



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA
CARRERA DE PSICOLOGÍA

FORMACIÓN DEL CONCEPTO DE DIVISIÓN PARTITIVA EN
NIÑOS DE TERCER GRADO DE PRIMARIA

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
LICENCIADO EN PSICOLOGÍA
P R E S E N T A N:
DANIEL ROSAS ALVAREZ
YOLANDA ROSAS RIVERA

JURADO DE EXAMEN

TUTOR: MTRO. HUMBERTO ROSELL BECERRIL
COMITÉ: LIC. ARMANDO RIVERA MARTÍNEZ
DR. ALVARO VIRGILIO BUENROSTRO AVILÉS
LIC. SARA GUADALUPE UNDA ROJAS
MTRO. GERARDO ORTIZ MONCADA



México, D.F.

2010



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIAS

A Dios por darme la oportunidad de aprender, por sensibilizar mi persona y permitirme sonreír cada día.

A mi mamá por iluminar siempre mi camino, por enseñarme a vivir, por ser la persona más noble en mi vida, por todos sus esfuerzos, por sus cuidados, por luchar por nuestros sueños y por todos los valores y creencias que me ha inculcado, gracias a ti desarrollé un alma noble y gracias a ti hoy doy un paso más hacia el futuro que un día imaginaste para mí, te quiero mucho.

A mi papá (Q.D.P) por todo su amor y por sus enseñanzas. Gracias por dejar en mi memoria muchas experiencias bonitas, gracias por escucharme y aparecer con las respuestas adecuadas. Sé que se cumplen los sueños que tenías pensados para mí, nunca te decepcionaré y sé que siempre estarás conmigo. Te quiero mucho papi, seguiré honrando tu memoria con todo lo que me enseñaste.

A mi extraordinario hermano Lalo por sembrar en mi vida motivos para ser una mejor persona, y que mejor manera de cosecharlos con los logros académicos, gracias hermano por tus sacrificios, por tu apoyo incondicional y por tu nobleza. Siempre aprendo cosas nuevas de ti, eres un modelo a seguir. Siempre estaré agradecida por todos tus cuidados, por todas las vivencias compartidas pero sobre todo por tu paciencia y cariño.

A mi maravillosa hermana Oli por el gran cariño que me tiene, por ser la hermana más valiente y noble, por enseñarme a ser una mejor persona y que los sueños se hacen realidad, solo se requiere esfuerzo, dedicación y disciplina. Muchas gracias Oli, tu sensibilidad y carácter contribuyen a que hoy demos un paso hacia delante. Te quiero mucho y agradezco cada día tu compañía.

A mis tío-padrinos Virginia y Marcelino por su apoyo e interés en mi persona, muchas gracias por estar siempre al pendiente de mi, por sus consejos y por recibirme siempre con los brazos abiertos.

A mi tía Martha por todo su cariño y atenciones, por todo su apoyo y dedicación.

A mis primos Jacqueline, Socorro y Armando por compartirme sus experiencias, por escucharme y aconsejarme correctamente. Los quiero mucho y siempre tendré presente todas sus atenciones conmigo.

A mis primos Lilia y Toño por enseñarme que en la vida siempre hay que sonreír, por compartir momentos alegres y tristes conmigo. Gracias por todo su apoyo y cariño.
A mi sobrina Johana y María Fernanda por enseñarme que siempre hay cosas nuevas que aprender, por sus sonrisas y por su carisma.

A mi amiguita Jazmín (China) por haber creído siempre en mí, por ser mi amiga incondicional, por ayudarme a crecer y ser mejor persona. Muchas gracias por tu alegría, te quiero mucho china.

A mi amiga Nayos por enseñarme a compartir, por brindarme una amistad incondicional y por hacerme parte de sus proyectos de vida, gracias Anayeli, te quiero mucho.

A mi amiga Monce por estar siempre conmigo, por sus consejos, por escucharme y enseñarme que para cumplir los sueños hay que mirarlos fijamente. Te quiero mucho Mon, eres una persona muy especial y no dejas de sorprenderme.

A mi amigo Daniel L. S. por toda su buena vibra, por sus cuestionamientos y por su perseverancia. Gracias por compartirme tus experiencias y por confiar en mí. Cada momento junto a ti me enseña a disfrutar la vida. Te quiero mucho amigote.

A mí amigo Juan por su fortaleza y apoyo incondicional. Muchas gracias por contagiarme tu sed de conocimiento, eres un gran amigo. Te quiero mucho Juanito.

A mi amiga Andrea por todas sus sonrisas brindadas, por su alegría y por su apoyo, me recuerda que siempre es un buen momento para sonreír. Muchas gracias Güerita, te quiero mucho.

A mi amigo Brian por todos sus consejos, por todos los momentos compartidos y sobre todo por confiar en mí. Gracias por devolverme la confianza en las personas, por apoyarme y escucharme, tus palabras siempre fortalecen mis ideas y sentimientos. Te quiero mucho y no sabes cuánto agradezco a Dios haberlos conocido, a ti y a tu maravillosa mamá.

A mi amiguita Adriana por todo su cariño, por su apoyo incondicional y por compartir todo tipo de experiencias. Gracias flaquita, tus detalles y consejos me han permitido seguir adelante.

A mí amiguita Anahisita por su visión de vida, por transformar la mayoría de las cosas con las que te topas, por enseñarme que la independencia es una buena cualidad. Gracias, te quiero mucho.

A mis amigos (as) Diana, Jess, Laura, Anahí Angélica, Zeltzin, Lesly, Tona, Alma, Gerardo y Rubén por todos sus consejos, por compartir experiencias muy lindas, por todo su apoyo y cariño.

A mi compañero Daniel R. A. por su interés hacia la construcción del conocimiento y bienestar social. Gracias por el tiempo compartido y por el apoyo en este proyecto.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México por darme la oportunidad de desarrollar habilidades y formar mi persona desde el nivel medio superior.

Al Mtro. Humberto Rosell Becerril por enseñarme a escuchar, por contribuir a mi formación profesional y personal, por compartir tantas experiencias, por todo su apoyo y confianza.

Al Mtro. Gerardo Ortiz Moncada por su dedicación y apoyo incondicional. Gracias por sus enseñanzas e interés hacia la reflexión.

Al Dr. Alvaro Buenrostro Avilés por su apoyo en el proyecto, por su paciencia y enseñanzas.

A la Profra. Carmen Morales Niño por su empeño en la educación de sus alumnos, por su nivel de exigencia y por enseñarme a comprender a las personas.

A la Mtra. Oliveira por su apoyo incondicional e interés en el proyecto.

A la Profra. Rebeca por todas sus enseñanzas y consejos, gracias por ser un pilar muy importante para mi desarrollo profesional.

A Efraín, Adriana, Armando, Alfonso, Laura y Sofía por su apoyo y contribución en la realización de la investigación, gracias.

Atentamente,

Yolanda

Dedicatorias

A mi Dios por la vida y la alegría.

A ti madre por todos los sacrificios que hiciste para brindarme mi educación, ya que sin ti este logro no hubiera sido posible.

A ti padre por apoyarme y por facilitarme el tiempo en cada momento que lo requería.

A ti Tina por tus enseñanzas y por motivarme a realizar cosas grandes.

A ti Cris y Max por todo su apoyo y por tratar de comprender mi ausencia en los labores cotidianos.

A mis abuelos Luisa, Felicitas, Luis y Roberto por ser un gran ejemplo de lucha.

A ti Yola por todo tu apoyo moral y académico, y porque este trabajo simplemente es fruto de los dos.

A todas mis amigas y amigos que siempre me apoyaron y compartieron momentos especiales conmigo dentro y fuera de la escuela, porque son parte de mí.

A Ara, Sofi y Dulce por ser amigas de toda la vida, y unas de mis mejores amigas.

A todas mis amistades, que prefiero no nombrar cada una de ellas pues la memoria me fallaría, por toda su confianza y aprecio.

A todos ustedes con mucho cariño por todo su afecto y aprecio.

Atte. Daniel

Agradecimientos

A la doctora Luz María Flores Herrera por ser quien me motivó e introdujo en la investigación.

Al maestro Humberto Rosell Becerril por todo su apoyo y sus enseñanzas tanto académicas como personales que me han enriquecido infinitamente como ser humano.

A la maestra Carmen Morales Niño por haber sido la primera en enseñarme algunas de las premisas del enfoque histórico-cultural y por haber generado algunos de los motivos que me orientaran a la realización de este trabajo.

Al maestro Gerardo Ortiz Moncada por involucrarse completamente en la supervisión de este trabajo, por su exigencia y compromiso.

Al doctor Álvaro Virgilio Buenrostro Ávilés por todas sus valiosas sugerencias que en todo momento fueron consideradas.

A la maestra Sara Unda por compartirme su sensibilización a los problemas sociales y por el reconocimiento del valor de nuestro trabajo.

Al maestro Armando Rivera por insistirme en comprender que no todo se agota en el lenguaje.

Al doctor Gabriel Sánchez Ruíz por contribuir a mi formación como investigador.

A los doctores Yulia Solovieva y Luis Quintanar, porque todo su trabajo ha sido un gran motivador en la realización de esta investigación.

A Sergio Nájera Burgos por prestarse a todas las discusiones que enriquecieron este trabajo.

A la directora de la primaria en la que se realizó esta investigación por habernos brindado su apoyo y todas las facilidades para realizarla.

A los niños por todas sus enseñanzas.

A la FES Zaragoza, UNAM, que simplemente me ha dado todo como profesional y demasiado como persona.

A todos mis maestros y compañeros porque mi aprendizaje fue producto de lo que construimos entre todos.

A Lev Seminovich Vigotsky, Lidia I. Bozhovich, Alex N. Leontiev y Alexander Romanovich Luria, por ser los personajes de mayor influencia en mi formación como psicólogo.

A todos los que creyeron y creen en mí.

Mi más sincero aprecio hacia todos ustedes.

Atte. Daniel

Formación del concepto de división partitiva en niños de tercer grado de primaria

| | |
|---|----|
| Introducción | 1 |
| 1. Enseñanza de la matemática en el desarrollo del niño escolar. | 9 |
| 1.1 Características psicológicas del niño en la edad escolar. | 9 |
| 1.2 Estructuras y funciones de las operaciones concretas. | 17 |
| 1.3 Importancia de la enseñanza de la matemática en el desarrollo del niño escolar. | 26 |
| 1.4 Historia de la enseñanza de la división. | 31 |
| 1.5 Análisis de los métodos actuales en la enseñanza de la división desde una perspectiva histórico-cultural. | 33 |
| 1.6 Aportaciones de los principales mecanismos cerebrales que participan en la asimilación de la división. | 35 |
| 1.6.1 Factores espacial, perceptivo analítico y perceptivo global | 44 |
| 1.6.2 Factor cinético | 50 |
| 1.6.3 Factor de regulación y control | 51 |
| 1.6.4 Factor de activación emocional inespecífica | 52 |
| 1.6.5 Factor neurodinámico | 53 |
| 1.6.6 Sectores subcorticales | 53 |
| 1.6.6.1 Cerebelo | 53 |
| 1.6.6.2 Regiones fronto-diencefálicas | 54 |
| 1.6.7 Mecanismos neuropsicológicos de aportaciones situacionales al cálculo. | 54 |
| 1.6.8 Factor cinestésico | 55 |
| 1.6.9 Factor oído fonemático | 55 |
| 1.6.10 Factores de retención audio-verbal y de retención visual | 55 |
| 1.7 Principales dificultades en la actividad de dividir y los mecanismos neuropsicológicos con los que se corresponden. | 56 |
| 2. Principios del método de formación del concepto de división partitiva. | 59 |
| 2.1 Premisas teóricas para el análisis de la actividad psicológica en escolares | 59 |
| 2.2 Asimilación y formación de acciones mentales, conceptos e imágenes mentales. | 62 |
| 2.3 Etapas del proceso de asimilación. | 68 |
| 2.3.1 Etapa de la motivación. | 70 |
| 2.3.2 Etapa de elaboración de la base orientadora de la acción. | 71 |
| 2.3.3 Etapa del aspecto material o materializado de la acción. | 77 |
| 2.3.4 Etapa de las acciones perceptivas. | 78 |
| 2.3.5 Etapa de las acciones verbales externas. | 78 |
| 2.3.6 Etapa del lenguaje interno para sí. | 80 |
| 2.3.7 Etapa de las acciones mentales. | 81 |

| | |
|------------------------------------|-----|
| 3. Planteamiento del problema | 87 |
| 4. Objetivo general | 88 |
| 5. Objetivos específicos | 88 |
| 6. Método | 89 |
| 6.1 Tipo de investigación y diseño | 89 |
| 6.2 Participantes | 90 |
| 6.3 Materiales e instrumentos | 92 |
| 6.4 Procedimiento | 95 |
| 6.5 Escenario | 95 |
| 7. Resultados. | 118 |
| 8. Discusión. | 201 |
| 9. Conclusiones. | 206 |
| Referencias bibliográficas. | 211 |
| Anexos | 226 |

Formación del concepto de división partitiva en niños de tercer grado de primaria

El objetivo fue que los niños de tercer grado de primaria formaran el concepto de división partitiva mediante una metódica basada en la asimilación por etapas de las acciones mentales (Galperin, 2009) para que previnieran o superaran sus dificultades en la división. Se trabajó con 25 niños, de edad entre 8 y 10 años, distribuidos en dos grupos experimentales (A: N=4 y B= 9) y en dos de comparación (C₁: N=4 y C₂: N=12). A los cuatro grupos se les realizó una evaluación inicial y una final. A partir de los resultados se realizó un análisis de tareas, de los componentes lógico, simbólico y matemático, de la funcionalidad de los mecanismos neuropsicológicos y de la personalidad. Los resultados mostraron que al final de la intervención ambos grupos experimentales identificaban el concepto de división en problemas y los resolvían correctamente, en su mayoría en el plano mental. En cambio, el grupo de comparación se mantuvo en su nivel inicial. Se concluyó que la asimilación del concepto, en el plano interno, corrige las dificultades presentadas por los niños, y que la enseñanza propuesta garantiza el desarrollo del concepto de división partitiva, de acuerdo al nivel de desarrollo potencial de cada niño.

Palabras clave: Formación de conceptos, resolución de problemas, división partitiva, matemática educativa, asimilación de conceptos.

Introducción

En la enseñanza se crea el contexto necesario y propicio para que se dé la reestructuración de los procesos psicológicos hacia modos más avanzados que se caracterizan por un control consciente y voluntario. La participación del alumno en el proceso de enseñanza le permite el acceso a ciertos instrumentos de ideación cultural, entre los que destaca la escritura y el cálculo, los cuales impulsan el desarrollo de su psiquismo y posibilitan el acceso a formas de conocimiento más elaboradas dentro de su cultura (Hernández, 1998). Uno de los principales objetivos de la educación escolar es la adquisición de los conceptos científicos básicos de la lingüística, la matemática, las ciencias sociales y las naturales (Talizina, 2009). Particularmente, la importancia de la enseñanza de la matemática en el niño consiste en que contribuye ampliamente en el desarrollo paulatino del pensamiento abstracto, en la habilidad para reflexionar y resolver problemas, y en el establecimiento de una nueva forma de comunicación (Dirección General de Normatividad de la Subsecretaría de Educación Básica, 2004); por lo que cumple funciones de registro, comunicación, generalización y descubrimiento (SEP, citado por Ávila, 2006).

La escuela desempeña un papel crucial en la promoción de aprendizajes específicos y del desarrollo general de cada alumno (Hernández, 1998). Es necesario reflexionar que si consideramos que el desarrollo del niño tiene lugar sólo durante el proceso de su educación por parte de los adultos (Liublinskaia, 1968), entonces la mejor enseñanza es aquella que se adelanta al desarrollo (Vygotski¹, 2007).

A través de la escuela se trasmite y recrean los saberes acumulados y organizados culturalmente que se consideran legítimos, en ella se generan los contextos donde se entretajan los procesos de desarrollo socio-culturales con los de desarrollo personal (Hernández, 1998). Por lo tanto, el problema fundamental del proceso educativo es el de la formación social y el de la formación individual ligadas entre sí por una relación dialéctica (Cecchini, 1969).

Las condiciones de vida, económicas, sociales, educativas y de salud, en las que se desarrollan los niños son elementos que influyen de manera determinante sobre la formación y el desarrollo psicológico del niño (Solovieva, Quintanar y Lázaro, 2002).

Los niños escolares que pertenecen a familias de bajos recursos económicos son de manera general los que presentan menor éxito cuando se evalúan con los procedimientos convencionales de medición, los más difíciles de ser educados por medio de los métodos tradicionales y los que más dependen de la escuela pública para obtener su educación (Connell, 2004). Además, es en ellos donde se observa de manera general un nivel más bajo en su desarrollo psicológico (Solovieva y Quintanar, 2007). Si consideramos que se habla de quinientos millones de niños en estado de pobreza en el Tercer Mundo, distribuidos mayoritariamente en áreas rurales donde la calidad de la enseñanza que llega hasta ellos es dudosa porque la pedagogía formal utilizada en sus escuelas es profundamente inapropiada a sus necesidades (Connell, 2004), entonces es posible plantear que son estos niños los que requieren más de una enseñanza dirigida, sistematizada y desplegada de acuerdo sus necesidades particulares, no sólo cognitivas sino también afectivas.

¹El apellido del autor soviético L. S. Vygotski ha sido traducido al idioma español en diferentes formas, en esta investigación se presenta como aparece en cada obra consultada.

En México, la enseñanza de las matemáticas es una de las principales preocupaciones por los constantes fracasos que se dan en su aprendizaje; y es evidente que los cambios sociales, culturales y económicos demandan un fortalecimiento en la enseñanza de las matemáticas en edades tempranas (Dirección General de Normatividad de la Subsecretaría de Educación Básica, 2004).

En el *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo* (SERCE, 2009), en el que se evaluó a estudiantes de México y de otros países de América Latina, en el área de matemáticas, en la que se da mayor importancia a la evaluación de la aritmética que a la geometría (Bernabe, 2008), los alumnos de tercer grado, que son de especial interés para la presente investigación porque en dicho grado es donde se comienza a enseñar el algoritmo de división, mostraron un bajo desempeño. La prueba utilizada consistía en una escala de cuatro niveles donde cada uno de ellos implica distintos logros: en el cuarto nivel los alumnos son capaces de encontrar promedios y resolver cálculos combinando las cuatro operaciones básicas; en el tercer nivel comparan fracciones y usan el concepto de porcentaje en el análisis de la información y en la resolución de problemas que requieren calcularlo; en el segundo nivel analizan e identifican la organización del sistema numérico decimal posicional y estiman pesos (masas); y en el primer nivel los alumnos ordenan números de hasta cinco cifras y resuelve problemas con una operación. Los resultados muestran que el mayor porcentaje (30%) se quedó en el primer nivel, lo que implica que el alumno no reconoció la organización decimal y no logró la ejecución de las cuatro operaciones básicas. (SERCE, 2009).

Los resultados anteriores también se observan en las evaluaciones particulares que realizan los profesores a sus alumnos en cada escuela. Cerca del 80% de los niños en primarias rurales en México presentan bajo rendimiento en matemáticas, de los cuales muchos de ellos reprobaban o merecerían reprobar el ciclo escolar (Solovieva y Quintanar, 2002a) puesto que es fundamental que se aprueben las asignaturas de matemáticas y español para que los niños sean promovidos al siguiente año (SEP, 2008). La investigación de Schmelkes (2005) sobre la desigualdad en la calidad de la educación primaria realizada en el Estado de Puebla obtuvo como resultado que si bien es cierto que en cuarto grado la

mayoría de los alumnos de la zona urbana de clase media alcanza por lo menos un dominio parcial en la asignatura de matemáticas, en sexto grado no ocurre ello con ninguna de las zonas evaluadas en su estudio, llámese urbana de clase media, urbana marginal, rural desarrollada, rural marginal e indígena. Esto puede ser un indicador de que los conceptos iniciales que se revisan en la asignatura de matemáticas no hayan sido bien asimilados, pudiéndose ver esto reflejado en un menor desempeño académico, porque, de acuerdo a Talizina (2001), el haber asimilado un concepto matemático de manera inadecuada va a ser causa de que los alumnos presenten serias dificultades en la comprensión posterior de conceptos más complejos. Aunque en la práctica educativa se pueda observar niños que, por ejemplo, no saben sumar correctamente pero que pueden realizar sin dificultades algunas multiplicaciones, que en principio implican el uso de un concepto más complejo, es necesario considerar que sus habilidades de multiplicar son sustentadas en la mayoría de los casos por un aprendizaje repetitivo y mecánico y no por una comprensión de las operaciones que implican.

Los conceptos son un importante componente del contenido de toda la enseñanza, particularmente de la matemática, porque a través de su comprensión se puede lograr la aplicación de ellos tanto en situaciones escolares como en situaciones fuera de ella. El papel del maestro es fundamental en la enseñanza de dichos conceptos porque él es el principal responsable de organizar y sistematizar el conocimiento para garantizar una asimilación completa de los conceptos en sus alumnos al interactuar de manera activa con ellos. Sin embargo, en las investigaciones de Talizina (2001), realizadas en escuelas primarias en Rusia, se ha observado que en la práctica escolar existe una asimilación deficiente de dichos conceptos, y por lo tanto no se cumplen los objetivos de la educación escolar.

De acuerdo a Connell (2004), los tópicos, los textos convencionales, los métodos de enseñanza y evaluación tradicionales, comúnmente se vuelven fuente de dificultades sistemáticas produciendo un tedio constante. Al ser impuestos aumentan el problema de la disciplina y dividen a los alumnos en una minoría académicamente exitosa y en una mayoría académicamente desacreditada. Es necesario aclarar que, de acuerdo a Ávila

(2006), consideramos como enseñanza tradicional la enseñanza memorística y escasamente significativa, donde el profesor habla y muestra, y los alumnos sólo escuchan pasivamente, repiten y ejercitan. Por lo tanto consideramos que, como lo plantea Connell (2004), para enseñar bien en las escuelas en desventaja se requiere de un cambio en la manera en cómo se determine el contenido educativo y la pedagogía. Vygotsky (2005) estableció desde hace más de medio siglo que lo que se exige ante todo del maestro es el conocimiento exacto de las leyes de la educación, y que para ello deberá construir su labor considerando premisas de la psicología. De esta manera la pedagogía científica se habría de convertir en una ciencia basada en la psicología. Dentro del enfoque histórico-cultural en psicología, la teoría de la actividad aplicada a la enseñanza (Talizina, 2009) ha contribuido en la generación de conocimiento de las leyes de la educación, fundamentándolo en la comprensión de la formación de las acciones y conceptos científicos que son base de la educación.

Talizina (2001) enfatiza que el proceso de asimilación de un concepto es como un proceso de solución de problemas porque para que el niño se apropie de determinada acción es necesario que esta se realice como respuesta a determinadas situaciones problemáticas. Los conceptos matemáticos sólo pueden ser aprendidos dentro de un sistema de conocimientos y de actividades lógicas iniciales y como elementos de un sistema de categorías único. Lo que han de asimilar los niños es la invariante, es decir, las características esenciales y suficientes de un concepto, y el método de trabajo con ella.

El concepto de división se puede aplicar en tres diferentes situaciones problemáticas que requieren cada una de ellas el uso de un sub-concepto de división: 1) cuando se conoce el dividendo y el cociente y se desconoce el divisor, 2) cuando se conoce el cociente y divisor y se desconoce el dividendo, y 3) cuando se conoce el dividendo y el divisor y se desconoce el cociente. Cada una de ellas se conocen respectivamente como división: cuotitiva, multiplicativa, y partitiva (María, 1881; Maza, 1991; Kribs, 2006). Su estrategia de solución es diferente para cada una de ellas. A pesar de que no se enseñan estos conceptos de manera formal en la escuela primaria, problemas que requieren la aplicación de los conceptos de división cuotitiva, multiplicativa y partitiva, se revisan desde finales de

segundo grado, según los libros de texto de la SEP (De León, Fuenlabrada, González, Guzman, Martiradoni y Ortega, 2002; Ávila, Balbuena, Bolas y Castrejón, 2006; Ávila, Balbuena y Bolas, 2007). De manera particular los problemas que contiene el libro de texto de tercer grado requieren sólo la aplicación de la división partitiva (Ávila, Balbuena, Bolas y Castrejón, 2006).

Se han estudiado los métodos tradicionales basados en la repetición y mecanización de las habilidades escolares que se utilizan en la enseñanza de las matemáticas y se ha observado que comúnmente causan una deficiente asimilación de las operaciones aritméticas en las que se incluye la división (Ávila, 2006). Algunas de las dificultades generadas por esta enseñanza son las siguientes: de disposición espacial, en el manejo de la cifra cero, en el trabajo con más de una cifra (Coronado, 2008), en la percepción y representación de las correspondencias uno a uno y uno a varios, en la síntesis de los elementos, en la orientación del acto, en la actitud hacia el problema, en la ejecución, en la conservación de la totalidad de los elementos y en la formulación en el plano del lenguaje de los datos del problema que se requieren para realizar la operación (Riverón, Martín, González y Gómez, 2001). De acuerdo a Téllez (2006), María (1881) y Uribe (2008), de las cuatro operaciones aritméticas básicas la división es la operación más difícil de asimilar en la escuela primaria, ella requiere de las operaciones de suma, resta, multiplicación y otras nuevas particularidades.

Considerando que es en la resolución de problemas, como medios de orientación en una actividad concreta, donde se requiere la aplicación de estos conceptos, Talizina y Nikota (2001) han elaborado el método general para la resolución de problemas aritméticos, sin embargo se ha constatado que muchos niños tienen dificultades no sólo para la resolución de problemas sino también para las técnicas del cálculo (Salmina, 2001). La presente investigación integra ambas perspectivas teniendo como finalidad la enseñanza de la ejecución de la división partitiva aritmética mediante situaciones problemáticas que motiven al niño a las tareas, y que permitan generar las condiciones necesarias para la asimilación.

Atendiendo a las dificultades de los niños en la ejecución de la división originadas por una deficiente asimilación y por la complejidad de la división partitiva, la presente investigación, fundamentada en el paradigma histórico cultural y abordada principalmente desde el marco de la teoría de la actividad (Leontiev, 1993; Talizina, 2009), tiene como objetivo formar el concepto de división partitiva, que es la más compleja de los tres tipos de divisiones que existen (Kribs, 2006) y además es la que requiere el uso del algoritmo convencional que se identifica en la enseñanza con el concepto general de división, mediante una metódica basada en la formación por etapas de las acciones mentales (Galperin, 2009a, 1979; Talizina, 1988). En la metódica se considera el procedimiento formal de dividir para que los niños que cursan el tercer grado de primaria superen las dificultades en la realización de la división partitiva. Para su enseñanza conceptual se propondrán tareas que requieran, o no, la utilización directa del concepto de división partitiva en la ejecución consciente y no automatizada de su algoritmo. Debido a que en tercero de primaria no se revisa en los libros de texto problemas de división cuotitiva y multiplicativa, y porque la enseñanza de procedimientos distintitos al que les solicitan a los niños podría causar dificultades de comunicación con su profesor en curso, no se revisará la ejecución de los otros dos tipos de división sino sólo su elección correcta, ya que la enseñanza del concepto se realizará dentro del sistema de categorías al que pertenece.

El orden del contenido de la presente obra fue organizado considerando como eje principal la descripción teórica de las características psicológicas de la población de estudio y en segundo lugar todo lo referente a la división, su enseñanza y su aprendizaje. Esto se determinó porque el trabajo se realizó con el niño y no con la división por sí misma. Posteriormente en el siguiente capítulo se muestran las bases teóricas de la metódica diseñada para que posteriormente se describa su aplicación y los resultados obtenidos a partir de ella.

De tal forma, en el capítulo uno se presenta, de acuerdo a la teoría histórico cultural (Vigotsky, 1995a-b; Bozhovich, 1976, 2009a-b; Elkonin, 2009) con la integración de las aportaciones piagetianas (Piaget, 1971, 1972, 1975, 1976, 1978a-b), las características del desarrollo psicológico de los niños de tercer grado de primaria y la importancia de la

enseñanza de la matemática en su desarrollo psicológico; así como también los métodos más comunes de enseñanza de la división, y sus contribuciones y limitaciones de ellos a la asimilación del concepto de división. En este capítulo se incluye la definición de división partitiva con el objetivo de mostrar los componentes que serán retomados en nuestra metódica para la formación del concepto de división partitiva.

Considerando, de acuerdo a Solovieva (2004), que la variación del desarrollo no sólo se da en dependencia de las condiciones socio-culturales, sino también de la organización misma de los procesos psicológicos y sus mecanismos psicofisiológicos que se modifican bajo el efecto de la actividad que se realiza, en la presente investigación se incluye en el mismo capítulo las aportaciones de los mecanismos neuropsicológicos a nuestra actividad de estudio.

Los principios generales de la organización de la enseñanza basada en la teoría de la actividad (Galperin, 2009a-c; Talizina, 1988, 2000, 2001, 2009), que sustentan la metodología de la experimentación, se incluyen en el capítulo dos. En este se presenta todo lo referido a la formación de conceptos, tanto sus etapas como los medios que garantizan la asimilación.

Posteriormente se presenta el método, los resultados, la discusión y las conclusiones de nuestra investigación.

1. Enseñanza de la matemática en el desarrollo del niño escolar.

Entre los rasgos psico-fisiológicos que caracterizan cada etapa del desarrollo del niño se encuentra el tipo de actividad a la que éste se dedica, actividad que se convierte a su vez en factor de su evolución mental (Wallon, 1968). Al llegar a la edad escolar en el desarrollo de las operaciones aritméticas se produce un viraje, del paso de la aritmética primitiva a la cultural. Por lo tanto es imprescindible adecuar la educación de la aritmética a las peculiaridades de dicha etapa de desarrollo (Vygotsky, 1995a). El desarrollo psíquico se manifiesta en la reestructuración de toda la actividad reflectora del niño: la modificación de su conocimiento, los cambios de sus sentimientos y el desenvolvimiento de su actividad volitiva y transformadora (Lublianskaia, 1968). Este capítulo inicia mostrando las características psicológicas de la edad escolar y las operaciones concretas particulares de esta edad que participan en la realización de las operaciones aritméticas. Posteriormente se presenta la importancia de la enseñanza de las matemáticas en el desarrollo del niño y se describe la historia de la división en la enseñanza de la matemática y los métodos empleados en la escuela primaria para su enseñanza. Al final se mencionan las aportaciones de los mecanismos neuropsicológicos en la resolución de problemas y en la realización de operaciones aritméticas con la finalidad de que en el análisis de resultados, al presentar el análisis de cada tarea y el análisis de los tipos de errores que presentaron los niños a lo largo de todo el proceso de intervención, mostremos algunas de las causas de los efectos de la metódica implementada.

1.1 Características psicológicas.

Para resolver los problemas de la educación es fundamental revisar la teoría y la metodología de investigación psicológica específica de estos problemas. El camino propuesto por Bozhovich (2009a) en psicología que puede contribuir a la solución de este problema es adoptar la personalidad del niño como objeto de estudio general. En este sentido Vygotsky (1995b) acertó en mencionar que la personalidad es el principal objeto de la ciencia psicológica. Una ciencia enfocada a la actividad mental de los niños en los procesos actuales pedagógicos y en las particularidades que integran la personalidad de los niños es no sólo el objeto sino también el sujeto de educación. La personalidad entendida

como sujeto de la educación hace referencia al momento interno de la actividad que se constituye en el sujeto concreto que la realiza. Así, la personalidad es creada por las relaciones sociales que entabla el individuo en su actividad. No se nace con la personalidad, ella es un producto relativamente avanzado del desarrollo histórico social y ontogenético del hombre, siendo a su vez su proceso de formación incesante (Leontiev, 1993). El estudio psicológico del niño con rigor y objetividad en la psicología educativa es el único camino para que tenga éxito la psicología pedagógica y para que brinde a la pedagogía el conocimiento de las necesidades de cada nueva etapa del desarrollo del niño, cuando surgen nuevas particularidades psicológicas en la formación de la personalidad (Bozhovich, 2009a).

Vygotsky (2007), al explicar su teoría del área del desarrollo potencial, estableció que la edad mental tendría que ser evaluada a partir de dicha área, entendida esta última, como la diferencia entre el nivel de las tareas realizadas por el niño con el apoyo de los adultos y el nivel de las tareas que pueden realizar el niño sin apoyo. A diferencia de quienes establecían la edad mental con apoyo de tests que sólo evaluaban el nivel de desarrollo efectivo, Vygotsky (2006a, 2007) la establecía considerando las futuras potencialidades de desarrollo, lo cual le permitió caracterizar de forma distinta el estado psicológico en que se encontraba cada niño. De forma general, la edad psicológica de los niños que participan en esta investigación es la edad escolar. Esta inicia una vez que ha comenzado el aprendizaje en la escuela y en ella ocurren los cambios más esenciales del desarrollo mental (Vygotsky, 1995a; Solovieva y Quintanar, 2005). En México la edad escolar primaria va de los seis hasta un límite de 14 años (SEP, 2005).

De acuerdo a Wallon (1968), es a partir de los siete años cuando se es posible sustraer al niño de sus ocupaciones espontáneas para dirigir su atención a otras actividades. En el caso de que la escuela forme parte de los sistemas de actividad del niño de esta edad, el aprendizaje escolar es lo que constituirá su actividad rectora, el cual se irá organizando en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Elkonin, 2009; Solovieva y Quintanar, 2005). En caso de no cumplirse lo anterior su actividad rectora estará determinada por sus sistemas de actividad específicos.

En la escuela, la actividad lúdica que era central en la etapa preescolar puede ser utilizada como un apoyo pero no como actividad central (Mejía, 2010). Debido a la organización de la enseñanza-aprendizaje todos los procesos psicológicos se reconstruyen y el pensamiento comienza a determinar a los demás procesos psicológicos (Akhutina y Pilayeva, 2004). En el transcurso de la actividad escolar la dirección en la adquisición de conocimientos representa el principal objetivo de la enseñanza. En ella se forman las fuerzas intelectuales y cognitivas. El significado rector de la actividad de aprendizaje y la enseñanza escolar es determinado también por el hecho de que a través de ella se mediatiza todo el sistema de relaciones del niño con los adultos, incluyéndose la comunicación personal en la familia (Elkonin, 2009).

El contenido de cada edad y etapa no es independiente de las condiciones sociales en las que vive y se desarrolla el niño, sino que se determina por las condiciones sociales e históricas concretas (Leontiev, 1978). Asmolov (1998) menciona que para desarrollar una aproximación histórica evolutiva en el estudio psicológico de la personalidad hay que revelar las regularidades del desarrollo humano en su evolución natural, la historia de la sociedad y la construcción del curso de la vida individual de la personalidad sobre la base de una metodología enfocada al estudio de sistemas en el desarrollo humano. Cada edad psicológica se ha de caracterizar por un conjunto especial de condiciones de vida, por la actividad de los escolares y por la estructura de las particularidades psicológicas que se forman bajo la influencia de estas condiciones. Dado que el desarrollo psíquico es un proceso complejo en la caracterización de cada edad psicológica se analiza no sólo las condiciones objetivas que influyen sobre el niño sino las particularidades ya formadas en su psique mediante las que se reflejan la influencia de estas condiciones (Bozhovich, 1976).

Las categorías desarrolladas ampliamente por Bozhovich (1976; 2009b) y Elkonin (2009), que utilizan Solovieva y Quintanar (2005) para señalar la caracterización de cada edad psicológica, son la situación social del desarrollo, las neo-formaciones y la línea general del desarrollo.

Con algunas excepciones entre las que destaca el trabajo de Freud (1976), de manera general en toda la psicología se ha descuidado el interés por las necesidades. Existen estudios limitados y dispersos sobre este tema, lo cual tiene un efecto negativo en la teoría y práctica pedagógica, pues la pedagogía ha sobre-valorizado la influencia de la conciencia en los niños exagerando el rol de la palabra y la persuasión verbal y ha minimizado la organización de las vivencias de ellos, es decir, la formación de sus necesidades, impulsos y sentimientos (Bozhovich, 2009a).

Vygotsky (citado por Bozhovich, 1976), aunque no desarrolló del todo, implementó la categoría *situación social del desarrollo* como la combinación compleja de los procesos internos del desarrollo y de las condiciones externas, que son únicas en cada etapa y que influyen en el desarrollo psíquico y en las nuevas formaciones psicológicas que aparecen hacia el final de cada etapa. Para conocer la situación social del niño es necesario considerar el concepto de *vivencia*, la cual es una unidad donde están representados tanto lo que percibe el niño como lo que el niño aporta a la vivencia. Bozhovich (2009b) al desarrollar el concepto de vivencia menciona que ésta refleja el estado de satisfacción del niño con sus relaciones con el medio social y cumple la función de informarle al niño en qué relación se encuentra con ese medio, esa relación es la que orienta su comportamiento. Para comprender las vivencias características del niño, es decir su situación social, es importante tomar en cuenta las necesidades y aspiraciones de él junto con las posibilidades de satisfacer esas necesidades, esto nos lleva a considerar la posición que ocupa el niño en el sistema de las relaciones sociales en las cuales participa (posición objetiva) y las particularidades psicológicas ya formadas anteriormente.

Asmolov (1998), para explicar la transformación de la personalidad dentro de un periodo histórico de transición de una cultura o país, usa la categoría situación histórica de desarrollo, en analogía con la categoría situación social de desarrollo, con la cual se puede indicar el periodo en que se dan nuevas formaciones psicológicas en los niños que les ha sido derrumbado su sistema de valores en construcción, en caso de que les toque vivir un periodo así, lo cual los lleva a incrementar la búsqueda de identidad personal y grupal. Esta búsqueda de identidad personal y grupal también se origina durante el desarrollo de nuevas

formaciones psicológicas por la transformación de su situación social de desarrollo. Precisamente en la interrelación entre la posición objetiva y las particularidades ya formadas surge la posición interna del niño, es decir, el sistema de necesidades y aspiraciones representadas subjetivamente en las vivencias correspondientes que mediatizan las influencias del medio para convertirse en la fuerza motriz que desarrolla en él nuevas cualidades psíquicas (Bozhovich, 2009b).

El surgimiento de una motivación mediatizada y de instancias éticas subjetivas, y la aparición de la autovalorización, son las nuevas formaciones que tienen que haber sido consolidadas en la edad preescolar, ya que ellas testimonian que el niño ha pasado al siguiente estadio del desarrollo creando las condiciones necesarias para el paso al aprendizaje escolar y por lo tanto a un nuevo tipo de vida (Bozhovich, 1976).

El ingreso del niño a la escuela le da una nueva posición en la sociedad, la cual implica mayor responsabilidad y seriedad ante el estudio. Las tareas que exigen mayor actividad intelectual y las asignaturas complejas son las que siembran mayor interés en el niño. Las necesidades fundamentales para promover el desarrollo psíquico del niño son la necesidad cognoscitiva, que se satisface en el estudio serio y formal (clases, solución de problemas) y la necesidad de relaciones sociales determinadas, que se manifiestan en el lugar que ocupa el niño, por ejemplo si los niños al ingresar a la escuela no sienten que se modifiquen sus relaciones con sus padres entonces su posición de escolar irá perdiendo valor al mismo tiempo que sus obligaciones dejarán de ser atractivas y por lo tanto el estudio se les presentará en su aspecto difícil lo cual tendrá como consecuencia una actitud indiferente o hasta negativa hacia el estudio (Bozhovich, 1976).

Esta nueva posición del niño en la sociedad lo coloca en condiciones que lo motivan poderosamente hacia el desarrollo del espíritu colectivo y del cuidado común para un buen aprendizaje, sin embargo esta tarea se debe de fomentar día a día para que no socave (Leontiev, 1978). El niño para ocupar un lugar en el colectivo está obligado a tener presente la opinión, las reglas y tradiciones del colectivo. El lugar que ocupe será de acuerdo a la

tarea social que recibe y al modo en que estudia, por su capacidades, disposiciones y carácter (Bozhovich, 1976).

El niño en la escuela encuentra una nueva forma de vida donde participan sus propios intereses y sus interrelaciones con sus compañeros, estas relaciones van convirtiéndose en el medio directo y fundamental para la formación afectiva de su personalidad. En los niños surge el deseo de realizar diferentes actividades junto con sus compañeros, compartir responsabilidades (Phillips, 1972; Bozhovich, 1976) y un especial interés en la opinión de sus compañeros, esto porque el niño aspira un puesto entre ellos. Por lo tanto la satisfacción emocional de sus vivencias está determinada tanto por el adulto como por sus compañeros (Bozhovich, 1976).

Con el incremento, la profundización y diferenciación de la experiencia social se forma y desarrolla la personalidad del niño. En la edad escolar se forma una personalidad y una concepción del mundo estable y consistente. La base de este cambio es la formación del lenguaje interior que pasa a ser la principal herramienta del pensamiento ya que con él separa el pensamiento de la acción. Por la transformación y formación de nuevas cualidades, es decir, por los saltos cualitativos de las funciones, las particularidades de la conducta del niño pasan ahora al plano del pensamiento. El niño de edad escolar vive en una esfera de percepción y acción dirigidas. El niño toma conciencia de sus actos debido en parte al fracaso de su integración en sus sistemas de relaciones y por la insatisfacción de sus necesidades, además el diferenciarse de los otros como parte fundamental del desarrollo de su personalidad por el surgimiento de la voluntariedad y del carácter consciente de sus procesos le ha permitido distinguir sus necesidades de las de los otros. El niño planifica sus actos gracias al lenguaje y puede rendir cuentas de ellos, con ayuda de su lenguaje interno desglosa la esencia de las cosas y sus relaciones, no obstante no se produce al inicio la conciencia de sus propios procesos de pensamiento sino sólo con el correr de los años en esta edad, a finales de la primera edad escolar se supera plenamente la lógica egocéntrica y el niño aprende a dominar el curso de sus pensamientos, empieza a regularlos, a seleccionarlos y a controlarlos. La regulación de su pensamiento constituye un acto volitivo y electivo como una acción moral. Es por ello que se ha comparado la reflexión, la elección

en el conflicto de los motivos en la vida real, con la aritmética, que se basa en la elección de las acciones necesarias (Vygotsky, 1995b)

Considerando que el comportamiento del niño es en un inicio determinado por las instrucciones que el adulto le da, que sirve sólo para la acción inmediata que indica la instrucción, así la palabra dirigida como una orden se convierte en un medio de autorregulación del comportamiento del niño. La instrucción funciona como medio de orientación y de autorregulación en el comportamiento del niño para que posteriormente, al asimilar el niño esta forma de organización para la realización de alguna actividad, empiece a formar imágenes de sus futuras acciones (Luria, 2007). Así, la instrucción escolar ayuda al niño a tener conciencia de su propio proceso mental (Vygotsky, 2006b). La importancia de la escuela es extraordinariamente grande, ya que al analizar los cambios de los procesos mentales del niño en los años escolares, se observa que estos cambios tienen lugar debido a la influencia de la introducción sistemática recibida en la escuela (Leontiev, 1978).

En esta etapa el niño desarrolla el carácter voluntario de los procesos mnémicos y atencionales (Solovieva y Quintanar, 2005), el lenguaje monológico y el pensamiento conceptual lógico (Leontiev, 1978). En la edad escolar la memorización y reproducción se transforman en una actividad independiente de aprendizaje de memoria voluntariamente dirigida, la percepción en actividad de observación sistemática y organizada con un fin determinado, el pensamiento en actividad de reflexión, y gradualmente se adquiere la atención voluntaria que permite una actividad intelectual suficiente y la generación de un interés directo de la clase (Bozhovich, 1976). La afición al dibujo, que era la ocupación predilecta del niño preescolar (Vygotsky, 2000), comienza a decaer en la edad escolar como parte de un proceso de desarrollo esencialmente unificado del lenguaje escrito, que va de los gestos y signos visuales, pasando por el desarrollo del simbolismo en el juego y en el dibujo, hasta llegar al simbolismo en la escritura (Vygotsky, 2006a); por lo tanto, ahora el medio de expresión que acompaña a su personalidad es la expresión escrita (Vygotsky, 2000). La comprensión del lenguaje escrito que se realizaba a través del lenguaje hablado va paulatinamente abreviándose hasta que el lenguaje hablado acaba por desaparecer como vínculo intermedio. El lenguaje escrito se convierte en un simbolismo directo que se

percibe del mismo modo que el lenguaje hablado, por lo tanto el dominio del lenguaje escrito y la capacidad de leer ocasiona enormes cambios en el desarrollo cultural de los niños, siendo parte esencial para afrontar con éxito la actividad escolar (Vygotsky, 2006a).

En esta edad la objetividad sustituye al sincretismo. Poco a poco las cosas y la persona dejan de ser los fragmentos de lo absoluto que se imponían sucesivamente a la intuición. La red de las categorías produce el auge de las clasificaciones y de las relaciones más diversas. Sin duda el animador de ello es la actividad propia del escolar. La misma actividad se convierte en categoría. Es entonces cuando se le asignan al niño las tareas entre las cuales puede distribuirse, a fin de obtener los efectos con los cuales es posible modificarla (Wallon, 1968). En la edad escolar menor, durante el proceso de la actividad escolar misma, se forma la capacidad para planear las acciones y realizarlas voluntariamente (Akhutina y Pilayeva, 2004). De acuerdo a Bogoyavlensky y Memchinskaya (2007) el niño cuando asimila el contenido escolar es capaz de controlarlo ya que conoce las relaciones reales de los objetos. Sin embargo es necesario considerar que las convicciones adquiridas en la escuela mediante el conocimiento sólo podrán echar hondas raíces en la psique cuando se hayan consolidado emocionalmente (Vygotsky, 2000). El interés por la tarea es totalmente indispensable y deja lejos a la simple dominación, ayuda en mucho a encauzar al niño en su propia conducta (Wallon, 1968).

La posición interna del niño, explicada anteriormente, se convierte en la fuerza directa que desarrolla las nuevas cualidades psíquicas de cada edad psicológica (Bozhovich, 2009b; Lubovsky, 2009). La capacidad del aprendizaje independiente personal y la aparición del pensamiento teórico dialéctico son particularidades psicológicas que surgen en la edad escolar (Solovieva y Quintanar, 2005). De manera general, las nuevas formaciones de esta edad psicológica son: una nueva actitud cognoscitiva hacia la realidad que le permite pasar al pensamiento más complejo; un nuevo nivel en la esfera afectiva y de necesidades del niño que le permite dirigirse por objetivos planteados, sentimientos y demandas morales; el surgimiento de formas de conducta y de formas de actividad relativamente estables que son la base para la formación de su carácter; y el desarrollo de la dirección social del escolar, que implica la búsqueda de su lugar en el colectivo y la

asimilación de las exigencias morales del mismo Bozhovich, (1976). La línea general del desarrollo que caracteriza esta edad es la técnico-operacional donde el sistema de relaciones niño-objeto de la cultura sirve como base objetiva para la formación de la esfera intelectual cognoscitiva (Elkonin, 2009). En el siguiente apartado se revisará ampliamente las estructuras y funciones de las operaciones concretas propias de la línea de desarrollo práctico-operacional (técnico-operacional) de la edad escolar.

1.2 Estructuras y funciones de las operaciones concretas.

La etapa de las operaciones concretas que va aproximadamente de los dos a los 12 años se divide en dos subetapas, la del pensamiento preoperatorio, que va cerca de los dos a los siete años, y la de consolidación de las operaciones concretas, de los siete a los doce años (Hernández, 1998). Como hemos mencionado en la presente investigación se trabajó con niños de tercer grado de primaria, dichos niños contaban con edades de entre ocho y 10 años, por lo tanto en este apartado se describirá principalmente la subetapa de la consolidación de las operaciones concretas. Particularmente en el estudio de las operaciones matemáticas, que es el marco general de nuestro objeto de análisis, de acuerdo a Salmina y Filiminova (2002), la teoría de Piaget nos aporta elementos de análisis que nos permiten conocer las operaciones necesarias en la asimilación de las acciones y conceptos matemáticos.

Piaget e Inhelder (1984) llaman operaciones concretas a la etapa donde el niño afecta directamente a los objetos. Estas operaciones forman la transición entre la acción y las estructuras lógicas más generales que implican una combinación y estructura de grupo coordinante. Pese a esto, estas operaciones nacientes se coordinan ya en estructuras de conjunto pero son pobres por la falta de combinaciones generalizadas. La cualidad del pensamiento que lleva al niño hacia este periodo es la reversibilidad, la posibilidad de ir y regresar al punto de partida de las acciones (Piaget, 1975). Las operaciones reversibles aparecen en el niño desde lo que Piaget (1976) denomina cuarto estadio, del período sensoriomotor (Phillips, 1972), en el cual también se da el paso de los grupos subjetivos a los grupos objetivos. En ese periodo, el grupo de operaciones reversibles constituye un

grupo objetivo pero limitado a las relaciones elementales del sujeto y del objeto (Piaget, 1976). Sin embargo, específicamente en la explicación de las operaciones lógico-matemáticas, Piaget (1978a) se refiere a una reversibilidad con conservación, es decir una reversibilidad operatoria, que se genera hasta después de los siete años, y que, a diferencia de la simple invertibilidad que sólo implicaba un retorno empírico al punto de partida pero por medio de acciones distintas que no se compensan necesariamente, asegura la invariancia cuantitativa. También ha sido denominado este proceso por Piaget e Inhelder (1984) como compensación o reversibilidad por reciprocidad de las relaciones.

Según Piaget (1975), una vez superado el egocentrismo intelectual y las conductas impulsivas de la pequeña infancia, el niño, a partir de los siete u ocho años, empieza a pensar antes de actuar, es decir, llega al comienzo de un principio de reflexión. El niño adquiere la capacidad de construir explicaciones propiamente atomísticas y es la época en que comienza a saber contar. El atomismo se observa en función del proceso deductivo de composición que revela. El todo se explica a partir de la composición y relación de las partes, suponiendo esto una serie de operaciones reales de segmentación o partición, de reunión o adición y desplazamientos por concentración o separación (Piaget, 1975). En lo referente a la relación parte-todo, Piaget, Inhelder y Semniskaya (1966, citado por Perera, 2009) señalan que para dividir un todo en partes iguales se necesita anticipar la relación entre las partes y el entero, considerando la conservación del todo sin importar las divisiones que haya sufrido.

Las estructuras del pensamiento del niño están ligadas a la experiencia actual y sus recursos inmediatos para afrontar las tareas escolares son principalmente el apoyo concreto, su oído, sus ojos y manos (Collis, 1982). Las nociones de conservación en esta edad que desarrollan el pensamiento son las nociones de permanencia de la substancia (cantidad), del peso, del volumen, de las longitudes, de las superficies, de los conjuntos discontinuos, entre otras. Estas nociones se forman a partir de la explicación causal por composición partitiva, es decir resultan de un juego de operaciones coordinadas entre sí en sistemas de conjunto, que tienen al contrario del pensamiento intuitivo, propiedad esencial de ser reversibles (Piaget, 1975).

Existen diversos tipos de operaciones, entre las que se encuentran las operaciones aritméticas, que constituyen sistemas de conjunto que son componibles y reversibles. No existe ninguna operación aislada. El sistema esencial de operaciones lógicas que permite la construcción de las nociones generales o clases y que constituye toda clasificación es el encajamiento de las partes en el todo o su inversa (Piaget, 1975).

El niño en esta etapa es capaz de clasificar materiales, desglosar grupos en subgrupos, colocar en orden una serie, emparejar elementos correspondientes y sustituir elementos equivalentes (Collis, 1982). Es decir, el niño desarrolla operaciones de identidad (conservación) para longitudes y cantidades simples; clasificación, ordenación, seriación y composición; y correspondencia recíproca (Piaget, 1975; Salmina y Filiminova 2002).

Phillips (1972) menciona que la cualidad de conservación del número le permite al niño hacer la correspondencia numérica, desplegando correctamente los objetos uno a uno, y estar seguro de que lo ha hecho bien. El niño en esta etapa es capaz de realizar operaciones aritméticas sencillas. Collis (1982) menciona que en esta etapa el niño se desempeña mejor cuando se le presenta una operación aritmética por medio de objetos físicos.

El número en sí mismo y las operaciones propiamente aritméticas, la suma y su inversa la resta, la multiplicación y su inversa la división, se construyen por término medio hasta después de los siete años. El número es un compuesto de algunas de las operaciones antes mencionadas, por lo tanto necesita su construcción previa. Un número es una colección de unidades iguales entre sí (una clase), una sucesión ordenada (una seriación). Es cardinal y ordinal a la vez porque resulta de una fusión de los sistemas de encajamiento y de seriación lógicos, dado que aparece al mismo tiempo que las operaciones cualitativas. Las correspondencias término a término se convierten en operatorias, susceptibles de constituir operaciones aritméticas, hasta el momento de que el niño es capaz de manejar simultáneamente las operaciones de seriación de las fichas y de encajamiento de las partes

en el todo (clases). Sólo así se supone una correspondencia duradera de cada colección dada y engendra por ello los números (Piaget, 1975).

El pensamiento del niño pasa a ser lógico sólo por la organización de sistemas de operaciones que obedecen a leyes de conjunto comunes: composición, reversibilidad, operación nula, asociación (Piaget, 1975), transitividad y tautología (Piaget, 1978b). El paso de la intuición a las operaciones matemáticas se da en esta etapa por la construcción de agrupamientos y grupos, organizaciones de conjunto en las que todos los elementos se complementan y se equilibran entre sí (Piaget, 1975).

La estructura que caracteriza la asimilación mental de orden operatorio permite a la mente un equilibrio muy superior al de la asimilación intuitiva o egocéntrica de la primera infancia, ya que la reversibilidad permite un equilibrio permanente entre la asimilación de las cosas por la mente y la acomodación de la mente a las cosas (Piaget, 1975).

Las grandes conquistas del pensamiento de esta edad son la noción de tiempo, velocidad y espacio (Piaget, 1975; 1971). A pesar de que no se han realizado suficientes investigaciones en el estudio de la construcción de la noción de espacio, se ha planteado que esta noción es especialmente importante para la comprensión de las leyes del desarrollo y para las aplicaciones pedagógicas (Piaget, 1975). Una de las aplicaciones que revela la importancia de las nociones mencionadas es la construcción del método general para la solución de problemas aritméticos de procesos, el cual tiene como base la asimilación de los conceptos, tiempo, producto y velocidad, y la asimilación de sus relaciones (Talizina, 2009).

Las nociones lógico-matemáticas suponen un juego de operaciones que son abstraídas, no de los objetos percibidos, sino de las acciones ejercidas sobre los objetos, lo que no es de ninguna manera equivalente, ya que si cada acción da lugar a percepciones estereotípicas y propioceptivas, los esquemas de esas acciones no son perceptibles (Piaget e Inhelder, 1984). Las verdades lógicas y aritméticas más simples y más generales se

construyen con la ayuda de la experiencia antes de poder dar lugar a un manejo operatorio puramente deductivo (Piaget, 1972).

El lenguaje es una condición necesaria pero no suficiente en la construcción de las operaciones lógicas. Las operaciones aritméticas, entre la que se encuentra la de dividir, son coordinaciones entre acciones antes de poder ser transpuestas bajo forma verbal y, por lo tanto, no es el lenguaje la causa de su formación. A pesar de que el lenguaje aumenta indefinidamente su poder y les confiere una movilidad y una generalidad que no tendrían sin él, no es el origen de tales coordinaciones (Piaget, 1975).

De acuerdo a Shardakov (1963), a pesar de todas las aportaciones de Piaget (1971; 1972; 1975; 1976; 1978a; 1978b) en el estudio del desarrollo del pensamiento del niño, él ignoró el contenido del pensamiento, ya que suponía que había que estudiar las leyes del desarrollo del pensamiento únicamente en las operaciones que éste realiza sin la menor relación con la actividad mental.

Según Piaget (1975), el pensamiento de los niños de edad inferior a once y doce años tiene sólo un carácter lógico concreto, lo cual implica que no tiene operaciones proposicionales con sus estructuras de conjunto particulares. Menciona que cuando los escolares comienzan a comprender y a asimilar los nexos causales al nivel de un pensamiento causal lógico y generalizado, es sólo a partir de la edad de once o doce años, antes de ello únicamente se constituyen las operaciones lógicas denominadas concretas que no cubren toda la lógica de clases y relaciones. Sin embargo, Shardakov (1963) considera que, ya los alumnos de la primaria al resolver, por ejemplo, problemas de aritmética, recurren a leyes y reglas. El descubrir consciente y lógicamente las dependencias causales del contenido a asimilar, lo cual es parte del método de la presente investigación, eleva la labor mental al pensamiento lógico, formando un todo con el contenido concreto integrado por imágenes y elementos visuales.

Talizina (2000, 2001, 2009), Salmina (2001) y Salmina y Filimonova (2002) han organizado métodos de enseñanza de los conceptos y operaciones matemáticas para alumnos de edad preescolar y escolar, en los cuales se trabajan principalmente los elementos lógicos suficientes para el aprendizaje de las matemáticas. La aplicación de estos métodos muestra que los niños de edad preescolar y escolar son capaces de comprender la conservación de cantidad, el volumen y el área, uso de símbolos, y conocimientos lógicos (seriación, clasificación). De acuerdo a estas autoras, no es necesario esperar la maduración de las estructuras cognitivas ni el estadio de las operaciones formales para que los alumnos aprendan el contenido de las matemáticas, como lo plantea Piaget, sino es necesario organizar de forma adecuada el proceso de enseñanza-aprendizaje para que el niño asimile los conceptos matemáticos. Dicha organización implicaría considerar las condiciones sociales concretas de los niños y sus vivencias, pues si bien es cierto que una organización sistematizada de las tareas facilita el proceso de aprendizaje, estas tienen primero que garantizar en los niños la motivación suficiente hacia la actividad, por lo cual han de ser establecidas en base a sus necesidades particulares.

Salmina (2001) y Salmina y Filimonova (2002) han estructurado los conocimientos y habilidades matemáticas en tres componentes principales para la asimilación de las operaciones y conceptos matemáticos. El *componente matemático (operacional)* incluye la comprensión de las relaciones cuantitativas donde destacan la operación de la correspondencia recíproca, la de comparación de los conjuntos, la del dominio de los medios del conteo con el paso hacia la unidad de medida siguiente (unidades, decenas y centenas), y la habilidad para utilizar la medida y la comprensión de que la cantidad depende de la medida; el *componente lógico* incluye las habilidades para identificar las características en los objetos para la cuales se realizan operaciones de a) conservación de la cantidad, área, volumen, y del tiempo del movimiento, b) la seriación de los acontecimientos y de los objetos, y la ordenación de ellos, y c) la clasificación, que permite dividir los objetos en grupos orientándose en sus características; el *componente simbólico* contiene las habilidades de, conocimiento de cifras, de la denominación del conjunto con una cifra y lo inverso (reversibilidad, que como ya mencionamos es la cualidad obligatoria para la formación de todas las operaciones matemáticas) para posteriormente permitir

correlacionar los números y realizar dichas operaciones, además incluye la realización de las acciones en el eje de los números, y por último la habilidad para la solución de problemas que se relaciona con la comprensión del texto, es decir la habilidad para pasar del contenido concreto al idioma de los símbolos, ya que para solucionarlos es necesario traducir el texto del problema partiendo del idioma concreto hacia el idioma de las relaciones matemáticas, traducción que se logra y se practica utilizando la anotación breve, es decir, con el paso del texto al idioma de los modelos gráficos (Salmina y Filimonova, 2002).

Así como el niño domina su conducta sólo una vez que haya dominado el sistema de los estímulos que la generan, el niño domina la operación aritmética cuando domina el sistema de los estímulos aritméticos (Vygotsky, 1995a). Sin embargo, en la formación de conceptos numéricos es muy importante trabajar tanto con los conocimientos y las operaciones lógicas básicas, con los tipos necesarios de la actividad simbólica y semiótica, así como con los conceptos y las relaciones matemáticas elementales, para evitar las dificultades que surgen a partir de la enseñanza de la matemática basada únicamente en la manipulación formal de símbolos, la cual presta mayor atención a los símbolos aritméticos y no a las cantidades que ellos representan, prefiriendo la actuación sintáctica sin ninguna referencia a la semántica (Ortiz, 2007).

Vygotsky señala (1995a) que en la transición de la aritmética primitiva a la cultural el principio fundamental de la psicología de las operaciones de conjunto es la ordenación, entendida ésta como la adjudicación a la cantidad de una estructura que permite incluir a ojo determinados conjuntos. La comprensión de la utilidad de la ordenación se manifiesta en la comprobación de los resultados del reparto. Una vez que con ciertos objetos es construido un mismo modelo por diversos niños verifican cada uno de ellos si los objetos han sido suficientes para lograrlo, es decir, comprueban los resultados de la división de acuerdo a la formación completa o no del modelo dado.

La comparación de las figuras formadas no es un fin en si mismo sino un juego aritmético, un medio y una demostración. El exigir que se forme algo que pueda ser comparado constituye una unidad de cálculo. Cuando uno de todos los niños forma algo diferente al modelo establecido los demás niños protestan porque se dan cuenta que pierden la posibilidad de comparar, es decir, que falta el denominador común. Cuando se debe repartir una serie de objetos de diferente color, forma y tamaño, por ejemplo lápices, los niños al darse cuenta de que todos los lápices son distintos procuran nivelarlos, entonces se da que un niño obtenga cinco lápices cortos y otros niños dos largos. Esto desde el punto de vista de una división aritmética es incorrecto pero desde el punto de vista de la forma, que es el empleado por los niños es correcto (Vygotsky, 1995a).

Otro momento importante en la transición de una a otra forma de aritmética es que en cierta etapa el residuo puede ser mayor que el divisor, una cuestión que como adultos no es aceptada pero que para los niños es así, el ejemplo de esto es cuando se hace una división con ayuda de un modelo que necesita de cierta cantidad de fichas para su formación, suponiendo seis, siendo cuatro niños lo que participan en la actividad. Si al final quedan cinco fichas sin repartir es posible repartir entre cuatro niños pero imposible construir el modelo dado, por lo tanto el resto que son las cinco fichas son superiores al divisor, en este caso se presenta una magnitud que con esa forma de división resulta imposible dividir. Pero precisamente esto demuestra que esta división es ya una operación mediada, es decir, para renunciar a dividir, el niño eligió una cierta figura que le sirvió de medida como unidad (Vygotsky, 1995a).

