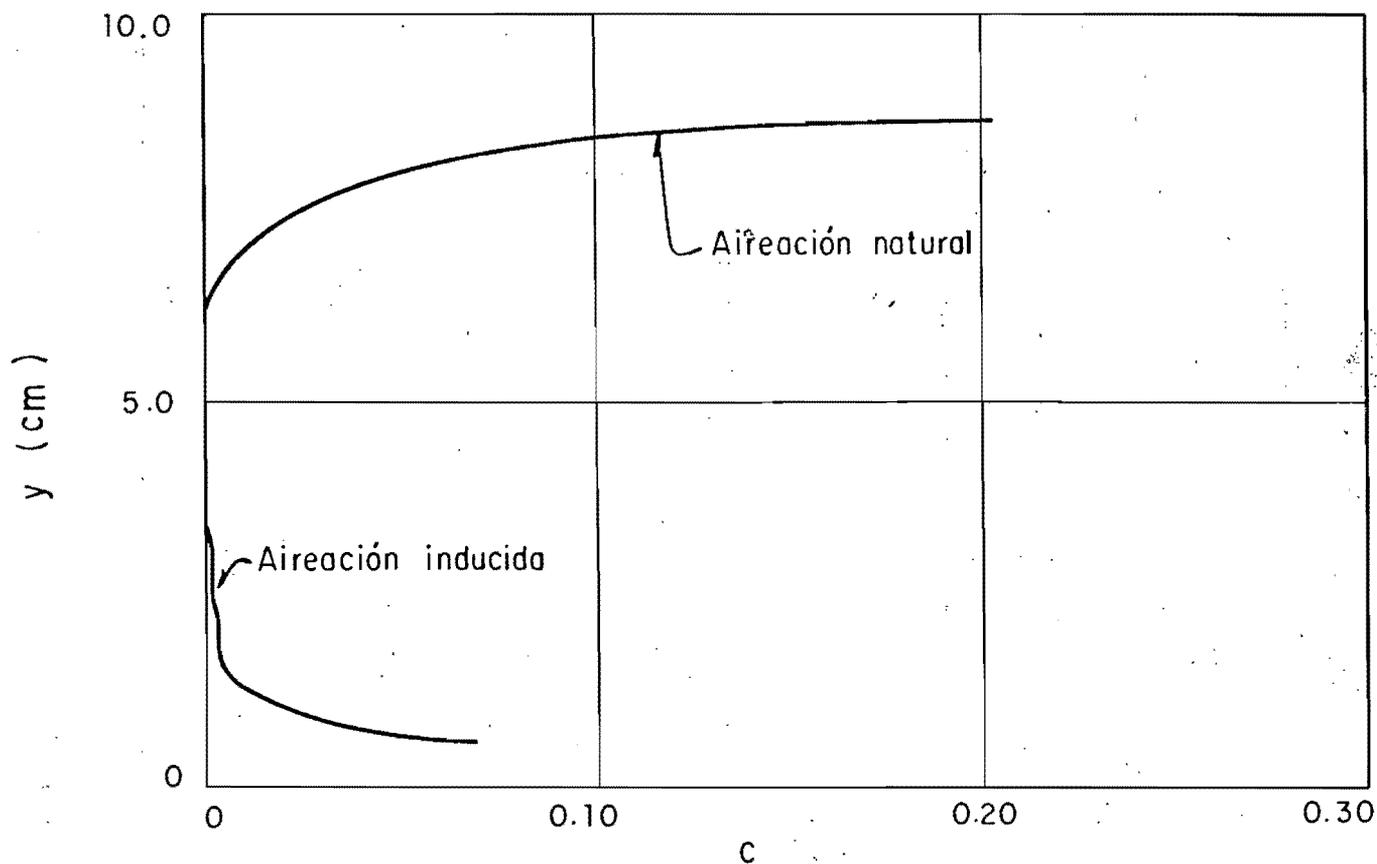


Fig. 56 Relación  $c$ - $y$ , medidor colocado a 0.85 m de la boquilla

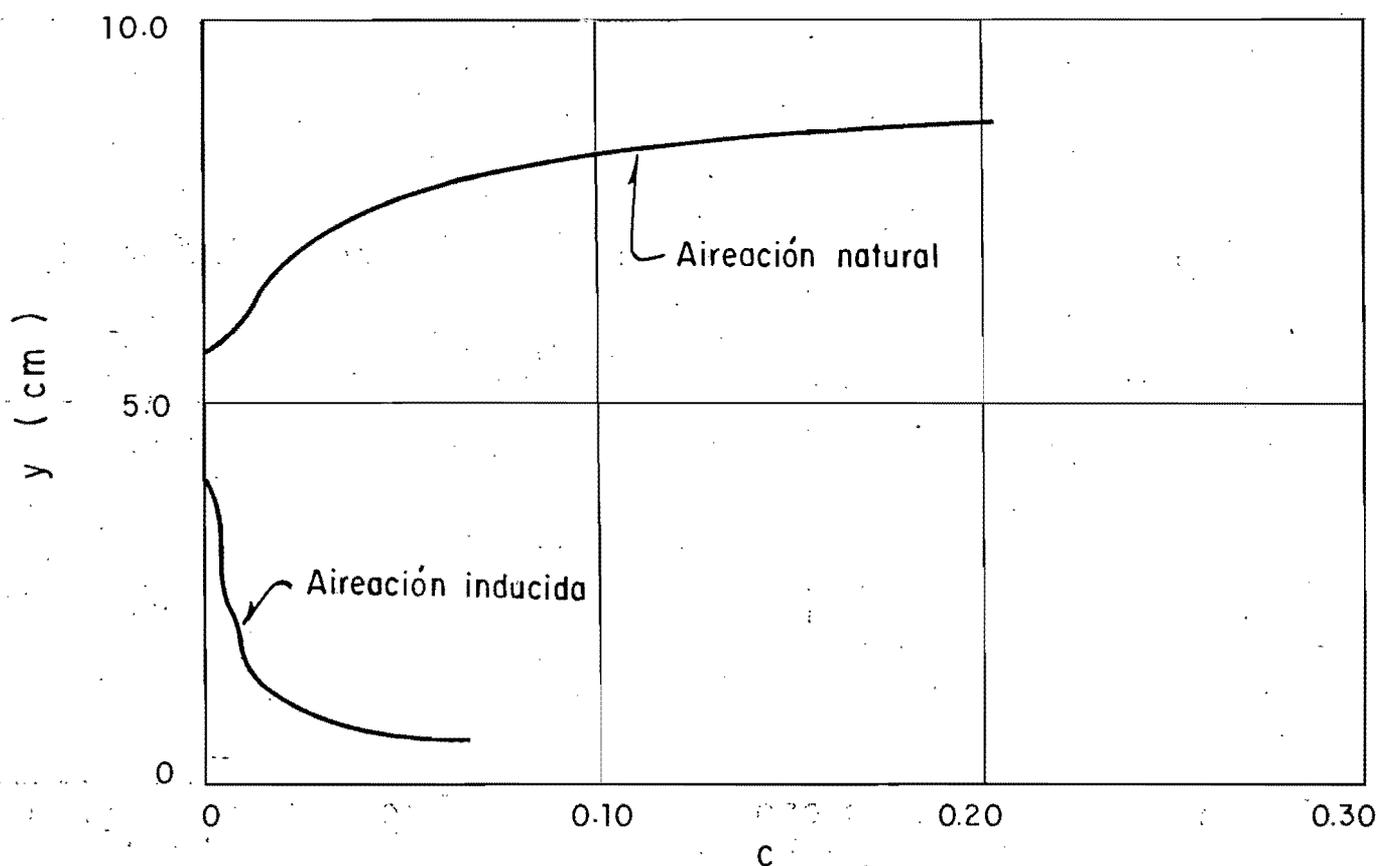


Fig. 57 Relación  $c$ - $y$ , medidor colocado a 1.00 m de la boquilla

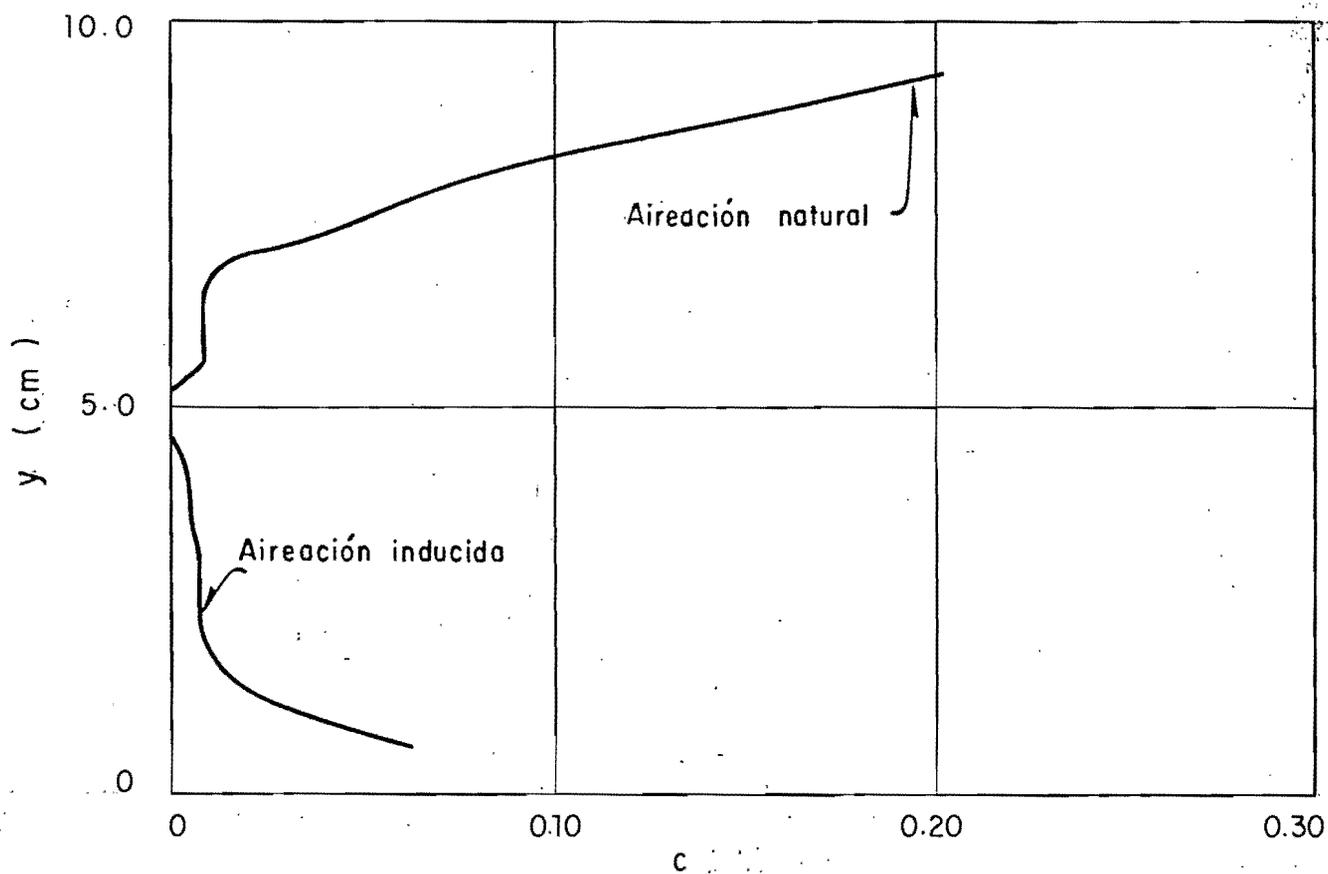


Fig. 58: Relación  $c-y$  ; medidor colocado a 1.50 m de la boquilla

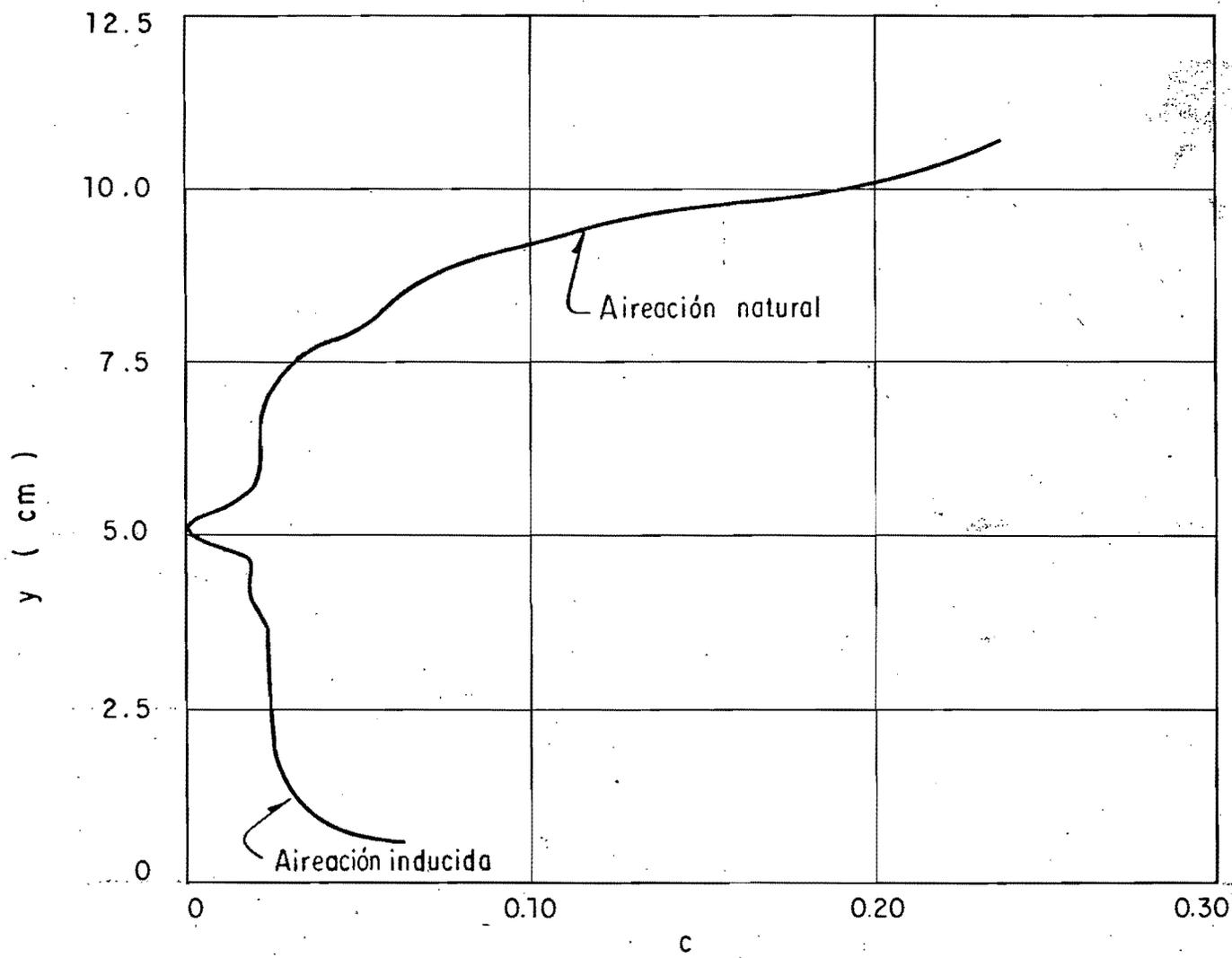


Fig 59 - Relación c-y , medidor colocado a 2.00 m de la boquilla

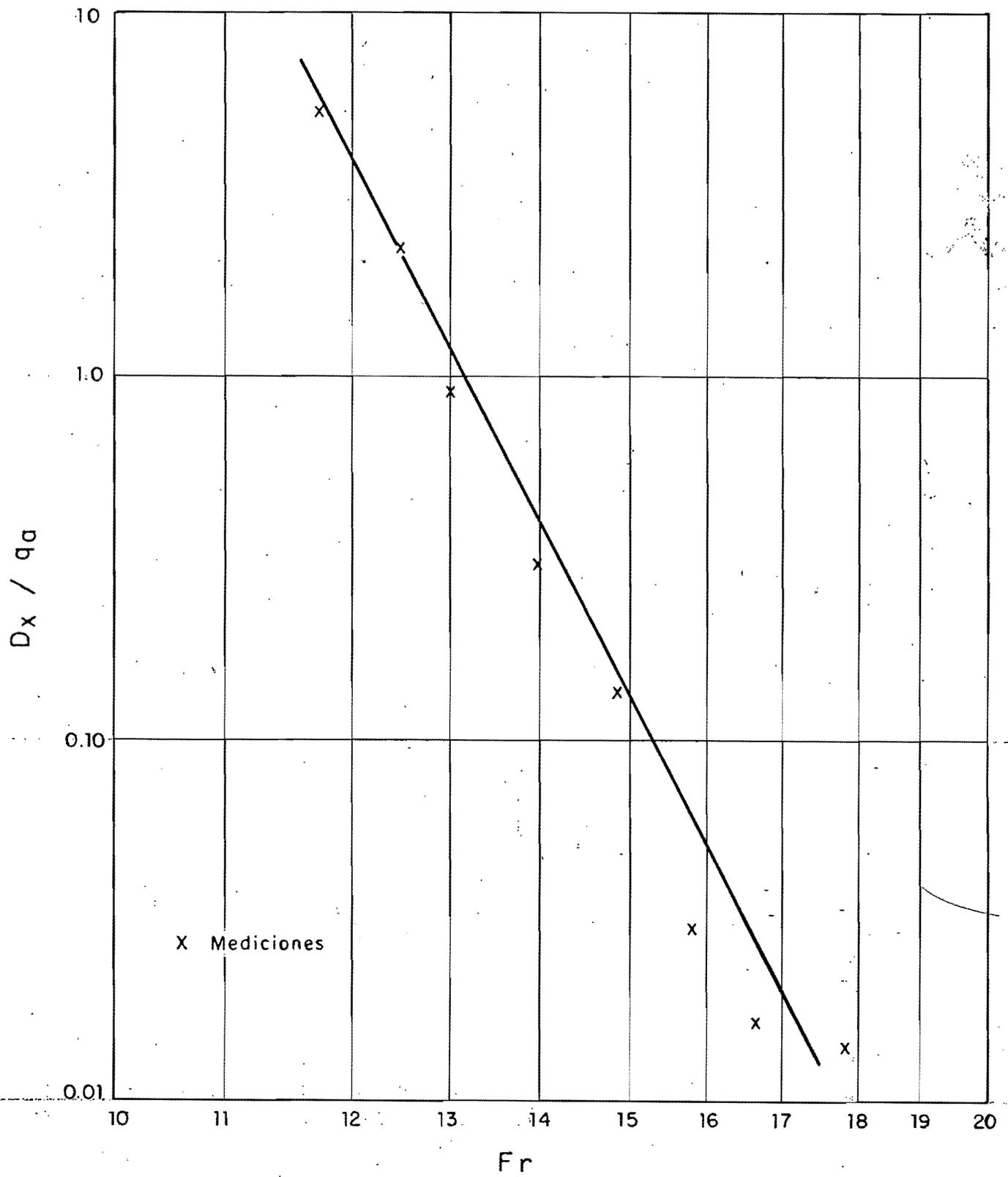


Fig. 60 Relación  $Fr = D_x / q_a$  para el canal de alta velocidad.

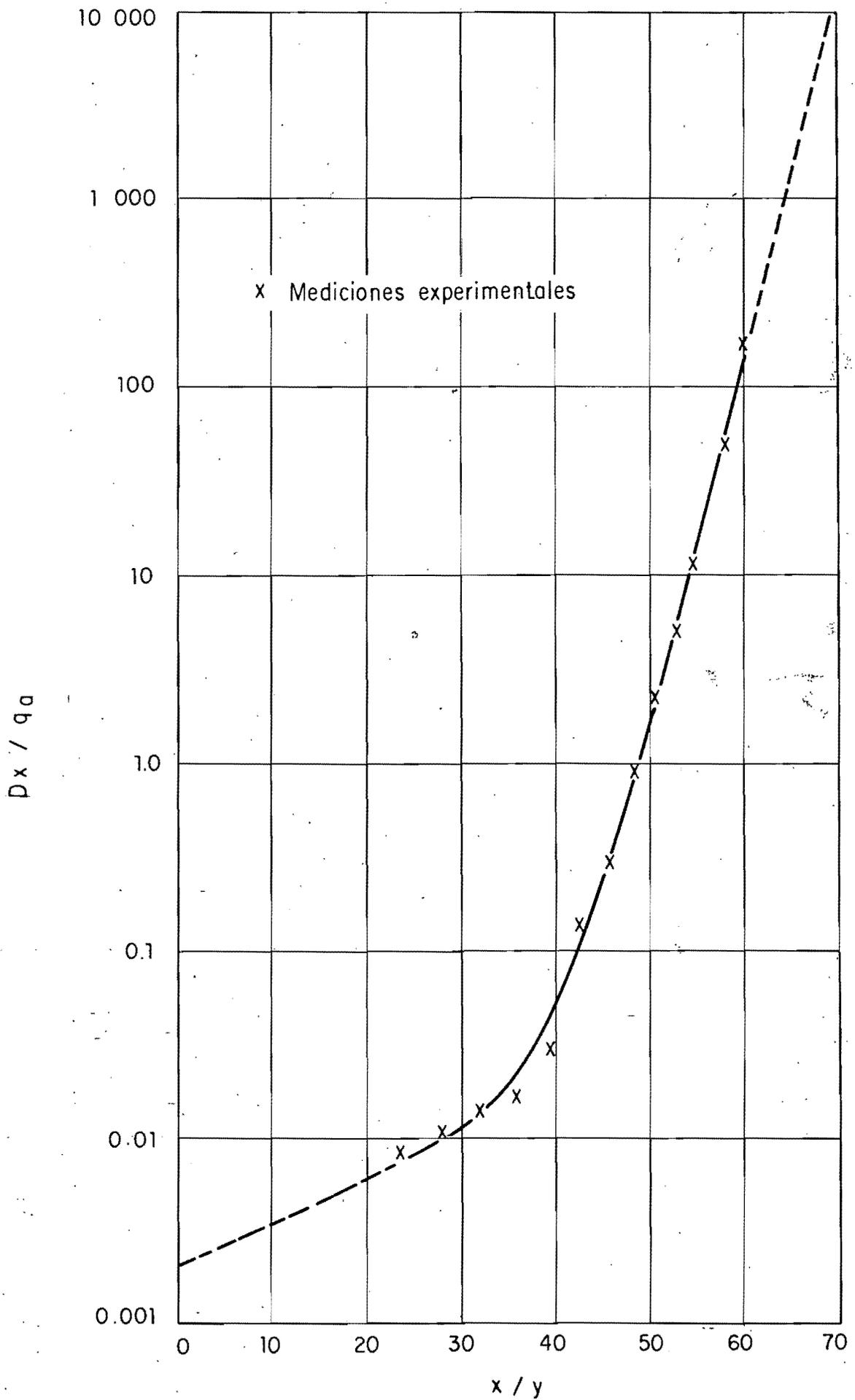


Fig 61 Relación  $x/y - Dx / q_d$  para el canal de alta velocidad

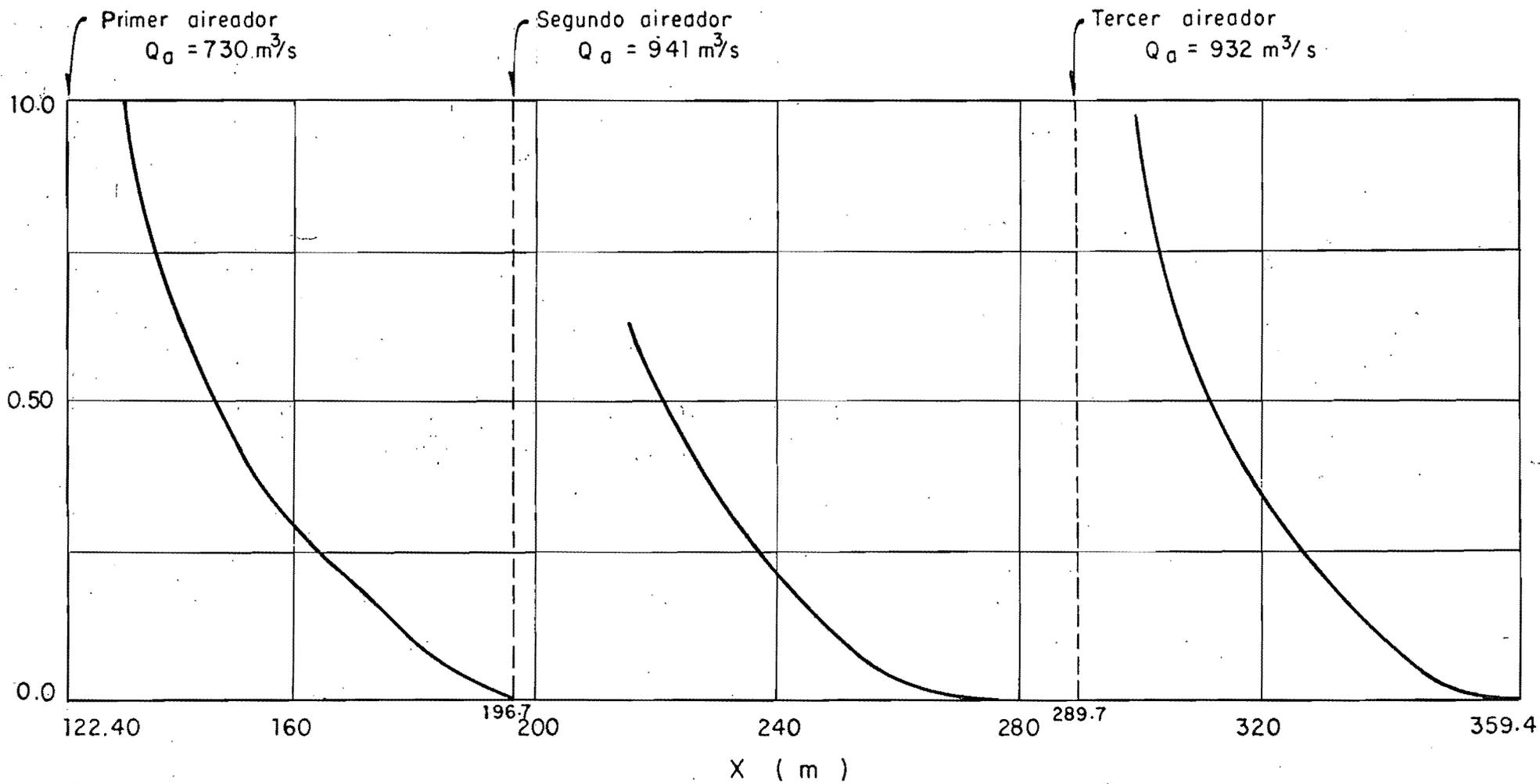


Fig 62 Concentraciones de aire  $c$  contra distancia a partir de los aireadores .  
 Presa Foz de Areia . Brasil .  $Q = 3\,300\ m^3/s$

