



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

EVALUACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS Y DE
TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL DESARROLLO
DE UN NUEVO MÉTODO ANALÍTICO PARA LA
DETERMINACIÓN DE TEMPERATURAS
ESTABILIZADAS EN SISTEMAS GEOENERGÉTICOS
(POZOS GEOTÉRMICOS, PETROLEROS Y
PERMAFROST)

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERÍA

ENERGÍA - GEOTERMIA

P R E S E N T A :

M.I. ORLANDO MIGUEL ESPINOZA OJEDA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. EDGAR ROLANDO SANTOYO GUTIÉRREZ



TEMIXCO, MORELOS, MÉXICO, 2011.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. OCTAVIO GARCÍA VALLADARES

Secretario: DR. EDGAR ROLANDO SANTOYO GUTIÉRREZ

Vocal: DR. GUSTAVO URQUIZA BELTRÁN

1^{er}. Suplente: DR. IGNACIO SALVADOR TORRES ALVARADO

2^{do}. Suplente: DR. JORGE ALBERTO ANDAVERDE ARREDONDO

Lugar donde se realizó la tesis:

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA
COORDINACIÓN DE GEOENERGÍA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. EDGAR ROLANDO SANTOYO GUTIÉRREZ

FIRMA

Con mucho amor, cariño y respeto

a mis padres

Salvador y Ramona

a mis hermanos

Salvador, Jorge y Natalia

a mi novia

Zoraya

AGRADECIMIENTOS

A **Dios**, por haberme permitido iniciar y concluir esta aventura fuera de casa, un escalón más en mi vida profesional y por estar siempre conmigo en el andar de la vida.

A mis padres **Salvador** y **Ramona**, por brindarme incondicionalmente tanto amor y cariño, por su apoyo moral, por sus consejos y por ser mi inspiración.

A mis hermanos **Salvador**, **Jorge** y **Natalia**, porque he aprendido mucho de ellos y por ser quiénes son y como son.

A la **Dra. Zoraya Palomera Sánchez**, por iniciar conmigo un nuevo proyecto de vida, por compartirme su vida, su amor, su cariño, su apoyo moral, por sus consejos, sus regaños, por estar ahí cuando la he necesitado.

Al **Dr. Edgar Santoyo**, por sus consejos, su dedicación, por haberme enseñado tanto y porque no, también por sus regaños.

Al **Dr. Jorge Andaverde**, por sus consejos y por haber aprendido mucho de él, así como su colaboración en el desarrollo de este proyecto.

Al **Dr. Ignacio Torres**, por sus valiosos comentarios sobre esta tesis, y porque en cada evaluación sus observaciones me dejaban mucho aprendizaje.

A los **Doctores Octavio García** y **Gustavo Urquiza**, por la revisión y sugerencias sobre esta tesis.

Al **Dr. Surendra P. Verma**, por sus valiosas sugerencias e ideas para el mejoramiento de este trabajo.

Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología**, por su apoyo económico para la realización de mis estudios de Doctorado.

A **Lino Meraz**, por ser mi mejor amigo, mi cuarto hermano, por sus consejos y apoyo moral.

A todos mis **amigos** y **compañeros** fuera y dentro del CIE-UNAM, por brindarme su amistad, sus consejos, apoyo y porque he aprendido mucho de ellos, tanto de la vida cotidiana como de la académica.

Índice de Contenido

	<i>Página</i>
Resumen.....	I
Abstract	IV
Capítulo 1.....	1
INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Métodos analíticos y numéricos para el cálculo de las TEF	3
1.3 Objetivo de la Tesis Doctoral.....	11
1.4 Justificación del Proyecto.....	12
1.5 Estructura de la Tesis	12
Capítulo 2.....	14
EVALUACIÓN ESTADÍSTICA DE SOLUCIONES APROXIMADAS Y RIGUROSAS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA TEMPERATURA ESTABILIZADA DE FORMACIÓN EN POZOS GEOTÉRMICOS Y PETROLEROS	14
2.1 Introducción	14
2.2 Metodología	16
2.2.1 Creación de una base de datos mundial	17
2.2.2 Selección de métodos	20
2.2.3 Evaluación de modelos de regresión (OLS, WLS y QR) para la estimación de la TEF usando las soluciones aproximadas	23
2.2.4 Evaluación estadística de la relación lineal y no lineal entre los datos BHT y FT	24
2.2.5 Comparación estadística de las estimaciones TEF usando el análisis del parámetro β ..	26
2.2.6 Evaluación de exactitud usando una comparación estadística entre las mediciones experimentales TEFV y las estimaciones TEF	27
2.3 Resultados y Discusiones.....	28
2.3.1 Estimaciones de la TEF inferidas de las soluciones aproximadas y rigurosas	28

2.3.2 Pruebas estadísticas de linealidad	29
2.3.3 Análisis del parámetro β	33
2.3.4 Análisis de exactitud.....	36
2.4 Conclusiones	41
Capítulo 3.....	43
EVALUACIÓN DE MÉTODOS ANALÍTICOS PARA ESTIMAR TEMPERATURAS ESTABILIZADAS DE FORMACIÓN EN POZOS PERMAFROST	43
3.1 Introducción	43
3.2 Metodología	47
3.2.1 Base de datos de los procesos de recuperación térmica de pozos permafrost perforados	47
3.2.2 Selección de métodos analíticos para la estimación de la TEF	49
3.2.3 Modelos de regresión (OLS y QR) usados por las soluciones aproximadas para el cálculo de la TEF	50
3.2.4 Comparación estadística de las estimaciones T_0 y G usando el análisis F- y t-student	50
3.2.5 Evaluación de exactitud usando el análisis de comparación estadística entre las estimaciones TEF del HM contra las estimaciones del BM, KEM y MM	51
3.3 Resultados y Discusiones	51
3.3.1 Uso de los modelos OLS y QR para estimar la TEF	51
3.3.2 Análisis comparativo de las estimaciones T_0 y G	62
3.3.3 Análisis de exactitud.....	67
3.4 Conclusiones	73
Capítulo 4.....	74
NUEVO MÉTODO ANALÍTICO-EMPÍRICO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA TEMPERATURA ESTABILIZADA DE FORMACIÓN (TEF) EN POZOS GEOTÉRMICOS, PETROLEROS Y PERMAFROST	74
4.1 Introducción	74
4.2 Metodología	82

4.3 Resultados y Discusiones	86
4.3.1 Datos de entrada	86
4.3.2 Transformación logarítmica, criterio de aplicación y cálculo de coeficientes de regresión	90
Aplicación Geotérmica:.....	90
4.3.3 Criterios de selección.....	94
Aplicación Petrolera:.....	105
Aplicación Permafrost:.....	110
4.3.4 Análisis de Exactitud y Comparación entre TEF's Estimadas	116
4.4 Conclusiones	126
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	128
ANEXOS.....	140
Bassam A., Santoyo E., Andaverde J., Hernández J.A. & Espinoza-Ojeda O.M. (2010). Estimation of static formation temperatures in geothermal wells by using an artificial neural network approach Computers & Geosciences, 36, 1191-1199.	140
Espinoza-Ojeda, O. M., E. Santoyo, & J. Andaverde (2011). A new look at the statistical assessment of approximate and rigorous methods for the estimation of stabilized formation temperatures in geothermal and petroleum wells. Journal of Geophysics and Engineering, 8, 233-258.....	141

Resumen

En trabajos previos reportados en la literatura mundial se ha demostrado que la determinación de las temperaturas estabilizadas de formación (TEF) en sistemas geotérmicos y petroleros tiene relevancia en la evaluación de sus reservas energéticas. Esta importancia se ve científicamente reflejada en la demanda de métodos analíticos y modelos numéricos de transferencia de calor usados para la determinación confiable de las TEF.

En estudios de cambio climático, la determinación de las TEF, en pozos tipo permafrost, muestra también una importante relevancia científica para dilucidar los cambios de temperatura que está experimentando la Tierra.

Hoy en día, existen métodos analíticos y simuladores numéricos que han sido desarrollados para buscar predecir las TEF. Algunos de estos métodos analíticos han sido analizados, a través de estudios geoquimiométricos, para evaluar sus fuentes de error e incertidumbres asociadas con el cálculo de las TEF. Los modelos conceptuales de métodos analíticos y simuladores numéricos han sido parcialmente evaluados, desde el punto de vista físico y matemático. Importantes discrepancias han sido sistemáticamente observadas en las estimaciones de las TEF que proveen algunos de los métodos analíticos ya existentes. Estos resultados han confirmado la necesidad de desarrollar métodos analíticos y empíricos con el objeto de ofrecer nuevas herramientas prácticas y confiables para ser empleadas en la determinación confiable de las TEF.

En este último contexto, en la primera parte del proyecto doctoral que se presenta, se desarrolló un nuevo estudio estadístico detallado en el cual se detectan algunas de las debilidades numéricas de los métodos analíticos disponibles en las industrias geotérmica y petrolera. Los métodos analíticos analizados muestran discrepancias y diferencias sistemáticas en las estimaciones de TEF de pozos geotérmicos, petroleros y de series sintéticas experimentales. El estudio estadístico realizado involucró: (a) la aplicación de pruebas estadísticas de linealidad para determinar el tipo de relación existente (lineal o no lineal) entre las temperaturas de fondo de pozo (de recuperación térmica) y las funciones de tiempo de los métodos analíticos evaluados; (b) el análisis estadístico comparativo entre las

TEF estimadas mediante soluciones aproximadas y ecuaciones rigurosas de los métodos y modelos de transferencia de calor usados; y (c) el análisis estadístico de exactitud (a través de pruebas F -, t -student y el porcentaje de desviación) entre temperaturas estabilizadas de formación “verdaderas” (determinadas experimentales y registradas en series sintéticas) y las predichas mediante las soluciones aproximadas y las ecuaciones rigurosas de los métodos analíticos evaluados. Del análisis estadístico aplicado, se demostró que el modelo de regresión lineal OLS es estadísticamente invalido para su aplicación al cálculo de las TEF, debido a la tendencia no lineal observada entre los datos BHT y FT. Esta última observación sugiere al modelo QR como la herramienta de regresión más confiable para estimar la TEF usando las soluciones aproximada o rigurosa de los métodos evaluados. En el análisis de los datos BHT con tendencia cuasi-lineal, WLS debería ser preferencialmente usado para inferir la TEF. Por último, se encontró que los tiempos de relajación y circulación son parámetros fundamentales que influyen fuertemente las estimaciones TEF, por lo tanto deben ser medidos en el campo con alta precisión y exactitud, incluyendo la medición de sus errores, así considerar la propagación de errores de estos parámetros en el cálculo de la TEF.

Del estudio anterior, se decidió extender su aplicación a la determinación de TEF en pozos permafrost con la finalidad de demostrar las discrepancias existentes y sus posibles implicaciones en esta área de investigación. Cuatro de los siete métodos analíticos analizados, en la primera parte de este proyecto; fueron seleccionados para el cálculo de los perfiles térmicos (gradiente) en pozos permafrost, usando modelos de regresión lineal ordinaria (OLS) y polinomial cuadrática (QR). De los perfiles térmicos predichos, se determinó la “zona de perturbación” (TEF de las profundidades someras), así como el cálculo de la temperatura de superficie (T_0) y del gradiente geotérmico (G) para cada perfil. Estas estimaciones fueron sometidas a un análisis estadístico detallado, a través de: (i) el análisis de exactitud entre las diferentes T_0 y G predichas mediante las soluciones aproximadas de los métodos analíticos; y (ii) el análisis comparativo entre las TEF estimadas por varios métodos usados. A través de los diferentes análisis estadísticos mencionados se determinaron las principales discrepancias encontradas en las TEF estimadas, así como su influencia en la determinación del perfil térmico del pozo permafrost, concluyendo que el modelo de regresión QR fue el más confiable para el

cálculo de las TEF. A partir de estos resultados, se determinó con mayor precisión y exactitud los procesos de enfriamiento y calentamiento que se llevan a cabo en la sección somera de los pozos permafrost estudiados.

Las conclusiones obtenidas en los 2 estudios antes mencionados justificaron totalmente la necesidad del desarrollo de un nuevo método mejorado para la determinación de las TEF, objetivo científico planteado como parte de la segunda etapa del proyecto doctoral.

Este nuevo método se fundamentó en una metodología matemática de regresión numérica usando la transformación logarítmica natural aplicada a los datos transitorios de temperatura registrados durante el proceso de recuperación térmica de un pozo, cuando está siendo construido (estos, durante la perforación y cementación del pozo). El objetivo principal del nuevo método desarrollado fue reproducir el fenómeno de relajación térmica (comportamiento asintótico) de los datos transitorios de temperatura para determinar la TEF a tiempos infinitos, cuando se asume que la formación ha regresado al estado de equilibrio térmico. Para una determinación confiable de la TEF mediante este nuevo método, los modelos de regresión obtenidos del ajuste hacia los datos medidos, fueron sometidos a un criterio de aplicación y cuatro criterios de selección (coeficiente de determinación, suma de residuales normalizado, parámetro de extrapolación y porcentaje de desviación). Con la aplicación de estos criterios, se seleccionó el modelo de ajuste individual para cada serie de datos, con el cual se determinará la TEF, así finalmente, la aplicación del análisis de exactitud (pruebas F -, t -student y el porcentaje de error) a las TEF calculadas en comparación con las TEF “verdaderas” reportadas en las series sintéticas.

Los datos de recuperación térmica (temperatura y tiempo) de pozos perforados y de origen sintético (experimental o simulación numérica) fueron usados para demostrar la eficiencia del nuevo método. Finalmente, se demostró y se concluyó que en la mayoría de los casos usados como ejemplos de aplicación, los modelos polinomiales son los mejores modelos que describen el fenómeno de relajación térmica, por lo tanto, de estos se obtiene una estimación más confiable de la TEF.

Abstract

At previous works reported in the world wide literature it was demonstrated that the reliable calculus of the stabilized formation temperatures (SFT) in geothermal and petroleum systems has importance in the energy reserve evaluation. This importance looks scientifically reflected in the request of analytical methods and numerical models of heat transfer used to the reliable determination SFT.

In climate change studies, the SFT estimation, in permafrost kind boreholes, it shows too an important scientific relevance to elucidate the temperature changes that Earth is experiencing.

Nowadays, analytical methods and numerical simulators exist that have been developed for the SFT calculation. Some of these analytical methods have been analyzed, through geochemometric studies, to evaluate their error sources and uncertainties associated with the SFT calculation. The analytical methods and numerical simulators conceptual models have been partially evaluated, from the physical and mathematical point of view. Important discrepancies have been systematically observed in the SFT estimations that provide some of the existing analytical methods. These results have confirmed the necessity to develop new analytical and empirical methods with the objective to offer new viable y reliable tools to be employ in the SFT calculation.

At this last context, in the first part from the PhD project to be presented, it was developed a detailed statistical study which it detect some of the numerical weakness from the available analytical methods in the geothermal and pretroleum industry. The analyzed analytical methods showed systematically discrepancies and differences in the SFT estimations of geothermal and petroleum boreholes and experimental synthetic data set. The fulfilled statistical analysis involved: (a) the application of linearity statistical tests to determine the existing relationship kind (linear or non-linear) between the bottomhole temperatures (thermal recovery) and time function of the evaluated analytical methods; (b) the comparative statistical analysis between SFT estimated by approximate and rigorous solutions from the methods and heat transfer models used; and (c) the statistical analysis of

accuracy (through F - and t -student tests, and deviation percentage) between “true” stabilized formation temperatures (determined experimental and logged in synthetic data sets) and the predicted ones through the evaluated analytical methods approximate and rigorous solutions. From the statistical analysis applicated, it was demonstrated that the OLS linear regression model is statistically an invalid to its application in the SFT calculus, due to the nonlinear trend observed between BHT and TF. This last observation suggests the QR model as the most suitable regression tool to estimate the SFT by using either approximate or rigorous solutions of the methods evaluated. For the analysis of BHT build-up data with a quasi-linear trend, WLS should be preferentially used to infer the SFT. Finally, it was found that shut-in and circulation times are fundamental parameters that strongly influence the SFT estimates, and therefore they must be measured in the field with high accuracy and precision, including knowledge of their measurement errors, so considering the propagation errors of these parameters in the calculation of SFT.

From the last study, it decided to extend its application to SFT estimation in permafrost boreholes with the objective to demonstrate the existing discrepancies and their possible implication in this research area. Four of the seven analyzed analytical methods, in the first part of this project; they were selected to calculate the thermal profiles (gradient) in permafrost boreholes, using the ordinary last-squares regression (OLS) and polynomial quadratic models. From the predicted thermal profiles, it determined the “disturbance zone” (SFT of the superficial depths), even so the calculation of the superficial temperature (T_0) and the geothermal gradient (G) to each profile. These estimations were submitted to a detailed statistical analysis, through: (i) the statistical analysis of accuracy (F - and t -students tests) between the different predicted T_0 y G through the analytical methods approximate solutions; (ii) and the comparative analysis between SFT estimated by some used methods. Through the mentioned different statistical analysis it determined the main discrepancies found between the SFT estimated, even so its influence in the thermal profile, concluding the QR model is the most reliable to calculate SFT. Since these obtained results, it determined with high accuracy and precision the cooling and warming processes going to happen in the permafrost borehole superficial section.

The obtained conclusions in the two mentioned previous works justifies totally the necessity to develop a new improved method to the calculus of SFT, scientific objective proposed as part of the second stage of PhD project.

This new method is based in a mathematical methodology of numerical regression using natural logarithmic transformation applied to the temperature transient data logged during borehole thermal recovery process, when it is being constructed (these, during borehole drilling and cementing). The main objective of the new developed analytical method was to reproduce the thermal recovery phenomenon (asymptotic behaviour) from the transient temperature data to determine the SFT at infinite time, when it assumes the formation has returned to the thermal equilibrium. For a reliable SFT estimation by this new method, the obtained regression models from the measured data fitted, they were submitted to an application criterion and four selection criterions (coefficient of determination, normalized RSS, extrapolation parameter and percentage of deviation). With the application of these criterions, te individual fit model was selected to each data set, which will be determine the SFT, so finally, the application of the accuracy analysis (*F*- and *t-student* tests and percentage of error) to the SFT calculated in comparison with “true” SFT reported in synthetic data sets.

The thermal recovery data (temperature and time) from drilled boreholes and synthetic origin (experimental or numerical simulation) were used to demonstrate the new method efficiency. Finally, it was demonstrated and concluded in the majority of the used cases as application examples, the polynomial models are the best models that describes the thermal recovery phenomenon, therefore, from these obtains a more reliable SFT estimation.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

Se ha puesto mucha atención a nivel mundial respecto a los problemas de la demanda futura de energía y el agotamiento de las reservas de petróleo, lo cual ha motivado un incremento en el desarrollo de tecnologías de energías renovables para la producción de electricidad con bajo impacto al medio ambiente (Demirbas, 2006). En este contexto, la energía geotérmica emerge como una de las formas de energía menos contaminantes, y ofreciendo una fuente de energía inmensa que puede ser aprovechada en muchas partes del mundo incluyendo México (Kagel & Gawell, 2005). Tales características hacen a esta energía una opción viable para enfrentar el reto energético del futuro debido a que sus proyectos de explotación han demostrado un crecimiento y sobretodo una gran madurez tecnológica en muchos países (Hammons, 2004; Gupta & Roy, 2007; Bertani, 2010; Lund *et al.*, 2010).

Como parte del desarrollo de los recursos geotérmicos (en particular de los yacimientos hidrotermales), la explotación de yacimientos petroleros y el estudio térmico de pozos permafrost, la determinación de la temperatura estabilizada de formación (TEF, también conocida como temperatura inicial de equilibrio o estática de formación), a partir de las mediciones de temperatura del fondo de pozo (BHT, por sus siglas en inglés) constituye una de las tareas esenciales usada en la evaluación de estos sistemas geoenergéticos

(Santoyo *et al.*, 2000a; Fomin *et al.*, 2003; Huang *et al.*, 2008; Pasquale *et al.*, 2008). En el estudio de los sistemas geoenergéticos, el conocimiento de la TEF es requerida para la: (a) estimación de los gradientes geotérmicos para el mapeo de exploración (e.g., Teng & Koike, 2007); (b) determinación del flujo de calor (e.g., Ranalli & Rybach, 2005); (c) interpretación de registros de pozo (e.g., Stevens, 2000); (d) diseño óptimo de programas de perforación y terminación de pozos (e.g., Saito *et al.*, 1998; Fomin *et al.*, 2003); (e) para la estimación de las reservas de calor en términos del potencial del fluido almacenado en los sistemas geotérmicos (e.g., Bellani *et al.*, 2004); (f) calibración de simuladores térmicos de pozos (Santoyo, 1997; García *et al.*, 1998); (g) ingeniería de reservorios (Peaceman, 1977; Iglesias *et al.*, 1995; DiPippo, 2005; Acuña *et al.*, 2008); (h) explotación de hidrocarburos (Curtis & Witterholt, 1973; Romero Juarez, 1976; Wooley, 1980; McKenzie, 1981; Hagoort, 2005); (i) el estudio del potencial de acuíferos y aguas subterráneas (Kukkonen, 1995; Ge, 1998; Zschocke *et al.*, 2005); (j) evaluación de propiedades termofísicas y de transporte de la formación (Čermák & Rybach, 1991; Somerton, 1992; Schön, 1996); (k) la exploración de los minerales (Hill, 1990; Mwenifumbo, 1993); (l) la evolución térmica de la Tierra (MacDonald, 1959; Donaldson, 1962; Pollack & Chapman, 1977; Turcotte, 1980; Sass *et al.*, 1992; Beltrami, 2002); y (m) el estudio térmico de las regiones permafrost y su implicación en el cambio climático (Lachenbruch & Marshall, 1986; Wang & Lewis, 1992; Harris & Chapman, 1997; Pollack *et al.*, 1998; Huang *et al.*, 2000; Bodri & Cermak, 2007; Huang *et al.*, 2008). Las mediciones de BHT son usualmente costosas debido al sofisticado equipo de registro empleado y al tiempo requerido para efectuar estas. Las mediciones se llevan a cabo generalmente durante las operaciones de perforación, las cuales suelen interrumpirse (Wisian *et al.*, 1998; Freifeld *et al.*, 2008). Y por ende, explican su elevado costo. La estimación de la TEF, a partir de datos de BHT, provee la oportunidad de determinar las temperaturas iniciales de formación probablemente muchos meses antes de que puedan ser calculadas por los procesos de recuperación térmica del pozo, lo cual constituye una herramienta valiosa en términos de los programas de planeación, exploración y desarrollo de proyectos geotérmicos, petroleros y permafrost (Verma *et al.*, 2006a; Bodri & Cermak, 2007; Kutasov & Eppelbaum, 2010).

1.2 Métodos analíticos y numéricos para el cálculo de las TEF

Uno de los principales problemas requeridos para la evaluación del potencial de los sistemas geoenergéticos es la determinación confiable de las TEF y del gradiente geotérmico. Las mediciones de temperaturas registradas durante la perforación y su extrapolación a tiempos infinitos de recuperación térmica es usualmente la información requerida para calcular las TEF.

Métodos analíticos y simuladores numéricos basados en modelos de transferencia de calor de muy variada complejidad, han sido propuestos para pozos petroleros y extendidos a la industria geotérmica y regiones permafrost. Los modelos reportados pueden ser agrupados en dos clases: (i) los que intentan describir la evolución completa de la temperatura a lo largo del pozo (p. ej., Wooley, 1980; Beirute, 1991; García *et al.*, 1998); y (ii) los que se concentran en la región del pozo donde realmente se miden las temperaturas (BHT) durante la perforación (p. ej., Luheshi, 1983; Shen & Beck, 1986; Cao *et al.*, 1988a).

Ademas, existen simuladores numéricos reportados en la literatura para estimar la distribución de temperatura en un pozo. Algunos de estos han sido diseñados para aplicaciones prácticas, y sujetos a una amplia variedad de suposiciones.

Edwardson *et al.* (1962) propusieron un simulador numérico, para determinar numéricamente las temperaturas perturbadas a cualquier distancia (radial y axial) del pozo como una función del tiempo. Tragesser *et al.* (1967) desarrollaron un simulador para calcular las temperaturas del pozo durante la circulación del lodo y la cementación. Raymond (1969) desarrolló un simulador para determinar las temperaturas del pozo durante la perforación como función de la posición y tiempo. Otros simuladores similares incluyen los trabajos de Schoepfel & Bennett (1971), Keller *et al.* (1973), Sump & Williams (1973), Marshall & Bentsen (1982), Corre *et al.* (1984), Marshall & Lie (1992), Merlo *et al.* (1994). Wooley (1980) desarrolló un simulador que predice las temperaturas del fondo del pozo en condiciones de flujo de corrientes o contra-corriente de fluido de recuperación, durante la etapa de cementación y hacia la formación. Luheshi (1983) desarrolló un método numérico para modelar la perturbación térmica alrededor de un pozo considerando un modelo con perdidas de fluido hacia la formación, y la determinación de la TEF. Jones *et*

al. (1984) desarrollaron un método numérico en 3-D, el cual considera la solución de la ecuación de flujo de calor en coordenadas cilíndricas, asumiendo que la difusividad térmica de la roca no es uniforme pero que está en función de la posición. Beirute (1991) desarrolló un modelo para predecir temperaturas durante la circulación del lodo de perforación o durante la cementación. García *et al.* (1998) desarrollaron un código computacional para la estimación de las temperaturas transitorias en pozos geotérmicos durante condiciones de circulación y recuperación y en presencia de pérdidas de circulación de lodo de perforación. Lee *et al.* (2003) desarrollaron un método para determinar la temperatura de equilibrio y la conductividad térmica a partir de los registros de datos de recuperación térmica (temperatura y tiempo) en pozos. Martínez-Méndez *et al.* (2006) propusieron un simulador similar al desarrollado por Beirute (1991).

La mayoría de los modelos computacionales (descritos brevemente con anterioridad) consideran la perforación del pozo como un proceso de flujo de calor dado por la introducción de una anomalía térmica constante dada por la circulación de fluido de perforación, el cual es estudiado a través de las temperaturas transitorias resultantes usando temperaturas de recuperación (BHT). En el caso de aplicaciones geotérmicas y petroleras el fenómeno causado por la perforación de un pozo es el enfriamiento de la formación, mientras que para las regiones permafrost, se tiene un proceso inverso de calentamiento en la formación seguido por un proceso de recuperación térmica que se rige por su enfriamiento. Por otro lado, muchos de los métodos analíticos requieren al menos dos o más mediciones de BHT llevadas a cabo en la misma profundidad del pozo pero a diferentes tiempos. La TEF es usualmente estimada a través de una aproximación matemática por cada método usando estos registros de BHT.

Los métodos analíticos generalmente se fundamentan en la solución de la ecuación de difusión térmica, también conocida como la ecuación de Fourier (Carslaw & Jaeger, 1959):

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

donde α , t y T son la difusividad térmica, el tiempo de transición y la distribución de temperatura, respectivamente.

Esta ecuación se puede ajustar a los modelos físicos y matemáticos que describen el proceso de estabilización térmica en un pozo perforado (Bullard, 1947). La física de cada método depende de las suposiciones o condiciones que han empleado cada autor, de acuerdo a los procesos de transferencia de calor que suelen estar presentes entre la formación y el fluido de perforación (generalmente, conducción o convección). En el caso de la convección, la Ec. (1) debe ser extendida a su modelación mediante la consideración de los términos convectivos relacionados con las propiedades termofísicas, tanto de la roca (formación) como del fluido de perforación, así como el tipo de formación (medio poroso o fracturado). Por último, la geometría del modelo físico, ya sea cilíndrico, esférico o cartesiano ha sido también considerado. De acuerdo a estas suposiciones generales se han propuesto numerosos métodos analíticos a través de modelos matemáticos prácticos.

Bullard (1947) propuso el primer método para representar el efecto de la circulación de fluidos de perforación a través del modelo de la línea-fuente constante de calor en el eje del pozo, y su proceso de equilibrio en un medio infinito y homogéneo bajo condiciones de conducción radial de calor. Lachenbruch & Brewer (1959) extendieron la aproximación original de Bullard para incluir los efectos de la variación del potencial térmico transitorio de la fuente de calor y el diámetro finito del pozo. A partir de estos dos modelos propuestos surgieron numerosos métodos analíticos basados en modelos de flujo de calor de tipo: (1) línea-fuente conductivo-radial (p. ej., Timko & Fertl, 1972; Roux, 1980; Leblanc *et al.*, 1981; Brennand, 1984; Shen & Beck, 1986; Fomin *et al.*, 2005; Eppelbaum & Kutasov, 2006); (2) esférico-radial conductivo (Ascencio *et al.*, 1994); y (3) modelos radiales mixtos de conducción-convección (Hasan & Kabir, 1994).

Dentro del primer grupo de modelos, Timko & Fertl (1972) extendieron el método de Horner (1951, originalmente sugerido para el cálculo de la presión inicial de pozos petroleros) al cálculo de las TEF debido a la similitud de las ecuaciones de difusividad de presión y térmica.

Numerosos trabajos publicados, a partir de esa fecha, han criticado la validez del método de Horner para el cálculo de las TEF. La mayoría de ellos coincide en demostrar que el método fue incorrectamente planteado en su forma matemática, lo cual explica porque el

método sistemáticamente tiende a subestimar la TEF (p. ej., Dowdle & Cobb, 1975; Luheshi, 1983; Drury, 1984; Shen & Beck, 1986; Deming, 1989; Andaverde *et al.*, 2005). La solución simplificada del método de Horner, tipificada por una regresión lineal de los datos de temperatura medidos a diferentes tiempos, también fue estadísticamente criticada e invalidada, al comprobarse que tanto la solución de la ecuación original, como los datos de las temperaturas medidas obedecen claramente una tendencia de tipo polinomial (Andaverde *et al.*, 2005; Verma *et al.*, 2005, 2006a, 2006b). A pesar de las debilidades señaladas por estos autores, el método de Horner sigue siendo ampliamente usado en la industria geotérmica, probablemente por su simplicidad y facilidad en el cálculo las TEF (p. ej., Espinosa-Paredes & García-Gutiérrez, 2003; Kutasov & Eppelbaum, 2005; Goutorbe *et al.*, 2007; Pasquale *et al.*, 2008; Kutasov & Eppelbaum, 2010; Eppelbaum & Kutasov, 2011).

Existen otros métodos reportados en la literatura que se agrupan dentro de los modelos de línea-fuente conductivo-radial, dentro los cuales destacan los propuestos por Manetti (1973), Albright (1975a), Middleton (1979), Roux *et al.* (1980), Barelli & Palama (1981), Cao *et al.* (1988a), Kritikos & Kutasov (1988), Fomin *et al.* (2003), Fomin *et al.* (2005), Kutasov & Eppelbaum (2005), Eppelbaum & Kutasov (2006), entre otros.

Los modelos de tipo esférico-radial conductivo fueron originalmente propuestos por Ascencio *et al.* (1994). Estos autores consideran la zona perturbada térmicamente alrededor de un pozo mediante una aproximación esférico-radial puramente conductiva, en donde asumen que la formación es infinita, homogénea e isotrópica con propiedades termofísicas constantes. A partir de estas suposiciones, Ascencio *et al.* (1994) sugirieron resolver el proceso de conducción de calor bajo coordenadas esférico-radiales. A pesar del intento de modelar, en forma más correcta, los fenómenos de transferencia de calor existentes en la perforación de un pozo, la aplicación de este método no ha sido generalizada en la industria geotérmica, ni tampoco ha sido exitosa, ya que existen también algunos trabajos que critican fuertemente su validez en el cálculo de las TEF (p. ej., Andaverde *et al.*, 2005; Verma *et al.*, 2005; Verma *et al.*, 2006a, 2006b). Estos artículos señalan que el método fue incorrectamente planteado, tanto en su forma física como matemática (incluyendo el

método de regresión lineal usado), y que esto explica la razón por la cual el método tiende a sobreestimar sistemáticamente las TEF.

Finalmente, como parte de los métodos del tercer grupo (modelos radiales mixtos conductivo-convectivo), Hasan & Kabir (1994) propusieron un nuevo método para modelar los procesos de intercambio de calor que ocurren entre el lodo de perforación y la formación. En este método se incorporan mecanismos más realistas de conducción y convección asociados con el proceso de perforación de un pozo. El método asume un modelo físico basado en una fuente de calor de tipo cilíndrica para representar el proceso global de recuperación térmica en un pozo perforado. Los mecanismos de conducción y convección de calor son modelados mediante los siguientes procesos: (i) el análisis de la transferencia de calor entre el pozo y la formación; (ii) descripción de la transferencia de calor entre el centro del pozo y la pared; y (iii) el análisis de la transferencia de calor relacionada a la diferencia de temperatura entre la pared del pozo y la TEF. Las soluciones simplificadas derivadas de estas ecuaciones condujeron a la propuesta de tres métodos analíticos: exponencial, logarítmico y su solución rigurosa del problema térmico global. En varios estudios se han encontrado que la solución exponencial provee valores irreales de las TEF, en tanto que la solución logarítmica, básicamente constituye el método original de Horner (Santoyo *et al.*, 2000a). De esta forma, el método riguroso es la principal contribución de estos autores, el cual ha mostrado proveer TEF más realistas en diversas aplicaciones geotérmicas y petroleras, con la limitación de requerir datos de propiedades termofísicas del sistema pozo-lodo-formación (Andaverde *et al.*, 2005; Verma *et al.*, 2005, 2006a, 2006b).

Aunque se ha obtenido un considerable progreso, concerniente al problema de la estimación exacta de la TEF en la industria geotérmica, con aplicaciones a la petrolera y permafrost, se ha reportado que el uso de soluciones simplificadas de estos modelos, particularmente a través del uso de regresión lineal, puede conducir a errores significantes en el cálculo de la TEF (Verma *et al.*, 2006a). Grandes discrepancias entre los resultados predichos por la mayoría de los métodos analíticos han sido analizados y reportados en la literatura (p. ej., Santoyo *et al.*, 2000b). Estos resultados han motivado el estudio de las fuentes de error asociadas con el uso de estos métodos, especialmente para el método más

ampliamente usado en la industria geotérmica, el método de Horner (Dowdle & Cobb, 1975; Drury, 1984; Andaverde *et al.*, 2005; Verma *et al.*, 2005, 2006a, 2006b).

Dowdle & Cobb (1975) y Hasan & Kabir (1994) sugirieron que el método de Horner sistemáticamente predice bajos valores de la TEF porque su aproximación no es matemáticamente correcta aunque en condiciones de tiempos de circulación cortos, el método de Horner podría ser usado con cautela para estimar la TEF. La validez del método de Horner para extraer la TEF de los datos de BHT fue también criticado por Drury (1984), quien puntualizó que las mediciones de BHT son imprecisas porque son comúnmente registradas en tiempos donde la perturbación causada por la circulación del fluido de perforación es intensa. Drury (1984) propuso un criterio empírico para evaluar algunas fuentes de error para el método de Horner, y demostró que este método puede conducir a serios errores en los cálculos de la TEF. La magnitud de esos errores fue principalmente asociada a las mediciones de BHT, lo cual deberían ser registradas al menos dos o tres veces el periodo de circulación. Por otro lado, Kutasov & Eppelbaum (2005) indicaron que las BHT o el tiempo de circulación no pueden ser estimadas con suficiente exactitud en las operaciones de perforación, y por lo tanto, que la estimación de la TEF sea afectada sensiblemente por las incertidumbres de esas mediciones.

Andaverde *et al.* (2005) llevaron a cabo un estudio estadístico, basado en pruebas estadísticas de linealidad, para estimar las incertidumbres de la TEF en pozos geotérmicos usando sólo tres métodos analíticos: el método de Horner (1951), el método de Ascencio *et al.* (1994), y el método de Hasan & Kabir (1994). Las pruebas estadísticas mostraron que las relaciones de BHT versus las funciones de tiempo de cada método fueron mucho mejor descritas a través de una función polinomial de tipo cuadrática, sugiriendo el uso este último modelo de regresión, en lugar del tradicional método de regresión lineal.

Verma *et al.* (2005, 2006a, 2006b) recientemente aplicaron la teoría de propagación de error para calcular las incertidumbres en las estimaciones de la TEF en pozos geotérmicos y petroleros usando solo los mismos métodos anteriormente citados (Horner, esférico radial, y cilíndrico). El estudio consistió en evaluar los métodos analíticos para inferir la TEF usando modelos de regresión lineal ordinaria y lineal ponderada, los cuales fueron

evaluados. De este estudio, los autores sigieren que el modelo de regresión lineal ordinaria no debe ser usado porque no es un modelo estadísticamente valido debido a la presencia de errores heteroscedásticos en las mediciones de tiempo y BHT. Los autores concluyeron que la aplicación del modelo de regresión lineal ponderada requiere una medición de los errores experimentales asociados con los datos de BHT, lo cual desafortunadamente son rara vez reportados en operaciones de registro en el campo.

En los últimos cuatro años, solo se han reportado tres nuevos métodos del tipo numérico, así como algunos trabajos más en los cuales se siguen utilizando los métodos analíticos antes mencionados (p. ej., Goutorbe *et al.*, 2007; Pasquale *et al.*, 2008; Kutasov & Eppelbaum 2009, 2010; Bassam *et al.*, 2010).

En los trabajos de Olea-González *et al.* (2007, 2008), Olea-González & García-Gutiérrez (2008), Espinosa-Paredes *et al.* (2009) se describen procedimientos numéricos basados en el método inverso para modelar la estabilización térmica de un pozo petrolero y de un pozo geotérmico durante el paro de circulación del lodo de perforación. Estos modelos refieren la aplicación de un método tipo Marquardt como método de inversión y el uso de datos de campo (Marquardt, 1963). El trabajo reporta básicamente dos análisis, el primero referido a la solución del problema directo, en donde utiliza un modelo físico del problema para resolver numéricamente la transferencia de calor al determinar un perfil de temperaturas de lodo de perforación, y asumir que las condiciones iniciales son conocidas. En el segundo analisis se plantea la función objetivo para resolver el problema inverso, considerando que la temperatura de formación es un parámetro desconocido (condición inicial) que deberá estimarse y optimizarse respecto a los valores utilizados por registros geofísicos. En este ultimo paso se explora un método iterativo tipo Marquardt, para resolver problemas no lineales de estimación de parámetros por mínimos cuadrados.

En el trabajo de Bassam *et al.* (2010; incluido en el Anexo) se desarrolló un nuevo modelo numérico para el cálculo de las TEF en pozos geotérmicos mediante la aplicación de Redes Neuronales (ANN, por sus siglas en inglés). En ester trabajo se entrenó una arquitectura ANN de tres capas usando una base de datos geotérmica, la cual contiene estimaciones de TEF “estadísticamente normalizadas”. Las mediciones de BHT y tiempo de recuperación

fueron usados como las principales variables de entrada para el entrenamiento de la ANN y como variable secundaria el gradiente de temperatura transitorio. El algoritmo de Levenberg-Marquardt, la función de transferencia sigmoïdal tangencial hiperbólica y la función de transferencia lineal fueron usadas para la optimización de la ANN. El mejor conjunto de datos de entrenamiento fue obtenido con una arquitectura del ANN compuesta por cinco neuronas en la capa oculta, lo cual hizo posible predecir la TEF con una eficiencia satisfactoria ($R^2 > 0.95$). Una exactitud confiable del modelo ANN fue conseguido con un porcentaje de error menor a 75%. Las TEF predichas por el modelo ANN fueron estadísticamente analizadas y comparadas con las TEF “verdaderas” de experimentos sintéticos y registros BHT recolectados de pozos geotérmicos durante tiempos largos de recuperación. Estos conjuntos de datos fueron procesados para validar el nuevo modelo ANN. Finalmente, en este trabajo se obtuvieron estimaciones de la TEF mediante el proceso de validación de la ANN que se aproximaron ($R^2 > 0.95$) con las TEF “verdaderas” reportadas por experimentos sintéticos y de campo.

Por último, el trabajo más reciente desarrollado para el cálculo de las TEF fue realizado por Wong (2010), en el cual se propone el uso de una función racional polinomial como herramienta de ajuste de datos BHT que exhiben un comportamiento asintótico durante la recuperación térmica. Esta función permite la extrapolación de la variable dependiente (y) cuando la variable independiente (x) tiende a infinito. La función de extrapolación racional polinomial utiliza el cociente de dos polinomios para obtener una expresión que ajuste y aproxime una serie de datos. Para la determinación de la TEF mediante este método, se asume que el tiempo de recuperación tiende a infinito, lo cual se requiere matemáticamente que el grado de ambos polinomios sean del mismo orden.

De esta última revisión y análisis de literatura relacionada con trabajos que reportan la estimación confiable de la TEF, podemos mencionar que esta tarea no está resuelta y que aun representa una problemática real de la industria geotérmica, petrolera y permafrost. Por lo tanto, en este trabajo de investigación doctoral se planteó continuar trabajando en la solución de esta tarea para desarrollar nuevas herramientas practicas del tipo analítico o numérico. La nueva herramienta debe permitir estimaciones confiables de la TEF, además de adaptarse a la información comúnmente disponible de las mediciones BHT y tiempo de

recuperación (ya que difícilmente existe información exacta sobre propiedades termofísicas de la formación y del lodo de perforación, tiempo de circulación, por mencionar algunos).

1.3 Objetivo de la Tesis Doctoral

Los objetivos del proyecto de investigación doctoral fueron los siguientes:

- Desarrollar una metodología estadística mejorada para la validación de métodos analíticos usados en la estimación de la temperatura estabilizada de formación (TEF) de sistemas geotérmicos y petroleros, usando las soluciones analíticas aproximadas y rigurosas de cada método. La metodología estadística involucra: (i) la aplicación de pruebas de linealidad para determinar el tipo de relación existente (lineal o no lineal) entre las temperaturas de recuperación térmica y las funciones de tiempo de los métodos analíticos; (ii) el análisis comparativo entre las TEF estimadas por soluciones aproximadas y rigurosas; (iii) y el análisis estadístico de exactitud (pruebas F - y t -student, y % de desviación) entre temperaturas estabilizadas de formación “verdaderas” (determinadas en series sintéticas) y las predichas mediante las soluciones aproximadas y rigurosas de los métodos analíticos. para encontrar las mejores condiciones de aplicabilidad de estas, así como para identificar sus restricciones matemáticas y estadísticas.
- Aplicar parcialmente la metodología estadística antes desarrollada para la evaluación de cuatro métodos analíticos para el cálculo de los perfiles térmicos en pozos permafrost, usando solamente los modelos de regresión lineal ordinaria (OLS) y polinomial cuadrática (QR). De los perfiles térmicos, determinar la “zona de perturbación” (TEF de las profundidades someras), así como el cálculo de la temperatura de superficie (T_0) y del gradiente geotérmico (G) para cada perfil. El análisis estadístico para estas estimaciones consta principalmente de: (a) el análisis estadístico de exactitud (pruebas F - y t -student) entre las diferentes T_0 y G predichas mediante las soluciones aproximadas de los métodos analíticos; (b) y el análisis comparativo entre las TEF estimadas por los métodos usados. Finalmente, determinar que método analítico y modelo de regresión describen el proceso de calentamiento o enfriamiento presente en el perfil térmico de un pozo permafrost.

- Desarrollar un nuevo método analítico-empírico para la estimación más realista de la TEF en pozos geotérmicos, petroleros y permafrost. Este nuevo método deberá ajustarse numéricamente a los datos medidos durante la recuperación térmica de un pozo recién perforado (temperatura y tiempo de recuperación), por lo tanto, reproducir el fenómeno de relajación térmica (comportamiento asintótico) de los datos usados (temperatura-tiempo) y así lograr determinar la TEF. El nuevo método constará de un riguroso análisis de aplicación y criterios de selección, así como de exactitud para la determinación más confiable de la TEF.

1.4 Justificación del Proyecto

El desarrollo de modelos y métodos analíticos para la determinación de la TEF evolucionó muy rápidamente en la industria petrolera y no así en la geotérmica. Hoy en día, la predicción confiable de las TEF en pozos geotérmicos sigue siendo un reto científico por alcanzar dado que los métodos ya desarrollados son incapaces de proveer las temperaturas más realistas de estos sistemas. Ante esta situación resulta evidente y altamente necesario desarrollar nuevas herramientas (método analítico o un simulador numérico), que reproduzcan el proceso de recuperación térmica del pozo, y en cuanto al simulador predecir el historial térmico durante el proceso de circulación y recuperación térmica del pozo.

Los objetivos propuestos en el presente proyecto se justifican claramente y se ven altamente necesarios para que en el futuro se puedan obtener estimaciones más confiables de las TEF. Esta nueva herramienta (método analítico-empírico) deberá cubrir las debilidades que se detecten en los modelos ya existentes para que puedan ser utilizados con una mayor confiabilidad en el pronóstico de las TEF y en la estimación posterior del gradiente y potencial geotérmico de un sistema geoenergético. Aún más este tipo de tareas serían de gran importancia en otras áreas de las geociencias (p. ej., estimar el régimen térmico de la corteza terrestre y la predicción de los cambios climáticos).

1.5 Estructura de la Tesis

El trabajo de tesis doctoral se estructuró en cuatro capítulos:

En el Capítulo 1, se describe completamente la problemática abordada en este proyecto doctoral, la estimación confiable de la temperatura estabilizada de formación. De manera cronológica se abordan los antecedentes que describen el surgimiento de la necesidad de resolver la problemática estudiada en este proyecto. Se reporta la revisión en el estado del arte, de los métodos analíticos y numéricos publicados en la literatura para la estimación de las temperaturas estabilizadas en pozos geotérmicos. Finalmente, se describen los objetivos, justificación del proyecto desarrollado y estructura de la tesis.

En el Capítulo 2, se describen los resultados obtenidos en la evaluación detallada de las fuentes de error globales (estadística y física) de siete métodos analíticos usados para la estimación de la TEF en sistemas geotérmicos y petroleros, así como la descripción de la metodología desarrollada para llevar a cabo esta tarea, las discusiones sobre los resultados y las conclusiones del estudio aplicado.

En el Capítulo 3, se describe el análisis estadístico aplicado al cálculo de perfiles térmicos en pozos permafrost, así como la implicación de estos perfiles térmicos en la determinación de cambio climático, mediante la estimación de los procesos de enfriamiento/calentamiento que se presentan en pozos permafrost perforados. La discusión detallada de los resultados obtenidos y las conclusiones del trabajo desarrollado.

En el Capítulo 4, se describe el nuevo método analítico-empírico desarrollado, sus antecedentes, fundamentos y sus aplicaciones. También se describe detalladamente la metodología desarrollada para lograr los objetivos y metas propuestos en este trabajo. Las discusiones sobre los resultados numéricos y gráficos obtenidos durante el desarrollo de este proyecto doctoral. Y por último, se incluyen las principales conclusiones, producto de los resultados de este trabajo.

Finalmente, se presentan los Anexos, que corresponden a los artículos publicados en revistas internacionales con arbitraje.

Capítulo 2

EVALUACIÓN ESTADÍSTICA DE SOLUCIONES APROXIMADAS Y RIGUROSAS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA TEMPERATURA ESTABILIZADA DE FORMACIÓN EN POZOS GEOTÉRMICOS Y PETROLEROS

2.1 Introducción

Desde hace muchos años se ha venido cuestionando la validez y confiabilidad de los métodos analíticos usados para estimar la TEF en pozos geotérmicos, petroleros y permafrost. En los trabajos reportados por Dowdle & Cobb (1975) y Hasan & Kabir (1994) resaltaron que el método más usado de Horner sistemáticamente subestima la TEF como causa de que su solución aproximada no fue correctamente planteada para tiempos de circulación largos ($t_c > 10$ hrs). La validez del método de Horner para la extrapolación de la TEF fue también criticada por Drury (1984), quien indicó que las mediciones BHT son imprecisas debido que éstas son registradas en tiempos de recuperación muy cortos, cuando la perturbación térmica producida por la circulación del fluido de perforación aún persiste. Drury (1984) demostró que el método de Horner puede conducir a errores globales significantes en el cálculo de la TEF debido al efecto de las mediciones BHT, las cuales

sugiere que deberían ser registradas al menos dos o tres veces el periodo de circulación usado en la perforación de un pozo. Asimismo se reconoció que el tiempo de circulación es un parámetro muy difícil de medir con precisión y exactitud en el campo.

