



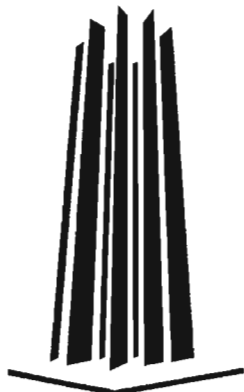
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
ARAGÓN**

**ESTUDIO DE PROPAGACIÓN DEL SONIDO EN UN  
RECINTO AL AIRE LIBRE, CON MEDIDAS  
ACÚSTICAS Y METEOROLÓGICAS**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE :**  
**INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA**  
**AREA: ELÉCTRICA – ELECTRÓNICA**  
**P R E S E N T A :**  
**ENRIQUE HERNÁNDEZ PÉREZ**

**ASESOR: ING. PRÓCORO PABLO LUNA ESCORZA**



**MÉXICO**

**2005**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS.

Al ing. Prócoro Pablo Luna Escorza, por haber aceptado dirigir este trabajo y por el entusiasmo que manifestó durante la realización del mismo.

A los miembros del jurado.

Ing. José Luis García Espinosa.  
Ing. Abel verde Cruz.  
Ing. Ángel Alfonso Sánchez Razo.  
Ing. Eleazar Margarito Pineda Díaz.

Por el tiempo dedicado para revisar, corregir y enriquecer el trabajo original.

Agradezco al ingeniero Raúl Barrón Vera y al ingeniero José Luis García Espinosa por las facilidades en la elaboración de los escritos dirigidos a las instituciones. Ya que fueron fundamentales en la obtención de la información requerida.

Agradezco al ingeniero Dr. Enrique Camarillo Cruz encargado de la subdirección de meteorología seneam sct meteorología aeronáutica del aeropuerto internacional de México, por la atención e información proporcionada.

Agradezco al ingeniero Jorge Malagon Díaz gerente regional de aguas del valle de México, al ingeniero Raymundo Gabino Noriega gerente técnico de la gerencia regional, por la aprobación en la petición de información. Así como a Ramón López Flores subgerente de hidrología e ingeniería de ríos, al ingeniero Javier Rojas Martínez del departamento de hidrología.

Agradezco el apoyo a José Luis Lucio Medina Ruiz jefe del departamento de hidrología operativa y ingeniería de ríos, a Donaciano Martínez Vázquez del archivo de hidroclimatología, por las facilidades y atención personal a su servidor, siendo de mucha importancia sus comentarios para obtener la información meteorológica así como para la aprobación en el recorrido a las estaciones meteorológicas y por las atenciones recibidas.

Por la atención en el recorrido a las estaciones meteorológicas e información agradezco también a Salvador Ramos Ochoa, Alfredo Martínez Olalde y Bernardo Suberville.

Así como al Centro Meteorológico Nacional, por los datos proporcionados.

## DEDICATORIAS.

Primeramente quiero dar gracias a Dios por tantas cosas maravillosas que me ha proporcionado como lo son: mis padres, mi familia, mis amigos, la vida y muchos valores espirituales que me han ayudado a crecer y madurar.

Me dirijo a mis padres y dedico esta tesis reconociendo su esfuerzo y paciencia que han realizado durante muchos años para mantener unida y feliz a la familia, proviéndola no solamente del sustento material, sino dándole confianza, amor, dialogo, amistad y todo lo que una familia necesita, para ser precisamente el impulso y formación hacia a la felicidad de sus miembros en todos los aspectos de la vida. Gracias a esto en mi familia encuentro a mis mejores amigos, mis hermanos, que con mucho cariño dedico este trabajo.

Quiero agradecer a todas las personas que en el transcurso de mi vida escolar han compartido su vida y su amistad conmigo y también a todas las personas que han estado alrededor de mi vida, hasta el día de hoy, porque hemos compartido alegrías, enojos, fracasos, éxitos, etc.

Quiero agradecer a toda mi familia por tener la paciencia necesaria para elaborar la tesis, claro algunas veces pienso que no me creían que estaba estudiando en las bibliotecas.

Agradezco al ingeniero Raúl Barrón Vera y al ingeniero José Luis García Espinosa por las facilidades en la elaboración de los escritos dirigidos a las instituciones. Ya que fueron fundamentales en la obtención de la información requerida.

Agradezco al ingeniero Dr. Enrique Camarillo Cruz encargado de la subdirección de meteorología seneam sct meteorología aeronáutica del aeropuerto internacional de México, por la atención e información proporcionada.

Agradezco al ingeniero Jorge Malagon Díaz gerente regional de aguas del valle de México, al ingeniero Raymundo Gabino Noriega gerente técnico de la gerencia regional, por la aprobación en la petición de información. Así como a Ramón López Flores subgerente de hidrología e ingeniería de ríos, al ingeniero Javier Rojas Martínez del departamento de hidrología.

Agradezco el apoyo a José Luis Lucio Medina Ruiz jefe del departamento de hidrología operativa y ingeniería de ríos, a Donaciano Martínez Vázquez del archivo de hicroclimatología, por las facilidades y atención personal a su servidor, siendo de mucha importancia sus comentarios y asesoramiento para obtener la información meteorológica así como para la aprobación en el recorrido a las estaciones meteorológicas y por las atenciones recibidas.

Por la atención en el recorrido a las estaciones meteorológicas e información agradezco también a Salvador Ramos Ochoa, Alfredo Martínez Olalde y Bernardo Suberville.

# ESTUDIO DE PROPAGACIÓN DEL SONIDO EN UN RECINTO AL AIRE LIBRE, CON MEDIDAS ACÚSTICAS Y METEOROLÓGICAS.

Agradecimientos.

Dedicatoria

Índice.

Introducción.....	I
<b>CAPITULO 1. MOVIMIENTOS ONDULATORIOS O VIBRATORIOS.</b>	
1.1. Movimiento armónico simple.....	1
1.1.2. Periodo del movimiento armónico simple.....	4
1.1.3. Propiedades del movimiento armónico simple.....	6
1.1.4. Ecuaciones de movimiento para movimiento armónico simple.....	11
1.1.5. Péndulo simple.....	14
1.1.6. Movimiento armónico simple angular.....	16
1.1.7. Energía en osciladores armónicos simples.....	18
1.1.8. Vibraciones y ondas.....	20
1.1.9. Relaciones energéticas en el movimiento armónico simple.....	21
1.1.10. Representación del movimiento armónico simple por diagrama de rotación.....	22
1.1.11. La fase en el movimiento armónico simple.....	26
1.1.12. Péndulo simple.....	28
1.1.13. Composición de movimientos armónicos simples a lo largo de la misma recta.....	29
1.1.14. Amortiguamiento.....	31
1.1.15. Resonancia.....	32
1.2. Naturaleza de las ondas.....	34
1.2.1. Transferencia de energía.....	34
1.2.2. Ondas mecánicas.....	35
1.2.3. Ondas transversales.....	36
1.2.4. Ondas longitudinales.....	37
1.2.5. Ondas periódicas.....	38
1.2.6. Características de las ondas sonoras.....	40
1.2.7. Amplitud y energía.....	42
1.2.8. Propiedades de las ondas.....	43
1.2.9. Propagación rectilínea.....	43
1.2.10. Reflexión.....	44
1.2.11. Impedancia.....	48
1.2.12. Refracción.....	49
1.2.13. Difracción.....	51
1.2.14. Principio de superposición.....	53
1.2.15. Interferencia.....	54
1.2.16. Ondas estacionarias.....	57
1.2.17. Características de las ondas sonoras.....	60
1.2.18. Armónicos.....	60
1.2.19. Calidad del sonido.....	61
1.2.20. Las leyes de las cuerdas.....	63
1.2.21. Vibraciones forzadas.....	65
1.2.22. Resonancia.....	65
1.2.23. Batidos.....	70
1.2.24. Problemas.....	73
<b>CAPITULO 2. CONCEPTOS BÁSICOS DE METEOROLOGÍA.</b>	
2.1. Teorías sobre la naturaleza del calor.....	80
2.2. Conversión de la energía mecánica en energía térmica y viceversa.....	81

2.3.	Termodinámica.....	82
2.4.	Naturaleza y objetivos de la meteorología.....	92
2.4.1.	La meteorología en relación con otras ciencias.....	92
2.4.2.	Variaciones en el espacio y en el tiempo.....	93
2.4.3.	Meteorología aplicada.....	94
2.5.	Propiedades físicas de la atmósfera.....	94
2.5.1.	Composición del aire seco.....	95
2.5.2.	Disociación e ionización.....	96
2.5.3.	Escape al espacio de moléculas componentes de la atmósfera.....	97
2.6.	Presión densidad y temperatura.....	98
2.6.1.	Definición de presión.....	98
2.6.2.	Valores en la proximidad del nivel del mar.....	98
2.6.3.	Variaciones de la presión con la altura.....	98
2.6.4.	Fluctuaciones diurnas en niveles superiores.....	101
2.6.5.	Gradientes horizontales de presión.....	102
2.7.	Vapor de agua.....	103
2.7.1.	Humedad: razón de mezcla.....	104
2.7.2.	Densidad de aire humedo.....	105
2.7.3.	Presión de vapor saturante.....	105
2.7.4.	Procesos que conducen a la saturación.....	105
2.7.5.	Medida de la presión de vapor.....	107
2.7.6.	Distribución del vapor de agua.....	108
2.8.	Micrometeorología.....	109
2.8.1.	La naturaleza del flujo de aire cerca del suelo.....	109
2.8.2.	Velocidades del viento sobre una superficie de cota uniforme.....	109
2.8.3.	El flujo en el seno de una capa limite fluida.....	110
2.8.4.	Tensión de cizalladura interpretada a través del concepto de longitud (o camino) de mezcla.....	111
2.8.5.	La velocidad de fricción, $U^*$ .....	111
2.8.6.	Interpretación del concepto, o longitud de mezcla.....	112
2.8.7.	El perfil del viento: ecuación completa.....	112
2.9.	La influencia de la rugosidad.....	112
2.9.1.	Concepto aerodinámico de rugosidad.....	112
2.9.2.	La rugosidad en relación con la tensión de cizalladura y la velocidad media del viento.....	113
2.9.3.	El coeficiente de arrastre $C_D$ .....	115
2.9.4.	$C_D$ considerado como coeficiente de transferencia.....	115
2.9.5.	Efecto de una variación en la rugosidad de la superficie.....	115
2.10.	Transporte vertical por turbulencia.....	117
2.10.1.	Ecuaciones para el flujo; utilización de analogías eléctricas.....	117
2.10.2.	Flujo calorífico y otros cálculos.....	119
2.10.3.	Gradientes verticales de temperatura en relación al intercambio turbulento.....	121
<b>CAPITULO 3. PROPAGACIÓN DEL SONIDO AL AIRE LIBRE.</b>		
3.1.	El oído y la audición.....	124
3.1.1.	Introducción.....	124
3.1.2.	Anatomía del oído humano.....	125
3.1.3.	Mecanismo de la audición.....	128
3.1.4.	Efectos auditivos del ruido.....	130

3.1.5. Aspecto fisiopsicosociologico.....	131
3.1.6. Umbral de audibilidad.....	132
3.1.7. La intensidad de un sonido o de un ruido.....	135
3.1.8. Intensidad.....	139
3.1.9. Sonoridad.....	142
3.1.10. Tono.....	145
3.1.11. Timbre.....	147
3.1.12. Defectos del oído y su corrección.....	148
3.1.13. Polución por ruidos.....	153
3.1.14. El oído de los animales.....	155
3.1.15. Resumen.....	156
3.2. Percepción auditiva.....	158
3.2.1. El sonido en su contexto temporal.....	159
3.2.2. El medio ambiente sonoro.....	160
3.2.3. La percepción sonora.....	161
3.2.4. Fundamentos y definiciones del sonido.....	161
3.2.5. Velocidad del sonido.....	162
3.2.6. Frecuencia del sonido.....	163
3.2.7. Longitud de onda.....	164
3.2.8. Onda plana.....	164
3.2.9. Características de las señales sonoras.....	165
3.2.10. Potencia sonora.....	168
3.2.11. Intensidad sonora.....	168
3.2.12. Escalas para el sonido el decibelio.....	168
3.2.13. Nivel de potencia sonora.....	169
3.2.14. Nivel de intensidad.....	170
3.2.15. Fuentes sonoras teóricas y practicas.....	170
3.2.16. Monopolo o fuente sonora puntual.....	170
3.3. Influencia del medio ambiente en instalaciones al aire libre.....	173
3.3.1. Propagación del sonido al aire libre.....	173
3.3.2. Disminución por divergencia.....	174
3.3.3. Absorción atmosférica.....	174
3.3.4. Coeficiente de atenuación.....	175
3.3.5. Reflexión y difracción por obstáculos solidos.....	179
3.3.6. La refracción y la formación de sombras por gradiente de temperatura.....	184
3.3.7. La refracción por gradiente de viento.....	187
3.3.8. La niebla.....	188

#### CAPITULO 4. SIMULACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DEL SONIDO EN UN RECINTO AL AIRE LIBRE.

4.1. Recintos al aire libre.....	189
4.2. Como realizar el cálculo de la potencia necesaria para una sonorización.....	196
4.3. Elección de bocina, dibujos y graficas.....	198
4.4. Selección y ubicación del recinto, con dimensiones.....	201
4.5. Tablas meteorológicas.....	202
4.6. Formulas para el comportamiento acústico.y meteorologico.....	241
4.7. Programas en Qbasic y simulación.....	243
4.8. Cálculos y resultados.....	248
4.9. Propuesta de los meses.....	261
Apéndice A. Descripción de una estación meteorológica.....	265
Apéndice B. Formulario.....	286
Conclusión.....	294
Bibliografía.....	295

## INTRODUCCIÓN

Cada día se realizan mayores esfuerzos tecnológicos tendentes a disponer de reproducción musical y oral lo más parecida posible a la realidad de una sala de conciertos o de un auditorio con buena acústica.

En general, los especialistas suelen decir que la reproducción trata de crear una ilusión auditiva, ya que en lo que concierne a una reproducción de una orquesta <<perfecta>> en una sala <<perfecta>> cada individuo puede tener su propia referencia o referencias.

Los avances tecnológicos han dado lugar a proyectos más elaborados de equipos electrónicos y transductores; esta calidad es patente tanto desde el punto de vista de sus características físicas u objetivas como del comportamiento apreciado por nuestro sistema sensorial o apreciación subjetiva.

En general ambos dominios o campos están interconectados de una forma biunívoca de modo que un sistema de características buenas debe tener un comportamiento auditivo también bueno y viceversa.

Según la Física el sonido es una vibración mecánica capaz de producir una sensación auditiva y según la acústica fisiológica es la sensación auditiva producida por una vibración de carácter mecánico. La primera definición se refiere al sonido como estímulo físico y la segunda como sensación.

Aunque la física del sonido trata fundamentalmente de la teoría de las vibraciones, de su producción, propagación y detección, es una ciencia multidisciplinaria; en efecto:

La acústica fisiológica y la sicoacústica estudian las características y el comportamiento del oído humano y de las cuerdas vocales, las reacciones del hombre con respecto al estímulo sonoro y los criterios sicoacústicos para la ponderación de la sonoridad y nocividad del sonido (sonometría).

El creciente aumento del nivel de sonoridad del ruido está creando un estado de conciencia general y una unánime preocupación por los efectos perjudiciales del ruido tanto físico como psíquico. Debido a esta constante preocupación, va aumentando el interés por esta rama de la acústica para lograr un mejor entendimiento de la naturaleza y efectos del sonido.

La electroacústica trata especialmente del diseño de los transductores electromecánicos, de las técnicas de conversión mutua de la energía eléctrica en mecánica y de los sistemas de registro y reproducción del sonido.

La acústica arquitectónica trata específicamente de la absorción y aislamiento del sonido en los edificios, de la prevención del eco y de la reverberación controlada en los auditorios y salas de música.

La acústica musical estudia las leyes de las combinaciones armónicas de las vibraciones sonoras producidas por generadores mecánicos y electrónicos.

La lingüística y la fonética estudian la estructuración del lenguaje, los formantes del sonido y la producción de la palabra mediante sintetizadores (vocoder).

Como una extensión de la acústica física se estudian también las vibraciones ultrasonoras (superiores a 20000 Hz) y los transductores de ultrasonidos que tanta aplicación tienen en oceanografía, en medicina, en la industria y teledirección.



La alta fidelidad es una aplicación de la electroacústica; trata de la restitución sonora de calidad excepcional y de los criterios de ponderación de la misma.

Se pueden resumir en tres los requisitos que ha de cumplir una cadena de alta fidelidad.

- 1) Restitución del mensaje sonoro con una distorsión global inapreciable (menor del 1% a frecuencias medias).
- 2) Capacidad de reproducción dinámica de la total registrada en los soportes actuales (discos, cinta, sintonizador, etc) desde el pianísimo hasta el fortísimo con ausencia de ruidos inherentes al equipo de reproducción (soplo, zumbido, ruidos mecánicos, etc) en condiciones ambientales de bajo nivel de ruido.
- 3) Banda efectiva de frecuencias reproducidas desde 30 a 15000 Hz. La banda teórica se extiende de 20 a 20000 Hz. Puede tolerarse una reducción del límite superior hasta 12000 Hz.

Para comprender los fenómenos de la acústica y de la óptica es indispensable hacer un estudio elemental de los movimientos ondulatorios o vibratorios, en el capítulo 1 realizamos este estudio.

Para comprender el comportamiento de la atmósfera es indispensable hacer un estudio de la meteorología, y para entender como se comporta la atmósfera cerca del suelo se hace un estudio de la micrometeorología, obteniendo así los diferentes factores que intervienen en el comportamiento de la misma como lo son: la temperatura, el viento, la niebla. En el capítulo 2 estudiamos esta rama de la meteorología.

Primero se estudia el oído humano y sus características anatómicas, haciendo una pequeña comparación con algunos oídos de los animales y después se estudia el sonido con sus características físicas así como las formulas para realizar los cálculos del sonido al aire libre. En el capítulo 3 estudiamos el oído y el sonido al aire libre.

Ya que se ha estudiado los factores que intervienen en la propagación del sonido al aire libre, se obtienen las tablas de los datos climáticos de diferentes estaciones meteorológicas (temperatura, presión, viento, neblina, rocío, humedad, precipitación, heladas, etc) así como los datos acústicos (presión sonora, potencia sonora, graficas de datos técnicos, bocina elegida, etc). Se sustituyen en las formulas respectivas y se verifica como es su comportamiento. Para realizar los cálculos se realizan diferentes programas en lenguaje de programación Qbasic, uno de estos programas se modifica para realizar una animación para comprobar la teoría de los rayos sonoros. En el capítulo 4 obtenemos los resultados.

Los efectos de la propagación del sonido al aire libre, tema de la presente tesis dependen principalmente de la naturaleza y distribución de las fuentes de sonido y de las diferentes condiciones atmosféricas. La propagación del sonido en la atmósfera presenta un difícil problema estadístico, por no ser un medio ni homogéneo, ni estable. No se ha encontrado todavía una solución técnica fiable a muchos de los problemas prácticos en el control del sonido al aire libre, debido a que se carece de conocimientos sobre muchos datos de micrometeorología sobre los que efectuar los cálculos precisos. Por consiguiente, gran cantidad de las materias expuestas en esta tesis son de naturaleza teórica.

En los estudios que se hacen más adelante se supone, salvo que se indique lo contrario, que la fuente sonora está concentrada en un punto. Cuando están presentes varias fuentes, su efecto combinado depende de si son: 1) fuentes de sonidos independientes, como los aviones de un aeropuerto, una multitud, etc.,..., o 2) fuentes cuyos sonidos están en fase como un sistema de altavoces. En el primer caso, el nivel del sonido en un punto distante se calcula determinando el nivel para cada una de las fuentes y sumando los resultados. Los cálculos son más difíciles en el segundo caso, y no siempre se pueden efectuar. Basta decir que es necesario encontrar la amplitud de la presión sonora en el punto para cada fuente y sumarlas, teniendo en cuenta la fase de cada una.

Considérese ahora una fuente de sonido concentrada en un punto. ¿Qué nivel alcanza el sonido en un punto distante? Los factores a tener en cuenta para determinarlo son los siguientes:

- 1.- Disminución por divergencia, debido a la dispersión de la energía del sonido.
- 2.- La atenuación del sonido en el aire.
- 3.- La niebla.
- 4.- La reflexión y la difracción en obstáculos sólidos, como vallas.
- 5.- La reflexión y la formación de sombras por los gradientes de viento y temperatura.
- 6.- La dispersión del sonido por las variaciones en pequeña escala del viento y de la temperatura.
- 7.- La reflexión y la absorción en el suelo.

Para que este estudio de la propagación del sonido en un recinto al aire libre, con medidas acústicas y meteorológicas no solo explique el marco teórico, sino que se pueda aplicar a un recinto al aire libre se realizaran los cálculos necesarios para comprobar como se comporta el sonido con los datos obtenidos en las tablas meteorológicas que son datos reales, realizaremos lo siguiente. El recinto al aire libre elegido es el de representaciones teatrales.

Primero elegimos la ubicación del lugar, en nuestro caso se hacen dos propuestas la Alameda Oriente y el Parque del Pueblo, Una en la delegación Venustiano Carranza y el otro en el municipio de Nezahualcoyotl respectivamente.

Debido a que uno de los factores a considerar es el ruido ambiente, es lógico que descartamos la Alameda Oriente por estar junto al Aeropuerto Internacional, por lo que algunos aviones al despegar generan más de 110 dB y sería un ruido ambiente muy alto y se necesitaría de un equipo de mayor potencia al realizar la sonorización del lugar y de un mayor acondicionamiento del lugar para evitar los ruidos externos. Es por eso que queda descartada. Por lo tanto elegimos a él Parque del Pueblo, su ubicación la encontramos en el mapa, con coordenadas geográficas para ciudad Nezahualcoyotl con Latitud  $19^{\circ} 25' 00''$  y Longitud  $99^{\circ} 01' 00''$ .

En el punto 4.5. en donde se muestran los datos metereologicos obtenidos de las diferentes estaciones climatologicas del Valle de México específicamente de la zona oriente que comprende Distrito Federal y Municipio de Nezahualcoyotl referente a los años 1992-2001.

Los datos obtenidos en el Aeropuerto Internacional, son promedios mensuales anuales y tomados con respecto al horario internacional.

Los datos obtenidos en el Centro Meteorológico Nacional, son promedios mensuales anuales.

Los datos obtenidos en la Comisión Nacional del Agua, Gerencia Regional de Aguas del Valle de México, en la Gerencia Técnica, los datos obtenidos son promedios mensuales anuales y tomados a las 8:00 am aproximadamente en cada estación, en el apéndice a se explican los equipos para hacer la medición y la localización de las estaciones.

Los datos que se obtienen para el estudio son:

Presión atmosférica, altura de la ciudad de México, coordenadas geográficas, precipitación, temperatura máxima, temperatura mínima, temperaturas medias, evaporación mensual, humedad relativa media diaria, nublados, despejados.

Debido a que las estaciones climatológicas en algunas ocasiones no funciono el equipo respectivo o dejaron de reportar por falta de pago o porque algunas de las estaciones se dieron de baja. Por lo tanto en algunas de ellas no se tiene la información completa. Es por eso que debido a esta circunstancia se considera la de mayor importancia la que cuente con mayor información y que este más cerca del Parque del Pueblo, en su defecto se apoyaran algunos datos en la que este menos lejana.

Se menciona esta consideración ya que los datos obtenidos en una estación climática son efectivos en un rango de 20 km a la redonda y se sugiere que a otros 20 km se encuentre la siguiente estación. Por tal razón se tomaron los datos de diferentes estaciones climáticas en donde se obtenga la mayor información posible, claro que no este más allá de 20 km de distancia.

Para obtener los resultados se considerara las peores condiciones ambientales, con ello garantizamos como se comportara el sonido en tales situaciones. Los datos elegidos son: Presión atmosférica en nuestro caso de  $100000 \text{ N/m}^2$ , la altura de la ciudad de México es de 2235.7 m sobre el nivel del mar (msnm), para ciudad Nezahualcoyotl la Latitud es  $19^\circ 25'00''$  con Longitud  $99^\circ 01'00''$ , las temperaturas se elegirán de las estaciones km 27 + 250, Lago Nabor Carrillo, Centro de Lago Nabor Carrillo, San Juan de Aragón, Los Reyes la Paz y alguna estación más.

En el punto 4.2. Se selecciono la medida de presión sonora la cual es de 70 dB, este valor lo tomaremos como el nivel medio de ruido ambiente que va a existir en el local a sonorizar, las formulas que utilizaremos son las del capitulo 3.

En el punto 4.3. Elegimos el tipo de bocina y su NPS = 100 dB/m. En nuestro estudio el nivel de presión sonora lo indicamos a 100 dB.

Antes que nada, el primer programa a evaluar los resultados es el análisis de asoleamiento, nos servirán para calcular el número de horas de sol cada día, en nuestro caso se realizaran los cálculos cada 10 días, hechos con los programas P2.

Como tercer programa a evaluar resultados es el programa recto, se introducen los datos respectivos y con valores numéricos obtenemos como se comporta el sonido apoyándonos en los datos obtenidos en las tablas meteorológicas, en nuestro caso se toman los datos de temperatura máxima y temperatura mínima según la estación respectiva y el año.

Como cuarto y quinto programa, son los programas de animación de los rayos sonoros, uno con vista horizontal y otro con vista superior (vertical) apoyándonos con una aproximación real de cómo son los rebotes del sonido en el recinto al aire libre en diferentes ángulos de inclinación. Y concluimos proponiendo los meses en que el sonido se comporta mejor. Claro tomando en cuenta el comportamiento del sonido y las condiciones ambientales que más afectan al sonido. Que son la temperatura, la humedad y la velocidad del viento. En esta animación se considera posición de las bocinas en el escenario y el área a sonorizar.

# CAPITULO 1

## MOVIMIENTOS ONDULATORIOS O VIBRATORIOS

## MOVIMIENTO ARMÓNICO

Para comprender los fenómenos de la Acústica y de la Óptica es indispensable hacer un estudio elemental de los movimientos ondulatorios o vibratorios.

Como los movimientos vibratorios más sencillos están relacionados con el movimiento armónico simple se recomienda repasar lo relativo a dicho movimiento, que según se sabe es la proyección del movimiento circular uniforme sobre un diámetro; también hay que recordar la otra definición del movimiento armónico simple que establece que es aquel en el cual la aceleración es proporcional y de signo contrario a la elongación. Por lo anterior mencionado es por lo que solo estudiamos el movimiento armónico simple y no se estudian los diferentes tipos de movimientos.

### 1.1. MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

Un tipo extraordinariamente importante de movimiento periódico de una partícula es aquel en el que la aceleración  $a$  de la partícula es proporcional a su desplazamiento  $x$  de su posición de equilibrio y es de sentido opuesto al desplazamiento; es decir,

$$\begin{aligned} a &\propto x \\ \text{o} \\ a &= -cx \end{aligned} \quad (1-1)$$

dónde  $c$  es una constante de proporcionalidad. El signo menos se usa para indicar que la dirección de la aceleración es siempre opuesta a la dirección del desplazamiento de la partícula. El tipo de movimiento definido por la ecuación 1-1 se llama movimiento armónico simple.

Un ejemplo común de movimiento armónico simple es el movimiento de un cuerpo unido a un extremo de un resorte helicoidal suspendido de cierto soporte fijo  $O$  (véase figura 1-1). Cuando un cuerpo de masa  $m$  se sujeta a este resorte y se le hace bajar lentamente, llegará al reposo en cierto punto  $C$ , en cuya posición se encuentra en equilibrio bajo la acción de dos fuerzas: su peso  $mg$  hacia abajo y la tracción del resorte  $F_1$  hacia arriba. Supongamos que ahora hacemos tracción de la masa hacia abajo una distancia  $x$  debajo de  $C$ . Para mantenerla allí, ejerceremos una fuerza  $F = kx$ , donde  $k$  es la constante del resorte. El resorte ejercerá una fuerza igual hacia arriba -es decir, una fuerza

$$F = -kx \quad (1-2)$$

La distancia  $x$  se llama desplazamiento del cuerpo de su posición de equilibrio  $C$ , y el signo menos indica que la fuerza que ejerce el resorte sobre él es opuesta al desplazamiento.

Si ahora soltamos el cuerpo, ya no estará en equilibrio, y la fuerza desequilibrada que actúa sobre él será  $F = -kx$ . Cuando el cuerpo vuelve a su posición de equilibrio, su desplazamiento es menor, y también la fuerza desequilibrada  $F$ .

En la posición de equilibrio  $F = 0$ , pero el movimiento no se detiene. De la primera ley de Newton sabemos que el cuerpo continuará moviéndose en la misma dirección con la misma velocidad, a menos que actúe sobre él una fuerza desequilibrada. Cuando se mueve arriba de  $C$ , todavía es desplazado de su posición de equilibrio, y la fuerza desequilibrada  $F = kx$  actúa sobre él; la dirección de esta fuerza es nuevamente opuesta al desplazamiento y reduce la velocidad del cuerpo.

Si originalmente el cuerpo unido al resorte fue bajado por tracción a la posición  $A$ , una distancia  $R$  debajo de  $C$ , se movería hacia arriba mas allá de  $C$  hasta una posición  $B$

situada a una referencia casi igual a R. Si no hubiera pérdidas debidas a la resistencia del aire y a la fricción interna en el resorte, las distancias AC y BC serían iguales. Después de que el cuerpo ha alcanzado el punto B y se ha detenido, volverá por C a A y luego retrocederá de nuevo por C a B mantendrá este movimiento indefinidamente. Si medimos este movimiento, hallaremos que el movimiento es periódico, es decir, que el tiempo que se necesita para ejecutar una vibración completa, de A a B y nuevamente a A, es siempre igual.

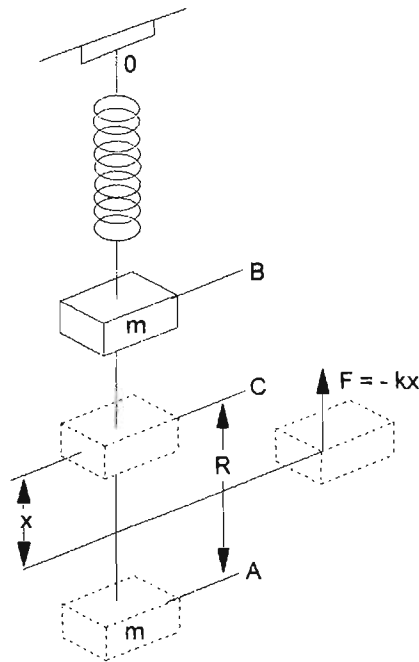


Figura 1-1. Un cuerpo de masa unido a un resorte helicoidal c en su posición de equilibrio. Cuando se hace tracción del cuerpo hacia abajo, hasta A y es liberado, vibrará de A a B, y de nuevo repitiendo periódicamente este movimiento; x es un desplazamiento del cuerpo en un punto de su trayectoria.

Podemos aplicar la segunda ley de Newton

$$F = ma$$

en la discusión del movimiento de esta partícula. La fuerza desequilibrada que actúa sobre esta partícula es, de la ecuación 1-2,

$$F = -kx \quad (1-2)$$

igualando estas dos expresiones para la fuerza sobre la partícula, obtenemos

$$ma = -kx$$

de donde

$$a = -k/mx \quad (1-3)$$

La ecuación 1-3 demuestra que la aceleración de esta partícula es directamente proporcional al desplazamiento de su posición de equilibrio y es siempre de dirección opuesta a la del desplazamiento.

La ecuación 1-3 es idéntica a la ecuación 1-1, la ecuación definidora del movimiento armónico simple con la constante de proporcionalidad  $c = k/m$  para este caso específico.

Ejemplo ilustrativo 1.

Un resorte cuya longitud natural, cuando cuelga de un punto fijo 0, es 40 cm tiene una masa de 50 g suspendida de su extremo libre. Cuando esta masa se encuentra en la posición de equilibrio C, la longitud del resorte es 45 cm. Se hace entonces tracción de la masa hacia abajo haciéndole recorrer una distancia de 6 cm y se la suelta. Determinar: a) la constante del resorte, b) su aceleración en el punto 6 cm, c) su aceleración cuando ha llegado a un punto situado 2 cm arriba de C, y d) la fuerza desequilibrada que actúa sobre ella en el punto 2 cm.

a) Puesto que la longitud del resorte aumentó de 40 a 45 cm colgándole la masa de 50 g, el peso mg de esta masa produjo una extensión de 5 cm en la longitud del resorte; por tanto,

$$mg = kx$$

o

$$50 \text{ g} \times 980 \text{ cm/seg}^2 = k \times 5 \text{ cm}$$

de donde

$$k = 9800 \text{ dinas/cm}$$

b) La aceleración del cuerpo se da por la ecuación 1-3

$$a = -k / m \ x \quad (1-3)$$

En el punto 6 cm,  $x = 6 \text{ cm}$ , y así

$$a = -9800 \text{ dinas/cm} / 50 \text{ g} \times 6 \text{ cm}$$

o

$$a = -1176 \text{ cm/seg}^2$$

c) A una distancia de 2 cm arriba de C,  $x = 2 \text{ cm}$ ; por tanto,

$$a = -9800 \text{ dinas/cm} / 50 \text{ g} \times 2 \text{ cm}$$

o

$$a = -392 \text{ cm/seg}^2$$

d) La fuerza desequilibrada que actúa sobre la masa la da la ecuación

$$F = -kx \quad (1-2)$$

de modo que

$$F = -9800 \text{ dinas/cm} \times 2 \text{ cm}$$

de donde

$$F = 19600 \text{ dinas}$$

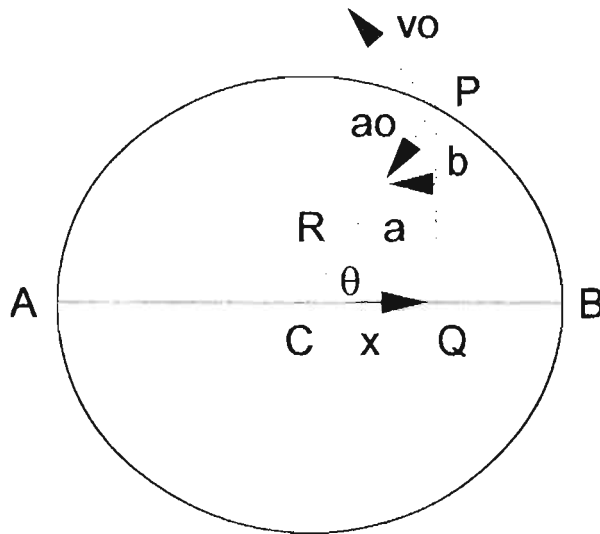


Figura 1-2. Proyección del movimiento de la partícula P sobre un diámetro del círculo,  $a_0$  es la aceleración de P;  $a$  es la aceleración de Q, la proyección de P sobre el diámetro AB.

### 1.1.2. PERIODO DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

Determinar el periodo de una partícula en movimiento armónico simple directamente de la ecuación 1-3 requiere el uso de cálculo. Un método de evitar esta dificultad es hacer uso de una sencilla relación que existe entre una partícula en movimiento armónico simple y otra partícula en movimiento circular uniforme simple, teniendo ambas el mismo periodo. Se demostrará que el movimiento armónico simple es la proyección del movimiento circular uniforme sobre una línea situada en el plano del círculo. Por comodidad, haremos que esta línea coincida con un diámetro del círculo.

Consideremos una partícula P que se mueve con movimiento circular uniforme, como se indica en la figura 1-2.

Llamemos  $v_0$  a esta velocidad y  $a_0$  a su aceleración. Su aceleración se dirige hacia el centro C del círculo de radio R. Para proyectar este movimiento sobre un diámetro horizontal AB, dibujemos una perpendicular de la partícula P, situada en este diámetro, al punto Q; la partícula que se mueve con movimiento armónico simple está situada, en este instante, en Q. Cuando la partícula P se mueve alrededor de la trayectoria circular, la partícula Q se mueve a uno y otro lado a lo largo del diámetro AB. Cualquiera que sea el lugar en que se encuentre P, su proyección sobre el diámetro determina la posición de Q. La velocidad de la partícula en Q es la proyección de la velocidad de P sobre AB, y la aceleración de la partícula en Q es la proyección de la aceleración de P sobre AB.

Determinemos primero la aceleración  $a$  de la partícula en Q. Para hacer esto, resolvamos la aceleración  $a_0$  de la partícula P en dos componentes, una de las cuales es paralela a AB; llamaremos  $a$  a esta componente. Ahora sabemos, de la ecuación que,

$$a_0 = -v_0^2 / R \quad (1-4)$$



El signo menos se usa aquí para indicar que  $a_o$  se dirige hacia el centro, mientras que el radio  $R$  se mide hacia afuera, desde el centro. Los triángulos  $PQC$  y  $abao$  son similares; por tanto

$$a / a_o = x / R$$

donde  $x = QC$  y es el desplazamiento de la partícula en  $Q$ .

Substituyendo el valor de  $a_o$  de la ecuación 1-4 en la ecuación anterior obtenemos

$$a = - v_o^2 / R^2 x \quad (1-5)$$

De la ecuación 1-5 vemos que, puesto que  $v_o$  y  $R$  son constantes, la aceleración de la partícula en  $Q$  es directamente proporcional a su desplazamiento  $x$  y de sentido opuesto. Por tanto la partícula en  $Q$  se mueve en movimiento armónico simple.

Ya hemos demostrado que el periodo  $T$  de una partícula en movimiento circular uniforme con velocidad  $v_o$  es

$$T = 2 \pi R / v_o \quad (1-6)$$

De esta ecuación obtenemos

$$v_o/R = 2 \pi / T$$

Substituyendo esta expresión para  $v_o/R$  en la ecuación 1-5 se obtiene

$$a = - 4 \pi^2 / T^2 x \quad (1-7)$$

El periodo  $T$  es igual para la partícula en movimiento armónico simple que para la partícula en movimiento circular uniforme. Despejando  $T$  en la ecuación 1-7, tenemos

$$T = 2 \pi \sqrt{-x/a} \quad (1-8)$$

para el periodo de una partícula en movimiento armónico simple.

El movimiento dado por la ecuación 1-8 es siempre real; puede verse esto si colocamos valor de  $x/a$  de la ecuación 1-1, que da

$$T = 2 \pi / \sqrt{c} \quad (1-9)$$

como una ecuación general para el periodo en general de una partícula en movimiento armónico simple.

Para el caso de una partícula de masa  $m$  unida a un resorte de constante  $k$ , sabemos que  $c = k/m$ , substituyendo este valor en la ecuación 1-9 se obtiene

$$T = 2 \pi \sqrt{m/k} \quad (1-10)$$

para el periodo de vibración de una partícula unida a un resorte.

Ejemplo ilustrativo 2.

Una partícula de masa 30 g se une a un resorte que tiene una constante  $k = 2400$  dinas/cm. Determinar el periodo de vibración de la partícula.

El periodo de vibración de la partícula unida al resorte es

$$T = 2 \pi \sqrt{m/k} \quad (1-10)$$

sustituyendo  $m = 30 \text{ g}$  y  $k = 2400 \text{ dinas/cm}$ , se obtiene

$$T = 2 \pi \sqrt{30 \text{ g} / 2400 \text{ dinas/cm}}$$

de donde

$$T = 2 \pi \sqrt{80 \text{ seg}} = 0.70 \text{ seg}$$

Ejemplo ilustrativo 3.

Un cilindro que pesa 4 libras cuelga de un resorte muy rígido cuya constante elástica es 24 lb/pulg. Determinemos: a) el periodo de vibración de este cilindro, y b) su aceleración cuando su desplazamiento es 3 pulg.

La masa del cilindro es

$$m = 4 \text{ lb} / 32 \text{ pies/seg}^2 = 1/8 \text{ lb seg}^2 / \text{pie}$$

Para evitar tener pulgadas y pies en la misma ecuación, expresemos  $k$  en libras por pie:

$$k = 24 \times 12 \text{ lb/pie} = 288 \text{ lb/pie}$$

y

$$x = 3/12 \text{ pie} = 0.25 \text{ pie}$$

a) Puede determinarse el periodo sustituyendo los anteriores valores de  $m$  y  $k$  en la ecuación 1-10:

$$T = 2 \pi \sqrt{m/k}$$

dando

$$T = 2 \pi \sqrt{1/8 \text{ lb seg}^2/\text{pie} / 288 \text{ lb/pie}}$$

o

$$T = 0.13 \text{ seg}$$

b) Puede hallarse la aceleración con la ayuda de la ecuación 1-3; así,

$$a = -k/m x$$

y, substituyendo  $k$ ,  $m$  y  $x$  por sus valores, obtenemos

$$a = -288 \text{ lb/ft} / 1/8 \text{ lbseg}^2/\text{pie} \times 0.25 \text{ pies} = -576 \text{ pies/seg}^2$$

Podría haberse obtenido el mismo resultado usando la ecuación 1-7.

### 1.1.3. PROPIEDADES DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

Un término usado frecuentemente al discutir el movimiento armónico simple es la frecuencia de vibración de la partícula, que se define como el número de vibraciones por unidad de tiempo. Puesto que  $T$  es el tiempo para 1 vibración, la frecuencia de vibración  $f$  es el recíproco del periodo, o

$$f = 1 / T \quad (1-11)$$

Eliminando  $T$  entre la ecuación 1-8 y la ecuación 1-11 obtenemos, para la frecuencia de vibración.

$$f = \sqrt{c} / 2 \pi \quad (1-12)$$

Para el caso de una partícula de masa  $m$  unida a un resorte de constante  $k$ , la frecuencia de vibración resulta

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/m} \quad (1-13)$$

La figura 1-3 muestra la trayectoria de una partícula en movimiento armónico simple. Cuando la partícula se mueve en su trayectoria de A a B a través de C y luego retrocede a A pasando por C para completar 1 vibración, su desplazamiento  $x$  pasa por una serie de valores de un máximo en A a cero en C y a un máximo nuevamente en B. Llamemos  $R$  al valor del desplazamiento máximo; este desplazamiento se llama amplitud del movimiento. Se observará que las ecuaciones para el periodo y la frecuencia no contienen la amplitud del movimiento; por tanto, el periodo y la frecuencia de una partícula en movimiento armónico simple son independientes de la amplitud.

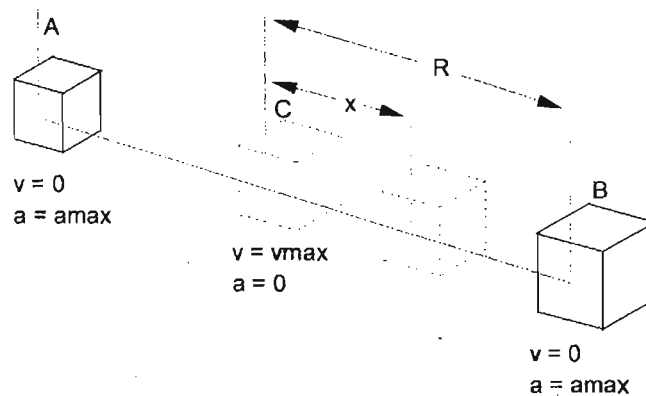


Figura 1-3. Trayectoria de un cuerpo en movimiento armónico simple mostrando los valores de las velocidades y la aceleración en el centro y en los extremos de la trayectoria.

La velocidad de una partícula en movimiento armónico simple puede obtenerse con la ayuda de un círculo de referencia (véase figura 1-4). Si  $v_0$  es la velocidad de la partícula en P en movimiento circular uniforme, la velocidad  $v$  de la partícula en Q en movimiento armónico simple es la componente de  $v_0$  paralela al diámetro AB.

Como el triángulo  $v, v_1, v_0$  es similar al triángulo PQC, tenemos

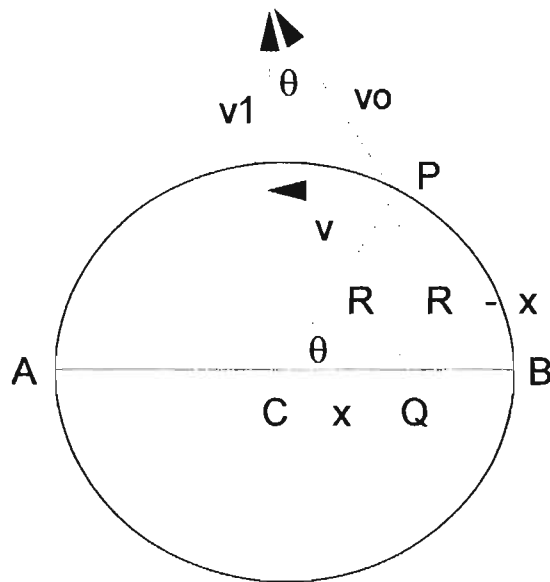


Figura 1-4. La velocidad  $v$  de la partícula en Q que se mueve con movimiento armónico simple es la componente horizontal de la velocidad  $v_0$  de la partícula en P que se mueve con movimiento circular uniforme.

$$v / v_0 = \sqrt{R^2 - X^2} / R$$

De la definición de periodo, sabemos que

$$T = 2 \pi R / v_0$$

por consiguiente,

$$v = 2 \pi / T \sqrt{R^2 - X^2} \quad (1-14)$$

o, en función de la frecuencia  $f = 1/T$ , tenemos

$$v = 2 \pi f \sqrt{R^2 - X^2} \quad (1-15)$$

La ecuación 1-15 muestra que la velocidad alcanza un máximo cuando el desplazamiento  $x = 0$  es decir, en el punto C, y la velocidad es cero cuando  $x = R$ , es decir, en los puntos A y B

#### Ejemplo ilustrativo 4.

Una partícula unida a un resorte tiene una frecuencia de 4 vibraciones/seg y una amplitud de 6 cm. Determinar: a) el periodo de vibración, b) la velocidad máxima de la partícula, c) la velocidad de la partícula cuando su desplazamiento es 2 cm, d) la aceleración de la partícula cuando su desplazamiento es 2 cm, y e) su aceleración máxima.

a) El periodo de vibración es el recíproco de la frecuencia; por tanto, de la ecuación 1-11,

$$T = 1/4 \text{ seg} = 0.25 \text{ seg}$$

b) La velocidad de la partícula en cualquier posición la da la ecuación 1-15:

$$v = 2 \pi f \sqrt{R^2 - X^2}$$

La velocidad alcanza un máximo en el centro, donde  $x = 0$ ; por tanto, de la ecuación 1-15,

$$v_{\max} = 2 \pi f R$$

y sustituyendo valores

$$f = 4 \text{ vibraciones / seg } \text{ y } R = 6 \text{ cm}$$

obtenemos

$$v_{\max} = 2 \pi \times 4 \text{ vibraciones/seg} \times 6 \text{ cm}$$

$$v_{\max} = 151 \text{ cm/seg}$$

(Nota: El termino vibraciones no tiene dimensiones físicas; por tanto, vibraciones/seg es equivalente a 1/seg)

c) La velocidad cuando  $x = 2 \text{ cm}$  se obtiene sustituyendo este valor en la ecuación 1-15:

$$v_2 = 2 \pi \times 4 \text{ vibraciones/seg} \sqrt{(36-4) \text{ cm}^2}$$

o

$$v_2 = 8 \pi \sqrt{32} \text{ cm/seg} = 142 \text{ cm/seg}$$

d) La aceleración puede obtenerse de la ecuación 1-7:

$$a = -4 \pi^2 / T^2 (x)$$

Esta ecuación puede escribirse en función de la frecuencia  $f$ , porque  $f = 1/T$ , de modo que

$$a = -4 \pi^2 f^2 x$$

sustituyendo

$$f = 4 \text{ 1/seg } \text{ y } x = 2 \text{ cm}$$

obtenemos

$$a^2 = -4 \pi^2 \times 16 \text{ 1/seg}^2 \times 2 \text{ cm}$$

de donde

$$a^2 = -1263 \text{ cm/seg}^2$$

e) La aceleración máxima se producirá en  $x = R = 6 \text{ cm}$ . Como la aceleración es directamente proporcional al desplazamiento, la aceleración máxima, será tres veces la aceleración en el punto  $2 \text{ cm}$ , o

$$a_{\max} = -3 \times 1263 \text{ cm/seg}^2 = -3789 \text{ cm/seg}^2$$

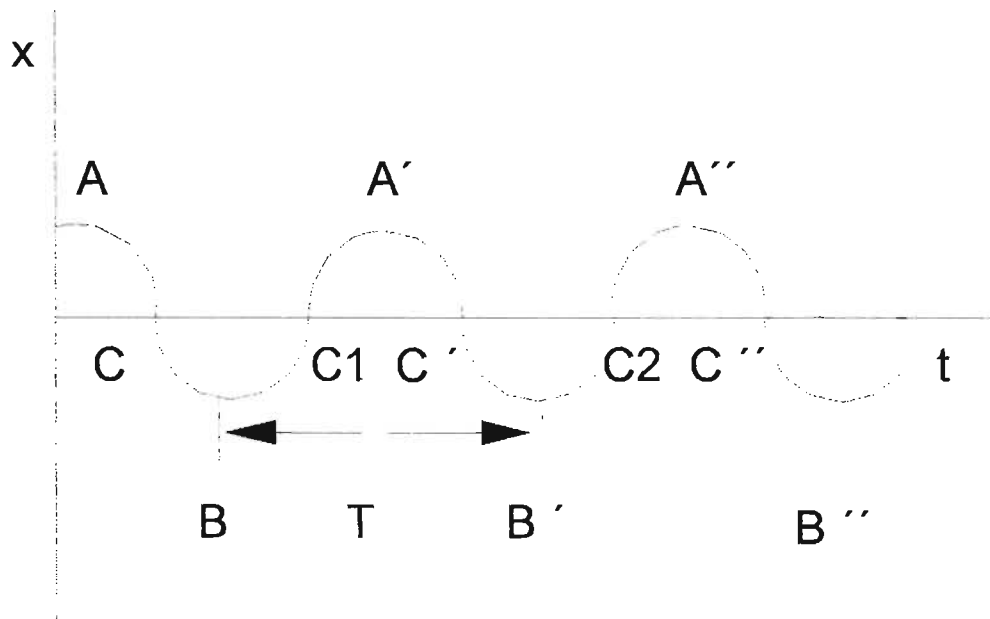


Figura 1-5. Gráfica del desplazamiento  $x$  en función del tiempo,  $t$ , de una partícula en el movimiento armónico simple,  $w$  es el periodo y  $R$  es la amplitud del movimiento.

#### 1.1.4. ECUACIONES DE MOVIMIENTO PARA MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

Las ecuaciones de movimiento derivadas hasta ahora para una partícula es movimiento armónico simple dan la aceleración y la velocidad en función de la posición de la partícula. Frecuentemente, es conveniente conocer estos valores en cada instante del movimiento -es decir, en función del tiempo. Estas ecuaciones también pueden encontrarse con ayuda del círculo de referencia. Examinando la figura 1-4, vemos que el desplazamiento  $x$  de la partícula en movimiento armónico simple es la proyección del radio  $R$  sobre  $AB$  en cualquier instante del movimiento. Si  $\theta$  es el ángulo que hace  $R$  con  $AB$ , entonces

$$x = R \cos \theta \quad (1-16)$$

El movimiento de la partícula  $P$  en el círculo de referencia se produce con velocidad angular uniforme  $w$ ; la relación entre  $w$  y  $\theta$  es simplemente

$$w = \theta / t$$

o

$$\theta = wt \quad (1-17)$$

Sustituyendo este valor de  $\theta$  en la ecuación 1-17 se obtiene

$$x = R \cos wt \quad (1-18)$$

para el desplazamiento  $x$  de la partícula en movimiento armónico simple como una función del tiempo. La figura 1-5 es una gráfica de esta ecuación con  $x$  como ordenada y el tiempo  $t$  como abscisa. El desplazamiento máximo o la amplitud del movimiento es  $R$ . El periodo  $T$  es el tiempo para una vibración completa -es decir. Partiendo de  $A$ , por ejemplo, y continuando por  $C$  a  $B$  y de nuevo a  $A$ . Esto se indica en la gráfica como el tiempo transcurrido entre las dos posiciones  $AA$ ; esto es también el tiempo requerido para efectuarse el movimiento de  $B$  a  $B$  o  $C$  a  $C$ . Sin embargo, el tiempo requerido para ir de  $C$  a  $B$  y de nuevo a  $C$ , indicado en la gráfica por  $C$ , es solo  $T/2$ .

Se dice que los puntos  $A$ ,  $A'$  y  $A''$  están en la misma fase; los puntos  $B$ ,  $B'$  y  $B''$  también están en la misma fase, pero  $A$  y  $B$  están fuera de fase en medio periodo.  $C$  y  $C'$  están en la misma fase, pero  $C$  y  $C1$  están fuera de fase en medio periodo. Así, el periodo  $T$  es el tiempo transcurrido entre dos posiciones sucesivas de la partícula en la misma fase de su movimiento.

La relación entre  $T$  y  $w$  puede hallarse recordando que la velocidad lineal  $v_o$  de la partícula que se mueve en el círculo de referencia se da por

$$v_o = wR$$

Sustituyendo este valor de  $v_o$  en la ecuación 1-6 se obtiene

$$T = 2 \pi / w \quad (1-19)$$

La ecuación de movimiento se convierte así en

$$x = R \cos 2 \pi / T (t) \quad (1-20)$$

Esta ecuación también puede escribirse en función de la frecuencia  $f$ ; recordando que

$$f = 1 / T \quad (1-11)$$

hallamos que

$$x = R \cos 2 \pi ft \quad (1-21)$$

La velocidad  $v$  de la partícula también puede determinarse con ayuda del círculo de referencia. De la figura 1-4 hallamos que

$$v = -v_0 \sin \theta \quad (1-22)$$

o

$$v = -v_0 \sin \omega t \quad (1-22a)$$

o

$$v = -v_0 \sin 2 \pi / T \quad (1-22b)$$

Se introduce el signo menos para indicar la velocidad  $v$  es hacia la izquierda en este valor de teta. En la figura 1-6 hay una gráfica de esta ecuación, con los puntos marcados para que correspondan a los de la figura 1-5. La amplitud de la curva es la velocidad máxima de  $v_0$  que alcanza en la posición de equilibrio C, conocida cero en los extremos A y B.

El valor de la velocidad máxima puede escribirse en cualquiera de las siguientes formas:

$$v_0 = \omega R \quad (1-23a)$$

$$v_0 = 2 \pi / T R \quad (1-23b)$$

o

$$v_0 = 2 \pi f R \quad (1-23c)$$

La ecuación para la aceleración  $a$  de una partícula en movimiento armónico simple

$$a = -4 \pi^2 / T^2 x \quad (1-7)$$

También puede escribirse como sigue:

$$a = -4 \pi^2 f^2 x \quad (1-7a)$$

y

$$a = -\omega^2 x \quad (1-7b)$$

de donde

$$a = -4 \pi^2 f^2 R \cos 2 \pi ft \quad (1-24)$$

Ejemplo ilustrativo 5.

Un cuerpo pequeño que cuelga de un resorte es sometido a una fuerza de tracción hacia abajo, recorriendo una distancia de 10 cm con relación a su posición de equilibrio y luego soltado. Se le observa que vibra con un periodo de 1.5 seg. Determinar: a) su velocidad máxima, b) su velocidad al cabo de 0.5 seg. , c) su posición en este momento, y d) su aceleración en este momento.



