



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
ARAGÓN

“DISEÑO DE PLACAS BASE  
PARA COLUMNAS DE ACERO”

## T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A:

ADRIAN ANTONIO ESPINOZA VEGA

ASESOR

ING. ARTURO MACÍAS FERREIRA



**FES Aragón**

NEZAHUALCÓYOTL ESTADO DE MÉXICO 2012



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Le brindo los siguientes agradecimientos a:*

*La Universidad Nacional Autónoma de México*

*A la Facultad de Estudios Superiores Aragón (la cual fue mi casa por 5 años)*

*A todos mis profesores durante mis años de formación en especial a.*

*Ing. Macías Ferreira Arturo.*

*Ing. Jiménez Villegas Gustavo Adolfo.*

*Ign. Heras Cruz Ricardo.*

*M. en I Sosa Rodríguez María.*

*Ing. Dimas Chora José Antonio.*

*Que sin su gran apoyo fue posible la realización de este trabajo.*

*Dedico este trabajo a toda mi familia:*

*A mis padres Sr. Adrián Espinoza de la Cruz & Sr(a). María Celia Vega Razo que con su gran apoyo he realizado mis estudios.*

*A mis Hermanos Ing. Arq. David Espinoza Vega & Lic. Carlos Alberto Espinoza Vega por todo su apoyo y consejos.*

*A todas mis tías en especial a Ing. Gabriel Vega Razo & Ing. Javier Rodríguez Ledesma por sus consejos, apoyo y ejemplo.*

*A todas mis primos en especial Ing. Daniel Ulises Hernández Vega por su invaluable apoyo*

*A mi abuelita Sr(a) Guadalupe de Vega Razo que aun esta con migo y mi familia.*

## ÍNDICE

Introducción.	6
Generalidades.	8
Marcos.	10
Placas.	14
Placas base de apoyo para columnas.	14
Dados o pedestales.	16
Placas base para columnas con carga axial.	18
Consideraciones de diseño.	27
Proceso de cálculo.	28
Ejemplo placa base para columna con carga axial.	31
Placa base para baja y alta relación momento-carga.	33
Esfuerzos que se presentan en una placa de apoyo en base a la excentricidad "e".	35
Placas base con resistencia a momentos de columna.	36
Acabado en superficies de placas de apoyo.	40
Métodos de diseño.	40
Placas base con baja relación momento-carga.	43
Ejemplo placa base con baja relación momento-carga.	47
Placas base con alta relación momento-carga.	51
Ejemplo placa base con alta relación momento-carga.	60
Bases diseñadas con carga última.	73
Ejemplo placa base con carga última.	75
Placas base para columnas circulares.	81
Diseño de pernos de anclaje.	88
Diseño del anillo de la base.	90
Silletas de pernos de anclaje para torres altas.	99

Apéndice.	100
Anexo fotográfico.	101
Conclusión.	108
Bibliografía.	109

# INTRODUCCIÓN

## *INTRODUCCIÓN:*

El trabajo que se presenta a continuación es una investigación realizada en diversas publicaciones y reportajes a nivel nacional como internacional sobre las placas base para columnas de acero, es importante para un ingeniero estructurista entender las distintas condiciones de fuerzas y reacciones que se presentan en las columnas, originadas por el propio peso de la columna o por estar cargando los elementos que componen la misma estructura. Cabe también señalar los efectos que tienen las condiciones del terreno donde se planea llevar a cabo dichos trabajos, así como las fuerzas originadas por la naturaleza como viento, lluvia, movimientos de tierra, etc. Dentro del trabajo en los distintos capítulos se irá abordando el análisis y diseño de placas base para las distintas condiciones y tipos de estructuras. En seguida se realizara un breve recuento de los 5 capítulos que componen esta investigación:

Capitulo I. generalidades es en este capitulo donde hacemos un recorrido muy general pero completo desde lo que es una estructura los distintos tipos, elementos que la conforman para así llegar a una explicación de lo que es y para que propósito se diseña una placas base.

Capitulo II. Ya teniendo la idea de para que se utilizan las placas base, podemos entrar de lleno en el análisis de la placas base cargadas axialmente, es aquí donde se estudia y analiza esta condición, como y donde se origina para así poder llegar a entender los esfuerzos a los que es sometida una placa base cargada axialmente.

Capitulo III. En este capitulo se vera cuando se tiene una placa base que además de estar cargada axialmente presenta un momento o excentricidad, el estudio se baso en las dos condiciones que se originan con estos elementos mecánicos los cuales son baja y alta relación de momento-carga, es aquí donde se puede presentar un giro o volteo de la base de la columna.

Capitulo IV. Al a ver pasado ya por las dos condiciones anteriores de carga, es en este capitulo donde se vera el diseño de placas base sometidas a cargas ultimas de trabajo, como el propio nombre lo indica esta condición de cargas ultima es de suma importancia realizar el diseño para cierto tipo de edificaciones donde se puede presentar este tipo de condición.

Capitulo V. Hay que aclara que el estudio en este capitulo el cual es diseño de placas base para columnas circulares y de gran diámetro, esta enfocado principalmente al diseño de pernos, anillo de base y silleta de los pernos de anclaje de alta resistencia, ya que las condiciones de carga son muy similares a las ya vistas, únicamente se trasladan esas condiciones para el diseño de sus elementos para su conexión.

El estudio de las placas base es muy importante ya que estas nos ayudaran a distribuir los esfuerzos que se presentan en una cimentación y el terreno a causa de la estructura, y así evitar daños o fallas que podría estar presentándose en la construcción de cualquier estructura en general.

Por este motivo este trabajo esta dirigido exclusivamente a las placas base para no pasar por alto la importancia que estas tienen en el análisis, diseño y construcción de estructuras de acero.



# I. GENERALIDADES

Una estructura se puede definir como algo que constituye la cobertura protectora o envoltura de un objeto o ser viviente; algo que soporta peso, y recibe o resiste cargas y fuerza de alguna naturaleza. En este sentido la concha de un caracol es una estructura así como lo es también el esqueleto de un hombre, las ramas y el tronco de un árbol, o una telaraña. Estos son ejemplos de estructuras naturales, que han evolucionado gradualmente con el paso del tiempo para desempeñar una función particular, y como regla cumplen su objetivo eficientemente. Consideradas en un sentido más amplio, las estructuras hechas por el hombre, abarcan un rango muy amplio de aplicaciones, que incluyen navíos, aviones, vehículos, recipientes etc.

La aplicación de cargas a una estructura produce fuerzas y deformaciones en ella. Determinar estas fuerzas y deformaciones se llama análisis estructural. Los principios fundamentales que se aplican en el análisis estructural son las leyes de movimiento de sir Isaac Newton:

1. Un cuerpo estará en estado de reposo o en estado de movimiento uniforme en línea recta, a menos que sea forzado a cambiar ese estado por fuerzas impuestas a él.
2. La razón de cambio del *momentum* o cantidad de movimiento de un cuerpo es igual a la fuerza neta aplicada.
3. Para toda acción existe una reacción igual y opuesta.

Se usaran el principio de equilibrio estático para estudiar las fuerzas que actúan sobre las estructuras, así como los métodos para determinar la respuesta de las estructuras a esa fuerza. Por respuesta queremos decir el desplazamiento del sistema y las fuerzas que ocurren en cada componente del sistema. Todos los sistemas estructurales están integrados por componentes. Las componentes principales de una estructura son las siguientes:

Tirantes: son miembros sometidos solo a fuerzas axiales de tensión. Un tirante no esta cargado a lo largo de su longitud y no puede resistir fuerzas generadas por flexión.

Puntales: son miembros sometidos solo a fuerzas axiales de compresión. Al igual que un tirante, un puntal no esta cargado a lo largo de su longitud y tampoco puede resistir fuerzas generadas por flexión.

Vigas y trabes: son miembros sometidos a fuerzas de flexión. Casi siempre son miembros horizontales sometidos principalmente a fuerzas de gravedad, aunque también pueden trabajar en posición inclinada.

Columnas: son miembros sometidos principalmente a fuerzas de compresión axial y también a fuerzas de flexión. Pueden ser verticales o inclinadas.

Diafragmas: son componentes formados por placas planas. Los diafragmas tienen una alta rigidez en su plano y se usan de manera común en pisos y muros cortantes. Los diafragmas suelen salvar claros entre vigas o columnas y pueden estar rigidizados con costillas para resistir mejor las fuerzas fuera de su plano. Los componentes estructurales se ensamblan para formar sistemas estructurales.

El diseño estructural es un arte en el cual se utilizan la experiencia obtenida en construcciones anteriores, realizadas con o sin éxito, las leyes de la física y las matemáticas, y los resultados de investigaciones de laboratorio, para obtener la geometría y las dimensiones de estructura que se comporten de una manera segura y eficiente, que sean económicas en construcción y mantenimiento y que sean estéticamente agradables.

En un primer paso se suponen las dimensiones de las secciones transversales de los miembros, para lo que se utiliza la experiencia de diseños anteriores o la información obtenida mediante métodos aproximados de análisis y diseño; en seguida se determina los efectos ocasionados por las cargas y de mas solicitaciones sobre una estructura y, en una tercera etapa se revisa el comportamiento de los miembros y conexiones supuestos, sometidos a las solicitaciones calculadas, así como el de la estructura completa. Si el comportamiento es satisfactorio, el problema ha sido resuelto; en caso contrario se repite el ciclo, partiendo de un nuevo conjunto modificado de dimensiones, haciendo otro análisis y volviendo a revisar el comportamiento.

Para conocer adecuadamente el comportamiento de un elemento estructural debe de estudiarse su respuesta bajo solicitaciones de magnitud creciente, desde que se inicia el proceso de carga hasta que se llega al estado de falla. Bajo solicitaciones de pequeña intensidad la respuesta de las estructuras de acero es aproximadamente elástica y lineal, el estudio de su comportamiento se basa en la ley de Hooke, y se realiza mediante los métodos convencionales de análisis elástico y por medio de las fórmulas de resistencia de materiales, aplica en ese intervalo; sin embargo, como los métodos elásticos no son aplicables cuando los esfuerzos sobrepasan el límite de proporcionalidad del material, son inservibles para describir el colapso cuando, como sucede con frecuencia, se presenta arriba de ese límite, y es necesario emplear otros métodos de análisis y diseño.

## *MARCOS.*

Los marcos rígidos constituyen el esqueleto resistente de un gran número de construcciones modernas de muy diversos tipos. Su nombre proviene de que los elementos principales que lo componen, vigas y columnas, están ligados entre si por medio de conexiones rígidas, capaces de transmitir los momentos, fuerzas normales y cortantes, sin que haya desplazamientos lineales o angulares relativos entre los extremos de las barras que concurren en cada nudo, lo que hace que la estructura resultante pueda resistir por si sola, sin ayuda de elementos adicionales de otros tipos, cargas verticales y horizontales.

En estructuras industriales se utilizan con frecuencia marcos rígidos de un solo piso y cabezal horizontal o inclinado (figura 1.1. a, b y c), ligados entre si por elementos que soportan la cubierta y proporcionan el soporte lateral necesario para que su resistencia no disminuya por debajo de los límites aceptables, a causa de problemas de inestabilidad fuera de su plano. La suposición de que los marcos son estructuras planas cargadas en su plano, en el que se conservan al deformarse, se acerca mucho a la realidad en este caso, y sirve de base a métodos de análisis que permiten predecir su comportamiento con eficacia.

En edificios de varios pisos se emplean los marcos rígidos dispuestos en dos direcciones frecuentemente ortogonales, de manera que constituyen una estructura tridimensional. Sin embargo, la practica seguida para su análisis y diseño ha consistido tradicionalmente en separarlo en dos familias y en analizar cada marco como una estructura plana, soportada lateralmente por los marcos normales a él, despreciando los momentos torsionantes en las vigas pero teniendo en cuenta que las columnas están sometidas a flexión biaxial, puesto que cada una forma parte al mismo tiempo de los dos marcos que se cruzan a ella. (Figura 1.1 b).

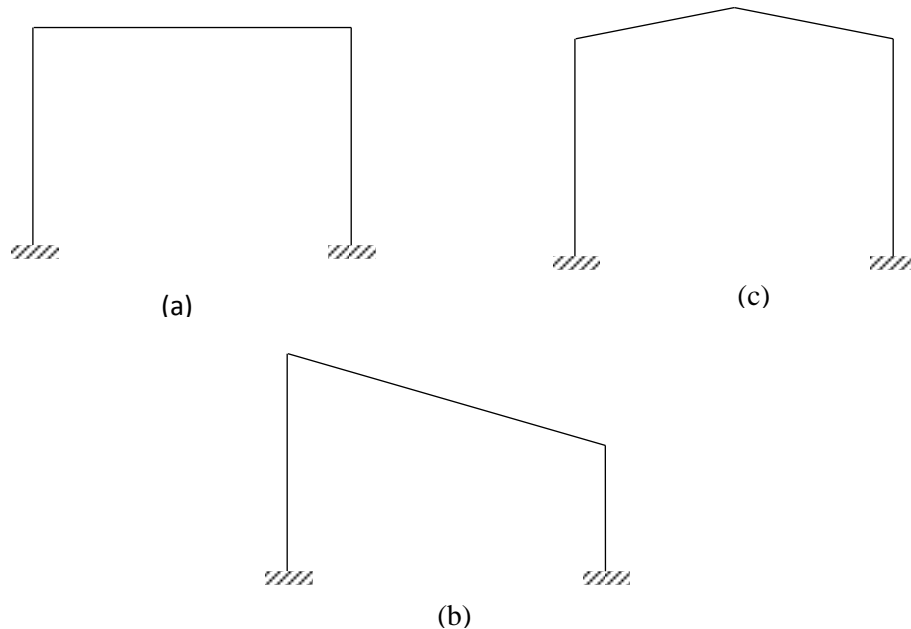


Figura 1.1 Ejemplo de marcos rígidos de un piso (edificios industriales).

Aunque el empleo creciente de las computadoras hace suponer que en un futuro será económico y conveniente analizar las estructuras que se acaban de mencionar como lo que realmente son, de tres dimensiones, en la actualidad se siguen analizando, en la mayor parte de los casos, como estructuras planas, y se diseñan teniendo en cuenta la flexión biaxial en las columnas y la continuidad que debe proporcionarse en las dos direcciones. La descomposición de los marcos tridimensionales reales en dos familias de marcos planos es posible por la pequeña rigidez torsional de las vigas.

En edificios altos, en los que las solicitaciones producidas por viento o sismos se vuelven predominantes en diseños, el marco rígido convencional deja de ser una solución adecuada, pues para darle la resistencia y rigidez necesaria se requieren vigas y columnas de dimensiones y costos excesivos. En esos casos conviene utilizar elementos estructurales adicionales, muros de rigidez o contraventeos, que resistan las fuerzas horizontales mas eficiente y económicamente.

El uso de los elementos mencionados hace que el marco rígido deje de ser indispensable pues la estructura de soporte de un edificio puede construirse con vigas y columnas articuladas entre si, proporcionando la rigidez y resistencia laterales necesarias para evitar problemas de inestabilidad y los efectos producidos por fuerzas horizontales por medio de armaduras verticales formadas por columnas, vigas y contraventeos en diagonal colocados entre ellas (figura 1.2 a) “en estructuras reales no es posible utilizar articulaciones en los nudos, pero si se pueden conectar las vigas con las columnas, que pasan a través de los nodos, por medio de apoyos flexibles”. Sin embargo, suele ser conveniente utilizar marcos rígidos aun cuando se empleen elementos resistentes adicionales, de manera que las cargas verticales permanentes sean soportadas fundamentalmente por ellos, de manera eficiente y económica, y ayuden a los muros de rigidez o crujías contraventeadas a resistir las solicitaciones horizontales eventuales (figura 1.2 b).

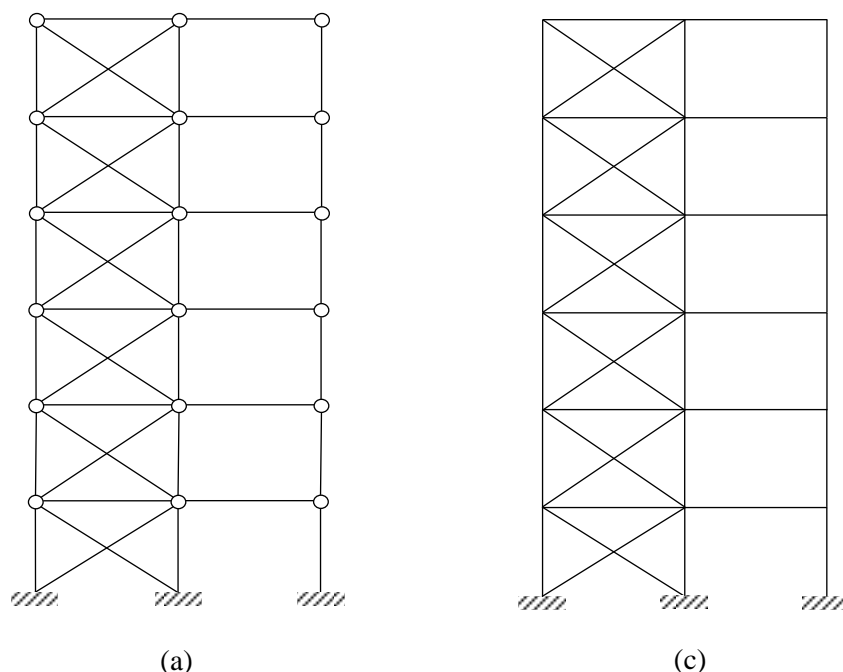


Figura 1.2. Marcos contraventeados

En un mismo edificio se pueden emplear una combinación de marcos rígidos, contraventeos, muros de rigidez y vigas articuladas en columnas, cambiando incluso la forma de trabajo en las dos direcciones principales ya que, de acuerdo a sus características arquitectónicas y funcionales, una combinación de dos o más de los sistemas estructurales mencionados puede proporcionar la solución más eficiente y económica.

*Elementos que componen un marco rígido.*

Un marco rígido está formado siempre por vigas, columnas y conexiones entre ellas; además, se puede haber también elementos de contraventeo. Las vigas son los elementos, generalmente horizontales o con pequeña inclinación, que soportan directamente las cargas verticales permanentes, muertas y vivas, que obran sobre la estructura; además, hacen que las columnas de marcos carente de contraventeo puedan adoptar la configuración necesaria para resistir fuerzas horizontales, y contribuyen a la rigidez de conjunto a la estructura; en marcos contraventeados forman parte del sistema que soporta las fuerzas horizontales. Están sometidas a la acción de fuerzas transversales y de momentos aplicados en sus extremos, que aparecen por la continuidad con el resto de la estructura, que ocasionan en ella momentos flexionantes y fuerzas cortantes importantes; las fuerzas normales suelen ser despreciables, excepto en las vigas de las crujeas contraventeadas de marcos altos. Se tratan básicamente como miembros en flexión aunque deben tener en cuenta los efectos de las fuerzas cortantes y normales cuando son significativos.

Las columnas de los marcos rígidos, cuyos ejes son verticales en general, deben de soportar las cargas que se les transmiten las vigas adyacentes y los tramos de columnas que se encuentran sobre ellas, llevándolas eventualmente a la cimentación, así como los momentos producidos por cargas verticales que reciben las vigas. Además,

deben de ayudar a soportar las fuerzas horizontales en marcos contraventeados, y su resistencia en su totalidad en los que no tienen contraventeo; también contribuyen a darle al marco la rigidez necesaria para evitar problemas de pandeo de conjunto. Trabajan fundamentalmente a flexocompresión (la compresión axial es una condición poco frecuente), y los efectos que las fuerzas cortantes ocasionan en ellas suelen ser despreciables. En general están sometidas a flexocompresión biaxial, pues forman parte al mismo tiempo de los marcos, frecuentemente ortogonales.

El objeto de las conexiones es transmitir los elementos mecánicos, momentos flexionantes y fuerzas cortantes y normales, de las vigas alas columnas y viceversa, así como las fuerzas que se aparecen en las diagonales de contraventeo al marco propiamente dicho, para que todos los elementos de la estructura trabajen en conjunto.

#### *Comportamiento de los marcos rígidos.*

Se considera tan solo comportamiento en el plano, pues los marcos rígidos en estudio forman parte de estructuras tridimensionales en las que hay otros marcos que impiden que se salgan del plano que ocupan originalmente, en el que suelen estar alojadas todas las cargas.

#### *Forma de fallas en marcos rígidos.*

La falla de un marco rígido puede ser parcial o de conjunto. Se presenta una falla del primer tipo cuando se agita la resistencia de alguno o algunos de los elementos que forman el marco, viga, columna o conexión. La falla de una viga puede ser por inestabilidad (pandeo lateral por flexotorsión o pandeo local) o por formación de un mecanismo con articulaciones plásticas “aunque menos frecuentes, son también posibles las fallas por cortante, y las deformaciones excesivas constituyen en muchas ocasiones el limite de utilidad estructura”, y una columna puede fallar también por inestabilidad o por que se agite su resistencia al formarse una o mas articulaciones plásticas; una conexión falla cuando aparece una discontinuidad lineal o angular, producida por fracturas o deformaciones locales excesivas, que hace que el comportamiento de los elementos que llegan a ella sean diferente del supuesto en análisis.

Aunque la falla parcial, sobre toda una columna, puede tener consecuencias graves, no suele ocasionar el colapso total de la estructura, pues el alto grado de hiperestaticidad de los marcos rígidos, sobre todo los de tres dimensiones, hace que haya diferentes trayectorias posibles de transmisión de las cargas, y cuando un miembro no trabaja se produce una redistribución que lleva las cargas que le correspondían a los elementos cercanos.

El diseño de marcos rígido siguiendo diseños convencionales se basa principalmente en evitar fallas parciales, ya que después de hacer el análisis y determinar los elementos mecánicos en cada uno de los miembros, estos se dimensionen para evitar las formas de falla mencionadas arriba, prestando poca atención al y trabajo en conjunto de la estructura. Además de las parciales, pueden presentarse fallas de conjunto, por pandeo o por intensidad.

Los marcos simétricos en geometría y carga en los que esta no produce flexión primaria pueden fallar por pandeo, caracterizado por una bifurcación del equilibrio que se presenta cuando las solicitaciones alcanzan el valor critico; cuando no hay elementos

exteriores que lo impidan el cabezal se desplaza lateralmente, pero si se evita este movimiento cambia la forma de pandeo y la carga crítica aumenta considerablemente. Sin embargo, las cargas ocasionan flexión desde el principio, el colapso puede ser por inestabilidad, que se presenta eventualmente al ir aumentando la magnitud de las sollicitaciones.

#### *Diseño de marcos rígidos.*

El diseño de un marco rígido consiste en la determinación de los perfiles necesarios en vigas y columnas, en el proporcionamiento de las conexiones entre ellas, y en la revisión posterior del conjunto para asegurarse que tiene un coeficiente de seguridad adecuado contra el colapso por pandeo o por inestabilidad y que su comportamiento bajo cargas de trabajo es satisfactorio. Si el marco tiene rigidez lateral elevada, propia o proporcionada por contraventeos o muros de cortante, el diseño obtenido al considerar los miembros aislados suele ser correcto, pues la única falla de conjunto es posible es por pandeo sin desplazamientos laterales (se está considerando que estos son tan pequeños que la interacción carga vertical-desplazamiento no afecta significativamente la resistencia de la estructura); sin embargo, si es poco rígido puede fallar por pandeo bajo cargas predominantemente verticales, o inestabilidad bajo cargas verticales y horizontales. La revisión de los perfiles preliminares obtenidos para un marco que falla por inestabilidad cuando actúa sobre él carga verticales y horizontales combinadas puede hacerse trazando su curva carga-desplazamiento.

#### *PLACAS.*

La mayor parte de los miembros que constituyen una estructura metálica, ya sean perfiles laminados en caliente, secciones compuestas por varias placas unidas entre sí por medio de remaches o soldaduras, o perfiles hechos con lamina delgada doblada en frío, están formados por un conjunto de elementos planos ligados entre sí a lo largo de sus bordes los que, cuando trabajan sometidos a compresión, pueden alcanzar un estado de equilibrio inestable y pandearse localmente antes de que la pieza falle en forma integral, originando un colapso prematuro de la barra, caracterizado por una distorsión de sus secciones transversales. Por consiguiente el diseño de la mayor parte de las piezas de acero utilizadas en estructuras debe estudiarse la estabilidad de las placas planas que lo componen, con objeto de asegurarse de que no fallaran antes que la pieza en conjunto o, en caso contrario, para determinar la carga que ocasiona el pandeo local y adoptar un coeficiente de seguridad adecuado con respecto a este fenómeno.

#### *PLACAS BASE DE APOYO PARA COLUMNAS.*

Las columnas de acero se colocan sobre algún tipo de miembro soportante formando una entrecara entre la columna y su soporte. El miembro soportante puede ser una columna de concreto en un edificio de construcción compuesta, pero es más común que una columna termine en una cimentación, pedestal o dado. Se usa un *dado* para mantener la columna de metal por encima del terreno para prevenir la corrosión cuando la cimentación está por debajo del nivel del terreno. Un *dado* es una sección ensanchada del muro del sótano que se usa para transmitir la carga de la columna, a través de la zona del muro hasta la cimentación. A veces, pero no es corriente, la columna termina directamente sobre la cimentación.

Cuando la columna de acero termina sobre cualquier tipo de mampostería, es necesaria una placa de base a fin de distribuir la alta intensidad del esfuerzo en el acero a un valor que pueda ser soportado con seguridad por la mampostería. Mampostería, significa en este caso, concreto, bloques de concreto, ladrillos, y bloques de arcilla; el concreto es el que más se usa y será el único material que se considerará.

El esfuerzo de diseño por compresión en el área de apoyo de un cimiento de concreto o de mampostería, es mucho menor que el correspondiente a la base de acero de una columna. Cuando una columna de acero se apoya en la parte superior de un cimiento o de una zapata aislada, es necesario que la carga de la columna se distribuya en una área suficiente para evitar que se sobrees fuerce el concreto. Las cargas de las columnas de acero se transmiten a través de una placa base de acero a un área razonablemente grande del cimiento que se localiza de dicha placa

Las placas base de las columnas de acero pueden soldarse directamente a las columnas, o pueden ligarse por medio de alguna oreja de ángulo remachado o soldada. Entonces las columnas se montan y se conectan con el cabezal mediante tornillos de anclaje o anclas que pasan a través de las orejas de ángulos que se han soldado a las columnas en el taller.

Una fase crítica en el montaje de un edificio de acero es el posicionamiento correcto de las placas base de las columnas. Si ellas no están localizadas en sus elevaciones correctas, serios cambios de esfuerzo pueden ocurrir en las vigas y columnas de la estructura de acero.

Para placas base de pequeño a mediano tamaño (de 50.8 a 56 cm), aproximadamente placas niveladoras de 0.635 cm de espesor con las mismas dimensiones que las placas base o un poco mayores son enviadas a la obra y cuidadosamente niveladas por medio de un mortero estabilizador de volumen con sus elevaciones apropiadas. Luego las columnas con las placas unidas a ellas se fijan sobre las placas niveladoras.

Para placas base más grande, de hasta 91 cm, se usan algunos tipos de tuercas niveladoras para ajustar en dirección vertical las placas de base. Para garantizar estabilidad durante el montaje esas tuercas deben usarse en por lo menos cuatro pernos de anclaje.

Si las placas base son mayores que aproximadamente 91.5 cm, las columnas con placas base unidas a ellas son tan pesadas e incómodas de manejar, que es difícil embarcarlas juntas. Para tales casos las placas base se envían a la obra y se colocan antes de proceder al montaje de las estructuras de acero. Ellas pueden nivelarse con partes de rellenos o cuña. Para las placas sumamente grandes con pesos de varias toneladas, pueden construirse marcos a base de ángulos para soportar las placas. Estos se nivelan cuidadosamente y se rellenan de concreto, que se enrasado a las elevaciones correctas y las placas base se apoyan directamente sobre el concreto. Los apoyos o bases de columnas, generalmente son placas de acero que distribuyen de manera uniforme sobre la cimentación las cargas transmitidas por las columnas.