Kutasov & Eppelbaum (2005) también coincidieron que tanto las BHT o el tiempo de circulación no pueden ser medidos con suficiente exactitud, lo cual causa que la estimación de la TEF esté fuertemente afectada por las incertidumbres de medición. Andaverde *et al.* (2005) aplicando tres pruebas estadísticas de linealidad (Wald-Wolfowitz; secuencia de subconjuntos; y suma de residuales) en tres métodos analíticos (Horner, esférico radial conductivo, y fuente cilíndrica conductiva-convectiva) evaluaron el comportamiento de ajuste o regresión que mejor describe los datos dinámicos de BHT-FT de cada método. Estos autores demostraron, desde el punto de vista estadístico, que la regresión lineal ordinaria (OLS) entre los datos BHT y FT, comúnmente usados para inferir la TEF, pueden proveer estimaciones erróneas de esta misma, mientras que el modelo de regresión cuadrática (QR) parece proveer estimaciones más consistentes de la TEF.

Verma *et al.* (2005, 2006a, 2006b) evaluaron los mismos métodos analíticos para estimar la TEF en pozos geotérmicos y petroleros usando los modelos de regresión lineal OLS y ponderada (WLS). En este contexto, realizaron un estudio de propagación de error para evaluar la influencia de las incertidumbres experimentales sobre las estimaciones de la TEF, así como para evaluar si el modelo OLS debería ser usado en presencia de errores heteroscedasticos en ambas mediciones de FT (x) y BHT (y). Estos autores señalaron que la aplicación del modelo WLS requiere de una medición confiable de los errores experimentales de los datos BHT y tiempo de recuperación térmica, los cuales no suelen reportarse en los registros de campo.

En resumen, todos estos estudios han demostrado que los métodos analíticos usados para estimar la TEF pueden estar fuertemente afectados por el modelo de regresión empleado en el análisis de los datos BHT-FT junto con sus incertidumbres. Estos factores estadísticos han sido ignorados en la literatura actual debido que aún se reportan aplicaciones de métodos analíticos sin considerar los limitantes de los modelos de inferencia estadística

(regresión) y los efectos de las mediciones de errores sobre las estimaciones de la TEF (p. ej., Espinosa-Paredes *et al.*, 2009).

Ante este escenario actual de estudios críticos, en la tesis doctoral se planteó realizar una nueva evaluación estadística de las principales fuentes de error de siete modelos de transferencia de calor y sus soluciones (aproximada y rigurosa) para la estimación confiable de la TEF, los cuales consideran el análisis de las anomalías térmicas causadas por las operaciones de perforación. Con estos propósitos, se creó una base de datos mundial con datos de recuperación térmica de pozos perforados (geotérmicos y petroleros) y algunos experimentos sintéticos. La validez de las soluciones aproximadas y rigurosas de los modelos de transferencia de calor usados para estimar la TEF fue examinada, por primera vez, usando los siguientes análisis estadísticos:

- (i) diferentes modelos de regresión (OLS, WLS y QR) aplicados en siete métodos;
- (ii) pruebas estadísticas de linealidad;
- (iii) un análisis comparativo entre las estimaciones de la TEF, inferidos de las soluciones aproximadas y rigurosas, usando pruebas estadísticas *F*- y *t-student*, así como por medio del análisis del parámetro β propuesto por Drury (1984); y
- (iv) la evaluación de exactitud en cada método usando una comparación estadística entre las TEF “verdaderas” (TEFV; reportadas por algunos experimentos sintéticos) y las estimaciones de la TEF (predichas por las soluciones aproximadas y rigurosas de siete modelos de transferencia de calor).

2.2 Metodología

Con el objeto de evaluar las principales fuentes de error asociadas con los modelos de transferencia de calor más comúnmente usados en la estimación de las TEF de pozos geotérmicos y petroleros, se desarrolló una nueva metodología estadística (representada esquemáticamente en la Fig. 1), de acuerdo a las siguientes tareas:

- (1) Creación de una base de datos mundial sobre registros de datos BHT y tiempo de recuperación medidos en pozos geotérmicos, petroleros y trabajos experimentales sintéticos (Tabla 1);

- (2) Selección de modelos de transferencia de calor, que reportan las soluciones aproximadas y rigurosas para estimar la TEF (Tabla 2 y 3);
- (3) Cálculo de las funciones de tiempo (FT) de siete métodos analíticos usando sus ecuaciones correspondientes;
- (4) Evaluación gráfica del proceso de recuperación térmica de un pozo usando datos BHT y las FT de cada método sujeto a evaluación;
- (5) Aplicación de los modelos de regresión OLS, WLS y QR en el cálculo de la TEF;
- (6) Evaluación de la relación existente (lineal o no-lineal) entre los datos *BHT* y FT de cada método usando pruebas estadísticas de linealidad;
- (7) Estimación de la TEF y sus incertidumbres usando las soluciones aproximadas y las ecuaciones rigurosas de los métodos mediante los modelos OLS y QR;
- (8) Análisis del parámetro β y pruebas estadísticas de significancia (*F*- y *t*-student) usando las estimaciones de la TEF predichas por las soluciones aproximadas y rigurosas de cada método; y
- (9) Evaluación de exactitud en cada método usando una comparación estadística entre la TEFV (reportada en experimentos sintéticos) y las estimaciones de la TEF (predichas por las soluciones aproximada y rigurosa de los métodos).

2.2.1 Creación de una base de datos mundial

A pesar de la dificultad técnica de disponer datos reales de registros de temperatura, se creó una base de datos mundial a partir de ocho series de datos BHT registrados durante las operaciones de perforación de pozo y tres series de datos sintéticos (experimental). En la Tabla 1 se enlistan las series transitorias de temperatura junto con el número de mediciones correspondiente a cada serie y su respectiva referencia de origen. Estas series de datos fueron compilados de reportes de perforación de pozos llevados a cabo en campos geotérmicos y petroleros de diversos países:

Serie 1. Datos transitorios de temperatura registrados en un pozo perforado en el campo geotérmico Los Humeros, México (MXCO, con tiempo de recuperación térmica de hasta 36 h);

Serie 2. Campo petrolero Mississippi, EUA (USAM, tiempo de recuperación hasta 200 h);

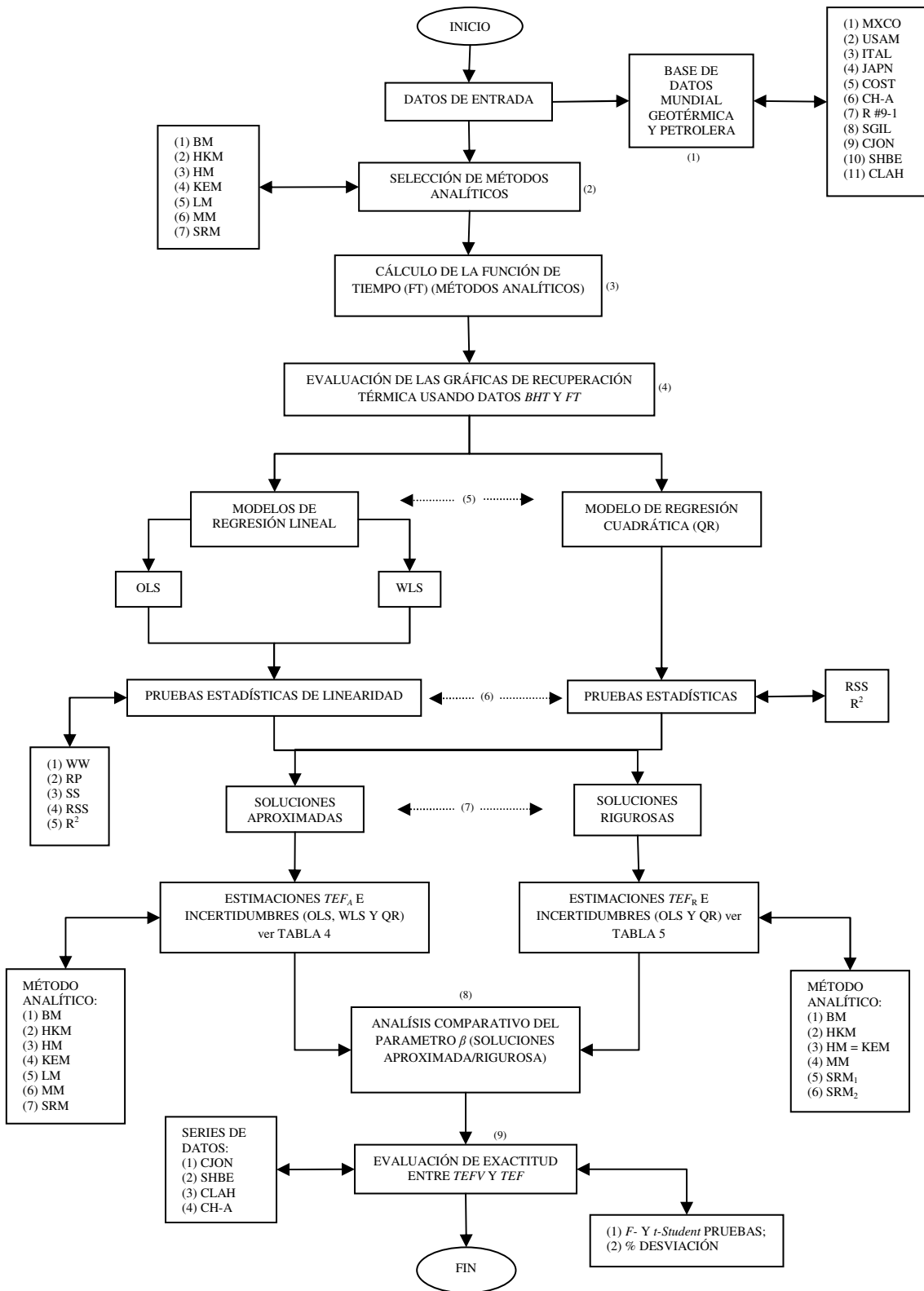


Figura 1. Diagrama de flujo que muestra la metodología estadística desarrollada para evaluar las soluciones aproximadas y rigurosas en la determinación de la TEF de pozos geotérmicos y petroleros.

- Serie 3. Campo geotérmico Larderello, Italia (ITAL, tiempo de recuperación hasta 27 h);
 Serie 4. Campo geotérmico Kyushu, Japón (JAPN, tiempo de recuperación hasta 72.5 h);
 Serie 5. Campo petrolero Norton Sound, Alaska, EUA (COST, tiempo de recuperación hasta 75.5 h);
 Serie 6. Campo geotérmico Chipilapa, El Salvador (CH-A, tiempo de recuperación hasta 190.5 h);
 Serie 7. Campo geotérmico Roosevelt, EUA (R #9-1, tiempo de recuperación hasta 46 h);
 Serie 8. Campo geotérmico Oklahoma, EUA (SGIL, tiempo de recuperación hasta 12 h).

Tres series de datos sintéticos (CJON; SHBE; y CLAH; a tiempos de recuperación de hasta 1.5, 40 y 50 h, respectivamente) fueron adicionalmente compilados de trabajos experimentales (Tabla 1). Estas series de datos fueron usados para la evaluación de exactitud en cada método debido que las TEFV fueron reportadas (i.e. CJON = 20.25 °C, SHBE = 80.0 °C, and CLAH = 120.0 °C, respectivamente).

Tabla 1. Series de datos geotérmicas, petroleras y sintéticas utilizadas para el cálculo de las TEF usando siete métodos analíticos.

Series de datos	Número de mediciones	Referencia
Geotermia:		
MXCO	6	Verma <i>et al.</i> , 2008
ITAL	40	Da-Xin, 1986
JAPN	10	Hyodo & Takasugi, 1995
CH-A	6	González-Partida <i>et al.</i> , 1997
R#9-1	7	Crosby, 1977
SGIL	12	Schoeppel & Gilarranz, 1966
Petróleo:		
USAM	14	Kutasov, 1999
COST	6	Cao <i>et al.</i> , 1988c
Sintéticos:		
CJON	12	Cooper & Jones, 1959
SHBE	8	Shen & Beck, 1986
CLAH	15	Cao <i>et al.</i> , 1988a

2.2.2 Selección de métodos

Siete métodos analíticos (soluciones aproximadas) comúnmente usados en la determinación de la TEF fueron seleccionados para su evaluación (Tabla 2), por primera vez, las ecuaciones rigurosas de estos métodos fueron también compilados en la Tabla 3. Los métodos a evaluar son los siguientes:

- (i) método de la fuente radial con un flujo de calor conductivo o método de Brennan (BM);
- (ii) el método de fuente de calor cilíndrica conductiva-convectiva o método de Hasan-Kabir (HKM);
- (iii) método de la fuente de calor lineal constante o método de Horner (HM);
- (iv) el Horner generalizado o método Kutasov-Eppelbaum (KEM);
- (v) el método de fuente de calor cilíndrica conductiva o método de Leblanc (LM);
- (vi) el método de fuente de calor cilíndrica conductiva o método de Manetti (MM);
- (vii) el método de flujo de calor esférico radial (SRM).

Las soluciones aproximadas de los métodos analíticos (i), (iii), (iv), (v) y (vi) fueron derivados de los modelos de transferencia de calor fundamentales en la ecuación de conducción de calor bajo condiciones radiales:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

mientras que el método esférico-radial (vii) fue basado en la ecuación de conducción de calor bajo coordenadas esférico-radiales:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) + \left(\frac{2}{r} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) = \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right), \quad 0 < r < \infty \quad (3)$$

Por otro lado, el método Hasan-Kabir (ii) fue derivado de un modelo simplificado de transferencia de calor, basado en el intercambio de calor transitorio entre el fluido de perforación y la roca de formación bajo condiciones de flujo de calor conductivo y convectivo:

$$\frac{dT_w}{dt} = - \left(\frac{2\pi}{m C_{pm}} \right) \left(\frac{r_w U k}{k + r U T_D} \right) (T_w - T_{HKM}) \quad (4)$$

Tabla 2. Soluciones aproximadas de siete métodos analíticos (BM, HKM, HM, KEM, LM, MM, y SRM).

Método Analítico	Solución Aproximada	Referencia
BM	$BHT(\Delta t) = T_{BM} - b_{BM} \left(\frac{1}{\Delta t + p t_c} \right)$	Brennand, 1984
HKM	$BHT(\Delta t) = T_{HKM} - b_{HKM} \left(e^{\frac{-\Delta t}{A}} \right)$	Hasan & Kabir, 1994
HM	$BHT(\Delta t) = T_{HM} + b_{HM} \left[\ln \left(\frac{\Delta t + t_c}{\Delta t} \right) \right]$	Timko & Fertl, 1972
KEM	$BHT(\Delta t) = T_{KEM} + b_{KEM} \ln(X)$	Kutasov & Eppelbaum, 2005
LM	$BHT(\Delta t) = T_{LM} - b_{LM} \left[1 - \exp \left(- \frac{r_w^2}{4\alpha\Delta t} \right) \right]$	Leblanc <i>et al.</i> , 1981
MM	$BHT(\Delta t) = T_{MM} + b_{MM} \left[\ln \left(\frac{\Delta t}{\Delta t - t_c} \right) \right]$	Manetti, 1973
SRM	$BHT(\Delta t) = T_{SRM} + (b_{SRM}) \left(\frac{1}{\sqrt{\Delta t}} \right)$	Ascencio <i>et al.</i> , 1994

Tabla 3. Soluciones rigurosas de seis métodos analíticos (BM, HKM, HM, KEM, MM, y SRM).

Método Analítico	Solución Rigurosa	Referencia
BM	$T(r_w, t) = T_f - \frac{B\rho C_p r_w^2 (T_f - T_w)}{2k(\Delta t + p t_c)} \exp \left(- \frac{\rho C_p r_w^2}{4k(\Delta t + p t_c)} \right)$	Brennand, 1984
HKM	$T_w = T_f + (T_f - T_{w0}) \cdot [F(t_{cD} + \Delta t_D) - F(\Delta t_D)]$	Hasan & Kabir, 1994
HM-KEM	$\Delta T = Q' \left\{ Ei \left(\frac{-r_w^2}{4\alpha\Delta t} \right) - Ei \left(\frac{-r_w^2}{4\alpha(\Delta t + t_c)} \right) \right\}$	Drury, 1984
MM	$T(t) = T_f + \frac{Q'}{4\pi k} \left[Ei \left(- \frac{r_w^2}{4\alpha\Delta t} \right) - Ei \left(- \frac{r_w^2}{4\alpha(\Delta t - t_c)} \right) \right]$	Manetti, 1973
SRM ₁	$T_D = \frac{1}{2} \left\{ erf \left[\frac{r_D + 1}{2\sqrt{t_D}} \right] - erf \left[\frac{r_D - 1}{2\sqrt{t_D}} \right] \right\} + \frac{1}{r_D} \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \left\{ exp \left[- \frac{(r_D + 1)^2}{4t_D} \right] - exp \left[- \frac{(r_D - 1)^2}{4t_D} \right] \right\}$	Ascencio <i>et al.</i> , 1994
SRM ₂	$T_D = erf \left(\frac{1}{2\sqrt{t_D}} \right)$	

Las ecuaciones aproximadas y rigurosas para todos los modelos de transferencia de calor están descritas en las tablas 2 y 3, respectivamente.

(i) *Método de Brennan (BM)*. Aparentemente sugiere que el graficado entre BHT y la función de tiempo del BM ($BMFT = 1/\Delta t + pt_c$) resultaría en una línea recta con pendiente (b_{BM}) e intercepto (T_{BM}), ambas variables inferidas de una simple regresión lineal. La extrapolación de la línea recta a tiempo infinito ($\Delta t \rightarrow \infty$) da como resultado la TEF (T_{BM}). La solución rigurosa propuesta para el BM esta descrita en la Tabla 3.

(ii) *Método Hasan-Kabir (HKM)*. De la solución aproximada propuesta en el HKM, una grafica de los datos BHT contra la función de tiempo del HKM (HKMFT) resultaría en una aparente línea recta con valores de pendiente (b_{HKM}) e intercepto (T_{HKM}) que también pueden ser inferidos por una regresión lineal. La extrapolación de la línea recta a tiempo infinito ($\Delta t \rightarrow \infty$) permite que la TEF (T_{HKM}) sea determinada. No se definieron restricciones para el HKM, excepto que las mediciones BHT deben ser tomadas a tiempos cortos de recuperación. Hasan & Kabir (1994) reportaron una solución rigurosa de su método la cual está definida en la Tabla 3.

(iii) *Método de Horner (HM)*. La clásica solución aproximada del HM es mostrada en la Tabla 2, la cual originalmente sugiere una aparente relación lineal entre las mediciones BHT y el tiempo dimensional de Horner o HMFT [$HMFT = \ln\{(t_c + \Delta t)/\Delta t\}$]. Los valores de la pendiente (b_{HM}) y el intercepto (T_{HM}) son calculados por una regresión lineal. Una sencilla extrapolación de la línea recta a tiempo infinito ($\Delta t \rightarrow \infty$) permite determinar la TEF (o intercepto, T_{HM}). De acuerdo a Drury (1984), la solución rigurosa del HM es mostrada en la Tabla 3.

(iv) *Método Kutasov-Eppelbaum (KEM)*. La solución aproximada del KEM se puede observar en la Tabla 2. Una grafica entre los datos BHT y la función de tiempo del KEM ($KEMFT = \ln X$) puede también ser resultado de una línea recta con pendiente (b_{KEM}) e intercepto (T_{KEM}), lo cual también son determinados por una regresión lineal. Una extrapolación de la línea recta a tiempo infinito ($\Delta t \rightarrow \infty$) da la TEF (T_{KEM}). Debido que el KEM fue propuesto como una nueva solución generalizada del HM, se asumió que la solución rigurosa del KEM es también proveida por la solución rigurosa del HM (Tabla 3).

(v) *Método Leblanc (LM)*. en la Tabla 2 podemos observar la solución aproximada del LM. En este caso, una grafica entre los datos BHT y la función de tiempo del LM (LMFT) daría también una línea recta con pendiente (b_{LM}) e intercepto (T_{LM}), lo cual provee el valor de la TEF. La solución rigurosa del LM no fue reportada por los autores de este método.

(vi) *Método Manetti (MM)*. La solución aproximada del MM se encuentra representada en la Tabla 2, lo cual también sugiere una línea recta con pendiente (b_{MM}) cuando los datos BHT y la función de tiempo del MM (MMFT = $\ln [\Delta t/(\Delta t - tc)]$) son ajustados usando una regresión lineal. La TEF es otra vez obtenida del valor numérico del intercepto (T_{MM}) cuando $\Delta t \rightarrow \infty$. En la Tabla 3 se muestra la solución rigurosa del MM.

(vii) *Método de flujo de calor esférico radial (SRM)*. En la Tabla 2 podemos observar la solución aproximada del SRM. Una línea recta con pendiente () es obtenida cuando los datos BHT son graficados contra la función de tiempo del SRM (SRMFT = $1/\sqrt{\Delta t}$). La TEF es también inferida del valor del intercepto (T_{SRM}) cuando $\Delta t \rightarrow \infty$. La solución aproximada fue evaluada para determinar si conduce a una confiable aproximación de la TEF (T_{SRM}) o a errores significantes en el cálculo de la TEF, esto a través del uso de las dos soluciones rigurosas (SRM₁ y SRM₂, Tabla 3) sugeridas como una corrección del SRM.

2.2.3 Evaluación de modelos de regresión (OLS, WLS y QR) para la estimación de la TEF usando las soluciones aproximadas

Los modelos OLS (lineal ordinario), WLS (lineal ponderado) y QR (polinomial cuadrático) fueron usados para evaluar ambas relaciones lineal y no lineal entre los datos BHT y FT de cada método analítico (BM, HKM, HM, KEM, LM, MM y SRM). Estos modelos de regresión fueron aplicados para estimar la TEF de ocho series de datos de pozos (MXCO, USAM, ITAL, JAPN, COST, CH-A, R #9-1 y SGIL) y tres series de datos experimentales (CJON, SHBE y CLAH).

Para la evaluación de las soluciones aproximadas (Tabla 2), el valor de las variables independientes (x) fueron calculadas usando sus respectivas ecuaciones de función de tiempo (BMTF, HKMTF, HMTF, KEMTF, LMTF, MMTF y SRMTF), mientras las mediciones BHT fueron usadas como los datos para las variables independientes (y). De

acuerdo al algoritmo numérico requerido por cada método, el valor del intercepto inferido de cada modelo de regresión usado (OLS, WLS y QR) proveerá las estimaciones de la TEF

2.2.4 Evaluación estadística de la relación lineal y no lineal entre los datos BHT y FT

Aunque el uso correcto de los modelos de regresión lineal han sido ampliamente reportados en libros de texto estadísticos (p. ej., Miller & Miller, 2000; Golberg & Cho, 2005; Verma, 2005), en muchas aplicaciones prácticas, las restricciones fundamentales del OLS han sido ignoradas, y directamente usadas por una simple inspección de datos (x y y) que sean correlacionados. Para evitar esos obstáculos, ha sido recomendado aplicar pruebas estadísticas para evaluar la linealidad ante cualquier futura aplicación del modelo OLS. Pruebas estadísticas de linealidad, son sugeridas tanto si la desviación de linealidad es sospechosa o si la función de respuesta intrínseca es desconocida. Con el incremento en demanda por el análisis de linealidad, una amplia variedad de pruebas estadísticas han sido promovidas. De cualquier forma, no hay consenso en las pruebas más óptimas y efectivas (Golberg & Cho, 2005). En este trabajo, cinco pruebas estadísticas de linealidad fueron usadas para evaluar la relación entre los datos BHT y FT usando el procedimiento matemático de cada método analítico (BM, HKM, HM, KEM, LM, MM y SRM):

(i) *Secuencia de signos*. La prueba estadística Wald-Wolfowitz (WW) para linealidad es solo usada cuando el número de datos a ser correlacionado (n) está en el intervalo $9 \leq n \leq 20$ (Miller & Miller, 2000). La secuencia de los signos en los residuales ($\epsilon_i = y_i - \hat{y}_i$) debe ser evaluada, donde \hat{y}_i es estimada usando el modelo de regresión OLS a un valor dado x_i . Para un ajuste lineal, los signos (o corridas) del residual estarían aleatoriamente distribuidos, mientras que para un ajuste polinomial, una secuencia no aleatoria de signos positivos o negativos sería esperada. La prueba Wald-Wolfowitz evalúa si el número de corridas es lo suficiente pequeño para la hipótesis nula (H_0) de una distribución aleatoria de signos sea rechazada a un nivel de confianza dado (i.e. el número de corridas debe ser menor que el valor crítico a 95% o 99% de nivel de confianza). En ese caso, la hipótesis alterna H_1 es aceptada y por lo tanto una regresión polinomial debería ser aplicada.

(ii) *Graficas de residuales*. El diagnostico de las graficas de residuales ($\epsilon_i = y_i - \hat{y}_i$) contra el estimador de mínimos cuadrados de y_i (\hat{y}_i) están también sugeridas como una herramienta en las regresiones para determinar tanto las violaciones o desviaciones en las suposiciones consideradas por un modelo de regresión lineal (Golberg & Cho, 2005). Si el modelo lineal (OLS) es válido, una grafica entre ϵ_i y \hat{y}_i exhibiría un patrón aleatorio disperso con una banda horizontal estrecha. Otra posibilidad de apoyar la suposición de modelo lineal seria cuando los residuales tienden a crecer tanto como y_i , lo cual sugiere el uso de una regresión lineal ponderada. Por otro lado, cuando una grafica de ϵ_i y \hat{y}_i muestran un incremento exponencial sistemático de los errores (con una distribución no normal), un modelo de regresión polinomial describirá mejor los datos experimentales, y por lo tanto, la hipótesis nula (H_0) que apoya la suposición lineal es rechazada.

(iii) *Regresión de subconjuntos secuenciales de datos ordenados*. Esta prueba estadística consiste en calcular una serie de valores de pendientes e interceptos usando subconjuntos secuenciales de un arreglo ordenado de datos (x_i y y_i), y comparando estos valores a través de las pruebas *F*- y *t-student*. Si los valores de la pendiente o intercepto de un subconjunto de datos (p. ej., $\{x_{(1)}, y_{(1)}\}$ a $\{x_{(4)}, y_{(4)}\}$) en comparación con otro subconjunto (p. ej., $\{x_{(2)}, y_{(2)}\}$ a $\{x_{(5)}, y_{(5)}\}$) no son significativamente diferentes (a un dado nivel de confianza), sucesivamente para los próximos subconjuntos, las variables dependiente e independiente siguen una regresión lineal (i.e. la hipótesis nula H_0 es aceptada). Además, si los valores de la pendiente o intercepto cambian significativamente (y sistemáticamente) a un nivel de confianza dado, la hipótesis alternativa H_1 es aceptada, y por lo tanto, las variables (x y y) serian mejor descritas por una regresión polinomial o no lineal.

(iv) *Suma de residuales al cuadrado (RSS)*. Las regresiones lineal y cuadrática entre los datos BHT y FT fueron también evaluados examinando el mejor ajuste a través de la estimación de la RSS normalizada, la cual está dada por la siguiente ecuación:

$$RSS = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \quad (5)$$

donde \hat{y}_i es el estimador de mínimos cuadrados de y_i para el punto de datos (x_i, y_i) de tanto una ecuación lineal o cuadrática. Los modelos OLS y QR fueron comparados examinando sus RSS normalizadas representados sobre el dominio completo de las series de datos BHT-

FT para obtener el “mejor” modelo de ajuste, lo cual estará dado por los valores más pequeños de RSS/n .

(v) *Coefficiente de determinación (R^2) para los modelos OLS y QR.* Desde el punto de vista estadístico, R^2 expresa el monto de variación entre las dos variables (x y y) en cualquier ajuste de modelo de regresión. Este parámetro provee un criterio estadístico adicional para determinar el modelo de regresión más confiable (OLS o QR) para ajustar series de datos experimentales (i.e. cuando R^2 se aproxima a 1).

2.2.5 Comparación estadística de las estimaciones TEF usando el análisis del parámetro β

Las estimaciones TEF fueron estadísticamente comparadas, a través de la evaluación de la validez y confiabilidad de las soluciones aproximadas con respecto de las soluciones rigurosas. En estos propósitos, la metodología propuesta por Drury (1984), y las pruebas F -y t -student fueron aplicadas para el análisis de las diferencias significativas entre las estimaciones TEF. La metodología propuesta por Drury (1984) fue solo aplicada para la evaluación del HM usando el cociente de las soluciones aproximada y rigurosa a tiempos comunes de recuperación y circulación. Este cociente fue inicialmente definido como el parámetro β . La metodología fue originalmente sugerida para evaluar la validez del HM para la determinación de la TEF a través de las mediciones BHT, en particular para demostrar bajo cuales condiciones matemáticas y físicas la aplicación del HM podría llevar a errores significantes en la extrapolación de la TEF en pozos petroleros.

En $\beta \approx 1$ (caso ideal), ambas soluciones aproximada y rigurosa proveen resultados similares, lo cual en situaciones practicas indicarían que la simplificación considerada por la solución aproximada refleja cercanamente la solución rigurosa tanto de los modelos fuente de calor lineal o cilíndrica. Bajo dichas condiciones, las estimaciones TEF predichas por la solución aproximada pueden ser aceptadas confiablemente. En $\beta < 1$, las soluciones aproximadas tienden a subestimar los valores de la TEF, mientras que $\beta > 1$, la TEF será sobreestimada. En ambos casos, las estimaciones TEF predichas por las soluciones aproximadas requerirán de futura investigación antes de ser aplicadas.

Este análisis fue completado al aplicar las pruebas estadísticas F - y t -student adicionalmente a las estimaciones TEF (inferidas de las soluciones aproximada y rigurosa de cada método analítico) para evaluar las diferencias estadísticas entre estas estimaciones. La hipótesis nula H_0 será aceptada, si no existen diferencias significativas entre las estimaciones TEF predichas por el uso de las soluciones aproximada y rigurosa. De otra manera, si existen diferencias significativas entre ellas, la hipótesis nula H_0 será rechazada.

2.2.6 Evaluación de exactitud usando una comparación estadística entre las mediciones experimentales TEFV y las estimaciones TEF

Las estimaciones TEF obtenidas de las soluciones aproximadas (Tabla 2) y rigurosas (Tabla 3) fueron estadísticamente comparadas con datos TEFV. Las series de datos sintéticos (CJON, SHBE y CLAH) y la serie geotérmica (CH-A) fueron usadas para evaluar cuan exactas fueron las estimaciones TEF extraídas de los métodos analíticos usando los modelos OLS y QR. El pozo CH-A fue seleccionado debido que sus mediciones BHT fueron registrados a tiempos de recuperación largos (~200 h), cuando el equilibrio térmico fue casi alcanzado. el último dato BHT (138 °C), registrado a 2198 m de profundidad después de casi 200 horas de recuperación térmica, fue asumida muy cerca a la TEFV.

En la evaluación de exactitud, las siguientes pruebas estadísticas fueron exitosamente aplicadas:

- (i) pruebas F - y t -student para el análisis de significancia entre las estimaciones TEF y los valores TEFV, y
- (ii) porcentaje de desviación entre las estimaciones TEF y datos TEFV usando la siguiente ecuación:

$$\%Dev = \left\{ \frac{(TEFV - TEF)}{TEFV} \right\} \times 100 \quad (6)$$

En el primer caso, los valores F - y t -student serán calculados usando las estimaciones TEF, datos TEFV y sus incertidumbres. Los valores F - y t -student serán entonces comparados con los valores críticos tabulados a un nivel de confianza del 95% y 99%. Las formas de las distribuciones del F - y t -student serán determinadas por los grados de libertad y el número total de datos de cada serie. Cuando los valores críticos calculados son menores a los tabulados, la hipótesis nula (H_0) será aceptada (i.e. no hay diferencias significativas entre las estimaciones TEF y los datos TEFV). Por otro lado, la hipótesis alternativa H_1 será

aceptada cuando los valores críticos calculados de las pruebas *F*- y *t-student* excedan sus valores críticos tabulados (i.e. diferencias significativas son detectadas).

2.3 Resultados y Discusiones

Antes de calcular las TEF usando los datos BHT registrados de pozos geotérmicos y petroleros (MXCO, ITAL, JAPN, CH-A, R #9-1, SGIL, USAM y COST) y series de datos sintéticos (CJON, SHBE y CLAH), las FT de los siete métodos analíticos fueron calculados usando sus correspondientes soluciones aproximadas y rigurosas.

2.3.1 Estimaciones de la TEF inferidas de las soluciones aproximadas y rigurosas

Datos de recuperación térmica (BHT y tiempo de relajación), así como las FT calculadas fueron usadas para la estimación de la TEF a partir de las soluciones aproximadas (Tabla 2) de cada método analítico, y con la ayuda de los modelos de regresión OLS, WLS y QR. Las estimaciones de la TEF fueron obtenidas por cada método aproximado, lo cual permitió obtener un total de 21 estimaciones por cada serie de datos (Tabla 4).

Las soluciones rigurosas de los métodos analíticos (Tabla 3) fueron también evaluadas para la estimación de la TEF usando los datos BHT y FT y aplicando los modelos de regresión OLS y QR. Los resultados de las estimaciones TEF obtenidas para los pozos geotérmicos y petroleros, así como de las series sintéticas son reportadas en la Tabla 5. Las incertidumbres de estas estimaciones TEF fueron también calculadas e incluidas en la misma tabla.

(i) *Modelo de regresión OLS*. Aunque el OLS no es estadísticamente un modelo válido en la presencia de errores heteroscedásticos (en cualquiera de las variables al ser correlacionadas x o y), y que los datos x - y parecen exhibir tendencias no lineales, el modelo de regresión OLS aun es usado para la estimación de la TEF en aplicaciones geotérmicas y petroleras (p.ej., Šafanda *et al.*, 2008; Olea-González & García-Gutiérrez, 2008; Pasquale *et al.*, 2008; Espinosa-Paredes *et al.*, 2009; Kutasov & Eppelbaum, 2009 y 2010). Esto es básicamente la razón por la cual el modelo OLS esta aun bajo evaluación en este trabajo. Las estimaciones TEF obtenidas del intercepto después de aplicar el modelo OLS a los siete

métodos analíticos han sido incluidos en la Tabla 4 (primera fila de cada serie de datos), incluyendo sus incertidumbres asociadas.

(ii) *Modelo de regresión WLS*. El algoritmo WLS propuesto por Mahon (1996) fue programado en el código computacional OYNYL (Verma *et al.*, 2006c), y usado para la estimación de la TEF. Además de los datos de recuperación térmica comúnmente usados (BHT, tiempo de recuperación, y por lo tanto, la FT), las incertidumbres individuales de estos datos fueron adicionalmente requeridos. En los errores BHT (o y -error, s_y), una incertidumbre del 1% (reportada en típicas mediciones BHT; Beardsmore & Cull, 2001) fue asumida, mientras que para el cálculo de los errores FT (o x -error, s_x), la teoría de propagación de error (propuesta por Bevington & Robinson, 2003) fue aplicada a las ecuaciones FT de cada método usando errores de tiempo de recuperación de 1%. Los errores del tiempo de recuperación fueron propagados dentro de la FT (BMFT, HKMFT, HMFT, KEMFT, LMFT, MMFT y SRMFT) para cuantificar los errores totales de la FT asociada a cada método analítico. Después de determinar los errores propagados de las FT, el modelo de regresión WLS fue aplicado exitosamente para la determinación de la TEF usando cada método analítico. Las estimaciones TEF obtenidas de las regresiones WLS junto con sus incertidumbres también han sido incluidas en la Tabla 4 (ver segunda fila de cada serie de datos).

(iii) *Modelo QR*. El QR también fue aplicado para calcular la TEF de los interceptos (a) de la ecuación QR ajustada ($y = a + bx + cx^2$). De acuerdo a las tendencias no lineales inicialmente observadas en muchos de los historiales de recuperación térmica de los pozos (real y datos sintéticos), el modelo QR parece ser una herramienta más confiable de ajuste, lo cual será estadísticamente demostrado en este trabajo. Las estimaciones TEF y sus incertidumbres obtenidas del QR usando los siete métodos analíticos han sido también compiladas en la Tabla 4 (ver tercer fila de cada serie de datos).

2.3.2 Pruebas estadísticas de linealidad

Una vez realizadas las estimaciones de la TEF, se aplicaron pruebas estadísticas de linealidad para determinar la relación más apropiada (lineal o polinomial) en la correlación de las variables BHT-FT en cada solución. Las pruebas de linealidad aplicadas son Wald-Wolfowitz (*WW*), gráficas de residuales (*RP*), secuencia de subconjuntos (*SS*), suma de

residuales normalizados (RSS), y coeficiente de determinación (R^2). Los resultados de estas pruebas han sido resumidos en la Tabla 6. Por simplicidad, hemos usado L o Q para reportar los resultados obtenidos después de aplicar las pruebas de linealidad. L fue usado para indicar que el modelo de regresión OLS fue el mejor modelo para ajustar los datos, mientras que Q fue empleado para describir al QR como el modelo de regresión más apropiado.

Tabla 4. Temperaturas estabilizadas de formación calculadas por las soluciones aproximadas de los siete métodos analíticos (BM, HKM, HM, KEM, MM y SRM) usando datos reales BHT registrados en pozos geotérmicos y petroleros (MXCO, USAM, ITAL, JAPN, COST, CH-A, R #9-1 and SGIL) y tres series de datos sintéticos (CJON, SHBE and CLAH).

Datos	Modelo de Regresión	BM	HKM	HM	KEM	LM	MM	SRM
Serie de datos de pozo								
MXCO	OLS	254 ± 5	252.9 ± 2.0	251 ± 6	260 ± 5	249 ± 6	244 ± 6	301 ± 5
	WLS	252 ± 2	249.1 ± 2.4	250 ± 2	262 ± 3	247.3 ± 1.5	245 ± 2	300.3 ± 4.3
	QR	279.4 ± 3.5	259.3 ± 1.7	277.0 ± 3.5	288 ± 3	274.3 ± 3.7	269 ± 4	352 ± 16
USAM	OLS	145.7 ± 0.3	145.8 ± 0.3	146.0 ± 0.4	145.9 ± 0.3	144.8 ± 0.5	146.0 ± 0.4	147.5 ± 0.4
	WLS	145.7 ± 0.5	144.8 ± 0.8	146.0 ± 0.6	145.9 ± 0.6	144.7 ± 0.5	146.0 ± 0.6	147.5 ± 0.9
	QR	146.7 ± 0.3	146.0 ± 0.3	147.1 ± 0.3	147.0 ± 0.3	145.5 ± 0.4	147.1 ± 0.3	148.0 ± 0.3
ITAL	OLS	130.6 ± 0.6	129.8 ± 0.7	127.8 ± 0.6	134.2 ± 0.6	124.8 ± 0.6	120.1 ± 0.7	142.2 ± 0.6
	WLS	130.7 ± 0.5	129 ± 1	127.8 ± 0.5	134.6 ± 0.9	124.7 ± 0.4	119.8 ± 0.4	142 ± 1
	QR	133.4 ± 1.9	124.7 ± 1.8	132.2 ± 1.6	135.8 ± 2.5	130.0 ± 1.3	123.0 ± 0.9	161.9 ± 1.1
JAPN	OLS	172 ± 4	169.2 ± 1.5	167 ± 4	178 ± 3	162 ± 5	157 ± 7	209.9 ± 0.9
	WLS	169 ± 1	168.8 ± 1.6	164 ± 1	178 ± 2	158 ± 1	156 ± 1	209.8 ± 3.8
	QR	187 ± 2	171.8 ± 1.6	184.7 ± 2.5	192 ± 1	180.1 ± 3.4	162 ± 6	215
COST	OLS	60.3 ± 1.9	59.5 ± 2.4	60.0 ± 1.7	60.9 ± 2.2	59.5 ± 1.4	58.7 ± 1.0	*
	WLS	60.5 ± 0.4	57.5 ± 0.4	60.1 ± 0.4	61.5 ± 0.6	59.6 ± 0.4	58.8 ± 0.4	*
	QR	53.2 ± 1.2	54.0 ± 2.2	54 ± 1	51.9 ± 1.7	54.8 ± 0.7	56.3 ± 0.7	*
CH-A	OLS	126.1 ± 4.3	128.9 ± 3.7	125.4 ± 4.4	128.0 ± 4.0	125 ± 5	123 ± 5	137 ± 5
	WLS	127 ± 1	126 ± 1	125 ± 1	129.6 ± 1.2	123 ± 1	127.5 ± 1.2	139.9 ± 2.7
	QR	134.8 ± 3.6	131.9 ± 3.4	133.0 ± 3.7	137.5 ± 3.2	133.1 ± 3.8	131.3 ± 4.1	155.5 ± 3.8
R #9-1	OLS	212.3 ± 4.1	181.2 ± 1.4	205.9 ± 3.1	216.6 ± 4.5	198.3 ± 2.1	185.5 ± 0.6	205.1 ± 0.8
	WLS	213.2 ± 3.5	175.0 ± 1.7	206.5 ± 3.1	218.0 ± 4.5	198.6 ± 2.6	185.5 ± 1.9	205 ± 25
	QR	156 ± 10	174.3 ± 1.8	168 ± 8	149 ± 12	178 ± 5	185.9 ± 2.4	258.4
SGIL	OLS	100.5 ± 0.1	109.7 ± 1.8	99.3 ± 0.2	102.1 ± 0.2	97.0 ± 0.4	97.5 ± 0.2	102.9 ± 0.3
	WLS	100.6 ± 0.6	106.8 ± 1.6	99.3 ± 1.4	102.1 ± 0.7	96.9 ± 0.4	97.5 ± 0.9	103 ± 1
	QR	100.0 ± 0.3	81.9 ± 2.5	99 ± 1	101.1 ± 0.5	99.1 ± 0.2	98.3 ± 0.2	104 ± 1
Serie de datos sintéticos								
CJON	OLS	21.42 ± 0.27	**	20.76 ± 0.10	21.80 ± 0.31	20.05 ± 0.05	19.65 ± 0.11	22.41 ± 0.19
	WLS	21.62 ± 0.10	**	20.81 ± 0.09	22.05 ± 0.11	20.04 ± 0.08	19.93 ± 0.14	22.53 ± 0.12
	QR	19.82 ± 0.15	**	20.24 ± 0.06	19.81 ± 0.14	20.22 ± 0.05	20.16 ± 0.04	20.89 ± 0.14
SHBE	OLS	77.7 ± 0.6	78.3 ± 0.6	75.5 ± 0.7	79.0 ± 0.5	74.1 ± 1.3	75.6 ± 0.9	83.0 ± 0.6
	WLS	77.5 ± 0.5	77.8 ± 0.7	75.5 ± 0.4	78.9 ± 0.6	73.7 ± 0.4	75.4 ± 0.5	82.8 ± 0.8
	QR	80.2 ± 0.2	76.6 ± 0.3	80.1 ± 0.2	81.5 ± 0.1	78.0 ± 0.6	78.5 ± 0.5	87.3 ± 0.4
CLAH	OLS	122.2 ± 0.3	123 ± 1	121.2 ± 0.4	123.7 ± 0.3	117 ± 1	119.5 ± 0.5	125.6 ± 0.8
	WLS	122.0 ± 0.5	121.1 ± 0.8	119.4 ± 0.5	123.5 ± 0.6	116.8 ± 0.4	119.4 ± 0.6	127.2 ± 1.0
	QR	123.9 ± 0.2	119.3 ± 0.2	123.6 ± 0.1	125.2 ± 0.4	121.4 ± 0.4	121.1 ± 0.3	131.9 ± 0.6

*La serie de datos COST no paso las condiciones de aplicabilidad para el método SRM.

**El HKM no pudo ser aplicado a la serie CJON.

Tabla 5. TEF calculada por las soluciones rigurosas de los métodos analíticos (BM, HKM, HM, KEM, MM y SRM) usando datos de recuperación térmica registrados en seis pozos geotérmicos y dos petroleros (MXCO, USAM, ITAL, JAPN, COST, CH-A, R #9-1 and SGIL) y tres series de datos sintéticos (CJON, SHBE and CLAH).

Datos	Modelo de Regresión	BM	HKM	HM-KEM	MM	SRM ₁	SRM ₂
Serie de datos de pozo							
MXCO	OLS	256 ± 5	249 ± 2	254 ± 6	240 ± 6	244 ± 6	285 ± 7
	QR	281.4 ± 3.4	253.8 ± 1.3	271 ± 11	263 ± 7	266.9 ± 3.9	342 ± 7
USAM	OLS	145.8 ± 0.3	144.8 ± 0.1	144.4 ± 0.2	144.8 ± 0.2	144.5 ± 0.5	146.4 ± 0.4
	QR	146.8 ± 0.3	144.7 ± 0.1	145.1 ± 0.3	145.5 ± 0.4	145.1 ± 0.4	148.4 ± 0.3
ITAL	OLS	131.7 ± 0.6	127.8 ± 0.6	128 ± 1	120.2 ± 0.7	121.8 ± 0.6	143.8 ± 0.8
	QR	133.8 ± 2.1	123.8 ± 1.4	127.5 ± 2.5	126 ± 1	127 ± 1	148.4 ± 4.3
JAPN	OLS	174.1 ± 3.6	166.3 ± 1.8	159 ± 3	141 ± 4	156 ± 6	195.6 ± 3.7
	QR	188.4 ± 1.9	169.4 ± 1.7	164 ± 8	157 ± 3	173.5 ± 4.4	219.8 ± 1.7
COST	OLS	60 ± 2	57.8 ± 1.4	62.3 ± 2.3	60 ± 1	68 ± 6	64 ± 3
	QR	52.9 ± 1.3	55.8 ± 0.6	56 ± 5	56.6 ± 1.2	20 ± 22	43.8 ± 3.8
CH-A	OLS	126.2 ± 4.2	124.8 ± 2.9	118.4 ± 4.4	117.6 ± 3.9	123 ± 5	137.3 ± 4.5
	QR	135.4 ± 3.5	127.7 ± 2.7	128 ± 5	124 ± 5	130.8 ± 4.2	156.1 ± 3.7
R #9-1	OLS	213.1 ± 4.2	175.1 ± 0.9	202 ± 10	184.8 ± 1.2	194.9 ± 1.7	237 ± 6
	QR	154 ± 11	172 ± 1	107 ± 23	188 ± 5	180 ± 4	118 ± 21
SGIL	OLS	101.6 ± 0.2	106 ± 1	100.0 ± 0.2	97.9 ± 0.2	95.9 ± 0.5	103.8 ± 0.2
	QR	99.7 ± 0.4	87.7 ± 1.4	99.6 ± 0.6	98.9 ± 0.6	97.8 ± 0.2	104.5 ± 0.7
Serie de datos sintéticos							
CJON	OLS	21.57 ± 0.31	*	20.93 ± 0.23	19.77 ± 0.08	19.59 ± 0.11	20.87 ± 0.28
	QR	19.69 ± 0.18	*	19.85 ± 0.18	20.09 ± 0.09	19.99 ± 0.06	19.57 ± 0.29
SHBE	OLS	78.3 ± 0.5	77.4 ± 0.5	78.7 ± 0.6	76.2 ± 0.9	72.6 ± 1.4	81.7 ± 0.9
	QR	80.4 ± 0.2	76.2 ± 0.2	79.33 ± 1.42	78.9 ± 1.1	76.3 ± 0.8	87.4 ± 0.3
CLAH	OLS	122.8 ± 0.2	121.6 ± 0.7	122.8 ± 0.6	118.4 ± 0.7	115.4 ± 1.1	126.9 ± 0.6
	QR	124.0 ± 0.2	119.0 ± 0.1	121.5 ± 1.2	121.4 ± 0.4	119.5 ± 0.6	131.9 ± 0.7

**El HKM no pudo ser aplicado a la serie CJON.

Tabla 6. Resultados de las pruebas estadísticas de linealidad [Wald–Wolfowitz (WW), Grafica de residuales (RP), Subconjuntos secuenciales (SS), Cuadrado de la suma de residuales (RSS), Coeficiente de determinación (R^2)] aplicadas a los métodos (BM, HKM, HM, KEM, LM, MM y SRM) usando los datos BHT-TF reportados para las series de datos de pozos y sintéticos.