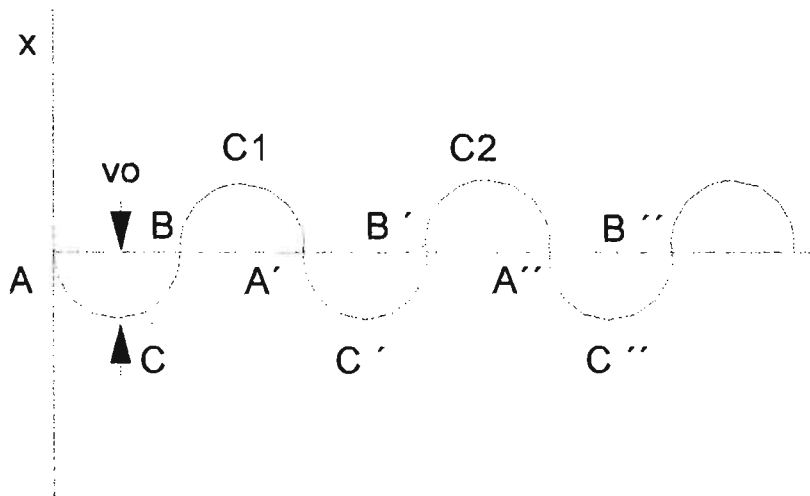


Figura 1-6. Gráfica de velocidad de una partícula en el movimiento armónico simple.

a) Su velocidad máxima  $v_0$  puede obtenerse de la ecuación 1-23b:

$$v_0 = 2 \pi / T (R)$$

Con  $R = 10 \text{ cm}$  y  $T = 1.5 \text{ seg.}$ , de modo que

$$v_0 = 2 \pi \times 10 \text{ cm} / 1.5 \text{ seg.} = 41.9 \text{ cm/seg}$$

b) Su velocidad  $v$  al cabo de  $0.5 \text{ seg}$  puede obtenerse con la ayuda de la ecuación 1-22b como sigue:

$$v = -v_0 \text{ sen } 2 \pi / T (t)$$

que se convierte en

$$v = -41.9 \text{ cm/seg sen } 2 \pi / 1.5 \times 0.5$$

de donde

$$v = -41.9 \text{ cm/seg sen } 2 \pi / 3$$

$$v = -41.9 \text{ cm/seg sen } 120^\circ$$

por tanto,

$$v = -41.9 \text{ cm/seg} \times 0.866$$

de modo que

$$v = -36.0 \text{ cm/seg}$$

c) Su posición  $x$  al cabo de  $0.5 \text{ seg}$  puede hallarse con la ayuda de la ecuación 1-20:

$$x = R \text{ cos } 2 \pi / T (t)$$

de modo que

$$x = 10 \text{ cm cos } 2 \pi / 1.5 \times 0.5$$

$$x = 10 \text{ cm cos } 120^\circ = -5 \text{ cm}$$

d) Su aceleración  $a$  se da por

$$a = -4 \pi^2 / T^2 x \quad (1-7)$$

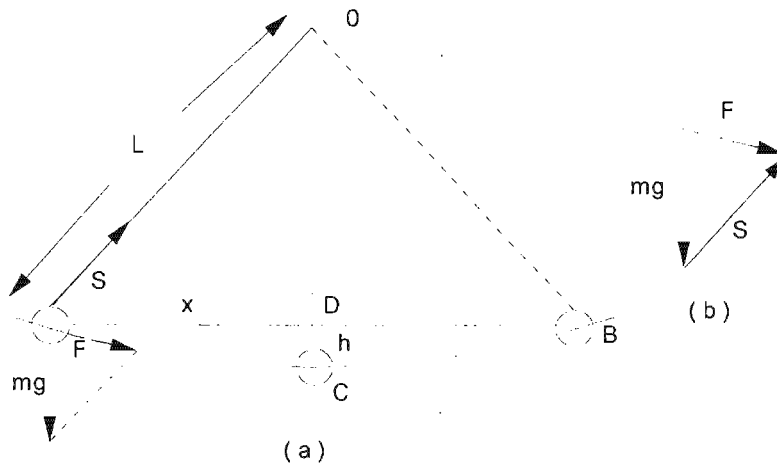


Figura 1-7. Péndulo simple.

Por tanto, su aceleración al cabo de  $t = 0.5$  seg, cuando se encuentra en  $x = -5$  cm, es

$$a = 4 \pi^2 / 2.25 \text{ seg}^2 \times 5 \text{ cm} = 87.7 \text{ cm/seg}^2$$

### 1.1.5. PÉNDULO SIMPLE.

El movimiento de un péndulo es otro interesante ejemplo de movimiento periódico. Esta propiedad fue descubierta por Galileo como resultado de sus observaciones de los movimientos periódicos de las lámparas suspendidas por medio de cuerdas. A causa de su movimiento periódico los péndulos se usan en la construcción de relojes. Aunque Galileo diseñó un reloj de péndulo, nunca construyó realmente uno. El primer reloj de péndulo fue construido por el físico danés Christian Huygens (1629-1695) en 1657. También expuso la teoría matemática del péndulo. Newton también estudió el movimiento del péndulo y experimento con péndulos hechos de diferentes materiales y de diferentes longitudes.

Simplificaremos el problema limitando nuestra atención al movimiento de un péndulo simple. Un péndulo simple consta de una cuerda de peso despreciable, un extremo de la cual está unido a cierto soporte fijo 0; una pequeña masa, llamada lenteja del péndulo, esta unida al otro extremo de la cuerda (véase figura 1-7) En reposo, la lenteja está en C verticalmente debajo de 0 y en equilibrio bajo la acción de dos fuerzas: su peso  $mg$  y la tensión  $S$  en la cuerda. Cuando se hace tracción de ella hacia un lado hasta la posición A y se suelta, recorre un arco circular de C a un punto B del otro lado. Al mover el péndulo hasta A, fue realmente levantado una altura  $h$ . Si consideramos despreciables los efectos de fricción, el punto B que alcanza estará también situado a una altura  $h$  arriba de C. Entonces, recorrerá de nuevo la trayectoria de C a A, y el movimiento se repetirá. La teoría y la experimentación demuestran que el movimiento depende de la longitud del arco ACB. Sin embargo, si se hace muy pequeño este arco, de modo que se aproxime a una línea recta, el movimiento del péndulo es armónico simple.

Para derivar la expresión para el periodo de un péndulo simple, consideremos las fuerzas que actúan sobre la lenteja en el punto A. Estas fuerzas son su peso  $mg$  hacia abajo y la tensión  $S$  en la cuerda en la dirección A0 (véase figura 1-7,a) La resultante  $F$  de estas dos fuerzas se representan en la figura 1-7, b.  $F$  es perpendicular a  $S$ , y por tanto a  $0A$ . Si bajamos una perpendicular de A a  $0C$ , la cortará en D. El triángulo  $0AD$  es similar al triángulo de fuerzas  $F, mg, S$ ., por consiguiente,

$$F / mg = DA / A0 = x / L$$

donde L es la longitud del péndulo y  $x = DA$ . Cuando la amplitud del movimiento es muy pequeña, el punto D coincidirá prácticamente con el punto C; y  $DA = CA = x$ , el desplazamiento de la partícula. Usando un signo menos para indicar que la dirección de F es opuesta a la de x, obtenemos

$$F = - mg / L x \quad (1-25)$$

Usando la segunda ley de Newton,

$$F = ma$$

obtenemos, para la aceleración de la lenteja del péndulo,

$$a = - g / L (x) \quad (1-26)$$

La ecuación 1-26 muestra que la aceleración de la lenteja del péndulo es proporcional a su desplazamiento y de dirección opuesta cuando la amplitud de las vibraciones es pequeña. Por tanto, este movimiento de péndulo es armónico simple. Puede hallarse el periodo del péndulo sustituyendo el valor de  $a/x$  de la ecuación 1-26 en la ecuación 1-8, obteniendo

$$T = 2 \pi \sqrt{L/g} \quad (1-27)$$

La ecuación 1-27 demuestra que el periodo de un péndulo simple no depende de la masa de la lenteja del péndulo. Esto está de acuerdo con los resultados de los experimentos de Newton con lentejas de péndulo de diferentes masas. En cualquier lugar particular de la superficie de la Tierra, el periodo depende solamente de su longitud L. Si un péndulo de longitud conocida lleva a diferentes partes de la Tierra y se determina su periodo en cada lugar, puede calcularse fácilmente el valor de g. Sin embargo, los péndulos reales usados para tales determinaciones están hechos de barras rígidas; a esto se le llama péndulos físicos o compuestos. Es posible determinar la longitud de un péndulo físico equivalente a un péndulo simple y usar luego la ecuación 1-27 para determinar g con ella.

Ejemplo ilustrativo 6.

Un péndulo simple es de 100 cm de longitud.

a) Determinar su periodo en un lugar en que  $g = 980 \text{ cm/seg}^2$ . b) El valor medido de su periodo en otro lugar es de 2.03 seg. Determinar el valor de g en este lugar.

a) El periodo del péndulo puede determinarse con la ayuda de la ecuación

$$T = 2 \pi \sqrt{L/g} \quad (1-27)$$

Asignando valores a L y g en esta ecuación tenemos

$$T = 2 \pi \sqrt{100 \text{ cm} / 980 \text{ cm/seg}^2} = 2.01 \text{ seg}$$

b) Para determinar el valor de g, despejando g en la ecuación 1-27, obteniendo

$$g = 4 \pi^2 L / T^2$$

y haciendo  $L = 100 \text{ cm}$  y  $T = 2.03 \text{ seg}$ . obtenemos

$$g = 4 \pi^2 \times 100 \text{ cm} / (2.03 \text{ seg})^2 = 9.58 \text{ cm/seg}^2$$

### 1.1.6. MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE ANGULAR.

La analogía entre movimiento lineal y movimiento angular puede extenderse al movimiento armónico simple definiendo el movimiento armónico simple angular como aquel en el que la aceleración angular  $\alpha$  de un cuerpo es proporcional a su desplazamiento angular  $\theta$  de su posición de equilibrio y en sentido opuesto, o

$$\alpha = -c\theta \quad (1-28)$$

donde  $c$  es una constante de proporcionalidad. El movimiento del cuerpo en este caso será periódico, con un periodo dado por

$$T = 2\pi / \sqrt{c} \quad (1-9)$$

Un ejemplo de movimiento armónico simple angular es el movimiento de la rueda catalina de un reloj. Tal rueda está montada sobre un eje cuyos extremos se apoyan sobre cojinetes enjorados. Un extremo de un resorte muy fino está unido al eje, y el otro extremo al armazón (véase figura 1-8) Cuando la rueda gira un ángulo  $\theta$  con relación a su posición de equilibrio, el resorte ejerce un momento de torsión  $\tau$  proporcional a este ángulo para volver a su posición de equilibrio; así,

$$\tau = -K\theta \quad (1-29)$$

donde  $K$  es la torsión constante torsional de elasticidad del resorte. Puesto que

$$\tau = I\alpha \quad (9-18)$$

donde  $I$  es el momento de inercia alrededor del eje, obtenemos

$$\alpha = -K/I (\theta) \quad (1-30)$$

Comparando esto con la ecuación 1-28, hallamos que

$$c = K/I \quad (1-31)$$

por lo que el periodo de oscilación de la rueda catalina es

$$T = 2\pi\sqrt{I/K} \quad (1-32)$$

Un cuerpo rígido suspendido de cierto punto fijo  $O$  y situado a una distancia  $h$  de su centro de gravedad  $C$ , y que puede girar alrededor de un eje que pasa por  $O$ , se llama péndulo físico (véase figura 1-9) Cuando está en equilibrio, colgará con  $C$  verticalmente debajo de  $O$ . Si se hace tracción de él hacia un lado de modo que la línea  $OC$  forme un ángulo  $\theta$  con la vertical, luego es soltado, oscilará con movimiento periódico, pero no necesariamente movimiento armónico simple.

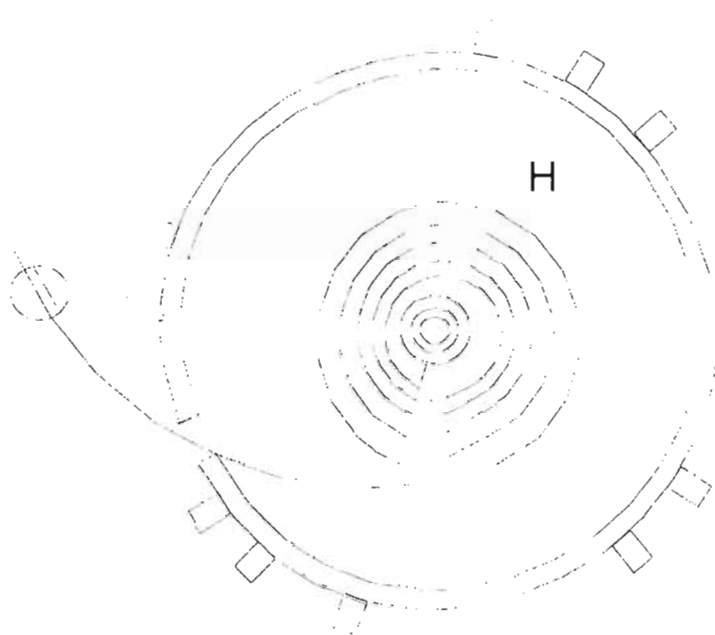


Figura 1-8. Rueda catalina de un reloj. H es el resorte.

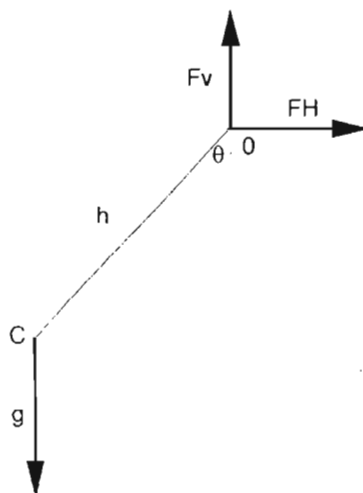


Figura 1-9. Péndulo físico.

Especifiquemos la posición del cuerpo por el ángulo teta dividido desde la vertical hasta la línea  $OC$ ., como se ve en la figura 1-9. Hay dos fuerzas que actúan sobre este cuerpo: su peso  $Mg$  y una fuerza  $F$  en el punto  $O$  cuya componente vertical es  $F_v$  y cuya componente horizontal es  $F_H$ . Puesto que solo nos interesamos por el movimiento rotatorio alrededor de  $O$ , el momento de torsión alrededor del eje es simplemente

$$\tau = -Mgh \text{ sen } \theta$$

El signo menos se usa porque la dirección del momento de torsión es opuesta a la dirección del desplazamiento angular  $\theta$ . Usando la ecuación

$$\tau = I \alpha$$

Obtenemos la ecuación para la aceleración angular

$$\alpha = - Mgh / I \text{ sen } \theta \quad (1-33)$$

Si el desplazamiento angular se mantiene pequeño, entonces, para una buena aproximación

$$\text{sen } \theta = \theta$$

y la ecuación para la aceleración angular es

$$\alpha = - Mgh / I \theta \quad (1-34)$$

Esto satisface ahora la condición para el movimiento armónico simple dada por la ecuación 1-28. El periodo del péndulo físico en estas condiciones es

$$T = 2 \pi \sqrt{I / Mgh} \quad (1-35)$$

El uso de esta ecuación para la determinación del momento de inercia de un cuerpo rígido es bastante obvio. Una vez determinado el momento de inercia alrededor de cierto eje, su momento de inercia alrededor de un eje paralelo que pase por el centro de gravedad puede calcularse.

Todos los péndulos reales son péndulos físicos. Es interesante comparar un péndulo físico con un péndulo simple ideal del mismo periodo. Se recordará que el periodo de un péndulo simple se da por

$$T = 2 \pi \sqrt{L/g} \quad (1-27)$$

Comparando esto con la ecuación 1-35 para el periodo de un péndulo físico hallamos que

$$L = I / Mh \quad (1-36)$$

A este valor de  $L$  se le llama longitud equivalente de péndulo simple.

### 1.1.7. ENERGÍA EN OSCILADORES ARMÓNICOS SIMPLES.

Como hemos visto, la energía potencial de una cuerda extendida,  $\epsilon_p$ , se da por

$$\epsilon_p = 1/2 kx^2$$

Así, si un cuerpo de masa  $m$  se une al extremo de una cuerda, cuya constante elástica es  $k$ , la energía total de un sistema, será como se representa a continuación:

$$\epsilon = 1/2 mv^2 + 1/2 kx^2 \quad (1-37)$$

Cuando la partícula ejecuta movimiento armónico simple, la energía total es constante, porque hemos supuesto que está ausente la fricción u otras fuerzas disipadoras. La energía potencial es un máximo en los extremos del movimiento, cuando el desplazamiento es igual a la amplitud. Cuando el desplazamiento es menor que la amplitud, la energía potencial disminuye y llega a ser igual a cero cuando la partícula está en la posición de equilibrio. En la posición de equilibrio.

$$x = 0$$

$$\epsilon_p = 1/2 kx^2$$

$$= 0$$

y

$$\begin{aligned} \epsilon_k &= 1/2 mv^2 \\ &= \epsilon_t \end{aligned}$$

donde  $\epsilon_t$  es la energía total del sistema.

Cuando el desplazamiento es igual a la amplitud, R, la partícula está instantáneamente en reposo

$$v = 0$$

y así,

$$\epsilon_k = 0$$

y

$$\begin{aligned} \epsilon_p &= 1/2 kx^2 \\ &= 1/2 kR^2 \\ &= \epsilon_t \end{aligned}$$

Por tanto,

$$\epsilon_t = 1/2 kR^2 \quad (1-38)$$

La ecuación 1-38 ilustra una propiedad general del movimiento armónico simple; que la energía total es proporcional al cuadrado de la amplitud del movimiento.

Combinando las ecuaciones 1-38 y 1-37, obtenemos

$$1/2 kR^2 = 1/2 mv^2 + 1/2 kx^2 \quad (1-39)$$

o

$$v^2 = k/m(R^2 - x^2)$$

de la cual obtenemos

$$v = (R^2 - x^2)^{1/2} \sqrt{k/m} \quad (1-40)$$

que es esencialmente el mismo resultado que la ecuación 1-14 o la 1-15.

### 1.1.8. VIBRACIONES Y ONDAS.

#### Introducción.

El movimiento vibratorio de vaivén es muy corriente en la naturaleza, y en muchos casos es de un tipo particularmente sencillo ya estudiado en forma preliminar en la sección anterior. Tal movimiento se produce cuando actúa sobre el sistema una fuerza recuperadora cuyo valor es proporcional al desplazamiento de dicho sistema a partir de su posición de equilibrio. Se le denomina movimiento armónico simple (abreviadamente MAS).

Como se describió en la sección anterior, este movimiento implica una variación de cierta magnitud con el tiempo de acuerdo con la ley  $\cos 2\pi(t/T)$ , donde  $T$  es el periodo del movimiento. A tal variación se la denomina sinusoidal.

Para aclarar el problema, consideremos un bloque de masa  $m$  que puede deslizarse libremente sobre un plano horizontal y unido a un soporte rígido mediante un resorte también horizontal (fig. 1-10). Cuando se hace variar la longitud del resorte una cantidad  $x$ , el bloque queda sometido a una fuerza  $f = -kx$ . La magnitud  $k$  es la constante del resorte y sus dimensiones son  $N/m$ . Así, si una fuerza de  $80\text{ N}$  alarga un resorte  $10\text{ cm}$ , la constante es  $k = 800\text{ N/m}$ . El signo negativo de la expresión  $f = -kx$  indica que la fuerza y el desplazamiento a partir de la posición de equilibrio son vectores de sentidos opuestos. Esto es lo que significa una fuerza recuperadora. Si el resorte es comprimido en lugar de alargado, la fuerza actúa de modo que el bloque vuelva a su posición de equilibrio.

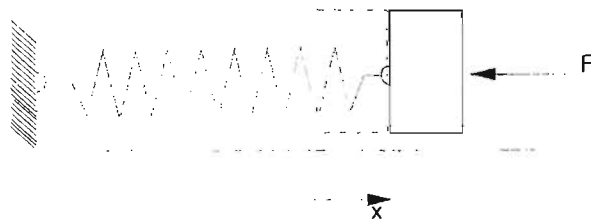


Figura 1-10. El bloque de la masa  $m$  situado sobre la mesa lisa está sometido a una fuerza recuperadora  $F = -kx$  cuando el extremo del resorte experimenta un alargamiento  $x$ .

A primera vista las vibraciones de un bloque sobre un plano tal como se acaban de describir no parecen ser especialmente interesantes, y por ello vale la pena detenernos a considerar brevemente el porqué de que nos ocupemos de ellas.

La razón es realmente muy sencilla; se trata de que estamos de nuevo construyendo un modelo. El modelo de un resorte con una masa de vibrando en su extremo es fundamental para la estructura de la materia en todas sus formas. A las temperaturas ordinarias, los átomos de cualquier molécula se encuentran en un estado de vibración y, por consiguiente, toda partícula de cada ser vivo está en movimiento vibratorio en su nivel más fundamental. No todas las vibraciones son, naturalmente, del tipo armónico sencillo que describiremos, pero si procuramos comprender bien las ideas expuestas a continuación, ellas nos proporcionarán un marco conceptual que nos permitirá interpretar, a través de detalles inconexos, la esencia de cualquier problema de vibraciones con que podamos encontrarnos.



### 1.1.9. RELACIONES ENERGÉTICAS EN EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

En esta sección, queda establecido que la energía potencial elástica almacenada en el resorte cuando ha sido alargado o comprimido es  $U = 1/2 kx^2$ , como puede verse a continuación. La fig 1-11 muestra una gráfica del valor de la fuerza recuperadora  $F$  en función del desplazamiento  $x$  a partir de la posición de equilibrio. Cuando un resorte se recupera de un alargamiento o de una compresión, la fuerza  $F = - kx$  realiza trabajo, y la cantidad de trabajo realizado se define como energía potencial. Durante la recuperación del resorte, el valor de la fuerza varía como muestra la fig. 1-11. Evidentemente, el valor de la fuerza media es  $1/2kx$  ya que la gráfica es una línea recta. El trabajo realizado es, por tanto,  $1/2kx \times x = 1/2 kx^2 = U$ , como quedó establecido. Este trabajo es el área del rectángulo  $OPQR$ , y la geometría elemental nos enseña que esta área es también la del triángulo situado debajo de la gráfica.

La energía potencial se transforma progresivamente en energía cinética, cuando la fuerza recuperadora acelera al bloque hacia su posición de equilibrio. La inercia del bloque hace que éste sobrepase dicha posición, y la energía cinética se transforma de nuevo progresivamente en energía potencial, y de este modo el bloque vibra hacia uno y otro lado pasando la energía de una a otra de ambas formas. En ausencia de fuerzas disipativas, la energía mecánica total  $E$  es constante:

$$1/2 mv^2 + 1/2kx^2 = E \text{ (constante)} \quad (1-40 a)$$

A partir de la consideración de esta relación energética, es posible obtener una valiosa información respecto a la naturaleza del movimiento. Si se dibuja una gráfica de la energía potencial en función de  $x$ , y se traza sobre ella una recta correspondiente al valor de la constante  $E$ , la Ec. (1-40 a) puede utilizarse como sigue. Como muestra la fig. 1-12, la curva de la energía potencial tiene forma parabólica. Si se resta del valor constante  $E$ , el valor correspondiente de  $U$  para todo punto del eje  $x$ , se obtiene la forma de la curva de la energía cinética. Dado que la energía cinética no puede ser negativa, el valor de  $E - 1/2kx^2$  ha de ser siempre positivo. esto restringe el movimiento del bloque a aquella región del eje  $x$  en que la curva  $U$  se encuentra por debajo de la recta correspondiente a  $E$ . Donde esta recta corta a la curva  $U$ ,  $E = 1/2kx^2$  y la energía cinética es nula; en otras palabras, el bloque está en reposo.

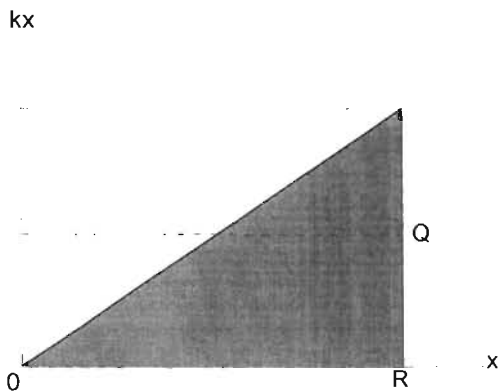


Figura 1-11.

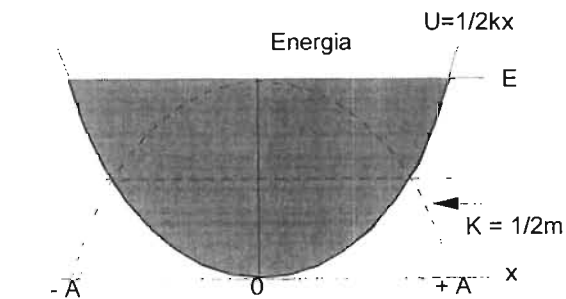


Figura 1 – 12.

Figura 1-11. Gráfica del valor  $kx$  de la fuerza recuperadora en función del desplazamiento  $x$  a partir de su posición de equilibrio. El área situada bajo la gráfica corresponde al trabajo necesario para alargar o acortar el resorte.

Figura 1 – 12. Gráficas de la energía potencial  $U$ , la energía total mecánica  $E$  y la energía cinética  $K$  en un movimiento armónico simple. Dado el valor de  $E$  y la forma de  $U$ , puede construirse la gráfica de  $K$  utilizando el principio de conservación de la energía mecánica,  $K = E - U$ .

Estos dos puntos representan los máximos desplazamientos posibles del bloque para este valor particular de la energía total E, y se designa por  $x = \pm A$ , donde A es la amplitud del movimiento. El diagrama muestra muy claramente que donde la energía potencial es grande, la energía cinética es pequeña, y viceversa. En los puntos extremos del movimiento, en que la energía cinética es nula, toda la energía es potencial, y  $E = 1/2kA^2$ . Por tanto, en un punto genérico, la Ec. (1-40) puede escribirse

$$1/2mv^2 + 1/2kx^2 = 1/2kA^2,$$

y esto da

$$v^2 = k/m ( A^2 - x^2 ) \quad (1-41)$$

La velocidad máxima del bloque tiene lugar en el origen  $x = 0$ , donde la energía potencial es nula, según la ecuación anterior, es:

$$v_{\max} = V = \pm \sqrt{k/m} A \quad (1-42)$$

El doble signo de origina al extraer la raíz cuadrada y corresponde a los dos posibles sentidos del movimiento del bloque,

#### 1.1.10. REPRESENTACIÓN DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE POR UN DIAGRAMA DE ROTACIÓN.

Puede haber un movimiento de vaivén que no sea MAS. Así, por ejemplo, una bola de billar que es lanzada de modo que se mueva perpendicularmente a la longitud de la mesa, tendrá un movimiento de vaivén a través de ella, pero este movimiento no es ciertamente armónico simple. Es muy conveniente disponer de un modo de especificar con precisión un MAS, sin introducir el concepto de fuerza. Ello puede hacerse muy cómodamente utilizando el diagrama de rotación. Cabe definir el MAS como proyección sobre un diámetro del movimiento de un punto alrededor de una circunferencia con velocidad constante. Esta definición, aun siendo muy útil, tiene el peligro de que algún lector irreflexivo pueda imaginar al MAS como un movimiento circular mientras que se trata de un movimiento rectilíneo. Aun admitiendo evidentemente este peligro, tal definición puede enseñarnos mucho.

Consideremos una circunferencia de radio A, y un punto que se mueve alrededor de ella, en sentido antihorario, con una velocidad constante V, la velocidad angular del punto está relacionada con la velocidad por la ecuación  $V = \omega A$ . El caso está representado en la fig. 1-13. Contemos el tiempo a partir del instante en que el punto se encuentra sobre el eje x en Q<sub>0</sub>. Entonces, dado que la velocidad angular es constante, al cabo del tiempo t se habrá desplazado hasta una nueva posición Q siendo  $\theta = \omega t$  el ángulo girado por el radio OQ.

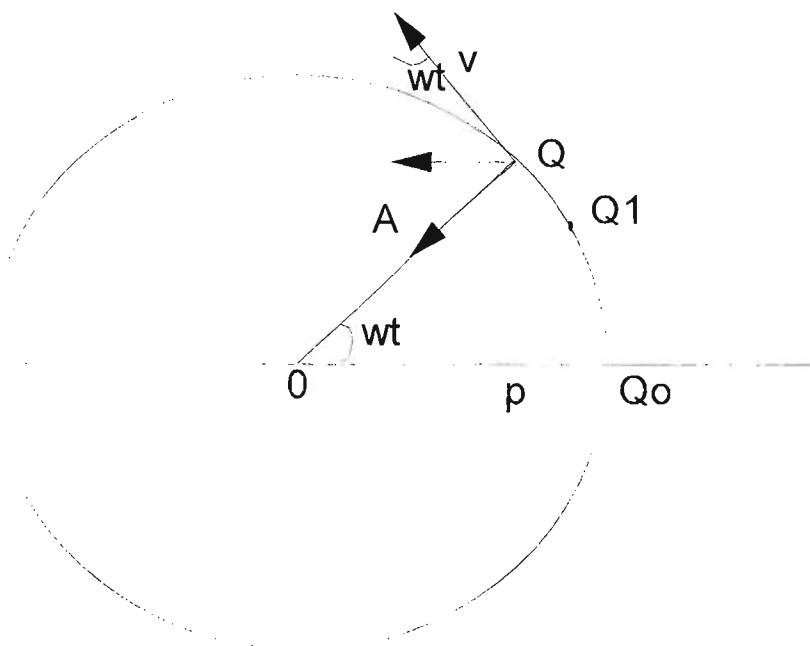


Figura 1-13. Diagrama de rotación. En el origen de tiempos, el punto de referencia Q se encuentra en Q<sub>0</sub> sobre el eje x.

Consideremos ahora la proyección de este movimiento sobre el eje x. Físicamente esto correspondería a pegar una bolita sobre el borde de un disco de gramófono y mirarla a cierta distancia con el ojo colocado al nivel de ella. Se vería vibrar a un lado y otro con movimiento armónico simple. Para determinar el movimiento, proyectemos según el eje x. La proyección de Q está en P, cuya abscisa es

$$x = A \cos \theta = A \cos \omega t \quad (1-43)$$

Para interpretar esta ecuación recordemos que cualquier ángulo puede aumentarse en  $2\pi = 360^\circ$  sin cambiar físicamente la situación, ya que ello corresponde sencillamente a una rotación completa que hace volver todo a su punto de partida. Por tanto, los ángulos  $\omega t$  y  $\omega t + 2\pi$  representan el mismo estado físico. El ángulo  $\omega t + 2\pi$  puede escribirse también en la forma

$$\omega(t + 2\pi/\omega),$$

lo que nos dice que el movimiento se repite después de un tiempo  $2\pi/\omega = T$ , donde T se denomina período del movimiento. Puede escribirse ahora la expresión del desplazamiento de O en la forma

$$x = A \cos 2\pi t/T \quad (1-44)$$

De hecho esta fue la forma dada, y la fig. 1-13 muestra una gráfica de esta ecuación. La velocidad angular constante  $\omega$  alrededor del círculo de referencia, denominada pulsación, se mide en rad/s. Aunque el radian es una magnitud adimensional, y no es rigurosamente necesario mantener en la denominación de esta unidad el «rad», es preferible hacerlo. Ha de tenerse en cuenta, naturalmente, que todos los ángulos de las expresiones análogas a las Ecs. (1-42) y (1-43), han de medirse en radianes. Se utiliza a menudo la frecuencia f del movimiento, que se define como la inversa del período:

$$f = 1/T = \omega / 2\pi \quad (1-45)$$

La unidad de frecuencia es el ciclo por segundo, a la que se le da el nombre especial de hertz, abreviadamente Hz.

### Ejemplo 7

Una partícula está efectuando vibraciones armónicas simples según el eje x con amplitud 1 m y frecuencia 0,5 Hz. ¿ Dónde se encuentra la partícula en los instantes  $t = 1/4$  s,  $t = 1$  s y  $t = 9/2$  s?

#### Solución

Si  $f = 0,5$  Hz, entonces  $T = 1/f = 2$  s. Para  $t = 1/4$  s,  $t/T = 1/8$ , y  $2\pi t/T = \pi/4$ . Una vez obtenido el ángulo en radianes, podemos convertirlo en grados para facilitar su busca en las tablas trigonométricas en las que, de ordinario, se manejan grados. Dado que  $\pi/4 = 45^\circ$ ,  $\cos(\pi/4) = 0,707$  y, por tanto, el desplazamiento de la partícula es  $x = (1 \text{ m}) \times 0,707 = 0,707$ . El signo positivo indica que se encuentra a la derecha del origen.

Análogamente, en los instantes  $t = 1/2$  s y  $t = 1$  s, los ángulos son  $1/2\pi = 90^\circ$  y  $\pi = 180^\circ$ , respectivamente. Recordando que la función coseno toma los valores +1 para  $\theta = 0$ , cero para  $\theta = 90^\circ$ , -1 para  $\theta = 180^\circ$ , cero para  $\theta = 270^\circ$  y de nuevo +1 para  $\theta = 360^\circ$ , se ve que los desplazamientos para estos dos instantes son  $x = 0$  y  $x = -1$ , respectivamente. En el último caso la partícula tiene su desplazamiento máximo a la izquierda del origen.

El tiempo  $t = 9/2$  s  $= 8$  s +  $1/2$  s. Los 8 s representan cuatro períodos completos, o sea cuatro rotaciones completas, y carecen de importancia ya que no modifican nada. El tiempo  $t = 1/2$  s corresponde a un ángulo de  $3\pi/2 = 270^\circ$ , y el desplazamiento correspondiente es nulo.

Del diagrama de rotación se deduce claramente que la partícula se encuentra en el origen y moviéndose hacia la derecha.

Puede utilizarse también el diagrama de rotación para determinar en cualquier instante la velocidad del punto P según el eje x. Cuando la partícula está en Q, su velocidad V tiene, como se indica, la dirección de la tangente en Q a la circunferencia. La componente de esta magnitud vectorial según el eje x tiene por valor  $V \sin \omega t$ , y (como resulta evidente en el diagrama) su sentido es de derecha a izquierda, o sea el sentido negativo del eje x. Escribimos, por tanto,

$$v = -V \sin \omega t = -\omega A \sin \omega t. \quad (1-46)$$

### Ejemplo 8

Calcúlese, para los instantes citados, la velocidad de la partícula del ejemplo 7

#### Solución

Dado que  $f = 0,5$  Hz, la velocidad angular es  $\omega = 2\pi f = \pi \text{ rad/s} = 3,14 \text{ rad/s}$ , aproximadamente. Por tanto,  $\omega A = 3,14 \text{ rad/s} \times 1 \text{ m} = 3,14 \text{ m/s}$ . Se ha suprimido ahora <<rad>> por innecesario. Los cuatro valores del ángulo  $2\pi t/T$  son los mismos de antes, a saber,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$ . La función  $\sin \theta$  toma los valores, cero para  $\theta = 0$ , +1 para  $\theta = 90^\circ$ , cero para  $\theta = 180^\circ$ , -1 para  $\theta = 270^\circ$  y, finalmente, vuelve a valer cero para  $\theta = 360^\circ$ .

Utilizando el valor  $-\omega A = -3,14 \text{ m/s}$ , se obtiene para las cuatro velocidades, los valores  $-3,14 \text{ m/s} \times$

0,707= -2,22 m/s, -3/4 m/s, cero y +3,14 m/s. El signo negativo corresponde a movimiento hacia la izquierda y el signo positivo a movimiento hacia la derecha como puede verse por el diagrama de la rotación.

La velocidad máxima se produce para  $\sin wt = + - 1$ , lo que da  $v_{max} = + - V = + - wA$ . Comparando este resultado con la Ec. (1-42) se ve que

$$w = \sqrt{k/m} \quad (1-47)$$

Esta relación permite calcular la pulsación (y por tanto el período y la frecuencia) para un objeto de masa dada que oscila bajo la acción de una fuerza elástica

### Ejemplo 9

Una masa de 5 kg oscila con una amplitud de 25 cm cuando se la sujeta, como muestra la fig. 1-10, a un resorte de constante 125 N/m. Hállese: (a) el período, (b) la velocidad máxima, (c) la velocidad cuando el desplazamiento a partir de la posición de equilibrio es 20 cm y (d) las energías cinética y potencial en este último punto.

### Solución

según la Ec. (1-47).

$$w^2 = 125 \text{ N/m} / 5 \text{ kg} = 25 \text{ rad}^2/\text{s}^2,$$

y

$$w = 5 \text{ rad/s.}$$

(a) El periodo es  $T = 2\pi / w = (2\pi / 5) \text{ s} = 1,26 \text{ s}$ .

(b) La velocidad máxima es  $wA = 5 \text{ rad/s} \times 2,5 \text{ cm} = 125 \text{ cm/s} = 1,25 \text{ m/s}$ .

(c) Para  $x = 20 \text{ cm}$ , la Ec.(1-41) da

$$\begin{aligned} v^2 &= k/m (A^2 - x^2) = w^2 (A^2 - x^2) \\ &= 25 \text{ rad}^2 \text{ s}^2 (25^2 - 20^2) \text{ cm}^2. \\ &= 25 \text{ rad}^2/\text{s}^2 \times 15^2 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Por tanto,  $v = 5 \text{ rad/s} \times 15 \text{ cm} = 75 \text{ cm/s} = 0,75 \text{ m/s}$ .

(d) La energía cinética es  $1/2 mv^2 = 1/2 \times 5 \text{ kg} \times (0,75 \text{ m/s})^2 = 1,4 \text{ J}$ , y la energía potencial es  $1/2 kx^2 = 1/2 \times 125 \text{ N/m} \times (0,2 \text{ m})^2 = 2,5 \text{ J}$ . La energía mecánica total es, por tanto, 3,9 J, que coincide con el valor calculado directamente a partir de  $E = 1/2 kA^2 = 1/2 \times 125 \text{ N/m} \times (0,25 \text{ m})^2$ .

La aceleración del punto Q cuando gira a velocidad constante V alrededor de la circunferencia tiene por valor  $V^2/A$ , dirigida hacia el centro de la circunferencia a lo largo del radio QO. La proyección de QO sobre el eje x es PO y, por lo tanto, la aceleración de P está dirigida hacia el centro y tiene de magnitud  $(v^2/A) \cos wt$ :

$$a = -V^2 \cos wt = -w^2 A \cos wt, \quad (1-48)$$

ya que  $V = wA$ . Comparando este resultado con la Ec.(9.4) se deduce que

$$a = -w^2 x \quad (1-49)$$

La aceleración es proporcional al desplazamiento, pero tiene siempre sentido opuesto a él. En virtud de la segunda ley de Newton, para producir esta aceleración, la fuerza no equilibrada ha de actuar según el eje x y vale

$$F = ma = -mw^2 x = -kx,$$

lo que da, como antes,  $w^2 = k/m$ .

Al determinar la ecuación del desplazamiento en el MAS, se pudo haber elegido el eje y, en lugar del eje x, para proyectar el movimiento circular del punto Q. Esta sería la elección natural al estudiar las vibraciones verticales de una masa que depende del extremo de un resorte. En este caso las ecuaciones correspondientes a las (1-43) y (1-46) serían

$$y = A \sin \omega t, \quad v = +\omega A \cos \omega t.$$

#### 1.1.11. LA FASE EN EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

Imaginemos una práctica de laboratorio en la que se pide a los estudiantes analizar las vibraciones de una masa suspendida del extremo de un resorte, como en la fig. 1-14. Se les exige que tomen fotografías de iluminaciones múltiples de la masa durante su oscilación y que dibujen la gráfica del desplazamiento en función del tiempo. A la primera fotografía de la serie le asignan el tiempo  $t = 0$ .

Si el profesor dispone que la amplitud sea la misma para todos los estudiantes, todos obtendrán gráficas de idéntica forma, pero no coincidirán en dibujar el eje vertical en la misma posición, ya que no todos habrán puesto en marcha la cámara en el mismo punto del movimiento. El caso aparece representado en la fig. 1-14, donde  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  e  $y_4$  representan los ejes dibujados por cuatro estudiantes. Cada estudiante sólo habrá dibujado, naturalmente, la curva situada a la derecha del eje que ha elegido. Si se le pide hallar la expresión matemática que describe sus curvas, el estudiante 1 encontrará  $y = + A \cos \omega t$ , el estudiante 2 hallará  $y_2 = - A \sin \omega t$  y el 4 obtendrá  $y_4 = + A \sin \omega t$ . El estudiante 3 no será tan afortunado, y encontrará  $y_3 = + A \sin (\omega t + 1,6 \pi)$ . Ahora bien, el fenómeno físico es exactamente el mismo para todos ellos, y las diferencias en sus ecuaciones no tiene verdadera importancia pues corresponden simplemente al hecho de que no todos pusieron en marcha sus cámaras en el mismo punto del movimiento. Vemos, por tanto, que existe una arbitrariedad en la expresión del desplazamiento, y podemos tenerla en cuenta utilizando para éste la expresión general

$$y = A \sin (\omega t + \gamma) \quad (1-50)$$

donde la constante  $\gamma$  depende de la elección del origen de tiempos. En el diagrama de rotación ello correspondería a contar el tiempo a partir del instante en que el punto Q se encontraba en Q1 en lugar de Q0, sobre el eje x, siendo  $\gamma$  el ángulo P0Q1. La constante  $\gamma$  es un ángulo en radianes, y para valores particulares de este ángulo la expresión general toma las formas especiales que figuran en la tabla 9.1. Se podría, naturalmente, utilizar una expresión general en función del coseno en lugar de la Ec. (1-50) en que figura el seno, pero es más fácil trabajar con senos que con cosenos, y se verá ahora que ello no tiene verdadera importancia, puesto que se trata simplemente de un diferente valor de  $\gamma$ . Así, nuestra Ec. (1-43) corresponde a una elección de  $\gamma = + \pi / 2$ , con  $\gamma$  sustituida por  $x$ .

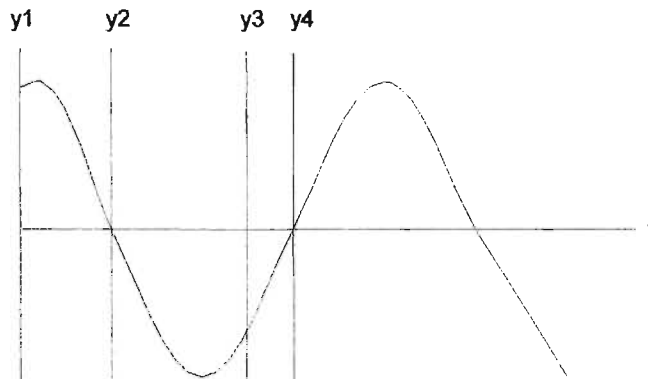


Figura 1-14. Resultados experimentales obtenidos por cuatro estudiantes al representar las gráficas del desplazamiento en función del tiempo para el mismo MAS. Los diferentes ejes de ordenadas para los desplazamientos  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  e  $y_4$  corresponden a elecciones distintas del origen de tiempos.

Tabla 9.1 Desplazamiento del MAS,  $A \sin(\omega t + \gamma)$  para valores especiales  $\gamma$ .

$\gamma$	$A \sin(\omega t + \gamma)$
0	$A \sin \omega t$
$+\pi/2$	$A \cos \omega t$
$-\pi/2$	$-A \cos \omega t$
$+\pi$	$-A \sin \omega t$
$-\pi$	$-A \sin \omega t$
$+3\pi/2$	$-A \cos \omega t$
$-3\pi/2$	$A \cos \omega t$

El ángulo  $(\omega t + \gamma)$  de la Ec. (1-50) se denomina fase del movimiento y a  $\gamma$  se la denomina fase inicial. Nuestro estudio puede resumirse diciendo que a la fase del MAS puede añadirse cualquier fase inicial sin cambiar el fenómeno físico.

En correspondencia con la expresión del desplazamiento dada por la Ec. (1-50), las expresiones generales de la velocidad y de la aceleración son

$$v = \omega A \cos(\omega t + \gamma) \quad (1-51)$$

y

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \gamma) \quad (1-52)$$

Observando las dos primeras líneas de la tabla 9.1 se ve que un incremento de fase de  $+\pi/2$  cambia la expresión trigonométrica de seno a coseno. Por tanto, la expresión de la velocidad puede escribirse en la forma

$$v = \omega A \sin(\omega t + \gamma + \pi/2).$$

Este cambio de fase corresponde al hecho físico de que cuando el desplazamiento (y la aceleración) tienen sus valores máximos, la velocidad tiene su valor mínimo, y viceversa. Obsérvese que, aunque la fase inicial  $\gamma$  es arbitraria, ha de tener el mismo valor en las expresiones del desplazamiento, de la velocidad y de la aceleración.

### 1.1.12. PÉNDULO SIMPLE.

El péndulo simple proporciona un ejemplo importante de movimiento natural que es aproximadamente armónico simple. Tal péndulo se compone, como muestra la fig. 1-15, de una bola, lo bastante pequeña para ser considerada como puntual, suspendida de un punto fijo por un hilo de longitud fija y masa despreciable. La bola, de masa  $m$ , está sometida a dos fuerzas: su peso  $mg$  y la tensión  $F$  producida por el hilo. Suponemos que el ángulo teta es muy pequeño y, en estas condiciones, la trayectoria curva de la bola cuando oscila a un lado y a otro puede sustituirse por otra rectilínea y horizontal. El peso de la bola es compensado por la componente vertical de  $F$ , pero hay también una pequeña componente horizontal de  $F$ , y ésta es una fuerza no equilibrada que proporciona la aceleración horizontal de la bola. El triángulo  $O'OP$  permite hallar directamente las componentes horizontal y vertical de  $F$ , ya que  $F$  está dirigida a lo largo de  $P'O$ , la componente horizontal a lo largo de  $PO$  y la componente vertical es paralela a  $O'O$ . Si  $l$  es la longitud del hilo, se tiene

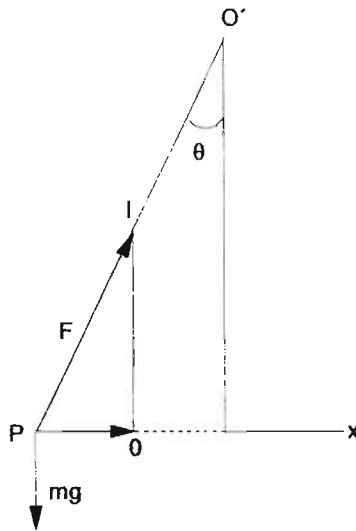


Figura 1-15 Péndulo simple.

componente horizontal /  $F = x / l$ ,

donde  $x = OP$  es el desplazamiento de la bola a partir de  $O$ . Como se ve en el dibujo este desplazamiento es negativo mientras que la componente horizontal de  $F$  es evidentemente positiva, por lo que escribimos la fuerza no equilibrada en la forma  $-Fx/l$ . Dado que nos limitamos al caso de que  $x$  es pequeño, ( $x < 0,1 l$ ), la diferencia entre  $F$  y su componente vertical es despreciable. Así, por ejemplo, para  $x = 0,1 l$ , máximo valor admitido, y para  $F = 10$  N, la componente vertical de  $F$  es 9,95 N. Así, casi toda la tensión se utiliza en sostener el peso y puede escribirse sin error apreciable  $F = mg$ . Esto da para la fuerza no equilibrada el valor  $-mgx/l$ . Esta fuerza equivale a la realizada por un resorte de constante  $k = mg/l$ , y se obtiene

$$\omega^2 = k/m = g/l.$$

El período del péndulo es, por consiguiente,

$$T = 2\pi / \omega = 2\pi \sqrt{l/g} \quad (1-53)$$

Debe quedar claro que, según esta deducción, la importante ecuación (9.14) sólo es aproximada, y que al utilizar tal péndulo, ha de mantenerse al ángulo teta tan pequeño como sea posible, el criterio  $x/l < 0,1$  mencionado anteriormente corresponde a  $teta < 6^\circ$ . En estas condiciones el período no depende de la amplitud de la oscilación, y el péndulo puede utilizarse como un



dispositivo de regulación de tiempo. Galileo utilizó el péndulo simple para medir por primera vez el ritmo del pulso y trató de relacionarlo con los otros síntomas de un enfermo.

#### Ejemplo 10

¿Cuál es la longitud de un péndulo de segundos en un lugar en que la aceleración de la gravedad es  $9,798 \text{ m/s}^2$ ?

Solución

La denominación de péndulo de segundos se debe a que tal péndulo tarda un segundo en oscilar desde una posición extrema a la otra. En otras palabras, su período es 2 s. Por tanto, según la Ec. (1-53)

$$l = g (T^2 / 4 \pi^2) = 9,798 \text{ m/s}^2 \times 4 \text{ s}^2 / 4 \times 9,870 = 9,798/9,870 \text{ m} = 0,9927 \text{ m}.$$

De este ejemplo se deduce que la longitud de un péndulo de segundos es igual muy aproximadamente a un metro. En muchos cálculos corresponde a vibraciones bajo la acción de la gravedad resulta cómodo suponer que mide exactamente un metro. Esto equivale a admitir que la aceleración de la gravedad es  $\pi^2 \text{ m/s}^2$ , que constituye una buena aproximación y simplifica a menudo el trabajo.

#### 1.1.13. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS ARMÓNICOS SIMPLES A LO LARGO DE LA MISMA RECTA.

No se estudia únicamente el MAS porque nos interesen las vibraciones de resortes y péndulos, sino porque muchas otras magnitudes de interés físico varían sinusoidalmente con el tiempo, de acuerdo con la Ec. (1-50). Así, por ejemplo, corrientes y voltajes alternos obedecen a ecuaciones de la misma forma, y también lo hace de este modo la amplitud de la perturbación de un punto particular luminosos. En tales casos surge el problema importante de sumar dos o más vibraciones de la misma frecuencia, pero de fases y amplitudes distintas. Un modo muy elegante de resolverlo consiste en utilizar el diagrama de rotación. Representemos el primer movimiento por la rotación del punto Q1 en el diagrama de rotación de la fig 1-16, y el segundo movimiento por la rotación del punto Q2. Ambos movimientos tienen la misma frecuencia y, aunque no tienen la misma fase, conservan durante todo el movimiento la misma relación de fase. En otras palabras, hay una diferencia de fase constante entre ellos. Se dice en tal caso que los movimientos son coherentes. Sobre el diagrama de rotación, la diferencia de fase es simplemente el ángulo formado por OQ1 y OQ2.

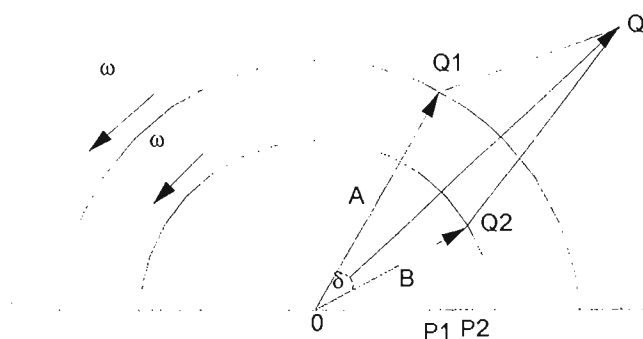


Figura 1-16. Efecto de dos MAS coherentes a lo largo de una misma recta, obtenidos utilizando el diagrama de rotación.

Esta diferencia de fase es  $(\omega t + y_1) - (\omega t + y_2) = y_1 - y_2 = \delta$ . Consideremos la proyección de estos movimientos sobre el eje x. La proyección de Q2 es P2 con un desplazamiento  $x_2$  según el eje x. La proyección de Q1 es P1 con un desplazamiento  $x_1$  según el eje x. La proyección de Q1 es P1 con un desplazamiento  $x_1$ . Dado que OQ1 y OQ2 son lados opuestos de un paralelogramo, es evidente que  $OP_1 = P_2P$ . Por tanto, el desplazamiento total de la partícula es  $OP_2 + OP_1 = OP_2 + P_2P = OP$ , y el movimiento resultante es la proyección sobre el eje x del movimiento circular uniforme de Q, vértice opuesto del paralelogramo construido con OQ1 y OQ2 como lados contiguos. Así, el movimiento resultante es también armónico simple y, dado que el punto Q gira con la misma velocidad angular  $\omega$  que Q1 y Q2, la frecuencia no varía. Si la diferencia de fase  $\delta$  es nula, o  $2\pi$ ,  $4\pi$ , ..., entonces OQ1, OQ2 y OQ tienen la misma dirección, y el movimiento resultante tiene una amplitud que es la suma de las amplitudes componentes. Así, el movimiento resultante es  $x = (A+B) \cos(\omega t + y)$ . Si, por el contrario, la diferencia de fase es  $\pi$ ,  $3\pi$ ,  $5\pi$ , ..., las rectas OQ1 y OQ2 tienen sentidos opuestos y la amplitud resultante es  $A - B$ . El primer caso se le denomina interferencia constructiva y el segundo, interferencia destructiva. Si las amplitudes de los dos componentes son iguales, entonces el movimiento resultante en el segundo caso es nulo, lo que corresponde a una completa oscuridad en el caso óptico.

Obsérvese la importancia de la coherencia en todo este problema. Si los dos movimientos no son coherentes, las fases de los dos componentes variarán de un modo fortuito y será imposible tener un movimiento resultante estable. Análogamente, del estudio anterior resulta claro que es imposible producir efectos de interferencia con dos haces luminosos de frecuencias distintas, pues si Q1 y Q2 giran con gran velocidades angulares distintas, no es posible un estado resultante estable.

Si la diferencia de fase es  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$ ,  $5\pi/2$ , ..., puede hallarse fácilmente la amplitud resultante mediante el teorema de Pitágoras, como muestra la fig. 1-17

$$OQ^2 = OQ_1^2 + OQ_2^2$$

Esta ecuación se utiliza mucho en el estudio de las corrientes alternas donde, por ejemplo, el voltaje sinusoidal entre los extremos de una inducción va adelantado  $1/2\pi$  respecto al voltaje entre los extremos de una resistencia. La adición de estos dos voltajes se realiza con un diagrama de rotación. Obsérvese que para obtener la amplitud resultante no es necesario dibujar el diagrama de rotación completo ya que la rotación es común a todo él. Solo es necesario trazar las rectas OQ1 y OQ2. Basta simplemente imaginar que todo el conjunto está realmente girando.

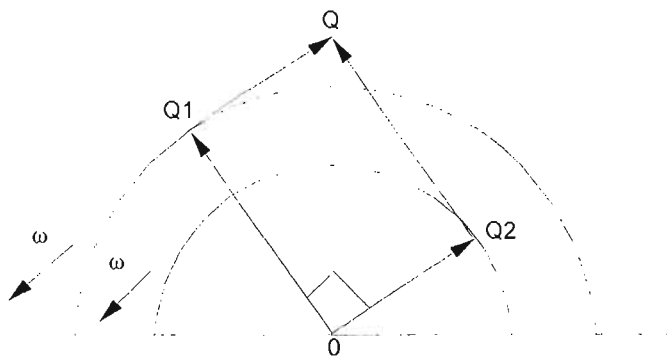


Figura 1-17. Efecto combinado de dos MAS coherentes desfasados  $1/2\pi$ .

