

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE PSICOLOGIA

LA IMPORTANCIA DE LA MATEMATICA
EN LA PSICOLOGIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN PSICOLOGIA

P R E S E N T A

MARIO MARTINEZ JIMENEZ

México, D. F.

1974



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Prefiero científicos que tengan el espíritu de la ciencia, aunque apenas sepan que $2 + 2$ son 4 , y que sean capaces de comprender un problema y de razonarlo lógicamente, proyectándolo hacia el futuro, sin desconcertarse con vanos conocimientos del pasado.

DR. WERNER VON BRAUN

S U M A R I O

	PAG.
INTRODUCCION Y JUSTIFICACION.....	4
CAPITULO I.- ANTECEDENTES HISTORICOS Y GENERALIDADES	
a).- Iniciación de la matemática en la Psicología.....	9
b).- Concepción de las matemáticas según Gustav - Teodor Fechner.....	10
c).- La Psicofísica.....	14
CAPITULO II.- LA MATEMATICA Y LA PSICOLOGIA	
a).- Niveles de Medición.....	27
b).- Los Modelos del Pensamiento Científico.....	40
c).- El Cálculo de Probabilidades en la Ciencia..	44
1.- Principios Generales del Cálculo de Probabilidades.....	
2.- Las Leyes de la Probabilidad.....	
3.- Principios Metodológicos del Término Probabilidad.....	
4.- El Análisis Factorial como Método de Investigación Psicológica.	
CAPITULO III.- LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS	
a).- Maneras de Aprender y Enseñar Matemáticas... ..	59
b).- Algunos Aspectos de la Enseñanza y el Aprendizaje de matemáticas.....	60
c).- Objetivos Metodológicos de la Matemática en Psicología.....	64
d).- Objetivos en la Matemática.....	64
e).- Características que deben tener los objetivos del Programa de Matemáticas.....	65
f).- Programa de Matemáticas I, II.....	67
1.- Objetivos Generales.	
2.- Objetivos Intermedios.	
3.- Objetivos Específicos.	
CAPITULO IV.- CONCLUSIONES.....	78
SUGERENCIAS.....	80
BIBLIOGRAFIA.....	81

INTRODUCCION Y JUSTIFICACION

El mundo en el siglo XX no puede ser sino un continuo proceso de cambio por los vertiginosos avances técnico-científicos que se producen en todos los estratos del saber humano.

Los cambios son tan acelerados que, lo que hoy es ley, mañana es historia. Es un tiempo de inestabilidad que repercute en todos los órdenes y niveles de la organización humana.

Es en el sistema social en donde más se reciente esta inestabilidad ya que al encontrarse en continuo proceso de transformación, las personas integrantes de la sociedad, entes finitos y transitorios, buscan su acoplamiento en ese proceso, lo cual -- conlleva mayores problemas entre los grupos que integran el conglomerado humano.

La estratificación y la movilidad social desadaptan a la persona; la lucha económica y política, la competencia desleal y el afán de lucro y prestigio, convierten a nuestras sociedades industriales en centros de desajuste conductual.

El mundo se ha clasificado; las castas imperan y mandan; los ricos se hacen más ricos y los pobres se vuelven más pobres:

La sociedad se escinde y cada hombre trata de colocarse en el grupo que más le conviene y lucha por mantenerse en ese grupo, a costa de lo que sea, para no ser desplazado.

En los países desarrollados se han engendrado verdaderas revoluciones de acoplamiento social; en los países en vías de desarrollo, los enfrentamientos se han agudizado.

Es en los países del tercer mundo como México, donde se exige cada día más la presencia de una estructura social capaz de diversificar la energía y los recursos.

Ante esta situación, se siente la urgencia de contar con un número cada vez mayor de profesionales especializados en los problemas que crea la sociedad al individuo y los problemas que el individuo crea a la sociedad.

Entre este tipo de profesional se encuentra el psicólogo, quien tiene frente a sí un campo basto, amplio, saturado de conflictos y de choques entre lo objetivo y lo subjetivo; un compromiso profesional con la misma humanidad.

Si el hombre, que ha llegado a convertirse en enemigo de sí mismo, desea subsistir y no dejarse dominar por el hombre, urge de un impulso que lo eleve al nivel de un humanismo necesario donde se destierre el odio y el temor, para dar cabida a la paz y la tranquilidad en el orden social.

Es por esto que el psicólogo está comprometido para realizar una labor de total participación en el proceso de desarrollo de la humanidad; por lo que debe iniciar una amplia y sólida investigación científico-psicológica que permita una fundamentación teórica y práctica; como dos elementos esenciales; dos grandes bases de la investigación; dos pilares de la metodología; del estudio del progreso y del saber.

El problema se agudiza, se vuelve patético y de una urgente resolución para los países donde la vida se vuelve más complicada; donde las diferencias sociales son conflictivas; donde -- las clases sociales se separan cada día más y se vuelven anta--

gónicas; donde la lucha por el poder político es subterránea y de consecuencia para los más desvalidos, como en México.

Para poder realizar su función específica, el psicólogo - debe tener una conciencia clara y una visión abierta al mundo y al hombre para ingeniar nuevas técnicas que posibiliten el - cambio que el hombre y el mundo exigen.

En todos los campos del saber los investigadores aplican y perfeccionan su ingenio para hacer avanzar los métodos y técnicas de investigación que estructuran una nueva teoría científica. La investigación en este caso, no puede deslindar la teoría y la práctica, los hechos y las técnicas, y tampoco lo podrán hacer los psicólogos avocados a la resolución de los capitales problemas mundiales y nacionales. El psicólogo inicia su investigación dando un paso hacia adelante en la praxis de la realidad, sea nacional o mundial, para integrar el contexto de la teoría, persistente y patente ante cualquier obstáculo - que se presente.

El psicólogo logrará realizar su función, con la investigación científica, teórica y práctica, adaptado a su tiempo -- y a las necesidades de su tiempo y con la capacidad de participar como agente de cambio, capaz de emitir pronósticos de las repercusiones de su propia investigación en el comportamiento futuro del hombre en la sociedad, y la influencia de la sociedad en el comportamiento del hombre.

Es por esto urgente forjar científicos experimentados en la investigación psicológica, capaces de incursionar al campo de los hechos, de observarlos, cuantificarlos, controlarlos y predecir-- los y derivar de ellos nuevos conceptos en los que fundamente una

nueva teoría de los hechos, una nueva técnica científica-empírica.

Para lograrlo, el psicólogo se ve enriquecido con una - - amplia metodología. El test psicológico, encuesta, escalas, reportes verbales, entrevistas y el cuestionario; y aunque facilitan la observación, la recolección de datos, no es suficiente - porque no tienen unidad racional integrada para responder a las cuestiones centrales de la investigación.

Existen hoy modelos y técnicas matemáticas que sobrepasan - esa carencia y dan solución precisa y confiable a los problemas que enfrenta el psicólogo.

Así, se habla ahora de la técnica de las probabilidades, - del muestreo y de diseños paramétricos y no paramétricos. Con estos modelos y técnicas se obtienen datos representativos de - la población que se traducen a través de fórmulas, en extrapolaciones que integran el problema central de la investigación, con ahorro de tiempo y recursos humanos.

Todo lo anterior implica que al hablar de la importancia de la investigación del psicólogo en un mundo como el actual, hemos de mencionar necesariamente y como parte central de la misma - - investigación, la importancia de la matemática que enriquecerá - al futuro psicólogo. Y hablar de la importancia de la matemática para el estudiante de psicología es una labor llena de obstáculos y dificultades, en la que muy pocos han obtenido éxito.

Al realizar el presente trabajo, sólo he tenido como mira y meta señalar algunos elementos que destacan esta importancia de la matemática en la investigación psicológica, con el propósito de que tanto a los profesores como a los alumnos, les auxilie en

la solución de problemas y obstáculos del proceso enseñanza-aprendizaje y en la proyección de sus conocimientos hacia el objeto de su investigación: el hombre y su mundo.

a).- INICIACION DE LA MATEMATICA EN PSICOLOGIA

Definiremos primero lo que es la matemática. Es una ciencia factual que tiene por objeto las propiedades de la cantidad calculable. Así como la aritmética es relativa al dinero, a pesas y medidas; el álgebra en cuanto a las ecuaciones; la geometría en sus teoremas; la trigonometría y el cálculo en sus aplicaciones a la física, no tocan en ningún momento, excepto en forma vaga, la repetición de la vida diaria, llena de errores, de variabilidad, de probabilidad, de estimación, de informaciones incompletas, de juicios humanos o aún de la amplia numerosidad de la mayoría de nuestros problemas sociales, psicológicos y biológicos.

Ya desde 1824, Johann Friedrich Herbart autor de la Psicología Científica, había intentado aplicar la matemática al estudio de la vida psíquica; la psico-física se puso como tarea determinar la relación que existe entre un fenómeno físico, considerado como excitación causal, y el fenómeno psíquico (sensación) que es su resultado.

Posteriormente con esto, E.H. Weber, fisiólogo y anatomista (1795-1878); se vio llevado por sus investigaciones acerca de las sensaciones particularmente táctiles y visuales, a pasar de la fisiología a la psicología; sacando como conclusión que la cantidad de excitación necesaria para distinguir una primera sensación de una segunda, está en relación constante y determinable con la sensación inicial. Si la cantidad se aumenta poco a poco, la sensación primera no cambia al principio y para que el sujeto perciba el aumento se requiere un aumento de alguna importancia proporcio

nal a la cantidad de excitación primera. De aquí la Ley de Weber de que la excitación crece o decrece de manera continua y la sensación de manera discontinua; y de que la cantidad de excitación correspondiente a un umbral diferencial está en relación fija -- con la excitación inicial.

El filósofo Gustav Fechner (1801-1887), emprendió la tarea de deducir matemáticamente de estos primeros trabajos de Weber - una ley más precisa; la sensación crece como el logaritmo de la excitación. Estas preocupaciones por una ciencia psicológica positiva se aúnan en él a una curiosa forma de pantéismo místico.- En tales investigaciones señalan la introducción de la medida en psicología; son el origen de los métodos que buscan determinar en un sujeto dado el más pequeño estímulo perceptible entre dos estímulos.

La Ley de Weber y Fechner ha sido abundantemente comentada, discutida y refutada.

b).- CONCEPCION DE LA MATEMATICA SEGUN GUSTAV THEODOR FECHNER.

LA BASE MATEMATICA DE FECHNER.

Cuando Gustav Fechner trabajó en lo que llegó a ser los "Elemente der Psychophysik", tenía, además de su problema filosófico y de su experiencia en investigación física, y su experimentación, la psicología de Herbart como base. De Herbart tomó la idea de - que la psicología tenía que ser una ciencia, que los fenómenos -- "mentales" debían medirse, y con ello, la noción emparentada de - la aplicación de la matemática al estudio de "la mente" (conducta observable) y la idea del "análisis mental" mediante los fenómenos umbrales.

En este tiempo en realidad, no existía la psicología, si exceptuamos la influencia de Herbart y la fisiología psicológica de Johannes Muller y E. H. Weber; Fechner tenía demasiado de experimentador para poder aceptar el enfoque metafísico de Herbart, o para admitir la validez de su negación del experimento psicológico. De modo que emprendió la corrección de Herbart por medio de la medición experimental de "la mente".

Fechner, después de obtener su grado de doctor se dedicó a la matemática. El mismo reconoció su deuda con "Bernoulli, Laplace, Poisson, Euler, Herbart, Drobisch, Steinheil y Pogson".

Al decir esto pensaba en la demostración matemática y experimental de la Ley de Weber. Steinheil demostró que las magnitudes estelares siguen esta ley; Euler, que la escala tonal - - - también la sigue. Fechner puso el nombre de Bernoulli en primer lugar con justificada razón. El interés de Bernoulli (1700----1782), en el cálculo de probabilidades aplicado a los juegos de azar, le llevó a la discusión de la fortuna sobre valores físicos y mentales que consideraba (1783) relacionados entre sí de tal manera que un cambio en la cantidad de "fortuna mental", influye proporcionalmente a la razón en que se encuentra respecto a la fortuna física en el total de la fortuna de su poseedor.- Así, al apostar con un riesgo igual al del oponente, uno se - - arriesga a perder más que a ganar, pues una pérdida dada será - mayor respecto a la fortuna reducida que lo sería la misma ganancia física respecto a una fortuna total aumentada.

De esta manera, "fortuna mental" y fortuna física se convirtieron en cantidades mentales y físicas, relacionadas matemáticamente; cantidades que se corresponden exactamente, tanto en

su cualidad como en su relación, con la mente y el cuerpo en general, y con la sensación y la energía corporal en particular; términos que Fechner intentó relacionar, en provecho de su filosofía, - por medio de la ley de Weber.

Desde el punto de vista matemático, poco se sabe de la preparación de Fechner, aunque Bernoulli, Laplace y Poisson eran bien conocidos por él. Hoy en día se piensa en el uso que hizo Fechner de la ley del error normal como lo más representativo de sus preocupaciones por la matemática. El método de Fechner de los estímulos constantes hace uso de esta ley, y el método ha alcanzado - - importancia porque está íntimamente ligado a los métodos estadísticos, biológicos y psicológicos, que hacen también uso de distribuciones normales. El método de los estímulo constantes era, uno de los tres principales métodos de Fechner.

Es interesante responder a la pregunta que surge acerca del uso que hizo Fechner de la ley normal. Los principios estaban todos contenidos en el trabajo de los matemáticos sobre el cálculo de probabilidades, cuyo ejemplo más destacado es el de Bernoulli. Laplace, mencionado especialmente por Fechner, fue quien desarrolló la ley general. Gauss le dio su forma más común, y la ley suele, por ello, llevar su nombre. Al usarla, Fechner emplea el nombre de Gauss, pero éste parece haber sido menos importante que Laplace. No hay nada nuevo en hacer esta aplicación práctica de la teoría de probabilidades. Desde 1662 se intentaba aplicarla a la esperanza de vida; a la evaluación de los testigos y de la inocencia; a los índices de natalidad; a las proporciones entre los sexos; a los hechos del matrimonio; a la viruela y a la inoculación; a la predicción del tiempo atmosférico; a los sueldos, a las

elecciones y por Laplace y Gauss, a los errores de la observación científica en general. En 1835 Quetelet fue quién primero pensó en usar la ley del error para describir la distribución de los rasgos humanos, como si la naturaleza, al orientarse hacia un hombre ideal medio, no acertara, y creará así una serie de desviaciones a ambos lados del promedio. Fue Quetelet quien dio a Francis Galton la idea del tratamiento matemático de la herencia del genio (1869), pero nunca pensó en tal cosa. La antigua tradición le era, sin duda, conocida, y es de ella de donde extrajo la ley del error normal para aplicarla al método de los estímulos constantes, cuestión tan importante hoy en día para los psicólogos. Lo más fácil en aquel tiempo era suponer que la ley normal, como su nombre indica, era una ley de la naturaleza que rige siempre que la variabilidad no esté controlada.