El paso de la aritmética directa a la mediada es el paso más importante en el desarrollo aritmético del niño, de la reacción a ojo a la reacción en la que se recurre un medio auxiliar. Precisamente la etapa fundamental en el desarrollo del cálculo estriba en el paso de la percepción directa de la cantidad a la mediada, es decir, a que el niño equipare las cantidades con determinados signos y opere con ellos. Al final de este proceso de transición de la aritmética el niño tropieza con que la división por medio de modelos distrae su atención, tiempo y esfuerzo ante la tarea inmediata que se le plantea. Ejemplo de ello es la dificultad que surge a partir que el resto resulta superior al divisor. Es entonces cuando el

niño recurre a otro tipo de operaciones más sencillas para lo cual ya no emplea formas tan concretas como tractores o relojes en sus modelos, sino ciertas formas espaciales abstractas que corresponden a la cantidad y pueden dividirse en unidades (Vygotsky, 1995a).

Para el pedagogo y el psicólogo es importante saber que la asimilación por el niño de la aritmética cultural es siempre un proceso dialectico que implica saltos cualitativos en los procesos en desarrollo debido a que se da un constante conflicto entre la aritmética del niño y la aritmética que le enseñan los adultos, es decir, entre las dos distintas formas de operar con las cantidades. No se puede pensar que la aritmética sigue una trayectoria relativamente recta, es decir, que la aritmética preescolar prepara a la escolar de manera plenamente natural pues pensando de esa manera el maestro no haría más que orientar su desarrollo, a diferencia de ello se debe pensar que hay un punto de viraje en el paso de una aritmética a la otra. El niño al empezar a dominar los signos, las cifras y las reglas de su designación sustituye las operaciones con objetos por operaciones con sistemas numéricos. Así al querer dividir un determinado número de objetos entre un determinado número de participantes lo primero que se debe de hacer es contar los objetos y los participantes para luego realizar la división aritmética. El momento conflictivo es precisamente cuando se pasa de la reacción directa a la cantidad a las operaciones abstractas con signos y es precisamente con el aprendizaje de los signos escolares cuando se produce una colisión entre la anterior línea de desarrollo y la que se inicia. Es por ello que el desarrollo no sigue una línea totalmente recta sino que se da con diversos saltos, virajes y rupturas (Vygotsky, 1995a).

Determinada función se vuelve posible tanto por obra de las estructuras subyacentes del sujeto, como de las actantes del medio, lográndose por diferenciaciones e integraciones que son consideradas como coordenadas de la evolución mental que tienen como intersección la actividad total de la materia y del conocimiento como explicitación de sus cambios y cualidades, revelándose su pensamiento según sus niveles como resultado de estos cambios (Wallon, 1969).

Considerando que toda actividad es psique (Rubinstein, 1969), con la finalidad de realizar en la medida de lo posible un análisis y explicación amplia en la presente investigación, de acuerdo a Talizina (1988) se considera el análisis de la actividad implicada en la asimilación de la división partitiva, considerando el nivel del desarrollo del niño, para lograr que dicha asimilación sea generalizada y estable. Sobre esto trataremos en el capítulo dos. A continuación se menciona la importancia de la enseñanza matemática en el desarrollo psíquico del niño.

1.3. Importancia de la enseñanza de la matemática para el desarrollo del niño escolar

Según Moreno y Kaput (citados por Alvarado y Brizuela, 2005), las matemáticas son una actividad simbólica y por lo tanto el conocimiento matemático es un conocimiento simbólico. Krutetsky (2007) considera que la matemática es una ciencia que se ocupa de estudiar las propiedades abstractas y generalizadas de los objetos y sus relaciones. Para Salmina (2001) y Salmina y Filiminova (2002), la preparación matemática de los niños para la educación primaria incluye los tres componentes anteriormente descritos: lógico, simbólico y operacional; lo cual representa un problema complejo que es necesario considerarse en el diseño de nuevas metodologías para que los niños logren una mayor asimilación del contenido de aritmética.

Fernández (2005) menciona que el pensamiento matemático se comienza a desarrollar cuando se hace Matemática, es decir cuando se establecen relaciones entre objetos, a través de operaciones concretas (contar, comparar, clasificar, seriar, ordenar) que posteriormente se convertirán en representaciones lógicas e independientes de la experiencia inmediata (Comunidad Autónoma Canaria, 2005). Gómez (1991) menciona que el pensamiento matemático, desde la perspectiva Piagetana, es el resultado de la necesidad natural de la razón de ir desde lo más concreto hacia lo más abstracto, es decir, consiste en una abstracción de las leyes físicas que se descubren a partir de la experiencia y acciones con los objetos. Para Talizina (2001), el pensamiento, como cualquier otro proceso psicológico, no puede existir de manera aislada sino que participa en calidad de componente de otros tipos de actividad, además los conocimientos no deben de

contraponerse a las habilidades, sino más bien considerarse como componentes de estas, es por eso que los conocimientos no se pueden asimilar o conservar fuera de las acciones del niño, y por lo tanto no se puede valorar el conocimiento sin considerar las acciones, las habilidades, en que tienen que funcionar dichos conocimientos (Talizina, 2009). Para comprender las relaciones entre objetos Talizina (1988, 2009) señala como necesario enseñarles a los alumnos a identificar las cualidades primarias y secundarias de los objetos. Las características primarias son las que permiten identificar a los objetos de acuerdo a sus características esenciales y suficientes, mientras que las secundarias son las que permitan relacionar los objetos espacialmente, permitiendo agruparlos y diferenciarlos unos de otros. Las primeras son necesarias porque se encuentran presentes en todos los objetos que pertenecen a la categoría; las segundas son poco relevantes porque pueden cambiar de un objeto a otro, sin modificar la categoría a la que pertenecen. Así los orígenes del conocimiento matemático en el niño deben buscarse en la acción y en la toma de conciencia de los resultados de esas acciones. Por lo tanto, el carácter abstracto y formal como características del pensamiento matemático son producto de un largo proceso. Debemos considerar que el conocimiento matemático no está esperando a que el sujeto lo descubra, sino que es construido a partir de la actividad realizada por un sujeto en un contexto cultural organizado, en el que interacciona con otros iguales y con objetos (Gómez, 1991).

La dificultad para el desarrollo del pensamiento matemático, y de las habilidades que implica, depende no sólo de la complejidad del cálculo numérico, sino también del conocimiento que se requiere para identificar las relaciones entre conceptos y principios matemáticos, los tipos de problemas y las representaciones simbólicas que se emplean (Flores, Farfán, y Ramírez 2004). Hay que tener presente que el niño aprende aritmética también fuera de la escuela (Guberman, 2004; Garrido, 2006) y que por lo tanto desarrolla estrategias específicas (Bebout, 1990) que en ocasiones le son más útiles que lo aprendido en la escuela. Bruer (1997) considera que el reto de los educadores es integrar ese conocimiento que obtuvieron fuera de la escuela con el conocimiento formal que se enseña en los salones de clases. Para que esta integración sea posible es importante conocer las habilidades que el niño ha desarrollado hasta el momento (conteo, comparación, representación del número).

Amelia (2008) señala que la mayoría de las tareas que los profesores piden a los alumnos en sus clases de matemáticas no motivan el uso de métodos heurísticos que puedan ser utilizados en lo cotidiano o en la etapa futura del desarrollo. Al no considerar problemáticas de la vida cotidiana los alumnos se ven en la necesidad de inventarse métodos para solucionarlos. Se debe considerar que la motivación en los niños es un aspecto muy importante a considerar en la enseñanza de las matemáticas para lograr obtener un buen desempeño y aprendizaje (Ethington, 1992; Nicholls, Cobb, Wood, Yackel y Patashnick, 1990), pues de acuerdo a Smirnov, Leontiev, Rubinstein, y Tieplov, (1978) el motivo es el primer eslabón de cualquier actividad.

La educación tiene como objetivo inmediato y definitivo poner en acción las capacidades potenciales del alumno y dirigir el uso de esas capacidades (Kostiuk, 2007). Para lograr este objetivo, el maestro debe de orientar y organizar las actividades escolares, y debe apoyar al estudiante en los tres componentes de la acción: el orientador, el ejecutor y el de control (Mendoza, 2006). Durante la práctica escolar debemos descubrir los beneficios que el contenido escolar aporta al desarrollo psíquico del niño, es decir, de acuerdo a Bogoyavlensky y Memchinskaya (2007), es necesario conocer cómo es asimilado el contenido escolar, es decir, que operaciones de pensamiento requiere. La escuela debería ser un espacio en el que el alumno se apropie de los conocimientos de su cultura que le permitan un desarrollo de sus potencialidades, y no solamente un lugar donde se trabaje en base a la zona de desarrollo actual del niño, pues si la escuela no sirve para eso, ¿entonces para qué sirve? (Vygotsky, 2007).

La enseñanza de la aritmética en el escolar, de acuerdo a Leontiev (2007), debe comenzar con la formación de acciones con objetos externos y, conjuntamente con el movimiento y el recuento de éstos. Posteriormente se han de transformar en habla externa, abreviarse y adquirir por último el carácter de acciones internas.

Para Vygotsky (citado por Wertsch, 1988) la descontextualización de los instrumentos de medición es necesaria para comprender la historia sociocultural de las funciones psicológicas superiores. En lo que se refiere al cálculo, Vygotsky expresaba que en las culturas que utilizan una aritmética primitiva el calcular es altamente dependiente de la percepción y de entornos concretos. Las operaciones se basan en juicios sobre objetos concretos, perceptivamente presentes, donde el cálculo físico es quien garantiza su éxito por la activa participación de las propiocepciones. En el cálculo matemático la descontextualización está relacionada a la aparición de un sistema numérico en el que determinada cantidad puede ser representada independientemente de cualquier contexto perceptivo, al extremo de que puede convertirse en un objeto abstracto en sí mismo, en lugar de un significado ligado a un conjunto de objetos. Esto es lo que hace posible hablar de dos o tres sin especificar dos o tres qué. El cálculo es un proceso que se desarrolla de lo físico a lo numérico, y de lo escrito a lo mental. Precisamente la descontextualización es producto de un proceso, por lo tanto la enseñanza del cálculo matemático debe de comenzarse desde un plano físico concreto para garantizar su completo desarrollo.

Vygotsky (1995a) mencionaba que toda operación externa tiene su representación interna. Cuando hacemos un determinado movimiento cambiamos de lugar ciertos estímulos, a esto corresponde un proceso cerebral interno y como consecuencia de **diversas** experiencias similares, al pasar de una operación externa a otra interna, los estímulos intermediarios dejan de ser necesarios y la operación se efectúa en la ausencia de los estímulos mediadores. En este momento se produce el proceso denominado de arraigo en el que se identifican tres tipos. El primer tipo llamado tipo sutura que recibe su nombre en semejanza a la saturación que se hace con un hilo en un tejido roto y que se extrae más tarde permitiendo la unión de los tejidos ya no de forma artificial, permite que la operación mediada pase a ser directa. En el segundo tipo de arraigo se borra la diferenciación entre los estímulos externos e internos una vez que se han trasladado todos los estímulos al interior. Finalmente el tercer tipo y también el tercer paso consisten en que el niño asimila las reglas de utilización de los signos externos y como tiene más estímulos internos el niño pasa a utilizarla como operación interna empezando a utilizar los estímulos verbales.

En todo desarrollo aritmético del niño siempre se ha de partir de la etapa natural o primitiva para que finalmente el niño pase al verdadero cálculo y empiece a comprender lo que significan sus acciones aún con ayuda de signos externos. De esta manera el niño dejará de realizar las acciones manualmente y pasara a realizarlas mentalmente. El cálculo mental es una integración del todo y en el niño se arraiga por completo toda la serie externa y también se presenta el arraigo de tipo sutura cuando el niño, después de ejercitarse, enuncia el resultado sin una operación intermediaria (Vygotsky, 1995a).

La conducta cultural se origina a partir de las formas primitivas, a veces desplazando, a veces como una estratificación de diversas épocas genéticas, así como el cerebro humano está construido de la misma forma. Claro ejemplo de ello es, la transición de la aritmética preescolar a la escolar en el momento en que las nuevas formas de adaptación a las cantidades desplazan a las viejas, y el paso de la aritmética primitiva a la cultural transcurriendo como una seria colisión entre ambas. Así, la asimilación de la aritmética transforma las funciones naturales con una reorganización en el curso del pensamiento natural, interrumpiendo y desplazando las viejas tendencias y líneas del desarrollo. Ahí donde antes se veía un camino recto existe en realidad una ruptura. No es lo mismo que el niño pase en línea recta de la percepción de la figura numérica al sistema decimal, que llevarlo por un camino de saltos, rupturas y virajes, es decir, mediante esta aproximación no hay que enseñarle al niño a caminar sino a saltar. La nueva enseñanza debe buscar el apoyo de las leyes naturales que rigen el desarrollo del niño pero con el fin de superarlo, es decir debemos apoyarnos en la función primitiva para superarla y hacer que el niño avance. En toda enseñanza debe estar presente siempre un elemento de contradicción, de superación interna que signifique un cambio en el propio tipo de desarrollo infantil (Vygotsky, 1995a).

El interés de Vygotsky por la descontextualización de los instrumentos lo llevó a él y a sus colaboradores, entre los que destaca Galperin (2009c; Bustamante, 1978), a centrarse en el desarrollo de los conceptos o significados abstractos de las palabras en su análisis de los instrumentos de mediación a lo largo de la historia social, y en el análisis de la actividad en la que se desarrolla dicha mediación (Vygotsky, 2006a y b; Wertsch, 1988; Talizina, 1988). La formación de conceptos será abordada en el capítulo dos.

1.4 Historia de la enseñanza de la división en el niño escolar

En el inicio de la enseñanza de la aritmética la descontextualización de los instrumentos no existía. En la aritmética árabe se practicaba la división con una disposición práctica que permitía utilizar el ábaco (Gómez, 1995). Posteriormente en la misma aritmética árabe, en general los métodos eran muy parecidos al método estándar actual, descontextualizados, únicamente variaban en la disposición de las cifras, excepto el método de Gerberto (citado por Riche, 1990) desarrollado aproximadamente en el año mil, que se basaba en el redondeo del divisor y que utilizaba una tabla tipo ábaco. El método de los hindúes también era como el actual solo cambiaba en la disposición de las cifras. Hasta el año 1600 el método favorito era el de Galera que variaba solo en la disposición práctica. Desde esa época hasta antes del siglo XIX los métodos que se desarrollaron para dividir fueron, el de: descomponiendo el divisor en factores, simplificando o amplificando el dividendo y el divisor, restando múltiplos del divisor, descomponiendo el dividendo en sumandos, prestar de la resta, multiplicar, y, los cuadráticos. En el siglo IX surge la forma extendida del método estándar que consiste en escribir las restas parciales, o su caso abreviado que es la forma más popular de dividir, multiplicar y restar conjuntamente. Dentro de este método se diferencian dos formas, descomponiendo el divisor en factores y dividir por 5, 25, 125, etc., tomando la relación alícuota. A partir de las comparaciones y relaciones de los elementos de la división, en 1979 surgen otros métodos como el que se apoya en otra división de cociente múltiplo o submúltiplo de la primera, el de apoyarse en otra división de cociente igual, el de cuando el divisor es parte alícuota de la unidad seguida de ceros y se extiende la utilización del método de dividir descomponiendo el divisor en factores (Gómez, 1995).

En lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas en México durante el siglo XX, Ávila (2006) menciona que destacan principalmente dos métodos generales. El primero utilizado hasta la década de los 70s consistía en llevar al niño de lo concreto a lo abstracto, aunque en un inicio se hacía uso de los mediadores contextualizados estos solo utilizaban como principal material las imágenes de los libros de texto, dado que su finalidad era solamente calcular. El segundo, denominado matemática moderna, tiende al

uso de mediadores descontextualizados; en él lo principal ha sido la resolución de problemas planteados por el maestro. Para Ávila en el primer método se enseña al niño a calcular y en el segundo a pensar. El primer método lo identifica como una visión empirista y el segundo como una visión constructivista, visión en la que el niño es considerado el principal responsable de su aprendizaje, pues de acuerdo a Moscoso (2004), se parte del supuesto de que los alumnos tienen conocimientos previos que son suficientes para poder resolver una problemática nueva por sí mismos (zona de desarrollo actual), por medio de conocimientos que no les han enseñados formalmente, es decir, no se trabaja con la zona de desarrollo potencial, entendida ésta como lo que el niño es capaz de lograr con el apoyo de los adultos, la cual generalmente rebasa los alcances de su zona de desarrollo real, y que de acuerdo a Vygotsky (2007) es lo que garantiza una correcta enseñanza dado que adelanta al desarrollo.

La falta de métodos alternativos en la división, en comparación con la multiplicación, explica el por qué en compendios e investigación del cálculo mental no se centra en esta operación (Gómez, 1995). Tradicionalmente se ha enseñado a dividir pensando en multiplicar y muy pocas veces se enfatiza lo necesario que es dividir pensando de esa misma forma, lo que lleva a que se complejice la comprensión y realización de esta operación.

El desarrollo de abstracción de las matemáticas alcanzado por el desarrollo histórico-social se ha usado como objeto de estudio inicial en la enseñanza de las matemáticas. En los métodos para enseñar a dividir no se ha considerado que durante la enseñanza de la división es preciso recrear en la ontogénesis todos los niveles de actividad condensados (Galperin, 1982), por lo tanto es preciso iniciar con una contextualización de los instrumentos necesarios para iniciar la formación de las acciones implicadas en el proceso de dividir, para que solo en un estadio posterior se pueda llevar a cabo con éxito la mediación descontextualizada en la actividad de dividir. Considerar en la enseñanza la descontextualización de los instrumentos como punto de llegada y no de partida (Wertsch, 1988) obliga a hacer una revisión más amplia del proceso de formación de las acciones mentales por etapas. Dicha revisión se presenta en el capítulo tres. Antes de ello se presenta

el análisis desde una perspectiva histórica cultural de los métodos actuales que sirven para la enseñanza de la división.

1.5 Análisis de los métodos actuales en la enseñanza de la división

Dentro de la visión constructivista, actualmente en boga, se han desarrollado diversas técnicas y métodos en los libros de texto de matemáticas del alumno (Ávila, Balbuena, Bollás y Castrejón, 2004; Ávila, Balbuena y Bollás, 1994) desarrollados de acuerdo a los planes y programas de educación básica (1993, 2009); el algoritmo tradicional de la división (ATD) y el algoritmo de la división con restas (ADR) (Martín, 2003); el uso de las regletas de Cuisenaire (2003, citado por Martín, 2003; Caro, 2007; Becker, 2006), el método Kumon (2005) y el método Bancubi (2009), que incluyen la enseñanza de la división, entre otras operaciones; y algunas otras estrategias que diseñan o implementan cada profesor en sus clases (Téllez, 2006). Todas estas aproximaciones no consideran el desarrollo histórico-social del proceso psicológico en cuestión ni su ontogénesis, porque de acuerdo a Talizina (1998) y a las premisas teóricas histórico-culturales formuladas por Vygotsky (2006a), toda enseñanza debería de iniciarse desde un plano material hacia un plano interiorizado.

En la gran mayoría de los centros educativos se explica el ATD, o bien ADR. Hay que recordar que los algoritmos solo son procedimientos que resuelven determinados problemas matemáticos. Se caracterizan fundamentalmente por describir una secuencia lineal de instrucciones de tal forma que cumpliendo etapa tras etapa se llegue a la solución requerida. Cuando los profesores ejecutan en las pizarras el procedimiento del ATD o del ADR, no están enseñando a dividir, solo están enseñando el algoritmo tradicional de la división (Martín, 2003). Por otro lado, a pesar de que se han creado métodos específicos para la enseñanza de la división como: 1) método que utiliza las regletas de Cuisenaire de acuerdo a las etapas manipulativa, gráfica y simbólica, propuestas por Bruner (2003, citado por Martín, 2003) que muestran cierta similitud con las propuestas por Galperin (1979, 2009a-c) y Talízina (1988) quienes consideran el desarrollo histórico-social de los procesos proponiendo las etapas material, perceptiva, verbal externa y verbal interna, en la

formación de acciones nuevas; y, 2) el método Bancubi (2009) que se realiza en tres fases: manipulación, conexión con el símbolo y abstracción; no se le ha dado importancia al carácter lógico, voluntario y consciente de la actividad, enfatizando el papel del lenguaje interno, y a la orientación de cada una de las acciones necesarias para el cumplimiento de la actividad de dividir, porque de acuerdo a Vygotsky para lograr la estabilidad de todo proceso psicológico superior debe de lograrse el autocontrol interno y voluntario haciendo uso de signos como mediadores de la actividad (Wertsch, 1988; Vygotsky, 2006a).

A pesar de que se han realizado numerosas críticas a los modelos de enseñanza basados en el enfoque de la matemática moderna (Ávila, 2006), la mayoría de ellas, como la desarrollada por Kamil, (1992), continúan en la misma línea constructivista en que se han fundamentado la mayoría de los métodos actuales de enseñanza y, a pesar de sus aportaciones, continúan considerando que la aritmética debe ser reinventada principalmente en edades tempranas por cada niño (Becker, 2006), lo cual implica responsabilizar al niño de la adquisición de su aprendizaje y otorgar al profesor un papel pasivo, pues una apropiación generalizada y de una amplia estabilidad, de acuerdo a la edad del niño, se logra cuando la enseñanza se organiza y dirige (en interacción) adecuadamente (Talizina, 2009, Vygotsky, (2006a). De acuerdo a Dembo y Guevara (2001), la pedagogía debería crear procesos de aprendizaje a partir de la zona de desarrollo potencial de los niños con la finalidad de que se logre un desarrollo cualitativamente distinto.

Freudenthal (1983, citado por Perera, 2009) señala que los conceptos, estructuras e ideas matemáticas son útiles y necesarios para organizar el mundo real y el de las matemáticas. De acuerdo a Rodríguez (2006) y Lazcano (2008) el aprendizaje de la división está relacionado al desarrollo del concepto, las operaciones que utilizemos en un ejercicio de división depende del concepto que tengamos de ésta. Rodríguez (2006) también ha observado que los alumnos de primaria utilizan el término dividir como sinónimo de repartición de unidades en iguales. Esto corresponde a la identificación de una operación concreta de manipulación en la que cada una de las unidades por dividir se separa del conjunto inicial (dividendo) formando los subgrupos requeridos por el divisor.

Así aprender a dividir significa aprender nuevos conceptos y aplicarlos, realizar operaciones específicas de manera eslabonada y guiar tales operaciones.

Uno de los usos que se derivan de la naturaleza de la división es la repartición en iguales, proceso que también se conoce como *división partitiva* (María, 1881). La partición se ha definido como una equidivisión, de una cantidad continua o discreta en un número determinado de partes, y un reparto completo (Perera, 2009). La división partitiva consiste en hacer una repartición equivalente, en la cual conocemos el número de grupos pero desconocemos el tamaño de cada grupo. Ésta distribución de objetos puede hacerse de uno en uno o de varios a la vez (Kribs, 2006). Existen otros dos tipos de división que son revisadas implícitamente en la primaria: la cuotitiva y la multiplicativa. Sin embargo la división partitiva es la que presenta mayores dificultades en su ejecución. La división es la única operación de enteros que comienza por la izquierda en la resolución de su algoritmo (María, 1881, Uribe, 2008). Su elementos son: dividendo (la cantidad que se ha de dividir), divisor (cantidad por la cual se ha de dividir), y el resultado de la operación (cociente) (María, 1881). En la división partitiva, el dividendo debe ser mayor que el divisor, y el cociente ser menor al dividendo, pues la parte debe ser menor al todo que se reparte (Maza, 1991). Los componentes mencionados se retomaran en la elaboración de la metódica que dirigirá la asimilación de la división partitiva. A continuación, con la finalidad de conocer las habilidades y operaciones necesarias en la realización de la división partitiva, se presenta la aportación de distintos mecanismos neuropsicológicos a la realización de problemas aritméticos y sus correspondientes operaciones.

1.6 Aportaciones de los principales mecanismos cerebrales que participan en la asimilación de la división.

La división partitiva como una tarea de cálculo es una actividad compleja (Uribe, 2008). Para su amplia comprensión es necesario conocer su estructura tanto a nivel psicológico como neuropsicológico. El análisis neuropsicológico ha demostrado ser eficaz no solo para la práctica clínica sino también en el estudio psicológico de la estructura de los procesos intelectuales (Luria y Tsvétkova, 1981), que es lo que nos concierne en esta

investigación. Hace casi medio siglo Luria y Tsvétkova (1981) dieron los primeros pasos en el análisis de la estructura de la actividad intelectual utilizando el método neuropsicológico en adultos, específicamente en la resolución de problemas aritméticos. Ellos establecieron que, entre otras cosas, era necesario en futuras investigaciones un análisis detenido de la formulación del enunciado que simplifica o complica la comprensión de un problema y la elaboración de una clasificación con base científica de los problemas según su grado de complejidad psicológica. El análisis psicológico de los distintos tipos de problemas y su clasificación, científicamente fundada, en lo que concierne a la división, ha sido también objeto de análisis en nuestra investigación. Nosotros presentamos en el análisis de las tareas realizadas en la investigación, un intento de brindar a la enseñanza técnicas distintas de solución de los diferentes problemas de división que por su naturaleza lógica provocan dificultades diferentes desde el punto de vista psicológico y que por lo tanto requieren operaciones diferentes de acuerdo a su estructura psicológica. Queremos contribuir a la elaboración de los medios que permitan un análisis diferencial de las dificultades que aparecen en los alumnos cuando resuelven problemas de aritmética y al descubrimiento de los procesos básicos que permitan vencer dichas dificultades, tal y como lo planteaba Luria y Tsvétkova (1981).

Las dificultades para recordar la pregunta de un problema, para descifrar las relaciones lógico-gramaticales, para vencer la tendencia a emitir respuestas incontroladas o para la utilización inadecuada de estereotipos adquiridos anteriormente, son las más importantes que debe de afrontar todo pedagogo y cuya eliminación constituye la tarea principal de toda enseñanza (Luria y Tsvétkova, 1981).

El presente apartado está destinado esencialmente al análisis psicológico del proceso de resolución de problemas y de operaciones aritméticas, y al análisis de sus distintos mecanismos neuropsicológicos, lo cual nos permitirá comprender el accionar del aprendizaje programado de nuestra metódica.

En la realización de cualquier actividad escolar (por ejemplo escritura, cálculo, lectura, resolución de problemas aritméticos) participan diferentes sectores cerebrales (por ejemplo áreas prefrontales, occipitales, temporales, subcorticales). La organización y base

psicofisiológica de las acciones se conoce como sistema funcional, que es quien garantiza su realización. La categoría de sistema funcional en el estudio neuropsicológico fue adoptada por Luria (1962, citado por Xomskaya, 2002a). Los sistemas funcionales se van constituyendo en el transcurso de la actividad (Leontiev, 2001) y cambian su estructura en diferentes etapas del desarrollo (Solovieva y Quintanar, 2005). Su principio de localización sistémica y dinámica hace referencia a que cualquier proceso psicológico superior es un sistema funcional complejo que contiene muchos componentes, donde cada uno de ellos se apoya en el trabajo de un sector del cerebro y hace una aportación para que se lleve a cabo dicha función (Akhutina, 2008). Por lo tanto, para el análisis de cada actividad escolar tenemos que conocer los componentes de los sistemas funcionales que participan durante su realización.

Los elementos del sistema funcional complejo son principalmente los factores neuropsicológicos, los cuales se crean durante el desarrollo haciendo cada uno una aportación específica de una zona o de diferentes zonas cerebrales. Un mismo factor puede trabajar en varias acciones que requieran su participación funcional y una acción generalmente requiere la participación de varios factores (Solovieva, 2010). Algunos de los factores del hemisferio izquierdo identificados por Luria y sus seguidores, a excepción del de percepción global relacionado con el hemisferio derecho, que han sido objeto de análisis de la neuropsicología son los siguientes: oído fonemático, análisis y síntesis cinestésico táctil, organización secuencial motora, regulación y control de la actividad voluntaria, análisis y síntesis espaciales, percepción analítica, percepción global, retención audio-verbal, retención visuo-verbal, activación al trabajo, activación emocional inespecífica y activación general inespecífica (Luria, 1986; Tsvétkova, 1985; Xomskaya, 2002a-b; Quintanar y Solovieva, 2003a; Solovieva y Quintanar, 2005, 2008; Quintanar y Solovieva, 2005). En la tabla 1 se presentan dichos factores y su zona cerebral correspondiente.

Tabla 1. Relación entre los factores neuropsicológicos y las zonas cerebrales.

| Factor | Sectores Cerebrales |
|--|---|
| Integración fonemática | Temporales superiores |
| Integración cinestésico-táctil | Parietales secundarios inferiores |
| Organización motora secuencial (melodía cinética) | Frontales posteriores (premotoras) |
| Programación y control de la actividad consciente | Sectores prefrontales del hemisferio izquierdo |
| Espacial | Temporo-parieto-occipitales |
| Percepción espacial analítica | Temporo-parieto-occipitales (HI) |
| Percepción espacial global | Temporo-parieto-occipitales (HD) |
| Retención audio-verbal | Temporales medios |
| Retención visual | Occipitales secundarios |
| Neurodinámico (estado activo de trabajo) | Zonas terciarias frontales anteriores del hemisferio izquierdo |
| Activación emocional inespecífica | Regiones fronto-medio-basales |
| Activación general inespecífica | Estructuras subcorticales |

Nota. La tabla fue elaborada principalmente a partir de la siguiente fuente: Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2008). *Los trastornos del aprendizaje: aproximación histórico-cultural. Fundamentos teóricos metodológicos*. Las modificaciones que presenta se realizaron a partir de lo reportado en otras obras de los mismos autores.

Un sistema funcional es un conjunto de mecanismos psicofisiológicos (o factores) que trabajan de manera concertada para llevar a cabo una tarea (Luria, 1974), esto nos lleva a considerar que el sistema funcional se diseña en función de un resultado o lo desencadena una finalidad y, como consecuencia de ello trata de desarrollar una tarea. Por lo tanto, cualquier movimiento voluntario está constituido por un sistema funcional complejo compuesto de cierto número de condiciones sin las cuales es imposible su ejecución (Pastor, 2004)

Los sistemas funcionales se van constituyendo en el transcurso de la actividad adquiriendo paulatinamente complejas conexiones, entre distintos mecanismos psicofisiológicos, denominadas por Leontiev (2003) *órganos funcionales*.

La formación de los órganos funcionales junto con la de las acciones, en forma de sistemas funcionales, constituye la génesis funcional de los diferentes sectores cerebrales (Solovieva y Quintanar, 2005).

Un órgano funcional del cerebro es un órgano que funciona de la misma manera que cualquier otro siendo morfológicamente permanente (Leontiev, 2003). Es una neoformación aparecida durante el desarrollo ontogenético y por lo tanto es la base material específicamente de una función formada durante la asimilación de las obras de la cultura. Leontiev (1983, citado por Solovieva y Quintanar, 2000) menciona que un órgano funcional es un sistema reflector estable que sirve para la realización de actos (acciones) determinados. Éstos se desarrollan durante la vida. Tienen la característica de tener un alto nivel de estabilidad y plasticidad, y por eso existe la posibilidad de reconstruirlos a través de la sustitución de unos componentes por otros. Hoy en día se sabe lo bastante de la formación de esos órganos para crear modelos que permitan a nivel neurológico y psicológico la comprensión de cualquier actividad, entre ellas la de dividir en iguales (Leontiev, 2003).

En cada órgano funcional, considerando la estructura psicológica de la acción (actividad) correspondiente y los factores neuropsicológicos que incluye, se pueden realizar diversos niveles de análisis, de acuerdo a los niveles de organización (Quintanar y Solovieva, 2003a). Tales niveles de organización son, de acuerdo a Solovieva y Quintanar (2005): 1) el morfo-anatómico, que muestra la relación de las zonas cerebrales con determinado factor; 2) el nivel de factor neuropsicológico, refiriéndose éste a aquellos procesos fisiológicos de un sistema neuronal específico, y que son responsables de un componente de la estructura de una actividad (Santana, 1999); 3) el nivel de la función del factor, que corresponde a las operaciones, el cual señala la aportación que hace en la acción

psicológica; y 4) el nivel del eslabón psicológico, que se manifiesta en el resultado de la función del factor.

El órgano funcional una vez formado corresponde a la parte invariante de la estructura de la actividad. La parte variante de la estructura de la actividad se relaciona con la generación y mantenimiento de necesidades, motivos, objetivos y con la Base Orientadora de la Acción (Bonilla, 2010). La zona cerebral que hace aportaciones a la conformación de estos eslabones es principalmente la pre-frontal (Quintanar y Solovieva, 2005). El factor relacionado con estos eslabones es el factor de regulación y verificación voluntaria quien permite la función de planeación (Akhutina y Filayeva, 2004; Luria, 1995), y, además permite la realización de los procesos selectivos y el papel regulador de los vínculos verbales, lo que provoca que el papel determinante de la tarea resulte consolidado afectando de forma seria el cumplimiento correcto de las operaciones que se requieren para resolver un problema y de las operaciones de cálculo necesarias (Luria, 1995). A continuación explicamos brevemente en qué consiste cada uno de los elementos de la parte variante de la estructura de la actividad.

- I) *Identificación de la tarea de dividir como una necesidad.* Este es el primer eslabón de la estructura psicológica de cualquier actividad. Rubinstein (citado por González, 2002) mencionó que todo proceso psíquico tiene un aspecto cognoscitivo que, sin embargo, no lo agota. El objeto, reflejado en los fenómenos psíquicos, afecta por lo común las necesidades e intereses del individuo, en virtud de lo cual suscita en él determinada actitud emocional volitiva (aspiración, sentimiento). Toda la actividad del hombre está dirigida a satisfacer sus necesidades humanas (Leontiev, 1978). De acuerdo a Vygotsky (2000), el principal factor psicológico, del cual dependen todos los procesos aislados, es la necesidad que experimenta el hombre de apropiarse de instrumentos que le ayuden a realizar tareas sociales. Si su contexto no le plantea tareas entonces no habría base alguna para el surgimiento de la actividad transformadora. De lo anterior concluimos que para lograr la

estabilidad en la tarea de dividir en los niños es necesario que la identifique como una necesidad.

- II) *Generación de motivos e intereses de la tarea de dividir.* Todo acto psíquico concreto, toda auténtica unidad de conciencia inserta los componentes intelectual, cognoscitivo y afectivo, en los que se incluye toda la actividad del sujeto (Rubinstein, 1957, citado por González, 2002). Tras una vivencia se encuentra el mundo de las necesidades de la persona, de sus aspiraciones, deseos, propósitos, motivos e intereses, en su complejo entrelazamiento y en su correlación con las posibilidades de su satisfacción. Las vivencias complejas y variadas, las internamente contradictorias, ambivalentes, ocultan tras sí la compleja estructura de las necesidades y aspiraciones de las diversas tendencias motivacionales (Bozhovich, 1976, 2009b). De acuerdo a Leontiev (1978), el interés es la dirección que poseen las funciones psicológicas hacia la realidad. Los motivos e intereses generados por el individuo actúan en calidad de componentes de un sistema complejo, que es la esfera motivacional de la personalidad, en cualquier actividad como lo es el dividir (Lomov, 1978, citado por Smirnov, Leontiev. Rubinstein y Tieplov, 1978).

- III) *Intención.* Este eslabón cumple la función del establecimiento del objetivo, el control durante toda la ejecución de la actividad, y la comprensión de dicha actividad (Quintanar y Solovieva, 2003a).

- IV) *Formación de la base orientadora de la acción de la tarea de dividir.* La base orientadora de la acción consiste en la formación del plan anticipado de la tarea de dividir (Galperin, 2009a; Talizina 1988, 2009). Se ha definido a la orientación como la capacidad de los individuos para dirigirse; incluye procesos como reconocimiento, la atención, el aprendizaje, memorias y planeación (Duran, Hernández y Guevara, 2004). Particularmente este eslabón será ampliamente revisado en el apartado dos, cuando se presente

como una de las etapas transversales en la formación de acciones mentales y conceptos.

El órgano funcional de la actividad de cálculo, que se relaciona según Bonilla (2010) con la parte invariante de dicha acción, ha sido sistematizado por Quintanar y Solovieva (2003a). A continuación presentamos la Tabla 2 en la que han resumido sus componentes y funciones.

Tabla 2. Órgano funcional del cálculo.

| Eslabón | Zona cerebral | Factor | Función |
|-------------------------------|--|-------------------------------------|---|
| Imagen visual de la cifra | Occipitales | Perceptivo visual | Análisis de elementos |
| Imagen visuo-espacial | TPO | Espacial | Diferenciación de números similares |
| Escritura de la cifra | a) Parietal b) Frontal posterior (premotoras) | a) Cinestésico b) Cinético | a) Esquema de movimientos finos b) Unión de movimientos, pasos fluentes de uno al otro |
| Intención | Lóbulos frontales | Regulación voluntaria | Objetivo, control de la ejecución, comprensión del problema |
| Elección de operaciones | TPO | Espacial | Orientación |
| Memoria audio-verbal y visual | Temporal amplia, occipital | Modal específico (auditivo, visual) | Material para el cálculo |
| Estabilidad del cálculo | Estructuras profundas | Neurodinámico | Rapidez, pausas, posición en la hoja |

Nota. Fuente: Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2003a). *Manual de evaluación neuropsicológica infantil*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

El factor, ya definido anteriormente, constituye el principal, pero no único, referente psicofisiológico en el análisis de la actividad, mientras que la operación es el referente principal de determinada estructura psicológica (Quintanar y Solovieva, 2003a).

Actualmente para conocer la organización cerebral del procesamiento matemático se utilizan técnicas modernas de neuroimagen. Se ha mostrado que existen sistemas compuestos por áreas parietales, prefrontales y el área singular, que se activan cuando las personas realizan tareas de cálculo (Lazcano, 2008). Sin embargo, es necesario considerar que la explicación de la participación de ciertos mecanismos psicofisiológicos en una u otra acción concreta de cálculo, no puede limitarse a la señalización del órgano funcional que lo representa de manera general, a su ejecución motora y no a su ejecución procesual, ni percibirse como una constante, pues la participación de uno u otro mecanismo se modifica dependiendo los instrumentos utilizados y la etapa de asimilación de determinada acción (Leontiev, 1993). De acuerdo a Quintanar y Solovieva (2003a) los mecanismos neuropsicológicos que conforman un sistema funcional se determinan por la tarea particular que ejecuta determinado niño en un momento dado. Es decir el sistema funcional se forma bajo la influencia de la acción del niño en la actividad. Es decir, los sistemas funcionales representan una constelación siempre dinámica de factores neuropsicológicos. En el estudio del niño es necesario considerar que los órganos funcionales se encuentran en desarrollo y formación porque los procesos psicológicos aun se encuentran en formación y además el funcionamiento de determinados eslabones psicológicos influyen particularmente más en esta edad sobre el estado de los demás eslabones que integran determinados sistemas ya que los factores neuropsicológicos aun se están precisando y determinando. Por lo tanto dado que no existe la posibilidad de realizar un diagnóstico tópico exacto, el estudio en el niño se ha de dirigir a la precisión de los elementos funcionales y no anatómicos (Akhutina, 2008; Quintanar y Solovieva, 2003a). Es por ello que Akhutina (2008) nos recomienda hablar principalmente de la aportación funcional de cada sector cerebral y no de factores (Bonilla, 2010).

A continuación presentamos las aportaciones de los principales mecanismos cerebrales que participan en la resolución de problemas y de operaciones aritméticas (Luria y Tsvétkova, 1981), no limitándonos a la ejecución motora, sino ahondando en la ejecución procesual, lo cual nos servirá para que en el análisis de nuestros resultados presentemos las distintas aportaciones de cada mecanismo psicofisiológico en las acciones concretas de cada etapa de nuestra metódica.

1.6.1 Factores espacial, perceptivo analítico y perceptivo global

Los funciones de los factores denominados espacial, perceptivo analítico y perceptivo global se garantizan por las regiones temporo-parieto-occipitales (Solovieva y Quintanar, 2005). Estas regiones participan en la actividad constructiva espacial (factor espacial), sus aportaciones de acuerdo a la lateralización cerebral se relacionan tanto con la percepción analítica (hemisferio izquierdo), sobre todo en las zonas parietales, como con la percepción global (hemisferio derecho) (Santana, 1999, 2001; Quintanar y Solovieva, 2008). La intención de diferenciar la aportación entre hemisferios y entre cada zona no es en el sentido de localizar en ellos determinadas funciones, sino en mencionar la principal aportación, a la actividad de resolución de problemas y de operaciones aritméticas, de ciertas estructuras cerebrales configuradas en el proceso histórico-cultural de las personas, la cual comprendemos se da en interacción sistémica, dinámica y dialéctica entre distintas zonas del cerebro.

Zonas parietales terciarias (HI)

Participan en el sistema de coordenadas espaciales garantizando las operaciones complejas y concisas. Participan en la gnosis dactilar, en las operaciones lógico-gramaticales, en la integración jerárquica de los números y en la escritura y lectura de los números. Brindan su aportación al análisis de los números complejos formados sobre la base del sistema decimal permitiendo la diferenciación del orden que deben ocupar diferentes sitios en el espacio, tanto en la escritura como en el plano mental. Es por ello que las síntesis espaciales y la integración de representaciones orientacionales asimétricas espaciales posibilitan la estructura jerárquica de los números, lo cual permite anotar o leer cantidades complejas como 109 o 71, valorándolos con el significado categorial de todo el número en su conjunto y no por el significado de cada cifra que lo compone (Luria, 1995).

Zonas temporales terciarias (HI)

Otorgan estabilidad al significado de las palabras, evitan la enajenación de su sentido y la rápida desaparición de las huellas de las palabras, lo cual permite retener las condiciones de los problemas y realizar el curso de razonamiento adecuado. Permiten pasar

al cálculo verbal y realizar ciertas operaciones complejas que exigen efectuar mentalmente algunos eslabones aislados del proceso oral (Luria, 1995).

Zona occipital terciaria (HI)

Esta zona permite distinguir con precisión cifras muy próximas por su estructura gráfica, evita cometer errores de espejo tanto en las letras como en los números. Permite la discriminación correcta entre números muy parecidos mediante un análisis desplegado y sucesivo valiéndose en un inicio de medios adicionales concretos. Lo anterior posibilita al niño indicar un número con los dedos de la mano o nombrar el número que se le ha presentado (Luria 1995).

Zona parieto-occipital terciaria (HI)

Las regiones parieto-occipitales constituyen las extremidades corticales del analizador viso-espacial, aseguran la recepción y la elaboración, el análisis, de las informaciones viso-espaciales que llegan al hombre, y su síntesis en grupos simultáneos espaciales. Coordinan las regiones centrales de los analizadores visual, cinestésico y vestibular, y participan en la interpretación de las diferentes informaciones en grupos espaciales simultáneos organizándolas en estructuras espaciales complejas. Permiten organizar en un todo el material percibido y pasar del proceso de percepción sucesiva a la percepción simultánea. Las síntesis simultáneas permiten orientarse en el espacio, distinguir entre derecha e izquierda, realizar ejercicios de construcción, percibir las coordenadas espaciales en un mapa geográfico, etc. En cualquier representación y en la reproducción interior de las imágenes visuales complejas tiene lugar esta reunión de elementos de grupos simultáneos organizados (Luria y Tsvétkova, 1981).

Las áreas parieto-occipitales participan tanto en el sistema de operaciones lógico-gramaticales en el análisis y resolución de un problema como en las operaciones espaciales y representaciones espaciales del cálculo (Luria, 1995). La posibilidad de incluir las representaciones en un esquema cuasi-espacial determinado representa una de las condiciones fundamentales del pensamiento matemático que opera siempre con conceptos topológicamente organizados. Cualquier numeración, y en particular el cálculo mental,

utilizan en general esquemas espaciales internos en cuyo interior se encuentra el sistema de los números. Además, cualquier operación numérica exige la presencia de una red interior con una estructura espacial original donde el número a sustraer viene de un lado y el número a adicionar viene de otro. Las operaciones de cálculo, que tienen sus orígenes en la geometría concreta, serían imposibles sin el apoyo de esquemas espaciales internos (Luria y Tsvétkova, 1981; Luria, 1995).

Estas regiones también son responsables de valorar la estructura cifrada de un número ya que en un número de cuatro cifras permite diferenciar el lugar ocupado, por ejemplo, de las decenas, segunda cifra a partir de la derecha, con las centenas, segunda cifra a partir de la izquierda. Permiten realizar las operaciones opuestas de adición y sustracción, de multiplicación y división (Luria y Tsvétkova, 1981). Garantiza el reconocimiento de los signos que indican estas operaciones y la precisión de los sistemas de coordenadas matemáticas que permiten la integración del sistema de relaciones matemáticas (Luria y Tsvétkova, 1981; Luria, 1995).

Además, los esquemas cuasi-espaciales también participan en los procesos de pensamiento acompañado de lenguaje. La comprensión del significado de una serie de estructuras lógico-gramaticales se logra solo si se consideran las relaciones en las que intervienen las palabras que la componen. El cerebro necesita efectuar la síntesis simultánea de los significados de las palabras en sistemas que constituyen la esencia de las construcciones lógico-gramaticales para que se dé una asimilación rápida de su significado (Luria, 1981). Las áreas parieto-occipitales en conjunto con las áreas parietales inferiores permiten la captación simultánea de las condiciones del problema (Luria, 1995). Las regiones parieto-occipitales permiten la comprensión del significado de aquellas construcciones en las que las palabras se sitúan en el seno de unas relaciones gramaticales complicadas por el empleo de preposiciones, conjunciones, desinencias, exigiendo que se haga abstracción inmediata de las palabras mediante unas relaciones lógico-gramaticales especiales. Cuando se solucionan problemas aritméticos con la ejecución de las operaciones aritméticas correspondientes, permiten la comprensión de una serie de giros gramaticales y su recodificación en el lenguaje de las matemáticas (Luria y Tsvétkova, 1981).

Respecto a la construcción lógico gramatical del problema aritmético, se encuentra un procedimiento de exposición de los datos establecido que se caracteriza por la brevedad de su estructura lógico gramatical y por determinadas expresiones o giros relacionados específicamente con determinadas operaciones aritméticas. Con la experiencia se construye un vínculo entre la palabra “por” y las operaciones de multiplicación o de división. Expresiones como “por dos” o “en partes iguales” actualizan las operaciones de multiplicación o de división. Las proposiciones interrogativas que empiezan con las palabras “Cuántas veces” solo están unidas a operaciones de multiplicación o de división. Pero este vínculo entre palabras y operaciones no determinan por sí mismo el curso de resolución de un problema. Es frecuente que las mismas palabras exijan operaciones aritméticas distintas según el contexto en el cual se encuentran estas expresiones. Es por ello que la información total no se da mediante palabras o expresiones aisladas sino mediante estructuras lógico gramaticales complejas de las que se incluyen en el problema. Por lo tanto es importante encontrar la idea concreta encerrada en una palabra con diferentes significados para saber elegir las operaciones aritméticas que corresponden al sentido mismo de acuerdo al contexto. (Luria y Tsvétkova, 1981).

La comprensión de la estructura lógica de un problema depende de la decodificación del significado de las formulaciones lógico-gramaticales. El análisis de las relaciones gramaticales presentadas en los datos del problema, que precede al análisis de las relaciones lógicas y matemáticas, es en lo que consiste la operación fundamental de orientación del proceso de resolución. Los problemas cuya estructura lógico-matemática es muy complicada se pueden resolver más fácilmente a partir de que se enuncia el problema mediante construcciones lógico-gramaticales más accesibles. La decodificación de las estructuras lógico gramaticales que se incluyen en un problema permite el descubrimiento de las operaciones aritméticas necesarias. En las operaciones de cálculo, por ejemplo, en lo que respecta al paso de las decenas, se requiere también operaciones que requieren una orientación espacial constante (Luria y Tsvétkova, 1981). Esta orientación es a la que se refieren Quintanar y Solovieva (2003a) en la presentación del órgano funcional del cálculo.

Zonas temporo-parietales terciarias (HI)

Estas zonas participan principalmente en la organización de la percepción espacial, y en la de algunas praxias como la espacial, la de actitud y la bucal. Participa en el análisis de las relaciones espaciales de elementos que exigen ejercicios de praxia constructiva. De estas zonas depende principalmente la retención de los elementos del enunciado, los datos de un problema (Luria y Tsvétkova, 1981). Participa en la correcta denominación de objetos, la repetición de largas series de nombres, gracias a la estabilidad de las huellas lingüísticas, y por lo tanto también en la comprensión de estructuras lógico gramaticales complejas. En cuanto a su participación en las operaciones de cálculo, participa en el análisis del orden de las cifras y de las operaciones que implican relaciones numéricas (Luria y Tsvétkova, 1981). Luria (1974) menciona que en las cantidades de varias cifras estructuradas en columnas, el valor de cada número se determina por su posición en el grupo como un todo. En esta tarea se involucra la zona izquierda parieto-temporal, de síntesis cuasi-espacial. De acuerdo a Feld, Taussik, Azaretto, Val, Díaz, Cavallero y Rodríguez (2004), la organización de los números en columnas y espacios es necesaria en las operaciones aritméticas para ubicar desde donde empezamos a hacer el cálculo, que en el caso de la división es desde la izquierda.

Zonas temporo-occipitales terciarias (HI)

Permiten indicar cuál es la cifra que en un número complejo ocupa el orden de las decenas, los miles o las unidades, y el lugar en el espacio que ocupa cada una de ellas. Es decir, permite el análisis de la estructura jerárquica del número y la orientación espacial del cálculo. Esto se ve reflejado en poder realizar conteo donde se pasa de una unidad a otra, tanto de forma escrita como mental (Luria 1995).

Zona temporo-parieto-occipital terciaria (HD)

El mecanismo neuropsicológico responsable de la percepción espacial global ubicado en las zonas temporo-parieto-occipitales del hemisferio derecho permite la integración espacial de lo realizado por el mecanismo de análisis perceptivo, por lo cual participa en la orientación y la ubicación en el espacio en el nivel material, perceptivo y verbal, en la formación de las imágenes viso-espaciales y sus elementos, y en la

comprensión adecuada de los aspectos gramaticales complejos en el lenguaje oral y escrito (Solovieva y Quintanar, 2007; Solovieva, Lazaro y Quintanar, 2008). Posibilita asimilar la imagen global de las palabras y las letras. Evita la omisión de vocales, las cuales constituyen la base de la imagen global de las palabras. Permite una imagen visual estable en cuanto a la representación de proporciones, forma y tamaño de las letras y de sus elementos. Facilita una ortografía adecuada ya que posibilita la conciencia de sus errores y la posibilidad de corregirlos. Permite mantener la línea y los márgenes de la escritura y representar adecuadamente los espacios y los intervalos internos de las palabras, las letras y las oraciones (Solovieva y Quintanar, 2007). Es quien posibilita adquisición de todas las habilidades relacionadas con matemáticas (Solovieva, Lazaro y Quintanar, 2008). Permite orientarse en la hoja de papel, en las imágenes de letras y palabras, y la dirección de la operación aritmética. Evita las inversiones y representaciones en espejo cuando no se requieren, la escritura fonética y la omisión y sustitución de vocales (Santana, 1999, Solovieva, Lázaro y Quintanar, 2008), así como alteraciones del orden de los números en la copia y en la realización de las operaciones de cálculo (Santana, 1999). Permite la comprensión de la lectura, la solución de ejemplos y problemas aritméticos y el dibujo artístico y técnico, y otras tareas que requieran barrido visual. Posibilita la representación de imágenes concretas y su orientación. Participa en la comprensión de estructuras lógico gramaticales complejas y por lo tanto en la comprensión del sentido general del texto. En la solución de problemas posibilita la comprensión de las condiciones de los problemas aritméticos y da la posibilidad de estructurar el orden de las operaciones para su solución (Solovieva y Quintanar, 2007; Solovieva, Lazaro y Quintanar, 2008). Si bien especialmente estas últimas aportaciones eran atribuidas principalmente a estructuras parieto-occipitales del hemisferio izquierdo por Luria y Tsvétkova (1981) en el estudio de adultos, actualmente existen diversos estudios, que aunque han sido interpretados de diversas formas y algunas de ellas no muy congruentes con la teoría histórico cultural, apuntan a una mayor participación del hemisferio derecho en la organización espacial en la resolución de problemas en los niños (Manga y Ramos, 1991).

En lo que respecta al cálculo, todo lo anterior permite aclarar que la noción, acerca de que el concepto de número y las funciones del cálculo están localizados en el centro parietal inferior, es falsa, ya que como se mostró, existe una compleja estructura jerárquica del número, la cual se integra en las operaciones aritméticas mediante formas complejas de análisis y síntesis espacial que constituyen una de las más importantes condiciones psicofisiológicas para la formación de muchas funciones, entre las que no solo se incluyen las operaciones aritméticas (Luria, 1995).

1.6.2 Factor cinético

Cuando se quiere orientar un proceso que busca alcanzar movimientos coordinados y funcionales en la actividad de dividir es necesario conocer las teorías del control motor que revelan los códigos abstractos en la producción del movimiento (Rojas, 2006). El control del movimiento tiene dos componentes: el contenido y el tiempo. Se requiere el conocimiento del cómo y cuándo ejecutar el movimiento complejo (Cobos, 2005). Cuando las intenciones se convierten en una orden motora, una copia de esa orden se enviará a un estimulador interno de la relación organismo-medio, el feedback sensorial efectivo permitirá ajustar el movimiento en el tiempo (Gomila, 2007). El principal responsable de garantizar movimientos secuenciados adecuados es el factor cinético también conocido como factor de melodía cinética (Quintanar y Solovieva, 2008).

Zona postero-frontal o premotoras inferiores

Estas zonas permiten la dinámica correcta de los procesos nerviosos, pasar de un movimiento a otro con facilidad, explicar de forma seguida el contenido de los relatos, darle continuidad a una conversación. Evitan la inercia cuando se reproducen de memoria largas series orales y la inclusión de estereotipos una vez aparecidos en el empleo del lenguaje oral. Permiten la actividad suficiente para el desarrollo de los procesos intelectuales, mantener la cadena de razonamientos exigidos e impide la tendencia de simplificar el enunciado por clichés habituales, lo cual facilita la realización del análisis y síntesis de la orientación del acto intelectual. Garantiza cambiar el procedimiento de resolución adquirido cuando las condiciones cambian. Facilita la toma de conciencia del

camino de resolución de un problema para no simplificar el enunciado a través de la percepción inmediata. Permite resolver problemas cuyo algoritmo tiene una construcción compleja, poner de manifiesto el orden necesario de las preguntas y por lo tanto conducir a un algoritmo correcto, y, pasar de un sistema de operación a otro exigido por el problema. Garantiza el paso en procesos organizados en series en el área lógica y numérica. Participa en la elaboración de programas de modo activo, el análisis preliminar de los datos y en la puesta en evidencia del algoritmo de operaciones correcto entre los posibles. Evita la sustitución de las operaciones necesarias por la perseveración de operaciones aisladas repetidas por inercia (Luria y Tsvétkova, 1981).

1.6.3 Factor de regulación y control

Este factor cumple la función del establecimiento del objetivo, el control durante toda la ejecución de la actividad, y la comprensión de dicha actividad (Quintanar y Solovieva, 2003a). Los niveles de regulación de la actividad orientada de dividir son: la ejecución, las tácticas y la estrategia (Kandell, 2003).

La regulación voluntaria de la actividad en el hombre la realizan los lóbulos frontales, los cuales son los encargados de la programación, la regulación, la organización, el control y la verificación de la actividad, lo cual es, al mismo tiempo, una actividad socialmente organizada (Castillo, Lezama y Morales, 2007; Akhutina y Pilayeva, 2004). La zona pre-frontal participa en la representación y ejecución de las acciones (Bausela, 2003; Mora, 2001), y la corteza pre-motora (área 6 de Brodman), ya revisada en el apartado anterior, es responsable de controlar los programas necesarios para que se ejecuten adecuadamente dichas acciones. Finalmente el área 4 de Brodman manda información a toda la periferia para que ejecute la acción (Cobos, 1999; Portellano, 2005). A continuación revisaremos la zona que se relaciona con el factor de regulación y control: la zona pre-frontal terciaria.

Zona pre-frontal terciaria

Específicamente, la corteza prefrontal es la responsable de evaluar el éxito o el fracaso de nuestras acciones en relación con nuestras intenciones, lo que implica la regulación y verificación de los planes de acción (Goldberg, 2002). Permite la programación de los procesos intelectuales complejos, la búsqueda organizada de un programa de resolución, posibilita la base orientadora de la acción. Garantiza el desarrollo selectivo de los procesos intelectuales, posibilita despejar el programa de resolución y retener el programa propuesto. Posibilita la orientación preliminar en los datos del enunciado mediante el análisis que permite efectuar operaciones que correspondan al enunciado y que son dependientes de la denominación de los números que participan en la operación. Garantiza el análisis previo del enunciado, la confrontación de los datos, la elección del algoritmo de resolución adecuada permitiendo la creación de un esquema general de resolución, la ejecución de operaciones determinadas por este plan y la confrontación de los resultados obtenidos con los datos del enunciado. Posibilita el control, no solo en razón de la estabilidad de la acción, sino en lo que respecta a los medios de control: comparación, generalización y abstracción (Luria y Tsvétkova, 1981). El análisis verbal una vez establecido, juega un papel importante en la orientación hacia las señales dadas con la ayuda de reglas que el mismo niño se formula verbalmente, es una función de abstracción y generalización que transforma las conexiones temporales en un complejo y elevado sistema de autorregulación que asegura el cumplimiento de la tarea (Luria, 1982).

1.6.4 Factor de activación emocional inespecífica

Zonas fronto-basales-medias

Estas zonas participan en la inhibición, en el control de la conducta impulsiva y en la regulación de los excesos afectivos. Ante problemas complicados permiten recordar la etapa indispensable de orientación en los datos y garantiza en el análisis del problema el mantenimiento de la jerarquía compleja de las operaciones, permitiendo un sistema de razonamientos organizados. Permite la espontaneidad y dinámica, su regulación emocional y una adecuada crítica de su comportamiento. Garantiza que los problemas no se intenten resolver inmediatamente de una forma incontrolada. Facilita la orientación previa en los

datos, la Base Orientadora de la Acción, así como la elaboración de estrategias de solución del problema al que deben de someterse operaciones posteriores, preservando una orientación preliminar válida de los datos del problema. Permite identificar un eslabón intermedio en la resolución de problemas y puesto que viabiliza un sistema de razonamientos preliminares, evita que se resuelva impulsivamente un problema que su propia formulación invita a solucionarlo directamente. Posibilita que al efectuar una operación necesaria se mantenga el motivo por el que se realiza, permitiendo el vínculo con la cuestión planteada y la conciencia de su significado. Permite el control de las operaciones intelectuales, permitiendo que las conclusiones procedan de un análisis suficiente del enunciado. También participa en el control de la inercia de estereotipos formados, lo cual también ayuda a que se realice el programa correcto de resolución de problemas complejos (Luria y Tsvétkova, 1981).

1.6.5 Factor neurodinámico

Zonas frontales terciarias

El eslabón encargado de la estabilidad del cálculo, del estado activo de trabajo, se relaciona con el factor neurodinámico, localizado en las zonas terciarias frontales anteriores del hemisferio izquierdo del cerebro. Este factor tiene la función de brindar rapidez, posición en la hoja y pausas adecuadas (Quintanar y Solovieva, 2003a), y concentración en la tarea (Solovieva, Chávez y Quintanar, 2001).

1.6.6 Sectores subcorticales

1.6.6.1 Cerebelo

Dentro de las funciones del cerebelo, se encuentra el equilibrio, el control y la ejecución de movimientos de los miembros, mantenimiento de la postura y tono muscular. La zona hemisférica del lóbulo posterior del cerebelo se relaciona con el control de los movimientos independientes de las extremidades, especialmente de los movimientos rápidos y precisos (Nieto, Wollman, Barroso, 2004). Además ha sido relacionada con el aprendizaje de

patrones o secuencias motoras (Bravo, 2001; Carlson, 1999; Cobos, 2005; Hernández, Mulas y Mattos, 2005; Arriada-Mendicoa, Otero-Siliceo, Corona-Vázquez, 1999) y con el cálculo de la amplitud y fuerza con que se ha de realizar un movimiento (Delgado-García, 2001). El cerebelo tiene la función de actuar como centro de coordinación del ritmo y movimiento. Por lo tanto permite realizar movimientos rítmicos y precisos en actividades como la escritura y las actividades manipulativas finas como el cálculo matemático (Aguilar, Díaz, Díaz y Morgado, 2007; Murillo, 2007).

El cerebelo también otorga temporalidad a las acciones y las tareas cognitivas, y se involucra en la imaginación motora, utilizando la rotación mental de figuras para emparejar objetos (Hernández, Mulas y Mattos, 2005). Se considera que el cerebelo es capaz de integrar la información que recibe procedente del córtex asociativo y generar respuestas adecuadas en cada caso. De esta manera, al igual que el cerebelo es capaz de regular el ritmo, la fuerza y la precisión de los movimientos, también sería capaz de regular la velocidad, la consistencia y la adecuación de los procesos cognitivos, y provocar en caso de error una disimetría en el pensamiento (Barrios y Guardia, 2001). Además, mediante los estudios de RMF, PET y de flujo sanguíneo cerebral, se ha demostrado la participación de estructuras cerebelosas, como el núcleo dentado y las regiones laterales de los hemisferios cerebelosos, en procesos tales como la asociación de palabras, cálculos aritméticos mentales sin componente motor, estereognosia y procesos asociativos durante el aprendizaje (Arriada-Mendicoa, Otero-Siliceo, Corona-Vázquez, 1999).

1.6.6.2 Región fronto-diencefálica

Esta región participa en el mantenimiento de la conciencia por parte del niño ante las diversas operaciones intelectuales permitiendo la orientación y la integración general del sistema selectivo de asociaciones (Luria y Tsvétkova, 1981). En los procesos mediatos garantizan un orden en la reproducción de estímulos y en los inmediatos garantizan la capacidad para reproducir el orden correcto de los elementos dados (Santana, 1999).

1.6.7 Mecanismos neuropsicológicos de aportaciones situacionales al cálculo.

En este apartado se presenta la aportación de los mecanismos neuropsicológicos que varían en mayor medida su participación en la actividad de dividir desde su inclusión muy activa hasta su casi nula participación dependiendo la etapa de la acción en formación.

