



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

EMISIÓN VARIABLE DE RADIO PROVENIENTE DE
ESTRELLAS MASIVAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
F Í S I C O

P R E S E N T A
GI SELA NOEMÍ ORTIZ LEÓN

DIRECTOR DE TESIS:
DR. LUIS FELIPE RODRÍGUEZ JORGE



2010



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del jurado

1. Datos del alumno Ortiz León Gisela Noemí Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 406069434
2. Datos del tutor Dr Luis Felipe Rodríguez Jorge
3. Datos del sinodal 1 Dr Jorge Daniel Carlos Cantó Illa
4. Datos del sinodal 2 Dr Víctor Manuel Romero Rochín
5. Datos del sinodal 3 Dra María de los Ángeles Ortiz Flores
6. Datos del sinodal 4 M en C Rafael Costero Gracia
7. Datos del trabajo escrito Emisión variable de radio proveniente de estrellas masivas 89 p 2010

Agradecimientos

La realización de esta tesis y por tanto la culminación de mis estudios de licenciatura no hubieran sido posible sin el valioso apoyo y colaboración de cada una las personas que a continuación mencionaré. Para todas ellas dedico sinceramente este espacio.

Quiero agradecer de manera especial al Dr. Luis Felipe Rodríguez por haber aceptado dirigir este trabajo y por todas sus enseñanzas brindadas durante la realización del mismo, por su apoyo desinteresado, por compartir sus conocimientos y por haberme iniciado en este fascinante mundo de la Astronomía.

De igual manera a los Dres. Jorge Cantó, Víctor Romero y Ma. de los Ángeles Ortiz y al M. en C. Rafael Costero por sus valiosos comentarios sobre el contenido y redacción de la tesis que me permitieron mejorarla en ambos sentidos.

A papá y mamá, por que simplemente son todo en mi vida. Gracias por su apoyo incondicional, por sus consejos, por sus regaños, por siempre encontrar una solución a todo, por nunca rendirse. Por aceptarme con mis defectos y virtudes y por confiar en mí. Por todos esos momentos felices que hemos vivido, y por los no tan felices, porque sin ustedes no sería la persona que soy. Recuerden que los amo.

A Xóchitl, mi hermanita preciosa. Gracias por ser parte de mí, por escucharme siempre (leerme, en estos últimos meses), por hacerme reír a diario, por ser. Por esas tardes tan geniales en el cine y en casa sin hacer nada. Porque muchas cosas ya no significan lo mismo desde que ya no estamos juntas. Sabes que te quiero mucho.

A Elihu, mi querido hermano, por ser tan especial y porque de ti he aprendido muchas cosas. Me siento muy orgullosa de tener un hermano como tú, gracias por tu música.

A mis tíos Rogelio y Maru, gracias por abrirme las puertas de su casa y por dejarme pertenecer a su hermosa familia. A Gil, Alex y Char, mis primos favoritos, gracias por estar ahí.

A mis maravillosos amigos Talía, Mauricio, Miguel, Nadia, Rafael (hasta el viejo continente), Joss, Giovanni, Cuauh y Aitor. Con ustedes he conocido la amistad y la lealtad, el compañerismo y el trabajo en equipo, la osadía y la prudencia, la tristeza y la alegría, la perseverancia y la voluntad. Les agradezco que me hayan permitido ser parte de ustedes. Son las personas más geniales y únicas que he conocido.

A Luis Guillermo, por ser de las personas que más me apoyó mientras escribía la tesis y me adaptaba a mi nueva vida, y por todas esas charlas tan amenas que hemos tenido.

A Marco, Roberto y Luis Daniel, mis primeros amigos de la facultad. Gracias por haber compartido conmigo tantas horas de estudio y hacer de las clases algo más de lo que son.

A todos los investigadores, estudiantes y personal del Centro de Radioastronomía y Astrofísica, que hasta el momento han hecho que mi estancia sea más que agradable, me siento muy feliz de pertenecer a dicho centro.

A CONACYT por la beca otorgada para realizar esta tesis.

A todos mis maestros de la Facultad de Ciencias por realizar esa labor tan extraordinaria que es la de transmitir el conocimiento, y en especial al Dr. Víctor Romero, por su exquisita clase de Termodinámica y Física Estadística, y al Dr. José Jiménez, por haberme permitido colaborar en su laboratorio, donde, entre muchas otras cosas aprendí lo difícil que es hacer física experimental. Mis respetos para los experimentales.

A la UNAM, por ser mi universidad.

A todos, gracias.

Índice general

Resumen	I
Introducción	III
1. Interferometría de radio	1
1.1. Principios del interferómetro de dos elementos	1
1.1.1. Respuesta del interferómetro a una fuente puntual	2
1.1.2. El caso de una fuente extendida unidimensional	6
1.1.3. Generalización a dos dimensiones	7
2. Medición de la densidad de flujo como una función del tiempo en el plano (u, v)	13
3. Emisión térmica de estrellas masivas	17
3.1. Ecuación de transferencia	18
3.2. Radiación de cuerpo negro	21
3.3. Radiación de partículas en movimiento	23
3.3.1. Potenciales retardados para una partícula en movimiento	23
3.3.2. Campos de velocidad y radiación	25
3.3.3. Radiación de un sistema de partículas no relativistas	27
3.4. Radiación libre-libre	29
3.4.1. Radiación libre-libre térmica	32
3.4.2. Absorción de la radiación libre-libre térmica	33
3.5. Radiación libre-libre de Envolturas Extendidas	33
3.5.1. El caso $n_e \propto r^{-2}$	34
3.5.2. El caso $n_e \propto r^{-\alpha}$	37
4. Emisión no térmica de estrellas masivas	41
4.1. Radiación sincrotrón de un solo electrón	41
4.2. Radiación sincrotrón de una distribución de electrones	47
4.3. Absorción de la radiación sincrotrón	48
4.3.1. Los coeficientes de Einstein	49

4.3.2.	Espectro de la radiación sincrotrón	51
4.4.	Aceleración de partículas relativistas	54
4.4.1.	Aceleración de Fermi	55
4.4.2.	Aceleración de partículas en choques	58
5.	Cyg OB2 No. 5	63
5.1.	Emisión en Radio de Cyg OB2 No. 5	63
5.2.	Emisión Variable de la Componente Primaria	65
5.3.	Evidencias para una estrella en órbita alrededor de la binaria .	70
5.4.	La fuente NE	71
6.	Análisis de datos de Cyg OB2 No. 5 y resultados	73
6.1.	Reducción de datos	73
6.2.	Resultados	75
6.2.1.	Emisión de la componente primaria	75
6.2.2.	La emisión extendida al NE de la componente primaria	78
6.3.	Discusión	79
	Conclusiones	85

Resumen

En este trabajo reanalizamos datos de archivo de observaciones realizadas con el radiotelescopio *Very Large Array* sobre la estrella masiva Cyg OB2 No.5.

Cyg OB2 No.5 es un sistema de contacto constituido de dos estrellas supergigantes de tipo espectral O. La emisión de radio asociada a este sistema consiste de dos fuentes compactas ($\leq 0''.3$): una fuente primaria que está asociada con la binaria de contacto y cuya emisión se produce por el mecanismo de emisión libre-libre en el viento estelar ionizado que envuelve a las estrellas; y una fuente secundaria de forma alargada localizada a $\sim 0''.8$ hacia el noreste de la fuente primaria, producida por emisión sincrotrónica no térmica.

Gracias a numerosos trabajos tanto observacionales como teóricos se sabe que, mientras la emisión en radio de la componente secundaria es constante en el tiempo, la emisión de la componente primaria varía con un periodo estimado de ~ 7 años. En este periodo el radioflujo de la componente primaria pasa de un “estado bajo” donde el índice espectral es consistente con el de emisión térmica de un viento estelar ionizado, a un “estado alto”, donde aparece una emisión adicional resultando en el aplanamiento del índice espectral.

Investigamos la posibilidad de que las variaciones de la emisión de la componente primaria de Cyg OB2 No. 5 sean producidas por la presencia de una estrella adicional muy compacta tipo T-Tauri aún no detectada que estaría en órbita alrededor de la binaria de contacto y posiblemente inmersa en el viento de ésta. El incremento en el flujo sería entonces causado por el paso de la estrella propuesta frente a la binaria en la línea de visión del observador. Sabiendo que estas estrellas se caracterizan por ser variables a diferentes escalas de tiempo y presentar emisión no térmica, buscamos variaciones en el flujo en escalas de horas de observaciones realizadas sobre Cyg OB2 No. 5 en el estado alto de emisión.

Nuestros resultados muestran ausencia de variabilidad en escalas de horas. Esto implica que la fuente que causa las variaciones del radioflujo en Cyg OB2 No. 5 no es una estrella compacta tipo T-Tauri, y por lo tanto favorecemos a que se

trate de una región más extendida o bien de una estrella con emisión constante y no térmica. Nuestro resultado se confirmará al realizar observaciones a mucha mayor resolución angular como la proporcionada por el *Very Long Baseline Array*.

Adicionalmente a este resultado, hallamos una emisión extendida de tamaño aproximado $1'$ y de índice espectral negativo, $\alpha \sim -0.8$, que se extiende hacia el noreste de ambas componentes de Cyg OB2 No. 5. En nuestro análisis encontramos que esta emisión extendida puede ser: i) una fuente de fondo (p. ej. una radiogalaxia) o ii) emisión no térmica de electrones relativistas que se forman en la región de choque entre los vientos provenientes de la estrella binaria y una estrella de tipo espectral B ubicada a $\sim 0''.9$ hacia el noreste del sistema binario y que son arrastrados a grandes distancias por el viento de la binaria de contacto. Observaciones realizadas con el *Expanded Very Large Array* a realizarse en un futuro revelarían la morfología de una radiogalaxia.

Introducción

Las estrellas masivas poseen vientos estelares densos que son fotoionizados por los fuertes campos de radiación UV de la estrella. En estos vientos, los electrones libres radían al interactuar con el campo de los iones y su emisión es detectada en longitudes de onda de radio.

Para un viento estacionario con simetría esférica el espectro de radiación, S_ν , depende de la frecuencia, ν , mediante $S_\nu \propto \nu^\alpha$, donde α , llamado índice espectral, es igual a +0.6. Adicionalmente, la temperatura de los electrones en el viento es de $\sim 10^4$ K. Sin embargo, la radioemisión de cierto número de estrellas masivas tiene propiedades que difieren de este escenario ya que éstas poseen temperaturas electrónicas del orden de $\sim 10^6 - 10^7$ K e índices espectrales planos o negativos. Ambas son propiedades características de la emisión sincrotrón no térmica que es producida por electrones relativistas en campos magnéticos.

Gracias a diversos trabajos dirigidos hacia este problema (p. ej. Williams et al., 1997; Dougherty & Williams, 2000) se ha encontrado que la mayoría de las estrellas masivas con emisión no térmica, que es producida por partículas que no siguen una distribución Maxwelliana, son en realidad sistemas de dos estrellas. En sistemas binarios compuestos de una estrella Wolf Rayet (WR) más una estrella de tipo espectral O/B, tales como WR 147, WR 146 y WR 140, la emisión no térmica proviene de una región donde los vientos estelares de ambas estrellas colisionan. En muchos casos la emisión no térmica es variable a diferentes escalas de tiempo.

En el presente trabajo estudiamos al sistema binario (O+O) Cyg OB2 No. 5 cuya emisión en radio consiste de una componente primaria asociada con la estrella binaria de contacto, y una segunda fuente de forma alargada a $0''.8$ al NE de la binaria. Observaciones sobre Cyg OB2 No. 5 a lo largo de 20 años muestran una clara evidencia de variabilidad de la componente primaria (de periodo ~ 7 años) ya que el radioflujo pasa de un estado “bajo”, donde la emisión es térmica y proviene del viento estelar ionizado (concordante con un índice espectral de +0.6), a un estado “alto”, donde aparece una emisión

adicional y el índice espectral es más plano ($\sim +0.2$) que en el estado bajo.

La variación de flujo se ha atribuido a la existencia de una fuente no térmica que podría estar orbitando a la estrella binaria, sin embargo su naturaleza no se ha determinado aún. Modelos recientes de la variación (p. ej. Kennedy et al., 2010) y estimaciones del tamaño angular (Rodríguez et al., 2010) sugieren que la fuente no térmica podría ser una región de choque de vientos (como en los sistemas WR+O mencionados arriba) o bien una estrella compacta de baja masa con emisión no térmica. Una estrella de este tipo puede presentar variabilidad rápida (en escala de horas) debido a la actividad magnética en su superficie.

El objetivo principal de este trabajo es buscar variabilidad rápida usando datos de archivo de observaciones realizadas con el *Very Large Array* (VLA) durante el estado alto de flujo sobre Cyg OB2 No. 5 para favorecer o no la posibilidad de que la fuente no térmica sea una estrella compacta con emisión no térmica. La falta de variabilidad rápida (horas) favorecería que la fuente no térmica sea una zona de choque, que es mucho mas extendida que una estrella.

En el capítulo 1 hablaremos sobre la técnica de interferometría para entender como es posible obtener imágenes de mayor resolución angular usando más de una antena en observaciones a longitudes de onda de radio. El método seguido para buscar variación en el flujo de la fuente se comenta en el capítulo 2. El capítulo 3 está dedicado a describir el proceso de emisión térmica libre-libre que se detecta en las estrellas masivas. En el capítulo 4 describiremos la emisión sincrotrón y los dos principales procesos que pueden ser responsables de la aceleración de partículas cargadas a velocidades relativistas. Las características de Cyg OB2 No. 5 y algunos modelos que tratan de explicar la variación observada en radio son descritos en el capítulo 5. Finalmente en el capítulo 6 mostramos los resultados obtenidos de nuestro análisis de los datos de observaciones sobre Cyg OB2 No. 5 y la interpretación de los mismos.

Capítulo 1

Interferometría de radio

La resolución angular de un radiotelescopio (y en general de cualquier instrumento) es proporcional al cociente entre la longitud de onda de la radiación y el diámetro de la antena, es decir, $\theta \sim \lambda/D$, donde θ determina la menor separación angular con la cual dos fuentes puntuales se pueden distinguir una de la otra. Para obtener mejor poder de resolución se han puesto en funcionamiento radiotelescopios cuyas dimensiones han ido incrementándose con respecto a los primeros que se construyeron. Un radiotelescopio con un diámetro del orden de 100 m que observe a una longitud de onda de 2.8 cm posee una resolución angular de $\theta \sim 1$ arcmin (aproximadamente la resolución del ojo humano), siendo esto un impedimento para resolver la estructura detallada de radiofuentes muy compactas.

La construcción de radiotelescopios de diámetros mayores (> 300 m) no es una solución a este problema ya que una estructura de tales dimensiones sufriría deformaciones por la gravedad e inclusive podría colapsarse debido a su propio peso. Sin embargo, como se mostrará adelante, el problema de obtener una mayor resolución se puede solucionar si se recurre a la detección con dos o más telescopios que pueden estar distanciados varios kilómetros y a la unión de las señales de respuesta de cada par de ellos.

1.1. Principios del interferómetro de dos elementos

Un interferómetro simple consiste de dos telescopios idénticos T_1 y T_2 separados una distancia B , conocida como línea de base del interferómetro tal como se esquematiza en la Figura 1.1. Estos funcionan simultáneamente observando la

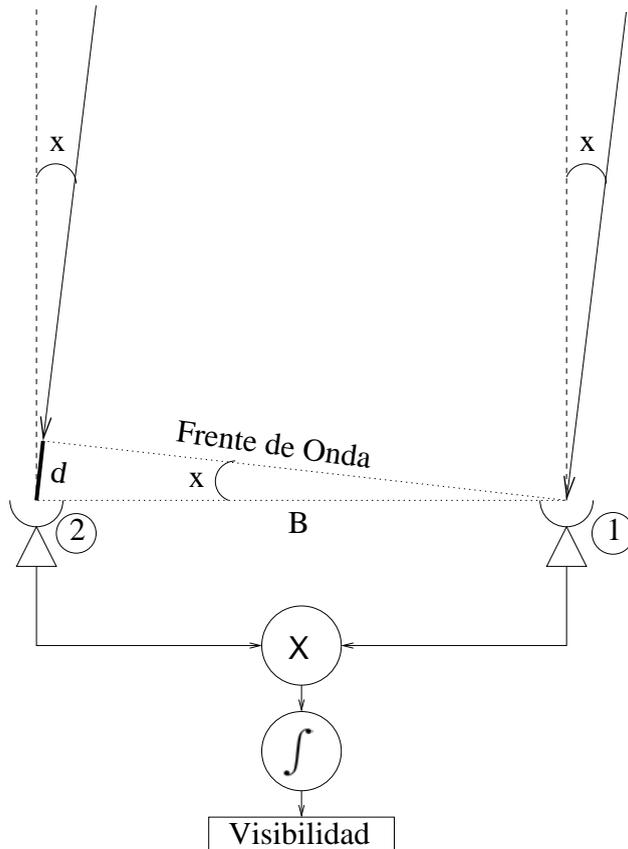


Figura 1.1: Interferómetro de dos elementos

misma región del cielo y miden el voltaje inducido en las antenas por la radiación electromagnética proveniente de la fuente. Ahora nos interesa determinar cómo se obtiene una imagen de una fuente de radio distante a partir de las mediciones realizadas por el interferómetro.

1.1.1. Respuesta del interferómetro a una fuente puntual

Consideremos primero el caso en el que los radiotelescopios apuntan hacia una fuente puntual y, por simplicidad, supondremos que la señal electromagnética recibida es monocromática, además de que la fuente está lo suficientemente distante de modo que el frente de ondas incidente se puede considerar plano. En la Figura 1.1 observamos que el frente de ondas incide en el telescopio T_2

con un retraso espacial d respecto a su incidencia en el telescopio T_1 debido a la orientación relativa entre la línea de base y la dirección de propagación de la onda, la cual queda definida por el ángulo x .

Las señales de respuesta en los telescopios T_1 y T_2 son respectivamente

$$R_1(t) = E \cos(2\pi\nu t), \quad (1.1)$$

$$R_2(t) = E \cos[2\pi\nu(t - \tau)], \quad (1.2)$$

donde E es la amplitud del campo electromagnético, ν la frecuencia de la radiación, t el tiempo y τ el retraso temporal. τ se relaciona con d mediante $\tau = d/c = (B \sin x)/c$, siendo c la velocidad de la luz. Las señales de cada uno de los telescopios son dirigidas hacia amplificadores y filtros que amplifican la señal y seleccionan la banda de frecuencia de interés de ancho $\Delta\nu$ y centro ν y después se combinan en el correlador el cual devuelve una señal de salida proporcional a

$$\langle R_1(t)R_2(t) \rangle, \quad (1.3)$$

donde los corchetes angulares denotan el promedio en el tiempo.

La respuesta combinada de los telescopios a un instante t dado es por lo tanto

$$R_1(t)R_2(t) = E^2 \cos(2\pi\nu t) \cos[2\pi\nu(t - \tau)], \quad (1.4)$$

o equivalentemente

$$R_1(t)R_2(t) = (1/2)E^2 [\cos(2\pi\nu(2t - \tau)) + \cos(2\pi\nu\tau)]. \quad (1.5)$$

El promedio temporal de $R_1(t)R_2(t)$ a lo largo de un periodo $T \gg 1/\nu$ es

$$R_{12} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_1(t)R_2(t)dt = \frac{E^2}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} [\cos(2\pi\nu(t - \tau)) + \cos(2\pi\nu\tau)] dt, \\ R_{12} = \frac{E^2}{2} \cos(2\pi\nu\tau). \quad (1.6)$$

Nótese que el primer término de la suma en (1.5) oscila rápidamente alrededor de cero y aproximadamente se cancela en un promedio en el tiempo.

Haciendo la sustitución $\tau = (B \sin x)/c$ en (1.6) y con la aproximación para ángulos pequeños, $\sin x \approx x$ se tiene

$$R_{12} = \frac{E^2}{2} \cos(2\pi\nu Bx/c).$$

Dado que $c = \nu\lambda$ y definiendo $u = B/\lambda$, se llega a la siguiente expresión para la respuesta *real* del interferómetro a una fuente puntual,

$$R_{12} = \frac{E^2}{2} \cos(2\pi ux). \quad (1.7)$$

La cantidad u es la línea de base expresada en unidades de longitud de onda, generalmente se le llama la coordenada u y suele darse en *kilolongitudes de onda*. En (1.7) vemos que R_{12} vale cero si

$$2\pi ux = \pm(2n - 1)\pi/2; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.8)$$

por lo que se dice que el interferómetro es “ciego” a una fuente puntual colocada a un ángulo x que satisface (1.8).

Para tener una respuesta combinada distinta de cero a esos ángulos se recorre electrónicamente la respuesta del telescopio T_1 media longitud de onda y la del telescopio T_2 se mantiene igual, de tal manera que en este caso

$$R'_1(t) = E \sin(2\pi\nu t), \quad (1.9)$$

$$R_2(t) = E \cos[2\pi\nu(t - \tau)], \quad (1.10)$$

y la respuesta combinada es ahora

$$R'_1(t)R_2(t) = E^2 \sin(2\pi\nu t) \cos[2\pi\nu(t - \tau)], \quad (1.11)$$

o bien

$$R'_1(t)R_2(t) = (1/2)E^2 [\sin(2\pi\nu(2t - \tau)) + \sin(2\pi\nu\tau)], \quad (1.12)$$

cuyo promedio temporal da

$$R'_{12} = \frac{E^2}{2} \sin(2\pi\nu\tau) = \frac{E^2}{2} \sin(2\pi ux), \quad (1.13)$$

y los ceros de esta función ocurren cuando

$$2\pi ux = \pm n\pi; \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.14)$$

Los ángulos que satisfacen esta condición no satisfacen (1.8) y como consecuencia esta respuesta *imaginaria* del interferómetro puede ver las fuentes a las que es “ciega” la respuesta *real*, es decir, si se juntan ambas respuestas siempre se detectará a la fuente independientemente de su posición en el cielo.

Se define de esta manera la respuesta *compleja* del interferómetro a una fuente puntual como

$$C_{12} = R_{12} + i R'_{12} = \frac{E^2}{2} \exp(i2\pi ux). \quad (1.15)$$

Para ilustrar la ganancia en resolución angular con respecto a un radiotelescopio de una sola antena, en la Figura 1.2 se muestra la respuesta como función del ángulo x para una antena de diámetro D y se compara en (b) y (c) con la respuesta real de un interferómetro de dos elementos cada uno de diámetro d y línea de base B igual a D y $2D$ respectivamente, donde $d \ll D$. En el

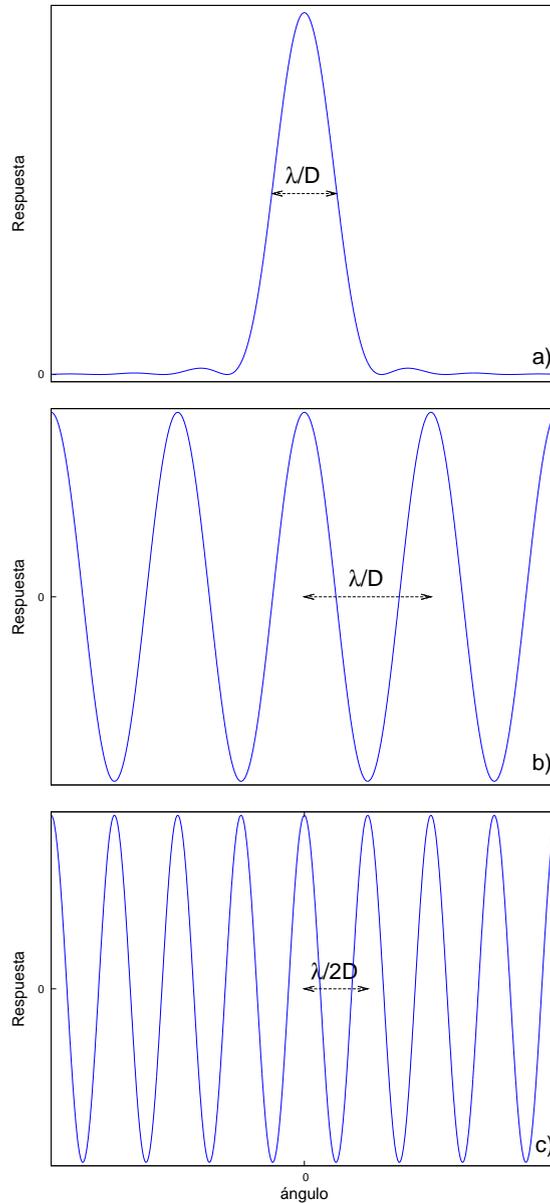


Figura 1.2: Patrones de respuesta para distintas configuraciones de antenas. En a) para una antena de diámetro D , en b) para un interferómetro con línea de base igual a D y en c) para un interferómetro con línea de base igual a $2D$.

primer caso, la respuesta se caracteriza por tener un haz primario dominante de ancho $\theta = k\lambda/D$, con $k \approx 1$, acompañado por máximos secundarios más pequeños, también llamados lóbulos laterales. El interferómetro, en cambio, no presenta un haz primario y lóbulos laterales, sino franjas cuyos máximos están separados por el ángulo $\theta = \lambda/D$ y $\lambda/2D$ en (b) y (c) respectivamente. Con la línea de base igual a D , la resolución angular no difiere mucho con respecto al telescopio de una sola antena. Comparando el ancho de las franjas entre (b) y (c) se encuentra que si la separación D se duplica, el ancho se reduce a la mitad. Entonces, para tamaños más grandes de la línea de base, la capacidad del interferómetro para resolver la estructura fina de la fuente se incrementa también.

1.1.2. El caso de una fuente extendida unidimensional

El objetivo final de la interferometría de radio es determinar la distribución de brillo en el cielo o intensidad de la fuente a partir de los datos medidos de la *visibilidad*, que es la información física que nos proporciona el interferómetro y que por lo tanto está implícita en la señal de salida de éste.

Si consideremos el caso de una fuente extendida unidimensional entonces la intensidad en general no es la misma para diferentes puntos en la fuente, es decir, es una función del ángulo x . Sea $I(x)$ esta función, su relación con el campo eléctrico está determinada por $I(x) \propto E^2(x)$.

