

Torres Serrano, Julio Alberto 2005

00149

LAS ESTRUCTURAS NEUMÁTICAS COMO ESTRUCTURAS  
SUPERLIGERAS

Julio Alberto Torres Serrano

Programa de Maestría y Doctorado en Arquitectura



2005

m. 344664



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**LAS ESTRUCTURAS NEUMÁTICAS COMO ESTRUCTURAS  
SUPERLIGERAS**

Tesis que para obtener el grado de:

Maestro en Arquitectura presenta:

Julio Alberto Torres Serrano

**Programa de Maestría y Doctorado**

**2005**

**Director de Tesis:**

Dr. Juan Gerardo Oliva Salinas

**Sinodales:**

Arq. Juan Antonio Tonda Magallon

Mtro. Francisco Reyna Gómez

Mtro. Ernesto Ocampo Ruiz

Mtra. Perla Santa Ana Lozada

## **Dedicatorias**

A mis padres:

Ricardo Alberto y Rosa Maria

A mis Hermanos:

Alejandra y Ricardo

A mis profesores del posgrado

A mis amigos

## Indice

<b>Introducción</b>	1
<b>Antecedentes Históricos</b>	3
Evolución científica	3
Introducción	3
El principio de Arquímedes	4
Leonardo da Vinci. El principio de continuidad o de conservación de la masa.	5
Galileo Galilei	6
Torricelli. La determinación de la presión atmosférica	7
El principio de Pascal	8
Isaac Newton	8
El teorema de Bernoulli	10
Fundamentos de la mecánica de los fluidos, Euler.	11
El siglo sincrético para la teoría de fluidos	11
George Gabriel Stokes, Fricción en los fluidos.	12
Superfluidos	15
Evolución tecnológica	18
Surgimiento de los globos (principio de las estructuras superligeras)	18
Historia	18
Globos científicos modernos	19
El Zeppelin	20
Historia	20
Evolución arquitectónica	23
Origen de las estructuras neumáticas en la arquitectura	23
Estructuras neumáticas de tecnología actual	24
Teatro Flotante, Expo'70, Osaka	24
Domos neumáticas	25
Festo Exhibition hall	26
Jardín del Edén	27
Centro Nacional Espacial	27
<b>Características de las Estructuras Neumáticas</b>	29
Definición	29
Formas y principio estructural básico de las estructuras neumáticas	29
Estados de carga en las estructuras neumáticas	30
La analogía con las burbujas de jabón	30
Efectos de la sobre presión en el hombre	33
<b>Conceptos y principios físicos fundamentales en el desarrollo de las neumáticas</b>	35
El concepto de peso específico	35
El concepto de densidad de masa	35

Presión	35
Principio de Arquímedes	36
Ley de Boyle	38
Ley de Charles	38
Ley de Gay-Lussac	39
Ley general de los gases	39
<b>Aplicación de los conceptos y leyes físicas a las estructuras neumáticas</b>	<b>41</b>
El principio de Arquímedes en las neumáticas	41
Empujes resultantes al establecer una diferencia en la densidad de fluidos	42
Variación de la densidad de gases por temperaturas sobre el nivel del mar	42
Presiones ejercida por distintos fluidos sobre la superficie de distintos cuerpos esféricos.	44
Capacidades aislantes en las estructuras neumáticas de membrana portante doble.	45
<b>Detalles técnicos</b>	<b>47</b>
Tipos de membrana en el mercado	47
Sistema elemental de acceso	48
Sistemas de anclaje	49
Ventiladores	50
Ventilador de hélice	50
Ventilador axial	50
Ventilador centrífugo	51
Generadores eléctricos	51
<b>Usos y aplicaciones de las estructuras neumáticas</b>	<b>53</b>
Las estructuras neumáticas como estructuras superligeras	53
Burbujas en el fondo del mar	53
La Arquitectura submarina y algunas de sus implicaciones	53
Definición de arquitectura aérea y las posibilidades de llevarse a cabo	55
Una llamada Bioarquitectura	55
Arquitectura orgánica construida con cimbra neumática	55
Casa Embrión	55
Conjunto Satélite	56
Uso de las estructuras neumáticas como cimbra para la construcción de domos de concreto	57
Sistema Binishells	57
Sistema Domecrete	58
Sistema Frankenstein	58
El Iglú Bayer	59
Sistema mixto, Dome Technology	59
<b>Capacidades formales de las estructuras neumáticas</b>	<b>61</b>
Orígenes de la geometría	61
Euclides	62
Arquímedes	63

Apolonio	63
Descartes, geometría analítica	64
Geometría no euclidiana	64
La geometría no euclidiana elíptica.	65
La geometría no euclidiana hipérbolica.	66
Mas allá de la tercera dimensión	66
La geometría fractal	66
Recordando conceptos de geometría analítica plana	67
Las cónicas	67
Las funciones trigonométricas	68
Como manipular una curva plana dada por una ecuación	69
Generación de superficies de traslación	69
Generación de un modelo sin necesidad de conocer la ecuación de su superficie	73
Las estructuras superligeras para la arquitectura actual	73
Formas no convencionales	73
<b>Conclusiones</b>	<b>75</b>
<b>Anexos</b>	<b>79</b>
Tangente a una curva para la obtención de presiones en un punto	79
Análisis de superficies de traslación	82
Obtención de segmentos rectos unitarios a partir de una curva de la que conozcamos su ecuación.	82
Determinar si cuatro puntos en el espacio pertenecen a un plano	85
Ejemplo	86
Obtención de los ángulos interiores de los planos que conforman la superficie por medio del álgebra vectorial.	91
<b>Referencias</b>	<b>97</b>



# Introducción

Hoy en día se elige un sistema constructivo en relación a su eficiencia, entendiendo por eficiencia a la capacidad del sistema para responder de manera óptima a distintos requisitos. Estos requisitos pueden ser de tipo formal, constructivo, estructural o económico entre muchos otros más. En este sentido, las estructuras neumáticas poseen una serie de características que muy pocos sistemas tienen, dentro de las cuales cabe destacar: la rapidez en el montaje, la economía de los materiales que se utilizan, las capacidades formales y de movilidad de la estructura, entre otras.

De las virtudes que hallé en este sistema constructivo surgió la idea de profundizar en el tema y como fruto de ello, se presenta este documento que muestra el origen y potencial neumático.

El documento está dividido en cuatro partes, la primera de ellas trata sobre los antecedentes de las estructuras neumáticas, la segunda parte sobre los conceptos y principios físicos fundamentales, además de las definiciones, características particulares y detalles técnicos de las estructuras neumáticas, en la tercera parte se estudian y proponen diferentes usos para estas estructuras y finalmente, en la cuarta parte, se estudian las capacidades formales de las neumáticas.

La intención de la primera parte del documento es mostrar como la generación de conocimiento científico promueve el desarrollo de nuevas tecnologías, las cuales a su vez tienen un impacto sobre la forma de hacer arquitectura, es decir, los antecedentes de las estructuras neumáticas no se limitan a lo hecho dentro de la arquitectura, sino que van más allá de ello, de ahí, la razón por la cual comienzo con un recorrido histórico a lo largo de la evolución que tuvo la ciencia en relación a los fluidos, los cuales son la materia prima de estas estructuras. Posteriormente se habla de los desarrollos tecnológicos previos más representativos, como lo fueron el surgimiento de los globos aerostáticos y los dirigibles. Finalmente, se habla de la evolución arquitectónica en las estructuras neumáticas durante el siglo XX.

La segunda parte de este documento hace referencia a las características propias de las estructuras neumáticas, se establecen las definiciones que determinan lo que es una estructura neumática, cuales son sus características básicas, los conceptos y leyes físicas que la determinan y se realizan diferentes cálculos sobre estructuras neumáticas simples con los conceptos y leyes físicas previamente estudiados y analizados. En esta parte del documento se provee de información técnica sobre tipos de membranas en el mercado, se muestran algunas opciones de anclaje de las estructuras a piso, sistemas elementales de accesos, diferentes tipos de ventiladores para el hinchamiento de la estructura y generadores eléctricos.

La tercera parte del documento abarca diferentes aportaciones de uso de las estructuras neumáticas, se habla de un hábitat submarino, sus posibilidades e implicaciones inmediatas, de la posibilidad de una arquitectura aérea, e igualmente de sus implicaciones, con estas ideas en torno a las distintas arquitecturas posibles, se termina por aclarar el concepto de superligereza o de estructuras superligeras. En esta parte también se estudia el trabajo realizado por el arquitecto Javier Senosian en su llamada Bioarquitectura en la cual utiliza a las neumáticas como cimbra o molde para sus viviendas. Por último, se muestra el uso que se le ha dado a las estructuras neumáticas como cimbra para la construcción de domos de concreto armado, mostrando procedimientos y características generales.



Ya en la cuarta parte, para hablar de las capacidades formales de las neumáticas y con el mismo ánimo de ligar antecedentes científicos con arquitectónicos, explico brevemente los antecedentes de la geometría y sus principales protagonistas hasta hoy en día. Una vez conocidos estos antecedentes, se procede a mostrar y analizar diferentes curvas elementales como lo son las cónicas y las curvas derivadas de las funciones trigonométricas, a partir de ellas, se analiza la forma en que se pueden desarrollar diferentes superficies de traslación en base a una ecuación y las posibilidades que esto conlleva.

A partir del análisis de superficies se desprenden dos opciones, por un lado la posibilidad de construcción de neumáticas con una ecuación determinada o bien, la obtención de formas neumáticas de manera mas caprichosa, sin necesidad de conocer la ecuación que describa dicha superficie. Como ejemplo se elabora un modelo que muestra las capacidades formales de las estructuras neumáticas.

Al final de este documento existe un anexo en el cual se trata con mayor detalle aspectos que tienen que ver con el análisis de superficies de traslación, ocupando como herramienta de análisis el álgebra vectorial. De este análisis se desprenden gran cantidad de datos que pueden servir para el control del diseño y construcción de cualquier cubierta generada por una superficie de traslación de la cual conozcamos su ecuación.

En este anexo, también se explica como obtener la tangente a un punto de cualquier curva de la que conozcamos su ecuación, esto con el fin de conocer los radios de giro máximos y mínimos y determinar las presiones extremas a las que estará sometida la membrana de una estructura neumática.

La intención del documento es proveer los conceptos indispensables para la construcción neumática con el ánimo de promover su uso y difundir su utilidad.



# Antecedentes históricos

## Evolución científica

### Introducción

Una historia de los fluidos, materia prima de las estructuras neumáticas.

La forma en que fueron descubriéndose, efectos, principios y leyes en muchos casos sólo puede imaginarse, pues existe una laguna en cuanto a los protagonistas y sus condiciones sociales, económicas y culturales. La humanidad ha vivido siempre con fluidos. Cómo y cuándo aprendió a usarlos sólo puede adivinarse.

Los primeros que se estaban ahogando por humo dentro de una cueva sacaron al fuego a la intemperie o se buscaron una cueva con el techo más alto, y aprendieron que el aire caliente sube, pero sin intuir en ello el principio de la flotación. Los primeros navegantes tal vez surgieron de una poco afortunada pérdida de equilibrio en la orilla de un río y del fortuito paso de un tronco en la vecindad inmediata. También podemos imaginar que, al observar que ciertos objetos flotaban en un río, a más de uno se le ocurrió aprovechar el hecho para viajar río abajo y, con suerte, más allá.

La evolución de un tronco a una canoa, de ésta a una balsa y de ésta a un medio de carga y transporte colectivo, así como del mecanismo de propulsión de varas a remos y de éstos a velas, sólo podemos reconstruirlo usando el sentido común y una fértil imaginación. Algo semejante puede decirse de las armas. El proceso que va desde arrojar piedras y palos, hasta la invención del mazo y, mucho más tarde, hace unos 30 000 años, el arco y la flecha, comprende múltiples pruebas e insólitas experiencias.

Bajo la presión de la supervivencia el hombre aguzó el ingenio para adaptarse y manejar su ambiente, dominado por los fluidos<sup>1</sup>.

En esta etapa de la protohistoria, se hicieron obras notables destinadas al riego. Las necesidades agrícolas de las culturas que florecieron en Mesopotamia y Egipto, al menos 4000 años a.C., llevaron a diseñar y construir presas y diques, cuyos restos aún pueden apreciarse en las márgenes de los correspondientes ríos. Vestigios semejantes, de tiempos casi tan remotos, fueron descubiertos en las riberas de ríos en la India y la China. La construcción de canales para riego, transporte y surtido de agua a las grandes metrópolis de entonces confirma la relación directa entre el nivel de una civilización y la posesión de una tecnología para mantenerla; en particular, la relación con el agua.

En forma paralela a las obras hidráulicas a gran escala se desarrollaron artefactos, instrumentos y curiosidades asociadas al comportamiento de los fluidos. Es posible suponer que el ser humano intuía algunos principios básicos, si consideramos su notable conocimiento empírico. El uso del fuelle, la jeringa y el sifón era frecuente, como lo reflejan los legados pictóricos y estelas fragmentadas que se conservan, mismas que muestran la existencia de la pipeta, la clepsidra (reloj de agua usado en Babilonia, y posteriormente en Egipto), y el uso de los vasos comunicantes.

---

<sup>1</sup> Peralta-Fabi, Ramón, "Fluidos, apellido de líquidos y gases". Ed. Fondo de Cultura Económica, México 2001. Pág 37



Hubiera sido difícil, muy difícil, llevar a cabo algunas obras de ingeniería sin algunos de estos aparejos. El nivel de pisos y bóvedas seguramente se establecía, como aún hoy lo hacen los buenos albañiles, usando el principio de los vasos comunicantes.

Desde el remoto y oscuro pasado hasta el florecimiento de la cultura helénica, el hombre acumuló un vasto conocimiento práctico sobre el comportamiento de los fluidos. De los complejos sistemas de riego a las elaboradas embarcaciones propulsadas por viento y de las aerodinámicas flechas y lanzas, al sifón y la clepsidra.

Las extensas guerras de conquista de Alejandro Magno permitieron a la civilización occidental enriquecerse con el legado asiático. Alejandría sustituyó a Atenas y amalgamó la cultura de la época, resumiendo el conocimiento previo en su legendaria biblioteca. No es de sorprender que ahí brillaran las artes y ciencias con Euclides, Arquímedes y Ptolomeo, entre otros<sup>2</sup>.

### El principio de Arquímedes

De las diez obras que se conocen de Arquímedes (287-212, a.C.) destacan sus dos volúmenes sobre la hidrostática y la flotación. En la mejor tradición de la escuela de Euclides, con cuyos discípulos se educa, basa todo su análisis en dos postulados sencillos y ciertamente correctos. A partir de éstos demuestra varios resultados que todavía forman parte del cuerpo de los teoremas básicos de la hidrostática y la estabilidad de cuerpos que flotan. Uno de ellos es el principio que lleva su nombre y establece que "si un sólido es parcial o totalmente inmerso en un fluido, sufre una fuerza ascendente igual al peso del fluido desplazado"<sup>3</sup>.

Este sencillo enunciado nos permite entender un sinnúmero de fenómenos aparentemente disímolos. Veamos ahora tres de ellos: la flotación de un barco, la flotación de globos meteorológicos de altura fija y la proporción de oro en un anillo de bodas.

El principio dice que las cosas flotan en un fluido, lo que implica que pesan menos. La reducción en peso es igual al peso de una cantidad de líquido de volumen igual al del objeto sumergido. Consideremos un ejemplo. Imaginemos un cubo de cuarzo que mide un centímetro por lado. Al vacío, encontramos que pesa 2.65 g. al sumergirlo en agua desplaza 1 cm<sup>3</sup> de ésta. Al pesar esta cantidad de agua se halla que pesa 1 g. Por lo tanto, en el agua, el peso de nuestro cubito de cuarzo es de 1.65 g, es decir, 1 g menos, el cual fue el peso del fluido que desalojó el cubo de cuarzo.

¿Por qué flota un barco de acero?

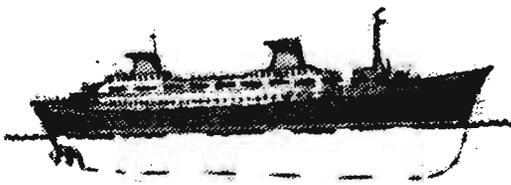


Figura 1: Línea de flotación

Puesto que un metro cúbico de agua pesa una tonelada, para hacer flotar (reducir su peso a cero) a un barco de 1,000 toneladas es preciso que desplace 1,000 m<sup>3</sup> de agua. Es decir que el volumen del barco, abajo de su línea de flotación, debe ser de, digamos, un cubo de 10 m por lado. Si es más largo que ancho no tiene por qué

<sup>2</sup> Ídem. Pág 40.

<sup>3</sup> Ídem. Pág 40.



estar tan sumergido y será de menor calado. Criterios de estabilidad, también desarrollados por Arquímedes, son algunos de los aspectos que determinan la forma más adecuada para el casco del barco, la parte sumergida.

¿Cómo subir un globo a una altura predeterminada?

Un globo lleno de algún fluido menos pesado que el aire sufre una fuerza que lo hace ascender, por flotación. Puesto que con la altura el aire es cada vez menos denso, más enrarecido, el globo subirá hasta la altura en que ambos fluidos (el contenido en el globo y el aire externo desplazado) pesen lo mismo. Conociendo la forma en que varía la densidad del aire con la altura es posible predeterminar la altura a la que un globo meteorológico llegará y permanecerá, con sólo variar su volumen y contenido. Estos globos se emplean principalmente para medir propiedades de la atmósfera como la presión, la temperatura, la humedad y los contaminantes.

Siendo el aire un fluido, todas las cosas sufren flotación

Otro ejemplo está conectado a la leyenda según la cual Arquímedes descubrió la flotación. Hierón I, rey de Siracusa (Sicilia), cuna y residencia de Arquímedes, deseaba saber si su corona contenía oro en la proporción adecuada. La solución la encontró Arquímedes, se dice, al entrar en el agua de un baño público, del que salió eufórico gritando "¡eureka!", rumbo a su casa, sin siquiera vestirse. Apenas llegó sumergió en agua pesos de oro y plata iguales, determinando los desplazamientos de agua respectivos. Al comparar éstos con el desplazamiento que generaba la corona determinó el porcentaje de cada metal por medio de una sencilla regla de tres.

El trabajo de Arquímedes en hidrostática es uno de los grandes logros de las matemáticas y mecánica griegas. "Es uno de los monumentos más espléndidos a su genio [...] al que poco han podido agregar quienes le sucedieron", dijo Lagrange, casi 2,000 años después. Su genio en las matemáticas lo pone en la categoría que solo comparte con Isaac Newton y Friederick Gauss<sup>4</sup>.

### **El principio de continuidad o de conservación de la masa. Secciones de Leonardo da Vinci.**

Los mil quinientos años subsecuentes fueron ricos en obras de gran importancia en torno al manejo de aguas. Todavía pueden apreciarse los notables acueductos que los romanos sembraron en el orbe que dominaron. El diseño y construcción de sistemas de aprovisionamiento de agua, de su distribución a través de grandes ciudades y de los drenajes correspondientes, hablan del grado de desarrollo de la ingeniería hidráulica en el imperio. De aquí hasta el siglo XVI, de notable esplendor, sobresale un hombre que se destacó en todas y cada una de las diversas actividades en las que estuvo interesado, aportando experiencias nuevas y vitales a la rama de los fluidos.

Leonardo da Vinci (1452-1519), en cuanto a la ciencia y a los fluidos se refiere, marca el siguiente paso después de Arquímedes.

Como pocos de sus antecesores y contemporáneos, Leonardo subrayó en numerosas ocasio-

---

<sup>4</sup> Ídem. Pág 43.

nes la necesidad ineludible de la observación y el experimento. De la gran cantidad de observaciones y experimentos que llevó a cabo sobre el comportamiento de los fluidos, Leonardo obtuvo resultados cuantitativos y generalizaciones sorprendentes que no fueron apreciadas sino mucho después, algunas hasta el siglo XIX.

Leonardo da Vinci encontró que el aire y el agua tienen un apellido común. Al comparar en forma sistemática los movimientos de masas de aire (vientos) y agua (estanques, ríos y mares) intuyó, citándolo en forma recurrente, los elementos comunes de su comportamiento.

Al observar el movimiento de aguas en ductos, canales y ríos, descubrió y formuló en forma cuantitativa uno de los principios fundamentales en la mecánica de los fluidos: el principio de continuidad o de conservación de la masa. Si bien es cierto que al menos desde la época de Arquímedes se sabía que el agua que entra por el extremo de un tubo sale por el otro, la relación entre este hecho y la descarga era si acaso, sospechada, aun por los constructores romanos.

La descarga es la cantidad de fluido que atraviesa una sección de un tubo o de un canal por unidad de tiempo. Por ejemplo, el número de litros por segundo que pasa por cualquier parte de un tubo, cuya sección sea variable, es siempre el mismo.

En las palabras de Leonardo: "En cada parte de un río, y en tiempos iguales, pasa la misma cantidad de agua, independientemente de su ancho, profundidad, tortuosidad y pendiente. Cada masa de agua con igual área superficial correrá tanto más rápido como poca profunda sea (ver Figura 2); en B el agua se mueve más rápido que en A, tanto más como la profundidad de B cabe en A..."<sup>5</sup>.

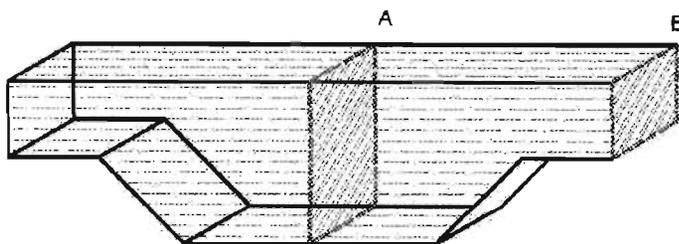


Figura 2: secciones de Leonardo da Vinci

Este análisis básico y casi evidente, que eludió a sus predecesores, puede considerarse como la primera formulación clara y cuantitativa de la ecuación de continuidad para el flujo estacionario (que no cambia con el tiempo) de un fluido incompresible (de densidad constante).

Este resultado, en términos más apropiados, establece que la velocidad es inversamente proporcional a la sección transversal. Equivalentemente, el producto de la velocidad y el área, en cada sección, es constante. La generalización de este resultado a la forma en que hoy se conoce tomó todavía 300 años más.

Otros estudios de Leonardo versaron sobre el vuelo, la generación y propagación de ondas, el movimiento de remolinos (vórtices) y el papel de éstos en los flujos complicados e irregulares que llamamos turbulentos. Estos estudios de carácter cualitativo o puramente descriptivo influyeron en forma directa e indirecta, en el desarrollo de la hidráulica y la hidrodinámica, entendidas éstas como la parte práctica y teórica de la mecánica de fluidos, respectivamente.

## Galileo Galilei

A Galileo Galilei (1564-1642) es a quien, un siglo después, le toca completar el esqueleto del

<sup>5</sup> Ídem. Pág 45.

método científico, pues transforma a la mecánica en una ciencia partiendo de una crítica constructiva de la metafísica escolástica. Usando a la experimentación como guía, como lo hiciera Leonardo, introduce el lenguaje de las matemáticas para formalizar y extender sus resultados, generalizar sus concepciones y sentar las bases de una nueva manera de estudiar la naturaleza. Con metodología semejante a la de Arquímedes, Galileo habló a una época más madura; a diferencia de Leonardo, no escribió "al revés" y fue leído y, desde luego, criticado por sus contemporáneos.

La contribución de Galileo a la dinámica de los fluidos fue profunda, aunque indirecta, al participar en la fundamentación de la mecánica, de la física y de la ciencia misma. La astronomía fue la motivación de su trabajo y la pasión de su vida. Afirmaba entender más de los cuerpos celestes que de los fluidos que observamos todos los días.

Un aspecto decisivo en el paso de la especulación aristotélica a la ciencia posgalileana fue la introducción de la observación como pilar y sustento de la razón. Para entender el mundo, la razón pura demostró su fracaso.

En estos doscientos años se lleva a cabo el florecimiento resultante de los previos dos mil años de siembras y cuidados.

### Torricelli. La determinación de la presión atmosférica

Según Aristóteles la naturaleza tiende a llenar todos los espacios con cualquier medio a su alcance, siendo el vacío una imposibilidad física. La frase "horror vacui" vino a resumir esta creencia a través del tiempo, y se llegaron a inventar sustancias como el éter, con propiedades inconmensurables, no factibles de ser medidas, para "explicar" la presencia de espacios aparentemente vacíos.

La crítica, fue iniciada por Galileo. La generación que le sucedió la continuó y la resolvió.

El compañero inseparable de Galileo en los últimos tres meses de su vida fue Evangelista Torricelli (1608-1647). Tras de extender algunos trabajos de aquél en dinámica de proyectiles y de generalizar en forma brillante parte de la obra de Arquímedes, fue invitado a Florencia por el anciano Galileo para discutir y escribir sus últimas ideas. Así, Torricelli se vio expuesto a muy variadas especulaciones y proposiciones que, en su desafortunadamente breve carrera científica, desarrolló al suceder al maestro en su cátedra de matemáticas.

Torricelli se ocupó de diversos problemas en forma teórica y experimental. En el área de fluidos destacan sus estudios sobre el flujo de chorros que salen por el orificio de un recipiente, su descubrimiento del principio del barómetro de mercurio y su uso en el estudio de la presión atmosférica.

Con estos trabajos logró, entre otras cosas, acabar con el mito de la imposibilidad del vacío. Uno de sus experimentos consistió en demostrar la existencia de la presión atmosférica y la forma de crear un vacío, usando un dispositivo como el que se muestra en la figura 3.

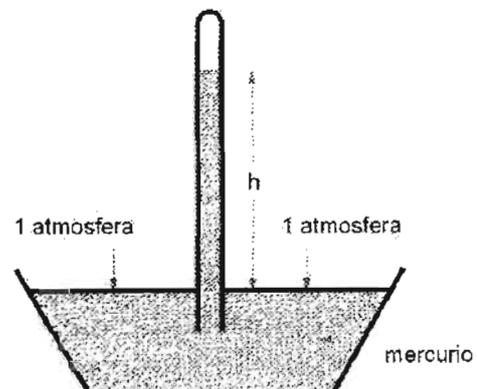


Figura 3: Tubo de Torricelli para determinar la presión atmosférica



En el experimento de la figura 3, un tubo de vidrio, con uno de sus extremos cerrado, se llena con mercurio. El extremo abierto se tapa y el tubo se invierte en una cubeta de mercurio. Cuando el extremo abierto se destapa, el mercurio fluye hacia fuera del tubo hasta que la presión ejercida por la columna de mercurio equilibra exactamente la presión atmosférica que actúa sobre el mercurio que está en la cubeta. Puesto que la presión que hay arriba de la columna de mercurio es cero, la altura de la columna encima del nivel de mercurio indica la presión atmosférica. La presión atmosférica al nivel del mar ( $14.7 \text{ lb/in}^2$ ) causará que el nivel de mercurio en el tubo se establezca a una altura de 76 cm, o sea, 30 in <sup>6</sup>.

## El principio de Pascal

Blaise Pascal (1623-1662) fue quien, repitiendo y extendiendo los experimentos de Torricelli, dio una clara explicación de las observaciones. Al darse cuenta de que los experimentos básicos podían ser explicados por igual en términos de la presión atmosférica en vez de en términos de un parcial horror al vacío ("horror vacui"), llevó a cabo un experimento de vacío dentro de otro vacío. De esta manera, al quitar la presión externa la altura de la columna de mercurio debía reducirse a cero, y así lo demostró, desechando la segunda explicación.

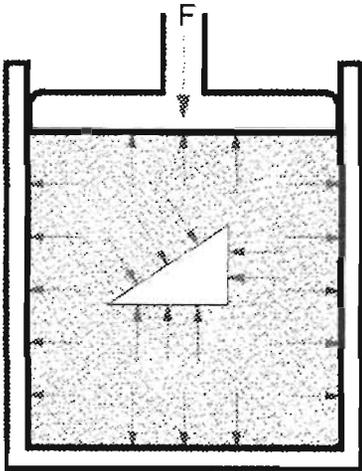


Figura 4: Los fluidos ejercen presión en todas direcciones y sentidos

En el proceso de estudio de la presión atmosférica Pascal inventó la prensa hidráulica, descubriendo el principio físico subyacente. Según éste la presión en un fluido actúa por igual en todas las direcciones; conocido como el principio de Pascal, es uno de los dos axiomas fundamentales de la hidrostática. El otro es el principio de Arquímedes <sup>7</sup>.

A los 31 años de edad y siendo una celebridad por sus variadas contribuciones en física y matemáticas, Pascal se convirtió en asceta; dedicó sus últimos ocho años de vida a la teología con la misma intensidad que dedicara antes a la ciencia.

## Isaac Newton

Unos días antes del primer aniversario de la muerte de Galileo, en el pueblito inglés de Woolsthorpe, nació Isaac Newton (1642-1728). Como Da Vinci en su época, la luz de Newton brilla por encima del estrellado cielo de sus contemporáneos.

En agosto de 1665 la peste obliga a las autoridades a cerrar el Trinity College de Cambridge y Newton, cuatro meses después de su graduación, se ve obligado a regresar a su aldea natal.

Ahí, aislado por dos años, lleva a cabo una hazaña sin paralelo en la historia del pensamiento humano. Lo que necesita y no sabe, lo inventa; lo que sabe y no le sirve, lo generaliza o lo cam-

<sup>6</sup> Tippens "Física conceptos y aplicaciones", Capítulo 15, Pág. 296, Fluidos en reposo, ed. McGraw Hill, 1988.

<sup>7</sup> Peralta-Fabi, Ramón, "Fluidos, apellido de líquidos y gases". Ed. Fondo de Cultura Económica, México 2001. Pág 49.



bia sin pudor alguno; sobre lo que no entiende, medita, observa, hace experimentos y propone hipótesis. Al final de este periodo ha cimentado sus tres contribuciones fundamentales: el cálculo infinitesimal, la mecánica y la gravitación, y la teoría de la luz y los colores.

Así, aquel joven común y corriente que se fue, regresa convertido en el profundo pensador que sentaría las bases de la física y las matemáticas de los siguientes siglos.

Característico de la revolución científica del siglo XVII, y en la mejor tradición cartesiana de la época, partió de la base de un universo real cuyo comportamiento podía y debía ser explicado solamente en términos de sus elementos y sus relaciones. Sobre esta base filosófica desarrolló la herramienta matemática requerida y formuló las leyes de la mecánica. Su trabajo "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica", publicado hasta 1687, es, además de su obra maestra, uno de los trabajos más importantes de toda la ciencia moderna.

La contribución de Newton a los fluidos fue múltiple y a niveles muy diferentes. Abarcó desde sus fundamentos, en forma indirecta, hasta los meticulosos experimentos que llevó a cabo sobre vórtices (remolinos) y viscosidad (fricción interna).

Desde el punto de vista general, el marco teórico, el aparato matemático y las leyes físicas que Newton estableció, fueron, y siguen siendo, los ingredientes esenciales de la teoría de los fluidos. Estos elementos fueron una aportación fundamental, aunque indirecta, para el establecimiento final de la teoría que realizó la notable generación que le siguió, formada por Euler, dos de los Bernoulli, D'Alambert y Lagrange.

Su trabajo directamente conectado con fluidos comprende casi un tercio de los Principia. Esto resulta sorprendente si no se toma en cuenta que Newton busca establecer una teoría alternativa, en contenido, forma y consecuencias, a la cartesiana. Esta, que domina el pensamiento de la época, era una imaginería mecánica verbal sobre esferas y vórtices en movimiento en un medio etéreo que todo lo embebía.

La demoledora crítica de la cosmología cartesiana, que Newton presenta como preámbulo a su "sistema del mundo", es a la vez un cuidadoso estudio del comportamiento de los fluidos. En éste destacan sus análisis teóricos y experimentales sobre el movimiento de un vórtice y la naturaleza de la fricción interna de los fluidos, apareciendo así la primera definición, estudio y cuantificación de lo que posteriormente se llamó la viscosidad de un fluido. La incorporación de este resultado, de suma importancia en la dinámica de fluidos, no sucedió sino hasta un siglo y medio después.

Gran parte del trabajo de Newton ha sido extendido, completado y reformulado en varias direcciones a través del tiempo. En cuanto a los fluidos, algunos de los problemas que abordó siguen siendo objeto de numerosas investigaciones; un problema tan aparentemente simple como el determinar el patrón de flujo que resulta del movimiento de una esfera en un medio viscoso, continúa siendo un desafío en el campo de las matemáticas aplicadas<sup>8</sup>.

A la muerte de Newton, en plena Ilustración, tres brillantes hombres empiezan a dominar, extender y perfeccionar las herramientas analíticas nuevas y, al mismo tiempo, a explotar su utilidad en el campo fértil y abierto de los fluidos. Daniel Bernoulli (1700-1782) y Leonhard Euler (1707-

<sup>8</sup> *Ídem*. Pág 51.

1783), formados en matemáticas por Johann Bernoulli, padre del primero, elaboran una serie de trabajos que, junto con los desarrollados por Jean le Rond d'Alambert (1717-1783), culminan con la formulación, explícita de los principios generales y las ecuaciones básicas de la mecánica de los fluidos.

## El teorema de Bernoulli

Las contribuciones más importantes de Bernoulli aparecieron en el año de 1738 en su libro "Hydrodynamica", cuando se acuña el término. Entre ellas destaca el teorema que ahora lleva su nombre y que fue la primera formulación del principio de la conservación de la energía para el caso de los fluidos. En su versión moderna, cuya formulación general y correcta se debe a Euler, establece que la suma de tres cantidades es igual a una constante:

$$A + B + C = \text{constante}$$

los sumandos corresponden a tres formas particulares de energía. El primero tiene que ver con el estado de movimiento, el segundo con la altura a la que se encuentra y el tercero con la presión. Si la suma de estas cantidades ha de permanecer constante es preciso que al aumentar una de ellas, al menos una de las restantes se vea disminuida en la proporción adecuada. Una restricción del teorema es que los efectos de fricción interna (viscosidad) y de compresibilidad en el fluido sean despreciables, es decir, muy pequeños. Bernoulli, con el sólido juicio de un científico de su estatura, además de subrayar la "maravillosa utilidad" de su teorema, advertía del error que podría traer su abuso o el olvido de sus limitaciones, las cuales eran si acaso intuitivas.