Además de esta base y los conocimientos generales, Fechner aportó a la psicofísica varias cosas definitivas. En primer lugar, había el hecho del umbral, dado a conocer por Herbart, pero bastante obvio por otras causas como, por ejemplo; en el caso de la invisibilidad de las estrellas cuando es de día. En segundo estaba la ley de Weber, un principio de hecho del que, de no verificarse podía esperarse que persistiera en forma modificada. En tercer lugar estaba el método experimental, que era fundamental, y que procedía de Fechner, en oposición a Herbart. Y en cuanto estaba la clara concepción de Fechner sobre la naturaleza de la psicofísica como "ciencia exacta de las relaciones funcionales de dependencia entre cuerpo y mente". Esta concepción era la razón de ser de toda la empresa. Finalmente había que contar con la conclusión de Fechner de que no podía abarcar todo el

programa de la psicofísica y de que convenía por lo tanto, auto-limitarse, no sólo a las sensaciones, sino a la intensidad de -- las mismas de modo que toda prueba de su opinión en un solo - - campo pudiera, por su propia solidez, llevar a descubrimientos en terrenos más amplios.

Tenemos que destacar el hecho de que el concepto que Fechner tenía de la relación entre "espíritu" y cuerpo no era el del paralelismo psicofísico, sino lo que se ha llamado la hipótesis de la identidad y también pan-psiquismo. Escribir una ecuación entre el espíritu y el cuerpo en términos de la ley de Weber, era algo que le parecía una demostración virtual, tanto de su identidad, - como de su carácter fundamentalmente psíquico. A pesar de esto, la psicofísica de Fechner desempeñó un papel importante en la historia del paralelismo psicofísico, porque mente y cuerpo, sensación y estímulo, se comprenden como entidades separadas, para que cada una pueda ser medida y, así, establecerse una relación entre ambas. La psicología de Fechner, como casi toda la que le siguió, parece ser, al principio, de carácter dualista. Ciertamente es que -- empezó con un dualismo, pero hay que recordar que había mostrado que el dualismo no es real, y que desaparece en cuanto puede hallarse una ecuación auténtica entre los dos términos.

c).- LA PSICOFISICA.

Es fácil pensar hoy, que la ley de Weber-Fechner representa la relación funcional entre la magnitud medida del estímulo y la magnitud medida de la sensación, que es difícil comprender la dificultad que presentaba el problema para Fechner.

Le parecía claro que la sensación de una magnitud mental, no podía medirse directamente y, que su problema consistía, por lo tanto, en medirla de forma indirecta. De ese modo comenzó a estu

diar la sensibilidad.

Según Fechner, la sensación no es medible; todo lo que podemos observar es si una sensación existe o no, o si es mayor, o igual, o menor que otra sensación. Nada sabemos directamente de la magnitud absoluta de una sensación. Sin embargo, podemos medir estímulos, y asimismo medir los valores de los estímulos que se necesitan para crear una sensación concreta, o para crear una diferencia entre dos sensaciones; o sea, podemos medir el umbral del estímulo. Al hacer esto medimos también la sensibilidad que es la inversa del valor del umbral. Fechner distinguió entre sensibilidad absoluta y diferencial. Reconoció la importancia de la variabilidad en esta materia y, la necesidad de manejar promedios, valores extremos, leyes de los promedios y leyes de variación de los promedios, o sea; la necesidad de utilizar métodos estadísticos.

Para Fechner, tanto el estímulo, como la sensibilidad, pueden ser medidos directamente, pero la sensación no puede serlo; - sabía que la sensación debía medirse indirectamente; esperaba con seguir esto por medio de sus incrementos diferenciales. Al determinar el umbral diferencial tenemos dos sensaciones que pueden -- percibirse como diferentes; la diferencia tan sólo percibida (llamada dsp) como unidad de sensación, para luego contar dsp que nos determinaran la magnitud de la sensación. Aquí se produjo una -- larga discusión sobre si cada incremento inicial de sensación - - (δS) es igual a todos los demás; Fechner supuso que $\delta S = dsp$, y que las diferencias percibidas, al ser tan sólo diferentes en la percepción, son iguales, y constituyen una unidad auténtica.

Para grandes magnitudes no se suelen contar las unidades una a una. Se trabaja matemáticamente sobre un caso general referido a una función particular, que puede ser luego aplicada a la medición. S será la magnitud de la sensación y R la del estímulo.

El descubrimiento experimental de Weber puede expresarse de la manera siguiente: $\frac{\delta R}{R} =$ una constante del dsp. Ley de Weber

(1).

Debido a que Weber fue su descubridor, esta ley lleva su nombre. Sin embargo, Fechner empleó la expresión para el resultado final.

Supuso que si la fórmula (1) es verdad del dsp, tendrá también que serlo para cualquier pequeño incremento de S o δS y, que podría expresar la relación funcional entre S y R del siguiente modo:

$$\delta S = C \frac{\delta R}{R} \quad \text{fórmula fundamental (2)}$$

donde c es igual a una constante de proporcionalidad. Esta era la fórmula fundamental de Fechner, aquí se nota que la introducción de δS en la ecuación, es el equivalente matemático de la conclusión de Fechner, de que todos los δS son iguales, y de que pueden ser tratados como unidades. Para conseguir la contrapartida matemática de la suma individual de unidades en las mediciones, lo único que hay que hacer es integrar. Posteriormente, Fechner midió la sensación, por tanto, integró la ecuación, llegando a la conclusión siguiente:

$$S = C \cdot \log_e R + C \quad \text{Fórmula (3)}$$

donde C es igual a la constante de integración y "e" es igual a la base de los logaritmos naturales. Esta fórmula nos da los va-

lores de S para cualquier valor de R, cuando ambas constantes nos son conocidas. De este modo, Fechner demostró el punto fundamental de su filosofía. Sin embargo, esta fórmula le fue insatisfactoria a causa de las constantes desconocidas, y eliminó la C por medio de la referencia a otros hechos conocidos.

Hizo que r =valor umbral de estímulo, y que R =un valor en el cual S, por definición, era nula. O sea, cuando $R=r$, $S=0$.

Si sustituimos esos valores de S y R en la fórmula (3) obtendremos:

$$\begin{aligned} 0 &= c \cdot \log_e r + C \\ C &= - c \cdot \log_e r \end{aligned}$$

Sustituyendo el valor de C obtenido de la fórmula (3)

$$S = c \cdot \log_e R - c \cdot \log_e r$$

$$S = c(\log_e R - \log_e r)$$

$$S = c \cdot \log_e \frac{R}{r}$$

Podemos pasar a logaritmos comunes a partir de logaritmos naturales mediante un cambio apropiado a la constante de c a, pongamos, K:

$$S = K \cdot \log \frac{R}{r} \quad \text{fórmula de medición (5)}$$

La escala de S es el número de dsp en que la sensación es mayor que cero, su valor en el umbral. Fechner dio un paso más ya que sugirió que sería posible medir R por su relación con el valor umbral; o sea, tomando r como la unidad de R. Entonces.

$$S = K \cdot \log R \quad \text{Ley de Fechner (6)}$$

A esta fórmula la llamó "ley de Weber". De acuerdo a lo anterior la fórmula (1) es la que debe llamarse ley de Weber y la fórmula

la (6), ley de Fechner, Hay que recordar que $S=K \cdot \log R$ es válido sólo cuando la unidad de R es el valor umbral del estímulo, y -- siempre que sea posible integrar S, y suponer que $S=0$ en el umbral.

Toda la conclusión depende de la validez del descubrimiento de Weber, la fórmula (1), que ha sido verificada por experimentación ulterior sólo en ciertos casos, pero no para toda la gama de estímulos.

Con esto se organizó una controversia en torno a la pretensión de Fechner de haber medido la sensación, la cual duró cuarenta o más años; dos de las objeciones fundamentales son las que a continuación se mencionan:

Una de las objeciones fue que Fechner supuso que los dsp -- eran iguales, sin suficiente garantía, con lo cual había desvirtuado la cuestión, puesto que decir que un δS es igual a otro no tiene sentido, a menos que se pueda medir S.

Parcialmente, fue rebatida por la noción de Delboeuf de sentido-distancia y los experimentos sobre sentidos-distancias supra-umbrales. Delboeuf indicó que podemos juzgar el tamaño del intervalo entre dos sensaciones directa e inmediatamente. Por ejemplo, de tres sensaciones, A, B y C, si la distancia AB es mayor, menor o igual que la distancia BC. De este modo, lo que se ejecuta es -- una medición mental inmediata. Supongamos que psicológicamente -- $AB=BC$, y que encontramos que el estímulo necesario para B es la me dia geométrica de los estímulos para A y C.

La fórmula fundamental es válida para una gran S como AB y, -- si la misma ley puede aplicarse a largas distancias, consideradas iguales, entonces los dsp, deberán ser también iguales. La verdad es que la ley de Weber no es válida, ni general, ni con exactitud.

Depende de las unidades arbitrarias de la escala de estímulos que se elija, y suele fallar para los valores bajos de cualquier medida conveniente de intensidad de estímulo. Los resultados más recientes que la hipótesis de igualdad para los dsp intensos no -- siempre es congruente con el criterio comparativo de las diferencias de intensidad supraumbrales. Se sabe por ejemplo, que los -- dsp para la agudez de las tonalidades sonoras son iguales en este sentido, pero que los dsp para el volúmen de las tonalidades no -- lo son.

El otro modo de responder a la objeción de que todos los dsp; no son iguales es reconocer que la igualdad de las unidades debe ser una hipótesis. Ciertamente, un dsp equivale a cualquier otro en cuanto al hecho de que ambos son dsp. El problema puede tratarse, de este modo, sobre una base puramente lógica, aunque esta solución deja abierta la cuestión del sentido exacto en el que -- los dsp, como tales, son iguales. Así deberá ocurrir con todas -- las unidades, y hasta los sentidos-distancia de Delboeuf no son -- mas satisfactorios que los que nos ocupan.

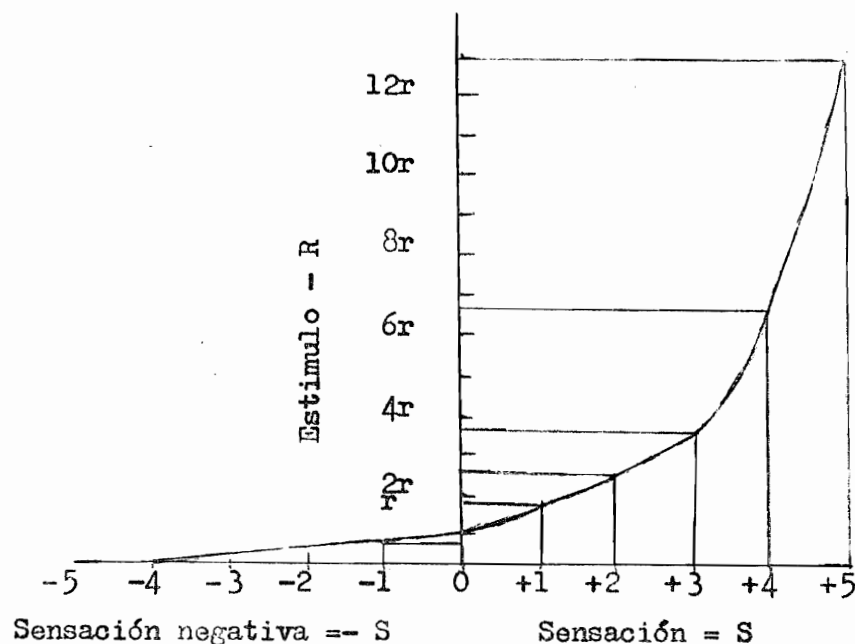


Figura 1.- Ley de Fechner, $S=K \log R$. Las posiciones de las coordenadas verticales a intervalos iguales, representan una serie aritmética de S sus alturas sucesivas, la serie geométrica correspondiente para R . O sea, que la curva muestra cómo una función logarítmica representa una correlación entre una serie aritmética y una geométrica. También, como la función requiere la existencia teórica de sensaciones negativas, pues cuando $S=0$. R =valor finito y r = el umbral, S pasa por un número infinito de valores negativos cuando R varía entre r y 0. En este diagrama se ha representado R tomando r como unidad y k se toma arbitrariamente como 4.5 para los logaritmos vulgares.

El hecho obvio es que la ley Fechner explica una relación entre dos entidades no idénticas. S tiene que ser algo, y no es R . Hay que reconocer que se ha medido algo diferente del estímulo.

La otra objeción hecha a Fechner ha sido llamada la objeción de la cantidad. Se decía que, a partir de la introspección, las sensaciones no poseían magnitud, Fechner había dicho que los estímulos pueden medirse directamente, y que las sensaciones no, pues éstas necesitan medición indirecta referida al estímulo, y a través de la sensibilidad.

A esta "objeción de la cantidad", los experimentadores siguieron midiendo la sensación, a pesar de que otros objetaran o, por lo menos, siguieran midiendo aquello que representaba la S de Fechner. Sobre todo esto, se consideran dos observaciones:

- 1) La sensación puede ser medida tan directamente como el estímulo. Es posible comparar mediante juicio directo, dos diferencias sensoriales. Es posible decir que la diferencia de AB es mayor, menor o igual que la diferencia BC , cuando A , B y C son intensidades seriadas o cualidades, o extensiones, o duraciones. Tales juicios se resumen en el sentido de igual o no-diferente. Esta comparación es directa para la sensación y el estímulo.
- 2) Por el contrario, podemos decir que el estímulo es sólo tan -

unitario y simple como la sensación. Un metro, en sí, es unitario ya que sus magnitudes no implican complejidad, sino una relación respecto a otros objetos, a la que llegamos mediante métodos convencionales de medición.

Por otra parte, otros temas relacionados para Fechner fueron:

La distinción entre la psicofísica interna y la externa; ésta última, trata de la relación entre mente y estímulo.

Lo interesante es saber por qué Fechner, al trabajar en psicofísica externa, pensaba que estaba resolviendo el problema, importantísimo para él, de la interna.

En esta discusión se observa cuán importante era el hecho del umbral de conciencia. Lo que él llamaba ley de Weber se basa en el umbral, pues si $S=K \cdot \log R$, entonces, cuando $S=0$, R es una cantidad finita, un valor umbral de conciencia de Herbart de esta ley. Tanto Fechner como Herbart relacionaban el umbral con la atención: cuando la conciencia está ya ocupada con otras sensaciones, una sensación nueva no podrá entrar hasta que no supere el "umbral mezclado".

La psicología que se basa en esta ley necesita la existencia de sensaciones negativas. La figura 1 muestra gráficamente la curva logarítmica que da la relación de S a R para la ley de Weber. La función requiere que $R=r$, el umbral, cuando $S=0$, y así nos da las sensaciones negativas de los valores subumbrales de R , pues teóricamente, cuando $R=0$, S es negativo e infinito. Fechner pensaba que "la representación de los valores psíquicos inconscientes por medio de magnitudes negativas es fundamental para la psicofísica" y, por medio de esta lógica matemática, -- llegó a mantener una doctrina sobre el subconsciente que no era

distinta de la de sus predecesores Leibnitz y Herbart.

CONCLUSION

La grandeza de Fechner en psicología no proviene, sin embargo, de sus concepciones psicológicas, ni siquiera de la formulación de su famosa ley. Su gran logro fue el descubrimiento de una nueva forma de medición. Los científicos, y en especial los psicólogos pueden discutir sobre qué era exactamente lo que midió; pero queda el hecho de que concibió desarrolló y estableció nuevos métodos de medición, y que, cualquiera que sea la interpretación que se dé a sus resultados, estos métodos son sustancialmente los primeros de medición mental, y por lo tanto el principio de la psicología experimental cuantitativa. Además, estos métodos han resistido la prueba del tiempo. Ha podido probarse que son aplicables a toda clase de problemas psicológicos, y a situaciones en las que su mismo autor ni siquiera pensó.