La potencia recibida en el interferómetro proveniente del elemento $d\Omega$ de la fuente en el intervalo de frecuencia $\Delta\nu$ es $A(x)I(x)\Delta\nu d\Omega$ (Thompson, 1999), donde $A(x)$ es la respuesta del haz primario que se supone es la misma para las dos antenas. La señal de salida del correlador es proporcional a la potencia recibida y a la respuesta del interferómetro, por lo tanto, si llamamos dr a esta señal y omitimos términos constantes por simplicidad, se tiene

$$dr = A(x) I(x) \Delta\nu \exp(i 2\pi ux) d\Omega, \quad (1.16)$$

y la señal total de salida se obtiene al integrar sobre toda la fuente,

$$r = \Delta\nu \int_{-\infty}^{+\infty} A(x) I(x) \exp(i 2\pi ux) dx. \quad (1.17)$$

La integral de la expresión anterior se llama la función de *visibilidad* de la distribución de intensidad $I(x)$

$$V(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(x) I(x) \exp(i 2\pi ux) dx. \quad (1.18)$$

La *visibilidad* es toda la información que tenemos acerca de la fuente y lo que mide el interferómetro. Para obtener la intensidad a partir de (1.18), notemos

que $V(u)$ es la transformada de Fourier de $I(x)$, por lo tanto la antitransformada nos da

$$I'(x) = A(x)I(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(u) \exp(-i2\pi ux) du. \quad (1.19)$$

La forma de la fuente es por lo tanto deducida a partir de la función de visibilidad y de acuerdo a (1.19) se deben hacer un número infinito de mediciones de $V(u)$. Esto en la práctica se traduce en hacer tantas mediciones como sea posible cambiando la línea de base del interferómetro, ya que $u = B/\lambda$, con λ siendo constante durante una observación. Obviamente existe la restricción de que no podemos conocer $V(0)$ puesto que las antenas no pueden estar en el mismo sitio, más el hecho de que el rango de variación de u está limitado por la separación máxima de las antenas. Como resultado, la intensidad obtenida a partir de (1.19) será una aproximación de la distribución real.

Consideremos como ejemplo el caso sencillo de una fuente puntual colocada en el origen cuya intensidad queda descrita por $I(x) = \delta(x)$. Al sustituir en (1.18) con $A(x) = 1$ obtenemos que la visibilidad es igual a la constante 1. Si la fuente está en una posición x_0 fuera del origen, entonces $I(x) = \delta(x - x_0)$ y $V(u) = \exp[i2\pi ux_0]$. Al ser $V(u)$ un número complejo podemos hablar de su *amplitud* y *fase* de acuerdo a la representación $V = |V| e^{i\phi}$. Por lo tanto, la visibilidad del último caso tiene amplitud constante y fase $2\pi ux_0$.

El cálculo inverso consistente en determinar la intensidad a partir de la visibilidad para una fuente puntual muestra que en realidad no se puede recuperar la forma exacta de $I(x)$ debido a que se conoce la visibilidad solo en ciertos valores de u . Supongamos que conocemos $V(u)$ en un número finito de puntos, a saber, $\pm u_0, \pm 2u_0, \pm 3u_0, \dots, \pm nu_0$ de tal manera que la integral en (1.19) se puede sustituir por una suma,

$$I(x) = \sum V(u_j) \exp(-i2\pi u_j x), \quad (1.20)$$

donde $u_j = ju_0$. Si $V(u) = 1$, entonces la expresión anterior se reduce a

$$I(x) = \sum_{j=1}^n [\exp(-i2\pi u_0 j x) + \exp(i2\pi u_0 j x)] = 2 \sum_{j=1}^n \cos(2\pi u_0 j x). \quad (1.21)$$

Si se grafica $I(x)$ se encuentra que ésta se aproxima a la forma de una delta de Dirac conforme $n \rightarrow \infty$, como se esperaba. En la Figura 1.3 se muestra esta gráfica para el caso en que $n = 10$.

1.1.3. Generalización a dos dimensiones

La función de visibilidad de la sección anterior tiene que ser extendida a dos dimensiones de manera que quede definida para una distribución $I(x, y)$. En

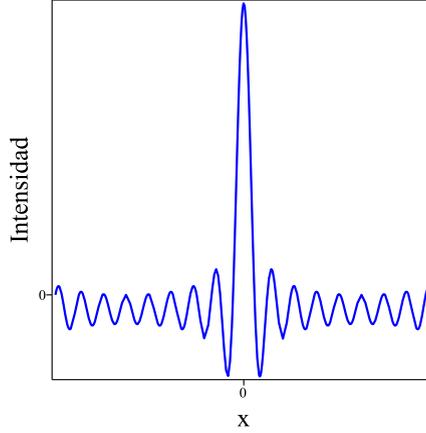


Figura 1.3: Forma de la intensidad obtenida a partir de la ecuación (1.21) con $n = 10$ y $u_0 = 1$.

este caso se definen las coordenadas (u, v) como las proyecciones del vector de la línea de base, $\vec{B} = (B_x, B_y)$, respecto a las coordenadas celestes (x, y) divididas sobre la longitud de onda observada, λ

$$u = \frac{B_x}{\lambda},$$

$$v = \frac{B_y}{\lambda}.$$

En este contexto el plano xy representa la proyección de la esfera celeste a un plano tangente, con el punto de tangencia (y origen) siendo el centro del campo de observación ó posición de la referencia de fase (Figura 1.4).

Así la generalización de (1.18) a dos dimensiones, suponiendo que la respuesta del haz primario es $A(x, y) = 1$, está dada por

$$V(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) \exp [i 2\pi(ux + vy)] dx dy, \quad (1.22)$$

y (1.19) toma la forma

$$I(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} V(u, v) \exp [-i 2\pi(ux + vy)] du dv. \quad (1.23)$$

Los interferómetros en la actualidad consisten de n elementos de tal manera que las antenas forman $n(n-1)/2$ combinaciones diferentes para medir igual número

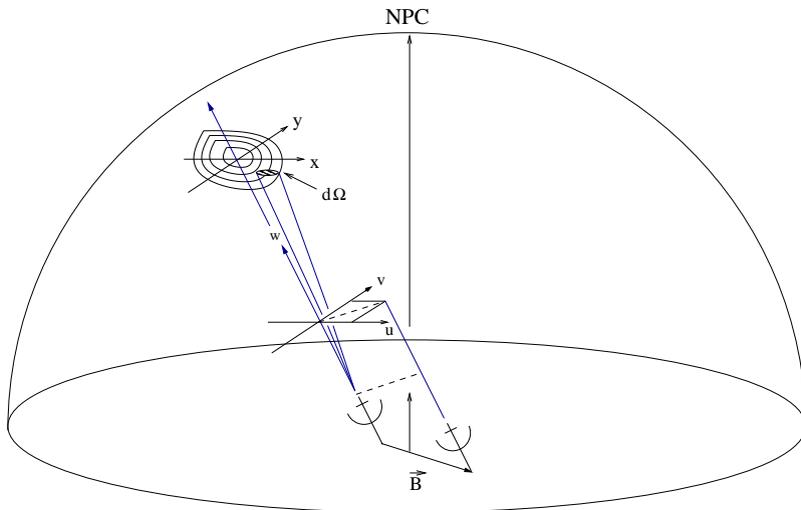


Figura 1.4: Geometría y coordenadas utilizadas en las expresiones de interferometría con NCP denotando el Polo Norte Celeste.

de visibilidades simultáneamente y así determinar la imagen de la fuente al tomar la correspondiente antitransformada de Fourier. En el diseño de arreglos de antenas el objetivo principal es obtener una cobertura amplia y uniforme del plano (u, v) . En tales arreglos es conveniente especificar las posiciones relativas de las antenas en un sistema de referencia cartesiano. Sea este sistema aquel cuyo eje X apunte hacia la posición con ángulo horario h y declinación δ igual a $(h = 0, \delta = 0)$, $(h = -6^h, \delta = 0)$ para el eje Y y $(\delta = 90^\circ)$ para el eje Z , como se muestra en la Figura 1.5. Si el vector de la línea de base tiene componentes L_X , L_Y y L_Z en este sistema, sus componentes en el sistema (u, v, w) están dadas por

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} \sin H_0 & \cos H_0 & 0 \\ -\sin \delta_0 \cos H_0 & \sin \delta_0 \sin H_0 & \cos \delta_0 \\ \cos \delta_0 \cos H_0 & -\cos \delta_0 \sin H_0 & \sin \delta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_X \\ L_Y \\ L_Z \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

donde H_0 y δ_0 son, respectivamente, el ángulo horario y la declinación de la posición de la referencia de fase. Los elementos de la matriz en (1.24) se deducen a partir de la Figura 1.6. Eliminando H_0 de las expresiones para u y v se obtiene la ecuación de una elipse en el plano (u, v) ,

$$u^2 + \left(\frac{v - (L_Z/\lambda) \cos \delta_0}{\sin \delta_0} \right)^2 = \frac{L_X^2 + L_Y^2}{\lambda^2}. \quad (1.25)$$

Por lo tanto, cuando el interferómetro observa un punto en la esfera celeste, la rotación de la Tierra causa que las componentes u y v de la línea de base dibujen

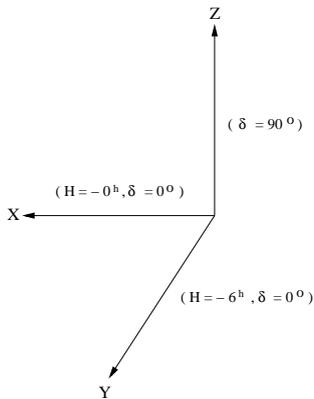


Figura 1.5: Sistema de coordenadas para especificar la línea de base de cada par de antenas en un arreglo.

una elipse con centro en el punto $(0, (L_Z \cos \delta_0)/\lambda)$ y contraída en la dirección v por un factor igual a $\sin \delta_0$. Si $\delta_0 = \pm 90^\circ$, las trazas son círculos, mientras que para $\delta_0 = 0$ la elipse se degenera en una línea recta. Como consecuencia, la función de visibilidad para fuentes muy próximas al ecuador celeste tienen una cobertura insuficiente del plano (u, v) si se utiliza un arreglo lineal en la dirección Este-Oeste para la observación. Para dichas fuentes la visibilidad se debe medir usando arreglos de antenas situadas a lo largo de la dirección Norte-Sur. El *Very Large Array* (Figura 1.7), por ejemplo, es un conjunto de 27 antenas dispuestas en forma de Y. Para este arreglo, la cobertura del plano (u, v) es muy amplia para un rango grande de declinaciones, incluso a una declinación de 0° .

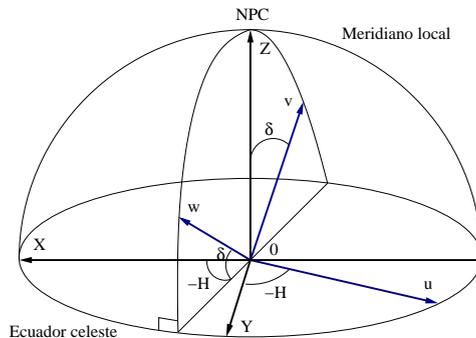


Figura 1.6: Relación de los sistemas cartesianos (X, Y, Z) y (u, v, w) .

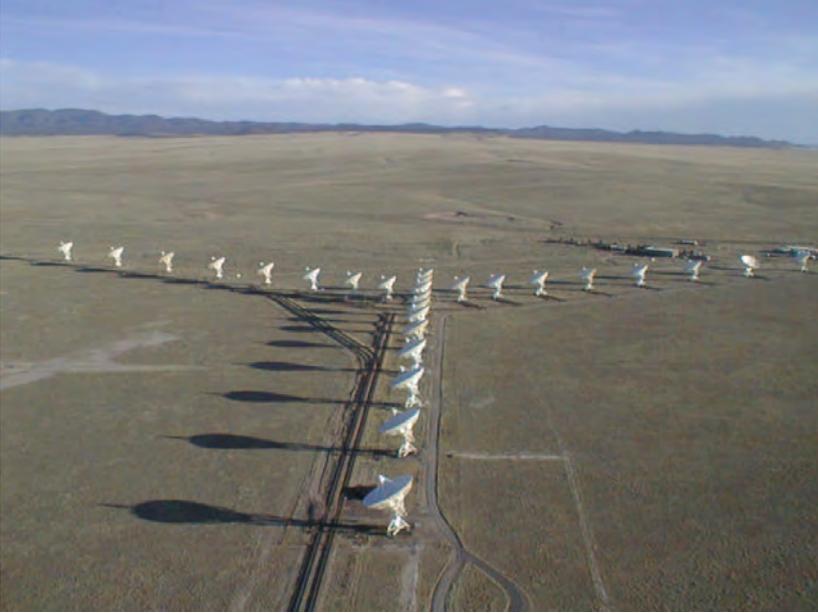


Figura 1.7: Vista aérea del VLA. Es un conjunto formado por 27 antenas, cada una de 25 m de diámetro, el cual puede reconfigurarse en cuatro diferentes arreglos extendiéndose hasta una distancia de 36 km. Aquí se muestra el arreglo en su configuración más compacta, que se extiende sobre 1 km.

Dado que $V(u, v)$ en general es una función compleja mientras que $I(x, y)$ es siempre real, es necesario pedir que $V(u, v)$ sea una función hermitiana, es decir

$$V(u, v) = V^*(-u, -v), \quad (1.26)$$

así, para todo tiempo, a la salida del correlador se generan dos mediciones de la visibilidad en dos puntos, dando origen a dos curvas simétricas en el plano (u, v) .

Para un arreglo de antenas, al conjunto de elipses trazadas durante el seguimiento de la fuente se le conoce como *función de transferencia* o *función de muestreo*, $S(u, v)$, y, como se observó anteriormente, ésta depende de la declinación de la fuente así como del espaciamento entre las antenas del arreglo. El haz sintetizado es la antitransformada de Fourier de la función de muestreo, o lo que es lo mismo, la respuesta del interferómetro a una fuente puntual de intensidad 1 Jy.

Capítulo 2

Medición de la densidad de flujo como una función del tiempo en el plano (u, v)

En algunos casos, el observador está interesado en determinar la densidad de flujo de una fuente en el campo como una función del tiempo. Esto se puede lograr mediante la realización de imágenes a partir de datos tomados en intervalos de tiempo pequeños, sin embargo, resulta más rápido (debido a que no se tienen que hacer imágenes) explorar en el plano (u, v) para buscar variabilidad a diferentes escalas de tiempo. Así como en el plano de la imagen (x, y) , también es posible aislar la emisión de una fuente en el plano (u, v) como se describe a continuación. Esta derivación está basada en el artículo de Neria et al. (2010).

La visibilidad $V(u, v)$ para un punto dado (u, v) se obtiene a partir de (1.22). Una fuente puntual localizada en el centro de fase, $(x, y) = (0, 0)$, se puede describir por

$$I(x, y) = S\delta(x)\delta(y), \quad (2.1)$$

donde S es la densidad de flujo de la fuente y $\delta(x)\delta(y)$ es la función Delta de Dirac en dos dimensiones. Entonces, la integral de (1.22) resulta ser

$$V(u, v) = S. \quad (2.2)$$

En este caso, la parte real, $Re(u, v)$, y la parte imaginaria, $Im(u, v)$ de la visibilidad son

$$Re(u, v) = S, \quad (2.3)$$

$$Im(u, v) = 0. \quad (2.4)$$

Finalmente, la parte real e imaginaria se promedian sobre el rango de valores de u y v para los cuales se hicieron las mediciones, $-u_{\text{máx}} \leq u \leq u_{\text{máx}}$, $-v_{\text{máx}} \leq v \leq v_{\text{máx}}$, obteniéndose

$$\langle Re \rangle = \frac{1}{2u_{\text{máx}}} \frac{1}{2v_{\text{máx}}} \int_{-u_{\text{máx}}}^{+u_{\text{máx}}} \int_{-v_{\text{máx}}}^{+v_{\text{máx}}} Re(u, v) du dv = S, \quad (2.5)$$

$$\langle Im \rangle = \frac{1}{2u_{\text{máx}}} \frac{1}{2v_{\text{máx}}} \int_{-u_{\text{máx}}}^{+u_{\text{máx}}} \int_{-v_{\text{máx}}}^{+v_{\text{máx}}} Im(u, v) du dv = 0. \quad (2.6)$$

Es decir, los promedios sobre (u, v) de las componentes real e imaginaria de la visibilidad para una fuente puntual posicionada en el centro de fase son simplemente S y 0 , respectivamente. Entonces, para obtener el flujo de una fuente como función del tiempo debemos colocarla en el centro de fase.

Ahora nos interesa conocer que sucede si existe una fuente adicional en el campo, situada en una posición diferente al centro de fase. Suponiendo de nuevo que la fuente es puntual, pero ahora posicionada en el punto $(x, y) = (x_1, 0)$, entonces su intensidad queda descrita por

$$I(x, y) = S_1 \delta(x - x_1) \delta(y), \quad (2.7)$$

donde S_1 es su densidad de flujo. Utilizando nuevamente (1.22) se obtiene que la parte real $Re_1(u, v)$, y la parte imaginaria, $Im_1(u, v)$ de la visibilidad están dadas por

$$Re_1(u, v) = S_1 \cos(2\pi u x_1), \quad (2.8)$$

$$Im_1(u, v) = S_1 \sin(2\pi u x_1). \quad (2.9)$$

Promediando sobre (u, v) obtenemos

$$\begin{aligned} \langle Re_1 \rangle &= \frac{1}{2u_{\text{máx}}} \frac{1}{2v_{\text{máx}}} \int_{-u_{\text{máx}}}^{+u_{\text{máx}}} \int_{-v_{\text{máx}}}^{+v_{\text{máx}}} Re_1(u, v) du dv = \\ &= \frac{1}{2u_{\text{máx}}} \int_{-u_{\text{máx}}}^{+u_{\text{máx}}} S_1 \cos(2\pi u x_1) du = S_1 \frac{\sin(2\pi u_{\text{máx}} x_1)}{2\pi u_{\text{máx}} x_1} = \\ &= S_1 \text{sinc}(2\pi u_{\text{máx}} x_1), \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \langle Im_1 \rangle &= \frac{1}{2u_{\text{máx}}} \frac{1}{2v_{\text{máx}}} \int_{-u_{\text{máx}}}^{+u_{\text{máx}}} \int_{-v_{\text{máx}}}^{+v_{\text{máx}}} Im_1(u, v) du dv = \\ &= \frac{1}{2u_{\text{máx}}} \int_{-u_{\text{máx}}}^{+u_{\text{máx}}} S_1 \sin(2\pi ux_1) du = 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Concluimos que, en este caso, el promedio sobre (u, v) de la parte imaginaria es cero, como en el caso previo de una fuente puntual en el centro de fase. La componente real es ahora la densidad de flujo de la fuente, multiplicada por una función *sinc*. Para un interferómetro que se ha diseñado bien, podemos asumir que $u_{\text{máx}} \simeq v_{\text{máx}}$, y que la resolución angular está dada aproximadamente por

$$\theta \simeq \frac{1}{u_{\text{máx}}} \simeq \frac{1}{v_{\text{máx}}}. \quad (2.12)$$

Se concluye entonces que si la fuente adicional está varios elementos de resolución del centro de fase y no es muy brillante, su contribución a la componente real será pequeña. En conclusión, siempre que la condición

$$S \gg \frac{S_1}{2\pi(x_1/\theta)} \quad (2.13)$$

se cumpla, se puede tomar la componente real del promedio de la visibilidad como dominada por la fuente situada en el centro de fase.

Capítulo 3

Emisión térmica de estrellas masivas

Las fuentes de radiocontinuo se pueden clasificar en dos categorías dependiendo de si su emisión se debe a procesos térmicos o no térmicos. En principio muchos mecanismos diferentes de radiación pueden ser responsables de la emisión no térmica. Aunque en la práctica parece dominar sólo uno de ellos, la emisión sincrotrón, también es importante el proceso de girosincrotrón que se produce en las atmósferas de estrellas magnéticamente activas. A excepción de las líneas de emisión térmicas de átomos y moléculas y la emisión térmica de cuerpos sólidos, la emisión en radio siempre proviene de electrones libres, y debido a que estos electrones pueden intercambiar energía en cantidades arbitrarias, no ocurren saltos de energía concretos y como consecuencia presentan un espectro continuo.

En regiones interestelares donde hay gas ionizado caliente ocurre que los electrones radían debido a que son acelerados o desacelerados al interactuar con el campo electrostático de los iones. Esta radiación se conoce como “radiación de frenado” o *bremsstrahlung* en alemán, y *emisión libre-libre* en el lenguaje de la física atómica en el sentido de que la radiación corresponde a transiciones entre estados no ligados en el campo del ión. Nuestro interés en este capítulo está orientado en describir la emisión libre-libre que se presenta en nebulosas resultantes de la eyección de masa (vientos estelares) de estrellas masivas.

En este capítulo también se estudian los mecanismos de aceleración de electrones libres para entender cómo se forma el espectro continuo dentro de envolventes gaseosas que rodean a las estrellas calientes, y cómo se relaciona el flujo observado con los parámetros de la envolvente y de la estrella central. En este estudio será necesario introducir algunos conceptos de transferencia de la

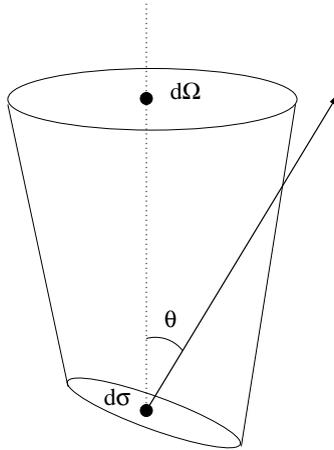


Figura 3.1: Esquema para ilustrar los elementos definidos en la expresión (3.1)

radiación.

3.1. Ecuación de transferencia

Consideremos a un elemento de la fuente $d\Omega$ (Figura 3.1) y pensemos en la cantidad de energía transportada por todos los rayos que atraviesan un área dada. La potencia infinitesimal dW interceptada por una superficie infinitesimal $d\sigma$ es

$$dW = I_\nu \cos \theta d\Omega d\sigma d\nu, \quad (3.1)$$

donde $d\nu$ es el ancho de banda, en Hz , θ el ángulo formado por la normal a $d\sigma$ y la dirección a $d\Omega$, e I_ν la intensidad específica, en $\text{ergs cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$.

El flujo específico total (energía por unidad de tiempo por unidad de área por unidad de frecuencia) se obtiene integrando (3.1) sobre el ángulo sólido total que subtiende la fuente, Ω_S ,

$$S_\nu = \int_{\Omega_S} I_\nu(\theta, \varphi) \cos \theta d\Omega, \quad (3.2)$$

siendo las unidades de flujo $\text{ergs cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1}$. Debido a que estas cantidades son usualmente muy pequeñas en radiofuentes, en radioastronomía se utiliza una unidad especial, el Jansky (Jy, llamada así en honor de Karl Jansky, pionero de la radioastronomía), su valor es

$$1\text{Jy} = 10^{-23} \text{ergs cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} = 10^{-26} \text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}.$$

Para la radiación en el espacio libre, la intensidad específica I_ν es independiente de la distancia a lo largo de un rayo. I_ν cambiará sólo si la radiación es emitida o absorbida, por ejemplo al atravesar una nube de gas, y en tal caso, este cambio estará descrito por la *ecuación de transferencia*, que se deduce a continuación.

La *emisividad* j se define como la energía emitida por unidad de tiempo por unidad de ángulo sólido y por unidad de volumen:

$$dE = j dV d\Omega dt. \quad (3.3)$$

Similarmente, la emisividad monocromática j_ν se define a partir de

$$dE = j_\nu dV d\Omega dt d\nu, \quad (3.4)$$

donde j_ν tiene unidades de $\text{ergs cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$. Al atravesar una distancia ds , un haz de sección transversal efectiva $dA = \cos\theta d\sigma$ viaja a través de un volumen $dV = dA ds$. Por lo tanto, la intensidad añadida al haz por emisión es

$$dI_{\nu+} = j_\nu ds. \quad (3.5)$$

Definimos el *coeficiente de absorción*, α_ν , mediante la siguiente ecuación que representa la pérdida de intensidad en un haz cuando éste atraviesa una distancia ds (por convención, α_ν es positivo cuando la energía se absorbe del haz)

$$dI_{\nu-} = -\alpha_\nu I_\nu ds. \quad (3.6)$$

Ahora podemos incorporar los efectos de emisión y absorción en una sola ecuación para obtener la variación de la intensidad específica a lo largo de un rayo cuando pasa a través de una capa de material de espesor ds . De las expresiones (3.5) y (3.6), se tiene que este cambio está dado por

$$[I_\nu(s + ds) - I_\nu(s)] d\sigma d\Omega d\nu = [-\alpha_\nu I_\nu + j_\nu] d\sigma d\Omega d\nu ds, \quad (3.7)$$

lo que da lugar a la *ecuación de transferencia*

$$\frac{dI_\nu}{ds} = [-\alpha_\nu I_\nu + j_\nu]. \quad (3.8)$$

La ecuación de transferencia permite determinar la intensidad en un medio emisor y absorbente, y además incorpora la mayoría de los aspectos macroscópicos de la radiación. La solución de (3.8) es relativamente simple una vez que se conocen α_ν y j_ν , que a su vez dependen del proceso físico particular que se estudie.

Si reescribimos (3.8) en términos de una nueva variable, vemos que la ecuación toma una forma más sencilla. Para ello definimos la *profundidad óptica* $d\tau_\nu$

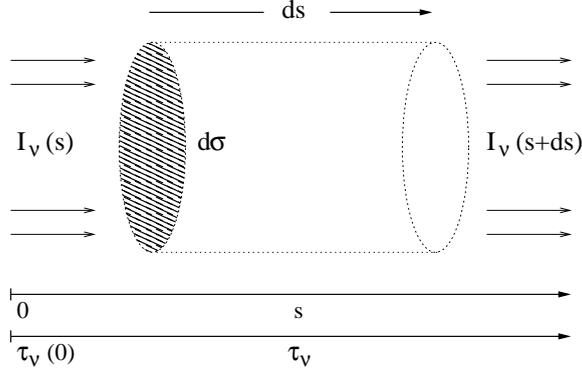


Figura 3.2: Esquema que muestra como cambia la intensidad cuando la radiación atraviesa un material de espesor ds .

(Figura 3.2) como $d\tau_\nu = \alpha_\nu ds$ o,

$$\tau_\nu = \int_{s_0}^s \alpha_\nu(s') ds' \quad (3.9)$$

para una región entre s_0 y s .

La profundidad óptica es una medida de la capacidad del medio para absorber o dejar pasar a los fotones provenientes de la fuente. Se dice que un medio es *ópticamente espeso* u *opaco* cuando τ_ν , integrado a lo largo de una línea de visión, satisface $\tau_\nu > 1$. Cuando $\tau_\nu < 1$, se dice que el medio es *ópticamente delgado* o *transparente*. Esencialmente un medio ópticamente delgado es aquel en el que los fotones típicos de frecuencia ν pueden atravesar el medio sin ser absorbidos, mientras que en un medio ópticamente espeso los fotones, en promedio, no pueden hacerlo.

