0375.

CONTROL ADAPTABLE DE PAR CALCULADO PARA ROBOTS MANIPULADORES

ALFONSO ALCARAZ PAZ

Tésis

Presentada a la División de Estudios de

Postgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA

de la

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener

el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA

(ELECTRICA)

CIUDAD UNIVERSITARIA

SEPTIEMBRE, 1986

CONTROL ADAPTABLE DE PAR CALCULADO PARA ROBOTS MANIPULADORES

Créditos asignados a la tésis 12 (DOCE)

APROBADO POR EL JURADO

PRESIDENTE: DR. RAFAEL KELLY MARTINEZ

VOCAL: DR. ROMEO ORTEGA MARTINEZ

SECRETARIO: DR. JUAN MANUEL IBARRA ZANATHA

SUPLENTE: DR. MARTIN ESPAÑA VENINI

SUPLENTE: DR. STANISLAW RACZYNSKI

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

Profr. ROMEO ORTEGA MARTINEZ
P r e s e n t e

Comunico a usted que a propuesta del Coordinador de la Sección de Ingeniería Eléctrica ha sido designado como director de tesis del alumno(a) ALFONSO ALCARAZ PAZ para obtener el grado de M EN I EN ELECTRICA.

Mucho he de agradecerle su comunicación, por escrito, de la aceptación a esta designación y el nombre de la tesis a desarrollar.

Atentamente,
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria a 23 de junio de 1986
EL JEFE DE LA DIVISION

DR. GABRIEL ECHAVEZ ALDAPE

E.5.1

SECCION DE ELECTRONICA

DR. GABRIEL ECHAVEZ ALDAPE
Jefe de la
División de Estudios de Posgrado
Facultad de Ingeniería
UNAM
P r e s e n t e .

En atención a su oficio, en el que me informa que he sido director de tesis del ingeniero ALFONSO ALCARAZ PAZ inscrito en la maestría en Ingeniería Eléctrica, manifiesto a usted la aceptación a esta designación.

El nombre de la tesis a desarrollar es "*Control Adaptable de Par Calculado para Robots Manipuladores*".

Quedo enterado de que formaré parte del jurado del examen en la fecha y hora que me comunicarán posteriormente.

A t e n t a m e n t e .
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, [illegible] de mayo de 1986.
EL PROFESOR

DR. ROMEO ORTEGA M.

c.c.p. Dr. Federico Kuhlmann R.- Subjefe del Area de Ingeniería Electromecánica, DEPFI.

'rrh.

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer al Dr. Romeo Ortega por haber permitido que este trabajo se realizara bajo su atinada supervisión así como por las fructíferas sugerencias e intercambio de opiniones que ayudaron a fijar las ideas y conclusiones que la presente tesis presenta.

Asimismo, quisiera agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el otorgamiento de la beca-crédito # 47001 sin la cual no hubera sido posible la realización de mis estudios y este trabajo terminal en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería (DEPFI-UNAM).

DEDICATORIAS

Mamá:

Con este trabajo un tramo más del camino de la vida llega a su fin. Gracias por todo el cariño y apoyo que siempre me has brindado pués sin ellos el logro de esta meta hubiera sido imposible. Espero que los desvelos que he ocasionado tengan justa recompensa, aunque tú sabes que mi cariño siempre lo tendrás.

Tita:

Gracias por la fe que siempre has tenido en mí.
El lograr un objetivo siempre es más fácil cuando se sabe que no se está sólo y que se puede contar con los seres queridos.

Alberto, Tetsuji:

Los años pasan y cada vez nos hacemos mas independientes y sin embargo, sabemos que contamos con los demas y que ellos cuentan con nosotros aunque a veces sea difícil expresarlo.

Gabriella:

Fue difícil pero salimos adelante; tú sabes que no fue tan solo un logro sino nuestro primer gran logro. Te amo.

INDICE

RESUMEN

Se presenta un algoritmo de control adaptable para manipuladores industriales derivado del tipo de controles conocidos como de "par calculado" o "modelo inverso". El algoritmo en cuestión es capaz de proveer garantías teóricas de desempeño aún cuando se considere al robot como una planta no lineal variante en el tiempo.

Para demostrar la eficacia del algoritmo, se comparó el desempeño logrado por éste ante estrategias de modelo inverso, lineales y adaptables, cuando se aplica a un manipulador antropomórfico de tres grados de libertad para el cual las fuentes de par están sujetas a saturación.

Se puede concluír que el algoritmo provee un mucho mejor funcionamiento que los otros esquemas de control cuando no se conocen los parámetros del manipulador y que su desempeño cuando se conocen éstos es equivalente al logrado por los esquemas ya citados.

PREFACIO

Durante los últimos años se ha enfocado la atención en el control de manipuladores industriales o robots debido al amplio potencial científico y económico que éstos encierran.

El presente trabajo expone un nuevo control adaptable enfocado a manipuladores industriales. Su filosofía de implementación se deriva del control no lineal denominado "de modelo inverso" o "par calculado".

La labor del algoritmo consistirá en estimar en línea un conjunto de parámetros que equivalen a los que el algoritmo de modelo inverso utiliza para su labor.

A diferencia de éste, el algoritmo de control que se propone requiere de un mínimo conocimiento de los parámetros del manipulador, efectúa su labor con un número mucho menor de cálculos numéricos y tiene una garantía de funcionamiento a nivel teórico para situaciones en las que el algoritmo de "modelo inverso" no puede asegurar un buen desempeño y que son bastante factibles en la realidad, como por ejemplo el cambio aleatorio de valor de la masa que está manipulando el robot o saturación en los pares de los actuadores que lo mueven.

La exposición del trabajo se desarrollará en cinco capítulos.

En el primero se habla de las generalidades de los brazos manipuladores, así como de los problemas intrínsecos que presentan, a saber: sus relaciones matemáticas complejas y la ambivalencia que se da entre la manera matemática natural de modelar y trabajar a un manipulador y la manera de darle consignas a éste.

El capítulo II busca exponer brevemente una manera de formular las ecuaciones que rigen la dinámica de un manipulador que se supone sin fricción en sus uniones y de estructura rígida utilizando el enfoque de la Dinámica Lagrangiana.

El capítulo III hace una pequeña revisión de las estrategias de control que se encuentran más comunmente en la literatura sobre el tema para que se pueda entender mejor la estrategia de control adaptable de par calculado que se propone y explica ampliamente en el capítulo IV. En este capítulo se demuestra teóricamente que el algoritmo de control propuesto produce estabilidad global en el manipulador y se dán aplicaciones prácticas de su uso para sistemas escalares sencillos.

El capítulo V presenta los resultados de haber comparado diferentes esquemas de control para un manipulador de tres grados de libertad que se simuló en computadora digital.

El trabajo permite concluir que el esquema presentado, sin ser demasiado complejo en su estructura, logra un aceptable desempeño aún en casos de que haya poco conocimiento a priori de los parámetros que intervienen en la dinámica del manipulador.

Finalmente se presentan tres apéndices, en el primero se dá un ejemplo simple de la manera de aplicar la mecánica Lagrangiana, el segundo muestra un listado de uno de los programas escritos para simular la dinámica del manipulador y en el tercero se adjuntan copias de algunos de los artículos que han sido sometidos a publicación y que se han derivado del presente trabajo.

GLOSARIO

$$L_\infty \triangleq \left\{ x : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R} / \|x\|_\infty \triangleq \sup_t |x| < \infty \right\}$$

$q, \dot{q}, \ddot{q}$ - Posiciones, Velocidades y Aceleraciones Generalizadas en un Manipulador.

$J(q), D(q)$ - Matriz de Inercia de un Manipulador

$h(q,\dot{q})$ - Vector que engloba los efectos de fuerzas de Coriolis y Centrifugas para un manipulador.

$g(q)$ - Vector que refleja la energía potencial de un manipulador.

u - Vector de Pares o Fuerzas Generalizadas para un manipulador

$$\mathrm{Tra}(x) = \mathrm{Traza}\ (x) = \sum_{i=1}^{n} x_{ii}, \quad x \in \mathbb{R}^{n\times n}$$

I_n - Matríz Identidad de orden n.

CAPITULO I
INTRODUCCION

El objetivo de este primer capítulo es el de familiarizar al lector con los problemas inherentes a los manipuladores industriales y proporcionarle algunas fuentes de información sobre éstos.

1.1 BIBLIOGRAFIA SOBRE LOS MANIPULADORES INDUSTRIALES.

Los manipuladores industriales representan un tema de gran actualidad y es por éso que recientemente han aparecido diversas obras que los tratan desde muy diversos aspectos. Como el propósito de este trabajo no es el hacer una revisión extensa sobre el tema sino tan solo exponer un nuevo algoritmo de control, se citarán algunas de las muchas obras que hablan mas ampliamente de manipuladores industriales para información del lector interesado en ampliar sus conocimientos sobre éstos.

Entre los libros considerados "clásicos" se encuentran los de PAUL [3] y COIFFET [2]. Estos tratan el tema a un muy buen nivel teórico y permiten al lector tener acceso a gran cantidad de información adicional debido a sus amplias referencias. Los libros de REHG [1] y SNYDER [6] hablan de los manipuladores a un nivel técnico enfocándose más a la manera de construirlos que a la de analizarlos.

Finalmente, la colección escrita por Vukobratovic y coautores [5] representa quizá el "estado del arte" en lo que a información sobre manipuladores se refiere. Los temas son tratados a un muy buen nivel y son muy variadas y actualizadas las referencias que esta colección cita.

1.2 GENERALIDADES DE LOS ROBOTS.

El definir la palabra robot de una manera que satisfaga a fabricantes y usuarios es difícil. En 1921 el checoeslovaco Karel Capek escribió una obra llamada "Los Robots Universales de Rossum" en la cual unas criaturas artificiales antropomórficas obedecían estrictamente las órde nes de su amo. En los idiomas eslávicos la palabra "robot" significa "trabajador".

La definición dada por el Instituto de Robots de América, un grupo de la sociedad de Ingenieros de Fabricación es:

"Un robot es un manipulador reprogramable multifuncional diseñado para mover materiales, partes, herramientas o aparatos especializados a través de trayectorias variables programadas para la realización de una variedad de tareas". [1].

Aunque no hay una homogeneidad de criterios puede considerarse que un sistema de un robot elemental consiste de un brazo mecánico cuyo órgano terminal manipula diversos objetos, un centro de control por medio del cual se programarán y supervisarán las tareas que el robot realizará y un ambiente de trabajo.

El brazo es un dispositivo mecánico movido ya sea por motores eléctricos, actuadores hidráulicos o sistemas neumáticos. Los elementos básicos de movimiento serán rotacionales o traslacionales y la combinación de diferentes movimientos determinará el tipo de geometría que tiene el brazo.

El centro de control es una computadora que será alimentada con los datos de la tarea a realizar y se encargará de enviar señales de control a el manipulador para que este realize la tarea preprogramada.

El ambiente de trabajo serán los alrededores del lugar en el que la máquina fue colocada. Para robots en una posición fija el ambiente de trabajo se reduce a la zona del espacio a la cual tiene acceso el robot. En un caso mas general el ambiente no sólo queda definido por consideraciones geométricas sino también por las propiedades físicas de los alrededores y de lo que éstos contengan. La naturaleza y comportamiento de un manipulador dependerá en estas propiedades y la interacción del robot y su ambiente.

1.3 CLASIFICACION DE LOS ROBOTS.

No hay un criterio único sobre la manera de clasificar a los robots pero entre los criterios de clasificación más comunes están:

a) Geometría del brazo.- esta clasificación divide a los robots en categorías basadas en la forma que tiene la envolvente del espacio de trabajo producido por el robot: rectangular, cilíndrico, esférico y articulado (o antropomórfico).

b) Fuente de energía.- los divide basada en que tipo de sistema es el que mueve a el brazo: hidráulico; neumático, eléctrico.

c) Areas de aplicación.- pueden ser ensambladores o no ensambladores (para líneas de producción).

d) Técnicas de control.- pueden ser servo (con controles o lazo cerrado) y no-servo (controles a lazo abierto).

e) Inteligencia del controlador.- los clasifica en robots de "baja tecnología", "media tecnología" y "alta tecnología".

1.4 ESTRUCTURA FISICA DE LOS ROBOTS.

Si se considera un sólido en el espacio tridimensional, éste presentará seis grados de libertad: tres para traslación y tres para orientación como lo muestra la figura 1.1.

Como la función de un robot (o brazo manipulador como se le denominara indistintamente en este trabajo) es el interactuar con un ambiente físico, deberá tener versatilidad que le será dada, entre otras cosas, por el número de grados de libertad que el brazo sea capaz de manejar. Tomando como elementos básicos de arquitectura órganos traslacionales y órganos rotacionales la combinación de estos elementos para, por ejemplo, un manipulador de tres grados de libertad ocasionará 42 estructu

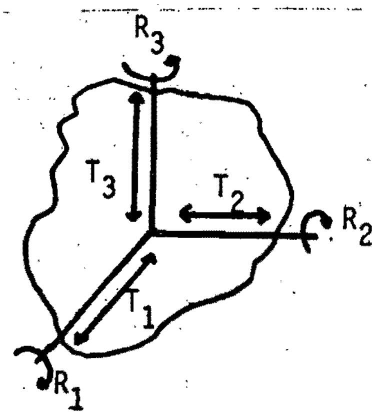


Figura 1.1 Los 6 grados de libertad de un sólido: tres traslacionales (T_1, T_2, T_3) y tres rotacionales (R_1, R_2, R_3).

ras diferentes de manipuladores.

En la práctica Coiffet [2] menciona cinco estructuras principales basado en un estudio realizado a partir de 115 robots industriales.

La figura 1.2 muestra estas combinaciones y el porcentaje de uso revelado por el estudio.

1.5 COORDENADAS CARTESIANAS Y COORDENADAS DE UNION.

El trabajo a realizar por un robot se especifica de una manera natural por medio de coordenadas Cartesianas. Consiste en cambiar de posición y orientación algun objeto. Este objeto puede ser representado por un vector p(t) de posición de tres componentes (x,y,z) y uno de orientación o(t) también de tres componentes (α, β, γ) referidos a un referencial dado formándose un vector de seis componentes que expresan posición y orientación con respecto a el anterior referencial $r(t) = [p(t), o(t)]^T$.

Sin embargo, el robot es manejado por actuadores con efecto en las uniones que muevan a los organos rotacionales o traslacionales de éste. Intuitivamente, si todos los valores que tienen estos órganos (que se denominaran variables de unión o unión) son conocidos, se puede conocer

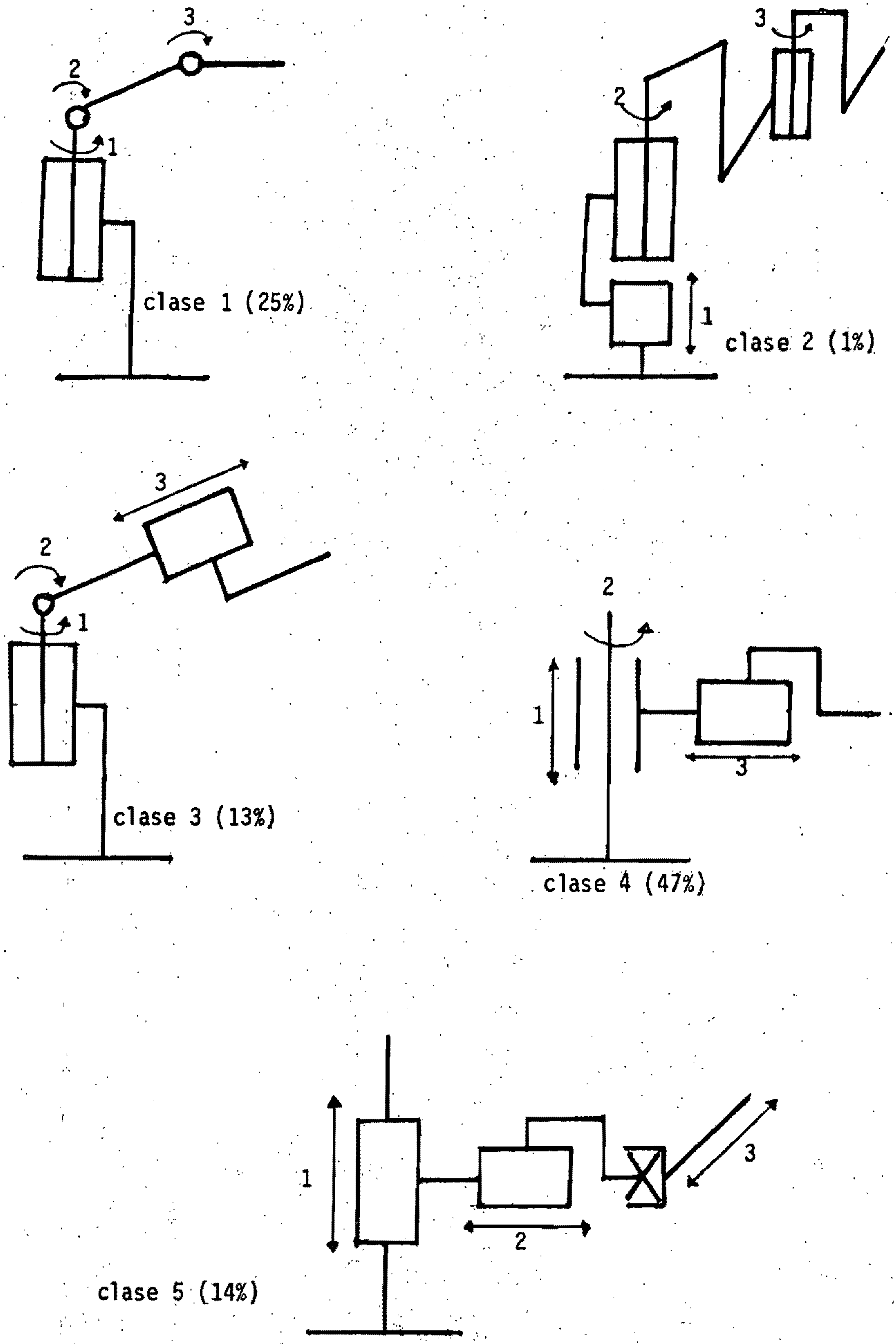


Figura 1.2 Los cinco tipos principales de brazo, con una indicación de su porcentaje de uso.

la posición de organo terminal.

Sea n el número de uniones o grados de libertad que tiene un manipulador y q_i $i = 1, \ldots, n$ los desplazamientos de la iésima unión con respecto a su propio origen. Así, para un robot dado con dimensiones geométricas conocidas

$$r(q(t)) = f(q_i(t), \ldots, q_n(t)) \tag{1.1}$$

en donde $f(\cdot)$ es una función vectorial dependiente de n variables conocidas como articulares o generalizadas y del tiempo. La función $f(\cdot)$ será normalmente no lineal lo cual complica la resolución numérica de la ecuación $r = f(\cdot)$. Además, como en realidad se especifica la posición del objeto en coordenadas Cartesianas y se desea determinar las correspondientes coordenadas generalizadas para que se den los comandos a los actuadores, la solución requiere del conocimiento de la función vectorial inversa de n dimensiones. Esta solución, si es que puede ser determinada, puede no ser única.

Ejemplo 1.- Sea el punto $P(x_0,y_0)$ en un espacio bidimensional y considere un manipulador con dos eslabones, cada uno de longitud l_i $i=1,2$. Los actuadores están colocados de tal forma que rotan esos eslabones un ángulo q_i medidos q_1 respecto al eje Y y q_2 con respecto al eje formado por el eslabon de longitud l_1 como se muestra en la figura 1.3. Se desea conocer la relación entre las coordenadas x_0,y_0 y las coordenadas q_1,q_2 del punto.

Fácilmente se puede notar que si $\sqrt{x_0^2 + y_0^2} > l_1 + l_2$ el problema de determinar q_1 y q_2 no tiene solución, si se restringen los valores de q_1,q_2 a el intervalo $[-\pi, \pi)$ y $\sqrt{x_0^2 + y_0^2} = l_1 + l_2$ el problema tiene como solución $q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{x_0}{y_0}\right)$, $q_2 = 0$ y si $\sqrt{x_0^2 + y_0^2} < l_1 + l_2$ el problema tiene dos soluciones, una de las cuales esta dada por:

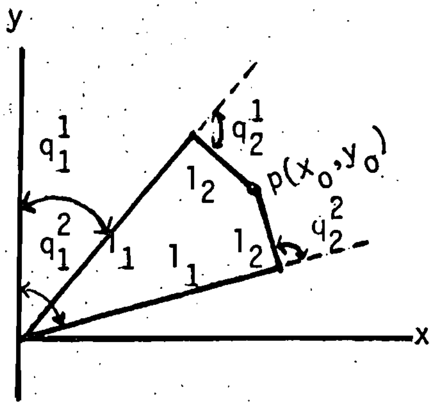


Figura 1.3 Dos posibles soluciones a la relación entre (x_o,y_o) de un punto y q_1,q_2 asociadas a éste: (q_1^1,q_2^1) y (q_1^2,q_2^2).

$$q_1 = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{x_o}{y_o}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{l_1^2 + x_o^2 + y_o^2 - l_2^2}{2\, l_1 \sqrt{x_o^2 + y_o^2}}\right)$$

$$s = \frac{l_1 + l_2 + \sqrt{x_o^2 + y_o^2}}{2}$$

$$q_2 = \pi - 2\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{(s-l_2)(s-l_1)}{s(s-\sqrt{x_o^2+y_o^2})}}\right)$$

Por supuesto, el grado de complejidad aumentará en un espacio de tres dimensiones para un manipulador de n uniones. Algunas configuraciones geométricas que además restringen los valores que pueden tomar las variables articuladas permiten el obtener soluciones únicas al problema [3,4].

Aunado al problema de dado un punto en el referencial Cartesiano encontrar el valor de las variables internas del robot (problema cinemático), las relaciones que rigen el movimiento de un manipulador son funciones muy complejas dificultando así la labor del estudio analítico de la dinámica del manipulador.

1.6 JUSTIFICACION DEL USO DE ROBOTS .

A pesar de que las relaciones matemáticas que rigen a un manipulador son muy complejas y que éste es considerado como un elemento de alta tecnología, el uso práctico de los robots ha aumentado considerablemente en los últimos años.

Dos razones han provocado este fenómeno principalmente. La primera es de tipo económico y la segunda de tipo tecnológico.

Desde un punto de vista económico la utilización de un robot debe ser costeable. En 1960 el costo de operar un robot una hora era de 9 dólares mientras que el de un operario humano era de 5 dólares. En 1982 era de 6 dólares para un robot y más de 15 para un operario [1], esta razón hace justificable un cambio.

Desde un punto de vista tecnológico el uso del microprocesador revolucionó a toda la industria. En 1970 uno de los primeros robots controlados por computadora fue desarrollado por la Cincinnati Milacron, ésta maquina usaba una minicomputadora para controlar al sistema lo cual la limitaba por la velocidad de cómputo que se tenía.

Con el precio y tamaño actual de los microprocesadores se puede utilizar mas de un microprocesador para ejercer la labor de control en un robot sin cambiar considerablemente el precio de la maquina en relación con el aumento de eficiencia que este hecho representa.

REFERENCIAS CAPITULO I

[1] REHG J., Introduction to Robotics (A Systems Approach), Prentice Hall, 1985.

[2] COIFFET P., Robot Technology, Volume 1, Modelling and Control, Prentice Hall, 1983.

[3] PAUL R.P., Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control, MIT Press, 1981.

[4] PAUL R.P., SHIMANO B., MAYER G.E., "Kinematic Control Equations for Simple Manipulators", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-11, No. 6, June 1981, pp. 449-455.

[5] VUKOBRATOVIC K.M., KIRCANSKY, V.H., Scientific Fundamental of Robotics, Vol. 1-5, Springer Verlag, 1982-85.

[6] SNYDER, W.E., Industrial Robots, Computer Interfacing and Control, Prentice Hall, 1985.

CAPITULO II

FORMULACION DEL PROBLEMA DINAMICO

El presente capítulo pretende presentar de una forma sintética la deducción de las ecuaciones dinámicas para un manipulador rígido y sin fricción en sus uniones usando la mecánica Lagrangiana.

2.1 TRANSFORMACIONES DE ESPACIOS:

El uso de las transformaciones de espacios es muy común para derivar las ecuaciones de movimiento de un manipulador [1,2,3,4,5]. El tema es ampliamente explicado en [2] por lo que aquí tan solo se mencionarán algunas generalidades.

Una transformación homogenea de el espacio U de tres dimensiones es una matriz H de 4x4 que puede implicar traslación, rotación, cambio de escala o perspectiva. Dado un punto p_u con coordenadas (x_u, y_u, z_u) se le asigna un vector $u = [x_u, y_u, z_u, 1]^T$ y se puede encontrar un punto $v = Hu$ que es una transformación de u. Supóngase que el punto p_u se trasladará en (a,b,c), entonces la transformación sera

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$v = Hu = [x_u + a,\ y_u + b,\ z_u + c,\ 1]^T$$

y representa al punto con coordenadas $(x_u + a, y_u + b, z_u + c)$.

Asúmase que los ejes X,Y,Z serán rotadas un ángulo θ con respecto a alguno de los ejes, por ejemplo el Y. Esa acción sera representada por la notación $ROT(Y,\theta)$.

Si denotamos $\cos\theta = c\theta$, $\operatorname{sen}\theta = s\theta$ entonces

$$H = ROT(X,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta & 0 \\ 0 & s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = ROT(Y,\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = ROT(Z,\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta & 0 & 0 \\ s\theta & c\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El hecho de ir moviendo o rotando un punto sucesivamente puede ser visto como un producto de transformaciones. Un punto se representa en relación a un marco coordenado (por ejemplo el origen 0,0,0). Sin embargo el mismo espacio físico tiene una infinidad de marcos con los cuales representar los mismos puntos que pertenecen al mismo espacio.

Cualquier manipulador puede ser considerado como una serie de eslabones conectados por uniones. A cada unión se le asignará un marco coordenado. Usando transformaciones homogéneas se puede describir la posición y orientación relativa de un marco coordenado con respecto a otro. Históricamente, la matriz que relaciona una unión con la siguiente ha sido llamado la matriz A.

A_i describe la posición y orientación relativa de la "iésima" unión con respecto a la "i - 1" unión. Asi la posición y orientación de la unión i con respecto a la j queda dada como:

$$ {}^{j}T_{i} = \prod_{k=j+1}^{i} A_k = {}^{j}T_{i-1} A_i \qquad i > j $$

$$ {}^{i}T_{i} = I_4 $$

Normalmente el origen cartesiano se toma como la base del manipulador y ${}^{0}T_i$ se denota como T_i.

Ejemplo 1.- Considere el manipulador mostrado en la figura 2.1 con las convenciones expresadas por la misma. Denotando $ci = \cos\theta_i$ $si = \operatorname{sen}\theta_i$. Se puede ver que:

$$ A_1 = \begin{bmatrix} c1 & -s1 & 0 & 0 \\ s1 & c1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ A_2 = \begin{bmatrix} c2 & 0 & s2 & s2l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s2 & 0 & c2 & c2l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ A_3 = \begin{bmatrix} c3 & 0 & s3 & s3l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s3 & 0 & c3 & c3l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$T_1 = A_1$

$T_2 = A_1 A_2$

$T_3 = A_1 A_2 A_3 = T_2 A_3$

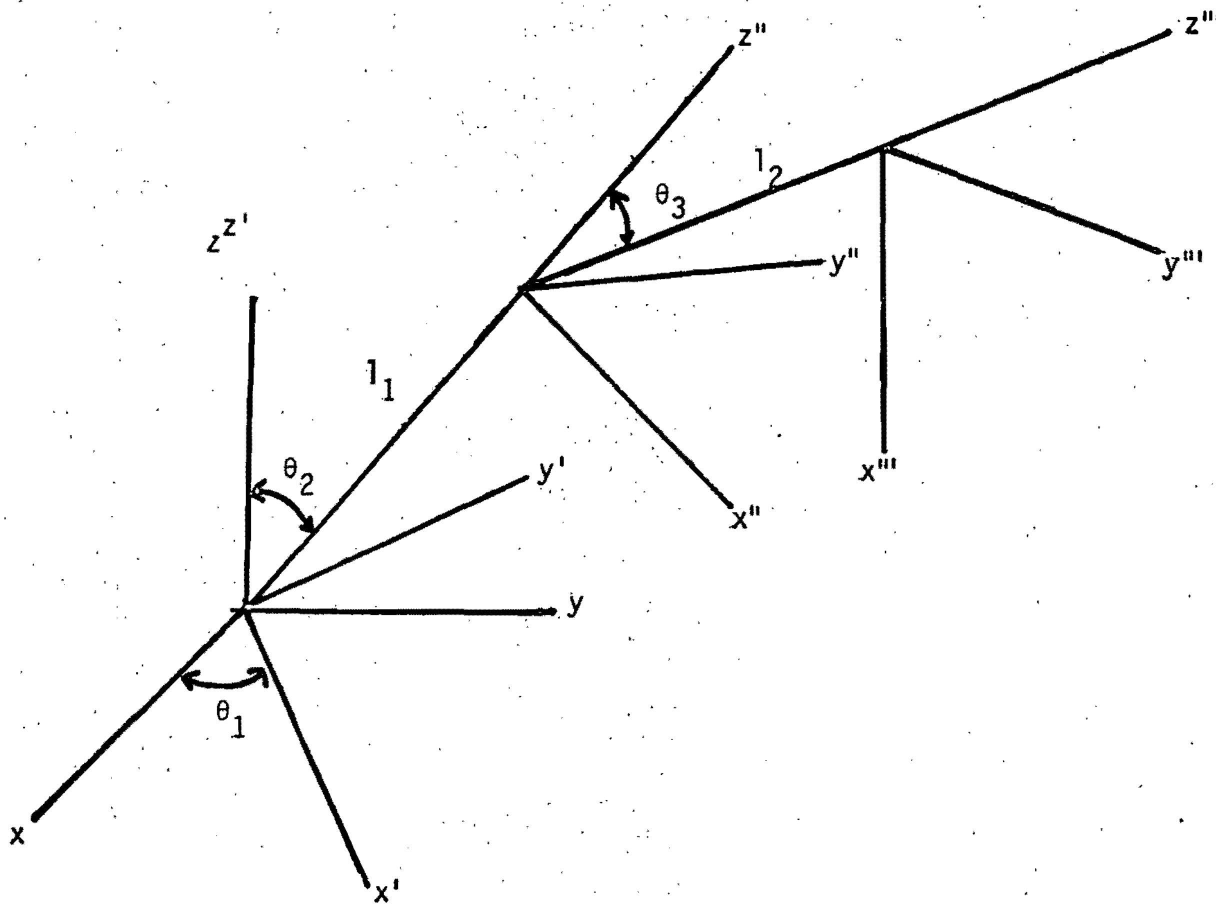


Fig. 2.1 Diferentes rotaciones y traslaciones del origen (0,0,0)

2.2 DINAMICA DEL MANIPULADOR.

Hay diversas formas de encontrar las relaciones dinámicas que rigen a un manipulador, entre ellas:

Ecuaciones de Newton-Euler [6]
Formulación de Lagrange [4]
Formulación de D'Alembert
Función de Gibbs
Gráficas de Unión (Bond Graphs) [7]

La forma más común de trabajar es utilizar la formulación de Lagrange. Si se asume un manipulador rígido sin fricción en las uniones, ésta lleva a una relación de la forma

$$J(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + g(q) = u \tag{2.1}$$

en donde $q,\dot{q},\ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ (n es el número de uniones) son posiciones, velocidades y aceleraciones generalizadas respectivamente, $h(q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis; $g(q) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas gravitacionales y $u \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas generalizadas.

El Lagrangiano L esta definido como la diferencia entre la energía cinética K y la energía potencial P de un sistema

$$L = K - P \tag{2.2}$$

Las ecuaciones dinámicas, en términos de las coordenadas usadas para expresar la energía cinética y potencial de un sistema son:

$$F_i = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \tag{2.3}$$

en donde q_i son las coordenadas usadas para expresar la energía cinética y potencial del sistema y F_i es una fuerza o par dependiendo si q_i es una coordenada lineal o angular.

Estas fuerzas, pares y coordenadas son referidos como fuerzas, pares y coordenadas generalizadas.

Sea un punto descrito por ${}^{i}r$ con respecto al eslabón i, su posición en coordenadas de la base estará dada por

$$r = T_i\, {}^{i}r \tag{2.4}$$

y es claro ver que T_i depende de las coordenadas generalizadas q_j $j = 1,\ldots,i$

Su velocidad será

$$\dot{r} = \dot{T}_i \, {}^i r$$

$$\dot{r} = \left(\sum_{j=1}^{i} \frac{\partial T}{\partial q_j} \dot{q}_j \right) {}^i r \tag{2.5}$$

y el cuadrado de la magnitud de esta

$$|\dot{r}|^2 = \dot{r}^T \dot{r}$$

que reescrita en forma matricial es

$$|\dot{r}|^2 = \text{Tra } [\dot{r} \, \dot{r}^T]$$

$$|\dot{r}|^2 = \text{Tra} \left[\left(\sum_{j=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j} q_i \right) {}^i r \left(\sum_{K=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_k} q_k \, {}^i r \right)^T \right]$$

$$|\dot{r}|^2 = \text{Tra} \left[\left(\sum_{j=1}^{i} \sum_{k=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_i} \, {}^i r \, {}^i r^T \, \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^T \dot{q}_j \, \dot{q}_k \right) \right] \tag{2.6}$$

2.2.a. CALCULO DE LA ENERGIA CINETICA.

La energía cinética de una partícula de masa dm localizada en el punto descrito por ${}^i r$ con respecto a la unión i es:

$$dK_i = \frac{1}{2} \text{Tra} \left[\left(\sum_{j=1}^{i} \sum_{K=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \, {}^i r \, {}^i r^T \, \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^T \dot{q}_j \, \dot{q}_k \right) \right] dm$$

y la energía cinética del eslabón i será

$$K_i = \int_{\text{eslabón } i} dK_i$$

$$K_i = \frac{1}{2} \mathrm{Tra}\left[\left(\sum_{j=1}^{i} \sum_{K=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \int_{\text{eslabón } i} {}^{i}r \, {}^{i}r^{T} \, dm \, \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^{T} \, \dot{q}_j \, \dot{q}_k\right)\right] \tag{2.7}$$

La integral en (2.7) recibe el nombre de matriz de pseudoinercia

$$J_i = \int_{\text{eslabón } i} {}^{i}r \, {}^{i}r^{T} \, dm$$

La energía total del manipulador es

$$K = \sum_{i=1}^{n} K_i$$

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Tra}\left[\left(\sum_{j=1}^{i} \sum_{K=1}^{i} \frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^{T} \dot{q}_j \, \dot{q}_k\right)\right] \tag{2.8}$$

La ecuación (2.8) representa la energía cinética de la estructura del manipulador. Otra contribución a la energía cinética es la de los actuadores en las uniones. Esta inercia de los actuadores, referida a la velocidad de la unión es

$$K_{\text{actuador } i} = \frac{1}{2} Ia_i \, \dot{q}_i^2$$

Ia_i (momento de inercia de el actuador i).

Intercambiando las sumatorias y el operador Traza se obtiene

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{i} \sum_{K=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^{T}\right) \dot{q}_j \, \dot{q}_k +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} Ia_i \, \dot{q}_i^2 \tag{2.9}$$

2.2.b. CALCULO DE LA ENERGIA POTENCIAL.

La energía potencial de un eslabón cuyo centro de masa esta descri_ to por un vector ${}^{i}\bar{r}_i$ con respecto al marco coordenado del eslabon i T_i es:

$$P_i = - m_i \, g^T \, T_i \, {}^i\bar{r}_i$$ en donde

$g = [g_x \; g_y \; g_z \; 0]^T$ es la aceleración producida por algún campo gravitacional.

La energía potencial total del manipulador será

$$P = - \sum_{i=1}^{n} m_i \, g^T \, T_i \, {}^i\bar{r}_i \tag{2.10}$$

quedando el Lagrangiano como

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{i} \sum_{K=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_n}^T \right) \dot{q}_j \, \dot{q}_k$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} Ia_i \, \dot{q}_i^2 + \sum_{i=1}^{n} m_i \, g^T \, T_i \, {}^i\bar{r}_i \tag{2.11}$$

2.2.c <u>ECUACIONES DINAMICAS</u>.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_p} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_p} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^T \right) \dot{q}_k$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_p}^T \right) \dot{q}_j + Ia_p \, \dot{q}_p \tag{2.12}$$

Cambiando el indice J por K en el segundo término e intercambiando las derivadas en el primero

$$\mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^T \right) = \mathrm{Tra}\left(\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^T \right)^T \right) = \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_k} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_j}^T \right), \quad J_i = J_i^T$$

se obtiene

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_p} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_k} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_p}^T \right) \dot{q}_k + Ia_p \, \dot{q}_p$$

y como $\dfrac{\partial T_i}{\partial q_p} = 0$ para $p > i$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_p} = \sum_{i=p}^{n} \sum_{K=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_k} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_p}^T\right) \dot{q}_k + Ia_p \dot{q}_p \tag{2.13}$$

Derivando (2.13) con respecto al tiempo

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_p} = \sum_{i=p}^{n} \sum_{K=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_i}{\partial q_k} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_p}^T\right) \ddot{q}_k +$$

$$\sum_{i=p}^{n} \sum_{K=1}^{i} \sum_{m=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_k \partial q_m} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_p}^T\right) \dot{q}_k \dot{q}_m + Ia_p \ddot{q}_p +$$

$$\sum_{i=p}^{n} \sum_{K=1}^{i} \sum_{m=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_p \partial q_m} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^T\right) \dot{q}_k \dot{q}_m \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_p} = \frac{1}{2} \sum_{i=p}^{n} \sum_{j=1}^{i} \sum_{K=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_j \partial q_p} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^T\right) \dot{q}_j \dot{q}_k +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=p}^{n} \sum_{j=1}^{i} \sum_{K=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_k \partial q_p} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_j}^T\right) \dot{q}_j \dot{q}_k + \sum_{i=p}^{n} m_i g^T \frac{\partial T_i}{\partial q_p} {}^i\bar{r}_i$$

e intercambiando los indices de sumación j y k del segundo término y uniendo al primero

$$\frac{\partial L}{\partial q_p} = \sum_{i=p}^{n} \sum_{j=1}^{i} \sum_{K=1}^{i} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_j \partial q_p} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_k}^T\right) \dot{q}_j \dot{q}_k$$

$$+ \sum_{i=p}^{n} m_i g^T \frac{\partial T_i}{\partial q_p} {}^i\bar{r}_i \tag{2.15}$$

Juntando (2.14)(2.15) y aplicando (2.3)

$$F_i = \sum_{j=i}^{n} \sum_{K=1}^{j} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_j}{\partial q_k} J_j \frac{\partial T_j}{\partial q_p}^T\right) \ddot{q}_k + Ia_i \dot{q}_i +$$

$$\sum_{j=i}^{n} \sum_{K=1}^{j} \sum_{m=1}^{j} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_k \partial q_m} J_j \frac{\partial T_j}{\partial q_i}^T\right) \dot{q}_k \dot{q}_m - \sum_{j=i}^{n} m_j g^T \frac{\partial T_j}{\partial q_i} {}^j\bar{r}_j \qquad (2.16)$$

Definiendo

$$D_{ij} = \sum_{p=\max i,j}^{n} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial T_p}{\partial q_j} J_p \frac{\partial T_p}{\partial q_i}^T\right) \qquad (2.17)$$

$$D_{ijk} = \sum_{p=\max i,j,k}^{n} \mathrm{Tra}\left(\frac{\partial^2 T_p}{\partial q_j \partial q_k} J_p \frac{\partial T_p}{\partial q_i}^T\right) \qquad (2.18)$$

$$D_i = \sum_{p=i}^{n} - m_p g^T \frac{\partial T_p}{\partial q_i} {}^p\bar{r}_p \qquad (2.19)$$

(2.16) se transforma en

$$F_i = \sum_{j=1}^{n} D_{ij}\ddot{q}_j + Ia_i\dot{q}_i + \sum_{j=1}^{n} \sum_{K=1}^{n} D_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + D_i \qquad (2.20)$$

Los términos D_{ii} representan la inercia efectiva en la unión i. Los términos D_{ij} representan las inercias acopladas entre la unión j y la unión i. Los términos D_{ijj} representan fuerzas centrípetas en la unión i debido a la velocidad en la unión j. Los términos D_{ijk} representan las fuerzas de Coriolis en la unión i debido a las velocidades en las uniones j y k. Los términos D_i representan las fuerzas gravitacionales en la unión i.

Los términos inerciales y gravitacionales son importantes en el control del manipulador pues afectan grandemente la estabilidad del sistema y la exactitud en el posicionamiento. Las fuerzas centrípetas y de Coriolis son importantes tan sólo cuando el manipulador desarrolla grandes velocidades.

Puede verse fácilmente que se pueden asociar matrices $J(q)$ con D_{ij} e Ia_i, vectores $g(q)$ con D_i y vectores $h(q,\dot{q})$ con $D_{ijk}\dot{q}_j\dot{q}_k$

cuando se escribe (2.20) para cada una de las n uniones y se reescribe el conjunto en forma matricial llevando así la dinámica del manipulador a la forma genérica (2.1).

REFERENCIAS CAPITULO II

[1] BEJCZY A.K., Dynamic Models and Control Equations for Manipulators, JET PROPULSION LABORATORY, California Institute of Technology, December, 1979.

[2] PAUL R.P., Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control, MIT Press, 1981.

[3] PAUL R.P., SHIMANO B, MAYER G.E., "Differential Kinematic Control Equations for Simple Manipulators", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-11, No. 6, June 1981, pp. 456-460 .

[4] HOLLERBACH J.M., "A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-10, No. 11, Nov. 1980, pp. 730-736.

[5] GOMEZ DE SILVA J., Definición del Problema de Control Dinámico en Robots Manipuladores, Series del Instituto de Ingeniería, No. 486, Nov. 1984, UNAM.

[6] PENNOCK G.R., YANG A.T., "Dynamic Analysis of a Multi-Rigid-Body Open-Chain System", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 105, pp. 28-34, March 1983.

[7] COIFFET, P., Robot Technology, Volume 1, Modelling and Control, Prentice Hall, 1983.

CAPITULO III
ESTRATEGIAS USUALES DE CONTROL

El controlar un sistema que es regido por una ecuación de la forma (2.1) y cuya tarea se define en un espacio diferente al de la ecuación ya citada no es labor sencilla. De ahí que muchas estrategias de control hayan sido propuestas para lograrlo. En general, estas estrategias trabajan dos niveles jerárquicos: uno táctico y uno ejecutivo; el táctico comprende la definición y planeación de la tarea para luego ser traducida al mecanismo propio del manipulador y el ejecutivo en la supervisación y acción directa de control cuando la tarea está siendo ejecutada. Durante este capítulo se dará una breve revisión de los métodos más comunmente usados desde el punto de vista ejecutivo, y para facilitar su comprensión se dividirán en dos grandes grupos: estrategias adaptables y no adaptables.

3.1 DEFINICION DEL PROBLEMA DE CONTROL

La tarea que debe realizar un manipulador se especifica en términos de la relación que tiene su organo terminal con un mundo externo que le sirve como marco de referencia. Como se ha mencionado anteriormente, esta tarea se reducirá a que el órgano terminal tenga una posición y orientación predeterminadas con respecto a las coordenadas Cartesianas. Desde un punto de vista mas general el sistema tiene que calcular la solución de la ecuación (1.1) (parte táctica del control) para mandar ciertos comandos a los actuadores que físicamente moverán las uniones del manipulador (parte ejecutiva del control).

Sin embargo, aún cuando se tenga resuelta la parte táctica del control puede haber ambivalencias en la especificación de la tarea a realizar por la parte ejecutiva del control, por ejemplo: a) ¿Debe el manipulador tan sólo colocar su órgano terminal en algun punto $r(q)$ o es necesario que siga alguna ruta en el espacio antes de llegar a su posición final?; b) ¿La trayectoria seguida en el espacio debe ser seguida con cierto perfil de velocidad o no?; c) ¿El espacio de trabajo esta libre de obstáculos?; d) Dada una trayectoria nominal ¿qué tanto puede desviarse el manipulador de ésta?; e) ¿Qué tan conocidos son los parámetros que intervienen en la ecuación de movimiento del manipulador?.

Es importante notar que según Vukobratovic [1], la mayor parte de los robots que están instalados en la industria en la actualidad no pueden seguir cualquier trayectoria especificada en el espacio ni son capaces de soportar variaciones en sus parámetros. Con tales robots el control pretende que el órgano terminal pase por ciertos puntos especificados en el espacio, el control ejecutivo se reduce a un control posicional y no hay una coordinación entre los movimientos de las uniones del robot recorriéndose así el trayecto entre dos puntos de una manera un tanto arbitraria. Para las aplicaciones generales este nivel de desempeño puede ser adecuado, pero aplicaciones futuras de la robótica requerirán desempeños cada vez mejores.

La tarea a realizar puede ser reformulada de la siguiente manera: téngase un conjunto $X_s(t)$, $X_s^v(t)$, $X_s^a(t) \subset \mathbb{R}^m$ que denotan las desviaciones permitidas en posición, velocidad y aceleración de un patron nominal $X_o(t)$, $X_o^v(t)$, $X_o^a(t) \subset \mathbb{R}^m$ que sirve como consigna en el espacio de trabajo (m es la dimensión del espacio de trabajo).

Si se asume que la función inversa de (1.1) es conocida y no singular para todo el espacio de trabajo, se pueden encontrar regiones $Q_s(t)$, $Q_s^v(t)$, $Q_s^a(t) \subset \mathbb{R}^n$ correspondientes a desviaciones de una trayectoria nominal $Q_o(t)$, $Q_o^v(t)$, $Q_o^a(t) \subset \mathbb{R}^n$ en el espacio generalizado del manipulador. La tarea del control consiste en sintetizar una ley que asegure que el manipulador se encuentre siempre dentro de las regiones $Q_s(t)$, $Q_s^v(t)$, $Q_s^a(t)$.

Con la tarea de control ya definida surgen las siguientes preguntas: ¿Se puede sintetizar una ley de control única que sea robusta a variaciones de parámetros en el manipulador o debe ser ésta una ley adaptable?, ¿Qué tan compleja debe ser la ley de control?, ¿Cómo se evaluará el desempeño de la ley?, ¿Qué tan complejo debe ser el modelo del manipulador para el tipo de trayectoria que se desea seguir?.

Las estrategias de control a nivel ejecutivo que han de implementarse dependerán de las respuestas que se den a estas preguntas.

3.2 TECNICAS DE CONTROL NO ADAPTABLES.

a). Síntesis de control óptimo.

Si es importante el medir el desempeño del control $u(t)$ de funcional de la forma

$$J = \int_0^{t_s} \underline{L}(x(t),u(t))dt + g(x(t_s)) \tag{3.1}$$

puede ser impuesto y en el cual el intervalo de tiempo t_s no está fijo, $L : R^n \times R^n \to R^1$ es una función escalar contínua y diferenciable de $x(t)$, $u(t)$ y $g(\cdot): R^n \to R^1$ es una función del estado terminal.

Kahn y Roth [2] consideraron el control de tiempo óptimo: dado el sistema robótico con estado inicial $X(0)$ y final $X(t_s)$, encontrar el control $u(t)$ que transfiere el sistema de $X(0)$ a $X(t_s)$ en el menor tiempo posible, es decir que el funcional (3.1) con $\underline{L}(x(t),u(t))= 1$, $g(x(t_s)) = 0$ sea mínimo, pero sujeto a que el control no mueva al manipulador fuera de las regiones permitidas. Se puede demostrar [2] que este problema no puede ser resuelto analíticamente aún para un manipulador articulado de tres grados de libertad debido a las no linealidades del sistema, así se obtiene tan sólo una solución numérica que depende del tiempo y no toma en cuenta perturbaciones en el sistema o variaciones paramétricas de éste. Además, el cálculo debe ser realizado para cada par $X(0)$, $X(t_s)$ diferente.

Para obtener un control retroalimentado una aproximación del control óptimo ha sido propuesta [2]. El control subóptimo consiste en aproximar el sistema no lineal por un lineal para el cual el control óp timo puede ser encontrado analíticamente. La linealización del modelo se hace despreciando los acoplamientos en la dinámica, compensando los términos gravitacionales en el punto terminal y linealizando términos del modelo en el punto terminal. Asi el modelo del robot se convierte en n sistemas consistentes de dobles integradores para el cual la solución analítica del problema es conocida y se compensan los efectos de las velocidades angulares en el modelo no lineal. Para un manipulador particular se ha demostrado que esta solución subóptima se parece a la óptima. Sin embargo, para manipuladores complejos con estado inicial y final distanciados la solución subóptima puede ser demasiado subóptima. Por otro lado, la solución al problema es un control de tipo bang-bang que es poco aceptable en robótica debido a los actuadores y la trayectoria que siga el manipulador no es predecible lo cual hace que este enfoque tenga aplicaciones muy limitadas en manipuladores reales.

Young propuso un criterio de optimización (3.1) con $\underline{L}(x(t),u(t)) = .5\, \ddot{q}^T M \ddot{q}$, $g(x(t_s)) = 0$, $M \in \mathbb{R}^{nxn}$ es una matriz positiva definida, es decir, se propuso minimizar un criterio cuadrático en aceleración, según lo cita Vukobratovic [3]. Aquí también se considera al sistema como un conjunto de n plantas formadas por doble integradores y se pueden obtener las trayectorias óptimas $q^{oi}(t)$, $\dot{q}^{oi}(t)$, $\ddot{q}^{oi}(t)$ que llevan al sistema de dobles integradores del estado inicial $q^{oi}(0)$, $\dot{q}^{oi}(0)$, $\ddot{q}^{oi}(0)$, a el final $q^{oi}(f_s)$, $\dot{q}^{oi}(t_s)$, $\ddot{q}^{oi}(t_s)$ y minimizan el funcional. De la ecuación (2.1) $u(t)$ puede ser calculado. El resultado es un control a lazo abierto que requiere del cálculo del modelo en línea, el cual compensa las no linealidades de (2.1) pero, sin embargo, produce una trayectoria subóptima para el modelo no lineal y requiere del conocimiento exacto del modelo. Variaciones en los parámetros de éste no pueden ser compensadas por el control.

b). Regulador óptimo.

