



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE QUÍMICA

**Simulación matemática de la Fusión de
DRI en Baños de Acero**

T E S I S

QUÉ PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO QUÍMICO METALÚRGICO

PRESENTA:

HIRAM FLORES RUIZ



México D.F.

2010



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

- Presidente: **Profesor: Carlos Gonzales Rivera.**
- Vocal: **Profesor: Leopoldo Abelardo Rodríguez Reyes.**
- Secretario: **Profesor: Marco Aurelio Ramírez Argáez.**
- 1^{er} Suplente: **Profesor: José Hernández Espinoza.**
- 2^{do} Suplente: **Profesor: Francisco Daniel Maldonado Parra.**

Sitio donde se desarrollo el tema: Edificio D. Facultad de Química UNAM.
Ciudad Universitaria.

Asesor:

Dr. Marco Aurelio Ramírez Argáez

Sustentante:

Hiram Flores Ruiz

Existen dos virtudes que me definen como persona. Tenacidad y nobleza. Se las debo a ustedes Papá y Mamá.

Este trabajo define el esfuerzo de 4 años y medio, el cual está dedicado a mis padres, a mis hermanitos, a mis hermanos de metalurgia, a mis profesores y a mi bonita; que siempre estuvieron ahí para apoyarme cuando más lo necesite.

Como una mención especial, éste trabajo y la culminación de mi titulación fueron gracias al apoyo de la futura IQ Pamela Vázquez, ya que sin su ayuda no hubiera continuado con mis trámites. Gracias Bonita!!! TE AMO.

Además, es necesario dar un reconocimiento exclusivo al proyecto PAPIIT IN109310, por permitirme fungir como colaborador especial en el desarrollo de su estudio.

Poema que me acompañara toda mi vida:

*Muy cerca de mi ocaso, yo te bendigo, vida,
Porque nunca me diste ni esperanza fallida,
Ni trabajos injustos, ni pena inmerecida;*

*Porque veo al final de mi rudo camino
Que yo fui el arquitecto de mi propio destino;*

*Que si extraje la miel o la hiel de las cosas,
Fue porque en ellas puse hiel o mieles sabrosas:
Cuando planté rosales, coseché siempre rosas.*

*...Cierto, a mis lozanías va a seguir el invierno:
¡Mas tú no me dijiste que mayo fuese eterno!*

*Hallé sin duda largas noches de mis penas;
Mas no me prometiste tú sólo noches buenas;
Y en cambio tuve algunas santamente serenas...*

*Amé, fui amado, el sol acarició mi faz.
¡Vida, nada me debes! ¡Vida, estamos en paz!*

Amado Nervo.

*GRACIAS PAPA, ANGELITO Y LIZZZY POR
ESE PENSAMIENTO SENCIBLE DE LA VIDA*

Hay cinco frases que me acompañaran el resto de mi vida, estas conforman el pensamiento inicial de cada sección de mi trabajo que representa la culminación de mi vida estudiantil y se las debo a cinco personas muy influyentes en mi vida:

Capitulo1: Dr. Marco Aurelio Ramírez Argáez.

Capitulo 2: Mi madre, Catalina Ruiz de Flores.

Capitulo 3: Mi papa, Apolonio Flores Sánchez.

Capitulo4: Mi novia, Pamela Vázquez Firó.

Apéndice: Mi hermano, O. Daniel Flores Ruiz.

AGRADECIMIENTOS

Existen un sinnúmero de personas que me encantaría agradecer su apoyo incondicional, es más, si yo quisiera agradecer a cada uno, la facultad me regresaría la tesis por qué no acepta trabajos en series de 50 tomos, donde 49 son de agradecimientos. Jejejeje. Por lo que a continuación voy a enlistar a las personas e instituciones que les debo este humilde trabajo.

A mi padre Apolonio Flores. Papá, es incuantificable lo que te debo en la vida, tu ejemplo de fuerza, lucha, honestidad y sobre todo de buenos sentimientos, me ha llevado siempre hacia adelante, jamás me permitiste agachar la cabeza, ver hacia abajo y sentirme menos, pero jamás me dejaste caer en la soberbia. Siempre serás mi ejemplo a seguir, mas sencillamente, eres mi héroe. ¡¡¡Gracias papá!!!

A mi madre Catalina Ruiz. Madre santísima, eres la mujer más maravillosa del mundo, criaste a cuatro profesionistas, en cuatro áreas diferentes, eres única, y es eso lo que te agradezco, siempre me enseñaste a ser único. Constantemente me decías “Hiram, no seas borrego”, esa frase y muchas otras reflexiones que me aportaste me hicieron lo que soy hoy. Me formaste como un ser brillante y notable. ¡¡¡Gracias madre!!!

A mi hermanote Daniel Flores. ¡Gordito!, jamás olvidare las millones de veces que me hiciste reír hasta llorar, tus locuras y lo principal, el apoyo profesional y la orientación que siempre me has proporcionado. Si en algún momento me surgía una duda de la vida que no me sintiera cómodo al preguntarle a mis padres, siempre estuviste ahí para explicarme. ¡¡¡Gracias Gordo!!!

A mi hermana Lizbeth Flores. ¡Dra. Ojona!, si alguien en este planeta buscara un ejemplo de superación, yo le daría tu teléfono. Siempre me enseñaste a luchar por lo que se quiere, lo que se desea y lo que se anhela, me diste la lección que la persistencia y la fe son fundamentales para el triunfo, me ayudaste en momentos cruciales de mi vida, en los momentos más difíciles que me han definido a ser lo que soy. Eres uno de mis ejemplos a seguir y siempre lo serás. ¡¡¡Gracias ratita!!!

A mi hermanito Ángel Flores. ¡Morro!, siempre fuiste y serás de mis mejores amigos, recuerdo cuando éramos niños y parecíamos gemelos, todo el tiempo ocultábamos nuestras travesuras. Hoy somos ya unos hombres, en cambio nos cubrimos nuestros relajos jejejeje. Quiero que sepas que me siento como un ejemplo para ti y que siempre busco ser mejor persona para que tengas esa imagen y busques emularla. ¡¡¡Gracias chamaco!!!

A mis tíos: Margarita, Jesús, Valentina, Narciso, Guadalupe, Antonio; los quiero muchísimo, ustedes fueron una fuente de inspiración infinita. A toda la bola de primos que conformamos la hermosa familia Flores, me considero como un ejemplo que deben de superar y llegar más lejos de lo que yo pudiera. ¡¡¡Adelante primos!!!

¿Creían que los olvidaba marranos?, mis hermanos de metalurgia (Alex, Marcos, José Luis, Morales, Abril, Bazurto, y Abraham), los que siempre teníamos pila para hacer locuras todos los días, aguantar a los profesores con sus desvaríos y exigencias. No saben cuánto les agradezco su amistad, apoyo, comentarios y consejos que me llevaron a finalizar un trabajo tan trascendental en mi vida. Compartieron conmigo una etapa fundamental que jamás olvidaré, tienen un lugar muy importante en mi corazón, no saben cuánto los quiero 😊. Gracias Metaleros les deseo triunfos infinitos en la vida.

Gracias a todos mis hermanos de la Facultad de Química, que sin ser metalúrgicos, ganaron ese lugar tan importante en mi corazón y que jamás lo perderán. En especial a Karina, Adriana, Luisa, Tania, Martin, Mickey y Ricardo. Ustedes son mis amigos desde mis primeros semestres en la universidad, fueron mi principal apoyo para salir adelante en esa época tan escabrosa que es definir nuestra profesión. Gracias Químicos (QA's, QFB's, Q's).

Claro, no puedo dejar de mencionar a mis parientes Ingenieros Químicos, ustedes siempre supieron sacarme una sonrisa en las fiestas más aburridas de la facultad (las que organizaba su banda, Jejeje). Indudablemente he contado con ustedes para hablar del ambiente profesional desde diferentes puntos de vista, además de escuchar buenos consejos y apoyarnos los unos a los otros. A ustedes les debo una amistad infinita, en particular a Raúl, Néstor, Manuel, Lalo, Mariano y Lú. Gracias IQ's.

¡Bonita! Mi novia Pamela Vázquez, llegaste para ser mi vida, apareciste en el momento que menos me lo esperaba, en la culminación de mi licenciatura. Te agradezco con todo mi corazón el apoyo que me brindaste en los momentos más complicados de la carrera, justo cuando terminaba mis materias y me sentía confundido. Tus palabras de apoyo y el amor incondicional que me has brindado, me ha permitido terminar mi carrera repleta de amor y una motivación extra. La felicidad de ambos. TE AMO INGENIERA!!! Gracias

Agradezco de una manera especial a la Empresa Hitchiner S.A. de C.V. por contratarme como Ingeniero de Procesos y darme la oportunidad de poder desempeñarme en una industria tan bella como es la fundición de precisión. Sin embargo no es solo el empleo, es la oportunidad de desarrollarme en un ambiente laboral y permitirme crecer de una manera que jamás habría imaginado. Muchas gracias al Ing. Salvador Acevedo, Ing. Jorge Valencia, Ing. Francisco Peralta, Ing. Carlos E. Domínguez, Ing. Mario Gaeta, Ing. Gabriel Ávila, Ing. Sergio Mendoza; por ser mis nuevos profesores en aspectos de ingeniería y desarrollo laboral.

Muchísimas gracias a la AIST (Association for Iron & Steel Technology) por apoyarme cada semestre con la perfecta beca que me brindaron para culminar mis estudios. Ing. Myrna Molina y Dr. Edgar García, muchas gracias por la confianza depositada en mi formación profesional.

Profesores de la Facultad de Química, a ustedes les debo todo el conocimiento que poseo el día de hoy, es incuantificable lo que han hecho por mí, les agradezco con lo más profundo de mi alma, en especial a:

Dr. Marco A. Ramírez, a usted le debo este trabajo, me enseñó bastante sobre la ingeniería de procesos metalúrgicos. En las clases que lleve con usted, me di cuenta que esa área de la metalurgia es la que me gusta. Todas sus enseñanzas las pongo a práctica día a día. Dr., muchas gracias por su apoyo, asesoría y conocimientos.

Dr. Bernardo Morales, en sus clases culminé el cariño que le tengo a la ingeniería de procesos metalúrgicos, nunca relegare los consejos y el apoyo que usted me dio para conseguir muchos de los objetivos que me planteé en la licenciatura. Gracias Dr.

Principalmente agradezco a los profesores del departamento de Ingeniería de Procesos Metalúrgicos y Fundición, por darme todas las armas con las que me desarrollo de una manera profesional e intelectual. Gracias Profes, jamás encontrare como pagarles.

Gracias a mi alma mater, a mi bella Universidad Nacional Autónoma de México, por acogerme en sus brazos desde la Escuela Nacional Preparatoria No. 1 *Gabino Barreda* hasta la honorable Facultad de Química y permitirme crecer en los seminarios y laboratorios del glorioso Edificio D de Metalurgia (Metalandia).

UNAM: Me diste la oportunidad de conocer el hermoso mundo de la química, de la ingeniería y de la metalurgia. Me proporcionaste el arma más importante que puedo tener en la vida, una carrera profesional, la cual se basa en la mejor educación de México y no mentiré si aseguro que es la mejor del mundo. Pese a quien le pese. Gracias UNAM, mi sangre siempre será azul y mi piel dorada. GOOOOYA...

Por último gracias a dios por brindarme la oportunidad de pertenecer a una familia tan bella y preciosa, por darme la dicha de tener amigos nobles y sencillos, por tener a la novia más guapa e inteligente sobre la tierra, por proporcionarme la mejor educación del mundo y convertirme en profesionista de la UNAM.

GRACIAS A TOD@S.

Capítulo uno.		
Antecedentes.		
		Pág.
1.1	Introducción.	
1.1.1	El Horno de Arco Eléctrico como convertidor de acero.	3
1.1.2	Fusión de Pellets de DRI en baños de acero dentro del Horno de Arco Eléctrico.	5
1.1.3	Hipotesis	8
1.1.4	Objetivos y metas	8
1.1.5	Panorama económico de la industria	10
1.2	Revisión bibliográfica.	
1.2.1	Descripción del proceso metalúrgico	14
1.2.1.1	Fusión de una partícula en su baño pero con propiedades diferentes.	15
1.2.1.2	Fusión de una partícula dentro de un baño con distinta composición química	16
1.2.1.3	Fusión de una partícula posterior a la formación de dos o más corazas de materiales distintos.	17
1.2.2	Consideraciones y simplificaciones.	18
1.2.3	Modelos matemáticos aplicados.	19
1.2.3.1	Partícula esférica.	20
1.2.3.2	Capa solidificada.	21
1.2.3.3	Fusión de la partícula.	21
1.2.4	Relaciones Adimensionales.	22
1.2.5	Métodos de solución.	23
1.2.5.1	Soluciones analíticas, método de funciones de Green.	23
1.2.5.2	Soluciones numéricas.	24
1.2.6	Resultados Conclusiones y aportaciones de los modelos matemáticos.	25
Capítulo dos.		
Simulación matemática.		
2.1	Modelo Matemático.	
2.1.1	Sistema a modelar.	27
2.1.2	Características del sistema a modelar.	28
2.1.3	Simplificaciones	29

2.1.4	Ecuaciones gobernantes, condiciones iniciales y de frontera	30
2.1.4.1	Calentamiento de partícula.	30
2.1.4.2	Movimiento de la intercara (Solidificación y fusión de la coraza y fusión de la partícula).	31
2.1.5	Propiedades físicas del sistema.	32
2.1.5.1	Propiedades termofísicas como función de la temperatura.	33
2.1.5.2	Propiedades afectadas por la porosidad.	34
2.1.6	Relaciones adimensionales para el cálculo del coeficiente de transporte de energía.	35
2.1.6.1	Convección Natural.	36
2.1.6.2	Convección Forzada	37
2.2	Solución al modelo matemático.	
2.2.1	Método de solución. Aproximación numérica por diferencias finitas.	39
2.2.1.1	Método explícito.	39
2.2.1.2	Criterio de estabilidad.	41
2.2.2	Ecuaciones de discretización.	41
2.2.2.1	Discretización de la esfera.	42
2.2.2.2	Modelo básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección sin cambio de fase.	44
2.2.2.3	Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.	46
2.2.2.3.1	Cálculo de energía necesaria para la fusión de una tonelada de pellets de hierro esponja.	49
2.3	Algoritmos de cálculo.	
2.3.1	Criterio de estabilidad	51
2.3.2	Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección.	52
2.3.3	Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.	53
2.4	Validación de modelos matemáticos.	
2.4.1	Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección.	57
2.4.2	Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.	59

2.5	Resultados de validación.	
2.5.1	Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección.	62
2.5.2	Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.	63
2.5.3	Comentarios finales a la validación matemática.	67

**Capítulo tres.
Resultados y discusión.**

3.1	Resultados y discusión.	
3.1.1	Radio inicial de la partícula de DRI.	69
3.1.2	Porosidad.	73
3.1.3	Temperatura del fluido.	77
3.1.4	Temperatura inicial del pellet.	81
3.1.5	Tipo de convección.	85
3.1.5.1	Convección Natural.	85
3.1.5.2	Convección Forzada.	88

**Capítulo Cuatro.
Conclusiones y condiciones óptimas.**

4.1	Conclusiones.	92
4.2	Condiciones óptimas.	94

Apéndice.

A.1	Referencias.	96
A.2	Listado de variables.	99
A.3	Deducción de ecuaciones.	100
A.4	Códigos computacionales.	102
A.4.1	Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección.	102
A.4.2	Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.	104
A.5	Listado de figuras y tablas.	109

La industria siderúrgica se encuentra en un apogeo tecnológico y de nuevos procesos que ayudan a maximizar su producción, un claro ejemplo de este crecimiento es aprovechar la energía que se encuentra dentro del acero fundido para promover la fusión de adiciones metálicas, tal es el caso de la fusión de hierro de reducción directa en un baño de acero líquido.

Esta Tesis tiene como objetivo principal calcular las mejores condiciones de proceso que logren disminuir el tiempo de fusión y energía consumida por la fusión de una tonelada de pellets de hierro de reducción directa en un baño de acero líquido; por lo que la creación y desarrollo de un modelo matemático basado en la resolución de la ecuación general de transporte de calor bajo la condición de frontera móvil fue la herramienta con la que se logró analizar las diferentes variables de operación (tamaño, porosidad y temperatura de pellet, temperatura y agitación del acero).

Se realizaron diferentes simulaciones del proceso siderúrgico, en las cuales se evidencia la influencia de cada variable sobre la cinética y gasto energético. Con estas simulaciones fue posible obtener las condiciones de optimización, aportando el conocimiento necesario para aumentar la producción de acero líquido sin realizar un consumo excesivo de energía.

¡Observa lo que quieras, el hierro y el acero están en todo!

1.1 INTRODUCCIÓN

Los materiales metálicos son aquellos que se componen de metales y sus aleaciones, como también de sustancias inorgánicas que están constituidas por uno o más elementos metálicos.

Las clasificaciones que habitualmente se realizan de los materiales metálicos, están basadas en el elemento base o en el elemento principal de la aleación; de tal forma que, tradicionalmente y basándose en el volumen de producción, los metales se dividen en ferrosos y no ferrosos.

Los materiales metálicos ferrosos, son los que se encuentran cimentados en el hierro. Estos pueden clasificarse en: hierro, aceros, fundiciones, ferroaleaciones, superaleaciones y conglomerados. De todos estos productos ferrosos, son los aceros y fundiciones de hierro los más empleados por el hombre; de hecho, en la actualidad el 90% de la producción de los materiales metálicos, corresponde a estos dos materiales, pues presentan excelentes propiedades mecánicas las que además, pueden ser modificadas mediante tratamientos térmicos y mecánicos.

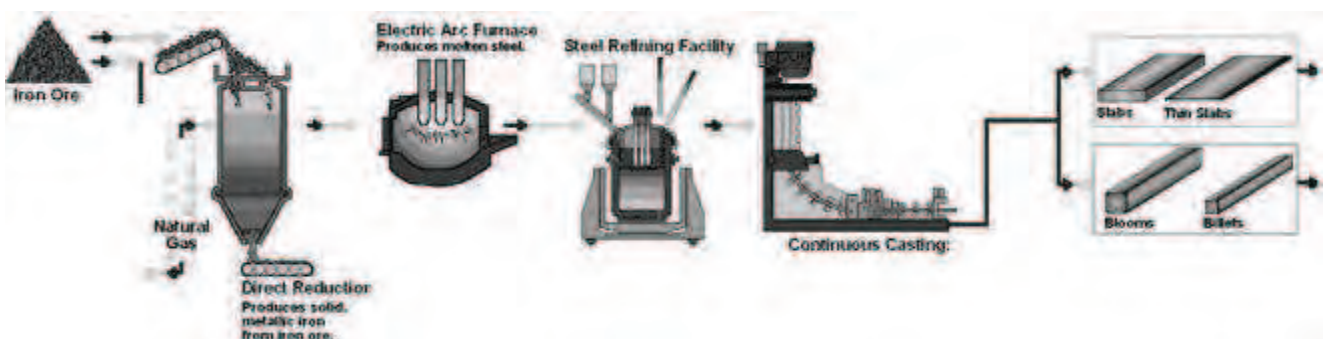


Figura 1.1 Ruta integrada de aceración, RD- HEA – HO – CC.
(Reducción Directa – Horno de Arco Eléctrico – Horno Olla – Colada Continua) ^[17].

Las fundiciones con contenidos elevados de C (mayores a 2%) y silicio, generalmente son procesadas en plantas de fundición donde se funden y refinan en hornos de inducción, cubilotes o eléctricos de arco para producir hierro grises, nodulares o maleables. Aunque estas fundiciones tienen muchas aplicaciones entre las que destaca las piezas automotrices, su nivel de producción no se compara con la de los aceros. Los aceros (Aleaciones con menos de 2% en peso de C) son procesados por diferentes procesos siderúrgicos con altísimos niveles de producción, siendo el de interés para este trabajo de tesis la ruta integrada de aceración eléctrica RD- HEA – HO – CC (Reducción Directa – Horno de Arco Eléctrico – Horno Olla – Colada Continua), ilustrado en la Figura 1.1. Esta ruta de aceración, necesita de una materia prima que es el mineral de hierro, el cual al ser extraído de la mina necesita ser concentrado y, posteriormente aglomerado en forma de pequeñas esferas conocidas como “pellets”, previo a la primera conversión química de la ruta de aceración.

Esta primera conversión química, es la reducción del hierro en el mineral a hierro metálico mediante CO y/o H₂, la que se lleva a cabo en los reactores de reducción directa, de los que existen distintas tecnologías comerciales como la HyL III® (Figura 1.2 A), o la Midrex® (Figura 1.2 B), en los cuales los pellets de hematita (Fe₂O₃) y magnetita (Fe₃O₄) se convierte en hierro esponja, al que se conoce como hierro de reducción directa o por sus siglas en ingles DRI (*Direct Reduction Iron*).

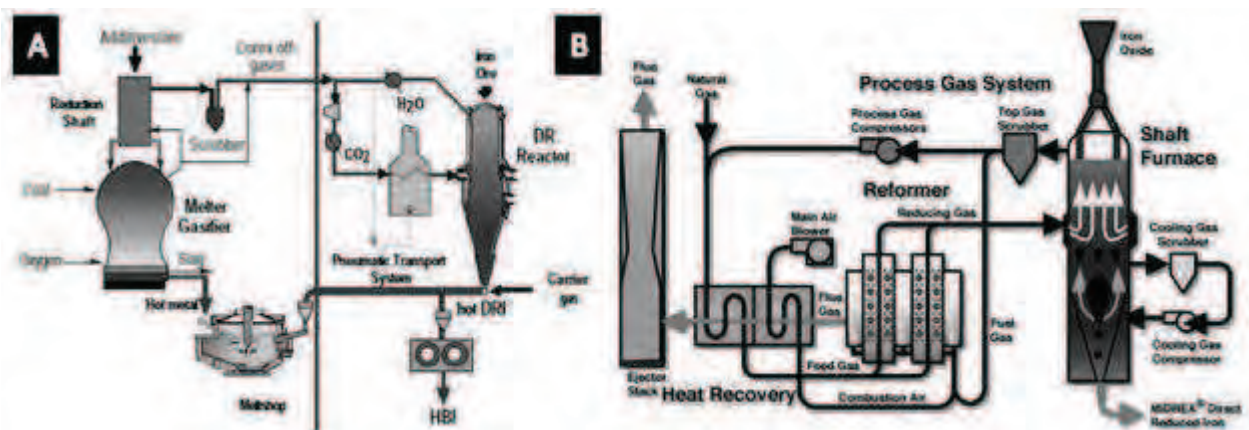


Figura 1.2 Diagramas de flujo de procesos de reducción directa
A) HyL III ®^[16]. (B)Midrex ®^[17].

Una vez que se ha transformado el pellet de mineral a pellet de DRI, continúa su transformación física y química; es aquí, donde el Horno de Arco Eléctrico (HAE) toma participación fundiendo al material de reducción directa con la ayuda de la generación de

calor que se produce en los arcos eléctricos producidos entre los electrodos de grafito y el acero. Como este calor es transformado de la energía eléctrica, es común utilizar otras formas de energía para disminuir los costos de producción, tales como la energía química que genera la adición supersónica de oxígeno de alta pureza al reaccionar con finos de carbono, o la postcombustión del CO generado al oxidarlo a CO₂, o el uso de quemadores de gas, así como el precalentamiento del material cargado, ente otras.

Posterior a la fusión en el HEA, el acero fundido se traslada al Horno Olla (HO), en donde es posible refinar al acero de impurezas indeseables y uniformizar su composición y temperatura, así como la eliminación y/o modificación de las inclusiones no metálicas. Los componentes indeseables eliminados en este horno son azufre, oxígeno, carbono e hidrógeno. Además, dentro de este horno es posible la adición de elementos aleantes y la desgasificación. Para acelerar estos procesos de refinación es común agitar al baño de acero mediante la inyección de gas argón por el fondo de la olla o a través de fuerzas electromagnéticas y emplear condiciones reductoras en el acero y en la escoria.

Para finalizar, el acero refinado y/o aleado es llevado a la colada continua, donde se obtendrán piezas solidificadas conocidas en la industria como largos (*Billet*) y planos (*Slabs*). Una vez obtenidos estos productos, se laminan para producir lámina, alambrón u otras formas de productos semiterminados de acero.

1.1.1 El Horno de Arco Eléctrico como convertidor de acero.

El HAE participa como horno de fusión y aceración del DRI en la ruta integrada de aceración eléctrica o como horno de fusión de chatarra en la ruta no integrada de aceración, por lo que en esta sección se va a detallar el uso del horno de arco eléctrico.

El HAE es el convertidor más versátil dentro de la industria siderúrgica, ya que proporciona la facilidad de producir cualquier tipo de acero, desde aceros con regular contenido de carbono hasta aceros de alta aleación. Este horno otorga la facilidad de fundir y transformar químicamente al hierro en acero, además de poder realizar diferentes procesos de refinación tanto oxidantes (defosforación o decarburación) como reductores, tales como la desulfuración de aceros.

Este convertidor (Figura 1.3) se compone de las siguientes partes básicas:

- Hogar de refractario.
- Paredes verticales y cilíndricas.
- Tapa removible.
- Electrodo de grafito

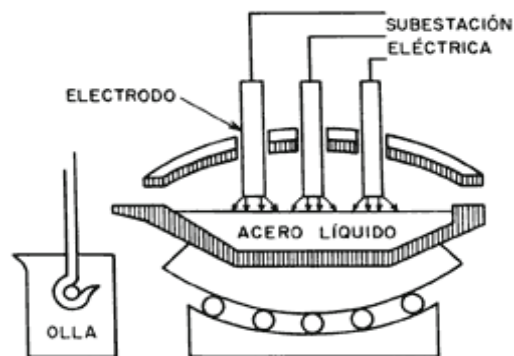


Figura 1.3 Esquema básico del Horno de Arco Eléctrico ^[18].

El horno de arco eléctrico, se basa en la descarga eléctrica que se forma entre dos electrodos sometidos a una diferencia de potencial, colocados en el seno de una atmósfera a alta presión o al aire libre. Este fenómeno físico, se conoce como arco eléctrico (Figura 1.4), donde es posible generar temperaturas en la periferia del arco cercanas a 10,000K. El calor que genera el arco eléctrico ofrece la facilidad de fundir diferentes materiales al transferir la energía por los mecanismos de radiación, convección y otras formas electrónicas de transporte de energía como el efecto Thompson.



Figura 1.4 Arco eléctrico formado por electrodos de grafito.

Existen dos formas de generar el arco eléctrico dentro del HAE, mediante un circuito de corriente directa (HAE-CD) o en circuito de corriente alterna (HEA-AC).

Estos dos distintos arreglos eléctricos se presentan en la Figura 1.5; y sus principales características, se muestran en la Tabla 1.1.

HEA – AC	HAE- DC
<ul style="list-style-type: none"> • Menores costos de instalación • No hay electrodos en el fondo del hogar • Capacidad superior de potencia para una alta generación de calor 	<ul style="list-style-type: none"> • Bajo consumo de electrodos • Mejor distribución de temperatura • Menor ruido • Menor consumo de energía • Menor desgaste del revestimiento • Agitación del baño

Tabla 1.1 Diferentes ventajas entre el HAE-AC y HAE-DC

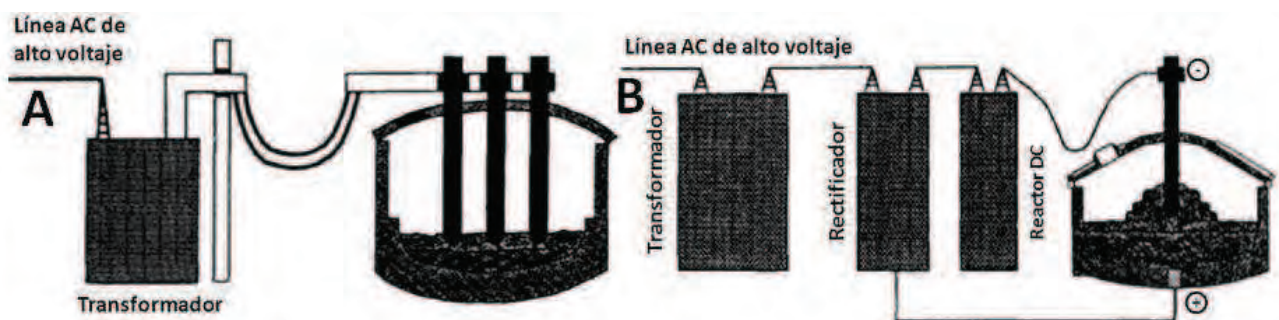


Figura 1.5 Dos tipos de arreglos en el horno de arco eléctrico.

- A) Corriente Alterna ^[15]
 B) Corriente Directa ^[15].

Estos diferentes HAE, presentan diferentes variables de operación, que afectan directamente la cinética de fusión de la materia prima, por lo que ambos se considerarán para este trabajo.

1.1.2 Fusión de Pellets de DRI en baños de acero dentro del Horno de Arco Eléctrico.

El uso del HAE (Horno de arco eléctrico), ha crecido dramáticamente en los últimos años como un proceso alternativo de aceración. Esto debido al incremento de reactores de

reducción directa, ya que estos reactores emiten bajos niveles de gases de efecto invernadero. Asimismo, el HAE consume menos reactivos químicos en comparación con el proceso BOF (*basic oxygen furnace*), además de que se trata de un proceso más limpio en la producción de acero.

Las grandes ventajas que presenta el HAE como proceso de aceración, es el uso versátil con la carga de diferentes materias primas, rapidez en la fusión y la versatilidad al ser utilizado como convertidor y no solo como horno, aunque actualmente se le usa como un horno de rápida fusión de DRI o chatarra.

La operación básica del horno se observa en la Figura 1.11, donde la chatarra de acero es cargada al horno. Después el horno es tapado para comenzar a encender el arco eléctrico, donde este comenzará a ser sumergido en la chatarra para iniciar la fusión del material. Al continuar con el movimiento de los electrodos, estos fundirán la chatarra cercana, lo que dará inicio a la formación de un pequeño baño de acero líquido que ayudará a la fusión del material. Posteriormente, los electrodos son elevados y la energía eléctrica incrementa, esto para formar un arco eléctrico poderoso que permitirá la fusión de toda la carga.

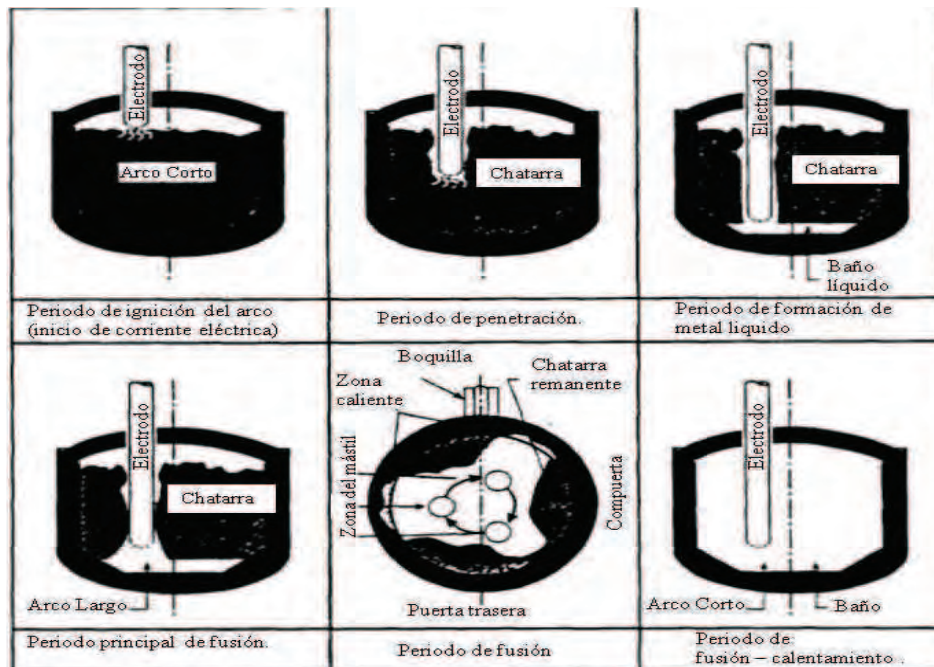


Figura 1.6 Ciclo de fusión de chatarra ^[9].

Debido al empleo del arco eléctrico como principal medio de fusión, estos hornos requieren de una cantidad considerable de energía eléctrica (como se aprecia en el balance de energía del diagrama Sankey de la Figura 1.12), lo que ha provocado que el HEA pierda

competitividad, aunado al aumento de precio de la energía eléctrica y de la materia prima (chatarra de acero).

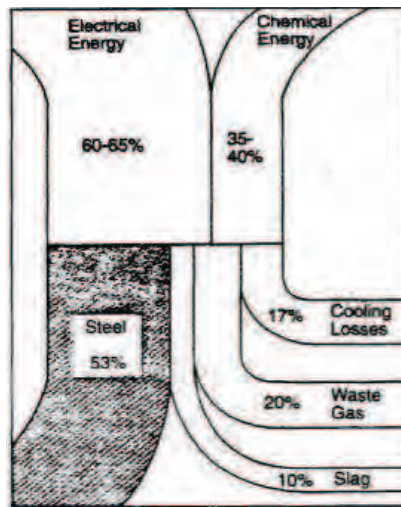


Figura 1.7 Balances de energía en hornos de arco eléctrico con diagrama Sankey ^[9].

Conforme a lo anterior, diferentes acerías han empleado la ruta integrada de aceración eléctrica (Figura 1.1), en donde se carga al HAE con 100% de pellets de hierro esponja (DRI, *Direct Reduction Iron*). Este material, reemplaza a la chatarra como materia prima. Sin embargo, el consumo de energía se eleva casi al doble de la ocupada para fundir la misma masa de chatarra de acero.

Debido al elevado requerimiento de energía eléctrica para realizar la fusión del DRI, se ha propuesto entender la cinética de fusión de estos pellets en baños metálicos, como en baños de acero proveniente de la fusión previa de una cantidad pequeña de chatarra o un baño de DRI previamente fundido, conocido en la industria como *hot heel* ó “Sopa” (Figura 1.13).

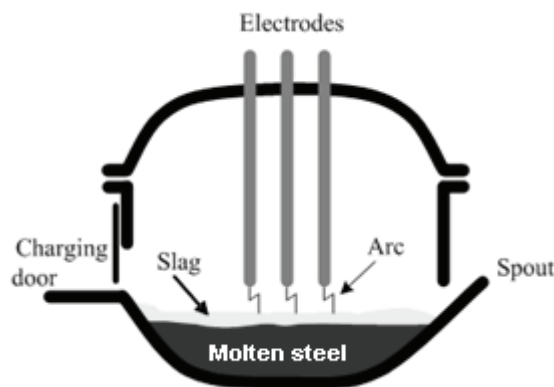


Figura 1.8 Representación del hot heel o “sopa” ^[19].

El entendimiento de la cinética de fusión y el efecto de las variables de operación sobre ésta, pueden generar el conocimiento necesario para lograr una disminución de consumo de energía eléctrica en los HAE, posibilitando un decremento de costos de producción y optimizando esta ruta de aceración.

1.1.3 Hipótesis.

Por la creación de un modelo matemático que represente lo ocurrido en el proceso de fusión de pellets de DRI en diferentes arreglos eléctricos de hornos de arco eléctrico, será posible realizar un análisis de proceso metalúrgico que demuestre la influencia de cada variable de operación. Para que con los resultados que genere el mismo sea posible evaluar la atribución de cada condición de proceso para encontrar la mejor combinación de variables y así optimizar este proceso metalúrgico.

1.1.4 Objetivos, metas y metodología.

La fusión de Pellets de DRI es una ruta que está comenzando a ganar auge en esta época moderna, pero la influencia de las principales variables aun no se conoce del todo.

Objetivo global de la línea de investigación. El principal objetivo de esta línea de investigación es estudiar la fusión de pellets de DRI en HEA desde el punto de vista fenomenológico, y con el conocimiento generado poder proponer condiciones de operación que permitan disminuir costos y tiempos de operación. Así como la creación de un modelo matemático riguroso que represente este proceso siderúrgico.

Objetivo de la tesis. El objetivo principal es obtener las mejores condiciones de operación que permitan disminuir los costos energéticos y el tiempo requerido para fundir pellets de DRI en baños de acero, utilizando un modelo matemático basado en las diferentes ecuaciones fundamentales de transporte de energía.

El modelo matemático a realizar describirá la cinética de fusión de DRI bajo la influencia de las principales variables de proceso, como el tamaño del pellet, la temperatura del pellet y

la temperatura y grado de agitación del baño considerando únicamente el transporte de calor y despreciando el transporte de masa (disolución).