#### 1.1.14. AMORTIGUAMIENTO.

Los fenómenos vibratorios descritos en este capítulo están sujetos a pérdidas de energía debidas al rozamiento en una u otra forma. Si se representa en función del tiempo el desplazamiento de un sistema vibrante a partir de la posición de equilibrio, se obtendrá una u otra de las curvas representadas en la fig. 1-18. La amplitud disminuye gradualmente, lo que corresponde a que hay una disipación de energía, ya que ésta es siempre proporcional al cuadrado de la amplitud. Este efecto se denomina amortiguamiento. En la fig. 1-18(a), las líneas decrecientes muestran la disminución exponencial de la amplitud, típica de los sistemas sujetos a rozamientos de fluidos. Este es, por ejemplo, el comportamiento de un péndulo que oscila en el aire. En los fluidos la fuerza de rozamiento dependen de la velocidad. Si las fuerzas de rozamiento son magnitudes constante, como las que se producen cuando rozan dos superficies sólidas, las líneas decrecientes que unen los máximos de curva son rectas, como muestra la fig. 1-18(b).

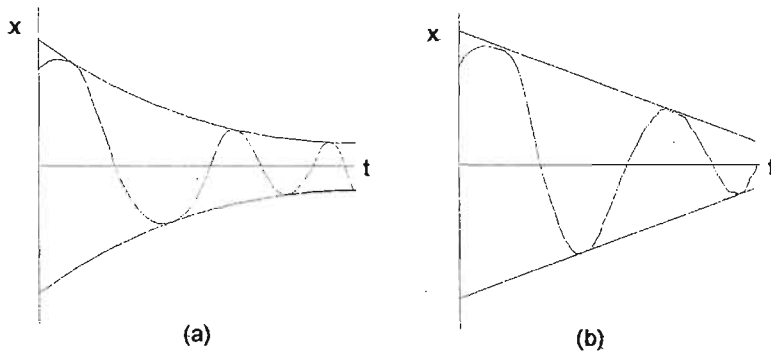


Figura 1-18(a) y (b) Vibraciones armónicas amortiguadas: (a) exponencialmente y (b) linealmente.

Las fuerzas de rozamiento cambian la frecuencia de la vibración. En circunstancias normales el cambio es muy ligero, pero, si el amortiguamiento es bastante grande, el sistema dejará en absoluto de vibrar. La fig. 1-19 muestra el desplazamiento a partir de la posición de equilibrio representado en función del tiempo para un sistema que ha sido desplazado inicialmente y ha quedado después en libertad. En la curva A el sistema muestra un poco de movimiento vibratorio, sobrepasando la posición de equilibrio y volviendo después a ella. En la curva C, el amortiguamiento es tan grande que el sistema tarda mucho tiempo en alcanzar el equilibrio. Esto correspondería a un péndulo que tratase de oscilar dentro de melaza.

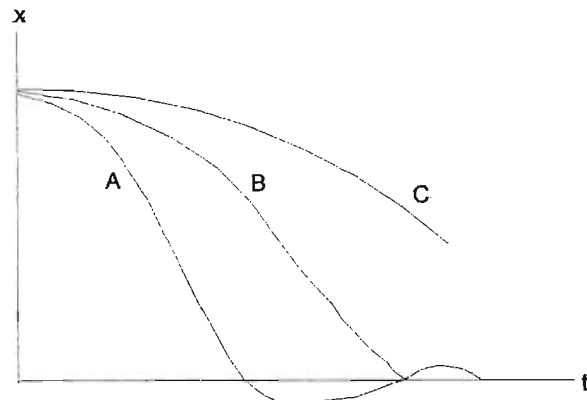


Figura 1-19. Vuelta a la posición de equilibrio de sistemas fuertemente amortiguados. La curva B muestra el caso de amortiguamiento crítico.

La curva B es el amortiguamiento crítico, que separa ambos casos. Muchos sistemas vibrantes de los instrumentos de medida funcionan en el estado de amortiguamiento crítico. así, por ejemplo, un galvanómetro utilizado para medir corrientes muy débiles es un sistema vibrante, aunque el amortiguamiento es de tipo electromagnético. Si el amortiguamiento es demasiado pequeño, la aguja se moverá a uno y otro lado de la lectura deseada, haciendo al instrumento virtualmente inútil. Si el amortiguamiento es demasiado grande, la aguja alcanzará su indicación final tan lentamente que de nuevo queda menguada la utilidad del instrumento. Cuando el amortiguamiento es aproximadamente el crítico, la aguja alcanza su indicación final muy rápidamente y sin oscilación.

#### 1.1.15. RESONANCIA.

En este capítulo se han estudiado hasta ahora sistemas que vibran con MAS. En todos los casos el sistema tiene una frecuencia natural que está determinada por los factores físicos que afectan al movimiento:  $w = k/m$  en el caso de una masa y un resorte, y  $w = g/l$  para un péndulo simple.

Estos son sólo dos entre muchos ejemplos posibles, pero bastan para ilustrar la regla general de que, en todos los casos, al perturbar el sistema, su movimiento natural es una vibración con una frecuencia que llamaremos su frecuencia natural. Sin embargo, sucede a menudo que no se deja vibrar a los sistemas en su forma natural, sino que son perturbados continuamente de un modo que se repite regularmente. Consideremos de nuevo el sistema representado en la fig. 1-10, y supongamos que se aplica horizontalmente al bloque otra fuerza que varía sinusoidalmente con el tiempo con un pulsación  $w$ . esto significa que la fuerza cambia regularmente de sentido con el tiempo, comprimiendo y alargando alternativamente el resorte. El resultado de aplicar tal fuerza es obligar a la masa a vibrar con la pulsación  $w$  de la fuerza, y no con su propia pulsación natural  $w$ .

La amplitud y, por tanto, la energía del movimiento depende de la diferencia entre  $w$  y  $w$ . Cuando la frecuencia forzadora  $w$  se va aproximando a  $w$ , se transfiere cada vez más energía a la masa, hasta que cuando  $w = w$ , se transfiere la energía máxima. Esta transferencia máxima de energía se conoce como resonancia.

La fig. 1-20 muestra cómo varía la energía  $E$  de la masa con la pulsación  $w$  de la fuerza aplicada. Las tres curvas de resonancia A, B y C corresponden, respectivamente, a amortiguamiento grande, medio y ligero. Se verá que cuando el amortiguamiento es ligero, la respuesta del sistema es de hecho muy aguda. Tal sistema apenas vibra hasta que la frecuencia forzadora es muy próxima a su frecuencia natural. Se dice que dicho sistema tiene un factor Q elevado, siendo el factor Q un número que mide la agudeza del máximo de resonancia. Un niño sobre un columpio proporciona un ejemplo vulgar de resonancia mecánica. El sistema niño-columpio puede considerarse como un péndulo simple, y tiene una frecuencia natural que depende de la longitud de las cuerdas. Si da al columpio una secuencia de impulsos regularmente espaciados, es necesario, para que la amplitud se haga grande, que la frecuencia de estos impulsos coincida con la frecuencia natural del columpio. Si los impulsos no tienen esta frecuencia, el columpio apenas se moverá.

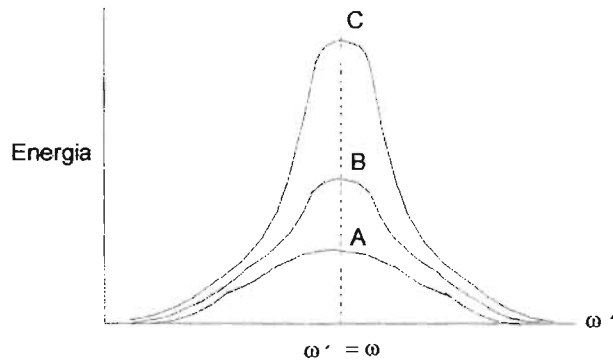


Figura 1-20. Curva de resonancia para diferentes cantidades de amortiguamiento del sistema.

Son muy útiles las curvas de resonancia que corresponden a sistemas de  $Q$  alto. Así, por ejemplo, la sintonización de un receptor de radio supone absorber energía de las ondas incidentes, y sólo nos interesan las ondas de la frecuencia particular correspondiente a la estación que deseamos escuchar. La sintonización se realiza variando la pulsación natural  $\omega$  de un circuito eléctrico hasta igualarla con la pulsación  $\omega$  de la señal que llega. Esto se hace girando el mando de sintonización situado en la caja. Si el circuito no tiene un factor  $Q$  elevado, se cogerán también otras estaciones de radio cuyas frecuencias no difieran mucho de  $\omega$  y se producirán interferencias. Para que el receptor sea selectivo es esencial un factor  $Q$  elevado.

## 1.2. NATURALEZA DE LAS ONDAS

### 1.2.1. TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Sabemos que se requiere algún mecanismo para transferir energía de un punto a otro. Es común que el lugar donde están las fuentes de energía sea diferente del punto en que se necesita ésta.

Uno de los modos de transportar energía es por medio del desplazamiento de materiales u objetos de un sitio a otro. Los vientos y los proyectiles en vuelo son ejemplos bien conocidos. Así en el caso de una bola de béisbol que golpea una ventana, el vidrio se rompe por la energía que le transfiere la pelota durante el impacto. La convección térmica es un proceso conocido para transferir energía de un punto a otro mediante el desplazamiento de grandes cantidades de gases o líquidos calientes entre dos puntos.

Un modo más interesante y complejo de transportar energía es por medio de ondas. Seguramente el lector conoce varios fenómenos naturales que son ejemplos de ondas. La física estudia todos estos fenómenos en conjunto por un hecho muy importante que permite una simplificación: los conceptos y el lenguaje que se usan para describir las ondas son los mismos, sea cual sea el tipo de onda que se trate. El concepto en que se basa el término onda es que esta última implica cierta cantidad de perturbación que cambia de magnitud con respecto al tiempo en un lugar dado y también de magnitud de un lugar a otro en un tiempo dado. Debemos saber que algunas perturbaciones ondulatorias se producen sólo en medios materiales, mientras que otras no tienen esta limitación. En general, una onda es una perturbación periódica que se propaga por un medio o en el espacio. En la fig 1-22 se aprecian ondas oceánicas y su naturaleza periódica. La característica común de todos los tipos de onda es que éstas transfieren energía sin transporte de materia.

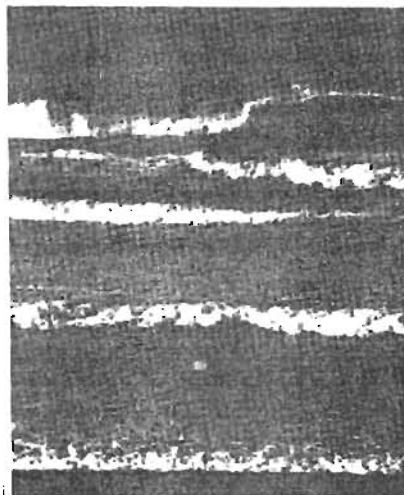


Figura 1-22. La naturaleza periódica de las ondas de agua resulta evidente en las olas superficiales de los océanos.

Cuando se deja caer una piedra en un estanque en calma produce un conocido patrón de ondas en la superficie del agua. El sonido que se oye es debido a que las ondas sonoras se desplazan desde la fuente a través de la atmósfera intermedia. La energía liberada por una gran explosión puede sacudir ventanas lejos de su fuente, ya que se desplaza en todas las direcciones una onda compresiva desde el punto en que se produjo la explosión. La "onda de choque" de una explosión sonora puede tener efectos destructivos similares. Estas ondas son perturbaciones que se desplazan a través de medio material.

Se pueden explicar algunas de las propiedades de la luz por medio de las ondas. Los físicos han demostrado que las ondas de luz, de radio, las infrarrojas y ultravioleta, los rayos X y los gamma, son fundamentalmente similares: son ondas electromagnéticas. Aunque se pueden desplazar a través de la materia, su transmisión de un lugar a otro no requiere de un medio material, o sea, un medio compuesto de la materia.

La naturaleza de las ondas electromagnéticas se verá detalladamente en capítulos posteriores; por el momento, nos ocuparemos de las ondas que se desplazan en un medio material. A tales ondas se les denomina ondas mecánicas. Ese movimiento de ondas se relaciona con el movimiento armónico; sin embargo, cuando se describió el movimiento armónico en la sección anterior, nos ocupamos de una sola partícula que vibraba en torno a su posición de equilibrio. Ahora se considerarán muchas partículas que vibran en torno a sus posiciones de equilibrio, conforme la onda se desplaza por un medio. Es importante entender el comportamiento de las ondas ya que se necesita emplear el lenguaje y los conceptos del movimiento ondulatorio para describir correctamente los movimientos de partículas de materia muy pequeñas.

Cuando se hace que vibren las partículas situadas a cierta distancia de una fuente de energía de vibración, su movimiento vibratorio demuestra que poseen energía y que ésta fue transmitida a partículas alejadas de la fuente. Tal conducta revela una característica muy importante de las ondas: constituyen un mecanismo por el que se transmite energía de un lugar a otro, sin transferencia física de materia entre esos puntos.

### 1.2.2. ONDAS MECÁNICAS.

Una onda mecánica es una perturbación de las posiciones de equilibrio de la materia, cuya magnitud depende de la ubicación y el tiempo. Para producir ondas mecánicas, se requiere una fuente de energía que produzca una perturbación y un medio elástico para transmitir esta última. Un medio elástico se comporta como si fuera un conjunto de partículas conectadas por resortes, donde cada partícula tiene una posición de equilibrio. En la fig 1-23 se da un modelo simple de ese medio.

Si la partícula 1 se desplaza de su posición de equilibrio alejándose de la partícula 2, queda sometida inmediatamente a una fuerza procedente de las partícula 2, que trata de llevar a la partícula 1 a su posición original. Al mismo tiempo, la partícula 1 ejerce una fuerza igual, pero opuesta, sobre la partícula 2, que trata de desplazar de su posición de equilibrio. Cuando se desplaza la partícula 1 de su posición de equilibrio, acercándola a la partícula 2, ocurren hechos similares pero en sentidos opuestos.



Figura 1-23. Un medio elástico actúa como si fuera un conjunto de partículas conectadas por medio de resortes, en donde cada partícula ocupa una posición de equilibrio.

Supongamos que la partícula 1 se desplaza debido a una fuente de energía. Entonces, la partícula 1 ejercerá una fuerza que desplazará a la 2 y esta última, al ser desplazada de su posición de equilibrio, ejerce a su vez una fuerza sobre la partícula 3, que también es desplazada. De este modo, el desplazamiento se transmite de partícula en partícula. Puesto que las partículas tienen inercia, los desplazamientos no se producen todos al mismo tiempo, sino en forma sucesiva, conforme la perturbación afecta a partículas cada vez más alejadas de la fuente. La energía impartida originalmente a la partícula 1 por la fuente de energía se transmite de una partícula a otra en el medio.

### 1.2.3. ONDAS TRANSVERSALES.

A continuación se considerará como medio elástico a un resorte largo en espiral, estirado entre dos soportes rígidos, según se ilustra en la fig 1-24, A. Una parte de dicho resorte se desplaza en el punto 2 para formar una cresta o un desplazamiento ascendente (figura 1-24, B). Para forzar al resorte a que tome esta forma, es preciso tirar de él hacia arriba en el punto 2, mientras que los puntos 1 y 3 se mantienen en su lugar. Cuando se suelta repentinamente el resorte en los puntos 2 y 3, el punto 2 se acelera hacia abajo y el 3 hacia arriba, de modo que la cresta se desplaza hacia la derecha, como se observa en la fig 1-24, C.

En forma similar, a medida que la región del punto 3 se desplaza hacia abajo, la zona del punto 4 se desplaza hacia arriba. así, la cresta recorre el resorte, como se muestra en la figura 1-24, D y E. Un valle, o desplazamiento hacia abajo, formado en el punto 2, se desplaza a lo largo del resorte de modo semejante.

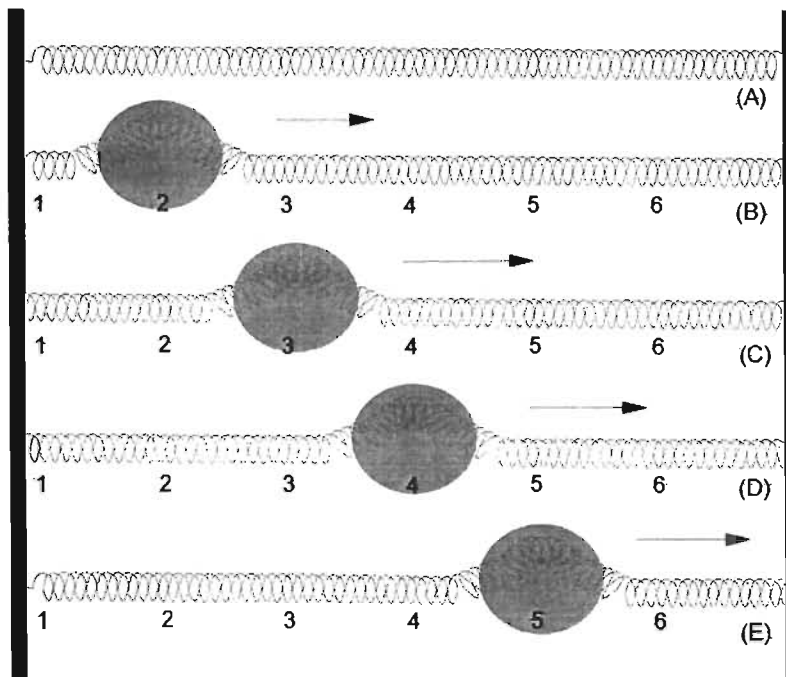


Figura 1-24. Un pulso transversal que se desplaza a lo largo de un medio elástico. En realidad, la perturbación se desplaza en ambos sentidos, pero, para simplificar, no se muestra la otra.



Cuando se produce una sola perturbación y no es repetida, como por ejemplo, una cresta simple, se denomina pulso de onda única, o sencillamente, pulso o pulsación. Los desplazamientos de las partículas del medio (el resorte en espiral) que provoca el pulso son perpendiculares a la dirección de desplazamiento de la onda, y en este caso se dice que la pulsación es transversal.

Si se aplica una sucesión regular de pulsos al resorte en espiral, recorrerá el medio una serie de crestas y valles. Este tipo de perturbación ondulatoria se denomina onda continua, o tren de ondas. Una vez más, los desplazamientos de las partículas del medio son perpendiculares a la dirección de desplazamiento de ondas. El movimiento ondular es transversal. Las ondas transversales son aquellas en que los desplazamientos de las partículas del medio son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.

#### 1.2.4. ONDAS LONGITUDINALES.

Ahora consideraremos un resorte en espiral semejante al anterior, pero en lugar de tirar de él para sacarlo de su línea, se comprimirán varias vueltas para acercarlas a un extremo, como se ilustra en la fig 1-25. A. Este tipo de distorsión se denomina compresión. Cuando se sueltan las vueltas comprimidas, tratan de extenderse para llegar a sus posiciones de equilibrio, de modo que comprimen a las espirales inmediatamente a la derecha. En esta forma la compresión se desplaza hacia la derecha (fig 1-25, A, B, C Y D.)

Cuando se estiran las vueltas del lado izquierdo del resorte en lugar de comprimirse, se forma una rarefacción. Al soltarlas, la rarefacción se desplaza por el resorte en la misma forma que lo hacía la compresión. este efecto se muestra en la fig 1-26.

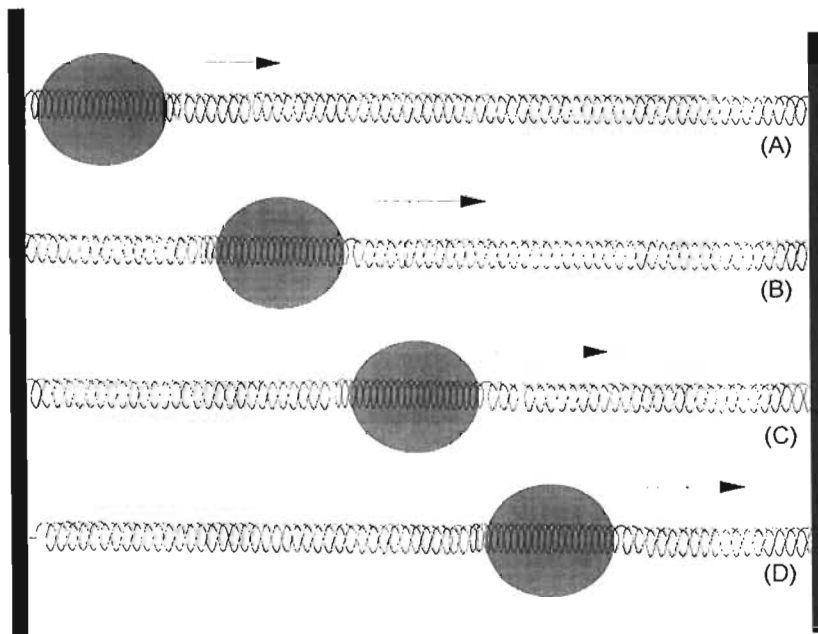


Figura 1-25. Un pulso de compresión que se desplaza a lo largo de un medio elástico.

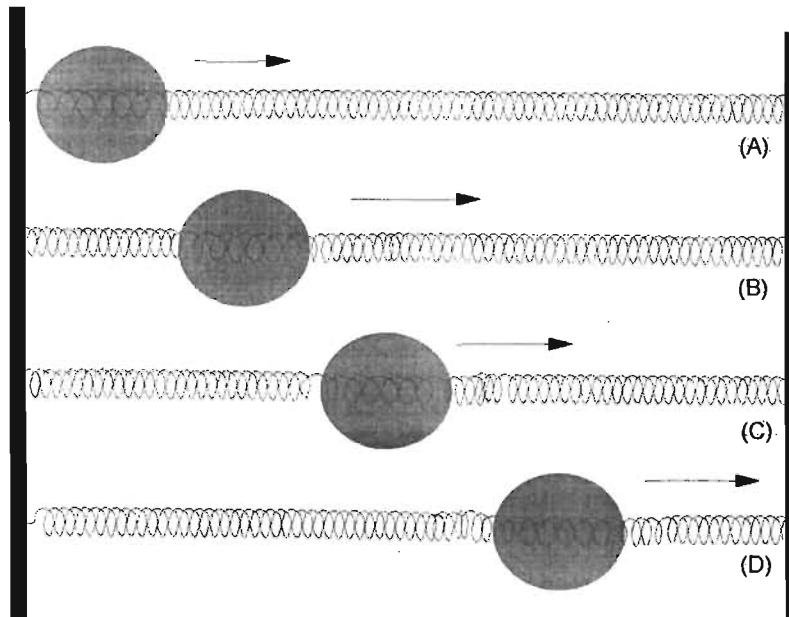


Figura 1-26. Un pulso de rarefacción que se desplaza a lo largo de un medio elástico.

Este tipo de onda se propaga a lo largo del resorte, de manera que las partículas de éste se desplazan en direcciones paralelas a la que siguen las pulsaciones. Son ejemplos de pulsos longitudinales. Similarmente, una perturbación de onda continua de este tipo constituye un movimiento ondulatorio longitudinal. Se transfiere energía de partícula a partícula a través del medio, sin que se mueva este último en su conjunto. Las ondas longitudinales son aquellas en que los desplazamientos de las partículas del medio son paralelos a la dirección de propagación de la onda.

### 1.2.5. ONDAS PERIÓDICAS.

Hasta ahora se ha estudiado el efecto de una sola perturbación ondulatoria, no repetida y causada en un extremo de un resorte largo, montado rígidamente. A continuación se estudiará lo que sucede cuando esas perturbaciones se repiten en forma periódica.

Supongamos que el extremo izquierdo de un resorte largo está sujeto a un peso suspendido de un segundo resorte (fig 1-27). También supongamos que el peso puede ascender y descender sin fricción entre sus guías verticales. Al tirar ligeramente del peso hacia abajo y soltarlo después, vibrará dentro de las guías con un movimiento armónico simple y periódico; es decir, el peso repite su movimiento una vez en cada intervalo determinado,  $T$ , que se denomina periodo de vibración. Puesto que el peso vibratorio está sujeto al extremo del resorte largo, actúa como fuente de perturbaciones periódicas y genera un tren de ondas transversales, que se desplazan hacia la derecha a lo largo de éste. En la figura 1-27 se observan dos posiciones de dicho tren, una cuando el peso vibratorio se encuentra en el límite superior de su desplazamiento y la otra, cuando está en el extremo inferior de su recorrido.

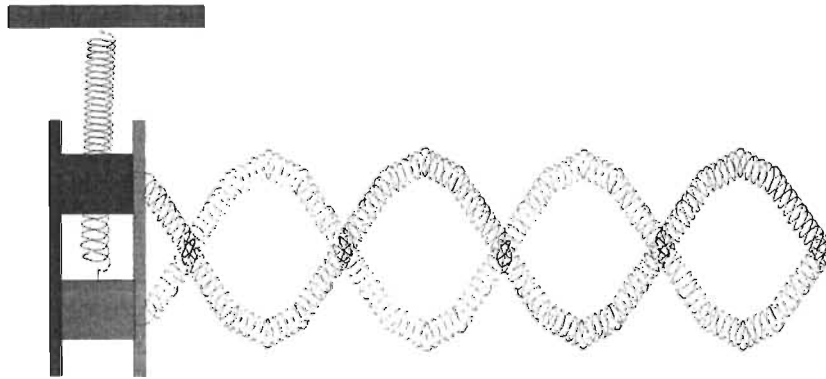


Figura 1-27. El peso oscilante genera una onda transversal periódica. Las ondas azules y las rojas representan dos distintas posiciones de las ondas, al transcurrir medio periodo ( $T/2$ ).

Esta onda transversal periódica transmite energía hacia un punto alejado del peso vibratorio que, a menos que se le suministre energía, se moverá con menor amplitud, hasta quedar en reposo. Para que la fuente genere una onda continua de amplitud uniforme se debe alimentar con energía al mismo ritmo con que ella la transmite al medio. Entonces, las perturbaciones ondulatorias sucesivas serán idénticas. Cuando la onda periódica es armónica simple, imparte a cada partícula del medio un movimiento armónico simple.

Se puede generar una onda longitudinal periódica mediante el aparato que se muestra en la fig 1-28,A. El resorte largo está sujeto a una bola metálica que, a su vez, se encuentra fija a un extremo de una següeta, la cual tiene su otro extremo afianzado con firmeza en una mordaza o un tornillo de banco. Al desplazar ligeramente la bola metálica hacia un lado y soltarla, vibrará con un movimiento armónico simple, que produce una serie de compresiones y rarefacciones periódicas en el resorte y, por ende, una onda longitudinal periódica (fig 1-28, B). Para que las perturbaciones ondulatorias sucesivas sean idénticas, se debe suministrar energía a la fuente al mismo ritmo con que está la transmite.

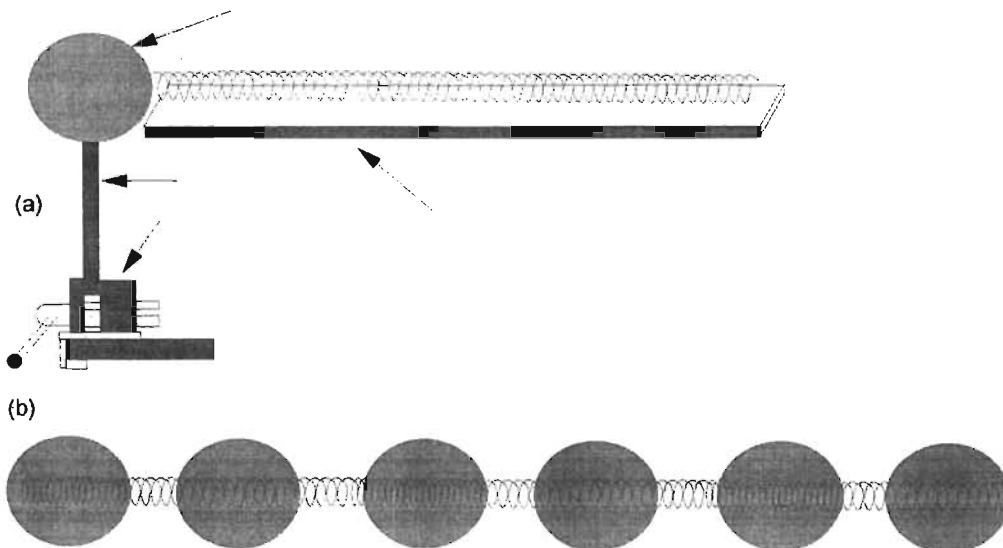


Figura 1-28. (a) Un aparato generador de ondas longitudinales. (b) Una onda longitudinal periódica en una sección del resorte.

## 1.2.6. CARACTERÍSTICAS DE LAS ONDAS SONORAS.

Todas las ondas tienen varias características en común, además de transmitir energía sin transporte de materia. Conforme una onda periódica se desplaza a través de un medio, las partículas de este último vibran de modo idéntico en torno a sus posiciones de equilibrio; sin embargo, en su movimiento vibratorio, las partículas se encuentran en distintas posiciones, correspondientes a diferentes momentos. La posición y el movimiento de las partículas indican la fase de la onda; cuando dos de ellas se desplazan a distancias iguales de su punto de reposo y se mueven en la misma dirección, se dice que están en fase. Por ejemplo, los puntos a y b, en las ondas de la figura 1-29, están en fase; las que se han desplazado a puntos opuestos y que se mueven en sentidos contrarios, como las partículas b y c en las dos ondas, están en oposición de fase o se encuentran desfasadas  $180^\circ$

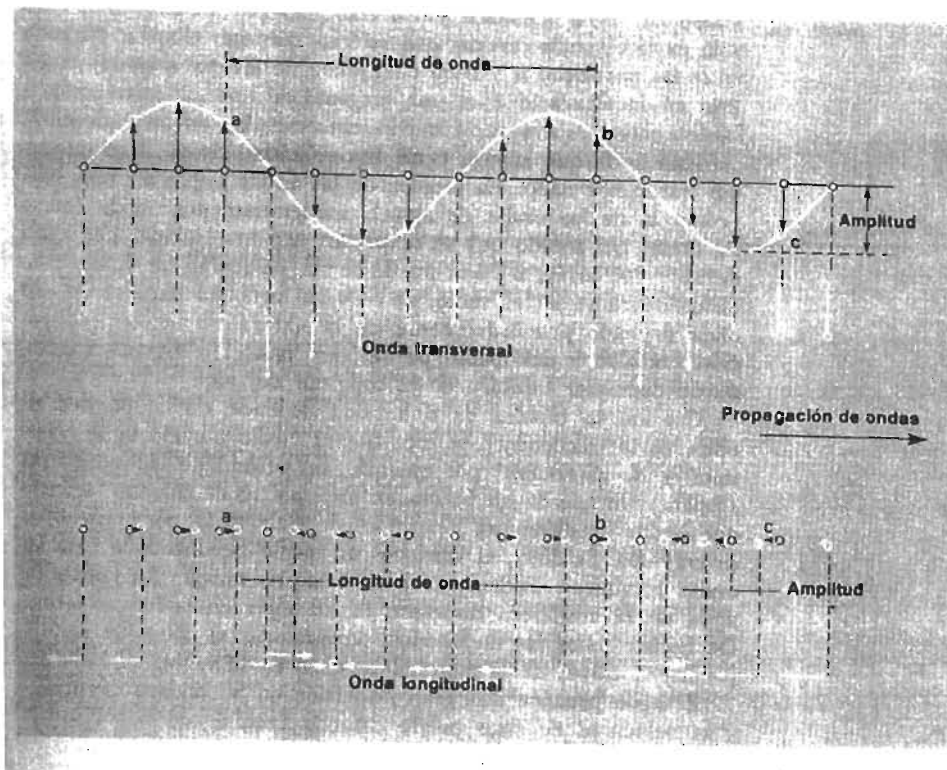


Figura 1-29 Características de las ondas transversales y longitudinales. Los círculos negros indican las posiciones de equilibrio de las partículas del medio. Los puntos blancos indican sus posiciones desplazadas. Las flechas negras indican los desplazamientos de las partículas a partir de sus posiciones de equilibrio. Las flechas blancas son los vectores de velocidad para las partículas situadas sobre ellas.

La frecuencia  $f$ , de una onda periódica es el número de crestas (o valles) que pasan por un punto dado en una unidad de tiempo. Es igual que la frecuencia de movimiento armónico simple de la fuente y se expresa por lo común en función de la frecuencia de vibración de la fuente. Por tanto, la frecuencia de un movimiento es el número de vibraciones, oscilaciones o ciclos por unidad de tiempo. En el sistema MKS la unidad correspondiente es el hertzio (hz), que es equivalente a la expresión de "un ciclo por segundo". Obsérvese que un "ciclo" es un hecho y no una unidad de medición. Por ende, no es parte de la estructura dimensional del hertzio, la cual se mide simplemente como  $s^{-1}$ ; por ejemplo, una onda generada a 60 ciclos por segundo tiene una frecuencia de 60 hz, que se expresa en forma dimensional como 60/s.

$F = 60$  ciclos por segundo =  $60 \text{ hz} = 60/\text{s}$ .

El periodo,  $T$ , de una onda es el tiempo entre el paso de dos crestas sucesivas por un punto dado; es igual que el periodo del movimiento armónico simple de la fuente. Por esta razón, el periodo es la recíproca de la frecuencia.

$$F = 1 / T \text{ y } T = 1 / f$$

La longitud de onda, representada mediante la letra griega ( $\lambda$ ), es la distancia entre cualquier partícula en una onda y la partícula más cercana que esté en fase con ella. La distancia entre las partículas  $a$  y  $b$  en cualquiera de las ondas que se muestran en la figura 1-29 es una longitud de onda y corresponde a la distancia que avanza el movimiento ondulatorio en un periodo,  $T$ .

Una onda que avanza tiene una velocidad finita,  $v$ , en un medio transmisor dado. La rapidez de las ondas puede ser muy baja (como la de las ondas de agua), moderadamente rápida (como las ondas del sonido que se desplazan con una rapidez del orden de  $10^2$ - $10^3 \text{ m/s}$ ), o bien, puede ser la velocidad de la luz o las ondas de radio en el vacío, de  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ . La rapidez de una onda depende primordialmente de la naturaleza de la perturbación ondular del medio por el que pasa; en algunos medios, puede depender de la longitud de onda.

Cuando la rapidez de una onda depende de la longitud de onda (o la frecuencia), se dice que el medio por el que se transmite es de dispersión; por ejemplo, un prisma de vidrio dispersa (separa) un haz de luz blanca en un espectro de colores, haciendo que la luz de diferentes longitudes de onda salga por trayectorias divergentes. Es decir, el vidrio es un medio de dispersión para las ondas lumínicas. Podemos ver el arco iris porque las gotitas de agua de la atmósfera dispersan la luz solar en la misma forma. De hecho, todas las ondas electromagnéticas se dispersan al propagarse a través de la materia, pero no en el vacío.

El agua produce una gran dispersión en las ondas superficiales y la velocidad de éstas puede cambiar considerablemente con la longitud de onda. Las olas producidas por un viento muy suave o vibraciones de alta frecuencia tienen longitudes de onda muy cortas. La rapidez de las ondas se rige por la tensión superficial del líquido, que es una medida de la tendencia de la superficie a resistir el estiramiento. En este caso, cuanto más corta sea la longitud de onda, tanto mayor será la velocidad de las ondas.

Un viento fuerte y constante puede producir ondas superficiales de longitud de onda muy larga. Aquí, la velocidad de las ondas depende de la gravedad, que proporciona una fuerza de restauración. Esas ondas son de gravedad. En este caso, cuanto más larga sea la longitud de onda, tanto mayor será la rapidez de las ondas.

Puesto que una onda recorre la distancia  $\lambda$  en el tiempo,  $T$ , para una vibración completa de la fuente, su velocidad,  $v$ , se determina por la ecuación

$$v = \lambda / T$$

Y puesto que

$$F = 1 / T$$

Se tiene

$$v = f \lambda$$

Esta importante ecuación es válida para todas las ondas periódicas, tanto transversales como longitudinales, sea cual sea el medio de transmisión.

El desplazamiento máximo de las partículas vibratorias del medio a partir de sus posiciones de equilibrio se denomina amplitud de onda. Se relaciona con el flujo de energía en el sistema.

### 1.2.7. AMPLITUD Y ENERGÍA.

En todas las formas de ondas en movimiento se transmiten energía de un punto a otro. Para producir una perturbación armónica en un medio, una fuente vibratoria consume energía en cierta cantidad por unidad de tiempo, que varía según la amplitud, la frecuencia del movimiento y la masa de las partículas del medio frente a la fuente. El movimiento armónico simple (movimiento de vibración) de una partícula del medio se caracteriza por una cantidad de energía, en parte cinética y parcialmente potencial, que tiene la partícula en cualquier instante. La perturbación se transfiere por el medio, debido a la influencia que tiene una partícula sobre otras adyacentes a ella. Así, la onda lleva energía lejos de la fuente.

Si no hubiera pérdidas en el sistema, la cantidad de energía transportada por la onda que avanza en un tiempo dado sería igual a la de la energía consumida por la fuente durante ese tiempo. La energía transportada o consumida por unidad de tiempo es la potencia transmitida por la onda.

Si se duplica la amplitud de la onda, la energía de vibración se cuadruplica y lo mismo sucede cuando se aumenta al doble la frecuencia de vibración. El índice de transferencia de energía, o la potencia transmitida por un sistema de ondas, es proporcional al cuadrado de la amplitud de onda y también al cuadrado de la frecuencia de onda.

En el caso de las ondas superficiales del agua que surgen de una fuente puntual, la amplitud disminuye cuando se alejan de la fuente. Cada cresta de onda que avanza en un círculo que se expande y la energía que contiene es una cantidad fija; por tanto, la energía por unidad de longitud de la cresta debe disminuir y tiene que reducirse la amplitud de la onda. Este efecto es mayor en las ondas sonoras, cuyas crestas avanzan esféricamente.

Sabemos por experiencia que la amplitud de un péndulo que oscila o un resorte que vibra disminuye en forma gradual con el tiempo y la vibración cesa finalmente. Los efectos de fricción y resistencia que se oponen al movimiento extraen de manera lenta energía del sistema vibratorio. De modo similar, en un sistema de ondas, la energía se disipa y la amplitud de onda disminuye gradualmente. La reducción de la amplitud de una onda, debido a la disipación de energía de la onda conforme se va alejando de la fuente, se denomina amortiguación. Los efectos de amortiguación pueden ser muy pequeños en distancias relativamente cortas.



Figura 1-30. En los deslizadores se aprovecha la energía transportada en una onda oceánica.

## INTERACCIONES DE ONDAS

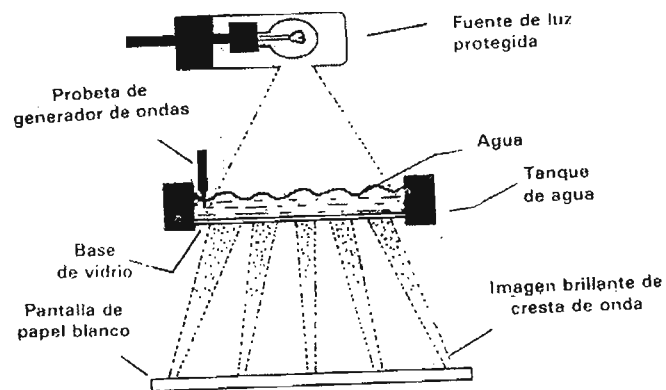
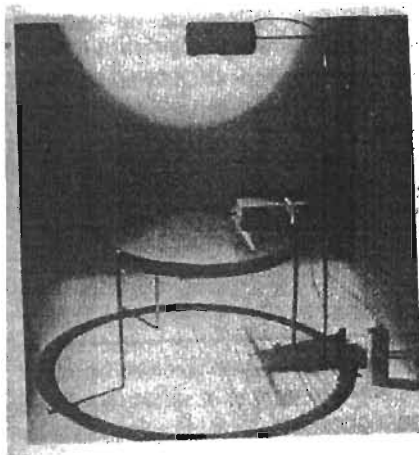
### 1.2.8. PROPIEDADES DE LAS ONDAS.

En cualquier estudio de la conducta de las ondas se observarán las diversas propiedades comunes a todos los tipos de ondas; a saber: propagación rectilínea (en línea recta), reflexión, refracción, difracción e interferencia. El familiarizarse con las propiedades de las ondas ayuda a distinguir si un fenómeno observado incluye o no una onda.

Las ondas superficiales del agua son particularmente útiles al estudiar las propiedades de los movimientos ondulatorios. Una onda superficial se genera con facilidad, su velocidad es muy lenta y la transparencia del agua a la luz permite proyectar el patrón de ondas sobre una pantalla. Una manera de producir una onda continua en la superficie del agua, consiste en sumergir periódicamente una sonda en el líquido. Para observar este tipo de movimiento ondulatorio se puede utilizar un aparato llamado tanque de ondas (figura 1-31).

En el diagrama de la figura 1-32 se muestra el modo en que se pueden proyectar sobre una pantalla las imágenes de crestas de ondas superficiales. El tanque de ondas tiene un fondo de vidrio que permite proyectar luz a través del agua y del vidrio sobre una pantalla situada por debajo. Las crestas aparecen en la pantalla como zonas brillantes y los valles como regiones oscuras.

Figura 1-31 y 1-32.



### 1.2.9. PROPAGACIÓN RECTILÍNEA.

Una manera de generar un tren de ondas rectas en un tanque de ondas, consiste en colocar un borde recto y largo, como el de una regla, a lo largo de la superficie del agua y hacerlo vibrar hacia arriba y hacia abajo. En la figura 1-33 se muestra la imagen de una onda continua. Las crestas de la onda son las líneas blancas paralelas y los valles son los espacios oscuros que separan las crestas. Las superficies formadas por todas las partículas que están en la misma fase del movimiento reciben el nombre de frente de ondas. Las trayectorias de los dos puntos a y b muestran que el sentido de propagación de una onda que avanza en línea recta es perpendicular al frente de ondas.

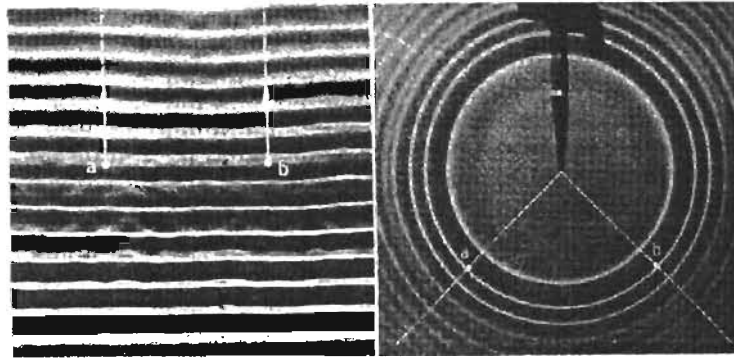


Figura 1-33 y 1-34.

Cuando se utiliza una sonda puntiaguda, como la punta de un lápiz, en vez de una plana, se puede generar un tren de ondas circulares (figura 1-34). En este caso, las crestas de ondas avanzan como círculos que se extienden y los frentes de ondas se alejan del centro de perturbación propagándose en todos sentidos a la redonda. Las letras a y b localizan dos puntos en una cresta que se expande. Sus trayectorias muestran que las direcciones de propagación de esos dos segmentos de la onda circular que avanzan están a lo largo de líneas que se alejan del centro de perturbación. Lo mismo es válido para todos los demás puntos de cualquier cresta de onda circular. Las líneas radiales son perpendiculares a los segmentos del frente de ondas por el que pasan.

A partir de esos experimentos con el tanque de ondas, se observa que las ondas continuas que se desplazan en un medio uniforme se propagan en línea recta, perpendicularmente a los frentes de ondas. El espaciamiento uniforme entre las crestas indica que la rapidez de las ondas en el medio es constante. Al tomar en cuenta la rapidez y la dirección de propagación de las ondas que se desplazan, se puede decir que la velocidad de una onda en cualquier punto a lo largo del frente de ondas que avanzan es perpendicular a este último.

#### 1.2.10. REFLEXIÓN.

Los ecos de sonido que regresan de la pared distante de un desfiladero, el reflejo de la luz en un espejo y de las ondas en el borde de un estanque son conocidos ejemplos de reflexión.

Al verse en el espejo, la imagen de la persona parece invertirse, de modo que la izquierda corresponde a la derecha. Cuando la cresta de una ola de agua choca con el borde del estanque, se refleja con una cresta que se desplaza en un sentido diferente. El eco de un sonido conserva las características del sonido original.

Casi la única conclusión que se puede sacar de esas observaciones casuales es que una onda vuelve hacia atrás, o se refleja, cuando se refleja con una barrera que es el límite del medio en el que se desplaza. Al estudiar minuciosamente esos límites pueden aprenderse mucho más sobre la naturaleza de la reflexión.

Supongamos que se genera un solo pulso recto en un tanque de ondas que tiene una barrera recta paralela al frente de onda que avanza. Cuando el pulso llega a la barrera, se refleja hacia atrás, en la dirección de la que procede. No aparece ninguna perturbación en el agua detrás de la barrera. Las trayectorias del pulso incidente (que se acerca al límite) y el reflejado son perpendiculares a la superficie de la barrera.

El ángulo formado por la trayectoria de incidencia y la perpendicular (normal) a la superficie de reflexión en el punto de incidencia se denomina ángulo de incidencia,  $i$ . El ángulo formado por la trayectoria de reflexión y la normal es el ángulo de reflexión,  $r$ .



En este caso, tanto el ángulo de incidencia como el de reflexión son de  $0^\circ$  e  $i$  es igual a  $r$ .

Desde luego,  $i$  y  $r$  son iguales a  $0^\circ$  sólo cuando la onda incidente se acerca a la barrera a lo largo de una línea perpendicular a ella. Así pues, podemos preguntarnos si la igualdad entre  $i$  y  $r$  es una coincidencia en esta situación o si es característica de la reflexión en general. Para investigar más ampliamente la relación entre estos dos ángulos es preciso cambiar la posición de la barrera, de modo que ya no quede paralela a los frentes de ondas y, a continuación, lanzar más puntos contra ella. La figura 1-35 ilustra cómo se refleja un pulso único desde una barrera diagonal.

Una manera de obtener medidas aceptables de los ángulos que forman el pulso incidente y el reflejado con la barrera, consiste en colocar marcadores adecuados en la pantalla, paralelos a las imágenes proyectadas del pulso. Llamaremos a esos ángulos  $i'$  y  $r'$ , respectivamente. Las mediciones de  $i'$  y  $r'$  son iguales a  $0^\circ$  sólo cuando la onda incidente se acerca a la barrera a lo largo de una línea perpendicular a ella. Así pues, podemos preguntarnos si la igualdad entre  $i$  y  $r$  es una coincidencia en esta situación o si es característica de la reflexión en general. Para investigar más ampliamente la relación entre estos dos ángulos es preciso cambiar la posición de la barrera, de modo que ya no quede paralela a los frentes de ondas y, a continuación, lanzar más pulsos contra ella.

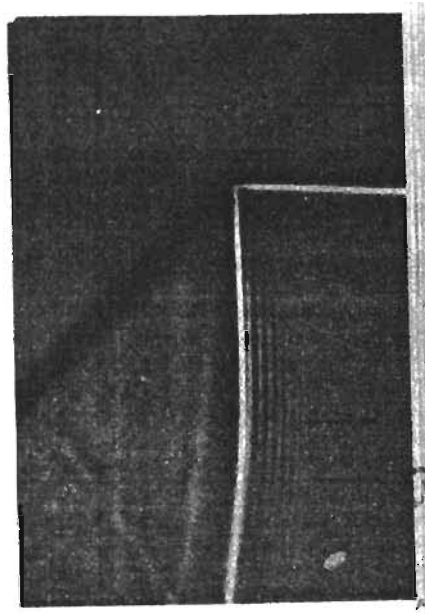


Figura 1-35

Una manera de obtener medidas aceptables de los ángulos que forman el pulso incidente y el reflejado con la barrera, consiste en colocar marcadores adecuados en la pantalla, paralelos a las imágenes proyectadas del pulso. Llamaremos a esos ángulos  $i'$  y  $r'$ , respectivamente. Las mediciones de  $i'$  y  $r'$ , para varias posiciones, indican que esos ángulos siempre son iguales. En la figura 1-36 se aprecia con claridad que los ángulos  $i + x = 90^\circ$ , debido a que la trayectoria incidente  $bb'$  es perpendicular al segmento  $b'c$  del pulso. Asimismo, los ángulos  $x + i' = 90^\circ$ , porque juntos forman el ángulo entre la barrera y su normal. Así pues,  $i$  e  $i'$  son ángulos iguales. Mediante un razonamiento similar se demuestra que  $r$  y  $r'$  también son ángulos iguales. Por las mediciones,  $i$  y  $r$  son semejantes. Así pues, el ángulo de incidencia,  $i$ , y el de reflexión,  $r$ , son iguales.

$$i = r$$

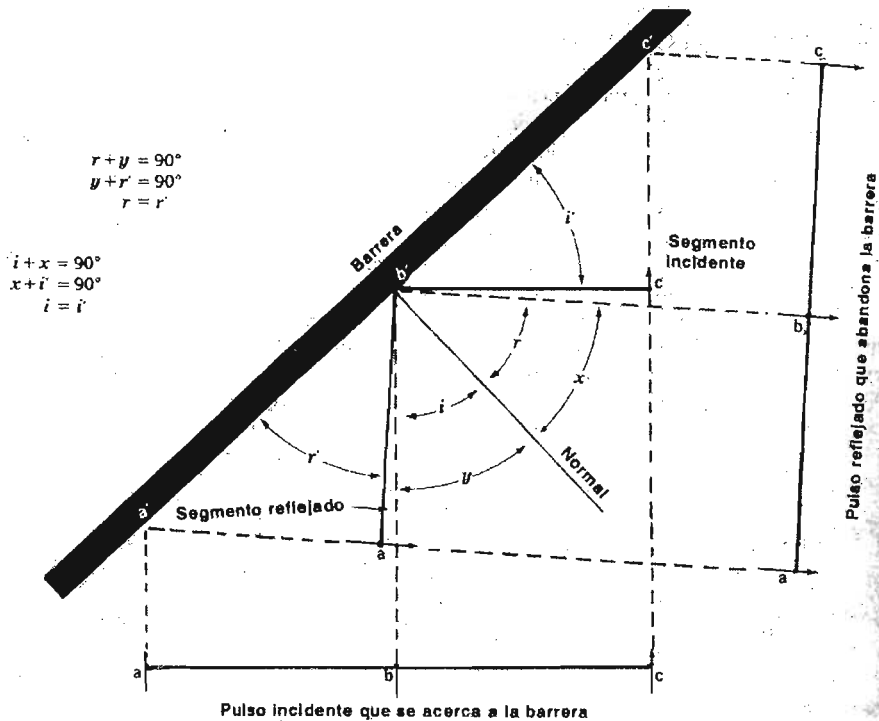


Figura 1-36 geometría de la reflexión. Un punto recto se refleja en una barrera recta dentro de un tanque de ondas. El ángulo de incidencia,  $i$ , es igual al de reflexión,  $r$ .

Podemos enunciar esta relación como ley de reflexión. Cuando una perturbación ondular se refleja en el límite de un medio transmisor, el ángulo de incidencia,  $i$ , es igual al de reflexión,  $r$ . La figura 1-37 muestra una fotografía de un tren de ondas rectas que se reflejan en una barrera situada diagonalmente.

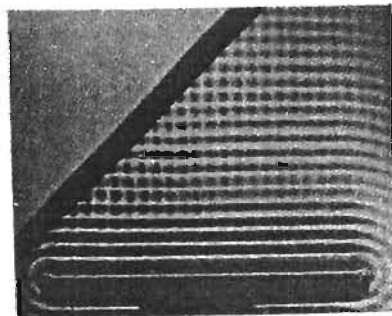


Figura 1-37 reflexión de un tren de ondas rectas periódicas en una barrera diagonal. La porción izquierda de cada cresta se ha reflejado ya hacia la derecha.

La figura 1-38 ilustra la reflexión de una onda circular en una barrera recta. Al reflejarse en la superficie de la barrera, cada uno de los segmentos del frente de ondas en expansión rebota según el principio que se acaba de enunciar. Puede observarse que las porciones reflejadas de las crestas de ondas son arcos de círculos. El centro aparente de esas crestas de ondas reflejadas queda detrás de la superficie de reflexión, a una distancia igual a la del centro real de perturbación hasta ella.

La reflexión puede ser parcial o completa, dependiendo de la naturaleza de la barrera de reflexión. Si no hay mecanismo de barrera para extraer energía de la onda, toda la energía que lleve la onda se reflejará hacia atrás junto con ella.

Cuando una onda superficial en el tanque de ondas se encuentra con una barrera recta, formada por una pared vertical rígida, la componente vertical transversal de la onda no es afectada y las crestas de la onda se reflejan como crestas y los valles como valles. Es decir, la onda superficial se refleja sin cambio de fase. Si un límite permite el desplazamiento no restringido de las partículas de un medio, entonces refleja las ondas sin cambio de fase. El límite actúa como terminación de extremo libre o abierto para el medio transmisor de ondas.

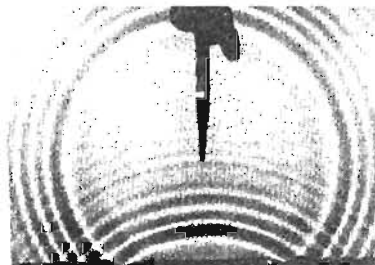


Figura 1-38 Una onda circular generada en el centro de la figura se refleja en una barrera recta.

Supongamos que se envía un pulso transversal que se desplaza a lo largo de una cuerda tensa cuyo extremo más alejado está libre. El tener esa cuerda no representa ningún problema en un experimento "mental". En la práctica, la terminación de extremo libre podría ser como se muestra en la figura 1-39. Hasta donde la terminación carezca de fricción, el extremo de la cuerda tiene libertad para moverse en el plano del pulso.

Al llegar al extremo libre de la cuerda, el pulso se refleja como se muestra en la figura 1-39. Obsérvese que no se ha invertido. El desplazamiento de las partículas de la cuerda tiene el mismo sentido que el pulso incidente. Durante el intervalo en que llega el pulso al extremo libre de la cuerda y que se aleja de ella el pulso reflejado, el efecto al combinar ambos hace que el extremo libre se desplace dos veces la distancia correspondiente a cada pulso solo. La reflexión en la terminación de extremo libre de un medio se produce sin cambio de fase.

A continuación, supongamos que el extremo lejano de la cuerda se sujeta bien en una posición fija y que se envía un pulso transversal hacia su terminación (figura 1-40). Cuando el pulso llega al extremo fijo, aplica una fuerza ascendente al sujetador que, a su vez, aplica una fuerza de reacción igual y opuesta a la cuerda, generando un pulso reflejado, que estará invertido con respecto al incidente. La reflexión en la terminación fija de un medio se produce con un cambio de fase de  $180^\circ$ . En general, podemos llegar a la conclusión de que un límite que restringe el desplazamiento de las partículas de un medio refleja las ondas con inversión de fase.

