

5518

MODELO DEL HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO
APLICACION A LA CUENCA DEL PAPALOAPAN

Tesis Profesional

Raúl Arrijo Juárez

DESCARTE

Director de Tesis: Ing. Julio Lozoya Corrales

Facultad de Ingeniería

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

1975

1010



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Al Pasante señor RAUL ARRIOJA JUAREZ,
P r e s e n t e .

FACULTAD DE INGENIERIA
Exámenes Profesionales
Núm. 40-147
Exp.Núm. 40/214.2/

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. Julio C. Lozoya Corrales, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"MODELO DEL HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO.
APLICACION A LA CUENCA DEL PAPALCAPAN"

- I. Introducción
- II. Hidrograma unitario instantáneo
- III. Análisis de la entrada al modelo
- IV. Aplicaciones
- V. Conclusiones

Fuego a usted tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá -- prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de -- seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la -- Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente,
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
México, D. F., a 4 de septiembre de 1974
EL DIRECTOR

ING. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

EVC/GSA/glt.

I N D I C E

1.	INTRODUCCION	1
1.1	Antecedentes históricos	1
1.2	Diferentes tipos de relaciones lluvia-escorrimento	3
1.3	Obtención del hidrograma unitario	13
1.4	Construcción de la curva S y modificación de hidrogramas unitarios para duraciones distintas de las originales	14
1.5	Utilización del hidrograma unitario	15
2.	HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO	24
2.1	Exposición del método del hidrograma unitario instantáneo (H. U. I.)	24
2.2	Las ecuaciones de Wiener-Hopf	34
2.3	Aplicación del método del hidrograma unitario instantáneo a la cuenca de Cantón (Subcuenca del río Papaloapan)	46
3.	ANALISIS DE LAS ENTRADAS AL MODELO	68
3.1	Primer análisis	69
3.2	Segundo análisis	72
3.3	Tercer análisis	75
3.4	Cuarto análisis	77
4.	APLICACIONES	78
4.1	Resultados del primer análisis	78

4.2	Resultados del segundo análisis	79
4.3	Resultados del tercer análisis	80
4.4	Resultados del cuarto análisis	80
5.	CONCLUSIONES	114
	REFERENCIAS	139

I. INTRODUCCION

1.1 Antecedentes históricos

La Hidrología es una ciencia cuyos orígenes se pierden en los albores de la Historia. Sin embargo, con ser tan antigua, su desarrollo ha sido muy lento, y sólo a partir de una fecha tan reciente como 1930, se ha desarrollado de una manera completa y acelerada.

En la Antigüedad y durante la Edad Media, nunca se llegó a una comprensión adecuada de los fenómenos hidrológicos, debido principalmente a que los investigadores antiguos nunca hacían mediciones ---cuantitativas, sino que se limitaban a especular acerca de las posibles causas del fenómeno que estuvieran estudiando.

Durante la Edad Media, el pensamiento aristotélico y la escolástica

cristiana rigieron los destinos de la ciencia. Las explicaciones a los fenómenos naturales se buscaban en la Escritura ó en los escritos grecorromanos, afirmando a priori que tal explicación sería válida.

Y fué sólo hasta el s XVI que, con la introducción de la experimentación y la observación, se logró romper el estaticismo en que se había caído. El s XVI marcó la separación definitiva entre la filosofía y la ciencia.

Las contribuciones más importantes de este siglo, fueron aportadas por Leonardo, que midió la velocidad del agua en canales abiertos, y que explicó notablemente bien la distribución de la velocidad -- del agua en un canal; y por Bernard Palissy, que por primera vez -- dió una explicación cualitativa adecuada acerca del ciclo hidrológico.

El s XVII, que ha sido llamado " la cuna de la ciencia moderna", -- fué una época de rápido y considerable desarrollo para todas las -- ciencias.

En la Hidrología tuvieron lugar dos avances importantes. Primero, -- se usaron resultados cuantitativos para probar las hipótesis, y segundo, los trabajos ya no fueron aislados, sino que se laboró conjuntamente para establecer los principios hidrológicos.

Entre los muchos investigadores de la época, citaremos a Pierre -- Perrault, que por primera vez demostró cuantitativamente que la -- precipitación era la causa del escurrimiento de agua en un río.

Perrault estimó el volumen de agua que se acumularía durante un año en una subcuenca del río Sena, y lo comparó con una estimación del volumen de agua que escurre en un año por el río Sena.

En el s XVIII se formularon las primeras expresiones matemáticas para la evaluación del gasto por Antonio Chezy y Pierre DuBuat.

A pesar de que la Revolución Francesa dificultó la labor de los -- investigadores franceses, éstos pudieron continuar con su labor y, en los albores del s XIX, hicieron importantes contribuciones a la Hidráulica.

La principal contribución del s XIX, fué el establecimiento del -- principio de conducir investigaciones experimentales, ya sea para establecer una teoría, ó para determinar alguna fórmula empírica. Los avances que se hicieron en la Hidráulica fueron considerables. Basta mencionar los trabajos desarrollados por Roberto Manning en la hidráulica de canales abiertos. Por lo que se refiere a la relación entre la precipitación y el escurrimiento, ésta comenzó a estudiarse con éxito a partir de la segunda mitad del s XIX. Estos tipos de relaciones han ido perfeccionándose gradualmente hasta -- nuestros días.

1.2 Diferentes tipos de relaciones lluvia-escurrimiento

De nuestra discusión histórica acerca del desarrollo de la Hidro--logía, debe ser evidente que transcurrió mucho tiempo antes de que se llegara a una concepción completa acerca del ciclo hidrológico.

El establecer con claridad la naturaleza del ciclo hidrológico es un requisito indispensable para poder formular algún modelo que re presente ó reproduzca a la relación lluvia-escorrimento, ya que esta es sólo una parte del ciclo hidrológico.

Por un modelo debemos entender un proceso matemático ó físico que represente ó reproduzca el fenómeno que se desea estudiar.

Comparativamente hablando, ha sido más sencilla la formulación de modelos de tormentas que la formulación de modelos de escorrimento de ríos.

Esto se debe, en primer lugar, a que el proceso de la precipitación es más fácil de entender que el proceso del escorrimento; y en segundo lugar, a que en el segundo intervienen mayor número de variables que en el primero.

Debido a la complejidad del proceso involucrado en la relación --- lluvia-escorrimento, es necesario contar con el mayor número posible de datos relativos a precipitación y escorrimento en una cuenca, para poder conocer con exactitud el comportamiento físico de la cuenca.

De acuerdo con la cantidad de datos que requieren para su operación, los modelos lluvia-escorrimento se pueden clasificar de la siguiente manera :

- 1) Modelos para los cuales se requiere del conocimiento de algunas características generales de la cuenca, sin conocer los escu--

rrimientos.

2) Modelos que requieren de registros de escurrimientos de la ---
cuenca y del conocimiento detallado de sus características fisio--
gráficas.

3) Modelos que requieren de registros de escurrimientos de la ---
cuenca y del conocimiento de las características generales de la -
cuenca.

Primera clase de modelos

La primera contribución al estudio de la naturaleza de la relación
lluvia-escurrimiento, fué el método racional, el cual dio origen -
posteriormente a la fórmula racional.

Este método se desarrolló en el año de 1851, y es desafortunado --
que se haya relegado a su autor, Tomás Jacobo Mulvaney, quien en -
un informe presentado al Instituto de Ingenieros Civiles de Irlan-
da en febrero de 1851, estableció las bases del método. En su in--
forme, Mulvaney no presenta la fórmula como se conoce hoy, sino --
una serie de ideas que son la justificación de aquella.

Por ejemplo, Mulvaney introduce el tiempo de concentración, que --
es el tiempo en que una gota de agua viaja de la parte más alejada
de la cuenca a la salida de esta. Mulvaney razonó que, al haber --
transcurrido el tiempo de concentración, todas las zonas de la ---
cuenca aportarían su descarga simultáneamente, lo que aseguraría -
el gasto máximo. Mulvaney puntualiza en su informe que quedaban --

otros efectos por investigar; por ejemplo, la pendiente de la cuenca.

La fórmula racional en su forma original, es como sigue :

$$Q = CIA$$

en donde

Q = gasto máximo de la avenida

C = coeficiente de escurrimiento

I = intensidad de la precipitación para una duración igual
al tiempo de concentración

A = área de la cuenca

Análogamente, se han desarrollado otros métodos empíricos que toman en cuenta algunas otras características fisiográficas de la cuenca.

Segunda clase de modelos

Estos modelos son los más sofisticados que se han producido hasta ahora, e intentan reproducir en detalle el ciclo hidrológico, lo cual implica que requieren ser alimentados con datos adicionales a la precipitación.

Estos modelos se basan en el proceso de simulación, por medio del cual se investiga indirectamente la respuesta ó comportamiento de un sistema.

Así, estos modelos simulan el funcionamiento de una cuenca.

Como algunos de los datos necesarios, tales como el índice de interflujo, son muy difíciles de medir, a estas variables se las trata como parámetros que deben ser calibrados de acuerdo con los datos de que se disponga. Sin embargo, los valores que se asignen a los parámetros deben estar dentro de un rango de valores lógicos, y no deben incluirse demasiados parámetros en el modelo, porque de esta manera disminuye su valor predictivo.

Entre los diversos modelos existentes, está el Modelo Hidrológico de Stanford de Simulación Digital de una Cuenca, desarrollado por Norman H. Crawford y Ray K. Linsley.

Tercera clase de modelos

Estos modelos establecen una relación sencilla entre precipitación y escurrimiento.

La más importante contribución en este sentido ha sido la teoría del hidrograma unitario, desarrollada por LeRoy K. Sherman en 1932.

El hidrograma unitario se define como el hidrograma de escurrimiento directo (escurrimiento producto sólo de la precipitación), que resulta de una lluvia efectiva unitaria uniforme sobre la cuenca, durante un cierto tiempo.

Las hipótesis en que se basa el método del hidrograma unitario, --

son las siguientes :

I) Existe una relación lineal entre la cantidad de agua que llueve y la cantidad de agua que escurre. Esto es, si para una cierta altura de lluvia se produce un cierto hidrograma, para el doble de esa altura se produce un hidrograma cuyas ordenadas son dos veces las del hidrograma original. (ver fig 1.1)

II) Se verifica la hipótesis de superposición de causas y efectos, que se aplica muy frecuentemente en otros campos, y por la cual es posible obtener el hidrograma de tormentas superpuestas, superponiendo sus correspondientes hidrogramas. (ver fig 2.1)

Tomando en cuenta todo lo anterior, se pueden hacer las siguientes observaciones acerca de las características de un hidrograma unitario :

a) La precipitación durante la tormenta, se supone que es uniforme en intensidad y que se distribuye uniformemente en toda la cuenca.

b) De la definición de hidrograma unitario, si hacemos la consideración de que el tiempo que dura la tormenta tiende a infinito, -- llegará un momento en que la cuenca agotará su capacidad de almacenamiento, y el volumen de agua que llueva será igual al volumen de agua que escurra, estableciéndose un flujo de agua constante.

Al hidrograma que resulta de esta consideración, se le llama curva S. (ver fig 3.1)

Fig. 1.1

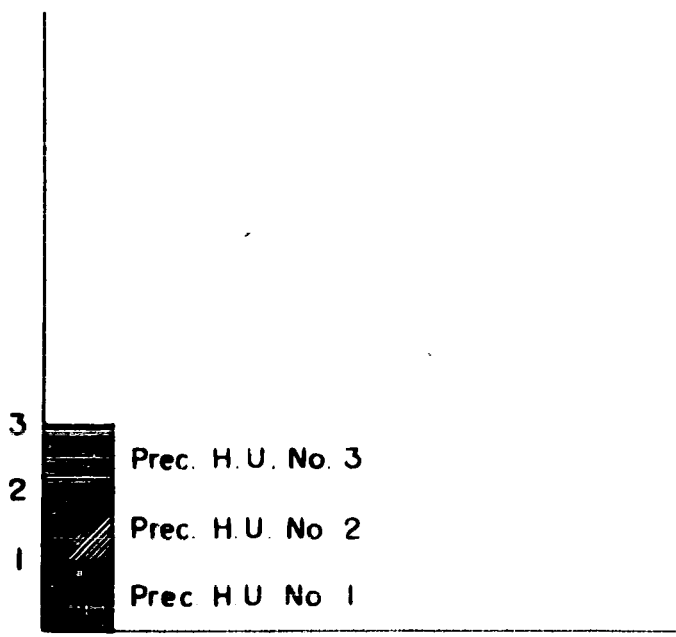
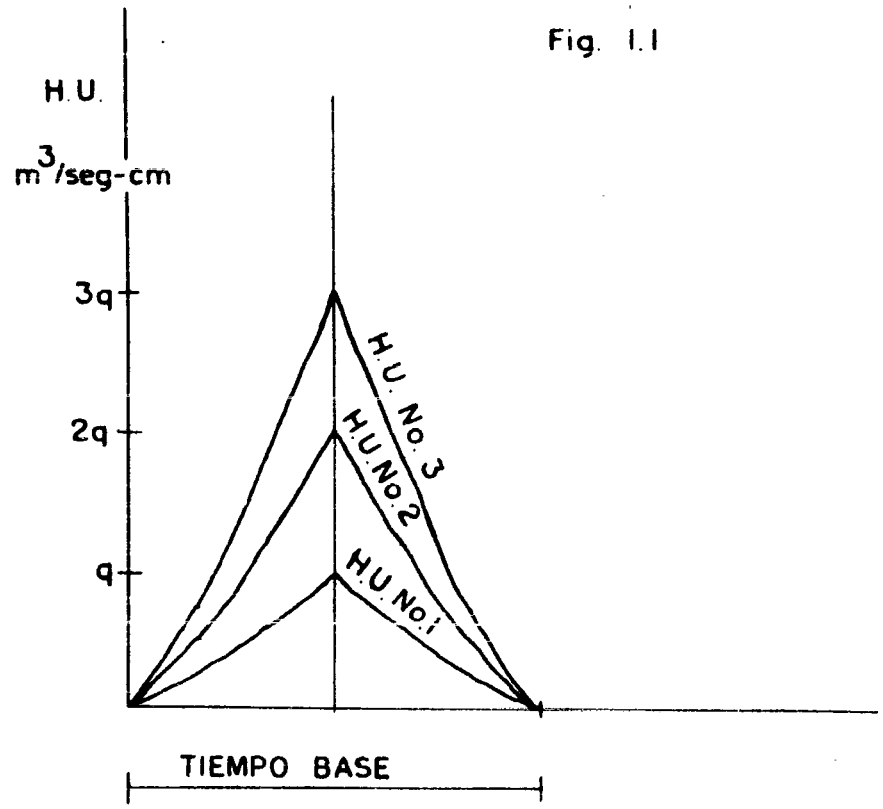


Fig 2.1

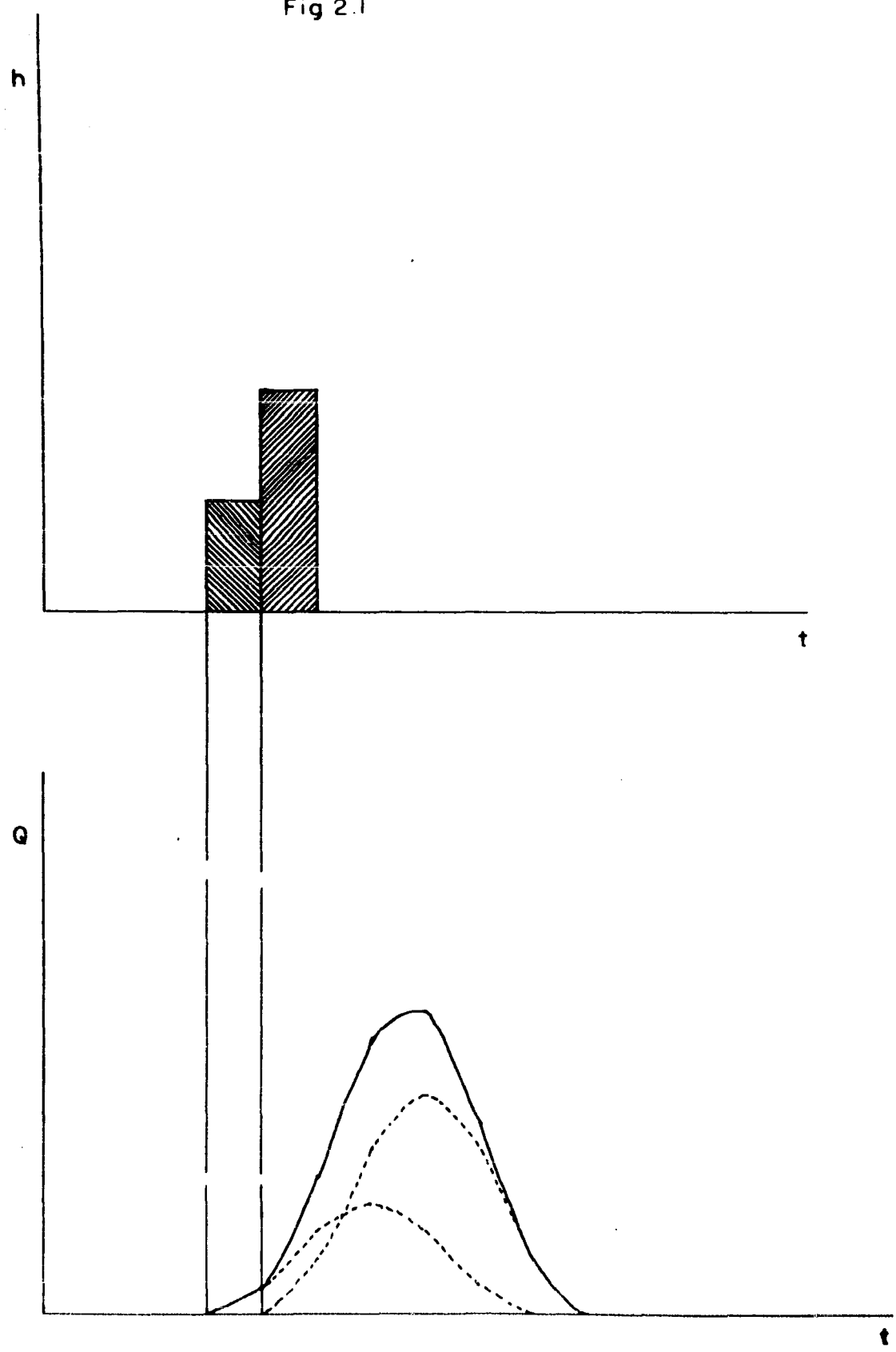
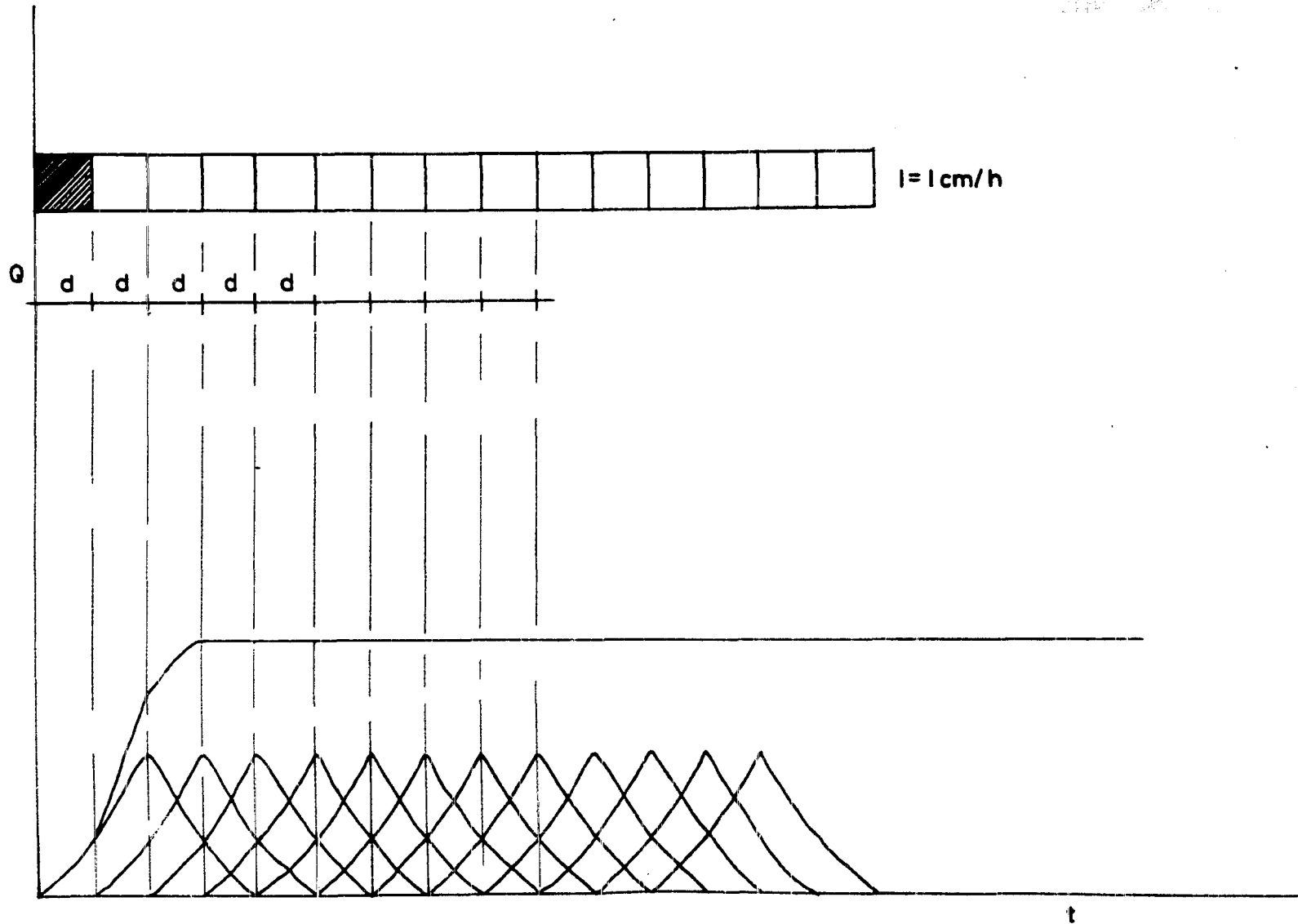


Fig 3.1



c) El área bajo el hidrograma unitario representa un volumen que es igual al área de la cuenca multiplicada por la altura de lluvia unitaria.

d) Siempre que se presente en la cuenca una tormenta de determinadas características, el resultado será el mismo hidrograma unitario, y si se presentan variaciones en la intensidad de la tormenta sin cambiar su duración, el tiempo base del hidrograma unitario -- será el mismo, pero el pico será proporcional a la intensidad.

La duración de la tormenta será menor ó igual que el tiempo de pico del hidrograma ó que el tiempo de concentración en la cuenca.

e) El hidrograma unitario pretende representar a todas las características físicas de la cuenca. Las características variables de una tormenta son las que influyen sobre la forma del hidrograma -- resultante.

A continuación se discuten algunos ejemplos :

1) Duración de la lluvia.- Como el hidrograma unitario representa siempre un determinado volumen constante de escurrimiento, el alargamiento ó acortamiento del tiempo base, resultará en la reducción ó aumento del pico. Por eso es que el hidrograma unitario deducido a partir de una tormenta de determinada duración, sólo puede ser-- aplicado a tormentas que tengan la misma duración. Sin embargo, es posible modificar el hidrograma unitario de que se disponga, para duraciones diferentes, por medio de la curva g .

2) Regiones de máximo escurrimiento dentro de la cuenca.- Dentro de una cuenca dada, puede haber regiones de máxima aportación de escurrimiento que afecten la forma del hidrograma, dependiendo de qué tan cerca de la salida de la cuenca estén estas regiones.

Por ejemplo, si están muy cerca, el pico se presenta muy pronto,-- y si están muy lejos, hay mayor almacenamiento.

Esta circunstancia ocasiona que se cometan errores muy grandes al aplicar el método del hidrograma unitario a cuencas demasiado ---- grandes, aunque no hay reglas para establecer el tamaño máximo que deba tener la cuenca.

1.3 Obtención del hidrograma unitario

El primer paso es escoger el hidrograma de una tormenta aislada, - de intensidad más o menos uniforme, y de duración adecuada. En --- este hidrograma, se separa el escurrimiento directo del escurri--- miento base por alguno de los métodos disponibles, y se procede a calcular el volumen de escurrimiento directo. Después, se obtiene la altura de lluvia efectiva, dividiendo este volumen entre el á-- rea de la cuenca.

Las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo se dividen - entre esta altura, obteniéndose así las ordenadas del hidrograma - unitario. Sin embargo, un hidrograma unitario obtenido de una sola tormenta, no es satisfactorio, y lo que conviene hacer es prome--- diar dos ó más hidrogramas unitarios. El hidrograma unitario pro-- medio se obtiene promediando todos los picos y obteniendo un valor

que será la ordenada del pico, y promediando los tiempos correspondientes a los picos, obteniendo otro valor que será la abscisa del pico. El resto de la curva se dibuja a mano alzada, de modo que resulta una curva promedio.

A continuación se muestra la obtención de un hidrograma unitario, para una cuenca cuya área es de 317 km^2 , obtenido a partir de una tormenta de tres horas de duración. Se supone un gasto base constante de $17 \text{ m}^3/\text{seg}$. El hidrograma de la tormenta se muestra en la fig 4.1. Los cálculos necesarios para la obtención del hidrograma unitario, se muestran en la tabla 1.1.

Enseguida, se muestra la obtención de un hidrograma unitario medio a partir de otros dos hidrogramas unitarios, los cuales se obtuvieron de lluvias de igual duración de cuatro horas. El área de la cuenca es de 9 km^2 . Los hidrogramas se muestran en la fig 5.1.

1.4 Construcción de la curva S y modificación de hidrogramas unitarios para duraciones distintas de las originales

Para ilustrar el procedimiento, se presenta un ejemplo.

Sea el hidrograma unitario tabulado en la tabla 2.1. La duración de la lluvia de la cual se obtuvo, fué de dos horas, y el área de la cuenca es de 9 km^2 . Para obtener la curva S, se translapa el primer valor del hidrograma (que siempre es cero) con un desfaseamiento igual a la duración de la tormenta, y se suman las ordenadas. Este ciclo de sumas contiene un número de elementos que es igual al número de unidades de tiempo de que consta la duración de

la tormenta. Se coloca el ciclo directamente abajo del primer valor defasado, y se suman las ordenadas; estas sumas constituyen un nuevo ciclo, que se vuelve a colocar hasta abajo, haciendo el proceso iterativo. Al final, la curva S debe estabilizarse en un solo valor, y si hay oscilaciones, eso es un indicio de que la duración de la tormenta no es la que se supone.

Ahora, procedamos a modificar el hidrograma unitario para una duración de seis horas. Gráficamente, lo que se pretende hacer está ilustrado en la fig 6.1. La curva S se defasa una cantidad igual a la duración para la que se quiere obtener el nuevo hidrograma unitario. Después, se calculan las diferencias de ordenadas de las dos curvas S, siendo estas diferencias proporcionales a las ordenadas del nuevo hidrograma unitario. Como el hidrograma unitario contiene un volumen constante, si el tiempo base se multiplica por $6/2 = 3$, todas las ordenadas del hidrograma deben dividirse entre tres, y de una manera similar para otras duraciones diferentes.

En la tabla 3.1 se muestra la obtención del hidrograma unitario para una duración de seis horas.

1.5 Utilización del hidrograma unitario

Una vez obtenido el hidrograma unitario para una cuenca y una cierta duración, se puede conocer el hidrograma de escurrimiento para cualquier otra lluvia de esa misma duración, multiplicando las ordenadas del hidrograma unitario por la altura total de lluvia en exceso. En el caso de lluvias complejas, hacemos uso del principio de superposición de causas y efectos.

Hidrogramas unitarios sintéticos.

Como no en todas las corrientes existen registros de aforos, no se puede aplicar el método del hidrograma unitario en todas las cuencas. Para suplir esta deficiencia, se han desarrollado una gran -- cantidad de métodos que, a partir del conocimiento de algunas ca-- racterísticas físicas de la cuenca, permiten construir el hidro--- grama de escurrimiento. Tal es el caso de los hidrogramas unita--- rios sintéticos.

Uno de los primeros métodos de esta clase que se desarrollaron, es el método de la gráfica de distribución, desarrollado en 1935 por Merrill M. Bernard. Una gráfica de distribución tiene las mismas-- abscisas que el hidrograma unitario, siendo sus ordenadas los por-- centajes del escurrimiento directo total que fluyó a lo largo de - intervalos de tiempo sucesivos, escogidos arbitrariamente.

La gráfica de distribución hace al hidrograma unitario indepen---- diente del área de la cuenca, de modo que se pueda aplicar a otra-- cuenca similar, en la cual no existan datos de escurrimiento.

Para utilizar la gráfica de distribución, se multiplican los por-- centajes por el área de la cuenca y por la altura de lluvia en ex-- ceso, y luego, se divide cada cantidad entre el intervalo de tiem-- po utilizado en la escala de tiempos. Para tormentas complejas, se usa el principio de superposición de causas y efectos.

Fig. 4.1

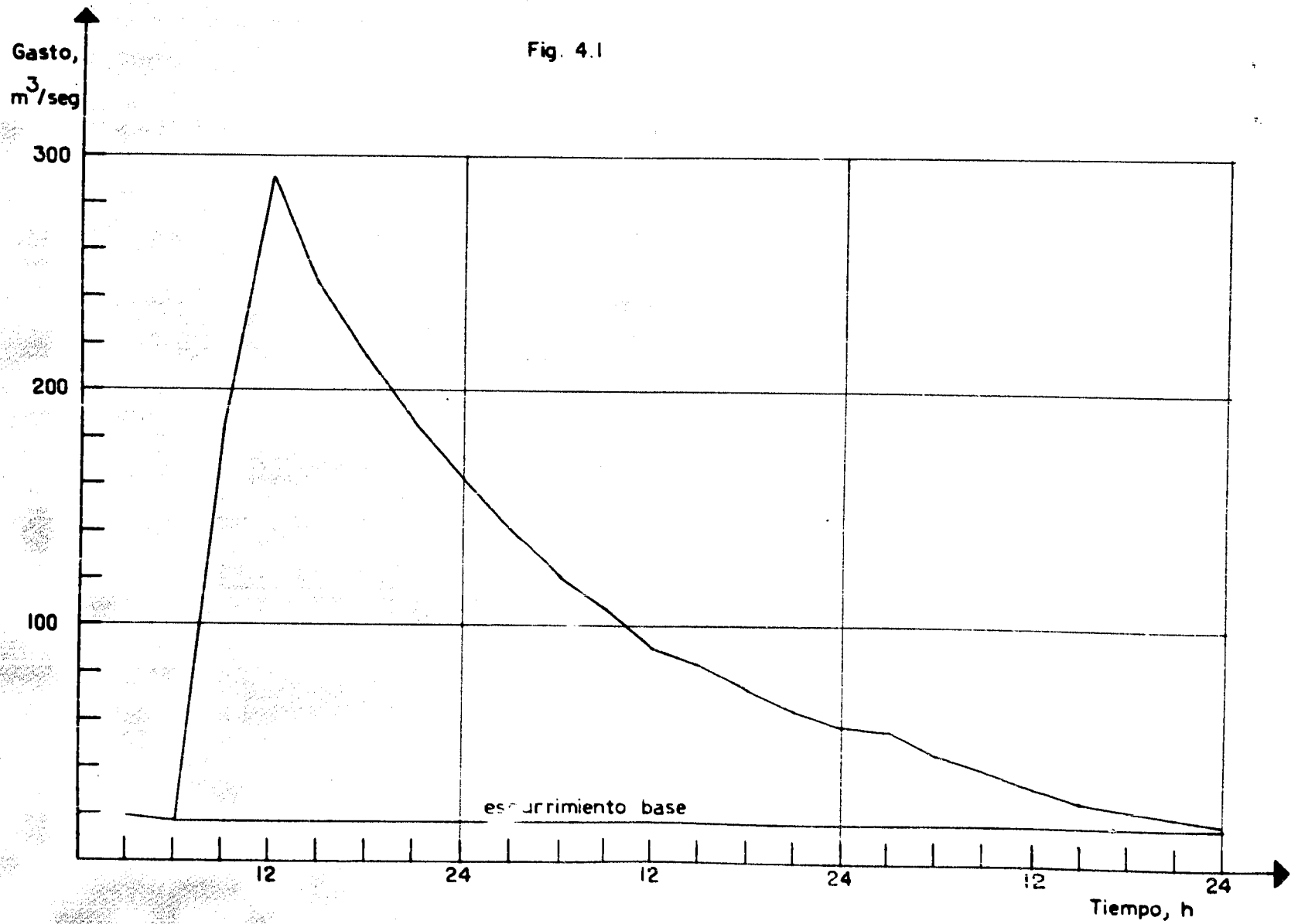


TABLA 1.1

Día	Hora	Gasto observado m ³ /seg	Gasto base m ³ /seg	Escurrimien to directo m ³ /seg	Hidrograma unitario m ³ /seg-cm
	3	19	17	-----	-----
	6	17	"	0	0
	9	183	"	166	26.34
	12	290	"	273	43.33
	15	244	"	227	36.03
	18	214	"	197	31.26
	21	185	"	168	26.66
	24	162	"	145	23.01
	3	140	"	123	19.52
	6	120	"	103	16.33
	9	107	"	90	14.28
	12	90.5	"	73.5	11.66
	15	83	"	66	10.47
	18	73	"	56	8.88
	21	61	"	47	7.46
	24	58	"	41	6.50
	3	56	"	39	6.19
	6	46	"	29	4.60
	9	40	"	23	3.65
	12	33	"	16	2.53
	15	27	"	10	1.58
	18	24.5	"	7.5	1.19
	21	21.5	"	4.5	0.71
	24	18	"	1	0.15
				1905.5	

$$A = 317 \text{ km}^2 = 317 \times 10^6 \text{ m}^2$$

$$V = 1905.50 \text{ m}^3/\text{seg} \times 3 \text{ h} \times 3600 \text{ seg/h} = 20\,579\,400 \text{ m}^3$$

$$h = V / A = 20\,579\,400 / 317 \times 10^6 = 0.06309 \text{ m} = 6.30 \text{ cm}$$

Fig. 5.1

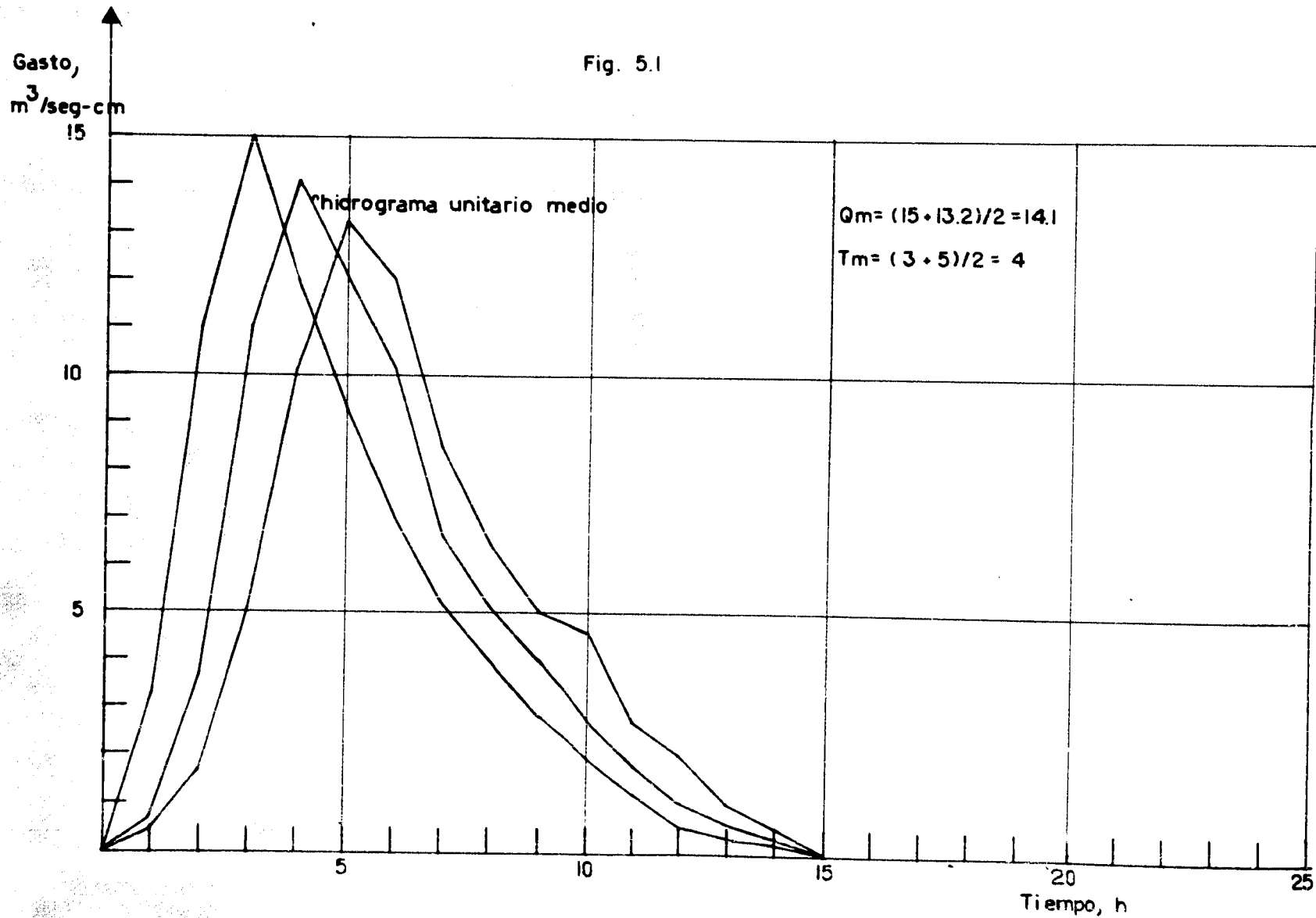


TABLA 2.1

Hora	Duración = 2 horas		
	H. U.		curva S
0	0		0
1	0.7		0.7
2	3.7	0	3.7
3	11	0.7	11.7
4	14.1	3.7	17.8
5	12.1	11.7	23.8
6	10.1	17.8	27.9
7	6.6	23.8	30.4
8	5.1	27.9	33.0
9	4.0	30.4	34.4
10	2.7	33	35.7
11	1.8	34.4	36.2
12	1	35.7	36.7
13	0.6	36.2	36.8
14	0.2	36.7	36.9
15	0	36.9	36.9
		36.9	36.9
			36.9
			36.9
			36.9

Fig. 6.1



TABLA 3.1

Hora	H.U. Duracion 2h		Diferencias	H.U. Duracion 6 h
0	0		0	0
1	0.7		0.7	0.233
2	3.7		3.7	1.233
3	11.7		11.7	3.90
4	17.8		17.8	5.933
5	23.8		23.8	7.933
6	27.9	0	27.9	9.30
7	30.4	0.7	29.7	9.90
8	33	3.7	29.3	9.766
9	34.4	11.7	22.7	7.566
10	35.7	17.8	17.9	5.966
11	36.2	23.8	12.4	4.133
12	36.7	27.9	8.8	2.933
13	36.8	30.4	6.4	2.133
14	36.9	33	3.9	1.30
15	36.9	34.4	2.5	0.833
	36.9	35.7	1.2	0.40
	36.9	36.2	0.7	0.23
	36.9	36.7	0.2	0.066
	36.9	36.8	0.1	0.033
	36.9	36.9	0	0

II. HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO

2.1 Exposición del método del hidrograma unitario instantáneo

(H. U. I.)

La principal limitación del método del hidrograma unitario consiste en que no toma en cuenta las variaciones de intensidad que ocurren en una tormenta.

Investigaciones posteriores sobre el hidrograma unitario han conducido hasta ahora al método del hidrograma unitario instantáneo, en el cual se toma en cuenta esta variación de la intensidad con respecto al tiempo. Este método ha sido desarrollado como una consecuencia natural del método original.

Las variaciones en la intensidad de lluvia pueden influir notoriamente en la forma del hidrograma, aunque esta influencia también -

depende del tamaño de la cuenca.

Para cuencas pequeñas, la variación de la intensidad de lluvia se nota inmediatamente, mientras que para cuencas grandes se requiere que pase un cierto tiempo.

Como la mayoría de las veces, las tormentas que se presentan no son aisladas, sino que constan de una sucesión de tormentas de diferente intensidad, el cálculo del hidrograma resultante se hace más complejo.

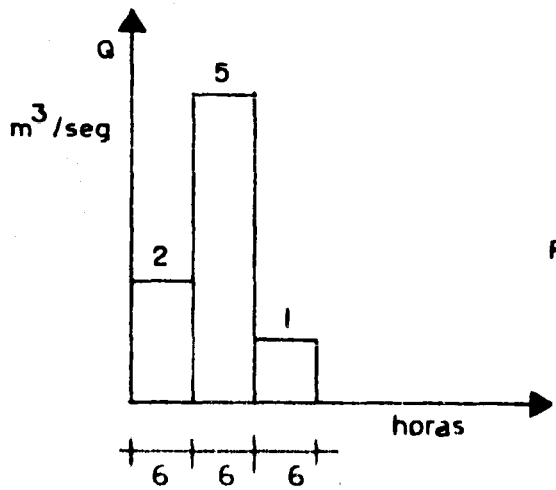
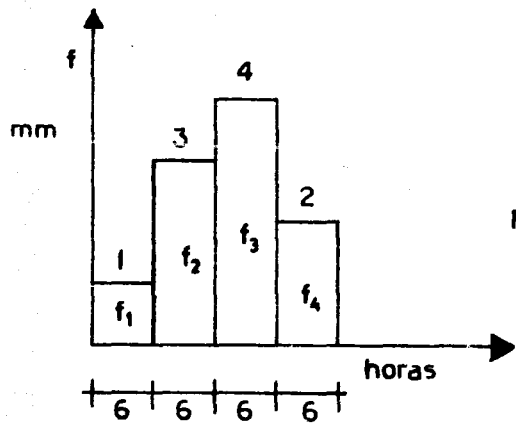
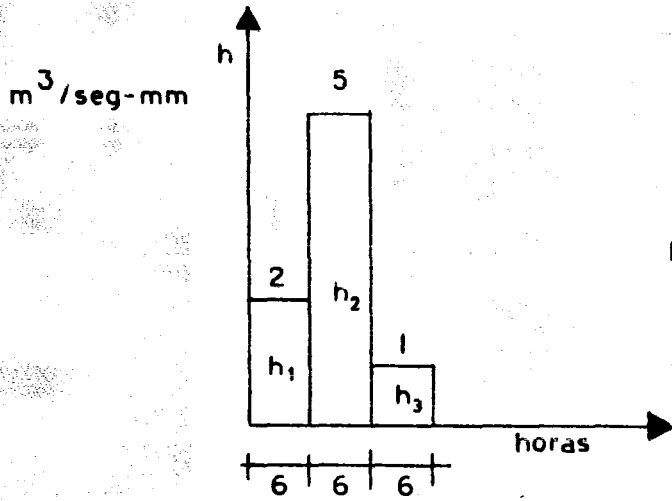
Para ilustrar estos casos, nos propondremos un ejemplo sencillo. Sea el hidrograma unitario mostrado en la fig 1.2, obtenido para tormentas de una duración de seis horas, y que es aplicable a determinada cuenca.

Se tiene una sucesión de tormentas, ilustrada en la fig 2.2, de las cuales se quiere conocer el hidrograma resultante.

Cada una de estas tormentas tiene una duración de seis horas, y si cada una de ellas se presentara individualmente, no habría más que multiplicar las ordenadas del hidrograma unitario por la intensidad correspondiente.

No obstante, se puede utilizar el principio de superposición de causas y efectos.

Las figs 3.2 a 6.2 muestran los hidrogramas correspondientes a cada una de las sucesivas tormentas. Para obtener el hidrograma to--



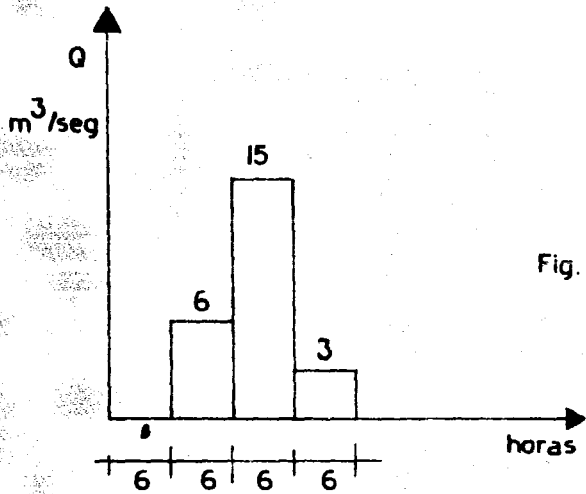


Fig. 4.2 HIDROGRAMA PARA LA SEGUNDA TORMENTA

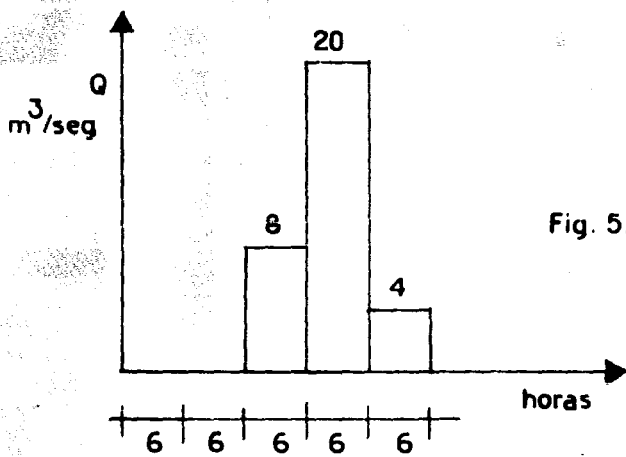


Fig. 5.2 HIDROGRAMA PARA LA TERCERA TORMENTA

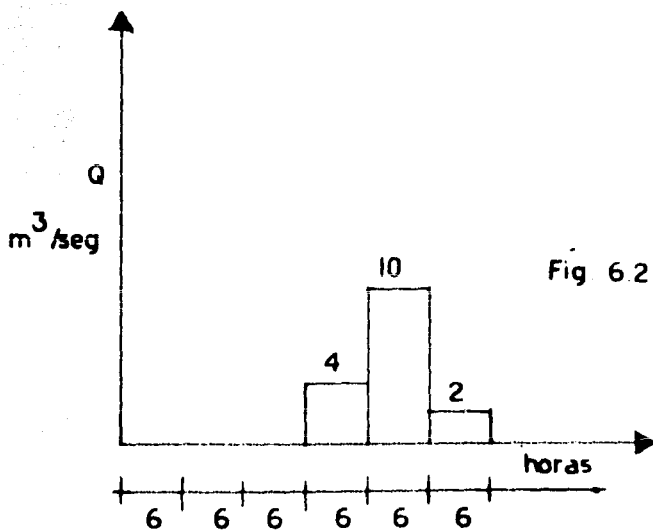


Fig. 6.2 HIDROGRAMA PARA LA CUARTA TORMENTA

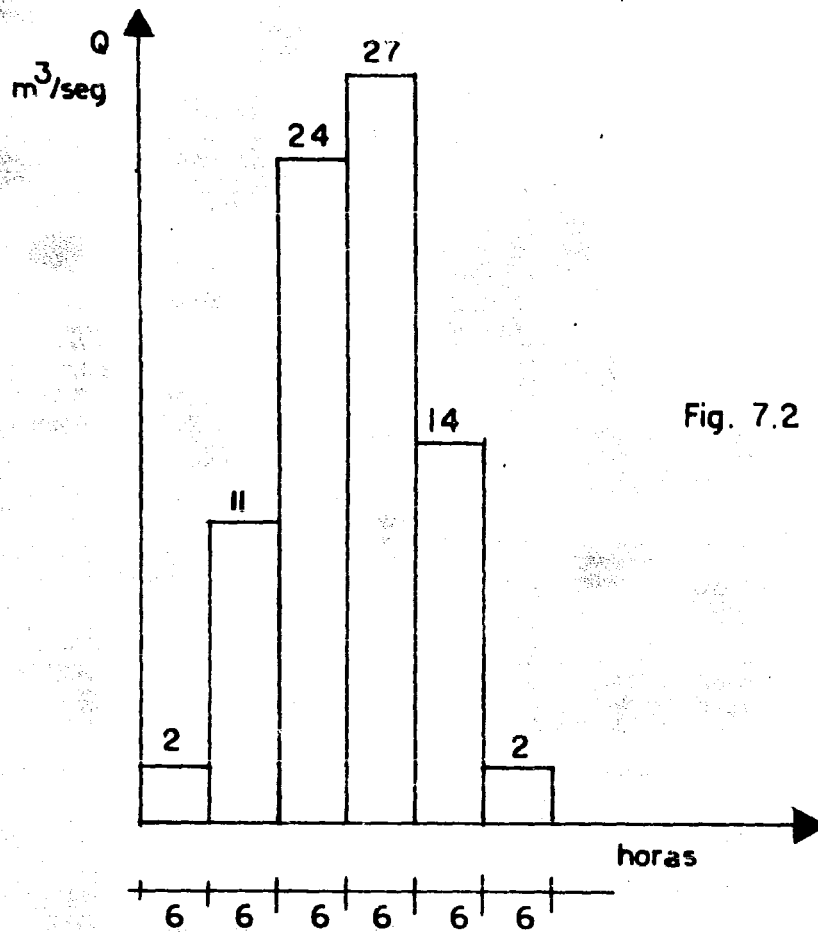


Fig. 7.2 HIDROGRAMA RESULTANTE

$$Q_1 = 2 \times 1 = 2$$

$$Q_2 = 2 \times 3 + 5 \times 1 = 11$$

$$Q_3 = 2 \times 4 + 5 \times 3 + 1 \times 1 = 24$$

$$Q_4 = 2 \times 2 + 5 \times 4 + 1 \times 3 = 27$$

$$Q_5 = 5 \times 2 + 1 \times 4 = 14$$

$$Q_6 = 1 \times 2 = 2$$

tal, se suman las ordenadas de los hidrogramas para cada intervalo de tiempo. El resultado se muestra en la fig 7.2.