Con esta nueva variable, la ecuación de transferencia (3.8) toma la forma

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu, \quad (3.10)$$

donde ahora S_ν es la función fuente definida como el cociente entre la emisividad y el coeficiente de absorción (que es distinto al flujo definido en 3.2),

$$S_\nu \equiv \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}. \quad (3.11)$$

La solución de (3.10) se obtiene de manera fácil si multiplicamos ambos lados por e^{τ_ν} y definimos $\mathcal{I} = I_\nu e^{\tau_\nu}$, $\mathcal{S} = S_\nu e^{\tau_\nu}$, entonces

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\tau_\nu} = \mathcal{S}, \quad (3.12)$$

que tiene por solución

$$\mathcal{I}(\tau_\nu) = \mathcal{I}(0) + \int_0^{\tau_\nu} \mathcal{S}(\tau'_\nu) d\tau'_\nu. \quad (3.13)$$

Reescribiendo la expresión anterior en términos de I_ν y S_ν , se obtiene la solución formal de la ecuación de transferencia

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} S_\nu(\tau'_\nu) d\tau'_\nu. \quad (3.14)$$

Si el medio es homogéneo, es decir, si S_ν no depende de τ'_ν , entonces

$$S(\tau'_\nu) = cte, \quad (3.15)$$

y (3.14) se reduce a

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu(s)} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu(s)}), \quad (3.16)$$

donde $I_\nu(0)$ es la intensidad de la fuente en ausencia del medio material. Como $I_\nu(s)$ es la intensidad total de una fuente brillante que irradia una nube de material, entonces el segundo término en (3.16) corresponde a la intensidad que produce la nube.

3.2. Radiación de cuerpo negro

La radiación térmica es la radiación emitida por la materia que está en total equilibrio termodinámico con sus alrededores. Aunque este equilibrio se presenta en circunstancias especiales como por ejemplo en los interiores de las estrellas, un sistema puede presentar un equilibrio termodinámico local. La *ley de Kirchhoff* para la emisión térmica establece que

$$\frac{j_\nu}{\alpha_\nu} = B_\nu(T), \quad (3.17)$$

donde $B_\nu(T)$ es la distribución de la radiación de un cuerpo negro en equilibrio termodinámico dada por la función de Planck. Esta función depende solamente de la temperatura y de la frecuencia, independientemente de las propiedades de composición del material,

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (3.18)$$

La forma de $B_\nu(T)$ es uno de los resultados más importantes en la descripción de los procesos de radiación. Algunas de sus propiedades características se dan a continuación.

La frecuencia para la cual el brillo es máximo, $\nu_{m\acute{a}x}$, depende de la temperatura y se determina f\u00e1cilmente resolviendo $\partial B_\nu/\partial \nu = 0$, dando lugar a la conocida ley de desplazamiento de Wien:

$$\frac{\nu_{m\acute{a}x}}{\text{GHz}} = 58.789 \left(\frac{T}{\text{K}} \right). \quad (3.19)$$

Definiendo $x = h\nu/kT$, podemos encontrar expresiones aproximadas para (3.18) siempre y cuando x est\u00e9 lejos del m\u00e1ximo.

a) $h\nu \ll kT$ ($x \ll 1$): aproximaci\u00f3n de Rayleigh-Jeans. El t\u00e9rmino exponencial en (3.18) se puede expandir en una serie de Taylor mediante

$$e^{h\nu/kT} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots \quad (3.20)$$

Si nos quedamos s\u00f3lo con los t\u00e9rminos de orden cero y primer orden, entonces

$$B_\nu(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT. \quad (3.21)$$

Este resultado es cierto para frecuencias bajas y en la banda de radio casi siempre se puede aplicar.

Una implicaci\u00f3n importante de la ley de Rayleigh-Jeans es que la temperatura y el brillo son proporcionales. Con frecuencia se describe a la intensidad de una se\u00f1al recibida de radio en t\u00e9rminos de su *temperatura de brillo*, T_b . \u00c9sta es la temperatura que debe tener un cuerpo negro para poseer la misma intensidad que la fuente observada a una frecuencia dada,

$$T_b = \frac{c^2}{2\nu^2 k} I_\nu. \quad (3.22)$$

Por ejemplo, la radiaci\u00f3n c\u00f3smica de fondo posee una temperatura de brillo de 2.7 K. En el caso de la emisi\u00f3n libre-libre \u00f3pticamente gruesa (de la que se hablar\u00e1 m\u00e1s adelante), la temperatura de brillo corresponde a la temperatura de los electrones que emiten esta radiaci\u00f3n, ya que estos siguen una distribuci\u00f3n Maxwelliana de velocidades. Estas temperaturas son del orden de 10,000 K. Para radiaci\u00f3n no t\u00e9rmica se pueden observar temperaturas de brillo de hasta 10^{12} K, por ejemplo en los n\u00facleos activos de galaxias. La interpretaci\u00f3n de la temperatura de brillo en este caso es m\u00e1s complicada porque los electrones que la producen ya no siguen una distribuci\u00f3n Maxwelliana de velocidades.

b) $h\nu \gg kT$ ($x \gg 1$): Ley de Wien. En este caso $e^x \gg 1$, por lo tanto

$$B_\nu(T) = \frac{2\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}. \quad (3.23)$$

Este límite es útil para mediciones estelares en la banda visual y ultravioleta, y en general de altas energías, sin embargo, en radioastronomía no juega un papel importante.

3.3. Radiación de partículas en movimiento

En esta sección se estudiará la radiación producida por la aceleración de una carga en el campo Coulombiano de otra carga. En el tratamiento sólo será necesario considerar el límite clásico no relativista.

3.3.1. Potenciales retardados para una partícula en movimiento

Consideremos una partícula de carga q que se mueve a lo largo de una trayectoria dada por $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0(t)$. Su velocidad al tiempo t es entonces $\mathbf{u} = \dot{\mathbf{r}}_0(t)$. Las densidades de carga y corriente están dadas por

$$\rho(\mathbf{r}, t) = q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)), \quad (3.24)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = q\mathbf{u}(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)). \quad (3.25)$$

La función delta de Dirac tiene la propiedad de localizar a la carga y la corriente. Las cargas y corrientes totales se obtienen integrando sobre todo el volumen:

$$q = \int \rho(\mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r}, \quad (3.26)$$

$$q\mathbf{u} = \int \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r}. \quad (3.27)$$

Los potenciales retardados debidos a estas densidades de carga y corriente son

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}', \quad (3.28)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}'. \quad (3.29)$$

Estas ecuaciones indican que en un punto dado \mathbf{r} y en un instante dado t , los potenciales se determinan por la carga y la corriente que existían en otro punto del espacio, \mathbf{r}' en un tiempo anterior t' , que es menor a t por una cantidad igual

al tiempo requerido por la luz para viajar de \mathbf{r}' a \mathbf{r} . Utilizando la propiedad de la delta de Dirac, el potencial escalar retardado se puede escribir como sigue

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \int d^3\mathbf{r}' \int dt' \frac{\rho(\mathbf{r}', t')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta(t' - t + |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c). \quad (3.30)$$

Sustituyendo (3.24) e integrando sobre \mathbf{r}' se tiene

$$\phi(\mathbf{r}, t) = q \int \delta(t' - t + |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t')|/c) \frac{dt'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t')|}. \quad (3.31)$$

Si introducimos la notación

$$\mathbf{R}(t') = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t'), \quad R(t') = |\mathbf{R}(t')|, \quad (3.32)$$

entonces los potenciales escalares se reescriben como

$$\phi(\mathbf{r}, t) = q \int R^{-1}(t') \delta(t' - t + R(t')/c) dt', \quad (3.33)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{c} \int \mathbf{u}(t') R^{-1}(t') \delta(t' - t + R(t')/c) dt', \quad (3.34)$$

donde se ha hecho un desarrollo similar en la integración de \mathbf{A} . Las ecuaciones (3.33) y (3.34) se pueden simplificar aún más si notamos que el argumento de la delta de Dirac es cero para algún valor $t' = t_{ret}$ dado por

$$c(t - t_{ret}) = R(t_{ret}). \quad (3.35)$$

Haciendo el cambio de variable de t' a $t'' = t' - t + [R(t')/c]$, se tiene

$$dt'' = dt' + \frac{1}{c} \dot{R}(t') dt'.$$

Debido a que $R^2(t') = \mathbf{R}^2(t')$, se sigue que $2R(t')\dot{R}(t') = -2\mathbf{R}(t') \cdot \mathbf{u}(t')$, donde $\dot{R}(t') = -\mathbf{u}(t')$. También definimos el vector unitario \mathbf{n} como

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{R}}{R},$$

entonces

$$dt'' = \left[1 - \frac{1}{c} \mathbf{n}(t') \cdot \mathbf{u}(t') \right] dt',$$

$$\phi(\mathbf{r}, t) = q \int R^{-1}(t') \left[1 - \frac{1}{c} \mathbf{n}(t') \cdot \mathbf{u}(t') \right]^{-1} \delta(t'') dt''. \quad (3.36)$$

La integración sobre la delta de Dirac se desarrolla fácilmente, recordando que $t'' = 0$ es equivalente a $t' = t_{ret}$, por lo tanto el potencial escalar es

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{\kappa(t_{ret})R(t_{ret})}, \quad (3.37)$$

donde

$$\kappa(t') = 1 - \frac{1}{c} \mathbf{n}(t') \cdot \mathbf{u}(t'). \quad (3.38)$$

Finalmente, utilizando la notación de brackets para indicar que debemos evaluar en el tiempo retardado, los potenciales se escriben como

$$\phi = \left[\frac{q}{\kappa R} \right], \quad (3.39)$$

$$\mathbf{A} = \left[\frac{q\mathbf{u}}{c\kappa R} \right]. \quad (3.40)$$

3.3.2. Campos de velocidad y radiación

Los campos eléctrico y magnético se obtienen de estos potenciales mediante diferenciación. Si queremos los campos en el punto r y al tiempo t primero debemos determinar la posición y el tiempo retardados de la partícula, r_{ret} y t_{ret} . A este tiempo su velocidad y aceleración son $\mathbf{u} = \dot{\mathbf{r}}_0(t_{ret})$ y $\dot{\mathbf{u}} = \ddot{\mathbf{r}}_0(t_{ret})$, respectivamente. Sea $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{u}/c$, $\kappa = 1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}$, entonces los campos son (Rybicki y Lightman, 2004)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = q \left[\frac{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta})(1 - \beta^2)}{\kappa^3 R^2} \right] + \frac{q}{c} \left[\frac{\mathbf{n}}{\kappa^3 R} \times \{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\} \right], \quad (3.41)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)]. \quad (3.42)$$

Notamos que el campo eléctrico está compuesto de dos términos: el primero, denominado *campo de velocidad*, cae como $1/R^2$ y es justo la generalización de la ley de Coulomb para partículas en movimiento. Si $u \ll c$ recuperamos la ley de Coulomb. Cuando la partícula se mueve con velocidad constante, sólo este término contribuye a los campos. El segundo término, el *campo de aceleración*, cae como $1/R$, es proporcional a la aceleración de la partícula y perpendicular a \mathbf{n} . Este campo eléctrico junto con el correspondiente campo magnético constituyen el *campo de radiación* de la partícula

$$\mathbf{E}_{rad}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{c} \left[\frac{\mathbf{n}}{\kappa^3 R} \times \{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\} \right], \quad (3.43)$$

$$\mathbf{B}_{rad}(\mathbf{r}, t) = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{rad}(\mathbf{r}, t)]. \quad (3.44)$$

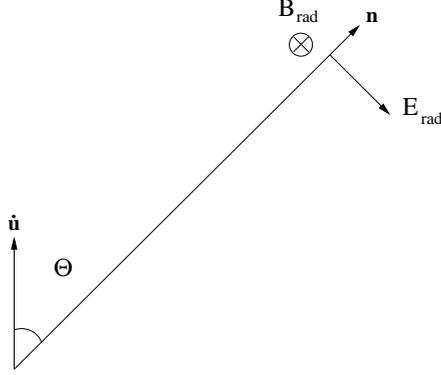


Figura 3.3: Campos eléctrico y magnético para una partícula acelerada.

Si comparamos el orden de magnitud de los dos campos E_{rad} y E_{vel} en el límite no relativista, tenemos

$$\frac{|\mathbf{E}_{rad}|}{|\mathbf{E}_{vel}|} \sim \frac{R\dot{u}}{c^2}. \quad (3.45)$$

Ahora, si nos enfocamos en la componente de Fourier de frecuencia ν , o si la partícula tiene una frecuencia característica de oscilación ν , entonces $\dot{u} \sim u\nu$, y (3.45) toma la forma

$$\frac{|\mathbf{E}_{rad}|}{|\mathbf{E}_{vel}|} \sim \frac{Ru\nu}{c^2} = \frac{u}{c} \frac{R}{\lambda}. \quad (3.46)$$

Por lo tanto, para puntos del campo dentro de la “zona cercana”, donde $R \lesssim \lambda$, el campo de velocidad es más fuerte que el campo de radiación por un factor $\gtrsim c/u$; mientras que para puntos del campo suficientemente lejos, es decir, en la “zona lejana”, $R \gg \lambda(c/u)$ y es el campo de radiación el que domina.

Con $\beta \ll 1$ podemos simplificar (3.43), por lo que

$$\mathbf{E}_{rad} = [(q/Rc^2)\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{u}})], \quad (3.47)$$

$$\mathbf{B}_{rad} = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{rad}]. \quad (3.48)$$

Las direcciones de los campos se ilustran en la Figura (3.3) que ha sido dibujada en el plano definido por \mathbf{n} y $\dot{\mathbf{u}}$. Las magnitudes de \mathbf{E}_{rad} y \mathbf{B}_{rad} son

$$|\mathbf{E}_{rad}| = |\mathbf{B}_{rad}| = \frac{q\dot{u}}{Rc^2} \sin \Theta. \quad (3.49)$$

El vector de Poynting está en la dirección de \mathbf{n} y tiene magnitud

$$S = \frac{c}{4\pi} |\mathbf{E}_{rad}|^2 = \frac{c}{4\pi} \frac{q^2 \dot{u}^2}{R^2 c^4} \sin^2 \Theta. \quad (3.50)$$

Esto corresponde a un flujo de energía en la dirección del vector \mathbf{n} , y podemos escribirlo en la forma de una emisividad. La energía por unidad de tiempo, dW , dentro del ángulo sólido $d\Omega$ alrededor de \mathbf{n} se encuentra multiplicando el vector de Poynting ($\text{ergs cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$) por el elemento de área $dA = R^2 d\Omega$:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{q^2 \dot{u}^2}{4\pi c^3} \sin^2 \Theta. \quad (3.51)$$

La potencia total emitida en todos los ángulos la obtenemos al integrar sobre $d\Omega$

$$W = \frac{q^2 \dot{u}^2}{4\pi c^3} \int \sin^2 \Theta d\Omega = \frac{q^2 \dot{u}^2}{4\pi c^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \Theta d\Theta d\varphi, \quad (3.52)$$

lo que da como resultado a la *fórmula de Larmor* para la emisión de una carga q acelerada

$$W = \frac{2q^2 \dot{u}^2}{3c^3}. \quad (3.53)$$

3.3.3. Radiación de un sistema de partículas no relativistas

Cuando hay muchas partículas con posiciones \mathbf{r}_i , velocidades \mathbf{u}_i , y cargas q_i , $i = 1, 2 \dots N$, podemos encontrar el campo de radiación a grandes distancias mediante la adición de \mathbf{E}_{rad} de cada partícula. Sin embargo, esto no es tan simple como parece porque las expresiones para el campo de radiación se refieren a las condiciones en los tiempos retardados, y estos son diferentes para cada partícula. Aún así, hay situaciones en las cuales es posible ignorar esta dificultad. Denotemos por L al tamaño típico del sistema, y sea τ la escala de tiempo típica para cambios dentro del sistema. Si τ es mucho mayor que el tiempo que le toma a la luz viajar una distancia L , es decir, $\tau \gg L/c$, entonces las diferencias en los tiempos retardados se pueden despreciar. Podemos también caracterizar a τ como la escala de tiempo en la cual ocurren cambios significantes en el campo de radiación \mathbf{E}_{rad} , lo cual a su vez determina la frecuencia característica típica de la radiación emitida. Llamando ν a esta frecuencia, se tiene

$$\nu \approx \frac{1}{\tau}, \quad (3.54)$$

y dada la condición para τ mencionada arriba, tenemos

$$\frac{c}{\nu} \gg L, \quad (3.55)$$

o

$$\lambda \gg L, \quad (3.56)$$

es decir, las diferencias entre los tiempos retardados se pueden ignorar cuando el tamaño del sistema es pequeño comparado con la longitud de onda de la

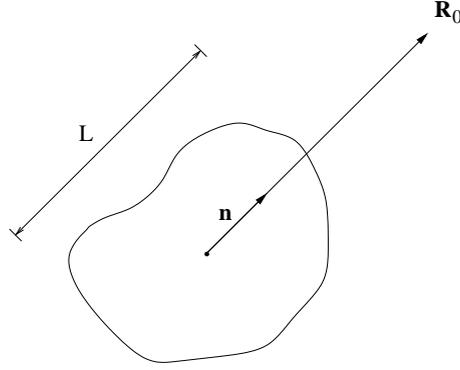


Figura 3.4: Representación de un sistema de partículas para el cual se quiere determinar el campo de radiación.

radiación. Ahora, si l es la escala característica de la órbita de la partícula y u su velocidad, entonces, como τ caracteriza al tiempo que le toma a la partícula cambiar su movimiento sustancialmente, $\tau \sim l/u$. Por consiguiente, la condición $\tau \gg L/c$ implica $u/c \ll l/L$, pero como $l < L$, esto se reduce simplemente a la condición no relativista, $u \ll c$. Podemos por lo tanto utilizar consistentemente las expresiones no relativistas para los campos de radiación. El campo eléctrico es

$$\mathbf{E}_{rad} = \sum_i \frac{q_i}{c^2} \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{u}}_i)}{R_i}. \quad (3.57)$$

Sea R_0 la distancia de algún punto en el sistema a un punto en el campo (Figura 3.4). Debido a que las diferencias entre las R_i 's son despreciables si $R_0 \rightarrow \infty$, se tiene

$$\mathbf{E}_{rad} = \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \ddot{\mathbf{d}})}{c^2 R_0}, \quad (3.58)$$

donde el momento dipolar es

$$\mathbf{d} = \sum_i q_i \mathbf{r}_i, \quad (3.59)$$

que debe ser evaluado en el tiempo retardado, pero dada nuestra aproximación, se puede tomar el tiempo retardado que corresponde a algún punto dentro del sistema, por ejemplo, el punto que utilizamos para definir R_0 . Las generalizaciones de (3.51) y (3.53) para un solo electrón no relativista en la aproximación dipolar son

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{|\ddot{\mathbf{d}}|^2}{4\pi c^3} \sin^2 \Theta, \quad (3.60)$$

$$W = \frac{2|\ddot{\mathbf{d}}|^2}{3c^3}. \quad (3.61)$$

Asumiendo que \mathbf{d} no cambia de dirección, entonces la magnitud del campo eléctrico es

$$|\mathbf{E}(t)| = |\ddot{\mathbf{d}}(t)| \frac{\sin \Theta}{c^2 R_0} \quad (3.62)$$

y en el espacio de frecuencias, dada la definición de la Transformada de Fourier,

$$\mathbf{d}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \hat{\mathbf{d}}(\omega) d\omega \quad (3.63)$$

y la propiedad, $\mathcal{F}[\ddot{\mathbf{d}}(t)] = -\omega^2 \hat{\mathbf{d}}(\omega)$, se tiene

$$|\hat{\mathbf{E}}(\omega)| = -\frac{1}{c^2 R_0} \omega^2 |\hat{\mathbf{d}}(\omega)| \sin \Theta. \quad (3.64)$$

Con esto podemos calcular la energía por unidad de área, por unidad de frecuencia a partir de

$$\frac{dE}{dA d\omega} = c |\hat{\mathbf{E}}(\omega)|^2, \quad (3.65)$$

e integrando sobre todos los ángulos sólidos usando $dA = R_0^2 d\Omega$ obtenemos la energía total por unidad de frecuencia

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{8\pi\omega^4}{3c^3} |\hat{\mathbf{d}}(\omega)|^2. \quad (3.66)$$

Nótese que hemos utilizado E para denotar a la energía, mientras que $|\mathbf{E}|$ se usa para la magnitud del campo eléctrico.

3.4. Radiación libre-libre

En la emisión libre-libre producida por el encuentro de un electrón con un ión, el electrón es el radiador primario debido a que las aceleraciones relativas son inversamente proporcionales a las masas, mientras que las cargas son iguales. También, como el ión es mucho más masivo, se supondrá que el electrón se mueve en un campo Coulombiano fijo. El tratamiento se hará en un inicio sin considerar la naturaleza cuántica de los fotones, pero se verá que esto se puede tomar en cuenta mediante términos de corrección en las fórmulas clásicas. Las expresiones obtenidas se extenderán a una distribución de electrones e iones para determinar el coeficiente de absorción de la emisión libre-libre.

Supongamos un electrón que se mueve lo suficientemente rápido (pero no relativista), de tal manera que la desviación de su trayectoria de una línea recta se

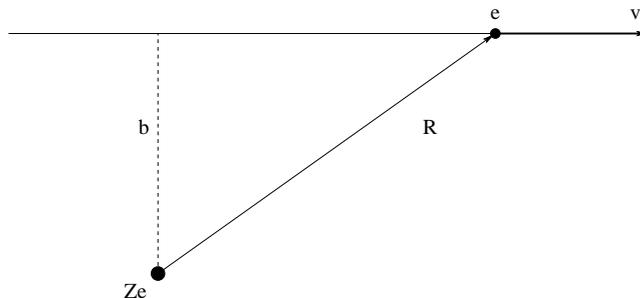


Figura 3.5: Parámetros de la trayectoria de un electrón desplazándose en el campo de un ión de carga Ze

puede despreciar. Consideremos que el electrón de carga $-e$ se mueve cerca de un ion de carga Ze con un parámetro de impacto b (Figura 3.5). El momento dipolar es $\mathbf{d} = -e\mathbf{R}$, y su segunda derivada es

$$\ddot{\mathbf{d}} = -e\dot{\mathbf{v}}, \quad (3.67)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad del electrón. Tomando la transformada de Fourier a esta ecuación, se tiene

$$-\omega^2 \hat{\mathbf{d}}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\mathbf{v}} e^{i\omega t} dt. \quad (3.68)$$

El electrón interactúa con el ión en un intervalo de tiempo τ , llamado *tiempo de colisión*, el cual es del orden de $\tau = b/v$. Podemos deducir expresiones para $\hat{\mathbf{d}}(\omega)$ en los límites asintóticos de frecuencias grandes y pequeñas. Para $\omega\tau \gg 1$ el término exponencial en la integral de (3.68) oscila rápidamente, y la integral vale aproximadamente cero. Para $\omega\tau \ll 1$ dicho término es esencialmente igual a uno. Por lo tanto

$$\hat{\mathbf{d}}(\omega) \sim \begin{cases} \frac{e}{2\pi\omega^2} \Delta\mathbf{v}, & \omega\tau \ll 1 \\ 0, & \omega\tau \gg 1, \end{cases} \quad (3.69)$$

donde $\Delta\mathbf{v}$ es el cambio de la velocidad del electrón durante la colisión. La energía radiada por unidad de frecuencia por un electrón acelerado está dada por la ecuación de Larmor en la aproximación dipolar, ecuación (3.66), por lo tanto

$$\frac{dE}{d\omega} = \begin{cases} \frac{2e^2}{3\pi c^3} |\Delta\mathbf{v}|^2, & \omega\tau \ll 1 \\ 0, & \omega\tau \gg 1. \end{cases} \quad (3.70)$$

En un potencial central la trayectoria del electrón es casi lineal y el cambio de su velocidad es predominantemente normal a la trayectoria. Por lo tanto, para hacer una estimación de $\Delta \mathbf{v}$ podemos integrar solamente la componente normal de la aceleración, que en la aproximación de una trayectoria rectilínea es

$$\Delta v = \frac{Ze^2}{m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = \frac{2Ze^2}{mbv}. \quad (3.71)$$

Por lo que la emisión de una sola colisión es

$$\frac{dE(b)}{d\omega} = \begin{cases} \frac{8Z^2 e^6}{3\pi c^3 m^2 v^2 b^2}, & b \ll v/\omega \\ 0, & b \gg v/\omega. \end{cases} \quad (3.72)$$

Ahora queremos determinar el espectro total para un medio con densidad de iones n_i , densidad de electrones n_e y para un sólo valor de la velocidad de impacto v del electrón. El flujo de electrones (número de electrones por unidad de área por unidad de tiempo) que inciden en un ion es simplemente $n_e v$. La emisión total por unidad de tiempo, por unidad de volumen, por unidad de frecuencia es entonces

$$\frac{dW}{d\omega dV} = n_e n_i 2\pi v \int_{b_{\min}}^{\infty} \frac{dE(b)}{d\omega} b db, \quad (3.73)$$

donde el elemento de área es $2\pi b db$ y b_{\min} es el valor mínimo del parámetro de impacto. Es claro que de acuerdo a la ecuación anterior requerimos valores de $dW(b)/d\omega$ para un rango completo de parámetros de impacto. Sin embargo, en el límite asintótico a bajas frecuencias, podemos sustituir el resultado de (3.72) en (3.73), para obtener

$$\frac{dW}{d\omega dV} = \frac{16e^6}{3c^3 m^2 v} n_e n_i Z^2 \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b} = \frac{16e^6}{3c^3 m^2 v} n_e n_i Z^2 \ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right), \quad (3.74)$$

donde b_{\max} es algún valor de b más allá del cual el resultado asintótico de $b \ll v/\omega$ no es aplicable y la contribución a la integral se vuelve insignificante. El valor de b_{\max} es del orden de v/ω , aunque su valor preciso no es muy importante debido a que se encuentra en el argumento del logaritmo. En el límite clásico, los valores de b_{\max} y b_{\min} son (Lang, 1999)

$$\begin{aligned} b_{\max} &= v/\omega \\ b_{\min} &= Ze^2/(mv^2) \quad \text{para velocidades bajas, y} \\ b_{\min} &= \hbar/(mv) \quad \text{para velocidades altas,} \end{aligned} \quad (3.75)$$

donde velocidades bajas ocurre si $v \ll \alpha Zc$ y velocidades altas si $v \gg \alpha Zc$, con $\alpha \approx 1/137$ la constante de estructura fina; en el último caso es necesario

un tratamiento cuántico, ya que el principio de incertidumbre juega un papel importante y el resultado clásico no se puede aplicar.