Aún están en uso, con pequeñas modificaciones, en la mayor parte del trabajo cuantitativo del laboratorio psicológico.

Tres fueron los métodos fundamentales: 1) el método de las diferencias sólo perceptibles, llamado más tarde el de los límites; 2) el método de los casos correctos y falsos, llamados más tarde el de los estímulos constantes o, simplemente, el método constante, y 3) el método del error promedio, llamado más tarde el método del ajuste y, el método de reproducción.

Cada uno de ellos es un procedimiento experimental y, al mismo tiempo, un tratamiento matemático. Cada uno tiene formas especiales. El método constante ha sido muy desarrollado por Muller y Urban. Recientemente, el método del ajuste ha mostrado poseer ciertas ventajas sobre los otros. Pero los cambios y las críticas

siguen añadiendo distinción a Fechner como inventor en sus aportaciones a la psicología científica.

Así tres años después de la muerte de Fechner, James escribía: "El libro de Fechner fue el punto de partida de una nueva sección de discusión psicológica, muy difícil de igualar en sutileza y escrupulosidad, pero que, en la opinión de este humilde escritor, no puede producir nada en el campo de la psicología".

En esto pocos están de acuerdo con James. Naturalmente, es cierto que sin Fechner u otra persona que le sustituyera, que hubiera aparecido tarde o temprano, tendríamos también una psicología experimental.

Siempre hubiera habido un Wundt y un Helmholtz. Pero hubiera habido poco espíritu científico en el acervo experimental, pues difícilmente reconocemos algo como científico, si la medición no es uno de sus instrumentos. Fechner, puso en marcha la psicología experimental cuantitativa por el camino que en la actualidad ha seguido. Es posible llamarlo "fundador" de la psicología experimental; o, si se quiere, puede darse ese título a Wilhem Wundt, por haber iniciado el primer laboratorio experimental.

LA MATEMATICA Y LA PSICOLOGIA

Actualmente la matemática nos permite entrar a la investigación de la Psicología. Se dice que la Lógica es la ciencia - factual de los conceptos; la matemática, la ciencia de las magnitudes y la Psicología moderna puede ser definida de manera -- sucinta como la "Ciencia de la Conducta de los organismos vivos y sus relaciones sociales".

Se aclara que una ciencia no se define en términos de la - exactitud o precisión de datos, sino más bien como un cuerpo de conocimientos sistematizados, adquiridos a través del empleo del método científico.

La matemática estudia cuantitativamente las relaciones en-- tre los objetos; la Lógica estudia esas relaciones cualitativa-- mente; mientras que la Psicología estudia cuantitativa y cualita-- tivamente el objeto que trata la investigación, es decir, el obje-- to particular.

Así vemos que la Lógica ha sido formada casi por los mismos sistemas que la matemática, pues ambas han sido deducidas de la observación de los fenómenos; y generalizando estas observacio-- nes gradualmente descubrimos las relaciones que llamamos "leyes universales". Sabiendo que estas leyes se refieren a axiomas de la Lógica y de la matemática.

En Lógica estas leyes están incluídas en los axiomas de - - Aristóteles y Bacon: A es A , lo que fue A será A ; A no es A , lo que no fue A no será A ; cada cosa es A o no A , cada cosa será A o no A . Siendo esta Lógica desarrollada sólo por conceptos.

Si comparamos un axioma de la Lógica Aristotélica con un axioma matemático, encontraremos entre ellos completa similitud. Los tres axiomas antes enunciados corresponden a los siguientes: Toda magnitud es igual a sí misma; la parte es menor que el todo; las magnitudes iguales a una tercera, son iguales entre sí.

En Psicología estos conceptos se rigen bajo el método científico en base al objeto a investigar. El Concepto y la relación entre ellos de una observación receptiva, sería la investigación psicológica.

La investigación en Psicología consiste en actividades diversas como: la de formular y seleccionar problemas a investigar; observar y reunir los acontecimientos significativos en relación al problema; tratamiento y análisis de los acontecimientos, estableciendo ecuaciones además del trazo de gráficas; sentido a los acontecimientos y por último, las conclusiones obtenidas a través de estos pasos de la investigación psicológica.

Esta investigación psicológica ha provenido de los desarrollos de la lógica, matemática y estadística, así como de otras ciencias en donde el investigador de la ciencia de la conducta se ayuda, teniendo como consecuencia que la Psicología tenga nuevas técnicas como la medición de actitudes; la graduación de respuestas; la medición de significado; etc. Todo esto de acuerdo a un sistema conceptual científico.

Esta similitud entre los axiomas lógicos y matemáticos se extiende tan lejos, pues asociándolos con la psicología nos permite llegar a concebir que las dos ciencias son reflejos del mundo de los fenómenos sobre nuestra receptividad y nuestro razonamiento.

Así, al observar la Psicología como una ciencia y entendiéndose por ésta, un conocimiento racional, sistemático, exacto, verificable y por consiguiente no falible; encuentra en la matemática el mejor colaborador para poder llegar a un resultado preciso y exacto. La ciencia se nos aparece como la más deslustrante, cuando la consideramos como un bien por sí mismo, esto es; como sistema de ideas establecido provisionalmente y, como una actividad productora de nuevas ideas; así encontramos también que en la Psicología se abren nuevos campos de conocimientos para una mejor comprensión del hombre, ya que lo que se busca es tener -- más elementos con qué combatir los males que producen grandes estragos en la Conducta Humana y sus relaciones sociales.

Los diferentes temas de la matemática son racionales, sistemáticos y verificables; pero no son objetivos en el campo de la psicología. En cambio los diferentes capítulos en que se desarrolla la Psicología son: racionales, sistemáticos, verificables y objetivos, ya que son aplicados en forma directa en la conducta del hombre.

Por consiguiente, la psicología es una ciencia, la ciencia que explica, interpreta, modifica e infiere el comportamiento. Tal afirmación no es gratuita, pues a pesar de que en la historia de la Psicología los diferentes métodos con que se la ha estudiado, la mayoría de las veces no proporcionan garantía de -- científicidad; es una realidad que en la actualidad se cuenta con una serie de procedimientos que permiten el estudio científico de los fenómenos conductuales.

Evidentemente, el hablar de tales procedimientos implica el de proporcionar instrumentos para efectuar mediciones, es decir,

análisis matemáticos de los fenómenos objeto de estudio; pues sabemos que el fin principal de toda ciencia es descubrir información nueva y útil en forma de datos verificables, es decir, datos obtenidos bajo condiciones similares y obtener los mismos resultados. Esto exige métodos y precisión para descubrir relaciones y comunicarlas.

También es sabido que el ideal científico no se alcanza siempre; es observable que no es posible realizar los mismos procedimientos de cuantificación con los fenómenos correspondientes a las distintas ramas de la ciencia, incluso dentro de una misma área científica, pero una ciencia queda mejor establecida si descansa sobre una gran cantidad de relaciones que puedan darse por supuestas, es decir, dependiendo de los datos, habrán variaciones en los análisis matemáticos que sean factibles de aplicarse. Aquí quedaría muy bien lo que dice M. Bunge: "No siempre es posible, ni siquiera deseable respetar enteramente los hechos cuando se los analiza, y no hay ciencia sin análisis aún cuando el análisis no sea sino un medio para reconstrucción final de los todos".

De todo lo anterior podemos concluir que; si queremos preciar-nos de hacer psicología científica y fecunda, es menester la aplicación de los debidos procedimientos matemáticos para poder producir nuevas y verídicas conclusiones que representen cada vez, un paso más hacia el conocimiento del comportamiento.

a).- NIVELES DE MEDICION.

Lo más difícil en una discusión es conocer lo que realmente sabemos y lo que no sabemos. Si deseamos conocer algo debemos determinar primero lo que conocemos y segundo lo que deseamos conocer.

Sabemos que el hombre observa y contempla dos hechos: La existencia del mundo en que vive; y la existencia de su vida interna. Esto es un hecho y como tal es aceptado.

Lo ignorado sería: El espacio y su extensión; el tiempo con las ideas del pasado, presente y futuro; número, igualdad y desigualdad; identidad y diferencia; causa y efecto; átomo y -- energía, siendo ésto la base de nuestro conocimiento.

Todo lo que aceptamos del mundo exterior lo llamamos objetivo, siendo percibido en tiempo y espacio; y lo que aceptamos de nuestra vida interior lo llamamos subjetivo, siendo los procesos cognoscitivos: pensamiento, sensaciones, percepciones, -- etc.

El tiempo y el espacio son dos categorías del pensamiento atribuídos, por nosotros, al mundo exterior; así es como construimos gráficas en las cuales representamos el mundo exterior, proyectando en ellas el registro de conductas en el espacio e imaginamos su realidad, por una serie de instante de tiempo.

Para muchos físicos, matemáticos, fisiólogos, microbiólogos, filósofos y psicólogos el espacio es la forma del Universo teniendo una extensión infinita en todas direcciones, midiéndose sólo en tres dimensiones independientes una de otra, siendo estas: largo, ancho, grueso (profundidad), considerando estas di mensiones como tridimensional.

Por dirección independiente se dice, en este caso, una línea en ángulo recto con otra. Pues sabemos que nuestra geometría conoce solamente la posibilidad de tres líneas que no siendo paralelas puedan ser perpendiculares entre sí en ángulos rec-

tos.

Aquí lo ignorado sería ¿Por qué solamente tres y no más? No podemos imaginar siquiera más de tres direcciones independientes; es decir, rectangulares y no paralelas.

Así, al entablar la conversación del Universo nos referimos al infinito, y como la primera condición del infinito es: infinidad en todas direcciones, debemos presuponer un número indefinido de líneas perpendiculares y no paralelas entre sí, sin embargo, de éstas líneas sólo conocemos tres.

Si la tridimensionalidad de nuestro espacio está condicionado a esto, estaríamos forzados a admitir la limitación del mismo en relación con las posibilidades geométricas. Tomando esto como base, definimos la dimensionalidad del espacio por el número de líneas que se pueden trazar en él y que sean rectangulares entre sí. El espacio unidimensional sería la línea sobre la cual no puede haber una perpendicular, es decir otra línea. Y lo que constituye el espacio bidimensional, es que sobre la superficie puede haber dos perpendiculares; y como en el espacio tres perpendiculares son posibles, esto es el espacio tridimensional.

Lo ignorado sería que, de las tres dimensiones geométricas conocidas, la cuarta perpendicular nos es desconocida. Siendo ésta suposición el planteamiento de fenómenos inconmensurables, fuera del espacio tridimensional.

Viendo que no está comprendido dentro de nuestro espacio, el empezar a concebir la idea de otro, poseyendo más dimensiones que el nuestro, entonces, nuestro espacio parece formar par

te de otro, empezando a pensar que sólo sabemos, sentimos y medimos una pequeña parte del espacio; es decir, la parte que se puede medir en términos de longitud, latitud y profundidad.

Para los físicos, matemáticos y en especial para los que estudian la ciencia de la conducta ésta idea sería abstracta y responder a ésto sería muy difícil, pues el acercarse al estudio del espacio es empezar a considerar las grandes diferencias entre las leyes del punto, la línea y la superficie, y los diferentes fenómenos posibles en la línea, el plano y la superficie. Esto sería imposible imaginar y difícil de comprender las leyes de la existencia del tal cuerpo.

Para ilustrar lo anterior, se presenta a continuación un ejemplo de éstos niveles de medición. En éste se pretende conocer en qué medida la diferencia en los niveles de ingresos repercute en el comportamiento social; donde el Psicólogo podrá determinarlo, mediante una sencilla operación matemática que lo posibilite para medir en términos de ingresos, la distancia social entre dos individuos.

Por ejemplo, pueden utilizarse aisladamente y en forma sucesiva, varias escalas de referencia. En tales casos, elegida una escala, la distancia social entre dos individuos A y B se mide por la diferencia entre las distancias que separan a las posiciones de A y B del origen común, propio de la escala. De este modo, si los ingresos de A son de \$500.00 mensuales con egresos de \$400.00; y los ingresos de B son de \$1500.00 mensuales con egresos de \$1100.00, se tendrá que:

La distancia de A con respecto a B en la ESCALA DE EGRESOS es:

$$\begin{array}{r} \$1100.00 \\ - \quad \quad \quad \$400.00 \\ \hline = \quad \quad \quad \$700.00 \end{array}$$

La distancia de A con respecto a B en la ESCALA DE INGRESOS es:

$$\$1500.00 \quad - \quad \$500.00 \quad = \quad \$1000.00$$

Lo importante, en éste caso, es determinar la distancia entre dos individuos, no en una escala única de medida, sino en múltiples escalas, y si bien ésto se puede hacer como se -- mencionó anteriormente, midiendo tales distancias en forma sucesiva y aislada sobre cada una de ellas (escala de ingresos y escala de egresos); para ésto será conveniente buscar un medio a través del cual la medida que se obtenga de ésta distancia es té comprendida en un espacio bidimensional.

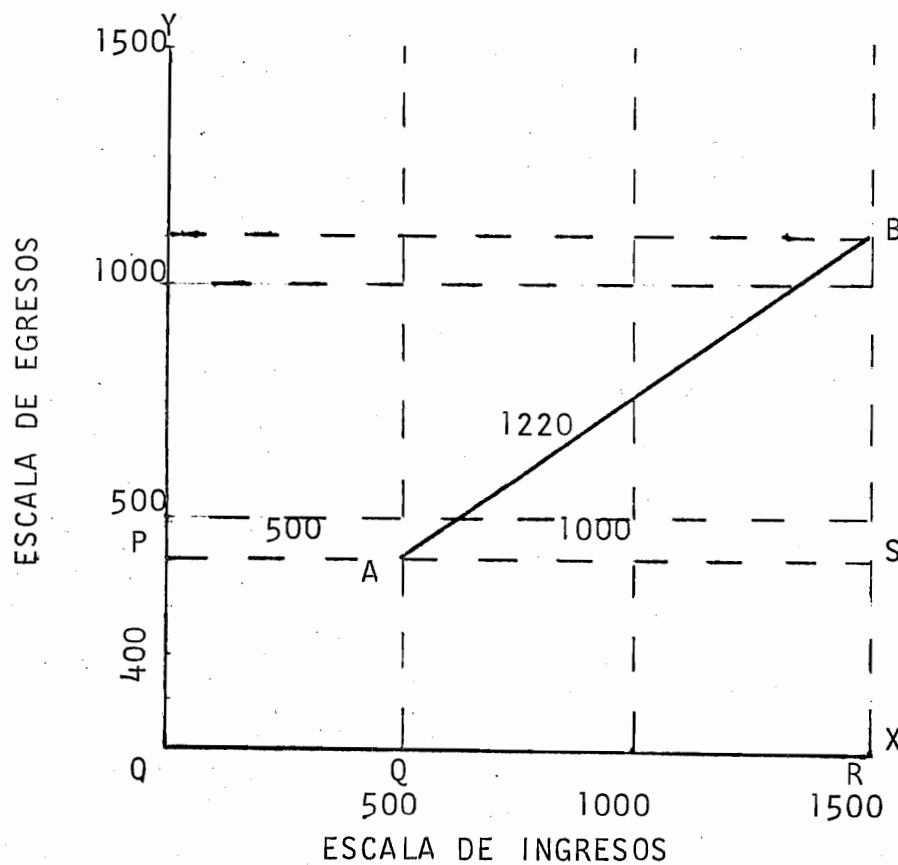
En el caso más sencillo, suponiendo que se trata de determinar la distancia entre A y B en relación con dos escalas de va riabilidad (ingresos y egresos), podemos recurrir a dos ejes - - coordinados, perpendiculares entre sí, para la determinación de dicha distancia.