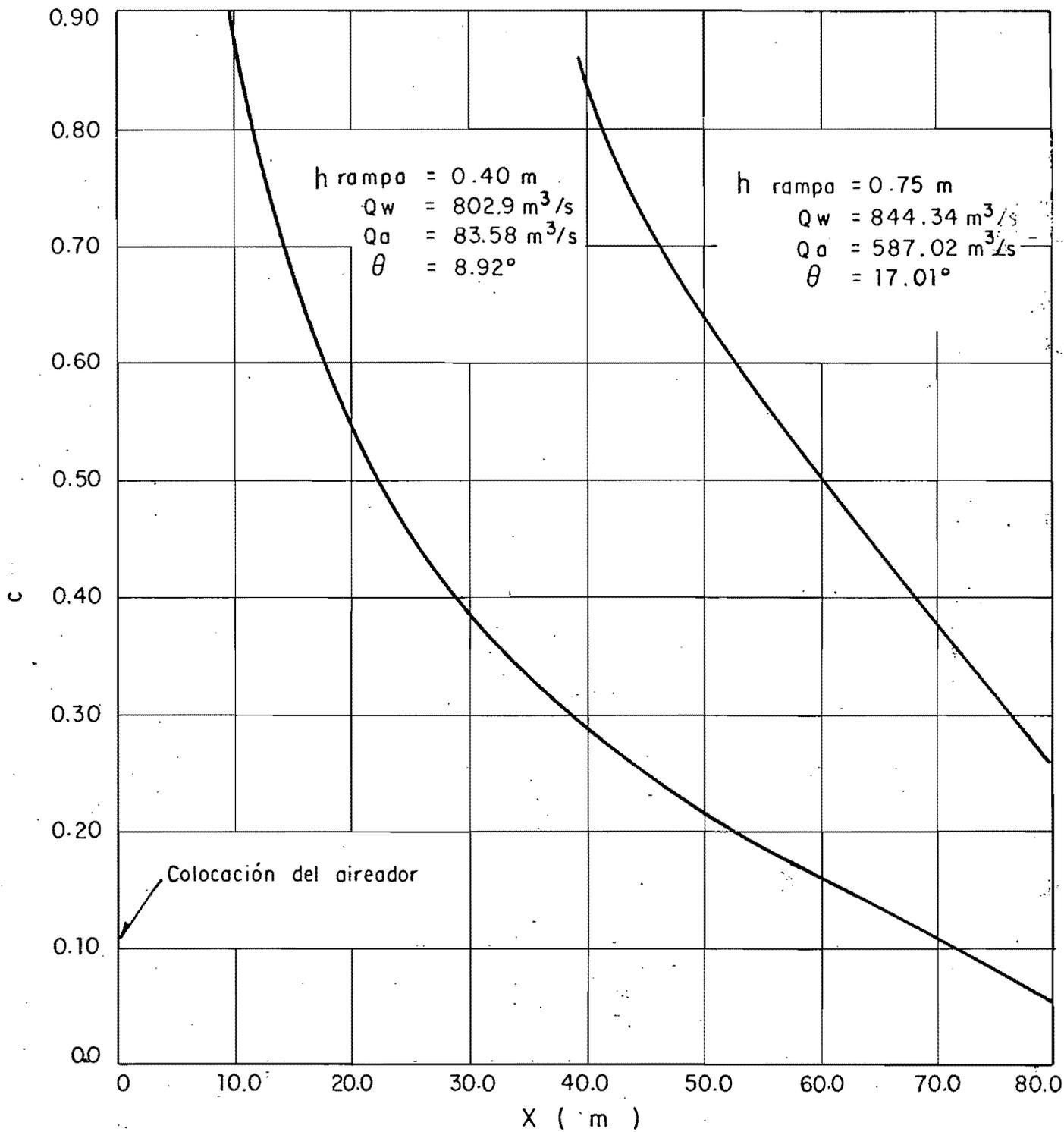


Fig 63 Concentraciones para aireadores con diferente altura de rampa en el vertedor de la presa Guri , Venezuela

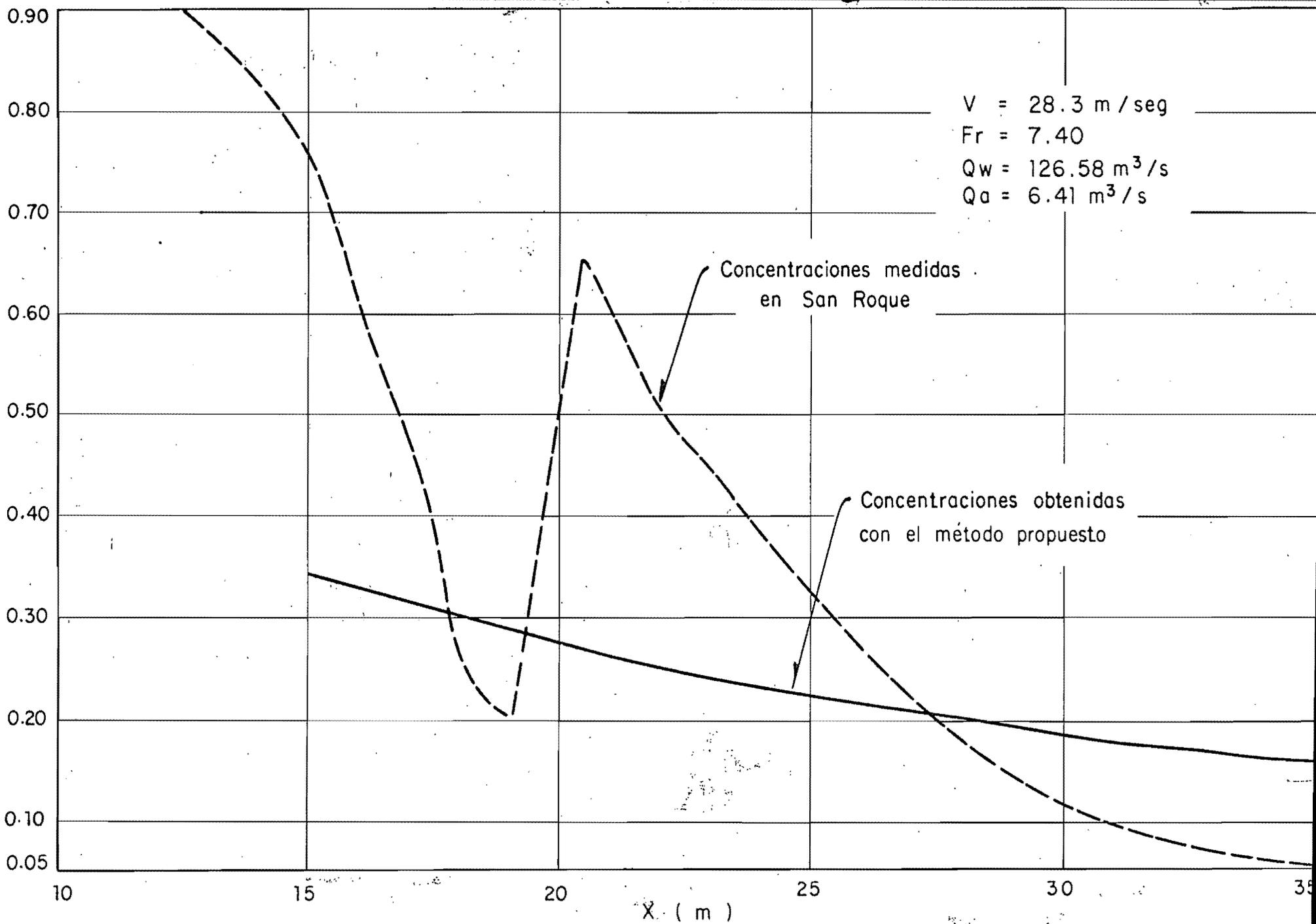
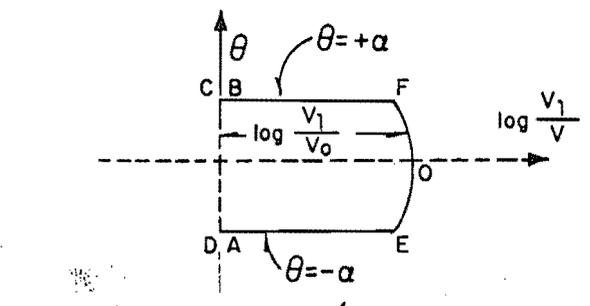
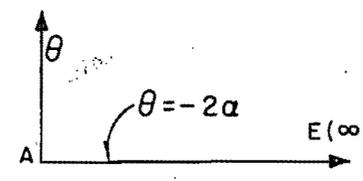
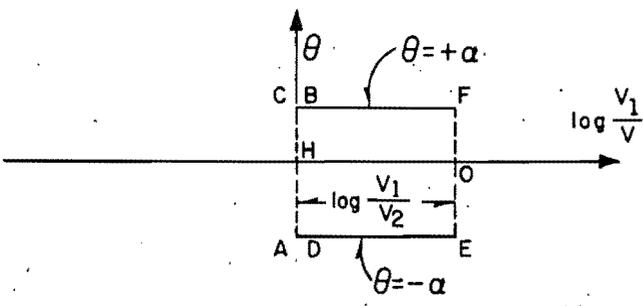
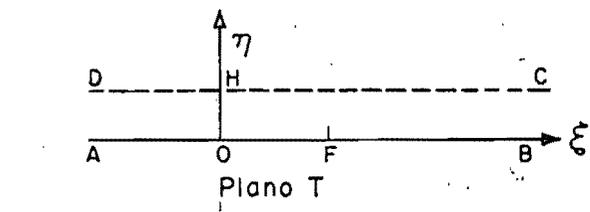
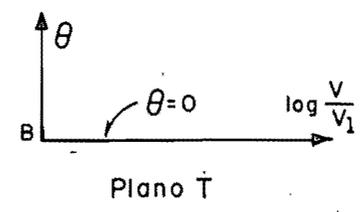
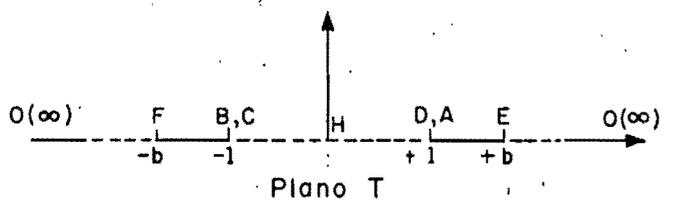
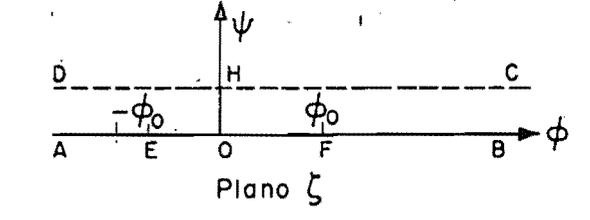
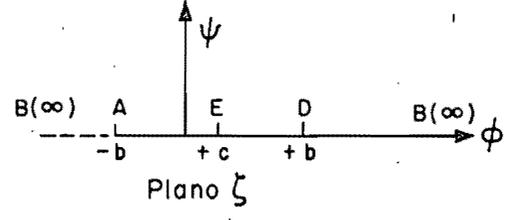
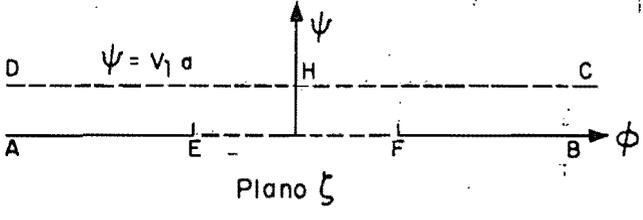
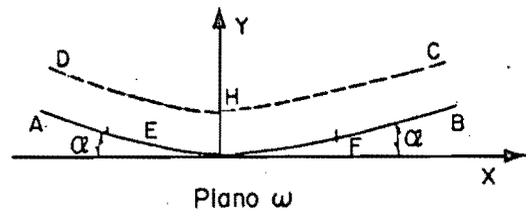
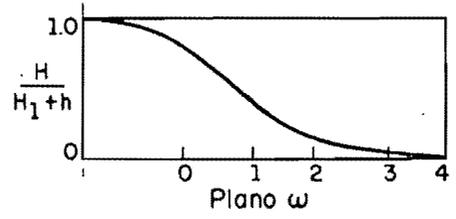
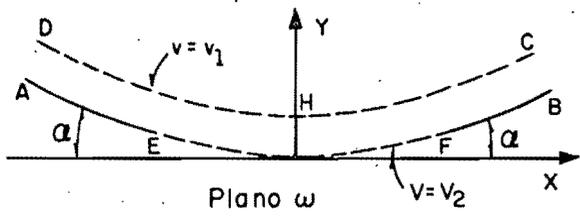
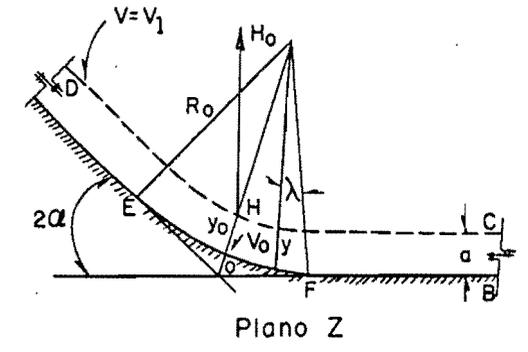
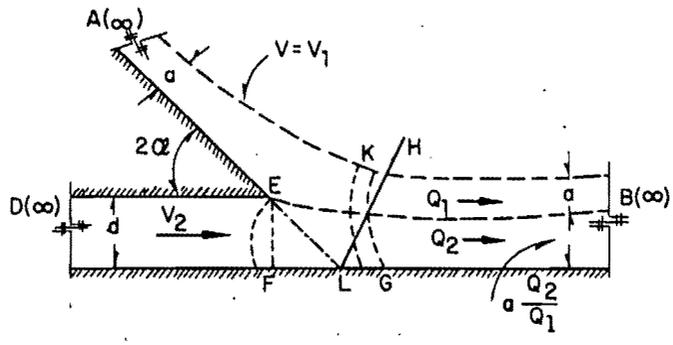
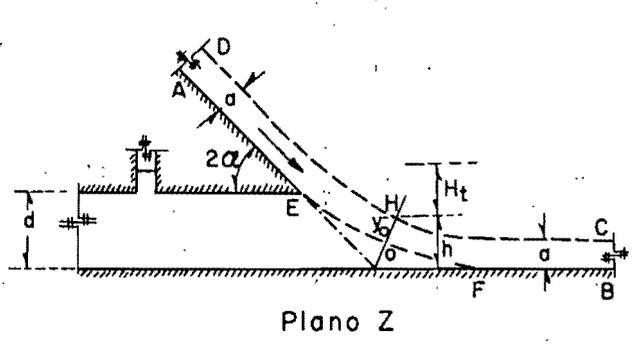


Fig 64 Comparación de las mediciones hechas en el modelo de la presa San Roque y las obtenidas con el método propuesto



a) Túnel de desvío cerrado

b) Túnel de desvío abierto

c) Codo con tapón de concreto

Fig 65 Representación conforme de la solución de Henderson para curvas cóncavas en vertedores

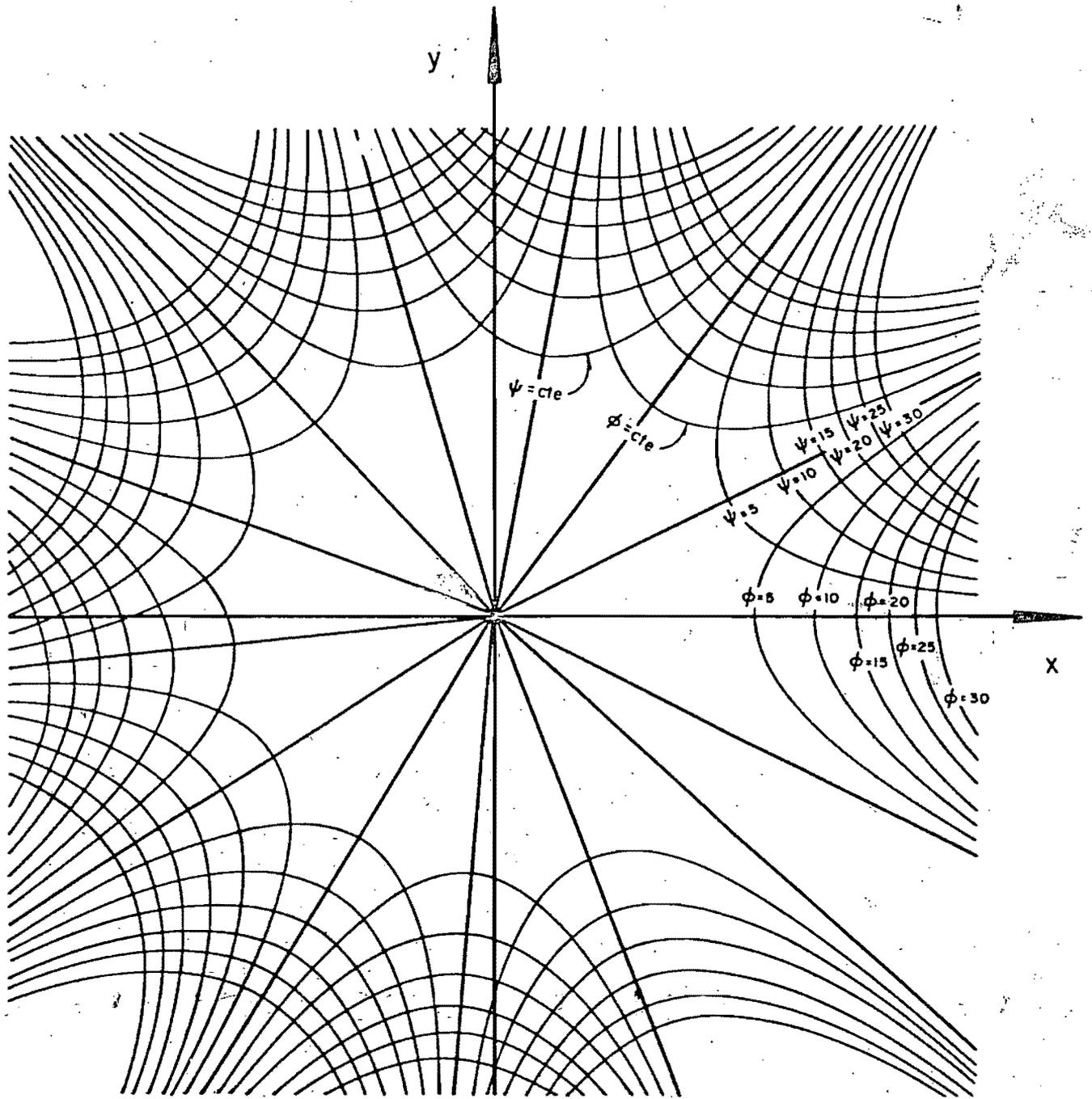
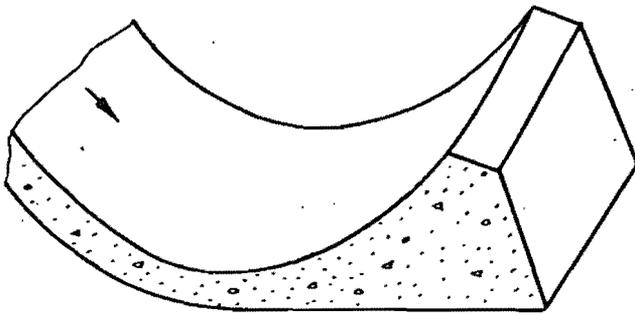
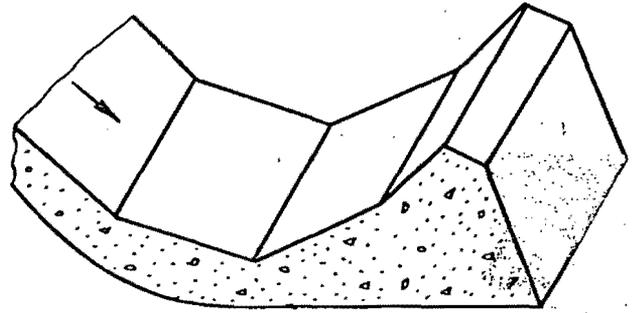


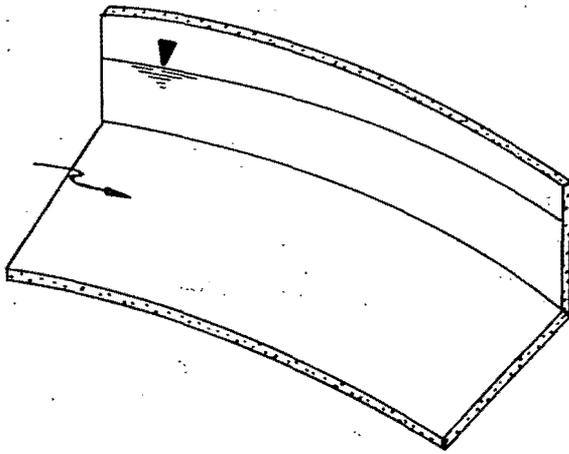
Fig 66 Representación gráfica del potencial complejo  $f = z^{3.4}$



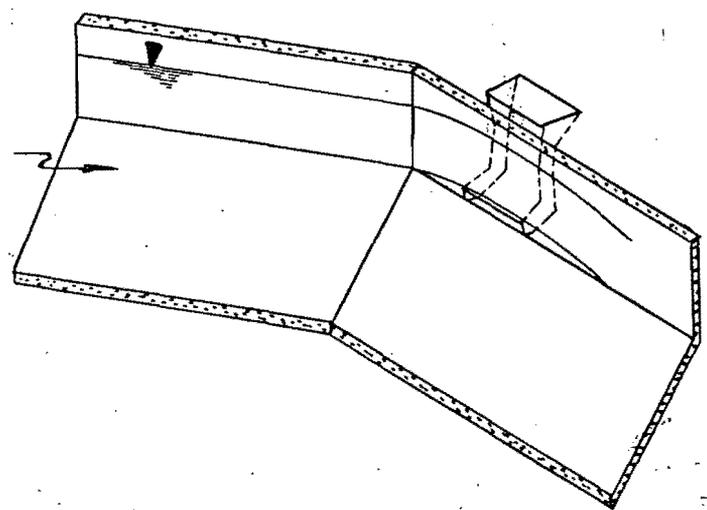
Superficie cóncava tradicional



Diseño poliédrico propuesto



Superficie convexa tradicional



Diseño poliédrico, propuesto

Fig. 67 Comparación de criterios de diseño de superficies curvas tradicionales y superficies poliédricas