Dependiendo de los elementos mecánicos a que están sujetos estos apoyos, se pueden clasificar en dos tipos: los que transmiten solo carga axial y los que soportan tanta carga axial como momentos flexionantes.



## DADOS O PEDESTALES

En muchas ocasiones las columnas van apoyados sobre pedestales o dados de concreto que transmiten las cargas del columnas a las zapatas, o a otra parte de la infraestructura, a veces limitaciones de espacio restringen la superficie de la parte superior de un pedestal; sin embargo, siempre que sea posible, cuando las caras del pedestal son verticales y la carga grande, conviene que dicha superficie sea por lo menos de una y media a dos veces mayor que la del área cargada directamente por la columna.

En la práctica al dimensionar un pedestal deberá de tenerse en cuenta los puntos siguientes:

1. Es conveniente que el esfuerzo de compresión en un pedestal sea considerablemente menor que  $0.25 f'c$ , excepto en el caso en que este situado de bajo de una columna de concreto armado.
2. Es casi esencial colocar la placa de apoyo o bases de los soportes metálicos encima del terreno y por encima del nivel del agua, en una planta industrial, puede que convenga situar dichas bases de 5 a 15 cm por encima del nivel del pavimento, evitando así la posible oxidación de las placas al lavar este. En ambos casos deberá pues dimensionarse la parte superior del pedestal de forma que queden rellenos los espacios libres entre pavimento y placas base y se consiga el buen acabado que conviene que tenga la obra.
3. La sección transversal de un pedestal deberá de ser lo suficientemente amplia para que reparta la carga sobre una superficie conveniente de la zapata o de la losa que este bajo el. Si el pedestal este dispuesto sobre la parte superior de una zapata, puede ser conveniente darle una anchura que sea igual o aproximadamente igual a la mitad de la anchura de la zapata.
4. Un pedestal, se supone que es una prolongación ensanchada de la columna. Por consiguiente deberá de ser fuerte y rígido. Su altura será relativamente grande para que no haya probabilidad de que el pedestal se agriete por flexión o esfuerzo cortante, la anchura y altura del pedestal serán tales que el ángulo sea aproximadamente cercano a  $30^\circ$  o menor; el valor máximo absoluto de este ángulo sería  $45^\circ$ , que puede ser satisfactorio para zapatas pequeñas.
5. Cuando las cargas de la columna son ligeras y las tensiones unitarias en el pedestal son bajas, la superficie del pedestal puede ser relativamente pequeña; cuando las cargas de la columna son grandes, deberá dimensionarse con amplitud.
6. Aunque la cimbra sea más costosa, los pedestales pueden ser ataluzados. Es sencillo, si únicamente se hacen inclinadas las cuatro caras, deberá de estudiarse la forma de que la variedad de tamaños de pedestales sea mínima, de manera que puedan utilizarse repetidamente las mismas cimbras y así reducir el costo.
7. En muchos casos puede convenir apoyar las losas del piso sobre pedestales, donde el piso esta sobre tierras de relleno o sobre suelos plásticos, puede ser mejor aislar la losa del pedestal.

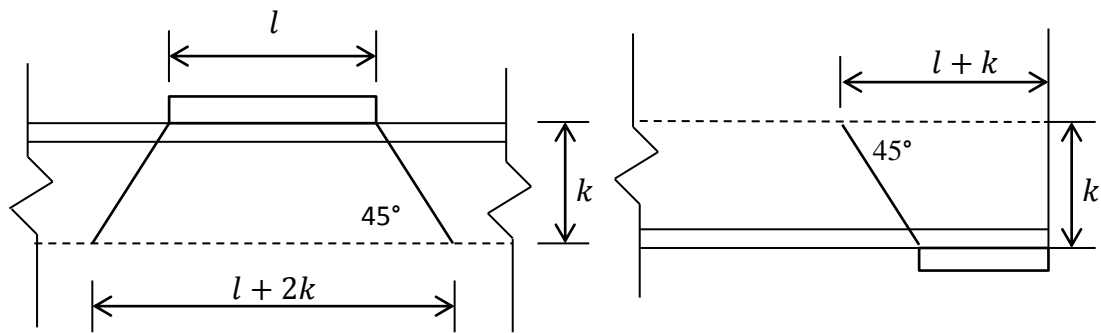


Fig. 1.3 Pedestal o dado

Es frecuente que entre la columna de la súper estructura y la zapata enterrada haya un elemento de transición en forma de dado o pedestal, con el fin de evitar enterrar las columnas hasta la parte superior de la zapata, lo que podría provocar problemas de corrosión cuando la columna es de acero y de recubrimiento insuficiente en la columna de concreto. Los dados se refuerzan con los requisitos mínimos de temperatura y recubrimiento. Un aspecto que puede determinar sus dimensiones es el aplastamiento bajo las compresiones transmitidas para una columna de acero. Este aspecto se revisa con los procedimientos indicados para zapatas de concreto simple.

## II. PLACAS BASE PARA COLUMNAS CON CARGA AXIAL

No es probable que existan columnas cargadas axialmente, excepto la de los laboratorios de investigación. Es casi imposible construir una columna perfectamente recta ya que en la realidad las condiciones de apoyo causan excentricidad en la carga que producen momentos flexionantes.

Se puede despreciar el efecto de pequeñas excentricidades, cuando se diseñan columnas, si se supone que los esfuerzos se ajustan espontáneamente. Cuando son importantes los momentos flexionantes, como para no despreciarlos, la resistencia a la carga axial de la columna juega un papel muy importante en el diseño.

Intuitivamente se pueden clasificar las columnas en tres grandes categorías. Las columnas cortas fallan cuando se alcanza la resistencia última a compresión o a fluencia del material. Una columna larga fallará por pandeo para un esfuerzo que depende de la rigidez del material y no de la resistencia del mismo. Entre esos límites se encuentran las columnas intermedias, cuya capacidad depende tanto de la rigidez como de la resistencia del material. Para agrupar a las columnas como cortas, intermedias o largas, es necesario conocer la forma de sección transversal, el tipo de material, la longitud no soportada de la columna, y las condiciones de restricción en los apoyos.

En el diseño de las placas de apoyo para columnas con carga axial, la placa de base se dimensiona, suponiendo que la parte de la placa que se proyecta fuera de la caña de la columna actúa como una viga en voladizo, con su sección crítica o empotre, aproximadamente en la orilla de la columna. La carga distribuida en esta viga se considera igual a la presión o empuje del material de soporte. Fig. 2.1

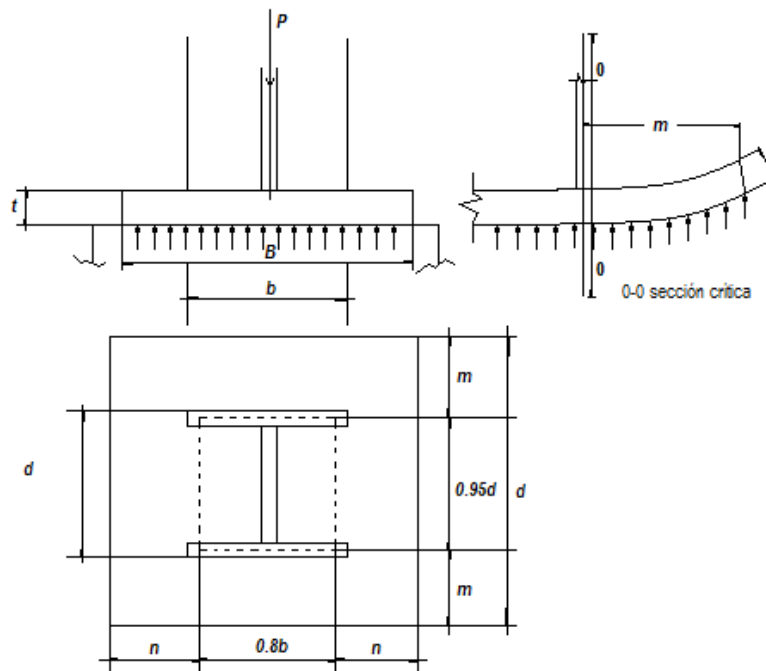


Figura 2.1. Columnas con carga axial

El esfuerzo de diseño por compresión en el área de apoyo de un cimiento de concreto o de mampostería, es mucho menor que el correspondiente a la base de acero de una columna. Cuando una columna de acero se apoya en la parte superior de un cimiento, o una zapata aislada, es necesario que la carga de la columna se distribuya en un área suficiente para evitar que se sobreesfuerce el concreto. Las cargas de las columnas de acero se transmiten a través de una placa de base de acero a un área razonablemente grande del cimiento, que se localiza debajo de dicha placa. (Nótese que el cimiento tiene una función semejante, ya que se distribuye la carga sobre un área aun mayor, de modo que el terreno subyacente no se sobrecarge.)

Las placas de base de columnas de acero, puede soldarse directamente a las columnas, o pueden ligarse por medio de alguna oreja de ángulo remachada o soldada; estos métodos de conexión se ilustran en la figura 2.2. Se muestra una placa de base soldada directamente a una columna en la parte (a) de la figura. Para columnas pequeñas, estas placas pueden soldarse a la columna en el taller, pero para columnas mayores es necesario embarcar las placas por separado y colocarlas en su nivel correcto. Entonces las columnas se montan y se conectan con la zapata mediante tornillos de anclaje o anclas que pasan a través de las orejas de ángulo que se han soldado a las columnas en el taller. Este tipo de arreglo se muestra en la figura 2.2 (b). Algunos proyectistas prefieren utilizar orejas tanto en los patines como en el alma.

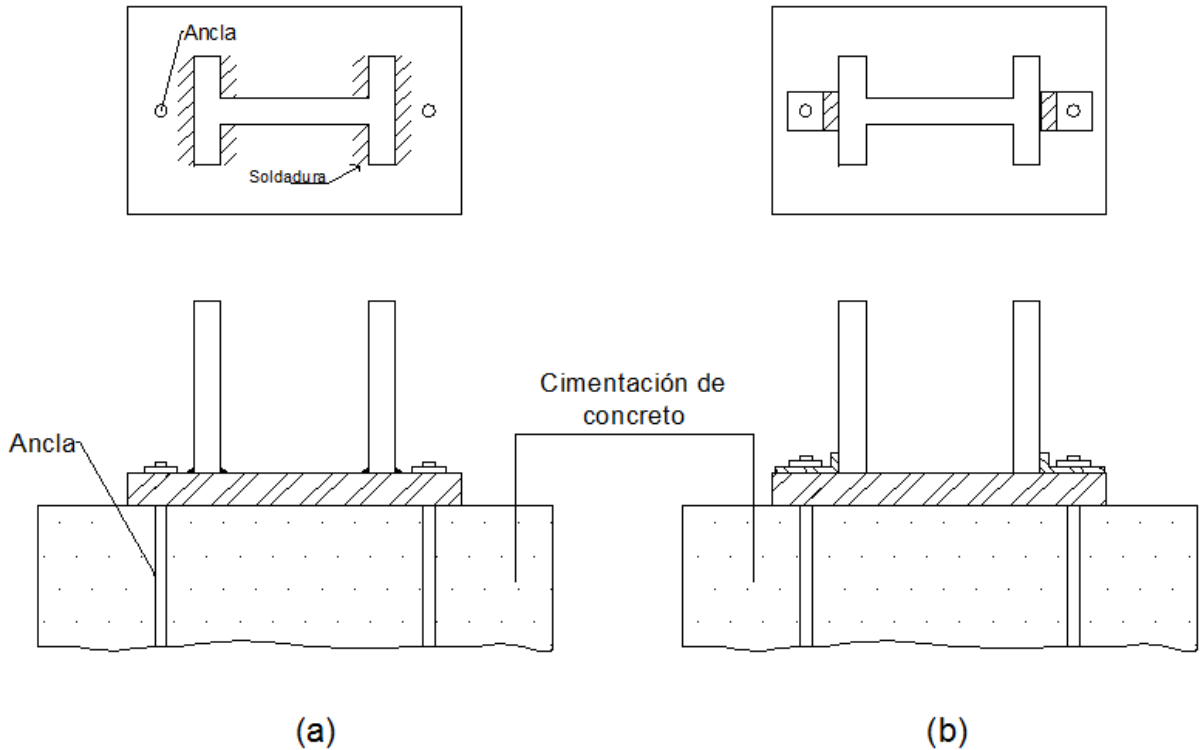


Figura 2.2 Placas de base de columnas

Para garantizar que las placas de las columnas se repartan uniformemente sobre sus placas de base, es esencial que exista buen contacto entre las dos. Para lograr esto es necesario enderezar las placas de espesor mayor a 5 cm y hasta 10 cm por medio de procesos de prensado o fresado. Las placas de más de 10 cm de espesor necesitan tener superficies superiores maquinadas. Las superficies interiores de las placas estarán en contacto con la lechada de cemento y no requieren maquinado. La parte superior de las placas de base conectadas a las columnas con soldaduras de penetración completa no tiene que ser prensadas o maquinadas.

Una fase crítica del montaje de un edificio de acero es el correcto posicionamiento de la placa base de las columnas. Si ellas no se localizan en sus elevaciones correctas, pueden ocurrir serios cambios de esfuerzos en las vigas y columnas de la estructura de acero. Se usa uno de los tres siguientes métodos para preparar el sitio para el montaje de una columna en su elevación correcta: placas de nivelación, tuercas de nivelación y placas de base prefijadas. Un artículo por Ricker (D.T. Ricker, "Some practical Aspects of Column Bases". Engineering Journal, A.I.S.C, 26, N° 3 (tercer trimestre, 1989), págs. 81-89) describe estos procedimientos con bastante detalle.

Para placas de base de tamaño pequeño a medio (hasta 56 cm) se envía a la obra placas de nivelación de aproximadamente 0.635 cm con las mismas dimensiones que las placas de base (o un poco mayores) y se empotran cuidadosamente en las elevaciones correctas. Luego, las columnas unidas a sus placas de base se montan sobre las placas de nivelación. Para las placas de base mayores (hasta 91.5cm), se usan algunos tipos de tuercas niveladoras para ajustar en dirección vertical las placas de base.

Si las placas de base son mayores que aproximadamente 91.5 cm, las columnas con las placas de base unidas a ellas resulta muy pesadas y de difícil manejo tanto durante el montaje como durante el transporte. En tales casos, las placas de base se envían por separado a la obra y se instalan previamente al montaje de las columnas. Se pueden nivelar con cuñas o bien con pernos roscados.

Para placas de base sumamente grandes con peso de varias toneladas se pueden construir pedestales de apoyo a base de perfiles angulares, los cuales se nivelan cuidadosamente y se rellenan de concreto que se arrasa a la elevación correcta y sobre el cual se asienta directamente la placa.

Una columna trasfiere su carga a la cimentación por medio de la placa de base. Si el área  $A_2$  de soporte de concreto es mayor que el área  $A_1$  de la placa fig. 2.3, la presión permisible será mayor. En este caso, el concreto que rodea el área de contacto proporciona un soporte lateral apreciable a la parte cargada directamente con el resultado de que el concreto cargado puede resistir una mayor carga. Esto se refleja en los esfuerzos permisibles.

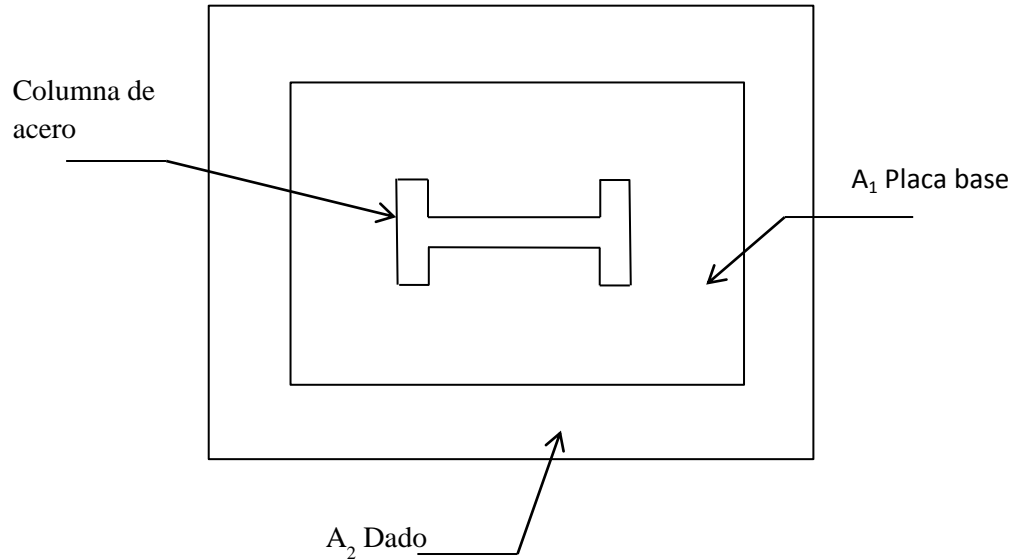


Figura 2.3 Áreas de placa base y columna

La especificación ASD J9 (PAGINA DEL ASD) da dos presiones permisibles para los apoyos de concreto. Estos valores se basan en la resistencia  $f'c$  a compresión del concreto y el porcentaje del área de soporte cubierta por la placa de base.

Si toda el área  $A_2$  de concreto queda cubierta por la placa cuya área es  $A_1$ ,

$$F_p = 0.35 f'c \quad (1)$$

Si  $A_1$  es menor que  $A_2$ ,

$$F_p = 0.35 f'c \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \leq 0.7f'c \quad (2)$$

Para las cimentaciones usuales,  $F_p$  es igual a  $0.7f'c$ , para apoyos sobre ladrillos unidos con mortero de cemento, se especifica un valor  $F_p = 0.25 \text{ klb/plg}^2$  y para apoyos sobre piedra caliza o arenisca, la especificación ASD J9 permite el valor de  $0.40 \text{ klb/plg}^2$ .

Si sustituimos  $P/A_1 = F_p$  en la ecuación (2),

$$\frac{P}{A_1} = 0.35 f'c \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$$

$$A_1 = \frac{1}{A_2} \left( \frac{P}{0.35 f'c} \right)^2 \quad (3)$$

El valor más pequeño posible de  $A_1$  se tendrá si  $F_p=0.7f'_c$ :

$$A_1 = P/0.7f'_c \quad (4)$$

$A_1$  es entonces el valor más grande que se obtenga con las ecuaciones (3) y (4).

El manual ASD (pág. 3-107 y 3-108) desarrolla una formula que permite al proyectista seleccionar el área mínima de un pedestal tal que se obtenga el esfuerzo de apoyo mínimo del concreto ( $A_2 \geq P/0.175f'_c$ )

Para analizar la placa de base mostrada en la figura 2.4, se supone que la columna le aplica una carga total  $P$  y que esta carga se trasmite uniformemente a través de la placa al pedestal con valor  $f_p (=P/A_1)$  lb/plg<sup>2</sup>. El pedestal reacciona sobre la placa con una presión  $f_p$  que tiene a flexionar las partes en voladizo de estas que quedan fuera de la columna.

En relación con la figura 2.4, el manual ASD indica que los momentos máximos en la placa de base se presentan a distancias entre si aproximadamente de  $0.80b_f$  y  $0.95d$ . El momento flexionante se calcula en cada una de esas secciones y se usa el valor para determinar el espesor necesario de la placa. Este método de análisis es solo una aproximación tosca de las verdaderas condiciones, ya que los esfuerzos reales en la placa son resultado de la flexión en dos direcciones.



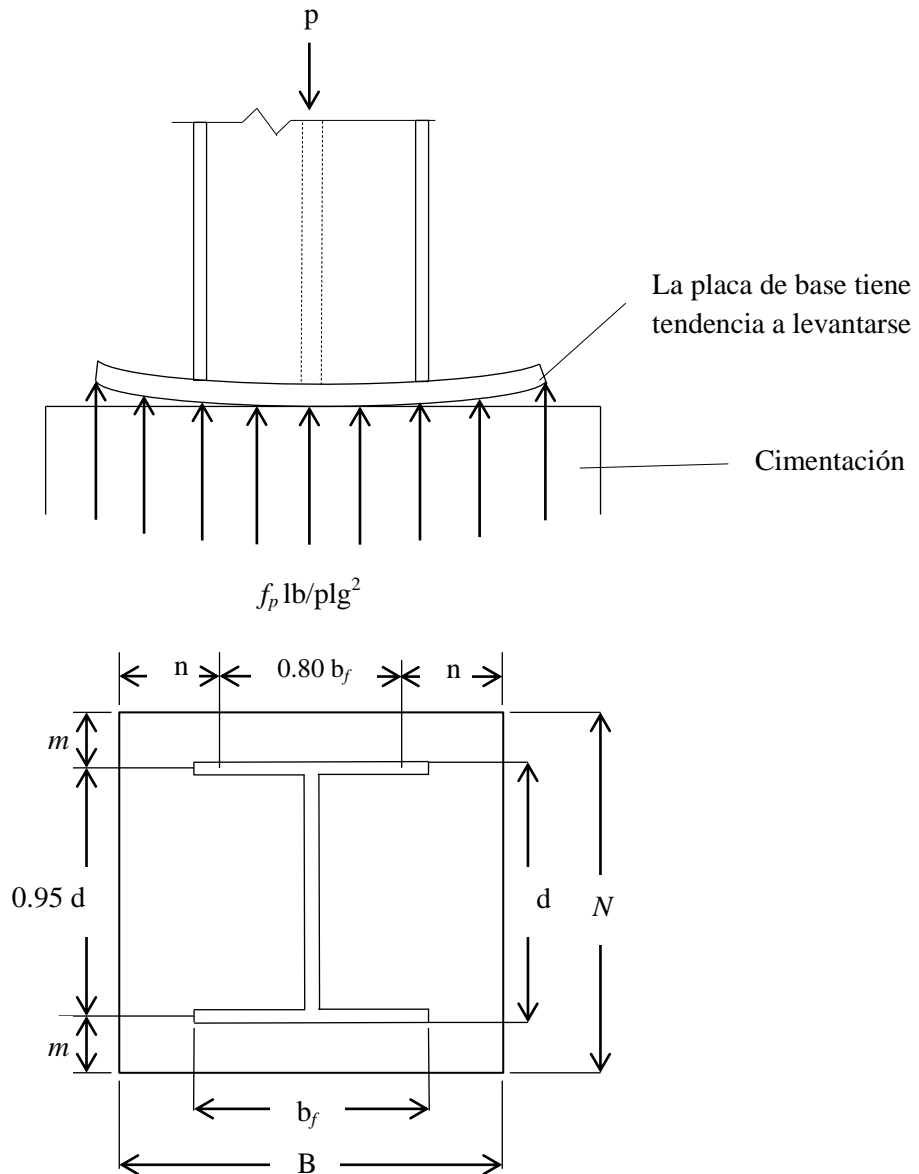


Figura 2.4 Dimensiones usadas en el diseño de la placa base.

De acuerdo con la fig. 2.4, se puede escribir las siguientes expresiones para el momento en las dos secciones críticas, considerando en cada caso un ancho de 1plg (2.54 cm) de placa:

$$M = f_p n \frac{n}{2} = \frac{f_p n^2}{2}$$

$$M = f_p m \frac{m}{2} = \frac{f_p m^2}{2}$$

El modulo de sección de una placa de 2.54 cm de ancho y de espesor  $t$  es

$$S = \frac{1}{c} = \frac{\left(\frac{1}{12}\right)(1)(t^3)}{t/2} = \frac{t^2}{6}$$

Ya que el esfuerzo es  $M_c/I = M/S$ , el espesor requerido de la placa de base puede determinarse:

$$F_b = \frac{M}{S} = \frac{f_b(m^2/2)}{t^2/6}$$

$$= \frac{3f_p m^2}{t^2}$$

$$t = 2m \sqrt{\frac{3f_p m^2}{F_b}}$$

La especificación ASD F2.1 estipula que el esfuerzo  $F_p$  permisible de flexión en las placas de base igual a  $0.75F_y$ . Sustituyendo este valor en la expresión anterior, se obtiene:

$$t = 2m \sqrt{\frac{f_p}{F_y}}$$

De modo semejante, en la otra dirección,

$$t = 2n \sqrt{\frac{f_p}{F_y}}$$

Si los valores de  $m$  y  $n$  son iguales, los momentos calculados serán también iguales y el espesor determinado para la placa será mínimo. A esta condición se puede llegar si

$$N = \sqrt{A_1} + \Delta$$

Donde:

$A_1$  = área de la placa =  $BN$

$$\Delta = 0.5(0.9d - 0.80b_f) \quad \text{y} \quad B \approx \frac{A_1}{N}$$

Si la columna soporta una carga muy pequeña, el área de la placa así como  $m$  y  $n$  serán muy pequeñas por lo que el espesor calculado para la placa resultara cercano a cero. En tales casos se supone que la carga esta distribuida sobre el área sombreada en la figura 2.5. Esta área puede determinarse con la siguiente expresión:

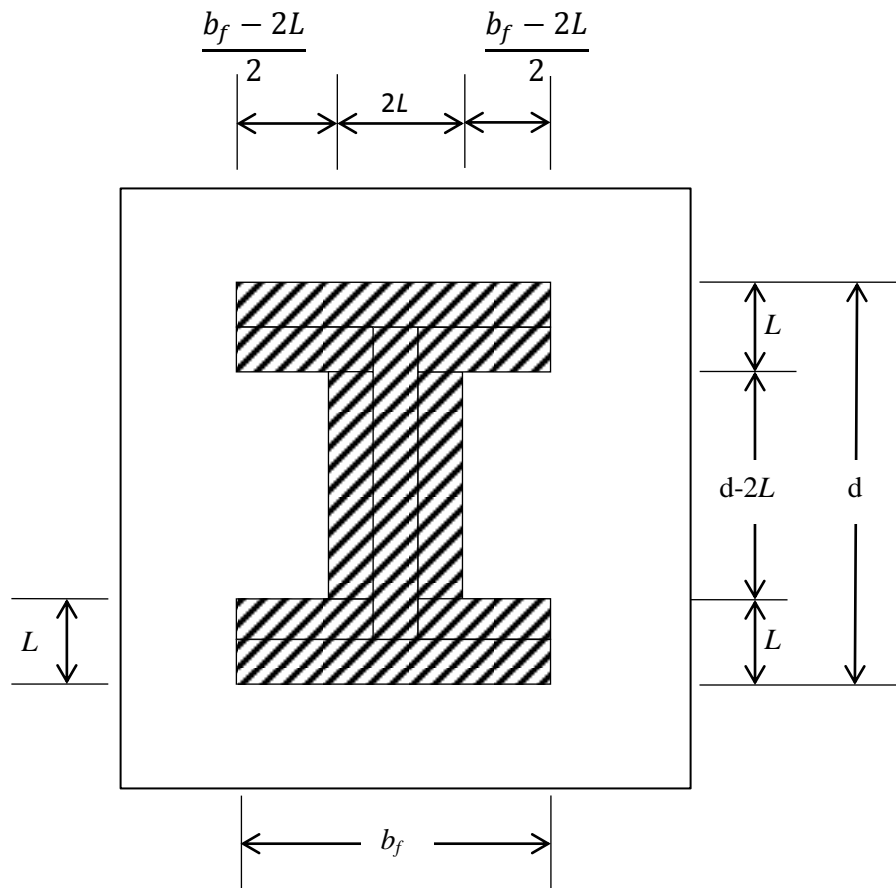


Figura 2.5. Distribución de la carga de la columna pequeña al concreto de soporte.

$$A = b_f d - \left( \frac{b_f - 2L}{2} \right) (2)(d - 2L)$$

$$= 2(d + b_f - 2L)L$$

La dimensión  $L$  se puede determinar con la siguiente expresión cuadrática; se obtienen los valores de  $L$  pero solo el menor se usa en los cálculos subsecuentes.

$$F_p = \frac{P}{2(d + b_f - 2L)L}$$

Suponiendo que la placa está empotrada en el borde del alma, el momento de una franja de placa 2.54 cm de ancho se iguala al momento resistente de una placa de espesor  $t$  y de 2.54 cm de ancho. De la expresión resultante se despeja  $t$ . Debemos revisar con esta expresión, así como con las anteriores, el espesor propuesto.

$$(f_b L) \left( \frac{L}{2} \right) = \left( \frac{1}{12} \right) (1)(t^3) F_b$$

$$t = L \sqrt{\frac{3f_p}{F_b}}$$

Es posible que estas formulas conduzcan a valores absurdos para el espesor de la placa. Debido a esto, varios autores (S. Ahmed y R.R Kreps, "Inconsistencies in Column Base Plate Design in the new A.I.S.C ASD Manual, "Engineering Journal, A.I.S.C, 27, N°3 (tercer trimestre, 1990), pags. 106-107.) han propuesto efectuar una revision del metodo. Thornton (W.A. Thornton, "Design of small Base Plates for Wide Flange Columns", Engineering Journal, A.I.S.C, 27, N°3 (tercer trimestre, 1990) pags. 108-110) recomienda que se use el valor  $n' = \sqrt{db_f}$  en vez del valor de  $L$  y que se use para el espesor de la placa la expresi3n

$$t_p = 2n' \sqrt{\frac{f_p}{F_y}}$$

Tal procedimiento es muy parecido al recomendado en la octava edici3n del manual ASD. Este procedimiento conduce a valores muy conservadores para el espesor de la placa de base peque1as. Antes de seleccionar las dimensiones finales para la placa de base, conviene consultar la secci3n de barras y placas en la parte 1 del manual ASD para usar tama1os estandarizados.