Utilizando los datos del ejemplo anterior, en el cual los - ingresos son de \$1500.00 y \$500.00, y los egresos de \$1100.00 -- y de \$400.00 respectivamente, tomando el eje X como eje de los - ingresos y Y como eje de los egresos, el individuo A del ejemplo quedará representado por el punto A cuya distancia al eje de las X sea de 400 y cuya distancia al eje de las Y sea de 400 y cuya distancia al eje de las Y sea de 500; en forma análoga, el individuo B quedará representado por el punto que diste 1100 unidades del eje de las X y 1500 unidades del eje de las Y.

Determinada la posición de los individuos A y B en éste espacio social bidimensional (espacio determinado por dos dimensio

nes económicas), la distancia entre estos dos individuos, o sea, la distancia ente los dos puntos que los representan, resultará medida por la recta AB que los une. (Ver gráfica 2).

GRAFIA 2.- Distancia social entre dos individuos A y B en un espacio Bidimensional.



Para medir la magnitud de la recta AB se traza desde A una perpendicular al eje de las Y, a cuyo pie lo llamaremos P, y -- una perpendicular al eje de las X, a cuyo pie lo designaremos - por Q; desde B trazaremos, asimismo perpendiculares a los ejes de las que nos interesan, especialmente la perpendicular traza- da al eje de las X, cuyo pie llamaremos R. En seguida se prolon- ga la perpendicular AP, hasta su intersección con la perpendicu- lar BR en el punto S.

Las rectas AB, BS, SA, forman un triángulo rectángulo en S, (el ángulo BSA es recto por estar formado por perpendiculares a dos ejes que son asimismo perpendiculares entre sí), triángulo - rectángulo cuya hipotenusa es AB. De acuerdo con el teorema de Pitágoras, en un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenu- sa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, o sea:

$$AB^2 = BS^2 + SA^2$$

Si se extrae la raíz cuadrada de los dos miembros:

$$AB = \sqrt{BS^2 + SA^2}$$

Pero $BS = BR - SR$ y como SR es igual a AQ , tendremos que -- $BS = BR - AQ$. Por otra parte, $SA = SP - AP$ y, como $SP = OR$, tendremos que $SA = OR - AP$.

Si se substituyen estos valores de BS y SA en la expresión de AB ,

$$AB = \sqrt{(BR - AQ)^2 + (OR - AP)^2}$$

Si representamos BR por Y_B , AQ por Y_A , OR por X_B , AP por X_A y AB por d , se tendrá:

$$d_{AB} = \sqrt{(Y_B - Y_A)^2 + (X_B - X_A)^2}$$

En el ejemplo señalado anteriormente, tenemos que:

$$Y_B = 1100 \quad (\text{egresos de B})$$

$$Y_A = 400 \quad (\text{egresos de A})$$

$$X_B = 1500 \quad (\text{ingresos de B})$$

$$X_A = 500 \quad (\text{ingresos de A})$$

Substituyendo estos valores en la fórmula para la distancia entre A y B, se tendrá:

$$d_{AB} = (1100-400)^2 + (1500 - 500)^2$$

$$d_{AB} = 700^2 + 1000^2$$

$$d_{AB} = 149000$$

$$d_{AB} = 1220$$

Conforme a lo anterior, la distancia social entre el individuo A y el individuo B en un espacio social determinado exclusivamente por ingresos y egresos, es de 1220, en tanto que cuando se le consideraba aisladamente sobre la escala de los ingresos, la diferencia era de 1000 unidades y cuando se le consideraba sobre la de los egresos, la diferencia era de 700 unidades.

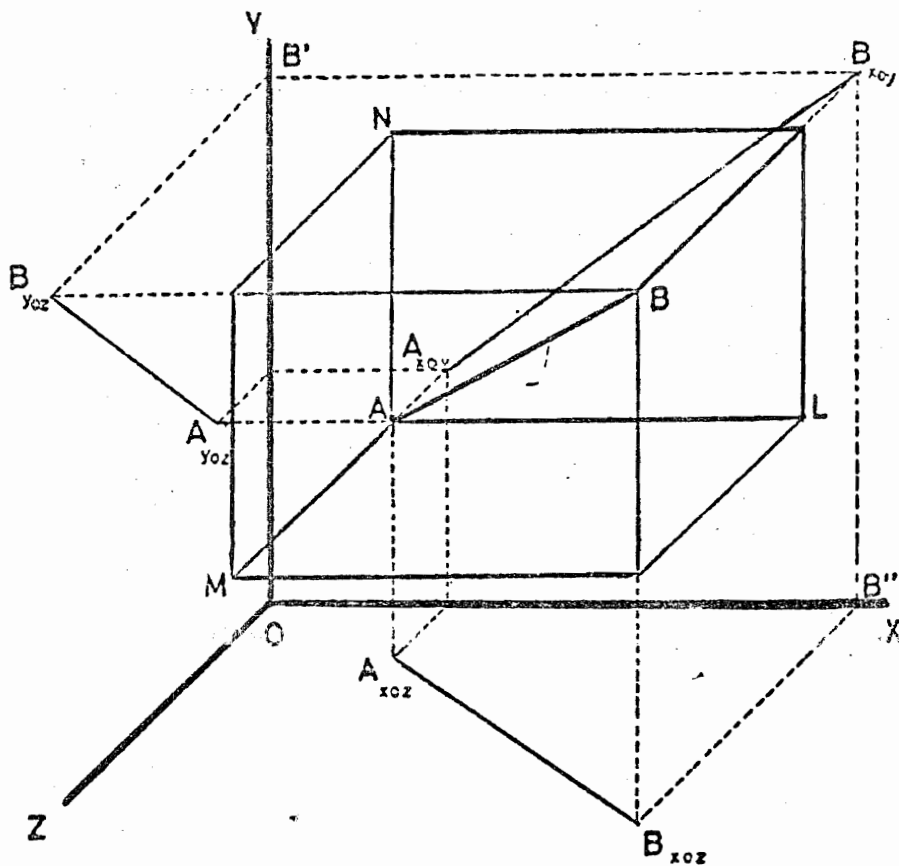
En cuanto la distancia social entre dos individuos trata de medirse no en un espacio unidimensional, ni bidimensional, sino en un espacio tridimensional, a los dos ejes X, Y, utilizados anteriormente; habría que agregar un tercer eje, Z, perpendicular al plano formado por los ejes X, Y, y que, a su vez, -- formará un plano con X y otro plano con Y.

El espacio social en el que se medirán las distancias so--

ciales entre los individuos será el determinado por estos tres planos.

La siguiente gráfica muestra como quedaría representado - este espacio tridimensional, si nos abocamos a su estudio.

GRAFICA 3.- Distancia Social entre los individuos A y B en un espacio tridimensional



Por otra parte, el estudio estrecho y, el limitado marco de la geometría euclidiana en donde Descartes trabajó; es definida no tanto por su célebre postulado, cuanto por la unilateralidad de su concepción.

Tridimensional del espacio, merced a los trabajos de notables matemáticos modernos como Lie y Rieman, la geometría ha roto esos moldes limitativos y los elementos de Euclides han sido reducidos a un caso particular de las infinitas interpretaciones del espacio. La misma teoría de la relatividad de Einstein ha podido ser fijada merced a esa ampliación del campo geométrico (espacio tetradimensional).

De esta concepción cartesiana de las coordenadas, es posible - interpretar geométricamente una gran parte de las funciones analíticas, llegando por este medio a conocer la comprensión y tendencia de su significado, además de encontrar un método fácil para su cálculo.

Estos instrumentos científicos de trabajo accesibles a la Psicología permiten alcanzar una gama de aplicaciones.

Una gráfica es la representación de una serie de valores tomados en una escala. Esta representación facilita la comprensión de los problemas puesto que el significado de términos y soluciones, se trasmite por medio de la percepción en lugar de dar una detallada descripción del problema, además de observar la tendencia de -- una variación y deducir leyes válidas en la interpretación de valores que se dan a las variables del fenómeno presentado, dando co--mo resultado una mejor comprensión en la investigación a realizar. Al analizar los cambios que experimentan diversas cantidades varia

bles, éstas guardan una relación afectando una a otra. Las variables que cambian de valor con el tiempo, se hallan sometidas a las oscilaciones de ese factor. En una distribución de frecuencias el valor de éstas varía con el tamaño o cantidad del objeto medido.

Cuando dos variables se hallan relacionadas en esta forma, la primera recibe el nombre de variable independiente y la otra el de función de aquella, siendo su expresión analítica - - - $Y=F(x)$, en donde F, es el símbolo de las operaciones a que debe someterse la variable independiente X, para encontrar el valor de la función Y. También x, puede hallarse afectada por diversas constantes o parámetros.

Así, al describir un científico sus observaciones, hace uso de instrumentos de registro, midiendo numéricamente en diferentes tipo de Escala, dando expresión matemática y un lenguaje en la formulación de relaciones de lo observado.

El empleo de la matemática en Psicología no está tan extendido. De aquí que los psicólogos abocados a la Ciencia de la Conducta, quizás no estén de acuerdo con el hecho de que sus investigaciones deberán ser establecidas en forma matemática.

Podemos observar que los datos del aprendizaje están adaptados al tratamiento matemático, expresadas mediante ecuaciones con su respectiva curva.

Por ejemplo, cuando Ebbinghaus descubrió que su curva de retención tenía la forma logarítmica, le dio una ecuación aproximada.

Fue así como este estudio cuantitativo del aprendizaje encontró una ecuación matemática:

$$b = \frac{100 R}{(\log T)^{C+R}}$$

Siendo b =porcentaje retenido por medida de Economía.

t =Tiempo transcurrido

CR =Constantes arbitrarias obtenidas mediante ajuste de curva.

Conocido como ajuste de curva empírico; este procedimiento consiste en presentar los datos experimentales, para buscar la función matemática; llegando a representar una serie de curvas, para posteriormente determinar las constantes de la curva, determinado por el método de mínimos cuadrados.

La Curva de ajuste consiste en llegar a determinar una ecuación que relacione las variables consideradas en la investigación, por ejemplo, la variable independiente (X) y la variable dependiente (Y), denotan el peso y altura, respectivamente.

Siendo la muestra de N individuos con los pesos $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, y las alturas $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$.

Representados los puntos por $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ en un sistema de coordenadas rectangulares, siendo su resultante un diagrama de dispersión, llegando a representar las ecuaciones de curvas de aproximación como son:

$Y = a_0 + a_1 X$función lineal

$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$función cuadrática

$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + a_3 X^3$ función cúbica

$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + a_3 X^3 + a_4 X^4$. función cuántica

$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \dots + a_n X^n$... función de n grado

$Y = \frac{1}{a_0 + a_1 X}$hipérbola

$Y = ab^X$función exponencial

Siendo la línea recta el tipo más sencillo de aproximación ya que solamente son necesarios 2. puntos, $P_1 (X_1, Y_1)$ $P_2 (X_2, Y_2)$, y donde sus constantes a_0 y a_1 , son determinadas mediante un Sistema de Ecuaciones, llamadas ecuaciones normales para la recta de mínimos cuadrados.

$$EY = a_0 N + a_1 EX$$

$$EXY = a_0 EX + a_1 EX^2$$

o bien tomando los constantes

$$a_0 = \frac{(EY) (EX^2) - (EX)_2 (EXY)}{N EX^2 - (EX)^2}$$

$$a_1 = \frac{NEXY - (EX) (EY)}{NEX^2 - (EX)^2}$$

Supongamos que nuestra ecuación fuera $X=F(Y)$, siendo ahora x la variable dependiente e y la variable independiente quedarían representadas las constantes por b_0 y b_1 y las ecuaciones del sistema.

$$EX = b_0 N + b_1 EY$$

$$EXY = b_0 EY + b_1 EY^2$$

o bien tomando las constantes

$$b_0 = \frac{(EX) (EY^2) - (EY) (EXY)}{NEY^2 - (EY)^2}$$

$$b_1 = \frac{NEXY - (EX) (EY)}{NEY^2 - (EY)^2}$$

Siendo las rectas de mínimos cuadrados

$$X = b_0 + b_1 y.$$

b).- LOS MODELOS DEL PENSAMIENTO CIENTIFICO.

El propósito inmediato del pensamiento científico es hacer predicciones de los acontecimientos actuales, en donde usan el término modelo para sus teorías.

La palabra modelo es una frase determinada, que puede referirse a uno o más de los muchos aspectos relacionados a la noción general, es decir, el contenido esencial del concepto de modelo es la existencia de una correspondencia entre el modelo mismo y el prototipo. Así, el modelo matemático se refiere a las ecuaciones y a otras relaciones que suministran las previsiones cuantitativas del modelo. El modelo conceptual se refiere a la "imagen mental" del modelo que está presente, introspectivamente, cuando se piensa en el modelo. El modelo geométrico se refiere a los diagramas o gráficas que se emplean para describir el modelo. La expresión modelo cortical se refiere al modelo tal como está registrado en la estructura y en la disposición de las moléculas en los almacenes de memoria del cerebro. El modelo geométrico se refiere a los diagramas o gráficas que se emplean para describir el modelo. El modelo verbal consiste en la descripción hablada o escrita del modelo.

El propósito principal de usar un modelo es el de hacer predicciones. Si un modelo matemático predice con exactitud los acontecimientos futuros, no hay necesidad de ninguna interpretación o visualización del proceso descrito por la ecuación. Sin embargo, las interpretaciones y visualizaciones de un modelo matemático pueden ser muy útiles para construir nuevos modelos.

Para construir modelos se postulan teorías. Las proposi-

ciones que describen el modelo se suponen y, a partir de ellas, se hacen predicciones. Estas predicciones se verifican con las mediciones u observaciones de los acontecimientos que tienen lugar realmente en los experimentos. Si las predicciones son exactas; el modelo es acertado y se dice que está validado. Si las predicciones no son exactas; el modelo es sustituido o ajustado, hasta que resulten exactas las predicciones.

Los científicos no esperan que un modelo sea siempre acertado; porque es posible que se hagan mediciones experimentales más amplias o más exactas. Las predicciones del modelo se vuelven entonces inadecuadas o inexactas y hacen necesario ajustar el modelo o construir uno nuevo.

El conocimiento científico, ésto es, los datos experimentales y los modelos conceptuales manejados en un momento dado, está sujeto a revisión constante. La formulación de los postulados de nuevos modelos es un acto de creación y no está sujeto a las limitaciones del método. El científico usa cualquier medio, incluso medios ilógicos, ya que el método de validación subsecuente eliminará los modelos que no cumplan el criterio de la predicción acertada.

Aunque la invención de nuevos modelos no esté sujeta a restricciones de método, la validación de nuevos modelos requiere de la revisión continua del conocimiento científico y, sigue una misma pauta recurrente que ha sido abstraída de los registros anteriores en el desarrollo de las teorías científicas del pasado. Esta pauta no es una receta para hacer nuevos descubrimientos en la ciencia; es un método para validar los nuevos modelos, después de que han sido postulados, durante el proceso de revisión constante

que caracteriza al conocimiento científico. Esta pauta recurrente recibe el nombre de método científico, teniendo tres puntos a seguir:

- a).- Postular un modelo, basado en las observaciones o mediciones experimentales existentes.
- b).- Verificar las predicciones de éste modelo, con respecto a las observaciones o mediciones ulteriores.
- c).- Ajustar o sustituir el modelo, conforme lo requieran las nuevas observaciones o mediciones.