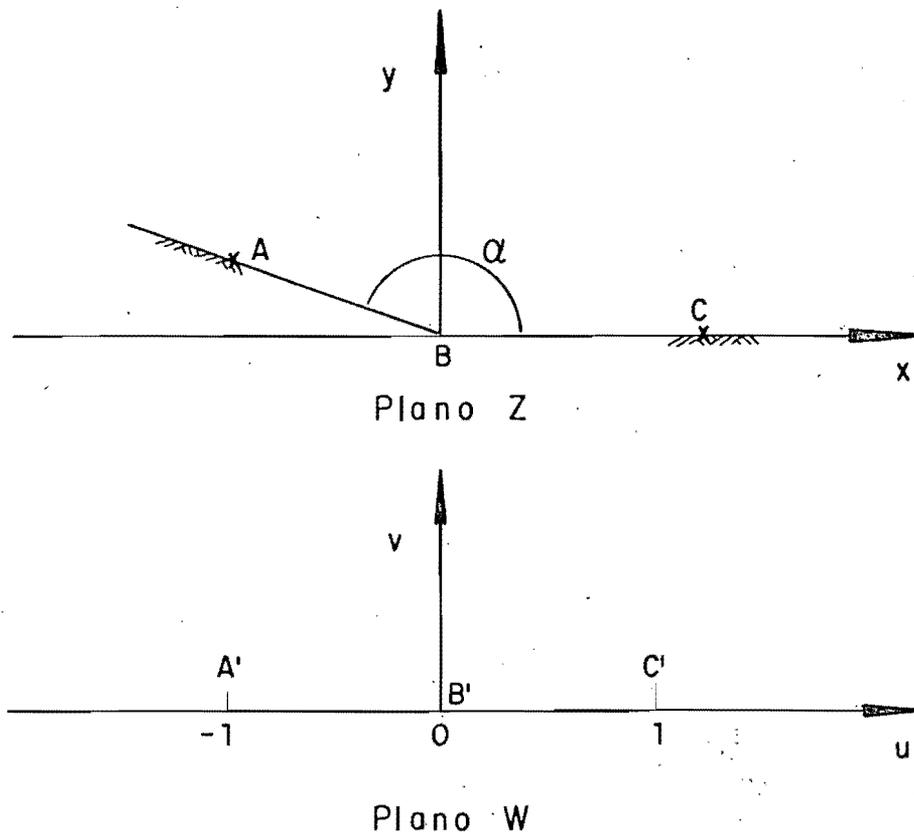


Fig 68 Aplicación del plano Z en el W. Superficie cóncava

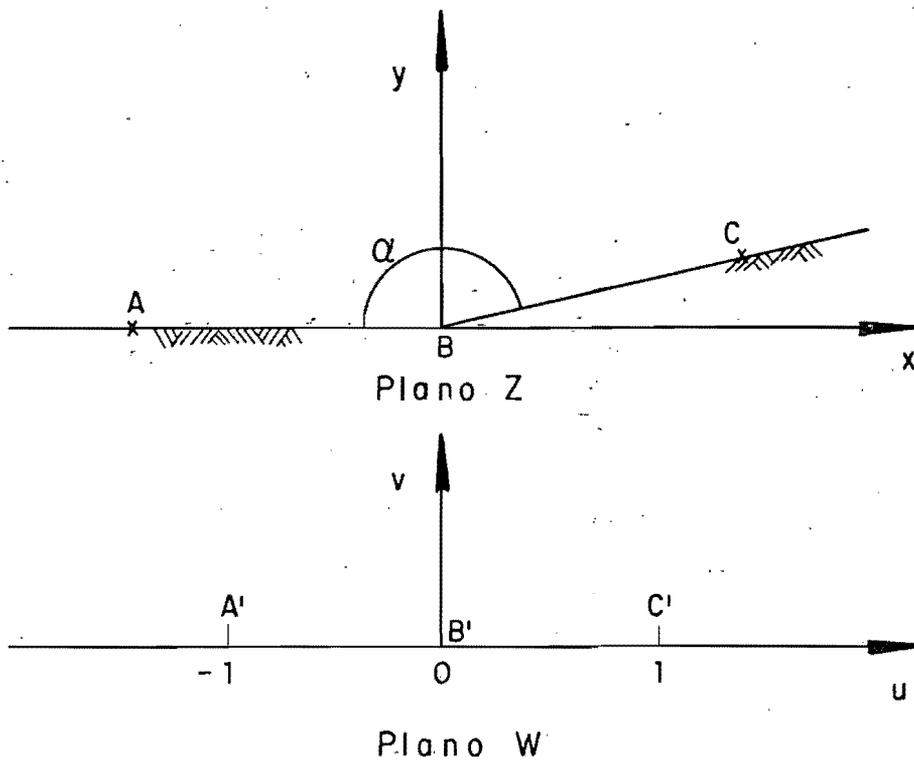


Fig 69 Aplicación del plano Z en el W. Superficie cóncava

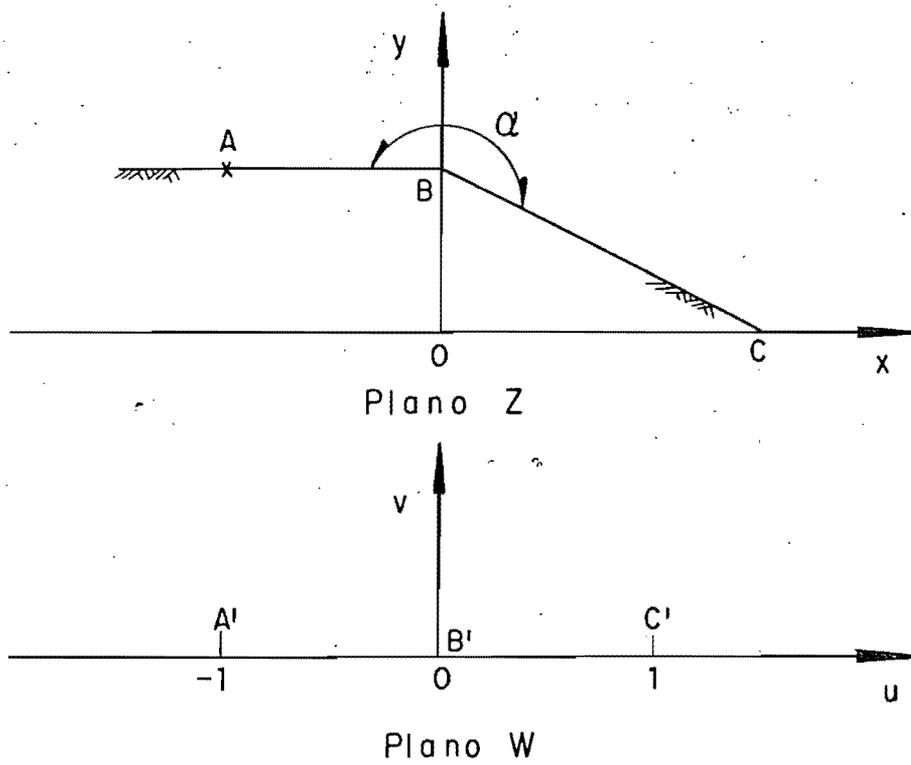


Fig 70 Aplicación del plano Z en el W. Superficie convexa

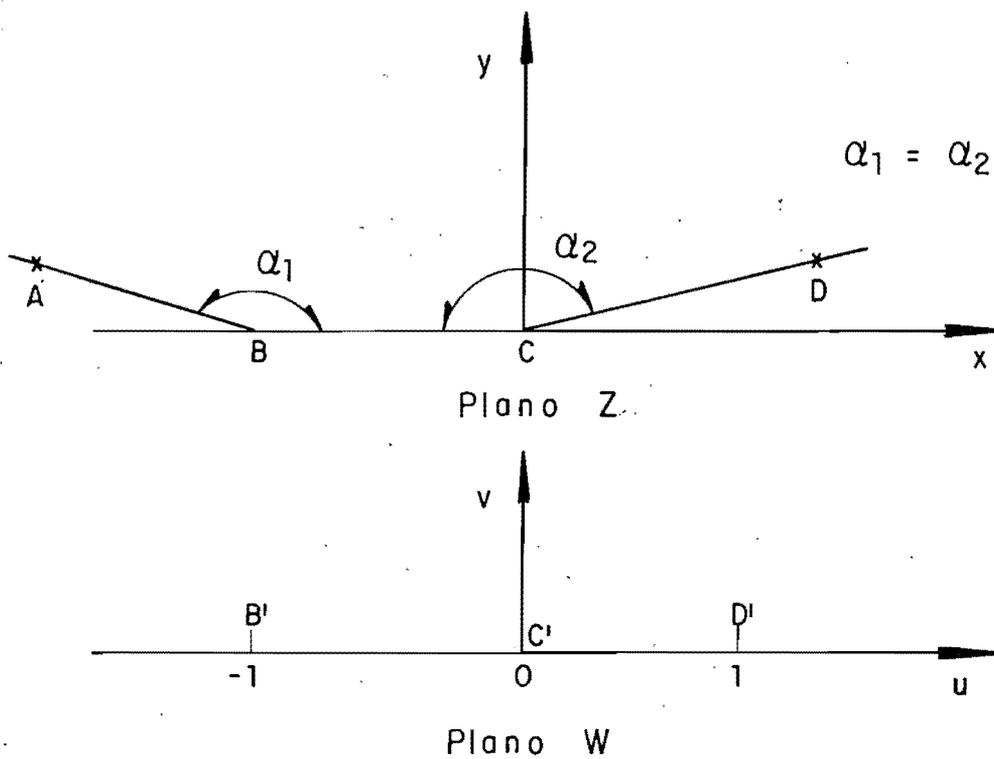


Fig 71 Aplicación del plano Z en el W. Superficie cóncava de tres tramos

CRITERIO PROPUESTO

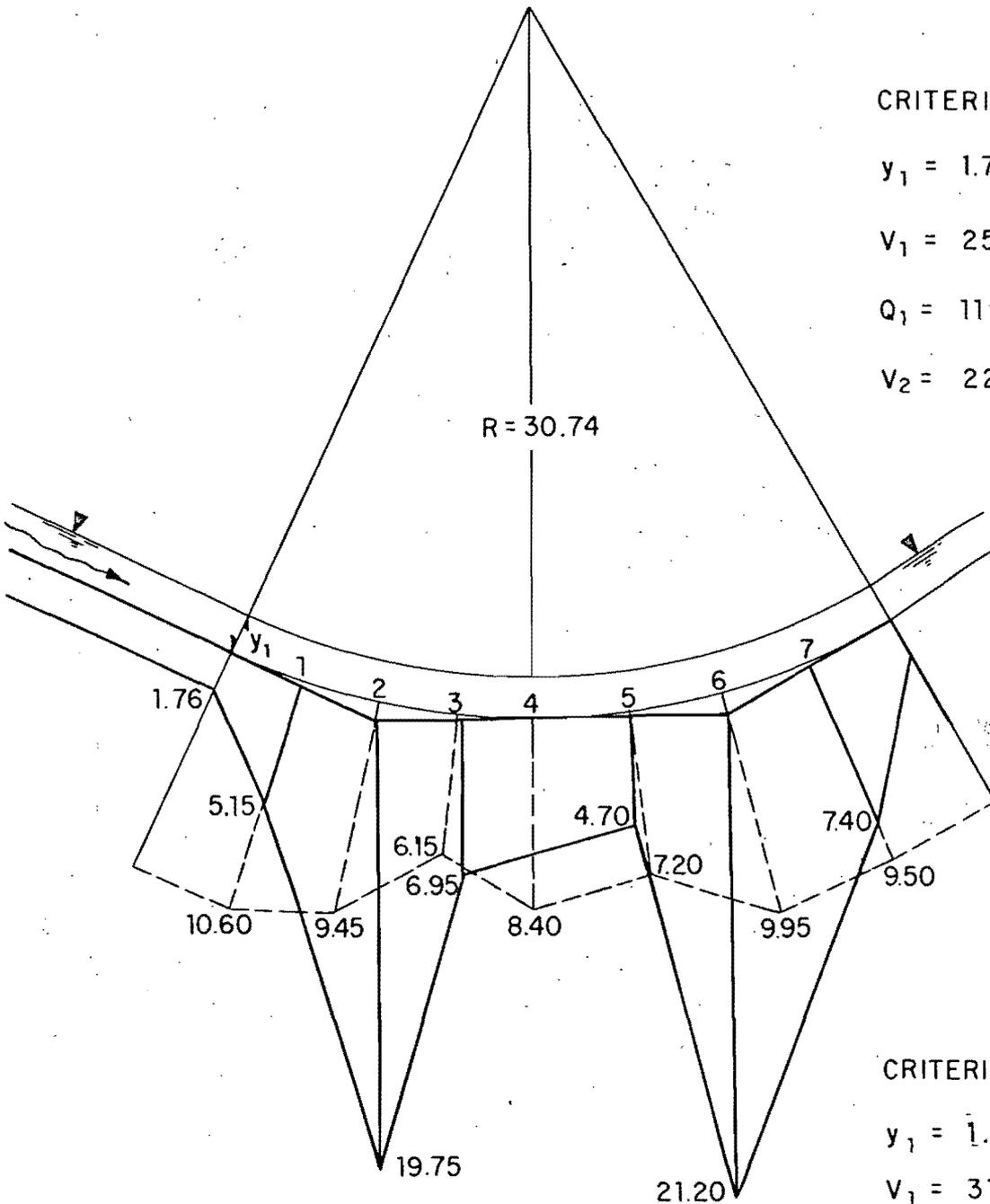
$y_1 = 1.76 \text{ m}$

$V_1 = 25.60 \text{ m/seg}$

$Q_1 = 1131.37 \text{ m}^3/\text{seg}$

$V_2 = 22.27 \text{ m/seg}$

$R = 30.74$



CRITERIO TRADICIONAL

$y_1 = 1.74 \text{ m}$

$V_1 = 31.90 \text{ m/seg}$

$Q_1 = 1387.87 \text{ m}^3/\text{seg}$

$V_2 = 24.27 \text{ m/seg}$

----- CRITERIO TRADICIONAL

————— CRITERIO PROPUESTO

Esc. 1:300

Acotaciones en m

Fig 72 Comparación de la distribución de presiones en la curva tradicional y la superficie poliédrica

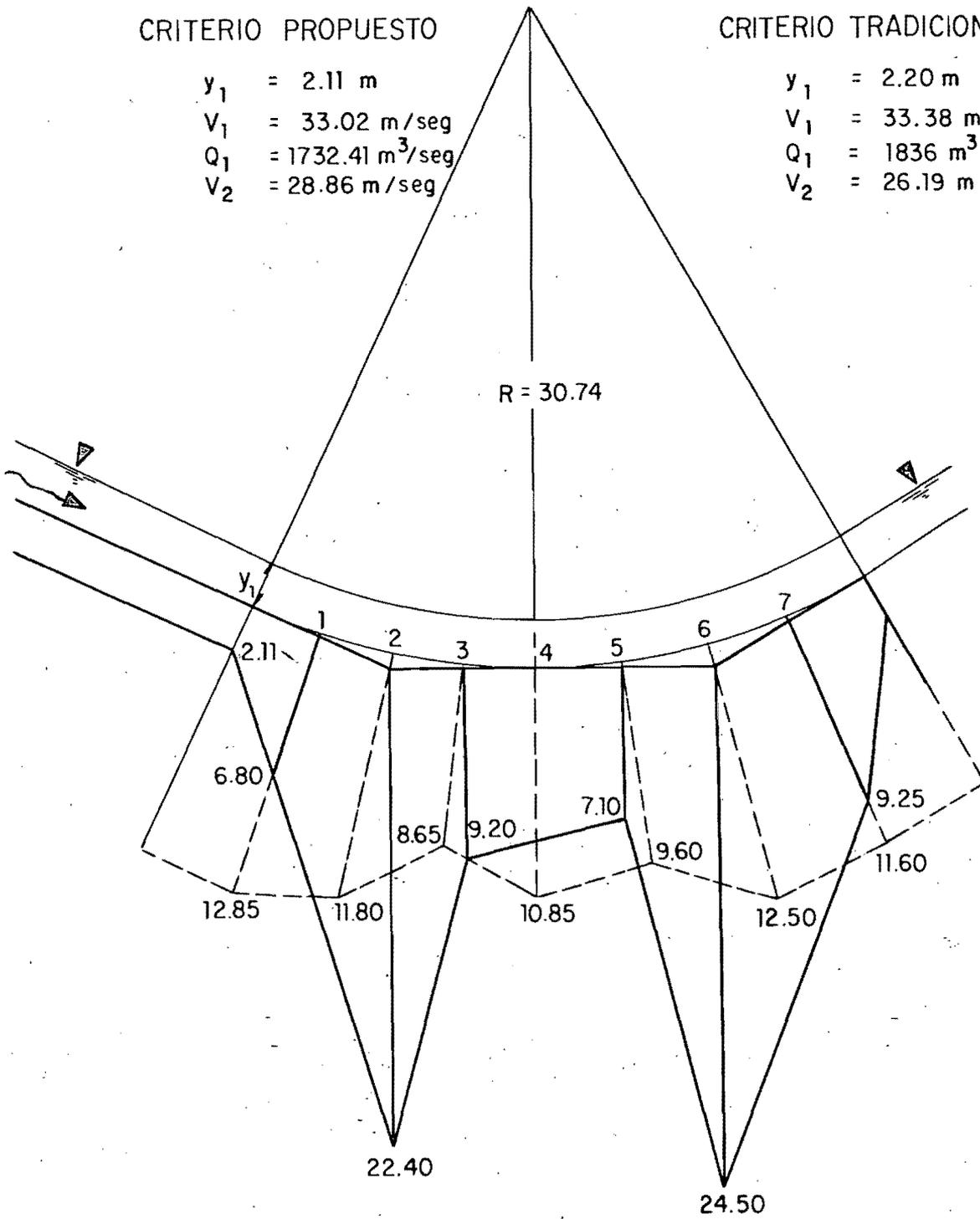
CRITERIO PROPUESTO

$y_1 = 2.11 \text{ m}$   
 $V_1 = 33.02 \text{ m/seg}$   
 $Q_1 = 1732.41 \text{ m}^3/\text{seg}$   
 $V_2 = 28.86 \text{ m/seg}$

CRITERIO TRADICIONAL

$y_1 = 2.20 \text{ m}$   
 $V_1 = 33.38 \text{ m/seg}$   
 $Q_1 = 1836 \text{ m}^3/\text{seg}$   
 $V_2 = 26.19 \text{ m/seg}$

$R = 30.74$



———— CRITERIO PROPUESTO

----- CRITERIO TRADICIONAL

Esc. 1 : 300

Acotaciones en m

Fig 73 Comparación de la distribución de presiones en la curva tradicional y la superficie poliédrica

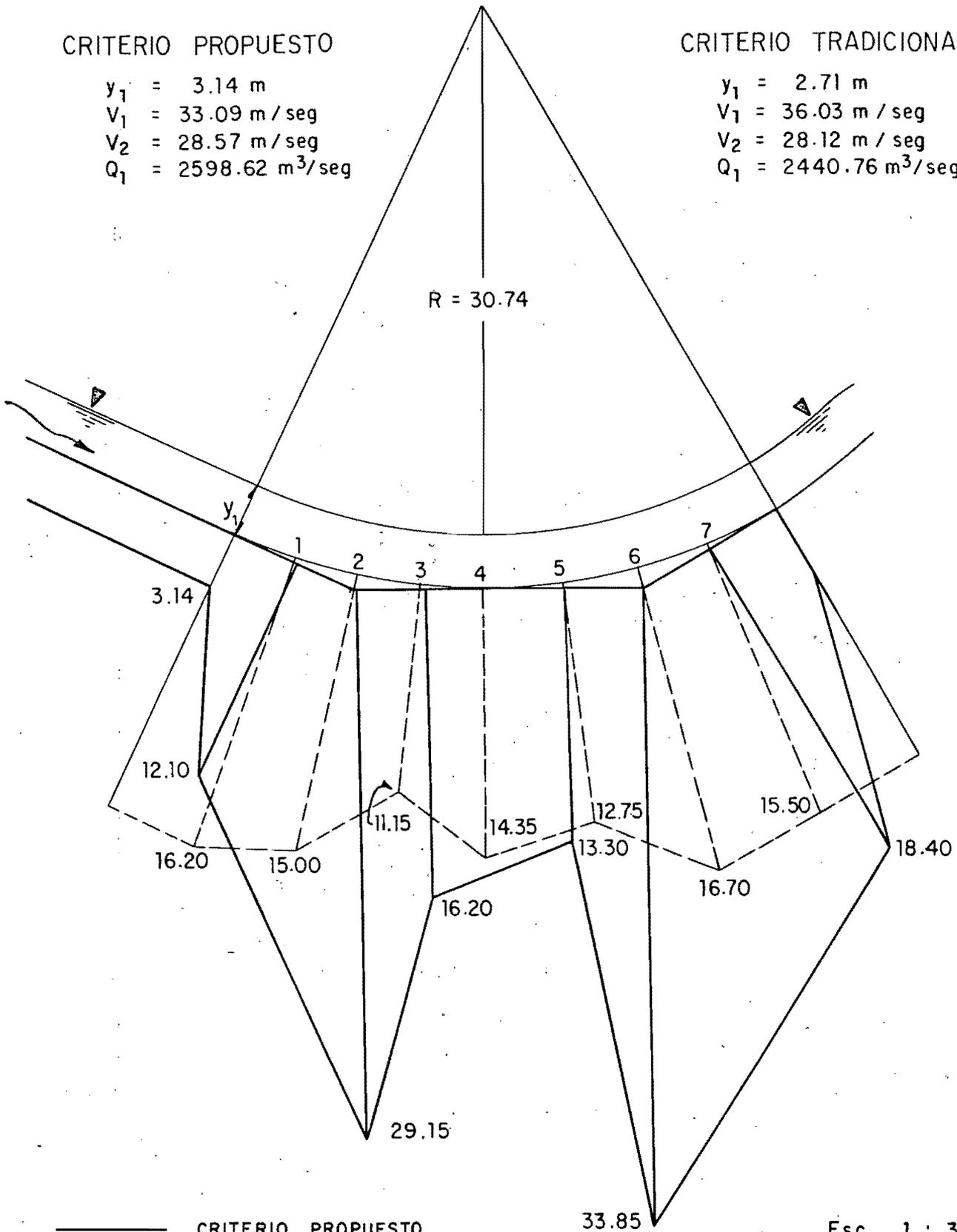
CRITERIO PROPUESTO

$y_1 = 3.14 \text{ m}$   
 $V_1 = 33.09 \text{ m/seg}$   
 $V_2 = 28.57 \text{ m/seg}$   
 $Q_1 = 2598.62 \text{ m}^3/\text{seg}$

CRITERIO TRADICIONAL

$y_1 = 2.71 \text{ m}$   
 $V_1 = 36.03 \text{ m/seg}$   
 $V_2 = 28.12 \text{ m/seg}$   
 $Q_1 = 2440.76 \text{ m}^3/\text{seg}$

$R = 30.74$



——— CRITERIO PROPUESTO  
 - - - CRITERIO TRADICIONAL

Esc . 1 : 300  
 Acotaciones en m

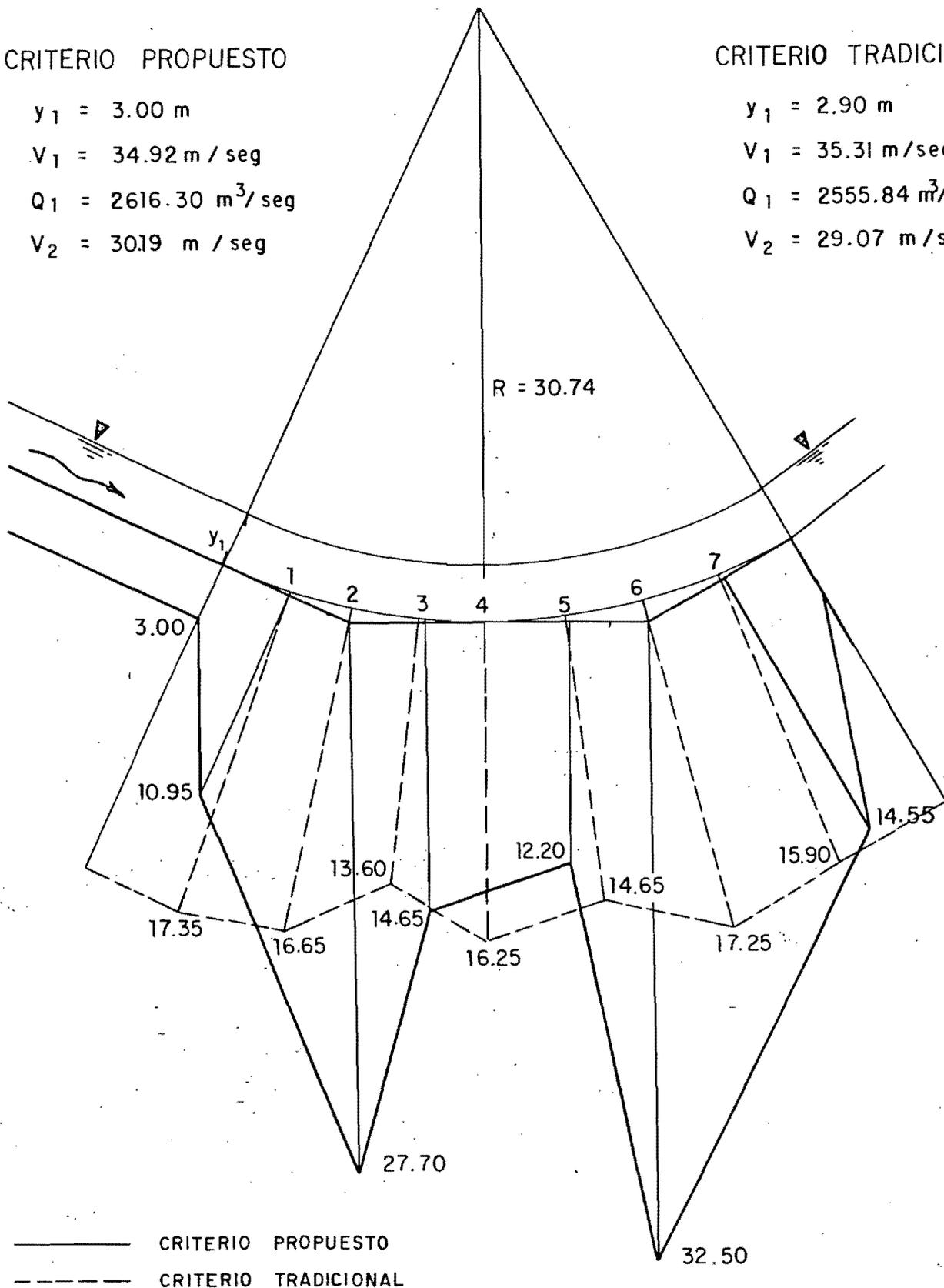
Fig 74 Comparación de la distribución de presiones en la curva tradicional y la superficie poliédrica

CRITERIO PROPUESTO

$y_1 = 3.00 \text{ m}$   
 $V_1 = 34.92 \text{ m / seg}$   
 $Q_1 = 2616.30 \text{ m}^3/\text{seg}$   
 $V_2 = 30.19 \text{ m / seg}$

CRITERIO TRADICIONAL

$y_1 = 2.90 \text{ m}$   
 $V_1 = 35.31 \text{ m/seg}$   
 $Q_1 = 2555.84 \text{ m}^3/\text{seg}$   
 $V_2 = 29.07 \text{ m/seg}$



Esc. 1 : 300

Acotaciones en m

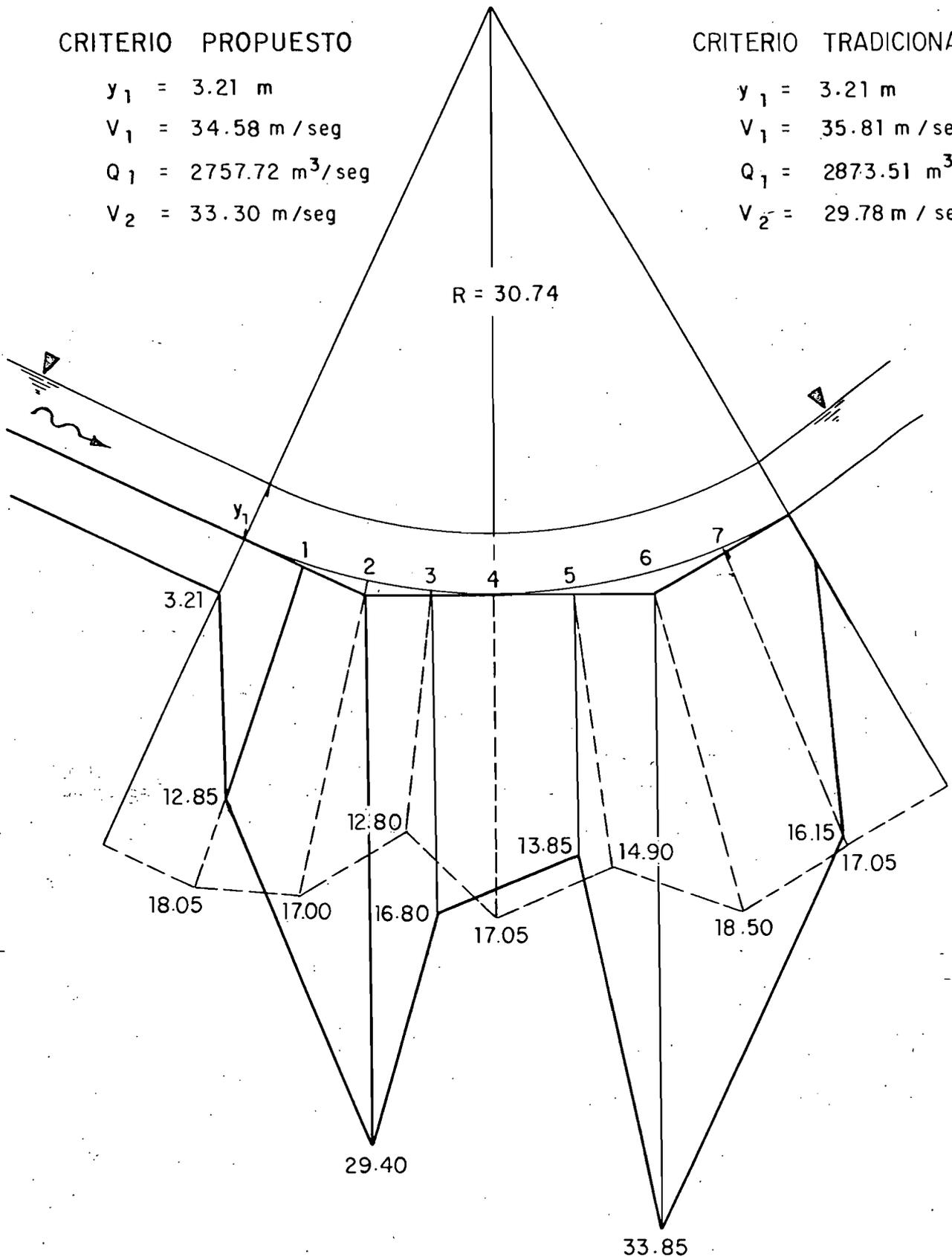
Fig 75 Comparación de la distribución de presiones en la curva tradicional y la superficie poliédrica

CRITERIO PROPUESTO

$y_1 = 3.21 \text{ m}$   
 $V_1 = 34.58 \text{ m / seg}$   
 $Q_1 = 2757.72 \text{ m}^3/\text{seg}$   
 $V_2 = 33.30 \text{ m/seg}$

CRITERIO TRADICIONAL

$y_1 = 3.21 \text{ m}$   
 $V_1 = 35.81 \text{ m / seg}$   
 $Q_1 = 2873.51 \text{ m}^3/\text{seg}$   
 $V_2 = 29.78 \text{ m / seg}$



———— CRITERIO PROPUESTO  
 - - - - - CRITERIO TRADICIONAL

Esc. 1 : 300  
 Acotaciones en m

Fig 76 Comparación de la distribución de presiones en la curva tradicional y la superficie poliédrica

CRITERIO PROPUESTO

$y_1 = 3.78 \text{ m}$   
 $V_1 = 33.45 \text{ m/seg}$   
 $Q_1 = 3146.63 \text{ m}^3/\text{seg}$   
 $V_2 = 29.56 \text{ m/seg}$

CRITERIO TRADICIONAL

$y_1 = 3.77 \text{ m}$   
 $V_1 = 35.41 \text{ m/seg}$   
 $Q_1 = 3337.54 \text{ m}^3/\text{seg}$   
 $V_2 = 31.74 \text{ m/seg}$

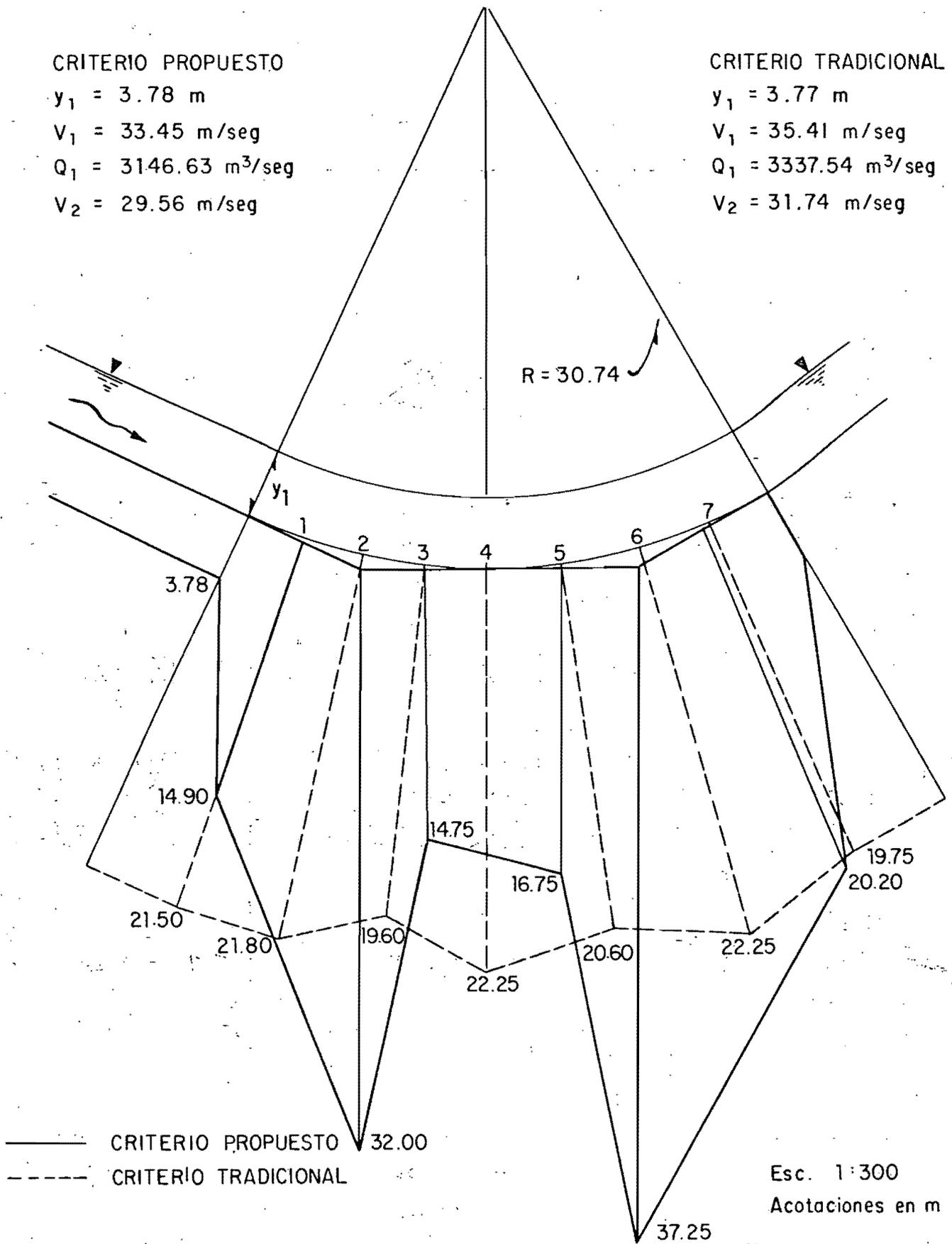


Fig 77 Comparación de la distribución de presiones en la curva tradicional y la superficie poliédrica

CRITERIO PROPUESTO

$y_1 = 4.55$  m  
 $V_1 = 34.86$  m/seg  
 $Q_1 = 3959.80$  m<sup>3</sup>/seg  
 $V_2 = 31.47$  m/seg