Los enfoques anteriores tuvieron como base el control posicional de robots. El problema de seguir alguna trayectoria prescrita en el espacio de trabajo es más complejo y las soluciones dadas por el inciso anterior no son aceptables. El control para seguir una trayectoria nominal $X^o(t)$ puede ser sintetizado minimizando una funcional (3.1) que generalmente toma la forma

$$L(x(t),u(t)) = \frac{1}{2}\left[\Delta_x{}^T(t)\; Q(t)\; \Delta_x(t) + \Delta u^T(t)\; \underline{R(t)}\; \Delta_u(t)\right]$$

$$g(x(t_s)) = \frac{1}{2}\,\Delta_x{}^T(t_s)\; Q_T\; \Delta_x(t_s) \qquad (3.2)$$

en donde $Q(t)$, $Q_T \in \mathbb{R}^{nxn}$ son matrices positivas semidefinidas y $\underline{R(t)} \in \mathbb{R}^{nxn}$ es una matriz positiva definida. $\Delta_x(t) = x(t) - x^o(t)$ es la desviación con respecto a la trayectoria óptima, $\Delta_u(t) = u(t) - u^o(t)$ es la desviación con respecto al control que producirá la trayectoria óptima y $Q(t)$, $\underline{R}(t)$, Q_T deben ser escogidas para asegurar la estabilidad del modelo.

Si se trata de minimizar (3.1) sujeto a (3.2) para (2.1) la solución que se puede obtener es tan solo numérica llevando a esquemas de lazo abierto cuya implementación práctica es casi imposible.

Una manera de solucionar el problema es linealizar el modelo alrededor de la trayectoria $X^o(t)$. Esta linealización puede ser analítica, numérica o utilizando algunos métodos de identificación. La implementación de este tipo de controles es muy poco práctica [1] y requiere de modelos que son simplificación de las originales llevando a estructuras de control que, aparte de todo lo anterior, son poco robustas a variaciones en los parámetros.

c) Estrategia de par calculado o de modelo inverso.

Como se ha mencionado, no siempre es posible simplificar a la hora de formular la estrategia de control las ecuaciones que rigen a la dinámica del manipulador, asi que ciertas estrategias de control tratan de tomar en cuenta toda la dinámica del sistema. Paul llamó a este enfoque la técnica de "movelo inverso" [4] mientras de Bejczy la llamó de "par calculado" [5]. Es decir, el nombre de "modelo inverso" se deriva de que el esquema asume que se conocen a la perfección los parámetros de la ecuación (2.1) , del "modelo" del manipulador. Conociendo la relación del vector de fuerzas o pares generalizados, con las aceleraciones generalizadas, se pueden calcular los valores de los pares para que provoquen un movimiento equivalente al de un sistema lineal invariante predeterminado. Como se puede notar la técnica considera que las fuentes de par no tienen dinámica. Es decir, la técnica asume q y $\dot{q}$, medibles y de la ecuación (2.1) calcula valores para los controles

$$J(q)\ddot{q} + h(q,q) + g(\dot{q}) = u \tag{2.1}$$

$$u = J(q)z + h(q,\dot{q}) + g(q)$$

$$z = \ddot{q}(t) + K_1(q^0(t)-q(t)) + K_2(\dot{q}^0(t) - \dot{q}(t))$$

en donde $K_1 \in \mathbb{R}^{nxn}$ es una matriz de realimentación de posición y $K_2 \in \mathbb{R}^{nxn}$ es una matriz de realimentación de velocidad, K_1,K_2 deben ser escogidas de tal forma que la ecuación $\ddot{q} + K_2\dot{q} + K_1q = 0$ sea asintóticamente estable. Sin embargo, aquí sólo se calcula el valor de los pares que deben proporcionarse en el tiempo t. Si se toma en cuenta que los actuadores tienen dinámica, los modelos de estos también deberán ser considerados. El esquema de control se presenta en la figura 3.1. En este esquema hay compensación para las fuerzas de Coriolis, gravitacionales y centrífugas. Como se puede notar es necesario calcular la dinámica del modelo en línea lo cual puede ser muy tardado. Para hacer mas eficiente el cálculo, algunos autores [4,5] han despreciado términos de acoplamiento en $J(q)$ y eliminado $h(q,\dot{q})$. Así el problema de calcular el modelo inverso del manipulador se reduce en una proporción drástica pero para algunos manipuladores sigue siendo considerable.

Diversas aproximaciones han sido estudiadas para manipuladores específicos [4,5] lo cual hace que en esos manipuladores el cálculo sea muy eficiente. Otros métodos incluyen un cálculo de los coeficientes necesarios en (2.1) por medio de interpolación de ciertos valores de los coeficientes de (2.1) para diferentes $q,\dot{q}$ que han sido previamente escritos en tablas multidimensionales. Este método recibe el nombre "Configuración del Espacio" y es explicado en [6]. Su desventaja es que requiere de gran cantidad de memoria.

Los problemas inherentes a la estrategia del modelo inverso son:

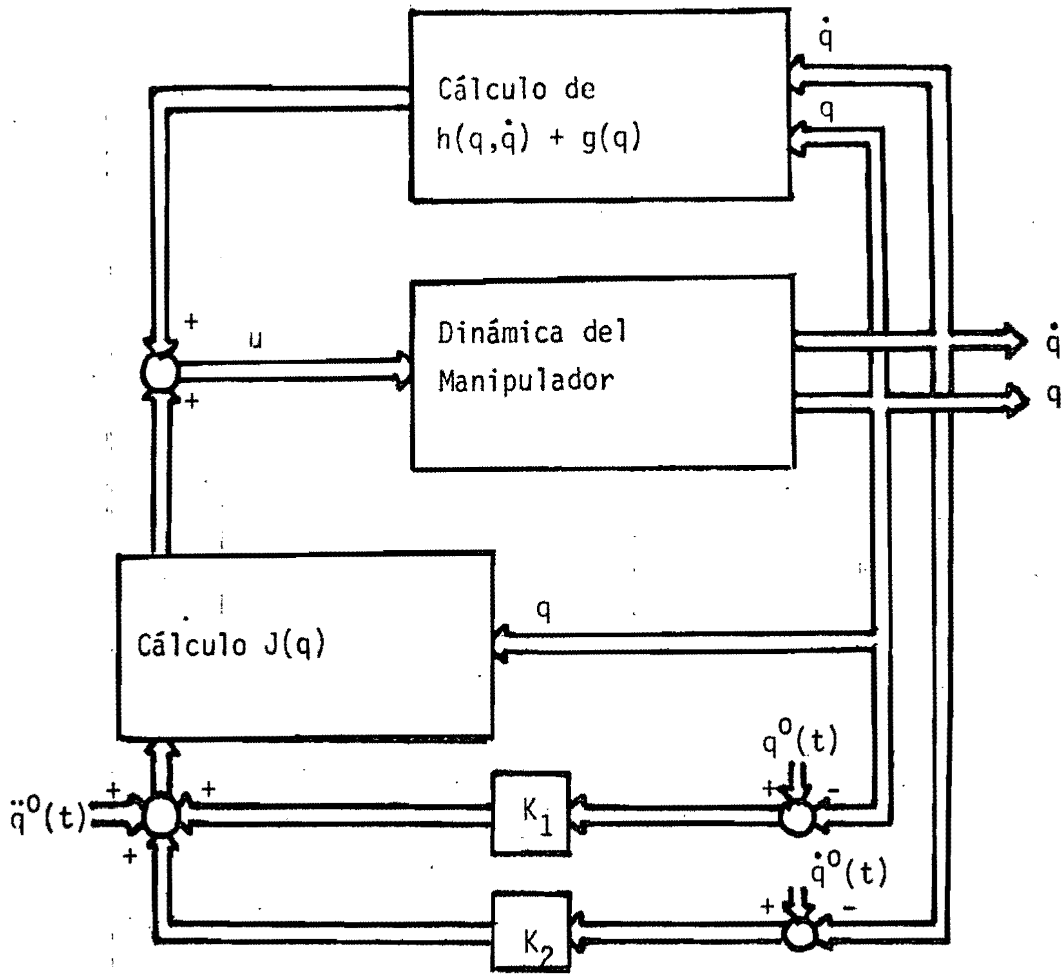


Figura 3.1 Esquema de Control de "Modelo Inverso".

a) Necesidad del conocimiento de (2.1) lo cual lo hace poco robusto a cambios en los parámetros; b) Necesita de muchos cálculos numéricos; c) El conjunto de todas las uniones del robot es considerado como una sola planta lo cual hace que la implementación de esquemas de control sea difícil e impráctica.

d). Realimentación de fuerza.

Las fuerzas (momentos) que estan actuando en las uniones pueden ser medidas directamente. Realimentando estas fuerzas se puede desacoplar la dinámica del robot.

Luh y coautores [8] hicieron experimentación con el manipulador de

Stanford rediseñando dos de sus uniones para incluir sensores de pares. Este manipulador es impulsado por motores de armadura y se le aplica un esquema de control posicional basado en asumir que el modelo del manipulador es un sistema lineal exceptuando una no linealidad de tipo "acoplamiento con juego" (backlash) debida a la transmisión de movimiento. Analizaron cada unión por separado usando el método de la función descriptiva y compensaron los ciclos límites que aparecían en el sistema realimentado por medio de compensadores convencionales en serie.

Wu y Paul [9] propusieron el control del manipulador por medio de las coordenadas externas. Su esquema recibe el nombre de "Control de Movimiento por medio de Descomposición de Fuerzas" (Resolved motion force control) y se basa en que si se tiene la relación espacio cartesiano-espacio generalizado (ver capítulo 1).

$$R(t) = f(q(t)) \qquad (3.3)$$

se puede calcular la trayectoria generalizada $q^o(t)$ a partir de la trayectoria cartesiana $x^o(t)$ y por diferenciación numérica se pueden obtener $\dot{q}^o(t)$, $\ddot{q}^o(t)$ o, alternativamente se puede obtener $\dot{q}(t)$ por medio de derivar (3.3) y despejar $\dot{q}(t)$

$$\dot{q}(t) = \left[\frac{\partial f}{\partial q}\right]^{-1} \dot{R}(t) \qquad (3.4)$$

para después derivar numéricamente y obtener $\ddot{q}(t)$. Los pares se despejan y aplican asumiendo modelos constantes.

Otros esquemas asumen que la planta esta sujeta a una perturbación estocástica y tratan de identificarla [9]. En general, el método de realimentación de fuerza simplifica el trabajo [1], sin embargo hay problemas técnicos en la implementación de los sensores de fuerza, dada su poca inmunidad al ruido provocando asi circuitería mas compleja y costosa.

3.3 TECNICAS DE CONTROL ADAPTABLE

El uso de algoritmos adaptables en aplicaciones robóticas es relati vamente nuevo pero ofrece grandes posibilidades debido a que los controladores convencionales no siempre pueden asegurar condiciones de estabilidad para un sistema no lineal y variante en el tiempo (aunque sean diseñados para ser robustos ante cambios paramétricos y perturbaciones). Los algoritmos adaptables pueden considerarse como un mejoramiento de los clásicos, aunque este mejoramiento provoca generalmente un incremento en la complejidad numérica involucrada en los cálculos. También requiere de mayor herramienta matemática para probar la estabilidad del sistema al que son aplicados pero ofrecen mayor oportunidad ante el problema del desconocimiento de parámetros o variaciones drásticas de éstos (por ejemplo cambiar la carga del manipulador durante la ejecución de la tarea).

Una de las primeras contribuciones del control adaptable a la robótica fue dada por Dubowsky y Des Forges [10] en 1979. Ellos desarrollaron un control adaptable de modelo de referencia basado en un método de descenso máximo para minimizar una función de costo del error entre el modelo y el sistema. Definieron el error por el vector

$$e(t) = y(t) - x(t) \tag{3.5}$$

en donde $y(t)$ es el vector de estado del modelo y $x(t)$ es el vector de estado del sistema. La función de costo escalar usada fue

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T Qe \tag{3.6}$$

en donde Q es la matriz de ganancia de adaptación. El objetivo del algoritmo es llevar el error a 0. Sea θ el vector de parámetros del sistema que incluye a las ganancias ajustables. La ley de adaptación toma la forma

$$\dot{\theta} = -\frac{K\partial V}{\partial \theta} = -\frac{K\partial e}{\partial \theta}^T Qe \tag{3.7}$$

(método de máximo descenso o gradiente).

Como $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ no puede ser determinado se aproxima. Las ventajas de este algoritmo son: a) No implica los grandes problemas computacionales de otro tipo de controles; b) Se ha probado en robots industriales.

Algunas de sus desventajas son: a) El sistema requiere de una señal de alta frecuencia y baja amplitud denominada "señal de aprendizaje" y de un período de aprendizaje para dar mejores resultados; b) El análisis de estabilidad es incompleto.

Horowitz y Tomizuka [11] tratan de desacoplar y compensar las no linealidades de un manipulador para el cual asumen que los parámetros permanecen constantes durante el período de adaptación. Consideran dos enfoques en su trabajo: en el primero identifican los parámetros de su planta y los ajustan para obtener la dinámica de un modelo predeterminado. En el segundo adaptan matrices de ganancias de tal forma que las salidas de la planta y un modelo se parezcan haciendo tender el error entre ellas a 0. La estabilidad del sistema es probada usando los conceptos de hiperestabilidad de Popov para ambos casos. Las simulaciones presentadas por ellos de un manipulador parecen concluir que si los parámetros del sistema varían lentamente el desempeño del algoritmo sigue siendo bueno.

Koivo y Ten Huei Guo [12] proponen un modelo lineal de un manipulador al que luego discretizan llegando a un sistema de la forma

$$\begin{aligned} y[kT] = a_0 + A_1\, y\, [(k-1)T] + A_2\, y\, [(k-2)T] \\ + B_1\, u\, [(k-1)]T + B_2\, u\, [(k-2)]T + e[kT] \end{aligned} \tag{3.8}$$

en el cual A_i, B_i son matrices de nxn, a_0 es un vector n dimensional y $e(\cdot)$ un vector de errores de modelado. T es el período de muestreo (y sus experimentos indican que no debe ser menor a 16 ms).

Proponen un modelo autoregresivo de la forma

$$y(k) = A(q^{-1})\, y\, (k) + B(q^{-1})\, u\, (k-d) + h + e(k)$$

en donde T se omite por simplicidad, h es un vector forzante que con tiene los efectos gravitacionales, $e(\cdot)$ representa un ruido Gaussiano con media 0, aleatorio y con covariancia R. q^{-1} es el operador corrimiento, es decir $q^{-1}y(K) = y(K-1)$ y n es el orden del modelo (2 en este caso).

Definiendo

$$\theta = [A_1, \dots, A_n, B_o, \dots, B_{n-1}\ h]^T = [\theta_1, \dots, \theta_m]$$

$$\theta_i = [a^1_{i_1}, \dots, a^1_{i_m}, a^2_{i_1}, \dots, a^2_{2_m}, \dots, b_{i_1}, \dots b_{i_m}, \dots, b^{n-1}_{i_1}, \dots$$

$$b^{n-1}_{i_m}, hi]^T \qquad (3.10)$$

$a^m_{k_e}$, $b^m_{k_e}$ denotan los elementos k,e de las matrices A^m, B^m respectivamente, y

$$\phi(k-1) = [y^T(k-1), \dots, y^T(k-n), u^T(k-d-n+1), 1]^T \qquad (3.11)$$

La ecuación (3.8) se reescribe como

$$y(k) = \theta^T \phi(k-1) + e(k)$$

Se estima entonces θ por medio de un algoritmo recursivo de mínimos cuadrados y se minimiza un criterio cuadrático del error y control en donde el error se define como $y(K) - y^d(k)$ y $y^d(k)$ es la trayectoria deseada a seguir. El control es pesado por medio de un factor variante en el tiempo y diseñado para que los estimados no tiendan a irse a cero (fenómeno común para algunos algoritmos adaptables).

Otros esquemas adaptables han sido reportados por Stoten [13,14,15] basados en enfoques de hiperestabilidad de Popov y con técnicas del "Modelo de Referencia" similares a las usadas por Landau [16].

Lim y Eslami [17] proponen un algoritmo planteado a partir de un modelo de estado asumiendo estacionareidad de la planta y llevan el com portamiento de la planta a una equivalente de un modelo lineal. Su aná lisis se basa en funciones de Lyapunov pero introducen una función adi cional que permite alterar la velocidad de convergencia del algoritmo por lo que pueden tratar de seguir a una planta variante si los paráme tros de ésta no se mueven rápidamente.

Balestrino y coautores [18] proponen un algoritmo utilizando una ley vectorial normalizada y llevan al sistema a un modo deslizante como el que se presenta en los controles de estructura variable. Esto oca siona oscilaciones de alta frecuencia en el control. Como en muchos ma nipuladores la trasmisión de movimiento se hace por medio de torsión (por medio de "harmonic drives") y dado que puede presentarse flexi bilidad en la estructura, este tipo de oscilaciones podrían excitar mo dos de alta frecuencia en el manipulador que llevaran al sistema a ines tabilidad. Presentaron dos experimentos siguiendo leyes trapezoidales de velocidad en el espacio tridimensional y trayectorias rectilíneas.

Nicosía y Tomei [19] asumen para motivos de análisis un modelo en el cual la carga que está siendo manipulada permanece invariante y ajus tan ganancias de un control externo para hacer que la salida de la plan ta se ajuste a la de un modelo lineal. La demostración de estabilidad se basa en el principio de hiperestabilidad de Popov y sus simulaciones con un manipulador de tres grados de libertad muestran que el sistema empieza a producir controles oscilatorios cuando supuestamente se debe ría estar alcanzando un estado estable. El problema pudiera ser causa do por una falta de persistencia de excitación cuando la planta se ajus ta al modelo.

Koditschek [20] propone un algoritmo que permite asegurar estabili dad global para cierto tipo de plantas, en las cuales pueden ser inclu\u00ed dos los manipuladores de estructura rígida.

Su algoritmo trata de cancelar los efectos "desestabilizantes" cau sados por el campo gravitacional y se basa en el tipo de controles llama dos de "Movimiento Natural".

El diseño se hace a partir de encontrar una función de Lyapunov pa ra un sistema del cual se asume que:

a) Todas sus variables de estado están disponibles.

b) La señal de referencia a seguir es constante.

c) El campo vectorial que pretende ser cancelado es lineal en los parámetros que de él se desconozcan.

Aunque estas condiciones parecen muy restrictivas, las ecuaciones que rigen a un manipulador en un contexto de "regulación" cumplen con estos requisitos.

Sin embargo la solución del problema no converge necesariamente a la deseada, sino que puede quedarse en un punto en el cual haya un error, pero para el cual la señal de control generada en base a este error y el error paramétrico intrínseco al sistema balancé el efecto del campo gravitacional en el cual esta funcionando el manipulador.

En general, casi todos los esquemas aquí mencionados adolecen de alguna o varias de las fallas que se mencionarán a continuación:

a) Los algoritmos adaptables pueden influir negativamente en la estabilidad del sistema;

b) Los criterios de selección de control no lo limitan pudiendo entonces éste tomar valores desmedidos;

c) El análisis de estabilidad es incompleto;

d) Los análisis se basan en modelos muy simplificados de la planta;

e) Asumen actuadores o controles de energía ilimitada o sin dinámica.

Sin embargo, los resultados experimentales basados en simulaciones que han sido reportados demuestran un magnífico desempeño para la mayor parte de ellos.

REFERENCIAS CAPITULO III

[1] Vukobratovic M, Stokić D., Kirćanski N.- Scientific Fundamental of Robotics 5, Non Adaptive and Adaptive Control of Manipulation Robots, Springer-Verlag, 1985.

[2] Kahn M.E., Roth B., "The Near Minimum Time Control of Open Loop Articulated Kineamtic Chains", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Sep. 1971, pp. 164-172.

[3] Young D.K.K., "Control and Optimization of Robot Arm Trajectories" , Proc IEEE Milwaukee Symp. an Automatic Computation and Control, pp 175-178, April, 1976.

[4] Paul R.C., Modeling, Trajectory Calculation and Servoing of a Computer Controlled Arm, Standford Intelligence Laboratory, Standford University, Sept. 1972.

[5] Bejczy K.A., Robot Arm Dynamics and Control, Jet Propulsion Laboratory, Feb. 1974.

[6] Raibert H.M., Hom P.K.B., "Manipulator Control using the Configuration State Space Method", The Industrial Robot, Vol. 5, No. 1, pp. 69-73, June, 1978.

[7] Tourassis V.D., Neuman C.P., "Robust nonlinear feedback control for robotic manipulators", IEEE Proceedings, Vol. 132, No. 4, July 1985. pp. 134-143.

[8] Luh Y.S.J., Fisher D.W., Paul R.C., "Joint Forque Control by a Direct Feedback for Industrial Robots", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-28, No. 2, February 1983.

[9] Wu H.C., Paul R.C., "Resolved Motion Force Control of Robot Manipulator", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-12, No. 3, May 1982..

[10] Dubowsky S., Des Forges D.T., "The Application of Model Referenced Adaptive Control to Robotic Manipulators", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control., Vol. 101, Sept. 1979.

[11] Horowitz R., Tomizuka M., "An Adaptive Control Scheme for Mechanical Manipulators-Compensation of Nonlinearity and Decoupling Control", ASME Winter Ann. Meeting, Nov. 16-21, 1980, Chicago.

[12] Koivo A.J., Guo T.H., "Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators", IEEE Transactions on Automatic Control, VOL. AC-28, No. 2, Feb. 1983.

[13] Stoten D.P., "Discrete Adaptive Control of a Manipulator Arm", Optimal Control Applications and Methods, Vol. 3, pp. 423-433, 1982.

[14] Stoten D.P., "The Adaptive Control of Manipulator Arms", Mechanism and Machine Theory, Vol. 18, No. 4, pp. 283-288, 1983.

[15] Stoten D.P., "On the Similitude of Manipulator Dynamics, with regard to a Discrete Time Adaptive Control Algorithm", Report No. 83/14, Department of Mechanical Engineering, U. of Bristol, 1983.

[16] Landau Y.D., Adaptive Control, The Model Reference Approach, Marcel Dekker, Inc., 1979.

[17] Lim K.Y., Eslami M., "Adaptive Controller Designs for Robot Manipulator Systems using Lyapunov Direct Method", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-30, No. 12, December 1985, pp. 1229-1233.

[18] Balestrino A., De María G., Sciavicco L., "An Adaptive Model Following Control for Robotic Manipulators", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 105, pp 143-151, 1983.

[19] Nicosia S., Tomei P., "Model Reference Adpative Control Algorithms for Industrial Robots", Automatica, The Journal of IFAC, Vol. 20, No. 5, pp. 135-644, 1984.

[20] Koditschek, D.E., "Adaptive Strategies for the Control of Natural Motion", Proceedings of the 24th Conference on Decision and Control, Ft. Lauderdale, Fl., December 1985, pp. 1405-1409.

CAPITULO IV

ESTRATEGIA PROPUESTA

El presente capítulo expondrá y analizará un algoritmo adaptable que se deriva de una estrategia de par calculado para ser aplicada en manipuladores industriales. Además expondrá unos ejemplos simples de aplicación de éste para sistemas no robóticos.

4.1 REPARAMETRIZACION DE LA PLANTA

La dinámica del manipulador puede ser expresada, de (2.1) por:

$$D(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + g(q) = \bar{u} \qquad (4.1)$$

en donde $q,\dot{q},\ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ son coordenadas, velocidades y aceleraciones generalizadas respectivamente, $D(q)$ es matriz simétrica real positiva definida $(n\mathrm{x}n)$, $h(q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ es un vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $g(q) \in \mathbb{R}^n$ es un vector de fuerzas gravitacionales y $\bar{u} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares que porporcionan los actuadores y que depende del tiempo (se omite esta dependencia en la notación por simplicidad).

De la mecánica Lagrangiana, si se denota a la energía potencial del sistema como $P(q)$ entonces $g(q) = \frac{-\partial P(q)}{\partial q}$ y del capítulo III:

$$h(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{D}(q)\dot{q} \qquad \dot{D}(q) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial D(q)}{\partial q_i}\dot{q}_i \quad \text{es decir}$$

$$h(q,\dot{q}) = C(q)\, f(\dot{q}) \qquad f(\dot{q}) \in \mathbb{R}^l \quad l = n(n+1)/2$$

$$f(\dot{q}) = \begin{bmatrix} \dot{q}_1\dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_1\dot{q}_n \\ \vdots \\ \dot{q}_n\dot{q}_n \end{bmatrix}$$

$$\ddot{q} = D^{-1}(q)\ [\bar{u}-g(q) - C(q)f(q)] \qquad (4.2)$$

Si se aisla la componente "i" del vector $\ddot{q}$

$$\ddot{q}_i = D_i^{-1}(q)\ [\bar{u}-g(q)-C(q)f(\dot{q})]$$

$$\ddot{q}_i = \sum_{m=1}^{n} D_{i_m}^{-1}\ (q)\ [\bar{u}_m-g_m(q) - \sum_{r=1}^{n(n+1)/2} C_{mr}(q)f_r(\dot{q})\ ] \qquad (4.3)$$

$$\ddot{q}_i = D_{ii}^{-1}(q)\bar{u}_i - \sum_{\substack{m=1\\ m\neq 1}}^{n} D_{i_m}^{-1}(q)\ \bar{u}_m - \sum_{m=1}^{n} D_{i_m}^{-1}(q)\ [g_m(q) - \sum_{r=1}^{n(n+1)/2} C_{mr}(q)fr(\dot{q})]$$

en donde $D_i^{-1}(q)$ denota al renglon "i" de la matriz $D^{-1}(q)$, $C_{kx}(q)$ denota al elemento k,x de la matriz $C(q)$, $D_{kx}^{-1}(q)$ denota al elemento k,x de la matriz $D^{-1}(q)$, $\bar{u}_e$, $g_e(q)$, $f_e(\dot{q})$ denotan a el elemento e de los vectores $\bar{u}$, $g(q)$, $f(\dot{q})$ respectivamente. Reescribiendo (4.3)

$$\dot{q}_i = \alpha_i(q)\ \ddot{u}_i + \beta_i(q) \qquad (4.4)$$

en donde

$$\alpha_i(q) = D_{ii}^{-1}(q)$$

$$\beta_i(q) = -\left[\sum_{\substack{m=1\\ m\neq i}}^{n} D_{im}^{-1}(q)\bar{u}_m + \sum_{m=1}^{n} D_{im}^{-1}(q)\ \ g_m(q) - \sum_{r=1}^{n(n+1)/2} C_{mr}(q)fr(\dot{q})\right]$$

pudiéndose observar que $\beta_i(q)$ no depende de $\bar{u}_i$.

Por lo mismo (4.4) se puede interpretar como una relación no lineal variante en el tiempo pues $q,\dot{q}$ dependen del tiempo.

Por simplicidad de notación se sustituirá la dependencia de $q,\dot{q}$ por una del tiempo.

$$\ddot{q}_i = \alpha_i(t)\ \bar{u}_i + \beta_i(t) \qquad (4.5)$$

El efecto de los acoplamientos entre diversas uniones se transforma en el efecto de una perturbación $\beta_i(t)$ y el de una inercia variable

$\alpha_i(t)$.

Para un manipulador real, el control $\bar{u}_i$ no puede tomar cualquier valor, es decir, se satura:

$$\bar{u}_i = \begin{cases} \bar{u}_i \text{ si } |\bar{u}_i| \leq u \text{ máximo}_i \\ \\ u_{\text{máximo}_i} \quad \operatorname{sgn}(\bar{u}_i) \text{ en caso contrario} \end{cases} \tag{4.6}$$

Si se definen dos vectores:

$$\theta_i(t) = [\alpha_i(t) \ \beta_i(t)]^T = [\theta_{1i}(t) \ \theta_{2i}(t)]^T \tag{4.7}$$

$$\phi_i = [\bar{u}_i \quad 1]^T$$

$$\ddot{q}_i = \theta_i^T(t) \ \phi_i \tag{4.8}$$

Como $\theta_i(t)$ contiene a los parámetros del manipulador que son funciones trascendentes de las variables de unión (ver por ejemplo la forma de la ecuación (5.8)) y ϕ_i contiene a un control que se satura, entonces θ_i, $\phi_i \in L_\infty$. Note que (4.8) representa a un sistema no lineal multivariable y variante en el tiempo, en el cual los efectos de acoplamiento se expresan por medio de $\theta_{2_i}(t)$.

4.2 DERIVACION DE UN CONTROLADOR ADAPTABLE DE PAR CALCULADO.

El problema de control de robots es hacer que un conjunto de n uniones que pueden ser expresadas cada una por (4.5) sigan a un conjunto de aceleraciones deseadas para cada unión denotadas como $\ddot{q}_i^d$. Por cuestión de simplicidad se omitirá el subindice "i" que denota a la "iésima unión" y cada una será tratada por separado.

Si las funciones $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ fueran conocidas, un control de la forma

$$u(t) = \frac{\ddot{q}^d - \theta_2(t)}{\theta_1(t)}$$

lograría un seguimiento perfecto siempre y cuando $|u|<|umax|$.

Este control es del tipo modelo inverso ya que, aunque usa tan solo dos parámetros $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$, éstos contienen toda la información de la planta necesaria para conocer la dinámica de la unión en particular a la que se aplica.

En la realidad $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ son desconocidos por lo que se propone usar para el control unos estimados de $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$, denotados $\hat{\theta}_1(t)$, $\hat{\theta}_2(t)$ respectivamente. Es decir

$$u = \frac{\ddot{q}^d - \hat{\theta}_2(t)}{\hat{\theta}_1(t)} \tag{4.9}$$

A ese control se le saturará para ser aplicado al sistema regido por (4.1) y debido a que $\hat{\theta}_1(t)$, $\hat{\theta}_2(t)$ serán estimados en línea representa a un control adaptable que se deriva de una estrategia de "modelo inverso" o "por calculado".

Como se puede observar, la ley de control hará que si los parámetros estimados de la planta se parecen a los reales, ésta tendrá un desempeño parecido al buscado, ésta es la filosofía que motiva al control.

El algoritmo que estimará $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ deberá ser implementado tomando en cuenta que se desconocen los parámetros de la planta y suponiendo que se tiene acceso a posiciones, velocidades y aceleraciones generalizadas. Además, no se puede olvidar el hecho de que el control aplicado está sujeto a saturación.

Una manera que parece natural para que el algoritmo trabaje es utilizando el error entre la aceleración deseada y la medida en la planta. Si este error es 0 se habrá linealizado y desacoplado al sistema.

Sea el error del seguimiento

$$e = \ddot{q}^d - \ddot{q} \tag{4.10}$$

De (4.8) y (4.9)

$$e = \hat{\theta}_1 u - \hat{\theta}_2 - \theta_1 \bar{u} - \theta_2 \tag{4.11}$$

Como se puede notar en (4.1) el error depende de los controles u, $\bar{u}$ y de los parámetros θ_1, θ_2, $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$.

Las leyes de adaptación mas comunmente usadas requieren para motivos de análisis que se defina un error parámetrico

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta \tag{4.12}$$

y que el algoritmo de adaptación sea lineal en éste.

Es por esta razón que es necesario el uso de un parámetro que permita el reexpresar (4.11) de una manera mas conveniente.

Considérese un parámetro que de información del nivel de saturación en el que se encuentra el control:

$$\lambda = u - \bar{u} \tag{4.13}$$

$$\lambda = \begin{cases} u - u_{max}\,\mathrm{sgn}(u) & \text{si } |u| > u_{max} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \tag{4.14}$$

Entonces (4.11) puede ser reescrita usando (4.7), (4.12) y (4.13) como

$$e = \hat{\theta}(\lambda + \bar{u}) - \hat{\theta}_2 - \theta_1 \bar{u} - \theta_2 = \hat{\theta}^T \bar{\phi} + \hat{\theta}_1 \lambda - \theta^T \bar{\phi}$$

$$e = \tilde{\theta}^T \bar{\phi} + \hat{\theta}_1 \lambda \tag{4.15}$$

La expresión (4.15) sigue sin ser lineal en $\tilde{\theta}$. Como de alguna manera hay que encontrar un error lineal en $\tilde{\theta}$, diversos enfoques de implementación y análisis han tomado el camino de no usar errores que necesariamente tengan un sentido físico sino algunos que permiten ser expresados en términos de una regresión lineal en $\tilde{\theta}$.

Uno de estos errores con estructura simple es:

$$e_a = e - \hat{\theta}_1 \lambda \tag{4.16}$$

$$e_a = \tilde{\theta}^T \phi \tag{4.17}$$

Con estas bases se propone para el sistema regido por (4.8) la estrategia de control siguiente:

$$u = \frac{\ddot{q}^d - \hat{\theta}_2}{\hat{\theta}_1} \tag{4.18a}$$

$$\lambda = u - \bar{u} \tag{4.18b}$$

$$e = \ddot{q}^d - \ddot{q} = \hat{\theta}^T \phi + \hat{\theta}_1 \lambda \tag{4.18c}$$

$$e_a = e - \hat{\theta}_1 \lambda \tag{4.18d}$$

con una ley de adaptación de tipo gradiente con un factor de olvido:

$$\dot{\hat{\theta}} = - \sigma \hat{\theta} - \Gamma \frac{\bar{\phi} e_a}{|\bar{\phi}|^2} \tag{4.18e}$$

en donde $\sigma : R^+ \to R$, $\sigma \geq \underline{\sigma}$, $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_i\}$, $\gamma_i > 0 \quad i = 1, 2$

Para ver la información con respecto a leyes de este estilo el lector puede remitirse a [5].

4.3 ANALISIS DE ESTABILIDAD Y COMENTARIOS AL CONTROLADOR.

Para plantas de la forma (4.8) con controladores (4.18) se tiene el si guiente teorema:

TEOREMA 1.-

Sea el sistema descrito por (4.8) con el control (4.18), entonces el error de seguimiento dado por (4.10) y el error paramétrico dado por (4.12) están acotados, y además

$$|\tilde{\theta}(t)| \leq e^{\frac{\bar{\lambda}}{2}(t-t_o)} |\tilde{\theta}(t_o)| + \int_{t_o}^{t} |f(\zeta)| \, e^{\frac{\bar{\lambda}}{2}(t-\zeta)} \, d\zeta \qquad (4.19)$$

en donde $f(t) \triangleq - \dot{\theta}(t) - \sigma\theta(t)$

$$\bar{\lambda} = - 2\underline{\sigma} + |\gamma_{11} - \gamma_{22}|$$

Para ver la demostración remitirse al apéndice que se anexa a este capítulo.

Sobre la ley de adaptación (4.18e) y el control (4.18) en general hay diversos puntos interesantes a comentar.

La ley de control incluye el uso de un parámetro σ que puede ser variante en el tiempo. El uso de este tipo de parámetro en la ecuación (4.18e) le produce ciertas ventajas pero también introduce desventajas. Entre las ventajas de incluirlo en la ley de adaptación está la de aumentar la robustez cuando se tiene incertidumbre en el valor inicial que se les debe dar a los estimados, pues si $\sigma\neq0$ este valor tiende a ser olvidado. Asimismo le aumenta la inmunidad al ruido al estimado pues desaparece el efecto integrativo puro en la adaptación que, en presencia de ruido, tiende a provocar derivas de los estimados. Entre las desventajas que el factor σ introduce es que, si $\sigma\neq0$, el punto de equilibrio de (4.18e) no es $e_a=0$. Además, de (4.18e) si el error de seguimiento es 0 para todo tiempo mayor que algún tiempo t_o, y baja la suposición razonable en esta circunstancia de que el control no está funcionando en saturación, de (4.10), (4.13), (4.16) $e_a = e$ y si $e=0$ (4.18e) se transforma en

$$\dot{\hat{\theta}} = -\sigma\hat{\theta} \qquad (4.20)$$

Puede verse que $\hat{\theta}_1(t)$, $\hat{\theta}_2(t) \to 0$ y debido a la ecuación (4.18a) el control calculado tenderá a infinito. Por supuesto esto hará que $\lambda \neq 0$ y que, por lo mismo, el error de seguimiento se mueva. Como σ puede ser variante en el tiempo, si se detecta que el seguimiento está siendo muy bueno podría darse un comando para que σ fuera 0 y se evitará este fenómeno.

Esto tiene sentido pues el que $e \to 0$ significa que $\hat{\theta}_1(t)$, $\hat{\theta}_2(t)$ tienen valores adecuados y que el efecto de olvidar esos valores en lugar de ser benéfico sería perjudicial, sin embargo se pierde por el hecho de hacer $\sigma = 0$ cierta inmunidad al ruido. También es interesante hacer notar que el que $\hat{\theta}_1(t)$, $\hat{\theta}_2(t)$ sean muy diferentes a $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ no implica que haya un mal desempeño pues el control ideal sería $u_{ide.} = \dfrac{\ddot{q}^d - \theta_2(t)}{\theta_1(t)}$ y el control calculado es $u = \dfrac{\ddot{q}^d - \hat{\theta}_2(t)}{\hat{\theta}_1(t)}$ y asumiendo que no se está en saturación puede notarse que si

$$\frac{\ddot{q}^d - \theta_2(t)}{\theta_1(t)} = \frac{\ddot{q}^d - \hat{\theta}_2(t)}{\hat{\theta}_1(t)} \qquad (4.21)$$

el seguimiento será perfecto no importando que $\tilde{\theta}(t) \neq 0$. Es decir: si la relación entre $\hat{\theta}_1(t)$, $\hat{\theta}_2(t)$ tiene la forma

$$\hat{\theta}_1(t) = \frac{\ddot{q}^d\,\theta_1(t)}{\ddot{q}^d - \theta_2(t)} - \frac{\theta_1(t)\,\hat{\theta}_2(t)}{\ddot{q}^d - \theta_2(t)} \quad \text{el error de seguimiento será 0.} \qquad (4.22)$$

Otro punto interesante es que (4.18e) utiliza velocidades de adaptación diferentes para cada una de las partes del vector $\hat{\theta}(t)$ y que están dadas por γ_i.

Se puede observar de la ecuación (4.a 24) del apéndice que

$$|\tilde{\theta}|_\infty \leq |\tilde{\theta}(t_o)| - \frac{2|f|_\infty}{-2\underline{\sigma} + |\gamma_{11} - \gamma_{22}|} \quad (4.\ a\ 24),$$

es decir que el máximo valor que toma el error paramétrico es acotado y los valores $\underline{\sigma}$, γ_{11}, γ_{22} pueden ser escogidos de forma conveniente. Sin embargo, no es cuestión trivial el hacerlo puesto que de (4. a 24) para que el error paramétrico sea disminuido $-2\underline{\sigma}+|\gamma_{11}-\gamma_{22}|\to-\infty$ lo cual implica que $\underline{\sigma}\to\infty$, ésto provocará que $|\tilde{\theta}|\to 0$ muy rápidamente si $e\to 0$ y se llega de nuevo a el problema de una posible división entre 0 en (4.18).

Sin embargo, es muy importante recalcar que al existir las cotas (4. a 24) y (4.19) sobre los errores paramétricos se tiene una garantía teórica del funcionamiento de la planta con este algoritmo adaptable aunque ésta no sea ni lineal ni invariante en el tiempo. Esta sola razón es una gran ventaja provista por al algoritmo (4.15) y que otro tipo de algoritmos adaptables reportados a la fecha no permiten obtener.

4.4 EJEMPLOS SIMPLES DE SIMULACION.

Antes de entrar al problema de control de un manipulador se mostrarán algunas aplicaciones simuladas del algoritmo.

Para realizar todas las simulaciones, se utilizó el lenguage PARASOL el cual hace integraciones utilizando un algoritmo RUNGE-KUTTA de cuarto orden. Las gráficas se realizaron con un programa especialmente desarrollado para este efecto. El lenguaje usado fue PASCAL y puede ser utilizado en máquinas compatibles con IBM-PC que usen el programa TURBO-PASCAL.

Ejemplo 4.1.

Se considera el controlar una planta escalar de la forma

$$\ddot{q} = \theta^T \phi = \begin{bmatrix}\theta_1(t) & \theta_2(t)\end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.23}$$

con $\theta_1(t) = 1 + \text{sen } t/2$ $\theta_2(t) = \text{sen } t$ y sin limitaciones de energía.

El tiempo de simulación fue de 2πseg. y el intervalo de tiempo usado para la integración fue de .01 seg.

En la figura 4.1 a se demuestra el efecto que tiene en $\hat{\theta}_2(t)$ el seguir señales $\ddot{q}_d$ = sen $\omega_r t$ en donde ω_r = 2, 5, 10 y se toman valores iniciales $\hat{\theta}_1(0)=\theta_1(0), \hat{\theta}_2(0)=\theta_2(0)$. Los valores de σ y γ fueron: $\sigma = .1$, $\gamma = 10I$.

Se puede notar que mientras mayor es ω_r el estimado $\hat{\theta}_2(t)$ se parece mas a $\theta_2(t)$, esto es resultado de la excitación persistente [4].

En la figura 4.1 b se muestra el efecto que tiene en $\hat{\theta}_2(t)$ el tener una misma consigna y σ : $\ddot{q}_d$ = sen 2t, $\sigma = .01$ pero variando la ganancia de adaptación $\Gamma = \gamma I$ con γ = 1, 10, 100.

Como se podía preveer, mientras mayor es la ganancia mejor es el desempeño pues se acelera la adaptación.

En 4.1 c se muestra el efecto que tiene en $\hat{\theta}_2(t)$ el tener una misma consigna y velocidad de adaptación: $\ddot{q}_d$ = sen 2t, $\Gamma = 10I$ pero tomando valores de σ diferentes. Se puede notar que si σ crece, el estimado decrece en calidad, esto se debe a que los estimados originales son buenos y al aumentar σ aumenta la velocidad de olvido del valor inicial del estimado dando respuestas mas pobres.

En la figura 4.2 se muestran la consigna $\ddot{q}_d$ = sen 2t, la aceleración obtenida $\ddot{q}$ y el error entre ellas cuando $\sigma = .01$.

En 4.2 a $\Gamma = I$, en 4.2 b $\Gamma = 10I$ y en 4.2 c $\Gamma = 100I$.

Ejemplo 4.2

Se considera la misma planta del ejemplo anterior pero lo que se desea controlar en esta ocasión es la posición q. La función básica del algoritmo adaptable es el desacoplar y linealizar al sistema. La figura 4.3 muestra de una manera simple el hecho de que una planta sea no lineal y variante en el tiempo cuando es regida por (4.23) y controlada por un control como el propuesto en el inciso anterior. Si con ese control se logra que $\hat{\theta}_1(t) = \theta_1(t)$ y $\hat{\theta}_2(t) = \theta_2(t)$ todo el esquema de la figura 4.3 se

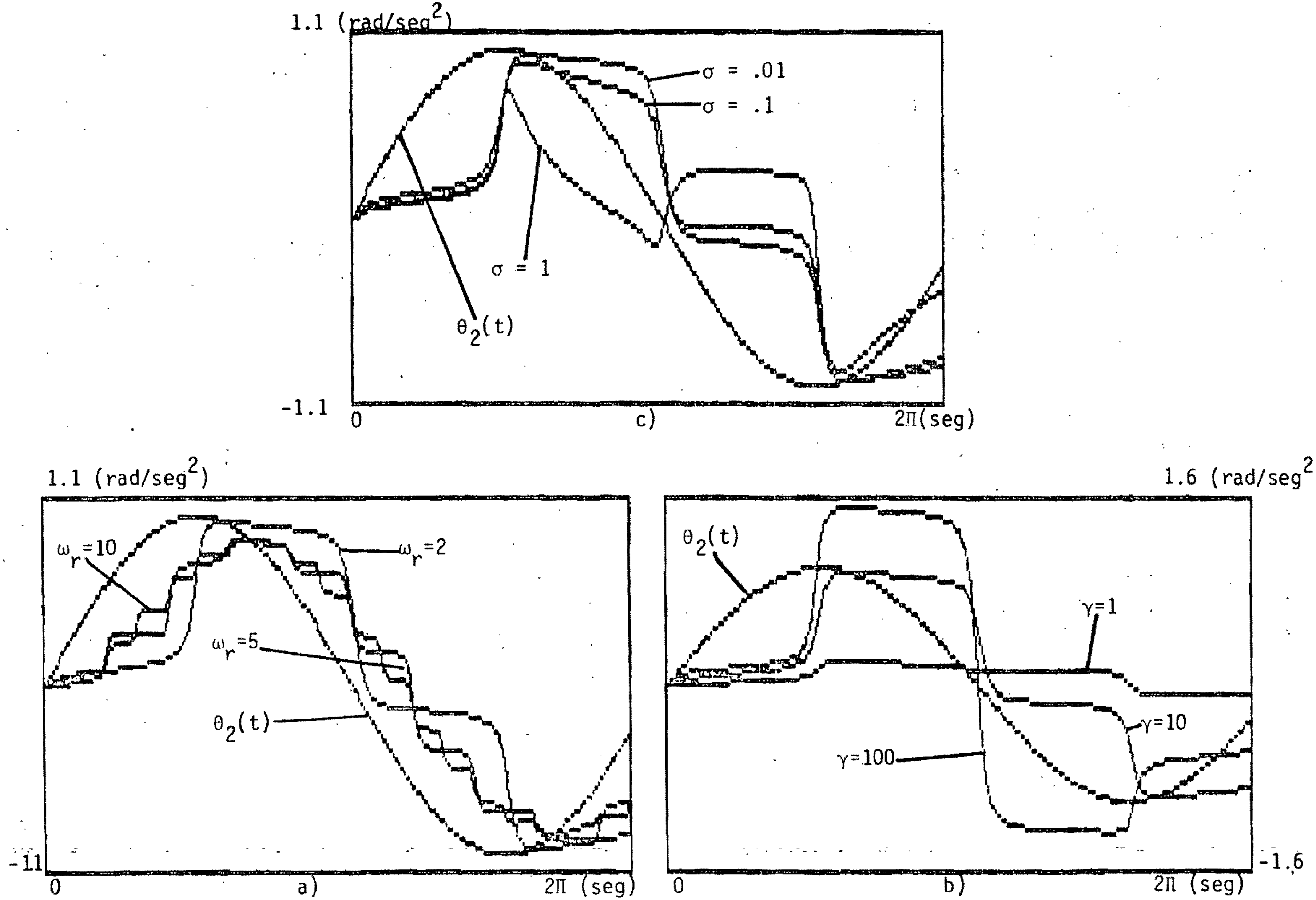


Figura 4.1 Resultados de variar tanto referencias como puntos en el algoritmo de control adaptable para $\hat{\theta}_2(t)$ a) variando frecuencia de la consigna, b) variando velocidad de adaptación, c) variando velocidad de olvido.

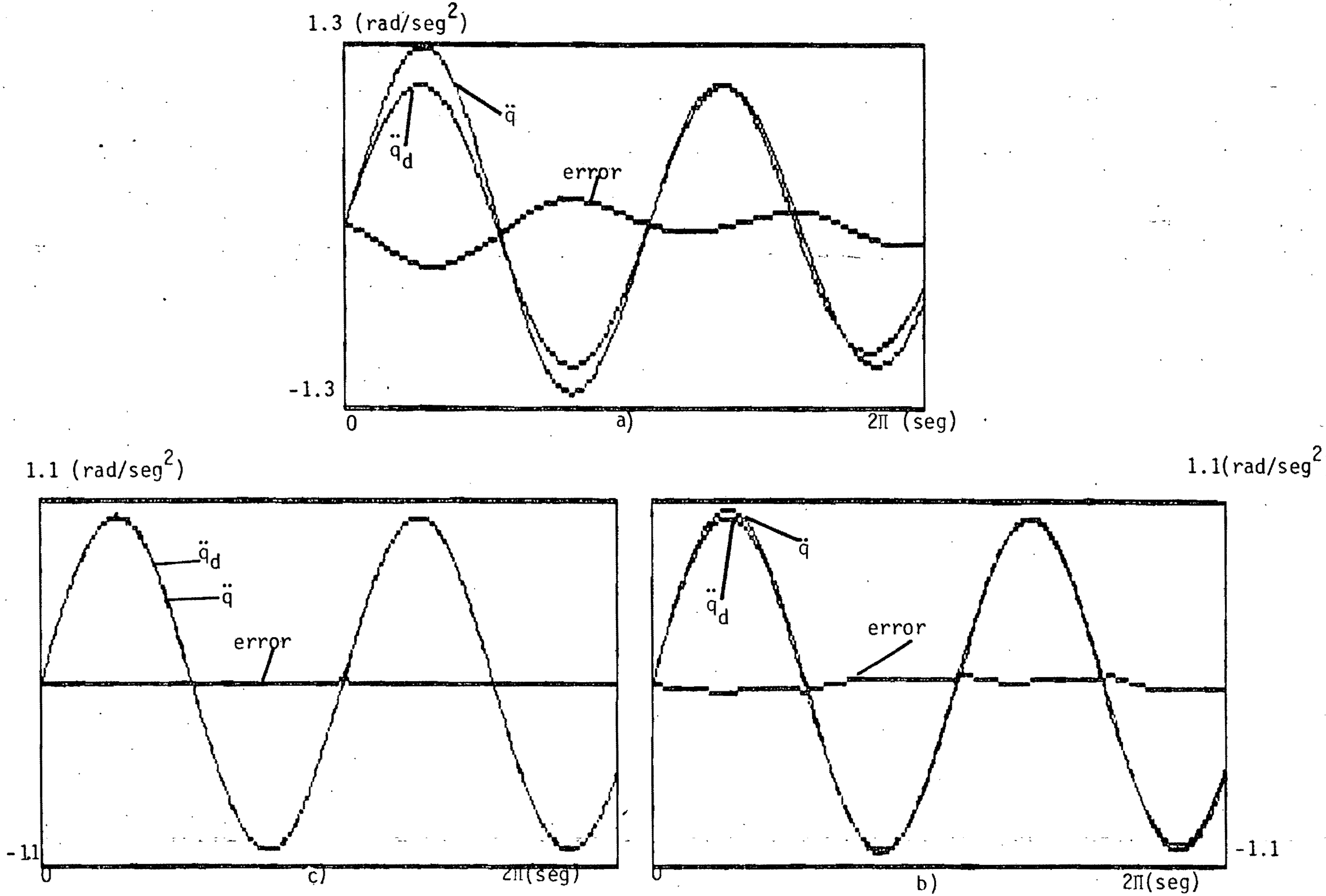


Figura 4.2 Comparación entre la consigna dada al sistema, la señal obtenida y el error entre ellas a) $\Gamma = 1$, b) $\Gamma = 10I$, c) $\Gamma = 100I$.

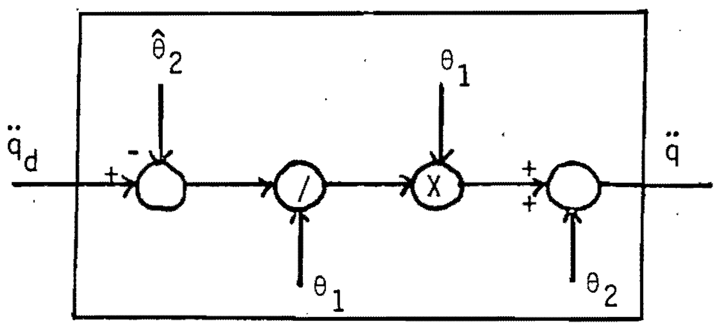


Figura 4.3 Representación esquemática por medio de un bloque del efecto de la no linealidad y varianza en el tiempo de la planta (4.23)

reduce a el esquema de la figura 4.4.