Como se puede observar, el tercer paso conduce de nuevo al primero, siendo el proceso continuo. No se exige la "realidad" del modelo; el único criterio es la predicción acertada, a partir del modelo más simple, más conveniente o más satisfactorio.

Por otra parte, el pensamiento científico es acumulativo, es simplemente una formalización del aprendizaje por la experiencia, es decir, que el modelo actual incluye todas las partes acertadas de los modelos anteriores. En los modelos matemáticos, ésta acumulatividad significa que el modelo antiguo se convierte en un caso particular del nuevo.

El modelo nuevo hace todo lo que hacía el anterior, y algo más.

Siempre hay un núcleo continuamente creciente de ideas que no cambian dentro de los modelos cambiantes y son éstos factores los que han dado lugar a la acción de que el conocimiento científico es definitivo y permanente.

Un científico supone, explícita o implícitamente, la existencia de un universo exterior a él, que es la fuente de sus sensaciones. Observa ciertas regularidades en sus sensaciones e in-

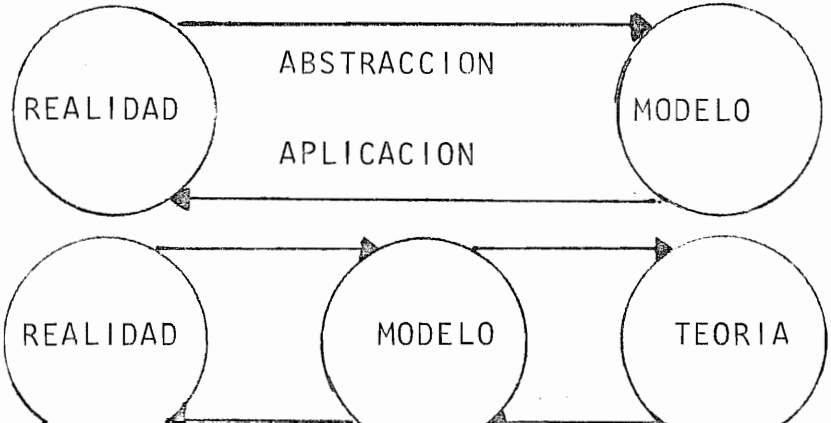
fiere que hay regularidades en el comportamiento del universo. Llama a estas regularidades del universo exterior, Leyes de la Naturaleza y trata de representarlas por medio de modelos matemáticos, que se han convertido progresivamente en predicciones cada vez más acertadas y exactas.

La exactitud de las medidas hechas al reunir los hechos originales limita la exactitud de las predicciones. Las observaciones que no contienen números son llamadas cualitativas; a partir de observaciones cualitativas sólo se pueden hacer predicciones cualitativas. Las predicciones cuantitativas pueden expresarse en términos de probabilidad.

Ninguna predicción del comportamiento futuro en la experimentación es perfectamente exacta o cierta. Las predicciones se refieren al comportamiento futuro del modelo y siempre hay que estar preparado para observar resultados experimentales que requieran el ajuste o la sustitución del modelo.

En conclusión. El propósito del pensamiento científico es el de postular un modelo conceptual de la naturaleza, con el que se pueda predecir, exactamente, el comportamiento observable en ella. La formulación de nuevos postulados es un acto de creación y no está sujeta a limitaciones de método. La validación del modelo, sin embargo, sigue una pauta regular a la que se ha dado el nombre de método científico.

Todo este proceso podemos representarlo mediante los siguientes modelos:



c).- EL CALCULO DE LAS PROBABILIDADES EN LA CIENCIA.

La teoría de las probabilidades tuvo sus inicios a principios del siglo XVII, y fue Blas Pascal (1623-1662) quien se ocupó por primera vez de un asunto de probabilidad al contestar en 1654 al Caballero De Meré, que lo había consultado sobre un problema de juego de azar.

Desde entonces a la fecha han contribuido a su perfeccionamiento, muchos matemáticos, científicos y filósofos célebres como Pierre de Fermat (1601-1665), Jacobo Bernoulli (1654-1705), Pierre Simón de Laplace (1749-1827); Carlos Federico Gauss (1777-1855), Bern Hard Bózano (1781-1841), John Venn (1834-1923). Henri Poincare (1854-1912), Lord Keynes (1883-1946), Ernest Nagel (1901-) y otros grandes científicos; pero a pesar de su larga y activa historia sólo se axiomatizó durante la tercera y cuarta década de este siglo. Este desarrollo axiomático, llamado teoría moderna de la probabilidad, precisó los conceptos de la probabilidad, y los colocó sobre una firme base matemática, tomando un impulso cada vez mayor en los últimos tiempos, teniendo sus aplicaciones en la física en primer lugar, y llegando a tener gran influencia en las propias formulaciones filosóficas.

A partir de este cálculo, hoy permanece, junto con su disciplina gemela, la Estadística, en casi todos los campos como la Química, La Biología, la Medicina, la Economía, la Ciencia Política, los Negocios, la Educación, la Psicología, la Investigación operativa y todos los ramos de la Ingeniería.

Aunque la teoría de la probabilidad deriva, en sus nociones y terminología, de la intuición, también construye modelos abstractos, en su mayoría de naturaleza cualitativa, y sólo la experiencia puede demostrar cuán razonablemente estos describen las leyes de la naturaleza y de la conducta del hombre.

Como siempre ocurre en matemáticas, sólo entran en la teoría relaciones e implicaciones lógicas, y la noción de probabilidad es tan justamente indefinible (y tal intuitiva), como lo son las nociones de punto, recta, línea y masa. La asignación efectiva de probabilidad numérica es con frecuencia imposible.

Henry Poincaré dice: "El solo nombre de Cálculo de las probabilidades, es una paradoja". La probabilidad opuesta a la certeza, es aquello que no se sabe. ¿Como puede calcularse lo que uno no conoce?. Sin embargo muchos investigadores eminentes se han ocupado de ese cálculo de probabilidades, y no se podría negar que la ciencia no haya obtenido algún provecho en ello.

Por sólidamente fundada que pueda parecernos una previsión, -- no estamos jamás absolutamente seguros de que la experiencia no la desmentiría. Pero la probabilidad es a menudo bastante grande para que prácticamente podamos contentarnos con ella. Por lo tanto, para emprender cualquier cálculo de las probabilidades y aún para que este cálculo tenga sentido, es necesario admitir, como punto de partida; una hipótesis o una convención que implique siempre -- cierto grado de arbitrariedad. En la elección de esta convención no podemos ser guiados más que por el principio de razón suficiente.

En numerosas circunstancias el Hombre de ciencia se encuentra en la misma situación que aquel jugador que debe calcular sus pro

babilidades, todas las veces que razona por inducción, hace uso, más o menos concientemente, del cálculo de las probabilidades.

Adviértase que la probabilidad de un suceso es un número entre cero y uno. Si el suceso es imposible (no puede ocurrir), su probabilidad es cero. Si es un suceso cierto (tiene que ocurrir), su probabilidad es uno.

Este cálculo de probabilidades se aplica en casos en que intervienen causas demasiado complejas para enumerar o conocer, permite determinar el grado de probabilidad de un sujeto o clase de sujetos, es decir, la relación que el número de probabilidades favorables a un fenómeno (a), tienen con el número total de las probabilidades (A), en un conjunto dado.

El cálculo de probabilidades sirve para prever de manera aproximada, el número de sucesos de cualquier clase que se produjeron sobre un total suficientemente grande cada vez que interviene la casualidad o el azar. En teoría de probabilidades definimos un modelo matemático de los fenómenos anteriores, asignando probabilidades a los eventos asociados con un experimento.

Naturalmente la seguridad en nuestro modelo matemático para un experimento dado, depende del acercamiento de las probabilidades asignadas con la frecuencia relativa. Esto da origen a los problemas de verificación y confiabilidad que constituyen el diseño principal de la estadística, o sea, que para lograr definir su objeto, tenemos que limitarnos a las fórmulas que por sí solas -- logran explicarlo y, llegar a todas las posibles tablas de probabilidades que puedan existir en un Universo, respecto a sus diferentes manifestaciones y fenómenos.

De hecho, el cálculo de probabilidades puede ser aplicable como auxiliar de todas las ciencias que existen, ya que sabemos que la ciencia en particular necesitan auxiliarse de otras para complementar su estudio y lograr la mejor aplicabilidad de ellas en su investigación.

Si sabemos que la ciencia es un sistema estructurado de datos y de verificación, su comprobabilidad de ellos; concluyo en que esa estructura tiene que estar relacionada directamente con un sistema matemático de orden y relación que nos permita dar un enfoque mayor a todos los problemas que dentro de la psicología existen, para así tener una visión más controlada y poder advertir de una mejor forma, la prevención de fenómenos que de antemano se pueda evitar mediante la probabilidad específica.

Por tanto, lleguemos a formar de la ciencia, una meta de probabilidades en constante adelanto de una investigación con respecto a las que se hayan atrás de esto, teniendo dentro de la misma ciencia una mayor competencia a esperarse por contar con una relación de probabilidad en cada experimento que, aparte de ser una forma de orientación sirva como guía a todo lo que se postule por ser realizado en beneficio de la propia ciencia.

A continuación menciono los principios generales de las probabilidades:

I.- PRINCIPIOS GENERALES DEL CALCULO DE PROBABILIDADES

PRIMER PRINCIPIO.

Es la definición misma de probabilidad, donde dice: Que es la razón entre el número de casos favorables y el número de casos posibles.

SEGUNDO PRINCIPIO.

La probabilidad será la suma de las posibilidades de cada caso favorable.

TERCER PRINCIPIO.

Uno de los puntos más importantes de la teoría de probabilidad y el que se presta a más ^Fconsunciones es la manera como las probabilidades aumentan o disminuyen por sus mutuas combinaciones.

CUARTO PRINCIPIO.

Cuando dos acontecimientos depende uno de otro, la probabilidad del suceso combinado, es el producto de la probabilidad del primer acontecimiento y la probabilidad de que, habiendo ocurrido dicho acontecimiento, ocurra el segundo. Así se observa la influencia de los acontecimientos pasados sobre la probabilidad de sucesos futuros.

QUINTO PRINCIPIO.

Si calculamos a priori la probabilidad del acontecimiento ocurrido y la probabilidad dividida por la primera, será la probabilidad del suceso esperado, inferida del acontecimiento observado. Aquí algunos investigadores han evocado la influencia del pasado sobre la posibilidad del porvenir.

SEXTO PRINCIPIO.

Cada una de las causas a las que puede atribuirse un acontecimiento observado está indicada con tanto más verosimilitud cuanto más probable es que ocurra el acontecimiento si se supone existe dicha causa. La probabilidad de la existencia de una de estas causas es, por consiguiente, una fracción cuyo numerador es la probabilidad del acontecimiento resultante de esta --

causa y cuyo denominador es la suma de las probabilidades similares, relativa a todas las causas; si estas diversas causas consideradas a priori; no son igualmente probables, es necesario en lugar de la probabilidad del acontecimiento resultante de cada causa, emplear el producto de esta probabilidad por la posibilidad de la causa misma. Este es el principio fundamental de esta rama del análisis del azar que consiste en pasar de los sucesos a las causas.

Este principio da la razón por la que atribuimos los sucesos irregulares a una causa particular. Algunos filósofos han pensado que estos acontecimientos son menos posibles que otros. Esta opinión supone que los acontecimientos pasados tienen influencia sobre las posibilidades de los hechos futuros, lo que no es admisible en absoluto.

SEPTIMO PRINCIPIO.

La posibilidad de un acontecimiento en lo futuro es la suma del producto de la probabilidad de cada causa, inferida del hecho observado, por la posibilidad de que, existiendo dicha causa, el futuro acontecimiento ocurra.

En el caso específico de la psicología, las oportunidades de aplicar el cálculo de probabilidades es innumerable pues nos permite relacionar por medio de estos pasos los hechos con la probabilidad de las causas y de acontecimientos futuros, determinada según la hipótesis de investigación.

2.- LAS LEYES DE LA PROBABILIDAD

Como observamos, tantos siglos han transcurrido desde que se creó la Teoría de probabilidades y ninguna rama de las matemáticas

cas ha sido tan cultivada, ninguna ha encontrado un campo de aplicación tan amplio como ésta. Es extraordinario que una ciencia tenga hoy en día una gran importancia en el conocimiento humano por un simple juego de azar. Pero aún es más extraordinario que a pesar del desarrollo de esta ciencia, y su enorme influencia, matemáticos, físicos y filósofos no esten de acuerdo sobre el significado de la probabilidad.

Así encontramos tres interpretaciones de la probabilidad.- La opinión clásica que se refiere a lo siguiente: "Considero la palabra probabilidad como significado del estado de ánimo con respecto a una afirmación, un acontecimiento próximo o cualquier otro asunto sobre el que no existe un conocimiento absoluto". Esta interpretación fue formulada por Laplace y De Morgan en el "An Essay on Probability".

El Segundo Criterio formulado por John Maynard Keynes; y define la probabilidad como una relación lógica, esencialmente imposible de analizar, pero intuitivamente comprensible, entre las proposiciones.

La Tercera interpretación de la probabilidad está en el concepto estadístico de la frecuencia relativa desarrollada por Bernhard Bolzano en el siglo pasado y en nuestra época por Sir Ronald A. Fisher y Richard Von Mises.

Así en la actualidad las Leyes de la probabilidad ejercen una importancia en aquellos profesionistas que se preocupan de la investigación Social y Científica a pesar de ser desconcertante.

A continuación presento lo que puede explicar las opiniones

en torno al significado de la probabilidad, pero sin que esto sea una conclusión de la misma.

3.- PRINCIPIOS METODOLOGICOS DEL TERMINO PROBABILIDAD

Algunos Científicos como Ernest Nagel nos dicen:

- a).- Si el término probabilidad fuera incorporado en sentido técnico especial al Lenguaje cotidiano y científico, se daría su significado, especificando el caso, al emplearse y establecer reglas en su utilización y relación con los demás términos del lenguaje.

Tal definición sería arbitraria y nominal debido a que el significado del término se establecería por una resolución.

El término probabilidad es muy antiguo y es usado en determinadas maneras por varios autores en sus textos, de aquí que, si el término probabilidad tiene uno o más significados, deberá ser determinado por un estudio de los diferentes textos publicados en los que se emplea.

La unificación del término o equivocidad del mismo, no podrá ser determinada a priori en tal estudio.