CRITERIO TRADICIONAL

$y_1 = 4.30$  m  
 $V_1 = 36.95$  m/seg  
 $Q_1 = 3967.05$  m<sup>3</sup>/seg  
 $V_2 = 29.90$  m/seg

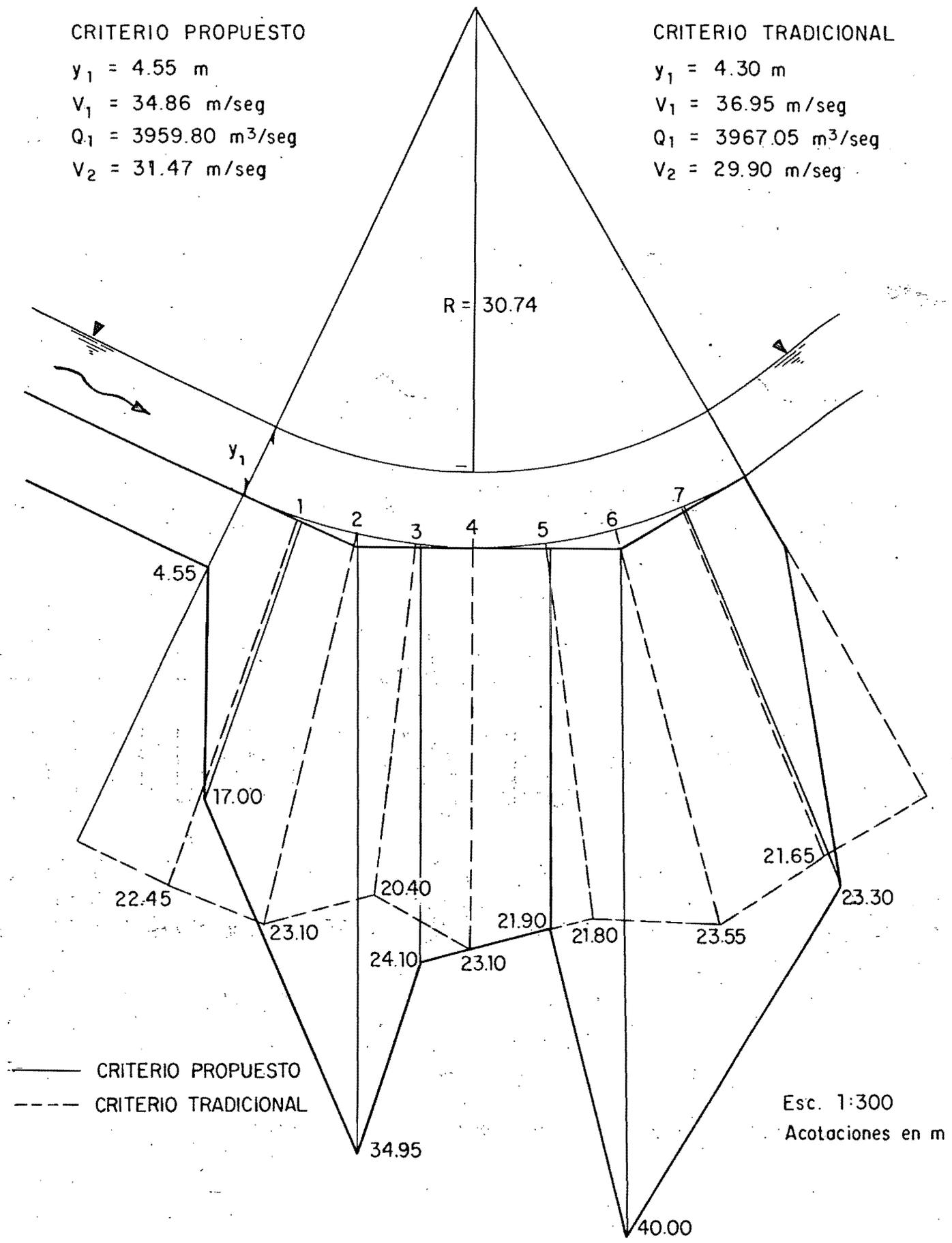


Fig 78 Comparación de la distribución de presiones en la curva tradicional y la superficie poliédrica

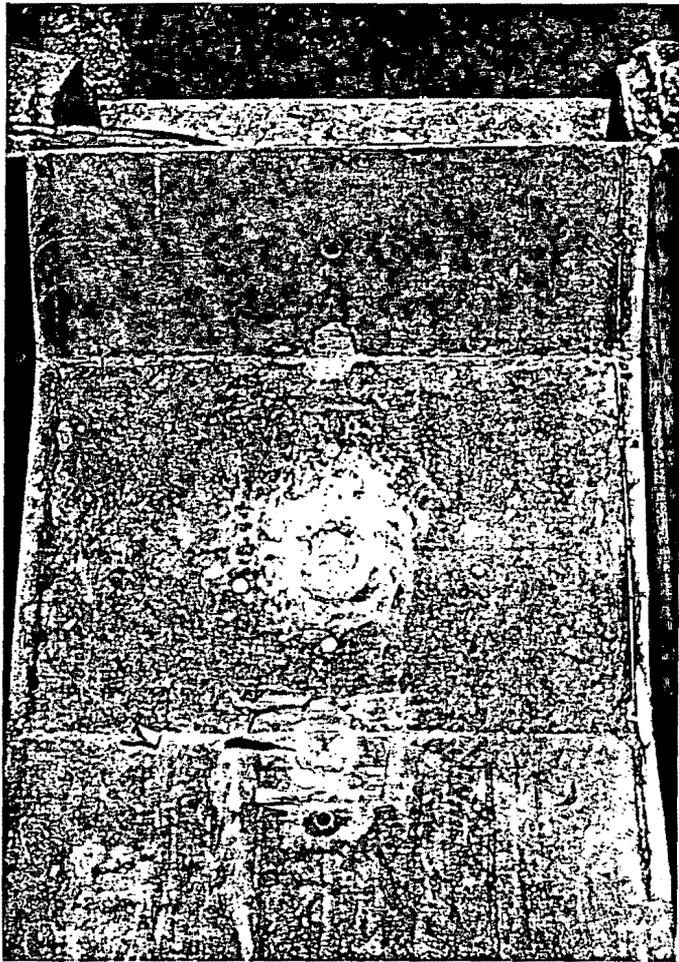


Fig 79 Superficie poliédrica de tres tramos.



Fig 80 Vista de la superficie poliédrica en funcionamiento

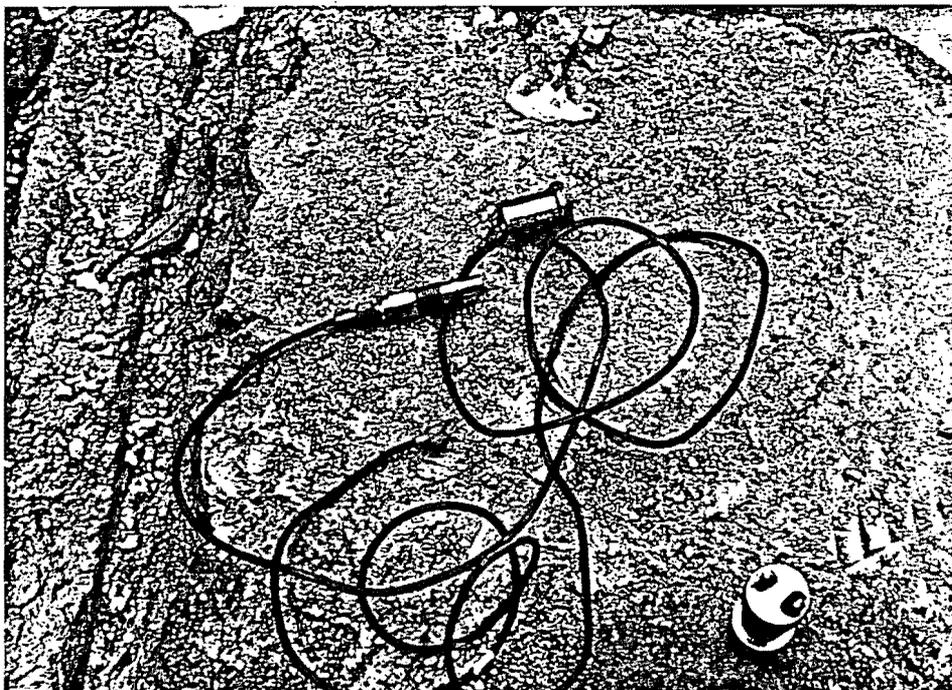


Fig 81 Vista de la celda de presión y equipo de sujeción.



Fig 82 Amplificador de señales

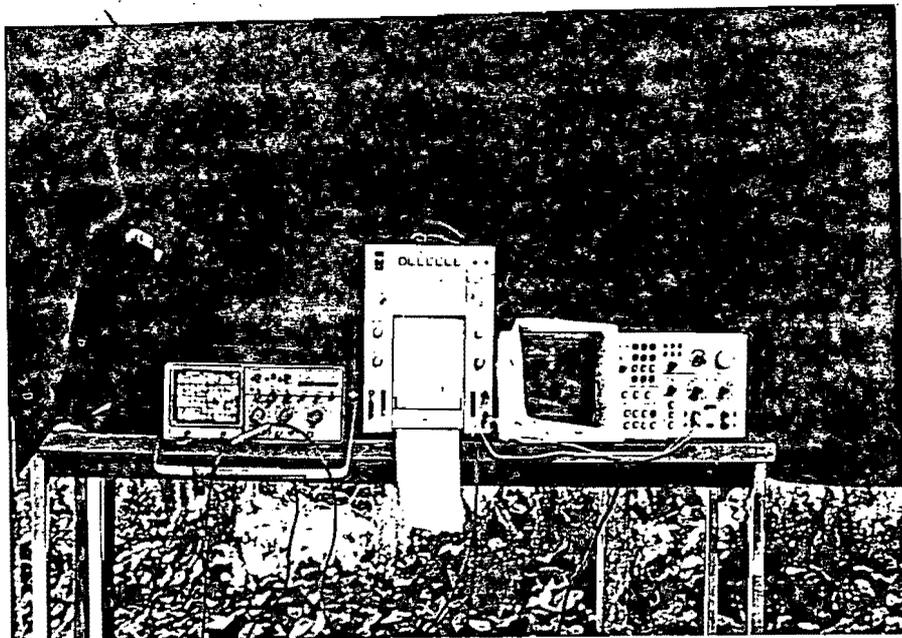


Fig 83 Osciloscopio, registrador y analizador de Espectros

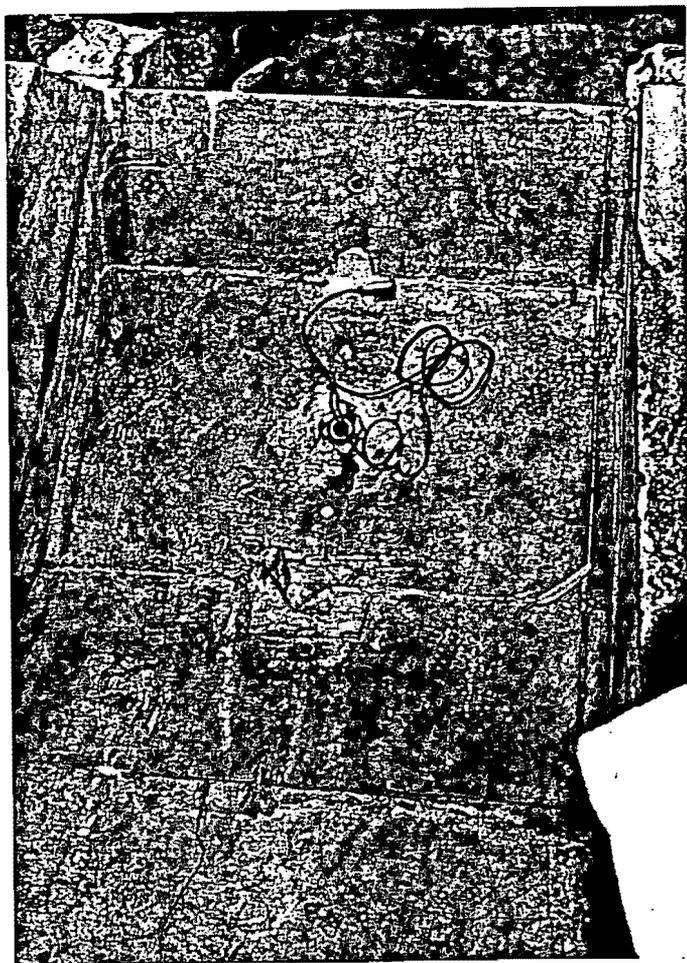


Fig 84 Celda de presión en la superficie poliédrica

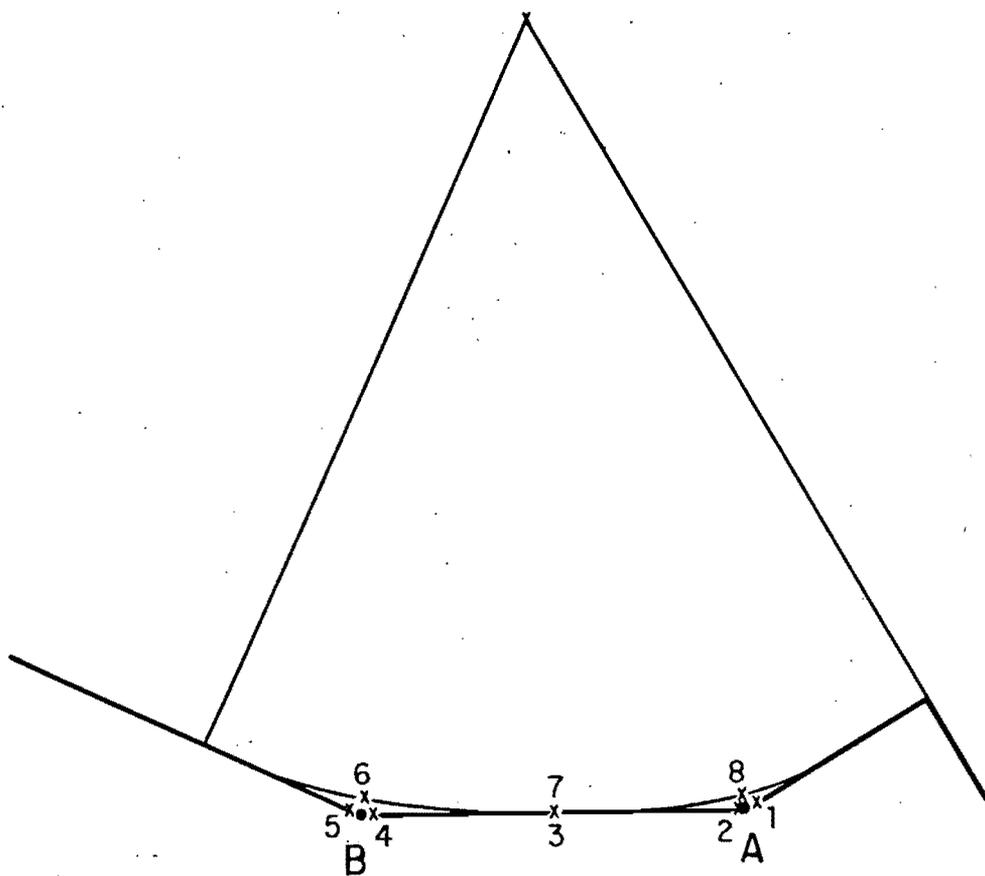
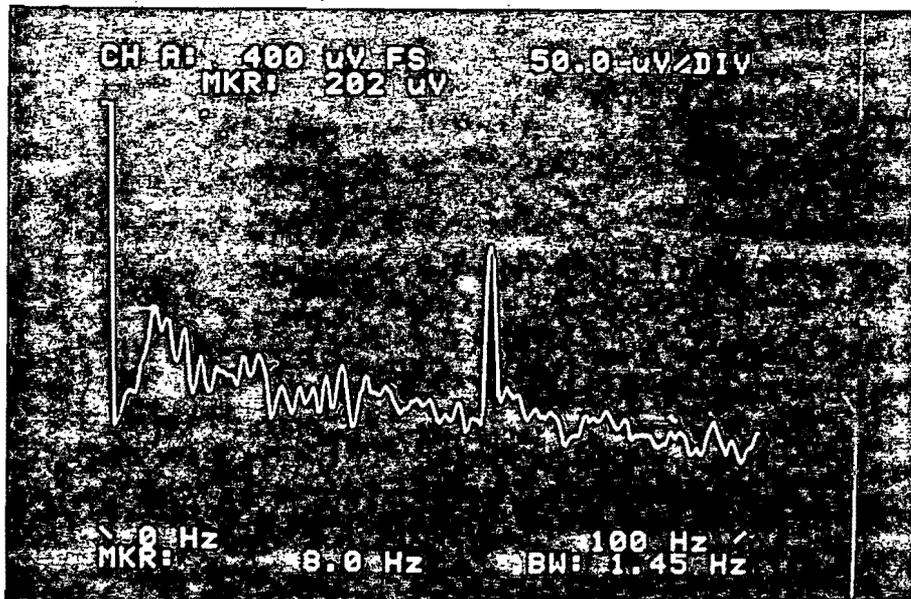
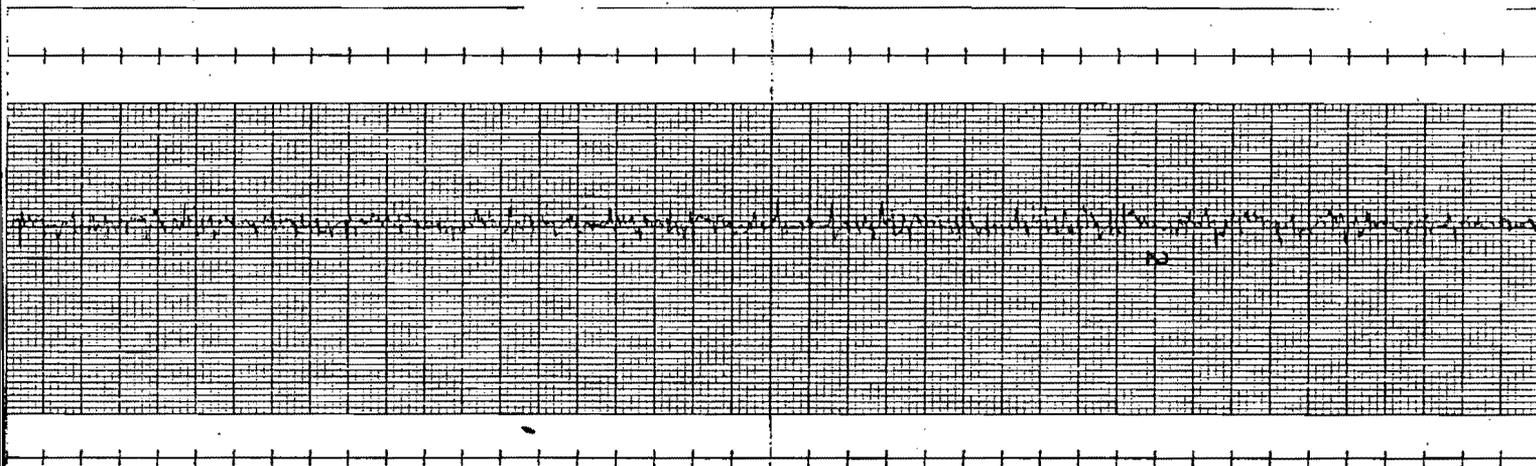


Fig 85 Localización de puntos de medición en la superficie curva y la poliédrica

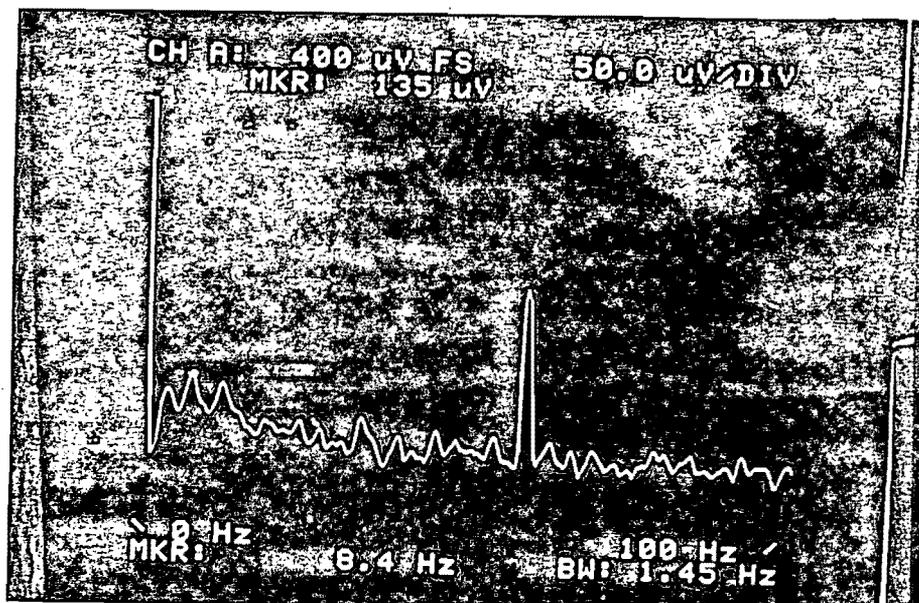


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

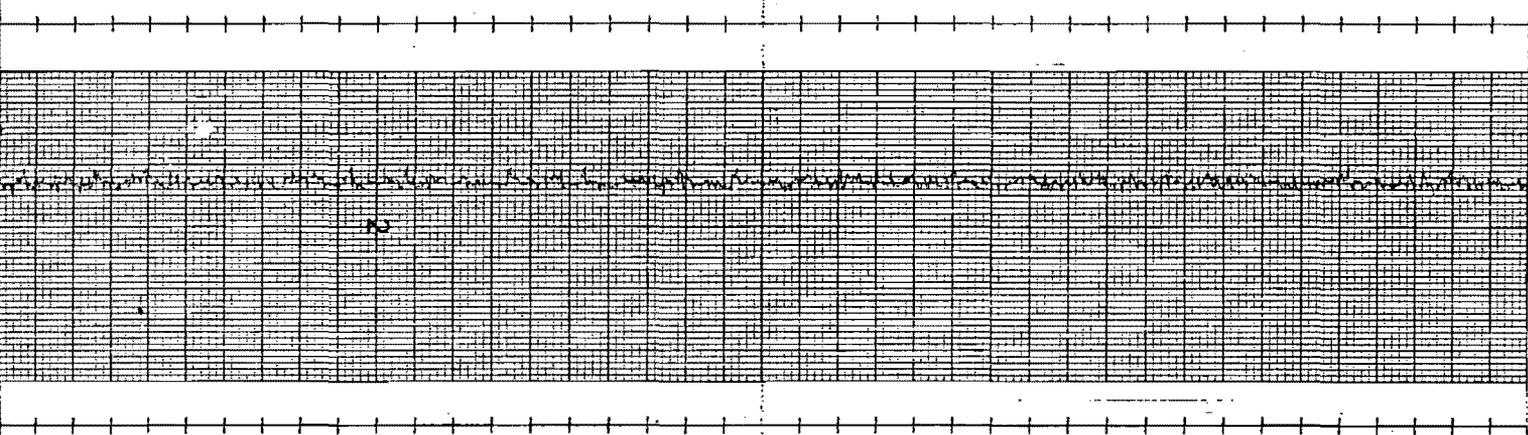


1 mV/división

Fig 86 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el tramo inclinado aguas arriba Posición 5) Gasto  $Q = 3544 \text{ m}^3/\text{s}$ .

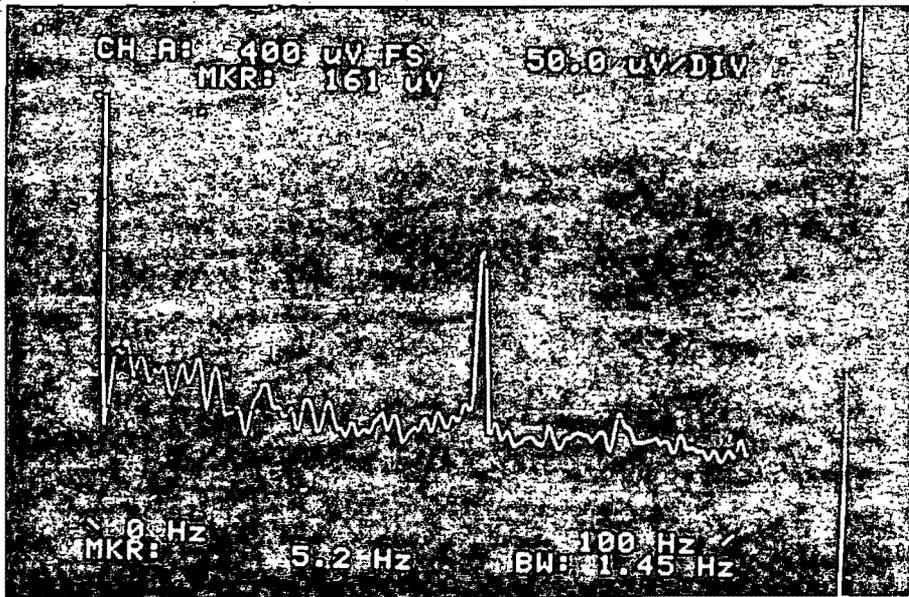


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua



1 mV/división

Fig 8.7 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el tramo inclinado aguas arriba (Posición 5) Gasto  $Q = 1384 \text{ m}^3/\text{s}$ .



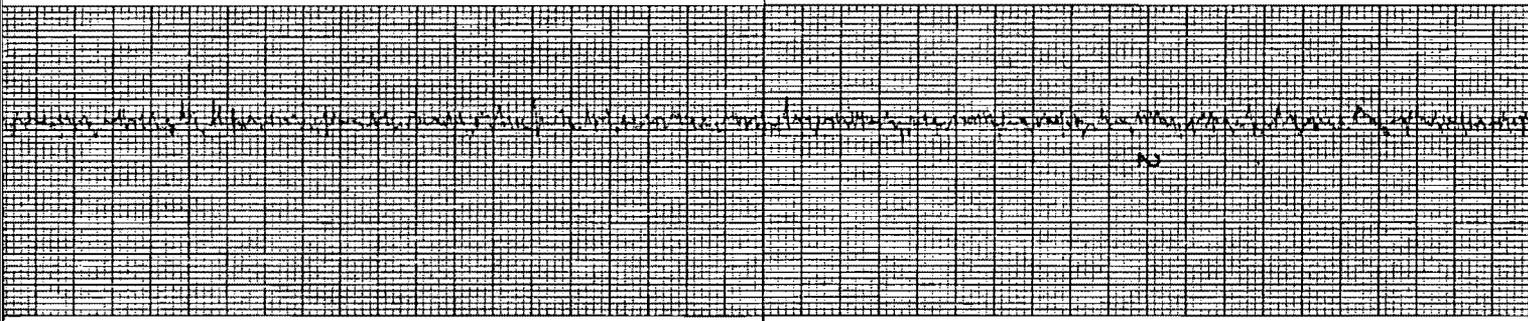
1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

ACCUCHART®

Gould Inc.

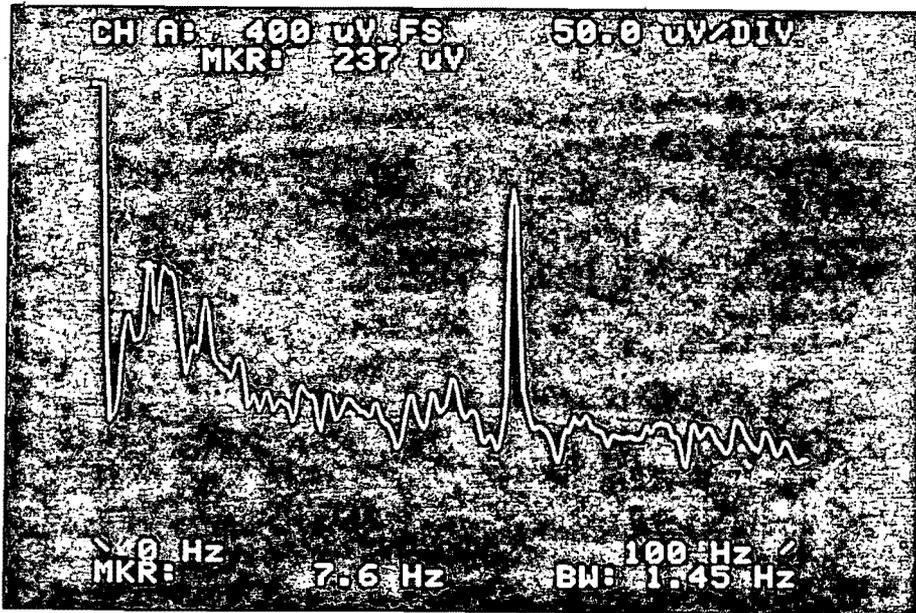
Cleveland, Ohio

Printed in U.S.A.