Asignando variables a los datos de que se dispone en el conjunto de ecuaciones mostrado en la fig 7.2, se pueden establecer las siguientes ecuaciones :

$$Q_1 = h_1 f_1$$

$$Q_2 = h_1 f_2 + h_2 f_1$$

$$Q_3 = h_1 f_3 + h_2 f_2 + h_3 f_1$$

(2.1)

$$Q_4 = h_1 f_4 + h_2 f_3 + h_3 f_2 + h_4 f_1$$

$$Q_5 = h_1 f_5 + h_2 f_4 + h_3 f_3 + h_4 f_2 + h_5 f_1$$

$$Q_6 = h_1 f_6 + h_2 f_5 + h_3 f_4 + h_4 f_3 + h_5 f_2 + h_6 f_1$$

Generalizando :

$$Q_n = h_1 f_n + h_2 f_{n-1} + h_3 f_{n-2} + \dots + h_n f_1$$

Esta ecuación se puede expresar por medio de una suma de Riemann :

$$Q_1 = \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(1-k+1)} \quad (2.2)$$

Desde un punto de vista matemático, esta ecuación se puede representar por medio de una integral de convolución, en la cual se toma en cuenta que la función cambia de valor abruptamente :

$$Q(t) = \int_0^t h(\tau) f(t-\tau) d\tau \quad (2.3)$$

Hasta este momento, se han considerado como incógnitas a los valores de las ordenadas del hidrograma resultante. Sin embargo, el problema que se trata de resolver es el de hallar un hidrograma unitario a partir de ciertos datos de que se dispone.

Del sistema de ecuaciones (2.1) ya establecido, se puede observar que es posible despejar progresivamente a las ordenadas del hidrograma unitario :

$$h_1 = Q_1/f_1$$

$$h_2 = (Q_2 - f_2 h_1)/f_1$$

$$h_3 = (Q_3 - f_2 h_2 - f_3 h_1)/f_1$$

(2.4)

$$h_n = (Q_n - \sum_{j=2}^n f_j h_{(n-j+1)})/f_1$$

Sin embargo, el sistema de ecuaciones (2.4) es inestable en su solución, como lo trataremos de mostrar enseguida.

Supóngase que no conocemos el hidrograma unitario que se muestra en la fig 1.2, y que contamos con el hietograma y con el hidrograma mostrados en las figs 2.2 y 7.2, respectivamente, para conocer el hidrograma unitario.

Nuestros datos son los siguientes :

$$\bar{Q} = (2, 11, 24, 27, 14, 2)$$

$$\bar{f} = (1, 3, 4, 2)$$

Si aplicamos el sistema de ecuaciones (2.4) a nuestros datos, -- obtendremos el hidrograma unitario mostrado en la fig 1.2 :

$$(2, 5, 1) .$$

Supongamos que se cometió un error en la evaluación del vector --- \bar{Q} , y que se piensa que :

$$\bar{Q} = (2, 14, 24, 27, 14, 2)$$

Entonces :

$$h_1 = 2/1 = 2$$

$$h_2 = (14 - 3 \times 2) = 14 - 6 = 8$$

$$h_3 = (24 - 3 \times 8 - 4 \times 2) = -8$$

$$h_4 = (Q_4 - f_2 h_3 - f_3 h_2 - f_4 h_1) / f_1 =$$

$$(27 - 3(-8) - 4(8) - 2(2)) =$$

$$(27 + 24 - 32 - 4) = 15$$

$$h_5 = (Q_5 - f_2 h_4 - f_3 h_3 - f_4 h_2) / f_1 =$$

$$(14 - 3(15) - 4(-8) - 2(8)) =$$

$$(14 - 45 + 32 - 16) = -15$$

$$h_6 = (Q_6 - f_2 h_5 - f_3 h_4 - f_4 h_3) / f_1 =$$

$$(2 - 3(-15) - 4(15) - 2(-8)) =$$

$$(2 + 45 - 60 + 16) = 3$$

etcetera.

Como se puede apreciar, existe una gran diferencia entre este resultado :

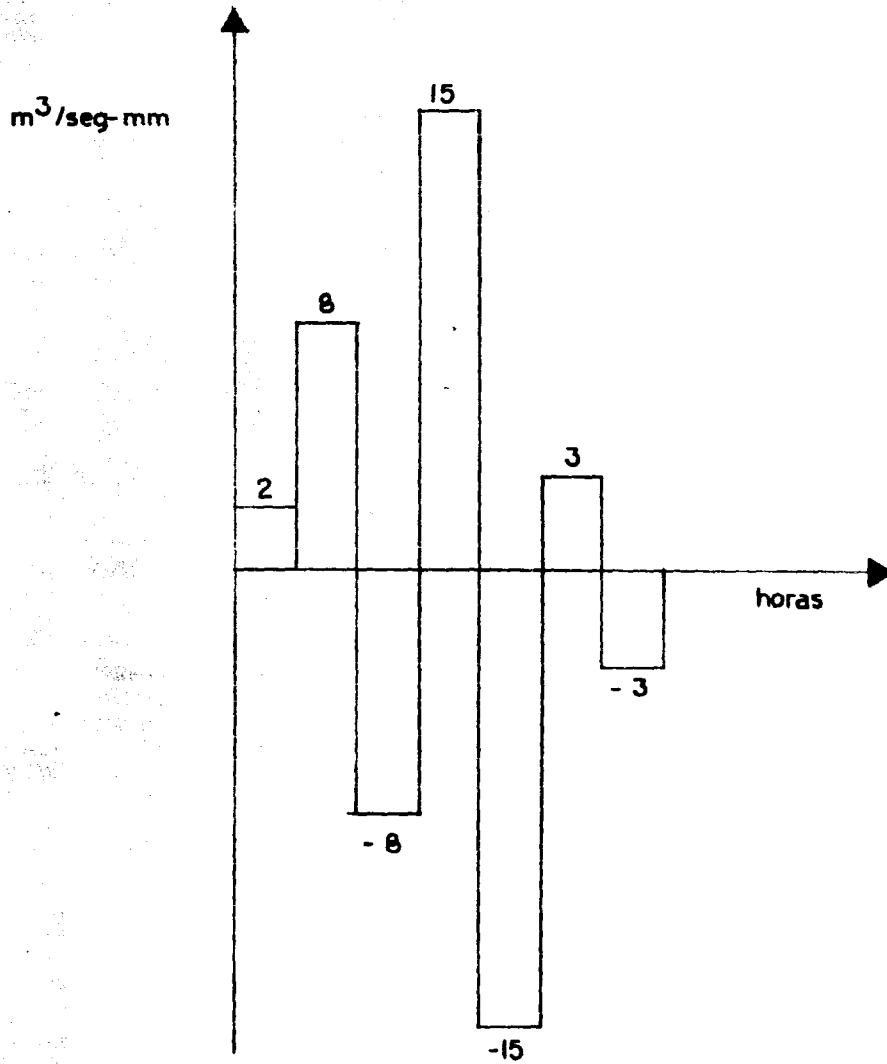
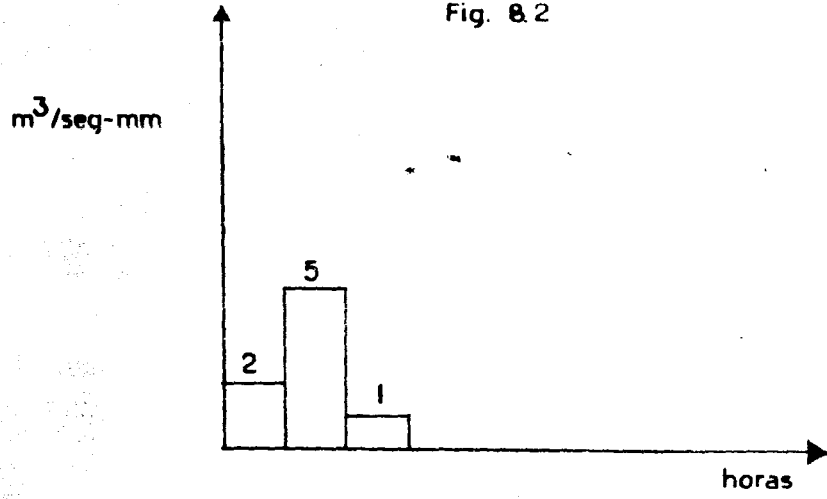
$$\bar{h} = (2, 8, -8, 15, -15, 3, \dots)$$

y el resultado verdadero :

$$\bar{h} = (2, 5, 1)$$

(ver fig 8.2)

Fig. 8.2



lo cual nos muestra que pequeñas variaciones en los datos conducen a resultados inestables y oscilantes.

2.2 Las ecuaciones de Wiener - Hopf

A continuación presentaremos el planteamiento matemático que nos permitirá eliminar inestabilidades en los resultados que se obtienen al aplicar el método del hidrograma unitario instantáneo.

Sean :

Q_i = gasto observado

Q_i^* = gasto calculado

$$Q_i^* = \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \quad (\text{substituyendo 2.2})$$

f_i = precipitación observada

Existirá una diferencia entre el gasto observado y el gasto calculado, que es :

$$d_i = Q_i - Q_i^* =$$

$$Q_i - \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \quad (2.5)$$

El error cuadrado total es :

$$\epsilon = \sum_{i=1}^{\infty} d_i^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \left[q_i - \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \right]^2 \quad (2.6)$$

Para minimizar el valor de ϵ , requeriremos que :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial h_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

Por lo tanto :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial h_j} \sum_{i=1}^{\infty} \left[q_i - \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \right]^2 &= \\ 2 \sum_{i=1}^{\infty} \left[q_i - \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \right] \cdot \frac{\partial}{\partial h_j} \left[q_i - \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \right] &= \\ 2 \sum_{i=1}^{\infty} \left[q_i - \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \right] \cdot \left[- \frac{\partial}{\partial h_j} \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

En la evaluación de la derivada parcial;

$$-\frac{\partial}{\partial h_j} \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} = 0 \quad \text{para } k \neq j,$$

y,

$$-\frac{\partial}{\partial h_j} \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} = -\sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} \quad \text{para } k = j \quad (2.9)$$

ya que

$$-\frac{\partial}{\partial h_j} h_j = -1$$

Substituyendo en 2.8 el resultado 2.9 :

$$2 \sum_{i=1}^{\infty} \left[Q_i - \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \right] \left(-\sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} \right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[Q_i - \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \right] \left(-\sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} \right) = 0$$

$$-\sum_{i=1}^{\infty} Q_i \sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} \sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} Q_i \sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} Q_l f_{(i-j+1)} = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} Q_i f_{(i-j+1)} = \sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)}$$

para $j \geq 1$ (2.10)

La restricción $j \geq 1$ es debida a que en la ecuación 2.7, el subíndice j se definió como $j = 1, 2, \dots$

Si hacemos $i - j + 1 = k$ para el miembro izquierdo de la ecuación 2.10, obtendremos :

$$\sum_{i=1}^{\infty} Q_i f_{(i-j+1)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_{(k+j-1)} f_k$$

De una manera similar a como ocurre en el Cálculo Integral, un --- cambio de variable implica cambiar los límites de la sumatoria.

Por lo que se refiere al miembro derecho de la ecuación 2.10, ---- se transforma de la siguiente manera :

$$\sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} f_{(i-k+1)}$$

para $i \geq j, i \geq k$ (2.11)

Las restricciones $i \geq j$, $i \geq k$, son debidas a que $f(\sigma)$ sólo ---
tiene valor para $\sigma > 0$.

Para ilustrar la validez de este planteamiento, podemos desarro --
llar las fórmulas como sigue :

Sea $j = 1$.

Entonces :

$$\sum_{i=1}^{\infty} f_i \sum_{k=1}^{\infty} h_k f_{(i-k+1)} =$$

$$f_1 (h_1 f_1) +$$

$$f_2 (h_1 f_2 + h_2 f_1) +$$

$$f_3 (h_1 f_3 + h_2 f_2 + h_3 f_1) +$$

$$f_4 (h_1 f_4 + h_2 f_3 + h_3 f_2 + h_4 f_1) + \quad (2.12)$$

$$+ \dots =$$

$$h_1 (f_2 f_1 + f_3 f_2 + f_4 f_3 + \dots + f_n f_{n-1})$$

$$+ h_2 (f_3 f_1 + f_4 f_2 + \dots + f_n f_{n-2})$$

$$+ h_3 (f_4 f_1 + \dots + f_n f_{n-3})$$

$$+ \dots$$

Por otro lado :

Para $j = 1$:

$$\sum_{k=1}^{\infty} h_k \sum_{i=1}^{\infty} f_i f_{(i-k+1)} =$$

$$h_1 (f_1 f_1 + f_2 f_2 + \dots + f_n f_n)$$

$$+ h_2 (f_2 f_1 + f_3 f_2 + f_4 f_3 + \dots + f_n f_{n-1}) \quad (2.13)$$

$$+ h_3 (f_3 f_1 + f_4 f_2 + \dots + f_n f_{n-2})$$

$$+ \dots$$

Al comprobar que 2.12 y 2.13 son equivalentes, comprobamos la validez de la transformación planteada en 2.11.

Substituyendo en la ecuación 2.10 :

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_k Q_{(k+j-1)} = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \sum_{i=1}^{\infty} f_{(i-j+1)} f_{(i-k+1)}$$

para $i \geq j, \quad i \geq k \quad (2.14)$

Haciendo $i - j + 1 = v$ en el miembro derecho de la ecuación -----
2.14 :

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_{kQ}(k+j-1) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \sum_{v=1}^{\infty} f_{(v)} f_{(v+j-k)} \quad (2.15)$$

Ahora, introduciremos en nuestra discusión a dos funciones, que -- han sido previamente definidas por los investigadores matemáticos:

La función discreta de auto correlación de las alturas de lluvia - en el tiempo :

$$\Phi_{ff}(j) = \sum_{v=1}^{\infty} f_{(v)} f_{(v+j)} \quad (2.16)$$

para valores enteros de j

y la función de correlación cruzada de lluvias - escurrimientos :

$$\Phi_{fg}(\sigma) = \sum_{k=1}^{\infty} f_{kQ}(k+\sigma) \quad (2.17)$$

para valores enteros de σ .

De acuerdo con las ecuaciones 2.15, 2.16 y 2.17, podemos escribir :

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_{kQ}(k+j-1) = \sum_{k=1}^{\infty} f_{kQ}(k+(j-1)) =$$

$$\Phi_{fg}(j-1) \quad (2.18)$$

y

$$\sum_{v=1}^{\infty} f(v) f(v + j - k) = \sum_{v=1}^{\infty} f(v) f(v + (j - k)) =$$

$$\Phi_{ff}(j - k) \quad (2.19)$$

Substituyendo 2.18 y 2.19 en la ecuación 2.15, obtenemos :

$$\Phi_{fg}(j - 1) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \cdot \Phi_{ff}(j - k) \quad (2.20)$$

La ecuación 2.20, conocida como ecuación de Wiener Hopf, representa un sistema de ecuaciones cuya solución minimiza al error cuadrado total.

La ecuación 2.20 tiene semejanza con la convolución definida en la ecuación 2.3.

Para aplicarla en la práctica, se trunca el signo de Riemann, de modo que resulte un sistema de n ecuaciones con n incógnitas, donde n se hace igual al número de ordenadas que tenga el hidrograma de que se disponga más el número de ordenadas del hidrograma menos uno. El sistema de ecuaciones se resuelve por el método más conveniente.

Como ejemplo, podemos aplicar la ecuación 2.20 al problema que hemos desarrollado previamente.

Sean los siguientes datos :

$$\bar{Q} = (2, 11, 24, 27, 14, 2)$$

$$\bar{f} = (1, 3, 4, 2) .$$

La aplicación de las ecuaciones 2.18, 2.19 y 2.20 a nuestro conjunto de datos, conduce al siguiente sistema de ecuaciones :

$$\begin{bmatrix} 30 & 23 & 10 & 2 & 0 & 0 \\ 23 & 30 & 23 & 10 & 2 & 0 \\ 10 & 23 & 30 & 23 & 10 & 2 \\ 2 & 10 & 23 & 30 & 23 & 10 \\ 0 & 2 & 10 & 23 & 30 & 23 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & 23 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 185 \\ 219 \\ 165 \\ 77 \\ 20 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

que se puede expresar simbólicamente como :

$$\sum_{k=1}^6 h_k \Phi_{ff} (j - k) = \Phi_{fg} (j - 1) .$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, 6$$

La solución al sistema de ecuaciones 2.21 es :

$$\bar{h} = (2, 5, 1, 0, 0, 0) \quad (2.22)$$

que coincide con los datos presentados en la fig 1.2, como era de esperarse.

Ahora, consideremos el caso examinado anteriormente, en el cual se comete un pequeño error en la evaluación del vector \bar{Q} , siendo los datos :

$$\bar{Q} = (2, 14, 24, 27, 14, 2)$$

$$\bar{f} = (1, 3, 4, 2) .$$

La aplicación de las ecuaciones 2.18, 2.19 y 2.20, conduce al siguiente sistema de ecuaciones :

$$\begin{bmatrix} 30 & 23 & 10 & 2 & 0 & 0 \\ 23 & 30 & 23 & 10 & 2 & 0 \\ 10 & 23 & 30 & 23 & 10 & 2 \\ 2 & 10 & 23 & 30 & 23 & 10 \\ 0 & 2 & 10 & 23 & 30 & 23 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & 23 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 194 \\ 222 \\ 165 \\ 77 \\ 20 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

cuya solución es :

$$\bar{h} = (2.759563, 4.215367, 1.450931, -0.124827, -0.027057, 0.032291) \quad (2.24)$$

que aunque difiera un poco de la solución 2.22, es mucho mejor -- que el resultado previamente obtenido, ilustrado en la fig 8.2.

Las dos soluciones se muestran en la fig 9.2.

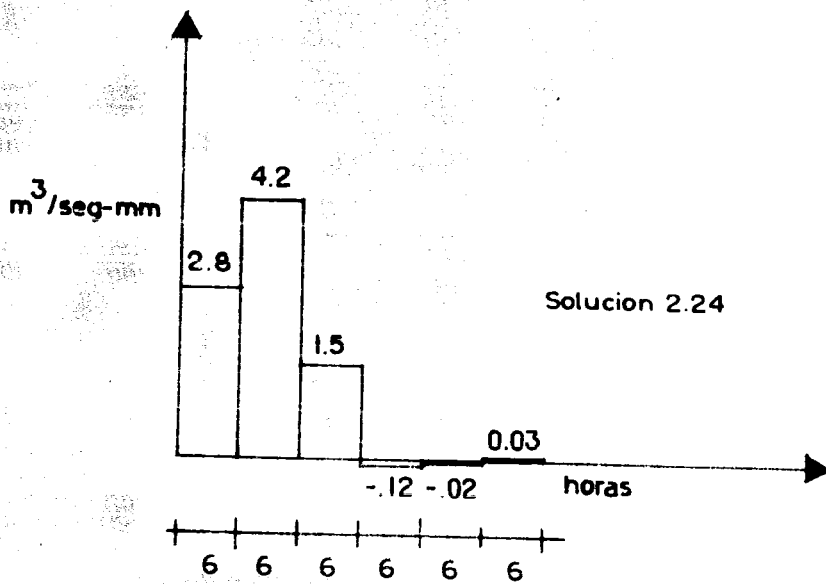
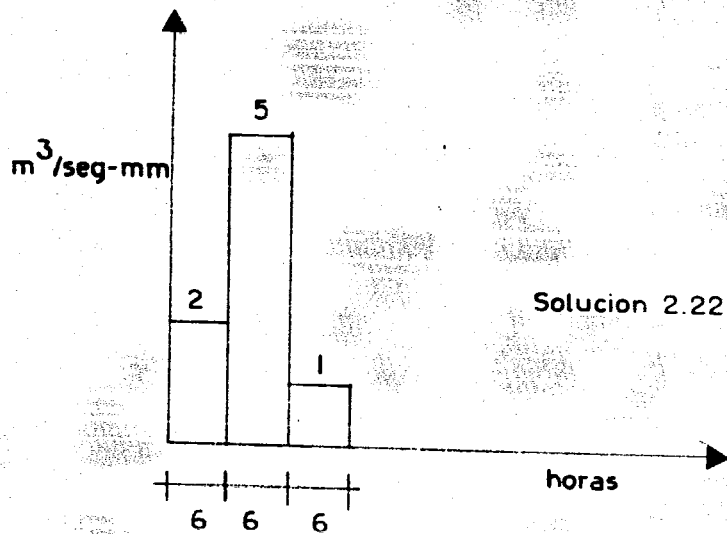
Finalmente, es necesario hacer notar algunas características importantes que poseen los sistemas de ecuaciones obtenidos en 2.21- y 2.23. Si, al aplicar las ecuaciones 2.18, 2.19 y 2.20, en vez -- de substituir los resultados numéricos, substituímos los resultados simbólicos, obtenemos :

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ff}(0) & \Phi_{ff}(-1) & \Phi_{ff}(-2) & \Phi_{ff}(-3) & \Phi_{ff}(-4) & \Phi_{ff}(-5) \\ \Phi_{ff}(1) & \Phi_{ff}(0) & \Phi_{ff}(-1) & \Phi_{ff}(-2) & \Phi_{ff}(-3) & \Phi_{ff}(-4) \\ \Phi_{ff}(2) & \Phi_{ff}(1) & \Phi_{ff}(0) & \Phi_{ff}(-1) & \Phi_{ff}(-2) & \Phi_{ff}(-3) \\ \Phi_{ff}(3) & \Phi_{ff}(2) & \Phi_{ff}(1) & \Phi_{ff}(0) & \Phi_{ff}(-1) & \Phi_{ff}(-2) \\ \Phi_{ff}(4) & \Phi_{ff}(3) & \Phi_{ff}(2) & \Phi_{ff}(1) & \Phi_{ff}(0) & \Phi_{ff}(-1) \\ \Phi_{ff}(5) & \Phi_{ff}(4) & \Phi_{ff}(3) & \Phi_{ff}(2) & \Phi_{ff}(1) & \Phi_{ff}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{fq}(0) \\ \Phi_{fq}(1) \\ \Phi_{fq}(2) \\ \Phi_{fq}(3) \\ \Phi_{fq}(4) \\ \Phi_{fq}(5) \end{bmatrix}$$

(2.25)

La matriz de coeficientes en el sistema 2.25 es simétrica, y los -- elementos de su diagonal principal son iguales entre sí. Estas --- propiedades pueden ayudar en la aplicación del método del hidro---grama unitario instantáneo, para detectar errores.

Fig 9.2



2.3 Aplicación del método del hidrograma unitario instantáneo a --- la cuenca de Cantón. (Subcuenca del río Papaloapan)

La cuenca del Papaloapan se encuentra ubicada en la zona vertiente del Golfo de México, descarga sus aguas en la laguna de Alvarado (localizada en la ribera del Golfo), y tiene una superficie de 46 517 km². Para una descripción más detallada de la cuenca, se puede consultar el Boletín Hidrométrico de la Comisión del Papaloapan editado por la Secretaría de Recursos Hidráulicos.

El sistema fluvial del Papaloapan es el segundo en importancia en el país, y los principales ríos que componen este sistema son los siguientes :

El río Blanco, que nace en la sierra de Zongolica y en las faldas del Pico de Orizaba y desemboca directamente en la Laguna de Alvarado.

El río Tonto, que nace en las estribaciones de la sierra Mazateca, es el afluente más importante de la margen izquierda del río Papaloapan, y se caracteriza por acarrear muy pocos azolves debido a que su subcuenca está cubierta de vegetación.

Estos dos ríos tienen un escurrimiento muy regularizado.

El río Salado, que drena al Valle Poblano - Oaxaqueño y a la Alta Mixteca, tiene la subcuenca más árida y desforestada del sistema,-

por lo que este río conduce una gran cantidad de azolves.

El río Grande, que drena la sierra de Juárez y las estribaciones -- de la sierra de Oaxaca, se une al río Salado en Quiotepec para formar el río Santo Domingo, el cual, después de recibir las aportaciones del río Tonto por su izquierda y de los ríos Usila y Valle-Nacional por su derecha, se convierte en el río Papaloapan.

En las partes bajas, cerca de la laguna de Alvarado, el Papaloapan -- pan recibe las aportaciones de los ríos Tesechoacán y San Juan Evangelista por su margen derecha, los cuales bajan de las estribaciones del nudo del Zempoaltépetl.

Para los diferentes estudios que se han hecho, la cuenca del Papaloapan se ha dividido en subcuencas, siendo una de las principales la subcuenca de Cantón, que comprende un área de 14 037.7 km² del total.

En la población de Cantón se encuentra una estación hidrometeorológica, de la cual se obtienen datos para el estudio de la cuenca.

En la fig 10.2 se muestra un mapa de la cuenca del Papaloapan, en el cual se muestra también la delimitación de la cuenca de Cantón.

Para la aplicación del método del hidrograma unitario instantáneo a la cuenca de Cantón, se escogieron las siguientes tormentas de los registros existentes, con base en la importancia que tuvieron:

Tormenta del 1 al 31 de octubre de 1958.

Tormenta del 28 al 30 de junio de 1969.

Tormenta del 1 al 5 de julio de 1969.

Tormenta del 29 de agosto al 3 de septiembre de 1969.

Tormenta del 6 al 12 de septiembre de 1969.

Para manejarlas con facilidad, llamaremos a estas tormentas de la siguiente manera :

Tormenta 58

Primera Tormenta 69

Segunda Tormenta 69

Quinta Tormenta 69

Sexta Tormenta 69

respectivamente.

De las figs 11.2 a 13.2, se presentan los hidrogramas de las tormentas elegidas.

Como se puede observar, la mayoría de las tormentas elegidas no son aisladas.

De las figs 14.2 a 17.2, se presentan los histogramas calculados para cada tormenta.

El cálculo de los histogramas correspondientes se hizo, a grandes-

rasgos, de la siguiente manera :

Para cada tormenta, se obtenía un plano de isoyetas calculado de la forma usual.

Después, se obtenía una tabla en la cual se mostraban los valores de la precipitación acumulada en forma creciente para intervalos de seis horas.

Superponiendo el plano de isoyetas sobre el plano de la cuenca de Cantón, se obtenían los porcentajes de las áreas entre isoyetas.

Para cada intervalo de tiempo, se obtenía una precipitación media-acumulada multiplicando las precipitaciones acumuladas por los porcentajes de área y sumando estos productos.

Las barras del hietograma se obtenían de la diferencia de las precipitaciones medias acumuladas consecutivas correspondientes.

De las figs 18.2 a 20.2, se muestran los hidrogramas de las tormentas con sus correspondientes separaciones de escurrimiento.

Para separar los escurrimientos en cada hidrograma, se trazaba una línea horizontal desde el punto en que subía el hidrograma hasta el punto localizado debajo del pico.

Después, sobre la rama descendente, se localizaba un punto N días a la derecha del punto debajo del pico, obteniéndose N como sigue:

$$N = A^{0.2}$$

donde A es el área de la cuenca en millas cuadradas.

Por último, el punto así obtenido y el punto debajo del pico se unían con una línea recta.

Luego, se calculó para cada tormenta el valor del coeficiente de infiltración por el método usual, el cual permitía obtener las alturas de precipitación efectiva que, junto con el correspondiente hidrograma de escurrimiento directo (HED), constituyen las entradas al modelo.

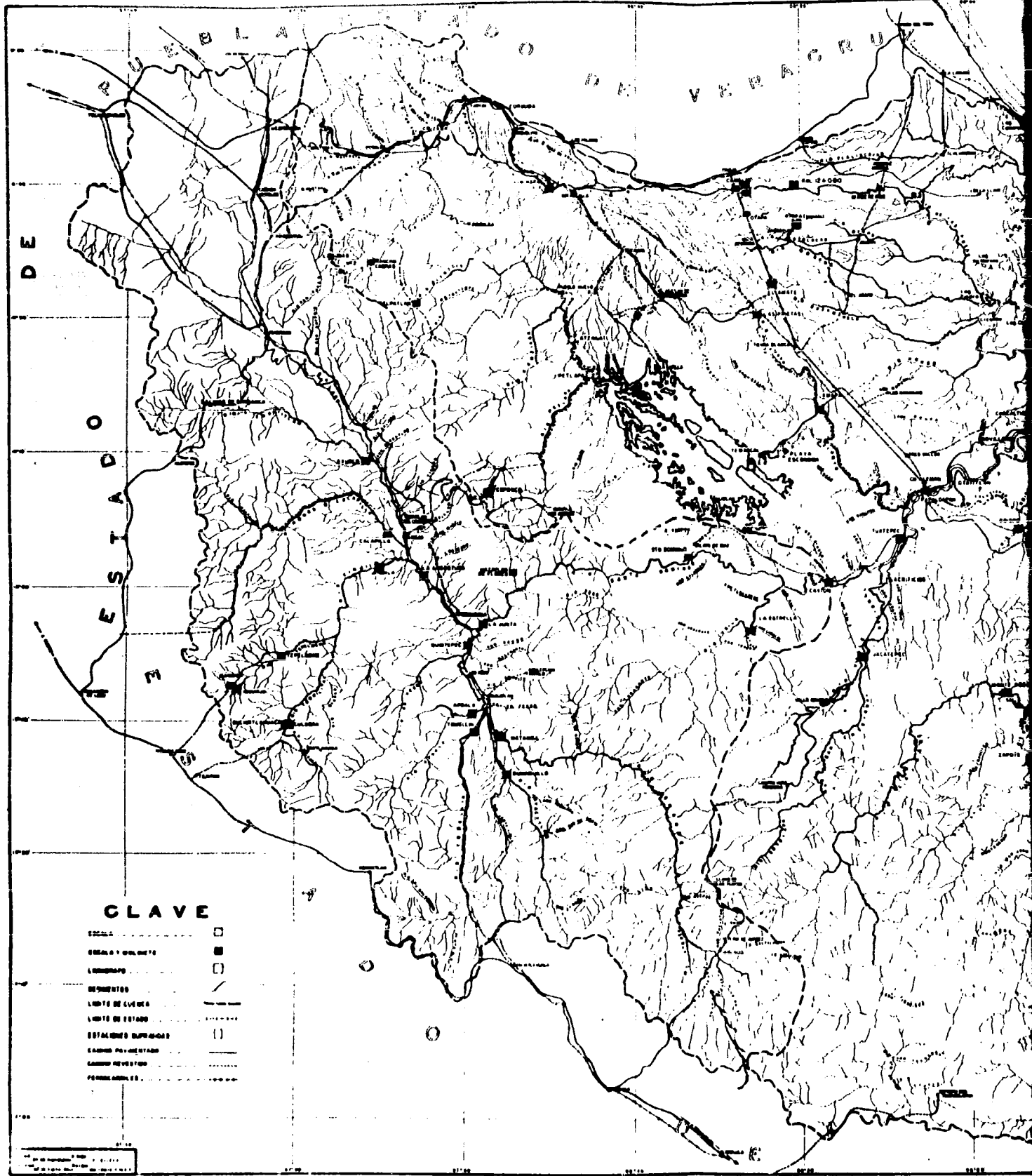
Los resultados se muestran en la fig 21.2, junto con el hidrograma unitario instantáneo definitivo, que se obtuvo ajustando una curva promedio a ojo, la cual a su vez se ajusta para que su volumen sea unitario.

Con este hidrograma unitario instantáneo, y con las alturas de precipitación efectiva para cada tormenta, se obtuvieron hidrogramas de escurrimiento directo que se comparaban con los correspondientes hidrogramas de escurrimiento directo obtenidos previamente de los hidrogramas originales.

Los resultados se presentan en las figs 22.2 a 25.2.

En el siguiente capítulo se verá la posibilidad de mejorar el hidrograma unitario instantáneo obtenido con base en la variación de

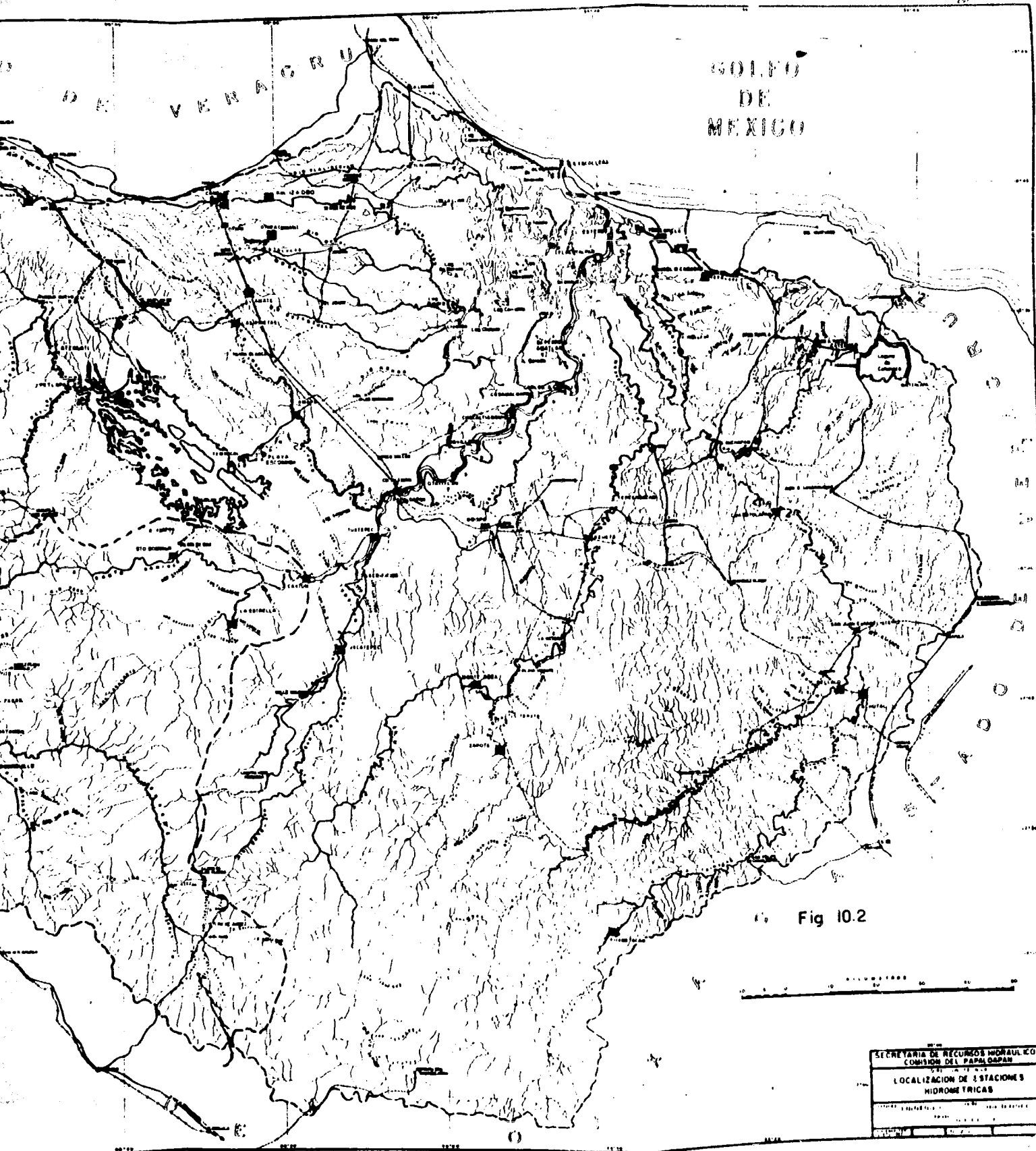
los datos de entrada al modelo.



CLAVE

- ESCALA □
- CIUDADES Y VILLAGES ■
- COMUNIDADES □
- DESBORDOS /
- LIMITES DE CUENCAS ---
- LIMITES DE ESTADO - - - - -
- ESTACIONES FERROVIARIAS □
- CANALIZACIONES ---
- CANALIZACIONES ---
- PERFORACIONES - - - - -