Parece existir una manera segura de descubrir el significado o significados que tiene el término probabilidad, pues la gente a menudo afirma proposiciones de hechos en términos numéricos. La manera como se emplea frecuentemente el término probabilidad, da lugar a confusiones; hay proposiciones que, a veces, se creen válidamente deducibles de proposiciones sobre probabilidades cuando, en realidad, tales deducciones no pueden justificarse al significado del término probabilidad; por tanto, la labor del Psicólogo sería, la de distinguir entre los diferentes significados de pro-

babilidad, así como evaluar la validéz de los argumentos que pretenden que, las proposiciones sobre probabilidades con premisas adecuadas para cierto tipo de conclusiones y, sugerir lo que el término debe indicar y lo que no podría significar si las conclusiones van a ser consecuencias válidas.

b).- El Segundo punto de estos principios metodológicos se refiere a las condiciones de una teoría empírica importante. Cada teoría requiere ser formulada de tal manera que las proposiciones determinadas puedan ser inferidas de ella solamente por medios lógicos y, además, es un requisito que entre las consecuencias lógicas de una teoría debe haber preposiciones que sean susceptibles de corroboración o reputación empírica. Es decir, las Teorías deben ser verificables.

Es obvio que con cualquier número finito de observaciones no pueda establecerse ninguna Teoría que deje de ofrecer dudas. Esto es así porque las Teorías son proposiciones universales que intentan expresar las relaciones constantes entre un número indeterminado de acontecimientos específicos, la mayoría de los cuales pertenecen al futuro. Pero aunque la evidencia empírica de una teoría nunca puede ser completa debe existir alguna evidencia empírica.

Por otra parte, no deben rechazarse todas las Teorías sólo -- porque un hecho observado parezca contradecir ciertas consecuencias lógicas de una Teoría, puesto que una consecuencia empíricamente -- probable que se dice es extraída de una teoría, no resulta simplemente de la Teorías y datos de observación. Sin embargo, mientras los llamados experimentos de una Teoría no sean decisivos al final y sean relativamente ciertos en el contexto de un conjunto dado de hipótesis, deberán determinarse las proposiciones sobre posibles -

observaciones que puedan contradecir la Teoría; en ese contexto se deberá decidir en principio si tales proposiciones corroboran o no la Teoría.

c).- El Tercer Criterio metodológico explica que todas las Teorías sobre un tema expuesto contienen una selección de fases de conducta en ese tema y, no consideran las interrelaciones de todas sus fases. Así una Teoría se expone como un esquema idealizado de las relaciones entre las alternativas seleccionadas.- Esta observación tiene como consecuencia el que, la afirmación de una Teoría por experimentación es sólo aproximada.

El grado de aproximación que debe existir entre las consecuencias de una Teoría aceptable y las proposiciones de observación, no está determinado por la Teoría. Sin embargo, es importante observar que el grado de aproximación permisible está determinado por diversas consideraciones materiales, como el propósito con el que se emprende la investigación, la clase de actividad que la Teoría pretende coordinar y pronosticar, así como los instrumentos mediante los cuales se lleva a cabo la prueba.

Por otra parte y haciendo un análisis del significado de la probabilidad se encuentran cinco tipos de contextos en estos 3 análisis que hace Ernest Nagel antes mencionados.

Las explicaciones conteniendo las probabilidades se pueden encontrar en:

- 1).- La Conversación cotidiana.
- 2).- En el Contexto de las Teorías físicas y biológicas.
- 3).- En la rama de las matemáticas conocida como cálculo de probabilidades.
- 4).- En las Mediciones.

5).- En la comparación de las Teorías por sus respectivos grados de probabilidad.

6).- En el Campo de la Estadística.

Haciendo un resumen general se demuestra que las explicaciones que implican el término "probabilidades", no dependen de ninguna de éstas interpretaciones, ya que el cálculo de probabilidades es una rama de lo denominado matemática pura, una disciplina cuyo objeto es descubrir si algo se deriva lógicamente de alguna otra cosa.

Las premisas o axiomas del cálculo, como rama de la matemática pura no son proposiciones sino funciones proporcionales, - expresiones que contienen variables.

Así en la explicación: Si p , q . son las probabilidades respectivas de dos alternativas excluyentes, x , y , la probabilidad de x o y es $p+q$. Examinando esta explicación se observa que el término probabilidad es una variable independiente, definida por los axiomas del cálculo.

El cálculo de probabilidades, por tanto, no determina el -- contenido empírico específico del término probabilidad, sus axiomas pueden usarse para definir lo que es probabilidad, limitando así la esfera de posibles interpretaciones del término. Por tanto el término "Probabilidad", no es un término unívoco, puesto que tiene distintos significados en diferentes contextos.

Sin embargo, la interpretación de probabilidad como frecuencia relativa cuando es calificada adecuadamente, parece ser la más satisfactoria para analizar el significado del término en los contextos de la conversación cotidiana de la estadística aplicada y otras ciencias sociales.

4.- EL ANALISIS FACTORIAL COMO METODO DE INVESTIGACION PSICOLOGICA.

El análisis factorial es una técnica matemática de investigación experimental. Ha sido elaborada por psicólogos y por matemáticos interesados en cuestiones psicológicas; ha sido aplicada, -- principalmente, al estudio de problemas psicológicos. Pero es, en principio, aplicable y ha encontrado, de hecho, abundante aplicación en otras ciencias.

En su sentido más amplio, el análisis factorial tiene por objeto descubrir las dimensiones de variabilidad común existentes -- en un cierto campo de fenómenos. A cada dimensión de variabilidad común se le da el nombre de factor.

Si cada fenómeno varía independientemente de los demás, habrá tantas dimensiones de variación como fenómenos; las relaciones -- empíricas entre ellos pondrán de manifiesto otros tantos factores.

Si los fenómenos no varían independientemente, sino que revelan diversas dependencias mutuas, cabe suponer que no haya tantas dimensiones de variabilidad común como variables estudiadas, sino menos. Las relaciones empíricas entre los fenómenos observados -- pondrán de manifiesto la presencia de un número de factores menor que el de fenómenos.

Averiguar cuántas y cuáles son estas dimensiones o factores es, como queda dicho, el objeto del análisis factorial.

Sea, por ejemplo, un conjunto de cuerpos. Si tomamos la medida de un elevado número de sus aspectos métricos, como longitud, áreas diversas, volúmen, altura, profundidad, etc., diremos que es tas medidas no varían independientemente, sino que manifiestan di versas relaciones mutuas. Así, a mayor área, análisis factorial de las relaciones entre todas estas variables permitirá descubrir

que el conjunto de ellas varía tan sólo en tres dimensiones distintas, revelando que todos los fenómenos estudiados pueden expresarse en función de tres factores: la longitud, la profundidad y la altura. Con ello habremos reducido la multiplicidad inicial de aspectos observables a un orden más simple de conceptos explicativos.

En el ejemplo anterior no haría falta, por supuesto, recurrir al análisis factorial. Otros métodos más directos y breves permitirían llegar al mismo resultado. Pero no siempre acontece así. Hay otros problemas en los que el análisis factorial está especialmente indicado. Abundan, sobre todo, en las ciencias psicológicas y sociales. Presento, a continuación, uno de ellos; precisamente el que dio origen a la técnica factorial.

El propósito del análisis factorial es, en el campo psicológico, determinar experimentalmente las unidades funcionales que operan en la conducta empírica.

Sea, por ejemplo, el campo de las aptitudes. ¿Cuáles son las aptitudes fundamentales del hombre?

Escuelas diversas han ofrecido distintas soluciones a esta cuestión. Todas pueden, en última instancia, reducirse a tres:

1a. Existe una sola facultad o poder que se manifiesta de diversa manera en las varias actividades del hombre. Quien la posee en alto grado es superior en todo, tiene aptitud para todo.

2a. No hay facultades o aptitudes fundamentales. No hay principios generales de acción. No hay una organización previa en el psiquismo, tal y como éste se revela empíricamente. Cada

tarea requiere una actividad distinta, que se efectúa mediante la conexión de elementos independientes, ya sean psicológicos (imágenes), ya sean fisiológicos (neuronas). La aptitud para una determinada tarea depende exclusivamente del número e intensidad de las conexiones establecidas por el ejercicio.

3a. Existen varias aptitudes o principios generales de acción.

Los hombres los poseen en distintos grados y manifiestan, -- así, aptitud para ciertas tareas y falta de aptitud para otras.

¿Cuáles son, cuántos son, cómo son estos principios de - - - acción? ¿Hay uno? ¿Hay varios? ¿No hay ninguno? ¿Son independientes? ¿dependen y, cómo dependen los unos de los otros?

El análisis factorial pretende servir de guía en este campo difícil y confuso. Pretende, desentendiéndose en lo posible de - principios filosóficos, averiguar las facultades primarias del -- hombre, si es que tales existen, a partir de datos experimentales o casi experimentales y determinarlas de tal modo que siempre sean susceptibles de ulterior corroboración o descalificación experimental. No pretende encontrar la razón última del psiquismo, ni la - naturaleza cualitativa de las facultades. No se opone a estos ob- jetivos. Simplemente prescinde de ellos, no por indiferencia, sino porque la incapacidad de su contextura metodológica, de carácter - matemático-experimental, le impide rebasar los límites de lo es- - trictamente positivo. Es cierto que el análisis factorial carece- ría de sentido, si no se prolongara en estudios ulteriores sobre - los factores que él descubre. Pero este análisis se limita a señal ar, a clasificar, a explorar. Es, fundamentalmente, un método -- de exploración. Sería inoportuno aplicar los métodos factoriales a un campo del que se tenga ya un conocimiento de los cuerpos, pues - al final sólo habríamos descubierto los parámetros fundamentales -

ya conocidos, de las ecuaciones de la mecánica.

Por el contrario, parece razonable aplicar el método factorial a los problemas psicológicos: ¿Qué factores producen el talento musical, la habilidad mecánica, el ingenio matemático? -- ¿Cada tarea requiere una especial habilidad, independiente y distinta de las que requieren las demás tareas? ¿Son todas las habilidades aspectos y manifestaciones de una sola capacidad general? ¿Hay varios factores básicos que intervienen y constituyen, combinados en diversos modos, las innumerables aptitudes y cualidades del hombre?

No se puede, en justicia, hablar de ciencia psicológica aplicada a la orientación personal y profesional; a la selección; a la valoración de la inteligencia y de las aptitudes especiales; a la clasificación de temperamentos, caracteres y tipos de personalidad sin haber contestado previamente a las preguntas anteriores. A lo más, se podrá tener un conocimiento empírico (nada despreciable, es verdad) de estos campos, y una valoración empírica-indudablemente útil - de estos métodos, pero no se tendrá, como - tan a menudo se supone, un conocimiento científico de estos fenómenos y métodos; es decir, un conocimiento que, en armonía precisa con observación y la experimentación, nos explique racionalmente el por qué de cada método y fenómeno.

Tal conocimiento constituye el programa, nunca por entero - cumplido, de la investigación científica. El análisis factorial no pretende alcanzarlo total y definitivamente. Es, tan sólo, un procedimiento valioso para iniciar su pesquisa con un mínimo de - rigor experimental.

a).- MANERA DE APRENDER Y ENSEÑAR MATEMATICAS.

La educación es una de las funciones más trascendentales en la comunidad como actividad humana. Así, la investigación psicológica como toda investigación científica, se propone descubrir la realidad, y para ello es necesario dominar los hechos, conocer sus causas, relaciones y consecuencias, en todas las fases del proceso y, para lograr su eficacia es necesario contar con todos sus elementos y factores.

Esto puede lograrse desde el momento en que la técnica pone a disposición métodos eficientes para el análisis y la indagación. Y es aquí donde los métodos científicos de investigación ofrecen todas las garantías en el estudio de problemas teórico-prácticos.

Principalmente el instrumento matemático que va a ser objeto de estudio a través de nuestra investigación psicológica a lo largo de la profesión, es el que requiere una mayor atención.

La mayor parte de los que se inician en el campo de la investigación psicológica no se hallan bien preparados en éste aspecto, pues su formación literaria ha impedido dirigir su atención a un terreno árido y exigente de esfuerzos. No obstante, su dominio, es imprescindible.

La matemática nos ofrece las formas de registro, control e interpretación de los resultados de la investigación. Nos da validez y confiabilidad. Permite que el análisis pueda ser comprendido por otros investigadores y que sus resultados sean

comparables, ésto es lo más importante, en tanto puedan introducirse el orden y la medición.

Por otra parte, en la actualidad hay, probablemente, dos maneras de aprender y enseñar matemáticas. Una de ellas es por medio de una técnica de generalización empírica. En términos generales consiste en descubrir ciertas propiedades abstractas que caracterizan a las soluciones de problemas más o menos prácticos; así también, en la enseñanza usamos "Problemas prácticos" para dotar al estudiante de la experiencia en que puedan basarse abstracciones posteriores.

Una segunda manera de enseñar matemáticas, sin excluir a la primera, es trabajar directamente en la naturaleza de los problemas mismos. Si el primer método es un tanto semántico, por ir de las cosas a los símbolos usados para representarlas, el segundo es principalmente sintáctico en su énfasis, ya que no se ocupa de lo que las ideas y relaciones matemáticas representan o de lo que "derivan", sino más bien de la gramática de las matemáticas en sí.

Obviamente, tanto el maestro como la persona que empieza a estudiar ésta ciencia, usan ambos métodos en la secuencia que consideran mejor.

b).- ALGUNOS ASPECTOS DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

El primer aspecto trata del papel del descubrimiento y de si es importante o no que el estudiante descubra las cosas por sí mismo. Este descubrimiento consiste en que el aprendizaje de matemáticas facilita una manera de probar algunas de las nociones expues

tas en ellos, dando lugar al método activo y manipulante de aprender, diferente al método pasivo. El primero se asemeja al orador diciendo qué lenguaje usar, y el segundo al oyente.- Hacemos un escaso servicio a nuestra materia llamando a la estimulación del pensamiento activo el, "método del descubrimiento", ya que ciertamente hay más de un método, y cada maestro tiene sus propias técnicas para estimular a sus alumnos a buscar.- Esto produce el efecto de reanimar el gusto del estudiante por descubrir cosas por sí mismo, siendo éste descubrimiento un producto derivado de simplificar los problemas de matemáticas.

En lo que a matemáticas concierne, la cuestión gira en torno de cómo ocurre la simplificación. Con la mayor frecuencia es resultado de una sucesión de representaciones constructivas de las cosas. Hacemos algo que es, literalmente, manipulante al principio, para después dar una definición de algo en términos de acción.

La acción que precede a las nuevas representaciones puede ser bien o mal concebida. Así el buen maestro es aquél que construye ejercicios en base a la experiencia, y los representa, dando como consecuencia el sentido a las operaciones que han realizado.

El segundo aspecto es la intuición; la clase de medios no rigurosos con los cuáles los profesores avanzan con mayor rapidez, hacia las soluciones de los problemas. Particularmente cuando observo a un estudiante pasar por el proceso mecánico de manipular los números, ecuaciones, diagramas sin ningún sentido intuitivo de lo que se trata; es cuando insisto en que el estudiante tenga conciencia de un concepto, antes de que a éste se le haya asignado un nombre. Esto es de suma importancia y producirla en

el aula, tiene un mérito.

La intuición implica el acto de comprender el sentido, significación o estructura de un problema, sin atenerse al aparato analítico. Es el método intuitivo el que origina hipótesis rápidamente, el que produce interesantes combinaciones de ideas, antes de conocer su valor. Procede a la prueba; ciertamente es lo que las técnicas de análisis y comprobación están destinadas a aquilatar y confrontar. Se funda en una actividad combinatoria que sólo es posible cuando las consecuencias del error no son abrumadoras. Sobre todo, es una forma de actividad que depende de la confianza en la valía del proceso de actividad matemática, más bien que de la importancia de obtener siempre las respuestas correctas.