1.6.8 Factor cinestésico

Zona parietal secundaria

Este mecanismo neuropsicológico se localiza en las zonas parietales del hemisferio izquierdo y permite la integración cinestésico-táctil (Solovieva y Quintanar, 2008). Permite precisar al movimiento y a la posición de los dedos de las manos, así como también a los movimientos articulatorios y a la producción verbal. Evita que se produzcan errores ortográficos severos, omisiones y sustituciones consonánticas respecto a la cercanía articulatoria, además participa en la categorización conceptual (Solovieva, Lázaro y Quintanar, 2008).

1.6.9 Factor oído fonemático

Zona temporal secundaria

El mecanismo neuropsicológico localizado en las zonas temporales del hemisferio izquierdo es responsable de la integración fonemática (Solovieva y Quintanar, 2008). Permite la identificación de fonemas precisos y la precisión de los rasgos auditivos del idioma, otorgando la posibilidad de un amplio vocabulario. Posibilita la ejecución de todas las acciones orales. Evita que se produzcan errores ortográficos, omisiones y sustituciones de acuerdo a las características fonemáticas y pobreza léxica (Solovieva, Lázaro y Quintanar, 2008).

1.6.10 Factores de retención audio-verbal y de retención visual

Zonas temporales y occipitales secundarias

Para la utilización del material requerido en las diversas etapas de asimilación de la división es necesaria la activación del factor modal específico auditivo y la del visual. Éstos factores se localizan en la zona temporal amplia y en el lóbulo occipital respectivamente (Quintanar y Solovieva, 2003a; Solovieva y Quintanar, 2005). La realización de una determinada operación aritmética necesita el reconocimiento de los números u objetos a manipular, que depende de la percepción visual (Bermejo y Castillo, 2006). Dehaene y Cohen (1995, citados por Jacobovich, 2006) mencionan que este proceso de identificación está ligado a los sectores occipito-temporales. El principal encargado de la realización de dicha actividad es el factor denominado de retención visual localizado en el lóbulo occipital (Quintanar y Solovieva, 2002b). La región temporal izquierda permite la realización de las operaciones verbales y mentales y las mismas tareas en papel que requieren acciones mentales complejas (Luria, 1995).

Una vez revisadas las aportaciones de los mecanismos neuropsicológicos a la actividad de dividir, mostraremos las principales dificultades observadas en las acciones de cálculo y sus eslabones psicológicos con los que se corresponden.

1.7 Principales dificultades en la actividad de dividir y los mecanismos neuropsicológicos con los que se corresponden.

Causas muy diversas pueden influir sobre el proceso de determinada actividad, desde el desarrollo inadecuado del embrión hasta un medio social desfavorable. Para prevenir un retraso y para superar las dificultades es fundamental ayudar a los niños en el momento adecuado (Akhutina y Pilayeva, 2004).

Santana (1999), Ardila y Rosselli (2007), han observado en sus investigaciones que durante la actividad de cálculo las dificultades más comunes en los niños son la inversión espacial de los números, el cambio de orden de los mismos cuando estos eran copiados, la

confusión de los signos de las operaciones, la fragmentación de las cifras, seguimiento de renglones en la escritura, y dificultad para automatizar El factor que está relacionado principalmente con estas dificultades es el espacial.

Farnham-Diggory (1992, citado por Cairo, Ijalba y Martínez, 2004) observó que los niños que no logran un adecuado desempeño en las matemáticas comúnmente tenían dificultades en coordinar información procedente de diferentes modalidades, por ejemplo, táctil y kinestésica, o proveniente de diferentes canales sensoriales, por ejemplo, auditivo y visual.

Además, se considera que los niños de 7 a 9 años que presentan un retardo en el desarrollo psicológico se caracterizan por la inclusión menos activa de los sectores parieto-frontales del hemisferio izquierdo en la actividad, principalmente en los lóbulos frontales y en el hemisferio derecho lo cual afecta a los eslabones que están implicados en la generación de motivos, en la orientación y planeación, en la regulación de la actividad principalmente (Akhutina y Pilayeva, 2004). Esto se ve reflejado particularmente en no poder concentrarse de las condiciones del problema (Ardila y Rosselli, 2007).

En las investigaciones de Talizina (2001) y Salmina (2001) se menciona que la dificultad principal para la solución de problemas aritméticos se encuentra en la parte orientadora que incluye el sistema de magnitudes que caracterizan el proceso y las relaciones entre esas magnitudes. Ellas ponen de manifiesto que con la enseñanza tradicional los alumnos aprenden cada vez que son instruidos a resolver problemas de un solo tipo de categorías (venta, compra, etc.) pero no logran asimilar la base común que existe entre los diferentes tipos de problemas aritméticos (por no considerar el análisis de procesos). La comprensión del proceso implicaría conocer cuáles son las magnitudes con las que se relaciona y como se corresponden entre ellas, esto garantizaría la elección de la operación adecuada y por lo tanto la secuencia correcta para solucionar el problema (Talizina, 2001).

El observar a los niños cuando realizan tareas escolares nos permite identificar las causas de los errores o de la imposibilidad para automatizar y fortalecer los conocimientos, y nos permite encontrar soluciones satisfactorias que permitan superar tales dificultades. Una evaluación completa, previa a un programa de enseñanza, solo se puede elaborar a partir de la explicación del estado funcional de los mecanismos cerebrales que impiden o facilitan la asimilación del contenido escolar. Dicho conocimiento solo se puede obtener a partir al análisis neuropsicológico de la actividad (Solovieva y Quintanar, 2005). La caracterización de los tipos de errores debe realizarse para cada niño y al finalizar la evaluación se ha de conocer los mecanismos psicofisiológicos que se encuentran ya formados, los más débiles, y los que aun se encuentran en estado de desarrollo y que requieran posiblemente de apoyo correctivo si es que este último fuera el fin concreto de la evaluación, meta que no tiene planteada de manera explícita esta investigación (Solovieva, Pelayo y Quintanar, 2005). Sin embargo, dicha caracterización nos permitirá al final de la aplicación de nuestra metódica analizar qué factores garantizaron la asimilación de la división en un plano mental y cuales fueron un obstáculo para que se lograra.

La habilitación psicológica, considerando la funcionalidad de los mecanismos neuropsicológicos en los niños, potencializa las funciones de los eslabones que integran la estructura de determinada actividad (Judd, 2001). Aunque, como hemos dejado ver, no es el fin de la presente investigación dicha habilitación, la aplicación de nuestra metódica pretende contribuir a la potencialización de los eslabones psicológicos involucrados en las tareas que esperamos ayuden a los niños a superar las dificultades particulares que presentan en la realización de divisiones partitivas. Los cambios mostrados se presentaran en el análisis de los resultados. Se prosigue con la presentación de los principios teóricos que sustentan la metódica de enseñanza.

2. Principios del método de formación del concepto de división partitiva.

Para lograr una mejor enseñanza en cualquier área de la educación el reto consiste en elaborar y no en seleccionar los métodos existentes, para que con la consideración del proceso de asimilación se garantice un mayor desarrollo de los eslabones psicológicos y neuropsicológicos de las acciones escolares (Solovieva y Quintanar, 2001). Una de las premisas fundamentales en el proceso de enseñanza aprendizaje es que todas las capacidades se forman y desarrollan únicamente durante la actividad, y ante todo en la actividad que requiere necesariamente esa capacidad y que no puede ser emprendida sin ella (Teplov, 2007). La metódica desarrollada en esta investigación tiene sus bases principales en los planteamientos teóricos sobre la asimilación y formación por etapas de las acciones mentales elaborados por Galperin (1979, 2009a-c) y desarrollada ampliamente por Talizina y colaboradores (1988, 2000, 2001, 2009). Además se consideró para su elaboración aportaciones de otros autores que han realizado investigaciones de acuerdo a las premisas Vygotskianas y de la teoría de la actividad. A continuación se describirán de forma breve primero las categorías principales de la psicología histórica cultural y posteriormente se revisaran las etapas del proceso de asimilación.

2.1 Premisas teóricas para el análisis de la actividad.

Según Wertsch (1988), uno de los presupuestos más importantes de la teoría de la actividad es el reconocimiento de la actividad como nueva unidad de análisis para desarrollar la propuesta Vygotskyana. Él planteó que Vygotsky estuvo muy cerca de la introducción de esa categoría en su teoría. A pesar de que se ha discutido hasta qué punto la teoría de la actividad extiende o inclusive distorsiona los principios básicos de Vygotsky, así como los problemas en su formulación (Wertsch, 1988; Zaporoshets, Galperin y Elkonin, 1995), Zinchenko (1985 citado por Wertsch, 1988) intentó integrar la teoría de la actividad (que tiene como principal responsable de su formulación general a Leontiev) con la teoría Vygotskyana, para lo cual propuso que la unidad apropiada de análisis de la psicología es la acción dirigida hacia un objetivo y mediada por instrumentos. Sin tener la intención de lograr la integración de estas dos teorías, conociendo las diferencias entre ellas, para el análisis de nuestro experimento consideramos necesario el método

instrumental propuesto por Vygotsky (1991a) dentro un macroanálisis de la actividad investigada. Vygotsky (1991a) señaló que todo tipo de desarrollo infantil viene determinado principalmente por la incapacidad del niño de utilizar por sí mismo sus propias funciones naturales y denominar los instrumentos psicológicos. El método instrumental, que es por esencia histórico-genético procede a investigar el desarrollo del comportamiento mediante el hallazgo de los instrumentos psicológicos implicados y el establecimiento de la estructura de los actos instrumentales.

Se ha propuesto que la actividad humana no puede dividirse en funciones sino que se ha de considerar en su totalidad (Solovieva y Quintanar, 2004), es por ello que para su análisis y explicación no podemos limitarnos a la explicación de determinados eslabones psicológicos o factores neuropsicológicos. Por lo tanto, es necesario considerar acciones complejas en las que se encuentran en una interrelación dialéctica diversos elementos afectivos y cognitivos, psicológicos y psicofisiológicos. La psique se desarrolla en la actividad y la conciencia se manifiesta en la actividad y en la conducta. Actividad y conciencia forman un todo orgánico, constituyen una unidad. El hecho de tener conciencia de la actividad que se realiza es lo que cambia las condiciones de su curso, desarrollo y carácter (Rubinstein, 1969).

Vygotsky (2006a) mencionaba que los aspectos externos de las formas de “conductas fosilizadas” han perdido su apariencia original de modo que no dice nada acerca de su naturaleza interna. Para lograr conocer esta naturaleza interna, Vygotsky (2006a) enfatizaba en que no se habría de estudiar los resultados finales de las operaciones, sino su estructura psicológica específica. Siguiendo a Vygotsky, Galperin (2009a; García, Ortiz, Martínez y Tintorer, 2009) consideraba que la actividad externa (material) pasa por un proceso de transformación para convertirse en actividad interna, es decir, que sufre cambios cualitativos. Este autor estudió dichos cambios en la construcción de su teoría de la formación por etapas de las acciones mentales.

De acuerdo a Galperin (1979), “la psicología es la ciencia que estudia la formación, estructura y dinámica de la actividad orientadora, de la cual depende en forma inmediata la calidad y la productividad de las acciones; es la ciencia de la actividad orientadora (p. 90)”. Él consideró a todos los procesos psicológicos como diferentes formas de actividad orientadora.

Leontiev (1975, citado por Talizina, 1988) menciona que a nivel psicológico, la actividad es “una unidad de la vida mediatizada por el reflejo psicológico”, la cual tiene la función de orientar al sujeto en el mundo de los objetos. Él distinguió los conceptos de actividad, acción y operación. Estableció que la actividad es un sistema de acciones y operaciones que realiza el sujeto sobre los objetos (Leontiev, 1981, citado por Castillo, 2007). Los componentes principales de la actividad son el motivo y el objetivo, los cuales siempre se relacionan (Talizina, 1998). La actividad del sujeto siempre corresponde con alguna necesidad y se dirige al objeto que puede satisfacer dicha necesidad. El objeto incita y dirige la actividad del sujeto. Este objeto Leontiev lo llamó motivo de la actividad (Talizina, 2000).

Montealegre (1992; 2005), siguiendo la teoría histórico cultural, menciona que la actividad tiene dos eslabones: el de orientación y el de ejecución. La orientación contiene las necesidades, los motivos y las tareas. El eslabón de ejecución se compone por las acciones y operaciones. La acción de la actividad humana tiene un carácter intencional y otro operacional que está determinado por la tarea (Montealegre, 1992; 2005). Talizina (1988) estableció que la acción de acuerdo a su función, se puede dividir en tres partes: orientación, ejecución y control. La orientación consiste en la utilización del conjunto de condiciones concretas para cumplir adecuadamente la acción. La ejecución asegura los cambios en el objeto de acción. Y el control, confronta los resultados obtenidos con el modelo al que se quería llegar.

En la psicología histórico-cultural la acción es la unidad de análisis de la psicología porque se encuentra en las interrelaciones de los componentes de la actividad humana (Montealegre 2009). En la aplicación de la teoría de la actividad a la enseñanza, Talizina

(2009), considerando también la acción como la unidad de análisis de la actividad de los niños escolares, la define como un acto que se origina de motivos fijos y que es dirigida a un objetivo establecido (Talizina, 1988). La acción, de acuerdo a Leontiev (2009), es un proceso subordinado a la meta establecida por el sujeto. Las acciones están coordinadas y organizadas por estructuras y operaciones construidas en el curso del desarrollo (Piaget, 2006). Para cumplir la acción es necesario realizar un conjunto de operaciones en un orden establecido (García, Ortiz, Martínez y Tintorer, 2009; Talizina, 2009). Las operaciones son elementos de la acción que se realizan de forma semi-conciente (Solovieva, 2004). Estas operaciones, de acuerdo a Leontiev (2009), corresponden a las condiciones en que se realizan las diferentes acciones, su elaboración, su generalización y la fijación de dicha operación, es un proceso sociohistórico y cada sujeto las aprende. Así la acción está inducida por el motivo de la actividad de la que es parte, y las operaciones son las formas por medio de las cuales se realiza dicha acción.

La cuestión de las formas, o medios, a través de los cuales se lleva a cabo una operación, es lo principal en la formación de conceptos (Vygotsky, 2006b). A continuación se expondrá lo referente a dicha formación.

2.2 Asimilación y formación por etapas de las acciones mentales, conceptos e imágenes mentales.

La asimilación, de acuerdo a Galperin (2009c) y Bozhovich (1979), es apropiarse de algo. La actividad en el mundo objetivo que se realiza por intermedio de la comunicación con otros hombres, es en donde tiene lugar el proceso de apropiación (Leontiev, 1993). Medina (1999) menciona que la apropiación consiste en un proceso de transformación y enriquecimiento de los conocimientos y habilidades previas del estudiante. Ganelin (1959) considera que, el contenido de las materias que se imparten en la escuela primaria dirige el proceso de asimilación de dicho contenido y entra en el campo de la conciencia. Así, su conciencia es también producto de su actividad (Leontiev, 1993).

Galperin (1987, citado por Patiño, 2007) menciona que la estructura y el contenido de la actividad mental deben ser estudiados en el proceso de asimilación. La característica

más importante del proceso de asimilación es que la actividad cognitiva y los conocimientos incluidos en ella, alcanzan la forma mental y se hacen generalizados a través de una serie de etapas específicas (Talizina, 2009).

Vochik-Blakitina (1956, citado por Kostiuk, 2007) menciona que si el niño logra dominar el concepto, que es cada vez más complejo, se facilita el desarrollo de la abstracción y la generalización llevando hacia la formación de las operaciones lógicas y a la independencia del niño para la asimilación de conocimiento.

Una misma acción se puede formar en distintos niveles, entre más interna sea mejor será la asimilación (Talizina, 2009). La asimilación puede quedarse en un simple nivel de conocimiento, de habilidad y de práctica sin cambiar el aspecto psíquico del niño. Sin embargo una buena asimilación debe de garantizar la aparición de nuevas particularidades psicológicas. La relación entre el niño y el modelo es lo que constituye el elemento decisivo para la asimilación (Bozhovich, 1979).

La enseñanza nos permite formar diferentes tipos de actividad cognoscitiva como son conceptos, representaciones o acciones mentales en los niños, con su respectiva asimilación (Talizina, 2009). Vygotsky (2006b) mostró que los conceptos se forman a través de una operación intelectual que está guiada por el uso de la palabra. El material sensorio y la palabra constituyen elementos indispensables en la formación de conceptos (Vygotsky, 2006b).

Los conceptos, de acuerdo a Talizina (2009, 2001), son elementos importantes en el contenido de cualquier asignatura escolar, entre ellas las matemáticas, para la educación primaria. Lo fundamental para inducir en el niño la asimilación de las matemáticas es la comprensión del hecho de que lo mismo se puede expresar de forma diferente (Salmina y Filimonova, 2002). Los conceptos participan ante los alumnos como elementos de la experiencia social. Cuando el niño ha asimilado un concepto, éste se convierte en una imagen específica (abstracta y generalizada) (Talizina, 2009, 2001). La imagen es abstracta porque funciona dentro de nuestro pensamiento en estrecha relación con la palabra y con el

lenguaje; y generalizada porque se han acumulado las características de toda una clase de objetos (Talizina, 2001).

Para que el niño domine las cantidades debe pasar primero por la percepción de las imágenes numéricas ya que el niño en un inicio asimila la aritmética a través de la percepción de la imagen numérica y la enseñanza en la escuela no puede evitar seguir este camino. Toda la aritmética preescolar es en gran medida una aritmética de percepción directa de las cantidades, de operaciones directas con las mismas pero dado que el desarrollo escolar de la aritmética no es una continuación directa del desarrollo preescolar es preciso librarse de las formas concretas lo antes posible y pasar al cálculo mediado en la enseñanza escolar para no retener a un niño en un nivel de desarrollo inferior. Es necesario considerar que aunque la aritmética escolar constituye un momento de cambio provocado y de conflicto de la aritmética preescolar, eso no significa que en la escuela se enseñe sólo de forma mecánica, más bien hay que comprender ese choque como el origen de una etapa nueva del desarrollo del cálculo, y que por ello necesita una forma de enseñanza particular. Los conceptos abstractos aritméticos que han de formarse en la edad escolar, a diferencia de los pseudoconceptos aritméticos, no han de depender de una situación concreta y se transformaran debido a esa abstracción en conceptos generales aplicables a todas las tareas (Vygotsky, 1995a).

Galperin (citado por Salmina, 2001) concluye que los conceptos matemáticos se forman completamente después de la previa asimilación de las operaciones matemáticas generales (más, menos, más menos que, igual, desigual, tanto como), de los conceptos y de las relaciones.

Talizina (2001) menciona que en la asimilación de un concepto matemático es necesario plantear a los alumnos problemas aritméticos adecuados, es decir, no basta enunciar un problema correctamente, se debe tener en cuenta que el enunciado esté en correspondencia con las capacidades y conocimientos de los alumnos, lo que requiere ser valorado para introducir gradualmente dificultades (Mazarío, 2000), por ello la solución de problemas debe ir trabajándose en la dirección de la zona de desarrollo próximo tanto como

sea posible (González, Mazarío y Mazarío, 2000). Luria y Tsvétkova (1981) identificaron una serie de problemas, establecidos en ocho categorías, cuyo algoritmo de solución respondían a determinadas exigencias y aseguraban el estudio constante de la actividad intelectual de acuerdo a los grados variables de complejidad. Sólo mencionaremos los tres primeros tipos porque debido a su grado de complejidad son los que se utilizaron en la investigación. Los *problemas simples* (del tipo: $a + b = x$; $a - b = x$; $a * b = x$; $a / b = x$) conforman el grupo más elemental y se resuelven a través de una sola operación aritmética. Sin embargo, los problemas simples pueden aumentar su grado de complejidad *invirtiendo los datos* (del tipo: $a-x=b$; $x-a=b$). Los *problemas compuestos* (del tipo: $a + (a + b) = x$; $a (a - b) = x$; $a + ab = x$) son de mayor complejidad que los anteriores porque es imposible resolverlos mediante el uso de una sola operación, para solucionarlo correctamente hay que encontrar primero el valor del segundo componentes y después calcular el resultado pedido.

Un problema es una situación o dificultad en la vida que es capaz de provocar un esfuerzo para darle respuesta. Para que un problema pueda ser pedagógico es necesario que se presente al alumno en una situación de carácter real e inteligible, que responda a sus experiencias, intereses y necesidades (Díaz y Martín, 2000), aunque es más importante aun enseñar al alumno a que identifique sus necesidades para que elabore sus propios problemas. En los problemas aritméticos se debe identificar el contenido del concepto matemático, es decir el problema debe expresar las características esenciales del concepto (Hernández, 2000). De acuerdo a Luria (1974) y Luria y Tsvétkova (1981) un problema aritmético parte de un objetivo formulado en la parte final y siempre se establece en forma de pregunta, para la que no hay una respuesta ya hecha que sea válida, la interrogación es la que determina la actividad del sujeto dándole un carácter selectivo; se acompaña de determinadas condiciones y está contenida en los datos. La orientación en esos datos con la detección y la confrontación mutua de los componentes esenciales del problema (base orientadora del acto intelectual) nos conduce a la formulación de un esquema general, y de esta manera nos permite elegir una estrategia que conduzca a la solución adecuada. La estrategia, expresada como hipótesis, iniciará la búsqueda de las operaciones que se utilizarán para obtener los resultados necesarios. El proceso de solución de problemas concluye con la comparación entre dos procesos: el método utilizado y el resultado

obtenido, y, la pregunta y las condiciones del problema. En resumen, para resolver correctamente el problema es necesario mantener constantemente el objetivo, realizar un programa de operaciones y comparar el desarrollo de las mismas con el resultado esperado (Zeigarnik, 1981).

Para la formación de un concepto se requiere formar un sistema determinado de acciones, debido a que las acciones y operaciones representan el mecanismo psicológico de los conceptos. Las acciones trabajan como eslabón conductor. Las características de las acciones orientadas a los objetos y los fenómenos del mundo exterior determinan el contenido y la calidad del concepto en formación (Talizina, 1988). En la planeación de algún conocimiento es necesario tener claro en qué actividad los escolares deben utilizar determinadas acciones y con qué objetivo han de asimilarse (Talizina, 2009).

Leontiev (2007) menciona que en la enseñanza de conceptos es necesario formar las acciones mentales adecuadas. Lo cual requiere que se organicen de manera activa. Primero han de asumir una forma externa y sólo después se transformaran en acciones mentales internas.

Bogoyavlensky, y Memchinskaya (2007) mencionan que durante sus investigaciones han observado que las acciones mentales resultan de la asimilación consciente de las operaciones intelectuales durante el aprendizaje. Las acciones mentales son definidas por Galperin (2009a) como reflejos, procesos dinámicos de construcción de la realidad, que se originan de las acciones materiales.

Galperin (2009c) concluye que el contenido del concepto se asimila de forma progresiva, por partes, y que la rapidez depende de los alumnos. El proceso de asimilación de la nueva acción se caracteriza porque tiene lugar la formación de la serie dada de los distintos tipos de acciones (Galperin, 2009a). Por su contenido se dice que la acción se asimila, y por su modo de existencia dicha acción se forma (Galperin, 2009c). Para que se logre la asimilación es necesaria la acción (Galperin, 2009c, 2009a). También la imagen se forma sólo sobre la base de la acción con el objeto. El niño al utilizar los componentes del

concepto mediante la acción forma un concepto para sí. El concepto es la imagen del objeto en sus rasgos esenciales. Los componentes del concepto se asimilan durante las acciones y ahí se forma el concepto. Esta formación es el proceso que tiene lugar por etapas, conjuntamente con la formación por etapas de la acción que descansa en su base (Galperin, 2009a).

Las dificultades que el niño presenta en el pensamiento conceptual son principalmente en el descubrimiento de los aspectos esenciales del concepto y en la comprensión de su importancia. Sin embargo, cuando se le muestran los rasgos característicos del concepto con imágenes visuales correspondientes es mucho fácil para él asimilar dicho concepto (Natadze, 2007).

Los niños que resuelven por igual la tarea demostrando idéntica habilidad para utilizar algún hábito, se hallan desde un punto de vista genético en distintas etapas de desarrollo de la aritmética cultural, algunos dominan procedimientos mecánicos sólo externos, pero cuando las condiciones de las operaciones varían dejan de dominar la operación aritmética. En otros niños la operación se lentifica pero la solución es de todo correcta, por lo tanto se puede observar que el niño ha asimilado correctamente la estructura de la división, es decir, gracias a su desarrollo cultural no sólo ha asimilado el hábito exterior mediante el cual comúnmente hace la división, sino que ha elaborado un modo de conducta adecuado frente a dicha estructura y por eso su hábito tiene una mayor estabilidad pese al cambio de la situación (Vygotsky, 1995a).

En la evaluación del nivel de asimilación logrado por determinada enseñanza, el método de variaciones o desplazamientos (Vygotsky, 1995a), que estudia los medios y sistemas generalmente usados para la evaluación, nos permite conocer en la investigación genética mediante la modificación de dichos medios hasta qué punto está sólidamente asimilada cierta habilidad, y por lo tanto comprobar en qué medida el niño reacciona mecánicamente ante la situación y en qué medida ha asimilado la esencia de dicha operación, es decir, en qué medida comprendió la estructura de la operación cultural independientemente de los diversos cambios. Nos permite revelar las diferencias entre los

niños una vez que han variado las condiciones de la evaluación. Además es necesario considerar que el mismo contenido de una acción se puede asimilar de forma diferente. Las acciones sencillas, como la adición de dos números o el cálculo, el niño las puede realizar tocando con sus dedos palitos, esto corresponde a la forma materializada de la acción. Otro niño podría realizar estas acciones solamente a través de la mirada, lo cual correspondería a una acción perceptiva. O bien, otras formas de realizar la acción sería resolviendo la operación en voz alta o en silencio, las cuales corresponderían a la forma verbal externa y a la verbal interna respectivamente (Talizina, 2009). Lo primordial de la asimilación por etapas es que el contenido sea asimilado en un orden determinado (Galperin, 2009a; Talizina, 2009). En seguida se describe la importancia de la formación de las acciones mentales por etapas en la enseñanza, y posteriormente se describe en qué consiste cada etapa.

2.3 Etapas de la formación de las acciones mentales.

Vygotsky (2004) estableció que el desarrollo es un proceso de aparición continuo de formas nuevas de actividad. La teoría de la formación por etapas de las acciones mentales considera el estudio como un sistema de determinados tipos de actividad cuyo cumplimiento conduce al alumno a los nuevos conocimientos y hábitos, ya que como resultado se adquieren nuevas cualidades (Talizina, 1988). Las etapas representan la transformación del fenómeno objetivo en algo que es cada vez más propio (Galperin, 2009c).

Especialmente a partir de la elaboración del esquema de la base orientadora de la acción el contenido objetivo se asimila en distintas formas, pero cuando el contenido es más interno es más propio y es esto lo que garantiza la asimilación completa (Galperin, 2009c).

La asimilación de cierta actividad, con los conocimientos que se forman a partir de esta, se logra sólo cuando se pasan por todas las etapas del proceso de asimilación (Talizina, 2009). No se necesita tiempo de repetición en cada etapa, en cuanto ellos logren

realizar el trabajo correctamente de cada etapa se ha de pasar a la siguiente. En cada etapa se realiza la parte orientadora, ejecutora y de control (Talizina, 2009).

De acuerdo a Talizina (1988, 2009) la asimilación de los conceptos se valora de acuerdo a las siguientes características:

1. Racionalidad de las acciones de los sujetos. La racionalidad, de acuerdo a Talizina (1988) es entendida como la orientación de los alumnos en todo el sistema de características esenciales. En sus investigaciones se proponen tres tipos de problemas para observar esta características: a) los problemas que incluyan el conjunto completo de condiciones pero el dibujo técnico no corresponda a las condiciones de éste; b) problemas con el conjunto incompleto de condiciones y sin el dibujo técnico; y c) problemas con condiciones incompletas y con el dibujo inadecuado para estas.

2. Carácter consciente de la asimilación. Los alumnos argumentan sus propias acciones, señalando las bases en las cuales ellos se apoyaron para dar la respuesta.

3. Ausencia de excesivo apego a las propiedades sensitivas de los objetos. Los alumnos se apoyan en las características esenciales, la utilizan adecuadamente y por lo tanto no se enganchan de las características casuales, incluso cuando estas son más llamativas y constantes en los objetos.

4. La generalización de los conceptos y las acciones. Se observa en dos vías: primero, se comprueba la capacidad de los sujetos para aplicar los conceptos y las acciones formadas en condiciones que en cierto grado se diferencian de las condiciones de enseñanza, aquí el sujeto debe reconocer los objetos de la misma clase pero en otras condiciones concretas; y segundo, se observa la influencia que los conceptos formados ejercían en el proceso de formación de nuevos conceptos tanto de la misma rama de conocimientos como de otra, sustancialmente distinta.

5. Estabilidad de los conceptos y de las acciones formadas. Después de algunos meses de la formación del concepto se tiene que observar si los sujetos tienen las mismas posibilidades que después de la enseñanza.

6. Reducción de la acción y medida de su asimilación. Por vía indirecta se puede observar la reducción por el incremento de la velocidad del cumplimiento de la tarea.

Talizina (2009) describe seis etapas necesarias en el proceso de asimilación. En la siguiente descripción de cada una de ellas se incluye la etapa perceptiva en la que se forma la acción perceptiva que refiere Talizina (1988) como intermedia entre la forma materializada y la verbal externa.

2.3.1 Etapa de la motivación.

Vygotsky (2000) mencionaba que toda idea se tenía que apoyar en alguna necesidad o anhelo, es decir en algún elemento afectivo. Sería absurdo pensar en cualquier idea puramente intelectual y que todo sentimiento debería concentrarse en una idea o imagen que le prestara sustancia. Sólo puede haber predominio afectivo o intelectual, pero siempre estarán presentes los dos. Es decir, ambos factores son inseparables, y necesarios para realizar cualquier acto.

De acuerdo a Zeigarnick (1976) cualquier método que desarrolle la actividad cognoscitiva siempre contiene la actualización de las motivaciones y actitudes de las personas.

Galperin (citado por Zeigarnick, 1976), al explicar su teoría sobre la formación de las acciones mentales, enfatiza que ante todo debe de existir un motivo en el niño para realizar la acción. Zeigarnick (1976) considera que existen dos funciones en el motivo, la incitación y la significación, éstos le dan un carácter consciente y regulado a la actividad humana. Cada motivo se relaciona inseparablemente con el objetivo. Las acciones siempre se dirigen hacia objetivos. En la escuela es necesario enseñarles a los niños los objetivos que

se deben alcanzar para que los productos establecidos correspondan a dichos objetivos (Talizina, 2009).

Lo principal de esta primer etapa consiste en la generación de una motivación necesaria en el escolar, de lo contrario es imposible la formación de las acciones y de los conocimientos que ellas implican (Talizina, 1988).

Las investigaciones realizadas por Ames y colaboradores (1990, citado por Bruer, 1997) sobre el trabajo de la motivación y actitud en los niños de primaria han mostrado que otorgándoles a los profesores y a los niños un papel activo, y diferentes estrategias en el proceso de enseñanza-aprendizaje, los niños desarrollan un deseo creciente por realizar actividades académicas y también muestran un interés hacia la realización de actividades más complejas. Durante sus investigaciones trabajó con diferentes actividades: revisión conjunta de tareas, valoración de los niños de su propio trabajo, inclusión de novedad en las actividades y contenido, evaluación de los niños de acuerdo a sus avances y no en comparación a los demás niños, pláticas a solas con el niño sobre su desempeño y no en público, trabajo en equipos variados, entre otras. Ames observó que la motivación que había desarrollado en los niños era a largo plazo y concluyó que la escuela debe satisfacer las necesidades de motivación de los estudiantes.

De acuerdo a lo que se ha mencionado, los motivos que se generan en esta etapa son fundamentales para que los alumnos realicen las tareas propuestas. Una de las formas para la creación de la motivación es introducir al niño a situaciones problemáticas (Talizina, 2009) que sólo sean posible de solucionarse por medio de la acción cuya formación ha de emprenderse (Talizina, 1988). Los motivos que han de generarse pueden ser internos o externos, siempre y cuando la segunda opción sea un camino para encontrar interés a la actividad propuesta (Talizina, 2009).

2.3.2 Etapa de elaboración del esquema de la base orientadora de la acción.

Galperin (1979) precisa el sentido del término orientación como una anticipación. La orientación siempre anticipa la ejecución. El hombre puede aprender a orientarse no por

sus sensaciones inmediatas, sino por los indicadores de instrumentos especiales. No son los aparatos los que dirigen su conducta, sino gracias a los instrumentos es capaz de orientar su conducta.

En cualquier método de formación el niño realiza tareas bajo la dirección del experimentador. Es decir, antes de que se realice cualquier actividad es necesario enseñar al niño a que se oriente y explore las condiciones de la situación (Solovieva, 2004), de esta manera estaremos desarrollando en el niño el eslabón de la base orientadora de la acción (Berk, citado por Solovieva y Quintanar, 2001)

Para Galperin (2009a) la base orientadora de la acción es un plan para la realización de una futura acción. Dicho plan consiste en formar la representación anticipada de la tarea y el sistema de orientadores necesarios para cumplir con dicha tarea. El esquema de la base orientadora de la acción contiene la información que el adulto le proporciona al niño durante la tarea. También contiene la esencia operacional y el contenido de la acción que se realiza (Solovieva, 2004). Talizina (2009) amplía la definición de Galperin mencionando que la base orientadora de la acción es el sistema de condiciones en el cual realmente se apoya el sujeto en la realización de la acción. Es necesario considerar que la efectividad del plan depende esencialmente de la naturaleza de la actividad orientadora-exploratoria realizada por los niños en relación con las condiciones del problema (Zaporoshets, Zinchenko y Elkonin, 1979).

Solovieva (2004) explica la diferencia entre base orientadora de la acción y esquema de la base orientadora de acción. Menciona que la primera es la información real que posee el sujeto antes de la resolución de una tarea, mientras que la segunda es la información indispensable para la solución exitosa de dicha tarea. En los experimentos formativos es precisamente el esquema de la base orientadora el que se ha de proporcionar al sujeto.

Talizina (1988) considera que esta etapa es previa a la acción, y de las condiciones para su cumplimiento, debido a que el sujeto se apoya en éste sistema de condiciones durante la ejecución de la acción. Así, antes de realizar la actividad, el alumno debe darse

cuenta de las acciones que conforman la solución de determinada tarea. No basta con comentarles el proceso, hay que mostrar en un inicio de forma materializada el proceso mismo de solución. Para ello es indispensable conocer las características necesarias y suficientes que le permitan al alumno elaborar una conclusión determinando la ausencia o presencia de dichas características en la solución de determinadas tareas. No sólo es importante la identificación de estos componentes sino el orden en que se presenten. Es mejor si los conceptos se introducen en sistema, para comprender la relación entre ellos (Talizina, 2009).

En esta etapa se le da a conocer al niño la nueva actividad y se les muestra el proceso de solución. Para esto es necesario identificar el sistema de características necesarias y suficientes a cerca de los objetos. Así como también identificar los conocimientos acerca del proceso de la actividad, es decir, con qué hay que iniciar, en qué orden realizar las acciones, entre otros. El contenido de la base orientadora de la acción se puede presentar mediante un listado de las características necesarias y suficientes del concepto y, mostrando las operaciones que se deben realizar con el objeto propuesto, así como la secuencia de la ejecución (Talizina, 2009). Durante la orientación se integra no la parte motora de la acción, sino su imagen, y bajo su control se realiza después la nueva acción (Alvarez, 2001).

La realización correcta de la acción depende de tres aspectos: a) del aspecto suficiente de la base orientadora de la acción, si es completa, incompleta o abundante (características del concepto); b) de su generalidad, si se presenta de forma particular, para un caso único o si se presenta de forma general mostrando la esencia de toda una clase de casos concretos; c) del medio de obtención, si la base orientadora se le da al niño en forma preparada o si el niño la obtiene de manera independiente, esta última puede darse a través de dos opciones, durante el proceso de la realización de la acción o durante el uso de un método general el cual se le puede dar al niño de manera independiente o con ayuda del maestro (Solovieva, 2004).

Los aspectos anteriores son criterios para diferenciar algunos tipos de base orientadora, los cuales han sido investigados por Galperin y Talizina (1988, 2009). Existen cuatro tipos de base orientadora que se han podido observar en la práctica experimental pero Talizina (1988) señala que pueden existir por lo menos cuatro más, de acuerdo a la combinación teórica posible de las tres condiciones variables que las definen. En la Tabla No. 3 se muestran las características de los ocho tipos de base orientadora señalados. Posteriormente se describen los cuatro tipos de base orientadora observados en la práctica.

Tabla 3. Tipos de base orientadora de la acción.

| Tipo | Característica de generalización | Carácter completo o incompleto | Medio de obtención |
|------|----------------------------------|--------------------------------|--------------------|
| 1 | Concreta | Incompleta | Independiente |
| 2 | Concreta | Completa | Dependiente |
| 3 | Generalizada | Completa | Independiente |
| 4 | Generalizada | Completa | Dependiente |
| 5 | Generalizada | Incompleta | Dependiente |
| 6 | Generalizada | Incompleta | Independiente |
| 7 | Concreta | Completa | Independiente |
| 8 | Concreta | Incompleta | Dependiente |

Nota. Fuente: Talizina, N. (1988). *Psicología de la enseñanza*. Moscú: Progreso.

El uso del primer tipo de base orientadora conlleva al niño a elaborarla de forma independiente con apoyo de un método general, sin embargo esta búsqueda la realiza a través de ensayo y error porque en cada tarea varía la base orientadora lo que lo lleva a cometer varios errores, la acción formada puede perderse por la variación de cualquier condición. El uso del segundo tipo, la base orientadora se le da preparada al niño y para casos concretos lo que limita la acción, por las semejanzas de las condiciones concretas de su ejecución (Talizina, 2009).

El tipo tres de orientación es el que contiene una estructura completa porque las orientaciones se representan en el tipo general que caracteriza a toda una clase de

fenómenos (Talizina, 2009). Además es la que menor tiempo requiere para lograr una asimilación completa y sin errores (Galperin, 2009b).

El cuarto tipo de base orientadora contiene los puntos de referencia de forma generalizada, completa y suficiente para el cumplimiento correcto de la acción, y se le entrega al niño de forma preparada. La acción de inclusión en el concepto se traslada a cuales quiera otros conceptos de la misma clase, pero cada vez se exige la indicación del sistema concreto de características necesarias y suficientes del concepto que constituye la parte específica de la base orientadora de la acción de inclusión y que cada vez se ha de dar en forma ya lista, es decir, la base orientadora de la acción tipo dos. A diferencia del tercer tipo, el niño al recibir un nuevo concepto no separa cada nueva vez la parte lógica de la base orientadora de la acción, recurriendo al método general asimilado, sino que la recibe preparada durante la asimilación del primer concepto y después el niño se orienta con ella para trabajar los demás conceptos con la misma estructura de las características (Talizina, 1988).

Siguiendo las investigaciones realizadas por Talizina (1988, 2000, 2001, 2009) utilizaremos la base orientadora tipo tres porque reúne las condiciones necesarias para garantizar la realización correcta de la acción, tiene un carácter completo, generalizado y la obtención de la base orientadora se da con ayuda del maestro.

Salmina y Filimonova (1999, citados por Solovieva y Quintanar, 2007) mencionan que los apoyos que se dan durante el trabajo formativo o correctivo con los niños pueden ser desde simples animaciones, preguntas que guíen el proceso de la acción, hasta muestras o explicaciones. Las muestras se pueden desplegar en diferente grado: completas o incompletas. Solovieva (2004) en su “metódica experimental para la evaluación del desarrollo de la actividad intelectual” considera que para observar si las acciones se encuentran en la zona de desarrollo próximo y el nivel de asimilación en los niños es importante dar los apoyos necesarios. Para esto considera tres niveles de ayuda: a) el primero corresponde a la posibilidad de que el niño ejecute la acción después de la presentación del esquema de la base orientadora de la acción; b) el segundo, se repite toda

la información anterior y además se realizan preguntas dirigidas a identificar características esenciales; y c) se le repite toda la explicación anterior y se le da el esquema de orientación más desplegada y completa, también se le da el principio lógico de la solución del problema. Los niveles de ayuda pueden darse en los planos lógico-verbal, perceptivo o material. Los niños desarrollan habilidades generalizadas que le permiten aplicarlas a una cantidad ilimitada de tareas, y al final de la asimilación el apoyo del adulto ya no ha de ser necesario (Talizina, 2009).

El estudio de la orientación como actividad, basándose en datos fisiológicos, se dirige hacia la investigación de lo externo y hacia su reflejo en el cerebro del hombre, incluyendo el proceso de transformación de esta actividad externa en interna y su papel en la regulación de la conducta del hombre (Zaparozhets, 2009a). En el proceso de orientación se constituye no el sistema mismo de las reacciones ejecutorias, sino la imagen bajo cuyo control ha de funcionar todo el sistema. La reacción orientativa es el componente esencial necesario de cualquier tipo de actividad. En la actividad orientadora se forma el sistema de reacciones orientativas como lo son los reflejos condicionados. Tal sistema constituye una copia del objeto que se estudia (Zaparozhets, 2009b). La imagen formada sobre la base de esta orientación acepta el movimiento posterior, regula su ejecución y facilita la asimilación de forma de nuevos comportamientos. Dado que la orientación conduce a la formación de la imagen y que a su vez se realiza sobre su base guarda una relación directa con la actividad psíquica pues esta orientación es el componente más importante de la base reflectora de la actividad psíquica (Zaparozhets, 2009b). Sin embargo es necesario recordar que para Vygotsky (2006a) cualquier reflejo de la realidad es siempre reconstruido de forma activa por el sujeto, lo que implica una reconstrucción interna de lo externo, por lo cual el reflejo no se limita a la copia idéntica de la representación existente. Dentro de los cuatro tipos identificados de actividad orientadora-exploratoria, el cuarto tipo es el que se relaciona más eficazmente con el tercer tipo de base orientadora, ya que tiene un carácter puramente visual, en el que se observan las relaciones de los componentes individuales, y, esto permite que, sobre la base de la investigación preliminar de las condiciones del problema, se realice inmediatamente la solución práctica correcta (Zaporoshets, Zinchenko y Elkonin, 1979). También la actividad orientadora-exploratoria tipo cuatro, una vez

copiado activamente el objeto, se encarga de formar la imagen que acepta las acciones posteriores ya formadas, que anticipa los resultados y las vías de movimientos que se han de realizar (Zaparozhets, 2009b).

2.3.3 Etapa del aspecto material o materializado de la acción.

La forma básica de la acción es la material o materializada (Talizina, 2009). En esta forma el niño manipula objetos concretos y puede hacer uso de apoyos materializados (Quintanar y Solovieva, 1998). No importa tanto si la forma sea material o materializada, siempre y cuando esta última sea una representación completa de los elementos necesarios en el contenido a asimilar, lo que importa más es que se permita las condiciones para la ejecución manual de las operaciones necesarias (Talizina, 2009).

La acción material o materializada permite descubrir el contenido de la acción (Talizina, 1988). En esta etapa se despliegan todas las operaciones para lograr el carácter consciente de la acción, y estas tienen que pronunciarse en voz alta para preparar el cambio a la etapa verbal externa (Talizina, 2009; Alvarez, 2001; Talizina, 1988). Es esencial que los alumnos trabajen con tarjetas que contengan la información que se está asimilando. Las tarjetas deben de incluir las características necesarias y suficientes del concepto y las acciones necesarias para lograr la asimilación (Talizina, 2009).

La forma materializada es un sustituto del objeto de la acción. Este modelo contiene aquellas cualidades que pertenecen al objeto asimilado (Talizina, 1988). La materialización de los elementos estructurales de la acción se tiene que realizar de tal forma, que permita garantizar las condiciones para la ejecución manual de las operaciones.

Kammi, Kirkland y Lewis (2001, citado por Díaz y Bermejo, 2007) han señalado la importancia de la manipulación del material concreto para asimilar el conocimiento lógico-matemático. Buenrostro (2003) ha mostrado que el uso de bloques de decenas y unidades ayuda al niño a desarrollar habilidades de conteo hacia adelante y retroactivo para la realización del algoritmo convencional de sumas y multiplicaciones. Específicamente en la enseñanza de la división, se ha mostrado que la partición con las regletas de Cuisenaire

facilita el desarrollo de habilidades de descomposición de números en niños (Caro, 2007). Luria y Tsvétkova (1981) en su momento también comprobaron que las ayudas externas facilitan la asimilación del contenido interno de la división.

Englis y Halford (1995, citados por Buenrostro, 2003) consideran que los materiales manipulativos son importantes porque pueden reflejar la estructura del concepto y le permiten al niño construir su representación mental.

Ya en esta etapa, después de cierto tiempo, la acción se comienza a generalizar y abreviar. Es decir, alguna parte de la acción se convierte en mental, en el sentido de que ya no se realiza de una manera material (Alvarez, 2001). Sin embargo no debe de haber tareas de un sólo tipo para que no se reduzca y automatice la acción en esta etapa, sólo se debe de generalizar dentro de los principales tipos de material (Talizna, 1988).

2.3.4 Etapa de las acciones perceptivas.

La forma perceptiva de la acción se origina a partir de las transformaciones de la acción material o materializada. Se considera una forma de acción intermedia entre la acción material o materializada y la verbal externa. El objeto de esta etapa, igual que la anterior, son los esquemas, la diferencia a la etapa anterior es que aquí se realizan acciones perceptivas con ellos (Talizina, 1988). Esta etapa involucra el uso de imágenes y representaciones, en lugar de objetos concretos y apoyos materializados (Quintanar y Solovieva, 1998).

Esta forma trata de acciones teóricas, ya no de reales como en la etapa anterior (Talizina, 1988, 2009). Por lo tanto en esta etapa las acciones se realizan con los ojos y no con las manos (Talizina, 2009).

2.3.5 Etapa de las acciones verbales externas.

De acuerdo a Zaporoshets, Zinchenko, y Elkonin (1979), el lenguaje del niño puede adquirir una función planificadora sólo en la medida en que han adquirido un significado

específico y se han convertido en un medio de generalizaciones conocidas formadas durante el conocimiento práctico. La generalización es el resultado de la elaboración de las estructuras operacionales, las cuáles no derivan de la percepción, sino de la acción total (Piaget, 2006). La participación directa del propio habla del niño en el proceso de elaboración de nuevas conexiones temporales, para su propia orientación, está ya bien establecida desde entre los cinco y seis años (Luria y Yudovich, 1994).

La importancia de la palabra en la formación de los procesos mentales radica en la sistematización de la experiencia directa, como resultado de la formación de sistemas funcionales complejos, en los que, la abstracción y aislación de la señal necesaria, y la generalización de las señales percibidas con determinadas categorías, son un factor integral (Luria, 1982; Luria y Yudovich, 1994).

La orientación en la forma verbal conduce a que las habilidades y los conocimientos se asimilen en su forma verbal. La formación completa y válida de la acción verbal presupone un grado determinado de generalización de su forma material. Ha de ser un reflejo de la acción material. El niño debe ubicar tanto el contenido objetal como la expresión verbal del mismo contenido. Para esto es necesario que el niño pronuncie en esta nueva etapa todas las operaciones implicadas en la forma material (Talizina, 2009).

Talizina (2009) advierte que no se trata de la habilidad de comentar como hay que realizar la acción sino de la habilidad para la realización de la acción en forma verbal. La pura sustitución mecánica de un movimiento por una palabra es ineficaz para cambiar la naturaleza de las operaciones intelectuales. Para evitar lo anterior se debe de garantizar que el niño capte las relaciones reales en una situación dada para comprender de forma correcta el principio de la actividad, para entonces si tener efectos positivos en el logro de la actividad (Bozhovich, 1935, citado por Zaporoshets, Zinchenko y Elkonin, 1979). Vygotsky (2006b) estaba de acuerdo en esto al afirmar que el mundo de la experiencia puede y debe ser ampliamente simplificado y generalizado antes de traducirse en símbolos para que se logre una formación correcta del concepto en cuestión.

En la etapa anterior el habla únicamente se utilizaba para comprender y dominar los fenómenos, no las palabras. En esta etapa el habla pasa a ser portadora tanto de la tarea como de la acción. También en esta etapa todas las operaciones deben ser desplegadas, se debe de seguir evitando la automatización y reducción de la acción. Para el análisis, por parte de los alumnos, en esta etapa, no se propone el uso de objetos ni sus modelos sino el de sus descripciones (Talizina, 1988). Dichas descripciones pueden ser habladas o escritas pues, cuando los niños ya saben leer y escribir, también se puede utilizar el lenguaje escrito como forma verbal externa de la acción (Talizina, 2009).

La relevancia de ésta, y la siguiente etapa se fundamenta en que el lenguaje es un proceso mediatizador de todos los procesos psíquicos que entre sus cualidades destaca la de elevar a un nuevo nivel el curso de ellos (Díaz, 1996, Luria, 1980).

2.3.6 Etapa del lenguaje interno para sí

En el niño se tiene que formar la estructura organizada de la actividad para desarrollar correctamente la atención voluntaria, como proceso de selección y dirección de las acciones, y el lenguaje interno como medio de autorregulación de la actividad compleja. El lenguaje interior y la atención voluntaria se forman conjuntamente relacionados con el desarrollo de la estructura de las acciones (Alvarez, 2001).

En esta etapa el escolar pronuncia para sí sin sonido externo todas las operaciones (Talizina, 2009). El proceso organizativo de la atención, que antes se hallaba repartido entre dos personas, enseñante y alumno, se convierte ahora en una nueva forma de organización interior de la misma, social por su origen y mediatizada por su estructura (Luria, 1979). El habla para el otro de la etapa anterior se convierte en el habla para sí mismo, es decir, en reflexión. En esta etapa la atención se enfoca al contenido del concepto (Alvarez, 2009).

Berk (1994, citado por Solovieva, 2004) considera que una afectiva y paciente interacción entre el adulto y el niño promueve el desarrollo y uso efectivo del habla interna, porque de esta manera el adulto tiene mayores posibilidades de enseñar al niño a seguir

programas de acciones sucesivas de las actividades, que posteriormente el niño interioriza y utiliza como instrumento autoregulador.

Al inicio la acción correspondiente a esta etapa no difiere de la anterior, sólo que esta se realiza en silencio. Posteriormente la acción se ha de comenzar a reducir y automatizar muy rápidamente (Talizina, 1988). Desde el momento en que logra lo anterior se ingresa a la siguiente etapa.

2.3.7 Etapa de las acciones mentales.

Esta etapa también es denominada por Talizina (1988) como simplemente etapa del lenguaje interno. La acción mental es la forma final de la transformación por etapas de la acción material (Talizina, 1988; 2009). Ahora el niño realiza la acción en su mente, operando con las imágenes de los objetos (Talizina, 2009). Se trata del acto del pensamiento inaccesible a la auto observación (Talizina, 1988), donde el proceso está oculto, y sólo es accesible el producto de este proceso (Medina, 1999).

La acción al ser mental sigue siendo del objeto, sin embargo antes el sujeto realizaba la acción transformando los objetos y ahora sólo la realiza en su mente, cambiando las imágenes de los objetos en su mente (Talizina, 1988).

Galperin (1969, citado por Montealegre, 2005) menciona que la calidad de la acción mental es alta cuando existe una mayor generalización, abreviación y dominio. La generalización hace referencia a la distinción de las propiedades necesarias para realizar la acción; la abreviación permite formar el nuevo concepto reteniendo el contenido de la acción y la realización de los movimientos; el dominio se refiere a la comprensión de lo fundamental de la acción para lograr la abstracción de las operaciones necesarias.

A diferencia del inicio, cuando el escolar actuaba de manera desplegada y realizaba de manera consciente cada una de las operaciones, en las últimas etapas de la asimilación sólo realizará las operaciones inicial y final, por ejemplo, percibirá dos elementos de la división (4/2) y de manera inmediata dará la respuesta (2) (Talizina, 2009). A diferencia de

la enseñanza empirista (Ávila, 2006) que considera que se pierde tiempo en todas estas etapas y que debería de empezarse con la memorización de las operaciones, Talizina (2009) explica que si se empieza por esa acción el niño no comprende la lógica de la construcción de dichas operaciones. Para lograr lo anterior es necesario que para cada nueva acción las operaciones se realicen en su conjunto completo y conscientemente.

Asimilar una acción, así como un conocimiento se puede hacer de diversas formas, una de ellas es que la acción se asimile sólo de forma materializada, muy lentamente, sin generalización, y por lo tanto con fronteras de aplicación muy estrecha. Pero para poder hablar de una asimilación alta de la misma acción está tiene que alcanzar la asimilación en su forma mental, con una generalización completa y una rápida ejecución (Talizina, 2009).

Después de la serie de enseñanza en cada etapa de formación a todos los niños se les debe de proporcionar tareas de control iguales, dichas tareas deben estar sistematizadas de acuerdo a la actividad a asimilar. Talizina (1998, 2000, 2009) considera el *control* como un proceso de verificación y de autoverificación de los distintos niveles de actividad, no como una acción de dominio ni como un análisis de una conducta aislada, como lo maneja comúnmente la psicología tradicional. Talizina (2009) señala tres tipos de control: a) *el control previo*, donde es necesario establecer el nivel cognitivo en el que encuentra cada alumno así como otros aspectos de su personalidad; b) *el control corriente del proceso*, el cual tiene la función de la retroalimentación y debe poseer la siguiente información, el alumno realiza o no la acción correspondiente, corresponde o no la forma de la acción a la etapa actual del alumno, la acción se forma o no con la medida adecuada de generalización, también es importante considerar que la retroalimentación en un inicio la hace el maestro y posteriormente la realiza el alumno, el control de las operaciones al corregir con exactitud los errores que se cometen permite la ejecución exitosa de la acción; c) *el control final*, se realiza para valorar los resultados de la enseñanza, es decir, la valoración del nivel de asimilación de conocimientos al que llegó cada alumno. Para la adecuada asimilación se recomienda que se realicen los tres tipos de control en el proceso de enseñanza.

El hecho de que el maestro no controle sistemáticamente las características necesarias de un concepto para ayudar a los alumnos a pasar de una etapa del proceso de asimilación a otro en el momento necesario conlleva al retraso de algunos alumnos en el aprendizaje de la actividad en cuestión, por ejemplo, si en el conteo oral el maestro no controla suficientemente la forma en que el alumno estaba realizando las operaciones aritméticas durante su asimilación tendrá como consecuencia que el alumno no pase a la formas verbales de la realización de dicha acción en el momento adecuado y por lo tanto continúe realizándolas en la forma material (Talizina, 2009).

El control sistemático de la asimilación y las correcciones que se realicen adecuadamente durante el proceso son una de las piezas fundamentales para lograr una asimilación efectiva debido a que el maestro va mostrando las operaciones adecuadas para realizar las acciones y garantizando el interés hacia el estudio, toda vez que se consideran en todo momento los éxitos objetivos de su trabajo y la necesidades subjetivas de los escolares (Talizina, 2009), porque antes que trabajar con el concepto trabajamos en primer término con unos niños.

Una vez expuestos los principales fundamentos teóricos, antes de pasar al capítulo siguiente que se ocupa de la descripción del método utilizado en la presente investigación, es necesario hacer unas consideraciones teóricas más, que en parte resumen e integran lo ya revisado y que además aportan información sobre el análisis que se realizará de los datos obtenidos.

1. Las nuevas formaciones complejas que aparecen durante el desarrollo de las acciones mentales no son funciones aisladas, sino que forman una nueva unidad producto de las conexiones interfuncionales, un sistema psicológico (Vygotsky, 1993; Vygotsky, 2009). El concepto es precisamente un sistema psicológico. A pesar de que en un inicio su enseñanza debe fundamentarse en la lógica formal, la lógica dialéctica muestra que el concepto no es un esquema tan formal como opina la lógica formal, un conjunto de rasgos abstraídos del objeto, sino que ofrece un conocimiento mucho más rico y completo del mismo. El concepto, al hacerse cada vez más amplio enriqueces su contenido. Al realizarse

tareas de formación de nuevos conceptos la esencia del proceso que tiene lugar consiste en el establecimiento de nuevas conexiones (Vygotsky, 1991d). Todas las nuevas conexiones que se establezcan durante y posteriormente a nuestra enseñanza no empobrecerán sino enriquecerán el concepto hasta que se consolide como tal, considerando que en esta edad bien pueden ser llamados preconceptos por su potencial de desarrollo (Vygotsky, 2006b).

La lógica surge en dependencia de cómo se relacionan los objetos, las acciones, y los enunciados atómicos que las representan. A pesar de utilizar en la matemática procedimientos operacionales y simbólicos es muy importante tener siempre la comprensión lógica de lo que se realiza (Sánchez, 2010).

2. Vygotsky (2009) consideraba que el desarrollo del sistema nervioso era similar al desarrollo psicológico. Él mencionaba que el cambio de las relaciones entre los centros cerebrales, como factor básico del desarrollo del sistema nervioso, y el cambio de las relaciones interfuncionales, como factor básico del desarrollo psicológico, constituían dos aspectos estrechamente relacionados entre sí de un sólo proceso de desarrollo. En este sentido el desarrollo psicológico lo comprendía como el aspecto funcional del desarrollo del sistema nervioso. Rubinstein (1969) comprendió el desarrollo psicológico de una manera más amplia, pues al advertir la interrelación dialéctica de los elementos psicológicos y psicofisiológicos, que la psique se desarrolla en la actividad, y que la conciencia se manifiesta en la actividad y en la conducta, comprendió que toda la actividad y la conciencia constituyen una unidad. Por lo tanto, bajo la consideración de este último planteamiento, nosotros analizamos en la presente investigación la psique que se manifiesta en diversos niveles de actividad.

El principal objetivo de considerar en la presente investigación las aportaciones de la neuropsicología histórico-cultural a la psicopedagogía es analizar las cualidades funcionales de los eslabones de las acciones escolares garantizadas por el trabajo de los mecanismos neuropsicológicos, los sistemas de actividad en los que participan y los andamiajes que las afectan en su desarrollo (Rosell, 2010).

Es importante considerar que una acción específica no está ligada nunca a la actividad de un sólo centro cerebral específico, contrario a esto, siempre es producto de la actividad integrada de diversos centros diferenciados y relacionados jerárquicamente entre sí (Vygotsky, 1991b). Además, procesos complejos, como por ejemplo la comprensión de relaciones lógico gramaticales, el cálculo y la orientación en el espacio, activan vías cerebrales comunes que proporcionan algún factor básico para su realización: la capacidad para valorar simultáneamente gran número de datos y organizarlos de forma cuasi espacial (Peña-Casanova, 1985).

3. Con la consideración de que la psique es parte integrante del comportamiento (Vygotsky, 1991c) es posible entender que uno de los principales mecanismos compensatorios o habilitatorios es la objetivación de la función alterada, es decir, su transformación hacia afuera y con ello su transformación en una actividad externa (Vygotsky, 1991b). En el presente estudio se utiliza un análisis de las tareas, o análisis de la actividad, para que al observar y analizar la actividad a la luz de las limitaciones conocidas de las habilidades cognitivas de la persona y su comportamiento se determine lo que la obstaculiza, y se busquen algunas maneras de compensar para facilitar la habilitación (Judd, 2001).

4. De acuerdo con Solovieva y Quintanar (2006) nosotros consideramos lo normal como el nivel máximo del éxito que el niño muestra en las actividades propuestas. Considerando este parámetro las dificultades se cualificarán a partir de no lograr el éxito máximo posible de acuerdo a los objetivos planteados en cada una de ellas.

Algunos de los errores que no se deben a distracciones y que aparecen sistemáticamente pueden ser una fuente de información acerca de lo que los estudiantes han aprendido y como lo han aprendido. Surgen a partir de la utilización de un método falso que el estudiante cree correcto, son el efecto de un conocimiento anterior que le permitía obtener éxito pero que ahora le resulta inadaptado. Cuando la enseñanza a la que han estado expuestos los niños ha sido muy directiva y rígida, dichos errores no aparecen aislados sino están relacionados con una cierta manera de conocer que permite detectar las

resistencias de la evolución de un concepto, por lo tanto se convierten en obstáculos epistemológicos (Centeno, 1988, citado por Gómez 1995). Aunque nuestra metódica incluye estrategias que en su mayoría son novedosas para el contexto escolar en el que trabajamos, y que en el proceso de formación cubren más no se limitan a la enseñanza del aspecto simbólico que es instruido comúnmente en la escuela, prestaremos atención a las dificultades que puedan surgir en el niño por su participación en distintas formas de enseñanza de la división o de otras operaciones matemáticas que incluye, antes o durante la nuestra, en el salón de clases o en su contexto familiar.

5. El concepto de personalidad debe estar presente en todas las explicaciones de los procesos psicológicos (Vygotsky, 1991d). El principio dialéctico de la transición de la cantidad en calidad ayuda a explicar la diversidad cualitativa de las vivencias (Vygotsky, 1991c), y para comprender de manera más amplia dicha diversidad es necesario considerar que el proceso dialéctico no termina ahí, sino que continúa en la dirección opuesta convirtiendo la nueva cualidad en una nueva cantidad. Y así continua el proceso incesante de cualidad en cantidad y viceversa (Novack, 1973).

El registro de los movimientos sensibles, participantes del pensamiento, es necesario, pero sólo como parte componente del sistema de métodos de investigación, el cual debe permitir la penetración en la estructura interna del proceso, en la organización interna de la subjetividad, en la personalidad (Nepomnichaia, 1977; Miasichev, 1960; citados por González, 1997). La personalidad da lugar a configuraciones subjetivas que caracterizan a una persona en un momento concreto de su vida. Los componentes que la integran son las emociones específicas producidas a partir de diferentes actividades presentes como de otras que adquieren sentido en un momento concreto. El carácter de la personalidad se expresa en forma dialéctica, en múltiples fenómenos relevantes en la historia del sujeto y de los fenómenos sociales que lo afectan. Dentro lo cultural sólo es relevante aquello que actúa como un elemento de sentido en la experiencia del sujeto (González, 1997).

Ya sea en la enseñanza organizada o no organizada, parte significativa del conocimiento del niño es obtenida a partir de la comunicación verbal con las personas que le rodean, esto implica que para muchos conocimientos adquiridos en la escuela no es necesario o a veces muy difícil crear situaciones en la que los niños realicen acciones materiales o materializadas que posibiliten la asimilación del contenido del conocimiento (Mechinskaya, 1997, citado por González, 1997). Las tareas comunicativas juegan un rol central en el desarrollo del conocimiento implícito (Ellis, 2005). La personalidad representa un sistema dinámico cuya constitución a su vez representa un momento esencial en cada una de las formas actuales de expresión del sujeto, el cual no está comprometido con un determinismo absoluto de las diferentes expresiones del sujeto (González, 1997).