1:50,000
 1:100,000
 1:200,000
 1:500,000
 1:1,000,000



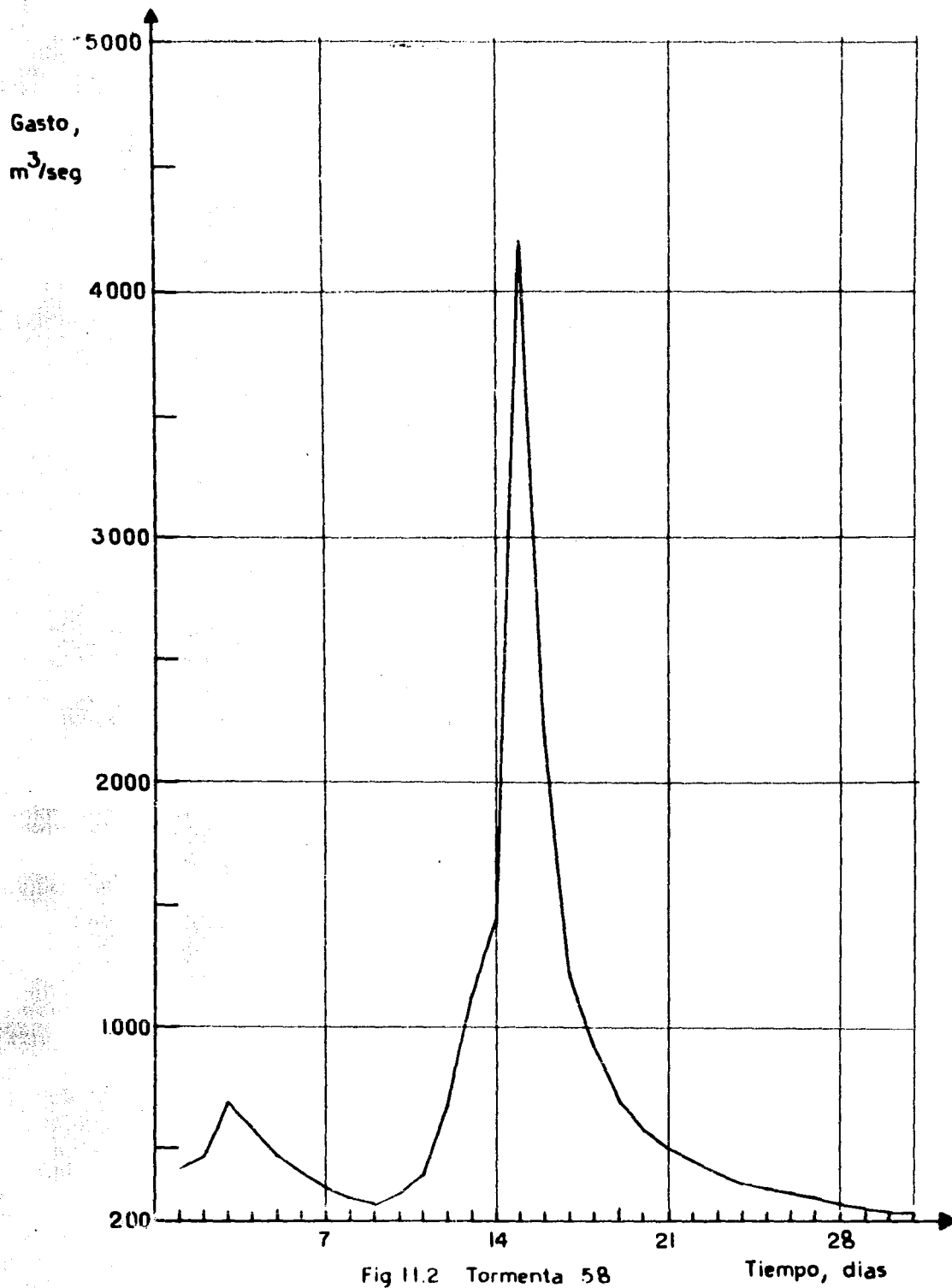


Fig 11.2 Tormenta 58

Tiempo, dias

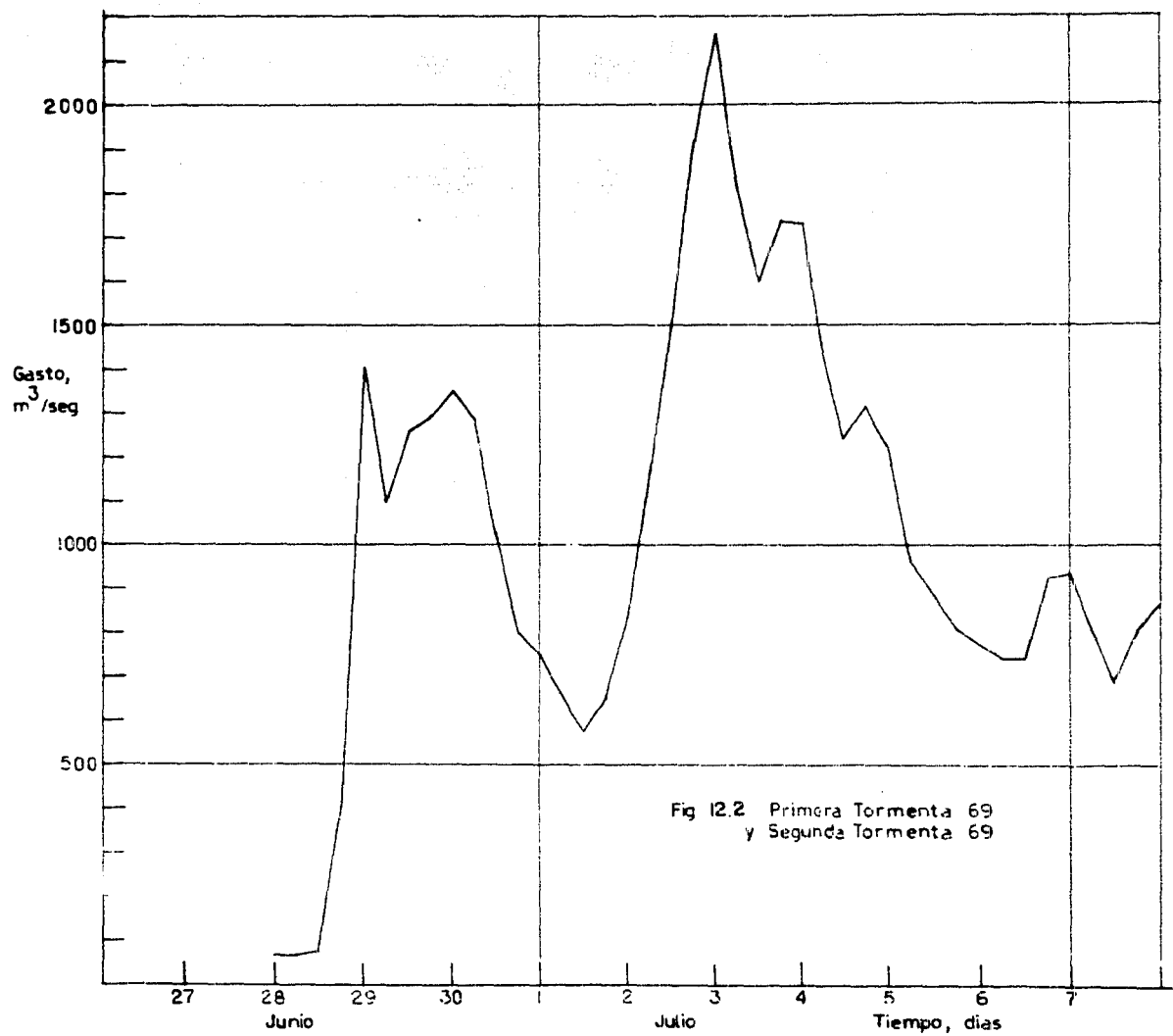


Fig 12.2 Primera Tormenta 69
y Segunda Tormenta 69

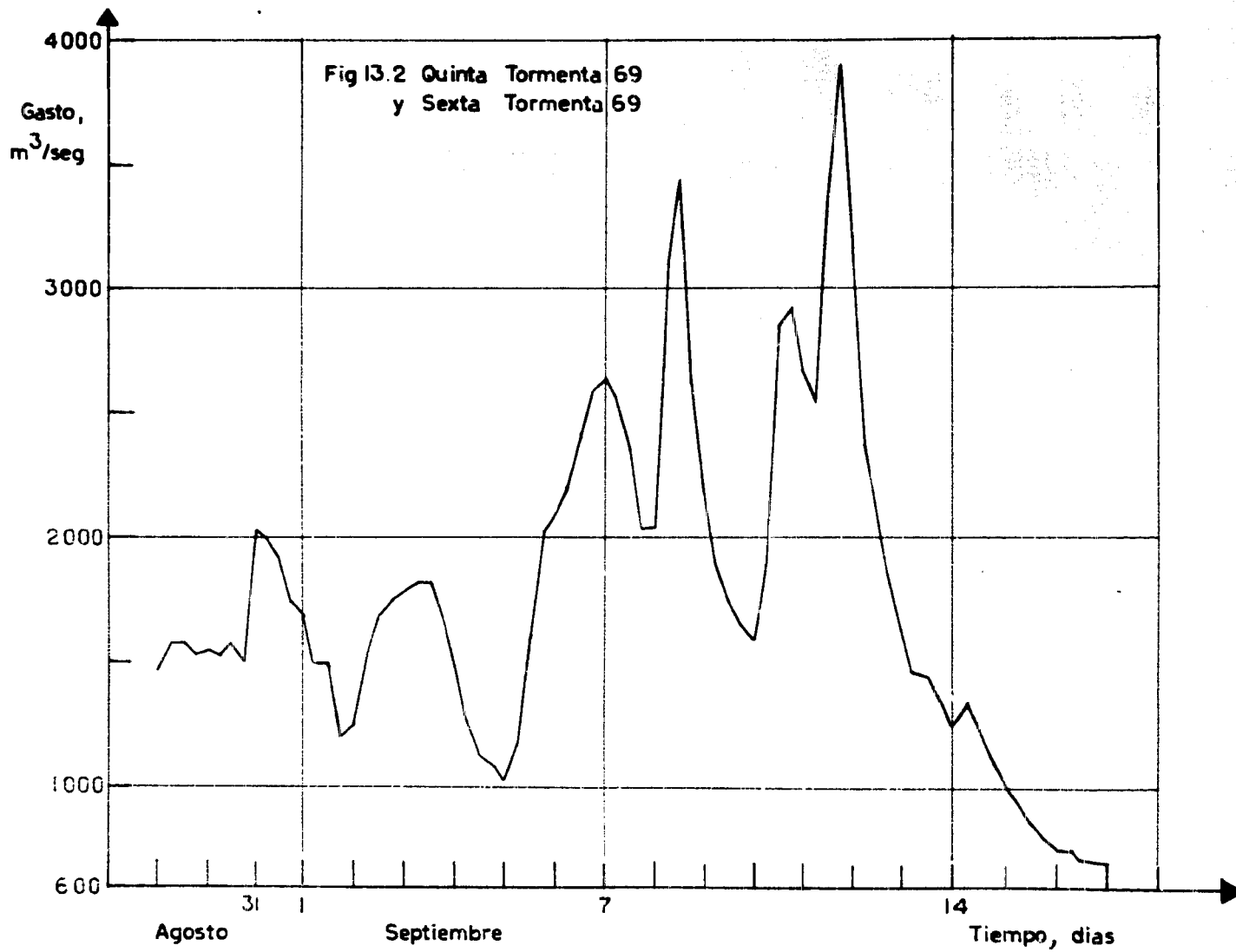


Fig 14.2 Hietograma Tormenta 58

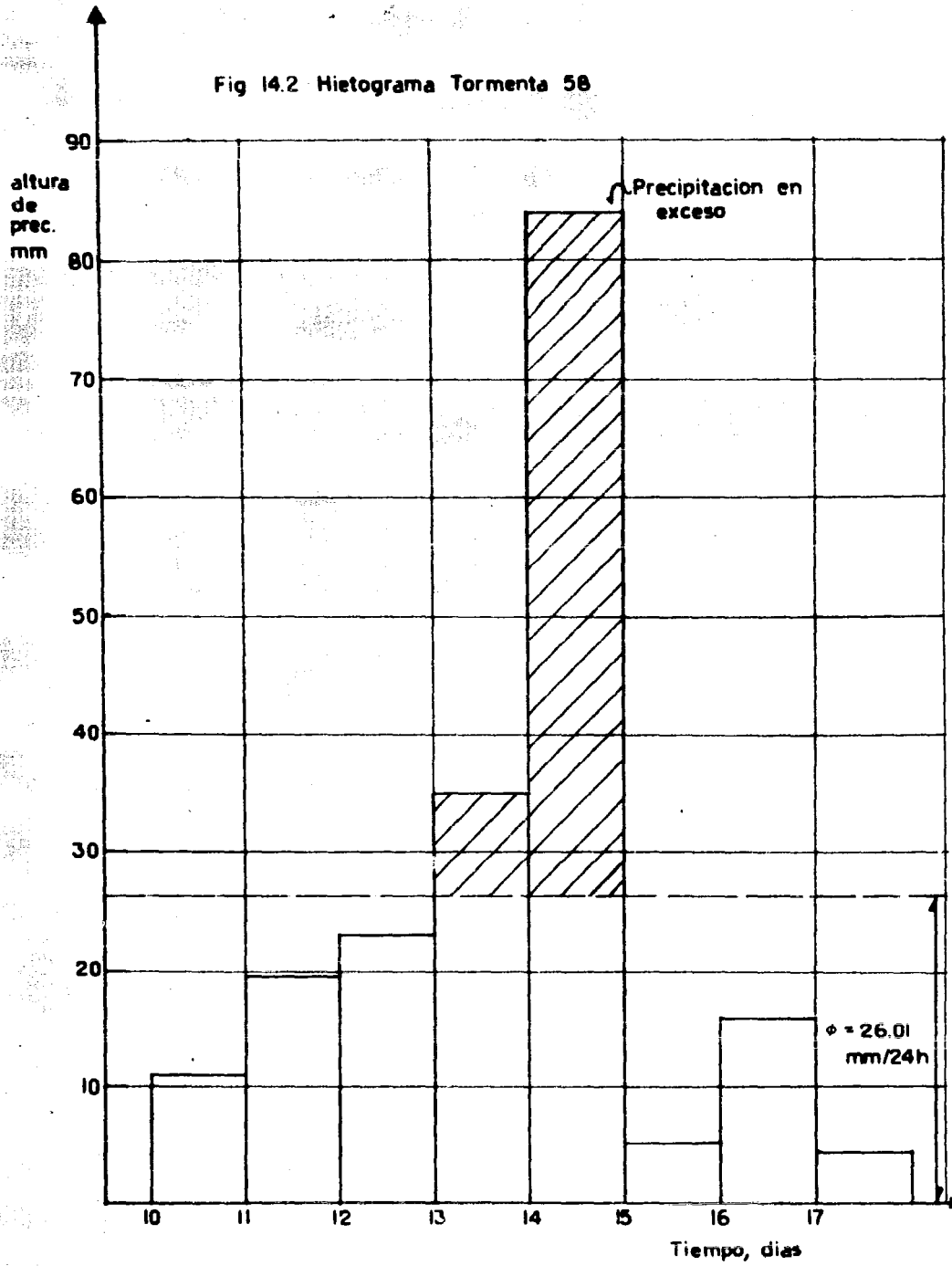


Fig 15.2 Hietograma Primera Tormenta 69

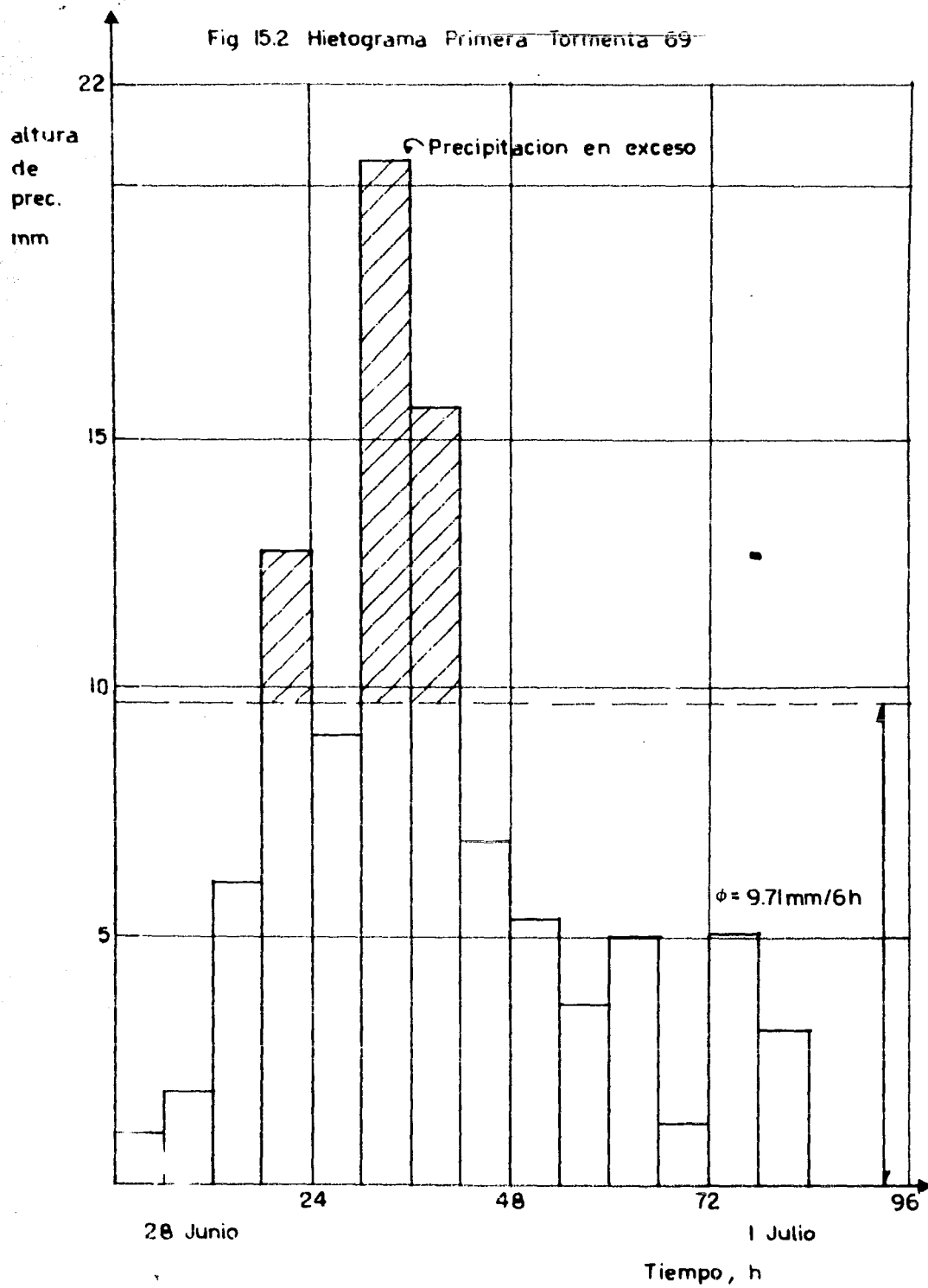
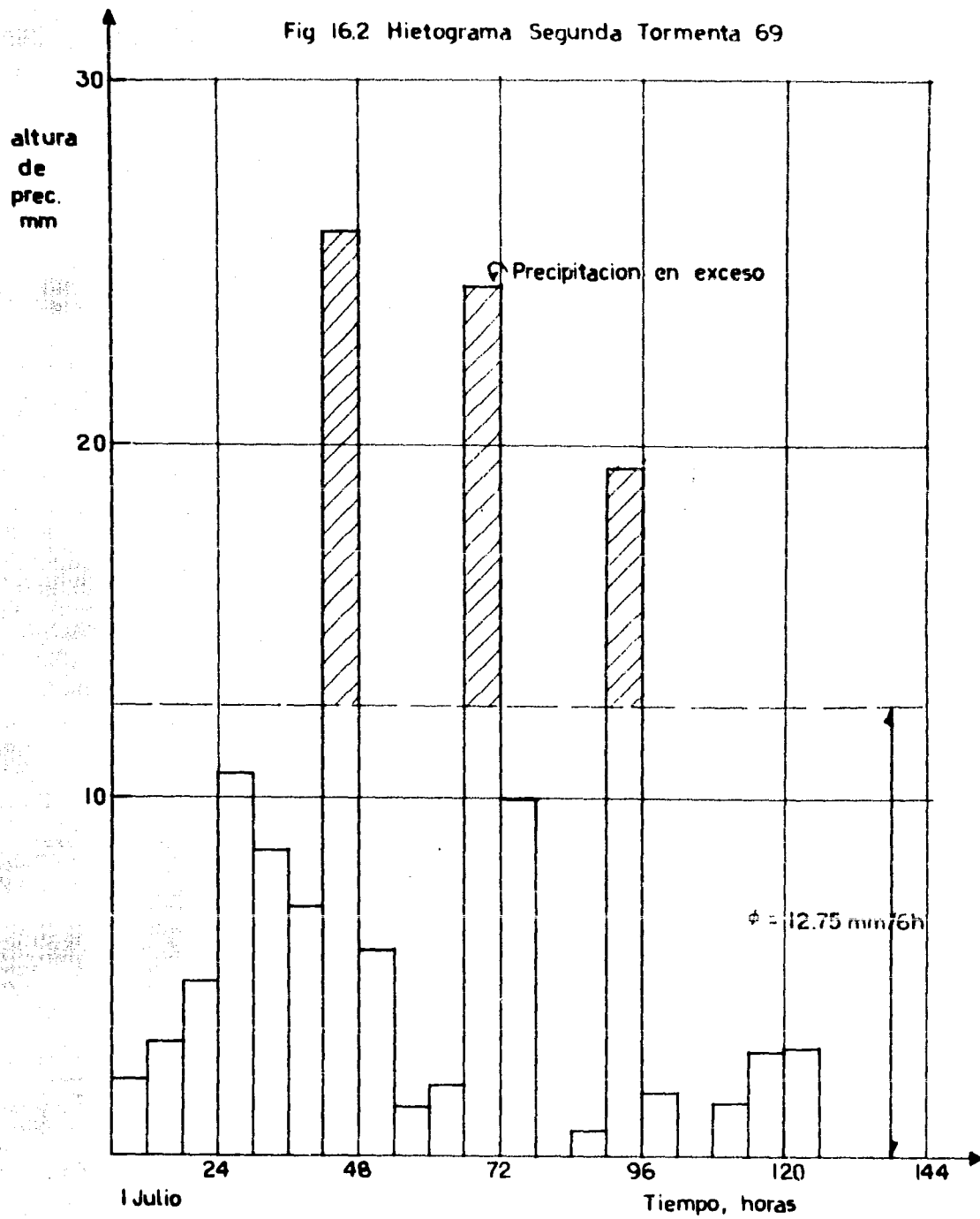


Fig 16.2 Hietograma Segunda Tormenta 69



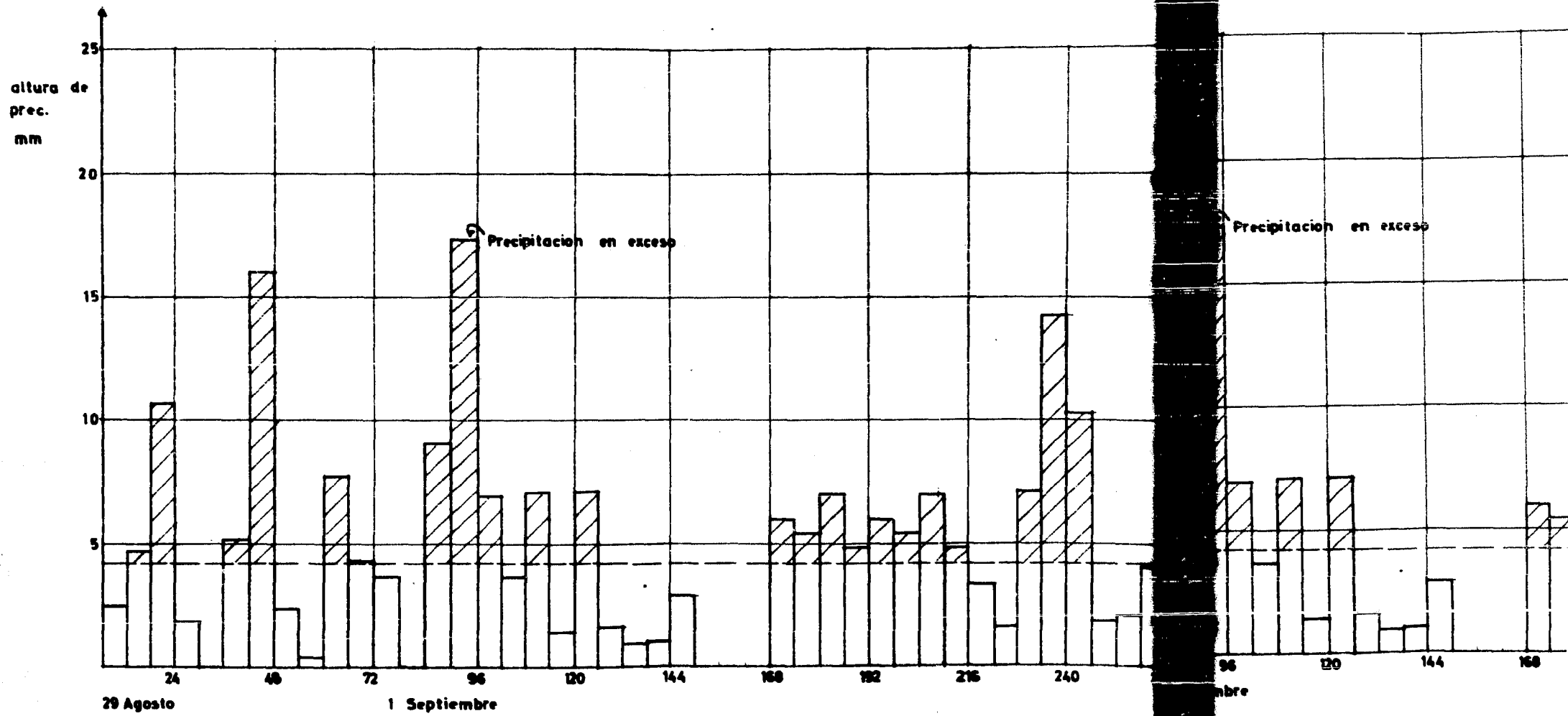
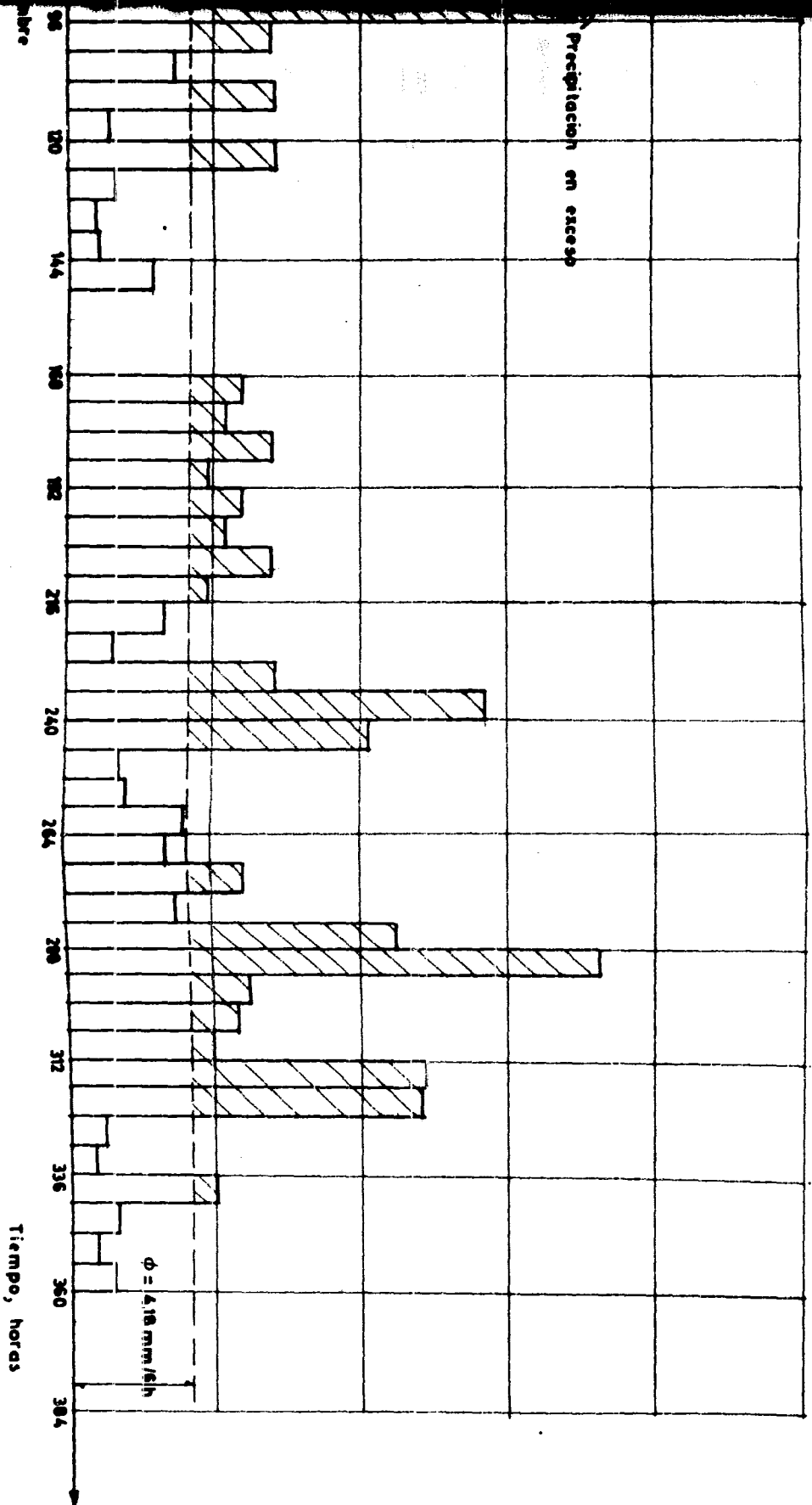


Fig 17.2 Hietograma Quinta Tormenta 69 y Sexta Tormenta 69

2 Hietograma Quinta Tormenta



2 Hietograma Quinta Tormenta 69 y Sexta Tormenta 69

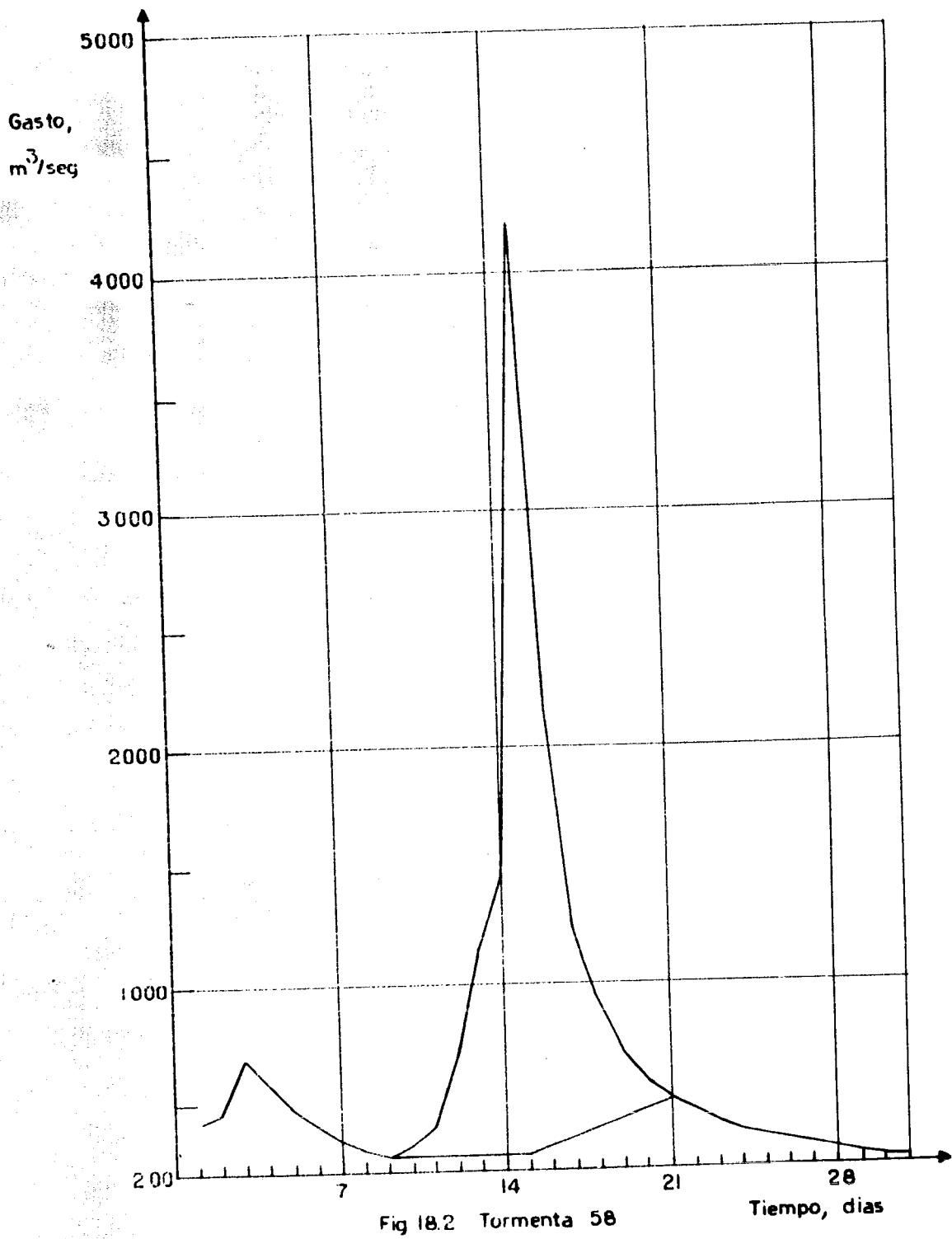
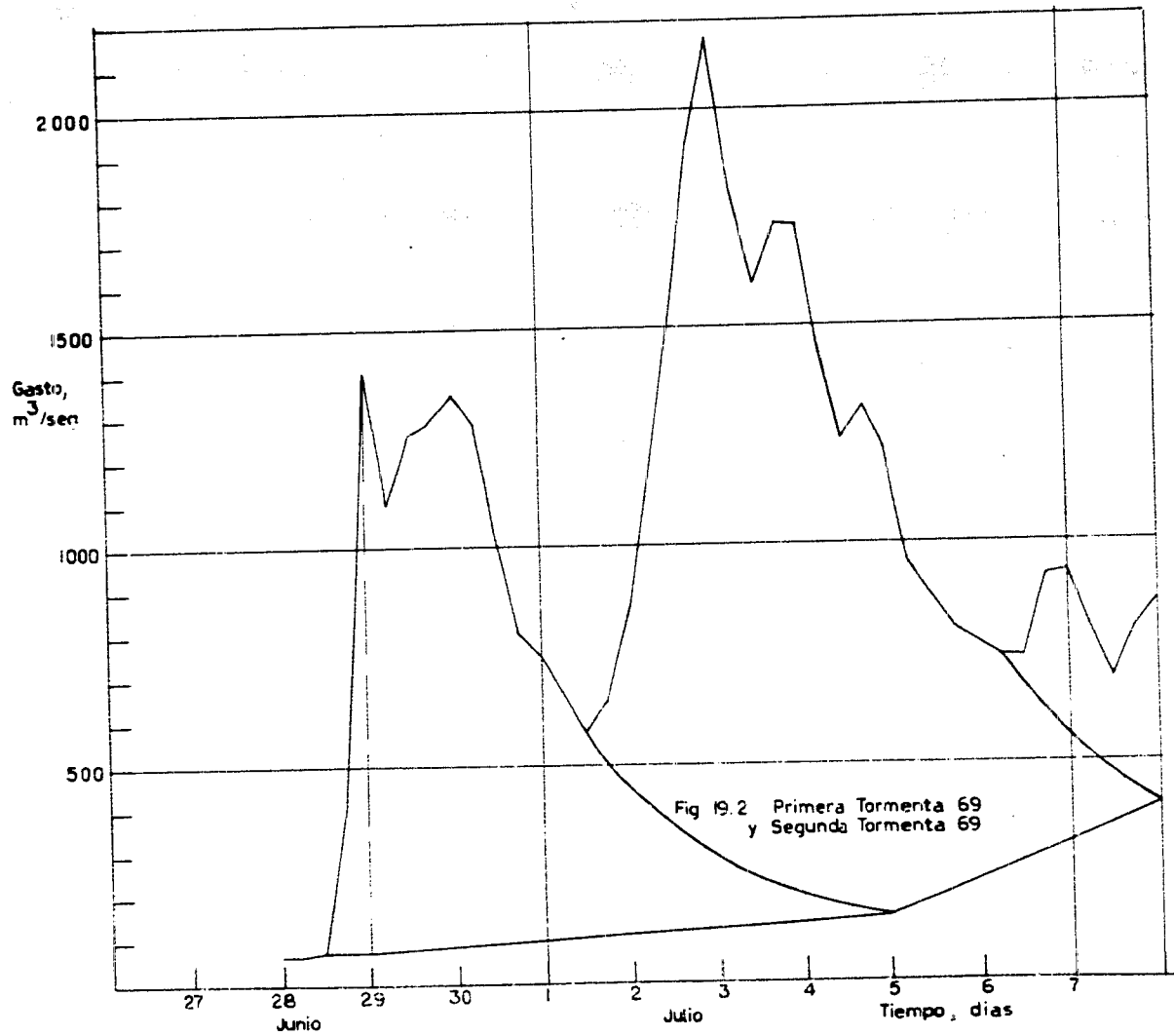


Fig 18.2 Tormenta 58



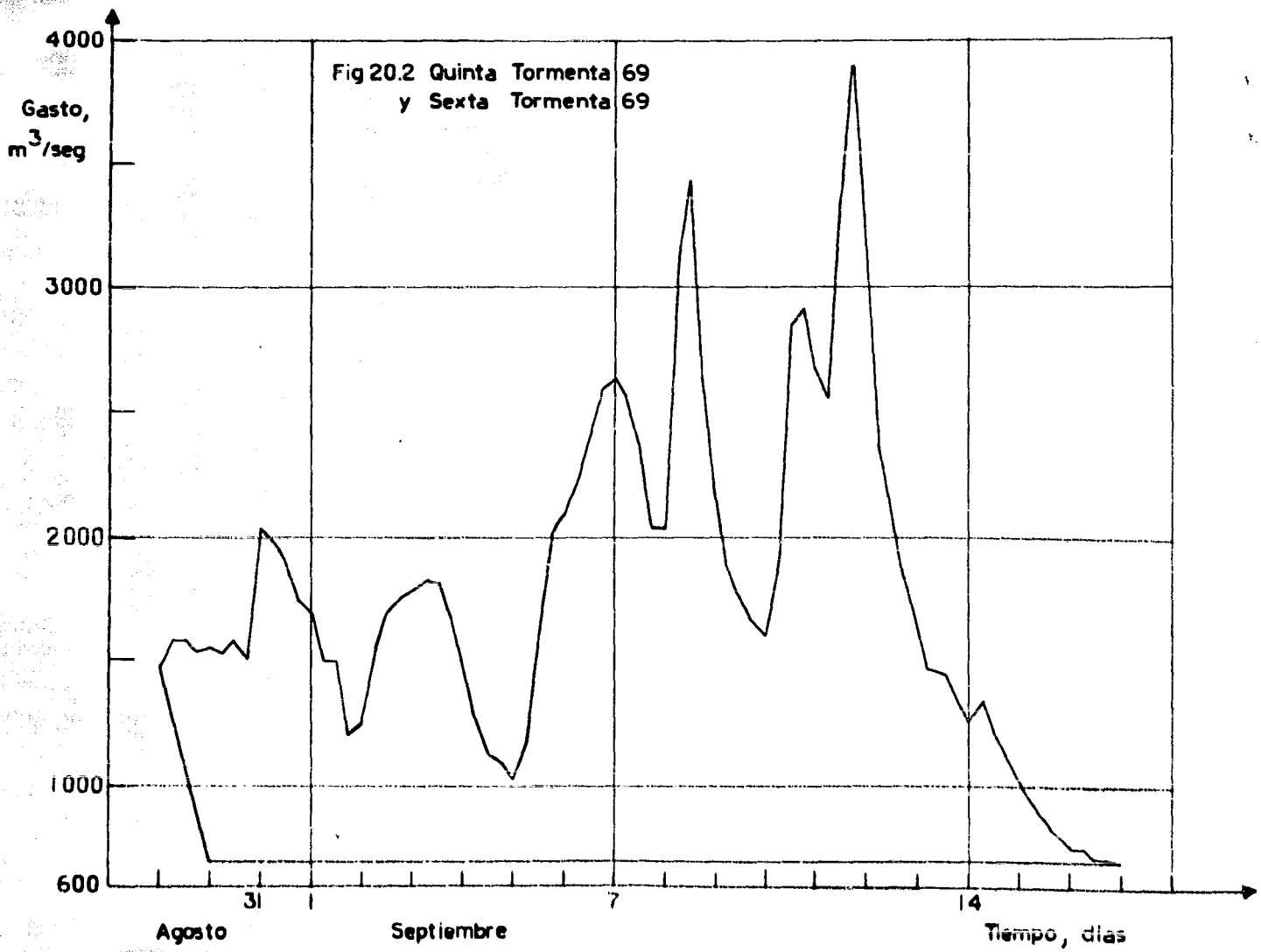
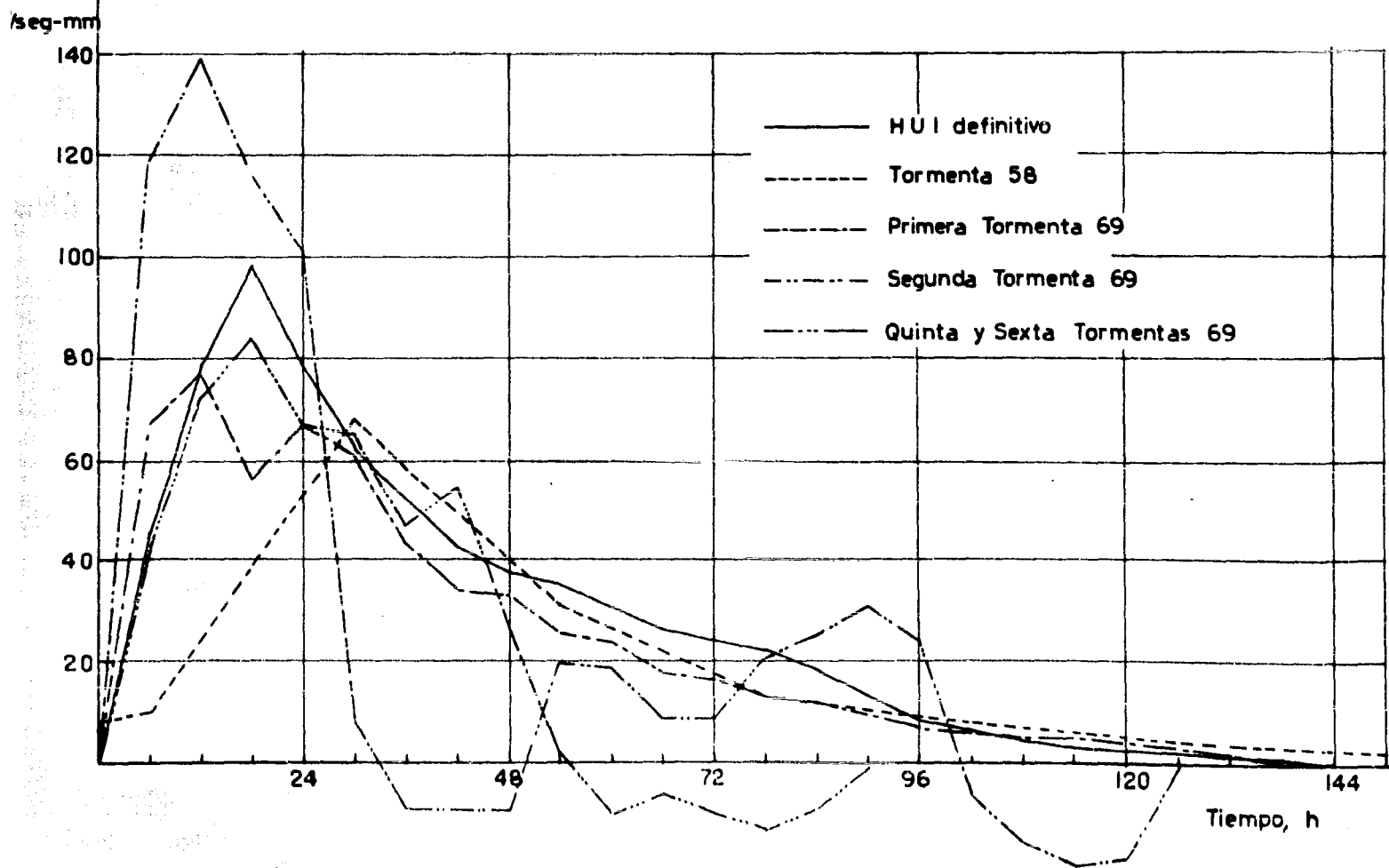


Fig 21.2 HUI para la cuenca de Canton



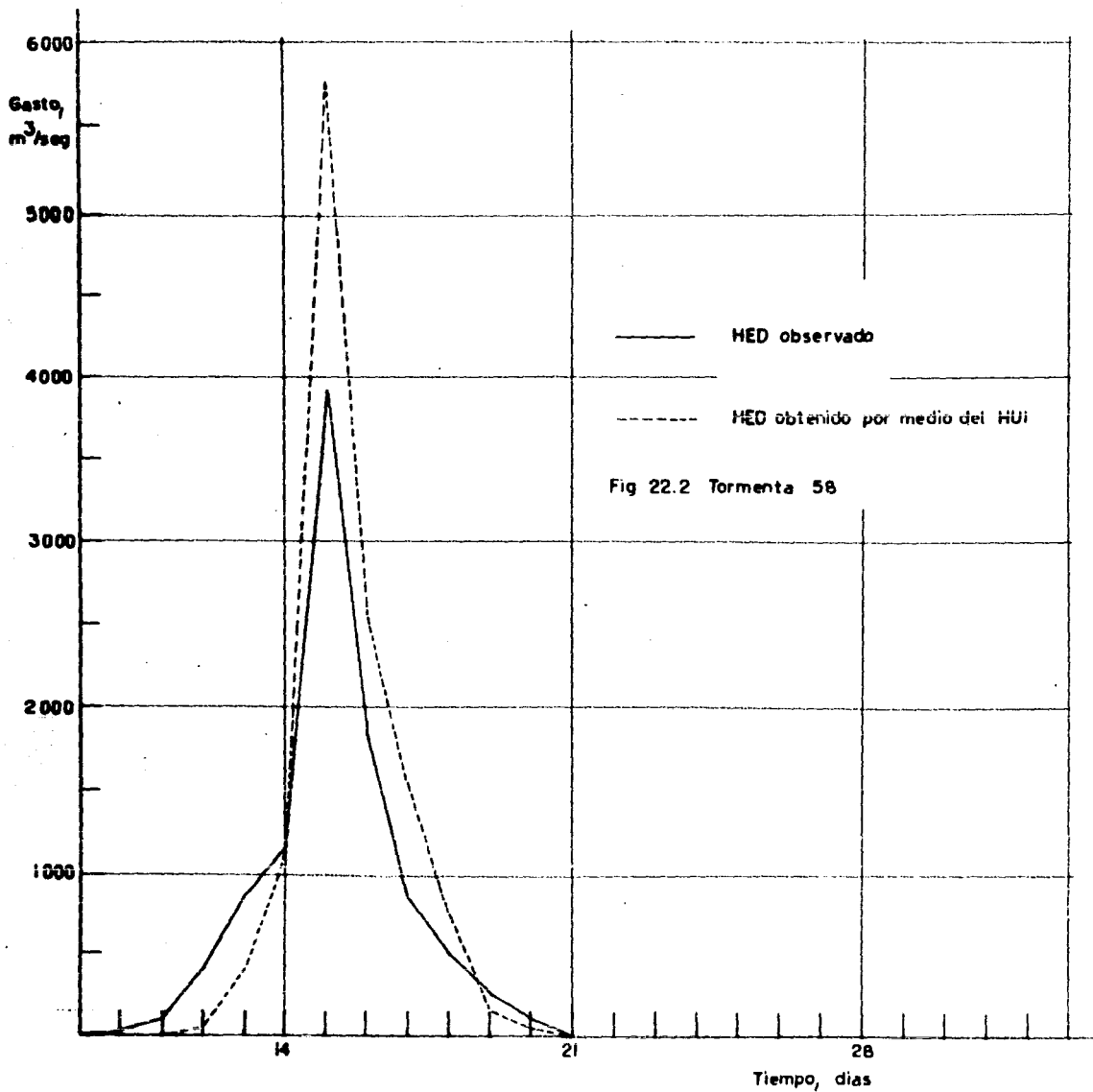


Fig 22.2 Tormenta 58

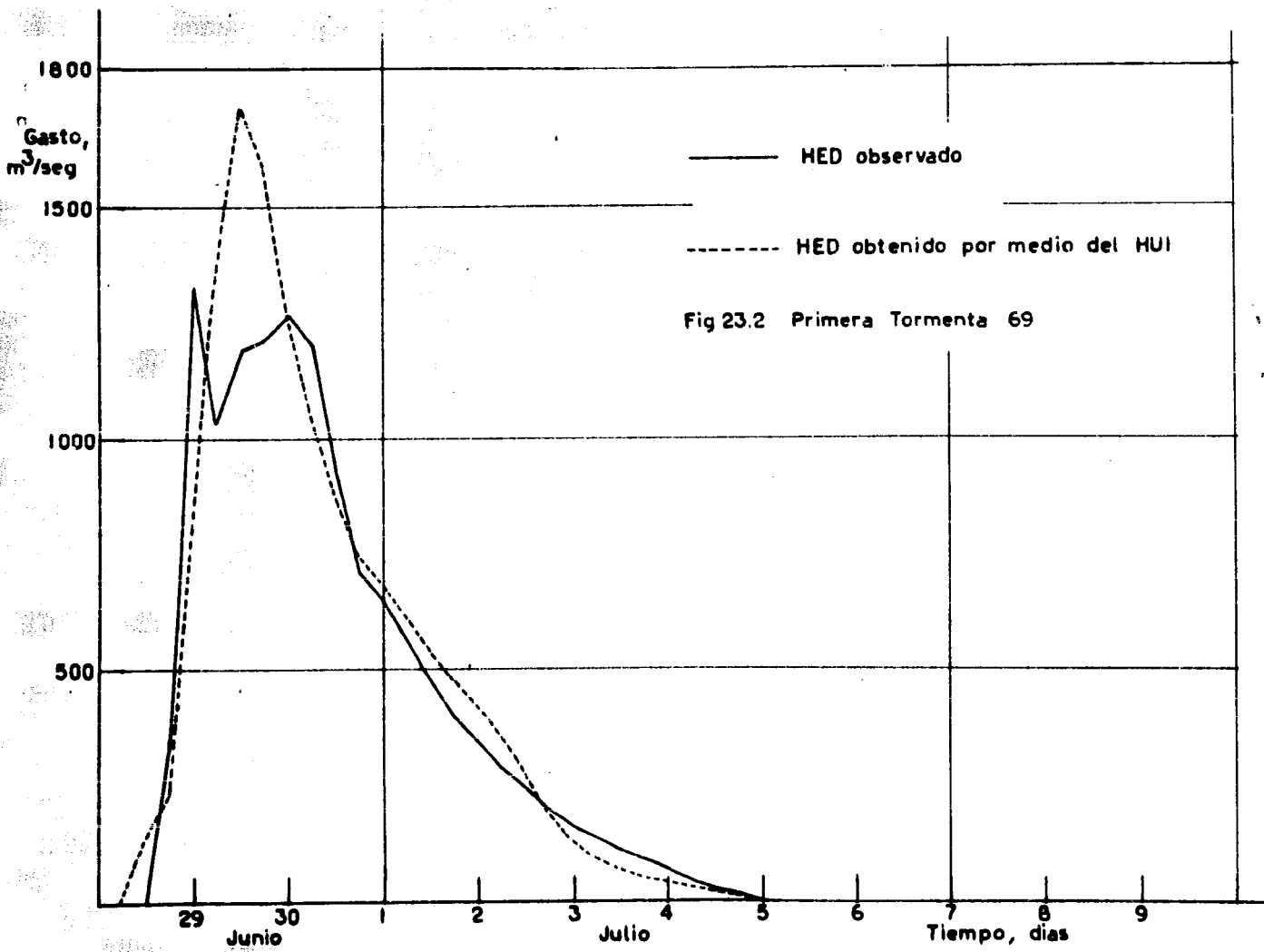
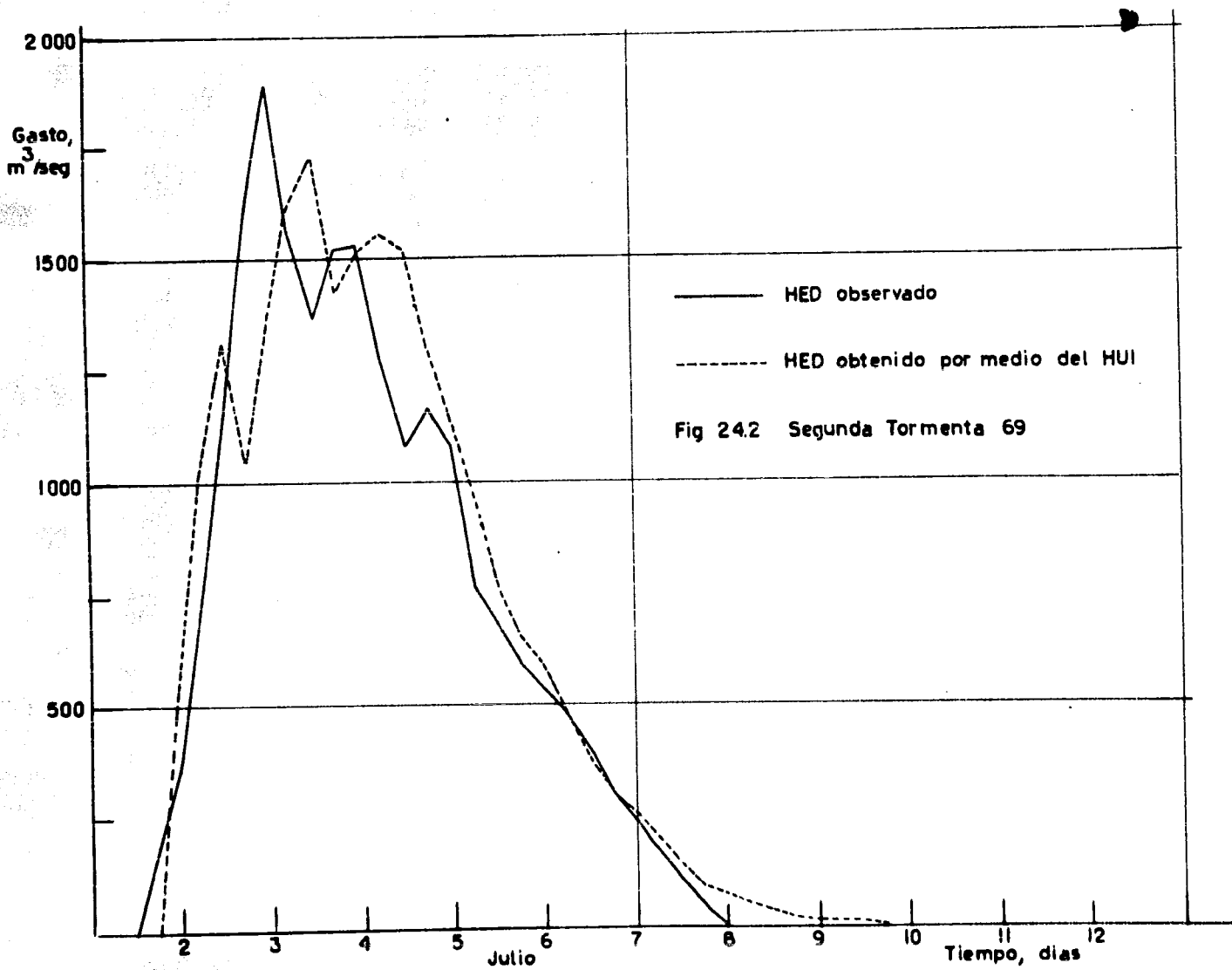


Fig 23.2 Primera Tormenta 69



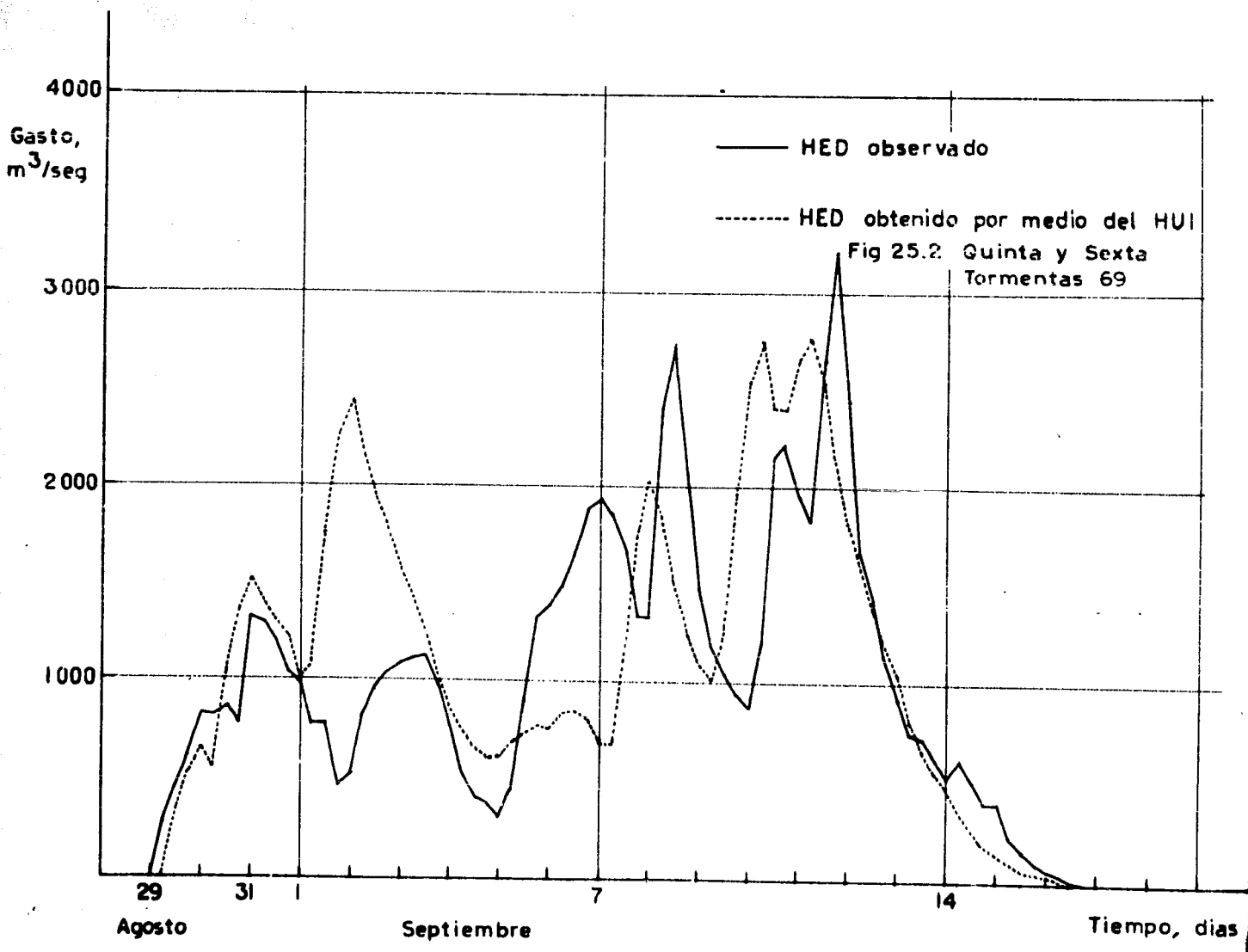


Fig 25.2 Quinta y Sexta Tormentas 69

III. ANALISIS DE LAS ENTRADAS AL MODELO

Los elementos que se utilizan en la obtención del hidrograma unitario instantáneo son las alturas de precipitación efectiva y el --- hidrograma de escurrimiento directo de una tormenta.