## II.1. CONSIDERACIONES DE DISE1O

El manual del Instituto Americano de la Construcci3n del Acero por sus siglas en ingles "A.I.S.C". Sugiere seguir el siguiente procedimiento para determinar el espesor necesario de cualquier placa de apoyo para columnas con carga axial, haciendo las siguientes consideraciones.

1. La carga "p" se encuentra uniformemente distribuida sobre la placa de apoyo, dentro de un rect1ngulo cuyas dimensiones son 0.95d y 0.80b.
2. La placa distribuye tambi3n uniformemente la carga sobre el soporte.
3. El esfuerzo permisible de compresi3n del concreto "Fp", depende de  $f'c$  y del porcentaje del area del soporte ocupada por la placa de apoyo, del manual del Instituto Americano de la Construcci3n del A.I.S.C. sec 1.5.5.

$$F_p = 0.35 f'c$$

Para cuando es cubierta totalmente el 1rea del soporte.

$$F_p = 0.375 f'c$$

Para cuando es cubierta solamente un tercio del 1rea del soporte.

La carga P de la columna se considera distribuida uniformemente sobre el área de la placa de base o sea el rectángulo de dimensiones 0.95d x 0.8b, siendo d el peralte de la columna y b el ancho del patín. A su vez, la placa distribuye esta carga uniformemente al apoyo de concreto. El esfuerzo admisible  $f_c$  en el concreto, depende de  $f'_c$  y del porcentaje de área de soporte ocupado por la placa de base.

## II.2. PROCESO DEL CÁLCULO

1. Se debe establecer el valor del esfuerzo permisible de compresión del concreto “Fc” con que este hecho el soporte.

2. Para determinar el área requerida, utilice la formula siguiente:

$$A = \frac{P}{F_p} \dots \dots \dots (1 - II)$$

3. “B” y “D” serán determinadas preferentemente redondeando su valor a pulgadas o centímetros completos, de modo que “m” y “n” sean aproximadamente iguales y t, B, D ≥ A.

4. Utilizando las siguientes formulas, determinar “m” y “n”:

$$m = \frac{D - 0.95d}{2} \dots \dots \dots (2 - II)$$

$$n = \frac{B - 0.80b}{2} \dots \dots \dots (3 - II)$$

5. La presión actuando en el soporte de concreto se determina con la formula siguiente:

$$F_p = \frac{P}{B * D} \dots \dots \dots (4 - II)$$

6. Úsese el mayor de los valores de “m” o “n” para obtener “t” por cualquiera de las formulas siguientes:

$$t = m \sqrt{\frac{3F_p}{F_b}} \dots \dots \dots (5 - II)$$

$$t = n \sqrt{\frac{3F_p}{F_b}} \dots \dots \dots (6 - II)$$

Donde:

$m$  y  $n$  = parte de la placa de apoyo que esta en cantiliver.

$P$  = carga total en la columna, en Kg.

$A = B \times D$  = área de la placa de base en  $\text{cm}^2$ .

$f_c$  = esfuerzo admisible de empuje, del material de apoyo en  $\text{Kg}/\text{cm}^2$ .  
(Ver tabla 1 ó la sección 1.5.5 de la especificación AISC).

$F_b$  = esfuerzo admisible a la flexión en la placa  $F_b = 0.75 F_y$   
(AISC sección 1.5.1.4.3)

$f_p$  = esfuerzo real del empuje en  $\text{Kg}/\text{cm}^2$ .;  $f_p = \frac{P}{A}$

$f'_c$  = resistencia a la compresión del concreto en  $\text{Kg}/\text{cm}^2$ .

$t$  = espesor de la placa de base en cm.

#### *Demostración de la formula 5-II Espesor de la placa*

El primer termino de la formula, es el espesor de la placa, que debe proveer suficiente resistencia al momento flexionante "M" en el sobresaliente de esta. Considerando esta sobresaliente "m" o "n" como una viga en cantiliver, el momento máximo "M", se encuentra en el extremo donde esta fija la columna y por lo tanto tendremos lo siguiente:

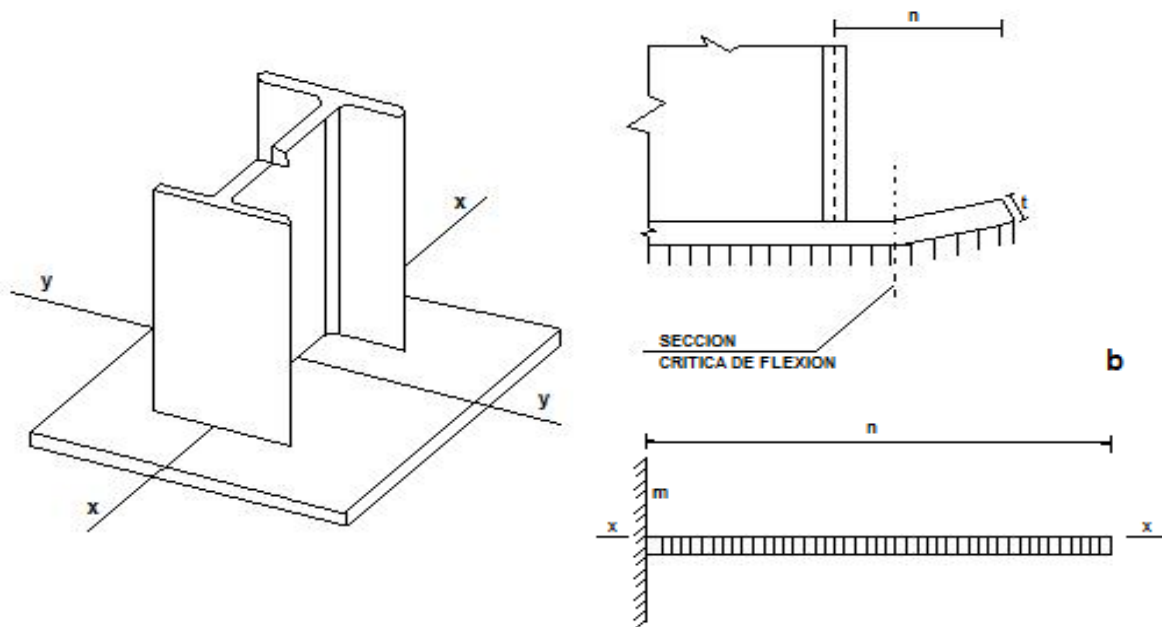


Figura 2.2.1 sobresaliente "m" o "n" como una viga en cantiliver,

Sí

$$M = \frac{wm^2}{2t^2} \text{ para el eje } x - x$$

Sustituyendo este valor en la ecuación anterior:

$$\sigma = \frac{6wm^2}{2t^2} \therefore \sigma = \frac{3wm^2}{t^2}$$

Despejando a t

$$t = \sqrt{\frac{3wm^2}{\sigma}} = m \sqrt{\frac{3w}{\sigma}}$$

Siendo:  $w = F_p$  (*reacción del soporte*)

$$\sigma = F_b$$

Quedando finalmente:

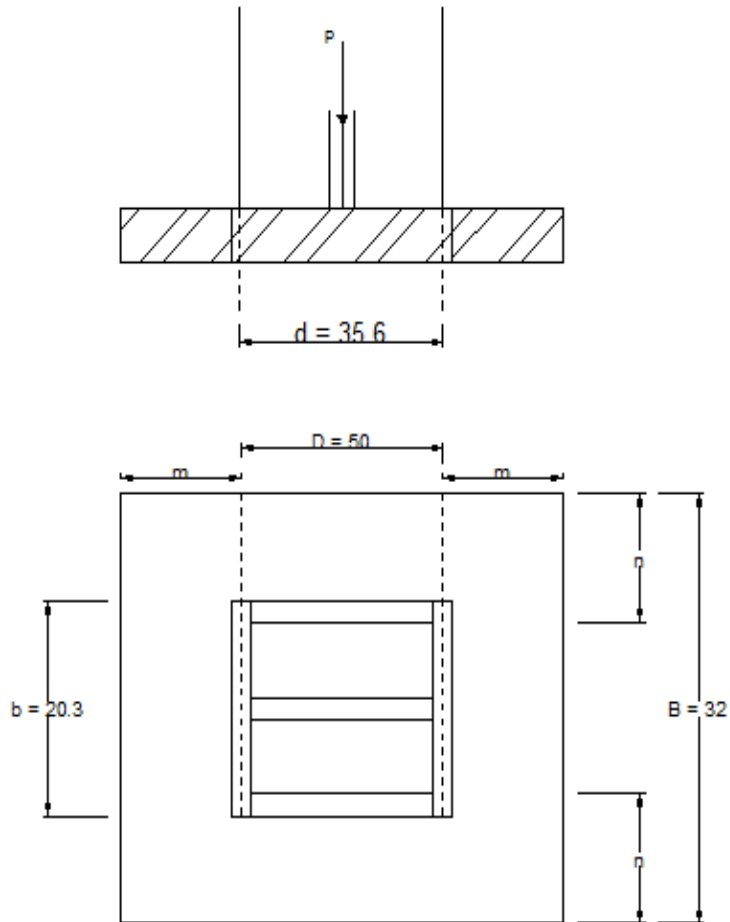
$$t = m \sqrt{\frac{3F_p}{F_b}}$$

De una manera semejante.

$$t = n \sqrt{\frac{3F_p}{F_b}}$$

### Ejemplo. Columna con carga axial

Una columna de viga I perfil rectangular IPR tomado del Instituto Mexicano de la Construcción del Acero (IMCA), de 14 x 8 y 79 Kg me soporta una carga axial de 120 Ton. Diseñar la base de material de acero ASTM A-36 apoyada sobre concreto de  $f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$ . Se considera que el área de la placa es 1/3 del área total de apoyo.



Secuela de cálculo:

1.- Se determina  $f_c = 0.375 f'_c = 0.375 \times 200 = 75 \text{ Kg/cm}^2$

2.- Área necesaria

$$A = \frac{P}{f_c} = \frac{120,000}{75} = 1600 \text{ cm}^2$$

3.- Se fijan B y D para m y n sean sensiblemente iguales hacemos  $D = 50 \text{ cm}$  y  $B = 32 \text{ cm}$

$$50 \times 32 = 1600 \text{ cm}^2$$



4.- Cálculo de m y n

$$m = \frac{1}{2} (50 - 0.95 \times 35.6) = 8.1 \text{ cm}$$

$$n = \frac{1}{2} (32 - 0.8 \times 20.3) = 7.88 \text{ cm}$$

m es el valor crítico. Esfuerzos admisible del material de la placa  $F_b = 0.75 F_y = 0.75 \times 2530 = 1900 \text{ Kg/cm}^2$ .

5.- Valor real del empuje =  $75 \text{ Kg/cm}^2$  (valor admisible de empuje)

6.- Determinamos el espesor de la placa t

$$t = m \sqrt{\frac{3 * 75}{1900}}$$

$$t = 8.1 \times 0.344 = 2.78 \text{ cm} \approx 1 \frac{1}{8}$$

El espesor de la placa de apoyo para una viga con carga axial será de  $1 \frac{1}{8} = 2.9 \text{ cm}$ .

### III. PLACAS BASE PARA COLUMNAS CON BAJA Y ALTA RELACIÓN MOMENTO-CARGA.

Muchas columnas de acero deben de soportar flexión además de la compresión axial normal. Cuando los miembros estructurales se apoyan en una cara de la columna o en una ménsula, la carga de compresión puede presentarse realmente con una excentricidad, Cuando se utilizan conexiones resistentes a momento y cuando la columna se convierte a un miembro de marco rígido, en los extremos de la columna se generan momentos. Las columnas, en muros exteriores, frecuentemente, funcionan como parte de la estructura general del muro; si esta envuelto el revestimiento vertical de un claro para cargas de viento, la columna puede resistir una carga directa de viga. La relación fundamental es una de interacción, cuya forma más simple se expresa mediante la formula de interacción lineal:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} = 1$$

En realidad, el problema puede ser de gran complejidad. Los problemas comunes relacionados con efecto de pandeo de la columna se deben combinar con el de la viga sin apoyo lateral y algunas posibles interacciones, como por ejemplo, el efecto *P-delta*. En tanto para que la investigación se utiliza la forma básica de la formula de interacción, a menudo hay que hacer numerosos ajustes para diversas situaciones. Las especificaciones del Instituto Americano de la Construcción del Acero "A.I.S.C" son bastante extensas y complejas y no muy explicativas con respecto a este problema.

Diseño aproximado de columnas con flexión. Para utilizarse en un anteproyecto o para obtenerse una sección tentativa para emplearse en una investigación más extensa de diseño, se usa un procedimiento para el que se necesita determinar una carga de diseño total equivalente que incorpora los efectos de flexión. Esto se realiza mediante el uso de los factores de flexión,  $B_x$  Y  $B_y$ , la carga equivalente de diseño se determina como:

$$P' = P + B_x M_x + B_y M_y$$

Donde:

$P'$  = Carga axial equivalente

$P$  = Carga axial real

$B_x$  = Factor de flexión para el eje x de la seccion

$M_x$  = Momento de flexión con respecto al eje x

$B_y$  = Factor de flexión para el eje y de la sección

$M_y$  = Momento de flexión con respecto a el eje y

### III.1. ESFUERZOS QUE SE PRESENTAN EN UNA PLACA DE APOYO EN FUNCIÓN DE LA EXCENRICIDAD “e”.

Cuando existe un momento “M” alrededor de una columna que también está sujeta a una fuerza axial “p” de compresión, es más conveniente expresar esta combinación de cargas como la misma fuerza axial “p” aplicada a una excentricidad “e” del eje neutro de la columna Fig.3.1.

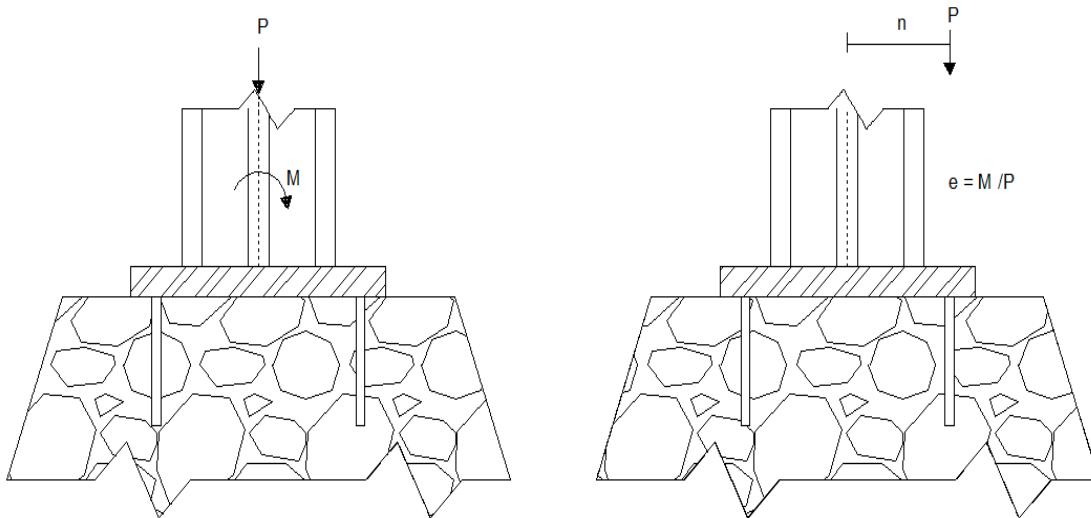


Figura 3.1 Columnas con carga axial y excentricidad

En cualquiera de las dos figuras, se muestra una combinación de esfuerzos, tanto de compresión como de flexión que estén actuando en una sección transversal de la columna, como se muestra a continuación:

Cuando las columnas están sostenidas por pernos de anclaje y estos transportan las fuerzas de tracción, la columna se resuelve con la excentricidad “e” supuesta dentro del plano del alma de está como se muestra en la figura 3.2. De esta forma los patines transportan la mayor parte de la reacción.

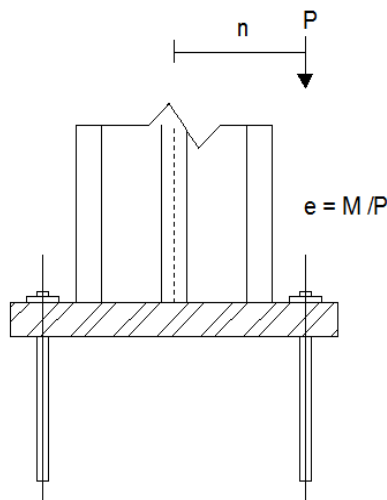


Figura 3.2 Columna sostenida con pernos de anclaje.

### *Placas base con resistencia a momentos de columnas*

Las bases de las columnas suelen diseñarse para resistir momentos flexionantes, así como cargas axiales. Una carga axial ocasiona compresión entre la placa base y la zapata de soporte, mientras un momento incrementa la compresión en un lado y disminuye en el otro. Para momentos de tamaño medio las fuerzas pueden transferirse a la zapata por medio de flexión de la placa base, pero cuando los momentos son muy grandes, deben usarse conexiones atiesadas. Para un momento pequeño, el área entera de contacto entre la placa y la zapata trabajará a compresión. Este será el caso si la carga resultante cae en el tercio medio de la longitud de la placa en la dirección de la flexión.

La figura 3.3 (a) y (b) muestra placas de base adecuadas para resistir momentos relativamente pequeños. En tales casos, los momentos son suficientemente pequeños para permitir su transferencia a la zapata por flexión de las placas base. Las barras de anclaje pueden o no tener esfuerzos calculables, pero se consideran necesarias para una buena edificación; su finalidad es mantener las columnas firmemente en su lugar y en posición vertical durante el proceso inicial de montaje. Las retenidas temporalmente son también desde luego necesarias durante el montaje. Las anclas deben de ser de buen tamaño y capaces de resistir fuerzas imprevistas del montaje. Algunas veces esas pequeñas placas se sueldan a las columnas en taller, en otras ocasiones se mandan sueltas al lugar de la obra y se instalan cuidadosamente al nivel correcto antes de soldarlas a las columnas.

Si la excentricidad ( $e=M/P$ ) es suficientemente grande para que la resultante caiga fuera del tercio medio de la placa, se tendrá un levantamiento en el otro lado de la columna y las anclas en ese lado trabajaran a tensión. El momento se trasfiere de la columna a la zapata, por medio de las anclas ahogadas en la zapata a una distancia suficiente para desarrollar las fuerzas. Este ahogamiento de las anclas debe calcularse de acuerdo con los métodos de diseño del concreto reforzado (Building Code Requirements for Reinforced Concret (AIC 318-89) and Commentary (AIC 318R-89) (Detroit: American Concrete Institute, 1989), págs. 188-189, 250-251.)

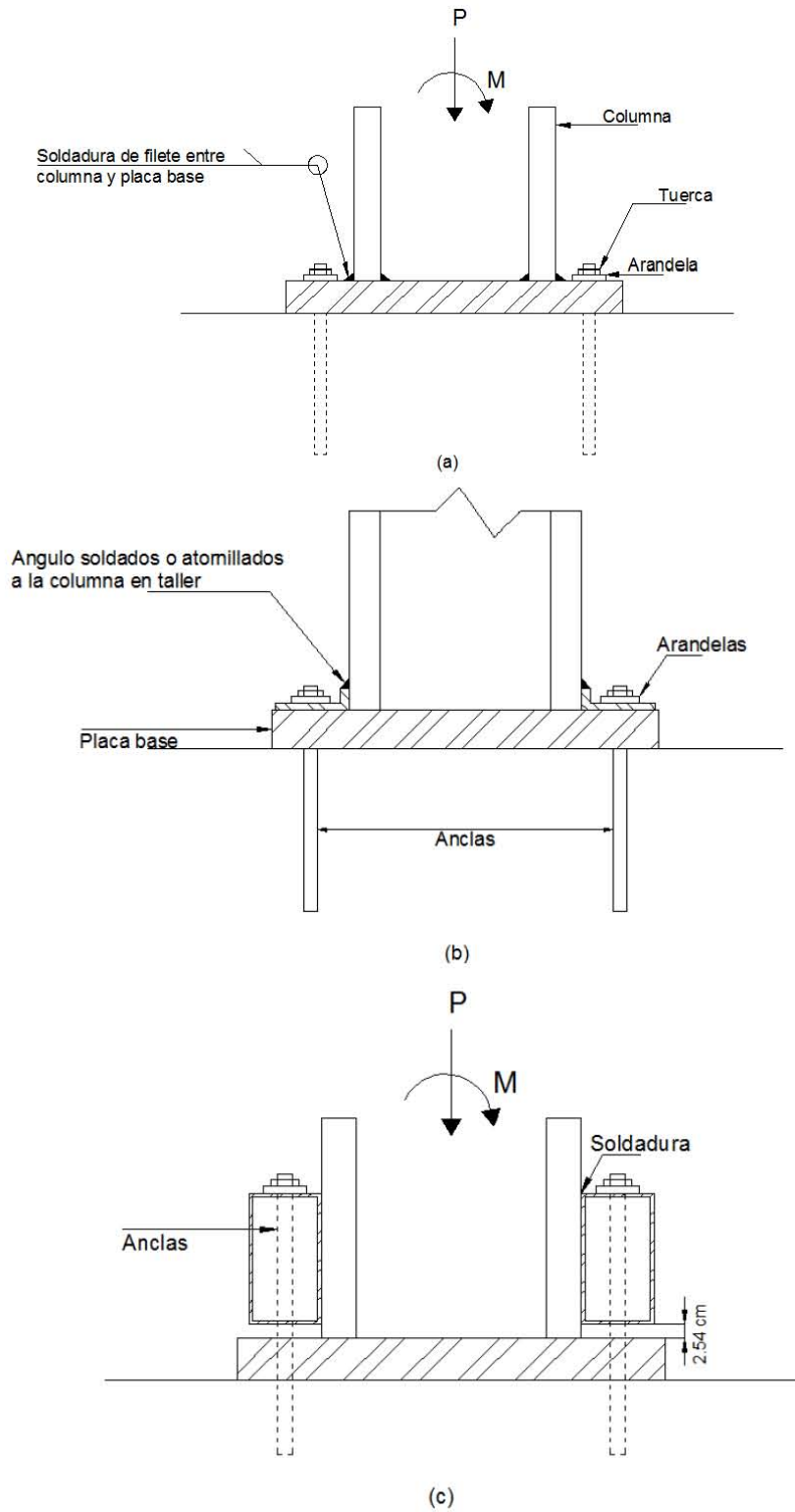


Figura 3.3 Bases de columnas resistentes a momentos.

La conexión atiesada mostrada en la figura 3.3(c) se supone soldada a la columna. El elemento atiesador se hace generalmente a base de ángulos o de canales y en los casos ordinarios no se conecta directamente a la placa base; el momento se transfiere de la columna a la zapata por medio de las anclas. Cuando se usan conexiones atiesadas, las placas de base se envían sueltas y se nivelan a la elevación correcta en la obra.

Las capacidades de estas conexiones para resistir rotaciones dependen de la longitud de las anclas, que son capaces de deformarse elásticamente. Esta capacidad se puede incrementar un poco pretensionando las anclas. En realidad el preesfuerzo no es muy confiable y usualmente no se lleva a cabo debido al flujo plástico de largo plazo en el concreto. Cuando es usada una conexión rígida o resistente al momento entre una columna y su zapata, es absolutamente necesario que la superficie o roca de soporte sean altamente no compresibles o de lo contrario la base de la columna rotará como se muestra en la figura 3.4. Si esto sucede, la conexión rígida entre la columna y la zapata no será útil. En esta sección, se supone que la superficie de apoyo es capaz de resistir el momento aplicado sin rotación apreciable.

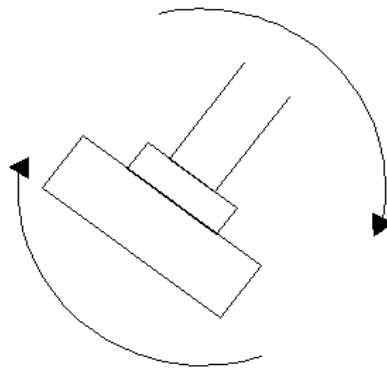
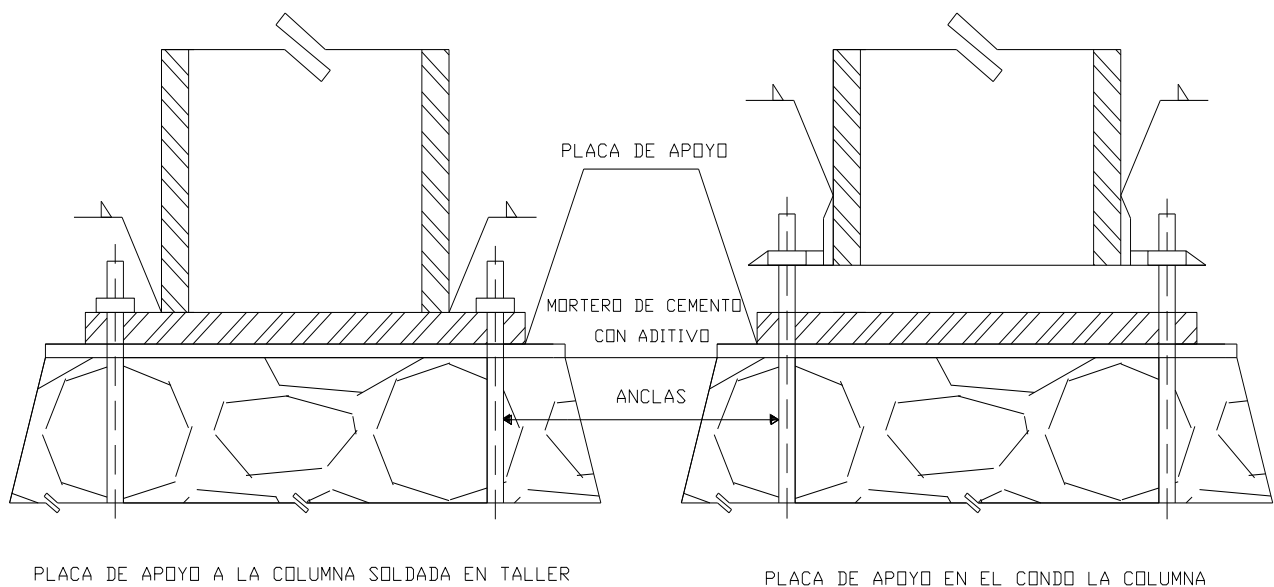


Figura. 3.4 Base de la columna bajo rotación.