Por lo general, la reflexión que se produce en la terminación de un modo transmisor es un poco menor a la total. El extremo "libre" de una cuerda vibra, así como también el extremo fijo, deben sostenerse de algún modo, y parte de la energía de la onda se transfiere de algún modo, y parte de la energía de la onda se transfiere al medio que proporciona el soporte.

La velocidad de una perturbación ondulatoria depende de las propiedades del medio de transmisión. Así, las ondas viajan a velocidades distintas en una cuerda y en el medio que esté al final de ésta. Si tal diferencia de velocidad es muy grande, la porción de la energía de la onda que se refleja en el límite también será muy grande. Si las velocidades de las ondas en ambos medios son muy similares, se producirá poca reflexión en el límite.

En la figura 1-41 se presta un efecto intermedio, en el cual queda manifiesta una reflexión parcial en el límite entre el agua profunda y la poca profunda. Al pasar del aire a vidrio la luz se transmite parcialmente y se refleja en parte, debido a la diferencia de las velocidades de transmisión en los dos medios.

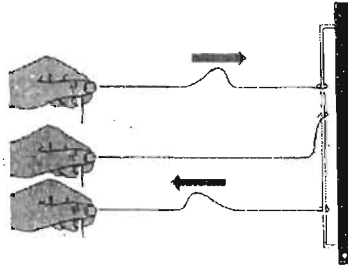


Figura 1-39 reflexión de un pulso en el extremo "libre" de una cuerda tensa. Se muestra la cuerda con una terminación en forma de anillo carente de fricción que le permite al segmento del extremo un desplazamiento sin restricciones en el plano del pulso.

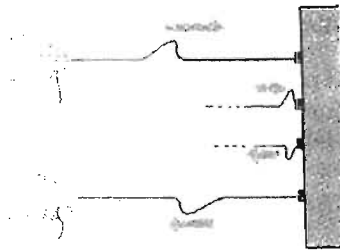


Figura 1-40 Reflexión de un pulso en el extremo fijo de una cuerda tensa. La cuerda termina en una posición fija y el desplazamiento del segmento del extremo está restringido

### 1.2.11. IMPEDANCIA.

Si se aplica la misma fuerza productora de ondas a una cuerda ligera y una soga pesada, se producirán dos velocidades de desplazamiento totalmente diferentes. Las ondas se desplazarían por la cuerda a una velocidad mucho mayor que por la soga pesada. Se podría decir que la razón de la fuerza productora de ondas a la velocidad de desplazamiento es muy pequeña para la cuerda y muy grande para la soga. En el estudio de las ondas, esta razón de la fuerza productora de ondas, aplicada a la velocidad de desplazamiento resultante, se denomina impedancia del medio.

$$\text{Impedancia} = \text{fuerza productora de ondas} / \text{velocidad de propagación en el medio}$$

Mediante esta definición, se dice que la impedancia de la cuerda es relativamente baja y la correspondiente a la soga, relativamente alta. La impedancia de onda de un medio denota la facilidad o la dificultad con la que puede desplazarse por él una onda de una amplitud dada.

El concepto de impedancia es muy general y se puede aplicar a los medios transmisores de todos los tipos. Para una cuerda estirada, la fuerza productora de ondas es la fuerza oscilante transversal que se aplica en su extremo y la velocidad de desplazamiento es la velocidad transversal oscilante que se imparte a las partículas de la primera porción de la cuerda. En la relación, los tubos de un órgano tubular, se define la impedancia acústica de la columna de aire como la fuerza alterna de compresión aplicada a las moléculas de la columna de aire dividida entre la velocidad longitudinal de las oscilaciones de dichas moléculas.

En los casos de reflexión total en fase, que se vieron en la sección 1.2.10 se puede considerar que la impedancia del medio limitante es cero; para la reflexión total fuera de fase, la impedancia de dicho medio sería infinita. En sistemas que tienen límites de impedancia infinita o cero, la reflexión es completa y no se transfiere energía de ondas al medio que termina.

Si la impedancia del medio limitante es exactamente igual a la del medio de transmisión, la energía ondulatoria se transfiere de manera completa de uno a otro y no hay reflexión. ¿Qué puede decirse sobre los sistemas donde las impedancias del medio transmisor y el limitante no son totalmente distintas (una cero y la otra infinita) ni son exactamente iguales? En esos casos, cierta energía se transfiere al medio limitante y parte se refleja hacia atrás, a traves del medio transmisor de la onda incidente.

En los sistemas prácticos de transferencia de energía, una discontinuidad brusca de impedancias entre dos medios transmisores de ondas causa una reflexión inconveniente de las ondas y ocasiona que se desperdicie energía. Existen muchos dispositivos y varias técnicas para reducir discrepancias en la impedancia y evitar las reflexiones no deseadas. Se denominan transformadores de impedancias.

El megáfono de un director de animadores deportivos es una aproximación simple de un transformador de impedancias acústicas. Hace coincidir adecuadamente la impedancia de la columna de aire del cuello de la bocina y la boca con la del aire libre. El recubrimiento de las lentes actúa como transformador de impedancias, pues reduce la reflexión en el límite del aire y el vidrio, permitiendo que se transmita a través de la lente una porción mayor de la energía lumínica incidente total. Hay muchas aplicaciones de transformadores de impedancia en sistemas eléctricos y electrónicos. En general, siempre que un dispositivo deba recibir la mayor cantidad posible de energía ondulatoria, pero no se puede diseñar para que tenga la misma impedancia que el medio transmisor, se deberá acoplar a éste último mediante un transformador de impedancia.

## 1.2.12. REFRACCIÓN.

Las propiedades del medio a través del que se desplaza una onda dada determinan su velocidad de propagación. Por ende, no se sorprende descubrir que las ondas en movimiento que pasan de un medio a otro experimentan un cambio de velocidad en la frontera de los medios.

A partir de la ecuación de onda,  $v = f \lambda$ , se puede ver que la longitud de onda,  $\lambda$ , para una perturbación de ondas de una frecuencia dada,  $f$ , es una función de su velocidad,  $v$ , en el medio a través del que se propaga. Si la velocidad disminuye cuando la onda entra a un segundo medio, la longitud de onda se acorta proporcionalmente, pero si la velocidad aumenta, entonces la longitud de onda se alarga en forma proporcional.

Una característica útil de las ondas en agua es la relación de la velocidad de las ondas superficiales a la profundidad del agua. Esas ondas se desplazan con mayor rapidez en el agua profunda que en la poca profunda. Para una frecuencia dada, la longitud de onda en aguas profundas es más larga que en el agua de poca profundidad. Por consiguiente, a dos distintas profundidades, el agua actúa precisamente como dos medios transmisores diferentes para la propagación de las ondas.

Esta diferencia puede observarse con facilidad en el tanque de ondas; para ello se dispone la bandeja de tal modo que el agua tenga dos profundidades distintas. A continuación, se generan ondas superficiales que se desplacen a través de la frontera de las dos regiones. En la figura 1-41, el agua profunda, que representa el medio donde es mayor la velocidad de propagación se encuentra en la porción inferior de la ilustración. La onda se desplaza hacia el agua poco profunda en la parte superior. La frontera entre el agua profunda y la menos profunda es paralela al frente de ondas que avanza. Así, cada cresta de onda incidente se acerca a la región poco profunda a lo largo de la normal a la frontera.

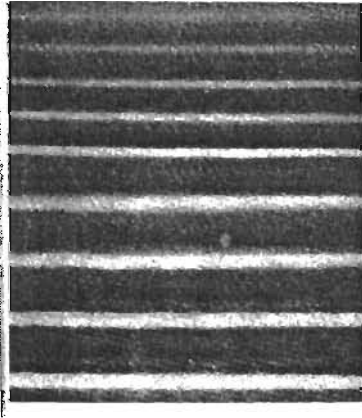


Figura 1-41 Paso de una onda superficial del agua profunda a la poca profunda. Esta última está en la parte superior de la imagen.

Según se observa, el cambio de longitud de onda es brusco y se produce simultáneamente en todo el frente de onda en la frontera del agua profunda y la poca profunda. Todos los segmentos del frente de onda que avanzan cambian de velocidad al mismo tiempo, y la onda se sigue propagando en su dirección original.

Supongamos que se ajustan las regiones profunda y poca profunda de la bandeja de modo que la frontera ya no sea paralela a la onda recta que avanza, sino que corta de manera diagonal su trayectoria. Esta configuración se muestra en la figura 1-42.

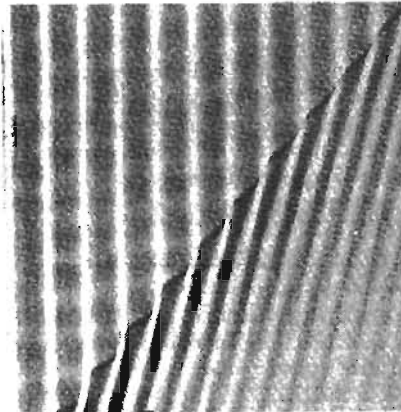


Figura 1-42. Refracción de una onda superficial en la frontera del agua profunda y poca profunda, en un tanque de ondas.

Cada onda que avanza se acerca oblicuamente a la frontera y los segmentos adyacentes del frente de ondas pasan del agua profunda a la poca profunda en forma sucesiva, en lugar de hacerlo al mismo tiempo. En la frontera, la dirección del frente de onda cambia; la onda que avanza sufre refracción, o sea la flexión de su trayectoria, al pasar oblicuamente de un medio a otro de diferente velocidad de propagación.

La refracción de las ondas superficiales en el agua se muestra mediante el diagrama de la figura 1-43. Conforme la onda pasa al agua poca profunda, donde su velocidad es menor y su longitud de onda más corta, se refracta hacia la normal trazada al límite entre el agua profunda y la poca profunda. El ángulo de refracción,  $r$ , es menor que el de incidencia,  $i$ , (El ángulo  $r$  es el que se forma entre la trayectoria de la onda refractada y la normal.)

Si se hubiera generado la onda en la región poco profunda y dirigido oblicuamente hacia el límite, al entrar al agua poco profunda se hubiera refractado alejándose de la normal. El ángulo  $r$  hubiera sido mayor que el de incidencia  $i$ . Los cambios de sentido y velocidad se producen de manera simultánea. ¿Cómo se relacionan esos dos cambios? Más adelante se investigará este tema cuantitativamente, al analizar la refracción óptica. Las mediciones que se necesitarán en ese punto se pueden hacer con una precisión razonable.

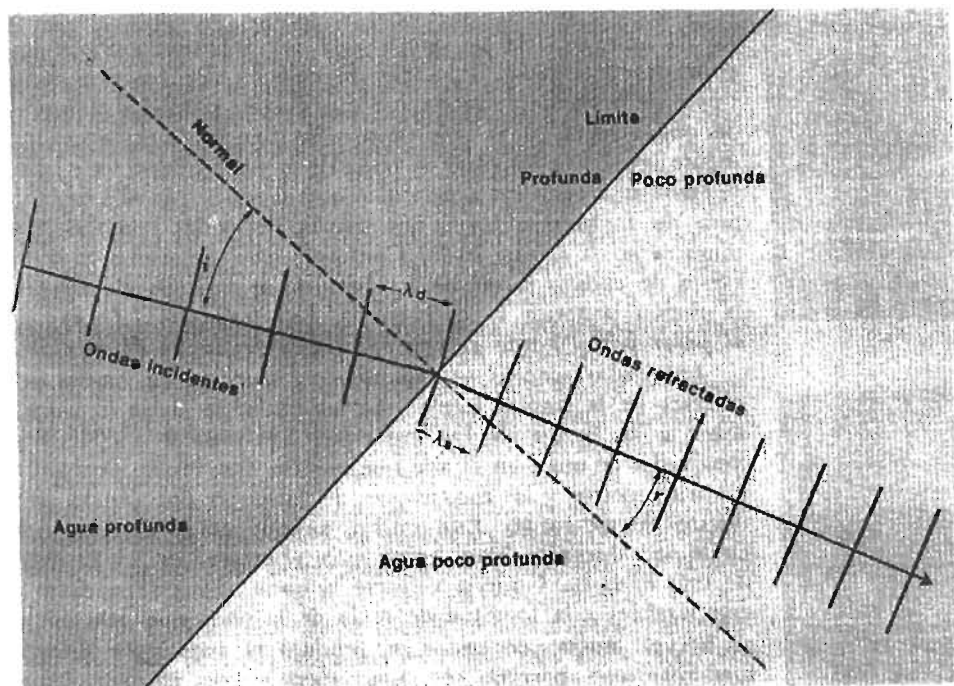


Figura 1-43 Geometría de la refracción. Las dos profundidades del agua en el tanque de ondas representan distintos medios de velocidades diferentes.

### 1.2.13. DIFRACCIÓN.

Los sonidos pueden escucharse aun cuando se originen a la vuelta de la esquina de un edificio. Sin embargo, la fuente del sonido no se puede ver en torno a la esquina. En este caso, la propagación rectilínea parece ser válida para la luz, pero no para el sonido. El edificio es un obstáculo que impide la transmisión en línea recta de la luz, desde la fuente de sonido al observador.

Posiblemente en lo que se refiere a las ondas sonoras, la esquina del edificio crea una discontinuidad en el medio transmisor, debido a la cual las ondas se extienden. Sin embargo, aun cuando se encuentre apoyo experimental para esta idea, queda por resolver lo relativo a la conducta diferente de la luz.

Vamos a utilizar de nuevo el tanque de ondas para observar la conducta de las ondas, esta vez insertando obstáculos en el medio transmisor. Para ello se colocan dos barreras rectas a través de la bandeja, de manera que queden paralelas al generador de ondas rectas y se deje entre ellas una abertura aproximada igual a la longitud de onda que se va a utilizar; se envía una onda recta periódica que al pasar más allá de la abertura de la barrera forma un patrón de ondas como el que se muestra en la figura 1-44. Conforme pasa un segmento de cada cresta de onda a través de la abertura, se extiende claramente en la región posterior a las barras. Esta expansión de una onda al pasar por el borde de una barrera se denomina difracción.

Las ondas sonoras se expanden en torno a los bordes de las puertas en la misma forma que las ondas de agua lo hacen en torno a los bordes de los obstáculos. Los sonidos audibles tienen longitudes de onda en el aire que van de unos cuantos centímetros a varios metros, y las dimensiones del hueco de una puerta quedan dentro de ese rango. Esto indica, aunque no lo demuestra, que cualquier discontinuidad, como una abertura, en la trayectoria de una onda hará que se difracte la onda, si sus dimensiones son comparables a la longitud de onda de la onda que pase por ahí.

En el tanque de ondas se produjo el patrón de difracción mediante una barrera con una abertura de aproximadamente la misma anchura de la longitud de onda superficial utilizada. Supongamos que se acorta la longitud de onda, incrementado en forma paulatina la frecuencia del generador de ondas; entonces, se observará que irá decreciendo la longitud de onda de los patrones de ondas formadas.

La desviación de las onda al pasar por los bordes de la abertura disminuye a medida que se acorta la longitud de onda de las ondas que llegan a ella. Cuando la longitud de onda es una fracción pequeña del tamaño de la abertura entre las barreras, los segmentos de ondas que pasan por ella tienen poca tendencia a desviarse hacia las zonas oscuras que se encuentran más allá de las barreras. De estas observaciones puede deducirse que, si la longitud de onda es mucho menor que la anchura de la abertura, no habrá difracción y la parte de la onda recta que pase por la abertura seguirá avanzando en línea recta.

¿Cómo se relacionan estas observaciones con el hecho de que la luz no se difracta en los bordes de las puertas como lo hace el sonido? La velocidad de la luz en el aire es muy grande del orden de  $3 \times 10^8$ . todavía no nos hemos ocupado de las frecuencias de la luz, pero si fueran demasiado altas, las longitudes de onda de la luz ( $v/f$ ) serían muy cortas. Entonces, no sería sorprendente observar que la luz sólo se difracta al pasar por aberturas muy pequeñas.

De hecho, la longitud de onda de la luz visible va de aproximadamente  $7,5 \times 10^{-7}$  m a cerca de  $4 \times 10^{-7}$  m. Este rango de longitudes de onda indica que la difracción de la luz se produce en campos de dimensiones muy pequeñas. Los fenómenos de difracción asociados a las ondas lumínicas.



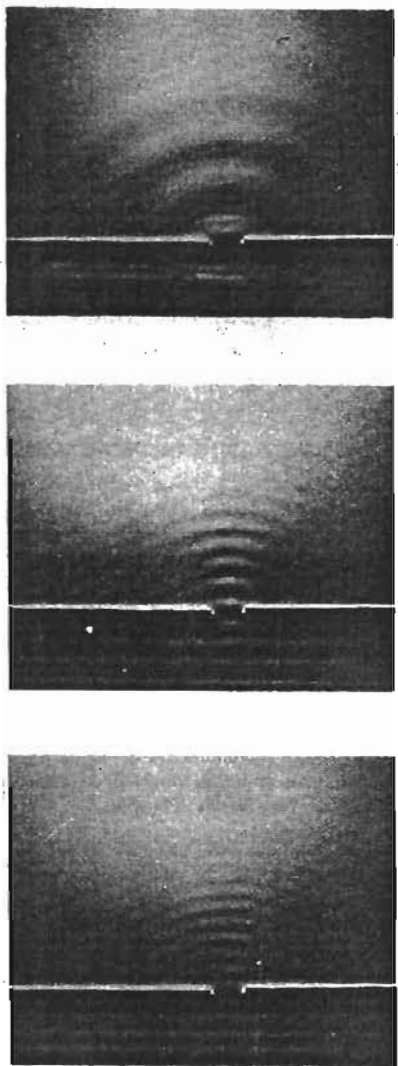


Figura 1-44 Difracción de una onda recta periódica al pasar por una abertura pequeña. Observe la disminución del efecto de difracción conforme se acorta la longitud de onda enviada contra la barrera.

#### 1.2.14. PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN.

Ya se describió cómo pasan un pulso único y una onda continua por medio. Es posible que dos o más perturbaciones ondulatorias se desplacen simultáneamente por un mismo medio. Las ondas de sonido de todos los instrumentos musicales de una orquesta atraviesan el aire en forma simultánea para llegar a nuestros oídos.

Las ondas electromagnéticas de muchas emisoras distintas de radio y televisión atraviesan a la vez las regiones del espacio hasta llegar a las antenas receptoras. Sin embargo, puede escucharse el sonido de un instrumento musical dado o sintonizar determinada emisora de radio o televisión. De lo anterior puede inferirse que cada sistema de ondas sigue su trayectoria de manera independiente, como si los otros sistemas de ondas no estuvieran presentes.

Consideremos los efectos de dos ondas transversales periódicas que se desplazan a lo largo de una cuerda tensa, en la misma dirección.

La figura 1-45 ilustra los desplazamientos que producirán tales ondas en un instante determinado sobre la cuerda. Estas dos ondas tienen amplitudes y frecuencias distintas. Los desplazamientos  $y_1$ , producidos por una onda, se representan mediante la curva, continua en negro y los desplazamientos  $y_2$  producidos por la otra se representan mediante la curva punteada; finalmente, los desplazamientos  $Y$ , a lo largo de la cuerda en este instante, se representan mediante la curva continua en color. Esos desplazamientos resultantes son iguales a la suma algebraica de los desplazamientos  $y_1$  y  $y_2$  para cada punto a lo largo de la cuerda.

En efecto, el desplazamiento de cualquier partícula del medio, ocasionado por una onda en cualquier instante, se superpone al desplazamiento de esa partícula causado por la otra onda en ese mismo instante. La acción de cada onda sobre una partícula es independiente de la acción de la otra, y el desplazamiento de la partícula es la resultante de las acciones de las dos ondas. Este fenómeno se conoce como superposición.

Principio de superposición: cuando dos o más ondas se desplazan simultáneamente a través del mismo medio: 1) cada onda avanza en forma independiente, como si no se encontraran otras presentes, y 2) el desplazamiento resultante de cualquier partícula del medio, en un momento dado, es igual a la suma vectorial de los desplazamientos que producirían cada onda si actuara por separado.

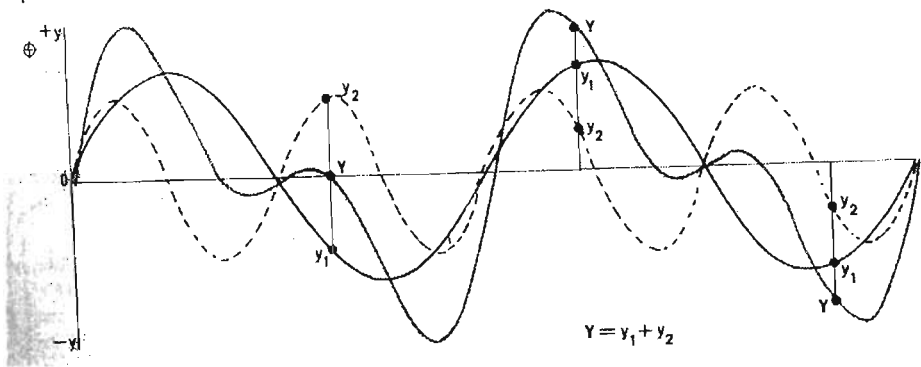


Figura 1-45. Vista instantánea de la superposición de dos ondas transversales periódicas de amplitudes y frecuencias diferentes. Las ondas componentes  $y_1$  y  $y_2$  aparecen en negro; la onda resultante,  $Y$ , está a color.

A condición de que los desplazamientos sean pequeños, este principio es válido para la luz y todas las ondas electromagnéticas, como lo es para las sonoras y las ondas en una cuerda o en la superficie de un líquido. Por ejemplo, este principio no es válido para las "ondas de choque" producidas por explosiones violentas.

Las ondas componentes  $y_1$  y  $y_2$  de la figura 1-45 son ondas senoidales simples. Cada una, por sí sola, haría que las partículas de la cuerda tuvieran un movimiento armónico simple en torno a su punto de equilibrio, conforme avanzara la onda sobre la cuerda. La onda resultante es periódica, pero tiene una forma compleja. El principio de superposición permite analizar a las ondas complejas en función de una combinación de ondas simples.

En general las perturbaciones ondulatorias reales tienen forma de ondas complejas; por ejemplo, las ondas sonoras producidas por instrumentos musicales pueden ser muy complicadas, en comparación con las variaciones de ondas senoidales simples. En la figura 1-55 se muestran las formas de onda de sonidos musicales producidos por un cuerno francés y una trompeta. Cada una de esas ondas complejas puede representarse mediante cierta combinación de ondas simples que dan la forma de onda compleja por superposición.

#### 1.2.15. INTERFERENCIA.

El término general de interferencia se usa para describir los efectos producidos por dos o más ondas que se superponen al pasar por una región determinada.

Son de especial interés las ondas de la misma frecuencia, sobre todo en el caso del sonido y la luz. Los fenómenos de interferencia se relacionan exclusivamente con las ondas; de hecho, la interferencia observada en experimentos con la luz fue lo que permitió establecer por primera vez el carácter ondulatorio de ésta.

Consideremos dos ondas de la misma frecuencia que atraviesan el mismo medio simultáneamente. Cada partícula del medio es afectada por las dos ondas. Supongamos que el desplazamiento de una partícula dada, ocasionada por una onda en un instante, tiene el mismo sentido que el causado por la otra. Entonces, el desplazamiento total de la partícula en ese instante es igual a la suma de los desplazamientos debidos a cada onda (principio de superposición) y es mayor que el que hubiera causado cualquiera de las ondas por separado. Este efecto se denomina interferencia constructiva.

Por otra parte, si los desplazamientos producidos por las ondas sobre una partícula tienen sentidos opuestos tenderán a anularse mutuamente. El desplazamiento resultante de tal partícula en ese momento será igual a la diferencia de los desplazamientos causados por cada onda y estará en el mismo sentido que el mayor de estos últimos (principio de superposición); además, será menor que el que causaría cada una de las ondas por separado. Este efecto se denomina interferencia destructiva.

Si dos de esos efectos opuestos de desplazamiento tienen la misma magnitud, el desplazamiento resultante es cero y la interferencia destructiva es completa. Es decir, la partícula no se desplaza en absoluto, sino que permanece en su posición de equilibrio en ese instante.

Cabe hacer notar que, hasta este punto, se ha considerado el efecto de dos ondas sobre la posición de una sola partícula del medio en un instante dado. A continuación también se analiza el efecto instantáneo al estudiar el desplazamiento de muchas partículas diferentes del medio en el que se propagan dos ondas. En esta forma podrá apreciarse que la interferencia tiene distintos efectos sobre partículas diferentes, pues es constructiva en algunos puntos y destructiva en otros.

En la figura 1-46, A, dos ondas periódicas con la misma frecuencia y en fase se desplazan en el mismo sentido, interfiriéndose constructivamente. La onda periódica resultante que se muestra, tiene la misma frecuencia que todas las ondas componentes, pero su amplitud es igual a la suma de las amplitudes de estas últimas.

En la figura 1-46, B, las dos ondas periódicas tienen la misma frecuencia, pero están en oposición de fase, o sea, están desfasadas  $180^\circ$ . Los desplazamientos de las dos ondas son de signos opuestos y se interfieren destructivamente. En la figura 1-46, C, las amplitudes de las dos ondas son iguales y la interferencia destructiva es completa.

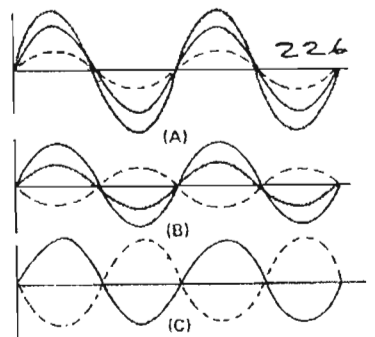


Figura 1-46 A, B, C. Interferencia de dos ondas periódicas de la misma frecuencia y que se desplazan en la misma dirección. Las ondas componentes están en negro y la resultante a color. (A) Interferencia constructiva. (B) Interferencia destructiva. (C) Interferencia destructiva completa.

La disposición de los efectos de interferencia (llamada patrón de interferencia) depende de las características relativas de las ondas que se interfieren. La figura 1-47 muestra un patrón de interferencia producido en el tanque de ondas mediante dos ondas circulares idénticas que proceden de dos puntos distintos, pero están en fase en sus orígenes; las dos ondas que generan las ondas mediante sus vibraciones, ascienden y descienden en forma simultánea.



Figura 1-47. Patrón de interferencia de las ondas de agua de dos fuentes puntuales. Localice las líneas nodales y antinodales.

La figura 1-48 es un diagrama de este patrón de interferencia. Los puntos A y B son las fuentes de dos ondas circulares periódicas de la misma frecuencia e igual amplitud. Las fuentes actúan en fase. Las líneas circulares continuas representan crestas de ondas y las punteadas son valles.

En cada punto similar a los marcados con C, la cresta de una onda de una fuente se superpone a la cresta de una onda de la otra fuente. En los puntos similares a los indicados con C' se superponen los valles. Medio periodo después, las crestas están en C' y los valles en C. La interferencia constructiva se produce a lo largo de las líneas CC', dándole a la onda resultante una amplitud doble que las amplitudes de las ondas individuales.

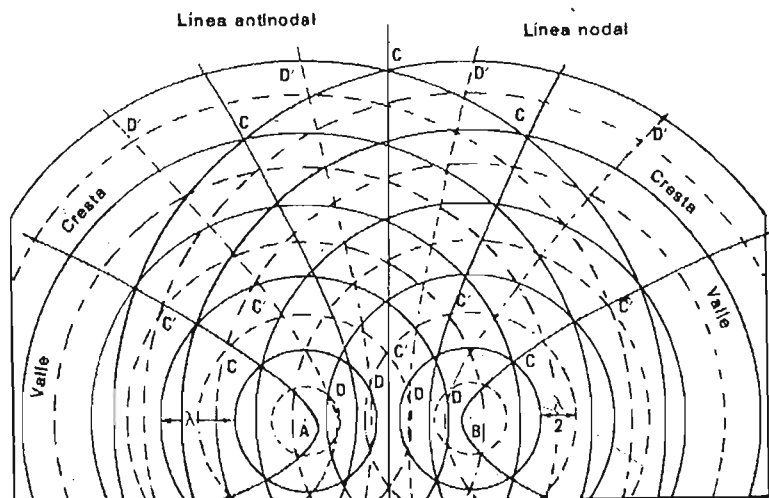


Figura 1-48. Diagrama del patrón de interferencia de dos ondas circulares periódicas en fase y de la misma frecuencia, las cuales proceden de los puntos A y B.

En cada punto semejante a los marcados con D, la cresta de una onda procedente de una fuente se superpone al valle de una onda de la otra fuente, produciéndose interferencia destructiva a lo largo de las líneas DD' y los desplazamientos se reducen a cero.

Los puntos de desplazamientos nulo en el patrón de interferencia se denominan nodos y las líneas DD', formadas por estos últimos reciben el nombre de líneas nodales. De modo similar, los puntos de desplazamiento máximo se denominan antinodos y las líneas CC' en las que se producen son líneas antinodales. Esas regiones nodales y antinodales se observan en el patrón de interferencia que se muestra en la figura 1-48.

En cualquier punto nodal en el que la interferencia destructiva es completa, no hay movimiento del medio ni energía. Esto no quiere decir que la energía de las dos ondas que se interfieren se haya destruido o perdido de algún otro modo. En lugar de ello, se manifiesta donde hay interferencia constructiva, como en los puntos C de la figura 1-48. Debe recordarse que, según se indicó en la sección 1.2.7, cuando la amplitud de la cresta de onda resultante es el doble que la de una onda simple de interferencia, la energía es cuatro veces mayor. La energía total de los dos sistemas de ondas permanece sin cambios; pero la distribución de energía resultante de la interferencia es diferente.

#### 1.2.16. ONDAS ESTACIONARIAS.

En la sección 1.2.10 se vio que un pulso transversal que se desplaza sobre una cuerda tensa se invierte al reflejarse en el extremo fijo. Esta inversión al reflejarse en un extremo fijo se produce también en el caso de un tren de ondas transversales. Si no se pierde energía en la reflexión en el extremo fijo, las ondas continuas se reflejan hacia atrás sobre su propia trayectoria, de modo que se producen dos trenes de ondas de la misma longitud de onda, igual frecuencia e idéntica amplitud, pero que se desplazan en sentidos opuestos.

En la figura 1-49, A y B, se muestran porciones de dos de esos trenes de ondas en determinado instante. Al sumar sus desplazamientos en este instante, como en C, el desplazamiento resultante es cero. Cuando los patrones de ondas han recorrido  $\frac{1}{4}$  de longitud de onda, cada uno en el sentido de su movimiento, la superposición da la resultante que se muestra en D. Al avanzar otro  $\frac{1}{4}$  de longitud de onda se obtiene la resultante E, y un nuevo desplazamiento de  $\frac{1}{4}$  de longitud de onda produce la resultante que aparece en F. Ese patrón de ondas se llama onda estacionaria y ocurre cuando las partículas del medio vibran en movimiento armónico simple a la misma frecuencia que cada una de las ondas componentes. La amplitud de su movimiento no es igual para todos los puntos a lo largo de la cuerda, sino que varía de un mínimo de amplitud cero en las posiciones de escala de  $\frac{1}{4}\lambda$ ,  $\frac{3}{4}\lambda$ ,  $\frac{5}{4}\lambda$ ,  $\frac{7}{4}\lambda$ , etcétera, a un máximo de dos veces la amplitud de una onda componente de  $0\lambda$ ,  $\frac{1}{2}\lambda$ ,  $1\lambda$ ,  $\frac{3}{2}\lambda$ , etcétera.

En el desplazamiento que se muestra en la figura 1-49, F, los movimientos de todas las partículas entre  $0\lambda$  y  $\frac{1}{4}\lambda$  están exactamente en fase entre sí y con el movimiento de las partículas desde  $\frac{3}{4}\lambda$  hasta  $\frac{5}{4}\lambda$ , pero están desfasadas  $180^\circ$  con el movimiento de las partículas comprendidas entre  $\frac{1}{4}\lambda$  y  $\frac{3}{4}\lambda$  y entre  $\frac{5}{4}\lambda$  y  $\frac{7}{4}\lambda$ . Cuando las partículas en un tramo de cuerda igual a la mitad de la longitud de onda asciende, las que están en las partes inmediatamente adyacentes de la cuerda descienden.

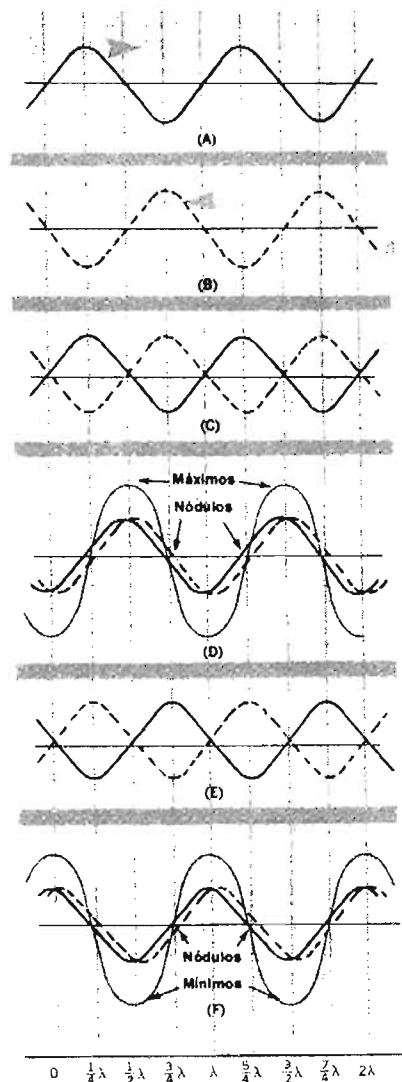


Figura 1-49 Onda estacionaria que es producida por la interferencia de dos ondas periódicas de la misma frecuencia y la misma amplitud, que se desplazan en direcciones opuestas.

Ciertas partes de una cuerda que vibra con un patrón de ondas estacionarias nunca se desplazan de sus posiciones de equilibrio. Esas partes son los nodos. A la mitad de la distancia entre los nodos, donde la amplitud de vibración es máxima, se encuentran los picos (máximos y mínimos). La longitud de onda de las ondas transversales periódicas componentes que producen la onda estacionaria es dos veces la distancia entre nodos o picos adyacentes en una onda estacionaria.

Una onda estacionaria se produce por la interferencia de dos ondas periódicas de igual amplitud y longitud de onda que se desplazan en sentidos opuestos. No se pueden producir ondas estacionarias cuando las dos ondas tienen longitudes de onda diferentes.

Al sujetar por ambos extremos una cuerda estirada, sólo se puede formar un patrón de ondas estacionarias para ciertas longitudes de ondas definidas. En esa cuerda vibratoria, los dos extremos deben ser nodos. En la figura 1-50 se muestran cuatro patrones posibles de ondas estacionarias en una cuerda tensa.

Los picos se indican con L y los nodos con N. La longitud de onda,  $\lambda$ , para cada onda estacionaria se expresa en función de la longitud de la cuerda,  $l$ . La parte A de esta figura ilustra las envolventes de las ondas estacionarias y la parte B es una imagen estroboscópica que muestra posiciones de las cuerdas en diferentes instantes.

En una onda estacionaria, las partículas de la cuerda en los nodos están continuamente en reposo y la energía no es transportada a lo largo de la cuerda, sino que queda "estacionaria" en ella. La energía de cada partícula permanece constante, conforme cada partícula permanece constante, conforme cada partícula ejecuta su movimiento armónico simple. Cuando la cuerda está recta o no está distorsionada, las partículas tienen sus velocidades máximas y toda la energía es cinética, pero se convierte completamente en potencial cuando la cuerda alcanza su desplazamiento máximo y todas las partículas quedan momentáneamente en reposo.

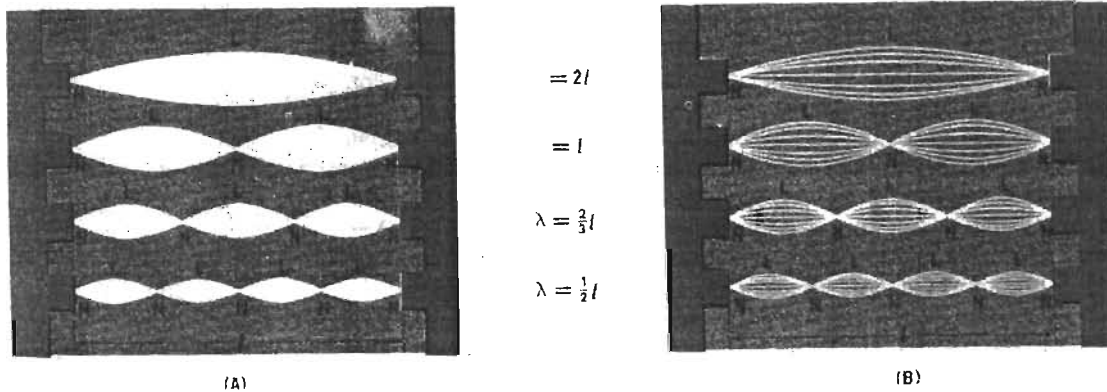


Figura 1-50 patrones de ondas estacionarias en una cuerda tensa. (A) Vista de las envolventes. (B) Vista estroboscópica. La longitud de onda  $\lambda$  se expresa en función de la longitud,  $l$ , de la cuerda. L y N indican picos y nódulos, respectivamente.

Las ondas estacionarias pueden formarse en agua, aire u otros cuerpos elásticos, igual que en las cuerdas tensas. Las ondas electromagnéticas también pueden ser estacionarias. Una manera de producir este patrón consiste en generar una onda circular periódica en el centro de un tanque de ondas de forma circular, al hacerlo, aparecen anillos nodales donde la superficie del agua está en reposo y oscila hacia arriba y hacia abajo entre dichos anillos. Muchos objetos vibran normalmente de modo que establecen ondas estacionarias en ellos, como las cuerdas o las columnas de aire de los instrumentos musicales que producen varios tipos de dichas ondas. Fin de esta parte del texto.

### 1.2.17. CARACTERÍSTICAS DE LAS ONDAS SONORAS.

Suponga que se estira aproximadamente 1 m una cuerda de piano fija a dos abrazaderas y que tiene la tensión suficiente para poder vibrar al tirar de ella con la uña. Si se rasguea a la mitad, la cuerda vibra como un todo (figura.1-51, A). Un alambre o cuerda tensa que vibra como una sola unidad produce su frecuencia más baja llamada fundamental.

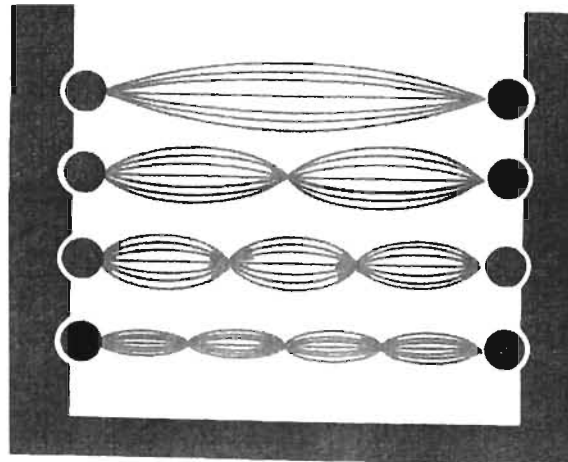


Figura 1-51. Una vista estroboscópica de algunos modos de vibración de una sola cuerda. (A) modo fundamental, (B) Segunda armónica, (C) Tercera armónica y (D) Cuarta armónica.

Para estudiar las propiedades de las cuerdas en vibración y los sonidos que producen se utiliza un sonómetro (figura 1-52). Este instrumento puede tener dos o más alambres o cuerdas estirados sobre una tabla sonora, que refuerza el sonido producido por los mismos. Los alambres pueden ser de distintos diámetros, tensión, longitud y composición, de modo que el sonómetro sirve para estudiar los efectos de estas variables en las características de vibración de los alambres.

Al rasguear una cuerda, se le transfiere energía, haciéndola vibrar en un movimiento ondulatorio transversal. Así como una lengüeta en vibración transfiere energía a las moléculas de los gases del aire y produce en ellas un movimiento ondulatorio longitudinal. La frecuencia de la vibración longitudinal de las moléculas que es la de la onda sonora, es igual a la frecuencia de la vibración transversal de la cuerda. Ya que al producirse sonido mediante una cuerda en vibración se disipa energía, se le debe suministrar ésta continuamente rasgueándola o tocándola con un arco para mantener el sonido

### 1.2.18. ARMÓNICOS.

Una cuerda puede vibrar como una unidad completa y también en dos, tres, cuatro o más segmentos, dependiendo del patrón de ondas estacionarias que se produzca en la misma (figura 1-51, B-D). Cuando se excita una cuerda, rasgueándola o con un arco, no sólo se presenta el tono o nota fundamental, sino también otros tonos más altos.



Suponga que una cuerda vibra en dos segmentos con un nodo en el punto medio, como en la figura 1-51-B. En este caso, la frecuencia de la vibración producida es el doble de la que se obtiene cuando la cuerda vibra como un solo segmento. Al duplicarse la frecuencia de una onda sonora, el tono se eleva una octava. Cuando la cuerda vibra en cuatro segmentos, su frecuencia de vibración (y la de las ondas sonoras producidas) es cuatro veces la de la frecuencia fundamental. La altura del sonido que se produce es dos octavas mayor que la fundamental. La nota fundamental y las producidas por vibraciones cuyas frecuencias sean múltiplos enteros de la fundamental se llama armónicos.

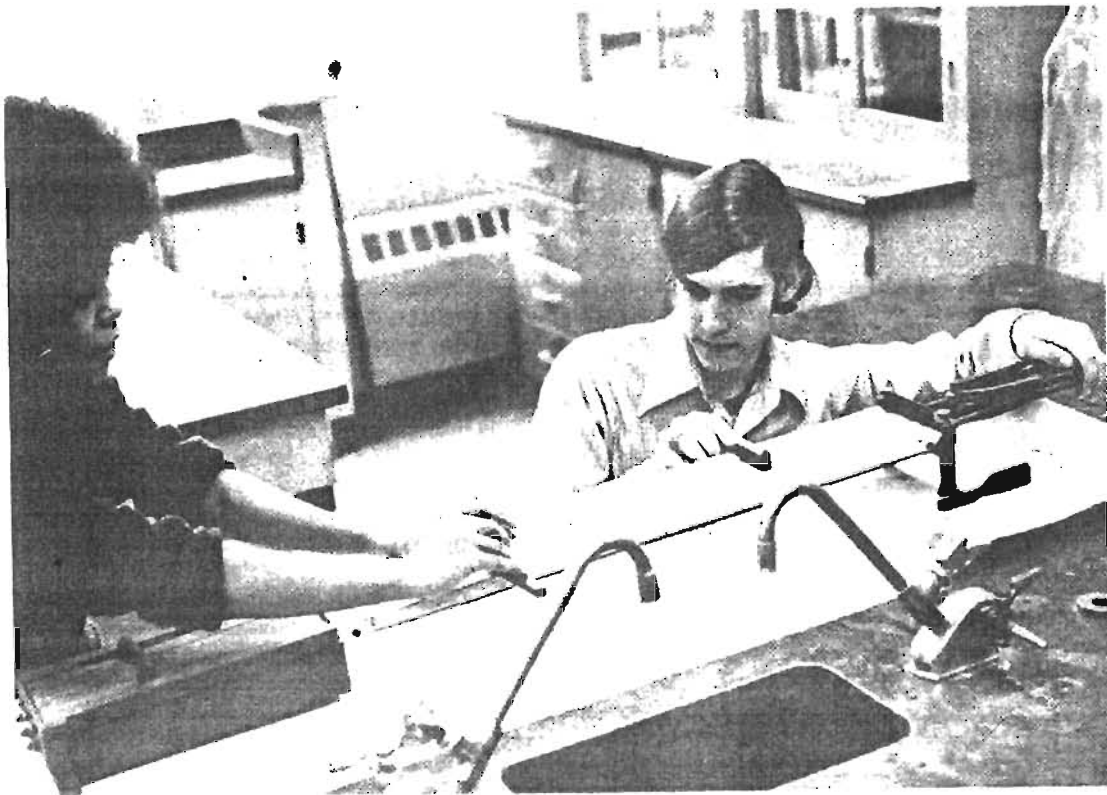


Figura 1-52. Con el sonómetro pueden estudiarse las características de vibración de cuerdas y alambres

Según esta definición, la nota fundamental es la primera armónica, porque es igual a una vez la fundamental; la nota en vibración cuya frecuencia es el doble de la fundamental es la segunda armónica; el sonido cuya frecuencia es tres veces igual a la fundamental es la tercera armónica, y así sucesivamente. En la figura 1-53 se muestran oscilogramas de una nota fundamental y varias armónicas.

#### 1.2.19. CALIDAD DEL SONIDO.

No es difícil identificar los sonidos producidos por distintos instrumentos en una orquesta, aunque éstos produzcan el mismo tono con igual intensidad. La diferencia es una propiedad del sonido llamada calidad o timbre.

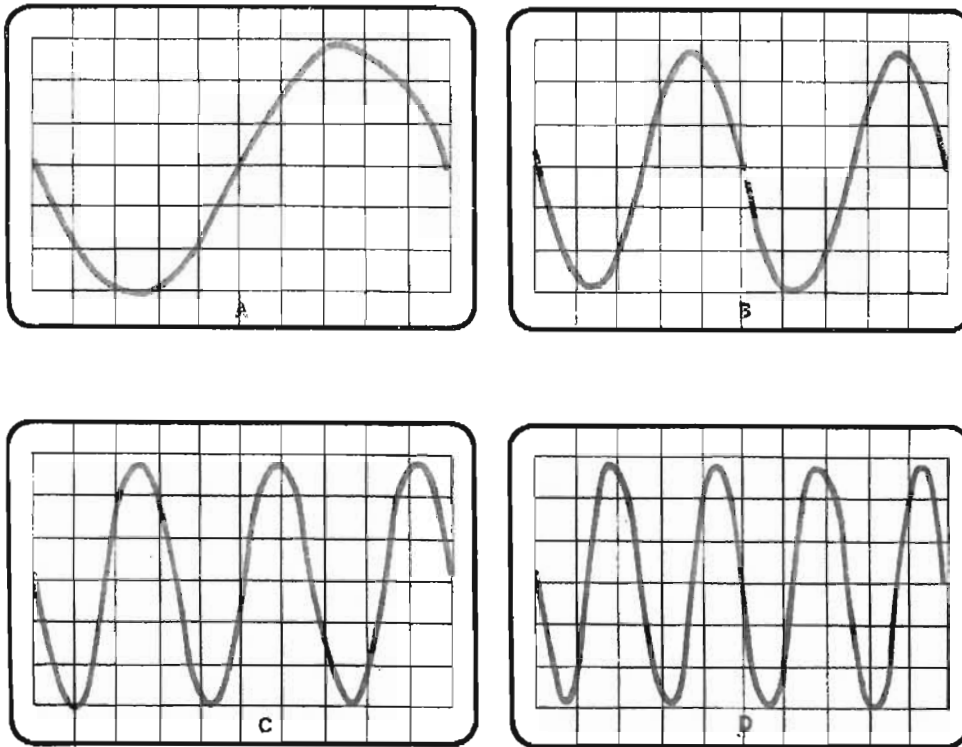


Figura 1-53. Oscilogramas de (A) de (A) una fundamental, (B) la segunda armónica, (C) la tercera armónica y (D) la cuarta armónica.

Si se toca muy ligeramente la cuerda de un sonómetro en el punto medio mientras se excita con un arco cerca de un extremo, vibrará en dos segmentos y como un todo al mismo tiempo (figura 1-54). La fundamental es audible, pero la acompaña el sonido de la segunda armónica. La combinación es más rica y llena; la calidad del sonido mejora agregándole la segunda armónica a la fundamental (figura 1-55, A). El timbre de un sonido depende del número de armónicos producidas y de sus intensidades relativas. Cuando se tocan los instrumentos de cuerdas, se excitan éstas con arco, rasgueándolas o punteándolas cerca de un extremo para estimular la producción de armónicos que se fusionen con la fundamental y así dar un sonido más rico (figura 1-55, B).



Figura 1-54. Vista estroboscópica de una sola cuerda que vibra simultáneamente en sus modos fundamental y de segundo armónico.

El timbre de los tonos producidos por los instrumentos orquestales varía considerablemente; por ejemplo, el tono producido por un cuerno francés consiste casi por completo en la fundamental y la segunda armónica. Este contenido armónico se puede reconocer comparando la figura 1-55, A con la C. El timbre la trompeta se debe a la intensidad de sus armónicas de alta frecuencia (figura 1-55, D).

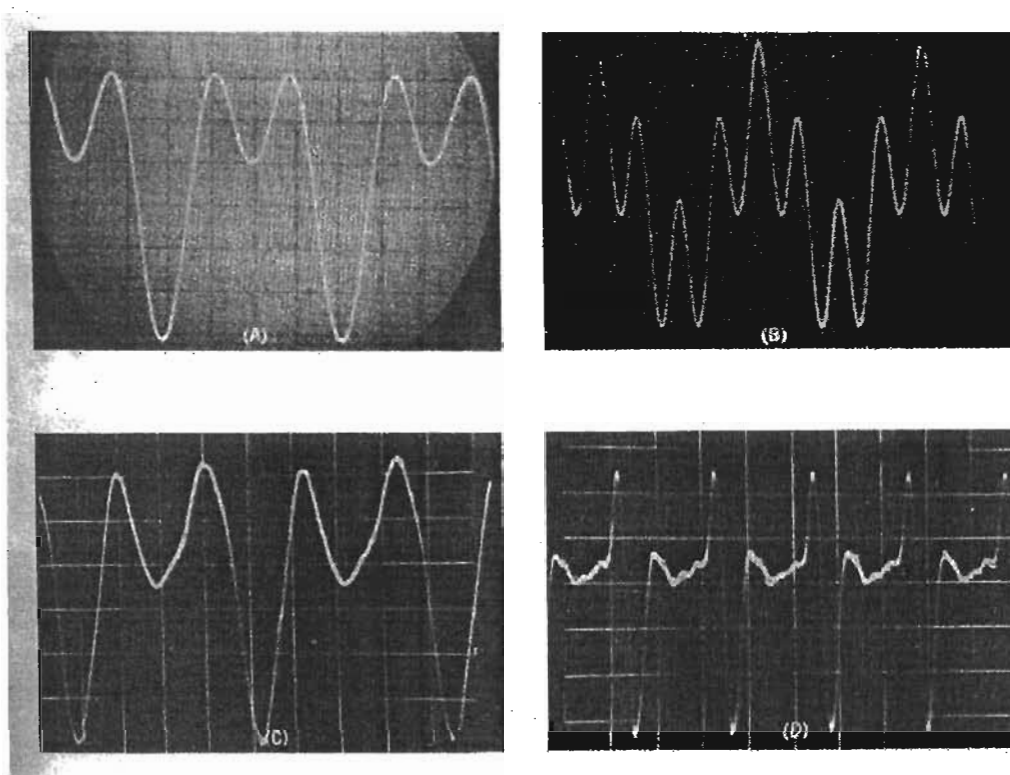


Figura 1-55 Oscilogramas de (A) una fundamental y segundo armónico, (B) una fundamental y cuarto armónico, (C) el sonido de un cuerno francés y (D) el sonido de una trompeta.

#### 1.2.20. LAS LEYES DE LAS CUERDAS.

La frecuencia de una cuerda en vibración depende de su longitud, diámetro, tensión y densidad. Las cuerdas de un piano producen tonos con una gran variedad de frecuencias. Si las examinamos, encontraremos que las cuerdas que producen tonos de baja frecuencia son largas, gruesas y poco tensas, en tanto que las que producen tonos de alta frecuencia son cortas, delgadas y tensas. Una sola cuerda produce un tono con suficiente volumen para las notas bajas, en tanto que se necesitan tres cuerdas para producir notas agudas de volumen comparable.

Las condiciones que afectan la frecuencia de las cuerdas en vibración se resumen en cuatro leyes de las cuerdas.

1. Ley de las longitudes. Un músico puede elevar el tono que produce un instrumento de cuerdas acortando la longitud vibratoria de la cuerda; por ejemplo, el violinista acorta la longitud de la cuerda la 2,5 cm para producir la nota sí. La frecuencia de una cuerda es inversamente proporcional a su longitud, manteniendo constantes los demás factores.

$$f / f^* = l^* / l$$



Figura 1-56. ¿Cómo usa un guitarrista las leyes de las cuerdas?.

Aquí,  $f$  y  $f^*$  son las frecuencias que corresponden a las longitudes  $l$  y  $l^*$

2. Ley de los diámetros. En un piano y otros instrumentos de cuerdas, como el violonchelo y la guitarra, las cuerdas que producen frecuencias más altas tienen diámetros menores. Una cuerda con diámetro de 0,1 cm tiene dos veces la frecuencia de una semejante de 0,2 cm de diámetro. La frecuencia de una cuerda es inversamente proporcional a su diámetro, manteniendo constantes los demás factores.

$$f / f^* = d^* / d$$

Aquí,  $f$  y  $f^*$  son las frecuencias que corresponden a los diámetros  $d$  y  $d^*$ .

3. Ley de las tensiones. Cuando se afinan los instrumentos de cuerda las cuerdas se tensan para aumentar su frecuencia, o aflojan para disminuirla. La frecuencia de una cuerda es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la tensión de la cuerda, cuando los demás factores permanecen constantes.

$$f / f^* = F / F^*$$

Aquí,  $f$  y  $f^*$  son las frecuencias que corresponden a las tensiones  $F$  y  $F^*$ ; ver el siguiente ejemplo.

4. La ley de las densidades. La frecuencia es proporcionalmente más baja, a medida que la cuerda es más densa. Por lo general, tres de las cuerdas de un violín son de tripa común, pero la cuarta tiene alambre fino enrollado a su alrededor para aumentar su densidad, de manera que pueda producir tonos de baja frecuencia. La frecuencia de una cuerda es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de su densidad, manteniendo los demás factores constantes.

$$f / f^* = D^* / D$$

Aquí,  $f$  y  $f^*$  son las frecuencias que corresponden a las densidades  $D$  y  $D^*$ .

Ejemplo. Una cuerda estirada con una fuerza de 50,0 n produce un do de 261,6 hz. ¿Qué fuerza deberá aplicarse a esta cuerda para que produzca el do una octava más alta?

Solución La frecuencia del do es de 261,6 hz; la del do una octava más alta es de 523,2 hz.

Ecuación básica:  $f / f^* = F / F^*$

Ecuación del problema:  $F^* = f^{*2} / f^2 = (523,2 \text{ hz})^2 \times 50,0 \text{ n} / (261,6)^2 = 200 \text{ n}$

### 1.2.21. VIBRACIONES FORZADAS. .

Cuando se golpea un diapasón con un martillo de hule, que vibra a su frecuencia fundamental, junto con algunas armónicas de bajo orden. La fundamental tiene una frecuencia natural que depende de la longitud del diapasón, su grosor y composición. Cuando se golpea la tecla de un piano, la cuerda correspondiente vibra con su frecuencia fundamental y con armónicas de la misma. Las únicas fuerzas externas que afectan estas relaciones naturales de vibración son la fricción y la gravedad.