En este capítulo, se presentan las modificaciones a estos elementos para obtener el mejor hidrograma unitario instantáneo posible.

Para el efecto, se hicieron cuatro análisis distintos de las tormentas para obtener cuatro diferentes hidrogramas unitarios instantáneos definitivos.

Para su descripción, denominaremos a estos análisis ordinalmente.

3.1 Primer análisis

En el primer análisis, se usaron los mismos hidrogramas del análisis original presentado en el capítulo anterior, y la separación de los hidrogramas se hizo con el método descrito por Ven Te Chow en su Handbook of Applied Hydrology.

En la fig 1.3 se presentan las partes principales de un hidrograma simple, y que son : el segmento de aproximación AB, el segmento de concentración BD, y el segmento de recesión DH.

Sobre estos segmentos se encuentran : el punto de subida B, dos puntos de inflexión C y E, el punto de pico D, y otros puntos característicos.

El segmento CE es el segmento de pico.

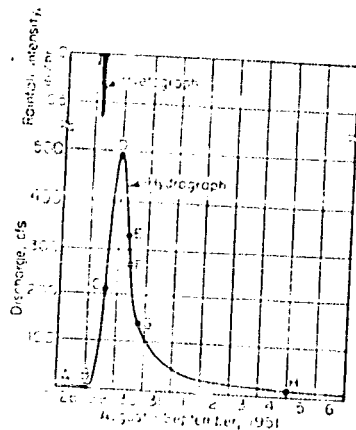


fig 1.3. Tomada del Handbook of Applied Hydrology, Ven Te Chow.

El método de separación se basa en la observación de que la curva de recesión del hidrograma dado se puede representar por la siguiente ecuación :

$$Q_t = Q_0 K_r^t \quad (3.1)$$

donde Q_t es el gasto en cualquier tiempo t después de Q_0 y K_r es una constante de recesión menor que la unidad.

La ecuación 3.1 presentará la forma de una línea recta al dibujarla en papel semilogarítmico, poniendo el gasto en la escala logarítmica.

En efecto, tomando logaritmos de la expresión :

$$\log Q_t = t \log K_r + \log Q_0 \quad (3.2)$$

Ahora, si la curva de recesión del hidrograma contiene sólo escuadrado base, se mostrará como recta en papel semilogarítmico, coincidiendo con la ecuación 3.1.

El método de separación consiste en dibujar el hidrograma en papel semilogarítmico como se muestra en la fig 2.3, en el cual se traza una recta tangente al punto H, la cual se prolonga hasta el punto J por debajo del punto E, uniendo con otra recta a los puntos J y B.

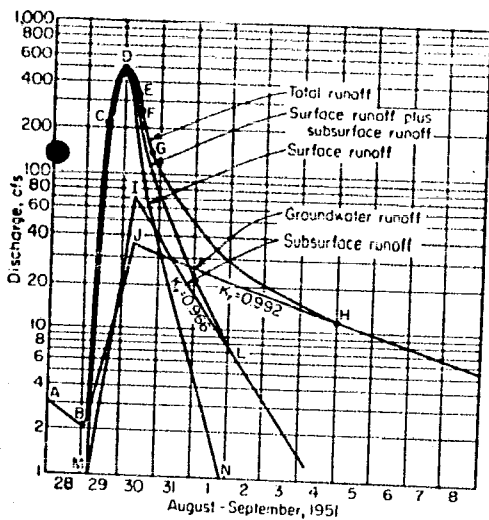


fig 2.3. Tomada del Handbook of Applied Hydrology, Ven Te Chow.

La dificultad del método radica en conocer los puntos característicos del hidrograma. Para esto se construye un diagrama de hidrofase, que es una curva que nos muestra la razón del cambio de gasto dQ / dt contra el gasto Q . La fig 3.3 nos muestra el diagrama de hidrofase para nuestro hidrograma.

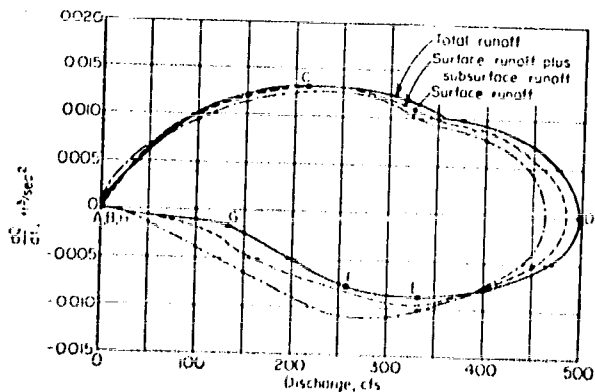


fig 3.3. Tomada del Handbook of Applied Hydrology, Ven Te Chow.

El punto E se puede localizar como el primer punto de inflexión de la curva localizado después del punto D.

Una vez separados los escurrimientos en los hidrogramas, se siguió el cálculo de igual manera que como se hizo el análisis presentado en el capítulo II.

3.2 Segundo análisis

En el segundo análisis, se utilizó el método de separación de escurrimientos descrito por Sittner, Schauss, y Monro en su reporte de octubre de 1969 para el U. S. Weather Bureau.

Este método evalúa el escurrimiento base a partir de los gastos -- totales del hidrograma, y se basa en la hipótesis de que la relación que existe entre las entradas al agua subterránea y el gasto de escurrimiento directo, es lineal :

$$I = Z (Q - G) \quad (3.3)$$

donde

I = entrada al agua subterránea

Q = gasto total

G = gasto base

Z = constante

El método de Sittner también considera válida la ecuación 3.1.

Suprimiendo el desarrollo matemático, la fórmula de iteración para la evaluación del gasto base que presentan los autores, es la siguiente :

$$G_2 = \frac{(Z)(C_0)(Q_1 + Q_2) + (G_1)(C_2 - ZC_0)}{(1 + ZC_0)} \quad (3.4)$$

donde

Q_1 = gasto total en el instante 1

Q_2 = gasto total en el instante 2

G_1 = gasto base en el instante 1

G_2 = gasto base en el instante 2

y las constantes que intervienen en la fórmula se evalúan como sigue :

$$C_0 = C_1 = 1 / (8K + 1) \quad (3.5)$$

$$C_2 = (8K - 1) / (8K + 1) \quad (3.6)$$

$$K = -1 / \ln K_g \quad (3.7)$$

donde K_g es la constante de recesión K_r que se mencionó en la ecuación 3.1.

El valor de K_g se obtuvo escogiendo el mejor segmento de recesión posible de los hidrogramas disponibles, y dibujando la gráfica de-

Q_{t+1} contra Q_t , con los valores de Q_{t+1} en el eje de las ordenadas. Después, se observaba la tendencia de los puntos dibujados, que debería ser una línea recta para que se cumpla la ecuación --- 3.1, y el valor de K_g se obtuvo como la pendiente de esa recta.

La forma de evaluar Z consistió en asignarle un valor inicial de 1, aplicar el método, y observar si la separación era adecuada. Si los valores del escurrimiento base eran demasiado altos, se reducía el valor de Z . Si los valores de dicho escurrimiento eran demasiado bajos, se aumentaba el valor de Z .

El primer valor inicial de Q_1 no presenta problema, ya que es el valor del gasto para el cual comienza a subir el hidrograma.

Como cuatro de las tormentas en estudio son tormentas superpuestas, los hidrogramas correspondientes a cada tormenta se separaron previamente con base en las fechas de comienzo y fin de cada tormenta.

Una vez separados los escurrimientos en los hidrogramas, el coeficiente de infiltración ϕ se calculó de una manera diferente.

En el capítulo II se describió la forma de obtener el hidrograma de una tormenta multiplicando, para un instante dado, los valores de las precipitaciones medias acumuladas entre isoyetas por los respectivos porcentajes de áreas entre isoyetas, para obtener un promedio pesado de la precipitación media.

Esto significa que, para ese instante dado, al restar el valor de

ϕ , se obtenía una precipitación efectiva que se consideraba constante para todas las regiones de la cuenca.

En este análisis, se consideró que hay partes de la cuenca en donde el agua se infiltra totalmente, y por tanto, no hay precipitación efectiva. Esto se puede entender mejor si pensamos en que, al superponer un plano de isoyetas sobre el plano de la cuenca de --- Cantón, la precipitación media entre las distintas isoyetas consecutivas no será constante.

Para calcular el valor de ϕ de acuerdo con la distribución de la tormenta en la cuenca, se procedía por tanteos.

Se suponía un valor inicial de ϕ , el cual se restaba directamente a los valores de las precipitaciones acumuladas entre isoyetas para cada intervalo de seis horas, y con lo que quedaba, se obtenía un promedio pesado, que era el valor de la precipitación efectiva para ese intervalo.

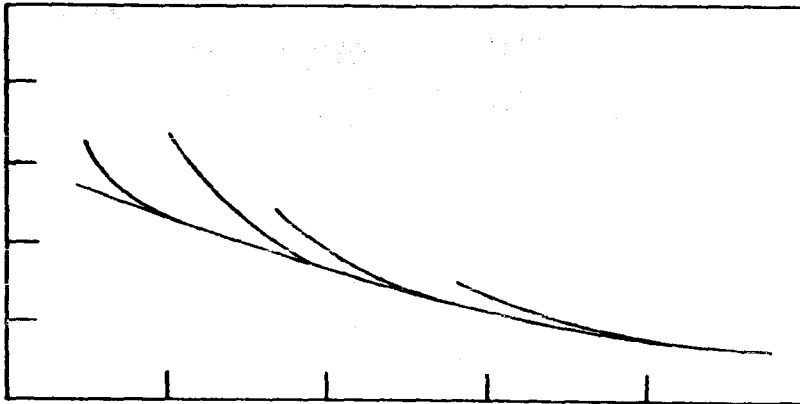
Con este nuevo criterio para calcular el valor de ϕ , lo que se -- obtiene es un hietograma de precipitaciones efectivas, el cual, -- junto con el hidrograma de escurrimiento directo correspondiente, -- es la entrada al modelo.

3.3 Tercer análisis

Para el tercer análisis, se separaron los hidrogramas correspon--- dientes a las tormentas usando el método más conocido de utilizar una curva envolvente de recesión.

Para construir esta curva envolvente, se escogían fechas cualesquiera en las cuales no hubiera habido precipitación; y se dibujaban los segmentos de hidrograma correspondientes a estas fechas, - los cuales se hacían coincidir hasta obtener la curva envolvente. Un ejemplo de cómo hacerlo se muestra en la fig 4.3.

fig 4.3



Una vez separadas las tormentas que así lo requirieran, se procedía a la separación de los escurrimientos base y directo para cada hidrograma.

Para hacer esta separación, se utilizaba la curva de recesión de la siguiente manera : en el hidrograma en estudio, se hacía coincidir a la curva de recesión con la rama descendente, y en el punto donde las dos curvas se separaran, se consideraba que cesaba el escurrimiento directo. Este punto se unía con el punto de ascenso del hidrograma con una línea recta.

Los hidrogramas de precipitación efectiva correspondientes se cal-

culaban de igual manera que en el segundo análisis.

3.4 Cuarto análisis

Para el cuarto análisis, se utilizaron sólo la Quinta y Sexta tormentas.

Los hidrogramas de estas dos tormentas se separaron a su vez por la mitad, usando la curva de recesión del tercer análisis, obteniéndose de esta manera cuatro hidrogramas separados.

Los escurrimientos en cada hidrograma se separaron de la misma manera que en el tercer análisis.

Para efectos del cálculo de los hidrogramas, se usó el mismo criterio que en el segundo y tercer análisis, sólo que las tormentas -- Quinta y Sexta se separaron más o menos por la mitad, con objeto de obtener cuatro tormentas que correspondieran a los cuatro hidrogramas ya obtenidos.

En el siguiente capítulo se presentan los resultados obtenidos de los cuatro análisis.

IV. APLICACIONES

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de los diferentes métodos de análisis ya descritos, a las cinco tormentas escogidas.

4.1 Resultados del primer análisis

Para el primer análisis, las cinco tormentas escogidas se agrupan en tres tormentas de la siguiente manera :

Tormenta I { Tormenta 58

Tormenta II { Primera Tormenta 69
Segunda Tormenta 69

Tormenta III	}	Quinta Tormenta 69
		Sexta Tormenta 69

Los hidrogramas con los escurrimientos separados se muestran en -- las figs 1.4, 3.4 y 6.4. Los hietogramas obtenidos se muestran en las figs 2.4, 4.4, 5.4 y 7.4. Los hidrogramas unitarios instantá-- neos obtenidos se muestran en la fig 8.4.

Como los resultados no fueron suficientemente buenos, no se proce-- dió a obtener un hidrograma unitario instantáneo definitivo.

4.2 Resultados del segundo análisis

Para el segundo análisis, se utilizaron las siguientes tormentas - en forma individual :

Primera Tormenta 69

Segunda Tormenta 69

Quinta Tormenta 69

Sexta Tormenta 69

Los hidrogramas separados con sus correspondientes hietogramas de-- precipitación efectiva se muestran en las figs 9.4 a 16.4.

De los hidrogramas unitarios instantáneos obtenidos, sólo se pu-- dieron aprovechar los correspondientes a la Segunda y a la Sexta -

Tormentas 69. De estos dos hidrogramas unitarios instantáneos, se obtuvo un hidrograma unitario instantáneo promedio definitivo, que se muestra en la fig 17.4.

4.3 Resultados del tercer análisis

Para el tercer análisis, se usaron todas las tormentas en forma individual :

Tormenta 58

Primera Tormenta 69

Segunda Tormenta 69

Quinta Tormenta 69

Sexta Tormenta 69

Los hidrogramas separados con sus correspondientes histogramas de precipitación efectiva se muestran en las figs 18.4 a 25.4.

De los hidrogramas unitarios instantáneos obtenidos, se utilizaron todos con excepción del correspondiente a la Primera Tormenta 69, por presentar demasiadas oscilaciones. De los cuatro hidrogramas--unitarios instantáneos restantes, se obtuvo un hidrograma unitario instantáneo promedio definitivo, que se muestra en la fig 26.4.

4.4 Resultados del cuarto análisis

Para el cuarto análisis, los hidrogramas de las tormentas quinta--

y Sexta se dividieron en dos, obteniéndose en total cuatro hidro--gramas.

Los cuatro hidrogramas, con sus correspondientes hietogramas de --precipitación efectiva, se muestran en las figs 27.4 a 31.4.

De estos cuatro hidrogramas con sus correspondientes hietogramas, se obtuvieron cuatro hidrogramas unitarios instantáneos, de los --cuales se obtuvo un hidrograma unitario instantáneo promedio, que se muestra en la fig 32.4.

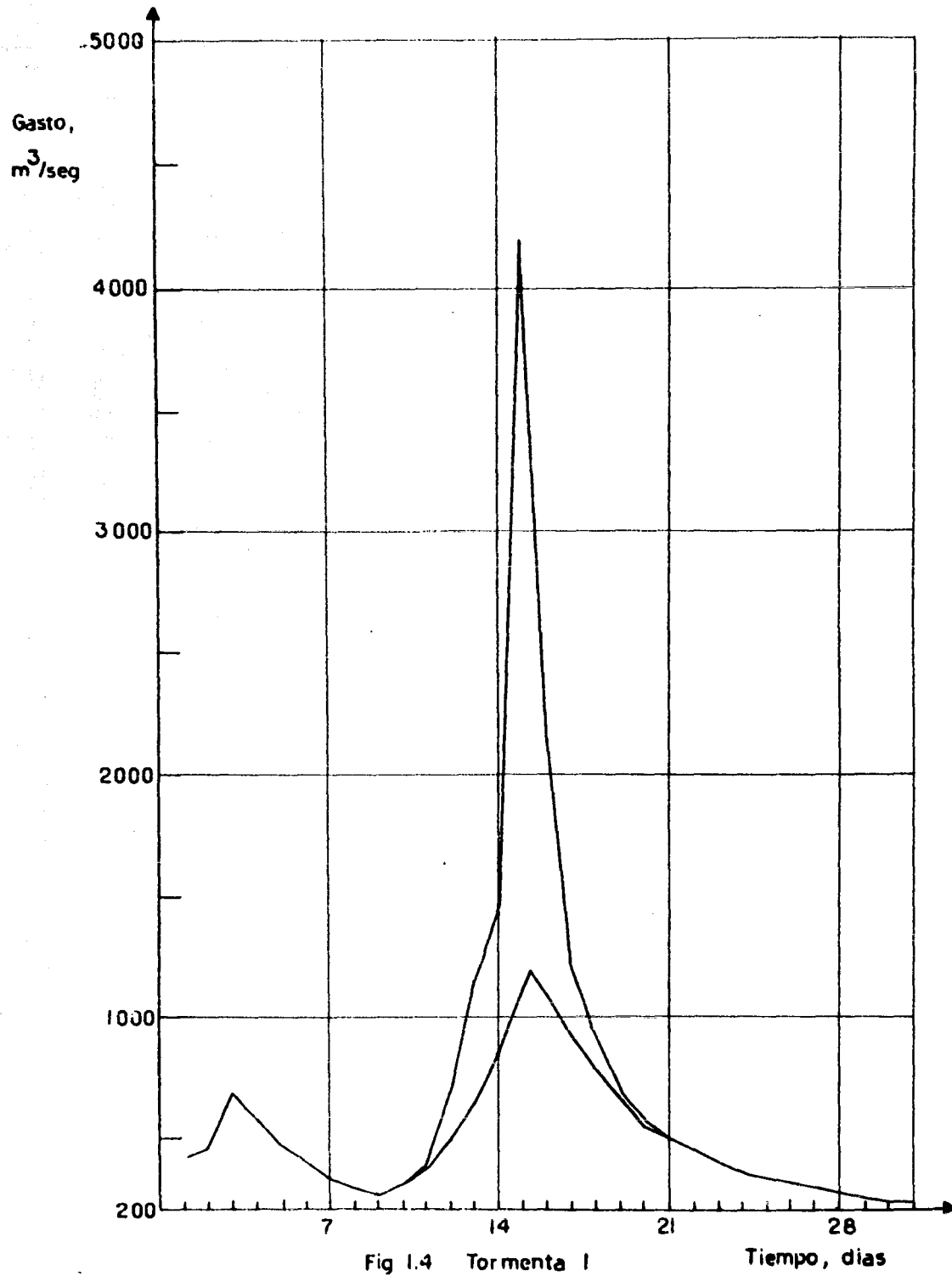
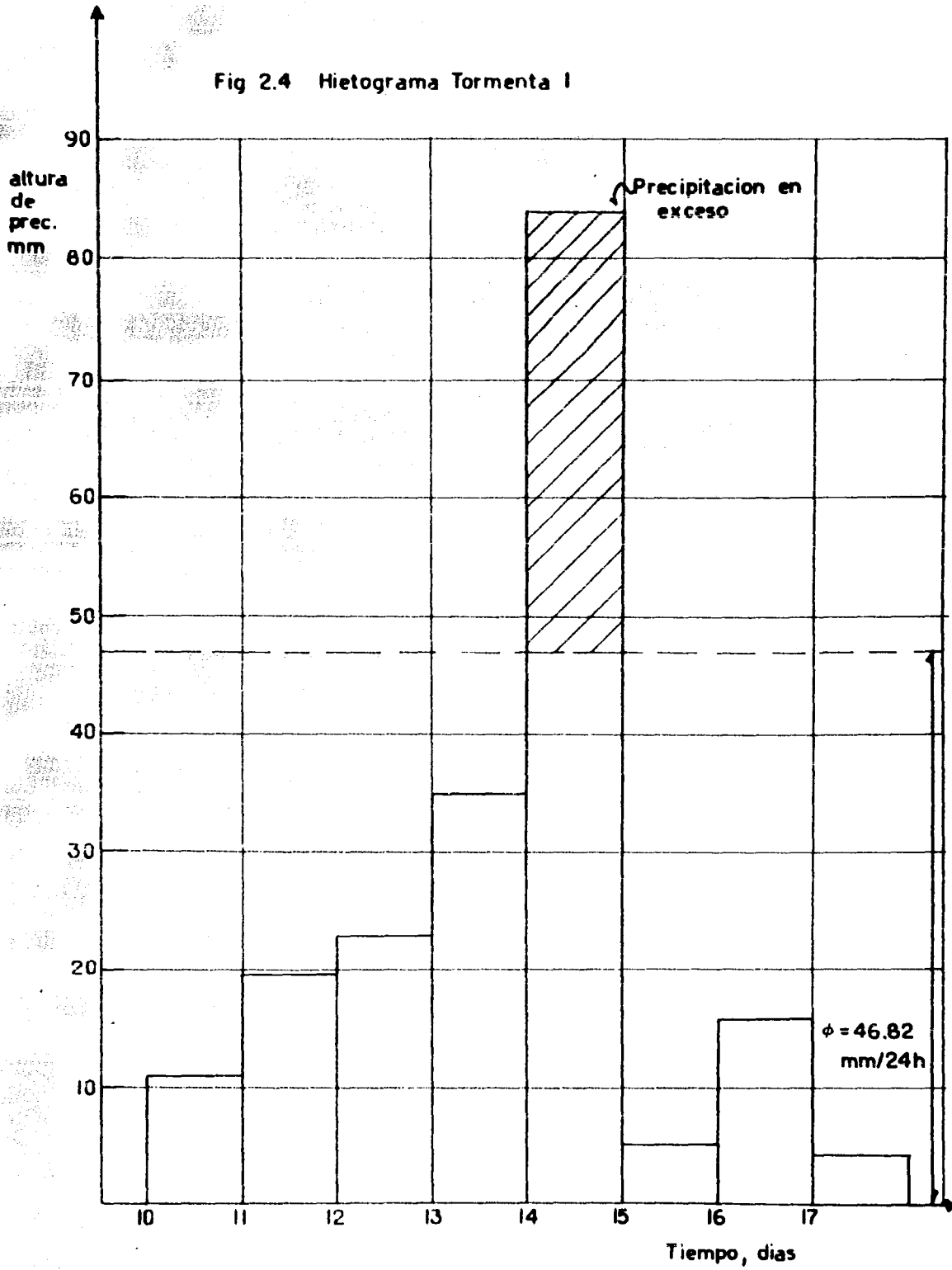


Fig 1.4 Tormenta I

Tiempo, dias

Fig 2.4 Hietograma Tormenta I



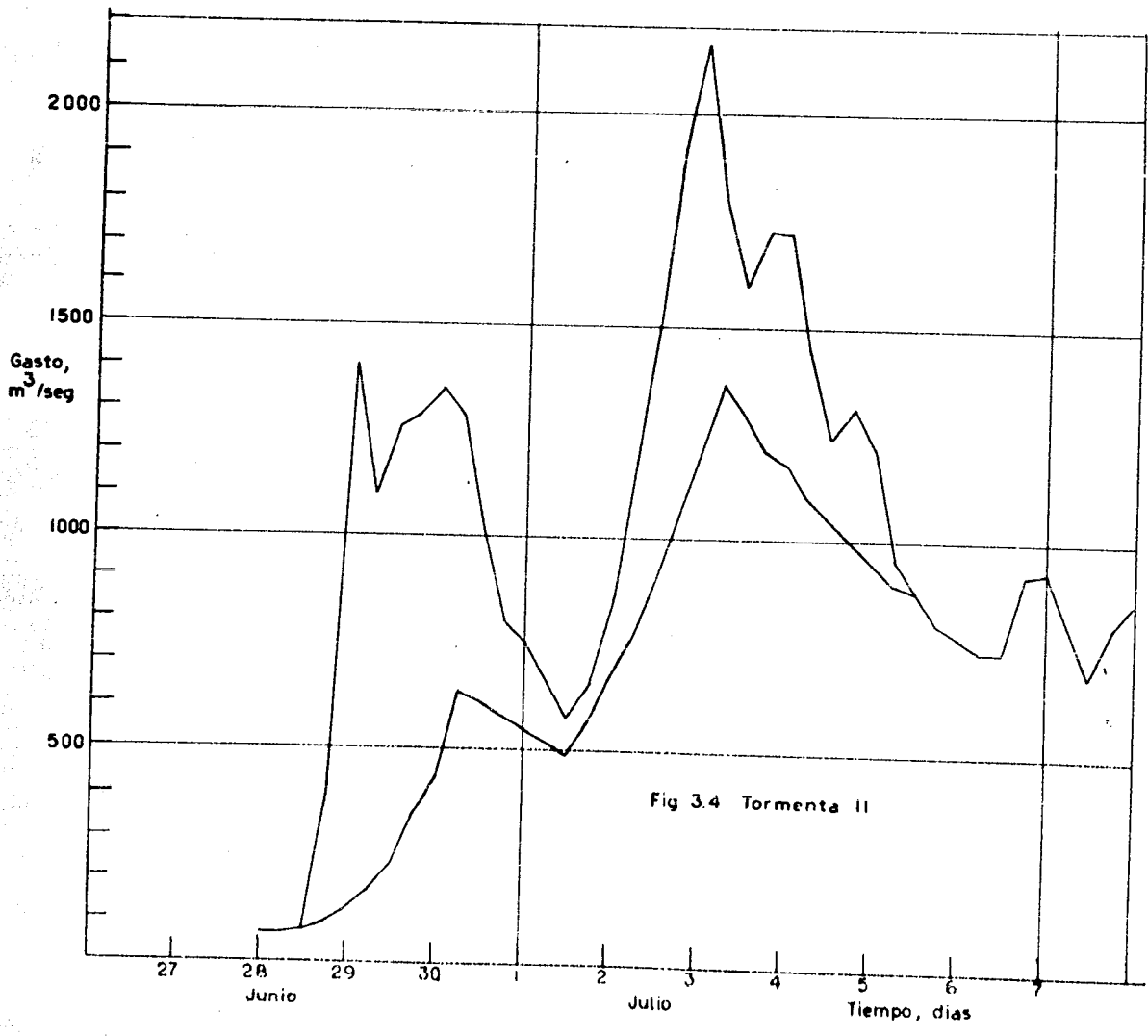


Fig 3.4 Tormenta II

Fig 4.4 Hietograma Tormenta II (Primera Tormenta 69)

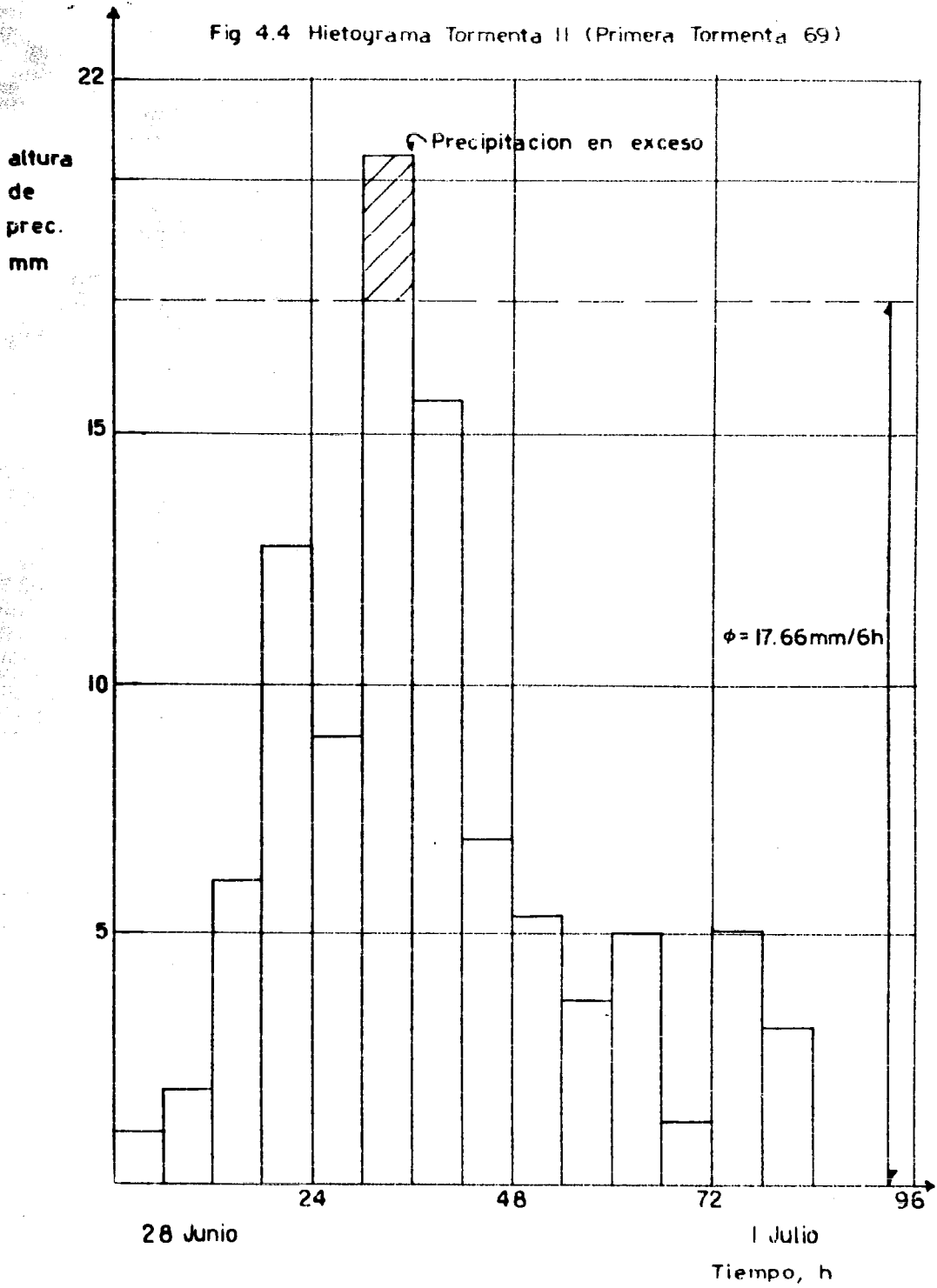
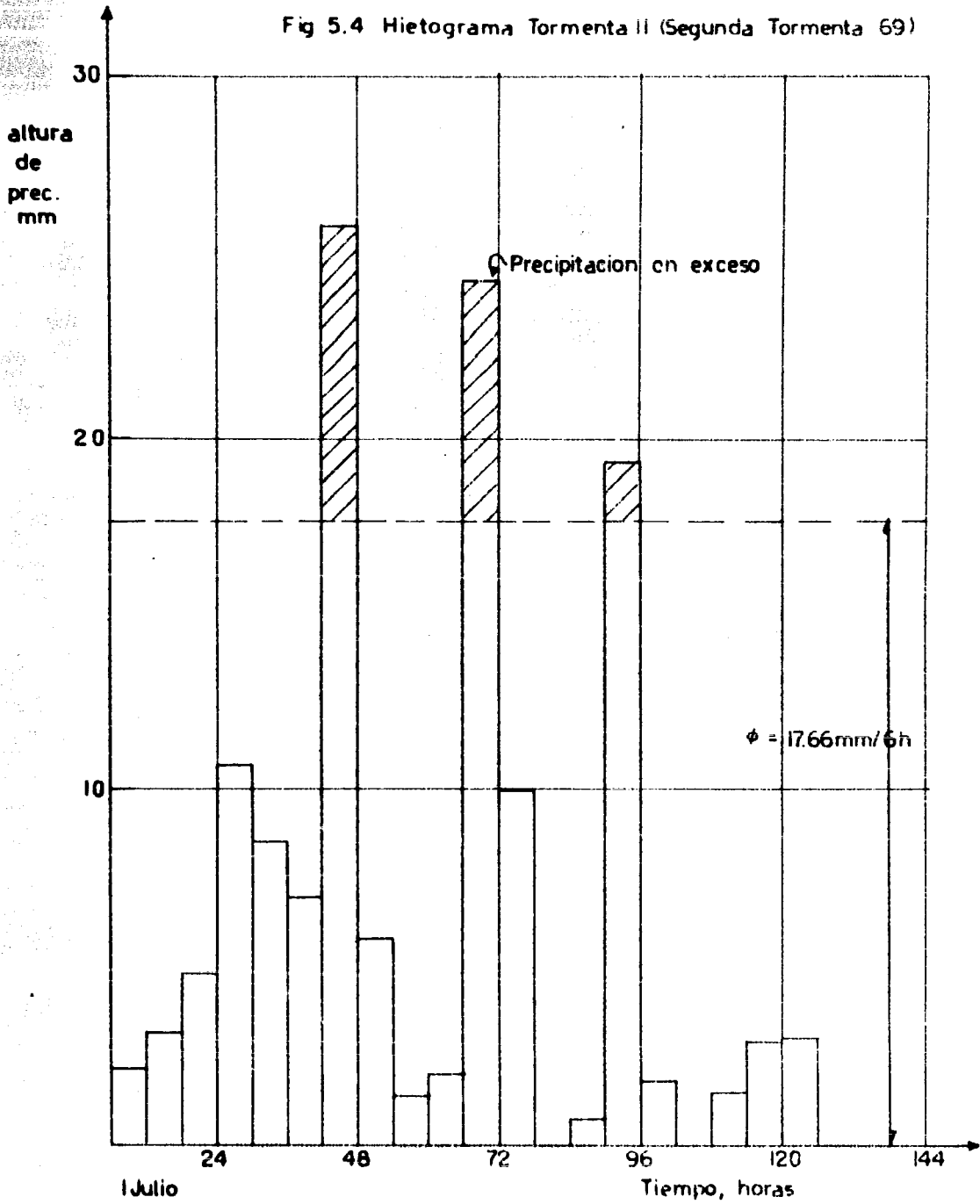
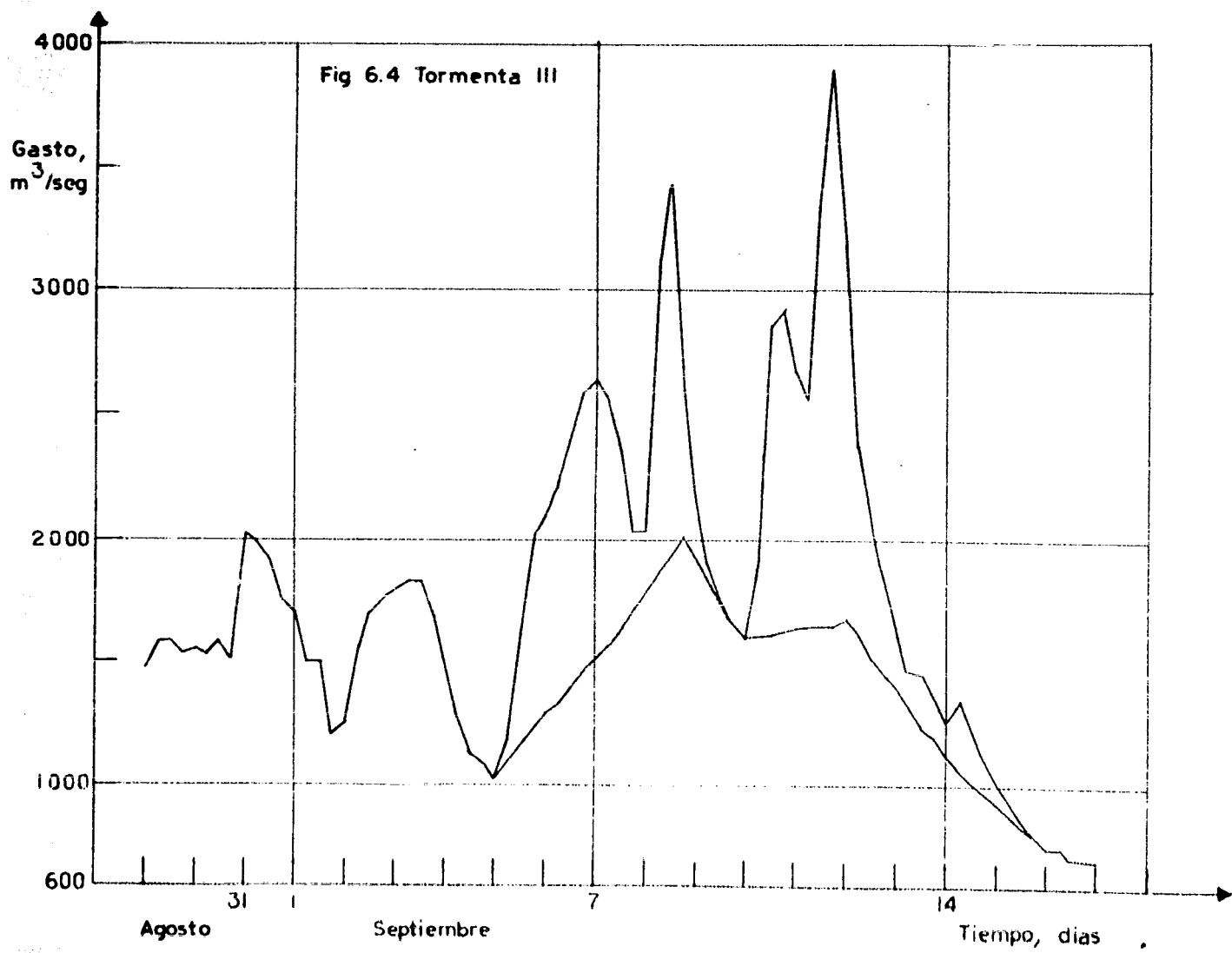


Fig 5.4 Hietograma Tormenta II (Segunda Tormenta 69)





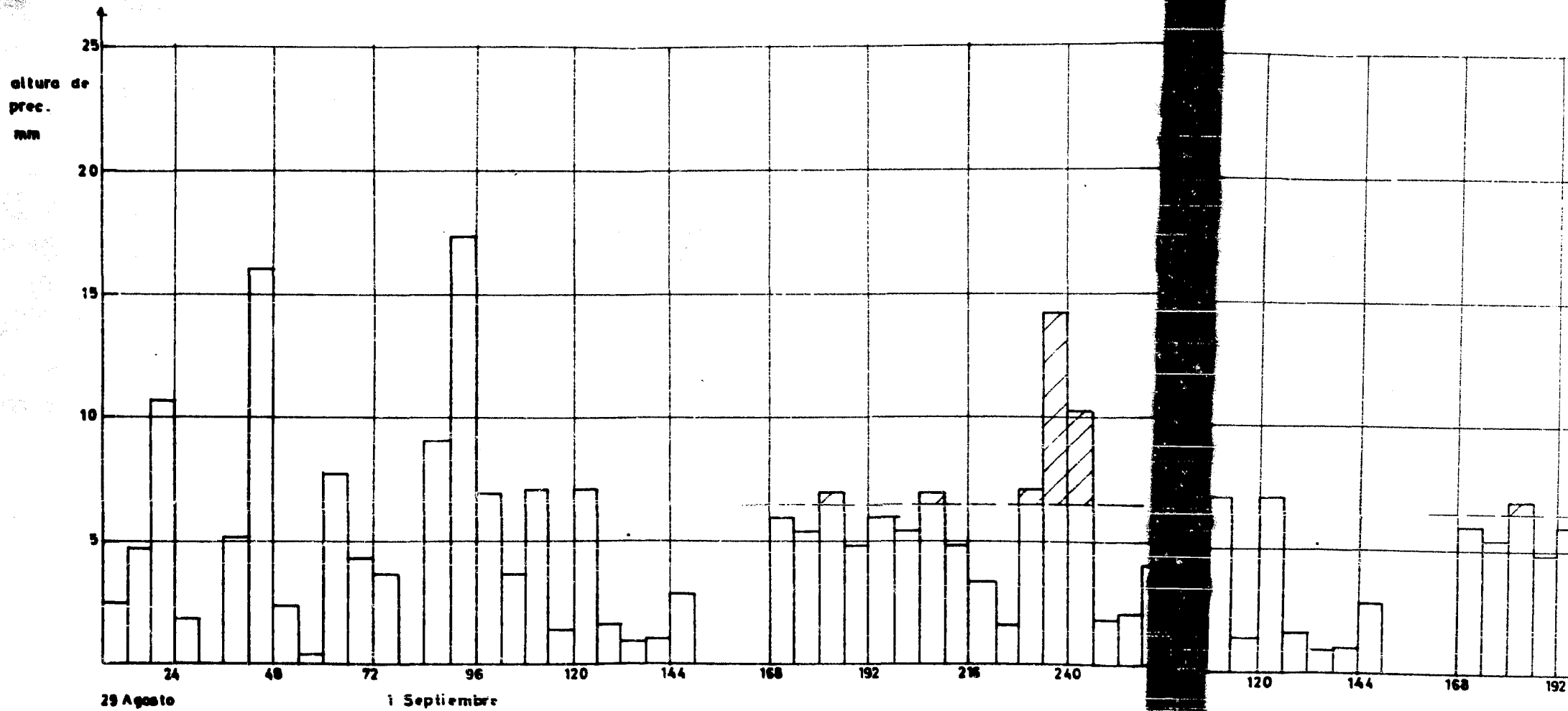


Fig 7.4 Hietograma Tormenta III

Fig 7.4 Hietograma Tormenta

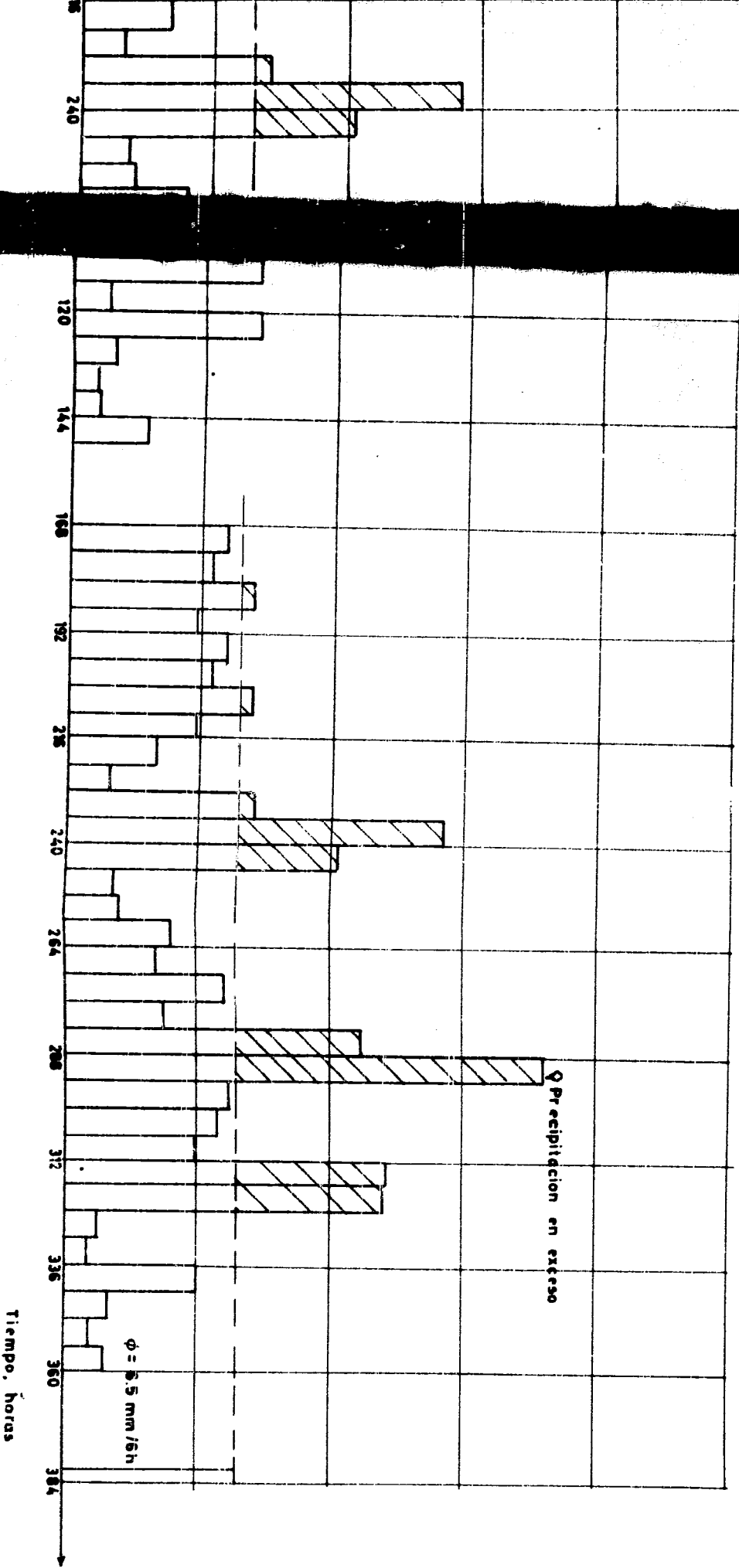
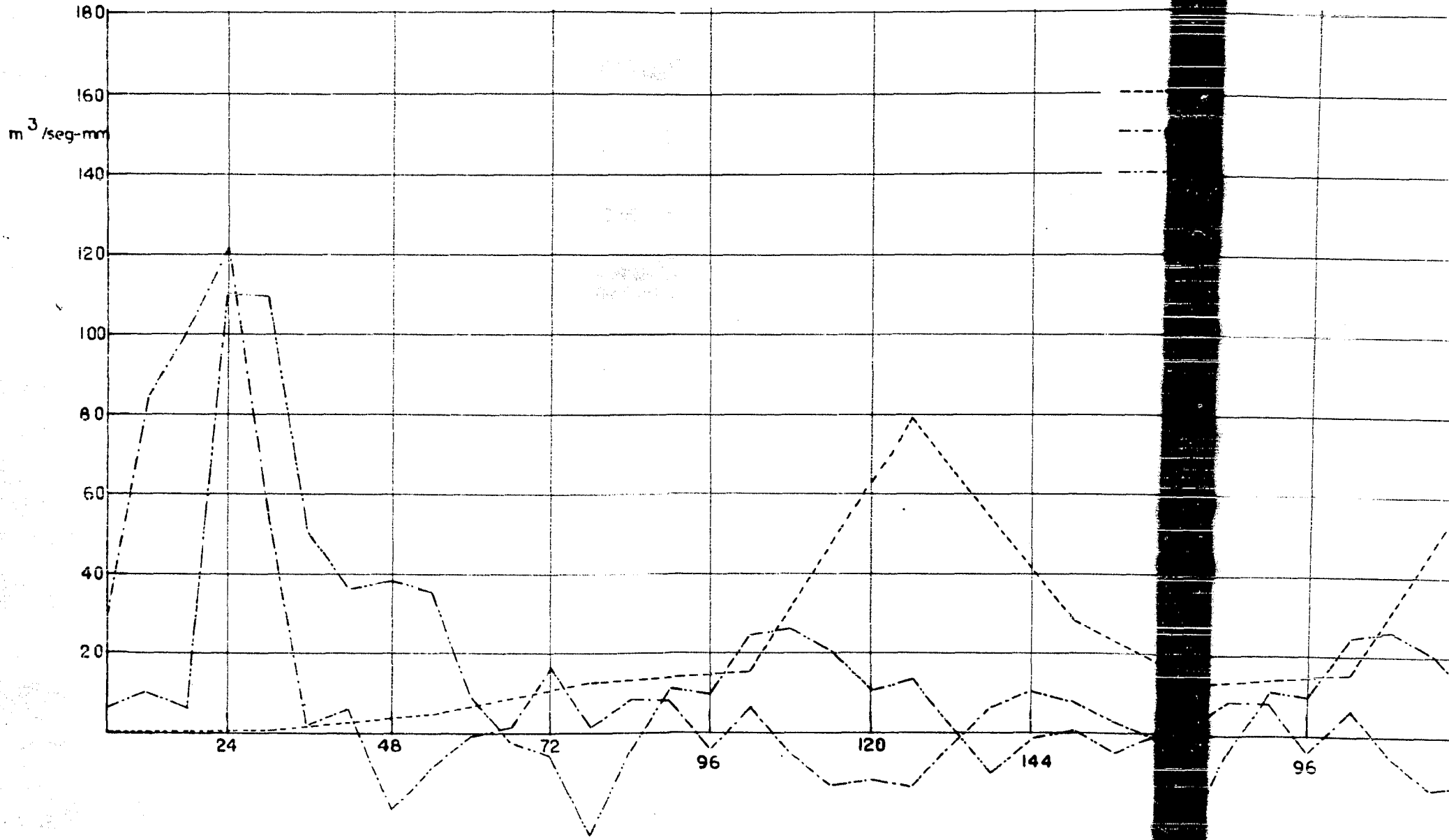