Serie de datos	Método Analítico (Soluciones aproximadas)																			
	BM					HKM					HM					KEM				
	WW	RP	SS	RSS	R^2	WW	RP	SS	RSS	R^2	WW	RP	SS	RSS	R^2	WW	RP	SS	RSS	R^2
MXCO	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q
USAM	Q	Q	Q	Q	Q	L	Q	Q	L-Q	L-Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
ITAL	--	Q	L	L-Q	L-Q	--	Q	L	L-Q	L-Q	--	Q	L	L-Q	L-Q	--	Q	L	L-Q	L-Q
JAPN	L	Q	Q	Q	Q	L	Q	Q	Q	Q	L	Q	Q	Q	Q	L	Q	Q	Q	Q
CH-A	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q
R #9-1	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	L-Q	L-Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q
SGIL	L	Q	L	L-Q	L-Q	Q	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	L-Q	L-Q	L	Q	L	L-Q	L-Q
CJON	Q	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
SHBE	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q
CLAH	Q	Q	Q	L-Q	L-Q	Q	Q	Q	L-Q	L-Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	L-Q	L-Q

	LM					MM					SRM				
	WW	RP	SS	RSS	R^2	WW	RP	SS	RSS	R^2	WW	RP	SS	RSS	R^2
MXCO	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q
USAM	Q	Q	Q	Q	Q	L	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
ITAL	--	Q	L	L-Q	L-Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	L	L-Q	L-Q
JAPN	L	Q	Q	Q	Q	L	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q
CH-A	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q
R#9-1	--	Q	Q	L-Q	L-Q	--	Q	Q	L-Q	L-Q	--	Q	Q	Q	Q
SGIL	Q	Q	Q	Q	Q	L	Q	Q	Q	Q	L	Q	Q	Q	Q
CJON	Q	Q	Q	L-Q	L-Q	L	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
SHBE	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q	--	Q	Q	Q	Q
CLAH	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q

Después de aplicar las cinco pruebas estadísticas de linealidad, el modelo QR notablemente emerge como el mejor modelo de regresión por ajustarse más al comportamiento de los datos BHT y FT. De este análisis estadístico, se infiere que el modelo QR es el más recomendado para estimar la TEF en la mayoría de los métodos analíticos evaluados. A partir de este análisis se infiere también que el modelo OLS debería de ser usado en algunas series de datos, especialmente cuando el número de datos BHT-FT son disponible ($n \geq 30$ mediciones). Estas restricciones junto con el conocimiento de los errores de medición y el cociente de tiempo dimensional ($\Delta t/t_c$) serían probablemente los mayores argumentos físicos y estadísticos para continuar apoyando el uso de regresiones lineales (especialmente, a través de un modelo WLS).

Es también importante puntualizar que no existe una prueba estadística única, efectiva y contundente que permita por sí misma confirmar la linealidad entre los datos BHT y FT. De cualquier forma, es fuertemente recomendado aplicar varios de éstos para verificar y justificar la aplicabilidad del modelo lineal o polinomial. Estas tareas estadísticas son consideradas como herramientas esenciales si cualquiera de los modelos de regresión (OLS o WLS) se pretenden aun usar para la estimación de la TEF con cualquier método analítico.

2.3.3 Análisis del parámetro β

Este análisis fue llevado a cabo usando las series sintéticas CJON, SHBE y CLAH, junto con las estimaciones inferidas de las soluciones aproximadas y rigurosas (con la ayuda de los modelos OLS y QR). El modelo WLS no fue aplicado en este análisis debido que no fue utilizado en las soluciones rigurosas. El parámetro β y el cociente de tiempo dimensional ($\Delta t/t_c$) fueron calculados bajo condiciones comunes de perforación de pozo. Estas estimaciones fueron analizadas para evaluar la similitud de las soluciones aproximadas con respecto a sus soluciones rigurosas, así como para definir las condiciones ($\Delta t/t_c$) más apropiadas, en donde estas soluciones pueden proveer estimaciones confiables de la TEF. Esta metodología fue específicamente usada para evaluar que tan relacionadas están las predicciones de la TEF por soluciones aproximadas (a través de los modelos OLS y QR) con aquellas estimaciones inferidas de sus soluciones rigurosas, bajo las condiciones de tiempo de relajación y de circulación planteados en cada serie de datos (Figura 2).

Después de analizar los resultados de β obtenidos para las tres series de datos sintéticas, se encontró que las soluciones aproximadas de BM y MM (inferidas del OLS y QR) proveen consistentemente estimaciones similares de la TEF, en comparación con sus soluciones rigurosas ($\beta \approx 1$) para tiempos dimensionales ($\Delta t/t_c$) de hasta 5 y 10, respectivamente. En las soluciones aproximadas (inferidas del modelo QR), se observaron similitudes en las estimaciones de la TEF cuando los tiempos de recuperación son 10 veces mayores que el tiempo de circulación, lo cual provee un intervalo más amplio en mediciones BHT, esto último en comparación con los obtenidos del modelo OLS. De acuerdo a estos intervalos, un gran número de mediciones BHT ($n \geq 30$) deberían ser llevadas a cabo para una estimación más confiable de la TEF, lo cual podría ser técnicamente y económicamente alcanzado con la tecnología de registro actualmente disponible (p. ej., sondas digitales de fibra óptica).

Se observó también que a tiempos cortos de relajación (esto es, cuando los cocientes $\Delta t/t_c$ son muy pequeños) que valores grandes e inestables de $\beta > 1$ son sistemáticamente obtenidos para el cociente de soluciones SRM/SRM_1 (Tabla 2 y 3; Fig. 2) usando los modelos OLS y QR (en todas las series de datos). En tales casos, las mediciones BHT no deberían ser registradas a esos tiempos debido que la perturbación térmica aún es intensa. Por otro lado, a tiempos largos de recuperación (esto es, cuando el cociente es mayor que 5), la mayoría de las soluciones aproximadas (inferidas a partir del modelo OLS) no deberían ser usadas para la estimación de la TEF debido que a esos tiempos la solución aproximada difiere de manera significativa de la solución rigurosa, situación que se confirma al observar una tendencia no lineal entre los datos BHT y FT. En tales casos, la solución aproximada (OLS) no debería ser usada para predecir la TEF por extrapolación. Finalmente se encontró que la subestimación de la TEF fue sistemáticamente obtenida de la solución aproximada de HM (usando el modelo OLS), mientras que una sobreestimación de la TEF fue consistentemente observada por el método SRM (cociente con SRM_1).

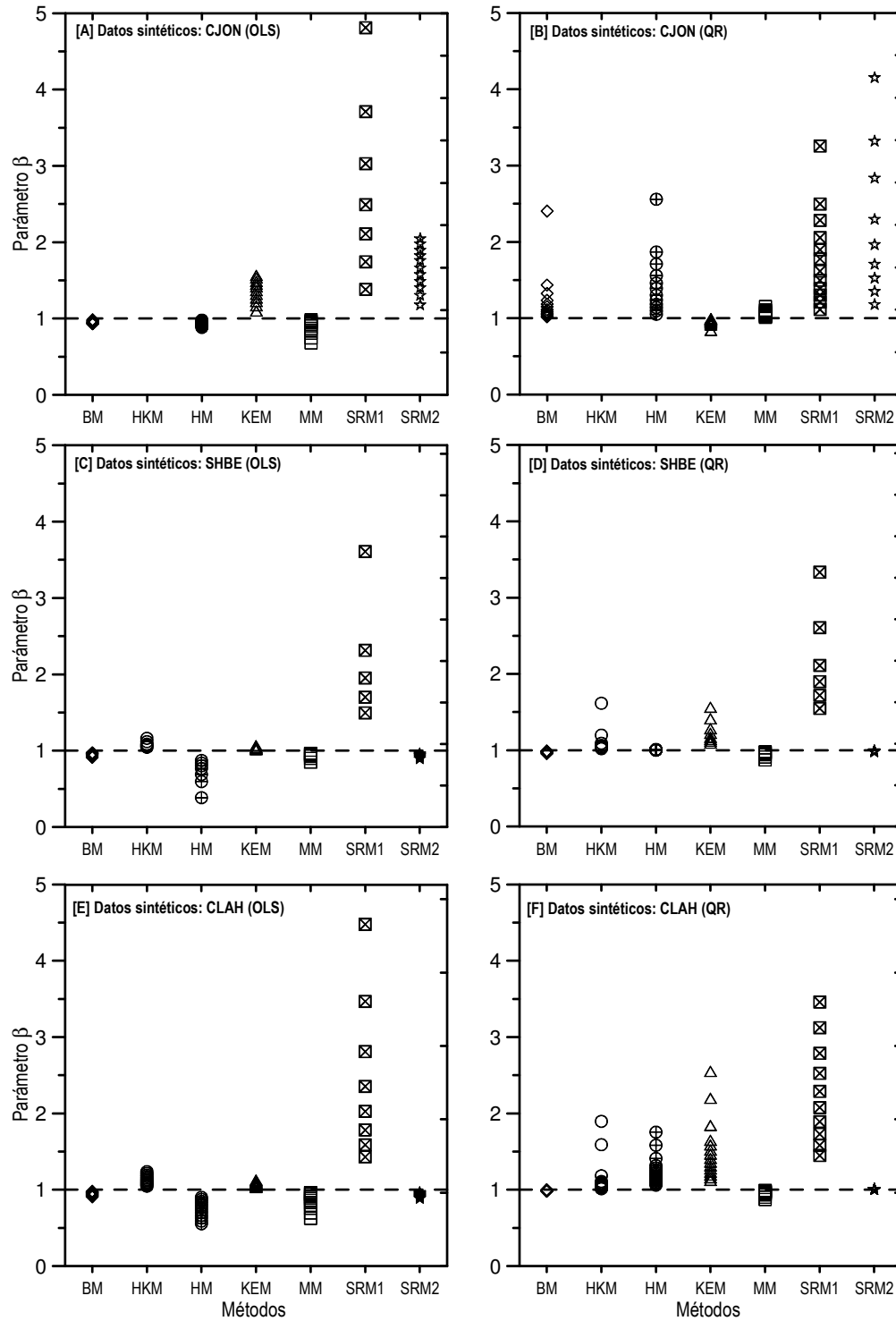


Figura 2. Comportamiento del parámetro β (a diferentes tiempos dimensionales, variando desde 1 hasta 10) calculado para los datos sintéticos [CJON (A) y (B), SHBE (C) y (D) y CLAH (E) y (F)] por medio de las soluciones aproximada y rigurosa (BM, HKM, HM, KEM, MM, SRM1, SRM2) y los modelos OLS [gráficas (A), (C) y (E)] y QR [gráficas (B), (D) y (F)].

Pruebas estadísticas F - y t -student fueron también aplicadas a las estimaciones de la TEF (inferidas de las soluciones aproximadas y rigurosas de cada método) para evaluar las diferencias estadísticas existentes entre estas estimaciones. Estos resultados son presentados en la Tabla 7. La hipótesis nula H_0 (avala que no existan diferencias significativas entre las estimaciones de la TEF predichas por las soluciones aproximada y rigurosa) fue parcialmente aceptada para los modelos OLS cuando BM, HKM y MM fueron usados; mientras que para el modelo QR, las predicciones de las dos soluciones por BM, HKM, MM y SRM₂ fueron sistemáticamente aceptadas.

2.3.4 Análisis de exactitud

Los resultados obtenidos en estos análisis de exactitud son reportados en la Tabla 8. Después de analizar los resultados globales de estas pruebas, se encontró que el modelo QR (con el 60% de los casos analizados donde la hipótesis nula fue aceptada) provee las estimaciones más realistas, especialmente para las soluciones aproximadas obtenidas sistemáticamente para LM y MM. Sin embargo, cuando el modelo OLS fue usado tanto para las soluciones aproximadas o rigurosas, diferencias significativas fueron sistemáticamente encontradas entre las estimaciones TEF y TEFV, situación que estableció que la hipótesis nula H_0 fuera rechazada.

En el segundo caso de evaluación de exactitud, porcentajes de desviación entre estimaciones TEF y TEFV fueron también calculadas para las soluciones aproximada y rigurosa de los métodos evaluados. Estos resultados han sido graficados en las figuras 4 (A)-(H). Los resultados obtenidos para las soluciones aproximadas son mostradas en las figuras 4(A), (C), (E) y (G), mientras que para las soluciones rigurosas son mostradas en las figuras 4(B), (D), (F) y (H).

Se encontró casi regularmente que los métodos, que usaron el modelo QR para inferir la TEF, proveen temperaturas más cercanas a la TEFV, que las predichas por el modelo OLS. Porcentajes de desviación promedio de $\pm 3\%$ fueron sistemáticamente encontrados para las estimaciones TEF inferidas con el modelo QR usando datos sintéticos. Estos datos sintéticos son el mejor criterio para evaluar la exactitud del método debido que fueron

medidos bajo condiciones de experimento controlado. Los porcentajes de desviación más pequeños (variando desde -3.2% hasta 2.2%) fueron obtenidos para la serie CJON, mientras que los valores más grandes (variando desde -13.2% hasta 10.4%) fueron obtenidos para la serie de campo CH-A.

Tabla 7. Resultados de las pruebas F - y t -student aplicadas al análisis del parámetro β .

Modelo OLS (β = Solución aproximada/rigurosa)				Modelo QR (β = Solución aproximada/rigurosa)			
Método analítico	Serie de datos			Método analítico	Serie de datos		
	CJON	SHBE	CLAH		CJON	SHBE	CLAH
BM	H_0	H_0	H_1	BM	H_0	H_0	H_0
HKM	--	H_0	H_1	HKM	--	H_0	H_0
HM	H_1	H_1	H_1	HM	H_1	H_0	H_1
KEM	H_1	H_0	H_1	KEM	H_0	H_1	H_1
MM	H_1	H_0	H_1	MM	H_0	H_0	H_0
SRM ₁	H_1	H_1	H_1	SRM ₁	H_1	H_1	H_1
SRM ₂	H_1	H_1	H_1	SRM ₂	H_1	H_0	H_0

Tabla 8. Resultados de la evaluación de exactitud (a través de las pruebas F - y t -student) de siete métodos analíticos (BM, HKM, HM, KEM, LM, MM y SRM) con dos modelos de regresión (OLS y QR) para la determinación de la TEFV usando series de datos sintéticos y de campo (CJON, SHBE, CLAH y CH-A).

Soluciones aproximadas									
Método analítico	Serie de datos				Método analítico	Serie de datos			
	CJON	SHBE	CLAH	CH-A		CJON	SHBE	CLAH	CH-A
BM (OLS)	H_1	H_1	H_1	H_1	BM (QR)	H_1	H_0	H_1	H_0
HKM (OLS)	--	H_0	H_1	H_1	HKM (QR)	--	H_1	H_0	H_1
HM (OLS)	H_1	H_1	H_0	H_1	HM (QR)	H_0	H_0	H_1	H_0
KEM (OLS)	H_1	H_0	H_1	H_1	KEM (QR)	H_1	H_0	H_1	H_0
LM (OLS)	H_1	H_1	H_1	H_0	LM (QR)	H_0	H_0	H_0	H_0
MM (OLS)	H_1	H_1	H_0	H_1	MM (QR)	H_0	H_0	H_0	H_0
SRM (OLS)	H_1	H_1	H_1	H_0	SRM (QR)	H_1	H_1	H_1	H_1
Soluciones rigurosas									
Método analítico	Serie de datos				Método analítico	Serie de datos			
	CJON	SHBE	CLAH	CH-A		CJON	SHBE	CLAH	CH-A
BM (OLS)	H_1	H_1	H_1	H_1	BM (QR)	H_1	H_0	H_1	H_0
HKM (OLS)	--	H_1	H_0	H_1	HKM (QR)	--	H_1	H_0	H_1
HM-KEM (OLS)	H_1	H_0	H_1	H_1	HM-KEM (QR)	H_1	H_0	H_0	H_1
MM (OLS)	H_1	H_1	H_0	H_1	MM (QR)	H_0	H_0	H_0	H_1
SRM ₁ (OLS)	H_1	H_1	H_1	H_1	SRM ₁ (QR)	H_0	H_1	H_0	H_1
SRM ₂ (OLS)	H_1	H_1	H_1	H_0	SRM ₂ (QR)	H_1	H_1	H_1	H_1

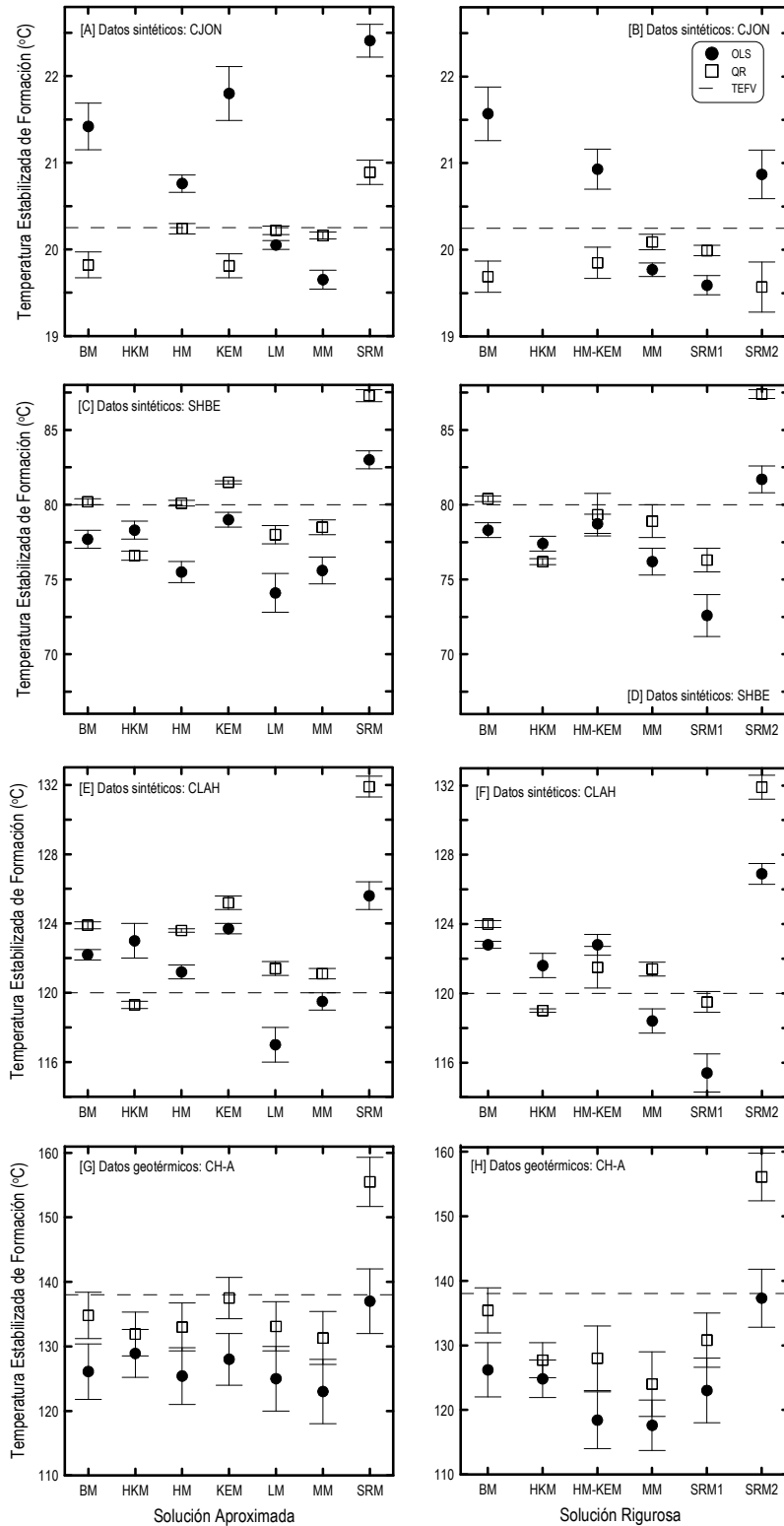


Figura 3. Resultados de la evaluación de exactitud entre las estimaciones TEFV predichas con las soluciones (usando los modelos OLS y QR) aproximada (A), (C), (E) y (G) y rigurosa (B), (D), (F) y (H) y los datos TEFV [compilados de series de datos sintéticos (CJON, SHBE y CLAH) y del pozo CH-A]. Los datos TEFV para estos cuatro casos son mostrados como líneas punteadas. Las incertidumbres de las estimaciones TEF son indicadas como barras de error.

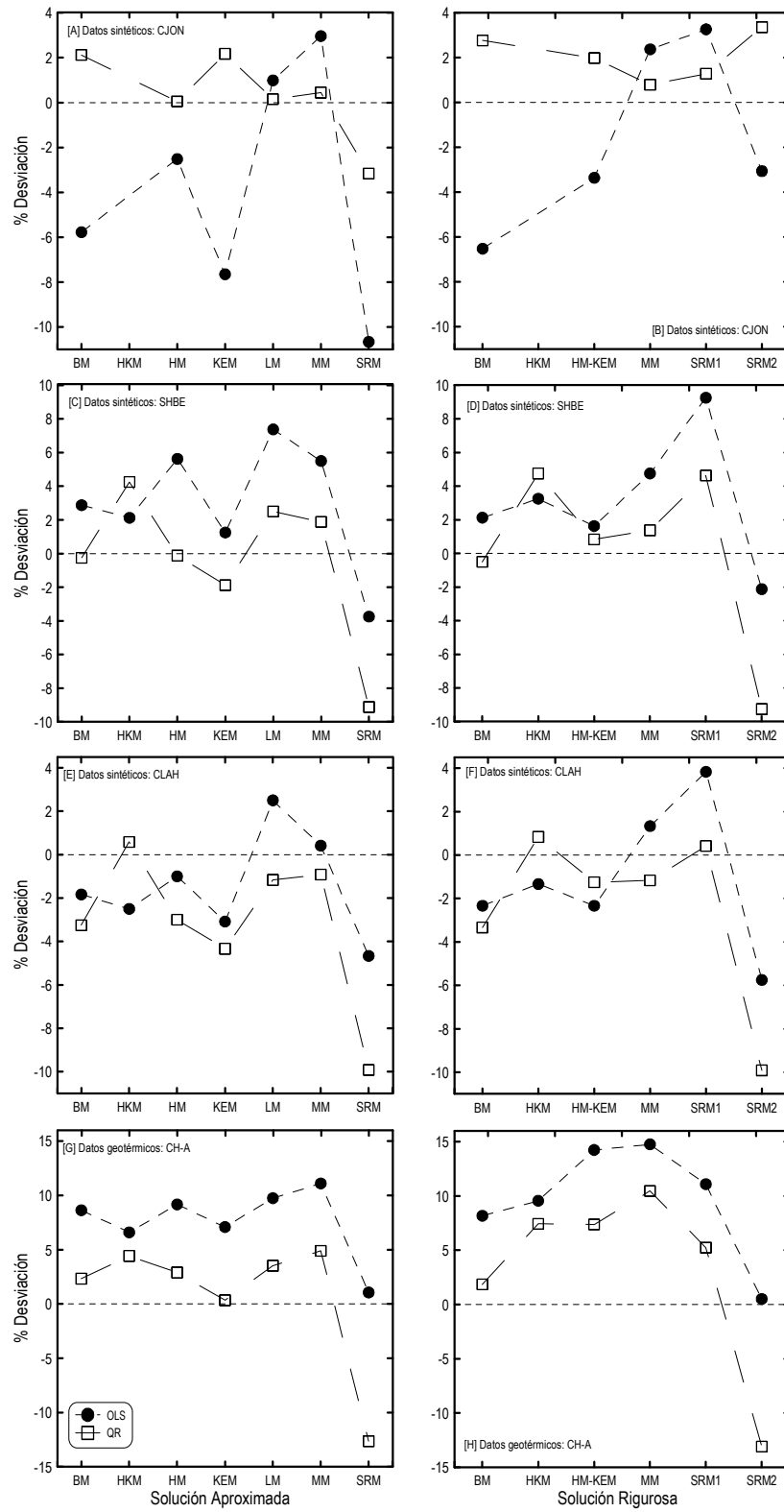


Figura 4. Resultados del porcentaje de desviación entre las estimaciones TEF predichas con las soluciones (usando los modelos OLS y QR) aproximada (A), (C), (E) y (G) y rigurosa (B), (D), (F) y (H) y los datos TEFV tomados de las series sintéticas (CJON, SHBE y CLAH) y el pozo CH-A.

2.4 Conclusiones

La evaluación estadística de las principales fuentes de error envueltas en modelos de fuente calor lineal o cilíndrico para una estimación confiable de la TEF fue exitosamente llevada a cabo. La exhaustiva evaluación estadística comprendió el análisis de las soluciones aproximadas y rigurosas de siete métodos (BM, HKM, HM, KEM, LM, MM y SRM) los cuales consideran el análisis de las anomalías térmicas causadas por el proceso de perforación.

Cinco pruebas estadísticas de linealidad fueron efectivamente aplicadas para demostrar que muchos datos de temperatura (BHT y FT) exhiben tendencias no lineales. Es importante también remarcar que no hay una sola y efectiva prueba estadística de linealidad que por sí sola permita la confirmación de tal tendencia entre los datos BHT y FT. Por lo tanto es recomendado aplicar muchos de ellos tanto para verificar o justificar la aplicabilidad del modelo QR.

La tendencia no lineal observada entre los datos BHT y FT sugiere al modelo QR como la herramienta de regresión más confiable para estimar la TEF usando las soluciones aproximada o rigurosa de los métodos evaluados. El modelo OLS aún es usado por algunos métodos analíticos para el cálculo de la TEF, siendo un modelo estadísticamente invalido, y por lo tanto debe ser abandonado. En el análisis de los datos BHT con tendencia cuasi-lineal, WLS debería ser preferencialmente usado para inferir la TEF. De cualquier forma, la aplicación del modelo WLS requiere conocimiento de los errores de medición los cuales desafortunadamente no son reportados en las operaciones de registro.

Los cálculos del parámetro β permitieron ser evaluados los errores potenciales para la estimación de la TEF. Las soluciones aproximadas del BM y MM, inferidas tanto de los modelos OLS y QR, proveen estimaciones TEF similares ($\beta \approx 1$) en comparación con sus soluciones rigurosas para tiempos dimensionales ($\Delta t/t_c$) de 5 y 10, respectivamente.

En intervalos cortos de tiempo de relajación, un gran número de mediciones BHT ($n > 30$) deberían ser usadas. Esta sugerencia está basada en la disponibilidad de la actual tecnología de medición. De acuerdo a estos avances modernos en tecnología de registro, un gran número de registros BHT pueden ser tomados a tiempos de recuperación similares para evitar el incremento de los costos de registro durante la perforación. Mediciones de tiempo real podrían ser técnicamente llevadas a cabo en un periodo de al menos 48 hrs, lo cual es

actualmente llevado a cabo en práctica durante las etapas de terminación de pozos geotérmicos y petroleros. Datos de alta calidad en términos de fiabilidad y exactitud, junto con la disponibilidad de un gran número de mediciones, se vuelve fundamental para el mejoramiento del monitoreo de la recuperación térmica de un pozo.

Los tiempos de relajación y circulación son parámetros fundamentales que influyen fuertemente las estimaciones TEF, por lo tanto deben ser medidos en el campo con alta precisión y exactitud, incluyendo la medición de sus errores. Una medición más exacta de los tiempos de circulación es también requerida para considerar la propagación de errores de este parámetro en el cálculo de la TEF.

Después de analizar las soluciones aproximada y rigurosa de los modelos de fuente de calor lineal y circular, comúnmente usados en la industria geotérmica y petrolera, fue claramente demostrado que estos métodos aún proveen discrepancias e inconsistencias cuando son aplicados para la estimación de la TEF, usando los modelos de ajuste tanto OLS o QR. Por lo tanto, aun es necesario desarrollar nuevos métodos analíticos mejorados que permitan la TEF con pequeñas incertidumbres sea determinada confiablemente, objetivo planteado en este trabajo de tesis doctoral.

Capítulo 3

EVALUACIÓN DE MÉTODOS ANALÍTICOS PARA ESTIMAR TEMPERATURAS ESTABILIZADAS DE FORMACIÓN EN POZOS PERMAFROST

3.1 Introducción

En el Capítulo 2 se evaluaron de forma más detallada las fuentes de error globales (estadística y física) para siete métodos analíticos, los métodos propuestos por Horner (1951), Manetti (1973), Leblanc *et al.* (1981), Brennand (1984), Ascencio *et al.* (1994), Hasan & Kabir (1994), y Kutasov & Eppelbaum (2005). En esta parte del proyecto doctoral se desarrolló una metodología para realizar un análisis estadístico a los resultados obtenidos por los métodos analíticos. Por primera vez, las soluciones analítica aproximada y rigurosa de cada método fueron evaluadas para encontrar las mejores condiciones de aplicabilidad de cada método, así como para identificar sus restricciones matemáticas y estadísticas. El efecto de las condiciones de flujo de fluido de perforación y las propiedades pozo-formación (p. ej., tiempos de circulación y recuperación, propiedades termofísicas del fluido de perforación y formación, y las incertidumbres de las mediciones de tiempo y BHT) fueron parcialmente estudiadas. Los modelos de regresión lineal ordinaria (OLS), ponderada (WLS) y regresión cuadrática (QR) fueron finalmente evaluados para inferir la TEF junto con sus incertidumbres.

De los resultados obtenidos presentados en el capítulo anterior, podemos mencionar lo siguiente: (i) Se confirmó que los datos de BHT registrados durante las operaciones de perforación geotérmica exhiben una clara tendencia polinomial, lo cual sugiere la QR como el modelo de regresión más confiable para estimar la TEF; (ii) también se confirmó que el modelo OLS, tradicionalmente usado por algunos métodos analíticos para el cálculo de la TEF, es estadísticamente un modelo de regresión inválido, y por lo tanto debe ser abandonado; y (iii) el análisis de los datos de BHT con una tendencia cuasi-lineal, el WLS debería ser usado para inferir la TEF. De cualquier manera, la aplicación del modelo WLS requiere el conocimiento de los errores de medición los cuales desafortunadamente no son reportados en las operaciones de registro de pozos; y (iv) los resultados del análisis de cociente de solución mostraron que sólo las soluciones aproximadas (BM, HM, y MM) proveen estimaciones confiables de la TEF. Los tiempos de recuperación y de circulación son parámetros fundamentales que influyen en la determinación de la TEF, y por lo tanto deben ser medidos en el campo con gran exactitud y precisión, incluyendo sus errores.

En el Capítulo 2 quedó claro que aún los métodos existentes tienen muchas limitantes en las aplicaciones geotérmicas y petroleras. Tales como restricciones en la aplicación de los tiempos de recuperación, conocimiento de propiedades termofísicas, conocimiento muy exacto del tiempo de circulación, por mencionar algunos. Sin embargo, este tipo de análisis no ha sido llevado a cabo en el estudio de la recuperación térmica en pozos permafrost, en dirección a su implicación en los procesos de calentamiento o enfriamiento que se dan en la sección somera de un pozo permafrost. Por lo tanto, uno de los principales objetivos en esta parte del proyecto doctoral es desarrollar una metodología estadística que nos ayude al análisis de las estimaciones TEF de pozos permafrost usando las soluciones aproximadas de cuatro métodos analíticos, a través de la aplicación de los modelos de regresión OLS y QR. También se estudiará el efecto de las estimaciones TEF en la parte somera de un pozo permafrost, para el estudio del cambio climático. Los detalles de este estudio están discutidos en términos de su implicación en procesos climáticos (calentamiento o enfriamiento).

El estudio de los historiales de temperatura superficial terrestre es una de las mayores tareas usadas en cambio climático para determinar los procesos de enfriamiento o calentamiento de la Tierra (Bodri & Cermak, 2007). El análisis de datos de recuperación térmica registrados en pozos permafrost ha sido usado para estimar los cambios de temperatura (ΔT) en los gradientes geotérmicos. Los gradientes geotérmicos de un pozo pueden proveer información sobre los historiales de temperatura del pasado. Como regla común, los perfiles temperatura-profundidad registrados a profundidad somera, entre 200 y 300 metros, describen las tendencias (clima) de la temperatura superficial alrededor de los dos últimos siglos; mientras más profundo el pozo, se podrá exponer un historial climático más antiguo pero con menos resolución (Huang *et al.*, 2008). El proceso de recuperación térmica hacia la TEFV puede tomar días, semanas o meses dependiendo de la perturbación producida por las operaciones de perforación del pozo de observación, y de su litología de formación. La TEFV es muy poco probable ser medida directamente en un pozo. La TEF es usualmente inferida de las mediciones BHT, registradas a profundidades similares del pozo pero a diferentes tiempos de recuperación térmica después del cese de perforación. La determinación de la TEFV es una tarea compleja debido que las mediciones BHT son generalmente influenciadas por la circulación del lodo de perforación. Métodos analíticos o de simulación, basados en modelos de transferencia de calor, son comúnmente usados para estimar la TEF de los datos BHT.

Los factores geológicos afectan el gradiente geotérmico (G), así el historial climático puede ser inferido de pequeñas anomalías de temperatura a lo largo de la profundidad de un pozo permafrost (Bodri & Cermak, 2007). El correspondiente campo de temperatura de subsuelo hacia el calor interno es usualmente dado por un proceso estacionario de transferencia de calor. Sin embargo, a condiciones superficiales de los pozos, se exhibe una perturbación térmica transitoria que aparece como una perturbación negativa o positiva hacia el fondo del campo de temperatura. La figura 5 muestra como las temperaturas de pozo están relacionadas al proceso de cambio climático. Un “calentamiento repentino” de la superficie por un valor de temperatura ΔT podría calentar las rocas cercanas a la superficie. Similarmente, un “proceso de enfriamiento” podría también ocurrir con un efecto opuesto (Fig. 5; Bodri & Cermak, 2007).

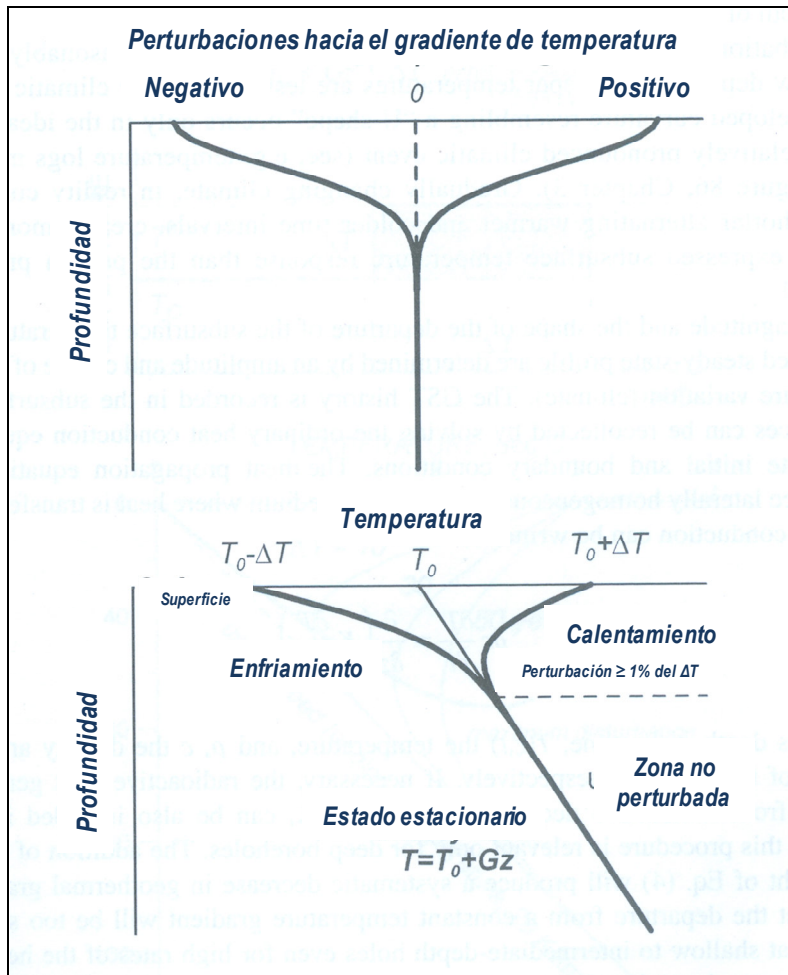


Figura 5. Perfil típico temperatura-profundidad medido en un pozo permafrost mostrando los procesos superficiales de calentamiento/enfriamiento junto con la TEF y el gradiente geotérmico estacionario. Respuesta del campo de temperatura del subsuelo a los cambios superficiales (tomado de Bodri & Cermak, 2007).

3.2 Metodología

La validez de los métodos analíticos para estimar la TEF ha sido examinada, usando una metodología estadística basada en las siguientes técnicas (Fig. 6):

- (1) Creación de una base de datos conteniendo tres conjuntos de datos de temperatura y tiempo de recuperación registrados a diferentes profundidades de pozos permafrost (Tabla 9);
- (2) Selección de cuatro métodos analíticos para la estimación de la TEF (Tabla 10);
- (3) Cálculo de los datos de FT usando las ecuaciones correspondientes de cada método analítico;
- (4) Estimación de la TEF y sus incertidumbres usando ambos modelos de regresión (OLS y QR) para cada método analítico;
- (5) Análisis estadístico comparativo (*F*- y *t*-student pruebas estadísticas de significancia) de las diferentes estimaciones para T_0 y G ;
- (6) Análisis estadístico comparativo de las estimaciones de la TEF entre HM vs. BM, KEM y MM.

3.2.1 Base de datos de los procesos de recuperación térmica de pozos permafrost perforados

Se creó una base de datos conteniendo tres series de datos registrados de las operaciones de perforación de pozos permafrost. En la Tabla 9 se muestran las series de datos que fueron compiladas de reportes de perforación llevadas a cabo en dos zonas permafrost: (1) Reindeer D-27, Canada [9 diferentes profundidades del pozo, aproximadamente 10 mediciones de temperatura-tiempo de recuperación por cada profundidad (Taylor *et al.*, 1982)]; (2) Put River N-1, Alaska, EUA [14 diferentes profundidades de pozo, aproximadamente 9 mediciones BHT por cada profundidad (US Geological Survey, 1998)]; y (3) Mokka A-02, Canada [11 diferentes profundidades de pozo y aproximadamente 9 mediciones BHT por cada profundidad (Taylor *et al.*, 1982)].

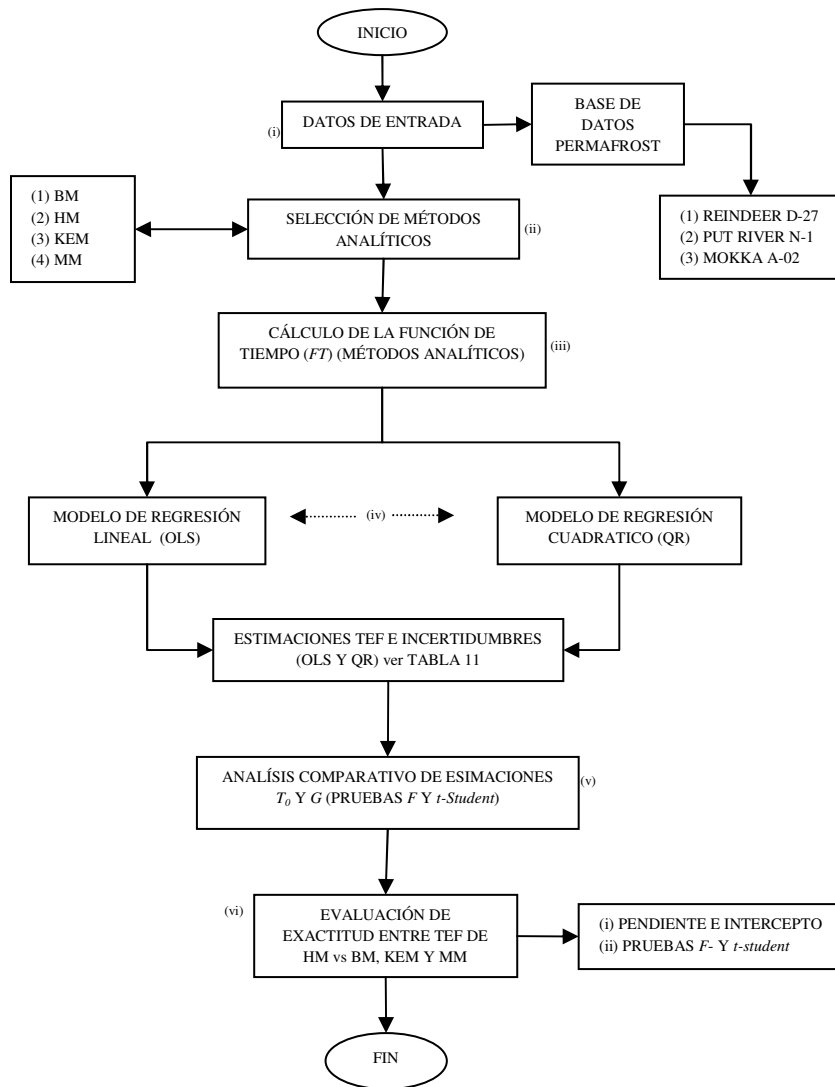


Figura 6. Diagrama de flujo de la metodología estadística desarrollada para el análisis de las estimaciones TEF en pozos permafrost.

Tabla 9. Series de datos permafrost utilizados para el cálculo de las TEF usando cuatro métodos analíticos.

Serie de datos	Número de mediciones	Observaciones	Referencia
Permafrost:			
MOKKA	9	11 diferentes profundidades	Taylor <i>et al.</i> , 1982
REINDEER	10	9 diferentes profundidades	Taylor <i>et al.</i> , 1982
P-RIVER	9	14 diferentes profundidades	US Geological Survey, 1998

3.2.2 Selección de métodos analíticos para la estimación de la TEF

De los resultados obtenidos en el Capítulo 2, se encontró que solo cuatro de los siete métodos analíticos analizados, arrojaron los mejores resultados sistemáticamente en cuanto al cálculo de la TEF y demás análisis estadísticos aplicados en el estudio. Por lo tanto, se seleccionaron cuatro métodos analíticos comúnmente usados para la determinación de la TEF (Tabla 10). Los métodos analíticos BM, HM, KEM y MM son derivados de modelos de transferencia de calor basados en la ecuación de conducción de calor bajo condiciones radiales (Ec. 2). Estos métodos analíticos proponen un modelo de solución lineal (solución aproximada) del siguiente tipo:

$$BHT(\Delta t) = T_f + (b) \cdot FT(\Delta t) \quad (7)$$

De acuerdo a la Ec. (7), $BHT(\Delta t)$ y $TF(\Delta t)$ mostrarían una relación lineal con pendiente (b) e intercepto (T_f). La extrapolación de la línea a tiempo infinito ($\Delta t \rightarrow \infty$) conduciría hacia la TEF (del valor del intercepto, T_f).

Tabla 10. Soluciones aproximadas de cuatro métodos analíticos (BM, HM, KEM y MM).

Método Analítico	Solución Aproximada	Referencia
BM	$BHT(\Delta t) = T_{BM} - b_{BM} \left(\frac{1}{\Delta t + pt_c} \right)$	Brennand, 1984
HM	$BHT(\Delta t) = T_{HM} + b_{HM} \left[\ln \left(\frac{\Delta t + t_c}{\Delta t} \right) \right]$	Horner, 1951
KEM	$BHT(\Delta t) = T_{KEM} + b_{KEM} \ln(X)$	Kutasov & Eppelbaum, 2005
MM	$BHT(\Delta t) = T_{MM} + b_{MM} \left[\ln \left(\frac{\Delta t}{\Delta t - t_c} \right) \right]$	Manetti, 1973

3.2.3 Modelos de regresión (OLS y QR) usados por las soluciones aproximadas para el cálculo de la TEF

En la evaluación de las soluciones aproximadas (Tabla 10) de los cuatro métodos analíticos (BM, HM, KEM y MM), los datos para la variable x fueron calculados de sus correspondientes FT, los datos de la variable y fueron considerados como las mediciones BHT. Los modelos OLS y QR fueron aplicados para estimar la TEF de las series de datos de pozos permafrost (Reindeer D-27, Put River N-1 y Mokka A-02).

(a) *Modelo de regresión OLS*. El modelo OLS de dos variables (x y y) fue establecido por la ecuación general del ajuste de línea recta: $y = a(\pm s_a) + b(\pm s_b)x$, donde a , b , s_a , y s_b , representan el intercepto, la pendiente, y sus incertidumbres, respectivamente.

(b) *Modelo QR*. El modelo de regresión cuadrática (QR) ha sido sugerido como un método numérico confiable para la estimación de la TEF (p.ej., Da-Xin, 1986; Andaverde *et al.*, 2005). La ecuación general del QR está dada por: $y = a(\pm s_a) + b(\pm s_b)x + c(\pm s_c)x^2$, donde a , b y c representan los coeficientes polinomiales y s_a , s_b y s_c , sus incertidumbres individuales, respectivamente.

3.2.4 Comparación estadística de las estimaciones T_0 y G usando el análisis F - y t -student

La temperatura superficial (T_0) y el gradiente geotérmico (G) de un pozo permafrost (dados por la ecuación lineal de estado estacionario entre los datos TEF-profundidad: Fig. 5) fueron calculados por el modelo OLS usando todas las estimaciones TEF (inferidas de los métodos analíticos y los modelos de regresión OLS y QR) y su correspondiente profundidad. De acuerdo a la forma de la perturbación térmica del perfil TEF-profundidad (Fig. 5) para un total de n datos, se esperaría que los parámetros $T_0(n)$ y $G(n)$ cambien significativamente si la TEF perturbada es rechazada en selectivos pasos numéricos ($n-1$), ($n-2$), ($n-3$) y ($n-4$). ΔT y ΔG también son calculados por la estimación de la magnitud de la perturbación térmica. $\Delta T (n-1) = T_0(n) - T_0(n-1)$; $\Delta T (n-2) = T_0(n) - T_0(n-2)$; hasta calcular $\Delta T (n-4)$, respectivamente. El mismo procedimiento para calcular ΔG : $\Delta G (n-1) = G(n) - G(n-1)$; $\Delta G (n-2)$; $\Delta G (n-3)$; y $\Delta G (n-4)$, respectivamente.

Para confirmar este análisis, las pruebas estadísticas F - y t -student fueron adicionalmente aplicadas a las estimaciones T_0 y G (inferidas de los perfiles TEF-profundidad), para evaluar las diferencias significativas entre: $T_0(n)$ y $T_0(n-1)$; $T_0(n)$ y $T_0(n-2)$; $T_0(n)$ y $T_0(n-3)$; $T_0(n)$ y $T_0(n-4)$; $G(n)$ y $G(n-1)$; $G(n)$ y $G(n-2)$; $G(n)$ y $G(n-3)$; $G(n)$ y $G(n-4)$. Si la hipótesis nula H_0 es aceptada, esto significa que no existen diferencias significativas entre las diferentes estimaciones de T_0 y G , de otra manera, la hipótesis alternativa H_1 sería aceptada basándose en las grandes diferencias significativas.

3.2.5 Evaluación de exactitud usando el análisis de comparación estadística entre las estimaciones TEF del HM contra las estimaciones del BM, KEM y MM

Las estimaciones TEF inferidas de las soluciones aproximadas (Tabla 10) de los cuatro métodos analíticos (BM, HM, KEM y MM) fueron estadísticamente comparadas una con otra. La exactitud de cada método fue evaluado a través de los siguientes análisis estadísticos: (i) una regresión lineal entre las estimaciones TEF del HM contra las estimaciones del BM, KEM y MM, donde para un caso ideal de total concordancia, el intercepto de la línea recta sería igual a cero ($a \approx 0$), y la pendiente igual a uno ($b \approx 1$); y (ii) aplicación de las pruebas estadísticas F - y t -student, para determinar si existen diferencias significativas en los valores de intercepto y pendiente entre las relaciones de las líneas rectas HM-BM, HM-KEM y HM-MM.

3.3 Resultados y Discusiones

En esta sección se presentan los resultados obtenidos del análisis realizado al estudio de las estimaciones TEF en pozos permafrost. Antes de calcular las TEF usando datos BHT registrados de pozos permafrost (Reindeer D-27, Put River N-1 y Mokka A-02), las FT de los cuatro métodos analíticos fueron calculadas usando sus correspondientes ecuaciones.

3.3.1 Uso de los modelos OLS y QR para estimar la TEF

Los datos de recuperación térmica (BHT y tiempo) junto con los valores calculados FT fueron usados para la estimación de la TEF usando las ecuaciones aproximadas de cada

método analítico, y los modelos de regresión OLS y QR. Dos estimaciones TEF fueron obtenidas por cada solución aproximada, de lo cual fue generado un número total de ocho estimaciones TEF por cada profundidad, así poder construir los perfiles TEF-profundidad de cada pozo permafrost.