1 mV/división

Fig 8.8 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el tramo inclinado aguas arriba (Posición 5) Gasto  $Q = 2376 \text{ m}^3/\text{s}$ .



1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

ACCUCHART®

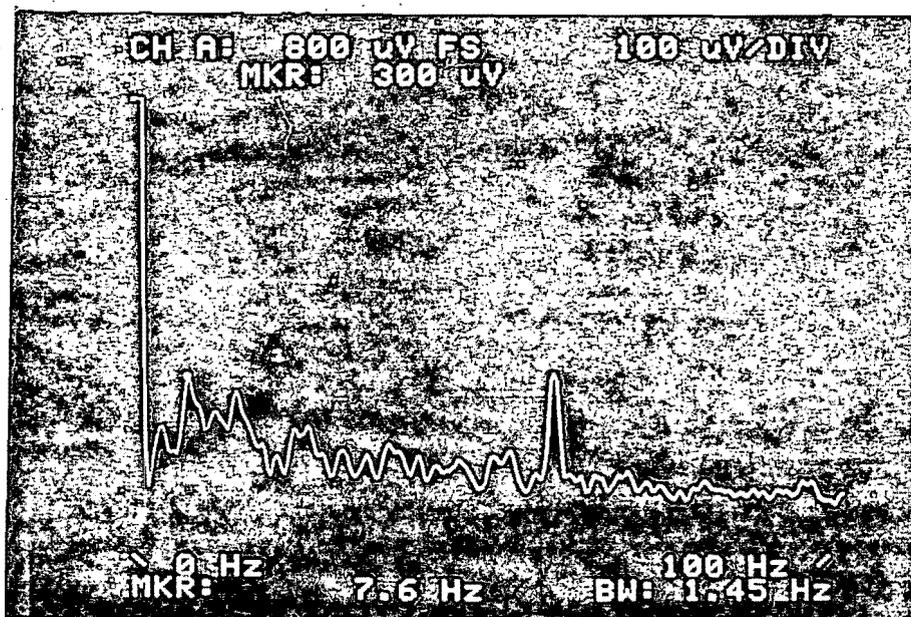
Gould Inc.

Cleveland, Ohio

Printed in U.S.A.

1 mV/división

Fig 89 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el extremo aguas arriba del tramo horizontal (Posición 4) Gasto  $Q = 1467 \text{ m}^3/\text{s}$ .



1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

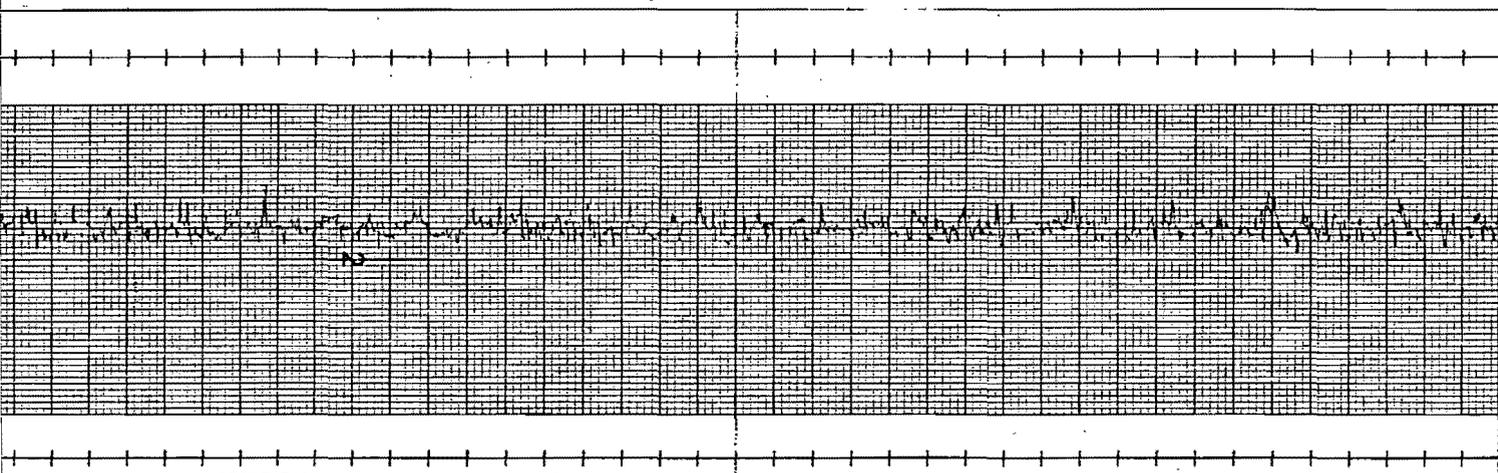
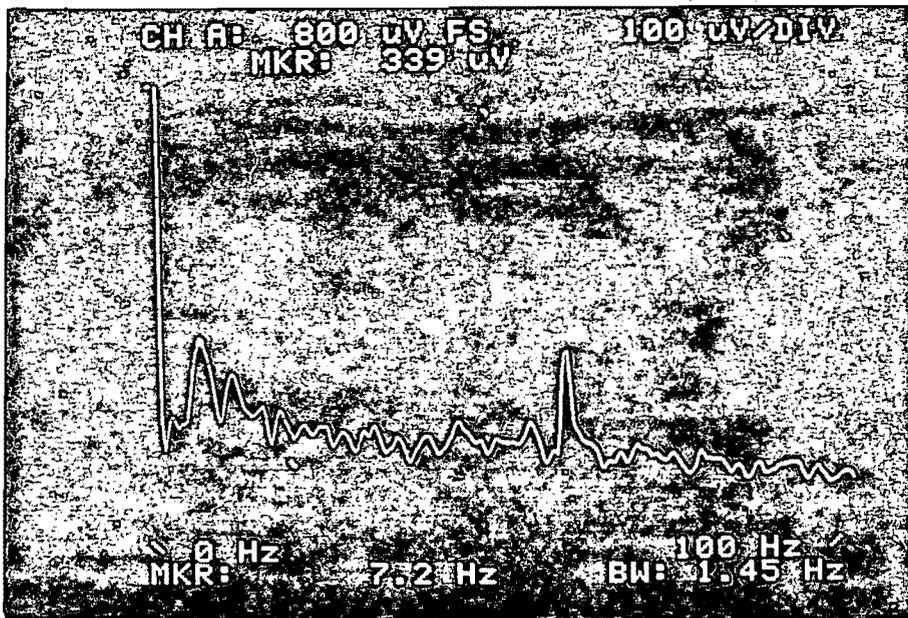
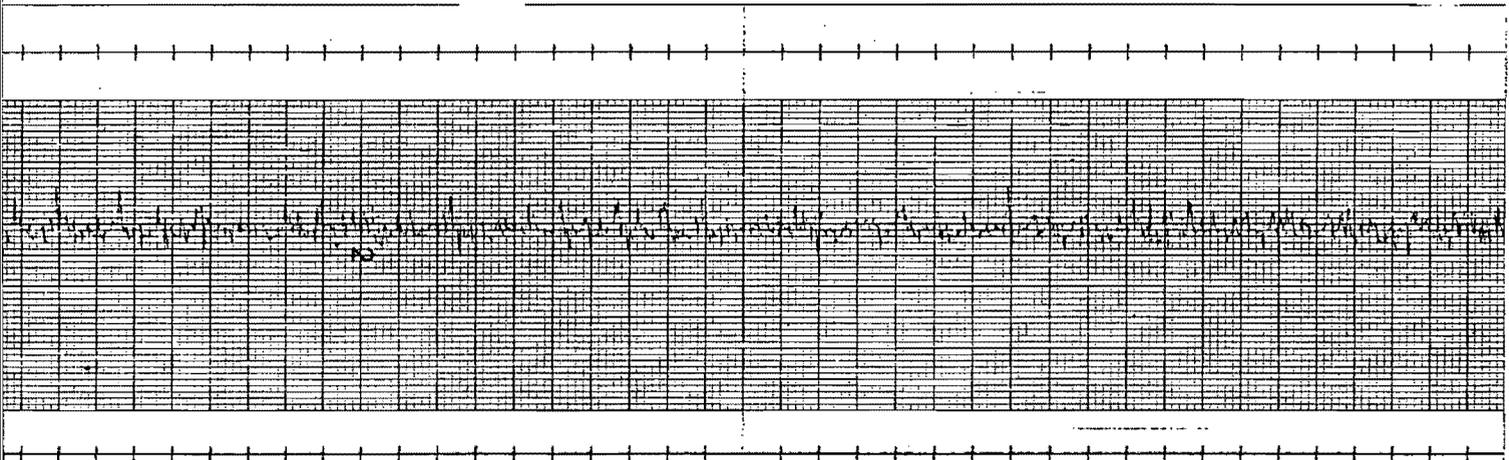


Fig 90 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el extremo aguas arriba del tramo horizontal (Posición 4) Gasto  $Q = 2399 \text{ m}^3/\text{s}$ .



1.7 mV = 0.5 m de columna de agua



1 mV/división

Fig 91. Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el extremo aguas arriba del tramo horizontal (Posición 4)  $Q = 3452 \text{ m}^3/\text{s}$ .



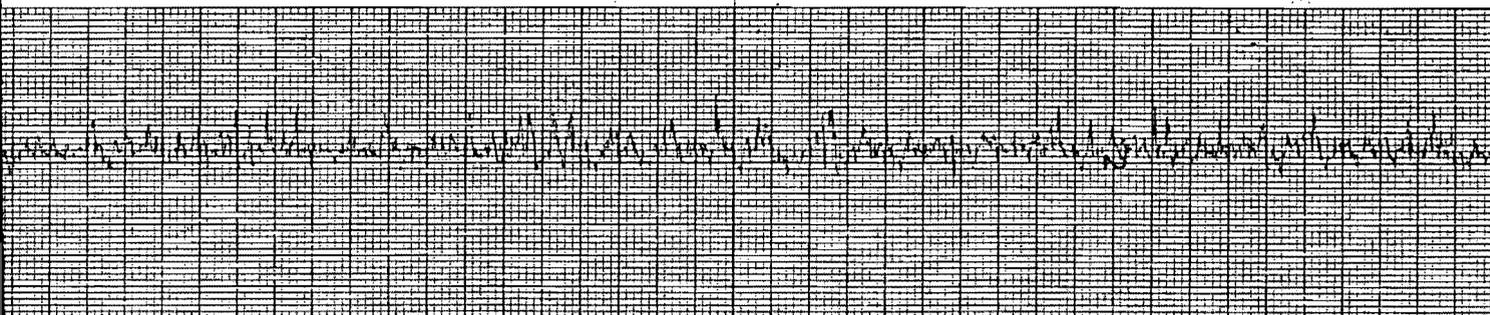
1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

ACCUCHART®

Gould Inc.

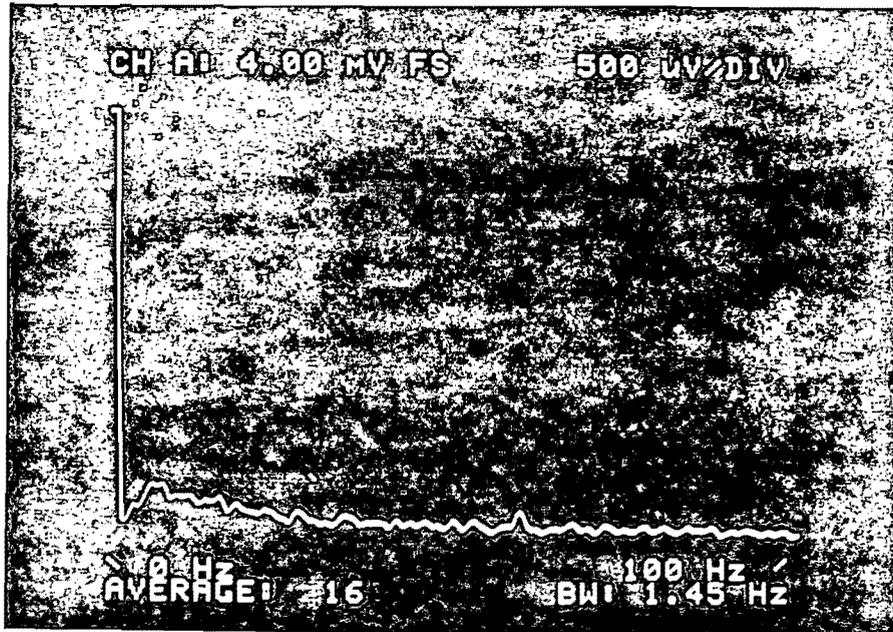
Cleveland, Ohio

Printed in U.S.A.

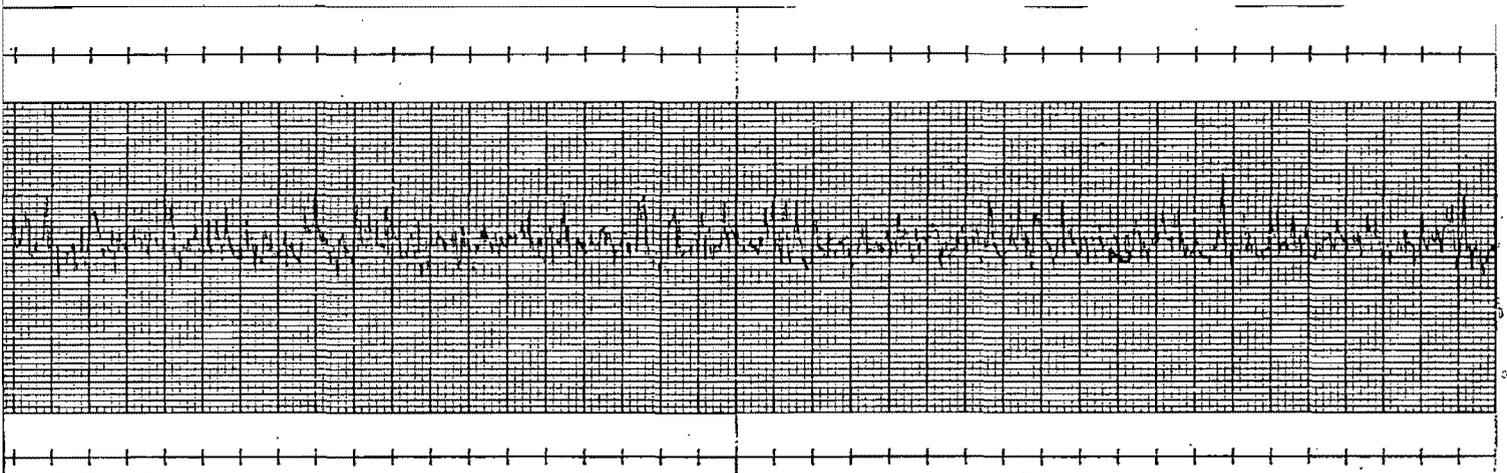


1 mV/división

Fig 92 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el tramo inclinado aguas abajo (Posición 1) Gasto  $Q = 1427 \text{ m}^3/\text{s}$ .

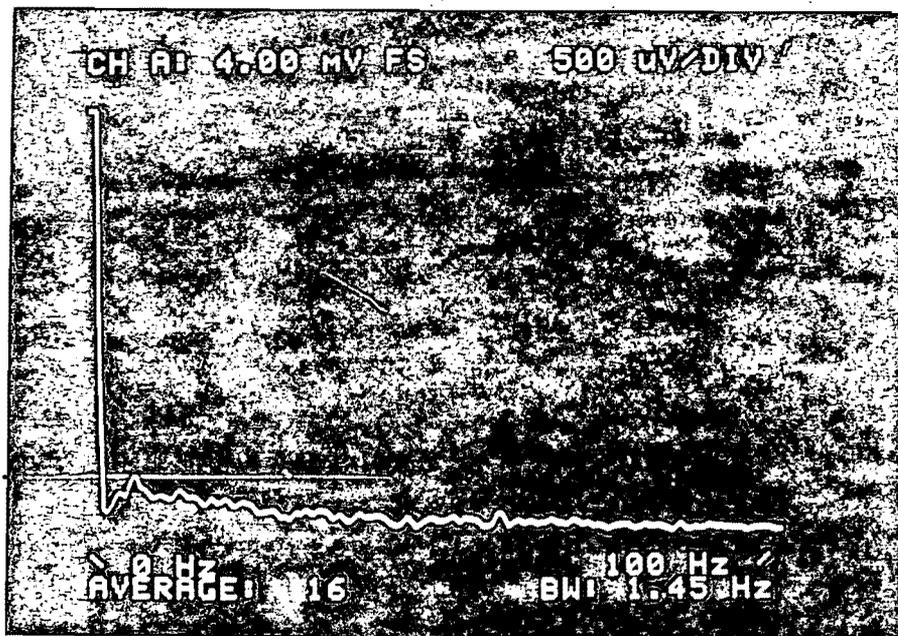


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

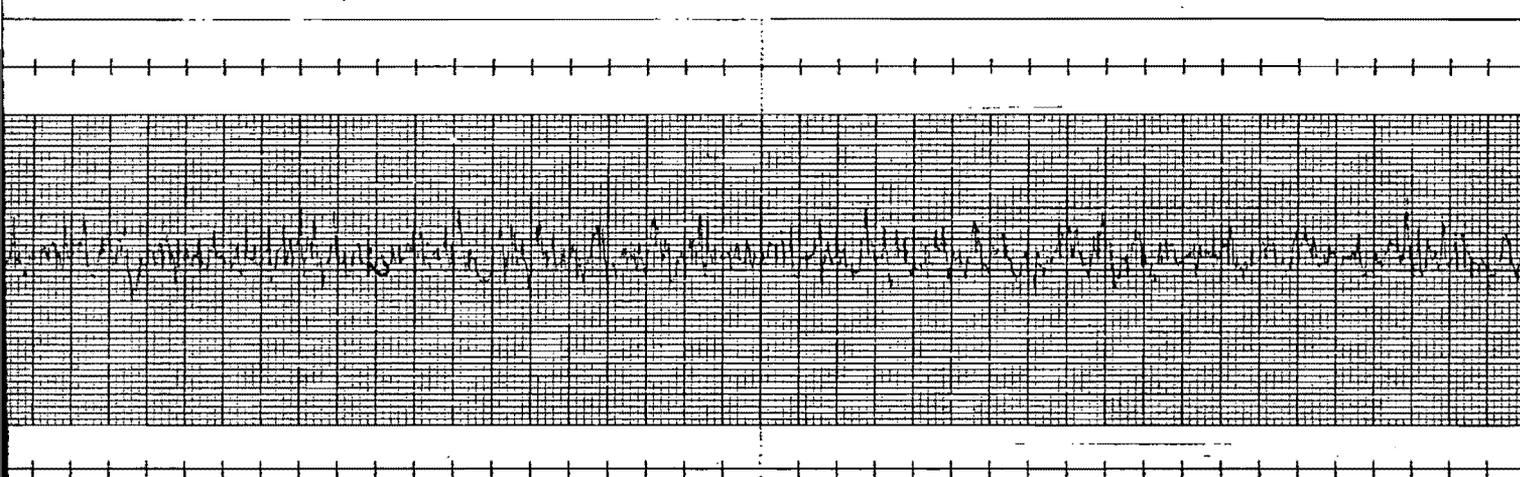


1 mV/división

Fig 93 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el tramo inclinado aguas abajo (Posición 1) Gasto  $Q = 2353 \text{ m}^3/\text{s}$ .

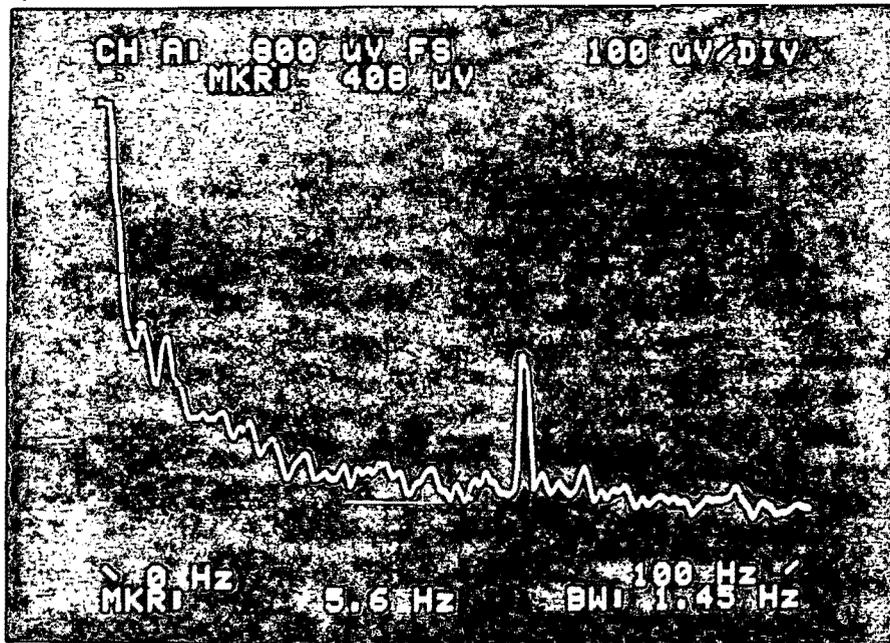


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

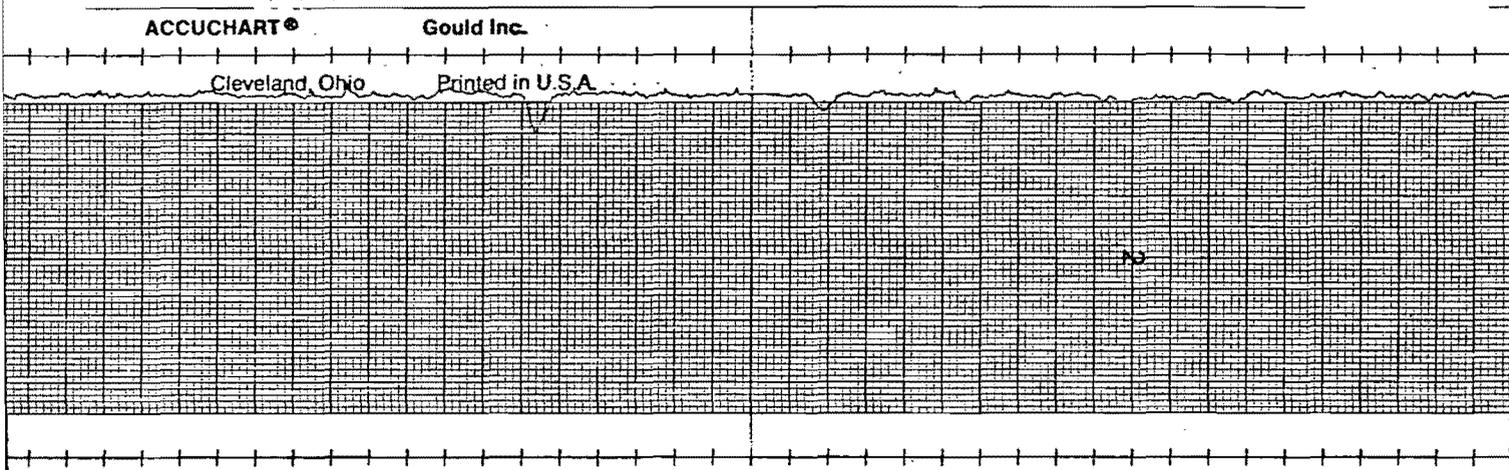


1 mV/división

Fig 94 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el tramo inclinado aguas abajo (Posición 1). Gasto  $Q = 3357 \text{ m}^3/\text{s}$ .

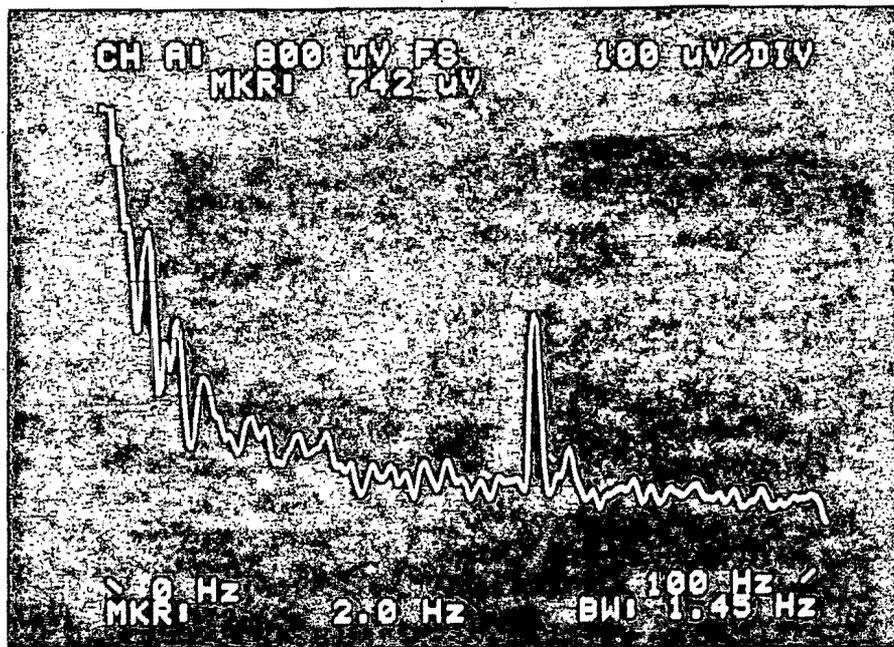


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

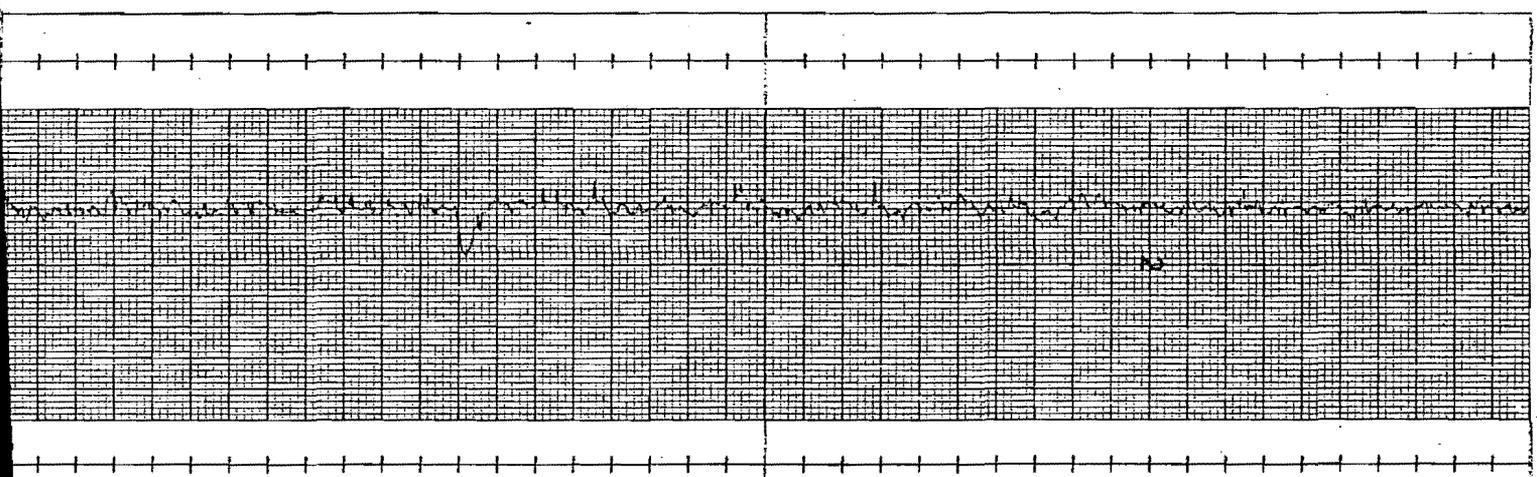


1 mV/5 divisiones

Fig 95 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el extremo aguas abajo del tramo horizontal (Posición 2) Gasto  $Q = 1519 \text{ m}^3/\text{s}$ .