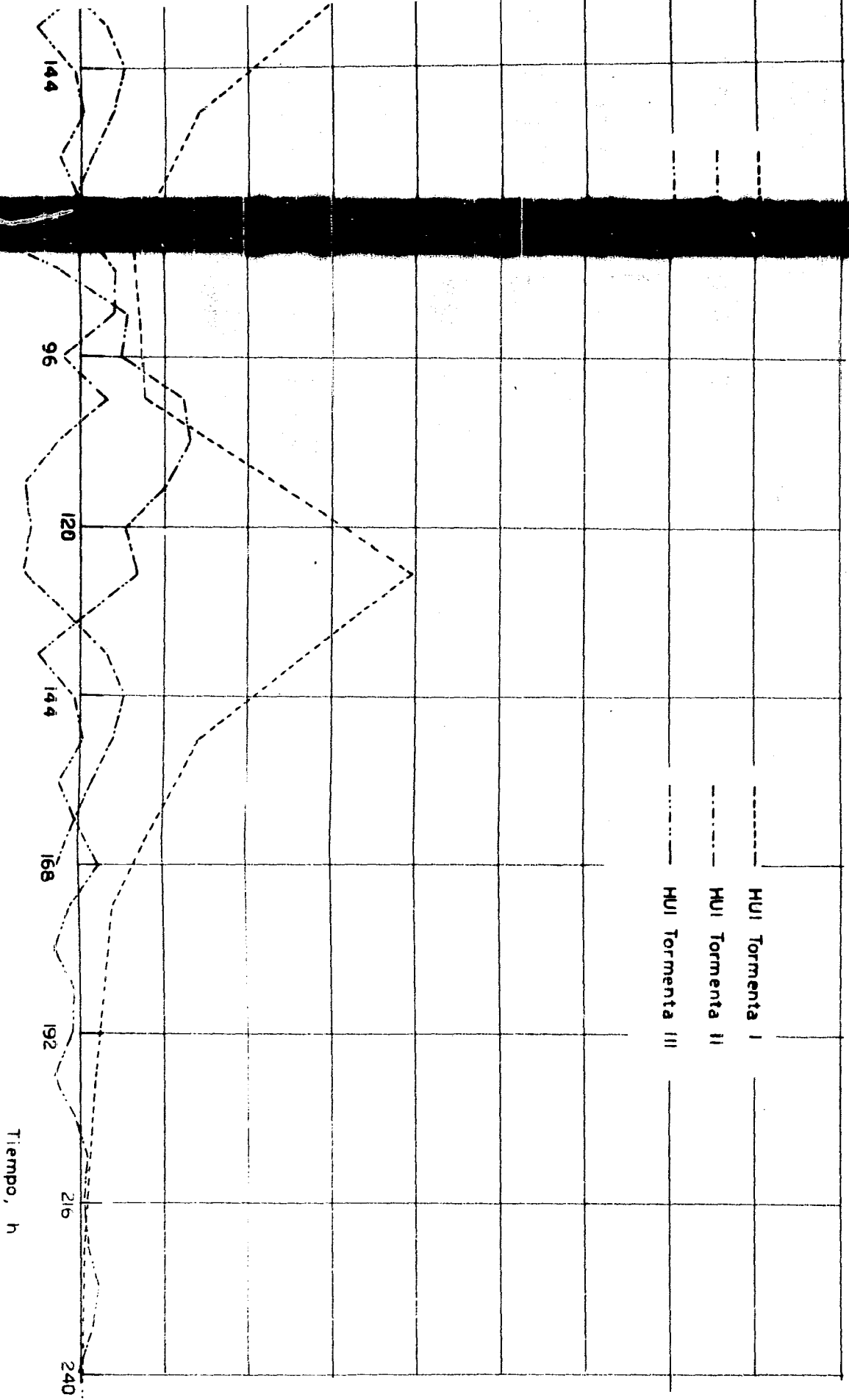
Fig 7.4 Hiograma Tormenta III

Fig 8.4 Resultados del primer analisis

8.4 Resultados del p



8.4 Resultados del primer analisis



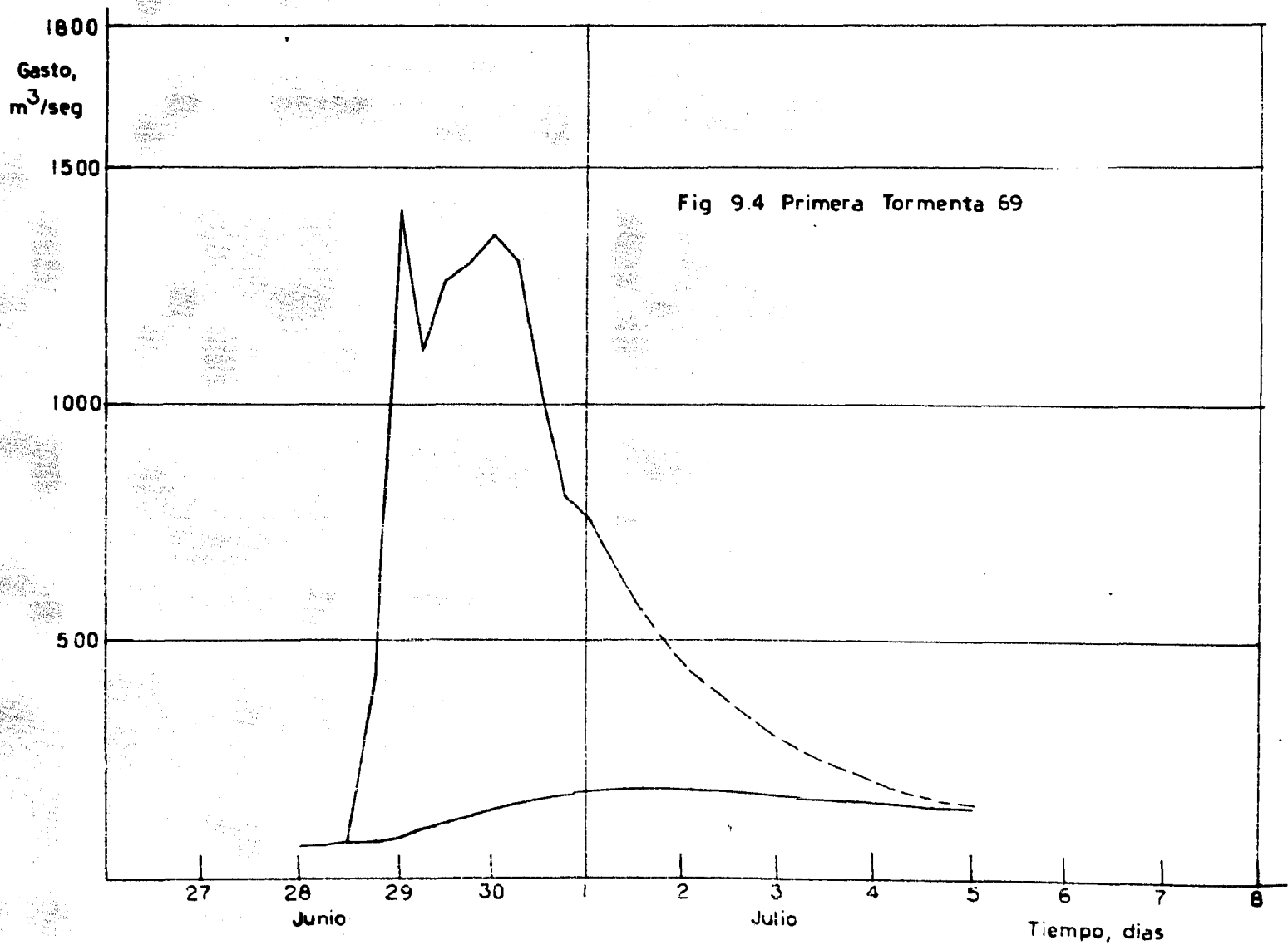
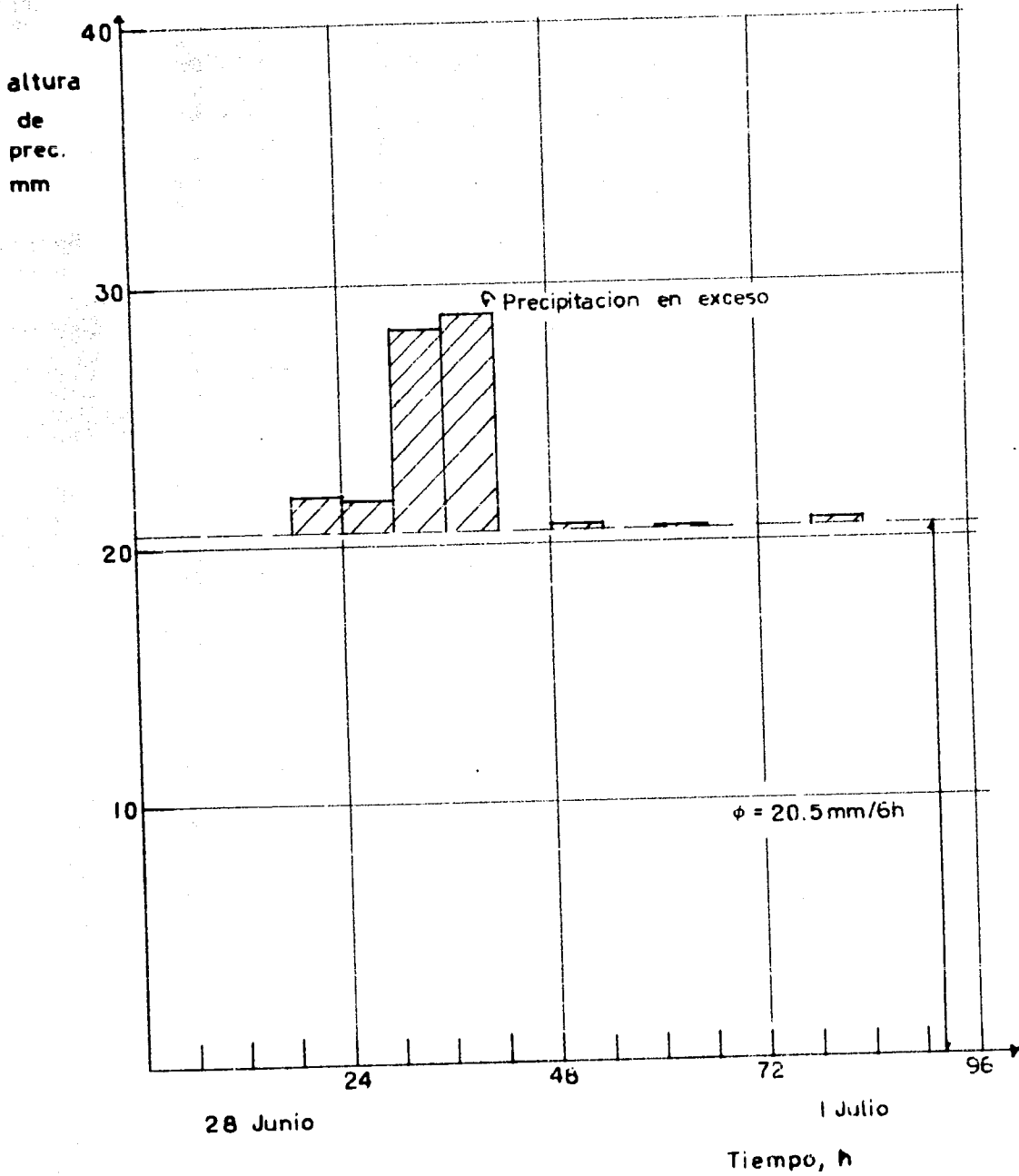


Fig 10.4 Hietograma prec. efec.
Primera Tormenta 69



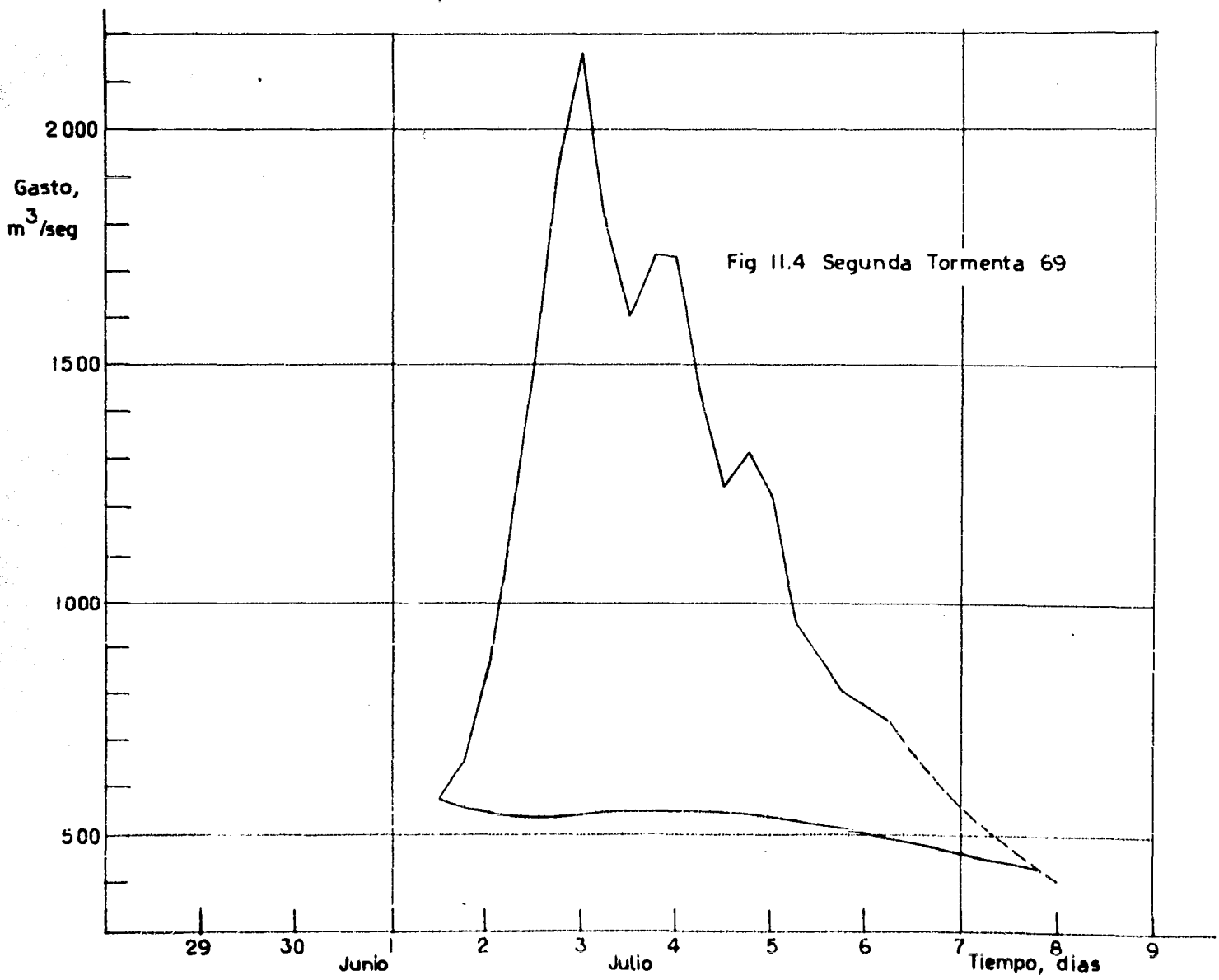
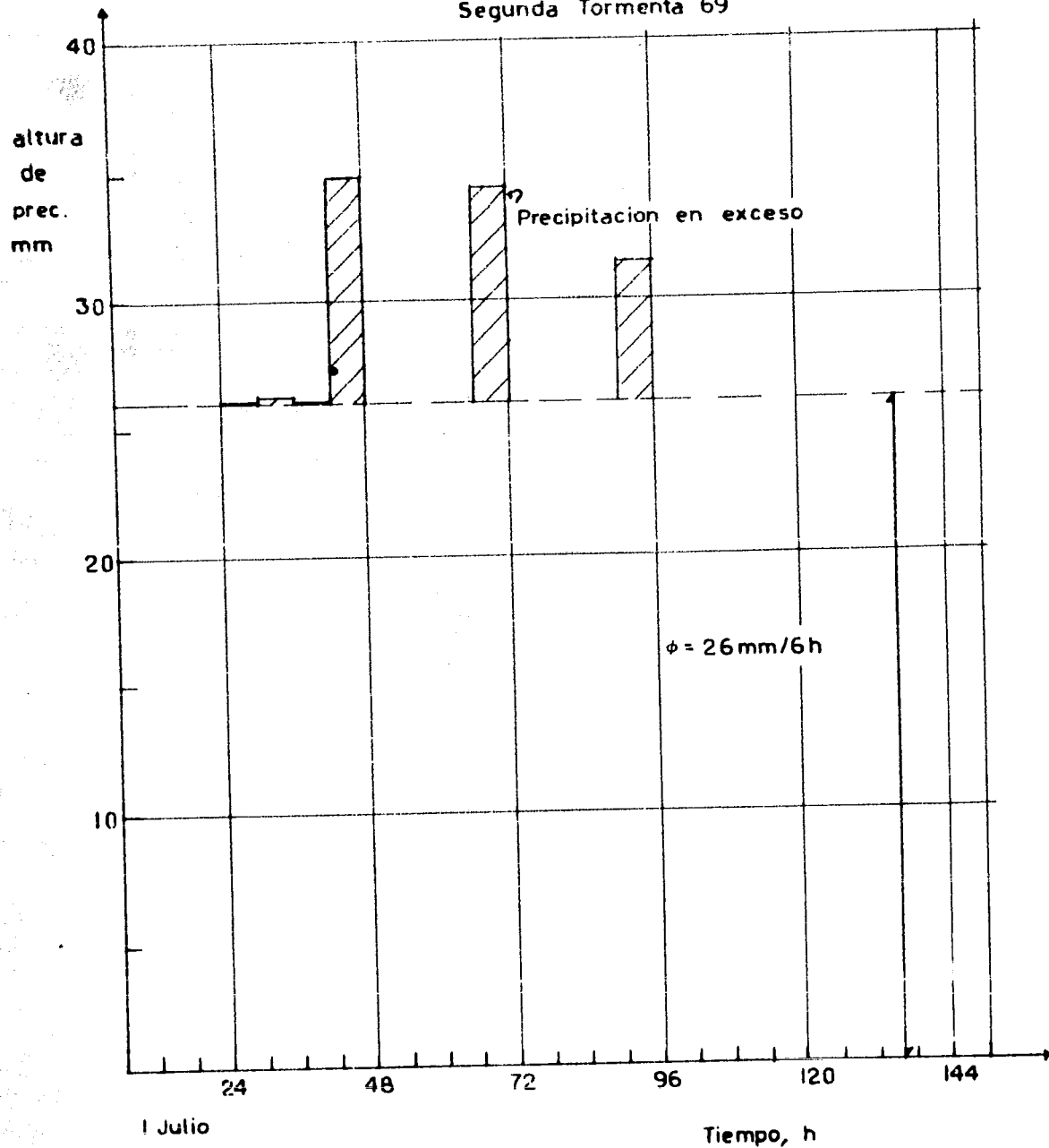


Fig 12.4 Hietograma prec. efec.
Segunda Tormenta 69



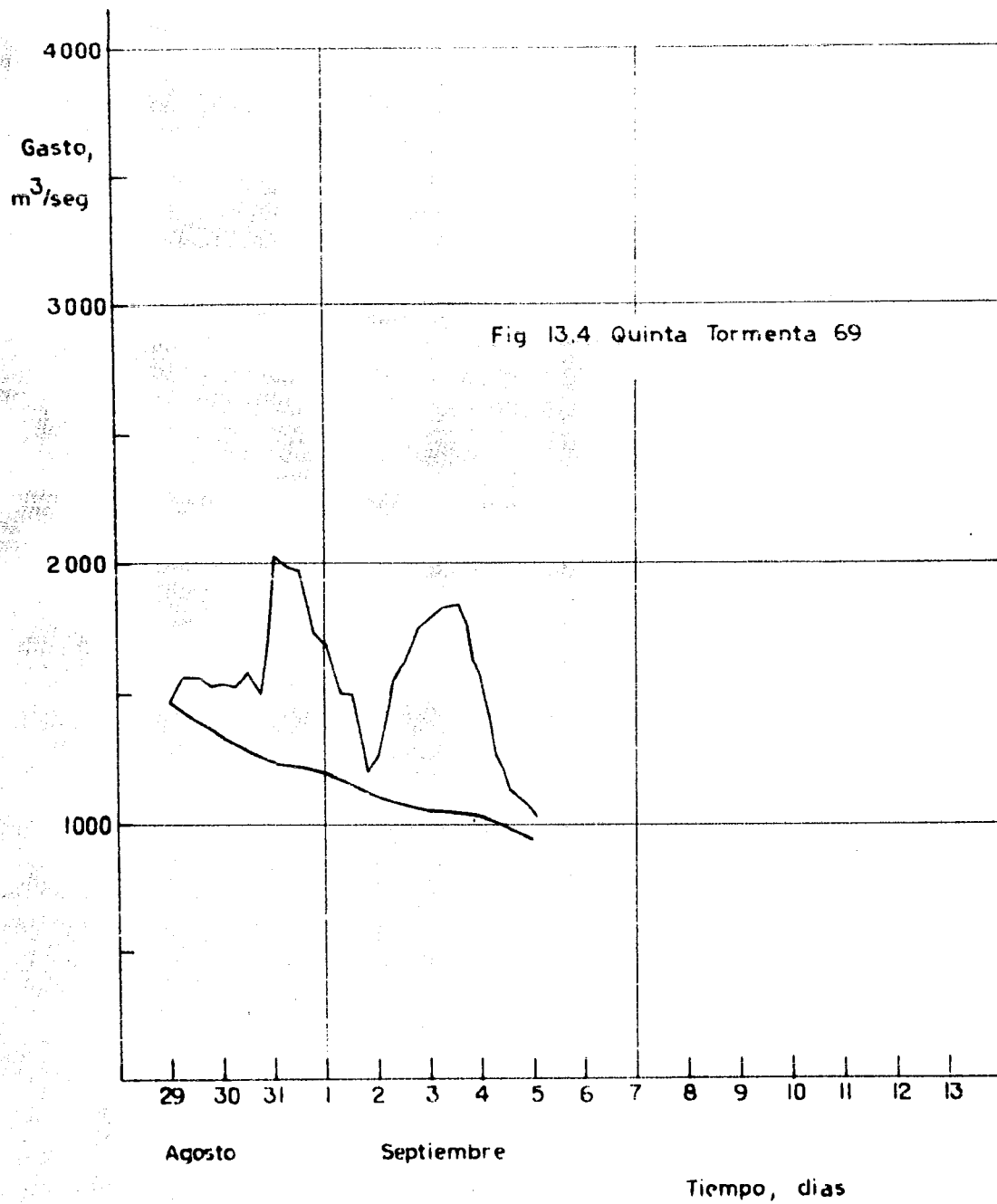
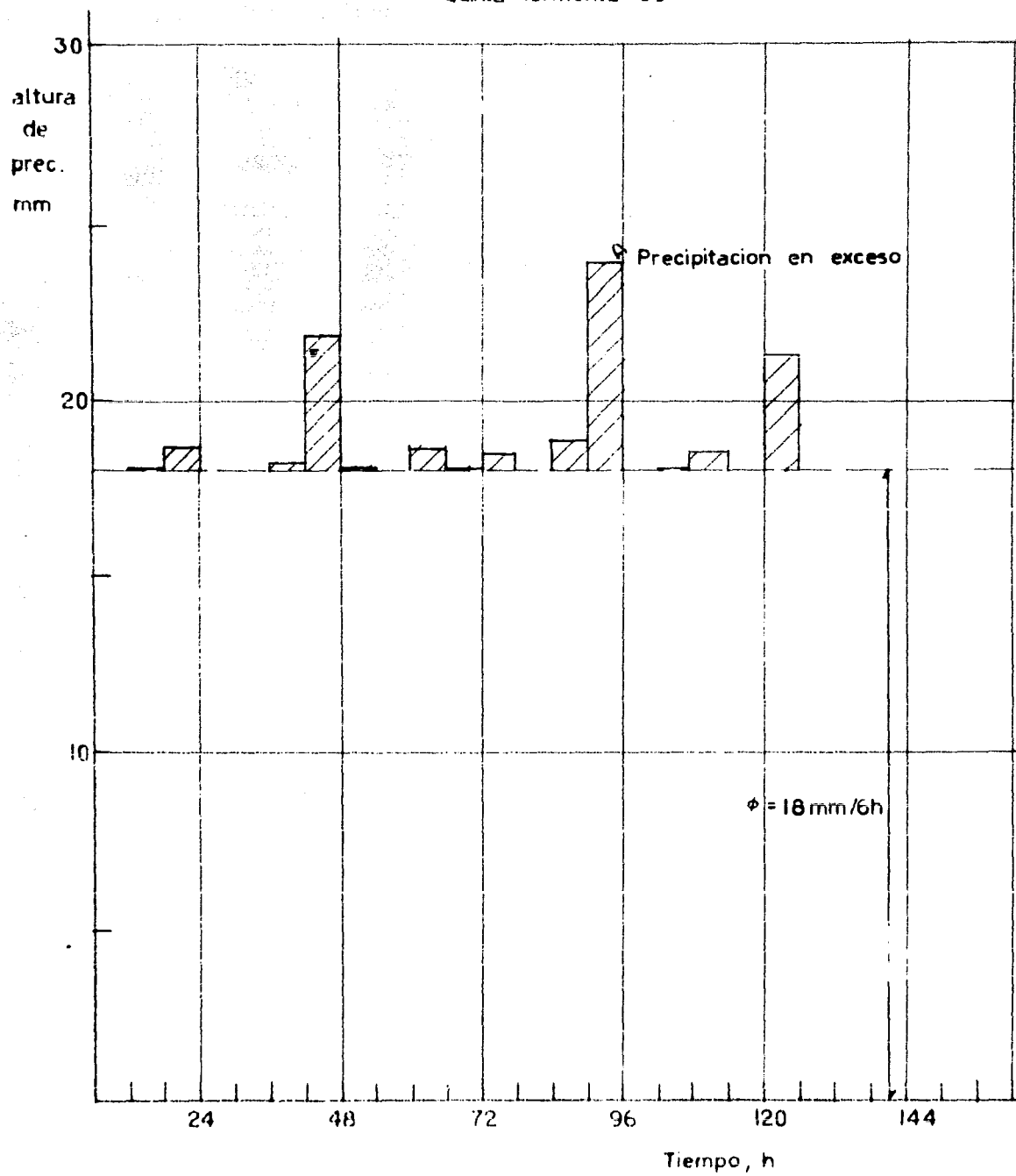


Fig 14.4 Hietograma prec. efec.
Quinta Tormenta 69



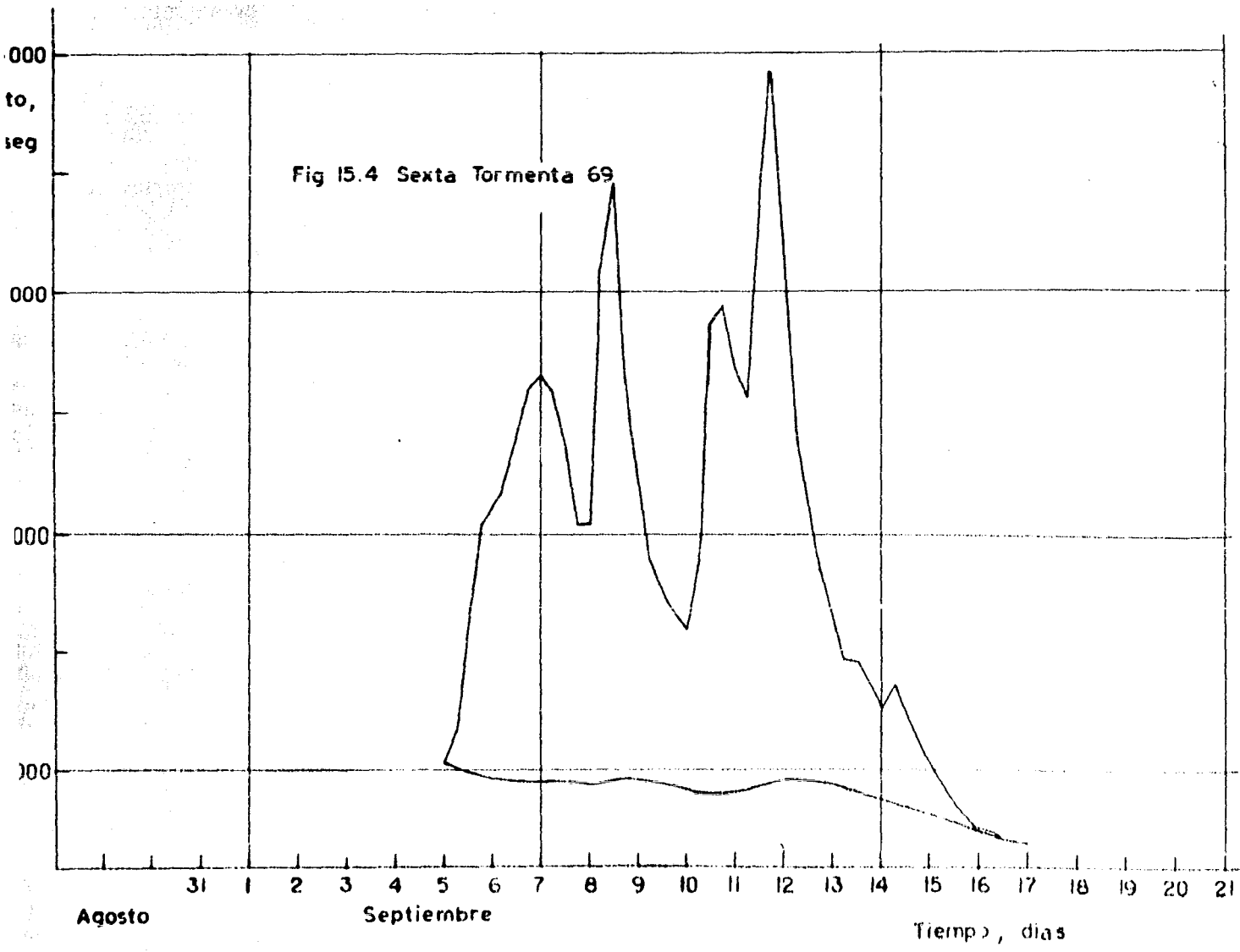


Fig 16.4 Hietograma prec. efec.
Sexta Tormenta 69

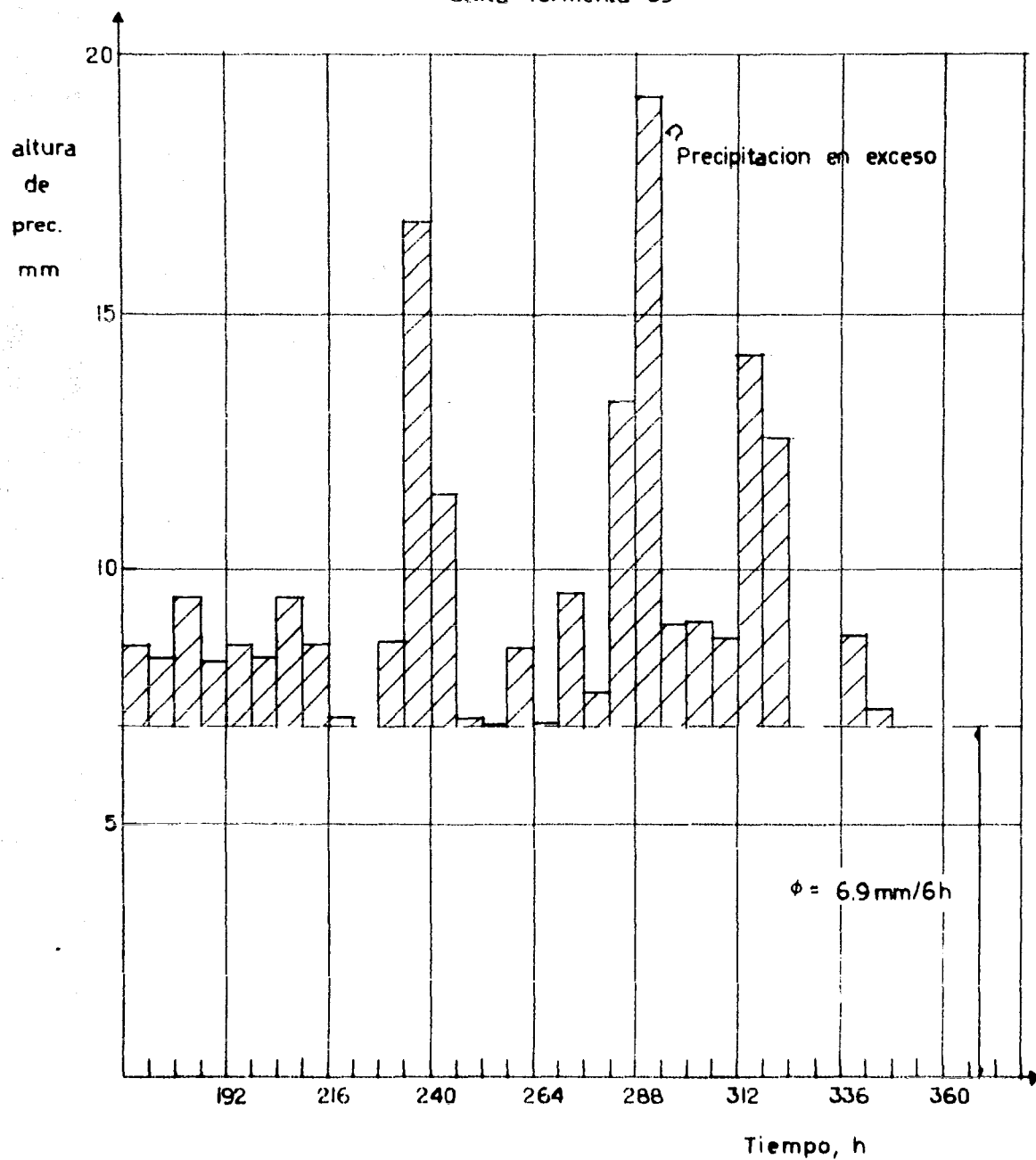
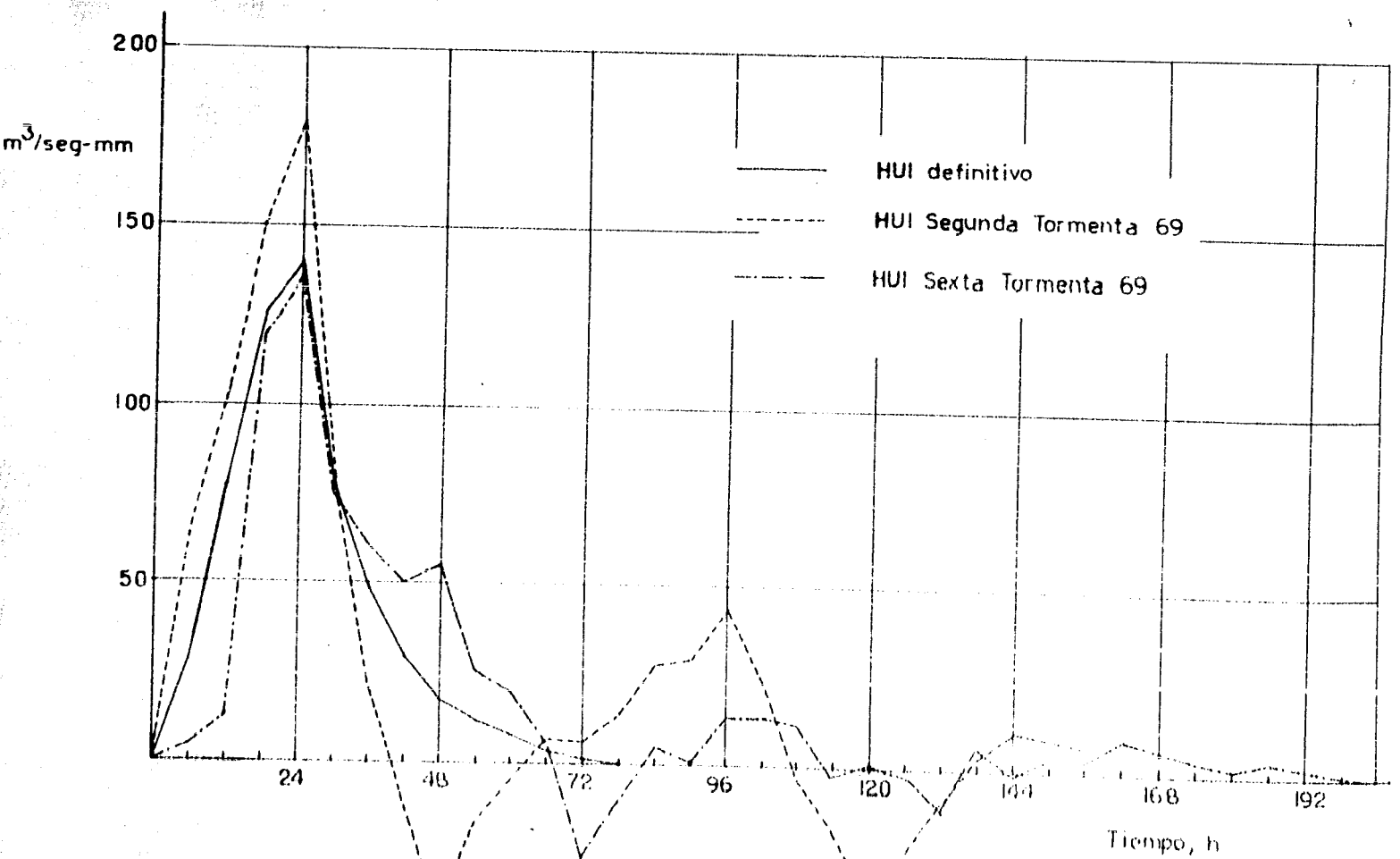


Fig 17.4 Resultados del segundo analisis



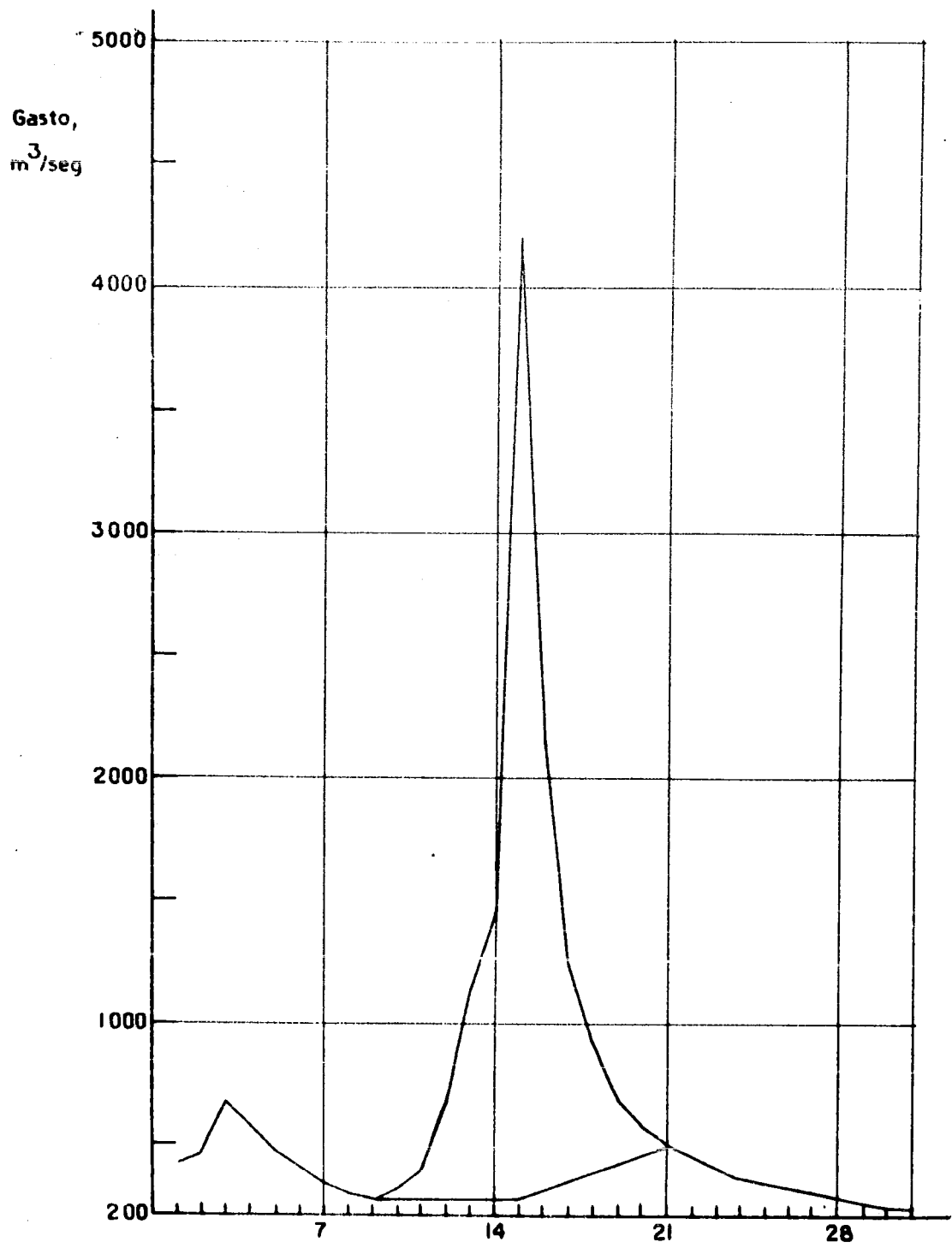
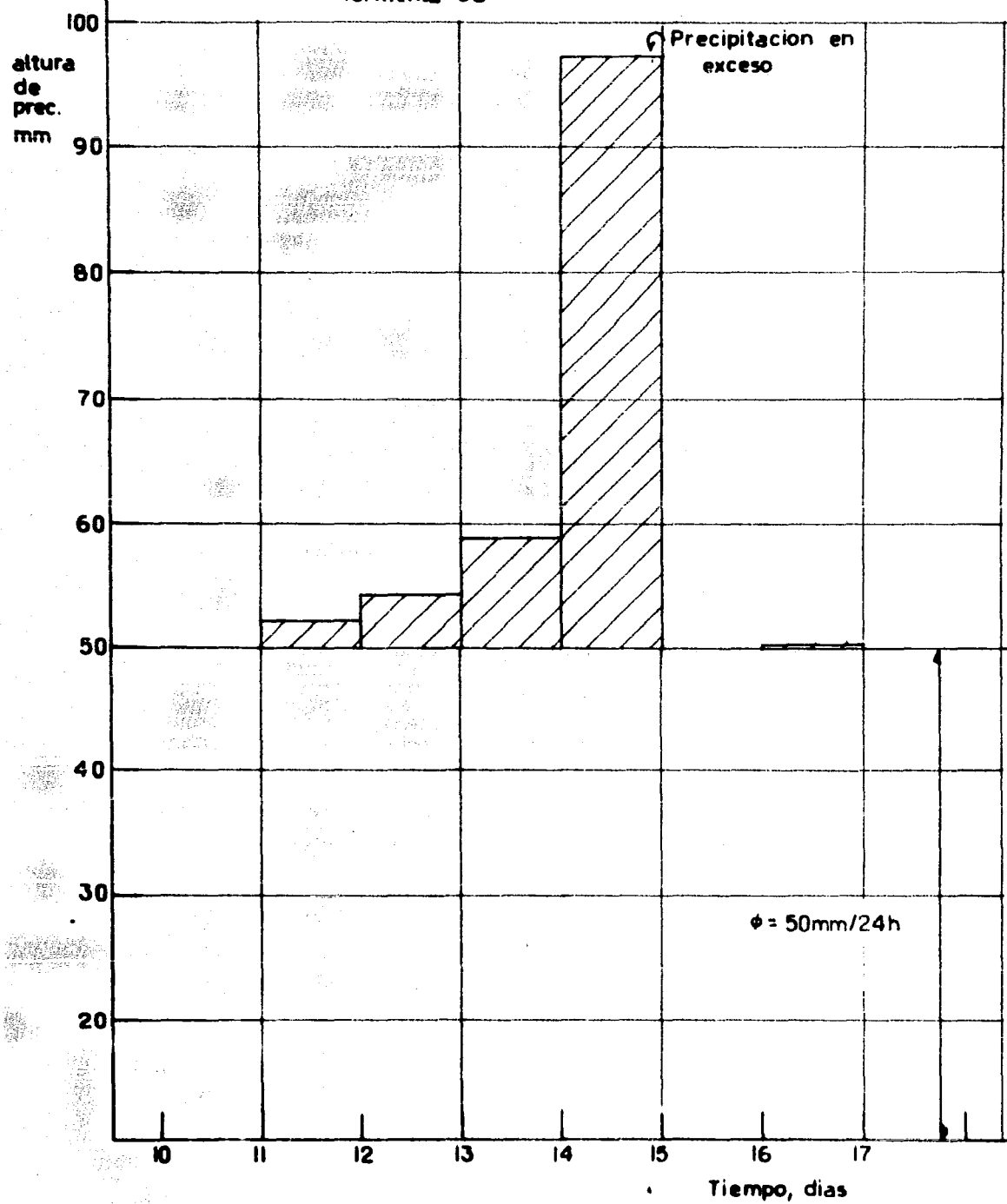