Suponga que golpeamos un diapasón y luego colocamos su tallo contra la superficie de una mesa. El tono se hace más fuerte cuando el diapasón toca la mesa, porque la fuerza a la superficie de ésta a vibrar con la misma frecuencia. La mesa tiene un área de vibración mucho más grande que la del diapasón, de modo que estas vibraciones forzadas producen un sonido más intenso.

Una cuerda de violín en vibración, sujeta tensamente por dos abrazaderas, no produce un sonido muy fuerte. Pero cuando se la estira a través del puente de un violín, la madera de éste vibra de manera forzada en respuesta a las vibraciones de la cuerda, aumentando con ello la intensidad del sonido. La caja sonora de un piano actúa de la misma manera para intensificar los sonidos por las vibraciones de sus cuerdas.

### 1.2.22. RESONANCIA. .

Los dos diapasones de la figura 1-57 tienen la misma frecuencia y están montados en cajas de resonancia que aumentan la intensidad del sonido por medio de vibraciones forzadas. Un extremo de cada caja de resonancia está abierto. Suponga que colocamos estos diapasones a poca distancia entre sí, con los extremos abiertos de las cajas frente a frente. Ahora golpeamos uno de los diapasones y, después de que haya vibrado durante varios segundos, se tocan sus brazos para apagar el sonido. Entonces encontramos que el otro diapasón vibra débilmente: las compresiones y enrarecimientos producidos en el aire por el primer diapasón actúan sobre el segundo en forma constante y regular, haciéndolo vibrar. A esta acción se la llama resonancia, o vibración simpática. Una persona que cante cerca de un piano puede hacer que las cuerdas de éste produzcan la vibración de frecuencias semejantes. La resonancia ocurre cuando las relaciones de vibración natural de dos objetos son las mismas o cuando la relación de vibración de un objeto es igual a una de las armónicas del otro. Si cambiamos la frecuencia de uno de los diapasones agregándole un poco de masa a uno de sus brazos, se alteran las condiciones del experimento y, en consecuencia, no hay resonancia. Ambos diapasones deben tener la misma frecuencia natural para producir este efecto resonante.

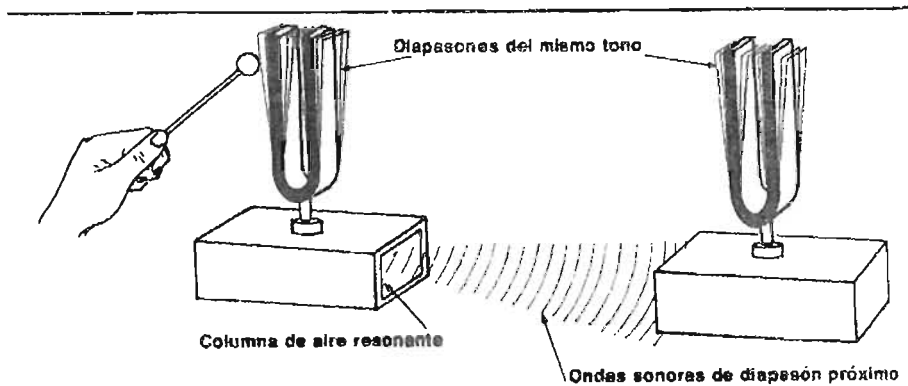


Figura 1-57. Resonancia entre dos diapasones igualados.

La figura 1-58 ilustra un método de producir resonancia con un diapasón y una columna de aire. El diapasón vibratorio se mantiene arriba del cilindro hueco que está sumergido en agua y la longitud de la columna del aire se incrementa de manera gradual elevando el cilindro. En la posición que se muestra en la figura 1-58, A, aumenta mucho el volumen del sonido. Aquí, la columna de aire en el tubo vibra vigorosamente a la frecuencia del diapasón y ambos están en resonancia.

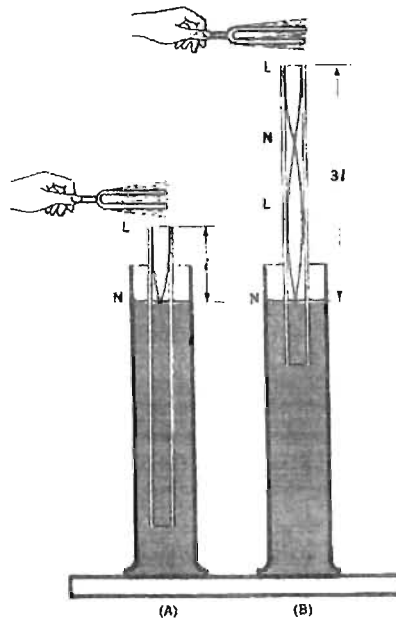


Figura 1-58. Resonancia entre un diapasón y una columna de aire en vibración. (A) y (B) dan mayor refuerzo de sonido del que se obtendría en cualesquiera posiciones intermedias.

Este comportamiento se parece a la producción de una onda estacionaria en un alambre estirado. Durante la resonancia, una compresión de la onda reflejada se une con una compresión de la onda directa, y un enrarecimiento de la onda reflejada se une con uno de la onda directa. La superposición constructiva de las ondas en fase se amplifica el sonido.

La columna de aire resonante es sencillamente un sistema de ondas longitudinales estacionarias. La superficie de agua (figura 1-58, A) cierra el extremo inferior del tubo e impide que ocurra un desplazamiento longitudinal de las moléculas de aire adyacente a ella. Este límite fija de manera efectiva la columna de aire en el extremo cerrado y da lugar a un nodo de desplazamiento. Como el extremo superior del tubo está abierto, constituye una terminación de extremo libre para la columna de aire y da lugar a un antinodo de desplazamiento o ciclo, que aparecen en la figura 1-58, A, como N y L, respectivamente.

Las partículas de aire en el extremo cerrado del tubo no pueden desplazarse en sentido longitudinal, de modo que se producen máximos cambios en la presión. Esta posición de un nodo de desplazamiento también es un antinodo de presión, o punto de máximo cambio de presión. (Véase la figura 1-53, donde se establece la relación de fase entre las ondas de desplazamiento y las de presión). Las compresiones se reflejan como compresiones y los enrarecimientos como enrarecimientos. Tal comportamiento corresponde a un cambio de fase sobre la reflexión de una terminación rígida en el sentido de que el vector de desplazamientos de las partículas de aire se invierte (figura 1-59, A).

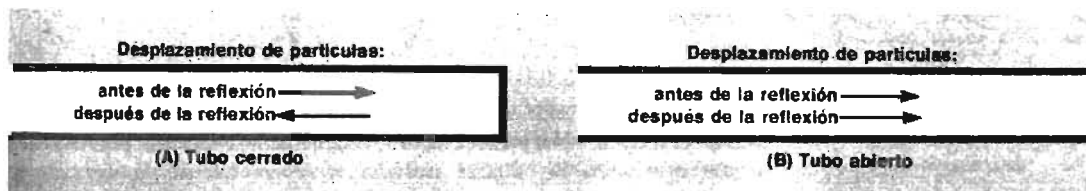


Figura 1-59. Una compresión que viaja de izquierda a derecha se refleja desde el extremo derecho como una compresión en (A) y como un enrarecimiento en (B). El vector de desplazamiento de las partículas se invierte por reflexión en el tubo cerrado, pero no cambia en el tubo abierto debido a que el desplazamiento de las capas de aire en este tubo se produce en el mismo sentido para un enrarecimiento que viaja hacia la izquierda que para una condensación que viaje a la derecha.

En el extremo abierto del tubo se completa un ciclo de desplazamiento y, en consecuencia, hay un nodo de presión. Aquí, la presión se mantiene en el nivel constante de la atmósfera exterior y el aire entra y sale del tubo conforme la columna vibra. Este gran movimiento de aire en el extremo abierto del tubo es el que transfiere energía a la atmósfera y refuerza el sonido que produce el diapason.

La frecuencia fundamental de la columna resonante corresponde aproximadamente a un nodo de desplazamiento en el extremo cerrado y un máximo de desplazamiento adyacente en el extremo abierto (figura 1-58, A). Puesto que la distancia que separa a un nodo y a un máximo adyacente de una onda estacionaria tiene un cuarto de longitud de onda, la longitud del tubo cerrado es casi un cuarto de la longitud de onda de su frecuencia resonante fundamental.

$$\lambda = 4l$$

Aplicando una pequeña corrección empírica, proporcional al diámetro del tubo (porque el movimiento de las moléculas del aire en el extremo abierto del tubo no es estrictamente en una dimensión), podemos expresar la relación en forma más precisa como:

$$\lambda = 4(l + 0.4d)$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la frecuencia resonante fundamental;  $l$  es la longitud del tubo cerrado, y  $d$  es su diámetro.

Si se saca el cilindro de la figura 1-58, A, del agua, nuevamente habrá resonancia, cuando la longitud sea de tres cuartos de una longitud de onda. Esta longitud de la columna de aire también corresponde a un nodo de desplazamiento en el extremo cerrado y a un máximo en el extremo abierto y permite que se desarrolle una onda estacionaria (figura 1-58, B). Para un tubo de suficiente longitud, a  $5/4 \lambda$ ,  $7/4 \lambda$ , etc..., se pueden encontrar puntos de resonancia sucesivamente más débiles; por tanto, un tubo cerrado es resonante a intervalos impares de cuartos de longitud de onda.

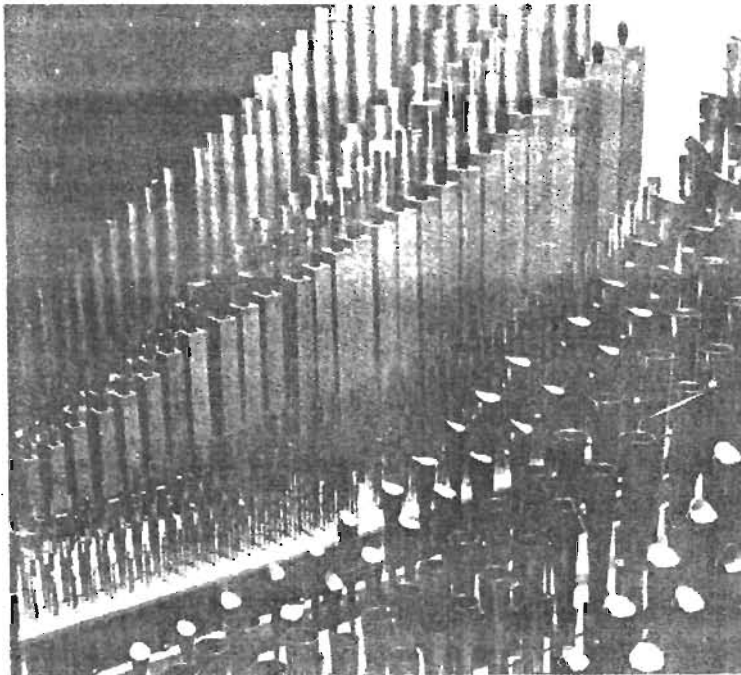


Figura 1-60. Los órganos tubulares tienen muchos tubos abiertos y cerrados. ¿Cómo difiere el contenido armónico de las columnas de aire resonante en los tubos abiertos y cerrados?

La columna resonante de un cuarto de onda para la frecuencia fundamental del diapasón de la figura 1-58, A, tiene tres cuartos de longitud de onda para la tercera armónica de esta frecuencia;  $5/4 \lambda$  para la quinta, y  $7/4 \lambda$  para la séptima; por tanto, las frecuencias resonantes de un tubo cerrado son armónicas, pero sólo están presentes las armónicas impares de la nota fundamental. En la figura 1-61 se ilustra esta relación.



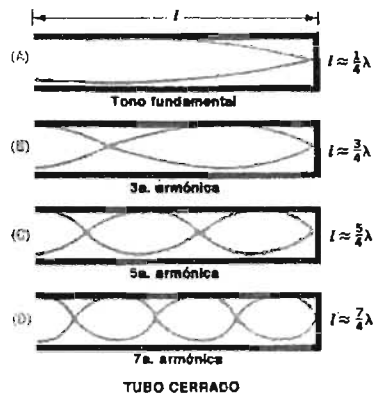


Figura 1-61. los modos normales de oscilación en un tubo cerrado. La frecuencia fundamental es de un medio de la correspondiente a un tubo abierto de la misma longitud, y sólo se producen armónicos impares.

Muchos instrumentos musicales emplean columnas de aire vibratorias abiertas en un extremo y cerradas en el otro (tubo cerrado) o abiertas en ambos extremos (tubo abierto). Del estudio anterior. Se demuestra que los modos normales de oscilación de las columnas de aire están caracterizados por:

1. un nodo de desplazamiento ( o asa de presión) en un extremo cerrado y
2. un máximo de desplazamiento ( o nodo de presión) en un extremo abierto.

Las compresiones que viajan en un tubo abierto se reflejan en los extremos abiertos como enrarecimientos y éstos a su vez como compresiones. En dichas reflexiones, el vector de desplazamiento longitudinal de las partículas de aire no se invierte y en este sentido no hay cambios de fase en la terminación abierta de la columna de aire (figura 1-59, B)

La frecuencia fundamental de una columna de aire resonante en un tubo abierto corresponde aproximadamente a máximos de desplazamientos en el punto medio (figura 1-62, A). Los máximos adyacentes de una onda estacionaria están a media longitud de onda de distancia entre sí, de modo que la longitud de un tubo abierto es aproximadamente un medio de la longitud de onda de su frecuencia resonante fundamental.

$$\lambda = 2l$$

Por otra parte, aplicando una pequeña corrección empírica proporcional al diámetro del tubo, podemos expresar la relación en forma precisa como:

$$\lambda = 2 ( l + 0.8d)$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la frecuencia resonante fundamental;  $l$ , la longitud del tubo abierto, y  $d$  su diámetro.

Un tubo abierto, que es una columna resonante de media onda en su frecuencia fundamental, posee una longitud de onda completa en la segunda armónica de esta frecuencia y tiene  $3/2 \lambda$  en la tercera armónica. En cada caso hay máximos de desplazamientos en ambos extremos abiertos y la columna resuena en estos nodos. Por tanto, las frecuencias de resonancia de un tubo abierto son armónicas y se producen todas las armónicas de la nota fundamental (figura 1-62).

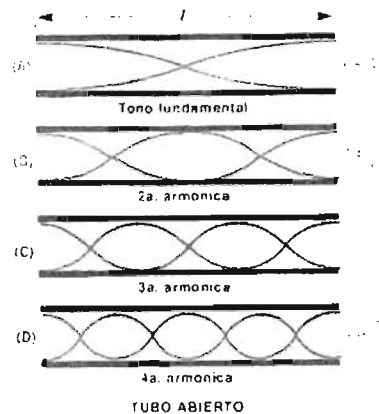


Figura 1-62. Los modos normales de oscilación de un tubo abierto. La frecuencia fundamental es del doble de la de un tubo cerrado de la misma longitud, y se producen todos los armónicos.

La calidad de un tono musical aumenta generalmente por su contenido armónico. El resonador de tubo abierto tiene armónicas impares y pares de la nota fundamental, en tanto que el resonador de tubo cerrado sólo tiene armónicos impares. Por tanto, no son iguales las calidades de los sonidos provenientes de tubos abiertos y cerrados.

### 1.2.23. BATIDOS.

En la sección anterior se estudió la interferencia de ondas transversales en cuerdas y de ondas de agua en el tanque de ondas. Después, se analizaron ondas estacionarias en columnas de aire resonante. Existen muchas pruebas experimentales de que dos o más perturbaciones ondulatorias pueden viajar a través del mismo medio en forma independiente entre sí. El principio de superposición demuestra que el desplazamiento de una partícula de un medio siempre es igual a la suma vectorial de los desplazamientos que tendría por causa de cada onda por separado.

Una onda estacionaria se forma por medio de dos trenes de ondas de la misma frecuencia y amplitud que viajan a través de un medio en direcciones opuestas. Por lo general, nos interesan las condiciones o el comportamiento del medio que transmite la onda estacionaria. Esta generalización es válida para columnas de aire resonantes que se utilizan en instrumentos musicales. La onda estacionaria está caracterizada por una amplitud que varía con la distancia, o posición en el espacio.

Dos trenes de ondas de frecuencias ligeramente distintas y que viajan en la misma dirección a través de un medio, se interfieren en diferente forma. En cualquier punto fijo en el medio por el que pasan las ondas, su superposición da una onda caracterizada por una amplitud que varía con el tiempo.

La figura 1-63 muestra la gráfica del desplazamiento resultante de dos trenes de ondas con frecuencias ligeramente distintas, en función del tiempo. En la curva (A), la frecuencia es de 8 hz y en la (B) de 10 hz. La curva (C) representa el efecto combinado de estas dos ondas en un punto fijo de su trayectoria. La amplitud de esta onda resultante varía con el tiempo. Estas pulsaciones de amplitud se llaman batidos o batimientos.

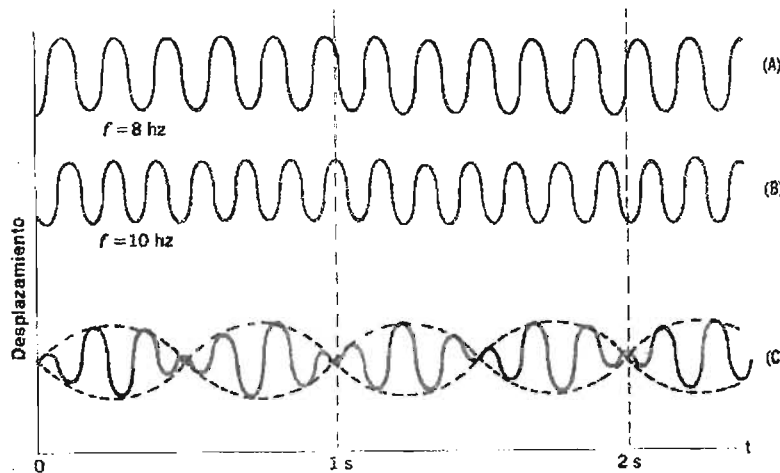


Figura 1-63. Batidos. Las ondas (A) y (B) de frecuencias ligeramente distintas se combinan para dar una onda (C) que varía en amplitud con el tiempo.

Observe que las ondas (A) y (B) entran en fase dos veces por segundo y se desfasan el mismo número de veces de cada segundo. En este caso puede describirse la frecuencia de batido como dos batimientos por segundo. El número de batidos por segundo es igual a la diferencia entre las frecuencias de las ondas componentes.

Cuando las frecuencias que se interfieren son sonidos audibles, se pueden reconocer las variaciones de amplitud, o batidos, como variaciones en la intensidad. El oído humano común puede distinguir batidos hasta de una frecuencia de aproximadamente 10/s.

El fenómeno de batido se usa muchas veces para afinar sistemas de vibratorios con bastante precisión. Se pueden afinar dos cuerdas vibratorias a la misma frecuencia ajustando la tensión de una hasta que desaparezcan los ritmos. Este procedimiento se denomina "cancelación de batidos". El afinador de pianos ajusta las frecuencias en forma precisa tocando de manera simultáneamente las notas y sus armónicos, para ponerlos en batido.

Como ejemplo, supongamos que dos cuerdas que vibran tienen frecuencias fundamentales de 165 hz y 325 hz, respectivamente. Una persona (que posee un oído "adiestrado") puede distinguir cinco batidos por segundo como consecuencia de que el tono de 325 hz tiene un batido contra la segunda armónica del tono de 165 hz.

Un diapasón preciso sólo vibra en su nota fundamental y produce un tono sin armónicas. Suponga que suena un diapasón de 260 hz junto con otro de 264 hz. Un observador oirá cuatro batidos por segundo de sonido cuya frecuencia promedio es de 262 hz.

Si se representan a las frecuencias inferior y superior mediante  $f_i$  y  $f_h$  respectivamente, se puede expresar la frecuencia promedio  $f$  como:

$$F = \frac{1}{2} (f_i + f_h)$$

El sonido es una onda senoidal de frecuencia promedio  $f$  y amplitud variable que alcanza un máximo cada  $(f_h - f_i)$  veces por segundo (la frecuencia de batido). Cuando la separación de frecuencias de los dos tonos es demasiado grande para que el observador pueda distinguir los batidos, se puede escuchar un tono diferencial de la frecuencia  $(f_h - f_i)$ , si ésta queda dentro de los límites de audio.

1.2.24. Problemas.

1.2.24.1 Supóngase que la figura 1-64 representa una onda de 50 Hz sobre una cuerda. Tómese la distancia yo de 3 mm y la distancia AE de 40 cm. Encuéntrese para la onda lo siguiente: (a) la amplitud, (b) la longitud de onda y (c) la rapidez

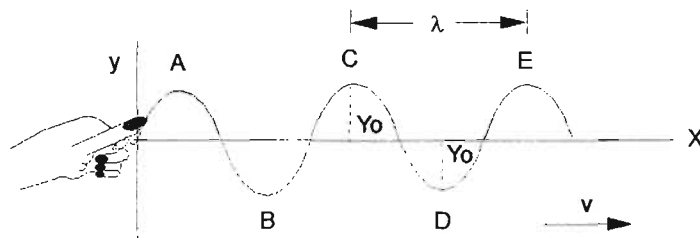


Figura 1-64.

(a) Por la definición, la amplitud es la distancia yo que es equivalente a 3 mm.

(b) La distancia entre dos crestas adyacentes es la longitud de onda, así que  $\lambda = 20$  cm.

(c) De  $\lambda = vT$  y  $T = 1/f$  se tiene

$$v = \lambda / T = \lambda f = (0.2 \text{ m})(50 \text{ s}^{-1}) = 10 \text{ m/s}$$

1.2.24.2. En una onda sonora se encuentra experimentalmente que la longitud de onda es de 18 cm. La frecuencia de la onda es 1900 Hz. ¿Cual es la rapidez de la onda sonora?

De  $\lambda = vT = v/f$ , la cual se aplica a todo tipo de ondas.

$$v = \lambda f = (0.18 \text{ m})(1900 \text{ s}^{-1}) = 342 \text{ m/s}$$

1.2.24.3 Una cuerda horizontal tiene 5 m de longitud y una masa de 1.45 g. ¿Cual es la tensión en la cuerda si la longitud de onda, de una onda de 120 Hz sobre ella, es de 60 cm? ¿De que magnitud será la masa que se debe colgar en uno de sus extremos (a través de una polea) para darle esa tensión?

Se sabe que

$$v = \lambda f = (0.60 \text{ m})(120 \text{ s}^{-1}) = 72 \text{ m/s}$$

Además, ya que  $v = \sqrt{\text{tensión} / \text{masa por unidad de área}}$ ,

$$\text{Tensión} = (\text{masa/u.l.}) (v^2) = (1.45 \times 10^{-3} \text{ kg} / 5 \text{ m})(72 \text{ m/s})^2 = 1.50 \text{ N}$$

La tensión en la cuerda se balancea con el peso de la masa que cuelga de su extremo. Es decir,

$$\text{Tensión} = mg \text{ o } m = \text{tensión} / g = 1.50 \text{ N} / 9.8 \text{ m/s}^2 = 0.153 \text{ kg}$$

1.2.24.4. Un cable flexible uniforme de 20 m de longitud tiene una masa de 5 kg. Es suspendido verticalmente con su propio peso y esta vibrando en su extremo superior con una frecuencia de 7.0 Hz. (a) Encuentrese la rapidez de la onda transversal sobre el cable en su punto medio. (b) ¿Cual es la longitud de onda y la frecuencia en su punto medio?

(a) Utilizaremos  $v = \sqrt{(\text{tensión}) / (\text{masa/u.l.})}$ . El punto medio del cable soporta la mitad de su peso, así que la tensión en este punto es

$$\text{Tension} = (1/2) (5.0 \text{ kg}) (9.8 \text{ m/s}^2) = 24.5 \text{ N}$$

Por otro lado  $\text{Masa/u.l} = 5.0 \text{ kg} / 20 \text{ m} = 0.25 \text{ kg/m}$

así que  $v = \sqrt{24.5 \text{ N} / 0.25 \text{ kg/m}} = 9.9 \text{ m/s}$

(b) Ya que las crestas de una onda no se acumulan en un punto a lo largo de la cuerda o cable, el número de estas que pase por un punto es el mismo que pase por cualquier otro punto. Por lo tanto, la frecuencia, 7.0 Hz, es la misma en todos los puntos.

Para calcular la longitud de onda en el punto medio, debemos usar la rapidez que se determinó para ese punto 9.9 m/s. Esto da

$$\lambda = v / f = 9.9 \text{ m/s} / 7.0 \text{ Hz} = 1.41 \text{ m}$$

1.2.24.5. Supongase que en la figura 1-65 se muestra una cuerda metálica tensada con 88.2 N. Su longitud es de 50 cm y su masa de 0.50 g. (a) Calcúlese  $v$  para la onda transversal sobre la cuerda. (b) Determinése la frecuencia fundamental y las frecuencias del primero y segundo sobretono.

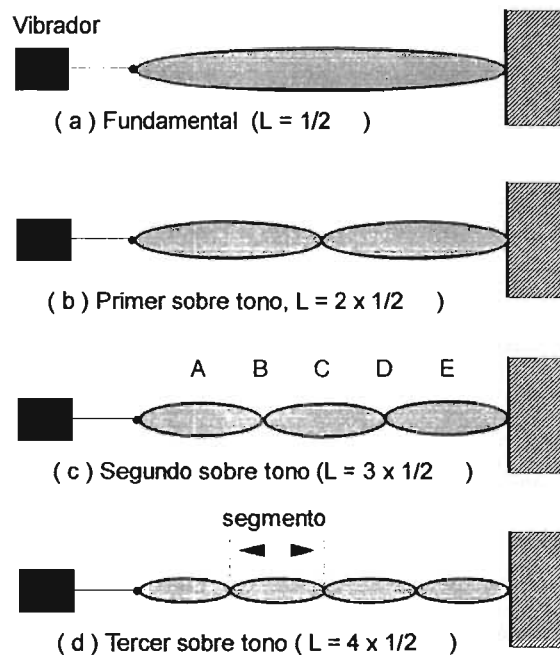


Figura 1-65.

(a)

$$v = \sqrt{\text{tension} / \text{masa/u.l}} = \sqrt{88.2 \text{ N} / (5 \times 10^{-4} \text{ kg}) (0.50 \text{ m})} = 297 \text{ m/s}$$

(b) Recuerdese que la longitud de un segmento es  $\lambda/2$  y utilícese  $\lambda = v / f$ . Para la frecuencia fundamental

$$\lambda = 1.00 \text{ m} \quad \text{y} \quad f = 297 \text{ m/s} / 1.00 \text{ m} = 297 \text{ Hz}$$

Para el primer sobre tono

$$\lambda = 0.50 \text{ m} \quad \text{y} \quad f = 297 \text{ m/s} / 0.50 \text{ m} = 594 \text{ Hz}$$

Para el segundo sobre tono

$$\lambda = 0.33 \text{ m} \quad \text{y} \quad f = 297 \text{ m/s} / 0.33 \text{ m} = 891 \text{ Hz}$$

1.2.24.6. Una cuerda de 2 m de largo esta accionada por un vibrador de 240 Hz colocado en uno de sus extremos. La cuerda resuena en cuatro segmentos. ¿ Cual es la rapidez de las ondas transversales en la cuerda?

Ya que cada segmento tiene una longitud de  $\lambda/2$ , se tiene

$$4 (\lambda / 2) = L \quad \text{o} \quad \lambda = L/2 = 2 \text{ m} / 2 = 1 \text{ m}$$

utilizando  $\lambda = vT = v / f$ , obtenemos

$$v = f \lambda = ( 240 \text{ s}^{-1} ) ( 1 \text{ m} ) = 240 \text{ m/s}$$

1.2.24.7. La cuerda de un banjo de 30 cm de largo resuena en su frecuencia fundamental a 256 Hz . ¿Cual es la tensión en la cuerda si 80 cm de esta pesan 0.75 g?

Primero debemos determinar  $v$  y despues hallar la tensión. Se sabe que la cuerda vibra en un segmento cuando  $f = 256 \text{ Hz}$ . Por consiguiente, de la figura 1-65

$$\lambda / 2 = L \quad \text{o} \quad \lambda = (0.30 \text{ m} (2) ) = 0.60 \text{ m}$$

$$v = f \lambda = (256 \text{ s}^{-1} ) ( 0.6\text{m} ) = 1.54 \text{ m/s}$$

y

La masa por unidad de longitud de la cuerda es

$$0.75 \times 10^{-3} \text{ kg} / 0.8 \text{ m} = 9.4 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$$

Entonces, de  $v = \sqrt{(\text{tension}) / (\text{masa/u.l.})}$ ,

$$\text{Tension} = v^2 (\text{masa/u.l.}) = (1.54 \text{ m/s})^2 (9.4 \times 10^{-4} \text{ kg/m}) = 22 \text{ N}$$

1.2.24.8. Una cuerda vibra en cinco segmentos a una frecuencia de 460 Hz. (a) ¿ Cual es su frecuencia fundamental? (b) ¿Que frecuencia ocasionaría que vibrara en tres segmentos?

Método detallado

Si en la cuerda se presentan  $n$  segmentos, entonces de la figura 1-65 sabemos que  $n(1/2 \lambda) = L$ . Pero  $\lambda = v / f_n$ , así que  $L = n(v / 2f_n)$ . Despejando  $f_n$  se obtiene

$$f_n = n ( v / 2 L )$$

Se sabe que  $F = 460 \text{ Hz}$ , por lo tanto

$$460 \text{ Hz} = 5 ( v / 2L ) \quad \text{o} \quad v / 2 L = 92 \text{ Hz}$$

Sustituyendo esto en la relación anterior tenemos

$$f_n = (n) (92 \text{ Hz} )$$

- (a)  $f_1 = 92 \text{ Hz}$   
 (b)  $f_3 = (3) (92 \text{ Hz}) = 276 \text{ Hz}$

Método alternativo

recordando que para una cuerda atada en ambos extremos,  $f_n = df_1$ , se determina  $f_3 = 460 \text{ Hz}$ ,  $f_1 = 92 \text{ Hz}$  y  $f_3 = 276 \text{ Hz}$

1.2.24.9. Una cuerda sujeta por ambos extremos resuena a 420 Hz y 490 Hz y no hay ninguna frecuencia de resonancia entre ellas. Determinese su frecuencia fundamental de resonancia

En general  $f_n = nf_1$ , Llamaremos a  $f_n = 420 \text{ Hz}$  y  $f_{n+1} = 490 \text{ Hz}$ . Por lo tanto.

$$420 \text{ Hz} = nf_1 \quad \text{y} \quad 490 \text{ Hz} = (n + 1)f_1$$

Si se resta la primera ecuación de la segunda, se obtiene  $f_1 = 70 \text{ Hz}$

1.2.24.10. La frecuencia fundamental de una cuerda de violín es de 196 Hz. ¿Dónde debe de ser colocado, a lo largo de la cuerda uno de los dedos para que la frecuencia fundamental sea de 440 Hz?

En la frecuencia fundamental,  $L = 1/2 \lambda = \dots$ . Ya que  $\lambda = v / f$ , se tiene que  $f_1 = v / 2L$ . Originalmente, la cuerda de longitud  $L$  resonaba a la frecuencia de 196 Hz, así que

$$196 \text{ Hz} = v / 2L_1$$

Se requiere que resuene a 440 Hz, por consiguiente

$$440 \text{ Hz} = v / 2L_2$$

Al eliminar  $v$  de las ecuaciones simultáneas, obtenemos

$$L_2 / L_1 = 196 / 440 = 0.445$$

Para obtener la resonancia deseada, el dedo debe acortar la longitud de la cuerda hasta 0.445 de su longitud inicial.

1.2.24.11. Una barra de 60 cm de longitud, sujeta por su parte media, esta vibrando longitudinalmente por una fuerza alternativa en uno de sus extremos. (Véase la figura 1-66). Su frecuencia fundamental de resonancia es de 3 KHz. ¿Cual es la rapidez de las ondas longitudinales en la barra?

Ya que sus extremos están libres, la barra debe tener antinodos ahí,. El punto de sujeción en el centro de la barra tiene que ser un nodo. Por lo tanto, la resonancia fundamental es la mostrada en la figura 1-66. Porque la distancia entre el nodo y el antinodo equivale  $1/4 \lambda$ , se ve que  $L = 2(1/4 \lambda)$ . Siendo  $L = 0.60 \text{ m}$ , encontramos que  $\lambda = 1.20 \text{ m}$ .

Entonces de la relación básica  $\lambda = v / f = (1.20 \text{ m}) (3 \text{ KHz}) = 3.6 \text{ km/s}$

1.2.24.12. Unas ondas de compresión (ondas sonoras) son transmitidas hacia el fondo de un tubo lleno de aire de 90 cm, cerrado en uno de sus extremos. El tubo resuena a varias frecuencias, la mas baja de ellas es a 95 Hz. Determinese la rapidez del sonido en el aire.



El tubo y algunas de sus formas de resonancia se muestran en la figura 22-4.. Recuérdese que la distancia entre nodo y antinodo adyacentes es  $\lambda / 4$ . En este caso, el modo de resonancia superior es el que se aplica, ya que para ella los segmentos son los mas largos y su frecuencia es, por consiguiente, la mas baja. Para ello , de la forma  $L = \lambda / 4$ , se tiene

$$\lambda = 4L = 4(0.9 \text{ m}) = 3.6 \text{ m}$$

Utilizando  $\lambda = vT = v / f$  se obtiene

$$v = \lambda f = (3.6 \text{ m}) (95 \text{ s}^{-1}) = 342 \text{ m/s}$$

1.2.24.13. ¿ A que otras frecuencias resonara el tubo descrito en el problema 1.39.12?

Algunas de las primeras frecuencias de resonancia se muestran en la figura 1-67. Se observa que la resonancia

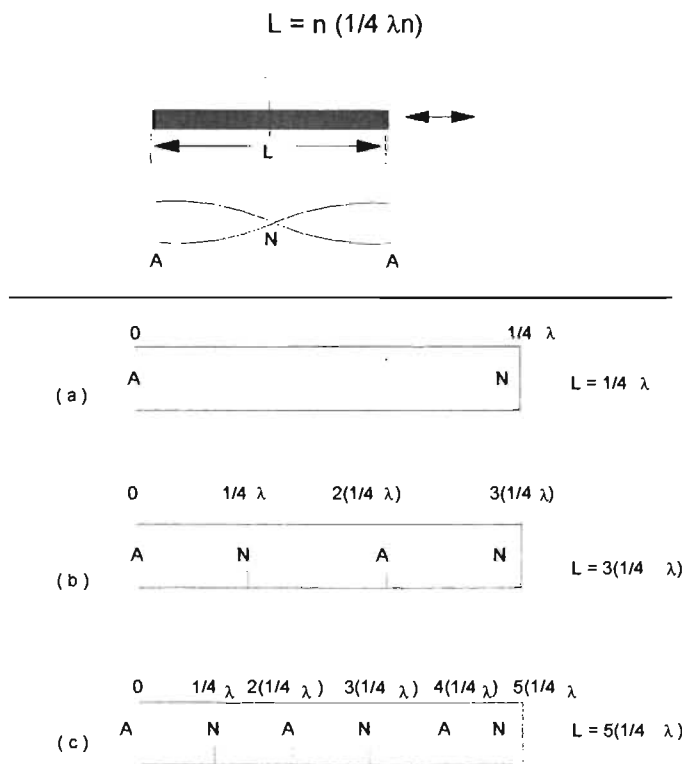


Figura 1-66 y figura 1-67.

donde  $n = 1, 3, 5, 7, \dots$  un numero impar, son la longitudes de las ondas de la resonancia, pero  $\lambda n = v / f_n$ , asi que

$$L = n v / 4f_n \quad \text{o} \quad f_n = n v / 4L = n f_1$$

de donde, el problema 1.39.12,  $f_1 = 95 \text{ Hz}$ . Algunas de las primeras frecuencias de resonancia son entonces: 95, 285, 475, ... Hz.

1.2.24.14. Una varilla de metal de 40 cm de largo se deja caer verticalmente sobre un piso de madera y rebota en el aire. Por este motivo se establecen en la barra de ondas de compresión de muchas frecuencias. Si la rapidez de las ondas de compresión en la barra es de 5500 m/s, ¿Cual será la frecuencia mas baja de las ondas de compresión con la que resonara la barra cuando rebote?

Ambos extremos de la barra están libres, por lo que en ellos habrá antinodos. En el modo de resonancia mas bajo (por ejemplo, el de segmentos mas largos), solo existirá un nodo en la barra, en su centro, como se muestra en la figura 1-68. Entonces se tiene

$$L = 2 (\lambda / 4) \quad \text{o} \quad \lambda = 2L = 2 (0.40 \text{ m}) = 0.80 \text{ m}$$

Por consiguiente, de  $\lambda = vT = = v/f$ ,

$$f = v / \lambda = 5500 \text{ m/s} / 0.80 \text{ m} = 6875 \text{ Hz}$$

1.2.24.15. Una varilla de 200 cm de largo esta sujeta a 50 cm de uno de sus extremos, como se muestra en la figura 1-69. Por medio de un mecanismo eléctrico motriz colocado en uno de sus extremos, se transmite a la varilla una vibración longitudinal,. El mecanismo aumenta la frecuencia de vibración desde un valor muy bajo y se determina que la varilla resuena por primera vez a 3 Khz. ¿ Cual es la rapidez del sonido (onda de compresión) en la varilla?

El punto de sujeción o amarre permanece estacionario y por consiguiente existe ahí un nodo; y ya que los extremos están libres, ahí existen antinodos. La frecuencia mas baja de resonancia ocurre cuando la varilla esta vibrando en sus segmentos mas largos posibles. En la figura 1-69 se muestra la forma de vibración que corresponde a esta condición. Si se recuerda que un segmento es la longitud de uno de los nodos al siguiente, entonces la longitud de A hasta N es la mitad de un segmento. Por lo tanto, la varilla tienen una longitud de dos segmentos. Esta forma de resonancia satisface las restricciones acerca de las posiciones de los nodos y los antinodos, como la condición de que la barra vibre en los segmentos mas largos posibles. Ya que el segmento es de  $\lambda / 2$  de longitud.

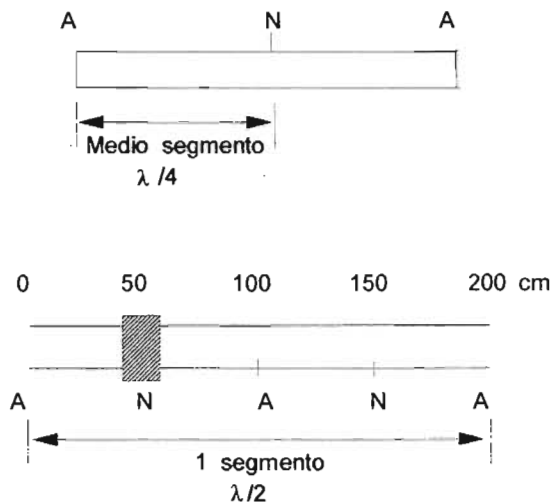


Figura 1-68 y figura 1-69.

$$L = 2(\lambda / 2) \quad \text{o} \quad \lambda = L = 200 \text{ cm}$$

Entonces, utilizando  $l = vT = v/f$ ,

$$v = \lambda f = (2 \text{ m}) (3000 \text{ s}^{-1}) = 6 \text{ km/s}$$

1.2.24.16. (a) Determinése la menor longitud de un tubo cerrado en uno de sus extremos y que resonara con un sonido originado por una frecuencia de 160 Hz. Considérese la rapidez del sonido en el aire como de 340 m/s. (b) Repítase el calculo para un tubo abierto en ambos extremos.

(a) La figura 1-67 (a) se aplica a este caso. El tubo mas corto tendra una longitud  $\lambda/4$ . Potr tanto,

$$L = 1/4 \lambda = 1/4 (v/f) = 340 \text{ m/s} / 4 ( 160 \text{ s}^{-1} ) = 0.53 \text{ m}$$

(b) En este caso, el tubo tiene antinodos en los extremos y un nodo en su centro.

$$L = 2 (1/4 \lambda) = 1/2 (v/f) = 340 \text{ m/s} / 2(160 \text{ s}^{-1} ) = 1.06 \text{ m}$$

1.2.24.17. Un tubo de 90 cm de longitud está abierto tanto en la parte superior como en la inferior. ¿De que longitud debe ser un segundo tubo, cerrado en uno de sus extremos, si va a tener la frecuencia de resonancia fundamental del tubo abierto?

Los dos tubos en su frecuencia fundamental se muestran en la figura 1-70. Como puede observarse

$$L = 2(1/4 \lambda) \quad L_c = 1/4 \lambda$$

de donde  $L_c = 1/2 L_o = 45 \text{ cm}$

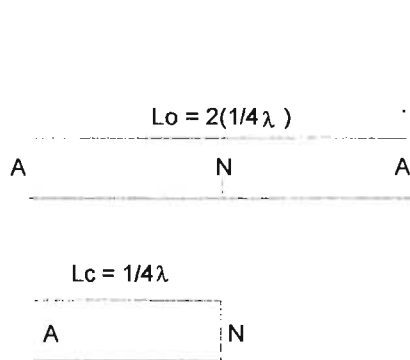


Figura 1-70

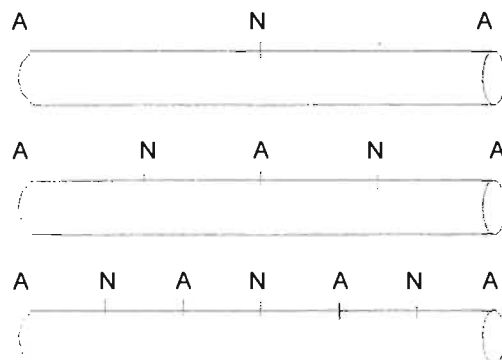


Figura 1-71.

1.2.24.18. Un tubo de vidrio de 70 cm de longitud esta abierto por ambos extremos. Determinése las frecuencias a las cuales resonara con ondas sonoras que tienen una rapidez de 340 m/s.

Un tubo abierto por ambos extremos debe tener un antinodo en cada extremo. Las formas de resonancia se muestran en la figura 1-71. Se observa que las longitudes de onda para la resonancia  $L_n$  están dadas por

$$L = n (\lambda n/2) \quad \text{o} \quad \lambda n = 2L / n$$

donde  $n$  es un numero entero. Pero  $\lambda n = v/fn$ , así que

$$fn = (n/ 2L) (v) = (n) ( 340 \text{ m/s} / 2 \times 0.70 \text{ m}) = 243 n \text{ Hz.}$$

## CAPITULO 2

# CONCEPTOS BÁSICOS DE METEOROLOGÍA

## TERMODINAMICA.

### 2.1. TEORÍA SOBRE LA NATURALEZA DEL CALOR. .

Han existido dos teorías para explicar la naturaleza del calor. La primera de ellas suponía que se trataba de un fluido sutil llamado "calórico" que ocupaba los espacios entre las partículas más pequeñas de la materia. La segunda teoría es la que establece que el calor se debe a la energía del movimiento vibratorio de las partículas que constituyen la materia.

La teoría del calórico suponía que un fluido elástico y ligerísimo salía de un cuerpo cuando se enfriaba y en cambio a un cuerpo cuando se calentaba. esta teoría fue inclusive aceptada por Lavoisier y Carnot, a pesar de que nunca se logró medir el peso de ese fluido. Por su parte Boyle y Hooke se adherían a la segunda teoría. Los experimentos del Conde Rumford respecto a la cantidad de calor producido por rozamiento lo condujeron a suponer que la causa del calor era no la substancia material que se desprende, por ejemplo al perforar un bloque de hierro, sino el trabajo hecho durante el movimiento.

La figura 2-1 ilustra un aparato para producir calor por frotamiento al hacer girar el tubo teniéndolo algo apretado con una mordaza; la elevación de temperatura llega hasta tal grado que hierve el éter encerrado en el tubo y sale disparado el tapón.



Figura 2-1. Aparato de Tyndall para ilustrar la producción de calor por frotamiento.

Finalmente Davy, Joule, Mayer y Helmholtz por sus experiencias llegaron a comprobar que el calor proviene del movimiento y no es sino una forma de la energía. Los distintos experimentos hechos al respecto conducen a asegurar que cuando el movimiento de los cuerpos produce calor, por ejemplo cuando un objeto choca contra el suelo, no se pierde en realidad esa energía de movimiento, sino que se transmite del cuerpo en masa a sus moléculas, o sea, que pasa a ellas en forma de energía cinética, y también se agitan las moléculas del cuerpo contra el cual choca, elevándose la temperatura de ambos.

Se define el calor como la energía cinética de las moléculas que pasa de un cuerpo a otro, de tal manera que cuando se aumenta la velocidad molecular de un cuerpo, se aumenta su contenido calorífico y viceversa. Durante los cambios de estado la energía molecular no es cinética, sino potencial.

Conviene recordar en este lugar que al proporcionar energía térmica a un cuerpo en un punto de su superficie, dicha energía no pasa instantáneamente a todas las partes del cuerpo, sino que se va transmitiendo de unas moléculas a otras, hasta que la energía cinética molecular media es uniforme en todo el cuerpo.

## 2.2. CONVERSIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA EN ENERGÍA TÉRMICA Y VICEVERSA.

A continuación se verá una nueva aplicación del fecundísimo principio de la conservación de la energía.

### A. Equivalente mecánico del calor.

Ya se dijo que el calor es una forma de la energía, y por tanto la energía mecánica puede transformarse en calor. En efecto, según los experimentos de Joule, se ha podido llegar a la conclusión de que para producir una caloría-gramo por métodos mecánicos se necesita consumir  $J = 4,1868$  joule, o sea  $4,1868/9,81 = 0,427$  kilopond- metros.

A ese valor numérico se le ha llamado número de Joule o equivalente mecánico del calor. En el inciso C, a continuación se indica en qué consisten dichos experimentos, los cuales son importantísimos ya que él equivalente mecánico del calor es una de las constantes fundamentales de la Física.

### B. Equivalente calorífico del trabajo.

El proceso de cambio de energía puede ser el inverso del anterior, o sea que la energía calorífica se invierta en producir energía mecánica. de los valores anteriormente mencionados se deduce que para producir una energía de un kilopondmetro se necesitará consumir 2,34 calorías-gramo. A este último valor se le llama equivalente calorífico del trabajo.

### C. Determinación del equivalente mecánico del calor por el método de Joule.

#### a) Descripción del aparato.

El aparato que usó Joule para determinar el equivalente mecánico del calor consiste en un calorímetro dentro del que se mueven unas paletas destinadas a agitar el agua contenida en él (figura 2-2)

El movimiento se comunica a las paletas mediante un sistema de cuerdas y poleas. Al bajar las dos pesas una altura  $h$  hasta el suelo, desarrolla un trabajo que transforma en energía calorífica del agua por el rozamiento que en ella producen las paletas.

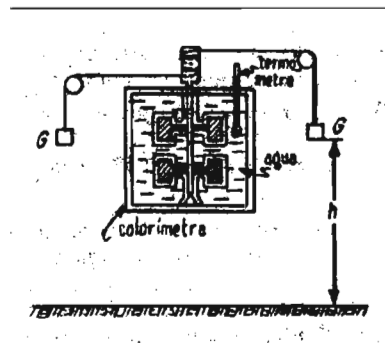


Figura 2-2. Determinación del equivalente mecánico del calor.

El trabajo consumido al elevar la temperatura del agua y del calorímetro vale  
 $w = 2Gh$  (a)

b) Detalles del procedimiento.

En rigor toda la energía potencial se transforma en trabajo, pues esto significaría que: 1° No hubo rozamiento. 2° El hilo no tenía masa. 3° No se efectuó ningún ruido. 4° El agua estuvo en reposo. 5° Las pesas llegaron al suelo con velocidad nula.

Por eso en la práctica hay que hacer algunas correcciones a la expresión (a), correcciones que no se detallan aquí.

Como resultado de la energía consumida la temperatura se eleva desde  $t_1$  hasta  $t_2$ .

c) Cálculo del calor producido.

Se puede calcular la cantidad de calor producida porque se conocen las masas del agua, del calorímetro, del termómetro, etc, y se conocen los calores específicos correspondientes. Dicha cantidad de calor producida es la necesaria para producir una elevación de  $(t_2 - t_1)$  grd en la temperatura del sistema. Esa cantidad de calor es la suma de las cantidades parciales absorbidas por los distintos cuerpos del sistema y cada una de ellas es el producto de la masa por el calor específico por el incremento de la temperatura, de modo que haciendo esa suma y poniendo en factor común el incremento de temperatura, resulta que la cantidad de calor total vale:

$$(m_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 + \dots) (t_2 - t_1) \quad (b)$$

Para obtener el equivalente mecánico del calor basta igualar la cantidad de calor producida (b) con el trabajo consumido al producto (a). Así se obtiene que una caloría-gramo equivale a 4,1868 joules.

Problema 2.2.1. Una bala de cañón de 100 kp se dispara con una velocidad de 500 m/s. Encuéntrese la cantidad de calor que se produciría si la bala se detuviera repentinamente.

Solución. La energía que tiene, calculada en el sistema gravitacional es

$$E = mv^2 / 2 = 100/9,8 \times 500^2 / 2 = 12\,500\,000/9,8 \text{ kpm}$$

Para reducir a calorías se divide entre 0,427:

$$12\,500\,000/9,8 \times 0,427 = 2,984 \times 10^6 \text{ calorías}$$

Problema 2.2.2.. Una locomotora de potencia 632 C:V. sostiene un tren a velocidad constante y en una vía horizontal por espacio de 5 minutos; se quiere saber el calor desarrollado, en el supuesto de que toda la energía se transforma en calor.

Solución. La potencia de 632 C:V. produce en un segundo un trabajo de

$$632 \times 75 \text{ kpm} = 632 \times 75/427 \text{ calorías grandes, por lo tanto en 5 minutos produce}$$

$$632 \times 75 / 427 \times 60 \times 5 = 33400 \text{ calorías-kilogramo.}$$

## 2.3. TERMODINÁMICA. .

Desde un punto de vista elemental se puede decir que la termodinámica es el estudio de los problemas de la conversión de calor en otras formas de energía.

A. Trabajo de dilatación y energía interna, primer principio de la termodinámica. Movimiento continuo de primera especie.

a) Energía de un gas.

Se puede comunicar energía a un gas de diversas maneras:

1° Si se le comprime, puede efectuar después un trabajo al dilatarse. 2° Si se le calienta, sus moléculas conservan cierta energía almacenada que puede devolver posteriormente.

De cualquiera de esas maneras se aumenta la energía del gas.

b) Primer principio de la termodinámica.

El primer principio o la ley de la termodinámica no es sino otra manera de expresar el principio de la conservación de la energía, y se enuncia como sigue:

El aumento de energía interna de un sistema es igual al calor proporcionado más el trabajo hecho en el sistema:

$$U = Q + w \quad (2-1)$$

En otras palabras, quiere decir que la energía puede cambiar de forma, pero no se puede destruir.

c) Otro enunciado del primer principio.

Este primer principio se llama también principio del doctor Mayer y tiene también el siguiente enunciado: Una cantidad de calor (que es una forma de la energía) puede transformarse en una cierta cantidad de trabajo, e inversamente, y estos cambios se verifican siempre en una proporción constante.

Antes de Mayer se creía que el calor era un fluido imponderable e inerte que salía de los cuerpos calientes y penetraba a los fríos. Ahora se sabe que se puede crear y destruir calor, pero sólo a expensas de otra energía.

d) Movimiento continuo de primera especie.

De acuerdo con el principio de la conservación de la energía es absolutamente ilusorio tratar de obtener un dispositivo capaz de producir trabajo sin gasto de energía.

B. trabajo en los procesos isotérmico, isobárico y adiabático.

a) Definiciones.

Se dice que un gas experimenta un proceso cuando varía su presión, volumen o temperatura.

se denomina proceso isotérmico al conjunto de cambios que sufre un gas cuando una masa fija de gas cambia su volumen y presión, conservando constante su temperatura. Ya se ha estudiado que dicho proceso se rige por la ley de Boyle-Mariotte, y que la gráfica representativa del mismo es una hipérbola. En la figura 2-3 se han representado las isotermas correspondientes a diversas temperaturas para una masa dada de gas. Se ve que las isotermas de mayor temperatura acusan mayor presión para un volumen dado  $V$ , lo cual se debe a que mayor temperatura es mayor la inercia cinética media de las moléculas, y por lo tanto más intensos los impactos sobre las paredes.



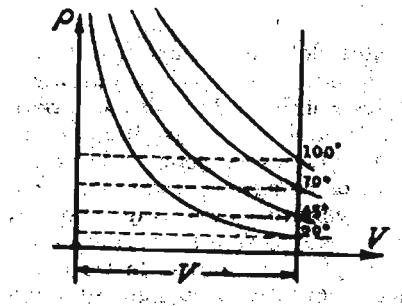


Figura 2-3. Isotermas.

Se llama proceso isobárico aquél en el cual la presión permanece constante al variar el volumen. Se puede obtener, por ejemplo, una masa variable de gas que obra a presión constante sobre un embolo que se mueve (figura 2-4), siendo el gas expulsado del cuerpo de bomba mediante una fuerza  $F$ . También se puede realizar el proceso isobárico con una masa fija de gas cuya temperatura se cambia, variando el volumen para que la presión no cambie.

Se llama proceso adiabático aquél en el cual no se permite que entre ni salga calor al gas. Más adelante se detallará el proceso.

b) Procesos a presión y volumen constante. Los dos calores específicos de un gas.

Al tratar del calor específico de sólidos y líquidos no hay para qué mencionar los cambios de volumen, pero para hablar del calor específico de los gases hay que especificar si la cantidad de calor se agrega a presión constante o volumen constante, pues en el primer caso no sólo se necesita consumir energía para elevar la temperatura, sino también para aumentar de volumen.

Considérese en efecto un gas confinado en un depósito cerrado con un émbolo sobre el cual obra una fuerza  $F$  destinada a contrarrestar la presión del gas (figura 2-5). Cuando se eleva la temperatura un grado conservando constante la presión, al aumentar el volumen hay que hacer un trabajo para mover el émbolo de la primera posición a la segunda. Por eso el calor específico a presión a constante es mayor que el calor específico a volumen constante, pues en este último caso no hay que consumir más energía que la necesaria para aumentar la energía cinética de las moléculas, sin hacer ningún trabajo además.

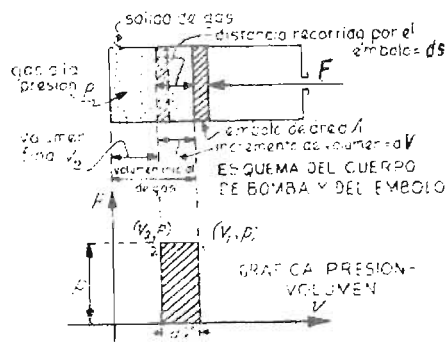


Figura 2-4. Trabajo en el proceso isobárico.

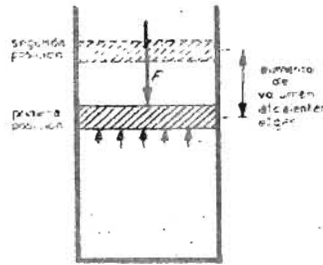


Figura 2-5. Los dos calores específicos de los gases.

c) Trabajo en el proceso isobárico.