Más técnicamente, los términos que aparecen en el teorema de Bernoulli son la energía cinética (A), la energía potencial (B) y la entalpía (C). "A" depende de la velocidad,  $A = \rho v^2 / 2$  (" $\rho$ " es la densidad y "v" la velocidad); "B" depende del peso y su altura relativa,  $B = \rho g z$  ("g" es la aceleración de la gravedad y "z" la altura relativa a un nivel de referencia) y "C" depende de la presión,  $C = p$ , siendo "p" la presión.

Así, cuando una masa de agua desciende, disminuyendo la altura y por consiguiente el sumando B, la velocidad aumenta de manera tal que el sumando A crece lo suficiente para balancear la suma. De igual modo, en un tubo horizontal (Figura 4) en el que el término B permanece fijo (z no cambia), la suma de A y C es la relevante. Puesto que en cada sección del tubo ( $s_1$  y  $s_2$ ) la cantidad de fluido que pasa es la misma, en la región más estrecha ( $s_2$ ) la velocidad debe ser mayor que en la más ancha ( $s_1$ ). De acuerdo con el teorema de Bernoulli, la presión es menor en donde la velocidad es mayor, es decir, en la zona angosta.

El teorema fue sólo una de las aportaciones de Bernoulli. El original enfoque que dio el planteamiento y solución de diversos problemas fue de gran valor para el desarrollo de la nascente disciplina y constituyó un vigoroso estímulo para las brillantes dotes de algunos de sus contemporáneos y amigos.

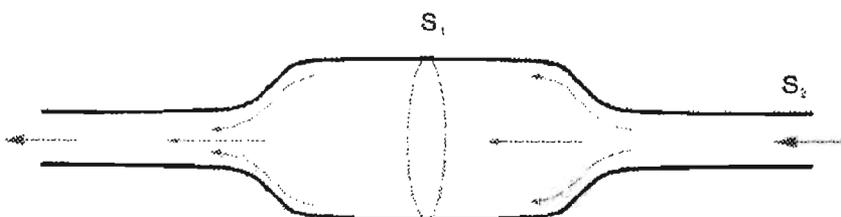


Figura 5: Tubo que se estrecha



## Fundamentos de la mecánica de los fluidos, Euler.

En 1755 aparecen, una tras otra, las obras clásicas de Euler sobre los fundamentos de la mecánica de los fluidos. El genio matemático más notable del siglo había asimilado por completo la obra newtoniana y lo había plasmado en un lenguaje mucho más elegante y preciso. Formuló las ecuaciones diferenciales de movimiento en su forma general, deduciendo a partir de ellas los resultados previos ya conocidos, como el teorema de Bernoulli, dándoles su verdadera dimensión y generalidad. Posteriormente, exploró un gran número de consecuencias y atacó múltiples problemas de carácter práctico asociados a la maquinaria hidráulica, particularmente la turbina, la resistencia sobre barcos y la propulsión.

La copiosa correspondencia entre Euler, D'Alambert y Lagrange, entre otros, permite entender el interés que tenían las mejores mentes analíticas de la época por los problemas asociados a los fluidos. D'Alambert, que gozó la cima de las matemáticas francesas, dedicó la segunda parte de su vida a estudios de carácter experimental. Después de introducir diversos conceptos y métodos analíticos en sus dos obras básicas sobre fluidos, demostró lo que se conoce como la paradoja de D'Alambert. Como consecuencia de las ecuaciones de Euler, que ignoraban la existencia de la viscosidad, resultaba que la fuerza que sufre un obstáculo inmerso en una corriente era nula, es decir, el objeto no era arrastrado por el flujo.

Para D'Alambert era claro que este resultado matemático estaba en franca contradicción con sus observaciones y que el problema debía estar en alguna de las premisas de la teoría. En forma consistente subrayó la primacía que el experimento debía tener sobre la teoría. Argumentos diversos de Euler y de Lagrange, para aclarar la paradoja, no pudieron convencerlo. La formulación matemática de la teoría hacía imposible que a un fluido en movimiento se le pidiera adherirse a la superficie de un sólido en reposo.

Como consecuencia de haber ignorado la fricción interna de los fluidos se tenía el peculiar resultado de que los fluidos no mojaban las paredes.

## El siglo sincrético para la teoría de fluidos

En los cien años comprendidos entre 1750 y 1850 se sentaron las bases teóricas y experimentales de la mecánica de los fluidos. Ese siglo sirvió para resumir, ordenar y extender el conocimiento que sobre los fluidos se había acumulado durante miles de años. Desde entonces hasta la fecha la tarea ha sido la de extraer de estos principios, formulados en forma matemática, la información necesaria para poder entender y predecir el comportamiento de los fluidos.

En la primera mitad de este notable periodo aparecieron, junto a las históricas obras de carácter teórico, una serie de memorias clásicas de cuidadosos trabajos experimentales. Destacan el veneciano Giovanni Poleni (1683-1781), el inglés John Smeaton (1724-1792) y la escuela francesa, en particular Henri de Pitot (1695-1771), Antoine Chézy (1718-1798), Jean-Charles de Borda (1733-1799), el mismo D'Alambert, Charles Bossut (1730-1814) y Pierre Louis George DuBuat (1734-1809).

Los estudios que dejaron sobre la fuerza de flujos sobre obstáculos, sobre la salida de fluidos a través de orificios, sobre el cauce de canales y ríos, ondas y olas, máquinas hidráulicas de la más diversa índole y más, fueron el cimiento de las obras futuras. Sus experimentos fueron nuevos y determinantes, como lo fue el análisis de los datos y su interpretación al usar conceptos origi-



nales y más sencillos, abriendo así el panorama para las correctas e importantes generalizaciones que establecieron.

Con la segunda etapa, correspondiente a la primera mitad del siglo XIX, concluye el nacimiento de la mecánica de los fluidos. Mucho se ha hecho desde entonces y mucho, seguramente mejor, habrá de hacerse en el futuro.

Desde el punto de vista experimental, el siglo XIX se inició con una sólida tradición. Se contaba con una gran variedad de técnicas y métodos muy confiables y, en consecuencia, de resultados razonablemente precisos, en especial sobre la resistencia de obstáculos a un flujo. La hidráulica había avanzado en forma casi independiente de la hidrodinámica teórica. En cierto sentido, caminaban por veredas distintas, aunque paralelas, compartiendo problemas y perspectivas pero difiriendo en métodos, prioridades y lenguaje.

El consenso en torno a lo equivocado que era ignorar los efectos de la viscosidad se había alcanzado en la primera década del naciente siglo.

En 1821 se presentó ante la Academia en París, un trabajo de Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836), ingeniero de formación y vocación. En éste se deducían las ecuaciones fundamentales de la elasticidad, que hoy en día llevan su nombre, para describir el equilibrio y las vibraciones en un sólido. Éstas resultaban de un análisis puramente matemático en el que los átomos, entonces entes hipotéticos, se imaginaban como partículas que interactuaban por medio de resortes. No sorprende que fuese Navier el primero en construir un puente colgante a partir de un proyecto y de un cálculo; previamente las construcciones se hacían, sobre bases empíricas.

Siguiendo una argumentación totalmente distinta y en términos de conceptos puramente macroscópicos, evitando todo lo relativo a la constitución última de un fluido, Jean Claude Barré de Saint-Venant (1797-1886) dedujo las mismas ecuaciones de Navier. Su trabajo, publicado en 1843, contiene una deducción semejante a la que hoy en día se sigue para obtener las ecuaciones; ese crédito nunca lo recibió. La fama de Saint-Venant provino de sus múltiples trabajos en elasticidad, ya que en hidrodinámica su nombre no fue asociado ni a las ecuaciones que obtuvo, ni a diversos resultados que posteriormente fueron encontrados por otros investigadores, particularmente de Inglaterra.

### **Fricción en los fluidos, George Gabriel Stokes.**

El Imperio británico, en plena expansión y en la víspera de su apogeo, fue el ámbito donde la teoría y los experimentos alcanzaron la cumbre. Técnica y ciencia retroalimentan a la Revolución Industrial que, en estos cien años que hemos considerado sincréticos, nace, madura y se extiende.

En ese emporio económico y cultural brilla, con otros distinguidos científicos, George Gabriel Stokes (1819-1903). Este matemático y físico irlandés, quien se educó y vivió en Cambridge casi toda su vida, fue el primero en ocupar, después de Newton, la cátedra lucasiana de física y los puestos de secretario y presidente de la Sociedad Real de Física.

Entre sus numerosos trabajos, en muy diversos campos de las matemáticas y la física teórica y experimental, destacan los que versan sobre la dinámica de los fluidos viscosos.



Postulando como principios generales la conservación de la masa y el momento lineal (la segunda ley de Newton), como lo hicieron antes Bernoulli y Euler, lleva a cabo un cuidadoso análisis de las fuerzas que puede experimentar una pequeña parte de fluido. Fue importante la separación que hizo entre las fuerzas que dependen de la masa de fluido en consideración, como el peso (atracción gravitacional), y las que dependen de la superficie de la muestra, que son las responsables de la fricción.

Así, Stokes construyó una expresión para estas últimas que era la generalización de los estudios que había hecho Newton al respecto, ya casi olvidados con el tiempo.

El resultado clave fue encontrar que la fuerza de fricción de una parte de fluido sobre otra depende de la velocidad con la que se mueve una respecto de la otra; en términos más técnicos, se diría que la fuerza de fricción, por unidad de área, depende linealmente del gradiente de la velocidad (es decir, de la forma en que varía la velocidad de un punto a otro); qué tan estrecha es esta relación lo determina un factor constante llamado el coeficiente de viscosidad. A diferencia de Navier y de Saint-Venant, Stokes analizó y resolvió las ecuaciones para algunos casos, obteniendo los primeros resultados que podían ser contrapunteados exitosamente con los experimentos. Las ecuaciones llevan ahora el nombre de Navier-Stokes.

Con el establecimiento de las ecuaciones básicas, el éxito de las primeras e importantes aplicaciones de ellas, el gran cúmulo de precisas observaciones y el desarrollo de muy diversos métodos de investigación experimental y analítica, la ciencia de los fluidos tomaba la forma que tiene tal y como hoy la conocemos. Los cimientos del trabajo de las generaciones futuras estaban completos.

Su análisis del movimiento de una esfera en un líquido sigue siendo uno de los resultados clásicos de la mecánica de fluidos; la expresión que relaciona a la fuerza que arrastra a la esfera con el producto de la velocidad de la corriente, el radio de la esfera y la viscosidad del fluido, se conoce como la ley de Stokes. La utilidad de un resultado tan "simple" como éste ha sido amplia y de la más diversa índole.

Experimentalmente, fue el siglo XIX el que vio los primeros resultados correctos sobre el flujo en un tubo.

Entre otros, destacan los trabajos de Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen (1797-1884) y de Jean Louis Poiseuille (1799-1869). El primero fue un distinguido ingeniero alemán cuyas contribuciones recibieron la injusticia de la historia; nunca recibió el crédito por su trabajo. Poiseuille fue un médico interesado en la fisiología del aparato cardiovascular que, para caracterizar el flujo sanguíneo, llevó a cabo cuidadosos experimentos en tuberías muy delgadas (tubos capilares) para determinar la forma del flujo, la resistencia de éste y la descarga. De esta manera estableció que la cantidad de líquido que pasa por un tubo cada segundo depende de la carga (la diferencia de presiones por unidad de longitud) y de la cuarta potencia de su diámetro. Veinte años más tarde se desarrolló el primer análisis teórico que explicaba las observaciones de Poiseuille. Franz Neumann (1798-1895) y Eduard Hagenbach (1833-1910), en forma independiente, obtuvieron las expresiones para la forma (parabólica) del flujo y para la descarga, que se ajustaban bien a los datos conocidos.

Vale la pena hacer notar que el problema aún está lejos de resolverse. Una gran cantidad de



trabajos experimentales sobre el flujo en tuberías se sigue publicando en la bibliografía especializada; innumerables tablas empíricas se han publicado para su uso en el diseño de sistemas de drenaje, Plantas industriales de diferentes características, etc., y complicadas relaciones entre parámetros del flujo siguen siendo elaboradas. Para las condiciones que se dan en la práctica, el movimiento de un líquido es sumamente complicado y la teoría ha sido, hasta la fecha, incapaz de dilucidar el problema. Las predicciones teóricas del siglo XIX, desde luego aproximadas, han podido mejorarse muy poco.

Un protagonista singular de esta época es Osborne Reynolds (1842-1912), Reynolds se sublimó en la hidrodinámica, sus meticulosos trabajos experimentales eran delicadamente contrapunteados con resultados analíticos, introdujo conceptos y métodos que siguen siendo aprovechados por quienes se dedican a los fluidos. Caracterizó la forma en que un fluido pasa de un estado de movimiento laminar (regular) a uno turbulento (caótico), introduciendo, entre otras cosas, un parámetro adimensional conocido ahora como el número de Reynolds.

La idea básica es como sigue. Supóngase que "U" es la velocidad media del fluido en un tubo, "D" el diámetro de éste y "v" la viscosidad del fluido. Lo que Reynolds encontró fue que si el valor numérico del producto de "U" y "D", dividido por "v", es el mismo para dos sistemas, aunque parezcan muy distintos, el flujo será el mismo. Cosas como el gasto, el carácter laminar o turbulento, etc., serán iguales. Lo que tiene que hacer el ingeniero es ver si su sistema escala adecuadamente.

Este hecho es el principio de semejanza, que está basado el modelado hidro y aerodinámico. Cuando se hacen maquetas de muelles, de rompeolas, de aviones o de submarinos, los investigadores (ingenieros, físicos o matemáticos) se están ahorrando tiempo, esfuerzo y dinero. Si el modelo flota, el buque tanque de 100 000 toneladas también lo hará..., si es semejante.

Al iniciarse el siglo XX, la hidrodinámica se interesaba principalmente en los flujos invíscidos o ideales, lateralmente en los flujos viscosos laminares y no hacía caso de los flujos turbulentos siendo esta última la característica más importante para la hidráulica. Así, las excelentes virtudes de una disciplina eran ignoradas por la otra.

En estas condiciones, en 1904, se presentó un trabajo experimental, en un congreso de matemáticas, en la ciudad de Heidelberg, Alemania. El autor, un brillante ingeniero llamado Ludwig Prandtl (1875-1953), iniciaba una conspiración para unir a la hidrodinámica con la hidráulica. A raíz de esa participación, Prandtl fue invitado a Gotinga a trabajar y colaborar. Con ese trabajo, titulado "Sobre el movimiento de fluidos con viscosidad pequeña", empezaba una profunda revolución en la mecánica de fluidos.

El punto esencial de la contribución de Prandtl, elaborado en una secuencia de publicaciones a lo largo de una década, y que sólo es parte de su variada obra acerca de los fluidos, fue el siguiente.

La dificultad era que la hidrodinámica, ese elegante aparato matemático que estudiaba sobre todo a los fluidos ideales, describía muy bien una parte importante del movimiento real de los fluidos, como la forma de la estela que deja tras de sí un objeto inmerso en una corriente. Por otra parte, predecía algunos casos claramente absurdos, como la inexistencia del arrastre de la corriente sobre el objeto inmerso en ella, en franca contradicción con las observaciones.



La solución ahora parece más o menos obvia, como siempre sucede con los problemas una vez resueltos. Si la teoría de los fluidos ideales no podía describir correctamente el movimiento de los fluidos reales cerca de cuerpos sólidos, debía haber una forma de tomar en cuenta los efectos de la viscosidad en la inmediata vecindad de las paredes de éstos. Es decir, muy cerca de una superficie sólida debía existir una región, que Prandtl bautizó como la capa límite, en la que dominaran los efectos viscosos; fuera de ella, la descripción del modelo de fluidos ideales debía ser suficiente. De esta manera, el problema se reduce a simplificar las ecuaciones de Navier-Stokes lo necesario como para poder resolverlas dentro de la capa límite; fuera de ésta, los resultados deben ser iguales a los del caso ideal.

## Superfluidos

Tal vez el estudio de los superfluidos, sea el tema más alejado de las estructuras neumáticas, sin embargo, parte del interés del documento es mostrar la evolución científica que tiene o que pudiera tener una influencia directa en las estructuras neumáticas, como este tema es de reciente aparición no están aun claras sus implicaciones, por ello no quise dejar de hacer una breve mención de él.

El más ligero de los elementos naturales es el hidrógeno y el más pesado el uranio, criterio usado para ordenarlos por número en la Tabla Periódica. Después del hidrógeno sigue el helio, que es un poco más complicado en estructura y es el más estable e inerte de todos los elementos, lo que sugeriría un comportamiento poco interesante, aunque, como se vera, resulta ser notablemente extravagante.

Hay dos isótopos<sup>9</sup> del helio en la naturaleza llamados  $4\text{He}$  y  $3\text{He}$  (helio cuatro y helio tres). Ambos tienen dos electrones, la diferencia está en el número de componentes del núcleo; además de los dos protones, el helio cuatro tiene dos neutrones y el tres tiene sólo uno, por lo que el  $3\text{He}$  es más ligero. Por ser el más abundante en la naturaleza y por ser el protagonista principal de lo que sigue nos referiremos al  $4\text{He}$  como helio.

El helio fue descubierto como uno de los componentes de la atmósfera solar, de donde viene su nombre (del griego helios, Sol), en la segunda mitad del siglo XIX por P. Janssen y J. N. Lockyer, de manera independiente. Casi veinte años más tarde se encontró en la Tierra disuelto en minerales y un poco después en mezclas de gases naturales; al separarlo siempre se obtenía helio en su fase gaseosa.

La licuefacción de gases se inicia propiamente en el siglo XIX. Uno de los genios experimentales de todos los tiempos, el científico inglés Michael Faraday (1791-1867), entre muchas de sus investigaciones logró licuar por primera vez varios gases hacia finales de 1822. A pesar de haber logrado temperaturas tan bajas como  $110^{\circ}\text{C}$  bajo cero y del éxito que obtuvo en la condensación del amoníaco, el cloro y el bióxido de carbono, no pudo hacer lo mismo con el hidrógeno, el oxígeno y el nitrógeno.

Con técnicas cada vez más refinadas, el último cuarto del sitio XIX vio por fin la licuefacción de los reacios gases comunes que constituyen nuestra atmósfera. Entre 1883 y 1885, en Cracovia, Polonia, S. V. Wroblewski y K. S. Olzewski lograron finalmente licuar oxígeno, nitrógeno y monóxido de carbono. El 10 de mayo de 1898, en Londres, Inglaterra, J. Dewar licuó el hidrógeno. El

<sup>9</sup> Es posible que dos átomos del mismo elemento tengan núcleos con diferente número de neutrones. A estos átomos se les llama isótopos.



siglo XIX terminaba y ya se habían alcanzado temperaturas de 15°K (casi 260°C bajo cero) y la licuefacción de todos los gases, excepto el helio.

Varios grupos de científicos de mucho prestigio trabajaron intensamente para lograr la licuefacción del helio. Finalmente, el 10 de julio de 1908, Heike Kamerlingh-Onnes (1853-1926) logró enfriar helio hasta licuarlo, en Leyden, Holanda. La temperatura que requirió alcanzar fue menor que 4°K (-269°C), y se encontró que la temperatura de ebullición del helio es de 4.2°K. Con esa fecha podría decirse que surgió la criogenia (del griego kryos, frío y gennao, engendrar, generar frío), el estudio de las bajas temperaturas. Kamerlingh-Onnes fue honrado con el premio Nobel, en 1913, por haber producido temperaturas tan bajas y por los consecuentes descubrimientos sobre el comportamiento de la materia en estas condiciones.

Durante las siguientes décadas, hasta principios de 1940, se logró ir bajando aún más la temperatura hasta llegar a unas décimas por abajo de 1°K, en el intento por solidificar el helio líquido. En este proceso se descubrieron una serie de hechos y de fenómenos sin paralelo en la naturaleza, que se creían exclusivos, hasta mediados de 1986, de los sistemas fríos.

Tres años después de haber licuado el helio, Kamerlingh-Onnes descubrió el fenómeno de la superconductividad. Estudiando cómo disminuía la resistencia eléctrica de algunos materiales al disminuir la temperatura, lo cual era bien sabido, se sorprendió al encontrar que el mercurio puro perdía su resistencia, por completo y en forma abrupta, al pasar a una temperatura inferior a los 4.12°K. Se había encontrado la primera manifestación macroscópica del comportamiento cuántico de la materia.

Para 1940 se conocían 17 elementos puros y casi una centena de compuestos que presentaban este comportamiento; todos con temperaturas inferiores a los 10°K y en estado sólido. La explicación del fenómeno, que por muchos años resistió los esfuerzos de los físicos teóricos más notables del siglo, fue dada hasta 1957 por John Bardeen (1908-1991), J. Robert Schrieffer (1931-) y Leon Cooper (1930-). Por esta teoría, conocida como BCS (las iniciales de sus apellidos), recibieron el premio Nobel de Física en 1972.

A partir de 1986, cuando J. Georg Bednorz y K. Alex Müller descubrieron superconductores con temperaturas mucho más altas que las usuales, en los laboratorios de IBM en Suiza, se inició una etapa de investigación que produjo más de 20 000 publicaciones en cinco años. Tomando en cuenta que, de superconductores con temperaturas inferiores a los 20°K, se habían descubierto unos con temperaturas cercanas a los 90°K, las posibilidades tecnológicas y económicas presagiaban un inusitado interés.

En resumen, no se sabe cómo producir superconductores con temperaturas mayores a los 125°K, el máximo registrado y confirmado fue a finales de 1991, y no parece haber indicios de una teoría que los explique<sup>10</sup>.

Como sucede con los materiales superconductores, el helio presenta un comportamiento insólito cuando su temperatura es suficientemente baja, es decir, cuando se encuentra en la fase líquida. La superfluidez, como ahora se le llama al fenómeno que en forma exclusiva presenta el helio líquido, en cualquiera de sus variedades, fue descubierta 30 años después de la superconductividad.

<sup>10</sup> Peralta-Fabi, Ramón, "Fluidos, apellido de líquidos y gases". Ed. Fondo de Cultura Económica, México 2001. Pág 136.

Con diversos colaboradores, W. H. Keesom continuó la tradición holandesa de Kammerlingh-Onnes, en Leyden, trabajando a presión atmosférica con helio líquido y encontró que al seguir bajando la temperatura y llegar a 2.3°K, aparecía una nueva fase líquida del helio. Así, el gélido líquido que se producía del gas a 4.2°K fue rebautizado como helio I y a la nueva fase se le llamó helio II; a la temperatura en que ocurría la transformación (temperatura de transición) se le conoce ahora como el punto  $\lambda$  (lambda).

Posteriormente, en el punto  $\lambda$  se fueron descubriendo cambios bruscos en una serie de propiedades como la viscosidad, la tensión superficial, la velocidad del sonido y la conductividad térmica. Esta última es la habilidad o eficiencia que tiene un material de conducir el calor.

Todo parecía indicar que el helio II era el sistema más eficiente en la naturaleza para conducir el calor y que un fenómeno análogo a la superconductividad aparecía.

Se había observado que el helio II burbujeaba como cualquier otro líquido cuando se encuentra en ebullición. Al llegar al punto  $\lambda$  el efecto desaparecía y quedaba una superficie en total reposo. Al descubrir que era capaz de conducir el calor 200 veces más rápido que el cobre se pudo explicar el hecho anterior: la eficiencia de la conducción es tal que lleva el calor de las paredes a la superficie del líquido sin necesidad de aspavientos, como el burbujeo que los otros líquidos requieren, incluido el helio I.

El 7 de diciembre de 1940, la Revista de Física de la URSS recibió un artículo de Pyotr L. Kapitza (1894-1984), investigador y director del Instituto de Problemas Físicos de Moscú, en el que se presentaban los resultados de una meticulosa serie de experimentos en los que se exhibían fenómenos nuevos, entre ellos se demostraba que no era una extraordinaria conductividad térmica la que adquiría el helio II, y que era la aparición de corrientes lo que hacía eficiente el proceso, tuvo que demostrar que se trataba de un superfluido y así lo llamó.

Para medir la viscosidad, que es la oposición que presentan los fluidos a moverse (por fricción interna), Kapitza tuvo que diseñar un sistema como el que se muestra en la figura 6. El helio, para pasar al recipiente externo, debe fluir hacia abajo y pasar entre dos placas de vidrio muy pulidas y separadas entre sí una distancia menor a una micra (una millonésima de metro). Mientras que el flujo era casi imperceptible a temperaturas por arriba del punto  $\lambda$ , por abajo de éste el helio II pasaba a gran velocidad, igualándose rápidamente los niveles.

La conclusión del experimento fue que el helio II tenía una viscosidad menor que una diezmilésima de la que tiene el hidrógeno gaseoso, Kapitza sugirió que no tenía viscosidad alguna, y que reflejaba un comportamiento igual al de un fluido ideal.

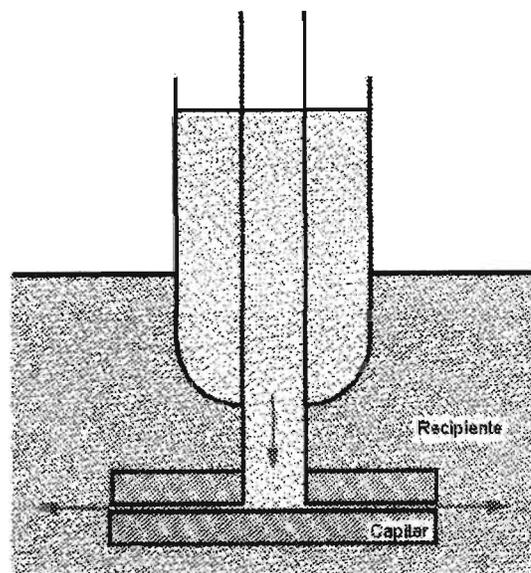


Figura 6: Sistema para medición de la viscosidad

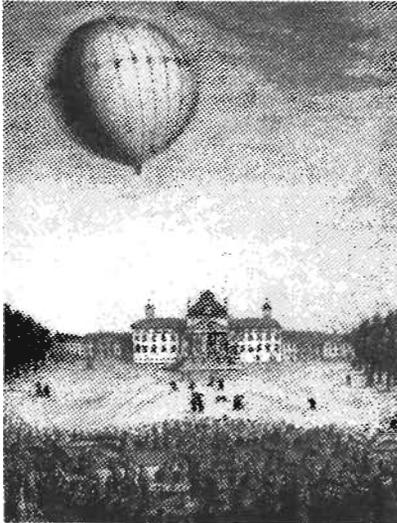
## Evolución tecnológica

### Introducción

#### Surgimiento de los globos (principio de las estructuras superligeras)

##### Historia

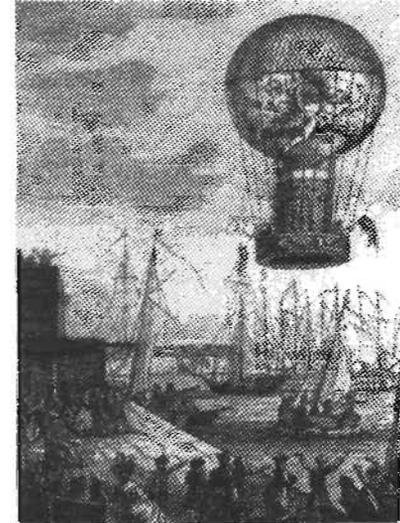
El primer objeto, con capacidades de carga, que puede catalogarse como superligero fue realizado en 1783 por los hermanos franceses Jacques Étienne y Joseph Michel Montgolfier, quienes fueron unos acaudalados fabricantes de papel que hicieron volar un globo lleno de aire caliente. Aquel mismo año, el físico, químico y aeronauta francés Jacques Alexandre César Charles<sup>11</sup> también lanzó un globo, pero este, lleno de hidrógeno el cual voló dos horas y recorrió 43 km. Ese año también marcó el primer viaje en globo de un ser humano, cuando el físico francés Jean François Pilâtre de Rozier realizó algunos vuelos cerca de París, primero en un globo cautivo y después en otro libre.



El primer globo lanzado por Montgolfier el 27 de agosto de 1783.

En 1785, el aeronauta francés Jean Pierre Blanchard, cruzó en globo por primera vez el Canal de la Mancha y para 1836, el "The Great Balloon of Nassau", con una capacidad de 2,410 m<sup>3</sup>, navegó 800 km desde Londres hasta Weilburg, Alemania, en 18 horas.

Durante la Guerra Franco-prusiana de 1870, los ejércitos de ambas naciones recurrieron a los globos para las observaciones militares, y el ministro francés Léon Gambetta protagonizó una dramática huida en globo del París asediado.



El primer viaje en globo de un ser humano, 15 de junio 1785, realizado por François Pilâtre de Rozier.

Una marca de distancia que se mantuvo durante mucho tiempo para los vuelos de globos tripulados fue la establecida en 1914 por el globo Berliner, que voló desde Bitterfield, en Alemania, hasta Perm, en Rusia, recorriendo 3,052 km.

Los ejércitos que participaron en la I Guerra Mundial utilizaron mucho los globos, sobre todo para observaciones militares.

Actualmente el globo deportivo se ha hecho popular en todo el mundo son globos de aire caliente que mantienen la altura con quemadores de butano o propano. Estos globos resultan también perfectos para vuelos sobre reservas de animales salvajes.

<sup>11</sup> Charles, Jacques Alexandre César (1746-1823), químico, físico y aeronauta francés, nacido en Beaugency (Loiret). En 1787 descubrió la relación entre el volumen de un gas y su temperatura, conocida como ley de Charles y Gay-Lussac.



Cabe destacar que varios aeronautas han conseguido ascender en sus globos a gran altura, en 1931 el físico suizo Auguste Piccard<sup>12</sup> llegó hasta la estratosfera en un cabina metálica esférica y hermética suspendida de un globo lleno de hidrógeno construido expresamente cuya capacidad era de 14,000 m<sup>3</sup>. Alcanzó una altitud de 15,797 m y al año siguiente subió hasta 16,507 m. En 1935, dos capitanes del ejército de Estados Unidos, Orvil Anderson y Albert Williams Stevens subieron a 22,080 m.

El 4 de mayo de 1961 Malcolm Ross y Victor Prather establecieron una marca de 34,679 m en un globo que despegó de un portaaviones de la Marina estadounidense.

El primer vuelo en globo transatlántico terminó el 17 de agosto de 1978 tras establecer una marca de distancia de 5,000 km y una marca de duración de 137 horas y 6 minutos. El Double Eagle II, lleno de helio, despegó del noreste de Estados Unidos, el 11 de agosto y aterrizó en Miserey, Francia.

El primer vuelo en globo de aire caliente que logró cruzar el Atlántico fue el Virgin Atlantic Flyer, en 1987 y tripulado por Richard Branson y Per Lundstrand. La marca de resistencia fue superada por dos estadounidenses, Troy Bradley y Richard, hijo de Ben Abruzzo, que despegaron de Bangor, Maine, el 15 de septiembre de 1992. En la primera carrera transatlántica del mundo, se desviaron del curso y aterrizaron cerca de Fez, Marruecos, 146 horas más tarde.

### **Globos científicos modernos**

Diferentes usos se les a dado a los globos, dentro de estos cabe destacar la utilidad que han tenido en las investigaciones meteorológicas en donde suelen emplearse tres tipos de globos, los cuales son:

El globo de caucho o neopreno. Este tipo de globos se usa para sondeos verticales, llevando una radiosonda que trasmite información meteorológica o como globo piloto, de pequeñas dimensiones que se sueltan para conocer la velocidad y la dirección del viento, el globo es inflado con un gas con fuerza ascensional (hidrógeno, helio, amoníaco o metano) el cual se estira a medida que se enrarece el aire. Cuando el diámetro del globo ha aumentado entre tres y seis veces (es decir, cuando su volumen es entre 30 y 200 veces superior al original), la bolsa se rompe y el globo se destruye.

El globo de plástico (en general polietileno) de presión cero se usa para llevar instrumentos científicos a una densidad predeterminada. El globo de plástico se llena parcialmente de gas mientras está en tierra. A medida que va ascendiendo, el gas se expande y llena la bolsa. Este tipo de globo cuenta con una válvula que deja salir de modo automático el gas sobrante cuando el globo ha alcanzado la altura de equilibrio, de forma que se mantenga en ese punto. Cuando el sol se pone, el gas se enfría, el volumen se reduce y el globo desciende a tierra, a menos que se suelte lastre.

El globo sobrepresurizado el cual es un globo cuyo tamaño no aumenta y está cerrado para evitar la salida del gas. Cuando el globo alcanza el nivel de equilibrio, el gas está presuri-

<sup>12</sup> físico suizo, conocido por su exploración de la estratosfera y de las profundidades marinas. Nació en Basilea (1884-1962) y estudió en la Escuela Politécnica Federal. Fue profesor de física en la Universidad de Bruselas en 1922.



zado, los cambios de temperatura que provoca el calor del sol provocan a su vez cambios en la presión interna del gas, pero el volumen del globo permanece constante. Mientras el globo esté sometido a la presión, continuará flotando a su nivel predeterminado de densidad constante.

La máxima altura de un globo de investigación no tripulado se alcanzó en Chico, California (Estados Unidos), en octubre de 1972, con 51,850 metros.