Fig 18.4 Tormenta 58

Tiempo, dias

Fig 19.4 Hietograma prec. efec.
Tormenta 58



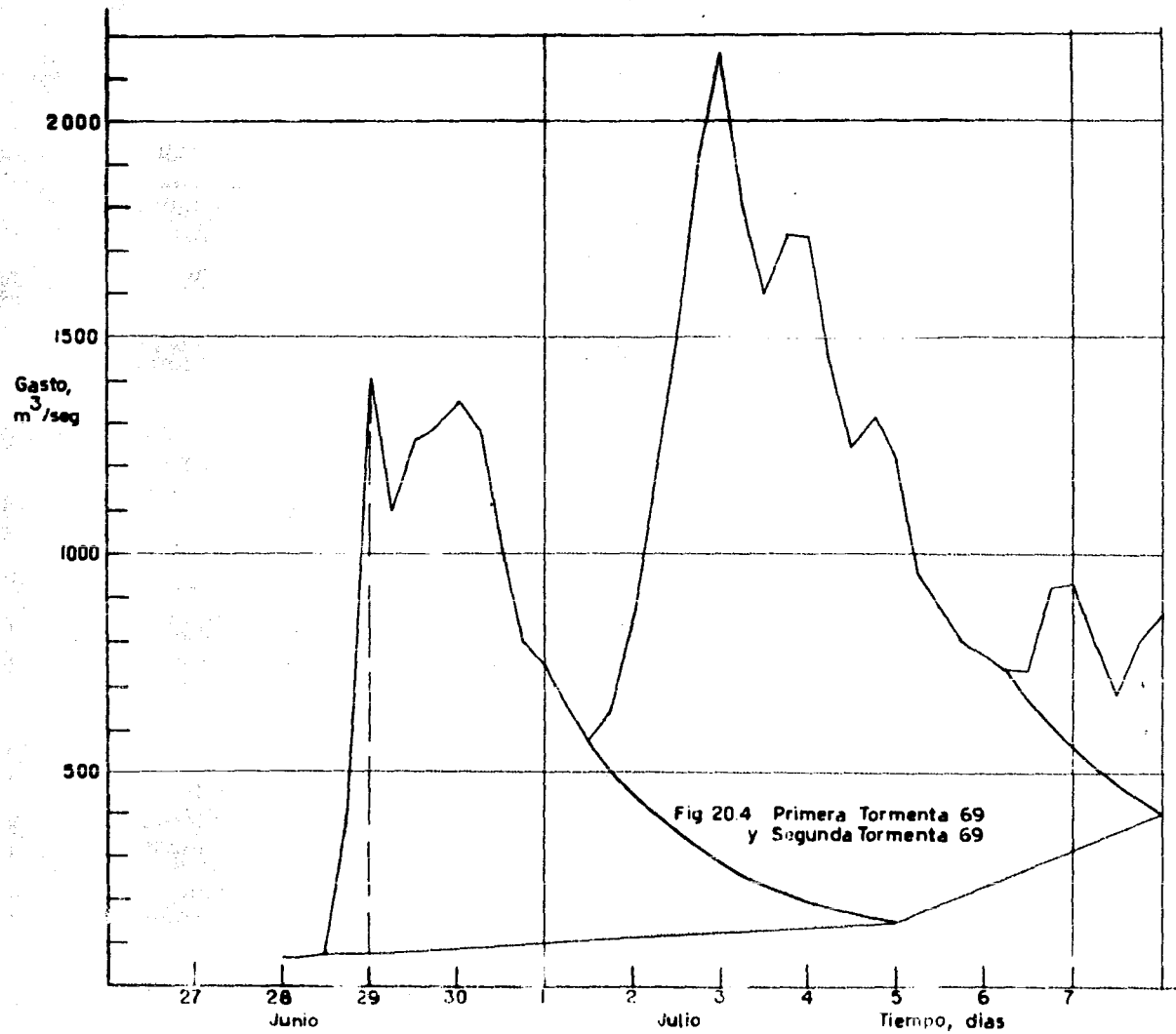


Fig 20.4 Primera Tormenta 69
y Segunda Tormenta 69

Fig 21.4 Hietograma prec. efec.
Primera Tormenta 69

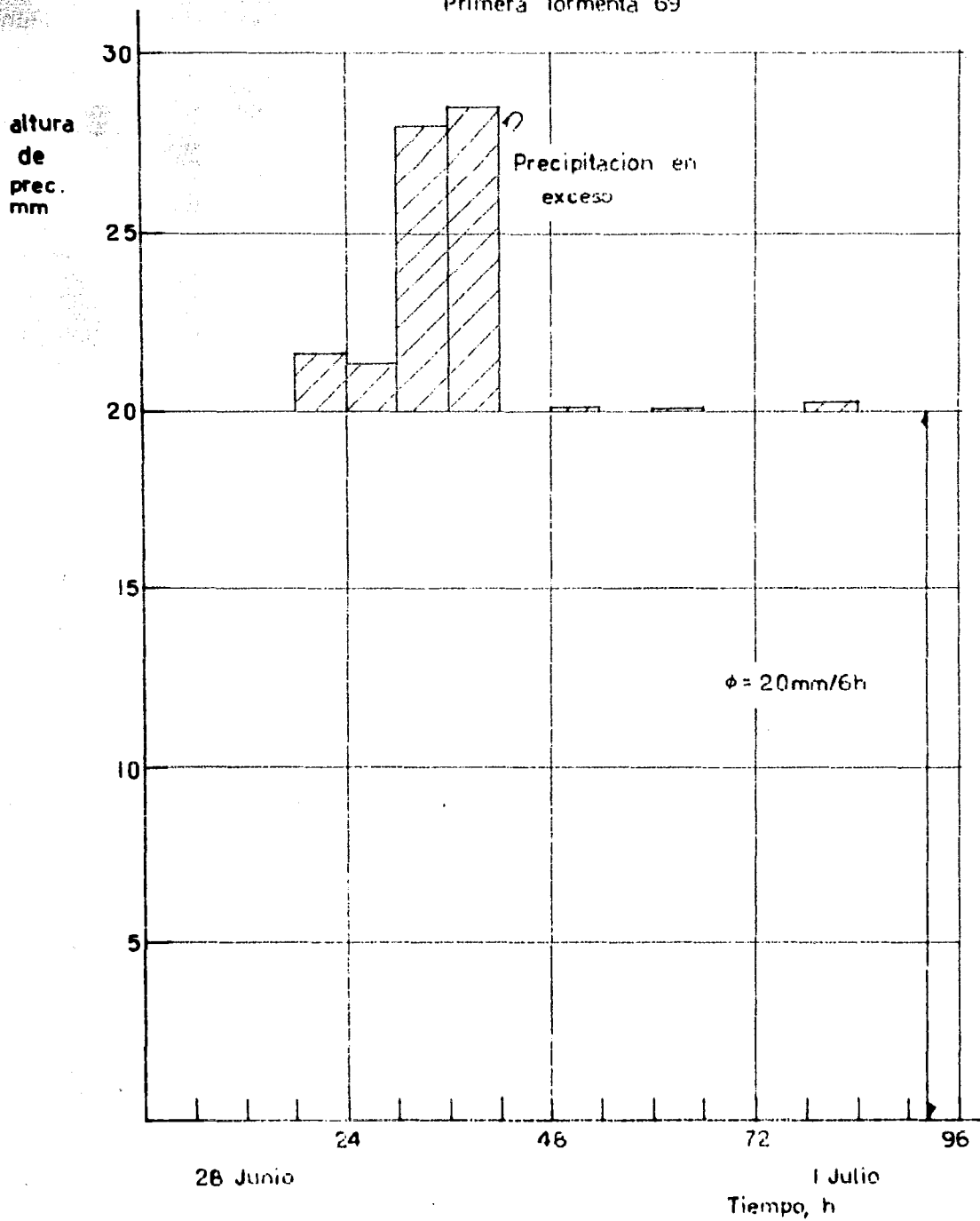
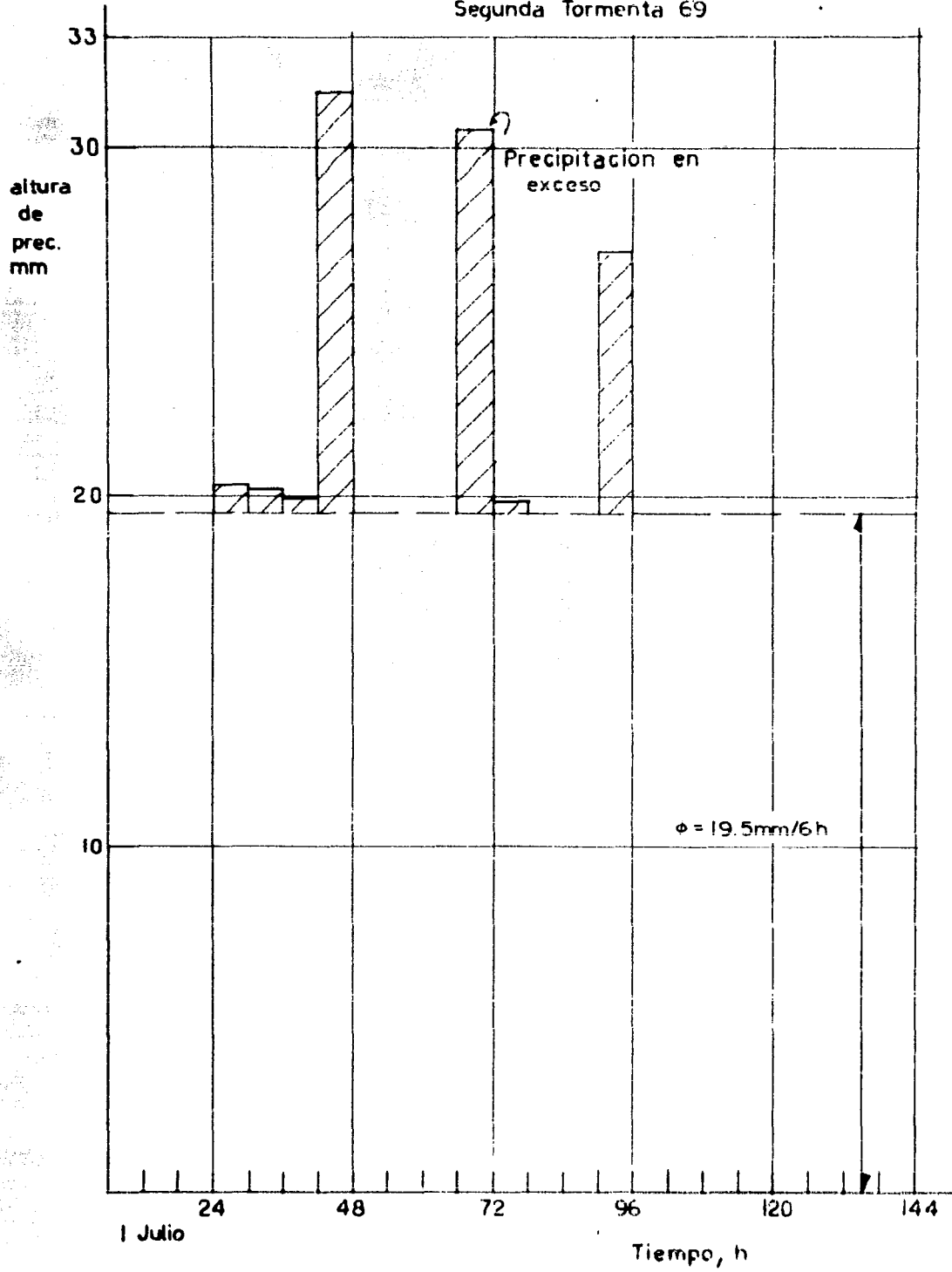


Fig 22.4 Hietograma prec. efec.
Segunda Tormenta 69



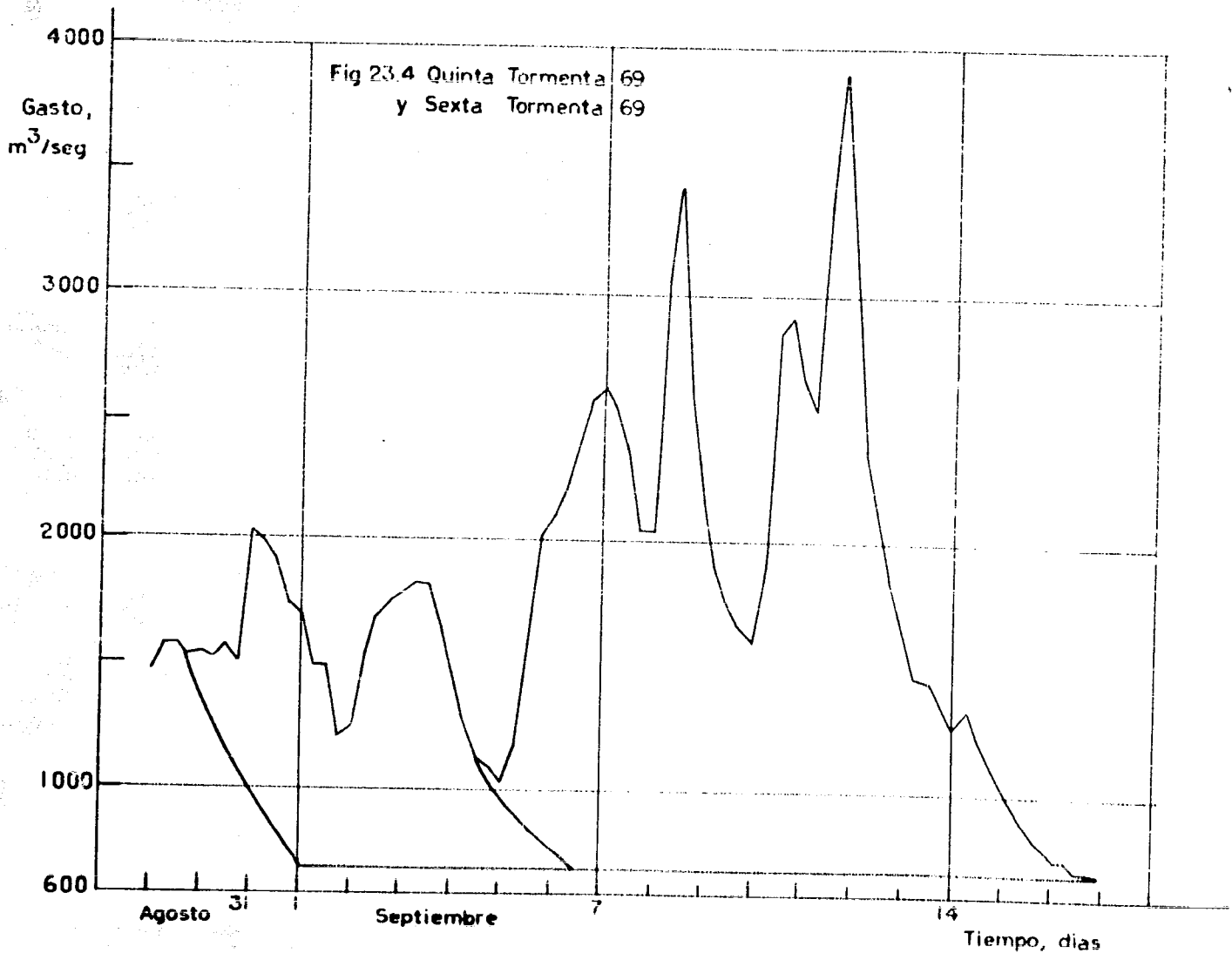


Fig 24.4 Hietograma prec. efec.
Quinta Torment: 69

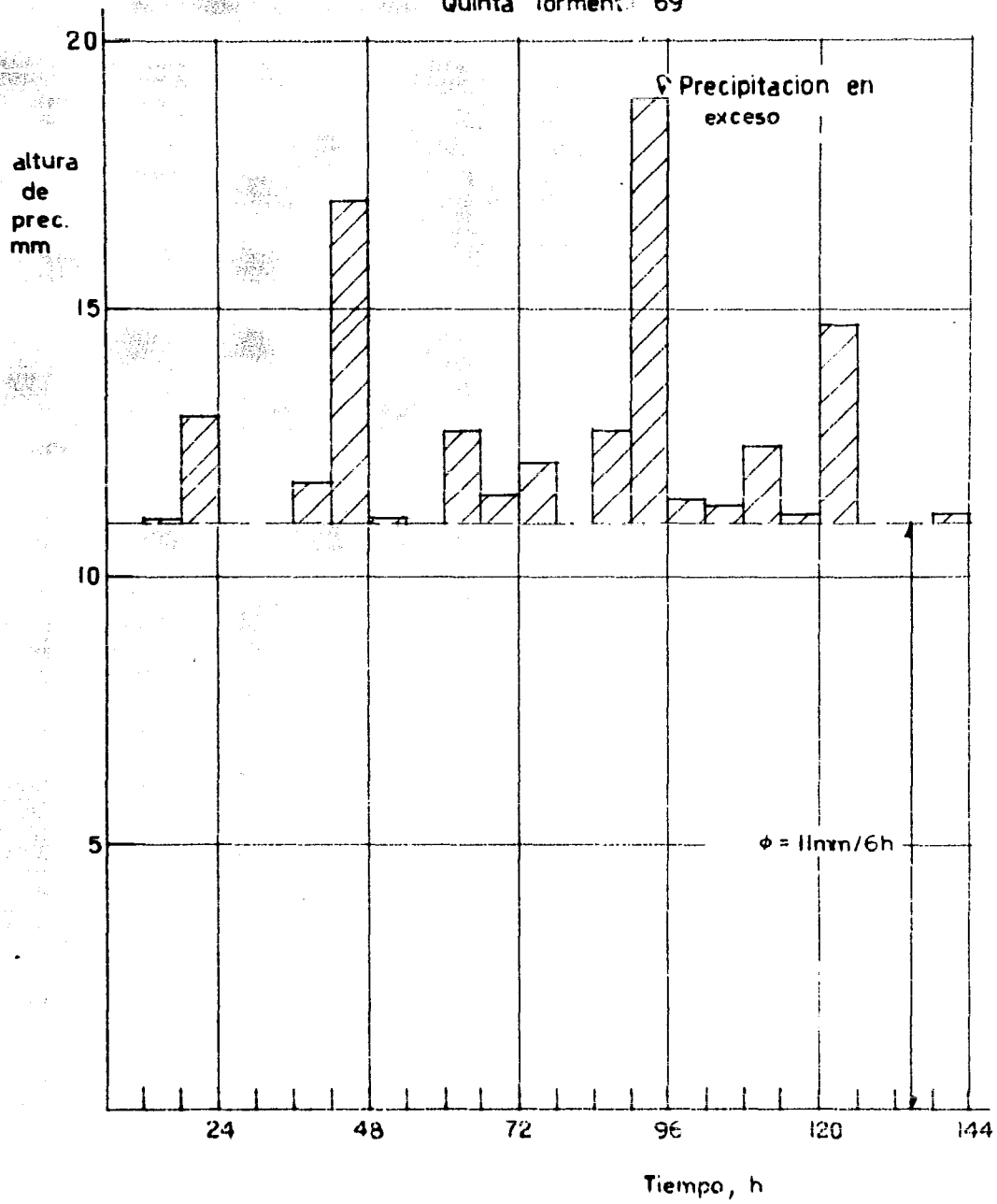


Fig 25.4 Histograma prec. efec.
Sexta Tormenta 69

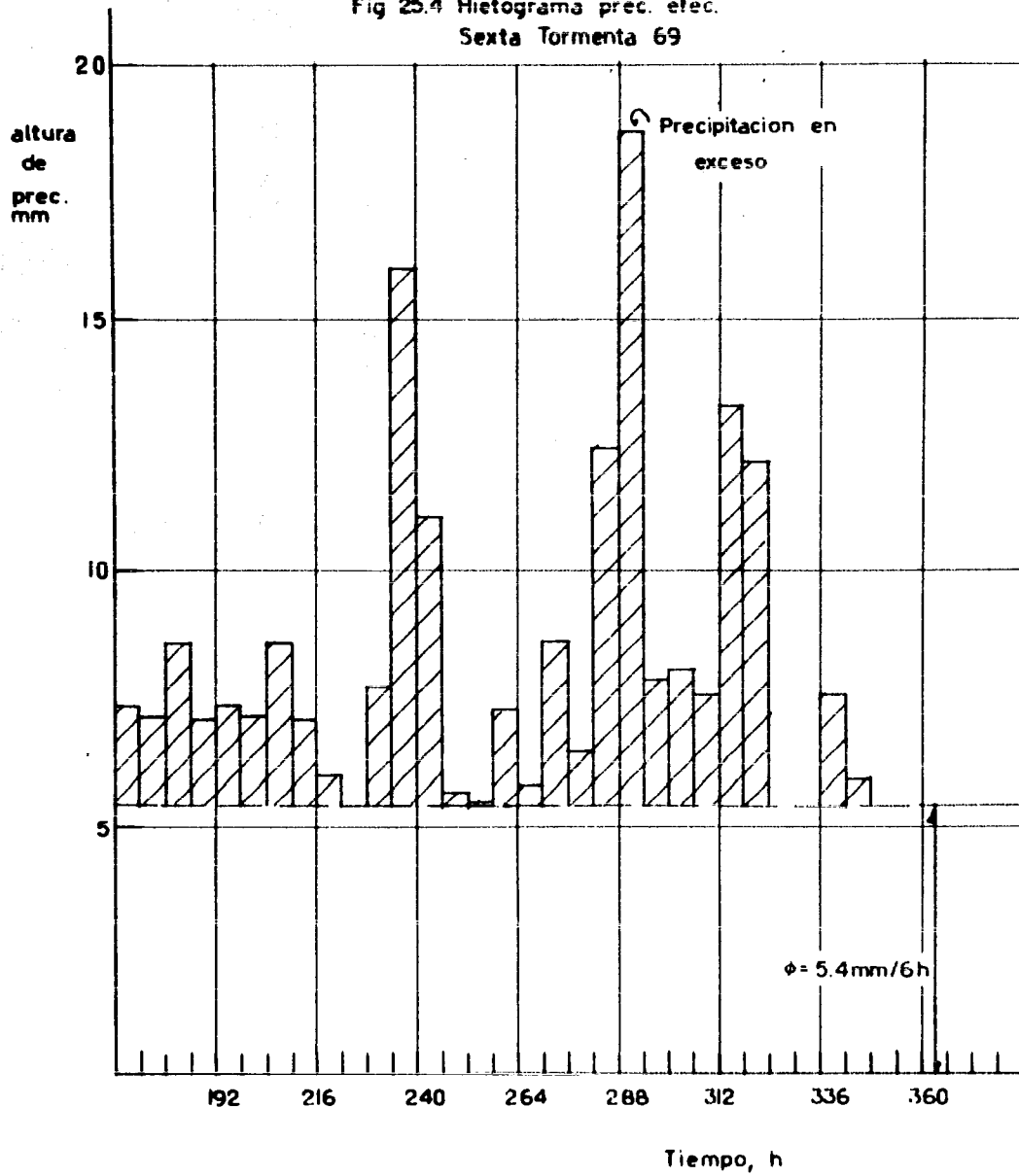


Fig 26.4 Resultados del tercer analisis

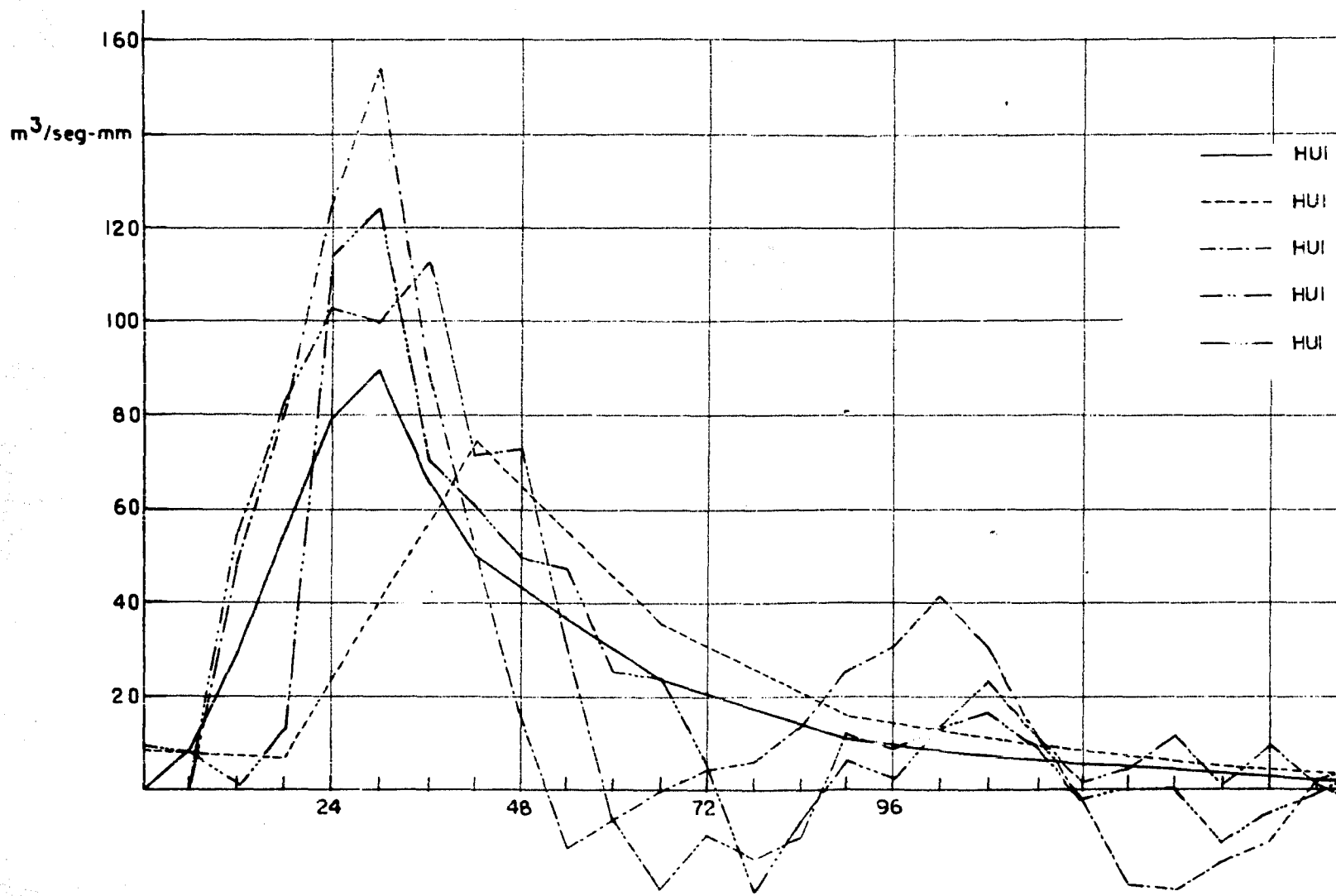
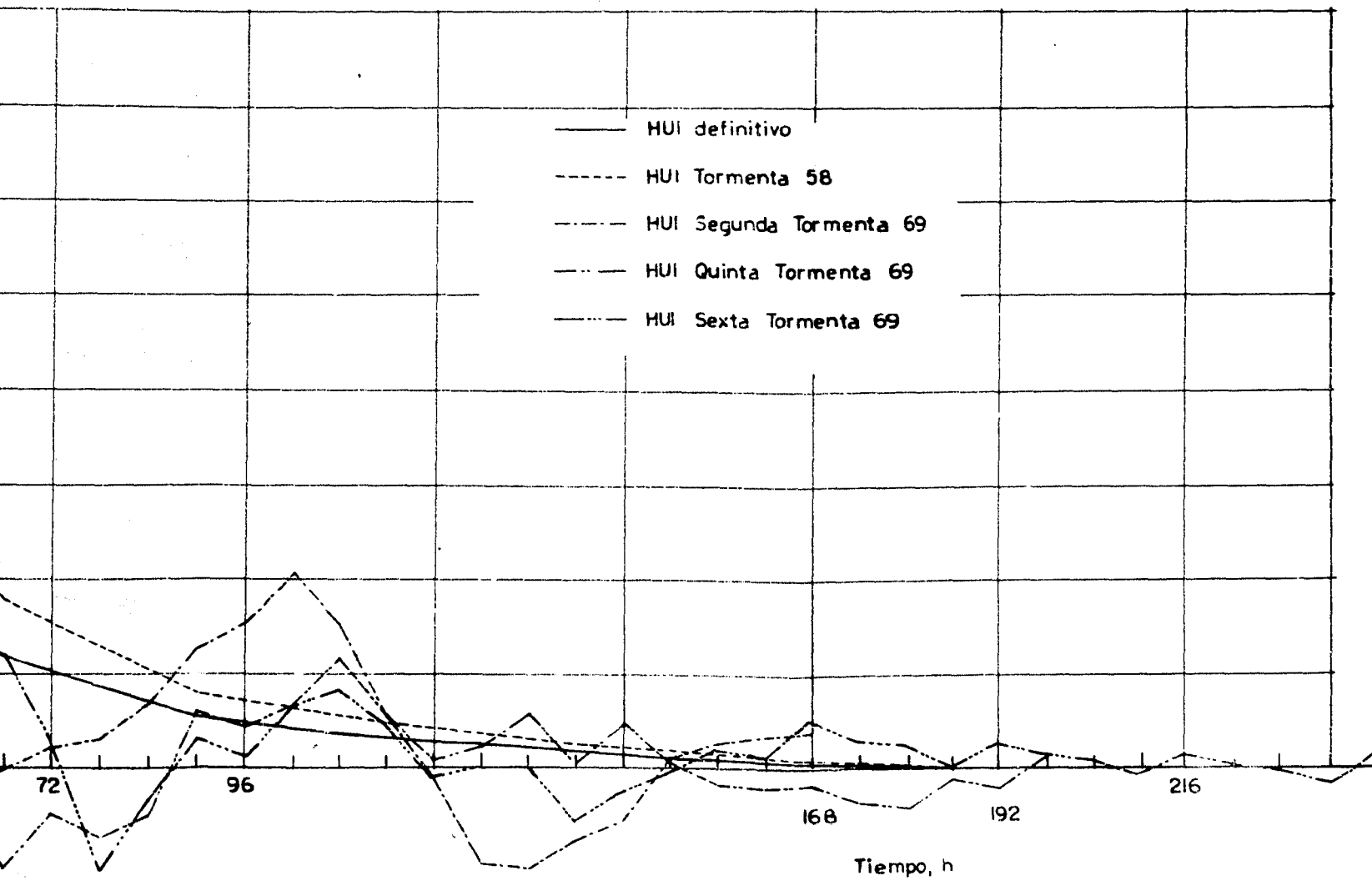