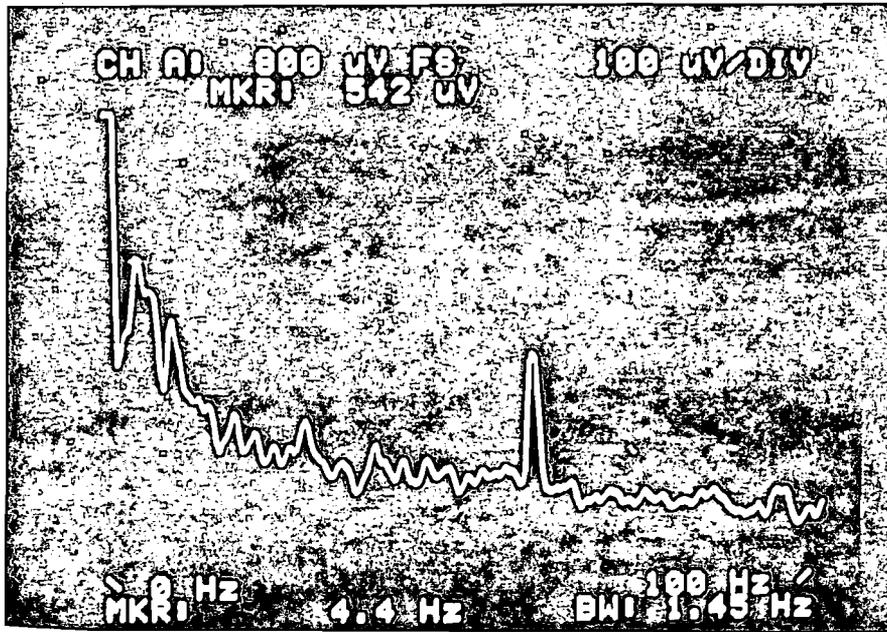


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua



1 mV/2 divisiones

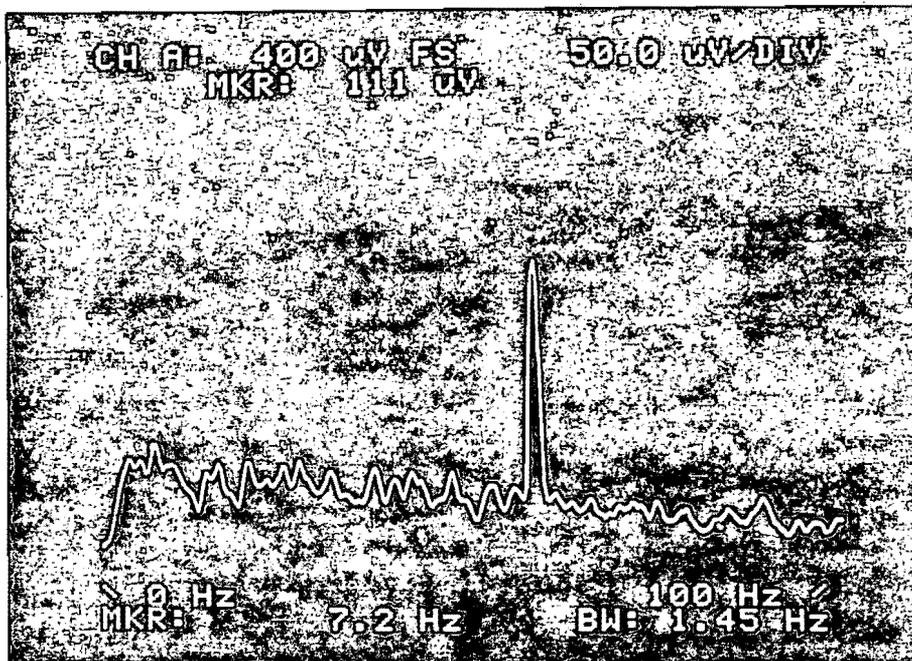
Fig 96 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el extremo aguas abajo del tramo horizontal (Posición 2) Gasto  $Q = 3544 \text{ m}^3/\text{s}$ .



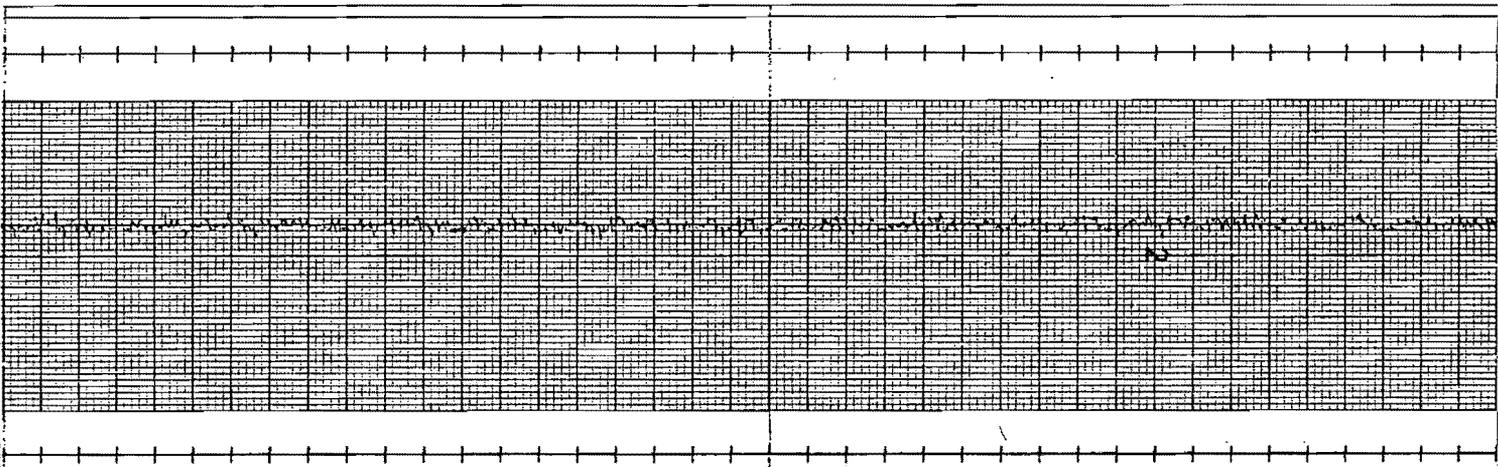
1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

1 mV/2 divisiones

Fig 9.7 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada en el extremo aguas abajo del tramo horizontal (Posición 2) Gasto  $Q = 2166 \text{ m}^3/\text{s}$ .

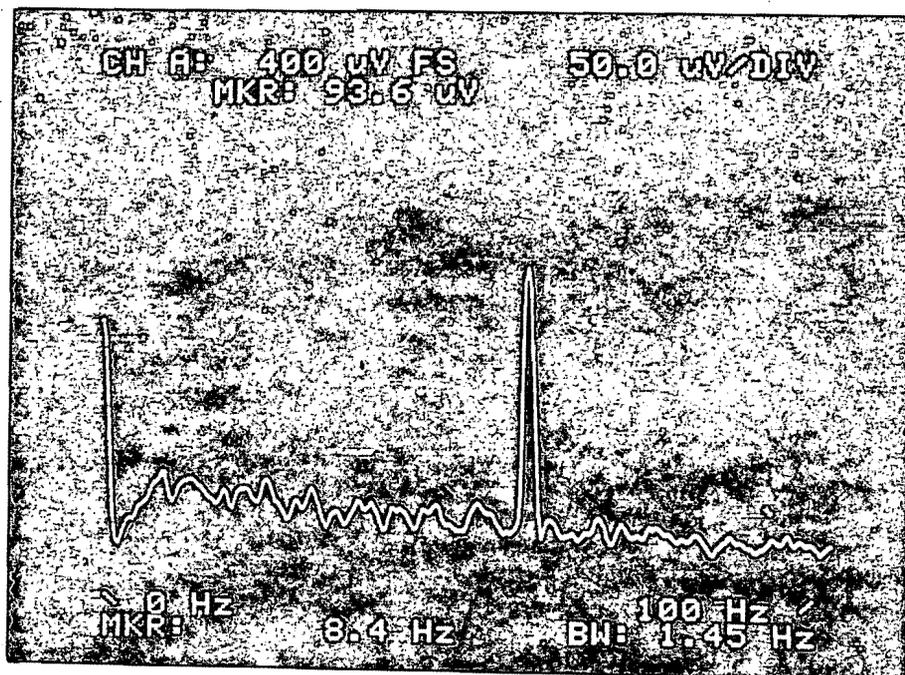


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

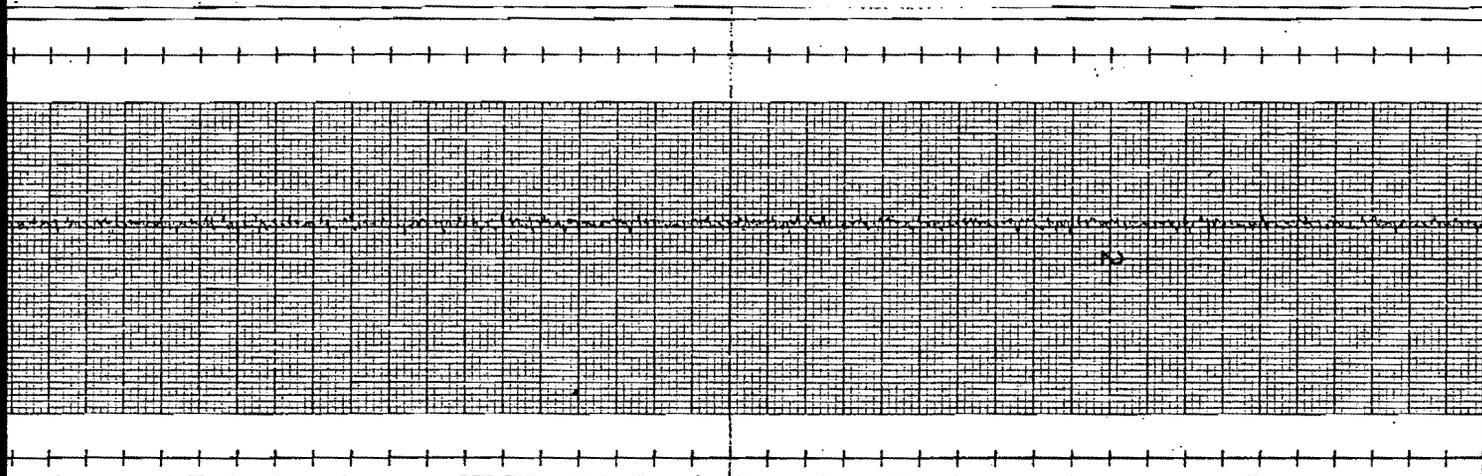


1 mV/2 divisiones

Fig 98 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada aguas abajo (Posición 6) Gasto  $Q = 2390 \text{ m}^3/\text{s}$ .

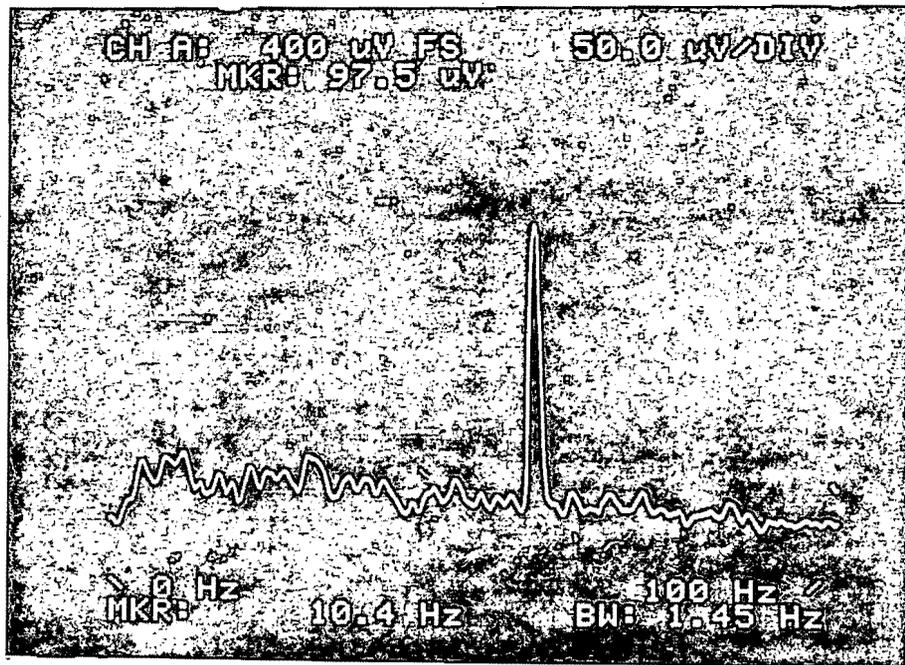


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

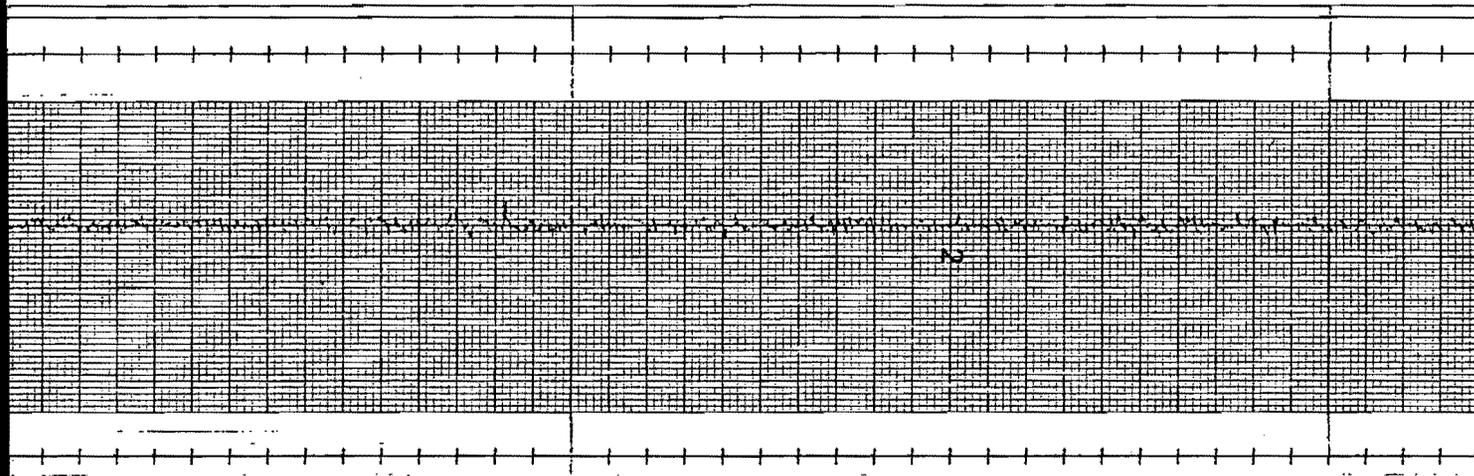


1 mV/división

Fig 99. Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada aguas abajo (Posición 6) Gasto  $Q = 1497 \text{ m}^3/\text{s}$ .

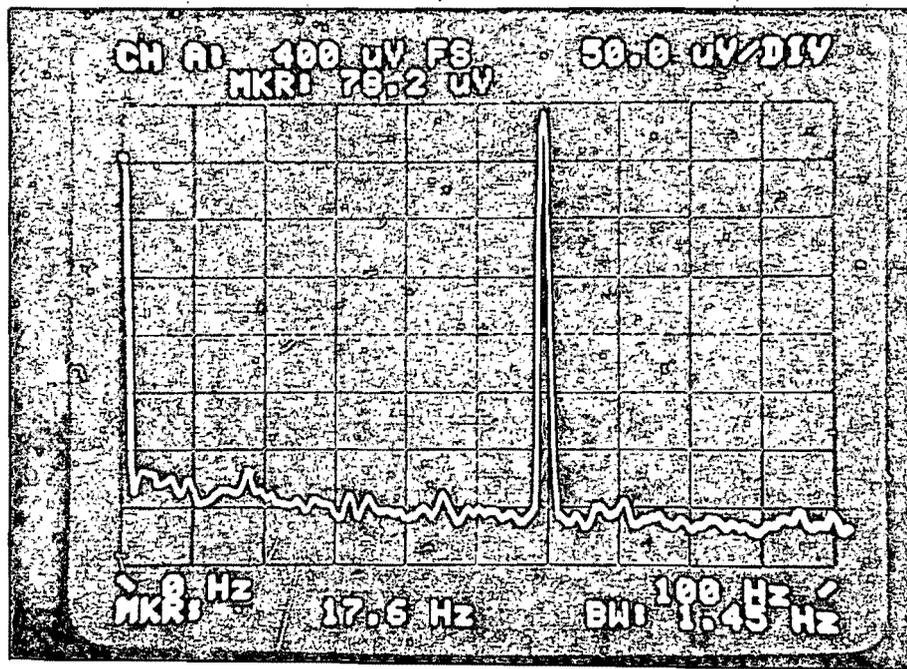


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua



1 mV/división

Fig 100 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada aguas abajo (Posición: 6) Gasto  $Q = 1748 \text{ m}^3/\text{s}$ .



1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

ACCUCHART®

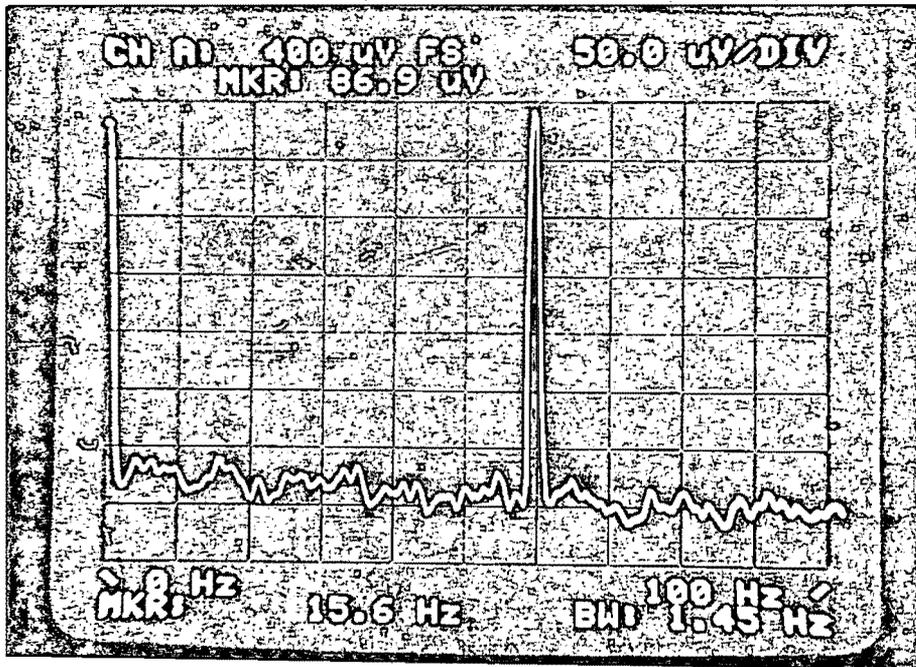
Gould Inc.

Cleveland, Ohio

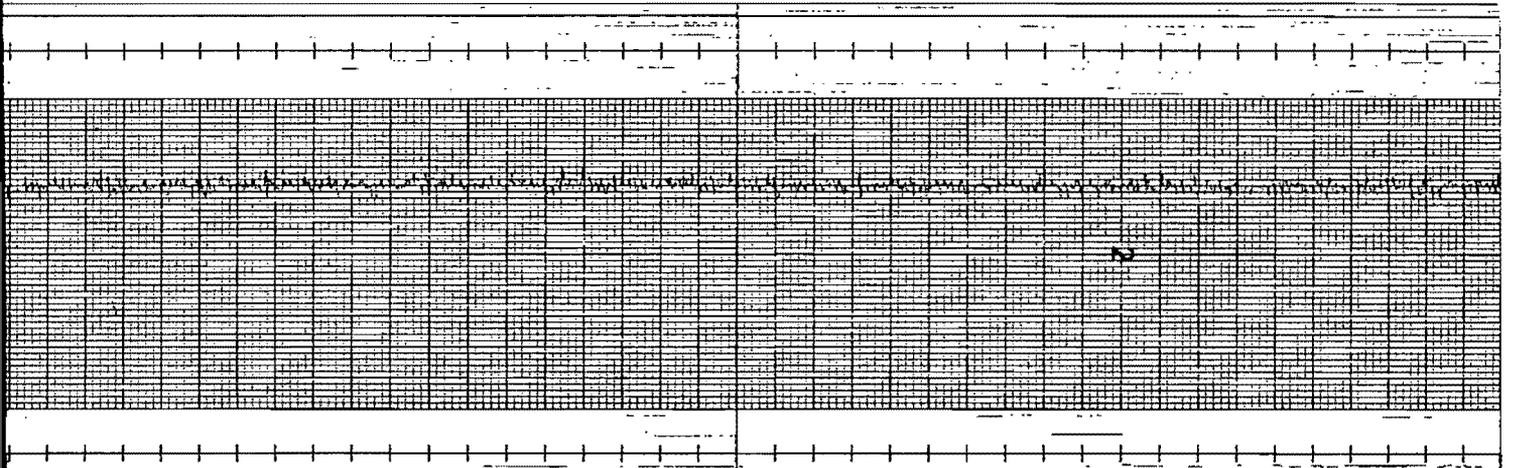
Printed in U.S.A.

1 mV/división

Fig 101 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada aguas arriba (Posición 8) Gasto  $Q = 1503 \text{ m}^3/\text{s}$ .

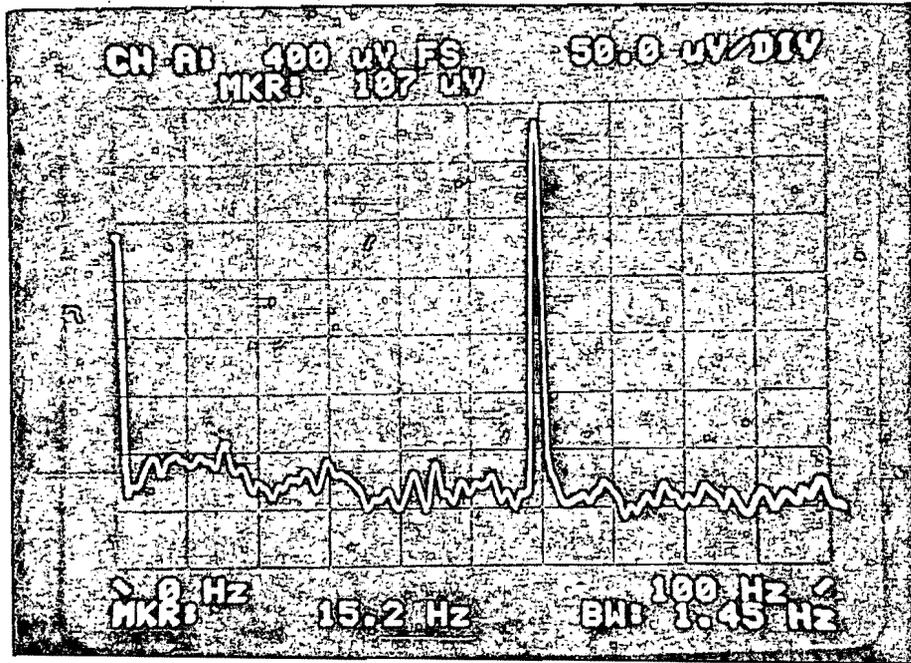


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

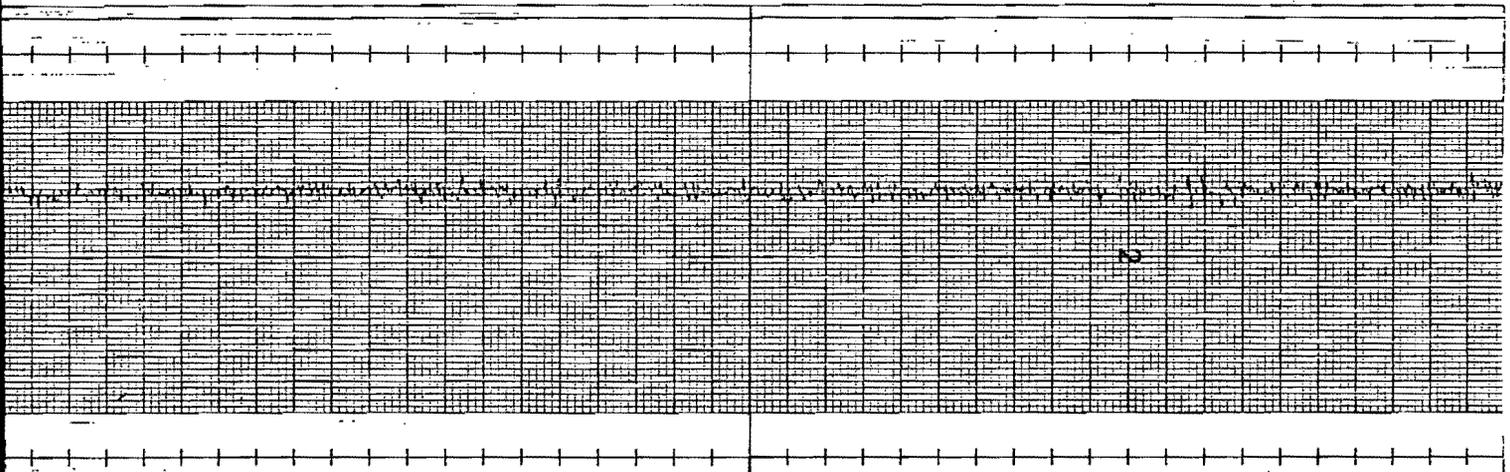


1 mV/división

Fig 102 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada aguas arriba (Posición 8) Gasto  $Q = 2504 \text{ m}^3/\text{s}$ .

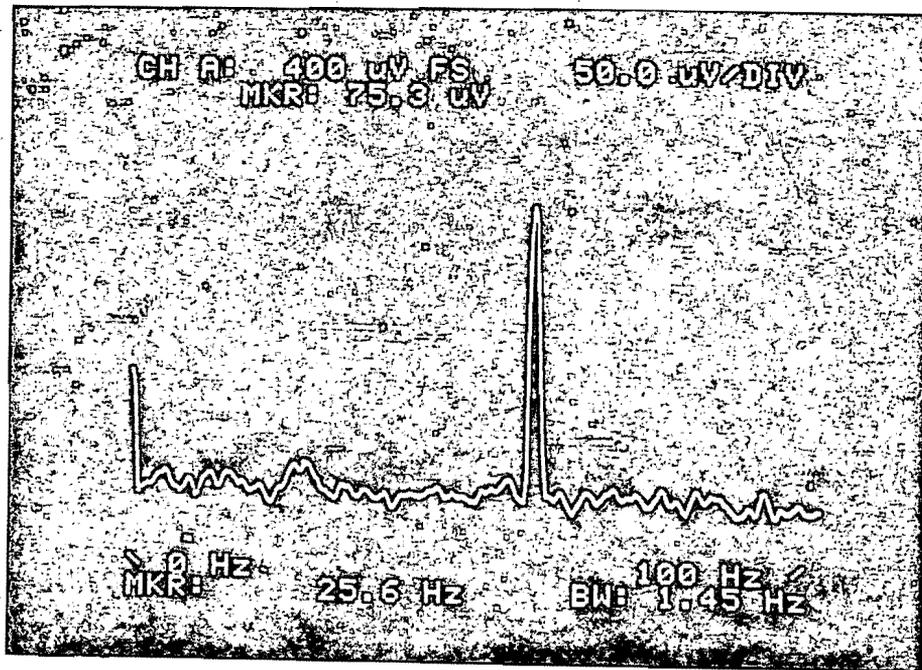


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

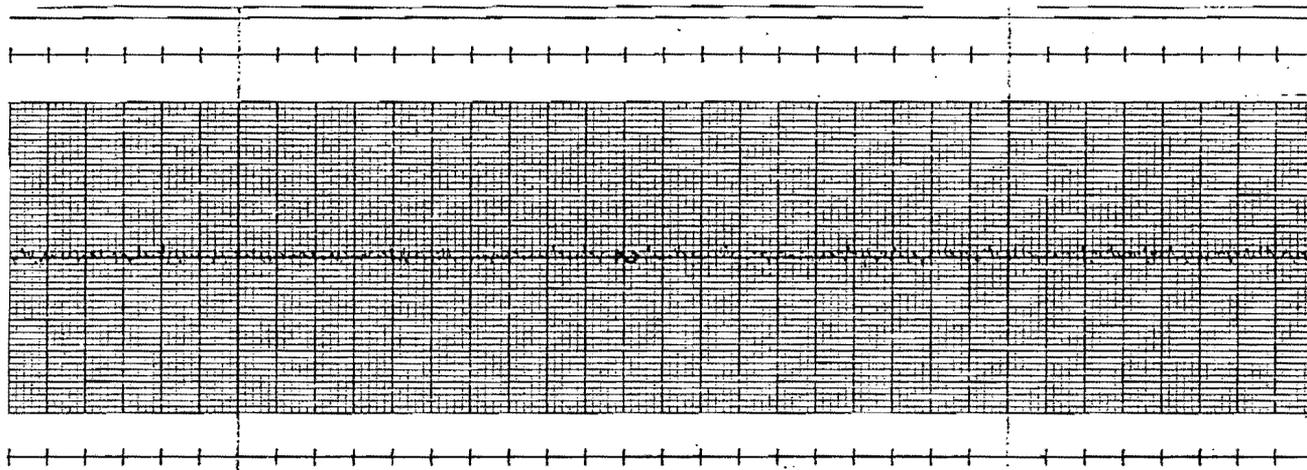


1 mV/división

Fig 103 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada aguas arriba (Posición 8). Gasto  $Q = 3500 \text{ m}^3/\text{s}$ .