Supóngase que por cualquier procedimiento se va a conservar constante la presión al gas encerrado en el cilindro de la figura 2-4, por ejemplo expulsándolo del cuerpo de la bomba.

En la gráfica presión-volumen el punto (1) indicado en la figura 2-4 marca las condiciones iniciales del gas. Si se disminuye el volumen conservando la misma presión se llega al punto (2) de coordenadas  $(V_2, p)$ , es decir otro volumen y la misma presión.

Si el émbolo se mueve de la posición inicial (1) a la final (2) venciendo la presión  $p$ , debe desarrollar un trabajo que se calcula conociendo la distancia recorrida, que vale  $ds$  y la fuerza, que vale  $p \cdot A$ ; dicho trabajo es

$$w = p A ds = p dV \quad (2-2)$$

siendo  $dV$  el incremento del volumen (negativo en este caso).

se observa que el trabajo  $p dV$  desarrollado está representado geoméricamente por la superficie del rectángulo rayado en la gráfica presión volumen.

d) Trabajo en el proceso isotérmico.

En este caso se tiene una masa constante de gas de la cual no se conserva constante la presión sino la temperatura, por consiguiente, para reducir el volumen, es preciso aumentar la presión según la ley de Boyle-Mariotte:

$$pV = K.$$

La gráfica del proceso isotérmico es una hipérbola (figura 2-6). Al pasar el gas de la condición (1) a la condición (2) infinitamente cercana, la presión se puede considerar como constante y por consiguiente el trabajo desarrollado será el área del primer rectángulo rayado 1-2-a-b.

Así sucesivamente el trabajo desarrollado en los intervalos consecutivos está representado por el área de esos rectángulos parciales, de modo que el trabajo total hecho desde el punto (1) hasta el punto (n) será la suma de dichas áreas, suma que es igual al área comprendida entre la curva, las dos ordenadas extremas y el eje de los volúmenes (los intervalos son infinitamente pequeños).

En cambio si el gas se dilata desde (n) hasta (1), devuelve el trabajo que recibió al ser comprimido.

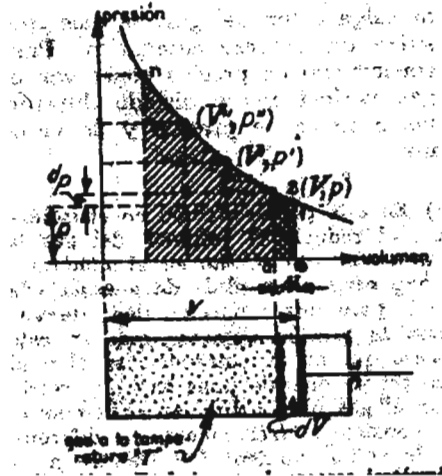


Figura 2-6. Trabajo en el proceso isotérmico.

### C. Proceso adiabático.

a) La experiencia enseña que si se comprime un gas rápidamente, como resultado de ello disminuye el volumen, se produce calor y por consiguiente tiende a elevarse la temperatura. Para lograr hacer el proceso isotérmico de que se ha hablado repetidas ocasiones, es necesario que el gas que así se comprima, esté, por ejemplo, en un refrigerador, para quitar calor al gas, pues si no se procede así, se eleva la temperatura. Recíprocamente, se observa también que una rápida dilatación origina un enfriamiento, de modo que para que durante la dilatación el proceso sea isotérmico deberá estar el gas en un calentador con el fin de que no se enfríe.

b) Cuando no se permite que entre ni salga calor del gas, se dice que sufre un proceso adiabático. Para conseguirlo es preciso conservar el gas perfectamente aislado durante los cambios de presión y de volumen.

c) En este proceso, como en el isotérmico, al reducir el volumen del gas la presión aumenta. Como en el adiabático no hay ninguna pérdida de energía (de calor). para una reducción dada de volumen la presión aumenta más en este proceso que en el isotérmico, en el cual sí se pierde energía pues hay que refrigerarse el gas para mantener su temperatura constante, Gráficamente esa diferencia de comportamiento se traduce a lo representado en la figura 2-7; se ve que si a partir de un punto cualquiera A se trazan una curva isotérmica y una adiabática hacia arriba, o sea en el sentido de las presiones crecientes, el proceso isotérmico queda por debajo del adiabático, porque al primero corresponden incrementos de presión menores que al segundo.

Por el contrario, al dilatarse un gas siguiendo un proceso isotérmico, para evitar que se enfríe es preciso comunicarle calor, de modo que cuando no se le comunica calor, que es lo que ocurre en el proceso adiabático, se enfriará el gas y dará una presión menor que la del isotérmico. En la gráfica se manifiesta esta diferencia según se ve en la figura 2-7, si a partir de un punto cualquiera B' se trazan una curva isotérmica y una adiabática con volúmenes crecientes, la adiabática queda por debajo de la isotérmica puesto que da presiones menores. La mayor parte de los procesos naturales son casi adiabáticos. Así por ejemplo, los procesos de compresión y dilatación que se producen al transmitirse un sonido se pueden considerar adiabáticos.

d) Si a partir del punto B' se dilata el gas hasta N, sigue la curva B'N consignada en la figura; después a partir de N se comprime, se puede llegar nuevamente a B' pasando el gas por los mismos estados que siguió al dilatarse. Cuando un gas se comporta de esta manera se dice que sigue un proceso reversible.

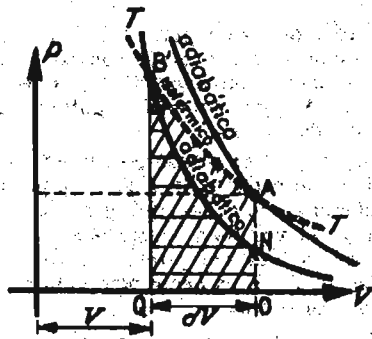


Figura 2-7. Comparación de los trabajos en los procesos adiabático e isotérmico.

#### D. Ciclo de Carnot.

a) Si un gas encerrado en un cuerpo de bomba se dilata a partir del punto B' (figura 2-7) es un proceso adiabático, es capaz de mover un émbolo venciendo cierta fuerza y desarrollando un trabajo cuyo valor es el área B'N O Q. Si a partir de B' el gas se dilata en un proceso isotérmico, la curva representativa es B'A y al aumentar el volumen en  $dV$  el trabajo es mayor que el proceso adiabático porque en el isotérmico se da calor para que no baje la temperatura, mientras que en el adiabático no se da calor.

Se acostumbra decir en pocas palabras que el gas "se dilata desde B' hasta N" o que "se dilata desde B' hasta A". En lo sucesivo se adoptará ese modo simplificado de escribir los procesos.

b) Se da el nombre de ciclo aun conjunto de procesos que sufre un gas cambiando sus condiciones en diversas maneras hasta llegara un estado comparable al estado inicial. Es indispensable estudiar algunas operaciones cíclicas para entender el funcionamiento de las máquinas térmicas, que son máquinas en las cuales se aprovecha el trabajo que puede hacer un gas que está a elevada presión y temperatura, al dilatarse dentro de un cilindro moviendo un émbolo. Se estudiará en primer lugar el ciclo llamado de Carnot, que aunque no se aplica propiamente a ninguna máquina usada en la práctica, teóricamente tiene importancia por ser aquél en el cual se emplea mejor la energía de un gas.

c) En el ciclo de Carnot el gas encerrado en el cilindro (figura 2-8) se dilata en un proceso isotérmico desde el punto A hasta llegar al punto B impulsando al émbolo. En esa fase se agrega al gas una cantidad de calor  $Q_1$  para que no se enfríe. A partir del punto B se aísla por completo el cilindro para que no salga ni entre calor y se deja al gas que se siga dilatando hasta que el émbolo llega a la posición final CC', entonces el punto representativo del estado del gas es el punto C, obtenido llevando una adiabática a partir de B. En C la presión y la temperatura del gas alcanza sus valores más pequeños.

Hasta ese momento el trabajo desarrollado por el gas es igual al área comprendida entre la curva ABC, las ordenadas extremas y el eje de volúmenes; ese trabajo se puede aprovechar por ejemplo para vencer cualquier resistencia que se oponga al movimiento del émbolo.

En virtud de un mecanismo de biela, manivela y corredera (figura 2-11) se devuelve el émbolo y comienza a comprimir al gas. Esa compresión se hace al principio en un proceso isotérmico, sólo que ahora es a una temperatura inferior  $T_2$ . Durante este proceso hay necesidad de quitar una cantidad de calor  $Q_2$  para no elevar la temperatura del gas. En esa compresión isotérmica se llega hasta cierto punto D, elegido de tal manera que si a partir de él se comprime el gas en un nuevo proceso adiabático se llega al punto A nuevamente.

A todo ese conjunto de procesos que sigue el gas se le llama ciclo de Carnot.

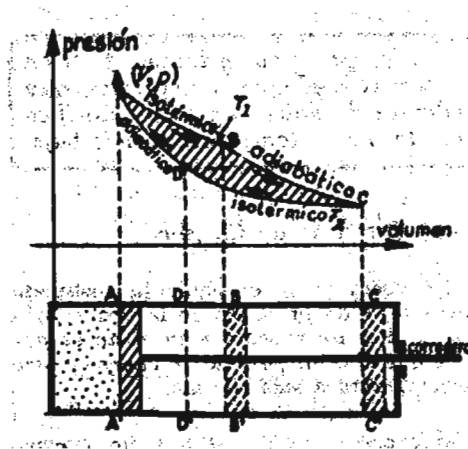


Figura 2-8. Ciclo de Carnot.

d) Hay que tener en cuenta que para devolver el gas de la posición C a la posición A hay que comprimirlo gastando para ello cierto trabajo cuyo valor es el área comprendida entre la curva ADC, las ordenadas extremas y el eje de los volúmenes. ese trabajo es menor que el que desarrolló el gas al dilatarse, de modo que el trabajo aprovechable por la maquina es el representado por el área A B C D A comprendida dentro de las curvas.

Teniendo en consideración que al gas se le agregó cierta cantidad de calor  $Q_1$  y después devolvió cierta cantidad menor  $Q_2$ , resulta que, según el primer principio de la termodinámica, que no es sino el de conservación de la energía, el trabajo u desarrollado por el gas es igual al calor proporcionado menos el calor devuelto (multiplicado por el equivalente mecánico del calor J).

$$w = (Q_1 - Q_2)J \quad (2-3)$$

E. Segunda ley de la termodinámica. Principio o teorema de Carnot.

a) Principio de Carnot.

Este segundo principio fue enunciado por Sadi Carnot en 1824, o sea 18 años antes de que Mayer enunciara el primer principio de la termodinámica. Se expresa como sigue:

Para que una máquina térmica produzca trabajo es necesario que además de haber un foco calorífico exista otro a temperatura más baja.

b) Postulado de Clausius.

(A veces se da el siguiente postulado como segundo principio de la termodinámica). Por un proceso natural no es posible que el calor pase de un cuerpo a otro de temperatura más elevada.

El proceso natural es que un cuerpo caliente se enfríe. este postulado no dice que sea imposible el paso del calor de un cuerpo frío a uno caliente, pues esto sí es posible, pero siempre que intervenga una energía exterior al sistema. En tal principio se basa la licuefacción de aire.

Esta imposibilidad de transmisión de calor se puede comparar a dos tubos comunicados uno de los cuales tiene agua a menor altura que el otro: el agua del más bajo no puede pasar al depósito alto, sino artificialmente.

otro enunciado del postulado de Clausius, es el siguiente: Un cuerpo no puede por si solo hacer trabajo enfriándose a una temperatura inferior a la de los cuerpos circundantes.

### c) Cantidad de calor y temperatura absoluta.

De acuerdo con los principios establecidos al relacionar la temperatura absoluta de un cuerpo con la energía de las moléculas (véase el inciso F-e y F-f-1 a continuación), se deduce que la cantidad de calor que tiene una masa dada de un cuerpo es proporcional a la temperatura absoluta del cuerpo, ya que la energía total de las moléculas (cantidad total de calor) de un cuerpo es proporcional a la energía media de las mismas (temperatura absoluta).

Nota: estos conceptos suponen que pudiera medirse la cantidad total de energía de las moléculas, lo cual está fuera de las posibilidades experimentales. Hay que limitarse a hablar del calor pensando en energía en tránsito de un cuerpo a otro.

## F. Teoría cinética de los gases. Deducción de su fórmula. Interpretación cinética de los conceptos presión y temperatura.

### a) Principios de mecánica aplicables a la teoría cinética.

Se pueden encontrar a priori las leyes fundamentales que rigen el comportamiento de los gases, bastando para ello aplicar a las moléculas las leyes de la mecánica.

Antes de entrar a la demostración recuérdese que una masa  $m$  animada de cierta velocidad  $v$  cm/s dispone de una cantidad de movimiento  $mv$ ; a partir de este concepto y haciendo hipótesis simplificatorias se puede calcular la fuerza producida por esa masa al chocar contra un objeto. Supóngase para ello que choca contra una pared rígida y que rebota con la misma velocidad que tenía, o sea que sale disparada con una velocidad  $-v$ . Ese cambio de velocidad da lugar a un cambio en la cantidad de movimiento y este último se relaciona con la fuerza que entra en juego por conducto de lo que en mecánica se llama impulso. En este caso el cambio de la cantidad de movimiento se obtiene restando la final de la inicial, o sea:

$$mv - (-mv) = 2mv.$$

Ahora bien, en Mecánica se demuestra que para que haya un cambio en la cantidad de movimiento se requiere un impulso, o sea una fuerza  $F$  que esté obrando durante cierto tiempo  $\Delta t$ . El impulso se valúa por el producto  $F\Delta t$ .

Igualando el impulso a la variación de la cantidad de movimiento,

$$F\Delta t = 2mv \quad (I)$$

y si el cambio de cantidad de movimiento se produce por una fuerza constante que obra durante  $\Delta t$  segundos, esa fuerza vale

$$F = 2mv / \Delta t \quad (II)$$

Esa es la fuerza que produce la masa  $m$  al chocar contra la pared, en la hipótesis de que el choque es perfectamente elástico, de que la pared no se mueva y de que el choque dura  $\Delta t$  segundos.

b) Número de choques.

Volviendo al caso de los gases, hemos dicho que hay un modelo que los considera como partículas; esas moléculas se mueven en todas direcciones y sentidos con velocidades medias variables de acuerdo con la temperatura del gas de que se trate; a una temperatura fija hay una cierta energía media constante. Considérese cierto gas de masa específica

$$p = m' / v \quad (III)$$

encerrado en un cubo de un centímetro de lado (Figura 2-9), a la presión atmosférica y a 0°C. es razonable admitir que el efecto producido sobre las paredes por los impactos de las moléculas es el mismo que si la totalidad de éstas se dividiera en tres grupos iguales, cada uno de los cuales estuviera animado de una velocidad media  $v$  según una de las tres direcciones X-X, Y-Y, Z-Z, normales a las caras del cubo

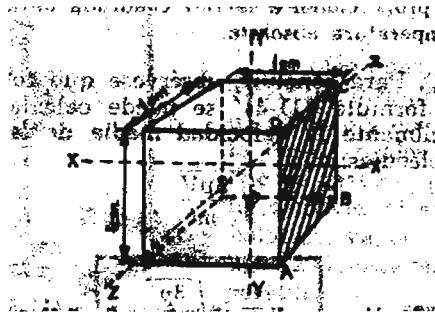


Figura 2-9. Para demostrar la ecuación fundamental de la teoría cinética.

Se puede valuar la fuerza media ejercida por cada uno de esos grupos sobre una de las caras correspondientes, por ejemplo sobre la cara A B C D:

Esa pared recibe de cada molécula  $v/2$  choques cada segundo, ya que en un segundo recorre  $v$  centímetros y la distancia recorrida entre dos choques consecutivos es de 2 cm. Entonces la pared recibe en  $\Delta t$  segundos  $v \Delta t/2$  choques.

Se llama número de Loschmidt al número de moléculas que contiene 1 cm<sup>3</sup> de gas a 0 °C y 76 cm de mercurio. su valor es  $N_l = 2,687 \times 10^{19}$

Llamando  $N_l$  al número de moléculas encerradas en 1 cm<sup>3</sup> del gas, resulta que son  $N_l/3$  moléculas, las que se mueven en la dirección X -X chocando contra la pared ABCD. Por consiguiente cada pared recibe  $N_l/3 \times v \Delta t/2 = N_l v \Delta t/6$  impactos en  $\Delta t$  segundos.

Nota: Obsérvese aquí el número enorme de choques que se producen sobre las paredes. Esto, aunado a la gran velocidad de que están arrimadas las partículas, hace en primer lugar que sea igual la presión en todos los puntos del gas, y en segundo lugar que casi instantáneamente se difunda cualquier cantidad de gas, por pequeña que sea, en un gran espacio y por eso da la impresión de que todo el espacio estuviera lleno de moléculas.

c) Presión producida por las moléculas.

Por otra parte, de acuerdo con la fórmula (II) cada uno de esos impactos produce una fuerza  $2mv / \Delta t$  sobre la pared, de modo que la fuerza total que obra sobre la pared es

$$2mv / \Delta t \times N_l v \Delta t/6 = N_l m v^2 / 3 \quad (IV);$$

obsérvese que en esta expresión no interviene el tiempo  $\Delta t$ , de modo que (IV) da el valor de la fuerza que obra constantemente.

Finalmente, ya que el área en que obra esa fuerza es la unidad, dicha fuerza es numéricamente igual a la presión  $p$  del gas, y por lo tanto

$$p = N m v^2 / 3 \quad (2-4)$$

Esa fórmula se puede presentar bajo dos aspectos, ambos muy importantes.

d) Ecuación fundamental de la teoría cinética.

Teniendo en cuenta que  $N$  es el número de moléculas y  $m$  la masa de cada una de ellas, el producto  $N m$  es la masa de un centímetro cúbico del gas, o sea la masa específica  $\rho = m' / V$ ; así pues, substituyendo en (2-13)  $N m$  por  $m' / V$  resulta

$$p = m' / V \times v^2 / 3$$

o sea

$$pV = m' v^2 / 3 \quad (2-4)'$$

Esta expresión (2-13)' se reduce, si  $v^2$  es constante; la conclusión inmediata es que cuando la temperatura es constante, el cuadrado de la velocidad media también es constante.

e) Presión y temperatura.

También se puede poner la ecuación (2-4) de esta manera:

$$p = 2/3 N m v^2 / 2 \quad (2-4)''$$

o sea que la presión es proporcional a  $m v^2 / 2$ , que es la energía cinética promedio de las moléculas. Ahora bien, como la ley de Charles establece que la presión es proporcional a la temperatura absoluta, de la expresión (2-4)'' resulta que la temperatura absoluta es proporcional a la energía cinética media.

f) Velocidad de las moléculas.

1. Según la fórmula de Clapeyron

$$pV = n R T$$

Pero de acuerdo con la fórmula (2-4)'

$$pV = m' v^2 / 3 ;$$

igualando esas dos expresiones:

$$m' v^2 / 3 = n R T$$

de donde

$$v = \sqrt{3 n R T / m'} \quad (2-4)'''$$

De esta fórmula se deduce que la velocidad media de las moléculas de un gas es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta.

2. Para concluir, obsérvese que con la fórmula (2-4)' se puede calcular fácilmente la velocidad media de las moléculas:

$$v = \sqrt{3pV / m'}$$

$$\text{o sea } v = \sqrt{3p / \rho} \quad (2-5)$$

Así se obtiene para diversos gases valores del orden de 200 m/s a 1 800 m/s los cuales, según se ve, dependen de la naturaleza del gas y de la temperatura a que está (puesto que la temperatura influye en la presión, para un volumen dado  $V$ ).



## 2.4. NATURALEZA Y OBJETIVOS DE LA METEOROLOGÍA

2.4.1. LA METEOROLOGÍA EN RELACIÓN CON OTRAS CIENCIAS. La Meteorología es una rama de la ciencia Física caracterizada por el hecho de que debe de ser abordada en forma distinta de la adoptada por un físico en su laboratorio; el método a que este último recurre para resolver un problema consiste en <<fraccionarlo y reglamentarlo>>; es decir, se enfrenta a un problema descomponiendo primero en las diversas partes que consta y a continuación, mediante la realización de experiencias bajo condiciones de estricto control, determina la norma o regla que rige cada una de las partes por separado; consideremos, por ejemplo, las leyes de la termodinámica que relacionan la presión, volumen y temperatura de un gas, o bien las leyes de la dinámica que relacionan, entre sí, fuerza, masa y aceleración.

El método seguido por un meteorólogo es, forzosa y necesariamente, muy distinto; su laboratorio es la atmósfera, pero las <<experiencias>> que de continuo se están desarrollando en ella no se encuentran, sin duda afortunadamente, bajo su control; no es capaz de aislar los diversos procesos; no puede, por ejemplo, detener una masa de aire, aislarla y protegerla de la radiación solar, de modo que evite que se evapore nuevo vapor de agua en el seno de la misma, mientras él procede a medir los intercambios caloríficos que tienen lugar entre la masa de aire y su entorno inmediato. Por el contrario, debe adoptar un punto de vista general en el que incluya todos los procesos que intervienen y, al mismo tiempo, tratar de diferenciar, y, si es posible evaluar, los distintos procesos que conjuntamente determinan el fenómeno global. En relación a esto último, su tarea se hace sobremanera más difícil, debido al hecho de que los diversos efectos no se suman ni restan de forma sencilla, es decir, no son independientes entre sí, sino que cada uno está ligado al resto de las demás. La única ventaja y consuelo del meteorólogo es que al menos puede aceptar las leyes de la Física clásica, sin tener que verificarlas en el seno de la atmósfera!

Las Matemáticas desempeñan en meteorología el mismo papel que en la Física; es decir, constituyen un método muy conveniente y poderoso para expresar taquigráficamente las ideas físicas, a la vez que facilitan los medios a través de los que tales ideas pueden ser escritas en forma numérica (aunque en meteorología la falta de independencia entre los diversos procesos determina dificultades especiales en este último aspecto). No obstante, también es cierto que, como sucede en la Física, la mayor parte de los procesos atmosféricos pueden ser interpretados en forma descriptiva, sin tener que recurrir a las Matemáticas.

La meteorología tiene muy poco en común con aquellas otras ciencias del globo terráqueo que se ocupan de las condiciones propias de la misma tierra, tales como la geología, sismología y geomagnetismo. Por otra parte, es muy estrecha su conexión con la oceanografía, debido a que la atmósfera, en gran parte, es el motor de los océanos, aunque paradójicamente una gran proporción de la energía que a ello dedica proceda de la propia agua evaporada de los mismos océanos. La hidrología, que se ocupa del agua en todas sus formas, desde que cae sobre la tierra hasta que vierte en el mar o es devuelta a la atmósfera, es también otra ciencia estrechamente vinculada con la meteorología.

Si hay que considerar a los océanos como la principal caldera de vapor de la atmósfera, ocurre que la ionosfera, o zona altamente conductora de la misma que se extiende hacia arriba a partir de los 60 Km, será la central acumuladora de la energía eléctrica; el aire existente en estos niveles superiores de la atmósfera es sumamente tenue, muy poco denso, y, como la mayor parte de las partículas allí existentes poseen carga eléctrica, los movimientos están controlados menos por las fuerzas de presión que por las debidas al campo magnético terrestre. Por lo que respecta al <<tiempo>>, tal como es generalmente interpretado, las mencionadas altas regiones de la atmósfera son de un interés más bien académico que práctico. No obstante, una definición de sentido más amplio para la meteorología, como estudio de los fenómenos de las atmósferas, incluye no sólo la atmósfera terrestre global, sino también la de los planetas e incluso la propia atmósfera solar.

Así pues, el meteorólogo que se preocupa de obtener una amplia visión del funcionamiento de la atmósfera, o del detalle de los fenómenos que tienen lugar en la atmósfera superior de la Tierra, tiene una amplia base en común con el astrónomo y con el científico espacial.

Dado que la atmósfera es una mezcla gaseosa que se calienta y enfría y está en constante movimiento, las ramas de la Física más íntimamente relacionadas con ella son la termodinámica y la dinámica de fluidos. Otras partes de la Física están también relacionadas con la meteorología, en diverso grado; asimismo guarda alguna relación con la química, por ejemplo, respecto a la composición de las nubes y de las precipitaciones, a la contaminación atmosférica y a los procesos fotoquímicos que tienen lugar en la atmósfera superior. Además, los datos o información meteorológica se van acumulando a un ritmo tal que se requiere, para su completo aprovechamiento, recurrir a los más modernos métodos de análisis numérico y tratamiento de datos. Un meteorólogo completo, en caso de que existiera una persona de tal clase, debería ser, naturalmente, un sujeto polifacético o polivalente, como compuesto de varias partes.

Recíprocamente, los procesos meteorológicos deben ser tenidos en cuenta en muchas ciencias, aparte de las ya mencionadas. Así, por ejemplo, uno de los gases atmosféricos, el dióxido de carbono, es incorporado por las plantas, en presencia de la luz solar (fotosíntesis), para dar lugar a la formación de sus propios tejidos; el dióxido de carbono llega a la planta por una difusión turbulenta descendente, a través de la capa límite superficial, mientras que la misma turbulencia es la que determina el transporte aéreo microbiano. Tales procesos son, por tanto, de gran interés en la física del suelo, fisiología vegetal y microbiología. Podríamos mencionar otros muchos ejemplos análogos.

#### 2.4.2. VARIACIONES EN EL ESPACIO Y EN EL TIEMPO. .

Sabemos perfectamente que el <<tiempo>> experimentado en un momento determinado no resulta una guía de absoluta confianza en relación a lo que al cabo de un cierto tiempo pueda ocurrir; de la misma forma, tal vez no sea representativo de lo que sucede más allá de nuestro inmediato horizonte. Estos hechos ponen de relieve la complejidad, tanto en el espacio como en el tiempo, del sistema con el que el meteorólogo tiene que trabajar; la descripción del estado del sistema, presente o futuro, sólo resulta posible con un cierto grado de aproximación, mayor o menor.

En este aparente caos cabe introducir un cierto orden, sin que de ello resulte una descripción inadecuada del movimiento atmosférico global, recurriendo al reconocimiento de la existencia de una cierta división natural de escala de movimientos. La más pequeña es la escala molecular, en la cual a fin de cuentas tienen lugar todos los intercambios atmosféricos. Esta escala no interviene directamente en los cálculos de los meteorólogos, ni incluso quizá en sus razonamientos o formas de pensar, ya que siempre se está mucho más pendiente de las propiedades y aspectos globales de la atmósfera. En este sentido la más pequeña escala es la <<micro>>, en la que residen los agentes importantes, y es la capa de aire que se extiende, por encima del suelo, a partir del primer milímetro o algo por el estilo.

Más allá de esta escala de micrometeorología, que veremos en un subcapítulo 2.8, y la escala más corriente o <<sinóptica>>, casi exclusivamente, así como en diversas ocasiones a lo largo del texto, existe también una escala intermedia o <<mesoescala>>; esta última incluye fenómenos tales como los tornados, tormentas, así como formaciones nubosas locales y circulación del viento. En general, sobre estos fenómenos se conocen bastantes detalles, si bien por la propia naturaleza de los mismos, por el momento no son registrados como elementos corrientes del <<tiempo>>, ya que la información acerca del mismo es suministrada por una red de estaciones o puestos de información, que sobre la superficie terrestre continental rara vez se sitúan a distancias inferiores a los 50 km unos de otros.

En la escala sinóptica tenemos las bien conocidas depresiones y anticiclones, formaciones que varían enormemente, tanto en extensión superficial como en persistencia temporal. Cuando se consideran sus valores medios a lo largo del tiempo, sucede que los sistemas menos persistentes desaparecen, mientras que destacan con claridad las características más duraderas, viniendo a representar una <<circulación general>> de la atmósfera.

Esta separación del movimiento atmosférico en categorías específicas, micro, meso, sinóptica y general resulta sumamente útil en la práctica. Lo que no quiere en modo alguno decir que tales categorías sean, en sentido real, distintas una de otra o independientes entre sí; por el contrario, cada escala influye en la demás y, a su vez, está influida o depende de las otras. Tal idea fue elegantemente expresada por L.F. Richardson en la siguiente forma:

<<Los grandes remolinos poseen pequeños remolinos que se alimentan de su velocidad. Los pequeños remolinos tienen otros menores. Y así sucesivamente, hasta la viscosidad.>>

#### 2.4.3. METEOROLOGÍA APLICADA.

Como las condiciones atmosféricas afectan en una u otra forma a casi todas las actividades humanas, cabe obtener beneficios directos al aplicar los conocimientos que las relacionan con cada una de aquéllas. Esto puede ser en forma de la utilización de datos climatológicos, o a través de la aplicación de principios generales, aunque en la mayoría de los casos, no obstante, queda involucrada alguna forma de predicción.

Según la opinión popular, meteorología es sinónimo de predicción del tiempo, de modo que todos los meteorólogos deberían ser <<predictores>> del tiempo. Aunque ninguno de estos puntos de vista es del todo correcto, existe alguna justificación para el anterior supuesto, y, desde luego, desde el punto de vista de la economía, puesto que la labor de predicción es la más importante actividad entre todas entre todas las que se desarrollan profesionalmente los meteorólogos; también influye el hecho de que la mayor parte de la investigación meteorológica se lleva a cabo con el propósito, directa o indirectamente, de mejorar la precisión de los pronósticos del tiempo, a la vez que de poder ampliar los periodos para los que tales previsiones pueden ser aplicables.

Con frecuencia ha sido señalado el hecho de la peculiar posición en que se encuentra como científicos los meteorólogos, dado que se espera de ellos que hagan previsiones en relación a un sistema físico, sobre el que no puede ejercer el menor control y del que, por otra parte, poseen una comprensión imperfecta, por no mencionar la frecuente falta de información. Tal situación surge debido a que, a pesar de todas las bien conocidas limitaciones, las predicciones del tiempo son, desde el punto de vista de la economía, de un valor notable; por ejemplo, su valor anual estimado para la agricultura del Reino Unido resulta ser del orden de los 20 millones de libras esterlinas, y podríamos citar cifras análogas en relación a otros tipos de actividad. En consecuencia, habría que esperar grandes beneficios de conseguir las mejores y adelantos en cuya busca se encuentra orientada la investigación meteorológica en la actualidad.

#### 2.5. PROPIEDADES FÍSICAS DE LA ATMÓSFERA.

Un concepto subjetivo de la atmósfera consiste en imaginarla como un medio transparente, dotado de <<temperatura>>, capaz de moverse y susceptible de dar lugar a lluvias. Sin embargo, con objeto de poder predecir la ocurrencia de niebla, <<frío>>, viento, lluvia o de cualquier combinación de la multitud de fenómenos del tiempo, el meteorólogo debe ser en primer lugar objetivo: su concepción de la atmósfera ha de basarse en una profunda comprensión de sus propiedades físicas.

Debe conocer los valores de presión, densidad y temperatura, en cada uno de los muchos puntos de la atmósfera, tanto horizontal como verticalmente distribuidos, y ser capaz, además de relacionar tales valores con el presente estado físico de la atmósfera, de forma que pueda predecir su comportamiento futuro. Debe conocer y comprender el significado de la composición gaseosa de la atmósfera, dándose perfecta cuenta de la importancia del papel desempeñado por el vapor de agua.

### 2.5.1. COMPOSICIÓN DE AIRE SECO.

La composición de la atmósfera es notablemente homogénea y uniforme; si tomamos una muestra de aire de cualquier parte, en una región comprendida entre la superficie de la tierra y los 80 km de altura, su análisis demostrará que las porciones relativas de los principales gases de que está compuesta apenas varían más allá de una pocas milésimas del 1 por 100, con tal de que previamente haya sido eliminada de la muestra todo el vapor de agua que pudiera contener. Tan gran uniformidad en la composición implica que hasta los 80 km, poco más o menos, deben de existir bastantes movimientos verticales de mezcla, con objeto de compensar la tendencia natural de los gases componentes a separarse verticalmente, de acuerdo con sus pesos moleculares (separación difusa). Por encima de la mencionada cota, tal mezcla no ha desaparecido por completo, pero debe de haberse vuelto bastante débil puesto que permite la difusión molecular de los gases individuales, de modo que a medida que va creciendo la altura vaya aumentando la proporción de los gases más ligeros.

Así pues, la mayor parte del aire en nuestra atmósfera, más del 99,999 por 100 en peso, se sitúa por debajo de los 80 km, y resultar ser una completa mezcla gaseosa; su componente más abundante es el nitrógeno ( $N_2$ ), seguido por el oxígeno ( $O_2$ ), argón (A) y dióxido de carbono ( $CO_2$ ). Tales gases están presentes en porcentaje del 78,09, 20,95, 0,93 y 0,003, respectivamente, en volumen. También existen vestigios medibles de otros gases, tales como el ozono ( $O_3$ ), que tiene, por cierto, unos efectos extraordinariamente importantes a pesar de la insignificante proporción en que se encuentra en la atmósfera.

. Peso molecular medio.

Si designamos por  $M$  un valor medio, convenientemente definido, de los pesos moleculares de los gases existentes en una mezcla, ocurrirá que la presión  $p$ , la temperatura  $T$  y la densidad  $\rho$  de tal mezcla estarán relacionados entre sí mediante la ecuación de los gases, en la forma

$$p = \rho R^* / M \times T, \quad (2-6)$$

donde  $R^*$  es la constante universal, igual a  $8,314 \times 10^3 \text{ J kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . La magnitud  $M$  no es el simple valor medio ponderado, para la mezcla de gases, dado por la expresión  $(m_1 M_1 + m_2 M_2) / (m_1 + m_2)$ , en la que  $M_1$  y  $M_2$  son las respectivas masas moleculares de los gases, mientras que  $m_1$  y  $m_2$  representan las masas de cada uno de ellos presentes en la mezcla; por el contrario la mencionada magnitud  $M$  debe deducirse de la siguiente forma:

Supongamos que la mezcla está contenida en una vasija de Volumen  $V$ ; la presión parcial del primer gas vendrá dada por

$$p_1 = m_1 / V \times R^* / M_1 \times T, \quad (2-7)$$

siendo  $m_1 / V$  la contribución de dicho gas a la densidad global de la mezcla  $p$ ; análogamente para el segundo gas:

$$p_2 = m_2 / V \times R^* / M_2 \times T. \quad (2-8)$$

Y como  $p = p_1 + p_2$  y  $\rho = (m_1 + m_2) / V$ , vemos que a partir de las ecuaciones (2-6), (2-7) y (2-8) resulta que para la mezcla de cualquier número de gases sucede que

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{m_1 / M_1 + m_2 / M_2 + \dots} \quad (2-9)$$

es decir, la M viene definida como la medida armónica ponderada de los pesos moleculares de los gases presentes en la mezcla.

Para toda la zona por debajo de los 80 km de la atmósfera resulta que  $M = 8,966 \text{ kg kmol}^{-1}$ , mientras que por encima de dicha cota se sabe que M disminuye progresivamente a un ritmo que no resulta todavía del todo conocido.

Para los niveles más altos de la atmósfera, ni M ni T han podido ser todavía determinados, por separado, con cierta precisión; pero en cambio la relación T/M se conoce, dentro de límites razonables, a partir de medidas independientes de la presión y la densidad (véase ec. (2-6)). Las insignificantes densidades del aire existentes en las altas cotas citadas hacen todavía más complejas las ya normalmente grandes dificultades con que se tropieza al intentar medir la temperatura de un cuerpo inmerso en un fluido, como es el caso que se presenta al medir la temperatura del aire, ya que la temperatura del cuerpo diferirá de la del fluido, si tal cuerpo gana o pierde calor al intercambiar calor con el medio que la rodea. Esta diferencia de temperatura depende de la eficacia con la que el propio fluido es capaz de intercambiar calor con el cuerpo, a través de los procesos de conducción y convección, dado que ambos dependen directamente de la propia densidad del fluido. A grandes alturas ocurre simplemente que no existen bastantes moléculas de aire para que podamos tener la seguridad de que la temperatura del aire pueda ser, aunque tan sólo en forma aproximada, comunicada al elemento sensible dispuesto para medirla, y cuya temperatura debe depender, por tanto, del intercambio de radiación que tenga lugar en su entorno. Así pues, la temperatura en la alta atmósfera o atmósfera superior guarda muy poca relación con la que adquiere un cuerpo inmerso en su seno, de modo que debe ser tan sólo considerada como una mera definición de la energía cinética medida de las moléculas presentes.

## 2.5.2. DISOCIACIÓN E IONIZACIÓN.

Sucede, no obstante, que el valor de M, en los niveles superiores de la atmósfera, parece tender a un valor que viene a ser aproximadamente igual a la mitad del que tiene por debajo de los primeros 80 km; esto sugiere que en la atmósfera superior tanto el nitrógeno como el oxígeno están presentes, en gran parte, en forma atómica; sin embargo, aunque el oxígeno puede en realidad disociarse bajo la acción de la radiación ultravioleta procedente del sol, no le ocurre lo mismo al nitrógeno. (Por encima de los 200 km el oxígeno está casi completamente disociado, mientras que incluso a los 400 km es muy poco el nitrógeno que se encuentra en forma atómica) Parte de la disminución del peso molecular medio que se observa será debida, por lo tanto, a la separación por difusión del  $N_2$ , N y O, aunque también, alrededor de los 800 km, quizá se deba a la creciente abundancia, debida a las mismas causas, del helio (He) y del hidrógeno (H).

La absorción de la radiación ultravioleta, por las moléculas del aire en la atmósfera superior, puede también dar lugar a la ionización, en vez de la disociación, de modo que existe una creciente abundancia relativa de iones con carga positiva y de electrones, hacia arriba a partir de los 60 km. No obstante, la densidad real de electrones alcanza un máximo muy acusado alrededor de los 300 km, aunque existen también otros máximos, no tan acusados, a niveles intermedios. La región comprendida entre los 60 y 300 km, conocida con el nombre de ionosfera, posee propiedades muy críticas y específicas en relación a la propagación de las ondas de la radio.

Las comunicaciones inalámbricas a larga distancia resultan posibles gracias a las reflexiones que experimentan las ondas electromagnéticas en las zonas de discontinuidad que presenta el gradiente de la curva que da la densidad electrónica: sin embargo, durante ciertos periodos en que la densidad electrónica presenta, anormalmente, valores elevados, los propios electrones llegan a absorber tanta energía de las propias ondas que dan lugar al desvanecimiento de la señal o recepción de aquéllos. Como los iones cargados positivamente son mucho más pesados que los electrones, tienen mucho menor movilidad y, en consecuencia, contribuyen muy poco en las peculiares propiedades de la ionosfera; no obstante, representan una etapa intermedia en las diversas cadenas de reacciones que conducen, independientemente, a la disociación; por ejemplo, la recombinación de un ion positivo de oxígeno molecular ( $O_2^+$ ) con un electrón ( $e^-$ ) conduce a dos átomos neutros de oxígeno ( $O + O$ ).

### 2.5.3. ESCAPE AL ESPACIO DE MOLÉCULAS COMPONENTES DE LA ATMÓSFERA.

Ahora estamos en condiciones de poder justificar por qué nuestra atmósfera contiene mucho más nitrógeno que oxígeno, así como la razón en virtud de la cual tanto el hidrógeno como el helio son tan escasos en ella. En las zonas marginales de la atmósfera superior, el aire allí existente no puede, en realidad, ser considerado como un verdadero gas; sus partículas individuales describen amplias órbitas elípticas entre dos colisiones consecutivas. A pesar de ello, si una determinada colisión resulta lo bastante violenta para poder comunicar a uno de los participantes en el choque una velocidad superior e igual a la velocidad de escape  $v_e$  (a dicho nivel), y si tal velocidad resulta impartida hacia arriba, de forma que se eviten nuevas colisiones, tal partícula será proyectada hacia el exterior de la atmósfera. Esta es la razón por la que a tal zona de la atmósfera se la denomina exosfera (por encima de los 600 km). Se ha demostrado que si la velocidad cuadrática media de las moléculas de un gas en la exosfera es igual a una pequeña fracción de  $v_e$ , tal, por ejemplo, como 0,1, el ritmo a que escaparán es despreciable; pero, en cambio, cuando la relación  $c/v_e$  aumenta mucho, más allá de 0,2 el ritmo a que tendrá lugar el escape de tales moléculas se hace importante.

La tabla 2.1 da los valores de las vidas medias (o periodos) planetarios ( $t_{1/2}$ ), para los componentes de la exosfera, que han sido deducidos a partir de los valores calculados por Spitzer, pero tomando para la exosfera el valor de la temperatura actualmente,  $T_e = 1500$  K, ( $t_{1/2}$  depende muy estrechamente de la temperatura, ya que la velocidad cuadrática media de un gas es directamente proporcional a su temperatura). En consecuencia, la mitad del hidrógeno de la atmósfera resulta perdida cada diez mil años, lo que no se supone nada dentro de los periodos geológicos, mientras la poca tendencia del nitrógeno a disociarse, en porción apreciable, asegura su persistencia, incluso acentuándose, como componente más abundante de nuestra atmósfera.

Tabla 2.1. Vidas media planetarias ( $t_{1/2}$ ) de los componentes de la exosfera.

	M	$c / v_e$	Vida media en la tierra ( $t_{1/2}$ )
H	1	0,57	$10^4$
He	4	0,28	$10^{10}$
N, O	14, 16	0,15	$10^{35}$
N <sub>2</sub>	28	0,11	$10^{60}$

Para  $T_e = 1500$  °K

Por último, también se conoce el ritmo al que se produce el helio, por desintegración de los elementos radiactivos de la corteza terrestre. Así pues, con tal que la cantidad de helio existente en la atmósfera haya variado poco a escala geológica de tiempos, dicha velocidad de producción puede igualarse a la correspondiente velocidad con que el helio se pierde en la atmósfera, y el valor de  $t_{1/2}$  que resulta viene a ser de un orden de magnitud que está de acuerdo con el que se cita en la tabla 2.1. De esta forma cabe obtener una confirmación indirecta de la temperatura media en la exosfera, con unos errores comprendidos entre  $+ - 200$  K. En realidad este método fue utilizado para lograra las primeras estimaciones acerca de la temperatura cinética de las regiones más exteriores de nuestra atmósfera.

## 2.6. PRESIÓN, DENSIDAD Y TEMPERATURA.

### 2.6.1. DEFINICIÓN DE PRESIÓN.

En el apartado anterior, el concepto de presión ha sido introducido simplemente como un componente formal de la ecuación o ley de los gases (e.c.(2-22)). Como tal, representa la fuerza que actúa normalmente sobre la superficie unidad de un cuerpo sumergido en el seno del gas, o mezcla gaseosa, fuerza que viene a ser el resultado del sin número de impactos que contra el cuerpo determinan las moléculas, en virtud de su agitación térmica. Así definida la presión ejercida por un gas en un punto debe ser la misma en todas direcciones. Este último hecho no debe olvidarse, frente a la definición práctica de un meteorólogo para el cual la presión ( $p$ ) en un punto de la atmósfera es simplemente el peso de una columna vertical de aire, de base unidad, centrada sobre dicho punto; es decir, la fuerza que dirigida hacia abajo actúa sobre la unidad horizontal de superficie en virtud de la acción que la gravedad ( $g$ ) ejerce sobre la masa ( $m$ ) del aire contenido en dicha vertical, que se extiende hasta los confines de la atmósfera.

### 2.6.2. VALORES EN LA PROXIMIDAD DEL NIVEL DEL MAR.

La presión atmosférica al nivel del mar tiene un valor muy próximo a 1 bar, o sea,  $10^5 \text{ N m}^{-2}$ , lo que, con un valor de  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ , corresponde a una masa  $m = p/g = 1,02 \times 10^4 \text{ kg}$  de aire (unas 10 toneladas), sobre cada metro cuadrado de la superficie terrestre.

Para la densidad del aire, en las proximidades del nivel del mar, puede obtener un valor representativo a partir de la ecuación (2-6) en la forma

$$\rho = p / RT \quad (2-10)$$

en donde  $R$  es la constante específica del gas aire seco que viene dada por  $R^* / M$ . Al hacer  $\rho$  igual a  $10^5 \text{ N m}^{-2}$  y  $T$  igual a  $288 \text{ K}$  ( $15 \text{ }^\circ\text{C}$ ), se encuentra para la densidad del aire, al nivel del mar, el valor  $\rho = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$ . De ello se deduce que en caso de que el aire fuera incompresible la altura ( $h$ ) de la atmósfera vendría limitada a  $m / \rho = 8,4 \text{ km}$ . En otras palabras, ésta sería la altura hipotética de un barómetro de <<aire incompresible>> (en el supuesto de que supongamos que  $g$  varía inapreciablemente con la altura).

Sin embargo, la atmósfera no es realmente incompresible, de modo que tanto  $p$  como  $\rho$  deben disminuir con la altura, indefinidamente, de modo que la altura  $h$  de la atmósfera es indeterminada. Por otra parte, la mayoría de los barómetros contienen en realidad mercurio, cuya densidad supera a la del aire, antes deducida, en un factor aproximadamente igual a  $1,1 \times 10^4$ . Por esta razón la presión atmosférica total puede ser equilibrada por una columna de mercurio de tan sólo  $(8,4 \times 10^3) / 1,1 \times 10^4 = 0,76 \text{ m}$  de altura (es decir, unas 30 pulgadas). En consecuencia, ésta sería también la altura de una hipotética <<atmósfera>> de mercurio en cuya base existiera una presión  $p = 1 \text{ bar}$ .

### 2.6.3. VARIACIONES DE LA PRESIÓN CON LA ALTURA.

En el razonamiento anterior la relación tácitamente supuesta era

$$p = g \rho h \quad (2-11)$$

que recibe el nombre de ecuación del barómetro, o barométrica, y puede ser utilizada para calcular la presión, a cualquier altura o profundidad  $h$  en el interior de un fluido incompresible. Tal ecuación resulta ser la integral de la ecuación hidrostática

$$dp = - g \rho dz \quad (2-12)$$

obtenida en el supuesto de la constancia de  $\rho$ . (El signo negativo se debe al hecho de que a un incremento de altura  $dz$  corresponde una caída de presión.)

No obstante, se obtiene la  $p$  para un fluido o atmósfera comprimible, y ello puede hacerse a partir de la ecuación (2.1), que nos permite escribir

$$dp / p = - gM / R^* T \times dz \quad (2-13)$$

o también a partir de la (2-19), de la que deduce que

$$dp / p = - gdz / R T \quad (2-14)$$

La ecuación (2-13) muestra que el ritmo unitario a que disminuye la presión con la altura,

$$1 dp / p dz$$

resulta directamente proporcional a  $M$ , e inversamente proporcional a la temperatura absoluta  $T$ . En ausencia de mezcla vertical a gran escala, la presión parcial de cada gas componente disminuiría, de acuerdo con la ecuación (2-13), a un ritmo distinto, proporcional a su propio peso molecular. En tales condiciones los gases más ligeros estarían presentes en mayor proporción en los niveles superiores, mientras que lo más pesados abundarían más en los inferiores ( de acuerdo con el denominado equilibrio difusivo), por lo que  $M$  disminuiría con  $z$ .

No obstante, si suponemos que  $M$  es independiente de  $z$  podremos integrar la ecuación (2.9) y obtendremos

$$p(z) = p_0 \exp ( - gz/RT) \quad (2-15)$$

donde  $p_0$  es la presión junto al suelo, y  $T$ , la temperatura media del aire dentro de la columna de altura  $z$ . Debido a que una estimación del valor de  $T$  nos permite deducir el valor de  $z$ , a partir del conocimiento de  $p(z)$  y  $p_0$ , la ecuación (2-15) se conoce a menudo con el nombre de ecuación altimétrica o del altímetro. De modo análogo, la ecuación (2-15) puede utilizarse para calcular el espesor  $\Delta Z$  de una capa o estrato de aire, comprendida entre dos niveles de presión o <<estrato isobárico>>. De modo que si  $Z_1$  y  $Z_2$  son las cotas correspondientes a los niveles béricos  $p_1$  y  $p_2$ ,

$$\Delta Z = Z_2 - Z_1 = RT/g \ln ( p_1 / p_2 ) \quad (2-16)$$

aunque la ecuación (2-23) en forma de diferencias finitas, a saber

$$\Delta Z = RT/g \Delta p/p \quad (2-17)$$

resulta de la más sencilla utilización e introduce menor error, con tal que  $p_1/p_2$  difiera muy poco de la unidad;  $p$  es el valor medio entre  $p_1$  y  $p_2$ , y  $\Delta p$ , la diferencia entre las dos presiones. En ambas ecuaciones  $T$  es la temperatura media (en  $K$ ) del estrato, de modo que el espesor de un determinado estrato isobárico resulta ser una medida directa de su temperatura absoluta media. El concepto de espesor es utilizado en el capítulo 4 para deducir lo que se denomina componente del viento térmico en los vientos de la atmósfera superior.

En la figura 2-10 se dan los valores medios que han sido tabulados para la presión y la densidad a diversos niveles, hasta los 100 km, así como una curva que muestra la variación de temperatura que tiene lugar para las condiciones correspondientes a las latitudes medias; todo ello referido a valores medios.



Las diversas subregiones que aparecen verticalmente se diferencian por la forma en que, en cada una de ellas, varía la temperatura con la altura; en la troposfera y mesosfera la temperatura (en general) disminuye con la altura mientras que en la estratosfera, y de nuevo en la termosfera, surge un aumento general de temperatura con la altura. En las zonas en las que la temperatura disminuye con la altura se dice que existe un gradiente térmico positivo (descenso o caída térmica normal); si la temperatura se mantiene constante con la altura, diremos que existe condiciones isotérmicas y, finalmente, cuando la temperatura aumenta con la altura (gradiente térmico vertical negativo) se dice que existe una inversión.

En la troposfera, donde se dan todos los fenómenos que determinan lo que denominamos el tiempo, existe un gradiente térmico vertical medio de  $6,5 \text{ km}^{-1}$ , aunque este hecho normal no tiene por qué ocurrir en todo su seno, ni tampoco en todo tiempo o lugar. La separación entre la troposfera y estratosfera se conoce con el nombre de tropopausa, mientras que se aplican los nombres de estratopausa y mesopausa a las otras separaciones existentes entre las zonas de la atmósfera superior (véase Fig. 2-10)

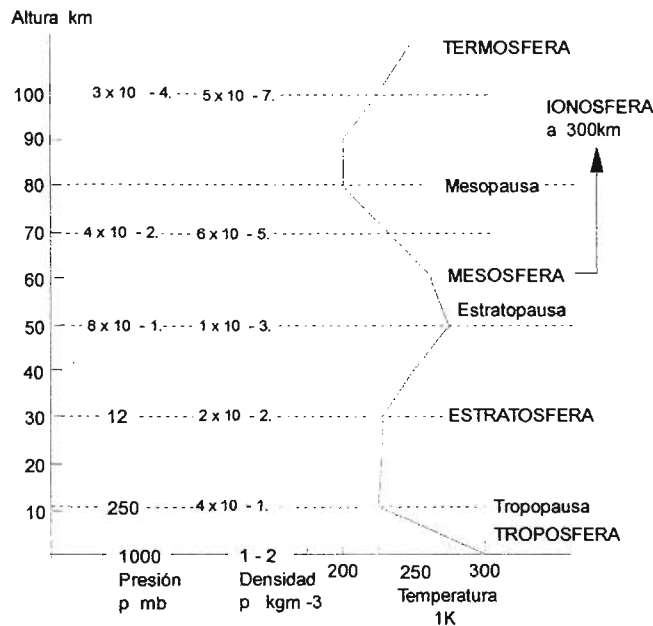


Figura 2-10. Valores medios de la presión, densidad y temperaturas, para latitudes medias.

La altura de la tropopausa depende de la latitud y de la estación del año, como puede verse en la figura 2-11. También tienen lugar variaciones de un día a otro, aunque éstas sean mayores y más frecuentes, durante invierno, en las latitudes medias. Adviértase que las temperaturas más bajas se encuentran sobre el ecuador y no, como pudiera creerse, sobre el polo invernal, pues ocurre que la altura extrema que alcanza la tropopausa en el ecuador compensa el efecto de una mayor temperatura terrestre superficial.

Otras anomalías, menos explicables, se registran en las variaciones térmicas, estacionales y latitudinales que tienen lugar a ciertos niveles, por encima de la tropopausa; por ejemplo, aunque la estratosfera, media superior, se encuentre mucho más caliente en verano que en invierno, la mesosfera parece comportarse exactamente en forma inversa, y su mínimo térmico ocurre en verano. Sin embargo, es probable que ésta y otras aparentes anomalías puedan ser interpretadas recurriendo a la posible existencia de movimientos verticales, tanto en la estratosfera como en la mesosfera, aunque por el momento tales movimientos no hayan sido detectados.

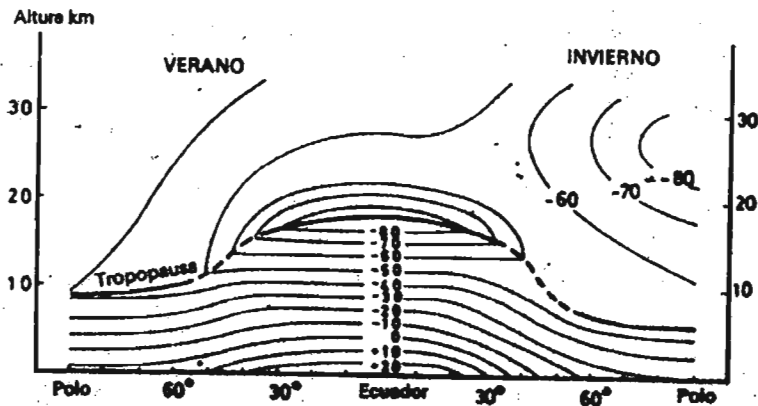


Figura 2-11 Temperatura media (°C) en la troposfera y baja estratosfera.