Los soportes generalmente se dividen en dos tipos.

1.-Aquellos en que los anclajes son hechos solamente con el propósito de sostener levantado el elemento, no importando los esfuerzos en la estructura. En estos se incluye cualquier columna que no tenga efectos de levantamiento, es decir que el diseño de estas columnas está obligado por la fuerza de gravedad directa. En este caso las columnas pueden ser soldadas en el taller directamente a las placas de apoyo, a menos que el detalle resulte incomodo y tenga que enviarse por separado. Los pernos de anclaje ahogados en la cimentación son colocados solamente para sujetar la placa de apoyo, como se muestra en la figura 3.5.a. las placas de grandes dimensiones son generalmente fijadas y niveladas por separado antes de empezar a levantar la columna. Para este caso pueden emplearse ángulos que deben ser soldados en el taller a los patines de la columna o el alma de esta y preparar en campo los pernos de anclaje. Figura 3.5.b.



a b  
 Figura 3.5. Pernos de anclaje ahogados en la cimentación

2.- Aquellos en los cuales, las conexiones son diseñadas para resistir una tensión directa, un momento flexionante o alguna combinación en la cual la estabilidad de la estructura depende de las conexiones de los anclajes. Estos detalles incluyen, a todas aquellas columnas que tienen cargas directas combinadas con esfuerzos de flexión, causados por aplicaciones excéntricas de las cargas o fuerzas horizontales que originan levantamiento en las placas de apoyo. Como ejemplo de este tipo de cargas podemos citar, el viento, cables, oscilación, temperatura, etc. Es común encontrar dentro de la práctica las cargas antes citadas, en edificios, fabricas, hangares, marcos rígidos, portales, torres, columnas para grúas, etc. En estructuras largas que tengan cientos de metros entre las juntas de expansión en cada dirección, las columnas deben de ser planeadas solo a temperaturas normales en sus extremos y esquinas. Si no fuera así los cambios de temperatura ascendente o descendente pueden hacer las condiciones de apoyo insatisfactorias, aun que el trabajo de taller sea perfecto. Los efectos combinados de la carga directa y los momentos de volteo (debidos a viento) deben de ser siempre considerados por aplicación de la carga directa a una excentricidad dada, pensando también en que algunas veces los esfuerzos flexionantes ocurren en dos direcciones simultáneamente. El diseño de los tornillos de anclaje es un problema que deben de ser resuelto tanto para los esfuerzos de flexión como para los directos.



*Acabado en las superficies de la placa de apoyo.*

El Instituto Americano de la Construcción del Acero "A.I.S.C" en su sección 1.21.3 describe, que las placas de apoyo de las columnas deben de ser terminadas de acuerdo con lo siguiente:

Las placas de apoyo de acero laminado, de dos pulgadas o menos de espesor pueden ser usadas sin cepillarse, siempre y cuando el contacto con la placa y el soporte sean satisfactorios; las placas de apoyo de más de dos pulgadas pero menos de cuatro, deben de ser enderezadas por presión. Cabe aclarar que se debe de tener cuidado con las distorsiones que sufre la placa debido al calentamiento cuando es cortada con soplete, ya que dichas distorsiones pueden hacer que no exista contacto total entre la placa y el soporte. En México, existen cortadoras con una capacidad de corte hasta  $\frac{1}{2}$ " de espesor y que resultan de mucha utilidad cuando las placas por utilizar son de un espesor menor, ya que resulta económico y mucho más rápido utilizando este tipo de máquinas, que realizan los cortes con soplete.

*Métodos de diseño de placas bases de columnas de acero*

Consideraciones básicas. En el diseño de una columna de acero, la base de apoyo requiere una atención especial. Una carga axial es transmitida al soporte hecho generalmente de un material más débil, como el concreto, por ejemplo, sin sobre esforzar dicho material. Si se supone que el dispositivo de apoyo, contiene características de momento resistente, el diseño de la base y el anclaje u otro dispositivo empotrado en el soporte así como el soporte mismo, deberá dar secciones que sean capaces de desarrollar el mencionado momento resistente.

El dispositivo más empleado como base de columna, es una placa plana soportada por una zapata de concreto, la función de esta placa, colocada entre la caña de la columna y el apoyo de concreto, es obvia. Dependiendo del tipo de acero y de la relación de esbeltez de la columna, los esfuerzos admisibles son del orden de 700 a 1400 Kg/cm<sup>2</sup> o más. Esfuerzo de esta magnitud, aplastarían por compresión el concreto. La placa de base deberá ser lo suficientemente gruesa y de un área tal, que distribuye la carga dentro de la seguridad, desde el máximo esfuerzo de la columna, hasta la mínima resistencia del concreto. En columnas soportando cargas de gran valor, no es suficiente una placa, se requiere un emparrillado de vigas para transmitir dichas cargas (cortante, axial y momento).

Las características de resistencia del subsuelo es un factor que interviene en la tendencia a la rotación de una base de columna. Además de estas características, las principales variables que intervienen en la relación momento-rotación de las columnas ancladas son: (1) la dimensión de la placa de base; (2) dimensión, localización y la característica esfuerzo-deformación de las anclas; (3) dimensiones y características esfuerzo-deformación del dado de concreto y (4) la carga vertical. Si se analiza la influencia de cada una de estas variables, se puede definir cinco estados, en la respuesta de una base a carga vertical constante y momento creciente. Dichos estados están mostrados en la fig.3.6. (a), (b), (c), (d) y (e).

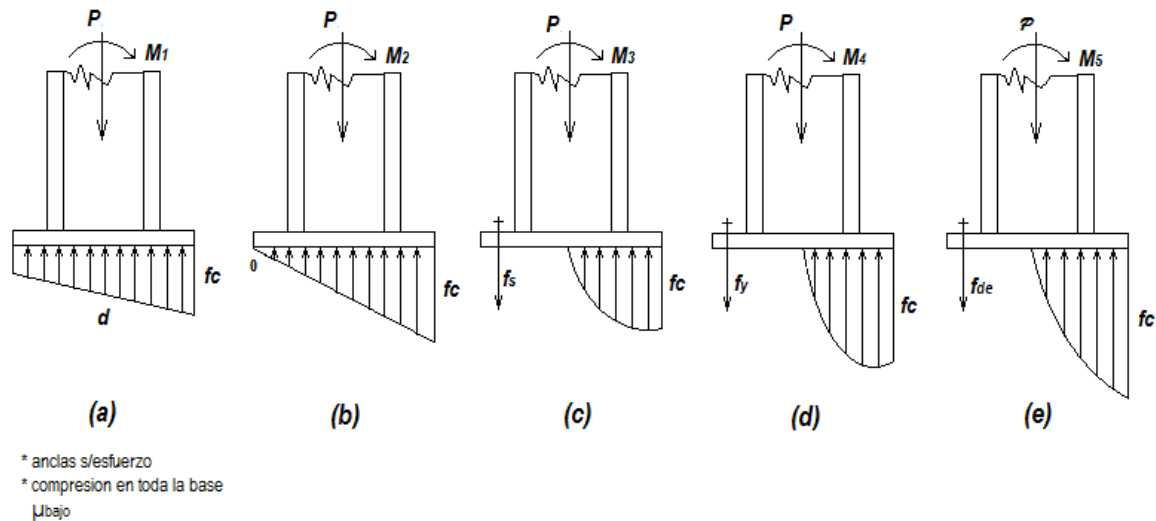


Figura 3.6. Estados de rotación de una base de columna

La condición de momento variable y carga axial fija se obtiene cuando ambas cargas son independientes, por ejemplo cuando el momento es debido a cargas horizontales de sismo o viento y las verticales son cargas de gravedad. Excepto cuando el momento y la carga vertical son de baja magnitud, el cortante horizontal tiene muy poco efecto en la base y puede despreciarse.

El primer estado subsiste (Fig. 3.6.a) para bajos valores de  $M$  (momento ( $M_1$ )). Existe compresión en toda la base, aun en este estado, la distribución de esfuerzos bajo la placa de base puede no ser lineal, pero se admite una distribución lineal, en el análisis. Las anclas en este primer estado no están sujetas a esfuerzos. El estado 2 (b) cubre el rango en el cual el momento varía desde aquel que causa cero esfuerzo en el extremo de la placa hasta el que causa cero esfuerzo en la primera línea de anclaje. Este estado termina, cuando empieza a inducirse esfuerzos de tensión en el anclaje. El estado 3 (c) empieza en este punto y termina cuando el ancla más esforzada llega al límite de fluencia ( $f_y$ ). En muchos casos, el esfuerzo de compresión del concreto alcanza tal magnitud, en estado que, la distribución de esfuerzo, francamente no sigue una ley lineal. El estado 4 (d) empieza desde que el anclaje alcanzo el esfuerzo de fluencia hasta la deformación por endurecimiento del material del ancla y el ultimo estado (e) desde este último punto hasta la fractura del ancla.

Otra condición que se presenta es cuando el momento es proporcional a la carga vertical. Cuando esto ocurre, la línea de acción de la reacción resultante no debe cambiar con respecto a la magnitud de las cargas aplicadas ( $e = \frac{M}{P}$ ).

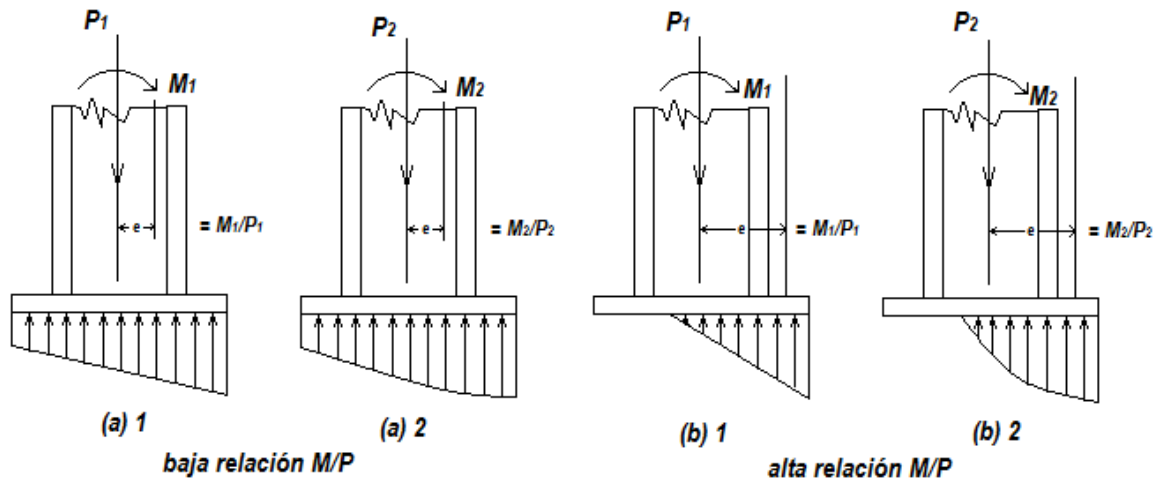


Figura 3.7. Relación momento carga

Dependiendo de los valores relativos del momento y de la carga, puede haber compresión sobre toda la base o solamente sobre una parte de la misma. La primera condición está ilustrada en la fig.3.7 (a) y la segunda en la fig.3.7 (b). Nuevamente, los esfuerzos reactivos pueden asumir una distribución lineal o no lineal ya que esta distribución es función, tanto de la deformación de la placa de base y del soporte de concreto, como de los valores relativos del momento y de la carga axial.

Cuando hay compresión sobre toda la placa de base, las anclas no toman esfuerzos, podría prescindirse de ellas, sin embargo, se proporciona un anclaje mínimo, para evitar movimiento en las columnas, durante la etapa de erección de la estructura. La última resistencia de este tipo de cargas se alcanza cuando falla el concreto a la compresión.

Hemos tratado de representar las dos condiciones extremas. En una, el momento es independiente de la carga axial y en la otra, es proporcional a la misma. El comportamiento real en una estructura es en realidad, más complejo y por lo tanto corresponde al diseñador fijar en el análisis de la superestructura, la condición real.

En este capítulo, presentamos métodos para diseñar bases de columnas, analizando los dos casos establecidos, compresión en toda la base, o solamente en una parte de la misma. En el primer caso, con carga axial únicamente o combinación de carga axial y momento y el segundo caso, analizado con dicha combinación de cargas. Los dos casos serán tratados separadamente utilizando primero un diseño con cargas de trabajo (elástico) y segundo un diseño con cargas últimas (plástico).

### III.2 PLACAS BASE CON BAJA RELACIÓN MOMENTO-CARGA

Si la excentricidad es menor que  $\frac{D}{6}$  (Fig.3.2.1.a)

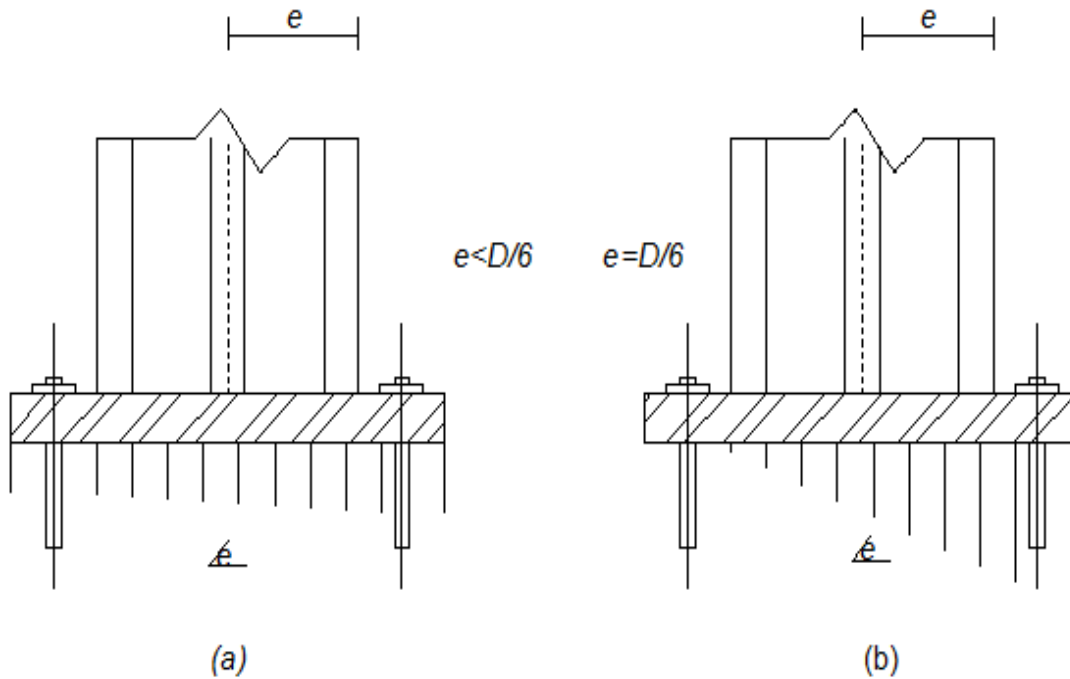


Figura 3.2.1 excentricidad en la columna

Ésta no levanta la placa de apoyo de la cimentación y por lo tanto los esfuerzos en la placa serán:

$$\sigma_p = \sigma_1 \text{ compresión} \pm \sigma_2 \text{ flexion}$$

$$\sigma_p = \frac{P}{A} \pm \frac{P e}{S} \dots \dots \dots (1 - III)$$

Donde:

P = Carga Axial Actuando

A= Área de la placa (B X D)

e= excentricidad

S= Modulo de sección de la placa.

Cuando:

$$S = \frac{BD^2}{6} \quad Y \quad M = P x e$$

Se sustituyen en la ecuación 1 – III

$$\sigma_p = \frac{P}{A} \pm \frac{6M}{BD^2} \dots \dots \dots (2 - III)$$

Es importante saber que cuando los esfuerzos de compresión y de flexión son iguales en la placa de apoyo, sujeta a carga axial y momento, no existe en ella tensiones, observándose que esto sucede cuando  $e = \frac{D}{6}$  (ver figura 3.2.1 b.) como se demuestra a continuación:

Teniendo:

$$\frac{P}{A} = \frac{M}{S} \dots \dots \dots (3 - III)$$

Donde:

$$A = B X D$$

$$M = P X e$$

$$S = \frac{B D^2}{6}$$

Sustituyendo en 3-III

$$\frac{P}{B X D} = \frac{6 P e}{B D^2} \dots \dots \dots (4 - III)$$

Despejando a “e” finalmente queda:

$$e = \frac{D}{6}$$

Compresión en toda la base.- Este caso como ya dijimos puede presentarse en dos formas, (1) cuando solamente la columna está sujeta a una carga axial P, M=0 y (2) cuando existiendo la combinación de cargas, P y M son de tal magnitud que no existen tracciones en el anclaje.

Columna con carga axial y momento.- Corresponde al estado 1 (fig.3.6 (a)) ya descrito. Para la distribución de esfuerzos sobre toda la base mostrada en la Fig. 3.2.2.

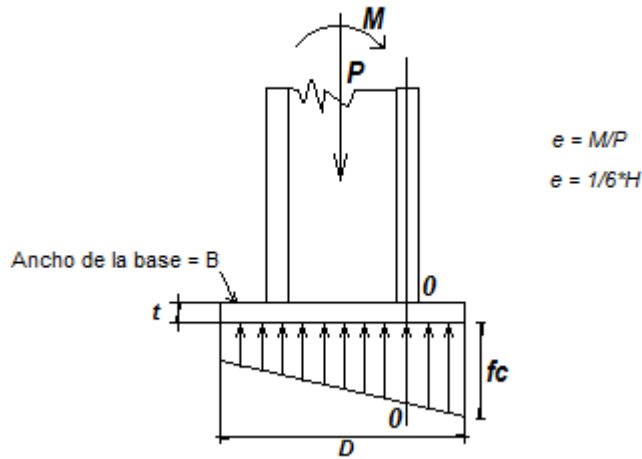


Figura 3.2.2. Columna con carga axial y momento sobre toda la base

el máximo esfuerzo del concreto vale

$$f_c = \frac{P}{BD} + \frac{M}{\frac{BD^2}{6}}$$

ó factor

$$f_c = \frac{P}{BD} \left( 1 + \frac{6M}{PD} \right)$$

Si este esfuerzo calculado no excede del admisible, las dimensiones B y D son las adecuadas. Considerando que la sección crítica en la placa de base es la 0-0 bajo la cara de la columna más esforzada, el espesor t se puede calcular por medio de la formula.

$$t = \sqrt{\frac{6M}{F_b}}$$

Pero el momento M se calculará, tomando en cuenta la variación lineal del empuje en el apoyo. En un primer ejemplo numérico, se diseña una placa de base de columna para una carga axial y momento flexionante relativamente pequeño tal que la carga resultante cae entre los patines de la columna. Se propone el ancho y el largo de la placa, y luego se calculan las presiones debajo de la placa y se comparan con los valores permisibles. Si las presiones no son satisfactorias, se cambian las dimensiones y se recalculan las presiones hasta que los valores sean adecuados. Luego se calcula el momento en la placa y se determina el espesor de esta. Se supone que la sección crítica por momento esta en el centro del patín en el lado en que la compresión es mayor. Algunos calculistas suponen que el punto del momento máximo esta localizado en algún otro lugar, como en la cara del patín o en el centro del ancla.

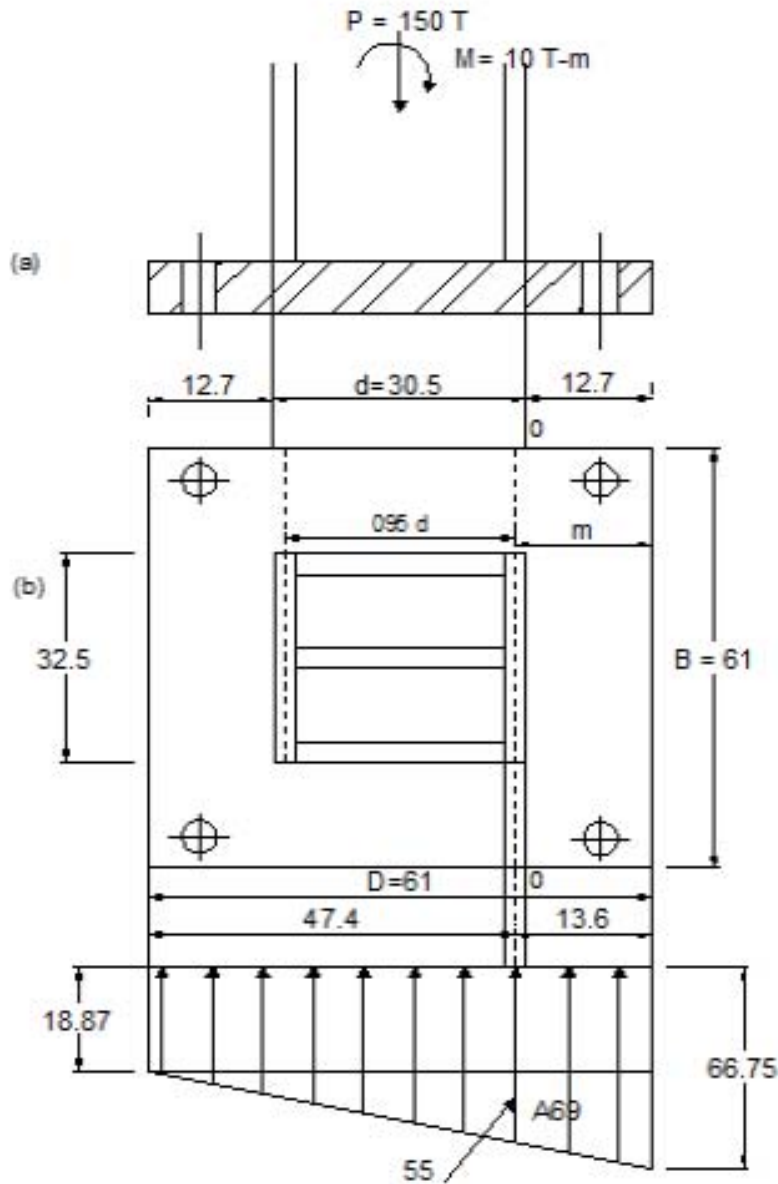
El momento se calcula para una franja de 2.54 cm de ancho de la placa y se iguala a su momento resistente. De la expresión que resulta se despeja el espesor requerido:

$$M = \frac{F_b I}{c} = \frac{(F_b) \left(\frac{1}{2}\right) (1) (t)^3}{t/2}$$

$$t = \sqrt{\frac{6M}{F_b}}$$

Ejemplo Columna con carga axial y momento.

La columna H de 12x12 a 135.1 Kg/m.l. soporte de una carga axial de 150Ton y un momento de 10 T-m. Diseñar la base de acero A-36, concreto  $f'_c=250$  Kg/cm<sup>2</sup>. La base cubre el 50% del área total de apoyo. Especificaciones de diseño AISC.



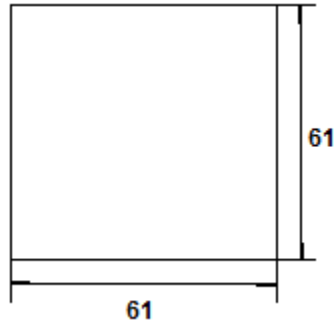
a) Tipo de base:

$$e = \frac{M}{P} = \frac{10}{150} * 0.0666 \approx 6.6 \text{ cm.}$$



b) Se fija a criterio las dimensiones de la base.

Aproximadamente  $D = 2d = 2(30.5 \text{ cm}) = 61 \text{ cm}$   
 Proponemos placa cuadrada:

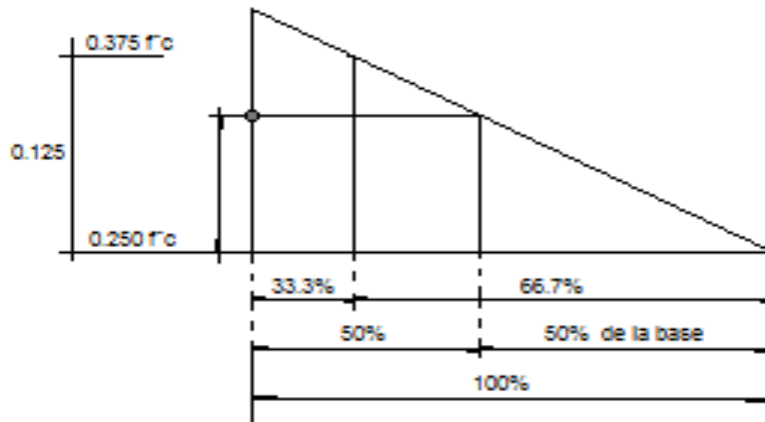


$$\frac{D}{6} \text{ ó } \frac{H}{6} = \frac{61}{6} = 10.17 \text{ cm}$$

osea  $e = 6.6 < 10.7 \text{ cm}$  Hay compresión en toda la base

↘ Excentricidad debida a M/P es menor a  $\frac{1}{6}H$

c) Determinamos de  $f_c$ - de acuerdo a los siguientes diagramas por proporciones.



$$\frac{0.125}{66.7\%} = \frac{x}{50\%}$$

$$x = 0.094 f_c$$

0.375  $f'_c$  es cuando la placa cubre 1/3 del área total de apoyo que es el 33.3%

0.250  $f'_c$  si la placa cubre el 100%

$$f_c = f'_c(0.250 + 0.094) = 0.344 f'_c$$

$$f_c = 0.344(250) = 86 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

d) Verificamos las dimensiones de la base:

$$f_c = \frac{P}{A} + \frac{M}{S}$$

$$A = 61 * 61 = 3721 \text{ cm}^2$$

$$S = b \frac{h^2}{6} = 61 * \frac{61^2}{6} = 37830.17$$

$$f_c = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{S}$$

$$f_c = \frac{150000 \text{ Kg}}{3721 \text{ cm}^2} \pm \frac{1000000 \text{ Kg} - \text{cm}}{37830.17 \text{ cm}^3}$$

$$f_c = 40.31 \pm 26.43$$

$$f_1 = \text{máx. } 66.74$$

$$f_2 = \text{mín. } 13.80$$

Esfuerzo que resiste 68.8 Kg/cm

Esfuerzo actuante 66.74

Como 68.86 > 66.74 la base esta correcta

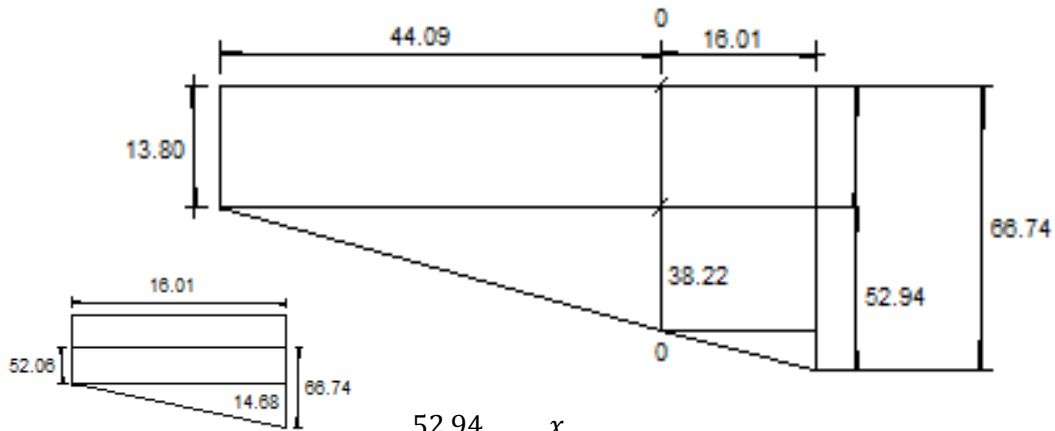
e) El cálculo del espesor de la placa base.