El desarrollo de lo cognitivo es inseparable del de lo afectivo, siendo los dos competencias de la investigación científica. Lo afectivo puede asfixiar al conocimiento pero también lo puede fortalecer. La integración del sujeto en su conocimiento debe aparecer ante la educación como un principio y una necesidad permanente (Morin, 1999).

Una vez revisado el marco teórico que sustenta a la investigación plantaremos la problemática y los objetivos de nuestro estudio.

3. Planteamiento del problema:

Considerando que la enseñanza tradicional, que transmite, repite, ejercita y responsabiliza a los alumnos de que el aprendizaje no ocurra (Ávila, 2006), ocasiona diversas dificultades en la realización de la división (Coronado, 2008; Riverón, Martín, González y Gómez, 2001), debido posiblemente a la deficiente asimilación de su concepto (Talizina, 2001; Ávila, 2006; Téllez, 2006), se plantea como necesario el diseño, la implementación y la evaluación de una metódica que trabaje el aspecto conceptual de la división y no sólo el operacional, mediante la realización de las acciones que lo forman durante distintas etapas de asimilación. Específicamente queremos elaborar una respuesta a la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo contribuye la asimilación del concepto de

división partitiva en la eliminación o prevención de las dificultades que se presentan comúnmente en el aprendizaje de la división?

4. Objetivo general

Que los niños de tercer grado de primaria formen el concepto de división partitiva mediante una metódica basada en la asimilación por etapas de las acciones mentales, que considera tanto la resolución de problemas como la solución de operaciones Galperin, 2009a, 1979; Talizina, 1988), para que prevengan o superen sus dificultades en la ejecución de la división.

5. Objetivos particulares

1. Identificar en los niños sus dificultades en la ejecución de la división partitiva para que mediante la cualificación de los tipos de errores expliquemos los factores neuropsicológicos que se relacionan con ellas.
2. Crear el programa de intervención de manera dinámica de acuerdo a las cualidades observadas en los niños para atender a sus necesidades particulares.
3. Que la metódica diseñada permita a los niños superar sus dificultades en la ejecución de la división partitiva.

3. Método

3.1 Tipo de investigación y diseño:

El tipo de investigación fue experimental, comprendida esta desde el materialismo dialéctico (Arias, 2004). Se utilizó el método genético experimental también denominado de formación. Se denomina experimental porque se estudia el proceso de formación de los contenidos psicológicos. Este método no niega de manera absoluta el método experimental puro tradicional. En relación con los métodos empíricos Vigotsky (citado por Arias, 2004) aceptaba el uso de los métodos generales de las ciencias naturales, pero evitaba toda hiperbolización empirista, positivista y pragmática, insistiendo en la estrecha relación entre lo empírico y lo racional, entre lo cuantitativo y lo cualitativo, lo directamente observable y los indicios, indicadores o pistas que permitieran el análisis teórico y racional de los hechos y su dinámica interna, no directamente observable. Por lo tanto pese a que no cumple con los criterios del método puro tradicional por no haberse realizado un muestreo aleatorio se enmarca como experimental por la formación de un concepto. Además pese a que se esquematiza el diseño a partir de las condiciones comúnmente establecidas en los métodos usados en las ciencias naturales su validez no la adquiere a partir de análisis estadísticos sino por la construcción que se realice a partir del análisis cualitativo.

De acuerdo a Talizina (2000), el tipo de experimento fue natural, ya que implicó asociarse con los profesores para que enseñaran la división en sus tiempos normales. No se les informó a los participantes acerca del carácter de la investigación. Se seleccionaron alumnos de dos grupos del mismo grado escolar durante el periodo inicial de aprendizaje de la división. Por otro lado como ya mencionamos el experimento fue formativo, porque implicó seguir la asimilación de conocimientos y acciones nuevas durante la introducción de diferentes condiciones en el proceso de formación.

Para el estudio se formaron dos grupos experimentales, dos grupos de comparación y un grupo de alumnos con un alto promedio escolar, que sirvió para conocer algunas de las cualidades de los niños que pese a sus dificultades tienen un alto rendimiento escolar, y

además para evidenciar que el contenido del método de enseñanza propuesto cumplía con los objetivos planteados para el tercer grado (SEP, 2005). El estudio consistió en una evaluación inicial (grupos experimentales y de comparación), aplicación del método de enseñanza (grupos experimentales), y evaluación final (todos los grupos). A continuación, en la tabla 4, se presenta el diseño del estudio.

Tabla 4. Diseño del estudio.

| | | | | |
|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| G ₁ : | O ₁ | X ₁ | O ₂ | O ₄ |
| G _{2a} : | O ₁ | | O ₂ | O ₄ |
| G _{4a} : | | | O ₂ | |
| G ₃ : | O ₃ | X ₂ | | O ₄ |
| G _{2b} : | O ₃ | | | O ₄ |
| G _{4b} : | | | | O ₄ |

Siendo G₁: Grupo experimental A, N=4; G_{2a}: Grupo de comparación C₁, N=4; G_{1a}: Grupo de alto promedio, N=1; G₃: Grupo experimental B, N=9; G_{2b}: Grupo de comparación C₂, N=12; G_{4b}: Grupo de alto promedio, N=2; O₁: Evaluación inicial para primer experimento; X₁: Aplicación del método, variante uno; O₂: Evaluación final para primer experimento; O₃: Evaluación inicial para segundo experimento; X₂: Aplicación del método, variante dos; O₄: Evaluación final segundo experimento y seguimiento de primer experimento.

3.2 Participantes

Se utilizó un muestro intencional (Labarca, 2001) de una población de niños con dificultades en la realización de la operación de división. Se eligieron a 25 niños, de edad entre 8 y 10 años que cursaban el tercer grado de primaria en el turno de la mañana. La selección se realizó de acuerdo: a una entrevista semi-estructurada con los profesores de tercer grado y a un examen de problemas y operaciones aritméticas. Se utilizaron los siguientes criterios de inclusión: que tuvieran calificación mínima de siete en español y que no tuvieran algún antecedente neurológico ni psiquiátrico; y como criterios de exclusión: niños del grupo experimental que faltaran a dos sesiones durante la intervención, que

asistieran a un curso de regularización o que tuvieran alguna enfermedad que no les permitiera realizar las actividades.

Se formaron dos grupos experimentales (A y B) y dos grupos de comparación (C₁ y C₂). La distribución de los niños de cada grupo experimental y de comparación se muestra en las tablas 5 y 6, respectivamente. Las calificaciones escolares se obtuvieron del Registro de Calificaciones de Educación Primaria en la Región Netzahualcóyotl y sólo se consideró de ellas el promedio de las calificaciones de matemáticas y de español, porque en las otras materias todos los niños tenían una calificación alta.

Tabla 5. Distribución de niños en cada grupo experimental

| Grupo Experimental | Edad | Promedio escolar | Lateralidad | | Género | |
|--------------------|------|------------------|-------------|---|--------|---|
| | | | D | Z | M | F |
| Grupo A N= 4 | 8.5 | 7.5 | 4 | 0 | 4 | 0 |
| Grupo B N=9 | 8.5 | 6.7 | 9 | 0 | 8 | 1 |

Tabla 6. Distribución de niños en cada grupo de comparación

| Grupo Comparación | Edad | Promedio escolar | Lateralidad | | Género | |
|------------------------------|------|------------------|-------------|---|--------|---|
| | | | D | Z | M | F |
| Grupo C ₁ N= 4 | 8.7 | 6.5 | 4 | 0 | 4 | 0 |
| Grupo C ₂ N=12 | 8.8 | 6.8 | 12 | 0 | 11 | 1 |

Además para las evaluaciones finales se contó con la participación de un niño y dos niñas de alto rendimiento académico los cuales conformaron el grupo de alto promedio (AP). En la siguiente tabla 7 se muestran la edad y promedio escolar que tenían.

Tabla 7. Características de los alumnos con alto promedio escolar

| Grupo Alto promedio | Edad | Promedio escolar | Lateralidad | | Género | |
|---------------------|------|------------------|-------------|---|--------|---|
| | | | D | Z | M | F |
| Grupo (AP) N=3 | 8.6 | 9.8 | 3 | 0 | 1 | 2 |

En las siguientes tablas 8, 9 y 10 se indica un código para identificar a los alumnos de los grupos experimentales, grupos de comparación y el grupo de alto promedio que participaron en la aplicación de la metódica. Este código será retomado en el apartado de resultados.

Tabla 8. Código de los alumnos de los grupos experimentales.

| G | Participantes grupo experimental | | | | | | | | |
|---|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A | P(a) | | | P(b) | | | P(c) | P(d) | |
| B | P(e) | P(f) | P(g) | P(h) | P(i) | P(j) | P(k) | P(l) | P(m) |

Tabla 9. Código de los alumnos de los grupos de comparación

| G | Participantes grupo de comparación | | | | | | | | | | | |
|----------------|------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| C ₁ | P(j) | | | P(l) | | | P(n) | | | P(o) | | |
| C ₂ | P(n) | P(o) | P(p) | P(q) | P(r) | P(s) | P(t) | P(u) | P(v) | P(w) | P(x) | P(y) |

Tabla 10. Código de los alumnos de alto promedio escolar

| G | Participantes grupo de alto promedio | | |
|----|--------------------------------------|-------|-------|
| AP | P(z) | P(za) | P(zb) |

3.4 Materiales e Instrumentos

- Subprueba de Aritmética de *La evaluación psicológica y neuropsicológica del éxito escolar* diseñada por Quintanar y Solovieva (2003a-b). Esta subprueba fue modificada por nosotros, excluyendo algunas tareas y añadiendo otras que evaluaran particularmente la división (Para revisión de las pruebas ver anexo A). Se utilizó esta subprueba porque nos permitió conocer las habilidades matemáticas del

niño en los planos lógico, simbólico y matemático; y analizar el proceso de realización de la actividad de dividir en diferentes acciones (material, perceptivo-dibujo, perceptivo-escritura, lenguaje externo y lenguaje interno). La prueba final presentó variantes, para evitar reactivos correctos por la simple utilización de memoria y para presentar un mayor grado de complejidad.

- Esquemas materializados² construidos en madera con divisiones horizontales que representan al dividendo, a los residuos parciales y totales, y al cociente; y con divisiones verticales que representan a las unidades y a las decenas. El divisor está representado por cajas de papel cascarón con división de decenas y unidades. Las unidades se representan con aros de colores y las decenas por el agrupamiento de estos aros en un palo de madera con dos tapones de plástico por ambos lados. Cuenta con palos horizontales que sirven como rieles para las decenas. Se utilizaron dos tipos de esquemas, uno para alumnos de 23.3 cm de base, de 7.8 cm de ancho y de 18.9 cm de altura (ver figura 3); y otro para experimentador de 41.4 cm de base, 5.6 cm de ancho y de 40.5 cm de alto (figura 4).

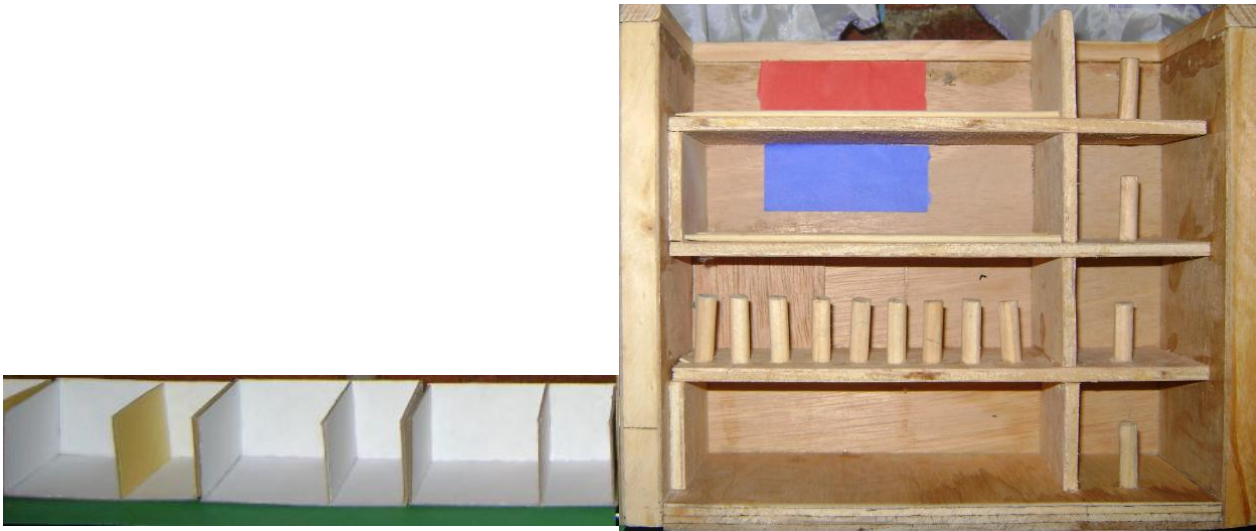


Figura 1. Esquema materializado de la división usado por los niños.

²La patente de los esquemas materializados y otros materiales se encuentra en proceso, se utilizará durante toda la obra el respectivo signo para señalarlos ©.



Figura 2. Esquema materializado de la división usado por el investigador.

- Aros en unidades y decenas © de colores verde, azul, amarillo, rosa y rojo, de 1.3 cm (ver figura 3) y de 2.6 cm de diámetro (ver figura 4)



Figura 3. Aros de unidades y decenas de 1.3 cm.



Figura 4. Aros de unidades y decenas de 2.6 cm.

- Hoja de componentes de la división y sus unidades de medida ©
- Hoja de dibujo del esquema de la división ©
- Hojas cuadrículadas.

- Colores rojo, verde y azul.
- Tarjetas con imágenes modelo que muestren la base orientadora de las tareas ©
- Tarjetas que muestren el esquema de la base orientadora de la acción ©
- Objetos de los niños de uso común.
- Tarjetas para multiplicar (ver anexo B) ©
- Videgrabadora digital.
- Cuestionarios (ver anexo C) y entrevistas semiestructuradas para los padres de familia.
- Hojas de observaciones del comportamiento de los niños.

3.5 Procedimiento.

Selección de grupos

Primero se formó y se trabajó con el grupo experimental A (evaluación inicial, aplicación del método de enseñanza y evaluación final 1 y 2) y con el grupo de comparación C₁ (evaluación inicial y final 1) formado por los alumnos que no pudieron participar. Además se contó con la participación de una alumna del grupo de alto promedio escolar, a quien sólo se le aplicó la evaluación final. Posteriormente, con el objetivo de conocer el efecto del método de enseñanza en un grupo de mayor cantidad de niños se formó y trabajó con el grupo experimental B, incluyendo a dos alumnos del grupo de comparación anterior (evaluación inicial, aplicación del método de enseñanza y evaluación final), y con el grupo de comparación C₂ (evaluación inicial y final), esta vez no teníamos un grupo de comparación a priori sino que se formó por alumnos que faltaron a dos sesiones durante la aplicación de la metódica. También se contó con la participación de dos alumnos de buen aprovechamiento escolar (grupo de alto promedio).

Escenario

Se eligió una escuela primaria ubicada en una zona urbana de escasos recursos en la colonia los Pescadores del municipio de Chimalhuacan, en el Estado de México. La escuela contaba con piso de cemento blanco en la mayoría de su superficie, el resto era tierra. La escuela tenía 12 salones de clases distribuidos en dos patios, un aula de

computación, área de juegos, un cuarto como comedor y otro para la dirección (ver figura 5). Todos los salones de clases contaban con: ventanas, un pizarrón, un escritorio, una silla para el maestro, estante con libros académicos y documentos, una puerta y adecuada iluminación. Los salones de primer a tercer grado contaban con mesas y sillas, mientras que los salones de cuarto a sexto grado tenían sillas con paletas y algunos contaban con equipo multimedia (pantalla, proyector, entre otros aparatos) que en varios casos no se utiliza por el estado en que se encontraba. Las calles que la rodeaban hacia el este y sur no estaban pavimentadas, mientras que hacia el oeste, en su mayoría si lo estaban.



Figura 5. Patio central de la primaria.

El espacio donde se trabajó fue en cuatro salones principalmente: salón de primer grado, salón de sexto grado, de computación y la bodega (ver figura 6). Todos contaban con las condiciones elementales para trabajar.



Figura 6. Espacio de trabajo: salón de primer grado, bodega y salón de primer grado.

Se solicitó una cita con la directora para comentar el proyecto de investigación y obtener la autorización de la aplicación de la metódica a niños con dificultades en la división, también se acordaron los horarios y los días de aplicación.

Se trabajó primeramente con un grupo de tercer grado para formar el grupo experimental A, se solicitó una junta con el maestro en la cual se negoció la dinámica de trabajo, los horarios y los reportes de avance de los niños. Al finalizar la junta, se le pidió amablemente que enviara al salón de computación a 12 niños que tuvieran dificultades en matemáticas, particularmente en la división, pero que tuvieran un regular o buen aprovechamiento en la asignatura de español (calificación mínima de siete) para aplicarles una prueba de operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación y división). En este filtro se consideró como requisito que supieran realizar sumas y restas y que no supieran realizar divisiones, en base a ello se escogieron intencionalmente a ocho niños, se trabajó con cuatro y el resto pasó a conformar el grupo de comparación, en el que se observó el desarrollo obtenido en los niños sin la aplicación de nuestra metódica.

Posteriormente se citó a los padres de familia de los niños del grupo experimental A, a las 8 am. Después de que el maestro de grupo nos presentara proseguimos brindando la información de los objetivos del proyecto de investigación, el número de sesiones, los horarios y las condiciones para participar en el proyecto. Se les entregó una carta de consentimiento informado (ver anexo D) para que confirmaran la participación del niño y la aceptación de los siguientes puntos: la video-grabación de todas las sesiones, la toma de fotografía a las tareas realizadas, la asistencia a todas las sesiones, no llevar al niño a algún curso de matemáticas, las dudas y observaciones siempre se realizan 10 minutos antes de comenzar la sesión o al finalizar, entre otras. Sin embargo por las actividades laborales de los padres de familia no todos pudieron firmar dicho consentimiento pero estuvieron enterados de las actividades por medio del maestro de grupo, en esos casos nos remitiremos a utilizar la menor cantidad de información obtenida y no se presentarán sus trabajos ni fotografías donde estén implicados. A la hora de la salida de los niños, el maestro nos presentó con los padres de familia de los niños del grupo de comparación C₁, se les

informó del proyecto y en que consistiría su participación (en dos evaluaciones), se les mencionó las fechas y el horario de éstas, finalmente se les agradeció su participación.

La selección de los niños para formar el grupo experimental B fue similar que en el grupo anterior, las variantes fueron: se trabajó con los dos profesores de tercer grado, solicitamos a todos los niños que tuvieran dificultades en matemáticas y se pidió un salón para trabajar en grupo.

Previamente a la aplicación del método se realizaron dos piloteos considerando dos variantes: de forma individual y de forma grupal. Los cuales tuvieron por objetivo analizar el funcionamiento del esquema materializado de la acción, de las tarjetas de orientación hacia la tarea y de las tarjetas que contenían el esquema de la B.O.A; el contenido, forma y la estructura lógico-gramatical de los problemas aritméticos; el tiempo de trabajo del niño, el número de sesiones de trabajo y su motivación durante las actividades. En ambos piloteos se realizó una evaluación inicial y final. De forma individual se trabajó con dos niñas y tres niños de edad entre ocho y 10 años, todos estudiantes de primaria entre tercer y cuarto grado. El tiempo de la realización de las actividades fue de dos horas con cada uno, ocupando cuatro días. En los resultados de este primer piloteo se observó que el tamaño del esquema materializado era demasiado grande (ver figura 2) y por lo tanto utilizaba demasiado espacio en una mesa de trabajo, además era pesado y no permitía un adecuado manejo de las decenas, se observó que las tarjetas contenían oraciones que no eran comprensibles para el niño y que la estructura lógico-gramatical de los problemas era incomprensible para los niños. El tiempo de aprovechamiento de la tarea por parte de los niños, en cuanto a concentración y motivación se refiere, era de dos horas a dos horas y media como máximo y de dos horas como mínimo (con un receso intermedio de 10 minutos).

A partir de estos resultados se elaboró un segundo esquema materializado que se utilizó en un segundo piloteo (ver figura 1), las oraciones en las tarjetas se hicieron más cortas y comprensibles, y los problemas se presentaron con una estructura lógico-gramatical más sencilla. Esta vez se trabajó de forma grupal con siete niñas de edad entre

seis y 11 años, todas asistían a la escuela primaria entre primero y quinto grado, el tiempo de trabajo fue de dos horas durante una semana. En este piloteo se aplicaron todas las etapas de nuestro método. Los resultados mostraron la adecuada funcionalidad del esquema materializado, de las tarjetas, de la variación de condiciones en los problemas, una comprensión de la estructura lógico-gramatical de los problemas, una motivación constante hacia las tareas y una mayor asimilación del concepto de división. Por lo anterior, los esquemas materializados, los aros de decenas y todas las tarjetas de trabajo utilizadas se encuentran en proceso de patente, por lo que se deberá respetar el derecho de los autores.

La aplicación de la intervención para los dos grupos (experimental A, experimental B) se realizó en tres fases, en dos momentos distintos y con algunas variantes en ellas.

Primera fase. Valoración inicial. En la única sesión de esta evaluación, se aplicó a todos los grupos (experimentales y de comparación) la subprueba de aritmética de Quintanar y Solovieva (2003a-b) modificada, que nos permitió conocer las habilidades matemáticas del niño en los planos lógico, simbólico y matemático. Se incluyeron en la subprueba problemas que implicaron acciones materializadas, acciones en el plano perceptivo-dibujo, acciones en el lenguaje externo y acciones del lenguaje interno, los cuales al ser resueltos permitieron observar en que etapa de asimilación se encontraban los niños particularmente en el proceso de la división. Se observaron las dificultades que tuvieron los niños tanto en los elementos lógicos como en los simbólicos y matemáticos.

Segunda fase. Intervención. Se trabajó con los grupos experimentales la metódica basada en la formación por etapas de las acciones mentales, de la siguiente manera:

Se ocupó aproximadamente una sesión por etapa, a excepción de la etapa perceptiva que se trabajó en dos sesiones, una con dibujo y una con escritura, es decir por cada niño fueron 11 sesiones de intervención, la cantidad de sesiones se determinó a partir de los resultados del piloteo, del tiempo que normalmente dedican los profesores a la enseñanza de la división (información obtenida a partir de una entrevista), y de estudios realizados por Bozhovich (1979) y por Talizina (2001). La aplicación se realizó en el horario matutino, sin

embargo algunas veces asistimos en horarios vespertinos. Cada sesión fue aproximadamente de una hora y media con un receso de 15 minutos, se fue flexible \pm dos sesiones dado que cada alumno se encuentra en diferente zona de desarrollo potencial. La variación del escenario de trabajo se dio en dependencia de la disponibilidad de lugares físicos y de la organización de las actividades de los profesores de aula. Todas las sesiones fueron video-grabadas teniendo el permiso de los padres de familia y de los alumnos. Se realizaron notas sobre el comportamiento de los niños y el manejo de las tarjetas, es decir en cuanto tiempo la dejaron de utilizar ejecutando correcta o incorrectamente la acción.

Objetivos específicos

1. Determinar el nivel de asimilación que lograron los niños de los grupos experimentales a partir de la implementación de nuestra metódica.
2. Comparar el desarrollo logrado en las habilidades del pensamiento matemático entre los niños de los grupos experimentales, y entre cada uno de ellos y los de comparación.
3. Conocer las funciones de los mecanismos neuropsicológicos que garantizan la asimilación del concepto en un nivel mental o que de lo contrario la obstaculizan.
4. Integrar los datos obtenidos en un análisis de la personalidad de cada niño con la finalidad de no reducir la explicación de los resultados a la implementación de nuestras tareas en el aula de clases.

El cumplimiento de los objetivos anteriores se realizara a partir del análisis del desarrollo de los objetivos de cada tarea.

En la siguiente tabla (11) se muestran las tareas realizadas en nuestra metódica, los materiales y el número de sesiones, posteriormente describimos en que consistió cada tarea.

Tabla 11. Método de formación del concepto de división partitiva.

| Sesión | Etapa | Situación de enseñanza | Tareas | Objetivos | Materiales |
|--------|--|--|---|---|--|
| 1-11 | Motivación | A. Generación de motivos. | 1. Acciones de motivación. | -Generar en el alumno una motivación en la realización de las tareas propuestas. -Que el alumno identifique como una necesidad el aprendizaje de la división partitiva. | -Objetos de uso común para los niños. -Problemas que impliquen situaciones cotidianas para los niños. |
| 1-11 | Base Orientadora de la acción | B. Esquema de la base orientadora de la acción. | 2. Acciones de la utilización del esquema de la base orientadora de la acción. | -Que el alumno obtenga las condiciones suficientes para realizar las tareas propuestas. | -Mapa escolar. -Tarjeta de etapa de asimilación. |
| 1 | Características esenciales y suficientes de la división. | C. Características esenciales del concepto de división aritmética. | 3. Acciones de inducción al concepto para la identificación de las características esenciales de división aritmética. | -Que el alumno conozca e identifique las características esenciales del concepto de división en diferentes enunciados. | -Mapa escolar. -Problemas aritméticos. -Enunciados. |
| 2 | | D. La división en problemas aritméticos. | 4. Acciones de identificación de los componentes matemáticos de la división en problemas aritméticos. | -Que el alumno conozca los componentes matemáticos de la división mediante las características esenciales del concepto de división. -Que el alumno identifique si el problema dado implica una división. | -Problemas aritméticos. -Mapa escolar. -Hoja de componentes de la división y sus unidades de medida. |
| 3 | | E. Tipos de división aritmética y operación necesaria para solucionar el problema. | 5. Acciones de identificación y de comparación entre los tipos de problemas de división y de la operación necesaria para su solución | -Que el alumno identifique el tipo de división que plantea el problema, mediante la relación de los componentes de la división. -Que el alumno identifique las operaciones aritméticas necesarias para la solución de cada tipo de división. | -Problemas aritméticos. -Tarjeta de Tipos de problemas de división. -Tarjeta Operaciones necesarias para la solución de problemas que implican una división. |
| 4 | Material | F. Orientación y solución de los problemas de división partitiva. | 6. Acciones Materiales | -Que el alumno se oriente en las condiciones y datos de los problemas aritméticos y los resuelva correctamente en el plano material. | -Problemas aritméticos. -Hoja de componentes de la división y sus unidades de medida. -Tarjeta de Etapa de Asimilación. |
| 4 | Materializada | | 7. Acciones materializadas | -Que el alumno se oriente en las condiciones y datos de los problemas aritméticos y los resuelva correctamente en el plano materializado. | |
| 5,6 | Perceptiva Dibujo | | 8. Acciones materializadas perceptivas dibujo | -Que el alumno se oriente en las condiciones y datos de los problemas aritméticos y los resuelva correctamente en el plano perceptivo-dibujo. | |
| 7,8 | Perceptiva Escritura Desplegada | | 9. Acciones perceptivas escritura desplegadas. | -Que el alumno se oriente en las condiciones y datos de los problemas aritméticos y los resuelva correctamente en el plano perceptivo-escritura desplegada. | |
| 9 | Verbal Externo | | 10. Acciones verbales externas. | -Que el alumno se oriente en las condiciones y datos de los problemas aritméticos y los resuelva correctamente en el plano verbal externo | |
| 10 | Verbal Interno | | 11. Acciones verbales internas. | -Que el alumno se oriente en las condiciones y datos de los problemas aritméticos y los resuelva correctamente en el plano verbal interno. | |
| 11 | Escritura Condensada | | 12. Acciones materializadas perceptivas escritura condensada problemas. | -Que el alumno se oriente en las condiciones y datos de los problemas aritméticos y los resuelva correctamente en el plano escritura-condensada. | |
| | | 13. Acciones materializadas perceptivas escritura condensada operaciones. | -Que el alumno se oriente en las condiciones y datos de las operaciones de división cuando son dictadas, y los resuelva correctamente en el plano escritura-condensada. | | |
| 1-11 | Control | G. Verificación de la asimilación. | 14. Acciones de control. | -Valorar la asimilación del concepto de división en diferentes tareas. | -Problemas aritméticos. -Hoja de operaciones aritméticas |

Situación de enseñanza A. Motivación.

Tarea 1. Las acciones encaminadas a la generación de motivos en los niños se realizaron durante todo el proceso de intervención. Para lograr la motivación hacia las tareas se plantearon situaciones problemáticas que implicaban la repartición de objetos con carga afectiva por los niños o de uso común, y se realizaron acciones particulares de acuerdo a la personalidad de cada niño.

Situación de enseñanza B. Esquema de la base orientadora de la acción.

Tarea 2. Las acciones de la utilización del esquema de la base orientadora de la acción se trabajaron mediante el uso de tarjetas que contenían la información necesaria y suficiente para la realización de todas las tareas, las cuales estuvieron presentes durante todo el proceso de intervención en el grupo A, sin embargo se les daba a elegir a los niños utilizarlas después de que ya no cometían errores o ellos mismos dejaban de utilizarlas. El grupo B sólo utilizó algunas tarjetas, en la mayoría de ocasiones el esquema de la base orientadora de la acción les fue dado a los niños sólo verbalmente. Cuando se implementaban tareas nuevas el investigador primero actuaba como modelo y realizaba las intervenciones pertinentes. Algunas de las acciones de las siguientes tareas participan en la elaboración del esquema de la base orientadora de la acción.

Situación de enseñanza C. Características esenciales del concepto de división aritmética.

Tarea 3. Las acciones de inducción al concepto se trabajaron mediante la apropiación de las características esenciales, necesarias y suficientes del concepto de división usando la tarjeta que contenía el mapa escolar (ver figura 7). Esta y las tarjetas siguientes formaron parte de la etapa de elaboración de la base orientadora para la asimilación del concepto y de las acciones que implica.

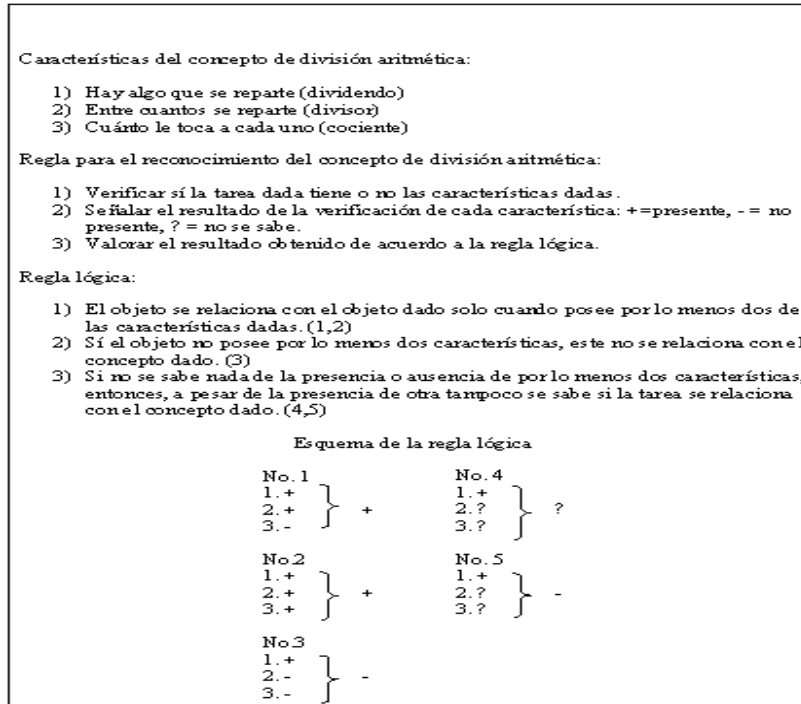


Figura 7. Mapa escolar de características del concepto de división aritmética

Para el trabajo se realizaron tareas con enunciados y problemas que implicaban las cuatro operaciones aritméticas, con todas las variantes posibles de respuesta. El procedimiento de inducción al concepto de división es el siguiente:

1. Se usa el mapa escolar individualmente (etapa materializada).
2. Se trabaja en parejas sin el uso de tarjetas (etapa verbal externa).
3. En silencio recordando las recomendaciones necesarias (etapa verbal interna).

Sin embargo, el uso de las acciones anteriores sólo las realizó individualmente el grupo experimental A porque cada niño tenía su tarjeta. El grupo experimental B utilizó el mapa escolar en sub-grupo y las acciones de inducción al concepto las realizó sólo en la etapa materializada.

Situación de enseñanza D. La división en problemas aritméticos

Tarea 4. Las acciones de identificación de los componentes matemáticos de la división en problemas aritméticos consistieron en: la identificación y denominación matemática de los componentes de división, la unidad de medida y del sistema numérico decimal, y del dato faltante; y, la inclusión-exclusión del concepto de división y la discriminación entre los problemas con y sin solución. Se utilizó la hoja de componentes de la división y sus unidades de medida que se muestra en la figura 8. Se les pidió a los niños que relacionaran las características esenciales del concepto de división (mapa escolar) con los componentes de la división, que encontraran dichos componentes y los subrayaran con el color indicado (dividendo=azul, divisor=verde y cociente=rojo) en los problemas, y que respondieran a las preguntas correspondientes y respetaran los espacios indicados para las unidades de medida. Por último se les solicitó que indicaran en voz alta la cantidad y la unidad de medida de cada componente. Cuando el niño identificaba correctamente los componentes de la división y la unidad de medida de cada uno se le daba la opción de ya no llenarla. En el grupo A se trabajó con ayuda de esta tarjeta la verificación de que el problema analizado implicaba una división y de que dicho problema tenía solución.

| COMPONENTES DE LA DIVISIÓN Y SUS UNIDADES DE MEDIDA | |
|--|--|
| <p>1) Algo que se reparte</p> <p>DIVIDENDO</p> | <p>1. ¿Qué se reparte?</p> <p>2. ¿Cuánto se reparte?</p> <p>Sistema Numérico Decimal C D U</p> <p>¿Cuánto? ¿Qué? (Unidad de Medida)</p> |
| <p>2) entre quienes se reparte</p> <p>DIVISOR</p> | <p>1. ¿A quiénes se reparte?</p> <p>2. ¿Entre cuántos se reparte?</p> <p>Sistema Numérico Decimal C D U</p> <p>¿Cuánto? ¿A quiénes? (Unidad de Medida)</p> |
| <p>3) de la misma cantidad a cada uno</p> <p>COCIENTE</p> | <p>1. ¿Qué le toca a cada uno?</p> <p>2. ¿Cuánto le toca a cada uno?</p> <p>Sistema Numérico Decimal C D U</p> <p>¿Cuánto? ¿Qué? por cada ¿Quién? (Unidad de Medida)</p> |

En problema involucra una división si se conocen las tres unidades de medida ¿Este problema involucra una división aritmética? si involucra una división aritmética, para que el problema pueda solucionarse se tiene que conocer por lo menos dos cantidades de los componentes de la división. ¿Este problema tiene solución?

| |
|--|
| <p>El sábado Armando estuvo <u>82 minutos</u> en la feria de Chimalhuacán, y durante ese tiempo se subió a <u>5 juegos mecánicos</u> en total. Si Armando se subió la misma cantidad de minutos en cada juego mecánico, ¿cuántos minutos estuvo en cada juego mecánico?</p> |
| <p>1) Algo que se reparte</p> <p>DIVIDENDO</p> <p>1. ¿Qué se reparte?</p> <p>2. ¿Cuánto se reparte?</p> <p>Sistema Numérico Decimal C D U</p> <p>82 minutos ¿Cuánto? ¿Qué? (Unidad de Medida)</p> |
| <p>2) entre quienes se reparte</p> <p>DIVISOR</p> <p>1. ¿A quiénes se reparte?</p> <p>2. ¿Entre cuántos se reparte?</p> <p>Sistema Numérico Decimal C D U</p> <p>5 juegos ¿Cuánto? ¿A quiénes? (Unidad de Medida)</p> |
| <p>3) de la misma cantidad repartida a cada uno</p> <p>COCIENTE</p> <p>1. ¿Qué le toca a cada uno?</p> <p>2. ¿Cuánto le toca a cada uno?</p> <p>Sistema Numérico Decimal C D U</p> <p>16 minutos ¿Cuánto? ¿Qué? por cada ¿Quién? (Unidad de Medida)</p> |

En problema involucra una división si se conocen las tres unidades de medida ¿Este problema involucra una división aritmética? si involucra una división aritmética, para que el problema pueda solucionarse se tiene que conocer por lo menos dos cantidades de los componentes de la división. ¿Este problema tiene solución?

Figura 8. Tarjeta de Componentes de la división y sus unidades de medida

Situación de enseñanza E. Tipo de división y operación necesaria para solucionar el problema

Tarea 5. Las acciones de identificación del tipo de problema y de la operación necesaria para su solución se realizó con ayuda de las siguientes tarjetas (ver figura 9 y10) y de situaciones problemáticas. Se continuó con la formación del concepto de división realizando la acción de comparación entre los tipos de división para que los niños descubrieran las relaciones de sus componentes. Se les pedía que contestaran las preguntas, de acuerdo al problema dado, indicaran el tipo de división y lo anotaran en la *hoja de componentes de la división y sus unidades de medida*.

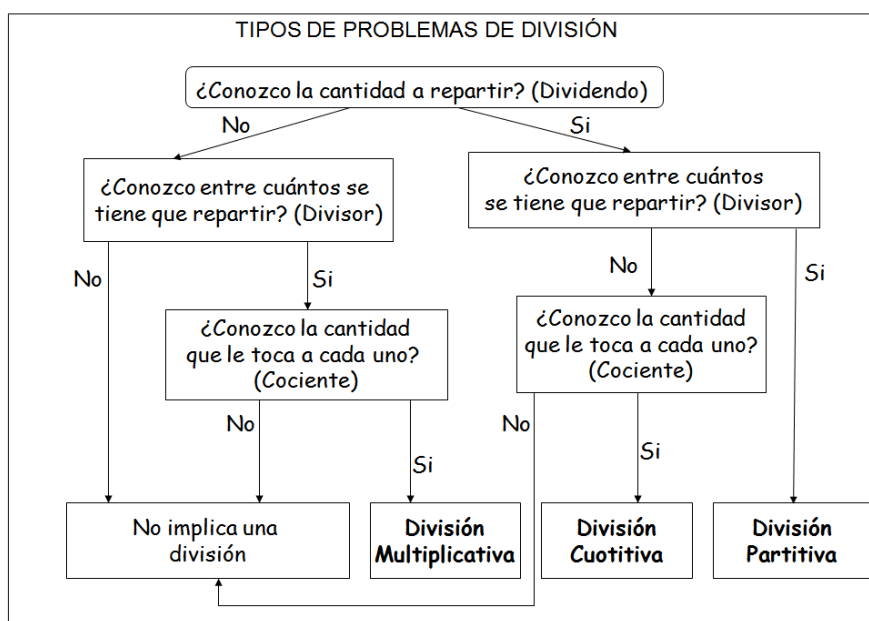


Figura 9. Tarjeta de tipos de problemas de división.

De acuerdo al tipo de problema de división, se les pedía que con la tarjeta *Operaciones necesarias para la solución de problemas que implican una división* mencionaran y anotaran en su *Hoja de Componentes de la división y sus unidades de medida* la operación necesaria para solucionar el problema.

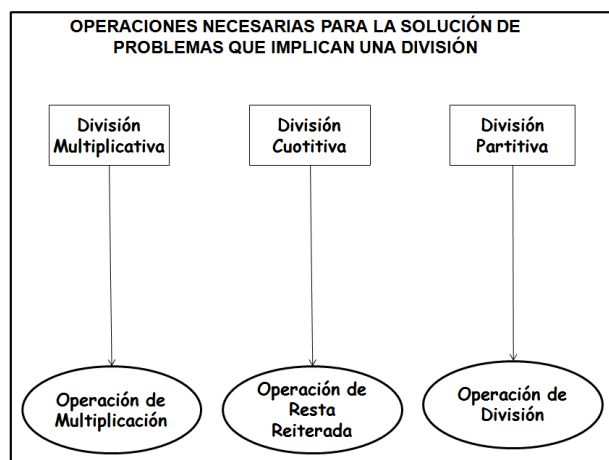


Figura 10. Tarjeta de operaciones necesarias para la solución de problemas que implican la división

Situación de enseñanza F. Orientación y solución de los problemas

Las acciones requeridas en esta situación de enseñanza se realizaron en diferentes etapas y tareas: Tarea 6) Acciones materiales; Tarea 7) Acciones materializadas; Tarea 8) Acciones materializadas perceptivas-dibujo; Tarea 9) Acciones perceptivas escritura desplegada; Tarea 10) Acciones verbales externas; Tarea 11) Acciones verbales internas; Tarea 12) Acciones materializadas perceptivas escritura condensada con problemas; y, Tarea 13) Acciones materializadas perceptivas escritura condensada con operaciones. Más adelante se explica cada una de acuerdo a la etapa de asimilación en que fue realizada.

En esta situación de enseñanza, con el grupo experimental A se hizo uso de dos tarjetas denominadas *Tarjeta de Orientación a la tarea* y *Tarjeta de orientación al Problema* (ver figuras 11 y 12) que les permitían organizar los datos del problema y motivarse con la figura modelo. Sin embargo, aunque en el piloteo habían mostrado su utilidad, ambas tarjetas fueron en general poco necesarias porque los niños aprendían rápidamente a organizar y a utilizar los datos en la *Hoja de Componentes de la división y sus unidades de medida*, por lo que se decidió dejar de utilizarlas muy pronto. El grupo experimental B mostró también la organización adecuada en la *Hoja de Componentes de la división y sus unidades de medida*, y en este grupo no se utilizó las tarjetas mencionadas ya que su organización y su motivación era óptima. Sin embargo nosotros recomendamos que

se utilicen si el niño tiene dificultades para organizar los datos o para retenerlos, o como un medio de apoyo en el caso de que el niño presente dificultades en su motivación (Para las demás tarjetas ver anexo E).

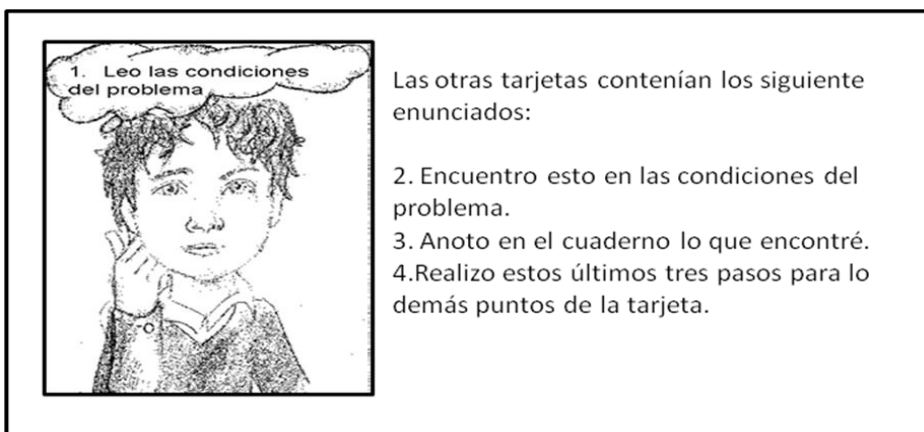


Figura 11. Tarjeta de orientación a la tarea.

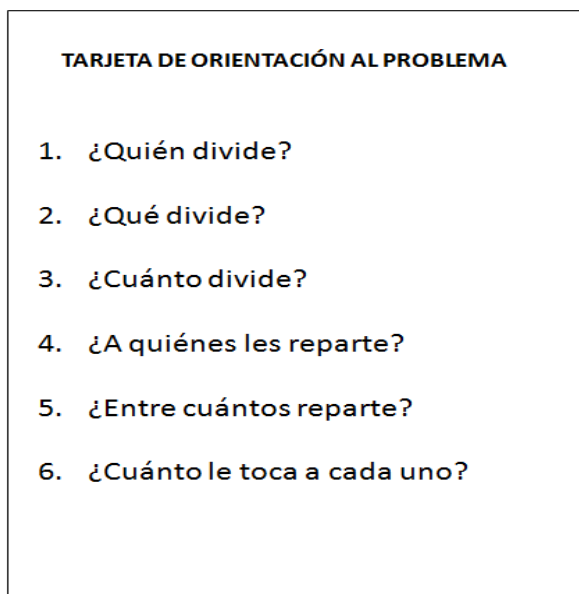


Figura 12. Tarjeta de orientación al problema.

Para garantizar que el niño comprendiera los datos se les preguntaba:

- ¿Quién divide?
- ¿Qué se necesita dividir?
- ¿Entre cuántos se divide?
- ¿Cuánto les toca a cada uno?

Figura 13. Tarjeta con preguntas dirigidas hacia los datos del problema.

Ahora continuaremos con la explicación de la formación de las acciones y habilidades necesarias para la realización de la división partitiva de acuerdo al algoritmo formal, acciones que también son necesarias para la conformación del concepto de división partitiva. Para ello en todas las etapas siguientes se les dio una tarjeta, que contenía el nombre de la etapa donde estaban, una imagen que ilustró el esquema de la base orientadora (tipo tres) de la acción a formar y los modelos de los niños realizando la acción, los que de acuerdo a Bozhovich (1979) sirven como modelo para generarles a los niños la necesidad de apropiárselo. En cada etapa el investigador mostró al inicio la forma de realización de la acción. Por ejemplo, en la etapa materializada, durante la asimilación de las acciones necesarias para la ejecución de la división, se usó la tarjeta que mostró el procedimiento específico para solucionar problemas de división partitiva en caso de que la incógnita (dato faltante) fuera el cociente en los problemas. Se procedía con la ejecución de la división partitiva mediante el apoyo del esquema de la base orientadora de la acción plasmado en dicha tarjeta. La figura 14 ilustra como ejemplo la tarjeta a utilizar en la etapa materializada de la formación de las acciones necesarias para dividir (Para las demás tarjetas ver anexo F).

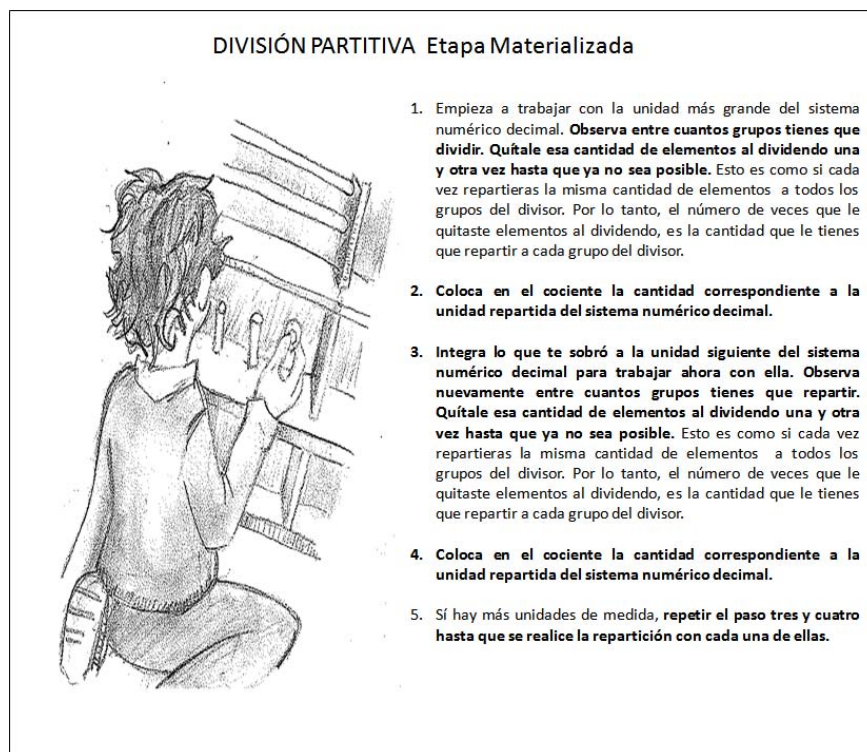


Figura 14. Tarjeta del esquema de la base orientadora de la acción: División Partitiva-Etapa Materializada.

El investigador acompañó al alumno mediante preguntas que le permitían hacer consciente el proceso de la acción, un ejemplo de las preguntas que se utilizaron en la etapa materializada, que es la que contiene las operaciones totalmente desplegadas, se muestra en la figura 15 a continuación.

1. ¿Cuántos aros vas a repartir?
2. ¿Puedes formar decenas? Si puedes formar decenas coloca diez aros en cada palito y ponle sus tapas negras para que no se salgan.
3. ¿Cuántas decenas obtuviste y cuántas unidades te quedaron?
4. Coloca las decenas en el espacio que les corresponde del apartado del dividendo
5. Coloca las unidades en el espacio que les corresponde del apartado del dividendo
6. Reparte la unidad de medida mas grande del dividendo a cada una de los elementos del divisor, las veces que sean necesarias hasta que la repartición ya no pueda ser equitativa. Si no es posible hacer el reparto equitativo regrésalas al dividendo. ¿Cuántas decenas le tocó a cada elemento del divisor?
7. Coloca en el cociente la cantidad correspondiente a la unidad de medida utilizada.
8. Si te sobraron decenas, sácalas de divisor y quítale la tapa. Coloca en cada palito, del residuo parcial, la cantidad de elementos del divisor, es decir la cantidad en que vas a repartir, entonces en cada palito del residuo parcial pon esa cantidad hasta la repartición sea equitativa. (Cada palito representa el número de reparticiones equitativas de uno a uno, que se pueden realizar).
9. Baja las unidades del espacio del dividendo al espacio que les corresponde en el residuo parcial de unidades sin agrupar.
10. Fíjate si con ellas puedes completar la cantidad que necesita cada palito de unidades agrupadas. Si no quedó incompleto algún palito, fíjate si las unidades que tienes te alcanzan para llenar otro palito con la cantidad que se requiere.
11. Si es que no se puede ocupar otro palito con las unidades, pasa esas unidades que te sobren al espacio que le corresponde en el residuo parcial.
12. La cantidad de palitos que llenaste en el residuo parcial es la cantidad de unidades que le toca a cada elemento del divisor. Reparte esa cantidad de unidades, de acuerdo a las repeticiones que hiciste (la cantidad de palitos utilizados), a cada elemento del divisor.
13. Coloca en el cociente la cantidad correspondiente a la unidad de medida utilizada.
14. Si te sobraron unidades, bájalas del residuo parcial al residuo final.
15. Menciona a partir de la cantidad del cociente, cuántas decenas y unidades le tocó a cada elemento del divisor.

Figura 15. Tarjeta del investigador con preguntas realizadas en la etapa materializada

Situación de enseñanza G. Tareas de control

Tarea 14. Las acciones de control en la formación de la acción, que está indicada como una etapa transversal en la tabla del procedimiento, se realizaron durante la aplicación de toda la metódica. La tarea consistía principalmente en que el niño en todos y principalmente en el último problema de cada sesión contestaba lo que el investigador le solicitaba de acuerdo al guión que se muestra en la figura 16, además de otras preguntas y acciones que serán explicadas más ampliamente en el análisis de los resultados de esta tarea.

1. ¿Qué se dividió?
2. ¿Entre qué se dividió?
3. ¿De cuántos le toco a cada uno?
4. ¿Cuánto sobró?
5. ¿Cuánto obtengo si a cada elemento del divisor le reparto la cantidad del cociente y a este resultado le sumo el residuo?
6. ¿Por que obtengo este resultado?

Figura 16. Tarjeta de preguntas control.

Ahora describiremos en qué consisten las tareas 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13 de la situación de enseñanza f de acuerdo a la etapa en que se realizaron.

Etapa material y materializada

- Tarea 6 y Tarea 7. Acciones materiales (Tarea 6) y materializadas (Tarea 7). Para formar el aspecto material y motivar a los niños se utilizó objetos de uso común de los niños. Posteriormente se pasó en la misma sesión a formar el aspecto materializado de la acción con el uso del esquema materializado (ver figura 1). El investigador actuó en un inicio como modelo en la realización de la acción.

Etapa perceptiva.

- Tarea 8. Acciones materializadas perceptivo dibujo. En la primera fase, etapa *perceptiva-dibujo* los niños realizaron la misma actividad de la etapa anterior, la diferencia fue que en vez de manipular los aros y el esquema materializado de la división realizaban sus acciones de forma perceptiva en la hoja de dibujo del esquema de la división (ver figura 17), remarcando con el color correspondiente los componentes de la división, y después dibujando líneas cortas horizontales para representar los aros, y círculos pequeños para representar las decenas. Se usó el modelo y la tarjeta de la base orientadora de la acción correspondiente para esta etapa.

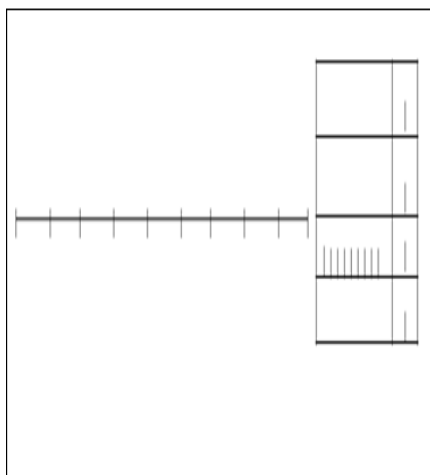


Figura 17. Hoja de dibujo del esquema de la división.

En la figura 18 se muestra un ejemplo de solución del problema en esta etapa, el problema fue: “Yolanda y Daniel compraron 39 dulces para repartirlos en 7 piñatas de animalitos. Si Yolanda y Daniel quieren repartir la misma cantidad de dulces en cada piñata, ¿cuántos dulces van a colocar en cada piñata?”

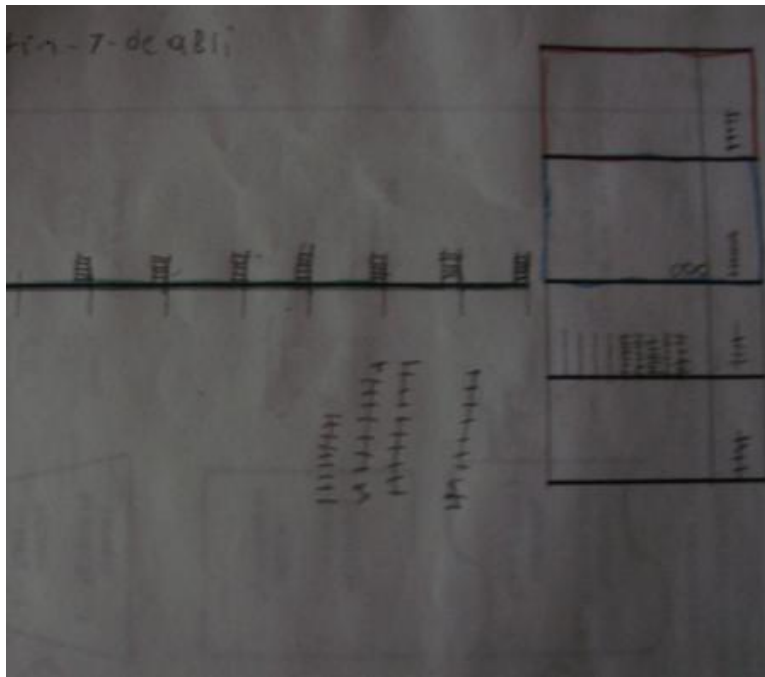


Figura 18. Repartición de 39 dulces entre 7 piñatas, en el plano perceptivo-dibujo.

Etapa perceptiva-escritura desplegada

- Tarea 9. Acciones materializadas perceptivas dibujo. Es la segunda fase de la etapa perceptiva se les pidió a los niños que realizaran las operaciones en una hoja cuadrículada, en vez de trabajar con el dibujo del esquema materializado para la división usaron los símbolos matemáticos (signo de las operaciones matemáticas, números y rayas) indicándoles la correspondencia de cada signo y número con los dibujos del esquema materializado. Ej. que el número que está dentro de “la casita” (dividendo) representa la cantidad de aros que se han de repartir, que el número que está al lado de la casita representa el número de cajas en que se van a repartir los aros (divisor), que el número que está arriba de la casita representa la cantidad de aros que le tocan a cada caja (cociente) y que el número que está abajo de la casita representa el número de aros que sobraron (residuos parciales y totales). Se usó el modelo y la tarjeta de la base orientadora de la acción correspondiente para esta etapa. En esta sub-etapa se desplegaron de forma escrita todas las operaciones necesarias para la realización de la división. Esta etapa sirvió para que los niños se apropien del procedimiento que es solicitado para la solución de problemas en la escuela.

En la figura 19 se muestra el ejemplo de cómo resolvían el siguiente problema en esta etapa: El día que compitieron los alumnos de tercero en saltos de cojitos tardaron 6 minutos en atravesar el patio. Si aproximadamente dieron la misma cantidad de saltos por cada minuto y necesitaron en total 90 saltos para atravesar el patio, ¿cuántos saltos dieron por cada minuto?.

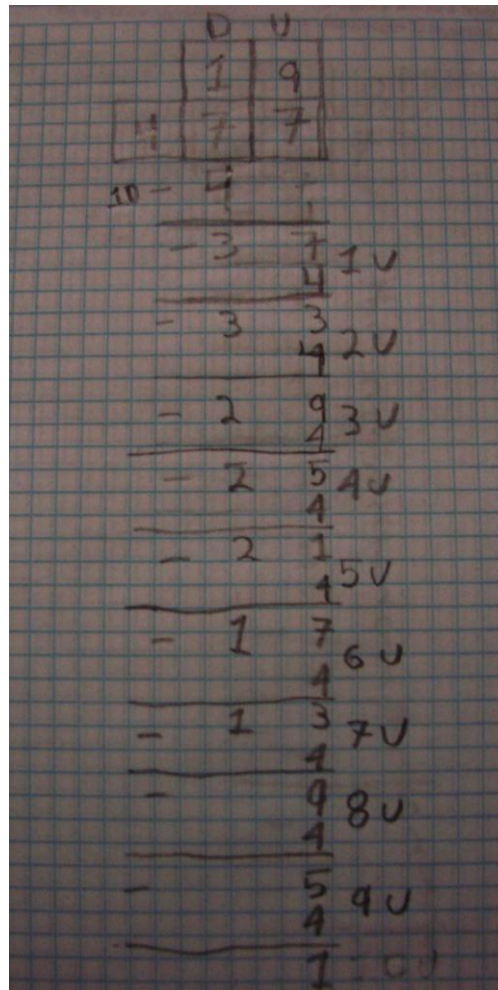


Figura 19. Repartición de 77 entre 4 en el plano perceptivo-escritura desplegada.

Etapa verbal externa.

- Tarea 10. Acciones verbales externas. Se trabajó la formación del aspecto verbal externo de la acción solicitándoles a los niños que resolvieran los problemas en voz alta, sólo se usó el modelo y la tarjeta de la base orientadora de la tarea correspondiente para esta etapa, sin uso de algún otro material, es decir ni el esquema materializado para la división, ni de la escritura o algún otro objeto.

El grupo experimental A trabajó en parejas, el niño “D” le leía un problema a su compañero “E” y éste lo resolvía hablando las acciones que realizaba, también los problemas eran leídos en voz alta por ellos mismos. En el grupo experimental B se trabajó de dos formas: primero, cada alumno trabaja desde su lugar y el investigador pasaba al lugar del alumno para evaluar e intervenir en caso de errores, y segundo, se formaba un círculo y cada alumno realizaba la tarea mientras los demás escuchaban e intervenían cuando su compañero tenía dificultades.

Etapa verbal interna.

- Tarea 11. Acciones verbales internas. Se les dirigió para que realizaran las operaciones en silencio *para ellos* y para que emitieran la respuesta en voz alta. Se usó el modelo y la tarjeta correspondiente para el cumplimiento de la tarea.

El grupo experimental A trabajó en parejas, el niño “D” le leía a su compañero “E” un problema y éste sólo decía el resultado, o los problemas eran leídos en silencio por ellos mismos y después decían el resultado. Posteriormente el investigador o el compañero le preguntaban a cada niño cómo habían llegado a ese resultado, se corregía por medio del lenguaje externo en caso de estar mal y se le daba otro problema. En el grupo experimental B esta etapa se juntó con la etapa de escritura condensada debido a las dificultades que presentaban los niños para mantener el objetivo de la tarea y para esperar su turno cuando se realizaba el trabajo de manera individual.

Etapa de la escritura condensada

- Tarea 12 y 13. Acciones materializadas perceptiva escritura condensada (Tarea 12 Problemas y Tarea 13 Operaciones). Con ayuda del lenguaje interno, se les pedía a los niños que ya no pusieran todas las operaciones matemáticas sino sólo el resultado de la repartición, que es la forma en la que se les solicita a los alumnos en la situación escolar. En una última sesión en ambos grupos se trabajó ejercicios de control en el plano escrito condensado. La siguiente figura 20 muestra la solución correcta de las operaciones de: 572 entre 4 y 618 entre 5.

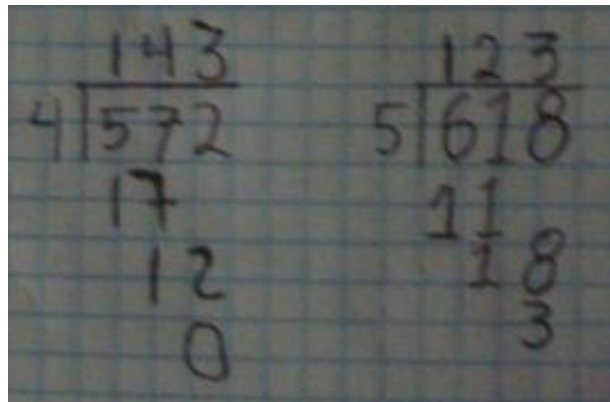

$$\begin{array}{r} 143 \\ 4 \overline{)572} \\ \underline{4} \\ 17 \\ \underline{12} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 123 \\ 5 \overline{)618} \\ \underline{5} \\ 11 \\ \underline{10} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 3 \end{array}$$

Figura 20. Solución de operaciones de división en el plano perceptivo escritura condensada.