Las metas computacionales principales de esta tesis son:

- Construcción de los modelos matemáticos de:
 - Enfriamiento de una esfera por convección
 - Solidificación - Fusión de una esfera por medios convectivos (Natural ó forzado), solución al problema de frontera móvil.

Metodología. Para la realización de este trabajo, es necesario aplicar una solución numérica a la ecuación gobernante de transporte de calor bajo diferentes condiciones de frontera aplicada a dos problemas que darán la pauta para la resolución del problema principal de este trabajo. El primer problema se basa en la resolución de la ecuación de transporte de calor aplicada a una esfera sólida enfriada por un medio convectivo, mientras que el segundo, basado en el problema anterior busca solucionar la frontera móvil, la cual involucra a la solidificación y fusión del material de estudio.

Una vez que la frontera móvil ha sido resuelta, el siguiente paso corresponde a la validación del modelo, así como su posterior simulación bajo diferentes casos de estudio que involucren a cada variable de proceso.

- La metodología implementada en la consecución de las metas y objetivos es:
 - Análisis físico de transporte de energía.
 - Revisión bibliográfica de la simulación de fusión de adiciones sólidas en baños metálicos.
 - Aplicación de métodos de discretización para resolver numéricamente las ecuaciones gobernantes sujetas a las condiciones de frontera e iniciales apropiadas.

- Simular la cinética del calentamiento que ocurre al sumergir los pellets de DRI en baños de acero y particularmente modelar el crecimiento y desaparición de una capa de acero en la superficie del pellet.
- Diseño de algoritmos para la solución de las ecuaciones gobernantes codificados en lenguajes de programación.
- Validación de los modelos matemáticos.
- Realizar un análisis de procesos tendiente a obtener los tiempos de fusión total de un pellet de DRI y el gasto energético de una tonelada de DRI bajo la acción de diferentes variables:
 - Asociadas a la física del pellet:
 - Radio inicial
 - Porosidad
 - Temperatura inicial
 - Asociadas a la física del fluido
 - Temperatura del seno del fluido.
 - Convección natural o forzada.

1.1.5 Panorama económico de la industria siderúrgica.

La producción de acero mexicano cuenta con una importante presencia en el mundo, ocupa el 15º lugar con 14.3 millones de toneladas producidas en 2009 (1.3% del total), mientras que en América latina es el 2º lugar (26.2% del total regional); como se aprecia en la Figura 1.6 A. México cuenta con diferentes compañías internacionales y nacionales explotando los recursos minero - siderúrgicos (Figura 1.6 B), con lo que generan 63000 empleos directos y 660000 indirectos; además, es el primer consumidor de electricidad (7.3% del total nacional) y de gas natural (29.1% del total nacional). Es de los primeros usuarios del transporte de carga (4.84% del total nacional).

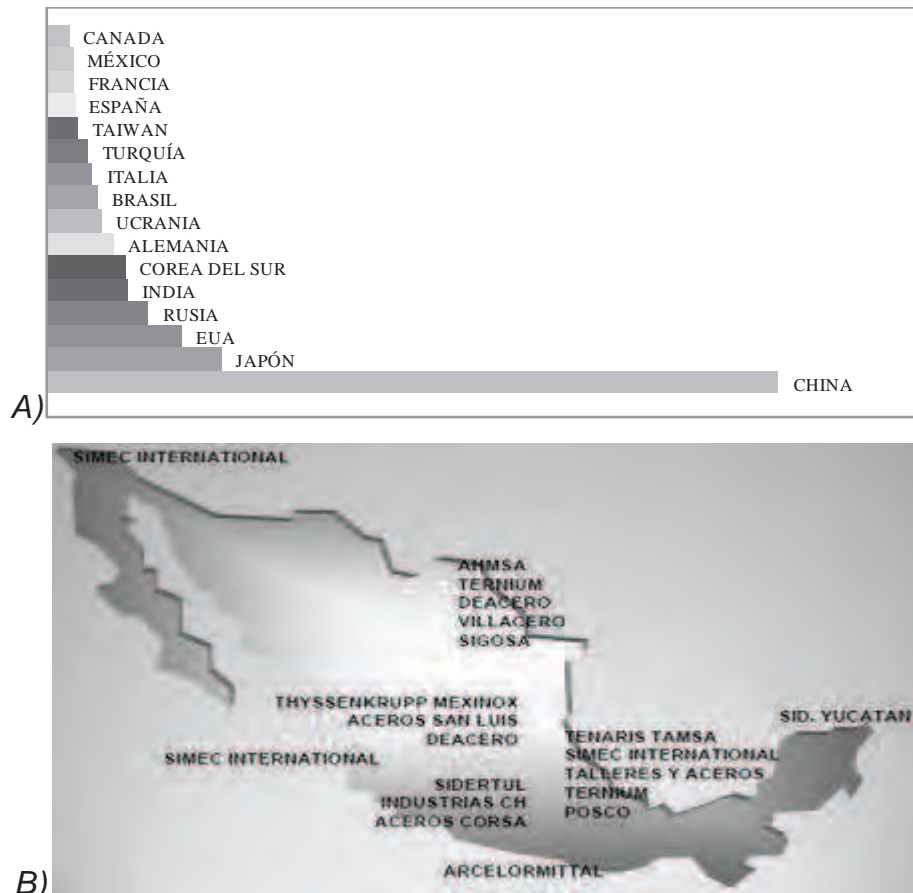


Figura 1.9 México dentro de la industria siderúrgica.
A) Producción mundial de acero ^[15].
B) Presencia geográfica ^[15].

La industria siderúrgica, tiene una fuerte participación en la economía mexicana, ya que representa el 2.2 % del PIB (Producto interno bruto) total, así como el 6.2% del PIB Industrial y 12.2% del PIB Manufacturero, esto gracias a una producción de \$ 270.648,00 millones de pesos (Figura 1.7).

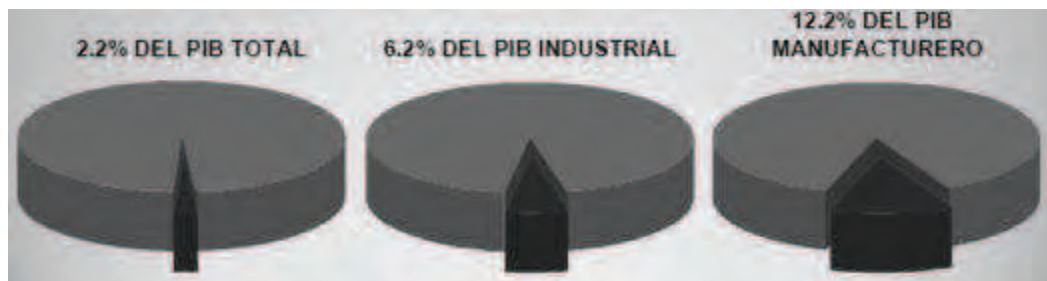


Figura 1.10 Importancia económica del acero [15].

El mercado mexicano del acero ha sufrido una reducción en el consumo, pero estabilidad en la producción; esto, ocasionado por la crisis económica mundial de 2008 y 2009, donde el mercado crediticio hipotecario estadounidense golpeó severamente a la rama

siderúrgica al impedir la construcción de nuevas viviendas. Recordemos que el acero es parte fundamental en la industria de la construcción por ser este un material estructural.

El mercado siderúrgico de México no es ajeno a la crítica situación de los mercados financieros internacionales, a partir de la segunda mitad del 2008 presenta la más sensible caída en su producción en época reciente (Figura 1.8 A). Es por ello que transcurrido el primer trimestre de 2009, la producción de acero y productos descendió 34.8% y 33.1% respectivamente, esto en referencia del 2008 (Figura 1.8 B).

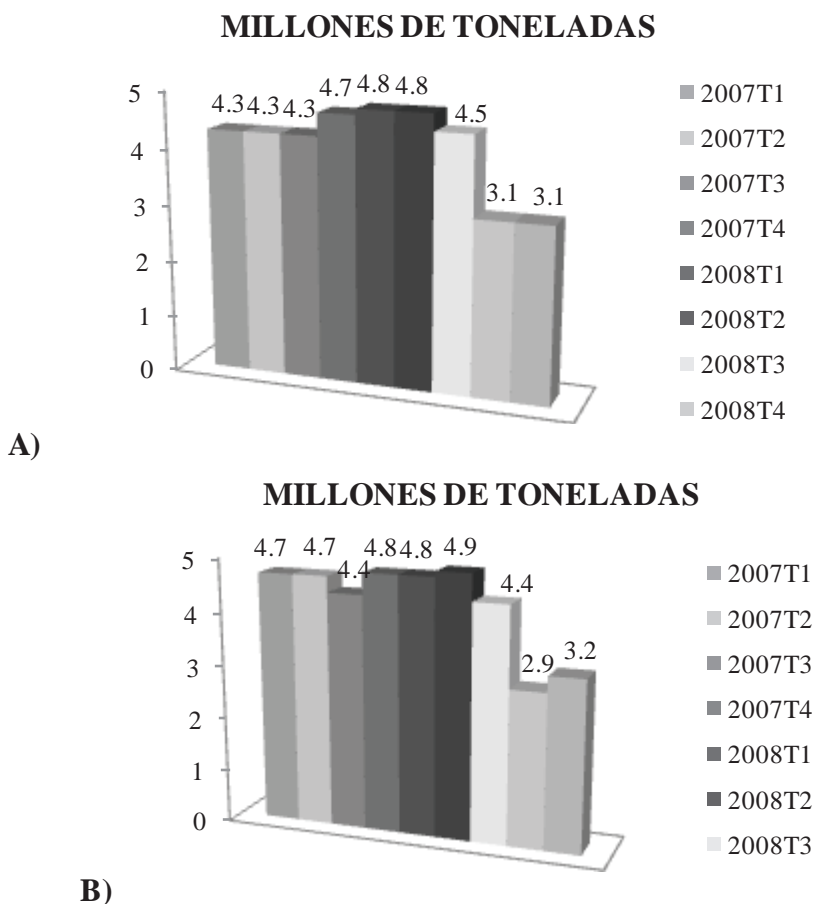


Figura 1.11 Situación actual de la industria siderúrgica mexicana.
A) Producción de acero ^[15].
B) Producción de productos de acero ^[15].

A pesar de la crisis económica, la inyección de capital en la siderurgia siguió en aumento. La inversión en este sector, permitió el incremento de capacidad instalada de producción de acero, de 2.5 millones de toneladas (12.9%). También, la exportación a 108 países, presentó un pequeño aumento de 533 mil toneladas (9,4%) respecto a 2004; por otra

parte, las importaciones procedentes de 97 países aumentaron 906 toneladas de 2004 a 2008 (Figura 1.9).

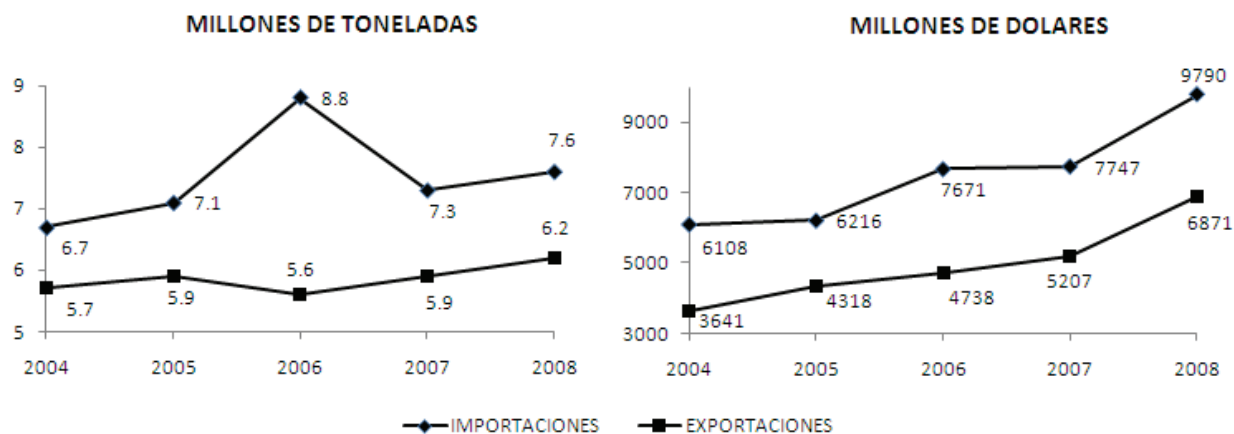


Figura 1.12 Exportaciones e importaciones en millones de toneladas (izquierda) y millones de dólares (derecha) ^[15].

Las empresas siderúrgicas se han reconfigurado de forma organizacional y administrativa, incidiendo en el incremento de su productividad. Esto, aunado a la reducción de costos, los cuales derivan de la puesta en marcha de procesos y tecnologías modernas. Por otra parte, las empresas se han esforzado por obtener certificaciones ISO 9000; permitiendo la incursión del acero mexicano en el mercado internacional.

Después de un descenso registrado de la producción en 2006, el nivel de producción por persona ocupada se mantiene relativamente estable, ubicándose en 594 Kg al finalizar 2008 (0.07% inferior a 2004).

Todos estos datos, demuestran que los productos siderúrgicos representan una gran parte de la economía nacional, así como el impacto que tiene el acero mexicano en el mundo. Aunque se debe señalar que la balanza comercial del primer trimestre del 2009 muestra que el acero ha tenido un declive considerable (Figura 1.10).

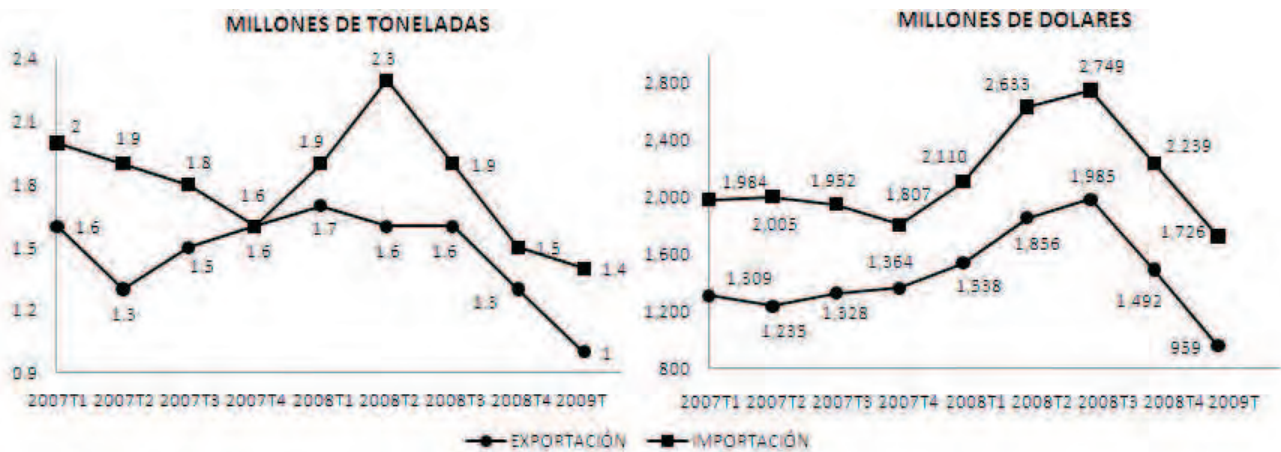


Figura 1.13 Balanza comercial de productos siderúrgicos.

- A) Millones de toneladas ^[15].
- B) Millones de dólares ^[15].

Al observar la Figura 1.10, es evidente la necesidad de crear nuevas tecnologías y procesos que permitan el crecimiento nacional de esta importante industria. Por esta razón, el presente trabajo busca realizar el estudio de un proceso moderno, con la meta final de reducir los costos de la fusión de pellets de DRI dentro del Horno de Arco Eléctrico, impulsando desde la academia el desarrollo de una industria siderúrgica mexicana fuerte.

1.2 Revisión bibliográfica.

La fusión del hierro de reducción directa (DRI), es fundamental en el consumo de energía eléctrica en los nuevos procesos de aceración, que implican el uso del Horno de Arco Eléctrico; es por ello, que diferentes autores han realizado trabajos sobre los fenómenos que rigen este proceso metalúrgico.

A continuación, se presentan los diferentes trabajos de modelado matemático y experimentaciones, que distintos autores han realizado para estudiar la cinética de fusión de hierro esponja en función de las principales variables de operación, haciendo énfasis en los mecanismos, simplificaciones, física involucrada y el enfoque que cada uno tiene de este proceso.

1.2.1 Descripción del proceso metalúrgico.

Dentro de los trabajos revisados, se observan diferentes enfoques, donde los autores reflejan su visión sobre la fusión de partículas esféricas en baños metálicos y no

metálicos. Estos autores explican el proceso anterior con tres enfoques diferentes, los cuales son los siguientes:

1.2.1.1 Fusión de una partícula en su baño pero con propiedades diferentes.

O.Ehrich^[1] realiza el cómputo del tiempo de fusión para partículas de DRI en baños de su misma composición; además, ejecuta el cálculo de una capa solidificada (Figura 1.14) con la misma composición química del DRI, con propiedades diferentes, pero asume la fusión de metales puros. Se aprecia en el esquema de la Figura 1.14, una característica fundamental cuando se adicionan partículas frías a baños metálicos calientes, que es la formación de una costra solidificada con la misma composición del baño sobre la partícula original debido al choque térmico; esto, es fundamental para considerar una representación realista de este fenómeno.

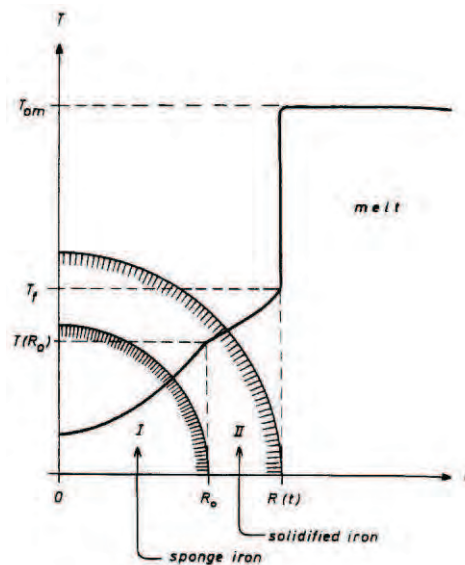


Figura 1.14 Diagrama utilizado por O.Ehrich^[1] donde describe los gradientes térmicos en el pellet.

L. Zhang^[4], realiza un análisis con un modelo similar a O.Ehrich^[1], donde considera la solidificación de una capa compacta de hierro alrededor de la partícula de DRI, cuando ésta se sumerge en un baño líquido de hierro puro (ver Figura 1.15). El autor considera que el mecanismo controlante es la fusión del hierro esponja, restando importancia a la capa solidificada de hierro, ya que no considera la conducción de calor en la capa anteriormente señalada.

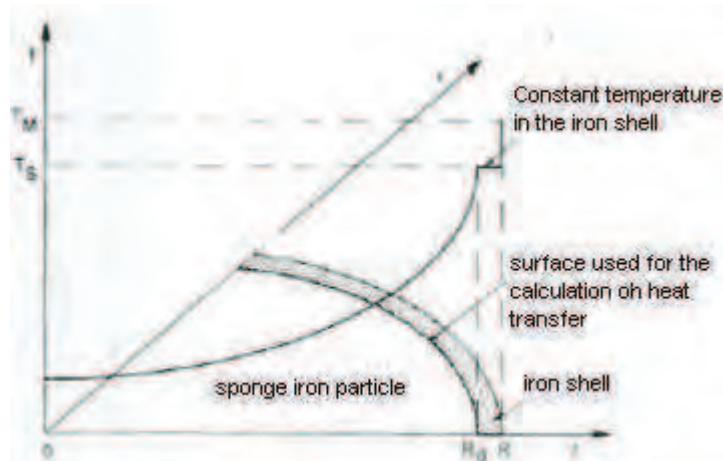


Figura 1.15 Diagrama utilizado por L. Zhang^[4] para evaluar la cinética de fusión de DRI

1.2.1.2 Fusión de una partícula dentro de un baño con distinta composición química.

Otros autores han modelado la fusión considerando la formación de corazas en la periferia de la esfera. Pero a diferencia del enfoque anterior, la capa solidificada no corresponde al mismo material que el que conforma la partícula; en este caso, solidifica un material completamente distinto al material base, ya que el líquido precursor no es necesariamente de la misma composición que el pellet, siendo este enfoque el más realista de todos.

R.I.L. Guthrie^[5], realizó un modelo en el cual se lleva a cabo la solidificación de acero sobre partículas de hierro, con el que busca obtener el tiempo de fusión de la capa y de las partículas. Considera el sobrecalentamiento, precalentamiento y las propiedades físicas de estos cuerpos esféricos.

Q. Jiao and N.J. Themelis^[6] construyeron un modelo, donde se efectúa la fusión de una capa de composición diferente a la partícula esférica. Estos autores primeramente modelaron DRI-Escoria, con lo que al obtener este modelo, proponen la simulación de la fusión de otros materiales, para lo que emplearon Al en Al, Cu₂S en Cu-Ni y escoria en escoria. Esto, fue posible debido a la existencia de datos experimentales de otros autores, los que permitieron la validación de este modelo con los datos anteriormente señalados.

El trabajo de estos autores, muestra una suposición donde la temperatura de intercara Sólido – Material solidificado es la temperatura del seno del fluido, la cual es superior a la temperatura de fusión. Esta suposición indicaría que el material está fundido, lo que implicaría la inexistencia de una capa solidificada.

S. Taniguchi y colaboradores^[3] proponen un modelo, en el que partículas de aluminio son fundidas en baños del mismo material (Figura 1.16), pero con la gran diferencia de la existencia de inyección de Argón para promover la agitación del baño; y con ello, consideran la convección forzada para acelerar la fusión.

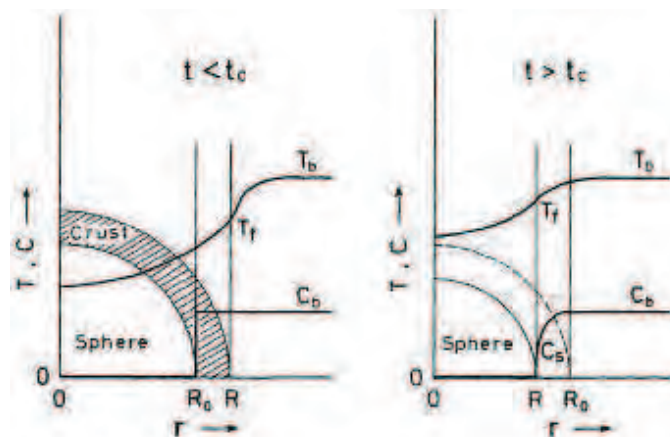


Figura 1.16 Diagrama utilizado por S. Taniguchi y colaboradores^[3], donde se exponen los diferentes perfiles, tanto térmico como másico.

El autor realiza una simplificación válida; donde indica que la composición del baño y la partícula de aluminio son iguales, con lo que logra omitir el transporte de masa; por otra parte, mantiene las propiedades termofísicas variables y dependientes de la temperatura y agitación del baño.

1.2.1.3 Fusión de una partícula posterior a la formación de dos o más corazas de materiales distintos.

B. Zhou^[2] modeló matemáticamente la re-fusión de aluminio en su refinación secundaria, donde pequeñas gotas de aluminio caen sobre una cama de sales fundidas, para posteriormente sumergirse en un baño de aluminio; esto da origen a dos capas de material solidificado sobre el material de interés, tal como se observa en el esquema de la Figura 1.17.

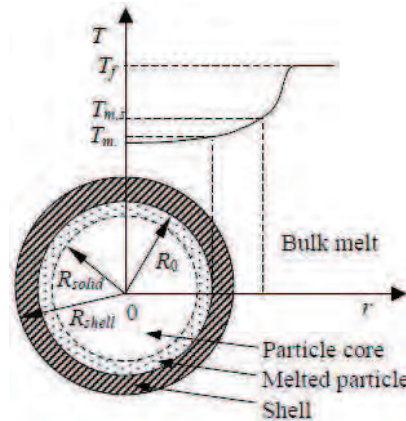


Figura 1.17 Diagrama utilizado por B. Zhou^[2], donde representa un pellet de aluminio con dos corazas solidificadas

Este autor, también considera la fusión de la partícula de aluminio por dentro de la capa de sales, lo que daría origen a más capas en las que fue necesario realizar cálculos de transferencia de calor. Esta consideración es un acierto, siempre y cuando la capa de sales tenga un punto de fusión mayor al del aluminio.

El autor clasifica al proceso de fusión como sigue.

- 1) Formación de cáscara de sales fundidas.
- 2) Solidificación de aluminio sobre la cáscara de sal.
- 3) Fusión de la capa de aluminio.
- 4) Fusión de la capa de sal
- 5) Fusión de la partícula original de aluminio.

1.2.2 Consideraciones y simplificaciones.

La mayoría de los autores, realizan una simplificación bastante importante; todos omiten el transporte de masa, ya que consideran que se puede suprimir al realizar la fusión de las partículas en un baño con la misma composición, o con un punto de fusión mucho mayor al de las partículas.

En el caso de S. Taniguchi y colaboradores^[3], manejan correlaciones de Sherwood y Nusselt para el cálculo de coeficientes de transporte de masa y energía respectivamente, a través de relaciones adimensionales que combinan ambos fenómenos de transporte.

Todos los autores consideran que el flujo de calor es exactamente el mismo en las intercaras, pero difieren en las condiciones de frontera, donde se realizan brillantes observaciones, excepto en el caso de Q. Jiao and N.J. Themelis^[6] que ocupan una condición de frontera inestable.

Por otra parte, B. Zhou^[2] realiza un acierto en el que supone como condición de frontera, una temperatura de fusión de la partícula de referencia menor con respecto a la capa solidificada, lo cual llevará a que este material comience a fundir sin que la capa exterior sufra algún cambio de fase.

O.Ehrich^[1] realiza un cálculo sencillo, en el que considera que el material solidificado tendrá las mismas propiedades que el material base, lo que lleva a omitir la intercara sólido-coraza y solo considera la frontera convectiva.

Cada autor considera que la entrada de calor al sistema puede llevarse a cabo por cualquiera de los dos tipos de fenómenos de transporte convectivo: Natural o Forzado. En el caso de S. Taniguchi^[3] considera ambos fenómenos, ya que realiza cálculos para adiciones simples de esferas de aluminio, además realiza las mismas adiciones, pero ahora con agitación de argón.

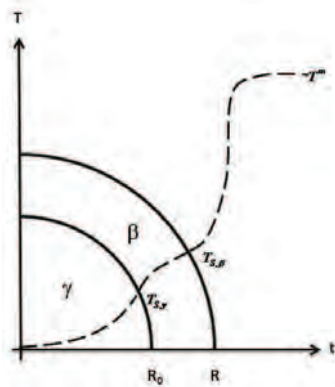
1.2.3 Modelos matemáticos aplicados.

Dentro de los modelos matemáticos empleados por los diferentes investigadores, son utilizadas las mismas ecuaciones de transferencia de calor, donde la conducción, la convección y el transporte de energía en la intercara son los fenómenos principales que controlan la fusión de este material.

Todos los autores emplean la ecuación general de conducción de calor en coordenadas esféricas, donde realizan la importante simplificación simétrica de considerar una frontera adiabática en el eje radial. Por otra parte el flujo de calor que emplean es totalmente unidireccional.

A continuación se presenta un diagrama general en la Figura 1.18; además, se muestra una visión general de las ecuaciones gobernantes utilizadas para la simulación de la fusión de partículas esféricas en baños de misma composición química.

El modelo se postula en varias etapas en el tiempo, correspondientes a las distintas etapas de fusión (partícula esférica, capa solidificada y fusión de la partícula), por lo que se presentan las siguientes ecuaciones para cada etapa generalizando la formulación de los distintos autores.



- γ = Partícula
- β = Material solidificado
- R_0 = Radio inicial
- R = Superficie de avance
- $T_{s,\gamma}$ = Temperatura superficial γ/β
- $T_{s,\beta}$ = Temperatura superficial β /Fluido
- T^∞ = Temperatura de fluido

Figura 1.18 Perfil térmico común utilizado por los diferentes autores.

1.2.3.1 Partícula esférica

Ecuación Gobernante

$$(1.1) \quad \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_\gamma} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad 0 < r < R_0$$

Condición de frontera 1:

$$(1.2) \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{en} \quad r = 0, \quad T = T_{fus,\beta} \quad \text{en} \quad r = R_0$$

Condición de frontera 2:

$$(1.3) \quad k_\gamma \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\gamma,R_0} = k_\beta \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\beta,R_0}$$

Condición Inicial:

$$(1.4) \quad T = T_0 \quad r < R_0, \quad t = 0$$

1.2.3.2 Capa solidificada.

Ecuación Gobernante

$$(1.5) \quad \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_\beta} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad R_0 < r < R$$

Condición de frontera 1:

$$(1.6) \quad T = T_{\text{fus},\beta} \quad \text{en} \quad r = R$$

Condición de frontera 2:

$$(1.7) \quad k_\beta \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = \rho_\beta \Delta H_\beta \frac{dR}{dt} + h (T^\infty - T_{\text{fus},\beta})$$

Condición Inicial:

$$(1.8) \quad R = R_0, \quad T = T_{\text{fus},\beta} \quad \text{en} \quad t = 0$$

Estas formulaciones, corresponden a la etapa de solidificación y fusión de la coraza, donde se aborda una condición de frontera conocida como frontera móvil (Ec. 1.7).

1.2.3.3 Fusión de la partícula.

Ecuación Gobernante

$$(1.9) \quad \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_\beta} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad R_0 < r < R$$

Condición de frontera 1:

$$(1.10) \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{en} \quad r = 0, \quad T = T_{\text{fus},\gamma} \quad \text{en} \quad r = R$$

Condición de frontera 2:

$$(1.11) \quad k_\gamma \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R_0} = \rho_\gamma \Delta H_\gamma \frac{dR}{dt} + h (T^\infty - T_{\text{fus},\gamma})$$

(1.12) Condición inicial :
 $R = R_0, \quad t = t_{\text{fus capa}}, \quad T(r, t_{\text{fus capa}}) = T_{\text{fus capa}}(r)$

Las ecuaciones aquí representadas, resuelven la fusión de la partícula posterior a la desaparición de la coraza; donde de nueva cuenta, existe una frontera móvil.

1.2.4 Relaciones adimensionales.

Los diferentes autores, han presentado trabajos donde la convección forzada es el mecanismo de control, o donde la convección natural predomina. A continuación, se presentan las relaciones adimensionales del número de Nusselt para el cálculo del coeficiente de transporte de energía.

S. Taniguchi y colaboradores^[3], B. Zhou^[2], L. Zhang^[4] y Q. Jiao^[6] consideran el problema con convección forzada, donde; B. Zhou^[2] y S. Taniguchi y colaboradores^[3], ocupan la misma relación para el numero de Nusselt, mientras que L. Zhang^[4] y Q. Jiao^[6] ocupan una relación distinta.

(1.13) B. Zhou^[2] y Taniguchi y colaboradores^[3]

$$Nu = 2.0 + 0.4Re^{1/2} + 0.06Re^{2/3} Pr^{0.4} \mu_M / \mu_M^*{}^{0.25} \quad 10 < Re < 10^5$$

(1.14) L. Zhang^[4] y Q. Jiao^[6] $Nu = 2.0 + 0.6Re^{1/2} Pr^{1/3}$

R.I.L. Guthrie^[5], afirma que el problema es puramente transporte convectivo natural, despreciando totalmente algún tipo de agitación severa que provoque movimiento turbulento en el fluido, esta misma aseveración la consideraron S. Taniguchi y colaboradores^[3].

(1.15) R.I.L. Guthrie^[5] $Nu = 0.53 Gr \cdot Pr^{1/4}$

(1.16) S. Taniguchi y colaboradores^[3]. $Nu = 2 + 0.6Gr^{1/4} Pr^{1/3}$

1.2.5 Métodos de solución.

La principal diferencia entre los trabajos de los distintos autores, radica en el método de solución, ya que se emplearon tanto técnicas numéricas como soluciones analíticas para conocer el movimiento de las diferentes intercaras (Escoria, metal solidificado, metal base); asimismo, la simulación de diferentes materiales solidificados sobre la superficie implica la segunda diferencia entre cada autor.

1.2.5.1 Soluciones analíticas, método de funciones de Green.

O.Ehrich^[1] utilizó el método de funciones de Green. Este método, emplea la transformación de las ecuaciones diferenciales gobernantes en ecuaciones integrales, que pueden ser solucionadas fácilmente por aproximación de sumatorias. Para el empleo de este método, es necesaria la reescritura de las ecuaciones diferenciales parciales a su forma adimensional, con las siguientes relaciones.

$$(1.17) \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_f - T_{0e}}$$

$$(1.18) \quad Fo = \frac{t\alpha_1}{R_0^2}$$

$$(1.19) \quad s = \frac{r}{R_0}$$

$$(1.20) \quad S = \frac{R}{R_0}$$

$$(1.21) \quad Ph = \frac{\Delta H}{Cp(T_f - T_{0e})}$$

$$(1.22) \quad Bi = \frac{hR_0}{k}$$

$$(1.23) \quad \theta^* = \frac{T_b - T_f}{T_f - T_{0e}}$$

Posterior a la transformación adimensional, fue aplicada la función de Green, a fin de obtener una ecuación integral, que permita aproximar a la solución por una serie de sumas

infinitas, en las que es necesario discretizar el tiempo. Para lo cual, el autor presenta la solución general de la ecuación gobernante por funciones de Green.

$$(1.24) \quad \theta_{s, Fo} = \int_0^1 4\pi\xi^2 \left(Ph \frac{dS}{dFo} + Bi\theta^* \right) \cdot G|_{\xi=s} \cdot d\tau - \int_0^1 \pi\xi^2 \cdot G|_{\tau=0} \cdot d\xi$$

Por otra parte, la aplicación de estas funciones generan aproximaciones que solo pueden solucionar casos límite del problema a resolver. Así, O.Ehrlich^[1] obtiene ecuaciones, que permiten calcular características totalmente únicas, tales como el radio máximo de la partícula, la variación del radio de la misma y el tiempo de fusión de la coraza. Estas estimaciones se presentan a continuación.

Radio máximo

$$(1.25) \quad R_{\max} = \sqrt[3]{1 + \frac{\rho_1 C p_1 (T_f - T_{0c})}{\Delta H \rho_2}} \cdot R_0$$

Tiempo en que desaparece la coraza

$$(1.26) \quad K t_c = \frac{R_{\max} - R_0}{h} \frac{\Delta H \rho_2}{T_b - T_f}$$

Radio de la esfera

$$(1.27) \quad R = R_{\max} - \left[\frac{h T_b - T_f}{\Delta H \rho_2} \right] \cdot t \quad t < t_c$$

1.2.5.2 Soluciones numéricas.

Las soluciones numéricas fueron las más empleadas por los autores, ya que con estas es posible realizar aproximaciones muy estables. Por otra parte las soluciones analíticas fueron consecuencia de las soluciones numéricas, ya que con las anteriores se realizó la validación del modelo matemático.

La técnica que mayormente fue utilizada, corresponde a la aproximación por diferencias finitas en su forma explícita, ya que permite manejar las diferentes consideraciones y condiciones de frontera que rigen a este tipo de problemas. B. Zhou^[2] y S. Taniguchi y

colaboradores ^[3], emplearon esta técnica para la resolución de sus modelos, aunque no presentan alguna ecuación algebraica característica que represente a cada nodo. Es sobresaliente que S. Taniguchi y colaboradores^[3], plantean un diagrama de flujo para mostrar el algoritmo de cálculo que genera la solución de sus ecuaciones algebraicas.

1.2.6 Resultados, conclusiones y aportaciones de los modelos matemáticos.

Los resultados obtenidos por los autores contienen aspectos en común, donde resaltan las diferentes variables que afectan al proceso. Además, hacen notar la influencia de las consideraciones y simplificaciones llevadas a cabo para la resolución de los problemas evaluados.

Principalmente todos los autores llegan a conclusiones similares, donde se indican las variables que tienen mayor efecto sobre el proceso de fusión.

Las principales variables exploradas son:

- Partícula sumergida:
 - Tamaño
 - Temperatura inicial
 - Composición química
 - Punto de fusión
 - Porosidad o uniformidad
- Cáscara solidificada:
 - Propiedades Térmicas y físicas
 - Movimiento de la intercara
 - Capa uniforme
 - Porosidad o uniformidad
 - Temperatura de fusión
 - Composición química
- Baño metálico:
 - Propiedades Térmicas y físicas
 - Agitación y/o movimiento del fluido
 - Temperatura

Para el caso de O.Ehrich^[1], concluye que el considerar dos intercara es mucho más tiempo y labor de cálculo que el manejar una sola intercara, donde al suponer que solidifica un material con las mismas propiedades, es posible omitir la formación de una cáscara diferente; ya que al realizar ambos cálculos, observa poca diferencia entre ellos. Asimismo, concluye que el rango de fusión depende directamente de la cantidad de precalentamiento y sobrecalentamiento del baño metálico.