La distribución de la presión esta mostrada en el esquema siguiente. Calculamos el momento en la sección critica 0-0 para la parte en voladizo m que es la más grande.

$$0.95 * 30.5 = 28.98 \text{ cm}$$

$$0.80 * 30.5 = 24.40 \text{ cm}$$

$$m = \frac{1}{2}(61 - 28.98) = 16.01 \text{ cm}$$



$$\frac{52.94}{61} = \frac{x}{44.09} \quad x = 38.26$$

Presión en la sección 0-0  $38.26 + 13.80 = 52.06 \text{ Kg/cm}^2$

$$M_1 = w * l * \frac{16.01}{2} = (52.06)(16.01) \left( \frac{16.01}{2} \right) = 6672.01$$

$$M_2 = \frac{14.68 * 16.01}{2} \left( \frac{2}{3} (16.01) \right) = 1254.26$$

$$\Sigma M = 7926.27 \frac{\text{Kg} - \text{cm}}{\text{cm}} \therefore$$

$$t = \sqrt{\frac{6M}{F_b}}$$

$$t = \sqrt{\frac{6(7926.27)}{1900}} = 5.00 \text{ cm}$$

Se usaran 4 anclas de 1.9 cm (3/4) para fijar la columna a la base y evitar movimientos de la misma.

### III.3 PLACAS BASE CON ALTA RELACIÓN MOMENTO-CARGA.

Cuando la excentricidad “e” es mayor de  $\frac{D}{6}$ , hay un levantamiento en la placa de apoyo resistido por los pernos de anclaje y los esfuerzos máximos de la cimentación se presentan en el borde de la placa. Estos esfuerzos decrecen linealmente hacia el extremo anterior a la excentricidad hasta una distancia Y. (ver figura 3.3.1). Una posición para el análisis del problema de este tipo, es tratar esta sección como una viga de concreto.

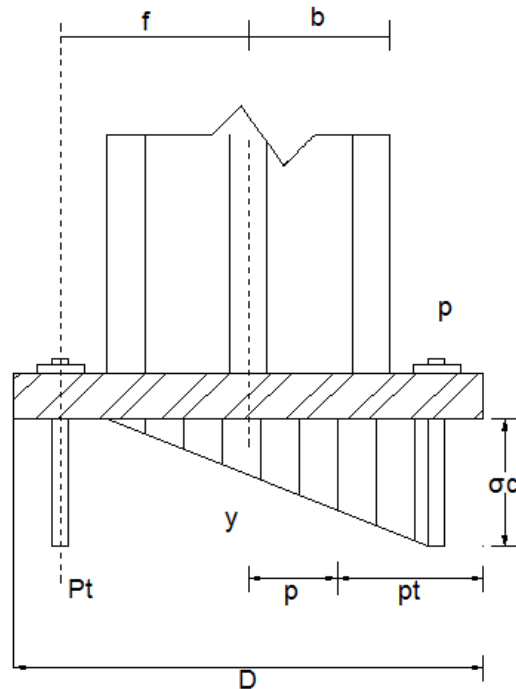


Figura 3.3.1. Columna con alta excentricidad

Por lo explicado en el párrafo anterior y tomando como referencia la figura 3.3.1, tendremos que determinar  $P_t$ ,  $\sigma_c$  y  $Y$

Donde:

$P_t$ = Fuerza de tensión en los tornillos.

$\sigma_c$ = Esfuerzo en el soporte de concreto.

$Y$  = Longitud efectiva de la placa de apoyo.

Método básico para determinar Fuerza de tensión en los tornillos  $P_t$ , Esfuerzo en el soporte de concreto  $\sigma_c$  y Longitud efectiva de la placa de apoyo  $Y$  en el diseño de las placas de apoyo con efectos de levantamiento.

Teniendo estos tres valores como incógnitas, debemos establecer un sistema de tres ecuaciones que deben incluirlas. De la figura 3.3.1.

1.- Suma de fuerzas verticales

$$\Sigma v = 0$$

$$\frac{1}{2} \sigma_c YB - P_t - P = 0 \dots \dots \dots (5 - III)$$

De donde:

$$\frac{1}{2} \sigma_c YB = P_t + P = 0 \dots \dots \dots (6 - III)$$

$$\sigma_c = \frac{2 (P_t + P)}{YB} \dots \dots \dots (7 - III)$$

En donde  $\sigma_c$  es la compresión aplicada por el material de la cimentación sobre la placa base.

2.- Suma de momentos (alrededor del eje neutro de la columna).

$$\Sigma M = 0$$

$$P_t f + (P + P_t) \left( \frac{D}{2} - \frac{Y}{3} \right) - P \cdot e = 0$$

$$P = -P_t \left[ \frac{\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} + f}{\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} - e} \right] \dots \dots \dots (8 - III)$$

Y

$$P_t = -P \left[ \frac{\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} - e}{\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} + f} \right] \dots \dots \dots (9 - III)$$

Representando el comportamiento elástico del soporte de concreto y de acero de los pernos de anclaje en la siguiente figura 3.3.2.

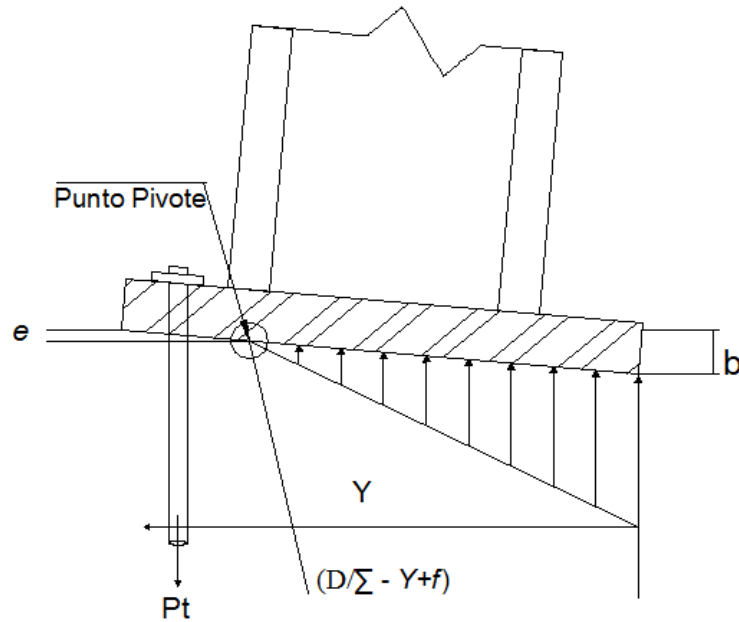


Figura 3.3.2. Comportamiento elástico del soporte

Tenemos:

$$\frac{a}{b} = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} \dots \dots \dots (10 - III)$$

Si:

$$E_s = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_s} \therefore \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$E_c = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} \therefore \varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{\frac{\sigma_s}{E_s}}{\frac{\sigma_c}{E_c}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sigma_s E_c}{\sigma_c E_s} \dots \dots \dots (11 - III)$$

También:

$$\sigma_s = \frac{P_t}{A_s} \text{ y } n = \frac{E_s}{E_c} \therefore \frac{1}{n} = \frac{E_c}{E_s}$$

Sustituyendo.

$$\frac{a}{b} = \frac{P_t}{\sigma_c \cdot n \cdot A_s}$$

Quedando finalmente.

$$\frac{a}{b} = \frac{P_t}{\sigma_c A_s n} \dots \dots \dots (12 - III)$$

Donde:

$A_s$  = Area total de los pernos de anclaje bajo tensión.

$\epsilon_s$  = Deformación en el perno.

$E_s$  = Modulo de elasticidad del acero del perno.

$\sigma_c$  = Esfuerzo en el soporte del concreto.

$\epsilon_c$  = Deformación en el soporte del concreto.

$E_c$  = Modulo de elasticidad del concreto.

$n$  = Relación modular de elasticidad, acero a concreto.

Por triángulos semejantes, de la figura 3.3.2.

$$\frac{a}{b} = \frac{\left(\frac{D}{2} + f - y\right)}{y}$$

$$\therefore \frac{P_t}{A_s \sigma_c n} = \frac{\left(\frac{D}{2} + f - y\right)}{y}$$

Despejando  $\sigma_c$ , tenemos:

$$\sigma_c = \frac{P_t y}{A_s \left(\frac{D}{2} + f - Y\right) n} \dots \dots \dots (13 - III)$$

Sustituyendo valor en la formula 6-III, tenemos:

$$P + P_t = \frac{P_t Y}{A_s \left(\frac{D}{2} + f - Y\right) n} \left(\frac{BY}{2}\right)$$

ó

$$P + P_t = \frac{P_t Y^2 B}{2A_s \left(\frac{D}{2} + f - Y\right) n} \dots \dots \dots (14 - III)$$

Si sustituimos 8-III en 14-III nos queda:

$$-P_t \left[ \frac{\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} + f}{\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} - e} \right] + P_t = \frac{P_t Y^2 B}{2A_s n \left(\frac{D}{2} + f - Y\right)}$$

Resolviendo para Y

$$\begin{aligned} -P_t \left(\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} + f\right) + P_t \left(\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} - e\right) \\ = \frac{P_t Y^2 B}{2A_s n \left(\frac{D}{2} + f - Y\right)} \left(\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} + f\right) - 2A_s n \left(\frac{D}{2} + f - Y\right) \left(\frac{D}{2} + f - Y\right) \\ + 2A_s n \left(\frac{D}{2} + f - Y\right) \left(\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} - e\right) = Y^2 B \left(\frac{D}{2} - \frac{Y}{3} - e\right) \end{aligned}$$

Reduciendo:

$$Y^3 + 3 \left(e - \frac{D}{2}\right) Y^2 + 6 \frac{nA_s}{B} (f + e) Y - 6 \frac{nA_s}{B} \left(\frac{D}{2} + f\right) (f + e) = 0 \dots \dots \dots (15 - III)$$

Si se hacen constantes algunos términos de la manera siguiente:

$$K_1 = 3 \left(e - \frac{D}{2}\right)$$

$$K_2 = \frac{6nA_s}{B} (f + e)$$

$$K_3 = -K_2 \left(\frac{D}{2} + f\right)$$

Nos queda finalmente:

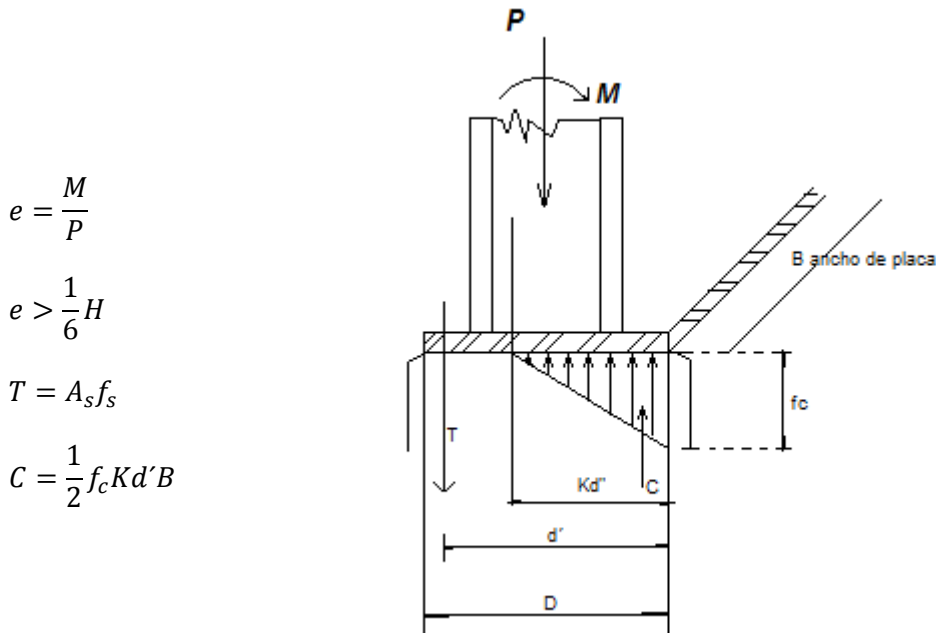
$$Y^3 + K_1 Y^2 + K_2 Y + K_3 = 0 \dots \dots \dots (16 - III)$$

Resolviendo por cualquier método esta ecuación cubica, se obtiene Y, que es la longitud efectiva de la placa de apoyo; debe considerarse a "Y" como un valor entero. Con la ecuación 9-III se obtiene la fuerza de tensión "P<sub>t</sub>" en los pernos de anclaje y con la numero 13-III obtenemos los esfuerzos de la cimentación.



Compresión sobre parte de la base “Utilizando el método de tanteo para su resolución”

La condición mostrada en la siguiente figura:



$$e = \frac{M}{P}$$

$$e > \frac{1}{6}H$$

$$T = A_s f_s$$

$$C = \frac{1}{2} f_c K d' B$$

Figura 3.3.3. Compresión sobre parte de la base

Es semejante a la de una columna de concreto reforzado cargado excéntricamente, siendo la excentricidad de tal magnitud que origina tracción en un lado de la sección transversal. El diseño de dicha columna, está basado en la última resistencia, pero en nuestro análisis, consideramos un diseño elástico. Los datos iniciales son P y M y se suponen los valores de B, d' y A<sub>s</sub>, con tres incógnitas: k, f<sub>c</sub> y f<sub>s</sub> por calcular. Considerando que el acero y el concreto son elásticos y que las secciones planas, permanecen planas bajo la acción de la carga, se necesita un sistema de tres ecuaciones. Plantearemos dos ecuaciones de estática y una de deformación. De la suma de fuerzas verticales:

$$\sum F_v = 0$$

$$P + T - C = 0 \dots\dots 1$$

$$T = A_s f_s \dots\dots 2$$

$$C = \frac{1}{2} f_c K d' B \dots\dots 3$$

Sustituyendo 2 y 3 en 1:

$$P + A_s f_s - \frac{1}{2} f_c K d' B = 0 \dots\dots 4 \quad (1)$$

Por equilibrio de momentos, tomándolos con respecto al extremo derecho de la placa.

$$\sum M_2 = 0$$

$$M - \frac{PD}{2} - Td' + C \frac{1}{3} Kd' \dots \dots 5$$

$$M - \frac{PD}{2} - A_s f_s d' + \frac{f_c B K d' K d'}{3} = 0 \quad (2)$$

La ecuación de deformación se deriva de la siguiente figura (3.3.4)

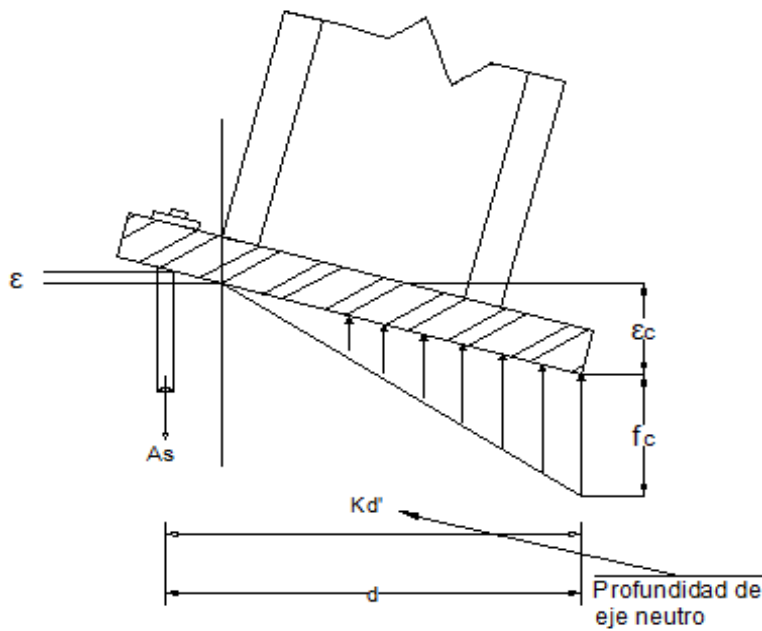
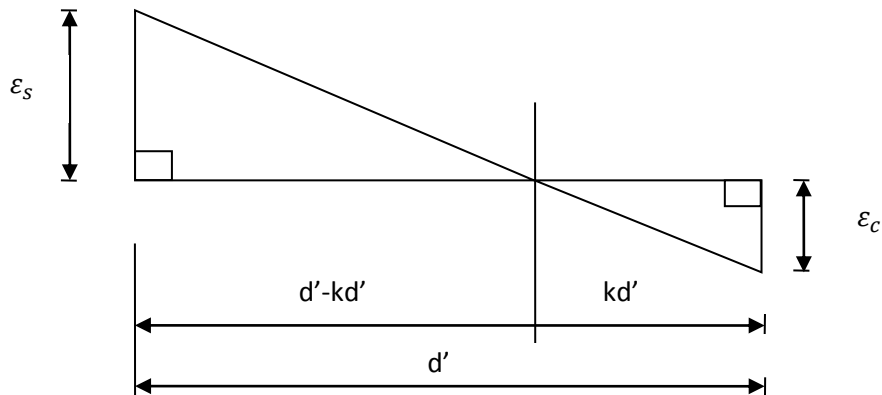


Figura 3.3.4 Placa base sometida a tensión y compresión



$$\frac{\varepsilon_s}{d' - kd'} = \frac{\varepsilon_c}{kd'}$$

$$\varepsilon_s = \left(\frac{\varepsilon_c}{kd'}\right) d' - kd'$$

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{d' - kd'}{kd'}$$

La deformación del acero y del concreto

$$\text{Modulo de elasticidad} = \frac{f}{\varepsilon} \quad E = \frac{f}{\varepsilon}$$

$$\varepsilon = \frac{f}{E}$$

$$\varepsilon_s = \frac{f}{E_s} \quad \text{Deformación del acero}$$

$$\varepsilon_c = \frac{f}{E_c} \quad \text{Deformación del concreto}$$

$$\frac{E_s}{E_c} = \text{relacion Modular} = n$$

$$\frac{\frac{f_s}{E_s}}{\frac{f_c}{E_c}} = \frac{d' - kd'}{kd'}$$

$$\frac{f_s E_c}{f_c E_s}$$

$$\left(\frac{f_s}{f_c}\right) \left(\frac{E_c}{E_s}\right) = \frac{d'(1-k)}{kd'}$$

$$\left(\frac{f_s}{f_c}\right) \left(\frac{E_c}{E_s}\right) = \frac{(1-k)}{k}$$

$$\frac{f_s}{f_c} E_c = E_s \frac{1-k}{k}$$

$$\frac{f_s}{f_c} = \frac{E_s}{E_c} \frac{1-k}{k}$$

$$\frac{f_s}{f_c} = n \times \frac{1-k}{k}$$

La tercera ecuación del sistema, será

$$\frac{f_s}{f_c} = n x \frac{l - k}{k} \dots (3)$$

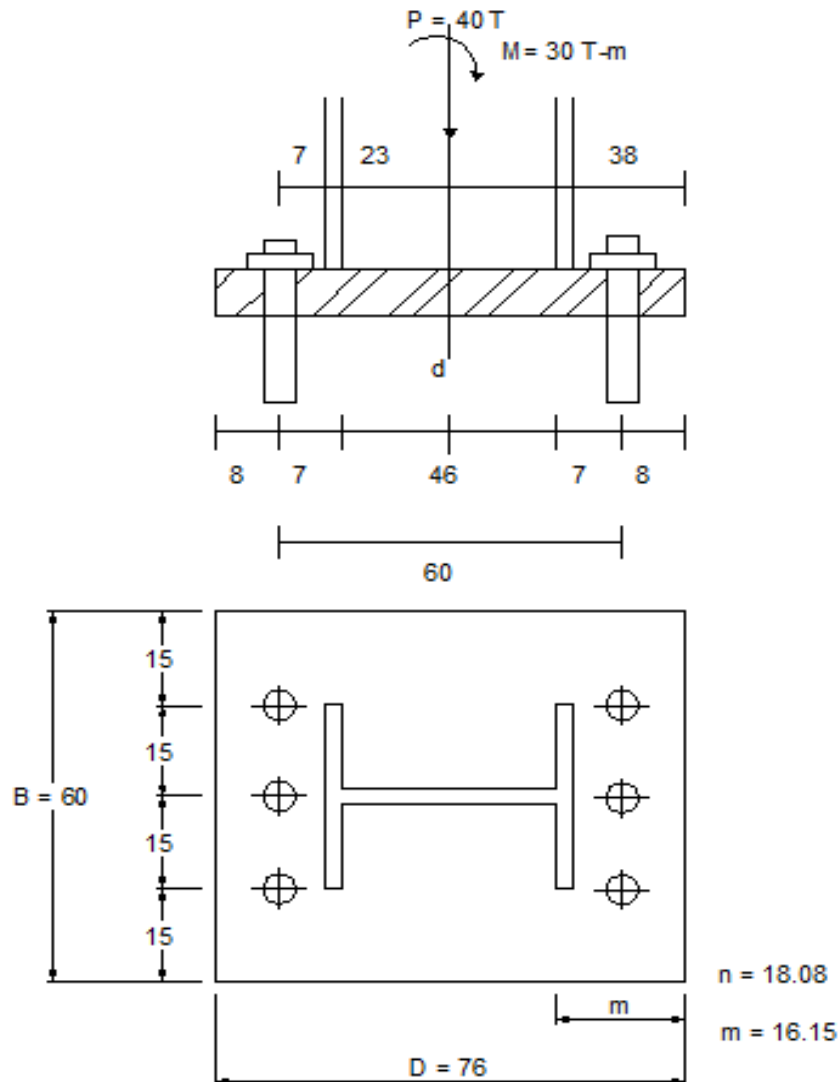
El problema de resolver las tres ecuaciones simultáneas, es más bien complicado. Es preferible hallar los valores de k y el de los esfuerzos, iterativamente. Apliquemos este procedimiento, al ejemplo siguiente.

### Ejemplo Columna con carga axial y momento en parte de la placa

Una columna, perfil AHMSA de 457 x 289 a 1543 kg/m.l, soporta una carga axial de 40 toneladas y un momento de 30 T-m diseñar la base de la columna si el material es Acero A-36, concreto  $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ . La placa cubre 1/3 menos del área total de apoyo.

La sección de D, B, d' y  $A_s$ ; Por construcción, el anclaje se aloja a 70mm de la cara de la columna. Separación entre grupo de anclas 46+14=60 cm, elegimos D=76 cm, B=60 cm,  $d' = 38+23+7 = 68 \text{ cm}$ .

Se usara 3 anclas de 44mm (13/4") de diámetro con un área neta de  $3 \times 11.25 A_s = 33.75 \text{ cm}^2$ . Ver manual Altos Hornos de México S.A. AHMSA pag.255



Revisaremos si hay tensiones en la placa.

$$e = \frac{30}{40} = 0.75 \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{6}H - \frac{H}{6} - \frac{76}{6} = 12.6$$

Como

$e > \frac{H}{6}$  hay tensiones en placa.

Probemos la relación de módulo de elasticidad

$$\frac{E_s}{E_c} = 10 \text{ (aprox. son 11 pero para el ejemplo son 10)}$$

Como una primera aproximación se fijan los esfuerzos admisibles del acero y el concreto

Proponemos.

$$f_s = 0.4 f_y = 0.4 (2530) = 1010 \text{ kg/cm}^2$$

como la placa ocupa 1/3 apoyo menos

$$f_c = 0.375 f'_c = 0.375 (200) = 75 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Se calculara el primer valor aproximado de K (ecu.3)

$$\frac{f_s}{n f_c} + 1 = \frac{1}{k}$$

$$k = \frac{1}{\frac{f_s}{n f_c}} = \frac{1}{\frac{1010}{(10)(75)} + 1} = 0.426$$

Se determinará el nuevo valor de  $f_c$  (ecu.1)

$$P + A_s f_s - \frac{1}{2} f_c B k d' = 0$$

$$(40000) + 33.75(1010) - \frac{1}{2}(60)(0.426)(68)f_c = 0$$

$$(40000) + 34087.50 - 869.04 f_c = 0$$

$$f_c = \frac{-40000 - 34087.50}{-869.04} = 85.25 \text{ kg/cm}^2$$

Se calculara el nuevo valor de  $f_s$  con la ecu. 2

$$M - \frac{PD}{2} + \frac{f_c B k d' k d'}{2 \cdot 3} = A_s d' f_s$$

Sustituyendo

$$3,000,000 - \left(\frac{40,000(76)}{2}\right) + \frac{(85.25)(0.426)(68)}{2} \left(\frac{(0.426)(68)}{3}\right) = (33.75)(68)f_s$$

$$3,000,000 - 1,520,000 + (74,085.66)(9.656) = 2,295 f_s$$

$$2,195,371.13 = 2,295 f_s$$

$$f_s = \frac{2,195,371.13}{2,295} = 956.59$$

Será calculado el nuevo valor de  $k$ .

$$\frac{956.59}{10 \times 85.25} + 1 = \frac{1}{k}$$

$$k = 0.471$$

Se repite el ciclo de operaciones

$$40,000 + (33.75)(956.59) - \frac{1}{2}(60)(0.471)f_c = 0$$

$$40,000 + 32,284.91 - 960.84 f_c$$

$$f_c = \frac{40,000 + 32,286.26}{960.84} = 75.23 \text{ kg/cm}^2$$

$$3,000,000 - \left( \frac{40,000(76)}{2} \right) + \frac{(75.23)(60)(0.471)(68)}{2} \left( \frac{(0.471)(68)}{3} \right) = (33.75)(68) f_s$$

$$3,000,000 - 1,520,000 + (72,283.99)(10.675) = 2,295 f_s$$

$$3,000,000 - 1,520,000 + (771,703.88) = 2,295 f_s$$

$$2,251,703.88 = 2,295 f_s$$

$$f_s = \frac{2,251,703.88}{2,295} = 981 \frac{kg}{cm^2}$$

Se calcula el nuevo valor de k

$$K = \frac{1}{\frac{f_s}{n f_c} + 1} = \frac{1}{\frac{981}{10(75.23)} + 1} = 0.434$$

Valores definitivos

$$K = 0.434$$

Actuantes                      admisibles

$$f_s = 981 < \text{al propuesto } (1010 \text{ kg/cm}^2)$$

$$f_c = 75.23 \approx \text{al propuesto } 75 \text{ kg/cm}^2$$

Fuerza en el grupo de pernos de anclaje

$$F = A_s f_s$$

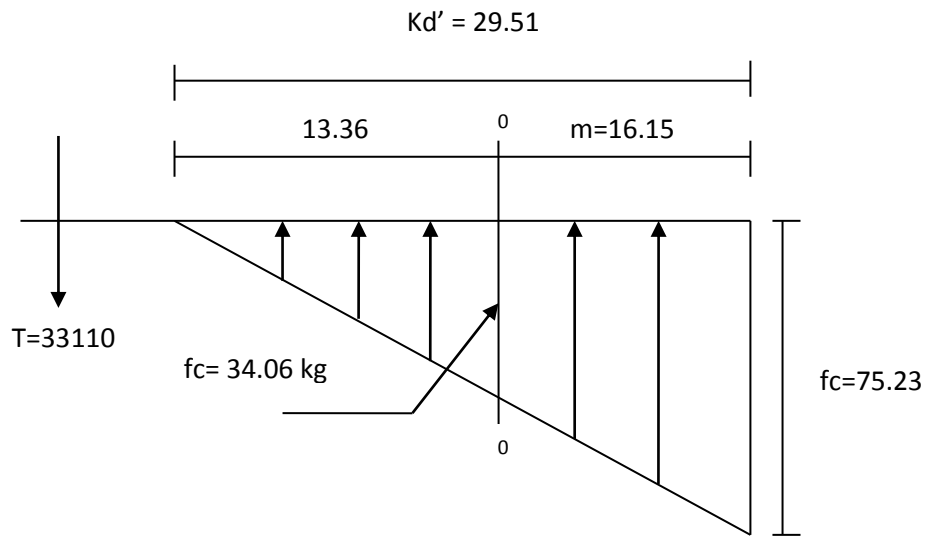
$$F = (33.75)(981) = 33,110 \text{ kg}$$

$$K d' = (0.434)(68) = 29.51$$

3 anclas en acero A-36

$$f_y = 2530 \times 133.75$$





Para la determinación del espesor  $t$  de la placa base, se fija la sección crítica 0-0 donde el momento es máximo.