Fig 26.4 Resultados del tercer analisis



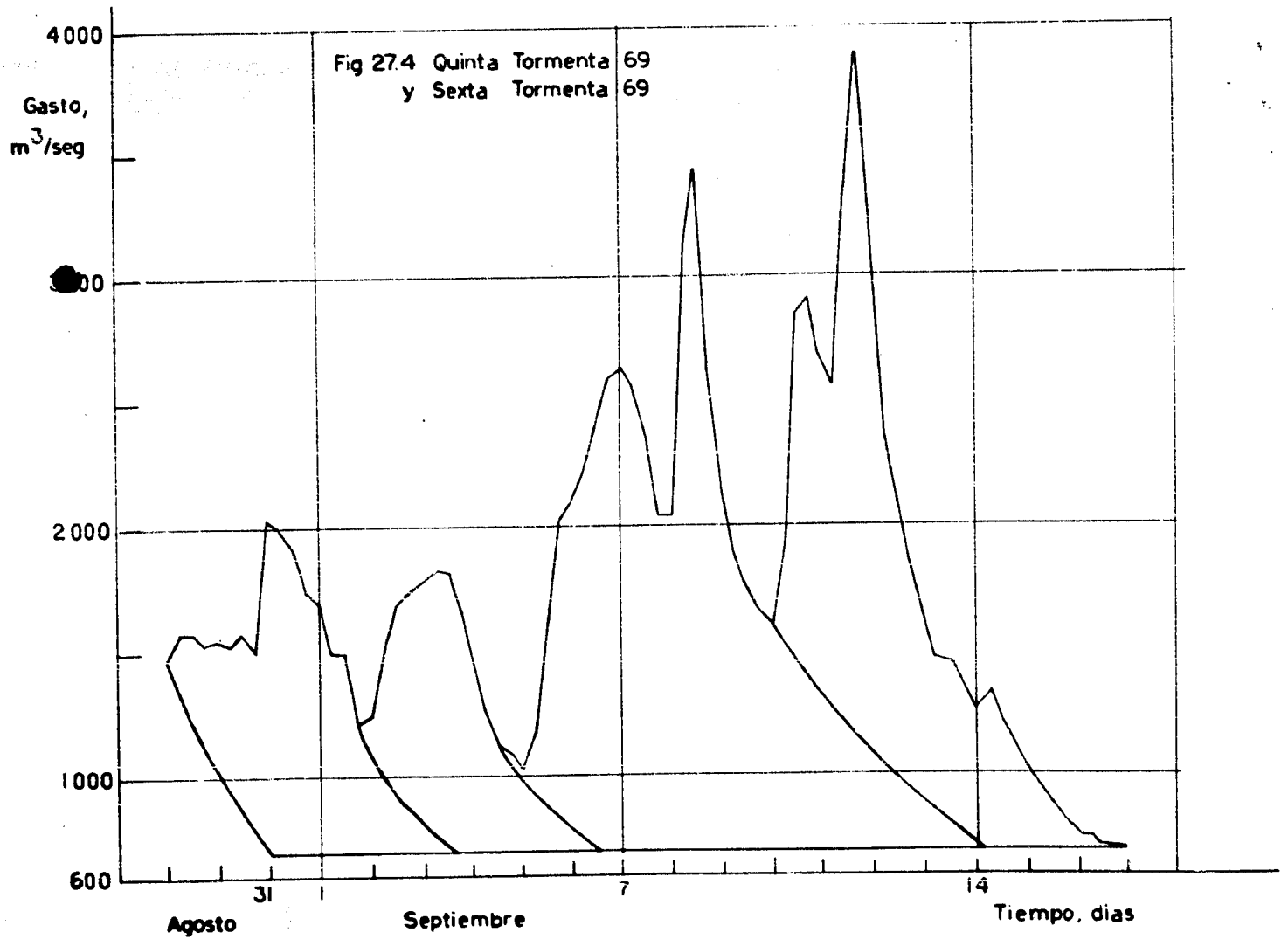


Fig 20.4 Hietograma prec. efec.
Quinta Tormenta 69
Primera mitad

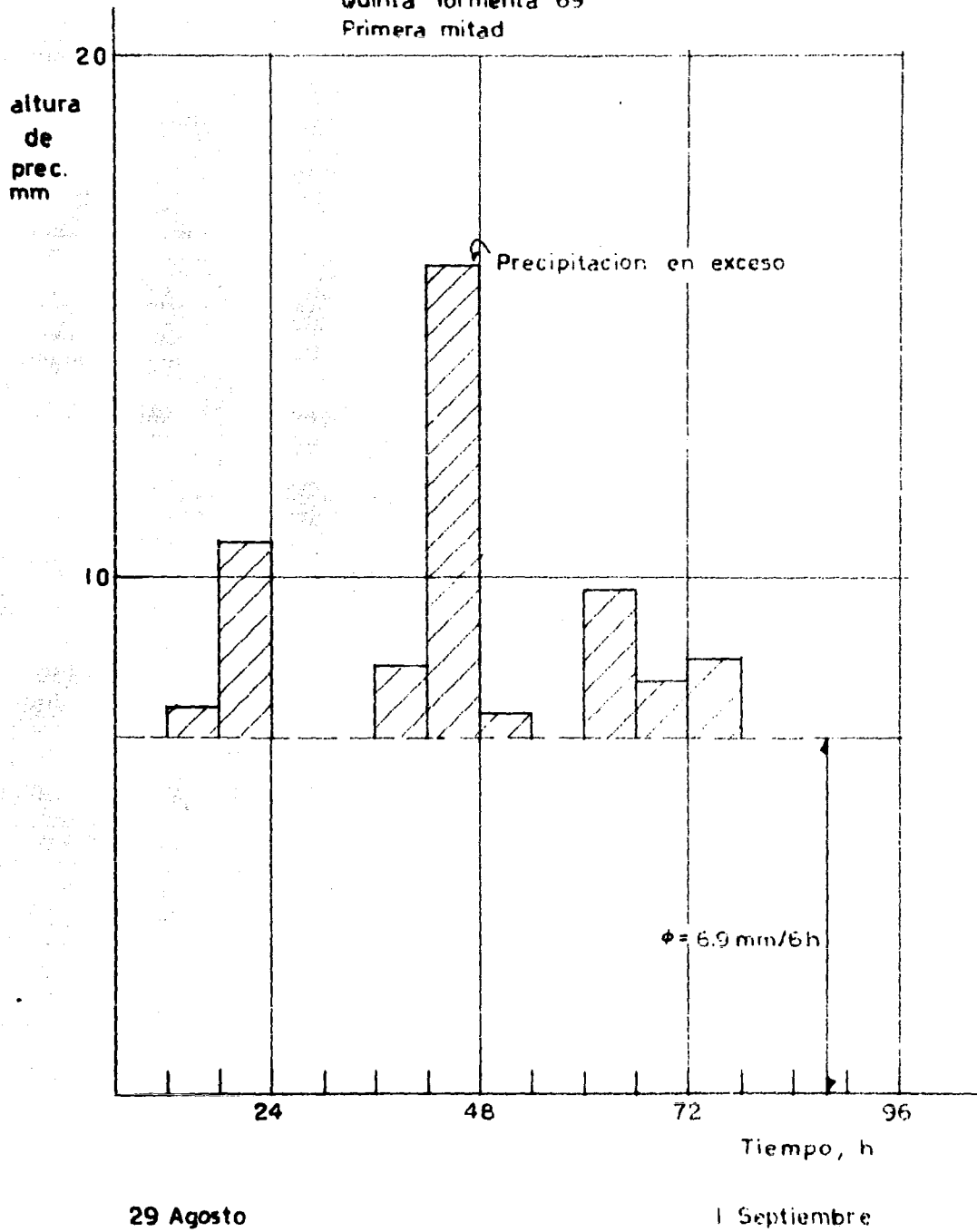


Fig 29.4 Hietograma prec. efec.
Quinta Tormenta 69
Segunda mitad

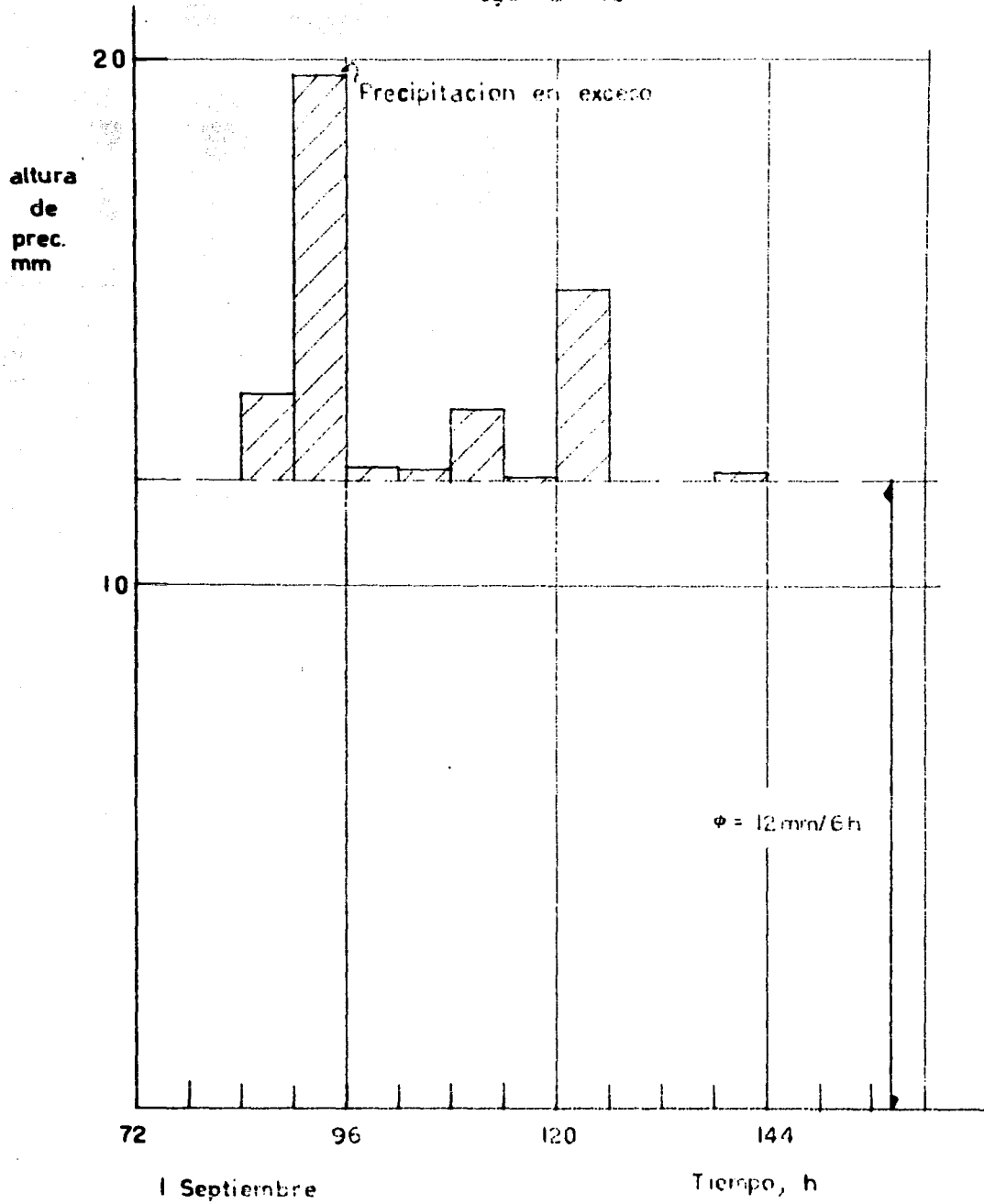


Fig 30.4 Hietograma prec. efec.
Sexta Tormenta 69
Primera mitad

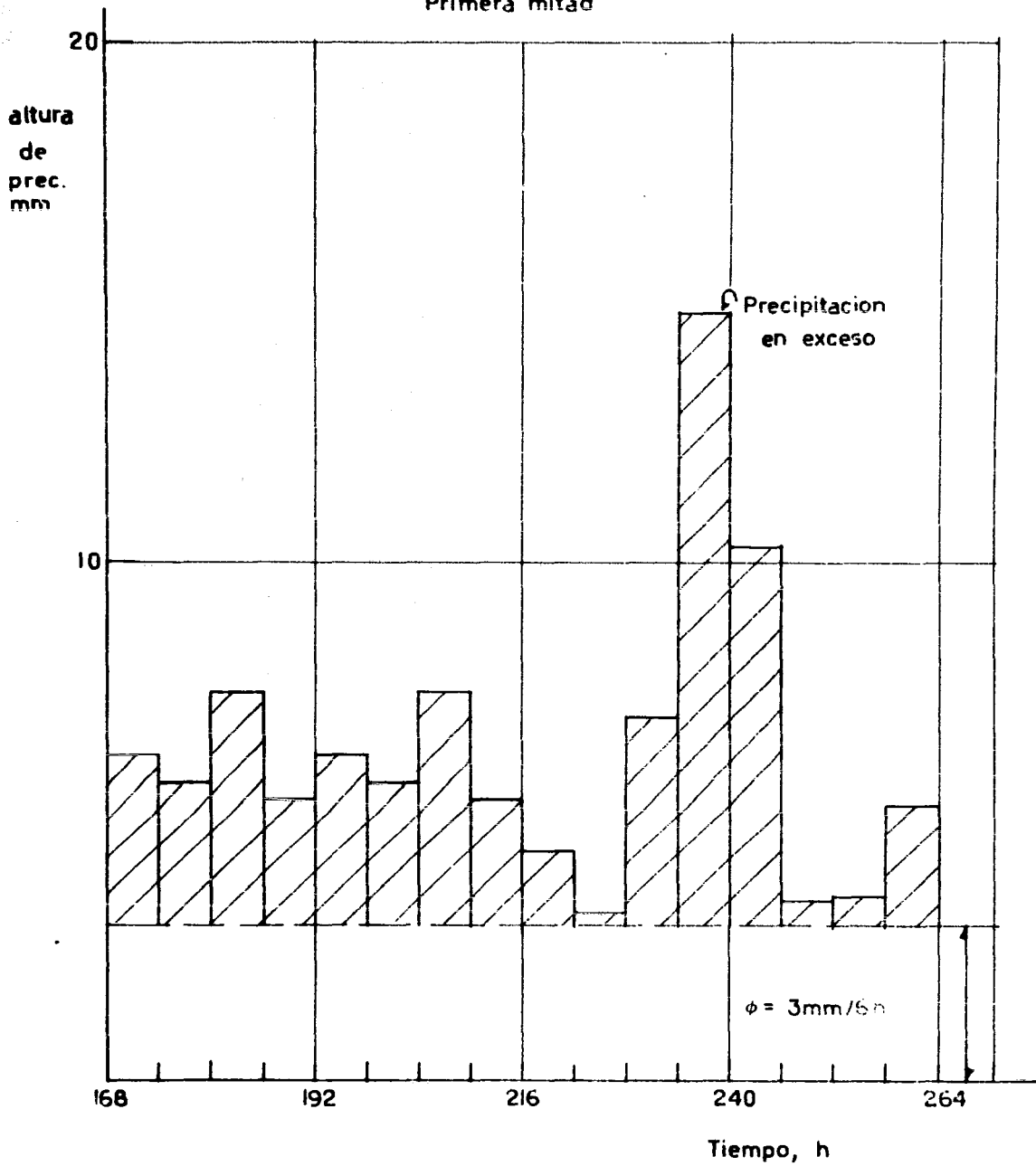


Fig 31.4 Hietograma prec. efec.
Sexta Tormenta 69
Segunda mitad

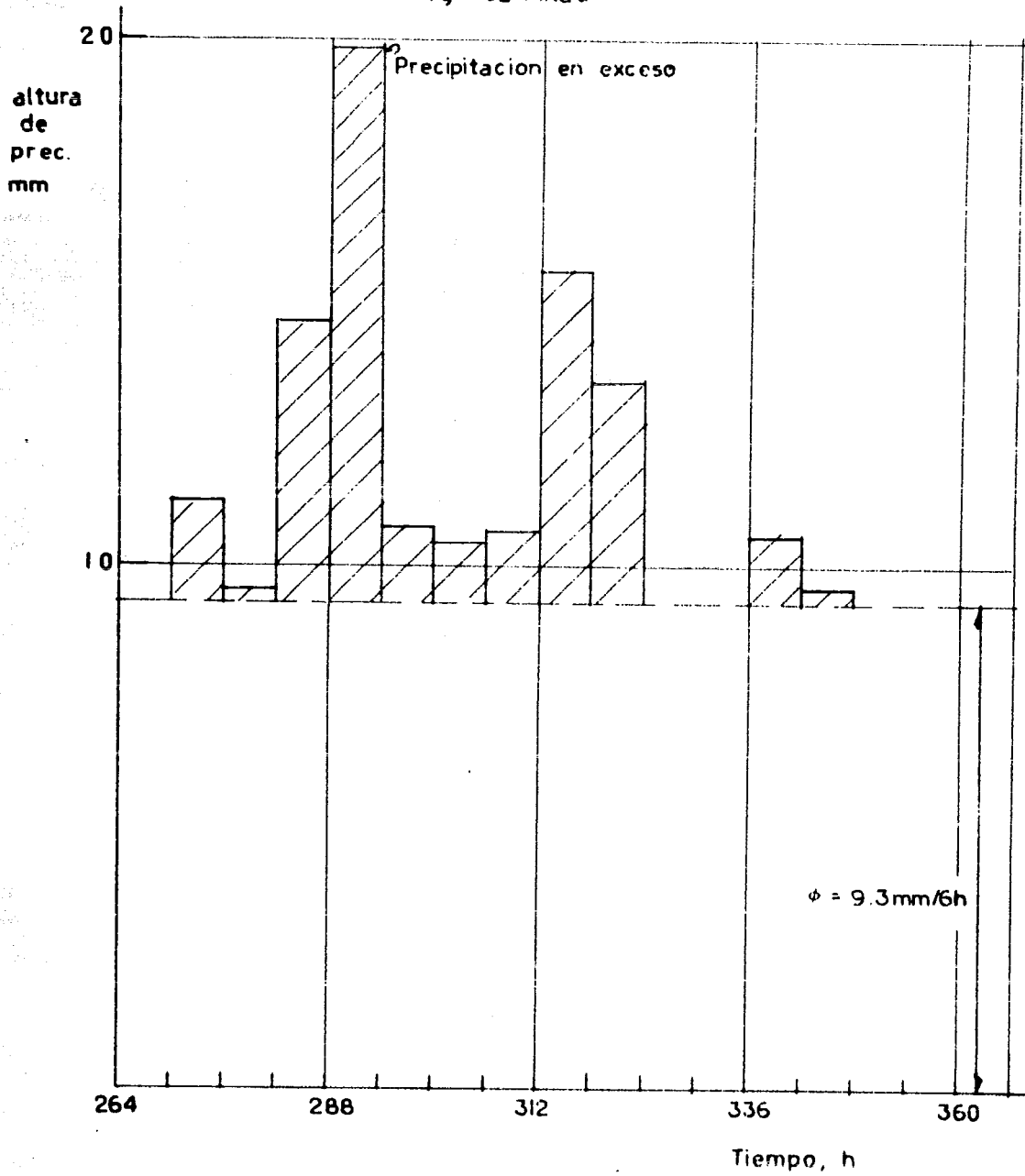


Fig 32.4 Resultados del cuarto analisis

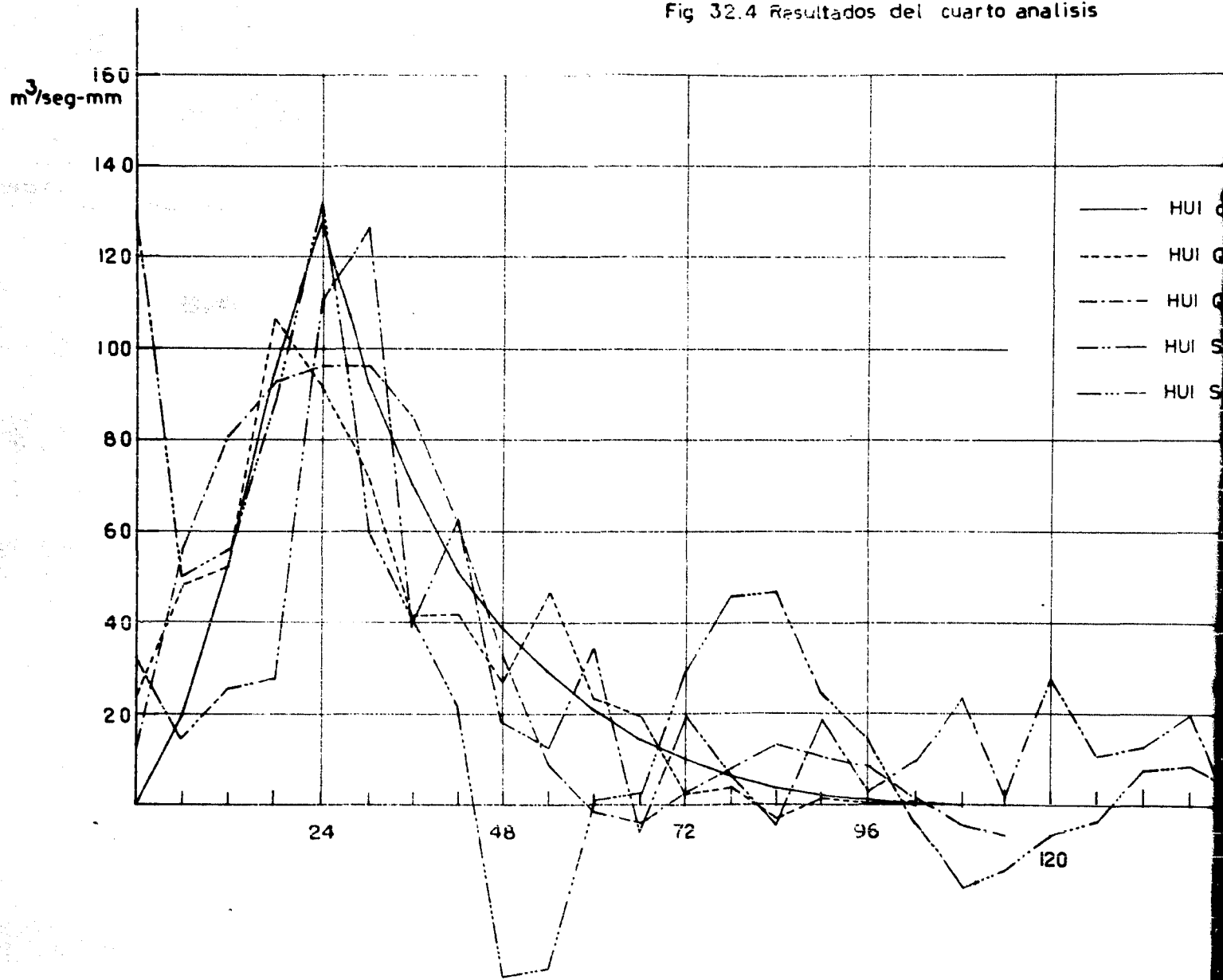
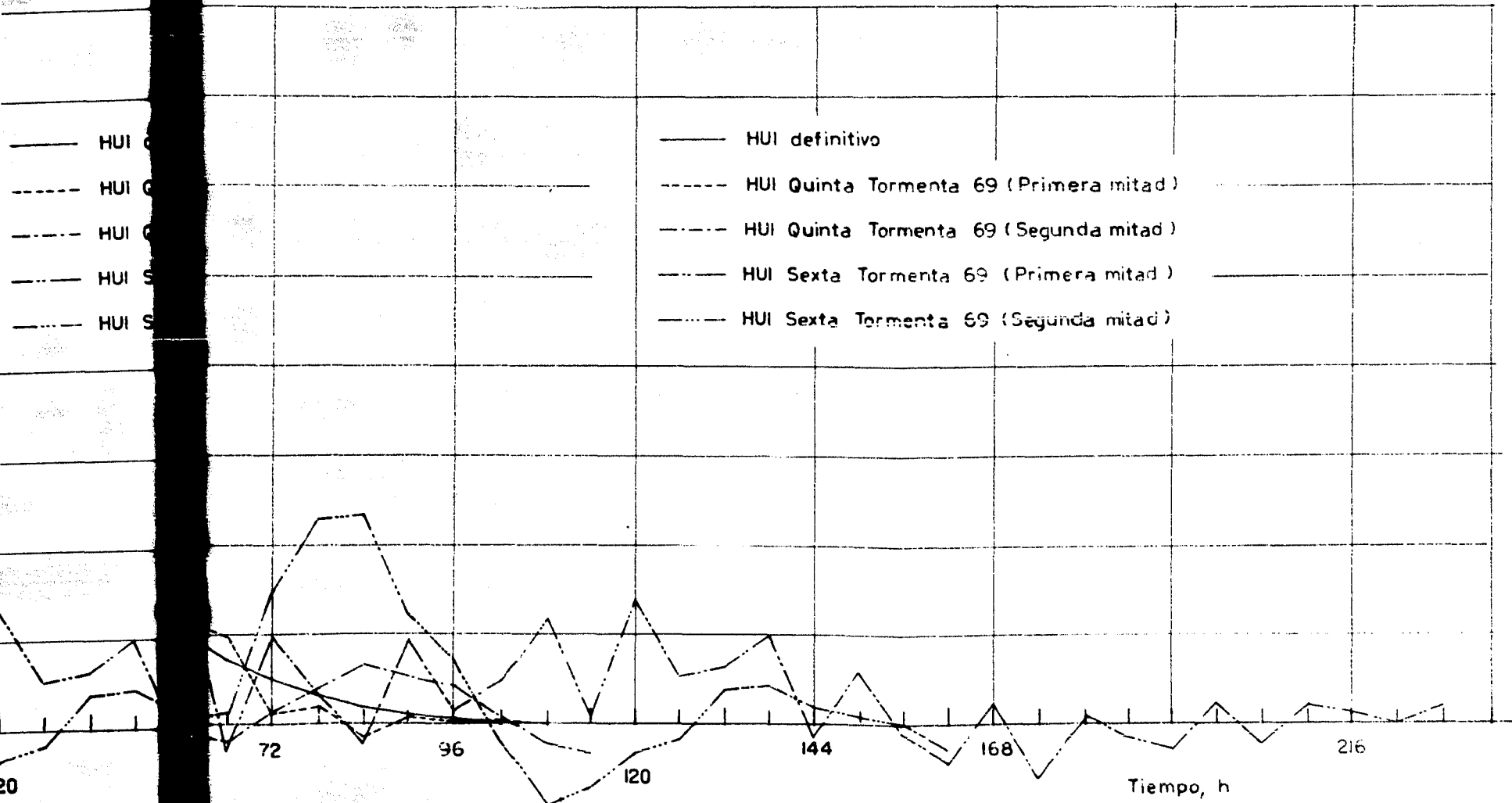


Fig 32.4 Resultados del cuarto analisis



V. CONCLUSIONES

A continuación se resumen los resultados de los cuatro métodos empleados, para poder compararlos entre sí.

Primer método.- En este método no se obtuvieron resultados que pudieran conducir a un hidrograma unitario instantáneo definitivo.

Segundo método.- En este método se usó la fórmula iterativa de --- Sittner para separar los escurrimientos base y directo. Para obtener el hidrograma de precipitación efectiva, la cuenca se dividió en zonas de acuerdo con la altura de precipitación efectiva obtenida en cada región. La aplicación del método mejora al separar los hidrogramas de acuerdo con las fechas de las tormentas. Esto se debe a que el coeficiente de infiltración ϕ varía de una tormenta a otra. El método da muy buenas predicciones, y resulta mejor que el método original, cuyas predicciones se muestran en las figs 22.2 a

25.2. Los resultados de las predicciones de este método se muestran en las figs 1.5 a 8.5.

Tercer método.- En el tercer método se utilizó una curva de recesión para la separación de los escurrimientos base y directo. Al igual que en el segundo método, la cuenca se dividió en zonas de acuerdo con el valor de la lluvia efectiva. Sin embargo, los hidrogramas no se separaron de acuerdo con las fechas de las tormentas. El método da mejores predicciones que el original pero es menos eficiente que el segundo y cuarto métodos. Los resultados se muestran en las figs 9.5 a 13.5.

Cuarto método.- En este método se obtuvieron una curva de vaciado y una curva de recesión, las cuales se fusionaron en una sola curva, que sirvió para separar un hidrograma total en cuatro hidrogramas. La cuenca se dividió en zonas para obtener el hietograma de precipitación efectiva. Este método produce tan buenas predicciones como el segundo método. Los resultados se muestran en las figs 14.5 a 21.5.

De la comparación de los cuatro métodos se concluye que la predicción obtenida mejoraba usualmente debido a dos causas :

I. La separación de los hidrogramas de acuerdo con las fechas de las tormentas. Esta separación permite obtener un valor de ϕ diferente para cada tormenta.

II. La división de la cuenca en zonas de acuerdo con el valor de -

la precipitación efectiva en cada región. Sin embargo, esta división de la cuenca mejora la predicción muy poco.

Por otro lado, se puede concluir que el método empleado para separar los escurrimientos base y directo en los hidrogramas, no contribuye a mejorar sensiblemente la predicción.

Para la aplicación del método del hidrograma unitario instantáneo a otras cuencas, y de acuerdo con los resultados arriba enunciados, se hacen las siguientes recomendaciones :

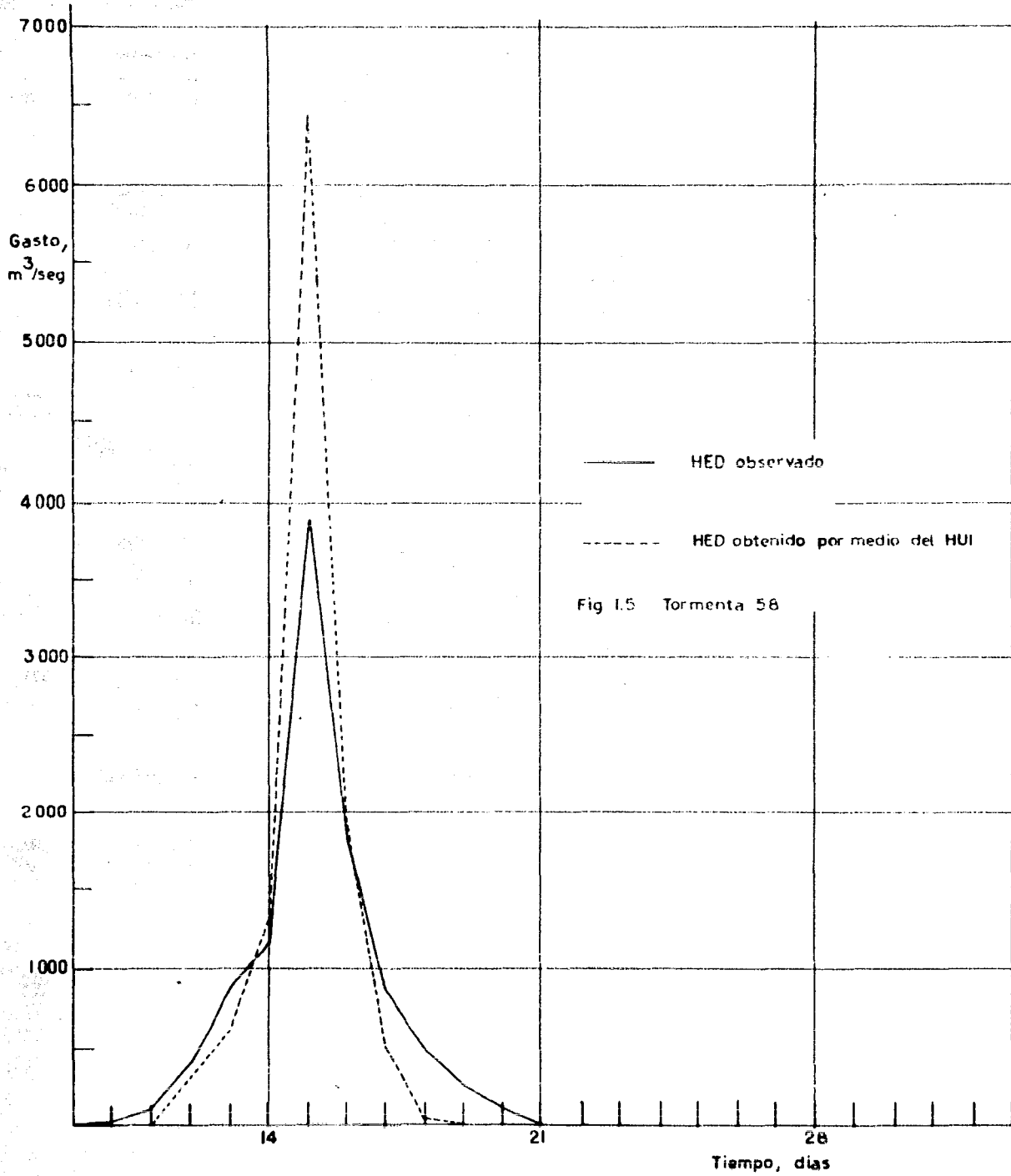
I. Las tormentas que vayan a utilizarse para el estudio deben fragmentarse tanto como sea posible, tomando en cuenta para esta separación lo que se observe en el hidrograma y el hietograma totales de que se disponga.

II. Debe calcularse la precipitación efectiva por zonas.

III. La separación de los escurrimientos base y directo para un hidrograma puede hacerse por métodos sencillos, como el utilizado originalmente en el capítulo II. El método de separación utilizado en el segundo método es mejor conceptualmente, pero la obtención del hidrograma unitario instantáneo no se mejora sensiblemente al aplicarlo.

Finalmente, podemos decir que el método del hidrograma unitario instantáneo se puede mejorar en su aplicación si se mejoran las entradas al modelo, y que los resultados obtenidos son satisfactorios para la cuenca de Cantón, que tiene una extensión de 14 000 -

km². En general, no parece justificable comenzar el estudio de una cuenca determinada con métodos más sofisticados, como el método de Stanford, sin antes haber ensayado el método más sencillo del - hidrograma unitario instantáneo, sobre todo si no se conocen bien los datos detallados que utilizan métodos como el de Stanford.



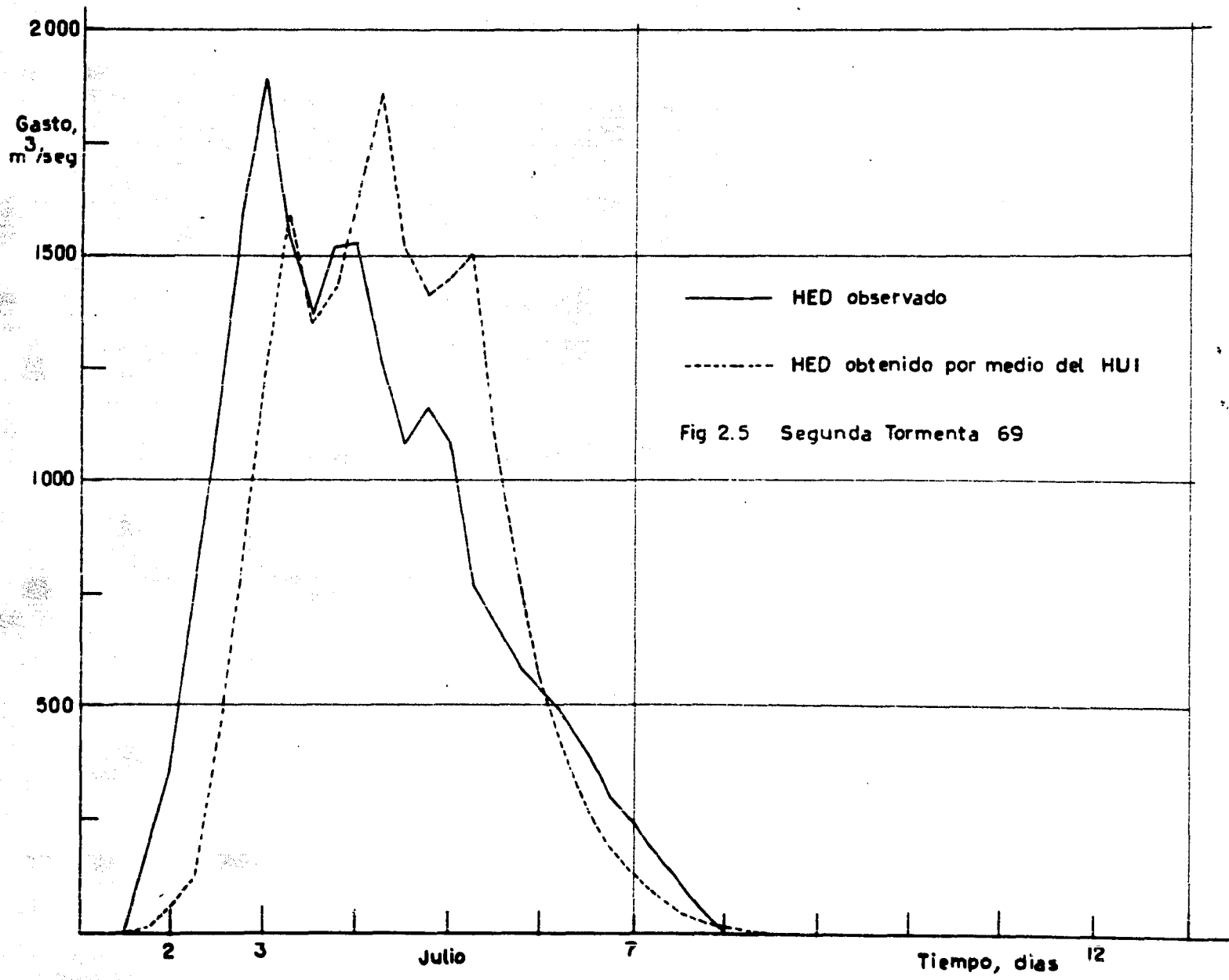


Fig 2.5 Segunda Tormenta 69

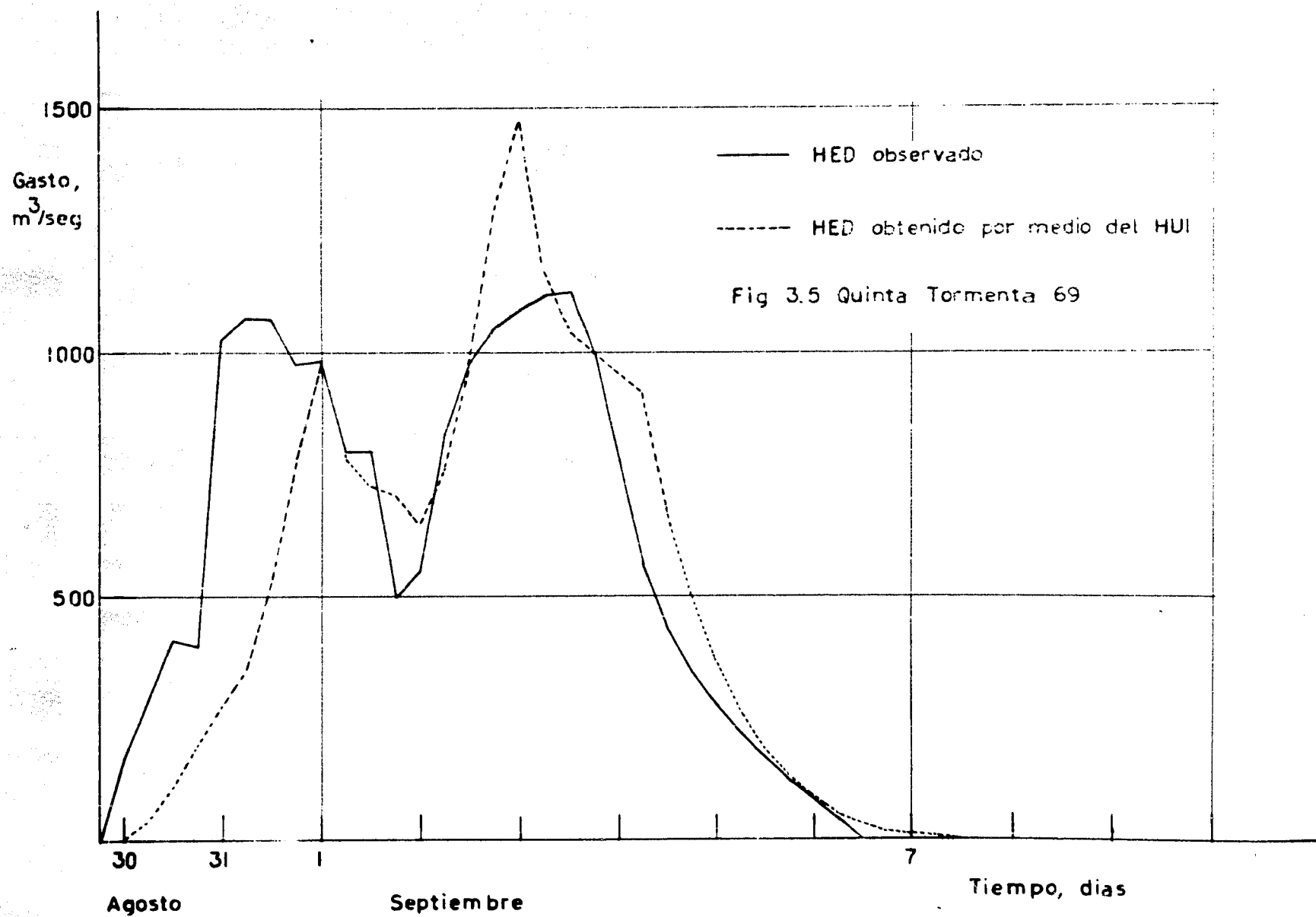
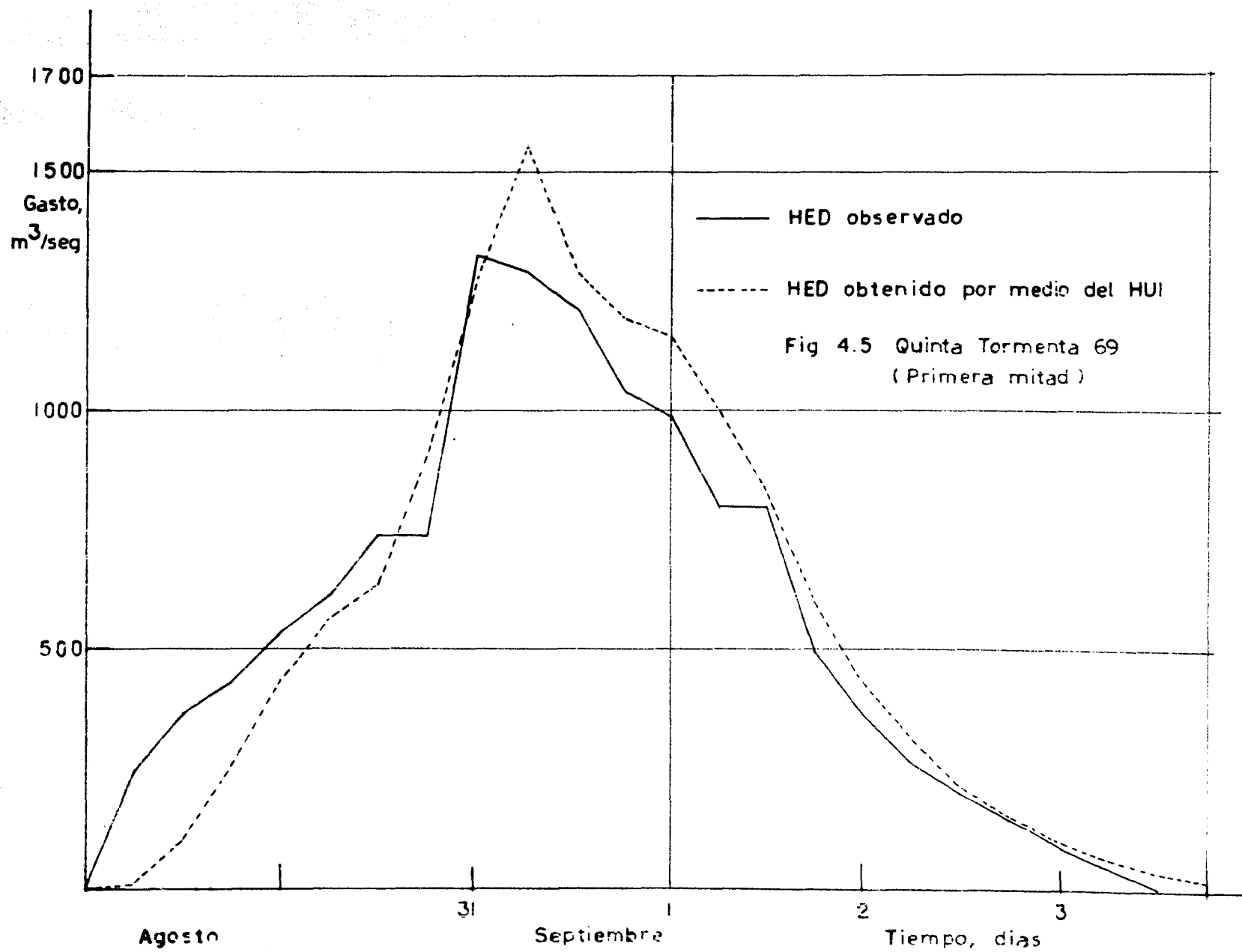
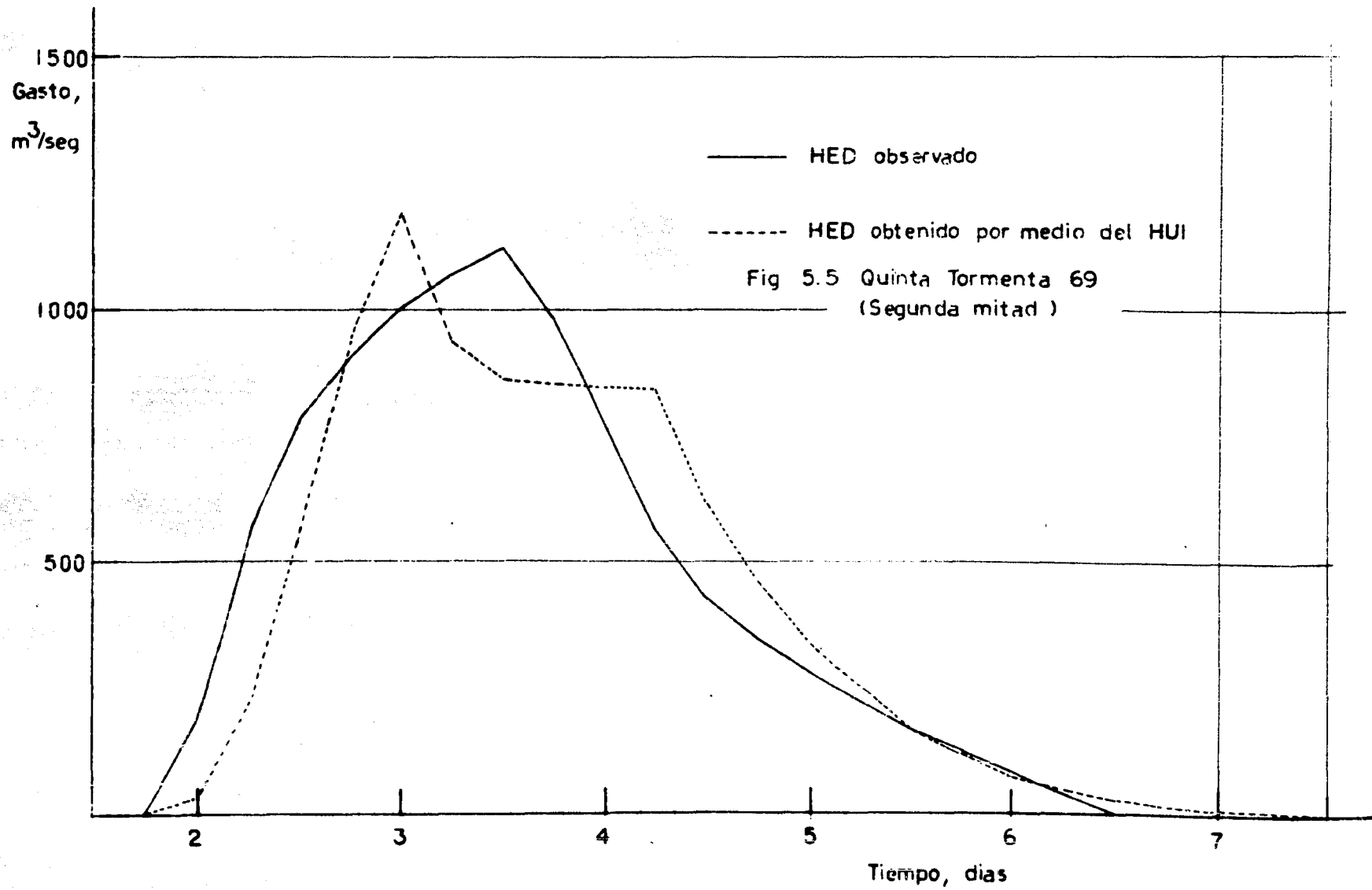
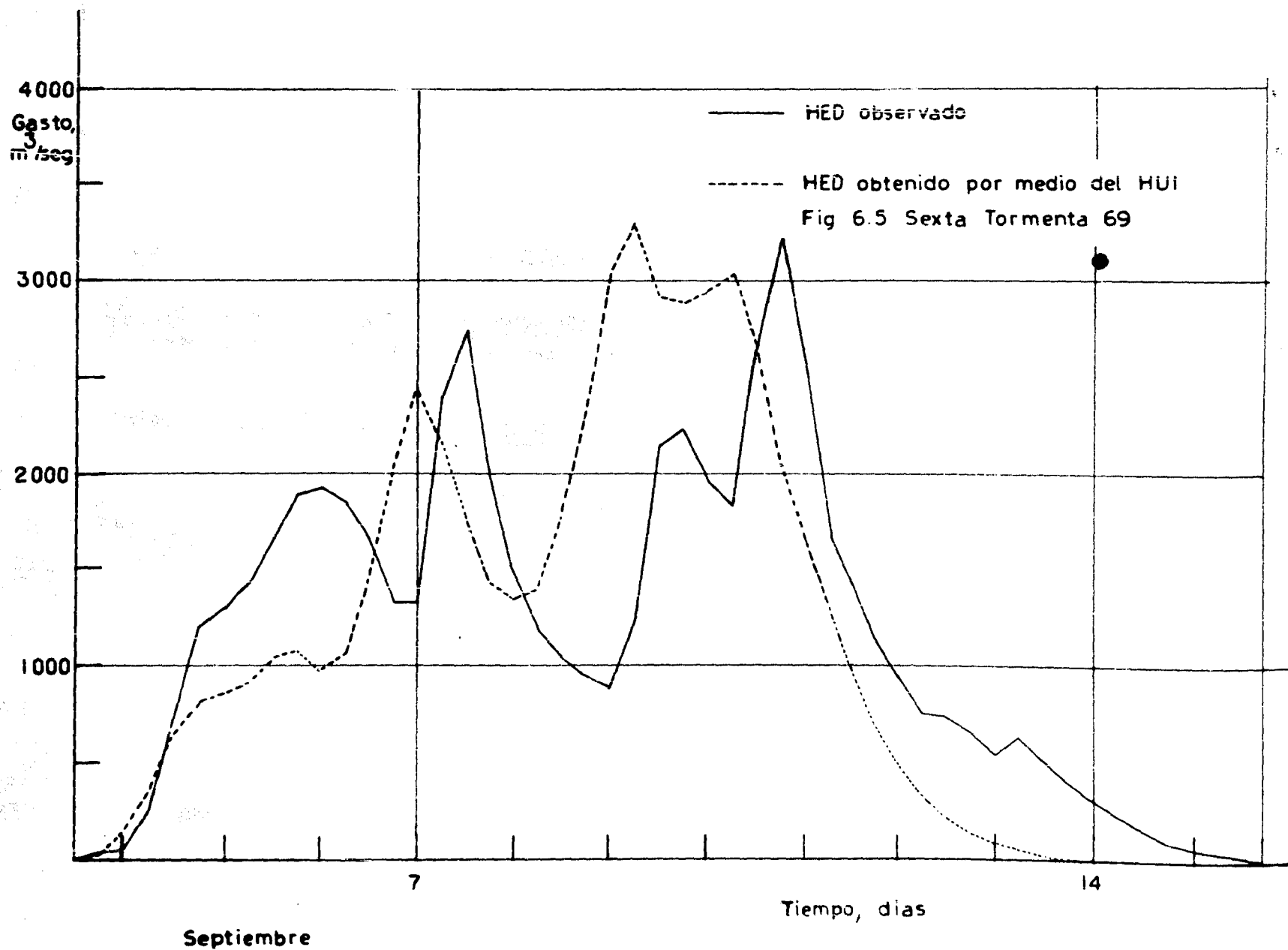
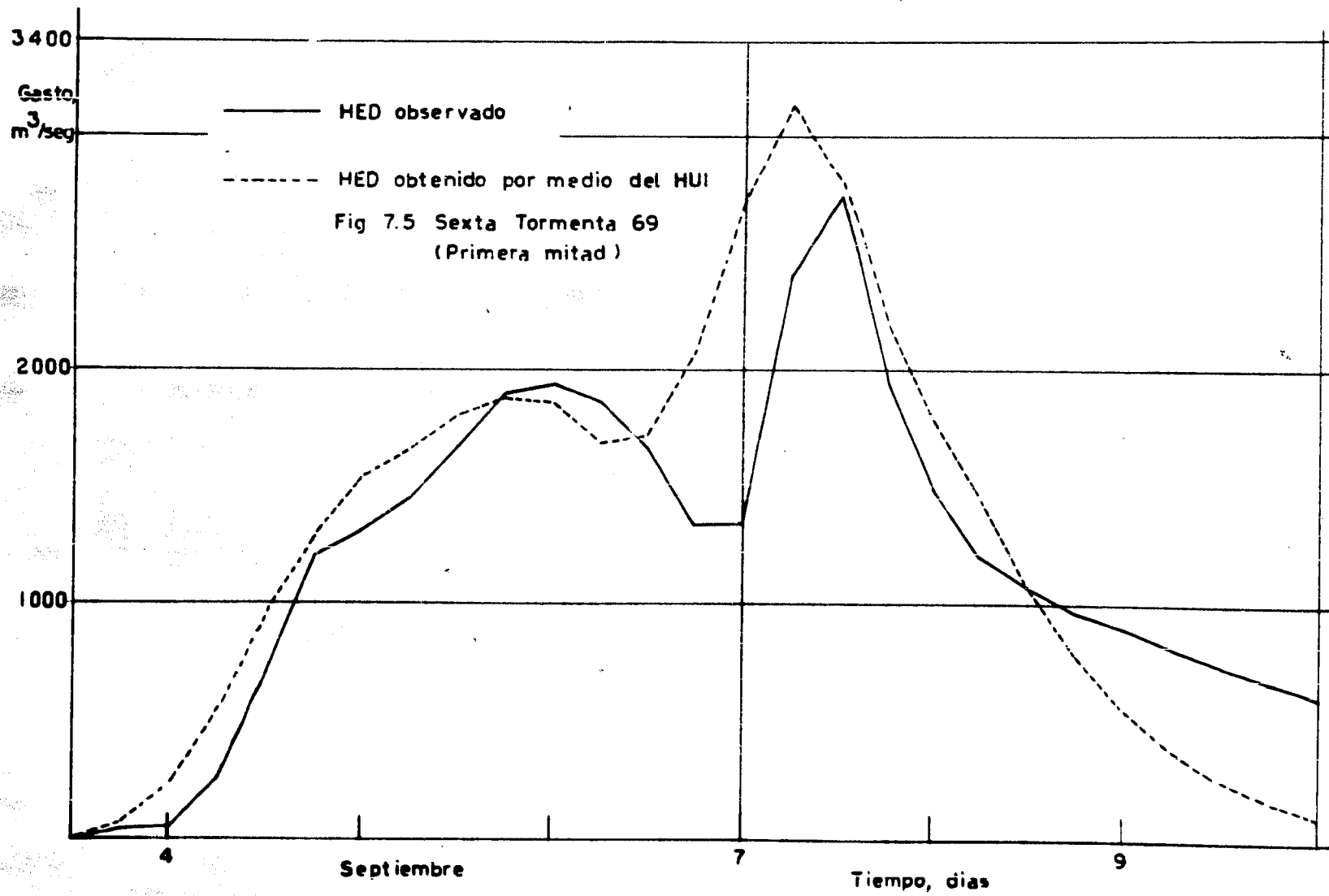


Fig 3.5 Quinta Tormenta 69









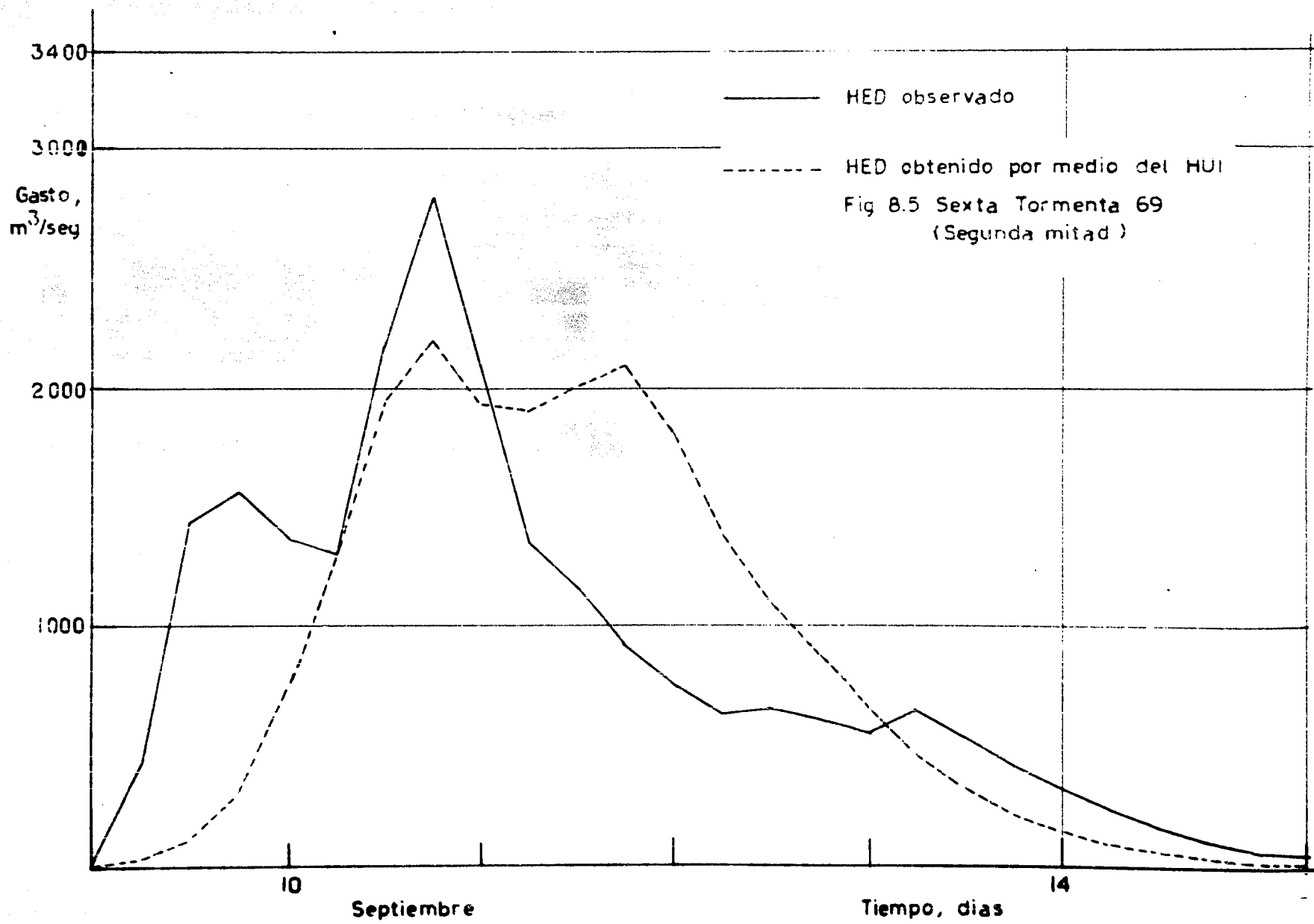


Fig 8.5 Sexta Tormenta 69
(Segunda mitad)