Cada día, en todo el mundo, los globos con radiosonda hacen más de 1,000 sondeos de los vientos, la temperatura, la presión y la humedad de las capas altas de la atmósfera, estos vuelos salen casi exclusivamente de tierra firme, en consecuencia, las mediciones de la atmósfera se hacen desde menos del 20 por ciento de la superficie del planeta. Para cubrir las zonas de mar se han lanzado, a título experimental en el hemisferio sur, los denominados globos Ghost (técnica de sondeo horizontal global).

## El Zeppelin

Otro ejemplo notorio de aparatos mas ligeras que el aire, fue el desarrollo del Zeppelin, el cual consistía en un casco lleno de un gas capaz de elevarlo, un dispositivo de propulsión, medios para ajustar la fuerza ascensional y una o más góndolas para la tripulación, los pasajeros y las unidades de alimentación.

El casco de este aparato contiene siempre helio, aunque antes se utilizaba hidrógeno, y es alargado o fusiforme para reducir la resistencia al aire. El dispositivo de propulsión suele tener uno o varios motores y hélices. Se puede soltar lastre, que suele ser arena o agua, para aumentar la fuerza ascensional y liberar gas para reducirla. Otra posibilidad es inflar o desinflar las cámaras de aire, llamadas balonets, que hay dentro del casco de gas principal: de esta forma se altera la densidad global del dirigible.

Los dirigibles se desarrollaron a partir del globo libre. Hay tres clases de dirigibles: el dirigible no rígido, en general de pequeño tamaño, en el que la forma del casco se conserva gracias a la presión del gas; el dirigible semirígido, en el que la forma se mantiene por la presión del gas y una quilla longitudinal, y el dirigible rígido, cuya forma está determinada por una estructura rígida<sup>13</sup>.

## Historia

El primer dirigible que consiguió volar fue el del ingeniero e inventor francés Henri Giffard, quien en 1852 construyó una carena<sup>14</sup> no rígida en forma de cigarro y llena de gas, con una longitud de 44 m, guiada por un propulsor de hélice alimentado por un motor de vapor. Sobrevoló París a una velocidad de unos 10 km/h. El dirigible de Giffard sólo podía volar con poco viento o sin viento. El primer dirigible que logró volver a su punto de partida con un viento leve fue el La France, desarrollado en 1884 por los inventores franceses Charles Renard y Arthur Krebs. Estaba impulsado por un propulsor eléctrico.

El conde Ferdinand von Zeppelin, inventor alemán, terminó su primer dirigible en 1900. Era de

<sup>13</sup> Enciclopedia Microsoft® Encarta® 2000. © 1993-1999 Microsoft Corporation. Artículo "Dirigible".

<sup>14</sup> Carena.- casco de un barco o nave.

estructura rígida y sirvió de prototipo para muchos modelos posteriores. El primer zepelín estaba formado por una hilera de 17 cámaras de gas recubiertas de tela encauchada y el conjunto iba encerrado en una estructura cilíndrica cubierta por una tela de algodón de superficie uniforme. Tenía 128 m de largo, 12 m de diámetro y admitía un volumen de hidrógeno de 11.3 millones de litros. Se controlaba con timones a proa y a popa y tenía dos motores de combustión interna Daimler de 11 kW (15 CV), cada uno de los cuales impulsaba dos propulsores. Los pasajeros, la tripulación y el motor iban en dos góndolas de aluminio suspendidas delante y detrás. En la primera prueba, el 2 de julio de 1900, el dirigible transportó a cinco personas, alcanzó una altura de 396 m y recorrió una distancia de 6 km en 17 minutos.

Los primeros viajes aéreos comerciales con pasaje fueron realizados por los zepelines Deutschland y Sachsen en 1913. Al comenzar la I Guerra Mundial, en Alemania se utilizaban diez zepelines y se construyeron más para usos militares. En 1918 el número total de zepelines construidos era de 67, de los que sólo 16 sobrevivieron a la guerra.

Al estallar la guerra, Francia tenía una flota de dirigibles semirrígidos la cual puso de manifiesto la vulnerabilidad de los dirigibles al ataque de los aviones y ello provocó el abandono de estos aparatos en misiones militares ofensivas. Los dirigibles no rígidos se utilizaron para la observación aérea, para patrullar costas, como escoltas y para localizar los submarinos enemigos y minas por su capacidad para sobrevolar un punto determinado y permanecer en el aire más tiempo que el avión.

Antes de la I Guerra Mundial, Gran Bretaña había experimentado con grandes dirigibles y había empleado muchos, más pequeños, durante la guerra. Al concluir ésta inició el desarrollo intensivo de dirigibles rígidos, estimulada por la perspectiva de que pronto se dispondría de helio, en cantidad suficiente para inflar grandes naves. El R34, con una longitud de 196 m y una capacidad para gas de 56.1 millones de litros, fue construido en 1919. Hizo el primer vuelo trasatlántico cubriendo una distancia total (viaje de ida y vuelta) de unos 11,200 Km. En 1921 se terminó el R38, una cuarta parte más grande que el R34. Ambos se perdieron aquel mismo año. Pero otros aparatos, incluido el R33 de gran éxito, siguieron volando algunos años más.

En 1922 y al año siguiente Estados Unidos encargó el primer zepelín de construcción totalmente estadounidense y el primero de su clase inflado con helio. Su longitud era de 206 m y tenía una capacidad de 59.9 millones de litros. Durante los dos años siguientes realizó viajes muy largos, pero en septiembre de 1925 quedó destruido por una tormenta de viento, en la que además murieron catorce miembros de la tripulación. Los 29 sobrevivientes salvaron la vida por haberse empleado helio no inflamable para hinchar el dirigible.

La fábrica alemana de zepelines produjo en 1928 el Graf Zeppelin, con una longitud de 235 m y una capacidad de 105 millones de litros. Voló más de 1,600,000 km en sus nueve años de funcionamiento y cruzó el océano Atlántico hacia América del Norte o del Sur en 139 ocasiones, además de dar la vuelta al mundo con escalas en Tokio, Los Ángeles y Lakehurst, Nueva Jersey.

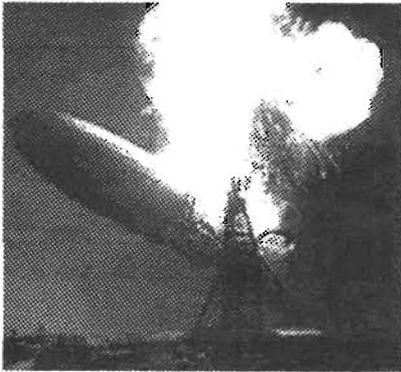
En aquella época, los británicos reanudaron la construcción de dirigibles rígidos y lanzaron el R100 y el R101 en 1929. Con una longitud respectivamente de 215 m y 221 m, estos dirigibles tenían cada uno una capacidad para gas de 140 millones de litros. El R101, que pre-



El dirigible rígido R101 de fabricación Británica



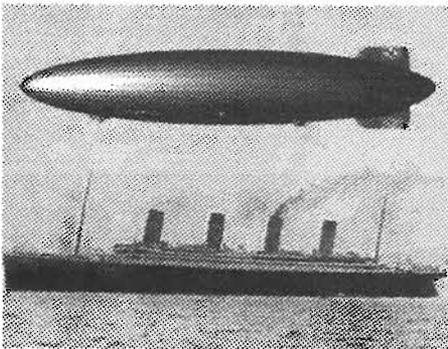
sentaba varias características nuevas, estaba impulsado por cinco motores diesel de 650 caballos de fuerza y en su estructura tenía instalaciones de comedor, camas y atracciones para cien personas. En octubre de 1930, en un vuelo a la India, se estrelló durante una violenta tormenta en una colina próxima a Beauvais, Francia, y quedó destruido por el fuego: murieron 46 pasajeros y toda la tripulación. El R100, que el mes de agosto anterior había hecho un viaje de ida y vuelta a Montreal, también sufrió un accidente. Después de estas pérdidas el gobierno británico abandonó la construcción de toda clase de dirigibles.



Momento del accidente del Hindenburg alemán en 1937

El famoso Hindenburg alemán tenía una longitud de 245 m y una capacidad de 190 millones de litros de gas. Tras hacer diez travesías transatlánticas en servicio comercial normal durante 1936, lo destruyó el fuego en 1937 cuando iba a aterrizar en Lakehurst, Nueva Jersey: murieron 36 de sus 92 pasajeros y la tripulación.

Desde la destrucción del Hindenburg, la construcción de dirigibles se ha limitado al tipo no rígido y durante la II Guerra Mundial, este tipo de dirigibles se destinó a patrullas, reconocimientos, escoltas y misiones antisubmarinos.



Dimensión comparativa entre el Titanic y el Hindenburg

Después de la II Guerra Mundial, la Marina de Estados Unidos siguió desarrollando el dirigible para la guerra antisubmarinos y misiones de exploración y vigilancia. El tipo de dirigible naval más grande, el ZPG-2, tenía 99 m y una capacidad para 24.8 millones de litros de helio. Un dirigible de este tipo podía permanecer en vuelo más de 200 horas. La Marina de Estados Unidos dejó de utilizar dirigibles en 1961, pero a finales de la década de 1980 renació el interés militar por los dirigibles y varios países empezaron a estudiar la viabilidad de emplearlos para guerra de alerta previa y electrónica, así como para guerra antisubmarinos. Ciertos países también mostraron el mismo interés por los dirigibles para la aviación civil y la publicidad.

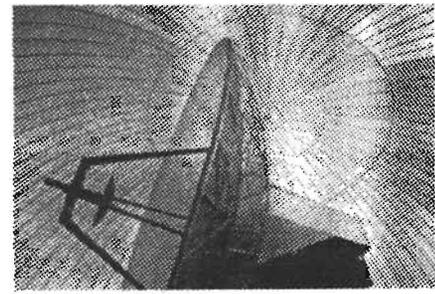
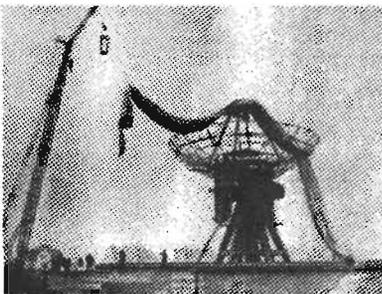
## Evolución arquitectónica

### Origen de las estructuras neumáticas en la arquitectura

La arquitectura neumática es de reciente aparición, la primera tentativa de desarrollo de una llamada arquitectura neumática se debe al Ingeniero Ingles Frederick William Lanchester quien en 1917 propuso la construcción de un Hospital basándose en los principios y materiales existentes en la realización de Globos, el invento consistía, según las propias palabras de Frederick William "en una especie de tienda, en la cual el tejido utilizado en los globos u otro material difícilmente permeable para el aire es empleado y mantenido en estado erguido por la presión de aire (proporcionada por un ventilador centrífugo)"<sup>15</sup>.

Pero no fue sino hasta 1946 cuando Estados Unidos optó por llevar a cabo la primer estructura neumática para cubrir unas antenas de radar, las cuales ofrecían una mínima resistencia al paso de las ondas del radar y las protegían de las inclemencias del tiempo.

Para la elaboración de dichas estructuras se eligió al laboratorio Aeronáutico Cornell dirigido por Walter Bird, quien es actualmente uno de los principales promotores y constructores de estructuras de membranas traccionadas en el mundo. Después de la construcción del prototipo, se construyeron un centenar de dichas estructuras en el Norte de Estados Unidos con el mismo fin, estas membranas fueron construidas con resistentes fibras artificiales, como el nylon o el terylene recubiertos con una capa sintética de vinilo, neopreno o hypalon, capaces de resistir una severa exposición al exterior, además la estructura neumática se mantenía erguida con una diferencia de presión (en relación a la atmosférica) de solo 70 mm de presión de agua <sup>16</sup>. La cúpula de 15 metros de diámetro pudo mantener su rigidez ante vientos de hasta 240 km/hr.



Antena de Radar cubierta por una estructura Neumática.

Años después de estas experiencias se generó un boom en el terreno de la neumática dentro de los Estado Unidos, ya que por las características de las estructuras neumáticas de cubrir grandes espacios con rapidez y economía, además de su versatilidad y facilidad con la que pueden ser transportadas, se construyeron múltiples espacios cerrados para diversos usos tales como: campos deportivos, exposiciones, almacenes, fábricas y actividades militares.

Fue en la EXPO'70 en Osaka, Japón donde las estructuras neumáticas llegaron al clímax de difusión e interés entre un publico mundial, ahí se mostraron la mayor cantidad de neumáticas como nunca se había visto antes.

<sup>15</sup> Roger N. Dent "Arquitectura neumática, nuevos caminos de la Arquitectura", Ed. Blume, España, 1975. Pág. 26.

<sup>16</sup> 10 mm de presión de agua equivalen a 10 Kg/m<sup>2</sup>, por lo tanto, 70 mm de presión de agua equivalen a 70 Kg/m<sup>2</sup>.



## Estructuras neumáticas de tecnología actual

Teatro Flotante, Expo'70, Osaka.

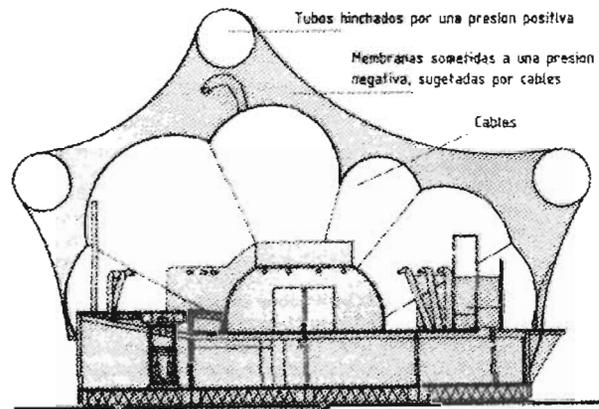
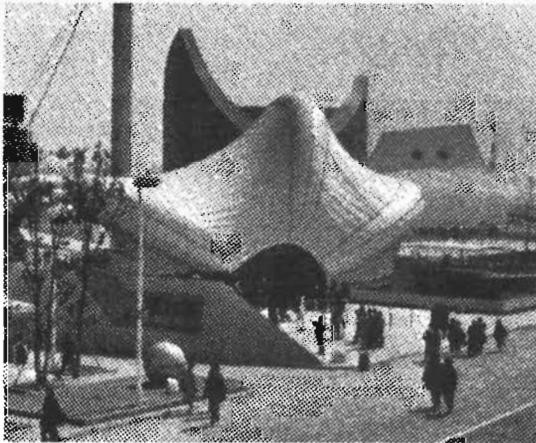
Diseño: Yukata Murata.

Japón 1970

Dentro de las estructuras neumáticas de punta destaca en primer lugar el teatro flotante de la EXPO'70 en Osaka, Japón.

Esta estructura es un sistema mixto que combina neumáticas de presión positiva y presión negativa. La membrana superior del techo se tiende sobre tres tubos hinchados por una presión positiva, mientras que la membrana inferior es sostenida por cinco cables de acero. El espacio entre las membrana superior e inferior esta sometido a una presión negativa de  $10 \text{ kg/m}^2$  (10 mm de presión de agua) por debajo de la presión atmosférica.

Además, este edificio estaba situado en un pequeño lago artificial sobre una estructura circular de acero, la cual flotaba sobre 48 globos de PVC.



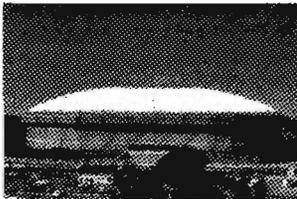
Teatro Flotante Expo'70

### Domos neumáticas

Por su ligereza y capacidad de cubrir grandes claros los domos neumáticos han sido utilizados para cubrir estadios y así poder utilizar estos aun en condiciones climáticas adversas. A continuación muestro cuatro ejemplos de ellos por orden cronológico.



País: Estados Unidos  
 Ciudad: Pontiac  
 Claro: 220 x 168 m  
 Año de terminación: 1975



País: Estados Unidos  
 Ciudad: Miniápolis  
 Claro: 215 x 180 m  
 Año de terminación: 1982



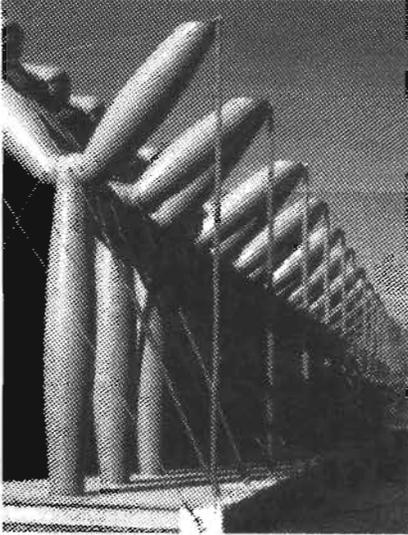
País: Canadá  
 Ciudad: Vancouver  
 Claro: 232 x 190 m  
 Año de terminación: 1983



País: Japón  
 Ciudad: Bunkyo  
 Claro: 201 m  
 Año de terminación: 1988



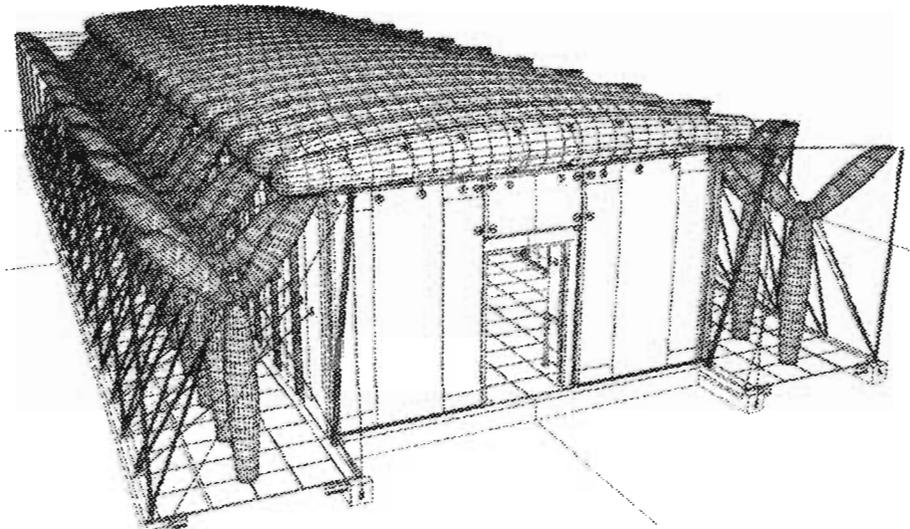
Festo Exhibition hall  
Diseño: Rosemarie Wagner  
Alemania 1996



Esta estructura neumática destaca por su interior cúbico, construido con paredes neumáticas las cuales adquieren gran estabilidad (aun en condiciones climáticas adversas), por el gran número de columnas en forma de "Y". Aun fallando algunos de estos muros neumáticos la estructura no perdería estabilidad.

Los elementos están sometidos a una presión de  $0.51 \text{ Kg/cm}^2$  y la presión interior del edificio es la normal, es decir, que se puede tener un libre acceso al interior del edificio sin necesidad de contar con trampas de aire.

La cubierta horizontal esta formada por varias vigas hinchadas conectadas entre si por medio de dos membranas, una superior y otra inferior, sometidas a una presión negativa que garantizan la estabilidad del sistema. Las membranas intermedias entre viga y viga son translucidas permitiendo la iluminación natural del interior.



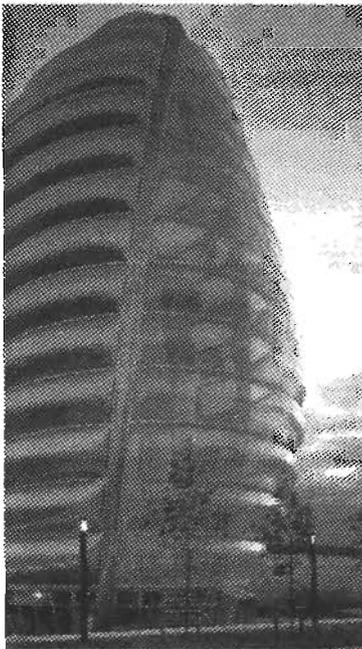
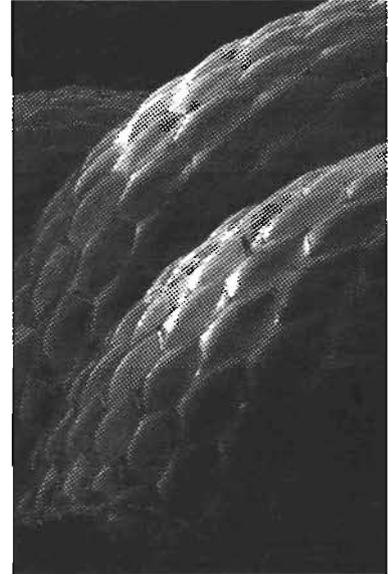


### Jardín del Edén

Diseño: Nicholas Grimshaw  
Inglaterra 2000

Esta estructura está compuesta básicamente por dos sistemas estructurales, por un lado una estructura basada en las geodesicas de Richard Buckminster Fuller<sup>17</sup> como sistema principal y por otro lado unos "cojines" neumáticos que representan un peso muy bajo sobre la geodesica y la cubren por completo. La función de esta estructura es cubrir un espacio de aproximadamente de 22,130 m<sup>2</sup> con domos que van de 38 a 124 metros de diámetro y que albergan diferentes zonas climáticas del mundo con su correspondiente vegetación.

Los cojines neumáticos están hechos con una membrana de ETFE (Ethyltetrafluorethylene) con un espesor que va de los 0.05 a 0.20 milímetros, de los que se obtienen bajas pérdidas de presión a largo plazo.



### Centro Nacional Espacial

Diseño: Nicholas Grimshaw  
Inglaterra 2001

A diferencia de los ejemplos anteriores este no es un edificio que sea predominantemente neumático. Aquí, los elementos neumáticos forma parte de un conjunto mucho mayor y su presencia le dan un aspecto diferente al conjunto.

Este es un edificio público permanente, destinado a la difusión e investigación de temas relacionados con la ciencia y tecnología espacial. Aquí las estructuras neumáticas tienen la función de ser la fachada del edificio más alto del conjunto. Como se puede apreciar en la fotografía, la fachada se compone de una serie de neumáticas horizontales independientes, sujetadas a la estructura metálica principal. Además de generar una fachada translúcida las neumáticas funcionan como barreras térmicas ya que impiden los cambios bruscos de temperatura, siendo estos absorbidos por el fluido contenido en el interior de las membranas.

---

<sup>17</sup> Richard Buckminster Fuller arquitecto e inventor influyó en varias generaciones de arquitectos e ingenieros con su optimista visión de un mundo transformado por una aplicación eficaz de la tecnología. Dentro de sus investigaciones y experimentos se encuentra la cúpula geodésica, forma que él apoyaba como medio para cubrir grandes áreas a muy bajo costo. Buckminster Fuller nació en Milton (Massachusetts) el 12 de julio de 1895, estudió en la Universidad de Harvard y en la Academia Naval de los Estados Unidos antes de servir en la Marina (1917-1919). Después de varios trabajos en la industria, Fuller fundó la Dymaxion Corporation en 1932 con la intención de hacer una fabricación en cadena de casas circulares Dymaxion. Nuevos experimentos lo llevaron a concebir la cúpula geodésica, forma que él apoyaba como medio para cubrir grandes áreas a muy bajo costo.

# Características de las Estructuras Neumáticas

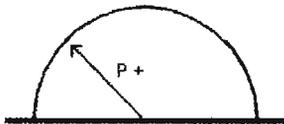
## Definición

Se les llama estructuras neumáticas a todas aquellas estructuras cuya forma y estabilidad están determinadas únicamente, o en gran manera por una diferencia de presión ya sea debida a gases, líquidos, sustancias celulosas o granulares. Si a una membrana flexible, capaz tan solo de resistir a la tracción, se la tensa mediante presiones diferenciales de un gas (generalmente aire) surge una forma neumática. La membrana se deforma en el sentido del agente menos denso hasta que su superficie se estabiliza tanto en posición como en forma<sup>1</sup>.

## Formas y principio estructural básico de las estructuras neumáticas

Toda membrana tensada neumáticamente es capaz de resistir fuerzas exteriores por lo que al ejercer esta capacidad, el medio que provoca la tensión deviene en medio soportante y por lo tanto en elemento estructural. La estructura resultante será entonces una estructura portante neumática que puede estar formada tanto por una estructura de membrana portante simple como doble. Esta característica queda determinada por la cantidad de membranas existentes entre el espacio utilizable y el exterior (ver dibujo 1 y 2).

Estructuras de membrana portante simple

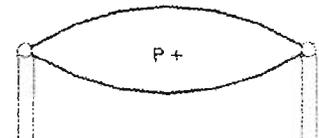


dibujo 1

En las estructuras de membrana portante simple el medio de sustentación puede ser aire elevado a presiones fisiológicamente inocuas, es decir por una débil diferencia de presión de aire con respecto al exterior. En el caso de las estructuras de membrana portante doble se puede utilizar un gas diferente al aire con un alto grado de compresión. En este último caso se pueden formar elementos estructurales hinchados como columnas, muros o arcos, con capacidades estructurales elevadas que dependerán de cinco factores:

- o Volumen del fluido contenido en el interior de la membrana del elemento,
- o Sobrepresión ejercida por el fluido sobre la membrana,
- o Diferencia de densidad del fluido interior con respecto del exterior,
- o Características del material de la membrana y
- o Forma estructural del elemento.

Estructuras de membrana portante doble



dibujo 2

En una estructura soportada por aire la diferencia de presión a través de la membrana produce una fuerza ascensional que debe ser contrarrestada mediante un firme anclaje en el suelo, teóricamente una estructura neumática podría flotar sino fuera por las cargas debidas a nieve y viento.

<sup>1</sup> Thomas, Herzog, "Construcciones Neumáticas, manual de Arquitectura Hinchable". Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1977.

Otro rasgo distintivo de las estructuras neumáticas es la forma, esta es generada por superficies pretensadas de curvatura sinclástica, es decir, en forma de cúpula, aunque se pueden presentar superficies alabeadas bidireccionalmente en ciertos puntos, esto sucede en los casos en que la superficie de desplante no sea de formas circulares sino poligonales. Estas son diferencias con respecto a los restantes sistemas traccionados de membranas y redes de cables pretensadas, que son únicamente factibles en superficies alabeadas bidireccionalmente (anticlasticas).

Una forma típica de las estructuras neumáticas son las superficies cupuliformes que trabajan a tracción, a diferencia de la forma típica de las velarias, el paraboloides hiperbólico o silla de montar.

## Estados de carga en las estructuras neumáticas

En las estructuras neumáticas tanto las cargas debidas al peso propio como las sobre cargas positivas (verticales dirigidas hacia el suelo) no deben ser transmitidas por los elementos estructurales hasta el suelo, sino que cada punto de su superficie esta equilibrado teóricamente por la presión interior. El elemento estructural es la diferencia de presiones creada normalmente por inyección o por aire caliente.

Los mejores materiales para la construcción de estructuras neumáticas son las membranas poco deformables, cuya forma estructural se debe determinar de antemano y fabricar con la ayuda de un despiece.

Supongamos una membrana ligeramente deformada por una presión positiva. Debido a esta presión aparecen unas tensiones en la membrana. La tensión en la membrana disminuirá si sobre ella se dispone una carga uniformemente repartida como puede ser una sobre carga de nieve; la tensión de la membrana será nula cuando la sobre carga de nieve iguale a la presión interior de la membrana (siempre que la carga uniformemente repartida actúe en sentido vertical y la presión sea normal a la superficie). En este caso estamos en una situación teórica singular, en el que una estructura cargada no tiene ningún elemento solicitado.

Teóricamente no se necesita ningún miembro estructural, ya que la sobrecarga de nieve viene directamente equilibrada por la presión, reduciéndose la función de la membrana a la de un diafragma de separación.

Otro ejemplo:

Una membrana con un peso propio de  $1 \text{ Kg/m}^2$  no presentará tensión alguna si esta sometida a una presión interior de  $1 \text{ Kg/m}^2$ , manteniéndose completamente horizontal. Si sobre esta superficie actúa una carga de nieve de  $75 \text{ Kg/m}^2$  la presión interior deberá ser de  $76 \text{ Kg/m}^2$ , para poder contrarrestar la carga de nieve y el peso propio, y mantener nulas las tensiones de la membrana. El viento produce un efecto de succión en sentido vertical sobre las cubiertas planas. Si sobre la membrana actuara una acción de succión uniformemente repartida, de  $60 \text{ Kg/m}^2$ , debida al viento, la disminución de presión interior necesaria para mantener en equilibrio la membrana debería ser de  $59 \text{ Kg/m}^2$ . En estas circunstancias la única misión de esta cubierta sería la de una barrera climática, pudiendo ser mínimo su espesor.

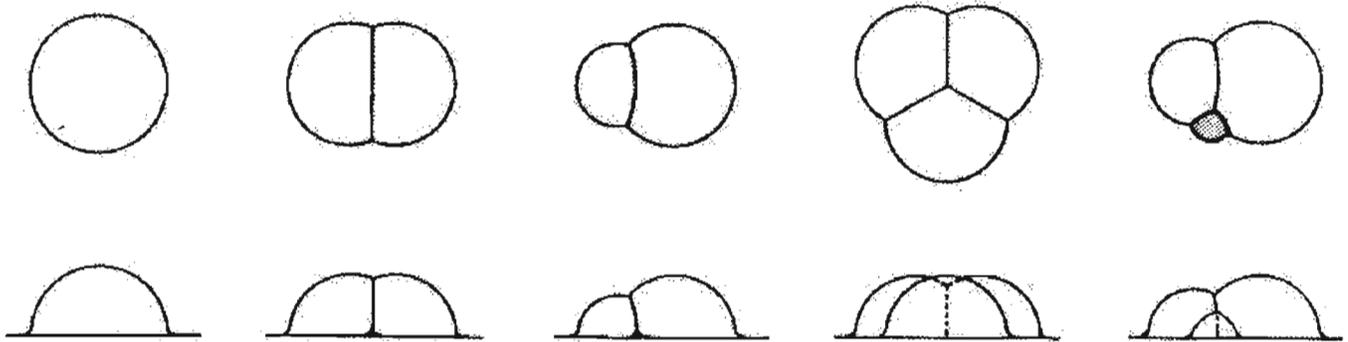
Para que la tensión de la membrana sea siempre suficiente y esta permanezca siempre tensada, independientemente del estado de cargas a que este sometida y sin tener que variar cons-

tantemente la presión interior, el empuje interior debe ser elevado, siendo esta la solución comúnmente empleada.

Las estructuras neumáticas pueden irse adaptando a los diferentes estados de carga aumentando o reduciendo la presión interior (mediante un dispositivo automático de regulación). Por ello puede conseguirse que las tensiones de la membrana sean lo más uniformes posibles y emplear únicamente la menor energía necesaria en cada caso para mantener la presión interior, contrariamente a lo que sucede en las estructuras tradicionales, en que toda la energía de construcción de una estructura se gasta de golpe en la construcción de una estructura calculada para resistir los máximos estados de carga posible.

### La analogía con las burbujas de jabón

Si se cohesionan más de cuatro burbujas, siempre que tengan el mismo tamaño y la misma presión interna, formarán secciones esféricas idénticas en las cuales todas las láminas internas son planas. En cambio, si las burbujas son de distinto tamaño, las intersecciones planas internas estarán arqueadas en la dirección de la burbuja de mayor tamaño. Esto se debe a la tendencia de las burbujas de jabón a mantener la misma tensión en la membrana independientemente de su tamaño, en consecuencia las burbujas de menor tamaño estarán sometidas a una mayor presión.



Burbuja independiente

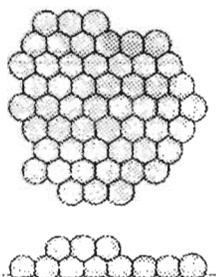
Burbujas del mismo tamaño, lámina interna plana

Burbujas de distintos tamaños, lámina arqueada

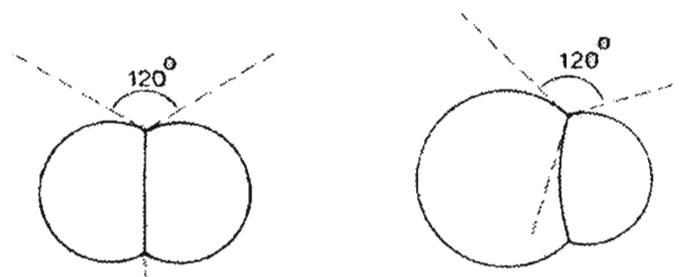
Burbujas del mismo tamaño, lámina interna plana

Burbujas de distintos tamaños, lámina arqueada

Una ley válida para todos los tipos de burbujas de jabón es que únicamente pueden coincidir tres membranas en una línea de contacto (siempre y cuando las tensiones sean las mismas), y que el ángulo de las tangentes en el punto de contacto es siempre de  $120^\circ$ .