$$m = \frac{1}{2}(D - 0.95d) = \frac{1}{2}(76 - 0.95 \times 46) = 16.15 \text{ cm} \quad \text{se toma}$$

Para la otra dirección del plano perpendicular al que esta trabajando

$$n = \frac{1}{2}(B - 0.8b) = \frac{1}{2}(60 - 0.8 \times 30) = 18 \text{ cm}$$

fc en la sección crítica

$$\frac{75.23}{29.51} = \frac{fc}{13.36}$$

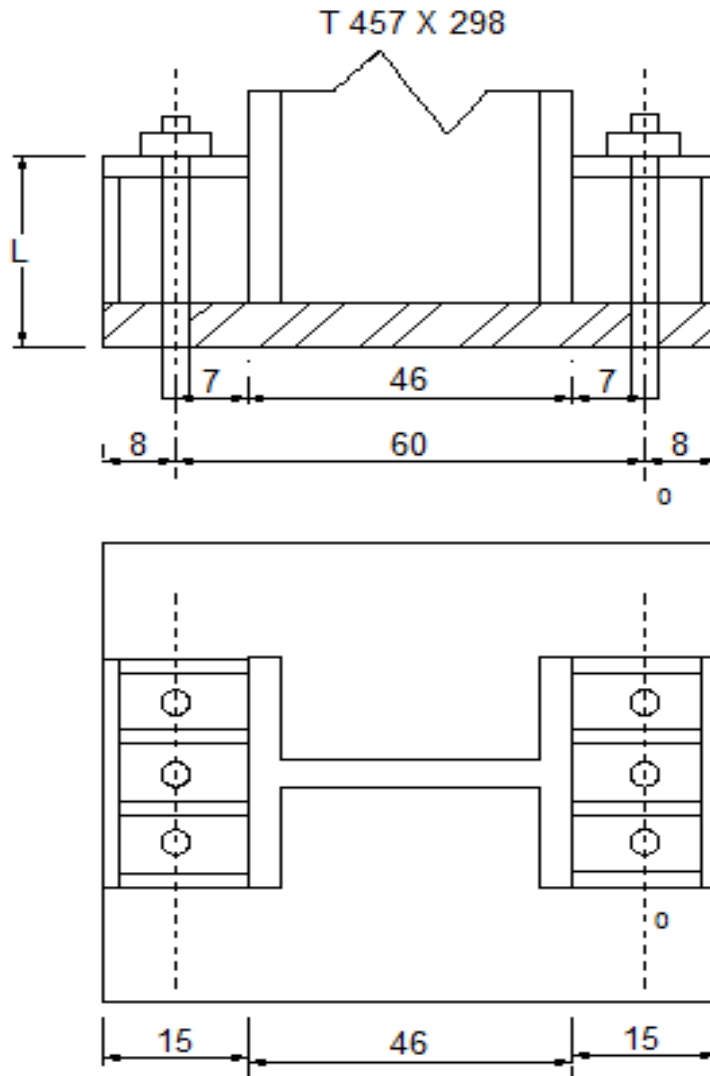
$$fc = \frac{(13.36)(75.23)}{29.51} = 34.06 \text{ kg/cm}^2$$

$$M = \frac{34.06}{2} \times 16.15 \times \frac{16.15}{3} + \frac{75.23}{2} \times 16.15 \times \frac{2 \times 16.15}{3} = 1481 + 6540 = 8021 \text{ kg/cm}^2$$

8021 kg/cm<sup>2</sup> en 1 cm de ancho

$$t = \sqrt{\frac{6M}{F6}} = \sqrt{\frac{6 \times 8021}{1900}} = 5 \text{ cm} \approx 2''$$

Se puede reducir el espesor de la placa de base usando atiesadores verticales, como se muestra



Esfuerzo total en el anclaje 33,110 kg.

Esfuerzo por empuje

$$\frac{33,110}{4 \times 12.7 \times 1.0} = 652 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_1 = w l \left( \frac{L}{2} \right) = (34.06)(16.15) \times \left( \frac{16.5}{2} \right) = 4,441.81 \text{ kg/cm}$$

$$M_2 = \frac{(41.14)(16.15)}{2} (10.77) = 3,580.46$$

$$M_r = 8,022.27$$

Calculo del espesor de la placa

$$t = \sqrt{\frac{6M}{Fp}}$$

$$Fp = 0.75fy$$

$$Fp = 0.75(2,530) = 1,900 \text{ kg/cm}^2$$

$$t = \sqrt{\frac{6(8,022.27) \text{ kg} - \text{cm}}{1,900 \text{ kg} - \text{cm}^2}} = 5.0 \cong 2''$$

Tomando la relación ancho espesor de los atiesadores

$$\frac{b}{t} = \frac{12.7}{1.0} = 12.6 < 16$$

$$800 / \sqrt{fy} = 15.9 \approx 16$$

La soldadura vertical en los atiesadores, se consideran líneas de soldadura de longitud L

Modulo de sección

$$Ix = \frac{bh^3}{12}$$

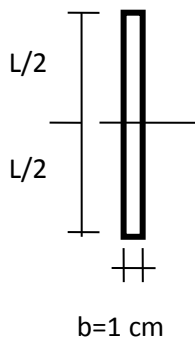
Como b=1  $Ix = \frac{h^3}{12}$

$$Sx = \frac{I}{y}$$

$$\frac{y}{2} = \frac{l}{2}$$

$$Sx = \frac{I}{\frac{y}{2}}$$

$$\frac{h^3}{12} = \frac{2h^3}{12L} = \frac{1}{6} L^2$$



$$St = 2 \text{ sol} \left( 4\phi l \frac{L^2}{6} \right) = \frac{4}{3} L^2$$

$$S' = 2 \left( \frac{4 \times L^2}{6} \right) = \frac{4}{3} \times L^2 \text{ cm}^3$$

Area

$$At = L b (2Bel)(4\phi l)$$

b= 1 cm demasiado pequeño

$$At = (2)(4) \times L = 8 L \text{ cm}$$

Fuerza Vertical

$$Fv = \frac{T}{A} = \frac{33,110}{8 L} = \frac{4,140}{L}$$

Fuerza Horizontal

Distancia de soldadura a eje de anclaje "7"

$$Fh = \frac{Te}{S} = \frac{(33,110)7}{3/4 L^2} = \frac{173,800}{L^2} \text{ kg/cm}$$

$$f = \frac{M}{S} = \frac{F d}{S}$$

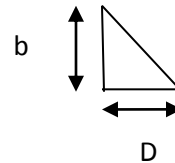
Fuerza Resultante

$$F = \sqrt{Fv^2 + Fh^2} = \sqrt{\frac{(4,140)^2}{L^2} + \frac{(173,800)^2}{L^4}}$$

$$F = 1/L \sqrt{4,140^2 + \frac{173,800^2}{L^2}}$$

La resistencia del cordón de soldadura al cortante vale,

R = 890 D kg/cm. Siendo D el espesor del cordón.



Igualando

$$890 D = \frac{1}{L} \sqrt{4,140^2 + \frac{(173,800)^2}{L^2}}$$

Existen 2 variables D y L, fijamos uno de los valores L = 30 cm

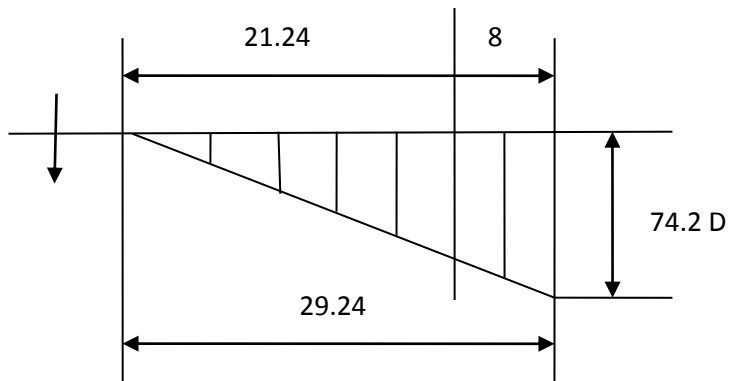
$$D = \frac{1}{890L} \sqrt{(4,140)^2 + \frac{(173,800)^2}{(30)^2}}$$

$$D = 0.3 \text{ mm} \cong \frac{1}{8}''$$

Usamos por especificación soldadura D min= 5 mm

Nuevo valor de t usando placas atiesadoras.

La sección crítica de la placa la consideramos en el eje del anclaje, m = 8cm



$f_c$  en la sección crítica

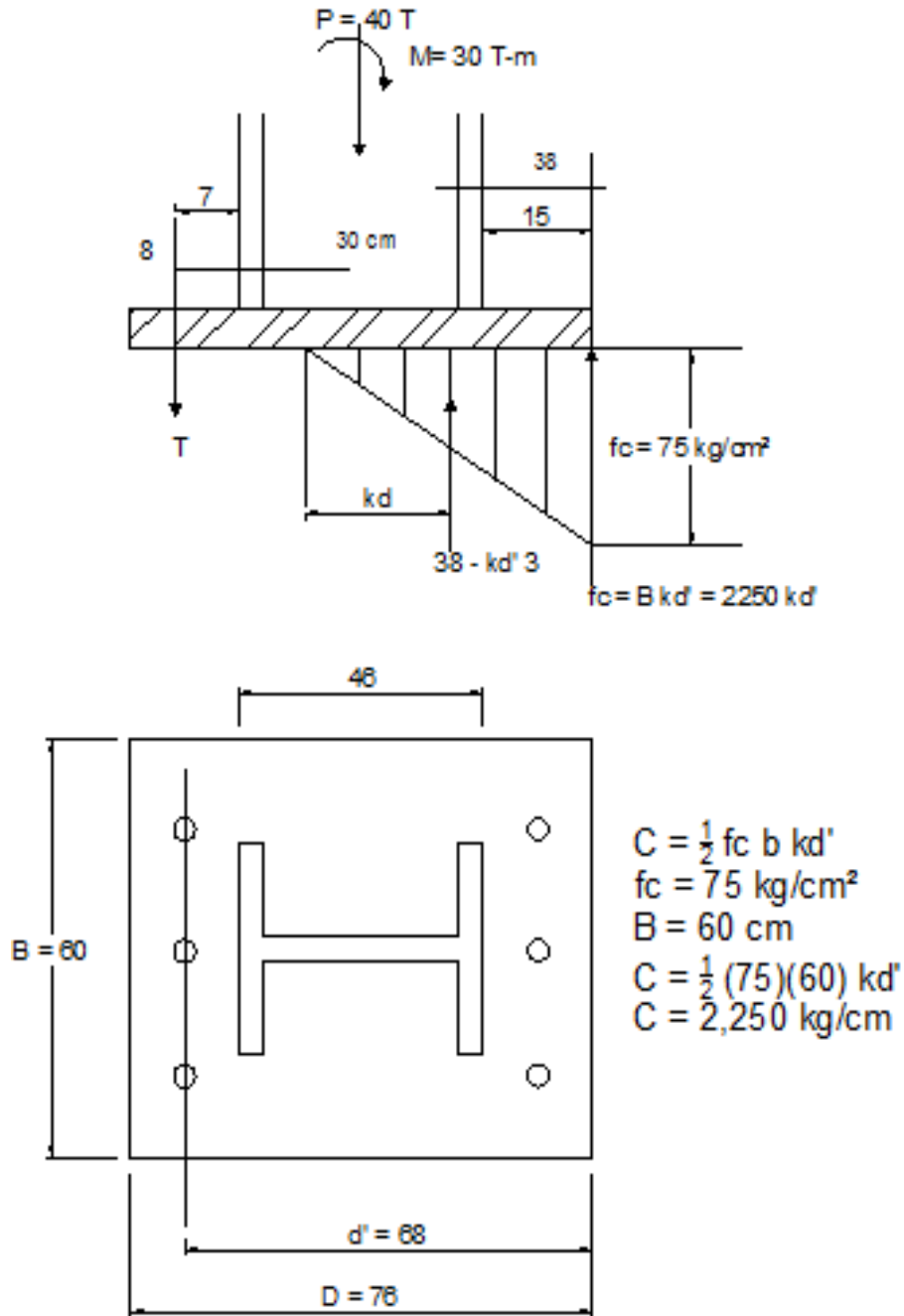
$$f_c = 74.2 \times \frac{21.24}{29.24} = 53.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$M = \frac{53.9}{2} \times \frac{8}{3} \times 8 + \frac{74.2}{2} \times 8 \times \frac{2 \times 8}{3} = 576 + 1,604 = 2,180 \text{ kg} - \text{cm}$$

$$t = \sqrt{\frac{6 \times 2,180}{1,900}} = 2.62 \approx 2.8 \approx 1.8''$$

Sin las placas atiesadoras sube la placa de base 82%

El ejemplo anterior puede resolverse sin usar el sistema de ecuaciones simultáneas, evitando la iteración. Sea la misma figura del ejemplo.



Se emplean las 2 ecuaciones de equilibrio estático.

$$\Sigma V = 0$$

$$T + 40,000 - C = 0$$

$$T + 40,000 - 2,250 kd' = 0 - 1 \dots (1)$$

Tomando momentos con respecto a 0, centro de columna

$$\Sigma M = 0$$

$$30T + \frac{fc B}{2} kd' \left( 38 - \frac{kd'}{3} \right) - 3,000,000 = 0$$

Como:

$$\frac{fc B}{2} kd' \left( 38 - \frac{kd'}{3} \right)$$

$$\frac{75(60)}{2} kd' \left( 38 - \frac{kd'}{3} \right)$$

$$2,250 kd' \left( 38 - \frac{kd'}{3} \right)$$

$$85,500 kd' - 750 kd'^2$$

$$30T + 85,500kd' - 750 kd'^2 - 3,000,000 \dots (2)$$

Resolviendo ec.1, despejando T

$$T = 2,250 kd' - 40,000 \dots (3)$$

Sustituyendo 3 en 2

$$30(2,250 kd' - 40,000) + 85,500 kd' - 750 kd'^2 - 3,000,000 = 0$$

$$67,500 kd' - 1,200,000 + 85,500 kd' - 750 kd'^2 - 3,000,000 = 0$$

$$-750 kd'^2 + 153,000 kd' - 4,200,000 = 0$$

$$kd'^2 - 204 kd' + 5,600 = 0$$

Comprobando

$$a=1$$

$$b=-204$$

$$c=5,600$$

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X_{1,2} = \frac{-(-204) \pm \sqrt{(-204)^2 - 4(1)(5,600)}}{2(1)}$$

$$X_{1,2} = \frac{204 \pm 138.62}{2}$$

$$X_1 = 171.31$$

$$X_2 = 32.69 = kd'$$

Transición en T vale

$$T = 2,250 kd' - 40,000$$

$$T = 2,250(32.69) - 40,000$$

$$T = 33,552.5 \text{ kg}$$

$$T = fs A$$

Si ponemos 3 anclas de A-36 de 1 ¾ con A neta de 11.25 cm<sup>2</sup>

$$Fs = 0.6 Fy = 1,520$$

$$T_{adm} = 1,520(11.25)(3) = 51,300 \text{ kg} > 33,500 \text{ kg}$$

Anclas A-36, 3 en términos de esfuerzo

$$ft = \frac{33,552.5}{11.25(3)} = 994.14$$

$$\frac{ft}{Ft} = \frac{994.14}{1,520} = 0.65 < 1$$



En momentos considerados el ejemplo que es de tal magnitud que la carga resultante cae fuera del patín de la columna. En consecuencia, habrá levantamiento en un lado y el ancla tendrá que proporcionar la fuerza de tensión necesaria para establecer el equilibrio. En este ejemplo se supone que las anclas no tienen una pretensión por apriete, y que por ello no afecta al sistema de fuerzas. Al aplicar el momento a la columna, la presión se desplaza hacia el patín de compresión. Se supone que la resultante de esta compresión se localiza en el centro del patín.

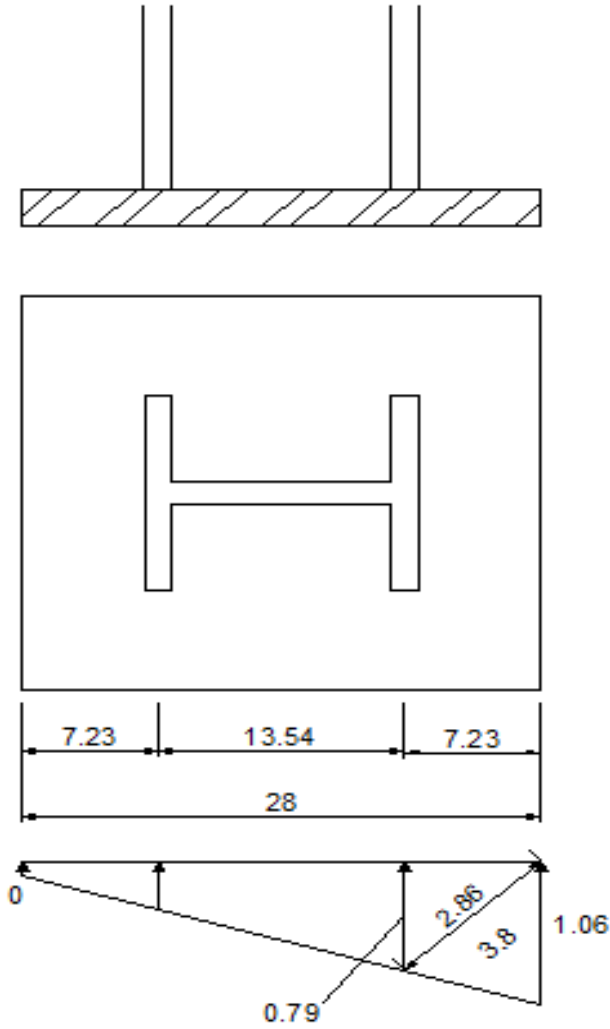


Figura 3.3.5 Placa base con efecto de levantamiento

## IV. BASES DISEÑADAS CON CARGA ÚLTIMAS.

Compresión en toda la base.-Cuando la excentricidad de la carga con respecto al centroide de la base ( $e=M/P$ ) es pequeña, de modo que hay compresión sobre toda la base con carga ultima, la distribución de esfuerzos antes de la falla del concreto no es lineal; sigue una curvatura. Cuando se tiene una condición semejante en una columna de concreto reforzada más bien que estudiar una distribución exacta, es costumbre buscar una equivalente. Esto se muestra en la fig. 4.1, en ella  $A_s$  y  $A'_s$  son las aéreas de esfuerzos en ambos lados de las columna,  $f'_c$  es la resistencia del concreto,  $f'_y$  el punto de cedencia del acero en compresión y  $f'_s$  un esfuerzo menor a la compresión.

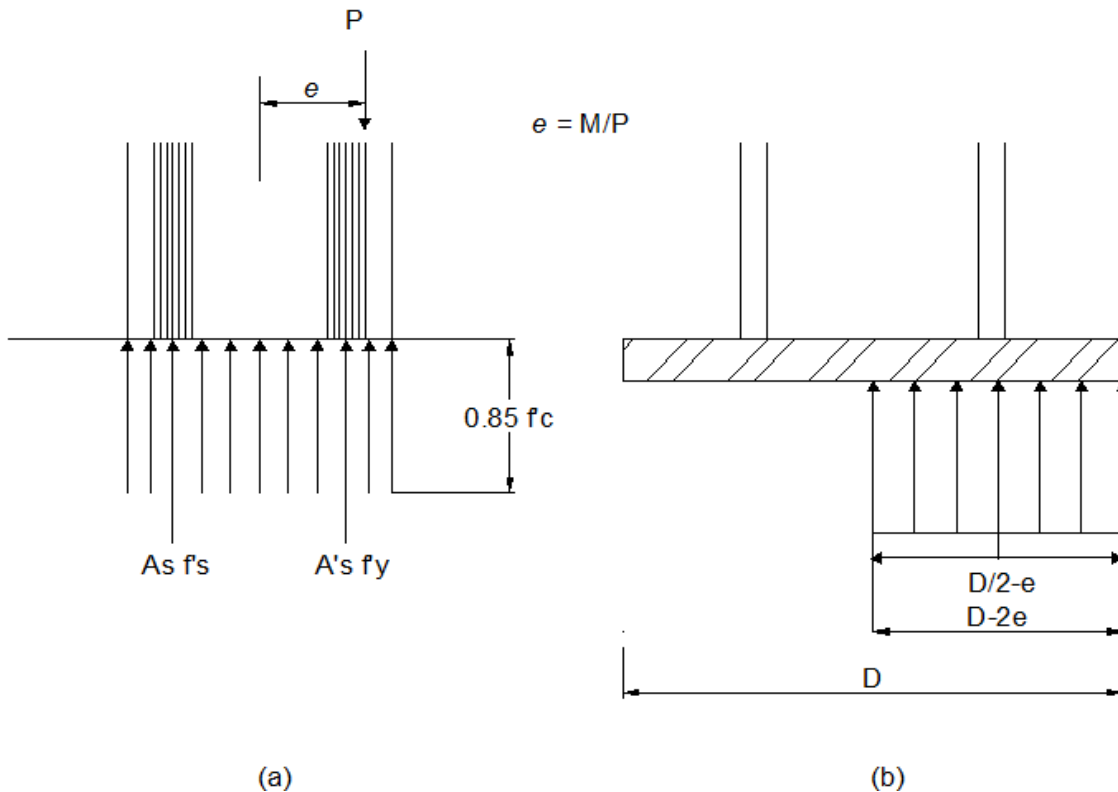


Fig. 4.1 placas base con compresión en toda la base

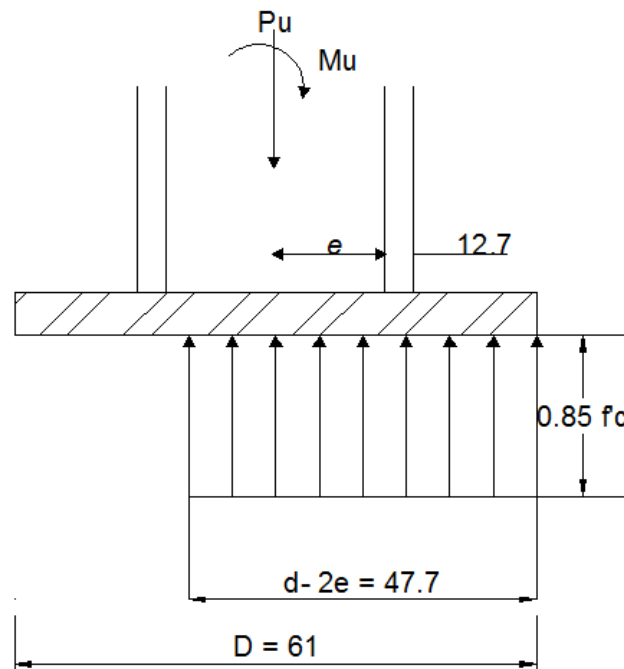
Aunque la sección sea simétrica y sea uniforme en el esfuerzo en el concreto, el equilibrio por la carga excéntrica podrá mantenerse por la diferencia entre  $f'_y$  y  $f'_s$ . La traslación directa de la distribución de esfuerzos de la fig. 4.1 (a) en caso de la base de la columna, no es permisible debido a que el sistema anclaje no trabaja como las barras de esfuerzo en la columna. El anclaje no es efectivo a la compresión, excepto una incierta cantidad de fuerza desarrollada debido a la adherencia entre las anclas y el concreto. Despreciando pues el anclaje, la consideración de distribución uniforme en el concreto sobre toda la base, viola el equilibrio. Aunque se carece de una buena experiencia empírica, se cree que la distribución simplificada de esfuerzos nos lleva a una estimación conservativa de la última resistencia en base de columnas cuando  $e$  es pequeña, lo suficiente para que realmente haya contacto en toda la base. Las anclas se desprecian, para mantener el equilibrio, la zona de concreto considerada con distribución uniforme, deberá ser simétrica con respecto a la línea de acción de la fuerza resultante vertical.

Ya se ha considerado arbitrariamente que el limite hasta el cual es aplicable la consideración anterior o sea, cuando se usan las placas rectangulares  $e \leq D/6$ , se tendrá compresión en toda la base. Para  $e$  mayores que  $D/6$ , el caso se tratara en el sig. Capitulo.

El procedimiento descrito esta ilustrado en el ejemplo siguiente. Puesto que se trata de un análisis a carga última, la resistencia flexionante de la placa de base se toma con su momento resistente plástico.

#### Ejemplo placa base con carga última

Calcular la ultima resistencia de la placa de base diseñada en el ejemplo carga axial con momento. Considérese  $M$  proporcional a  $P$  en el rango de cargas



Si  $D = 61$  cm;  $1/6 D = 10.7$  cm,  $e = 6.67$  cm  $< 1/6 D$

Se trata del caso descrito; la compresión abarca todo el apoyo.

$$D - 2e = 61 - 2 \times 6.67 = 47.7 \text{ cm}$$

$$P_u = 47.7 \times 61 \times 0.85 \times 200 = 495 \text{ ton}$$

Revisemos las proporciones de la placa. Consideramos la sección crítica en la cara de la columna, en lugar del valor  $m$  del ejemplo columna con carga axial y momento.

Momento en la placa

$$\frac{0.85 \times 200 \times 12.1^2}{2} = 12,440 \frac{kg}{cm} \text{ ancho}$$

Momento plástico de la placa

$$M_p = f_y \times \frac{Bt^2}{4}$$

Pero  $B = 1 \text{ cm}$

$$M_p = \frac{2,530 \times 4.44^2}{4} = 12,450 \text{ kg} - \frac{cm}{cm} \text{ ancho}$$

$$12,450 > 12,440$$

$$P_u = 495 \text{ ton.}$$

$$M_u \frac{495}{150} \times 10 = 33 \text{ ton} - m$$

Factor de seguridad

$$F_s = \frac{495}{150} = 3.3$$

Esta condición es quizás la más común con cargas teniendo a la última. El máximo momento que puede resistir la base se calcula, al llegar el ancla más esforzada al límite de fracturas. Para diseño, sin embargo es más apropiado seguir la práctica del concreto reforzado, es decir, tomar el punto de cedencia del acero como el esfuerzo límite. La distribución exacta de esfuerzos en el soporte, no se conoce, pero nuevamente podemos considerar que el anclaje llega al punto de cedencia y la base gira, hasta que el concreto es esforzado hasta la falla del mismo. Se ha encontrado que en un miembro común de concreto, la distribución puede representarse por un esfuerzo uniforme  $0.85 f'_c$  con un ancho  $a$  necesario para establecer el equilibrio (fig.4.2)

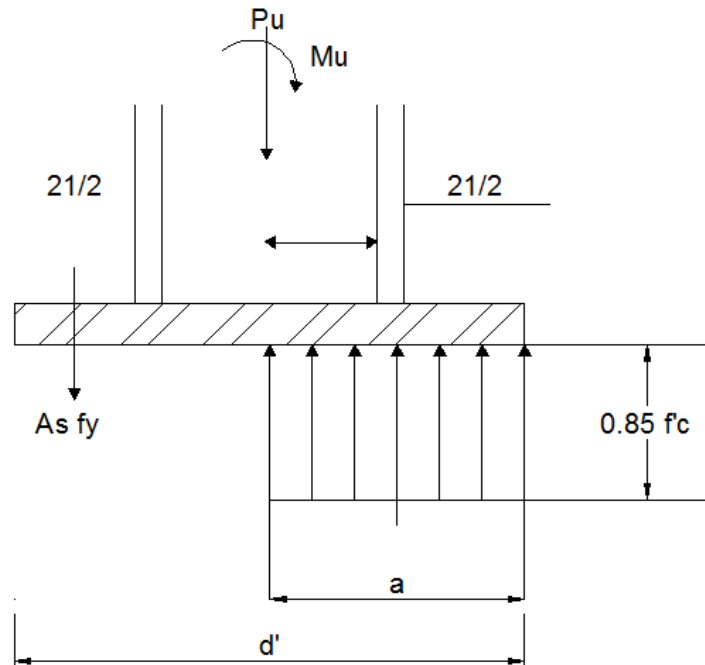


Fig. 4.2 Ancla en el límite de fluencia

Los investigadores han establecido, generalmente, la zona esforzada del concreto es solo una parte del soporte y que como una consecuencia del empotramiento brindado por el material no esforzado, la resistencia local a la falla del concreto es aumentada. Sugiere que la magnitud del esfuerzo, equivalente se aumenta del orden de 1 al 1.5  $f_c$  en lugar del 0.85  $f_c$ . Sin embargo, es conveniente conservar este ultimo valor debido a la naturaleza incierta del empotre.