Las estimaciones TEF obtenidas del intercepto después de aplicar el modelo OLS en los cuatro métodos analíticos (BM, HM, KEM y MM) han sido incluidos en la Tabla 11, junto con sus respectivas incertidumbres. Las estimaciones TEF y sus incertidumbres obtenidas de la aplicación del modelo QR también han sido incluidas en la Tabla 11. En la Tabla 11 se reportan las estimaciones TEF obtenidas por cada método analítico (BM, HM, KEM y MM) y modelo de regresión (OLS y QR) para cada profundidad de los pozos permafrost analizados (Reindeer D-27, Put River N-1 y Mokka A-02).

Gráficas de los historiales de temperatura (profundidad versus BHT y TEF) para las tres series de datos son mostrados en las figuras 7, 8 y 9. La figura 7A (BM-OLS) correspondiente a las estimaciones TEF con el método analítico BM de la serie de datos Reindeer D-27, usando el modelo de regresión OLS; figura 7B (BM-QR) corresponde a las estimaciones TEF con el método analítico BM usando el modelo de regresión QR; 7C corresponde a la relación HM-OLS; 7D a HM-QR; 7E a KEM-OLS; 7F a KEM-QR; 7G a MM-OLS; y 7H a la relación MM-QR. El mismo tipo de arreglo fue utilizado para las figuras 8 y 9, correspondientes a Put River N-1 y Mokka A-02. Las TEF “perturbadas” están marcadas por un círculo en las gráficas. También se graficaron los datos de recuperación térmica para cada pozo [Reindeer D-27 (Fig. 7), Put River N-1 (Fig. 8) y Mokka A-02 (Fig. 9)], representados por el símbolo rombo hueco, cabe mencionar que el fenómeno de recuperación térmica representado en las figuras 7, 8 y 9 va en dirección de derecha a izquierda, debido que en esta aplicación dicho fenómeno se da cuando las temperaturas perturbadas (en este caso calentadas por el proceso de perforación) tienden a enfriarse.

Tabla 11. Temperaturas estabilizadas de formación (°C) calculadas por las soluciones aproximadas de los cuatro métodos analíticos (BM, HM, KEM y MM) usando datos reales BHT registrados en pozos permafrost (Reindeer D-27, Put River N-1 y Mokka A-02).

Métodos analíticos (Modelo de regresión)									
Profundidad (m)	BM		HM		KEM		MM		
	OLS	QR	OLS	QR	OLS	QR	OLS	QR	
Serie de datos: REINDEER D-27									
18.3	-7.50 ± 0.17	-7.37 ± 0.39	-7.30 ± 0.16	-7.36 ± 0.37	-7.33 ± 0.16	-7.37 ± 0.37	-6.53 ± 0.20	-7.22 ± 0.31	
48.8	-6.2 ± 0.1	-5.69 ± 0.03	-6.1 ± 0.1	-5.72 ± 0.02	-6.1 ± 0.1	-5.72 ± 0.02	-5.5 ± 0.1	-5.74 ± 0.01	
79.2	-5.7 ± 0.1	-5.6 ± 0.2	-5.6 ± 0.1	-5.6 ± 0.1	-5.6 ± 0.1	-5.6 ± 0.1	-4.9 ± 0.2	-5.5 ± 0.1	
140.2	-4.4 ± 0.2	-5.2 ± 0.1	-4.2 ± 0.2	-5.1 ± 0.1	-4.2 ± 0.2	-5.1 ± 0.1	-3.6 ± 0.3	-4.70 ± 0.04	
201.2	-3.33 ± 0.03	-3.39 ± 0.04	-3.24 ± 0.04	-3.39 ± 0.04	-3.26 ± 0.04	-3.39 ± 0.04	-2.8 ± 0.1	-3.278 ± 0.004	
292.6	-1.2 ± 0.1	-1.5 ± 0.1	-1.1 ± 0.1	-1.5 ± 0.1	-1.2 ± 0.1	-1.5 ± 0.1	-0.97 ± 0.11	-1.3 ± 0.1	
414.5	1.07 ± 0.01	1.124 ± 0.003	1.129 ± 0.003	1.119 ± 0.003	1.118 ± 0.002	1.118 ± 0.002	1.4 ± 0.1	1.17 ± 0.01	
506	3.32 ± 0.02	3.382 ± 0.004	3.378 ± 0.002	3.376 ± 0.003	3.368 ± 0.003	3.375 ± 0.003	3.6 ± 0.1	3.42 ± 0.01	
597.4	5.81 ± 0.01	5.87 ± 0.01	5.867 ± 0.003	5.868 ± 0.005	5.858 ± 0.004	5.867 ± 0.005	6.1 ± 0.1	5.91 ± 0.01	
Serie de datos: PUT RIVER N-1									
15.24	-11 ± 1	-10 ± 1	-9.43 ± 0.27	-9.82 ± 0.37	-9.59 ± 0.25	-9.86 ± 0.39	-9 ± 1	-10 ± 1	
30.48	-10.41 ± 0.38	-9.54 ± 0.43	-9.16 ± 0.34	-9.89 ± 0.38	-9.33 ± 0.32	-9.94 ± 0.41	-8.75 ± 0.27	-9.33 ± 0.16	
45.72	-10.29 ± 0.41	-10 ± 1	-8.98 ± 0.42	-10 ± 1	-9.16 ± 0.40	-10 ± 1	-8.62 ± 0.24	-9.2 ± 0.1	
60.96	-10.16 ± 0.40	-9.12 ± 0.36	-8.99 ± 0.26	-9.49 ± 0.32	-9.15 ± 0.24	-9.53 ± 0.34	-8.51 ± 0.23	-9.0 ± 0.1	
91.44	-9.89 ± 0.41	-9 ± 1	-9 ± 1	-10 ± 1	-9 ± 1	-10 ± 1	-8.30 ± 0.23	-8.8 ± 0.1	
152.4	-8.52 ± 0.37	-9 ± 1	-7 ± 1	-8.93 ± 0.29	-7 ± 1	-9.05 ± 0.33	-7.53 ± 0.33	-8.274 ± 0.021	
304.81	-5 ± 1	-5.8 ± 0.6	-3.8 ± 1.2	-5.4 ± 0.9	-3.9 ± 1.2	-5.5 ± 0.9	*	*	
335.28	-4.5 ± 0.7	-5.2 ± 0.6	-3.5 ± 1.1	-4.9 ± 0.9	-3.6 ± 1.0	-4.9 ± 0.8	*	*	
396.24	-3.36 ± 0.35	-4 ± 1	-2.64 ± 0.40	-3 ± 1	-2.73 ± 0.39	-4 ± 1	-3 ± 1	-4.03 ± 0.28	
579.12	-1.28 ± 0.39	-0.29 ± 0.38	-1.06 ± 0.20	-0.52 ± 0.13	-1.10 ± 0.22	-0.50 ± 0.14	-0.6 ± 0.1	-1 ± 1	
609.6	-0.52 ± 0.16	-0.61 ± 0.27	0.00 ± 0.24	-0.64 ± 0.16	-0.06 ± 0.23	-0.67 ± 0.18	-0.1 ± 0.1	-0.262 ± 0.032	
640.08	0.20 ± 0.17	0.53 ± 0.23	1.07 ± 0.24	0.45 ± 0.18	0.96 ± 0.22	0.40 ± 0.20	1.22 ± 0.23	0.7 ± 0.1	
670.56	0.8 ± 0.9	1.7 ± 0.5	1.59 ± 0.23	1.56 ± 0.37	1.46 ± 0.24	1.55 ± 0.38	*	*	
701.04	2.04 ± 0.36	2.87 ± 0.27	2.94 ± 0.16	2.66 ± 0.20	2.81 ± 0.15	2.64 ± 0.21	3.25 ± 0.26	2.818 ± 0.037	
Serie de datos: MOKKA A-02									
15.2	-15.6 ± 0.1	-15.58 ± 0.19	-15.18 ± 0.13	-15.58 ± 0.18	-15.21 ± 0.12	-15.58 ± 0.18	-15.50 ± 0.16	-15.5 ± 0.5	
30.5	-15.04 ± 0.14	-14.90 ± 0.21	-14.53 ± 0.18	-14.87 ± 0.19	-14.57 ± 0.17	-14.90 ± 0.19	-14.66 ± 0.21	-15.13 ± 0.19	
45.7	-14.6 ± 0.1	-14.66 ± 0.10	-14.21 ± 0.17	-14.6 ± 0.1	-14.24 ± 0.16	-14.6 ± 0.1	-14.42 ± 0.14	-14.790 ± 0.044	
61	-14.5 ± 0.1	-14.58 ± 0.11	-14.04 ± 0.21	-14.54 ± 0.11	-14.07 ± 0.20	-14.56 ± 0.11	-14.31 ± 0.16	-14.64 ± 0.11	
76.2	-14.2 ± 0.1	-14.25 ± 0.12	-13.79 ± 0.17	-14.22 ± 0.12	-13.82 ± 0.17	-14.23 ± 0.12	-14.01 ± 0.15	-14.35 ± 0.11	
91.4	-14.005 ± 0.022	-13.983 ± 0.029	-13.62 ± 0.16	-13.976 ± 0.024	-13.65 ± 0.15	-13.985 ± 0.027	-13.812 ± 0.028	-13.900 ± 0.014	
106.7	-13.4 ± 0.1	-13.5 ± 0.1	-12.99 ± 0.18	-13.4 ± 0.1	-13.02 ± 0.17	-13.5 ± 0.1	-13.23 ± 0.13	-13.5 ± 0.1	
152.4	-11.2 ± 0.1	-11.25 ± 0.14	-10.92 ± 0.16	-11.23 ± 0.13	-10.94 ± 0.15	-11.23 ± 0.13	-11.07 ± 0.13	-11.40 ± 0.21	
198.1	-9.44 ± 0.26	-9.34 ± 0.40	-9.22 ± 0.25	-9.38 ± 0.37	-9.24 ± 0.25	-9.38 ± 0.37	-9.34 ± 0.31	-9.1 ± 0.5	
320	-6.17 ± 0.39	-7.3 ± 0.1	-6.03 ± 0.37	-7.06 ± 0.11	-6.04 ± 0.37	-7.09 ± 0.11	-6.71 ± 0.18	-7.20 ± 0.11	
441.9	-1.73 ± 0.28	-2.5 ± 0.1	-1.77 ± 0.22	-2.4 ± 0.1	-1.77 ± 0.23	-2.4 ± 0.1	-2.19 ± 0.11	-2.4 ± 0.1	

*El MM no pudo ser aplicado debido a sus condiciones de aplicabilidad.

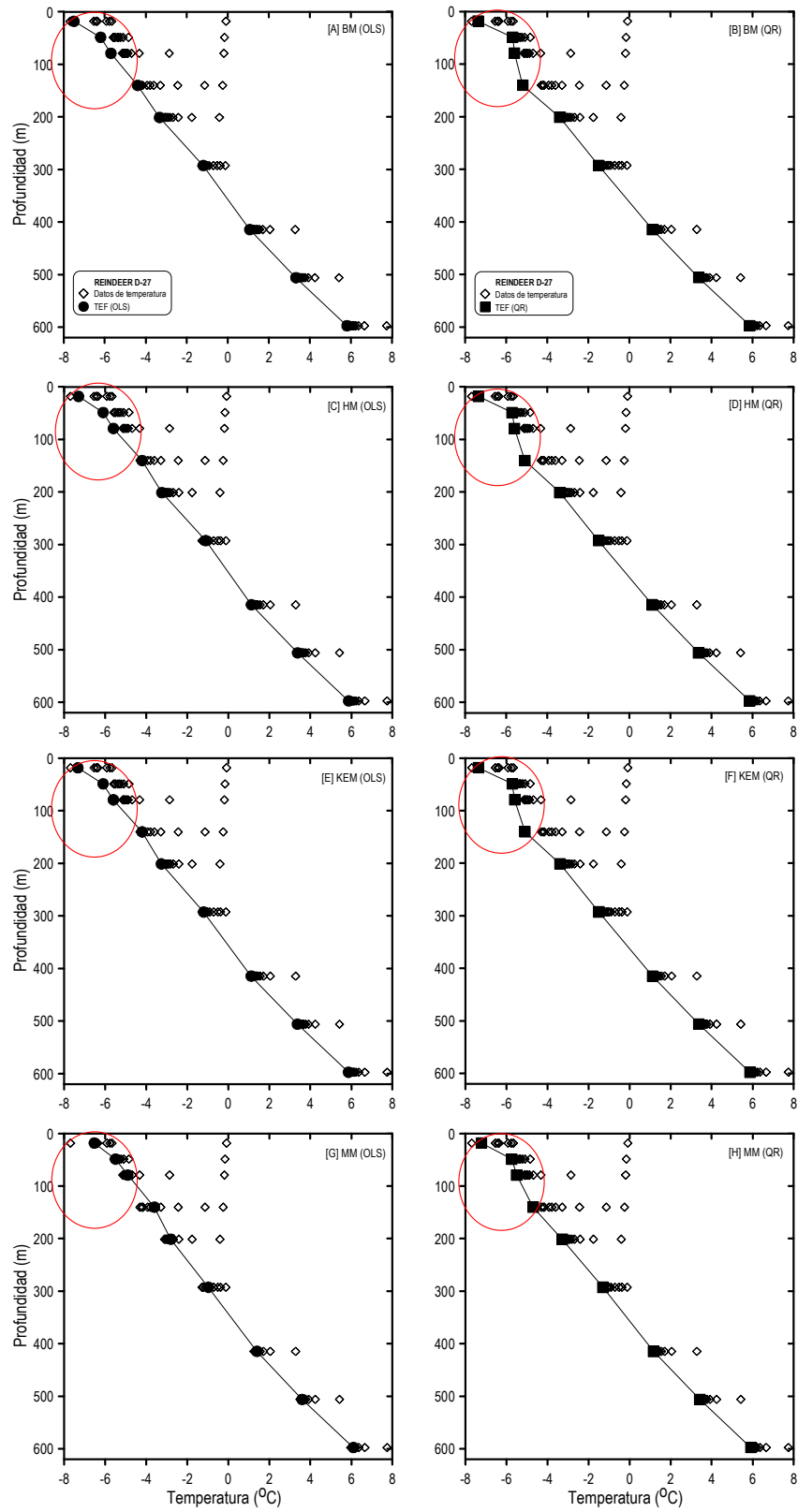


Figura 7. Historial térmico del pozo Reindeer D-27 predicho con los modelos de regresión OLS y QR usando los métodos BM, HM, KEM y MM. Mediciones BHT también son graficados.

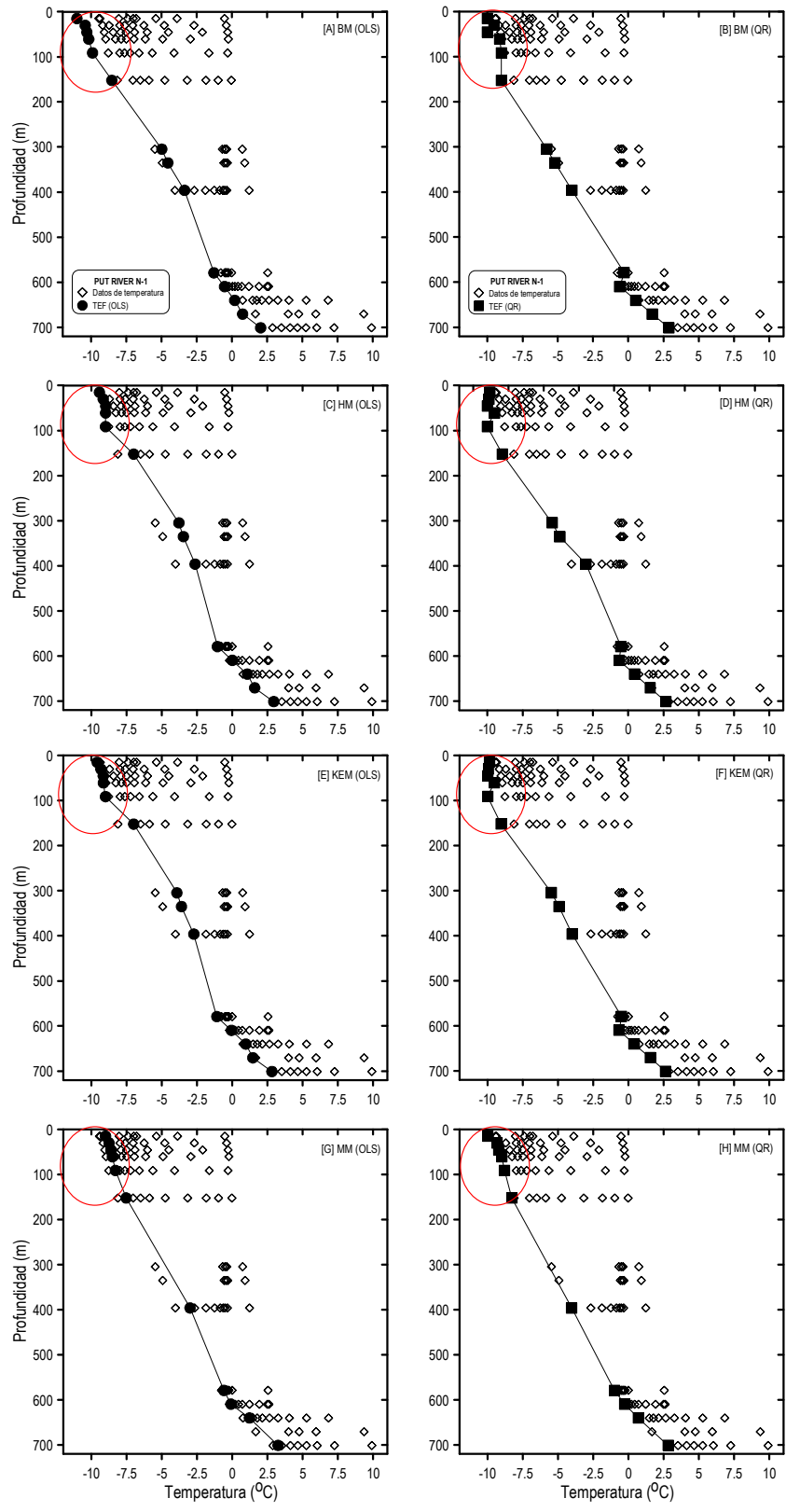


Figura 8. Perfil de temperatura del pozo Put River N-1 predicho con los modelos de regresión OLS y QR usando los métodos BM, HM, KEM y MM. Mediciones BHT también son graficados.

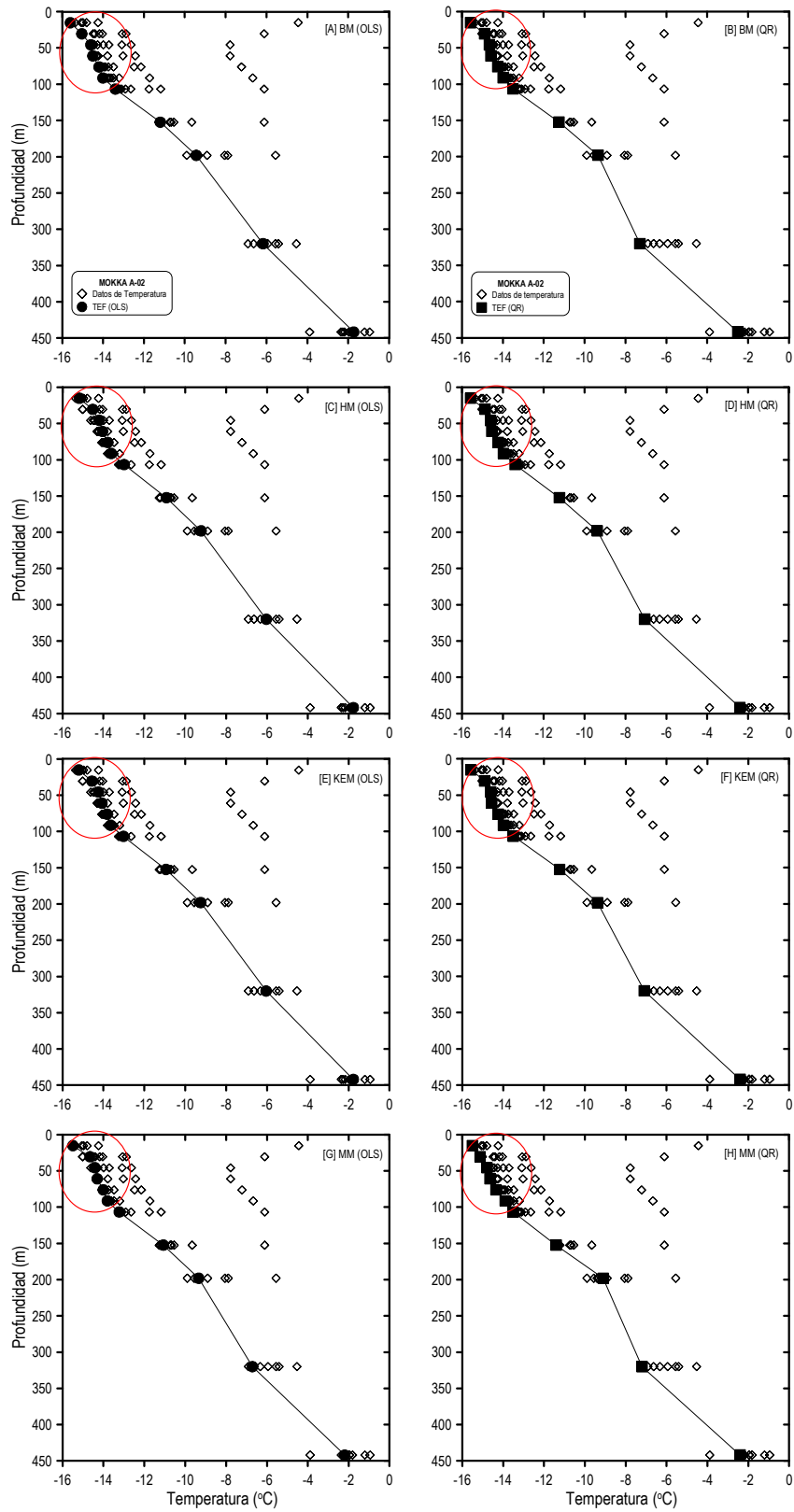


Figura 9. Historial térmico del pozo Mokka A-02 predicho con los modelos de regresión OLS y QR usando los métodos BM, HM, KEM y MM. Mediciones BHT también son graficados.

De forma general se puede observar que todas las estimaciones TEF de la Fig. 7 son subestimadas en la profundidad más superficial del pozo Reindeer D-27. De la Fig. 7G (MM-OLS), se puede notar que el modelo OLS subestima prácticamente todas las estimaciones TEF con respecto a las mediciones BHT, la diferencia más grande puede ser observada en la profundidad más somera del pozo en comparación con el resto de las estimaciones TEF.

En las figuras 8A (BM-OLS), 8C (HM-OLS) y 8E (KEM-OLS), se observa que por medio del modelo OLS se subestiman las TEF con respecto a las mediciones BHT correspondientes de la profundidad 152.9 a 396.24 m. Sin embargo, en la Fig. 8G (MM-OLS) las TEF subestimadas corresponden a prácticamente todo el perfil de temperaturas (excepto profundidades 580 y 610 m). Solamente un solo caso de subestimación de la TEF por medio del modelo QR se observa en la Fig. 8D (HM-QR), en la profundidad 396.24 m.

En la Fig. 9A (BM-OLS), de la gráfica se observa que del modelo OLS se subestima la TEF en las últimas tres profundidades, mientras que, en las figuras 9C (HM-OLS), 9E (KEM-OLS) y 9G (MM-OLS), la TEF fue prácticamente subestimada en todo el perfil TEF-profundidad del pozo Mokka A-02. Finalmente, en las gráficas de las figuras 9B (BM-QR), 9D (HM-QR), 9F (KEM-QR) y 9H (MM-QR), la TEF fue subestimada por medio del modelo QR en solo dos casos, en las profundidades 200 y 450 metros.

Una forma de analizar de manera gráfica las TEF “perturbadas” correspondientes a la sección somera de un pozo, fue haciendo un “zoom” en los perfiles TEF-profundidad que se encuentran marcados por un círculo en las figuras 7, 8 y 9. Las TEF “perturbadas” pertenecientes al pozo Reindeer D-27 están representadas en la gráfica de la Fig. 10, para el pozo Put River N-1 en la Fig. 11 y para el pozo Mokka A-02 en la Fig. 12. Al igual que las figuras 7, 8 y 9, los perfiles TEF-profundidad son representados gráficamente en las figuras 10, 11 y 12, en estas se incluyen las estimaciones obtenidas por cada modelo de regresión (OLS y QR) para cada método analítico.

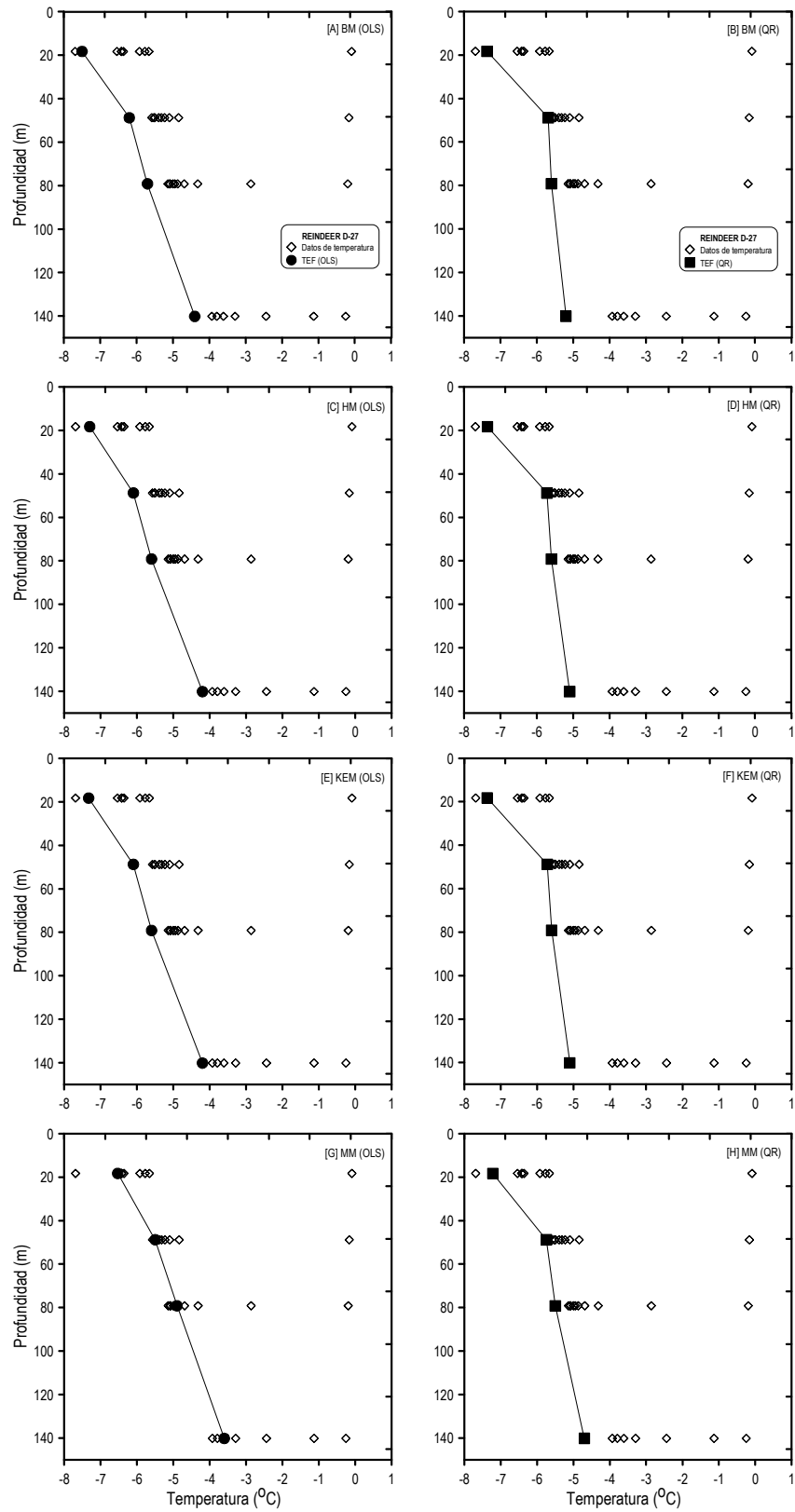


Figura 10. Perfil térmico TEF-profundidad sección somera del pozo Reindeer D-27, predicción por los modelos de regresión OLS y QR usando los métodos BM, HM, KEM y MM. Se incluyeron mediciones BHT.

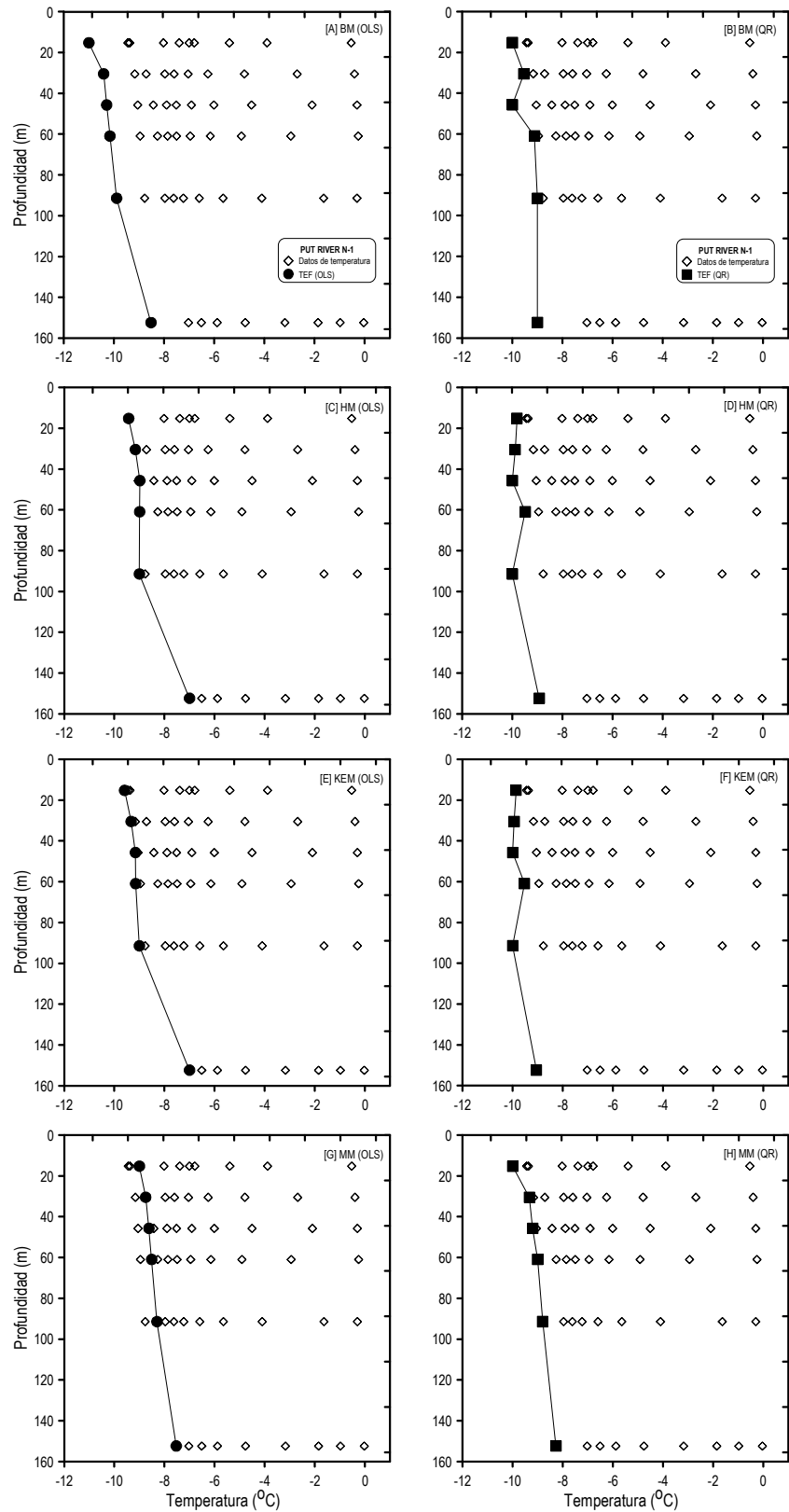


Figura 11. Perfil de temperatura-profundidad, sección somera del pozo Put River N-1, predicho con los modelos OLS y QR usando los métodos BM, HM, KEM y MM. Mediciones BHT también son graficados.

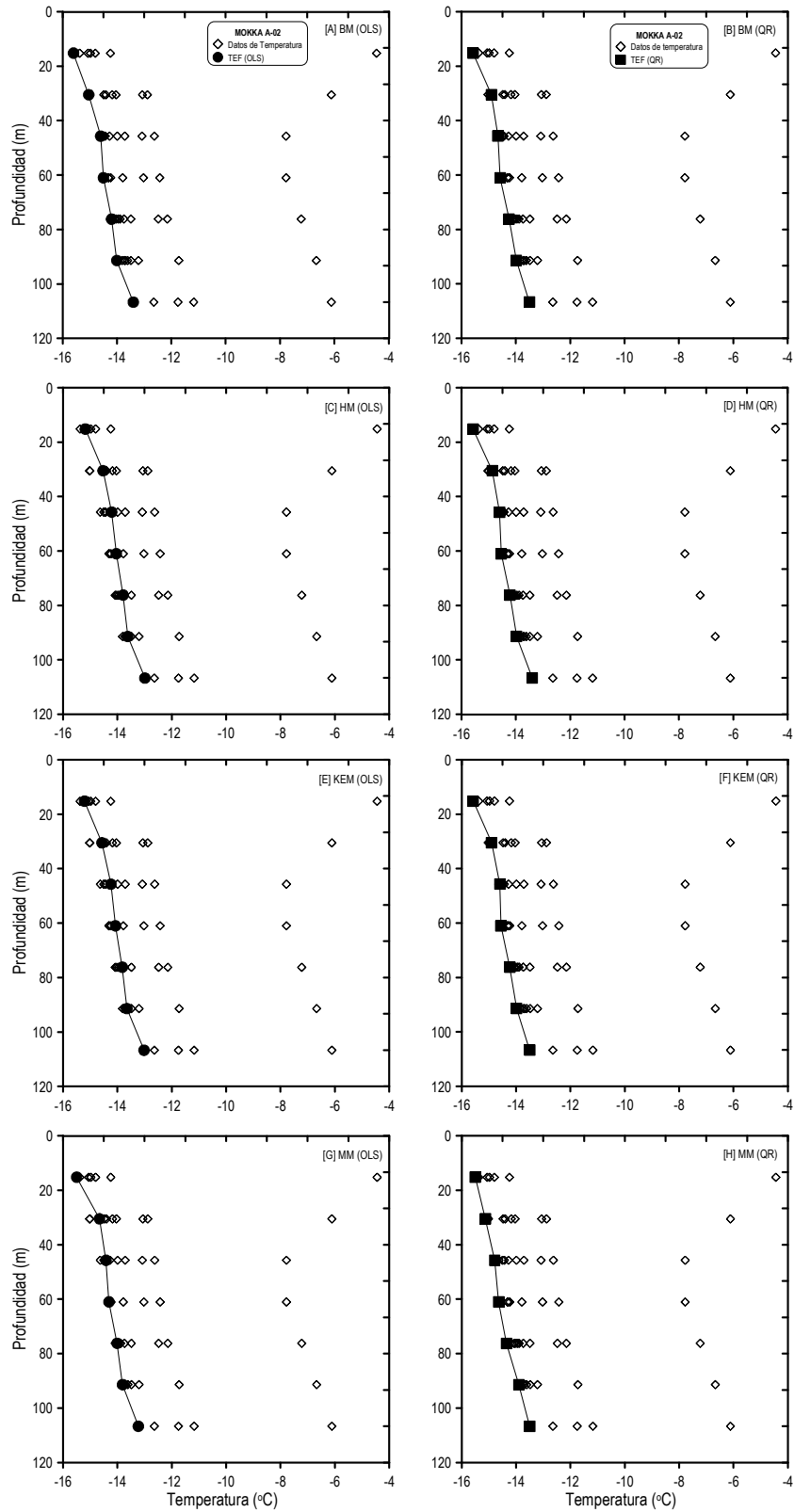


Figura 12. Historial térmico del pozo Mokka A-02, sección somera. Estimaciones TEF por los modelos de regresión OLS y QR usando los métodos BM, HM, KEM y MM. Mediciones BHT también son graficados.

De la Fig. 10 se puede observar que todas las estimaciones TEF a una profundidad de 18.3 m, tanto de los modelos OLS y QR para todos los métodos analíticos, fueron subestimadas con respecto a los datos medidos de recuperación térmica. En las figuras 10 (A; BM-OLS), 10 (C; HM-OLS), 10 (E; KEM-OLS) y 10 (G; MM-OLS) se puede notar que a través de las estimaciones obtenidas del modelo OLS, el perfil TEF-profundidad es forzado a obedecer un modelo lineal. Por otro lado, en las figuras 10 (B; BM-QR), 10 (D; HM-QR), 10 (F; KEM-QR) y 10 (H; MM-QR) se aprecia como en esta zona el perfil de las TEF “perturbadas” describen algún tipo de curva, en este caso orientada hacia la derecha, lo cual estos resultados son más confiables al momento de ser analizados para determinar qué tipo de proceso térmico está ocurriendo en dicho pozo. Sin embargo estas observaciones no son lo suficiente para definir el tipo de proceso que se está llevando a cabo, calentamiento o enfriamiento.

En la Fig. 11, a simple vista es difícil definir qué tipo de proceso térmico se está llevando a cabo a través de los resultados obtenidos del modelo OLS (figuras 11A, 11C, 11E y 11G), ya que se puede apreciar que el perfil TEF-profundidad describe un modelo lineal, aunado a esto, en el caso de la Fig. 11G del modelo MM-OLS todas las estimaciones TEF de la sección somera del pozo Put River N-1 son subestimadas, lo que hace aun mas difícil determinar el tipo de proceso térmico, siendo estos resultados de dudosa calidad. La ventaja de los resultados en las figuras 11A, 11C y 11E es que las TEF no fueron subestimadas. Por lo tanto, es muy necesario el análisis estadístico sobre los resultados de las diferentes estimaciones de T_0 y G . En las figuras 11A (BM-OLS), 11B (BM-QR) y 11H (MM-QR) se puede notar que el perfil térmico esta ligeramente inclinado hacia la izquierda, a diferencia de los casos 11D (HM-QR) y 11F (KEM-QR) donde el perfil térmico se encuentra ligeramente orientada hacia la derecha. Cabe recordar que en las aplicaciones permafrost, este tipo de ligeras orientaciones de los perfiles térmicos, son determinadas por diferencias muy pequeñas.

De las figuras 12A (BM-OLS) y 12B (BM-QR) podemos observar que los perfiles TEF-profundidad se la sección somera del pozo Mokka A-02 son muy parecidos, visualmente no existe diferencia. En los perfiles térmicos de los ejemplos 12C (HM-OLS), 12E (KEM-

OLS) y 12G (MM-OLS) también algunas estimaciones TEF fueron subestimadas, pero al ser comparados con sus respectivos perfiles térmicos determinados por el modelo QR [12D (HM-QR), 12F (KEM-QR) y 12H (MM-QR)] no existe mucha diferencia en cuanto a que los perfiles describen prácticamente un modelo lineal, sin embargo las estimaciones del modelo QR no fueron subestimadas.

Fue demostrado sistemáticamente que el modelo QR es el más apropiado para calcular la TEF en pozos permafrost. El QR también posibilita la reproducción cercana del historial térmico del pozo (a través de la estimación del gradiente geotérmico). Una comparación gráfica entre las estimaciones TEF, inferidas del OLS usando los métodos analíticos y aquellas estimadas por el QR son mostradas en las figuras 7, 8 y 9. Las estimaciones TEF inferidas a través del modelo QR muestran el proceso de “calentamiento” de un pozo permafrost en una forma más clara que aquellas estimaciones obtenidas a través del modelo OLS, esto pudo ser verificado en las gráficas “zoom” (figuras 10, 11 y 12) obtenidas de los perfiles TEF-profundidad de la sección somera de los pozos analizados. Por lo tanto, se pudo observar que el modelo OLS sistemáticamente subestima la TEF.

3.3.2 Análisis comparativo de las estimaciones T_0 y G

Este análisis fue realizado usando las estimaciones TEF inferidas del uso de los modelos OLS y QR de los tres conjuntos de datos de pozos permafrost (ver Tabla 11). En cada perfil térmico, se calculó la temperatura superficial T_0 (intercepto) y su respectivo gradiente geotérmico G (pendiente) a través de una regresión ordinaria aplicada a la relación profundidad-temperatura: primero, usando todas las estimaciones TEF (n datos) se obtuvieron $T_0(n)$ y $G(n)$; y segundo, usando $n-1$, $n-2$, $n-3$ y $n-4$ estimaciones TEF se obtuvieron $T_0(n-1)$, $T_0(n-2)$, $T_0(n-3)$, $T_0(n-4)$, $G(n-1)$, $G(n-2)$, $G(n-3)$ y $G(n-4)$. Las TEF de la sección somera del pozo bajo análisis fueron los datos que se iban eliminando para estos respectivos cálculos. Para estimar $\Delta T(n-1)$ y $\Delta G(n-1)$, se calcularon las diferencias $T_0(n) - T_0(n-1)$ y $G(n) - G(n-1)$, respectivamente [$\Delta T(n-2) = T_0(n) - T_0(n-2)$; $\Delta G(n-2) = G(n) - G(n-2)$;...].

Las pruebas estadísticas de significancia F - y t -student (para un 95% de nivel de confianza) fueron aplicadas para determinar la existencia de diferencias significativas entre $T_0(n)$ y $T_0(n-1)$, después las diferencias entre $T_0(n)$ y $T_0(n-2)$, y así sucesivamente, hasta que finalmente, se aplicó el mismo procedimiento para $G(n)$ y $G(n-1)$,... Estos cálculos fueron hechos para cada historial de temperatura de los tres pozos usados como casos de aplicación, utilizando las estimaciones obtenidas de los cuatro métodos analíticos y de cada modelo de regresión (OLS y QR). La hipótesis nula (H_0) establece que no existe diferencia significativa entre $T_0(n)$ y $T_0(n-1)$,..., respectivamente [y entre $G(n)$ y $G(n-1)$,..., respectivamente].

La Tabla 12 resume los valores numéricos de T_0 , ΔT , G y ΔG , obtenidos de los perfiles de temperatura de los pozos, para todos los métodos analíticos usando los modelos OLS y QR. En ella se incluyen las estimaciones por cada método analítico (BM, HM, KEM y MM) para cada modelo de regresión (OLS y QR), especificando que tipo de valores corresponden a cada columna, ya sea T_0 junto con ΔT y G con ΔG , así como la especificación del número de dato (n , $n-1$, $n-2$, $n-3$ o $n-4$).

En la Tabla 13 se resumen los resultados obtenidos de la aplicación de las pruebas F - y t -student a las diferentes estimaciones T_0 y G , donde H_0 indica si la hipótesis nula fue aceptada, de otra forma, si existen diferencias significativas entre ellas, la hipótesis nula H_0 será rechazada (por lo tanto, la hipótesis alterna H_1 fue aceptada). Se demostró que los cálculos del modelo QR describen mejor las temperaturas “perturbadas”, las cuales indican si ocurren procesos de calentamiento/enfriamiento en el historial térmico del pozo. Esto debido a que las estimaciones hechas por medio del modelo QR mayormente rechazaron la hipótesis nula (H_0) en comparación con las estimaciones por medio del OLS.

De la Tabla 13, en la serie Reindeer D-27, se obtuvieron diferencias significativas entre $T_0(n)$ vs $T_0(n-3)$ y $T_0(n)$ vs $T_0(n-4)$ [$G(n)$ vs $G(n-3)$ y $G(n)$ vs $G(n-4)$] usando el modelo QR para todos los métodos analíticos, solo para los métodos KEM y MM se obtuvieron diferencias significativas entre el caso n vs $n-4$ para el modelo OLS. En la serie Put River N-1, para BM, HM y KEM sus resultados fueron similares, obteniendo diferencias

significativas entre los casos n vs $n-2$, $n-3$ y $n-4$ usando el modelo QR; para el MM las diferencias significativas fueron obtenidas en el caso n vs $n-4$ usando los modelos OLS y QR. Finalmente, en la serie Mokka A-02, para BM, HM y KEM sus resultados fueron similares, usando el modelo OLS en los casos n vs $n-3$ y $n-4$ se encontraron diferencias significativas en las diferentes estimaciones de T_0 y G . Por lo tanto, en los diferentes casos donde se encontraron las diferencias significativas, son los resultados de los cuales nos podemos deducir que tipo de proceso térmico se llevo a cabo en la sección somera de dicho pozo en análisis, así como su valor numérico.

De los resultados obtenidos en este último análisis, en relación a las pruebas F - y t -student, las variaciones de temperatura ΔT describen los procesos de enfriamiento/calentamiento en el perfil de temperaturas del pozo, estas son la diferencia de temperatura ente $T_0(n)$ y $T_0(n-4)$ la cual sistemáticamente rechaza la hipótesis nula H_0 establecida para las pruebas F - y t -student. La Tabla 14 resume los valores calculados de ΔT para los métodos analíticos usando los modelos OLS y QR, mostrando los casos en los cuales se encontraron diferencias significativas entre $T_0(n)$ y $T_0(n-4)$. De la Tabla 14 podemos notar que todos los valores numéricos de ΔT son positivos, esto indica que ocurrió un proceso de calentamiento en la superficie de los pozos Reindeer D-27, Put River N-1 y Mokka A-02, esto de acuerdo a la explicación gráfica que se da en la Fig. 5 y de los resultados globales de este trabajo. También como ya se había mencionado anteriormente, los resultados numéricos del ΔT presentados en la Tabla 14, son diferencias pequeñas en comparación con las que se podrían obtener en la aplicación geotérmica o petrolera, esto nos indica que este tipo de estudios son muy sensibles y a su vez deben ser muy precisos y exactos. De la Tabla 14, de las 14 estimaciones del ΔT , 8 corresponden a las obtenidas por medio del modelo QR, es decir aproximadamente un 60% de las estimaciones del ΔT , esto refuerza la recomendación que se ha venido haciendo en varios trabajos previamente publicados, de que el modelo QR es el más confiable en cuanto a la aplicación de estimaciones TEF y sus respectivas repercusiones de estas en la evaluación de los sistemas geoenergéticos.

Tabla 12. Estimaciones de T_0 (°C), G (°C/m), ΔT (°C) y ΔG (°C/m), obtenidos de la aplicación de los métodos analíticos usando los modelos de regresión OLS y QR.