Por último, en una sesión mas, considerando el desarrollo obtenido por un alumno del grupo experimental A y la mayoría del grupo B, y su conocimiento sobre las multiplicaciones, se implementó el uso del concepto de multiplicación en la división, para ello se le explico la relación que guarda la multiplicación con las acciones que ya habían empezado a automatizar. De hecho dicho sea de paso, al final de las tareas 12 y 13, y antes de explicarles la multiplicación, algunos niños realizaban el procedimiento tan rápido como se puede hacer con una multiplicación. El material utilizado se diseñó en el plano de imágenes concretas y materializadas. Se trazaron tres tiras de tarjetas que contenían: número de 1 a 9 (que representaban las veces repartidas a cada elemento del divisor), signos de la multiplicación (x) e igual (=), y tarjetas de unidades (1 al 9), representadas con el dibujo de círculos pequeños (representando la cantidad del divisor), donde cada tarjeta

representaba a cada elemento posible del divisor. Se recortó y repartió el material a cada alumno y se dictaba una operación de división, los alumnos para saber cuántas veces podían repartir utilizaban las tarjetas de multiplicación, ponían la tarjeta de número de veces (empezando con el uno) seguido del signo “x”, después la tarjeta de unidades seguido del signo “=”, y ponían la tarjeta correspondiente repetida n numero de veces de acuerdo al número utilizado. Le explicábamos el significado de esto mediante su lectura, relacionándolos con las acciones de la división: “si quiero repartir dos veces la misma cantidad a cada elemento del divisor (que en el siguiente ejemplo son dos) entonces necesito quitar del dividendo cuatro unidades”. La siguiente figura 21 muestra las tarjetas utilizadas para este ejemplo.

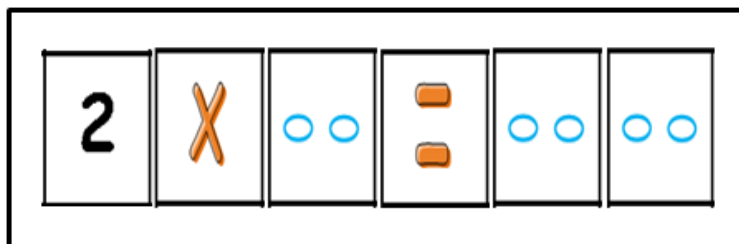


Figura 21. Uso de las tarjetas de multiplicación

Esta sesión no se incluyó en la tabla de procedimiento porque no es parte de la metódica en sí misma, sin embargo esta tarea se realizó porque muestra la relación de la división con la multiplicación, y también permite comprender el procedimiento común de solución de la división que se enseña en la escuela.

Tercera fase. Valoración final. Se aplicó en una sesión a todos los grupos (Grupo experimental A, de comparación C₁, y de Alto promedio N=1; y grupo experimental B, grupo de comparación C₂, y de Alto promedio N=2), la sub-prueba de aritmética de Quintanar y Solovieva (2003a-b) con la misma inclusión de la variante señalada en la primera evaluación y con tareas más complejas, para determinar el grado de asimilación al que llegaron los niños.

Al finalizar las evaluaciones y la aplicación de la metódica se realizó una junta con la directora y los padres de familia de los niños que habían participado. La junta se efectuó en

la mañana en un salón de cuarto grado. Durante la junta se agradeció la constante participación de los padres, se explicó de manera general los resultados obtenidos y se contestaron dudas que los padres tenían. Además a quienes lo solicitaron les brindamos algunas recomendaciones de acuerdo al caso particular de su hijo.

También con los niños se organizó un pequeño convivio de despedida donde se les agradeció su trabajo y sus enseñanzas (Ver figura 39).

4. RESULTADOS

Empezaremos mostrando de manera general los resultados cuantitativos del proceso de intervención. Las tablas 12 y 13 muestran el promedio inicial y final de cada grupo experimental y de cada grupo de comparación, así como las etapas de asimilación a la que llegó cada grupo. En los resultados podemos observar un aumento considerable entre los promedios de las evaluaciones iniciales y finales de los grupos experimentales A y B. En el grupo con el que se comparó el grupo A se observa el decremento en la evaluación final respecto a la inicial. En el grupo B se puede observar un aumento considerable. Además en dicha tabla podemos observar que tanto grupos experimentales como de comparación se encontraban en un inicio respecto a la actividad de dividir en una etapa de asimilación material o a lo mucho perceptiva dibujo. En cambio al final de las intervenciones los niños de los grupos experimentales llegaron en su mayoría a una etapa de lenguaje interno, mientras que en los grupos de comparación los niños se mantuvieron en el nivel material o a lo mucho en una etapa perceptiva dibujo, sólo dos niños del grupo de alto promedio mostraron la asimilación del concepto en el nivel verbal externo. En la evaluación de seguimiento del grupo A se observa la estabilidad de la etapa de asimilación lograda anteriormente. En los grupos de comparación se observaron incrementos y decrementos en la forma de la realización de la acción.

Tabla 12. Promedios y etapas de asimilación del grupo experimental A, de comparación C₁ y de alto promedio.

| Grupo | Promedio Inicial | Promedio Final 1 | Promedio Final 2 | Etapas de asimilación inicial | Etapas de asimilación final 1 | Etapas de asimilación final 2 |
|---|------------------|------------------|------------------|-------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Grupo A N=4 | 5.4 | 6.4 | 6.8 | Material y Dibujo | Lenguaje interno y Lenguaje Externo | Lenguaje interno y Lenguaje Externo |
| Grupo de comparación C ₁ N=4 | 4.6 | 4 | ----- | Material | Dibujo | Dibujo y Material |
| Grupo de alto promedio N=3 | ----- | 7.8 | 6.2 | ----- | Lenguaje externo | Escritura condensada y Dibujo |

Nota. En el promedio final 1 participó una niña y en el promedio final 2 participaron un niño y una niña.

Tabla 13. Promedio y etapas de asimilación del grupo experimental B, de comparación C₂ y de alto promedio G_{2b}

| Grupo | Promedio Inicial | Promedio Final 1 | Etapas de asimilación inicial | Etapas de asimilación final 1 |
|------------------------------|------------------|------------------|-------------------------------|---|
| Grupo B N=9 | 3.2 | 6 | Material | Interna (5 niños) Escritura (3 niños) Dibujo (1 niño) |
| Grupo de comparación N=12 | 3.2 | 3.5 | Material | Material (5 niños) Dibujo (7 niños) |
| Grupo alto promedio N=2 | ----- | 6.2 | ----- | Lenguaje externo y Dibujo |

Nota. En el promedio final 1 participaron un niño y una niña.

La tabla 14 muestra el promedio de problemas resueltos por cada niño durante toda la intervención en los diferentes grupos experimentales y los porcentajes de soluciones correctas e incorrectas totales. En ella se puede observar una diferencia considerable entre el grupo A y B respecto a la cantidad de problemas resueltos por cada niño en promedio durante toda la metódica.

Tabla 14. Problemas resueltos por los grupos experimentales

| Grupo Experimental | No. de Problemas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentajes) |
|--------------------|-----------------------------|------------------------|---------------------------|
| Grupo A | 49.2 | 100% | 0% |
| Grupo B | 26.2 | 87.5% | 12.5% |

A continuación realizaremos el análisis de las ejecuciones de los niños durante la evaluación inicial.

EVALUACIÓN INICIAL

Las siguientes tablas 15, 16, 17 y 18 se muestran de manera general los resultados de los niños en toda la evaluación inicial. Más adelante se presentaran los tipos de errores en dicha evaluación. En las columnas izquierdas de cada tabla 15, 16 y 17 se señalan las características generales observadas en cada grupo, en las columnas derechas se muestran características particulares de algunos niños que consideramos importante resaltar por su excepción y/o relevancia como antecedente a la actividad de formación.

Tabla 15. Características del grupo experimental A.

| | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Poca retención de datos • Análisis de datos, correcta relación entre las cantidades en suma y resta • Poca motivación para tareas de matemáticas • Conteo sucesivo y regresivo (uno a uno) • Etapa de asimilación material y dibujo en la actividad objeto de estudio • Lectura comprensible • Mantenimiento del objetivo de la tarea • La repartición era uno a uno • Suma consolidada • Seguimiento de reglas • No explicaban cómo llegaban al resultado de una repartición • Uso del lenguaje externo para realizar tareas • Ejecución de resta aun no está consolidada • Las operaciones de multiplicación tampoco está consolidada | <ul style="list-style-type: none"> • No había un análisis de datos en problemas de división y multiplicación P(b) y P(d) • No había verificación P(c) y P(d) • Centración en el uso de un procedimiento para resolver la tarea P(b) • Dificultad para ubicarse en tiempo (en la conjugación de los verbos en pasado, presente y futuro) P(b) • Cuando no tiene idea de cómo resolver un problema abandona la tarea P(d) |
|--|--|

Tabla 16. Características del grupo experimental B.

| | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Etapa de asimilación material • Conteo sucesivo • Suma consolidada • Poca motivación para las tareas académicas • Retención de datos de los problemas • Uso de lenguaje externo para realizar las tareas • Dificultad en el conteo regresivo • No mantienen el objetivo de la tarea • Se distraen fácilmente • La actividad lúdica en la mayoría es la rectora • No hay seguimiento de reglas | <ul style="list-style-type: none"> • En algunos el conteo regresivo está consolidado P(e), P(f), P(g), P(m) • Compresión de los problemas P(l) y P(t) • Dificultades para el lenguaje simbólico (+, -) P(l) y P(w) • Hay poca organización para trabajar en la hoja cuadriculada P(k) |
|---|---|

Tabla 17. Características del grupo de comparación C.

| | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Etapa de asimilación Material • La repartición era de uno a uno • Mantenían el objetivo de la tarea • Poca motivación por las tareas matemáticas • Había una retención de la información de los problemas • Seguimiento de reglas • Conteo sucesivo (uno a uno) • Dificultad en el conteo regresivo (uno a uno) • No había verificación • No explicaban cómo llegaban al resultado de una repartición • Las operaciones de resta aun no está consolidada • Las operaciones de multiplicación no está consolidada | <ul style="list-style-type: none"> • Solución de problemas de manera empírica P(1) y P(o) • Había una agrupación de la cantidad del divisor P(1) • Poca comprensión lógica-gramatical en el uso de preposiciones P(j) y P(n) • No había relación entre los datos de los problemas P(1) y P(n) • Dificultades para recuperar información de un texto P(1) y P(n) • Dificultad para ubicarse en tiempo (conjugación de los verbos en pasado, presente y futuro) P(j) y P(n) |
|---|---|

Figura 18. Características del grupo de alto promedio A

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Motivación adecuada para la realización de las tareas matemáticas. • Errores en la verificación de resultados. • Confusión entre decenas y unidades. • No explicaban como llegaban al resultado de la repartición ni el significado de éste. • Retención de datos • Orientación en los datos • Mantienen el objetivo de la tarea • Conteo regresivo y sucesivo • Suma y Resta consolidada |
|---|

A continuación presentamos el análisis de los componentes matemático, lógico y simbólico. En general no se presentaron diferencias considerables por cada grupo.

Matemático

La correspondencia recíproca y la comparación de conjuntos en general se encontraban consolidadas en el nivel material. Sin embargo es interesante señalar las excepciones. Por ejemplo, en cuanto a la correspondencia recíproca, los niños P(b), P(l), P(o) y P(q) al realizar la repartición de manera ordenada por “pares” no lograba determinar por sí mismo a simple vista que los grupos no eran del mismo tamaño, sólo lo lograba después de contar nuevamente uno por uno, sin embargo después de realizarlo, no podía igualar las particiones, sino que tenía que volver a construir todo el conjunto para volver a repartir. Otro caso interesante fue lo que realizaron P(a), P(j) y P(o), quienes al efectuar la repartición de uno en uno, de repente decían que ya no se podía repartir, siendo que todavía alcanzaba para volver a repartir de manera equitativa, esto es una muestra de una dificultad en la comparación de los conjuntos entre lo que sobra y la cantidad de elementos del divisor.

En cuanto el dominio de los medios del conteo con el paso hacia el grado siguiente encontramos especial dificultad en el conteo regresivo, no necesario en el paso de una unidad de medida a otra, sino en el paso de una decena a otra decena. Por ejemplo el caso de P(p) quien después de contar “30” continuaba con el “31” siendo que la respuesta correcta era pasar al número “29”. En general los niños continuaba en las sumas y restas las series a partir del primer cantidad dada.

En la resolución de problemas, donde la cantidad siempre tiene especificada su unidad de medida no se presentan dificultades considerables en el cálculo y en la especificación de la unidad de medida del resultado obtenido. Sin embargo en la realización de puras operaciones al no tener una unidad de medida concreta se presentan dificultades en operaciones escritas como la suma y resta. Tampoco comprenden las unidades de medida propias de una cantidad, es decir las unidades, decenas, etc., y su relación entre ellas. Un ejemplo que muestra tal dificultad es el siguiente: en la operación de resta de decenas menos unidades, $60-13$, el alumno P(f) escribe como resultado 53, restando sólo las unidades, la dificultad observada es en el conteo con el paso hacia el grado siguiente (unidades, decenas, centenas).

Lógico

La conservación de la cantidad y el área, que son las que se evaluaron, no presentan ninguna dificultad.

En la seriación se presentan dificultades para mantener la secuencia de repartición de acuerdo al orden de distribución de los elementos del divisor, por ejemplo, en la repartición mediante acciones perceptivas era común que los niños no podían mantener la secuencia y por ello no lograban la repartición equitativa. Veamos el ejemplo del niño P(o) en la repartición de 35 nueces entre 6 gelatinas, el niño comenzó a repartir de 5 en 5 pero como le sobraban nueces (5 nueces), intentó repartir de 4 en 4, después de 3 en 3 hasta que se dio cuenta de que su estrategia no era la adecuada porque cada vez le sobraban más, por último, repartió de uno en uno, logrando la repartición equitativa. Se observó como hay una dificultad en romper determinada secuencia y pasara a otra. Este alumno repartía en grupos, cuando hace el primer intento, le da a cada gelatina cinco nueces, sin embargo le sobra un grupo de cinco nueces, y este no lo puede repartir porque ya no hay otra gelatina y porque si le da esas cinco nueces a una de las gelatinas presentes esta tendrá más que las restantes, en lugar de repartir esas cinco nueces una a una y darse cuenta de que no alcanzan para todas las gelatinas, el alumno lo ve como un todo y por eso baja la cantidad del grupo, 4 y 3, y se da cuenta que cada vez le sobran más. Además, el alumno tiene una sobregeneralización de que en las divisiones siempre queda cero como residuo, por eso en su primer intento cuando sobra un grupo de cinco intenta quedarse sin grupos de nueces.

Se observaron dificultades en la clasificación de los tipos de problemas de acuerdo a la operación que necesitaban para su solución. Por ejemplo, en la evaluación inicial, los problemas de multiplicación y división eran resueltos con la operación de suma, en la cual en general no presentaba dificultades, lo cual muestra que no hay una correcta orientación en los datos del problema.

Simbólico

Los niños tenían pleno conocimiento del nombre de las cifras, además tenían la habilidad de determinar el conjunto con una cifra y la cifra con un conjunto, esto se puede observar en la repartición materializada o perceptiva dibujo, en las cuales representaban cada una de ellas respectivamente. Un ejemplo de lo anterior es lo siguiente: el niño P(a) en la tarea de dibujo que consistía en la repartición de 12 manzanas entre 3 niños realizó agrupamientos de tres manzanas y escribió debajo de cada niño el número 3.

En algunos casos existía dificultad para correlacionar los números y realizar operaciones de suma y resta. Además existían problemas en la simbolización de una u otra. Las operaciones de multiplicación y división eran en su mayoría incomprensibles en el plano simbólico. Revisemos unos ejemplos donde se observa un problema de simbolización: la niña P(w) y el niño P(l) no identificaban el signo de la operación de suma y resta, aunque tenían menores complicaciones en la identificación de problemas que implicaban suma y resta (lo cual servía para argumentar que no era un problema lógico sino simbólico), constantemente cuando se les daba la operación aislada recurrían al investigador y preguntaban sí tal signo era de más o de menos.

La posibilidad de pasar del contenido concreto de los problemas al plano simbólico presentaba dificultades en la mayoría de los niños. Pese a esto, en algunas ocasiones era obtenido el resultado solicitado porque se apoyaban en el plano lógico. Sin embargo en sus escritos se puede constatar o la ausencia de símbolos o lo incorrecto de su utilización. Observemos el ejemplo siguiente: se presentaban problemas de las cuatro operaciones aritméticas y se les pedía que realizaran todas las operaciones necesarias para resolver dicho problemas, la mayoría de los niños, P(d), P(j), P(t), sólo escribían el resultado, y cuando se les preguntaba qué operación habían utilizado hacían referencia a la suma o resta que son las que más manejaban.

En lo que respecta específicamente a la división fueron observadas todas las dificultades que han sido reportadas por Ávila (2006), Coronado, (2008), Riverón, Martín, González y Gómez, (2001): de disposición espacial, en el manejo de la cifra cero, en el

trabajo con más de una cifra, en la percepción y representación de las correspondencias uno a uno y uno a varios, en la síntesis de los elementos, en la orientación del acto, en la actitud hacia el problema, en la ejecución, en la conservación de la totalidad de los elementos y en la formulación en el plano del lenguaje de los datos del problema que se requieren para realizar la operación. De hecho ni un niño logró realizar correctamente una división en el plano escrito ni después de leer un problema ni en la realización de puras operaciones.

En la figura 22 y 23 se observan casos representativos de algunas de las dificultades en la ejecución de la división: niño P(b) del grupo experimental A y P(j) del grupo de comparación C₁ correspondiente; niño P(e) del grupo experimental B y del grupo de comparación C₂.

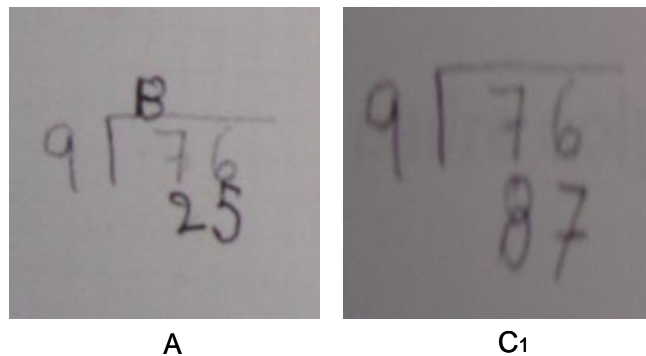


Figura 22. Ejemplo de la ejecución en la operación 76 entre 9 del grupo experimental A y de comparación C₁.

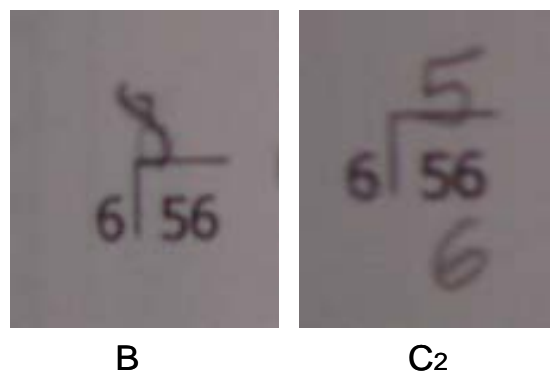


Figura 23. Ejemplo de la ejecución en la operación 56 entre 6 del grupo experimental B y de comparación C₂.

A continuación presentamos la cualificación de los errores cometidos por cada niño y los mecanismos neuropsicológicos con los que se relacionan.

TIPOS DE ERRORES EN LA EVALUACIÓN INICIAL

En la tabla 19 podemos observar los tipos de errores que cometieron los alumnos de ambos grupos experimentales (A y B) y de ambos grupos de comparación (C₁ y C₂) y los mecanismos neuropsicológicos con los que es posible relacionarlos.

Tabla 19. Relación entre los tipos de errores, en tareas de lectura, escritura y cálculo, y los factores neuropsicológicos correspondientes.

| Errores durante la evaluación inicial | Factores | Zonas |
|---|--------------------------------|--------------------------------|
| -Orientación en los datos del problema. | Factor espacial | T.P.O. |
| -Sustitución del problema complejo por uno conocido. | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Pérdida del objetivo. | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Retención de los datos del problema. | Retención audio-verbal. | Zonas temporales medias (H.I.) |
| -Identificación en la estructura categorial del número | Percepción espacial analítica. | T.P.O. (H.I.) |
| -Cálculo escrito se realiza en fragmentos. | Regulación y control | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Orientación en la hoja de papel y dirección de la operación. | Percepción espacial global. | T.P.O (H.D) |
| -Verificación del resultado | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Perseveraciones | Cinético | Zonas |

| | | |
|--|-------------------------|------------------------------------|
| | | premotoras (H.I.) |
| -Sustitución de “l” por “r” y viceversa en la copia y en el lenguaje expresivo | Cinestésico | Zonas parietales inferiores (H.I.) |
| -Seguimiento de reglas ortográficas y sintácticas | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Comprensión de estructuras gramaticales | Factor espacial | T.P.O. |
| -Estabilidad emocional ante las tareas | Activación inespecífica | Estructuras medio basales |

En el grupo experimental A, de manera general pudimos observar que la mayoría de errores en las tareas cognitivas se relacionan con el mecanismo neuropsicológico de regulación y control, pero específicamente en lo que concierne a la verificación, en primer término, y en segundo término con los mecanismos de espacialidad. En cuanto a la actividad en general, lo que implica la observación de su comportamiento, la regulación y control era estable en los niños a excepción de P(d), quien comúnmente se distraía fácilmente de cualquier actividad que estuviera realizando. También se observó, que se presentaron otros errores relacionados con otros mecanismos neuropsicológicos que reflejan más las particularidades de cada niño. Es interesante mostrar que tanto P(b) como P(c) no presentaron casi ningún error de espacialidad lo que indica una fortaleza funcional en los mecanismos neuropsicológicos que garantizan la espacialidad, pues como se verá más adelante son de los niños que logran una mayor asimilación. En los alumnos que formaron el grupo de comparación del primer grupo experimental observamos igualmente como de manera general existe una debilidad funcional del mecanismo de regulación y control y en segundo lugar los tipos de errores se relacionan con mecanismos de espacialidad, no presentándose como debilidad funcional en algunos niños como P(n) y P(o), pues a pesar de que se presenta uno u otro error relacionado con la espacialidad, es necesario recordar que uno o pocos errores no sistematizados no implican la debilidad funcional de un factor. Además es necesario señalar que, tanto en esta tabla como en las siguientes del mismo tipo, una misma ejecución se relacionó en algunos casos con una diferente categoría de error y con su correspondiente mecanismo neuropsicológico, cada una de ellas se ha relacionado con determinado factor a partir del análisis de la actividad en su conjunto y de las particularidades de cada niño.

En la segunda experimentación pudimos observar, tanto en los niños que participaron en el grupo experimental B (los primeros 9) como en los que pertenecieron al grupo de comparación (los restantes), que los errores se relacionan principalmente con las acciones de espacialidad, con la excepción de algunos de ellos. Aunque no se puede hablar de debilidad funcional en todos ellos es un hecho que las mayores complicaciones en la realización de las tareas se presentan en las tareas que implican análisis y síntesis espaciales. Es importante señalar que aunque no se cuantificaron las dificultades en el comportamiento, los niños P(f), P(i), P(k), P(l), P(m) y P(p), del grupo experimental B, P(x) y P(y), de su grupo de comparación, presentaban dificultades en la regulación y control. Esto fue establecido a partir de la ausencia de motivos, de la incapacidad del mantenimiento de los objetivos, del incorrecto seguimiento de reglas, de la impulsividad y sus actitudes de agresión, y de sus continuas distracciones.

A continuación se presenta el análisis por cada tarea en ambos grupos experimentales mencionando las diferencias que se presentaron entre ellos.

TAREA 1. ACCIONES DE MOTIVACIÓN

Como ya hemos señalado la motivación fue realizada no sólo al inicio sino durante la realización de todas las tareas. Para generar el interés por participar en nuestra enseñanza se les comentó acerca de la utilidad de las reparticiones equitativas en sus vidas cotidianas. En el grupo A, en la etapa material, se realizó la repartición de juguetes de ellos. En el grupo B se planteó la actividad en dos subgrupos donde se utilizó el juego como un medio que permitiera interesarse en las actividades iniciales. Ambas estrategias generaron la necesidad de participar en dicha actividad. La mayoría de los niños manifestaban su alegría de querer participar con nosotros. Algunos de inicio requirieron un apoyo extra, como es el caso de P(a) el cuál en la evaluación inicial mostró motivos escolares negativos en el sentido de que al solicitarle las tareas siempre contestaba “yo no sé” “yo no entiendo” “yo todo lo hago mal”, sin embargo desde ese momento se le hizo comprender que no había respuestas buenas ni malas, que lo importante era que lo intentara y que tuviera presente que todos podíamos aprender, pues obviamente su desempeño no era nulo. En cada etapa de formación del concepto y de las acciones de dividir se utilizaron problemas que

representaban sus contextos cotidianos. Para lograr lo anterior en cada sesión conversábamos con ellos acerca de sus gustos e intereses para ir elaborando día a día el contenido de los problemas de acuerdo a sus necesidades sociales. Esto garantizó el interés por la resolución de problemas, pues los niños de ambos grupos manifestaban al inicio su interés por ya querer leer el contenido del problema que les había tocado. Además garantizaban una reflexión en su lectura, pues comúnmente cuando en el problema habían incongruencias en el contenido o poníamos algo que no les parecía del todo nos indicaban que en la realidad eso no sucedía así, o al contrario nos relataban la anécdota más ampliamente de lo que representaba el problema, por en alguna ocasión cuando en base a que nos había comentado que le gustaba mucho jugar fútbol ejemplo P(c) nos comento “si, a mi gusta meter muchos goles...” cuestión que era debatida por todos los demás compañeros, volviéndose interesante la conversación entre ellos esperando el resultado final para ver en este caso cuántos goles había metido P(c) a cada equipo de fútbol. Otra forma en que trabajamos de manera general la motivación sólo en este grupo, en gran parte por falta de recursos materiales y en otra parte porque era suficiente la motivación obtenida por otras vías, fue mediante el uso de tarjetas que tenían dibujados a niños escolares realizando las acciones que a ellos les correspondía, lo cual generaba expresiones como “este se parece a mí” o “este eres tú”, cubriendo precisamente la identificación con el modelo, lo cual en principio al verlo como un semejante les generaba la necesidad de apropiarse de dicho modelo.

En el grupo B, además del diseño de problemas de acuerdo a sus intereses, se implementó una particular estrategia de acuerdo a la representación que ellos tenían de su colectivo. Debido a que varios de ellos habían llegado a manifestar que estaban ahí porque eran los “más burros”, por ejemplo P(p), decidimos escribir en el pizarrón durante algunas sesiones “Somos los mejores” (ver figura 24), además se les comentaba que habían sido elegidos porque tenían muy buenas cualidades que les iban a permitir trabajar muy bien con nosotros. No pudieron ocultar su sorpresa con manifestaciones como “¡Nosotros!”, el caso del P(m), sin embargo ellos mismos se apropiaron de dicha auto percepción al grado que un día que se nos olvido poner tal frase P(m) gritó con un tono de confusión desde su lugar

“maestros hoy se les olvidó poner que somos los mejores”. Evidentemente también durante la aplicación utilizamos diferentes estrategias para la motivación de cada niño.

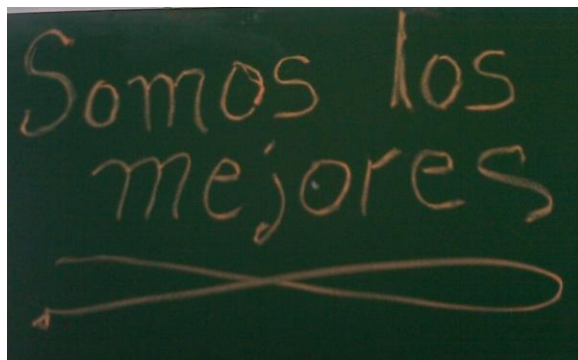


Figura 24. Estrategia de motivación hacia las tareas de división.

Precisamente en el caso de P(m) tuvimos que hacerle sentir que antes que un alumno era nuestro amigo, que podía confiar en nosotros y que nosotros estábamos para enseñarle no para regañarlo, que era a lo que él estaba acostumbrado en la escuela. Así cada vez que nos saludaba nos refería como amigos y esto ayudó bastante por un tiempo en un mejor desempeño en nuestras tareas en toda su esfera cognitiva. El caso particular será revisado en su apartado correspondiente. Otro caso que también será ampliado cuando se aborden de manera individual, pero que mencionaremos en estos momentos es el de P(q), pues él, a pesar de que no se integró en la enseñanza desde el inicio y de que no concluyó por sus constantes inasistencias, mostró un desempeño que para su profesora era difícil de creer. Al igual que P(m), con él se trabajó la confianza en nosotros y se le reconoció verbalmente todos sus desempeños, lo cual lo motivó a estar siempre disponible a trabajar con nosotros, cosa que en salón de clases no realizaba, ya que estaba señalado como un “niño problema”, el que siempre golpeaba a los niños, y evidentemente en su salón de clases él se lo creía y se comportaba de esa forma, pero con nosotros nunca presentó los comportamientos señalados por su maestra y confirmados por otros maestros y señoras. En la figura 25 se muestra un trabajo de este alumno P(m), la motivación hacia las tareas que le dábamos le interesaban y su calidad de trabajo mejoró mucho en los momentos que él se sentía escuchado y tratado como a sus compañeros, el alumno pidió que le mostráramos ese trabajo a su mamá porque no iba a creerle que había trabajado muy limpio y correctamente. Esto nos convenció de que no se trata de que a partir de faltas cometidas por el escolar se le

trate señalándolo y castigándolo sin atender a ayudarle a formarle los recursos necesarios para que su comportamiento cambie y pueda obtener un mejor desempeño escolar y personal. Como se ha dicho, la generación de motivos variaba en cada niño en cuanto a su personalidad y la posición objetiva a la que se encontraba expuesto.

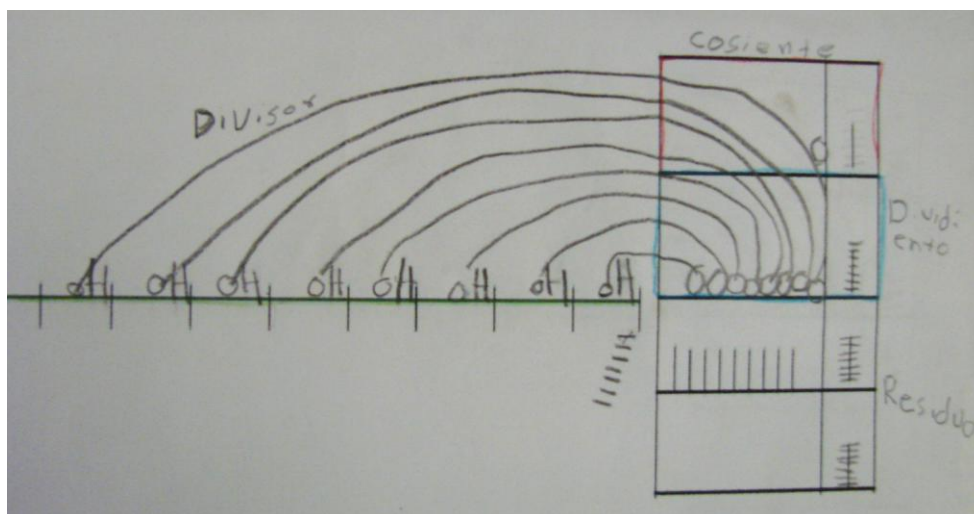


Figura 25. Repartición de 87 cuentos entre 7 día.

TAREA 2. ACCIONES DE LA UTILIZACIÓN DEL ESQUEMA DE LA BASE ORIENTADORA DE LA ACCIÓN

Al igual que la motivación el esquema de la base orientadora de la acción (BOA) fue dado durante todas las etapas de formación en los dos grupos experimentales. Esta también presentó variantes. En el manejo de tarjetas para la asimilación de las características esenciales de la división y para diferenciar sus variantes los niños del grupo A, que fueron los que pudieron trabajar de manera individualizada con ella, lograron una mayor comprensión de dichas características, lo cual se vio reflejado en la evaluación final, en la cual se logró una mayor diferenciación y reconocimiento de los problemas de división, a diferencia del grupo B, quienes sólo trabajaron de manera grupal con dichas tarjetas y una cantidad muy limitada de problemas. Cada una de las acciones hasta aquí mencionadas será más ampliamente explicadas en los siguientes apartados. Ya en las etapas de formación de las acciones necesarias para la realización de la división partitiva, sólo el grupo A recibió el esquema de la base orientadora en forma escrita, mientras que al grupo B dicho esquema se le dio siempre de forma verbal. Al grupo A, el tener de manera escrita

el esquema de la BOA le permitió poder verificar y controlar sus ejecuciones. La necesidad de tomar conciencia por ellos mismos de cada acción a realizar (pues el experimentador nunca les daba completamente el esquema de la BOA de forma oral) les permitió apropiarse de las reglas del procedimiento a realizar. Así, por ejemplo, el caso del niño P(d) quien constantemente refería: “qué sigue” “ah sí, estoy en el paso 3”. Evidentemente el tiempo ocupado al inicio era muy largo pues la lectura la hacían muy lenta, sin embargo esto ayudó a que en ejecuciones posteriores su tiempo de ejecución fuera mucho menor que en el grupo B. Por ejemplo, en este grupo, los niños P(a) y P(c) llegaron a resolver hasta trece situaciones problemáticas por sesión, cosa que nunca fue lograda en el grupo B, pese a contar con el mismo tiempo promedio de clases, lo más que se resolvieron fueron entre 5 y 6 problemas los niños P(e) y P(g). A pesar de que en ambos grupos siempre el investigador actuaba al inicio de modelo para descubrir los pasos del esquema de la BOA, en el grupo B, que era el que no tenía el esquema de la BOA de manera escrita, se iba haciendo el trabajo bajo la dirección del instructor, pero siempre atendiendo a las diferencias entre cada uno de ellos, es decir, si terminaban antes se les descubría el siguiente paso de la BOA, y si se atrasaban se les brindaba la ayuda en un principio verbal utilizando las instrucciones de la tarjeta que se mostró en la figura 13 (ver procedimiento) y algunas otras preguntas dependiendo su dificultad, si continuaba con dificultades se les ayudaba en el plano perceptivo con ayuda del pizarrón y si aun así no era suficiente se les ayudaba en el plano concreto. Precisamente este tipo de ayudas durante la ejecución fueron casi innecesarias en el grupo A. En el grupo B los niños que necesitaron comúnmente que se les mostrara la ayuda en un plano concreto fueron P(h) y P(l), en un plano perceptivo P(g) P(i) y P(p), y en un plano lógico verbal P(k) y P(o). La figura 26 ejemplifica como cada niño en la etapa materializada se iba orientando hacia las tareas haciendo uso de las tarjetas y apoyándose en el investigador cuando lo requería.



Figura 26. Uso de las tarjetas en la etapa materializada que contenían el esquema de la base orientadora de la acción.

En resumen, es importante señalar los principales tipos de ayuda que requirieron los alumnos para superar sus dificultades durante la enseñanza. El principal medio de ayuda fue otorgado en el plano de imágenes concretas y en forma verbal externa, solo el niño P(1) requirió como medio fundamental de ayuda las acciones concretas, el nivel de ayuda principalmente fue del segundo tipo y tercer tipo, que respectivamente consistieron en preguntas dirigidas hacia la orientación de los datos en los problemas y verificación del resultado, y la generación de motivación en las tareas

TAREA 3. ACCIONES DE IDENTIFICACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS ESENCIALES DE LA DIVISIÓN

Tabla 20. Cantidad de problemas realizados en la identificación de las características esenciales de la división.

| Grupo Experimental | Identificación de las características esenciales de la división | | |
|--------------------|---|------------------------|--------------------------|
| | No. de Problemas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentaje) |
| Grupo A | 20.4 | 97.6% | 2.4% |
| Grupo B | 2 | 100% | 0% |

En el análisis de todas las tareas observamos que las situaciones de trabajo de forma individual permitieron una mayor comprensión del concepto de división, no sólo por el trabajo casi personal sino por la utilización de todo el material señalado y por más tiempo. En esta primera tarea como ya se había mencionado se realizó de manera individual con el grupo experimental A y de manera grupal con el grupo experimental B. En ambos se utilizaron enunciados en un primer momento y posteriormente problemas aritméticos. El leer el mapa escolar por ellos mismos y realizar la acción necesaria indicada en las instrucciones de la misma tarjeta permitía concientizar el proceso de identificación de las características esenciales. A pesar de que en la tabla anterior se observa con un mayor porcentaje el grupo B, este dato es engañoso, pues sólo resolvieron en total dos problemas y de forma grupal, lo cual implicó que el investigador dirigía el proceso de solución pero no le permitía al niño comprender ampliamente el procedimiento de inducción al concepto. En lo que respecta al grupo A, dos niños no tuvieron ninguna dificultad en la realización de la tarea tal como era solicitada. Sin embargo dos niños nos hicieron la observación de que el símbolo “?”, no se sabe, se les presentaba confuso porque el no saber si la característica se encontraba significaba para ellos que de alguna manera el elemento no estaba por lo que ellos mismos equiparaban el símbolo “?” con el símbolo “-“, ausente, que fue el que decidieron utilizar. Sin embargo referían correctamente de manera verbal cuando las condiciones no se encontraban ya que la acción involucrada era otra (“-“), y lo diferenciaban de cuándo podría hablarse posiblemente de la acción pero no había datos suficientes para determinar si estaban todas las condiciones o no (“?”). Dado que la comprensión de la acción se daba en todos los niños, la dificultad presentada en los dos niños mencionados se presentaba especialmente en el terreno simbólico porque su comprensión lógica aunque diferente tenía su propio sentido. Las diferencias entre grupos se verían reflejadas al final de las dos experimentaciones, pues a pesar de haber trabajado en la identificación de dichas características ambos grupos, el grupo que de manera general las pudo referir cuando se les pidió una definición de la división partitiva fue el grupo A. Un ejemplo característico de este grupo fue el siguiente: el participante P(b) escribió “es algo que se reparte entre quienes se reparte y de la misma cantidad, las partes de la división: dividendo, divisor, cociente y residuo. Mientras que el grupo B daba definiciones del tipo: el P(j) escribe “es para repartir la misma cantidad... dividendo, divisor y cociente”.

TAREA 4. ACCIONES DE IDENTIFICACIÓN DE LOS COMPONENTES MATEMÁTICOS DE LA DIVISIÓN EN PROBLEMAS ARITMÉTICOS

Tabla 21. Cantidad de problemas realizados en la identificación del concepto de división en problemas aritméticos

| Grupo Experimental | Identificación del concepto de división y sus componentes matemáticos en problemas aritméticos | | |
|--------------------|--|------------------------|--------------------------|
| | No. de Problemas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentaje) |
| Grupo A | 9 | 86.1% | 13.9% |
| Grupo B | 2 | 100% | 0% |

Los resultados de esta tabla 21 reflejan únicamente lo obtenido durante las acciones realizadas en la sesión de trabajo dedicada especialmente a esto. Los porcentajes tienen la misma explicación que la tabla anterior. Durante gran parte de la experimentación, por regla hasta antes de la etapa verbal externa, los niños continuaron utilizando *la hoja de componentes de la división y sus unidades de medida*. El uso de problemas fue utilizado hasta la etapa de formación de acciones internas con algunas variantes. Sin embargo ya no se muestra la cuantificación de estos resultados pues en su gran mayoría fueron correctos y no se presentaron dificultades considerables. A continuación se relata el panorama general de desempeño de ambos grupos a lo largo de toda la aplicación de la metódica. Una vez que habían comprendido las características esenciales del concepto de división nuevamente con ayuda del *mapa escolar* pero ahora junto con la *hoja de componentes de la división y sus unidades de medida* y con la utilización de problemas aritméticos, los niños conocieron el nombre de los componentes de la división (dividendo, divisor y cociente) utilizados en la enseñanza de las matemáticas, los cuales subrayaban con colores distintos (azul, verde y rojo respectivamente). Las preguntas contenidas en cada hoja les permitían comprender el significado de cada uno de ellos. Aquí es interesante señalar que algunos niños, sin que nosotros diéramos la instrucción, subrayaban con el color también la figura que contenía las preguntas y realizaban su escritura del mismo color, aun cuando nosotros habíamos dado la indicación de que lo hicieran con lápiz, al preguntarles del porque lo hacían, es decir nosotros queríamos saber si solo lo hacían para decorar la hoja, pero ellos respondían que les facilitaba comprender cada componente de la división. En cuanto a la colocación de la

unidad de medida de cada componente no hubo ninguna dificultad. No obstante al colocar su respectiva cantidad, al solicitarles que tenían que poner el valor posicional de cada cifra en su respectivo apartado muchos de ellos no comprendían porque no tenían claro la relación entre unidades, decenas y centenas. Algunos niños necesitaron explicaciones adicionales precisamente con respecto a esto último, utilizando para ello los aritos de trabajo. Al inicio el niño sólo una vez que terminaba de llenar la hoja pasaba a subrayar en el problema cada uno de los componentes con su color correspondiente. Con la práctica el niño logró identificar los componentes en el problema sin hacer uso de la hoja de componentes. Era un hecho que para la etapa verbal externa el niño ya no debería usar en principio dicha hoja. Sin embargo varios niños, entre los que destacan P(a), P(c) y P(e) dejaron usar dicha hoja desde etapas anteriores. Hay niños que la decidían dejar de utilizar pero ante dificultades la volvían a solicitar. Es necesario mencionar que para evitar una simple asociación en la identificación de los componentes en los problemas, continuamente variábamos la estructura de ellos, intercambiándolos entre las tres posiciones posibles. Evidentemente se presentaron algunas respuestas incontroladas pero una vez que se daban cuenta que no correspondía o que lógicamente no era posible la división la mayoría de ellos verificaban por si mismos sus acciones.

En esta tarea, realizada de forma escrita y solamente antes de iniciar con las ejecuciones de la operación de división, verificaban y reafirmaban que para poder ser un problema que implicara el concepto de división se deberían de conocer las tres unidades de medida. Además los niños indicaban si el problema tenía solución o no con la consideración de que tenían que tener por lo menos dos cantidades de los componentes de la división. En esta tarea nuevamente se presentan diferencias entre grupos pues sólo el primer grupo trabajó más problemas en la identificación de estas dos acciones. Esto se reflejaría al final cuando se observa que son ellos los que logran diferenciar más fácilmente un problema de división de algún otro. Un ejemplo presentado al niño en la evaluación final que representa lo señalado es el siguiente problema: El año pasado Armando tuvo 79 faltas durante 6 meses de clases. Si Armando tuvo la misma cantidad de faltas por cada mes, ¿cuántas faltas tuvo en cada mes?, tres niños del grupo experimental A identificaron

correctamente este problema como división mientras que el grupo B y los P(za) y P(zb) lo identificaron como problema de multiplicación.

TAREA 5. ACCIONES DE IDENTIFICACIÓN DEL TIPO DE PROBLEMA DE DIVISIÓN Y DE LA OPERACIÓN NECESARIA PARA SU SOLUCIÓN

Tabla 22. Cantidad de problemas realizados en la identificación del tipo de división y operación para solucionar el problema

| Grupo Experimental | Identificación del tipo de división y operación para solucionar el problema | | |
|--------------------|---|------------------------|---------------------------|
| | No. de Problemas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentajes) |
| Grupo A | 8 | 87.5% | 12.5% |
| Grupo B | 2 | 100% | 0% |

En la utilización de la tarjeta *tipos de problemas de división* nuevamente los niños del grupo experimental B fueron los que menos utilizaron dicha tarjeta por lo que no cometieron ningún error considerable. Sin embargo al observar los errores del grupo experimental A encontramos que estos se debieron a la inadecuada retención de la respuesta anterior inmediata. La estrategia que les ayudó a superar dicha dificultad fue la utilización de un objeto, sea un sacapuntas o un carrito el cual lo iban colocando por la ruta correcta. Ellos mismos cuando utilizaban objetos muy grandes los decidían cambiar por objetos pequeños y poco a poco, aunque estos también les habían servido de motivación pues lo veían similar a un juego, se fueron desprendiendo del uso e objetos para hacer el análisis primero únicamente con su dedo y al final únicamente a partir de la lectura de la tarjeta. Sin nunca decirles que se aprendieran el significado ellos mismos lo hicieron, pues al preguntarles en diversas ocasiones acerca de lo que era cada uno de los componentes ellos contestaban en base a estas preguntas pero no se limitaban a ellas, por ejemplo esta el caso del niño P(b) que respondió de la siguiente manera cuando le preguntamos que era el cociente: “de la misma cantidad que le toca a cada uno”

Posteriormente durante la aplicación no se necesitó del uso de dicha tarjeta pues dicho análisis se efectuaba sólo a partir de la *Hoja de componentes y sus unidades de medida*.

Una vez realizado lo anterior se les solicitaba que con ayuda de la tarjeta *operaciones necesarias para la solución de problemas que implican una división* determinaran que operación se requería para su solución. En caso de que fuera partitiva se continuaba con la enseñanza por etapas de las acciones necesarias para dividir. Si el problema dado implicaba una división cuotitiva o multiplicativa hasta ahí terminaba la enseñanza en la mayoría de los casos, sólo se trabajó con P(a) y P(c) en la etapa materializada el tipo de enseñanza que elaboramos a nivel teórico. Lo cual nos permite proponer los mecanismos más convenientes para su enseñanza y asimilación. Aceptando que nuestra enseñanza fue limitada al concepto de división partitiva somos conscientes que una enseñanza inicial completa requiere del trabajo a nivel operacional con los tres tipos de división. El eje central sería el concepto de división con sus respectivas variaciones. La explicación del porqué nosotros aun conscientes de ello no lo realizamos fue porque la enseñanza tradicional sólo trabaja con el algoritmo formal de la división (ni los maestros de la primaria conocían los tipos de división en problemas aritméticos), y también porque en este primer acercamiento a este tipo de enseñanza, desde la teoría de la actividad, nosotros queríamos ver la eficacia a nivel operacional principalmente con la finalidad de que a los niños les fuera provechoso en sus clases. Relacionado con lo anterior el segundo motivo era que no queríamos exponer a los niños a confusiones entre la enseñanza nuestra y la enseñanza que se realiza en el salón de clases. Es decir cuando algún maestro, sea en su grado actual o posterior a ello, les solicitara algún problema y el niño al resolverlo lo hiciera de distinta forma podría ponerlo en dificultades. A pesar de que los maestros habían acordado con nosotros apoyarnos nunca estuvieron interesados en preguntarnos ampliamente en qué consistía cada una de nuestras tareas. De hecho, presentamos a continuación el caso de P(c) que a pesar de que ya no necesitaba realizar la división de forma escrita desplegada lo hacía en el salón de clases pues él nos dijo “él nos pide que las operaciones las hagamos con restas pero no nos dice porque, pero yo las realizo pensando en lo que ustedes me enseñaron y lo colocó como él lo pide, en mi casa las hago como ustedes me enseñaron porque comprendo que es lo que hago”. La tercera razón es que debido a que esta investigación, como muchas otras, no tenía ningún tipo de financiamiento nos era difícil adquirir el material suficiente para todos. Sin embargo consideramos que no necesariamente tendría que ser caro si fuera bien organizado en un libro de texto y con

algunas variantes que propondremos en la conclusión. Puesto que en las siguientes tareas se trabaja con la división partitiva en este momento explicaremos el porqué no es viable utilizar el mismo algoritmo para la resolución de divisiones cuotitivas y multiplicativas, al menos no en un principio. La primera razón es que las propias definiciones de los componentes matemáticos limitan adecuadamente la diferenciación entre ellos. Por ejemplo, P(b) se dio cuenta que no se puede dividir 43 chocolates, que es el dividendo, entre 7 chocolates por cada niño, que es el cociente. Sin embargo esto es común que se realice en la escuela cuando se plantea un problema de división cuotitiva pues se realiza con el uso del algoritmo de división partitiva y por lo tanto con sus reglas correspondientes. Es decir en este caso no se diferencia entre el concepto de cociente y divisor, los cuales a pesar de que algunos niños los aprenden de memoria no se les explica a que hace referencia cada uno de ellos ni cuál es la diferencia respecto al otro. Todo esto surge por no considerar la estructura lógica en el problema y en el algoritmo. El niño es dirigido a que lo resuelva como $43/7$ con el uso del algoritmo convencional colocando el 43 dentro de la “casita” y el 7, que en este caso representa el cociente, en el lugar del divisor, y aunque la respuesta coincide con el dato buscado, el niño no comprende porque usó el algoritmo de la división, y, lo que es peor, no tiene las bases para discriminar entre un problema que requiere una división y los que requieren alguna otra operación, independientemente de que en los problemas se plantee el concepto de división o no. A pesar de que en la literatura se diferencian los tres tipos de división los procedimientos para su solución son reducidos al uso del algoritmo de división o al uso de una multiplicación. Consideramos que la principal diferencia en la realización del algoritmo debería de hacerse entre la división cuotitiva y la partitiva, pues si bien la primera puede realizarse con el uso del algoritmo de la segunda, esto genera las dificultades ya mencionadas. Nuestra propuesta es que si se usa el algoritmo convencional de división se coloque tanto el dividendo como el cociente, que son las cantidades conocidas en la división cuotitiva, en su lugar correspondiente dejando vacío el lugar del divisor. Posteriormente se realice la repartición de lo que le toca a cada uno las veces necesarias hasta que ya no haya a quien repartir. La idea es que se realice la repartición en un inicio de forma desplegada de uno en un niño si sólo hay unidades o de 10 en 10 si son decenas, de 100 en 100 si son centenas, etc. La idea es que el niño tenga claro que está realizando en cada una de sus acciones. Por ejemplo si queremos repartir 97

chocolates (dividendo) y que le toquen 2 chocolates a cada niño (cociente), desconociendo la cantidad de niños a los que le va a alcanzar nuestra repartición (divisor), lo primero que tendría que hacer el niño sería repartir serían 2 decenas de chocolates para que el supiera que ya ha diez niños se les ha repartido de 2 chocolates a cada uno de ellos. Este número a restar se haría precisamente en base a la cantidad del cociente, pues si este es de 2 entonces tendría que repartir la unidad correspondiente de dos en dos para que cada vez le tocaran de 2 chocolates a cada uno de los diez que se repartieran. El ejemplo completo se muestra a continuación:

| | <u>2 chocolates cada niño</u> | |
|----------|-------------------------------|---|
| 48 niños | 97 chocolates | |
| | <u>-2</u> | Aquí 10 niños llevan dos chocolates cada uno |
| | 7 | |
| | <u>-2</u> | Otros 10 niños llevan dos chocolates cada uno |
| | 5 | |
| | <u>-2</u> | Otros 10 niños llevan dos chocolates cada uno |
| | 3 | |
| | <u>-2</u> | Otros 10 niños llevan dos chocolates cada uno |
| | 17 | |
| | <u>-2</u> | Otro niño lleva dos chocolates |
| | 15 | |
| | <u>-2</u> | Otro niño lleva dos chocolates |
| | 13 | |
| | <u>-2</u> | Otro niño lleva dos chocolates |
| | 11 | |
| | <u>-2</u> | Otro niño lleva dos chocolates |
| | 9 | |
| | <u>-2</u> | Otro niño lleva dos chocolates |
| | 7 | |
| | <u>-2</u> | Otro niño lleva dos chocolates |
| | 5 | |
| | <u>-2</u> | Otro niño lleva dos chocolates |

3

-2

1

Otro niño lleva dos chocolates

Sobró un chocolate que no alcanza para que le toque igual que los otros niños a un niño más.

Como se repartió 4 veces dos decenas entonces hasta ahí iban 40 niños con dos chocolates cada uno y posteriormente al hacer lo mismo con la decena sobrante en conjunto con las unidades dadas de inicio repartimos a 8 niños más con dos chocolates, en total 48 niños, es decir a 48 niños fue posible repartirles de dos chocolates a cada uno de ellos. El empleo de las unidades de media hace posible la comprensión de la operación que se realiza. Como un primer acercamiento esto lo realizamos en la etapa materializada y escrita desplegada con P(c). A pesar de no haberlo realizado en la práctica es evidente que también puede ser condensada la operación escrita. Después de habersele planteado un problema al alumno donde él identificó la inconsistencia lógica de repartir el dividendo entre el cociente, por si mismo colocó las cantidades en su lugar correspondiente (ver figura 27).

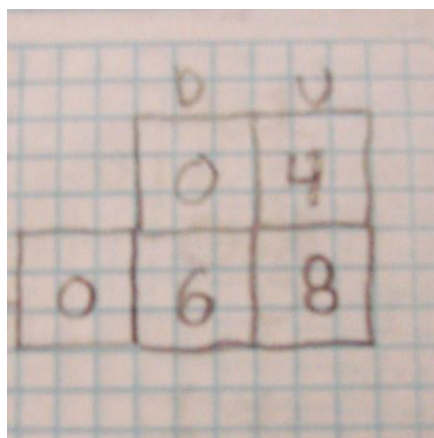


Figura 27. Componentes matemáticos de la División Cuotitiva en la repartición de 68 juguetes entre “x” días y cociente igual a 4 juguetes por cada día.

A pesar de que realizamos con P(c) este ejemplo de la manera antes mencionada, se le sugirió que lo resolviera (ver figura 28) como comúnmente se realiza con el fin de que no tuviera problemas con sus maestros al realizar divisiones. Se le explicó que a pesar de las inconsistencias lógicas mencionadas, comúnmente se resuelve utilizando el mismo

procedimiento que la división partitiva y se le sugirió que lo realizara de tal forma pero recomendándole que al utilizar dicho procedimiento tiene que considerar las unidades de medida para saber cuál es el componente incógnita en el problema y descubrir las relaciones lógicas que guardan.

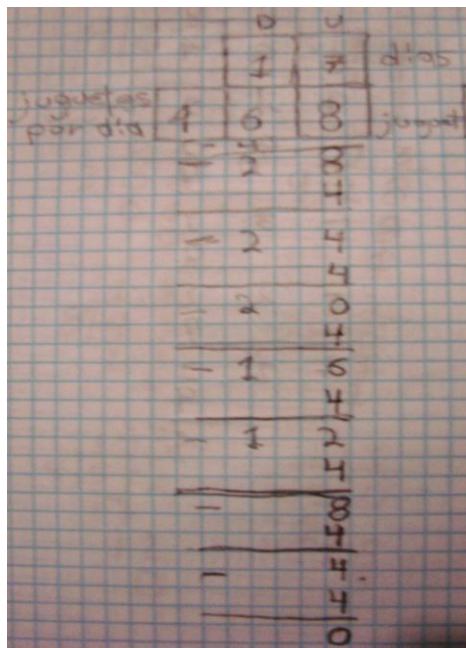


Figura 28. Algoritmo de solución de la División Cuotitiva en la repartición de 68 juguetes entre “x” días y cociente igual a 4 juguetes por cada día.

La división multiplicativa es en la que se conoce el divisor y el cociente pero se desconoce el dividendo. Aunque por la naturaleza de su resolución puede resolverse con una multiplicación directa, también puede desplegarse usando el mismo algoritmo como por ejemplo de la siguiente manera. La realización de este tipo de división también quedó en una primera exploración en la etapa materializada ejecutada igualmente por P(c) con ayuda del investigador.

3 pelotas por alumno

9 alumnos $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27$

Sin querer plantear estos procedimientos como definitivos ni únicos, pues hace falta su experimentación para ver su viabilidad y hacer los ajustes necesarios, es necesario

considerar la estructura lógica en la enseñanza de las operaciones aritméticas, pues sólo ella nos garantiza la adecuada asimilación que va más allá de la comprensión del algoritmo sino de la acción en sí misma y de su concepto que la sustenta.

Continuaremos con el análisis de las tareas que involucraron las acciones necesarias para la asimilación del procedimiento de división partitiva considerando su concepto, sus relaciones lógicas, simbólicas y matemáticas.

TAREA 6. ACCIONES MATERIALES

Una de las variantes de esta tarea fue que el grupo A repartió sus propios juguetes y el grupo B repartió objetos propuestos por nosotros. El primero lo hizo de forma individual y el segundo en grupo. Evidentemente el repartir sus propios juguetes a sus compañeros tiñó de un matiz emocional especial la repartición. Tanto unos como otros descubrieron en esta tarea los componentes de la división nombrándolos a cada uno por su nombre. A pesar de que en ningún grupo experimental observamos dificultades en realizar la repartición es necesario señalar que ambos realizaron la repartición de uno en uno y que en el caso del grupo A el elemento que sobraba siempre tenía un sentido para ellos, como por ejemplo, “estos son para los maestros” o “estos también me los quedo yo porque son mis juguetes”. En base a ello en las siguientes etapas era común que nosotros preguntáramos a los niños que podía pasar con los objetos sobrantes, a los cuales siempre se le asignaba un sentido de utilidad. Todo lo anterior nos confirmó el hecho de que la acción de enseñanza se encontraba por lo menos en la zona de desarrollo potencial en el nivel material por lo cual era posible su desarrollo. Dado que el grupo A realizó sólo una repartición cada niño y el grupo B una repartición cada grupo no se presentan los datos obtenidos en tabla.

TAREA 7. ACCIONES MATERIALIZADAS

Tabla 23. Cantidad de problemas resueltos en la etapa materializada.

| Grupo Experimental | Orientación y solución de problemas. Etapa Materializada | | |
|--------------------|---|------------------------|--------------------------|
| | No. de Problemas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentaje) |
| Grupo A | 4.8 | 100% | 0% |
| Grupo B | 2 | 100% | 0% |

Esta tarea trabajada igualmente de manera individual en el grupo A y de manera grupal en el B jugó un papel determinante en la posterior ejecución. Mientras que a los niños del grupo B no les fue posible a cada uno de ellos realizar la repartición en el esquema materializado, y por lo tanto plantear sus correspondientes dudas a partir de su ejecución, en los del grupo A observamos que a todos los niños se les dificultó la construcción de grupos en el residuo parcial, una vez que integraban las decenas sobrantes con las unidades, pues pese a las explicaciones de cuál era el uso de cada palito, ellos lo usaban como un referente concreto del divisor, siendo que representaba cada uno de ellos la vez que se repartía a los elementos del divisor. La ayuda del experimentador implicó ir relacionando cada arito con cada elemento del divisor y posteriormente colocándolo en el palito. Después de esto tres niños realizaron adecuadamente la tarea, sólo P(b) fue quien creó su propia estrategia de irlos colocando los aritos afuera de cada elemento del divisor para después colocarlos en el palito, es decir, necesitaba el apoyo de una comparación de conjuntos de manera material para comprender el sentido de las relaciones cuantitativas entre ellos. A continuación se muestra como ejemplo en la figura 29 al niño P(d) concluyendo una división en esta etapa.



Figura 29.Repartición en la etapa materializada de 47 entre 3.

En el grupo B hubo quienes con sus palabras nos demostraron que se comprendía la tarea con la pura representación del investigador que actuaba como modelo. Sin embargo a pesar de que se atendió de manera individual a quienes expresaban falta de comprensión del uso del esquema, no se pudo garantizar una total comprensión por la falta de manipulación del mismo. Esto es una dificultad que en la práctica educativa puede evitarse de una manera fácil. Nosotros no lo hicimos porque decidimos emplear el mismo material con el grupo B que el que utilizamos con el grupo A. Sin embargo basta con dibujar en el piso los esquemas materializados o en un tipo tablero de construido de cartón para realizar ahí mismo las reparticiones y de esa manera garantizar la comprensión de lo realizado en esta etapa.

TAREA 8. ACCIONES MATERIALIZADAS PERCEPTIVAS DIBUJO

Tabla 24. Cantidad de problemas realizados en la etapa perceptiva dibujo.

| Grupo Experimental | Situación didáctica F. Orientación y solución de problemas. Etapa Perceptiva Dibujo | | |
|--------------------|--|------------------------|--------------------------|
| | No. de Problemas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentaje) |
| Grupo A | 6.5 | 100% | 0% |
| Grupo B | 5.7 | 90.2% | 8.8% |

En esta etapa de formación el grupo A no presenta errores de resultados en la solución de problemas porque siempre garantizábamos que la solución fuera totalmente correcta, independientemente de los tipos de ayuda que necesitaran cada niño, esto gracias a que podíamos trabajar individualmente con cada uno de ellos. Contrario a esto en el grupo B no se pudo atender a todas las demandas de los niños y esta fue a causa de que hubiera problemas resueltos incorrectamente. Sin embargo siempre nos cercioramos de que antes de pasar a la siguiente etapa de formación el niño hubiera resuelto por lo menos un problema correctamente por sí solo. En ocasiones se juntaban a los niños que se encontraban en una misma etapa para que entre ellos mismos se ayudaran o para que nuestro apoyo sirviera para dos o más niños. Particularmente durante la formación de la acción perceptiva dibujo observamos que las dificultades se relacionaban comúnmente con las acciones que requerían de orientación espacial. Tanto en la correcta orientación en la hoja, en la localización de los componentes de la división, en la diferenciación entre unidades y decenas en el divisor y en la colocación de las cantidades. Precisamente los niños del grupo B como P(e) y P(o) que no trabajaron lo suficiente ni de manera individual con el esquema materializado en la etapa material fueron los que presentaron mayores dificultades. Un ejemplo de este tipo de dificultades es el caso de P(e) quien presentaba diversos problemas de orientación espacial, por ejemplo colocaba la cantidad en la parte superior y no en la inferior como se mostraba, empezaba de la izquierda y no de la derecha, etc. Para casos como este se trabajó con condiciones especiales que les permitiera trabajar estos puntos débiles, como por ejemplo el que siempre estuviera totalmente de frente al esquema o modelo de trabajo, entre otras cosas. Sin embargo la principal dificultad observada en

varios niños fue la agrupación de decenas, ya que al dibujar los palitos no los distribuían de tal manera que pudieran diferenciarlos fácilmente unos de otros, y por lo tanto se equivocaban al ir señalando los aritos que ya habían sido repartidos. A causa de ello nosotros les proporcionamos algunas estrategias para que los niños logaran tal diferenciación. Por ejemplo si no les funcionaba irlos tachando la recomendación que les hacíamos era que los encerraran en un semicírculo. Algunos necesitaban usar diferentes colores para diferenciar cada grupo. Un ejemplo de cómo realizaban los agrupamientos es el presentado en la figura 30.