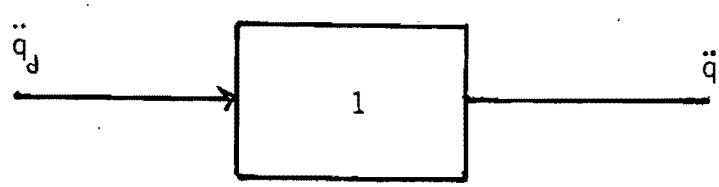


Figura 4.4 Representación esquemática de el efecto que tiene en la figura 4.3 que $\theta_1=\hat{\theta}_1, \theta_2=\hat{\theta}_2$.

Es decir, la relación $\ddot{q}_d$ con q en el plano de Laplace tiende a $\frac{1}{s^2}$ (doble integrador ideal).

En base a esa función de transferencia a lazo abierto se diseña un compensador con realimentación de velocidad y posición para lograr una función de transferencia a lazo cerrado de la forma $\frac{25/3}{(s+5/3)^2}$ como lo muestra la figura 4.5. En esta figura se puede notar un bloque de "Linealización y Desacoplamiento" cuya función es hacer que la relación $\ddot{q}_d$, $\ddot{q}$ sea la que muestra la figura 4.4. Este bloque tomó varias formas para poder hacer comparación de diferentes algoritmos de desacoplamiento y linea lización. Las simulaciones se hicieron con un intervalo de integración de .01 seg. durante 2Π segundos y se supuso al sistema inicialmente re lajado.

Desde un punto de vista teórico el algoritmo se basa en que la ace leración de la planta se puede medir, en la práctica eso es difícil por lo que se incluirán simulaciones con el algoritmo adaptable propuesto pe ro usando no la aceleración, sino un "estimado" de la aceleración obteni do a partir de filtrar la velocidad con $15s/(s+15)$ y valor inicial del estimado de la aceleración igual al inicial de la aceleración de la plan ta.

En la figura 4.6 a se muestra la consigna a seguir en posición así como la respuesta obtenida con un control lineal puro con un control li neal y un bloque de linealización y desacoplamiento basado en la estrate gia del modelo inverso, con el bloque de linealización y desacoplamiento adaptable basando su labor en medir la aceleración y con la misma estrate gia pero usando el estimador de la aceleración en lugar de la aceleración.

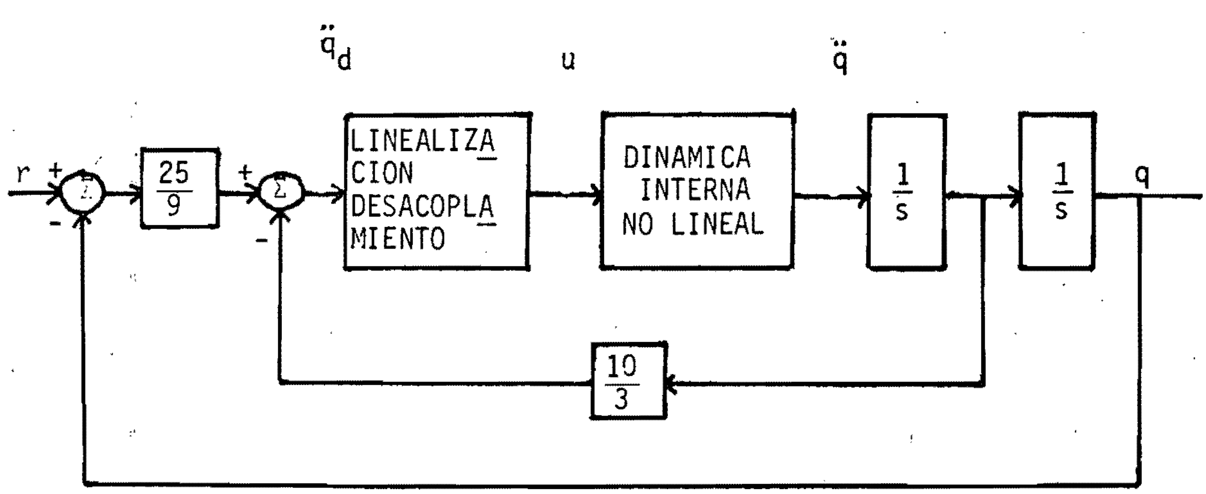


Figura 4.5 Esquema en base a un control lineal externo y un control de apoyo interno.

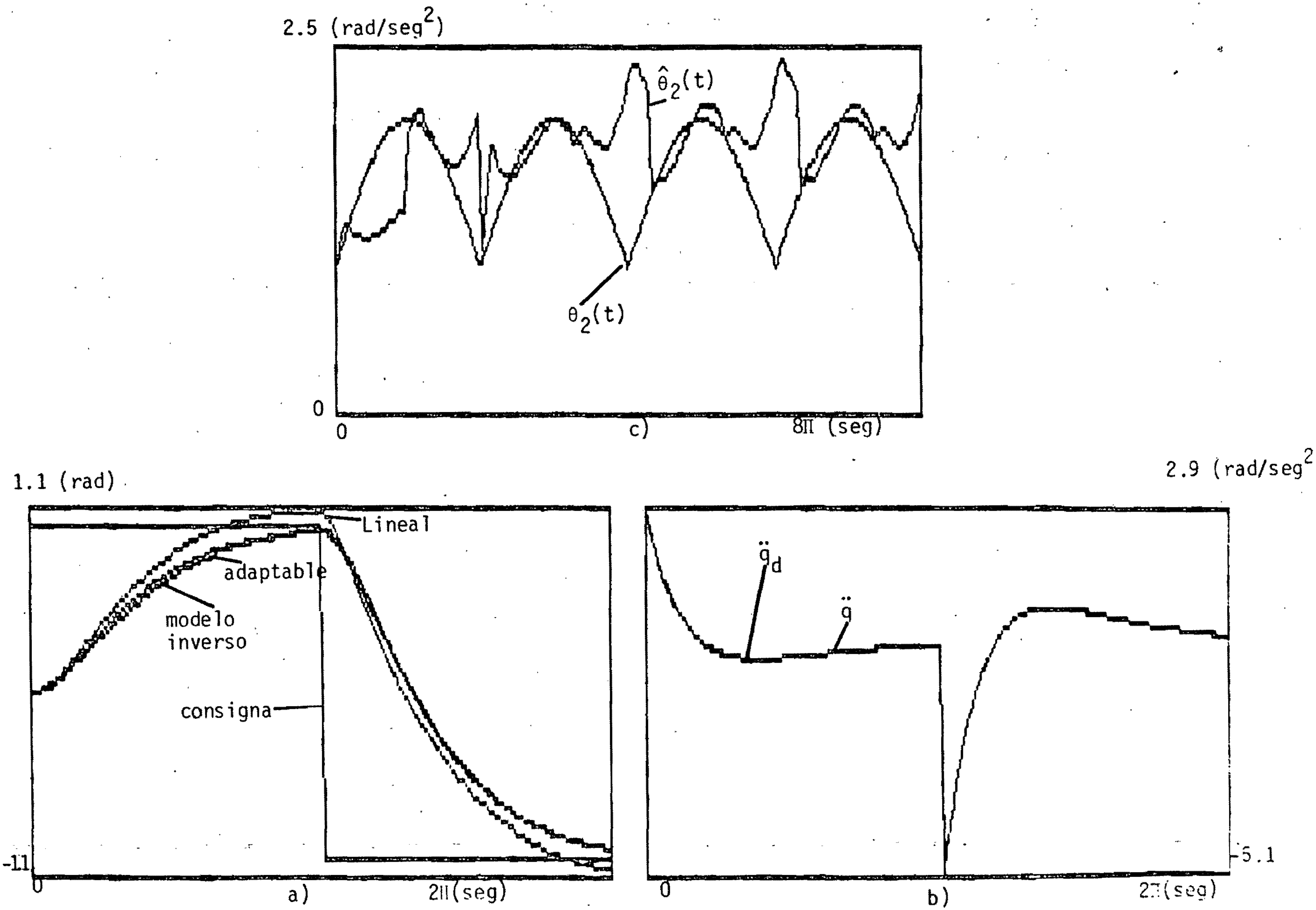


Figura 4.6 Resultados del segundo experimento. a) Consigna de Posición y posición obtenida, b) Consigna Aceleración y Aceleración Obtenida en el esquema daptable, c) Comportamiento del parámetro $\theta_2(t)$ y su estimado $\hat{\theta}_2(t)$.

Las condiciones iniciales de los estimadores fueron similarea a las del ejemplo anterior y los parámetros σ, Γ tomaron valores $\sigma = .01$, $\Gamma = 100I$. Como puede observarse, el desempeño del lineal puro no es bueno, mientras que ambas versiones del adaptable dan un desempeño similar al obtenido con la estrategia del modelo inverso (que asume conocimiento total de la planta).

En la figura 4.6 b se muestra el desempeño de aceleración del adaptable. En la figura 4.6 c se muestra el comportamiento de $\hat{\theta}_1(t)$ aumentando el tiempo de simulación a 8Π segundos para que se pueda notar que, al igual que el parametro real que es periódico, el estimado adquiere un comportamiento periódico. Este hecho es importante puesto que refleja la realidad física de los parámetros de la planta y permite suponer que no tiene porque deteriorarse la calidad de la respuesta en un futuro. La referencia a posición se hizo periódica con periodo 2Π segundos.

Para la segunda parte del ejemplo, tomando en base resultados del ejemplo anterior no mostrados por cuestiones de brevedad, que enseñaban que los valores de los controles aplicados en esta trayectoria oscilaban entre 3 y -8 Nt-m, se decidió poner una saturación al sistema para que los controles no pudieran tomar valores mayores a 1.5 ni menores a -1.5 Nt-m. Se diseño la saturación de esta forma para que utilizando la misma trayectoria, forzozamente se dieron condiciones de saturación y se pudiera probar la eficacia del algoritmo adaptable bajo condiciones adversas.

Se muestra en la figura 4.7 a el desempeño en posición logrado por los mismos controles que en la primera parte del ejemplo. Como se puede notar hay un decremento en la calidad de la respuesta obtenida, sin embargo, ésta no es crítica mas que en el caso del lineal actuando solo.

En la figura 4.7 b se muestra el desempeño de la aceleración del adaptable cuando éste usó el estimador de la aceleración para adaptar. Junto con éste se muestra la consigna a seguir de la aceleración y el valor tomado por el estimador de la aceleración. Como se puede notar las tres señales son casi identicas excepto cuando la aceleración de consigna toma valores máximos o mínimos pues en esos casos el sistema no podía proporcionar energía suficiente para seguir a la consigna.

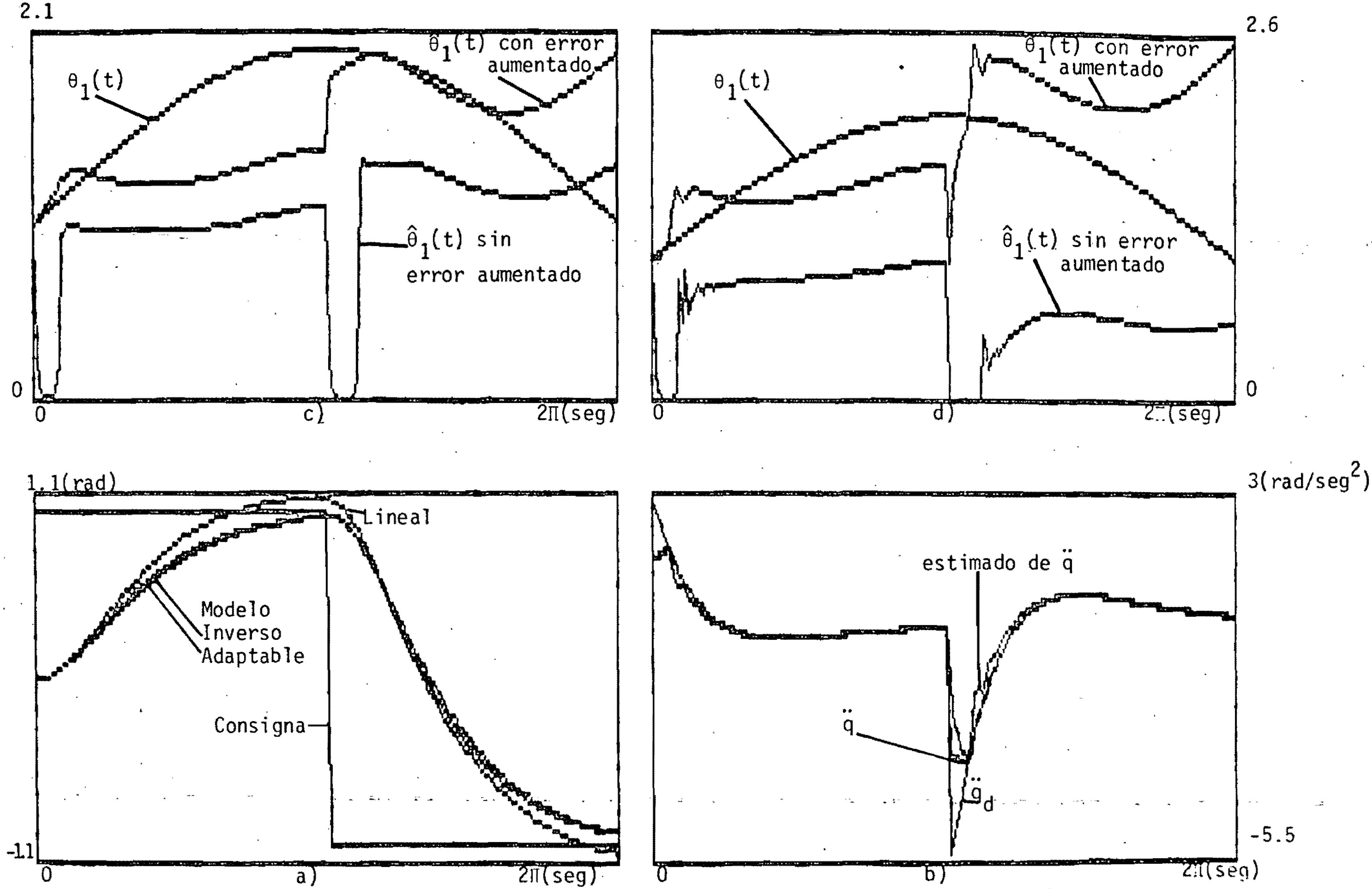


Figura 4.7 Desempeño del sistema bajo saturación, a) Consigna en posición y posición obtenida, b) Desempeño de aceleración, c) $\theta_1(t)$ y $\hat{\theta}_1(t)$ obtenido con la aceleración con y sin usar error aumentado, d) $\theta_1(t)$ y $\hat{\theta}_1(t)$ obtenido usando estimado de la aceleración con y sin error aumentado.

En la figura 4.7 c se muestra la diferencia entre los estimados de $\theta_1(t)$ cuando se usó el sistema sujeto a saturación con el algoritmo usando el error aumentado para la adaptación y sin usarlo. En 4.7 d se muestra lo mismo pero en el caso que se usó además no la aceleración sino el estimado de ésta para lograr la adaptación.

Finalmente, en la figura 4.8 se presentan unos ejemplos de las cotas sobre el error paramétrico previstas por (4.14) para un experimento similar al anterior usando para la adaptación la aceleración, saturando el control a 1.5 Nt-m y tomando como valores iniciales de los estimados los valores de los parámetros reales en el tiempo 0.

La figura 4.8 a muestra a la norma del error paramétrico y a la señal que acota cuando $\sigma = .01$ y $\Gamma = 100I$. La figura 4.8 b muestra las mismas 2 señales pero ahora $\sigma = .1$. La figura 4.8 c las muestra cuando $\sigma = 1$. Como se puede notar, mientras mayor es σ el error paramétrico se acerca más a la cota, pero que a la vez, la señal que acota toma valores menores.

Con estos dos ejemplos se pretendió dar una pequeña introducción a la filosofía de funcionamiento y diseño de este algoritmo de control para un sistema simple, con el objeto de poder comprender mejor la que se utilizará para el sistema del manipulador. Cabe hacer notar que en estos primeros ejemplos se mostró que el esquema funciona adecuadamente cuando la señal de consigna es una señal independiente (ejemplo 4.1) y cuando esta consigna es generada en base a realimentación del mismo sistema (ejemplo 4.2).

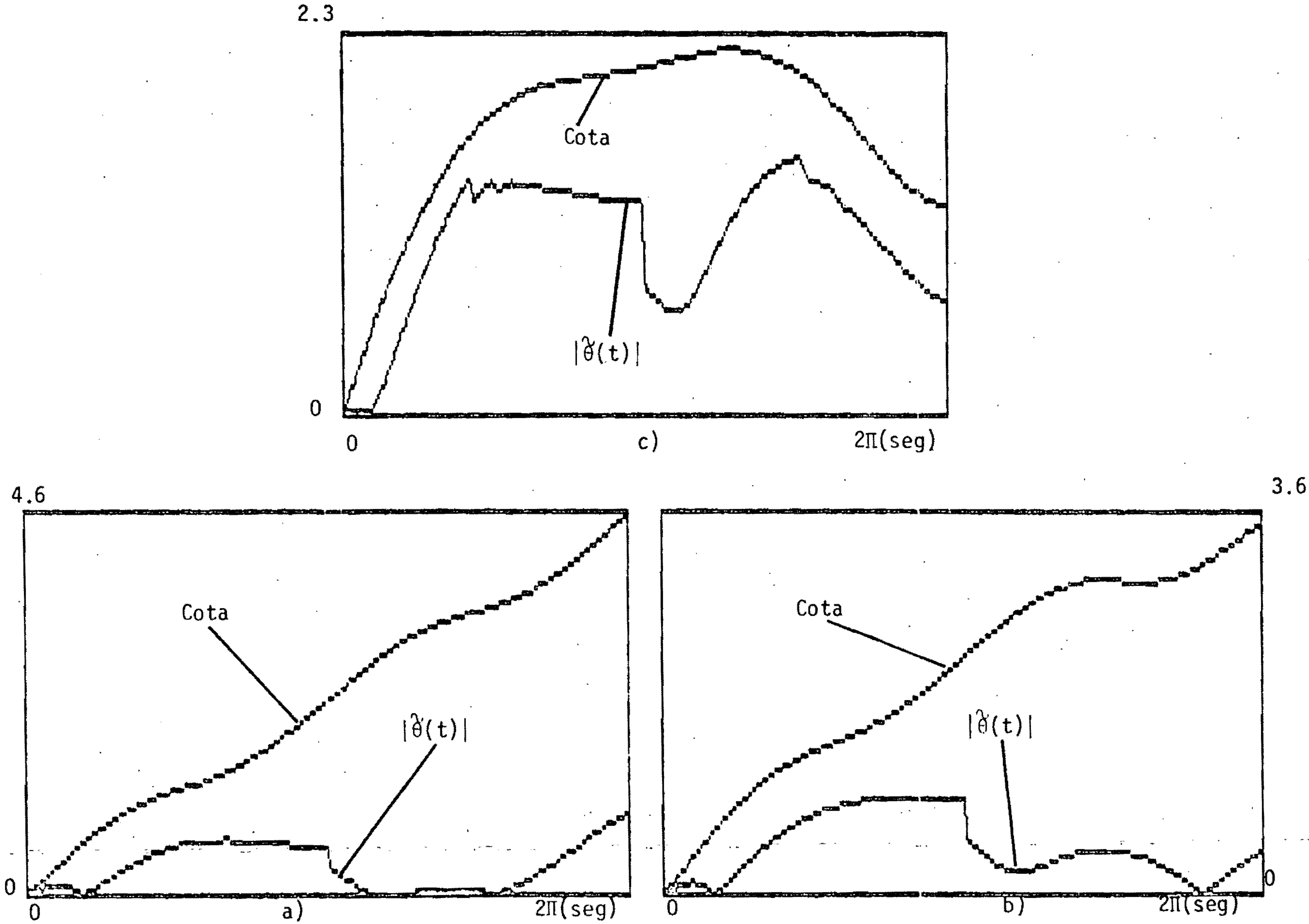


Figura 4.8 Demostración de las cotas sobre el error paramétrico para el ejemplo 4.2 a) $\sigma=.01$, $\Gamma=100I$, b) $\sigma=.1$, $\Gamma=100I$, c) $\sigma=1$, $\Gamma=100I$.

REFERENCIAS CAPITULO IV

[1] Strang G., Algebra Lineal y sus aplicaciones, Fondo Educativo Interamericano, 1982.

[2] Desoer C.A., Vidyasagar M., Feedback Systems: Input-Output Properties, Academic Press, 1975.

[3] Ortega R., Ibarra J.M., "On the Adaptive Control of Industrial Manipulators", ASME Winter Meeeting'85, Nov. 1985, Miami, Fl.

[4] Anderson B.D.O., "Exponential Stability of Linear Equation Arising in Adaptive Identification; IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-22, Feb. 1977, pp. 83-88.

[5] Ioannou P., Kokotovic P., Adaptive Systems with Reduced Models, Springer Verlag, 1983.

APENDICE
DEMOSTRACION DEL TEOREMA 1

De (4.18c) sumando y restando $\dot{\theta}(t) + \sigma\theta(t)$

$$\dot{\hat{\theta}}(t) - \dot{\theta}(t) = -\sigma\hat{\theta}(t) + \sigma\theta(t) - \sigma\theta(t) - \dot{\theta}(t) - \Gamma\frac{\bar{\phi}}{|\bar{\phi}|^2}e_a(t) \qquad (4.a1)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = -\sigma\tilde{\theta}(t) - \Gamma\frac{\phi\phi^T\tilde{\theta}(t)}{|\phi|^2} - \sigma\theta(t) - \dot{\theta}(t) \qquad (4.a2)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = A(t)\,\tilde{\theta}(t) + f(t) \qquad (4.a3)$$

$$A(t) = -\sigma - \Gamma\frac{\phi\phi^T}{|\phi|^2} \qquad (4.a4)$$

La ecuación (4.a3) tiene como solución

$$\tilde{\theta}(t) = \Phi(t,t_o)\,\tilde{\theta}(t_o) + \int_{t_o}^{t} q(t,\zeta)\,d\zeta \qquad (4.a5)$$

en donde $q(t,\zeta) = \Phi(t,\zeta)\,f(\zeta)$ y $\Phi(t,\zeta)$ es la matriz de transición del sistema (4.a.3).

Notando que

$$\frac{\partial q(t,\zeta)}{\partial t} = \frac{\partial\Phi(t,\zeta)f(\zeta)}{\partial t} = A(t)\,\Phi(t,\zeta)\,f(\zeta) = A(t)\,q(t,\zeta)$$

$$\frac{\partial q^T(t,\zeta)q(t,\zeta)}{\partial t} = \frac{\partial q^T(t,\zeta)}{\partial t}q(t,\zeta) + q^T(t,\zeta)\frac{\partial q(t,\zeta)}{\partial t}$$

$$= q^T(t,\zeta)\,A^T(t)\,q(t,\zeta) + q^T(t,\zeta)\,A(t)\,q(t,\zeta)$$

$$\frac{\partial q^T(t,\zeta)q(t,\zeta)}{\partial t} = q^T(t,\zeta)(A^T(t) + A(t))\,q(t,\zeta) \qquad (4.a6)$$

Si se denomina $D(t) = A^T(t) + A(t)$ por ser $D(t)$ una matriz simé trica real se cumple la desigualdad de Rayleigh [1].

$$q^T(t,\zeta)\ D(t)\ q(t,\zeta) \leq \lambda_m(t)\ q^T(t,\zeta)\ q(t,\zeta)$$

en donde $\lambda_m(t)$ es el máximo valor característico de la matríz $D(t)$ y de (4.a6)

$$\frac{\partial q^T(t,\zeta)q(t,\zeta)}{\partial t} \leq \lambda_m(t)\ q^T(t,\zeta)q(t,\zeta), \quad \text{pero} \quad x^Tx = |x|^2$$

$$\frac{\partial|q(t,\zeta)|^2}{\partial t} \leq \lambda_m(t)\ |q(t,\zeta)|^2 \tag{4.a7}$$

$$\frac{\frac{\partial|q(t,\zeta)|^2}{\partial t}}{|q(t,\zeta)|^2} \leq \lambda_m(t)$$

Integrando ambos lados de ζ a t

$$\int_\zeta^t \frac{\frac{\partial|q(t,\zeta)|^2}{rt}}{|q(t,\zeta)|^2}\, d\sigma \leq \int_\zeta^t \lambda_m(\sigma)\ d\sigma \tag{4.a8}$$

Notando que $q(\zeta,\zeta) = \Phi(\zeta,\zeta)\ f(\zeta) = f(\zeta)$

$$\ln|q(t,\zeta)|^2 \leq \ln|f(\zeta)|^2 + \int_\zeta^t \lambda_m(\sigma)\ d\sigma$$

$$|q(t,\zeta)| \leq |f(\zeta)|\ e^{\frac{1}{2}\int_\zeta^t \lambda_m(\sigma)\ d\sigma} \tag{4.a9}$$

Repitiendo el procedimiento con $\Phi(t,t_o)$

$$\frac{\partial\Phi^T(t,t_o)\Phi(t,t_o)}{\partial t} = \frac{\partial\Phi^T(t,t_o)}{\partial t}\Phi(t,t_o) + \Phi^T(t,t_o)\frac{\partial\Phi(t,t_o)}{\partial t}$$

$$= \Phi^T(t,t_o)\ A^T(t)\ \Phi(t,t_o) + \Phi^T(t,t_o)\ A(t)\ \Phi(t,t_o)$$

$$= \Phi^T(t,t_o)(A^T(t)+A(t))\ \Phi(t,t_o) = \Phi^T(t,t_o)D(t)\Phi(t,t_o)$$

$$\frac{\partial|\Phi^T(t,t_o)|^2}{\partial t} = \Phi^T(t,t_o)D(t)\Phi(t,t_o) \leq \lambda_m(t)\ |\Phi(t,t_o)|^2 \tag{4.a10}$$

$$\frac{\dfrac{\partial|\Phi(t,t_o)|^2}{\partial t}}{|\Phi(t,t_o)|^2} \leq \lambda_m(t)$$

Integrando de t_o a t

$$\int_{t_o}^{t} \frac{\dfrac{\partial|\Phi(t,t_o)|^2}{\partial t}}{|\Phi(t,t_o)|^2}\, d\sigma \leq \int^{t} \lambda_m(\sigma)\, d\sigma \tag{4.a11}$$

$$\ln|\Phi(t,t_o)|^2 - \ln|\Phi(t_o,t_o)|^2 \leq \int_{t_o}^{t} \lambda_m(\sigma)\, d\sigma$$

y como $\Phi(t_o,t_o) = I$

$$|\Phi(t,t_o)|^2 \leq e^{\int_{t_o}^{t} \lambda_m(\sigma)\, d\sigma}$$

$$|\phi(t,t_o)| \leq e^{\frac{1}{2}\int_{t_o}^{t} \lambda_m(\sigma)\, d\sigma}$$

$$|\phi(t,t_o)\ \tilde{\theta}(t_o)| \leq e^{\frac{1}{2}\int_{t_o}^{t} \lambda_m(\sigma)\, d\sigma}\ |\tilde{\theta}(t_o)| \tag{4.a12}$$

De la definición $D(t) = A^T(t) + A(t)$

$$D(t) = \begin{bmatrix} -2\sigma - \dfrac{2\gamma_{11}\bar{u}^2}{1+\bar{u}^2} & -\dfrac{(\gamma_{11}+\gamma_{22})\bar{u}}{1+\bar{u}^2} \\ \\ -\dfrac{(\gamma_{11}+\gamma_{22})\bar{u}}{1+\bar{u}^2} & -2\sigma - \dfrac{2\gamma_{22}\bar{u}^2}{1+\bar{u}^2} \end{bmatrix}$$

y los valores propios de $D(t)$:

$$|\lambda I - D(t)| = 0$$

$$\lambda_1(t) = -2\sigma + \frac{\left[(\gamma_{11}+\gamma_{22}\bar{u}^2)^2 + (\gamma_{11}-\gamma_{22})^2\bar{u}^2\right]^{1/2} - (\gamma_{22}+\gamma_{11}\bar{u}^2)}{1+\bar{u}^2} \tag{4.a13}$$

$$\lambda_2(t) = -2\sigma + \frac{-\left[(\gamma_{11}+\gamma_{22})^2+(\gamma_{11}-\gamma_{22})^2\bar{u}^2\right]^{1/2} - (\gamma_{22}+\gamma_{11}\bar{u}^2)}{1+\bar{u}^2} \tag{4.a14}$$

siendo $\lambda_m(t) = \lambda_1(t)$ debido a que γ_{ii}, $\sigma > 0$

De (4.a13)

$$\lambda_m(t) = -2\sigma + \frac{(X_1^2 + X_2^2)^{1/2} - X_1}{1+\bar{u}^2}.$$

en donde

$$X_1 \stackrel{\Delta}{=} \gamma_{11} + \gamma_{22}\,\bar{u}^2 \tag{4.a.15}$$

$$X_2 \stackrel{\Delta}{=} (\gamma_{11} - \gamma_{22})\,u \tag{4.a.16}$$

se puede notar que

$$\frac{(X_1^2+X_2^2)^{1/2} - X_1}{1+\bar{u}^2} \leq \frac{(|X_1|^2+2|X_1||X_2|+|X_2|^2)^{1/2} - X_1}{1+\bar{u}^2}$$

$$\frac{(X_1^2+X_2^2)^{1/2} - X_1}{1+\bar{u}^2} \leq \frac{|X_1|+|X_2|-X_1}{1+\bar{u}^2}$$ y como $X_1 > 0$ $|X_1| = X_1$

$$\frac{(x_1^2+x_2^2)^{1/2}-x_1}{1+\bar{u}^2} \leq \frac{|x_2|}{1+\bar{u}^2} \qquad \lambda_m(t) = -2\sigma + \frac{(x_1^2+x_2^2)^{1/2}-x_1}{1+\bar{u}^2}$$

$$\lambda_m(t) \leq -2\underline{\sigma} + \frac{|\gamma_{11}-\gamma_{22}|\,|\bar{u}|}{1+\bar{u}^2} \tag{4.a.17}$$

Como $\sigma \geq \underline{\sigma}$ y $\frac{|\bar{u}|}{1+\bar{u}^2} < 1$ para todo $\bar{u}$ y de (4.a.17) se sigue que

$$\lambda_m(t) \leq -2\underline{\sigma} + |\gamma_{11}-\gamma_{22}| = \bar{\lambda} \tag{4.a18}$$

De (4.a5)

$$|\tilde{\theta}(t)| \leq |\Phi(t,t_o)\tilde{\theta}(t_o)| + \left|\int_{t_o}^{t} q(t,\zeta)d\zeta\right| \leq |\Phi(t,t_o)\tilde{\theta}(t_o)| + \int_{t_o}^{t} |q(t,\zeta)|d\zeta \tag{4.a19}$$

y de (4.a9)

$$|q(t,\zeta)| \leq |f(\zeta)|\, e^{\frac{1}{2}\int_{\zeta}^{t}\lambda_m(\sigma)d\sigma} \leq |f(\zeta)|\, e^{\frac{1}{2}\int_{\zeta}^{t}\bar{\lambda}d\sigma}$$

$$|q(t,\zeta)| \leq |f(\zeta)|\; e^{\frac{1}{2}\bar{\lambda}(t-\zeta)} \tag{4.a20}$$

De (4.a12) y (4.a18) se puede ver que $|\Phi(t,t_o)\tilde{\theta}(t_o)| \leq e^{\frac{1}{2}\bar{\lambda}(t,t_o)}|\tilde{\theta}(t_o)|$

y usando (4.a19) $|\tilde{\theta}(t)| \leq e^{\frac{1}{2}\bar{\lambda}(t,t_o)}|\tilde{\theta}(t_o)| + \int_{t_o}^{t} |f(\zeta)|e^{\frac{1}{2}\bar{\lambda}(t-\zeta)}\, d\zeta$

con lo que se demuestra la expresión (4.a 19). $|\tilde{\theta}(t)|$ es menor que la salida de un sistema lineal con función de transferencia en el plano de Laplace $\frac{1}{S-\frac{\bar{\lambda}}{2}}$ y entrada $|f(\zeta)|$

$$|\tilde{\theta}(t)|_\infty \leq |e^{\frac{1}{2}\bar{\lambda}(t-t_o)}|\tilde{\theta}(t_o)||_\infty + \left|\int_{t_o}^{t} |f(\zeta)|e^{\frac{1}{2}\bar{\lambda}(t-\zeta)}d\zeta\right|_\infty \tag{4.a21}$$

y de la teoría de los sistemas lineales [2]

$$\left|\int_{t_o}^{t} |f(\zeta)|\, e^{\frac{1}{2}\bar{\lambda}(t-\zeta)} d\zeta\right| \leq -\frac{2}{\bar{\lambda}} |f(t)|_{\infty} \tag{4.a22}$$

$$|\tilde{\theta}(t)|_{\infty} < |\tilde{\theta}(t_o)| - \frac{2}{\bar{\lambda}} |f(t)|_{\infty} \tag{4.a23}$$

como $f(t)$ contiene a los parámetros del manipulador y a sus derivadas $f(t) \varepsilon L_{\infty}$ y de ahí

$$|\tilde{\theta}(t)|_{\infty} \leq |\tilde{\theta}(t_o)| - \frac{2|f(t)|_{\infty}}{-2\underline{\sigma}+|\gamma_{11}-\gamma_{22}|} \tag{4.a24}$$

y $\tilde{\theta}(t) \varepsilon L_{\infty}$,

De (4.10) y (4.8)

$e(t) = \ddot{q}^d - \theta^T \bar{\phi}$, como $\ddot{q}^d$, θ, $\bar{\phi}$. εL_{∞}, $e(t) \varepsilon L_{\infty}$ y queda demostrado el Teorema.

CAPITULO V

APLICACIONES A UN MANIPULADOR DE TRES GRADOS DE LIBERTAD

El propósito de este capítulo es el mostrar los resultados obtenidos al aplicar diferentes esquemas de control a un manipulador industrial con una tarea que busca reflejar una situación real y así poderlos comparar con el desempeño logrado al aplicar la estrategia adaptable propuesta.

5.1 MODELO MATEMATICO DEL MANIPULADOR.

Para verificar el comportamiento del algoritmo adaptable propuesto en el capítulo anterior se aplicó a un manipulador de tres grados de libertad cuyos brazos miden .5 m. tal como lo muestra la figura 5.1. Las

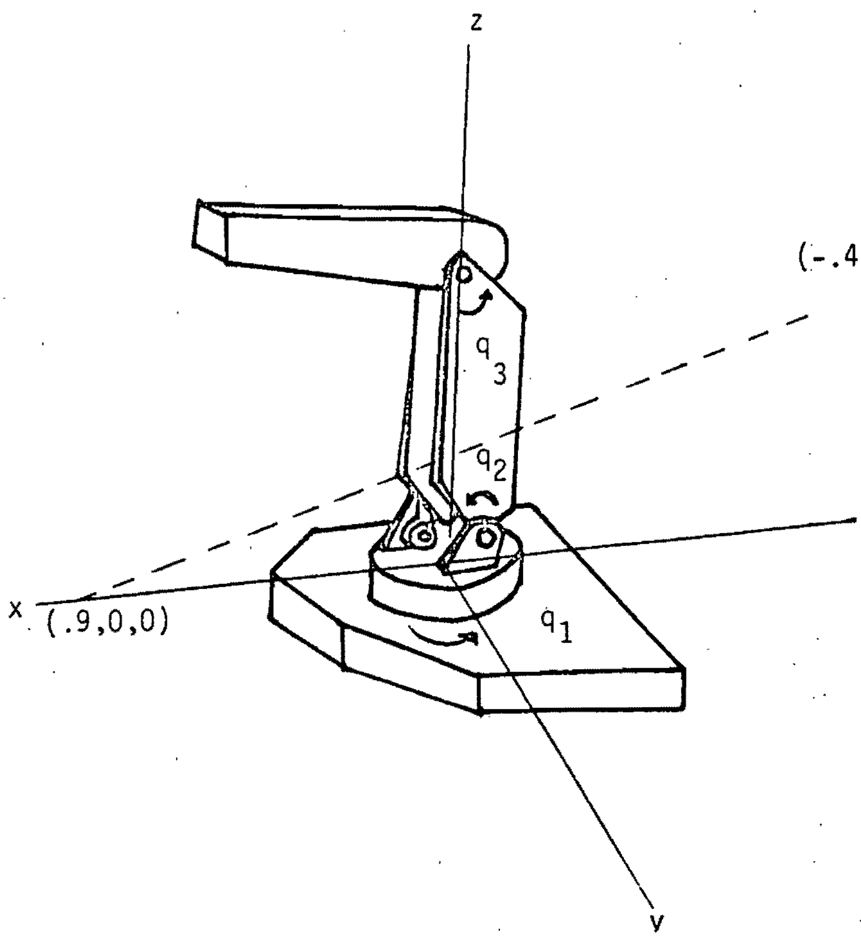


Figura 5.1 Manipulador de 3 grados de libertad usado para la simulación con la trayectoria propuesta a seguir (punteada).

convenciones de medición de las tres coordenadas generalizadas fueron: q_1 medida en el plano X-Y en sentido contrario a las manecillas del reloj, q_2 medido en el plano que forma el eje Z y la proyección del brazo manipulador en el plano X-Y y tomando como referencia al eje Z y q_3 medido con respecto al eje formado por el brazo 1 del manipulador como lo muestra la figura 5.2. Este manipulador viene ampliamente explicado en [1,2] y fue utilizado en las simulaciones debido a que, como se puede ver en la figura 5.1 comparando con la figura 1.2, uno de cada cuatro manipuladores usados en la industria corresponde a este esquema.

Para este manipulador las ecuaciones de dinámica de movimiento del capítulo II toman la forma

$$B(q)\,\ddot{q} = R(q) - C(q)h(\dot{q}) + u \tag{5.1}$$

$$q,\ \dot{q},\ \ddot{q},\ u \in \mathbb{R}^3,\ B(q) \in \mathbb{R}^{3x3},\ C(q) \in \mathbb{R}^{3x6}$$

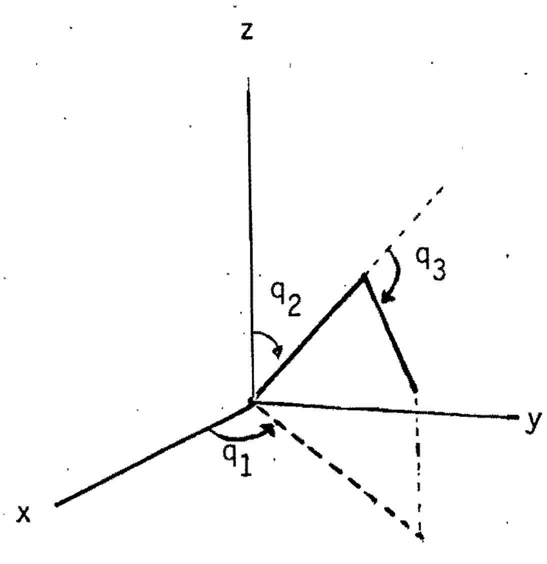


Figura 5.2 Medición de las Coordenadas generalizadas para el manipulador.

$$h(\dot{q}) = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \; \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \; \dot{q}_2 \\ \dot{q}_2 \; \dot{q}_2 \\ \dot{q}_2 \; \dot{q}_3 \\ \dot{q}_3 \; \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

Los elementos de $B(q)$, $C(q)$, $R(q)$ diferentes de cero son

$$B_{11} = A_1 + A_2 \cos^2 q_2 + A_3 \cos^2(q_2+q_3) + A_4 \cos q_2 \cos (q_2+q_3)$$

$$B_{22} = A_5 + A_4 \cos q_3$$

$$B_{23} = A_6 + A_7 \cos q_3$$

$$B_{32} = A_6 + A_7 \cos q_3$$

$$B_{33} = A_8$$

$$C_{12} = - A_2 \operatorname{sen}(2q_2) - A_3 \operatorname{sen}(2(q_2 + q_3)) - A_4 \operatorname{sen}(q_3 + 2q_2)$$

$$C_{13} = - A_3 \operatorname{sen}(2(q_2 + q_3)) - A_4 \cos q_2 \operatorname{sen}(q_2 + q_3)$$

$$C_{21} = 1/2(A_2 \operatorname{sen}(2q_2) + A_3 \operatorname{sen}(2(q_2 + q_3)) + A_4 \operatorname{sen}(q_3 + 2q_2))$$

$$C_{25} = - A_4 \operatorname{sen} q_3$$

$$C_{26} = \frac{A_4}{2} \operatorname{sen} q_3$$

$$C_{31} = 1/2(A_3 \operatorname{sen}(2(q_2 + q_3)) + A_4 \cos q_2 \operatorname{sen}(q_2 + q_3))$$

$$C_{34} = \frac{A_4}{2} \operatorname{sen} q_3$$

$$r_2 = B_1 \cos q_2 + B_2 \cos(q_2 + q_3)$$

$$r_3 = B_2 \cos(q_2 + q_3)$$

Los valores de las constantes $A_1, \ldots, A_8, B_1, B_2$ dependen de la masa que cargue el manipulador y se pueden observar en la tabla 5.1.

TABLA 5.1

VALORES NUMERICOS DE LOS COEFICIENTES
DEL MANIPULADOR

masa (kg)

	0	5	10
A_1	23.3803	23.3803	23.3803
A_2	9.2063	10.4563	11.7063
A_3	2.4515	3.7015	4.9515
A_4	5.4	7.9	10.4
A_5	82.399	84.899	87.399
A_6	2.6274	3.8774	5.1274
A_7	2.7	3.95	5.2
A_8	25.7778	27.0278	28.2778
B_1	-189.1708	-213.6748	-238.1788
B_2	-52.9286	-77.4326	-101.9366

Se obtiene pues un juego de tres ecuaciones diferenciales de segundo orden no lineales y acopladas

$$\ddot{q}_1 = \frac{u_1}{B_{11}} - \left(\frac{C_{12}\,\dot{q}_1\dot{q}_2 + C_{13}\,\dot{q}_1\dot{q}_3}{B_{11}}\right)$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{B_{33}\left[r_2+u_2-(C_{21}\,\dot{q}_1\dot{q}_1+C_{25}\,\dot{q}_2\dot{q}_3+C_{26}\,\dot{q}_3\dot{q}_3)\right]-B_{23}\left[r_3+u_3-(C_{31}\dot{q}_1\dot{q}_1+C_{34}\dot{q}_2\dot{q}_2)\right]}{B_{22}\,B_{33} - B_{32}\,B_{23}}$$

$$\ddot{q}_3 = \frac{B_{22}\left[r_3+u_3-(C_{31}\dot{q}_1\dot{q}_1+C_{34}\dot{q}_2\dot{q}_2)\right]-B_{32}\left[r_2+u_2-(C_{21}\dot{q}_1\dot{q}_1-C_{25}\dot{q}_2\dot{q}_3+C_{26}\dot{q}_3\dot{q}_3)\right]}{B_{22}\,B_{33} - B_{32}\,B_{23}} \quad (5.2)$$

que no tienen una solución analítica reportada a la fecha.

5.2 OBTENCION DE LA TRAYECTORIA DE CONSIGNA.

Los experimentos consistieron en formular una trayectoria que es una línea recta en el espacio tridimensional que une los puntos (.9,0,0) y (-.4,.6,.45) tal como lo muestra la figura 5.1 para que ésta fuera seguida con dos leyes trapezoidales de velocidad en el espacio tridimensional tal como lo muestra la figura 5.3 [2] variándose las masas que cargaba el manipulador. Físicamente estas leyes reflejan: el brazo parte de un punto con una aceleración constante, pasado cierto tiempo deja de acelerar y recorre la trayectoria con velocidad constante para después frenar gradualmente y detenerse en un punto.

La trayectoria en el espacio cartesiano queda definida como:

$$z = .75\, y$$

$$y = -.4615384615\, x + .4153846154$$

Para la primera ley de velocidad la longitud que separa el tramo de trayectoria recorrido hasta el tiempo t del punto inicial (x_0, y_0, z_0)= (.9,0,0) es:

$$l(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 7.5\, t^2 & 0 < t \leq .1 \\ .075 + 1.5\,(t-.1) & .1 < t \leq 1 \\ 1.425 + 1.5\,(t-1) - 7.5\,(t-1)^2 & 1 < t \leq .1 \\ 1.5 & 1.1 < t \end{cases} \tag{5.3}$$

Las coordenadas Cartesianas son generadas por:

$$x(t) = \frac{-l(t)}{1.154487002} + .9$$

$$y(t) = -.4615384615\, x(t) + .4153846154 \tag{5.4}$$

$$z(t) = .75\, y(t)$$

Para la segunda ley de velocidad, lalongitud de línea toma la forma:

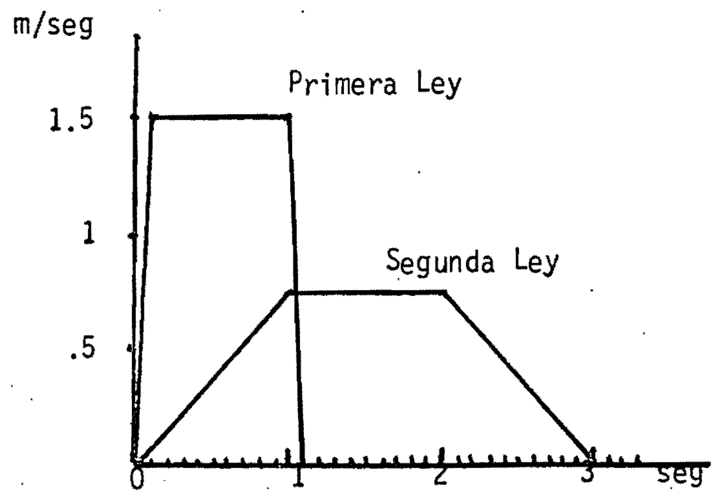


Figura 5.3 Leyes trapezoidales de velocidad para la experimentación.

$$
l(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ .375\, t^2 & 0 < t \leq 1 \\ .375 + .75\,(t-1) & 1 < t \leq 2 \\ 1.125 + .75\,(t-2) - .375\,(t-2)^2 & 2 < t \leq 3 \\ 1.5 & 3 < t \end{cases} \qquad (5.5)
$$

y las coordenadas $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ siguen el juego de ecuaciones (5.4).

5.3 DEDUCCION DE LAS RELACIONES COORDENADAS GENERALIZADAS DEL MANIPULADOR - ESPACIO TRIDIMENSIONAL.

Considere la figura 5.4 que representa la posición del manipulador en algun tiempo t_a. De la figura se puede notar que

$$
q_{1c}(t_a) = \tan^{-1}\left(\frac{y(t_a)}{x(t_a)}\right)
$$

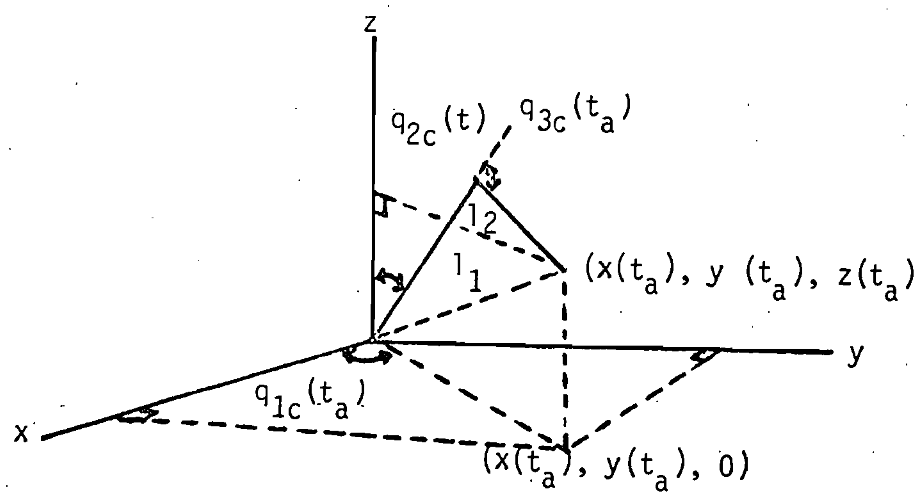


Figura 5.4 Esquema de la posición del manipulador en algun instante "t_a".

Para la deducción de $q_{2c}(t_a)$, $q_{3c}(t_a)$ considérese la figura 5.5

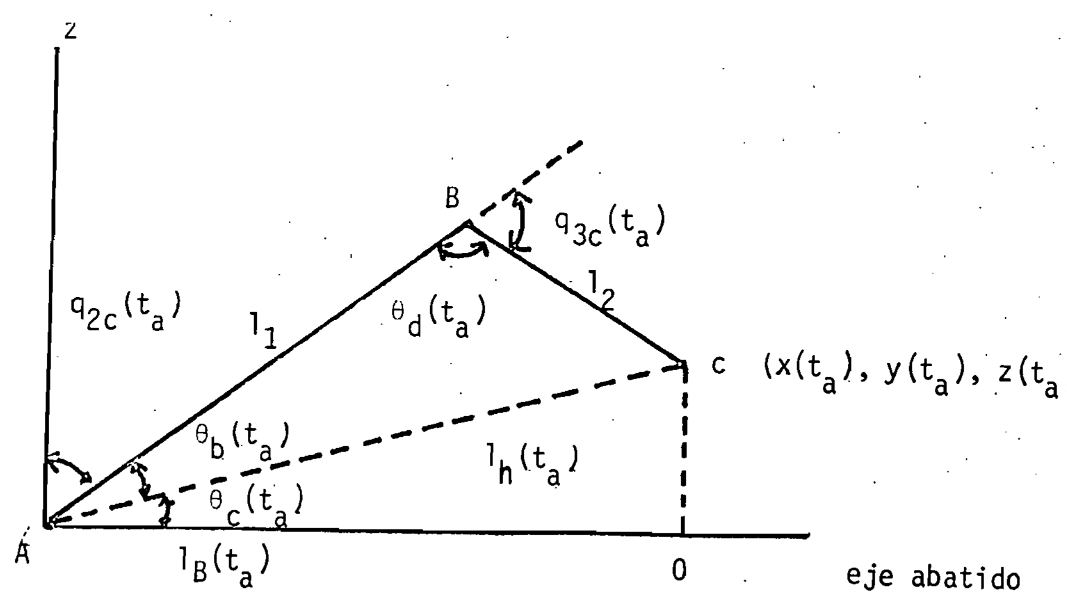


Figura 5.5 Abatimiento del brazo en algún instante para deducción de las consignas.

que consiste de tomar el plano formado por el eje Z y el eje generado al proyectar la sombra del brazo en el plano X-Y si se alumbra al brazo con una lámpara colocada justo sobre éste.