L. Zhang^[4] al realizar su modelo, aporta la siguiente información: él asevera que el proceso de fusión puede ser resuelto analíticamente, siempre que no se considere la conducción de calor desde la cáscara de hierro, donde en un principio en su modelo, considera que la temperatura a través de la coraza es la misma que el baño metálico. Dado lo anterior, L. Zhang^[4] escribe que la fusión del hierro esponja (DRI) no es la etapa controlante de la cinética de fusión, sino más bien, la fusión de la cascara metálica.

R.I.L. Guthrie^[5], presenta conclusiones basadas en su modelo matemático, así como en los experimentos que realizó. Menciona que el precalentamiento de las partículas, el sobrecalentamiento del fluido y la temperatura de fusión disminuyen el tiempo de fusión. De igual manera, puntualiza que al modificar el número de Nusselt involucrado en la convección natural, donde al presentar variaciones de temperatura entre el fluido y la partícula modificarían de manera considerable la cinética de fusión del material.

B. Zhou^[2] y S. Taniguchi y colaboradores^[3], realizaron modelos con partículas de aluminio, donde la gran diferencia entre los modelos de los autores, radica en las fronteras ocupadas, así como las características del fluido. Estos dos autores a pesar de modelar procesos diferentes, es posible observar grandes coincidencias en sus artículos.

Ellos observaron la influencia del movimiento del fluido, donde entre mas agitación ocurra, será posible llevar a cabo una fusión más efectiva y veloz de las capas que rodeen a la partícula de interés; además, denotan que la etapa controlante del proceso corresponde a la fusión de la coraza.

¡Las matemáticas son la herramienta más poderosa de la ingeniería!

2.1 Modelo Matemático.

La parte esencial de este trabajo de tesis, corresponde a la creación de un modelo matemático que permita simular y estimar la cinética de la fusión de esferas metálicas en baños metálicos calientes, por medio del empleo de ecuaciones fundamentadas en el análisis de fenómenos de transporte. Por lo que en este capítulo se describirá el sistema a modelar, tales como las simplificaciones del mismo, ecuaciones gobernantes, condiciones de frontera e iniciales, así como la solución numérica usada.

2.1.1 Sistema a modelar.

El sistema de este trabajo corresponde a una esfera de hierro sumergida dentro de un baño de acero. Este tipo de proceso, es justamente el que se menciona al inicio de este trabajo, donde la carga de material férrico (DRI) proveniente de los reactores de reducción directa, es cargada al horno de arco eléctrico, el cual posee previamente una cantidad de metal líquido (*hot heel*). El sistema se representa en la Figura 2.1



Figura 2.1 Representación del modelo

La esfera caerá directamente a un baño de acero (Figura 2.2, t_0), donde existirá una diferencia de temperaturas entre el sólido y el fluido, llamada choque térmico, lo que propiciará la solidificación de fluido en la superficie del sólido (Figura 2.2, t_s). Este fenómeno provocará que la esfera crezca hasta que la temperatura de la misma sea igual a la temperatura del fluido o la temperatura de fusión del material solidificado (Figura 2.2, t_f); en este momento la fusión de la esfera original dará inicio (Figura 2.2, $t > t_f$).

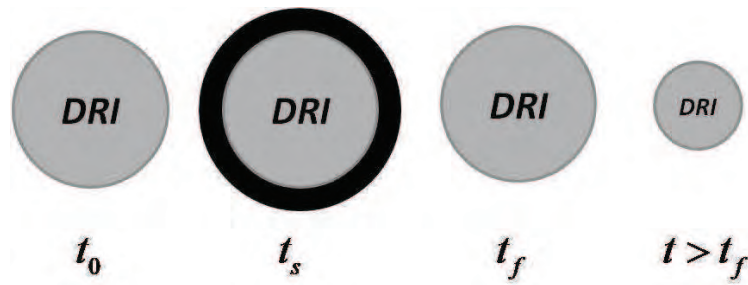


Figura 2.2 *Tiempos de solidificación y fusión.*

Dentro de éste proceso, se presentan diferentes etapas de transporte de energía, por lo que el proceso en general se divide por etapas, teniendo cada etapa sus respectivas ecuaciones gobernantes, condiciones de frontera y suposiciones simplificativas. A este tipo de problemas, se le conoce en la literatura de los fenómenos de transporte como problemas de “frontera móvil”, ya que al solidificar (crecer) y fundir (decrecer) la esfera cambia su tamaño constantemente con el tiempo, modificando el tamaño del sistema de cómputo con el tiempo.

2.1.2 Características del sistema a modelar.

Al observar el sistema a modelar, es necesario describir las características que lo describan, así como los fenómenos que toman participación en este proceso.

Este proceso está gobernado por el transporte de energía, donde dos mecanismos toman participación, estos son la conducción y la convección. Ambos mecanismos participan de diferente manera, pero tienen un efecto compartido en la fusión de pellets de DRI, así como en el valor de las diferentes propiedades termofísicas, por lo que a continuación se enlistan las consideraciones del modelo desarrollado.

- A. Se modelará una esfera con flujo de calor unidireccional por la simetría existente (transporte radial).
- B. Tiene participación el transporte conductivo en el cuerpo sólido principal y en el crecimiento del mismo.
- C. El transporte conductivo entre el líquido y el sólido participa en el crecimiento de la esfera de DRI, así como en la fusión.
- D. Es necesario considerar una frontera móvil, la cual permita la solidificación (aumento de radio), así como la fusión de la partícula (disminución de radio).

- E. El calor de fusión y la solidificación, se considerarán en un balance macroscópico realizado en la superficie del pellet.

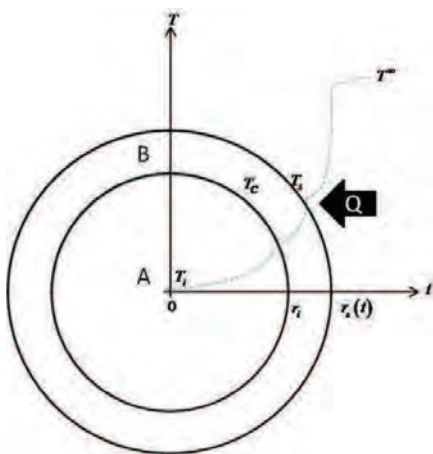
2.1.3 Simplificaciones.

Las simplificaciones son fundamentales para la resolución de este problema, ya que proporcionan facilidad en etapas de cálculo, así como una aproximación más sencilla al problema real, siendo estas las siguientes:

- A. El centro de la esfera representa un punto de simetría, es decir, en las direcciones angulares no hay transferencia de energía para el sistema de coordenadas esféricas.
- B. Las propiedades físicas del sistema, se considerarán como hierro puro, suprimiendo la metalización del pellet y la composición química del baño.
- C. Las propiedades termofísicas de la coraza de acero y el pellet, se considerarán iguales, por otra parte, estas serán dependientes de la temperatura y de la porosidad para el caso del DRI.
- D. Se omite el transporte de masa, con la simplificación de la igualdad de concentraciones entre el fluido y el sólido, así como en el material solidificado.
En el caso de un baño con diferente contenido de carbono que el sólido, habría que considerar la cinética de disolución y el transporte de masa como mecanismo paralelo al transporte de calor.
- E. La temperatura en el acero líquido en el baño permanece constante.
- F. El radio de la esfera sufrirá modificaciones, por lo que el volumen de la esfera y su discretización serán totalmente variables
- G. La fluidinámica que presenta el fluido es constante, es decir, el coeficiente de transporte de energía por convección es constante.
- H. La temperatura en el nodo convectivo será representada con la temperatura de fusión del hierro.

2.1.4 Ecuaciones gobernantes, condiciones iniciales y de frontera.

A continuación, se presentan las ecuaciones gobernantes para cada etapa de este proceso, así como las condiciones iniciales y de frontera necesarias para la solución de este problema complejo de frontera móvil. Para esto, es necesario contar con un diagrama representativo del cuerpo esférico, el cual se representa en la Figura 2.3.



- A = Partícula inicial (DRI)
- B = Material solidificado (Acero)
- r_i = Radio inicial
- r_s = Superficie de avance
- T_s = Temperatura superficial
- T_i = Temperatura inicial
- T^∞ = Temperatura de fluido
- T_C = Temperatura de coraza
- Q = Calor de entrada

Figura 2.3 Diagrama del sistema a modelar.

2.1.4.1 Calentamiento de partícula.

La parte fundamental para el desarrollo del cálculo, es la predicción de temperaturas dentro del pellet, por lo que es necesario caracterizar el calentamiento simple de una partícula esférica por la acción de un medio convectivo. Aunque aún no se establece el problema de frontera móvil, esta formulación base es fundamental. La ecuación gobernante con sus condiciones iniciales y de frontera se presentan a continuación:

- o Ecuación gobernante.

$$(2.1) \quad \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_A} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad 0 < r < r_i$$

- o Condición inicial

$$(2.2) \quad T = T_i, \quad r \leq r_i, \quad t = 0$$

- *Condiciones de frontera*

$$(2.3) \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = 0$$

$$(2.4) \quad -k_A \frac{\partial T}{\partial r} = h T_s - T^\infty \quad r = R, \quad t = 0$$

2.1.4.2 Movimiento de la intercara (solidificación y fusión de la coraza posterior del cuerpo esférico).

En el momento de la carga del material férrico al HAE, la formación de una coraza de material sobre la superficie del pellet es inevitable, debido al choque térmico, por lo que es necesario cuantificar el calentamiento de la partícula, así como la solidificación de dicho material, hasta que deje de solidificar (crecer) y comience a fundirse (reducir su tamaño) hasta desaparecer en el *hot heel*.

Estos fenómenos que involucran el movimiento de la superficie del pellet, son llamados genéricamente con el nombre de problemas de frontera móvil. A continuación se presentan las ecuaciones gobernantes, condiciones a la frontera e iniciales, las cuales permitirán la estimación del perfil térmico dentro de la partícula; sin embargo, es necesario un balance macro en la intercara que permitirá calcular el desplazamiento de la frontera convectiva sólido-líquido.

- *Ecuación gobernante.*

$$(2.5) \quad \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_A} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad 0 < r < r_s$$

- *Condición inicial*

$$(2.6) \quad T = T_i, \quad r \leq r_s, \quad t = 0$$

- *Condiciones de frontera*

$$(2.7) \quad T = T_{Fus}, \quad r = r_s$$

$$(2.8) \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = 0$$

- Balance Macroscópico en intercara. Sólido/Líquido

$$(2.9) \quad k_A \frac{\partial T}{\partial r} - h(T_{Fus} - T^\infty) = \frac{dR}{dt} \rho_B \Delta H_B, \quad r = r_s, \quad t > 0$$

2.1.5 Propiedades físicas del sistema.

La simulación de la fusión de adiciones esféricas de DRI a baños de acero, involucra la participación de diferentes propiedades físicas dependientes de la temperatura, las cuales no pueden ser mantenidas constantes por la existencia de gradientes térmicos considerables.

Las propiedades a las que es necesario contar con una ecuación matemática que las defina en función de la temperatura son:

- Viscosidad.
- Capacidad calorífica.

Por otra parte, existen propiedades que están en función de una variable característica del pellet. Esta es la porosidad, ya que involucra a la cantidad de materia, y controla la forma en la que se conduce el calor a través de la partícula.

La porosidad es posible manejarla como un porcentaje, pero para efectos prácticos, en este trabajo se tratará a la porosidad como una fracción (de 0 a 1), donde 0 (cero) significará que el material no cuenta con poros, lo que indicaría la sustancia totalmente sólida; mientras que en el otro extremo, si la porosidad es 1 (uno), se tendrá solo aire.

Las propiedades que se ven afectadas directamente por la porosidad son:

- Densidad.
- Conductividad térmica.

2.1.5.1 Propiedades termofísicas como función de la temperatura.

Viscosidad. Es la oposición de un fluido a las deformaciones tangenciales y participa en las relaciones adimensionales respectivas al movimiento del fluido en las que se calculan los coeficientes de transporte convectivo (estas ecuaciones se presentarán en la sección 2.1.6), donde es necesario considerar la viscosidad del fluido a la temperatura de la superficie del sólido, así como la viscosidad a la temperatura del seno del fluido.

La viscosidad es función de la temperatura y la ecuación 2.10 representa dicha función y en la Figura 2.4 se exhibe una representación grafica de la función ya mencionada.

$$(2.10) \mu \left[\frac{\text{NS}}{\text{m}^2} \right] = -1 \times 10^{-5} T \text{ [K]} + 0.0231 \quad R^2 = 0.9968$$

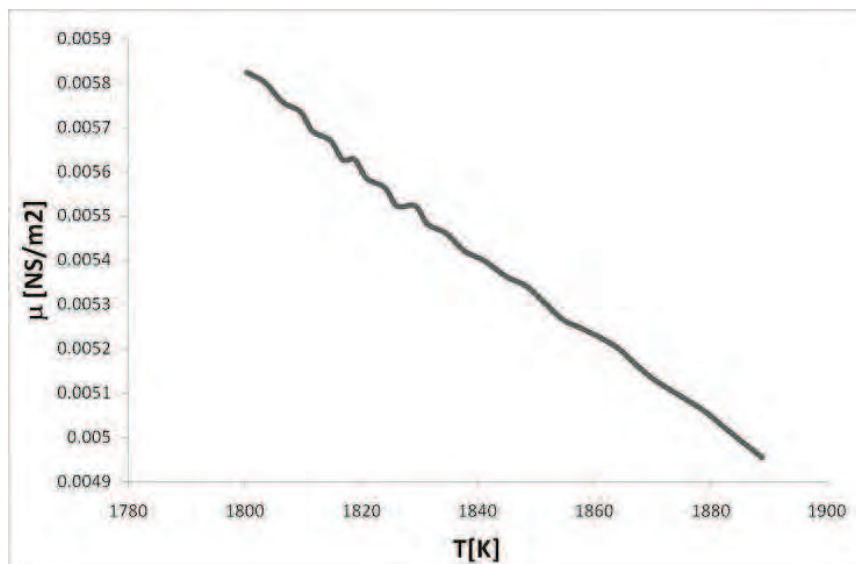


Figura 2.4 Viscosidad del hierro líquido en función de la temperatura.

Capacidad calorífica. Es la cantidad de energía calorífica que requiere una unidad de masa de una sustancia para elevar un grado su temperatura. El hierro presenta una función característica de capacidad calorífica (C_p), expuesta en la ecuación 2.11, donde experimenta fluctuaciones considerables con la temperatura; por ello, no es posible obviarla como una propiedad constante. En la Figura 2.5 se grafica la ecuación 2.11

$$(2.11) C_p \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right] = 61.887 T \text{ K}^{0.347} \quad R^2 = 0.9966$$

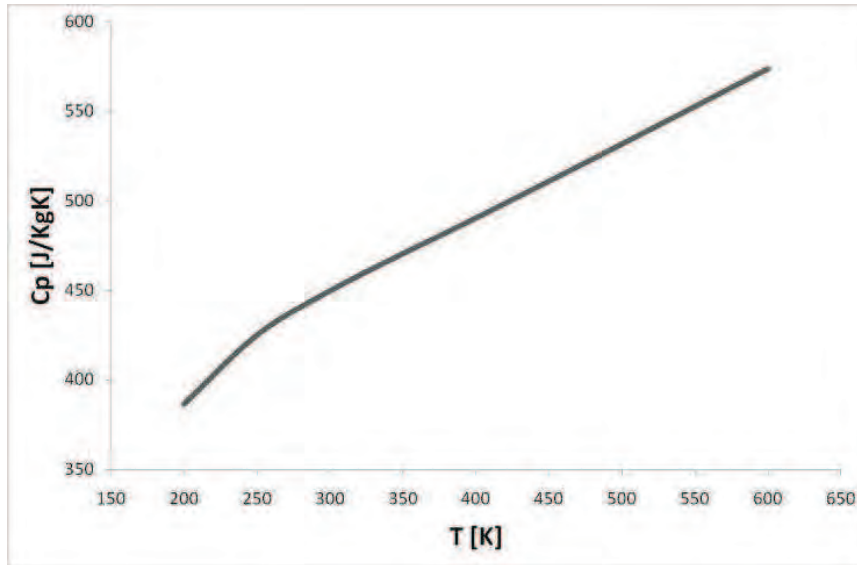


Figura 2.5 Capacidad calorífica del hierro en función de la temperatura.

2.1.5.2 Propiedades afectadas por la porosidad.

Densidad. Es una magnitud referida a la cantidad de masa contenida en un determinado volumen. Como el DRI es un material poroso, es necesario recalculer la densidad del pellet, ya que dependiendo de la cantidad de poros presentes en el mismo volumen, variará la cantidad de material metálico en ese volumen o la densidad. La ecuación 2.12 describe la dependencia de la densidad del pellet con la porosidad, e , y la Figura 2.6 muestra tal comportamiento.

$$(2.12) \rho_{f e} = e\rho_{\text{Aire}} + (1-e) \rho_{\text{Fe}}$$

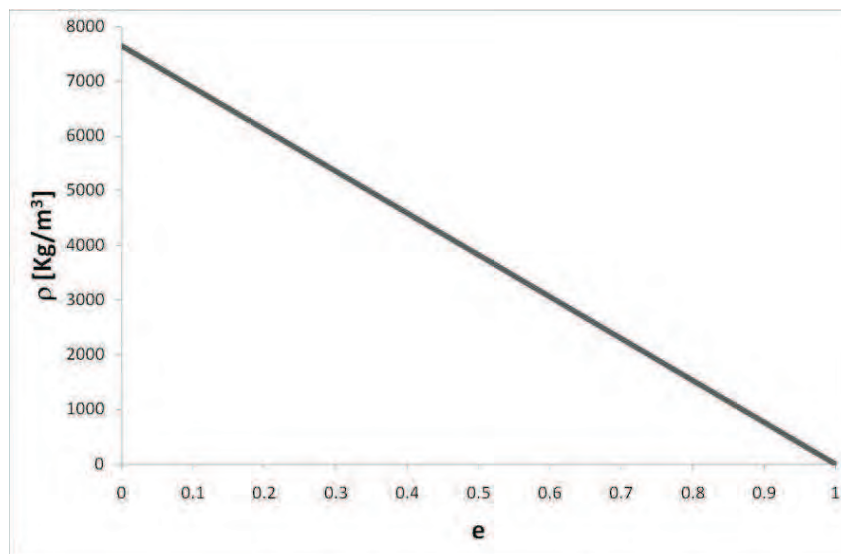


Figura 2.6 Densidad en función de la porosidad.

Conductividad térmica. Es la capacidad de una sustancia de transferir la energía cinética de sus moléculas a otras moléculas adyacentes o a sustancias con las que está en contacto, o dicho de otra manera, la habilidad de una sustancia a trasportar el calor. Debido a esto, un aumento en la porosidad equivale a disminuir el contacto entre partículas, lo que mermará la capacidad de transportar calor.

Existen ecuaciones capaces de estimar la conductividad térmica de materiales porosos. Una de ellas es la ecuación 2.13, la cual emplea Fortini ^[14] en el artículo que publicó sobre sólidos porosos. Además, la dependencia de la conductividad térmica con la porosidad se encuentra graficada en la Figura 2.7.

$$(2.13) \quad K_{f(e)} = K_{Fe} \left[\frac{1-e}{1+11e^2} \right]$$

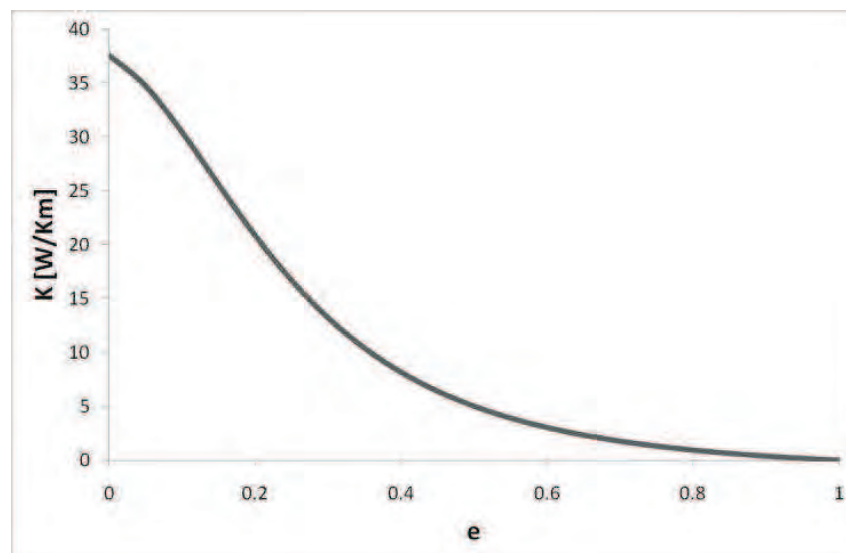


Figura 2.7 Conductividad térmica en función de la porosidad

2.1.6 Relaciones adimensionales para el cálculo de coeficiente de transporte de energía.

La cinética de la fusión de pellets de DRI, depende totalmente de la cantidad de calor que proporciona el baño fundido; por lo que en esta sección se establecerán las ecuaciones empíricas a través de correlaciones que cuantifiquen la entrada de calor por convección al pellet.

La convección se compone de dos mecanismos de transporte, que son, la transferencia de energía debido al movimiento aleatorio de las moléculas (conducción térmica) y el movimiento global o macroscópico del fluido. El movimiento de las partículas que componen al fluido, puede deberse a perturbaciones mecánicas o por diferencia de densidad en zonas del mismo. A estos dos tipos de convección, se les conoce como convección forzada y natural respectivamente.

El baño líquido en un HEA puede presentar ambos tipos de convección, donde la convección natural se presenta al realizar la carga directa del DRI al baño sin presencia de agitación; o presentar la convección forzada debida a la agitación electromagnética en el HAE-DC, por burbujeo de CO producido de la reacción de decarburación del carbono disuelto u ocasionado por la inyección de oxígeno al baño de acero a través de lanzas supersónicas.

Debido a que en este proyecto no se contempla la fluidinámica en el HEA como el fenómeno de interés, la convección se simplificará al ser estimada a través del coeficiente de transporte de energía por convección, este coeficiente es calculado por medio de ecuaciones matemáticas que consideran diferentes propiedades, características y fenómenos que afectan al fluido. Estas ecuaciones son correlaciones adimensionales empíricas del número de Nusselt. Este número involucra la participación de otros números adimensionales (Grasshof, Prandtl, Reynolds, etc.). En esta sección, se describirán las correlaciones del número de Nusselt, empleado para el cálculo del coeficiente de transporte de energía en cada caso de convección.

2.1.6.1 Convección Natural.

La convección natural, se lleva a cabo por la diferencia de densidades presentes dentro de un fluido, debido a la existencia de gradientes térmicos. La densidad disminuye con el aumento de temperatura.

Estas diferencias en densidad dentro de un campo gravitacional, provocan fuerzas de flotación dentro del fluido, ya que el líquido más denso viajará a la zona inferior del sistema de estudio; mientras que el líquido con menor densidad, viajará a la superficie. A este movimiento, se le conoce como corrientes convectivas.

Dentro de la aceración eléctrica, posterior a la preparación del *Hot Heel* en el HAE, como una práctica común se añade el DRI al baño fundido sin la intervención de agitación, es decir, únicamente está la presencia de convección natural. Entonces, la correlación elegida del número de Nusselt, para el cálculo del coeficiente de transporte de energía, corresponde al caso conocido de convección natural de un fluido fluyendo sobre una esfera fría (ecuación 2.14) [7].

$$(2.14) \quad Nu = 2 + 0.06Gr^{0.25} Pr^{0.33}$$

Donde:

$$(2.14A) \quad Nu = \frac{h^\infty L}{k}$$

$$(2.14B) \quad Gr = \frac{\rho^\infty \beta \Delta T L^3}{\nu}$$

$$(2.14C) \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Esta misma correlación del número de Nusselt, también fue empleada por Taniguchi y colaboradores [3], quienes obtuvieron valores satisfactorios del coeficiente de transferencia de calor por convección.

2.1.6.2 Convección Forzada.

En la convección forzada participan fuerzas externas que promueven la agitación del baño, tales como fuerzas mecánicas, electrostáticas o de cualquier índole que provoquen un movimiento severo que aumente la velocidad del seno del fluido. Al generar movimiento, el coeficiente de transporte de energía aumentará considerablemente, ya que las moléculas del fluido transportarán de una manera más rápida al calor.

En el HAE, existen diferentes maneras de provocar el movimiento o la agitación del baño, ya sea con la inyección de oxígeno a velocidades supersónicas, la agitación por burbujeo de gases inertes por el fondo, la evolución de CO/CO₂ por reacciones de oxidación del carbono del baño o del pellet; la existencia de corrientes electromagnéticas dentro del HAE-DC, entre otras.

La correlación del número de Nusselt (ecuación 2.15) empleada para el cálculo del coeficiente de transporte de energía, considera la geometría esférica del sistema y la

turbulencia generada por la separación o pérdida de contacto del fluido sobre la superficie de la esfera, lo que se aprecia claramente en la Figura 2.8, donde se generan remolinos en una sección de la esfera en cuestión.

$$(2.15) \quad Nu = 2.0 + 0.4Re^{1/2} + 0.06Re^{2/3} Pr^{0.4} \left(\frac{\mu_M}{\mu_M^*}\right)^{0.25}$$

$$10 < Re < 10^5$$

Donde:

$$(2.15A) \quad Nu = \frac{h^o L}{k}$$

$$(2.15B) \quad Re = \frac{VL}{\nu}$$

$$(2.15C) \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

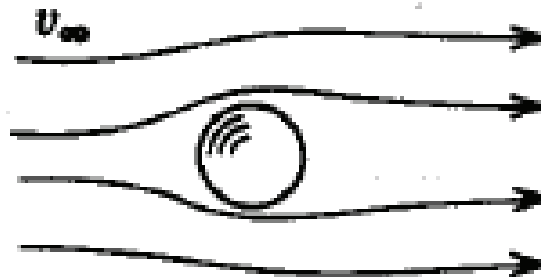


Figura 2.8 Transmisión de calor a una esfera por convección forzada.

Una vez que se planteó la correlación adimensional (Ecuación 2.15) de S. Withaker^[7], el coeficiente de transporte de energía por convección puede ser fácilmente estimado.

2.2 Solución al modelo matemático

Al exponer las ecuaciones necesarias para modelar la fusión de DRI en baños de acero, es evidente la necesidad de utilizar soluciones numéricas, ya que el desarrollo de alguna solución analítica implicaría diferentes simplificaciones que el proceso no puede obviar; asimismo, no es posible seleccionar soluciones numéricas sencillas, por lo que es necesaria la aplicación de un método numérico con un fundamento teórico riguroso.

Para la resolución del problema de frontera móvil, la elección correcta es el método de diferencias finitas; ya que con este método, es posible realizar cálculos precisos si se discretiza de manera correcta al tiempo.

2.2.1 Método de solución. Aproximación numérica por diferencias finitas.

El Método consiste en la aproximación de la ecuación gobernante por expresiones algebraicas, en las cuales aparecen los valores de la variable dependiente en un limitado número finito de puntos seleccionados en el tiempo y en espacio a lo que se le llama discretización. Para realizar esta discretización se divide el volumen total de la esfera en pequeños elementos de volumen sin traslape a los que se les llama nodos (en el caso de una esfera con simetrías angulares los elementos son parecidos a las capas de una cebolla), mientras que el tiempo total de cálculo se divide en un número finito de pasos de tiempo, Δt .

Como resultado de la aproximación, la ecuación diferencial parcial que describe el problema, es reemplazada por un número finito de ecuaciones algebraicas, escritas en términos de los valores que toma la variable dependiente en los puntos discretos seleccionados. Las ecuaciones son lineales si las ecuaciones diferenciales parciales también lo son.

Los valores de la variable dependiente en los puntos discretos, se convierten en las incógnitas en vez de la distribución espacial continua de la variable dependiente en el espacio y el tiempo. Entonces, se debe resolver un sistema de ecuaciones algebraicas, involucrando un gran número de operaciones aritméticas.

2.2.1.1 Método explícito.

El tipo de ecuaciones expuestas en este trabajo, son ecuaciones parabólicas (ecuaciones diferenciales parciales que caracterizan variables dependientes de tiempo); debido a lo anterior, se propone la solución de estas ecuaciones con el uso de diferenciación finita en su forma explícita. Este método proporciona buenas aproximaciones de ecuaciones diferenciales parciales a través del uso de sencillas ecuaciones algebraicas, donde no es necesario resolver sistemas de ecuaciones algebraicas como en el caso del método implícito. Por otra parte, el método explícito presenta inestabilidad numérica, la cual se puede evitar si se asigna una discretización en el tiempo lo suficientemente pequeña (Δt) para no violar la ley cero de la termodinámica que establece que el calor se transporta de la zona caliente a la zona fría. Violar esta ley produciría resultados físicamente

inconsistentes. Al ajuste en el tamaño de la discretización en el tiempo se le llama *criterio de estabilidad*.

El método explícito, tiene como particularidad el cálculo del cambio de una propiedad con respecto al espacio y al tiempo basándose en datos actuales que son conocidos. Esto es notorio en una molécula computacional de este método, tal como se observa en la Figura 2.9.

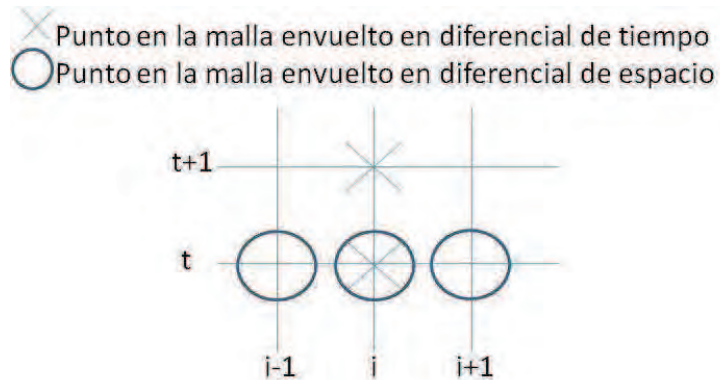


Figura 2.9 Moléculas computacionales del método explícito [8].

Dentro del método explícito, la derivada espacial es aproximada con valores evaluados en el tiempo actual o presente (t). Por ejemplo, en la ecuación 2.16 se aproxima una segunda derivada espacial de la temperatura, usando valores de temperaturas actuales o en el tiempo presente, t.

$$(2.16) \quad \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \approx \left(\frac{T_{i+1}^t - 2T_i^t + 2T_{i-1}^t}{\Delta x^2} \right)$$

La aproximación de la primera derivada con respecto al tiempo, debe de contar con el tiempo futuro (t+Δt, o t+1), tal como es notorio en la Figura 2.9 y en la ecuación 2.17.

$$(2.17) \quad \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \approx \left(\frac{T_i^{t+\Delta t} - T_i^t}{\Delta t} \right)$$

La ecuación final generada (ecuación 2.18), proporcionará la temperatura en el tiempo futuro ($T_i^{t+\Delta t}$) a través de sencillos cálculos en función de las temperaturas evaluadas al tiempo presente ($T_i^t, T_{i+1}^t, T_{i-1}^t$). Un ejemplo se presenta en la ecuación 2.18.

$$(2.18) \quad T_i^{t+\Delta t} = 1 - C_2 - C_3 T_i^t + C_2 T_{i-1}^t + C_3 T_{i+1}^t$$

2.2.1.2 Criterio de estabilidad.

Una condición necesaria para la convergencia es satisfacer el criterio de estabilidad, que consiste en garantizar que todos los coeficientes que multiplican a las temperaturas presentes sean positivos. Este criterio es tan importante que implica ciertas restricciones al tamaño del paso de tiempo (Δt) en un proceso explícito. Como ejemplo de una ecuación discretizada, se tiene la ecuación 2.19 y su criterio de estabilidad en la ecuación 2.20.

$$(2.19) \quad T_n^{t+\Delta t} = \left(1 - 2 \frac{kA_x \Delta t}{\Delta x \rho C_p V}\right) T_n^t + \left(\frac{kA_x \Delta t}{\Delta x \rho C_p V}\right) T_{n-1}^t + \left(\frac{kA_x \Delta t}{\Delta x \rho C_p V}\right) T_{n+1}^t$$

Criterio de estabilidad

$$(2.20) \quad \Delta t \leq \left(\frac{\Delta x \rho C_p V}{2kA_x}\right)$$

El término que se encuentra multiplicando a la temperatura actual (Ec. 2.19) del nodo que se desea calcular la temperatura futura puede ser negativo y la ecuación 2.20 (criterio de estabilidad) garantiza que esto no sucederá.

El criterio de estabilidad, proporciona la información necesaria para calcular el incremento del tiempo (Δt) apropiado que no produzca incoherencias en la solución, como temperaturas absolutas negativas ó temperaturas extremadamente elevadas.

2.2.2 Ecuaciones de discretización.

El método numérico transforma la ecuación gobernante (ecuación diferencial parcial) en ecuaciones algebraicas como una aproximación.

Para lo anterior, es necesario realizar balances de energía en los diferentes elementos de volumen o nodos característicos de la esfera.

Una vez seccionado el cuerpo y con los balances necesarios, el siguiente paso es fabricar las ecuaciones algebraicas características para calcular las temperaturas de la esfera en función del radio y del tiempo (historias térmicas), movimiento de intercara y calor necesario para la fusión del material. Todo este desarrollo se presenta a continuación.

2.2.2.1 Discretización de la esfera.

Para realizar los cálculos de aproximación por diferencias finitas, es necesario fraccionar la pieza en pequeños volúmenes que representen los cuerpos característicos de una esfera.

Debido a que solo se considerará el transporte unidireccional de calor en la dirección radial (Figura 2.10 A), la discretización del cuerpo consistirá en dividir la esfera en pequeñas cáscaras una dentro de otra, llamadas nodos. Para entender de mejor manera esta discretización, observe la Figura 2.10 B.

En la Figura 2.10 B, se observan los nodos característicos del sistema a través de tres colores: Nodo convectivo (color azul), Nodos internos (color rojo) y el Nodo céntrico (color naranja). Estos nodos tendrán diferente balance de calor y por lo tanto diferirán en su ecuación característica. El nodo convectivo y central son únicos, mientras que los nodos internos pueden ser numerosos.

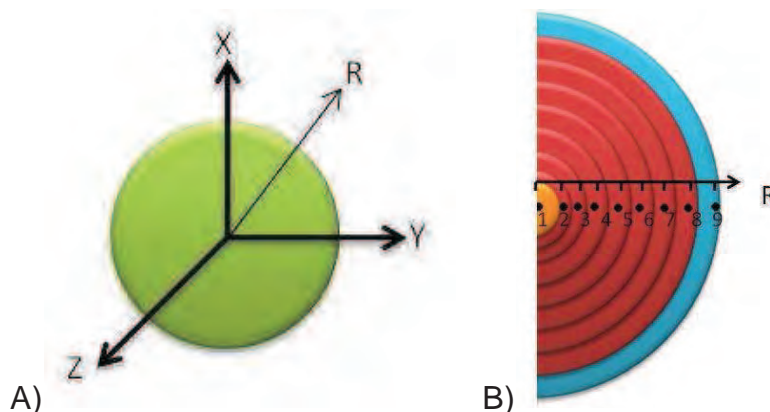


Figura 2.10 A) Representación del pellet de DRI en coordenadas esféricas.
B) Discretización de la esfera y representación de los nodos característicos

En los balances de energía, de los cuales se obtendrán las ecuaciones de discretización, se incluyen términos tales como áreas y volúmenes de cada nodo; pero por la naturaleza esférica del dominio las áreas y los volúmenes de cada nodo son totalmente variables y dependen de la posición de cada uno, siendo necesario establecer sus valores.