Teniendo como dato inicial la carga axial de la columna y suponiendo valores de B, D,  $d'$  y  $A_s$ , subsisten dos incógnitas (fig.4.2) "A" y el ultimo momento resistente. Establecemos dos ecuaciones de equilibrio.

$$P = 0.85 f'c aB - A_s f_y \dots (1)$$

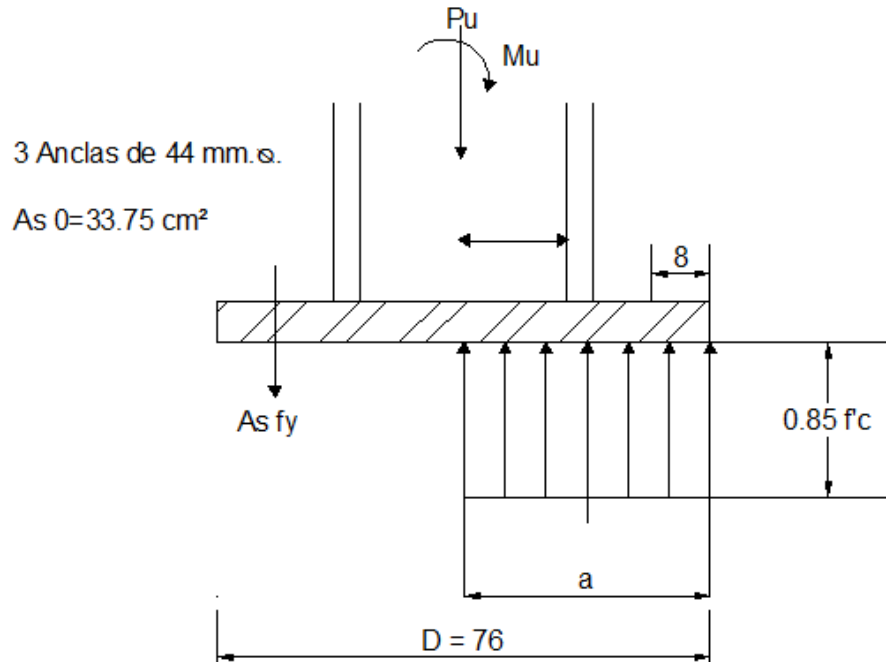
Por equilibrio de momento, tomando momentos con respecto al centro del bloque rectangular de esfuerzos

$$M - P \left( \frac{D}{2} - \frac{a}{2} \right) = A_s f_y \left( d' - \frac{a}{2} \right) \dots (2)$$

La solución de estas ecuaciones nos lleva al resultado. Tomando el ejemplo de compresión sobre parte de la base, haremos la aplicación correspondiente.

## Ejemplo

Estimar la última resistencia de la base diseñada en el ejemplo compresión sobre parte de la base. Suponer  $M$  proporcional a  $P$ .



Consideremos la misma distribución de presión dada en la fig.4.2 trabajando con esfuerzos en ton/cm<sup>2</sup>, de la ecuación 1, obtenemos

$$P_u = 0.85 \times 0.200 \times 60 \times a - 33.75 \times 2.53$$

ó

$$a = \frac{P_u}{10} + 8.54 \quad \dots (3.3)$$

$M_u \propto P_u$ , por tanto

$$\frac{M_u}{30 \times 10^5} = \frac{P_u}{40 \times 10^3}$$

ó

$$M_u = 75 P_u$$

De la ecuación 2

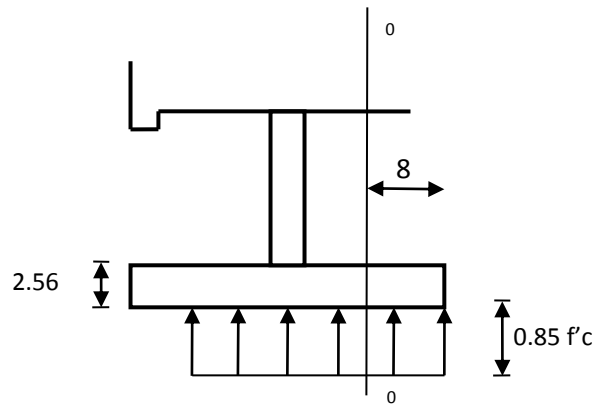
$$75 P_u - P_u \left( \frac{76}{2} - \frac{a}{2} \right) = 33.75 \times 2.53 \left( 68 - \frac{a}{2} \right)$$

$$37 P_u + \frac{P_u}{2} a = 5,810 - 43a$$





b) Con atiesadores en la base



Sección crítica en el eje de anclaje

$$M = 0.85 \times 200 \times 8 \times 4 = 5,440 \text{ kg} - \text{cm/cm}$$

$$M_p = \frac{1}{4} \times 2,530 \times \frac{2}{2.86} = 5,161 \text{ kg} - \text{cm/cm}$$

$$M_p < M$$

Incrementando el espesor al superior en el mercado

$$t = 3.2 \text{ cm} \left(1 \frac{1}{4}''\right)$$

$$M_p = \frac{1}{4} \times 2,530 \times \frac{2}{3.2} = 6,477 \text{ kg} - \text{cm/cm}$$

Factor de seguridad

$$F_s = \frac{107.5}{40.0} = 2.69$$

# V. PLACAS BASE PARA COLUMNAS CIRCULARES

## COLUMNAS DE TUBOS Y TUBULARES ESTRUCTURALES.

No obstante que los tubos y los tubulares estructurales se usan con frecuencia como columnas en edificios pequeños, la tabla B del manual ASD no proporciona los valores  $m$  ni las tablas de las columnas proporcionan los valores  $U$  para tales perfiles. Sin embargo, esas mismas tablas de columna proporcionan los factores  $B_x$  y  $B_y$  para tubos y tubulares. Un valor burdo de  $P_{ef}$  puede obtenerse substituyendo esos valores en las siguiente ecuación. Observe que esta substitución  $M_x$  y  $M_y$  tienen unidades de plg-klb.

$$P_{ef} = p + B_x M_x + B_y M_y$$

Esta ecuación aproximada no incluye ninguna amplificación de momentos por deflexión lateral o ninguna modificación del momento; sin embargo, proporciona una primera aproximación bastante buena para un diseño por tanteos usando las ecuaciones de interacción

### *Tubos huecos.*

La figura 5.1 muestra una vista en planta de una película de jabón contenida en un hueco elíptico y sujeta a presión uniforme. Las líneas auxiliares representan las líneas de contorno (curva de nivel) sobre la superficie de la película de jabona. Si se mide una longitud de arco  $s$  a lo largo del contorno, entonces  $\frac{\partial x}{\partial s} = 0$  porque  $x$  es constante para ese entorno; esto es, el contorno no tiene pendiente respecto a su eje longitudinal  $X$  (vertical).

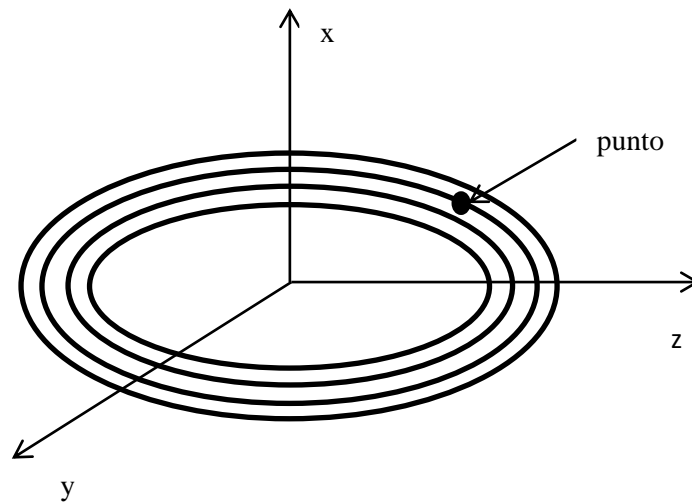


Fig.5.1 Punto sobre un contorno elíptico

En la figura 5.2 se muestra amplificando uno de esos puntos sobre el contorno. Las componentes de  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{xy}$  paralelas a la normal al contorno en el punto son, respectivamente,  $\tau_{xz} \cos \theta = \tau_{xz} (dy/ds)$  y  $\tau_{xy} \cos \alpha = \tau_{xy} (dy/ds)$ .

Utilizando la analogía con la membrana,  $\partial\Phi/\partial s$  es equivalente a  $\partial\Phi/\partial s$ , y aplicando a esta última la regla de la cadena

$$\frac{\partial\Phi}{\partial s} = \frac{\partial\Phi}{\partial z} \left(\frac{dz}{ds}\right) + \frac{\partial\Phi}{\partial y} \left(\frac{dy}{ds}\right) \dots (1)$$

Que resulta

$$0 = \tau_{xz} \frac{dz}{ds} - \tau_{xy} \frac{dy}{ds} \dots (2)$$

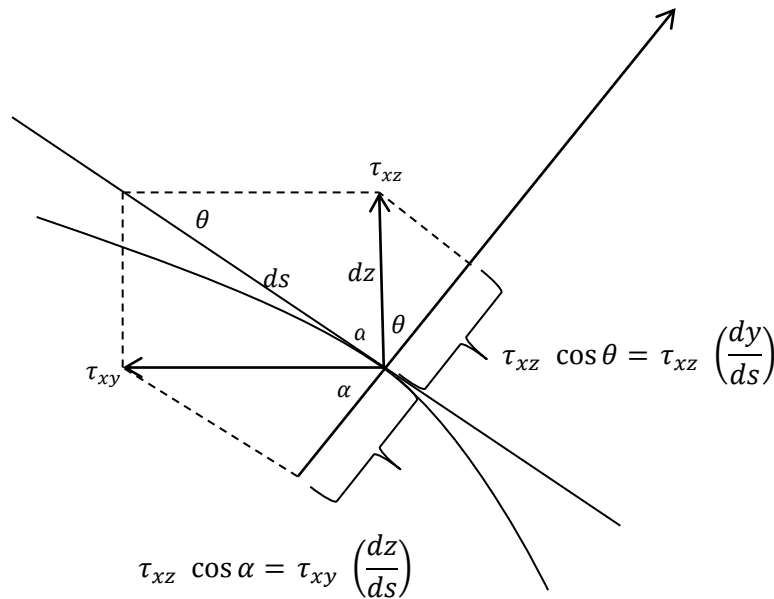


Fig. 5.2 ampliación de un punto sobre un contorno elíptico

Esta ecuación establece matemáticamente que no actúan esfuerzos sobre una línea de contorno, esto es, que los esfuerzos cortantes actúan tangencialmente a las líneas de contorno. Con base en la conclusión, para que represente a una línea de contorno si se escalan  $a$  y  $b$  con la misma constante  $k$ . entonces para  $k < 1$

$$\frac{y^2}{(ak)^2} + \frac{z^2}{(bk)^2} - 1 = 0 \dots (3)$$

Representa la ecuación general de una línea de contorno de una sección transversal elíptica sujeta a torsión. Como no existen esfuerzos a lo largo de la línea de contorno, si se quita el material bajo esas líneas de contorno, (a) no cambian los esfuerzos y (b) se satisfacen las condiciones de frontera. En otras palabras, para un mismo ángulo de rotación por unidad de longitud, son iguales los esfuerzos en una barra de sección elíptica y en una sólida. Para determinar el ángulo de giro por unidad de longitud de una sección elíptica hueca,  $\theta_{hueca}$ , es necesario encontrar primero la relación

entre  $M_x^s$  para una elipse solida, y  $M_x^k$  para una elipse con semiejes multiplicados por  $k < 1$ , ambas bajo el mismo giro  $\theta$ . Entonces  $\theta_{total} = \theta_{reducida}$  implica que

$$\frac{M_x^s(a^2 + b^2)}{\pi G a^3 b^3} = \frac{M_x^s[(ka)^2 + (kb)^2]}{\pi G (ka)^3 (kb)^3} \dots (4)$$

Luego, el momento requerido para girar la elipse menor en un mismo ángulo que la elipse mayor es  $k^4$  veces el momento necesario para la elipse mayor. Si el hueco sobre la elipse mayor se representa por la elipse menor, el momento necesario para producir la misma rotación en la elipse hueca es  $M_x^H = M_x^s - M_x^K = M_x^s(1 - k^4)$ . Por lo tanto para el mismo momento torsionante en la sección elíptica solida y en la hueca,  $\theta_{hueca} = \theta_{solida}/(1 - k^4)$ , o

$$\theta_{hueca} = \frac{1}{1 - k^4} \left( \frac{M_x^H(a^2 + b^2)}{\pi G a^3 b^3} \right) \dots (5)$$

Empleando el valor  $\theta$

$$\tau_{xz} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{-2M_x^t z}{\pi a b^3} \left( \frac{1}{1 - k^4} \right) \dots (6)$$

Donde  $b =$  semieje menor;  $a =$  semieje mayor ( $b < a$ );  $z =$  coordenada medida paralela a  $b$ ;  $k =$  constante tal que el semieje menor del hueco =  $bk$  y el semieje mayor =  $ak$ ; y el espesor del anillo varia entre  $a(1 - k)$  y  $b(1 - k)$ .

Cualquier forma tubular puede representarse mediante la analogía de la membrana si el "hueco" se remplaza por una placa plana de configuración idéntica. Suponga un tubo de pared muy delgada, como el de la figura 5.3; la pendiente promedio de la membrana es igual a su altura arriba de la base dividida entre el espesor del tubo  $t$ . Entonces,  $h = t\tau$ . Pero como el momento  $M_x^t$  es análogo a dos veces el volumen bajo la membrana, entonces

$$M_x^t = 2Ah = 2 = At\tau \dots (7)$$

ó

$$\tau = \frac{M_x^t}{2At} \dots (8)$$

Donde  $\tau =$  esfuerzo cortante promedio debido al momento de torsión,  $M_x^t =$  momento torsionante,  $A =$  área promedio = (área interior + área exterior)/2, y  $t =$  espesor del tubo.

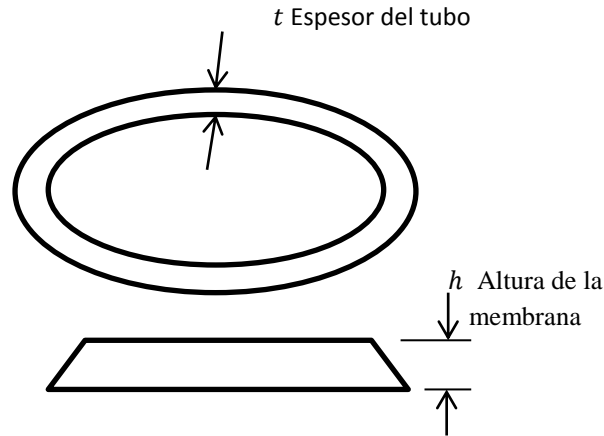


Fig. 5.3 membrana aplicada a un tubo.

La validez de estas formulas se puede demostrar fácilmente comparando las ecu. 6 y 8 para un tubo circular de espesor constante. El radio exterior  $R$  reemplaza a  $a$ ,  $b$  y  $z$ . el espesor del tubo es  $R(1 - K)$  y el radio promedio del tubo es  $R(1 + K)/2$ . Entonces la ecu. 6 igualada con la ecu. 8 resulta (note que el área promedio es  $\pi[R(1 + K)/2]^2$ )

$$\frac{2M_x^t R}{\pi R^4} \left( \frac{1}{1 - k^4} \right) = \frac{M_x^t}{2\pi(R^2) \frac{(1 + K)^2}{4} (R)(1 - K)} \dots (9)$$

que se reduce a

$$\frac{1}{1 - k^4} = \frac{1}{(1 + 2k + k^2(1 - K))}$$

En la siguiente tabla se compara para diversos valores de  $k$ , y se demuestra que el método aproximado proporciona muy buenos resultados cuando el tubo tiene paredes relativamente delgadas.

k	$\frac{1}{1 - k^4}$	$\frac{1}{(1 + 2k + k^2(1 - K))}$	Diferencia	Diferencia en porcentaje
0.99	25.387	25.252	0.126	0.497
0.98	12.881	12.754	0.127	0.990
0.95	5.391	5.260	0.131	2.44
0.90	2.908	2.770	0.138	4.74
0.85	2.092	1.948	0.141	6.89
0.80	1.694	1.543	0.151	8.89
0.75	1.463	1.306	0.157	10.71

Los recipientes verticales, las chimeneas y las torres deben anclarse a la cimentación de concreto, a patines o a otra armazón estructural por medio de pernos de anclaje y anillo de la base. Los pernos de anclaje deben de instalarse en múltiplos de cuatro y para torres altas es preferible instalar un mínimo de ocho pernos. Espaciamiento de los tornillos de anclaje. En una cimentación de concreto, la capacidad de anclaje de pernos demasiado próximos es reducida. Es aconsejable situar los pernos a distancias menores de 18 pulgadas. Para mantener esta separación, en el caso de recipientes de diámetro pequeño, puede ser necesario agrandar el círculo localización de los pernos usando un faldón cónico o un anillo de base mas ancho con placas angulares de refuerzo. Diámetro de los pernos de anclaje, al calcular el tamaño de los pernos que se requieren solo debe de tomarse en consideración el área comprendida dentro del fondo o raíz de los hilos. Las áreas de los pernos en la raíz se indican abajo en la tabla A. como margen por corrosión debe aumentarse un octavo de pulgada al diámetro calculado de los pernos.

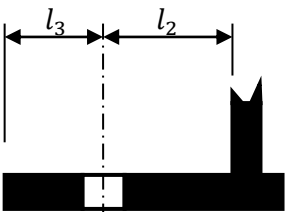
TABLA A			
			
Tamaño del perno	Área en la raíz del perno, plg <sup>2</sup>	Dimensión, plg.	
		$l_2$	$l_3$
1/2	0.126	7/8	5/8
5/8	0.202	1	3/4
3/4	0.302	1-1/8	13/16
7/8	0.419	1-1/4	15/16
1	0.551	1-3/8	1-1/16
1 1/8	0.693	1-1/2	1-1/8
1 1/4	0.890	1-3/4	1-1/4
1 3/8	1.054	1-7/8	1-3/8
1 1/2	1.294	2	1-1/2
1 5/8	1.515	2-1/8	1-5/8
1 3/4	1.744	2-1/4	1-3/4
1 7/8	2.049	2-3/8	1-7/8
2	2.300	2-1/2	2
2 1/4	3.020	2-3/4	2-1/4
2 1/2	3.715	3-1/16	2-3/8
2 3/4	4.618	3-3/8	2-5/8
3	5.621	3-5/8	2-7/8

Tabla A áreas de los pernos en la raíz

<b>TABLA B</b>		
Diámetro del círculo base de pernos, plg	Mínimo	Máximo
24 a 36 (609-914)	4	4
42 a 54 (1067-1372)	8	8
60 a 78 (1524-1981)	12	12
84 a 102 (2134-2591)	12	16
108 a 126 (2743-3200)	16	20
132 a 144 (3353-3657)	20	24

Tabla B numero de pernos de anclaje

<b>TABLA C</b>		
Numero de especificación	Diámetro, plg	Max. Esf. Permitido, lb/plg <sup>2</sup>
SA 325	Todos los diámetros	15.000
SA 193 B 7	2 1/2 Y menores	18.000
SA 193 B 16	2 1/2 menores	18.000
SA 193 B 7	Mas de 2 1/2 hasta 4 incl.	16.000
SA 193 B 16	Mas de 2 1/2 hasta 4 incl.	15.700

Tabla C esfuerzos máximos permitidos para pernos usados como anclas



## DISEÑO DE PERNOS DE ANCLAJE

Un método simple para el diseño de los pernos de anclaje consiste en suponer un anillo continuo de diámetro igual al del círculo de los pernos. El área requerida de los pernos se calcula para la condición de torre vacía.

FORMULAS	
Tensión máxima, lb/plg T	$T = \frac{12M}{A_B} - \frac{W}{C_B}$
Área requerida de un perno, plg <sup>2</sup> B <sub>A</sub>	$B_A = \frac{TC_B}{S_B N}$
Esfuerzo en el perno ancla, lb/plg <sup>2</sup> S <sub>B</sub>	$S_B = \frac{TC_B}{B_A N}$

### NOTACIÓN

A<sub>B</sub> = Área dentro del círculo de pernos, plg<sup>2</sup>

C<sub>B</sub> = Circunferencia del círculo de los pernos, plg

M = Momento en la base debido a viento o sismo, pies-libra

N = Numero de pernos de anclaje

S<sub>B</sub> = Máximo esfuerzo permitido por el material de los tornillos, lb/plg<sup>2</sup>

W = Peso del recipiente durante la instalación, libra.

### EJEMPLO

Dado el círculo de pernos = 30 plg, se tiene:

$$A_B = 707 \text{ plg}^2$$

$$C_B = 94 \text{ plg}$$

$$M = 86400 \text{ pies-libra}$$

N = Numero de pernos de anclaje

$$S_B = 15000 \text{ lb/plg}^2, \text{ máximo esfuerzo permitido del material}$$

$$W = 6000 \text{ lb durante la erección}$$

Determinar el tamaño y número de pernos de anclaje requeridos:

$$T = \frac{12(86,400)}{707} - \frac{6,000}{94} = 1,402 \frac{\text{lb}}{\text{plg}} \cdot \text{lin.}$$

$$B_A = \frac{(1,402)(94)}{(15,000)(4)} = 2.196 \text{ plg}^2$$

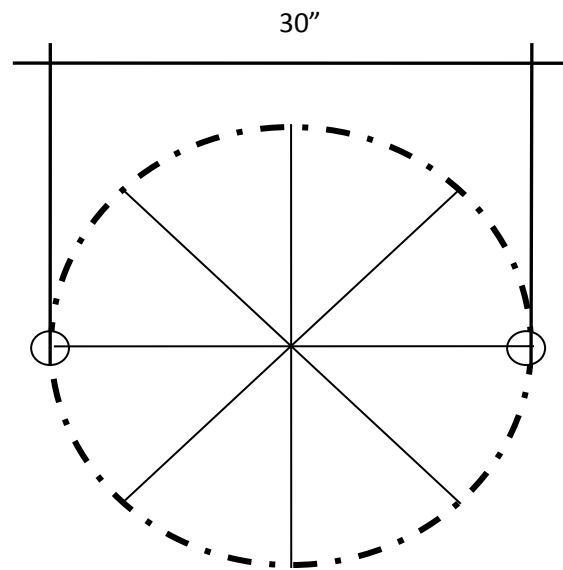
De la tabla A, el área de la raíz de un perno de 2" es 2.300 plg<sup>2</sup>. Agregando 0.125 plg por corrosión, usar:

4 tornillos de 2 ¼".

Verificación del esfuerzo en los pernos de anclaje:

$$S_B = \frac{(1,402)(94)}{(2,300)(4)} = 14324 \frac{\text{lb}}{\text{plg}^2}$$

Como el máximo esfuerzo permitido es 15,000 lb/plg<sup>2</sup>, el número y tamaño de los pernos seleccionados es satisfactorio.



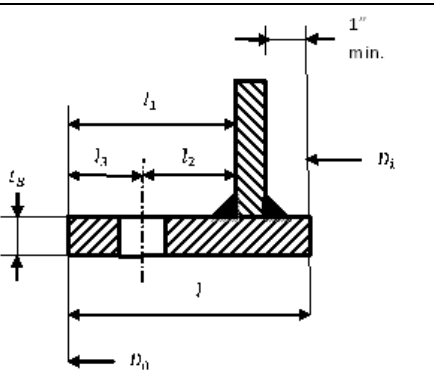
$$A_B = \pi r^2 = 3.1416(15")^2 = 707 \text{ in}^2$$

$$C_B = \pi D = 3.1416(30")^2 = 94 \text{ in}^2$$

## DISEÑO DEL ANILLO DE LA BASE

Las formulas que siguen están basadas en las consideraciones siguientes:

- 1.-La superficie de asiento del anillo de la base debe ser suficiente grande para que la carga se distribuya uniformemente en la cimentación de concreto y no se rebase así la capacidad de carga de esta.
- 2.-El espesor del anillo de la base debe resistir el esfuerzo flexionante incluido por viento o por sismo.

FORMULAS		
	Compresión máxima lb/plg	$P_C = \frac{12M}{A_S} + \frac{W}{C_S}$
	Ancho aproximado del anillo de base, plg	$I = \frac{P_C}{f_b}$
	Espesor aproximado del anillo de base, plg	$t_B = 0.32I_1$
	Esfuerzo de apoyo o resistente, lb/plg <sup>2</sup>	$S_1 = \frac{P_C C_S}{A_R}$
	Esfuerzo flexionante, lb/plg <sup>2</sup>	$S_2 = \frac{3XS_1 I_1^2}{t_B}$

### Notación

$A_R$  = Área del anillo de la base =  $0.7854 (D^2 - D'^2)$ , plg<sup>2</sup>

$A_S$  = Área comprendida dentro del faldón, plg<sup>2</sup>

$C_S$  = Circunferencia sobre el D.E. del faldón, plg

$f_b$  = Carga segura de apoyo sobre el concreto lb/plg<sup>2</sup>. Ver tabla E

$l_1$  = Voladizo interior o exterior, el que sea mayor, plg

$l_2, l_3$  = Dimensiones según se ilustra en el esquema. (Para las dimensiones mínimas véase la tabla A)

$M$  = Momentos en la base debido a viento o sismo, pies-libra

$W$  = Peso del recipiente durante la prueba o en operación, lb

### EJEMPLO

Determinar el ancho mínimo y el espesor del anillo de base en operación.