El tercer aspecto considera a las matemáticas, como un lenguaje analítico, es decir, el problema de la traducción de ideas intuitivas de matemáticas. En éste se supone que toda cosa que pueda ser dicha en forma matemática, puede también decirse en lenguaje ordinario, aunque ello sea muy tardado y tedioso y haya siempre el peligro de imprecisión de expresión. En éste aspecto al exponer las cosas de manera tal que las ideas puedan comprenderse y convertirse en expresiones matemáticas, debemos abarcar tres problemas, que son: el problema de estructura, el de secuencia y el de incorporación.

Cuando tratamos de hacer que un estudiante entienda un concepto, la condición primera y más importante, obviamente, es que los expositores, ellos mismos, lo entiendan; sin embargo, entender algo es sentir la estructura más simple, que sirve de base a un conjunto de casos, y ésto es notablemente cierto en las matemáticas.

Quando se procura promover nuestra comprensión de una estructura a los estudiantes, se presenta el problema de encontrar el lenguaje e ideas que ellos usarían en el mismo caso, si intentaran explicar semejante problema. Esto puede dar como resultado que el lenguaje que usemos esté al alcance de comprensión de ellos (estudiantes), a quien impartimos los conocimientos.

Por consiguiente; la preparación es una función, no tanto de maduración como de nuestras intenciones y nuestra destreza para traducir ideas al lenguaje y conceptos a aquellos a quienes estemos enseñando.

El cuarto, y último problema, es la cuestión de la preparación ¿Cuánto está preparado el estudiante de Psicología para la matemática?. Esta pregunta es la más importante de los aspectos mencionados anteriormente y concluyo que lo más importante es enseñar a los estudiantes de psicología la génesis del pensamiento y, no hacer como hasta ahora, es decir; darles una serie de recetas y de conocimientos ya elaborados. Esto no quiere decir, pretender enseñar la matemática moderna sino "sólo enseñar en forma moderna, las matemáticas tradicionales".

El objetivo es introducir en la facultad el sistema educativo de la matemática moderna, no solamente para preparar mejor a los futuros psicólogos de las ciencias de la conducta para las tareas que les esperan en la vida profesional; sino antes que nada permitir a todos los estudiantes el acceso a las bases del razonamiento matemático.

Ciertamente, habrán de pasar años para lograr ésta tarea.

En primer lugar tendremos que enfrentar el problema de que el contenido de los programas prácticamente son muy pobres para dar el proceso; y, segundo, que actualmente la enseñanza de la matemática adolece de ser dogmática y muy abstracta. Así, para que haya una reforma, deberá partir de la realidad, de los hechos concretos, y de confiar mucho más en la investigación y la intuición, que en la lógica, es decir; seguir el método experimental de la Psicología.

Cuando tengamos ésta idea clara de lo que queremos hacer en ésta clase de enseñanza, podremos entonces resolver el seu problema de la preparación.

c).- OBJETIVOS METODOLOGICOS DE LA MATEMATICA EN PSICOLOGIA.

- 1.- Capacitar al alumno para su eficaz actuación en una de las Areas o Campos Profesionales de la Psicología.
- 2.- Dotarlo de los conocimientos básicos.
- 3.- Destreza suficiente en el uso de métodos matemáticos - que permitan mejorar el ejercicio profesional del Psicólogo.
- 4.- Proporcionar al alumno un marco de referencia científico por medio de la Metodología.
- 5.- Conocimientos prácticos para ver los problemas en el área de aplicación que elija el alumno.
- 6.- Técnicas Matemáticas para el uso de modelos conductuales en las investigaciones.

d).- OBJETIVOS EN LA MATEMATICA.

El maestro al elaborar su curso de matemática deberá establecer objetivos en su enseñanza, siendo éstos a largo y a corto plazo.

Para ésto, el maestro tendrá que conocer el objeto de lo que enseña, es decir, la aplicación e importancia de la matemática en el campo de la psicología, y así lograr del estudiante una participación activa apropiada a los objetivos de la enseñanza.

Un objetivo no es simplemente un logro que se desee alcanzar o conseguir; significa una intención y expectativa del logro. Así un objetivo de la enseñanza es determinar él o los aprendizajes que han de lograrse. Esta decisión es quizá el problema más desconcertante en Psicología, pues para ello es necesario saber formular objetivos específicos, claros, justificables y alcanzables. Sin ellos el maestro no puede saber qué ha de enseñar, ni podrá enjuiciar su progreso en la enseñanza o el de los alumnos en el aprendizaje.

e).- CARACTERISTICAS QUE DEBEN TENER LOS OBJETIVOS DEL PROGRAMA DE MATEMATICAS.

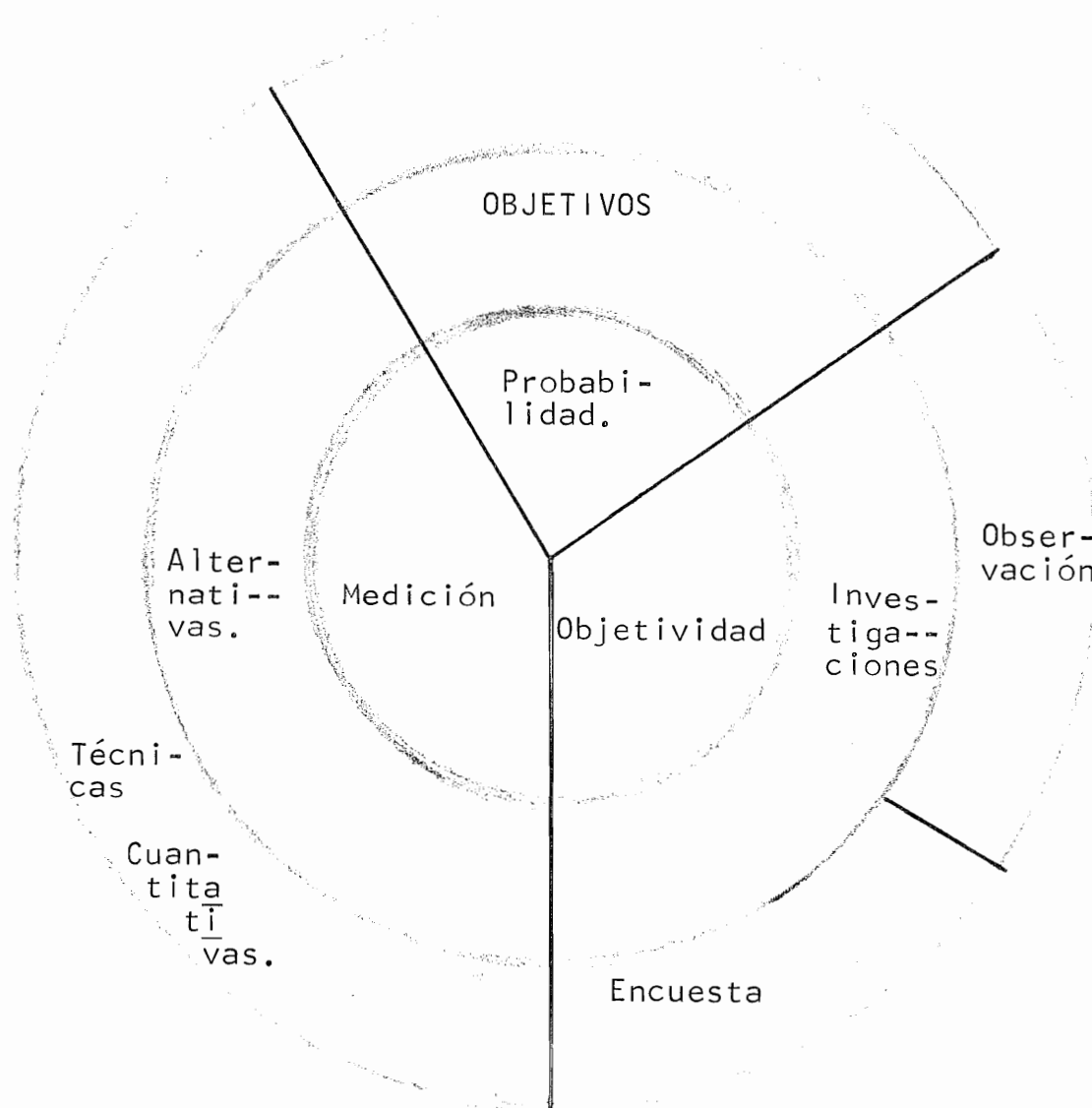
- 1.- Los objetivos deberán ser claros y definidos en su descripción.
- 2.- Los objetivos deben ser alcanzables.
- 3.- Cada objetivo debe ser, relativamente, el más importante y significativo.
- 4.- Cada objetivo, al lograrse, debe contribuir a la finalidad del curso.
- 5.- Cada objetivo de la enseñanza debe responder a determinada meta del que aprende.
- 6.- Los objetivos menores deben derivarse de los principales.
- 7.- El maestro debe saber cuándo ha logrado el objetivo.

8.- Los objetivos deben pertenecer al curso, de modo que todos puedan conocer los objetivos del mismo.

9.- Tiempo y práctica que ha de dedicar el alumno a la materia.

Al plantear estos objetivos es con el propósito de que los maestros no se aparten de los mismos, ya que frecuentemente confunden el término objetivos de la enseñanza con la objetividad.

La siguiente gráfica nos muestra claramente lo mencionado con anterioridad.



PROGRAMA DE MATEMATICAS I, II.

El plan de estudios es una forma de planificación que define, de antemano y, para un período relativamente largo, el tipo y la secuencia de los estudios que deberán realizarse para alcanzar el aprendizaje de una profesión. Esta razón expuesta exige que el plan de matemática I y II se diseñe conforme a un proceso permanente de planificación efectuado en forma científica.

El cambio de planes de estudio, en el que se incluyeron matemática I y II, en el año de 1971 nos demostró que, no obedecía a una toma de decisión concebida sistemática y objetivamente, sino que se realizó de acuerdo con criterios u opiniones individuales, con el objeto de subsanar problemas o necesidades de momento, y aún ésta falla persiste.

Lo anterior, permite señalar, la necesidad que tiene la Facultad de Psicología de contar con personal docente, preparado en éstas dos materias para realizar una revisión sistemática y objetivo de los programas actuales; con la finalidad de que en la práctica alumnos y maestros conjuntamente realicen diseños científicos en la Psicología, mismos que estarán constantemente actualizados en la Facultad.

A continuación presento los programas de Matemáticas I y II, organizados con la secuencia y temas con que según mi punto de vista deberán estar formulados para su enseñanza en esta Facultad:

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE PSICOLOGIA

Programa para la asignatura de Matemáticas I de la carrera de Licenciado en Psicología.

Características del curso:

Duración: 1 Semestre.

Nivel: 1er. semestre del 1er. año de la Licenciatura.

Requisitos: Presentar una prueba de diagnóstico de conocimientos matemáticos, para así poder ubicarse, tanto alumnos como maestros.

Dosificación del Programa:

1.- Teoría.

15 sesiones en las aulas de 2 horas c/u	30 hrs.
15 sesiones en las aulas de 1 hora c/u	<u>15 hrs.</u>
Total	45 hrs.

2.- Prácticas.

8 sesiones en las aulas de 2 horas c/u	16 hrs.
8 sesiones de campo de 2 horas c/u	<u>16 hrs.</u>
Total	32 hrs.

CONCEPTOS MATEMATICOS

Es difícil lograr un claro entendimiento de los métodos de investigación psicológica, sin la discusión, con una cierta - - - amplitud, de la teoría en que se basan. Debido a que la investigación psicológica está ligada a los métodos estadísticos al igual que la probabilidad; siendo ésta una rama importante de las Matemá

ticas. Consecuentemente se detallan a continuación algunos conceptos matemáticos y estadísticos básicos, así como fórmulas y técnicas que pueden ser de gran utilidad al estudiante de Psicología.

OBJETIVOS GENERALES.

Que los alumnos:

- 1.- Desarrollen el pensamiento cuantitativo y relacional.
- 2.- Comprendan los procesos Matemáticos y tengan destreza para emplearlos a problemas prácticos.
- 3.- Adquieran una disciplina "mental" a través de la práctica sistemática en los procesos de análisis, síntesis, inducción, deducción y generalización.
- 4.- Comprendan la Matemática como resultado del esfuerzo creador y continuo, con valores de aplicación a todas las actividades de la Psicología.
- 5.- Aprecien la Matemática como una disciplina importante en el desarrollo del método científico.
- 6.- Se encuentren capacitados en:
 - a).- Establecer correlaciones con otras materias del plan de estudios.
 - b).- Tener bases para continuar estudios posteriores.
- 7.- Manejen las "herramientas" en la investigación científica de las variables psicológicas.

OBJETIVOS INTERMEDIOS.

CAPITULO I. TEORIA DE CONJUNTOS.

- 1.1.- Nociones Introdutorias.
- 1.2.- Notaciones.
- 1.3.- Métodos de especificación de Conjuntos.
- 1.4.- Relaciones entre Conjuntos.
 - 1.4.1.- Igualdad de Conjuntos.
 - 1.4.2.- Subconjuntos.
- 1.5.- Diagramas de Venn-Euler y su utilización.
- 1.6.- Operaciones Fundamentales con Conjuntos.
 - 1.6.1.- Unión.
 - 1.6.2.- Intersección.
 - 1.6.3.- Diferencia.
 - 1.6.4.- Complemento.
 - 1.6.5.- Operación con Conjuntos Comparables.
- 1.7.- Propiedades de las Operaciones.
- 1.8.- Relaciones entre la Teoría de Conjuntos y la Teoría del Número.

CAPITULO II. VARIABLES, FUNCIONES Y GRAFICAS.

- 2.1.- Variables.
 - 2.1.1. Variable Independiente.
 - 2.1.2. Variable Dependiente.
 - 2.1.3. Variable Intercurrente.
 - 2.1.4. Variable Contínua.
 - 2.1.5. Variable Discreta.
 - 2.1.6. Variable Aleatoria
- 2.2.- Funciones
- 2.3.- Notación

- 2.4.- Sistemas de Coordenadas.
- 2.5.- Gráfica de una Función.
- 2.6.- Funciones Lineales.
 - 2.6.1.- Ecuaciones más usuales.
 - 2.6.2.- Representaciones Gráficas.
- 2.7.- Funciones Cuadráticas.
 - 2.7.1.- Ecuaciones más usuales.
 - 2.7.2.- Representaciones Gráficas.
- 2.8.- Funciones Exponenciales y Logarítmicas.
 - 2.8.1.- Funciones Inversas.
 - 2.8.1.1.- Introducción.
 - 2.8.1.2.- Gráficas de las Funciones Inversas.
 - 2.8.2.- Introducción a los Logaritmos.
 - 2.8.3.- Funciones Exponenciales y Logarítmicas.
 - 2.8.4.- Gráfica de las Funciones Exponenciales y Logarítmicas.
 - 2.8.5.- Logaritmos.
 - 2.8.5.1.- Leyes de los Exponentes.
 - 2.8.5.2.- Propiedades de los Logaritmos.
 - 2.8.5.3.- Logaritmos Decimales.
 - 2.8.5.3.1.- Características.
 - 2.8.5.3.2.- Mantisa
 - 2.8.5.3.3.- Uso de la Tabla de Logaritmos.
 - 2.8.5.4.- Interpolación en la Tabla de Logaritmos.
 - 2.8.6.- Computación mediante Logaritmos.