El área y volumen de la esfera se representan por las siguientes expresiones:

$$A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2 \rightarrow \text{por simetría} \rightarrow A_{\text{esfera}} = 2\pi r^2$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow \text{por simetría} \rightarrow V_{\text{esfera}} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

Al observar las ecuaciones respectivas para el cálculo de volumen y área, es notoria la existencia de la participación del radio; donde al recurrir a la Figura 2.10 B, el radio de cada elemento de volumen es diferente y se encuentra en función del seccionamiento de la pieza, este seccionamiento se conoce como variación del radio ó Δr . Este símbolo corresponde a la distancia entre dos nodos adyacentes, por lo que cada cuerpo difiere en dimensiones y es necesario definir el cambio de radio de cada nodo

Para el nodo céntrico (NODO 1), su radio es la mitad del Δr (Ec. 2.21) con el cual es fácil determinar su área, (Ec. 2.22) y volumen (Ec. 2.23).

$$(2.21) \quad r = \frac{\Delta r}{2}$$

$$(2.22) \quad A_{2,1} = \frac{\pi \Delta r^2}{2}$$

$$(2.23) \quad V_1 = \frac{\pi \Delta r^3}{12}$$

Los nodos internos (NODOS i , desde el nodo 2 hasta el nodo $n-1$) están en un contacto con dos nodos vecinos. Es necesario establecer la posición radial (Ec. 2.24) y el tamaño del área (Ec. 2.26) que separa al nodo i del vecino anterior $i-1$, así como la posición radial (Ec. 2.25) y área que separa al nodo i del vecino posterior $i+1$ (Ec. 2.27). También el volumen del nodo i (Ec. 2.28), que tiene forma de una cáscara esférica.

$$(2.24) \quad r_{i-1,i} = i - \frac{3}{2}$$

$$(2.25) \quad r_{i+1,i} = i - \frac{1}{2}$$

$$(2.26) \quad A_{i-1,i} = 2\pi \Delta r^2 \left(i - \frac{3}{2} \right)^2$$

$$(2.27) \quad A_{i+1,i} = 2\pi \Delta r^2 \left(i - \frac{1}{2} \right)^2$$

$$(2.28) \quad V_i = V_i - V_{i-1} = \frac{2}{3} \pi \Delta r^3 \left[\left(i - \frac{1}{2} \right)^3 - \left(i - \frac{3}{2} \right)^3 \right]$$

El nodo convectivo (NODO n), es el elemento de volumen que estará en contacto con el fluido, donde se llevará a cabo el intercambio de calor por convección. El radio (Ec. 2.29) de la cara que separa al nodo n del nodo $n-1$ (Ec. 2.31), el radio (Ec. 2.29) y área externa de la esfera (Ec. 2.32), así como el volumen del nodo n (Ec. 2.33) se representan con las siguientes ecuaciones.

$$(2.29) \quad r_{n-1,n} = R - 0.5 \Delta r$$

$$(2.30) \quad r_{\infty, \perp n} = R$$

$$(2.31) \quad A_{n-1, \perp n} = 2\pi R - 0.5\Delta r^2$$

$$(2.32) \quad A_{\infty, \perp n} = 2\pi R^2$$

$$(2.33) \quad V_n = V_n - V_{n-1} = \frac{2}{3}\pi \left[R^3 - R - 0.5\Delta r^3 \right]$$

2.2.2.2 Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección sin cambio de fase.

Como primer paso a cálculos más avanzados y complejos, es necesario realizar un modelo básico de enfriamiento de una esfera de algún material con propiedades constantes sumergida en un medio convectivo. Este cálculo es un paso lógico inicial, ya que permitirá validar con soluciones analíticas la simulación de la transferencia de calor por conducción dentro de la esfera, la cual está gobernada por la misma ecuación que la que rige nuestro problema de fusión.

Una vez que se conocen los mecanismos participantes, así como las áreas y volúmenes que definen a los elementos de control, es posible realizar balances de energía para construir ecuaciones algebraicas que permitan la aproximación a la solución de este primer planteamiento, las deducciones de estas ecuaciones se encuentran en el Apéndice 3.

Nodo céntrico (nodo 1). Este nodo solo tiene contacto con la superficie del nodo 2, donde solo existe transporte de calor por conducción, esto se expone en la Figura 2.11, posteriormente se presenta la ecuación (Ec.2.34) del nodo céntrico.

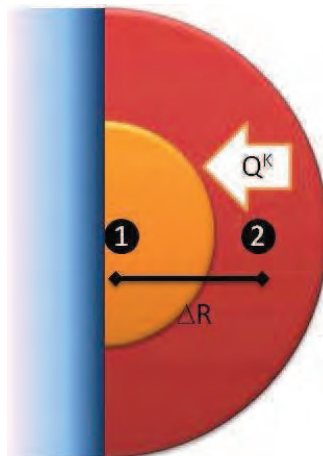


Figura 2.11 Balance de energía para el nodo céntrico.

$$(2.34) \quad T_1^{t+\Delta t} = 1 - 6\Delta Fo \quad T_1^t + 6\Delta Fo T_2^t$$

Para los nodos internos, se realizó el balance de energía correspondiente donde se lleva a cabo la conducción entre tres elementos de volumen, teniendo dos áreas de contacto. La ecuación final (Ec. 2.35) y la representación gráfica (Figura 2.12) para estos nodos, se presentan a continuación.

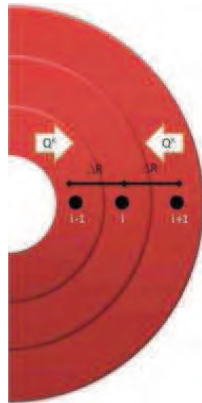


Figura 2.12 Balance de energía para nodos internos.

$$(2.35) \quad T_i^{t+\Delta t} = \left[1 - 3\Delta Fo \left(\frac{i - \frac{1}{2}}{i - \frac{1}{2}}^2 + \frac{i - \frac{3}{2}}{i - \frac{3}{2}}^2 \right) \right] T_i^t + \left[3\Delta Fo \frac{i - \frac{1}{2}}{i - \frac{1}{2}}^3 - \frac{i - \frac{3}{2}}{i - \frac{3}{2}}^3 \right] T_{i+1}^t + \left[3\Delta Fo \frac{i - \frac{3}{2}}{i - \frac{1}{2}}^3 - \frac{i - \frac{3}{2}}{i - \frac{3}{2}}^3 \right] T_{i-1}^t$$

El nodo convectivo (NODO n) cuenta con dos superficies de contacto, donde la superficie anterior cuenta con la conducción como mecanismo de transporte, mientras que la superficie posterior intercambia calor por convección con el fluido. La ecuación algebraica característica (Ec. 2.36) representa al balance realizado en este nodo, así como la Figura 2.13.

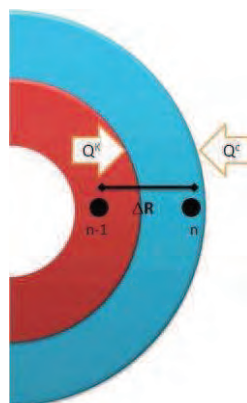


Figura 2.13 Balance de calor para nodo convectivo.

$$(2.36) \quad T_n^{t+\Delta t} = \left[1 - \left(\frac{3h^\infty R^2 \Delta t}{\rho C_p [R^3 - R - 0.5 \Delta r^3]} \right) - \left(\frac{3\alpha \Delta t R - 0.5 \Delta r^2}{\Delta r [R^3 - R - 0.5 \Delta r^3]} \right) \right] T_n^t + \left[\frac{3h^\infty R^2 \Delta t}{\rho C_p [R^3 - R - 0.5 \Delta r^3]} \right] T^\infty + \left[\frac{3\alpha \Delta t R - 0.5 \Delta r^2}{\Delta r [R^3 - R - 0.5 \Delta r^3]} \right] T_{n-1}^t$$

2.2.2.3 Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.

Posteriormente a la conformación del modelo básico, es el turno del modelo definitivo, el cual resolverá el proceso total de la fusión de pellets de DRI en baños de acero.

Para la resolución de este problema, es necesario encontrar la solución a la frontera móvil; esto conforma una intercara en movimiento, la cual experimentará un desplazamiento por la solidificación de acero en la superficie (crecimiento del radio del pellet), para posteriormente comenzar con la disminución del radio del pellet por la fusión de la partícula, fusión que iniciará con una esfera de radio mayor al inicial.

Para dar inicio a la solución de este problema, es necesario reconstruir las ecuaciones nodales, y emplear las condiciones de frontera que requiere el problema, así como el balance de energía macroscópico que permitirá el movimiento de la frontera.

En el caso de las ecuaciones algebraicas del nodo céntrico y de los nodos internos, estas permanecerán iguales al cálculo de calentamiento de una esfera. (Ecuaciones 2.34 y 2.35), el cambio principal es reflejado en la condición de frontera para el nodo convectivo o “n”, donde se simplificará el cálculo, considerando que al entrar en contacto el pellet con el fluido, este automáticamente tomará la temperatura de fusión.

Una vez simplificada la temperatura de dicho nodo, prosigue el movimiento de intercara, que involucra un balance de energía justo en la frontera convectiva. Este balance, se presenta gráficamente en la Figura 2.14.

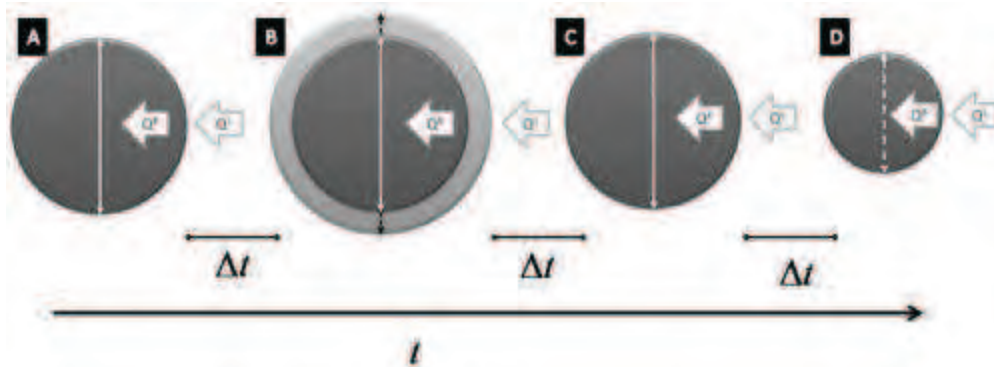


Figura 2.14 Representación grafica del balance de energía, en el que se incluye el desplazamiento de la frontera convectiva.

En la Figura 2.14 A se señalan tanto el flux del calor convectivo (entrada), como el flux de calor conductivo (salida). Al inicio, la entrada de calor es menor que la salida de calor en la intercara ya que hay altos gradientes de temperatura en el sólido, y el desbalance se compensa con la solidificación de material en la superficie de la esfera, donde surge el primer cambio de radio denotado por la flecha negra en la esfera verde (Figura 2.14 B). Una vez que ambos flujos son iguales deja de solidificar material del fluido y la esfera deja de crecer alcanzado un máximo. Posteriormente el flujo de entrada es mayor que el de salida (los gradientes internos decrecen y decrece la conducción) y entonces la capa solidificada comenzará a fundir (Figura 4.8, C) y de una manera similar se llevará a cabo la fusión del pellet (Figura 2.14, D) modificando de nueva cuenta el radio.

El balance macroscópico en la intercara se presenta en la ecuacion 2.37, donde se incluyen los términos del flux de calor convectivo, conductivo y el movimiento de intercara por fusión o solidificación. Este balance, permitirá el cálculo del radio en un tiempo futuro. Este desarrollo matematico se encuentra en el Anexo 3, por lo que a continuación se presenta la ecuación final que estima el incremento o decremento del radio del pellet en el tiempo futuro.

$$k_A \frac{\partial T}{\partial r} - h(T_{Fus} - T^\infty) = \frac{dR}{dt} \rho_B \Delta H_B, \quad r = r_s, \quad t > 0$$

$$(2.37) \quad R^{t+\Delta t} = \left\langle \frac{\Delta t}{\Delta H \rho} \left\{ \left[-k \frac{T_n^t - T_{n-1}^t}{\Delta r} \right] + \left[-h(T_{Fus} - T^\infty) \right] \right\} \right\rangle + R^t$$

Una vez calculado el radio de la partícula, es necesario mover la frontera convectiva, lo que implica la modificación de los nodos del sistema.

Esto origina un nuevo problema, ya que la pieza necesita una malla diferente, la cual cumpla las dimensiones nuevas, tanto de la pieza como del Δr . Además al modificar la malla, las temperaturas no corresponderán a las estimadas en el cálculo anterior. Esto se representa en la Figura 2.15.

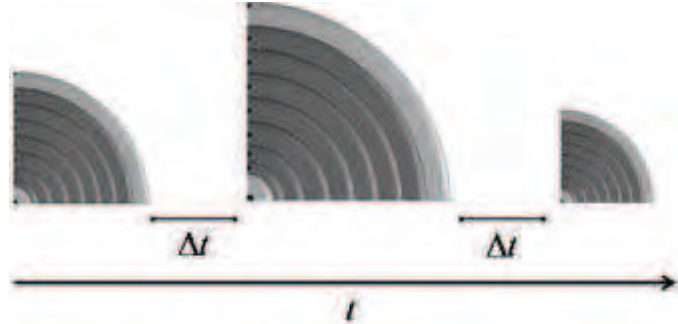


Figura 2.15 Movimiento de la frontera convectiva y modificación de Δr

Al observar la Figura 2.15, es notorio que al modificarse el radio, el Δr sufrirá alteraciones, esto repercute directamente en la posición de las temperaturas representadas por cada nodo, para solucionar este problema, es necesario realizar una estimación matemática llamada interpolación lineal.

La interpolación lineal (Ec. 2.38), consiste en hallar un dato dentro de un intervalo en el que se conocen los valores en los extremos a través de una recta. Entonces, después del movimiento de la frontera se debe remallar el dominio, lo cual modificará el tamaño del Δr y ocasionará que las posiciones nodales cambien y por lo tanto las temperaturas del tiempo anterior no puedan ser usadas con nodos en distintas posiciones para el cálculo de las temperaturas futuras.

$$(2.38) \quad f(x) \Big|_{x_1; x_2} = f(x_1) + \left[\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \right] (x - x_1)$$

Al emplear la interpolación lineal (Ec. 2.38), es necesario conocer qué tipo de etapa se está llevando a cabo, ya que la formación de la coraza implicará realizar una interpolación lineal diferente al caso de la fusión del cuerpo esférico. Esto es evidente en la Figura 2.15, donde en el proceso de solidificación (Primer intervalo de tiempo), el radio aumenta y con ello también el tamaño de los nodos; en caso contrario, en la fusión (Segundo intervalo de tiempo), el radio disminuye y el tamaño de nodos también.

Dentro del programa de cómputo que realiza el cálculo, es necesario indicar cuándo realizar cada interpolación, por lo que al analizar la ecuación 2.38 la solidificación de acero en el pellet, se llevará a cabo al obtener un valor de $\Delta R > 0$; de forma contraria si se genera un valor de $\Delta R < 0$ la fusión dará inicio.

Para estos dos casos, la ecuación de interpolación lineal fue modificada y presentada a continuación para ambos casos.

$$(2.39) \quad \text{Solidificación} \quad T_i^{t+\Delta t} = T_i^{t+\Delta t} + \left[\frac{T_{i+1}^{t+\Delta t} - T_i^{t+\Delta t}}{\Delta r} \right] \left[\frac{R^{t+\Delta t} \ i - 1}{n - 1} \right]$$

$$(2.40) \quad \text{Fusión} \quad T_i^{t+\Delta t} = T_i^{t+\Delta t} + \left[\frac{T_i^{t+\Delta t} - T_{i-1}^{t+\Delta t}}{\Delta r} \right] \left[\frac{R^{t+\Delta t} \ i - 1}{n - 1} \right]$$

Este esquema de cálculo, permitirá estimar la completa desaparición de la partícula cuando el radio sea sumamente pequeño ($R < 10^{-5} \text{m}$); con esto, el problema de frontera móvil y la fusión de pellets de DRI quedan resueltos.

2.2.2.3.1 Cálculo de energía necesaria para la fusión de una tonelada de pellets de hierro esponja.

Un importante cálculo que involucra este trabajo, es la cantidad de energía involucrada en la fusión de una tonelada de pellets de DRI, ya que permitirá la estimación del gasto energético del HAE.

Tomando el balance macroscópico realizado en la intercara de la esfera representativa del pellet de DRI, son notorios los términos de entrada de calor (convección), y el término conductivo es la salida. Entonces, la diferencia de las entradas menos las salidas de calor dictará la modificación del tamaño del radio del pellet (solidificación o fusión).

En cada intervalo de tiempo entra una cantidad determinada de calor. Esto implica la necesidad de estimar el flujo de calor de entrada en cada Δt para sumar o integrar el total de calor para un solo pellet. Es necesario recalcar que el balance macro se realizó con fluxes de calor; debido a esto, en cada intervalo de tiempo es necesario multiplicar el flux

de entrada por el área de transferencia, la cual varía en función del radio ya estimado y como el radio del pellet varía con el tiempo el flux varía con el tiempo.

La suma que se aplicará se presenta en la ecuación 2.41

$$(2.41) \quad Q_{total} = \sum_{t=0}^{t_{fusion}} \left[\Delta H \rho R^{t+\Delta t} - R^t \right] + \left[-h\Delta t (T_{Fus} - T^{\infty}) \right] A_f R^{t+\Delta t}$$

El calor total estimado en la ecuación 2.41 corresponde solo para un pellet de DRI, no a una tonelada de pellets, por lo que al aplicar la ecuación 2.42 a la ecuación anterior, se obtendrá la energía que tendrá que proporcionar el HAE para la fusión de una tonelada de pellets.

$$(2.42) \quad E_{total}^{HAE} \left[\frac{KW-h}{Ton} \right] = \frac{Q_{total} \text{ J}}{2.7 \times 10^{-4} \left[\frac{JTon}{KW-h \text{ Kg}} \right] V_{DRI} \left[m^3 \right] \rho_{Fe} \left[\frac{Kg}{m^3} \right] 1 - e}$$

Con este valor de energía por tonelada, es posible realizar una comparación apropiada en la cantidad de energía consumida para cada simulación hecha bajo diferentes condiciones de operación.

2.3 Algoritmos de cálculo.

La manipulación de las ecuaciones algebraicas bajo el método de diferencias finitas, requiere de un algoritmo sencillo, que al ser escrito en algún lenguaje de programación permita realizar una cantidad finita de cálculos. Al finalizar los cálculos es deseable contar con una presentación ordenada y sistematizada de los resultados. La obtención de resultados, así como los cálculos que se llevan a cabo, serían prácticamente imposibles sin el uso de la computadora.

La ejecución lógica de las ecuaciones algebraicas, los cálculos del consumo de energía y movimiento de la intercara, fueron programados en el código comercial DEV-PASCAL, ya que es un código sencillo y estructurado, donde a través del uso del lenguaje característico de este código se logró la sistematización de las operaciones matemáticas.

Los algoritmos necesarios para los dos modelos básicos, así como el modelo matemático final se presentan en esta sección, pero el código computacional completo se encuentra en el Apéndice 4.

2.3.1 Criterio de estabilidad.

Las ecuaciones características de cada nodo contienen un diferente criterio de estabilidad, por lo que la resolución de estas ecuaciones implica la correcta elección del valor más restrictivo (menor Δt), por lo que es necesaria la programación de un método de ordenamiento de cifras o números racionales de menor a mayor.

El método empleado, corresponde al método de la burbuja. Este método es empleado para el ordenamiento de datos de orden decreciente o creciente. Al aplicar este método a todos los valores, el primer valor de criterio de estabilidad corresponderá al más pequeño de todos y por lo tanto al más restrictivo. El algoritmo que encuentra el menor criterio de estabilidad basado en la técnica de la burbuja, es el expuesto en la Figura 2.16.

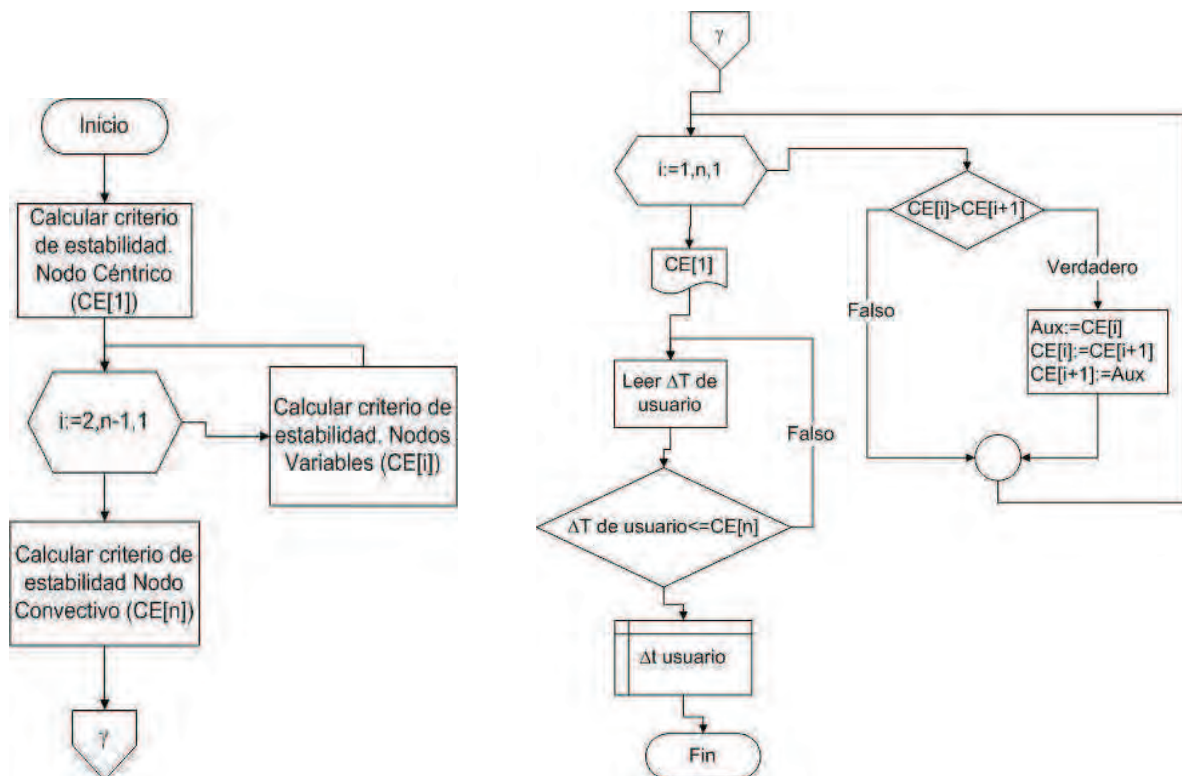


Figura 2.16 Diagrama de flujo para la selección de criterio de estabilidad

Este algoritmo es fundamental para cualquier cálculo futuro, ya que es necesario contar con un criterio de estabilidad apropiado, por lo que en el modelo de calentamiento y en el de solidificación el Δt podrá ser discernido, pero en el último modelo esto no será posible, ya que en cada cálculo de desplazamiento de la frontera el Δt será diferente. Por lo que esta modificación será esclarecida en ese modelo.

2.3.2 Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección.

La construcción de este algoritmo fue considerado como el más sencillo de todos, ya que a partir de este modelo, es posible la creación del modelo de fusión riguroso. Este modelo describe la distribución de temperaturas dentro de una esfera sólida enfriada por convección.

Este código computacional (Figura 2.17) tomará participación en el modelo final, ya que resuelve la ecuación gobernante planteada para este trabajo.

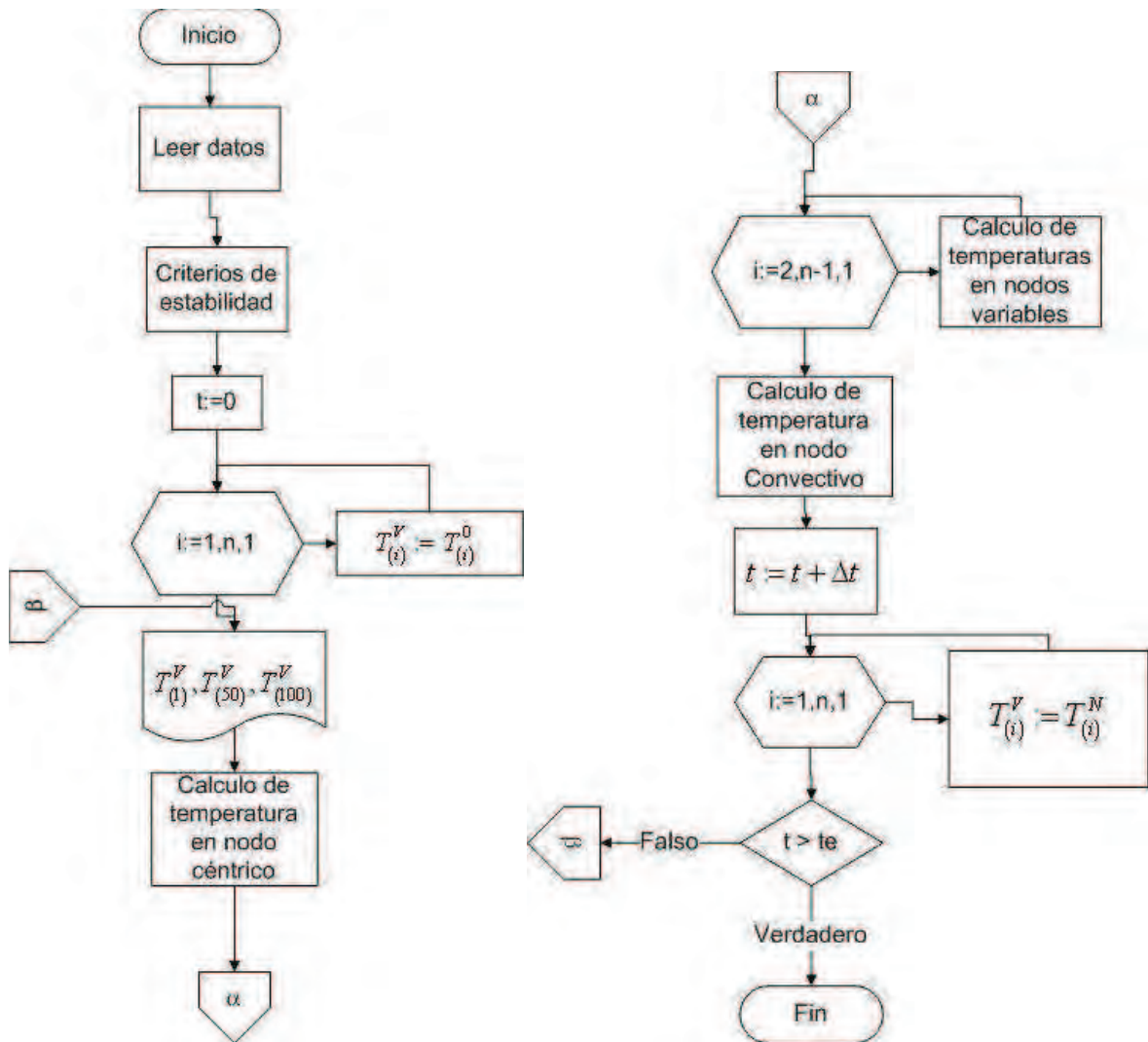


Figura 2.17 Diagrama de flujo para la resolución del enfriamiento de una esfera

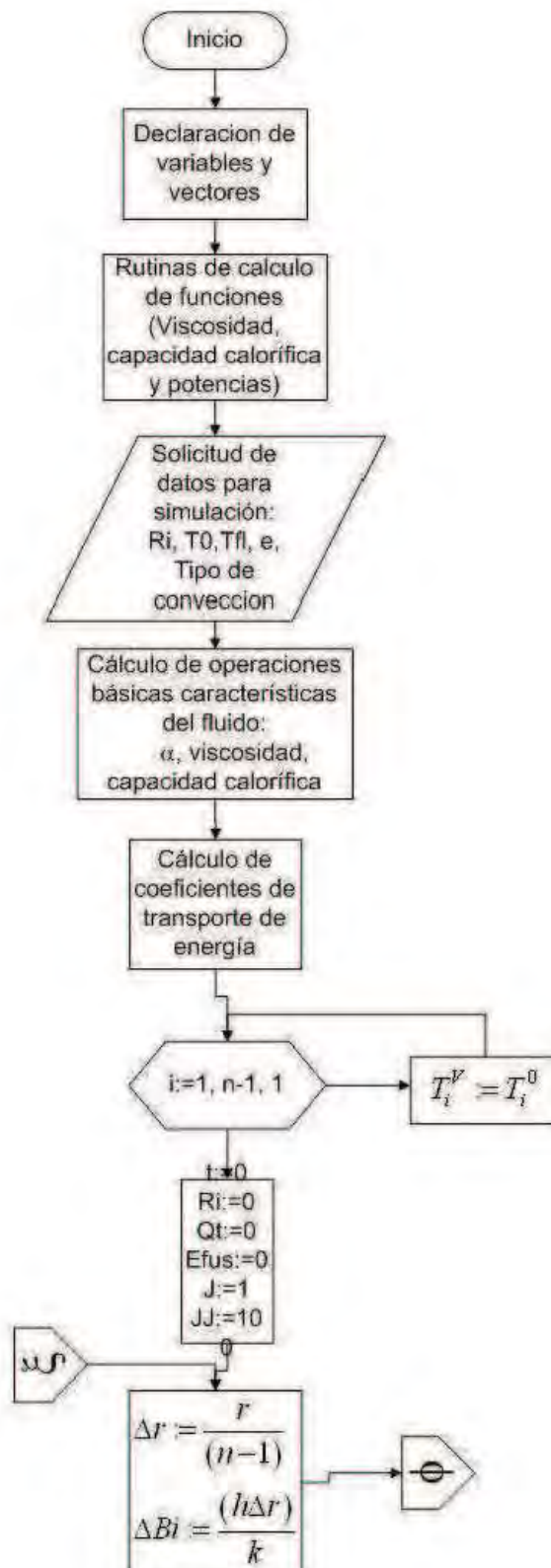
Para el problema posterior, este algoritmo sufrió algunas modificaciones fundamentales que serán expuestas a continuación en el algoritmo de la solución a la frontera móvil.

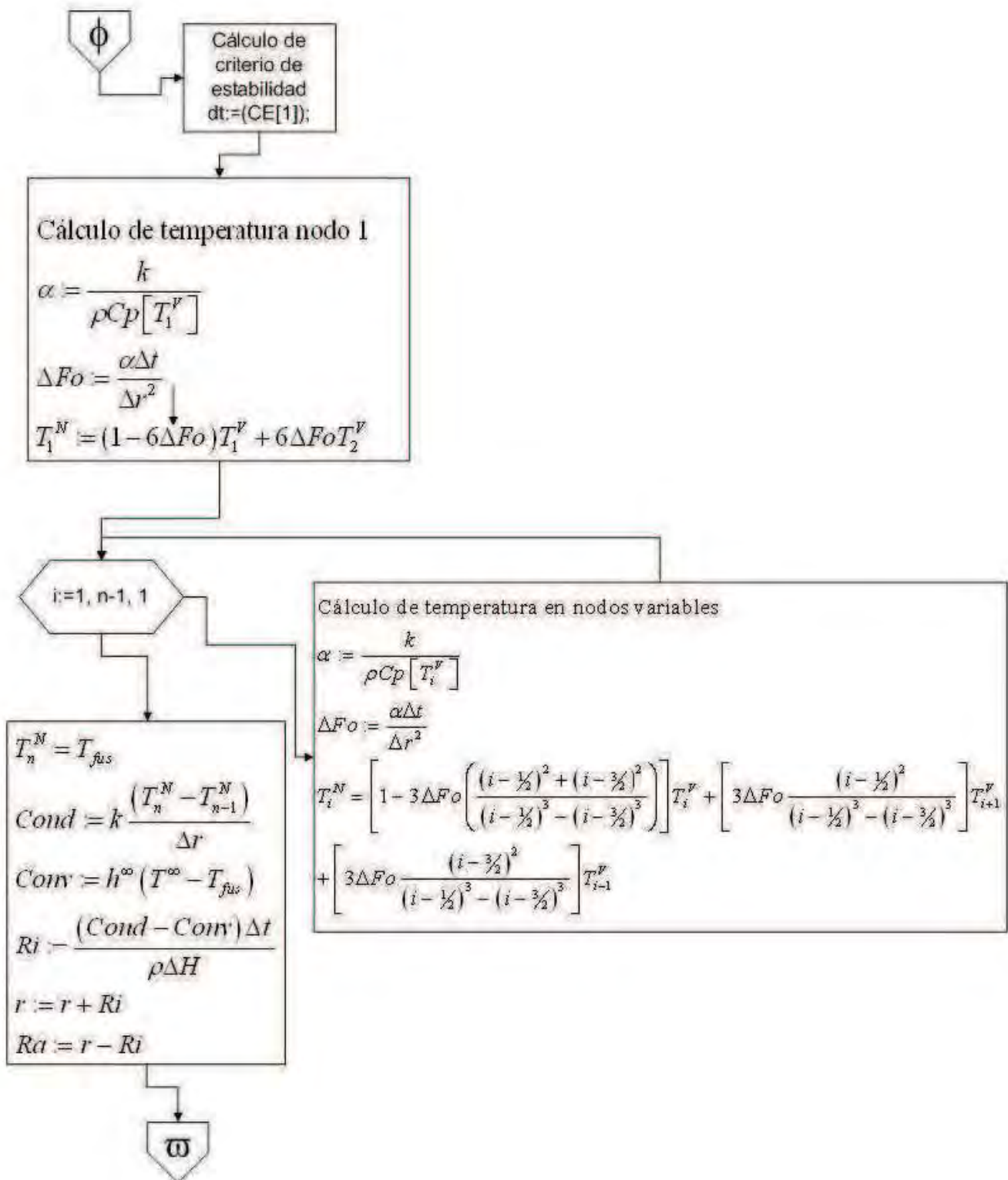
2.3.3 Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.

Como ultimo algoritmo, se presenta aquel que lleva el nombre de esta tesis, el cual resolverá el problema principal, la frontera móvil. Recordemos que este algoritmo se compone del modelo fundamental anterior, donde el calentamiento de la esfera sucede para el nodo céntrico y los nodos variables, la solidificación y fusión participan en el

término del movimiento de la intercara, así como la introducción en un bucle iterativo del método de burbuja aplicado para la designación de Δt .

Este algoritmo (Figura 2.18) se presenta a detalle, especificando cada sección del mismo y en que parte participan los dos moldeos anteriores.





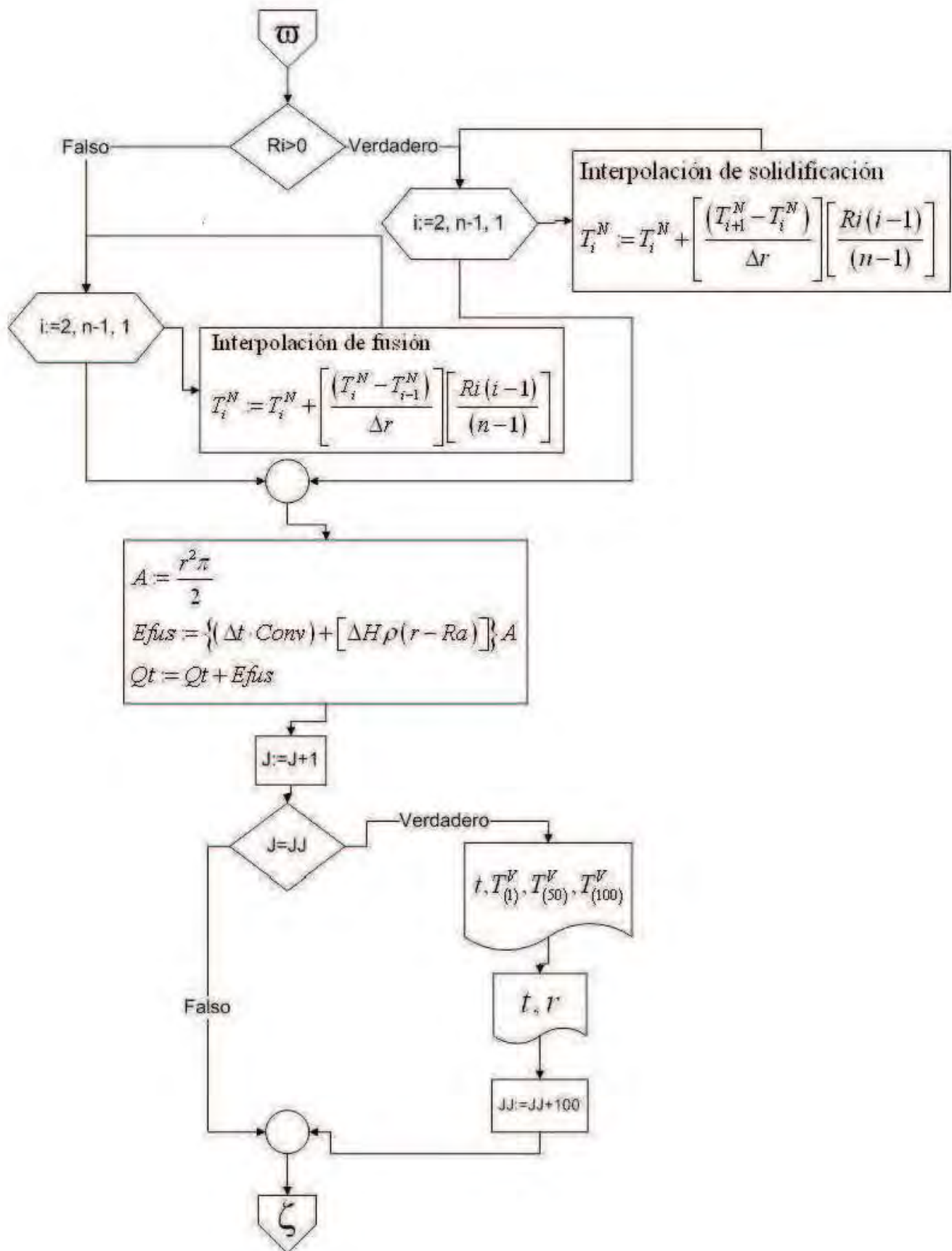


Figura 2.18 Diagrama de flujo para la simulación matemática de la fusión de pellets de DRI en baños de acero.