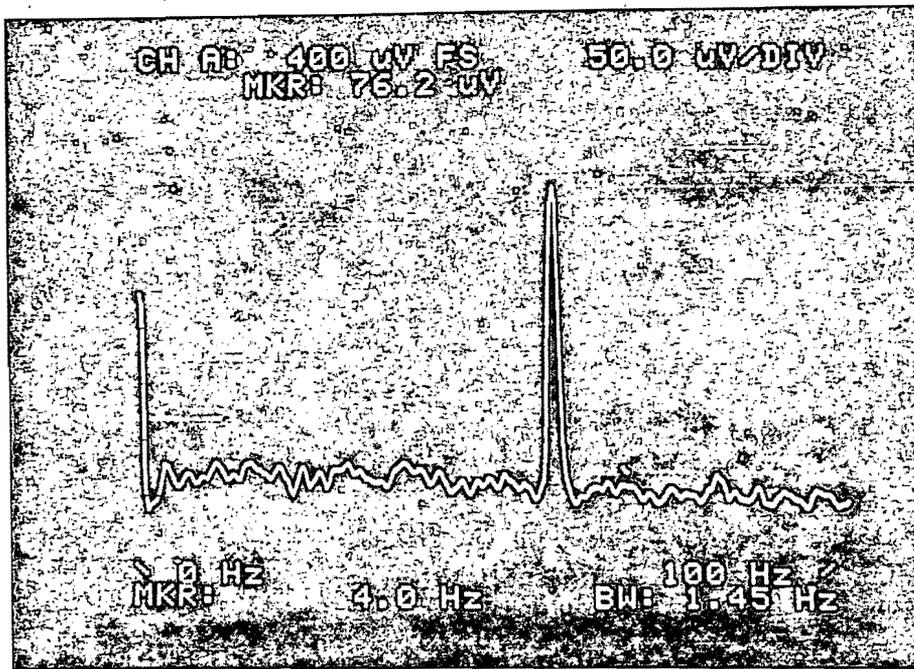


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua



1 mV/división

Fig 104 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada al centro (Posición 7) Gasto  $Q = 1500 \text{ m}^3/\text{s}$ .



1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

ACCUCHART®

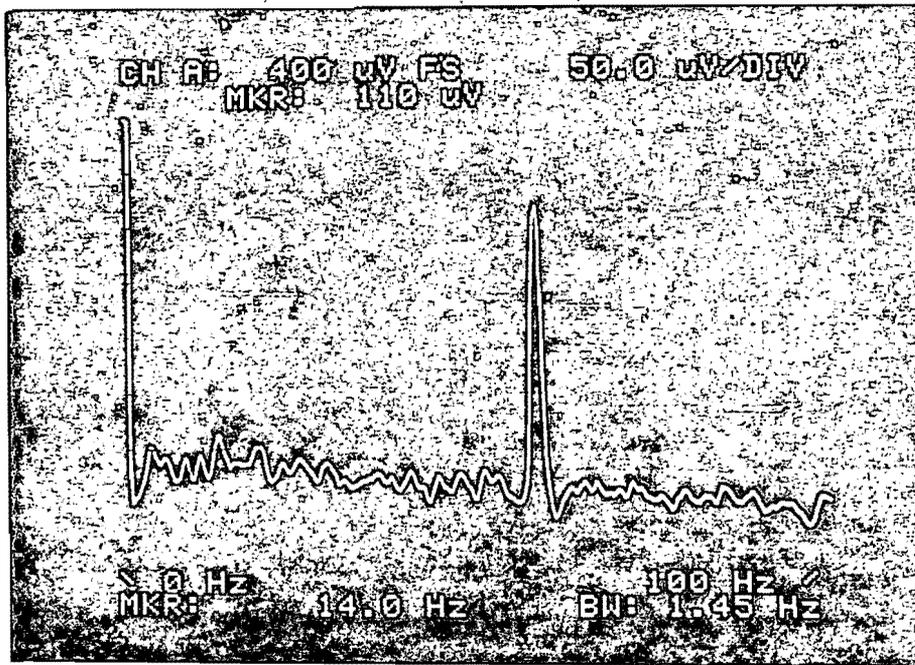
Gould Inc.

Cleveland, Ohio

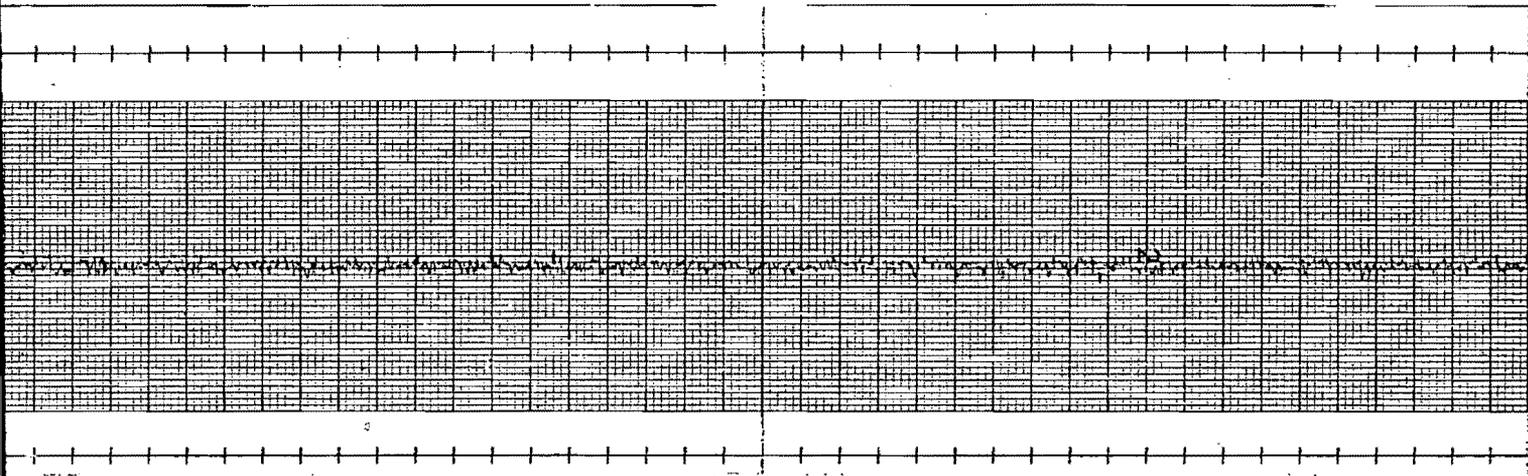
Printed in U.S.A.

1 mV/división

Fig 105 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada al centro (Posición 7) Gasto  $Q = 2393 \text{ m}^3/\text{s}$ .

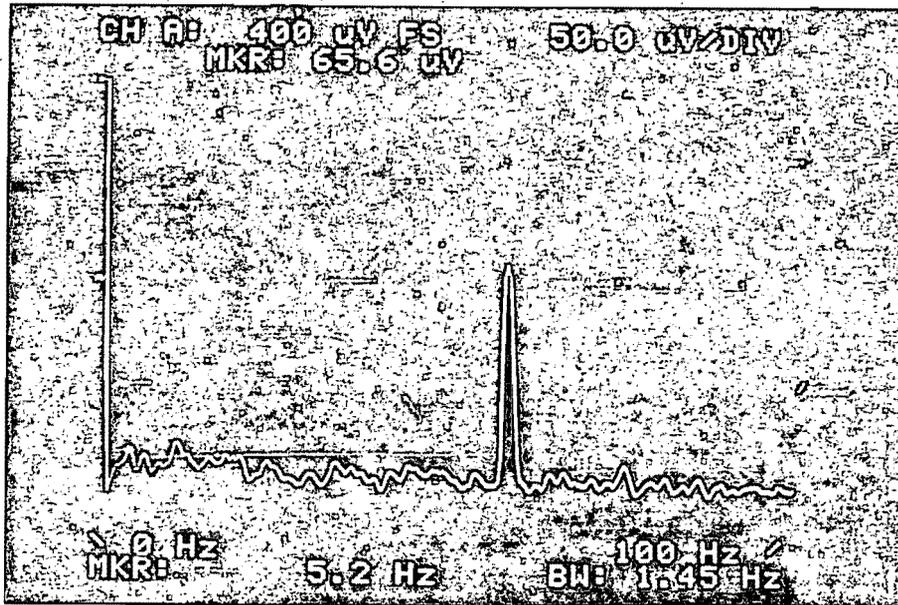


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

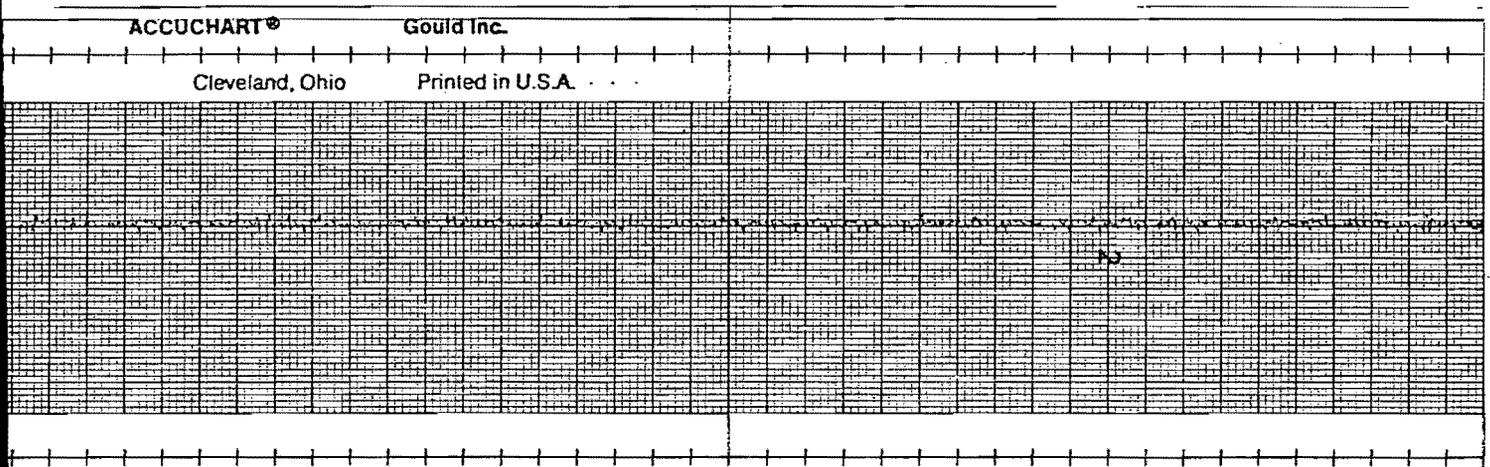


1 mV/división

Fig 106 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la curva circular. Celda colocada al centro (Posición 7) Gasto  $Q = 3332 \text{ m}^3/\text{s}$ .

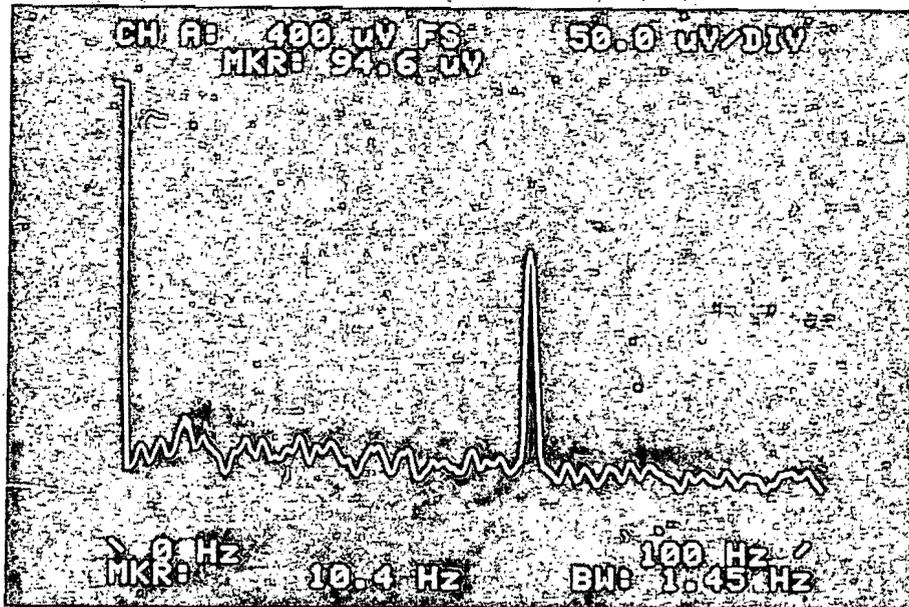


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

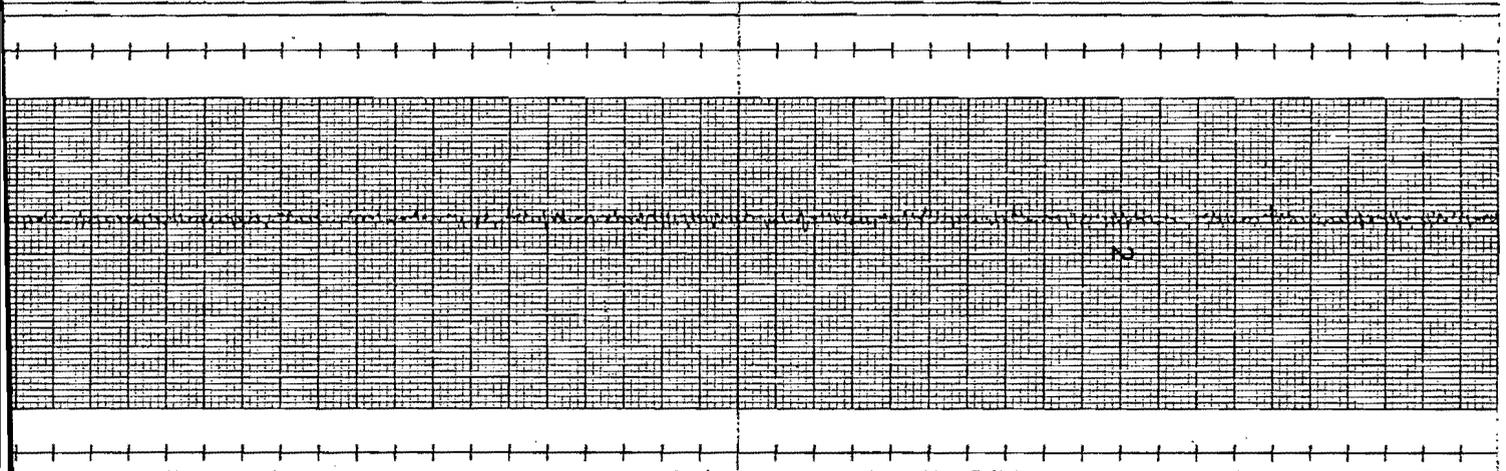


1 mV/división

Fig 107 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada al centro del tramo horizontal (Posición 3) Gasto  $Q = 1340 \text{ m}^3/\text{s}$ .

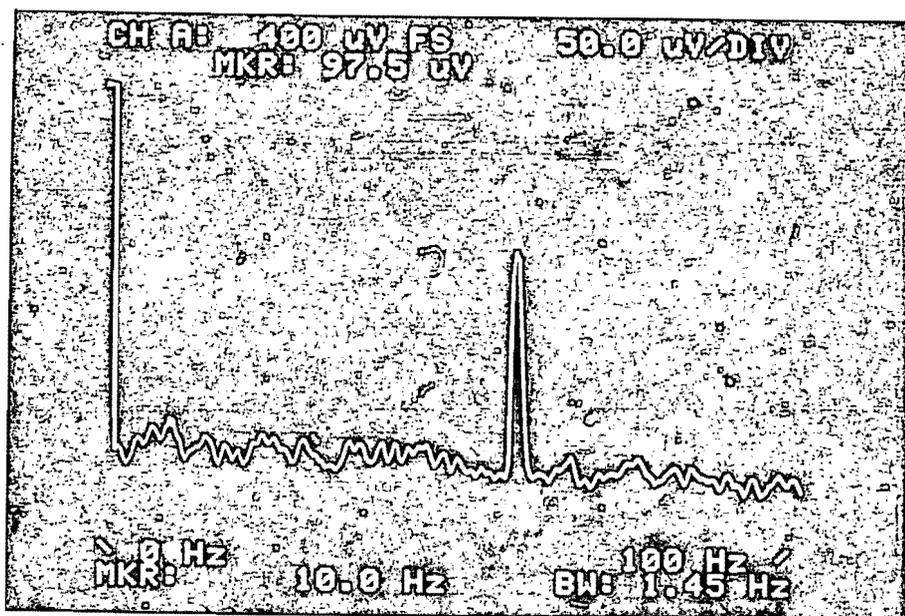


1.7 mV = 0.5 m de columna de agua

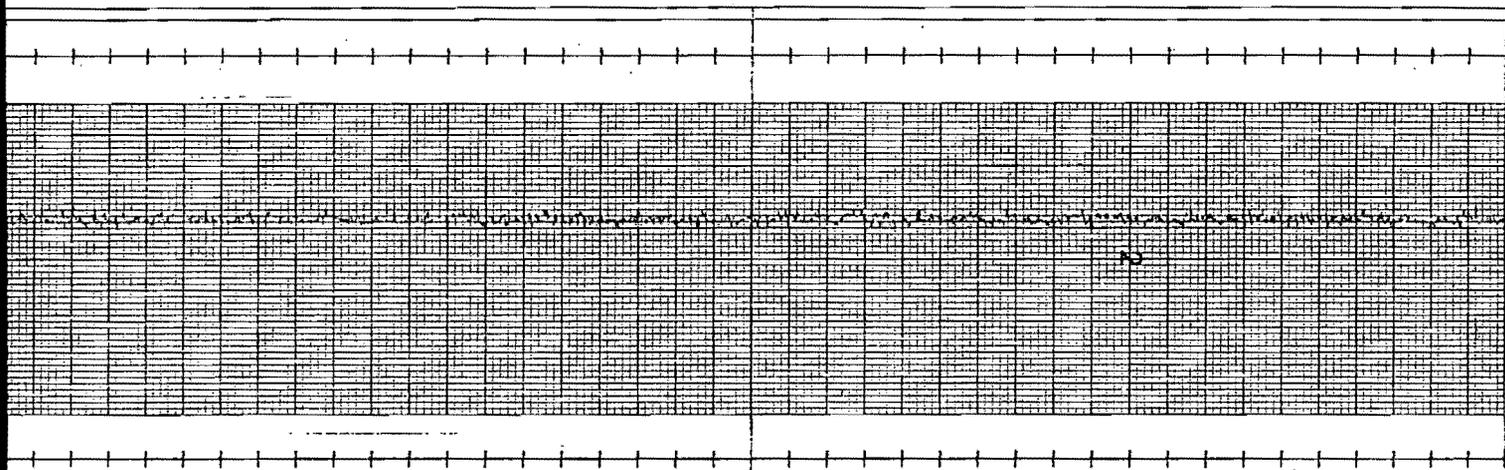


1 mV/división

Fig 108 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada al centro del tramo horizontal (Posición 3). Gasto  $Q = 2528 \text{ m}^3/\text{s}$ .



1.7 mV = 0.5 m de columna de agua



1 mV/división

Fig 119 Espectro y registro de las fluctuaciones de presión en la superficie poliédrica. Celda colocada al centro del tramo horizontal (Posición 3) Gasto  $Q = 3818 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Acotaciones en cm

Esc. para el modelo , 1:10

Esc. para la distribución de presiones , 1:1

### DISTRIBUCION DE PRESIONES

- 1.- Superficie plana ,  $V_1 = 1.49$  m/seg
- 2.- Superficie plana ,  $V_2 = 1.983$  m/seg
- 3.- Superficie plana ,  $V_3 = 2.345$  m/seg
- 4.- Superficie curva ,  $V_4 = 1.21$  m/seg
- 5.- Superficie curva ,  $V_5 = 1.530$  m/seg
- 6.- Superficie curva ,  $V_6 = 2.00$  m/seg

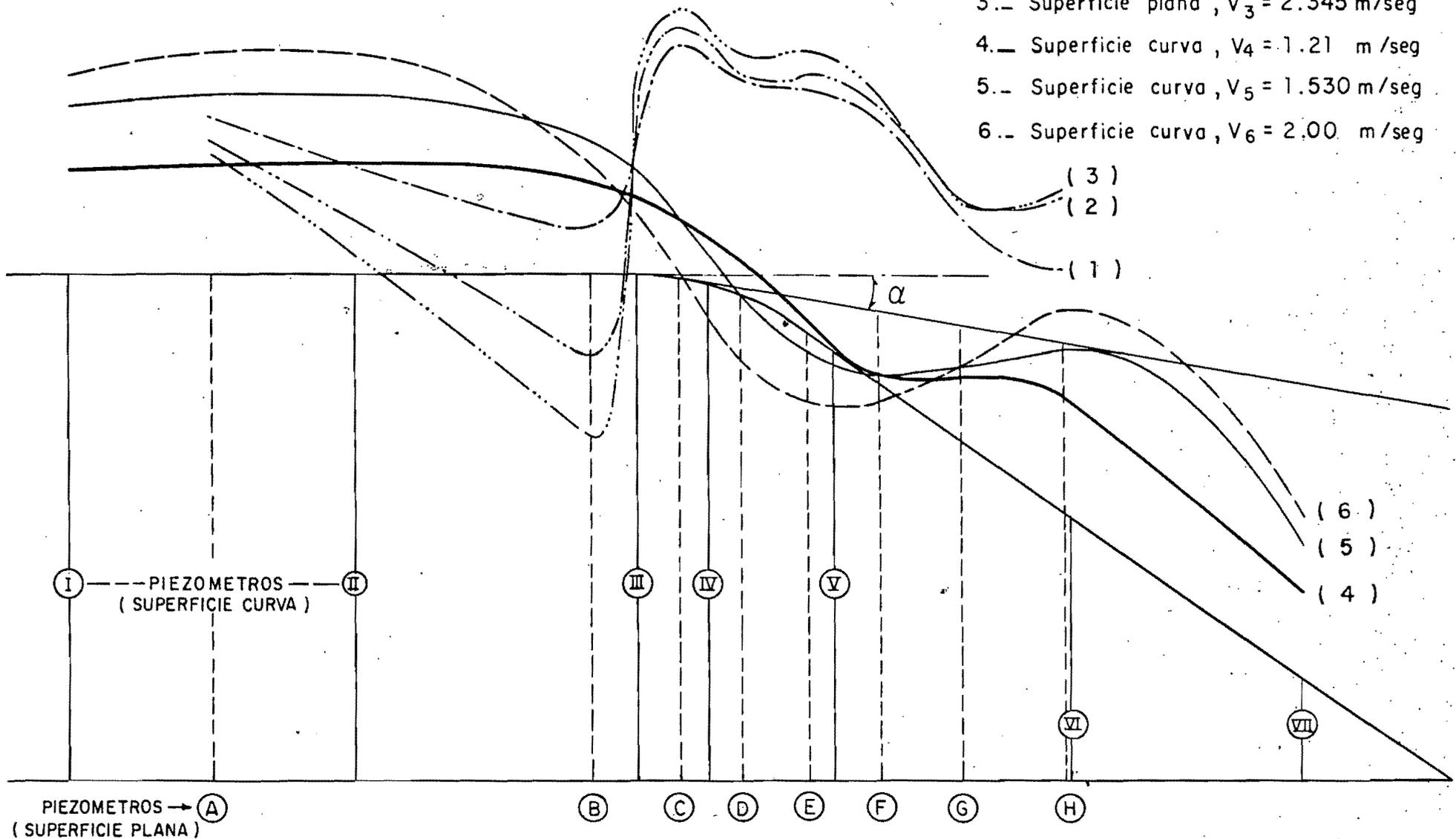


Fig 110 Distribución de presiones en las superficies curva y poliédrica ,  $\alpha = 9.66^\circ$

Escala para el modelo , 1 : 10

Esc. para la distribución de presiones , 1 : 1

Acotaciones en cm

### DISTRIBUCION DE PRESIONES

- 1.- Superficie plana ,  $V_1 = 1.5172$  m / seg
- 2.- Superficie plana ,  $V_2 = 2.044$  m / seg
- 3.- Superficie plana ,  $V_3 = 2.33867$  m / seg
- 4.- Superficie curva ,  $V_4 = 1.2100$  m / seg
- 5.- Superficie curva ,  $V_5 = 1.5300$  m / seg
- 6.- Superficie curva ,  $V_6 = 2.000$  m / seg

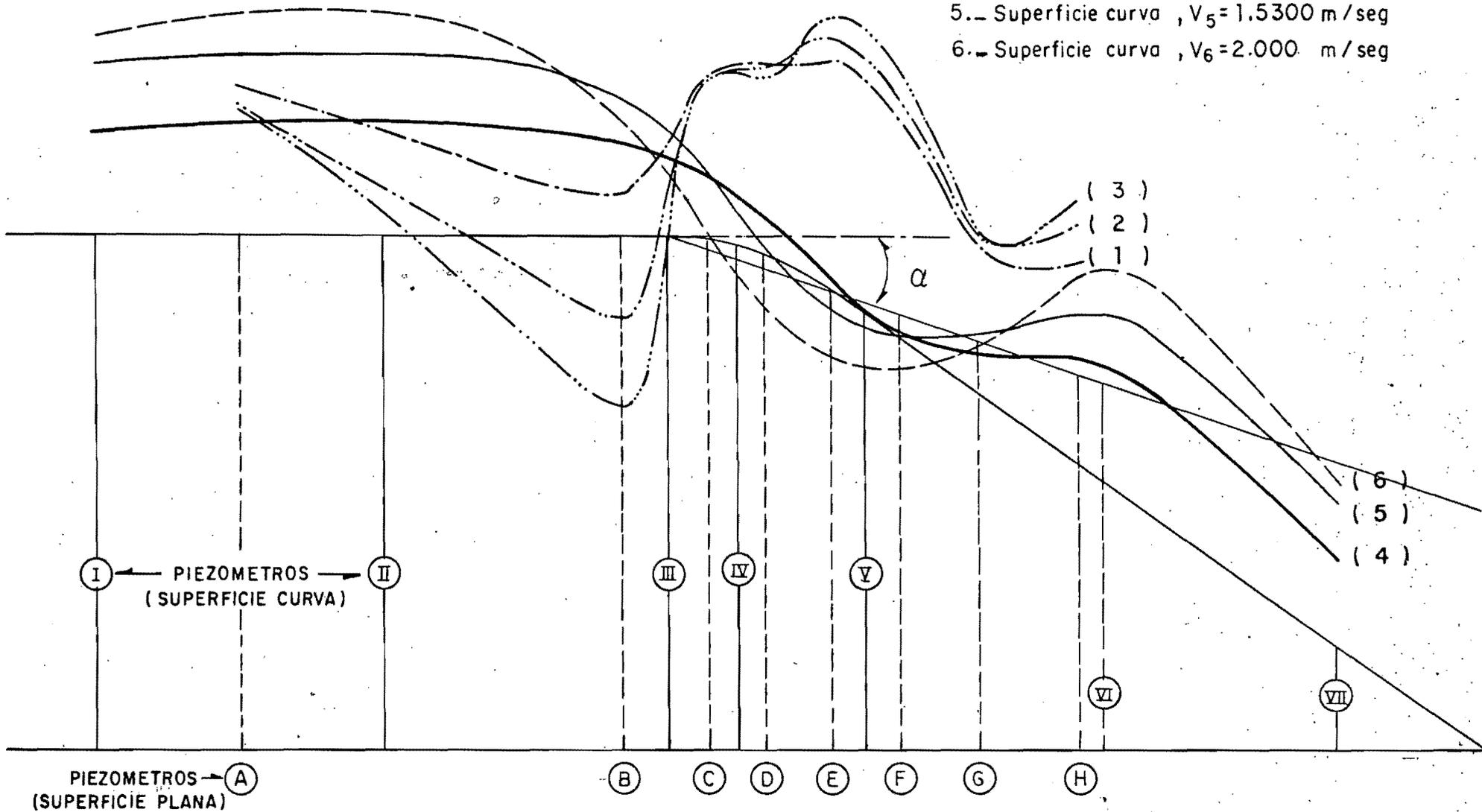


Fig III Distribución de presiones en las superficies curva y poliédrica ,  $\alpha = 18.7^\circ$