CAPITULO III. SISTEMAS DE ECUACIONES.

- 3.1.- Ecuaciones Lineales con una incógnita.
- 3.2.- Ecuaciones Cuadráticas.

3.2.1.- Solución mediante factorización.

3.2.2.- Solución mediante la fórmula general.

3.3.- Carácter de las raíces de una Ecuación Cuadrática.

3.4.- Sistemas de dos Ecuaciones Lineales con dos incógnitas.

3.5.- Sistemas de tres Ecuaciones Lineales con tres incógnitas.

3.6.- Dos Ecuaciones Cuadráticas.

CAPITULO IV. DETERMINANTES Y MATRICES.

4.1.- Sistemas Lineales. Determinantes de orden dos y tres.

4.2.- Determinantes de orden.

4.3.- Solución de Determinantes.

4.4.- Propiedades de los Determinantes.

4.5.- Matrices.

4.5.1.- Introducción.

4.5.2.- Transformaciones elementales.

4.5.3.- Diferentes tipos de Matrices.

4.5.4.- Operaciones entre Matrices.

4.5.5.- Matriz Inversa.

OBJETIVOS ESPECIFICOS.

1.- Comprensión de los Lenguajes Simbólicos y Naturales.

2.- Habilidad para emplear la Lógica Simbólica.

3.- Comprensión de los Conceptos elementales de la Teoría de Conjuntos.

4.- Habilidad para opear con el Lenguaje de los Conjuntos.

5.- Comprensión del Sistema de Números Reales.

6.- Habilidad para manipular el Lenguaje Algebraico.

7.- Comprensión del concepto de Función, sus diferentes tipos y sus gráficas.

- 8.- Habilidad para emplear determinadas funciones.
- 9.- Habilidad en el empleo de Variables.
- 10.- Habilidad para emplear ecuaciones como modelos matemáticos a la Psicología.
- 11.- Habilidad para emplear sistemas de ecuaciones como modelos matemáticos a la Psicología.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE PSICOLOGIA

Programa para la asignatura de Matemáticas II de la carrera de Licenciado en Psicología.

Características del curso:

Duración: 1 Semestre.

Nivel: 2o. semestre del 1er. año de la Licenciatura.

Requisitos: Haber cursado Matemáticas I.

Dosificación del Programa:

1.- Teoría.

15 sesiones en las aulas de 2 horas c/u	30 hrs.
15 sesiones en las aulas de 1 horas c/u	<u>15 hrs.</u>
Total	45 hrs.

2.- Prácticas.

8 sesiones en las aulas de 2 horas c/u	16 hrs.
8 sesiones de campo de 2 horas c/u	<u>16 hrs.</u>
Total	32 hrs.

OBJETIVOS GENERALES

Que los Alumnos:

- 1.- Desarrollen el pensamiento cuantitativo y relacional.
- 2.- Comprendán los procesos Matemáticos y tengan destreza para emplearlos a problemas prácticos.
- 3.- Adquieran una disciplina "mental" a través de la práctica sistemática en los procesos de análisis, síntesis, inducción, deducción y generalización.

- 4.- Comprendán la Matemática como resultado del esfuerzo creador y continuo, con valores de aplicación a todas las actividades de la Psicología.
- 5.- Aprecien la Matemática como una disciplina importante en el desarrollo del método científico.
- 6.- Se encuentren capacitados en:
 - a).- Establecer correlaciones con otras materias del plan de estudios.
 - b).- Tener bases para continuar estudios posteriores.
- 7.- Manejen las "herramientas" en la investigación científica de las variables psicológicas.
- 8.- Comprendán las funciones del Cálculo Diferencial e integral que les permita:
 - a).- Resolver problemas de distribución de probabilidad.
 - b).- Efectuar las operaciones de combinaciones que se le pidan.
 - c).- Interpretar el Método de la Inducción Matemática.

OBJETIVOS INTERMEDIOS

1.- Geometría Analítica.

1.1.- Distancia entre dos puntos.

1.2.- Pendiente de una Recta.

1.2.1.- Definición.

1.2.2.- Cálculo de la pendiente de una Recta a partir de los puntos que la delimitan.

1.2.3.- Cálculo de la pendiente de una Recta a partir de su ángulo de inclinación.

1.2.4.- Pendientes de dos líneas paralelas.

1.2.5.- Pendientes de dos rectas perpendiculares.

1.2.6.- Angulo formado por dos rectas.

- 1.3.- La Línea Recta.
 - 1.3.1.- Recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada.
 - 1.3.2.- Recta que pasa por la ordenada al origen y que -- tiene una pendiente dada.
 - 1.3.3.- Recta que pasa por dos puntos.
 - 1.3.4.- Forma simétrica de la recta (intersección con los ejes de coordenadas).
 - 1.3.5.- Forma General de la ecuación de una Recta.
 - 1.3.6.- Ecuación Normal de la Recta.
 - 1.3.7.- Reducción de la Forma General de la ecuación de - una Recta, a la Forma Normal.
 - 1.3.8.- Distancia de un punto a una recta.
- 1.4.- La elipse, la parábola y la hipérbola.
 - 1.4.1.- Ecuaciones de las curvas.
 - 1.4.2.- Forma general de las ecuaciones.
 - 1.4.3.- Reducción de la forma general de las ecuaciones a la forma ordinaria.
 - 1.4.4.- Determinar la ecuación de las curvas.
 - 1.4.4.1.- Dados algunos puntos pertenecientes a ellas.
- 2.- Inducción Matemática y Fórmula del Binomio.
 - 2.1.- Introducción.
 - 2.2.- El método de inducción matemática.
 - 2.3.- La fórmula del binomio.
 - 2.4.- Demostración de la fórmula binomial.
 - 2.5.- El término general del desarrollo de un binomio.
- 3.- Análisis combinatorio y probabilidad.
 - 3.1.- Principio fundamental del análisis combinatorio.
 - 3.2.- Factorial n .

- 3.3.- Permutaciones.
- 3.4.- Combinaciones.
- 3.5.- Probabilidad.
 - 3.5.1.- Definición clásica de probabilidad.
 - 3.5.2.- Definición como frecuencia relativa.
 - 3.5.3.- Probabilidad condicional.
 - 3.5.4.- Sucesos independientes y dependientes.
 - 3.5.5.- Sucesos mutuamente excluyentes.
- 3.6.- Distribución de probabilidad discreta y continua.
- 3.7.- Esperanza matemática.
- 3.8.- Relación entre teoría de probabilidad y conjuntos.
- 4.- La distribución binomial y normal.
 - 4.1.- Propiedades de la distribución binomial y normal.
 - 4.2.- Relación de la distribución binomial y normal.
 - 4.3.- La distribución multinomial.

OBJETIVOS ESPECIFICOS.

- 1.- Exposición y enfoque lógico de los conceptos básicos generales.
- 2.- Ejercitación, por el método heurístico del razonamiento lógico-analítico, en forma tal que el alumno llegue por sí mismo a la comprensión, generalización y simbolización de las propiedades, relaciones o conceptos matemáticos.
- 3.- Entrenamiento para la transferencia del aprendizaje, tanto en el aspecto escolar (otras materias del plan de estudios), como en el de la vida profesional (problemas).
- 4.- Interpretación y construcción de gráficas.

CONCLUSIONES GENERALES.

- 1.- Lo más plausible en el problema de la relación entre la matemática y la ciencia- o las ciencias- es adoptar el punto de vista de que la matemática es definible de algún modo como lenguaje y que, por consiguiente, su relación con otras ciencias consiste, a la postre, en la relación que exista, o pueda existir, entre el lenguaje matemático y el de otras ciencias.
- 2.- La matemática tanto como la psicología, satisfacen las cuatro fases de toda investigación científica a saber:
a) Lógica b) Empírica c) Axiomática d) Experimental.
- 3.- La Matemática es una herramienta útil para la psicología porque describe, resume y precisa los conocimientos que forman el contenido de la ciencia de la conducta.
- 4.- Debemos utilizar los modelos matemáticos que sean necesarios para encontrar respuestas válidas y confiables en nuestra investigación.
- 5.- Los eventos de la conducta observable, únicamente se pueden explicar y generalizar a través de modelos matemáticos.
- 6.- La matemática debe aplicarse a la psicología porque resulta experimentalmente de un examen de lo observable lo cual se puede cuantificar.
- 7.- La matemática enriquece la investigación psicológica debido a la flexibilidad de su aplicación.

- 8.- La matemática no es verdadera sino demostrable; esto contribuye más al campo de la experimentación y la generalización de los hallazgos.
- 9.- La matemática, es de vital importancia en la Psicología aunque la relación entre ambas da como resultado una situación muy compleja.

ENSEÑANZA - APRENDIZAJE

- 10.- La enseñanza de la matemática debe estar enfocada a la Psicología.
- 11.- Los profesores que imparten la asignatura de matemáticas, necesitan reunirse periódicamente para dar una mejor proyección de la finalidad que para la psicología tiene la matemática que imparten. Así como para enriquecer continuamente los programas.
- 12.- Los maestros de la asignatura deben tener bien definidos sus objetivos, y así acelerar el proceso enseñanza aprendizaje.
- 13.- Los métodos didácticos deben estar vinculados a la parte teórica como a la práctica.
- 14.- La única forma de evaluar el aprendizaje del alumno, es observando su conducta a través de preguntas y problemas exentos de enredos lógicos.
- 15.- El maestro, al finalizar el curso, y sólo si dudó de sus objetivos, o consideró que no se alcanzaron, puede evaluar a sus alumnos mediante exámenes.
- 16.- Se debe enseñar al alumno a interpretar y realizar diseños matemáticos dentro de la materia.

SUGERENCIAS METODOLOGICAS.

En base a los objetivos señalados, se sugiere:

- 1.- Realizar, al comienzo del semestre, una prueba de diagnóstico de los conocimientos y habilidades de los alumnos.
- 2.- Prestar especial atención a las diferencias individuales en cuanto a aptitudes, habilidades e intereses por la asignatura.
- 3.- Destacar en cada tema su carácter teórico y su vinculación con la Psicología como ciencia experimental.
- 4.- Destacar el aspecto de la Matemática a través de ejemplos específicos en la Psicología, estableciendo correlaciones con otras asignaturas.
- 5.- Presentar situaciones concretas de las cuales han de surgir las abstracciones.
- 6.- Atender a la profundidad de los contenidos, más bien que a su extensión.
- 7.- Evitar el exceso de ejercitación, con el fin de lograr que el alumno realice un proceso cognocitivo - en lugar de buscar soluciones en forma mecánica.
- 8.- Evaluar en forma continua la metodología empleada.
- 9.- Emplear medios audiovisuales.

B I B L I O G R A F I A

- 1.- Titchmarsh, E.C.
"Esquema de la Matemática Actual"
- 2.- Holl, Marcel
"Historia de la Matemática"
- 3.- Bergamini, David
"Colección Científico de LIFE"
Matemáticas
México, 1966
- 4.- Ferrater Mora, José, y Leblanc Hugnes
"Lógica Matemática"
Ed. F.C.E., 2a. Edición, México, 1962.
- 5.- Frederksen Gullirsén, Holt, Rine Hart
"Contributions to Mathematical Psychology"
Winston, 1964.
- 6.- Garret E., Henry,
"Estadística en Psicología y Educación"
Biblioteca de Psicometría y Psicodiagnóstico.
Ed. Paidós, Buenos Aires-Argentina, 1968.
- 7.- Nicol Eduardo,
"Los Principios de la Ciencia".
Ed. F.C.E.
1a. Edición, México 1965.
- 8.- Poincaré Henry,
"Ciencia y Metodología" Espasa Calpe,
México, 1963.
- 9.- Ruiz Moncayo,
"Probabilidad y Estadística".
Ed. Trillas, 1970.
- 10.- R.R. Young y D. J. Veldman,
"Estadística no paramétrica aplicadas a las ciencias
de la conducta"
Ed. Trillas, México, 1968.
- 11.- Smith and Milton
"Estadística simplificada para psicólogos y educadores"
Ed. "El manual moderno"
Buenos Aires-Argentina, 1971.

- 12.- Siegel, Sidney
"Diseño Experimental no Paramétrico"
Ed. F. Trillas, S.A., México 1970.
- 13.- National Council of Teachers of Mathematics, U.S.A.
"Medida"
Ed. Trillas, 1972.
- 14.- Zubieta Russi, Gonzalo
"Manual de Lógica para Estudiantes de Matemáticas"
Ed. Trillas, México 1972
- 15.- Romntveit, Ragnar
"Normas y Roles Sociales"
Ed. Paídos, Buenos Aires.
- 16.- Castelnuovo Emma
"Didáctica de la Matemática Moderna"
Ed. Trillas, México, 1970
- 17.- Copi, Irving M.
"Introducción a la Lógica". Eudeba, Buenos Aires Argentina, 1962.
- 18.- De Gortari, Eli
"7 ensayos filosóficos sobre la ciencia moderna"
Ed. Grijalvo, "Colección 70", 1a. Edición, 1969.
- 19.- Bunge Mario
"La Ciencia su método y su filosofía"
Ed. Siglo XX, Buenos Aires 1973.
- 20.- Bondi H., Bonnor W.B., Lyttleton, R.A.
Whitrow, G.S.
"El Origen del Universo"
Ed. Fondo de Cultura Económico, 1965.
- 21.- Gamow, G.
"La Investigación del Atomo"
Ed. Fondo de Cultura Económico, Tercera Ed. 1968.
- 22.- Trine, R.W.
"En Armonía con el Infinito"
Ed. PAX-México, S.A., Seg. Ed. 1959.
- 23.- Hyman, Ray
"Carácter de la Investigación Psicológica"
Ed. U.T.E.H.A.México.
- 24.- Bruner, Jerone S.
"El Saber y el Sentir"
Ed. PAX-México, 1967.

- 25.- Phillips H.B.
"Geometría Analítica"
Ed. U.T.E.H.A. México, 1969.
- 26.- Downie, N.M. y Health R.W.
"Métodos Estadísticos Aplicados"
Ed. Harper Row Publishers, Inc. 1971
- 27.- Gibson, Quentin
"La Lógica de la Investigación Social"
Ed. Tecnos, 1968.
- 28.- Romero, Francisco y Pucciarelli Eugenio
"Lógica" Ed. Espasa Calpe Mexicana, S.A. 5a. Ed. 1956
- 29.- Ferrater Mora, José,
"Diccionario de Filosofía"
Tomo I, II.
Ed. Sudamericana, 5a. Edición, Buenos Aires-Argentina.
- 30.- Zubieta Russi, Francisco
"La moderna enseñanza dinámica de las matemáticas".
Ed. Trillas, México 1972.
- 31.- Hammonds - Carsie, Lamar F., Carl.
"La enseñanza".
Ed. Trillas, México, 1972.
- 32.- Mager F., Robert.
"La confección de objetivos para la enseñanza".
Ministerio de educación, California, 1961.
- 33.- Bloom S., Benjamín,
"Taxonomía de los objetivos de la educación".
(La clasificación de las metas educacionales).
Ed. "El Ateneo", Buenos Aires-Argentina, 3a. Edición, 1973.
- 34.- Matheny Dillman, Caroline, Rahmlow Harold F.
"Cómo redactar objetivos de Instrucción"
Ed. Trillas México, 1973.
- 35.- Polya, C.
"Cómo Plantear y Resolver Problemas"
Ed. F. Trillas, S.A., México, 1970.