2.4 Validación de modelos matemáticos.

La validación de cualquier modelo matemático, requiere de una “comparación” contra datos experimentales, teóricos o provenientes de soluciones analíticas; todo esto, con el fin de demostrar que los resultados siguen el comportamiento que se lleva a cabo en la naturaleza, por lo que posterior a la obtención de resultados numéricos, lo que sigue es la validación.

Las formas en las que es posible validar un modelo matemático, son variadas, existen desde la sencilla solución analítica de la ecuación gobernante, hasta complejas técnicas experimentales.

A continuación se presenta las técnicas de validación del modelo básico y la del modelo definitivo de fusión. Por otra parte, se mostrarán los resultados matemáticos de las diferentes simulaciones bajo las condiciones de validación comparados contra los resultados de las soluciones analíticas, resultados experimentales o soluciones numéricas de la literatura; según sea el caso.

2.4.1 Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección.

El validar este modelo matemático, permitirá su posterior ejecución en el modelo definitivo, ya que sin el desarrollo del enfriamiento y calentamiento de la esfera, resultaría prácticamente imposible el desarrollo de cálculos de solidificación y desplazamiento de intercara.

La validación del primer modelo, se realizó con la solución analítica de la ecuación gobernante (Ec. 2.1), bajo la condición inicial marcada en la ecuación 2.2 y las condiciones de frontera mencionadas en las ecuaciones 2.3 y 2.4. Al resolver dicha ecuación diferencial por el método de separación de variables, se obtiene la siguiente solución analítica (ecuación 2.43).

$$(2.43) \quad \theta = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp -\eta_n^2 Fo \frac{1}{\eta_n r^*} \sin \eta_n r^*$$

Donde:

$$(2.43A) \quad r^* = \frac{r}{R}$$

$$(2.43B) \quad \theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}}$$

$$(2.43C) \quad Fo = \alpha t / R^2$$

$$(2.43D) \quad C_n = \frac{4 \sin(\eta_n) - \eta_n \cos(\eta_n)}{2\eta_n - \sin(2\eta_n)}$$

Y η_n son las raíces positivas de la ecuación (Figura 2.19)

$$(2.44) \quad 1 - \eta_n \cot(\eta_n) = Bi$$

$$(2.45) \quad Bi = hR/k$$

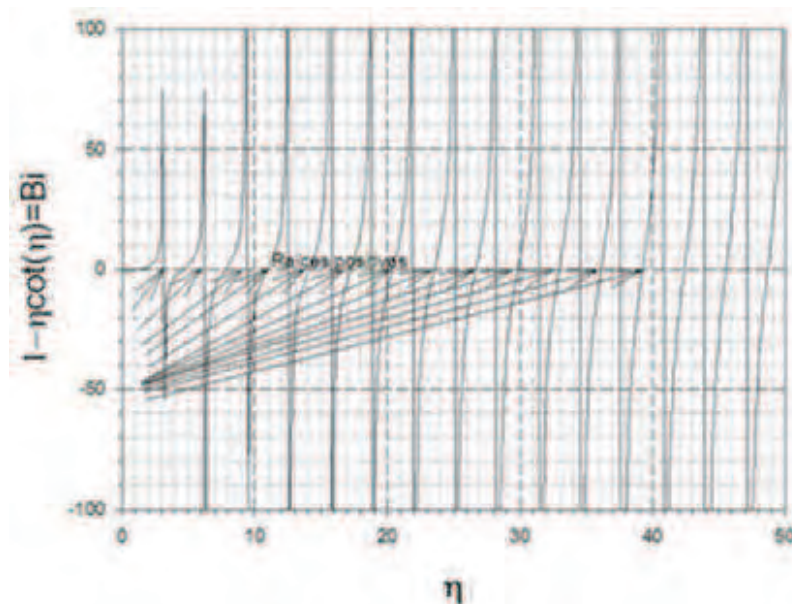


Figura 2.19 Raíces positivas de la ecuación 2.43

Con el uso de la Figura 2.19, se calcularon diez raíces que permitieron la solución de la ecuación diferencial (Ec. 2.1) con el uso del mismo número de sumandos en la ecuación 2.43.

2.4.2 Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.

La validación del modelo definitivo, exige valores experimentales y teóricos contundentes, los que permitirán una excelente aproximación de las ecuaciones algebraicas de solución a la ecuación gobernante. Por ello, se emplearán los valores experimentales y teóricos de O. Ehrich^[20].

Los resultados presentados por O. Ehrich^[20], resultan de mucha importancia, ya que empleó un método experimental sencillo para validar su modelo matemático, en el que maneja el mismo método de solución numérica empleado en este trabajo de tesis para la ecuación gobernante y condiciones de frontera e iniciales.

O. Ehrich^[20], realizó una serie de experimentos, los que consistieron en sumergir esferas de hierro de 1.5 cm de radio en un baño de 20 Kg de hierro fundido dentro de un horno de inducción de 8 KHz, bajo un atmosfera de Argón. A las esferas le fueron introducidos marcadores de alúmina a diferente profundidad, lo que se realizó para observar el avance de la intercara de fusión (Figura 2.20).

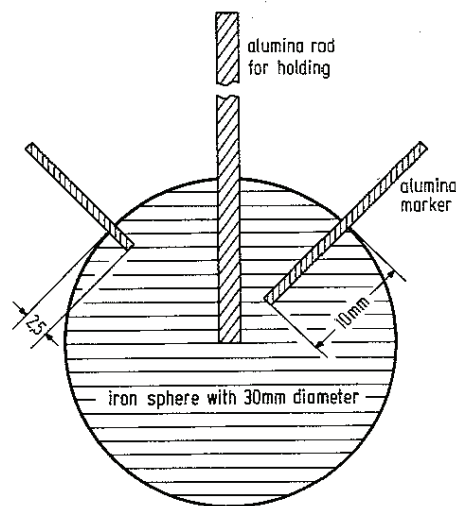


Figura 2.20 Esferas de hierro ancladas a un alambre de alúmina con marcadores del mismo material, empleada por O. Ehrich^[20] para la validación del modelo matemático.

En el artículo presentado por O. Ehrich^[20], expone dos diferentes gráficos respectivos a la fusión de las esferas, donde en el primero considera un precalentamiento del pellet de 1473K (Figura 2.21) y en el segundo una temperatura de 298K del pellet (Figura 2.22).

Los resultados experimentales para ambas consideraciones de temperatura inicial, presentan una excelente similitud al comportamiento de las curvas generadas por la simulación matemática.

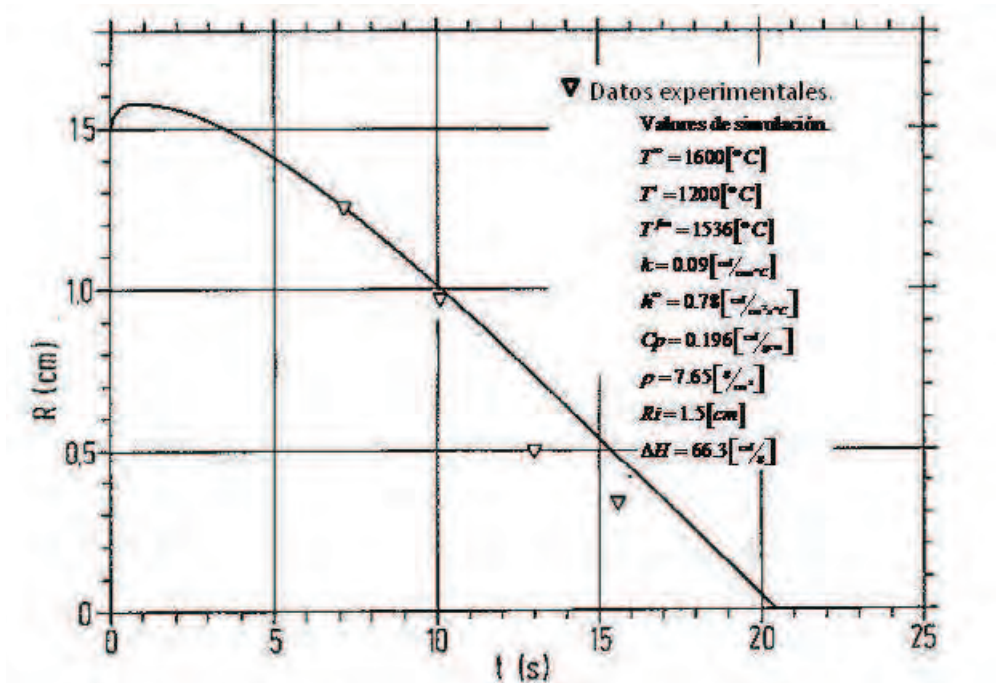


Figura 2.21 Resultados obtenidos por O. Ehrich para la fusión de esferas de hierro a una temperatura inicial de 1473K en baños de hierro^[20].

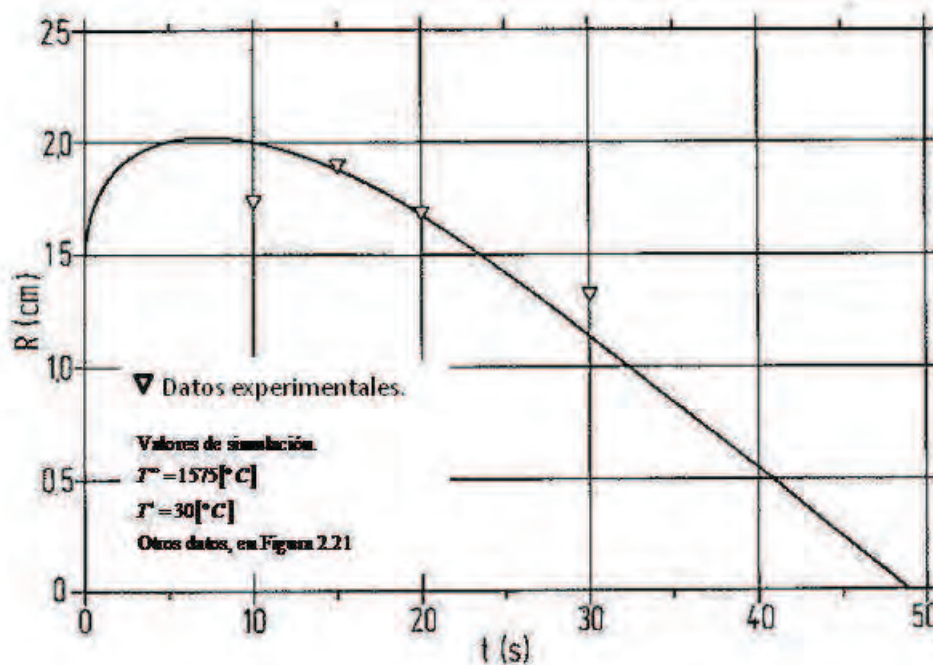


Figura 2.22 Resultados obtenidos por O. Ehrich para la fusión de esferas de hierro a una temperatura inicial de 298 K en baños de hierro^[20].

Además del análisis de fusión, O. Ehrich^[20] colocó un termopar en el eje radial de las esferas de hierro, esto para observar la historia térmica del material en el centro, con una buena concordancia entre predicciones y mediciones (Figura 2.23).

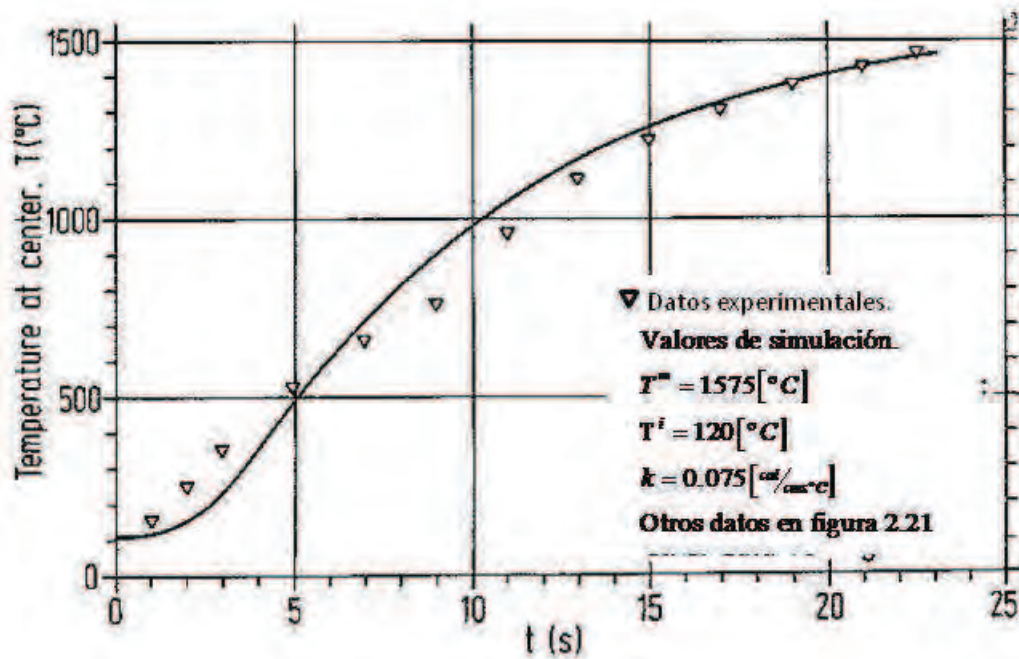


Figura 2.23 Historia térmica en esferas de hierro sumergidas en baños de hierro^[20].

2.5 Resultados de validación.

Una vez expuestas las técnicas de validación, es necesario comparar los valores numéricos obtenidos por la solución analítica, así como los datos presentados por O. Ehrich^[20] para su modelo de fusión de esferas de hierro en baños de hierro, contra los resultados numéricos logrados con la simulación matemática que realizó el autor de esta tesis.

Los gráficos generados por los resultados de los modelos matemáticos del autor de esta tesis fueron realizados en *SigmaPlot 10*, ya que este software es una herramienta poderosa del análisis de datos y creación de gráficos.

2.5.1 Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección.

Los datos empleados para la resolución de ambas formulaciones se presentan en la Tabla 2.1.

Densidad $\left[\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}\right]$	7832
Capacidad Calorífica $\left[\frac{\text{J}}{\text{KgK}}\right]$	454
Conductividad Térmica $\frac{\text{W}}{\text{mK}}$	30
Coefficiente de transferencia de calor $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}\right]$	1462.5
Temperatura de fluido K	298
Temperatura inicial K	1186
Radio de la esfera m	0.05
Únicamente solución numérica	
Numero de Nodos	100
Intervalo de tiempo s	0.005

Tabla 2.1. Datos empleados en simulaciones numéricas en el primer modelo

Los datos anteriores, se emplearon en las dos formulaciones matemáticas para generar la historia térmica de una esfera de acero, sometida a un enfriamiento rápido, similar a un

temple, por lo que se graficaron los valores del nodo 100 (convectivo) en el modelo numérico con el valor de $r^*=1$ en el modelo analítico; así como el nodo 50 (variable) con el valor de $r^*=0.5$ y el nodo 1 (céntrico) con el valor de $r^*=0.001$. Las historias térmicas obtenidas numéricamente y analíticamente se presentan en la Figura 2.24, mostrando una buena concordancia.

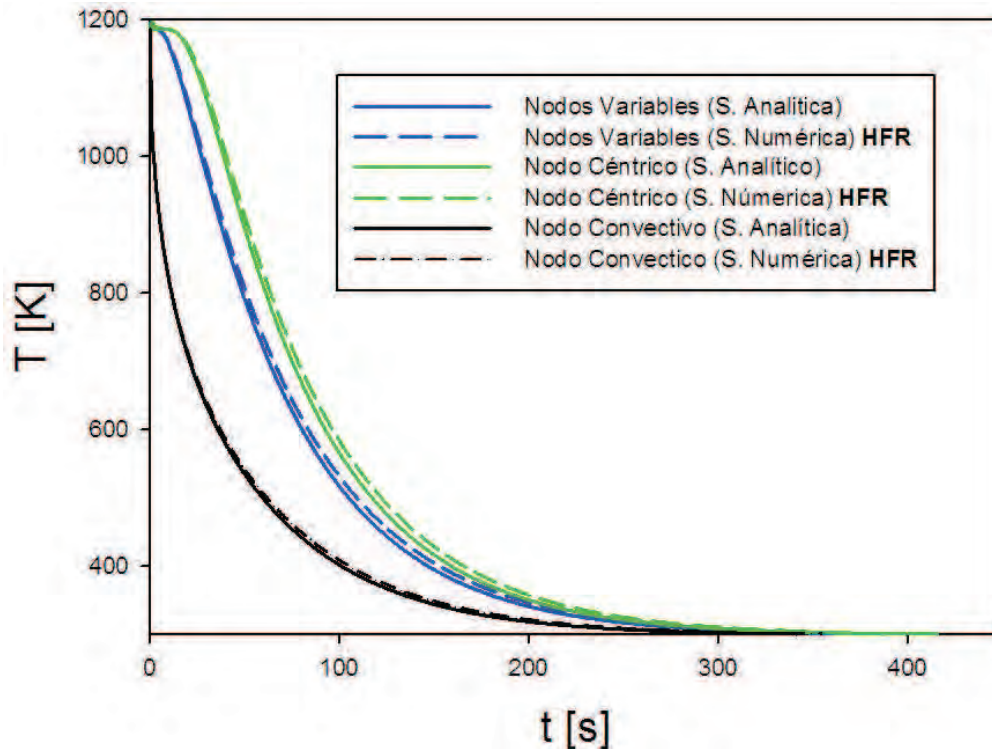


Figura 2.24 Validación del primer modelo (enfriamiento de una esfera). (HFR: Datos generados por Hiram Flores Ruiz.)

2.5.2 Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.

Se llevaron a cabo tres validaciones, dos referentes al movimiento de la intercara durante la fusión bajo diferentes condiciones y una tercera, donde se reporta la historia térmica del centro de la esfera momento en que la fusión del material se lleva a cabo. Todos estos valores se validaron con los datos experimentales reportados por O. Ehrich^[20].

Para el caso de las dos simulaciones de modificación de radio (caso 1 y 2), la Tabla 2.2 presenta los valores numéricos de las propiedades termofísicas que son empleadas para ambos casos, mientras que en la Tabla 2.3 se reportan los valores de las temperaturas iniciales y de fluido que se emplearon para las tres simulaciones.

Densidad $\left[\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right]$	7650
Capacidad Calorífica $\left[\frac{\text{J}}{\text{KgK}} \right]$	820
Conductividad Térmica $\frac{\text{W}}{\text{mK}}$	37.6
Coefficiente de transferencia de calor $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$	32635.2
Radio de la esfera m	0.015
Numero de Nodos	100
Calor latente de solidificación $\left[\frac{\text{J}}{\text{Kg}} \right]$	277400

Tabla 2.2 Propiedades termofísicas e iniciales para la simulación de la fusión de dos esferas de hierro bajo temperaturas iniciales y de fluido diferentes.

Temperatura K	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Fluido	1873	1848	1848
Inicial	1473	303	393

Tabla 2.3 Valores de temperatura inicial y de fluido para tres fusiones de esferas de hierro en baños de hierro.

Para la validación del último modelo matemático, los resultados numéricos y experimentales de O. Ehrich ^[20] (estos se encuentran como una imagen dentro de la publicación del autor), fueron digitalizados con ayuda del software *UN-SCAN-IT*®, el cual cumple la función de transformar la información dentro de una imagen a datos numéricos.

Las evoluciones del radio del pellet numérica y experimental reportadas por O. Ehrich, así como los resultados numéricos generados por el autor de esta tesis, se presentan a continuación en la Figura 2.25 para el caso 1 y en la Figura 2.26 para el caso 2.

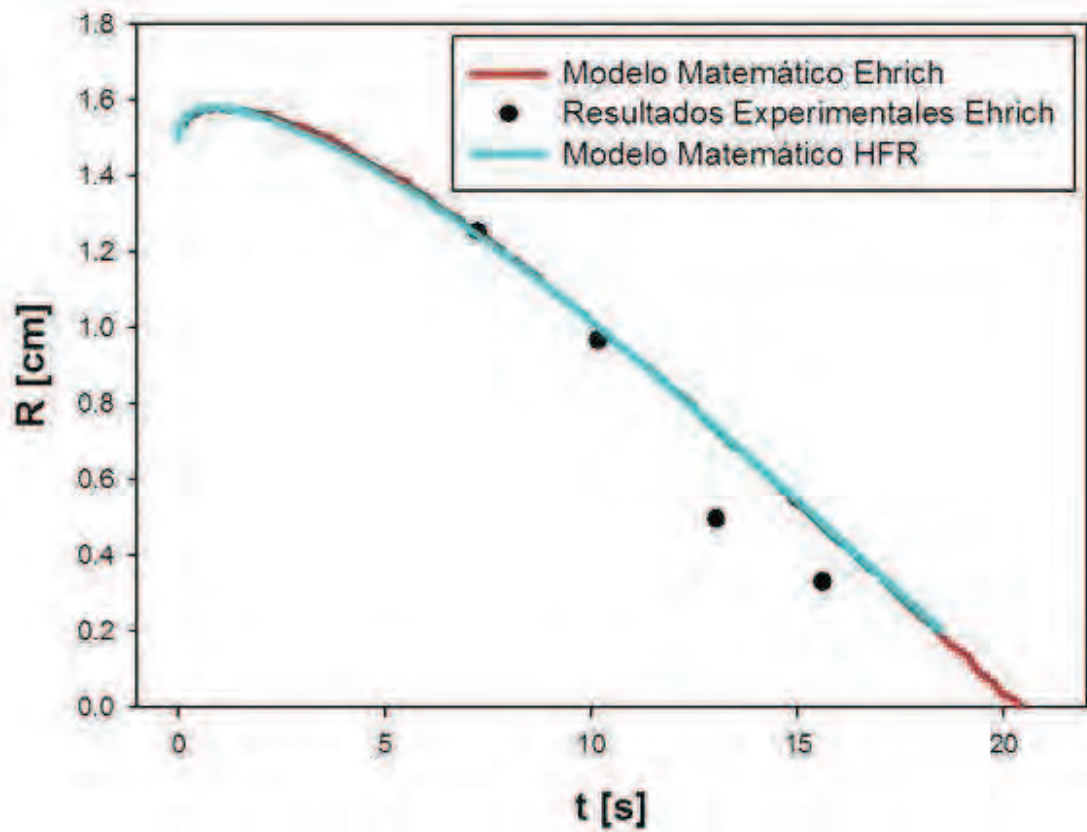


Figura 2.25 Validación del modelo de frontera móvil para caso 1. (HFR: Datos generados por Hiram Flores Ruiz.)

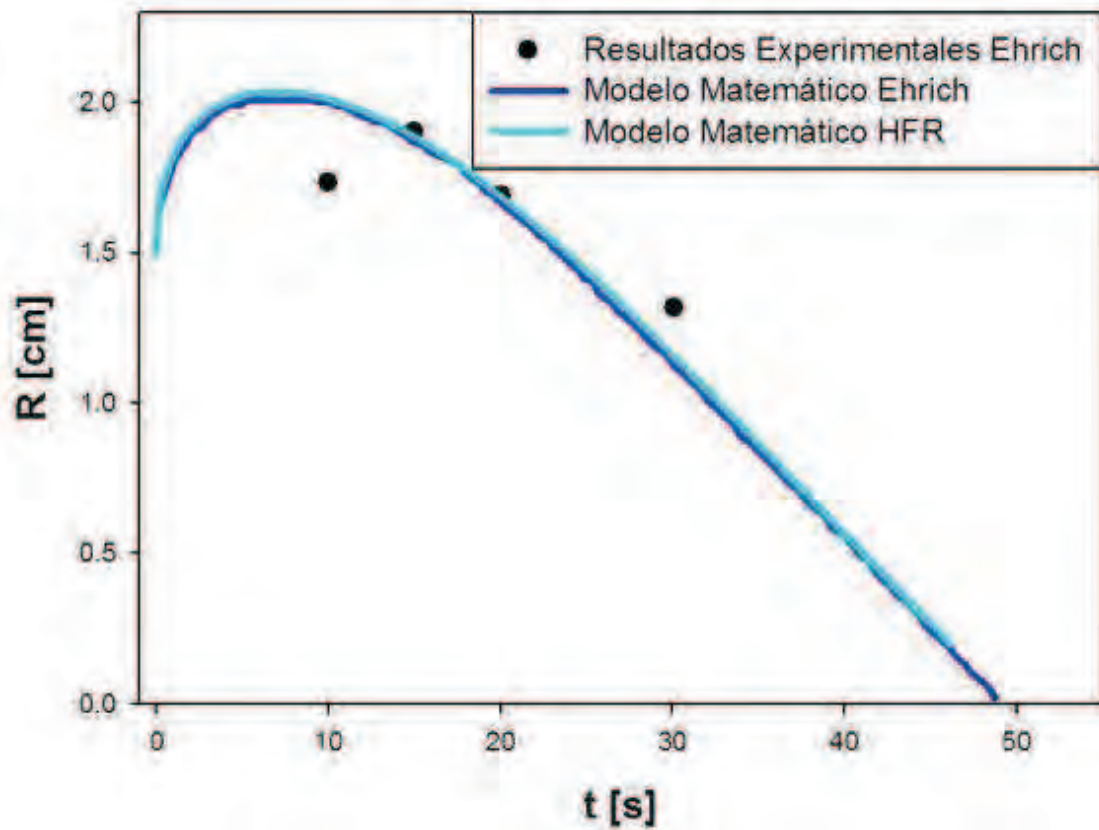


Figura 2.26 Validación del modelo de frontera móvil para caso 2. (HFR: Datos generados por Hiram Flores Ruiz.)

En ambos casos, los resultados del modelo matemático son sumamente satisfactorios, ya que predicen un mismo comportamiento con respecto a los valores de O. Ehrich^[20], tanto numéricos como experimentales, por lo que el problema principal de la frontera móvil ha quedado validado.

Por otra parte, la tercera validación del modelo matemático, se efectuó bajo diferentes parámetros, cambiando la conductividad de 37.6 W/mK a 31.4 W/mK ; y así la historia térmica en el centro del pellet calculado y medido por O. Erich^[20] y los resultados de nuestro modelo se ven en la Figura 2.27. Los valores de temperatura inicial y de fluido fueron distintos a las dos simulaciones referentes al movimiento de la intercara, estos datos corresponden al caso 3 de la Tabla 2.3.

Al observar las Figuras 2.25 a 2.27 se nota que se ha validado correctamente la simulación realizada por el autor de este trabajo, ya que el comportamiento numérico es totalmente similar y muy aproximado en magnitud y tendencia a los resultados experimentales.

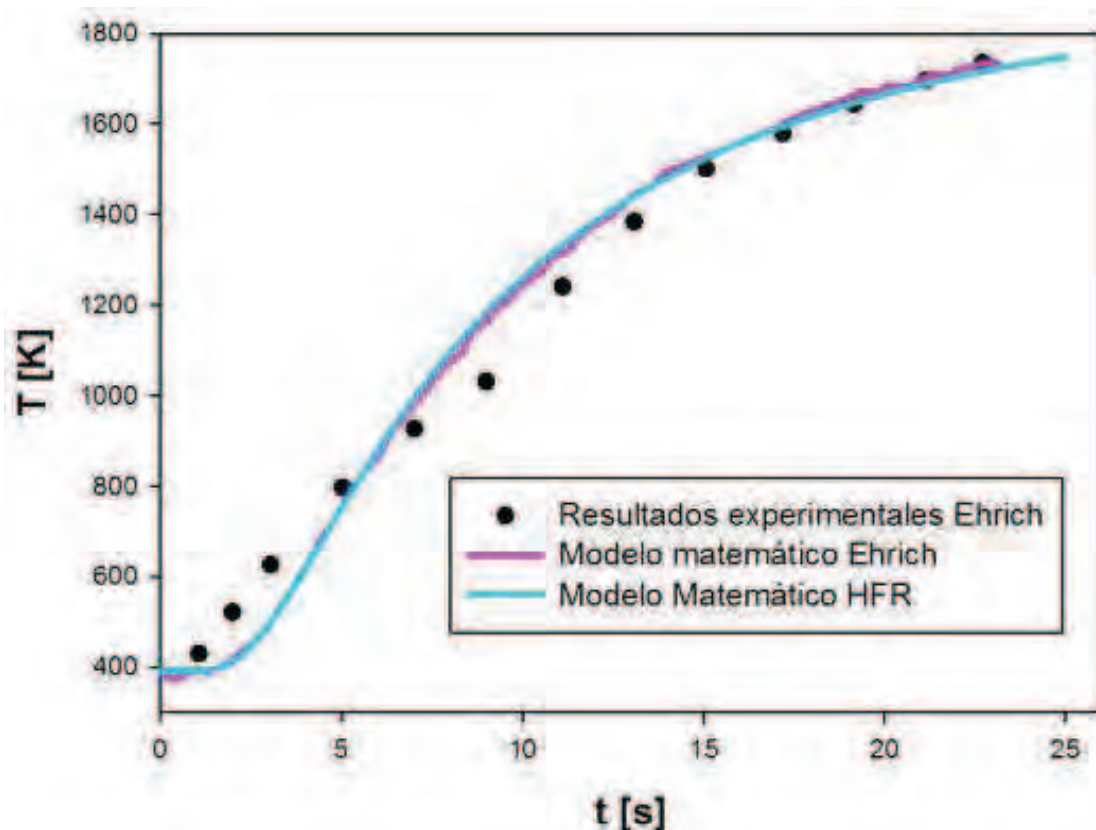


Figura 2.27 Validación de la historia térmica para caso 3.
(HFR: Datos generados por Hiram Flores Ruiz.)

2.5.3 Comentarios finales a la validación matemática.

Los modelos matemáticos realizados por el autor de esta tesis, fueron validados bajo un fuerte fundamento. Lo cual indica que este modelo matemático riguroso predice satisfactoriamente lo que sucede en la naturaleza.

El modelo básico correspondiente a la simple transferencia de calor dentro de una esfera sólida por una frontera convectiva se encuentra respaldado por la solución analítica de la ecuación gobernante, la que demuestra un buen principio del modelo final.

Por otra parte, el modelo final (Solución a la frontera móvil) cuenta también con una validación fuerte, ya que fue validado para dos casos de movimiento de intercara y un tercero para la historia térmica dentro de la esfera que está siendo fundida por un fluido de su misma composición y con un sobrecalentamiento referente a la temperatura de fusión. La rigurosa validación de este modelo, se llevó a cabo con la comparación del modelo matemático y el desarrollo experimental realizado por O. Ehrich, obteniendo excelentes concordancias, motivo por el cual, el modelo final se puede usar para cuantificar la cinética de fusión de pellets de DRI en baños de acero, asumiendo composiciones iguales del sólido y del baño.

¡En la vida existe mucho tiempo!...
¡Sí, pero solo hay una vida!

3.1 Resultados y discusión.

El análisis de procesos es una parte fundamental de este trabajo, ya que es donde se realiza el estudio de la influencia de cada factor que afecta la cinética de fusión del pellet y el consumo energético de fusión. La exposición del efecto de cada variable, permitirá la optimización del proceso al encontrar las mejores condiciones para obtener un menor tiempo de fusión asociado a un costo energético viable.

Las variables que participan en el proceso involucran características específicas de los dos elementos del sistema a modelar, siendo estos el pellet y el acero líquido. Para el pellet, las variables que controlan el proceso son su tamaño, temperatura inicial y porosidad, mientras que para el acero líquido son la temperatura promedio del seno del fluido y el grado de agitación presente.

La fusión de pellets de DRI, se lleva a cabo en el horno de arco eléctrico. Éste horno puede emplear dos tipos de arreglos eléctricos (Corriente Alterna y Directa), los cuales presentan una agitación diferente en el seno del fluido. La Tabla 3.1 muestra valores típicos de velocidad en el seno del líquido en ambas configuraciones de HAE. Entonces, con el objeto de evaluar los grados de agitación sobre la cinética de fusión de DRI se realizarán las simulaciones matemáticas bajo ambos esquemas.

Tipo de HAE	Velocidad del seno del fluido [m/s]
Corriente Alterna	0.2
Corriente Directa	2.2

Tabla 3.1 Velocidades promedio del seno del fluido empleadas en los dos tipos de arreglos eléctricos presentes en el HAE ^[23]

Para efecto de la simulación matemática, se emplearán los valores de operación propuestos por el autor de esta tesis, fundamentados en la extensa investigación

bibliográfica sobre el proceso de fusión de DRI en HAE. Al variar un parámetro del proceso, los demás factores permanecerán constantes respecto a las condiciones de operación, con el fin de aislar el efecto de dicha variable en la cinética de fusión sin combinar el efecto de otras variables de proceso.

Una vez mencionadas las variables de proceso, así como la forma en la que se evaluarán las mismas, se plantean las condiciones bajo las cuales se llevará a cabo cada simulación para cuantificar el efecto de cada variable sobre la cinética de fusión y el consumo de energía, todo esto necesario para realizar el análisis de los resultados.

3.1.1 Radio inicial de la partícula de DRI.

El radio de las partículas tiene una participación sumamente importante, ya que el tamaño o volumen del pellet define su masa, la cual a su vez dictará la cantidad de calor necesario para fundir al pellet.

El tamaño de los pellets depende directamente del proceso de pelletización (Mediante este proceso son fabricados los pellets en sus diferentes tamaños), previo a la reducción directa del mineral en los reactores HyL®, Midrex® u otros.

En el artículo publicado por D. Parisi^[22], se menciona que el radio habitual en los pellets de DRI es de 0.5cm, el cual es reportado por diferentes plantas siderúrgicas en Argentina, mientras que J. O'Malley^[21], menciona que puede existir diferentes tamaños, desde los pellets de 0.2 cm hasta los de 1.5 cm de radio, por lo que los valores de simulación para estas diferentes simulaciones se presentan en la Tabla 3.2.

Radio Pellet [m]	Variable	Parámetros constantes
0.002		Temperatura inicial del pellet, 298K
0.005		Porosidad, 0.45
0.01		Temperatura del baño, 1873K
0.015		

Tabla 3.2 Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero, bajo efecto del tamaño de partícula.

Los resultados obtenidos para la simulación matemática de la influencia del tamaño de partícula en el HAE bajo distintas configuraciones eléctricas, se presentan en las Figuras 3.1 para HAE-AC (pobre agitación) y 3.2 para HAE-DC (gran agitación), así como en la Tabla 3.3. Al observar estas dos figuras, las cuales representan el cambio de radio del pellet con el tiempo.

Es obvio que al incrementar el tamaño (masa) del pellet se incrementa considerablemente el tiempo de fusión. Por otra parte, el tiempo que toma la coraza en crecer y fundir no representa un porcentaje considerable del tiempo total de fusión.

La cantidad total de energía transferida desde el baño al pellet para fundirlo depende de la cantidad de materia. Entonces, la fusión de partículas más pequeñas es más rápida que la comparada con las partículas de mayor tamaño, dado que se cuenta con una cantidad mucho menor de materia.

R_i [m]	HAE-AC				HAE-DC			
	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]
0.002	0.002187	0.000187	0.49	704.440	0.002064	0.000064	0.19	675.597
0.005	0.005323	0.000323	2.2	696.903	0.005096	0.000096	0.78	652.048
0.01	0.010498	0.000499	6.6	688.784	0.010100	0.000094	2.2	625.444
0.015	0.015589	0.000589	12	682.632	0.015000	0.000000	4.1	605.053

Tabla 3.3 Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto del tamaño de la partícula.