Sin embargo, para cualquier régimen, el resultado exacto de (3.74) se puede escribir convenientemente en términos de un factor de corrección, el *factor de Gaunt* $g_{ff}(v, \omega)$ de tal manera que

$$\frac{dW}{d\omega dV} = \frac{16 \pi e^6}{3\sqrt{3}c^3 m^2 v} n_e n_i Z^2 g_{ff}(v, \omega), \quad (3.76)$$

donde los subíndices en el factor de Gaunt se refieren a la radiación libre-libre. Comparando (3.74) y (3.76) obtenemos g_{ff} en términos de un logaritmo efectivo

$$g_{ff}(v, \omega) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left(\frac{b_{\text{máx}}}{b_{\text{mín}}} \right). \quad (3.77)$$

3.4.1. Radiación libre-libre térmica

Con las fórmulas encontradas en la sección anterior, lo que sigue es aplicarlas a la emisión libre-libre térmica. Para ello necesitamos promediar las cantidades encontradas para una sola velocidad, sobre una distribución térmica de velocidades. La probabilidad dP de que una partícula tenga una velocidad entre v y $v + dv$ está dada por la distribución de velocidades de Maxwell,

$$dP \propto v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv. \quad (3.78)$$

Ahora queremos integrar (3.76) sobre esta función, pero hay que notar que, dada una frecuencia ν , la velocidad incidente del electrón debe ser tal que

$$h\nu \leq \frac{1}{2}mv^2 \quad (3.79)$$

porque de otra manera no se podría crear un fotón de energía $h\nu$, por lo tanto esto establece el límite inferior de la integral. Entonces

$$\frac{dW(T, \omega)}{d\omega dV} = \frac{\int_{v_{\text{mín}}}^{\infty} \frac{dW(v, \omega)}{d\omega dV} v^2 \exp(-mv^2/2kT) dv}{\int_0^{\infty} v^2 \exp(-mv^2/2kT) dv}, \quad (3.80)$$

donde $v_{\text{mín}} \equiv (2h\nu/m)^{1/2}$. Utilizando $d\omega = 2\pi d\nu$, obtenemos

$$\frac{dW(T, \omega)}{dV d\nu} = \frac{2^5 \pi e^6}{3mc^3} \left(\frac{2\pi}{3km} \right)^{1/2} T^{-1/2} Z^2 n_e n_i e^{-h\nu/kT} \bar{g}_{ff}, \quad (3.81)$$

siendo $\bar{g}_{ff}(T, \nu)$ el factor de Gaunt promediado sobre todas las velocidades. Es claro que esto sólo es cierto para fuentes no opacas, ya que aún no hemos considerado la absorción de los fotones por los electrones libres.

La potencia total por unidad de volumen emitida por *bremstrahlung* térmico la obtenemos de integrar (3.81) sobre todas las frecuencias. El resultado es

$$\frac{dW}{dV} = \left(\frac{2\pi kT}{3m} \right)^{1/2} \frac{2^5 \pi e^6}{3hmc^3} Z^2 n_e n_i \bar{g}_B, \quad (3.82)$$

con $\bar{g}_B(T)$ el factor de Gaunt promediado sobre todas las velocidades y sobre todas las frecuencias.

3.4.2. Absorción de la radiación libre-libre térmica

Es posible relacionar la absorción de la radiación al proceso de emisión libre-libre descrito anteriormente. De la ley de Kirchoff (3.17) se tiene

$$j_\nu^{ff} = \alpha_\nu^{ff} B_\nu(T). \quad (3.83)$$

La emisividad j_ν^{ff} se relaciona con la fórmula para la emisión, ecuación (3.81), mediante

$$\frac{dW}{dV d\nu} = 4\pi j_\nu^{ff}. \quad (3.84)$$

Para la radiación de cuerpo negro dada por (3.18), y por (3.83) y (3.84) se tiene que el coeficiente de absorción es

$$\alpha_\nu^{ff} = \frac{4e^6}{3mhc} \left(\frac{2\pi}{3km} \right)^{1/2} T^{-1/2} Z^2 n_e n_i \nu^{-3} (1 - e^{-h\nu/kT}) \bar{g}_{ff}. \quad (3.85)$$

Evaluando (3.85) en unidades CGS tenemos el resultado siguiente

$$\alpha_\nu^{ff} = 3.692 \times 10^8 T^{-1/2} Z^2 n_e n_i \nu^{-3} (1 - e^{-h\nu/kT}) \bar{g}_{ff} \text{ cm}^{-1}. \quad (3.86)$$

3.5. Radiación libre-libre de Envoltentes Extendidas

La teoría de la emisión térmica en radio de vientos estelares ionizados es una importante aplicación de las fórmulas para la emisión térmica encontradas en la sección (3.4). Ahora se obtendrá el espectro de continuo para una envoltente esférica al resolver la ecuación de transferencia para la que se adoptará un

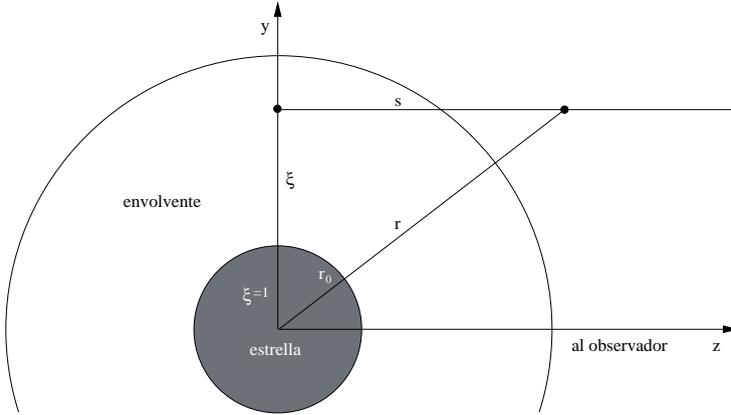


Figura 3.6: Sistema de referencia para el cálculo de la profundidad óptica $\tau(\xi)$. El eje x es perpendicular al plano $z - y$.

modelo de la densidad de electrones, n_e , en la envoltura. Como hipótesis adicionales supondremos que: i) todo el gas de la envoltura está ionizado; ii) la temperatura de los electrones es constante a través de la nebulosa; y iii) existe simetría esférica.

3.5.1. El caso $n_e \propto r^{-2}$

Consideremos el caso de una envoltura estelar en la cual la densidad de electrones es proporcional a r^{-2} a partir del radio de la estrella r_0 hasta infinito. Este es el caso que se espera para un viento isotrópico con velocidad constante. Vamos a escoger un sistema de referencia en el cual el eje z corresponde a la línea de visión que pasa a través del centro de simetría de la distribución de masa y cuyo origen coincide con el centro de la estrella (Figura 3.6).

Sea ξ la distancia a una línea paralela a z y s la coordenada a lo largo de esa línea, con origen en el punto de intersección con el plano $x - y$. Por simplicidad mediremos todas las longitudes en unidades del radio estelar r_0 . De la figura (3.6) se tiene que

$$r^2 = s^2 + \xi^2. \quad (3.87)$$

Entonces la densidad de electrones toma la forma

$$n_e(s) = \frac{n_0}{s^2 + \xi^2}, \quad (3.88)$$

donde n_0 es el valor de la densidad de electrones en la superficie de la estrella.

La intensidad $I_\nu(\xi)$ a través de una línea de visión en la aproximación de equilibrio térmico es

$$I_\nu(\xi) = B_\nu(1 - e^{-\tau(\xi)}), \quad (3.89)$$

donde B_ν es la función de Planck a la temperatura T (uniforme).

La profundidad óptica $\tau(\xi)$ está dada por (Panagia y Felli, 1975)

$$\tau(\xi) = 2 \int_0^\infty \alpha_\nu^{ff} r_0 ds = \frac{\pi}{2\xi^3} n_0^2 \kappa(\nu) r_0, \quad \xi \geq 1 \quad (3.90)$$

$$\tau(\xi) = \int_{s_{\min}}^\infty \alpha_\nu^{ff} r_0 ds = \frac{1}{2\xi^3} n_0^2 \kappa(\nu) r_0 \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \frac{s_{\min}}{\xi^2 + s_{\min}^2} - \arctan\left(\frac{s_{\min}}{\xi}\right) \right], \quad \xi \leq 1 \quad (3.91)$$

donde $s_{\min} = (1 - \xi^2)^{1/2}$ y $\kappa(\nu)$ de acuerdo a (3.86), con $Z = 1$, $n_e = n_i$ y T_e la temperatura electrónica, es

$$\kappa(\nu) = 3.692 \times 10^8 [1 - \exp(-h\nu/kT_e)] \bar{g}_{ff}(\nu, T_e) T_e^{-1/2} \nu^{-3}. \quad (3.92)$$

En la banda de radio, $\kappa(\nu)$ se puede aproximar por (Mezger y Henderson, 1967)

$$\kappa(\nu) = 8.436 \times 10^{-28} \left[\frac{\nu}{10 \text{ GHz}} \right]^{-2.1} \left[\frac{T_e}{10^4 \text{ K}} \right]^{-1.35} a(\nu, T_e), \quad (3.93)$$

donde $a(\nu, T_e)$ es un factor que mide la desviación entre la fórmula exacta y su aproximación. Su valor se tomará igual a la unidad de aquí en adelante. La emisividad total, E_ν , se obtiene al integrar (3.89) a lo largo de una línea de visión sobre toda la estructura y multiplicar por 4π para tomar en cuenta la isotropía de la emisión, por lo tanto, se tiene

$$E_\nu = 4\pi \int_0^\infty B(\nu) (1 - e^{-\tau(\xi)}) 2\pi r_0^2 \xi d\xi. \quad (3.94)$$

El cálculo de la integral en la expresión anterior no es sencillo, aunque si existe una solución analítica (Rodríguez et al., 2009). Una forma práctica de resolverla consiste en hacer una aproximación como la desarrollada por Panagia y Felli (1975). Definamos una distancia crítica $\xi_c \geq 1$ de tal manera que la profundidad óptica evaluada a lo largo de una línea de visión sea mucho mayor que 1, es decir,

$$\tau_c = \frac{\pi}{2\xi_c^3} n_0^2 \kappa(\nu) r_0 > 1. \quad (3.95)$$

Entonces, si $\xi < \xi_c$ el término $e^{-\tau(\xi)}$ se puede despreciar. Reescribiendo la integral (3.94) separándola en dos partes, se tiene

$$E_\nu \approx 4\pi r_0^2 \pi B(\nu) \left[2 \int_0^{\xi_c} \xi d\xi + 2 \int_{\xi_c}^\infty (1 - e^{-\tau(\xi)}) \xi d\xi \right]. \quad (3.96)$$

Cuando $\xi > \xi_c$ entonces $\tau < 1$ por lo que podemos utilizar la expansión en serie de Taylor del término exponencial,

$$e^{-\tau(\xi)} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\tau^n(\xi)}{n!}. \quad (3.97)$$

Sustituyendo esto último en (3.96) y haciendo la integral se llega a

$$E_\nu = 4\pi r_0^2 \pi B(\nu) \xi_c^2 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!} \frac{\tau_c^n}{(3n-2)} \right]. \quad (3.98)$$

Así, la emisión total consiste de una contribución de una región opaca, correspondiente al primer término de la suma en (3.98) y de una contribución de la envolvente extendida que es ópticamente delgada, y que corresponde al segundo término. El valor de E_ν es poco sensible a la elección de τ_c , siempre que se satisfaga la condición (3.95). En particular, si $\tau_c = 3$, la suma en (3.98) vale 2.29, y la emisividad total es

$$E_\nu = 22.32\pi r_0^2 \pi B(\nu) \xi_c^2. \quad (3.99)$$

Utilizando la aproximación de Rayleigh-Jeans (3.21), y las ecuaciones (3.90) y (3.93) obtenemos que el flujo total a una distancia d del observador, $S_\nu = E_\nu/4\pi d^2$, es

$$S_\nu = 32.7 \left[\frac{n_0 r_0^2}{10^{36} \text{ cm}^{-1}} \right]^{4/3} \left[\frac{\nu}{10 \text{ GHz}} \right]^{0.6} \left[\frac{T_e}{10^4 \text{ K}} \right]^{0.1} \left[\frac{d}{\text{kpc}} \right]^{-2} \text{ mJy}. \quad (3.100)$$

Como un radio representativo a cada frecuencia, $R(\nu)$, para la región de emisión, tomamos la distancia dentro de la cual se produce la mitad de la emisividad, la cual corresponde a un valor $\bar{\xi}$ tal que $\tau(\bar{\xi}) = 0.399$. Combinando (3.90) y (3.93), se encuentra que $R(\nu)$ es

$$R(\nu) = 1.57 \times 10^{15} \left[\frac{n_0 r_0^2}{10^{36} \text{ cm}^{-1}} \right]^{2/3} \left[\frac{\nu}{10 \text{ GHz}} \right]^{-0.7} \left[\frac{T_e}{10^4 \text{ K}} \right]^{-0.45} \text{ cm}. \quad (3.101)$$

Se puede verificar que la mayoría de la emisión a cada frecuencia proviene de una región comprendida entre $r \approx 0.4R(\nu)$ y $r \approx 5R(\nu)$. Por lo tanto, dado que $R(\nu)$ es una función decreciente, podemos decir que el espectro de la envolvente va como $\nu^{0.6}$ dentro de un intervalo de frecuencias, por decir, de ν_1 a ν_2 , cuando la distribución de la densidad de electrones varía como r^{-2} , de $r_{\text{mín}} = 0.4R(\nu_2)$ a $r_{\text{máx}} = 5R(\nu_1)$.

Cuadro 3.1: Valores de I y A para distintas α .

α	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
$I(\alpha)$	1.000	0.785	0.667	0.589	0.533
$A(\alpha)$	∞	5.572	3.070	2.311	1.953
γ	-0.10	0.60	0.95	1.16	1.30

3.5.2. El caso $n_e \propto r^{-\alpha}$

Para obtener el espectro cuando la densidad de electrones es $n_e = n_0 r^{-\alpha}$, el procedimiento a seguir es similar al caso con $\alpha = 2$. Para $\xi \geq 1$, la profundidad óptica $\tau(\xi)$ es

$$\tau(\xi) = 2n_0^2 \kappa(\nu) r_0 \xi^{-(2\alpha-1)} I(\alpha), \quad (3.102)$$

donde $I(\alpha) = \int_0^{\pi/2} (\sin \theta)^{2(\alpha-1)} d\theta$. Sustituyendo (3.102) en (3.96) y haciendo nuevamente la expansión en serie de Taylor, se llega a

$$E_\nu = 4\pi r_0^2 \pi B(\nu) \xi_c^2 A(\alpha), \quad (3.103)$$

donde

$$A(\alpha) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\tau_c^n}{n! n(2\alpha-1) - 2}. \quad (3.104)$$

La dependencia de E_ν con la frecuencia en la banda de radio está dada por

$$E_\nu \propto \nu^2 \xi_c^2 \propto \nu^{-\frac{4.2}{2\alpha-1} + 2} = \nu^\gamma, \quad (3.105)$$

con $\gamma = -\frac{4.2}{2\alpha-1} + 2$.

Nótese que si $\alpha \leq 1.5$ $A(\alpha)$ diverge y por lo tanto también la emisión. Por consiguiente, en estos casos es necesario establecer condiciones de frontera para obtener soluciones físicamente plausibles. También a medida que α crece, el espectro tiende a la aproximación de Rayleigh-Jeans, es decir, $\gamma \rightarrow 2$. La tabla (3.1) muestra algunos valores de $A(\alpha)$ y γ , calculados utilizando $\tau_c = 3$.

Uno de los métodos más fiables para la determinación de la tasa de pérdida de masa en estrellas masivas, \dot{M} , es vía la observación de la radiación libre-libre emitida por sus vientos ionizados a longitudes de onda de radio. La densidad de electrones se relaciona con \dot{M} , la velocidad terminal del viento v_∞ , y el radio r , mediante la expresión (Panagia y Felli, 1975)

$$n_e(r) = \frac{\dot{M}}{4\pi r^2 v_\infty \mu m_H}, \quad (3.106)$$

donde μ es el peso molecular medio. En el caso general de un gas compuesto de distintas clases de iones cada uno con abundancia fraccional X_i y carga Z_i , n_0

debe ser reemplazada por $\bar{Z}^{1/2}n_0$, donde $\bar{Z} = \sum_i X_i Z_i^2 / \sum_i X_i Z_i$ es la carga iónica promedio.

Considerando esto último y combinando (3.100) y (3.106), obtenemos la dependencia de la densidad de flujo con la tasa de pérdida de masa de una envoltente asociada a una estrella a una distancia d del observador,

$$S_\nu = 5.12 \left[\frac{\nu}{10 \text{ GHz}} \right]^{0.6} \left[\frac{T_e}{10^4 \text{ K}} \right]^{0.1} \left[\frac{\dot{M}}{10^{-5} M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right]^{4/3} \cdot \left[\frac{\mu}{1.2} \right]^{-4/3} \left[\frac{v_\infty}{10^3 \text{ km s}^{-1}} \right]^{-4/3} \bar{Z}^{2/3} \left[\frac{d}{\text{kpc}} \right]^{-2} \text{ mJy.} \quad (3.107)$$

Manipulando las ecuaciones (3.101) y (3.99) se puede deducir el radio efectivo para la región de emisión como función de \dot{M} ,

$$R(\nu) = 6.23 \times 10^{14} \left[\frac{\nu}{10 \text{ GHz}} \right]^{-0.7} \left[\frac{T_e}{10^4 \text{ K}} \right]^{-0.45} \left[\frac{\dot{M}}{10^{-5} M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right]^{2/3} \cdot \left[\frac{\mu}{1.2} \right]^{-2/3} \left[\frac{v_\infty}{10^3 \text{ km s}^{-1}} \right]^{-2/3} \bar{Z}^{1/3} \text{ cm,} \quad (3.108)$$

el cual corresponde a un tamaño angular de

$$\theta(\nu) = 0.0417 \left[\frac{\nu}{10 \text{ GHz}} \right]^{-0.7} \left[\frac{T_e}{10^4 \text{ K}} \right]^{-0.45} \left[\frac{\dot{M}}{10^{-5} M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right]^{2/3} \cdot \left[\frac{\mu}{1.2} \right]^{-2/3} \left[\frac{v_\infty}{10^3 \text{ km s}^{-1}} \right]^{-2/3} \bar{Z}^{1/3} \left[\frac{d}{\text{kpc}} \right]^{-1} \text{ arc''}. \quad (3.109)$$

Los valores típicos de \dot{M} y v_∞ para estrellas de tipo tempranas están en el intervalo de $10^{-4} - 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ y $300-3000 \text{ km s}^{-1}$, respectivamente¹.

En algunas estrellas con vientos ionizados se observa que en efecto $S_\nu \propto \nu^{0.6}$ (Contreras et al., 1996). Sin embargo, observaciones en radio han revelado que estrellas de tipo tempranas, específicamente estrellas OB y Wolf-Rayet (WR), son también fuentes de radioemisión no térmica. Todas las estrellas de este tipo poseen vientos estelares fuertes y la emisión térmica se explica naturalmente como emisión libre-libre en las envoltentes extendidas formadas por la pérdida de masa de las estrellas, donde la teoría descrita en esta sección funciona adecuadamente.

Se piensa que la emisión no térmica se debe a electrones que son acelerados vía mecanismos de aceleración de Fermi alrededor de choques (Fermi, 1949).

¹ $1 M_\odot = 1.989 \times 10^{33} \text{ g}$

Cuando electrones relativistas giran en espiral alrededor de un campo magnético emiten radiación sincrotrón que es detectada como emisión no térmica.

Modelos recientes apuntan que para estrellas solas los choques se originan por inestabilidades que se forman y se propagan en sus vientos (Lucy & White, 1980; White, 1985), mientras que para sistemas binarios masivos, los choques se originan en la región donde los vientos de las estrellas colisionan (Eichler & Usov, 1993; Dougherty et al., 2003; Pittard et al., 2006; Blomme et al., 2010; Pittard, 2010). Esta teoría es ampliamente aceptada a causa de la emisión no térmica detectada en estrellas Wolf-Rayet y en sistemas binarios O+O, como es el caso de Cyg OB2 No. 5, por consiguiente es necesario hacer una revisión de las generalidades de la emisión no térmica. Esto se realiza en la siguiente sección.

Capítulo 4

Emisión no térmica de estrellas masivas

La emisión de luz por electrones relativistas que se mueven en campos magnéticos es uno de los mecanismos de radiación observados con mayor frecuencia en astrofísica. Cuando la velocidad de los electrones es muy cercana a la velocidad de la luz (factor de Lorentz $\gamma \gg 1$), la radiación recibe el nombre de radiación sincrotrón, mientras que a velocidades medianamente relativistas, con $\gamma \lesssim 2-3$, la emisión es llamada radiación girosincrotrón (Güdel, 2002).

La radiación sincrotrón se observa en diversas clases de objetos cósmicos, por ejemplo en remanentes de supernovas, pulsares, cuasares, radiogalaxias así como en algunas estrellas o sistemas binarios especiales.

En este capítulo se hará una revisión de los conceptos más importantes para entender las características de la emisión sincrotrónica. Como en el capítulo anterior, empezaremos por determinar la radiación de un solo electrón y después consideraremos el caso general y de mayor interés, que es el de la radiación de una distribución de electrones relativistas. Finalmente hablaremos de los mecanismos que pueden ser responsables de la aceleración de electrones de muy altas energías.

4.1. Radiación sincrotrón de un solo electrón

El movimiento de una partícula de carga e , masa m y velocidad \mathbf{v} en un campo magnético \mathbf{B} está descrito por la ecuación relativista de Einstein-Planck,

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \mathbf{v}) = \frac{e}{c}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (4.1)$$

donde $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ es el factor de Lorentz. En ausencia de un campo eléctrico \mathbf{E} la conservación de la energía resulta en la ecuación adicional

$$\frac{d}{dt}(\gamma mc^2) = 0. \quad (4.2)$$

Esto implica que γ es constante y por lo tanto que $|\mathbf{v}|$ es constante. Si proyectamos el vector \mathbf{v} en sus componentes \mathbf{v}_{\parallel} y \mathbf{v}_{\perp} , paralela y perpendicular al campo magnético \mathbf{B} , respectivamente, entonces, de (4.1)

$$\frac{d\mathbf{v}_{\parallel}}{dt} = 0, \quad (4.3)$$

y

$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{e}{\gamma mc}(\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}). \quad (4.4)$$

De (4.3) obtenemos que $\mathbf{v}_{\parallel} = cte$, y por consiguiente $|\mathbf{v}_{\perp}|$ también es constante. Por lo tanto, la solución de (4.4) implica un movimiento circular uniforme con frecuencia de giro igual a

$$\omega_B = \frac{eB}{\gamma mc} = \frac{\omega_G}{\gamma}, \quad (4.5)$$

donde

$$\omega_G = 17.6 \left(\frac{B}{\text{Gauss}} \right) \text{ MHz}, \quad (4.6)$$

es la frecuencia de giro no relativista.

Dado que la velocidad constante \mathbf{v}_{\parallel} se superpone a este movimiento circular, la trayectoria seguida por el electrón es una hélice alrededor de \mathbf{B} con un ángulo entre \mathbf{v} y \mathbf{B} constante (Figura 4.1) dado por

$$\tan \varphi = \frac{|\mathbf{v}_{\perp}|}{|\mathbf{v}_{\parallel}|}. \quad (4.7)$$

Supongamos por simplicidad que $\mathbf{v}_{\parallel} = 0$. Ahora utilizaremos las transformaciones de Lorentz para encontrar la radiación emitida por un electrón moviéndose a velocidades relativistas. Para ello nos trasladamos a un sistema de referencia K' instantáneamente en reposo, tal que el electrón tiene velocidad cero en un momento determinado en este sistema. El electrón no permanecerá en reposo debido a que su aceleración es distinta de cero, pero podemos hacer la suposición de que en un intervalo de tiempo infinitesimal su movimiento es no

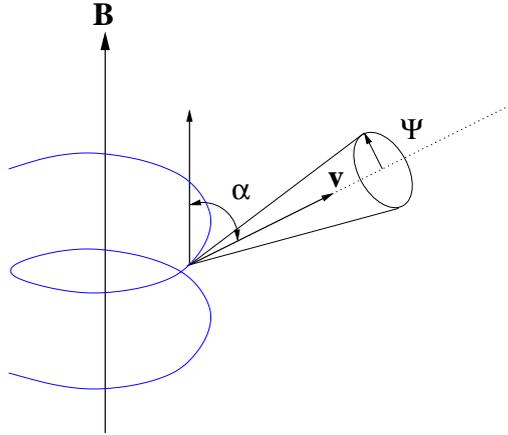


Figura 4.1: Cono de emisión de un electrón relativista en movimiento espiral en un campo magnético uniforme.

relativista. Entonces, en el sistema K' el electrón radia de acuerdo a la fórmula de Larmor (3.53)

$$W' = \frac{2e^2}{3c^3} a'^2, \quad (4.8)$$

donde a'_\perp es la aceleración del electrón perpendicular a \mathbf{B} en el sistema de referencia K' . La energía en el sistema de referencia K que se mueve con velocidad $-\mathbf{v}$ respecto al electrón la obtenemos de las propiedades de transformación del 4-momento,

$$dE = \gamma dE', \quad (4.9)$$

El intervalo de tiempo dt es simplemente

$$dt = \gamma dt'. \quad (4.10)$$

La potencia total emitida en los sistemas K y K' es entonces

$$W = \frac{dE}{dt} \quad y \quad W' = \frac{dE'}{dt'}, \quad (4.11)$$

lo que implica que $W = W'$. Considerando la transformación de la aceleración dada por $a'_\perp = \gamma^2 a_\perp$ encontramos que

$$W = \frac{2e^2}{3c^3} \gamma^4 a_\perp^2, \quad (4.12)$$

e introduciendo $\gamma = E/mc^2$ y $a_\perp = \omega_B v_\perp$, obtenemos finalmente la potencia emitida por un electrón relativista ($v_\perp/c \cong 1$),

$$W = \frac{2e^4 B^2}{3m^2 c^3} \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2. \quad (4.13)$$

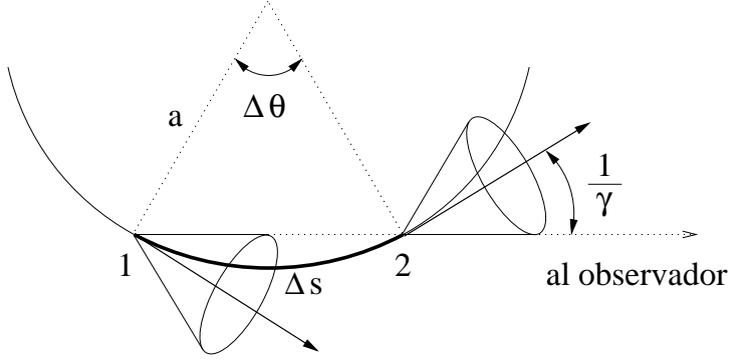


Figura 4.2: Conos de emisión en dos puntos de la trayectoria circular de un electrón acelerado.