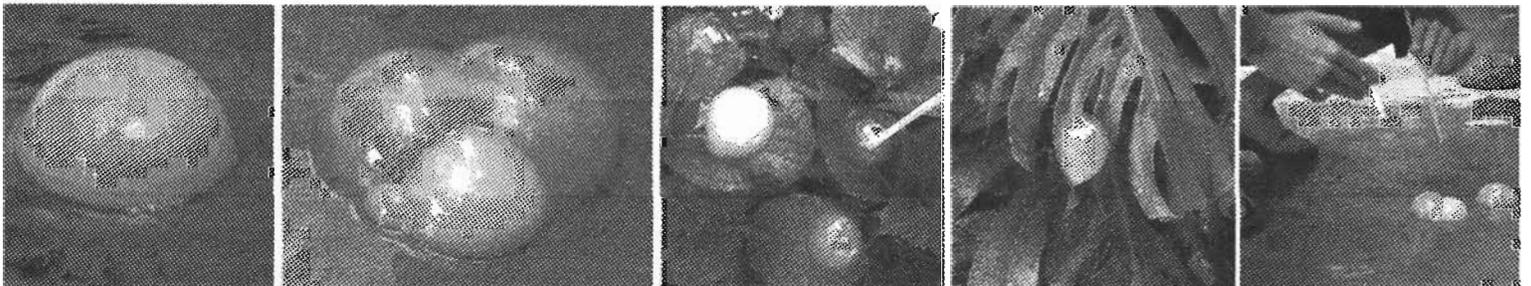
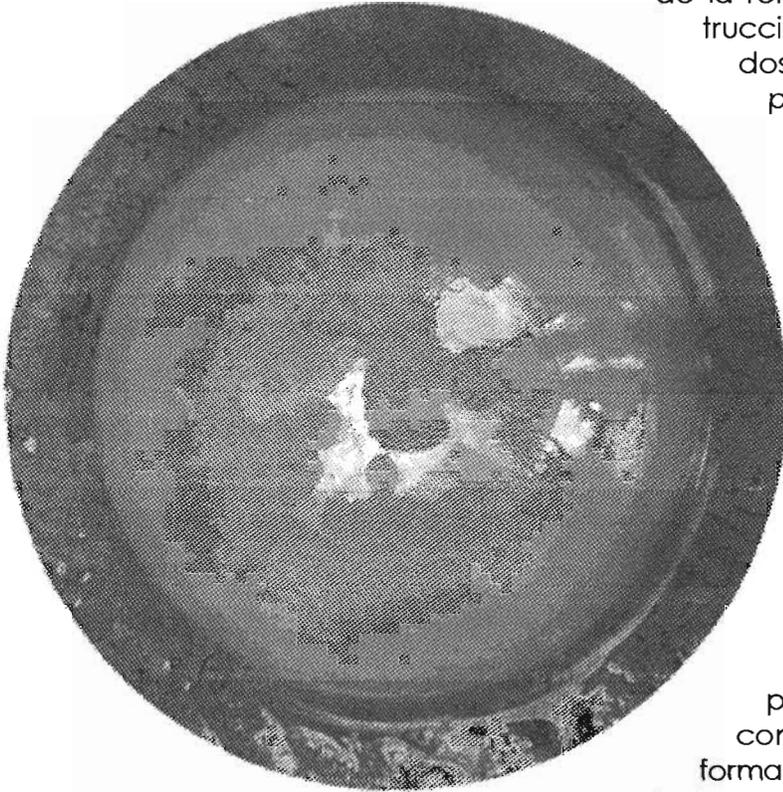
Forma en la que se agrupan las pompas de jabón, "espuma" (mismo) tamaño misma presión.  $120^\circ$  es el ángulo que se forma tangencialmente en los puntos de contacto





"Las agrupaciones de pompas de jabón, tanto las libres como las superficiales, de igual o de distinto tamaño, se forman basándose en unos rígidos principios geométricos" <sup>2</sup>.

Cabe también citar textualmente lo que dice Roger N. Dent en su libro "arquitectura neumática" acerca de la relación que puede guardar la construcción neumática y los datos observados en las pompas de jabón: "Una pompa de jabón es moldeada por las fuerzas de tensión superficial que actúa sobre ambos lados de la película. A causa de la uniformidad de tales fuerzas, la principal característica de la película es crear formas de un área superficial mínima, cuyas paredes son igualmente solicitadas en cualquier punto y en todas direcciones, sin que se concentren tensiones en ningún punto (...) en ninguna circunstancia pueden presentarse puntas de tensión. Cualquiera de las formas que pueda lograrse con una película de jabón es apropiada para la construcción neumática. Si se construye una membrana (...) cuya forma se ajuste exactamente a la de una burbuja de jabón, esta membrana estará también uniformemente solicitada en cualquier punto y en todas direcciones cuando este hinchada" <sup>3</sup>.



<sup>2</sup> Conrad Roland, "Frei Otto: Estructuras, estudios y trabajos sobre la construcción ligera". Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1979. Pág 86.

<sup>3</sup> Roger N. Dent "Arquitectura neumática, nuevos caminos de la Arquitectura", Ed. Blume, España, 1975. Pág. 51.



## Efectos de la sobre presión en el hombre

La presión interior de una estructura neumática independientemente de su luz, es de 20 Kg/m<sup>2</sup>, para contrarrestar los efectos de un viento suave. Esta sobrepresión interior es suficiente para mantener tensa la cubierta. Para contrarrestar sobrecargas de nieve es suficiente en la mayoría de los casos una sobrepresión interior de 80 - 100 Kg/m<sup>2</sup> <sup>4</sup> y para ráfagas de viento muy fuertes se deberá producir una subpresión de 60 Kg/m<sup>2</sup> <sup>5</sup>.

El hombre puede soportar presiones comprendidas entre 1/5 y tres veces el valor de la presión atmosférica normal (presiones existentes a 12,000 metros de altitud y a 30 metros de profundidad en el agua). Vemos, pues, que una diferencia de presión entre el interior y el exterior de 80 Kg/m<sup>2</sup>, que corresponde a una diferencia de altura de 55 metros sobre el nivel del mar, es muy reducida.

---

<sup>4</sup> La verdadera imagen del comportamiento neumático bajo una carga de nieve solo puede obtenerse a través de observaciones de la realidad. No existen dos casos en que la magnitud y la influencia de la carga de la nieve sean idénticas. La magnitud depende, en primer lugar, de las condiciones climáticas y, en segundo lugar, de las características propias de la estructura, de su curvatura y forma, de su estabilidad, de sus condiciones ambientales, y de sus propiedades de aislamiento. La presión que aquí se considera como suficiente para resistir este y otros tipos de carga similares, esta obtenida en base a la experiencia en estructuras realizadas y la experimentación. Roger N. Dent "Arquitectura neumática".

<sup>5</sup> En estructuras que presenten un perfil muy aplanado, (tendiente a la horizontal), el viento actúa como fuerza de succión sobre la membrana, por tal motivo, si se desea disminuir las tensiones sobre la membrana en una estructura neumática, es conveniente reducir la presión interior, la reducción de presión a realizar estará determinada por la velocidad del viento y su densidad.



# Conceptos y principios físicos fundamentales en el desarrollo de las neumáticas

Me es importante mencionar los conceptos y principios físicos característicos de las estructuras neumáticas, ya que en el ámbito de las estructuras comúnmente utilizadas no son conceptos a los que se recurra y son fundamentales para el desarrollo de las estructuras neumáticas que se construyen actualmente o que se llevarán a cabo en un futuro.

Conociendo los principios generales y elementales bajo los cuales se rigen estas estructuras es como se pueden desarrollar nuevas aportaciones en este ámbito.

## El concepto de peso específico

Se conoce como peso específico ( $D$ ) a la cantidad que relaciona el peso de un cuerpo ( $W$ ) con su volumen ( $V$ ). Las unidades son el newton por metro cúbico ( $N/m^3$ ) y la libra por pie cúbico ( $lb/ft^3$ )

$$D = W / V$$

En donde el peso ( $W$ ) es igual a:

$$W = mg$$

Siendo " $m$ " la masa del cuerpo y " $g$ " la atracción gravitacional.

## El concepto de densidad de masa

La densidad de masa de un cuerpo ( $\rho$ ) se define como la razón de su masa ( $m$ ) y su volumen ( $V$ ).

$$\rho = m / V$$

Las unidades son Kilogramos por metro cúbico ( $Kg/m^3$ )

## Presión

Se llama presión ( $P$ ) a la fuerza normal ( $F$ ) por unidad de área ( $A$ ).

$$P = F / A$$

La fuerza que ejerce un fluido sobre la superficie que lo contienen siempre actúa perpendicularmente a dicha superficie.

Tabla de densidad de masa de algunas sustancias

SUSTANCIA	$\rho$ Densidad de masa ( $Kg / m^3$ )
<b>SÓLIDOS</b>	
Roble	810
Hielo	920
Vidrio	2,600
Aluminio	2,700
Aceros	7,800
Plata	10,500
Oro	19,300
<b>LÍQUIDOS</b>	
Gasolina	680
Alcohol	790
Agua	1,000
<b>GASES</b>	
Aire	1.29
Hidrogeno	0.09
Helio	0.178
Nitrógeno	1.25
Oxigeno	1.43



La presión en un fluido es directamente proporcional a la profundidad, esto se obtiene de saber que:

$$P = W / A$$

En donde despejando  $W$  de la ecuación de densidad de masa resulta que:

$$W = V D$$

Quedando entonces

$$P = \frac{VD}{A}$$

Al ser el volumen un área por su altura ( $h$ ).  $V = Ah$ . Queda simplificada la expresión a:

$$P = D h$$

Así queda establecido que la presión de un fluido en cualquier punto, es directamente proporcional a la densidad del fluido y a la profundidad por debajo de la superficie del mismo.

## Principio de Arquímedes

Para estudiar el empuje vertical hacia arriba que ejercen los fluidos se enuncia el principio de Arquímedes como sigue: "Un objeto que está completa o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza de abajo hacia arriba (empuje) igual al peso del fluido desalojado"<sup>123</sup>.

El principio de Arquímedes se puede demostrar al estudiar las fuerzas que un fluido ejerce sobre un objeto suspendido.

Considérese un disco de área  $A$  y altura  $H$  el cual está completamente sumergido en un fluido, como se muestra en la figura 7.

Sabemos que la presión de un fluido es la misma en todas direcciones y que la presión a cualquier profundidad ( $h$ ) en un fluido está dada por

$$P = D h$$

y si

$$D = \rho g$$

entonces

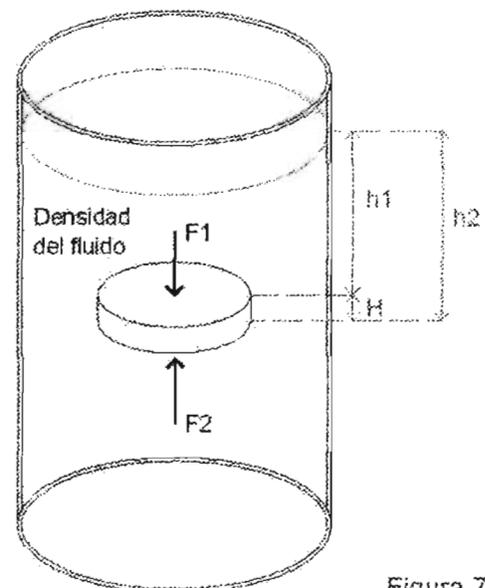


Figura 7

<sup>1</sup> Tippens "Física conceptos y aplicaciones", Capítulo 15, Pág. 299, Fluidos en reposo, ed. McGraw Hill, 1988.



$$P = \rho g h$$

Si se desea representar la presión absoluta dentro del fluido, se debe sumar la presión externa ejercida por la atmósfera. La presión total hacia abajo  $P_1$  en la cara superior del disco, en la figura 7, es por tanto

$$P_1 = P_a + \rho g h_1 \quad \text{hacia abajo}$$

En donde  $P_a$  es la presión atmosférica y  $h_1$  es la profundidad superior del disco, análogamente la presión hacia arriba  $P_2$  sobre el fondo del disco es

$$P_2 = P_a + \rho g h_2 \quad \text{hacia arriba}$$

Donde  $h_2$  es la profundidad a la parte inferior del disco. Puesto que  $h_2$  es mayor que  $h_1$ , la presión sobre la base del disco excederá la presión sobre la cara superior, y el resultado será una fuerza neta hacia arriba.

Si la fuerza hacia abajo se representa por  $f_1$  y la fuerza hacia arriba por  $f_2$ , puede escribirse:

$$f_1 = P_1 A \quad f_2 = P_2 A$$

La fuerza hacia arriba ( $F_b$ ) ejercida por el fluido sobre el disco se llama empuje y se expresa mediante

$$\begin{aligned} F_b &= f_1 - f_2 = A(P_2 - P_1) \\ &= A(P_a + \rho g h_2 - P_a - \rho g h_1) \\ &= A \rho g (h_2 - h_1) = A \rho g H \end{aligned}$$

Donde  $H = h_2 - h_1$  es la altura del disco.

Finalmente vemos que el volumen del disco es  $V = AH$  y la densidad de masa es  $\rho = m / V$ , obteniéndose el siguiente resultado:

$$F_b = V \rho g = mg$$

Empuje = peso del fluido desalojado

El cual es el principio de Arquímedes.

Este principio nos ayudara mas adelante a explicar como es posible tener estructuras neumáticas bajo el agua y como, análogamente, es posible hacer flotar estas estructuras sobre la superficie terrestre, tomando en cuenta la densidad de los fluidos, su volumen y profundidad a la que se encuentran.



Tabla de las unidades usadas en el calculo de la presión y sus equivalencias.	
101.3 K Pa	1 atmósfera a nivel del mar (atm)
1 atmósfera a nivel del mar	14.7 lb/in <sup>2</sup>
14.7 lb/in <sup>2</sup>	1.0335297 kg/cm <sup>2</sup>
1 lb/in <sup>2</sup>	0.0703081 Kg/cm <sup>2</sup>
1 lb/in <sup>2</sup>	703.081 kg/m <sup>2</sup>
10 metros de columna de agua <sup>2</sup>	1 kg/cm <sup>2</sup>
10 mm de columna de agua	10 kg/m <sup>2</sup>

### Ley de Boyle

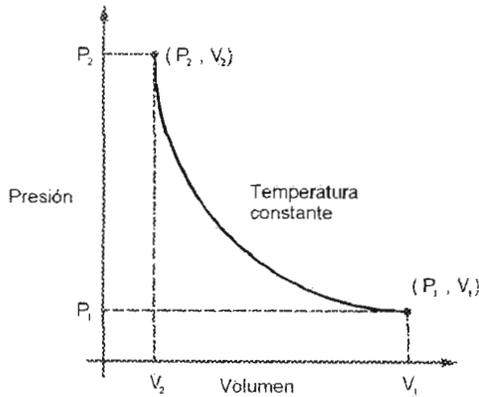


figura 8: Grafica que muestra como varía la presión de un gas ideal inversamente a su volumen

La ley de Boyle establece: "Siempre que la masa y la temperatura de una muestra de gas se mantiene constante, el volumen del gas es inversamente proporcional a su presión absoluta" <sup>3</sup>.

Otra forma de enunciar la ley de Boyle es decir que el producto de la presión (P) de un gas y su volumen (V) serán constantes siempre que la temperatura y la masa no cambien.

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \text{Con temperatura y masa constantes.}$$

### Ley de Charles

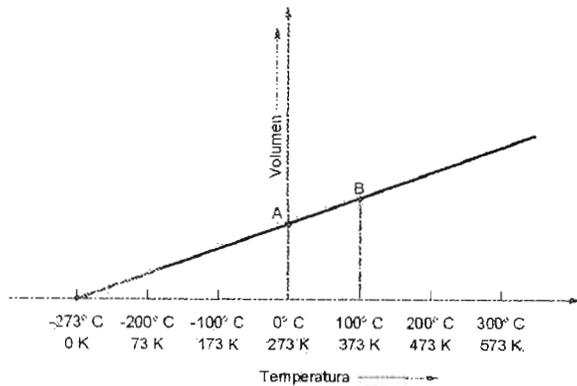


Figura 9: Grafica que muestra la variación de volumen como una función de la temperatura

"Mientras la masa y la presión de un gas se mantengan constantes, el volumen del gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta" <sup>4</sup>.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{Con la presión y la masa constantes.}$$

En esta ecuación V<sub>1</sub> se refiere al volumen inicial de un gas a temperatura absoluta T<sub>1</sub> y V<sub>2</sub> es el volumen final de la misma muestra de gas cuando su temperatura absoluta es T<sub>2</sub>.

<sup>2</sup> Sabemos que la densidad del agua es igual a 1,000 kg/m<sup>3</sup>, si tenemos una columna de agua de 10 metros de altura podemos obtener la presión de dicha columna con la ecuación  $P = \rho \cdot h$  en donde P es la presión,  $\rho$  es la densidad de masa del agua y, h es la altura de la columna, esto da como resultado una presión de 10,000 kg/m<sup>2</sup> que convertido a kg/cm<sup>2</sup>, es decir dividido entre 10,000, resulta ser de 1kg/cm<sup>2</sup>.

<sup>3</sup> Tippens "Física conceptos y aplicaciones", Capítulo 20, Pág. 391, Propiedades térmicas de la materia, ed. McGraw Hill, 1988.

<sup>4</sup> Ídem Pág. 393



Cuando el volumen es extrapolado a cero, la temperatura de un gas está en cero absoluto (0 K). Por supuesto cualquier gas real se transformará en líquido antes de que su volumen alcance cero. Pero la relación directa es una aproximación válida para la mayor parte de los gases que no están sujetos a condiciones extremas de temperatura y presión.

Las tres cantidades que determinan el estado de una masa de gas dada son: su presión, su volumen y su temperatura. La ley de Boyle maneja los cambios de presión y volumen bajo temperatura constante, y la ley de Charles se aplica para los cambios de volumen y temperatura bajo presión constante. La variación en la presión como una función de la temperatura se describe en la ley atribuida a Gay-Lussac.

## Ley de Gay-Lussac

"Si el volumen de una muestra de gas permanece constante, la presión absoluta del gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta"<sup>5</sup>.

Esto significa que al aumentar al doble la presión aplicada a un gas causará que su temperatura absoluta aumente al doble también. En forma de ecuación quedaría entonces como:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{Con masa y volumen constantes.}$$

## Ley general de los gases

Es posible combinar las tres observaciones experimentales derivadas de las leyes de Boyle, Charles y Gay-Lussac, con la siguiente ecuación (ecuación general de los gases):

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 m_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 m_2}$$

Esta ecuación es muy general debido a que toma en cuenta las variaciones en presión, volumen, temperatura y masa de un gas. Sin embargo, la cantidad que afecta la presión y el volumen no es la masa de un gas sino

el número de moléculas en el mismo. De acuerdo con la teoría cinética<sup>6</sup> de los gases, la presión se debe a la colisión de las moléculas con las paredes del recipiente, o sea, al incrementar el número de moléculas aumentará el número de partículas que golpeen por segundo, aumentando de esta manera la presión del gas. Si se considera un proceso térmico que incluya cantidades del mismo gas, es válido aplicar la ecuación (ecuación general de los gases) ya que la masa es proporcional al número de moléculas<sup>7</sup>.

<sup>5</sup> Tippens "Física conceptos y aplicaciones", Capítulo 20, Pág. 394, Propiedades térmicas de la materia, ed. McGraw Hill, 1988.

<sup>6</sup> Energía cinética. Energía que un objeto posee debido a su movimiento. La energía cinética depende de la masa y la velocidad del objeto según la ecuación  $E = \frac{1}{2} m v^2$  donde "m" es la masa del objeto y "v" la velocidad del mismo elevada al cuadrado. El valor de "E" también puede derivarse de la ecuación  $E = (ma)d$  donde "a" es la aceleración de la masa "m" y "d" es la distancia a lo largo de la cual se acelera. Enciclopedia Microsoft® Encarta® 2000. © 1993-1999 Microsoft Corporation. Artículo "Energía cinética".

<sup>7</sup> Cuando se quiera hacer un análisis comparativo con diferentes gases, es necesario referirse al número de moléculas y no a las cantidades de masa. Para ello se ocupa la siguiente expresión  $P_1 V_1 / n_1 T_1 = P_2 V_2 / n_2 T_2$ , en donde "n" es el número de moles que contiene un gas y se obtiene de dividir su masa expresada en gramos entre su masa molecular. Tippens "Física conceptos y aplicaciones", Capítulo 20, Pág. 398, Propiedades térmicas de la materia, ed. McGraw Hill, 1988



# Aplicación de los conceptos y leyes físicas a las estructuras neumáticas

## El principio de Arquímedes en las neumáticas

Según el principio de Arquímedes podemos establecer el empuje resultante que ejerce un fluido (fluido externo) sobre otro contenido en una estructura neumática (fluido interno o contenido).

Recordando que:

$$F_1 = V \rho_1$$

En donde :

$F_1$  ..... Empuje producido por el fluido exterior

$V$  ..... Volumen del cuerpo "afectado"

$\rho_1$  ..... Densidad del fluido externo

Y que:

$$F_2 = V \rho_2$$

En donde :

$F_2$  ..... Fuerza ejercida por el peso propio del fluido contenido.

$V$  ..... Volumen del cuerpo "afectado"

$\rho_2$  ..... Densidad del fluido contenido

Entonces el empuje resultante ( $F_b$ ) será la diferencia entre el empuje y el peso del cuerpo afectado, quedando así que:

$$F_b = F_1 - F_2$$

$$F_b = V \rho_1 - V \rho_2$$

$$F_b = V(\rho_1 - \rho_2) \quad \text{..... ecuación 1}$$

En donde:

$F_b$  ..... Empuje neto resultante (positivo indica empuje hacia arriba y negativo empuje hacia abajo)

$V$  ..... Volumen del cuerpo "afectado"

$\rho_1 - \rho_2$  ..... Diferencia de densidad de fluidos

## Empujes resultantes al establecer una diferencia en la densidad de fluidos

De la ecuación 1 se puede obtener una tabla que indique el empuje resultante de establecer una diferencia de densidad de fluidos en una estructura neumática, ya sea sumergida en agua, o en el exterior, rodeada de aire.

Aquí presentamos un ejemplo:

Supongamos un globo que alberga  $10 \text{ m}^3$  de helio a una temperatura ambiente exterior de  $0^\circ\text{C}$ , a esta temperatura conocemos la densidad de ambos fluidos. En consecuencia los datos conocidos son los siguientes:

Volumen del globo	$V = 10 \text{ m}^3$
Densidad del aire	$\rho_1 = 1.29 \text{ kg/m}^3$
Densidad del helio	$\rho_2 = 0.178 \text{ kg/m}^3$
$F_b$	empuje resultante

Lo que deseamos obtener es el empuje resultante sobre esta estructura neumática, para lo cual ocuparemos la ecuación 1, quedando entonces:

$$F_b = V(\rho_1 - \rho_2)$$

$$F_b = 10 \text{ m}^3 ( 1.29 \text{ kg/m}^3 - 0.178 \text{ kg/m}^3 )$$

$F_b = 11.12 \text{ Kg}$  que es el empuje resultante sobre la neumática esférica, o en otras palabras su capacidad de carga.

Tabla que muestra los empujes resultantes al establecer una diferencia de densidad de fluidos en una estructura neumática. Signo positivo indica empuje ascendente signo negativo descendente.

### + Empuje - Carga

Fluido Exterior \ Fluido Contenido		Hidrógeno	Helio	Aire	Oxígeno	Agua
		0.090 Kg / m <sup>3</sup>	0.178 Kg / m <sup>3</sup>	1.290 Kg / m <sup>3</sup>	1.430 Kg / m <sup>3</sup>	1.000.000 Kg / m <sup>3</sup>
Aire 1.290 Kg / m <sup>3</sup>	1 m <sup>3</sup>	1.200 Kg	1.11 Kg	0.00 Kg	-0.14 Kg	-998.71 Kg
	10 m <sup>3</sup>	12.00 Kg	11.12 Kg	0.00 Kg	-1.40 Kg	-9,987.10 Kg
	50 m <sup>3</sup>	60.00 Kg	55.60 Kg	0.00 Kg	-7.00 Kg	-49,935.50 Kg
Agua 1.000.000 Kg / m <sup>3</sup>	1 m <sup>3</sup>	999.91 Kg	999.82 Kg	998.71 Kg	998.57 Kg	0.00 Kg
	10 m <sup>3</sup>	9,999.10 Kg	9,998.22 Kg	9,987.10 Kg	9,985.70 Kg	0.00 Kg
	50 m <sup>3</sup>	49,995.50 Kg	49,991.10 Kg	49,935.50 Kg	49,928.50 Kg	0.00 Kg

## Variación de la densidad de gases por temperaturas sobre el nivel del mar

Según la ley general de los gases tenemos que:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 m_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 m_2} \quad \text{..... ecuación 2}$$



En donde el subíndice uno indica el estado inicial y el subíndice dos el estado final.

$$m_2 T_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} m_1 T_1$$

Si la presión es la presión atmosférica que permanece constante y consideramos como volumen constante 1m³, podemos conocer los cambios de densidad de masa en un gas dependiendo de la variación de la temperatura, con la siguiente expresión:

$$m_2 = m_1 \frac{T_1}{T_2} \dots\dots\dots \text{ecuación 3}$$

Ejemplo:

Supongamos que calentamos 1m³ de aire incrementando su temperatura de 0°C (273°K) a 35°C (308°K), conservando la presión y el volumen constante podemos aplicar la ecuación 3 obteniendo el siguiente resultado.

- m<sub>1</sub> masa de un metro cúbico de aire antes del incremento de temperatura.
- m<sub>2</sub> masa de un metro cúbico de aire después del incremento de temperatura.
- T<sub>1</sub> Temperatura inicial
- T<sub>2</sub> Temperatura final

$$m_2 = m_1 \frac{T_1}{T_2} \quad m_2 = 1.29 \text{ Kg ( 273°K / 308°K )}$$

m<sub>2</sub> = 1.143 Kg en un metro cúbico

<b>Densidad de Gases ( Kg/m³ ) a diferentes Temperaturas a nivel del mar</b>							
Temperatura	0 °C	5 °C	15 °C	25 °C	35 °C	60 °C	100 °C
Fluido	273 °K	278 °K	288 °K	298 °K	308 °K	333 °K	373 °K
Hidrógeno	0.090	0.088	0.085	0.082	0.080	0.074	0.066
Helio	0.178	0.175	0.169	0.163	0.158	0.146	0.130
Nitrógeno	1.250	1.228	1.185	1.145	1.108	1.025	0.915
Aire	1.290	1.267	1.223	1.182	1.143	1.058	0.944
Oxígeno	1.430	1.404	1.356	1.310	1.268	1.172	1.047

Presión atmosférica      10335.291      Kg / m<sup>2</sup>



## Presión ejercida por distintos fluidos sobre la superficie de distintos cuerpos esféricos.

Sabemos que la presión es igual a:  $P = \frac{VD}{A}$

Si el volumen de un cuerpo esférico es igual a:  $V_e = \frac{4}{3}r^3\Pi$

Y su área o superficie es igual a:  $A_e = 4\Pi r^2$

La ecuación de la presión ejercida sobre un cuerpo esférico entonces es:  $P_e = \frac{4r^3\Pi D}{(3)(4)\Pi r^2}$

ecuación 4 .....  $P_e = \frac{rD}{3}$

Si sobre ese cuerpo esférico tenemos variaciones de temperatura, conservando la masa y el volumen como constantes, se utilizará la siguiente expresión (derivada de la ley de Gay-Lussac en donde

$P_1 / T_1 = P_2 / T_2$ , despejando la presión final  $P_2$  queda:  $P_2 = P_1 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$

$$(P_{e1} + P_a) \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - P_a = P_{e2}$$

En donde:

$P_{e1}$  La presión manométrica de la neumática antes del incremento de temperatura.

$P_{e2}$  La presión manométrica de la neumática después del incremento de temperatura.

$P_a$  La presión atmosférica.

$T_1$  La temperatura inicial.

$T_2$  La temperatura final.

La presión absoluta con cambios de temperatura.  $(P_{e1} + P_a) \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$



De lo anterior se obtuvo la siguiente tabla, partiendo de fluidos a una temperatura inicial de 15 °C (288 °K):

Fluido	$\rho$ (densidad del fluido a 15°C)	claro $\phi$ de la esfera	Presión ejercida sobre la superficie de la esfera ( P )					
			al incrementar su temperatura					
			15 ° C = 288 °K		20 ° C = 293 °K		25 ° C = 298 °K	
Hidrógeno	0.085 Kg / m <sup>3</sup>	10.0 m	0.14 Kg / m <sup>2</sup>	179.58 Kg / m <sup>2</sup>	359.01 Kg / m <sup>2</sup>			
	0.085 Kg / m <sup>3</sup>	20.0 m	0.28 Kg / m <sup>2</sup>	179.72 Kg / m <sup>2</sup>	359.16 Kg / m <sup>2</sup>			
	0.085 Kg / m <sup>3</sup>	100.0 m	1.42 Kg / m <sup>2</sup>	180.88 Kg / m <sup>2</sup>	360.34 Kg / m <sup>2</sup>			
Helio	0.169 Kg / m <sup>3</sup>	10.0 m	0.28 Kg / m <sup>2</sup>	179.72 Kg / m <sup>2</sup>	359.16 Kg / m <sup>2</sup>			
	0.169 Kg / m <sup>3</sup>	20.0 m	0.56 Kg / m <sup>2</sup>	180.00 Kg / m <sup>2</sup>	359.45 Kg / m <sup>2</sup>			
	0.169 Kg / m <sup>3</sup>	100.0 m	2.81 Kg / m <sup>2</sup>	182.29 Kg / m <sup>2</sup>	361.77 Kg / m <sup>2</sup>			
Nitrógeno	1.185 Kg / m <sup>3</sup>	10.0 m	1.97 Kg / m <sup>2</sup>	181.44 Kg / m <sup>2</sup>	360.91 Kg / m <sup>2</sup>			
	1.185 Kg / m <sup>3</sup>	20.0 m	3.95 Kg / m <sup>2</sup>	183.45 Kg / m <sup>2</sup>	362.95 Kg / m <sup>2</sup>			
	1.185 Kg / m <sup>3</sup>	100.0 m	19.75 Kg / m <sup>2</sup>	199.52 Kg / m <sup>2</sup>	379.30 Kg / m <sup>2</sup>			
Aire	1.223 Kg / m <sup>3</sup>	10.0 m	2.04 Kg / m <sup>2</sup>	181.51 Kg / m <sup>2</sup>	360.97 Kg / m <sup>2</sup>			
	1.223 Kg / m <sup>3</sup>	20.0 m	4.08 Kg / m <sup>2</sup>	183.58 Kg / m <sup>2</sup>	363.08 Kg / m <sup>2</sup>			
	1.223 Kg / m <sup>3</sup>	100.0 m	20.38 Kg / m <sup>2</sup>	200.17 Kg / m <sup>2</sup>	379.95 Kg / m <sup>2</sup>			
Oxígeno	1.356 Kg / m <sup>3</sup>	10.0 m	2.26 Kg / m <sup>2</sup>	181.73 Kg / m <sup>2</sup>	361.20 Kg / m <sup>2</sup>			
	1.356 Kg / m <sup>3</sup>	20.0 m	4.52 Kg / m <sup>2</sup>	184.03 Kg / m <sup>2</sup>	363.54 Kg / m <sup>2</sup>			
	1.356 Kg / m <sup>3</sup>	100.0 m	22.59 Kg / m <sup>2</sup>	202.42 Kg / m <sup>2</sup>	382.24 Kg / m <sup>2</sup>			

Presión atmosférica 10335.291 Kg / m<sup>2</sup>

### Capacidades aislantes en las estructuras neumáticas de membrana portante doble.

Una de las virtudes de trabajar con fluidos como el agua, el aire, el hidrógeno o helio, es que estos resultan ser buenos, sino es que excelentes, aislantes térmicos.

Se lee como un buen aislante térmico aquella sustancia que resulte ser mala conductora térmica, es decir que su capacidad para conducir calor no es eficiente <sup>1</sup>.

Se puede observar que la conductividad térmica del helio y el hidrógeno es baja (siempre y cuando no se lleve a estos fluidos a temperaturas cercanas al cero absoluto), lo cual significa un beneficio para el control climático de las cubiertas con estructuras neumáticas de membrana portante doble.

A continuación se muestra una tabla de las diferentes conductividades térmicas de distintas sustancias, mientras mayor sea esta, mayor será la capacidad de la sustancia para conducir calor, se incluye el aire el cual es también un excelente aislante térmico y se puede comparar con el corcho, concreto y el acero, así como con otros materiales, para observar las diferencias.

<sup>1</sup> La conductividad térmica de una sustancia es una medida de su capacidad para conducir calor. Tippens "Física conceptos y aplicaciones", Pág. 376, Capítulo 19, Transferencia de calor, ed. McGraw Hill, 1988.



## Conductividades térmicas

Sustancia	k		
	Btu in / ft <sup>2</sup> h f	Kcal / m s C°	
Plata	2870.00	9.9 E-2	< excelente conductor térmico
Cobre	2660.00	9.2 E-2	
Aluminio	1451.00	5 E-2	
Acero	320.00	1.1 E-2	
Concreto	12.00	4.1 E-4	
Vidrio	7.30	2.5 E-4	
Ladrillo	5.00	1.7 E-4	
Asbesto	4.00	1.4 E-4	
Corcho	0.30	1 E-5	
Agua	4.15	1.4 E-4	
Hidrógeno	1.10	3.8 E-5	
Helio	0.92	3.2 E-5	
Aire	0.16	5.3 E-6	< mal conductor térmico (buen aislante)



## Detalles técnicos

### Tipos de membrana en el mercado

#### La membrana de la estructura neumática

Las membranas empleadas en las estructuras neumáticas como medio impermeable están elaboradas a base de materiales sintéticos, como los plásticos o polímeros. La elección de un material en particular de esta familia, depende de un gran número de criterios que pueden variar según sea la función y el tiempo de duración previsto para la estructura; para ello, resulta conveniente un conocimiento básico sobre las características de los diferentes tipos de materiales disponibles.

Las telas tejidas son formas superficiales anisotrópicas<sup>1</sup> con dos direcciones principales de tejido, generalmente un ángulo recto, pero siempre es posible algún desplazamiento angular entre los hilos. En el proceso textil los hilos se alargan más marcadamente en la dirección de la urdimbre (conjunto de hilos paralelos entre los que pasa la trama para formar la tela), por lo tanto, esta tiene una menor elasticidad en comparación con la de la trama.