De la figura 5.5 se forman dos triángulos ABC, ACD siendo éste último rectángulo y con base de longitud $l_B(t_a) = \sqrt{x^2(t_a)+y^2(t_a)}$ e hipotenusa $l_h(t_a) = \sqrt{x^2(t_a)+y^2(t_a)+z^2(t_a)}$

Usando reglas de trigonometría:

$$\theta_c(t_a) = \tan^{-1}\left(\frac{z(t_a)}{l_B(t_a)}\right)$$

$$\theta_b(t_a) = \cos^{-1}\left(\frac{l_1^2 + l_h^2(t_a) - l_2^2}{2l_1\, l_h(t_a)}\right)$$

$$\theta_d(t_a) = \cos^{-1}\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - l_h^2(t_a)}{2l_1\, l_2}\right)$$

y finalmente $q_{1c} = \tan^{-1}\left(\frac{y(t_a)}{x(t_a)}\right)$ (5.6)

$$q_{2c}(t_a) = \frac{\Pi}{2} - \theta_c(t_a) - \theta_b(t_a)$$

$$q_{3c}(t_a) = \pi - \theta_d(t_a)$$

Dado que, como se explicó anteriormente, puede haber múltiples soluciones a la relación coordenadas generalizadas - espacio tridimensional, se siguió la siguiente convención: $\theta_b(t_a)$ es mayor a 0 por suposición produciendo así un $\theta_3(t_a) > 0$. Los ángulos válidos pertenecen al intervalo $(-\Pi,\Pi)$.

La relación entre coordenadas espaciales y generalizadas será:

$$x_c(t_a) = [l_1 \operatorname{sen}(q_{2c}(t_a))+l_2 \operatorname{sen}(q_{2c}(t_a)+q_{3c}(t_a))] \cos(q_{1c}(t_a))$$

$$y_c(t_a) = [l_1 \operatorname{sen}(q_{2c}(t_a))+l_2 \operatorname{sen}(q_{2c}(t_a)+q_{3c}(t_a))\ ]\ \operatorname{sen}(q_{1c}(t_a)) \qquad (5.7)$$

$$z_c(t_a) = l_1 \cos(q_{2c}(t_a))+l_2 \cos(q_{2c}(t_a)+q_{3c}(t_a))$$

5.4 ESTRATEGIAS DE CONTROL IMPLANTADAS.

Para lograr el objetivo de seguir la trayectoria consigna se planteó un esquema basado en la suposición de que la dinámica de cada unión es independiente de las otras y que puede considerarse la relación entre la aceleración de consigna y la posición de salida como un doble integrador.

En base a esta suposición se diseño para cada unión un control proporcional derivativo (P-D) en el cual la aceleración de consigna es proporcional al error existente entre una posición predeterminada y la que la unión tiene, además de la velocidad que ésta presenta. Con este control se busca lograr un sistema a lazo cerrado que sea críticamente amortiguado (ver figura 5.6).

Para hacer que la supoción sea válida se implementaron diferentes esquemas de control que linealizaran y desacoplaran las ecuaciones dinámicas (5.2).

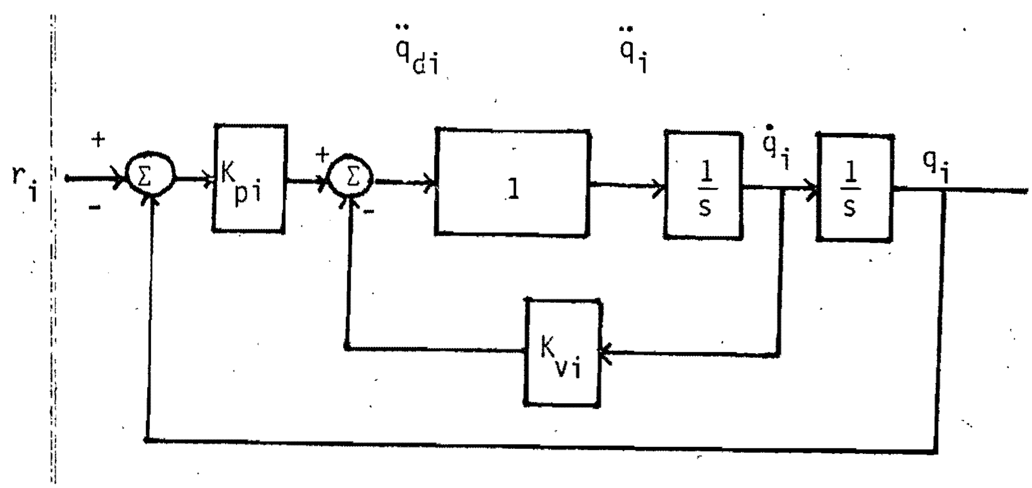


Figura 5.6 Esquema de control para un sistema lineal críticamente amortiduago $K_v^2=4Kp$. y que sirve como modelo para cada unión i, i=1,2,3.

El primer esquema de linealización y desacoplamiento consistió en un control de modelo inverso (par calculado). Con este control se debe asumir que se conoce toda la dinámica de la planta y el total del conocimiento debe ser utilizado para desarrollar la faena de control. Este esquema representa el ideal a seguir, pues cualquier algoritmo que no use toda la información sobre la planta tendrá suceptibilidad de ser superado por éste esquema en la parte del desempeño que dependa de la información no usada. El segundo esquema es el control de par calculado adaptable explicado en el capítulo anterior. Se implementaron además otros dos esquemas sencillos a manera de comparación: uno lineal y un control adaptable de estructura muy simple (la justificación de ésto se explicará mas adelante).

En la primera parte del experimento se consideró tener controles de energía ilimitada y en la segunda controles sujetos a saturación.

a). Control de modelo inverso o par calculado.

De la ecuación (5.1) se puede observar que si se elige un control de la forma

$$u = C(q)h(\dot{q}) - R(q) + B(q)\ddot{q}_c$$

al aplicar la dinámica del manipulador

$$\ddot{q} = B^{-1}(q)\left[R(q)-C(q)h(\dot{q}) + C(q)h(\dot{q}) - R(q) + B(q)\ \ddot{q}_c\right]$$

$\ddot{q} = \ddot{q}_c$ lo cual logra un efecto total de linealización y desacoplo.

Para el modelo particular el control toma la forma

$$u_1 = C_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + C_{13}\dot{q}_1\dot{q}_3 + B_{11}\ddot{q}_{1c}$$

$$u_2 = C_{21}\dot{q}_1\dot{q}_1 + C_{25}\dot{q}_2\dot{q}_3 + C_{26}\dot{q}_3\dot{q}_3 - r_2 + B_{22}\ddot{q}_{2c} + B_{23}\ddot{q}_{3c}$$

$$u_3 = C_{31}\dot{q}_1\dot{q}_1 + C_{34}\dot{q}_2\dot{q}_2 - r_3 + B_{32}\ddot{q}_{2c} + B_{33}\ddot{q}_{3c}$$

Agregando el control externo P-D, el sistema toma la forma del sistema lineal e invariante que se muestra en la figura 5.6. El sistema deberá seguir una trayectoria que quede definida en el espacio cartesiano por (5.4), (5.3), que se denominará "primera trayectoria", con una dinámica en cada unión "i" que pueda ser modelada por un sistema de segundo orden con polos en $-30\ seg^{-1}$ dando éste valor a los parámetros de la figura 5.6 de $K_{pi} = 60$, $K_{ui} = 900$ $i = 1,2,3$.

Se hicieron experimentos siguiendo una trayectoria que puede ser definida por (5.4), (5.5) en el espacio cartesiano y que se denominará "segunda trayectoria" con una dinámica en cada unión "i" que pueda ser modelada por un sistema de segundo orden dando ésto valor a los parámetros de la figura 5.6 de: $K_{pi} = 20$, $K_{vi} = 100$ $i = 1,2,3$.

b) Estrategia adaptable propuesta.

De (5.2), con una reparametrización análoga a la dada por (4.1) se obtiene:

$$\ddot{q}_1 = \left(\frac{1}{B_{11}}\right) u_1 + \left[\frac{-(C_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + C_{13}\dot{q}_1\dot{q}_3)}{B_{11}}\right] = \alpha_1(q)u_1 + \beta_1(q,\dot{q},u)$$

$$\ddot{q}_2 = \left(\frac{B_{33}}{B_{22}B_{33}-B_{32}B_{23}}\right)u_2 +$$

$$\left[\frac{B_{33}(r_2-(C_{21}\dot{q}_1\dot{q}_1+C_{25}\dot{q}_2\dot{q}_3+C_{26}\dot{q}_3\dot{q}_3))-B_{23}(r_3+u_3-(C_{31}\dot{q}_1\dot{q}_1+C_{34}\dot{q}_2\dot{q}_2)}{B_{22}\,B_{33} - B_{32}\,B_{23}}\right] =$$

$$\alpha_2(q)u_2 + \beta_2(q,\dot{q},u)$$

$$\ddot{q}_3 = \left(\frac{B_{22}}{B_{22}B_{33}-B_{32}B_{23}}\right)u_3 +$$

$$\left[\frac{B_{22}(r_3-(C_{31}\dot{q}_1\dot{q}_1+C_{34}\dot{q}_2\dot{q}_2))-B_{32}(r_2+u_2-(C_{21}\dot{q}_1\dot{q}_1+C_{25}\dot{q}_2\dot{q}_3+C_{26}\dot{q}_3\dot{q}_3))}{B_{22}\,B_{33} - B_{32}\,B_{23}}\right] =$$

$$\alpha_3(q)u_3 + \beta_3(q,\dot{q},u)$$

y aplicándose sobre esta reparametrización la sugerida por (4.3) e implementando un control con ley de adaptación como la dada por (4.4) para cada una de las tres uniones se trata de linealizar y desacoplar el sistema del manipulador. El esquema de control completo para cada unión se muestra en la figura 5.7 y puede notarse que abre la posibilidad a saturación. Por lo mismo, para seguir las trayectorias de manera análoga a la que seguirá el sistema con el control del inciso anterior, los valores de las ganancias K_{pi}, K_{vi} serán las mismas que en el caso mencionado en 5.4a .

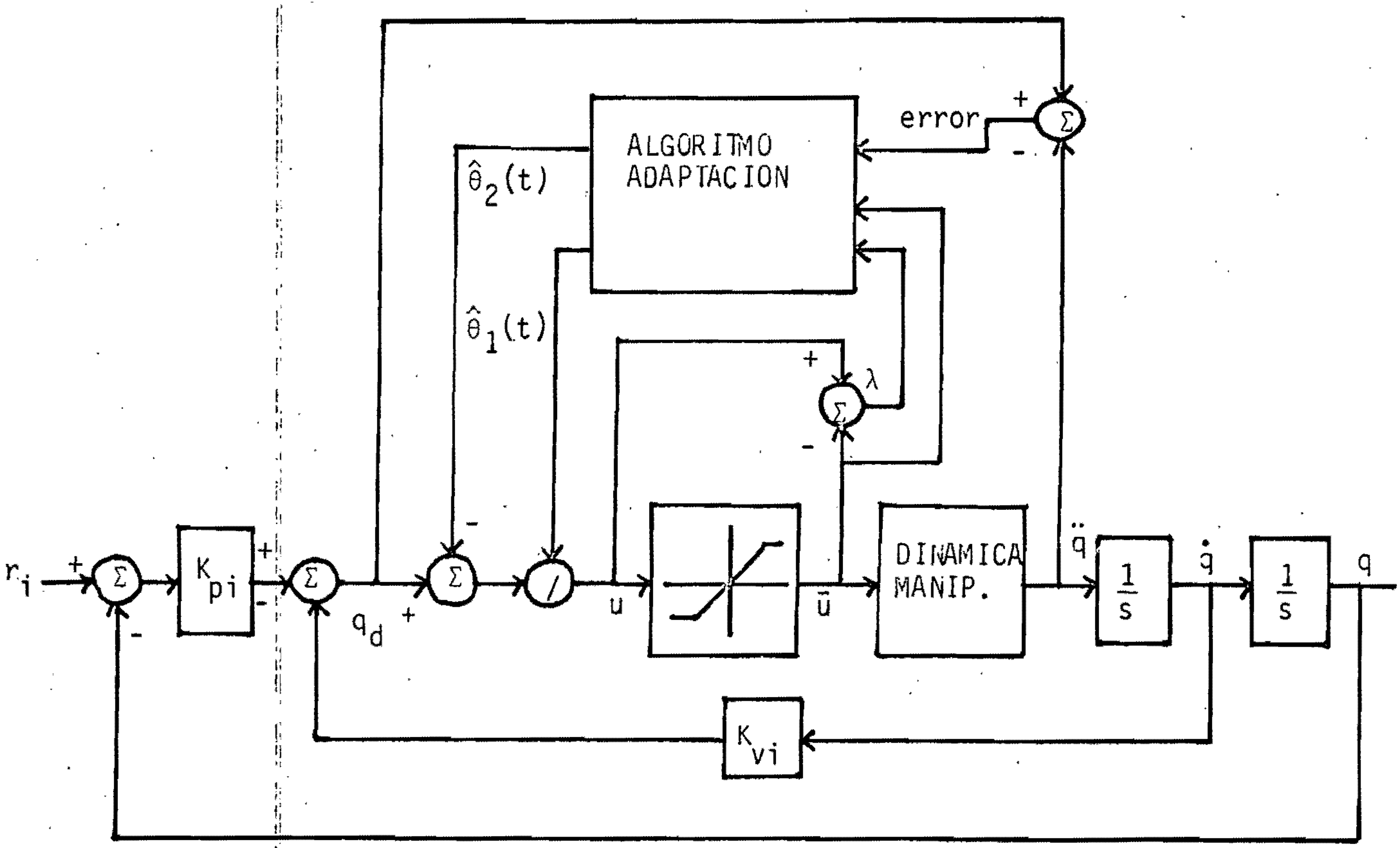


Figura 5.7 Esquema en base al control adaptable para la unión "i".

c). Estrategia de control lineal.

Diversas estrategias de control lineal se han seguido para controlar al sistema no lineal de la forma (5.1). Algunas de ellas han sido usadas con éxito en manipuladores industriales [3,4,5]. La estrategia que se utilizará se basa en la parametrización (4.1). Desde un punto de vista práctico, el factor $\alpha(q)$ no necesariamente variará drásticamente en trayectorias limitadas mientras que el factor $\beta(q,\dot{q},u)$ no es crítico debido a que las limitaciones energéticas en los actuadores del manipulador impiden que éste alcance velocidades tales que los efectos de acoplamiento en las uniones causen un gran deterioro en la respuesta [6,7]. Es por estas razones que la relación entre posición de salida y control aplicado se modela en el plano de Laplace como

$$\frac{q_i}{u_i} = \frac{\alpha_i}{s^2} \tag{5.9}$$

en donde α_i se convierte en constante. Se simplifica la dinámica del manipulador asumiéndose que es similar a la de un sistema lineal de segundo orden. El sistema requiere del control de apoyo $u_i = \frac{1}{\alpha_i}\ddot{q}_{di}$ para funcionar. Por supuesto α_i toma valores diferentes para cada unión, pero dado lo simple del esquema el sistema puede ser representado por unión como lo muestra la figura 5.8 llevando a una función de transferencia en el plano de Laplace

$$\frac{q_i}{r_i} = \frac{K_{pLi}\alpha_i}{s^2 + K_{vLi}\,\alpha_i s + K_{pLi}\,\alpha_i}$$

La efectividad del esquema depende de la suposición expresada por la ecuación (5.9) lo cual obliga a tener un estimado de α_i para la trayectoria a seguir.

Debido a que se conocían perfectamente las trayectorias se pudo tener acceso a los valores de $\alpha(q)$ para las tres uniones, diseñándose así con un $\alpha(q)$ promedio que tomó valores de:

$$\alpha_1 = .02473 \qquad \alpha_2 = .01153 \qquad \alpha_3 = .03928 \quad (\mathrm{rad/Nt/ms^2})$$

Como la dinámica con la que debía ser seguida la trayectoria debía tener la forma $\lambda^2/(s+\lambda)^2$, tomó λ valores de 30 s^{-1} para la primera

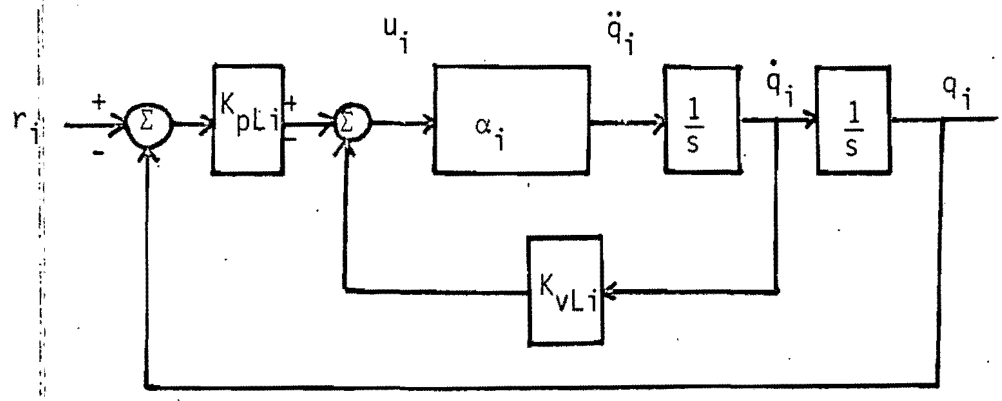


Figura 5.8 Simplificación a el manipulador para el esquema de control lineal asumiendo una relación entre el control y la aceleración de forma constante (α_i) para cada unión "i".

trayectoria y $10\,s^{-1}$ para la segunda. Se puede observar que $K_{pLi}\ \alpha_i = \lambda^2$ y $K_{vLi}\ \alpha_i = 2\lambda$ pudiéndose encontrar K_{pLi}, K_{vLi} como:

$$K_{pLi} = \frac{\lambda^2}{\alpha_i} \quad , \quad K_{vLi} = \frac{2\lambda}{\alpha_i}$$

Los valores de K_{pLi}, K_{vLi}, $i=1,2,3$ y $\lambda = 10,30$ se muestran en la tabla 5.2.

TABLA 5.2

VALORES NUMERICOS DE LOS PARAMETROS DEL CONTROL LINEAL

POLOS	$-10\ seg^{-1}$			$-30\ seg^{-1}$		
Unión	1	2	3	1	2	3
K_{pL}	4043.81	8673.02	2545.82	36393.01	78057.21	22912.92
K_{vL}	808.762	1734.605	509.165	2426.2	5203.8	1527.49

d) Estrategia simple de control adaptable.

Esta estrategia adaptable sigue la idea expuesta por Narendra [8] y la suposición (5.9) relajada pues ahora el valor de α_i no necesita ser conocido (se sabe que es positivo).

Sea un sistema con función de transferencia de la forma $\frac{1}{S+K_{vi}}$ que se utilizará como modelo de referencia y como se puede ver tiene función de transferencia estrictamente real positiva [9]. Se propone un esquema de control adaptable para cada unión como lo muestra la figura 5.9, basada en que la dinámica del sistema puede ser modelada como

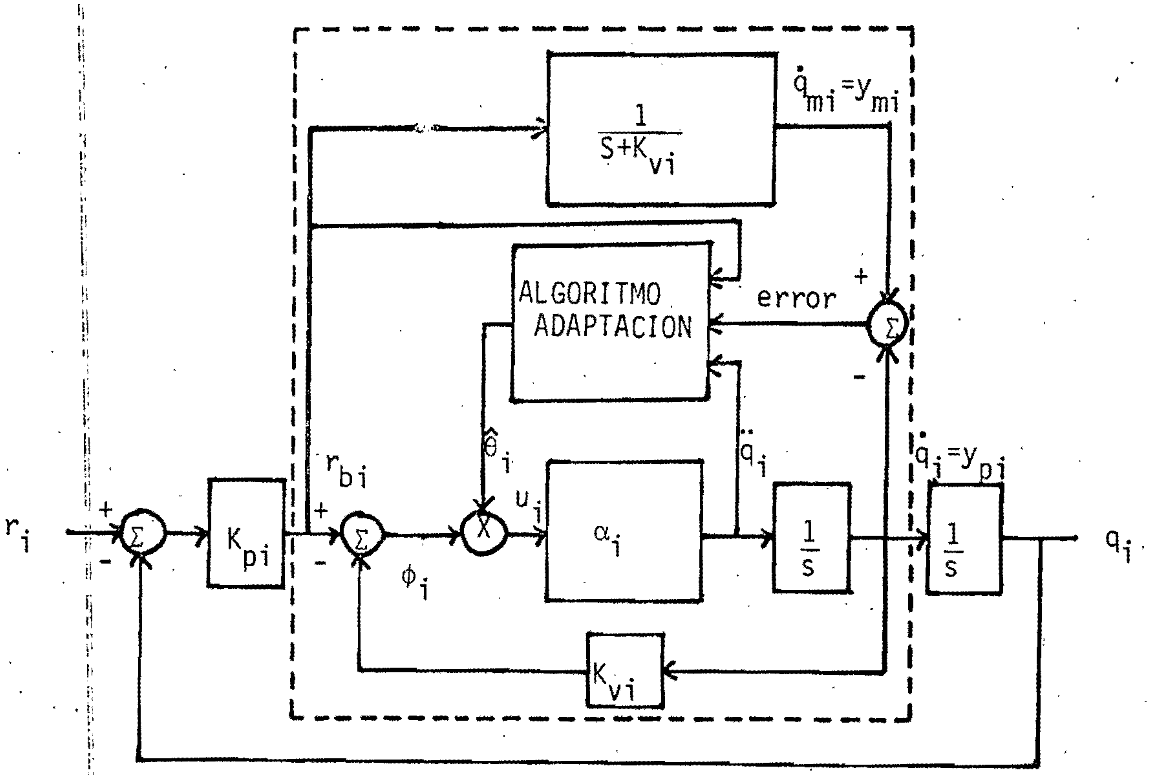


Figura 5.9 Simplificación de la dinámica para utilizar un esquema de control adaptable de un solo parámetro.

la de un sistema lineal de segundo orden para cada unión.

Es claro que existe un $\theta_i^* = \frac{1}{\alpha_i}$ que es constante si α_i es constante tal que:

$$\dot{q}_{mi} = \dot{q}(\theta_i^*) \tag{5.10}$$

y que

$$\frac{q(\theta_i^*)}{r_i} = \frac{K_{pi}}{s^2 + K_{vi}S + K_{pi}} = \frac{q_{mi}}{r_i} \tag{5.11}$$

En este esquema se toma un parámetro $\hat{\theta}_i(t)$ adaptable que utiliza para su adaptación el error que hay entre la salida y_{mi} y y_{pi} además de la entrada r_{bi}.

Se busca demostrar que con una ley de adaptación adecuada para el parámetro $\hat{\theta}_i(t)$ provoca que

$$\lim_{t\to\infty} q(\hat{\theta}_i(t)) = q_{mi} \tag{5.12}$$

Para demostrar la afirmación (5.10) se tomará en cuenta tan sólo la parte que esta encerrada en el cuadro en la figura 5.9.

Analizando la figura se puede observar que:

$$u = \hat{\theta}(r_b - K_v\dot{q}) = \hat{\theta}\,\phi$$

$$\phi \triangleq r_b - K_v\dot{q}$$

en donde se elimina la dependencia del tiempo y de la unión i por facilidad de notación.

Defínase para motivos de análisis un error paramétrico $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^*$, $\dot{\hat{\theta}} = \dot{\tilde{\theta}}$

$$u = \hat{\theta}\phi = \tilde{\theta}\phi + \theta^*\phi$$

$$\dot{q} = \frac{\alpha}{p}[\tilde{\theta}\phi + \theta^T\phi] = \frac{\alpha}{p}[\tilde{\theta}\phi + \theta^* r_b - \theta^* K_v\dot{q}] \quad \text{en donde } p = \frac{d}{dt}$$

$$\dot{q}\left[\frac{p+\alpha\theta^{*}K_v}{p}\right] = \frac{\alpha\tilde{\theta}\phi}{p} + \frac{\theta^{*}\alpha r_b}{p}$$

$$\dot{q} = \frac{\alpha\tilde{\theta}\phi}{p+\alpha\theta^{*}K_v} + \frac{\theta^{*}\alpha r_b}{p+\alpha\theta^{*}K_v} = \frac{\alpha\tilde{\theta}\phi}{p+\alpha\theta^{*}K_v} + \dot{q}_m \tag{5.13}$$

Defínase un error de seguimiento

$$e = \dot{q} - \dot{q}_m = \frac{\alpha\tilde{\theta}\,\phi}{p+K_v} \tag{5.14}$$

TEOREMA 2. Sea $\dot{\hat{\theta}} = -\gamma\phi e$, $\gamma>0$ entonces $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0.$

DEMOSTRACION. Considere la función positiva definida

$$V = e^2 + \frac{\alpha}{\gamma}\tilde{\theta}^2 \qquad \gamma,\ \alpha,\ > 0 \tag{5.15}$$

$$\dot{V} = 2e\dot{e} + 2\,\frac{\alpha}{\gamma}\,\tilde{\theta}\,\dot{\tilde{\theta}} \quad \text{y de (5.14)}$$

$$\dot{e} = -\,Kve + \alpha\tilde{\theta}\,\phi \tag{5.16}$$

por lo que $V = -\,2\,K_v e^2 + 2\alpha\tilde{\theta}\left[e\phi + \frac{\dot{\tilde{\theta}}}{\gamma}\right]$

Si $\dot{\tilde{\theta}} = -\,\gamma\phi e$ entonces $\dot{V} = -\,2K_v e^2 < 0$ y por lo mismo V es una función no creciente, lo cual implica que $e(t),\ \tilde{\theta}(t) \in L_\infty$. Si $r \in L_\infty$, lo cual sucede, se concluye que $e(t),\ \tilde{\theta}(t)$ son uniformemente contínuas.

Como $\dot{V}$, (5.16), es negativa y $V(t)$, (5.15), positiva

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^t \dot{V}(\zeta)\,d\zeta = \lim_{t\to\infty} V(t) - V(0) < \infty$$

y por el LEMA DE BARBALAT que afirma que si $x(t)$ es uniformemente continua y si

$$\lim_{t\to\infty} \int_0^t x(\zeta)\, d\zeta < \infty$$

entonces $\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$ [10] se deduce que $\lim_{t\to\infty} \dot{V} = \lim_{t\to\infty} - 2K_v e^2 = 0$

y por lo tanto $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ lo cual implica (5.10) que llevará a (5.12).

Es interesante notar que de (5.16) e(t) tendrá la forma $e(t) = e(t_o)^{-K_v(t-t_o)} + \alpha(\tilde{\theta}\,\phi) * e^{-K_v t}$ en donde * denota la operación de convolución. Si $\lim_{t\to 0} e(t) \to 0$ entonces se está implicando que $\lim_{t\to\infty} \tilde{\theta}\phi \to 0$. Si hay suficiente riqueza en la señal de entrada (ϕ) la única manera de lograr $\tilde{\theta}\phi = 0$ es que $\tilde{\theta} \to 0$, es decir que además de buen seguimiento se tendrá buena identificación del parámetro, pero si $\phi \to 0$ no se podrá asegurar que $\tilde{\theta} \to 0$ aunque $e(t) \to 0$. Esto refleja la conocida "condición de excitación persistente".

Desde un punto de vista práctico, la velocidad de convergencia del algoritmo depende del factor γ por lo cual si γ es grande y $\alpha(q)$ se mueve lentamente se podrá seguir con relativa exactitud a un $\alpha(q)$ variable.

Con este diseño se intenta desacoplar al sistema y se obtienen valores de K_{pi} , K_{vi} similares a los de los obtenidos para las dos primeras estrategias de control.

5.5 EXPERIMENTOS CON UNA PRIMERA LEY DE VELOCIDAD.

Este experimento consistió en seguir la trayectoria en coordenadas Cartesianas especificada por los juegos de ecuaciones (5.3), (5.4) variando diferentes condiciones para los controles lineal y adaptable para comparar el desempeño con el del sistema con el control de modelo inverso explicando en (5.4a).

a) Energía ilimitada al control.

Durante la primera parte del experimento se asumió que se tiene un conocimiento de las α_i promedio y de $\alpha(q_0)$, $\beta(q_0,\dot{q}_0)$ en donde q_0 es la posición inicial del manipulador expresada en coordenadas generalizadas y para diferentes masas.

Se simuló 1.42 seg. de funcionamiento con el simulador PARASOL y utilizando un intervalo de integración de .0027 seg. que fue elegido después de varias pruebas para mantener un compromiso tiempo de ejecución-exactitud de los resultados. Se muestran resultados para los casos en que los manipuladores cargaban 10 kg. pues, además de que los resultados no variaban drásticamente, este caso sería el crítico en una faena.

La trayectoria de consigna producida en cada una de las tres uniones junto con la trayectoria generada por el manipulador con control de modelo inverso se muestran en la figura 5.10. Como se podrá notar hay un desfasamiento natural entre ambas trayectorias provocado por la dinámica deseada del sistema con polos en $-30\ \text{seg}^{-1}$.

Las trayectorias provocadas por el sistema con el control lineal diseñado conforme a (5.4c) se muestran en la figura 5.11 junto con las logradas por el sistema con el control adaptable propuesto. Los parámetros para este último fueron $\Gamma_i = \text{diag}\ \{.1,20\}$, $\sigma_i = .1 \quad i = 1,2,3$ $\hat{\theta}_1(0) = [.0407,0]^T$, $\hat{\theta}_2(0) = [.0109,-.65]^T$, $\hat{\theta}_3(0) = [.0363,1.61]^T$.

La elección de Γ_i con valores $\gamma_{12} > \gamma_{11}$ se debe a que $\alpha(q)$ no se mueve con la misma velocidad que $\beta(q)$ por lo que se consideró conveniente que la velocidad de adaptación fuera mayor en $\hat{\theta}_{1i}$ que en $\hat{\theta}_{2i}$.

La calidad de las respuestas es similar para los tres controles pudiéndose notar ésto por el traslape de las gráficas (aunque el sistema con el control lineal padece de un error en estado estable que no se aprecia por la resolución de las gráficas). La forma que tomaron los controles se muestra en la figura 5.12.

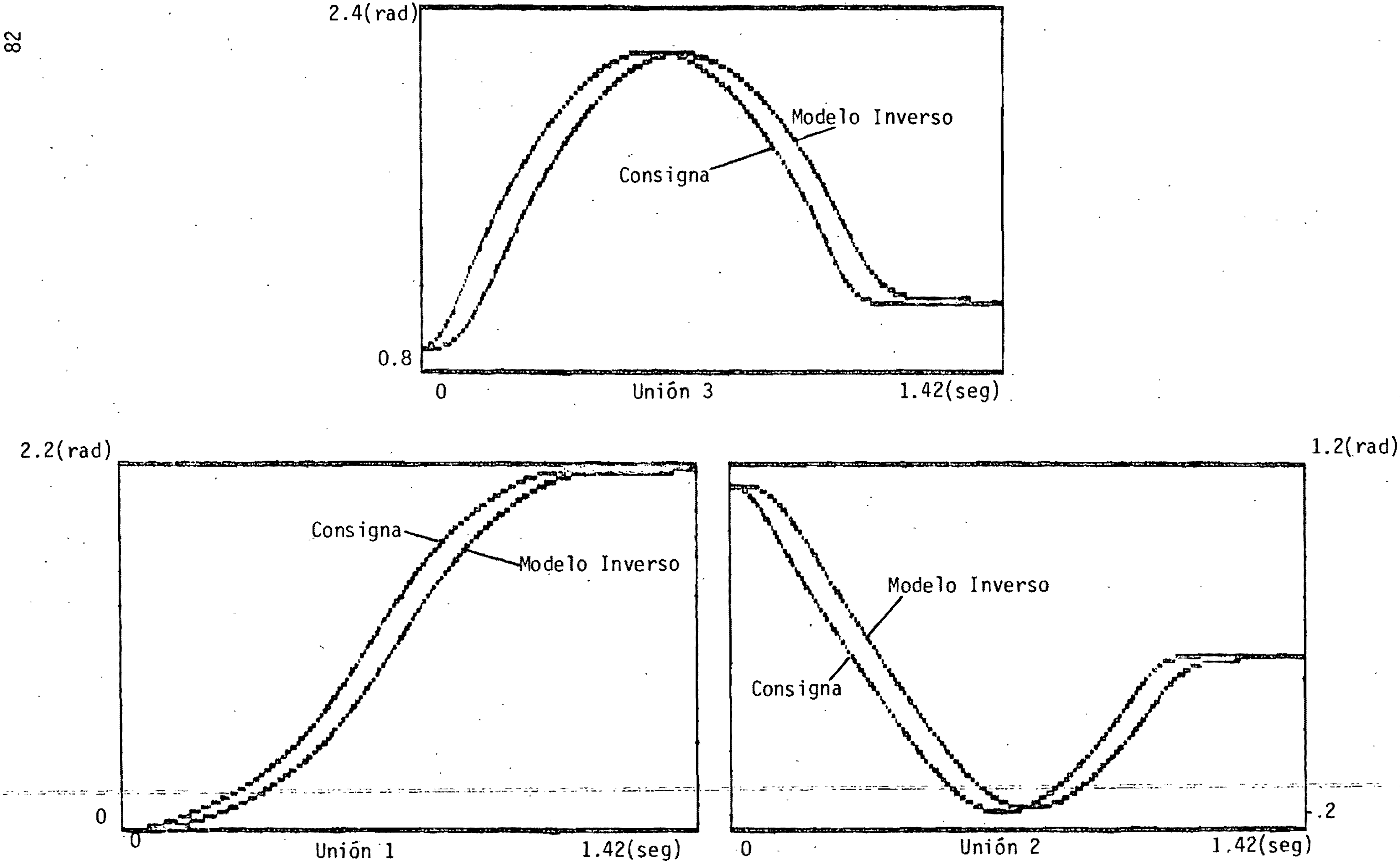


Figura 5.10 Trayectoria en posición a seguir y trayectoria lograda por el sistema con el control de modelo inverso para la primera ley de velocidad sin limitaciones energéticas.

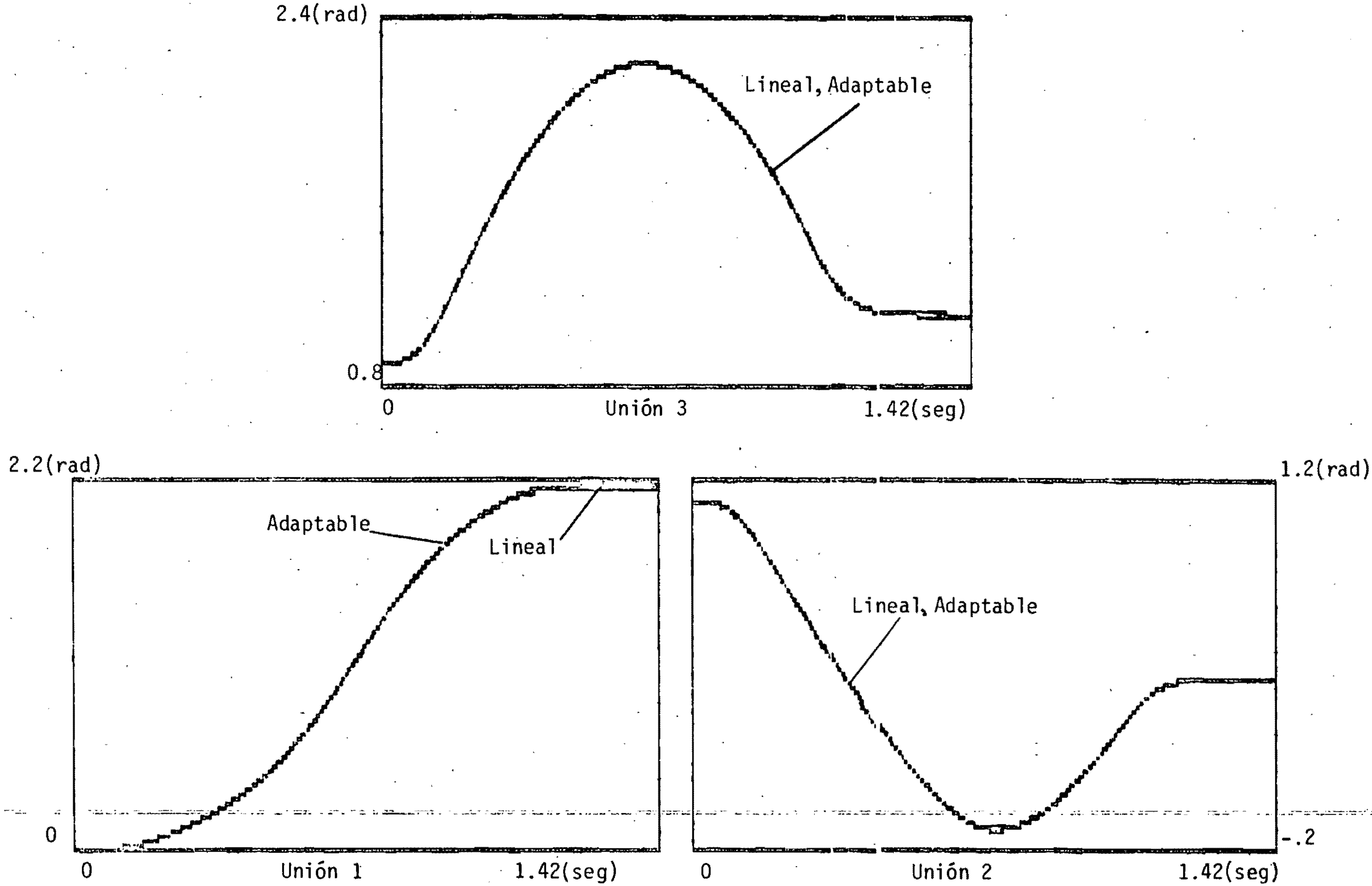


Figura 5.11 Trayectorias seguidas por el sistema con los controles lineal y adaptable para la consigna mostrada en la figura 5.10.

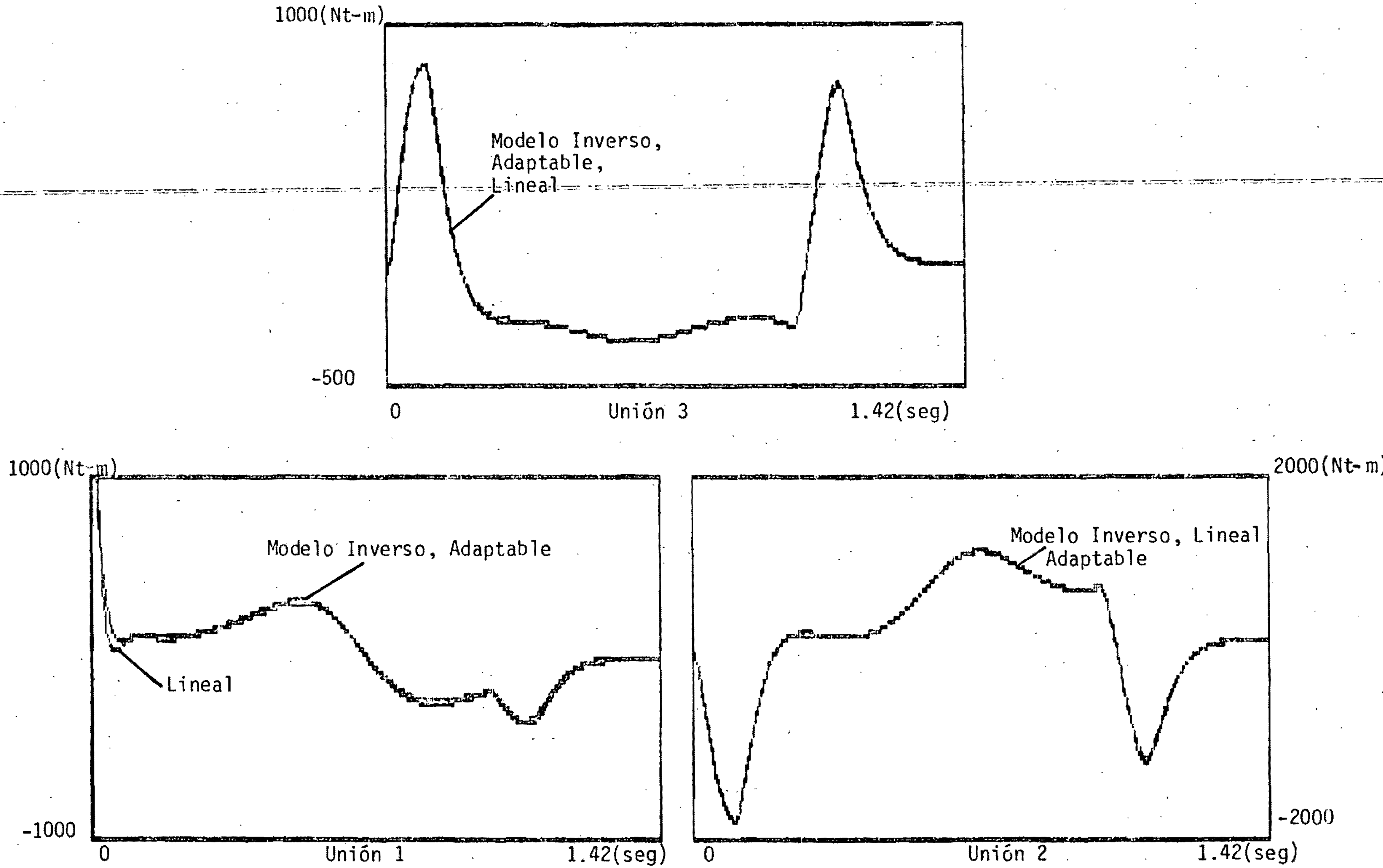


Figura 5.12 Controles proporcionados por los diferentes esquemas para las posiciones mostradas en las figuras 5.10, 5.11.

Para avalar la afirmación de que los efectos de $\alpha(q)$, $\beta(q)$ no cambian en forma total cuando se varian las masas que carga el manipulador se presentan en la figura 5.13 los valores de $\alpha(q)$, $\beta(q)$ para esta trayectoria con el control de modelo inverso cuando las masas que carga el manipulador valen 0 kg. y 10 kg.

Para la segunda parte del experimento se asumió que no hay un conocimiento de $\alpha(q)$, $\beta(q)$ por lo cual se fijaron $\alpha_i = 1$ para el control lineal y $\vartheta_i(0) = [1,0]^T$ para el adaptable. La simulación se extendió a 1.6 seg. con el mismo paso de integración pues se esperaba una degradación en la calidad de la respuesta obtenida bajo estas circunstancias. Los valores de K_{pLi}, K_{vLi} para el control lineal se tornaron en los de K_p, K_v dados en 5.4a .

La respuesta del manipulador con el control lineal se muestra en la figura 5.14. La de la consigna y la del sistema con el control de modelo inverso para fines de comparación (aunque el esquema de modelo inverso asume y trabaja con el modelo completo de la planta y todos sus parámetros conocidos) son mostradas también.

En la figura 5.15 se muestran en la misma escala de la figura 5.14 diferentes respuestas de el sistema sujeto al control adaptable propuesto cuando se varió la velocidad de adaptación. Conforme a lo que se esperaba, mientras mayor fue el valor de los elementos de la matriz Γ_i mejor respuesta se obtuvo en el desempeño. Los valores correspondientes a la figura fueron:

a) diag {.1,2}
b) diag {.5,10}
c) diag {1,40}

mientras que σ_i fue la misma para los tres casos: $\sigma_i = .1$.

b) Energía limitada en el control.

Se decidió poner una saturación en los controles con valor de

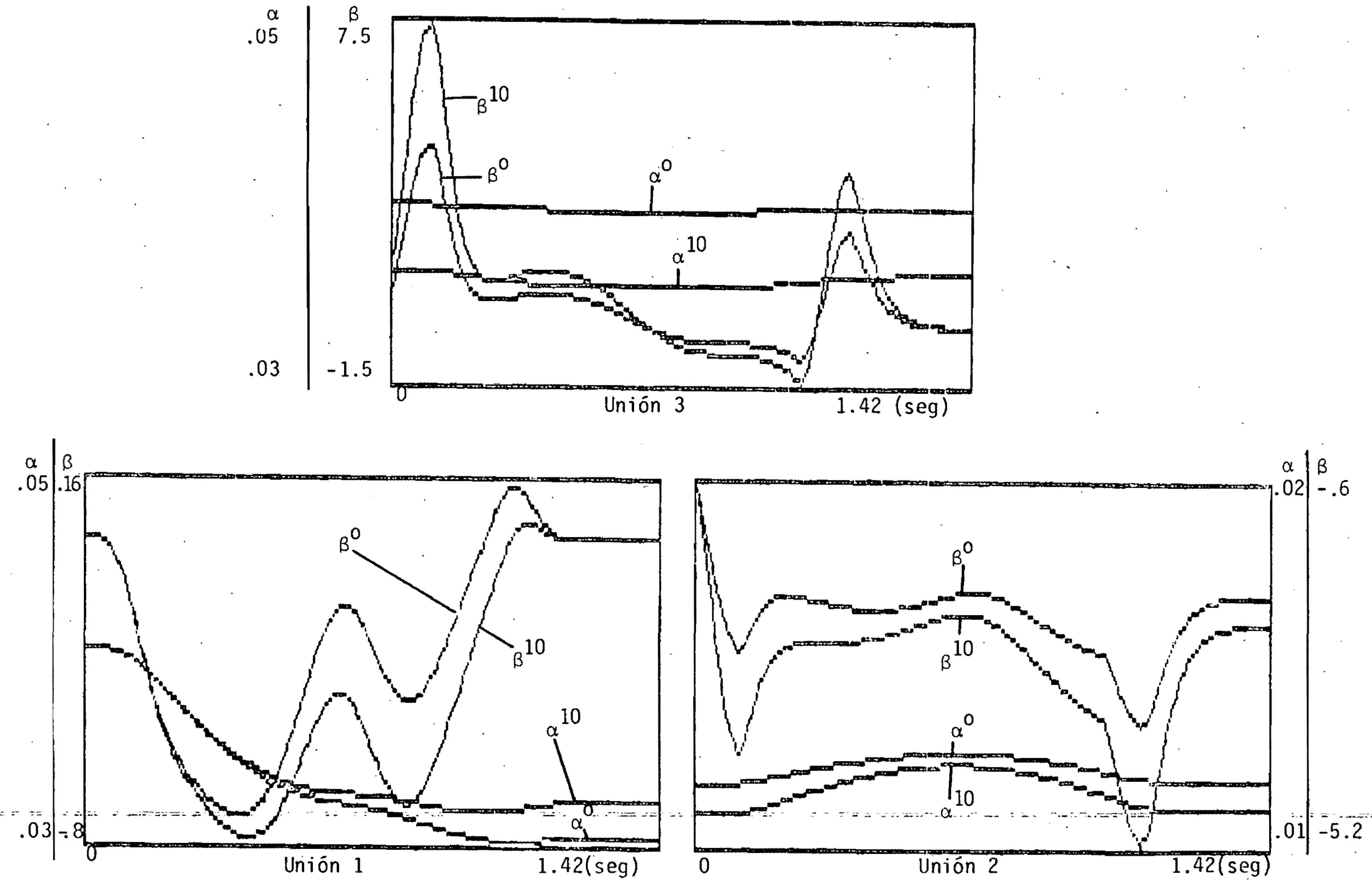


Figura 5.13 Comparación entre $\alpha(t)$, $\beta(t)$ para las tres uniones cuando el manipulador 0 kg (α^0,β^0) y cuando carga 10 kg (α^{10}, β^{10}).

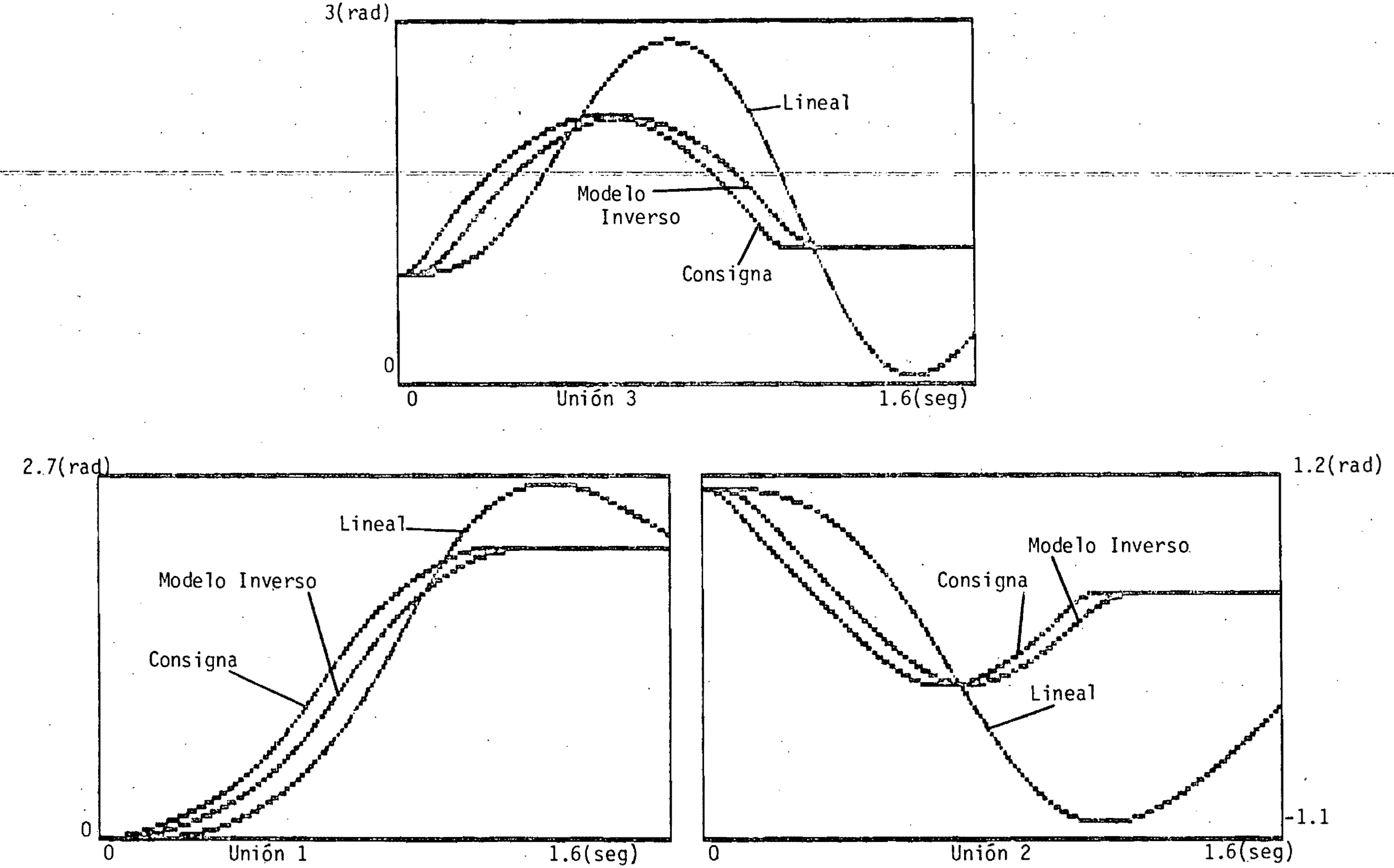


Figura 5.14 Respuestas del sistema a la misma consigna pero asumiendo desconocimiento para el control.