Métodos analíticos (Modelo de regresión)																
	BM				HM				KEM				MM			
	OLS		QR		OLS		QR		OLS		QR		OLS		QR	
	T_0	G	T_0	G	T_0	G	T_0	G	T_0	G	T_0	G	T_0	G	T_0	G
Serie de datos: REINDEER D-27																
n	-7.58673	0.02182	-7.59580	0.02175	-7.43151	0.02163	-7.58063	0.02172	-7.44943	0.02163	-7.58324	0.02173	-6.74507	0.02067	-7.41996	0.02156
$n-1$	-7.46556	0.02153	-7.52903	0.02159	-7.32903	0.02139	-7.51207	0.02156	-7.34233	0.02137	-7.51179	0.02156	-6.68180	0.02052	-7.34456	0.02138
$n-2$	-7.57811	0.02179	-7.94066	0.02253	-7.42611	0.02161	-7.89996	0.02244	-7.44687	0.02161	-7.89960	0.02244	-6.77636	0.02074	-7.63878	0.02205
$n-3$	-7.69967	0.02206	-8.38456	0.02351	-7.51750	0.02181	-8.31698	0.02336	-7.55497	0.02185	-8.31648	0.02336	-6.96318	0.02115	-7.95206	0.02274
$n-4$	-7.95634	0.02259	-8.24610	0.02322	-7.83901	0.02248	-8.24444	0.02321	-7.91689	0.02260	-8.24381	0.02321	-7.45681	0.02218	-8.03129	0.02291
	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG
$n-1$	-0.121172	0.000288	-0.066766	0.000159	-0.102480	0.000244	-0.068557	0.000163	-0.107103	0.000255	-0.071451	0.000170	-0.063264	0.000150	-0.075403	0.000179
$n-2$	-0.008628	0.000031	0.344858	-0.000781	-0.005401	0.000022	0.319334	-0.000722	-0.002563	0.000016	0.316353	-0.000715	0.031296	-0.000065	0.218818	-0.000492
$n-3$	0.112935	-0.000237	0.788758	-0.001760	0.085991	-0.000180	0.736358	-0.001642	0.105535	-0.000222	0.733242	-0.001635	0.218115	-0.000478	0.532103	-0.001183
$n-4$	0.369610	-0.000772	0.650301	-0.001471	0.407501	-0.000850	0.663819	-0.001491	0.467451	-0.000977	0.660569	-0.001483	0.711747	-0.001507	0.611326	-0.001349
Serie de datos: PUT RIVER N-1																
n	-11.1002	0.0180	-10.7280	0.0179	-9.76125	0.01699	-10.8362	0.0181	-9.88352	0.01704	-10.9297	0.0181	-9.56788	0.01665	-10.2746	0.0170
$n-1$	-11.0610	0.0179	-10.8304	0.0181	-9.77747	0.01702	-11.0025	0.0184	-9.89112	0.01705	-11.0025	0.0184	-9.64548	0.01679	-10.2783	0.0171
$n-2$	-11.0896	0.0180	-11.0334	0.0184	-9.80451	0.01707	-11.1539	0.0187	-9.90247	0.01707	-11.2748	0.0187	-9.76459	0.01700	-10.4112	0.0173
$n-3$	-11.0815	0.0180	-11.1008	0.0185	-9.81998	0.01710	-11.2595	0.0189	-9.88907	0.01705	-11.4228	0.0190	-9.91777	0.01726	-10.5866	0.0176
$n-4$	-10.9960	0.0178	-11.5179	0.0193	-9.71574	0.01692	-11.5634	0.0194	-9.74182	0.01679	-11.7844	0.0196	-10.1432	0.0176	-10.9125	0.0182
	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG
$n-1$	-0.039141	0.000072	0.102339	-0.000189	0.016223	-0.000030	0.166262	-0.000308	0.007603	-0.000014	0.072827	-0.000344	0.077598	-0.000140	0.003653	-0.000007
$n-2$	-0.010547	0.000020	0.305422	-0.000559	0.043268	-0.000079	0.317631	-0.000583	0.018956	-0.000035	0.345105	-0.000634	0.196706	-0.000350	0.136597	-0.000241
$n-3$	-0.018638	0.000035	0.372765	-0.000680	0.058731	-0.000107	0.423277	-0.000773	0.005548	-0.000011	0.493086	-0.000900	0.349890	-0.000615	0.311958	-0.000545
$n-4$	-0.104174	0.000187	0.789932	-0.001422	-0.045503	0.000078	0.727149	-0.001313	-0.141700	0.000251	0.854699	-0.001542	0.575290	-0.001001	0.637905	-0.001103
Serie de datos: MOKKA A-02																
n	-16.3987	0.0328	-16.2364	0.0304	-15.9069	0.0316	-16.2254	0.0307	-15.9429	0.0317	-16.2466	0.0307	-16.0714	0.0309	-16.3174	0.0309
$n-1$	-16.4679	0.0331	-16.2813	0.0305	-15.9637	0.0318	-16.2667	0.0308	-16.0007	0.0319	-16.2926	0.0309	-16.0950	0.0310	-16.3974	0.0312
$n-2$	-16.5800	0.0335	-16.4016	0.0310	-16.0874	0.0323	-16.3887	0.0313	-16.1230	0.0324	-16.4133	0.0313	-16.2261	0.0314	-16.4818	0.0315
$n-3$	-16.7230	0.0339	-16.5050	0.0313	-16.2151	0.0327	-16.5029	0.0316	-16.2512	0.0328	-16.5347	0.0317	-16.3433	0.0318	-16.5617	0.0318
$n-4$	-16.7820	0.0341	-16.5108	0.0313	-16.2850	0.0329	-16.5154	0.0317	-16.3216	0.0330	-16.5504	0.0318	-16.3789	0.0319	-16.5552	0.0318
	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG	ΔT	ΔG
$n-1$	0.069147	-0.000257	0.044871	-0.000167	0.056751	-0.000211	0.041273	-0.000153	0.057838	-0.000215	0.046068	-0.000171	0.023511	-0.000087	0.080087	-0.000298
$n-2$	0.181305	-0.000652	0.165153	-0.000590	0.180511	-0.000647	0.163312	-0.000583	0.180109	-0.000646	0.166694	-0.000596	0.154674	-0.000549	0.164477	-0.000595
$n-3$	0.324223	-0.001130	0.268600	-0.000937	0.308152	-0.001074	0.277427	-0.000965	0.308348	-0.001075	0.288081	-0.001003	0.271867	-0.000942	0.244331	-0.000862
$n-4$	0.383311	-0.001319	0.274305	-0.000955	0.378049	-0.001297	0.289957	-0.001005	0.378683	-0.001299	0.303788	-0.001053	0.307495	-0.001055	0.237856	-0.000842

Tabla 13. Resultados de las pruebas F - y t -student aplicadas a los cuatro métodos analíticos (BM, HM, KEM y MM) con los dos modelos de regresión (OLS and QR) para la determinación de las diferencias significativas entre las diferentes estimaciones de T_0 y G usando los perfiles de temperatura de los pozos permafrost.

Métodos analíticos (Modelo de regresión)								
	BM		HM		KEM		MM	
	OLS	QR	OLS	QR	OLS	QR	OLS	QR
Serie de datos: REINDEER D-27								
$n-1$	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0
$n-2$	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0
$n-3$	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_1
$n-4$	H_0	H_1	H_0	H_1	H_1	H_1	H_1	H_1
Serie de datos: PUT RIVER N-1								
$n-1$	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0
$n-2$	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_0
$n-3$	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_0
$n-4$	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_1	H_1	H_1
Serie de datos: MOKKA A-02								
$n-1$	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0
$n-2$	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0	H_0
$n-3$	H_1	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_0	H_0
$n-4$	H_1	H_0	H_1	H_0	H_1	H_0	H_0	H_0

Tabla 14. Estimaciones del ΔT ($^{\circ}\text{C}$) obtenidos de los métodos analíticos usando los modelos OLS y QR.

Serie de datos			
Métodos analíticos	REINDEER D-27 ΔT	PUT RIVER N-1 ΔT	MOKKA A-02 ΔT
BM (OLS)	--	--	0.38
BM (QR)	0.65	0.79	--
HM (OLS)	--	--	0.38
HM (QR)	0.66	0.73	--
KEM (OLS)	0.47	--	0.38
KEM (QR)	0.66	0.86	--
MM (OLS)	0.71	0.58	--
MM (QR)	0.61	0.64	--

3.3.3 Análisis de exactitud

Con la finalidad de criticar la validación del uso único del HM en la aplicación de las estimaciones TEF implicadas en cambio climático, se utilizó un análisis estadístico comparativo, entre los cálculos obtenidos del HM y los tres métodos analíticos BM, KEM y MM. De acuerdo a los resultados presentados en el Capítulo 2, estos últimos tres métodos analíticos dieron resultados más favorables que el HM en las diferentes pruebas y análisis estadísticos aplicados, lo cual nos llevó a la decisión de hacer estos análisis comparativos.

El primer análisis comparativo entre las estimaciones TEF de HM versus BM, KEM y MM, consistió en un análisis gráfico-numérico, en el cual se aplicó una regresión lineal a la relación HM-BM, HM-KEM y HM-MM de sus respectivas TEF estimadas, y por último la aplicación de las pruebas de significancia (*F*- y *t-student*) entre las estimaciones TEF de las relaciones anteriores. En estos dos análisis se utilizaron ambos modelos de regresión OLS y QR.

En el primer análisis, usando las “HM” TEF se compararon con las TEF estimadas por BM, KEM y MM, a través de una regresión lineal entre las relaciones de las estimaciones TEF para cada par de métodos analíticos (HM-BM, HM-KEM y HM-MM), los coeficientes de regresión (intercepto $a \approx 0$ y pendiente $b \approx 1$) indican cual método analítico (y modelo de regresión) tiene la estimación TEF mas similar a la TEF calculada por el HM.

Una manera de visualizar este primer análisis, es en el graficado de las estimaciones TEF del HM versus las TEF estimadas por BM, KEM y MM. En la Fig. 13 se observa de manera gráfica el análisis comparativo entre los métodos analíticos usando los modelos OLS y QR para los tres pozos permafrost. En dicha figura se indican las diferentes relaciones a las cuales se les aplicó la regresión lineal, con el símbolo circulo hueco se representa la relación HM-BM, con el cuadrado hueco la relación HM-KEM y con el triangulo hueco la relación HM-MM. Las tres gráficas del lado izquierdo de la Fig. 13 (A, C y E) pertenecen a los resultados obtenidos por el modelo OLS, mientras que las gráficas del lado derecho (13B, 13D y 13F) corresponden a las estimaciones del QR.

De la Fig. 13A, podemos observar que las mayores discrepancias existen en la relación HM-MM (OLS), sin embargo en la Fig. 13B, que corresponde a la comparación del modelo QR, solo se puede observar una ligera diferencia en la relación HM-MM (QR).

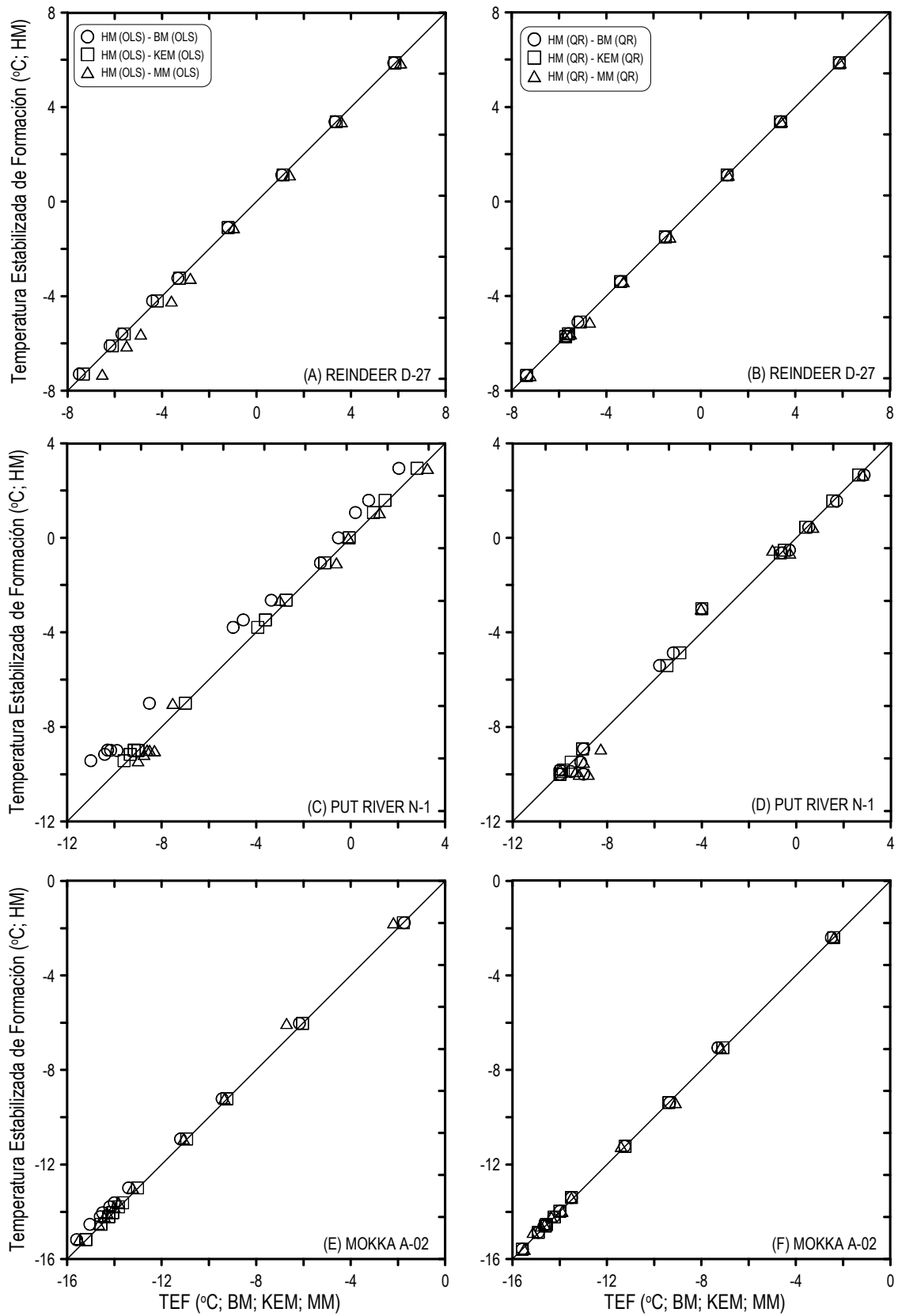


Figura 13. Comparación estadística de las TEF predichas usando los modelos OLS y QR para todos los métodos analíticos evaluados (HM, BM, KEM y MM).

En la Fig. 13C, se observa que la relación HM-KEM (OLS) gráficamente no presenta diferencia alguna, sin embargo en las relaciones HM-BM (OLS) y HM-MM (OLS) si se observan diferencias muy significativas. Al igual que en la Fig. 13C, en la Fig. 13D también se pueden notar las diferencias de estimaciones entre las relaciones HM-BM (QR) y HM-MM (QR). Finalmente en la Fig. 13E, existe una ligera diferencia en las relaciones HM-BM (OLS) y HM-MM (OLS) la cual puede ser observada en la gráfica de sus respectivas estimaciones TEF. Por otra parte, en la Fig. 13F, visualmente no existen diferencias en los tres tipos de relaciones. Sin embargo, este tipo de comparación grafica debe ser sustentada con los resultados numéricos de las regresiones lineales y la aplicación de las pruebas estadísticas correspondientes (*F*- y *t-student*).

En la Tabla 15 se resumen los resultados numéricos de este primer análisis; los valores numéricos de los coeficientes [intercepto (*a*) y pendiente (*b*)] de las regresiones lineales aplicadas a la comparación de las estimaciones TEF usando los modelos OLS y QR para todos los métodos analíticos. En la Tabla 15 se especifica por columna los valores que corresponden a cada coeficiente para cada conjunto de datos, y por línea el tipo de relación de los resultados de las TEF por modelo de regresión. Por ejemplo, en la comparación HM-BM para la relación OLS-OLS, indica que se usaron las estimaciones TEF del HM obtenidas del modelo OLS para ser comparadas con las estimaciones TEF del BM también obtenidas del modelo OLS. De la Tabla 15, podemos notar que en la relación HM-BM (QR-QR) se obtuvo la mejor relación de acuerdo a los coeficientes de regresión para las series Reindeer D-27 y Put River N-1. En la relación HM-KEM (QR-QR) los mejores resultados de ajuste fueron para las series Reindeer D-27 y Mokka A-02. Por último, en la relación HM-MM (OLS-QR) los mejores valores numéricos ideales para los coeficientes de regresión se obtuvieron para la serie Reindeer D-27, y en la relación HM-MM (QR-QR) para la serie Mokka A-02. Por lo tanto, se demostró que las estimaciones por el modelo QR (para los métodos BM, KEM y MM) fueron las más aproximadas a las “HM” TEF, debido que los coeficientes obtenidos por regresión lineal satisficieron las condiciones $a \approx 0$ y $b \approx 1$ (la mayoría de los coeficientes de regresión obtenidos para el modelo QR fueron los valores más cercanos a estas condiciones; los mejores resultados fueron remarcados).

Tabla 15. Resultados de la aplicación del análisis comparativo (criterio de exactitud; intercepto y pendiente) a las TEF calculadas por los métodos analíticos.

Modelo de regresión	REINDEER D-27 Coeficientes		PUT RIVER N-1 Coeficientes		MOKKA A-02 Coeficientes	
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
Métodos analíticos: HM-BM						
OLS-OLS	-0.091	1.009	-0.779	1.054	0.105	1.038
OLS-QR	-0.124	1.005	-0.534	1.035	-0.931	0.963
QR-OLS	0.018	0.999	-0.352	0.987	0.906	1.066
QR-QR	-0.004	1.002	-0.047	0.984	-0.156	0.991
Métodos analíticos: HM-KEM						
OLS-OLS	-0.021	1.000	-0.101	1.002	0.005	1.003
OLS-QR	-0.120	1.004	-0.604	1.052	-0.782	0.973
QR-OLS	0.087	0.990	0.286	0.934	0.778	1.029
QR-QR	-0.001	1.000	-0.124	0.996	-0.005	1.001
Métodos analíticos: HM-MM						
OLS-OLS	0.357	0.956	0.100	0.977	-0.527	0.978
OLS-QR	-0.015	0.996	-0.388	0.997	-0.748	0.979
QR-OLS	0.459	0.947	0.418	0.922	0.243	1.005
QR-QR	0.100	0.991	-0.064	0.941	0.042	1.009

Por último, para reforzar los resultados mostrados en la Fig. 13 y en la Tabla 15, se aplicaron las pruebas F - y t -student para encontrar diferencias significativas entre las relaciones de las estimaciones TEF por regresión lineal de HM-BM, HM-KEM y HM-MM para los modelos OLS y QR. En estas pruebas la hipótesis nula H_0 nos indica que no existe diferencia significativa, caso contrario, se rechaza la hipótesis nula y la hipótesis alterna H_1 es aceptada. En la Tabla 16, se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de las pruebas de significancia, donde H_0 representa los casos donde fue aceptada la hipótesis nula, de otra manera, se usó H_1 para referirnos en cuales casos se rechazó la hipótesis nula.

De la Tabla 16, podemos observar que de las comparaciones de las TEF a través de la relación HM-BM por medio de una regresión lineal, solo en el conjunto de datos Reindeer D-27 fue aceptada en su totalidad la H_0 , también en la comparación HM-BM (QR-QR) para la serie Put River N-1 y para la serie Mokka A-02 en los casos OLS-OLS y QR-QR. Esto indica que solo el 42% de los casos analizados de la relación HM-BM rechazan la hipótesis nula, esto también indica el porcentaje de diferencia entre estos dos métodos analíticos. En el caso de las estimaciones comparadas entre HM y KEM, de la Tabla 16, se observa que para las tres series (Reindeer D-27, Put River N-1 y Mokka A-02) de aplicación permafrost, la H_0 fue aceptada para las relaciones OLS-OLS y QR-QR, y solo para la serie Reindeer D-27 el caso QR-OLS. Esto también nos indicó una diferencia del 42% entre las estimaciones TEF del HM y KEM. Y por último, en los casos de las estimaciones entre HM y MM, la diferencia fue mayor, obteniéndose un 83% de diferencia, debido que solamente la H_0 fue aceptada en la relación OLS-QR para la serie Reindeer D-27 y en la relación QR-QR para la serie Mokka A-02. De estos resultados, en general podemos decir que sistemáticamente las comparaciones entre las estimaciones hechas por los modelos OLS-OLS y QR-QR, tanto para los casos HM-BM y HM-KEM, no se encontraron diferencias significativas, a excepción del único caso HM-BM (OLS-OLS) para la serie Put River N-1. Finalmente, esta evaluación nos indicó como de manera grupal varían las comparaciones entre las diferentes estimaciones hechas a través de los modelos de regresión, usando todas las posibles relaciones comparativas (es decir, OLS-OLS, OLS-QR, QR-OLS y QR-QR).

Tabla 16. Resultados de la aplicación del análisis comparativo (pruebas de significancia *F*- y *t-student*) a las TEF calculadas por los métodos analíticos.

Modelo de regresión	REINDEER D-27	PUT RIVER N-1	MOKKA A-02
Métodos analíticos: HM-BM			
OLS-OLS	H_0	H_1	H_0
OLS-QR	H_0	H_1	H_1
QR-OLS	H_0	H_1	H_1
QR-QR	H_0	H_0	H_0
Métodos analíticos: HM-KEM			
OLS-OLS	H_0	H_0	H_0
OLS-QR	H_1	H_1	H_1
QR-OLS	H_0	H_1	H_1
QR-QR	H_0	H_0	H_0
Métodos analíticos: HM-MM			
OLS-OLS	H_1	H_1	H_1
OLS-QR	H_0	H_1	H_1
QR-OLS	H_1	H_1	H_1
QR-QR	H_1	H_1	H_0

3.4 Conclusiones

Sistemáticamente se demostró que el modelo QR es el modelo de regresión más confiable para la estimación de la TEF, de acuerdo a los perfiles térmicos reproducidos de los pozos permafrost bajo análisis.

Las estimaciones de la TEF a través del modelo QR muestran mejor el proceso de “calentamiento” de un pozo permafrost en una forma más clara que aquellas estimaciones hechas a través del modelo OLS.

De los resultados obtenidos en las pruebas *F*- y *t-student*, al comparar las diferentes estimaciones de la temperatura superficial, se encontró que mayormente el modelo QR describe mejor los procesos de enfriamiento/calentamiento en el historial térmico de un pozo permafrost.

Las TEF comparadas en las relaciones HM-BM (QR) y HM-KEM (QR) no presentaron diferencias significativas en la mayoría de los casos analizados.

De acuerdo a los resultados globales de los análisis estadísticos aplicados, podemos decir que el modelo QR permite definir con mayor precisión si la superficie de la Tierra está bajo condiciones de enfriamiento o calentamiento, así como la cuantificación de la perturbación térmica del perfil TEF-profundidad en un pozo permafrost.

Capítulo 4

NUEVO MÉTODO ANALÍTICO-EMPÍRICO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA TEMPERATURA ESTABILIZADA DE FORMACIÓN (TEF) EN POZOS GEOTÉRMICOS, PETROLEROS Y PERMAFROST

4.1 Introducción

Dentro de la física existen numerosos fenómenos en reposo, los cuales al interrumpir su estado en equilibrio mediante algún tipo de perturbación (de acuerdo al tipo de fenómeno), estos se manifiestan o se comportan de alguna forma en particular al ser perturbados. Al cese de la perturbación, estos inician su proceso de estabilidad, misma que también tiene un comportamiento característico. De los muchos ejemplos que podrían mencionarse, existe uno que nos interesa conocerlo, estudiarlo y analizarlo, razón por la cual se han desarrollado muchos trabajos a nivel internacional, al igual que este proyecto doctoral. En este caso nos interesa estudiar el comportamiento del fenómeno físico dado por la recuperación térmica en un sistema geotérmico, petrolero o permafrost, iniciado al cese de la perforación de pozos en estos sistemas. Después de que el reservorio se enfrió por el proceso de perforación, al iniciar la recuperación térmica las temperaturas del reservorio

empiezan a aumentar (caso geotérmico o petrolero), caso contrario, en un sistema permafrost la perturbación generada por la perforación del pozo calienta el subsuelo y al terminar dicha actividad, la recuperación térmica está dada por la disminución o enfriamiento de las temperaturas. El patrón de comportamiento dado por la recuperación térmica, describe una curva asintótica, esta la podemos observar al graficar Temperatura (*BHT*) contra tiempo de recuperación, de las mediciones realizadas durante las actividades de perforación. El patrón descrito por la recuperación térmica, tiene su similar con las funciones matemáticas logarítmica y exponencial, las cuales al ser graficadas también describen una curva asintótica. No olvidemos que la presión de la formación también le sucede un proceso similar cuando un pozo es perforado, y al igual que la recuperación térmica, la estabilización de la presión tiene un patrón de curva asintótica (Horner, 1951; Fertl & Timko, 1972; Grant *et al.*, 1983; Cao & Lerche, 1990; Barelli *et al.*, 1994; Aragón *et al.*, 1999; Stevens, 2000).

En la Fig. 14, como ejemplo, se graficaron dos casos geotérmicos [figuras 14(A) y 14(B)], dos petroleros [figuras 14(C) y 14(D)] y dos permafrost [figuras 14(E) y 14(F)]. En las diferentes gráficas de la Fig. 14, se puede observar el patrón de comportamiento del fenómeno de recuperación térmica de un pozo recién perforado, esto es al graficar *BHT* contra tiempo de recuperación. Para los casos geotérmicos y petroleros [figuras 14(A), 14(B), 14(C) y 14(D), respectivamente] el tiempo de relajación está dado en horas, en los casos permafrost [figuras 14(E) y 14(F)] el tiempo de relajación está dado en días.

Como se mencionó en el Capítulo 1, las mediciones de temperatura (*BHT*) durante la recuperación térmica de un pozo recién perforado, es una actividad muy costosa, por tal motivo es casi imposible determinar la TEF a través de dichas mediciones. La mayoría de las mediciones hechas en la industria geotérmica y petrolera no son muy numerosas, además, son a tiempos relativamente cortos (aproximadamente menores a 40 hrs de relajación), solo en casos de pozos de exploración se pueden encontrar mediciones a tiempos relativamente largos en comparación a las mediciones comunes (hasta 200 hrs de relajación). En el caso de pozos permafrost, debido a que estos son perforados con fines de investigación, con el objetivo primordial que es la determinación de cambio climático, en

esta aplicación si se hacen mediciones de relajación a tiempos muy largos (desde cientos hasta miles de días), pero también en muchos casos con pocas mediciones BHT.

Debido a la problemática de las mediciones y la gran necesidad de determinar confiable y realista la *TEF* y los perfiles de temperatura mediante el análisis de la recuperación térmica de un geosistema, en la literatura internacional se han publicado numerosos trabajos en los cuales intentan reproducir lo mejor posible el patrón asintótico que describe la relación temperatura-tiempo durante la recuperación térmica de un pozo, usando como datos principales las mediciones hechas durante las actividades de perforación.

En el trabajo de Middleton (1979), se propuso un modelo de transferencia de calor, en el cual se asume un medio heterogéneo puramente conductivo y con temperatura de lodo de perforación uniforme en la zona del fondo del pozo. El modelo propuesto es descrito por la siguiente solución aproximada:

$$BHT(\Delta t) = T_m + (T_f - T_m) \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{r_w}{2\sqrt{k\Delta t}} \right) \right]^2 \quad (7)$$

La ecuación anterior fue usada para reproducir las curvas asintóticas descritas por las mediciones de BHT y posteriormente determinar la TEF mediante la extrapolación a tiempos largos. La función de tiempo (FT) de la ecuación (7) está en términos de la función de error *erfc*, los valores numéricos de dicha función están tabulados o pueden ser aproximados por una función matemática exponencial que incluye algunos valores contantes (Bejan, 1993). Por lo tanto, en el trabajo de Middleton (1979) ya se buscaba reproducir la relajación térmica de un pozo recién perforado mediante el uso de la función matemática exponencial, la cual naturalmente describe un patrón asintótico.

Al igual que Middleton (1979), Barelli & Palama (1981) propusieron un modelo para reproducir el comportamiento asintótico de la relajación térmica de un pozo recién perforado. Este modelo es descrito por una solución aproximada del tipo lineal:

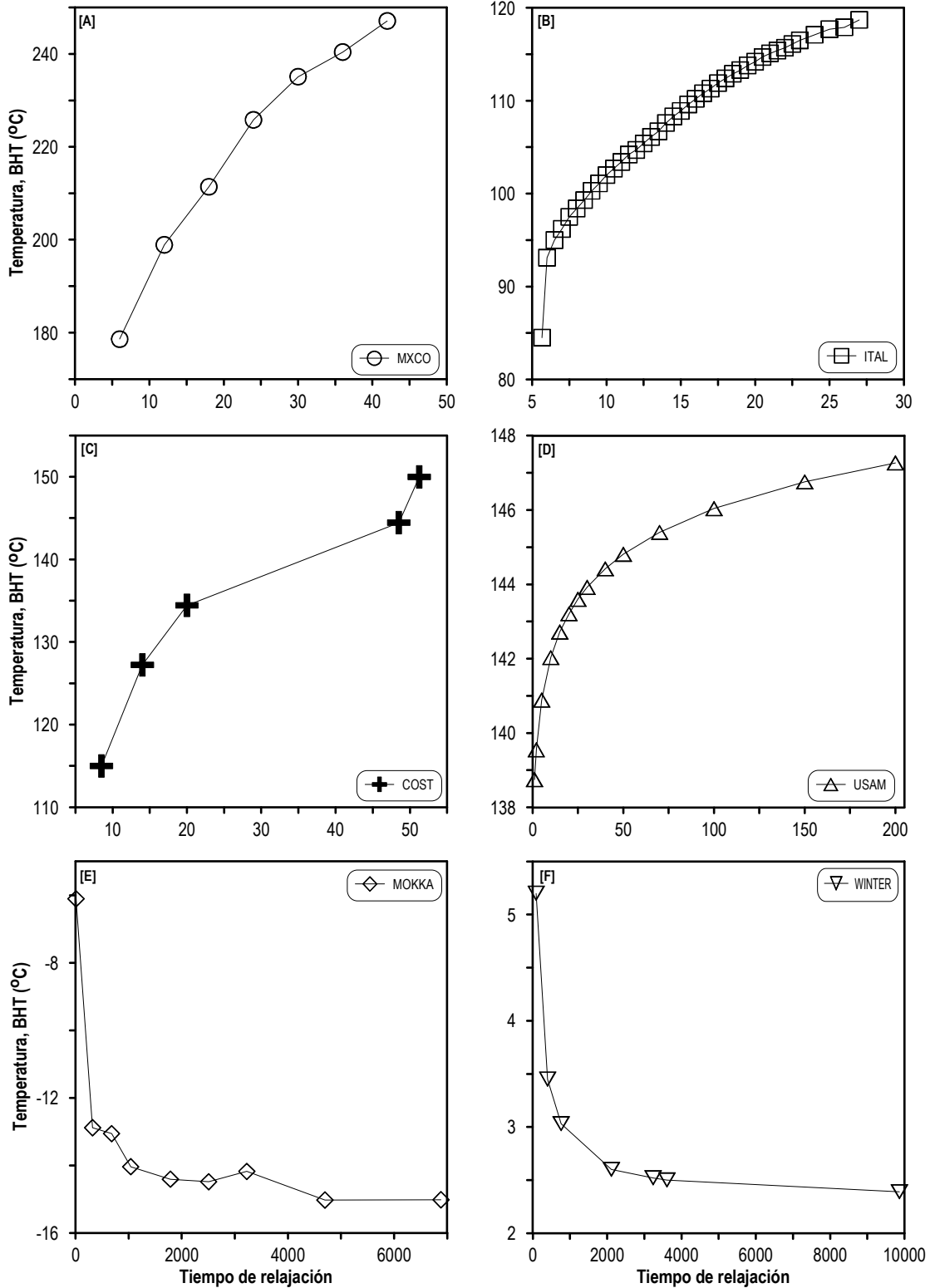


Figura 14. Gráficas de las mediciones de recuperación térmica durante las operaciones de perforación. Pozos geotérmicos MXCO e ITAL (A y B, respectivamente); petroleros COST y USAM (C y D, respectivamente); y permafrost MOKKA y WINTER (E y F, respectivamente). Tiempo de relajación en horas para (A), (B), (C) y (D); tiempo de relajación en días para (E) y (F).

$$BHT(\Delta t, r_w) = T_D - (T_f - T_D)f(t_D, r_D) \quad (8)$$

La FT [$f(t_D, r_D)$] de la ecuación (8) está definida en términos de las funciones modificadas de Bessel. Los autores de este trabajo propusieron utilizar un método gráfico para la modelación numérica de la ecuación (8) en sistema coordenado logarítmico, debido a la complejidad del cálculo numérico de las funciones Bessel.

Poco después Leblanc *et al.* (1981) modificaron el modelo de Middleton (1979), y proponen dos soluciones aproximadas del tipo lineal; (a) para el modelo en coordenadas rectangulares:

$$BHT(\Delta t) = T_f + (T_m - T_f) \left\{ 1 - \left[\operatorname{erf} \left(\frac{r_w}{2\sqrt{k\Delta t}} \right) \right]^2 \right\}; \quad (9)$$

y (b) para el modelo en coordenadas circulares:

$$BHT(\Delta t) = T_f + (T_m - T_f) \left[1 - \exp \left(\frac{-r_w^2}{4\alpha\Delta t} \right) \right] \quad (10)$$

Ambas ecuaciones (9 y 10) están en términos de la función matemática exponencial, ya que la función de error *erf* (Ec. 9) también puede ser aproximada numéricamente por el uso de contantes definidas y una función exponencial (Bejan, 1993). Leblanc *et al.* (1981) también propusieron que sus modelos fueran usados para la modelación de las curvas asintóticas de estabilización de las BHT.

Lee (1982) propuso un método numérico basado en un análisis de elemento finito para determinar la perturbación térmica en cualquier sección del pozo recién perforado. Este método se fundamenta en un modelo de transferencia de calor que representa el fenómeno de recuperación térmica tanto de la sección interna del pozo, como la sección externa (formación circundante). Al igual que el trabajo propuesto por Barelli & Palama (1981), Lee (1982) propuso soluciones aproximadas del tipo lineal en términos de las funciones Bessel. Mediante aproximaciones numéricas ajusta las soluciones a los datos medidos (BHT) para reproducir las curvas de relajación térmica, variando las difusividades térmicas tanto de la formación como del lodo de perforación y la temperatura de este último. Luheshi (1983) también propuso un modelo similar para describir las curvas de recuperación térmica de pozos petroleros.

Middleton (1982) parte de los modelos de transferencia de calor propuestos por Middleton (1979) y Leblanc *et al.* (1981), en este caso toma en cuenta la continua circulación del fluido de perforación al cese de la perforación del pozo. En este trabajo lo que se hizo fue modelar mediante decaimiento exponencial las curvas de estabilización térmica.

En 1984, Jones *et al.* propusieron un modelo basado en la ecuación de flujo de calor en coordenadas cilíndricas resuelto numéricamente mediante diferencias finitas para cualquier distribución general de difusividad térmica. En este trabajo se intentó reproducir las *BHT* medidas y posteriormente extrapolar las curvas (asintóticas) térmicas hasta determinar la TEF. Este modelo fue usado para diferentes valores numéricos de la difusividad térmica, con la finalidad de analizar el impacto de estas en el cálculo de las *BHT* y la *TEF*.

Ribeiro & Hamza (1986) publicaron un trabajo en el cual proponen un método numérico basado en la ecuación de transferencia de calor en presencia de movimiento de fluido, en coordenadas cilíndricas y solo tomando en cuenta el eje radial. Los autores propusieron una solución aproximada al modelo en términos de la función matemática exponencial y la función de error *erf*, con la finalidad de reproducir la variación de temperatura en el fondo del pozo hasta lograr el equilibrio térmico. Este objetivo fue alcanzado usando variaciones de velocidad del fluido y diferentes valores numéricos de las propiedades termofísicas de la formación y fluido. Al mismo tiempo, Shen & Beck (1986) publicaron un trabajo donde resuelven el problema de la estabilización térmica de pozos perforados y el cálculo de la TEF durante la circulación, bajo diferentes escenarios: (a) modelo conductivo con temperatura de lodo constante; (b) modelo conductivo con fuente de calor constante; (c) modelo conductivo con flujo radial de fluido y temperatura de lodo constante; y (d) modelo conductivo con flujo lateral de fluido y temperatura de lodo constante. Por cada escenario se propusieron soluciones analíticas rigurosas derivadas por el método de transformadas de Laplace, las cuales fueron modeladas numéricamente por diferencias finitas.

Más tarde, Cao *et al.* (1988a) propusieron un método numérico para modelar la estabilización térmica de un pozo, así determinar la TEF, la temperatura del lodo, la distancia de la invasión térmica en la formación, la conductividad térmica de la formación y el factor de eficiencia del calentamiento del lodo en el pozo. El modelo conceptual de este

trabajo es la ecuación de conducción de calor en coordenadas radiales, el cual los autores presentan una solución del tipo lineal en términos de las funciones Bessel. La solución propuesta fue numéricamente aproximada con el uso de la técnica de mínimos cuadrados no lineales. Después, similar al trabajo de Ribeiro & Hamza (1986), Cao *et al.* (1988b) publicaron un modelo que implica los efectos de la penetración del fluido en la formación, con el mismo objetivo que el trabajo anterior. El método numérico propuesto está basado en el uso de técnicas de inversión no lineal de los datos medidos (BHT). En 1990, Cao & Lerche publicaron un trabajo en el cual aplicaron los mismos procedimientos que en el trabajo de Cao *et al.* (1988a), pero en este caso fue a la estabilización de la presión de formación.

Beirute (1991) publicó un trabajo, en el cual propone un simulador numérico para estimar temperaturas durante las etapas de circulación, relajación y cementación. Este simulador fue validado con soluciones analíticas rigurosas dadas para ciertos problemas similares. El simulador fue usado para reproducir los perfiles de temperatura y la estabilización térmica durante las diferentes etapas para lo cual fue desarrollado.

En los trabajos de Waples & Ramly (1995, 2001), Waples & Pedersen (2004), Waples *et al.* (2004a, 2004b) se propusieron diferentes ecuaciones para estimar la TEF. Primero proponen un factor de ajuste al método de Horner, este se hace en las temperaturas medidas y el tiempo de relajación, haciendo que dichas mediciones se ajusten a la transformación requerida por el método de Horner. Segundo, publicaron diferentes factores de ajuste para la obtención de la TEF y así lograr obtener un mejor perfil de temperatura. Este factor de ajuste es obtenido mediante una corrección de las mediciones BHT, dependiendo de la profundidad. Finalmente este factor se aplicó a las ecuaciones del tipo lineal que describen los perfiles de temperatura de los pozos. En los trabajos antes mencionados se aplicaron las funciones logarítmicas y exponenciales a los factores de ajuste, esto nos da otro indicio de la búsqueda por ajustar las mediciones BHT con dichas funciones matemáticas.

En resumen, anteriormente se mencionaron algunos trabajos en los cuales se abordó el problema de la relajación térmica, su estudio, análisis y la simulación numérica para la reproducción del fenómeno, hasta lograr la determinación de la TEF. Como antecedente

tenemos que en casi todos los trabajos antes mencionados, se utilizaron las funciones matemáticas logarítmica y exponencial, con el fin de lograr un mejor ajuste en los datos medidos. Por otro lado, recientemente Verma & Quiroz-Ruiz (2008) publicaron un trabajo en el cual proponen el uso de transformación logarítmica aplicada a un ajuste polinomial (desde orden lineal hasta cubico), para la obtención de valores críticos de pruebas de discordancia. Debido que la naturaleza de los valores críticos de dichas pruebas muestran un patrón asintótico, se encontró que la transformación logarítmica es la más apropiada para la interpolación y extrapolación de los datos mediante la simulación numérica. Después, Verma (2009) propuso el uso de doble y triple transformación logarítmica en los polinomios de ajuste para la obtención de valores críticos en las pruebas estadísticas *F*- y *t-student*, mediante la simulación de los diferentes modelos se logró la interpolación de los datos en estudio.

De acuerdo a los trabajos mencionados, se concluyó que para un mejor ajuste de datos medidos (BHT) y reproducción del fenómeno de estabilización térmica es utilizando una función matemática que por naturaleza describa las curvas asintóticas, las cuales son la función logarítmica natural y exponencial. También podemos decir que los resultados obtenidos en los trabajos desarrollados en los capítulos 2 y 3 sustentan que el problema de la estimaciones confiables TEF aun no está resuelto y que aun sigue siendo una gran necesidad para las aplicaciones de campo y en el área de investigación. Es así como surge la idea de desarrollar un nuevo método que utilice la función logarítmica natural. Aplicando la transformación logarítmica sugerida en los trabajos de Verma & Quiroz-Ruiz (2008) y Verma (2009), se propone en este proyecto doctoral el nuevo método analítico-empírico para la estimación de la TEF en pozos geotérmicos, petroleros y permafrost.

El nuevo método consiste en aplicar una transformación logarítmica (*Tln*) al modelo general de regresión (MGR):

$$y(x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i \tag{11}$$

donde *y* es la variable dependiente, *x* la variable independiente y *a* son los coeficientes de regresión. La *Tln* va desde transformación simple (*Tln1*), doble (*Tln2*) y triple (*Tln3*). Como ya se ha comentado en el Capítulo 1, las mediciones de temperatura y tiempo de

relajación, es la información más fidedigna que podemos obtener de un reservorio para el análisis de la recuperación térmica. Por lo tanto, se aplica un ajuste lineal o polinomial mediante una regresión ordinaria a determinado conjunto de datos. De acuerdo al número de mediciones de dicho conjunto de datos, se generaran diferentes modelos de ajuste (criterio de aplicabilidad). Cada uno de estos modelos será usado para la determinación de la TEF, el mejor modelo de ajuste será elegido de acuerdo a los criterios de selección. Finalmente se compararan las *TEF* estimadas por el nuevo método contra las *TEF* estimadas por métodos analíticos comúnmente usados. A continuación, la metodología generada para la implementación de este nuevo método es explicada a detalle.

4.2 Metodología

En esta sección se describe detalladamente la metodología estadística y numérica aplicada para el desarrollo del nuevo método analítico-empírico. En la Fig. 15, se describe esta metodología a través de un diagrama de flujo. A continuación se hará una explicación completa de cada tarea incluida en esta metodología.

(i) Se generó una base de datos, en la cual se compilaron registros de temperatura (BHT) y tiempo de relajación (proceso de recuperación térmica de pozos recién perforados). La base de datos consta de registros de doce diferentes pozos geotérmicos, trece petroleros, trece permafrost, y tres datos sintéticos de tipo geotérmico.

(ii) De acuerdo a la función de tiempo del nuevo método, se aplicó la transformación logarítmica (Tln : $Tln1$; $Tln2$; $Tln3$) a cada serie de datos, para cada área de aplicación (geotérmica, petrolera y permafrost).

(iii) En la aplicación de los modelos de regresión que fundamentan al nuevo método analítico-empírico, se utilizó un criterio de aplicabilidad dado por $n \geq 2m + 1$, donde n es el número de datos y m es el número de orden del modelo de regresión. Este criterio de aplicabilidad nos indica el número de datos mínimos para que cierto orden del modelo de regresión pueda ser ajustado a los datos en uso. Por ejemplo, para poder utilizar una regresión lineal, el grado es $m = 1$, entonces, como mínimo se debe tener una serie de datos de tres mediciones [$n \geq 2m + 1 = 2(1) + 1 = 3$]. La nomenclatura utilizada para denominar

los órdenes del MGR son: (a) Lineal [L]; (b) Cuadrático [Q]; (c) Cubico [C]; (d) Cuarto [4]; (e) Quinto [5]; (f) Sexto [6]; (g) Séptimo [7]; y (h) Octavo [8].

(iv) De acuerdo a la tarea anterior, el criterio de aplicabilidad, para cada serie de datos dependiendo del número de mediciones con las que cuenta, se determinó cual era el grado máximo del modelo de regresión que puede aplicarse a cada serie de datos. Por lo tanto, para cada serie de datos, utilizando los datos obtenidos de la aplicación del Tln , se procedió a utilizar el modelo de regresión general (Ec. 11) y calcular los coeficientes de regresión de cada modelo de regresión. Los coeficientes de regresión que corresponden al modelo de regresión particular de cada serie de datos, fueron calculados mediante el uso del software comercial STATISTICA (StatSoft, 2003). El octavo orden es el máximo grado que se puede obtener para un modelo de regresión con el uso de STATISTICA.

(v) Después de calcular los coeficientes de regresión para cada serie de datos. Se aplicaron los criterios de selección para elegir el mejor modelo de regresión para el cálculo de la TEF, los cuales serán explicados a continuación:

a) *Coefficiente de determinación (R^2)*. Desde el punto de vista estadístico, R^2 expresa el monto de variación entre dos variables (x y y) en cualquier ajuste de modelo de regresión. Este parámetro provee un criterio estadístico adicional para determinar el modelo de regresión más favorable para ajustar conjuntos de datos. Por lo tanto, este parámetro fue calculado para cada modelo de regresión en cada serie de datos y como criterio de selección $R^2 \approx 1$.

b) *Suma del cuadrado de residuales normalizados ($RSSn$)*. Los modelos de regresión aplicados a la relación $BHT-Tln$ fueron evaluados examinando el mejor ajuste a través de la estimación de los $RSSn$, la cual está dada por la ecuación (5).

Los diferentes modelos de regresión obtenidos para cada serie de datos fueron comparados a través de sus $RSSn$, la obtención del mejor modelo de ajuste esta dado por los valores más pequeños de los $RSSn$.

c) *Extrapolación absoluta (Ext-Abs)*. Este parámetro dimensional consiste en evaluar la exactitud de los modelos de regresión a través de la extrapolación de datos. Los diferentes modelos de regresión obtenidos para cada serie de datos fueron usados para extrapolar el último BHT medido (BHT_n). Los resultados de cada modelo fueron comparados para

determinar qué modelo fue el mejor predictor de la BHT_n , esto fue mediante el cálculo de la diferencia dimensional absoluta entre la BHT_n medida y la BHT_n predicha. Como criterio principal, entre más pequeño el valor numérico de $Ext-Abs$ mejor la predicción.

d) *Porcentaje de desviación (%Desv)*. El parámetro dimensional $%Desv$ es un conjunto de condiciones utilizados para el cálculo de la TEF y su incertidumbre. Los diferentes modelos de regresión obtenidos para cada serie de datos son simulados numéricamente a tiempos muy largos, estos deben cumplir las condiciones impuestas por el $%Desv$, así determinar la TEF . Este parámetro es similar a los criterios de convergencia usados en las simulaciones computacionales, ya que también se impuso cierto valor numérico del $%Desv$ para detener la simulación, y de acuerdo a dicho valor numérico corresponde una TEF calculada por el modelo de ajuste en uso. Además esta TEF debe cumplir todas las condiciones impuestas por este último criterio de selección, para poder ser considerada confiable. Es importante mencionar que para cada serie de datos utilizados en este trabajo, se uso como dato de referencia la BHT_n para la determinación de la TEF mediante este último criterio ($%Desv$). Finalmente, para cada serie de datos, se elige al modelo de regresión que mejor cumpla las condiciones de los cuatro criterios de exactitud, y posteriormente la TEF estimada por el mejor modelo será la TEF representante de dicha serie de datos.

(vi) La validación de este nuevo método, fue hecha a través de la aplicación de un criterio de exactitud, como se sugiere en el Capítulo 2. Se calculó el porcentaje de error ($%Error$) entre la TEF calculada y la $TEFV$ reportada por los autores de las series sintéticas usadas para este análisis. También se hizo comparación con los resultados obtenidos de los métodos analíticos analizados (solución aproximada, modelo de regresión OLS y QR) en el Capítulo 2.

(vii) Por último, se compararon las TEF calculadas por el nuevo método analítico-empírico y ocho métodos analíticos (en este trabajo se utilizaron las soluciones aproximadas con modelo de regresión OLS y QR) usados comúnmente en la industria geotérmica y petrolera. Para reforzar esta comparación de resultados se utilizaron las pruebas estadísticas F - y t -student, teniendo como hipótesis nula (H_0) la cual indica que no existe diferencia significativa entre las TEF estimadas y las $TEFV$ de las series sintéticas usadas. En caso contrario se aceptó la hipótesis alterna (H_1).