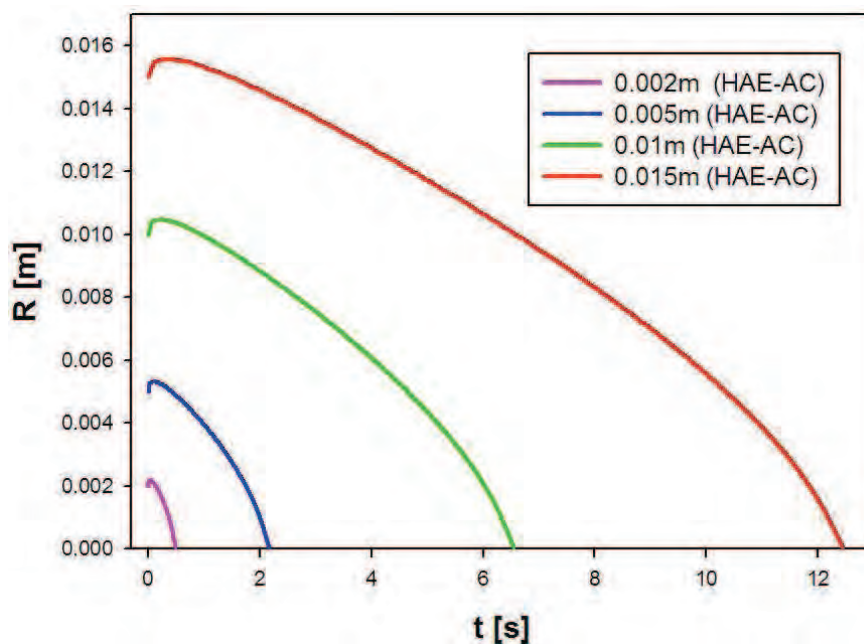


Figura 3.1 Efecto del tamaño inicial en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.

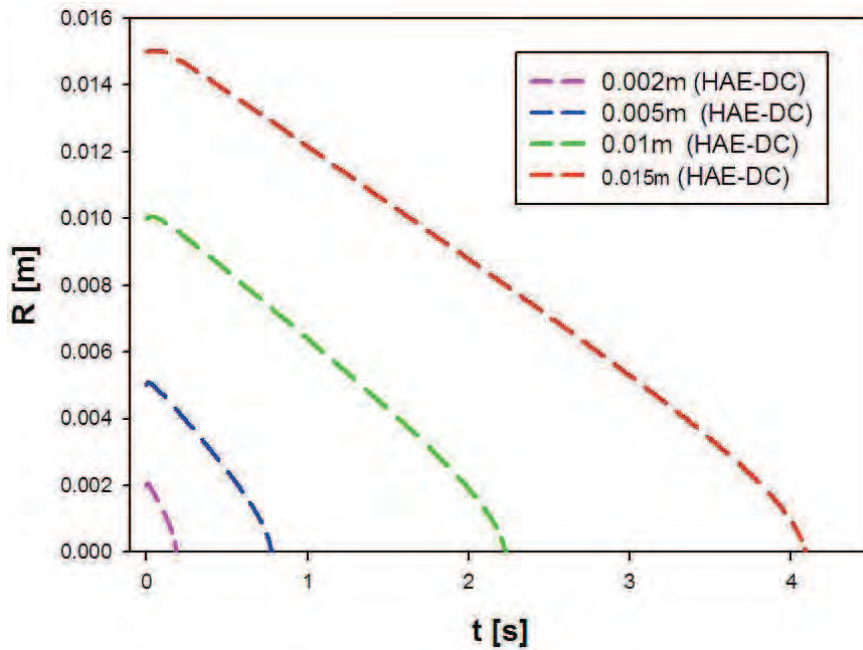


Figura 3.2 Efecto del tamaño inicial en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente directa.

Al comparar los gráficos presentados en las dos figuras anteriores, es indiscutible que el HAE – DC presenta una cinética de fusión casi tres veces más rápida que la encontrada con el HAE-AC, ya que su agitación es mayor, lo cual favorece la transferencia de calor por convección desde el baño hacia el pellet.

De la Tabla 3.1, se puede apreciar que el tamaño de la coraza solidificada en el HAE-DC es mucho menor (casi un orden de magnitud) que la coraza formada en el horno de corriente alterna; por lo que, el horno de corriente directa impide la formación de dicha coraza y esto resulta en un ahorro de energía de hasta 25 KWhr/Ton. Esto se debe a la velocidad del seno del fluido, ya que promueve una transferencia de calor convectiva más efectiva.

Con la información presentada en los dos gráficos anteriores, se demuestra que el tiempo de fusión de una partícula aumenta con el tamaño de la misma, pero al calcular el consumo de energía por tonelada de acero y no para un solo pellet, se aprecia que entre más pequeña sea la partícula, será necesaria una cantidad de energía mucho mayor que en la implicada en la fusión de partículas de mayor tamaño (tomando como base una tonelada de acero fundido).

Fundir una tonelada de DRI con 0.015cm de radio contra una tonelada de DRI con 0.002cm de radio supone un ahorro de 10.44% de energía en hornos DC (de 675-597KWh/ton a 605.053KWh/ton) y para un horno AC 3.095% de ahorro (de 704.44KWh/ton a 682.632KWh/ton). Esto se debe a que la masa total de la coraza formada por tonelada

de pellets es superior entre más pequeño sea el pellet de DRI, ya que la mayor superficie por tonelada de pellets con tamaños pequeños propicia un choque térmico más grande que en el caso de pellets grandes de poca superficie específica. En las Figuras 3.3 y 3.4 se presentan los consumos de energía por tonelada de acero y los tiempos de fusión de un pellet en función del radio del pellet para hornos AC y DC respectivamente.

Para el caso del HAE de corriente alterna, no se nota tanto la diferencia en el consumo de energía por tonelada de acero para los cuatro tamaños de pellets simulados; por lo que en el horno de corriente alterna, el tamaño del pellet es una variable que afecta poco al gasto energético. Por otro lado, en el Horno de corriente directa, se presenta una diferencia considerable para el gasto energético de pellets pequeños contra grandes, por lo que lo más conveniente, es mantener tamaños grandes de pellets que permitan menor gasto energético con menor tiempo de fusión.

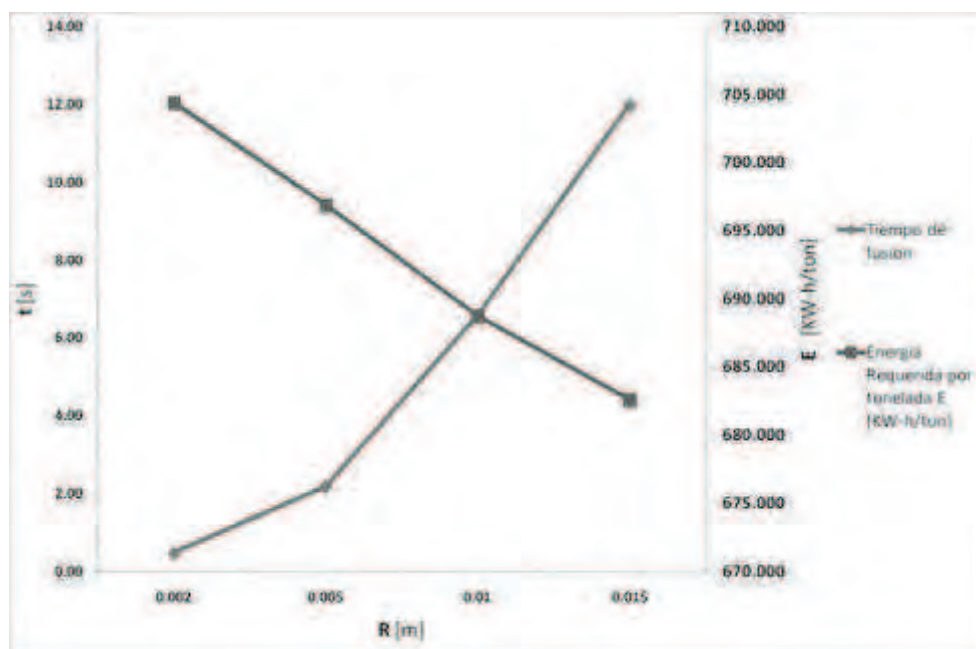


Figura 3.3 Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente alterna, bajo influencia del tamaño inicial del pellet.

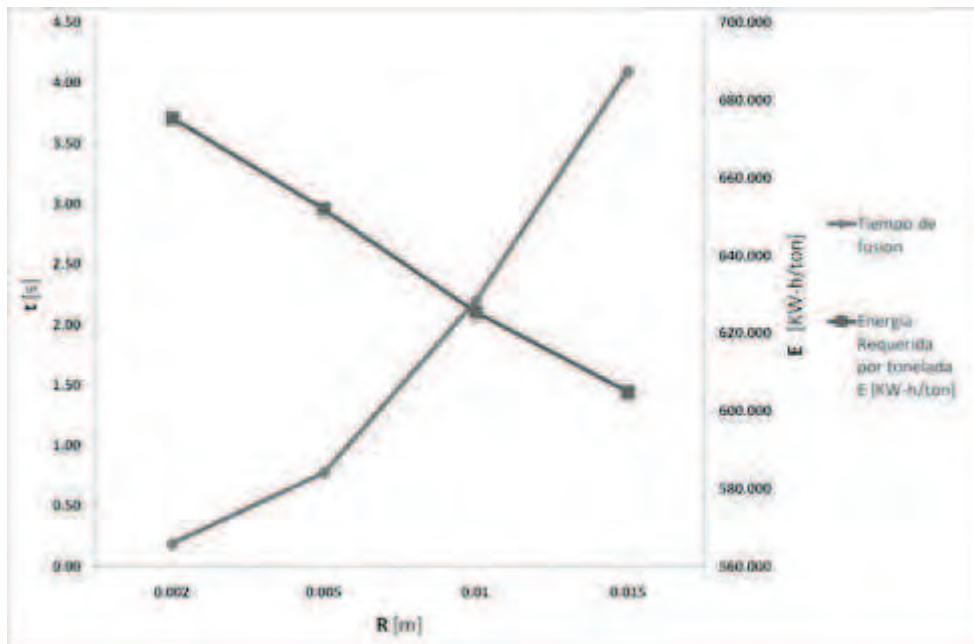


Figura 3.4 Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia del tamaño inicial del pellet.

En las figuras correspondientes al HAE-AC (Figura 3.3) y HAE-DC (Figura 3.4), se observa una intersección entre la línea de tiempo y la de energía gastada, por lo que el radio del pellet correspondiente a esa intersección representa el punto óptimo con adecuado consumo de energía y productividad (tiempo de fusión). Se aprecia que hornos DC son ligeramente más productivos y consumen menos energía que los AC. Este tipo de intersecciones pueden ser empleadas en la industria siderúrgica para determinar condiciones óptimas del proceso.

3.1.2 Porosidad.

Esta variable perturba directamente a la conductividad térmica y a la densidad del pellet. Esto se expone en las ecuaciones 2.12 y 2.13, así como en las Figuras 2.6 y 2.7 del capítulo 2, en las cuales se presenta la forma en la que afecta esta variable a la densidad y a la conductividad térmica.

La porosidad en los pellets de DRI ocurre desde el proceso de aglomerado de los polvos del concentrado de mineral de hierro, donde posteriormente son sinterizados para obtener una buena resistencia mecánica; el sinterizado, así como su posterior transformación química de mineral de hierro a hierro metálico, arrojan diferentes valores de porosidad del DRI. J. O'Malley ^[21], reporta que los valores de porosidad se encuentran desde el 0.3

hasta 0.7, mientras que D. Parisi ^[22] reporta que la porosidad promedio de los pellets es de 0.45.

Las referencias bibliográficas arrojan la posibilidad de realizar cuatro simulaciones diferentes, tomando como base el valor común de operación y los dos datos extremos (mínimo y máximo), además de un cuarto valor que representa a los pellets menos metalizados ($e=0.2$).

En la Tabla 3.4 se presenta los valores empleados de porosidad, así como el valor del resto de parámetros empleados en las simulaciones.

Porosidad	Variable	Parámetros constantes
	0	Temperatura inicial del pellet, 298K
	0.2	Temperatura del baño, 1873K
	0.45	Radio del pellet, 0.005m
	0.7	

Tabla 3.4 Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la porosidad del pellet.

En la Tabla 3.5 se presentan los resultados para la fusión de distintos pellets con diferentes porosidades, en donde se observan diferencias importantes para diferentes factores de interés en la operación, tal es el caso del tiempo de fusión de un pellet para el HAE-AC y el gasto energético en el HAE-DC por tonelada de acero. La porosidad afecta mucho el consumo de energía a diferencia del radio que tiene mayor efecto en el tiempo de fusión.

Porosidad	HAE-AC				HAE-DC			
	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus}[s]	E [KW-h/ton]	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]
0	0.005081	0.000081	1.70	649.107	0.005000	0.000000	0.45	509.106
0.2	0.005304	0.000304	2.50	696.903	0.005096	0.000096	0.78	652.048
0.45	0.005768	0.000768	2.90	712.740	0.005307	0.000307	0.92	695.668
0.7	0.006110	0.001110	3.30	717.382	0.005501	0.000501	1.00	705.519

Tabla 3.5 Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la porosidad.

La cinética de la fusión de pellets de DRI bajo la influencia de la porosidad (evolución del radio del pellet con el tiempo), se presenta en las Figuras 3.5 y 3.6 para hornos AC y DC respectivamente.

En estas figuras se manifiesta una pronunciada formación de coraza en las partículas más porosas, que afecta el tiempo total de fusión, ya que una cantidad considerable de tiempo de fusión involucra la solidificación y fusión de esta coraza. Para ambos hornos, la

formación de la coraza es bastante similar; esto implica, que en las dos configuraciones eléctricas (distintos grados de agitación), la coraza tiene una participación importante, siendo en general la fusión en el HAE-DC mucho más rápida que en el HAE-AC.

Los pellets más porosos presentan una cinética lenta, comparada con los pellets menos porosos. Esto es ocasionado por el abatimiento de la conductividad térmica con el aumento en porosidad. La conductividad térmica es la capacidad de transferir energía cinética de unas moléculas a otras en el estado sólido, por lo que al existir espacios sin contacto físico entre dichas moléculas, el calentamiento y fusión del pellet serán lentos por la ineficiente transferencia de calor por conducción asociada con la porosidad.

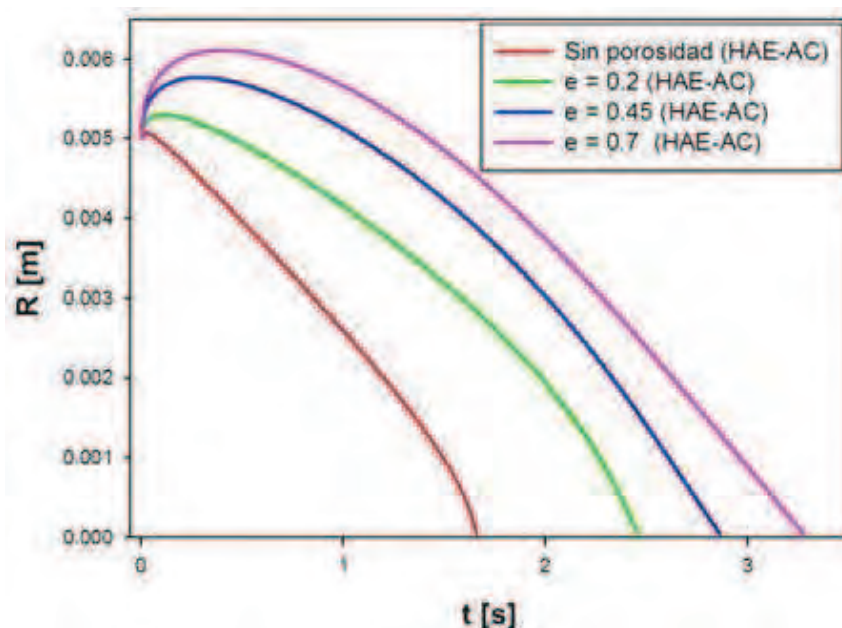


Figura 3.5 Efecto de la porosidad en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.

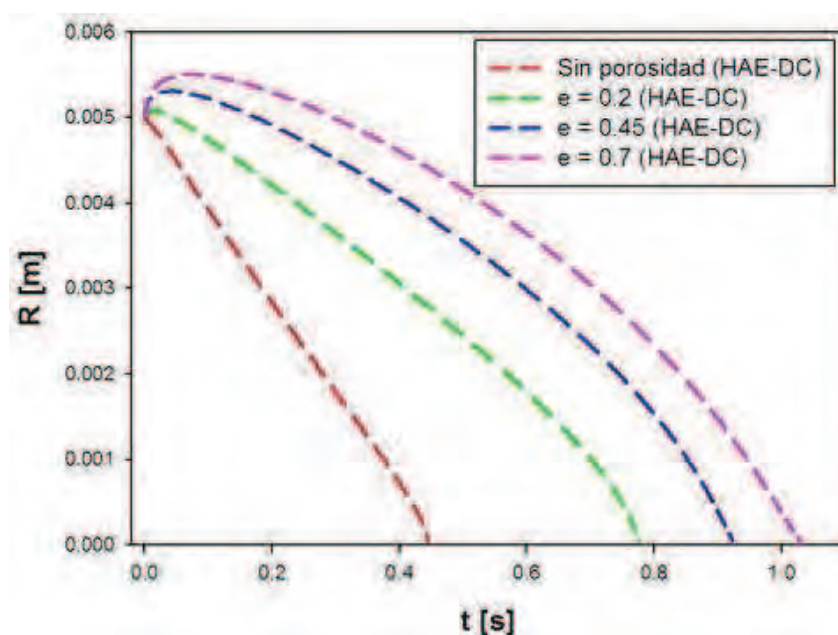


Figura 3.6 Efecto de la porosidad en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente directa.

Otra propiedad que afecta la cinética de fusión es la densidad, la cual es la cantidad de materia sobre un volumen determinado, por lo que los pellets más porosos, presentarán menos masa en el mismo volumen, lo que acelerará la fusión debido a la existencia de menor materia para fundir y por lo tanto menos energía es requerida para fundir cada pellet. Sin embargo, la transferencia de calor disminuida por el incremento en porosidad, hará más lenta la cinética de fusión para pellets porosos a pesar de tener que fundir menos masa por pellet.

El término de acumulación de energía en la ecuación gobernante, depende proporcionalmente de la densidad y de la capacidad calorífica del material. Es decir, estas dos propiedades dictan cuanta energía requiere un cuerpo para elevar su entalpía y su temperatura; por lo que afectan de una manera directa a la cinética de fusión en estudio.

En las Figuras 3.7 y 3.8, se demuestra el gasto energético de la fusión por tonelada de pellets bajo las condiciones de operación anteriores para hornos AC y DC respectivamente, denotando que los pellets en el HAE-DC (Figura 3.8) presentan cinéticas de fusión más rápidas y menores consumos de energía por tonelada de acero que en los hornos de corriente alterna y que al elevar la porosidad se incrementa el tiempo de fusión y el consumo de energía por tonelada de hierro fundido.

En el HAE-DC la variación en el consumo de energía es mucho mayor (28%) que en el HAE-AC (7.15%, de 650 a 700 KW-h/Ton en AC contra un cambio de 500 a 700 KW-h/Ton en DC). Este comportamiento se explica por la caída drástica en conductividad térmica que sufre el material que aumenta el consumo de energía por tonelada.

El aumento en el tiempo de fusión de un solo pellet es un poco más complicado de establecer, ya que al haber menos masa con el incremento en porosidad, se esperaría un menor tiempo de fusión, pero al parecer, la formación de corazas más grandes para pellets con mayor porosidad (espesor de coraza de 0.00111m con $e=0.7$ contra un espesor de coraza de 0.000084m con $e=0$) explica este incremento en el tiempo total de fusión.

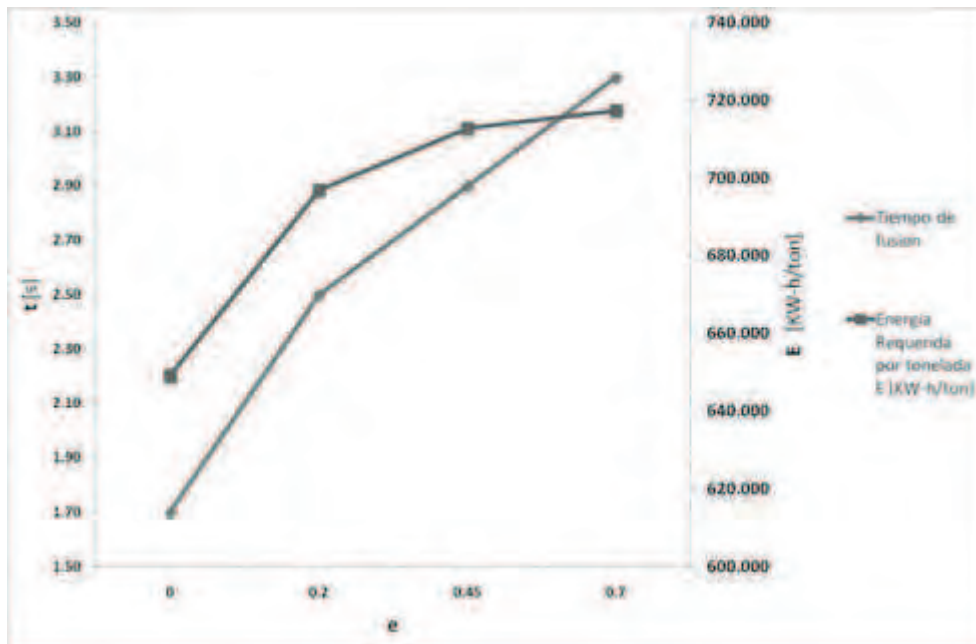


Figura 3.7 Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente alterna, bajo influencia de la porosidad.

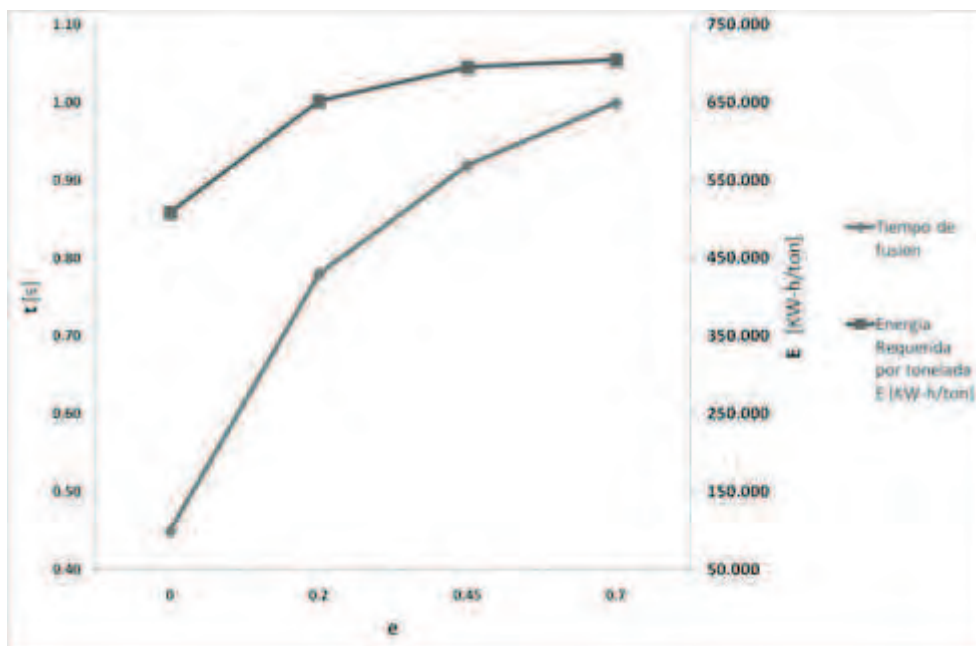


Figura 3.8 Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de la porosidad.

3.1.3 Temperatura del fluido.

Esta variable, afecta directamente la cantidad de calor por convección que puede ser transferida desde el líquido hacia el pellet. EPRI ^[9] reporta temperaturas típicas de operación del horno de arco eléctrico de 1873K.

Para fines prácticos, se consideró una temperatura de operación situada +/- 50 K a la temperatura de operación (rango común de trabajo en la industria) reportada por EPRI [9], con lo que será posible estimar el efecto de esta variable sobre la cinética de fusión y el consumo energético. Los parámetros usados en la simulación numérica que analiza el efecto de la temperatura del fluido se presentan en la Tabla 3.6.

Temperatura de fluido [K]	Variable	Parámetros constantes
	1823	Temperatura inicial del pellet, 298K
	1873	Porosidad del pellet, 0.45
1923	Radio del pellet, 0.005m	

Tabla 3.6 Parámetros usados en la simulación de la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la temperatura del fluido.

La temperatura de fluido controla el crecimiento de la coraza e incide de manera significativa en los tiempos de fusión de un pellet de tamaño constante, aunque el ahorro energético que supone elevar la temperatura 50K no es muy grande. Esto se puede apreciar en las evoluciones del radio del pellet en el tiempo para HAE-AC y HAE-DC de las Figuras 3.9 y 3.10.

Tomando en cuenta que el baño de los HAE está térmicamente estratificado, es decir, con zonas calientes debajo de los arcos y zonas frías cercanas a las paredes, estos resultados indican que los pellets se deben de alimentar al baño en las zonas más calientes cercanas a los electrodos para ahorrar tiempo y energía.

T_{FI} [K]	HAE-AC				HAE-DC			
	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]
1823	0.005997	0.000997	7.50	715.654	0.005410	0.000410	2.70	701.961
1873	0.005323	0.000323	2.20	696.903	0.005096	0.000096	0.78	652.048
1923	0.005192	0.000192	1.40	682.251	0.005005	0.000005	0.46	607.292

Tabla 3.7 Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la temperatura de fluido.

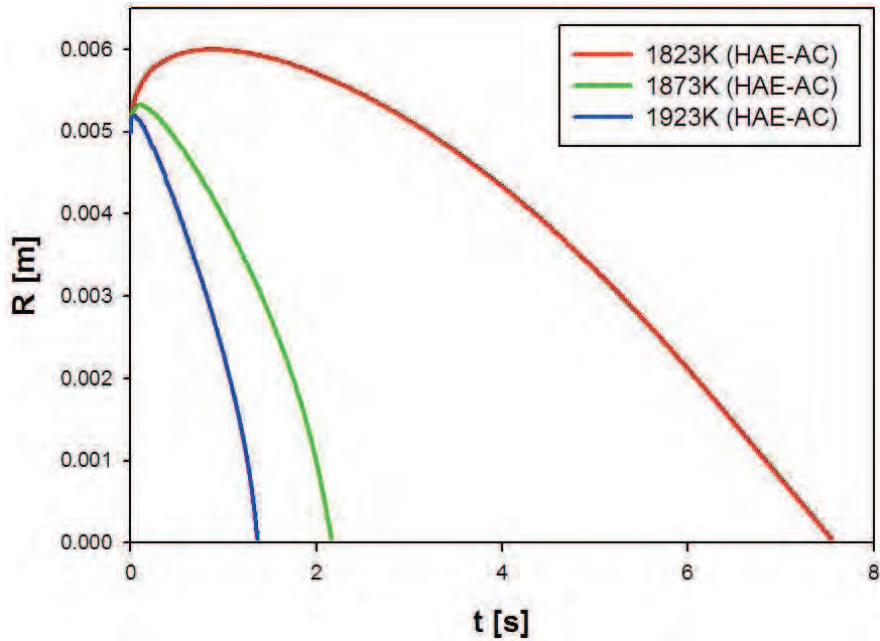


Figura 3.9 Efecto de la temperatura de fluido en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.

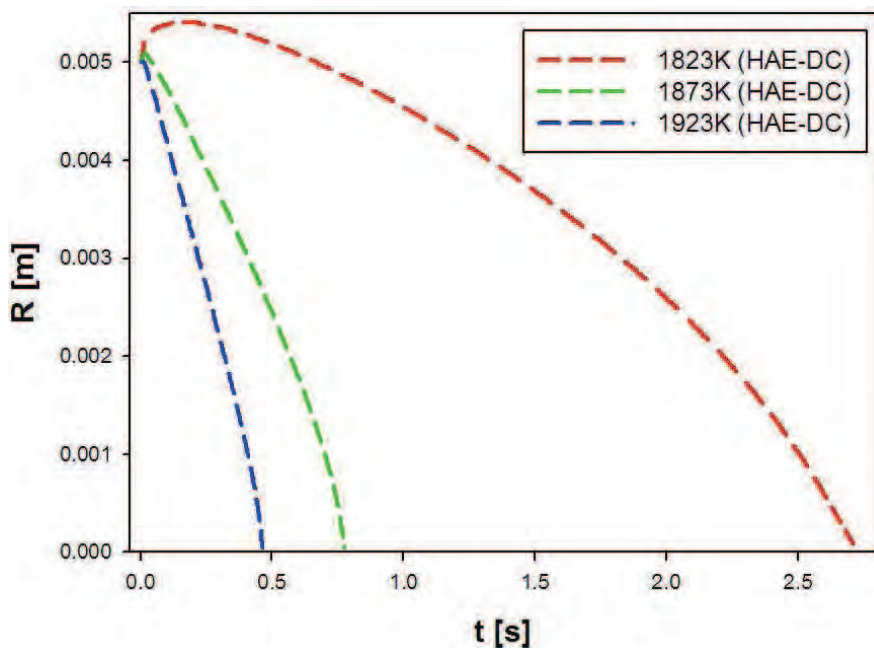


Figura 3.10 Efecto de la temperatura de fluido en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente directa.

Al observar la Tabla 3.7, una diferencia de 100K en la temperatura del baño hace que el tiempo de fusión se incremente más de 5 veces en hornos AC y DC aunque los tiempos de fusión en hornos DC son aproximadamente 3 veces menores que en hornos AC. Por otro lado, el consumo de energía se reduce aproximadamente un 3% en hornos AC y en 16% en hornos DC con un aumento en 100K en la temperatura del baño, lo cual indica que la agitación combinada con el sobrecalentamiento del baño ayudan a incrementar la productividad y al ahorro de energía.

Las Figuras 3.11 y 3.12 (tiempos de fusión de un pellet y gastos energéticos por tonelada de acero para hornos AC y DC), ilustran el consumo energético requerido para fundir una tonelada de DRI bajo la influencia de la temperatura del baño.

En estos gráficos se aprecia que la energía requerida es muy similar para el caso del HAE-AC (ya se mencionó un ahorro energético de solo 3% en el consumo de energía con 100K de sobrecalentamiento en el baño), por lo que en este caso, lo mejor será operar el horno sin grandes sobrecalentamientos para evitar elevados desgastes del recubrimiento refractario del horno.

Por otro lado, el HAE-DC si experimenta un sensible ahorro de 16% en el consumo de energía por 100K de sobrecalentamiento en el baño, por lo que en caso del uso del HAE-DC, siempre convendrá el uso de fluido con un ligero sobrecalentamiento y sobre todo cargar los pellets en las zonas más calientes que siempre se localizan debajo de los arcos eléctricos.

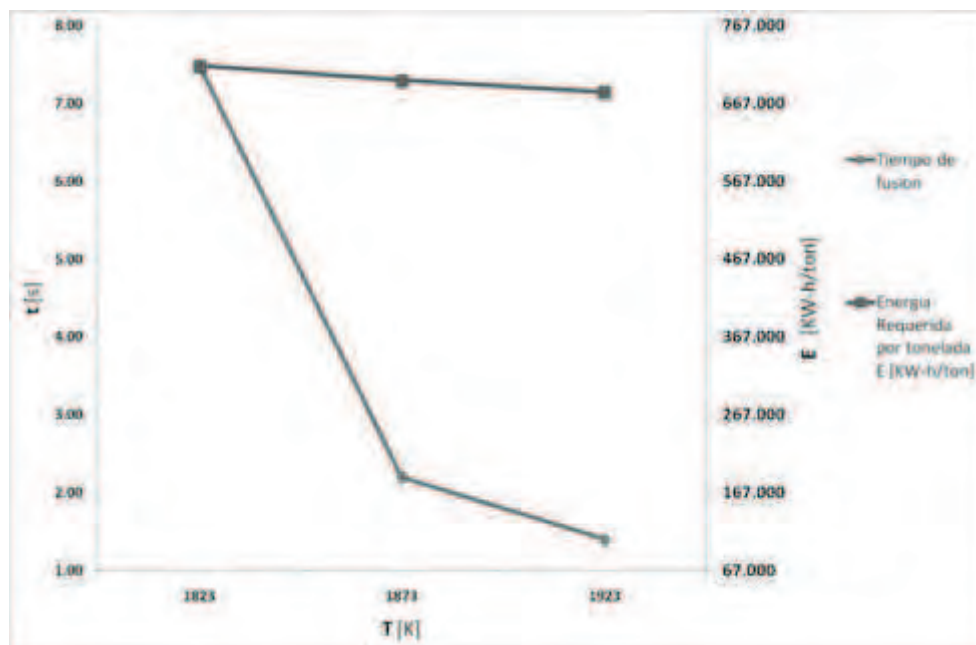


Figura 3.11 Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente alterna, bajo influencia de la temperatura de fluido.

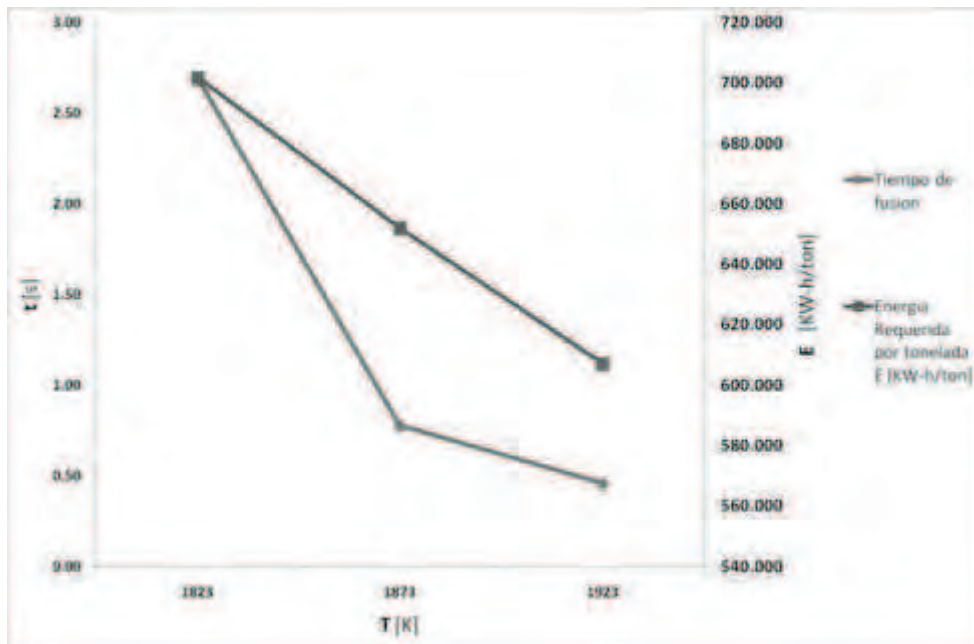


Figura 3.12 Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de la temperatura de fluido.

Finalmente, de las Figuras 3.11 y 3.12 también se aprecia que un incremento en 100K en la temperatura del baño significa una reducción de 5 veces el tiempo de fusión de cada pellet, lo que implica un importante incremento en el rendimiento del metal y en la productividad del horno tanto para hornos AC como para hornos DC. Sin embargo, los tiempos de fusión de los hornos DC son tres veces menores que en los hornos AC (de 1.5 a 7.5 segundo para el AC contra 0.46 a 2.7 segundo en el caso DC).

3.1.4 Temperatura inicial del pellet.

El gasto energético del HAE para fundir DRI, puede ser modificado con el control de la temperatura inicial de los pellets, por lo que la adición de estas partículas puede llevarse a cabo bajo diferentes temperaturas de precalentamiento y a temperatura ambiente.

La temperatura máxima posible de carga del DRI al HAE, es la que se obtiene directamente de la descarga de este material de los reactores de reducción directa (973K), siempre y cuando los pellets sean cargados inmediatamente al HAE, lo cual es complicado porque implica tener el reactor de reducción directa junto al HAE, aunque recientemente se han reportado estas tecnologías en el mercado (D. Parisi [22]).

La temperatura mínima de alimentación del DRI sería la temperatura del ambiente. Entonces, en Tabla 3.8 se presentan los rangos de valores propuestos para analizar el efecto de la temperatura inicial del pellet junto con el resto de parámetros del proceso.