Un observador verá al electrón relativista radiar dentro de un cono estrecho alrededor de su velocidad instantánea (Figura 4.1), donde el semi-ángulo del cono es del orden de

$$\Psi = 1/\gamma. \quad (4.14)$$

Refiriéndonos a la Figura 4.2 notamos que el observador detectará un pulso de radiación durante el tiempo que transcurre para que el electrón se mueva entre los puntos 1 y 2 a lo largo de su trayectoria, donde estos puntos son tales que el cono de emisión de ancho $\sim 2/\gamma$ incluye la dirección de observación. La distancia Δs a lo largo de la trayectoria se puede calcular a partir del radio de curvatura mediante $a = \Delta s/\Delta\theta$. De la geometría tenemos que $\Delta\theta = 2/\gamma$, por lo que $\Delta s = 2a/\gamma$. El radio de curvatura obedece la ecuación de movimiento, $\gamma m \Delta \mathbf{v}/\Delta t = e/c(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, para cualquier ángulo φ . Dado que $|\Delta \mathbf{v}| = v\Delta\theta$ y $\Delta s = v\Delta t$, entonces

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{eB \sin \varphi}{\gamma m c v}, \quad (4.15)$$

$$a = \frac{v}{\omega_B \sin \varphi}, \quad (4.16)$$

y Δs está dado por

$$\Delta s \approx \frac{2v}{\gamma \omega_B \sin \varphi}. \quad (4.17)$$

Los tiempos t_1 y t_2 correspondientes a cuando el electrón pasa por los puntos 1 y 2 son tales que $\Delta s = v(t_2 - t_1)$, por lo que

$$t_2 - t_1 \approx \frac{2}{\gamma \omega_B \sin \varphi}. \quad (4.18)$$

Sean t_1^A y t_2^A los tiempos de arribo de la radiación que proviene de los puntos 1 y 2, respectivamente. La diferencia $t_2^A - t_1^A$ es menor que $t_2 - t_1$ por una

cantidad $\Delta s/c$ que es el tiempo que le toma a la radiación desplazarse una distancia Δs . Por consiguiente

$$\Delta t^A = t_2^A - t_1^A = \frac{2}{\gamma \omega_B \sin \varphi} \left(1 - \frac{v}{c}\right). \quad (4.19)$$

En la aproximación $\gamma \gg 1$ se tiene

$$1 - \frac{v}{c} \approx \frac{1}{2\gamma^2},$$

entonces,

$$\Delta t^A \approx (\gamma^3 \omega_B \sin \varphi)^{-1}. \quad (4.20)$$

Por lo tanto el ancho del pulso observado es menor que el periodo de giro por un factor γ^3 . Un observador detectará un pulso de radiación por cada revolución cuando el cono de emisión incluye la dirección de observación, con una duración de cada pulso de $\approx (\gamma^3 \omega_B \sin \varphi)^{-1}$. La mayoría de la energía será radiada en armónicos cuyas frecuencias son múltiplos de

$$\frac{1}{\Delta t} \sim \omega_B \gamma^3. \quad (4.21)$$

Para un electrón ultrarelativista los armónicos estarán muy próximos entre sí dando lugar a un espectro que es esencialmente continuo. La distribución en frecuencia se puede derivar mediante un análisis de Fourier de la forma del pulso. Rybicki y Lightman (2004) demuestran que la potencia por unidad de frecuencia emitida por cada electrón en todas las direcciones y polarizaciones está dada por

$$W(\nu) = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \varphi}{mc^2} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right), \quad (4.22)$$

donde la función $F(x)$ está definida por

$$F(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(\eta) d\eta, \quad (4.23)$$

con $K_{5/3}$ siendo la función modificada de Bessel de orden 5/3. La forma de la función $F(x)$ se muestra en la Figura 4.3. La frecuencia crítica, ν_c , cerca de la cual la emisión sincrotrón es máxima se define por

$$\nu_c = \frac{3\gamma^2 e B \sin \varphi}{4\pi mc}, \quad (4.24)$$

y si evaluamos las constantes,

$$\nu_c = 4.2 \left(\frac{\gamma}{1000}\right)^2 \left(\frac{B \sin \varphi}{\text{mGauss}}\right) \text{ GHz}. \quad (4.25)$$

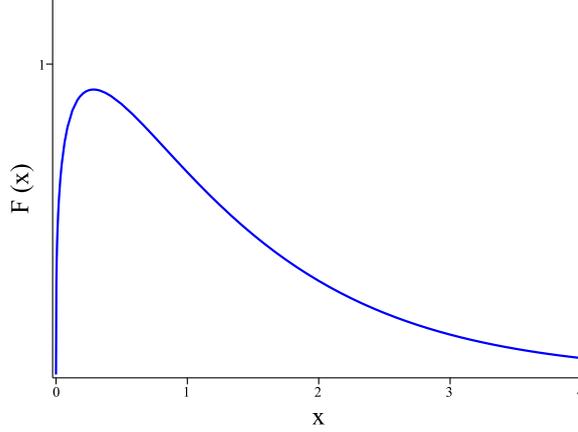


Figura 4.3: Función que describe el espectro de la emisión sincrotrón.

Para emisión en radiofrecuencias en campos magnéticos típicos del orden de $B \sim 0.01$ a 0.001 mGauss, los electrones poseen factores de Lorentz de $\gamma \sim 10^3$ a 10^5 , es decir, son electrones muy energéticos. Utilizando (4.13) podemos calcular el tiempo que le toma al electrón perder la mitad de su energía inicial al dividir la energía del electrón entre la potencia que radía, lo que da como resultado

$$t_{1/2} = \frac{3c^5 m^3}{2e^4 (B \sin \varphi)^2 \gamma}, \quad (4.26)$$

de nuevo sustituyendo el valor de las constantes, llegamos a

$$t_{1/2} = 2 \times 10^{13} \left(\frac{B \sin \varphi}{\mu\text{Gauss}} \right)^{-2} \gamma^{-1} \text{ yr}. \quad (4.27)$$

La radiación de un solo electrón está elípticamente polarizada con el vector del campo eléctrico siendo un máximo en la dirección perpendicular a la proyección del campo magnético en el plano del cielo. Para una distribución de electrones monoenergéticos con ángulos de inclinación distribuidos al azar, la polarización promediada en el tiempo de la radiación observada es lineal. La potencia por unidad de frecuencia emitida sobre todas las direcciones para polarizaciones lineales, paralela y perpendicular al campo magnético proyectado, están dadas por

$$W_{\perp}(\nu) = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \varphi}{2mc^2} [F(x) + G(x)], \quad (4.28)$$

$$W_{\parallel}(\nu) = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \varphi}{2mc^2} [F(x) - G(x)], \quad (4.29)$$

donde $G(x) = x K_{2/3}(x)$. Conociendo esto podemos calcular el grado de polarización, Π , mediante

$$\Pi = \frac{W_{\perp}(\nu) - W_{\parallel}(\nu)}{W_{\perp}(\nu) + W_{\parallel}(\nu)}, \quad (4.30)$$

lo que da como resultado

$$\Pi = \frac{K_{2/3}(\nu/\nu_c)}{\int_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \nu \ll \nu_c \\ 1 - \frac{2}{3}(\nu_c/\nu), & \nu \gg \nu_c. \end{cases} \quad (4.31)$$

4.2. Radiación sincrotrón de una distribución de electrones

La ecuación (4.22) nos da la distribución espectral para la emisión de un solo electrón. La emisión de N electrones, si todos tuvieran velocidades y ángulos de inclinación idénticos sería N veces este valor. En la naturaleza cualquier situación es rara vez así de simple: los electrones relativistas se mueven con velocidades y en direcciones muy distintas. Además el campo magnético frecuentemente es inhomogéneo y muy complejo.

En (4.22) es claro que el factor γ aparece solamente por medio de ν_c . De este hecho es posible derivar un resultado importante acerca del espectro de la radiación sincrotrón.

Para muchas situaciones de interés en astrofísica el espectro se puede aproximar por una ley de potencias, $W(\nu) \propto \nu^{\alpha}$, sobre un rango limitado de frecuencias. También es posible aplicar un resultado análogo para la distribución de electrones relativistas, es decir, la densidad del número de electrones con energías entre E y $E + dE$ (o γ y $\gamma + d\gamma$) se puede escribir como

$$N(E) dE = C E^{-p} dE, \quad E_1 < E < E_2, \quad (4.32)$$

o

$$N(\gamma) d\gamma = C \gamma^{-p} d\gamma, \quad \gamma_1 < \gamma < \gamma_2. \quad (4.33)$$

La potencia total radiada por unidad de volumen, por unidad de frecuencia para tal distribución se obtiene integrando el producto de $N(\gamma) d\gamma$ con la fórmula de la radiación de un solo electrón, sobre todas las energías o valores de γ . Entonces, se tiene

$$W_{tot}(\nu) = C \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} W(\nu) \gamma^{-p} d\gamma \propto \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \gamma^{-p} d\gamma. \quad (4.34)$$

Mediante el cambio de variable $x \equiv \nu/\nu_c$ y notando que $\nu_c \propto \gamma^2$, la ecuación anterior se escribe

$$W_{tot}(\nu) \propto \nu^{-(p-1)/2} \int_{x_1}^{x_2} F(x) x^{(p-3)/2} dx. \quad (4.35)$$

Los límites x_1 y x_2 corresponden a los límites γ_1 y γ_2 y dependen de ν . Sin embargo, si el intervalo de integración es suficientemente grande podemos aproximar $x_1 \approx 0$, $x_2 \approx \infty$, lo que implica que la integral es aproximadamente constante. En este caso obtenemos

$$W_{tot}(\nu) \propto \nu^{-(p-1)/2}, \quad (4.36)$$

por lo tanto el índice espectral α se relaciona con el índice de la distribución de electrones, p , mediante

$$\alpha = \frac{1-p}{2}. \quad (4.37)$$

Utilizando la siguiente expresión para la integral sobre la función F

$$\int_0^\infty x^\mu F(x) dx = \frac{2^{\mu+1}}{\mu+2} \Gamma\left(\frac{\mu}{2} + \frac{7}{3}\right) \Gamma\left(\frac{\mu}{2} + \frac{2}{3}\right), \quad (4.38)$$

donde $\Gamma(y)$ es la función gamma de argumento y , se puede demostrar que

$$W_{tot}(\nu) = \frac{\sqrt{3}e^3 CB \sin \varphi}{mc^2(p+1)} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} - \frac{1}{12}\right) \left(\frac{2\pi mc\nu}{3eB \sin \varphi}\right)^{-(p-1)/2}. \quad (4.39)$$

4.3. Absorción de la radiación sincrotrón

La teoría descrita hasta el momento funciona para una fuente ópticamente delgada. Surge entonces la pregunta de qué sucede si la densidad de electrones es suficientemente alta tal que la radiación pueda ser auto-absorbida. Sabemos que para la emisión térmica una fuente ópticamente espesa radía como un cuerpo negro cuyo espectro es una función solamente de la temperatura con una dependencia en la frecuencia dada por $S_\nu \sim kT\nu^2$ en el límite de Rayleigh-Jeans. Lo mismo es cierto para una fuente sincrotrónica con una excepción: una sola temperatura no caracteriza al continuo. Sin embargo, es posible obtener la distribución de flujo recurriendo nuevamente a la ley de Kirchhoff para la emisión, $S_\nu = j_\nu/\alpha_\nu$. Es importante aclarar que en el caso de la emisión sincrotrón la definición clásica de la temperatura no aplica, pero se puede considerar como un indicador de la energía de los electrones.

Para obtener el espectro de la radiación sincrotrón en el caso ópticamente espeso, primero debemos hacer una revisión de las probabilidades de transición que describen el ritmo al que los fotones son absorbidos o emitidos por la materia. A estas cantidades se les conoce como los *coeficientes de Einstein*.

4.3.1. Los coeficientes de Einstein

La ley de Kirchhoff claramente debe implicar alguna relación entre la emisión y la absorción a nivel microscópico. Esta relación fue descubierta por Einstein quien consideró el caso simple de un sistema con dos niveles de energía discretos: uno con energía E y peso estadístico g_1 , y otro con energía $E + h\nu_0$ y peso estadístico g_2 . El sistema hace una transición del nivel 1 al 2 al absorber un fotón de energía $h\nu_0$. Similarmente, una transición del nivel 2 al 1 ocurre cuando se emite un fotón. Einstein identificó tres procesos:

1. Emisión espontánea: Esta ocurre cuando el sistema está en el nivel 2 y cae al nivel 1 al emitir un fotón, y se produce aún en ausencia de un campo de radiación. Se define

$$A_{21} = \text{probabilidad de transición por unidad de tiempo} \\ \text{para emisión espontánea (s}^{-1}\text{)}. \quad (4.40)$$

2. Absorción: Esta ocurre en presencia de fotones de energía $h\nu_0$. El sistema hace una transición del nivel 1 al nivel 2 mediante la absorción de un fotón. Dado que no hay auto-interacción en el campo de radiación, la probabilidad por unidad de tiempo de este proceso será proporcional a la densidad de fotones (o intensidad promedio) de frecuencia ν_0 . Para ser más precisos, la diferencia en energía entre los dos niveles no es necesariamente $h\nu_0$, sino que está descrita por una *función de perfil de línea* $\phi(\nu)$. Esta es una función "picuda" con su máximo en $\nu = \nu_0$ y ancho $\Delta\nu$, que describe la efectividad relativa de frecuencias en la vecindad de ν_0 para producir transiciones y debe ser convenientemente normalizada,

$$\int_0^\infty \phi(\nu) d\nu = 1. \quad (4.41)$$

Con estos argumentos podemos escribir

$$B_{12}\bar{J} = \text{probabilidad de transición por unidad de tiempo} \\ \text{para absorción (s}^{-1}\text{)}. \quad (4.42)$$

donde

$$\bar{J} \equiv \int_0^\infty J_\nu \phi(\nu) d\nu, \quad (4.43)$$

y J_ν es la intensidad promediada sobre el ángulo sólido,

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega. \quad (4.44)$$

3. Emisión estimulada: Einstein encontró que para llegar a la ecuación de Planck se requiere de otro proceso, también proporcional a \bar{J} , que causa la emisión de un fotón. Definimos

$$B_{21}\bar{J} = \text{probabilidad de transición por unidad de tiempo para emisión estimulada (s}^{-1}\text{)}. \quad (4.45)$$

A las constantes A_{21} , B_{12} y B_{21} se les conoce como los *coeficientes de Einstein*. Nótese que cuando J_ν cambia ligeramente sobre el intervalo $\Delta\nu$, $\phi(\nu)$ se comporta como una función δ , y las probabilidades por unidad de tiempo para la absorción y emisión estimulada son en este caso $B_{12}J_{\nu_0}$ y $B_{21}J_{\nu_0}$.

En equilibrio termodinámico se cumple que el número de transiciones por unidad de tiempo por unidad de volumen hacia el estado 1 es igual al número de transiciones por unidad de tiempo por unidad de volumen hacia el estado 2. Si n_1 y n_2 son las densidades del número de átomos en el nivel 1 y 2, respectivamente, esto se reduce a

$$n_1 B_{12} \bar{J} = n_2 A_{21} + n_2 B_{21} \bar{J}. \quad (4.46)$$

Resolviendo para \bar{J} se tiene

$$\bar{J} = \frac{A_{21}/B_{21}}{(n_1/n_2)(B_{12}/B_{21}) - 1}. \quad (4.47)$$

La razón de n_1 a n_2 en equilibrio termodinámico está dada por

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1 \exp(-E/kT)}{g_2 \exp[-(E + h\nu_0)/kT]} = \frac{g_1}{g_2} \exp(h\nu_0/kT), \quad (4.48)$$

entonces

$$\bar{J} = \frac{A_{21}/B_{21}}{(g_1 B_{12}/g_2 B_{21}) \exp(h\nu_0/kT) - 1}. \quad (4.49)$$

Además sabemos que en equilibrio termodinámico J_ν es la función de Planck, ecuación (3.18), y el hecho de que J_ν varía ligeramente a lo largo de $\Delta\nu$ implica que $\bar{J} = B_\nu$. Por consiguiente, para que (4.49) sea igual a (3.18) para todas las temperaturas se deben cumplir las siguientes relaciones,

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}, \quad (4.50)$$

$$A_{21} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{21}. \quad (4.51)$$

Estas expresiones conectan las propiedades atómicas A_{21} , B_{21} y B_{12} y, a diferencia de la ley de Kirchhoff, no tienen relación con la temperatura T , por lo tanto son válidas si los átomos están o no en equilibrio termodinámico. Por eso se dice que son la extensión de la ley de Kirchhoff para incluir emisión no térmica que ocurre cuando la materia no está en equilibrio termodinámico.

Ahora podemos obtener el coeficiente de absorción, α_ν , y la emisividad, j_ν , en términos de estos coeficientes, para lo cual debemos hacer una suposición acerca de la distribución de frecuencias de la radiación emitida durante una transición espontánea del nivel 2 al nivel 1. Esta suposición es que la emisión se distribuye de acuerdo con la misma función de perfil de línea $\phi(\nu)$ que describe a la absorción. La cantidad de energía emitida en un volumen dV , ángulo sólido $d\Omega$, intervalo de frecuencia $d\nu$, y tiempo dt es $j_\nu dV d\Omega dt d\nu$. Cada átomo contribuye una energía $h\nu_0$ distribuida sobre un ángulo sólido igual a 4π por cada transición. Esto se puede expresar como $(h\nu_0/4\pi)\phi(\nu)n_2A_{21}dV d\Omega dt d\nu$, por lo tanto, la emisividad es

$$j_\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} n_2 A_{21} \phi(\nu). \quad (4.52)$$

Para obtener el coeficiente de absorción primero notemos de (4.42) y (4.43) que la energía total absorbida en el intervalo de tiempo dt y volumen dV es

$$h\nu_0 n_1 B_{12} (4\pi)^{-1} \left(\int d\Omega \int I_\nu \phi(\nu) d\nu \right) dV dt. \quad (4.53)$$

Por lo tanto, la energía absorbida por un haz en el intervalo de frecuencia $d\nu$, ángulo sólido $d\Omega$, tiempo dt y volumen dV es

$$\frac{h\nu_0}{4\pi} n_1 B_{12} \phi(\nu) I_\nu d\Omega d\nu dV dt. \quad (4.54)$$

El elemento de volumen es $dV = dA ds$, entonces, de (3.6) obtenemos que el coeficiente de absorción (sin considerar emisión estimulada) es

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} n_1 B_{12} \phi(\nu). \quad (4.55)$$

Podemos tratar a la emisión estimulada como una *absorción negativa* e incluir su efecto a través del coeficiente de absorción. Esto es posible porque, al igual que la absorción, la emisión estimulada es proporcional a la intensidad y sólo afecta a los fotones a lo largo del haz dado. Con esto la contribución de la emisión estimulada al coeficiente de absorción se determina mediante un análisis análogo al desarrollado previamente, por lo tanto,

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \phi(\nu) (n_1 B_{12} - n_2 B_{21}). \quad (4.56)$$

4.3.2. Espectro de la radiación sincrotrón

En la discusión previa tratamos con transiciones entre estados discretos, sin embargo para absorción de la emisión sincrotrón, en la cual un fotón interactúa con una carga en un campo magnético y es absorbido, dando lugar a que

su energía cambie, necesitamos generalizar los resultados previos para incluir estados continuos. Esto se hace de manera fácil si reconocemos que los estados de una partícula que radia son simplemente los estados de una partícula libre, definidos por su momento y posición. De acuerdo con la mecánica estadística hay un estado cuántico asociado con los grados de libertad traslacionales de la partícula dentro de un volumen del espacio fase de magnitud h^3 . Por lo tanto, podemos fraccionar el espacio fase continuo en elementos de tamaño h^3 , y considerar transiciones entre estos estados como si fueran entre estados discretos, para los cuales nuestra discusión previa sí funciona.

Para una energía dada, $h\nu$, de un fotón, hay muchas transiciones posibles entre estados que difieren en energía por una cantidad $h\nu$. Esto significa que en (4.56) se debe hacer una suma sobre todos estos estados posibles, es decir,

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \sum_{E_1} \sum_{E_2} [n(E_1)B_{12} - n(E_2)B_{21}] \phi_{21}(\nu). \quad (4.57)$$

Aquí la función de perfil $\phi_{21}(\nu)$ es esencialmente una función δ que restringe la suma sólo sobre estados que difieren por una energía $h\nu = E_2 - E_1$. En (4.56) se ha supuesto que la emisión y la absorción son isotrópicas ya que la expresión no contiene información respecto a las propiedades direccionales de la radiación. Para emisión sincrotrón esto requiere que el campo magnético sea complejo sin tener una dirección neta y además que la distribución de partículas sea isotrópica.

La potencia por unidad de frecuencia emitida por cada electrón en todas las direcciones y polarizaciones escrita en términos de los coeficientes de Einstein es

$$W(\nu, E_2) = h\nu \sum_{E_1} A_{21} \phi_{21}(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} h\nu \sum_{E_1} B_{21} \phi_{21}(\nu), \quad (4.58)$$

donde hemos utilizado (4.51) en la segunda igualdad, y debido a que estamos tratando con estados elementales los pesos estadísticos son iguales a la unidad. En términos de $W(\nu, E_2)$ cada uno de los términos del coeficiente de absorción se escriben como

$$-\frac{h\nu}{4\pi} = \sum_{E_1} \sum_{E_2} n(E_2)B_{21}\phi_{21} = \frac{-c^2}{8\pi h\nu^3} \sum_{E_2} n(E_2)W(\nu, E_2), \quad (4.59)$$

$$\frac{h\nu}{4\pi} = \sum_{E_1} \sum_{E_2} n(E_1)B_{12}\phi_{21} = \frac{c^2}{8\pi h\nu^3} \sum_{E_2} n(E_2 - h\nu)W(\nu, E_2). \quad (4.60)$$

Aquí hemos hecho uso de (4.50) y recurrido a la naturaleza continua del problema al reemplazar $n(E_1)$ por $n(E_2 - h\nu)$. Por lo tanto,

$$\alpha_\nu = \frac{c^2}{8\pi h\nu^3} \sum_{E_2} [n(E_2 - h\nu) - n(E_2)] W(\nu, E_2). \quad (4.61)$$

Nos resta introducir la función de distribución de electrones isotrópica. Esto se hará definiendo $f(p)d^3p$ como el número de electrones por unidad de volumen con momento entre p y $p + d^3p$. De acuerdo a la mecánica estadística el número de estados cuánticos por unidad de volumen con momento entre p y $p + d^3p$ es $\tilde{\omega}h^{-3}d^3p$, donde $\tilde{\omega}$ es el peso estadístico interno del electrón (=2 para partículas de espín 1/2). La densidad de electrones por estado cuántico es por lo tanto $(h^3/\tilde{\omega})f(p)$. Entonces es válido hacer la siguiente sustitución en nuestras ecuaciones

$$\sum_{E_2} \rightarrow \frac{\tilde{\omega}}{h^3} \int d^3p_2, \quad n(E_2) \rightarrow \frac{h^3}{\tilde{\omega}} f(p_2). \quad (4.62)$$

Así (4.61) se escribe

$$\alpha_\nu = \frac{c^2}{8\pi h\nu^3} \int [f(p_2^*) - f(p_2)] W(\nu, E_2) d^3p_2, \quad (4.63)$$

donde p_2^* es el momento correspondiente a la energía $E_2 - h\nu$.

Dada la isotropía de la distribución de electrones es más conveniente usar la función de distribución en términos de energía más que en términos del momento, esto es, $N(E)$ en lugar de $f(p)$. A partir de la relación

$$N(E)dE = f(p)4\pi p^2 dp \quad (4.64)$$

obtenemos

$$\alpha_\nu = \frac{c^2}{8\pi h\nu^3} \int W(\nu, E) E^2 \left[\frac{N(E - h\nu)}{(E - h\nu)^2} - \frac{N(E)}{(E)^2} \right] dE, \quad (4.65)$$

donde hemos escrito E en lugar de E_2 para simplificar la notación.

Una restricción implícita en (4.22) es que $h\nu \ll E$, así que podemos expandir a primer orden en $h\nu$ el término que aparece entre los corchetes cuadrados en (4.65). Con esto obtenemos

$$\alpha_\nu = \frac{c^2}{8\pi h\nu^3} \int W(\nu, E) E^2 \frac{\partial}{\partial E} \left[\frac{N(E)}{(E)^2} \right] dE. \quad (4.66)$$

Para una ley de potencias de la distribución de electrones, ecuación (4.32), se tiene

$$-E^2 \frac{d}{dE} \left[\frac{N(E)}{(E)^2} \right] = (p+2)CE^{-(p+1)} = \frac{(p+2)N(E)}{E}, \quad (4.67)$$

y el coeficiente de absorción se puede escribir como

$$\alpha_\nu = \frac{(p+2)c^2}{8\pi\nu^2} \int W(\nu, E) \frac{N(E)}{E} dE. \quad (4.68)$$

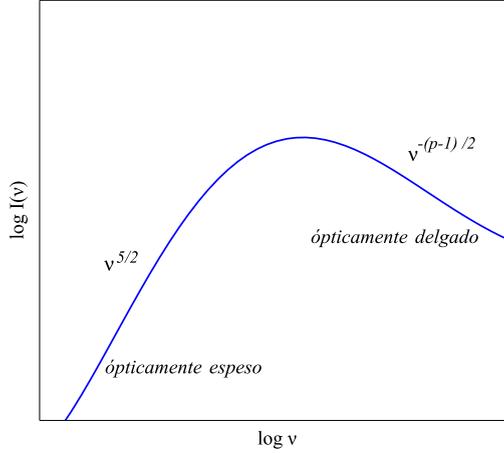


Figura 4.4: Espectro de la radiación sincrotrón para una distribución de electrones que sigue ley de potencias.

Finalmente de (4.22) y (4.38) se llega a

$$\alpha_\nu = \frac{\sqrt{3}e^3}{8\pi m} \left(\frac{3e}{2\pi m^3 c^5} \right)^{p/2} C(B \sin \varphi)^{(p+2)/2} \Gamma\left(\frac{3p+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+22}{12}\right) \nu^{-(p+4)/2}. \quad (4.69)$$

Por otra parte, la dependencia de la función fuente con la frecuencia está dada por

$$S_\nu = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} = \frac{W(\nu)}{4\pi\alpha_\nu} \propto \nu^{5/2}, \quad (4.70)$$

es decir, para emisión sincrotrón ópticamente delgada, la intensidad observada es proporcional a la función de emisión, mientras que para emisión ópticamente espesa, es proporcional a la función fuente. Como las funciones fuente y de emisión son proporcionales a $\nu^{5/2}$ y $\nu^{-(p-1)/2}$, respectivamente, vemos que la región ópticamente espesa ocurre a bajas frecuencias y produce una frecuencia de “quiebre” en el espectro (Figura 4.4).