#### 2.6.4. FLUCTUACIONES DIURNAS EN NIVELES SUPERIORES.

Los valores que toman la temperatura, presión y densidad a niveles superiores, por encima de los 100 km, tienen carácter especulativo, muy especialmente por encima de los 200 km, donde se producen grandes fluctuaciones diurnas. Por ejemplo, a los 200 km, donde la temperatura media se sabe viene a ser alrededor de los 1200 K, existe una oscilación térmica diurna de unos 250 K, y en densidad alrededor de un 5 por 100; mientras que a 600 km, donde la termosfera se va convirtiendo en exosfera, y la temperatura media viene a ser de unos 1300 K, las correspondientes oscilaciones llegan a ser, respectivamente de alrededor de unos 500 K y del 600 por 100. Las densidades más elevadas ocurren en fase con las más altas temperaturas, y viceversa; este fenómeno no resulta muy claro hasta que nos damos cuenta de que los grandes aumentos de presión deben ocurrir en los niveles superiores, en respuesta al calentamiento diurno, en virtud del siguiente proceso:

Supongamos que  $z_1$  y  $z_2$  sean dos niveles de la atmósfera y que el primero es el más bajo; admitamos que la temperatura media del estrato se eleva desde  $T_1$  hasta  $T_2$ , pero manteniéndose constante la presión del nivel inferior del estrato; en consecuencia, resulta que, a partir de la ecuación (2-15), la presión en el nivel superior aumentará en un factor

$$\exp ( g(z_2 - z_1) / RT_1 \times ( 1 - T_1 / T_2 ) ) = F,$$

lo que equivale a decir que aumentará en un porcentaje  $f$ , tal que  $f = (f - 1) \times 100 \%$ . Para un determinado porcentaje de aumento de la temperatura  $T$ , la magnitud  $F$  depende fuertemente del espesor  $(z_1 - z_2)$  del estrato, relativamente al producto  $RT/g$ , conocido con el nombre de escala de alturas  $H$ . Se deduce fácilmente, a partir de la ecuación (2-15), que  $H$  es el incremento en altura, por encima de cualquier nivel, en la atmósfera real, que va asociado a una reducción de presión igual a  $1/e$  de su valor inicial; es decir,  $p(z + H) = p(z)/e$ . Por otra parte, al sustituir el producto  $RT$ , en la ecuación (2-10), por  $Hg$ , se encuentra que  $H = p / \rho g$  ó  $m/g$  (véase 2-9.2); de modo que  $H$  puede considerarse como el espesor de un hipotético estrato de densidad uniforme  $\rho(z)$  y que podría sustituir a la densidad real de la atmósfera por encima del nivel  $z$ , sin que  $p(z)$  quedara afectada. La tabla 2.2. nos da el aumento de presión, expresado en porcentaje, para cada una de las partes superiores de los diversos estratos de distinto espesor, y que corresponden a un aumento del 25 por 100 de la temperatura absoluta media y una altura de escala media  $H$  de 50 km, representando valores muy adecuados y aceptables para la región de la atmósfera que nos ocupa, es decir de 100 a 600 km

Tabla 2.2. Variaciones, en porcentaje, que experimentan la presión y la densidad en la cima de un estrato atmosférico, sometido a un aumento del 25 por 100 de su temperatura media (absoluta). Se supone una escala de altura media.

Anchura del estrato							
$(z_2 - z_1)$ km	5	10	20	50	100	200	500
$(z_2 - z_1) / H$	0,1	0,2	0,4	1,0	2,0	4,0	10,0
Variación de presión (f) por 100							
Variación de densidad %	-18	-17	-12	0	+26	+97	+650

Los correspondientes cambios de densidad, en porcentaje, que también se incluyen en la tabla 2.2, muestran que un calentamiento (uniforme) de un estrato atmosférico debe determinar una fluctuación positiva, tanto de densidad como de presión, en niveles superiores a la escala de altura H, por encima de su base. En las regiones más altas de un estrato cuya anchura, o profundidad, resulta superior a unas pocas escalas de altura H, las fluctuaciones diarias de la presión y la densidad son, relativamente, mucho mayores que las correspondientes fluctuaciones térmicas diarias que las acompañan.

#### 2.6.5. GRADIENTES HORIZONTALES DE PRESIÓN.

Para el meteorólogo en su trabajo ordinario, la variación de presión según la horizontal, a pesar de que sea de magnitud muy inferior a las que ocurren verticalmente, resulta de gran importancia. En contraste con el enorme gradiente de presión existente según la vertical, y que es debido a la gravedad y que, por tanto, es equilibrado a su vez por la misma gravedad, cualquier gradiente horizontal de presión representa un estado de desequilibrio que inmediatamente da lugar a que se establezca el movimiento horizontal del aire, es decir, el viento. En las proximidades del nivel del mar, la magnitud del gradiente vertical de presión ( $p / z$ ) es aproximadamente igual a 10 mb por cada 100 m, mientras que gradientes de 10 mb por 100 km, en sentido horizontal, dan lugar a vientos con fuerza superior a la de los huracanes.

Si n es la dirección horizontal según la cual la presión aumenta más rápidamente, el gradiente horizontal de presión viene definido por  $dp / dn$ . Como las unidades del gradiente de presión son las de una fuerza por unidad de volumen, resulta que  $dp / dn$  viene a ser la fuerza que ha de actuar por unidad de volumen de aire, para que se pueda producir y mantener el gradiente de presión. Por otra parte, la fuerza que actúa sobre la unidad de volumen, en virtud de la existencia del gradiente de presión, es  $- dp / dn$ . Tal fuerza se expresa por lo común referida a la unidad de masa, denominándose fuerza debida al gradiente de presión (f.g.p.); así pues,

$$\text{f.g.p.} = - 1/\rho \ p / n . \quad (2-18)$$

Los gradientes horizontales de presión se producen en la atmósfera de forma indirecta, es decir, en virtud de una continua divergencia local de aire situada por encima de la superficie del lugar. sin embargo, tales gradientes son capaces de mantenerse por sí mismos en un estado de equilibrio dinámico, distinto del estático, en el que la f.g.p. viene equilibrada por la fuerza de rozamiento contra el suelo.

Cuando la f.g.p. no se expresa directamente en términos del gradiente horizontal de presión, sino que viene relacionada con la pendiente  $dZ / dn$  de la correspondiente superficie isobárica, ocurre que se obtiene una expresión en la que no aparece explícitamente la densidad; así, por ejemplo, de la figura 2-12 se deduce

$$dp / dn = \Delta p / \Delta n = p_B - p_A / \Delta n = p_B - p_C / \Delta n = - (p_C - p_B) / \Delta n = - (\Delta p / \Delta z) \Delta z / \Delta n = - dp / dz \times dZ / dn =$$

$$= g \rho \, dZ / dn.$$

donde en el último paso se recurre a la ecuación (2-12).

Así pues, la ecuación (2-18) puede escribirse en la siguiente forma:

$$f.g.p = -g \, dZ / dn \quad (2-19)$$

La ventaja de la ecuación (2-19) reside en el hecho de que  $g$  a diferencia de  $\rho$ , varía muy poco con la altura. En niveles superiores de la alta atmósfera, la ecuación (2-19) es la que generalmente se utiliza, en su lugar de la (2-18)

altura,  $z$

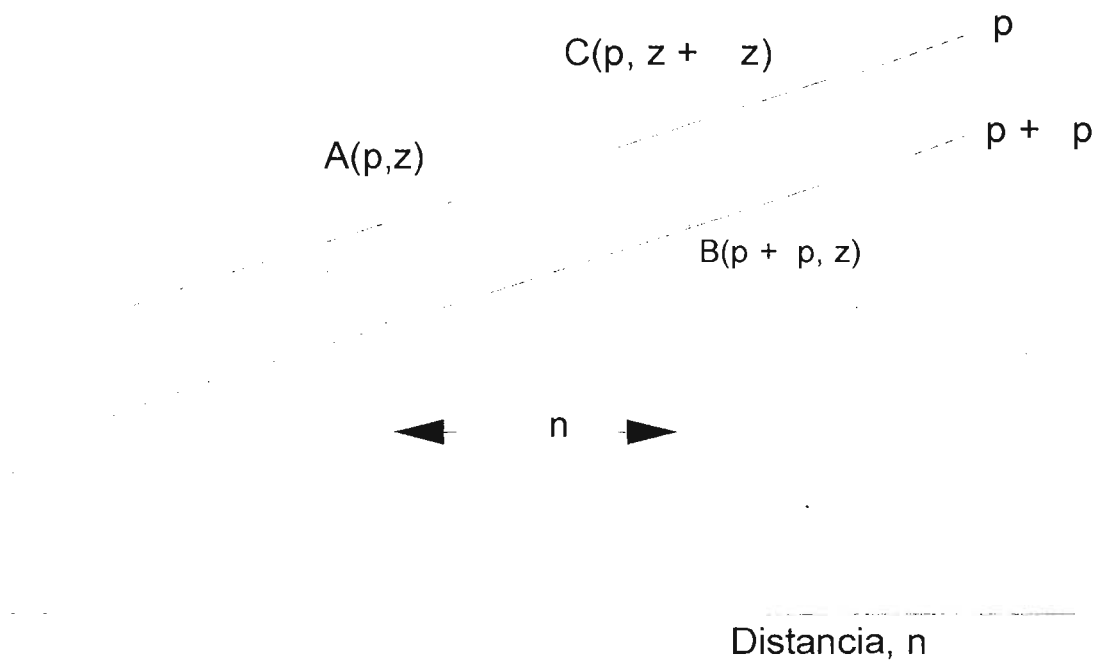


Figura 2-12. Relación entre el gradiente horizontal de presión  $p / n$  y la inclinación de una superficie isobárica,  $z / n$ .

## 2.7. VAPOR DE AGUA.

En el apartado 2.5.1. se omitió mencionar el vapor de agua, al citar la composición de la atmósfera, no porque merezca párrafo aparte, aunque el hecho así ocurre, sino más bien para tratar de simplificar el tratamiento de un sistema cuyo vapor de agua es, con mucho, el componente variable más significativo. Esta variabilidad se debe a la gran facilidad con que el agua cambia de fase, bajo las normales condiciones atmosféricas; ningún otro constituyente de la atmósfera posee análoga capacidad. Sin embargo, los cambios de fase merecerían por sí mismo poca atención, si no fuera porque van acompañados de desprendimiento de calor latente, que en el caso del vapor de agua son especialmente elevados. De ello se deduce que el contenido de vapor de agua de la atmósfera viene a ser como un enorme almacén acumulador de calor, en forma latente.

En bajas latitudes, donde la evaporación supera netamente a la precipitación, se produce una notable acumulación de energía, mientras que en latitudes medias y altas tienen lugar una pérdida neta en forma de un exceso de precipitación. En los movimientos de la atmósfera, a cualquier escala, desde los de tipo hemisférico hacia abajo, resulta de primordial importancia el papel desempeñado por el tránsito de la sustancia agua de una a otra fase, y en especial sus procesos de evaporación y condensación. La frase que viene a decir que <<en meteorología el aire puede considerarse, en gran parte, como una disolución de vapor de agua>> debería ser considerada, tal vez, como un principio básico por todos los aspirantes a meteorólogos.

### 2.7.1. HUMEDAD: RAZÓN DE MEZCLA.

La cantidad de vapor de agua presente en una muestra de aire húmedo puede expresarse fácilmente por su contribución,  $p_v =$ , a la densidad total de muestra; por ejemplo,  $p_v = 15 \text{ g m}^{-3}$ . No obstante, en la práctica tal parámetro no resulta conveniente, debido a que es una función, a la vez, de la presión y la temperatura. Otra posibilidad consiste en utilizar como indicador la presión parcial ejercida por el vapor de agua en la muestra, a la que solemos referirnos simplemente como presión de vapor  $e$ ; pero ocurre también en este caso que  $e$  varía proporcionalmente a la presión total  $p$  de la muestra. En consecuencia, la razón de mezcla,  $r$ , para expresar la humedad, se define como la relación entre la masa de vapor existente en una muestra de aire y la del aire seco, con la que se ha unido para formar la citada mezcla. Así pues, si la unidad de volumen de una muestra de aire húmedo contiene  $\rho_v$  kg de vapor de agua y  $\rho_d$  kg de aire seco:

$$r = \rho_v / \rho_d \quad (2-20)$$

(En general se puede expresar  $\rho_v$  en gramos, de modo que  $r$  viene dado en  $\text{kg}^{-1}$ ). Definido de tal forma,  $r$  resulta tan sólo función del contenido de vapor de agua y, en consecuencia,  $r$  es el parámetro de humedad más directo y de mayor utilidad, entre los varios que pueden definirse. Sin embargo, como la presión parcial  $e$  y la presión total  $p$  pueden medirse más fácilmente que las densidades  $\rho_v$  y  $\rho_d$ , es conveniente expresar  $r$  en función de  $e$  y  $p$ .

Consideremos la ecuación de los gases escrita para una muestra de aire húmedo, así como por separado para sus dos componentes:

$$p = \rho R^* / M_m \times T, \quad (2-21)$$

$$e = \rho_v R / M_v \times T \quad (2-22)$$

y

$$p - e = \rho_d R^* / M_d \times T \quad (2-23)$$

donde  $M_m$  y  $M_d$  son los pesos moleculares medios de la muestra húmeda y aire seco, respectivamente, y  $M_v$  el peso molecular del vapor de agua. A partir de las ecuaciones (2-20), (2-22) y (2-23) se deduce que

$$r = M_v / M_d \times e / p - e \quad (2-24)$$

Con vista a las aplicaciones prácticas  $M_v / M_d = 18/19 = 5/8$  y  $e \ll p$ , de modo que

$$r = 5/8 \times e/p; \quad (2-25)$$

es decir que si por ejemplo,  $e = 16 \text{ mb}$ ,  $p = 1000 \text{ mb}$ , resulta que  $r = 0,01 \text{ g kg}^{-1}$ .

### 2.7.2. DENSIDAD DEL AIRE HUMEDO.

El peso molecular medio de una muestra de aire húmedo puede obtenerse a partir de las ecuaciones (2-21), (2-22) y (2-23), teniendo en cuenta que

$$\rho = \rho_v + \rho_d \quad (2-26)$$

o bien directamente a partir de la ecuación (2-18), y se obtiene

$$M_m = M_d(1 - 3/5 x r) \quad (2-27)$$

Así pues, el aire húmedo es más ligero que el seco y en proporción igual a la cantidad de vapor de agua presente. Al combinar las ecuaciones (2-21) y (2-27), la expresión correspondiente para la densidad de una muestra de aire húmedo resulta

$$\rho = p / RT x (1 - 3/5 x r) \quad (2-28)$$

que en el límite, para un contenido nulo de vapor, se transforma en la ecuación (2-10).

A veces es conveniente escribir la ecuación (2-28) en una forma totalmente análoga a la (2-10), es decir,

$$\rho = p/RTv, \quad (2-29)$$

donde  $T_v$  que es igual a  $T(1 - 3/5 x r)$ , se denomina <<temperatura virtual>> del aire húmedo. Viene a ser la temperatura para la cual un volumen ficticio vecino de aire seco tendría la misma temperatura, y, por tanto, estaría sometido al mismo empuje hidrostático que el aire húmedo. Cuando en relación deducida para el aire seco la temperatura virtual sustituye a la temperatura real, dicha relación, por ejemplo, la (2-17), resulta aplicable al aire húmedo; este hecho es precisamente el que da valor al concepto de temperatura virtual.

### 2.7.3. PRESIÓN DE VAPOR SATURANTE.

Para cualquier temperatura existe en general un límite superior para la presión parcial que cualquier vapor puede ejercer, y al que se le conoce con el nombre de presión del vapor saturante, o p. v. s., es. Para el vapor de agua,  $e_s$  se define como la presión existente en la inmediata proximidad de una superficie plana de agua pura, agua subfundida o hielo. Para diferenciar los valores de la presión saturante respecto al hielo y al agua (o agua sobre enfriada) se utilizan los símbolos  $e_i$  y  $e_w$ , respectivamente. (Gran parte del agua en la atmósfera se encuentra en estado de sobreenfriamiento o subfusión.) La figura 2-13 nos muestra la curva p.v.s.,  $e = e_w(T)$ , acompañada, por debajo de los 0 °C, por la curva correspondiente al hielo  $e = e_i(T)$ . Todas las masas de aire cuyos puntos representativos se sitúen a la derecha de la curva  $e_w$  resultan no saturadas respecto al agua, mientras que las que se encuentren en el sector XYZ resultan sobresaturadas respecto al hielo (aunque no respecto al agua). (En tales circunstancias los cristales de hielo crecerán a expensas de cualquier gotita de agua sobre enfriada o en subfusión presente.) La región situada a la izquierda de la curva  $e_w$  representan condiciones de sobresaturación, respecto a una superficie plana de agua pura, aunque esta situación no resulta muy probable en la atmósfera, debido a la natural abundancia de núcleos de condensación. Así pues, una muestra típica de aire puede venir representada por el punto o(T,e), sobre la figura 2-13.

### 2.7.4. PROCESOS QUE CONDUCEN A LA SATURACIÓN.

Tan sólo en el caso de que una muestra de aire esté saturada resulta posible determinar su presión de vapor, a partir del simple conocimiento de su temperatura; por el contrario, si se trata de aire no saturado, la temperatura a la que se encuentre y la tensión de su vapor son independientes,

en el sentido de que el conocimiento de una de dichas variables no implican conocer de inmediato el valor de la otra. Si prescindimos de recurrir a sofisticadas técnicas de laboratorio, que permiten llevar a cabo una determinación independiente de  $e$ , este dato puede hallarse con relativa facilidad, por el procedimiento de hacer evolucionar a la muestra en cuestión, o parte de ella, hasta alcanzar su saturación, en una forma susceptible de ser interpretada de modo sencillo. Por ejemplo, tomemos la muestra representada por el punto  $O(t,e)$  de la figura 2-13 y procedamos a extraerle calor sensible, bajo condiciones en que la presión se mantenga constante, lo que corresponde a un proceso que nos llevará a alcanzar la curva de saturación en el punto  $A(T_d, e)$ , siendo  $T_d$  la temperatura denominada de rocío. Evidentemente,

$$e = e_w(T_d), \quad (2-30)$$

es decir, la presión de vapor de la muestra considerada resulta igual a la presión del vapor saturante correspondiente a su punto de rocío.

El grado de saturación de una muestra de aire viene expresado mucho más elocuentemente por su humedad relativa,  $U$ , que puede ser definida como la relación, expresada en porcentaje, entre la presión de vapor propia de la muestra y la máxima presión que podría alcanzar a la misma temperatura, es decir,

$$U = e / e_w(T) \times 100\%; \quad (2-31),$$

o, a partir de la ecuación (2.16),

$$U = e_w(T_d) / e_w(T) \times 100\%. \quad (2-41)$$

Refiriéndonos de nuevo a la figura 2-13, observaremos que el estado  $e_w(T)$  podría ser alcanzado por agregación isoterma de vapor de agua a la muestra, manteniendo constante su presión total, hasta alcanzar el punto  $C$ , sobre la curva p.v.s.

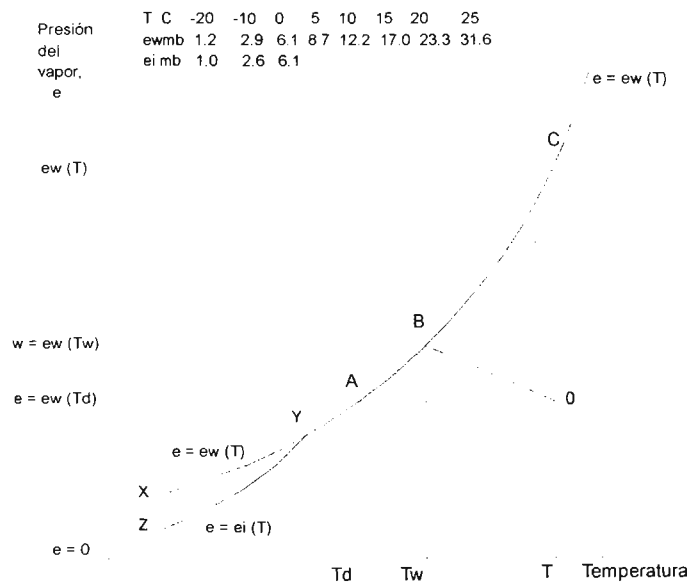


Figura 2-13. Presión de vapor saturante en función de la temperatura.

Existe otra sencilla a través de la que una muestra de aire puede evolucionar hasta lograr su saturación; consiste en evaporar agua en su seno bajo condiciones adiabáticas: en tal proceso la cantidad de calor latente precisa viene suministrada por la misma muestra, cuyo contenido en calor sensible (y su temperatura) deberá experimentar la correspondiente disminución. En tal caso, la muestra alcanzaría su saturación en el punto B( $T_w$ ,  $ew(T_w)$ ), sobre la curva p.v.s., situado en un lugar intermedio entre los puntos A( $T_d$ ,  $e$ ) y C( $T$ ,  $ew(T)$ ). La temperatura  $T_w$  es la denominada temperatura adiabática de saturación, o <<temperatura termodinámica del termómetro húmedo>>, de la muestra.

Existe una relación sencilla entre  $e$  y  $T_w$  que puede deducirse de la siguiente manera: Sea  $L_v$  el calor latente de vaporización del agua (correspondiente a la temperatura  $T_w$  o muy próxima a ella), mientras  $c_p$  y  $c_{pv}$  son los calores específicos, a presión, constante del aire y del vapor de agua, respectivamente; supongamos que durante el proceso de saturación adiabática, la relación de mezcla de la muestra de aire aumenta desde  $r$  a  $r_w$ , donde  $r_w = r_w(T_w)$  es el valor de saturación  $r$  a la temperatura  $T_w$ ; en virtud de la propia definición de razón de mezcla, sucederá que

$$L_v(r_w - r) = c_p (T - T_w) + r c_{pv}(T - T_w). \quad (2-33)$$

Además, despreciando la variación en contenido calorífico del vapor de agua inicialmente presente en la muestra (es decir, despreciando  $r c_{pv}$  frente a  $c_p$ ) y reagrupando los términos, obtenemos que

$$r = r_w - c_p / L_v (T - T_w), \quad (2-34)$$

de donde, utilizando la ecuación (2-25) se obtiene

$$e = ew - A_p(T - T_w), \quad (2-35)$$

donde  $A = c_p/5/8L_v$  y  $ew(T_w)$ .

La última ecuación puede usarse para deducir el valor de  $e$  a partir del conocimiento de  $T_w$  y  $T$ . Sin embargo, en meteorología, como no se recurre a medidas directas de la temperatura de saturación adiabática, de nuevo tiene que recurrirse a condiciones o técnicas de laboratorio. Lo mismo ocurre con las medidas directas de las temperaturas de rocío, por lo menos en las observaciones llevadas a cabo rutinariamente en los observatorios y puestos de observación, y lo que se hace es recurrir a un progresivo enfriamiento de una superficie metálica pulimentada y brillante, hasta que se empaña por depósito del rocío.

#### 2.7.5. MEDIDA DE LA PRESIÓN DE VAPOR.

En la práctica,  $e$  se determina mediante la utilización de dos termómetros análogos, uno de ellos <<seco>> y el otro cuyo depósito o bulbo termométrico está <<húmedo>>. El primero suministra la temperatura del aire,  $T$ , mientras que el otro, cuyo bulbo está recubierto de una muselina humedecida con agua pura, nos da la temperatura del termómetro húmedo,  $T_w$ , que resulta inferior a  $T$  en una cuantía que depende del grado de saturación del aire, que a su vez es una fusión de  $e$  y de  $T$ , así como de la velocidad del flujo o corriente de aire sobre los bulbos de los termómetros. Este dispositivo se conoce con el nombre de higrómetro de termómetro seco y húmedo, o psicrómetro cuando se hace actuar sobre el mismo una corriente de aire forzada a modo de ventilación.  $T_w$ , está desde luego relacionada con  $T$ , aunque no sea equivalente a ella, si bien en diversos tipos de instrumentos con ventilación resulta ser igual a  $T_w$ .



Existen dos razones distintas por las que  $T_w$ , debe diferir de  $T$ ; la primera porque no todo el calor que mantiene la evaporación sobre el bulbo húmedo procede exactamente del propio aire en contacto con él; sucede que en parte puede haber sido conducido a lo largo de la propia varilla del termómetro, así como proceder de intercambios de radiación entre el mismo bulbo y su entorno inmediato (pantalla del termómetro, de protección frente a la radiación solar, etc), que se encuentran a temperatura más próximas a  $T$  que a  $T_w$ . En segundo lugar, el vapor de agua y el calor se difunden a ritmos distintos, entre el bulbo del termómetro húmedo y su inmediato entorno. No obstante, la relación entre  $e$  y  $T_w$ , puede escribirse también en una forma similar a la de la ecuación (2.30) que relacionan entre sí a  $e$  y  $T_w$ , es decir

$$e = e_w - A' p(T - T_w), \quad (2-36)$$

donde  $e_w = e_w(T_w)$  y  $A'$  es una constante característica de cada instrumento dado, o para cada tipo de ellos, bajo las normales condiciones de ventilación.

#### 2.7.6. DISTRIBUCIÓN DEL VAPOR DE AGUA.

La presión parcial ejercida por el vapor de agua, en cualquier punto de la atmósfera, viene limitada por el valor de saturación correspondiente a la temperatura existente en dicho punto, con tal que no sea superior al valor local de la propia presión total  $p$ , en cuyo caso naturalmente el valor de  $e$  viene limitado por el de  $p$ . Este supuesto no resulta de interés real en la troposfera, ni en la estratosfera inferior; no obstante, por encima de los 35 km, en cualquier punto el valor de  $e_w(T)$  supera al de  $p$ , por lo que, en consecuencia, es imposible la formación de nubes (acuosas).

En el supuesto de que exista en toda la troposfera un gradiente térmico vertical medio de  $6,5 \text{ km}^{-1}$ , fácilmente puede deducirse que el valor de  $e_w$  cerca de la tropopausa (a unos 10 km) resulta inferior al 1 por 100 de su valor al nivel del mar; en contraste,  $p$  alcanza alrededor del 25 por 100 de su valor normal al mismo nivel del mar (Fig. 2-10). De donde se deduce que la capacidad de la atmósfera para contener vapor de agua, expresada por el valor local de la relación de mezcla saturante,  $r_w$ , debe disminuir rápidamente con la altura en el seno de la troposfera.

También puede demostrarse (véase problema 2.5) que si la troposfera estuviera saturada, o tuviera la misma humedad relativa a todos los niveles, el 75 por 100 de todo su vapor de agua se encontraría dentro de los primeros 2,5 km; esta cifra resulta muy significativa, en relación a lo que realmente ocurre, a pesar de que la distribución vertical de la humedad relativa, en un determinado tiempo o lugar, casi nunca resulta uniforme. En comparación, ocurre que el 75 por 100 de la masa total de la atmósfera se concentra en los primeros 10 km, es decir, por debajo de ellos; así pues, la fuerte dependencia de  $e_w$  respecto de la temperatura, da lugar a que la presión del vapor decrezca, en el seno de la troposfera, cuatro veces más deprisa, en promedio, que la presión total. En los niveles más altos resulta muy improbable que la presión de vapor pueda superar los pequeños valores propios de la tropopausa.

## 2.8. MICROMETEOROLOGIA.

La micrometeorología puede definirse como el estudio detallado de los fenómenos físicos que tienen lugar en las capas más bajas de la atmósfera. Como estas zonas de la atmósfera son aquellas en que se desarrolla nuestra vida y actividades y, al mismo tiempo, es en ellas donde se producen la mayor parte de los alimentos que nos son necesarios, parece muy conveniente y adecuado incluir, en un texto de este tipo, una introducción bastante amplia de tal particular rama de la meteorología. Por otra parte, con gasto mínimo y pequeños esfuerzos podrá un estudiante, o grupo de ellos, llevar a cabo interesantes e ilustrativos experimentos en el propio campo de esta parte de la ciencia.

### 2.8.1. LA NATURALEZA DEL FLUJO DE AIRE CERCA DEL SUELO.

Por encima de alturas de alrededor de los 500 m sobre la superficie terrestre, los movimientos horizontales del aire tienen lugar de forma prácticamente geostrófica. Tales movimientos son, fundamentalmente, inalterados por el efecto del rozamiento terrestre y, en consecuencia, son por lo general suaves y libres de turbulencia. No obstante, por debajo de los 500 m (límite superior de la <<capa límite planetaria>> o <<capa de fricción>>) la turbulencia está evidentemente presente, junto con otras manifestaciones debidas a la fuerza de arrastre que se ejerce sobre el aire en movimiento, en virtud del rozamiento superficial, es decir, el progresivo giro del viento, en sentido antihorario, que se observa entre la cima y la base de la capa de fricción. Por otra parte, entre la cota de unos 50 m y la superficie del suelo, la velocidad se reduce, más y más rápidamente, hacia cero; a esta subregión se la denomina <<capa límite superficial>> y en ella la peculiaridad más característica es la de que depende estrechamente y en gran manera de la propia naturaleza física de la superficie del terreno, aunque también dependa la magnitud y signo del gradiente vertical de temperatura. La región comprendida entre 500 y 50 m, aproximadamente, resulta en efecto una zona de transición entre el suave flujo geostrófico existente en la atmósfera libre y el flujo, esencialmente de carácter turbulento, que existe cerca del suelo.

### 2.8.2. VELOCIDADES DEL VIENTO SOBRE UNA SUPERFICIE DE COTA UNIFORME.

Si colocamos anemómetros a diversas alturas ( $z$ ) por encima de cualquier superficie plana, uniforme y de extensión superficial suficiente, y representamos las velocidades medias del viento registradas, a diversos niveles, en función de su cota  $z$ , el perfil del viento que resulta tiene la forma que se indica en la figura 2-14: es decir, la cizalla vertical del viento  $du/dz$  resulta mayor en la proximidad de la superficie y va disminuyendo progresivamente hacia arriba. Además, con tal que los vientos sean lo bastante intensos para que puedan compensarse los efectos del gradiente vertical de temperatura (véase 2.10.3), la representación de  $du/dz$ , en función de  $1/z$ , conduce invariablemente a una relación rectilínea; por lo tanto, en general

$$du/dz = A \times 1/z \quad (2-37)$$

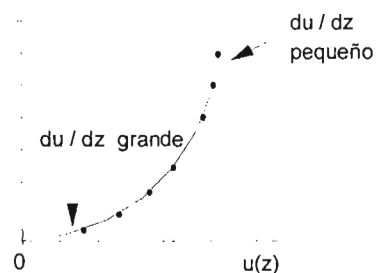


Figura 2-14. Perfil típico de viento sobre una superficie uniforme.

donde el parámetro A, aunque independiente de z, es función de la velocidad del viento y de la naturaleza de la superficie en cuestión. Al integrar la ecuación (2-37) se obtiene

$$u(z) = A \ln z + B, \quad (2-38)$$

donde B es la adecuada constante de integración. Esta relación es del mismo tipo que la que se encuentra en el laboratorio para expresar la forma del perfil del viento dentro de la capa límite turbulenta, donde la turbulencia esté plenamente desarrollada. Así pues, la naturaleza y las características del flujo de aire, en la proximidad de la superficie terrestre, pueden ser descritas e interpretadas por medio de la teoría de la capa límite, puesto que ha sido adecuadamente confirmada por las experiencias de laboratorio llevadas a cabo bajo control. Los siguientes apartados suministran una breve introducción a la teoría de la capa límite turbulenta, y aunque tal vez sea presentada en forma algo simplificada, por lo menos es suficiente para proporcionar una aceptable deducción de la ecuación del perfil logarítmico (ec (2-38)) en forma completa.

### 2.8.3. EL FLUJO EN EL SENO DE UNA CAPA LIMITE FLUIDA.

Cuando un fluido se mueve sobre una superficie de nivel constante, ejerce una fuerza horizontal sobre la superficie y en la dirección del movimiento del fluido: tal fuerza de arrastre se expresa, por lo general, por unidad de área superficial, y se denomina <<tensión o esfuerzo de cizalladura>>. Inversamente, la superficie ejerce una fuerza igual y opuesta que tiende a retardar el movimiento del fluido; tal fuerza no actúa sobre toda la masa fluida (por lo menos en primera instancia), sino tan sólo sobre su superficie inferior, y en una región más o menos restringida que se extiende hacia arriba en las inmediaciones de aquélla, y que se conoce con el nombre de capa límite fluida. El flujo en dicha capa puede ser puramente laminar, aunque esta situación raramente se da sobre las superficies extensas naturales, esencialmente turbulenta, con una subcapa laminar, casi pegada a la propia superficie (figura 2-15). La tensión de cizalla ejercida sobre la superficie por el fluido se engendra en el seno de la capa límite y es transmitida hacia abajo, hasta la superficie, en forma de flujo de cantidad de movimiento. (Las dimensiones de la tensión de cizalla pueden expresarse por  $MLT^{-2}/L^2$ , o fuerza por unidad de superficie, o  $MLT^{-1}/L^2 T$ , cantidad de movimiento, por unidad de superficie y de tiempo:)

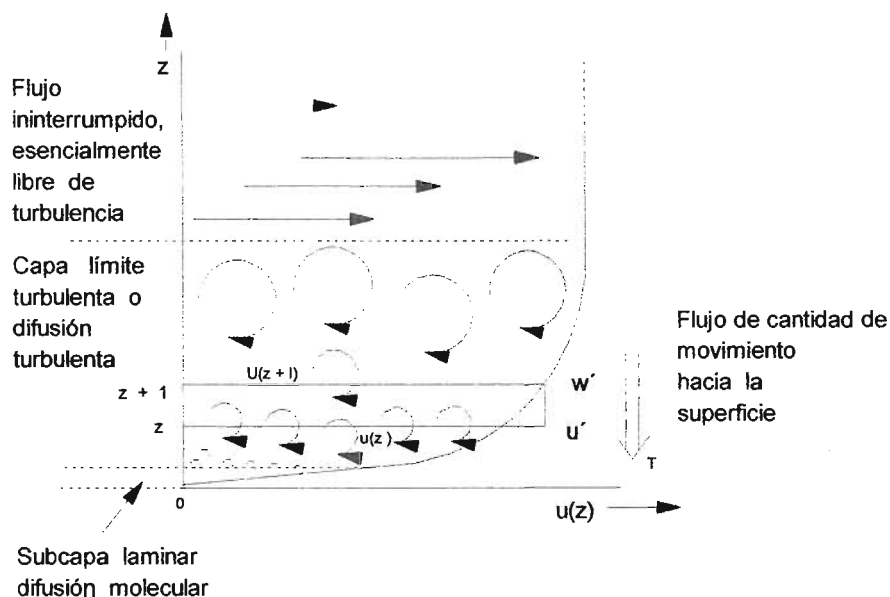


Figura 2-15. Flujo en el seno de la capa límite turbulenta, sobre una superficie lisa.

Este flujo descendente, en forma de flujo de cantidad de movimiento, tiene su origen en la naturaleza del flujo existente dentro de la capa límite, caracterizado por las tensiones de cizalla que proceden de la interacción entre la propia cizalla y los movimientos verticales aleatorios en el seno del fluido. En la subcapa laminar, estos movimientos difusores son totalmente de origen, carácter y escala moleculares; en cambio, en la zona turbulenta son macroscópicos, por lo menos en cuanto escala, de modo que <<porciones>> del fluido resultan desplazadas por la acción turbulenta, hasta una distancia característica, que se conoce con el nombre de <<longitud, o camino, de mezcla>>.  $l$  (que es una magnitud que guarda cierta analogía formal con el concepto de recorrido libre medio molecular), antes de que llegue a mezclarse con el fluido que la rodea.

#### 2.8.4. TENSIÓN DE CIZALLADURA INTERPRETADA A TRAVÉS DEL CONCEPTO DE LONGITUD ( O CAMINO) DE MEZCLA.

Con referencia a la figura 2-15, supongamos que una <<porción>> del fluido que se encuentra al principio en el nivel  $(z + l)$  y que está dotado de una velocidad media  $u(z + l)$ , es desplazada hasta el nivel  $z$ , en virtud de la acción de la turbulencia; la velocidad instantánea del fluido en  $z$  supera, en dicho instante, el valor medio en una cantidad  $u'$ , dada por  $u(z + l) - u(z)$ ; es decir, en primera aproximación,

$$u' = l(du/dz). \quad (2-39)$$

La subsiguiente fusión de dicha <<porción>> fluida con el fluido ambiente da lugar a una variación de la cantidad de movimiento  $\rho u'$ , por unidad de volumen, que tendrá a incorporarse a la del fluido en el nivel  $z$ . Además, si la magnitud de la velocidad vertical impartida a la porción del fluido es  $w'$ , el ritmo al que la cantidad de movimiento es transferida hacia abajo, a través de la unidad de superficie horizontal, por tal movimiento, debe ser igual a  $\rho u'w'$ . Suponiendo que un flujo constante de cantidad de movimiento de tal magnitud viene comunicado, por un proceso análogo, a la cara superior de la subcapa laminar, y, por consiguiente, a través de mecanismos moleculares, hasta la propia superficie., entonces podremos escribir.

$$\tau = \rho u'w' \quad (2-40)$$

#### 2.8.5. LA VELOCIDAD DE FRICCIÓN $u_x$ .

Resulta conveniente, no obstante, expresar la tensión de cizalla mediante la introducción de la <<velocidad de fricción>>  $u_x$ , de la siguiente forma

$$\tau = \rho u_x^2, \quad (2-41)$$

donde  $u_x$ , lo mismo que el producto  $u'w'$ , es constante a través de toda la zona donde sea constante el flujo de cantidad de movimiento, o la tensión de cizalla,  $\tau$ . Si suponemos que  $u'$  y  $w'$  son simplemente comparables en orden de magnitud, podemos deducir que  $u_x$  es representativa de la cuantía de las fluctuaciones que experimenta la velocidad en el seno del flujo existente en la capa límite turbulenta. No obstante, parece justificable suponer la igualdad entre  $u'$  y  $w'$ , de modo que

$$u' = w' = u_x, \quad (2-42)$$

y de esta forma podremos sustituir  $u'$  por  $u_x$ , en la ecuación (2-39). Queda, sin embargo, la tarea de hallar una expresión que nos dé la longitud de mezcla,  $l$ , para poderla sustituir en dicha ecuación (2-39).

## 2.8.6. INTERPRETACIÓN DEL CONCEPTO DE CAMINO, O LONGITUD DE MEZCLA. .

El aparentemente caótico movimiento del fluido en el seno de la capa turbulenta puede ser interpretado como un flujo suave y regular medio, al que se superpone un gran número de remolinos. Cada remolino se desplaza con el flujo medio y a la velocidad del mismo,  $u(z)$ , pero a la cual se agregan sus propios movimientos internos, que podemos identificar con las componentes  $u'$  y  $w'^2$ , para dar las velocidades reales instantáneas en cada punto. Es precisamente con la escala de remolinos individuales con la que puede ser identificada la longitud de mezcla. Intuitivamente, cabe esperar que tal escala disminuya hacia abajo, a través de la capa límite (tal como se dibuja en la figura 2-15) hasta que, en la propia superficie, todos los movimientos turbulentos resultan imposibles, de modo que allí  $l = 0$ . (Técnicamente todo el movimiento de los remolinos cesa en la cima de la subcapa laminar, ya que dentro de ella  $l$  es en realidad el recorrido libre medio molecular) La deducción más sencilla que cabe extraer del último razonamiento es la de que  $l$  es directamente proporcional a la distancia por encima de la superficie, y esto queda confirmado por la experiencia; de modo que

$$l = kz \quad (2-43)$$

Por otra parte la constante de proporcionalidad resulta independiente de la naturaleza de la superficie de que se trate; por razones históricas la constante  $k$  se conoce con el nombre de constante de von Kármán, y su valor es igual a 0.40.

## 2.8.7. EL PERFIL DEL VIENTO: ECUACIÓN COMPLETA.

A partir de las ecuaciones (2-39), (2-42) y (2-43), el parámetro  $A$  que la figura en la ecuación (2-46) resulta igual a  $u_x / k$  y, por tanto

$$du/dz = u_x / kz, \quad (2-44)$$

y en lugar de la ecuación (2-38) tendremos

$$u(z) = u_x / k \ln z + B. \quad (2-45)$$

Esta última ecuación describe la forma del perfil del viento en el seno del flujo en la capa límite turbulenta y hasta el límite inferior marcado por la subcapa laminar, donde pierde su significado, ya que daría, para  $z = 0$ , un valor de  $u(0) = -\infty$ . Este inconveniente puede evitarse, en la práctica, restringiendo la zona de aplicación de tal ecuación a la situada por encima de una cota  $z_0$ , de donde  $z_0$  se define por el requisito de que  $u(z_0) = 0$ . En este caso, la ecuación (2-45) toma la forma práctica

$$u(z) = u_x / k \ln (z/z_0), \quad (2-46)$$

en la que  $z_0$  incluye el papel de la constante de integración que antes correspondía a  $B$ . Sin embargo, la longitud  $z_0$  tiene realmente un significado físico, tal como veremos en el apartado siguiente.

## 2.9. LA INFLUENCIA DE LA RUGOSIDAD

### 2.9.1. CONCEPTO AERODINÁMICO DE RUGOSIDAD.

El valor de la longitud  $z_0$  se encuentra que está relacionada con la <<rugosidad>> de la superficie sobre la cual se llevan a cabo las medidas.

No obstante, hay que entender que cuando aquí se habla de rugosidad se hace pensando en el sentido aerodinámico de la palabra, y éste puede diferir, en mayor o en menor cuantía, de nuestra propia concepción acerca de la naturaleza de una determinada superficie natural que aparece rugosa a nuestros sentidos, ya sea del tacto o de la vista. Por ejemplo, cuando el estado del mar se califica como de <<moderado>>, su superficie no resulta más <<rugosa>>, aerodinámicamente hablando, que un campo de fútbol; además, una superficie que aparezca rugosa, a juicio de nuestros sentidos, puede ser <<aerodinámicamente lisa>> siempre que el espesor de la subcapa laminar (función decreciente de  $u_x$ ) sea suficiente para que los elementos <<rugosos>> de la superficie queden excluidos del flujo turbulento superior. Para todas las superficies aerodinámicamente lisas,  $z_0$  tiene el mismo, y muy pequeño valor del orden de  $10^{-2}$  mm, lo que viene a ser unas cien veces menor que el espesor de la subcapa laminar.

Tabla 2.3

Longitudes de rugosidades de varios tipos de superficies

Tipo de superficie	Longitud típica de rugosidad $z_0$ en mm.
Superficie de barro liso o hielo	0,01
Capa lisa de nieve (sobre césped corto)	0,05
Arena aventada	0,5
Nieve aventada	
Césped segado	1,0
Hierba corta	5
Campos de pasto	10
Páramos de brezo	25
Hierba alta y campo de cultivo	50 a 100
Bosques	Tal vez 500

En la naturaleza la mayor parte de las superficies son <<aerodinámicamente rugosas>>, es decir, los elementos que individualmente constituyen su rugosidad, tales como hojitas del césped, penetran lo bastante en la región donde existe flujo turbulento, para que podamos asegurar que la tensión de cizalla que actúa sobre la superficie está constituida por las fuerzas aerodinámicas individuales de arrastre que actúan sobre cada uno de tales elementos rugosos de forma individual, más bien que sobre todo el conjunto de la capa sublamina considerada como un todo. Para tales superficies, aerodinámicamente rugosas, el tamaño de  $z_0$  depende por entero del carácter individual de los elementos superficiales, y no sólo de su tamaño, también de su forma y distribución (espaciado, orientación, etc); en la tabla 2.3 damos algunos valores típicos del <<parámetro o longitud de rugosidad>>

## 2.9.2. LA RUGOSIDAD EN RELACIÓN CON LA TENSIÓN DE CIZALLADURA Y LA VELOCIDAD MEDIA DEL VIENTO.

De la ecuación (2-46) se deduce que cuanto mayor sea la rugosidad de una superficie, dado por el valor de  $z_0$  correspondiente, tanto más pequeño será el viento (su velocidad) necesario para dar lugar a una determinada tensión de cizalla, especificada por el valor de  $u^*$ ; o, por el contrario, tanto mayor será la tensión de cizalla producida por un determinado viento. Estas conclusiones quedan muy bien representadas y aclaradas, mediante una gráfica, de la siguiente forma: escribamos, en primer lugar, la ecuación (2-47) de la manera que sigue:

$$\ln z = k/u_x u(z) + \ln z_0 \quad (2-47)$$

Esta ecuación nos dice que si representamos  $\ln z$ , como ordenada, en función de  $u(z)$ , como abscisa, el resultado es una línea recta cuya pendiente es  $k/u_x$ , y que corta al eje  $\ln z$  en el punto  $\ln z = \ln z_0$  (abscisa  $u(z) = 0$ ).

La figura 2-16,a, nos muestra los <<perfiles logarítmicos del viento>> correspondiente a una velocidad de fricción igual a  $0,5 \text{ m s}^{-1}$  (es decir,  $\tau = 0,3 \text{ N m}^{-2}$ ), sobre superficies con diversas longitudes de rugosidad: 0,1, 1,0, 10 y 100 mm; la velocidad del viento, indicada para  $z = 2 \text{ m}$ , disminuye desde  $12,3 \text{ m s}^{-1}$ , con  $z_0 = 0,1 \text{ mm}$ , hasta  $3,3 \text{ m s}^{-1}$ , con  $z_0 = 100 \text{ mm}$ . La figura 2-16,b, por otra parte, corresponde a una velocidad fija del viento, a  $z = 2 \text{ m}$ , igual a  $7,5 \text{ m s}^{-1}$ , y nos muestra que la tensión de cizalla aumenta desde un valor de  $0,1 \text{ N m}^{-2}$  ( $u_x = 0,3 \text{ m s}^{-1}$ ) sobre una superficie con  $z_0 = 0,1 \text{ mm}$ , hasta  $1,2 \text{ N m}^{-2}$  ( $u_x = 1,0 \text{ m s}^{-1}$ ), sobre una superficie con  $z_0 = 100 \text{ mm}$ . En las figuras 2-16,a y 2-16,b, se incluyen también unos esquemas relativos a los correspondientes perfiles reales del viento; éstos ponen de manifiesto, con más realismo y evidencia, las condiciones reales del viento que las otras representaciones de carácter logarítmico.

De la figura 2-16,b, cabe deducir otra cuestión de relativa importancia; a saber, que cuanto más rugosa sea una superficie, tanto más pequeño será el viento medio que exista en su inmediata proximidad, aunque la turbulencia, o rafagosidad, allí existente sea mayor (especificada por el valor de  $u_x$ ). Esto concuerda con los datos que se daban en el apartado 6.4, y que para un determinado espaciado de las isobaras (es decir, para un determinado viento geostrófico) implicaban que la velocidad del viento, medida a 10 m sobre el mar ( $z_0$  0,1 a 1,0 mm), es en promedio unas dos veces mayor que el que se mida sobre tierra ( $z_0$  10 a 100 mm). Asimismo, como la fuerza destructora del viento sobre un obstáculo aislado (casa, granero, árbol, etc) es, aproximadamente, proporcional al cuadrado de su velocidad, resulta evidente la necesidad de mantener una cierta rugosidad general sobre todas aquellas zonas del campo que puedan estar expuestas a los embates del viento, incluso si esto representa la la necesidad de replantar nuevos setos o plantaciones arbóreas que previamente fueron arrancados en aras de la economía.

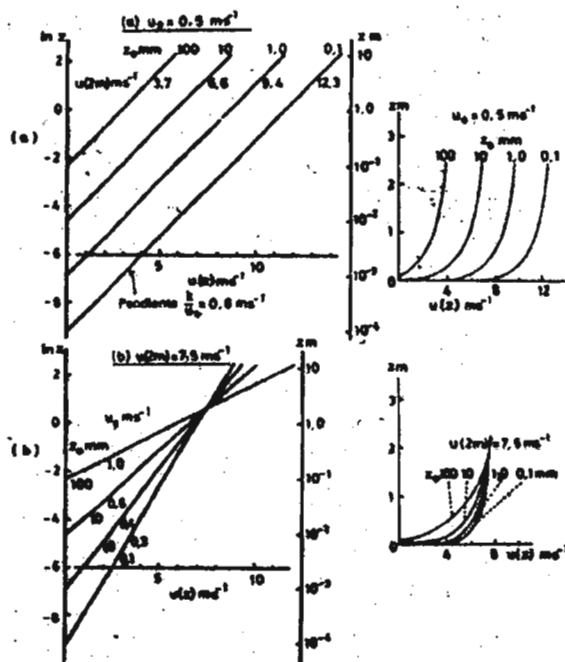


Figura 2-16. Perfiles del viento, logarítmicos y reales, para diversos valores de  $z_0$ . a)  $u_x = \text{constante} = 0,5 \text{ m s}^{-1}$ ; b)  $u(2 \text{ m}) = \text{constante} = 7,5 \text{ m s}^{-1}$ .

### 2.9.3. EL COEFICIENTE DE ARRASTRE $C_D$

Hasta aquí hemos planteado la rugosidad de una superficie en términos del parámetro  $z_0$ ; sin embargo, con frecuencia resulta preferible relacionar la idea de rugosidad con la magnitud de la tensión de cizalla (es decir, la fuerza de arrastre por unidad de superficie horizontal) originada por una determinada cantidad de viento; tal relación se expresa de modo satisfactorio mediante el coeficiente de arrastre superficial,  $C_D$ , que se define de la siguiente forma:

$$\tau = \rho u_x^2(z) C_D(z), \quad (2-48)$$

(Evidentemente, la <<determinada cantidad de vientos>> mencionada depende de la cota a la que es medida, de modo que  $C_D$ , a su vez, también debe ser función de  $z$ . En la práctica  $C_D$  se refiere a una altura estándar que, por lo general, es la de 2 m, o de 10 m). Al comparar las ecuaciones (2-48) y (2-41) se obtiene la sencilla relación

$$C_D(z) = (u_x / u(z))^2 \quad (2-49)$$

Como gran parte de la fuerza de arrastre que actúa sobre las superficies rugosas naturales (vegetación) es debida a la acción de las fuerzas de presión sobre los elementos individuales que determinan la rugosidad de la superficie (hojas, tallos, vástagos, etc), y como tales fuerzas varían según el cuadrado de la velocidad del viento, puede deducirse de la ecuación (2-58) que a cualquier altura determinada sobre tal superficie, la relación entre la velocidad de fricción y la velocidad media del flujo debe ser independiente de la velocidad del viento; por otra parte, de la ecuación (2-46) podemos deducir que la constancia del coeficiente de arrastre implica que también sea constante la longitud de rugosidad. Por tanto, el valor de  $C_D$  (o el de  $z_0$ ), obtenido para cualquier velocidad del viento razonable y para una determinada superficie, puede considerarse como el único valor correspondiente a la misma y, en consecuencias, utilizado para calcular la fuerza de arrastre sobre la misma, para cualquier otra velocidad del viento.

### 2.9.4. $C_D$ CONSIDERADO COMO UN COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA.

Para el meteorólogo dedicado a la micrometeorología, el coeficiente  $C_D$  viene a ser algo más que un simple coeficiente aerodinámico de arrastre, puesto que cuando tiene valores altos implica la existencia de una superficie con mucha rugosidad, y viceversa. Se trata de un coeficiente cuya magnitud suministra una medida de la eficacia con la que la cantidad de movimiento puede ser transferida (hacia abajo), a través de la capa límite turbulenta, hasta la superficie inferior. (Adviértase que para una determinada velocidad del viento, un coeficiente de arrastre alto implica, por la ecuación (2-48), una gran tensión de cizalla lo que, a su vez, entraña la existencia de un gran flujo descendente de cantidad de movimiento.) En consecuencia, se deduce que  $C_D$  debe estar relacionada, en alguna forma, con la <<conductancia>> de la capa límite globalmente considerada, conductancia que viene determinada en gran parte por la acción difusora de la turbulencia. Esta importante propiedad de la turbulencia será estudiada en el apartado 2.10.

### 2.9.5. EFECTO DE UNA VARIACIÓN EN LA RUGOSIDAD DE LA SUPERFICIE.

Por último hay que destacar que un flujo de aire no se adapta, hasta cierto espesor considerable del mismo, a las características impuestas por la rugosidad de determinada superficie sobre la que discurre, más que a partir de una considerable distancia recorrida sobre la misma y a sotavento; esto es lo que ilustra la figura 2-17. En la figura 2-17,a, se nos muestra un viento que viene soplando a lo largo de la superficie cuya longitud de rugosidad es  $z_{01}$  (y que se supone extendido de forma indefinida a barlovento más allá del punto A), y que se encuentra con otra superficie más rugosa ( $z_0 = z_{02}$ ) que se extiende a partir del punto O, por lo menos hasta una distancia OB.



El perfil del viento característico de la primera superficie, y que es el que llega a la segunda superficie, en O, viene esquematizado en la figura 2-17,b, de donde también se da una idea del valor de la velocidad de fricción ( $u_{x1}$ ), que es independiente de z, lo que viene a indicar la constancia de la tensión de cizalla en toda la capa limite, una tensión ( $\tau_1$ ) igual a la que actúa sobre la primera superficie. La curva OD, en la figura 2-17,a, representa el limite superior de la región dentro de la cual la forma del perfil de viento incidente es modificada, de alguna forma, por el cambio de rugosidad de la superficie; la curva OC, por otra parte, corresponde a la extensión vertical, más restringida, en la cual el perfil incidente ya se ha ajustado totalmente a la nueva rugosidad; evidentemente el sector común, DOC, debe considerarse como la zona de transición.

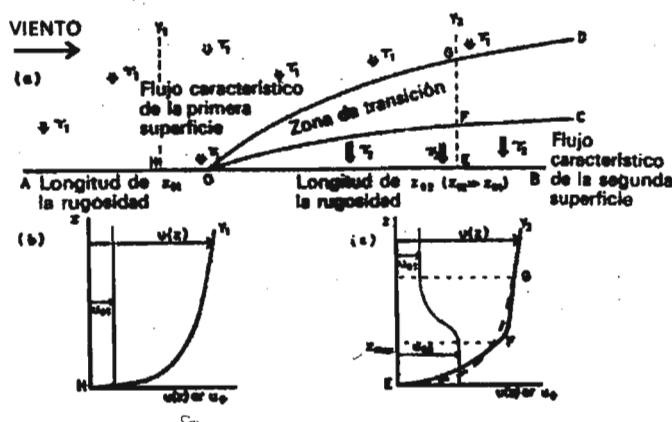


Figura 2-17. Efecto de la variación de la rugosidad de la superficie desde  $z_{01}$  a  $z_{02}$ ;  $z_{02} > z_{01}$ . a) Zona que se extiende la influencia de la nueva rugosidad de la superficie; b) perfiles del viento y de la velocidad de fricción sobre la nueva superficie; c) perfiles del viento y velocidad de fricción a sotavento a partir del punto en que se produce el cambio de rugosidad.

Tales extremos resultan tal vez mejor ilustrados en la figura 2-17,c, en la que podemos ver el perfil del viento correspondiente a un punto E, situado a una cierta distancia, a sotavento, del O en que se produce el cambio de rugosidad. En la misma figura se indica también el perfil vertical incidente, o inicial  $u_x$ , así como la distribución vertical de la tensión de cizalla, representada por  $u_x$ . Naturalmente, la zona de transición es la región en la cual la tensión de cizalla es modificada, desde su valor inicial, al que es característico ( $\tau_2$ ) de la nueva rugosidad de la superficie.

La profundidad (EF) hasta la cual se ha establecido el perfil modificado del viento, característico de la superficie existente por debajo, varían tan sólo lentamente con la distancia, a sotavento, a partir del punto en que tuvo lugar el cambio de rugosidad. Esto viene a ser una cuestión que con frecuencia resulta de interés práctico, debido a que, en la naturaleza, las superficies homogéneas tienden a ser de extensión limitada. Como regla práctica puede decirse que el perfil del viento, a una distancia X a sotavento de la zona en que se produce el cambio de rugosidad superficial, resulta ser característico de tal superficie tan sólo hasta un nivel  $Z_{m\acute{a}x}$  dada por la siguiente relación aproximada,

$$Z_{m\acute{a}x} = X/40 \quad (2-50)$$

y no más allá.

En cualquier experiencia de campo, proyectada con objeto de medir la longitud de rugosidad, por ejemplo, los anemómetros deben estar situados por debajo de la altura  $Z_{m\acute{a}x}$  donde el flujo puede considerarse <<plenamente desarrollado>>.