Temperatura Inicial del pellet [K]	Variable	Parámetros constantes
	298	Porosidad del pellet, 0.45
	500	Temperatura del baño, 1873K
	700	Radio del pellet, 0.005m
	973	

Tabla 3.8 Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la temperatura inicial.

La influencia de la temperatura inicial, radicará principalmente en modificar la energía necesaria para calentar y fundir el pellet. Los resultados numéricos se encuentran expresados en la Tabla 3.9.

El tamaño de la capa solidificada disminuye conforme aumenta la temperatura inicial del pellet, aunque no de manera considerable. La escasa formación de la coraza de acero, se debe principalmente a la modificación del gradiente térmico entre el sólido y el fluido, ya que para lograr la conformación de una coraza espesa de acero, es necesario un gradiente grande (choque térmico); y en los casos en donde se alimenta DRI caliente, se cuenta con lo contrario (gradientes de temperatura pequeños), por lo que la coraza solidificada no será grande. La coraza del horno AC es mayor que en el horno DC.

Ti[K]	HAE-AC				HAE-DC			
	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]
298	0.005323	0.000323	2.20	696.903	0.005096	0.000096	0.78	652.048
500	0.005280	0.000280	2.10	626.699	0.005073	0.000073	0.73	582.891
700	0.005234	0.000234	1.90	547.115	0.005041	0.000041	0.68	504.840
973	0.005164	0.000164	1.80	426.065	0.005000	0.000000	0.59	387.008

Tabla 3.9 Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la temperatura inicial.

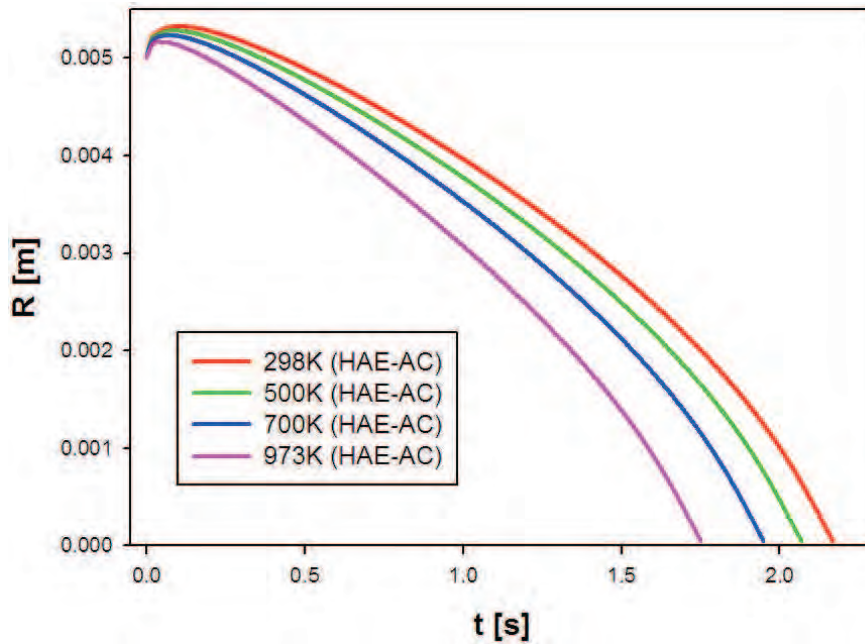


Figura 3.13 Efecto de la temperatura inicial en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.

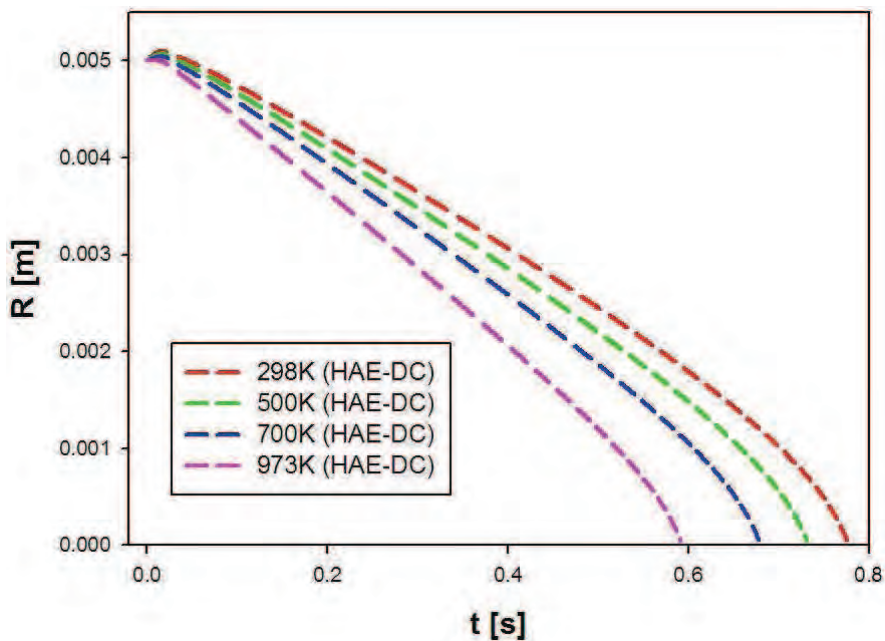


Figura 3.14 Efecto de la temperatura inicial en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente directa.

Una vez establecido el principio de la formación de la coraza, al observar las Figuras 3.13 y 3.14 donde se presenta la evolución del radio del pellet en el tiempo con distintas temperaturas iniciales para hornos AC y DC respectivamente, se aprecia la formación de una pequeña coraza en la superficie de la esfera, la cual no tiene una participación significativa en el tiempo total de fusión de la partícula.

Por otra parte, el tiempo que tarda en ser consumido un pellet para las cuatro diferentes temperaturas iniciales del pellet, es bastante similar; tomando esto como un punto de

análisis, la temperatura inicial no tiene una influencia sobresaliente sobre la cinética de fusión.

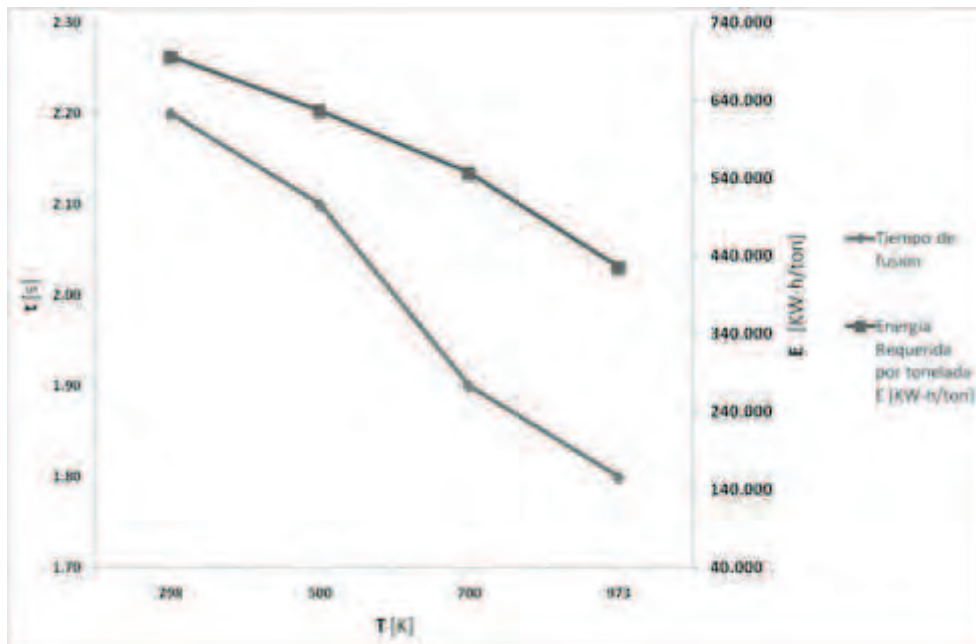


Figura 3.15 Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente alterna, bajo influencia de la temperatura inicial.

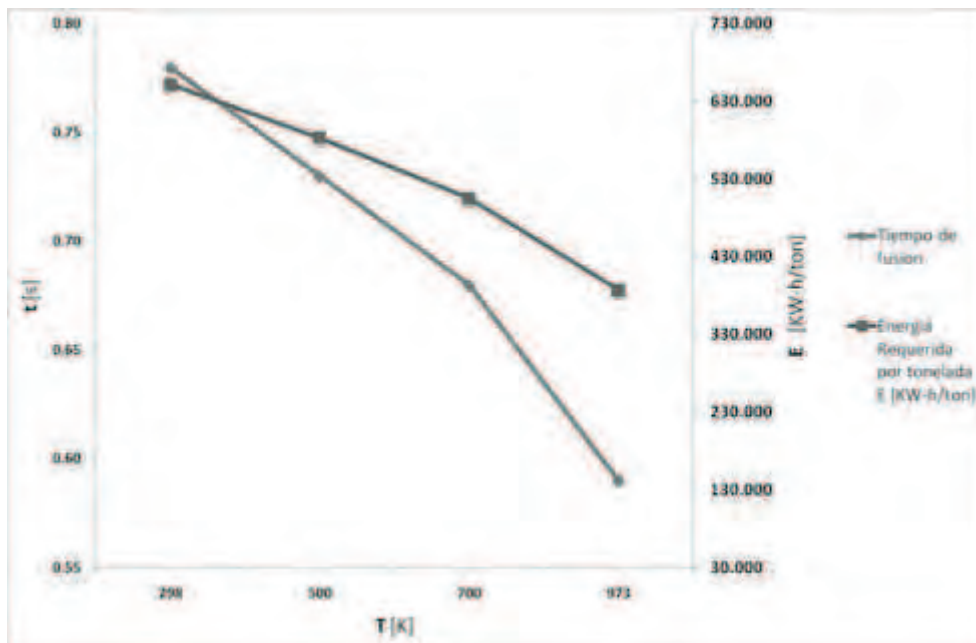


Figura 3.16 Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de la temperatura inicial.

La influencia de la temperatura inicial del pellet en la cinética de fusión de pellets y sobre el consumo de energía se puede dilucidar al analizar las Figuras 3.15 y 3.16, donde se presentan los tiempos de fusión de un solo pellet y los consumos de energía en función de la temperatura inicial del pellet para hornos AC y DC respectivamente.

Para llevar a cabo la fusión, la partícula necesita ser calentada para contar con la energía necesaria para la transformación (sólido-líquido); es en este caso, donde el pellet cuenta con un precalentamiento por lo que el calor requerido para fundir será mucho menor.

Si se desea disminuir el costo energético, es ineludible precalentar las partículas, aunque este paso previo, no modifique de manera considerable la cinética de fusión si es muy importante en el consumo de energía. Este parámetro (temperatura inicial del pellet), es imprescindible en el gasto energético por tonelada de hierro fundido.

Para el valor óptimo de operación, conviene recordar y realizar un enfoque hacia la existencia de procesos previos que permitan el precalentamiento de los pellets, por lo que el empleo de pellets provenientes directamente de los reactores de reducción directa es la mejor opción. Esto implicaría un replanteo de los tiempos de operación de los hornos de arco eléctrico y los reactores RD, ya que el segundo puede sobrepasar en producción de pellets de DRI a la capacidad de fusión de los HAE. Por esta razón, la propuesta de operación es el empleo de 973K como temperatura inicial del pellet, con el consecuente ahorro de energía.

3.1.5 Tipo de convección.

Dentro de la operación común del Horno de arco eléctrico, se presentan diferentes técnicas de agitación, así como la nula existencia de esta. Por lo que en esta sección se presentan los dos tipos de convección, así como los factores que pueden afectar en este proceso de aceración.

3.1.5.1 Convección Natural

La convección natural, existe por la presencia de corrientes convectivas dentro del fluido ocasionado por diferencia de densidades que se producen por gradientes térmicos, de composición o inclusive de tensión superficial (efecto Marangoni), aunque se cree los primeros son los responsables de la agitación del baño. Dentro del HAE, existe la posibilidad de cargar material férrico al *hot heel* sin la presencia de algún tipo de agitación, solo aprovechando el alta temperatura del baño de acero.

Entonces, la convección natural se rige por la diferencia de temperaturas en el fluido, por lo que se utilizarán las mismas temperaturas empleadas en la simulación de temperatura de fluido. Los parámetros usados para correr las simulaciones se presentan en la Tabla 3.10. Para estos casos, no importa que sea un horno de arco eléctrico de corriente alterna o directa, ya que no se evaluará algún otro movimiento del fluido que no sea ocasionado por diferencia de densidades.

Temperatura del baño que afecta h [K]	Variable	Parámetros constantes
	1823	Temperatura inicial del pellet, 298K
	1873	Porosidad del pellet, 0.45
	1923	Radio inicial del pellet, 0.005m

Tabla 3.10 Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la convección natural.

Muchas plantas siderúrgicas llevan a cabo la fusión de pellets de DRI sin agitación de algún medio y enfocando todo el proceso a la energía contenida en el baño metálico caliente. Ya que recordemos la ecuación 2.14 contenida en el capítulo 2, donde la correlación empleada para determinar el coeficiente de transporte de calor es regido por el número de Grashoff (ec. 2.14B), el cual relaciona las fuerzas boyantes con la fuerza viscosa, las cuales encuentran razón en la temperatura del fluido, misma que toma participación en el balance macroscópico de energía (ec. 2.9). Los resultados para esta simulación, se presentan en la Tabla 3.11.

Convección Natural [K]	R_{max} [m]	Incremento[m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]
1823	0.0074	0.0024	60.00	725.754
1873	0.0063	0.0013	12.00	719.326
1923	0.0059	0.0009	6.80	714.656

Tabla 3.11 Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la convección natural.

Al observar la Tabla 3.10 y la Figura 3.17 que muestra la evolución del radio del pellet con el tiempo para distintos grados de convección natural, se ve que un baño sin agitación proveniente de la convección natural merma totalmente la rapidez del proceso, elevando seis veces el tiempo de fusión comparado con el empleado en la temperatura estándar de operación. Además, el tamaño de la coraza formada con pobre convección (convección natural) duplica al radio inicial de la partícula.

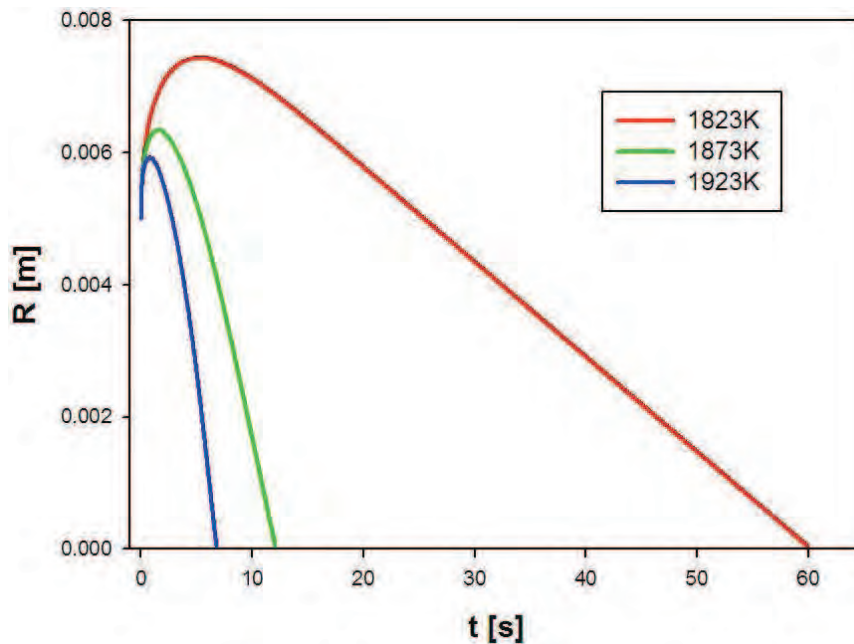


Figura 3.17 Efecto de la convección natural en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.

Esto se debe a la escasa diferencia de densidades entre el líquido localizado cerca de la partícula y la densidad encontrada en el seno del fluido para baños fríos. Este fenómeno disminuye considerablemente el movimiento del baño y consecuentemente decrece el valor del coeficiente de transporte de calor por convección. Al contar con un coeficiente de transporte de calor convectivo menor, la entrada de calor disminuye y la coraza de acero solidificado crece.

La temperatura del fluido junto con el coeficiente de transporte de energía, participan en el balance de energía que define el movimiento de intercara, por lo que una temperatura baja y un coeficiente de transporte de energía pequeño ayudan a la formación de una coraza de acero grande, la cual posteriormente tardará mucho en fundir.

Por otra parte, al observar la Figura 3.18, el gasto energético para la fusión de una tonelada de hierro esponja no cambia con el grado de convección natural, representando un ahorro diminuto de apenas 1.7% con alta convección natural que con pobre convección natural. Son los tiempos de fusión los que si cambian de manera significativa con el aumento en el grado de convección natural como ya se ha explicado previamente.

La convección natural no es adecuada para llevar a cabo la fusión de pellets de DRI por lo que el horno debe operar con algunas formas de convección forzada.

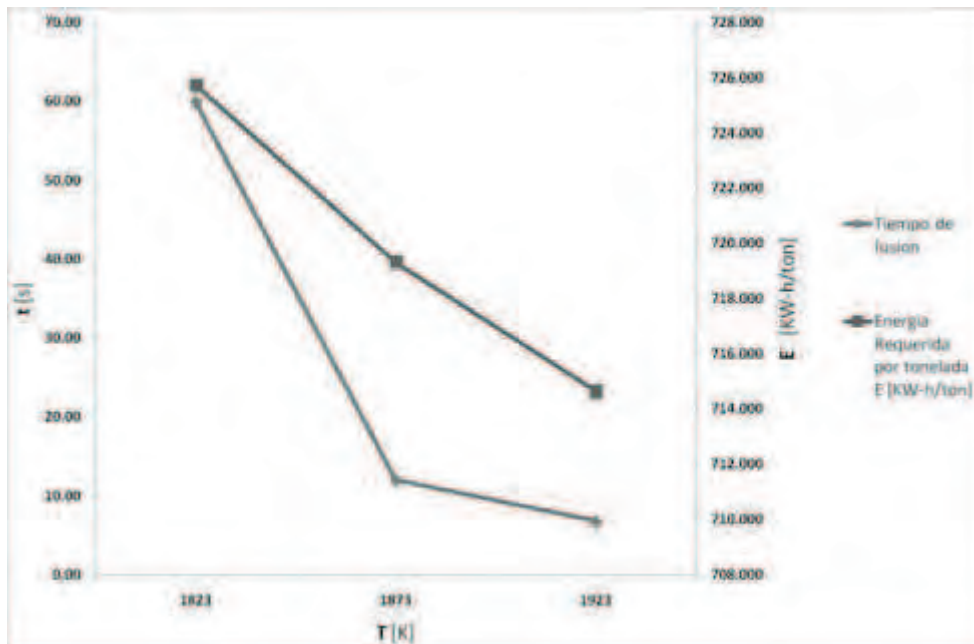


Figura 3.18 Tiempo de fusión de un solo pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de la convección natural.

3.1.5.2 Convección Forzada

La fusión de pellets de DRI dentro del HAE, puede involucrar diferentes medios de agitación, los cuales promuevan la rapidez del proceso, aunque esto podría ocasionar un costo mayor, por lo que a continuación se presentan tres condiciones comúnmente empleadas en la industria siderúrgica, estas tres técnicas se encuentran reportadas por M. A. Ramírez [23].

La técnica más comúnmente empleada en la fusión de pellets de DRI, es la inyección de oxígeno a velocidades supersónicas con el empleo de una lanza junto con finos de carbono; esta perturbación del líquido, provoca una velocidad en el seno del fluido de 4.27 m/s. Además, al reaccionar el carbono disuelto en el baño con el oxígeno se presenta la evolución del CO, ocasionando velocidades máximas en el líquido de 1.53 m/s. mientras que en la última forma de promover agitación es por medio del burbujeo de argón por el fondo del reactor, produciendo velocidades de 0.35 m/s.

En sistemas DC la agitación electromagnética también contribuye a promover convección forzada en el líquido, aunque este efecto no se estudia en este trabajo por lo que los resultados que siguen solo aplican para hornos AC.

El coeficiente de transporte de energía juega un papel sumamente importante, ya que este dictará la cantidad de calor que entra al sistema y promueve la fusión del material.

Al observar la ecuación 2.15 del capítulo 2, aparece el número de Reynolds, el cual participa de manera directa para el cálculo de este coeficiente, donde al contar con una velocidad de fluido elevada, esta participará con la estimación de un coeficiente de transporte de calor grande y por lo consiguiente una entrada de calor considerable al sistema. Los datos usados para realizar estas simulaciones se presentan en la Tabla 3.12.

Velocidad de cada tipo de convección forzada [m/s]	Variable	Parámetros constantes
	Inyección de Aire (4.27 m/s)	Temperatura inicial del pellet, 298K
	Evolución de CO (1.52 m/s)	Temperatura del fluido, 1873K
	Burbujeo inferior (0.35 m/s)	Radio del pellet, 0.005m
		Porosidad del pellet, 0.45

Tabla 3.12 Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la convección forzada.

El incluir a la convección forzada dentro de este proceso de aceración, tiene como objetivo disminuir el tiempo de operación e incrementar la producción, manteniendo un gasto energético bajo, por lo que los resultados obtenidos por la aproximación numérica del problema en cuestión, se presentan en la Tabla 3.13.

Convección Forzada	R_{max} [m]	Incremento [m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]
Inyección de aire	0.00504	0.00004	0.56	626.795
Evolución de CO	0.00525	0.00025	1.70	662.866
Burbujeo inferior	0.00512	0.00012	0.92	690.560

Tabla 3.13 Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la convección forzada.

La existencia de medios de agitación, promueve el incremento de la velocidad de fusión de los pellets de DRI.

Una velocidad elevada dentro del fluido, ocasionará el incremento del coeficiente de transporte de calor por convección, el cual determina el flujo de calor desde el baño hacia

el pellet y que obviamente rige la cinética de fusión del pellet, aunque no necesariamente la eficiencia energética ni la productividad como se aprecia de la Tabla 3.13.

La inyección de oxígeno con finos de carbono es sin duda es la mejor forma para incrementar la cinética de fusión, ya que la coraza solidificada es mínima comparada con las otras dos formas de agitación. Además, la coraza se funde más rápido con la inyección de oxígeno. Este comportamiento es evidente al observar la Figura 3.19 que presenta la evolución del pellet con el tiempo bajo los distintos esquemas de convección forzada por separado.

La agitación por inyección de oxígeno, sobresale contra las otras dos formas de agitación en cuanto a la cinética de fusión y al gasto energético, lo que indica que es una excelente fuente de agitación si se busca incrementar de una manera bastante considerable la cinética de fusión y un ahorro en el consumo de energía como lo muestra la Figura 3.20, la cual presenta el tiempo de fusión de un solo pellet y el consumo de energía por tonelada de DRI como función de las distintas formas de agitación por convección forzada.

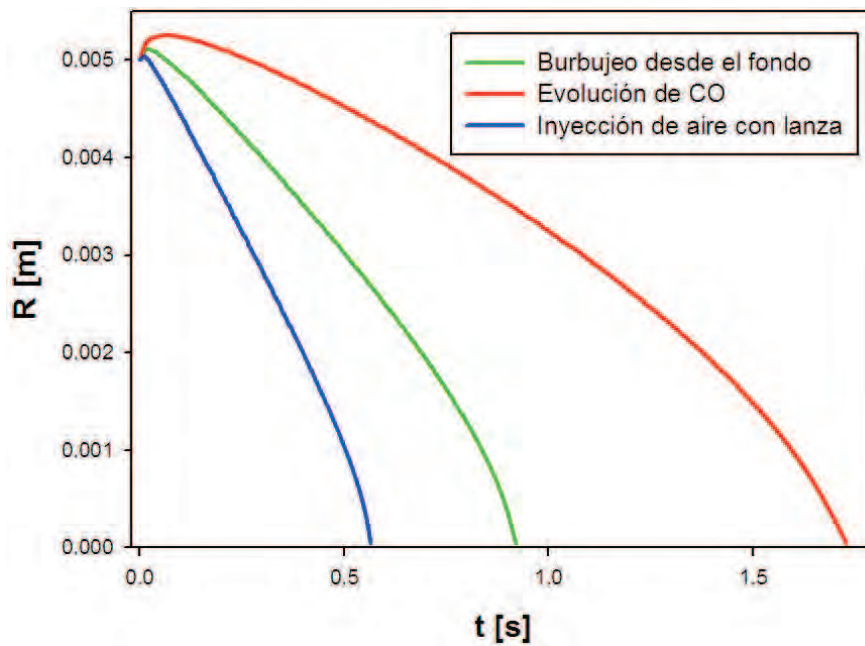


Figura 3.19 Efecto de diferentes formas de convección forzada en la cinética de fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.

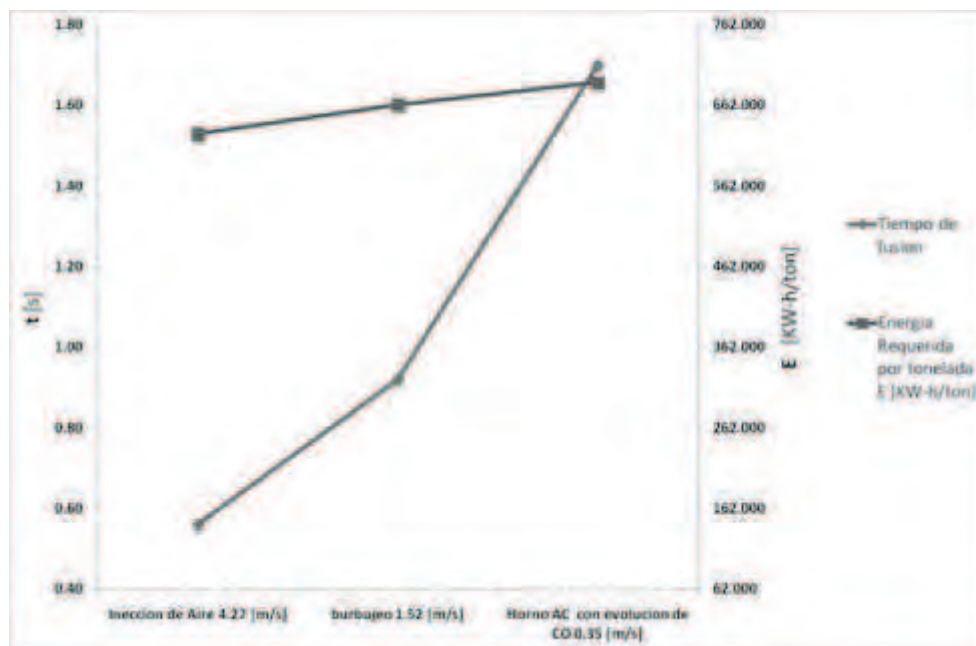


Figura 3.20 Tiempo de fusión de un solo pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de diferentes formas separadas de convección forzada.

CAPÍTULO CUATRO

CONCLUSIONES Y CONDICIONES ÓPTIMAS

¡Todo lo que comiences, de una o de otra manera conclúyelo!

4.1 Conclusiones.

La base mas solida para poder establecer alguna conclusión se encuentra en el análisis de resultados, escrito en el capitulo anterior. A continuación, fundándose en el análisis anterior, se presentan las conclusiones inmediatas e indirectas.

- El modelo matemático realizado para defender esta tesis representa lo sucedido en la fusión real de pellets de DRI en baños de acero.
- La optimización del proceso con los resultados de las diferentes simulaciones es totalmente posible, así como el análisis de todas las variables que influyen en la fusión.
- El tamaño inicial de la partícula juega un papel importante, ya que en tamaños pequeños el tiempo de fusión será menor, pero el gasto energético será más grande que para pellets de mayor tamaño.
- En el HAE-AC, el gasto energético en diferentes tamaños de partícula difiere tan solo en escasos 20KW-h/ton, mientras que en el HAE-DC el intervalo es de casi 70 KW-h/ton; esto indica que para el horno de corriente alterna el tamaño inicial solo afectara en el tiempo de fusión, mientras que en el HAE-DC será necesario considerar como el tamaño inicial afectara en la cinética y el consumo energético.
- La mejor condición de tamaño inicial de pellets en HAE-AC es el uso de partículas pequeñas, mientras que para el DC, lo mejor es que se añadan partículas grandes.
- La porosidad afecta directamente a la cinética de fusión, mermando la conductividad térmica y la densidad del material.

- La fusión de una partícula de DRI es más rápida en el HAE-DC, pero costosa energéticamente para porosidades elevadas.
- El intervalo de energía gastada para la fusión de una tonelada de pellets de DRI bajo influencia de la porosidad en un HAE-DC (200KW-h/ton) es cuatro veces más grande que el presentado para el horno de corriente alterna (50KW-h/ton).
- En el horno de corriente alterna, la porosidad es una variable que solo afectará en el tiempo de fusión, pero tendrá una participación pequeña en el consumo energético. Mientras que en el horno DC, el efecto de esta variable perturbará solo al consumo energético, ya que el tiempo existente entre un material sólido y uno poroso, son considerablemente pequeños (0.45s-1s).
- La temperatura del fluido permitirá que exista un mayor intercambio de calor entre el medio convectivo y la superficie del sólido. En ambos hornos, no es buena idea manejar un overheat, ya que esto incrementa el tiempo de fusión de gran forma. Mientras que en el caso del superheat, el tiempo gastado entre la temperatura estándar y este incremento es casi el mismo.
- La influencia de la temperatura de fluido en el consumo energético golpea directamente al horno DC, presentado un intervalo de poco más de 100 KW-h/ton. Lo cual representa una variación importante con respecto al HAE-AC. Por lo que lo mejor para el horno DC es manejar un superheat y en el HAE-AC, basta con operarlo a la temperatura estándar.
- La temperatura inicial del pellet, dicta la cantidad de energía consumida por tonelada, siendo de poco interés para la cinética de fusión, ya que la variación de tiempo de fusión es mínima en ambos arreglos eléctricos de hornos de arco.
- La energía que consume una tonelada de pellet depende directamente de la cantidad de precalentamiento que se halla sometido la partícula.

- En el HAE-AC la energía consumida por tonelada presenta una gran variación de casi 300KW-h, lo cual es aproximadamente la mitad del máximo consumo (696.903KW-h/ton). Lo cual indica que la mejor condición en dicho horno es el uso de carga de DRI proveniente de procesos de reducción directa. El HAE-DC, muestra un comportamiento similar.
- La convección natural es una condición que debe descartarse de este proceso, ya que si no existe un control adecuado de la temperatura de fluido, el tiempo de proceso puede elevarse hasta en diez veces.
- El tiempo que consume la convección natural en Overheat, es sumamente elevado en comparativa de los valores estándar y de Superheat.
- La energía consumida en la fusión por tonelada de pellets bajo influencia de la convección natural es bastante elevada con respecto de las demás variables, además de presentar mínimas variaciones en cada una de las simulaciones. Por lo que se demuestra que esta variable no es conveniente para este proceso.
- La convección forzada en hornos de arco eléctrica corriente alterna, presentan comportamientos diferentes en cada caso dependiendo directamente de la cantidad de agitación de cada técnica de perturbación del fluido.
- El proceso de agitación que presenta menor tiempo de fusión y un menor consumo energético es la inyección de aire. Mientras que la Evolución de CO presenta la cinética más lenta, pero no el consumo energético más elevado.
- El burbujeo inferior, presenta el consumo energético más elevado de los tres procesos estudiados para la convección forzada.

4.2 Condiciones óptimas.

La simulación matemática de este proceso, arroja diferentes datos sobresalientes que permitirán al autor de este trabajo proponer las mejores condiciones de operación para este proceso. Siendo estas las siguientes:

Variable	HAE-AC	HAE-DC
Radio Inicial del pellet	0.002m	0.015m
Porosidad	0.45	0
Temperatura de Fluido	1873K	1923K
Temperatura inicial del Pellet	973K	973K
Técnica de agitación.	Inyección de aire	

Tabla 4.1 Mejores condiciones para la fusión de pellets de DRI en baños de acero.

Los resultados para las dos diferentes simulaciones, se presentan a continuación.

HAE	R_{max} [m]	Incremento [m]	t_{fus} [s]	E [KW-h/ton]
AC	0.00207	0.00007	0.15	426.36
DC	0.015	0	0.95	409.52

Tabla 4.2 Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI bajo las mejores condiciones de proceso.

Los resultados obtenidos tienen una gran validez, ya que la severa agitación del baño metálico efectuado en el HAE-DC disminuye considerablemente el tiempo de fusión, mientras que las demás variables proporcionan un ahorro considerable de energía, tal es el caso de la temperatura inicial del pellet, la temperatura del fluido y la porosidad.

Para el caso del HAE-AC la mayoría de condiciones buscan reducir el tiempo de fusión y el costo energético, ya que la combinación de las variables presentadas en la tabla 4.1 atacan estas dos partes del proceso.

Al observar esta última conclusión, la principal aportación de este trabajo es la generación de datos numéricos que representan la realidad en la fusión de pellets de DRI en baños de acero, aclarando que debe considerarse las limitaciones y alcances del modelo matemático, además de generar una excelente herramienta que permita estimar cinéticas sin realizar experimentos a nivel industrial. Por otra parte se generaron las mejores condiciones a partir de la variación de todos los elementos participantes de este moderno proceso.

*Piensa bien antes de actuar,
no en el acto, si no en las consecuencias.*

A.1. Referencias.

- [1] O.Ehrich, Y-K Chuang and K. Schwedrtfeger. ***The melting of metal spheres involving the initially frozen shells with different material properties.*** Heat and Mass Transfer (1976). Vol. 21, No. 3. Pp. 341-349

- [2] B. Zhou, Y. Yang y M. A. Renter. ***Modelling of melting behavior of aluminum metal in molten salt and metal bath.*** TMS (The Minerals, Metals & Materials Society).

- [3] S. Taniguchi, M. Ohmi and S. Ishiura. ***A Hot Model Study on the Effect of Gas Injection upon the Melting Rate of Solid Sphere in a Liquid Bath.*** Transactions ISIJ (1983) Vol. 23

- [4] L. Zhang. ***Modelling on melting of sponge iron particles in iron-bath.*** Steel research 67 (1996). No. 11. Pp (466-474)

- [5] R.I.L. Guthrie and L. Gourtsoyannis. ***Melting rate of furnace or ladle additions in steelmaking.*** Canadian Metallurgical Quarterly. Vol. 10 No. 1 pp 37-46

- [6] Q. Jiao and N.J. Themelis. ***Mathematical modeling of heat transfer during the melting of solid particles in a liquid slag or metal bath.*** Canadian Metallurgical Quarterly. Vol. 32, No. 1. Pp 75-83

- [7] Geiger G.H. & Poirier D.R. ***Transport phenomena in materials processing.*** TMS. Pennsylvania EUA. 1994

- [8] Chapra S. ***Numerical Methods for Engineers.*** Fourth Edition. McGraw-Hill. Boston USA 2003.

- [9] EPRI. ***Understanding electric arc furnace operations for steel production***. Center for metals production. CMP TECHCOMMENTARY. Vol 3, No. 2.
- [10] H.Pfeifer and M. Kirschen. ***Thermodynamic analysis of EAF energy efficiency and comparison with a statistical model of electric energy demand***. Institute of Industrial Furnaces and Heat Engineering in Metallurgy, RWTH Aachen, Germany.
- [11] Los materiales.
<http://www.monografias.com/trabajos30/materiales/materiales.shtml>
Visitada el 14 de Febrero de 2010.
- [12] Refinación y desgasificación del acero.
<http://www.infoacero.cl/acero/hornos.htm>
Visitada el 14 de Febrero de 2010.
- [13] Perfil de la industria siderúrgica en México. CANACERO Mayo 2009.
<http://www.canacero.org.mx/>
Visitada el 11 de marzo de 2010.
- [14] A. Fortini. ***Prediction of thermal conductivity and electrical resistivity of porous metallic materials***. Pergamon Press, Journal of heat mass transfer. 1973.
- [15] EPRI. ***Direct Current Electric Arc Furnaces***. Center for metals production. CMP TECHCOMMENTARY.
- [16] Midrex® Process.
<http://www.kobelco.co.jp/p108/dri/e/dri04.htm>.
Visitada el 18 de marzo de 2010.
- [17] HYL III and SL/RN – The two widely accepted direct reduction (DR) process of iron making.
<http://viewforyou.blogspot.com/2009/10/hyl-iii-and-slrn-two-widely-accepted.html>
Visitada el 18 de Marzo de 2010.