4.4. Aceleración de partículas relativistas

Hasta el momento hemos ignorado totalmente el proceso que da origen a la aceleración de los electrones a velocidades relativistas cuya distribución tiene la forma dada por (4.32). Hay dos procesos bien conocidos que pueden producir un espectro de ley de potencias en la energía de las partículas: el mecanismo

clásico de aceleración de Fermi y el de aceleración por medio de choques. Ambos mecanismos serán descritos en las siguientes secciones.

4.4.1. Aceleración de Fermi

El primer mecanismo teórico para la aceleración de electrones y protones a muy altas energías fue descrito por Fermi en 1949. En su idea original, las partículas cargadas son dispersadas o “reflejadas” por nubes interestelares que contienen campos magnéticos turbulentos a las cuales denominó “lentes magnéticas”. Fermi demostró que las partículas ganan energía cinética en estas reflexiones.

Consideremos una lente moviéndose a velocidad V que refleja una partícula relativista (Figura 4.5). Refiriéndonos al movimiento de la lente se tiene $\beta = V/c$ y $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$. La energía de la partícula es E , su 3-momento es \mathbf{p} y el 3-momento proyectado en la dirección de movimiento de la lente, $p_{||} = \mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{n}}$. Entonces en el sistema de referencia de la lente el 4-momento es $p'_i = \Lambda_i^j p_j$, donde Λ_i^j es la matriz de transformación de Lorentz,

$$\Lambda_i^j = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.71)$$

En el sistema de referencia de la lente (sistema con coordenadas primadas), la partícula invierte adiabáticamente su dirección en la colisión sin cambiar su energía, $p'_{||} \rightarrow -p'_{||}$, pero en el sistema de referencia del medio de fondo la partícula recibe un empujón correspondiente a un cambio en su energía ΔE . Antes de que la partícula sea reflejada por la lente, su energía y 3-momento proyectado son

$$E' = \gamma(E + Vp_{||}), \quad (4.72)$$

y

$$p'_{||} = \gamma \left(p_{||} + \frac{VE}{c^2} \right), \quad (4.73)$$

respectivamente. Después de la colisión

$$E'_a = \gamma(E_a + Vp_{||,a}), \quad (4.74)$$

con la transformación inversa dada por

$$E_a = \gamma(E'_a - Vp'_{||,a}). \quad (4.75)$$

Debido a lo dicho en el párrafo anterior

$$p'_{||,a} = -p'_{||} \quad y \quad E'_a = E', \quad (4.76)$$

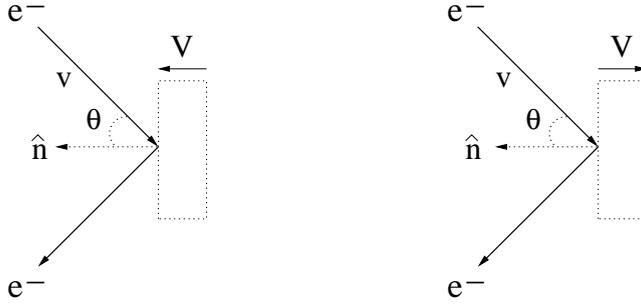


Figura 4.5: Reflexión de un electrón en una “lente magnética”. La colisión es de frente (izquierda), y por detrás (derecha).

entonces se sigue que

$$E_a = \gamma(E' + Vp'_n). \quad (4.77)$$

Sustituyendo (4.72) y (4.73) y utilizando $p_n/E = v_n/c^2$ en esta última expresión obtenemos

$$E_a = \gamma^2 E \left[1 + \frac{2Vv_n}{c^2} + \left(\frac{V}{c} \right)^2 \right], \quad (4.78)$$

por lo tanto el cambio en la energía de la partícula es

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{E_a - E}{E} = \frac{2Vv_n}{c^2} + 2 \left(\frac{V}{c} \right)^2, \quad (4.79)$$

donde se ha hecho una expansión a segundo orden en V/c . Un punto importante que hay que mencionar es que la probabilidad de que la colisión entre la partícula y la nube ocurra de frente es ligeramente mayor que la probabilidad de una colisión por detrás (Figura 4.5) a causa de que estas son proporcionales a $v + V \cos \theta$ y $v - V \cos \theta$, respectivamente. Al estar las dos probabilidades presentes el proceso de ganancia de energía por las partículas es un proceso lento y poco eficiente.

Para obtener la energía promedio que gana la partícula tenemos que promediar (4.79) sobre el ángulo θ . Consideremos por simplicidad el caso de una partícula relativista con $v \approx c$, entonces la probabilidad de una colisión de cualquier tipo a un ángulo θ es proporcional a $\gamma[1 + (V/c) \cos \theta]$ y la probabilidad de que el ángulo de impacto este en el intervalo entre θ y $\theta + d\theta$ es proporcional a $\sin \theta d\theta$. Por lo tanto al promediar sobre el ángulo en el intervalo de 0 a π encontramos que el primer término de (4.79) en el límite $v \rightarrow c$ es

$$\left\langle \frac{2V \cos \theta}{c} \right\rangle = \left(\frac{2V}{c} \right) \frac{\int_{-1}^1 x [1 + (V/c)x] dx}{\int_{-1}^1 [1 + (V/c)x] dx} = \frac{2}{3} \left(\frac{V}{c} \right)^2, \quad (4.80)$$

donde $x = \cos \theta$. Por consiguiente, en el límite relativista la energía promedio ganada por colisión es

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{8}{3} \left(\frac{V}{c} \right)^2. \quad (4.81)$$

Este es el resultado de Fermi de acuerdo al cual el incremento promedio en la energía es sólo de segundo orden en V/c , razón por la cual se le llama *aceleración de Fermi de segundo orden*. Si el camino libre medio entre las lentes a lo largo de una línea de campo es L , el tiempo entre colisiones es $L/(c \cos \varphi)$, donde φ es el ángulo de inclinación de la trayectoria de la partícula con respecto a la dirección del campo magnético. Promediando sobre todos los ángulos φ encontramos que el tiempo promedio entre colisiones es $2L/c$. La tasa característica de incremento en la energía es entonces

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \left(\frac{V^2}{cL} \right) E = \xi E. \quad (4.82)$$

Si asumimos que la partícula permanece en la región de aceleración durante un tiempo característico τ_{esc} , podemos escribir la ecuación de difusión-pérdida para una distribución de partículas, en ausencia de fuentes y difusión, (Longair, 1992)

$$-\frac{d}{dE} [\xi E N(E)] - \frac{N(E)}{\tau_{esc}} = 0, \quad (4.83)$$

que al derivar y reordenar los términos se escribe como

$$\frac{dN(E)}{E} = - \left(1 + \frac{1}{\xi \tau_{esc}} \right) \frac{N(E)}{E}, \quad (4.84)$$

cuya solución es en efecto una ley de potencias dada por

$$N(E) = cte E^{-X}, \quad (4.85)$$

con $X = 1 + (\xi \tau_{esc})^{-1}$.

En el desarrollo anterior aún no hemos considerado pérdidas de energía adicionales que pueden estar presentes en este mecanismo. Esto conduce al problema de que la colisión con nubes interestelares no podría ser la principal fuente de energía de las partículas. Aunque en regiones de turbulencia a pequeña escala la ganancia de energía si sería significativa, se necesita que las partículas sean inyectadas en las regiones de aceleración con energías suficientes para contrarrestar cualquier tipo de pérdida y este es un problema importante en todos los mecanismos de aceleración.

Para rayos cósmicos se encuentra que X está en el rango de 2.5–2.7 a energías de $\sim 1 - 10^3$ GeV y para radiofuentes con electrones relativistas, $X \approx 2.6$ con una variación de 0.4 alrededor de este valor medio. No hay algo fundamental en esta teoría que nos diga porque X es aproximadamente 2.5 tanto para rayos cósmicos como para los electrones en una variedad de fuentes galácticas y extragalácticas. Este índice igual a 2.5 implica, de acuerdo a (4.37), una pendiente en el espectro de fotones de 0.75, que es observado característicamente.

4.4.2. Aceleración de partículas en choques

Consideremos el proceso de aceleración de N_0 partículas con energía inicial E_0 . Podemos reescribir la esencia del mecanismo de Fermi en una forma bastante simple. Sea $E = \zeta E_0$ la energía promedio de la partícula después de una colisión y P la probabilidad de que la partícula permanezca dentro de la región de aceleración después de una colisión. Entonces después de k colisiones habrá $N = N_0 P^k$ partículas con energías $E = E_0 \zeta^k$. Si eliminamos el parámetro k de estas cantidades se tiene

$$\frac{\ln(N/N_0)}{\ln(E/E_0)} = \frac{\ln P}{\ln \zeta}, \quad (4.86)$$

lo que implica

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{E}{E_0} \right)^{\ln P / \ln \zeta}, \quad (4.87)$$

$$N(E) dE = cte E^{-1 + (\ln P / \ln \zeta)} dE, \quad (4.88)$$

por consiguiente debemos encontrar expresiones para P y ζ si queremos determinar el exponente en la distribución de partículas.

En la versión de Fermi $\Delta E/E$ es proporcional a $(V/c)^2$ debido al afecto de desaceleración inducido en las colisiones por detrás, lo cual caracteriza al proceso como un proceso muy lento. En el mecanismo de aceleración de partículas en choques solo existen colisiones de frente, en cuyo caso, si inspeccionamos (4.79) vemos que el incremento en la energía viene dado por $\Delta E/E \propto 2V/c$. Como solo aparece un término de primer orden en V/c a este mecanismo se le llama *aceleración de Fermi de primer orden*.

En los trabajos publicados referentes a este proceso de aceleración hay en general dos maneras de tratar el problema. En la versión desarrollada por Blanford y Ostriker (1978) una parte de la ecuación de difusión para la evolución de la distribución del momento de partículas de altas energías en la vecindad de un choque. El otro enfoque es el desarrollado por Bell (1978) en el cual hay un seguimiento del comportamiento de las partículas individuales. Aquí seguiremos la versión de Bell por ser mas clara en la física involucrada.

Consideremos el caso de un choque fuerte, que pudo haber sido causado, por ejemplo, por la explosión de una supernova propagándose en el medio interestelar. Vamos a asumir que existe un flujo de partículas muy energéticas tanto delante como detrás del frente de choque. Como las partículas son de muy altas energías, la velocidad del choque es mucho menor que la velocidad de las partículas. Uno de los puntos claves en este mecanismo es que la partícula apenas se percata de la existencia del choque porque el espesor de éste es normalmente mucho menor que el radio de giro de la partícula. Debido a la turbulencia detrás del frente de choque y a las irregularidades delante de él, cuando las partículas pasan a través del choque en cualquier dirección, estas

son dispersadas de tal manera que la distribución de velocidades se vuelve rápidamente isotrópica a ambos lados del frente en el sistema de referencia donde el flujo está en reposo. En el caso de un choque fuerte, la onda de choque viaja a una velocidad supersónica $U \gg c_s$ (Figura 4.6(a)), donde c_s es la velocidad del sonido en el medio. Es conveniente trasladarnos al sistema de referencia donde el choque está en reposo. En este sistema el flujo *ascendente* de gas pasa por el frente de choque a velocidad $v_1 = U$ y deja el choque con una velocidad *descendente* v_2 (Figura 4.6(b)). La ecuación de continuidad requiere que la masa se conserve a través del choque, por tanto

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2. \quad (4.89)$$

También $\rho_2/\rho_1 = (\Gamma + 1)/(\Gamma - 1)$, donde Γ es la razón de calores específicos del gas. Tomando $\Gamma = \frac{5}{3}$ para un gas monoatómico o totalmente ionizado, encontramos que $\rho_2/\rho_1 = 4$, así que $v_2 = \frac{v_1}{4}$.

Para entender la dinámica de la situación consideremos primero a las partículas de muy altas energías que atraviesan el choque de la región ascendente a la región descendente (Figura 4.6(c)). El choque avanza a través del medio a velocidad U , pero el gas detrás del choque viaja a velocidad $\frac{3U}{4}$ relativo al flujo ascendente. Cuando una partícula muy energética atraviesa el frente de choque obtiene un pequeño incremento en su energía del orden de $\Delta E/E \sim U/c$, como se verá mas adelante. Las partículas son entonces dispersadas por la turbulencia que existe detrás del choque y su distribución de velocidades se vuelve isotrópica con respecto a aquel flujo. Ahora consideremos el proceso opuesto que consiste en partículas provenientes de detrás del choque y que pasan a la zona enfrente del choque (Figura 4.6(d)). En este caso la distribución de velocidades es isotrópica detrás del choque, y cuando las partículas lo atraviesan encuentran al gas moviéndose hacia él de nuevo a velocidad $\frac{3U}{4}$. En otras palabras, la partícula experimenta exactamente el mismo proceso y recibe un pequeño incremento en su energía ΔE al atravesar el frente de choque de la región descendente a la región ascendente como si lo hiciera en el sentido opuesto. Este es un aspecto sutil de este mecanismo de aceleración. Cada vez que la partícula atraviesa el frente de choque recibe un incremento en su energía sin experimentar durante un ciclo alguna pérdida. Por lo tanto, a diferencia del mecanismo de segundo orden de Fermi en donde hay colisiones tanto de frente como por detrás, en el caso de una onda de choque, las colisiones siempre ocurren de frente y hay una transferencia de energía a las partículas.

Una vez que hemos entendido el proceso físico involucrado podemos determinar P y ζ . Primero calcularemos el incremento promedio en la energía de la partícula al atravesar el choque de la región ascendente a la región descendente. El gas en la región descendente alcanza a la partícula a una velocidad $V = \frac{3U}{4}$, entonces, dada la transformación de Lorentz, la energía de la partícula después

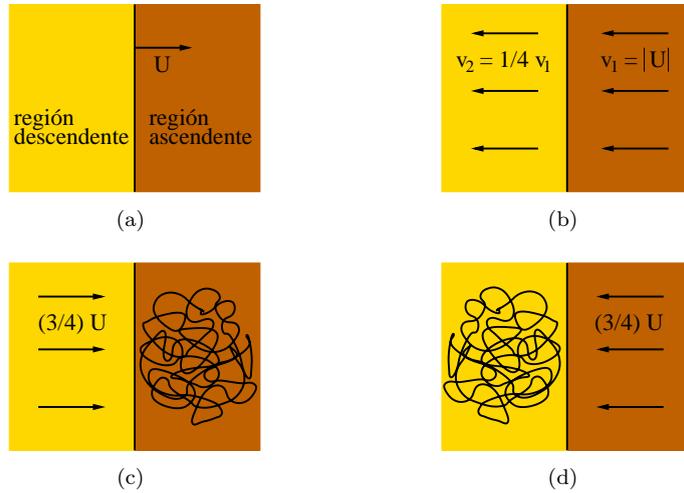


Figura 4.6: Dinámica de las partículas de muy altas energías en la vecindad de una onda de choque. (a) La onda de choque se propaga a una velocidad supersónica, U , a través del gas interestelar estacionario. (b) Flujo del gas interestelar en la vecindad del frente de choque en el sistema de referencia donde el choque está en reposo. (c) El flujo de gas observado desde el sistema de referencia en el cual el flujo ascendente es estacionario y la distribución de velocidades de las partículas energéticas es isotrópica. (d) Ahora el flujo de gas observado desde el sistema de referencia en el cual el flujo descendente es estacionario y la distribución de velocidades de las partículas energéticas es isotrópica.

de pasar a la región descendente es

$$E' = \gamma(E + p_x V), \quad (4.90)$$

donde p_x denota la componente del momento perpendicular al frente de choque. Dado que el choque es no relativista, $V \ll c$ y $\gamma \approx 1$, pero la partícula sí es relativista, así que podemos escribir $E = pc$, $p_x = (E/c) \cos \theta$. Por lo tanto,

$$\Delta E = pV \cos \theta \quad y \quad \frac{\Delta E}{E} = \frac{V}{c} \cos \theta. \quad (4.91)$$

El número de partículas con ángulos de impacto entre θ y $\theta + d\theta$ es proporcional a $\sin \theta d\theta$, pero la tasa con la que alcanzan el frente de choque es proporcional a la componente x de su velocidad, es decir a $c \cos \theta$. Por consiguiente la probabilidad de que la partícula atraviese el choque es proporcional a $\sin \theta \cos \theta d\theta$. Normalizando esta probabilidad se tiene

$$p(\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta d\theta, \quad (4.92)$$

con esto el cálculo de la ganancia promedio en energía de una partícula que atraviesa el choque da

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{V}{c} \int_0^{\pi/2} 2 \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{2}{3} \frac{V}{c}. \quad (4.93)$$

El vector velocidad de la partícula es aleatorizado, sin alguna pérdida de energía, por dispersión en la región descendente y entonces, cuando la partícula vuelve a atravesar el choque en su viaje de retorno, gana otro incremento de energía correspondiente a $\frac{2}{3}(V/c)$, de tal manera que, durante un ciclo completo, la ganancia en promedio resulta ser

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{4}{3} \frac{V}{c}. \quad (4.94)$$

Como consecuencia

$$\zeta = \frac{E}{E_0} = 1 + \frac{4V}{3c}, \quad (4.95)$$

durante un ciclo completo.

Para el cálculo de la probabilidad de escape P , Bell (1978) utilizó un argumento ingenioso. De acuerdo a la teoría cinética clásica, el número promedio de partículas que atraviesan el choque en cualquier dirección es $\frac{1}{4}Nc$, donde N es la densidad del número de partículas. Sin embargo, en el flujo descendente las partículas son barridas por el choque debido a que son isotrópicas en aquel sistema de referencia. Refiriéndonos a la Figura 4.6(b) podemos ver que dichas partículas son removidas de la región del choque a una tasa $NV = \frac{1}{4}NU$. Por lo tanto, la fracción de partículas perdidas por unidad de

tiempo es $\frac{1}{4}NU/\frac{1}{4}Nc = U/c$. De la suposición de que el choque es no relativista se sigue que sólo una pequeña fracción de las partículas se pierden en cada ciclo. Esto da como resultado $P = 1 - (U/c)$, lo que conduce a

$$\ln P = \ln \left(1 - \frac{U}{c} \right) \approx -\frac{U}{c}, \quad (4.96)$$

y

$$\ln \zeta = \ln \left(1 - \frac{4V}{3c} \right) \approx \frac{4V}{3c} = \frac{U}{c}, \quad (4.97)$$

de donde

$$\frac{\ln P}{\ln \zeta} = -1. \quad (4.98)$$

Finalmente la distribución de partículas relativistas, ecuación (4.88), toma la forma

$$N(E) dE \propto E^{-2} dE. \quad (4.99)$$

Aunque el valor obtenido para el exponente de la distribución de partículas aun difiere de 2.5, la razón por la que este mecanismo ha despertado mucho interés es que hay bases físicas para un espectro de ley de potencias en la energía con un único índice espectral para diversos fenómenos astrofísicos. En esta versión simple del mecanismo los únicos requerimientos son la presencia de ondas de choque fuertes y que los vectores de velocidad de las partículas de altas energías sean aleatorizados en ambos lados del choque. Es plausible que tales ondas de choque existan en la mayoría de las fuente de partículas de muy altas energías, tales como remanentes de supernova, núcleos activos de galaxias y componentes difusas de radiofuentes extendidas.

Capítulo 5

Cyg OB2 No. 5

5.1. Emisión en Radio de Cyg OB2 No. 5

Cyg OB2 No. 5 (RA = 20h32m22.4246s, Dec = +41°18'18"959, J2000) es un sistema binario de contacto eclipsante formado de dos estrellas supergigantes tipo O, con periodo orbital igual a 6.6 días. La emisión en radio del sistema consiste de una componente primaria la cual está asociada con la binaria, y una compañera (fuente NE) de forma alargada a 0"8 al NE de la primaria (Figura 5.1).

Contreras et al. (1997) fueron los primeros en notar que la fuente NE se encuentra directamente entre la binaria Cyg OB2 No. 5 y una tercera estrella tipo B (estrella D en la nomenclatura de Kennedy et al., 2010), a $\sim 0"9$ al NE (ver Figura 5.2), reportada por primera vez por Herbig (1967). Esto los llevó a proponer que la fuente NE no era la estrella D sino el resultado de una región de choque entre los vientos estelares provenientes de la binaria y la estrella D. Además encontraron que la separación de la fuente NE de tanto la binaria como la estrella D es consistente con el valor esperado del cociente entre las tasas de momento de los vientos.

Observaciones de Cyg OB2 No. 5 a lo largo de 20 años muestran una clara evidencia de variabilidad de la emisión en radio de la componente primaria (ver Figura 5.3) ya que el flujo pasa de un estado bajo, donde la emisión proviene del viento estelar ionizado, a un estado alto, donde aparece una emisión adicional con un índice espectral más plano que en el estado bajo. Kennedy et al. (2010) examinaron 50 épocas de observación realizadas con el VLA, sobre este periodo, logrando resolver las dos componentes en 23 observaciones de alta resolución en configuraciones A y B. Encontraron que la fuente NE no muestra evidencia

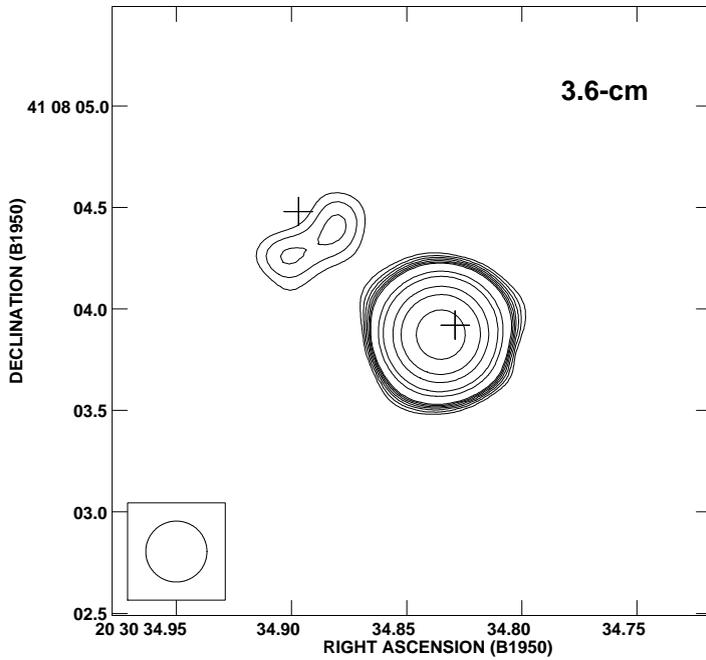


Figura 5.1: Imagen de contornos de la emisión de continuo a 3.6 cm de Cyg OB2 No. 5 (de Contreras et al., 1997). Los contornos son -4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 60, 100, 200 y 350 veces $24 \mu\text{Jy beam}^{-1}$, el ruido *rms* de la imagen. Las cruces indican las posiciones de las contrapartes ópticas de la estrella binaria y la estrella D. La emisión fuerte coincide, dentro de 1σ ($\sigma = 0''.07$), con la posición de la estrella binaria. También se observa la emisión débil (fuente NE) hacia el noreste.

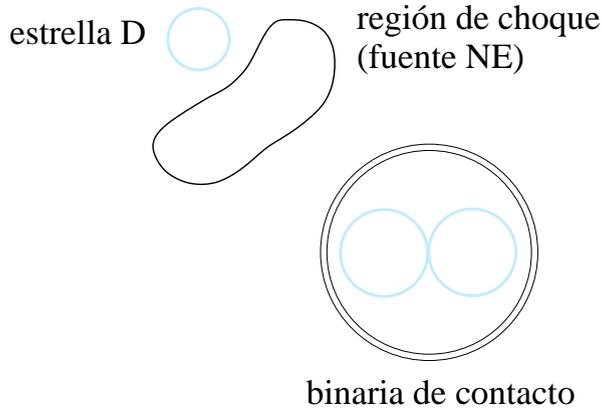


Figura 5.2: Dibujo que esquematiza las componentes conocidas de Cyg OB2 No. 5. Este dibujo no está a escala. La emisión no térmica asociada con la binaria de contacto requiere de una estrella adicional (aún no detectada).

de variación a lo largo de estas 23 épocas y con ello que la emisión variable proviene de la componente primaria. La no variación del flujo de la fuente NE les permitió determinar por sustracción el flujo de la componente primaria en todas las observaciones donde ambas componentes no se pueden resolver individualmente. Así, mediante un tratamiento riguroso de la emisión primaria a 4.8 GHz y 8.4 GHz determinaron un periodo de 6.7 ± 0.3 años para las variaciones, consistente con el estimado de 7 años obtenido anteriormente por Miralles et al. (1994).

5.2. Emisión Variable de la Componente Primaria

La componente primaria de Cyg OB2 No. 5 está asociada con el sistema binario de estrellas tipo O y es la fuente de todas las variaciones observadas en radio. El parámetro que describe la forma de la emisión de radiocontinuo es el índice espectral α , definido a partir de $S_\nu \propto \nu^\alpha$; generalmente, para $\alpha \geq 0.5$ el espectro es creciente con la frecuencia, para $\alpha \leq -0.5$ es decreciente, y entre $(-0.5 \leq \alpha \leq 0.5)$ el espectro se considera plano. Un espectro creciente está asociado casi siempre con emisión térmica ópticamente espesa mientras que un espectro decreciente con emisión no térmica ópticamente delgada. Un espectro plano, en principio, puede estar asociado con cualquiera de las dos, pero en este tipo de fuentes usualmente indica emisión no térmica de una fuente inhomogénea.

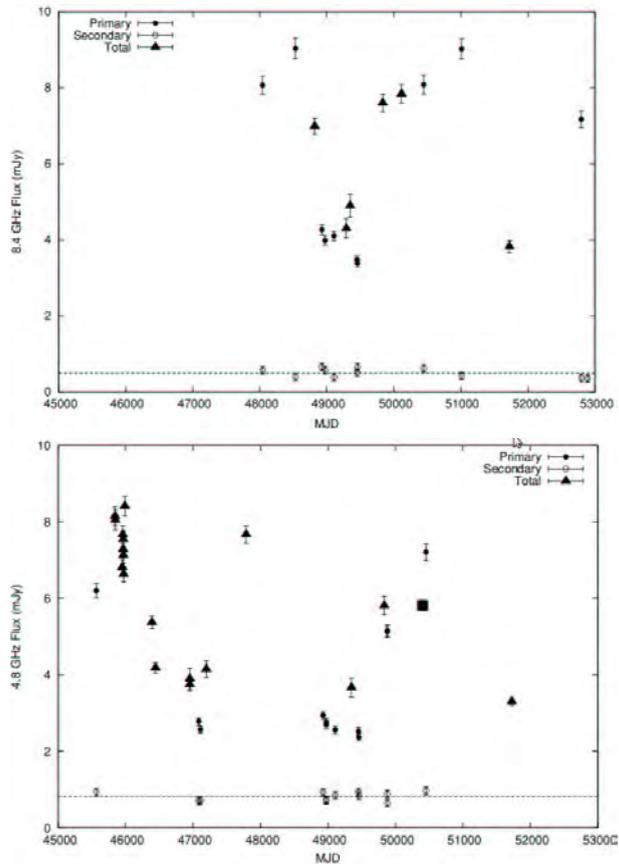


Figura 5.3: Flujo de Cyg OB2 No. 5, a 8.4 GHz (arriba) y 4.8 GHz (abajo) a lo largo del tiempo, (de Kennedy et al. 2010). De estas curvas de luz es claro que la emisión de la fuente NE (indicada por círculos huecos) es constante, mientras que la emisión de la binaria de contacto (círculos llenos) varía en el tiempo.