Una característica importante del tejido sintético, es que ante la existencia de esfuerzos y por la composición del tejido, hace que esta ceda un poco y permite que las tensiones sean distribuidas en una zona y no concentradas en un punto.

Es difícil determinar con precisión la capacidad a la tensión de una membrana reforzada con tejido, ya que diferentes parámetros como la forma de construcción y la homogeneidad de los materiales empleados, alteran el resultado.

La resistencia a la tensión de membranas reforzadas con tejido se determina mediante pruebas de tensión axial y con muestras de 5 cm de ancho y una longitud de 30 cm a una velocidad de 30cm/min. Por lo que la capacidad a la tensión está dada por lo general en Kg/50 mm de ancho. No obstante, también existen las pruebas de tensión biaxial, en donde se somete a la membrana a tensiones producidas por algún fluido, dándose la presión de rotura en Kg/cm<sup>2</sup>.

Es común que las estructuras neumáticas sometidas a presiones internas altas requieran por lo regular valores superiores a 1000 Kg/50mm ancho, y espesores de varios milímetros.

La membrana de tejido de nylon a terylene y con revestimiento de vinilo, puede tener una vida de servicio de 5 a 10 años. No obstante, ante el avance tecnológico en nuevos materiales en el campo de las membranas sintéticas, no sería extraño que su vida útil se pueda incrementar notablemente.

---

<sup>1</sup> Una material anisotrópico es aquel cuyas propiedades físicas no son idénticas en todas direcciones



Tabla de membranas

Material	A	B	C	D	E
Capa de hypalón y tejido de dacrón	EE.UU.	1.78	2380	910	910
Capa de hypalón y tejido alcohol polivinilo	Japón	0.92	980	770	720
Dracón con capa de goma de silicona	EE.UU.	0.51	540	270	270
Capa de vinilo y tejido de poliéster	Suecia	0.8	950	490	410
Capa de vinilo y tejido de poliéster	Inglaterra	0.51	540	180	115
Capa de vinilo y tejido de nilón	EE.UU.	0.66	610	360	305
Capa de vinilo y tejido de poliamida	Suecia	0.6	700	300	260

A : País de fabricación  
 B : Espesor en mm  
 C : Peso en g/m<sup>2</sup>  
 D : Resistencia longitudinal en Kg/5 cm ancho  
 E : Resistencia transversal en Kg/5 cm ancho

Las membranas de Poliéster comerciales llegan a soportar las siguientes presiones hidrostáticas:

Marca	Modelo	Peso final	Resistencia Hidrostática	
			Psi (lb/in <sup>2</sup> )	Kg/cm <sup>2</sup>
Shelter-Rite	high performance 9319 architectural fabric	644 g/m <sup>2</sup>	350	24.61
Shelter-Rite	8620 opaque tent fabric	678 g/m <sup>2</sup>	400	28.12
Shelter-Rite	high performance 9032 architectural fabric	1,085 g/m <sup>2</sup>	500	35.15

### Sistema elemental de acceso

A continuación presento dos sistemas básicos de acceso, los cuales funcionan como trampas de aire para las estructuras neumáticas de membrana portante simple, evitando pérdidas de presión durante el acceso de los usuarios al interior.



Figura 10: Sistemas básicos de acceso a estructuras neumáticas de membrana portante simple

## Sistemas de anclaje

A continuación presento algunos sistemas de anclaje para estructuras neumáticas, estos solo pretenden ser ejemplo de algunas de las diferentes opciones con las que se cuenta para lograr un firme anclaje al suelo de la estructura neumática.

Cada construcción tendrá que ser solucionada de manera particular, teniendo en cuenta aspectos como: tiempos requeridos para el montaje, capacidad de alteración de la superficie en donde se va a sujetar la estructura neumática, posibilidades de movilidad de los anclajes, costos, tipo de materiales, etc.

Algunos sistemas de contrapeso son a base de muertos de concreto, piedras, cualquier tipo de peso sobre una plataforma, o bien, algún fluido de alta densidad.

En el siguiente dibujo (figura 11) se observan las fuerzas componentes en el borde de la membrana y su relación con el ángulo tangente, de esta forma se conoce la inclinación de la fuerza que actuará sobre el anclaje, y así se determinará su correcta ubicación y forma ideal.

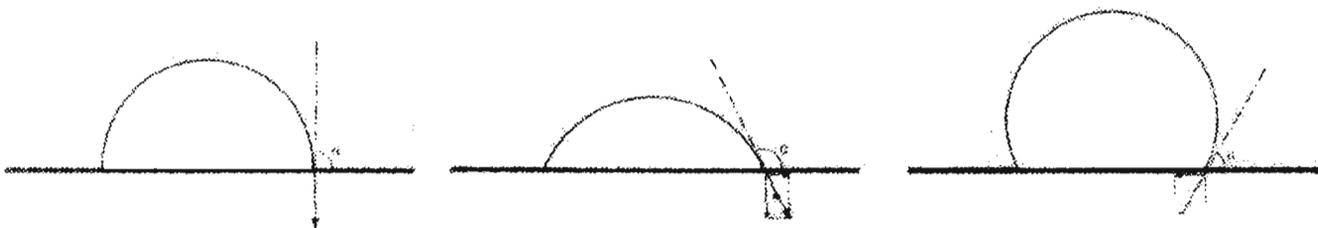
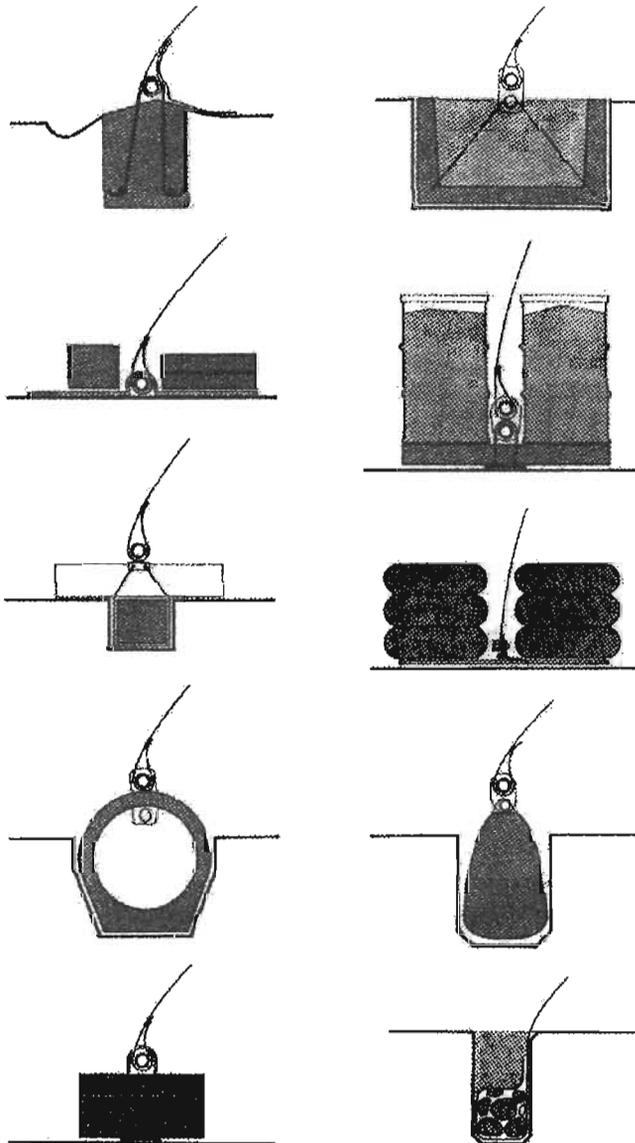


Figura 11: Ángulo tangente que forma la neumática en contacto con el terreno



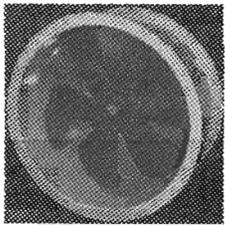
## Ventiladores

Para estabilizar una estructura neumática es necesaria la introducción de aire al interior de la misma, para lo siguiente describo brevemente los actuales tipos de ventiladores y su conveniencia para su uso en las estructuras neumáticas.

El ventilador es una bomba rotodinámica de gas que sirve para transportar gases, absorbiendo energía mecánica en el eje y devolviéndola al gas. Los ventiladores que se emplean comúnmente se pueden dividir en tres tipos generales, de hélice, axiales y centrífugos.

### Ventilador de hélice

Este ventilador consiste en una hélice dentro de un anillo o marco de montaje. La dirección de la corriente de aire es paralela a la flecha del ventilador. Se emplea para trasladar aire de un lugar a otro, o hacia el ambiente exterior, o para introducir aire fresco. Puede manejar grandes volúmenes de aire a una presión estática baja, raramente a presiones estáticas mayores de 25 mm de presión de agua (25kg/m<sup>2</sup>). Se fabrica en muchos estilos y tipos para trabajos específicos. Generalmente las unidades de poco número de aspas se usan en ventiladores de baja presión y los que cuentan con un número mayor de aspas se emplean en aquellas aplicaciones que requieren presión. El ancho de las aspas, su ángulo, su velocidad axial y número de etapas, son factores todos que intervienen en el diseño y la capacidad. Este tipo de ventiladores no son recomendables para las estructuras neumáticas por su baja capacidad para generar presiones estáticas por encima de los 25 mm de presión de agua (25kg/m<sup>2</sup>).



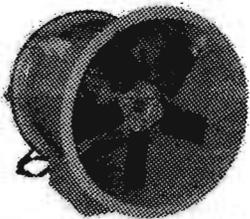
ventilador axial

### Ventilador axial

Este tipo de ventilador consiste esencialmente en una hélice encerrada en una envolvente cilíndrica. La adición de álabes-guía, detrás del rotor, en la succión o en la descarga, o en ambas partes, se han añadido para enderezar el flujo del aire fuera de la unidad. Puede funcionar en un amplio rango de volúmenes de aire, a presiones estáticas que van de bajas a medias y es capaz de desarrollar mayores presiones estáticas. La facilidad de montaje y el flujo del aire en línea recta los hace ideales para muchas aplicaciones por encima de 75 a 100 mm de presión de agua (75 a 100 kg/cm<sup>2</sup>), los ventiladores axiales se usan pocas veces para servicios de ventilación pero para el caso de las estructuras neumáticas de membranas portantes simple resultar ser el tipo de ventilador ideal por lograr las presiones recomendadas de uso para resistir cargas externas como lluvia, viento, e inclusive nieve.



ventilador axial  
portátil



ventilador axial  
tubular

El caudal de este tipo de ventiladores oscila entre los 0.3 m<sup>3</sup>/seg hasta los 30m<sup>3</sup>/seg, es decir si se requiere inflar una estructura neumática que consista en media esfera de 10 m de diámetro, el volumen que se pretenderá hinchar será de 261.80 m<sup>3</sup>, este volumen con un ventilador de menor caudal (0.3 m<sup>3</sup>/seg) tardaría 14 minutos con 33 segundos, y con un ventilador de mayor caudal (30 m<sup>3</sup>/seg) la estructura neumática estaría hinchada en poco menos de 10 segundos. Con este tipo de ventiladores se pueden obtener presiones de hasta 100 mm de columna de agua (100 kg/m<sup>2</sup>), presión por encima de la necesaria para mante-

ner una estructura neumática estable y con capacidades de resistir cargas externas.

## Ventilador centrífugo

El ventilador centrífugo consiste en un rotor encerrado en una envolvente de forma espiral; el aire, que entra a través del ojo del rotor paralelo a la flecha del ventilador, es succionado por el rotor y arrojado contra la envolvente se descarga por la salida en ángulo recto a la flecha.

Este tipo de ventiladores suelen ser mas ruidosos, aparatosos por sus dimensiones y con flujos de aire mas poderosos, por lo que no resultan ser ventiladores adecuados para las estructuras neumáticas, aunque si se requiere obtener grandes presiones al interior para fines como puede ser la utilización de la neumática como cimbra, este tipo de ventilador sería el adecuado , ya que se puede llegar a producir presiones de hasta 1,000 mm de columna de agua (1,000 kg/m<sup>2</sup>).

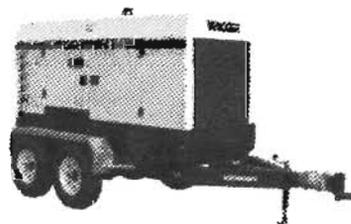
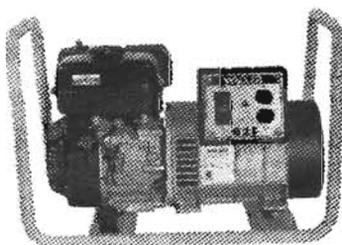
## Generadores Eléctricos

Una estructura neumática requiere de un continuo suministro de aire para mantener tensa la membrana y en condiciones óptimas a la estructura, sin embargo, este suministro de aire no necesariamente tiene que ser ininterrumpido, una de las razones que convierte a este tipo de estructuras como una de las mas seguras es el lento proceso que las lleva al colapso por la interrupción en el suministro de aire y la consecuente perdida de presión.

Ahora bien, para mantener siempre en condiciones optimas a la estructura neumática es necesario el continuo suministro de aire que es proporcionado por ventiladores que funcionan con corriente eléctrica, por lo cual es necesario contar con uno o varios generadores eléctricos para situaciones en que la comisión federal de electricidad interrumpa el servicio o no se cuente con el servicio.

Actualmente existen gran variedad de generadores eléctricos que van desde los que pesan tan solo 47 kg y que trabajan con gasolina, hasta los de gran capacidad que llegan a pesar cerca de los 4,000 kg y que cuentan con un motor diesel. La elección del generador dependerá, por supuesto, del tamaño de la neumática y los requerimientos del uso al que será destinada.

Como hemos visto, no es necesario grandes equipos de inyección de aire para erigir una estructura neumática por lo cual no se requieren de generadores eléctricos de gran capacidad, a menos que lo requieran otros equipos que vayan a ser utilizados por el tipo de uso al que se destine la estructura, tales como: pantallas, equipos de computo, iluminación, etc.



Diferentes generadores eléctricos. El primero, el mas pequeño, transportable por una persona, el segundo, puede ser remolcado por una camioneta, o el tercero de gran formato.



# Usos y aplicaciones de las estructuras neumáticas

## Las estructuras neumáticas como estructuras superligeras

### "Somos sin duda, hijos de la fantasía"

Jose Ortega y Gasset<sup>1</sup>

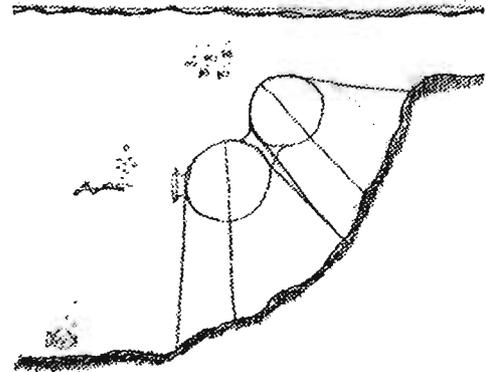
El imaginar es algo innato en los seres humanos, y se da con los elementos que entendemos o poseemos de la realidad y que decidimos transformar.

Cuantas veces el desarrollo científico, y en general del hombre, a partido de fantasías, de deseos por alcanzar lo que no se posee pero se cree posible. La relación que hemos establecido entre posibilidad y realidad nos ha llevado al punto de desarrollo tecnológico en el que estamos hoy, por ello, privilegiar la fantasía y el desarrollo de utopías que no alcanzamos, nos son útiles para caminar hacia el futuro, son pauta de la innovación tecnológica.

### Burbujas en el fondo del mar

Con los principios antes descritos y conociendo las características de las estructuras neumáticas, podemos imaginar innovaciones tecnológicas, situarnos, por ejemplo, en el fondo de mar y observar los cientos de burbujas de aire que se forman cuando exhalamos.

Pensar en poder contener estas burbujas por medio de membranas tensadas neumáticamente y evitar su ascenso a la superficie anclándolas al lecho marino por medio de cuerdas o cables, es pensar en poder generar un paisaje similar al de una fotografía de burbujas submarinas. Es también pensar en la posibilidad de que un buzo, después de un trayecto agotador, pueda introducirse a cualquiera de estas burbujas de gran tamaño, quitarse su equipo y disfrutar o hacer observaciones desde el fondo del mar.



### La Arquitectura submarina y algunas de sus implicaciones

Pasemos de la posibilidad a los aspectos reales que se ven involucrados en esta propuesta.

En el caso de las estructuras neumáticas sumergidas bajo el agua, la diferencia de presión del interior de la neumática tiene que estar por encima de la presión que ejerce el agua sobre esta burbuja de aire, por lo tanto el aire contenido estará a una elevada presión que aumentará mientras mayor sea la profundidad a la que se encuentre. Esto queda establecido por la ley de Boyle, por lo cual observamos como un litro de aire situado al nivel del mar, al ser sumergido a

<sup>1</sup> José Ortega y Gasset "El mito del hombre allende la técnica" tomado del libro "Filosofía de la tecnología" Pág. 139, Organización de Estados Iberoamericanos (OEI), 1998



11 metros de profundidad, donde la presión es de dos atmósferas, se ve reducido su volumen a  $\frac{1}{2}$  litro.

Una columna de agua marina de 11 metros ejerce la misma presión que toda la atmósfera sobre la tierra. A si pues una persona situada a 11 metros bajo la superficie del agua estará expuesta a dos atmósferas de presión: 1 atmósfera debida a la presión del aire sobre el agua y 1 atmósfera causada por el peso del agua. A 22 metros de profundidad, la presión será de 3 atmósferas, y así en adelante.

Presión atmosférica en relación a la profundidad en el mar<sup>2</sup>.

Profundidad (en metros)	A nivel del mar	10	20	30	40	50	60	90	120	150
Presión (atmósferas)	1	2	3	4	5	6	7	10	13	16

Estas son implicaciones sobre los gases contenidos en la neumática, pero existen también implicaciones en el buzo cuando este pasa varias horas respirando aire comprimido, a los 37 metros de profundidad aparecen los primeros síntomas de narcosis leve, de 50 a 65 metros comienza a sentir somnolencia. Entre 65 y 75 metros su fuerza disminuye considerablemente y muchas veces se encuentra en la imposibilidad de llevar a cabo el trabajo que de él se pide. Por debajo de 76 metros de profundidad (presión de 8.5 atmósferas), el buzo suele volverse prácticamente inútil como resultado de la narcosis por nitrógeno si es que permanece demasiado tiempo a estas profundidades<sup>3</sup>.

Otro de los problemas que enfrenta el buzo es el ascenso a la superficie, ya que los gases contenidos en el cuerpo se irán dilatando conforme se reduce la presión, por tanto, la persona que asciende debe exhalar aire continuamente de manera consciente.

Estos son los datos primordiales que establecen los límites y precauciones que hay que tener cuando se esta en grandes profundidades. Ejemplo notorio del estudio de estos aspectos es el caso de los submarinos, en el que los tripulantes suelen pasar semanas enteras sumergidos en ellos.

Otra de las consideraciones que hay que tener sobre las estructuras neumáticas sumergidas es su fuerza de ascenso hacia la superficie, ya que, tal y como queda establecido por el principio de Arquímedes, estas burbujas de aire por su diferencia en densidad con respecto al agua de mar que las rodea y la diferencia de profundidad entre la base y la cúspide de la burbuja, existirá una fuerza resultante ascendente o de empuje sobre la base de la estructura. Por ello estas estructuras tendrían que estar sujetadas al lecho marino por medio de cuerdas o cables que eviten su ascenso y que estarán sometidos a esfuerzos de tracción.

Esta fuerza de ascenso de las estructuras neumáticas no esta limitada al fondo del mar, la diferencia de densidad de fluidos puede establecerse en cualquier medio, de aquí que surja la idea de establecer estructuras flotantes fuera del agua, estableciendo una diferencia de la densi-

<sup>2</sup> Dr. Arthur C. Guyton. "Tratado de Fisiología Medica", Capitulo 44, Pág. 491. Fisiología del buceo profundo y otras operaciones a presiones altas. Ed. McGraw-Hill, España 1991.

<sup>3</sup> Idem



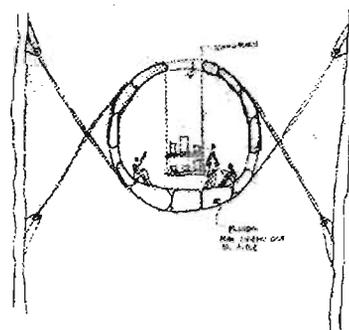
dad del aire con respecto a la densidad del fluido contenido por una estructura neumática, siendo esta, por supuesto, menor.

## Definición de arquitectura aérea y las posibilidades de llevarse a cabo

La arquitectura aérea la podemos definir como aquella que consiste en elevar espacios habitables por encima de la superficie, utilizando para ello estructuras neumáticas con contenedores (también neumáticos) de gases mucho más livianos que el aire circundante.

Estas estructuras se catalogarían como súper ligeras, ya que contrariamente a las estructuras usadas convencionalmente en la arquitectura no se verían afectadas por la gravedad, tal y como sucede con las burbujas bajo el agua.

Pensando en las implicaciones que esta arquitectura conlleva, tal vez estemos muy lejos de llevar a cabo un hábitat aéreo en un futuro próximo, ya que las relaciones de densidad de los utensilios que usualmente utilizamos en un espacio y nuestra propia densidad de masa, con respecto a la densidad del aire, nos llevaría a unas estructuras con unos grandes contenedores de gases livianos (helio o hidrógeno) volviendo a esta arquitectura un tanto impracticable.



Lo que sí puede ser posible hoy en día es el desarrollo de cubiertas superligeras en base a estructuras neumáticas, logrando cubrir grandes claros usando como material de obra aire, posiblemente mezclado con gases más livianos.

## Una llamada Bioarquitectura

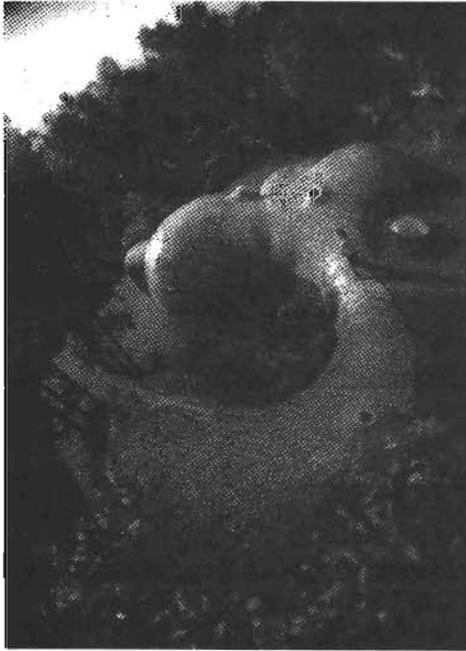
### Arquitectura orgánica construida con cimbra neumática

El objetivo del arquitecto Javier Senosiain en su llamada "arquitectura orgánica" o "bioarquitectura" es crear espacios adaptados al hombre, (de acuerdo a sus necesidades ambientales, físicas y psicológicas) partiendo de las reminiscencias que poseemos de nuestra antigua relación con la naturaleza y de la experiencia adquirida a lo largo de la historia de la arquitectura. La manera en que pretende lograr este objetivo es por medio de "espacios adaptados al cuerpo humano, semejantes al claustro materno, a los refugios de los animales, al de los trogloditas que esculpieron bajo la tierra, al iglú... No un regreso, sí una reconciliación meditada" <sup>4</sup>.

Para ello busca la tecnología adecuada para "crear espacios continuos, amplios, integrales, liberadores de formas y luces cambiantes que siguieran el ritmo natural de los movimientos del hombre (...) envolventes que en el exterior generan volúmenes cambiantes, "dunas" verdes que invitan al descanso y la meditación, mientras a los niños les nace la tentación de deslizarse por los taludes en convivencia lúdica con el espacio" <sup>5</sup>.

<sup>4</sup> Senosiain Aguilar, Javier, "Bioarquitectura : en busca de un espacio" Editorial Limusa México 1996.

<sup>5</sup> ídem



### Casa Embrión

El volumen de la casa cuya forma asemeja a la de un embrión, gira alrededor de un espacio abierto, en un terreno con un desnivel aproximado de tres metros respecto al de la calle. La vivienda consta de un solo nivel.

La casa embrión es un espacio orgánico cuyo proceso constructivo consistió en rociar poliuretano sobre una estructura neumática cuyo perímetro fue firmemente anclado al terreno para proceder a su inflado por medio de un ventilador.

El poliuretano es una resina plástica líquida que al mezclarse y hacer contacto con la superficie de la neumática se transforman, por medio de una reacción química, en un sólido cuyo volumen es treinta veces superior al del líquido. Una vez hecho esto se desinfla la neumática, la cual puede volver a ser utilizada como cimbra temporal. Posteriormente, se aplicó por el exterior un recubrimiento policromado de azulejo.

En el interior se retomaron conceptos, sistemas constructivos y materiales traídos a México durante la Colonia, como lo es el uso de pavimentos de loseta de barro color naranja, combinada con azulejo hecho a mano. El recubrimiento de muros y techo se hizo a base de estuco aparente, mientras que los baños se recubrieron con la misma pedacería de azulejo, formando grecas caprichosas en diferentes tonos.

En palabras del arquitecto Javier Senosiain "la combinación del esparado sobre estructuras neumáticas es como contar con una máquina mágica para construir viviendas en las que los límites no estén marcados más que por la imaginación plástica del hombre. Viviendas que pueden ser construidas como volúmenes continuos, sin juntas o quicios entre muros, suelo y techo, incluso con los elementos básicos del mobiliario -camas, mesas y armarios- como partes del sistema. El arquitecto contemporáneo puede situarse de esta forma en el envidiable e inevitable papel de un ágil alfarero de moradas" <sup>6</sup>.



### Conjunto Satélite

En un predio de 30 x 30 metros ubicado en Ciudad Satélite, se desarrolló un pequeño conjunto de cuatro casas. El terreno, con un desnivel aproximado de 1.5 metros respecto de la calle, fue aprovechado para semienterrar las viviendas.

Cada casa es independiente de las otras, tanto en servicios como en accesos, sin embargo, las áreas verdes se integran visual y espacialmente, delimitando los jardines de cada vivienda por medio de arbustos y taludes.

<sup>6</sup> Senosiain Aguilar, Javier, "Bioarquitectura : en busca de un espacio" Editorial Limusa México 1996.

Las moradas parten de la idea de un patio central, el sistema básico de la construcción es una estructura neumática que sirve de cimbra, sobre la cual se roció poliuretano, posteriormente se desinfló la neumática y se procedió a aplanar el interior y exterior con fibrocemento de 5 milímetros de espesor, resultado una especie de sándwich estructural, el cual posteriormente se recubrió de tierra y pasto.

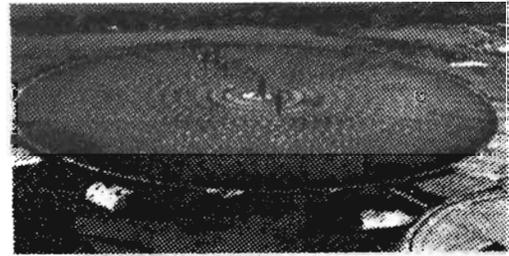
## Uso de las estructuras neumáticas como cimbra para la construcción de domos de concreto armado

### Usos actuales de las estructuras neumáticas como cimbras

A diferencia de las estructuras neumáticas en que la membrana hinchada esta sometida exclusivamente a esfuerzos de tracción, la cúpula construida en concreto tiene solo esfuerzos de compresión que actúan sobre la misma, junto con algunos pequeñísimos esfuerzos de flexión en la periferia.

### Sistema Binishells

Durante los sesenta el doctor Dante Bini, arquitecto Italiano, desarrollo un sistema de erección de cúpulas de concreto empleando una cimbra neumática. Su técnica constructiva, que ha sido patentada, emplea una membrana de neopreno, flexible e impermeable al aire, anclada en una cimentación periférica. Sobre la lámina de neopreno, antes de ser inflada, se coloca un refuerzo que consiste en espirales en forma de resorte, de acero, de esta manera estos podrán adaptarse a la forma arqueada que tomará la estructura al ser inflada. Posteriormente se distribuirá el concreto en toda la superficie, este será envuelto con una lamina plástica de PVC mucho mas delgada, la cual al tiempo que ayuda a contener el concreto durante la erección, procurará a la cúpula una capa que la proteja del agua.



Refuerzo de acero sobre membrana de neopreno.

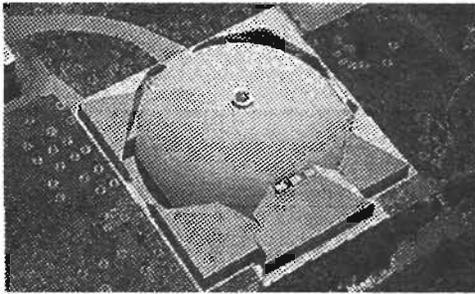


Vaciado del concreto sobre la superficie.

La masa es levantada en su totalidad a la posición final hinchando la membrana inferior, la cual por ser de neopreno posee una alta elasticidad y se ira adaptando a las solicitudes de presión que oscilarán entre los 200 y 600 mm de presión de agua. La malla de acero al tiempo que refuerza el hormigón, también impedirá a la mezcla escurrirse por los costados. El concreto es vibrado inmediatamente después del hinchamiento para proveer una superficie uniforme y adecuadamente confinada, la presión interior es mantenida durante 36 horas, tiempo en el cual el concreto fragua. Pasadas las 36 horas las membranas se retiran, siendo la extracción de la membrana de neopreno la mas sencilla ya que esta al serle retirada



Hinchamiento del sistema.



Randwick Girls' High School Australia.

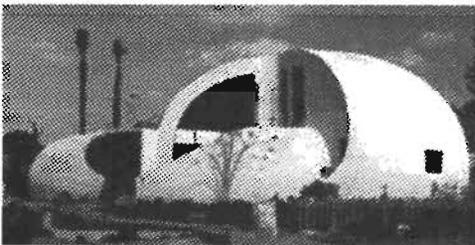
la presión vuelve a su forma original.

Las aberturas que se utilizarán como accesos o ventanas se cortan con una sierra circular de la masa de concreto.

En un domo de 36 metros de diámetro el vaciado de concreto puede llevar alrededor de 3 horas, dependiendo por supuesto de la cantidad de personas trabajando en ello, y el hinchamiento o inflación de la estructura puede llevar tan solo 1 hora.

La viabilidad de esta forma de construcción a quedado demostrada en diversos ejemplos que existen, en mayor medida, en Italia y Australia, para diversos fines como escuelas, oficinas, viviendas, canchas de basketball, etc.

Estos edificios adquieren una alta resistencia y no necesitan andamiajes ni grúas para su erección, otra de las ventajas y consecuencias de este sistema es que está por debajo del costo de una estructura convencional, alrededor de un 50% menos, según datos proporcionados por Thomas Herzog <sup>7</sup>.



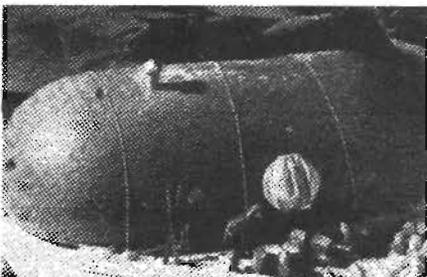
Conjuntos Habitacionales construidos con la técnica de Domecrete

### Sistema Domecrete

El sistema Domecrete fue desarrollado conceptualmente en 1969 por el Arquitecto Israelí Haim Heifetz, y patentado en los años ochenta. En este sistema no se vierte el concreto a nivel del suelo, en ves de ello se reparte sobre la estructura neumática ya hinchada y sometida a una presión que puede llegar hasta los 1000 mm de presión de agua. Aquí el revestimiento de concreto de alta resistencia se esparce por pulverización en capas de 15 mm

hasta lograr un espesor de 3 a 6 cm. El molde neumático puede extraerse dentro de los 90 minutos posteriores a la aplicación del concreto.

En menos de un día se puede completar una casa habitable. Según datos proporcionados por Thomas Herzog <sup>8</sup> el costo de la producción estará entre un 30% y un 56% por debajo del costo de los edificios construidos convencionalmente.



Modelo Según Sistema Frankenstein

### Sistema Frankenstein

La Firma Inglesa Frankenstein utiliza la estructura neumática como molde en el cual rocía espuma rígida de poliuretano en ambos lados, formando una cáscara de dicho material. Esta estructura es utilizada en zonas remotas como el desierto o regiones polares. El edificio puede construirse en escasas 3 o 4 horas.

<sup>7</sup> Thomas Herzog , "Construcciones Neumáticas, manual de Arquitectura Hinchable", Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1977. Pág 184.

<sup>8</sup> Ídem

Puesto que la estructura se transporta en forma de líquidos espesos de escaso tamaño da gran versatilidad y maniobrabilidad a este tipo de construcción.

### El Iglú Bayer

Bayer, una compañía Alemana, desarrolló un sistema de construcción de cáscaras de emergencia para usar en zonas de desastre. Estas se construyen mediante la pulverización de espuma de poliuretano sobre un globo hecho de película de PVC reforzado con tejido. Mientras el molde neumático gira sobre una plataforma rotativa, los pulverizadores se mueven hacia arriba y hacia abajo sobre un trípode emplazado por sobre el molde. La mezcla espumosa reacciona inmediatamente y se expande alrededor de 30 veces mas que su volumen inicial y endurece en unos pocos segundos.



Alberges Bayer que procuraron cobijo a pobladores de Turquía después de un sismo.

Se aplican varias capas de espuma pulverizada una encima de la otra hasta alcanzar el espesor total de 10 cm.

### Sistema mixto, Dome Technology

La compañía Estadounidense, Dome Technology, construyó hace tres años un par de domos para almacenar granos en Manzanillo, Colima, estos domos tienen un diámetro de 53 metros y la misma altura.