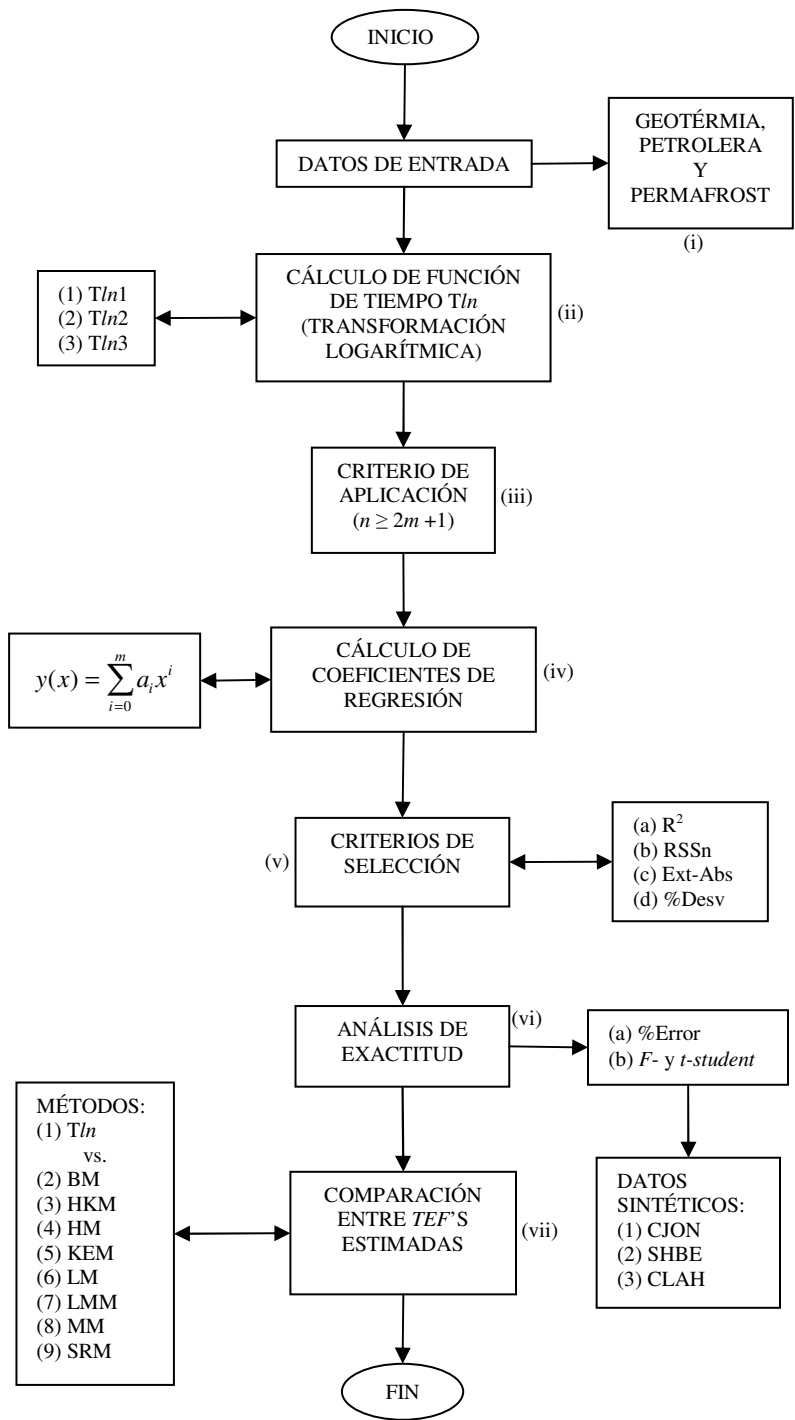


Figura 15. Diagrama de flujo de la metodología estadística-numérica del nuevo método analítico-empírico.

4.3 Resultados y Discusiones

4.3.1 Datos de entrada

Se obtuvieron registros de BHT y tiempo de relajación para las tres diferentes áreas de aplicación: geotermia, petrolera y permafrost; aumentando el número de series de datos existentes en la base de datos creada al inicio del proyecto doctoral.

En la aplicación geotérmica doce diferentes sitios de diferentes países del mundo fueron anexados a la base de datos. También tres series sintéticas de origen geotérmico fueron agregadas a la base de datos:

- (1) Campo geotérmico Los Humeros, México (MXCO, con tiempo de recuperación térmica de hasta 36 h);
- (2) campo geotérmico Larderello, Italia (ITAL, tiempo de recuperación hasta 27 h);
- (3) campo geotérmico de Filipinas (PHIL, tiempo de recuperación hasta 15.58 h);
- (4) campo geotérmico Kyushu, Japón (JAPN, tiempo de recuperación hasta 72.5 h);
- (5) campo geotérmico Chipilapa, El Salvador (CH-A, tiempo de recuperación hasta 190.5 h);
- (6) campo geotérmico Ceboruco, México (CB-1, tiempo de recuperación hasta 24 h)
- (7) campo geotérmico Roosevelt, EUA (R #9-1, tiempo de recuperación hasta 46 h);
- (8) campo geotérmico Oklahoma, EUA (SGIL, tiempo de recuperación hasta 12 h);
- (9) campo geotérmico GT-2, Nuevo México, EUA (GT-2, tiempo de recuperación hasta 44 h);
- (10) campo geotérmico de Valle Imperial, EUA (ROUX, tiempo de recuperación hasta 13.5 h);
- (11) campo geotérmico Kelley Hot Spring, EUA (KELLEY, tiempo de recuperación hasta 29.3 h); y
- (12) campo geotérmico Krafla, Islandia (KJ-21, tiempo de recuperación hasta 556 h).

Tres series de datos sintéticos (CJON; SHBE; y CLAH; a tiempos de recuperación de hasta 1.5, 40 y 50 h, respectivamente) fueron adicionalmente compilados de trabajos experimentales (Tabla 17). Estas series de datos fueron usados para la evaluación de

exactitud en el nuevo método debido que las TEFV fueron reportadas (i.e. CJON = 20.25 °C, SHBE = 80.0 °C, and CLAH = 120.0 °C, respectivamente).

En la aplicación petrolera, se obtuvieron series de datos de trece diferentes sitios petroleros:

- (1) campo petrolero Mississippi, EUA (USAM, tiempo de recuperación hasta 200 h);
- (2) campo petrolero Norton Sound, Alaska, EUA (COST, tiempo de recuperación hasta 75.5 h);
- (3) campo petrolero del Golfo de México, México (MALOOB, tiempo de recuperación hasta 5184 h);
- (4) campo petrolero Po Plain, Italia (PPH-ABA, tiempo de recuperación hasta 36.5 h);
- (5) campo petrolero del Mar del Norte, Noruega (N-SEA, tiempo de recuperación hasta 20 h);
- (6) campo petrolero Browse Basin, Australia (BROWSE-B, tiempo de recuperación hasta 18.3 h);
- (7) campo petrolero Browse Basin, Australia (BECU, tiempo de recuperación hasta 18 h);
- (8) campo petrolero desconocido (DOCO, tiempo de recuperación hasta 18.12 h);
- (9) campo petrolero Gulf Coast (G-COAST, tiempo de recuperación hasta 13.5 h);
- (10) campo petrolero del Mar del Norte, Noruega (N-S-WELL D, tiempo de recuperación hasta 24 h);
- (11) campo petrolero Cooper Basin, Australia (BIG LAKE 13, tiempo de recuperación hasta 40 h);
- (12) campo petrolero Cooper Basin, Australia (MOOMBA, tiempo de recuperación hasta 40 h);
- (13) campos petroleros de Australia (AUSTRALIA, tiempo de recuperación hasta 90 h).

Y finalmente, en la aplicación permafrost, se agregaron a la base de datos registros de recuperación térmica de trece pozos permafrost tanto de Alaska (EUA) como de Canadá:

- (1) pozo permafrost South Barrow #3, Alaska, EUA (S-BARROW, con tiempo de recuperación térmica de hasta 2023 días);
- (2) pozo permafrost Mokka A-02 (166_01), Canadá (MOKKA, tiempo de recuperación hasta 6884 días);

- (3) pozo permafrost Winter Harbour (073_01), Canadá (WINTER, tiempo de recuperación hasta 9863 días);
- (4) pozo permafrost Reindeer D-27 (063_01), Canadá (REINDEER, tiempo de recuperación hasta 4577 días);
- (5) pozo permafrost Well No. 175, Canadá (WELL 175, tiempo de recuperación hasta 795 días);
- (6) pozo permafrost West Fish Creek No. 1, Alaska, EUA (W-F-CREEK, tiempo de recuperación hasta 2657 días);
- (7) pozo permafrost Drew Point No. 1, Alaska, EUA (D-POINT, tiempo de recuperación hasta 2339 días);
- (8) pozo permafrost Put River N-1, Alaska, EUA (P-RIVER, tiempo de recuperación hasta 1071 días);
- (9) pozo permafrost Atigaru #1, Alaska, EUA (ATIGARU, tiempo de recuperación hasta 2698 días);
- (10) pozo permafrost Kugrua #1, Alaska, EUA (KUGRUA, tiempo de recuperación hasta 2260 días);
- (11) pozo permafrost South Meade #1, Alaska, EUA (S-MEADE, tiempo de recuperación hasta 2019 días);
- (12) pozo permafrost South Harrison Bay #1, Alaska, EUA (S-H-BAY, tiempo de recuperación hasta 2737 días); y
- (13) pozo permafrost Well No. 192, Canadá (WELL 192, tiempo de recuperación hasta 320 días).

En la Tabla 17 se resume los nombres de los conjuntos de datos para las tres áreas de aplicación (geotermia, petrolera y permafrost), especificando el acrónimo de cada serie, así como el número de mediciones con las que cuenta, en la parte de observaciones, como información adicional se menciona si dicho conjunto de datos cuenta con registros a diferentes profundidades o si se trata de más de un pozo registrado y finalmente, la referencia de origen de dicha serie o conjunto de datos.

Tabla 17. Series de datos utilizadas para el cálculo de las TEF usando el nuevo método analítico-empírico y ocho métodos analíticos comúnmente usados.

Conjunto de datos	Numero de mediciones	Observaciones	Referencia
Geotermia:			
MXCO	6	2 diferentes pozos	Verma <i>et al.</i> , 2008
ITAL	40		Da-Xin, 1986
PHIL	14		Brennand, 1984
JAPN	10		Hyodo & Takasugi, 1995
CH-A	6	13 diferentes profundidades	González-Partida <i>et al.</i> , 1997
CB-1	$3 \leq n \leq 4$	5 diferentes profundidades	Ascencio <i>et al.</i> , 2006
R#9-1	7		Crosby, 1977
SGIL	12		Schoepel & Gilarranz, 1966
GT-2	$42 \leq n \leq 77$	8 profundidades diferentes	Albright, 1975b
ROUX	3		Roux <i>et al.</i> , 1980
KELLEY	3		Roux <i>et al.</i> , 1980
KJ-21	$4 \leq n \leq 6$	16 profundidades diferentes	Steingrímsson & Gudmundsson, 2006
Sintéticos:			
CJON	12	TEF = 20.25 °C	Cooper & Jones, 1959
SHBE	8	TEF = 80 °C	Shen & Beck, 1986
CLAH	15	TEF = 120 °C	Cao <i>et al.</i> , 1988a
Petróleo:			
USAM	14		Kutasov, 1999
COST	$4 \leq n \leq 6$	3 diferentes profundidades	Cao <i>et al.</i> , 1988c
MALOOB	$4 \leq n \leq 11$	10 diferentes pozos	Espinosa-Paredes <i>et al.</i> , 2009
PPH-ABA	3	8 diferentes pozos	Pasquale <i>et al.</i> , 2008
N-SEA	4		Luheshi <i>et al.</i> , 1983
BROWSE-B	3		Beardsmore & Cull, 2001
BECU	5		Beardsmore & Cull, 2001
DOCO	4		Dowdle & Cobb, 1975
G-COAST	3		Dowdle & Cobb, 1975
N-S-WELL D	6		Cao <i>et al.</i> , 1988a
BIG LAKE 13	4		Middleton, 1979
MOOMBA	4	2 diferentes pozos	Middleton, 1979
AUSTRALIA	$3 \leq n \leq 6$	149 diferentes pozos	Goutorbe <i>et al.</i> , 2007
Permafrost:			
S-BARROW	28	3 diferentes profundidades	Lachenbruch & Brewer, 1959
MOKKA	9	11 diferentes profundidades	Taylor <i>et al.</i> , 1982
WINTER	7	10 diferentes profundidades	Taylor <i>et al.</i> , 1982
REINDEER	10	9 diferentes profundidades	Taylor <i>et al.</i> , 1982
WELL 175	3	7 diferentes profundidades	Judge <i>et al.</i> , 1981
W-F-CREEK	6	22 diferentes profundidades	US Geological Survey, 1998
D-POINT	6	8 diferentes profundidades	US Geological Survey, 1998
P-RIVER	9	14 diferentes profundidades	US Geological Survey, 1998
ATIGARU	6	27 diferentes profundidades	US Geological Survey, 1998
KUGRUA	6	19 diferentes profundidades	US Geological Survey, 1998
S-MEADE	6	12 diferentes profundidades	US Geological Survey, 1998
S-H-BAY	6	6 diferentes profundidades	US Geological Survey, 1998
WELL 192	3	14 diferentes profundidades	Taylor <i>et al.</i> , 1982

4.3.2 Transformación logarítmica, criterio de aplicación y cálculo de coeficientes de regresión

De acuerdo al modelo general de regresión (MGR: Ec. 11), para cada serie de datos en las tres diferentes áreas de estudio (geotérmica, petrolera y permafrost), se aplicó la transformación logarítmica (Tln), calculando así la FT de la Ec. 11 para todas las series de datos utilizadas en este trabajo. Posteriormente, de acuerdo al criterio de aplicación ($n \geq 2m + 1$) y al correspondiente número de mediciones por cada serie de datos, se determinó hasta qué grado del MGR pudo ser aplicado por cada conjunto de datos, y por lo tanto, se calcularon los coeficientes de regresión que describen en forma particular los datos de dicha serie bajo análisis.

Aplicación Geotérmica:

Antes de calcular la TEF de los datos de BHT registrados en operaciones de perforación geotérmica y de origen sintético (ver Tabla 17, respectivamente), la FT del MGR (Ec. 11) fue individualmente calculada usando los datos BHT. De acuerdo al criterio de aplicación, en la Tabla 18 se enlista el grado máximo del MGR para cada serie de datos geotérmico y sintético, esto respecto al número de datos que corresponde a cada serie.

Posterior a la determinación del grado máximo del MGR para cada caso individual de las series geotérmicas, se procedió al cálculo de los coeficientes de regresión mediante la aplicación del MGR con Tln , logrando así reconstruir los modelos de ajuste correspondientes a cada serie de datos, de acuerdo al MGR (Ec. 11). En la Tabla 19 se muestra el *Ejemplo* (1), la serie de datos CH-A₉ ($n = 6$; el subíndice 9 se refiere a la novena profundidad del pozo CH-A), para esta serie se obtuvieron los valores numéricos de los coeficientes de regresión para los modelos de regresión lineal y cuadrático con Tln , respectivamente.

Con los valores numéricos de los coeficientes de regresión mostrados en la Tabla 19, podemos construir los diferentes modelos de ajuste para la serie CH-A₉ que posteriormente fueron utilizados para el cálculo de la TEF. Aplicando los coeficientes de regresión en el MGR para la serie CH-A₉, se obtiene los siguientes modelos:

Tabla 18. Series de datos BHT geotérmicos y sintéticos, y el grado máximo del modelo de regresión para su aplicación.

Conjunto de datos	Numero de mediciones	Grado máximo MGR
Geotermia:		
MXCO	6 y 7	2do. y 3ro., respectivamente
ITAL	40	8vo.
PHIL	14	6to.
JAPN	10	4to.
CH-A	6	2do.
CB-1	$3 \leq n \leq 4$	Lineal
R#9-1	7	3ro.
SGIL	12	5to.
GT-2	$42 \leq n \leq 77$	8vo.
ROUX	3	Lineal
KELLEY	3	Lineal
KJ-21	$4 \leq n \leq 6$	Lineal y 2do., respectivamente
Sintéticos:		
CJON	12	5to.
SHBE	8	3ro.
CLAH	15	7mo.

Tabla 19. Coeficientes de regresión obtenidos para el MGR con Tln , utilizando el conjunto de datos CH-A₉.

Coeficientes de regresión	$Tln1$		$Tln2$		$Tln3$	
	L	Q	L	Q	L	Q
a_0	70.85	76.44	67.51	97.21	110.95	103.84
a_1	12.77	9.18	40.38	-19.32	39.83	41.87
a_2		0.51		26.66		48.54

(a) MGR con $Tln1$, Lineal (L) y Cuadrático (Q), respectivamente

$$L(Tln1) = y(x) = 70.85 + 12.77x$$

$$Q(Tln1) = y(x) = 76.44 + 9.18x + 0.51x^2;$$

(b) MGR con $Tln2$, Lineal (L) y Cuadrático (Q)

$$L(Tln2) = y(x) = 67.51 + 40.38x$$

$$Q(Tln2) = y(x) = 97.21 - 19.32x + 26.66x^2;$$

(c) MGR con $Tln3$, Lineal (L) y Cuadrático (Q)

$$L(Tln3) = y(x) = 110.95 + 39.83x$$

$$Q(Tln3) = y(x) = 103.84 + 41.87x + 48.54x^2.$$

Estos diferentes modelos obtenidos se ajustan a los BHT medidos pertenecientes a la serie CH-A₉, describiéndolos mediante un modelado numérico transitorio, mismo procedimiento nos ayuda a interpolar datos. Como ejemplo de la descripción de los datos medidos a través de los diferentes modelos de ajuste, en la Fig. 16 se graficaron las mediciones de la serie CH-A₉ junto con los modelos obtenidos del MGR con $Tln1$ (Fig. 16A), $Tln2$ (Fig. 16B) y $Tln3$ (Fig. 16C), de esta forma podemos observar los diferentes modelos de ajuste reproducir los datos BHT.

De la Fig. 16, en la gráfica [A] se observa que visualmente ambos modelos $L(Tln1)$ y $Q(Tln1)$ se ajustan muy bien a los datos medidos, muy poca diferencia se logra notar entre ambos ajustes. En la gráfica [B], se observa que el mejor ajuste de datos es a través del modelo $Q(Tln2)$, solo con una ligera desviación en los puntos intermedios al igual que en el ejemplo anterior. Lo ideal es que el ajuste numérico pase justo por el centro de los círculos que representan los datos medidos. En la gráfica [C], el modelo $Q(Tln3)$ ligeramente pasa por los datos medidos, haciéndolo el mejor modelo de regresión de ajuste comparado con el modelo $L(Tln3)$. Este último modelo describe mejor la curva asintótica, pero no reproduce los datos medidos, siendo esto una desventaja para dicho modelo al ser usado para predecir la TEF. Finalmente, de este caso en particular se puede observar que conforme aumenta la aplicación de la transformación logarítmica, disminuí la mejora en el ajuste de los datos para los modelos lineales. Esto solo sucedió en algunos casos estudiados en este proyecto doctoral.

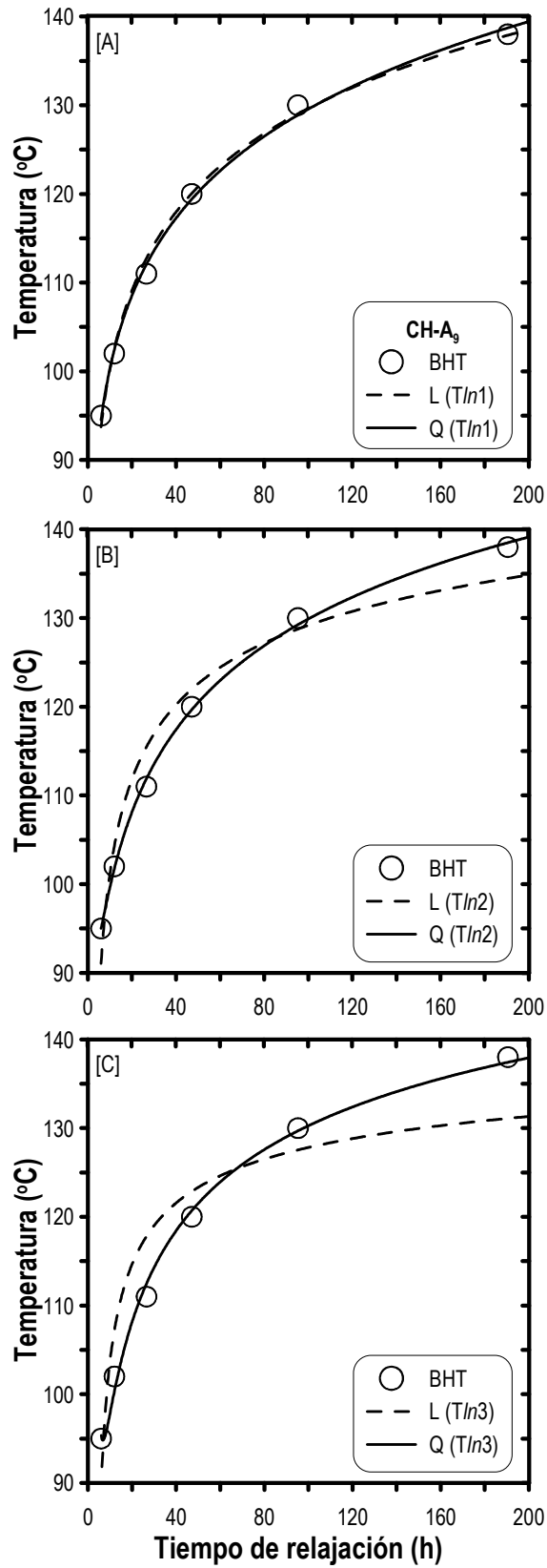


Figura 16. Simulación numérica de los diferentes modelos de ajuste de acuerdo al MGR con Tln aplicado a la serie geotérmica CH-A₃.

Otra manera de entender los resultados presentados anteriormente en la Fig. 16, es analizando los resultados numéricos obtenidos con la aplicación de los criterios de selección a la serie de datos CH-A₉, que serán explicados y mostrados en la siguiente sección.

4.3.3 Criterios de selección

Después de obtener los modelos de ajuste para cada serie de datos, se procedió a aplicar los criterios de selección, los cuales mediante un análisis estadístico-numérico nos indican cual es el mejor modelo de ajuste para finalmente ser seleccionado y estimar la TEF.

Continuando con el *ejemplo* (1), la serie CH-A₉, en la Tabla 20 se muestran los resultados numéricos obtenidos para los criterios R^2 , $RSSn$, $Ext-Abs$ y $\%Desv$, de acuerdo a cada modelo de ajuste aplicado a los datos de la serie CH-A₉.

De la Tabla 20, de forma general, se observa que en los modelos cuadráticos se obtuvieron mejores resultados numéricos para los tres primeros criterios analizados (R^2 , $RSSn$ y $Ext-Abs$). Otra forma de visualizar los resultados numéricos para los criterios R^2 y $RSSn$ es a través de la Fig. 16, en la cual podemos observar que los modelos cuadráticos (con $Tln1$, $Tln2$ y $Tln3$) son los modelos que mejor se ajustan a los datos medidos. Para poder evaluar los modelos de ajuste con el criterio $Ext-Abs$, se utilizó el último dato medido de la serie CH-A₉ como dato referencia para la extrapolación, esto se puede observar de manera gráfica en la Fig. 17.

Tabla 20. Resultados numéricos para los criterios de selección R^2 , $RSSn$, $Ext-Abs$ y $\%Desv$ obtenidos de los modelos de ajuste aplicados a la serie de datos geotérmicos CH-A₉.

Modelo	R^2	$RSSn$	$Ext-Abs$	$\%Desv$
L (Tln1)	0.995663	0.981680	0.001733	156.46292008
Q (Tln1)	0.997336	0.603010	0.029612	164.049634
L (Tln2)	0.956859	9.764196	0.044806	140.83883512
Q (Tln2)	0.998680	0.298777	0.012476	156.51824191
L (Tln3)	0.877831	27.650918	0.077915	138.9607265
Q (Tln3)	0.995550	1.007078	0.010670	148.03544938

Los resultados mostrados en la Fig. 17, son de total acuerdo con los resultados mostrados en la Fig. 16. Se observa en la Fig. 17[A] que el modelo $L(Tln1)$ hace una mejor extrapolación en comparación con el modelo $Q(Tln1)$, sin embargo en las gráficas 17[B] y 17[C] los modelos cuadráticos no son tan buenos en comparación con el modelo lineal $L(Tln1)$ del ejemplo 17[A], sin embargo, siguen siendo mejores modelos de ajuste que los modelos lineales de los ejemplos 17[B] y 17[C]. También podemos observar que al igual que en la Fig. 16, conforme aumenta la aplicación de la Tln , gráficamente se puede notar que disminuye la calidad de ajuste de los modelos hacia los datos medidos. Esto se puede corroborar numéricamente a través de los resultados del parámetro dimensional de extrapolación ($Ext-Abs$) presentados en la Tabla 20. Este criterio nos indica que tan grande es la diferencia entre el BHT_n medido y el BHT calculado a través del modelo de ajuste usado.

El ultimo criterio de selección (porcentaje de desviación: $\%Desv$) fue utilizado como un indicador para el cálculo de la TEF mediante el uso de los modelos Tln . La determinación de la TEF de la serie CH-A₉ mediante este ultimo criterio, fue a través del uso como dato referencia la BHT_n que corresponde a 138°C (190.5 hrs), así cumplir una de las condiciones establecidas en él criterio $\%Desv$. En la Tabla 20 ultima columna, de forma global se muestran los resultados numéricos obtenidos para él $\%Desv$ aplicado a los modelos Tln , usando la serie geotérmica CH-A₉. Estos resultados son las TEF calculadas por cada modelo Tln como se indica en la Tabla 20, los cuales fueron obtenidos mediante la simulación numérica de los diferentes modelos de ajuste.

De la Tabla 20, al analizar de manera general todos los resultados mostrados, el mejor modelo de ajuste para la serie CH-A₉ es $Q(Tln3)$. Esta selección se hizo de acuerdo a los resultados obtenidos, debido que el modelo de ajuste $Q(Tln3)$ cumplió en su mayoría con las condiciones establecidas por los criterios de selección. Por lo tanto la TEF (°C) para la serie geotérmica CH-A₉ es 148.04 ± 1.48 .

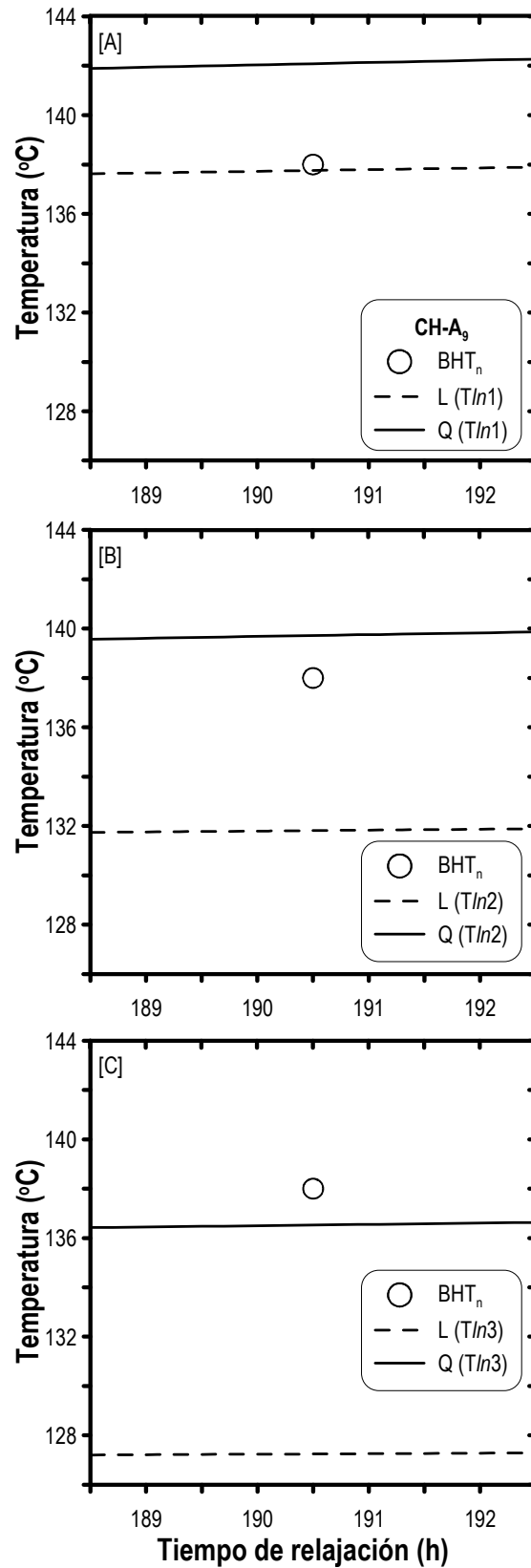


Figura 17. Graficado del n-ésimo dato BHT de la serie CH-A₉, junto con las aproximaciones numéricas de los diferentes ajustes del MGR con Tln , para el análisis del criterio de selección *Ext-Abs*.

A continuación, se presentan de forma resumida los resultados de las demás aplicaciones geotérmicas (ver Tabla 18). Por razones de espacio, solo se muestran los tres mejores modelos de ajuste, empezando por el mejor modelo de ajuste y cálculo de la TEF. Como referencia se incluye el número de datos (n) y la última medición BHT (BHT_n) de cada serie. Se decidió mostrar los resultados numéricos obtenidos con el mayor número de cifras posible, para un mejor análisis de selección.

Ejemplo (2):

En la Tabla 21 se resume los resultados numéricos obtenidos de los tres mejores modelos en la aplicación de los criterios de selección para el ajuste de datos, para las series CH-A₄, CH-A₁₁, MXCO₁, MXCO₂, ITAL, PHIL, JAPN y R #9-1.

En la serie CH-A₄ el mejor modelo de ajuste fue L($Tln2$) y para la serie CH-A₁₁ fue el modelo Q($Tln3$). Por lo tanto, las TEF (°C) para las series CH-A₄ y CH-A₁₁ son 181.46 ± 1.81 y 158.90 ± 1.59 , respectivamente. No necesariamente los mejores modelos aparentemente tienen los mejores resultados numéricos para los cuatro criterios, sino que estos cumplieron exitosamente las condiciones de cada uno de los criterios de selección, esto fue lo que hizo seleccionar tales modelos.

En el caso de la serie de datos MXCO₁, los tres mejores modelos de ajuste son dos modelos lineales y un cuadrático, siendo seleccionado el modelo L($Tln3$) para el cálculo de la TEF. En el caso MXCO₂, también fue el modelo L($Tln3$) seleccionado como mejor modelo de ajuste. Las TEF (°C) calculadas a través de estos modelos fueron, finalmente, 262.99 ± 2.63 y 262.20 ± 2.62 , respectivamente.

Debido al número de mediciones hechas para la serie de datos ITAL ($n = 39$), se logró aplicar el máximo orden del MGR en el programa STATISTICA, que fue hasta el octavo orden polinomial, sin embargo solo dos modelos lograron cumplir con las condiciones establecidas en los cuatro criterios de selección. Como se puede observar en la Tabla 21, solo se muestran los resultados numéricos obtenidos a través de la aplicación de los modelos 6($Tln3$) y 6($Tln2$). Finalmente la TEF (°C) de la serie ITAL fue calculada con el uso del modelo 6($Tln3$), con un valor de 119.83 ± 1.20 .

Tabla 21. Resultados numéricos para los criterios de selección R^2 , $RSSn$, $Ext-Abs$ y $\%Desv$, obtenidos de los modelos de ajuste aplicados a la serie de datos geotérmica CH-A₄, CH-A₁₁, MXCO₁, MXCO₂, ITAL, PHIL, JAPN y R #9-1.

Modelo	R²	RSSn	Ext-Abs	%Desv
CH-A₄ (n = 6, BHT_n = 169°C)				
L (Tln2)	0.964099	32.376074	0.053473	181.45730364
L (Tln3)	0.892873	96.607761	0.108527	175.04760632
Q (Tln3)	0.996722	2.956543	0.001296	194.91631844
CH-A₁₁ (n = 6, BHT_n = 145°C)				
Q (Tln3)	0.996684	0.833766	0.005419	158.90001797
Q (Tln2)	0.996878	0.785206	0.027293	172.05922918
Q (Tln1)	0.988733	2.833226	0.058883	191.93026508
MXCO₁ (n = 6, BHT_n = 247.7°C)				
L (Tln3)	0.920687	34.194589	0.044714	262.98545984
L (Tln2)	0.967773	13.894016	0.029139	290.54914489
Q (Tln3)	0.996613	1.460254	0.009664	320.09027136
MXCO₂ (n = 7, BHT_n = 247.1°C)				
L (Tln3)	0.796159	51.260305	0.096799	262.1975268
C (Tln1)	0.998045	1.017936	0.000701	274.9761561
C (Tln3)	0.997908	1.088956	0.003577	354.6139728
ITAL (n = 39, BHT_n = 118.7°C)				
6 (Tln3)	0.999832	0.008434	0.002586	119.8322721
6 (Tln2)	0.999820	0.009014	0.002446	119.7027716
PHIL (n = 14, BHT_n = 146°C)				
L (Tln3)	0.910849	24.476029	0.079313	158.406080
C (Tln2)	0.989219	3.375620	0.040132	178.816098
L (Tln2)	0.892521	33.652404	0.071256	183.423696
JAPN (n = 10, BHT_n = 170.9°C)				
4 (Tln2)	0.999962	0.019106	0.014319	176.43746666
4 (Tln1)	0.999943	0.029189	0.186460	171.09270779
4 (Tln3)	0.999889	0.056454	0.048056	201.35316452
R #9-1 (n = 7, BHT_n = 170°C)				
Q (Tln3)	0.997153	0.255235	0.000013	172.92047409
C (Tln3)	0.997299	0.242136	0.017264	196.10466333
C (Tln2)	0.997245	0.247000	0.018191	381.45746677

En la serie PHIL se tuvo un máximo de aplicación del MGR (Ec. 11) hasta sexto orden, lo cual diversificó el número de resultados numéricos. Finalmente, la TEF (°C) para la serie PHIL fue dada por el modelo $L(Tln3)$ con un valor de 158.41 ± 1.58 .

De la Tabla 21 podemos observar que en el ejemplo de la serie JAPN los tres mejores modelos de ajuste fueron los modelos polinomiales de cuarto orden, mismos que fueron el orden máximo de aplicación del MGR. Finalmente, a través del modelo de ajuste $4(Tln2)$ se obtuvo una TEF (°C) de 176.44 ± 1.76 . En la serie R #9-1, se observa que los resultados obtenidos provienen de modelos polinomiales, los cuales predominaron como mejores modelos de ajuste. Por lo tanto para la serie de datos R #9-1, la TEF (°C) calculada por el modelo $Q(Tln3)$ es de 172.92 ± 1.73 .

Ejemplo (3):

La serie geotérmica CB-1 consta de mediciones de temperatura de recuperación en cuatro diferentes profundidades, a las cuales se les aplicó la metodología del nuevo método analítico-empírico, los resultados numéricos son mostrados de manera resumida en la Tabla 22. También los resultados numéricos obtenidos para las series SGIL, ROUX y KELLEY son resumidos en la Tabla 22.

El grupo de datos de la serie geotérmica CB-1 es un claro ejemplo de las mediciones comúnmente realizadas en el campo, es decir pocas mediciones ($n \leq 5$). Por lo tanto, en este ejemplo solo fue posible aplicar los modelos lineales. En las series de datos correspondientes a las profundidades 1494 m y 1987 m no se aplicó el criterio *Ext-Abs*, debido a los requerimientos de aplicación de dicho criterio, en consecuencia solo se analizaron los resultados numéricos obtenidos de los criterios restantes y así seleccionar el mejor modelo de ajuste. Finalmente, las TEF (°C) obtenidas fueron: (a) CB-1 (994 m) con el modelo $L(Tln1)$ 57.6 ± 0.6 ; (b) CB-1 (1494 m) con el modelo $L(Tln2)$ 78.5 ± 0.8 ; (c) CB-1 (1987 m) con el modelo $L(Tln2)$ 98.1 ± 1.0 ; y (d) CB-1 (2583 m) con el modelo $L(Tln3)$ 108.5 ± 1.1 . En este último caso solo el modelo $L(Tln3)$ cumplió con las condiciones de los cuatro criterios de aplicación, siendo así el único modelo usado para la estimación de la TEF.

Tabla 22. Resultados numéricos para los criterios de selección R^2 , RSS_n , $Ext-Abs$ y $\%Desv$, obtenidos de los modelos de ajuste aplicados a la serie de datos geotérmicos CB-1, SGIL, ROUX y KELLEY.

Modelo	R^2	RSS_n	$Ext-Abs$	$\%Desv$
CB-1 (994 m) ($n = 4$, $BHT_n = 52.3^\circ\text{C}$)				
L (Tln1)	0.979109	0.022249	0.002719	57.56590953
L (Tln2)	0.965923	0.036292	0.001377	54.48860076
L (Tln3)	0.936624	0.067496	0.005306	53.21936912
CB-1 (1494 m) ($n = 3$, $BHT_n = 65.8^\circ\text{C}$)				
L (Tln2)	0.998433	0.012299		78.47312505
L (Tln3)	0.992250	0.060828		72.81157332
CB-1 (1987 m) ($n = 3$, $BHT_n = 90^\circ\text{C}$)				
L (Tln2)	0.979413	0.279573		98.0635512
L (Tln3)	0.944743	0.750396		93.3413478
CB-1 (2583 m) ($n = 4$, $BHT_n = 102.7^\circ\text{C}$)				
L (Tln3)	0.905541	3.555599	0.048389	108.47978767
SGIL ($n = 12$, $BHT_n = 96.13^\circ\text{C}$)				
4 (Tln3)	0.998917	0.005393	0.002418	101.80351793
C (Tln3)	0.998816	0.005896	0.002224	99.80270029
Q (Tln3)	0.998780	0.006073	0.001518	100.06314545
ROUX ($n = 3$, $BHT_n = 155.56^\circ\text{C}$)				
L (Tln3)	0.990872	0.368253		179.86965009
L (Tln2)	0.982425	0.709079		199.78108377
L (Tln1)	0.972760	1.098997		252.54384724
KELLEY ($n = 3$, $BHT_n = 94.44^\circ\text{C}$)				
L (Tln3)	0.989185	0.202301		112.23353493
L (Tln1)	0.997895	0.039367		145.88974741
L (Tln2)	0.994087	0.110598		121.59846397

En la serie de datos SGIL, la TEF (°C) calculada por el modelo 4($Tln3$), corresponde a 101.80 ± 1.02 .

Al igual que el conjunto de datos CB-1, las series ROUX y KELLEY también son ejemplo de lo que comúnmente se reporta en la industria geotérmica, pocas mediciones de temperatura de relajación. Esto ocasiona una limitante para este nuevo método, ya que solo se pueden aplicar los modelos lineales. Sin embargo, los resultados numéricos mostrados en la Tablas 22 demuestran que si se pueden obtener resultados favorables, la única diferencia es que el análisis de exactitud queda incompleto, debido que no se puede aplicar el criterio *Ext-Abs*. Finalmente, en ambas series ROUX y KELLEY, el modelo L($Tln3$) fue el que mejor cumplió las condiciones de los criterios R^2 , $RSSn$ y $\%Desv$, por lo tanto, las TEF (°C) obtenidas a través de la aplicación de este modelo fueron 179.9 ± 1.8 para la serie ROUX y 112.23 ± 1.12 para la serie KELLEY.

Ejemplo (4):

Los resultados numéricos obtenidos de la aplicación del MGR al grupo de datos geotérmica GT-2 fueron resumidos en la Tabla 23. El grupo de datos GT-2 es un ejemplo poco común reportado en la literatura internacional, ya que cuenta con un número considerable de mediciones ($42 \leq n \leq 77$) de temperatura de relajación térmica a diferentes profundidades, lo cual convierte a este ejemplo en un caso ideal para la aplicación del nuevo método o para cualquier aplicación de análisis de recuperación térmica en pozos geotérmicos.

De los resultados mostrados en la Tabla 23 se puede observar que los modelos polinomiales predominan como los mejores modelos de ajuste, y en consecuencia fueron usados para la obtención de la TEF, a excepción de la serie GT-2 (1877 m) donde solo los modelos lineales cumplen las condiciones de los criterios de selección. También podemos observar que sistemáticamente los modelos con $Tln3$ predominaron en casi todos los casos reportados, a excepción del último caso GT-2 (2896 m) en el cual el mejor modelo fue con la aplicación de $Tln2$. Finalmente las TEF (°C) calculadas para el grupo de datos GT-2 son: (a) GT-2 (1387 m) con el modelo 6($Tln3$) 108.84 ± 1.09 ; (b) GT-2 (1475 m) con el modelo 5($Tln3$) 115.03 ± 1.15 ; (c) GT-2 (1595 m) con el modelo 5($Tln3$) 124.21 ± 1.24 ; (d) GT-2 (1670 m) con el modelo 8($Tln3$) 125.98 ± 1.26 ; (e) GT-2 (1825 m) con el modelo 4($Tln3$) 133.64 ± 1.34 ; (f) GT-2 (1877 m) con el modelo L($Tln3$) 145.77 ± 1.46 ; (g) GT-2 (1998 m)

con el modelo 6($Tln3$) 135.29 ± 1.35 ; y por ultimo (h) GT-2 (2896 m) con el modelo 7($Tln2$) 185.81 ± 1.86 .

De acuerdo con las TEF calculadas con el nuevo método para el pozo GT-2, se logró construir parte del perfil térmico representado gráficamente en la Fig. 18. Posteriormente esta información puede ser utilizada para el cálculo del gradiente geotérmico de dicho pozo.

A continuación se mostraran los resultados numéricos de las series de datos sintéticos de origen geotérmico. Estas series sintéticas fueron usadas para el análisis de exactitud del nuevo método.

Ejemplo (5):

La serie de datos sintéticos CJON fue elegida por ser datos de baja temperatura y tiempo de recuperación corto ($\Delta t \leq 1.5$ h) en comparación con las típicas mediciones geotérmicas. Este ejemplo fue de gran ayuda para verificar la eficacia del nuevo método aplicado a este tipo de datos. La serie sintética SHBE es un ejemplo de mediciones de mediana temperatura de relajación de origen geotérmico provenientes de un experimento simulado por computadora. La serie sintética CLAH al igual que la serie SHBE, es de origen geotérmico proveniente de un experimento computacional. En la Tabla 24 se muestran de manera resumida los resultados numéricos obtenidos para las series de datos sintéticos CJON, SHBE y CLAH.

De la Tabla 24, se puede observar que para la serie CJON solo dos modelos cumplieron las condiciones de los criterios de selección, por lo tanto, la TEF ($^{\circ}\text{C}$) fue calculada a través del modelo C($Tln1$), obteniendo un valor de 19.66 ± 0.20 .

Por otra parte, se observa que los modelos de mejor ajuste a los datos de las series sintéticas SHBE y CLAH son modelos polinomiales con $Tln2$. En el caso de la serie SHBE, de acuerdo a los resultados de la Tabla 24, la TEF ($^{\circ}\text{C}$) de valor numérico 78.2 ± 0.8 fue calculada con el modelo 4($Tln2$). Y para la serie CLAH la TEF ($^{\circ}\text{C}$) fue calculada con el modelo 6($Tln2$) con un valor de 119.57 ± 1.20 .

Tabla 23. Resultados numéricos para los criterios de selección R^2 , RSS_n , $Ext-Abs$ y $\%Desv$, obtenidos de los modelos de ajuste aplicados a la serie de datos geotérmica GT-2.

Modelo	R^2	RSS_n	Ext-Abs	$\%Desv$
GT-2 (1387 m) ($n = 47$, $BHT_n = 108.695^\circ\text{C}$)				
6 (Tln3)	0.998732	0.002219	0.000043	108.84032349
4 (Tln3)	0.998641	0.002380	0.000050	125.71876713
C (Tln3)	0.998628	0.002401	0.000048	110.70838926
GT-2 (1475 m) ($n = 67$, $BHT_n = 115.003^\circ\text{C}$)				
5 (Tln3)	0.998389	0.021202	0.000014	115.02784032
6 (Tln2)	0.998103	0.024972	0.000091	115.01497802
4 (Tln2)	0.998040	0.025797	0.000009	115.50241661
GT-2 (1595 m) ($n = 77$, $BHT_n = 123.817^\circ\text{C}$)				
5 (Tln3)	0.999563	0.190541	0.000068	124.21212882
7 (Tln3)	0.999720	0.122010	0.000121	123.83231751
6 (Tln3)	0.999587	0.179983	0.000135	137.16291178
GT-2 (1670 m) ($n = 49$, $BHT_n = 125.762^\circ\text{C}$)				
8 (Tln3)	0.999999	0.000005	0.000204	125.980271
6 (Tln3)	0.999971	0.000156	0.000146	125.877015
4 (Tln3)	0.999371	0.003373	0.000757	125.773423
GT-2 (1825 m) ($n = 43$, $BHT_n = 132.817^\circ\text{C}$)				
4 (Tln3)	0.999988	0.000012	0.000053	133.6371589
5 (Tln3)	0.999988	0.000011	0.000073	146.1231972
7 (Tln2)	0.999988	0.000012	0.000060	133.4884739
GT-2 (1877 m) ($n = 50$, $BHT_n = 135.205^\circ\text{C}$)				
L (Tln3)	0.894097	1.580760	0.013601	145.7654739
L (Tln2)	0.864632	2.020562	0.016117	151.3589172
L (Tln1)	0.831166	2.520104	0.018772	165.3388748
GT-2 (1998 m) ($n = 42$, $BHT_n = 135.26^\circ\text{C}$)				
6 (Tln3)	0.994151	0.009801	0.000062	135.28875629
4 (Tln3)	0.994100	0.009886	0.000297	135.36218166
7 (Tln2)	0.994034	0.009997	0.000381	135.27851102
GT-2 (2896 m) ($n = 57$, $BHT_n = 185.074^\circ\text{C}$)				
7 (Tln2)	0.999837	0.008381	0.001296	185.8058551
5 (Tln1)	0.999810	0.009792	0.001008	186.0392572
4 (Tln1)	0.999774	0.011625	0.001997	187.1759088

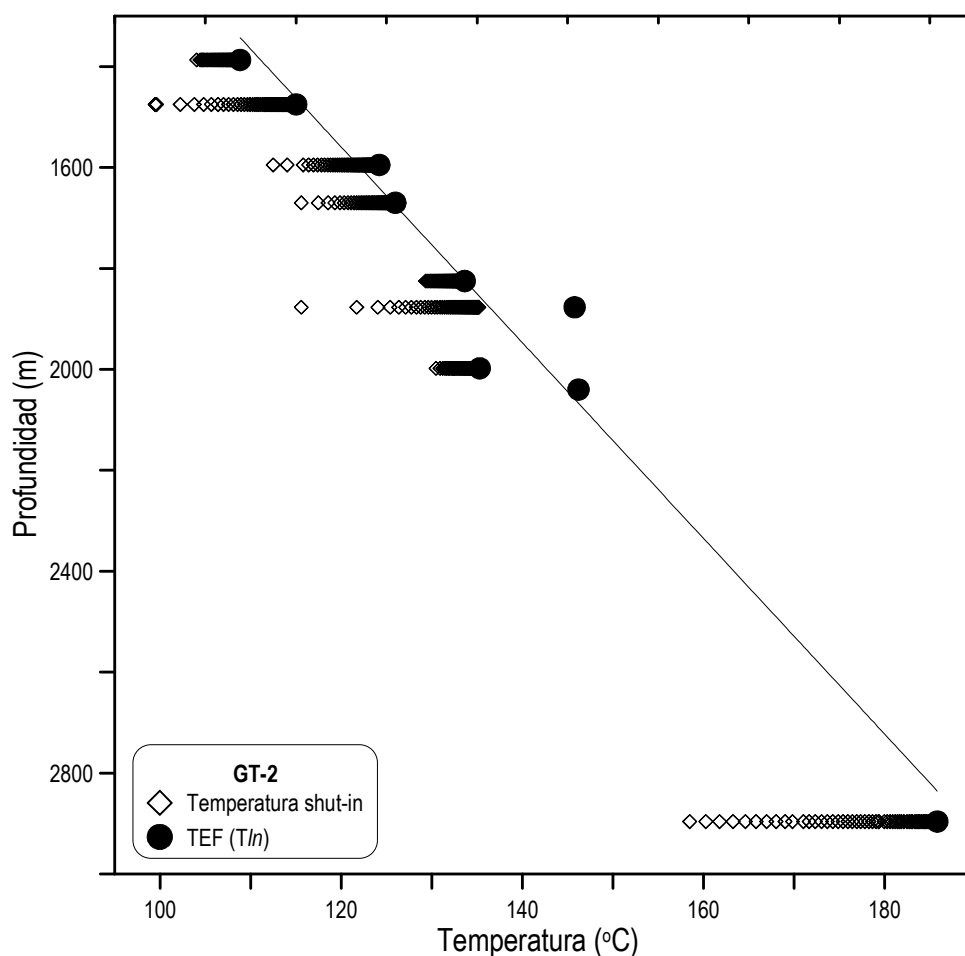


Figura 18. Perfil térmico parcial del pozo geotérmico GT-2, construido a través de las TEF calculadas con el nuevo método analítico-empírico.