En el estado bajo, la emisión primaria de ~ 2 mJy a 4.8 GHz tiene un índice espectral de 0.60 ± 0.04 consistente con el esperado para la emisión térmica proveniente de un viento estelar estacionario radialmente simétrico (Kennedy et al., 2010). A medida que el flujo crece del estado bajo hacia el estado alto, ~ 8 mJy a 4.8 GHz, el espectro continuo se aplanan, ya que el índice espectral cambia a un valor de 0.24 ± 0.01 (Figura 5.4). Esto apoya resultados anteriores (Persi et al., 1990) que atribuían este aplanamiento a la emisión no térmica de un plasma en expansión asociado con el sistema binario.

Kennedy et al. (2010) proponen un modelo para la emisión en radio de la componente primaria, donde argumentan que el índice espectral bajo de la emisión durante el estado alto resulta de la adición de una componente no térmica a la emisión térmica del sistema binario dando lugar a un espectro “compuesto”. Para un sistema que consiste de una fuente no térmica inmersa en un viento estelar, el flujo total observado es una función de la frecuencia ν y de la época t , y está dada por

$$S_{obs}(\nu, t) = S_{th}(\nu) + S_{nt}(\nu, t). \quad (5.1)$$

Si se supone que la emisión de la componente térmica constante, $S_{th}(\nu)$, tiene un índice espectral de $+0.6$ y un flujo a 4.8 GHz de 2.5 mJy (ver Figura 5.4), deducido de la fuente primaria durante el estado bajo de flujo, entonces

$$S_{th}(\nu) = 2.5 \left(\frac{\nu}{4.8} \right)^{0.6}. \quad (5.2)$$

El flujo total de la componente no térmica, $S_{nt}(\nu, t)$, sigue el modelo

$$S_{nt}(\nu, t) = S_{4.8}(t) \left(\frac{\nu}{4.8} \right)^\alpha e^{-\tau(\nu, t)}, \quad (5.3)$$

donde $S_{4.8}(t)$ es el flujo intrínseco a 4.8 GHz de la fuente no térmica en la época t , α es el índice espectral, que se supone es constante, y $\tau(\nu, t)$ la opacidad de la emisión libre-libre a lo largo de una línea de visión a través del viento estelar a la fuente no térmica, la cual está aproximada por

$$\tau(\nu, t) \approx \tau_{4.8}(t) \left(\frac{\nu}{4.8} \right)^{-2.1}, \quad (5.4)$$

donde $\tau_{4.8}(t)$ es la opacidad a 4.8 GHz en la época t . Se espera que el flujo intrínseco no térmico a 4.8 GHz, $S_{4.8}(t)$, dependa de las condiciones locales, por ejemplo, de la densidad de electrones, la cual puede variar cuando la fuente se mueve a través del viento denso circundante. Esto se puede aproximar suponiendo una relación simple de ley de potencias en la separación de la fuente orbitante a la estrella compañera, r , expresada en unidades del semieje mayor a ,

$$S_{4.8}(t) = S'_{4.8} r^{-s}, \quad (5.5)$$

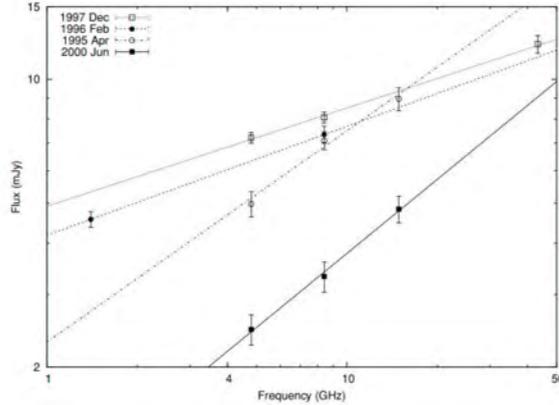


Figura 5.4: Transición del espectro continuo de la componente primaria del estado bajo de flujo (cuadros sólidos) hacia el estado alto (cuadros abiertos), pasando por estados intermedios (círculos abiertos y cerrados). El ajuste para una ley de potencias se muestra para cada conjunto de datos, con valores de 0.60 ± 0.04 (línea sólida), 0.51 ± 0.08 (línea discontinua de puntos), 0.26 ± 0.04 (línea discontinua), y 0.24 ± 0.01 (línea punteada) (de Kennedy et al., 2010).

donde $S'_{4.8}$ es el flujo no térmico cuando la separación es igual a a , y s es el índice en la ley de potencias. La opacidad $\tau_{4.8}(t)$ depende de la geometría de la línea de visión a la fuente no térmica. Kennedy et al. (2010) adoptan la expresión deducida por Williams et al. (1990) para la opacidad libre-libre variable a lo largo de una línea de visión a una fuente no térmica orbitando en el viento circundante de una estrella binaria masiva tipo WR+O, WR 140. Determinando $S'_{4.8}$ junto con la solución analítica de $\tau_{4.8}(t)$ calculan $S_{obs}(\nu, t)$ como una función de la fase orbital de la fuente no térmica que orbita a la binaria, para los casos $s = 0, 0.5, 1$ y 2 , suponiendo un periodo de 6.7 años. Las curvas de luz resultantes se muestran en la Figura 5.5. Cada uno de estos modelos muestran un buen ajuste de los datos y coinciden con las observaciones a ambas frecuencias a través de los cuatro ciclos de la emisión durante los 20 años de observación.

El caso $s = 0$ corresponde a la emisión no térmica intrínseca que es constante a través de la órbita, es decir, en este caso la variación es causada completamente por la variabilidad de la opacidad a lo largo de la línea de visión, además, la calidad de los ajustes a las variaciones en el flujo de Cyg OB2 No. 5 sugiere que los vientos estelares en este sistema tienen densidades comparables, lo que significaría que las tasas de pérdida de masa también son comparables.

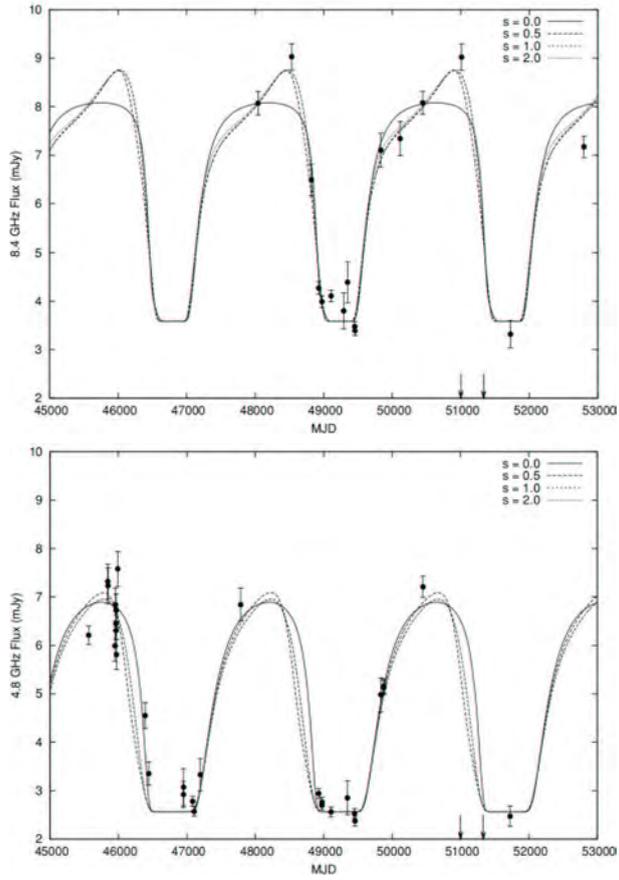


Figura 5.5: Modelos para el flujo total, $S_{obs}(\nu, t)$, ajustados al flujo observado de la componente primaria a 8.4 GHz (arriba) y 4.8 GHz (abajo) para los valores de $s = 0, 0.5, 1$ y 2 (de Kennedy et al., 2010).

5.3. Evidencias para una estrella en órbita alrededor de la binaria

Una fuente no térmica orbitando al sistema binario puede explicarse a partir de la existencia de una tercera estrella (estrella C) en órbita alrededor de la binaria con un periodo de 6.7 años. Esta estrella contribuiría a la emisión no térmica mediante una región de choque de los vientos provenientes de la propia estrella y de la estrella binaria O+O. Como alternativa, la emisión no térmica también puede provenir directamente de la presunta estrella C, es decir, de un objeto compacto. Desafortunadamente, dadas las luminosidades altas de las dos supergigantes en la binaria y la emisión proveniente del medio circumestelar, no ha sido posible detectar directamente la estrella propuesta.

En una búsqueda de evidencias para la estrella C, Kennedy et al. (2010) examinan el cambio de la velocidad radial (RV) de la binaria central con la fase orbital para detectar un movimiento reflejo como resultado de la presencia de la estrella C. Esto les permite hacer una estimación de $m_C = 23^{+22}_{-14} M_\odot$ para la masa de esta estrella, con una incertidumbre alta debido a la falta de observaciones a fases donde la velocidad radial cambia dramáticamente. Una masa de $\sim 23 M_\odot$ es consistente con una estrella tipo O-tardía/B-temprana que tendría un viento estelar lo suficientemente fuerte para producir una región de choque con el viento del sistema binario en una órbita de tamaño $\sim 14 \text{ AU}^2$. Una sustentación adicional para esta región de choque se debe a observaciones que revelan una componente fuerte en rayos X (Linder et al., 2009) que no podría originarse por la interacción entre los vientos de cada una de las estrellas O de la binaria de contacto.

Modelos recientes desarrollados por Pittard (2010) para la emisión térmica en regiones de choque de vientos proporcionan la posibilidad de que una variación en la densidad del plasma en la región de choque entre la binaria y la estrella C pueda ser responsable de la emisión variable en radio. El espectro continuo más plano que el espectro de un viento estelar podría resultar de la combinación de la emisión libre-libre térmica ópticamente delgada de índice espectral -0.1 en la región de choque con la emisión térmica del viento estelar del sistema binario. El flujo térmico ópticamente delgado se escala como el cuadrado del número total de iones en la región de choque, el cual es $\propto \dot{M}^2/D$, donde D es la distancia de la binaria a la región de choque. En este escenario, las variaciones de flujo se escalan como D^{-1} , y dada una órbita sumamente excéntrica, deducida a partir del modelo de Kennedy et al. (2010) con $s = 0$, los cambios de D serían pequeños lejos del periastro, donde la emisión térmica es ópticamente delgada. Por lo tanto, una emisión térmica variable proveniente de esta región de choque no podría explicar las curvas de luz en radio de Cyg OB2 No. 5.

²1 AU = 1 unidad astronómica = 1.496×10^{13} cm

Rodríguez et al. (2010), utilizando datos de archivo de dos observaciones a alta resolución realizadas con el VLA a 8.46 GHz sobre Cyg OB2 No. 5, una en el estado alto de flujo y otra en el estado bajo, estiman un límite superior para el tamaño angular de la fuente no térmica. En su análisis, sustraen en el plano (u, v) la contribución de la componente térmica a los datos de la observación en el estado alto, donde ambas componentes están presentes. Ajustando un modelo de un disco circular de brillo constante obtienen que $\theta_D'' \leq 0''.02$ para el diámetro angular de la emisión no térmica. Con ello excluyen la posibilidad de una envoltante en expansión eyectada periódicamente por la binaria para la componente no térmica (como la propuesta por Persi et al., 1990) ya que su tamaño debería ser significativamente mayor al que ellos estiman.

Por consiguiente, la naturaleza de la componente no térmica parece estar favorecida a ser una estrella con emisión no térmica en órbita alrededor de la binaria de contacto, o una región de choque de vientos. En la investigación desarrollada en esta tesis estudiamos la posibilidad de que esta fuente sea una estrella joven de baja masa con emisión muy compacta, la cual se pudo haber formado simultáneamente con el resto del sistema, por ejemplo, acompañando a la estrella masiva propuesta por Kennedy et al. (2010).

La emisión detectada en objetos estelares jóvenes (YSOs) es tanto térmica como no térmica. La emisión térmica generalmente se identifica con discos de acreción o con vientos estelares que poseen estos objetos. Por su parte la emisión no térmica es asociada con aceleración de partículas y actividad magnética y además presenta variabilidad de flujo en escalas de tiempo cortas (horas), (Osten, et al., 2009). Ejemplos de estos objetos son las estrellas T-Tauri, de masas $\leq 3M_{\odot}$ (Sterken & Jaschek, 1996) y radioluminidades $\sim 10^{18}$ ergs Hz $^{-1}$ s $^{-1}$ (Güdel, 2002). En la mayoría de los casos la emisión es altamente variable y es producida por radiación no térmica en grandes llamaradas (flares) cerca de la superficie estelar (Felli et al., 1993; Feigelson et al., 1994). Más recientemente, Osten et al. (2009) han atribuido estas variaciones rápidas en estrellas jóvenes a mecanismos de reconexión magnética. Buscando variabilidad rápida (horas) durante el estado alto de flujo de Cyg OB2 No. 5 podríamos favorecer o no la posibilidad de que la fuente no térmica sea una estrella compacta de este tipo.

5.4. La fuente NE

Contreras et al. (1997) reportaron que la posición de la componente débil de la emisión en radio de Cyg OB2 No. 5 al NE de la componente primaria no coincide con la emisión en el óptico de la estrella D y concluyeron que la emisión débil no está asociada directamente con la estrella D sino que proviene de una zona de interacción entre los vientos de las estrellas. Por su parte, Kennedy et al. (2010) derivaron un índice espectral de -0.50 ± 0.11 para la fuente NE, demostrando

que la emisión en radio de esta componente es no térmica. Su origen se ha atribuido a la aceleración de electrones que obtienen velocidades relativistas (emisión sincrotrón) en la región de choque de los vientos de la estrella binaria y la estrella D a $\sim 0''.9$ al NE, semejante a la emisión reportada en algunos sistemas de estrellas WR+O, como WR 147, WR 146 y WR 140 (Dougherty, 2010). En busca de apoyo a esta afirmación, Kennedy et al. (2010) hicieron una estimación de la luminosidad de una región de choque basada en la energía cinética de los vientos que colisionan. Ellos encontraron una luminosidad por emisión sincrotrón de 2.5×10^{26} ergs s^{-1} para la fuente NE a una distancia de 1.7 kpc de nosotros, la cual es consistente con la esperada para una región de colisión de vientos estelares.

Los sistemas con regiones de choque de vientos representan un laboratorio importante para investigar la física fundamental de la aceleración de partículas, tales como los electrones relativistas que dan lugar a la emisión en radio observada.

Capítulo 6

Análisis de datos de Cyg OB2 No. 5 y resultados

La variabilidad rápida de Cyg OB2 No. 5 se podría detectar al analizar individualmente el comportamiento de la densidad de flujo como función del tiempo en cada época de observación sobre la fuente en el estado “alto” de emisión. Como se describió en el capítulo 2, esto se puede hacer directamente en el plano (u, v) siempre que la fuente sea centrada en el campo de observación. A continuación se expondrá el procedimiento de reducción de datos, formación de imágenes y el criterio seguido para determinar si la emisión varía o no. La última sección está dedicada a la interpretación de resultados.

6.1. Reducción de datos

Los datos que analizamos corresponden a observaciones realizadas con el *Very Large Array* sobre Cyg OB2 No. 5 dirigidas por diferentes proyectos entre 1983 y 2003. La época, número de proyecto, configuración del telescopio, frecuencia y tiempo sobre la fuente de cada observación se muestran en las tablas 6.1 y 6.2. Toda la reducción de datos y posterior elaboración de imágenes se realizó con el software *Astronomical Image Processing System* (AIPS) del *National Radio Astronomy Observatory* (NRAO).

Previo a la calibración examinamos cada conjunto de datos con las rutinas LISTR y UVPLT de AIPS para detectar datos “malos”, es decir datos con valores de flujo y/o fase anómalos que podrían afectar la calibración final. Estos datos fueron “marcados” con la rutina UVFLG para no ser considerados posteriormente.

Cuadro 6.1: Emisión Constante

Época (aa/mm/dd)	Proyecto	Configuración	Tiempo sobre la fuente (min)	Calibrador de amplitud	Calibrador de fase
1.4 GHz					
84/01/06	AR96	B	26.0	1331+305	2007+404
4.8 GHz					
83/08/18	AJ97	A	65.3	1331+305	2007+404
84/05/23	AR97	C	8.5	1331+305	2007+404
84/05/27	AH158	C	2.0	1331+305	2202+422
84/09/06	AR110	D	30.5	1331+305	2007+404
84/09/15	AR110	D	31.7	1331+305	2007+404
84/09/20	AR110	D	32.6	1331+305	2007+404
84/09/22	AR110	D	17.5	0137+331	2007+404
89/09/18	AR209	BC	27.8	1331+305	2007+404
97/01/04	AC469	A	157.7	1331+305	2007+404
8.4 GHz					
90/06/01	AR221	AB	13.2	1331+305	2007+404
91/10/03	AM345	AB	13.5	1331+305	2007+404
92/07/16	AR270	D	13.5	1331+305	2007+404
95/04/27	AR328	D	11.5	1331+305	2007+404
96/12/28	AR277	A	45.2	0137+331	2007+404
98/07/17	AL444	B	8.3	0137+331	2007+404
14.9 GHz					
95/04/27	AR328	D	34.5	1331+305	2007+404
43.3 GHz					
96/12/29	AR277	A	28.7	1331+305	2007+404

Cuadro 6.2: Posible Emisión Variable

Época (aa/mm/dd)	Proyecto	Configuración	Tiempo sobre la fuente (min)	Calibrador de amplitud	Calibrador de fase
4.8 GHz					
84/09/24	AR110	D	45.5	1331+305	2007+404
84/09/28	AR110	D	40.0	1331+305	2007+404
8.4 GHz					
96/02/02	AM511	BC	8.2	1331+305	2007+404
03/06/06	AF399	A	32.7	0137+331	2007+404
03/09/09	AF399	A	27.8	1331+305	2007+404

La calibración se efectuó siguiendo el procedimiento usual con los calibradores de amplitud y fase indicados en las tablas 6.1 y 6.2. Con el programa AIPS determinamos las amplitudes y fases de cada calibrador y establecimos la escala absoluta de flujo del calibrador de fase a partir del flujo del calibrador de amplitud. Por último interpolamos las soluciones de amplitud y fase derivadas para los calibradores a las observaciones de la fuente.

Con los datos calibrados fueron elaborados los mapas de Cyg OB2 No. 5 utilizando la rutina IMAGR de AIPS. Con la rutina JMFIT determinamos la posición de la fuente en la imagen al ajustarle un modelo gaussiano. Posteriormente recentramos los datos (u, v) en la posición de la fuente mediante la rutina UVFIX. Con este nuevo conjunto de datos graficamos la parte real y la parte imaginaria de la visibilidad como función del tiempo promediadas sobre el plano (u, v) . Es importante aclarar que este análisis como función del tiempo usualmente no se realiza por los observadores, quienes hacen una sola imagen con todos los datos.

Dependiendo de la configuración del telescopio en algunas épocas fue necesario usar sólo datos (u, v) con líneas de base mayor que un cierto valor para evitar contaminación de emisión extendida. Este valor mínimo fue determinado en cada época inspeccionando las gráficas de amplitud *vs.* línea de base de la fuente, y fue fijado con el parámetro UVRANGE.

6.2. Resultados

6.2.1. Emisión de la componente primaria

Para determinar si la emisión de la componente primaria de Cyg OB2 No. 5 varía o no durante una observación proseguimos como a continuación se explica. Si los puntos de la gráfica de la parte real de la visibilidad como función del tiempo caen, con un error de 2σ donde σ es la incertidumbre, en el valor promedio, entonces la emisión se considera constante. Por otro lado, en ausencia de alguna anomalía en los datos, la parte imaginaria de la visibilidad es, dentro del error, muy cercana a cero. En la tabla 6.1 se enlistan las épocas en las que de acuerdo a este criterio se concluyó que la emisión de Cyg OB2 No. 5 es constante. Las curvas de luz de la parte real y la parte imaginaria de la observación del 4 de enero de 1997 se muestran en el primer cuadro (izquierda) de la Figura 6.1. Con ella ejemplificamos un caso de emisión constante. En la gráfica de la parte real todos los puntos caen en el valor promedio correspondiente a 7.1 mJy y la parte imaginaria, dentro del error, es aproximadamente cero.

Aquellas observaciones cuyas curvas de luz muestran puntos fuera del promedio

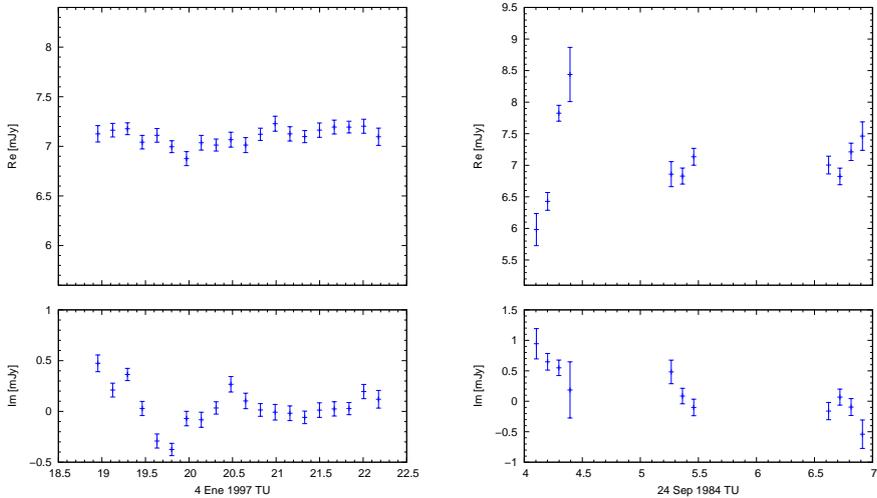


Figura 6.1: Curvas de Luz de Cyg OB2 No. 5, las barras de error son $\pm 1\sigma$. La época de la izquierda muestra claramente emisión constante, mientras que la de la derecha debe ser analizada con mas detalle.

fueron estudiadas con mas detalle. Estas son enlistadas en la tabla 6.2 y las hemos denotado como “posible emisión variable” en la esencia de que la emisión no es constante de acuerdo a nuestro criterio mencionado arriba. La observación del 6 de junio de 2003 (gráfica inferior izquierda de la Figura 6.2) representa un caso especial. A primera vista parecería que el flujo, que es constante en ~ 7 mJy, disminuye a razón de un $\sim 60\%$ entre el tercer y cuarto punto. Sin embargo, debido a que después el flujo se restablece sin variar, y además dado que las incertidumbres en la primera parte de la observación son mucho mayores, concluimos que los datos de los primeros “scans” no son confiables (por algún defecto que se pudo haber presentado en las antenas), y que la emisión de Cyg OB2 No. 5 es constante como se percibe en la segunda parte de la observación.

Para llevar a cabo un tratamiento riguroso calculamos el promedio pesado y el *rms* pesado de los valores de la parte real e imaginaria de la visibilidad en las cuatro curvas de luz restantes en nuestro análisis. Los valores encontrados se muestran en la tabla 6.3. Esto nos permitió determinar si hay puntos con flujos que difieran en más de 2σ del promedio, donde σ ahora es el *rms* pesado.

En la curva de luz de la observación del 9 septiembre de 2003 todos los puntos caen dentro de $\pm 2\sigma$ alrededor del promedio pesado de la parte real de la visibilidad, mientras que en las observaciones del 24 y 28 de septiembre de 1984 y del 2 de febrero de 1996 encontramos que sólo un punto difiere en más de 2σ .

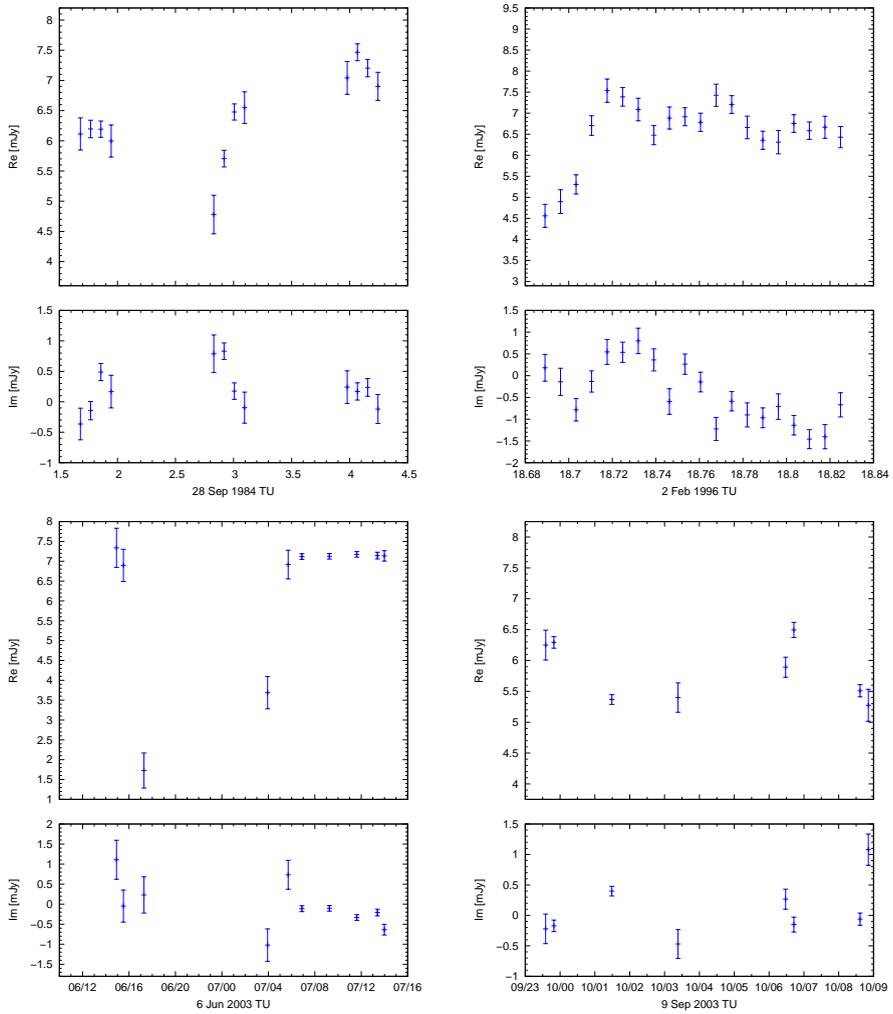


Figura 6.2: Curvas de Luz de Cyg OB2 No. 5, las barras de error son $\pm 1\sigma$.