En el procedimiento se construyó un anillo de cimentación sobre el cual se levantó una estructura neumática, misma que fue rociada de espuma de poliuretano en toda su superficie interna. El objeto del poliuretano fue endurecer la membrana, una vez endurecida se fijó una malla de acero de 3/8" al interior, traslapada en amarre y soldada en diversos niveles del domo hasta la parte mas alta. En los primeros 12 m de altura existe una capa doble de acero el cual reaparece hasta el casquete ya que desde ahí se instalara la maquinaria que depositará los granos. Posteriormente se laza el concreto comenzando por la base de la estructura, la fuerza con la que se lanza el concreto permite su compactación y adherencia a la estructura de acero. En la base el grosor del muro es de 30 cm y va descendiendo paulatinamente hasta los 12 cm.

Todo este trabajo se realiza desde el interior de la estructura, ello permite que la obra no se detenga en condiciones climatológicas adversas. Cada domo tomó 40 días de construcción y poco tiempo después empezó sus operaciones sin ningún problema.



# Capacidades formales de las estructuras neumáticas

La arquitectura, indiscutiblemente, esta ligada a la forma y para lograr esta los arquitectos utilizamos infinidad de recurso, los cuales pueden ser tanto filosóficos (ideologías provenientes del momento histórico en que vivimos) como técnicos. Aunque la finalidad de este documento no es analizar los motivos que nos llevan como arquitectos a una forma dada, lo que se pretende destacar es que siempre se recurrirá a una geometría en particular, de ahí el interés de ahondar en los orígenes y situación actual de tan antigua ciencia que tanto nos a dado y seguirá aportando.

## Orígenes

Por su nombre: geometría en griego alude a "medir la tierra" <sup>1</sup>.

Los conocimientos geométricos tuvieron un origen práctico, por lo menos así lo atestigua Herodoto <sup>2</sup> (484-425 a.C.) en un conocido pasaje de su historia: "El rey de Egipto dividió el suelo del país entre sus habitantes, asignando lotes cuadrados de igual extensión a cada uno de ellos y obteniendo sus principales recursos de las rentas que cada poseedor pagaba anualmente. Si el río arrasaba una parte del lote de un habitante, éste se presentaba al rey y le exponía lo ocurrido a lo cual el rey enviaba personas a examinar y medir la extensión exacta de la pérdida y mas adelante la renta exigida era proporcional al tamaño reducido del lote. Es en virtud de esta práctica, que pienso, comenzó a conocerse la geometría en Egipto, de donde pasó a Grecia"<sup>3</sup>.

No solo el hombre midió la tierra, otras mediciones exigió la construcción de sus viviendas y tumbas, de sus graneros y canales. Por lo demás nuevas nociones geométricas surgieron de las formas y figuras con que el hombre decoró y ornamentó sus viviendas y sus objetos, así como de la observación de formas que atrajeron su atención por su sencillez o su simetría: la línea, el círculo, los polígonos, y poliedros regulares. El ladrillo, probablemente aportó, la noción de ángulo recto, mientras que nuevas formas geométricas nacían de los movimientos: ya de las danzas humanas, ya del andar de los astros en la bóveda celeste.

Este tipo de geometría empírica, que floreció en el Antiguo Egipto, Sumeria y Babilonia, fue refinado y sistematizado por los griegos. En el siglo VI a.C. el matemático Pitágoras colocó la piedra angular de la geometría científica al demostrar que las diversas leyes arbitrarias e inconexas de la geometría empírica se pueden deducir como conclusiones lógicas de un número limitado de axiomas, o postulados.

En el mundo Griego de oriente surgieron nuevos focos de irradiación de la cultura griega una vez perdida la importancia política y supremacía cultural de Atenas. Dentro de estos nuevos focos sobresale Alejandría fundada en el 332 a.C. y pronto convertida en el gran emporio del

<sup>1</sup> J. Rey pastor y José Babini, "Historia de la matemática", Volumen I, Pág. 18. Editorial Gedisa, Barcelona, España, 1997.

<sup>2</sup> Historiador griego, considerado el padre de la historia, dedicó gran parte de su vida a completar su obra, conocida como "Historia".

<sup>3</sup> Ídem, Pág. 19

comercio mediterráneo y centro científico más importante del mundo Griego.

Con el ambiente científico de Alejandría se vinculan, directa o indirectamente, las tres figuras máximas de la matemática griega, los tres grandes: Euclides, Arquímedes, y Apolonio, cuyo brillo justifica por sí solo que se considere la época alejandrina como "edad de oro de la matemática griega" <sup>4</sup>.

## Euclides

Se ubica el florecimiento de Euclides en el año 300 a.C. autor de numerosas obras científicas, entre ellas sus célebres "Elementos de geometría" cuya importancia científica se mantuvo indiscutida hasta el advenimiento de las geometrías no Euclidianas en la primera mitad del s. XVIII.

De lo trascendente de Euclides destaca su método hoy llamado axiomático que resultó el método científico por excelencia. Método preconizado por Aristóteles como único a seguirse en toda ciencia deductiva y que fue adoptado por otros científicos griegos y luego por científicos modernos para convertirse hoy en el método general empleado en la matemática y en otras ciencias. Consiste en la denuncia previa de las propiedades que han de admitirse sin demostración para deducir de ellas, sin otro recurso que la lógica, todo el conjunto de proposiciones del sistema. Estas propiedades básicas son las que se llaman "axiomas" y que Euclides designó con los nombres de "postulados" y de "nociones comunes".

Queda en Euclides el mérito de haber aplicado por primera vez un método que resultó fecundo para la matemática y la ciencia en general, y de haber estructurado sistemáticamente mediante ese método, en forma orgánica y ordenada, una gran cantidad de conocimientos matemáticos, en especial de geometría plana. Euclides también acentúa una nota característica y permanente de la matemática: su carácter abstracto y su finalidad fincada exclusivamente en el conocimiento.

Los recursos deductivos y los métodos de demostración es otro de los méritos de los "Elementos". En matemática conocer es demostrar.

Los "elementos" de Euclides forman un conjunto de 13 libros dedicados a los fundamentos y al desarrollo, lógico y sistemático, de la geometría. Las definiciones incluidas dentro de sus "elementos" suman ciento dieciocho, con ellas se intenta dar nombre a los elementos con los cuales se va a construir la geometría. Citaremos algunos como ejemplo <sup>5</sup>.

- o Punto: es lo que no tiene partes
- o Línea: es una longitud sin anchura
- o Recta: es aquella línea que yace igualmente respecto de todos sus puntos
- o Superficie: es lo que tiene únicamente longitud y anchura
- o Plano: es la superficie igualmente situada respecto de sus rectas
- o Rectas paralelas: son aquellas que, estando en un mismo plano, no se encuentran al prolongarlas indefinidamente en ambas direcciones.

Siguen después cinco postulados, los cuatro primeros traducen propiedades más o menos evidentes para nuestra intuición geométrica. El mérito consiste en haber sabido seleccionar, de

<sup>4</sup> idem, Pág. 70

<sup>5</sup> Santaló Luis "Geometrías no euclidianas", Pág. 8, Editorial EUDEBA, Argentina 1961.



entre el sin número de tales propiedades, una cantidad reducidísima de ellas que fuera suficiente para construir la geometría. El postulado V, en cambio, llama la atención por su mayor complejidad y por carecer de la evidencia intuitiva de que gozan los demás °.

El postulado V es el siguiente: Si una recta, al cortar a otras dos, forma de un mismo lado ángulos internos menores que dos rectos, esas dos rectas prolongadas indefinidamente se cortan del lado en que están los ángulos menores que dos rectos (ver figura 13).

Menciono el postulado V de Euclides ya que es del que partieron destacados matemáticos de la primera mitad del siglo XIX (poco más de 2,100 años después de Euclides) para desarrollar lo que se llamó geometrías no euclidianas, que explicaré más adelante.

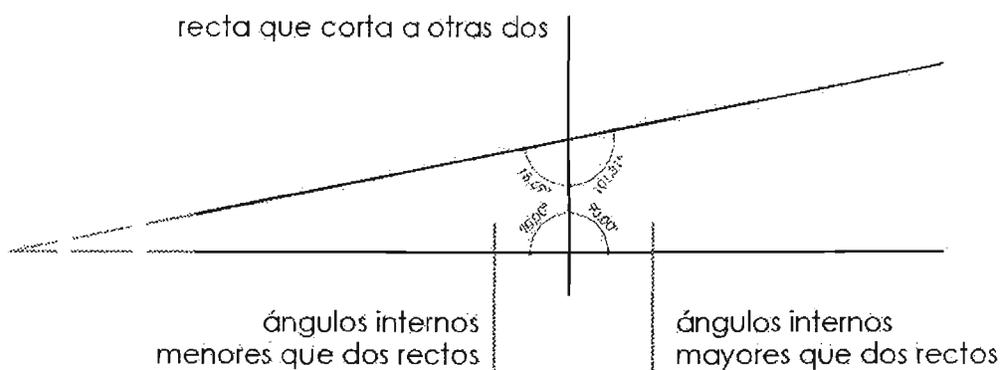


Figura 13: Postulado V de Euclides

## Arquímedes

Arquímedes de Siracusa es el arquetipo del matemático original, escribe sobre los más variados campos de la matemática antigua: aritmética, geometría, astronomía, estática, e hidrostática (creador indiscutible de esta rama de la ciencia).

Arquímedes hizo un considerable número de aportaciones a la geometría. Inventó formas de medir el área de ciertas figuras curvas así como la superficie y el volumen de sólidos limitados por superficies curvas, como paraboloides y cilindros. También elaboró un método para calcular una aproximación del valor de pi ( $\pi$ ), la proporción entre el diámetro y la circunferencia de un círculo y estableció que este número estaba entre  $3\frac{3}{70}$  y  $3\frac{3}{71}$ . Se ocupó además de diversas cuestiones de aritmética y de geometría plana y sólida.

Los escritos de Arquímedes tuvieron una extraordinaria influencia sobre los hombres del Renacimiento y la edad moderna. Convirtiéndose en una de las grandes figuras de la historia de la ciencia.

## Apolonio

De Apolonio de Perga se sabe que estudió en Alejandría, donde probablemente también enseñó y que residió en Éfeso y en Pérgamo, ciudad esta última que constituyó otro de los centros

° para consultar los cinco postulados de Euclides se puede recurrir al libro de Santaló Luis "Geometrías no euclidianas", Editorial EUDEBA, Argentina 1961.



culturales del mundo griego. Debe considerarse posterior a Arquímedes ubicándose su florecimiento a fines del siglo II a.C.

Así como el nombre de Euclides esta indisolublemente ligado a sus "Elementos", el nombre de Apolonio lo esta con el de "Cónicas", su escrito mas famoso, compuesto por ocho libros.

Los primeros cuatro abarcan la teoría general de las cónicas y sus propiedades más importantes, estudia los tres tipos de secciones que se obtienen cortando el cono por un plano que no pase por el vértice e introduce los actuales nombres: parábola, elipse e hipérbola <sup>7</sup>, los libros siguientes se refieren a propiedades especiales de las cónicas <sup>8</sup>.

### Descartes, geometría analítica

La geometría avanzó muy poco desde el final de la era griega hasta la edad media. El siguiente paso importante en esta ciencia lo dio el filósofo y matemático francés René Descartes, cuyo tratado El Discurso del Método, publicado en 1637, hizo época. Este trabajo fraguó una conexión entre la geometría y el álgebra al demostrar cómo aplicar los métodos de una disciplina en la otra. Éste es un fundamento de la geometría analítica, en la que las figuras se representan mediante expresiones algebraicas, sujeto subyacente en la mayor parte de la geometría moderna.

### Geometría no euclidiana

Gauss fue uno de los descubridores de las geometrías no euclidianas, nombre que le pertenece, aunque como toda idea que llega a la madurez en un determinado momento de la historia, dichas geometrías no pueden atribuirse totalmente a una sola persona. Fueron gestadas por la obra de matemáticos anteriores que intentaron ver claro el significado del famoso postulado V de Euclides.

Destacan, dentro del periodo de madurez de esta geometría, el alemán Karl Friedrich Gauss (1777-1855), el ruso Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1793-1856) y el húngaro Johann Bolyai (1802-1860). En realidad, los únicos que publicaron durante su vida los resultados obtenidos fueron los dos últimos, pues Gauss, ya coronado de fama por otras investigaciones, temió siempre que las relativas a la teoría de las paralelas fueran consideradas por sus contemporáneos como divagaciones insensatas.

Por eso, a pesar de que reconoció el mérito de tales trabajos y los alentó por medio de cartas privadas dando además noticias acerca de sus propias investigaciones, no quiso publicar nada durante su vida.

Los primeros trabajos de Lobachevsky datan de 1826 siguiendo después varias publicaciones entre 1830 y 1840, fecha esta última en que aparecen sus famosas Investigaciones geométricas sobre la teoría de las paralelas.

<sup>7</sup> J. Rey pastor y José Babini, "Historia de la matemática", Volumen I, Pág. 118, Editorial Gedisa, Barcelona, España, 1997.

<sup>8</sup> para obtener una mayor descripción de los libros que componen las "cónicas" de Apolonio se puede consultar a J. Rey pastor y José Babini, "Historia de la matemática", Volumen I, Pág. 118 y 119, Editorial Gedisa, Barcelona, España, 1997.

Los trabajos de Bolyai empiezan alrededor de 1823, según cartas a su padre Wolfgang y a otros amigos, pero su publicación se retrasa hasta 1832.

Tanto Lobachevsky como Bolyai ponen en estos trabajos las bases de la geometría y de la trigonometría no euclidianas. Bolyai se dedica especialmente a distinguir las proposiciones geométricas que necesitan el postulado de Euclides, de aquellas que son independientes del mismo, a estas últimas las llama propiedades absolutas o absolutamente verdaderas. Lobachevsky construye más decididamente la geometría no euclidiana, al negar de entrada el postulado V y suponer, en cambio, que por un punto exterior a una recta pasa más de una paralela.

### La geometría no euclidiana elíptica.

La geometría elíptica es la que resulta de sustituir el postulado de las paralelas por el siguiente:

Por un punto exterior a una recta no pasa ninguna paralela, es decir, todas las rectas que pasan por un punto exterior a otra cortan a esta última.

Además se deduce que en la geometría elíptica las rectas son cerradas (implícitamente se había entendido siempre que las rectas debían ser abiertas e infinitas).

La geometría elíptica es la geometría que se da sobre la superficie esférica. Cuando se consideran como rectas las circunferencias máximas se observa que por un punto exterior a una de estas rectas no pasa ninguna paralela ya que todas las rectas que pasan por un punto exterior la cortan. Se tiene así el primer ejemplo de geometría en que no se cumple el postulado V. (ver figura 14)

Con una nueva interpretación de la geometría elíptica se dedujeron nuevas propiedades como estas: la suma de los ángulos interiores de un triángulo es mayor que dos rectos, el área de un triángulo es proporcional a su exceso esférico, etcétera<sup>9</sup>.

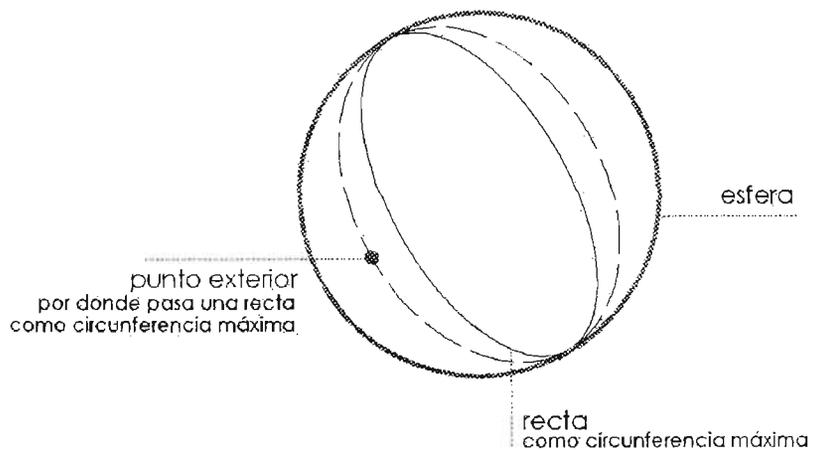


Figura 14

A veces se considera también como geometría no euclidiana a la geometría esférica propiamente dicha. Como la idea de estudiar la geometría sobre una superficie determinada, en el caso actual la esfera, es de B. Riemann (1826-1866), a las geometrías elíptica y esférica se las suele llamar geometrías no euclidianas de Riemann.

<sup>9</sup> Santaló Luis "Geometrías no euclidianas", Editorial EUDEBA, Argentina 1961.



## La geometría no euclidiana hiperbólica.

Es la geometría desarrollada por Gauss, Lobachevsky y Bolyai, a la que Klein (1849-1925) dio el nombre de geometría hiperbólica. En ella las rectas son abiertas e ilimitadas.

La posibilidad de esta geometría deriva de que, sin contradecir los primeros postulados de Euclides, puede haber rectas que no se corten (por lo tanto, paralelas según Euclides) y cuya distancia mutua sea variable, llegando a ser tan pequeña como se quiera.

De esta manera pueden existir paralelas que resulten rectas "asintóticas" las cuales se acercan infinitamente sin llegar a cortarse. En esta geometría, la suma de los ángulos de un triángulo es menor que dos rectos<sup>10</sup>.

## Mas allá de la tercera dimensión

Casi al mismo tiempo, el matemático británico Arthur Cayley (1821- 1895) desarrolló la geometría para espacios con más de tres dimensiones. Imaginemos que una línea es un espacio unidimensional. Si cada uno de los puntos de la línea se sustituye por una línea perpendicular a ella, se crea un plano, o espacio bidimensional. De la misma manera, si cada punto del plano se sustituye por una línea perpendicular a él, se genera un espacio tridimensional. Yendo más lejos, si cada punto del espacio tridimensional se sustituye por una línea perpendicular, tendremos un espacio tetradimensional. Aunque éste es físicamente imposible, e inimaginable, es conceptualmente sólido. El uso de conceptos con más de tres dimensiones tiene un importante número de aplicaciones en las ciencias físicas, en particular en el desarrollo de teorías de la relatividad. Otro concepto dimensional, es el de dimensiones fraccionarias, que apareció en el siglo XIX.

## La geometría fractal

En la década de 1970 el concepto se desarrolló como la geometría fractal. En 1975 Benoit Mandelbrot denominó fractales (del latín Fractus, irregular) al conjunto de formas que, generadas normalmente por un proceso de repetición, se caracterizan por poseer detalle a toda escala, por tener longitud infinita, por no ser diferenciables<sup>11</sup> y por exhibir dimensión fraccional.

El interés de Mandelbrot en los fractales nació de su certeza de que "las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las costas no son círculos, como la corteza de un árbol no es plana, ni un rayo viaja en línea recta ... la naturaleza no solamente exhibe un grado mayor sino también un nivel diferente de complejidad"<sup>12</sup>.

Un ejemplo de fractal es el "copo de nieve" o "curva de Koch"<sup>13</sup>, curva que se obtiene tomando un triángulo equilátero y colocando sucesivos triángulos, cada vez de menor tamaño, en el tercio medio de los lados cada vez más pequeños. En teoría, el resultado es una figura de superficie finita pero con un perímetro de longitud infinita, y con un número infinito de vértices.

<sup>10</sup> Santaló Luis "Geometrías no euclidianas", Editorial EUDEBA, Argentina 1961.

<sup>11</sup> El que una curva sea no diferenciable, significa que no se puede hacer pasar una tangente por un punto determinado de la curva, ya que cada punto resulta ser un punto de quiebre. Talanquer, Vicente. "Fractus, fracta, fractal", Pág. 17. Editorial fondo de cultura económica, México 1996.

<sup>12</sup> Talanquer, Vicente. "Fractus, fracta, fractal", editorial fondo de cultura económica, México 1996.

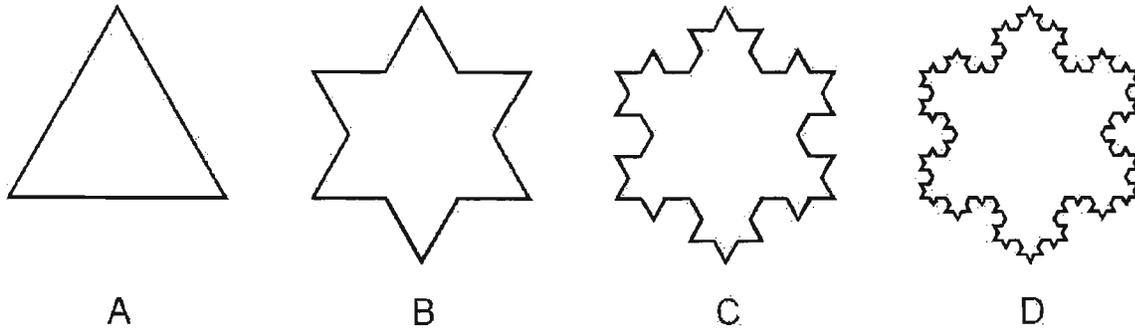


Figura 15: Estas son las primeras cuatro etapas del proceso de iteración que da lugar a la curva de Koch

## Recordando conceptos de geometría analítica plana.

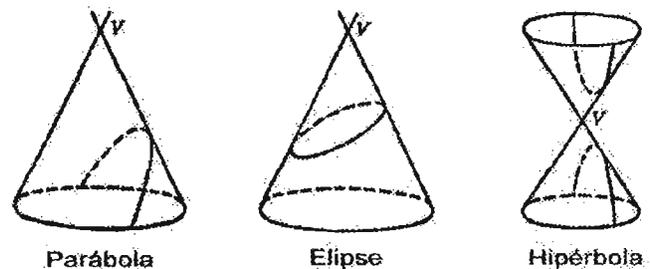
Así como en el capítulo de "conceptos y principios físicos fundamentales en el desarrollo de las neumáticas" de este documento, se analizaron los fundamentos científicos que son utilizados para conocer las formas en que podemos dar estabilidad a una estructura neumática, en este capítulo, se pretende conocer algunas curvas elementales para posteriormente generar superficies a voluntad, utilizando este conocimiento como herramienta.

## Las cónicas

El nombre de secciones cónicas con que se designa a la parábola, elipse e hipérbola tiene su origen en el hecho de que estas curvas se obtuvieron por primera vez como secciones planas de un cono circular recto (ver dibujo).

A continuación presento las curvas cónicas con sus ecuaciones correspondientes, estas nos serán útiles para analizar algunas superficies.

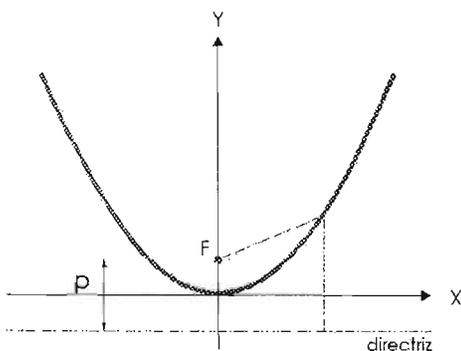
Presentaré también las curvas generadas por las funciones trigonométricas, ya que también a partir de ellas se pueden generar diversas superficies de traslación (figura 17).



Parábola

Elipse

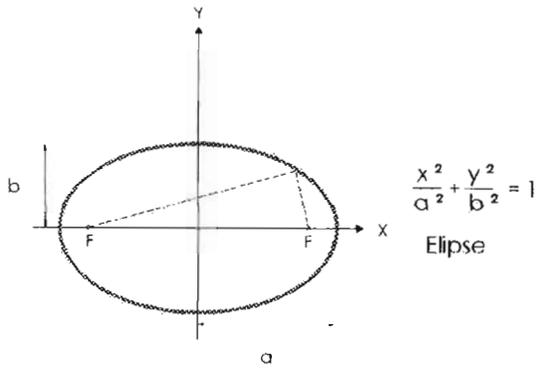
Hipérbola



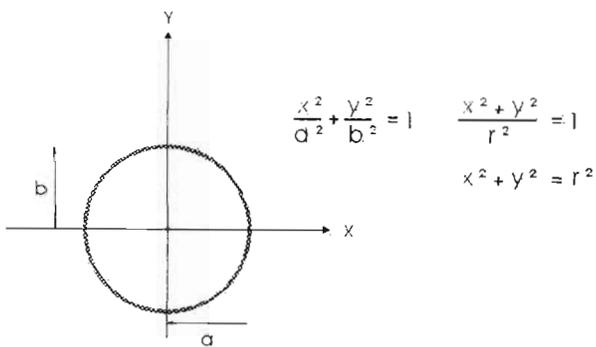
$x^2 = 2py$   
Parábola

Definición: Una parábola es el conjunto de todos los puntos de un plano que son equidistantes de un punto fijo  $F$  (llamado foco) y de una recta fija (denominada directriz).

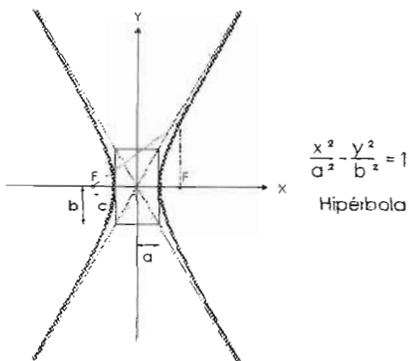
<sup>13</sup> Se llama curva de Koch porque fue desarrollada por la matemática sueca Helge von Koch en 1904. Talanquer, Vicente. "Fractus, fracta, fractal", pág. 13.



Definición: Una elipse es el conjunto de todos los puntos en un plano, tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos en el plano llamados focos, es constante. En el dibujo "a" representa el semieje mayor y "b" el semieje menor.



La circunferencia se puede leer como un caso especial de la elipse en donde los semiejes son iguales y equivalen al radio.



Una hipérbola es el conjunto de todos los puntos en un plano, tales que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos del plano llamados focos, es una constante.

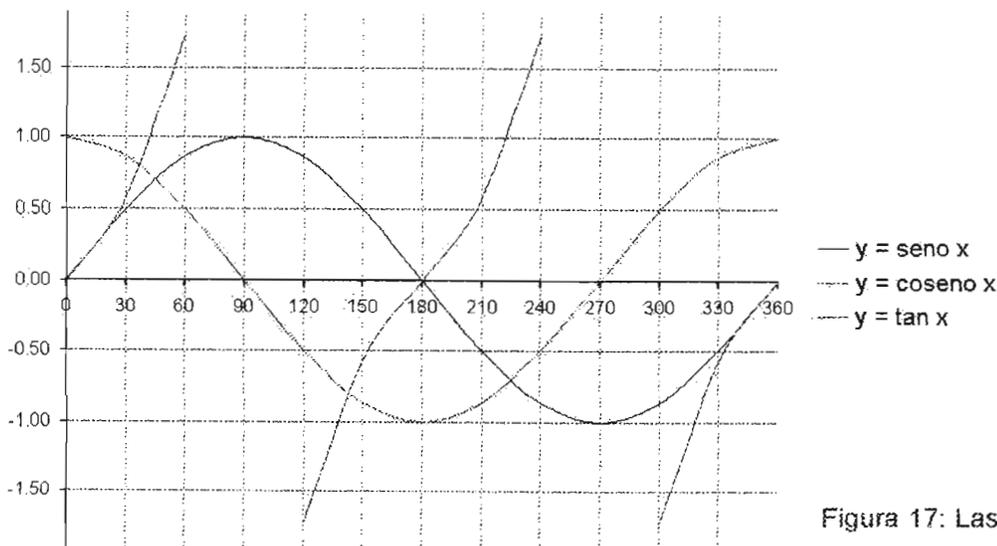


Figura 17: Las funciones trigonométricas



## Como manipular una curva plana dada por una ecuación

Para trasladar una gráfica (representada por una ecuación) a lo largo de alguno de los ejes coordenados, solo hay que sumar las unidades que deseemos que esta se traslade en la variable que represente el eje sobre el cual se hará el traslado (ver figura 18).

Para re-escalar una grafica hay que multiplicarla por un factor determinado(ver figura 18).

Ejemplo:

En este caso se trabajó con  $f(x) = \text{seno } X$ .

Dicha función se trasladó a lo largo del eje "x", "h" unidades, quedando como sigue:

$$f(x) = \text{seno}(x + h)$$

en el ejemplo h es igual a 30.

También  $f(x)$  se re-escaló "F" unidades, quedando como sigue:

$$f(x) = F \text{ seno } X$$

en el ejemplo F es igual a 3.

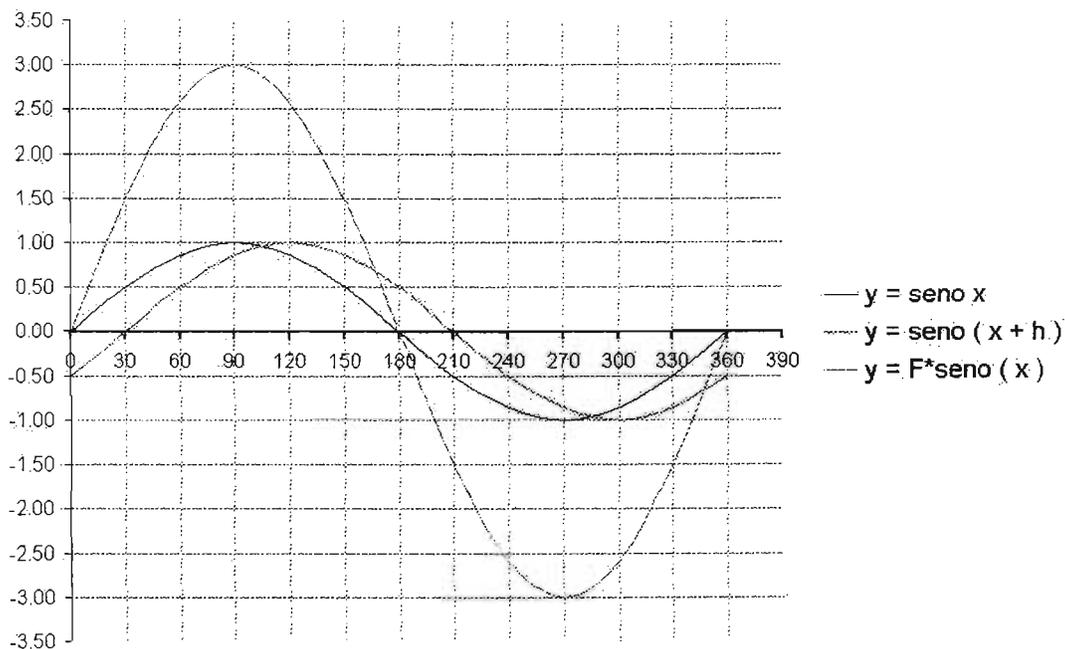


Figura 18: Manipulación de la función seno de x

Lo que multiplica, re-escala; lo que suma, traslada.



## Generación de superficies de traslación

Una superficie puede ser generada por la traslación de una curva sobre otra, si nosotros conocemos las ecuaciones de las curvas generadoras de la superficie podemos conocer la ecuación que describe dicha superficie y manipularla a voluntad.

Para la obtención de la ecuación de un paraboloides elíptico basta conocer las parábolas generadoras.

La ecuación que las definiría sería la siguiente:

$$z = a x^2 + b y^2 \quad \dots \text{ecuación 1}$$

en donde:

$$z = a x^2$$

definiría a la parábola en el plano XZ cuando "y" valga cero y

$$z = b y^2$$

definiría a la parábola en el plano YZ cuando "x" valga cero.

Ejemplo:

Supongamos a la parábola en el plano XZ con las siguientes características:

La mitad del "claro" representado por los valores en "x" será igual a 6 unidades

La "flecha" representada por los valores en "z" será igual a 6 unidades

Por lo tanto  $a = z / x^2$  será igual a 0.1667 unidades

Supongamos a la parábola en el plano YZ con las siguientes características:

La mitad de el "claro" representado por los valores en "y" será igual a 8 unidades

La "flecha" representada por los valores en "z" será igual a 6 unidades

Por lo tanto  $b = z / y^2$  será igual a 10.6667 unidades

Para que los arcos generadores de nuestra superficie queden contenidos en el primer cuadrante de nuestro sistema de ejes coordenados habrá que sumar el valor de la mitad del claro de nuestros arcos tanto en "x" como en "y" (tal y como se ejemplifico en el capítulo "Como manipular una curva plana dada por una ecuación" de este documento)

Llamaremos "h" al incremento sobre el eje "x" y "k" al incremento sobre el eje "y".

De esta manera queda representada la ecuación de la superficie como sigue:

$$z = a (x + h)^2 + b (y + k)^2 \quad \dots \text{ecuación 2}$$

siendo:

$a = 6.000$   
 $b = 10.667$   
 $k = 6$   
 $h = 8$   
 Valor máximo en "x" = 12 u.  
 Valor máximo en "y" = 16 u.

Con estos datos podemos graficar la superficie con ayuda del software MathCad y obtener la imagen generada por la ecuación descrita:

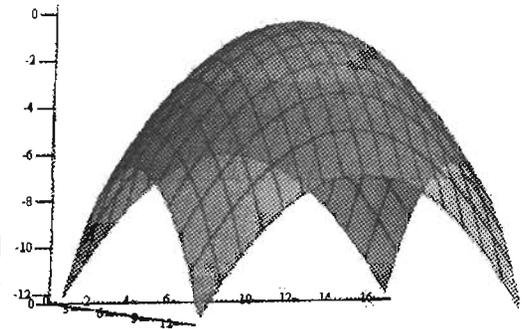


imagen 1: Paraboloide elíptico

Al igualar la ecuación 1 del paraboloide a una constante, por ejemplo 1, observamos que la ecuación que se obtiene es la ecuación de la elipse.

$$1 = a x^2 + b y^2$$

en donde "a" representaría al valor de  $1/a^2$  de la ecuación de la elipse y "b" representaría al valor de  $1/b^2$  de la ecuación de la elipse.