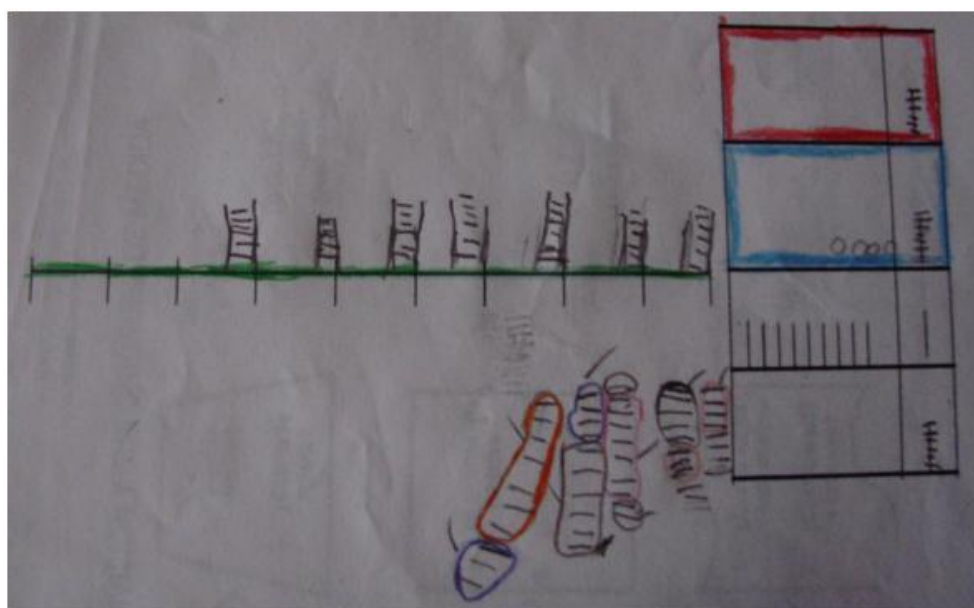


Figura 30. Repartición de 48 entre 7, en el plano perceptivo-dibujo.

Las dificultades de algunos niños como P(d) y P(l) no sólo se limitaban a problemas de espacialidad sino en la precisión del trazo, por lo que muchos dibujos se distorsionaban de lo que querían representar. En esta etapa al igual que en la anterior se trabajó especialmente en el paso de una unidad de medida a otra, pues de forma concreta y visual ellos podían observar que significaba dividir primero una unidad de mitad, decenas, y después convertir e integrar las sobrantes en la siguiente unidad de medida más chica, la unidad. En esta conversión no se observaron dificultades puesto que ya lo habían hecho de forma material ellos comprendían muy bien que un dibujo de decena representaba a 10 unidades. Salvo algunas excepciones y algunos errores que tenían ver más con la deficiente

incomprensión pasajera de las instrucciones no se presentó dificultad en dicha conversión. Aunque nosotros habíamos recomendado en un inicio que fueran borrando los aritos ya repartidos a ellos les resultó más funcional dejarlos pero irlos tachando cada vez que se repartía un grupo de ellos, tanto en repartición de la integración de las distintas unidades de medida al residuo parcial, como en la reaparición de los grupos formados en el residuo parcial al divisor. Algunos niños para evitar la confusión utilizaban las iniciales de decenas y de unidades sobre el esquema materializado. Otros usaban flechas para representar los movimientos en las reparticiones. A continuación se presenta un ejemplo (ver figura 31) de como superaron los niños algunas de las dificultades mencionadas:

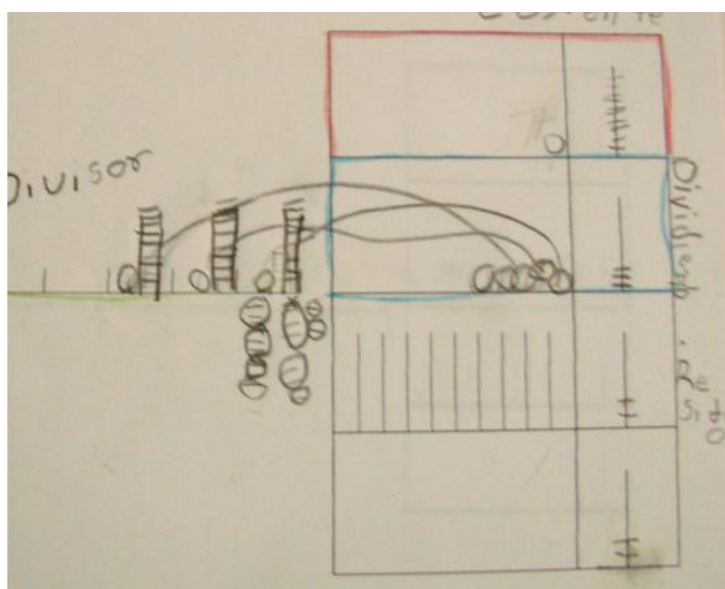


Figura 31. Repartición de 53 entre 3, en el plano perceptivo-dibujo.

TAREA 9. ACCIONES MATERIALIZADAS PERCEPTIVAS ESCRITURA DESPLEGADA

Tabla 25. Cantidad de problemas resueltos en la etapa perceptiva escritura desplegada.

| Grupo Experimental | Orientación y solución de problemas. Etapa Perceptiva Escritura Desplegada | | |
|--------------------|---|------------------------|--------------------------|
| | No. de Problemas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentaje) |
| Grupo A | 8 | 100% | 0% |
| Grupo B | 6.6 | 93.2% | 6.8% |

Nuevamente se observa en la tabla 25 una mayor cantidad de problemas resueltos por el grupo A. La diferencia entre porcentajes tiene la misma explicación que la anterior tabla. En esta etapa se presentaron igualmente que en la anterior más problemas de espacialidad relacionados más con el mantenimiento de la secuencia de los números de manera vertical. En cuanto a las actividades de conteo aquí se evidenciaron dificultades no aparecidas de manera tan clara hasta entonces, pues precisamente en la realización de restas de manera escrita presentaban dificultades por no saber que restar primero, de que restar, y que restar después. Algunos niños se apoyaban en el dibujo de palitos (que representaban los aros), como es el caso de P(b) o P(g), o con los dedos como es el caso de P(d). Esto muestra que a pesar de que el niño ya pueda realizar acciones de formación en determinada etapa de asimilación es común que se apoye de acciones de anterior formación, las cuales les permiten superar las dificultades encontradas la realización de los cálculos matemáticos. Aquí mostramos un ejemplo observado (ver figura 32).

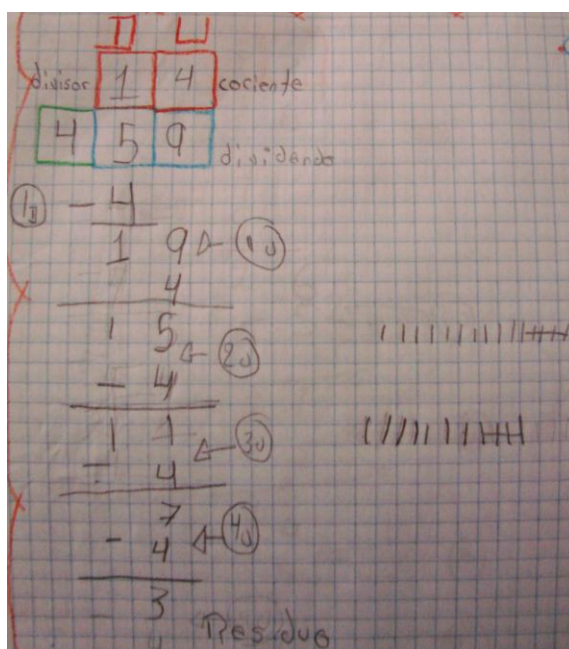


Figura 32. Repartición de 59 entre 4, en el plano perceptivo-escritura desplegada.

Precisamente aquí también se pudo observar como la resta presentaba dificultades al pasar de una decena a otra en orden obviamente descendente. Prontamente los niños superaron dichas dificultades y no tuvieron ninguna dificultad en representar los números

en vez de los dibujitos de los aros en su lugar correspondiente. Una dificultad mas observada consistió en la identificación de las veces que habían realizado la repartición, para lo cual nosotros les pedimos que fueran señalando cada vez que realizaban una repartición y la unidad de medida de que se trataba. Algunos niños no necesitaban dicha señalización y otros pronto dejaron de utilizarla.

TAREA 10. ACCIONES VERBALES EXTERNAS

En esta acción no presentamos tabla de datos por dos razones, la primera es porque el grupo B sólo realizó un problema correcto en esta etapa y la segunda es porque en esta etapa ya habían sido dados de baja o interrumpido su participación por diferentes razones varios niños en el grupo B. En esta etapa los niños que más problemas resolvieron fueron P(a) y P(c). Curiosamente pese que P(a) superó de manera perfecta esta etapa más adelante tuvo dificultades especialmente al realizar las operaciones de forma condensada. En su momento se analizara más su caso. En esta etapa trabajamos en general sin el uso de la hoja de componentes de la división y sus unidades de medida, sin embargo niños del grupo B la solicitaron pues sin ella no podían hacer el análisis correcto del problema. En el grupo A se trabajó en parejas entre los niños y posteriormente en pareja con el investigador. En el grupo B después de que ellos habían hecho el análisis de su respectivo problema se trabajó de manera grupal (todos escuchábamos y hacíamos correcciones), y en otras ocasiones, se trabaja en pareja con el investigador. Las dificultades comunes en esta etapa fue el retener los datos inmediatos anteriores durante el procedimiento o al final de la operación no recordaban cuantas veces habían realizado la repartición. En el grupo A superaron fácilmente tal dificultad verbalizando absolutamente todas sus operaciones, mientras que el grupo B de forma general necesitaba apoyarse comúnmente con sus dedos, marcando rayitas para recordar las veces que había repartido o esperar el apoyo de un compañero. Pese a lo señalado, en esta etapa el desarrollo de esta acción fue asimilada de manera general mucho más rápida, en primera por la comprensión de todas las operaciones necesarias para su ejecución y en segunda porque varios niños ya desde antes habían empezado a usar su lenguaje externo como medio de apoyo para realizar la acción. Sin embargo fue precisamente esta etapa la que ciertos niños no pudieron superar debido a que no podían utilizar su lenguaje externo como un medio de apoyo en la realización de sus

acciones principalmente por la falta de control de su comportamiento, un ejemplo de ello es la tarea realizada por el niño P(1) quien primero lee el problema en voz alta:

“Ángel vendió 18 gomitas a 8 niños, si Ángel vendió la misma cantidad de golosinas a cada niño, ¿cuántas golosinas le dio a cada niño?” (Se queda callado, esperando el apoyo).

I. ¿Cuál es tu dividendo?

P(1) 8

I. ¿qué vas a repartir?

P(1) 18

I. ¿18 qué?

P(1) 18 caramelos,

I. ¿entre quienes?

P(1) Entre 8 niños

I. Comienza,

P(1) ¿otra vez?

I. Vamos a repartir los caramelos a los niños, ¿cuántas decenas hay en tu dividendo?

P(1) 8 (un compañero P(k): una decena)

I. ¿Podemos repartir esa decena? (un compañero P(k): no)

I. ¿entonces, como repartimos? Compañero P(k) trabajamos con unidades...

El niño P(1) se queda en silencio y su compañero P(k) realiza la repartición correctamente. Podemos observar que el niño P(1) identifica correctamente los componentes de la división, sin embargo hay dificultades en la identificación del Sistema Numérico Decimal y por lo tanto el proceso de la repartición en el plano verbal externo resulta muy complicado, cuando realiza la acción en el plano escrito desplegado al tener señalado el Sistema Numérico Decimal puede realizar la repartición con menores dificultades.

El siguiente ejemplo es de la niña P(g), quien durante la realización de la repartición tuvo apoyo de su compañero P(e) y del investigador (I), esto le permitió lograr con éxito la repartición en este problema, en los demás ejercicios realizados utilizaba el apoyo del dibujo de líneas y finalmente logró avanzar a la siguiente etapa con éxito.

- I y P(e) ¿Cuál es tu dividendo?

- P(g) *Mi dividendo es 34... alumnos,*

- I. ¿Cuál es tu divisor?

- P(g) *divisor 4 equipos. Hay 3 decenas, no las puedo repartir, a 34 le quito 4, me quedan 30, hemos repartido 1 unidad a cada uno, a 30 le quito 4, me quedan 27...*

- P(e) *no son 27... son 26... 30, 29, 28, 27, 26*

- P(g) *26, es la segunda unidad repartida, a 26 le quita 4, 22 y es nuestra tercera unidad repartida, a 22 le quito 4, 18 y es nuestra cuarta unidad repartida, 18 le quito 4, 14 y es nuestra quinta unidad repartida, y 14 le quitamos 4 y quedan 10, sexta unidad repartida, 10 le quito 4, 6 y es nuestra séptima unidad repartida, a 6 le quito 4 sobran 2, le tocaron de 8, 8 unidades... 8 unidades de alumnos por equipo.*

En el siguiente ejemplo presentamos a un niño P(c), quien sin dificultades logró realizar la repartición en el plano verbal externo, observemos como se va guiando de preguntas:

“Lo que se reparte son las 96 estampas entre las 4 paredes de su cuarto. ¿A nueve decenas le puedo quitar 4 decenas? (se queda pensando) me quedan 5 y ¿puedo volver a repartir? Si y me queda 1, tengo 16 y le quito 4 para repartir, me quedan 12 ¿esas 12 le puedo quitar 4?, me quedan 8, ¿le puedo volver a quitar a esas 8? Si, me quedan 4, ¿le puedo volver a quitar? Bueno, ya no me queda nada. Repartí 24 estampas a cada pared”.

Por último presentamos un problema realizado por el niño P(f), quién realizó la repartición de manera exitosa y muy rápidamente:

“Ángel vendió 96 gomitas a 8 niños, si Ángel vendió la misma cantidad de golosinas a cada niño, ¿cuántas golosinas le dio a cada niño? 9 menos 8 me queda uno, y saco el 6, me quedan 16, 16 menos 8... 7...no, 8 me sobran, entonces de esos 8 los puedo repartir otra vez, y me queda cero... repartí una decena y dos unidades... 12 golosinas por cada niño”

TAREA 11. ACCIONES EN LENGUAJE INTERNO

Al igual que en la tarea anterior en esta no se presentan los resultados por similares causas. En la etapa correspondiente a estas acciones no se presentó ninguna dificultad en los niños que realizaron la operación en forma interna. La manera de corroborar que el resultado había sido obtenido con el uso de todas las operaciones propuestas y no por azar o por algún otro medio era que al final les solicitábamos que ahora nos lo dijeran de forma interna. Hubo niños que necesitaron mucha ayuda particularmente en esta etapa, ayuda que consistía en irlos guiando con preguntas constantes desde afuera, pero forzándolos a no usar su lenguaje externo para contestarlo, sino que sólo lo hicieran en su lenguaje interno, tales son los casos de P(a) y P(i). También hubo niños que pese a la ayuda no pudieron superar esta etapa pues no podían realizar las operaciones suficientes de manera interna, tal es el caso de P(h). Aquí presentamos el caso de un niño P(c), quien realiza correctamente la repartición en el plano verbal interno:

El problema era el siguiente: “Cinco niños del grupo de tercero B juntaron 62 panditas para comérselos en el recreo. Si quieren repartir la misma cantidad de panditas a cada niño, ¿Cuántos panditas tendrá cada niño?” después de cuatro minutos el niño contesta:

P(c): *“12 panditas y sobran 2”*.

Al ser interrogado de cómo había obtenido ese resultado el nos explicó:

P(c): *“Me fije cuántos niños eran y a esos 62 panditas que eran le quite 5, que es la cantidad de los niños, y cada quien lleva 10 y ya no podía volver a repartir, las convertí en unidades y les fui quitando de 5, me sobraron 2. [le tocaron] 12 panditas por cada niño”*.

TAREA 12. ACCIONES MATERIALIZADAS PERCEPTIVAS ESCRITURA
CONDENSADA PROBLEMAS

Tabla 26. Cantidad de problemas realizados en la etapa perceptiva escritura condensada.

| Grupo Experimental | Orientación y solución de problemas. Etapa Perceptiva Escritura Condensada Problemas | | |
|--------------------|---|------------------------|--------------------------|
| | No. De Problemas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentaje) |
| Grupo A | 15.5 | 100% | 0% |
| Grupo B | 10 | 96.7% | 3.3% |

En la tabla 26 podemos observar que el grupo A no presentó nuevamente errores, la explicación de ello es la misma que se da de las dos tablas anteriores. También se puede observar el doble de realización de problemas del grupo A respecto al grupo B. De manera general los niños que llegaron a esta etapa no presentaron dificultad alguna que merezca ser resaltada. Es fácil entender esto, pues es como regresar a un nivel ya dominado con variantes mínimas en la escritura, pues ellas consistían en la omisión de ciertas operaciones, omisión que ya había empezado a automatizarse gracias a las acciones internas. De tal forma que algunos de las dificultades presentadas se refirieron sólo al aspecto de ejecución y no tanto al procesual, pues algunos al inicio les costó recordar saber que parte era la que se ponía, pues interfería el aprendizaje anterior, sin embargo con la aclaración de que sólo tenían que ir poniendo residuos parciales y totales se superaron muy pronto las dificultades. La única pero muy interesante excepción es el caso de P(a), pues el al haber realizado las acciones de escritura desplegada y verbales externas con pocas dificultades en estas etapas encontró bastantes dificultades al realizarlo, de tal forma que muchas veces necesito desplegar las operaciones nuevamente para regular su ejecución. Sin embargo es necesario considerar que precisamente en las acciones de lenguaje interno fue donde también presentó dificultades por no tenerlo desarrollado. De hecho se observó que en todas las tareas P(a) utilizaba muy frecuentemente su lenguaje externo para poder realizar las acciones necesarias. Un ejemplo que muestra las dificultades de P(a) en esta etapa es el ejemplo presentado en la figura 33:

$$\begin{array}{r}
 8 \\
 4 \overline{)35} \\
 \underline{32} \\
 3 \\
 30 \\
 \underline{28} \\
 2 \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}$$

Figura 33. Repartición de 35 entre 4, plano escritura condensada

TAREA 13. ACCIONES MATERIALIZADAS PERCEPTIVAS ESCRITURA CONDENSADA OPERACIONES

Tabla 27. Cantidad de operaciones realizadas en la etapa perceptiva escritura condensada

| Grupo Experimental | Orientación y solución de problemas. Etapa Perceptiva Escritura Condensada-Operaciones | | | | | |
|--------------------|---|------------------------|--------------------------|--|------------------------|--------------------------|
| | No. de operaciones escritas (Promedio) | Correctos (Porcentaje) | Incorrectos (Porcentaje) | No. de operaciones dictadas (Promedio) | Correctas (Porcentaje) | Incorrectas (Porcentaje) |
| Grupo A | 7.8 | 100% | 0% | 6 | 100% | 0 |
| Grupo B | - | - | - | - | - | - |

Como se puede observar en la tabla 27 sólo se presentan los resultados obtenidos en el grupo A. Algunos niños del grupo B si realizaron esta tarea, los que terminaron el proceso de aprendizaje más prontamente, sin embargo no los cuantificamos porque por falta de tiempo no todos los que cumplieron satisfactoriamente la tarea anterior realizaron posteriormente la tarea presentada en este apartado. Esta tarea se realizó sin el uso de ningún problema y presentó dos variantes: a) ya tenerlas representadas para que ellos los resolvieran, y b) el que se las dictáramos y posteriormente ellos las resolvieran. Podemos

observar que ni en las operaciones planteadas de forma escrita para que ellos las realizaran, ni en las que les dictamos para que las resolvieran hubo errores en sus resultados. De hecho esta tarea de alguna forma sirvió también como control de lo aprendido. En el dictado de operaciones pese a que se les dictó de forma diferente cada operación (palabras diferentes y frases diferentes) en ninguna hubo dificultad para su correcta representación y ejecución. En pocos niños se presentó la dificultad para expresar el resultado obtenido pues la mayoría lo refería como que habían repartido números entre números, por ejemplo P(c) quien nos comento “pues repartí cierta cantidad de números entre otros números y obtuve cuantos números le toco a cada número” y otros decían haberse imaginado que repartían algo aunque no fuera dado en un problema. Nosotros hicimos la observación de que bien podían referir las unidades del sistema numérico decimal como unidades de medida, cuestión que fue bien comprendida y utilizada por los niños. Un ejemplo de cómo escribían la operación de división cuando se dictaban las operaciones de distinta manera a los alumnos y ante lo cual no tuvieron dificultad en representarlo fueron los siguientes: “vamos a repartir 32 metros de tela entre 10 banderas (ver figura 34); el dividendo es 197 y el divisor 7” (ver figura 35).

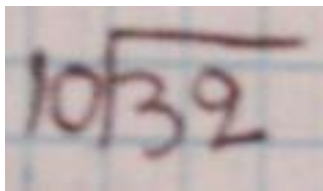

$$10 \overline{) 32}$$

Figura 34. Escritura de la operación de 32 metros entre 10 banderas en el plano de dictado.

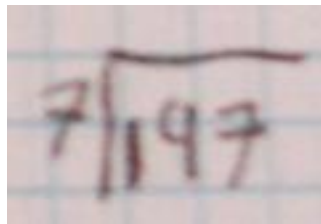

$$7 \overline{) 197}$$

Figura 35. Escritura de la operación de dividendo 197 y divisor 7 en el plano de dictado.

TAREA 14. ACCIONES DE CONTROL

Esta etapa también fue realizada transversalmente mediante preguntas de ayuda y mediante preguntas que exigían en el niño la verificación de sus resultados obtenidos y el referirlos de una manera relacionada, así como de cuestiones que le hacían al niño expresar el proceso realizado en cada etapa, así como lo comprensible de la tarea y lo no comprensible de la misma. En cuanto a las preguntas de control que realizaba el experimentador, en el grupo A se evaluó la reversibilidad de la operación de dividir sólo una sola vez a cada niño (ver tarjeta de la figura 14) ante lo cual se confirmó la presencia de dicha operación, posteriormente por lo común sólo se le preguntaban las primeras cuatro preguntas. En el grupo B por lo limitados de tiempo se preguntaron comúnmente las primeras cuatro preguntas de la tarjeta citada. En esta tarea no encontramos dificultad puesto que ellos después de hacer un análisis consciente del problema y de la operación sabían perfectamente quienes eran los sujetos implicados en la acción y cuáles eran las cantidades y las unidades de medida de los objetos repartidos. Un indicador de esto es que ellos mismos identificaban inconsistencias cuando realizaban la lectura de los problemas, algunas de ellas puestas a propósito por nosotros y otras con errores no planeados. Por ejemplo P(b), quien continuamente nos hacía saber de la incongruencia de algunos problemas nos comentaba: “Si se reparten mangos, no pueden tocarle niños a cada uno”, esto era un indicador de que las tareas no se realizaban de manera automatizada pues el siempre considerar las unidades de medida y el contexto de las situaciones planteadas en los problemas les permitía identificar los errores y proponer la alternativa lógica correcta.

Además se les dejaron tareas de control en las etapas iniciales, problemas aritméticos que se llevaban los niños a casa y al día siguiente las entregaban, también se les daban la *Hoja de componentes de la división y sus unidades de medida* y la hoja en la cual se realizaba la operación (hoja de dibujo o cuadrículada). El grupo experimental A y B realizaron en promedio 3 tareas cada alumno. Algunos niños de ambos grupos experimentales en sus tareas presentaron dificultades en la orientación en los datos del problema, orientación de la hoja y dirección de la operación, y verificación del resultado. Siendo más común la dificultad en la verificación del resultado en el grupo experimental B.

Dichas dificultades recibían una atención durante la sesión para que las hicieran consciente y las corrigieran.

En relación al trabajo de la multiplicación, se observó un manejo adecuado de las tarjetas para solucionar correctamente la operación de división. Los niños mostraron interés hacia la tarea y el material incrementando su motivación hacia las matemáticas. Aunque no se hizo un trabajo exhaustivo con la multiplicación, los niños comprendieron la acción que implicaba ésta operación, la “repetición”, la relación que guardaba con la división, y por lo tanto comprendieron a que se referían cuando por ejemplo decían “tres por dos nos da en total seis”.

También se hizo la valoración de la asimilación del concepto y las acciones, de acuerdo a las seis características que Talizina (2009) propone:

1. Racionalidad de las acciones de los sujetos. Para valorar esta característica se realizaron tareas: a) donde los alumnos tenían que identificar que problemas aritméticos correspondían a la división, y b) problemas de diferentes tipos de división. En la primera variante, los grupos experimentales identificaron y aplicaban el algoritmo de la división correctamente. En la segunda variante, los alumnos tenían que identificar los problemas específicos de la división partitiva, tres alumnos del grupo experimental A y la mayoría del grupo experimental B identificaron correctamente este tipo de división.
2. Carácter consciente de la asimilación. Con las preguntas control y en la etapa del lenguaje externo los niños explicaban las acciones que iban realizando. No sólo las explicaban cuando preguntaban los investigadores sino también eran capaces de explicarles y ayudarles a sus compañeros. También en la evaluación final 1 en ambos grupos experimentales y la final 2 del grupo experimental A se observó que los alumnos podían explicar las acciones que realizaban para llegar al resultado. Por ejemplo, en el problema donde se reparten 48 jicamas entre 9 niñas el niño P(c) comenta: “...a esas 4 decenas le puedo quitar 9 decenas, no, convertí todo eso en

unidades y empecé a quitarle de nueve en nueve (I: ¿para qué?) para darle una a cada niño”

3. Ausencia de excesivo apego a las propiedades sensitivas de los objetos. Las tareas donde se observó esta característica implicaban problemas donde algún componente de la división no estaba de manera directa, por ejemplo: “Gerardo, Álvaro, Daniel Humberto y Armando compraron para jugar a la hora del recreo 94 palillos chinos. Si cuando terminen de jugar cada quien quiere llevarse a su casa la misma cantidad de palillos chinos, ¿cuántos palillos deberá llevarse cada niño?”. Los alumnos de ambos grupos experimentales lograron identificar la unidad de medida y la cantidad de divisor correctamente en este tipo de problemas. Otra variante fue la siguiente: “César y Ángel consiguieron para jugar una pista de carritos de carreras que mide en total 90 centímetros de largo. Los niños quieren saber que tan veloces corren los carritos. Si en la pista un carrito recorre toda la pista en 6 segundos, y si un carrito recorre la misma cantidad de centímetros en cada segundo, ¿cuántos centímetros recorre un carrito por cada segundo?”, en este tipo de problemas los alumnos también identificaban correctamente los componentes y no se dejaban llevar por la información secundaria.
4. La generalización de los conceptos y las acciones. Se observó en las dos vías propuestas por Talizina (2009): a) los alumnos realizaban divisiones no sólo con nosotros, después de la aplicación un alumno nos comentó que en sus clases de matemáticas resolvía las divisiones con el método que le habíamos enseñado porque el método que le enseñó su maestro (con el uso de multiplicación) estaba más complicado porque él no se sabía las tablas de multiplicación de memoria y porque no comprendía lo que hacía, y pese a que el maestro enseñaba de manera diferente sin una explicación amplia, él podía comprender porque generaba las representaciones de lo que realizaba y podía expresar la solución correcta de acuerdo a como se le solicitaba; y aunque no se realizó una observación sistematizada en situaciones concretas fuera de la escuela una mamá nos comentó que su hijo que los apoyaba en la tienda ya sabía dividir pese a que aun no podía

realizar las divisiones con el algoritmo convencional, b) la aplicación del concepto apoyó a la enseñanza de divisiones que incluían una mayor cantidad de dígitos, los alumnos llegaron a realizar operaciones de división de mayor cantidad de cifras, como por ejemplo de centenas entre decenas sin presentar dificultades; también en algunos alumnos, facilitó la comprensión y el uso de la multiplicación en la realización de la división,

5. Estabilidad de los conceptos y de las acciones formadas. Sólo en grupo experimental A se tuvo la oportunidad de hacer una evaluación de seguimiento, un mes y medio después de la formación del concepto. Los resultados mostraron en los cuatro alumnos la estabilidad de la formación del concepto y su aplicación correctamente. Un alumno subió su promedio en el examen, resolvió sin dificultades todos los problemas y operaciones de división, e incrementó su motivación hacia las tareas académicas.

6. Reducción de la acción y medida de su asimilación. En los dos grupos experimentales se observó que en la última etapa realizaban más problemas y en menor tiempo que al inicio, en el grupo A un alumno llegó a contestar 21 problemas en una sesión y un alumno del grupo experimental B contestó 9 problemas en una sesión. Cuando se les solicitaba la explicación de lo que realizaban en etapas finales cada vez su explicación era más reducida, condensando muchas operaciones, lo cual hacía disminuir el tiempo de ejecución.

TIPOS DE ERRORES DURANTE LA APLICACIÓN DE LA METÓDICA

Tabla 28. Relación entre tipos de errores y las áreas cerebrales

| Errores durante la intervención | Factores | Zonas |
|---|-------------------------|---------------------------|
| -Orientación en los datos del problema. | Espacial | T.P.O. |
| -Pérdida del objetivo. | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Retención de los datos del problema. | Retención audio-verbal. | Zonas temporales medias |

| | | |
|---|--------------------------------|---------------------------|
| | | (H.I.) |
| -Identificación en la estructura categorial del número | Percepción espacial analítica. | T.P.O. (H.I.) |
| -Orientación en la hoja de papel y dirección de la operación. | Percepción espacial global. | T.P.O (H.D) |
| -Verificación del resultado | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Perseveraciones | Cinetico | Zonas premotoras (H.I) |

Durante la metódica pudimos observar de manera general que en el grupo experimental A los errores se relacionan principalmente con el mecanismo de regulación y control y con los mecanismos de espacialidad, con una relación predominantemente evidente con el mecanismo de percepción global sobre el de percepción analítica.

En el grupo B se observó que la mayor cantidad de errores se relacionan con el mecanismo de regulación y control y con el de percepción analítica. Es interesante observar que aunque se presentaron pocos los errores de retención audio verbal, en relación con los ya mencionados, merecen ser señalados pues en el grupo A no se observaron de forma considerable. Esto quizá se explique en parte por la falta del esquema de la BOA de forma escrita en el grupo B.

EVALUACIÓN FINAL

En la tabla 29 se muestran los promedios obtenidos en la evaluación antes y después de la aplicación del grupo experimental A. Particularmente este grupo tuvo una segunda evaluación de seguimiento realizada aproximadamente un mes después de la aplicación. El resultado de dicha evaluación se expresa en el promedio final 2. En lo que respecta particularmente a la división se muestra la forma superior (en cuanto al nivel de asimilación que se expresa) en que resolvió correctamente los problemas en la evaluación final. También se muestra la etapa de asimilación lograda durante la aplicación de la metódica.

Se puede observar que en algunos niños la etapa de asimilación observada en la evaluación final es inferior a lo conseguida en la metódica. Esto se puede explicar a partir de que algunas de las condiciones de ejecución variaron, mostrando la cualificación de la evaluación final principalmente la zona de desarrollo pura o real (de acuerdo a las exigencias de la escuela), y las de la aplicación la zona de desarrollo potencial (garantizadas por una mayor dirección en la entrega de ayudas por mínimas que fueran como lo era la motivación personalizada).

Tabla 29. Resultados de las evaluaciones del grupo A.

| Grupo A | Promedio Inicial | Etapa de Asimilación Inicial | Promedio Final 1 | Etapa de Asimilación Final 1 | Etapa de asimilación en la aplicación | Promedio Final 2 | Etapa de asimilación Final 2 |
|---------|------------------|------------------------------|------------------|------------------------------|---------------------------------------|------------------|------------------------------|
| P(c) | 6.8 | Dibujo | 8.6 | V. Interno | V. Interno | 7.4 | V. Interno |
| P(b) | 4.4 | Material | 7.6 | V. Interno | V. Interno | 8.6 | V. Interno |
| P(a) | 5.6 | Dibujo | 5.3 | V. Externo | V. Interno | 6 | V. Interno |
| P(d) | 4.8 | Dibujo | 4 | V. Externo | Escritura desplegada | 5.1 | Material |

En la tabla 30 se muestran los promedios obtenidos en la evaluación antes y después de la aplicación del grupo experimental B. En lo que respecta particularmente a la división se muestra la forma superior (en cuanto al nivel de asimilación que se expresa) en que resolvió correctamente los problemas en la evaluación final. También se muestra la etapa de asimilación lograda durante la aplicación de la metódica. Se puede observar que en algunos niños la etapa de asimilación observada en la evaluación final es inferior a lo conseguida en la metódica. Esto se puede explicar a partir de que algunas de las condiciones de ejecución variaron, mostrando la cualificación de la evaluación final principalmente la zona de desarrollo pura o real (de acuerdo a las exigencias de la escuela), y las de la aplicación la zona de desarrollo potencial (garantizadas por una mayor dirección en la entrega de ayudas por mínimas que fueran como lo era la motivación personalizada).

Tabla 30. Resultados de las evaluaciones del grupo B.

| Grupo B | Promedio Inicial | Etapa de Asimilación Inicial | Promedio Final 1 | Etapa de Asimilación Final 1 | Etapa de asimilación en la metódica |
|---------|------------------|------------------------------|------------------|------------------------------|-------------------------------------|
| P(e) | 3.9 | Dibujo | 8 | V. Interno | V. Interno |
| P(f) | 3.4 | Material | 7.7 | V. Interno | V. Interno |
| P(g) | 4.3 | Material | 7.1 | V. Interno | V. Interno |
| P(i) | 3 | Material | 6.8 | Escritura Desplegada | V. Externo |
| P(k) | 2.6 | Dibujo | 6.6 | V. Interno | V. Interno |
| P(j) | 3.4 | Dibujo | 6.6 | V. Interno | V. Interno |
| P(m) | 5 | Material | 5.4 | Escritura Desplegada | Escritura desplegada |
| P(h) | 2.2 | Material | 4 | Escritura Desplegada | V. Externo |
| P(l) | 0.8 | Material | 2 | Escritura Desplegada | Escritura desplegada |

En ambas tablas, 29 y 30, podemos observar en todos los niños un desarrollo en el concepto de división en cuanto a nivel de asimilación que se expresó en sus resultados.

A continuación en la tabla 31 mostramos los tipos de errores obtenidos en la evaluación final del grupo experimental A y los mecanismos neuropsicológicos con los que se relacionan. Se pudo observar nuevamente que la mayoría de errores se relacionaron con problemas de espacialidad y de regulación y control. Se observó que los errores del grupo experimental A disminuyeron considerablemente respecto a su evaluación inicial en comparación con los del grupo de comparación.

Tabla 31. Tipo de errores en la evaluación final de los grupos experimentales.

| Errores de los grupos experimentales durante la evaluación final | Factores | Zonas |
|--|-----------------------------|-------------|
| -Orientación en los datos del problema. | Espacial | T.P.O. |
| -Orientación en la hoja de papel y dirección de la operación. | Percepción espacial global. | T.P.O (H.D) |

En la evaluación de seguimiento que sólo realizamos al grupo experimental A aproximadamente un mes después de la primera evaluación final, misma que se aplicó

como evaluación final al grupo experimental B, observamos como los errores se relacionaron nuevamente con dificultades en al regulación y control y en la espacialidad principalmente, siendo de similar frecuencia a la evaluación final 1.

Los tipos de errores obtenidos en la evaluación final del grupo experimental B muestran como las dificultades de éste grupo se relacionaron al igual que en el A con problemas de espacialidad y de regulación y control. La frecuencia de errores en el grupo B fue también considerablemente menor que la de su grupo de comparación pero la diferencia entre ellos fue menor que la que hubo entre el grupo A y su grupo de comparación. Pudimos observar como en el grupo de comparación del grupo B se observaron varios errores relacionados con la aparición de sustitución de un problema complejo por uno conocido, lo cual si bien puede ser relacionado al funcionamiento del factor de regulación y control, también puede ser explicado como la interferencia de enseñanzas anteriores, no precisamente sólo de la división, en las que se utilizaba el medio de ejecución presentado para obtener éxito en la realización de tareas anteriores pero que ya no garantizan el éxito en las tareas actuales, y no ser visto como una debilidad funcional del mecanismo citado.

Tabla 32. Tipos de errores en la evaluación final de los grupos de comparación.

| Errores de los grupos de comparación durante la evaluación final | Factores | Zonas |
|--|--------------------------------|---------------------------|
| -Orientación en los datos del problema. | Espacial | T.P.O. |
| -Orientación en la hoja de papel y dirección de la operación. | Percepción espacial global. | T.P.O (H.D) |
| -Sustitución del problema complejo por uno conocido. | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Verificación del resultado | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |
| -Identificación en la estructura categorial del número | Percepción espacial analítica. | T.P.O. (H.I.) |

También se puede observar en la tabla 33 los tipos de errores que cometieron los niños de buen aprovechamiento escolar y los mecanismos neuropsicológicos con los que se relacionan. Especialmente en una alumna de alto aprovechamiento escolar observamos cómo se presentaron errores de espacialidad con la misma frecuencia que en los niños del grupo de comparación del grupo A.

Tabla 33. Tipos de errores en la evaluación final del grupo de alumnos de alto promedio escolar.

| Errores del grupo de alumno con alto promedio escolar | Factores | Zonas |
|---|--------------------------------|---------------------------|
| -Identificación en la estructura categorial del número | Percepción espacial analítica. | T.P.O. (H.I.) |
| -Orientación en la hoja de papel y dirección de la operación. | Percepción Global. | T.P.O (H.D) |
| -Sustitución del problema complejo por uno conocido. | Regulación y control. | Zonas prefrontales (H.I.) |

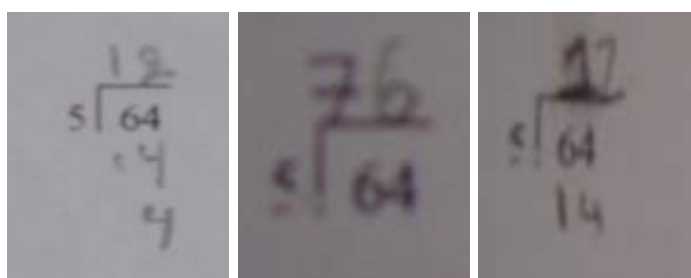
En nuestra metódica trabajamos los tres componentes implicados en el pensamiento matemático. El componente matemático se trabajó por ejemplo en el establecimiento de la igualdad de cada uno de los elementos del divisor, en la comparación de los residuos respecto a los grupos ya repartidos, en la transformación de decenas en unidades y de unidades en decenas y en la utilización de las unidades de medida como referente de toda cantidad utilizada. El componente lógico se trabajó por ejemplo en la identificación de las características esenciales de la división en enunciados y en problemas, en la identificación de un problema de división de acuerdo a la conservación de dos cantidades de sus características esenciales independientemente de cuáles fueran estas siempre y cuando las tres unidades de medida estuvieran presentes, en el seguimiento del esquema de la base orientadora de la acción y de la orientación general a la tarea, en la seriación ordenada en el residuo parcial que tenía como base de ordenación la posición, en la clasificación de los tipos de división. El componente simbólico se trabajó por ejemplo en la determinación de los aros primero con un dibujo y posteriormente con una cifra, en la correlación entre ellos de los diferentes espacios del divisor, dividendo, cociente y residuo, decenas y unidades, en el esquema materializado y en sus representaciones, en el paso del contenido concreto de los problemas al idioma de los símbolos.

Puesto que al realizar el análisis de forma general de las habilidades matemáticas en los niños de los grupos de comparación no se encontraron diferencias considerables en la evaluación final respecto a la inicial. A continuación mostraremos los cambios observados en los grupos experimentales.

De acuerdo a los errores presentados en la evaluación final observamos que la mayoría de dificultades en ambos grupos se relacionan con las habilidades del componente lógico, y en menor medida, en el grupo B principalmente, con el simbólico. Sin embargo hay que resaltar que las dificultades en ambos grupos son mucho menores que las observadas en la evaluación inicial. Además, al hacer el análisis detallado por cada caso observamos que muchos de las dificultades de los componentes lógico y simbólico se relacionan precisamente con la debilidad funcional de los mecanismos de espacialidad analítica, lo cual en varios casos los lleva a no hacer un análisis satisfactorio de la estructura lógico gramatical de los problemas y de la estructura categorial del número. Pese a trabajar los tres componentes del pensamiento matemático y funciones generales del procesamiento espacial para obtener todavía un mayor nivel de asimilación es necesario organizar el trabajo más individualizado el cual permita fortalecer las debilidades funcionales de cada niño. Para ello, proponemos que siempre se trabaje en grupos de acuerdo al nivel de desarrollo de los niños, para que mientras unos realicen acciones correspondientes a determinada forma de asimilación otros realicen las que correspondan a su nivel de asimilación, además de que en dichos grupos se asignen trabajos específicos a cada niño donde pueda fortalecer su debilidad funcional, por ejemplo que realice de una manera más desplegada y con la orientación espacial apoyada en el lenguaje todas las operaciones que impliquen integraciones cuasi-espaciales si su debilidad funcional fuera el análisis perceptivo.

En cuanto a los niños que culminaron el proceso de asimilación, es decir que superaron la etapa de acciones internas y que realizaron con éxito las divisiones con escritura condensada, se pudo observar que no cometieron absolutamente ningún error como los que reportan Ávila (2006), Coronado, (2008), Riverón, Martín, González y Gómez, (2001), debido a la comprensión de todo lo que realizaban.

En las siguientes figuras se muestran resultados cristalizados que evidencian la ausencia de las dificultades antes referidas en el plano escrito en los niños de los grupos experimentales, a diferencia del resto de los grupos. En la figura 36, se muestra la ejecución de la operación del niño P(b) del grupo experimental A, del niño P(j) del grupo de comparación C₁ y de la niña P(z) del grupo de alto promedio AP. Se observa como el niño P(b) y P(z) llegan al resultado correcto, sin embargo la alumna P(z) no coloca el residuo porque lo resuelve con la multiplicación y le da mayor prioridad al cociente que a toda la operación y además el residuo para ella no tiene algún significado como para el niño P(b) que comentaba siempre que podría hacer con lo que le sobraba (guardarlo, dárselo a otra persona). El niño P(j) escribe una cantidad al azar, cuando se le pregunta qué hizo para resolverla no logra describir el método empleado.



A
C₁
AP

Figura 36. Ejemplos de la ejecución de la operación 64 entre 5 del grupo experimental B y de comparación C₂.

En la figura 37 se observa la evaluación de seguimiento del niño P(b) del grupo experimental A, para esto se compara con el mismo niño P(j) que en esta ocasión pasó a ser del grupo experimental B, y con dos alumnos de alto promedio escolar. Respecto al niño P(b) se mantiene la acción en el plano condensado y no comete algún error. El niño P(j), después del trabajo formativo, logra resolver la ejecución correctamente. En ambos niños experimentales se observa una estabilidad y al igual que su compañero de alto promedio realizan las divisiones sin dificultades. Sin embargo, la segunda niña del grupo de alto promedio utiliza la estrategia de repartición por la unidad de medida del dividendo pero no logra analizar y relacionar los datos para seguir repartiendo, lo cual influye en su desempeño.

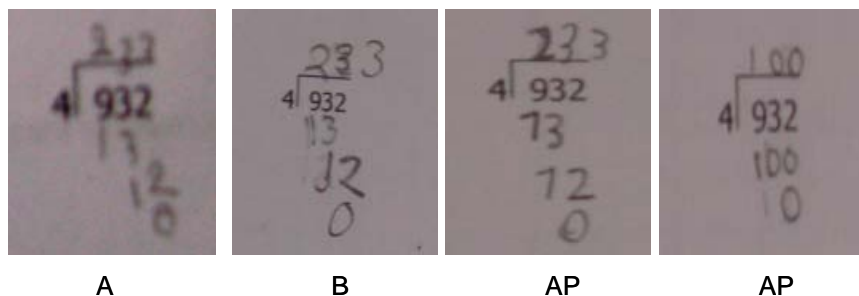


Figura 37. Ejemplo de la ejecución de la operación 932 entre 4 del grupo experimental A, grupo experimental B y grupo de alto promedio AP.

El niño P(e) del grupo experimental B respecto a su desempeño inicial, se observa en la figura 38 una estabilidad en la ejecución y relación de los datos, ya no realiza un cálculo por aproximaciones sino que concluye el procedimiento correctamente. En el niño P(y) se vuelve a observar la constante de la evaluación inicial, sube la unidad de medida mayor del dividendo al cociente y repite el siguiente dígito del divisor. Respecto al grupo de niños con alto promedio se observa las mismas diferencias que con el grupo experimental A.

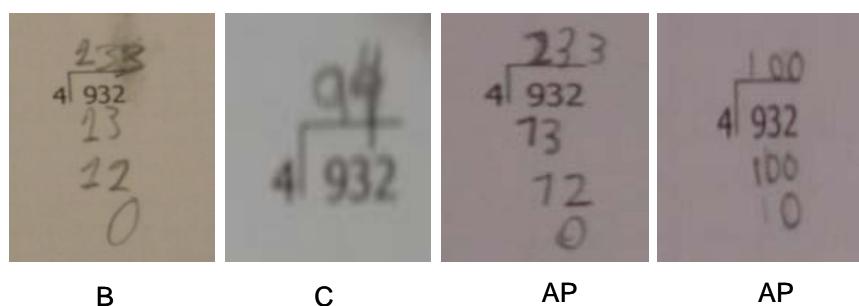


Figura 38. Ejemplos de la ejecución de la operación 932 entre 4 del grupo experimental B y de comparación C₂.

Quizá sea necesario señalar que en las tablas anteriores correspondientes al análisis de las tareas los errores representaban la solución incorrecta de todo el problema más no los errores que aparecían durante el proceso de enseñanza aprendizaje, los cuales si fueron señalados algunos de ellos en la explicación de cada tarea.

Para comprender de manera más amplia los efectos de nuestra enseñanza en cada niño, sin el objetivo de presentar estudios de caso, a continuación se presenta en síntesis el desarrollo observado en cada niño. La siguiente síntesis se hace a partir del análisis de los datos de las tareas, de los cuestionarios y de las entrevistas realizadas a sus padres de familia, de las charlas con sus profesores, y de la observación de la interacción del niño con sus compañeros, maestros, padres, y con nosotros mismos.

ANÁLISIS DE LA PERSONALIDAD DE CADA ALUMNO

Antes de pasar al análisis de cada caso se describirán las condiciones familiares de los niños con los que trabajamos, la información se obtuvo del cuestionario (ver anexo D) realizado a los padres de familia y de las entrevistas realizadas. De manera general, las principales actividades laborales de los padres de familia son las siguientes: amas de casa, comerciantes, empleados y obreros. La escolaridad que tiene la mayoría de los padres de familia es la secundaria y un padre de familia cuenta con nivel bachillerato. Las familias están integradas principalmente por el papá, la mamá y mínimo un hermano, sólo en dos familias están ausentes los padres y los abuelos son quienes educan. Las mamás son quienes se hacen responsables de las actividades académicas de sus hijos, son quienes asisten a las juntas, llevan y recogen a los niños, cuando no es la mamá, los abuelos son quienes toman este papel, y por último los padres. Los padres de familia reportan que la asignatura que se les dificulta más a sus hijos es en primer lugar las matemáticas y en segundo lugar español, un padre de familia reporta ambas. El tiempo que pasan con sus hijos es en promedio dos horas al día o únicamente los fines de semana, aquí también se observa que es la mamá quien dedica más tiempo a su hijos.

ALUMNO P(a)

P(a) es hijo de padres comerciantes y es el tercero de cuatro hermanos. El pasatiempo en general de P(a) y de su familia es principalmente ver televisión. Por su trabajo los padres de P(a) y sus hermanos no conviven más de media hora al día con su hijo, según ellos mismos lo refieren. Según sus padres su hijo tiene problemas de vista pero nunca se le observó con lentes en la escuela. Lo que si se evidenció fue dificultades en la pronunciación de sus palabras, dificultades que se explican especialmente en este caso por una posible debilidad funcional del mecanismo neuropsicológico cinestésico pues no presentaba dificultades en sus análisis y síntesis auditivas o en algún otro mecanismo neuropsicológico. En general desde los grados anteriores a tercero ha presentado dificultades en la adquisición de las habilidades matemáticas principalmente y en menor medida pero también considerables en las habilidades lingüísticas. Sus papás están conscientes de las dificultades generales de su hijo pues observan que se le dificultan todas las materias escolares, sin embargo la explicación de ellos es que su hijo es así, que es de lento aprendizaje y además lo refieren como un niño tímido. Sus tutores explican que en su casa se lleva en general bien con todos sus familiares pero que en la escuela no existe ese tipo de relación con sus compañeritos. Durante nuestra enseñanza pudimos observar que solo convivía con un compañerito que también estuvo en la enseñanza experimental. Consideramos que una de las causas de este aislamiento es el no poder ser comprendido por sus demás compañeritos por las dificultades en la expresión de su lenguaje. A diferencia de otros niños que son alimentados hasta cuatro veces al día él es alimentado dos veces, lo cual quizá explique en parte porque comúnmente se le observaba muy cansado además de desvelado. Sus padres refieren que en su calle continuamente se presentan robos y asaltos a transeúntes y en casa, realizados principalmente por jóvenes. Además frecuentemente se encuentra en la calle jóvenes que se drogan y peleas callejeras entre bandas. La convivencia entre vecinos es hostil pues continuamente se agreden entre ellos y entre sus mismas familias ya sea con palabras o con golpes. Nosotros tuvimos la oportunidad de visitar su domicilio y evidentemente se encuentra en una de las zonas de más bajos recursos económicos de la colonia lo cual por un lado facilita todo lo referido por sus padres, y por otro dificulta el desarrollo de su hijo por la falta de condiciones de esparcimiento y de seguridad. Por otro lado es evidente que la falta de atención de sus familiares hacia él

condiciona un deficiente desarrollo en P(a) pues no todo el desarrollo psicológico puede quedar bajo responsabilidad de la escuela. Pese a que en un inicio se encontraba en un nivel perceptivo dibujo de asimilación del concepto de división evidentemente requería muchas ayudas desde la motivación hasta el descubrimiento del modelo en manera concreta para que el niño lograra realizar las tareas. Sus cualidades le permitieron asimilar el concepto de división superando con ayudas externas las dificultades presentadas hasta una etapa de lenguaje externo y con ayudas más desplegadas en sus acciones internas, sin embargo le fue imposible condensar las operaciones en la etapa escrita final pues pese a que realizaba sus acciones principalmente con el apoyo de su lenguaje externo, y no con el interno, no podía retener los datos necesarios para lograr con éxito dicha actividad. Precisamente el uso principalmente de su lenguaje externo y en segundo término de medios perceptivos y materializados concretos, fue lo que le permitió desarrollar su concepto de división, sin embargo la falta de interiorización de las acciones fue un factor que no le permitió automatizar en el momento esperado las operaciones correspondientes. Sus dificultades observadas no obedecían a cuestiones simbólicas o lógicas básicas, pues podía comprender con poca ayuda las relaciones lógico-gramaticales expresadas en un problema y por lo tanto el sentido del problema. Sin embargo encontraba muchas trabas en la precisión de sus acciones, como la escritura, el lenguaje y el movimiento, lo cual se puede explicar en su conjunto por una debilidad funcional principalmente de sus zonas parietales secundarias inferiores. La posición objetiva en su casa y en su escuela no le permitía desarrollar estas cualidades, antes bien sus condiciones afectaban la esfera de su personalidad, pues por un lado el profesor lo veía como un niño muy “burro” y continuamente le reprochaba su bajo desempeño y por otro en su casa no había el compromiso suficiente que permitiera potencializar sus cualidades con un bajo desarrollo. Estas dos posturas habían afectado considerablemente la esfera de la personalidad y de los intereses del niño, pues como ejemplo, ya mencionado en otro apartado, se pudo observar que en la evaluación inicial él decía que no podía hacer nada, siendo que si tenía ciertas habilidades que posteriormente fueron demostradas. Súmese a todos los obstáculos que tenía para superar sus dificultades escolares el insuficiente dominio del contenido a enseñar, particularmente de la división, que evidenciaba el profesor en su enseñanza, pues se pudo observar en los apuntes de P(a), que habían sido escritos ante un dictado, la incorrecta denominación de los componentes de

la división (ver anexo G), cuestión que también fue evidenciada cuando en una entrevista se le pregunto al profesor por lo referido y este denominó incorrectamente a dichos componentes. Afortunadamente durante la enseñanza por establecimiento de motivos y por el cumplimiento de sus objetivos correspondientes se logró un mayor desarrollo de sus cualidades cognitivas, pero ante todo el surgimiento de intereses ante las actividades escolares, pues por ejemplo acostumbrado a no recibir reconocimiento de su trabajo se mostraba muy alegre porque sus compañeros le reconocían la facilidad con que podía resolver los problemas de manera verbal externa, además de que el maestro nos reportó una mejora clara en el aprovechamiento escolar. Por el lado de la familia, pese a que agradecemos el reconocimiento de nuestro trabajo que realizó su madre, sus comentarios evidenciaron que ellos asumían no tener una responsabilidad clara en el aprendizaje de su hijo, pues nos comentaron que le hubiera gustado que trabajáramos contenido de otras materias sin ofrecer ellos apoyo concreto en la enseñanza. Es claro que todas las vivencias del niño habían dificultado su desarrollo y que era necesario modificar los primeros eslabones de cualquier actividad escolar para poder reactivar y reorientar su enseñanza que a estas alturas evidenciaba ya un retraso en el desarrollo de las cualidades cognitivas ya mencionadas. Como en todos los casos se hicieron las recomendaciones pertinentes, pero aquí es necesario señalarlas pues la necesidad urgente de la modificación de las condiciones de los sistemas de actividad del niño eran muy necesarios para lograr satisfacciones suficientes en el niño que le permitieran orientar productivamente su actividad escolar.

ALUMNO P(b)

P(b) es sin duda uno de los casos donde se pudo observar un mayor aprovechamiento del contenido enseñado a través de nuestra metódica, no sólo en la asimilación del concepto de división, sino en cualidades que le permitieron cambiar su actitud hacia la escuela en el año escolar en curso. Siendo el menor de cuatro hermanos e hijo de padres de labores de oficio convive poco tiempo en la casa con sus padres y queda a responsabilidad principalmente de sus hermanas con las que a veces juega aunque comúnmente lo haga también solo. Sus padres lo refieren actualmente especialmente como flojo. En la escuela fue observado regularmente conviviendo con niñas o con sólo un amiguito compañero de la enseñanza experimental. El maestro lo refería como muy flojo y

de pocas habilidades matemáticas. De hecho cuando le decimos que era uno de los niños que mejor habían aprovechado nuestra enseñanza se sorprendió diciéndonos “¿P(b)!, si el es bien flojo y no hace nada”. Desde el inicio de nuestra enseñanza y durante toda ella siempre se mostró motivado e interesado en las actividades realizadas al grado de que la vez que aplicamos por segunda vez nuestra metódica de enseñanza él se ofreció como voluntario para apoyarnos en la enseñanza de sus compañeros, lo cual por cuestiones de su tiempo no fue posible. Al terminar cada sesión siempre quería más situaciones problemáticas. Una de sus particularidades era que podía concentrarse durante mucho tiempo en una misma tarea, siendo su regulación y control siempre óptima de acuerdo al desempeño exigido en las actividades. Siempre analizaba lo que leía o lo que escuchaba haciendo las correcciones de su análisis lógico de ello, una forma en que se evidenció esto fue en las innumerables ocasiones que nos hizo correcciones acertadas de nuestras frases. Sus pocas dificultades en las habilidades matemáticas se relacionaban con el componente matemático. Al revisar particularmente su historia académica pudimos observar que en general había tenido un buen aprovechamiento escolar en años anteriores, lo cual nos confirmó la hipótesis de que su desempeño había bajado considerablemente principalmente por la posición objetiva en la que se encontraba en el salón de clases, principalmente en lo que respecta al maestro. Acostumbrado continuamente a regaños por no trabajar bien, cuando se enteró que en la segunda evaluación final, aplicada sólo al grupo experimental A, que él era el que había salido con mayor calificación, por encima de sus compañeros que él consideraba más buenos, expresó que no lo podía creer, dijo “¿Yo!?, están seguros!?” mostrando una gran felicidad. Días después cuando hablamos con la mamá en la junta de despedida de los padres de familia, su mamá nos expresó que en general su actitud en la escuela había cambiado positivamente tanto en la escuela como en la casa. Con respecto a esto nos dijo que continuamente les decía alegremente a sus hermanas que él ya sabía dividir. Antes de nuestra enseñanza, pese a que supuestamente ya habían revisado algunos ejercicios de división en la escuela este niño no tenía ninguna habilidad para solucionar de manera correcta un problema o una operación de división de acuerdo a lo que solicitan comúnmente en la escuela. El desarrollo en cuanto al contenido de enseñanza fue desde la etapa de acciones materiales con ayudas verbales hasta la etapa de acciones mentales sin ninguna ayuda. Pudimos observar como todas nuestras enseñanzas estaban muy cerca de su

zona de desarrollo potencial, hacía falta para aprenderlas en la mayoría de ellas una enseñanza más organizada y sistematizada respecto al contenido revisado. Precisamente esto último fue algo que le facilitó la rápida y amplia apropiación de nuestra enseñanza. Además, desde antes de nuestra enseñanza en general podía mediatizar correctamente su comportamiento, pues su lenguaje interno sin estar consolidado llevaba ya un buen camino en su desarrollo. El correcto manejo de los instrumentos utilizados para influirse a sí mismo, desde instrumentos materiales hasta lógicos verbales internos, con predominancia de apoyos preceptivos en tareas de cálculo complejas y verbales internos en la mayoría de las tareas, le permitió un amplio dominio en él del objeto de estudio. Como un ejemplo de la generalización desarrollada en este niño, obtenida a partir de su nivel de asimilación, se pudo observar una realización correcta de divisiones de cantidades de tres cifras entre cantidades de hasta dos cifras, siendo que en la enseñanza únicamente se trabajó con dos cifras entre una cifra; cabe señalar que este logro también se explica en parte por la utilización en la enseñanza de la base orientadora tipo tres. El profesor nos refirió en pláticas posteriores el mejor desempeño en el salón de clases a partir de la inclusión en nuestra enseñanza. En resumen, las actividades organizadas en su familia, la constante intervención de la mamá o hermanas mayores, el surgimiento de las formaciones esperadas de su edad psicológica anterior, entre las que destacan la atención voluntaria, y el cambio de su posición objetiva en el colectivo le permitió la transformación de su posición interna del momento escolar concreto, pues de tenerse subjetivamente representado como un niño de pocas habilidades escolares se estableció en él una posición de entusiasmo y aspiraciones de más éxitos en la escuela.

ALUMNO P(c)

Las condiciones familiares y sociales de P(c) son algo especialmente diferentes a la mayoría de los niños. Siendo el hijo medio de sus dos hermanos P(c) tiene una relación muy cercana y de respeto con todos sus familiares con los que convive en casa. Cuenta con una alimentación muy variada y nutritiva y vive en un ambiente social de seguridad según lo refiere su tutor. Además cuenta con diversas herramientas de acceso a información y entretenimiento como lo son el internet, libros de literatura infantil y enciclopedias. Los programas en la televisión que ve P(c) son más controlados por sus padres, variando desde

caricaturas hasta documentales. Los padres acostumbran la lectura y la madre siempre se mostró muy comprometida con la enseñanza experimental en su hijo. P(c) entre sus actividades preferidas de entretenimiento se encuentra el jugar videojuegos y el jugar fútbol. Acostumbra a ser en algunas ocasiones presumido con sus compañeros de clase por el tipo de juguetes que lleva. Siempre lleva su lonche a diferencia de la mayoría de los niños que siempre pasan al comedor. En lo que respecta a su posición objetiva P(c) tiene un lugar concreto muy especificado en el colectivo debido a que es el jefe de su grupo. Por sus cualidades de seguridad y su manera de ordenar, imponiéndose pero siempre con educación, es muy respetado entre sus compañeros. Al inicio de nuestra enseñanza no quería ir porque decía que era en vacaciones y que él quería disfrutar sus vacaciones, sin embargo le agradaba estar con nosotros y se entusiasmaba mucho realizando las actividades propuestas. Al igual que los restantes niños del grupo del que formaba parte continuamente les decía a sus compañeros que ya iba más adelantado que ellos, que ya iba en otra etapa o en otra actividad. Pese a que tenía algunas dificultades en el conteo mental sus principales dificultades, al realizar acciones que requerían habilidades matemáticas, se debían a una incorrecta enseñanza de la mayoría de ellas, entre las que se encuentra la división. Al inicio se encontraba en un nivel de asimilación del concepto de división en un plano perceptivo dibujo, y después de nuestra enseñanza se pudo observar el desarrollo del concepto hasta un plano de acciones mentales. Su zona de desarrollo potencial era muy amplia pues casi no necesitaba de ayudas para la superación de cada etapa y las pocas veces que las necesitaba bastaba con motivarlo o con la explicación más desplegada de las instrucciones en un nivel lógico gramatical. Un ejemplo de que la motivación servía como principal activación en ocasiones en que esta no era suficiente en los inicios de la tarea fue cuando él nos dijo que le habíamos dado un problema muy difícil porque tenía cantidades muy grandes, ante lo cual su compañero Agustín dijo “¿Difícil?, si es el más fácil mira nada más...” y lo resolvió con mucha facilidad, después de lo cual P(c), que en primera instancia quedó sorprendido, se dispuso a realizar la tarea con entusiasmo. Todas las tareas las hacía apoyándose de su lenguaje interno como mediador de la actividad a realizar y aunque a veces tenía dificultades de verificación en la actividad realizada, en general la regulación y control de su comportamiento era suficiente para lograr con éxito las actividades. Pese a que no era el mejor alumno de su grupo de clase su motivo de ser cada vez mejor en todas las actividades

de las que era participe le permitía una particular activación emocional ante ellas que le permitía destacar de una u otra forma en la mayoría de las actividades en que se encontraba inmerso con lo cual lograba satisfacciones personales en la mayoría de sus vivencias. Tanto su posición objetiva como sus particularidades psicológicas desarrolladas adecuadamente, de acuerdo a su edad psicológica, le permitían asumir una posición interna de confianza y seguridad en cada actividad realizada, lo cual en nuestra enseñanza organizada y sistematizada por etapas le facilitó el amplio desarrollo del concepto en formación. En conclusión, la organización de sus actividades por parte de la mamá y una comunicación constante con ella, un acervo cultural (libros, enciclopedias, internet), y la constante aprobación por parte del maestro y compañeros, influyen para que este alumno tenga un amplio interés hacia las actividades escolares que facilita la apropiación del contenido escolar.