Al comparar con una distribución gaussiana con el mismo número de puntos, se espera que del orden de un punto caigan afuera de $\pm 2\sigma$. Esto nos dice que no hay evidencia estadística de variabilidad en escala de horas de Cyg OB2 No. 5 en estas cuatro épocas de observación.

Actualmente estamos en el proceso de refinar el análisis de datos y de desarrollar mejores criterios estadísticos. También estamos analizando la posibilidad de utilizar técnicas de autocalibración en fase que pueden eliminar el ruido de fase introducido por variaciones en la atmósfera.

6.2.2. La emisión extendida al NE de la componente primaria

Los datos (u, v) recentrados correspondientes a las observaciones del proyecto AR110 a 6 cm (ver Tablas 6.1 y 6.2) fueron concatenados con la rutina DBCON de AIPS para construir un mapa muy profundo de la fuente. El mapa de la emisión de continuo de Cyg OB2 No. 5 obtenido al concatenar dichos datos se muestra en la figura 6.3. La línea de base mínima utilizada fue de ~ 0.05 km y el pesado de los datos fue intermedio entre natural y uniforme, lo cual se estableció con los parámetros $UVRANGE = 0.8$ k λ y $ROBUST = 0$, respectivamente, en la rutina IMAGR. Para disminuir el ruido y quitar emisión extendida en todo el mapa se efectuó un proceso de auto-calibración en fase. Este consistió en tomar como modelo una imagen de la emisión dominante proveniente de la fuente y aplicarlo a los datos (u, v) para corregirlos en fase. Como resultado se obtuvo un mapa menos ruidoso donde es posible distinguir estructuras más débiles.

Refiriéndonos a la imagen de la Figura 6.3 vemos que la emisión del sistema binario y la fuente NE no está resuelta debido a que los datos son de baja resolución, esto es, la emisión proveniente de ambas la vemos como una sola

Cuadro 6.3: Promedio y *rms* pesado de la parte real e imaginaria de la visibilidad.

Época (aa/mm/dd)	Configuración	Re (mJy)	Im (mJy)
4.8 GHz			
84/09/24	D	7.04 \pm 0.46	0.17 \pm 0.35
84/09/28	D	6.49 \pm 0.63	0.25 \pm 0.33
8.4 GHz			
96/02/02	BC	6.59 \pm 0.71	-0.44 \pm 0.68
03/09/09	A	5.80 \pm 0.45	0.08 \pm 0.32

componente que corresponde a la emisión con simetría casi circular que se ve en el centro del mapa. En la imagen también se observa una emisión adicional más débil de forma alargada que se extiende hacia el noreste de la emisión central y que hasta la fecha no ha sido reportada en la literatura.

Con el objetivo de determinar la naturaleza de esta emisión débil investigamos su índice espectral. Para ello concatenamos los datos (u, v) de las observaciones del proyecto AR110 a 20 cm y construimos un mapa limpio con estos datos. Para comparar con la imagen a 6 cm, con la rutina HGEOM convolucionamos esta última de modo que la resolución fuera la misma que a 20 cm. Con la imagen resultante y la de 20 cm construimos un mapa de colores de índice espectral con la rutina COMB. En la Figura 6.4 se muestran las tres imágenes. Las imágenes superior y la del centro son los mapas de continuo de la emisión de Cyg OB2 No. 5 a 6 y 20 cm, respectivamente, donde la escala de color en cada una indica la densidad de flujo en mJy beam^{-1} . La imagen inferior es el mapa de índice espectral.

Del análisis de las imágenes de la Figura 6.4 obtuvimos que la emisión de la componente primaria es de $7.9 \pm 0.2 \text{ mJy}$ a 6 cm y $6.8 \pm 0.4 \text{ mJy}$ a 20 cm, y la emisión de la componente extendida es 2.1 ± 0.4 y $4.1 \pm 1.0 \text{ mJy}$ a 6 y 20 cm, respectivamente. El índice espectral es del orden de 0.2 para la componente primaria lo cual es consistente con el esperado debido a que la observación se realizó cuando la emisión estaba en el estado alto. La extensión hacia el NE tiene un índice espectral de ~ -0.8 , indicando que la emisión es no térmica. Este índice es característico de la emisión sincrotrón ópticamente delgada por lo que la posibilidad de que esta emisión extendida detectada esté asociada con la componente a $0''.8$ al noreste de la binaria se expone en la siguiente sección.

6.3. Discusión

De acuerdo a nuestro estudio, Cyg OB2 No. 5 no presenta variabilidad rápida (horas). Esto significa que la emisión no térmica responsable de la variación en radio de periodo 6.7 años no proviene directamente de una estrella compacta de baja masa, variable tipo T-Tauri y que la fuente podría ser una estrella con emisión constante y muy brillante (del orden de $\log[L_R/\text{ergs Hz}^{-1} \text{ s}^{-1}] \sim 19$). Dentro del mismo rango de estrellas jóvenes como las T-Tauri también se encuentran las llamadas estrellas Herbig Ae/Be que poseen masas del orden de $4M_{\odot} \leq M \leq 8M_{\odot}$ (Sterken & Jaschek, 1996) y no muestran variación fuerte en radio (Güdel, 2002). Su radioemisión generalmente se atribuye a emisión térmica generada en vientos fuertes (Nisini et al., 1995), sin embargo también hay evidencia de que algunas poseen emisión no térmica (probablemente debido a procesos de radiación girosincrotrón o sincrotrón), tal como la medición de índices espectrales negativos (Skinner & Brown, 1993). Se han detectado estrellas

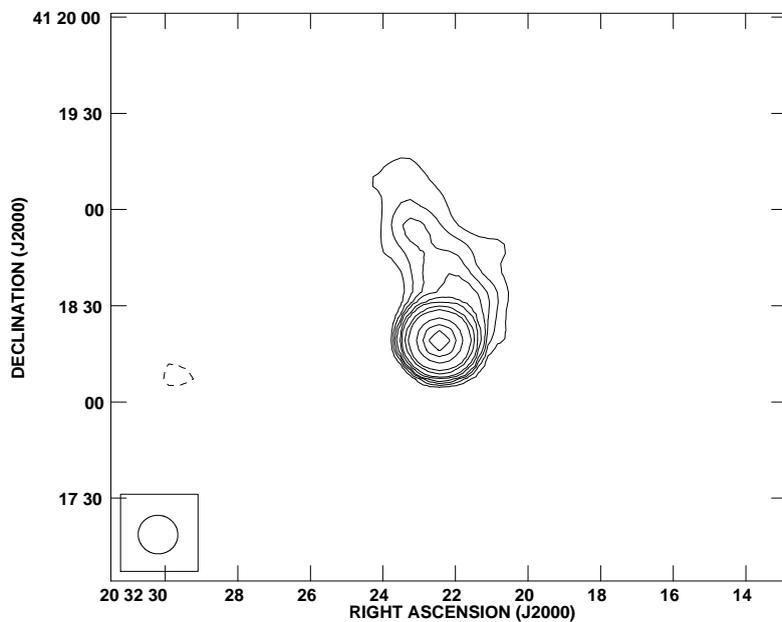


Figura 6.3: Imagen de contornos de la emisión de continuo a 6 cm de Cyg OB2 No. 5. Los contornos son -4, -3, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 40, 60 y 80 veces $76 \mu\text{Jy beam}^{-1}$, el ruido *rms* de la imagen. El mapa se realizó con los datos de las seis observaciones obtenidas del 6 al 22 de septiembre de 1984 (ver Tablas 6.1 y 6.2). El haz sintetizado es $12''33 \times 12''01$ con un ángulo de posición de 13.46° .

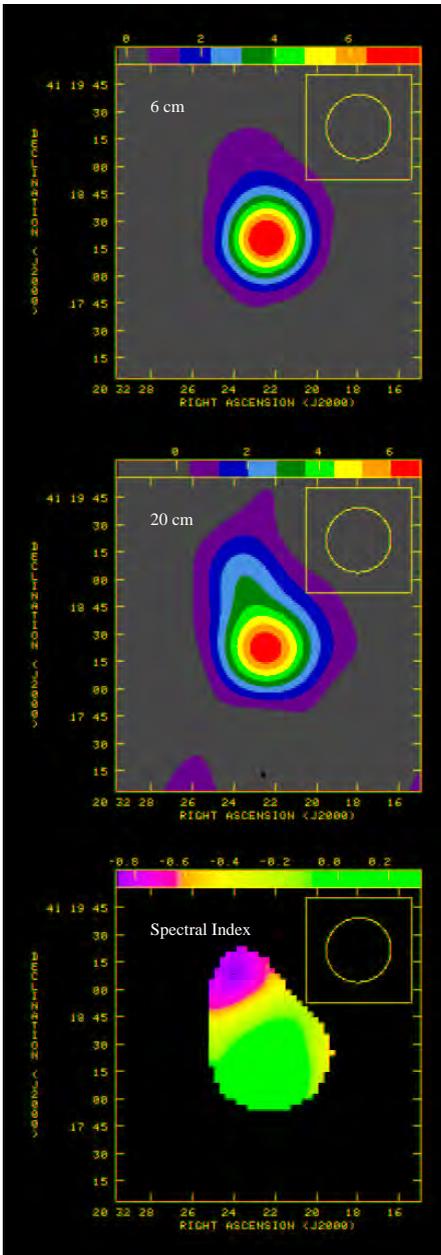


Figura 6.4: Imágenes a color de la emisión de continuo a 6 cm (arriba) y a 20 cm (centro) de Cyg OB2 No. 5. El haz sintetizado es $36'' \times 35''$ con un ángulo de posición de -44° . En ambas imágenes la barra indica la densidad de flujo en mJy beam^{-1} . En el panel inferior se muestra el mapa de índice espectral con su respectiva escala de colores.

de este tipo con luminosidades del orden de $\log[L_R/\text{ergs Hz}^{-1} \text{ s}^{-1}] \sim 20$ (Skinner & Brown, 1993) y aunque éstas son muy poco frecuentes (actualmente se conocen alrededor de cincuenta), una estrella de este tipo no queda descartada de ser la fuente no térmica que orbita a la binaria en Cyg OB2 No. 5.

La ausencia de variabilidad rápida también apoya la propuesta de que la fuente sea una región extendida. Tal región está favorecida a ser una zona de choque de vientos donde las partículas cargadas pueden ser aceleradas a velocidades relativistas que al interactuar con campos magnéticos emiten en forma de radiación sincrotrón. Esto requiere de la existencia de una estrella con un viento estelar fuerte tipo O-tardía/B-temprana. El viento de esta estrella interactuaría con el de la binaria de contacto.

Para discriminar entre una estrella o una región extendida como la explicación de la fuente no térmica que produce las variaciones en Cyg OB2 No. 5 se requiere de hacer observaciones a mucha mayor resolución que la lograda con el VLA. El *Very Long Baseline Array* (Arreglo de Línea de Base muy Grande) es un conjunto de 10 antenas, cada una de 25 m de diámetro, localizadas en diferentes partes del mundo: una en Hawaii, otra en las islas Vírgenes y el resto a lo largo y ancho de los Estados Unidos. La resolución angular obtenida con este arreglo es tan fina como $0''00017$ a una longitud de onda de 7 mm. Por lo tanto observaciones sobre Cyg OB2 No. 5 con este instrumento solucionarán el problema planteado y permitirán conocer mucho más sobre los procesos físicos que ocurren en este sistema tan peculiar. Se ha enviado una propuesta de tiempo de observación para realizar este proyecto.

Ahora centrándonos hacia la emisión extendida hacia el NE de Cyg OB2 No. 5 detectada en el mapa de continuo a 6 cm (Figura 6.3), su carácter no térmico indica que no se trata de emisión libre-libre producida por gas ionizado, ya que en tal caso el índice espectral sería plano o positivo. Lo que podría explicar la emisión es que se trate de una fuente de fondo (una radiogalaxia) proyectada muy cerca de la estrella binaria o bien que se deba a la radiación de los electrones expulsados de la región de choque, la fuente NE, donde han sido acelerados a velocidades relativistas y que al interactuar con los campos magnéticos emiten en forma de radiación sincrotrón. Esta posibilidad es de interés porque implicaría que las estrellas masivas con emisión no térmica podrían ser una fuente de inyección de partículas relativistas hacia el medio interestelar.

De acuerdo a la estadística de Fomalont et al. (1991), la densidad de probabilidad de encontrar una fuente de fondo con un flujo S a 6 cm, está dada por $N(S)/(\text{arc}'')^2 = (23.2 \pm 2.8)(S/\mu\text{Jy})^{-1.18 \pm 0.19}$. Entonces en una caja de $2' \times 2'$ la probabilidad a priori de encontrar una fuente de fondo con un flujo de 2.1 ± 0.4 mJy a 6 cm es 0.011, que aunque es una probabilidad pequeña, no es lo suficientemente pequeña como para descartar la posibilidad de una fuente de fondo. Una imagen con mayor resolución angular que la mostrada en la Figura 6.3 podría revelar la morfología de una radiogalaxia.

Estudiando la otra posibilidad, podemos hacer estimaciones sobre la energía mínima que poseen los electrones relativistas cuando son acelerados en la zona de choque de los vientos y si ésta es suficiente para que puedan viajar hasta una distancia igual al tamaño de la emisión extendida. Contreras et al. (1997) determinaron una densidad de flujo de 0.34 ± 0.03 mJy a 6 cm para la fuente a $0''.8$ al NE de la estrella binaria (ver Figura 5.1), aproximadamente $1/6$ del flujo de la región extendida. Adoptando este valor, el flujo de la fuente NE se puede aproximar por $S_\nu = 0.34$ mJy $(\nu/4.8 \text{ GHz})^{-0.8}$. Utilizando las ecuaciones de Pacholczyk (1970) para una distancia de 1.7 kpc a la fuente (Torres-Dodgen et al., 1991), un radio de $\sim 2.5 \times 10^{15}$ cm correspondiente a un tamaño angular de $\sim 0''.2$ para la fuente NE y 1 y 30 GHz como las frecuencias menor y mayor observadas, respectivamente, obtenemos un campo magnético de 1.3 mGauss y una energía mínima de los electrones relativistas de 6×10^{39} ergs. Para este campo magnético estimamos un factor de Lorentz de 2×10^3 y un tiempo de vida media de 6×10^3 años para los electrones relativistas. Entonces, si suponemos que los electrones son acarreados por el viento estelar cuya velocidad terminal es del orden de 1,000 km/s, encontramos que los electrones pueden viajar emitiendo radiación sincrotrón hasta una separación de ~ 6 pc de la estrella. Esta separación equivale a un tamaño angular de alrededor de $10'$ a la distancia de 1.7 kpc a la que se encuentra Cyg OB2 No. 5 y que es mucho mayor que el tamaño de la región extendida de sólo $1'$.

Ahora nos preguntamos si la energía de 6×10^{39} ergs en electrones relativistas presentes en la fuente a $0''.8$ al NE de la binaria de contacto puede explicarse como resultado de la transformación de una fracción de la energía cinética del viento de la binaria en la aceleración de los electrones relativistas. Para ver esto, notemos que la región al NE subtiende un ángulo de $\sim 30^\circ$ con respecto a la binaria (ver Figura 5.1), lo cual sugiere que intercepta alrededor del 2% del viento de esta última. Podemos calcular, si conocemos el ancho de la región y la potencia cinética del viento de la binaria, cuanta energía se deposita en la región por el paso del viento. Utilizando una tasa de pérdida de masa de $5 \times 10^{-5} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ y una velocidad terminal de 2200 km s^{-1} para el viento (Contreras et al., 1996), estimamos una potencia cinética de $7.8 \times 10^{37} \text{ ergs s}^{-1}$. El ancho de la región al NE (con respecto a la línea que va de la binaria a ella) es aproximadamente $0''.1$, equivalente a una distancia de 2.6×10^{15} cm que el viento recorrería en 1.2×10^7 s (0.4 años). Entonces, el viento deposita en este tiempo en la región a $0''.8$ al NE $7.8 \times 10^{37} \text{ ergs s}^{-1} \times 1.2 \times 10^7 \text{ s} \times 0.02 = 1.8 \times 10^{43}$ ergs. Por consiguiente, necesitaríamos de un mecanismo de aceleración de los electrones relativistas con eficiencia de tan sólo 3×10^{-4} para explicar a los electrones relativistas ahí presentes como resultado de un choque producido por los vientos estelares.

Concluimos haciendo un cálculo similar al anterior pero para la región no térmica extendida. Utilizando un flujo de 2.1 mJy a 6 cm y un tamaño angular de $30''$ para la extensión, a una distancia de 1.7 kpc, obtenemos que el campo

magnético es del orden de $28 \mu\text{Gauss}$ y la energía mínima de los electrones relativistas $\sim 1 \times 10^{43}$ ergs. Es decir, si estos electrones provienen de la región de choque a $0''.8$ al NE de la binaria, de acuerdo a nuestros cálculos la energía total que poseen en la región extendida es 1.7×10^3 veces mayor a la que tienen en el choque. Por otro lado, la región extendida tiene una dimensión de $\sim 30''$, o sea unas 300 veces el ancho de la región de choque, por lo que el viento ha depositado $7.8 \times 10^{37} \text{ ergs s}^{-1} \times 1.2 \times 10^7 \text{ s} \times 300 \times 0.02 = 5.6 \times 10^{45}$ ergs en la región extendida. Entonces en este caso necesitamos una eficiencia de 1.8×10^{-3} que es ~ 6 veces mayor que la encontrada en el párrafo anterior. Esto nos sugiere que no podemos explicar a la región de choque y la extensión con el mismo mecanismo lo cual es un obstáculo para establecer una asociación directa entre la región de choque al NE de la estrella binaria con la emisión extendida, y por lo tanto favorece que ésta sea una fuente de fondo.

Conclusiones

En la presente tesis se ha estudiado al sistema binario de estrellas masivas Cyg OB2 No. 5 con la finalidad de determinar la naturaleza de la fuente no térmica responsable de la variación, con periodo igual a 6.7 años, de la emisión en radio proveniente de la estrella binaria. Nuestros resultados se resumen como sigue:

1) Aunque en las épocas que citamos como “posible emisión variable” el flujo de la componente primaria varía a un nivel de 10-30 %, se encontró que no hay suficiente evidencia estadística de un cambio mayor a 2σ respecto al promedio durante el tiempo de integración en cada época. Esto nos lleva a concluir que la fuente no térmica que orbita al sistema binario no es una estrella compacta tipo T-Tauri, ya que éstas estrellas se caracterizan por ser altamente variables en escalas de horas.

2) Con nuestro resultado también favorecemos que la fuente no térmica sea una zona de choque entre los vientos de la binaria de contacto y de una estrella con un viento fuerte, o bien que sea una estrella muy brillante en radio con emisión constante. Observaciones a mayor resolución angular a obtener con el *Very Long Baseline Array* permitirán determinar con precisión si la fuente es una estrella o una región más extendida.

3) En el mapa de Cyg OB2 No. 5 de la emisión de continuo a 6 cm, realizado con datos de seis observaciones del proyecto AR110, se encontró una emisión débil que se extiende hacia el noroeste de la estrella binaria. El índice espectral negativo obtenido para esta región extendida se puede interpretar si pensamos que la emisión es producida por los electrones relativistas que son expulsados de la zona de choque creada por la colisión de los vientos de la estrella binaria de contacto y la estrella adicional ubicada a $0''9$ al NE de ésta, y que emiten a través del mecanismo de radiación sincrotrón. Otra posibilidad es que se trate de una fuente de fondo.

4) La vida media que se estimó para los electrones relativistas en la fuente NE es suficiente para explicar el tamaño de la extensión, sin embargo, se encontró que

la eficiencia del mecanismo de aceleración de los electrones en la región extendida tendría que ser ~ 6 veces mayor que en la fuente NE. Esto favorece la posibilidad de que la emisión extendida hallada sea una fuente de fondo, la cual podría ser una radiogalaxia. Nuevas observaciones sobre Cyg OB2 No. 5 con tiempos de integración de varias horas nos permitirán estudiar con más detalle este sistema y establecer de manera concisa el tipo de fuente que produce la emisión que hallamos.

Bibliografía

- [1] BELL A. R. 1978, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **182**, 147B
- [2] BLANFORD R. D., & OSTRICKER J. P. 1978, *Astrophys. J.* **221L**, 29B
- [3] BLOMME R., DE BECKER M., VOLPI D., & RAUW G. 2010, *Astron. & Astrophys.* en impresión (2010arXiv1006.3540B)
- [4] CONTRERAS M. E., RODRÍGUEZ L. F., GÓMEZ, Y., & VELÁZQUEZ A. 1996, *Astrophys. J.* **469**, 329C
- [5] CONTRERAS M. E., RODRÍGUEZ L. F., TAPIA M., CARDINI D., EMANUELE A., BADIALI M., & PERSI P. 1997, *Astrophys. J.* **488**, L153
- [6] DOUGHERTY S. M., & WILLIAMS P. M. 2000, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **319**, 1005D
- [7] DOUGHERTY S. M., PITTARD J. M., KASIAN L., COKER R. F., WILLIAMS P. M., & LLOYD H. M. 2003, *Astron. & Astrophys.* **409**, 217
- [8] DOUGHERTY S. M. 2010, *ASP Conference Series.* **422**, 166
- [9] EICHLER D., & USOV V. 1993, *Astrophys. J.* **402**, 271E
- [10] FEIGELSON E. D., WELTY A. D., IMHOFF C., HALL J. C., ETZEL P. B., PHILLIPS R. B., & LONSDALE C. J. 1994, *Astrophys. J.* **432**, 373E
- [11] FELLI M., TAYLOR G. B., CATARZI M., CHURCHWELL E., & KURTZ S. 1993, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **101**, 127E
- [12] FERMI E. 1949, *Phys. Review.* **75**, 1169F
- [13] FOMALONT E. B., WINDHORST R. A., KRISTIAN J. A., & KELLERMAN K. I. 1991, *Astron. J.* **102**, 1258F
- [14] GÜDEL M. 2002, *Annu. Rev. Astron. & Astrophys.* **40**, 217
- [15] HERBIG G. H. 1967, *Publications Astron. Soc. Pacific.* **79**, 502H

-
- [16] KENNEDY M., DOUGHERTY S. M., FINK A., & WILLIAMS P. M. 2010, *Astrophys. J.* **709**, 632
- [17] LANG, K. R. 1999, “Astrophysical Formulae”, Vol. I Radiation, Gas Processes and High Energy Astrophysics, Springer.
- [18] LINDER N., RAUW G., MANFROID J., DAMERDJI Y., DE BECKER M., EENENS P., ROYER P., & VREUX J. -M. 2009, *Astron. & Astrophys.* **495**, 231L
- [19] LONGAIR M. S. 1992, “High Energy Astrophysics”, Vol. II Stars, the Galaxy and the Interstellar Medium, Cambridge University Press.
- [20] LUCY L.B., & WHITE R. L. 1980, *Astrophys. J.* **241**, 300L
- [21] MEZGER P. G., & HENDERSON A. P. 1967, *Astrophys. J.* **147**, 471M
- [22] MIRALLES M. P., RODRÍGUEZ L F., TAPIA M., ROTH M., PERSI P., FERRARI-TONOLIO M., & CURIEL S. 1994, *Astron. & Astrophys.* **282**, 547M
- [23] NERIA C., GÓMEZ Y., & RODRÍGUEZ L. F. 2010, *Rev Mex A & A* en impresión (2010arXiv1006.3896v1)
- [24] NISINI B., MILILLO A., SARACENO P., & Vitali F. 1995, *Astron. & Astrophys.* **302**, 169N
- [25] OSTEN R. A., & WOLK S. J. 2009, *Astrophys. J.* **691**, 1128
- [26] PACHOLCZYK A. G. 1970, “Radio Astrophysics”, Freeman & Co.
- [27] PANAGIA N., & FELLI M. 1975, *Astron. & Astrophys.* **39**, 1P
- [28] PERSI P., TAPIA M., RODRÍGUEZ L. F., FERRARI-TONIOLO M., & ROTH M. 1990, *Astron. & Astrophys.* **240**, 93P
- [29] PITTARD J. M., DOUGHERTY S. M., COKER R. F., O’CONNOR E., & BOLINGBROKE N. J. 2006, *Astron. & Astrophys.* **446**, 1001
- [30] PITTARD J. M. 2010, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **403**, 1633P
- [31] RODRÍGUEZ L. F., ZAPATA L. A., & HO P. T. P. 2009, *Astrophys. J.* **692**, 162R
- [32] RODRÍGUEZ L. F., GÓMEZ Y., LOINARD L., & MIODUSZEWSKI A. J. 2010, *Rev Mex A & A* en impresión (2010arXiv1005.2342R)
- [33] RYBICKI G. B., & LIGHTMAN A. P. 2004, “Radiative Processes in Astrophysics”, Wiley-VCH.
- [34] SHORE S. N. 2003, “The Tapestry of Modern Astrophysics”, Wiley.

-
- [35] SKINNER S. L., BROWN A., & STEWART R. T. 1993, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **87**, 217S
- [36] STERKEN C., & JASCHEK C. 1996, “Light Curves of Variable Stars: A Pictorial Atlas”, Cambridge University Press.
- [37] THOMPSON A. R. 1999, *ASP Conference Series.* **180**, 11
- [38] THOMPSON A. R., MORAN J. M., & SWENSON G. W. 2004, “Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy”, Wiley-VCH.
- [39] TORRES-DODGEN A. V., TAPIA M., & CARROLL M. 1991, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **249**, 1T
- [40] VERSCHUUR G. L., & KELLERMANN K. I. 1988, “Galactic and Extragalactic Radio Astronomy”, Springer.
- [41] WHITE R. L. 1985, *Astrophys. J.* **289**, 698W
- [42] WILLIAMS P. M., VAN DER HUHT K. A., POLLOCK A. M. T., FLORKOWSKI D. R., VAN DER WOERD H., & WAMSTEKER W. M. 1990, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **243**, 662W
- [43] WILLIAMS P. M., DOUGHERTY, S. M., DAVIS, R. J., VAN DER HUHT K. A., BODE M. F., & SETIA GUNAWAN D. Y. A. 1997, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **289**, 10W
- [44] WILSON T. L., ROHLFS K., & HÜTTEMEISTER S. 2009, “Tools of Radio Astronomy”, Springer.