Esto se puede observar en el software MathCad si le pedimos que nos muestre los cortes horizontales (o curvas de nivel) de dicha superficie.

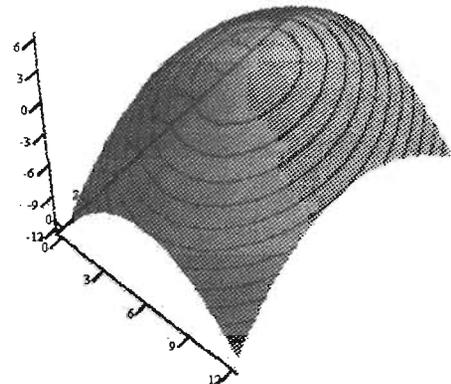


imagen 2: Elipses como curvas de nivel en el paraboloide elíptico

Las curvas horizontales que se generan son elipses.

En el caso de las estructuras neumáticas solo nos interesaría la parte superior de este paraboloide, ya que nuestra superficie debe estar completamente delimitada para no tener fugas de aire, quedaría representada dicha superficie de la siguiente manera:

Aquí la flecha máxima lograda es de 6 unidades al centro.

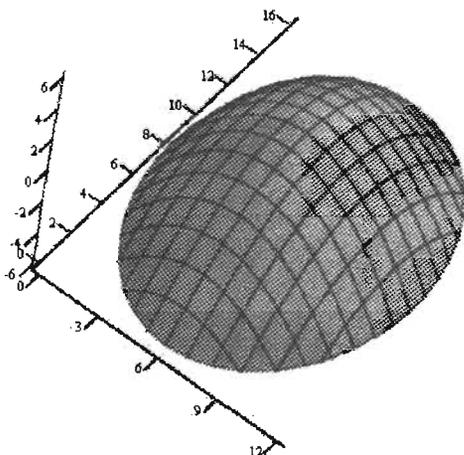


imagen 3: Curvas generadoras

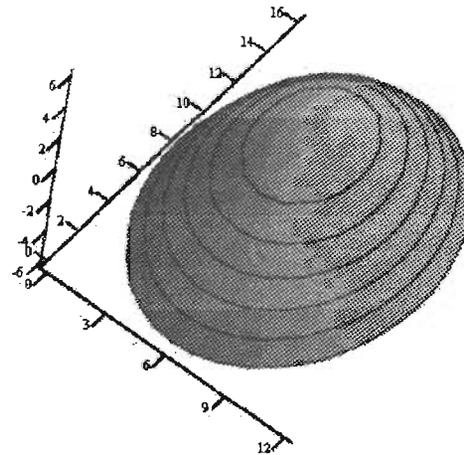


imagen 4: Curvas de nivel



Si a la ecuación 2 se le invierte el signo a alguna de las parábolas, se generará una superficie de doble curvatura, ya que se estará trasladando una curva de signo negativo a lo largo de una curva de signo positivo.

Ejemplo:

$$z = a(x + h)^2 - b(y + k)^2 \quad \dots \text{ecuación 3}$$

la superficie generada por la ecuación 3 resulta ser una "silla de montar" o paraboloides hiperbólico.

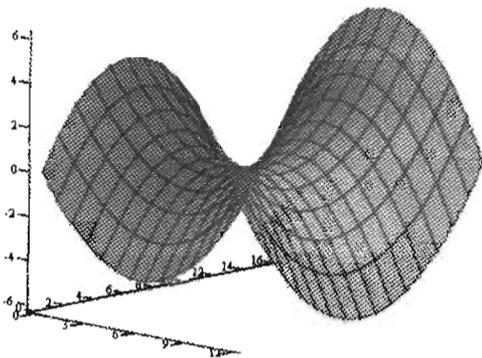


imagen 5: Paraboloides hiperbólico

Al igualar la ecuación 3 del paraboloides hiperbólico ha una constante, por ejemplo 1, observamos que la ecuación que se obtiene es la ecuación de la hipérbola.

$$1 = ax^2 - by^2$$

en donde "a" representaría al valor de  $1/a^2$  de la ecuación de la hipérbola y "b" representaría al valor de  $1/b^2$  de la ecuación de la hipérbola.

Esto se puede observar en el software MathCad si le pedimos que nos muestre los cortes horizontales (o curvas de nivel) de dicha superficie.

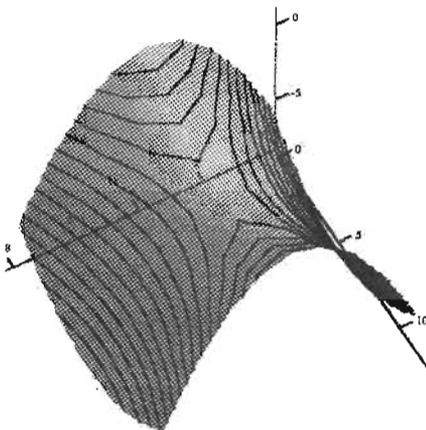


imagen 6: Hipérbolas como curvas de nivel

Las curvas horizontales que se generan son hipérbolas.

Dada la infinidad de curvas de las que se conoce su ecuación y las formas en las que podemos manipular estas, resulta que las superficies de traslación que se pueden obtener son muchísimas y muy variadas. Como ejemplo de esto presento una superficie generada por una catenaria y la curva generada por la función coseno.

La ecuación que describe a esta superficie es:

$$z = a \cosh(x/a) + 1.5 \cos(y)$$

en donde:

$$z = a \cosh(x/a)$$

definiría a la catenaria en el plano XZ cuando "y" valga cero y

$$z = 1.5 \cos(y)$$

definiría a la catenaria en el plano YZ cuando "x" valga cero.

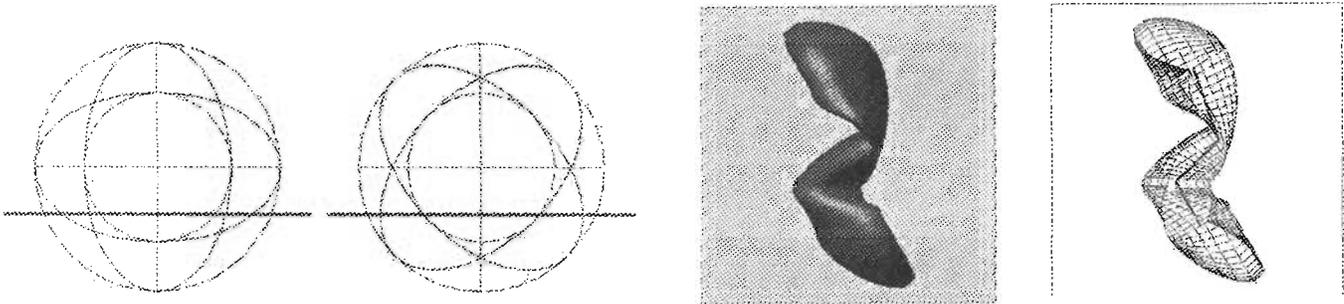


imagen 7

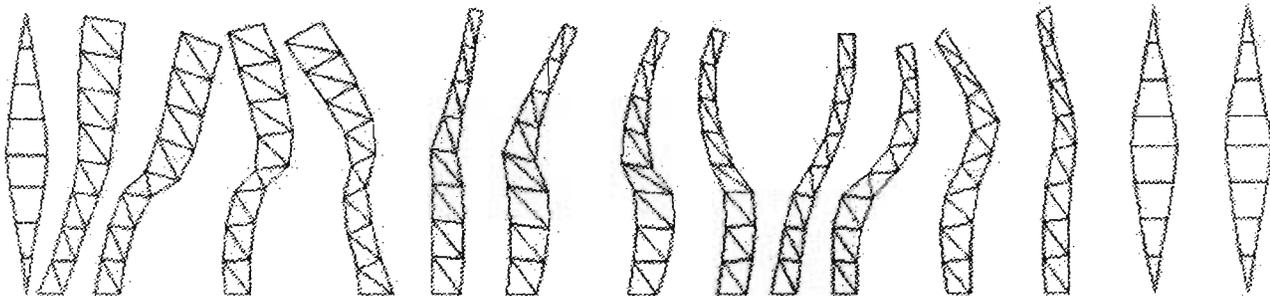
## Generación de un modelo sin necesidad de conocer la ecuación de su superficie

Las capacidades formales de las estructuras neumáticas son algunas de las mayores virtudes de estas estructuras, a continuación muestro como ejemplo un modelo que surge de la traslación y paulatina rotación de una elipse a través de un eje en zig-zag.

Al ser esta una superficie azarosa, la ecuación que la describe puede resultar ser muy laboriosa y compleja, por lo tanto resulta ser mucho mas practico la elaboración de la superficie por métodos gráficos con la ayuda de software especializado como lo es el AutoCad.



Una vez obtenido el modelo virtual se procede a obtener las tiras bidimensionales que proporcionarán la geometría para un modelo real.



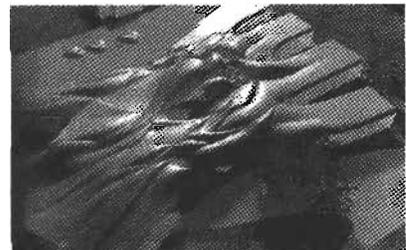
Despiece del modelo.

## Las estructuras superligeras para la arquitectura actual

### Formas no convencionales

Como hemos visto las formas en las neumáticas no están limitadas a esferas o derivaciones de estas, actualmente existen diversos arquitectos que exploran formas ajenas a los 90° o esféricas. Las neumáticas así, se convierten en espacios con capacidades formales altamente explotables, aun cuando estas sean temporales, pueden tener un alto impacto propagandístico, además de ser transportables.

Nox (empresa de arquitectos neerlandeses) manifiesta un deseo de construir formas totalmente fluidas que van mas allá de la complejidad estructural de la obra de Frank O. Gehry, por ejemplo. Aquí, tanto el interior como el exterior participan en una autentica reevaluación del papel y la naturaleza de la arquitectura.





Entre otros arquitectos está el arquitecto holandés, Kas Oosterhuis quien cree en una forma de arquitectura controlada por datos, variable y no vinculada a un lugar fijo. Kas Oosterhuis describe este proyecto (ver imagen 2), presentado en la bienal de arquitectura de Venecia de 2000, "como una estructura neumática controlada por datos". La forma y contenido real del diseño podrán modificarse con el tiempo por parte de los visitantes o con base en información recibida a través de Internet, por ejemplo.



Imagen9: pabellón TRANS-PORTS

Un marco espacial formado por barras neumáticas de longitud ajustables controladas por software de ingeniería estructural permitirá esta flexibilidad. El exterior será de láminas moldeadas de caucho vulcanizadas para formar una piel continua. Incluso podría llegar a haber una red de pabellones distribuidos por todo el mundo.

Oosterhuis concluye: "la característica más importante del pabellón TRANS-PORTS es que la arquitectura, por primera vez en su historia, ya no es fija y estática. Esta construcción totalmente programable en términos de forma como de contenido de información, se convierte en un vehículo austero y flexible para los usos más diversos" <sup>14</sup>.

<sup>14</sup> Philip Jodidio, "Architecture Now!", Vol. 2, Ed. Taschen, 2003.

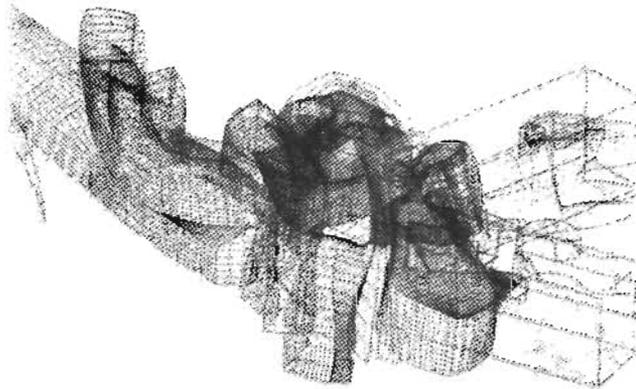
## Conclusiones

Al terminar este documento lo que me resulta ser la conclusión mas importante es la utilización del conocimiento científico y tecnológico como herramientas indispensables para la elaboración de un objeto arquitectónico.

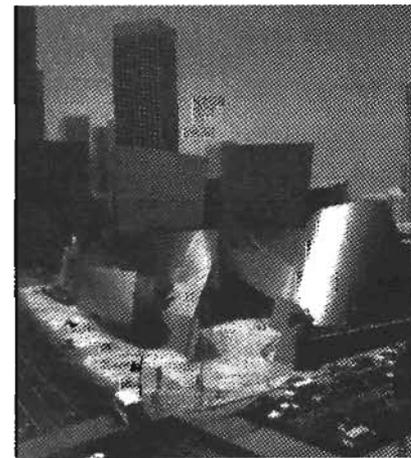
La infinidad de herramientas con las que cuenta el arquitecto hoy en día es mucho mayor a la existente en el pasado, por tal motivo, adquiere mucho mayor relevancia el entendimiento y manejo de los conceptos científicos, tecnológicos o técnicos. La finalidad de obtener conocimientos científicos o tecnológicos no es para volverse un experto conocedor de estos temas, sino para poderlos utilizar como herramientas para hacer arquitectura.

Por ejemplo, para el caso del desarrollo de cubiertas arquitectónicas a partir de una ecuación es necesario conocimientos elementales de geometría analítica, ya que con base en ellos se pueden generar gran cantidad de superficies con la computadora y un software especializado, en caso contrario, si se desconocen las nociones elementales de la geometría, no se puede recurrir a herramientas tan versátiles y eficientes. Dada una función matemática se puede generar gran cantidad de variantes en la superficie descrita por dicha función, esto trae ventajas en el diseño y ejecución de cubiertas u objetos arquitectónicos.

La arquitectura, sin lugar a dudas, se esta viendo influenciada por la gran cantidad de información que puede ser manipulada por la tecnología digital, las obras de Frank Gehry, así como la de muchos otros arquitectos, no sería posible (o sería mucho más complicada) sin la ayuda de los sistemas informáticos.



Museo Guggenheim, Bilbao.



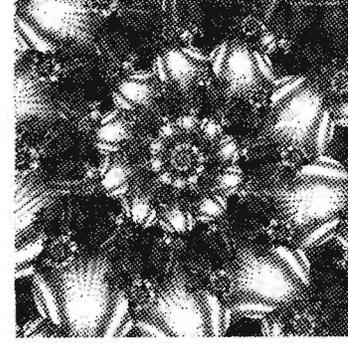
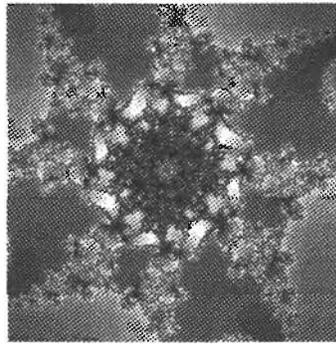
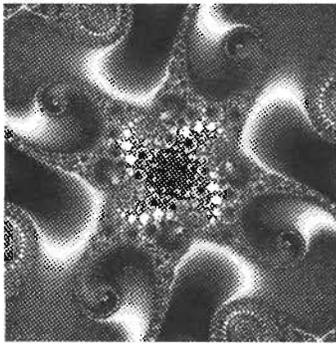
Auditorio Walt Disney, Los Ángeles

El hecho de que sea posible la elaboración de arquitecturas tan complejas en forma y estructura no quiere decir por ello que deban llevarse a cabo, en especial durante esta última década parecemos estar en un boom en el uso de la tecnología digital, se ha venido explotando este recurso que ha resultado un atractivo importante por su novedad e impacto. Seguramente al paso de los años se adquirirá una "madurez" al respecto y surgirán nuevos espacios que utilicen la tecnología de manera mas "natural".



## El potencial de los recursos conceptuales obtenidos de la ciencia

El concepto de fractales, recientemente desarrollado por Benoit Mandelbrot en 1975, es un ejemplo de cómo un tema científico puede ser de importancia para el desarrollo de objetos arquitectónicos en este siglo. Si los arquitectos tenemos la opción de modelar a partir de funciones que describan superficies u objetos, a través de un número finito (o inclusive infinito) de iteraciones, obtendremos un objeto arquitectónico que se habrá obtenido a partir de una función. La escala de detalle será definida por el arquitecto o el programa arquitectónico a desarrollar y el objeto llevará la "etiqueta" de una ecuación, en este caso podríamos estar hablando de la existencia de una arquitectura de tipo fractal.



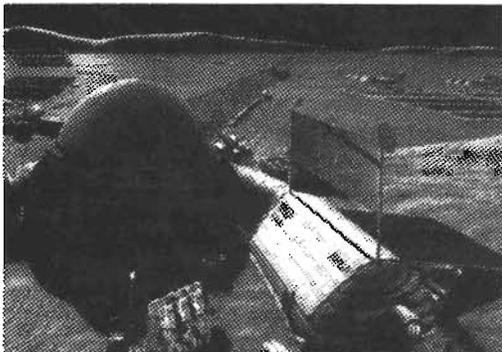
fractales

La importancia de arquitecturas desarrolladas a partir de este concepto, extraído de la ciencia, trae el beneficio del manejo de gran cantidad de datos con versatilidad al poder modelar con el solo hecho de cambiar parámetros .

## El potencial neumático

Intento imaginar la impresión causada del primer globo aerostático, y de lo sugerente que pudo haber sido los primeros viajes tripulados en globo, por fin, el ser humano podía despegar los pies de la tierra y volar. Este fue el primer acontecimiento neumático del que se derivaron infinidad de objetos que van desde los neumáticos utilizados por los automóviles, hasta modelos de estaciones espaciales inflables desarrolladas por la NASA.

La diversidad de lo neumático esta en nuestras vidas cotidianas, ya sea en un colchón inflable, o en las "bolsas de aire" de los automóviles, en un balón de fútbol o en las sencillas burbujas de jabón, o bien en los seres vivos, como en las anémonas o en el saco inflable que ciertos sapos presentan en su garganta y que utilizan para emitir un peculiar sonido. En fin, podríamos citar muchos ejemplos mas, entre los cuales encontraríamos los realizados en la arquitectura.



Paisaje lunar con hábitat inflable, NASA  
1966 - 1988

Que algo tan sencillo como lo es una burbuja de jabón sea motivo de ins-



Los hermanos Michelin patentaron la llanta inflable en 1891, la cual revolucionó los medios de transporte en el siglo XX

piración para generar arquitectura, no es razón suficiente para despreciar la propuesta, sino para explorar nuevas alternativas que en diversos objetos ha probado su éxito y, que se basa en un principio simple.



Lo que determina si una estructura neumática es adecuada o inadecuada no es el sistema constructivo o principio estructural que la sustenta, sino el fin para el cual se destinará la estructura. Es decir, si se esta buscando un edificio perdurable, fijo, y de uso continuo sería un error pensar en una neumática, pero si se esta buscando un edificio provisional, dinámico, de rápido montaje e impacto visual, las estructuras neumáticas estarán en la mejor situación para competir.

## Principio y fin

Esta investigación no termina en la última hoja del documento, ni tampoco empieza en la primera, al profundizar uno en un tema se encuentra con diferentes variantes y modos de abordar el problema, tiende a discriminar ciertos aspectos y favorecer otros (ciertamente son mas los discriminados que los favorecidos), en este sentido, si tuviera que describir el proceso que se lleva a cabo en la investigación utilizaría, nuevamente, la imagen de los fractales como analogía. La investigación es un proceso que en algún punto comienza y que a partir de ahí se desprenden una infinidad de ramificaciones, es también similar al libro de arena que narra Jorge Luis Borges, en el que hay una infinidad de páginas intermedias.

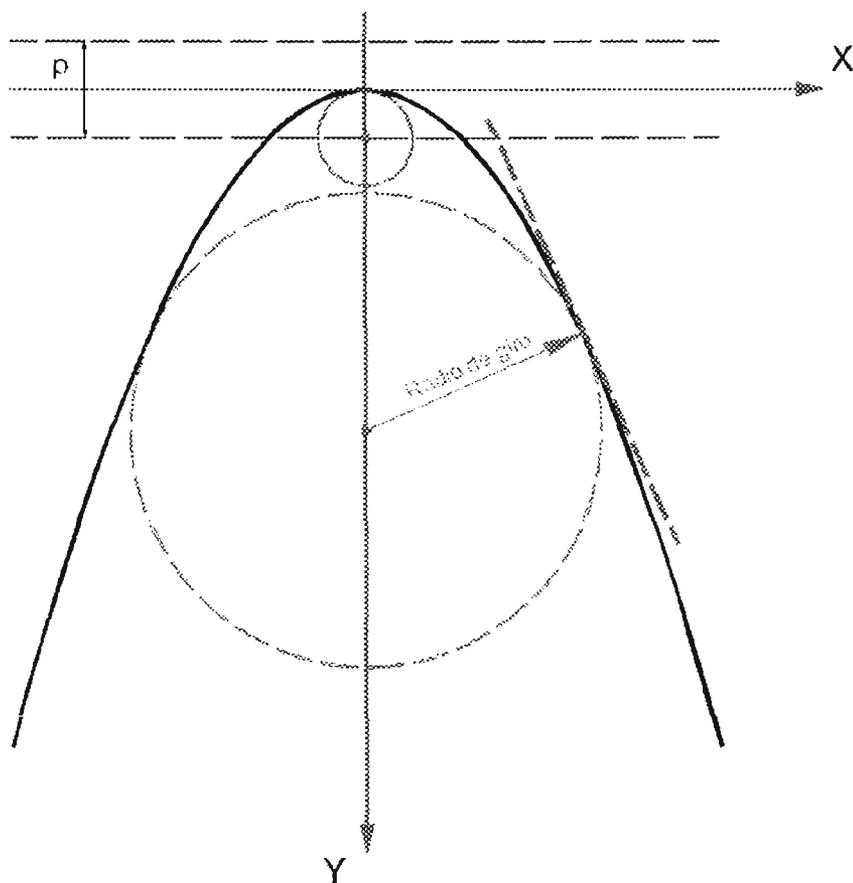
Sin embargo, a pesar de los diferentes modos de abordar el tema y llevarlo a cabo, el documento termina siendo uno, el contenido pretende no ser dispar o inconexo, ya que la idea fue introducir temas o conceptos que a través de una serie de pasos o relaciones dentro del mismo nos lleven al tema central que son las estructuras neumáticas.

El haber realizado diversas ramificaciones que parecieran alejarse del tema de las estructuras neumáticas, como la historia de las investigaciones en torno a los fluidos o la evolución del estudio de la geometría, antes que empobrecerlo lo enriquecen, ya que para realizar una aportación o ligar el tema con otras áreas, no basta conocer las peculiaridades del mismo, sino también sus generalidades, entendidas estas como los conceptos sin los cuales no hubiera podido existir y que se relacionan con muchas áreas mas.

## Anexos

### Tangente a una curva para la obtención de presiones en un punto

Para la obtención de las presiones que ejerce un fluido sobre cualquier superficie curva podemos decir que basta conocer los radios de giro máximos y mínimos para determinar las presiones extremas a las que estará sometida la membrana<sup>1</sup>. Para ello hay que determinar la tangente a la curva en cuestión y obtener su radio de giro, el radio de giro resulta de trazar una línea perpendicular a la tangente, desde el punto del que se obtuvo la tangente, hasta su intersección con el eje de coordenadas, tal y como se muestra en el siguiente dibujo (ver dibujo 3):



dibujo 3

De esta manera podemos obtener los radios de giro o curvatura de cualquier superficie curva en cualquier punto.

<sup>1</sup> Ver el capítulo "presiones ejercidas por distintos fluidos sobre la superficie de distintos cuerpos esféricos" de este documento, en donde se obtiene que  $P = r D / 3$  siendo "P" la presión, "r" el radio de curvatura y "D" el peso específico.



Para la obtención de la tangente a una curva se procede de la siguiente forma:

Sean  $P_1(x_1, y_1)$  y  $P_2(x_2, y_2)$  (ver figura 19) dos puntos cualesquiera de una curva "C" tales que el arco de la curva que los une sea continuo; es decir,  $P_2$  puede moverse hacia  $P_1$  permaneciendo siempre sobre la curva. La recta que pasa por  $P_1$  y  $P_2$  se llama secante.

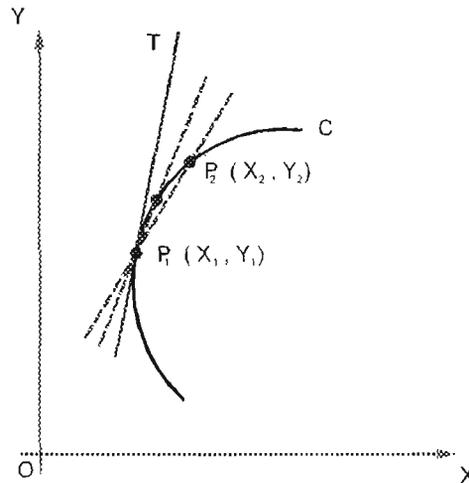


Figura 19

Consideraremos que  $P_1$  es un punto fijo mientras que  $P_2$  se mueve a lo largo de C hacia  $P_1$ . Entonces, a medida que  $P_2$  se aproxima a  $P_1$ , la secante gira en el sentido contrario al de las manecillas del reloj en torno a  $P_1$  y, en general, tiende a una posición límite representada por la recta  $P_1 T$  que se define como la tangente a la curva C en el punto  $P_1$ . El punto  $P_1$  se llama punto de tangencia o punto de contacto de la tangente. La pendiente de la curva C en el punto  $P_1$  se define como la pendiente de la tangente a C en  $P_1$ .

Para determinar la ecuación de la tangente a una curva dada en un punto particular de la curva, se conoce un punto, el punto de contacto; por lo tanto, queda por hallar la pendiente de la tangente. La pendiente de la secante  $P_1 P_2$  es:

$$m_s = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{con } x_1 \text{ diferente de } x_2$$

Si C es una curva cualquiera diferente de una línea recta, el valor de  $m_s$  varía a medida que  $P_2$  se aproxima a  $P_1$ . Definiéndose la tangente  $P_1 T$  como la posición límite de la



secante  $P_1P_2$  a medida que  $P_2$  tiende a  $P_1$ , se sigue que la pendiente "m" de la tangente es el valor límite de la pendiente " $m_s$ " de la secante<sup>2</sup>, se escribe entonces:

$$m = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

$$m = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

Esto quiere decir, que para obtener la tangente a un punto cualquiera de una curva cualquiera, de la que conozcamos su ecuación, bastara con obtener la primera derivada de la función que describa la curva.

---

<sup>2</sup> Lehmann " Geometría analítica", Pág. 120 – 122, ed UTEHA, México 1959.

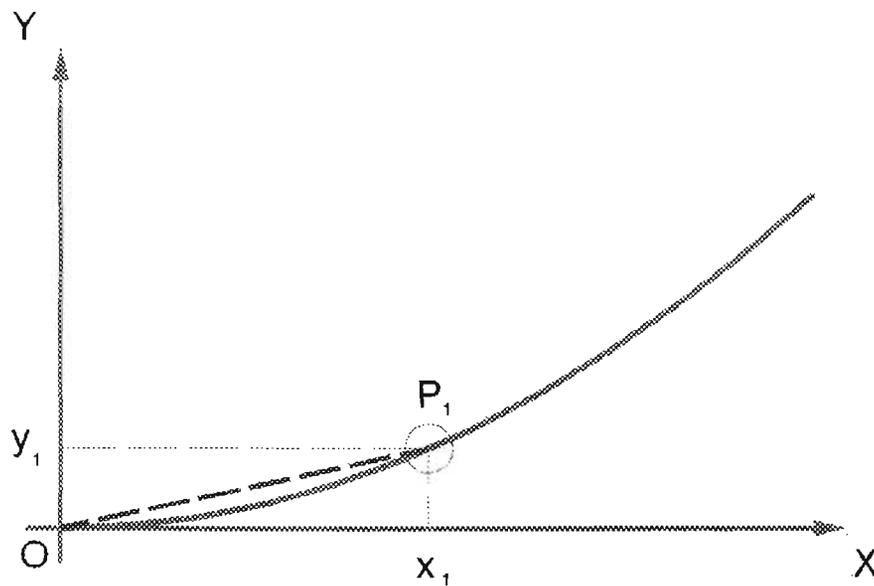


## Análisis de superficies de traslación

Obtención de segmentos rectos unitarios a partir de una curva de la que conozcamos su ecuación.

A lo que se pretende llegar es a la transformación de una parábola en segmentos rectos unitarios, con el objetivo de facilitar su fabricación.

Supongamos un segmento recto que parte del origen de coordenadas al igual que una parábola, esto quedaría representado como sigue (dibujo 4).



dibujo 4

Sabemos que la coordenada " $y_1$ " del punto " $P_1$ " la podemos obtener de la ecuación de la parábola como sigue:

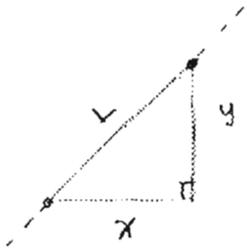
$$y_1 = ax_1^2 \quad \dots \text{ecuación 1}$$

y de la ecuación de la recta como sigue:

$$y_1 = mx_1 \quad \dots \text{ecuación 2}$$

es decir, tenemos un punto común que podemos obtener por medio de una u otra ecuación.

También sabemos que la longitud de nuestro segmento recto se puede conocer por medio del teorema de Pitágoras como sigue:



$$L = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad \dots \text{ecuación 3}$$

entonces podemos sustituir la ecuación 1 en la ecuación 3, como sigue:

$$L = \sqrt{x_1^2 + (ax_1^2)^2} \quad \dots \text{ecuación 4}$$

Conociendo la longitud del segmento, y el valor "a" de nuestra parábola, obtenemos una ecuación con una incógnita, despejando "x" de dicha ecuación (MathCad) resulta:

$$x_1 = \frac{1}{2a} \sqrt{2 \sqrt{-1 + \sqrt{1 + 4a^2 L^2}}} \quad \dots \text{ecuación 5}$$

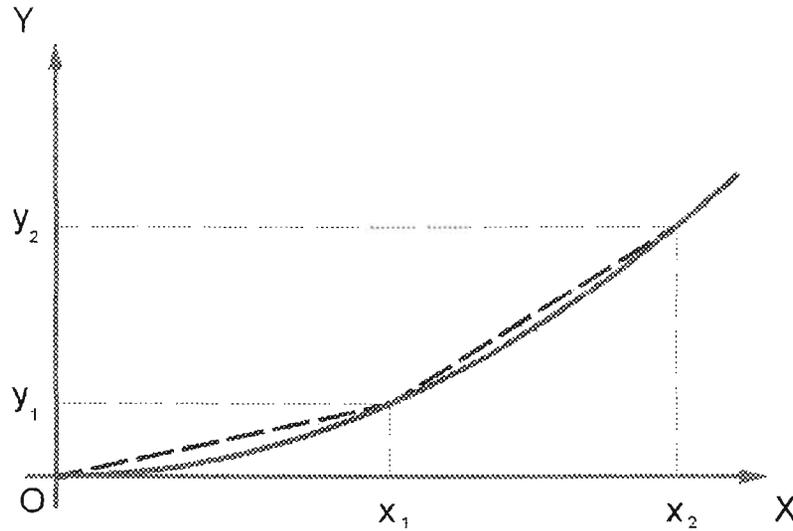
Con lo cual podemos obtener la coordenada en "x", para una longitud determinada, en una determinada parábola (dada por el parámetro "a").

Podemos generalizar diciendo que si conocemos un punto común  $(x_1, y_1)$  tanto de una recta, como de una curva de la que conozcamos su ecuación, podemos conocer otro punto  $(x_2, y_2)$ , con la condicionante de una longitud determinada.

En otras palabras, podemos transformar una curva en segmentos rectos unitarios, con la ventaja de la estandarización de la producción.

Si queremos obtener otro segmento unitario a partir de un punto conocido que no sea el origen (como se muestra en el dibujo 5), la obtención de este nuevo segmento quedaría expresado como:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (ax_2^2 - ax_1^2)^2} \quad \dots \text{ecuación 6}$$

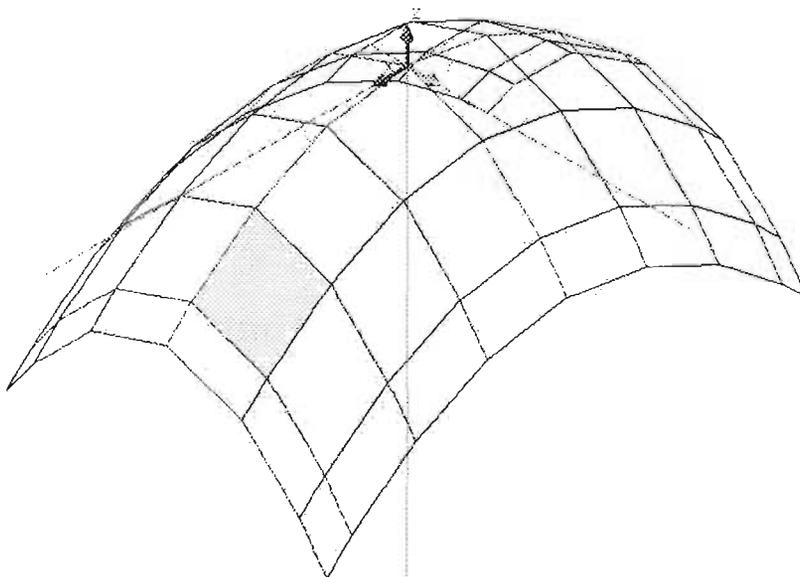


dibujo 5

Al despejar  $x_2$  (única incógnita) de la ecuación 6, resulta una ecuación excesivamente grande (MathCad) por lo tanto resultará mejor resolverla por aproximación.

De la ecuación 6 se puede obtener una tabla con las coordenadas de todos los puntos que se deseen.