- [18] La producción del acero.
(http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/080/htm/sec_7.htm)
Visitada el 18 de Marzo de 2010.
- [19] Electric Arc Furnace.
http://www.substech.com/dokuwiki/doku.php?id=electric_arc_furnaceef
Visitada el 18 de Marzo de 2010.
- [20] O. Ehrich, Yun Ken Chuang and Klaus Schwerdtfeger.
The melting of sponge iron in their own melt. Max-Planck institute.
Report No. 302 of the committee of Fundamental Metallurgical Research
of Verein Deutscher Eisenhüttenleute.
1979.
- [21] J. O'Malley. ***The heating of metallic DRI particles in steelmaking slags.*** Thesis, Doctorate in Philosophy at the Massachusetts Institute of Technology.
September 1983.
- [22] D. Parisi & M. A. Laborde. ***Modeling of current moving bed gas-solid reactor used in direct reduction of iron ore.*** Elsevier, Chemical Engineering Journal 104 (2004) 35-34.
- [23] M.A. Ramirez, O. J. P. Gonzales & A. N. Conejo. Effect of Arc Length on Fluid Flow and Mixing Phenomena in AC Electric Arc Furnaces. ISIJ International Vol. 50 (2010). No 1 pp 1-8.

A.2. Listado de variables.

γ = Partícula	α_A = Coeficiente de difusividad térmica de pellet de DRI
β = Material solidificado	α_B = Coeficiente de difusividad térmica de coraza de acero
R_0 = Radio inicial	k_A = Conductividad térmica de pellet de DRI
R = Superficie de avance	k_B = Conductividad térmica de coraza de acero
R_{Max} = Radio Máximo	ρ_B = Densidad de Coraza de acero
α_γ = coeficiente de difusividad termica de particula γ	ΔH_B = Entalpía de fusion de coraza de acero
α_β = coeficiente de difusividad termica de capa β	ρ_A = Densidad de Pellet de DRI
t = tiempo	ΔH_A = Entalpía de fusion de Pellet de DRI
T_0 = Temperatura inicial	T_{i+1}^t = Temperatura actual nodo posterior
$T_{s,\gamma}$ = Temperatura superficial γ/β	T_i^t = Temperatura actual nodo i
$T_{s,\beta}$ = Temperatura superficial β /Fluido	T_{i-1}^t = Temperatura actual nodo Anterior
T^∞ = Temperatura de fluido	C2 y C3 = Constantes en ec discretizada
$T_{Fus,\gamma}$ = Temperatura de fusión particula γ	$T_i^{t+\Delta t}$ = Temperatura futura nodo i
$T_{s,\beta}$ = Temperatura de fusión capa β	$T_{i+1}^{t+\Delta t}$ = Temperatura futura nodo posterior
h = coeficiente de transferencia de calor convectivo	$T_{i-1}^{t+\Delta t}$ = Temperatura futura nodo anterior
k_γ = Conductividad térmica de particula γ	$T_1^{t+\Delta t}$ = Temperatura futura nodo 1
k_β = Conductividad térmica de capa β	T_2^t = Temperatura actual nodo 2
ρ_β = Densidad de capa β	$T_n^{t+\Delta t}$ = Temperatura futura nodo n
ΔH_β = Entalpía de fusion de capa β	T_n^t = Temperatura actual nodo n
Nu = Número de Nusselt	T_{n-1}^t = Temperatura actual nodo anterior a nodo n
Pr = Número de Prandtl	Δr = Cambio de radio
Re = Número de Reynolds	$r_{i-1,i}$ = Radio anterior a nodo i
Gr = Numero de Grashof	$r_{i+1,i}$ = Radio posterior a nodo i
θ = Temperatura adimensional	$r_{n-1,n}$ = Radio anterior a nodo n
Fo = Número de Fourier	$r_{\infty,n}$ = Radio anterior a frontera
S = radio adimensional	$A_{i-1,i}$ = Área anterior a nodo i
Bi = Número de Biot	$A_{i+1,i}$ = Área posterior a nodo i
A = Partícula inicial (DRI)	$A_{n-1,n}$ = Área anterior a nodo n
B = Material solidificado (Acero)	$A_{\infty,n}$ = Área posterior a nodo n
r_i = Radio inicial	V_i = Volumen de nodo i
r_s = Superficie de avance	$R^{t+\Delta t}$ = Radio total futuro
t_C = Tiempo de solidificación de coraza	R^t = Radio total Actual
t_{fus} = Tiempo de fusión de coraza	Q_{total} = Calor total de entrada
T_s = Temperatura superficial	$A_{r(R^{t+\Delta t})}$ = Área como función del radio futuro
T_i = Temperatura inicial	E_{total}^{HAE} = Gasto energético total
T^∞ = Temperatura de fluido	V_{DRI} = Volumen de pellet
T_C = Temperatura de coraza	R_{max} = Radio máximo
Q = Calor de entrada	e = Porosidad

A.3. Deducción de ecuaciones.

Ecuación 2.34

$$E + \mathcal{G} = S + Ac$$

$$E - S = Ac$$

$$E_{\text{neta}} = Ac$$

$$Q_{2 \rightarrow 1}^K = Ac$$

$$-\alpha A_{2,11} \frac{dT}{dr} = V_1 \frac{dT}{dt}$$

$$-\alpha A_{2,11} \frac{(T_1^t - T_2^t)}{\Delta r} = V_1 \frac{(T_1^{t+1} - T_1^t)}{\Delta t}$$

$$A_{2,11} = \frac{\pi \Delta r^2}{2}$$

$$V_1 = \frac{\pi \Delta r^3}{12}$$

$$\Delta Fo = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2}$$

$$-6 \Delta Fo (T_1^t - T_2^t) = (T_1^{t+1} - T_1^t)$$

$$\boxed{T_1^{t+1} = (1 - 6 \Delta Fo) T_1^t + 6 \Delta Fo T_2^t}$$

Ecuación 2.35

$$E + \mathcal{G} = S + Ac$$

$$E - S = Ac$$

$$E_{\text{neta}} = Ac$$

$$Q_{i-1 \rightarrow i}^K + Q_{i+1 \rightarrow i}^K = Ac$$

$$\left[-\alpha A_{i-1,i} \frac{dT}{dr} \right] + \left[-\alpha A_{i+1,i} \frac{dT}{dr} \right] = V_i \frac{dT}{dt}$$

$$\left[-\alpha A_{i-1,i} \frac{(T_i^t - T_{i-1}^t)}{\Delta r} \right] + \left[-\alpha A_{i+1,i} \frac{(T_i^t - T_{i+1}^t)}{\Delta r} \right] = V_i \frac{(T_i^{t+1} - T_i^t)}{\Delta t}$$

$$A_{i-1,i} = 2\pi \Delta r^2 \left(i - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$A_{i+1,i} = 2\pi \Delta r^2 \left(i - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$V_i = \frac{2}{3} \pi \Delta r^3 \left[\left(i - \frac{1}{2}\right)^3 - \left(i - \frac{3}{2}\right)^3 \right]$$

$$\Delta Fo = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2}$$

$$\left[-3 \Delta Fo \left(\frac{\left(i - \frac{1}{2}\right)^2}{\left(i - \frac{1}{2}\right)^3 - \left(i - \frac{3}{2}\right)^3} \right) (T_i^t - T_{i+1}^t) \right] + \left[-3 \Delta Fo \left(\frac{\left(i - \frac{3}{2}\right)^2}{\left(i - \frac{1}{2}\right)^3 - \left(i - \frac{3}{2}\right)^3} \right) (T_i^t - T_{i-1}^t) \right] = (T_i^{t+1} - T_i^t)$$

$$T_i^{t+1} = \left[1 - 3\Delta Fo \left(\frac{(i - \frac{1}{2})^2 + (i - \frac{3}{2})^2}{(i - \frac{1}{2})^3 - (i - \frac{3}{2})^3} \right) \right] T_i^t + \left[3\Delta Fo \frac{(i - \frac{1}{2})^2}{(i - \frac{1}{2})^3 - (i - \frac{3}{2})^3} \right] T_{i+1}^t + \left[3\Delta Fo \frac{(i - \frac{3}{2})^2}{(i - \frac{1}{2})^3 - (i - \frac{3}{2})^3} \right] T_{i-1}^t$$

Ecuación 2.36

$$E + \cancel{Q} = S + Ac$$

$$E - S = Ac$$

$$E_{\text{neta}} = Ac$$

$$Q_{n-1 \rightarrow n}^K + Q_{\infty \rightarrow n}^c = Ac$$

$$\left[-\alpha A_{n-1,n} \frac{dT}{dr} \right] + \left[-\frac{h^\infty A_{\infty,n}}{\rho C_p} (T_n^t - T^\infty) \right] = V_n \frac{dT}{dt}$$

$$\left[-\alpha A_{n-1,n} \frac{(T_n^t - T_{n-1}^t)}{\Delta r} \right] + \left[-\frac{h^\infty A_{\infty,n}}{\rho C_p} (T_n^t - T^\infty) \right] = V_n \frac{(T_n^{t+1} - T_n^t)}{\Delta t}$$

$$A_{n-1,n} = 2\pi(R - 0.5\Delta r)^2$$

$$A_{\infty,n} = 2\pi R^2$$

$$V_n = \frac{2}{3}\pi [R^3 - (R - 0.5\Delta r)^3]$$

$$T_n^{t+1} = \left[1 - \left(\frac{3h^\infty R^2 \Delta t}{\rho C_p [R^3 - (R - 0.5\Delta r)^3]} \right) - \left(\frac{3\alpha \Delta t (R - 0.5\Delta r)^2}{\Delta r [R^3 - (R - 0.5\Delta r)^3]} \right) \right] T_n^t + \left[\frac{3h^\infty R^2 \Delta t}{\rho C_p [R^3 - (R - 0.5\Delta r)^3]} \right] T^\infty + \left[\frac{3\alpha \Delta t (R - 0.5\Delta r)^2}{\Delta r [R^3 - (R - 0.5\Delta r)^3]} \right] T_{n-1}^t$$

Ecuación 2.37

$$E + \cancel{Q} = S + \cancel{Ac}$$

$$E = S$$

$$Q_{n-1 \rightarrow n}^K = Q_{\infty \rightarrow n}^c + Q_{\text{fus ó Solidif}}$$

$$-k \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R} = -h(T_{\text{Fus}} - T^\infty) + \rho \Delta H \frac{dR}{dt}$$

$$-k \frac{(T_n^t - T_{n-1}^t)}{\Delta r} \Big|_{r=R} = -h(T_{\text{Fus}} - T^\infty) + \rho \Delta H \frac{(R^{t+1} - R^t)}{\Delta t}$$

$$R^{t+1} = \left\langle \frac{\Delta t}{\Delta H \rho} \left\{ \left[-k \frac{(T_n^t - T_{n-1}^t)}{\Delta r} \right] + \left[-h(T_{\text{Fus}} - T^\infty) \right] \right\} \right\rangle + R^t$$

A.4 Códigos computacionales para la simulación matemática.

A.4.1 Modelo Básico: Enfriamiento de una esfera sólida por convección.

```

Program Basal_calentamiento;
uses
  SysUtils, crt;

var
  ArchivoTexto: text;
  i, f, n: longint;
  CE: array [1..100] of real;
  TV: array [1..100] of real;
  TN: Array [1..100] of real;

  den, k, cp, r, h, Tfl, T0, dr, alfa, Dbi,
  aux, dt, Dfo, te, t, CNE1, CNE2, CM1,
  CM2, CM3, CM4, CI, CN1, CN2: real;

begin
  Assign(ArchivoTexto, 'Resultados3
.txt');
  Rewrite(ArchivoTexto);
  Writeln(ArchivoTexto, '');
  Writeln(ArchivoTexto, 'Resultados
');
  Writeln(ArchivoTexto, '');
  Writeln(ArchivoTexto, '::::::::::
::::::::::
::::::::::');
  Writeln(ArchivoTexto, '');
  Writeln(ArchivoTexto, '');

  Writeln('');
  Writeln('');
  Writeln('Universidad Nacional
Autonoma de Mexico ');
  Writeln(' ');
  Writeln('
Modelo Base!!!!
');
  Writeln(' ');
  Writeln(' ');

  Writeln('Hiram Flores Ruiz ');
  Writeln('');
  Writeln('');
  Writeln('');

  den:=7832;
  k:=30;
  cp:=454;
  n:=100;
  r:= 0.05;
  h:=1462;

  Tfl:=298;
  T0:=1186;

  // calculo de DR
  dr:=r/(n-1);
  alfa:=K/(den*cp);
  Dbi:=(h*dr)/k;

  //====Calculo de criterio de
  estabilidad====

  //;;;;;NODO Central;;;;;
  CE[1]:=(dr*dr)/(6*alfa);

  //;;;;;NODO CONVECTIVO;;;;;
  CNE1:=(12*n*n)-(30*n)+19;
  CNE2:=(4*n*n)-
  (12*n)+9+(4*Dbi*((n*n)-
  (2*n)+1));
  CE[n]:=
  ((dr*dr)*CNE1)/(6*alfa*CNE2);

  //;;;;;NODOS MEDIOS;;;;;
  for i:=2 to n-1 do
  begin
    CM1:=(i-(3/2))*(i-(3/2));
    CM2:=(i-(1/2))*(i-(1/2));
    CM3:=(i-(1/2))*(i-(1/2))*(i-
    (1/2));
    CM4:=(i-(3/2))*(i-(3/2))*(i-
    (3/2));

    CE[i]:= (dr*dr*(CM1-
    CM2))/(3*alfa*(CM1-CM2));
    end;

  For f:=1 to n Do
  Begin
    If (CE[f]>CE[f+1]) Then
    Begin
      aux:=CE[f];
      CE[f]:=CE[f+1];
      CE[f+1]:=aux;
    end;
  end;

  write (archivotexto, '');
  write (archivotexto, '');

  write (archivotexto, 'Dt
apropiado', CE[1]:3:3);
  write (archivotexto, '');
  write (archivotexto, '');

```

```

//:~::~:designacion de Dt y
tiempos de impresion

Writeln('');
Writeln('');
Writeln('Usted necesita un dt
igual o menor a este
==>',CE[1]:3);
Writeln('');

repeat
Write('escriba el dt a utilizar
==== ');
read(dt);
until (dt<=CE[1]);

Writeln('');
Writeln('');
writeln('ok, ha escrito un dt
adecuado!!!!');
Writeln('');
Writeln('');

//Calculo de DFo
DFo:=(alfa*dt)/(Dr*Dr);

// secuencia de designacion de
tiempos!!!!

writeln('');
writeln('');
write('introduzca el tiempo que
desea conocer la historia
termica ');
read (te);
writeln('');
writeln('');

for i:=1 to n do
begin
TV[i]:=T0;
t:=0;
end;

writeln(archivotexto,'');
writeln(archivotexto,'');
writeln(archivotexto,'=====
==TEMPERATURAS=====');
writeln(archivotexto,'');
writeln(archivotexto,'');

writeln (archivotexto,'t','Nodo
1','Nodo 50','Nodo ');

repeat

writeln (archivotexto, t:3:3,'
',TV[1]:3:3,' ',TV[50]:3:3,' ',TV[
100]:3:3);

//nodo 1
CI:=(6*DFo);
TN[1]:=((1-
CI)*TV[1])+(CI*TV[2]);

//Nodos internos
for i:=2 to n-1 do
begin
CM1:=(i-(3/2))*(i-(3/2));
CM2:=(i-(1/2))*(i-(1/2));
CM3:=(i-(1/2))*(i-(1/2))*(i-
(1/2));
CM4:=(i-(3/2))*(i-(3/2))*(i-
(3/2));

TN[i]:=((1-
(3*DFo*( (CM1+CM2) / (CM3-
CM4) )))*TV[i])+((3*DFo*(CM1/(CM3
-CM4) ))*TV[i-
1])+((3*DFo*(CM2/(CM3-
CM4) ))*TV[i+1])
end;

//Nodo n
CN1:=(3*alfa*dt*(r-0.5*dr)*(r-
0.5*dr))/(dr*((r*r*r)-(r-
0.5*dr)*(r-0.5*dr)*(r-0.5*dr)
));
CN2:=(3*h*dt*r*r)/(den*cp*(
(r*r*r)-(r-0.5*dr)*(r-
0.5*dr)*(r-0.5*dr) ));

TN[n]:=((1-CN1-
CN2)*TV[n])+(CN1*TV[n-
1])+(CN2*Tf1);

t:=t+dt;
for i:=1 to n do
begin
TV[i]:=TN[i];
end;

until (t>te);

writeln('terminamos!!!!!!');

Readkey
end.

```

A.4.2 Modelo definitivo (solución a la frontera móvil). Fusión de Pellets de DRI en baños de acero.

```

program APM_DRI_Acero;
uses
  SysUtils, crt;

var
  ArchivoTexto, archivotexto2, archi
  votexto3: text;

  i, n, Por, th, j, jj: longint;

TV: array [1..100] of real;
//Vector de Temperatura vieja
TN: array [1..100] of real;
//Vector de Temperatura nueva
CE: array [1..100] of Real;
//Vector de criterio de
estabilidad

denF, //Densidad del hierro
[Kg/m3]
den, //Densidad a modificar por
porosidad [Kg/m3]
kf, //Conductividad del hierro
[W/Km]
K, //Conductividad a modificar
por porosidad [W/Km]
V, //Volumen del pellet
en funcion de su porosidad y
tiempo [m3]
A, //Area del Pellet en funcion
del tiempo [m2]
Wpellet, //Peso del pellet[Kg]
Efus, //Energia para fundir un
Pellet
Eton, //energia para fundir una
ton de pellet
qt, //Calor Total
r, //Radio del Pellet de hierro
h, //Coeficiente de transporte
de energia
Tfl, //Temperatura de fluido
Tfus, //Temperatura de fusion
T0, //Temperatura inicial
lambda, //Entalpia de fusion
[J/kg]
alfa, //Coeficiente de expansion
termica
DBi, //Delta Biot
dr, //Cambio de radio
aux, //Variable Auxiliar
t, //Tiempo
dena, //Densidad del Aire
e, //Porosidad
dfo, //Delta Fourier
cond, //Parte conductiva de
condicion de frontera en
movimiento de intercara

conv, //Parte convectiva de
condicion de frontera en
movimiento de intercara
Ri, //variacion Futuro
(creciente o decreciente)
Ra, //Radio anterior
CNE1, CNE2, CM1, CM2, CM3, CM4, CI,
//Variables para el calculo de
temperaturas
dt, //Variacion del tiempo
beta, //coeficiente de expansion
del acero
ViCin, //Viscosidad Dinamica
vel, //Velocidad del Fluido
Gr, //Numero de Grashoff
Pr, //Numero de Prandtl
Nu, //Numero de Nusselt
Re //Numero de Reynolds
:real;

//...Funcion de calculo de
potencias con cualquier
exponente...
function P(base, exponente: Real)
:Real; //Calculo
begin
P:= Exp(exponente * Ln(base))
end;

//...Funcion de calculo de
viscosidad del hierro en funcion
de la T...
function Vi (T:real):real;
begin
Vi:=- (0.00001*T)+0.0231;
end;

//...Funcion de calculo de
capacidad calorifica del hierro
en funcion de la T...
function Cp (T:real): real;
begin
Cp:=61.887*P(T,0.347);
end;

begin
Assign(ArchivoTexto, 'temperatura
s LOKAS!!!!.txt');
Rewrite(ArchivoTexto);
Assign(ArchivoTexto2, 'radios
LOKOS!!!!.txt');
Rewrite(ArchivoTexto2);
Assign(ArchivoTexto3, 'Resultados
de Q!!!!.txt');
Rewrite(ArchivoTexto3);

```

```

Writeln('');
Writeln('');
Writeln('
Universidad Nacional Autonoma de
Mexico ');
Writeln(' ');
Writeln(' ');
Writeln(' ');
Writeln(' ');
Writeln(' ');
Writeln('Este codigo es mi
tesis, el cual resolvera los
casos siguientes:');
Writeln(' Radios, Porsidad, Ti,
Tfl, h de conveccion ');
Writeln('');
Writeln('');
Writeln('Hiram Flores Ruiz');
Writeln('');
Writeln('');
Writeln('');

denF:=7650;
dena:=1.29;
kf:=31.4;
n:=100;
Tfus:=1809.15;
lambda:=277400;
beta:=0.0000122;
TV[n]:=Tfus;

//.....Solicitud de datos
para la simulacion de la
fusion.....

writeln('');
writeln('');
write('Introduzca el radio
inicial Ri [m] = ');
read(r);
V:=(2/3)*p(r,3)*3.14;
writeln('');
writeln('');
writeln(archivotexto3, 'radio
inicial Ri [m] = ',r:4:4 );

writeln('');
writeln('');
write('Introduzca la temperatura
Inicial Ti [K] = ');
read(T0);
writeln('');
writeln('');
writeln(archivotexto3,
'temperatura Inicial Ti [K] =
',T0:4:4 );

writeln('');
writeln('');

write('Introduzca la temperatura
del Fluido Tfl [K] = ');
read(Tfl);
writeln('');
writeln('');
writeln(archivotexto3,
'temperatura del Fluido Tfl [K]
= ',Tfl:4:4 );
writeln('');
writeln('');
write('Problema de Porosidad???
');
read(Por);
writeln('');
writeln('');

if (por=1) then
begin
writeln('');
writeln('');
write('dame la porosidad (0-
1)??? ');
read(e);
writeln('');

writeln(archivotexto3,
'Porosidad = ', e:3:3 );
den:=(e*dena)+((1-e)*denf);
writeln('');
writeln('');
writeln('La porosidad afecta tu
densidad = ', den:3:3,'
[Kg/m3]');

writeln(archivotexto3, 'Densidad
= ', den:3:3 );
k:=kf*((1-e)/(1+(11*e*e)));
//paper de Fortini!!!!
writeln('');
writeln('La porosidad afecta tu
Conductividad = ', k:3:3,'
[W/mK]');

writeln(archivotexto3,
'Conductividad = ', k:3:3);
end
else
begin
writeln('');
writeln('');
write('Se ocuparan los datos
estandar de conductividad y
densidad');
writeln('');
writeln('den= ', denf:3:3,'
[Kg/m3]', ' ', 'K= ',kf:3:3,'
[W/mK] ');
K:=Kf;
den:=denf;
write('');

```



```

end;

writeln('');
writeln('');
writeln('Introduzca el tipo de
conveccion que desea modelar.
');
writeln('');
write('Conveccion Forzada???
');
read(th);
writeln('');

if (th=1) then
begin
writeln('');
writeln('');
writeln('Para la conveccion
forzada se ocupara la
relacion');
writeln('de S. Whitaker');

ViCin:=Vi(Tfl)/denf;
writeln('');

writeln('Viscosidad Cinematica
',ViCin:3);
writeln('');
write('Dame la velocidad [m/s]
');
read(vel);

alfa:=Kf/(denf*cp(Tfl));
writeln('');

Re:=(vel*(r*2))/ViCin;
//Calculo de Numero de Reynolds
writeln('El numero de Reynolds
es (Re) ',Re:3);
writeln('');

Pr:=ViCin/alfa;
writeln('El numero de Prandtl es
(Pr) ',Pr:3);
writeln('');
Nu:=2+( p(Re,0.5)+(0.06*
p(Re,0.667)))
*p(Pr,0.4)*p((Vi(Tfl)/Vi(Tfus)),
0.25);
writeln('El numero de Nusselt es
(Nu) ',Nu:3);
writeln('');

h:=(Nu*Kf)/(r*2);
writeln('El coeficiente de
Transporte de Energia es ',
h:3);
writeln('');

writeln(archivotexto3,

'====Conveccion
Forzada!!!!!!');
writeln(archivotexto3,
'Viscosidad Cinematica
',ViCin:3 );
writeln(archivotexto3,
'Velocidad ',vel:3 );
writeln(archivotexto3,'Reynolds
(Re) ',Re:3);
writeln(archivotexto3,'Prandtl
(Pr) ',Pr:3);
writeln(archivotexto3,'Nusselt
(Nu) ',Nu:3);
writeln(archivotexto3,'Coeficien
te de Transporte de Energia ',
h:3);

end
else
begin
writeln('');
writeln('');
writeln('Para la conveccion
Natural se ocupara la
relacion');
writeln('de Geiger & Pourier');
ViCin:=Vi(Tfl)/denf;
writeln('');
writeln('Viscosidad Cinematica
',ViCin:3);
writeln('');
Gr:=(denf*beta*(Tfl-
Tfus)*p((r*2),3))/p(ViCin,2);
writeln('El numero de Grashoff
es (Gr) ',Gr:3);
writeln('');
alfa:=Kf/(denf*cp(Tfl));
Pr:=ViCin/alfa;
writeln('El numero de Prandtl es
(Pr) ',Pr:3);
writeln('');

Nu:=2+(0.06*p(Gr,0.25)*p(Pr,0.33
));
writeln('El numero de Nusselt es
(Nu) ',Nu:3);
writeln('');
h:=(Nu*Kf)/(r*2);
writeln('El coeficiente de
Transporte de Energia es ',
h:3);
writeln('');
writeln(archivotexto3,
'====Conveccion
Natural!!!!!!');
writeln(archivotexto3,
'Viscosidad Cinematica
',ViCin:3 );
writeln(archivotexto3,'Grashoff
(Gr) ',Gr:3);

```

```

writeln(archivotexto3,'Prandtl
(Pr)',Pr:3);
writeln(archivotexto3,'Nusselt
(Nu)',Nu:3);
writeln(archivotexto3,'Coeficien
te de Transporte de Energia',
h:3);
end;

for i:=1 to n-1 do
begin
TV[i]:=T0;
end;
t:=0;
Ri:=0;
Qt:=0;
Efus:=0;
j:=1;
JJ:=100;

Writeln('');
Writeln('Inicia el calculo,
ESPERA!!!!!!!!');
      Writeln('');

      writeln(archivotexto,
t:4:5,'
',TV[1]:3:3,'
',TV[50]:3:3,'
',TV[100]:3:3);
      writeln(archivotexto2,
t:4:5,'
',r:4:5,'
',Ri:3,'
',efus:5);

repeat

//DR
      dr:=r/(n-1);
      DBi:=(h*dr)/k;

//.....Criter
ios de estabilidad

//;;;;;;;;;NODO Central;;;;;;;;;

alfa:=K/(den*cp(Tv[1]));
CE[1]:=(dr*dr)/(6*alfa);

//;;;;;;;;;NODO CONVECTIVO;;;;;;;;;

alfa:=K/(den*cp(Tv[n]));
CNE1:=(12*n*n)-(30*n)+19;
CNE2:=(4*n*n)-(12*n)+9+(4*DBi*
((n*n)-(2*n)+1));

CE[n]:=((dr*dr)*CNE1)/(6*alfa*CN
E2);

```

```

//;;;;;;;;;NODOS MEDIOS;;;;;;;;;
for i:=2 to n-1 do
begin
alfa:=K/(den*cp(Tv[i]));
CM1:=(i-(3/2))*(i-(3/2));
CM2:=(i-(1/2))*(i-(1/2));
CM3:=(i-(1/2))*(i-(1/2))*(i-
(1/2));
CM4:=(i-(3/2))*(i-(3/2))*(i-
(3/2));
CE[i]:=(dr*dr*(CM1-CM2))/
(3*alfa*(CM1-CM2));
end;

For i:=1 to n Do
Begin
If (CE[i]>CE[i+1]) Then
Begin
aux:=CE[i];
CE[i]:=CE[i+1];
CE[i+1]:=aux;
end;
end;
dt:=(CE[1]);

//^^^Calculo de Temperaturas.

//NODO 1!!!!!!
alfa:=K/(den*cp(Tv[1]));
DFo:=(alfa*dt)/(Dr*Dr);
CI:=(6*DFo);
TN[1]:=((1-
CI)*TV[1])+(CI*TV[2]);

//NODOS VARIABLES !!!!!!!
For i:=2 to n-1 do
Begin
alfa:=K/(den*cp(Tv[i]));
DFo:=(alfa*dt)/(Dr*Dr);
CM1:=(i-(3/2))*(i-(3/2));
CM2:=(i-(1/2))*(i-(1/2));
CM3:=(i-(1/2))*(i-(1/2))*(i-
(1/2));
CM4:=(i-(3/2))*(i-(3/2))*(i-
(3/2));

TN[i]:=((1-(3*DFo*((CM1+CM2)/
(CM3-CM4))))*TV[i])+((3*DFo*
(CM1/(CM3-CM4)))*TV[i-
1])+((3*DFo*(CM2/(CM3-
CM4)))*TV[i+1]);
end;

//Nodo Convectivo y variacion de
radio!!!!

TN[n]:=Tfus;
Cond:=(k*(TN[n]-TN[n-1]))/dr;

```


A.5. Índice de figuras.

Capítulo uno. Antecedentes.		Pág.
Figura 1.1	Ruta integrada de aceración, RD- HEA – HO – CC. (Reducción Directa – Horno de Arco Eléctrico – Horno Olla – Colada Continua) ^[17] .	1
Figura 1.2	Diagramas de flujo de procesos de reducción directa A) HyL III ® ^[16] . B) Midrex ® ^[17] .	2
Figura 1.3	Esquema básico del Horno de Arco Eléctrico ^[18] .	4
Figura 1.4	Arco eléctrico formado por electrodos de grafito.	4
Figura 1.5	Dos tipos de arreglos en el horno de arco eléctrico. A) Corriente Alterna ^[15] . B) Corriente Directa ^[15] .	5
Figura 1.6	Ciclo de fusión de chatarra ^[9] .	6
Figura 1.7	Balances de energía en hornos de arco eléctrico con diagrama Sankey ^[9] .	7
Figura 1.8	Representación del hot heel o “sopa” ^[19] .	7
Figura 1.9	México dentro de la industria siderúrgica. A) Producción mundial de acero ^[15] . B) Presencia geográfica ^[15] .	11
Figura 1.10	Importancia económica del acero [15].	11
Figura 1.11	Situación actual de la industria siderúrgica mexicana. A) Producción de acero ^[15] . B) Producción de productos de acero ^[15] .	12
Figura 1.12	Exportaciones e importaciones en millones de toneladas (izquierda) y millones de dólares (derecha) ^[15] .	13
Figura 1.13	Balanza comercial de productos siderúrgicos. A) Millones de toneladas ^[15] . B) Millones de dólares ^[15] .	14
Figura 1.14	Diagrama utilizado por O.Ehrich ^[1] donde describe los gradientes térmicos en el pellet.	15

Figura 1.15	Diagrama utilizado por L. Zhang ^[4] para evaluar la cinética de fusión de DRI	16
Figura 1.16	Diagrama utilizado por S. Taniguchi y colaboradores ^[3] , donde se exponen los diferentes perfiles, tanto térmico como másico.	17
Figura 1.17	Diagrama utilizado por B. Zhou ^[2] , donde representa un pellet de aluminio con dos corazas solidificadas	18
Figura 1.18	Perfil térmico común utilizado por los diferentes autores.	20

Capítulo dos. Simulación matemática.

Figura 2.1	Representación del modelo.	27
Figura 2.2	Tiempos de solidificación y fusión.	28
Figura 2.3	Diagrama del sistema a modelar.	30
Figura 2.4	Viscosidad del hierro líquido en función de la temperatura.	33
Figura 2.5	Capacidad calorífica del hierro en función de la temperatura.	34
Figura 2.6	Densidad en función de la porosidad.	34
Figura 2.7	Conductividad térmica en función de la porosidad.	35
Figura 2.8	Transmisión de calor a una esfera por convección forzada.	38
Figura 2.9	Moléculas computacionales del método explícito [8].	40
Figura 2.10	A) Representación del pellet de DRI en coordenadas esféricas. B) Discretización de la esfera y representación de los nodos característicos.	42
Figura 2.11	Balance de energía para el nodo céntrico.	44
Figura 2.12	Balance de energía para nodos internos.	45
Figura 2.13	Balance de calor para nodo convectivo.	45
Figura 2.14	Representación gráfica del balance de energía, en el que se incluye el desplazamiento de la frontera convectiva.	47

Figura 2.15	Movimiento de la frontera convectiva y modificación de Δr	48
Figura 2.16	Diagrama de flujo para la selección de criterio de estabilidad	51
Figura 2.17	Diagrama de flujo para la resolución del enfriamiento de una esfera	53
Figura 2.18	Diagrama de flujo para la simulación matemática de la fusión de pellets de DRI en baños de acero.	56
Figura 2.19	Raíces positivas de la ecuación 2.43	58
Figura 2.20	Esferas de hierro ancladas a un alambre de alúmina con marcadores del mismo material, empleada por O. Ehrich ^[20] para la validación del modelo matemático.	59
Figura 2.21	Resultados obtenidos por O. Ehrich para la fusión de esferas de hierro a una temperatura inicial de 1473K en baños de hierro ^[20] .	60
Figura 2.22	Resultados obtenidos por O. Ehrich para la fusión de esferas de hierro a una temperatura inicial de 298 K en baños de hierro ^[20] .	60
Figura 2.23	Historia térmica en esferas de hierro sumergidas en baños de hierro ^[20] .	61
Figura 2.24	Validación del primer modelo (enfriamiento de una esfera). (HFR: Datos generados por Hiram Flores Ruiz)	63
Figura 2.25	Validación del modelo de frontera móvil para caso 1. (HFR: Datos generados por Hiram Flores Ruiz)	65
Figura 2.26	Validación del modelo de frontera móvil para caso 2. (HFR: Datos generados por Hiram Flores Ruiz)	65
Figura 2.27	Validación de la historia térmica para caso 3. (HFR: Datos generados por Hiram Flores Ruiz)	66

**Capítulo tres.
Resultados y discusión.**

Figura 3.1	Efecto del tamaño inicial en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.	70
Figura 3.2	Efecto del tamaño inicial en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente directa.	71

Figura 3.3	Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente alterna, bajo influencia del tamaño inicial del pellet.	72
Figura 3.4	Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia del tamaño inicial del pellet.	73
Figura 3.5	Efecto de la porosidad en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.	75
Figura 3.6	Efecto de la porosidad en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente directa.	75
Figura 3.7	Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente alterna, bajo influencia de la porosidad.	77
Figura 3.8	Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de la porosidad.	77
Figura 3.9	Efecto de la temperatura de fluido en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.	79
Figura 3.10	Efecto de la temperatura de fluido en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente directa.	79
Figura 3.11	Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente alterna, bajo influencia de la temperatura de fluido.	80
Figura 3.12	Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de la temperatura de fluido.	81
Figura 3.13	Efecto de la temperatura inicial en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.	83
Figura 3.14	Efecto de la temperatura inicial en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente directa.	83

Figura 3.15	Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente alterna, bajo influencia de la temperatura inicial.	84
Figura 3.16	Tiempo de fusión de un pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de la temperatura inicial.	84
Figura 3.17	Efecto de la convección natural en la fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.	87
Figura 3.18	Tiempo de fusión de un solo pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de la convección natural.	88
Figura 3.19	Efecto de diferentes formas de convección forzada en la cinética de fusión de pellets de DRI en HAE de corriente alterna.	91
Figura 3.20	Tiempo de fusión de un solo pellet y energía requerida para la fusión de una tonelada de pellets de DRI en HAE de corriente directa, bajo influencia de diferentes formas separadas de convección forzada.	91

Índice de Tablas.

Capítulo dos. Simulación matemática.

Tabla 2.1	Datos empleados en simulaciones numéricas en el primer modelo	62
Tabla 2.2	Propiedades termofísicas e iniciales para la simulación de la fusión de dos esferas de hierro bajo temperaturas iniciales y de fluido diferentes.	64
Tabla 2.3	Valores de temperatura inicial y de fluido para tres fusiones de esferas de hierro en baños de hierro.	64

Capítulo tres. Resultados y discusión.

Tabla 3.1	Velocidades promedio del seno del fluido empleadas en los dos tipos de arreglos eléctricos presentes en el HAE [23]	68
Tabla 3.2	Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero, bajo efecto del tamaño de partícula.	69

Tabla 3.3	Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto del tamaño de la partícula.	70
Tabla 3.4	Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la porosidad del pellet.	74
Tabla 3.5	Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la porosidad.	74
Tabla 3.6	Parámetros usados en la simulación de la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la temperatura del fluido.	78
Tabla 3.7	Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la temperatura de fluido.	78
Tabla 3.8	Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la temperatura inicial.	82
Tabla 3.9	Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la temperatura inicial.	82
Tabla 3.10	Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la convección natural.	86
Tabla 3.11	Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la convección natural.	86
Tabla 3.12	Valores de simulación para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la convección forzada.	89
Tabla 3.13	Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI en baños de acero bajo efecto de la convección forzada.	89

Capítulo cuatro.
Conclusiones y Mejores condiciones.

Tabla 4.1	Mejores condiciones para la fusión de pellets de DRI en baños de acero.	95
Tabla 4.2	Tabla de resultados para la fusión de pellets de DRI bajo las mejores condiciones de proceso.	95