ALUMNO P(d)

P(d) era un niño con dos hermanas que estaban bajo la responsabilidad principalmente de sus abuelos ya que convivía muy poco tiempo con su madre. Su mayor pasatiempo son los videojuegos. Su abuela nos comento varias veces que comúnmente P(d) expresaba no tener ganas de asistir a la escuela. De acuerdo a lo observado nos dimos cuenta de que en general sus tutores no regulan ni dirigen el comportamiento de su nieto lo suficiente para que este pueda tener una mayor concentración en las actividades que le demandan los adultos. Se evidencio varias veces que P(d) tiene severas dificultades en su vista y a pesar de que se le insistió a su tutora de que el niño debe de usar los lentes para que evite las complicaciones que han surgido a partir de ello, nunca llevó los lentes. Ante esto la tutora nos decía que ya le había comprado muchos pero que quien sabe donde estaban. Comúnmente cuando iban por él a la hora de la salida sus hermanas entraban al salón y su tutora no hacia nada por llamarles la atención. Casi no tenía amigos y comúnmente se encontraba solo en la hora de recreo. Comúnmente se observaba que se distraía fácilmente de sus actividades escolares. En general se pudo observar un déficit funcional en los mecanismos neuropsicológicos que garantizan el análisis y síntesis cinestésica y la regulación y control en las tareas y varias dificultades en su percepción analítica y global. La dificultad en el desarrollo de habilidades en el primer mecanismo

mencionado se evidenció además de las tareas que se aplicaron a todos los niños en la observación sistematizada de su actividad lúdica. Así pudimos observar que tenía dificultad para mantener posturas que comúnmente realizan los niños de su edad y que sus movimientos corporales en general carecían de precisión. Sus trazos gráficos también evidenciaban estas dificultades lo cual hacía que comúnmente encimara sus trazos y que posteriormente no los reconociera. Respecto a sus habilidades matemáticas se pudo observar que sus principales dificultades eran en el componente lógico y que muchas de ellas se explicaban a partir de su debilidad funcional de sus mecanismos de regulación y de síntesis espaciales. A pesar de que en un inicio se encontraba en un nivel de asimilación del concepto en formación en una etapa de asimilación su zona de desarrollo próxima era muy limitada pues necesitaba de muchas ayudas en la realización de diferentes habilidades obteniendo como resultado de esto que llegara a un nivel de asimilación verbal externo. En él se observaba comúnmente la necesidad de atención personal y atribuía que si en un momento no se le satisfacía era por no ser muy bueno en la escuela. En alguna ocasión cuando estábamos atendiendo a otros niños nos hizo la observación demandante de “y por que a mi nadie me graba” y en otra ocasión decía frases como “soy burro”. Comúnmente teníamos que buscar gran variedad de estrategias para motivarlo en las actividades realizadas, por ejemplo en una sesión fue el encargado de enseñarle a los otros niños lo que el sabía realizar muy bien, sus habilidades perceptivas, esto lo motivó bastante y lo hizo involucrarse en la tarea de una forma considerablemente mayor. Relacionado con la falta de dominio de su comportamiento necesitaba que continuamente fuera regulado por los adultos o por otros niños. En pocos casos obtenía éxito en el uso de su lenguaje externo para sí. El maestro de aula era para él un gran motivador de su desempeño en la escuela pues lo consideraba como un niño que nada más le decía una vez lo que tenía que hacer y rápidamente lo aprendía lo cual le motivaba a buscar mucha comunicación con él y esto hacía que P(d) lo admirara. En este caso su posición objetiva escolar no le causaba dificultades sino el déficit de ciertas formaciones psicológicas que eran necesarias para asimilar en mayor grado el contenido escolar. Esto lo llevaba a configurarse una posición interna de desvaloración de si mismo lo que continuamente lo llevaba a buscar el reconocimiento de los otros, y en el momento en que no lo lograra afectaba aun más su sentir, pocas veces expresado pero muchas veces reflejado y además confirmado por sus

tutores por las condiciones en que se encontraba no sólo en la escuela sino en la casa, en la que por cierto no había motivación y orientación suficiente hacia la actividad escolar.

ALUMNO P(e)

P(e) es el tercero hijo, sólo más grande que un hermano. Acostumbra a pasar muchas horas con su mamá y pocas con su papá. En general toda la familia tiene el hábito de la lectura y de actividades deportivas. Sus padres refieren que sus principales dificultades en la escuela surgen a partir de que se distrae demasiado. Sus actividades favoritas son jugar futbol y videojuegos. Acostumbra a jugar con diferentes compañeros. Su mamá muestra un gran interés por la educación de su hijo, por ejemplo en alguna ocasión nos comentó que “los maestros deberían de estar más preparados y esforzarse por la educación... que pongan disciplina, educación y valores, tanto como alumnos y maestros deben tener la capacidad de construir y desarrollar las actividades dentro del salón de clases”, esto es evidencia de que, al igual que muchos otros tutores, no consideran adecuada la preparación de los maestros ni la dirección de su enseñanza. Se evidenció varias veces que sus principales dificultades se encuentran en su barrido perceptual, como por ejemplo en la orientación correcta de los dibujos de su esquema perceptivo. La distracción con nuestra enseñanza controlada fue disminuida considerablemente. Le gustaba mucho resolver problemas aritméticos, en alguna ocasión nos insistió en que quería resolver otro problema antes de salir al recreo, sin embargo, sabiendo de lo muy activo que era consideramos conveniente hacerle ver que tenía que aprovechar esas ganas de actividad también en actividades recreativas y que regresando iba a poder hacer muchos más. En el salón de clases, como la mayoría de sus compañeros, era en ocasiones sometido a regaños por no estar tranquilo, sin embargo la maestra no generaba las condiciones suficientes orientar el comportamiento de los niños hacia la actividad escolar. De manera general P(e) no tenía dificultades considerables en el uso y adquisición de las habilidades matemáticas básicas, en ninguno de sus tres componentes. Con una asimilación inicial en la etapa perceptiva dibujo logro llegar hasta una asimilación en un plano mental. La única dificultad con la que nos encontramos con él fue la interferencia de enseñanza de su padre, pues le corregía los ejercicios de división de la forma en que él sabía generándole en algunas ocasiones confusión a P(e). Una vez enterados de lo anterior hablamos con su mamá

explicándole en que consistía nuestra enseñanza para solicitarle de favor que no lo corrigieran con el método formal de la división, ya que lo que realizaba con nosotros tenía fines establecidos que le iban a permitir una mayor comprensión de la división cuando lo hicieran de la forma escrita condensada. La mamá nos brindó su apoyo ante dicha solicitud. Podemos observar como este niño de manera general se encontraba ante una posición objetiva en su familia donde podía satisfacer sus necesidades de desarrollo, pues contaba con las particularidades psicológicas necesarias para desarrollarse, y que sus principales dificultades se explicaban a partir de la falta de encauzamiento de sus acciones por parte de su maestra de grupo.

ALUMNO P(f)

P(f) a pesar de tener una hermana mayor vive únicamente con su madre y con una hermana menor. Su madre cursó la primaria. A P(f) le gusta jugar mucho en cualquier lado en que se encuentre y es cualificado por su mamá y por la maestra como muy hiperactivo. Con los vecinos no sale porque, a pesar de ser poco frecuente, existen robos, peleas callejeras entre pandillas, agresiones verbales entre vecinos y golpes entre los niños. La madre dice que en general él se lleva bien con ella, pero también nos comentó que ella le pega y le regaña mucho. Comúnmente nosotros pudimos observar que le decía enfrente de nosotros que lo iba a castigar o a pegar por una u otra razón. Por otro lado también observamos que durante el horario de clases comúnmente se salía de su salón sin que la maestra fuera a buscarlo. Continuamente se le podía ver en el patio o en la dirección. Ante la pregunta de que hacia ahí él contestaba que se salía porque en su clase no estaban haciendo nada. Aunque era uno de los casos más comunes continuamente observamos que varios niños del grupo al que pertenecía hacían lo mismo. De hecho, dentro de su salón pudimos observar que la maestra no hacia lo suficiente para garantizar la disciplina en su salón de clases, continuamente observamos como se pegaban entre ellos y como varios niños se dedicaban a jugar descaradamente con cartas sin que la maestra hiciera lo suficiente para integrarlos en las actividades escolares. Aunque las dificultades escolares P(f) se remontaban al inicio del ciclo escolar, el cual lo había empezado con el grupo del otro maestro, las condiciones actuales no le ayudaban para mejorar su desempeño académico. Según la madre el cambio había sido solicitado por la madre debido a que P(f)

estaba muy apegado con el maestro lo cual le impedía trabajar las tareas escolares. Pese a que si se evidenciaba un comportamiento muy activo por parte de P(f), en el trabajo que realizó con nosotros se mostró siempre con muy alto desempeño, pues la organización de nuestras actividades hacia que siempre tuviera algo más que hacer para seguir desarrollando su concepto. P(f) partió de un nivel materializado a una etapa de acciones internas pudiéndolo realizar sin dificultades las divisiones en un plano escrito condensado. En general utilizaba como principal medio de apoyo su lenguaje externo. La mayoría de ayudas que necesito fueron comprendidas en el plano verbal. De hecho en el plano verbal resolvía por si solo los ejercicios en un tiempo considerablemente menor a todos sus compañeros, ya que condensaba muchas operaciones de manera correcta y con el sentido requerido, sin embargo se le insistió en que inicialmente lo realizara de forma totalmente desplegada tanto en esta etapa como en la siguiente, con la finalidad de que recorriera todo el proceso de asimilación y lograra la condensación de operaciones y su automatización sólo en el momento adecuado. No presentó ninguna dificultad considerable en los planos lógico, simbólico y matemático. Sus principales dificultades en la evaluación inicial y en la aplicación se relacionaron con la verificación de sus ejecuciones pero estas prácticamente desaparecieron en la evaluación final. En conclusión en este niño podemos observar como la posición objetiva en la que se encontraba el niño tanto en la escuela como en su casa no favorecía el desarrollo de nuevas particularidades, no tanto por las exigencias sino principalmente por la desorganización de sus actividades, siendo que sus particularidades anteriores en cuanto a funciones operacionales se refiere tenían un buen desarrollo, pero con debilidad funcional en sus funciones ejecutivas, y precisamente la división que es una acción que exige mayor verificación en su resolución era donde se evidenciaban más dificultades, pero afortunadamente trabajando sobre el fortalecimiento de dicha debilidad en nuestra metódica logró asimilar el concepto de división sin grandes dificultades y lograr con éxito en este caso la satisfacción de su necesidad de aprendizaje establecida por distintos motivos que eran evidentes, en parte explicados por las altas exigencias impuestas por la madre.

ALUMNA P(g)

P(g) fue la única niña que participó en toda la aplicación de nuestra metódica. Es hermana de P(p), uno de los niños que no pudo concluir la metódica por cuestiones que ya

presentaremos en su correspondiente apartado. Sus padres no viven con ellos, la madre por estar fuera del país y el padre por estar privado de la libertad. Ambos niños viven con su abuela y su otro hermanito. La actividad preferida de P(g) es jugar con sus primas. En general se lleva bien con todos sus familiares a excepción de su hermano. En su escuela observamos que aunque de repente estaba con una u otra compañera continuamente prefería estar sola a la hora del recreo o quedarse a seguir trabajando. Continuamente era molestada por su hermano ante lo cual lo acusaba con nosotros, era evidente que no mantenían una buena relación pues siempre se la pasaban discutiendo. Su abuela refiere que su domicilio estaba ubicado en una zona donde comúnmente se pueden observar personas drogándose y peleándose en la calle, sin embargo era común que por sus ocupaciones no pudiera pasar por ellos a la escuela y por lo tanto continuamente se fueran P(g) y su hermano solos a su casa. P(g) siempre se mostró animada a trabajar con nosotros. Cada que terminaba un ejercicio solicitaba inmediatamente otro. Demandaba mucha atención pero siempre nos correspondía con su trabajo. Se apego a nosotros. Continuamente nos expresaba su cariño con detallitos en papel elaborados por ella misma. Decidía pasar sus recreos con nosotros platicando pues nos decía que no tenía amigas. Era común que nos recibiera y nos despidiera con un abrazo. En general realizaba todo lo que le solicitábamos y siempre se motivaba a dar más de lo solicitado como suficiente. En su grupo su maestra nos comentaba que las condiciones eran muy distintas. La maestra continuamente se quejaba de que aunque no le daba mucha lata regularmente no trabajaba. En nuestra enseñanza logro un amplio desarrollo en la formación del concepto de división, después de haber partido de un nivel de desarrollo del concepto en un nivel material logro asimilar el concepto hasta un nivel mental. A pesar de que su zona de desarrollo potencial era amplia, en la mayoría de las etapas se apoyo en acciones perceptivas. Generalmente requirió de ayudas verbales del experimentador. Se apropió rápidamente de las habilidades lógicas y matemáticas necesarias para realizar con éxito nuestras actividades sin embargo le costo la apropiación de habilidades simbólicas, pues después de realizar el proceso lógico correcto al inicio comúnmente le costaba relacionar el contenido concreto con los símbolos solicitados en las etapas perceptivas y escritas. Los errores que presentó en su mayoría fueron por dificultades en la retención audio verbal y algunos de regulación y control, ningunos que indiquen alguna debilidad funcional, más bien son un indicador de que la práctica

pedagógica no ha garantizado el desarrollo de estas cualidades de manera suficiente para lograr con éxito las tareas particularmente matemáticas. Podemos concluir que la posición objetiva, en cuanto a las condiciones de la enseñanza escolar, no le facilitan desarrollar habilidades necesarias para apropiarse del conocimiento de matemáticas, pues a pesar de tener condiciones desfavorables en el hogar, tanto por la falta de cuidado y de afecto de sus padres, una enseñanza sistematizada y con la consideración de los afectos de las personas permite un mejor desarrollo cognitivo. El desarrollo de sus particularidades psicológicas no presentaba un retraso considerable, más bien la posición interna asumida por la niña, que pese a todo se observaba configurada por intereses predominantemente escolares ante la ausencia de otro tipo de satisfactores, no encontraba en su salón de clases la vía necesaria para su pleno desarrollo. En nuestra enseñanza se generaron las condiciones para facilitar el desarrollo de las cualidades formadas considerando sus intereses escolares y sus necesidades afectivas.

Los siguientes tres niños no concluyeron la aplicación de la metódica, sin embargo se incluyen en este apartado por ser que asistieron más de dos sesiones y porque se observaron en ellos particularidades que consideramos importantes destacar de acuerdo a nuestro objeto de estudio.

ALUMNO P(h)

P(h) vive con madre, padre y con su hermano. Él prácticamente no se encuentra en casa y ella a pesar de estar todo tiempo en casa le dedicaba poco tiempo. En general tenía pocos recursos económicos, a diferencia de las familias de otros compañeros sólo vivían en un cuarto y en la ropa que vestían se podía observar las limitaciones de recursos. El lugar en que habitaban de acuerdo a lo que reporta la mamá era un lugar con mucha delincuencia pues reportan que es muy frecuente que se presentaran robos y asaltos dentro de las casas, y además también es muy frecuente observar gente drogándose y tomando en las calles, y peleándose principalmente cuando hay fiestas. Según la madre P(h) no veía televisión y en general sus distracciones eran reducidas a jugar con su hermano. En sus años escolares pasados había salido en general con altos promedios sin embargo como se pudo evidenciar esto no refleja el desarrollo esperado de acuerdo a su edad de algunas de sus cualidades. Se

podieron observar dificultades en su retención audio verbal, en su regulación y control y en tareas que requerían de síntesis espaciales. En general presentaba un comportamiento lentificado y siempre esperaba a que se le dieran instrucciones de manera individual para que empezara a trabajar en las tareas propuestas. Las dificultades en acciones matemáticas que refería su madre eran evidentes. Sus errores se expresaban principalmente en el plano lógico, en cuanto a la conservación de la serie de instrucciones y en la identificación de las correspondientes características esenciales. Aunque muy tranquilo, se distraía fácilmente de las actividades y era necesario continuamente orientarlo hacia la realización de las acciones propuestas. Su madre reporta que parte de sus dificultades se explicaban porque no le enseñaba bien en el salón de clases como tenía que hacer las cosas. Esto era más entendible en él pues necesitaba una muy amplia explicación de las operaciones que requiera determinada tarea escolar. Tenía dificultad para orientarse en el análisis de los enunciados y descubrir en los problemas las relaciones lógicas él solo, además de que continuamente cometía errores por problemas visuo-espaciales en la realización de operaciones. Continuamente necesitaba ayudas externas no sólo en el plano verbal y perceptivo sino en el plano concreto. Además era común que se apoyara en sus dedos o en elementos materializados para realizar conteos. Después de haber iniciado en un plano material consiguió desarrollar su concepto hasta un plano verbal externo. Es evidente que su zona de desarrollo potencial estaba muy limitada pues necesitaba muchas ayudas en la realización de cada tipo de acción. Pese a que P(h) no tenía dificultades de comportamiento en su salón de clases la falta de una explicación adecuada de acuerdo a su comprensión era el principal factor que había rezagado su aprendizaje. Si bien en nuestra enseñanza nosotros cubrimos dichas limitaciones dada su zona de desarrollo potencial sólo se pudo conseguir que llegara a la etapa mencionada. En conclusión la posición objetiva, asumida por la insuficiencia de las herramientas que se le daban pero con un bajo grado de exigencia en la escuela por su buen comportamiento, y por la falta de apoyo de sus padres en su aprendizaje escolar, junto con las particularidades psicológicas con deficiente funcionamiento hacían que él no tuviera dificultades personales por su bajo desarrollo pues sus satisfacciones de cuidado y de estima eran cumplidas. Sin embargo el desarrollar en él cualidades orientadas a acciones específicamente escolares contribuyó a enfocar su actividad en motivos escolares que le permitieran usar todos sus recursos posibles en su desarrollo.

ALUMNO P(i)

P(i) vive con sus padres, sus dos hermanos, con su tía y con su abuelo. Tanto padre como madre casi no le dedican tiempo a su hijo. En general el pasatiempo principal de toda la familia es ver la televisión, al grado que Luis pasa frente al televisor en promedio ocho horas diarias. La relación con su madre es buena, no así la de con su padre, hermanos y abuelos, pues los últimos lo regañan mucho y con los hermanos se la pasa peleando. Su mamá lo refiere como muy tímido y serio, en la escuela se le observó siempre jugando especialmente sólo con un amigo. Es de los pocos niños que cursaron tres años en preescolar. Su promedio académico en matemáticas y en español fue muy alto en los dos primeros años de primaria, sin embargo este ha bajado considerablemente en tercer grado. Su mamá lo cualifica de distraído y de flojo y responsabiliza principalmente a estas dos características de las dificultades escolares de su hijo. Sin embargo hay otra situación que según la mamá es factor del bajo desempeño actual de su hijo. La madre nos mencionó que el niño P(q) continuamente molestaba a su hijo pidiéndole dinero, y juguetes, al grado que P(i) ya no quería estudiar porque P(a) lo tenía amenazado de pegarle. Y que pese a que lo reportaron con la maestra P(q) continuo de la misma manera pues la maestra no le dio importancia. Sin dudar de lo que nos mencionó la madre nosotros nunca observamos dichas agresiones. De hecho no era la única madre que se quejaba y no el único niño del que se quejaban. Esto nos llevó a plantear la hipótesis de que si bien las particularidades de los niños agresivos eran condición para facilitar su agresión, la falta de establecimiento de disciplina en el salón de clases era el principal factor de que se presentaran continuamente estas en clase. Nosotros al generar condiciones distintas nunca observamos agresiones considerables en nuestras clases. El que iniciara en una etapa de asimilación del concepto de formación en una etapa materializada y sólo alcanzara la etapa de asimilación verbal externa se debió en parte a que tenía dificultades en el conteo y siempre requería de apoyos materializados, de los cuales fue difícil que se desprendiera, además de que necesitó más sesiones para consolidar su asimilación en esta última etapa ya que durante la realización de sus tareas sin nunca abandonarlas del todo comúnmente se distraía con otros compañeros perdiendo tiempos de trabajo, y por lo tanto no hubo oportunidad de continuar con su asimilación, que en el caso de él, a diferencia de algunos otros, sus cualidades cognitivas todavía eran posible potencializarlas mucho más. La característica de él era que una vez

que lo decidía hacia las tareas en el tiempo que se lo proponía pero continuamente había ratos que a pesar de saberlo le daba muchos rodeos a la tarea que estaba realizando. Sus errores eran principalmente expresados en las habilidades que corresponden principalmente al componente matemático, existía un conteo no fluido, y dificultades en la transformación de una unidad del sistema numérico decimal a otra. En el plano lógico ni en el simbólico existían dificultades considerables. Los errores cometidos se relacionaban principalmente por una insuficiente práctica de las matemáticas, por inestabilidad de sus motivos, por la falta de activación ante algunas tareas, y por una insuficiente verificación. El trabajo con la generación de motivos e intereses especialmente con él favoreció su desempeño sin embargo no fue suficiente para que aprovechara ampliamente nuestra metódica. Siendo muy amigo de $P(k)$ de vez en cuando seguía sus patrones de comportamiento y era precisamente estas veces cuando mostraba un menor desempeño ante la tarea. En general la posición objetiva relacionada por un lado con la poca exigencia de su maestra y con la falta de organización de sus actividades y ausencia de disciplina, y por otra con la falta de compromiso de sus padres en la organización de sus actividades y bastante permisividad en las actividades lúdicas del niño, eran una de las condiciones principales que no favorecían el desarrollo de sus particularidades psicológicas ya formadas, sin embargo en la casa le permitían un estado de satisfacción de sus necesidades lúdicas, no así del todo en la escuela, del cual estas eran privadas por las dificultades con sus compañeros debidas en parte por su comportamiento muy pasivo, ni que decir de las necesidades escolares que son las que deberían de regir a su edad, pues estas habían empezado a socavar quizás en parte por los problemas con sus compañeros y quizás en parte por la falta de atención de estas en su casa. La posición interna se encontraba en un estado pasivo pues no había fuerzas internas que lo motivaran a desarrollar nuevas cualidades psicológicas. Sólo fundamentalmente con el trabajo continuo en la generación de motivos en el aprendizaje de contenidos escolares específicos era posible avanzar en el desarrollo del concepto, cuestión que no fue posible llevar hasta un plano interno por las dificultades que encontramos en ello y por las dificultades de desarrollo de otras habilidades matemáticas básicas.

ALUMNO P(j)

P(j) es hijo de dos de los pocos padres de familia que tienen educación medio superior. Sólo tiene un hermano más pequeño que él. A diferencia de varios niños prefiere jugar en bicicleta antes que jugar videojuegos. Cuenta en su casa con libros infantiles y con enciclopedias. Según lo reportan sus padres la relación con su familia es muy buena. Al igual que P(a), y fácilmente comprensible dado que vive muy cerca que este, en los alrededores de su domicilio es muy común observar drogadictos de edades de entre ocho y 25 años que se paran en las esquinas, además de robos y asaltos muy frecuentes en el transporte público por personas de entre 20 y 25 años. En general en su historia académica ha tenido un muy buen desempeño. Sin embargo particularmente en matemáticas es donde ha presentado dificultades a partir de que se cambió de turno para cursar el presente año escolar en el horario matutino. En la formación del concepto de división partió de un nivel perceptivo dibujo que realizaba exitosamente de manera independiente a un nivel de acciones mentales también independientes, es decir su zona de desarrollo próximo era muy amplia y necesitaba de muy pocas ayudas para que evolucionara su concepto. Usaba el lenguaje interno como el principal mediador de su comportamiento. Las dificultades que presentó fueron principalmente de carácter espacial casi exclusivamente en la realización de operaciones. No hubo dificultades considerables ni en el plano lógico ni en el matemático, sus dificultades se relacionaban principalmente con el plano simbólico, como por ejemplo el confundir de manera gráfica el dividendo con el divisor y el cociente con el residuo. Dado que era muy tranquilo el profesor tenía buena relación con él, lo cual no le generaba dificultades de carácter emocional en el salón de clases. Convivía con varios de sus compañeros sin agredirlos y sin ser agredido. En cuanto a su casa, quedaba totalmente a responsabilidad de su abuela, ya que los padres debido a que constantemente no se encontraban en casa no le dedicaban ningún tiempo a su hijo. Sin embargo la abuela le había generado las condiciones necesarias para que su desempeño en la escuela no se viera afectado por esta situación. Sumando a esto el que a pesar de vivir en una zona muy conflictiva le permitía convivir a su nieto con vecinos con los cuales había buena relación. La conclusión que se puede observar a partir del análisis de este niño es que tanto sus particularidades psicológicas ya formadas como su posición objetiva y la posición que el

asumía, por la interrelación dinámica de las dos, fueron fundamentales para superar sus dificultades pues estas sólo eran causas de la dispedagogía establecida en su grupo escolar.

ALUMNO P(k)

P(k) es el hermano mayor de tres hermanos. En su casa vive con su madre, padrastro, tía y abuela. A pesar de que la madre está continuamente en la escuela ella refiere que no le dedica tiempo a su hijo, en cambio el padrastro pese a que trabaja pasa aproximadamente dos horas diarias conviviendo con su hijo. El pasatiempo preferido de P(k) es jugar video juegos. En general convive bien con sus familiares pero en la escuela no convive mucho con sus compañeros, solo con su primo. Fuera de su casa es común que haya jóvenes tomando alcohol y drogándose y es común que haya golpes entre vecinos, por lo cual el niño no convive con los vecinos. Su tutora nos comenta que desde segundo grado ha tenido dificultades principalmente en el aprendizaje de las matemáticas, de las cuales considera que la causa es el aburrimiento del tipo de enseñanza de los maestros, pues esto es lo que le comenta su hijo. Sin embargo al observar la relación que establece ella con su hijo nos percatamos de que lo tiene muy consentido pues ante cualquier pretexto que P(k) le de para ya no realizar determinada actividad su madre le concede todas las libertades de ya no trabajar. A lo mucho lo amenaza diciéndole que lo va a acusar con su padrastro. En relación a esto último se suma el que en el salón de clase hay un niño que según la madre de P(k), y algunas otras madres de otros alumnos, siempre se la pasa molestando a su hijo (lo cual nosotros nunca lo observamos en nuestras actividades), y hace que continuamente este en la escuela con P(k) distrayéndolo de sus actividades escolares y consintiéndolo en todo lo que él le pide. Las cualidades cognitivas de P(k) en general han sido bien desarrolladas, pero la sobrevalorización de ellas y del niño es lo que ha impedido la asimilación exitosa de determinados contenidos escolares y de que se vea reflejado en su aprovechamiento escolar, pues de manera general él se ha predeterminado a que si quiere trabaja y si no pues no lo hace. En nuestra enseñanza después de empezar con una muy activa participación también presentó los comportamientos mencionados, respecto a que ya no quería trabajar dando los mismos justificantes a su madre y a su maestra, ante lo cual en un inicio la madre había actuado de la misma manera, sin embargo después de hablar con nosotros y explicarle el sentido en que utilizaba sus argumentos nos intentó apoyar en el

trabajo de su hijo, el cual pese a que mejoró no fue aprovechado al máximo por las continuas interrupciones que presentaba en la realización de nuestras actividades. Pese a lo anterior, y de no tener ninguna formación del concepto de división logró llegar hasta una etapa de asimilación mental con ayudas continuas que le facilitaban regular su comportamiento. Por todo lo observado y analizado se evidenció que sus principales dificultades se relacionaban con la falta de regulación y control de su actividad por sí mismo y de la falta de activación emocional adecuada a las tareas correspondientes, pues para su activación continuamente dependía de lo que la madre o los profesores le condicionaran. En la acción en formación, puesto que no poseía habilidades específicas para realizarla, en un inicio había dificultades en los tres componentes que constituyen el pensamiento matemático, pero gracias a su función mediatizadora del lenguaje bien consolidada pudo superar prontamente dichas dificultades. Aunque su posición objetiva era la de ser considerado como un niño tranquilo y no problemático por su inactividad, esto, tanto en la casa como en la escuela, había impedido que se potencializara sus cualidades en formación de manera continua para favorecer más ampliamente su desarrollo psicológico. Y como P(k) se sabía conocedor de sus cualidades desarrolladas anteriormente se sentía cómodo continuamente en la situación social actual, pues dado que nadie le exigía un desempeño actual en su actividad escolar él asumía como actividad rectora la actividad lúdica lo cual lo desligaba de responsabilidades permitiéndole a la vez satisfacer totalmente sus necesidades personales en dicha actividad. Afortunadamente sus cualidades desarrolladas, explicadas de manera general por un desarrollo óptimo de las funciones que dependen de las zonas cerebrales posteriores, fueron las que le facilitaron asimilar ampliamente la actividad en formación.

ALUMNO P(l)

P(l) vive con sus papás y es el mayor de sus dos hermanos. Sus papás son los únicos padres de familia entrevistados que apenas tienen la educación básica. Los papás se dedican a vender por la noche tacos y debido que se llevaban a los niños con ellos continuamente se desvelaban. Además el papá trabajaba de albañil y continuamente no estaba en casa. Y las pocas veces que estaba era en estado de ebriedad. De hecho el padre llegó a asistir a la escuela a recoger a P(l) en estado de ebriedad. P(l) aprovechaba su estado para pedirle

dinero e irse a jugar maquinitas desligándose de cualquier tarea escolar o familiar. Dado que el padre no se encontraba comúnmente en casa y que la madre tenía muchas limitaciones en sus conocimientos, no había quien lo apoyara en sus actividades escolares y pues nadie le supervisaba constantemente sus tareas. Cuando estaba en casa se la pasaba viendo televisión todo el día. Su mamá al ser entrevistada nos comento que ya estaba cansada de la situación en la que se encontraba porque según el padre no la apoyaba pero ella tampoco asumía del todo su responsabilidad de la educación de su hijo. Varias veces se habló con ella acerca de que era importante que ella estuviera pendiente de la educación de su hijo, que por lo menos revisara sus apuntes y estuviera al pendiente de todo lo relacionada a la escuela respecto a sus hijos pero esto no lo realizaba del todo. Se excusaba de que tenía que cuidar a su bebe y justificaba que las principales dificultades de Juan Carlos eran producto de que se desvelaba mucho, sin embargo tampoco se modificaron dichas condiciones. En este caso la limitación de recursos económicos era también muy evidente. Vivían en una casita techada de lamina y con dos cuartos. A diferencia de todos los hogares no contaban con servicio de drenaje. La ropa de P(1) estaba rasgada y en el peso y talla que se observaba se veía una posible desnutrición pues eran evidentemente menores que la mayoría de sus compañeros, hipótesis que apoyaba lo que nos comentaba su madre respecto a que lo alimentaba dos veces al día, la mayoría de veces sólo con huevo. En grados escolares tanto en matemáticas como en español había pasado con la calificación mínima ambas. Actualmente tenía dificultades principalmente en matemáticas pero no sólo en ellas pues sus condiciones físicas y culturales afectaban todo su desempeño y evidentemente habían generado un retraso en el desarrollo de varias de sus cualidades psicológicas en formación. En nuestra enseñanza, en la que partió de un nivel de asimilación material, pudo llegar a realizar las acciones de manera totalmente exitosa en un nivel perceptivo escritura desplegada. Además continuamente necesitaba de apoyos materializados concretos y materializados perceptivos, así como de su lenguaje egocéntrico y de ayudas externas en forma verbal y perceptiva y todas ellas de manera desplegada. Toda su esfera cognitiva en lo que concierne a las habilidades que necesita en las matemáticas estaba afectada, presentaba dificultades tanto en el plano matemático como simbólico y lógico. Sus habilidades de lectura y escritura eran muy deficientes y le costaba comprender el sentido general del texto. Sus dificultades se relacionaban con errores en su

percepción global, con la falta de fluidez en la secuenciación de sus movimientos, en la retención de los datos y con la activación insuficiente de su tono cortical. Como conclusión se pudo observar que las condiciones familiares no le favorecían en su desarrollo. A pesar de que el maestro de clase hacia su esfuerzo para atender individualmente a P(l) y solicitaba continuamente el apoyo de sus familiares este no era brindado, por lo cual su esfuerzo no podía tener grandes frutos en el desarrollo de sus cualidades de su alumno. Sus particularidades psicológicas que serian esperadas en su edad escolar eran muy deficientes y no existía ningún motivo estable para lograr un buen desempeño en la escuela. Al igual que muchos niños su posición interna se satisfacía en el juego y no en la actividad escolar. En lo que concierne al trabajo con nosotros sus debilidades funcionales eran muy amplias por lo que nuestras estrategias no tuvieron un efecto considerable sobre ellas pese a que se logro cierta asimilación en el desarrollo del concepto.

ALUMNO P(m)

P(m) vive con su madre, padrastro y con sus dos hermanos pequeños. Su madre se la pasa en el hogar y su padre trabaja en una tienda que prepara comida. En su casa Ricardo se la pasa viendo tele y yendo a jugar a las maquinas. Su mamá nos comenta que no le obedece para nada aunque le pegue y que cuando quiere se sale a la calle y regresa hasta la hora que quiere. Su padrastro también se queja de su comportamiento pero ni uno ni otro hacen lo necesario para controlar su comportamiento. En la escuela es un niño que continuamente agrede a sus compañeros y que también es agredido, es muy indisciplinado y muy contestón sin respetar quien sea el que hable con él. Principalmente por su comportamiento repitió el primer grado escolar. El trato que recibe actualmente de su maestra es poniéndosele al tú por tú, esto ha generado que haya un desprecio mutuo. En general la maestra siempre lo esta regañando o castigando, aunque él aparentemente no le da importancia. Con nosotros alguna vez que le dijimos que hiciera por favor una actividad el nos dijo “y que van a hacer si no la hago, me van a pegar, péguenme, todos me pegan”, ante eso nosotros le cambiamos las condiciones a las que estaba acostumbrado y le hicimos saber lo muy importante que era para nosotros como persona, por lo que podíamos enseñarle y por lo que podía aprender con nosotros. Le hicimos que nos viera como un amigo antes que como maestro. Ante esto las condiciones de trabajo cambiaron

drásticamente. Casi siempre llegaba antes de que iniciara la clase y nos ofrecía parte del lunch que le daban, se motivaba porque le decíamos que era una gran persona con muchas cualidades, cosa que al principio no creía pues estaba acostumbrado a que le dijeran todo lo malo, pero poco a poco se fue haciendo la idea. Realmente bajo esto el desempeño en su trabajo cambio considerablemente. En el apartado correspondiente hemos mostrado una tarea que realizó perfectamente gracias a su alta motivación a diferencia de las ejecuciones anteriores en las que se observaban dificultades de espacialidad y de la fuerza necesaria en el trazo, pero que en realidad eran precisamente por su falta de motivación hacia las tareas escolares. Lamentablemente no pudimos mantener totalmente la buena relación durante toda la aplicación debido a que cada vez exigía más atención de nosotros y pues no le podíamos dedicar todo el tiempo a él, lo cual hizo que se sintiera un poco con nosotros y que bajara un poco su desempeño en nuestras tareas. A pesar de todas las dificultades en el control de su comportamiento, pues la motivación no garantizaba del todo que de repente discutiera con sus compañeros que muchas veces eran los que lo provocaban porque ya tenían una imagen negativa de él, logró asimilar de manera estable el concepto hasta una etapa perceptiva de escritura desplegada, pues de requerir en un inicio ayudas verbales logro realizarlo de forma individual como se reflejo en la evaluación final. Lo sorprendente de él era que a pesar de que comúnmente no realizaba tareas ni atendía a las instrucciones de su maestra en general no tenia dificultades considerables en cuanto a sus habilidades matemáticas en ninguno de los tres planos existentes pues es muy probable que sus sistemas de actividad que incluían el que a veces se fuera a ayudar a su padrastro en su trabajo o el que conviviera con jóvenes en la calle y el andar de manera relativamente independiente en ella le habían permitido desarrollar ciertas cualidades que eran necesarias para el éxito de sus necesidades, como para jugar maquinas o como para llegar solo de la escuela a su casa que era una distancia muy considerable. Los errores que presentó estaban principalmente relacionadas con problemas de espacialidad y de regulación y control, pero no representaran debilidad funcional del mecanismo neuropsicológico que las garantiza sino como ya se mociono en parte surgían mas a partir de la distracción, de la inestabilidad de sus motivos o de la falta de conservación del objetivo hacia la tarea. Como conclusión era evidente que pese a que su zona de desarrollo potencial era relativamente amplia sus particularidades afectivas ya formadas no apoyaban su desempeño en la apropiación de los

conocimientos escolares, pues no existía una autovaloración de sus actos que le permitiera regular su comportamiento de acuerdo a las demandas sociales tanto de las autoridades escolares y de la colaboración en sus grupos de compañeros como la de su familia, la cual precisamente no había contribuido en generarle necesidades de convivencia afectuosa y además no le había establecido límites en su comportamiento con los demás, es decir fomentado cualidades morales como el respeto a los demás por el simple hecho de ser personas. El trabajar en estas cuestiones dejó ver claramente los cambios positivos que se pueden lograr en el desarrollo cognitivo de un niño.

ALUMNO P(o)

P(o) era un niño que continuamente agredía a sus compañeros porque estos se burlaban constantemente de él por su aspecto físico, principalmente porque era de un peso considerablemente mayor a los demás niños. Según nos comentó su madre en su casa se la pasaba peleando con su hermano y que siempre que otros familiares lo agredían él les correspondía. P(o) vivía en una zona donde era muy frecuente observar robos y asaltos en casas, personas jóvenes drogándose, peleas callejeras, agresiones entre vecinos y entre pandilleros, y común que robaran los celulares en la calle, ver agresiones entre padres y niños, y agresiones entre los mismos maestros. Es comprensible que sus sistemas de actividad le habían demandado apropiarse de ciertos niveles de agresión para no sucumbir en las relaciones con sus coetáneos. P(o) participó con nosotros hasta la etapa perceptiva dibujo, sin embargo lo consideramos un caso interesante porque sus habilidades matemáticas en lo que respecta a la división tenían un particular desarrollo. Sus papás eran comerciantes y él, como sus tres hermanos comúnmente les ayudaban. Precisamente sus sistemas de actividad le habían permitido apropiarse de ciertas habilidades empíricas que le permitían desarrollar reparticiones equitativas. A pesar de no haber tenido calificaciones muy altas en matemáticas en ciclos escolares anteriores sus cualidades lógicas y matemáticas tenían un amplio desarrollo, no así las simbólicas que eran la fuente de sus dificultades en matemáticas. Desde que iniciamos podía realizar sus acciones de repartición en un plano perceptivo mediante dibujos y además cuando el tamaño del divisor era pequeño, menor o igual a 3, no tenía gran dificultad en realizarlo de forma verbal externo. Su método consistía en repartir desde un inicio decenas o grupos de cinco, haciendo a un

lado las unidades para después repartir estas. Por ejemplo si quería repartir 68 juguetes entre 2 niños, decía, “ah pues le quito las ocho, me quedan 60, ahora le tocan de 30 a cada uno, ahora las ocho, dos, dos, dos y dos, le tocan de 24 a cada uno”, lo anterior muestra la diferenciación de las unidades del sistema numérico decimal y el manejo de ellas. A veces los errores que cometía estaban asociados con la repartición de grandes cantidades, pues después de haber repartido grupos de la misma cantidad entre cada elemento del divisor, los elementos sobrantes que ya no podían ser repartidos en grupo pero si de manera individual ya no eran repartidos, o le costaba mucho realizar la repartición, para lo cual necesitaba ayuda verbal del experimentador o a veces consideraba necesario volver a repetir desde el inicio intentando repartir en base a otro conjunto. Sólo una vez que no lograba la repartición de conjuntos procedía a realizarla repartición uno a uno. Era común que antes de realizar las operaciones solicitadas en dibujos él las realizara de forma verbal, pues precisamente el plasmar sus operaciones en grafías le causaba dificultad. Sus principales errores fueron por dificultades en la espacialidad y en la regulación y control, el primero relacionado principalmente con la falta de comprensión de la correspondencia entre los signos y los objetos o acciones, y el segundo por las distracciones a las que comúnmente era suscitado por sus compañeros, pero ningunos de ellos evidenciaban alguna debilidad funcional. Su zona de desarrollo potencial era muy amplia, sin embargo las burlas a las que constantemente era sometido hacían que su desempeño se viera mermado, pues pese a que no era un niño tímido el estar constantemente respondiendo a las agresiones lo distraían de su proceso de aprendizaje. Como conclusión podemos observar que su posición objetiva en su casa le permitía, mediante su posición de responsabilidad asumida, apropiarse de ciertas habilidades matemáticas que le garantizaban un desarrollo en sus cualidades cognitivas, sin embargo en la escuela la condición era diferente pues su posición objetiva en el seno de sus compañeros no le permitía desarrollar ampliamente sus cualidades de acuerdo a la actividad escolar exigida. A pesar de que no concluyó nuestra enseñanza se pudo observar que cuando se garantizan condiciones de trabajo diferentes por la organización de trabajo con los compañeros (por ejemplo el trabajo en equipos donde el éxito depende de trabajar colaborativamente entre ellos) y con el profesor mismo y por la sistematización de las actividades se puede lograr una enseñanza que potencialice en mayor medida sus capacidades.

ALUMNO P(p)

P(p), hermano de P(g) y por lo tanto en similares condiciones familiares que ella, abandono la metódica en la etapa escrita. Una de las causas que consideramos motivo de su baja fue la estabilidad de motivos negativos ante las tareas escolares. Cuando participó con nosotros continuamente expresaba que el no quería hacer las actividades porque ya estaba cansado de que siempre le decían que estaban mal sus cosas. Se predisponía a recibir un regaño antes de realizar las actividades debido a su experiencia anterior. Considerando que tenía dificultades en la comprensión de las instrucciones, en parte por no poder realizar una lectura fluida y una comprensión del sentido general del texto, se le mostraba ayuda de forma concreta, pues comúnmente no accedía a la comprensión de las explicaciones verbales que se le otorgaban. A pesar de que en varias ocasiones se le apoyó para que generara motivos hacia las tareas concretas, dichos motivos no se estabilizaron pues continuamente cada que se iniciaba una sesión de trabajo presentaba la misma actitud negativa. Lo anterior se conjugó con el hecho de que en su salón de clases se le permitía pasársela jugando con sus compañeros, pues era de los niños que todo el tiempo se la pasaban dentro de su salón de clases jugando con cartas, por lo tanto prefería estar realizando dicha actividad que cualquier trabajo escolar aversivo para él, principalmente los relacionados con matemáticas, pues cuando en el salón de clases el trabajo consistía en otras actividades no muy relacionadas con dicha materia llegaba a interesarse y a realizar por sí mismo las tareas. Debido a que no era nuestro papel el obligarlo a trabajar con nosotros y que no contábamos con un mayor tiempo para trabajar de manera más individualizada su esfera afectiva, y que la maestra no hacia nada por motivarlo a que fuera con nosotros, después de las faltas correspondientes fue dado de baja. Pese a lo anterior, se logró un desarrollo del concepto de un nivel perceptual dibujo a un nivel perceptual de escritura condensada. En el plano de asimilación al que accedió necesitó ayudas verbales y perceptivas para su comprensión. Sin ser regla general en todas sus acciones en la etapa de escritura desplegada logró realizar las tareas de forma individual con apoyo de su lenguaje externo y de elementos materializados perceptivos. Sus principales dificultades pertenecían al plano lógico, lo cual quizá explique en parte que precisamente era en las habilidades que requerían análisis y síntesis espaciales y cuasi espaciales como la comprensión lógico gramatical, aparte de las que surgían por la inestabilidad de sus motivos ante las tareas

escolares, en las que presentó mayor cantidad de errores. En este caso su posición interna configurada a partir de sus particularidades psicológicas, en las que cobraba un mayor sentido sus particularidades afectivas ya formadas, y de su posición objetiva actual tanto en el salón de clases como en nuestra enseñanza, fue en gran parte lo que obstaculizó un mejor desempeño en las tareas de nuestra metódica, una mayor participación, y además una mayor asimilación del concepto de división.

ALUMNO P(q)

De P(q) nunca conocimos a sus padres o tutores. Sin embargo por lo que nos platicaba él y por lo que nos confirmó su maestra sus padres eran pepenadores de basura por lo que según no tenían tiempo de asistir a la escuela a recoger a sus hijos, a P(q) y a su hermano que cursaba un grado más avanzado. Sus ropas rasgadas y desgastadas evidenciaban la carencia de recursos económicos y la falta de dedicación de sus padres o de él mismo a su aseo. El niño estaba identificado por todos los maestros como lo peor de la escuela. Algunos maestros nos llegaron a decir que P(q) no tenía ninguna solución, que era igualito que su hermano. Su maestra a pesar de que continuamente le llamaba la atención era indiferente ante lo que realizaba pues no tomaba medidas para poder modificar su comportamiento. Continuosamente se salía de su salón de clases o dentro de él se la pasaba jugando o molestando a compañeros, según lo relatado por su maestra. La mayoría de sus compañeros le tenían miedo pues denunciaban que continuamente les pegaba o les hacía maldades. Varios padres de familia se quejaban continuamente con la maestra y con la directora por que sus hijos les decían que P(q) los molestaba. De hecho, a nosotros de manera personal nos solicitaron que cuidáramos a sus hijos de P(q). Este niño, a pesar de haber sido dado de baja casi al inicio de nuestra enseñanza por inasistencias se le permitió participar en algunas actividades posteriores, pues no pudimos negarle su solicitud de trabajar dado que sabíamos que su maestra no lo quería en clase y que nadie le hacía caso ni le brindaba la atención amable que el solicitaba. Curiosamente en nuestros salones de trabajo nunca se le observó golpeando a sus compañeros ni tratándolos mal, al contrario muchas veces eran sus compañeros los que lo provocaban. Él era muy respetuoso en la manera de dirigirse a nosotros, todo lo pedía pro favor y todo lo agradecía. Siempre se mostró muy participativo en las actividades propuestas y logró una ejecución correcta de

las operaciones planteadas en el nivel perceptivo escrito. Dicha asimilación pese a que no recorrió todos los niveles de enseñanza logro cierto grado de estabilización en P(q). Aunque escasos, sus errores se relacionaban principalmente con la poca retención de información audio-verbal. No presentaba dificultades considerables en las habilidades matemáticas simbólicas y lógicas necesarias para la asimilación. A pesar de que necesitaba de su lenguaje externo y de apoyos materializados para solucionar sus problemas resolvía la mayoría de sus tareas de forma individual. Sólo en acciones muy difíciles requería la ayuda mostrada en un plano perceptivo. La solución correcta de sus problemas lo motivaba a solicitar más actividades. Se mostraba muy agradecido con nosotros. Continuamente se cuestionaba de una forma aparente mente sincera que porque con nosotros si le gustaba trabajar y no con su profesora. De hecho su profesora en varias ocasiones se sorprendió expresando que no lo podía creer el porque accedía a trabajar con nosotros con mucha disponibilidad cuando antes no había querido realizar nada con ella. Siempre le brindamos confianza y seguridad de que no estábamos para regañarle, sino que nos interesaba él como persona, pues continuamente le preguntábamos como se encontraba, lo cual por sencillo que parezca facilitaba la comunicación y disposición de él ante nuestro trabajo. Después de las sesiones que trabajamos con él se ausentó por casi dos semanas por cuestiones de trabajo de su familia por lo cual no pudimos continuar con la enseñanza. Después de revisar brevemente este caso quedamos convencidos de que es un hecho que el considerar los afectos y las necesidades específicas de los niños con problemas por su comportamiento indisciplinado, involucrándonos emocionalmente en sus acciones escolares, ayuda bastante en establecer un cambio en la actitud de los niños ante sus semejantes y ante el conocimiento, y por lo tanto un desarrollo de sus cualidades cognitivas y afectivas en pro de él mismo y de sus semejantes. En estos casos es muy importante modificar de inicio la posición objetiva del niño para que reorganice la jerarquía de sus intereses enfocando su actividad a necesidades de conocimiento que lo lleven a desarrollar nuevas particularidades psicológicas. De nada sirve tratarlo como lo han hecho la mayoría pues antes de ayudarlo le han perjudicado haciéndolo creer que sólo puede ocupar un lugar en su grupo por destacar como un niño indisciplinado. Al contrario, es fundamental ayudarlo a que construya las cualidades necesarias que necesita para relacionarse armónicamente con las personas y para aprovechar el conocimiento impartido en la escuela.

Resultados respecto a los objetivos

En las tablas siguientes se resumen los resultados obtenidos de acuerdo a los objetivos planteados.

Respecto a los objetivos específicos

| | Grupo experimental A | Grupo experimental B | Grupo C1 | Grupo C2 |
|---|--|---|--|----------|
| Asimilación | La mayoría de los niños asimilaron el concepto en el plano mental. Los otros niños lo asimilaron por lo menos en un plano de escritura desplegada. La mayoría logro la identificación del concepto de división en problemas aritméticos. En los niños que llegaron a un plano mental se observo la reducción de la acción, el carácter consciente de la acción, generalización y estabilidad del concepto. | | De manera general no se presentaron cambios considerables en su nivel de asimilación del concepto de división. | |
| Desarrollo de las habilidades del pensamiento matemático | De acuerdo a sus cualidades particulares fueron los niños en los que se observo un mayor desarrollo tanto en sus habilidades lógicas simbólicas y operacionales | En ellos, pese a lograr un amplio desarrollo, este fue menor que el grupo A, principalmente en cuanto a las habilidades lógicas se refiere. | Sus cualidades psicológicas se mantuvieron sin cambios considerables. | |
| Funcionamiento de los mecanismos neuropsicológicos | Los niños que tenían un mayor desarrollo en las funciones de regulación y control y de espacialidad lograron un mayor nivel de asimilación. Los niños que presentaban dificultades relacionadas principalmente con estas funciones tuvieron dificultad para superar la etapa de <i>lenguaje interno para sí</i> , sin embargo sus dificultades disminuyeron | | El funcionamiento que se garantiza por los mecanismos neuropsicológicos no presento un cambio considerable. | |

| | | |
|--------------------------------------|---|--|
| | considerablemente. | |
| Cualidades de la personalidad | En los niños con una posición objetiva desfavorable para el aprendizaje escolar pero con particularidades psicológicas con un desarrollo suficiente de acuerdo a su edad fue en los que se logro una mayor asimilación del concepto. En los niños que presentaban una posición interna configurada sin necesidades hacia el aprendizaje escolar y además con un insuficiente desarrollo de las neo-formaciones propias de su edad psicológica fue en los que se logro una menor asimilación del concepto. | En algunos de los niños que tenían una posición objetiva favorable y particularidades psicológicas con un buen desarrollo fue en los que se pudo observar un desarrollo considerable de algunas de sus cualidades. |

Respecto a los objetivos particulares

| | Grupo A | Grupo B | Grupo C1 | Grupo C2 |
|----------------------------|---|---|---|----------|
| Dificultades identificadas | Dificultades relacionadas principalmente con la regulación y control con diversos perfiles: por los motivos, por la verificación, por la orientación, y por la regulación; y con mecanismos de espacialidad, tanto en el análisis y síntesis cuasi-espacial como en la percepción analítica y en la global. Algunas dificultades se relacionaban con estrategias aprendidas que no permitían una flexibilidad en su aritmética. | | | |
| Intervención propuesta | Por la facilidad de recursos materiales y por las condiciones de trabajo se implemento la metódica de manera personalizada considerando sus necesidades e intereses. El esquema de la BOA fue dado siempre en tarjetas. | Por la limitante de recursos materiales y por las condiciones de trabajo se implemento la metódica en un grupo de niños considerando sus necesidades e intereses. El esquema de la BOA fue dado algunas veces sólo verbalmente. | No se realizó intervención. | |
| Dificultades superadas | Los niños que presentaban dificultades debido más a una dispedagogía que a alguna debilidad funcional de algún mecanismo | | La mayoría de los niños no superaron ninguna de sus | |

| | | |
|--|---|----------------------|
| | <p>neuropsicológico superaron sus dificultades. Los niños que presentaban alguna debilidad funcional relacionada con la regulación y control, con mecanismos de espacialidad, con la retención audio-verbal o con la propiocepción no superaron sus dificultades en el plano escrito formal, sin embargo lograron un desarrollo del concepto y la realización de sus acciones de acuerdo al plano que les fue accesible llegar. Los niños que presentaban alguna debilidad funcional pero que asimilaron el concepto en un plano mental superaron sus dificultades.</p> | <p>dificultades.</p> |
|--|---|----------------------|

Respecto al objetivo general

| | Formación del concepto | Superación de dificultades |
|------------------------------|--|---|
| <p>Grupos experimentales</p> | <p>Todos los niños lograron un desarrollo del concepto. La mayoría de los niños lograron formar y asimilar el concepto en un plano mental. La asimilación en cada nivel, evaluada a partir de sus indicadores, fue mayor en el grupo A que contó siempre con el esquema de la BOA por escrito.</p> | <p>En todos los niños se observó una disminución considerable de sus dificultades. Los niños que formaron y asimilaron el concepto en un plano mental superaron ampliamente sus dificultades que se relacionan con las reportadas en la literatura.</p> |

5. DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos a partir del empleo de la metódica diseñada en la formación del concepto de división, considerando los aspectos sociales, históricos y culturales de los niños y el proceso de asimilación del concepto de dividir, muestran que se logró desarrollar en todos los niños que participaron durante la enseñanza el nivel de asimilación de dicho concepto y de sus acciones correspondientes. Estos resultados concuerdan con las premisas postuladas por la teoría de la actividad (Leontiev, 1993, 2003, 2009) y por las premisas generales del paradigma histórico cultural elaboradas por Vigotsky (2007, 1995a, 2006a), en las que se plantea que el proceso de asimilación es un proceso gradual de interiorización, y además con los resultados obtenidos por Galperin (2009a, 2009b, 2009c) y Talizina (1988, 2000, 2001, 2009) en la formación por etapas de las acciones mentales, quienes han observado en sus investigaciones que la enseñanza sistematizada y correctamente orientada facilita un nivel de asimilación más elevado y con un mayor grado de estabilidad. Además los datos obtenidos están de acuerdo con que las funciones de regulación y control y las que se encargan de análisis y síntesis espaciales son de las que mayor aportación hacen a las actividades de cálculo y de resolución de problemas (Luria, 1974, 1979, 1982, 1995, 2007; Luria y Tsvetkova, 1981; Luria y Yudovish, 1994), lo cual implica que su funcionamiento juega un papel muy importante en el éxito o en su obstaculización en las tareas con las que se relaciona la matemática. La predominancia, en algunos niños, de los errores relacionados con la percepción global sobre la analítica, puede ser explicada sólo en parte debido a que las regiones temporo-parieto-occipitales del hemisferio derecho que son quienes tienen una mayor aportación a esta función (Santana, 1999) lleven un camino de desarrollo posiblemente menor que las mismas regiones del hemisferio izquierdo por la falta de sistemas de actividad que les garanticen un mayor desarrollo. Al haber dificultades principalmente en la espacialidad y regulación y control, las acciones en las que se presentaron mayores dificultades fueron en las habilidades que corresponden al componente lógico y simbólico, pues por un lado de acuerdo con Salmina y Filiminova (2002), es en los años intermedios de la enseñanza escolar primaria donde se pueden manifestar de manera clara de acuerdo a las demandas escolares las dificultades en el plano lógico, y por otro lado es precisamente la integración de elementos espaciales precisamente los que garantizan una comprensión de los símbolos

y por ende garantizar la transformación del contenido concreto en lenguaje simbólico, expresando por lo tanto sus dificultades una deficiente consolidación de los mecanismos espaciales (Luria y Tsvetkova, 1981). A diferencia de los métodos tradicionales (Ávila, Balbuena, Bollás y Castrejón, 2004; Ávila, Balbuena y Bollás, 1994; Planes y programas de educación básica, 1993, 2009; Martín, 2003) y de varios métodos actuales (Martín, 2003; Kumon, 2005; Bancubi, 2009; Caro, 2007; Becker, 2006) quienes consideran sólo o fundamentalmente el aspecto simbólico y que por lo tanto refieren las dificultades en su aprendizaje y su enseñanza sólo a este campo, nosotros al considerar el aspecto matemático y principalmente el lógico garantizamos que a pesar de que existan en algunos niños dificultades en el plano simbólico su comprensión lógica compense y ayude a superar dichas dificultades permitiendo un desarrollo del concepto, pues además es necesario comprender que precisamente la utilización de símbolos en las matemáticas se desarrolla a partir de la comprensión de las relaciones lógicas de los objetos y de las acciones (Sánchez, 2010), por ello el trabajo en los tres planos permite que el niño pueda lograr el éxito en realizar la acción solicitada considerando los tres planos pero apoyándose en su componente más desarrollado. Pese a que no era la finalidad principal habilitar las funciones, garantizadas por el trabajo sistémico de los factores neuropsicológicos, que no presentaban un desarrollo de acuerdo a su edad para realizar con éxito las tareas escolares, el trabajar en distintos planos la espacialidad y el garantizar la regulación y control de toda la actividad mediante el esquema de la base orientadora de la acción tipo tres permitió un desarrollo en dichas cualidades en la mayoría de ellos, lo cual se observó en la disminución considerable de sus dificultades, lo anterior se fundamenta en lo establecido por Vigotsky (1991b) quien mencionaba que la mejor forma de habilitación de las funciones que presentaban dificultades era externalizando la actividad. Si bien es cierto que el análisis de las funciones que garantizan los factores neuropsicológicos en forma de sistemas funcionales permite comprender la causa de las dificultades en las acciones escolares de los niños de manera general (Akhutina, 2008; Akhutina y Pilayeva, 2004; Xomskaya, 2002a, 2002b) sólo el análisis psicopedagógico y de la personalidad permite el establecimiento de las distintas variantes involucradas en dichos errores, lo cual facilita discriminar entre debilidades funcionales neuropsicológicas y disfunciones producto del desarrollo afectivo o de la dispedagogía del niño a la que han estado expuestos los niños, permitiendo por lo

tanto una reflexión que se oriente a establecer distintos tipos de interacción en el salón de clases con la finalidad de favorecer el desarrollo de los conceptos científicos y con ello el desarrollo psicológico de manera general. Los datos obtenidos muestran que el proceso de asimilación siempre se realiza de forma activa (Rubinstein, 1969; Vigotsky, 2007, 1991d, 1995a, 1995b, 2006a; González, 1997, 2002) pues observamos que cada quien interioriza la acción de acuerdo a sus particularidades psicológicas ya formadas, diferentes en cada uno, que se involucraron en el proceso de construcción del nuevo conocimiento. Precisamente las diferencias en la asimilación observada en cada niño concuerdan con los planteamientos de Vigotsky (1991d, 1995b, 2000) Bozhovich (1976, 1979, 2009a, 2009b), Teplov (2007), Asmolov (1998), y de González (1997, 2002), referentes a que la categoría de personalidad, que integra todas las cualidades del sujeto estudiado, es quien nos puede dar la explicación general del desarrollo observado en la enseñanza, pues al final de cuentas el trabajo que realizamos es con personas no sólo con un aspecto de ellas. Las particularidades psicológicas ya formada de cada niño que participó en nuestra investigación, las que se encontraban en formación, la posición objetiva del niño y la posición que asumía este a partir de todas ellas en vivencias concretas que definían su situación social de desarrollo son las que orientaban sus necesidades, teniendo como resultado que la consideración de todas ellas nos permite comprender el proceso de asimilación realizado en cada uno de ellos (Bozhovich, 1979, 2009a; Asmolov, 1998, Elkonin, 2009). De esta manera el objetivo no es generalizar los resultados obtenidos, pues cada enseñanza obedece a condiciones destinadas por las particularidades de cada niño y por las condiciones socio culturales en las que se vive. Sin embargo, queda de manifiesto que una enseñanza organizada, sistematizada, y que considera las etapas de asimilación tiene un amplio alcance en el desarrollo psicológico en los niños. Pues de acuerdo a Vigotsky lo más importante es lograr el desarrollo a través de la enseñanza escolar. De esta manera concordamos con los resultados obtenidos por Solovieva y Quintanar (2007) en su investigación sobre el intelecto, en cuanto a que el pertenecer a un medio socio-cultural establecido no determina las posibilidades de desarrollo de un niño, sino que lo principal es la interacción que se establece con el adulto para la potencialización de la zona de desarrollo próximo del niño. Pese a que de forma similar a ellos, encontramos que los niños que tenían un perfil de familias de más bajos recursos necesitaban más ayudas y de formas más desplegadas, se pudo observar en acorde

con sus investigaciones que con una metódica que considere el proceso de asimilación, la correcta orientación y los diferentes tipos de ayuda, como la nuestra, se puede garantizar el desarrollo aun en estos niños (Solovieva y Quintanar, 2005, 2006). Por las diferencias obtenidas en cada grupo experimental es evidente que el grupo que recibió toda su orientación en tarjetas y que tuvo la oportunidad de realizar todo su trabajo más personalizado, y por sus propias particularidades psicológicas, fue quien asimiló el concepto con mejores cualidades, obteniendo una asimilación más racionalizada y generalizada. A pesar de que puede ser una limitante el tener todos los recursos materiales que utilizamos con cada niño del grupo A para garantizar una mejor enseñanza, es necesario considerar que lo fundamental no es de que este construido el instrumento en si, sino que permita las acciones necesarias para la asimilación de lo propuesto. Por ello recomendamos por ejemplo que si no es posible que cada niño cuente con un esquema materializado como el que utilizamos, se utilice otro tipo de material, por ejemplo, se puede dibujar dicho esquema en el piso con un gis, y utilizar en vez de aros piedritas, etc., materiales que sean de fácil acceso a los niños y que permitan realizar las acciones necesarias y suficientes que se requieren en la asimilación de un concepto. La metódica propuesta no sólo tiene aplicación en la enseñanza de la división, sino se pueden ajustar las condiciones necesarias para trabajar de esta forma con todas las operaciones aritméticas. Como se ha señalado en los resultados queda claro que esta es una primera aproximación a la formación del concepto de división, pues es necesario considerar que para una completa enseñanza del concepto es necesario instruir en los primeros grados escolares en la realización de las acciones que formen el concepto de división partitiva junto con el de cuotitiva y con el de multiplicativa, pues sólo la enseñanza completa de un concepto de acuerdo al sistema al que pertenece permite una mayor generalización del concepto de división de acuerdo a la edad psicológica de los niños a los que se instruye. Además la enseñanza en grupos grandes se garantizaría mediante el trabajo colaborativo, que si bien fue utilizado por nosotros en algunas ocasiones (ver figura 32), al tener grupos de muchos más niños exigirá una distribución bien definida de los niños en distintos sub-grupos de acuerdo a su etapa de asimilación y a sus zonas de desarrollo potencial, para que entre ellos puedan facilitarse la obtención de instrumentos psicológicos que les permita superar determinada etapa de asimilación.



Figura 32. Trabajo colaborativo entre niños con distinta zona de desarrollo potencial.