Tabla 24. Resultados numéricos para los criterios de selección R^2 , RSS_n , $Ext-Abs$ y $\%Desv$, obtenidos de los modelos de ajuste aplicados a las series de datos sintéticos CJON, SHBE y CLAH.

Modelo	R^2	RSS_n	Ext-Abs	$\%Desv$
CJON ($n = 12$, $BHT_n = 19.6^\circ\text{C}$)				
C ($Tln1$)	0.999158	0.003433	0.038091	19.66264912
L ($Tln1$)	0.888882	0.453271	0.099774	22.69598611
SHBE ($n = 8$, $BHT_n = 75.5^\circ\text{C}$)				
4 ($Tln2$)	0.999980	0.000757	0.000505	78.17601977
4 ($Tln1$)	0.999976	0.000910	0.002418	76.74482366
C ($Tln1$)	0.999969	0.001146	0.000277	77.19506865
CLAH ($n = 15$, $BHT_n = 119.1^\circ\text{C}$)				
6 ($Tln2$)	0.999989	0.000622	0.001137	119.56617471
6 ($Tln3$)	0.999981	0.000668	0.001163	119.51951851
5 ($Tln3$)	0.999981	0.000679	0.000365	119.57856323

Nota: Por cuestiones de espacio los resultados obtenidos de las series de datos geotérmicos no presentados en esta sección (ver Tabla 18), serán incluidos en los manuscritos resultado de este trabajo de tesis doctoral.

Aplicación Petrolera:

En esta sección se muestran los resultados numéricos obtenidos en la aplicación de los criterios de selección, para las series de datos petroleras. Al igual que en la sección de aplicación geotérmica, se utilizó la metodología del nuevo método analítico-empírico para estimar la TEF de las series de datos petroleras. En la Tabla 25 se enlistan las series de datos petroleras, anexando el número de datos correspondiente a cada serie y de acuerdo a esto, el orden máximo del MGR que puede aplicarse a cada serie de datos.

A continuación, de manera resumida se presentan los diferentes ejemplos de aplicación petrolera y sus respectivos resultados numéricos.

Ejemplo (6):

En la Tabla 26 se presentan los resultados numéricos obtenidos para las series petroleras USAM, COST, MALOOB, PPH-ABA y BECU. El conjunto de datos COST consta de tres series de datos a diferentes profundidades y rango de temperaturas de relajación; del grupo de datos petroleros MALOOB se usaron las series MALOOB-456 y MALOOB-309D; y del conjunto de datos PPH-ABA se utilizó la serie Franciacorta (3328 m).

En el ejemplo de la serie USAM, de acuerdo a los resultados mostrados en la Tabla 26, sistemáticamente los modelos que mejor se ajustaron a los datos medidos fueron de sexto orden del MGR, siendo el máximo orden para este ejemplo. Lo antes mencionado se puede comprobar de manera gráfica al simular numéricamente los modelos de ajuste y a su vez compararlos con los datos medidos (Fig. 19).

Tabla 25. Series de datos BHT petroleros, y el grado máximo del modelo de regresión para su aplicación.

Conjunto de datos	Número de mediciones	Grado máximo MGR
Petróleo:		
USAM	14	6to.
COST	$4 \leq n \leq 6$	Lineal y 2do., respectivamente
MALOOB	$4 \leq n \leq 11$	Lineal a 5to., respectivamente
PPH-ABA	3	Lineal
N-SEA	4	Lineal
BROWSE-B	3	Lineal
BECU	5	2do.
DOCO	4	Lineal
G-COAST	3	Lineal
N-S-WELL D	6	2do.
BIG LAKE 13	4	Lineal
MOOMBA	4	Lineal
AUSTRALIA	$3 \leq n \leq 6$	Lineal y 2do., respectivamente

Tabla 26. Resultados numéricos para los criterios de selección R^2 , RSS_n , $Ext-Abs$ y $\%Desv$, obtenidos de los modelos de ajuste aplicados a la serie de datos petroleros USAM, COST, MALOOB, PPH-ABA y BECU.

Modelo	R^2	RSS_n	Ext-Abs	$\%Desv$
USAM ($n = 14$, $BHT_n = 147.27^\circ\text{C}$)				
6 (Tln1)	0.999999	0.000004	0.000003	149.2043434
6 (Tln2)	0.999999	0.000005	0.000059	150.3086013
6 (Tln3)	0.999999	0.000005	0.000064	150.3280185
COST (1420 m) ($n = 6$, $BHT_n = 56.11^\circ\text{C}$)				
L (Tln3)	0.821036	3.580292	0.074993	61.3113273
L (Tln2)	0.756320	4.874985	0.091726	63.7101321
L (Tln1)	0.677809	6.445655	0.114891	69.3588414
COST (3710 m) ($n = 5$, $BHT_n = 150^\circ\text{C}$)				
Q (Tln3)	0.984304	2.423206	0.032930	165.72454566
Q (Tln2)	0.984261	2.429810	0.033565	164.35473528
Q (Tln1)	0.983694	2.517377	0.034948	153.06021433
COST (4475 m) ($n = 4$, $BHT_n = 174.44^\circ\text{C}$)				
L (Tln3)	0.956214	0.830434	0.004879	188.13150013
L (Tln2)	0.952101	0.908436	0.003154	197.08590044
L (Tln1)	0.945707	1.029703	0.004879	220.19926469
MALOOB - 456 ($n = 9$, $BHT_n = 127^\circ\text{C}$)				
Q (Tln3)	0.945954	23.564209	10.848950	135.8435473
Q (Tln2)	0.948886	22.285757	14.168513	139.7680556
L (Tln2)	0.657459	149.347768	52.868032	130.0911642
MALOOB - 309D ($n = 7$, $BHT_n = 118^\circ\text{C}$)				
L (Tln3)	0.481088	29.419119	0.248828	126.61369763
L (Tln2)	0.470750	30.005256	0.257900	127.11574904
L (Tln1)	0.449803	31.192791	0.277808	128.43984217
Franciacorta (3328 m) ($n = 4$, $BHT_n = 92^\circ\text{C}$)				
L (Tln1)	0.999655	0.001725	0.001453	100.80077221
L (Tln2)	0.989163	0.054187	0.007453	95.74502761
L (Tln3)	0.963931	0.180344	0.012594	93.59314685
BECU ($n = 5$, $BHT_n = 72^\circ\text{C}$)				
L (Tln2)	0.962760	0.297923	0.016895	86.05072588
L (Tln3)	0.931861	0.545114	0.023003	78.95054738

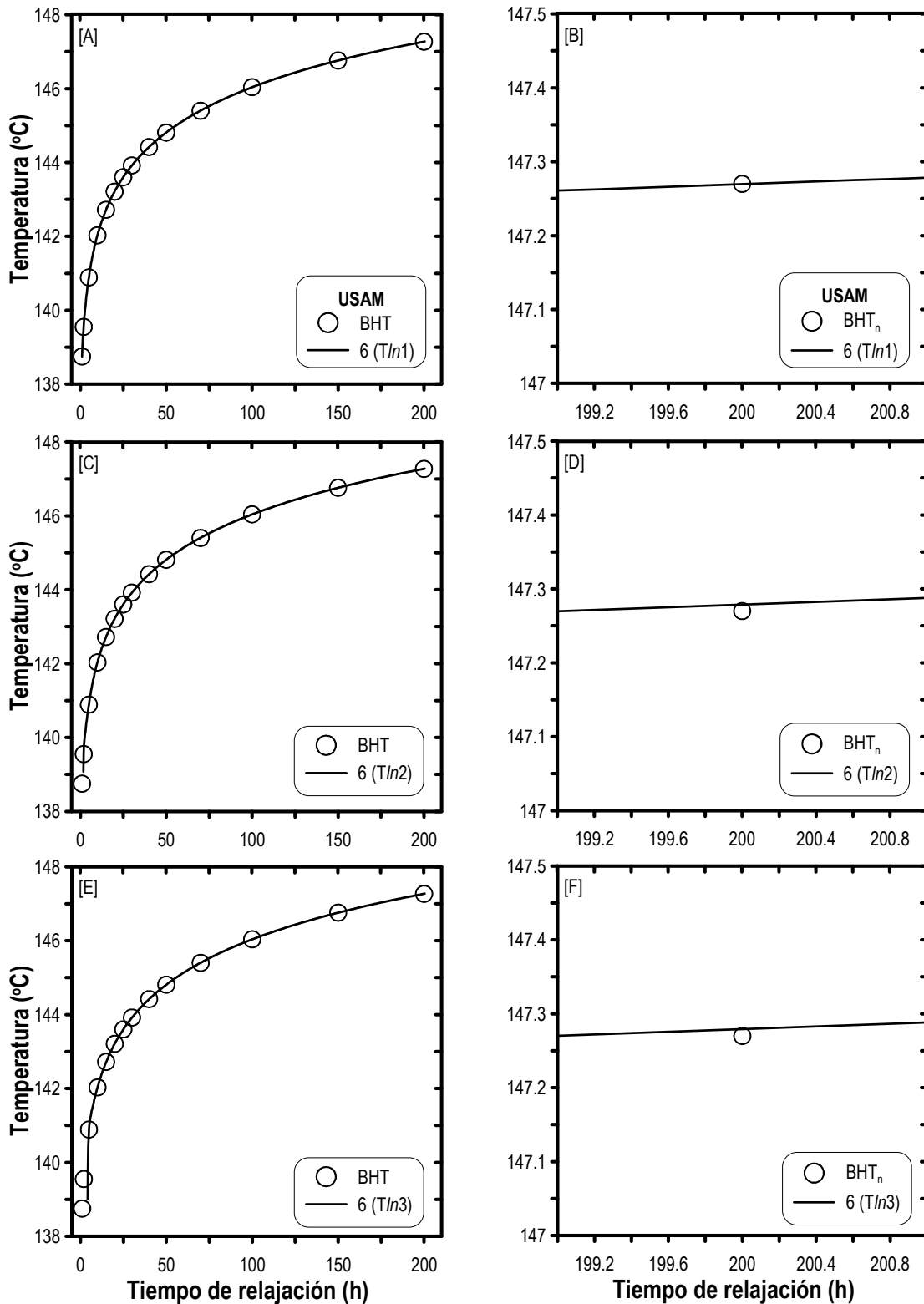


Figura 19. Las gráficas del lado izquierdo corresponden a la simulación numérica de los diferentes modelos de ajuste de acuerdo al MGR con Tln aplicado a la serie petrolera USAM: [A] modelo $6(Tln1)$; [C] modelo $6(Tln2)$; y [E] modelo $6(Tln3)$. Del lado derecho, graficado del n-ésimo dato BHT (BHT_n) de la serie USAM, junto con las aproximaciones numéricas de los diferentes ajustes del MGR con Tln , para el análisis del criterio de selección *Ext-Abs*: [B] modelo $6(Tln1)$; [D] modelo $6(Tln2)$; y [F] modelo $6(Tln3)$.

De la Fig. 19, las gráficas que corresponden al lado izquierdo [A, C y E] son una manera de representar los resultados numéricos correspondientes a los criterios R^2 y $RSSn$. Por otra parte, las gráficas del lado derecho de la Fig. 19 [B, D y F], corresponden a la representación gráfica de los resultados numéricos del criterio $Ext-Abs$. De manera general, los resultados numéricos (Tabla 26) y gráficos (Fig. 19) de la serie petrolera USAM, se puede observar que no existe mucha diferencia entre los tres mejores modelos de ajuste, como sucede en muchos de los casos presentados en este proyecto. Finalmente el mejor modelo de ajuste fue 6($Tln1$) del cual se obtuvo una TEF ($^{\circ}C$) de 149.20 ± 0.15 .

De los resultados mostrados en la Tabla 26 para los ejemplos COST y MALOOB, se puede observar que sistemáticamente los modelos con aplicación de la transformación $Tln3$, fueron los que mejor cumplieron las condiciones de los criterios de selección. Por lo tanto, las TEF ($^{\circ}C$) calculadas para el grupo de datos COST son: (a) COST (1420 m) con el modelo L($Tln3$) 61.31 ± 0.61 ; (b) COST (3710 m) con el modelo Q($Tln3$) 165.72 ± 1.66 ; y por ultimo (c) COST (4475 m) con el modelo L($Tln3$) 188.13 ± 1.88 . Y para las series de datos MALOOB-456 y MALOOB-309D, las TEF ($^{\circ}C$) calculadas fueron 135.85 ± 1.36 y 126.61 ± 1.27 , a través de los modelos Q($Tln3$) y L($Tln3$), respectivamente.

Debido al corto número de datos registrados para la serie Franciacorta, solo se aplicaron los modelos lineales. De los resultados numéricos presentados en la Tabla 26, se concluyó que el mejor modelo de ajuste fue L($Tln1$), por lo tanto la TEF ($^{\circ}C$) para la serie de datos Franciacorta (3328 m) es 100.80 ± 1.01 .

En el último ejemplo de aplicación petrolera (BECU) podemos observar que solo dos de los seis posibles modelos de ajuste fueron seleccionados como mejores modelos, debido que solo estos dos modelos cumplieron las condiciones de los criterios de selección. Por lo tanto, el modelo seleccionado L($Tln2$) dio como resultado final 86.1 ± 0.9 para la TEF ($^{\circ}C$) que representará a la serie BECU (ver Tabla 26).

Nota: Por cuestiones de espacio los resultados obtenidos de las series de datos petroleros no presentados en esta sección (ver Tabla 25), serán incluidos en los manuscritos resultado de este trabajo de tesis doctoral.

Aplicación Permafrost:

Por último, se presentarán los resultados numéricos de los ejemplos de aplicación permafrost. En la Tabla 27 se enlistan todos los conjuntos de datos permafrost existentes en la base de datos creada para este proyecto doctoral, mismos que fueron recopilados tanto de la literatura internacional como en base de datos electrónicas situadas en Internet. También se muestra en la Tabla 27 el número de mediciones correspondiente a cada grupo de datos, así como el orden máximo del MGR para su aplicación.

Tabla 27. Series de datos de recuperación térmica (Temperatura y tiempo de relajación) de pozos permafrost, y el grado máximo del modelo de regresión para su aplicación.

Conjunto de datos	Numero de mediciones	Grado máximo MGR
Permafrost:		
S-BARROW	28	8vo.
MOKKA	9	4to.
WINTER	7	3ro.
REINDEER	10	4to.
WELL 175	3	Lineal
W-F-CREEK	6	2do.
D-POINT	6	2do.
P-RIVER	9	4to.
ATIGARU	6	2do.
KUGRUA	6	2do.
S-MEADE	6	2do.
S-H-BAY	6	2do.
WELL 192	3	Lineal

Ejemplo (7):

A continuación se hará una explicación de los resultados obtenidos para el conjunto de datos permafrost REINDEER. Este conjunto de datos fue elegido como ejemplo de aplicación permafrost en este proyecto doctoral, ya que cuenta con nueve series de datos correspondientes a nueve diferentes profundidades dentro del mismo pozo, además contiene diferentes rangos de temperatura dentro de las temperaturas consideradas como “frías”. En la Tabla 28, se resume los resultados numéricos para cada serie de datos del pozo permafrost REINDEER, donde al igual que en todos los ejemplos anteriores se enlistan los tres mejores modelos de ajuste para cada serie.

Tabla 28. Resultados numéricos para los criterios de selección R^2 , RSS_n , $Ext-Abs$ y $\%Desv$, obtenidos de los modelos de ajuste aplicados a la serie de datos permafrost REINDEER.

Modelo	R^2	RSS_n	$Ext-Abs$	$\%Desv$
REINDEER (18.3 m) ($n = 9$, $BHT_n = -7.69^\circ\text{C}$)				
L (Tln3)	0.944148	0.233615	0.021614	-9.11711
L (Tln2)	0.929968	0.292926	0.005690	-9.62947
L (Tln1)	0.895713	0.436205	0.025361	-10.93107
REINDEER (48.8 m) ($n = 9$, $BHT_n = -5.58^\circ\text{C}$)				
C (Tln3)	0.999958	0.000113	0.009629	-5.66463
C (Tln2)	0.999934	0.000176	0.012824	-6.02679
C (Tln1)	0.999812	0.000503	0.023539	-12.4364
REINDEER (79.2 m) ($n = 10$, $BHT_n = -5.14^\circ\text{C}$)				
Q (Tln3)	0.987126	0.028617	0.028054	-5.24955
L (Tln3)	0.925190	0.166289	0.149964	-6.83649
L (Tln2)	0.904862	0.211473	0.167925	-7.17505
REINDEER (140.2 m) ($n = 10$, $BHT_n = -4.3^\circ\text{C}$)				
Q (Tln1)	0.958276	0.073738	0.117861	-5.70082
Q (Tln3)	0.957635	0.074870	0.129196	-6.19297
Q (Tln2)	0.956732	0.076466	0.128050	-6.16124
REINDEER (201.2 m) ($n = 10$, $BHT_n = -3.11^\circ\text{C}$)				
Q (Tln1)	0.997466	0.001624	0.000612	-3.11216
Q (Tln2)	0.994872	0.003288	0.022786	-3.18808
Q (Tln3)	0.993422	0.004217	0.031296	-3.25895
REINDEER (292.6 m) ($n = 10$, $BHT_n = -1.28^\circ\text{C}$)				
C (Tln2)	0.990826	0.001329	0.086320	-1.45595
C (Tln3)	0.989779	0.001481	0.093912	-1.56114
Q (Tln3)	0.983646	0.002369	0.117030	-2.20425
REINDEER (414.5 m) ($n = 10$, $BHT_n = 1.25^\circ\text{C}$)				
C (Tln2)	0.999969	0.000011	0.001253	1.21517
4 (Tln1)	0.999973	0.000009	0.016733	1.19465
C (Tln1)	0.999967	0.000011	0.011554	-0.78504
REINDEER (506 m) ($n = 10$, $BHT_n = 3.49^\circ\text{C}$)				
4 (Tln1)	0.999971	0.000009	0.000119	3.47245
C (Tln2)	0.999967	0.000010	0.001036	3.47519
REINDEER (597.4 m) ($n = 10$, $BHT_n = 5.97^\circ\text{C}$)				
C (Tln2)	0.999853	0.000038	0.002746	5.94480
C (Tln3)	0.999841	0.000041	0.002979	5.95290
Q (Tln3)	0.999835	0.000043	0.002297	5.95966

De la Tabla 28, podemos observar que solo en el primer caso (REINDEER 18.3 m) un modelo lineal fue el que dio mejores resultados de ajuste hacia los datos medidos y como producto final la obtención de la TEF. Sin embargo, en el resto de los casos, de los modelos polinomiales se obtuvieron mejores ajustes hacia los datos medidos y por consecuencia se obtuvo la TEF para cada una de las series a través de dichos modelos polinomiales.

Como un ejemplo de los resultados numéricos para los criterios R^2 y RSS_n presentados en la Tabla 28, en las figuras 20[A], 20[C] y 20[E] podemos visualizar de manera gráfica los resultados obtenidos de los tres mejores modelos de ajuste para la serie REINDEER (597.4m). Por otra parte, en las figuras 20[B], 20[D] y 20[F] se hizo una amplificación a las aproximaciones numéricas hechas a través de cada uno de los modelos respecto al BHT_n , así representar los resultados numéricos para el criterio *Ext-Abs*.

De manera general, se observa que en la sección de graficas del lado izquierdo de la Fig. 20 [A, C y E], así como los resultados de la Tabla 28 (R^2 y RSS_n), es prácticamente nula la diferencia entre cada uno de los modelos analizados. Sin embargo, en la sección derecha de la Fig. 20 [B, D y F], podemos notar de manera visual un poco más la diferencia entre los resultados del criterio *Ext-Abs* para cada modelo debido a la amplificación realizada al graficado numérico, esta diferencia es poco notable en los resultados numéricos de la Tabla 28.

De los resultados presentados en la Tabla 28, de acuerdo a los modelos seleccionados, se determinaron las TEF para cada profundidad del pozo REINDEER, esta información fue usada para construir parcialmente el perfil térmico del pozo, representado gráficamente en la Fig. 21. Con este último grupo de resultados (TEF) se puede calcular el gradiente geotérmico del pozo, así como el análisis del perfil térmico para la determinación del proceso de enfriamiento o calentamiento que se presenta en la parte somera de dicho pozo en análisis (Capítulo 3).

Nota: Por cuestiones de espacio los resultados obtenidos de las series de datos permafrost no presentados en esta sección (ver Tabla 27), serán incluidos en los manuscritos resultado de este trabajo de tesis doctoral.

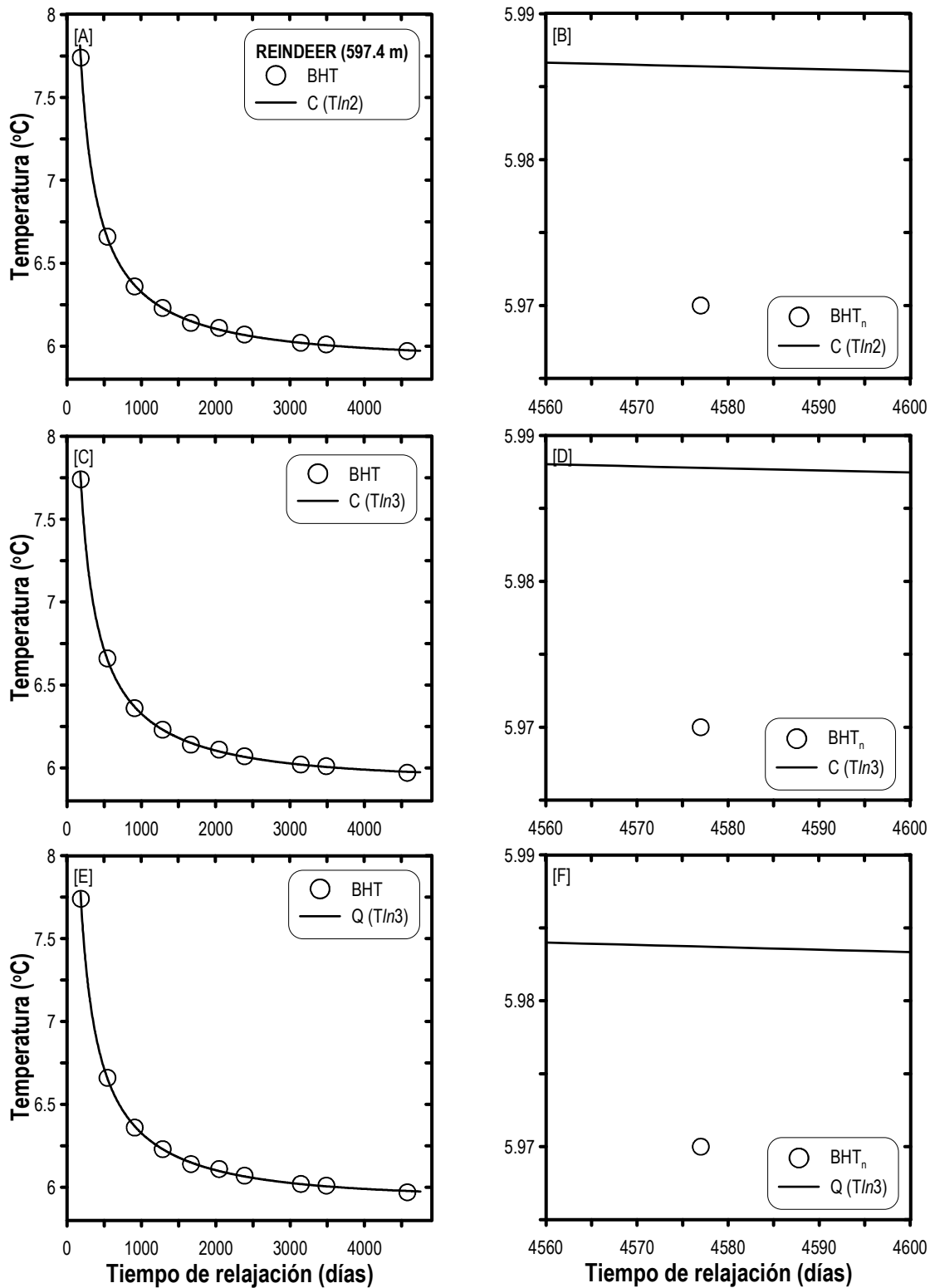


Figura 20. Sección izquierda, simulación numérica de los tres mejores modelos de ajuste de acuerdo al MGR con Tln aplicado a la serie permafrost REINDEER (597.4 m): [A] $C(Tln2)$; [C] $C(Tln3)$; [E] $Q(Tln3)$. Sección derecha, graficado del n-ésimo dato BHT de la serie REINDEER (597.4 m) y las aproximaciones numéricas de los tres mejores ajustes del MGR con Tln , para el análisis del criterio de selección *Ext-Abs*: [B] $C(Tln2)$; [D] $C(Tln3)$; [F] $Q(Tln3)$.

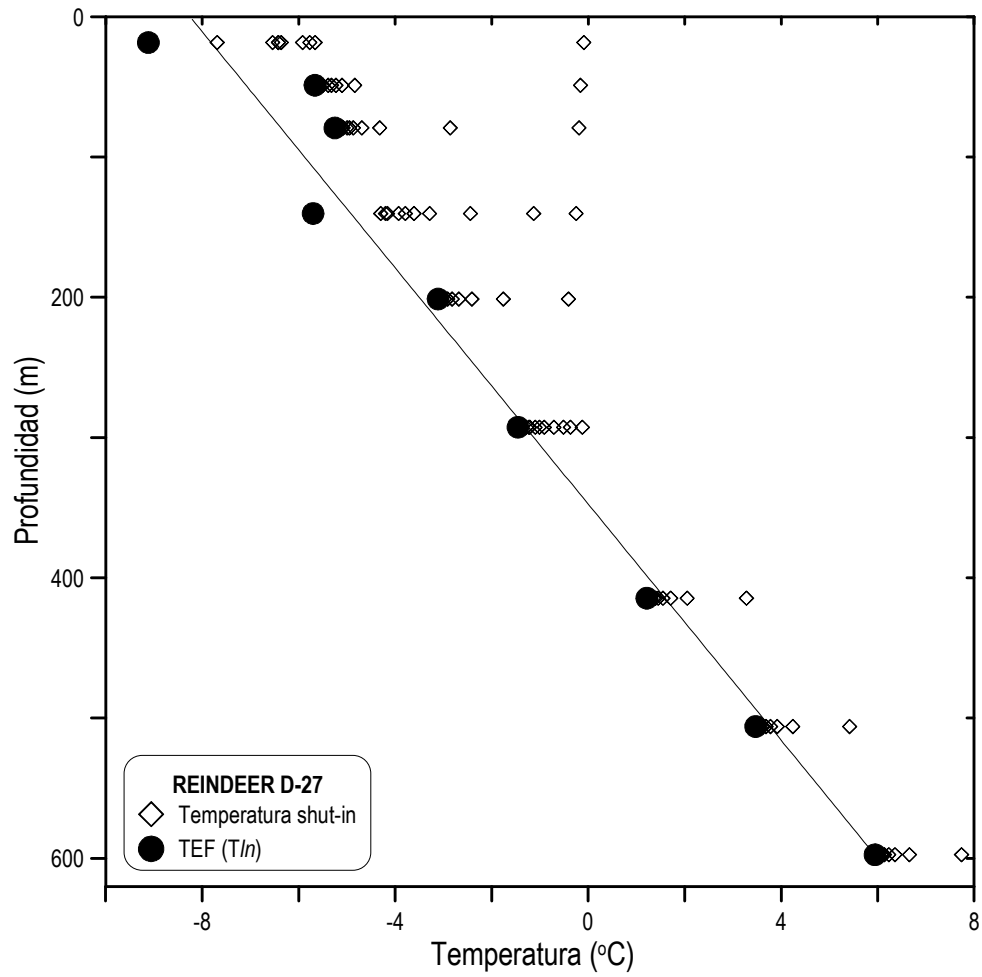


Figura 21. Graficado parcial del perfil térmico del pozo permafrost REINDEER, a través de las TEF calculadas con el nuevo método analítico-empírico.

Finalmente, después de analizar todos los ejemplos de aplicación geotérmica, petrolera y permafrost, los coeficientes de determinación (R^2) y los residuales normalizados (RSS_n) que fueron calculados para todos los modelos generados por cada serie de datos usando el MGR con Tln , estos parámetros fueron criterios estadísticos usados para definir el mejor modelo de ajuste hacia los datos medidos (Temperatura y tiempo de relajación térmica). Al igual que estos criterios, los parámetros dimensionales de extrapolación y convergencia de simulación de los modelos ($Ext-Abs$ y $\%Desv$, respectivamente) fueron de gran importancia para la evaluación de los modelos generados para cada serie de datos, mismos que también tuvieron gran peso en la toma de decisión por el mejor modelo de ajuste y finalmente determinar la TEF. Esto indica que en la metodología desarrollada, cada parámetro o criterio de selección es complemento uno del otro, y así se logró una efectiva y confiable toma de decisión para elegir los modelos que representarán en particular a una serie de datos.

De acuerdo a los resultados mostrados en los siete ejemplos antes mencionados, los mejores coeficientes de determinación, los valores más pequeños de residuales, extrapolación dimensional y la más exacta convergencia de simulación fueron sistemáticamente obtenidos por las predicciones inferidas a través de los modelos polinomiales. De las 27 series de datos geotérmicas, 11 fueron descritas por un modelo lineal, es decir aproximadamente un 41%. En la aplicación petrolera, cinco de las ocho series de datos fueron descritos por un modelo lineal, es decir, aproximadamente 63%. Todo esto es excluyendo los casos donde solo pudieron ser analizados por modelos lineales tanto para la aplicación geotérmica como la petrolera, debido al número de datos disponibles. Por último, en la aplicación permafrost, solo una de las nueve series de datos, fue descrita por un modelo lineal, que corresponde aproximadamente a un 11%. De manera global, de los 44 casos analizados, solo 17 fueron descritos por un modelo lineal, esto representa aproximadamente un 39% del total. Por lo tanto, los procesos de recuperación térmica exhibidos por la mayoría de los datos de registros de pozos y sintéticos fueron mejor descritos por un modelo polinomial, encontrando que entre mayor fuera el número de datos, mayor el orden del polinomio que mejor describe este fenómeno físico. Estos resultados están en parcial acuerdo con los resultados presentados en trabajos previamente realizados, donde se analizó también el

fenómeno de recuperación térmica dirigida hacia una mejor estimación de la TEF usando solo el modelo lineal y polinomial cuadrático (por ejemplo, Andeverde *et al.*, 2005 y Espinoza-Ojeda *et al.*, 2011).

4.3.4 Análisis de Exactitud y Comparación entre TEF's Estimadas

En esta última sección, las TEF obtenidas a través del nuevo método analítico-empírico fueron comparadas con las TEFV. Los datos sintéticos CJON, SHBE y CLAH fueron usados para evaluar la exactitud de las estimaciones TEF por medio del nuevo método. También estos resultados fueron comparados con las TEF obtenidas por los métodos analíticos utilizando sus soluciones aproximadas (con los modelos OLS y QR), cálculos efectuados a través del programa STATISTICA (Capítulo 2). En la Tabla 2 se enlistan los métodos analíticos también usados en este análisis estadístico. En la evaluación de exactitud, las siguientes pruebas estadísticas fueron aplicadas exitosamente: (i) El porcentaje de error (*%Error*) entre las TEF estimadas y las TEFV; (ii) las pruebas estadísticas *F*- y *t-student* para el análisis de significancia entre los valores de las TEF estimadas y las TEFV.

Los resultados de estos análisis de exactitud están reportados en las figuras 22 y 23. La comparación entre las TEF estimadas y las TEFV por medio del porcentaje de error (*%Error*), se muestra en la Fig. 22, mientras que la evaluación de exactitud por medio de las pruebas *F*- y *t-student*, fue reportada en la Fig. 23. En ambas figuras los resultados del nuevo método están representados por el símbolo del triángulo hueco, y sus incertidumbres calculadas por medio del *%Desv*, fueron representadas por las barras de error al igual que en los métodos analíticos (ver Fig. 23).

Después de analizar los resultados globales de estas pruebas, se encontró que solo en el caso de la serie CLAH {ver Fig. 22[C] y 23[C]}, el nuevo método provee la estimación más confiable, de acuerdo al porcentaje de error más bajo reportado (0.36%) y de no encontrar diferencias significativas al haber aplicado las pruebas *F*- y *t-student*. Es decir, la hipótesis nula (H_0) fue aceptada en el caso de la serie sintética CLAH, al comparar la TEF estimada por el nuevo método versus la TEFV reportada para dicha serie sintética.

Sin embargo, los porcentajes de desviación para el Tln representados en las Fig. 22[A] y 22[B], están dentro del $\pm 3\%$ porcentaje de desviación promedio. En el Capítulo 2 se menciona que este dato fue usado como el mejor criterio para evaluar la exactitud del método debido que este fue medido bajo condiciones de experimento controlado. En el caso de la serie CJON, del nuevo método se obtuvo un 2.9% de error (Fig. 22[A]); para la serie sintética SHBE, se obtuvo un 2.3% de error para el nuevo método (Fig. 22[B]). De la Fig. 22 se puede observar que los porcentajes de error más bajos (entre -3.1% y 2.5%) fueron obtenidos para la serie CLAH (Fig. 22[C]), mientras que los valores más altos (aproximadamente entre -10% y 8%) fueron alcanzados para la serie SHBE (Fig. 22[B]), tomando en cuenta los resultados del nuevo método y de los métodos analíticos.

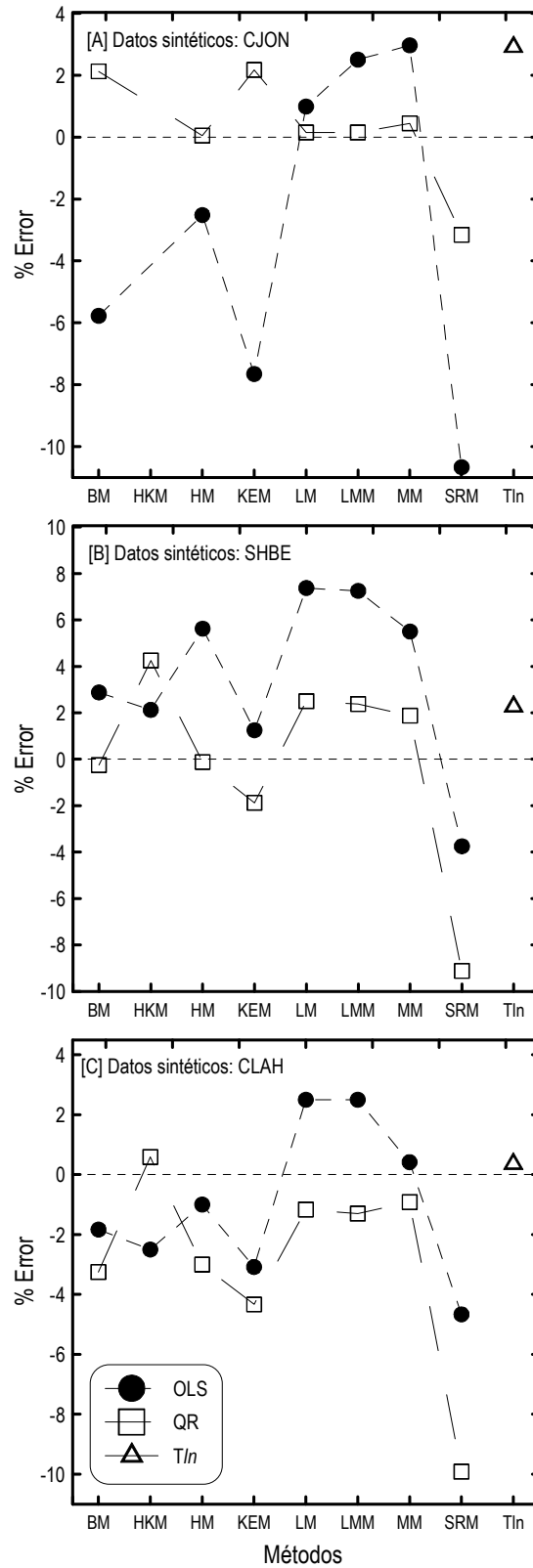


Figura 22. Resultados del porcentaje de error ($\%Error$) entre las TEF estimadas predichas con el nuevo método analítico-empírico y las soluciones aproximadas de los métodos analíticos (usando los modelos OLS y QR) y las TEFV tomadas de los conjuntos de datos sintéticos (CJON, SHBE, y CLAH).

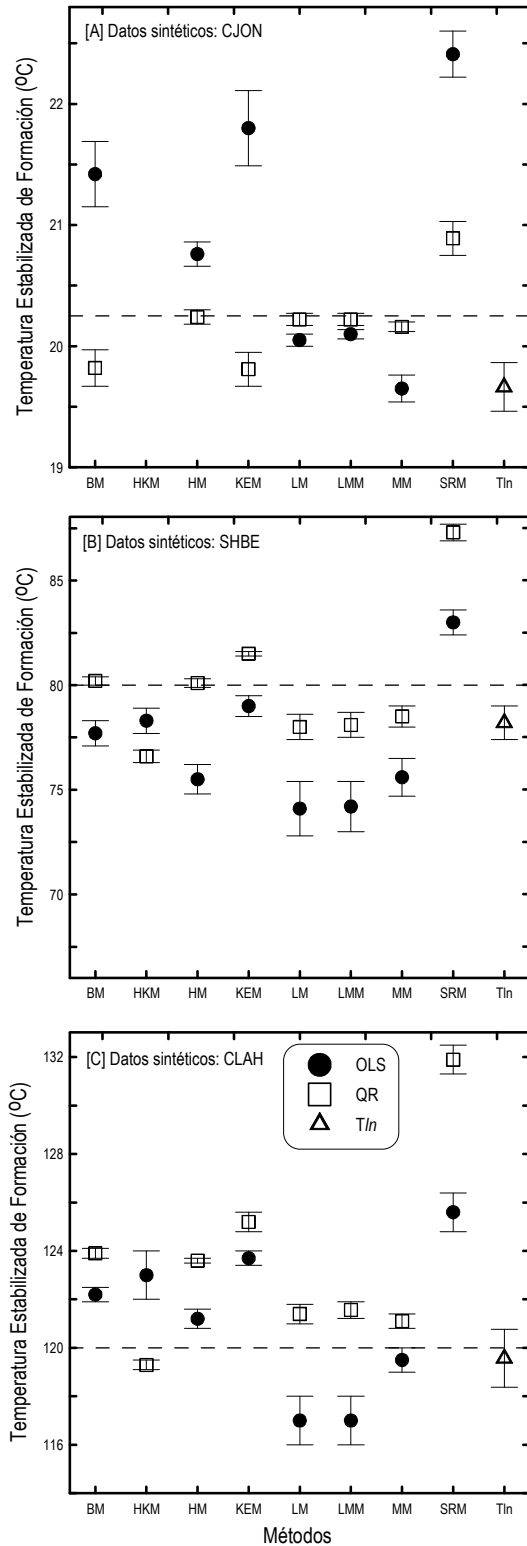


Figura 23. Resultados de la evaluación de exactitud entre la estimación de la TEF predicha con el nuevo método analítico-empírico y las soluciones aproximadas de los métodos analíticos (modelos OLS y QR), y las TEFV (compiladas de los datos sintéticos CJON, SHBE y CLAH). La TEF “verdadera” para estos tres casos es mostrada como línea punteada. Las incertidumbres de las TEF estimadas son indicadas como barras de error.

Por último, los resultados obtenidos para el método Tln mostrados en las figuras 23[A] y 23[B], se encontró que a través de las pruebas F - y t -student en el caso de la serie SHBE (Fig. 23[B]) no existe diferencia significativa entre la TEF estimada por el método Tln y la TEFV reportada para esta serie sintética. Estos resultados están en total acuerdo con los resultados mostrados en la Fig. 22. Los resultados reportados para los métodos analíticos con respecto a estos análisis de exactitud son discutidos en el Capítulo 2.

En las Tablas 29 y 30 se reportan las TEF estimadas por el nuevo método Tln y también por medio de los modelos OLS y QR para los ocho métodos analíticos, en las aplicaciones geotérmicas. Estas tablas fueron generadas con el propósito de remarcar que sistemáticamente los métodos analíticos subestiman la TEF, mayormente cuando se usa el modelo OLS para la estimación de la TEF. En cada serie de datos se menciona el valor numérico de la BHT_n (n -ésima temperatura de relajación medida), siendo esta un dato referencia para determinar que método analítico y bajo cual modelo de regresión esta subestimando la TEF, ya que teóricamente se espera que la TEF no sea menor que la BHT_n . El nuevo método Tln fue diseñado para no cometer este error tan comúnmente presente en las estimaciones de los métodos analíticos. De las 426 estimaciones de las TEF's geotérmicas reportadas en las Tablas 29 y 30, usando los métodos analíticos, se encontró que 73 estimaciones subestiman la TEF, esto representa un 17% del total.

En la Tabla 31 se reportan las TEF de pozos petroleros, los cálculos fueron presentados de la misma forma que los valores reportados en las Tablas 29 y 30. En estos resultados se observó que de las 120 estimaciones TEF a través del uso de los clásicos métodos analíticos, 34 estimaciones subestiman la TEF, esto de acuerdo a la BHT_n reportada, misma que fue usada como dato de referencia. Estos resultados indican que las TEF fueron subestimadas aproximadamente en poco más del 28% de las estimaciones realizadas en las aplicaciones petroleras usando los métodos analíticos.

Por último, las TEF de los ejemplos de aplicación permafrost fueron reportadas en la Tabla 32. En la aplicación permafrost se utilizó el conjunto de datos del pozo REINDEER, del cual se tiene registrado nueve series de datos de relajación a distintas profundidades. En la aplicación permafrost no fue posible aplicar el método analítico HKM, debido a su

restricción de cálculo cuando el tiempo de relajación es grande ($\Delta t > 100$ hrs). Por lo tanto, de los siete métodos analíticos restantes, para este ejemplo se obtuvieron 62 estimaciones de la TEF, tomando en cuenta ambos modelos de regresión (OLS y QR). En este tipo de aplicación, teóricamente se espera que la TEF calculada sea menor que la última temperatura de relajación medida (BHT_n), por lo que, al analizar los resultados mostrados en la Tabla 32, se encontró que aproximadamente el 52% de las estimaciones no cumplen con esta teoría, sistemáticamente el modelo OLS no cumple dicha condición, sin embargo, en pocos casos el modelo QR tampoco cumple con esta teoría.

Desafortunadamente las observaciones antes mencionadas no han podido ser estadísticamente comprobadas, debido que son datos de campo y no se sabe con exactitud la TEFV, a diferencia de cuando se trabaja con datos sintéticos en los cuales sí se puede obtener una “verdad”. Estas observaciones están basadas en la experiencia adquirida al trabajar en esta problemática, y de los muchos trabajos reportados en la literatura internacional que coinciden sus comentarios finales con lo antes mencionado. Además, todas las series de datos utilizadas en este trabajo no contienen caídas de temperatura como las registradas en zonas de pérdida de circulación, esto sustenta que hayamos tomado como dato referencia la BHT_n para verificar cuando se subestima la TEF. Finalmente, podemos agregar que el nuevo método analítico-empírico (Tln) desarrollado para el cálculo de la TEF en geosistemas, cumplió con las condiciones y resultados esperados teóricamente, lo que hace de este nuevo método una herramienta útil y altamente eficaz para su uso en este tipo de tareas, ya sea en aplicación técnica o ingenieril, así como en el desarrollo de ciencia básica.

Tabla 29. TEF calculadas por el nuevo método analítico-empírico (Tln), y por las soluciones aproximadas de ocho métodos analíticos (BM, HKM, HM, KEM, LM, LMM, MM y SRM), usando datos reales de temperatura y tiempo de relajación registrados en pozos geotérmicos.

Conjunto de Datos	Métodos (Modelo de Regresión)									Tln
		BM	HKM	HM	KEM	LM	LMM	MM	SRM	
CH-A₄ ($BHT_n = 169^\circ\text{C}$)	OLS	159 ± 7	153 ± 6	157 ± 8	163 ± 7	153 ± 9	154 ± 9	144 ± 11	176 ± 8	181.46 ± 1.82
	QR	175.0 ± 3.1	159 ± 5	172.9 ± 3.4	178.6 ± 2.9	170.0 ± 4.1	170.1 ± 4.0	163 ± 6	207 ± 5	
CH-A₉ ($BHT_n = 138^\circ\text{C}$)	OLS	132.1 ± 4.2	128.9 ± 3.7	130.7 ± 4.5	133.9 ± 3.8	129 ± 5	129 ± 5	125 ± 6	141.2 ± 4.4	148.035 ± 1.48
	QR	140.3 ± 2.8	131.8 ± 3.4	139.0 ± 3.2	142.5 ± 2.4	137.2 ± 3.6	137.4 ± 3.5	133.7 ± 4.3	157.8 ± 2.3	
CH-A₁₁ ($BHT_n = 145^\circ\text{C}$)	OLS	137 ± 6	134 ± 5	136 ± 6	139 ± 5	134 ± 6	134 ± 6	129 ± 7	146 ± 6	158.90 ± 1.59
	QR	148.4 ± 2.9	138.3 ± 3.6	146.7 ± 3.4	151.2 ± 2.1	144.6 ± 3.9	144.6 ± 3.9	140 ± 5	170.4 ± 1.6	
MXCO₁ ($BHT_n = 247.7^\circ\text{C}$)	OLS	256 ± 5	256.9 ± 2.0	253 ± 6	262 ± 5	251 ± 6	251 ± 6	246 ± 6	283 ± 7	262.99 ± 2.63
	QR	281 ± 5	263.1 ± 2.4	278 ± 5	290 ± 5	276 ± 5	276 ± 5	270 ± 5	340 ± 8	
MXCO₂ ($BHT_n = 247.1^\circ\text{C}$)	OLS	254 ± 5	252.9 ± 2.0	251 ± 6	260 ± 5	249 ± 6	249 ± 6	244 ± 6	301 ± 5	262.20 ± 2.62
	QR	279.4 ± 3.5	259.3 ± 1.7	277.0 ± 3.5	288 ± 3	274.3 ± 3.7	274.5 ± 3.6	269 ± 4	352 ± 16	
ITAL ($BHT_n = 118.7^\circ\text{C}$)	OLS	130.6 ± 0.6	128.82 ± 0.12	127.8 ± 0.6	134.2 ± 0.6	124.8 ± 0.6	124.6 ± 0.6	120.1 ± 0.7	142.2 ± 0.6	119.83 ± 1.20
	QR	133.4 ± 1.9	128.08 ± 0.35	132.2 ± 1.6	135.8 ± 2.5	130.0 ± 1.3	133.31 ± 0.44	123.0 ± 0.9	161.9 ± 1.1	
PHIL ($BHT_n = 146^\circ\text{C}$)	OLS	206.7 ± 4.2	150.4 ± 3.9	182.3 ± 3.1	197 ± 5	149.3 ± 3.9	187.9 ± 3.1		179 ± 6	158.41 ± 1.58
	QR	233 ± 23	178.3 ± 3.0	211 ± 15	251 ± 18	176.9 ± 2.8	189 ± 14		249 ± 10	
JAPN ($BHT_n = 170.9^\circ\text{C}$)	OLS	172 ± 4	169.2 ± 1.5	167 ± 4	178 ± 3	162 ± 5	162 ± 5	157 ± 7	209.9 ± 0.9	176.44 ± 1.76
	QR	187 ± 2	171.8 ± 1.6	184.7 ± 2.5	192 ± 1	180.1 ± 3.4	180.3 ± 3.3	162 ± 6	215	
CB-1 (994m, $BHT_n = 52.3^\circ\text{C}$)	OLS	53.35 ± 0.38	53.75 ± 0.25	53.20 ± 0.39	53.76 ± 0.39	53.05 ± 0.39	53.07 ± 0.39	52.71 ± 0.41	54.9 ± 0.6	57.6 ± 0.6
	QR	55 ± 1	53.83 ± 1.13	55 ± 1	55.42 ± 1.37	54.6 ± 0.8	54.6 ± 0.8	54.3 ± 0.6	58.18 ± 2.88	
CB-1 (1494m, $BHT_n = 65.8^\circ\text{C}$)	OLS	72.3 ± 0.6	72.27 ± 0.23	71.3 ± 0.7	73.7 ± 0.5	70.1 ± 0.8	70.1 ± 0.8	67.96 ± 1.06	77.3 ± 0.8	78.5 ± 0.8
	QR	75.58	71.17	75.01	76.83	74.06	74.06	72.32	84.13	
CB-1 (1987m, $BHT_n = 90^\circ\text{C}$)	OLS	94.16 ± 1.56	94.08 ± 0.29	93.15 ± 1.76	95.4 ± 1.5	92.07 ± 1.93	92.13 ± 1.91	89.55 ± 2.35	98.04 ± 2.17	98.1 ± 1.0
	QR	98.81	94.78	97.94	100.55	96.79	96.81	94.6	108.4	
CB-1 (2583m, $BHT_n = 102.7^\circ\text{C}$)	OLS	107.1 ± 2.9	109.7 ± 1.7	106.2 ± 2.9	109.6 ± 3.0	105.3 ± 2.9	105.4 ± 2.9	103.3 ± 2.9	116.3 ± 4.1	108.48 ± 0.01
	QR	120 ± 6	116 ± 5	118 ± 6	124 ± 7.0	117 ± 5	117 ± 5	114 ± 5	146 ± 13	
R #9-1 ($BHT_n = 170^\circ\text{C}$)	OLS	212.3 ± 4.1	181.2 ± 1.4	205.9 ± 3.1	216.6 ± 4.5	198.3 ± 2.1	198.3 ± 2.1	185.5 ± 0.6	205.1 ± 0.8	172.92 ± 1.73
	QR	156 ± 10	174.3 ± 1.8	168 ± 8	149 ± 12	178 ± 5	178 ± 5	185.9 ± 2.4	258.4	
SGIL ($BHT_n = 96.13^\circ\text{C}$)	OLS	100.5 ± 0.1	109.7 ± 1.8	99.3 ± 0.2	102.1 ± 0.2	97.0 ± 0.4	97.32 ± 0.37	97.5 ± 0.2	102.9 ± 0.3	101.80 ± 1.02
	QR	100.0 ± 0.3	81.9 ± 2.5	99 ± 1	101.1 ± 0.5	99.1 ± 0.2	99.22 ± 0.18	98.3 ± 0.2	104 ± 1	
ROUX ($BHT_n = 155.56^\circ\text{C}$)	OLS	200 ± 9	198.9 ± 10.3	185 ± 5	186 ± 5	172.18 ± 2.16	172.17 ± 2.15		195 ± 6	179.87 ± 1.80
	QR	75.32	64.26	132.91	128.16	155.3	155.32		111.21	
KELLEY ($BHT_n = 94.44^\circ\text{C}$)	OLS	110.57 ± 1.76	104.7 ± 0.8	107.35 ± 1.94	108.10 ± 1.92	103.62 ± 2.04	103.62 ± 2.04	97.18 ± 2.28	118.11 ± 2.69	112.23 ± 1.12
	QR	124.75	108.61	121.17	122.25	115.89	115.91	107.81	148.53	

Tabla 30. Temperaturas estabilizadas de formación calculadas por el nuevo método analítico- empírico (T/n), y por las soluciones aproximadas de ocho métodos analíticos (BM, HKM, HM, KEM, LM, LMM, MM y SRM), usando datos reales de temperatura y tiempo de relajación registrados en el pozo geotérmico GT-2, y las series sintéticas CJON, SHBE y CLAH.