De esta forma se pueden obtener dos curvas transformadas a segmentos rectos unitarios que podrán generar una superficie de traslación (como se estudió en el capítulo "Generación de superficies de traslación" de este documento).



dibujo 6: Superficie de traslación transformada a segmentos rectos unitarios



Al observar la superficie de traslación generada por los segmentos rectos, se puede apreciar como una serie de "planos" conforman la superficie, para asegurar esto, tendríamos que determinar si cuatro puntos que forman las aristas de la superficie conforman un plano.

### Determinar si cuatro puntos en el espacio pertenecen a un plano

Una solución es determinar la ecuación del plano generada por tres puntos, si al sustituir las coordenadas del cuarto punto, se cumple la igualdad, quedará demostrado que el cuarto punto, también forma parte del plano.

Conocidos tres puntos se puede determinar la ecuación del plano que estos puntos generan.

Si los puntos son:

$$P_1(x_1, y_1, z_1)$$

$$P_2(x_2, y_2, z_2)$$

$$P_3(x_3, y_3, z_3)$$

los números directores del segmento  $P_1P_2$  y  $P_1P_3$  son:

$$(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \quad \text{para } P_1P_2 \quad \text{que llamaremos } (a_1, b_1, c_1)$$

$$(x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1) \quad \text{para } P_1P_3 \quad \text{que llamaremos } (a_2, b_2, c_2)$$

como estos segmentos están en el plano, son ambos perpendiculares a su normal, los números directores de la normal se obtienen como sigue<sup>3</sup>:

$$A = \begin{vmatrix} b_1c_1 \\ b_2c_2 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} c_1a_1 \\ c_2a_2 \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} a_1b_1 \\ a_2b_2 \end{vmatrix}$$

Si la forma general de la ecuación del plano es:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Conocido un punto  $(x, y, z)$  y los números directores  $A, B, C$ , podemos obtener  $D$ , y conocer la ecuación del plano de nuestro interés.

<sup>3</sup> Lehmann " Geometría analítica", Pág. 344 – 345, ed UTEHA, México 1959.



Lo que restaría por hacer aquí es sustituir  $P_4$  en la ecuación del plano obtenida y corroborar si efectivamente cumple la igualdad, si es así, esto quiere decir que el punto  $P_4$  también pertenece al plano en cuestión.

## Ejemplo

A continuación se ejemplificará con un paraboloides elíptico, lo hasta ahora visto en este anexo.

La ecuación de la curva del paraboloides elíptico en el plano XZ será igual a:

$$z = a x^2$$

en donde

$$x_{\max} = 3.00$$

$$z_{\max} = 1.50$$

$$a = 0.1667$$

y en el plano YZ será igual a:

$$z = b y^2$$

en donde

$$y_{\max} = 2.00$$

$$z_{\max} = 1.50$$

$$b = 0.375$$

la ecuación de la superficie será entonces:

$$z = a x^2 + b y^2$$

la dimensión de los segmentos en los que se transformarán las curvas será de:

$$L = 1$$

Por lo tanto para la curva en el plano XZ la primer coordenada estará dada por:

$$x_1 = \frac{1}{2a} \sqrt{2\sqrt{-1 + \sqrt{1 + 4a^2 L^2}}} \quad \dots \text{ecuación 5}$$



$$x_1 = \frac{1}{(2)(0.1667)} \sqrt{2} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + 4(0.1667)^2(1)^2}}$$

$$x_1 = 0.9867$$

Una vez obtenida la coordenada  $x_1$  podemos obtener  $z_1$  con la ecuación

$$z_1 = ax_1^2$$

$$z_1 = (0.1667)(0.9867)^2$$

$$z_1 = 0.1623$$

Como comprobación se puede sustituir  $x_1$  y  $z_1$  en:

$$L = \sqrt{x_1^2 + z_1^2} \quad \dots \text{ecuación 1}$$

$$L = \sqrt{0.9867^2 + 0.1623^2}$$

$$L = 1$$

Para obtener las siguientes coordenadas utilizaremos la ecuación siguiente:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (ax_2^2 - ax_1^2)^2} \quad \dots \text{ecuación 5}$$

quedando entonces como:

$$1 = \sqrt{(x_2 - 0.9867)^2 + (0.1667x_2^2 - 0.1623)^2}$$

Por aproximación resulta que:

$$x_2 = 1.8885$$

por lo tanto

$$z_2 = 0.5944$$

Como comprobación se puede sustituir  $x_2$  y  $z_2$  en:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$L = \sqrt{(1.8885 - 0.9867)^2 + (0.5944 - 0.1623)^2}$$

$$L = 1$$

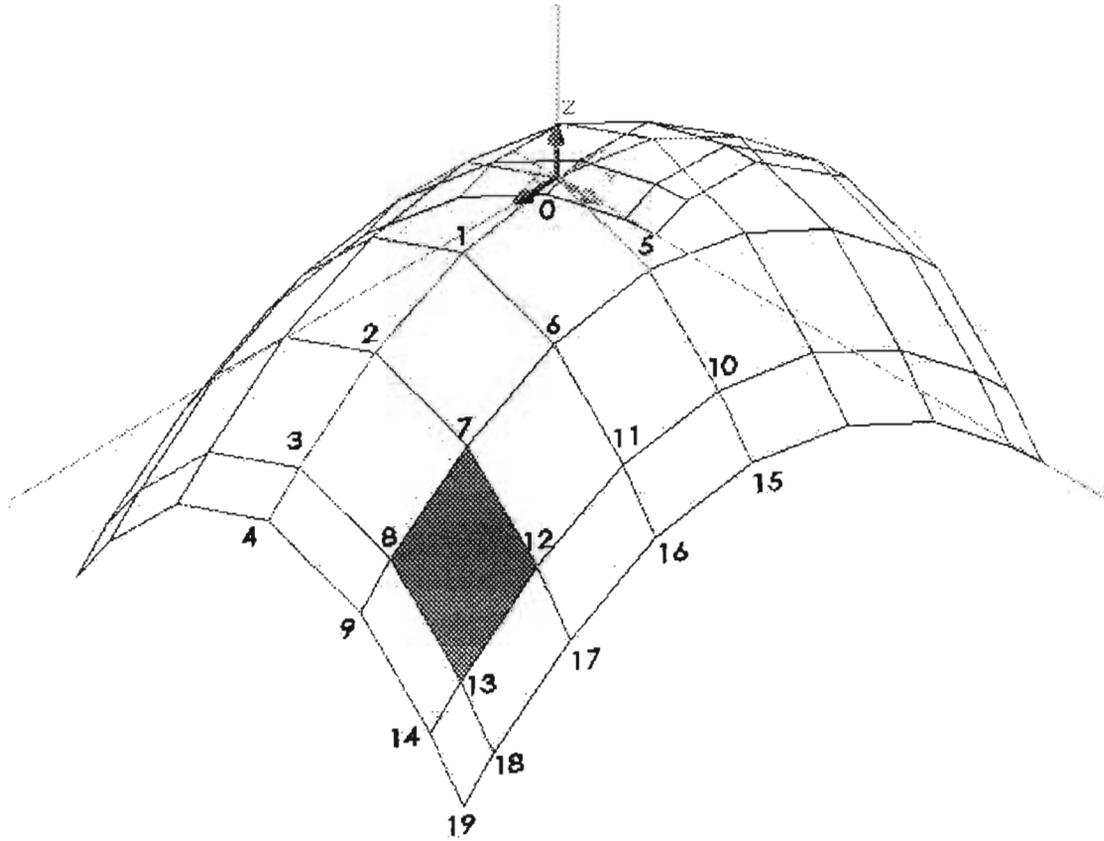
Con este procedimiento se obtendrán los siguientes valores hasta obtener todos los puntos deseados, de la misma forma se procederá para la curva en el plano YZ.

Siguiendo este procedimiento se obtuvo la siguiente tabla:

puntos / nodos	$z = a x^2 + b y^2$			L	S
	x	y	z	longitud segmento recto	longitud cuerda (acumulado)
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9867	0.0000	0.1623	1.0000	1.0043
2	1.8885	0.0000	0.5944	1.0000	2.0067
3	2.6839	0.0000	1.2006	1.0000	3.0079
4	3.0000	0.0000	1.5000	0.4354	3.4434
5	0.0000	0.9428	0.3333	1.0000	1.0163
6	0.9867	0.9428	0.4956	1.0000	
7	1.8885	0.9428	0.8278	1.0000	
8	2.6839	0.9428	1.5339	1.0000	
9	3.0000	0.9428	1.8333	0.4354	
10	0.0000	1.6586	1.0316	1.0000	2.0196
11	0.9867	1.6586	1.1939	1.0000	
12	1.8885	1.6586	1.6261	1.0000	
13	2.6839	1.6586	2.2322	1.0000	
14	3.0000	1.6586	2.5316	0.4354	
15	0.0000	2.0000	1.5000	0.5796	2.5993
16	0.9867	2.0000	1.6623	1.0000	
17	1.8885	2.0000	2.0944	1.0000	
18	2.6839	2.0000	2.7006	1.0000	
19	3.0000	2.0000	3.0000	0.4354	

Tabla 10

De esta tabla se obtuvieron los datos necesarios para dibujar la superficie, como se muestra a continuación (dibujo 7):



dibujo 7

Para ejemplificar que esta superficie puede desarrollarse por medio de planos, se procederá a obtener la ecuación del plano con los puntos:

$$P_7 ( 0.1885 , 0.9428 , 0.9278 )$$

$$P_8 ( 2.6839 , 0.9428 , 1.5339 )$$

$$P_{12} ( 1.8885 , 1.6586 , 1.6261 )$$

Los números directores de los segmentos serán:

$$P_7P_8 ( 0.7954 , 0.00 , 0.6061 )$$

$$P_7P_{12} ( 0.00 , 0.7158 , 0.6983 )$$

Los números directores de la normal serán entonces:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0.6061 \\ 0.7158 & 0.6983 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} 0.6061 & 0.7954 \\ 0.6983 & 0 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 0.7954 & 0 \\ 0 & 0.7158 \end{vmatrix}$$



$$A = -0.43385 \quad B = -0.55543 \quad C = 0.56935$$

Si la ecuación general del plano es:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Sustituyendo los números directores de la normal, queda entonces como:

$$-0.43385x - 0.55543y + 0.56935z + D = 0$$

Sustituyendo el punto  $P_7$  en la ecuación del plano como sigue, podemos obtener el valor D.

$$0.43385(x - 1.8885) - 0.55543(y - 0.9428) + 0.56935(z - 0.9278) + D = 0$$

$$-0.43385x - 0.55543y + 0.56935z + 0.81474 = 0$$

por lo tanto

$$D = 0.81474$$

Si el punto  $P_{13}$  con coordenadas ( 2.6839 , 1.6586 , 2.2322 ), sustituido en la ecuación del plano, cumple con la igualdad, querrá decir, que pertenece al mismo plano.

Ecuación del plano

$$-0.43385x - 0.55543y + 0.56935z - 0.81474 = 0$$

sustituido el punto  $P_{13}$  queda:

$$-0.43385(2.6839) - 0.55543(1.6586) + 0.56935(2.2322) + 0.81474 = 0$$

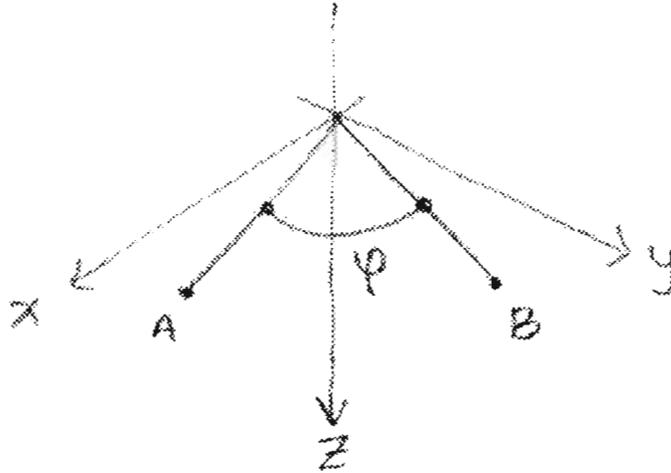
$$0.000 = 0$$

con lo cual queda demostrado que los puntos  $P_7$ ,  $P_8$ ,  $P_{12}$ ,  $P_{13}$  pertenecen al mismo plano.

Al estar esta superficie conformada por planos, se pueden obtener los ángulos y las áreas de estos gráficamente por medio de AutoCad, aunque habrá que ir haciendo el procedimiento plano por plano. Existe una manera de obtener estos datos con una herramienta matemática como el álgebra vectorial y con una hoja de cálculo, con ello se podrán obtener gran cantidad de datos y variaciones de los mismos con mayor versatilidad y rapidez, que gráficamente.



Obtención de los ángulos interiores de los planos que conforman la superficie por medio del álgebra vectorial.



dibujo 8: ángulo que forman dos vectores

Partiremos del conocimiento de que el coseno de un ángulo  $\phi$  esta dado por:

$$\cos \phi = \frac{A \cdot B}{\|A\| \|B\|}$$

en donde

$A \cdot B \rightarrow$  representa el producto escalar

si

$$A = (a_x, a_y, a_z) \text{ y } B = (b_x, b_y, b_z)$$

el producto escalar se obtiene de:

$$A \cdot B = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

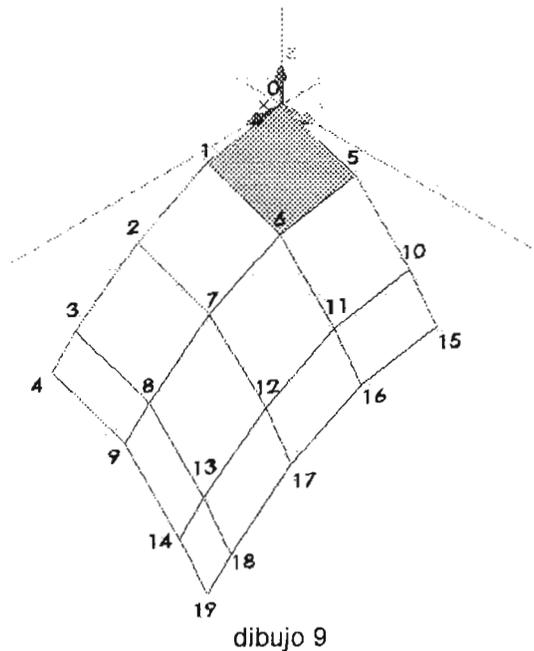
$\|A\| \|B\| \rightarrow$  representa el producto de las magnitudes

se obtiene de:

$$\|A\| \|B\| = (\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2})(\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2})$$

Esto quiere decir que, si conocemos dos vectores, podemos conocer el ángulo que se forma entre ellos.

Regresando al ejemplo anterior del paraboloides elíptico, podemos obtener los ángulos y las áreas de cada uno de los planos en los que transformamos dicha superficie. Bastara con solo conocer una cuarta parte de la superficie por tratarse de una superficie simétrica.



Conociendo los vectores  $V_1$  y  $V_5$  con coordenadas

$$V_1 = [x_1, y_1, z_1]$$

$$V_5 = [x_5, y_5, z_5]$$

que parten del punto  $P_0$  con coordenadas

$$P_0 = [x_0, y_0, z_0]$$

El producto escalar es entonces

$$V_1 \cdot V_5 = (x_1)(x_5) + (y_1)(y_5) + (z_1)(z_5)$$

Cabe recordar que el vector  $V_1$  esta contenido en el plano XZ, por lo tanto su coordenada en "y" es igual a cero. En cambio el vector  $V_5$ , está contenido en el plano YZ siendo su coordenada en "x" igual a cero.

Por lo tanto el producto escalar queda reducido a:



$$V_1 \cdot V_5 = (z_1)(z_5)$$

La magnitud de los vectores será igual a:

$$\|V_1\| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

$$\|V_5\| = \sqrt{x_5^2 + y_5^2 + z_5^2}$$

con esta información podemos obtener el ángulo que forman estos vectores sabiendo que:

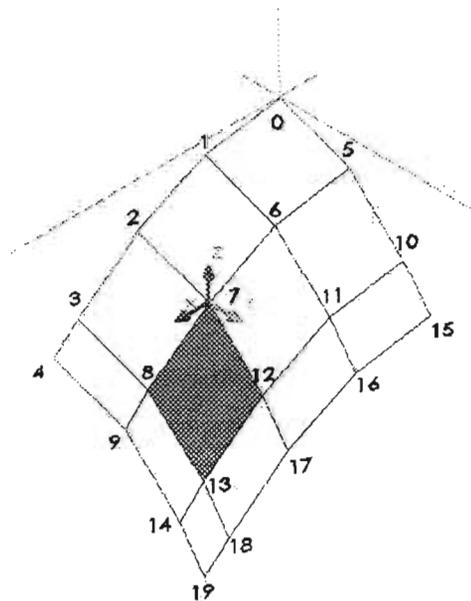
$$\cos \varphi = \frac{V_1 \cdot V_5}{\|V_1\| \|V_5\|}$$

Conociendo el ángulo que forman dichos vectores podemos conocer el área del plano por medio de la siguiente expresión:

$$A = \|V_1\| \|V_5\| \sin \varphi$$

Cuando nuestros vectores no partan del origen, representado aquí por el punto  $P_0$ , pero si partan de un punto conocido, podemos proceder de la siguiente forma:

Supongamos que queremos conocer el ángulo que forman los vectores  $V_8$  y  $V_{12}$  que parten del punto  $P_7$ , el cual puede leerse como el origen de los vectores en cuestión como lo muestra la figura.



dibujo 10



Para conocer el vector  $V_8$  en relación al punto  $P_7$  se procede a restar las coordenadas del punto  $P_8$  menos las coordenadas del punto  $P_7$ , de esta manera se obtendrá el vector  $V_8$  en relación con el punto  $P_7$  que en lo sucesivo llamaremos  $V_{8_7}$ . Esto se obtiene como sigue:

Si

$$V_8 = [x_8, y_8, z_8]$$

y el

$$P_7 = [x_7, y_7, z_7]$$

entonces

$$V_{8_7} = [x_8 - x_7, y_8 - y_7, z_8 - z_7]$$

Al estar contenidos los puntos 7 y 8 en un mismo plano, paralelo a el plano XZ, sus coordenadas en "y" son las mismas, dando como resultado cero en esa coordenada.

El procedimiento se repite para el vector  $V_{12}$  en relación al punto  $P_7$

$$V_{12_7} = [x_{12} - x_7, y_{12} - y_7, z_{12} - z_7]$$

Al estar contenidos los puntos 7 y 12 en un mismo plano, paralelo a el plano YZ, sus coordenadas en "x" son las mismas, dando como resultado cero en esa coordenada.

De esta forma se puede obtener el ángulo  $\phi$  entre los vectores  $V_{8_7}$  y  $V_{12_7}$ .

El otro ángulo del plano (ángulo complementario), resultan de restar  $180^\circ - \phi$ .

Este procedimiento se repite para el resto de los puntos obteniendo la siguiente tabla:

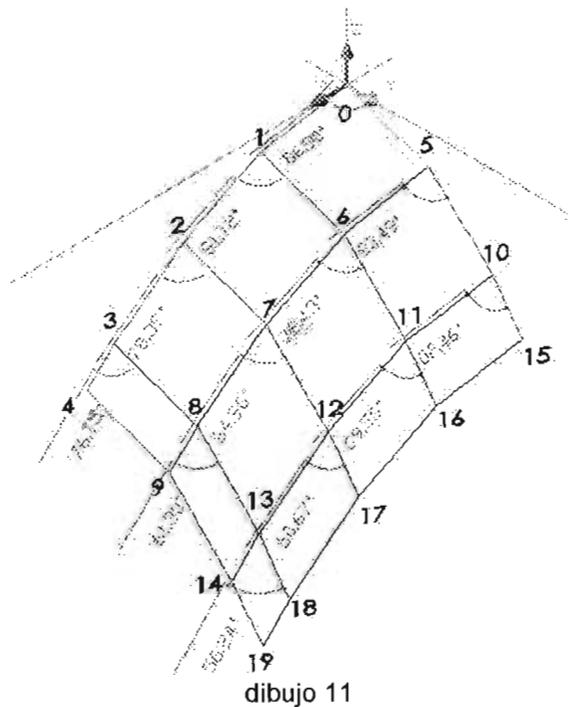
$z = ax^2 + by^2$

puntos / nodos	$z = ax^2 + by^2$			Producto escalar	Magnitudes			$\varphi$	Área	ángulo complementario $180^\circ - \varphi$
	x	y	z		XZ	YZ	Multiplicación			
0	0.00	0.00	0.00	0.0541	1.0000	1.0000	1.0000	86.8992	0.9985	93.1008
1	0.99	0.00	0.16	0.1441	1.0000	1.0000	1.0000	81.7176	0.9896	98.2824
2	1.89	0.00	0.59	0.2020	1.0000	1.0000	1.0000	78.3435	0.9794	101.6565
3	2.68	0.00	1.20	0.0998	0.4354	1.0000	0.4354	76.7476	0.4238	103.2524
4	3.00	0.00	1.50	0.0000						
5	0.00	0.94	0.33	0.1133	1.0000	1.0000	1.0000	83.4934	0.9936	96.5066
6	0.99	0.94	0.50	0.3018	1.0000	1.0000	1.0000	72.4359	0.9534	107.5641
7	1.89	0.94	0.93	0.4233	1.0000	1.0000	1.0000	64.9596	0.9060	115.0404
8	2.68	0.94	1.59	0.2091	0.4354	1.0000	0.4354	61.2992	0.3819	118.7008
9	3.00	0.94	1.89	0.0000						
10	0.00	1.66	1.03	0.0760	1.0000	0.5796	0.5796	82.4645	0.5746	97.5355
11	0.99	1.66	1.19	0.2024	1.0000	0.5796	0.5796	69.5595	0.5431	110.4405
12	1.89	1.66	1.63	0.2839	1.0000	0.5796	0.5796	60.6709	0.5053	119.3291
13	2.68	1.66	2.23	0.1402	0.4354	0.5796	0.2524	56.2366	0.2098	123.7634
14	3.00	1.66	2.53	0.0000						
15	0.00	2.00	1.50	0.0000						
16	0.99	2.00	1.66	0.0000						
17	1.89	2.00	2.09	0.0000						
18	2.68	2.00	2.70	0.0000						
19	3.00	2.00	3.00	0.0000						

$\Sigma$  de Áreas = 8.4589

Tabla 11

obtención de los ángulos por método gráfico





Al cambiarle el signo a una de las curvas generadoras de la superficie, resulta un paraboloides hiperbólico transformado en segmentos rectos unitarios.

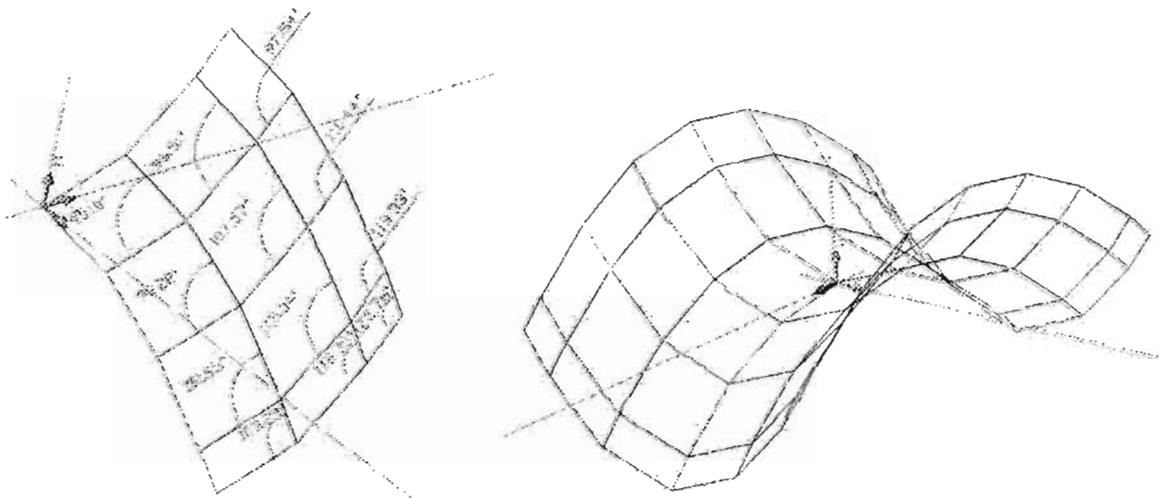
De lo cual se observa que el área resulta ser la misma y que, lo que eran los ángulos complementarios se convierten en los principales, como se muestra en la siguiente tabla.

puntos / nodos	$z = ax^2 - by^2$			Producto escalar	Magnitudes			$\varphi$	Área	angulo complementario $180^\circ - \varphi$
	x	y	z		XZ	YZ	Multiplicación			
0	0.00	0.00	0.00	-0.0541	1.0000	1.0000	1.0000	93.1008	0.9985	86.8992
1	0.99	0.00	0.16	-0.1441	1.0000	1.0000	1.0000	98.2824	0.9896	81.7176
2	1.89	0.00	0.59	-0.2020	1.0000	1.0000	1.0000	101.6565	0.9794	78.3435
3	2.68	0.00	1.20	-0.0998	0.4354	1.0000	0.4354	103.2524	0.4298	76.7476
4	3.00	0.00	1.50	0.0000						
5	0.00	0.94	-0.33	-0.1133	1.0000	1.0000	1.0000	96.5066	0.9936	83.4934
6	0.99	0.94	-0.17	-0.3018	1.0000	1.0000	1.0000	107.5641	0.9534	72.4359
7	1.89	0.94	0.26	-0.4233	1.0000	1.0000	1.0000	115.0404	0.9060	64.9596
8	2.68	0.94	0.87	-0.2091	0.4354	1.0000	0.4354	118.7008	0.3819	61.2992
9	3.00	0.94	1.17	0.0000						
10	0.00	1.66	-1.03	-0.0760	1.0000	0.5796	0.5796	97.5355	0.5746	82.4645
11	0.99	1.66	-0.87	-0.2024	1.0000	0.5796	0.5796	110.4405	0.5431	69.5595
12	1.89	1.66	-0.44	-0.2839	1.0000	0.5796	0.5796	119.3291	0.5053	60.6709
13	2.68	1.66	0.17	-0.1402	0.4354	0.5796	0.2524	123.7634	0.2098	56.2366
14	3.00	1.66	0.47	0.0000						
15	0.00	2.00	-1.50	0.0000						
16	0.99	2.00	-1.34	0.0000						
17	1.89	2.00	-0.91	0.0000						
18	2.68	2.00	-0.30	0.0000						
19	3.00	2.00	0.00	0.0000						

$\Sigma$  de Áreas = 8.4589

Tabla 12

obtención de los ángulos por método gráfico



dibujo 12



## Referencias

- Braun, Eliezer, "Caos, fractales y cosas raras" Ed. Fondo de Cultura Económica, México 2003.
- Ching F. "Arquitectura: Forma, Espacio y Orden", Editorial Gustavo Gili, España, 1998.
- Conrad, Roland, "Frei Otto: Estructuras, estudios y trabajos sobre la construcción ligera". Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1979.
- Dent, Roger N. "Arquitectura neumática, nuevos caminos de la Arquitectura". Ed. Blume, España, 1975.
- Earl W. Swokowski, "Álgebra y trigonometría con geometría analítica", ed. Iberoamérica, 1988.
- Engel Heino "Sistemas De Estructuras", España, Editorial Gustavo Gili, 2001
- Fusco, Renato de, "Historia de la Arquitectura contemporánea", España, Celeste Ediciones, 1981.
- Gonzales Cuevas, "Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado", Ed. Limusa, México, 1990.
- Gordon J. Van Wylen, "Fundamentos de termodinámica", ed Limusa, 1967.
- Guyton, Arthur. "Tratado de Fisiología Medica", Capitulo 44, Pág. 491, Fisiología del buceo profundo y otras operaciones a presiones altas. Ed. McGraw-Hill, España 1991.
- Herzog Thomas, , "Construcciones Neumáticas, manual de Arquitectura Hinchable". Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1977.
- Horst, Berger, "Light Structures Structures of light, The art and Engineering of Tensil Architecture". Berlín, Alemania, Editorial Birkhäuser Verlag, 1996.
- Institut fur leichte Flachentraywerke, "Wandelbare Pneus = Convertible pneus", Stuttgart, 1975.
- Jodidio, Philip, "Architecture Now!", Vol. 2, Ed. Taschen, 2003.
- Kronenburg Robert, "Portable Architecture", Oxford, Architectural, 2000.
- Mirafuentes, José "Estructuras espaciales laminares", División de Estudios Superiores Escuela Nacional de Arquitectura, UNAM. México.
- Montaner, Joseph Maria, "Después del Movimiento Moderno", Barcelona, Ed. Gustavo Gili. 1999.
- Oliva Salinas, Juan Gerardo, "Estudios sobre la construcción de cascarones reticulados", División de Estudios de Posgrado, Facultad de Arquitectura, UNAM. México, 1989.



Ortega y Gasset, José "El mito del hombre allende la técnica" tomado del libro "Filosofía de la tecnología" Pág. 139, Organización de Estados Iberoamericanos (OEI), 1998.

Peralta-Fabi, Ramón, "Fluidos, apellido de líquidos y gases". Ed. Fondo de Cultura Económica, México 2001.

Quarmby, Arthur. "Materiales plásticos y arquitectura experiemntal", ed. Blume, España.

Rey Pastor y José Babini, "Historia de la matemática", Volumen I, Editorial Gedisa, Barcelona, España, 1997.

Rey Pastor y José Babini, "Historia de la matemática", Volumen II, Editorial Gedisa, Barcelona, España, 2000.

Santaló Luis "Geometrías no euclidianas", Editorial EUDEBA, Argentina 1961.

Schock, Hasn-joachim "Soft Shells, Desing and technology of Tensil Architecture", Editorial Birkhäuser Verlag, Berlín, Alemania, 1997.

Senosiain Aguilar, Javier, "Bioarquitectura: en busca de un espacio", editorial Limusa, México 1996.

Solá-Morales, Ignasi de, "Diferencias. Topografía de la arquitectura contemporánea", España, Editorial Gustavo Gili, 1995.

Talanquer Vicente, "Fractus, Fracta, Fractal, fractales, de laberintos y espejos", Ed. Fondo de Cultura Económica, México 2002.

Tippens "Física conceptos y aplicaciones", ed. McGraw Hill, 1988.

Tonda, José Antonio, "Cascarones de concreto", UAM Azcapotzalco, México 1985

Topham, Sean, "Blowup, inflatable art, architecture and desing", Ed. Prestel, Alemania 2002.

Wawrzynczyk, Antoni, "Geometría de curvas y superficies", Colección "Ciencia y matemática contemporánea", UAM Iztapalapa, México DF 1999.

Revista: " Architectural Desing"

Enero 2002

Vol. 72, No. 1

Artículo: Lightweight Structures

Revista: "ASCE Journal of Architectural Engineering "

2003

Vol. 9, No. 1

Artículo: Feasibility of Rigidified Inflatable structures for Housing

Escrito por: Van Dessel, S., Chini, A., y Messac, A.



Revista: "Bitácora"

Basterra, Alfonso: "Félix Candela y el borde libre, el caso de la capilla de Palmira en Cuernavaca" México, UNAM, vol. 5.

Revista: "Obras"

Julio del 2000

No. 331 Año XXVII

Artículo: "Las nuevas técnicas y materiales para la construcción de estructuras posibilitan la edificación de una de las formas mas funcionales y económicas: el domo".

Escrito por: David Aguilar Juárez.

Revista: "Structural Morphology Group. IASS Working Group"

Diciembre del 2000

No. 15

Artículo: Inflating delft, Pneumatic architecture installatios

Escrito por: Jürgen Henricke

Arquitectura futurista

<http://2100.org/odyssey12programs.html>

Arquitectura textil

<http://www.canobbio.com/homepage.htm>

Binishells (Cimbra neumática)

<http://www.binisystems.com/>

Birdair (Empresa dedicada a la construcción de velarias y neumáticas, E.U.)

<http://www.birdair.com/birdair/>

Domecrete (Cimbra neumática)

<http://www.ysmforbuilding.com/domecrete1.htm>

Dome Technology usa (Cimbra neumática)

<http://www.dometech.com/>

DuPont

[www.dupont.com](http://www.dupont.com)

Tedlar®, polyvinyl fluoride film Tedlar®, Provides Unmatched Protection for PVC-Coated Fabric Structures

Empresa constructora de neumáticas en México

<http://www.semanbaker.com.mx/home.htm>

"D.R.© , SEMAN BAKER, S.A. DE C.V., 5 de febrero, Colonia Álamos, C.P. 03400 México, D.F., 1999".

Estructuras Inflables

<http://www.airstructuresinc.com/>



Historia de los Domos

[http://www.takenaka.co.jp/takenaka\\_e/dome\\_e/history/hisindex.htm](http://www.takenaka.co.jp/takenaka_e/dome_e/history/hisindex.htm)

Instituto de Arte de Chicago, presenta planos de la nueva arquitectura espacial.

[http://www.space.com/peopleinterviews/space\\_architects\\_001117.html](http://www.space.com/peopleinterviews/space_architects_001117.html)

Membranas

[www.playritefabric.com](http://www.playritefabric.com)

[www.shelterrite.com](http://www.shelterrite.com)

<http://www.asellc.com/fabric2.html>

Membranas Japón

[http://www.taiyokogyo.co.jp/e\\_index.html](http://www.taiyokogyo.co.jp/e_index.html)

Revista de arquitectura, Francia.

<http://www.techniquesarchitecture.com/>

Shelter-Rite (Empresa dedicada a la fabricación de diversos tipos de membranas, E.U.)

<http://www.architecturalfabrics.com/airsupported.html>

Superfluides

<http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/104/htm/liquidados.htm>

Yeadon Air-Supported Structures. (Empresa dedicada a la construcción neumáticas, E.U.)

<http://www.yeadondomes.com/>