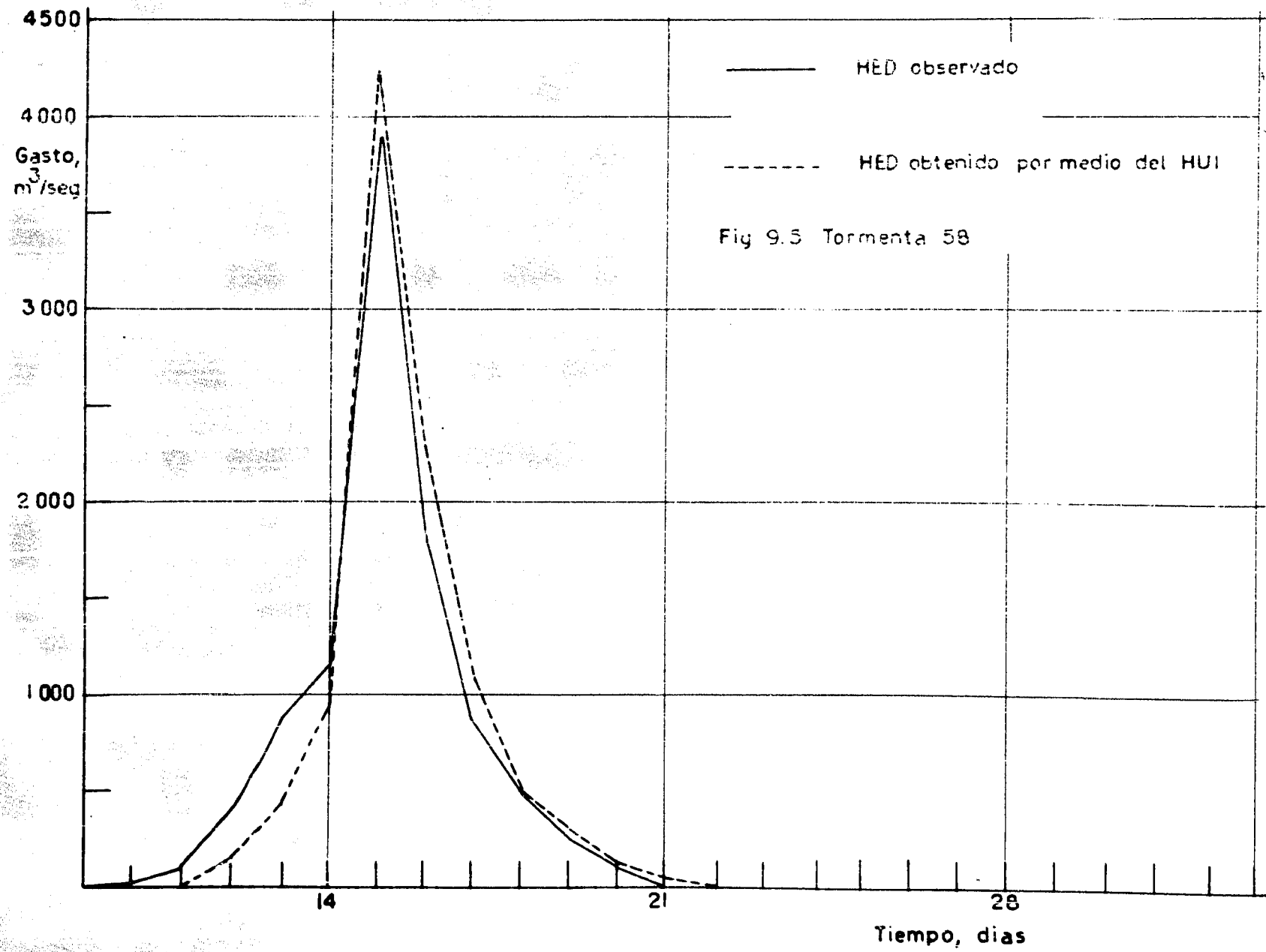


Fig 9.5 Tormenta 58

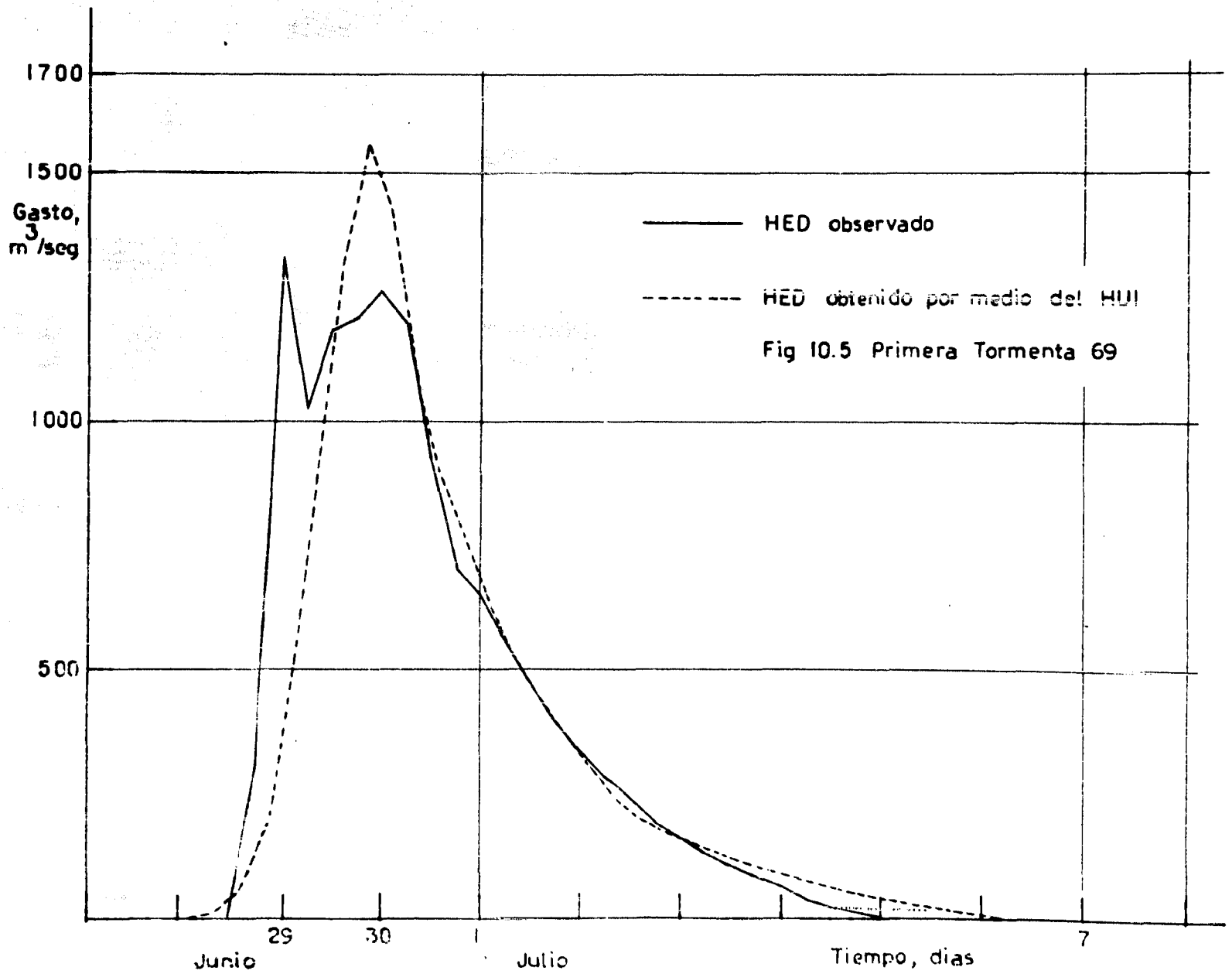


Fig 10.5 Primera Tormenta 69

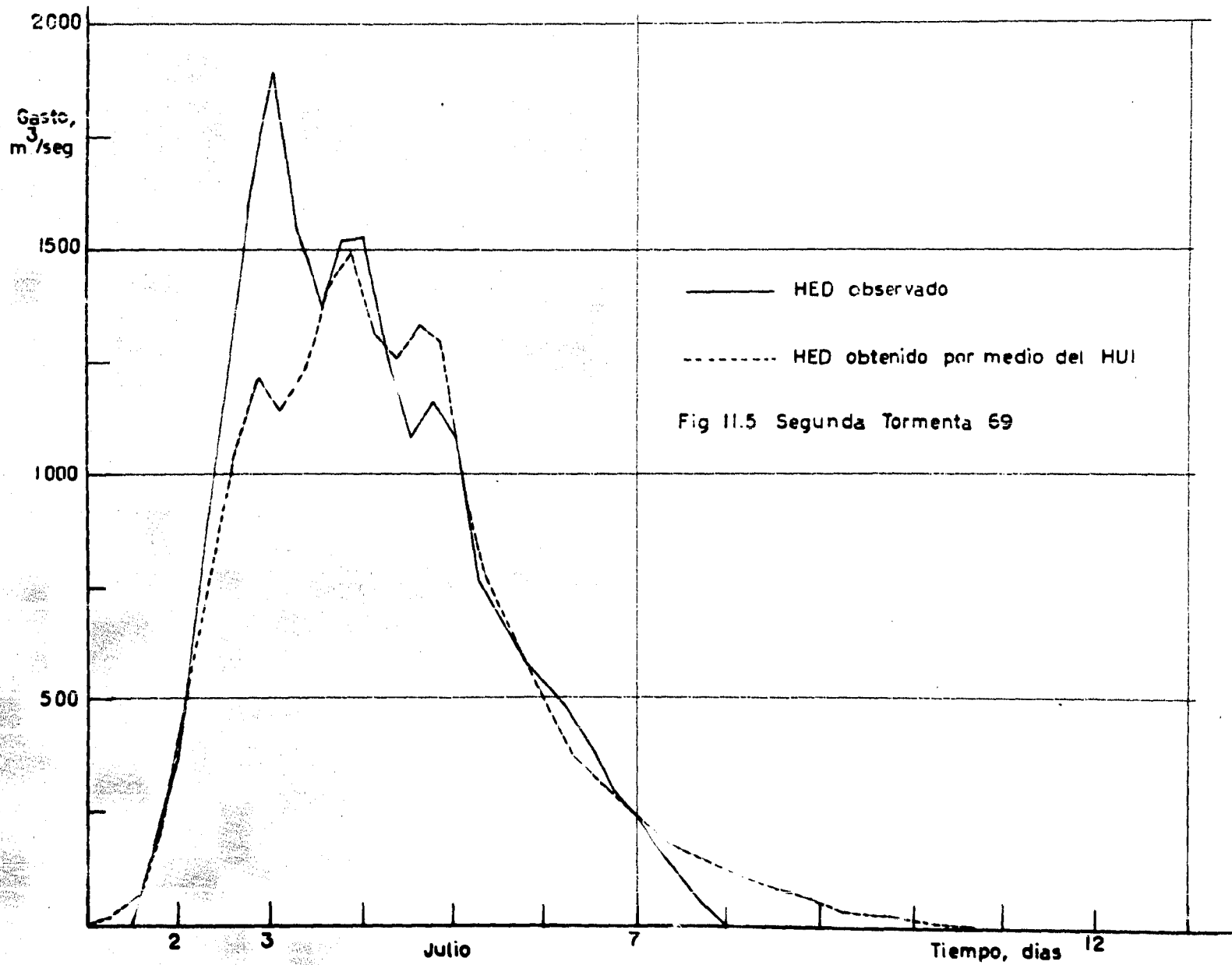
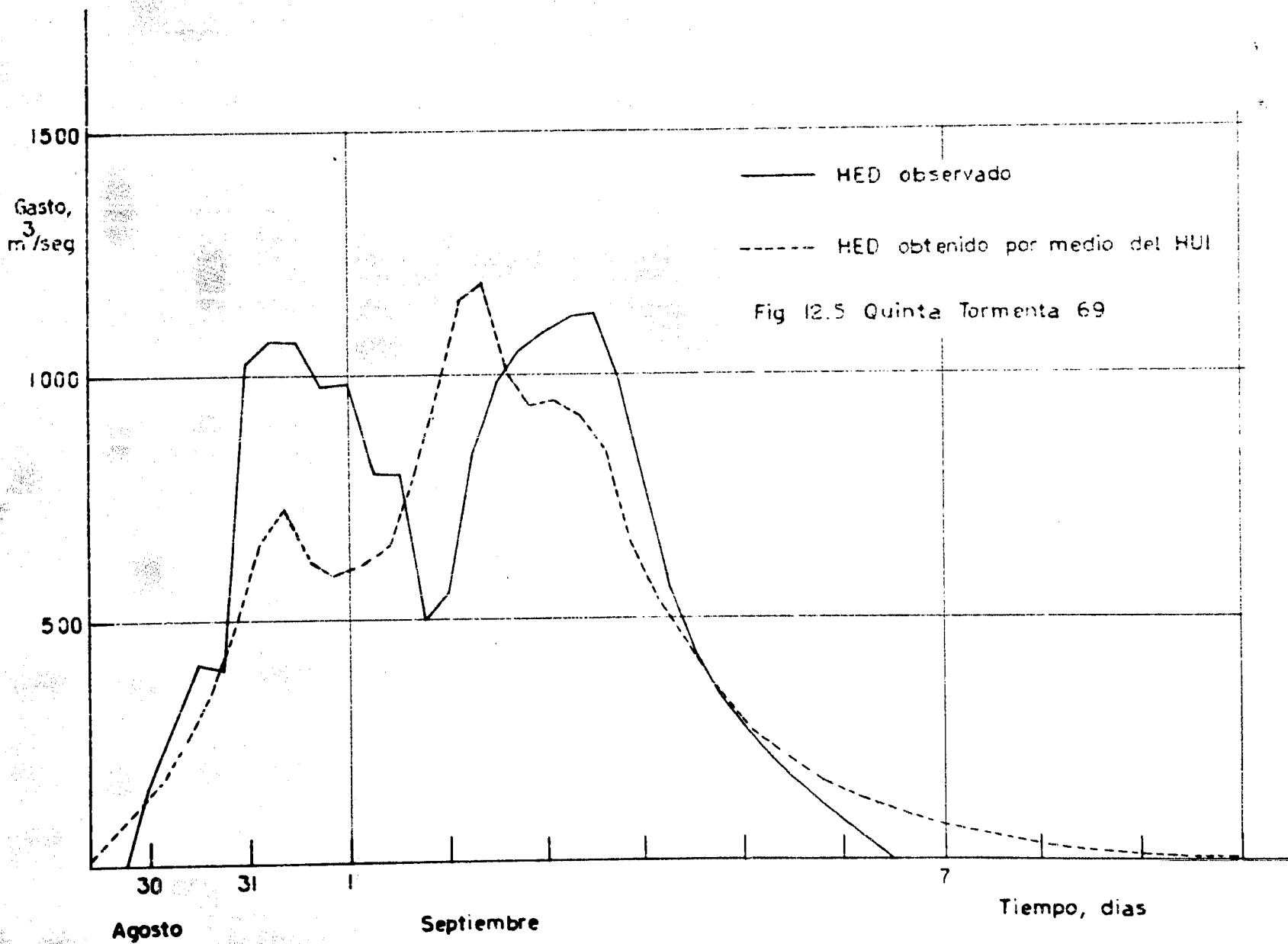


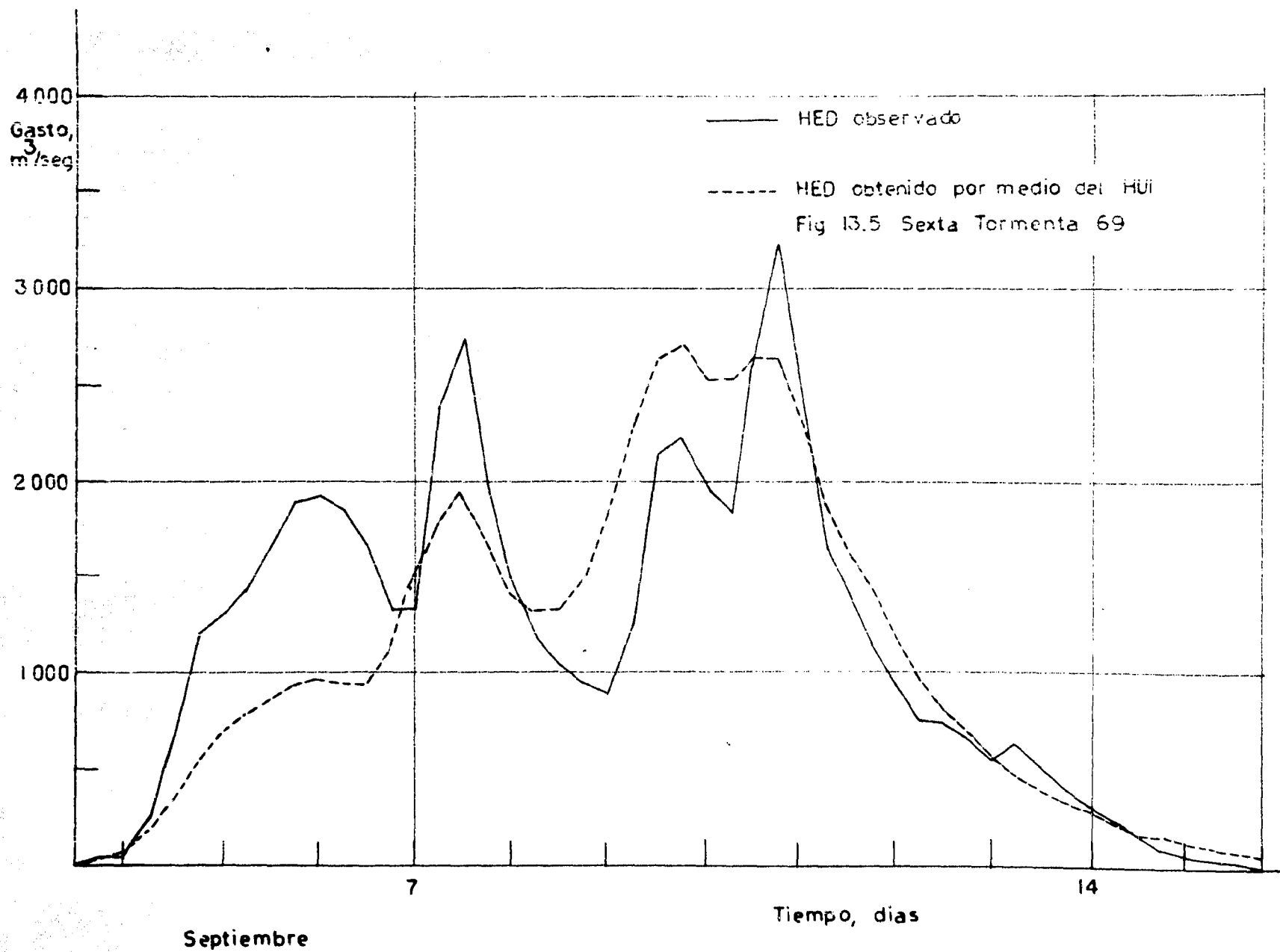
Fig 11.5 Segunda Tormenta 69



— HED observado

- - - HED obtenido por medio del HUI

Fig 12.5 Quinta Tormenta 69



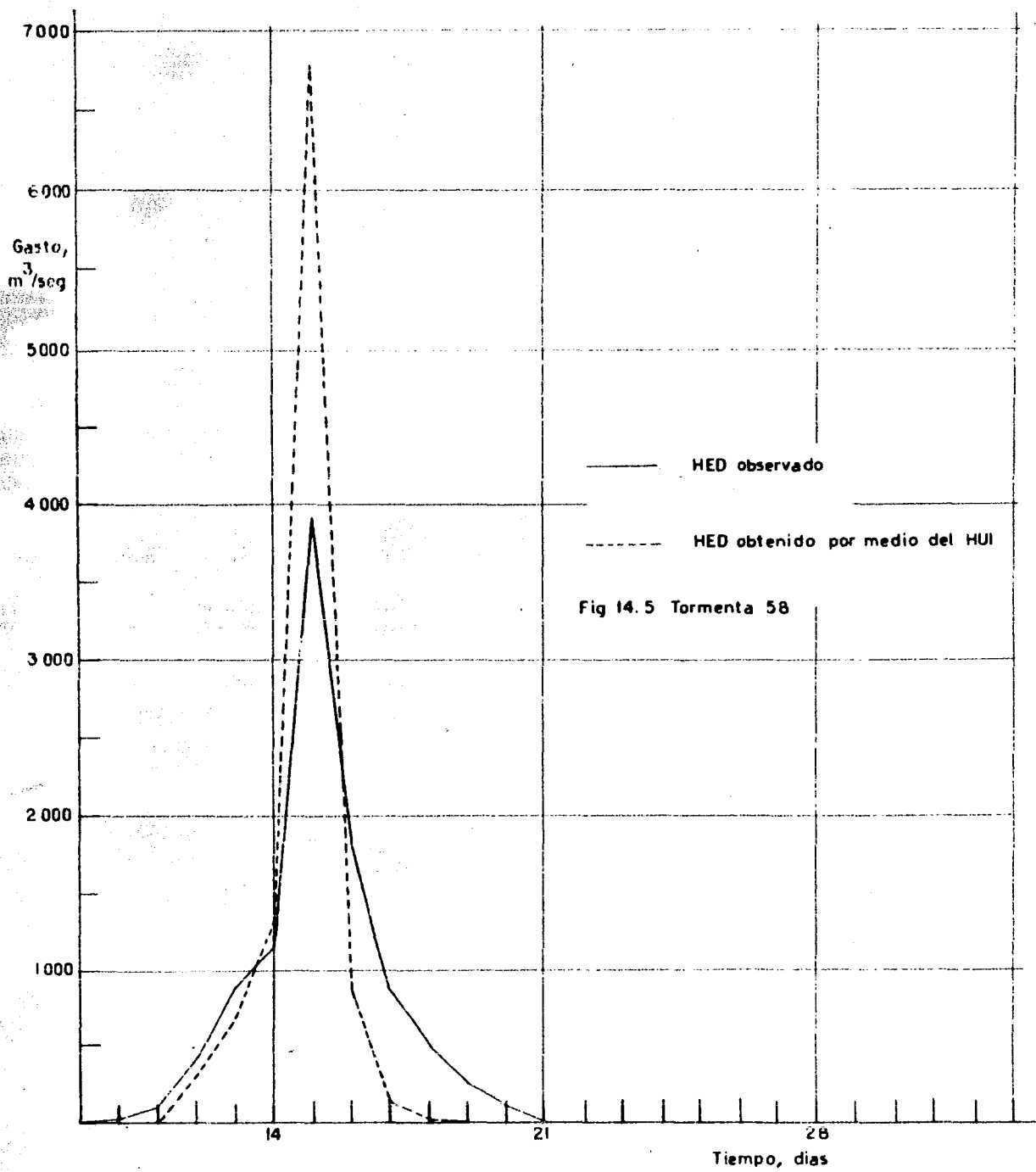


Fig 14.5 Tormenta 58

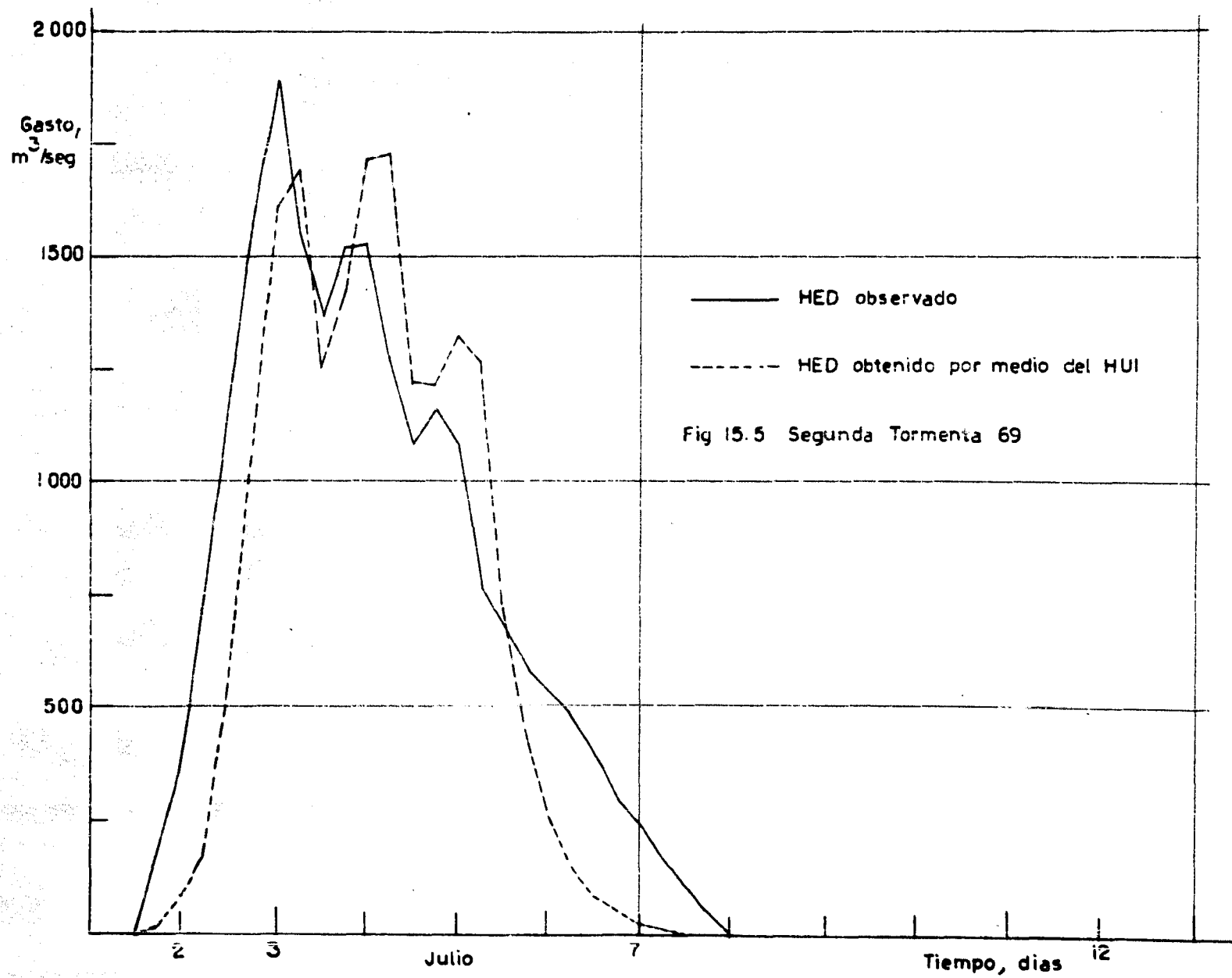
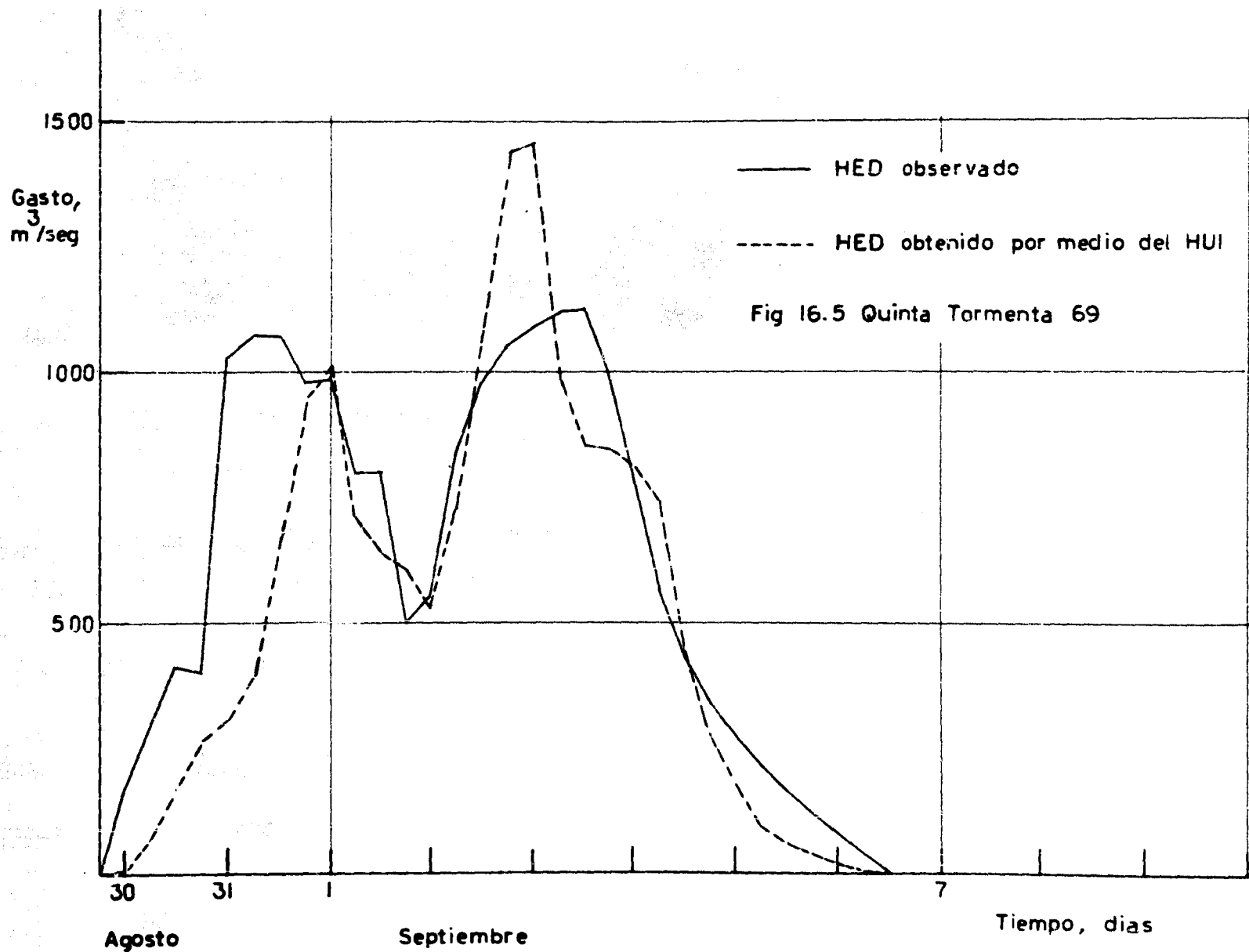
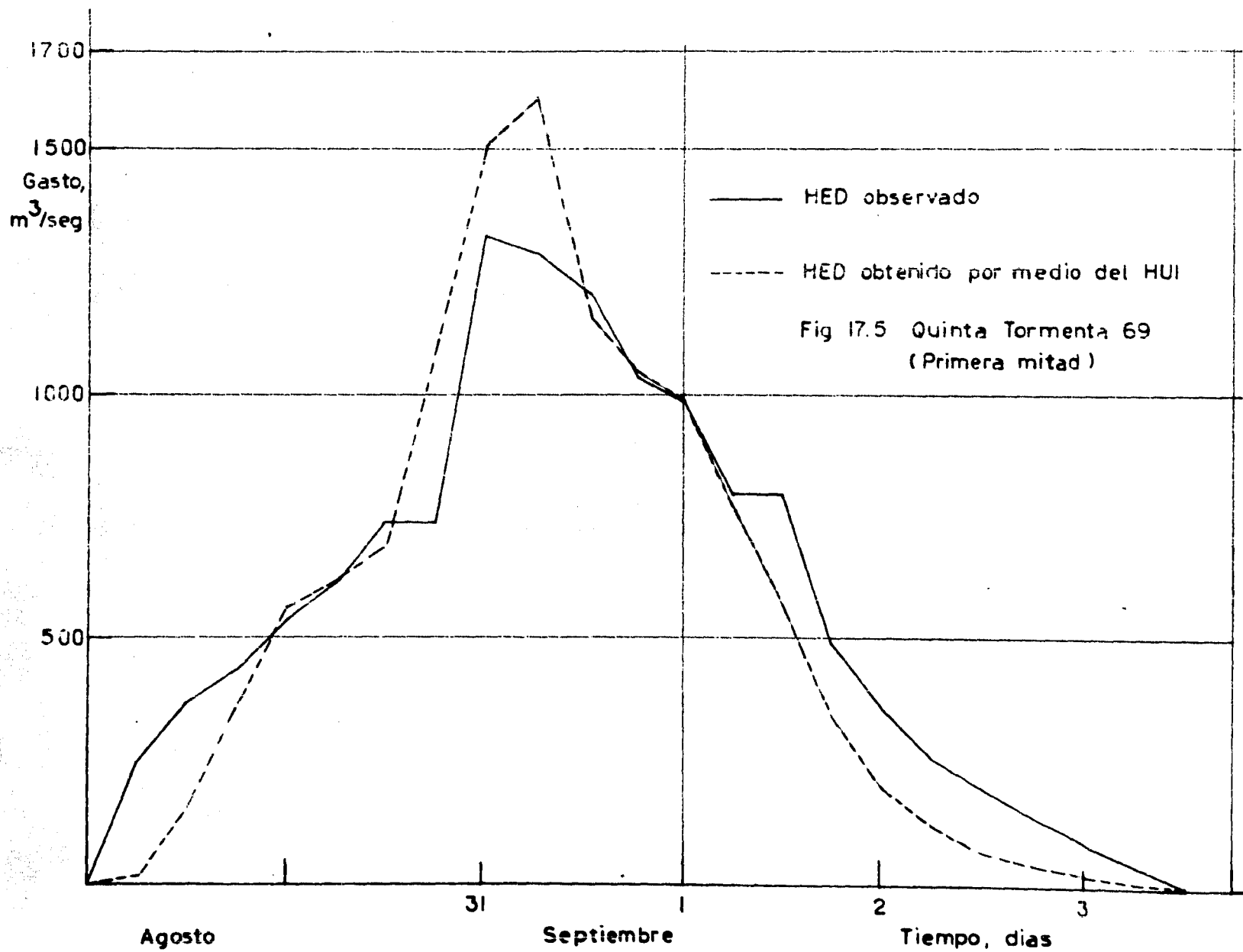
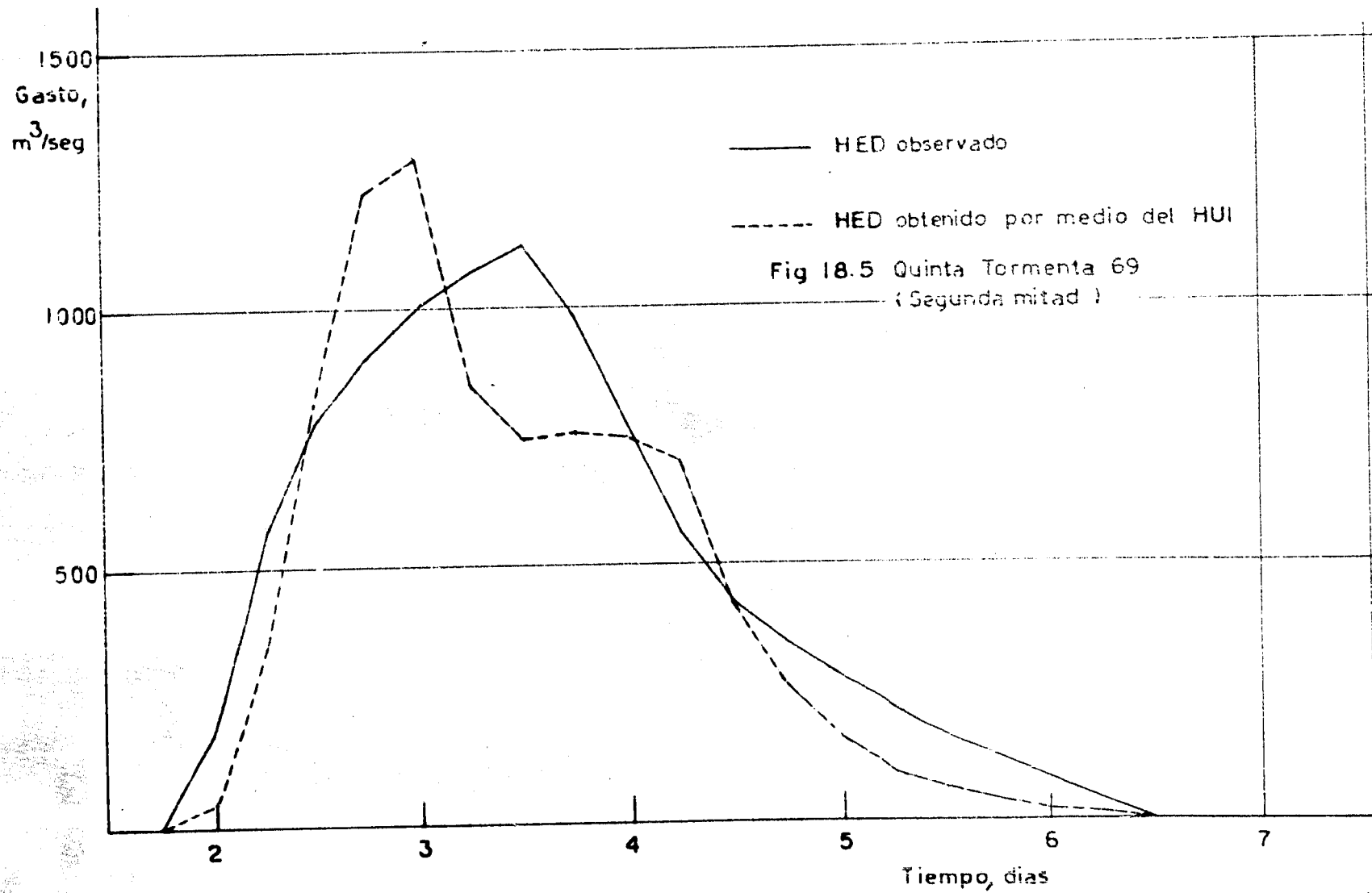
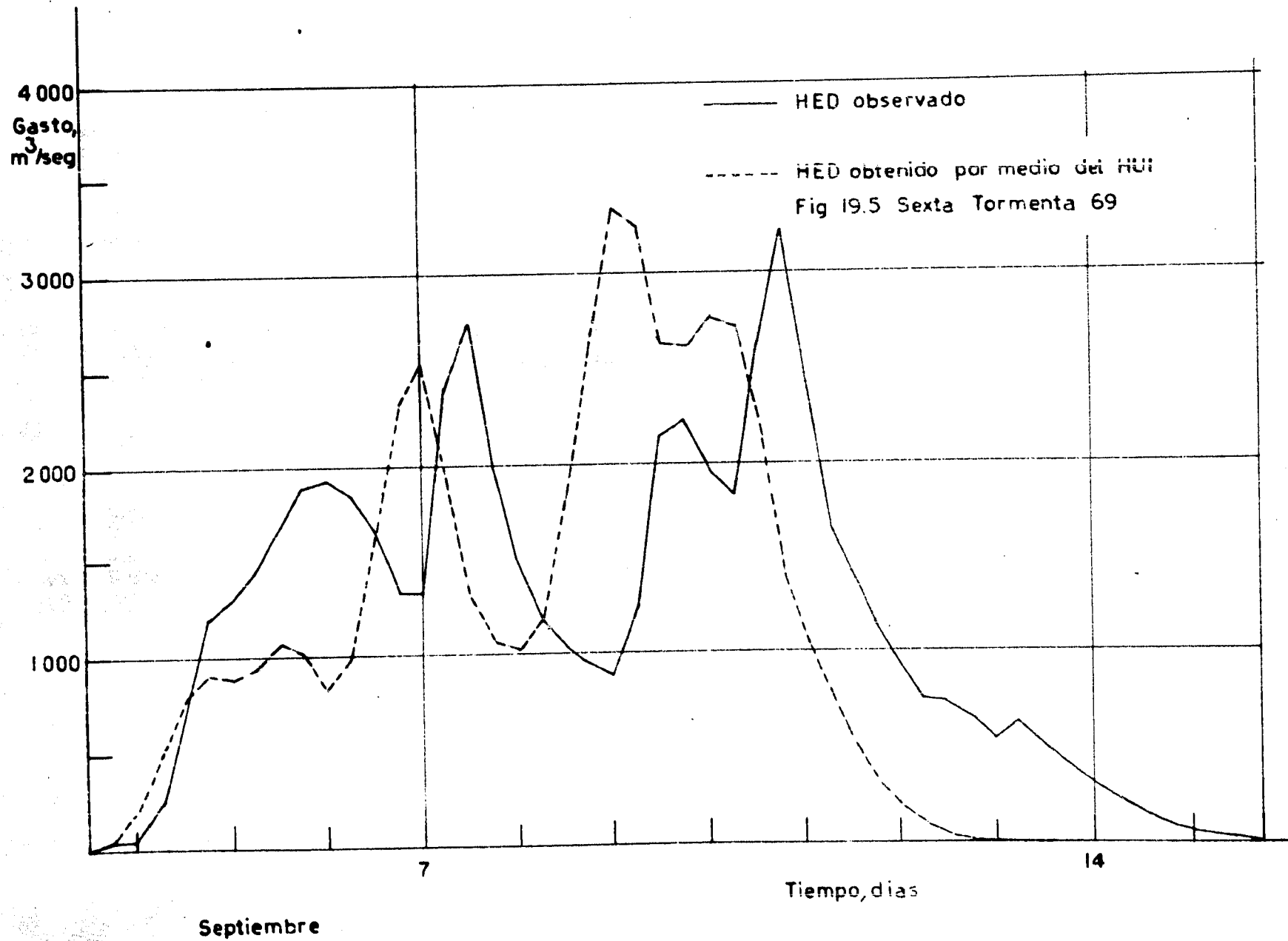


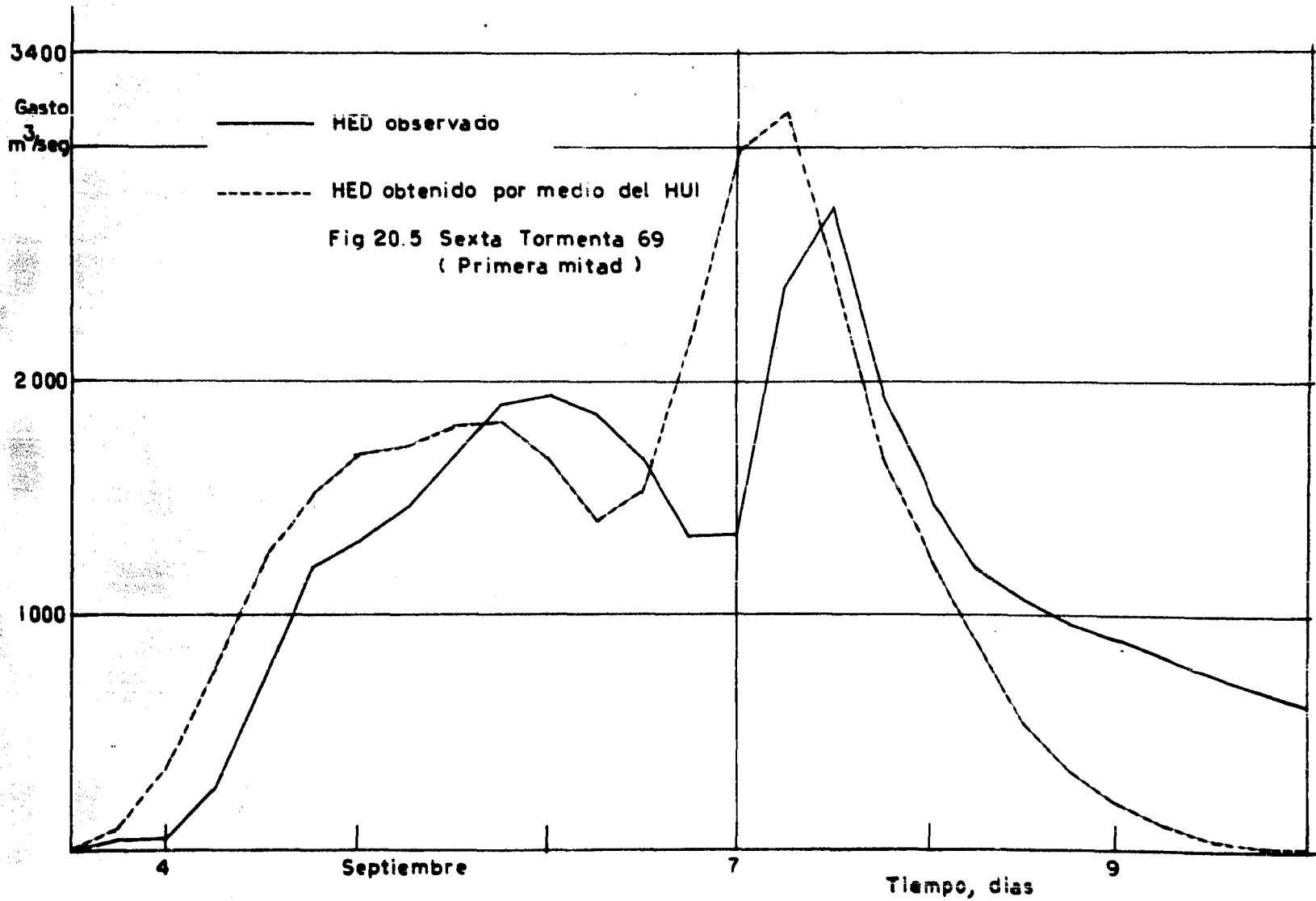
Fig 15.5 Segunda Tormenta 69

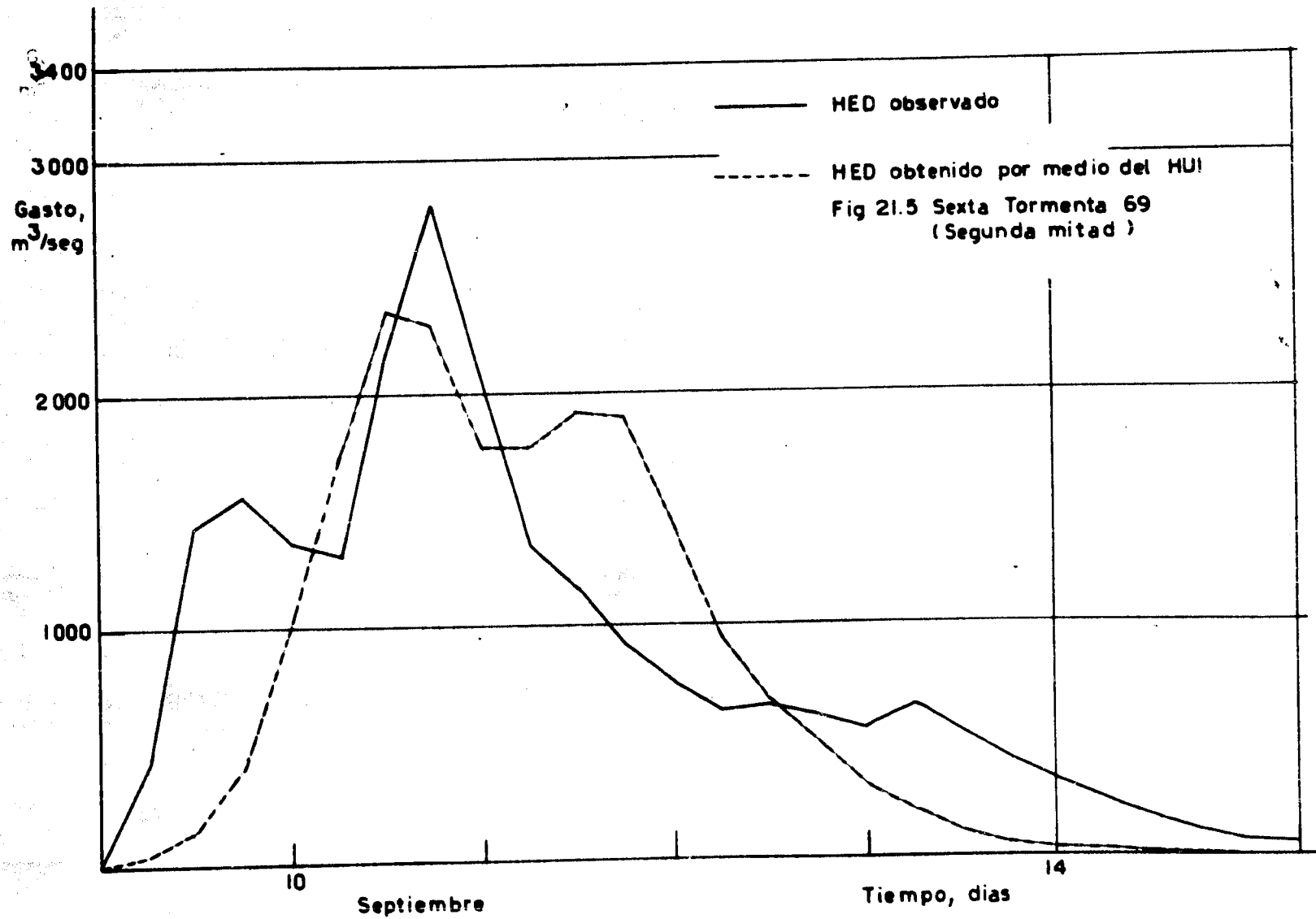












REFERENCIAS

1. Eagleson, P. S., Mejia-R, R., y F. March, 1966. "Computation of Optimum Realizable Unit Hydrographs". Water Resources Research. Vol. 3, No. 4.
2. Dooge, James C. I., 1958. "A General Theory of the Unit Hydrograph". Journal of Geophysical Research. Vol. 64, No. 2.
3. Sittner, W. T., Schauss, C. E., Monro, J. C., 1969. "Continuous Hydrograph Synthesis with an API-Type Hydrologic Model". Water Resources Research. Vol. 5, No. 5.
4. Quintero, Andrés García, 1939. "Hidrógrafo-Unidad. Teoría y Aplicaciones". Comisión Hidrológica de la Cuenca del Valle de México. Secretaría de Recursos Hidráulicos.

5. Chow, V. T., 1964. "Handbook of Applied Hydrology. A Compendium of Water-resources Technology". McGraw-Hill. New York.
6. Biswas, A. K., 1970. "History of hydrology". North-Holland Publishing Company.
7. Linsley, R. K., 1967. "Hidrología para Ingenieros". McGraw-Hill New York.
8. "Design of Small Dams", 1960. Department of the Interior. U. S. A.
9. Wisler, C. O., Brater, E. F. "Hydrology". Second Edition. Wiley Toppan.
10. Villarreal, Fernando José Gonzalez, 1972. "Estudio de Regionalización y Predicción de Tormentas y Avenidas de Diseño". Dirección de Proyectos de Irrigación. Secretaría de Recursos Hidráulicos.