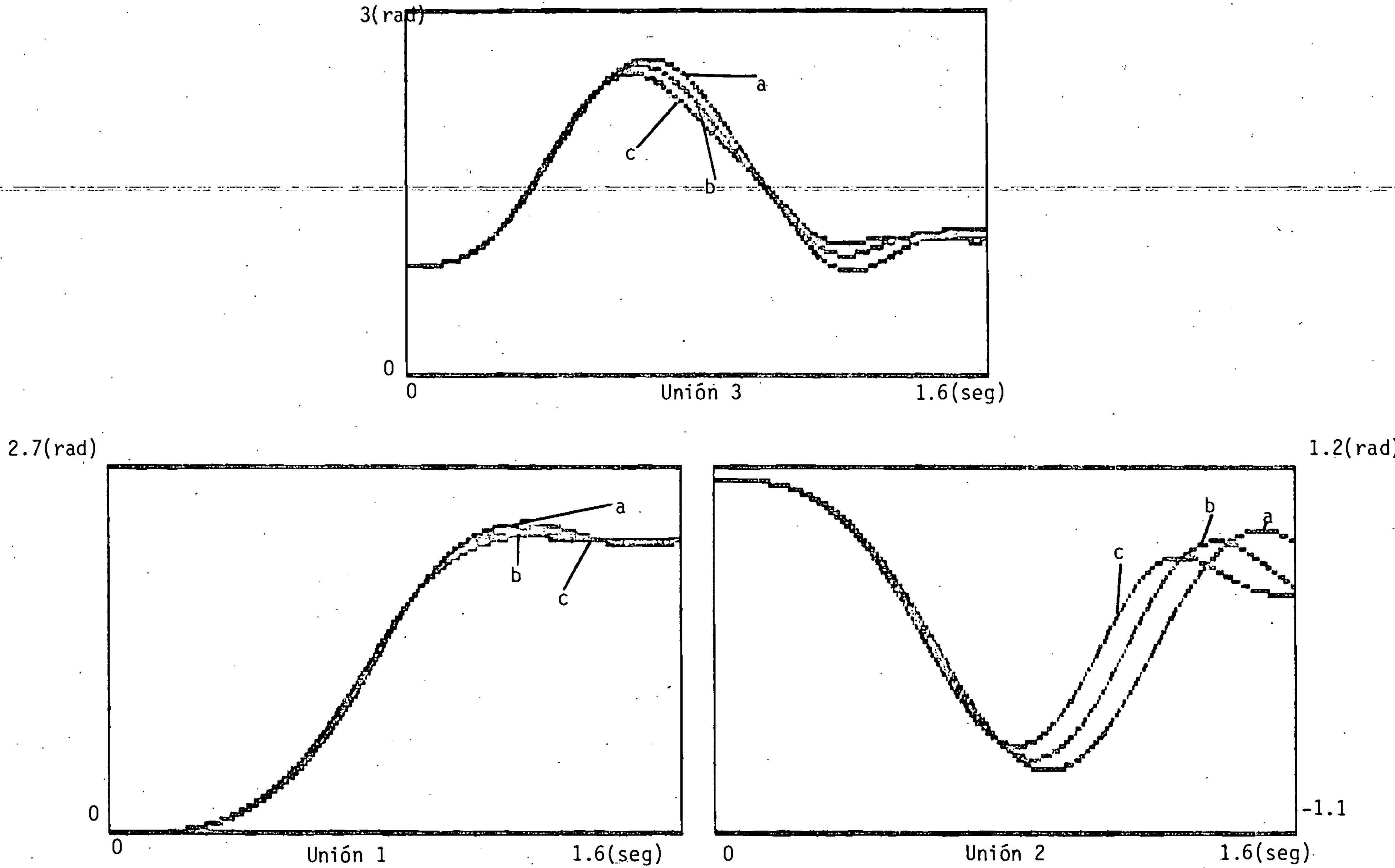


Figura 5.15 Respuestas del control adaptable para diferentes velocidades de adaptación en el experimento de la figura 5.14 a) Γ_i=diag{.1,20}, b) Γ_i=diag{.5,10}, c) Γ_i=diag{1,40}, i=1,2,3.

300 Nt/m para que, con la misma consigna, se dieran condiciones de saturación. Se asumió que se tenía un conocimiento de $\alpha(q)$, $\beta(q)$ similar al de la primera parte del experimento anterior.

Las respuestas del sistema con los controles lineal, adaptable y de modelo inverso se muestran en la figura 5.16 mientras que la de los controles provocados en la figura 5.17. El tiempo de simulación se extendió a 3 seg. con el mismo intervalo de integración porque el sistema forzosamente iba a tener que decrementar su velocidad de respuesta. Se pueden notar en las uniones 2 y 3 el patrón de controles totalmente saturados debido al indice de desempeño que se pedía. Como comentario adicional, cabe hacer notar que, aunque no se muestra por cuestiones de brevedad, cuando se suprimía el uso del factor λ y el error aumentado en la ley de adaptación, el control adaptable provocó en el sistema respuestas totalmente caóticas.

5.6 EXPERIMENTOS PARA UNA SEGUNDA LEY DE VELOCIDAD

Dado que la velocidad que pide esta ley es menor que en el experimento anterior traduciéndose ésto en una menor necesidad de energía, se decidió trabajar bajo la suposición de que los controles se saturan a 300 Nt-m. El tiempo de simulación se extendió a 7 seg. y dado que la dinámica pedida al sistema a lazo cerrado era de polos en -10 seg^{-1} y después de hacer varias pruebas, se extendió el intervalo de integración a .008 seg. Además, durante la realización de este experimento se variaron mas prámetros para poder recabar mas información de las condiciones de operación del control adaptable propuesto. De cualquier forma, el experimento a seguir sí provoca saturación en los controles, pero no de una manera tan profunda como el experimento anterior. Esto busca reflejar una situación práctica mas real: no se le va a pedir en la realidad a un manipulador que siga una trayectoria dada con una dinámica prefijada en una forma arbitraria. En la planeación de la trayectoria y la dinámica habrá estudios de las necesidades energéticas que estas requieran y de las limitaciones energéticas que el manipulador y sus actuadores tengan. Se presentan, al igual que en los experimentos anteriores, resultados para los casos en que los manipuladores cargan masas de 10 kg. por ser los

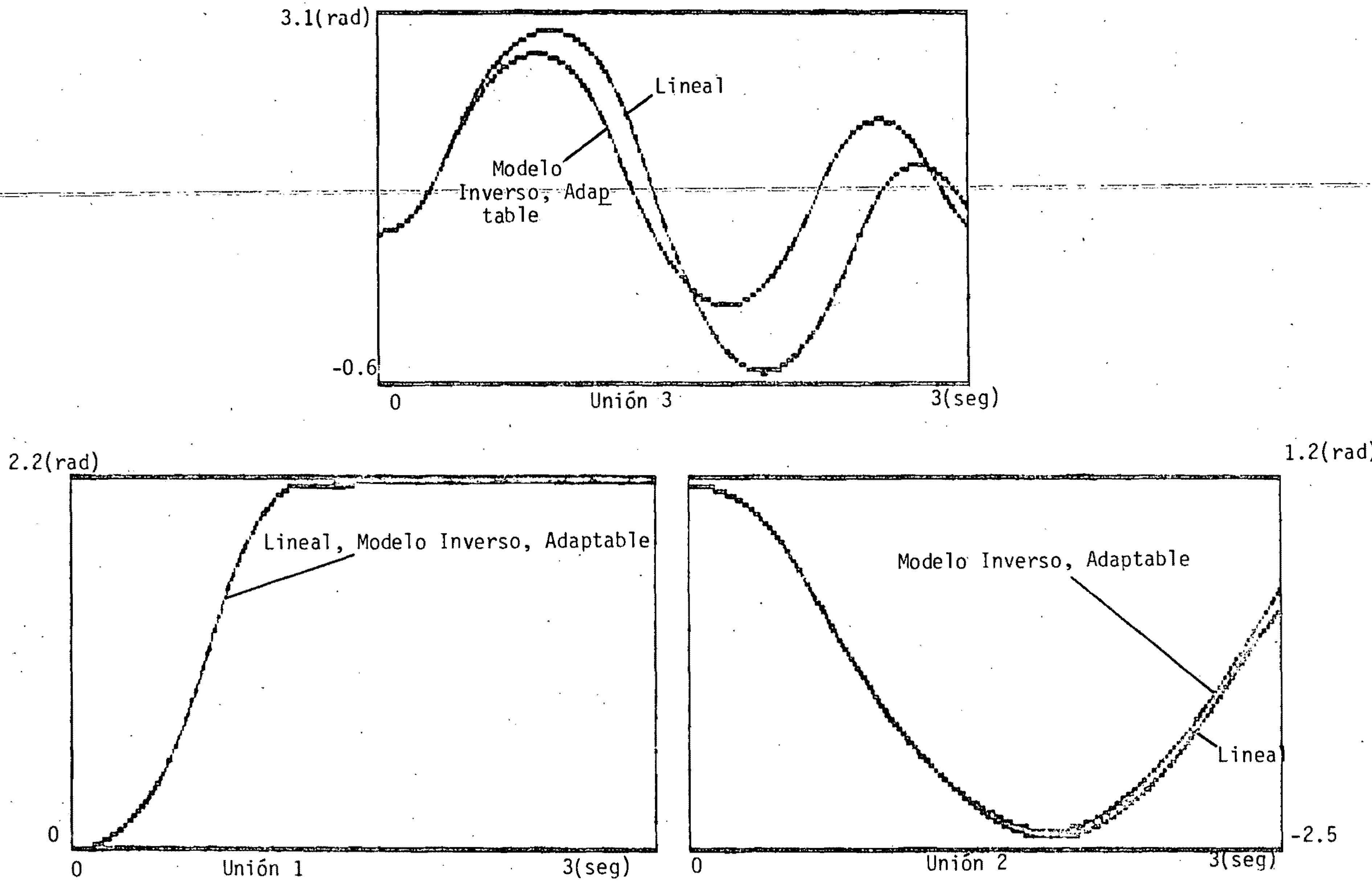


Figura 5.16 Respuesta generada por el sistema cuando se satura el control a 300 Nt/m para la primera ley de velocidad.

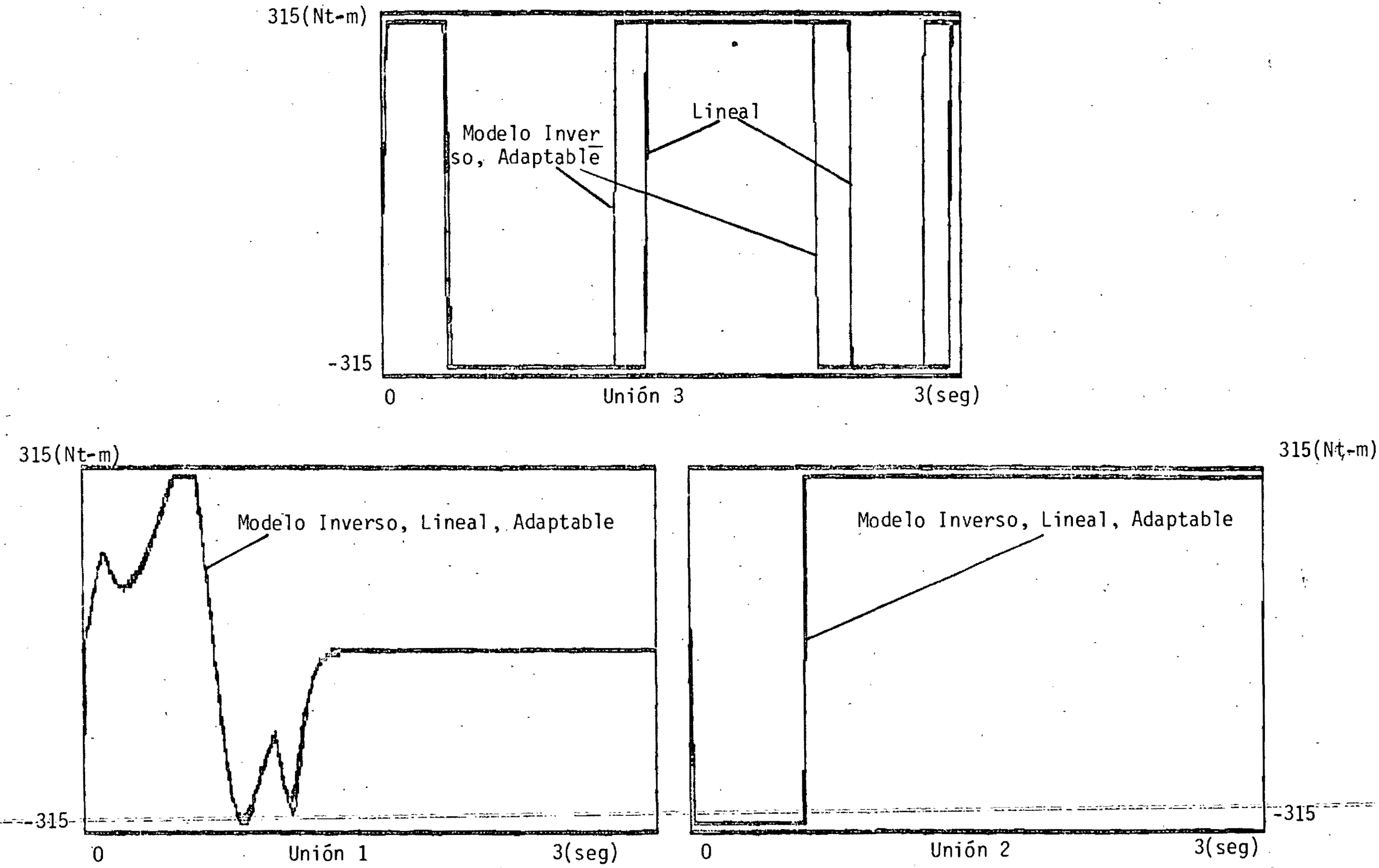


Figura 5.17 Controles generados para el experimento mostrado en la figura 5.16

casos más representativos de un problema de control real y por no haber se presentado variaciones drásticas en los desempeños logrados por los manipuladores.

Para este experimento se compararon los desempeños obtenidos cuando el sistema era apoyado por controles similares a los del experimento anterior pero se agregó también el control de apoyo adaptable explicado en la sección 5.4d y el control adaptable que ya estaba siendo utilizado, pero funcionando en base a estimar las aceleraciones del sistema por medio de filtrar la velocidad de éste en lugar de asumirlas mesurables. El filtro usado fue 15s/(s+15).

Se utilizo este filtro puesto que para señales con componentes de frecuencia menores a 15 rad/seg. tiene un efecto muy similar al de un filtro derivador ideal con función de transferencia "s". Como para este experimento las componentes fundamentales de las señales a trabajar eran de aproximadamente 1 rad/seg se consideró que este filtro desempeñaría un papel adecuado.

Hay que hacer notar que el teorema que se presentó para el esquema adaptable asumía la aceleración medible mientras que para el segundo esquema adaptable asumía una planta lineal, pero si la velocidad de la planta ésta limitada en frecuencia, un criterio heurístico haría pensar que el hecho de estimar la aceleración en lugar de medirla no debe causar grandes cambios en el desempeño, y si no hay gran variación en la planta el segundo esquema debe ser capaz de seguirla.

Adicionalmente en este experimento se probó la idea de tener σ variante en el tiempo por la siguiente razón: como se mencionó en 4.3 el algoritmo con σ fija provoca que si $e(t) = \ddot{q}_d - \dot{q} \to 0 \;\; \forall\, t > t_0$ los estimados $\hat{\theta}_{1_i}(t), \hat{\theta}_{2_i}(t) \to 0$ lo que ocasiona una división entre 0 a la hora de generar el control. La práctica demuestra que $\alpha(q)$ no tiende a 0 (aunque $\beta_1(q)$ si lo hace cuando $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3 = 0$). Es por ésto que si $|e(t)|<|\delta| \;\forall\, t > t_0$ se puede pensar que los valores de los parámetros son los adecuados y se puede parar la adaptación hasta que el error se salga de esa cota. Otra previsión que se puede hacer es que si $\hat{\theta}_{1_i}(t) \to 0$ aunque $|e(t)| > |\delta|$ y se nota que la tendencia es la misma, se puede variar σ para tratar de cambiar la dirección de búsqueda (un ejemplo práctico se presentará posteriormente).

La figura 5.18 muestra a las consignas y la respuesta del sistema actuando con un control de modelo inverso.

La figura 5.19 muestra las respuestas del sistema con el control lineal, el control adaptable propuesto usando para su adaptación la aceleración y un estimado de la aceleración además de una σ variante en el tiempo y el control adaptable propuesto en 5.4d.

Para este experimento se asumió que se tenía un conocimiento parcial de los parámetros de la planta, es decir se conocían los valores iniciales de los parámetros de la planta asi como el $\alpha_i(q)$ promedio dando valores iniciales a los estimados de:

$$\hat{\theta}_1(0) = [.0407,0]^T, \qquad \hat{\theta}_2(0) = [.0109,-.65]^T, \qquad \hat{\theta}_3(0) = [.0363,1.61]^T$$

para el primer esquema adaptable y de $\hat{\theta}_1(0) = .0407$, $\hat{\theta}_2(0) = .0109$, $\hat{\theta}_3(0) = .0363$ para el segundo. La velocidad de adaptación para el primer esquema Γ_i estuvo dada por $\Gamma_i = \mathrm{diag}\,\{2,80\}$ y un σ_i inicial de $.1$, $i = 1, 2, 3$ mientras que para el segundo esquema fue de $\gamma_i=10$ $i = 1, 2, 3$.

Los parámetros del esquema lineal tomaron los valores que se presentaron en la tabla 5.2.

Como se puede observar, las respuestas de los cuatro esquemas son similares pero pareciéndose mas entre sí las provocadas por el primer esquema de control adaptable usando para la adaptación la aceleración y un estimado de ésta y las del control lineal con el segundo esquema de adaptación.

Para demostrar la utilidad del factor σ variante en el tiempo se presenta en la figura 5.20 una comparación de la forma que tomó la se

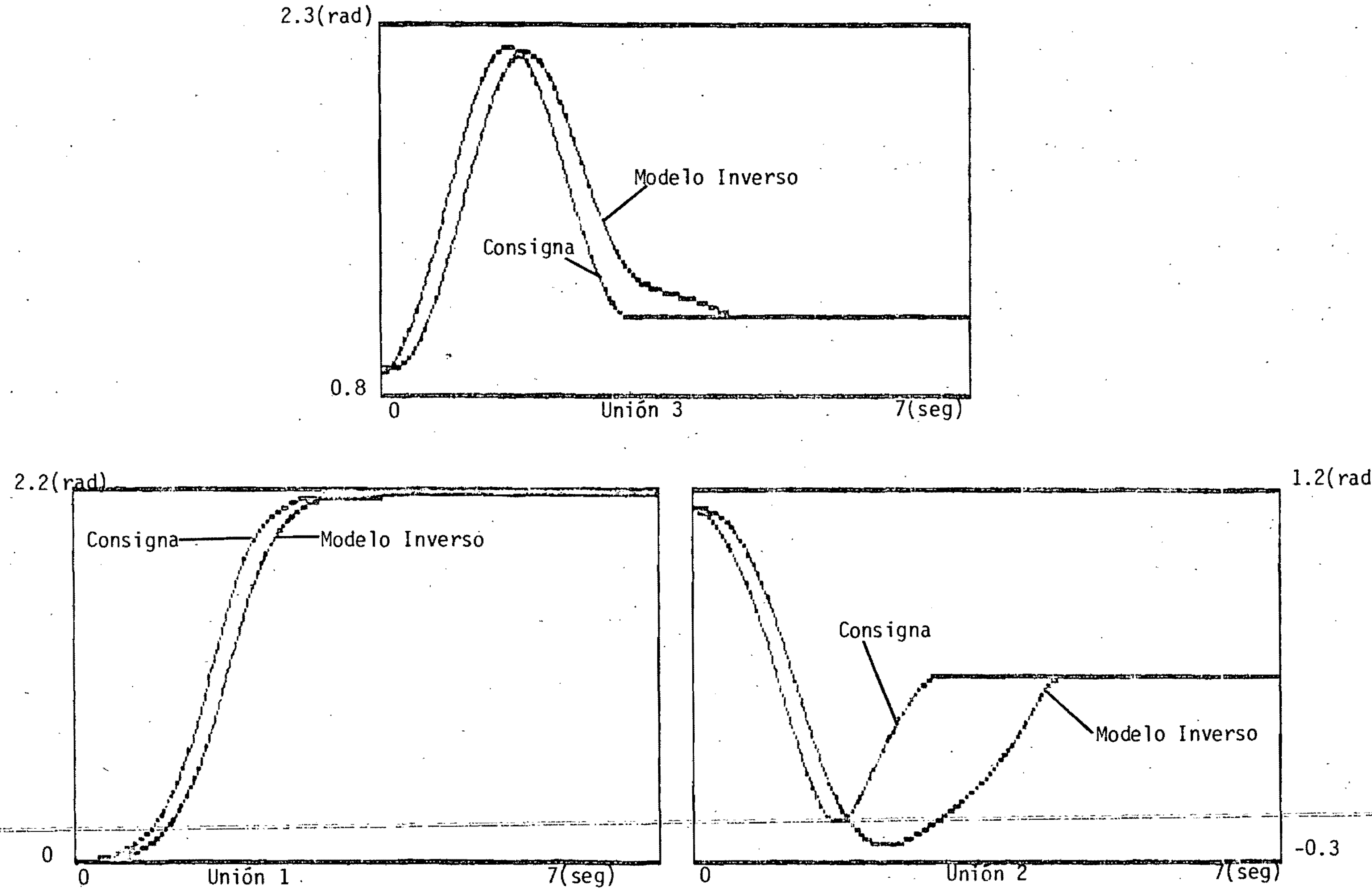


Figura 5.18 Consignas y posiciones de respuesta del sistema cuando se usa la segunda ley de velocidad y el control de modelo inverso y el control está sujeto a saturación 300 Nt/m.

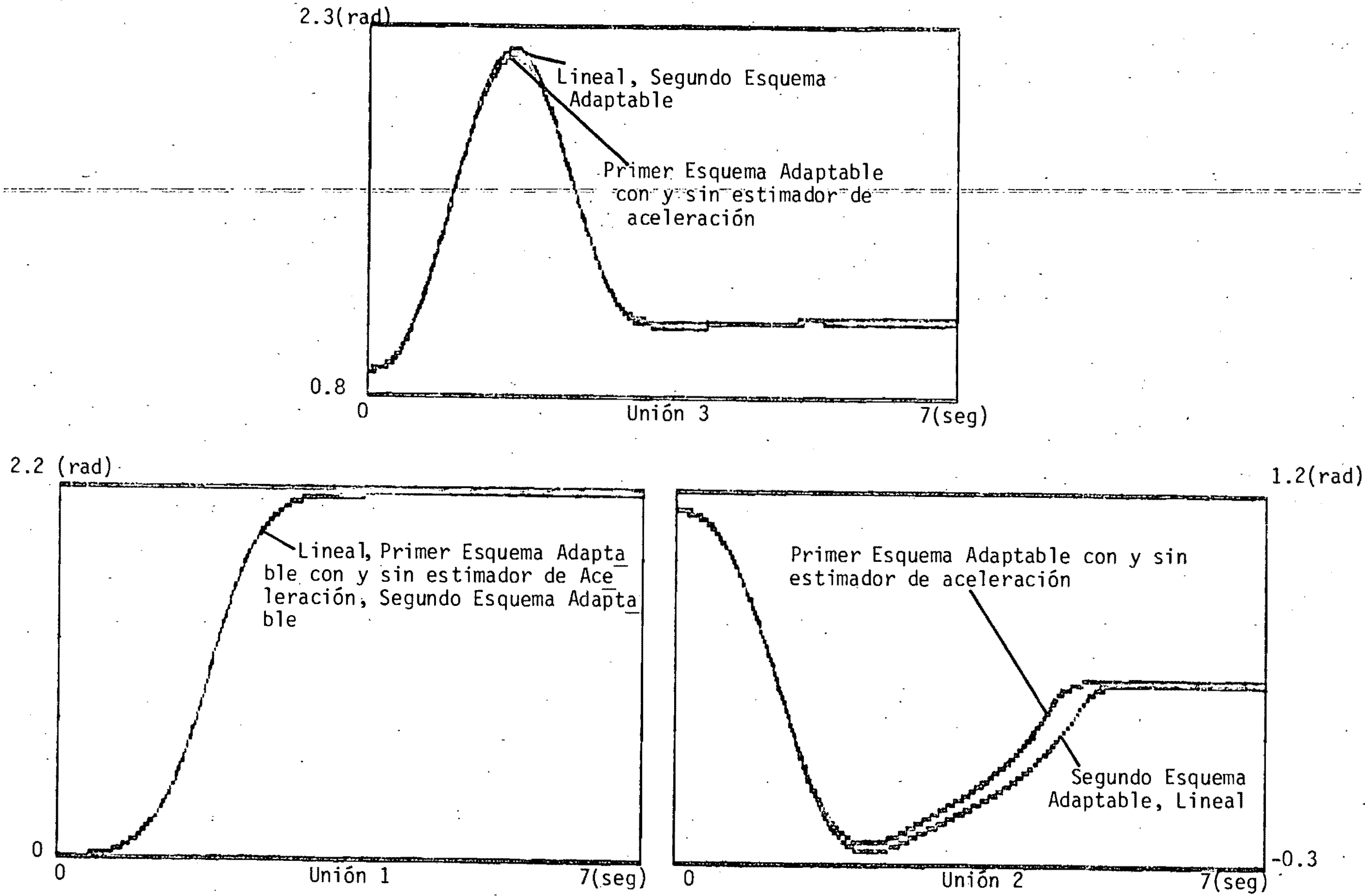


Figura 5.19 Respuestas del Sistema a el experimento de la figura 5.18 usando controles varios.

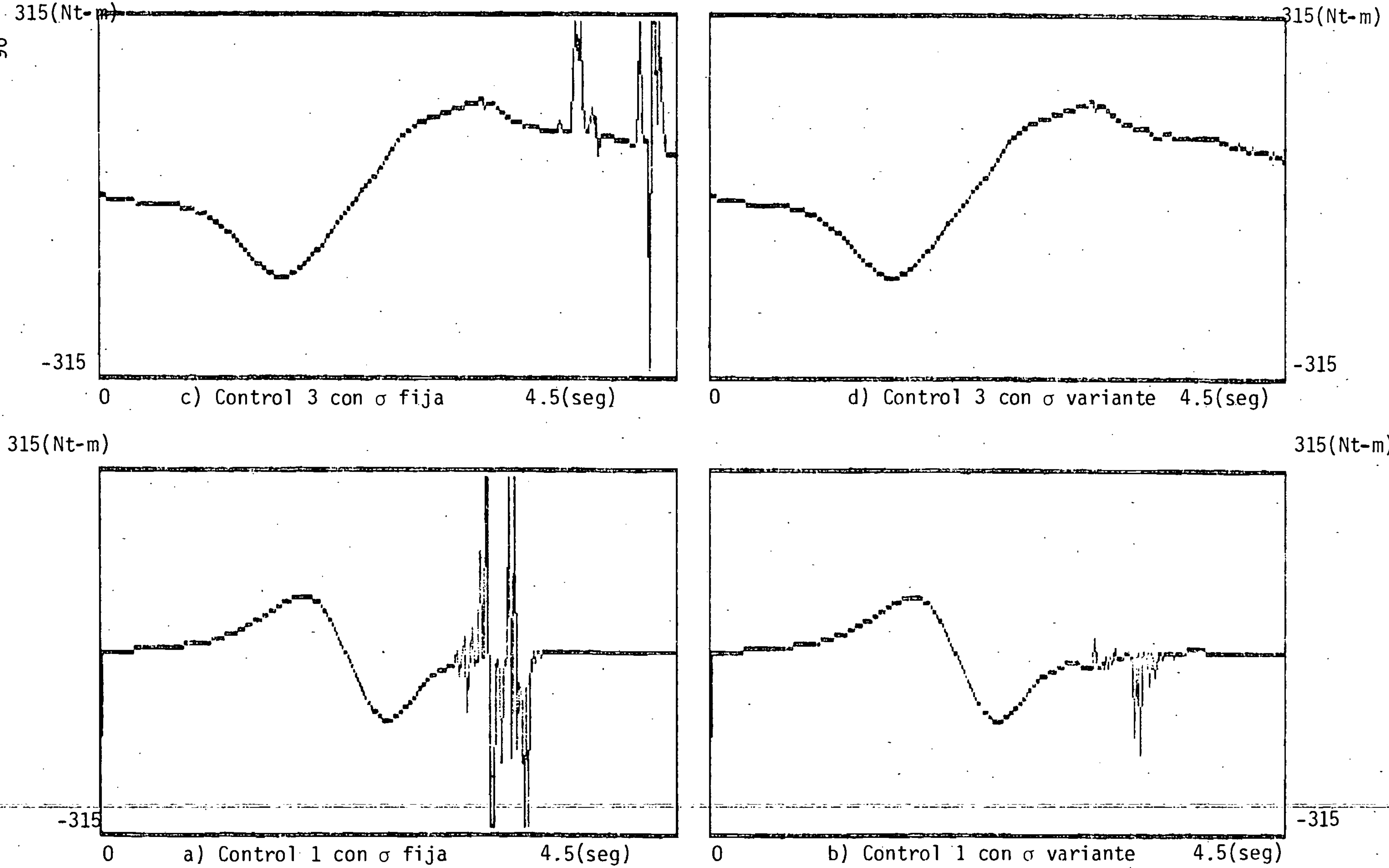


Figura 5.20 Efecto en los controles aplicados de usar σ variante o fija en el algoritmo de adaptación.

ñal de control cuando σ fue fija y cuando no lo fue. Esta simulación se hizo para la misma consigna, con el mismo intervalo de integración pero durante 4.5 seg. Como se puede observar, los controles para la unión 1 y 3 presentan oscilaciones de gran amplitud debido a que durante algunos instantes $\hat{\theta}_{11}(t)$, $\hat{\theta}_{13}(t)$ tomaron valores muy cercanos a 0 con ambos signos, provocando así los cambios de signo y gran amplitud en el control. Note que cuando σ fue variante este efecto disminuyó notablemente. El desempeño en posición fue muy similar (no se muestra). En la unión 2 del manipulador no se presentó este fenómeno de oscilación.

La figura 5.21 muestra las respuestas del sistema con el mismo tipo de controles pero ahora se asumió un desconocimiento total de los parámetros de la planta. Eso provocó: $\alpha_i = 1$ $i=1,2,3$ para el esquema lineal, $\hat{\theta}_i(0) = [1,0]^T$ $i=1,2,3$ para el primer esquema adaptable y $\hat{\theta}_i(0) = 1$ $i=1,2,3$ para el segundo. Los valores de los parámetros de adaptación fueron de $\Gamma_i = \text{diag}\ \{2,80\}$ para el primer esquema de adaptación y $\gamma_i = 10$ para el segundo.

Como se puede observar, es clara la superioridad en el desempeño logrado por el control adaptable propuesto sobre el control adaptable mas simple o el control lineal. El desempeño del control adaptable con y sin estimador de la aceleración es similar (las gráficas se superponen totalmente). La figura 5.22 muestra los valores de los controles aplicados en cada unión para este experimento. Note que sólo el esquema adaptable propuesto es capaz de llevar al sistema a estado estable, pues aunque está trabajando en la unión 2 en saturación por mucho tiempo, es capaz de provocar un gran frenado a la vez y detener al sistema en las tres uniones.

Finalmente, en la gráfica 5.23 se muestra el efecto en la unión 2 de variar los valores de Γ_i y el valor inicial de θ_i cuando no se tenia conocimiento de los valores de los parámetros de la planta. Los valores usados fueron:

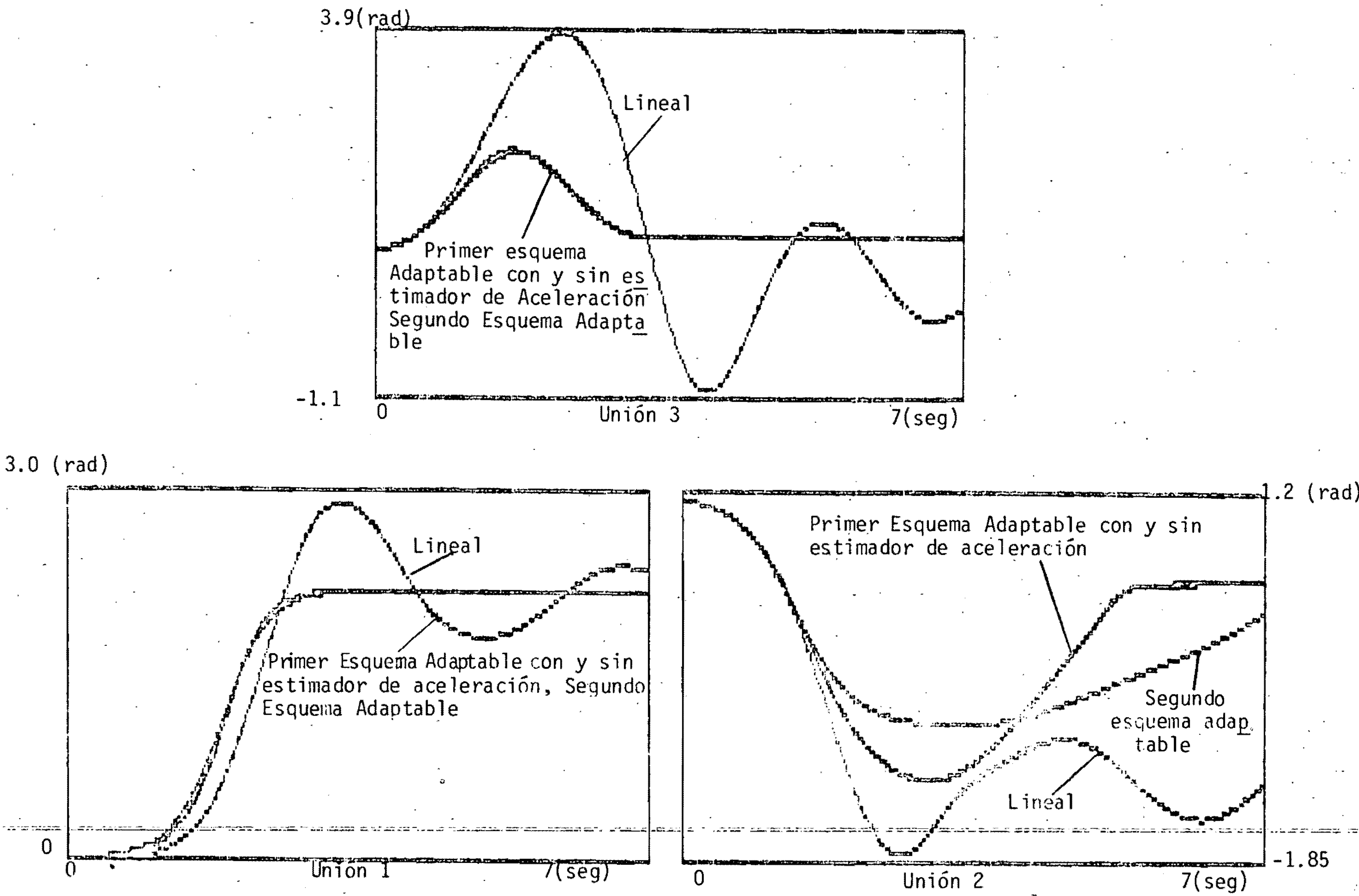


Figura 5.21 Respuestas del sistema con controles varios asumiendo desconocimiento de la planta

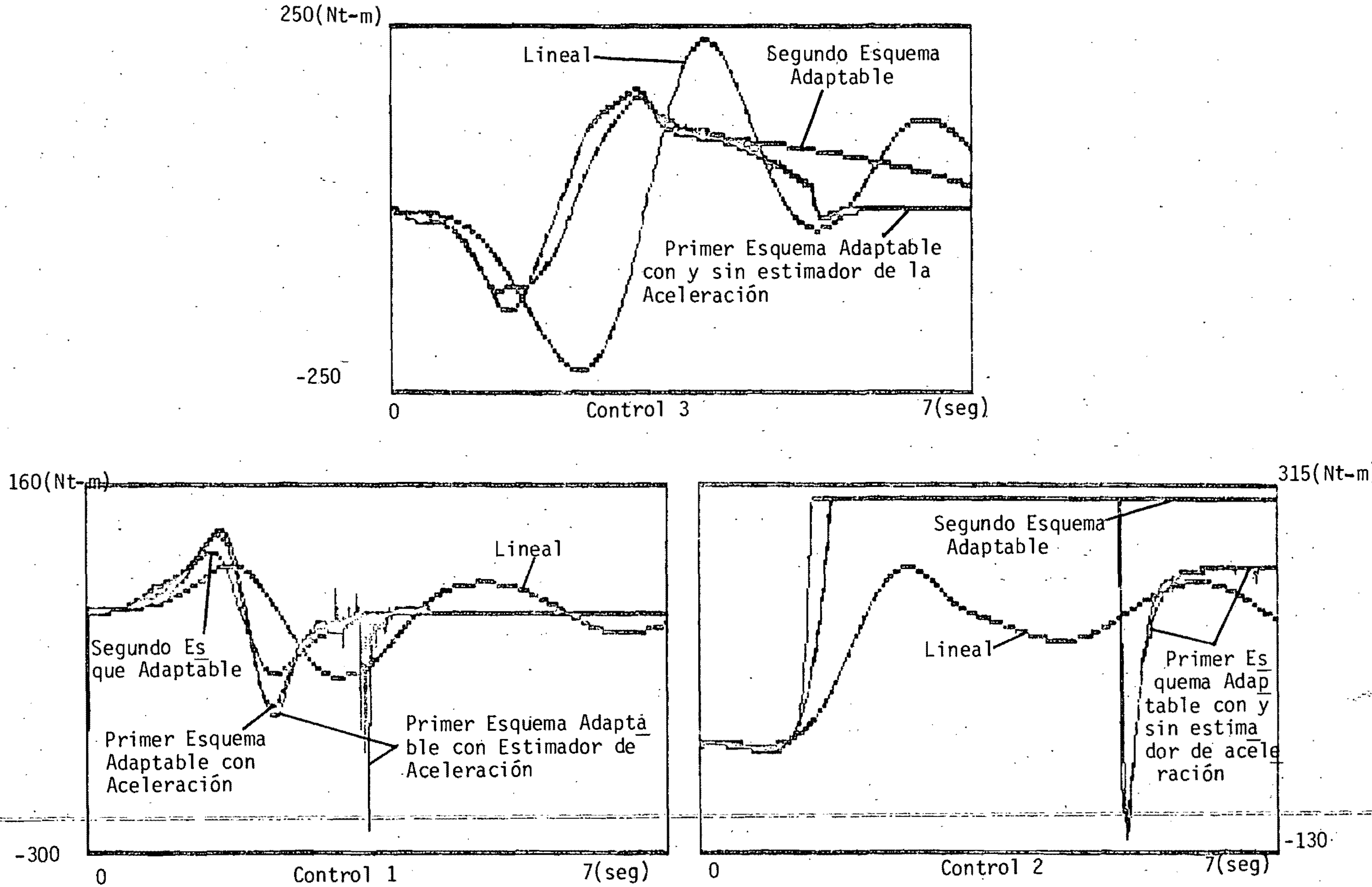


Figura 5.22 Controles Aplicados para las simulaciones mostradas en la figura 5.21

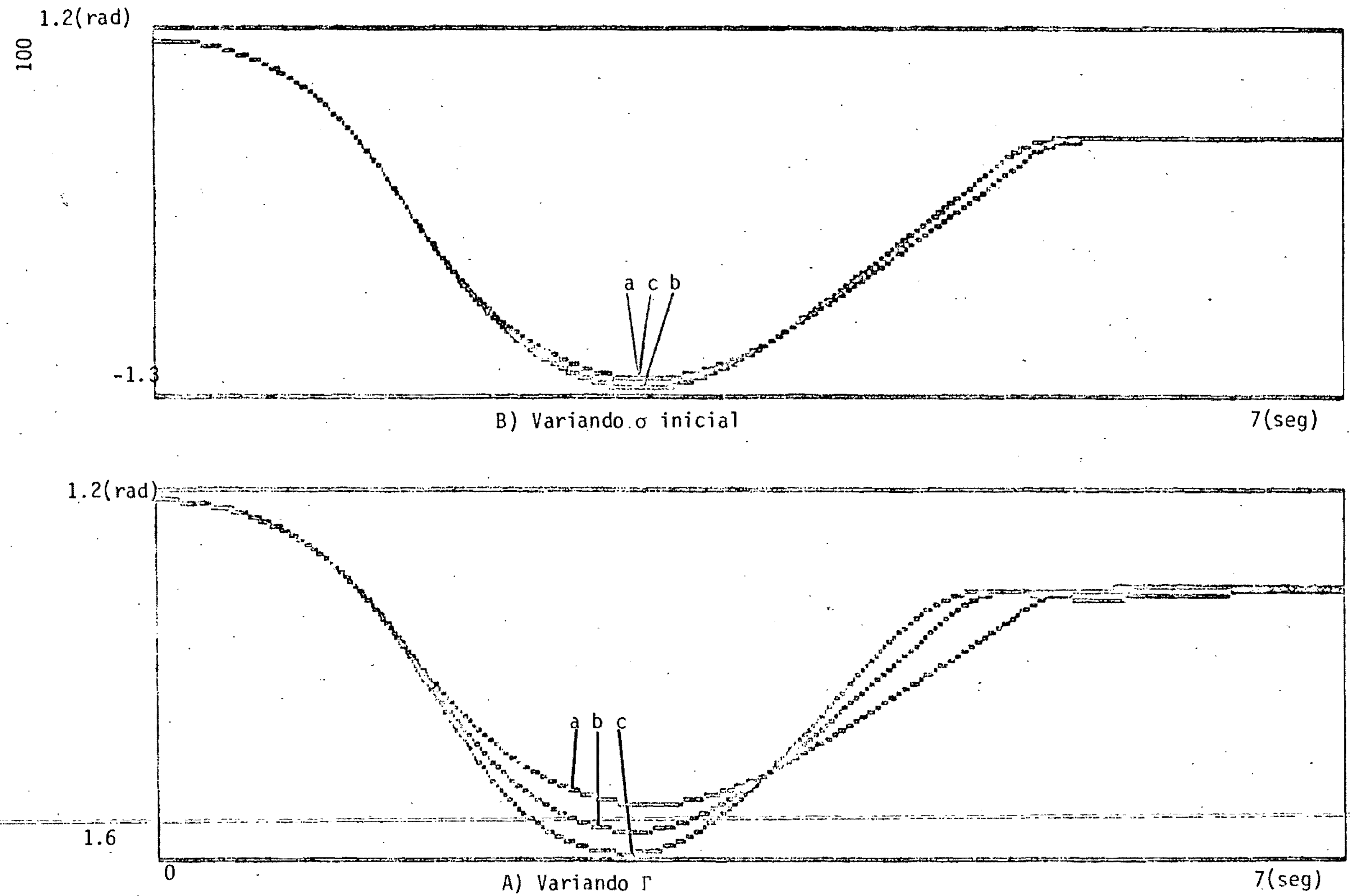


Figura 5.23 Efecto de variar los parámetros del control en el desempeño en la unión 2, A: σ inicial de .1 y variante y Γ_i=a) diag{2,80}, c) diag {.5,15}; B: Γ_i fija a diag {2,80}, σ inicial variante a) σ=.1, b) σ=.01, c) σ=.001.

$$\Gamma_i = \begin{cases} \text{a) diag } \{2,80\} \\ \text{b) diag } \{1,20\} \\ \text{c) diag } \{.5,15\} \end{cases} \qquad \sigma_i \text{ inicial} = .1 \qquad \text{Figura 5.23a}$$

$$\sigma_i \text{ inicial} \begin{cases} \text{a) } .1 \\ \text{b) } .01 \\ \text{c) } .001 \end{cases} \qquad \Gamma_i = \text{diag } \{2,80\} \qquad 5.23\text{b}$$

Como se puede apreciar de estas gráficas, el efecto de tener diferentes valores inciales de σ_i es poco significativo mientras que el variar la velocidad de adaptación en el algoritmo sí cambia la forma de la respuesta.

5.7 COMENTARIOS SOBRE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.

Como se pudo ver en los resultados presentados de las simulaciones hechas, el algoritmo de control propuesto resulta ser bastante eficiente aún cuando no se tenga un buen conocimiento de la planta.

El control denominado "de modelo inverso" presentó el mejor desempeño pero a la vez requiere de la mayor cantidad de conocimiento sobre el sistema. Sin embargo, no hay una garantía teórica de que el control de modelo inverso funcione bajo condiciones de saturación como las que se podrían presentar en la realidad.

El control lineal presentó el desempeño mas pobre y el segundo esquema de control adaptable resultó tener un desempeño que se degradó grandemente en presencia de la saturación y desconocimiento de los parámetros.

REFERENCIAS CAPITULO V

[1] Nicosia S., Tomei P., "Model Reference Adaptive Control Algorithms for Industrial Robots", Automatica, The Journal of IFAC, Vol. 20, No. 5, pp. 635-644, 1984.

[2] Balestrino A, De Maria G., Sciavicco L., "An Adaptive Model Following Control for Robotic Manipulators", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 105, pp. 143-151, 1983.

[3] Luh, J.S., "Conventional Controller Design for Industrial Robots - A Tutorial", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-13, No. 3, May 1983, pp. 298-316.

[4] Luh J.S., Fisher W.D., Paul R.P., "Joint Torque Control by a Direct Feedback for Industrial Robots", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-28, No. 2, Feb. 1983, pp. 153-161.

[5] Luh J.S., "An Anatomy of Industrial Robots and Their Controls", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-28, No. 2, Feb 1983, pp. 133-153.

[6] Good M.C., Sweet L.M., Strobel K.L., "Dynamic Models for Control System Design of Integrated Robot and Drive Systems", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 107, March 1985, pp. 53-59.

[7] Sweet L.M., Good M.C., "Redefinition of the Robot Motion Control Problem", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 5, No. 3, August 1985, pp. 18-25.

[8] Narendra K.S., Valavani L.S., "Stable Adaptive Controller Design-Direct Control", IEEE Trans on Automatic Control, Vol. AC-23, No. 4, August 1978, pp. 570-583.

[9] Ioannou P.A., Tao G., "Frequency Domain Conditions for Strictly Positive Real Functions", Report 86-01-01, University of Southern California, January 1986.

[10] Popov V.M., Hyperstability of Control Systems, Springer-Verlag, 1973.

CONCLUSIONES

Se ha presentado en este trabajo un algoritmo adaptable de control de par calculado que ha mostrado un buen desempeño al ser aplicado en manipuladores industriales simulados y para el cual se dispone de un análisis de estabilidad riguroso.

Las ventajas que presenta este algoritmo son: es fácilmente implementable pues utiliza un esquema numérico simple, contempla las limitaciones de energía que se tienen en un fuente de par, no require de asumir al manipulador como un sistema lineal o estacionario para su análisis y tiene pocos parámetros de sintonización.

El algoritmo probó ser muy ventajoso en el caso de que los valores numéricos de los parámetros del manipulador son desconocidos y tan sólo se cuenta con la estructura de la ecuación que rige la dinámica del manipulador. Es innegable que en una situación real no se presentará un desconocimiento total de estos valores, sin embargo cuando se compararon los desempeños obtenidos con diferentes algoritmos de control que utilizan este conocimiento parcial de los valores de los parámetros del manipulador con los obtenidos por el esquema propuesto, éstos últimos demostraron ser mejores para estrategias de simplicidad numérica equivalentes.

Una de las desventajas encontradas es la tendencia de los parámetros de derivar hacia cero. Esto es consecuencia del factor de olvido (σ) del algoritmo y, como se comentó en los capítulos IV y V, puede ser corregida con criterios heurísticos tales como hacer tender este factor de olvido a cero. Desde el punto de vista teórico esta es una rama de investigación abierta para las estrategias adaptables de control.

En las simulaciones realizadas, el hecho de variar las masas que los manipuladores manejaban no se reflejó en cambios sustanciales en los desempeños obtenidos; ésto se debe a que, como lo mencionan Good y Sweet (referencias [6,7] del capítulo V), los valores de los pares que proporcionan los actuadores son tales que los efectos de las fuerzas de

Coriolis y centrífugas no llegan a ser considerables a la hora de seguir las trayectorias de consigna. Sin embargo, si se desea que los manipuladores sean capaces de operar con el mismo grado de confiabilidad para consignas con patrones arbitrarios de posición, velocidad y aceleración, además de el hecho de que las masas que el manipulador esté operando durante la ejecución de la tarea puedan variar en forma arbitraria y sin aviso previo, las estrategias de control al manipulador deberán ser capaces de adaptación.

La solución ideal al problema podría ser dada por medio de estrategias de modelo inverso, pero desafortunadamente el estado actual de la tecnología, específicamente de la velocidad de cómputo que puede ser alcanzada por los procesadores actuales, no permite el cálculo del modelo inverso para manipuladores de estructura compleja, por lo que la búsqueda de estrategias de control en el corto plazo deberá enfocarse en esquemas adaptables que no presenten esta limitante numérica.

Es importante hacer notar que los índices de desempeño obtenidos para la estrategia de control propuesta no garantizan un nivel de funcionamiento ideal en el manipulador, sin embargo esta estrategia permite garantizar estabilidad global al ser aplicada a manipuladores industriales. De los resultados reportados a la fecha, solo la estrategia propuesta por Koditschek (ver referencia [20] del capítulo III) presenta logros similares.

BIBLIOGRAFIA

1. COIFFET, PHILIPPE - ROBOT TECHNOLOGY
   VOLUME 1, MODELLING AND CONTROL
   Prentice Hall, Inc.
   U.S.A., 1983.

2. COIFFET, PHILIPPE - ROBOT TECHNOLOGY
   VOLUME 2, INTERACTION WITH THE ENVIROMENT
   Prentice Hall, Inc.
   U.S.A., 1983.

3. PAUL, RICHARD P. - ROBOT MANIPULATORS:
   MATHEMATICS, PROGRAMING AND CONTROL
   The MIT Press.
   U.S.A., 1983.

5. REHG, JAMES - INTRODUCTION TO ROBOTICS
   A SYSTEMS APPROACH
   Prentice Hall, Inc.
   U.S.A., 1985.

5. SNYDER, WESLEY E. - INDUSTRIAL ROBOTS
   COMPUTER INTERFACING AND CONTROL
   Prentice Hall, Inc.
   U.S.A., 1985.

6. VUKOBRATOVIC, M.;
   STOKIC, D.;
   KIRCANSKI, N. - SCIENTIFIC FUNDAMENTALS
   OF ROBOTICS 5
   NON-ADAPTIVE AND ADAPTIVE
   CONTROL OF MANIPULATION ROBOTS
   Springer Verlag
   Germany, 1985.