Conjunto de Datos	Métodos (Modelo de Regresión)									
		BM	HKM	HM	KEM	LM	LMM	MM	SRM	T/n
GT-2 (1387m, $BHT_n = 108.695^\circ\text{C}$)	OLS	113.81 ± 0.04	111.14 ± 0.03	113.2 ± 0.1	114.7 ± 0.1	112.4 ± 0.1	112.4 ± 0.1	111.2 ± 0.1	117.9 ± 0.1	108.84 ± 1.09
	QR	114.15 ± 0.25	110.9 ± 0.1	114.10 ± 0.21	114.46 ± 0.32	113.77 ± 0.16	113.76 ± 0.16	113.1 ± 0.1	118 ± 1	
GT-2 (1475m, $BHT_n = 115.003^\circ\text{C}$)	OLS	122.25 ± 0.39	119.28 ± 0.40	121.01 ± 0.29	123.6 ± 0.5	119.57 ± 0.20	119.61 ± 0.20	115.98 ± 0.14	127 ± 1	115.03 ± 1.15
	QR	113 ± 1	113.14 ± 0.43	114.90 ± 0.40	111 ± 1	116.30 ± 0.27	116.24 ± 0.28	117.27 ± 0.11	108.1 ± 1.1	
GT-2 (1595m, $BHT_n = 123.817^\circ\text{C}$)	OLS	126.75 ± 0.11	124.77 ± 0.11	126.2 ± 0.1	127.39 ± 0.14	125.539 ± 0.042	125.554 ± 0.043	123.91 ± 0.10	129.72 ± 0.17	124.21 ± 1.24
	QR	124.73 ± 0.15	123.8 ± 0.1	125.08 ± 0.10	124.48 ± 0.18	125.2 ± 0.1	125.18 ± 0.08	124.9 ± 0.1	124.79 ± 0.27	
GT-2 (1670m, $BHT_n = 125.762^\circ\text{C}$)	OLS	131.20 ± 0.27	128.04 ± 0.19	130.52 ± 0.22	132.16 ± 0.32	129.68 ± 0.16	129.69 ± 0.16	128.2 ± 0.1	135.91 ± 0.43	125.98 ± 1.26
	QR	125.0 ± 0.5	125.62 ± 0.23	125.97 ± 0.39	123.8 ± 0.7	126.76 ± 0.28	126.73 ± 0.28	127.57 ± 0.14	119.5 ± 1.2	
GT-2 (1825m, $BHT_n = 132.817^\circ\text{C}$)	OLS	136.76 ± 0.05	133.848 ± 0.020	136.441 ± 0.035	137.3 ± 0.1	136.024 ± 0.021	136.022 ± 0.021	135.422 ± 0.003	140.48 ± 0.11	133.64 ± 1.34
	QR	134.977 ± 0.027	133.556 ± 0.018	135.183 ± 0.020	134.671 ± 0.037	135.336 ± 0.015	135.327 ± 0.016	135.449 ± 0.011	133.5 ± 0.1	
GT-2 (1877m, $BHT_n = 135.205^\circ\text{C}$)	OLS	144.1 ± 0.7	139.0 ± 0.5	143.0 ± 0.6	145.5 ± 0.8	141.7 ± 0.5	141.7 ± 0.5	139.48 ± 0.28	151.5 ± 1.1	145.77 ± 1.46
	QR	129.9 ± 1.6	133.8 ± 0.7	132.0 ± 1.3	127.0 ± 2.1	134 ± 1	134 ± 1	136.2 ± 0.5	114.7 ± 4.0	
GT-2 (1998m, $BHT_n = 135.26^\circ\text{C}$)	OLS	141.71 ± 0.13	138.1 ± 0.1	141.06 ± 0.12	142.70 ± 0.15	140.3 ± 0.1	140.3 ± 0.1	139.0 ± 0.1	146.92 ± 0.22	135.29 ± 1.35
	QR	139.4 ± 0.9	137.26 ± 0.29	139.7 ± 0.7	139.08 ± 1.1	139.8 ± 0.6	139.8 ± 0.6	139.72 ± 0.41	139.2 ± 2.3	
GT-2 (2896m, $BHT_n = 185.074^\circ\text{C}$)	OLS	191.65 ± 0.17	189.90 ± 0.16	188.52 ± 0.35	193.27 ± 0.19	185.4 ± 0.5	185.6 ± 0.5	185.01 ± 0.43	195.1 ± 0.5	185.81 ± 1.86
	QR	194.4 ± 0.1	187.9 ± 0.1	193.04 ± 0.12	196.50 ± 0.13	189.91 ± 0.25	190.09 ± 0.24	188.79 ± 0.27	204.52 ± 0.16	
CJON ($TEF = 20.25^\circ\text{C}$)	OLS	21.42 ± 0.27		20.76 ± 0.10	21.80 ± 0.31	20.05 ± 0.05	20.099 ± 0.038	19.65 ± 0.11	22.41 ± 0.19	19.66 ± 0.20
	QR	19.82 ± 0.15		20.24 ± 0.06	19.81 ± 0.14	20.22 ± 0.05	20.22 ± 0.05	20.16 ± 0.04	20.89 ± 0.14	
SHBE ($TEF = 80^\circ\text{C}$)	OLS	77.7 ± 0.6	78.3 ± 0.6	75.5 ± 0.7	79.0 ± 0.5	74.1 ± 1.3	74.2 ± 1.2	75.6 ± 0.9	83.0 ± 0.6	78.2 ± 0.8
	QR	80.2 ± 0.2	76.6 ± 0.3	80.1 ± 0.2	81.5 ± 0.1	78.0 ± 0.6	78.1 ± 0.6	78.5 ± 0.5	87.3 ± 0.4	
CLAH ($TEF = 120^\circ\text{C}$)	OLS	122.2 ± 0.3	123 ± 1	121.2 ± 0.4	123.7 ± 0.3	117 ± 1	117 ± 1	119.5 ± 0.5	125.6 ± 0.8	119.57 ± 1.12
	QR	123.9 ± 0.2	119.3 ± 0.2	123.6 ± 0.1	125.2 ± 0.4	121.4 ± 0.4	121.56 ± 0.34	121.1 ± 0.3	131.9 ± 0.6	

Tabla 31. Temperaturas estabilizadas de formación calculadas por el nuevo método analítico- empírico (T/n), y por las soluciones aproximadas de ocho métodos analíticos (BM, HKM, HM, KEM, LM, LMM, MM y SRM), usando datos reales de temperatura y tiempo de relajación registrados en pozos petroleros.

Conjunto de Datos	Métodos (Modelo de Regresión)									T/n
	BM	HKM	HM	KEM	LM	LMM	MM	SRM		
USAM ($BHT_n = 147.27^\circ\text{C}$)	OLS	145.7 ± 0.3	145.8 ± 0.3	146.0 ± 0.4	145.9 ± 0.3	144.8 ± 0.5	144.8 ± 0.5	146.0 ± 0.4	147.5 ± 0.4	149.20 ± 0.15
	QR	146.7 ± 0.3	146.0 ± 0.3	147.1 ± 0.3	147.0 ± 0.3	145.5 ± 0.4	145.61 ± 0.39	147.1 ± 0.3	148.0 ± 0.3	
COST (1420m, $BHT_n = 56.11^\circ\text{C}$)	OLS	60.3 ± 1.9	59.5 ± 2.4	60.0 ± 1.7	60.9 ± 2.2	59.5 ± 1.4	59.52 ± 1.45	58.7 ± 1.0		61.3 ± 0.6
	QR	53.2 ± 1.2	54.0 ± 2.2	54 ± 1	51.9 ± 1.7	54.8 ± 0.7	54.8 ± 0.7	56.3 ± 0.7		
COST (3710m, $BHT_n = 150^\circ\text{C}$)	OLS	156.8 ± 2.0	156.6 ± 3.2	155.2 ± 2.0	159.4 ± 2.1	153.3 ± 2.3	153.4 ± 2.2	149.4 ± 3.0	170.0 ± 2.8	165.72 ± 1.66
	QR	158 ± 5	149 ± 5	158.0 ± 4.4	159 ± 6	157.3 ± 3.9	157.3 ± 3.9	155.6 ± 3.2	170 ± 12	
COST (4475m, $BHT_n = 174.44^\circ\text{C}$)	OLS	186.36 ± 2.61	180.58 ± 1.84	184.8 ± 2.3	189.38 ± 3.13	183.13 ± 2.07	183.3 ± 2.1	179.9 ± 1.6	196.4 ± 4.2	188.13 ± 1.88
	QR	179.29 ± 26.05	177 ± 11	180.0 ± 22.4	178 ± 35	180.3 ± 18.7	180 ± 19	180 ± 13	177 ± 63	
MALOOB - 456 ($BHT_n = 127^\circ\text{C}$)	OLS	119 ± 5		119 ± 5	119 ± 5	119 ± 5	119 ± 5	119 ± 5	128 ± 6	135.84 ± 1.36
	QR	142 ± 5		142 ± 5	142 ± 5	142 ± 5	142 ± 5	142 ± 5	178 ± 13	
MALOOB - 309D ($BHT_n = 118^\circ\text{C}$)	OLS	113.8 ± 4.3		113.8 ± 4.3	113.8 ± 4.3	113.8 ± 4.3	113.8 ± 4.3	113.7 ± 4.2	120 ± 8	126.61 ± 1.27
	QR	132 ± 9		132 ± 9	132 ± 9	132 ± 9	132 ± 9	132 ± 9	152.2 ± 23.6	
Franciacorta (3328m, $BHT_n = 92^\circ\text{C}$)	OLS	93.4 ± 0.7	94.78 ± 0.18	93.2 ± 0.7	94.2 ± 0.6	92.9 ± 0.7	93.0 ± 0.7	92.4 ± 0.8	96.6 ± 0.8	100.8 ± 1.0
	QR	95.6 ± 0.5	94.21 ± 0.34	95.4 ± 0.5	96.47 ± 0.44	95.2 ± 0.5	95.3 ± 0.5	94.7 ± 0.6	101.1 ± 0.6	
BECU ($BHT_n = 72^\circ\text{C}$)	OLS	87.21 ± 1.34	76 ± 1	81.0 ± 1.5	87.6 ± 1.6	76.7 ± 1.4	76.7 ± 1.4		84.5 ± 2.0	86.1 ± 0.9
	QR	103 ± 6	80 ± 1	94.2 ± 2.4	108 ± 6	86 ± 1	86 ± 1		108.5 ± 3.7	

Tabla 32. Temperaturas estabilizadas de formación calculadas por el nuevo método analítico- empírico (T/n), y por las soluciones aproximadas de siete métodos analíticos (BM, HM, KEM, LM, LMM, MM y SRM), usando datos reales de temperatura y tiempo de relajación registrados en el pozo permafrost REINDEER.

Conjunto de Datos	Métodos (Modelo de Regresión)								T/n
	BM	HM	KEM	LM	LMM	MM	SRM		
REINDEER (18.3m, $BHT_n = -7.69^\circ\text{C}$)	OLS	-7.50 ± 0.17	-7.30 ± 0.16	-7.33 ± 0.16	-7.04 ± 0.16	-7.04 ± 0.16	-6.53 ± 0.20	-8.96 ± 0.25	-9.12 ± 0.01
	QR	-7.37 ± 0.39	-7.36 ± 0.37	-7.37 ± 0.37	-7.32 ± 0.34	-7.33 ± 0.35	-7.22 ± 0.31	-8.1 ± 0.8	
REINDEER (48.8m, $BHT_n = -5.58^\circ\text{C}$)	OLS	-6.2 ± 0.1	-6.1 ± 0.1	-6.1 ± 0.1	-5.86 ± 0.03	-5.87 ± 0.03	-5.5 ± 0.1	-7.4 ± 0.2	-5.67 ± 0.01
	QR	-5.69 ± 0.03	-5.72 ± 0.02	-5.72 ± 0.02	-5.74 ± 0.02	-5.74 ± 0.02	-5.74 ± 0.01	-5.5 ± 0.1	
REINDEER (79.2m, $BHT_n = -5.14^\circ\text{C}$)	OLS	-5.7 ± 0.1	-5.6 ± 0.1	-5.6 ± 0.1	-5.4 ± 0.1	-5.36 ± 0.10	-4.9 ± 0.2	-6.8 ± 0.2	-5.25 ± 0.01
	QR	-5.6 ± 0.2	-5.6 ± 0.1	-5.6 ± 0.1	-5.6 ± 0.1	-5.63 ± 0.12	-5.5 ± 0.1	-6.0 ± 0.4	
REINDEER (140.2m, $BHT_n = -4.3^\circ\text{C}$)	OLS	-4.4 ± 0.2	-4.2 ± 0.2	-4.2 ± 0.2	-4.0 ± 0.3	-4.03 ± 0.26	-3.6 ± 0.3	-5.3 ± 0.3	-5.70 ± 0.01
	QR	-5.2 ± 0.1	-5.1 ± 0.1	-5.1 ± 0.1	-5.0 ± 0.1	-5.0 ± 0.1	-4.70 ± 0.04	-6.9 ± 0.4	
REINDEER (201.2m, $BHT_n = -3.11^\circ\text{C}$)	OLS	-3.33 ± 0.03	-3.24 ± 0.04	-3.26 ± 0.04	-3.1 ± 0.1	-3.12 ± 0.07	-2.8 ± 0.1	-3.9 ± 0.1	-3.112 ± 0.003
	QR	-3.39 ± 0.04	-3.39 ± 0.04	-3.39 ± 0.04	-3.36 ± 0.02	-3.36 ± 0.03	-3.278 ± 0.004	-3.8 ± 0.1	
REINDEER (292.6m, $BHT_n = -1.28^\circ\text{C}$)	OLS	-1.2 ± 0.1	-1.1 ± 0.1	-1.2 ± 0.1	-1.1 ± 0.1	-1.1 ± 0.1	-0.97 ± 0.11	-1.5 ± 0.1	-1.456 ± 0.001
	QR	-1.5 ± 0.1	-1.5 ± 0.1	-1.5 ± 0.1	-1.4 ± 0.1	-1.42 ± 0.06	-1.3 ± 0.1	-2.2 ± 0.1	
REINDEER (414.5m, $BHT_n = 1.25^\circ\text{C}$)	OLS	1.07 ± 0.01	1.129 ± 0.003	1.118 ± 0.002	1.22 ± 0.02	1.21 ± 0.02	1.4 ± 0.1	0.64 ± 0.04	1.215 ± 0.001
	QR	1.124 ± 0.003	1.119 ± 0.003	1.118 ± 0.002	1.129 ± 0.003	1.126 ± 0.003	1.17 ± 0.01	0.95 ± 0.02	
REINDEER (506m, $BHT_n = 3.49^\circ\text{C}$)	OLS	3.32 ± 0.02	3.378 ± 0.002	3.368 ± 0.003	3.46 ± 0.02	3.46 ± 0.02	3.6 ± 0.1	2.92 ± 0.04	3.472 ± 0.003
	QR	3.382 ± 0.004	3.376 ± 0.003	3.375 ± 0.003	3.385 ± 0.004	3.382 ± 0.004	3.42 ± 0.01	3.22 ± 0.02	
REINDEER (597.4m, $BHT_n = 5.97^\circ\text{C}$)	OLS	5.81 ± 0.01	5.867 ± 0.003	5.858 ± 0.004	5.94 ± 0.02	5.94 ± 0.02	6.1 ± 0.1	5.44 ± 0.04	5.95 ± 0.01
	QR	5.87 ± 0.01	5.868 ± 0.005	5.867 ± 0.005	6 ± 0	5.873 ± 0.004	5.91 ± 0.01	5.74 ± 0.02	

4.4 Conclusiones

El desarrollo de los trabajos de los capítulos 2 y 3, nos llevó a identificar claramente las debilidades de los métodos analíticos comúnmente usados en la determinación de la TEF. Por lo tanto, esta información nos ayudó en el desarrollo de la metodología del nuevo método.

El nuevo método analítico-empírico para la estimación de la temperatura estabilizada de formación en geosistemas (pozos geotérmicos, petroleros y permafrost) fue desarrollado y aplicado exitosamente. La metodología desarrollada para la utilización del nuevo método comprende el análisis del comportamiento asintótico del fenómeno de recuperación térmica presente en pozos recién perforados.

Cuatro principales parámetros (criterios de selección) fueron efectivamente aplicados para evaluar los modelos de ajuste que describen una serie de datos en particular, con la finalidad de seleccionar el mejor modelo.

Se demostró que la relación no lineal entre las mediciones de temperaturas y tiempo de relajación es mejor descrita a través de los modelos polinomiales (Tln). Sin embargo, algunos casos fueron exitosamente descritos por modelos lineales (Tln), los cuales son más exactos que el modelo OLS comúnmente usado en los métodos analíticos.

También se demostró que a mayor número de mediciones ($n > 10$), mayor es el número de modelos de ajuste y como consecuencia una mejor descripción numérica de los datos medidos, y por lo tanto, la obtención de estimaciones TEF más confiables.

Es importante remarcar que el número y la calidad de los datos medidos juegan un papel importante para una mejor eficacia de aplicación de este nuevo método. Es altamente necesario el aprovechamiento de las actuales tecnologías de medición, para obtener un alto número de mediciones ($n \geq 30$), así como una alta precisión en el registro de las temperaturas y tiempo de recuperación térmica.

El nuevo método tiene como ventaja principal en comparación con los métodos analíticos comúnmente usados en la estimación de la TEF, que no requiere de datos adicionales como tiempo de circulación, propiedades termofísicas, por mencionar algunas.

De acuerdo al análisis de exactitud, se demostró que el nuevo método tiene aproximadamente poco más de un 80% de eficacia y precisión, al ser usado para la estimación de temperaturas estabilizadas, así como la descripción del fenómeno de recuperación térmica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acuña, J. A., J. Stimac, L. Sirad-Azwar, & R. G. Pasikki (2008). Reservoir management at Awibengkok geothermal field, West Java, Indonesia. *Geothermics*, **37**, 332-346.
- Albright, J. N. (1975a). A new and more accurate method for the direct measurement of earth temperature gradients in deep boreholes. In: proceedings of the *2nd UN Symposium on the Development and Use of Geothermal Resources*, San Francisco, California, 847-851 pp.
- Albright, J. N. (1975b), Temperature measurements in the precambrian section of geothermal test hole no. 2, 1-11 pp, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Los Alamos, New Mexico.
- Andaverde, J., S. P. Verma, & E. Santoyo (2005). Uncertainty estimates of static formation temperatures in boreholes and evaluation of regression models. *Geophysical Journal International*, **160**, 1112-1122.
- Aragon, A., A. García, A. Baca, & E. González (1999). Comparison of measured and simulated pressure and temperature profiles in geothermal wells. *Geofísica Internacional*, **38**(1), 35-42.
- Ascencio, F., A. García, J. Rivera, & V. Arellano (1994). Estimation of undisturbed formation temperatures under spherical-radial heat flow conditions. *Geothermics*, **23**(4), 317-326.
- Ascencio, F., F. Samaniego, & J. Rivera (2006). Application of a spherical-radial heat transfer model to calculate geothermal gradients from measurements in deep boreholes. *Geothermics*, **35**, 70-78.
- Bassam A., Santoyo E., Andaverde J., Hernández J.A. & Espinoza-Ojeda O.M. (2010). Estimation of static formation temperatures in geothermal wells by using an artificial neural network approach *Computers & Geosciences*, **36**, 1191-1199.
- Barelli, A., & A. Palama (1981). A new method for evaluating formation equilibrium temperature in holes during drilling. *Geothermics*, **10**(2), 95-105.
- Barelli, A., C. G. Carsana, C. Lombardi, & L. Maran (1994). Prediction of geothermal well pressure and temperature profiles. *Geothermics*, **23**(4), 339-353.
- Beardsmore G R and Cull J P 2001 *Crustal Heat Flow* (Harlow, Cambridge University Press)

- Beirute, R. M. (1991). A circulating and shut-in well-temperature-profile simulator. *Journal of Petroleum Technology*, **43**(9), 1140-1146.
- Bejan, A. (1993). *Heat Transfer*. 1st. ed., John Wiley & Sons, Inc., 675 pp.
- Bellani, S., A. Brogi, A. Lazzarotto, D. Liotta, & G. Ranalli (2004). Heat flow, deep temperatures and extensional structures in the Larderello Geothermal Field (Italy): constraints on geothermal fluid flow. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **132**, 15-29.
- Beltrami, H. (2002). Earth's long-term memory. *Science*, **297**, 206-207.
- Bertani, R. (2010). Geothermal power generation in the world 2005-2010 update report. In: proceedings of the *World Geothermal Congress 2010*, Bali, Indonesia, 25-29 April, 41 pp.
- Bevington, P. R., & D. Robinson (2003). *Data reduction and error analysis for the physical sciences*. Third ed., McGraw Hill Higher Education, 320 pp.
- Bodri, L., & V. Cermak (2007). *Borehole climatology: A new method on how to reconstruct climate*. First ed., Elsevier, Oxford, UK, 335 pp.
- Brennard, A. W. (1984). A new method for the analysis of static formation temperature tests. In: proceedings of the *6th New Zealand Geothermal Workshop*, New Zealand, 45-47 pp.
- Bullard, E.C., 1947. The time necessary for a borehole to attain temperature equilibrium. *Astronom. Soc., Monthly Notices, Geophys. Suppl.*, **5**, 125-130.
- Cao, S., I. Lerche, & C. Hermanrud (1988a). Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements. *Geophysics*, **53**(7), 979-988.
- Cao, S., I. Lerche, & C. Hermanrud (1988b). Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements, Part II: Effects of fluid penetration on bottom-hole temperature recovery. *Geophysics*, **53**(10), 1347-1354.
- Cao, S., C. Hermanrud, & I. Lerche (1988c). Estimation of formation temperature from bottom-hole temperature measurements: COST #1 well, Norton Sound, Alaska. *Geophysics*, **53**(12), 1619-1621.
- Cao, S., & I. Lerche (1990). Formation pressure estimation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **4**, 223-233.
- Carslaw, H. S., & J. C. Jaeger (1959). *Conduction of Heat in Solids*. Second ed., Oxford Science Publications, 510 pp.

- Cooper, L. R., & C. Jones (1959). The determination of virgin strata temperatures from observations in deep survey boreholes. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **2**, 116-131.
- Corre, B., R. Eymard, & A. Guenot (1984). Numerical computation of temperature distribution in a wellbore while drilling. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1-12.
- Crosby, G. W. (1977). Prediction of final temperature. In: proceedings of the 3rd Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California, 89-95 pp.
- Curtis, M. R., & E. J. Witterholt (1973). Use of the temperature log for determining flow rates in producing wells. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1-12.
- Čermák, V., & L. Rybach (Eds.) (1991). *Terrestrial heat flow and the lithosphere structure*, First ed., 507 pp., Springer-Verlag.
- Da-Xin, L. (1986). Non-linear fitting method of finding equilibrium temperature from BHT data. *Geothermics*, **15**(5-6), 657-664.
- Deming, D. (1989). Application of bottom-hole temperature corrections in geothermal studies. *Geothermics*, **18**(5-6), 775-786.
- Demirbaş, A. (2006). Global renewable energy sources. *Energy Sources, Part A*, **28**, 779-792.
- DiPippo, R. (2005). *Geothermal Power Plants: Principles, Applications and Case Studies*, Elsevier Advanced Technology, 450 pp.
- Donaldson, I. G. (1962). Temperature gradients in the upper layers of the Earth's Crust due to convective water flows. *Journal of Geophysical Research*, **67**(9), 3449-3459.
- Dowdle, W. L., & W. M. Cobb (1975). Static formation temperature from well logs - An empirical method. *Journal of Petroleum Technology*, **27**(11), 1326-1330.
- Drury, M. J. (1984). On a possible source of error in extracting equilibrium formation temperatures from borehole BHT data. *Geothermics*, **13**(3), 175-180.
- Edwardson, M. J., H. M. Girner, H. R. Parkinson, C. D. Williams, & C. S. Matthews (1962). Calculation of formation temperature disturbances caused by mud circulation. *Journal of Petroleum Technology*, **14**(4), 416-426.
- Eppelbaum, L. V., & I. M. Kutasov (2006). Determination of formation temperatures from temperature logs in deep boreholes: comparison of three methods. *Journal of Geophysics and Engineering*, **3**, 348-355.

- Eppelbaum, L. V., & I. M. Kutasov (2011). Determination of the formation temperature from shut-in logs: Estimation of the radius of thermal influence. *Journal of Applied Geophysics*, **73**, 278-282.
- Espinosa-Paredes, G., & A. García-Gutiérrez (2003). Estimation of static formation temperatures in geothermal wells. *Energy Conversion and Management*, **44**, 1343-1355.
- Espinosa-Paredes, G., A. Morales-Díaz, U. Olea-González, & J. J. Ambriz-García (2009). Application of a proportional-integral control for the estimation of static formation temperatures in oil wells. *Marine and Petroleum Geology*, **26**, 259-268.
- Espinoza-Ojeda, O. M. (2007). Evaluación de Métodos Analíticos para la Estimación de Temperaturas Estabilizadas en Pozos Geotérmicos. Centro de Investigación en Energía (Sistemas Energéticos - Geoenergía), Universidad Nacional Autónoma de México, Temixco, Morelos. 117 pp. Tesis de Maestría.
- Espinoza-Ojeda, O. M., E. Santoyo, & J. Andaverde (2011). A new look at the statistical assessment of approximate and rigorous methods for the estimation of stabilized formation temperatures in geothermal and petroleum wells. *Journal of Geophysics and Engineering*, **8**, 233-258.
- Fertl, W. H., & D. J. Timko (1972). How downhole temperatures, pressures affect drilling, Part 2: Detecting and evaluating formation pressures. *World Oil*, 45-50.
- Fomin, S., V. Chugunov, & T. Hashida (2003). Analytical modelling of the formation temperature stabilization during the borehole shut-in period. *Geophysical Journal International*, **155**, 469-478.
- Fomin, S., T. Hashida, V. Chugunov, & A. V. Kuznetsov (2005). A borehole temperature during drilling in a fractured rock formation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **48**, 385-394.
- Freifeld, B. M., S. Finsterle, T. C. Onstott, P. Toole, & L. M. Pratt (2008). Ground surface temperature reconstructions: Using in situ estimates for thermal conductivity acquired with a fiber-optic distributed thermal perturbation sensor. *Geophysical Research Letters*, **35**(L14309), 5.
- García, A., E. Santoyo, G. Espinosa, I. Hernández, & H. Gutiérrez (1998). Estimation of temperatures in geothermal wells during circulation and shut-in in the presence of lost circulation. *Transport in Porous Media*, **33**, 103-127.
- Ge, S. (1998). Estimation of groundwater velocity in localized fracture zones from well temperature profiles. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **84**, 93-101.
- Golberg, M.A. & Cho, H.A. (2005). *Introduction to Regression Analysis*. Southampton, Boston: Wit Press.

- Goutorbe, B., F. Lucazeau, & A. Bonneville (2007). Comparison of several BHT correction methods: a case study on an Australian data set. *Geophysical Journal International*, **170**, 913-922.
- González-Partida, E., A. García-Gutiérrez, & V. Torres-Rodríguez (1997). Thermal and petrologic study of the CH-A well from the Chipilapa-Ahuachapan geothermal área, El Salvador. *Geothermics*, **26**(5/6), 701-713.
- Grant, M. A., P. F. Bixley, & I. G. Donaldson (1983). Internal flows in geothermal wells: their identification and effect on the wellbore temperature and pressure profiles. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **23**(1), 168-176.
- Gupta, H., & S. Roy (2007). *Geothermal energy: An alternative resource for the 21st century*. First ed., Elsevier, Oxford, UK
- Hagoort, J. (2005). Prediction of wellbore temperatures in gas production wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **49**, 22-36.
- Hammons, T. J. (2004). Geothermal power generation worldwide: Global perspective, technology, field experience, and research and development. *Electric Power Components and Systems*, **32**, 529-553.
- Harris, R. N., & D. S. Chapman (1997). Borehole temperature and a baseline for 20th-century global warming estimates. *Science*, **275**(5306), 1618-1621.
- Hasan, A. R., & C. S. Kabir (1994). Static reservoir temperature determination from transient data after mud circulation. *SPE Drilling & Completion*, **9**(1), 17-24.
- Hill, A.D., 1990. Temperature logging: in production logging-theoretical and interpretative elements. *Society of Petroleum Engineers Memoir*, **14**, 19-36.
- Horner, D. R. (1951). Pressure build-up in wells. In: proceedings of the *3rd World Petroleum Congress*, The Hague, The Netherlands, 503-521 pp.
- Huang, S., H. N. Pollack, & P. Y. Shen (2000). Temperature trends over the past five centuries reconstructed from borehole temperatures. *Nature*, **403**, 756-758.
- Huang, S. P., H. N. Pollack, & P.-Y. Shen (2008). A late Quaternary climate reconstruction based on borehole heat flux data, borehole temperature data, and the instrumental record. *Geophysical Research Letters*, **35**, L13703.
- Hyodo, M., & S. Takasugi (1995). Evaluation of the curve-fitting method and the Horner-plot method for estimation of the true formation temperature using temperature recovery logging data. In: proceedings of the 20th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California, January 24-26, 23-29 pp.

- Iglesias, E. R., A. Campos-Romero, & R. J. Torres (1995). A reservoir engineering assessment of the Chipilapa, El Salvador, geothermal field. In: proceedings of the *World Geothermal Congress*, Florence, Italy, 1531-1536 pp.
- Jones, F. W., M. Rahman, & Y. Leblanc (1984). A three-dimensional numerical bottom-hole temperature stabilization model. *Geophysical Prospecting*, **32**, 18-36.
- Judge, A.S., A.E. Taylor, M. Burgess, & V.S. Allen (1981). Canadian geothermal data collection-northern wells 1978-80. *Geothermal Series*, **12**, Earth Physics Branch, Energy, Mines and Resources, Ottawa.
- Kagel, A., & K. Gawell (2005). Promoting geothermal energy: Air emissions comparison and externality Analysis. *The Electricity Journal*, **18**(7), 90-99.
- Keller, H. H., E. J. Couch, & P. M. Berry (1973). Temperature distribution in circulating mud columns. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 23-30.
- Kritikos, W. P., & I. M. Kutasov (1988). Two-point method for determination of undisturbed reservoir temperature. *SPE Formation Evaluation*, **3**(1), 222-226.
- Kukkonen, I. T. (1995). Thermal aspects of groundwater circulation in bedrock and its effect on crustal geothermal modelling in Finland, the central Fennoscandian Shield. *Tectonophysics*, **244**, 119-136.
- Kutasov, I. M. (1999). *Applied Geothermics for Petroleum Engineers*. First ed., Elsevier Scientific Publishing Company, 347 pp.
- Kutasov, I. M., & L. V. Eppelbaum (2005). Determination of formation temperature from bottom-hole temperature logs-a generalized Horner method. *Journal of Geophysics and Engineering*, **2**, 90-96.
- Kutasov, I. M., & L. V. Eppelbaum (2009). Estimation of geothermal gradients from single temperature log-field cases. *Journal of Geophysics and Engineering*, **6**, 131-135.
- Kutasov, I. M., & L. V. Eppelbaum (2010). A new method for determining the formation temperature from bottom-hole temperature logs. *Journal of Petroleum and Gas Engineering*, **1**(1), 1-8.
- Lachenbruch, A. H., & M. C. Brewer (1959). Dissipation of the temperature effect of drilling a well in Arctic Alaska, in *Geological Survey*, edited, pp. 68-111, United States Government Printing Office.
- Lachenbruch, A. H., & B. V. Marshall (1986). Changing climate: Geothermal evidence from permafrost in the Alaskan Arctic. *Science*, **234**(4777), 689-696.
- Leblanc, Y., L. J. Pascoe, & F. W. Jones (1981). The temperature stabilization of a borehole. *Geophysics*, **46**(9), 1301-1303.

- Lee, T., A. D. Duchkov, & S. G. Morozov (2003). Determination of thermal properties and formation temperature from borehole thermal recovery data. *Geophysics*, **68**(6), 1835-1846.
- Luheshi, M. N. (1983). Estimation of formation temperature from borehole measurements. *The Geophysical Journal of the Royal Astronomy Society*, **74**, 747-776.
- Lund, J. W., D. H. Freeston, & T. L. Boyd (2010). Direct utilization of geothermal energy 2010 worldwide review. In: proceedings of the *World Geothermal Congress 2010*, Bali, Indonesia, 25-29 April, 23 pp.
- MacDonald, G. J. F. (1959). Calculations on the thermal history of the Earth. *Journal of Geophysical Research*, **64**(11), 1967-2000.
- Mahon, K.L. (1996). The New 'York' regression: application of an improved statistical method to geochemistry. *International Geology Review*, **38**, 293-303.
- Manetti, G. (1973). Attainment of temperature equilibrium in holes during drilling. *Geothermics*, **2**(3-4), 94-100.
- Marquardt, W.D. (1963). An algorithm for least squares estimation of non linear parameters. *Journal Society Industrial Applied Mathematics*, **11** (2), 431-441.
- Marshall, D.W., Bentsen, R.G., (1982). A computer model to determine the temperature distributions in a wellbore. *The Journal of Canadian Petroleum*, January-February, 63-75
- Marshall, T. R., & O. H. Lie (1992). A thermal transient model of circulating wells: 1. Model development. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 287-295.
- Martínez-Méndez, E. J., R. Vázquez-Rodríguez, E. Torijano-Cabrera, & H. Hernández-Escoto (2006). Análisis en pequeña escala longitudinal del proceso de transporte de calor en una region semi-porosa de un pozo geotérmico. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, **5**, 59-70.
- McKenzie, D. (1981). The variation of temperature with time and hydrocarbon maturation in sedimentary basins formed by extension. *Earth and Planetary Science Letters*, **55**, 87-98.
- Merlo, A., R. Maglione, F. Guillot, & D. Bodin (1994). Temperature field measurements and computer program predictions under cementing operation conditions. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 155-164.
- Middleton, M. F. (1979). A model for bottom-hole temperature stabilization. *Geophysics*, **44**(8), 1458-1462.

- Miller, J.C. & Miller, J.N. (2000). *Statistics and Chemometrics for Analytical Chemistry*. 4ta. ed., Harlow: Prentice-Hall.
- Mwenifumbo, C.J. (1993). Temperature logging in mineral exploration. *Journal of Applied Geophysics*, **30**, 297–313
- Olea-González, U., A. Vázquez-Rodríguez, A. García-Gutiérrez, & P. Anguiano-Rojas (2007). Estimación de temperaturas de formación en yacimientos: Método inverso. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, **6**(1), 65-74.
- Olea-González, U., D. Bautista-Pastrana, & G. Espinosa-Paredes (2008). Transporte de calor con pérdida de circulación en un pozo-formación de la zona marina, al aplicar un método inverso. In: proceedings of the *Congreso Mexicano del Petróleo*, 1-10 pp.
- Olea-González, U., & A. García-Gutiérrez (2008). Estimation of static formation temperatures in geothermal and oil well by inversion of logged temperatures. *Geothermal Resources Council Transactions*, **32**, 53-56.
- Pasquale, V., P. Chiozzi, G. Gola, & M. Verdoya (2008). Depth-time correction of petroleum bottom-hole temperatures in the Po Plain, Italy. *Geophysics*, **73**(6), E187-E196.
- Peaceman, D. W. (1977). *Fundamentals of numerical reservoir simulation*, Elsevier Scientific Publishing Company, 176 pp.
- Pollack, H. N., & D. S. Chapman (1977). Mantle heat flow. *Earth and Planetary Science Letters*, **34**, 174-184.
- Pollack, H. N., S. Huang, & P. Y. Shen (1998). Climate change record in subsurface temperatures: A global perspective. *Science*, **282**(5387), 279-281.
- Ranalli, G., & L. Rybach (2005). Heat flow, heat transfer and lithosphere rheology in geothermal áreas: Features and examples. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **148**, 3-19.
- Raymond, L. R. (1969). Temperature distribution in a circulating drilling fluid. *Journal of Petroleum Technology*, **21**(3), 333-341.
- Ribeiro, F. B., & V. M. Hamza (1986). Stabilization of bottom-hole temperature in the presence of formation fluid flows. *Geophysics*, **51**(2), 410-413.
- Romero Juarez, A. (1976). A simplified method for calculating temperature changes in deep oil well stimulations. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1-22.
- Roux, B., S. K. Sanyal, & S. Brown (1980). An improved approach to estimating true reservoir temperature from transient temperature data. In: proceedings of the *SPE California Regional Meeting*, Los Angeles, California, April 9-11, 1-8 pp.

- Šafanda, J., P. Heidinger, H. Wilhelm, & V. Čermák (2005). Fluid convection observed from temperature logs in the karst formation of the Yucatán Peninsula, Mexico. *Journal of Geophysics and Engineering*, **2**, 326-331.
- Saito, S., S. Sakuma, & T. Uchida (1998). Drilling procedures, techniques and test results for a 3.7km deep, 500oC exploration well, Kakkonda, Japan. *Geothermics*, **27**(5/6), 573-590.
- Santoyo E 1997 Transient numerical simulation of heat transfer processes during drilling of geothermal wells *Ph.D Thesis, University of Salford, UK*
- Santoyo, E., A. García, G. Espinosa, I. Hernández, & S. Santoyo (2000a). STATIC_TEMP: a useful computer code for calculating static formation temperatures in geothermal wells. *Computers & Geosciences*, **26**, 201-217.
- Santoyo, E., A. García, G. Espinosa, E. González-Partida, & J. C. Viggiano (2000b). Thermal evolution study of the LV-3 well in the Tres Vírgenes geothermal field, México. In: proceedings of the *World Geothermal Congress*, Kyushu-Tohoku, Japan, May 28 - June 10, 2177-2182 pp.
- Sass, J.H., Lachenbruch, A.H., Moses Jr., T.H., Morgan, P., (1992). Heat flow from a scientific research well at Cajon Pass, California. *Journal of Geophysical Research*, **97**, 5017–5030.
- Schoepfel, R. J., & R. E. Bennett (1971). Numerical simulation of borehole and formation temperature distributions while drilling to total depth. In: proceedings of the *Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME*, New Orleans, Louisiana, October 3-6, 1-10 pp.
- Schön, J. H. (1996). *Physical properties of rocks: Fundamentals and principles of petrophysics*. First ed. 18, *Handbook of geophysical exploration: Seismic exploration*, Elsevier Science, 583 pp.
- Shen, P. Y., & A. E. Beck (1986). Stabilization of bottom hole temperature with finite circulation time and fluid flow. *The Geophysical Journal of the Royal Astronomy Society*, **86**, 63-90.
- Somerton, W. H. (1992). *Thermal properties and temperature-related behavior of rock/fluid systems*. 37, *Developments in petroleum science*, Elsevier Science, 257 pp.
- Steingrimsson, B., & Á. Gudmundsson (2006). Geothermal borehole investigations during and after drilling. In: proceedings of the Workshop for Decision Makers on Geothermal Projects in Central America, San Salvador, El Salvador, 26 November - 2 December, 1-10 pp.

- Stevens, L. (2000). Pressure, temperature and flow logging in geothermal wells. In: proceedings of the *World Geothermal Congress*, Kyushu-Tohoku, Japan, May 28 - June 10, 2435-2437 pp.
- StatSoft, Inc. STATISTICA (data analysis software system), version 6. www.statsoft.com (2003).
- Sump, G.D., Williams, B.B., 1973. Prediction of wellbore temperatures during mud circulation and cementing operations. *Journal of Engineering for Industry*, Transactions of ASME, November, 1083-1092.
- Taylor, A.E., Burgess, M.M., Judge, A.S. & Allen, V.S. (1982). Canadian geothermal data collection - Northern Wells 1981. *Earth Physics Branch, Energy, Mines and Resources Canada. Geothermal Series*, **13**, pp.153.
- Teng, Y., & K. Koike (2007). Three-dimensional imaging of a geothermal system using temperature and geological models derived from a well-log dataset. *Geothermics*, **36**, 518-538.
- Timko, D.J., Fertl, W.H., 1972. How downhole temperatures, pressures affect drilling. Part VII: The shale resistivity ratio - A valuable tool for making economic drilling decisions. *World Oil*, July, 59-63
- Tragesser, A. F., P. B. Crawford, & H. R. Crawford (1967). A method for calculating circulating temperatures. *Journal of Petroleum Technology*, **19**(11), 1507-1512.
- Turcotte, D. L. (1980). On the thermal evolution of the Earth. *Earth and Planetary Science Letters*, **48**, 53-58.
- US Geological Survey (1998). Borehole locations and permafrost depths, Alaska, USA. http://nside.org/data/docs/fgdc/ggd223_boreholes_alaska/.
- Verma, S. P. (2005). Estadística Básica para el Manejo de Datos Experimentales: Aplicación en la Geoquímica (Geoquimiometría). 1 ed., Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F., 186 pp.
- Verma, S. P. (2009). Evaluation of polynomial regression models for the Student t and Fisher F critical values, the best interpolation equations from double and triple natural logarithm transformation of degrees of freedom up to 1000, and their applications to quality control in science and engineering. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, **26**(1), 79-92.
- Verma, S. P., J. Andaverde, & E. Santoyo (2005). Error propagation in estimates of static formation temperature in boreholes. In: proceedings of the *Heat Transfer in Components and Systems for Sustainable Energy Technologies*, Grenoble, France, April 5-7, 1-8 pp.

- Verma, S. P., J. Andaverde, & E. Santoyo (2006a). Application of the error propagation theory in estimates of static formation temperatures in geothermal and petroleum boreholes. *Energy Conversion and Management*, **47**, 3659-3671.
- Verma, S. P., J. Andaverde, & E. Santoyo (2006b). Statistical evaluation of methods for the calculation of static formation temperatures in geothermal and oil wells using an extension of the error propagation theory. *Journal of Geochemical Exploration*, **89**, 398-404.
- Verma, S. P., L. Díaz-González, P. Sánchez-Upton, & E. Santoyo (2006c). OYNYL: A new computer program for ordinary, York, and new York least-squares linear regressions. In: proceedings of the *5th WSEAS International Conference on Environment, Ecosystems and Development*, Venice, Italy, November 20-22, 997-1002 pp.
- Verma, S. P., K. Pandarinath, & E. Santoyo (2008). SolGeo: A new computer program for solute geothermometers and application in Mexican geothermal fields *Geothermics*, **37**, 597-621.
- Verma, S. P., & A. Quiroz-Ruiz (2008). Critical values for 33 discordancy test variants for outliers in normal samples of very large sizes from 1,000 to 30,000 and evaluation of different regression models for the interpolation and extrapolation of critical values. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, **25**(3), 369-381.
- Wang, K., & T. J. Lewis (1992). Geothermal evidence from Canada for a cold period before recent climatic warming. *Science*, **256**(5059), 1003-1005.
- Waples, D.W., & M. Ramly (1995). A simple statistical method for correcting and standardizing heat flows and subsurface temperatures derived from log and test data. *Bulletin of the Geological Society of Malaysia, Special Publication*, **37**, 253-267.
- Waples, D. W., & M. Ramly (2001). A statistical method for correcting log-derived temperatures. *Petroleum Geoscience*, **7**, 231-240.
- Waples, D. W., J. Pacheco, & A. Vera (2004a). A method for correcting log-derived temperatures in deep wells, calibrated in the Gulf of Mexico. *Petroleum Geoscience*, **10**, 239-245.
- Waples, D. W., & M. R. Pederson (2004). Evaluation of Horner plot-corrected log-derived temperatures in the Danish Graben, North Sea. *Natural Resources Research*, **13**(4), 223-227.
- Waples, D. W., M. R. Pederson, & P. Kuijpers (2004b). Correction of single log-derived temperatures in the Danish Central Graben, North Sea. *Natural Resources Research*, **13**(4), 229-239.

- Wisian, K., D. D. Blackwell, S. Bellani, J. A. Henfling, R. A. Normann, P. C. Lysne, A. Forster, & J. Schrotter (1998). Field comparison of conventional and new technology temperature logging systems. *Geothermics*, **27**(2), 131-141.
- Wooley, G. R. (1980). Computing downhole temperatures in circulation, injection, and production wells. *Journal of Petroleum Technology*, **32**(9), 1509-1522.
- Wong, J.A. (2010). Nuevo Método para el Cálculo de Temperaturas Estabilizadas de Formación, basado en la Extrapolación Racional Polinomial. Centro de Investigación en Energía (Sistemas Energéticos - Geoenergía), Universidad Nacional Autónoma de México, Temixco, Morelos. 99 pp. Tesis de Maestría.
- Zschocke, A., V. Rath, C. Grisseemann, & C. Clauser (2005). Estimating Darcy flow velocities from correlated anomalies in temperature logs. *Journal of Geophysics and Engineering*, **2**, 332-342.

ANEXOS

Bassam A., Santoyo E., Andaverde J., Hernández J.A. & Espinoza-Ojeda O.M. (2010). Estimation of static formation temperatures in geothermal wells by using an artificial neural network approach Computers & Geosciences, 36, 1191-1199.

Espinoza-Ojeda, O. M., E. Santoyo, & J. Andaverde (2011). A new look at the statistical assessment of approximate and rigorous methods for the estimation of stabilized formation temperatures in geothermal and petroleum wells. Journal of Geophysics and Engineering, 8, 233-258.