Por último, pero no por ello menos importante, los resultados indican que la consideración de los afectos de los niños durante toda la enseñanza, no reducida solamente a la consideración de motivos escolares, es eje fundamental sobre el cual se debe de construir el conocimiento, pues como se pudo observar, la generación de intereses y la consideración de las necesidades afectivas del otro, ausente en la maestra de los niños con los que trabajamos e insuficiente en el otro maestro, es lo que puede permitir un construcción de un sentido amplio en el niño que le permita obtener satisfacción personal en determinada actividad escolar.

6. CONCLUSIONES

Conclusiones de acuerdo a los objetivos planteados

Conclusiones respecto a los objetivos específicos

1. La generalización, racionalidad, reducción, estabilidad y el carácter consciente de la acción lograda en un plano mental permite superar totalmente las dificultades en la realización de la división partitiva.
2. El trabajar no sólo con el aspecto simbólico sino también con el matemático y lógico facilita la comprensión del algoritmo de resolución de la división.
3. La regulación y control y los mecanismos de espacialidad garantizan u obstaculizan en gran medida la asimilación y formación del concepto de división partitiva en un plano mental.
4. Las cualidades particulares de la personalidad de cada niño exigen adaptar la implementación de la metódica de acuerdo a sus necesidades individuales.

Conclusiones respecto a los objetivos particulares

1. Las dificultades observadas explicadas a partir del funcionamiento de algún mecanismo neuropsicológico no siempre son causa de su debilidad funcional pues en ocasiones son producto de la dispedagogía a la que se encuentran expuestos los niños.
2. La implementación de la metódica se tiene que ajustar siempre a las condiciones particulares de los niños, de la escuela y de las condiciones de trabajo.
3. La metódica, aun con las variantes en su implementación, fue funcional para la superación y disminución de las dificultades en la ejecución de la división partitiva en todos los niños con los que se trabajó.

Conclusiones respecto al objetivo general

1. Con la implementación de nuestra metódica fue posible que todos los niños desarrollaran el concepto de división partitiva, lo que gradualmente les permitió ir superando sus dificultades.
2. La formación del concepto en un plano mental garantiza en los niños la prevención o superación de las dificultades que surgen comúnmente en el aprendizaje de la división (Coronado, 2008; Riverón, Martín, González y Gómez, 2001).
3. En acuerdo con los resultados obtenidos en diversas investigaciones de Solovieva y Quintanar (por ejemplo los reportados en 2005, 2006, 2007), con una enseñanza orientada, dirigida, organizada y sistematizada por niveles de asimilación de las acciones, que considere las particularidades psicológicas de cada niño, siempre es posible potencializar el desarrollo de determinada cualidad psicológica.

Conclusiones generales

1. Independientemente del nivel de desarrollo de las particularidades psicológicas de cada niño, la asimilación y desarrollo del concepto de división partitiva en la etapa de formación que les es accesible de acuerdo a su zona de desarrollo potencial, considerando los tiempos establecidos para su enseñanza en la escuela, se garantiza con una enseñanza organizada por etapas, siempre y cuando su aprendizaje este dentro de su zona de desarrollo potencial por lo menos a nivel material, lo cual se cumplía en todos los niños con los que se trabajó. Es decir, con nuestra metódica la enseñanza escolar garantiza el desarrollo. Puesto que cada niño parte de un nivel de desarrollo distinto lo importante es que el concepto en formación durante la enseñanza logre un mayor desarrollo. Aunque el ideal es llegar mediante la enseñanza a una acción mental queda claro que el desarrollar el concepto aun en un nivel inferior de asimilación es bastante, pues permite al niño resolver situaciones prácticas que exigen la utilización del concepto, no sólo dentro de la escuela sino fuera de ella también. Si toda la enseñanza de la división estuviera planteada por

etapas en todos los grados escolares, y encaminada a la asimilación de conceptos, en un grado superior el niño podría continuar su desarrollo en el nivel de asimilación en el que se encontrase.

2. La formación de la imagen mental de la división partitiva después de un proceso de asimilación por etapas, que se constituye a partir de la formación del concepto de división partitiva en un plano mental por la formación de sus correspondientes acciones, y que incluye las características esenciales y suficientes de una clase de objetos; al constituirse no sólo con elementos simbólicos, sino con elementos matemáticos y lógicos garantiza la eliminación o prevención total de las dificultades que aparecen comúnmente en el aprendizaje de la división con los métodos tradicionales. De hecho quienes llegaron a esta etapa no presentaron ningún error que se pudiera relacionar con la incompreensión de la acción realizada.
3. El trabajar con los componentes lógico, simbólico y matemático, en la enseñanza de la división, permite una completa comprensión de las acciones necesarias y suficientes que conducen a la asimilación del concepto de división partitiva.
4. Una orientación completa pero generalizada y elaborada de manera independiente en la realización de las acciones formativas permite asimilar las características necesarias y suficientes del concepto de división.
5. La asimilación del concepto que se observó a partir del carácter racional, consciente, generalizado, estable, reducido y del desapego de las características sensitivas de los objetos, fue mayor en los niños que formaron la acción en un plano mental, en los que la BOA fue entregada de forma escrita, y en los que se tuvo mayor control de su proceso de asimilación.
6. Pese a que el trabajo correctivo de las dificultades de cada niño implica un plan de trabajo individualizado la metódica facilita la habilitación de las funciones de regulación y control y de espacialidad que son fundamentales en la realización de acciones matemáticas.
7. No todos los errores observados durante la enseñanza se relacionan con una disfuncionalidad o debilidad funcional de los mecanismos neuropsicológicos que la garantizan sino varios de ellos son producto de la dispedagogía a la que han estado expuestos los niños, o de otro tipo de enseñanzas que aunque sistematizadas no

están orientadas a la comprensión del contenido aprendido y que por lo tanto ahora son un obstáculo en la asimilación de nuevos aprendizajes, por lo cual recomendamos una enseñanza basada en la asimilación de conceptos, pero ante todo una organización de ella en la que se garanticen las condiciones de relaciones interpersonales, entre todos los niños y entre niños y maestro, que permitan la superación de dichas dificultades, pues el desarrollo y estabilidad de las funciones, como la de regulación y control, no dependen solamente de las acciones definidas formalmente en la escuela.

8. Las condiciones sociales a pesar de ser un factor muy importante que favorece o limita el aprendizaje no determinan totalmente el desempeño escolar pues el principal factor es la interacción que se da entre el profesor y el alumno, pudiendo esta al ser dirigida de acuerdo a las necesidades de cada niño favorecer el desarrollo sea cual sea el nivel en que se encuentra.
9. La inclusión de la categoría de la personalidad en el análisis psicopedagógico y por lo tanto la consideración de la subjetividad de cada niño nos lleva a comprender el proceso de enseñanza aprendizaje fuera de los límites del cognoscitivismo, lo cual permite cambiar nuestra actitud ante los niños en nuestra enseñanza para favorecer la generación de intereses al contenido que se les enseña tomando en cuenta sus necesidades personales.
10. Los conceptos aritméticos sólo adquieren sentido cuando se les relaciona con vivencias concretas, pues precisamente surgieron a partir de la comprensión y explicación de la realidad. Es por ello que la enseñanza mediante situaciones problemáticas en las que se consideran los intereses de los niños facilita su comprensión y asimilación. Además esto contribuye a la generación de afectos que permiten la apropiación del concepto de división. Como lo mencionó una niña del piloteo al ser cuestionada sobre el concepto de división: “La repartición tiene que hacerse en iguales porque sino uno se queda triste” dibujando una carita triste.
11. La apropiación del concepto hecha ondas raíces en la personalidad en formación en cada niño pues genera la necesidad de actuar conforme a él. Por ejemplo cuando terminábamos de trabajar y el experimentador sacó un paquete de galletas, P (c) dijo

“haber vamos a ver cuantos somos y cuantas galletas hay para que nos toquen de la misma cantidad a cada uno”.

12. El concepto formado ha de seguir desarrollándose de manera dialéctica generando conexiones interfuncionales cada vez más complejas, lo cual podría llegar a permitir al niño en su momento formar una concepción del mundo en base a este concepto, donde a nivel macro social pueda llegar a comprenderse el concepto de división como una repartición equitativa de los recursos producidos en una sociedad entre sus integrantes.



Figura 39. Convivio de despedida.

Referencias Bibliográficas

- Alvarado, M. y Brizuela, B. (2005). *Haciendo números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia*. México: Paidós.
- Álvarez, M. (2001). *Neuropsicología de la alteración de la atención voluntaria en el TDA*. En Solovieva Y. y Quintanar L. (Ed.) (2001). *Métodos de Intervención en la Neuropsicología Infantil*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Aguilar, A.; Díaz, A.; Díaz, R. y Morgado, T. (2007). Disprosodia en ataxia. *Revista mexicana de Neurociencia*, 8 (6), 526-530.
- Akhutina, T. (2008). Neuropsicología de la edad escolar. Una aproximación histórico-cultural. *Acta Neurol Colomb*, 24 (2), 17-30.
- Akhutina, T. y Pilayeva, N. (2004). *Metódica para el desarrollo y la corrección de la atención en niños escolares*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Amelia, A. (2008). Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas en niños con trastorno por Déficit de atención e hiperactividad: Comparación de los perfiles cognitivos y Metacognitivos. Tesis doctoral. Universidad de Valencia.
- Ardila, A. y Rosselli, M. (2007). *Neuropsicología clínica*. México: Manual Moderno.
- Arias, G. (2004). El método científico en el enfoque histórico cultural. *Professor Convidado do Programa de Mestrado Em Educação–UNINOVE*. Cuba: Universidad de Havana.
- Arriada-Mendicoa, N.; Otero-Siliceo, E. y Corona-Vázquez, T. (1999) Conceptos actuales sobre cerebelo y cognición. *Revista de neurología*, 29 (11), 1075-1082.
- Asmolov, A. G. (1998). *Vygotsky today: on the verge of non-classical psychology*. New York: Nova Science Publishers, Inc.
- Ávila, A.; Balbuena, H. y Bollás, P. (1994) *Matemáticas*. Cuarto grado. México: SEP.
- Ávila, A.; Balbuena, H.; Bollás, P. y Castrejón, J. (2004) *Matemáticas*. Tercer grado. México: SEP.
- Ávila, A. (2006). *Transformaciones y costumbres en la matemática escolar*. México: Paidós.

- Ávila, A.; Balbuena, H.; Bollás, P. y Castrejón, J. (2006) *Matemáticas*. Tercer grado. México: SEP.
- Ávila, A.; Balbuena, H. y Bollás, P. (2007) *Matemáticas*. Cuarto grado. México: SEP.
- Bancubi (2009). *Método Bancubi*. Recuperado el 27 de Octubre de 2009 en: <http://www.bancubi.com/bancubi.htm>.
- Barrios, M. y Guardia, J. (2001). Relación del cerebelo con las funciones cognitivas: evidencias neuroanatómicas, clínicas y de neuroimagen. *Rev Neurol*, 33 (6), 582-591.
- Bausela, E. (2007). Implicaciones córtico y subcorticales del lóbulo frontal en la conducta humana. *Revista de la escuela universitaria de magisterio de Toledo*, 32 (17), 7-24.
- Bebout, H. (1990). Children's symbolic representation of addition and subtraction Word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (2), 123-131.
- Becker, V. (2006). Pensamiento lógico en matemáticas desde una metodología constructivista para un aprendizaje significativo en educación preescolar. Informe Académico de Actividad Profesional de la Licenciatura en Pedagogía. Universidad Panamericana.
- Bermejo, P. y Castillo, L. (2006). Acalculia, clasificación, etiología y tratamiento clínico. *Revista de neurología*, 43 (4), 223-227
- Bernabe, R. (2008). *Desarrollo del sentido numérico y sus vínculos con el rendimiento escolar en aritmética*. México: CINVESTAV del IPN.
- Bruer, J. (1997). *Escuelas para pensar*. México: SEP- Cooperación española.
- Bravo, B., R. (2001). *Fundamentos anatómico-fisiológicos del cuerpo humano aplicados a la educación física (II)*. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Bogoyavlensky, D.N. y Memchinskaya, N.A. (2007). La psicología del aprendizaje desde 1900 a 1960. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Bonilla, M. (2010). *Métodos para la evaluación de las dificultades del lenguaje escrito y del cálculo en la etapa escolar*. Modulo II. Diplomado Neuropsicología infantil. Puebla.

- Bozhovich, L. (2009a). The struggle for concrete psychology and the integrated study of personality. *Journal of Russian and East Europe Psychology*, 47 (4), 28-58.
- Bozhovich, L. (2009b). The social situation of child development. *Journal of Russian and East Europe Psychology*, 47 (4), 59-86.
- Bozhovich, L. (1979). El papel de la actividad del niño en la formación de su personalidad. En Delval, J. (1979). *Lecturas de psicología del niño. El desarrollo cognitivo y afectivo del niño y del adolescente*. Madrid: Alianza.
- Bozhovich, L.I. (1976). *La personalidad y su formación en la edad infantil*. Cuba: Pueblo y educación.
- Buenrostro, A. (2003). Aritmética y bajo rendimiento escolar. Tesis de doctorado en ciencias en la especialidad de matemática educativa. Centro de investigación y estudios avanzados del IPN.
- Bustamante, M. (1978). Desarrollo psicológico del niño. *Revista latinoamericana de psicología*, 3 (10), 411-422.
- Cairo, E.; Ijalba, E. y Martínez, G. (2004). El desarrollo de la capacidad para el cálculo en niños de primaria. *Revista cubana de psicología*, 21 (1), 13-33.
- Carlson, N. (1999). Fisiología de la conducta. Barcelona: Ariel Caro, C. (2007). Sesión de aprendizaje en el rincón de lógico-matemáticas ¿Trabajamos con regletas? *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 10, 53-58.
- Castillo, S. (2007). Teoría de la actividad: una perspectiva en la enseñanza de la matemática apoyada en el uso de las tecnologías de información y comunicación. *Kaleidoscopio*, 4 (8), 109-115.
- Castillo, R.; Lezama, O. y Morales, J. (2005). Rehabilitación neuropsicológica de las funciones ejecutivas en adultos con lesión cerebral a través del modelo PAINT. *Revista Mexicana de Neurociencias*, 6 (3), 218-226.
- Cecchini, M. 2007. Introducción a psicología y pedagogía. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Cobos, P. (1999). *El desarrollo psicomotor y sus alteraciones*. Madrid: Pirámide.
- Cobos, P. (2005) *Neurobiología del desarrollo. Licenciatura en educación especial*. México: secretaria de educación pública.

- Comunidad Autónoma Canaria. (2005). Matemáticas en el sistema educativo español. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 4, 67-107.
- Connell, R. W. (2004). Pobreza y educación. En Gentili, P. (2004). *Pedagogía de la exclusión. Crítica al neoliberalismo en educación*. México: Universidad Autónoma de la Ciudad de México.
- Collis, K. (1982). La matemática escolar y los estadios de desarrollo. *Infancia y aprendizaje*, 19-20, 39-74.
- Coronado, A. (2008). Dificultades del aprendizaje de las matemáticas: conceptos básicos y diagnóstico. *Revista de Humanidades*, 15, 237-252.
- Delgado-García, J. M. (2001). Estructura y función del cerebelo. *Revista de neurología*, 33 (7), 635-642.
- De León, H.; Fuenlabrada, I.; González, R.; Guzmán, M.; Martiradoni, Z. y Ortega, J. (2002). *Matemáticas. Segundo grado*. México: SEP.
- Dembo M. y Guevara, M. (2001). Desarrollo psicológico, aprendizaje y enseñanza: una comparación entre el enfoque socio-cultural y el análisis conductual. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 33 (2), 141-147.
- Díaz, A. (1996). La Afasia motora eferente y las imágenes de los objetos: un estudio de caso. *Tópicos de investigación y posgrado*, 5 (1), 37-45.
- Díaz, J. y Bermejo, V. (2007). Nivel de abstracción de los problemas aritméticos en niños urbanos y rurales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (3), 335-364.
- Díaz, T. y Martín, A. (2000). La comunicación en los problemas docentes. *Monografía Resolución de problemas*. Cuba: Departamento de Matemática General.
- Dirección General de Normatividad de la Subsecretaría de Educación Básica (2004). *Programa de educación preescolar*. México: SEP.
- Duran, P.; Hernández, M. y Guevara, M. (2004). *Aproximaciones al estudio de la corteza prefrontal*. Jalisco: Universidad de Guadalajara.
- Ellis, R. (2005). Principles of instructed language learning. *System*, 33, 209-224.
- Elkonin, D. B. (2009). Hacia el problema de la periodización del desarrollo en la edad infantil. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2009). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas.

- Ethington, C. (1992). Gender differences in a psychological model of mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23 (2), 166-181.
- Feld, V.; Taussik, I.; Azaretto, C.; Val, M.; Díaz, A.; Cavallero, M.A. y Rodríguez, M. (2004). *Neuropsicología del niño*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Luján.
- Fernández, J.A. (2005). Avatares y estereotipos sobre la enseñanza de los algoritmos en matemáticas. *Revista latinoamericana de educación matemática*, 4, 31-46.
- Flores, R.; Farfán, A., y Ramírez, C. (2004). Enseñanza de una estrategia para la solución de problemas de adición y sustracción en alumnos con problemas en el aprendizaje de las matemáticas. *En prensa*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Freud, S. (1976). *Obras completas de Sigmund Freud. Volumen XIX. Neurosis y psicosis*. Buenos Aires: Amorrout editores.
- Ganelin, S. (1966). *La asimilación consciente en la escuela*. México: Grijalbo.
- Galperin, P. Ya. (1979). *Introducción a la psicología. Un enfoque dialéctico*. Madrid: Pablo del Río.
- Galperin, P. Ya. (2009a). La formación de los conceptos y de las acciones mentales. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2009) (Comps.). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas.
- Galperin, P. Ya. (2009b). Tipos de orientación y tipos de formación de las acciones y de los conceptos. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2009) (Comps.). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas.
- Galperin, P. Ya. (2009c). La formación de las imágenes sensoriales y de los conceptos. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2009) (Comps.). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas.
- García, H.; Ortiz, A.; Martínez, G. y Tintorer, O. (2009). La teoría de la actividad de formación por etapa de las acciones mentales en la resolución de problemas. *Revista científica internacional*, 9, 1-25.
- Garrido, P. (2006). Desarrollo del pensamiento matemático en nivel preescolar en Estancias Infantiles (ISSSTE y CENDI G. D.F.). Tesis de Licenciatura en Pedagogía. UNAM.

- Goldberg, E. (2002). *El cerebro ejecutivo*. Barcelona: Crítica.
- Gómez, C. (1991). Cognición, contexto y enseñanza de las matemáticas. *Comunicación, lenguaje y educación*, 11, 11-26.
- Gómez, A. (1995). Tipología de los errores en el cálculo mental. Un estudio en el contexto educativo. *Enseñanza de las ciencias*, 13 (3), 313-325.
- Gómez, B. (1995). *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores*. Granada: Comares.
- Gomila, A. (2007). Conciencia ejecutiva: desmontando el homúnculo. *Estudio de psicología*, 28 (2), 211- 230.
- González, F. (1997). *Epistemología cualitativa y subjetividad*. Sao paulo: Educ.
- González, F. (2002). *Sujeto y subjetividad: una aproximación histórico cultural*. México: Thomson.
- González, L.; Mazarío, A. y Mazarío, I. (2000). Propuesta de un diseño de trabajo grupal para abordar problemas en las clases de ciencias. *Monografía Resolución de problemas*. Cuba: Departamento de Matemática General.
- Guberman, S. (2004). A comparative Study of Children's Out-of-School Activities and Arithmetical Achievements. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35 (2), 117-150.
- Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. México: Paidós.
- Hernández, R. (2000). La comunicación en los problemas docentes. *Monografía Resolución de problemas*. Cuba: Departamento de Matemática General.
- Hernández, S.; Mulas, F. y Mattos, L. (2005). Contribución del cerebelo a los procesos cognitivos. Trastornos del neurodesarrollo. *Revista neurológica*, 40, 57-64.
- Jacobovich, S. (2006). Modelos actuales de procesamiento del cálculo. *Revista Argentina de Neuropsicología*, 7, 21-31.
- Judd, T. (2001). La recuperación natural: un enfoque ecológico en la rehabilitación neuropsicológica. En Solovieva, Y. y Quintanar, L. (2001). *Métodos de rehabilitación en la neuropsicología del adulto*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Kamil, O. (1992). *Reinventando la aritmética II*. Madrid: Visor.

- Kandell, E.; Jessell, T. y Schwartz, J. (2003). *Neurociencia y conducta*. España: Prentice Hall.
- Kostiuk, G. S. (2007). Algunos aspectos de las relaciones recíprocas entre educación y desarrollo de la personalidad. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Kribs, C. M. (2006). Estrategias construidas para la división de fracciones. Investigación en educación matemática. *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, pp. 154-160.
- Krutetsky, V. A. (2007). Algunas características del pensamiento en escolares con escasa aptitud para las matemáticas. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Kumon. (2005). Recuperado el 26 de Mayo de 2009 en: <http://www.kumon.es/programa.htm>
- Labarca, A. (2001). *Técnicas de muestreo para educación*. Chile: Facultad de Filosofía y Educación, UMCE.
- Lazcano, V. (2008). Validación de un instrumento neuropsicológico para evaluar el procesamiento del número y el cálculo en niño de tercero, cuarto y quinto año de primaria de escuelas de gobierno. Tesis de licenciatura en Psicología. UNAM.
- Leontiev, A. N. (1978). El desarrollo intelectual del niño. En Smirnov, A.; Leontiev, A. N.; Rubinstein, S. L. y Tieplov, B. (1978). *Psicología*. México: Grijalbo.
- Leontiev, A. N. (1993). *Actividad, conciencia y personalidad*. México: Cartago.
- Leontiev, A. N. (2003). *Selección de lecturas de psicología del desarrollo*. La Habana: S/E.
- Leontiev, A. N. (2007). Los principios del desarrollo mental y el problema del retraso mental. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Leontiev, A.N. (2009). La importancia del concepto de actividad-objetal para la psicología. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2009) (Comps.). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas.
- Lubianskaia, A. (1968). *Desarrollo psíquico del niño*. México: Grijalbo.

- Lubovsky, D. V. (2009). The concept of internal position. The cultural-historical perspective on studying the personality of the schoolchild. *Journal of Russian and East Europe Psychology*, 47 (4), 87-96.
- Luria, A. R. (1974). *El cerebro en acción*. España: Fontanella.
- Luria, A. R. (1979). *Atención y Memoria*. Barcelona: Fontanella.
- Luria, A. R. (1980). *Introducción evolucionista a la psicología*. Barcelona: Fontanella.
- Luria, A. R. y Tsvetkova, L. S. (1981). *La resolución de problemas y sus trastornos*. Barcelona: Editorial Fontanella.
- Luria, A. R. (1982). *El papel del lenguaje en el desarrollo de la conducta*. México: Cartago.
- Luria, A. y Yudovish, F. (1994). *Lenguaje y desarrollo intelectual en el niño*. España: Siglo XXI.
- Luria, A. R. (1995). *Las funciones corticales superiores del hombre*. México: Fontamara.
- Luria, A.R. (2007). El papel del lenguaje en la formación de conexiones temporales y la regulación del comportamiento en niños normales y oligofrénicos. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Manga, D. y Ramos, F. (1991). *Neuropsicología de la edad escolar. Aplicaciones de la teoría de A. R. Luria a niños a través de la batería Luria-DNI*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- María, J. (1881). *Elementos de aritmética*. México: Escuela Nacional Preparatoria.
- Martín, A. (2003). Operación aritmética: la división. *Boletín: Las matemáticas en secundaria*, 25.
- Maza, C. (1991). Preconceptos erróneos en multiplicación y división entre futuros profesores. *Infancia ya Aprendizaje*, 56, 93-103.
- Mazarío, I. (2009). Propuesta de un sistema de acciones para estructurar la habilidad resolver problemas. *Monografía Resolución de problemas*. Cuba: Departamento de Matemática General.
- Medina, O. (1999). Las bases científicas en el proceso de enseñanza aprendizaje asistido por computadoras. *Revista cubana de educación superior*, 1, 55-61.

- Mejía, L. (2010). *Rehabilitación de los trastornos de la conciencia fonológica por fallas en los factores de oído fonemático, regulación y control*. IV Curso Internacional de Neuropsicología. Instituto Nacional de Rehabilitación.
- Mendoza, F. (2006). Teoría de la dirección de la asimilación y enseñanza de una lengua extranjera. *Reencuentro*, 47, 30-36.
- Montealegre, R. (1992). Desarrollo de la actividad intelectual y formación de la actividad en estudiantes universitarios. *Revista latinoamericana de psicología*, 24, 343-355.
- Montealegre, R. (2005). La actividad humana en la psicología histórico-cultural. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 23, 32-42.
- Mora, J. (2001). *Neuropsicología cognitiva: algunos problemas actuales*. Málaga: Aljibe.
- Morín, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. Francia: UNESCO.
- Moscoso, J. (2005). En torno a la institucionalización del saber matemático en el aula: el caso de la reforma curricular mexicana de 1993. *Revista latinoamericana de educación matemática*, 4, 5-16.
- Murillo, J. (2007). Disturbios práxicos en lesiones focales de los hemisferios cerebrales. *Cuadernos de Neuropsicología*, 1(2), 84-114.
- Natadze, R. (2007). El aprendizaje de los conceptos científicos en la escuela. Actas del Congreso de Psicología, 433-437. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Nicholls, J.; Cobb, P.; Wood, T.; Yackel, E. y Patashnick, M. (1990). Assessing students' theories of success in mathematics: individual and classroom differences. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (2), 109-122.
- Nieto, A.; Wollman, T. y Barroso J. (2004). Cerebelo y Procesos Cognitivos. *Anales de Psicología*, 20 (2), 205-221.
- Novack, G. (1973). *Introducción a la lógica marxista*. Buenos Aires: Pluma.
- Ortiz, G. (2007). La formación del concepto de número en escolares de una comunidad de habla náhuatl-castellana. Tesis para obtener el grado de Maestría en Diagnóstico y Rehabilitación Neuropsicológica, Facultad de Psicología, BUAP.

- Pastor, J. (2004). El comportamiento motor como superación de una controversia conceptual. *Revista de ciencias de la educación*, (198-199), 307-332.
- Peña-Casanova, J. (1985). La neuropsicología de Vigotski y Luria: El cerebro lesionado. *Anuario de psicología*, 33, (2).
- Perera, P. (2009). Una experiencia de enseñanza experimental de las fracciones en primaria. Tesis de doctorado en Ciencias en la especialidad de matemática educativa. Centro de investigación y estudios avanzados del IPN.
- Piaget, J. (1971). *The child's conception of time*. New York: Ballantine books.
- Piaget, J. (1972). *Psicología y epistemología*. Argentina: Emecé.
- Piaget, J. (1975). *Seis estudios de psicología*. México: Editorial Seix Barral.
- Piaget, J. (1976). *La construcción de lo real en el niño*. Buenos Aires: Nueva Visión.
- Piaget, J. (1978a). *Investigación sobre la contradicción*. Madrid: Siglo XXI.
- Piaget, J. (1978b). *Introducción a la epistemología genética. I. El pensamiento matemático*. Buenos Aires: Paidós.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1984). *Psicología del niño*. Madrid: McGraw- Hill.
- Piaget, J. (2006). *Comentarios sobre las observaciones críticas de Vygotsky*. En Vygotsky, L. S. (2006b). *El pensamiento y lenguaje*. México: Quinto Sol.
- Portellano, J. (2005). *Introducción a la neuropsicología*. Madrid: McGraw Hill.
- Phillips, J. (1972). *Los orígenes del intelecto según Piaget*. Barcelona: Conducta Humana.
- Quintanar, L. y Solovieva, Y. (1998). Evaluación del desarrollo de la actividad intelectual en niños de diferente nivel sociocultural. *Revista latina de pensamiento y lenguaje*, 6 (2), 91-110.
- Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2001). *Métodos de rehabilitación en la neuropsicología del adulto*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2002b). Análisis neuropsicológico de las alteraciones del lenguaje. *Revista de psicología*, 55 (1), 67-87.
- Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2003a). *Manual de evaluación neuropsicológica infantil*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2003b). *Pruebas de evaluación infantil*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

- Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2005). Análisis neuropsicológico de los problemas en el aprendizaje escolar. *Revista internacional del magisterio*, 15, 26-30.
- Quintanar, L.; Solovieva, Y. (2008). Los trastornos del aprendizaje: aproximación histórico-cultural. Fundamentos teóricos metodológicos. En Eslava, J.; Mejía, L.; Quintanar, L. y Solovieva, Y. (Ed.) (2008). *Los trastornos del aprendizaje. Perspectivas neuropsicológicas*. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Quintanar, L.; Solovieva, Y.; Lázaro, E. (2008). Los trastornos del aprendizaje: aproximación histórico-cultural. Evaluación de los trastornos del aprendizaje. En Eslava, J.; Mejía, L.; Quintanar, L. y Solovieva, Y. (Ed.) (2008). *Los trastornos del aprendizaje. Perspectivas neuropsicológicas*. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Riche, P. (1990). *Gerberto, el Papa del año mil*. Madrid: Nerea.
- Riverón, O.; Martín, J.; González, I. y Gómez, A. (2001). Influencia de los problemas matemáticos en el desarrollo del pensamiento lógico. *Revista Iberoamericana de educación*.
- Rodríguez, A. (2006). *¿Qué se construye cuando se aprende a dividir?* Memorias del Congreso Estatal de Investigación Educativa. Actualidad, perspectivas y retos.
- Rojas, M. (2006). Desarrollo kinesiológico: la interpretación de un proceso para facilitar el movimiento corporal humano. *Revista Ciencias de la Salud*, 4 (1), 59-72.
- Rosell, H. (2010). *Neuropsicología clínica y del aprendizaje*. Seminario y curso taller. Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, UNAM.
- Rubinstein, S. (1969). *Principios de psicología general*. México: Grijalbo.
- Sánchez, J. J. (2010). *La intencionalidad en el razonamiento lógico, matemático y filosófico*. Curso impartido en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, UNAM.
- Santana, R. (1999). *Aspectos Neuropsicológicos del aprendizaje escolar*. Puerto Rico: ISIED.
- Santana, R. (2001). La rehabilitación neuropsicológica de los trastornos específicos del aprendizaje. Un modelo teórico global. En Solovieva, Y. y Quintanar, L. (2001). *Métodos de intervención en la neuropsicología infantil*. Puebla: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

- Salmina, N. (2001). La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. En Talizina, N. (2001). *La formación de las habilidades del pensamiento matemático*. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- Salmina, N. y Filiminova, O. (2002). *Problemas en el aprendizaje de las matemáticas básicas y su corrección*. Moscú: Instituto universitario de estudios avanzados.
- Shardakov, M. (1963). *Desarrollo del pensamiento en el escolar*. México: Grijalbo.
- Schmelkes, L. (2005). La desigualdad en la calidad de educación primaria. *Revista Latinoamericana de estudios educativos*, 3-4, 9-33.
- Secretaría de Educación Pública (2005). *Lineamientos para la formulación de indicadores educativos*. México: Unidad de planeación y evaluación de políticas educativas.
- Secretaría de Educación Pública (2008). *Normas de control escolar relativas a la inscripción, reinscripción, acreditación y certificación para escuelas primarias oficiales y particulares incorporadas al sistema educativo nacional periodo escolar 2008-2009*. México: Unidad de planeación y evaluación de políticas educativas.
- SERCE (2009). *Aportes para la enseñanza Matemática*. Chile: LLECE.
- Smirnov, A.; Leontiev, A. N.; Rubinstein, S. L. y Tieplov, B. (1978). *Psicología*. México: Grijalbo.
- Solovieva, Y.; Pelayo, H. y Quintanar, L. (2005). Corrección neuropsicológica de problemas de aprendizaje. Análisis de caso. *Revista Internacional del Magisterio*, 15, 22- 25.
- Solovieva, Y. (2004). *Desarrollo del intelecto y su evaluación. Una aproximación histórico-cultural*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Solovieva, Y. (2010). *Aspectos psicofisiológicos, anatómicos, y neuropsicológicos del desarrollo del sistema central*. Modulo II. Diplomado Neuropsicología del desarrollo. México D. F.
- Solovieva, Y. y Quintanar, L. (2000). *La discapacidad infantil desde la perspectiva neuropsicológica*. México: Universidad de Tlaxcala.
- Solovieva, Y. y Quintanar, L. (2001). *Métodos de rehabilitación en la neuropsicología del adulto*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

- Solovieva Yu., Chávez M. y Quintanar L. (2001) Alteraciones de la actividad intelectual en pacientes con afasia semántica. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2001). *Métodos de rehabilitación en la neuropsicología del adulto*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Solovieva Y. y Quintanar, L. (2002a). Introducción. En Salmina, N. y Filiminova, O. (2002). *Problemas en el aprendizaje de las matemáticas básicas y su corrección*. Moscú: Instituto universitario de estudios avanzados.
- Solovieva, Y. y Quintanar, L. (2004). Prólogo a la edición mexicana. En Akhutina, T. y Pilayeva, N. *Metódica para el desarrollo y la corrección de la atención en niños escolares*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Solovieva, Y. y Quintanar, L. (2005). *Método invariante para la enseñanza de la lectura. Una aproximación histórico cultural*. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Solovieva, Y. y Quintanar, L. (2006). *Métodos de corrección neuropsicológica infantil. Una aproximación histórico-cultural*. Puebla: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Solovieva, Y. y Quintanar, L. (2007a). Análisis neuropsicológico de la acción escolar desde el paradigma histórico cultural. *Revista de psicología general y aplicada*, 60 (3), 217-234.
- Solovieva Y. y Quintanar L. (2007b) La zona de desarrollo próximo como método para el diagnóstico del desarrollo intelectual. En Castañeda, S. (Ed.) (2007) *Educación, aprendizaje y cognición. Teoría en la práctica*. México: Manual Moderno.
- Solovieva, Y. Quintanar, L. y Lázaro, E. (2002). Evaluación neuropsicológica de escolares rurales y urbanos desde la aproximación de Luria, *Revista Española de neuropsicología*, 4 (2-3), 217-235.
- Talízina, N. (1988). *Psicología de la enseñanza*. Moscú: Progreso.
- Talízina, N. (2000). *Manual de psicología pedagógica*. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- Talízina N. (2001). *La formación de las habilidades del pensamiento matemático*. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

- Talizina, N. (2009) *La teoría de la actividad aplicada a la enseñanza*. México: BUAP.
- Téllez, L. (2006). Cuatro interpretaciones de enseñar la división a través de la resolución de problemas. *Perspectivas docentes*, 32, 5-13.
- Teplov, B. M., (2007). Aspectos psicológicos de la educación artística. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Uribe, C. (2008). Aproximación cognoscitiva: intervención en las dificultades de aprendizaje. En Eslava, J.; Mejía, L.; Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2008). *Los trastornos del aprendizaje*. Perspectivas neuropsicológicas. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Vygostki, L.S. (1991a). El método instrumental en psicología. Problemas teóricos y metodológicos de la psicología. *Obras escogidas I*. España: Visor.
- Vygotski, L. S. (1991b). La psicología y la teoría de la localización de las funciones psíquicas. *Obras escogidas I*. Madrid: Visor.
- Vygotski, L. S. (1991c). Sobre el artículo de K. Kofka. La introspección y el método en psicología. *Obras escogidas I*. Madrid: Visor.
- Vygotski, L. S. (1991d). Sobre los sistemas psicológicos. *Obras escogidas I*. Madrid: Visor.
- Vygotski, L. S. (1993). Conferencias sobre psicología. *Obras escogidas II. Problemas teóricos y metodológicos de la psicología*. Madrid: Visor.
- Vygotski, L. S. (1995a). Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores *Obras escogidas Tomo III: Problemas del desarrollo de la psique*. España: Visor
- Vygotski, L. S. (1995b). Conclusiones. Futuras vías de investigación. Desarrollo de la personalidad del niño y de su concepción del mundo. *Obras escogidas Tomo III: Problemas del desarrollo de la psique*. España: Visor
- Vigotskii, L. (2000) *La imaginación y el arte en la infancia (ensayo psicológico)*. Madrid: Akal.
- Vigotsky (2004). *Teoría de las emociones. Estudio histórico-psicológico*. Madrid: Akal.
- Vigotski L. (2005). *Psicología pedagógica*. Buenos Aires: Aique.
- Vygotski, L. S. (2006a) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica
- Vygotsky, L. S. (2006b). *El pensamiento y lenguaje*. México: Quinto Sol.

- Vygotsky, S. L. (2007). Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. En Luria, A.; Leontiev, A. y Vygotski, L. (2007). *Psicología y pedagogía*. España: Akal.
- Vigotsky, L. S. (2009). El desarrollo del sistema nervioso. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2009) (Comps.). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas.
- Xomskaya, E. (2002a). La escuela neuropsicológica de A. R. Luria. *Revista Española de Neuropsicología*, 4 (2-3), 130-150.
- Xomskaya, E. (2002b). El problema de los factores en la neuropsicología. *Revista Española de Neuropsicología*, 4 (2-3), 151-167.
- Wallon, H. (1968). *La evolución psicológica del niño*. México: Grijalbo.
- Wertsch J. (1988). *Vygostky y la formación social de la mente*. España: Paidós.
- Zeigarnik, B. (1981). *Psicopatología*. España: Akal.
- Zaporoshets, A. V. Galperin P. Ya. y Elkonin, D. B. (1995). Problems in the Psychology of Activity. *Journal of Russian and East European and Psychology*, 33 (4), 12-34.
- Zaparozhets, A. V. (2009a). Características de la actividad orientativo-investigativa y su papel en la formación y la realización de los movimientos voluntarios. El desarrollo de los movimientos voluntarios. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2009) (Comps.). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas.
- Zaporoshets, A. (2009b). El papel de la actividad orientadora y de la imagen en la formación y realización de los movimientos voluntarios. En Quintanar, L. y Solovieva, Y. (2009) (Comps.). *Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño*. México: Trillas.
- Zaporoshets, A. Zinchenko V. y Elkonin, D. (1979). El desarrollo del pensamiento visomotor durante la edad preescolar. En Delval, J. (1979). *Lecturas de psicología del niño. El desarrollo cognitivo y afectivo del niño y del adolescente*. Madrid: Alianza.

ANEXOS

Anexo A

SUBPRUEBA DE ARITMÉTICA

Evaluación inicial al grupo experimental “A” y al grupo de comparación “C₁”

1.-Cuenta del 17 al 5.

2.-Problemas aritméticos.

- a) En el árbol había 7 pájaros. Se fueron 3. ¿Cuántos quedaron? (Resta)
- b) En el árbol había 2 pájaros. Llegaron 4. ¿Cuántos hay ahora? (Suma)
- c) Se fueron 2 pájaros y se quedaron 3. ¿Cuántos había al principio? (Suma)
- d) La mamá de Joanna cocina 73 salchichas para los 5 grupos de catecismo de la iglesia. Si quiere que a cada grupo le toque la misma cantidad de salchichas. ¿Cuántas salchichas les va a dar a cada grupo? (División Partitiva)
- e) Cristina tiene 23 chocolates repartidos en bolsitas. En cada bolsa ella ha puesto 5 chocolates. ¿Cuántas bolsitas utilizó para guardar sus chocolates? (División Cuotitiva)
- f) Josefina quiere darle a sus 8 hijas 4 galletas a cada una. ¿Cuántas galletas tiene que comprar Josefina? (División Multiplicativa)
- g) Si compro dos plumas cada día ¿Cuántas plumas tendré al final de la semana? (Multiplicación)

3. Solución de problemas por etapas de división partitiva:

- Plano verbal interno. Que los resuelvan en silencio y sólo diga el resultado en voz alta.

- a) Laura tiene 29 chocolates y quiere repartirlos a sus 2 mejores amigas, si Laura quiere repartir los chocolates en cantidades iguales, ¿cuántos chocolates le va a dar a cada amiga?
- b) El maestro Raúl tiene 46 plumones y los va a repartir a sus 8 mejores alumnos, si el maestro quiere darle la misma cantidad de plumones a cada alumno, ¿cuántos plumones le va a dar a cada alumno?

-Plano verbal externo. Que comente todas las operaciones que realiza para resolver el problema.

a) La directora tiene 70 pelotas y las va a repartir a sus 6 alumnos, si la directora quiere darle la misma cantidad de pelotas a cada alumno, ¿cuántas pelotas le dará a cada alumno?

b) La maestra quiere repartir 18 barras de plastilina para que sus 9 alumnos trabajen, si ella quiere darle la misma cantidad de barras de plastilina a cada alumno, ¿cuántas barras de plastilina le va a dar a cada alumno?

- Plano perceptivo escrito. Que las acomoden en diferente espacio y de diferente forma si es necesario para que las resuelvan.

$$9 \overline{) 76}$$

$$7 \overline{) 4}$$

$$8 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$14 - 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$13 - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$17 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$27 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- Plano perceptivo dibujo. Que dibuje la repartición.

a) Repartición de 14 manzanas entre 4 niños

b) Repartición de 32 nueces entre 6 gelatinas

- Plano materializado. Que los resuelvan con palitos.

a) Repartición de 27 palitos entre 7 niños.

b) Repartición de 41 palitos entre 3 niños.

Evaluación final 1 al grupo experimental “A” y al grupo de comparación “C₁”

1.-Cuenta del 31 al 16.

2.-Problemas aritméticos. Plano interno. Que señalen si implican el concepto de división o no. Que señalen con que operación se resuelven y que los resuelvan en silencio.

- a) Abelino quiere armar un rompecabezas en dos días. En un día quiere armar 34 piezas y en el otro día quiere armar las 12 piezas que le han de faltar, ¿cuántas piezas en total tiene el rompecabezas de Abelino? (Suma)
- b) En los próximos 4 días Agustín ha decidido espantar a 97 niños de su escuela. Como él quiere espantar la misma cantidad de niños cada día, ¿cuántos niños espantará cada día? (División Partitiva)
- c) Leonardo salió a jugar con sus 14 canicas, si él perdió 6 canicas, ¿cuántas canicas le quedaron? (Resta)
- d) Alexis dibujó 6 águilas de diferentes colores, si él quiere sacar 3 copias de cada águila para regalarlas a sus compañeros, ¿cuántas copias sacará en total? (Multiplicación)

3.-Problemas aritméticos. Plano verbal externo.

- a) Uriel le enseñó a bailar a Yola 81 bailes diferentes durante 7 horas. Si ellos aprendieron la misma cantidad de bailes cada hora, ¿cuántos bailes aprendieron en cada hora?

4.-Problemas aritméticos. Plano perceptivo escrito. Que identifiquen los que son problemas que implican el concepto de división, que identifiquen cuales se pueden resolver con divisiones, y que los resuelvan.

- b) Para colorear un mapa muy grande el maestro va a repartir 46 colores entre Gerardo, Humberto, Daniel, Alvaro, Yolanda, Armando, Carlos y Sara, de tal forma que cada uno de los 8 alumnos le toquen la misma cantidad de colores. Por lo tanto, ¿cuántos colores le tocará a cada alumno? (División partitiva)
- c) Si en la juguetería un carrito cuesta 7 pesos y Gerardo quiere comprarse 4 carritos, ¿cuántos pesos necesita tener Gerardo para poder comprarlos? (Multiplicación)
- d) El maestro César decidió regalar dulces a los niños que ganaran en el juego de lotería. Daniel jugó lotería y ganó 5 dulces en cada hora. Si durante varias horas Daniel ganó 66 dulces, ¿cuántas horas jugó Daniel? (División cuotitiva)
- e) La mamá de Yolanda quiere saber cuántas manzanas tiene que comprar para repartírselas a Yolanda en toda la semana. Si Yolanda se come en la escuela 2 manzanas cada día, y si va a la escuela 5 días de la semana, ¿cuántas manzanas tiene

que comprar la mamá de Yolanda para que le alcancen a Yolanda? (División multiplicativa)

5.-Problemas aritméticos. Plano perceptivo dibujo. Que lo hagan en el espacio en blanco o en el esquema perceptivo.

f) Juan tiene 36 tortillas y quiere regalarlas a 6 perritos hambrientos de la calle. Si quiere que le toquen la misma cantidad de tortillas a cada perrito, ¿cuántas tortillas le tocarán a cada perrito? (División partitiva)

6.- Problemas aritméticos. Plano materializado. Que los resuelvan con aritos.

g) Cada alumno quiere repartir 35 aritos a sus 7 compañeros que han estado realizando operaciones matemáticas. Si quiere que cada compañero tenga la misma cantidad de aritos, ¿cuántos aritos le tocarán a cada niño? (División partitiva)

7.-Operaciones aritméticas. Que las acomoden en diferente espacio y de diferente forma si es necesario para que las resuelvan.

$$5 \overline{) 64}$$

$$8 \overline{) 902}$$

$$9 \overline{) 29}$$

$$3 \overline{) 7}$$

$$12 + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$18 + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$99 + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$10 + 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$27 - 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$32 - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 \times 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

8.-Operaciones dictadas, sólo divisiones.

32 entre 2

3 entre 8

78 entre 7

0 entre 6

65 entre 0

Evaluación inicial al grupo experimental “B” y al grupo de comparación “C₂”

1.-Cuenta del 49 al 32.

2.-Problemas aritméticos. Pueden utilizar cualquier medio para resolverlas (lápiz, papel, dedos, aritos)

- a) En el árbol había 29 pájaros. Se fueron 7. ¿Cuántos quedaron? (Resta)
- b) En el árbol había 42 pájaros. Llegaron 8. ¿Cuántos hay ahora? (Suma)
- c) Se fueron 15 pájaros y se quedaron 9. ¿Cuántos hay ahora? (Suma)
- d) Roberto quiere comprar 34 carritos para jugar con sus amigos, si cada carrito cuesta \$2 pesos, ¿cuántos pesos necesita tener para pagar poder pagar los carritos? (Multiplicación)
- e) La directora de la primaria “Vidal Alcocer” encargó 96 camisetas deportivas para los 3 equipos de futbol varonil, si la directora quiere que cada equipo tenga la misma cantidad de camisetas, ¿cuántas camisetas le va a dar a cada equipo? (División)

3.-Problemas aritméticos ETAPAS:

- a) Plano interno: El jefe militar quiere repartir 56 cascos nuevos a los 9 soldados que trabajan con él, si el jefe quiere darle la misma cantidad de cascos a cada soldado, ¿cuántos cascos le dará a cada soldado? Que señalen con que operación se resuelven y que los resuelvan en silencio.
- b) Plano verbal externo: El jefe militar quiere repartir 56 cascos nuevos a los 9 soldados que trabajan con él, si el jefe quiere darle la misma cantidad de cascos a cada soldado, ¿cuántos cascos le dará a cada soldado? Que resuelva con operaciones habladas.
- c) Plano perceptivo escrito: El jefe militar quiere repartir 56 cascos nuevos a los 9 soldados que trabajan con él, si el jefe quiere darle la misma cantidad de cascos a cada soldado, ¿cuántos cascos le dará a cada soldado? Que lo resuelva con operaciones escritas.
- d) Plano perceptivo dibujo: El jefe militar quiere repartir 56 cascos nuevos a los 9 soldados que trabajan con él, si el jefe quiere darle la misma cantidad de cascos a cada soldado, ¿cuántos cascos le dará a cada soldado? Que lo hagan en el espacio en blanco o en el esquema perceptivo.
- e) Plano materializado: El jefe militar quiere repartir 56 cascos nuevos a los 9 soldados que trabajan con él, si el jefe quiere darle la misma cantidad de cascos a cada soldado, ¿cuántos cascos le dará a cada soldado? Que los resuelvan con aritos.

4.-Operaciones aritméticas. Que las acomoden en diferente espacio y de diferente forma si es necesario para que las resuelvan.

$$6 \overline{) 56}$$

$$4 \overline{) 73}$$

$$2 \overline{) 9}$$

$$62 + 13 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$67 + 19 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$48 + 26 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$35 + 86 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$90 - 14 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$63 - 17 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$54 - 36 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$23 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$42 \times 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 \times 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

5.- Operaciones dictadas

- a) 43 entre 3 b) 4 entre 9 c) 23 entre 11 d) 0 entre 7 e) 76 entre 0 f) 89 entre 8

Evaluación final al grupo experimental “B”, al grupo de comparación C₂, y evaluación final
2 al grupo experimental “A”

1.-Cuenta del 37 al 24.

2.-Problemas aritméticos. Pueden utilizar cualquier medio para resolverlas (lápiz, papel, dedos, aritos)

- a) En el salón había 72 niños, salieron al comedor 9. ¿Cuántos quedaron? (Resta)
- b) En el salón habían 64 niños. Llegaron 8. ¿Cuántos hay ahora? (Suma)
- c) Se fueron 18 niños y se quedaron 12. ¿Cuántos había al principio? (Suma)
- d) Si Ricardo tiene 21 tarjetas de la WWE con 3 puntos cada una de ellas. ¿Cuántos puntos tiene en total? (Multiplicación)
- e) El año pasado Armando tuvo 79 faltas durante 6 meses de clases. Si Armando tuvo la misma cantidad de faltas por cada mes, ¿cuántas faltas tuvo en cada mes? (División)

3.-Problemas aritméticos ETAPAS:

a) Plano interno. Que señalen con que operación se resuelven y que los resuelvan en silencio:

Los niños de tercero llevaron a la escuela 43 helados para regalárselos a los 3 maestros que ganaron los concursos del festival del día del maestro. Si los niños le regalaron la misma cantidad de helados a cada maestro, ¿cuántos helados le dieron a cada maestro?

b) Plano verbal externo. Que resuelva con operaciones habladas:

Los niños de tercero llevaron a la escuela 43 helados para regalárselos a los 3 maestros que ganaron los concursos del festival del día del maestro. Si los niños le regalaron la misma cantidad de helados a cada maestro, ¿cuántos helados le dieron a cada maestro?

c) Plano perceptivo escrito. Que lo resuelva con operaciones escritas.

Los niños de tercero llevaron a la escuela 43 helados para regalárselos a los 3 maestros que ganaron los concursos del festival del día del maestro. Si los niños le regalaron la misma cantidad de helados a cada maestro, ¿cuántos helados le dieron a cada maestro?

d) Plano perceptivo dibujo. Que lo hagan en el espacio en blanco o en el esquema perceptivo.

Los niños de tercero llevaron a la escuela 43 helados para regalárselos a los 3 maestros que ganaron los concursos del festival del día del maestro. Si los niños le regalaron la misma cantidad de helados a cada maestro, ¿cuántos helados le dieron a cada maestro?

e) Plano materializado. Que los resuelvan con aritos.

Los niños de tercero llevaron a la escuela 43 helados para regalárselos a los 3 maestros que ganaron los concursos del festival del día del maestro. Si los niños le regalaron la misma cantidad de helados a cada maestro, ¿cuántos helados le dieron a cada maestro?

4.-Operaciones aritméticas. Que las acomoden en diferente espacio y de diferente forma si es necesario para que las resuelvan.

$$7 \overline{)86}$$

$$4 \overline{)932}$$

$$5 \overline{)23}$$

$$69 + 26 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$23 + 55 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$44 + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$75 - 25 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$52 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$88 - 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$




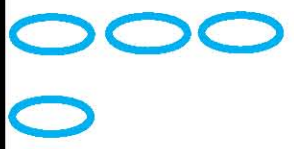
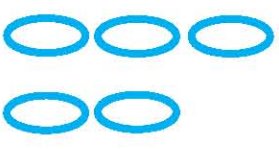
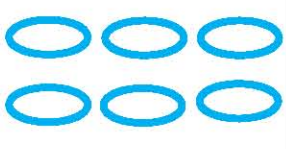
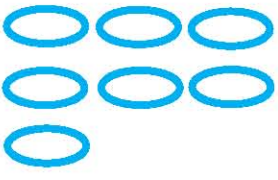
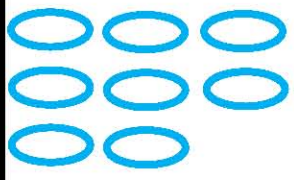
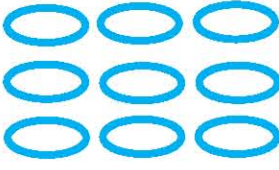

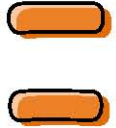
$$14 \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$49 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8 \times 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Anexo B

Tarjetas de la operación de multiplicación

| | | | |
|---|---|--|---|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 |  |  |

Anexo C

Encuesta a padres de familia



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA



Estado de México, a _____ de _____ del _____

Buenos días padres de familia. Somos, Daniel Rosas Alvarez y Yolanda Rosas Rivera, pasantes de la Licenciatura en Psicología de la FES-Zaragoza (UNAM). Con su autorización su hijo (a) _____ participó en el proyecto de investigación: “Formación del concepto de división partitiva en niños de primaria”, el cual consistió en la aplicación de un método de enseñanza de la división, y se impartió del día 28 de abril al día 17 de mayo. Para finalizar la participación de su hijo (a) le solicitamos que responda con honestidad las siguientes preguntas. Los datos proporcionados serán utilizados sólo para el objetivo de la investigación y serán manejados con estricta confidencialidad.

1. Información sobre su Familia

| | Padre | Madre | Hermano (a) | Hermano (a) | Hermano (a) | Otros familiares que vivan con el niño (a): Abuelos, Tíos, Primos, etc. (especifique el parentesco) |
|----------------------------------|-------|-------|-------------|-------------|-------------|---|
| Edad | | | | | | |
| Ocupación | | | | | | |
| Grado escolar | | | | | | |
| Colonia y calle de su domicilio | | | | | | |
| Pasatiempo | | | | | | |
| Saben leer y escribir | | | | | | |
| ¿Cuántas horas a la semana leen? | | | | | | |
| Tiempo que pasa con el niño (a) | | | | | | |

2. Información sobre su Hijo (a)

A. Fecha de nacimiento de su hijo (a): _____

B. Edad de su hijo (a): _____

C. Considera que su hijo habla, escucha y ve adecuadamente: _____

¿Por qué? _____

D. ¿Qué enfermedades crónicas ha sufrido su hijo? _____

E. ¿Asistió al preescolar? _____ ¿A qué edad entró al preescolar? _____ ¿Cuántos años cursó? _____

F. ¿A qué edad entró a la primaria? _____

G. ¿Su hijo ha repetido algún grado escolar por alguna causa (reprobación, cambio de domicilio, por enfermedad, etc.)? _____ ¿Qué grado? _____ ¿Por qué? _____

H. Llene con las calificaciones de su hijo (a) correspondientes la siguiente la tabla:

| | | Promedio | Calificación de Español | Calificación de Matemáticas |
|--|-----------|----------|-------------------------|-----------------------------|
| Calificaciones finales | 1er grado | | | |
| | 2º grado | | | |
| Calificaciones sólo del último bimestre evaluado | 3er grado | | | |

I. ¿Cuáles son las asignaturas escolares que más se le facilitan a su hijo (a)? _____

J. ¿Cuáles son las asignaturas escolares que más se le dificultan a su hijo (a)? _____

K. ¿Cuáles son las causas que usted piensa que originan las dificultades de su hijo (a)? _____

L. ¿Cuáles son las actividades preferidas de su hijo (a) (jugar videojuegos, ir a la escuela, leer, ayudar en los quehaceres de la casa, jugar con sus hermanos, ver televisión, dormir o alguna otra)_____

M. ¿Su hijo (a) ve televisión?_____ ¿cuántas horas al día?_____ ¿qué tipo de programas?_____

N. Describame cómo se lleva su hijo:

-Con mamá _____

-Con papá _____

-Con hermano (a) _____

-Con abuelos (as) _____

-Con otros familiares: tíos, primos _____

-Con compañeros de la escuela _____

-Con su maestro (a) _____

-Con vecinos _____

O. ¿Cuántas veces al día alimenta a su hijo?_____ ¿En qué horarios?_____

¿Cuáles son los alimentos que acostumbra a darle a su hijo (huevo, carne de res, pollo, pescado, verduras, etc.)_____

3. Información sobre su domicilio

A. Dirección de su domicilio (sólo colonia y calle)_____

B. ¿Cuántos cuartos hay en su casa (sin contar baños)? _____

C. ¿Con quién duerme su hijo?_____

D. ¿Usted considera su domicilio un lugar seguro?_____ ¿Por qué? _____

E. Llene la siguiente tabla con el nombre de los eventos que son frecuentes en su domicilio y especifique si son adultos, jóvenes o niños, las personas involucradas en la realización de dichas acciones (puede escribir alguna otra palabra que no se encuentre en la lista):

| | Muy frecuente | Poco frecuente | Nunca ha sucedido |
|--|---------------|----------------|-------------------|
| -Robo y asaltos: adultos, jóvenes, niños, etc. (de carteras, de celulares, en casas, etc.) | | | |
| -Personas con algún vicio: adultos, jóvenes, niños (drogas, alcohol, | | | |

| | | | |
|--|--|--|--|
| cigarro, etc.) | | | |
| -Peleas callejeras: entre bandas, entre pandillas, entre vecinos, entre estudiantes u otras personas. | | | |
| -Agresiones entre adultos: entre maestros, entre padres de familia, entre vecinos (palabras o golpes) | | | |
| -Agresiones entre adultos y niños (as): entre maestros y niños (as), entre padres y niños (as), entre familiares y niños (as), entre vecinos y niños (as) (palabras o golpes) | | | |
| -Agresiones entre niños (as) y niños (as): entre compañeros de la escuela, entre vecinos, entre pandilleros (palabras o golpes) | | | |

F. Marque con una “x” si en su domicilio cuenta con los siguientes servicios:

- Servicio de agua potable _____
- Servicio de drenaje _____
- Servicio de luz _____
- Televisión por cable _____
- Internet _____

G. Marque con una “x” si en su domicilio cuenta con los siguientes:

- Computadora _____
- Televisión _____
- Enciclopedias _____
- Calentador de agua _____
- Libros (cuentos, fábulas, académicos) _____
- Automóvil _____

-Revistas ____

4. Si hay algo que no fue abordado en el presente cuestionario, y usted considera repercute en el desempeño escolar de su hijo (a) le solicitamos que lo describa en las siguientes líneas:

Para cualquier duda o comentario estamos a su disposición.

Muchas gracias por su participación Sr (a) _____,
en un proyecto que sólo tiene como finalidad mejorar la calidad de la enseñanza y por lo tanto el aprendizaje de su hijo (a). Si está conforme con la participación de su hijo (a) por favor escriba su nombre o firma.

Nombre o firma de enterado y de conformidad

Sr (a) _____

Anexo D

Consentimiento informado



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA
CONSENTIMIENTO INFORMADO



Estado de México, a _____ de _____ del _____

Buenos días Padres de familia. Somos Daniel Rosas Alvarez y Yolanda Rosas Rivera, pasantes de la Licenciatura en Psicología de la FES- Zaragoza (UNAM), estamos realizando un proyecto de investigación en la primaria Vidal Alcocer donde asiste su hijo. El proyecto consiste en la aplicación de un método de enseñanza de la división aritmética en alumnos de tercer grado de primaria. El martes 23 de Marzo del presente año, con el apoyo de la directora Olivares y del Profesor Raúl se eligieron alumnos a quienes podrían beneficiarles dicho método de enseñanza. De acuerdo a esa selección, el alumno _____ está invitado a participar en el presente curso durante las vacaciones, del día 29 de Marzo al 9 de Abril en el horario de 14:00 a 16:30 hrs, en la primaria Vidal Alcocer. Si usted está interesado en que su hijo participe le solicitamos atentamente su apoyo para los siguientes puntos que son importantes:

1. La entrada será a las 14:00 hrs en punto, tendrán una tolerancia de 5 minutos.
2. Presentar al niño alimentado para que pueda realizar las actividades que se requieran.
3. Si usted lo desea puede permanecer durante las sesiones, afuera del salón donde se trabajará con el alumno.
4. Si las actividades no terminan a las 16:30, se le pedirá permiso para alargar la sesión y se le permitirá la entrada a la primaria para esperar al alumno.
5. Con una inasistencia se dará de baja la participación del niño porque las actividades requieren de continuidad.
6. Se solicita que el alumno no asista durante estas dos semanas de trabajo a otros cursos de regularización que impliquen actividades académicas (Matemáticas, Español, entre otras).
7. Proporcionar la información requerida para trabajar con el alumno.
8. Las sesiones de trabajo serán video-grabadas con fines de investigación, sus datos serán respetados y no se hará ningún uso de ellos sin su autorización.
9. Si usted tiene alguna pregunta durante el proyecto puede dirigirse con nosotros y con gusto aclararemos sus dudas. Si usted lo desea al final del proyecto de investigación se le informará los resultados y logros obtenidos del alumno.

Gracias por su participación Sr (a) _____
y si está de acuerdo con lo establecido por favor escriba su nombre o firma para proceder con el siguiente paso, que es la enseñanza de la división.

Firma de enterado y de conformidad

Sr (a) _____

Anexo E

TARJETAS DE ORIENTACION A LA TAREA



Anexo F

TARJETAS DEL ESQUEMA DE LA BOA



1. Repartición de la unidad de medida más grande del dividendo entre cada una de las unidades del divisor, las veces necesarias hasta que la repartición ya no pueda ser equitativa.
2. Colocar en el cociente la cantidad correspondiente a la unidad de medida utilizada.
3. Integrar el residuo de esta unidad de medida a la unidad de medida siguiente, y repartir ésta entre cada una de las unidades del divisor, las veces necesarias hasta que la repartición no pueda ser equitativa.
4. Colocar en el cociente la cantidad correspondiente a la unidad de medida utilizada.
5. Si hay más unidades de medida repetir el paso tres y cuatro hasta que se realice la repartición con cada una de ellas



1. Repartición de la unidad de medida más grande del dividendo entre cada una de las unidades del divisor, las veces necesarias hasta que la repartición ya no pueda ser equitativa.
2. Colocar en el cociente la cantidad correspondiente a la unidad de medida utilizada.
3. Integrar el residuo de esta unidad de medida a la unidad de medida siguiente, y repartir ésta entre cada una de las unidades del divisor, las veces necesarias hasta que la repartición no pueda ser equitativa.
4. Colocar en el cociente la cantidad correspondiente a la unidad de medida utilizada.
5. Si hay más unidades de medida repetir el paso tres y cuatro hasta que se realice la repartición con cada una de ellas

DIVISIÓN PARTITIVA Etapa Verbal Externa



-grupos de...

DIVISIÓN PARTITIVA Etapa Verbal Interna



$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 120} \end{array}$$

= 4

Anexo G

Forma incorrecta de denominación de los componentes de la división por parte del maestro de grupo.