APENDICE 1

Ejemplo simple de aplicación de la Mecánica Lagrangiana.

Considérese la figura A.1. La masas de ambos eslabones m_1, m_2 se representarán como masa puntuales al final de los eslabones. Los eslabones tienen longitud l_1 y l_2 respectivamente y el manipulador se encuentra en un campo gravitacional con aceleración y en el sentido de "y". Se escogen como coordenadas generalizadas θ_1, θ_2.

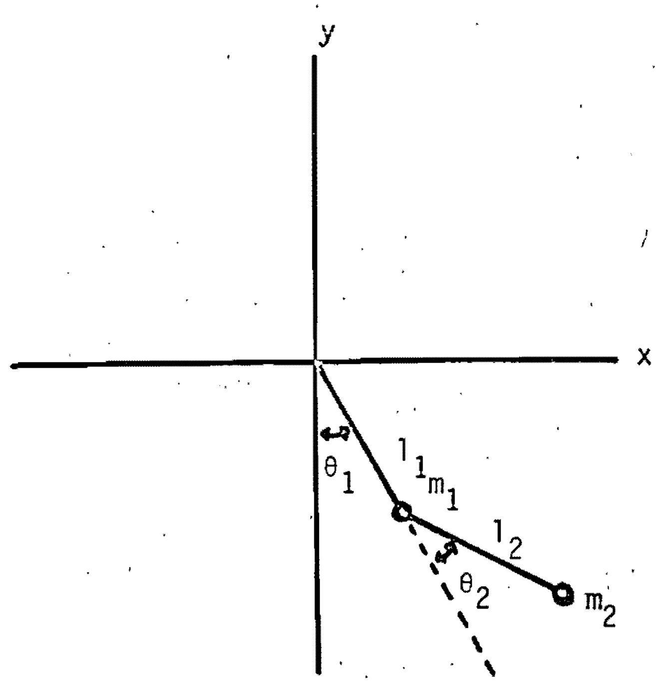


Figura A.1 Diagrama de un péndulo doble con masa considerada como puntual al final de cada uno de sus eslabones.

a) Cómputo de el Lagrangiano $K = \sum_{i=1}^{2} K_i \quad P = \sum_{i=1}^{2} P_i$

La energía cinética se calcula directamente como:

$$K_i = \frac{m_i v_i^2}{2} \qquad V_i = \text{velocidad}$$

$$V_i = l_i \omega = l_i \dot{\theta}_i$$

$$K_1 = \frac{m_1 l_1^2}{2} \dot{\theta}_1^2$$ La energía potencial se refiere a la altura que tiene la masa en la coordenada y cartesiana

$$P_1 = - m_1 \, g \, l_1 \cos \theta_1$$

Para la masa 2.

$$x_2 = l_1 \operatorname{sen}(\theta_1) + l_2 \operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2)$$

$$y_2 = - l_1 \cos(\theta_1) - l_2 \cos(\theta_1+\theta_2)$$

$$\dot{x}_2 = l_1 \cos(\theta_1)\dot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_1+\theta_2)(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)$$

$$\dot{y}_2 = l_1 \operatorname{sen}(\theta_1)\dot{\theta}_1 + l_2 \operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2)(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)$$

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = \dot{\theta}_1^2 \, l_1^2 + l_2^2(\dot{\theta}_1^2+2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_2^2)+2l_1l_2 \cos \theta_2(\dot{\theta}_1^2+\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2)$$

$$K_2 = \frac{l_1^2 m_2 \dot{\theta}_1^2}{2} + \frac{l_2^2 m_2}{2}(\dot{\theta}_1+2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_2^2) + l_1 l_2 \cos \theta_2 \, (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2)$$

$$P_2 = - m_2 g l_1 \cos(\theta_1) - m_2 g l_2 \cos(\theta_1+\theta_2)$$

$$L = K - P = \frac{1}{2}(m_1+m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \, (\dot{\theta}_1^2+2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_2^2) \tag{A.1}$$

$$+ m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2)(\dot{\theta}_1^2+\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2) + (m_1+m_2) g l_1 \cos(\theta_1) + m_2 g l_2 \cos(\theta_1+\theta_2)$$

b) Ecuación dinámica.- De acuerdo a 2.3 se obtiene $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = (m_1+m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1 + m_2 l_2^2 \dot{\theta}_1 + m_2 l_2^2 \dot{\theta}_2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2) \, \dot{\theta}_1 + m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2)\dot{\theta}_2$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = [(m_1+m_2) l_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2]\ddot{\theta}_1 + [m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2]\ddot{\theta}_2$$

$$- 2m_2 l_1 l_2 \operatorname{sen}(\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - m_2 l_1 l_2 \operatorname{sen}(\theta_2) \, \dot{\theta}_2^2 \tag{A.2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = - (m_1+m_2) g l_1 \operatorname{sen}(\theta_1) - m_2 g l_2 \operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2) \tag{A.3}$$

Combinando (A.2) y (A.3)

$$F_1 = [(m_1+m_2)l_1^2+m_2l_2^2+2m_2l_1l_2 \cos\theta_2]\ddot{\theta}_1+[m_2l_2^2+m_2l_1l_2\cos\theta_2]\ddot{\theta}_2$$

$$-2m_2l_1l_2 \operatorname{sen}\theta_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2-m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2)\dot{\theta}_2^2+(m_1+m_2)gl_1\operatorname{sen}(\theta_1)+m_2gl_2\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2)$$

(A.4)

$$\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_2} = m_2l_2^2\dot{\theta}_1+m_2l_2^2\dot{\theta}_2+m_2l_1l_2\cos(\theta_2)\,\dot{\theta}_1$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial\dot{\theta}_2} = m_2l_2^2\ddot{\theta}_1+m_2l_2^2\ddot{\theta}_2+m_2l_1l_2\cos(\theta_2)\,\ddot{\theta}_1-m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \qquad (A.5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_2} = -\,m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2-m_2gl_2\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2) \qquad (A.6)$$

De (A.6) y (A.7)

$$F_2 = [m_2l_2^2+m_2l_1l_2\cos\theta_2]\ddot{\theta}_1+m_2l_2^2\ddot{\theta}_2-2m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2-m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2)\dot{\theta}_1^2$$

$$+m_2gl_2\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2) \qquad (A.7)$$

Reescribiendo (A.4) y (A.7) análogamente a (2.1) se obtiene

$$\begin{bmatrix}(m_1+m_2)l_1^2+m_2l_2^2+2m_2l_1l_2\cos(\theta_2) & m_2l_2^2+m_2l_1l_2\cos\theta_2\\ m_2l_2^2+m_2l_1l_2\cos(\theta_2) & m_2l_2^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_1\\ \ddot{\theta}_2\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}0 & -2m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2) & -m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2)\\ -m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2) & -2m_2l_1l_2\operatorname{sen}(\theta_2) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\\ \dot{\theta}_2\dot{\theta}_2\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}(m_1+m_2)gl_1\operatorname{sen}(\theta_1)+m_2gl_2\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2)\\ \\ m_2gl_2\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}F_1\\ F_2\end{bmatrix}$$

y se reconocen inmediatamente las matrices la Inercia, el vector de fuerzas de Coriolis, el vector de fuerzas gravitacionales y las fuerzas ex ternas proporcionadas por los actuadores.

APENDICE 2

COPIA DE UN LISTADO DE SIMULACION

```
;==========================================================================
;
;
;       SIMULACION PARA CONTROL
;
;       DE UN ROBOT UTILIZANDO UN
;
;       CONTROL ADAPTABLE QUE SE SATURA Y LO PREVEE.
;
;       DESCONOCIMIENTO TOTAL DE PARAMETROS
;
;       SIMULACION COMPLETA DE TRAYECTORIA DE NICOSIA
;
;       CON LEY LENTA DE VELOCIDAD
;
;
;
;
;
;
;  ALFONSO ALCARAZ PAZ          5 de Marzo de 1986
;
;==========================================================================




;   Inicializacion de Parasol

"run.p"$ifl


; Ecuaciones Dinamicas

$dfsb sys


; Generacion de trayectoria en coordenadas cartesianas

equis = .t 1.0 <
        $iftr -.3248195946 .t .t * * .9 +
        $else
            .t 2.0 <
            $iftr -.6496391893 .t * 1.224819594 +
            $else
                .t 3.0 <
                $iftr .3248195946 .t .t * * -1.948917568 .t * +
                      2.524099346 +
                $else
                    -0.4
                $ndif
            $ndif
        $ndif
        $$
```

```
ye = -.4615384615 equis * .4153846154 + $$
zeta = 0.75 ye * $$


; Traduccion de trayectoria a coordenadas generalizadas


; Constantes y angulos auxiliares para determinar teta 2 y teta 3

lp = equis equis * ye ye * + $sqrt $$
le = lp lp * za za * + $sqrt $$
za = zeta a - $$

tetac = za lp / $atan $$

auxf = l1 l1 * l2 l2 * + le le * - $$
auxd = l1 l1 l2 l2 * * * 4 * auxf auxf * - $sqrt auxf / $atan $$

tetad = auxd 0.0 >
        $iftr auxd
        $else
           pi auxd +
        $ndif
        $$

auxg = l1 l1 * le le * + l2 l2 * - $$
auxb = l1 l1 le le * * * 4 * auxg auxg * - $sqrt auxg / $atan $$

tetab = auxb $abs $$


; Generacion de teta 1 teta 2 y teta 3 que son las
; consignas de las uniones 1,2,3 respectivamente


teta1 = equis 0.0 == ye 0.0 == $and
        $iftr 0.0
        $else
           equis 0.0 > ye 0.0 > $and
           $iftr ye equis / $atan
           $else
               equis 0.0 > ye 0.0 < $and
               $iftr ye equis / $abs $atan $chs
               $else
                   equis 0.0 < ye 0.0 > $and
                   $iftr ye equis / $abs $atan $chs pi +
                   $else
                       ye equis / $abs $atan pi -
                   $ndif
               $ndif
           $ndif
        $ndif
        $$

teta2 = tetac 0.0 >
        $iftr pi 2 / tetab - tetac $abs -
        $else
           pi 2 / tetab - tetac $abs +
        $ndif
```

```
teta3 = pi tetad - $$

; Consignas en posicion de variables articulares en radianes

z1c = teta1 $$
z2c = teta2 $$
z3c = teta3 $$


; Generacion de las coordenadas cartesianas producidas por el robot


lp1 = z2 $sin l1 * z2 z3 + $sin l2 * + $$

nx = lp1 z1 $cos * $$
ny = lp1 z1 $sin * $$
nz = z2 $cos l1 * z2 z3 + $cos l2 * + a + $$



; Aceleraciones deseadas

x1m = kp1 z1c z1 - * kv1 y1 * - $$
x2m = kp2 z2c z2 - * kv2 y2 * - $$
x3m = kp3 z3c z3 - * kv3 y3 * - $$

; Salidas del robot: xi = aceleracion angular, yi = vel. angular
; zi = posicion.     i = 1,2,3 para cada union

#y1 = x1 $$
#y2 = x2 $$
#y3 = x3 $$


#z1 = y1 $$
#z2 = y2 $$
#z3 = y3 $$

; Constantes de ayuda en programacion de la dinamica del movimiento

s1 = 2 z2 * $sin $$
s2 = z2 z3 + 2 * $sin $$
s3 = 2 z2 * z3 + $sin $$
s4 = z2 z3 + $sin $$
s5 = z3 $sin $$

c1 = z2 $cos $$
c2 = z2 z3 + $cos $$
c3 = z3 $cos $$


fer1 = u1 c12 y1 * y2 * - c13 y1 * y3 * - $$
fer2 = u2 r2 + c21 y1 * y1 * - c25 y2 * y3 * - c26 y3 * y3 * - $$
fer3 = u3 r3 + c31 y1 * y1 * - c34 y2 * y2 * - $$

delta = b22 b33 * b23 b32 * - $$
g11 = 1 b11 / $$
g22 = b33 delta / $$
g23 = b23 delta / $chs $$
g32 = b32 delta / $chs $$
g33 = b22 delta / $$
```

```
; Constantes del Robot (Ver Nicosia)

c12 = a2 c1 * $chs a3 s2 * - a4 s3 * - $$
c13 = a3 s2 * $chs a4 c1 * s4 * - $$
c21 = a2 s1 * a3 s2 * + a4 s3 * + 0.5 * $$
c25 = a4 s5 * $chs $$
c26 = a4 s5 * 0.5 * $$
c31 = a3 s2 * a4 c1 * s4 * + 0.5 * $$
c34 = a4 s5 * 0.5 * $$

r2 = b1 c1 * b2 c2 * + $$
r3 = b2 c2 * $$

b11 = a1 a2 c1 * c1 * + a3 c2 * c2 * + a4 c1 * c2 * + $$
b22 = a5 a4 c3 * + $$
b23 = a6 a7 c3 * + $$
b32 = a6 a7 c3 * + $$
b33 = a8 $$


; Aceleraciones del robot


x1 = g11 fer1 * $$
x2 = g22 fer2 * g23 fer3 * + $$
x3 = g32 fer2 * g33 fer3 * + $$


; Parametros o "tetas" reales del sistema

te11r = g11 $$
te21r = g22 $$
te31r = g33 $$

te12r = x1 te11r u1 * - $$
te22r = x2 te21r u2 * - $$
te32r = x3 te31r u3 * - $$


; Adaptacion del sistema

; Prevision de saturacion

; Lambdas propuestas

lam1 = u1 u1r - $$
lam2 = u2 u2r - $$
lam3 = u3 u3r - $$

; Errores de aceleracion.

ea1 = x1m x1 - $$
ea2 = x2m x2 - $$
ea3 = x3m x3 - $$
```

```
; Errores aumentados para adaptacion

eau1 = ea1 lam1 te11 * + $$
eau2 = ea2 lam2 te21 * + $$
eau3 = ea3 lam3 te31 * + $$

; Normalizacion del vector Fi

m1 = 1 1 u1 u1 * + / $chs $$
m2 = 1 1 u2 u2 * + / $chs $$
m3 = 1 1 u3 u3 * + / $chs $$

; Tetas del sistema que se estan adaptando

#te11 = m1 ga111 u1 eau1 * * * si1 te11 * - $$
#te21 = m2 ga211 u2 eau2 * * * si2 te21 * - $$
#te31 = m3 ga311 u3 eau3 * * * si3 te31 * - $$
#te12 = m1 ga122 eau1 * * si1 te12 * - $$
#te22 = m2 ga222 eau2 * * si2 te22 * - $$
#te32 = m3 ga322 eau3 * * si3 te32 * - $$

; Control adaptable que se satura

u1r = x1m te12 - te11 / $$
u2r = x2m te22 - te21 / $$
u3r = x3m te32 - te31 / $$

u1 = u1r us1 $chs us1 $lim $$
u2 = u2r us2 $chs us2 $lim $$
u3 = u3r us3 $chs us3 $lim $$

; Fin de la declaracion del sistema

endsb

; Declaracion de constantes del manipulador
; Se asume que el brazo carga 10 kg.

23.3803 @a1
11.7063 @a2
4.9515 @a3
10.4 @a4
87.3990 @a5
5.1274 @a6
5.2 @a7
28.2778 @a8

-238.1788 @b1
-101.9366 @b2
```

```
; Declaracion de constantes para la transformacion
; de coordenadas cartesianas a generalizadas

3.1415926 @pi
0 @a        ; Altura de la base del manipulador
0.5 @l1     ; Largo de el eslabon 1
0.5 @l2     ; Largo del eslabon 2


; Condiciones iniciales del sistema


0 &y1 $ic
0 &y2 $ic
0 &y3 $ic

0 &z1 $ic
1.1198 &z2 $ic
0.40205 &z3 $ic

; Velocidad de adaptacion

2 @ga111
2 @ga211
2 @ga311
80 @ga122
80 @ga222
80 @ga322

.1 @si1
.1 @si2
.1 @si3

; Condiciones iniciales estimadores adaptadores

1 &te11 $ic
1 &te21 $ic
1 &te31 $ic
0 &te12 $ic
0 &te22 $ic
0 &te32 $ic

; Saturacion del control

300 @us1
300 @us2
300 @us3

; Constantes para el control lineal de apoyo

20 @kv1
20 @kv2
20 @kv3

100 @kp1
100 @kp2
100 @kp3
```

```
; Impresion de resultados

$dyfn print .t z1 z2 z3 u1 u2 u3 nx ny nz $$
2 5 3 *frmt
```

```
;==========================================================================
;
;
;
;
;
;                          REFERENCIA:
;
;      Nicosia S., Tomei P.- Model Reference Adaptive Control Algorithms
;                            for Industrial Robots.
;                            Automatica. Vol 20 No. 5 pp. 635-644
;                            1984.
;
;
;
;
;==========================================================================
```

APENDICE 3

COPIA DE ARTICULOS SOMETIDOS A PUBLICACION QUE SE HAN DERIVADO DEL PRESENTE TRABAJO

COMPARACION ENTRE DOS ESQUEMAS DE CONTROL ADAPTABLE PARA UN ROBOT

A. ALCARAZ R. ORTEGA

Universidad Nacional Autónoma de México
División de Estudios de Posgrado
Facultad de Ingeniería
UNAM
Apartado Postal 70-256
C. Universitaria
C.P. 04510 México, D.F.
MEXICO

ABSTRACT

A comparison between two simple schemes of adaptive control for industrial manipulator is presented in this paper. The first one consists of a descentralized scheme where each joint is modeled as a double integrator with unknown time varying gain and input disturbance. The primary objective is to track an acceleration reference and for theoretical purposes, assumes it is measurable at each joint, although applications with "estimated" accelerations are presented. The final objective is to track a position reference with a predefined dynamic given by a linear time invariant second order system. The energy of the control is limited by means of a saturation non linearity. The second adaptive scheme assumes that the robot is modeled by n second order time invariant decoupled unknown subsystems, one for each joint. Following the model reference approach, tries to convert them into n predefined systems in order to track the same position reference with the same dynamics as in the first case. Simulation for a three degree of freedom manipulator are presented to evaluate performances of both schemes.

RESUMEN

Se presenta la comparación entre dos esquemas simples de control adaptable para un robot. El primero es un esquema descentralizado en el cual cada

unión es modelada como un doble integrador con ganancia variante en el tiempo y perturbación, ambas desconocidas. Su objetivo primario es el seguir una aceleración de referencia y asume para propósitos teóricos que es medible, aunque se presentan aplicaciones usando "estimados" de la aceleración. El objetivo final es el seguir una referencia en posición con la dinámica de un sistema lineal invariante en tiempo de segundo orden predeterminado. El control está sujeto a saturación. El segundo esquema asume que el robot puede ser modelado por n subsistemas lineales invariantes en tiempos desacoplados pero con parámetros desconocidos. Siguiendo la técnica del modelo de referencia ajusta su dinámica a la de n sistemas conocidos para seguir la posición de referencia del primer esquema con la misma dinámica. Se presentan simulaciones de un manipulador de tres grados de libertad para evaluar ambos desempeños.

NOMENCLATURA

$$L_\infty \triangleq \left\{ x : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R} / \|X\|_\infty \triangleq \sup_t |X| < \infty \right\}$$

INTRODUCCION

El campo de la robótica está siendo ampliamente atendido por investigadores en todo el mundo debido a que ofrece grandes posibilidades de desarrollo tanto teórico como práctico. El trabajar con un robot puede implicar áreas de conocimiento tales como la mecánica del cuerpo sólido o flexible, el reconocimiento de patrones, inteligencia artificial o el control automático.

El presente artículo compara dos algoritmos de control del movimiento de un manipulador desarrollados originalmente por los autores [9,12]. El robot es considerado como un cuerpo rígido y sin fricción en las uniones.

Las ecuaciones que rigen la dinámica de un manipulador de este tipo pueden ser encontradas por medio de la dinámica Lagrangiana y pueden ser expresadas por :

$$D(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + g(q) = \bar{u} \qquad (1)$$

en donde $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ son las posiciones, velocidades y aceleraciones generalizadas respectivamente, $D(q) \in \mathbb{R}^{nxn}$ es una matriz de inercia no singular, $h(q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ es un vector que agrupa a las fuerzas centrípetas y de Coriolis, $g(q) \in \mathbb{R}^n$ agrupa a las fuerzas gravitacionales y $\bar{u} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas generalizadas y es de energía limitada.

Los coeficientes de D, g, h varían en polinomios de funciones trascendentales de q.

Entre las estrategias propuestas para controlar la ecuación (1) se encuentran estrategias de tipo subóptimo, no lineales y adaptables.

Las estrategias de tipo subóptimo se derivaron de la imposibilidad de encontrar controles óptimos analíticos aún para funcionales sencillas cuando se toma el modelo completo (1). Kahn y Roth [1] encontraron soluciones númericas para el problema de control de tiempo mínimo. Young [2] propuso un criterio cuadrático en aceleración y encontró soluciones óptimas cuando en el modelo 1 se desprecian los acoplamientos y los términos gravitacionales llevando a un juego de n subsistemas de dobles integradores. Estas estrategias no contemplan la variación de parámetros en (1) (por ejemplo, cambio en la carga que el robot está manipulando).

Entre las estrategias no lineales se encuentran la de "modelo inverso" propuesta por Paul [3] denominada de "par calculado" por Bejckzy [4]. Estas dos estrategias asumen que todos los parámetros de (1) son conocidos e implementando una ley de control

$$u = h(q) + g(q) - D(q)z \qquad (2.a)$$

$$z \overset{\Delta}{=} K_v\dot{q} + k_p q - K_p q_r \qquad (2.b)$$

Convierten la planta en una planta lineal, además si $K_v, K_p \in \mathbb{R}^{nxn}$ son diagonales la planta consistirá de n subsistemas lineales desacoplados. Los problemas inherentes a éstos esquemas son la necesidad de conocer (1), lo cual los hace poco robustos a cambios en los parámetros, y la cantidad de cálculos numéricos que hay que hacer en línea para determinar los contro les a aplicar. Tourassis y Newman [5] proponen un esquema que busca dar robustez a variaciones paramétricas siguiendo la misma filosofía.

Entre los esquemas adaptables comunmente referidos en la literatura se encuentran los de Dubowsky, Des Forges [6]; Horowitz, Tomizuka [7] y Balestrino-coautores [8].

En el esquema de Dubowsky, Des Forges [6], se asume que la planta es lineal e invariante y se implementa un algoritmo que minimiza un criterio cuadrático del error, siendo éste definido como la diferencia entre el valor de la salida de un modelo y la salida de la planta. Para que se obtenga un mejor desempeño se superponen a las mediciones señales de alta frecuencia y baja amplitud y se permite un "tiempo de aprendizaje" al sistema. Horowitz y Tomizuka [7] tratan de linealizar y desacoplar un sistema al que consideran invariante durante el período de adaptación para luego hacer que la dinámica de éste converja a la de un sistema predeterminado. Balestrino y coautores [8] asumen una planta linealizada y utilizan una ley de adaptación normalizada que obliga al sistema a moverse en un modo deslizante provocando en el control oscilaciones de alta frecuencia (teoricamente tendiendo a infinito) que serían poco recomendables en una implementación práctica.

FORMULACION TEORICA DE LOS ALGORITMOS A COMPARAR

A) Primer esquema de control adaptable. [10,12].

Se considera la ecuación (1). Análogamente a [12] se reescribe (1) como (ver [9] para mayores detalles).

$$\ddot{q}_j = \alpha_j(q)\,\bar{u}_j + \beta_j(q,\dot{q},\bar{u}_{\substack{i\\ i\neq j}}) \qquad i,j = 1, \ldots, n \tag{3}$$

en donde $\alpha_j(q) \triangleq D^{-1}_{jj}(q)$

$$\beta_j(q,\dot{q},\bar{u}_{\substack{i\\ i\neq j}}) \triangleq \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} D^{-1}_{ji}(q)\bar{u}_i - \sum_{i=1}^{n} D^{-1}_{ji}(q)\left[h_i(q,\dot{q}) + g_i(q)\right]$$

y $\bar{u}_i$, $h_i(q,\dot{q})$, $g_i(q)$ denotan respectivamente al elemento "i" de los vectores $\bar{u}, h(q,\dot{q})$ y $g(q)$. D^{-1}_{ji} denota al elemento j,i de la matriz $D^{-1}(q)$. Es importante hacer notar que $\alpha_j(q) \neq 0$ y que $\beta_j(q,q, \bar{u}_{i \atop i\neq j})$ no depende de $\bar{u}_j$.

El modelo (3) puede ser reescrito como

$$\ddot{q}_j = \theta_j^T \bar{\phi}_j \tag{4.a}$$

$$\phi_j \triangleq \begin{bmatrix} \bar{u}_j & 1 \end{bmatrix}^T \tag{4.b}$$

T indica "transpuesta" y θ_j^T contiene los parámetros del manipulador, los cuales son variantes en el tiempo.

Se asume que las aceleraciones generalizadas son medibles y se propone el siguiente control adaptable

$$u_j \triangleq \begin{bmatrix} z_j - \hat{\theta}_{2j} \end{bmatrix} / \hat{\theta}_{1j} \tag{5.a}$$

$$\bar{u}_j = \begin{cases} u_j & \text{si } |u_j| \leq u_{mj} \\ u_{mj} \operatorname{sgn}(u_j) & \text{en caso contrario} \end{cases} \tag{5.b}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_j = - \sigma_j \hat{\theta}_j - \frac{\Gamma_j \phi_j}{|\bar{\phi}_j|^2} (e_j - \lambda_j \hat{\theta}_{1j}) \tag{5.c}$$

$$e_j \triangleq z_j - \ddot{q}_j \tag{5.d}$$

$$\lambda_j \triangleq u_j - \bar{u}_j \tag{5.e}$$

en donde $\Gamma_j = \text{diag}\,\{\gamma_i\}_j$, $\gamma_i > 0$, $\sigma_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $\sigma_j \geq \underline{\sigma}_j > 0$ son parámetros de diseño y z_i es la salida de un controlador externo proporcional-derivativo. (Figura 1). Para el esquema de control descrito arriba tenemos el teorema siguiente.

TEOREMA 1 Considere el manipulador (1) con el controlador (5). Entonces para toda $\hat{\theta}_j(t_o)$ y z_i acotada. $\hat{\theta}_j$, $e_j \in L_\infty$ y además $\tilde{\theta}_j(t)=\hat{\theta}_j(t)-\theta_j(t)$ que es el error paramétrico, satisface

$$|\tilde{\theta}_j(t)| \leq \exp\left[\frac{1}{2}\bar{\lambda}_j(t-t_o)\right]|\tilde{\theta}_j(t_o)| + \int_{t_o}^{t} |\dot{\theta}_j(\xi)+\sigma_j\theta_j(\xi)|\exp\left[\frac{1}{2}\underline{\lambda}_j(t-\xi)\right]d\xi$$

en donde $\bar{\lambda}_j \leqq -2\underline{\sigma}_j + |\gamma_{11j} - \gamma_{22j}|$.

La prueba se omite por brevedad. Para ver ésta y comentarios del algoritmo remitirse a [9 y 10]. Una primera versión de este esquema sin saturación se reportó en [12].

B) Segundo esquema de control adaptable.

De la ecuación (3), si el manipulador se mueve a baja velocidad, se desprecian términos gravitacionales, y se trabaja en un espacio de trabajo reducido, la dinámica del manipulador puede ser aproximada por un doble integrador con ganancia constante, esto es

$$\ddot{q}_j = \alpha_j\bar{u}_j \tag{6}$$

Sea el control adaptable

$$u_j = \hat{\theta}_j\,\phi_j \tag{7.a}$$

$$\phi_j \overset{\Delta}{=} r_{b_j} - K_{v_j}\,\dot{q}_j \tag{7.b}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_j = -\gamma_j\,\phi_j\,e_j \tag{7.c}$$

$$e_j = \dot{q}_j - \dot{q}_{mj} \tag{7.d}$$

$$\ddot{q}_{mj} = r_{b_j} - K_{v_j}\,\dot{q}_{m_j} \tag{7.e}$$

en donde $\gamma_j > 0$, $K_{v_j} > 0$ son parámetros de diseño, r_{b_j} es la salida de un controlador externo proporcional, u_j no tiene límites en energía. (Figura 2). Para este esquema, bajo las hipótesis descritas arriba, se puede demostrar el siguiente resultado.

TEOREMA 2 Considere la ecuación (6) con el control (7). Entonces, $\lim_{t\to\infty} (q_j - q_{mj}) = 0$.

Para ver la prueba y comentarios remitirse a [9].

SIMULACIONES

Para probar la eficiencia de los algoritmos propuestos se aplicaron a un manipulador articulado de 3 grados de libertad y brazos de .5 m de longitud que es ampliamente descrito en [8,11].

Ambos esquemas adaptables fueron diseñados para que la dinámica en lazo cerrado de cada una de las tres uniones fuera $\frac{100}{(S+10)^2}$. La trayectoria a seguir fue una línea recta en el espacio tridimensional que une los puntos (.9,0,0) (-.4,.6,.45) y con una ley trapezoidal de velocidad en el espacio con velocidades máximas de .75 m/seg (ver [8,11]).

Limitaciones realistas de 300 Nt/m a cada motor fueron impuestas.

Los experimentos constaron de dos fases. En la primera, se dan valores iniciales a los estimados adaptables que coinciden con los parámetros reales de la planta en su posición inicial, esto es: para el primer esquema $\hat{\theta}_1(0)=[.0407,0]^T$; $\hat{\theta}_2(0) = [.0109,-.65]^T$; $\hat{\theta}_3(0) = [.0363,1.61]^T$ y para el segundo esquema $\hat{\theta}_1(0) = .0407$, $\hat{\theta}_2(0) = .0109$, $\hat{\theta}_3(0) = .0363$.

Para la segunda, se asumió un desconocimiento total de los parámetros de la planta eligiendose valores iniciales para el primer esquema $\hat{\theta}_i(0)=[1,0]^T$ $i=1,2,3$ y para el segundo $\hat{\theta}_i(0) = 1$ $i=1,2,3$. Además, como en el primer esquema se asumen las aceleraciones generalizadas medibles, lo cual en la práctica es difícil de lograr, se presenta adicional a los dos esquemas anteriores, un esquema similar al primero, pero funcionando en base a un estimador de la aceleración obtenido a partir de filtrar la velocidad con 15s/(s+15).

La figura 3 presenta el desempeño logrado en cada una de las tres uniones para la primera fase junto con las referencias a seguir debidas al movimiento rectilíneo en el espacio. Como se puede notar el desempeño de los 3 esquemas es idéntico en las uniones 1 y 3 mientras que en la unión 2 el primer esquema con y sin estimador de la aceleración presentan mejor desempeño que el segundo esquema.

La figura 4 muestra que lo mismo sucede en el caso del desconocimiento total pero aquí el primer esquema, con y sin estimador tiene un desempeño superior en las uniones 1 y 3 y muy superior en la unión 2. La figura 5 muestra los controles producidos por las simulaciones anteriores. Se puede notar que para la unión 1 los controles adaptables del primer esquema presentan una oscilación que se debe a que $\hat{\theta}_{11}(t)$ tomó valores alrededor de 0 lo cual produce esta tendencia (ver [9]). El control de la unión 2 se satura debido a el índice de desempeño pedido, pero aún así el primer esquema provoca un gran frenado y detiene al robot mientras que el segundo esquema no es capaz de lograrlo. Es interesante notar que el desempeño del primer esquema con y sin estimador de aceleración es tan similar que todas las graficas se superponen. Esto debido a que el ancho de banda de la consigna es menor que el del filtro, pudiéndose implementar este esquema pues en la realidad las consignas están limitadas en frecuencia y se puede diseñar un filtro con ancho de banda mayor para estimar la aceleración.

Las condiciones de adaptación estuvieron dadas por el primer esquema por:

$$\Gamma_i = \text{diag}\{2,80\}, \quad \sigma_i = .1 \quad i=1,2,3$$

Para el segundo esquema $\gamma_i = 10 \quad i=1,2,3$

$K_{pi} = 100 \quad i = 1,2,3$ y $K_{v_i} = 10 \quad i=1,2,3$ para ambos esquemas.

CONCLUSIONES

Se presentó la comparación entre el desemepño de dos algoritmos de control adaptables de estructura simple que buscan compensar el fenómeno de desconocimiento de los parámetros que rigen la dinámica de un manipulador. El algoritmo que asumió un modelo un poco mas complejo demostró tener un desempeño muy superior cuando el manipulador trabajó en condiciones extremas.

Debido a su simplicidad, ambos esquemas pueden ser implementados en el control de tiempo real de un manipulador y obtener resultados adecuados en desempeño.

AGRADECIMIENTOS

El trabajo de Alfonso Alcaraz Paz en la DEPFI-UNAM se halla patrocinado por beca 47001 del Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACYT).

REFERENCIAS

[1] Kahn M.G., Roth B., "The Near Minimum Time Control of Open Loop Articulated Kinematic Chains", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, pp. 104-172, 1971.

[2] Young D.K.K., "Control and Optimization of Robot Arm Trajectories", Proc IEEE Milwaukee Symp on Automatic Computation and Control, pp. 175-178, April, 1976.

[3] Paul R.C., Modelling, Trajectory Calculation and Servoing of a Computer Controlled Arm, A.I. Memo 177, Standford Artificial Intelligence Laboratory, Stanford University, 1972.

[4] Bejckzy K.A., Robot Arm Dynamics and Control, Technical Memorandum 33-669, Jet Propulsion Laboratory, February, 1974.

[5] Tourassis V.D., Newman C.P., "Robust nonlinear feedback control for robotic manipulators", IEEE PROCEEDINGS, Vol. 132, Pt.D, No. 4, July 1985.

[6] Dubowsky S., Des Forges D.T., "The Application of Model Referenced Adaptive Control to Robotic Manipulators", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, VOL. 101, pp. 193-200, September, 1979.

[7] Horowitz R., Tomizuka M., "An Adaptive Control Scheme for Mechanical Manipulators-Compensation of Nonlinearity and Decoupling Control", Proceedings of the ASME Winter Annual Meeting, Chicago, 1980.

[8] Balestrino A. de Maria G., Sciavicco L., "An Adaptive Model Following Control for Robotic Manipulators", ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, Vol. 105, pp. 143-151, September, 1983.

[9] Alcaraz A.- Control Adaptable de las Calculadoras para Robots Manipuladores, Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1986.

[10] Alcaraz A., Ortega R., "An Adaptive Computed Torque Controller for Manipulators With Limited Torque", Sometido a publicación en IEEE Journal Robotics and Automation, Abril, 1986.

[11] Nicosia S., Tomei P., "Model Reference Adaptive Control Algorithms for Industrial Robots", AUTOMATICA, The Journal of IFAC, Vol. 20, No. 5, pp. 635-644, 1984.

[12] Ortega, R., Ibarra, J., Alcaraz, A., Garduño, R., "On the adaptive control of industrial manipulators" Sometido a publicación en ASME Journal of Dynamic Systems Measurent and Control, Enero 1986.

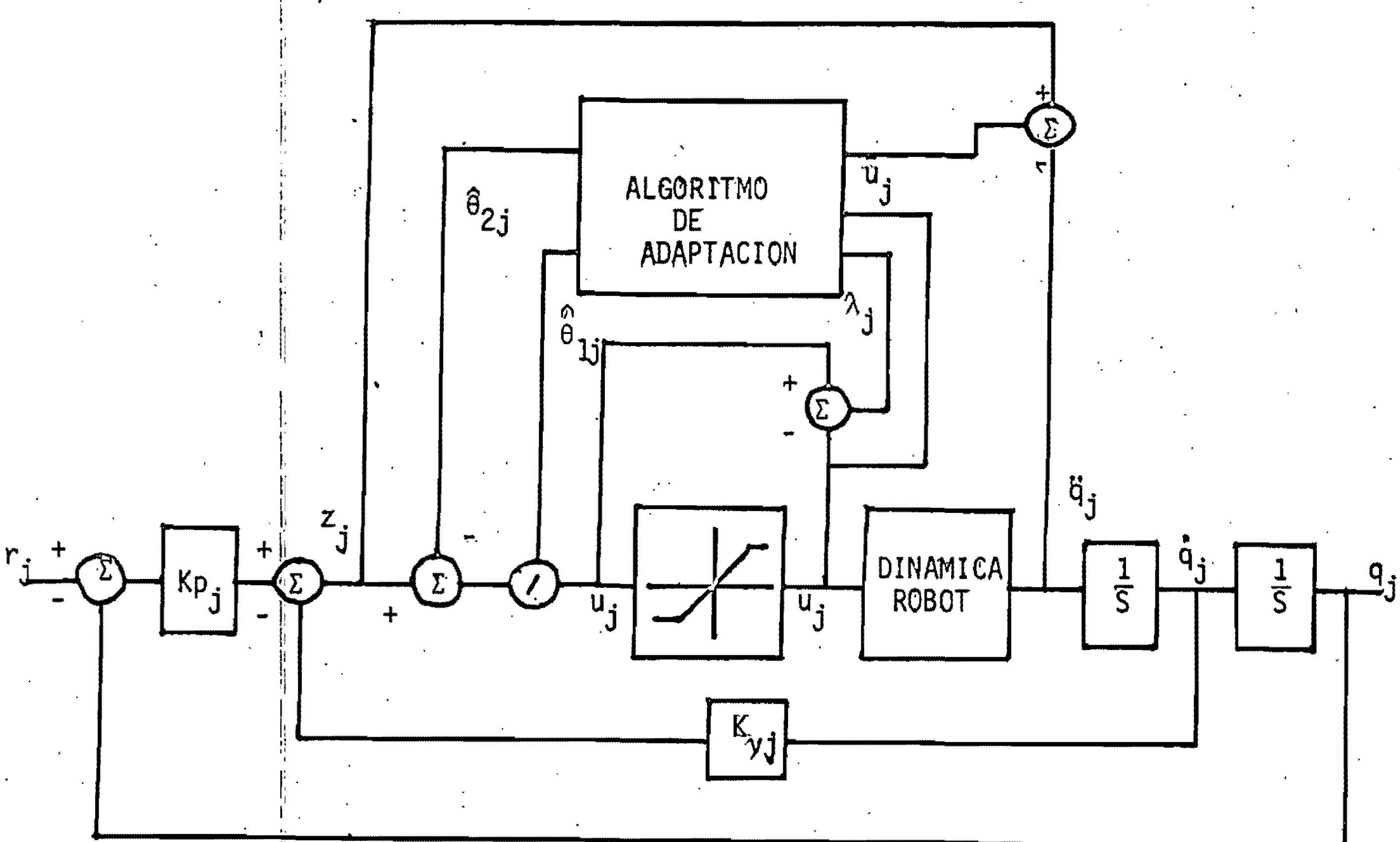


Figura 1, Control con el sistema para una de las uniones con el primer esquema

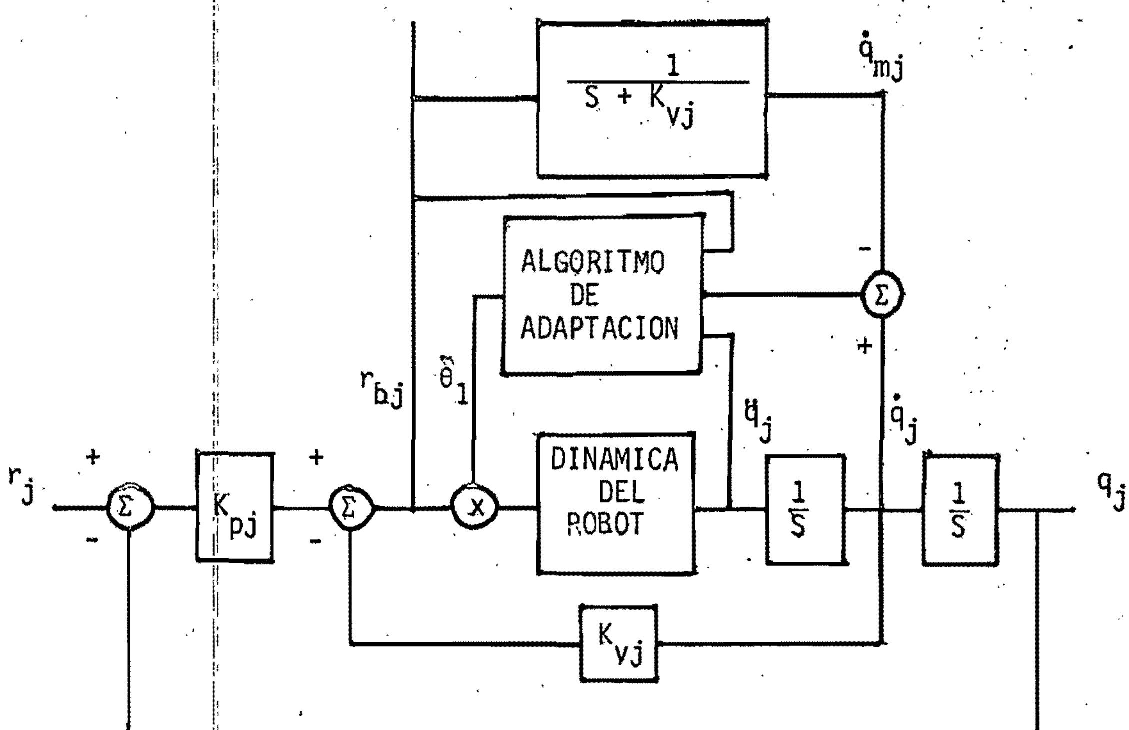


Figura 2, Control con el sistema para una de las uniones con el segundo esquema.

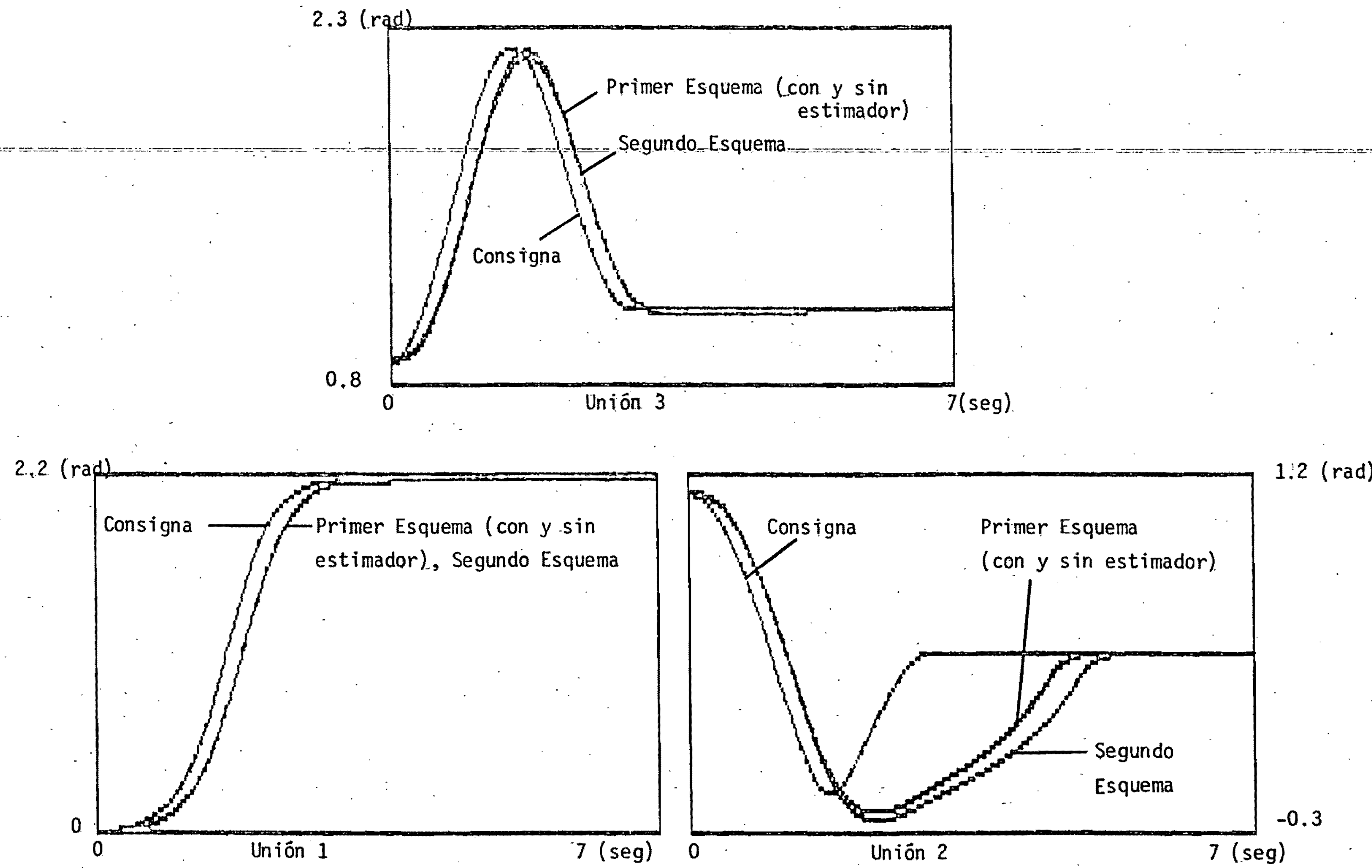


Fig. 3 Desempeño de los algoritmos cuando hay buenos estimados iniciales.

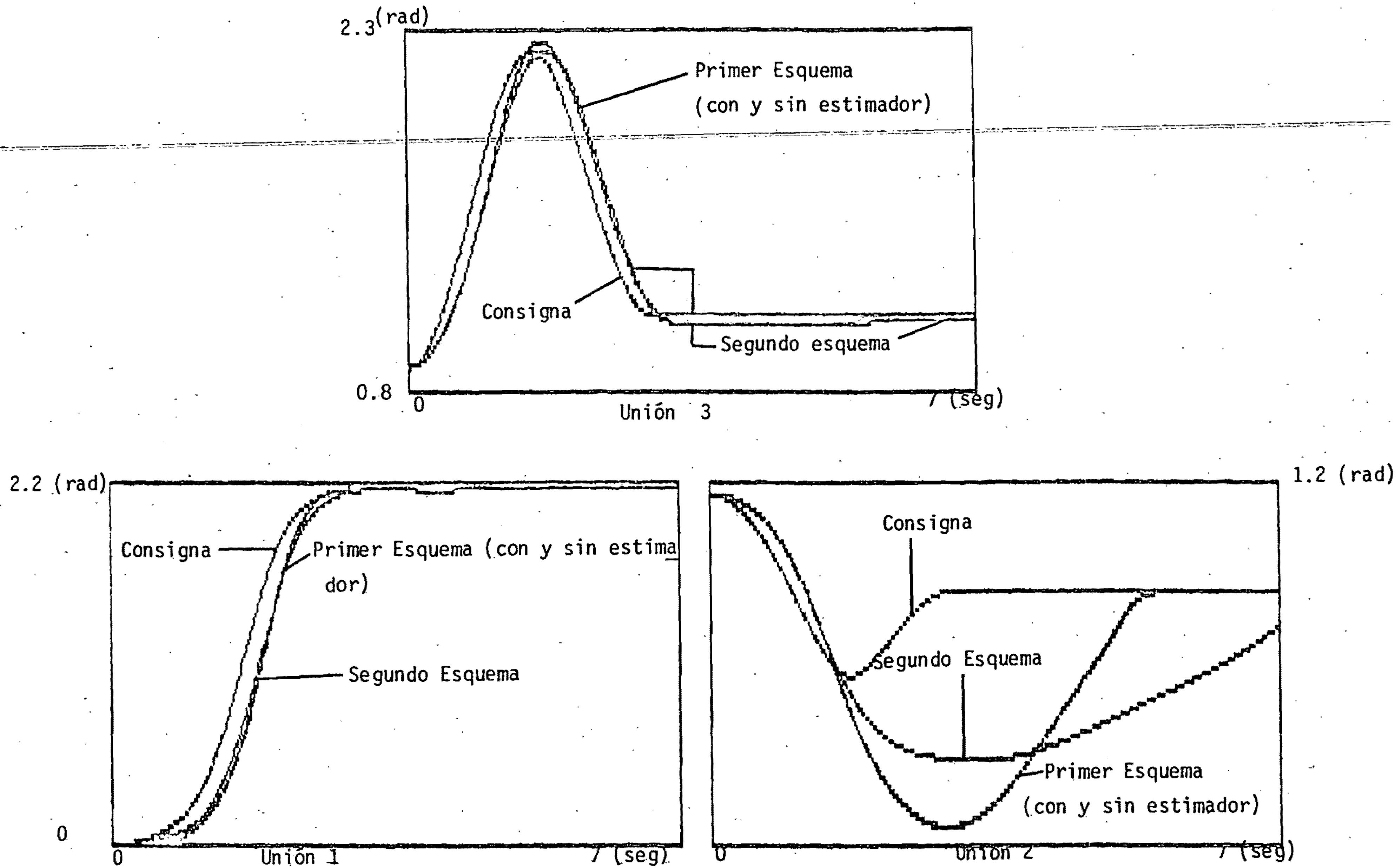


Figura 4. Desempeño de los algoritmos cuando no hay buenos estimados iniciales.