Escala para el modelo , 1 : 10

Esc. para la distribución de presiones, 1 : 1

Acotaciones en cm

### DISTRIBUCION DE PRESIONES

- 1.- Superficie plana ,  $V_1 = 1.5172$  m/seg
- 2.- Superficie plana ,  $V_2 = 2.044$  m/seg
- 3.- Superficie plana ,  $V_3 = 2.33867$  m/seg
- 4.- Superficie curva ,  $V_4 = 1.21$  m/seg
- 5.- Superficie curva ,  $V_5 = 1.530$  m/seg
- 6.- Superficie curva ,  $V_6 = 2.000$  m/seg

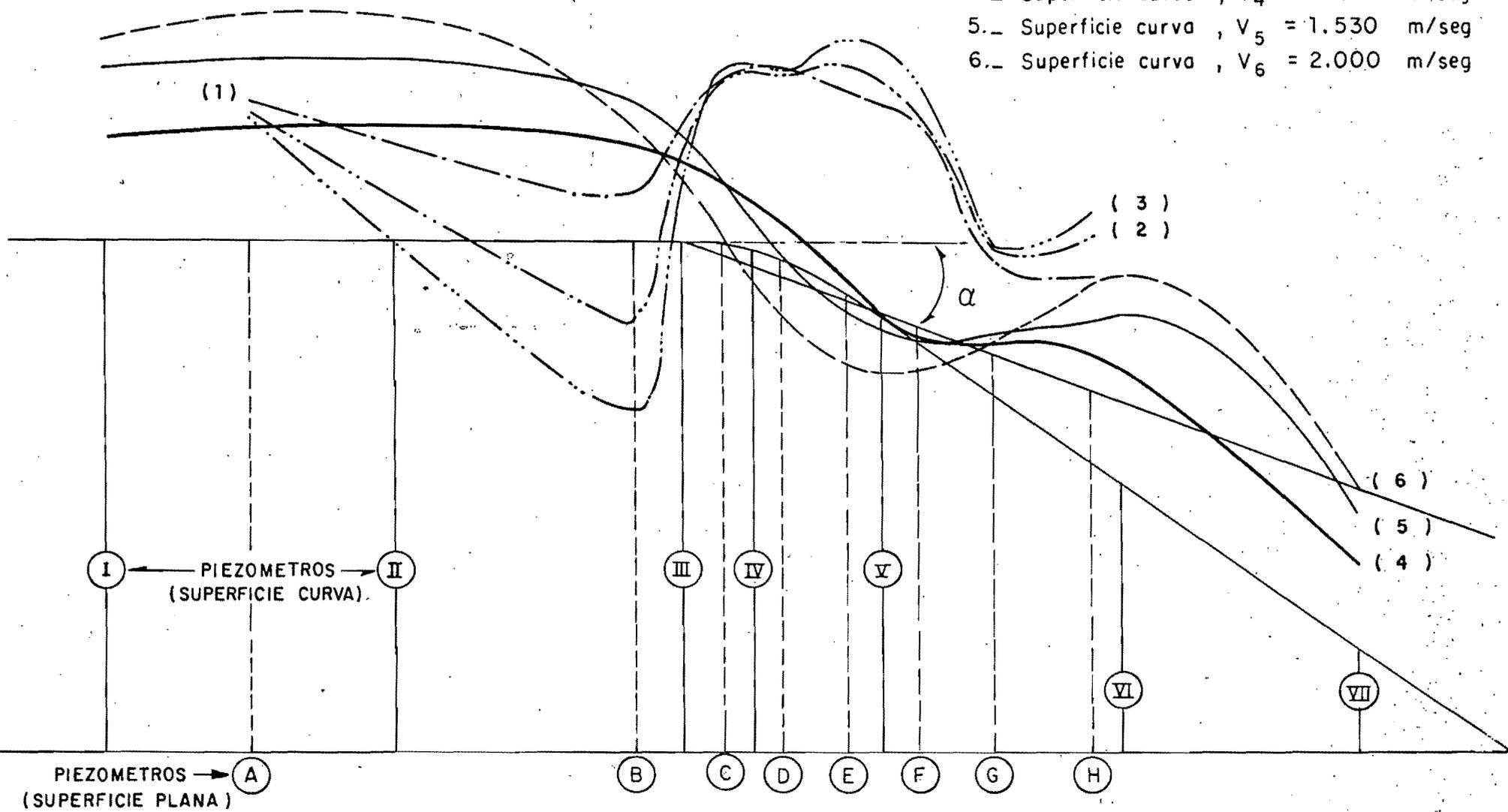
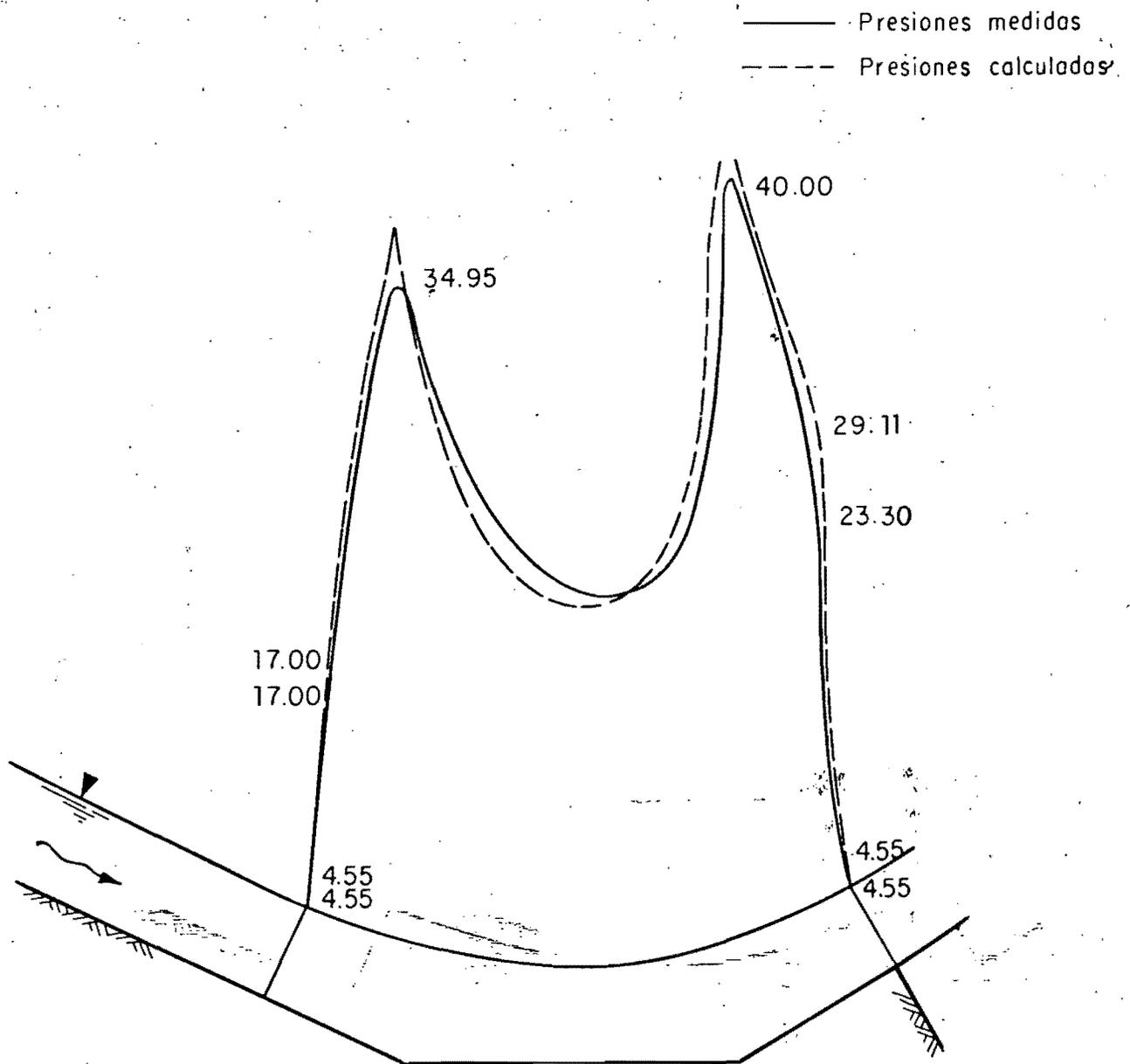


Fig 112 Distribución de presiones en las superficies curva y poliédrica ,  $\alpha = 20.83^\circ$



NOTA : Acotaciones en. m

Fig 113. Comparación de distribución de presiones medidas y calculadas

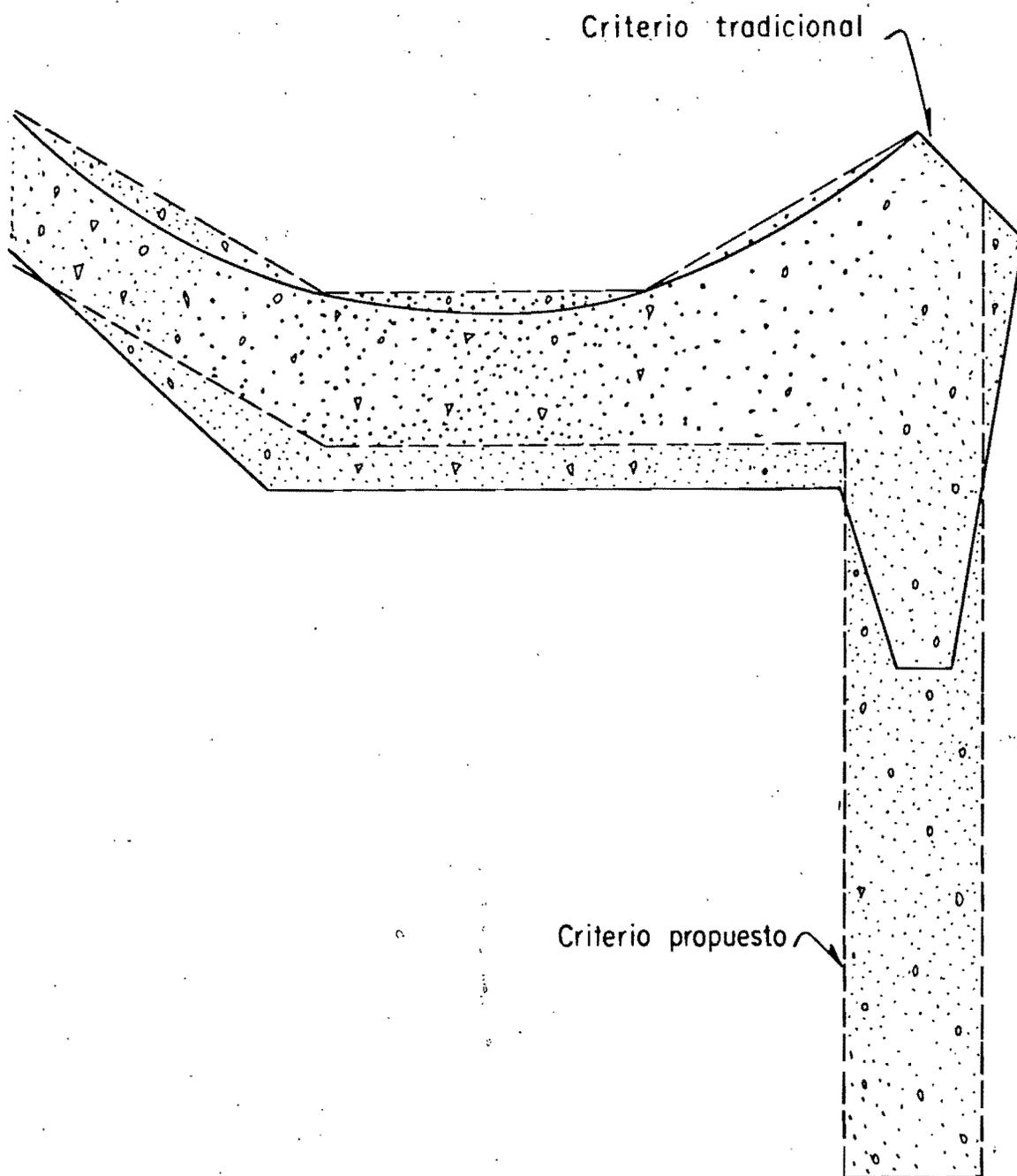


Fig 114 Comparación de los dos criterios de diseño para cubetas deflectoras

# I N D I C E

## "A"

- Ackeret J, 7  
 Ackeret y Haller, 7  
 Ackers y Wood, 54  
 Agua blanca, 19  
 Agua, gasto de, 38  
 Aire, gasto de, 32, 34  
 Aireación inducida, 57  
   antecedentes, 57  
   coeficiente de difusión, 74  
   conclusiones y recomendaciones, 80  
   definición, 57  
   ejemplos de aplicación, 78  
   mecanismo, 58  
   zona de, 59  
 Aireación natural, 5  
   concentración de aire, 24  
   concentración de transición, 24  
   concentración media, 25, 26  
   conclusiones y recomendaciones, 53  
   curvas de distribución de concentración, 26  
   definición, 5  
   descripción del fenómeno, 45  
   efectos en la velocidad, gas to y tirante, 27  
   equipo de medición, 29  
   espesor de la capa aireada, 46  
   perfil de, 23  
   profundidad de transición, 24  
   regionalización, 23  
   región desarrollada, 23  
   región en desarrollo parcialmente aireada, 23  
   región en desarrollo totalmente aireada, 23  
   región inferior, 23, 25  
   región superior, 23, 24  
   rugosidad, influencia de, 25  
   teorías del inicio, 19  
 Aireador, 41  
   construcción, 68  
   deflectores, 58, 72  
   demanda de aire, 60  
   eficiencia, 68  
   escalones, 58, 71  
   espaciamiento, 64  
   fluctuaciones de presión, 67  
   geometría, 57  
   incremento de tirantes, 66  
   inicio del funcionamiento, 63  
   longitud de la cavidad modelo, 71  
   para calibración, 41  
   ranuras, 58  
 Aldama y Levi, 91  
 Alta velocidad, 39  
   equipo, 39  
   instalación, 39  
 Amplificador de señales, 103  
 Análisis  
   de resultados de concentración de aire, 43  
   de sensibilidad, 73  
   dimensional, 47  
 Analizador de espectros, 103  
 Anderson, 25, 28  
 Anderson y Straub, 23, 24, 28, 30, 44  
   Angulo de deflectores, 72  
   Aparatos de medición, 29  
   Aplicación, ejemplos de, 78  
   Aproximación, zona de, 59  
 Arreguín F y Echávez G, 9, 17, 18 y 46  
 ASCE, 25  
 Aviemore, presa, 28

## "B"

- Ball, 9, 11  
 Balloffet, 87  
 Bauer, 20  
 Bazin, 89  
 Beeching, 7

Bessel, función modificada de,  
75

Blue Mesa, presa, 14

Boetcher H, 7

Borman, 24

Bratsk, presa, 62

concentraciones de aire, 62

fluctuaciones de presión, 67

Burbujas, flotaciones, 35

## "C"

Caín y Wood, 21, 24, 27, 28,  
29, 51

Calacuccia, presa, 64, 68

Calibración del equipo de medi-  
ción, 41

Campbell, 20, 21

Cantidad de movimiento, trans-  
ferencia, 30

Capa aireada, espesor, 46

Capa límite, 19, 20, 68

Carshaw y Jaeger, 75

Cassidy y Lenaw, 87

Castillejo y Marcano, 60

Cavidad, longitud, 63

Cavitación, 6

definición, 6

esfuerzos, 7

historia, 7

incipiente, 6

índice de, 6

índice local de, 12

índice local en el piso, 13

índice local incipiente, 12

métodos de predicción, 11

protección contra, 17

supercavitación, 6

Gelda de presión, 102

Chorro, impacto de, 66

Cimacios, diseño de, 89

Coefficiente,

de correlación, 34

de difusión, 35, 74

de transferencia de cantidad  
de movimiento, 36

Colgate, 8, 9, 11, 15, 16, 17

Colgate y Jin, 14

Comisión Federal de Electricidad  
83, 88

Concentración de aire, 24

curvas de distribución, 26

definición, 24

de transición, 24, 44

distribución, por aireadores, 76

ecuación de distribución, 37

en la P H Bratsk, 62

en la P H San Roque, 62

fluctuaciones de, 32, 33

instantánea, 33

media, 25, 26, 45

medición de, 28, 29, 42, 43

modelo de distribución, 30

resultados experimentales, 43

solución de la ecuación de, 44

tirante 2%, 46, 50

tirante 8%, 46, 50

Concreto, 17

plástico, 18

reforzado, 17

Constante de Von Karman, 37

Cook y Parsons, 7

Cortante, zona de, 59

Creager, 89

Criterio de diseño, superficies  
poliédricas, 92

Crítico, punto, 20

Cubetas deflectoras, 85

Curvas verticales, 82

anteriores, 82

cóncavas, 83

convexas, 87, 106

mediciones depresión en, 100, 101

## "D"

Daños en vertederos, 14

De Fazio y Wei, 63

Deflectoras, cubetas, 85

Deflectores, 58, 72

Demanda de aire, 60, 61

Densidad, 36

Desaireación, zona de, 59, 67

Difusión, coeficiente de, 35, 74

Dimensional,, análisis, 47

Distribución,

de presiones, 86

de velocidad, 31

Douma, J, 25, 86

"E"

Eccher y Siegenthaler, 61  
Echávez G, 9, 11-16, 63, 64  
Echávez G y Arreguín F, 9, 17,  
18, 46  
Ecuaciones,  
adimensional, concentración  
de aire, 47  
de concentración de aire,  
35, 37  
de continuidad, cantidad de  
movimiento y energía para  
flujo aireado, 26  
de distribución de concentra  
ción de aire, 24  
de Navier-Stokes, 20  
de Rayleigh-Plesset, 10  
solución de la ecuación de  
concentración de aire,  
44  
Eficiencia de los aireadores,  
68  
Elevatorski, 86  
Epóxicas, recubrimientos, 17  
Equipo de medición de concentra  
ción de aire, 29, 40  
Escalafones, aireadores, 58, 71  
Espaciamiento de los aireadores,  
64  
Espesor de la capa aireada,  
46, 48  
Espesor de la región inferior,  
47  
Euler, constante de, 75  
Experimentales, resultados, 43

"F"

Falvey, 10, 11, 14, 15, 24, 27  
Fenómeno de aireación, descrip  
ción, 45  
Fichtner, 10  
Flaming George, presa, 14  
Flotación, 35  
Fluctuaciones,  
de presión, 67  
de velocidad, 31  
valor medio, 32  
Flujo,  
aireado, 28, 32, 38  
no aireado, 28, 38

parcialmente aireado, zona en  
desarrollo, 46  
turbulento, bidimensional, 33  
Foz de Areia, presa, 60, 61, 65,  
69, 78  
Froude, número de, 38, 48, 71

"G"

Galperin, Oskolkov, Semenov,  
Tsedrov y otros, 9, 68  
Gangadharaiyah y Rao, 22, 26, 28  
Gasto, 27  
de agua, 38, 42  
de aire, 32, 34, 42  
de aire medido, 41  
de aire medio instantáneo, 34  
de aire real, 41  
de la mezcla, 34  
efecto de la aireación, 27  
instantáneo de la mezcla, 33  
Geometría, influencia sobre el  
aireador, 73  
Glenn y King, 9  
Goel y Sharma, 10  
Govinda, 9, 11  
Grand Coulee, Presa, 68  
Guri, presa, 60  
cálculo de distribución de  
aire, 78  
Guth W, 8

"H"

Halbronn, 20, 21  
Hall, 28  
Haller y Ackeret, 7  
Hamilton, 60  
Henderson, 84  
Hickox, 20  
Hidroeléctricas, 19  
Aviemore, 28  
Bratsk, 62, 64, 66, 67, 69  
Calcuccia, 64, 68  
Foz de Areia, 60, 61, 65,  
69, 78  
Grand Coulee, 68  
Guri, 60  
Hoover, 14

Infiernillo, 14, 64  
Mica, 61, 69  
Miguel Hidalgo, 19  
Nurek, 65, 69  
Peñitas, 19  
San Roque, 62, 65, 69, 79  
Yellow Tail, 14, 63, 66, 69  
Hinze, 75  
Holl, 9, 11  
Hollander y Knapp, 8  
Hunsaker, 7

"I"

Impacto del chorro, 66  
Incepción, 20  
  número de, 22  
  punto de, 20  
  tirante de, 28, 47  
Inferior, 23  
  espesor de la región 47  
  modelo teórico de la región,  
  29  
  región, 23, 25, 43  
Infiernillo, presa, 14  
  aplicación de los métodos de  
  predicción de cavitación,  
  14  
  espaciamiento de aireadores,  
  64  
Inicio del funcionamiento de los  
  aireadores, 63  
Inozemtsev, 9, 17  
Instalación de alta velocidad, 39,  
  78  
Instituto de Ingeniería, 39

"J"

Jaeger y Carshaw, 75  
Jevdjevich V, 46

"K"

Keller, 29  
Keller, Lai y Wood, 48, 49  
Keller y Rastogi, 20, 21  
Keller y Wood, 23, 26, 28, 46  
Killen y Lamb, 29  
King y Glenn, 9

Kistler Instrument Corporation,  
  102  
Knapp, 8  
Knapp y Hollander, 8  
Kotwall, Uppal, Gulati y Singh,  
  26  
Kudriashov, Zharov, Rosanov,  
  Nietkaliev y otros, 10,  
  49, 67

"L"

Lai, Keller y Wood, 48, 49  
Lamb y Killen, 29  
Lane, 20  
Lejeme, Sakhuja, Paul, Singh,  
  Ozator, 27  
Lenau y Cassidy, 87  
Lesleighter, 10  
Levi E, 19  
Levi y Aldama, 91  
Lievi-Chertusov, 85  
Longitud de la cavidad, 63  
  del aireador, 63  
  influencia de la geometría,  
  71, 72  
Longitud de la mezcla, teoría,  
  30  
Lorenz y Straub, 28

"M"

Mains, R, M, 8  
Mantellini, Prusza y Semenov,  
  10, 67  
Marcano y Castillejo, 60  
Mc Conaughy, 28  
Media concentración, 45  
Medición,  
  aparatos de, 29, 42  
  calibración del equipo, 41  
  de concentraciones de aire,  
  28, 29, 43, 76  
  de presión, 100  
Métodos,  
  de análisis de concentración  
  de aire, 52  
  de predicción de cavitación,  
  11  
  para ubicación del punto  
  crítico, 20

propuesto concentración  
aireadores, 77

Mezcla,  
gasto instantáneo, 33  
tirante de la, 38  
velocidad de la, 38  
zona de, 59

Mica, presa, 61, 69

Miguel Hidalgo, presa, 19

Modelo,  
para aireadores, 71  
teórico, región inferior,  
29  
teórico, superficies poliédricas, 93

Mueller H, 7

"N"

Navier- Stokes, ecuaciones,  
20

Nechleba M, 8

Nietkaliev, Kudriashov, Zharor,  
Rosanov y otros, 10

Nikuradse, rugosidad equivalente,  
13

Nowotny, 17

Número,  
de Froude, 38, 48, 71  
de inyección, 22  
de Reynolds, 48  
de Thoma, 6

Nurek, hidroeléctrica, 65, 69

"O"

Obras de toma,  
presa, Calacuccia, 68  
presa, Grand Coulee, 68  
presa, Mica, 69

Oskolkov, Galperin, Semenov,  
Tsedrov, 9

Ozafor, Sakhuja, Paul, Singh,  
Lejeme, 27

"P"

Pan y Shao, 60

Parsons y Cook, 7

Paul, Sakhuja, Singh, Ozator,  
Lejeme, 27

Peñitas, presa, 19

Perfil aireado, 23

Peso específico del agua, 36

Peterka, 57

Pinto, 60

Poulter, 8

Prandtl, 11, 30

Prandtl, Von Karman, 37

Predicción, métodos de, 11

Presión,  
amplificador de señales,  
103  
celda de, 102  
medición en curvas cóncavas,  
100, 101

Profundidad de transición, 24

Protección contra daños por  
cavitación, 17

Prusza, Mantellini y Semenov,  
10, 67

Punto de inyección, 20

"Q"

Quintela, 10

"R"

Raíz cuadrada de la media  
cuadrática, 104

Ranuras aireadoras, 58

Rao y Gangadharaiah, 22, 26, 28

Rastogi A y Keller R, 20, 21

Rayleigh, 7, 8

Rayleigh-Plesset, ecuaciones de  
10

Recomendaciones y conclusiones  
de la aireación natural,  
53

Recubrimientos epóxicos, 17

Regiones del flujo aireado,  
desarrollada, 23  
en desarrollo, parcialmente  
aireado, 23, 46  
en desarrollo, totalmente  
aireada, 23, 49  
espesor de la región, inferior,  
47

inferior, 23, 25, 43  
modelo teórico, región inferior, 29  
superior, 23, 24  
Registrador de señales, 103  
Resinas epóxicas, 18  
Resultados experimentales, concentración, 43  
Reynolds, 48  
Rocio, zona de, 59  
Rosanov, 11  
Rosanov, Kudriashov, Zharov, Nietkaliev y otros, 10, 49  
Ruchtman y Volkart, 58  
Rugosidad, influencia en la aireación, 25

"S"

Sakhuja, Paul, Singh, Ozator y Lejeme, 27  
San Roque, presa,  
cálculo de concentración de aire, 79  
concentración de aire, 62  
espaciamiento de aireadores, 65  
vertedor, 69  
SARH, 85  
Scheuer, Schog y Stein, 10  
Schwartz-Christoffel, 93  
Scimemi, 91  
Semenkov, Galperin, Oskolkov y Tsedrov, 9  
Semenkov, Prusza y Mantellini, 10, 67  
Señal, registrador, 103  
Serie de Taylor, 31  
Shalnev, K, K, 8, 11  
Shao y Pan, 60  
Sharma y Goel, 10, 20  
Siao Tien-To, 25  
Siegenthaler y Eccher, 61  
Singh, Uppal, Gulati, Kotwal, 26  
Stokes-Navier, ecuaciones de, 20  
Straub y Anderson, 23, 28, 30, 44  
Straub y Lorenz, 28

Superficies poliédricas,  
cóncava de dos tramos, 94  
cóncava de tres tramos, 98  
conclusiones y recomendaciones, 112  
consideraciones de diseño, 111  
convexa de dos tramos, 97  
convexa de tres tramos, 98  
Superior, región, 23, 24

"T"

Taylor, serie de, 31  
Tensión superficial, 19, 22  
Teoría,  
de la longitud de mezcla, 29  
de las estrías longitudinales, 19  
del desarrollo de la capa límite, 19, 20  
Thoma, número de, 6  
Tio-Chun Chen y Yun-Shen Yu, 87  
Tirante,  
de concentración 2%, 46  
de concentración 8%, 46  
de concentración 90%, 28  
de flujo no aireado, 28  
de inyección, 47  
de la mezcla, 38  
de transición, 28, 46  
efecto de la aireación, 27  
incremento, 65  
límite de la región aireada, 46, 48  
máximo del flujo aireado, 28  
total, 46  
Transferencia de cantidad de movimiento, 30  
Transformación de Schwartz-Christoffel, 94  
Transición,  
concentración de, 24  
profundidad de, 24, 28  
velocidad de, 28  
zona de, 59  
Tsedrov, Galperin, Oskolkov y Semenov, 9

"U"

Uppal, Gulati, Kotwal y Singh,  
26, 69  
USACE, 85, 91  
USBR, 17, 84, 88, 91

"V"

Vater M, 7  
Velocidad, 27  
de la mezcla, 38  
distribución de, 31  
efecto de la aireación, 27  
fluctuaciones de, 31, 33  
instalación de alta, 39  
instantánea, 33  
media, 33  
media temporal, 31  
Vertedor, 69  
Bratsk, 69  
diseño, 89  
Foz de Areia, 69  
Nurek, 69  
San Roque, 69  
Yellow Tail, 69  
Viparelli, 40  
Viscosidad cinemática, 47  
Volkart y Rutchman, 58  
Von Karman, 37  
Vórtices, 19

"W"

Wei y De Fazio, 63  
Wislicenus, 8  
Wood y Ackers, 21, 54  
Wood y Cain, 21, 24, 27, 28,  
29, 51  
Wood, Keller, Lai, 48, 49  
Wood y Keller R, 23, 26, 28, 49

"Y"

Yellowtail, 14  
daños en la presa, 14  
impacto del chorro, 66  
longitud de la cavidad, 63  
vertedor, 69  
Yun-Shen Yü y Tio-Chun Chen, 87

"Z"

Zharov, Kudriashov, Rosanov,  
Nietkaliev y otros, 10, 49  
Zona,  
de aireación inducida, 59  
en desarrollo, flujo parcial-  
mente aireado, 46  
en desarrollo, flujo totalmente  
aireado, 49