Datos:

$M$  = 86,400 pies-libra

$f_b$  = 500 lb/plg<sup>2</sup> (tabla E)

$W$  = 7,500 lb en operación; 18,000 lb en prueba

Pernos de anclaje: 4 de 2-1/4 plg

D.E. del faldón 24.625 plg

Entonces

$A_S = 476$  plg<sup>2</sup>

$C_S = 77$  plg

$$P_c = \frac{12 \times 86,400}{476} + \frac{7,500}{77} = 2,275 \text{ lb/plg}$$

$$l = \frac{2,273}{500} = 4,546 \text{ plg}$$

Pero en tabla A, la dimensión mínima para  $l_2 = 2 - 3/4$  plg y para  $l_3 = 2 - 1/4$  plg, usar  $6 \frac{1}{2}$  plg como ancho de base.

$$t_b = 0.32 \times 5 = 1.60 \text{ plg}$$

Usar un anillo de base 1 5/8" de espesor

Verificación de los esfuerzos:

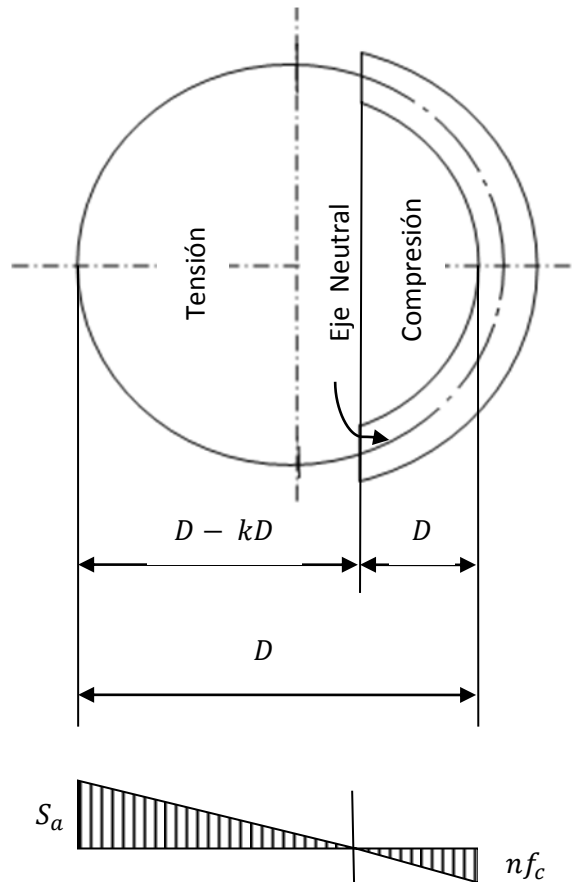
$$S_1 = \frac{2,273 \times 77}{574} = 305 \text{ lb/plg}^2 \text{ Esfuerzo de apoyo}$$

$$S_1 = \frac{3 \times 305 \times 5^2}{1.5^2} = 10,167 \text{ lb/plg}^2 \text{ Esfuerzo flexionante}$$

Con placas SA 285 C para el anillo de base, puede tomarse el valor de 18,000 lb/plg<sup>2</sup> como esfuerzo permitido para fines estructurales. Por lo tanto, el ancho y el espesor del anillo de base son satisfactorios.

Los esfuerzos deben de verificarse también para la condición de prueba.

Cuando una torre esta sujeta a carga de viento o sismo, en el lado de barlovento se origina en el acero esfuerzos de tensión, y en el lado opuesto esfuerzos de compresión en el cimiento de concreto. Es obvio entonces que el área de los pernos de anclaje y el área del anillo de base están relacionadas. Al aumentar el área de los pernos de anclaje, puede reducirse el área del anillo de la base. Con el método de diseño que se presenta aquí, puede determinarse el área mínima requerida de los pernos de anclaje para un tamaño practico del anillo de base. La resistencia del acero es diferente a la del concreto, por lo cual el eje neutro no coincide con la línea de centros del faldón.



Procedimiento de diseño:

1. Determinar el valor de  $k$
2. Calcule el tamaño y número de pernos de anclaje que se requieren. Ver tabla B
3. Determine los diámetros interior y exterior del anillo base
4. Verifique los esfuerzos existentes en los pernos de anclaje y en cimentación
5. Si la diferencia entre los esfuerzos permitidos y los reales es demasiado grande, repita el calculo
6. Calcule el espesor del anillo de base
7. Utilice placas angulares de refuerzo, silletas de anclaje o un anillo de compresión en caso necesario para una mejor distribución de esfuerzos en el anillo de base o en el faldón

<b>TABLA D</b>				
$k$	$C_c$	$C_t$	$j$	$z$
0.00	0.000	3.142	0.750	0.500
0.05	0.600	3.008	0.760	0.490
0.10	0.852	2.887	0.766	0.480
0.15	1.049	2.772	0.771	0.469
0.20	1.218	2.661	0.776	0.459
0.25	1.370	2.551	0.779	0.448
0.30	1.510	2.442	0.781	0.438
0.35	1.640	2.333	0.783	0.427
0.40	1.765	2.224	0.784	0.416
0.45	1.884	2.113	0.785	0.404
0.50	2.000	2.000	0.785	0.393
0.55	2.113	1.884	0.785	0.381
0.60	2.224	1.765	0.784	0.369
0.65	2.333	1.640	0.783	0.357
0.70	2.442	1.510	0.781	0.344
0.75	2.551	1.370	0.779	0.331
0.80	2.661	1.218	0.776	0.316
0.85	2.772	1.049	0.771	0.302
0.90	2.887	0.852	0.766	0.286
0.95	3.008	0.600	0.760	0.270
1.00	3.142	0.000	0.750	0.250

Tabla D valores de las constantes en función de k

<b>TABLA E</b>				
Resist, máx. A los 28 días, lb/plg <sup>2</sup> , kg/cm <sup>2</sup>	2000 lb/plg <sup>2</sup> 141 kg/cm <sup>2</sup>	2500 lb/plg <sup>2</sup> 171 kg/cm <sup>2</sup>	3000 lb/plg <sup>2</sup> 210 kg/cm <sup>2</sup>	3750 lb/plg <sup>2</sup> 2368 kg/cm <sup>2</sup>
Resist. Permitida a compr; $f_c$ , lb/plg <sup>2</sup> , kg/cm <sup>2</sup>	800 lb/plg <sup>2</sup> 58 kg/cm <sup>2</sup>	1000 lb/plg <sup>2</sup> 70 kg/cm <sup>2</sup>	1200 lb/plg <sup>2</sup> 84 kg/cm <sup>2</sup>	1500 lb/plg <sup>2</sup> 105 kg/cm <sup>2</sup>
Carga de apoyo segura, $f_b$ , lb/plg <sup>2</sup> , kg/cm <sup>2</sup>	500 lb/plg <sup>2</sup> 35 kg/cm <sup>2</sup>	625 lb/plg <sup>2</sup> 44 kg/cm <sup>2</sup>	750 lb/plg <sup>2</sup> 53 kg/cm <sup>2</sup>	938 lb/plg <sup>2</sup> 66 kg/cm <sup>2</sup>
Factor $n$	15	12	10	8

Tabla E propiedades de cuatro mezclas de concreto

<b>TABLA F</b>		
$l_1/b$	$M_x$	$M_y$
0.000	0.000	$-0.500f_c l_1^2$
0.333	$0.0078f_c b^2$	$-0.428f_c l_1^2$
0.500	$0.0293f_c b^2$	$-0.319f_c l_1^2$
0.667	$0.0558f_c b^2$	$-0.227f_c l_1^2$
1.000	$0.0972f_c b^2$	$-0.119f_c l_1^2$
1.500	$0.123f_c b^2$	$-0.124f_c b^2$
2.000	$0.131f_c b^2$	$-0.125f_c b^2$
3.000	$0.133f_c b^2$	$-0.125f_c b^2$
$\infty$	$0.133f_c b^2$	$-0.125f_c b^2$

Tabla F momento flexionante por unidad de longitud de la sección de una placa perpendiculares a los ejes x y y, respectivamente. Úsese el valor mayor  $M_x$  o  $M_y$ .

## FORMULAS

	Valor de la constante K, adimensional	$k = \frac{1}{1+(S_a/nf_{cb})}$
	Área total requerida de pernos de anclaje, B: plg <sup>2</sup>	$B_t = 2\pi \frac{12M-Wzd}{C_t S_a j d}$
	Relación entre el esfuerzo de compresión máximo permitido en el borde exterior del anillo de base y en el circulo de los pernos	$f_c = f_{cb} \frac{2kd+l}{2kd}$ $f_{cb} = f_c \frac{2kd}{2kd+l}$
	Carga de tensión en los pernos de anclaje, F <sub>t</sub> , lb	$F_t = \frac{M-WzD}{jD}$
	Esf. De tensión en los tornillos de anclaje, S <sub>a</sub> , lb	$S_a = \frac{F_t}{t_s r C_t}$
	Espesor de un anillo que tenga un área igual a la de los pernos de anclaje, t <sub>s</sub> , plg	$t_s = \frac{B_t}{\pi d}$
	Carga de compresión sobre el concreto, F <sub>c</sub> , lb	$F_c = F_t + W$
	Esf. De compresión en el concreto, en el circulo de los pernos, F <sub>cb</sub> , lb/plg <sup>2</sup>	$f_{cb} = \frac{F_c}{(l_4 + nt_s)r C_c}$
	Relación entre el esfuerzo de tensión que obra en el acero y el de compresión que obra en el concreto	$S_a = n f_c$
	Espesor del anillo de la base sin placas angulares de refuerzo, t <sub>B</sub> , plg	$t_B = l_1 \sqrt{3f_c/S}$
	Espesor del anillo de la base con placas angulares de refuerzo, t <sub>B</sub> , plg	$t_B = \sqrt{\frac{6M_{max}}{S}}$



### Notación:

$b$  = Distancia entre las placas angulares de refuerzo, medida sobre el arco del círculo de los pernos, plg  
 $B_t$  = Area por perno de anclaje, plg<sup>2</sup>  
 $C_c, C$  = Constantes, ver la tabla D  
 $d$  = Diametro del círculo de los penos de anclaje, plg  
 $D$  = Diametro del círculo de los penos de anclaje, pies  
 $f_c$  = Esfuerzo de compresión en el concreto, en el borde exterior del anillo de base, lb/plg<sup>2</sup>  
 $f_{cb}$  = Esfuerzo de compresión en el concreto, en el círculo de los pernos, lb/plg<sup>2</sup>  
 $j$  = Constante, ver tabla D  
 $l_4 = l - t_s$ , plg = ancho del anillo de la base, plg  
 $M$  = Momento en la base debido a viento o sismo, pies-libra  
 $M_{max} = M_x o M_y$ , el que sea mayor. Ver tabla F  
 $n$  = Relacion del modulo de elasticidad del acero al concreto,  $E_s/E_c$  . Ver la tabla E  
 $r$  = Radio del círculo de los pernos, plg  
 $S_a$  = Esfuerzo de tensión en los pernos de anclaje, lb/plg<sup>2</sup>  
 $S$  = Valor del esfuerzo máximo permitido de la placa base, lb/plg<sup>2</sup>  
 $W$  = Peso de la torre en la base, lb  
 $z$  = Constante. Ver la tabla D

### EJEMPLO:

#### DETERMINAR:

El tamaño y el numero de pernos de anclaje; El ancho y el espesor del anillo base.

#### Datos de diseño:

$D = 5'-0"$ , diámetro del círculo de los pernos del anclaje.  
 $d = 60"$ , diámetro del círculo de los pernos de anclaje.  
 $n = 10$ , relación del modulo de elasticidad del acero al del concreto (tabla E)  
 $f_c = 1,200$  lb/plg<sup>2</sup>, resistencia admisible del concreto a compresión (tabla E)  
 $S = 15,000$  lb/plg<sup>2</sup>, valor del esfuerzo admisible del anillo de base  
 $S_a = 18,000$  lb/plg<sup>2</sup>, esfuerzo de tensión admisible de los pernos  
 $W = 36,000$  lb, peso de la torre  
 $M = 692,100$  pies-lb, momento en la base

#### SOLUCIÓN:

Supóngase un ancho de 8 plg para el anillo de la base y un esfuerzo de compresión en el círculo de los pernos,  $f_{cb}=1,000$  lb/plg<sup>2</sup>

$$k = \frac{1}{1 + \frac{S_a}{n f_{cb}}} = \frac{1}{1 + \frac{18,000}{10 \times 1,000}} = 0.35$$

Entonces las constantes tomadas de la tabla D son:

$C_c = 1.640$   
 $C_t = 2.333$   
 $j = 0.783$   
 $z = 0.427$

Compresión en el círculo de los pernos

$$f_{cb} = f_c \frac{2kd}{2kd + l} = 1,200 \frac{2 \times 0.35 \times 60}{2 \times 0.35 \times 60 + 8} = lb/plg^2$$

El lb/pulg<sup>2</sup> es un valor suficientemente cercano al valor supuesto de  $f_{cb} = 1,000$  lb/plg<sup>2</sup>

Área requerida de los tornillos de anclaje

$$B_t = 2\pi \frac{12M - Wzd}{C_t S_a j d} = 6.28 \frac{12 \times 692,100 - 36,000 \times 0.427 \times 60}{2.333 \times 18,000 \times 0.783 \times 60} = 23.50 \text{ plg}^2$$

Con 12 pernos de anclaje, el área requerida en el fondo de la rosca para un perno es de  $23.50/12=1.958$  plg.

De la tabla A, un perno de  $1\ 7/8$  plg de diámetro sería satisfactorio, pero aumentando  $1/8$  de pulg por corrosión: usar 12 pernos de anclaje de 2 plg de diámetro.

Carga de tensión sobre el anclaje

$$F_t = \frac{M - WzD}{jD} = \frac{692,100 - 36,000 \times 0.427 \times 5}{0.783 \times 5} = 157,150 \text{ lb}$$

Esfuerzos de tensión en los pernos de anclaje

$$S_a = \frac{F_t}{t_s r C_t} = \frac{157,150}{0.125 \times 30 \times 2.333} = 17,960 \text{ lb/plg}^2 \quad t_s = \frac{B_t}{\pi d} = \frac{23.50}{3.14 \times 60} = 0.125 \text{ plg}$$

Carga de compresión sobre el concreto:  $l_4 = l - t_s = 8.0 - 0.125 = 7.875$  plg

$$f_{cb} = \frac{F_t + W}{(l_4 + nt_s) r C_c} = \frac{193,150}{(7.875 + 10 \times 0.125) 30 \times 1.640} = 430 \text{ lb/plg}^2$$

Verificación del valor de k que se encuentra con los valores supuestos de  $f_{cb}=1,000$  lb/plg<sup>2</sup> y  $S_a=18,000$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{S_a}{n f_{cb}}} = \frac{1}{1 + \frac{17,960}{10 \times 430}} = 0.19$$

Entonces, las constantes tomadas de la tabla D son:

$$C_c = 1.184$$

$$C_t = 2.683$$

$$j = 0.775$$

$$z = 0.461$$

$$F_t = \frac{M - WzD}{jD} = \frac{692,100 - 36,000 \times 0.461 \times 5}{0.775 \times 5} = 157,192 \text{ lb}$$

$$S_a = \frac{F_t}{t_s r C_t} = \frac{157,192}{0.125 \times 30 \times 2.683} = 15,624 \text{ lb/plg}^2$$

$$F_c = F_t + W = 157,192 + 36,000 = 193,192 \text{ lb}$$

$$f_{cb} = \frac{F_c}{(l_4 + nt_s) r C_c} = \frac{193,192}{(7.875 + 10 \times 0.125) 30 \times 1.184} = 596 \text{ lb/plg}^2$$

Esfuerzo de compresión de los pernos de anclaje:

$$S_a = n f_c = 10 \times 596 = 5,960 \text{ lb/plg}^2$$

Esfuerzo de compresión en el concreto, en la orilla exterior del anillo de base:

$$f_c = f_{cb} \times \frac{2kd + l}{2kd} = 596 \times \frac{2 \times 0.19 \times 60 + 8}{2 \times 0.19 \times 60} = 805 \text{ lb/plg}^2$$

Espesor requerido del anillo de base  $l_1 = 6 \text{ plg}$

$$t_B = l_1 \sqrt{\frac{3f_c}{S}} = 66 \sqrt{\frac{3 \times 805}{15,000}} = 2.406 \text{ plg}$$

Para disminuir el espesor del anillo de base se usan placas angulares de refuerzo. Usando 24 placas angulares, la distancia entre estas es:

$$b = \frac{\pi d}{24} = 7.85" ; \frac{l_1}{b} = \frac{6}{7.85} = 0.764$$

De la tabla F:

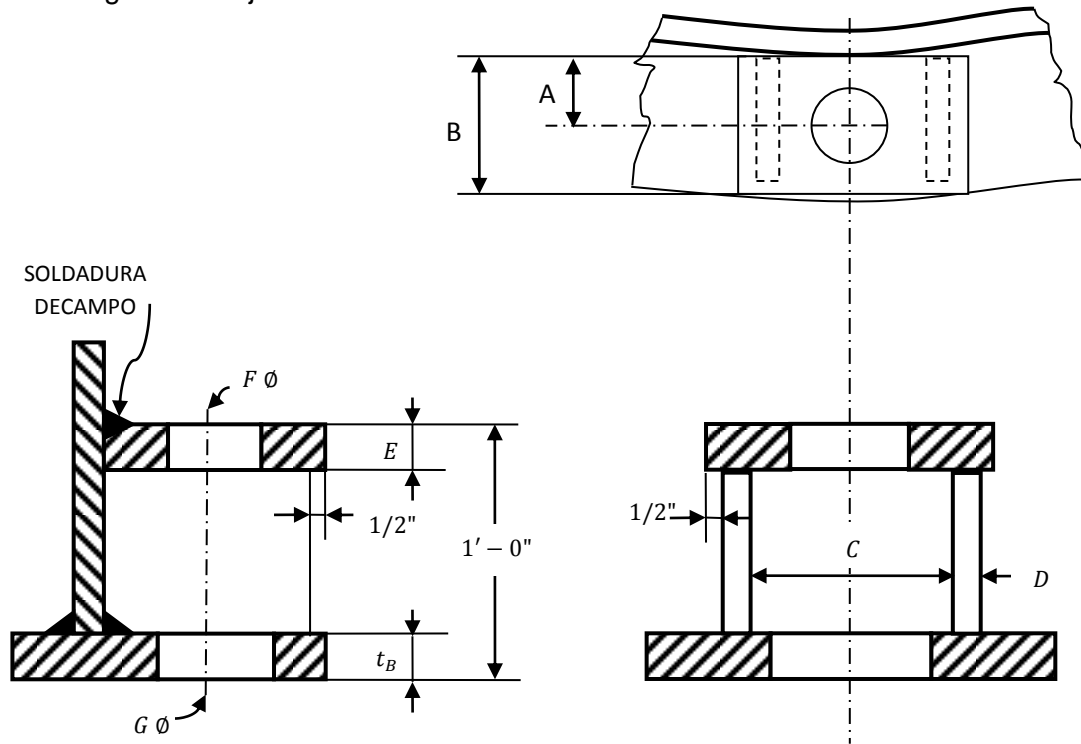
$$M_{max} = M_y = 0.196 f_c l_1^2 = 0.196 \times 805 \times 6^2 = 5,680 \text{ lb/plg}$$

$$t_B = \sqrt{\frac{6 \times 5,680}{15,000}} = 1.5076 \text{ plg}$$

Usar placa de base  $1 \frac{1}{2}$  plg de espesor.

## SILLETAS DE PERNOS DE ANCLAJE PARA TORRES ALTAS

Las silletas se diseñan para la carga máxima que puede transmitir el perno, el tamaño del perno de anclaje se calcula como se describió en las páginas anteriores. Todas las aristas de contacto de la placa deben soldarse con soldadura de filete continuo. El tamaño del cateto de la soldadura de filete debe ser igual a la mitad del espesor de la placa más delgada de la junta.



DIMENSIONES (plg)							
Diam. del perno de anclaje	A	B	C	D	E	F	G
1	1 3/4	3	2 1/2	1/2	3/4	1 1/4	1 1/2
1 1/8	1 7/8	3	2 1/2	1/2	3/4	1 3/8	1 5/8
1 1/4	2	3	2 1/2	1/2	1	1 1/2	1 3/4
1 3/8	2 1/8	4	3	5/8	1	1 5/8	1 7/8
1 1/2	2 1/4	4	3	5/8	1 1/4	1 3/4	2
1 5/8	2 3/8	4	3	5/8	1 1/4	1 7/8	2 1/8
1 3/4	2 1/2	5	3 1/2	3/4	1 1/2	2	2 1/4
1 7/8	2 5/8	5	3 1/2	3/4	1 1/2	2 1/8	2 3/8
2	2 3/4	5	3 1/2	3/4	1 3/4	2 1/4	2 1/2
2 1/4	3	6	4	1	1 3/4	2 1/2	2 3/4
2 1/2	3 1/4	6	4	1	2	2 3/4	3
2 3/4	3 1/2	7	5	1 1/4	2 1/2	3	3 1/4
3	3 3/4	7	5	1 1/4	2 1/2	3 1/4	3 1/2

## APÉNDICE Tipos de aceros

Designación de la ASTM	Tipo de acero	Formas	Usos recomendados	Esfuerzo mínimo de fluencia $F_y^a$ , Klb/plg <sup>2</sup>	Resistencia específica mínima a la tensión $F_u^b$ , klb/plg <sup>2</sup>
A36	Al carbón	Perfiles, barras y placas	Puentes, edificios y otras estructuras atornilladas, soldadas o remachadas	36, pero 32 si el espesor es mayor de 8plg	50-80
A529	Al carbón	Perfiles Y placas hasta 1/2plg	Similar al A36	42	60-85
A441	De alta resistencia y baja aleación	Perfiles, placas y barras hasta 8plg	Similar al A36	40-50	60-70
A572	De alta resistencia y baja aleación	Perfiles, placas y barras hasta 6plg	Construcciones atornilladas soldadas o remachadas. No para puentes soldados de acero $F_y=55$ o mayores	42-65	60-80
A242	De alta resistencia, baja aleación y resistencia a la corrosión atmosférica	Perfiles, placas y barras hasta 4plg	Construcciones atornilladas soldadas o remachadas; técnica de soldado muy importante	42-50	63-70
A588	De alta resistencia, baja aleación y resistencia a la corrosión atmosférica	Placas y barras	Construcciones atornilladas y remachadas	42-50	63-70
A852	De baja resistencia, templado y revenido	Placas solo hasta 4plg	Construcciones soldada, remachada o atornillada; principalmente para puentes y edificios soldados. Técnica de soldado de importancia fundamental	70	90-100
A514	Aleados, templados y revenidos	Placas solo hasta 4plg	Estructuras soldadas con mucha atención a la técnica empleada; no se use si la ductilidad es importante	90-100	100-130

## ANEXO FOTOGRÁFICO



Placa base montada directamente sobre el concreto, sin una base de cimentación regularmente usada en postes de señalamiento.



Placa base conectada directamente sobre concreto, la columna es soldada directamente a la placa ya que solo presenta condiciones de carga axial, se puede observar como la placa presenta una ligera deformación a causa de la carga axial



Placa base con atiesadores para reducir el giro por momento así como espesor de la placa base





Placa base para columna cargada axialmente y sometida a excentricidad.



Aquí podemos observar una columna circular que esta asentada sobre una placa base de aproximadamente  $\frac{1}{2}$ " de espesor ya que las orejas que tiene soldada ayuda a reducir los efectos de momento.



Aquí se puede observar que la base o dado de la columna circular esta muy por encima del nivel del suelo, esto se debe a que por las condiciones del subsuelo se necesita un apoyo mayor para evitar efectos de hundimiento o falla, así como la corrosión del acero.



En este otro ejemplo de una columna circular se puede observar que a diferencia de las otras el diseño de los pernos de conexión son de alta resistencia se puede ver claramente por el diámetro y tamaño de estos.

Conclusión:

Como conclusión deduzco de argumentar y señalar diversos puntos que muestro a continuación:

1. En el diseño de placas base para columnas de acero podemos decir que para su diseño se deben de tomar ciertas consideraciones básicas, como punto de entrada determinar a qué tipo de elementos mecánicos estará sometida la placa de apoyo, a carga axial, momento o una combinación de ambas en alta o baja relación.
2. Para el diseño de una placa sometida únicamente a carga axial es dimensionada bajo la consideración de que la porción sobresaliente de esta actúa como una viga en cantiliver de acuerdo al Instituto Americano de la Construcción del Acero "A.I.S.C" para definir su espesor se debe tomar en cuenta la carga que está soportando, el esfuerzo permisible de compresión de concreto y si está trabajando el área total del soporte o solo un tercio.
3. Al hacer el diseño de la placa sometida a carga axial como a momento alrededor de la columna se dirá que se tomara la carga aplicada a una excentricidad del eje neutro, se tomara en cuenta el diseño de acuerdo a un efecto de levantamiento esto se podrá resolver diseñando placas atiesadoras para aminorar ese efecto y disminuir el espesor de la placa base.
4. El diseño los pernos, anillos base y silletas con los que está anclada la columna a la placa base, se hará con un fuerte hincapié en las columnas circulares ya que estas por ser las mas utilizadas como chimeneas o anuncios espectaculares estarán mas propensas a las fuerzas de viento provocando un momento mayor.
5. También es necesario saber para qué tipo de columna se está diseñando tanto la placa y base, si solamente es para sostener levantado un elemento o para resistir tensión directa, momento flexionante o una combinación de estas cargas, las cuales se originan regularmente en edificios, fabricas, hangares, torres etc.
6. Es parte importante el diseño de la base para la placa y columna de acero la cual regularmente es utilizada en sima de una zapata o dado de concreto reforzado según la especificación del proyecto y las condiciones del propio terreno, como ya se ha visto anteriormente se debe tomar con importante relevancia la carga axial transmitida al soporte, ser capaz de desarrollar un momento resistente. A si como tomar en cuenta las características de resistencia del subsuelo ya que este es un factor que intervienen en la tendencia a la rotación de la base de la columna. Estas se diseñan bajo la consideración de cargas de trabajo elástico y bases diseñadas con carga última.

Sea cual sea el método utilizado para el análisis y diseño de placas base para columnas de acero estas son una de las principales características a tomar en cuenta para la resolución más eficiente del problema.

## BIBLIOGRAFÍA:

A. J. Francis (1995)

Introducción a las estructuras para Arquitectos e Ingenieros.  
Editorial Limusa Noriega Editores, México pág.13, 14.

Clarence W. Dunham (1968)

Cimentaciones de Estructuras (Foundations of Structures), segunda edición  
Libros McGraw Hill de Mexico S.A. de S.V. pag. 117, 118, 119

Fundadora de Monterrey, S.A.

Manual para constructores.- Cia.

Jack C. McCormac & James K. Nelson (2003)

Análisis de Estructuras Método Clásico y Matricial, 2 Edición.  
Editorial Alfaomega S.A. de C.V. México pág. 3, 8, 9, 10.

Jack C. McCormac (Clemson university, E.U.A) 1999

Diseño de Estructuras Metalicas Método ASD, cuarta edición  
Alfaomega grupo editor, S.A. de C.V. pag. 16, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155,  
276, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734.

James Ambrose (1998)

Análisis y Diseño de Estructuras (Building Structures), segunda edición  
Limusa S.A. de S.V. Grupo Noriega Editores pag.302

Joseph E. Bowles (catedrático de ingeniería civil en Bradley University) 1993

Diseño de Acero Estructural. Cuarta edición.  
Editorial LIMUSA, S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores. Pag. 326.

Lynn, Bleedle y otros.

Structural Steel Design.

Louis A. Hill jr. Universidad Estatal de Arizona (*Fundamentals of Structural Design*)

Fundamentos de diseño estructural acero, concreto, y madera  
Alfaomega Grupo Editor, S.A de S.V. Impreso en México. Pag. 97, 98, 203, 204, 338, 416,  
417.

Manual of Steel Construction. 7a. Edición. (1970)

Instituto Americano de la Construcción del Acero. A.I.S.C sec 1.5.5

Oscar de Buen López de Hereida (1994)

Estructuras de Acero Comportamiento y Diseño, 5 Edición.  
Editorial Limusa, S.A. de C.V. México pag. 107, 313, 449, 450, 451, 452,453.

Roberto Meli (1991)

Diseño Estructural, cuarta edición  
Limusa S.A. de S.V. pag. 551

W. Mc Guire.

Structural Analysis and Design.