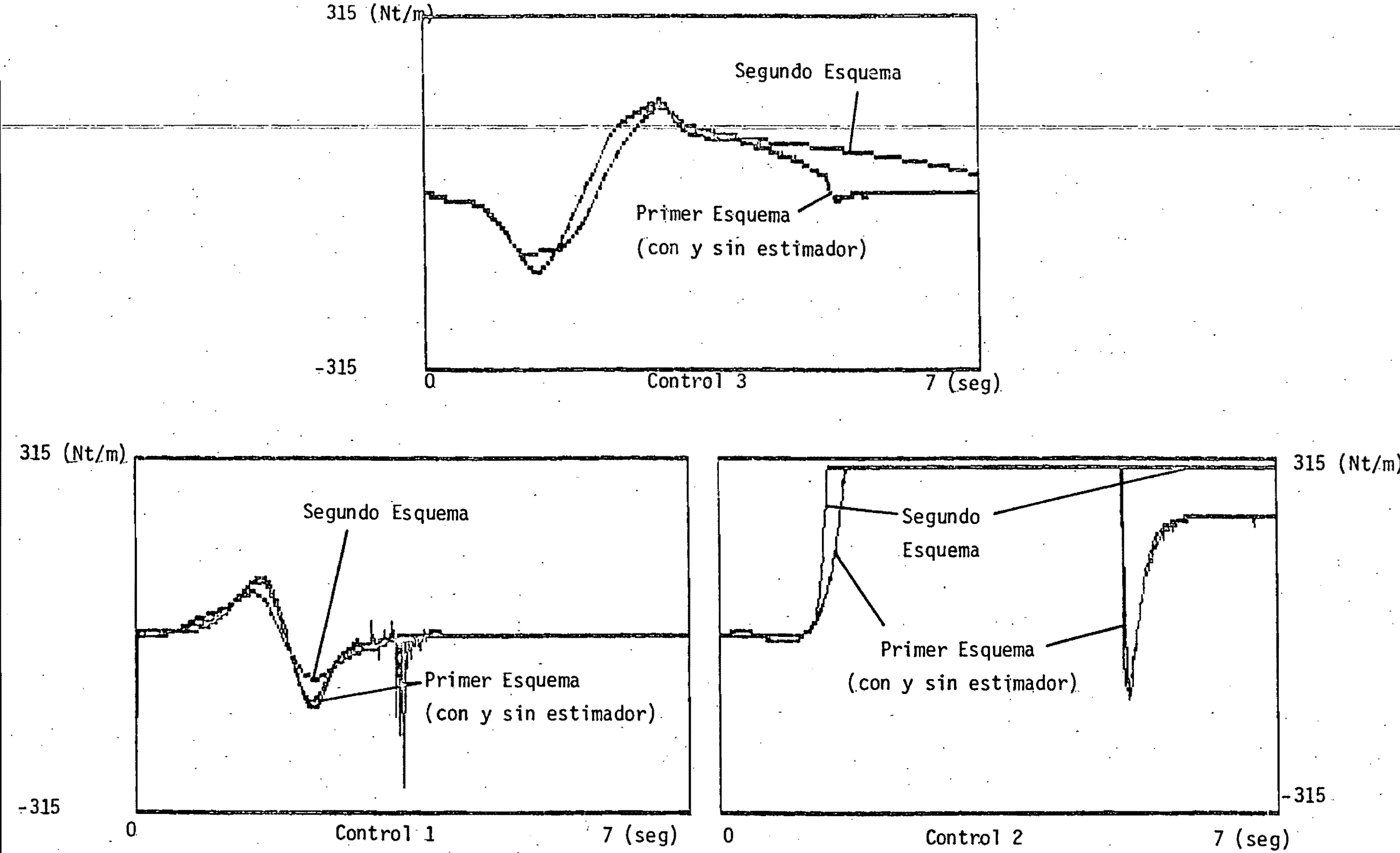


Fig. 5. Controles proporcionados a las uniones para la simulación de la figura 4.

A SIMPLE ADAPTIVE DECOUPLING AND ACCELERATION CONTROLLER FOR INDUSTRIAL MANIPULATORS

R. Ortega[+], J.M. Ibarra[++], A. Alcaraz[+,*], R. Garduño[++,*]

ABSTRACT: A simple adaptive scheme for decoupling and acceleration control of industrial manipulators is presented in this paper. It consists of a decentralized scheme where each joint of the system is modeled as a double integrator with time-varying gain and input disturbance. The scheme pursues an acceleration reference tracking objetive and assumes that it is measurable at each joint. Using the practical notion of stability in a finite time interval (see Definition 1), conditions for stability and instability are derived. These conditions are given as bounds on the manipulators acceleration. Simulation of a simplest linear time varying scalar system furnishes insight into the proposed scheme. Also, as a demonstrative example, the control method was simulated with a dynamic model of a three degree of freedom rigid robot. The results confirm theoretical results established for the adaptive strategy.

I. INTRODUCTION

To satisfy the increasing demand on manipulator performance two avenues of research have been pursued: improving their mechanical construction and using more effective controllers. In this paper we are concerned with the latter. Since the dynamic characteristics of manipulators are highly nonlinear functions of the positions and velocities of its elements, conventional linear control techniques will in general yield unsatisfactory performance over a wide range of tasks.

In view of this situation, several nonlinear design techniques have been proposed

+ División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM. A.P. 70-256 04510 México, D.F.

++ Departamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV-IPN, A.P. 14-740, Lindavista 07000, México, D.F.

* Sponsored by CONACyT, México

for manipulator control using e.g. (sub) optimal [12], variable structure systems [13] and adaptive [14,15,11,17] approaches. In this study a control law is developed using adaptive control techniques. To the knowledge of the authors, no rigorous stability analysis has been carried for these systems on operating conditions "reasonably close" to reality, being the validity of the stability results restricted to the time invariant parameter case. The assumption of parameter time invariancy is acceptable only when manipulator motion is slow, which on one hand contradicts the requirement of high performance and on the other obviates the need for an adaptive controller (or any other sophisticated control scheme).

To confidently design dependable adaptive controllers for industrial manipulators, conditions for stability taking into account the time-varying nature of the parameters should be established. Perhaps the main reason for the lack of stability theory in more realistic situations is that the emphasis has been on global asymptotic results*. Although, it is widely recognized that, the requirement of global asymptotic stability is well beyond the needs of practical manipulator control. Therefore, it is compelling to abandon this requirement and settle for a more practical type of stability that would provide us with guidelines to carry the controller design.

In this paper, (analogously to [12]), each robot joint is modeled as a double integrator with time-varying gain and input disturbance (3). The objectives of the adaptive controller are decoupling of the joints and the tracking of an acceleration reference. To this end, the gain and disturbance of the above mentioned model are estimated on-line and its effect suitably canceled. This objective is in the same spirit of the "computed torque" technique, whose adaptive version was first studied in [11].

For analysis purposes we have adopted as measure of performance the stability in finite time intervals (SFTI) (see Definition 1) of the parameter error vector. Determining manipulator performance with this indirect measure seems to be justified since the structure of the dynamic equations describing the manipulator behavior is well known and little (or no) uncertainty is present beyond these equations. That is to say that a good parametric model, though non-linear time-varying, is available for the manipulator. Studying the stability over finite time intervals only, is motivated by the fact that the manipulator tasks usually

*What we mean by "global" is that the intent is to require as little a priori information about the plant and the external inputs as possible.

consist of displacements from one position to another with standstill time intervals in each position.

Conditions for stability and instability are derived for the general time-varying parameter case. Interestingly enough, these conditions are given as bounds on the manipulators acceleration. Furthermore, the stability/instability conditions involve the design parameters required in the adaptation law, therefore providing useful guidelines for its choice.

After presenting the dynamical model of the manipulator, the two adaptive control schemes are introduced in the second Section. The stability analysis of the adaptive systems is carried in Section 3. To this end, we prove that the parameter error vector satisfies a nonhomogeneous linear time-varying differential equation (8), for which sufficient conditions for stability and instability are established. Simulation results of a simplest linear time-varying scalar system that agree with the expected high performance nature of the control method are presented in Section 4. This Section also, presents the simulation results of the adaptive scheme when applied to a three degree of freedom manipulator recently reported in the literature [14].

II. THE ADAPTIVE CONTROLLER

A. Manipulator Model

Explicit manipulator dynamic equations can be derived for an n joint manipulator using the Lagrangian mechanics as follows:

$$D(x)\ddot{x} + h(\dot{x},x) + g(x) = u \tag{1}$$

where $u \in \mathbb{R}^n$ is the generalized torque vector, $x,\dot{x},\ddot{x} \in \mathbb{R}^n$ are the generalized coordinates, velocities and accelerations respectively, $D(x) \in \mathbb{R}^n$ is an inertia matrix, $h(x,\dot{x}) \in \mathbb{R}^n$ is a Coriolis and centrifugal force vector and $g(x) \in \mathbb{R}^n$ is a gravitational loading vector. The model (1) may be rewritten

$$\ddot{x} = D(x)^{-1} [u - p(x,\dot{x})] \tag{2.a}$$

$$p(x,\dot{x}) \triangleq h(x,\dot{x}) + g(x) \tag{2.b}$$

We will consider a manipulator parametrization [12] in which we group into an input disturbance the coupling effects from other joints on the jth joint as-well as Coriolis, centrifugal and gravitation forces, leading to

$$\ddot{x}_j = \alpha_j(x)u_j + \beta_j(x,\dot{x},u), \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{3.a}$$

where

$$\alpha_j(x) \triangleq D^{-1}_{jj}(x) \tag{3.b}$$

$$\beta_j(x,\dot{x},u) = \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} D^{-1}_{ji}(x)u_i - \sum_{i=1}^{n} D^{-1}_{ji}(x)p_i(x,\dot{x}) \tag{3.c}$$

and D^{-1}_{ij} denotes the (i,j) the element of D^{-1}. It is important to remark at this point that $\alpha_j(x)\neq 0$ for all values of x and that the parameter β_j does not depend on u_j, this will prove essential for the forthcoming stability analysis.

The model (3) may be rewritten as

$$\ddot{x}_j = \Theta^T_j(t)\ \phi_j \tag{4.a}$$

$$\phi_j \triangleq [u_j, 1]^T \tag{4.b}$$

The vectors $\Theta_j(t)$ contain the manipulator parameters and, for notation simplicity, we have replaced their dependence on x, $\dot{x}$, u by a time dependence. Notice that the parameters Θ_j may not grow unbounded on finite time.

B. Derivation of the Controller.

We consider the problem of adaptively controlling a system of the form (4.a) with $\Theta_j(t)$ unknown continuous functions with bounded time derivatives.* The control objective is to force $\ddot{x}_j$ to track an acceleration reference $\ddot{x}_{Mj}$. If the $\Theta_j(t)$ were known, the following control law would insure perfect acceleration tracking*

$$u_j = \Theta^{-1}_{1j}(t)\ \ \ddot{x}_{Mj} - \Theta_{2j}(t)$$

For the adaptive scheme we replace $\Theta_j(t)$ by its estimates $\hat{\Theta}_j(t)$ and rewritte the control law as follows, see (4),

$$\ddot{x}_{Mj} = \hat{\Theta}^T_j(t)\phi_j \tag{5.a}$$

An important remark regarding the control law is necessary at this point. Since

---

*In a robot application it is clear that, since $\Theta_{2j}(t)$ is a function of all other controlling inputs, the $u_j(t)$ should be solved simultaneously as proposed in [11].

they involve the division by an estimated parameter, provisions must be taken to avoid division by zero. This additional difficulty is inherent to all direct adaptive controllers.

The controller parameters are updated with a projection estimator incorporating a proportional term (heretofore refered as σ-modification [1]).

$$\dot{\hat{\theta}}_j(t) = -\sigma_j\hat{\theta}_j(t) - \frac{\gamma_j}{|\phi_j|^2}\phi_j(\ddot{x}_{Mj} - \ddot{x}_j) , \quad \gamma_j > 0 \tag{5.b}$$

where σ_j is a positive constant design parameter. The term $-\sigma_j\hat{\theta}_j(t)$ removes the purely integral action from the adaptation law. It has been shown [1] that a proper choice of the design parameter σ_j has practically important robustness properties. Large σ_j guarantees a faster rate of convergence, but introducing a larger parametric error. Further discussion on the motivation for the inclusion of σ_j is carried bel ow.

It is worth noticing that although the regulator does not contain any acceleration feedback, this is provided to the adaptive system through the tracking error used in the estimation law.

C. Discussion.

1. The proposed adaptation law (5.b) assumes that generalized accelerations are available for measurement. In a practical implementation this signal cannot be measured directly since, even placing the accelerometers at the joints, they will measure the cartesian accelerations. To overcome this difficulty we propose to obtain an acceleration estimate from the approximate derivative of the generalized velocity. Performance deterioration of the adaptive loop will be small if the estimate is "good" on the working frequency spectrum. Furthermore the existence of an outer-loop position controller should compensate for any acceleration measurement induced error.

2. An interesting feature of the proposed scheme is that for slow variations of u, it takes in steady state the structure of a controller with an integral term driven by the acceleration error plus a feedforward term, that is

$$u_j = K_j \int_0^t (\ddot{x}_{Mj} - \ddot{x}_j)\, d\varsigma + \ddot{x}_{Mj}$$

where

$$K_j = \frac{\gamma_j/\bar{\alpha}_j}{1+u_j^2}$$

and $\bar{\alpha}_j$ is the equilibrium point of $\hat{\alpha}_j$.

3. It is well known, see e.g. [4], that the performance of pure integral (σ_j=0) adaptive estimators is strongly related to the frequency richness of the regressor vector, the so-called persistency of excitation condition. In the absence of the latter the estimates may drift or exhibit bursting phenomenon. This undesirable behavior is likely to appear in our application due to the nature of the regressor (4.b), particularly when the manipulator is close to the standstill position. Since in this study the philosophy of the control design is estimate the parameter variations during the acceleration changes and it is expected that the controlled acceleration will track the set point in the steady state, it seems that the condition of persistent excitation cannot be fully satisfied. To avoid the problems discussed above we have introduced the σ-modification in the adaptation law. The main drawback of this approach is that zero residual tracking errors cannot be guaranteed. To avoid nonzero tracking errors the design parameter σ_j may be modified as suggested in [16] so that it is zero whenever the norm of the controller parameters is below a certain upperbound. This modification is not used in this paper.

4. The choice of the outer loop position controller should be made under the assumption that the adaptive decoupling and acceleration controller achieves its objective, i.e. that double integrator decoupled dynamics is obtained.

The stability analysis of the proposed scheme is now presented.

III. STABILITY ANALYSIS

A. Parameter Error Equation.

To study the stability of the adaptive system (4), (5) replace (4), (5.a) in (5.b)

$$\dot{\hat{\Theta}}_j(t) = - \sigma_j\hat{\Theta}_j(t) - \frac{\gamma_j}{|\phi_j|^2}\phi_j\phi_j^T\tilde{\Theta}_j(t) \tag{6}$$

where

$$\tilde{\Theta}_j(t) \overset{\Delta}{=} \hat{\Theta}_j(t) - \Theta(t) \tag{7}$$

is the parameter error vector. Rewritting (6) in terms of $\tilde{\Theta}_j(t)$:

$$\dot{\tilde{\theta}}_j(t) = -\sigma_j\tilde{\theta}_j(t) - \frac{\gamma_j}{|\phi_j|^2}\phi_j\phi_j^T\tilde{\theta}_j - \dot{\theta}(t) - \sigma\theta(t)$$

which may be alternatively written as

$$\dot{\tilde{\theta}}_j(t) = A_j(t)\tilde{\theta}_j(t) + f_j(t) \tag{8}$$

with

$$A_j(t) \stackrel{\Delta}{=} -\sigma_j I - \frac{\gamma_j}{|\phi_j|^2}\phi_j\,\phi_j^T \tag{9.a}$$

$$f_j(t) \stackrel{\Delta}{=} -\dot{\theta}_j(t) - \sigma_j\theta_j(t) \tag{9.b}$$

Stability of linear inhomogeneous differential equations (8) have been extensively studied, see e.g. [2,3,7]. In adaptive control theory, establishment of conditions for its asymptotic stability has been the main concern, see e.g. [5]. In order to have asymptotically stable solutions for non-decaying disturbances f(t), exponential stability of the unperturbed equation (f(t)=0) must be insured, The attainement of the latter imposes in its turn richness requirements on the regressor vector which for time-varying systems seem hard to verify. See also [6]. Very recently [9,10], averaging theory has been applied to study the interaction between unmodeled dynamics and persistency of excitation in adaptive systems with slow adaptation. As mentioned in [7] this is a technique suitable to determine the stability of differential equations with small time-varying coefficients, hence the requirement of slow adaptation mentioned above. The latter can be counter-productive in an application with not necessarily slow changing parameters, e.g. industrial manipulators, because performance will be below par for the long period of time it takes for the parameters to readjust. Furthermore, averaging theory is a form of linearization, thus its applicability restricted to neighborhoods of operating points when the process is highly nonlinear.

In this paper we seek to obtain practical guidelines for the design of adaptive controllers for industrial manipulators, hence we introduce the following definition of stability in a finite time interval (SFTI).

Definition 1. [8]. Consider $C_{oj} \in \mathbb{R}_+$, the time interval $[t_o, t_o + T]$ and the functions $C_{\Theta j}(t)$, $C_{fj}(t)$: $[t_o, t_o+T] \to \mathbb{R}_+$. The system (8) is said to be SFTI with respect to* C_{oj}, $C_{fj}(t)$, $C_{\Theta j}(t)$ and $[t_o, T_o+T]$ if

$$|\tilde{\theta}_j(t_o)| < C_{oj}$$

*For the sake of brevity in the sequel we will refer to this property as SFTI omitting the parameters.

and

$$|f_j(t)| < C_{fj}(t), \quad t \in [t_o, t_o+T]$$

implies that all solutions of (8) satisfy

$$|\tilde{\theta}_j(t)| < C_{\Theta j}(t), \quad t \in [t_o, t_o+T]$$

Otherwise it is unstable on the finite time interval (UFTI). □

Notice that a system may be SFTI and not asymptotically stable and viceversa. See [8] for further discussions. The bound $C_{\Theta j}(t)$ is determined by the required performance and is usually a decreasing function with $C_{\Theta j}(t_o) \geq C_{oj}$. The bounds C_{oj}, $C_{fj}(t)$ quantify our uncertainty over the process parameters at the beginning of the task and its variation and rate of variation along $[t_o, t_o+T]$. See (8), (9). We will seek below to derive stability/instability conditions expressed in terms of practically meaningful quantities. Two such quantities are σ_j and the adaptation gain γ_j.

B. Main Stability Results

The theorem below gives conditions for SFTI of our adaptive system. The motivation for searching to insure the SFTI property in manipulator control stems from the fact that in several applications robot motion consists of displacements, from one point to another, with standstill time intervals in each point. A good estimate of the time required to carry this displacement is usually known, this will provide us with the variable T introduced above. Furthermore the performance specifications and the robots technological restrictions would give the required $C_{oj}, C_{fj}(t), C_{\Theta j}(t)$ to carry the design.

Theorem 1. Consider the process (4) in closed loop with the adaptive controller (5). Then, if

$$\ell_{\Theta j}(t) \leq C_{\Theta j}(t), \quad t \in [t_o, t_o+T] \tag{10.a}$$

where $\ell_{\Theta j}(t)$ satisfies

$$\dot{\ell}_{\Theta j}(t) = -\sigma_j \ell_{\Theta j}(t) + C_{fj}(t), \quad \ell_{\Theta j}(t_o) = C_{oj} \tag{10.b}$$

The system is SFTI with $C_{oj}, C_{\Theta j}(t), C_{fj}(t)$ as in Definition 1.

Proof. The proof uses the Rayleigh inequality, some well known properties of the state transition matrix and the symmetry of $A_j(t)$ (9.a). Integrating (8)

$$\tilde{\theta}_j(t) = \Phi_j(t,t_o)\tilde{\theta}_j(t_o) + \int_{t_o}^{t} q_j(t,\tau)d\theta \tag{11.a}$$

where $\Phi_j(t,t_o)$ is the state transition matrix and

$$q_j(t,\tau) \triangleq \Phi_j(t,\tau)f_j(\tau) \tag{11.b}$$

To upperbound the second right hand term of (11.a) we notice that

$$\frac{\partial q_j(t,\tau)}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_j(t,\tau)}{\partial t} f_j(\theta) = A_j(t)\Phi_j(t,\tau)f_j(\tau) = A_j(t)q_j(t,\tau)$$

consequently and since $A_j(t) = A_j^T(t)$

$$\frac{\partial}{\partial t}|q_j(t,\tau)|^2 = 2\, q_j(t,\tau)^T A_j(t)q_j(t,\tau) \leq 2\, |q_j(t,\tau)|^2\, \bar{\lambda}_j(t)$$

where

$$\bar{\lambda}_j(t) \triangleq \lambda_{max}\, \{A_j(t)\}$$

and we have used the Rayleigh inequality to obtain the upperbound. Integrating from τ to t and noting that

$$q_j(\tau,\tau) = f_j(\tau)$$

we obtain

$$|q_j(t,\tau)| \leq |f_j(\tau)|\, e^{\int_\tau^t \bar{\lambda}_j(\xi)d\xi} \tag{12.a}$$

Proceeding analogously for the first right hand term in (11.b) we can prove that

$$|\Phi_j(t,t_o)\tilde{\theta}_j(t_o)| \leq |\tilde{\theta}_j(t_o)|e^{\int_{t_o}^t \bar{\lambda}_j(\xi)d\xi} \tag{12.b}$$

The proof is completed replacing (12) in (11), noting from (9.a) that

$$\bar{\lambda}_j(t) = -\sigma_j$$

and using Definition 1. □

The previous stability theorem furnishes information for the choice of the parameter estimator "time constant" σ_j. The remaining design parameter i.e.

the adaptation gain γ_j must be chosen in accordance with the following instability result.

Theorem 2. If there exist $t_1 \in [t_o, t_o+T]$ such that

$$C_{oj} e^{-(\sigma_j+\gamma_j)(t_1-t_o)} > C_{\theta j}(t_1) \tag{13}$$

then the adaptive system (4), (5) is UFTI.

Proof. To establish the instability result we consider the homogeneous part of (8)

$$\dot{\tilde{\theta}}_j(t) = A_j(t)\,\tilde{\theta}_j(t) \tag{14}$$

Define

$$V_j(t) \triangleq |\tilde{\theta}_j(t)|$$

Differentiating, we have for any solution of (14)

$$V_j(t)\,\dot{V}_j(t) = \tilde{\theta}_j(t)^T A_j(t)\tilde{\theta}_j(t)$$

where we have used $A_j(t) = A_j(t)^T$. From the Rayleigh inequality

$$\underline{\lambda}_j(t) \leq \dot{V}_j(t) V_j(t)^{-1} \tag{15}$$

where

$$\underline{\lambda}_j(t) \triangleq \lambda_{min}\{A_j(t)\}$$

Integrating (15), we obtain

$$\int_{t_o}^{t} \underline{\lambda}_j(\tau)\, d\tau \leq \ln V_j(t) - \ln V_j(t_o)$$

Now, from (9.a)

$$\underline{\lambda}_j(t) = -\sigma_j - \gamma_j$$

therefore using Definition 1.

$$-\sigma_j - \gamma_j \leq \frac{1}{t - t_o} (\ln |\tilde{\Theta}_j(t)| - \ln C_{oj})$$

whence (13) of Theorem 2 implies

$$|\tilde{\Theta}_j(t)| > C_{\theta j}(t_1)$$

which proves the theorem.

C. Discussion

1) The two theorems given above provide the designer with interpretative guidelines to choose the design parameters σ_j, γ_j. The condition (10) for SFTI relates i) the estimator time constant σ_j, ii) the required bounds on performance (expressed in terms of the parameter error vector norm), iii) the manipulator dynamics prior information and iv) the variation and rate of variation of the manipulator parameters. Notice that the equation (10.b) provides us with the interpretation of σ_j as a parameter defining the speed of convergence of the estimates. Since σ_j enters also in the definition of $C_{fj}(t)$ (9.b), a tradeoff appears between speed of convergence and the size of the parameter error. Simulation 1 of Section IV.A. illustrates this aspect.

2) It is worth noting that Theorem 1 insures that for all finite times T

$$\|\tilde{\Theta}(t)\|_{2,T} \leq \frac{1}{\sigma} \|\dot{\Theta}(t) + \sigma\,\Theta(t)\|_{2,T}$$

with $\|\cdot\|_{2,T}$ the truncated L_2-norm

$$\|x(t)\|^2_{2,T} \triangleq \int_{t_o}^{T} x(\tau)^2\, d\tau$$

3) Theorem 2 states that to insure SFTI, the desired speed of convergence of the parameter error should be bounded from below by an exponential with decay rate $\sigma_j + \gamma_j$ multiplied by the initial parameter error estimate. That is to say that if faster convergence is required, larger values of $\sigma_j + \gamma_j$ should be picked.

IV. SIMULATION RESULTS

A. Scalar linear time varying system.

In order to furnish additional insight into the proposed controllers, the following numerical simulations of the adaptive controller with a scalar time varying system were performed. The system (3.a) is described by

$$\ddot{x} = \alpha(t)u + \beta(t)$$

$$\alpha(t) = 1 + \sin t/2$$

$$\beta(t) = \sin t$$

and the adaptive controller (5)

$$u = [\ddot{x}_M - \hat{\theta}_2]/\hat{\theta}_1$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = -\sigma\hat{\theta}_1 - \frac{100u}{1+u^2}(\ddot{x}_M - \ddot{x}),\ \hat{\theta}_1(o) = 1$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = -\sigma\hat{\theta}_2 - \frac{100}{1+u^2}(\ddot{x}_M - \ddot{x}),\ \hat{\theta}_2(o) = 0$$

The desired acceleration $\ddot{x}_M$ is obtained from the following reference model

$$\frac{x_M}{r} = \frac{1}{p^2 + 2p + 1}$$

$$r = 10 \sin \omega_r t$$

where ω_r is chosen in the experiments according to the desired richness conditions.

All experiments were carried over the time interval $[0, 2\pi]$.

Experiment 1. (Parametric convergence and persistency of excitation).

In Fig. 1 are depicted: 1) the (ideal) theoretical bound for the parameter error $\ell_\theta(t)$ with

$$C_f(t) = \{ [\dot{\alpha}(t) + \sigma\alpha(t)]^2 + [\dot{\beta}(t) + \sigma\beta(t)]^2\}^{1/2}$$

and 2) the norm of the parameter error vector $\tilde{\theta}(t)$ for two different richness conditions, namely ω_r=2, 10 and σ=0.01. The corresponding estimates and acceleration errors are shown in Figs. 2 and 3 respectively. As expected, better parameter estimates are obtained for the more persistently exciting reference. Remark that when ω_r=2, although the estimates differ considerably the relative deviation $\ddot{x}_M - \ddot{x}$ does not exceed 5%.

Fig. 1, 2, 3

Experiment 2. (Choice of σ)

To illustrate the effect of the choice of σ the same simulation of Fig. 1 was carried out with $\sigma = 10$. Notice that even though the theoretical bound (10.b) would lead us to expect smaller values for $|\tilde{\theta}(t)|$, the behavior is worse than for $\sigma=0.01$ (see Fig. No. 4). The improvement obtained with smaller values of σ is due to its filtering action over the estimates. The benefits of the σ-modification are better appreciated when faced with non-idealities, (e.g. noise, parasitics, etc.) [1,16].

Fig. 4

B. Three degree of freedom mechanical manipulator

The proposed strategy was applied for the control of the three degree of freedom manipulator described in [14] whose links are 0.5 m long (See fig. No. 5). The dynamical equations may be found in Appendix 3 of [14] and were obtained neglecting elasticity and friction at the joints. In [14] the actuators providing the drive torques are modeled as first-order lags (Eq. 23), in our application it was assumed that they can be modeled as pure torque sources.

Experiments of the trajectory proposed in [14] for a realistic motor torque limitation of 400 Nw-m. showed little improvent of the adaptive scheme with respect to a well tuned proportional plus tachometer (PT) feedback controller. Both responses were also relatively close to the ideal computed torque scheme where perfect decoupling and linearization is attained. This behaviour is explained by the fact that limitations on motor torques prevent the arm from reaching velocities of sufficient magnitude for cross-coupling effects to become significant (See e.g. [19]). Hence, we decided to illustrate the performance of the adaptive controller with step references, instead of more realistic robot arm trajectories, because the former require extreme velocities and accelerations that amplify the effect of crosscoupling terms.

Fig. 5

All experiments were carried for the 10 kg. payload case and we compare the step response of the following controllers:

i) Ideal computed torque scheme, where the coefficient α_j and β_j are calculated on line, that is

$$U_j(t) = \frac{1}{\alpha_j(t)} \left[\ddot{x}_{Mj}(t) - \beta_j(t) \right] \quad , j=1,2,3$$

and the commanded acceleration is designed to be

$$\ddot{y}_{Mj}(t) = K_{Pj}\ [X_{Rj}(t) - X_j(t)] - K_{vj}\dot{X}_j(t), \quad j=1,2,3$$

where $X_{Rj}(t)$ is the reference position and K_{Pj}, K_{vj} were chosen to place the closed loop poles of the double integrators at $-10s^{-1}$, that is $K_{Pj} = 100$, $K_{vj} = 20$, $j = 1, 2, 3$,

ii) Linear PT controller, where

$$U_j(t) = K_{Pj}\ [X_{Rk}(t) - X_j(t)] - K_{vj}X_j(t)\ , \quad j = 1, 2, 3$$

and K_{Pj}, K_{vj} were calculated to obtain for the estimated decoupled models $\hat{J}_j/s^2$ the same closed loop poles as above. The inertia estimates were obtained as averages of the real inertias a long the desired trajectories, resulting in $K_{Pj} = 3000, 6000, 2500$, $K_{vj} = 600, 1200, 500$ for $j=1,2,3$ respectively.

iii) Adaptive plus PT controller, the control signals are identical to the ideal computed torque scheme with $\alpha_j(t)$ and $\beta_j(t)$ replaced by the estimates obtained from (5.b). The simulation was carried with $\hat{\alpha}_j(0) = .025, .012, .04$, $\hat{\beta}_j(0) = 0, -2.79, -2.07$; $\sigma_j = 1, 1, 1$; $\gamma_j = 1, 3, 5$ for $j=1,2,3$ respectively.

<u>Experiment 3</u> (Adaptive decoupling and linearization)

The robot is initially at rest, e.g. $X = [0, 0, 0]^T$ and the errors in the responses to step references $X_R = [1.5, 1.5, -1.5]^T$ for the various schemes are compared in Fig. 6

Fig. 6

The dotted lines correspond to the response of the linear PT controller and it exhibits a steady steade error which is significant in the second and third joints. This error is absent for the adaptive and the ideal regulators. The transient behaviour of all three controllers is very much alike, being however, closer together the ideal and adaptive responses. This is particularly notorious in the second and third joints where they are indistinguishable. From this experiment we conçlude that the adaptive controller is effectively decoupling and linearizing, hence approaching the system to the ideal computed torque scheme.

Experiment 4 (Theoretical bounds)

To illustrate the theoretical result of Theorem 1, we compared the norm of $\hat{\Theta}_j(t)$ and $\ell_{\Theta j}(t)$ given by (10.b) with

$$C_{fj}(t) = |\dot{\Theta}_j(t) + \sigma_j\ \Theta_j(t)|$$

In Fig. 7 these signals for $j = 2$ depicted. A similar behaviour was observed for the remaining joints.

Fig. 7

Experiment 5 (Effect of saturations on the motor torques)

The same conditions of experiment 3 were repeated for the case when the motor torques are limited by 400 Nw-m. The responses are shown in Fig. 8. As expected from the discussion carried above, the quality of the responses are considerably deteriorated. Interestingly enough the adaptive controller, although gives a completely unsatisfactory response, particularly in joint 2, it attains an equilibrium in acceleration and the parameters converge.

The difficulty stems from the fact that no provisions are taken in the adaptation law to take into account the existence of saturating signals. Current research is under way to incorporate this prior knowledge in the analysis. It is worth mentioning that most of the simulated results reported in the literature do not take into account the to torque limitations, although it is recognized that it constitutes the Achilles heel of the manipulator models. See [19].

Fig. 8

V. CONCLUDING REMARKS

We have presented a simple adaptive scheme suitable for the design of manipulator feedback controllers. Unlike most other existing methods, the controller design takes the manipulator dynamics prior knowledge into account, therefore avoding the possible underutilization of its capability. Crosscoupled strategies using information about the structure of $p(x,\dot{x})$ (2.b) have been reported in [11] and SFTI results, similar to the ones obtained here, appear in [18]. The performance bounds established for the crosscoupled scheme are tighter than the bounds reported here, this is an expected advantage due to the higher degree of complexity of the crosscoupling. Particular emphasis has been placed in establishing sound theoretical results under reasonable assumptions about the manipulators operating behavior. Speciffically we have avoided the overly restrictive assumption of parameter time invariance. It is the feeling of the authors that this is an indispensable requirement to confidently design adaptive controllers for robot manipulators. We have focused our attention on providing guidelines for the design instead of mingling with the technicalities of the stability proofs. To this end, stability is studied over finite time intervals, which as stated in the introduction is practically motivated in several robot applications. The significance of the in vogue persistency of excitation condition has been discussed and illustrated in simulations.

The high performance obtained in the simulation results and the controller structure simplicity encourages to believe that the adaptive scheme proposed here has potential use as a manipulator control method. Current research is under way to test the algorithm performance when the generalized acceleration is not available for measurement and when the parameter estimates are "frozen", that is, when adaptation is stopped, whenever the regressor signals are not persistently exciting. Also modified adaptation laws are being studied to take into account the torque limiter nonlinearity [19] .

References

[1] P. Ioannou, P. Kokotovic, Adaptive Systems with reduced models. Springer-Verlag, 1983.

[2] L. Cesari, Asymptotic behavior and stability problems in ordinary differential equations, Springer-Verlag, 1971.

[3] J. K. Hale, Ordinary Differential Equations, Wiley, 1969.

[4] B.D.O. Anderson, "Adaptive systems lack of persistency of excitation, and bursting phenomena", Automatica V. 21, 1985.

[5] M. Bodson, S. Sastry, "Exponential convergence and robustness margins in adaptive control", Proc. 23rd IEEE CDC, Las Vegas, NV, Dec. 1984.

[6] R.J. Evans, X. Xianya, "Adaptive control for time-varying systems with deterministic disturbances", IEE Proc. on Contr., Part D, May, 1984.

[7] V. Arnold, "Geometrical methods in ordinary differential equations" Springer-Verlag, 1984.

[8] H. D'Angelo, Linear time - varying systems: analysis & synthesis, Allyn & Bacon, 1970.

[9] P. Kokotovic, B. Riedle, L. Praly, "On a stability criterion for continuous slow adaptation", Private correspondence.

[10] R.L. Kosut, B.D.O. Anderson, I. Makeels, "Stability theory for adaptive systems: methods of averaging and persistency of excitation", Proc. 24th IEEE CDC, Dec 11-13, 1985.

[11] R. Horowitz, M. Tomizuka, "An adaptive control scheme for mechanical manipulators-compensation of nonlinearity & decoupling control", ASME Wint. Ann. Meet, Nov. 16-21, 1980, Chicago, Ill.

[12] B.K.Kim, K.G. Shin, "Suboptimal control of industrial manipulators with a weighted minimum time-fuel criterion", IEEE Trans. on Aut. Cont., Vol. AC-30, No. 1, Jan. 1985, pp. 1-10.

[13] J.J. Slotine, S. Sastry, "Tracking control & nonlinear systems using sliding surfaces, with appl. to Robot manipulators", Int. J. of Cont. Vol. 38, No. 2, pp. 465-92, 1983.

[14] S. Nicosia , P. Tomei, "Model Reference Adaptive Control Algorithms for Industrial Robots". Automatica, Vol. 20, No.5, pp.635-644, 1984.

[15] D.P. Stoten, "A unified approach to the decoupled discrete adaptive control of manipulators"
Proc. IEE , Vol. 132, part D, No.4, pp.151-157, July 1985.

[16] P.A. Ioannou, K. Tsakalis, "A Robust direct adaptive controller", Proc. 24th IEEE CDC, Dec. 11-13, 1985.

[17] Koivo, A.J.; Ten-Hue Gvo, "Adaptive linear controller for robotic manipulatiors". IEEE TAC, Feb. 83, pp. 162-171.

[18] Ortega, R.; Ibarra, J.M. "On the adaptive control of industrial manipulators". ASME Winter Meeting'85. Miami Beach Fl.

[19] Sweet, L.M., Good M.C.; "Redefinition of the robot motion-control problem". IEEE CSM. Vol. 5, No.3, Aug. 1985.

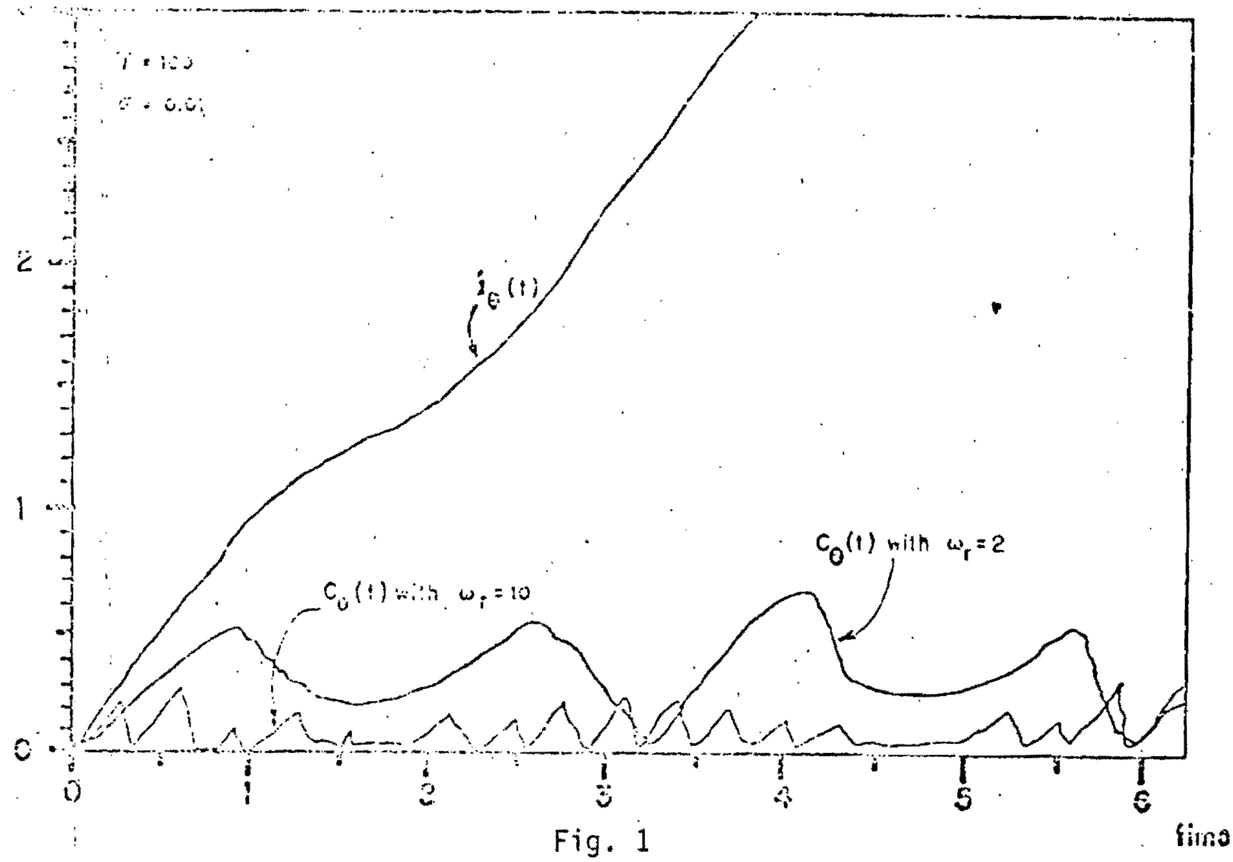

γ = 100
σ = 0.01
$i_e(t)$
$c_0(t)$ with $\omega_r = 10$
$c_0(t)$ with $\omega_r = 2$
time

Fig. 1

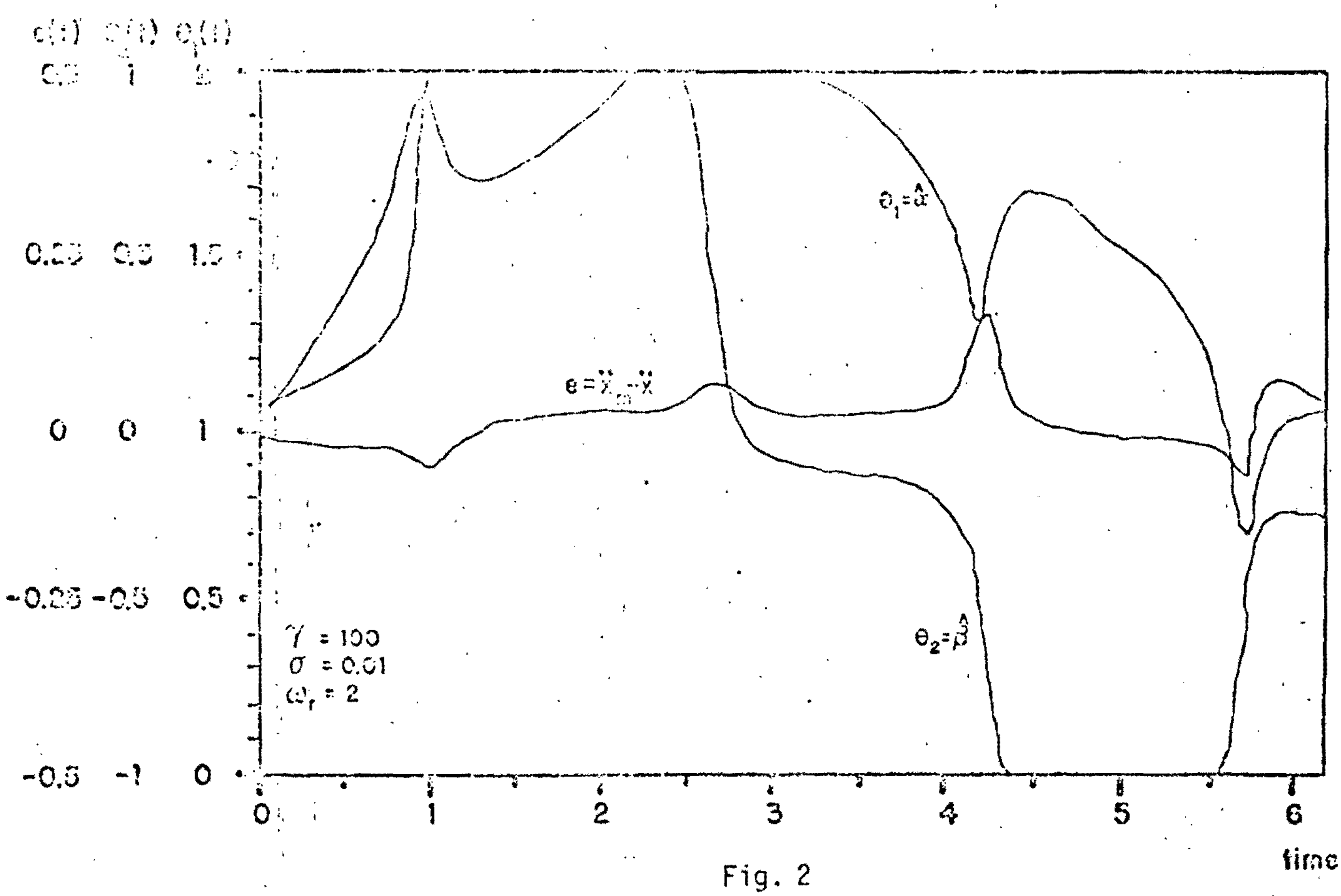
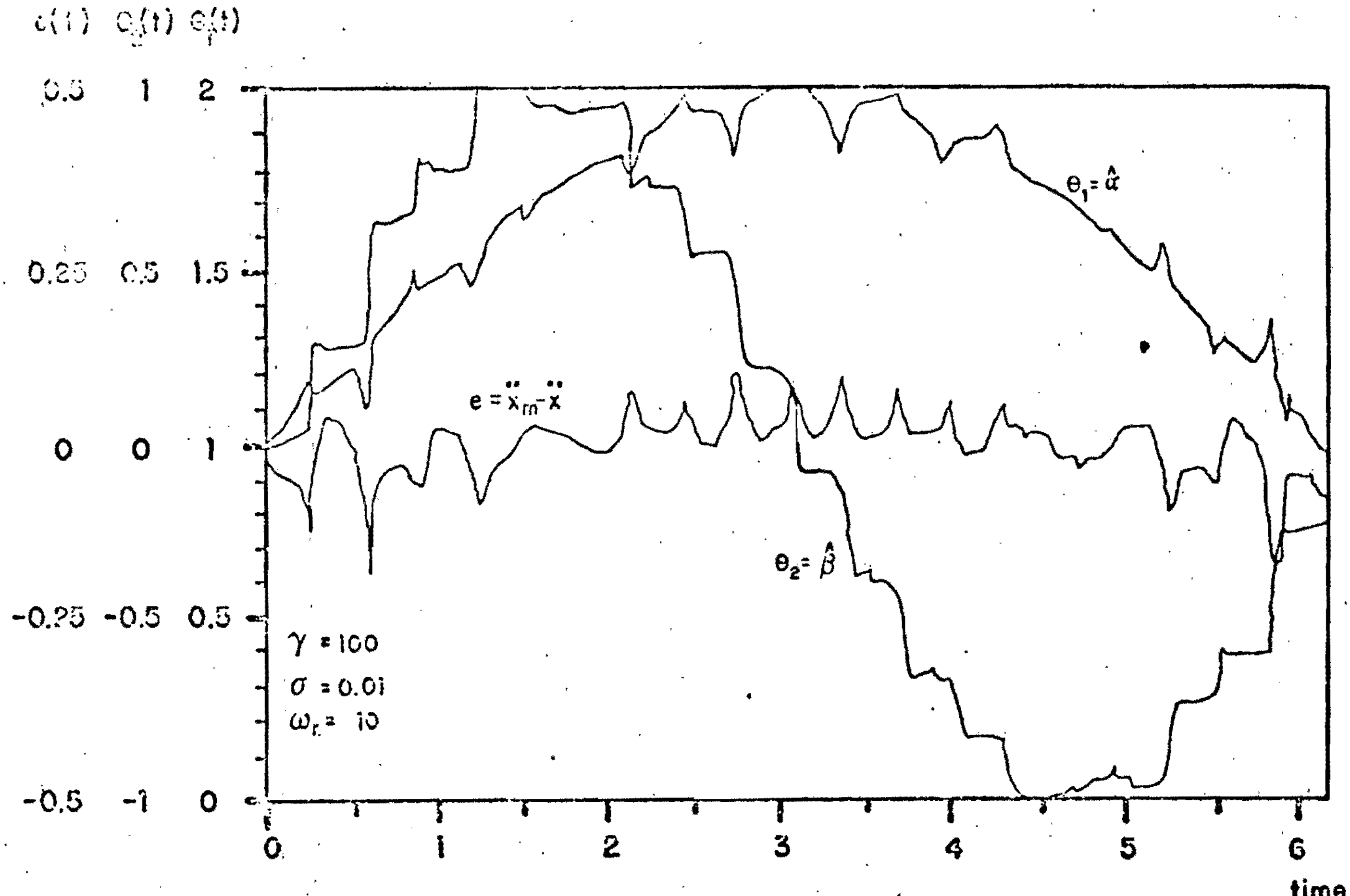
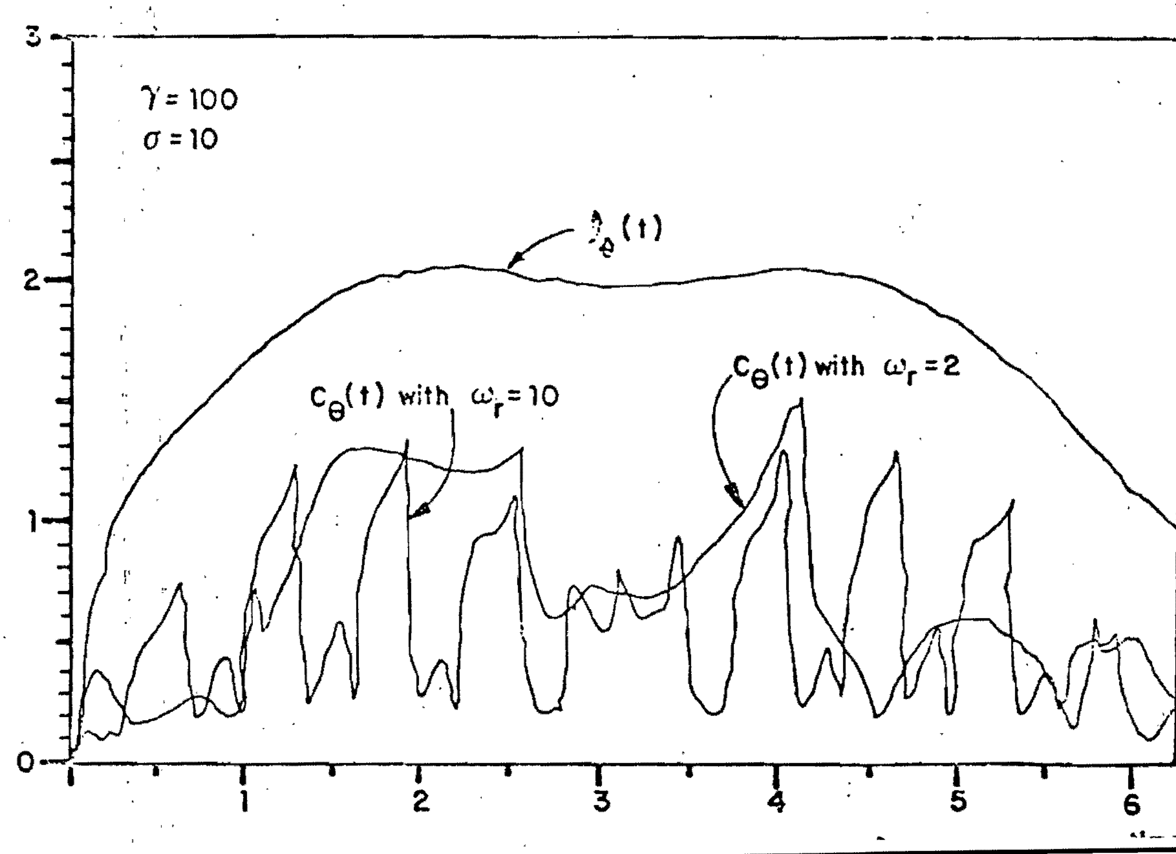

e(t)
$c_1(t)$
$\theta_1(t)$
$\theta_1 = \hat{\alpha}$
$e = \ddot{x}_m - \ddot{x}$
$\theta_2 = \hat{\beta}$
γ = 100
σ = 0.01
ω_r = 2
time

Fig. 2



e(t) $c_\theta(t)$ $\theta_i(t)$
0.5 1 2
0.25 0.5 1.5
0 0 1
-0.25 -0.5 0.5
-0.5 -1 0
$\theta_1 = \hat{\alpha}$
$e = \ddot{x}_m - \ddot{x}$
$\theta_2 = \hat{\beta}$
$\gamma = 100$
$\sigma = 0.01$
$\omega_r = 10$
0 1 2 3 4 5 6
time

Fig. 3



3
2
1
0
$\gamma = 100$
$\sigma = 10$
$\lambda_\theta(t)$
$C_\theta(t)$ with $\omega_r = 10$
$C_\theta(t)$ with $\omega_r = 2$
1 2 3 4 5 6

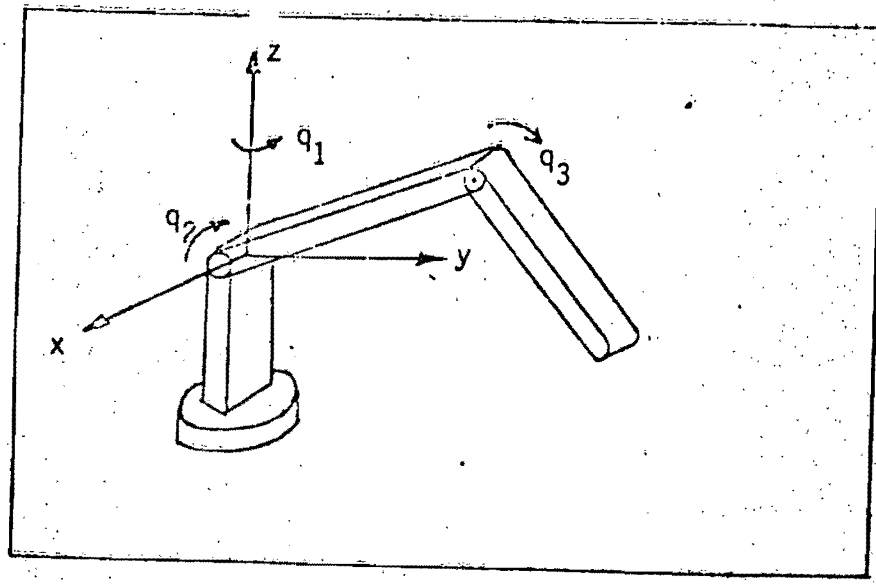
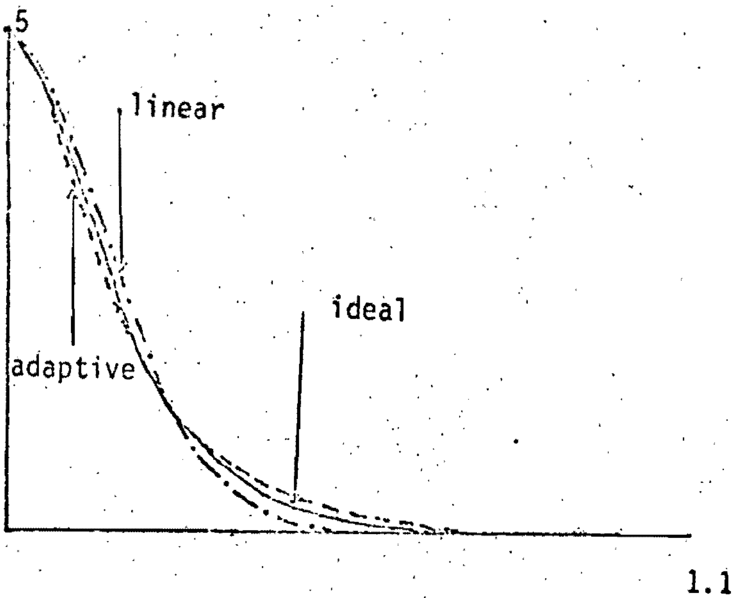
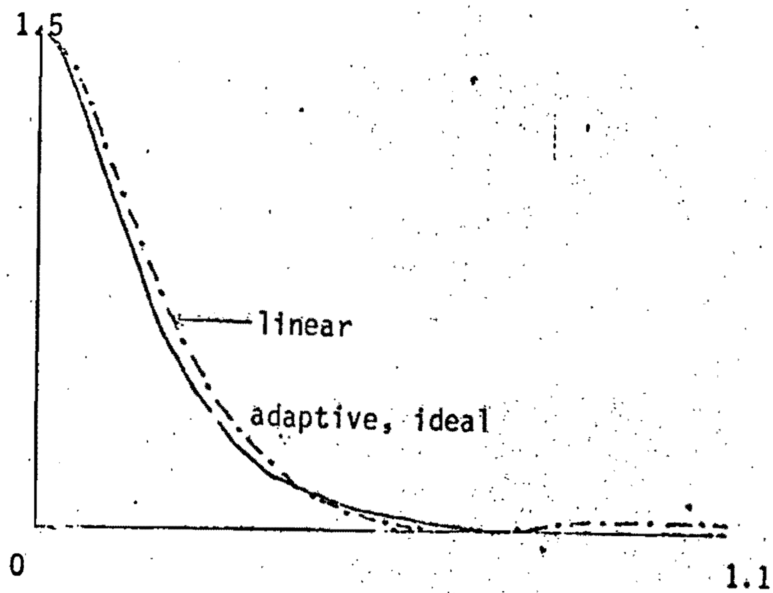


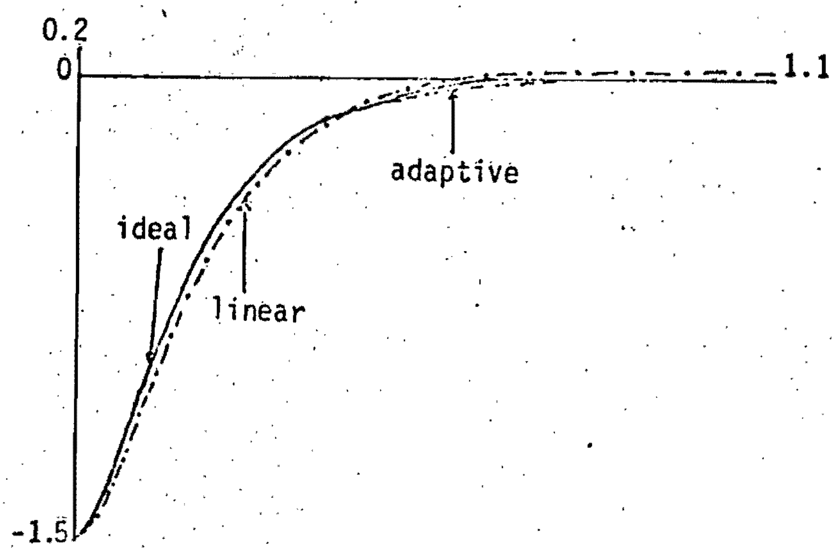
FIG. 5



JOINT 1



JOINT 2



JOINT 3

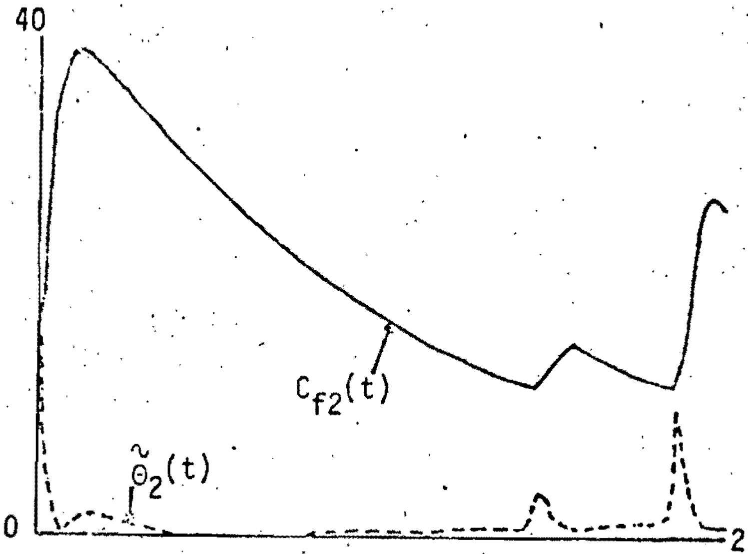

40
$C_{f2}(t)$
$\tilde{\theta}_2(t)$
0
2

FIG. 7

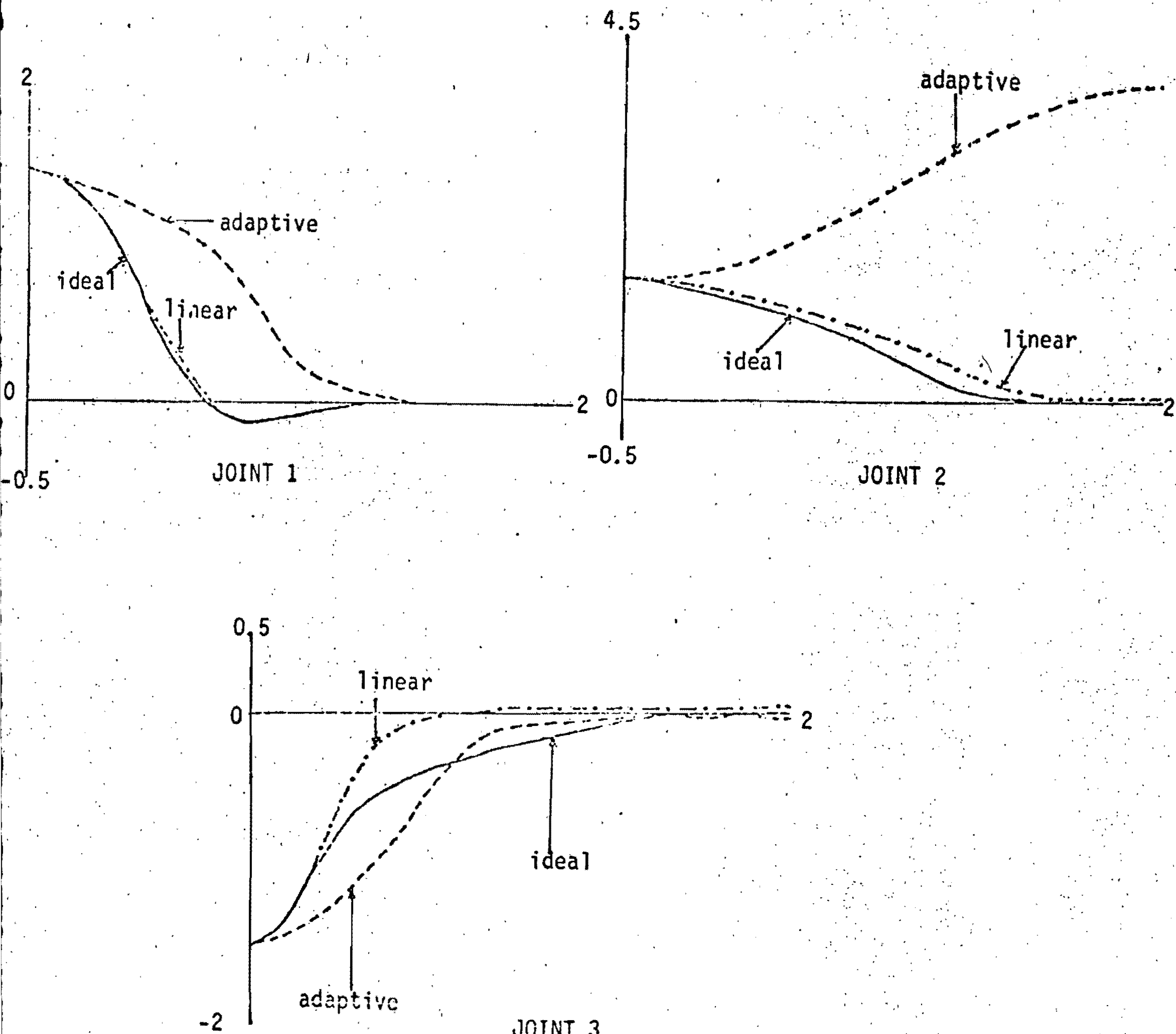

2
adaptive
ideal
linear
0
2
-0.5
JOINT 1
4.5
adaptive
linear
ideal
0
2
-0.5
JOINT 2
0.5
linear
0
2
ideal
adaptive
-2
JOINT 3

FIG. 8

AN ADAPTIVE COMPUTED TORQUE CONTROLLER FOR MANIPULATORS WITH LIMITED TORQUE

A. Alcaraz* R. Ortega
División de Estudios de Posgrado
Facultad de Ingeniería
Apdo. Postal 70-256
04510 México, D.F.

Abstract. Computed torque strategies (CTS) have been proposed (see e.g. [1] and references therein) to "linearize" and decouple the robot equations of motion by exact cancellation of nonlinear and crosscoupling terms from the rigid body model of robot dynamics. Computing time limitation and uncertainties, both numerical and of the link dynamical parameters, hamper its practical application. On the other hand, it is now widely recognized [2] that from a control design point of view, the current (torque) limiter is the most significant nonlinearity, which is rarely considered in the robot control literature. A simple adaptive CTS that takes into account the torque saturation is reported here. Global L_∞-stability is shown to be guaranteed in the absence of any robot stationarity assumption or prior information regarding dynamical parameters. Simulation results of a 3 degree of freedom manipulator examine the performance of the proposed strategy.

Nomenclature

$$|x|^2 \triangleq x^T x$$

$$L_2 \triangleq \left\{ x: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R} \,\middle|\, \lim_{T\to\infty} \int_0^T |x|^2 \, dt < \infty \right\}$$

$$L_\infty \triangleq \left\{ x: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R} \,\middle|\, \|x\|_\infty \triangleq \sup_t |x| < \infty \right\}$$

1. Introduction

The dynamics of the spatial manipulator elements are described by the following well known set of coupled nonlinear second order differential equations.

$$D(x)\,\ddot{x} + h\,(\dot{x},x) + g(x) = \bar{u} \tag{1.a}$$

where the generalized positions $x \in \mathbb{R}^n$ take values in joint space and D, h,

*Sponsored by CONACyT, MEXICO.

g all vary in x by polynomials of trascendental functions.

The computed torque (or inverse dynamics) strategy assumes D, h and g to be known and seeks to "linearize" and decouple the previous equations applying the torques,

$$\bar{u} = h + g - Dz \tag{2.a}$$

$$z \triangleq K_v\dot{x} + K_p x - K_r x_r \tag{2.b}$$

where x_r defines a reference trajectory and K_v, $K_p \in IR^{n\times n}$ are design parameters that fix the poles of the transfer function matrix $x_r(s)\to x(s)$.

The main drawbacks of the CTS are the large computational burden and the inaccuracy due to uncertainty in the rigid body model and specifically in the load dynamical parameters.

To dispense the requirements of detailed modeling and good load forecasting, adaptive versions of the CTS have been studied in the literature [3,4,5,6]. In [3,4], as in most other adaptive schemes based in linear regression models (e.g. [7]), the stability analysis requires that the manipulator parameters remain constant during the adaptation process. This assumption is valid only when manipulator motion is slow, which on one hand contradicts the requirement of high performance and on the other obviates the need for an adaptive controller. In [5] a globally stable scheme which does away with the stationarity assumption is presented but in contrast to the CTS it cancels only the term due to gravity $g(x)$.

An alternative approach to CTS is based on a model following objective and has been pursued in e.g. [8,9,10]. While in [8,9] the stationarity assumption is required, in [10] the latter is removed and replaced by the knowledge of upperbounds on the manipulator parameters. A key difficulty of this scheme is that the state vector is forced to move on a sliding mode and it is intriguing to imagine how this chattering motion will behave on a real manipulator with high frequency parasitics and stiffening spring characteristics (see Fig. 5 in [10]). This drawback is intrinsic to all variable structure-based robot controller designs.

Two other important factors which are usually overlooked in the adaptive schemes reported in the literature are: the high complexity of the operations involved in the control law implementation. Second, the assumption of idealized torque source (or first-order lags) drive systems without torque saturations.

It is the authors' belief that to confidently design dependable adaptive controllers for industrial manipulators, the scheme must be simple and the stability analysis should take into account the time-varying nature of the model and the torque saturation. In this paper an adaptive CTS which satisfies the previous requirements is presented. The design philosophy follows [6] and extends the results reported there in several directions. First, in [6] an upperbound on the truncated L_2-norm (see Nomenclature) of the parameter error vector is derived, however the proof that this upperbound is finite at infinity is lacking. Here, we prove not only that the parameter error is bounded, but also that the acceleration error is bounded. Second, the adaptive law is modified to be able to consider torque saturation in the model. The inclusion of this modification, also studied in [11], is fundamental for the stability proof and constitutes the main contribution of this paper.

The remaining of the paper is organized as follows. In section 2 the proposed adaptive controller and its stability analysis are presented. The third section shows the simulation results of a three degree of freedom manipulator model with torque saturation. The behaviour of the adaptive CTS with a proportional + tacho feedback outer loop is compared with the ideal CTS and a linear controller. In the Appendix the proof of the main theorem is given.

2. Main Results

A. The adaptive controller.

We consider the manipulator dynamic equation (1). Analogously to [12] we rewrite (1) as (see [6] for further details)

$$\ddot{x}_j = \alpha_j(x)\bar{u}_j + \beta_j(x,\dot{x},\bar{u}_j^+), \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{3}$$

where

$$\alpha_j(x) \triangleq D_{jj}^{-1}(x)$$

$$\beta_j(x,\dot{x},\bar{u}_j^+) \triangleq \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} D_{ji}^{-1}(x)\bar{u}_i - \sum_{i=1}^{n} D_{ji}^{-1}(x)\left[h_i(x,\dot{x}) + g_i(x)\right].$$

and $\bar{u}_j^+$ denotes the vector u with the component $\bar{u}_j$ removed and D_{ij}^{-1} the (i,j) element of D^{-1}. It is important to remark that $\alpha_j \neq 0$ and that β_j

does not depend on $\bar{u}_j$.

The torque signal $\dot{\bar{u}}_j$ is the output of a saturation block

$$\bar{u}_j = u_{max} \text{ sat } (u_j) \tag{1.b}$$

where u_{max} is the maximum allowable torque.

The model (3) may be rewritten as

$$\ddot{x}_j = \theta_j^T \bar{\phi}_j \tag{4.a}$$

$$\bar{\phi}_j \triangleq [\bar{u}_j, 1]^T \tag{4.b}$$

where θ_j contains the (time varying) manipulator parameters.

We assume the generalized acceleration measurable and propose the following adaptive controller

$$u_j \triangleq [z_j - \hat{\theta}_{2j}]/\hat{\theta}_{1j}; \quad \bar{u}_j = \begin{cases} u_j & \text{if } |u_j| \leq u_{max} \\ u_{max} \text{ sign } (u_j) & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5.a}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_j = - \sigma_j\hat{\theta}_j - \frac{1}{|\bar{\phi}_j|^2} \Gamma_j\bar{\phi}_j \, (e_j - \lambda_j\hat{\theta}_{1j}) \tag{5.b}$$

$$e_j \triangleq z_j - \ddot{x}_j \tag{5.c}$$

$$\lambda_j \triangleq u_j - \bar{u}_j \tag{5.d}$$

where $\Gamma_j = \text{diag}\left\{\gamma_{ij}\right\}$, $\gamma_{ij} > 0$, $\sigma_j : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $\sigma_j \geq \underline{\sigma}_j > 0$ are design parameters and z_j is the output of an "outer loop" proportional + tacho controller (2).

Remark 1. It is clear that if $\hat{\theta} = \theta$ then $z = \ddot{x}$ and the perfect CTS is obtained. This motivates the proposed controller structure.

Remark 2. Two important modifications are included in the gradient estimator used to update the parameters, i) A time-varying σ-modification whose robustness enhancement properties are well known [13]. i) A new "augmented error" with λ_j included to take into account the torque saturation. For further interpretation on the latter modification see [11]. Discussion on practical implications of the choice of (5) is carried in [6], it is important to retain here only that a suitable σ always exists to avoid division by zero in (5.a).

B. Stability analysis

To study the stability of the overall system (4), (5) write (5.a) in terms of $\bar{\phi}$ as follows*

$$\begin{aligned} z &= \hat{\theta}_1 u + \hat{\theta}_2 \\ &= \hat{\theta}^T\bar{\phi} + \hat{\theta}_1\lambda \end{aligned} \tag{6}$$

where we have used (5.d). Combining (4.a), (5.c) and (6) we can write the aumented error as

$$e - \lambda\hat{\theta}_1 = \tilde{\theta}^T\bar{\phi}$$

where the parameter error

$$\tilde{\theta} \triangleq \hat{\theta} - \theta$$

Hence, in terms of $\tilde{\theta}$ the estimator equation results

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\sigma\,\tilde{\theta} - \frac{1}{|\bar{\phi}|^2}\,\Gamma\bar{\phi}\bar{\phi}^T\tilde{\theta} + f \tag{7.a}$$

$$f \triangleq -\dot{\theta} - \sigma\theta \tag{7.b}$$

which may be alternatively expressed as

$$\dot{\tilde{\theta}} = A(t)\,\tilde{\theta} + f \tag{8.a}$$

with

$$A(t) \triangleq -\left[\sigma\, I + \frac{1}{|\bar{\phi}|^2}\,\Gamma\,\bar{\phi}\bar{\phi}^T\right] \tag{8.b}$$

We are in position to present our main result.

Theorem 1

Consider the manipulator model with torque saturation (1) together with the adaptive CTS (5). Then for all $\hat{\theta}(t_0)$ and bounded z

---

*Throughout the remainder of the paper the subindex j will be omitted to simplify notation.

$\hat{\theta}, e \in L_\infty$

and furthermore $|\tilde{\theta}|$ satisfies for all times t the following bound

$$|\tilde{\theta}| \leq \exp\,[\tfrac{1}{2}\,\bar{\lambda}(t-t_o)]|\,\tilde{\theta}(t_o)| + \int_{t_o}^{t} |\dot{\theta}(\zeta) + \sigma\theta(\zeta)| \quad \exp\left[\tfrac{1}{2}\,\underline{\lambda}(t-\zeta)\right] d\zeta$$

where $\bar{\lambda} \leq -2\underline{\sigma} + |\gamma_{11} - \gamma_{22}|$

Proof 4 See Appendix A

Remark 3. While the former result guarantees global boundedness, it is only, preliminary since we cannot assure convergence to zero of the acceleration error e. However, the present result, together with [5,10], constitute, to the best of our knowledge, the only adaptive robot controllers which achieve global stability. The presence of saturated torques distinguishes the present scheme from [5,10]. Also in contrast to them it achieves "full decoupling and lineari zation" [10] and does not rely on chattering motions [5]. The main drawback of the present scheme is the assumption that $\ddot{X}$ is measurable, however simulated evidence with an estimated of $\ddot{x}$ shows imperceptible difference.

3. Computer simulations

The proposed strategy was applied for the control of the three degree of freedom manipulator model described in [9,10] whose links are 0.5 m long (See fig. 1). The dynamical equations may be found in Appendix 3 of [10] and were obtained neglecting elasticity and friction at the joints. In [10] the actuators providing the drive torques are modeled as first-order lags (Eq.23), in our application it was assumed that they can be modeled as pure torque sources.

The desired trajectory is a 1.5 m. straight line in the cartesian space with a trapezoidal velocity law of 3 sec. and maximum velocity of .75 m/sec. Realistic motor torque limitation of 300 Nw-m were included in the simulations. All experiments were carried for the 10 kg pay-load case. The desired closed loop characteristic equation was chosen with both poles at $-10s^{-1}$ choosing k_p and K_v in accordance with the available prior knowledge as explained below. Although the results presented below assume $\ddot{x}$ measurable almost identical behaviour was observed when using an "estimator of $\dddot{X}$" obtained with a filter 15s/(s+15)

To evaluate performance of the ideal CTS, in the face of torque saturations, the joint generalized positions are shown in Fig. 2. together with the desired references (dotted line).

A linear proportional + tacho controller ($\bar{u}=z$), where we assume known an a priori estimate of the inertias, obtained from its average value along the trajectory, gives satisfactory results as shown in Fig. 3 (dotted line). Adding the adaptive CTS, with the assumption that the initial value of the estimated parameters is known, gives better performance than the pure linear controller, particularly in steady state, as seen also in Fig. 3. No significant additional improvement of the adaptive CTS with respect to the linear scheme was observed when the payload changed to 5 or 0 Kg. This is possibly explained by the fact that limitations on motor torques prevent the arm from reaching velocities of sufficient magnitude for cross-coupling effects to become significant (See e.g. [2]).

When no prior knowledge on the inertia values is available the adaptive CTS gives, by large, a better performance as shown in Fig. 4. The linear controller in this simulation was designed assuming $J = I$ and the estimator initialized with $\hat{\theta}_j(0) = [1,0]^T$, $j = 1, 2, 3$. The corresponding applied torques are shown in Fig. 5.

The performance of the adaptive CTS is affected by the choice of σ and Γ, however it is our belief that tuning of this parameters is simpler than the choice, of the proportional + tacho controller. In our example, a few simulation trials showed that the parameters β (3) vary faster than α, hence a larger adaptation gain was assigned to them. The choice of σ, which essentially defines the rate at which the initial conditions are forgotten, proved to be of little importance. The plots in Fig. 6 show how the behaviour of the second joint varies for different values of σ and Γ when no a priori knowledge is assumed. With available prior knowledge all traces almost coincide.

Appendix A (Proof of Theorem 1)

The proof is similar to the one given in [6]

From (8) and the variation of constants formula

$$\tilde{\theta} = \phi(t,t_0)\tilde{\theta}(t_0) + \int_{t_0}^{t} q(t,\tau)d\tau \tag{A.1}$$

where

$$q(t,\tau) \triangleq \phi(t,\tau)\ f(\tau)$$

Also

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} f = A\Phi f = Aq$$

Consequently,

$$\frac{\partial}{\partial t}|q|^2 = q^T(A+A^T)\ q \leq \bar{\lambda}|q|^2$$

where $\bar{\lambda}$ is the maximum eigenvalue of $A + A^T$.

Integrating from τ to t and noting that

$$q(\tau,\tau) = f(\tau)$$

we obtain

$$|q(t,\tau)| \leq |f(\tau)| \ \exp\left[\frac{1}{2}\int_{\tau}^{t} \bar{\lambda}(\zeta)d\zeta\right] \tag{A.2}$$

A similar bound is obtained for the first right hand term in (A.1)

$$|\Phi(t,t_0)\tilde{\theta}(t_0)| \leq |\tilde{\theta}(t_0)| \ \exp\left[\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} \bar{\lambda}(\zeta)d\zeta\right] \tag{A.3}$$

Noting from (8.b) that

$$\bar{\lambda} = -2\sigma + \frac{\left((\gamma_{22} + \gamma_{11}\bar{u}^2)^2 + (\gamma_{11} - \gamma_{22})^2\bar{u}^2\right)^{1/2} - (\gamma_{22} + \gamma_{11}\bar{u}^2)}{1 + \bar{u}^2}$$

$$\bar{\lambda} \leq -2\underline{\sigma} + |\gamma_{11} - \gamma_{22}|$$

and replacing (A.2), (A.3) in (A.1) the inequality (9) is obtained. The L_∞ norm of $\tilde{\theta}$ satisfies $\|\tilde{\theta}\|_\infty \leq |\tilde{\theta}(t_0) + \frac{2\ \|f\|_\infty}{2\underline{\sigma} - |\gamma_{11} - \gamma_{22}|}$. Hence, since $\theta, \dot{\theta} \in L_\infty$, due to the fact that the process parameters vary in x by polynomials of tras cendental functions, boundedness of $\tilde{\theta}$ is established.

To prove boundedness of e notice that

$$\begin{aligned} e &= z - \ddot{x} \\ &= z - \theta^T \bar{\phi} \end{aligned}$$

where both right terms are bounded.

References

[1] M. Vukobratovic, D. Stokić, N. Kirćanski, Scientific Fundamentals of Robotics 5, Non Adaptive and Adaptive Control of Manipulation Robots, Springer- Verlag, 1985.

[2] M.C. Good, L.H. Sweet, K.L. Strobel, "Dynamic models for control system design of integrated robots and drive systems", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 107, pp. 53-59, March 1985.

[3] S. Dubowsky, D.T. DesForges, "The application of model-referenced adaptive control to robotic manipulators", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 101, pp. 193-200, Sept. 1979.

[4] R. Horowitz, M. Tomizuka, "An adaptive control scheme for mechanical manipulators-compensation of nonlinearity and decoupling control", ASME Winter Ann. Meet., Nov. 16-21, 1980, Chicago, Ill., U.S.A.

[5] D.E. Koditschek, "Adaptive strategies for the control of natural motion", 24th IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 11-13, 1985, Vol. 3, pp. 1405-1910.

[6] R. Ortega, J.M. Ibarra, "On the adaptive control of industrial manipulators", ASME Winter Ann Meet., Nov. 1985, Miami, Fl., U.S.A.

[7] A.J. Koivo, T.H. Guo, "Adaptive linear controller for robotic manipulators", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-28, pp. 162-171, Feb. 1983.

[8] K. Y. Lim, M. Eslami, "Adaptive controller designs for robot manipulator systems using Lyapunov direct method", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-30, No. 12, pp. 1229-1233, December, 1985.

[9] S. Nicosia, P. Tomei, "Model reference adaptive control algorithms for industrial robots", Automatica, Vol. 20, No. 5, pp. 635-644, 1984.

[10] A. Balestrino, G. De Maria, L. Sciavicco, "An adaptive model following control for robotic manipulators", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 105, pp. 143-151, Sept. 1983.

[11] R. Ortega, M. M'Saad, C. Canudas, "Practical requirements and theoretical results in robust adaptive control", IFAC 9th World Congress, Budapest, Hun., July 2-6, 1984, Vol. VII, pp. 189-195.

[12] B.K. Kim, K.G. Shin, "Suboptimal control of industrial manipulators with a weighted minimun time-fuel criterion", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-30, No. 1, pp. 1-10, Jan. 1985.

[13] P. Ioannou, P. Kokotovic, Adaptive systems with reduced models, Springer-Verlag, 1983.

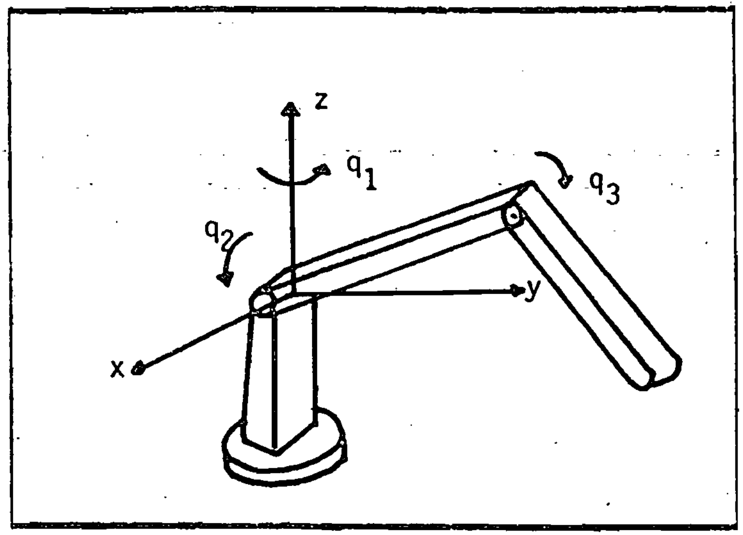
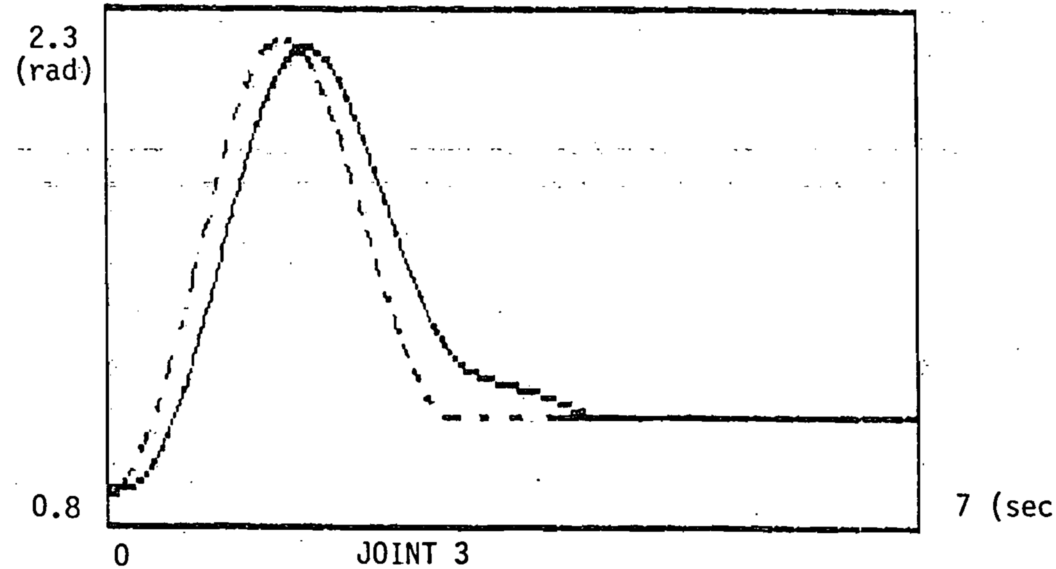


FIG. 1 ROBOT USED IN SIMULATION



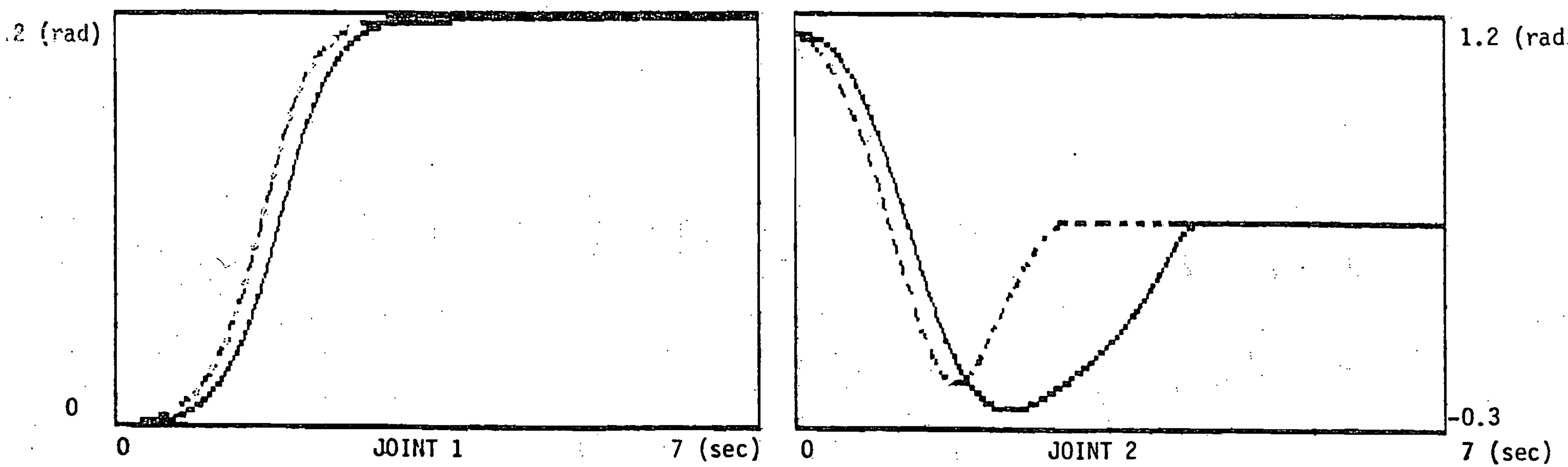


FIG. 2 JOINT GENERALIZED POSITIONS AND DESIRED REFERENCES (DOTTED) FOR THE IDEAL CTS AND CLOSED LOOP POLES AT $-10\ s^{-1}$.

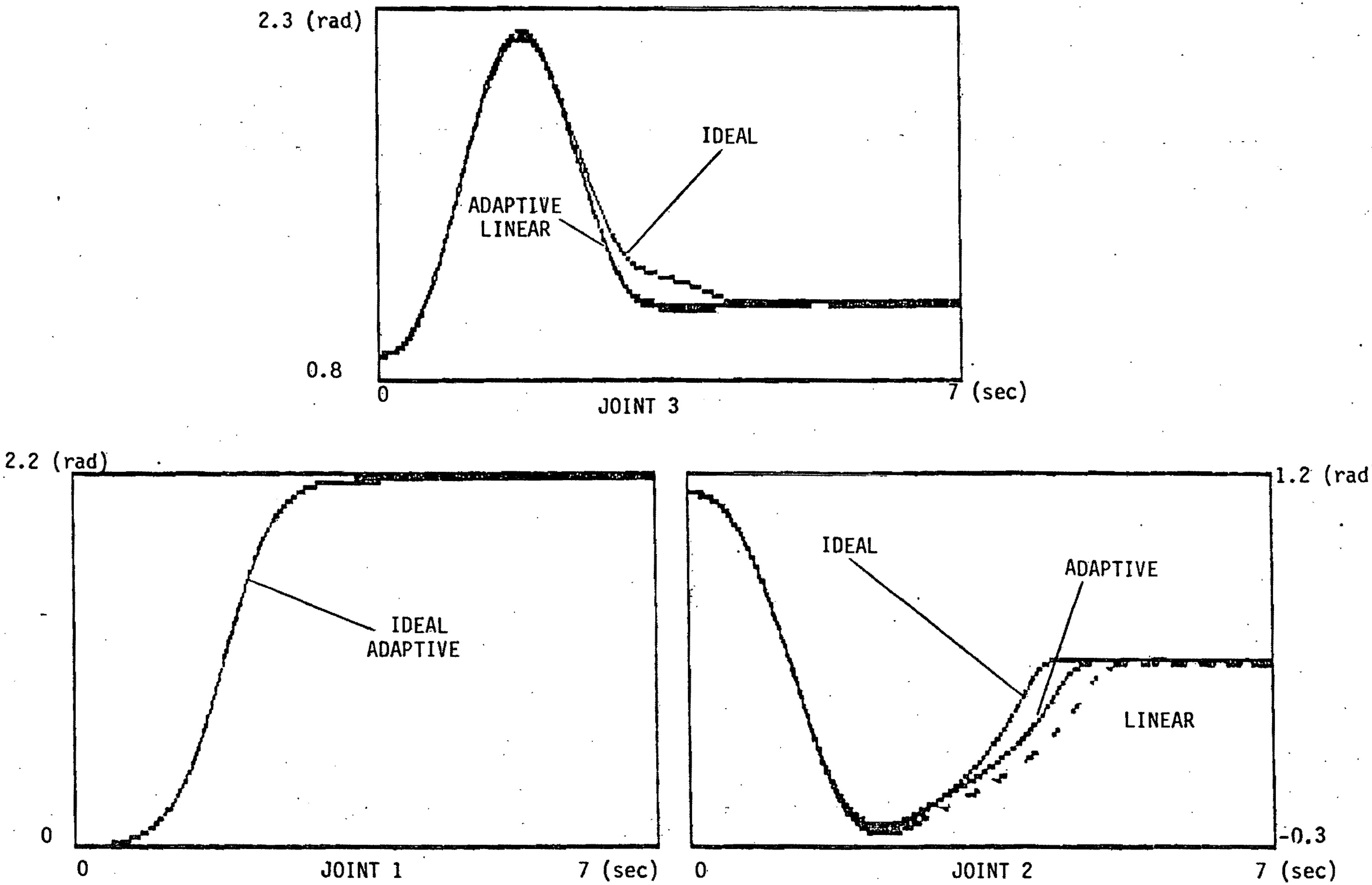


FIG. 3 JOINT GENERALIZED POSITION FOR THE IDEAL CTS, LINEAR CONTROLLER AND ADAPTIVE CTS ASSUMING AN A PRIORI ESTIMATE OF J = DIAG {{.0407, .019, .0363} (LINEAR) AND θ_{01} = {.0407,0}^{T}, θ_{02} = {.0109, -.65}^{T}, θ_{03} = {.0363,1.61}^{T} σ_i = .1, Γ_i = diag {2,80}, i = 1, 2, 3.

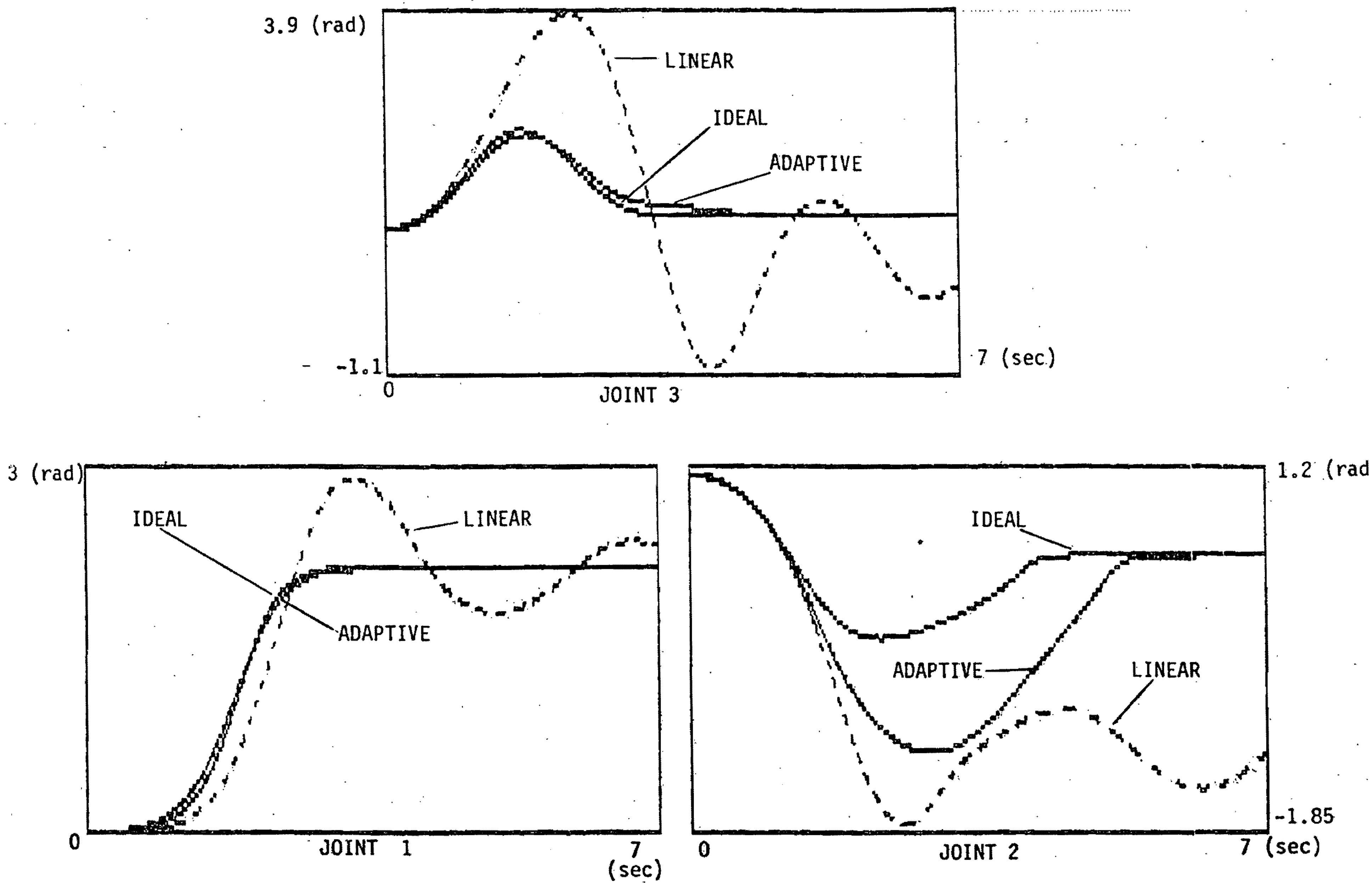


FIG. 4 JOINT GENERALIZED POSITIONS FOR THE IDEAL CTS, LINEAR CONTROLLER AND ADAPTIVE CTS ASSUMING NO PRIOR KNOWLEDGE, i.e. J=I (linear), $\theta_i(0) = \{1,0\}^T$, j = 1, 2, 3, (adaptive), $\sigma_i = .1$, $\Gamma_i = \mathrm{diag}\{1,80\}$ i= 1,2,3.

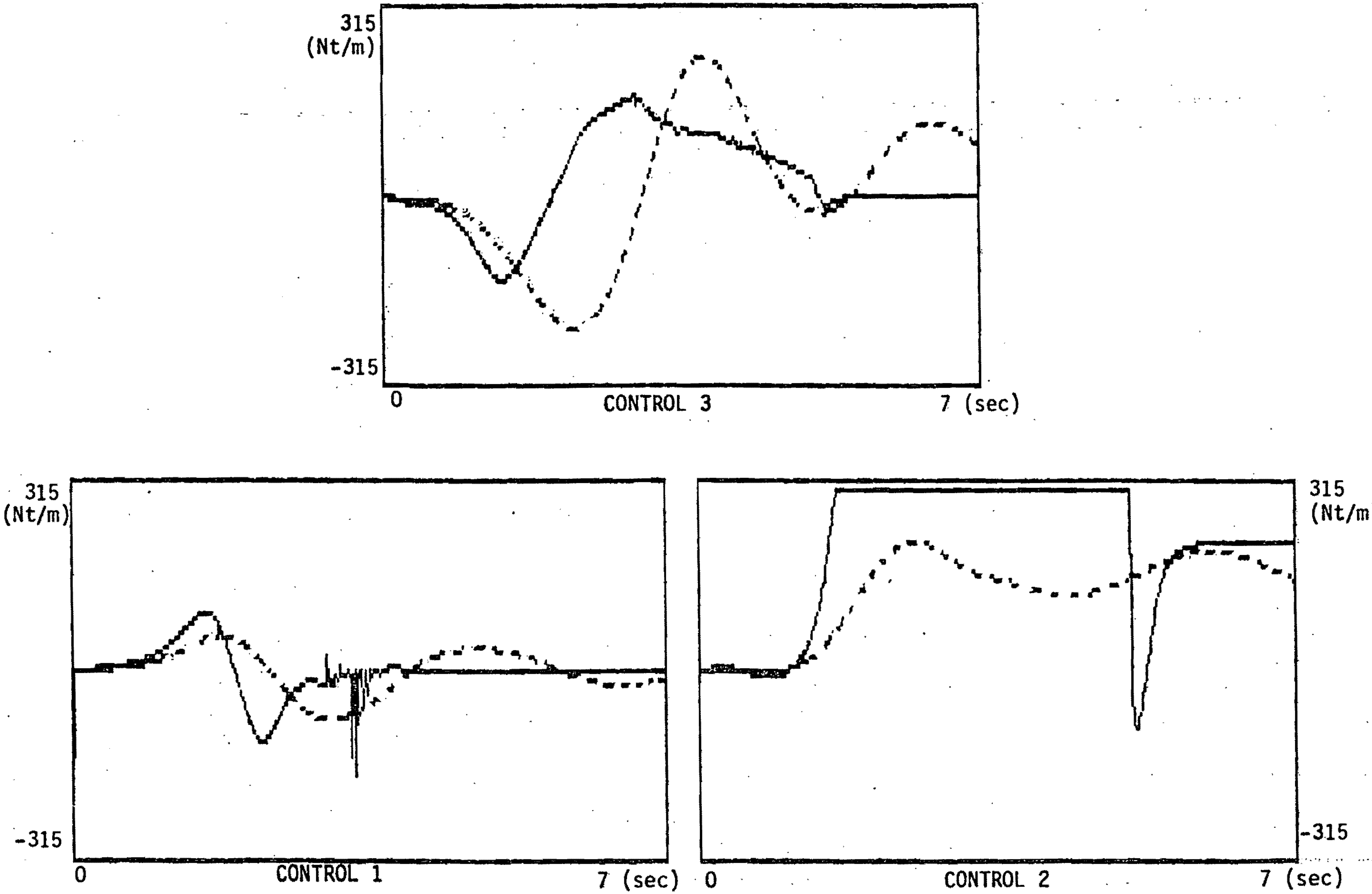


FIG. 5 APPLIED JOINT TORQUES CORRESPONDING TO THE SIMULATION OF FIG. 4, LINEAR CONTROLLER (DOTTED) AND ADAPTIVE CTS.

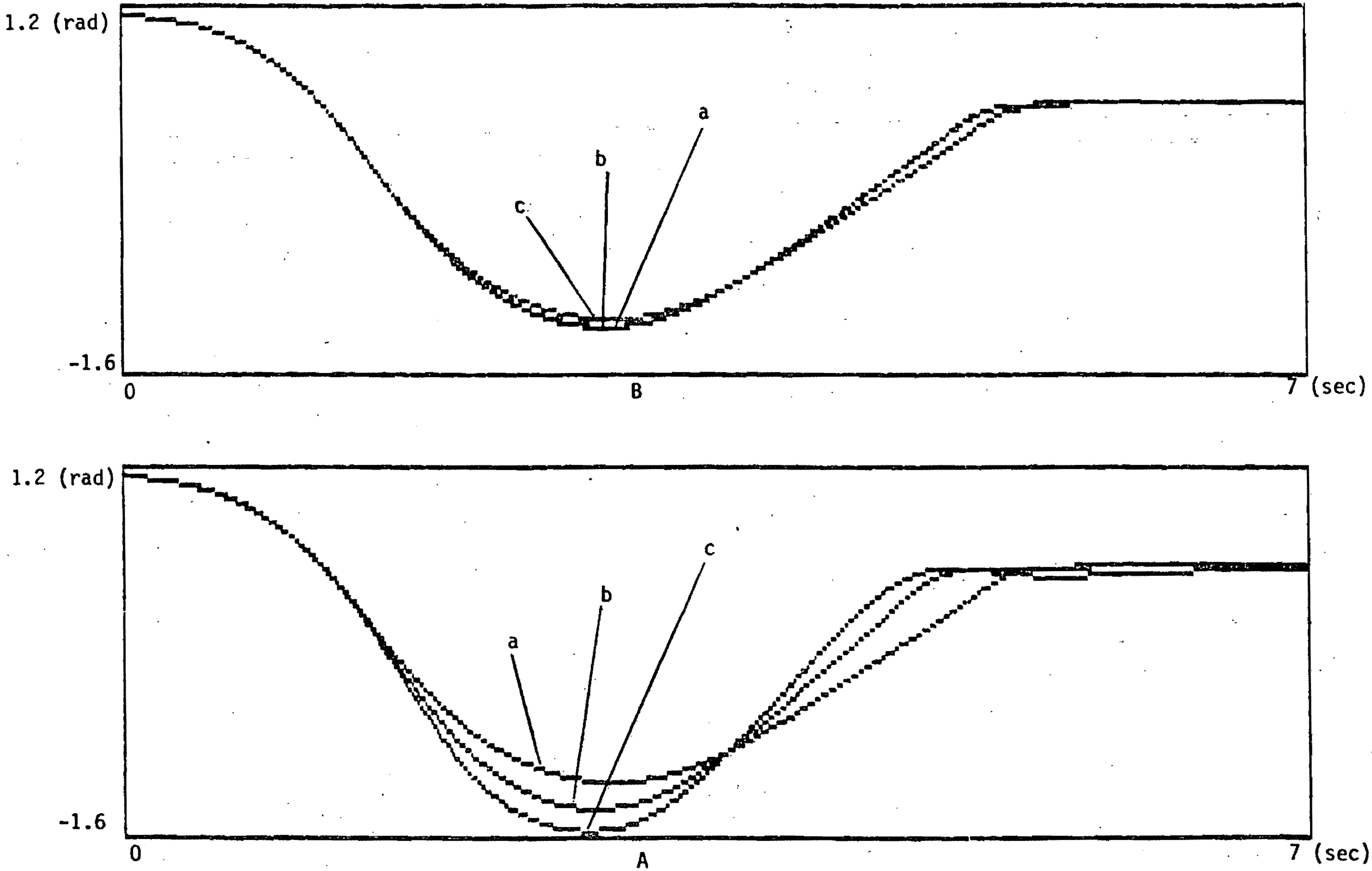


FIG. 6 GENERALIZED POSITION OF THE SECOND JOINT FOR A) $\sigma_i = .1$ Γ_i = a) diag {2,80}, b) diag {1,20} c) diag {.5,15}, B) Γ_i = diag {2,80} σ_i = a) .1, b) .01, c) .001 i= 1, 2, 3.