## 2.10. TRANSPORTE VERTICAL POR TURBULENCIA

<<La característica del viento en superficie que más interés tiene para un micrometeorólogo no es su magnitud, ni su dirección, sino su turbulencia (...). El efecto principal de la turbulencia es el reforzar la difusión de materia, calor y cantidad de movimiento>> (O. G. Sutton).

La turbulencia en cualquier fluido tiene una acción difusora que resulta, en varios órdenes de magnitud, más efectivas que la que procede del propio movimiento aleatorio de las moléculas. Por ejemplo, un tinte líquido introducido con cuidado en el fondo de un recipiente de cristal lleno de agua (a la temperatura ambiente) tardará varias horas en difundirse uniformemente por todo el recipiente, mientras que el mismo resultado se obtiene inmediatamente por simple agitación. A escala atmosférica, la difusión molecular es insignificante por completo; en realidad, si no fuera por la acción mezcladora producida por la turbulencia en la capa límite planetaria, las condiciones en la superficie terrestre y en sus proximidades diferirían de forma catastrófica de aquella con las que estamos actualmente familiarizados. Los humos que continuamente lanzan los centros industriales o los centros urbanos de densa población dejarían de difundirse y mezclarse en profundidad con el aire atmosférico, del que por fin resultan eliminados a través de la lluvia. Por el contrario, tal polución permanecería retenida dentro de una estrecha capa atmosférica, junto a la propia superficie terrestre; como , además, la evaporación procedente de los océanos (a su vez consecuencia de intercambios turbulentos) quedaría prácticamente inactiva, no existiría lluvia para la eliminación, por lavado, de dicha polución; en consecuencia, ésta se acumularía y se iría haciendo indefinidamente cada vez más densa y espesa la capa anclada junto al suelo. Además, cualquier parte del globo terráqueo, con tal que no estuviera permanentemente encerrada por una capa de bruma, niebla o smug, se vería sometida a enormes fluctuaciones diarias de temperatura, debido a la ausencia de un mecanismo adecuado para la transferencia de calor.

Evidentemente, gracias a la turbulencia que por lo común está presente en la capa límite planetaria, tal zona está dotada del elemento de <<conductividad>> que se requiere exista en el flujo de aire, para que puedan mantenerse en su seno los indispensables flujos de vapor de agua, calor sensible y polución. Al deducir las ecuaciones para tales flujos, resulta a la vez útil e instructivo hacerlo siguiendo una analogía eléctrica (tal como la conductividad), y recurriendo también a la misma técnica, tal como vamos a ver.

### 2.10.1. ECUACIONES PARA EL FLUJO; UTILIZACIÓN DE ANALOGÍAS ELÉCTRICAS.

En electricidad, cuando se aplica a un conductor metálico la ley de Ohm, la relación entre su resistencia, corriente que circula por el conductor y la diferencia de potencial que existe entre sus extremos, es

$$\text{resistencia} = \text{diferencia de potencial/corriente} \quad (2-51)$$

Por cierto, que la ley de Ohm se estableció introduciendo una analogía con el flujo de calor. Ahora nosotros vamos a invertir el curso de los acontecimientos. Si escribimos la ley de Ohm en la forma:

resistencia eléctrica = diferencia de potencial eléctrico/velocidad del flujo de carga

tendremos que la ecuación térmica equivalente será

resistencia térmica = diferencia de temperatura/velocidad del flujo de calor

o bien

resistencia térmica = diferencia de temperatura/flujo de calor

Aquí las analogías son evidentes, y podremos extender este tipo de ecuación a otros casos de flujos muy diversos, con las magnitudes convenientes en sustitución de la diferencia de potencial y la velocidad del flujo; aunque hay que advertir que al hablar de flujo, nos referimos al que pasa a través de la unidad de superficie, en la unidad de tiempo. La ecuación análoga es

$$\ll\text{resistencia} = \ll\text{diferencia de potencial}\gg / \ll\text{flujo}\gg \quad (2-52)$$

La última ecuación puede ser aplicada, sin posterior modificación, a problemas en los que intervenga el flujo turbulento de cualquier propiedad (en sentido vertical), a través de una región de la capa límite, con tal que, en cada caso, se utilice el <<potencial>> apropiado, es decir, la concentración, o sea la cantidad por unidad de volumen de la propiedad de que se trate. (La dirección de tal flujo tiene siempre lugar en el sentido de las concentraciones decrecientes.) Se deduce que la resistencia turbulenta se define como el cociente (diferencia de concentración)/(flujo); como tal cociente equivale al de (diferencia en cantidad por unidad de volumen)/(cantidad por unidad de superficie y de tiempo). observamos que sean las que fueren las dimensiones de la propiedad que se transfiera, por ejemplo, Q, por turbulencia, las de la resistencia  $(QL^{-3})/(QL^{-2} T^{-1})$ , es decir,  $TL^{-1}$ , o sea las de una (velocidad)<sup>-1</sup>.

Directamente asociado con la turbulencia, en una capa límite totalmente desarrollada, está el flujo descendente de cantidad de movimiento de magnitud  $\tau$  (véase 2.8.3.). La diferencia de potencial que da lugar a la existencia de flujo entre cualquier nivel apropiado, z, y la superficie es igual a la correspondiente diferencia de cantidades de movimiento por unidad de volumen, es decir,  $\rho u(z) - \rho u_0$ , y como la velocidad del viento  $u_0$  junto al suelo es siempre nula, sencillamente nos queda  $\rho u(z)$ . De la ecuación (2-61) se deduce que la resistencia para la transferencia de cantidad de movimiento, entre z y el suelo, que designaremos por  $r_D(z)$ , viene dada por  $\rho u(z)/\tau$ . No obstante, como  $\tau = \rho u_x^2$  (ec (2-50)), tendremos que

$$r_D(z) = u(z) / u_x^2 \quad (2-53)$$

La forma precisa de la relación existente entre el coeficiente de transferencia de cantidad de movimiento,  $C_D(z)$ , y la conductancia de la correspondiente capa límite, que habíamos sugerido en el apartado 2.9.4, puede hallarse combinando las ecuaciones (2-53) y (2-49) hasta encontrar

$$r_D(z) = 1 / u(z) C_D(z) \quad (2-63)$$

De modo que  $(r_D(z))^{-1}$ , conductancia de la capa límite (respecto a la cantidad de movimiento), entre z y el suelo, es igual al producto de  $u(z)$  por el coeficiente  $C_D(z)$ .

Para la transferencia convectiva de calor, el potencial adecuado es el <<contenido>> de calor por unidad de volumen, es decir,  $\rho c_p T$ . De modo que la resistencia ofrecida a un flujo de calor, de magnitud H, entre una superficie cuya temperatura media sea  $T_0$ , y el nivel z, en el que la temperatura media es  $T(z)$ , debe venir dada por

$$r_H(z) = \rho c_p (T_0 - T(z)) / H \quad (2-55)$$

La expresión análoga para el flujo de evaporación E es

$$r_v(z) = P / 8/5 P_x (e_0 - e(z)) / E \quad (2-56)$$

en la cual el potencial adecuado correspondiente,  $p_v$ , viene expresado en función de la presión de vapor. (vease 2.7.1).

Las resistencias  $r_H(z)$  y  $r_v(z)$ , tal como han sido definidas en las ecuaciones anteriores, pueden ser calculadas, en cualquier caso y circunstancias, a partir del conocimiento de la magnitud del flujo apropiado y la correspondiente diferencia de potencial.

Por otra parte, si queremos utilizar tales ecuaciones para la determinación de los propios flujos, es preciso encontrar un valor para  $r_H(z)$  o  $r_v(z)$ ; bien es la verdad que en ocasiones en lugar de tales valores de dichas resistencias suele utilizarse el valor de la resistencia  $r_D(z)$ , pero esto, con frecuencia, resulta una pobre aproximación, en virtud de los distintos procesos o mecanismos de transferencia implicados junto a la propia superficie del suelo, en particular cuando se trata de una superficie aerodinámicamente rugosa. Como resultado de esto, y también debido a las dificultades que presenta la medida (o incluso la simple definición) de las condiciones medias de temperatura, o de presión de vapor, en una superficie recubierta de vegetación, las ecuaciones del flujo de calor y vapor de agua, generalmente, se expresan de la forma siguiente:

$$H = \rho c_p (T(z_1) - T(z_2)) / r_H(z_1, z_2) \quad (2-57)$$

y

$$E = P / 8/5 P \times (e(z_1) - e(z_2)) / r_v(z_1, z_2) \quad (2-58)$$

en las que  $z_1$  y  $z_2$  son dos niveles, de los que el primero,  $z_1$ , es el más próximo al suelo, mientras que cada  $r(z_1, z_2)$  es la resistencia adecuada a la magnitud que es transferida entre  $z_1$  y  $z_2$ . Excepto a la propia superficie del suelo, el transporte vertical de cualquiera otra propiedad, por ejemplo, el vapor de agua, tiene lugar en virtud de los mismos movimientos turbulentos que, simultáneamente, dan lugar al transporte de cualquier otra, tal como la cantidad de movimiento. En consecuencia, cada propiedad debe experimentar la misma resistencia turbulenta, de modo que

$$r_H(z_1, z_2) = r_v(z_1, z_2) = r_D(z_1, z_2) \quad (2-59)$$

donde, como consecuencia de la ecuación (2-62), tendremos:

$$r_D(z_1, z_2) = u(z_2) - u(z_1) / u_x^2 \quad (2-60)$$

## 2.10.2. FLUJO CALORÍFICO Y OTROS CÁLCULOS.

Supongamos que en una región donde existe un flujo en la capa límite turbulencia, bien desarrollado (es decir, por lo menos a 100 m a sotavento del más próximo pequeño obstáculo, o cambio significativo de rugosidad), se han llevado a cabo unas observaciones en relación a la velocidad media del viento, temperatura y presión de vapor, sin que tales observaciones puedan estar significativamente afectadas por los efectos de la convección libre (vease 2.10.3) y que los resultados obtenidos son los que se indican en la tabla 2.4.

Tabla 2.4

Z m	u(z) m s <sup>-1</sup>	T(z) °C	e(z) mb
2	4.8	19.8	18.7
1	4.0	20.5	19.3

Los flujos verticales correspondientes al calor sensible y vapor de agua, asociados a los datos dados, podrán ser determinados de la siguiente forma.

1) Antes de deducir la resistencia turbulenta apropiada, a partir de la ecuación (2-69), hay que encontrar el valor  $u_x^*$ ; de la ecuación (2-46) deducimos

$$u(z_1)/u_x = 1/k \ln(z_1/z_0) \text{ y } u(z_2)/u_x = 1/k \ln(z_2/z_0),$$

de modo que

$$u_x = k(u(z_2) - u(z_1)) / \ln(z_2/z_1) \quad (2-61)$$

de donde, a partir de los datos de la tabla 2.4 y con  $k=0,40$  se obtiene

$$u_x = 0,46 \text{ m s}^{-1}.$$

2) A partir de la ecuación (2-60),

$$r_D(z_1, z_2) = 3,8 \text{ s m}^{-1}.$$

3) Este valor de la resistencia se sustituye en la ecuación (2-57), por intermedio de la ecuación (2-68), poniendo, además,  $\rho = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$  y  $C_p = 10^3 \text{ J kg}^{-1}$ , para obtener el flujo del calor sensible,

$$H = 0,22 \text{ kW m}^{-2};$$

(4) En la ecuación (2-58), poniendo, además  $p = 1000 \text{ mb}$ , se obtendrá el flujo de vapor de agua, o ritmo de evaporación,

$$E = 1,2 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}.$$

En unidades prácticas, el último dato equivale a una velocidad de evaporación de 0,43 mm de agua por hora; mientras que en términos del calor latente implicado, resulta equivalente a un flujo energético:

$$L_v E = 0,30 \text{ kW m}^{-2}.$$

El flujo total de energía que parte de la superficie, en virtud del mecanismo de intercambio turbulento, es igual a la suma de  $H$  y  $L_v E$ , es decir,  $0,52 \text{ kW m}^{-2}$ . Este dato, a su vez, puede ser igualado al flujo neto de energía radiante incidente sobre la misma superficie, al mismo tiempo,  $R_{\text{net}}$ , con tal de que podamos considerar despreciable la contribución del flujo de energía, hacia la superficie, en virtud de la conducción molecular (así como que las condiciones medias puedan ser consideradas en estado estacionario).

La relación entre los flujos, calor sensible y calor latente, que parten de la superficie, que se conoce con el nombre de relación de Bowen,  $B$ , y que viene dada por  $H/L_v E$ , es igual a 0,73, valor típico de una superficie con vegetación. Sobre una superficie de agua, comparativamente, la distribución de  $R_{\text{net}}$  entre calor sensible y latente es mucho menos uniforme, siendo frecuentes los valores de  $B$  de alrededor de 0,1.

Mediante el cálculo de la longitud de rugosidad,  $z_0$ , de una superficie puede obtenerse alguna información acerca del tipo de la misma. Esto puede conseguirse, en la forma más conveniente, dividiendo la ecuación (2-46), con  $z=z_1$ , por la ecuación (2-61), para obtener la relación

$$x = u(z_1) / u(z_2) - u(z_1) = \ln(z_1/z_0) / \ln(z_2/z_1) \quad (2-62)$$

A partir de la tabla 2.4, resulta  $x = 5$ , de modo que  $z_0$  vendrá dado por la relación

$$z_0 = z_1 / (z_2/z_1)^x \quad (2-63)$$

y resulta ser igual a 33 mm, que es un valor típico para el césped de longitud media.

Finalmente, una primera aproximación en la relación a la temperatura media y presión de vapor, junto a la propia superficie, se obtiene: sustituyendo  $r_D(z)$ , en lugar de  $r_H(z)$  y  $r_V(z)$ , en las ecuaciones (2-55) y (2-56), de la siguiente forma:

La resistencia  $r_D(z_1)$  se encuentra a partir de la ecuación (2-62), con  $u_x = 0,46 \text{ m s}^{-1}$ , y resulta

$$r_D(z) = 19,0 \text{ s m}^{-1}.$$

que, en la ecuación (2-55), con  $H = 220 \text{ W m}^{-2}$  y  $T(z_1) = 20,5 \text{ }^\circ\text{C}$ , nos da

$$T_o = 24,0 \text{ }^\circ\text{C},$$

y, en la ecuación (2-56), con  $E = 1,2 \times 10^{-4} \text{ (kg m}^{-2} \text{ s}^{-1})$  y  $e(z_1) = 19,3 \text{ mb}$ , se obtiene

$$e_o = 22,3 \text{ mb}.$$

Adviértase la diferencia de temperatura, relativamente notable, existente entre la superficie del suelo y la región comprendida entre 1 y 2 m. Este hecho resulta típico de los días de cielo claro despejado, muchas veces al año, pero viene a ser especialmente beneficioso para el microclima de algunas regiones durante el periodo primaveral de crecimiento vegetal.

### 2.10.3. GRADIENTES VERTICALES DE TEMPERATURA EN RELACIÓN AL INTERCAMBIO TURBULENTO.

La ecuación que nos da el perfil logarítmico del viento (2-46), así como las relaciones que se deducen de la misma, tal como la ecuación (2-61), son aplicables (en sentido rigurosamente teórico) tan sólo en condiciones de estabilidad neutra o indiferente. Además, que en condiciones de fuerte gradiente térmico vertical o de inversión térmica, la ecuación (2-46) no es capaz de describir la forma de los perfiles de viento observados, mientras que la igualdad establecida en la ecuación (2-59) falla, igualmente, en tales circunstancias. En consecuencia, el principal objetivo de este apartado es el de establecer hasta qué punto las condiciones pueden diferir de la estricta neutralidad, sin que por ello resulten invalidas para su utilización las ecuaciones (2-46) y (2-59); en realidad, sin que tal discrepancia sea capaz de determinar modificaciones significativas en el simple esquema de intercambio turbulento, asociado al flujo en la capa límite, bajo condiciones de estricta estabilidad indiferente o neutra.

La figura 2-18 nos muestra perfiles típicos de velocidad, temperatura y densidad, en la capa límite turbulenta, dentro de la cual la temperatura disminuye con la altura. Se han escogido dos niveles de referencia ( $z_1$  y  $z_2$ ), dentro de dicha capa límite, de tal manera que  $z_2 = z_1 + l$ , donde  $l$  representa la longitud de recorrido, o de mezcla, local.

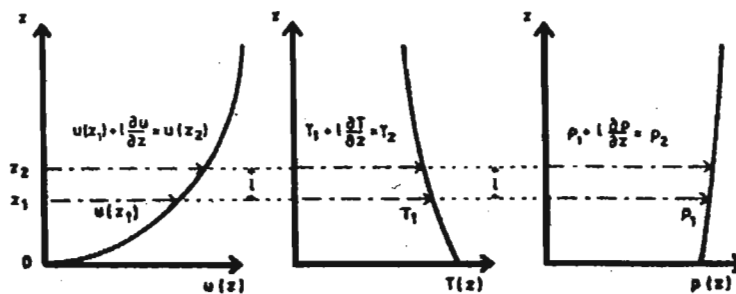


Figura 2-18. Perfiles de la velocidad del viento, temperatura y densidad en una capa límite turbulenta. El intercambio turbulento de cada propiedad tiene lugar a través de la misma distancia característica, o camino, o longitud, de mezcla,  $l$ .

Consideremos un <<paquete>> de fluido de volumen  $V$ ; su energía cinética está formada por dos componentes independientes: una procede de su avance horizontal, como parte constitutiva del flujo general, del fluido al que pertenece, mientras que la otra ya asociada a los propios movimientos aleatorios que va tomando, en virtud de la turbulencia forzada existente en dicha capa.

Advirtamos que, entonces, tal intercambio turbulento está fuertemente inhibido por la presencia de una inversión térmica, tal como la que se produce, en virtud del enfriamiento radiativo, junto al suelo en condiciones de cielo despejado.

Pasando al otro extremo, en una región en la que  $R_i$  resulta ser algebraicamente inferior a -1, por ejemplo, la convección libre sustituye a la forzada, como mecanismo de transferencia dominante, dando lugar, en consecuencia, a un notable refuerzo del intercambio turbulento, característico de las condiciones en las que existe fuerte gradiente térmico vertical. Incluso para valores de  $R_i$  tan pequeños en valor absoluto, como -0,1 la influencia del gradiente térmico asociado es suficiente para amplificar significativamente la turbulencia ya existente en la capa límite y, como resultado, alterar la forma del perfil logarítmico del viento.

El intervalo de valores del número de Richardson para los cuales las ecuaciones (2-46) y (2-59) pueden de hecho ser consideradas como válidas, resulta muy pequeño, pues viene a ser

$$-0,01 < R_i < 0,01. \quad (2-69)$$

Fuera de tal intervalo de valores, hay que tener en cuenta el efecto del empuje hidrostático, sobre el perfil medio del viento, así como los ritmos, o velocidades, a los que tiene lugar el transporte de cantidad de movimiento, masa y calor, a través de la capa límite turbulenta.

Para determinar, vamos a comprobar que en nuestro caso de las observaciones anotadas en la tabla 2.4 dichos datos no estaban significativamente afectados por los efectos de la convección libre. En primer lugar la ecuación (2-68) puede simplificarse haciendo en ella  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  y  $T$  igual a 288 K, y escribiéndola luego en forma de diferencias finitas de la siguiente manera:

$$R_i = 0,035 \Delta T \times \Delta z / (\Delta u)^2. \quad (2-70)$$

De acuerdo con la tabla 2.4, tendremos:  $\Delta T = -0,7 \text{ K}$ ,  $\Delta z = 1,0 \text{ m}$ , y  $\Delta u = 0,8 \text{ m s}^{-1}$ : de modo que  $R_i = -0,04$ , que está en razonable acuerdo con los límites establecidos por la (2-69).

## CAPITULO 3

# PROPAGACIÓN DEL SONIDO AL AIRE LIBRE



### 3.1. EL OÍDO Y LA AUDICIÓN.

#### 3.1.1. Introducción.

El oído constituye el intermediario entre la señal física, objetiva, constituida por la presión acústica y el elaborador de la sensación subjetiva, que es el cerebro. Su estudio, así como el conocimiento amplio de su funcionamiento son necesarios para comprender los fenómenos relacionados con la audición, sus limitaciones y propiedades.

El oído humano es uno de los órganos más admirables del organismo, y los procesos que conducen al estímulo de los nervios auditivos muestran muy claramente la necesidad de un buen dominio de los principios físicos fundamentales para comprender los problemas de la biología y de la medicina. Es digno de señalar que quienes más han contribuido a nuestro entendimiento de los mecanismos del oído, Helmholtz y Békesy, el primero, uno de los científicos de mayor diversidad de conocimientos de todos los tiempos, que dominaba por igual las matemáticas, la física, la fisiología y la anatomía, y, el segundo, un ingeniero de comunicaciones que en 1961 ganó el premio Nobel de medicina.

El estímulo primario que da origen a la sensación de audición es una onda sonora que se propaga en el aire. El amplio campo de frecuencias varía entre 20 y 20 000 Hz, pero el oído no es igualmente sensible en todo este intervalo. La figura 3-1 muestra la correlación entre audibilidad y frecuencia para personas jóvenes de buen oído en condiciones de laboratorio cuidadosamente controladas. En ordenadas se ha representado el nivel de intensidad y en abscisas la frecuencia, esta última a escala logarítmica. Se pide a las personas sometidas a prueba equiparar en sonoridad a tonos puros de diferentes frecuencias y se dibujan, como se indica, las curvas de igual sonoridad.

Así, por ejemplo, se ve en la figura que un sonido de 40 dB en una frecuencia de 1 000 Hz suena tan fuerte como un sonido de 20 dB en una frecuencia de 200 Hz. El concepto de sonoridad se estudiará con detenimiento en la sección 3.1.9.

Cuando el nivel de intensidad del sonido es bastante alto, el oído experimenta una sensación molesta, y la línea de trazos muestra este umbral de la sensación desagradable. Se observará que no depende de mucho de las frecuencias, y que permanece bastante constante en unos 120 dB. La curva inferior es el umbral de la audición y depende mucho de la frecuencia. Este umbral corresponde a personas jóvenes de buen oído, pero para una persona media el umbral de audición está representado con más aproximación por la segunda curva. Esto significa que en una población, una persona de cada dos requiere un nivel de intensidad de 20 dB a 1000 Hz para poder percibir el sonido. La sensibilidad del oído es admirable. A un nivel de intensidad de 0 dB corresponde una máxima amplitud de presión de  $3 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ , aproximadamente, y esta pequeña fluctuación está superpuesta a una presión atmosférica general de  $10^5 \text{ N/m}^2$ . La amplitud de vibración de las moléculas de aire a 0 dB es inferior al diámetro de un átomo. Evidentemente un mecanismo tan sensible es digno de un detenido estudio.

El aparato auditivo sirve para comunicarnos, oír música, localizar fuentes sonoras y también para oír ruidos molestos.

Formando parte del aparato auditivo está el oído, que consiste en un complejo órgano capaz de distinguir una gran resolución tanto de frecuencias como de intensidades sonoras, mediante un complejo proceso de recepción y análisis del sonido.

No obstante, y hablando sólo del ruido, hay que resaltar que, aparte de sus características físicas, existe una importante componente subjetiva que hace que un mismo sonido pueda ser considerado agradable o molesto, o incluso indiferente. Algunos factores que influyen en esta subjetividad del ruido son la hora del día, el grado de atención o concentración de las personas receptoras, quién produce el ruido y quién lo padece, si el ruido es familiar o extraño, o si el ruido es continuo o intermitente.

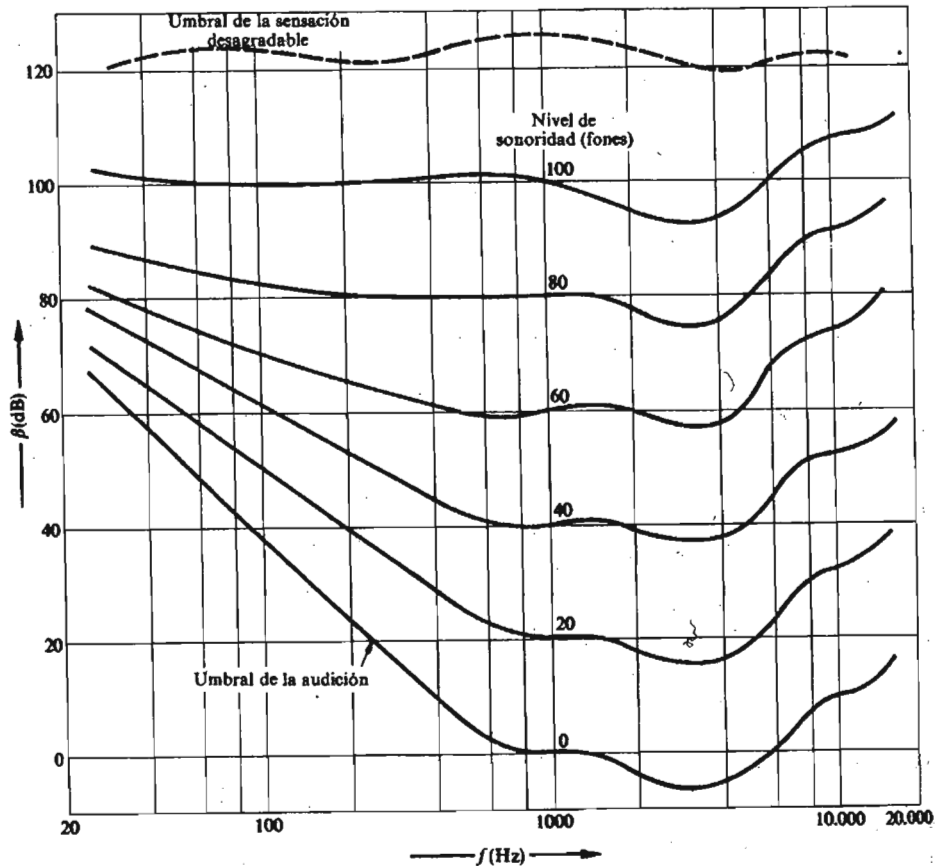


Figura 3-1. Audibilidad de sonido del oído humano en función de la frecuencia.

### 3.1.2. ANATOMÍA DEL OÍDO HUMANO.

La figura 3-2 muestra las características anatómicas principales del oído humano. Los pabellones arrugados exteriores, de piel y cartilago son de poca utilidad, y el verdadero proceso auditivo comienza cuando la onda de presión del aire penetra en el canal auditivo que la encauza hacia el tímpano. El tímpano separa el canal auditivo del oído medio, que es una pequeña cavidad llena de aire que aloja los huesecillos, o sea el sistema formado por tres huesos articulados llamados martillo, yunque y estribo. El martillo está unido a la cara interna del tímpano y se halla sujeto además por un pequeño músculo que lo une al hueso que lo rodea. El yunque articula el martillo al estribo, el cual termina en una lámina unida a una abertura en el laberinto óseo denominada ventana oval. El oído medio se comunica con la parte superior de la garganta por la trompa de Eustaquio, que se abre en el momento de la deglución. Su misión es mantener el oído medio de la presión atmosférica, ya que se pierde progresivamente oxígeno por absorción en la superficie.

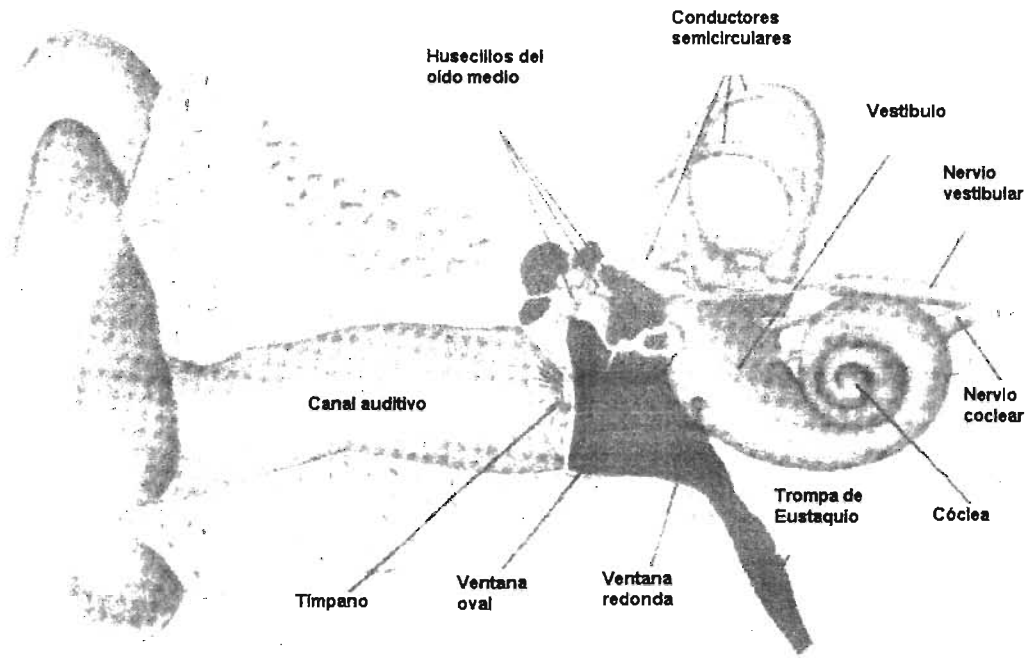


Figura 3-2. Características principales del oído humano.

La ventana oval es la entrada al oído interno, que está formado por una serie de cavidades sumamente protegidas por el hueso temporal, el más duro del cuerpo. Las dos partes principales del oído interno son el aparato vestibular o conductos semicirculares que forman el sistema natural de referencia para el control del equilibrio y la cóclea, cavidad en forma de caracol en la que tiene lugar el proceso principal de la audición. La figura 3-3 muestra un aspecto, sin arrollar, del caracol. En realidad tiene  $2 \frac{3}{4}$  vueltas con una longitud total de unos 5 mm. En la mayor parte de su longitud está dividido en dos canales, el canal vestibular que procede de la ventana oval y el canal timpánico que termina en la ventana redonda, membrana que conduce de nuevo al oído medio. Estos dos canales están llenos de un líquido llamado perilinfa, que es virtualmente el mismo líquido espinal, y se unen en el vértice del caracol a través de una pequeña abertura llamada helicotrema. La perturbación sonora se desplaza desde la ventana oval a lo largo del canal vestibular, pasa por el helicotrema y vuelve hacia el canal timpánico, siendo disipada cualquier energía residual en la ventana redonda. Separando hay una rebanada en forma de cuña que es el canal coclear. Entre el canal coclear y el canal vestibular hay una fina membrana (membrana de Reissner) y entre el canal timpánico y el coclear otra membrana mucho más gruesa que es la membrana basilar. El canal coclear está lleno de líquido llamado endolinfa que se halla constantemente separado de la perilinfa. La membrana basilar sostiene el órgano de Corti, que contiene las terminaciones de los nervios auditivos. Existen unas 30,000 terminaciones nerviosas distribuidas a lo largo de la membrana basilar, las cuales ocupan un área de sólo 33 mm de longitud y 0,3 mm de anchura; un alarde de ingeniería verdaderamente extraordinario.

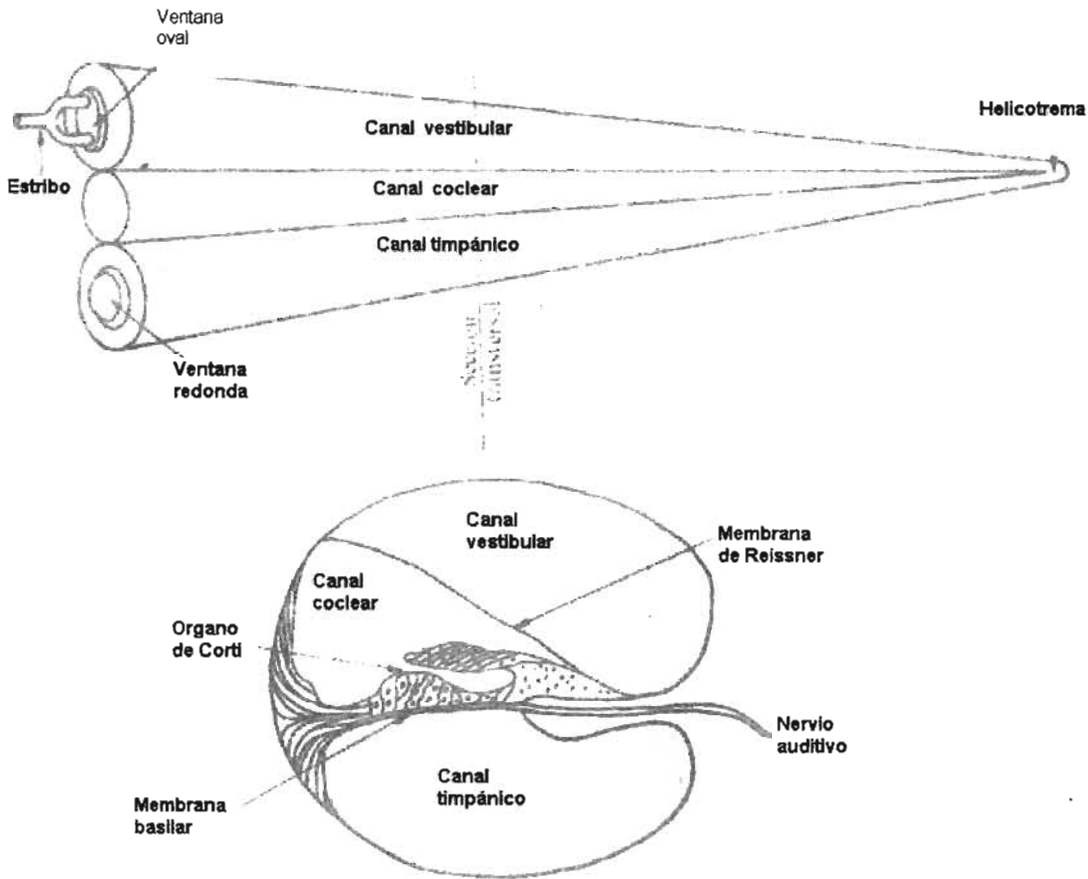


Figura 3-3. Aspecto desarrollado de la cóclea.

Junto al oído interno está el aparato vestibular, al que atañe indicar al cerebro la posición y movimientos de la cabeza. Esta información se utiliza para controlar la situación y el equilibrio, y también para regular la dirección de la mirada. La estructura (figura 3-4) consiste en un espacio lleno de líquido. La parte principal de este espacio es el vestíbulo, y saliendo de él hay tres tubos aproximadamente semicirculares situados en planos casi perpendiculares entre sí. En un extremo de cada tubo hay un abultamiento, dentro del cual está situada una aleta que cierra casi completamente el tubo. Esta aleta puede ser desplazada por el movimiento del líquido en los tubos. Cualquier movimiento de la aleta estimula a un conjunto de fibras nerviosas sensitivas con terminaciones sensibles a la acción mecánica. Cuando el movimiento de la cabeza hace que el fluido y, por consiguiente, la aleta se muevan, el aparato sensitivo vinculado mide esencialmente el ángulo que ha girado la cabeza.

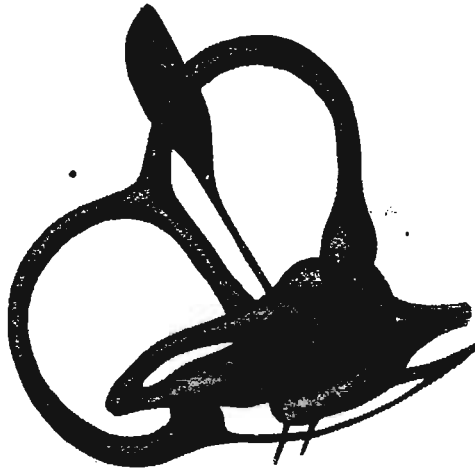


Figura 3-4. Aparato vestibular.

### 3.1.3. MECANISMO DE LA AUDICIÓN.

El oído es en esencia un dispositivo sensible a la presión, y aprecia específicamente fluctuaciones sistemáticas de la presión del aire. El canal auditivo resuena ligeramente para frecuencias comprendidas entre 3 y 4 kHz y la presión en el tímpano es quizá doble que en el exterior. Este efecto de resonancia explica que la mayor sensibilidad del oído corresponde a frecuencias comprendidas en este intervalo. Las fluctuaciones de presión en el tímpano son todavía muy pequeñas y es necesaria otra amplificación adicional. Los huesecillos del oído medio, considerados como un sistema de palancas, tienen una ventaja mecánica comprendida entre 2 y 3. Los músculos que los unen a las paredes del oído medio actúan como una especie de control automático del volumen. Cuando se produce un sonido fuerte, los diversos músculos tuercen ligeramente los huesos de modo que gire el estribo y se separe la ventana oval. Además la acción muscular hace más rígido el propio tímpano. Todas estas acciones sirven para proteger al oído de posibles daños. Por desgracia hay un retraso en esta acción protectora y todo sonido fuerte muy rápido puede causar lesión al oído medio.

La amplificación principal tiene lugar en el oído medio, y se basa en el hecho de que la ventana oval es de 20 a 30 veces más pequeña que el tímpano. El caso se representa esquemáticamente en la figura 3-5. La energía de la vibración del aire exterior del tímpano es comunicada por los huesecillos a la perilinfa situada dentro del canal vestibular. La fuerza que mueve el tímpano queda multiplicada por la ventaja mecánica de los huesecillos convirtiéndose en una fuerza dos o tres veces mayor, que es la que ejerce el estribo sobre la ventana oval y, en consecuencia, la presión detrás de la ventana oval es entre 40 y 90 veces mayor que la presión en el tímpano. Con la multiplicación doble producida por el canal auditivo, ello significa que los sonidos de frecuencias comprendidas entre 3 y 4 kHz pueden ser amplificados hasta 180 veces en casos favorables. Esta es la amplificación de presión. La amplificación de intensidad es el cuadrado de ésta, o sea unas 32,000 veces. La razón de las áreas del tímpano y de la ventana oval proporcionan también la esencial igualación de impedancias sin la cual la elevada amplificación sería infructuosa.

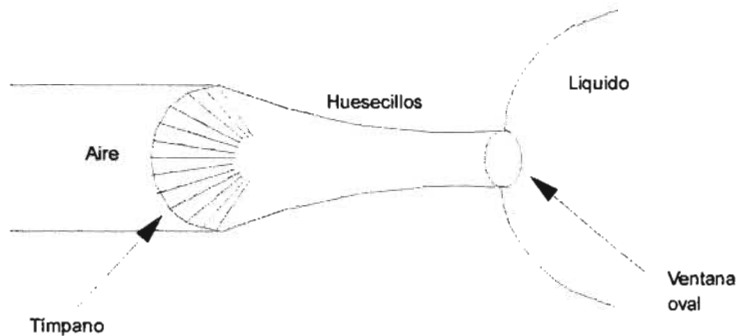


Figura 3-5. Diagrama esquemático del oído medio.

Dentro de la cóclea la onda de presión inicial en el aire se ha convertido en una onda de presión en un líquido, pero la cóclea es tan estrecha que la viscosidad de la perilinfa desempeña el papel principal y la sencilla teoría del movimiento ondulatorio estudiada en el capítulo anterior es en este caso poco apropiada. Lo que realmente sucede aquí es que la onda de presión produce en la membrana basilar una ola análoga a una onda. Esta membrana es ligera y está sometida a una tensión considerable cerca de la ventana oval, pero se hace cada vez más gruesa y menos tirante cuando se avanza a lo largo de los canales y se vuelve a la ventana redonda. El estudio general de la propagación de ondas en hilos nos conduciría a esperar que las porciones ligeras y tirantes respondiesen mejor a las vibraciones de alta frecuencia, y que las más pesadas y flojas lo hiciesen a las de baja frecuencia. Esto es de hecho lo que sucede, y la región particular de la membrana basilar que es estimulada depende de la frecuencia de la onda sonora inicial. Este es el fundamento de la distinción de frecuencias por el oído.

La perturbación de la membrana basilar toma la forma de una joroba en una estrecha región para cada frecuencia componente de un sonido complejo, y esto produce deformación cortante en el órgano de Corti, el cual convierte la energía mecánica en eléctrica y envía la información al cerebro a lo largo de los nervios auditivos. El órgano de Corti es una estructura gelatinosa de unas 7500 partes con acción recíproca. Contiene una masa de fibras por ambos extremos, cuyas complejas deformaciones elásticas estimulan las terminaciones de los nervios auditivos. Los mensajes eléctricos codificados enviados a la corteza auditiva son traducidos allí de un modo desconocido y convertidos en la sensación de audición. El sistema de comunicación entre el órgano de Corti y la corteza auditiva es de doble vía y el cerebro puede suprimir estímulos no deseados. De este modo los obreros que trabajan en lugares particularmente ruidosos alcanzan pronto un estado en el cual los ruidos que les rodean no les llegan en absoluto al cerebro.

En la exposición anterior no se ha mencionado el hecho de que el hombre está provisto de dos oídos y ello es, sin embargo, de la máxima importancia. Cuando una onda sonora llega a un hombre, no le afecta en general ambos oídos del mismo modo. Si el sonido viene lateralmente, las ondas que llegan a sus oídos diferirán en tres aspectos. Diferirán en la sensación de sonoridad que producen, ya que uno de sus oídos está parcialmente resguardado; diferirán en fase, puesto que ambas ondas han recorrido distancias distintas; y no llegarán exactamente en el mismo instante. Dependiendo de un modo complejo de la frecuencia del sonido, el cerebro interpreta estas diferencias de tal modo que el hombre puede localizar muy bien el foco sonoro. Los ciegos utilizan esta innata facultad con gran resultado. Cuando se produce sordera de un oído, se pierde casi por completo la facultad de localizar los sonidos.

### 3.1.4. EFECTOS AUDITIVOS DEL RUIDO. .

Hasta ahora se ha descrito someramente la constitución del mecanismo auditivo, el oído a continuación se tratarán los efectos de la exposición al ruido en la audición.

Las circunstancias en las que el oído resulta perjudicado son:

- Trauma acústico agudo.
- Trauma acústico prolongado o sordera profesional.
- Alteraciones reversibles, debidas sobre todo al ruido ambiental.

Trauma acústico agudo.

Es el que se produce por ondas sonoras de elevada presión, asociadas en general a explosiones, a las que se suma el desplazamiento de grandes masa de aire que forman la onda de choque. Una consecuencia normal es el desgarramiento del tímpano, lo que produce un dolor muy intenso y una sensación de inestabilidad, pudiendo dañar los sistemas de transmisión y los de recepción. Cuando afecta al sistema de transmisión es posible una cierta recuperación, pero cuando afecta a los sistemas de percepción, el daño es irreparable.

Sordera profesional.

Se produce por la exposición de forma continua a ruidos de elevada intensidad, y constituye una de las enfermedades laborales más frecuentes en la actualidad. Además, la exposición a frecuencias altas es más perjudicial que la exposición a frecuencias bajas agravándose la situación con transmisión de vibraciones por el suelo y reverberación del ruido en paredes lisas y duras. Por otra parte, está presente el factor de susceptibilidad individual, que hace que unas personas sean más sensibles que otras a los efectos del ruido.

La lesión orgánica se produce en el oído interno, en las células ciliares del órgano de Corti, en las que si la exposición cesa, se recuperan, pero si continua se destruyen, resultando las frecuencias más afectadas las comprendidas entre 2 kHz y 8 kHz, con mayor incidencia en la zona de 4 kHz.

Alteraciones debidas al ruido ambiente.

Aunque el ruido ambiente no produce sordera, si crea un embotamiento auditivo, y una sensación de agotamiento que no se corresponde con la actividad realizada, A esto, se añade el problema de los ruidos nocturnos que impiden el descanso y la recuperación del oído durante el sueño, sobre todo en aquellas personas que se dedican a trabajos intelectuales o creativos.

Un nivel de ruido ambiente que no molesta está situado entre los 15 y 30 dB, y niveles más altos sólo resultan soportables después de una adaptación.

Presbiacusia.

Se trata de un tipo de sordera que conviene no confundir con la sordera profesional ya que cuando han evolucionado se parecen notablemente.

La presbiacusia es la sordera que aparece con los años por envejecimiento del oído. Comienza a partir de los 20 o 30 años, avanza lentamente, y no suele ser molesta hasta los 50 años o más. Se caracteriza por la disminución o pérdida de la audición para las frecuencias agudas, y dificultad para entender el lenguaje, sobre todo en ambientes ruidosos.

Dado que en fase avanzada se parece a la sordera profesional, es conveniente disponer de audiometrías de las fases iniciales, en las que la sordera presenta una atenuación en la zona de 4 kHz que no se da en la presbiacusia.

### 3.1.5. ASPECTO FISIOPSIKOSOCIOLOGICO.

Hemos visto que un sonido puro sostenido se caracteriza por la frecuencia y amplitud de las variaciones de la presión acústica correspondiente. A estas magnitudes corresponden, en principio, sensaciones distintas.

- la sensación de agudeza, propia de la frecuencia; cuanto más elevada es la frecuencia, más agudo parece el sonido.
- la sensación de intensidad, propia de la presión acústica; cuanto más alta es la presión, más intenso parece el sonido.

De hecho, la agudeza de un sonido depende no solamente de la frecuencia, sino también, aunque en menor medida, de la presión acústica. Correlativamente, la intensidad de un sonido depende, aunque en pequeña cuantía, de la frecuencia. No entraremos en estos detalles, que no tienen interés para cuanto sigue.

Para personas jóvenes y con buena salud, el campo de frecuencias audibles se extiende entre 20 y 20 000 Hz aproximadamente. Este campo puede descomponerse de forma algo arbitraria en tres gamas.

- sonidos de frecuencias graves: 20 - 360 Hz.
- sonidos de frecuencias medias: 360 - 1 400 Hz.
- sonidos de frecuencias agudas: 1 400 - 20 000 Hz.

Cuando dos sonidos tienen como frecuencias respectivas  $f_1$  y  $f_2$  se dice que se hallan separados por el intervalo  $f_2/f_1$  y que definen una banda de frecuencias de anchura  $\Delta f = f_2 - f_1$ , siendo  $f_2$  la mayor de las dos frecuencias.

En acústica arquitectónica, y especialmente en problemas de aislamiento, los intervalos de octava y tercio de octava, tienen un papel muy importante. intervalo de un tercio de octava vale.

$$F_c = f_1 \sqrt[3]{2} = 1.26$$

Por cuestión de normalización se otorga un papel preferente a las octavas cuyas frecuencias centrales son:

31, 63, 125, 250, 500, 1 000, 2 000, 4 000, 8 000, ..., Hz.

Por definición, la frecuencia central de una octava que se extiende de  $f_1$  a  $f_2$  es la frecuencia  $f_c$  que la divide en dos intervalos iguales:

$$F_c = f_1 \sqrt{2}$$

Por ejemplo, la octava centrada sobre 125 Hz se extiende desde

$125 / 1,4 = 88$  Hz a  $125 \times 1,4 = 175$  Hz.

La anchura de la banda correspondiente es:

$\Delta f = 87$  Hz.

Es fácil comprobar que  $\Delta f = 0,7 f_c$  y que, por consiguiente, la anchura de una octava es proporcional a la frecuencia central de la misma.



Los intervalos de un tercio de octava que se inscriben regularmente en las octavas definidas anteriormente son los que se hallan centrados en las frecuencias siguientes:

31, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, 500, 630, 800, 1 000, 1250, 1600, 2000, 2500, 3150, 4000, 5000, 6300, 8000, 10000, ... , Hz:

### 3.1.6. UMBRAL DE AUDIBILIDAD.

Un sonido de la gama audible sólo puede ser percibido por una persona cuando su nivel de presión acústica sobrepasa un límite inferior llamado umbral de audibilidad. En ausencia de todo ruido parásito, este límite es el umbral absoluto de audibilidad. En presencia de un ruido parásito, el sonido debe tener un nivel más alto para que se pueda distinguir, entonces el umbral de audibilidad correspondiente es más alto que el umbral de audibilidad absoluto. En este caso se dice que el ruido parásito hace de enmascaramiento; el efecto de enmascaramiento es la diferencia (expresada en decibelios) que existe entre los dos umbrales.

El fenómeno de enmascaramiento tiene mucha importancia en la vida cotidiana, su efecto lo mismo puede ser beneficioso que perturbador. Así, gracias a él, no oímos con frecuencia en nuestra casa los sonidos de conversaciones o de los aparatos de radio y televisión de los vecinos, pese a que ni las paredes ni el pavimento los debilitan hasta el extremo de hacerlos descender por debajo del umbral de audibilidad absoluta; en tal caso el ruido que enmascara estos sonidos puede ser el de la circulación rodada o el de otras actividades desarrolladas en la vivienda.

Por el contrario, precisamente a causa del efecto de enmascaramiento es por lo que no se puede conversar tranquilamente en una habitación con ventanas abiertas a la calle.

El umbral de audibilidad absoluto depende de las personas y de su edad. La agudeza auditiva disminuye con los años, especialmente para las frecuencias que sobrepasan los 5000 Hz, y esta anomalía es más frecuente entre los hombres que entre mujeres. El fenómeno en cuestión se denomina presbiacusia.

La figura 3-6 indica, según Zwicker y Feldtkeller, la medida del umbral de audibilidad absoluta en personas jóvenes (20 a 25 años), gozando de buena salud. El 80 % de los umbrales individuales no difieren más de + - 5 dB, para las frecuencias medias, de la curva indicada.

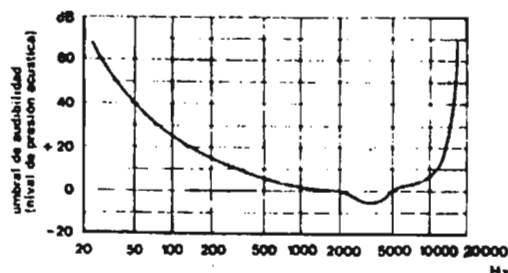


Figura 3-6. Umbral de audibilidad absoluta en personas jóvenes.

La exposición a ruidos intensos (sobrepasando 80 dB (A) puede disminuir temporalmente o de forma definitiva, el umbral de audibilidad.

La organización internacional de Normalización (I.S.O) recomienda caracterizar la variación del umbral de audición por la media de pérdidas de agudeza auditiva a las frecuencias de 500, 1 000 y 2 000, y considera que la capacidad de audición se halla francamente alterada cuando el promedio precedente iguala o sobrepasa los 25 dB.

Este límite no se puede aceptar sin reservas, dado que puede ocurrir que una pérdida media inferior a 25 dB a las frecuencias de 500, 1 000 y 2 000 Hz, vaya acompañada de una pérdida muy acentuada a las frecuencias superiores a 2 000 Hz, capaz de provocar profundas alteraciones en el poder de la audición. Según la I.S.O., dentro de un grupo de personas que hayan sufrido durante cuarenta años (a razón de 40 horas semanales) un ruido de determinado nivel, el porcentaje de las que presentan una alteración notable en su capacidad auditiva (25 dB) atribuible al citado ruido es:

Nivel de ruido en dB (A)	porcentajes de personas
80	0
85	10
90	21
95	29
100	41
105	54
110	62
115	64

En el caso en que el ruido soportado es intermitente o de nivel variable, se supone que sólo cuenta la energía acústica total que el individuo ha recibido, y entonces es posible hallar un ruido de nivel constante energéticamente al ruido soportado.

Así, en el ejemplo precedente, si un ruido de 120 dB sólo ha sido soportado durante 4 horas semanales, equivale energéticamente a un ruido continuo (40 horas por semana) de nivel 110 dB

El efecto de enmascaramiento debido a un ruido depende de la repartición espectral del mismo; el citado efecto se origina no solamente por sonidos que tienen la misma frecuencia que las componentes del ruido, sino también por otras frecuencias; sin embargo, el efecto es máximo para la frecuencia de las componentes

La figura 3-7 indica (3) en lo que se convierte el umbral de audibilidad en presencia de un ruido de banda estrecha, es decir, cuyas componentes quedan comprendidas dentro de un intervalo pequeño (por ejemplo, un tercio de octava). En el ejemplo presentado, la frecuencia central de la banda es de 1000 Hz. Se comprueba que, para ser audibles, los sonidos cuya frecuencia se encuentran en la banda de ruido tienen que tener un nivel de presión no inferior al nivel de presión de la banda de ruido disminuido en 4 dB.

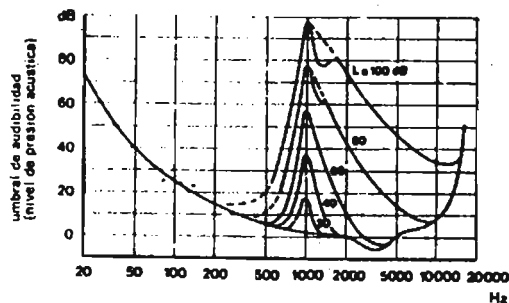


Figura 3-7. Umbral de audibilidad de los sonidos en presencia de una banda de ruido estrecha y centrada sobre 1 000 Hz, y nivel de presión L.

Fuera de esta banda, el efecto de enmascaramiento se debilita rápidamente y mucho más aprisa todavía para los sonidos de frecuencia inferior a la frecuencia central de la banda que para los sonidos de frecuencia superior. Si el ruido es de banda ancha, se le puede considerar como resultante de la superposición de ruidos de banda derecha, y su efecto de enmascaramiento se puede determinar partiendo del conocimiento de los efectos de las distintas bandas componentes.

Por ejemplo, si el ruido es blanco (intensidad por ciclo de anchura de banda independiente de la frecuencia) su efecto de enmascaramiento es el indicado en la figura 3-8. en este caso se comprueba que el umbral de audibilidad es sensiblemente independiente de la frecuencia antes de los 500 Hz, y aumenta después a razón de 3 dB/octava.

Estos resultados, y otros que no podemos exponer aquí, han conducido a los especialistas de la audición a suponer que el oído se comporta como un conjunto de receptores independientes, dotados de una cierta selectividad y ajustados a distintas frecuencias. Zwicker llama banda crítica a la banda pasante de cada uno de los citados receptores. Las frecuencias centrales (fg abreviadamente) de estas bandas (24 en total) se hallan irregularmente repartidas entre los 50 y los 13500 Hz. El ancho de banda  $\Delta f_g$  de cada uno de los receptores ajustados a estas distintas frecuencias varía entre 100 y 3500 Hz cuando se pasa de las frecuencias graves a las agudas. La figura 3-9 da  $\Delta f_g$  en función de f. Se puede comprobar que  $\Delta f_g$  es prácticamente constante e igual a 100 Hz para las frecuencias inferiores a 500 Hz, mientras que para las frecuencias superiores se duplica cuando f se dobla.

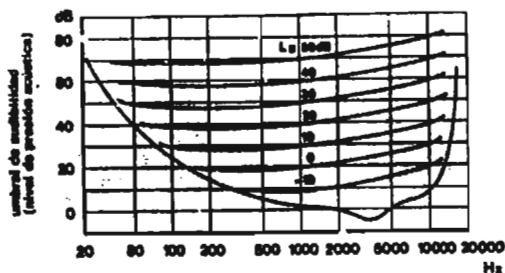


Figura 3-8. Umbral de audibilidad de los sonidos en presencia de un ruido blanco de nivel de presión acústica L por ciclo de anchura de banda.

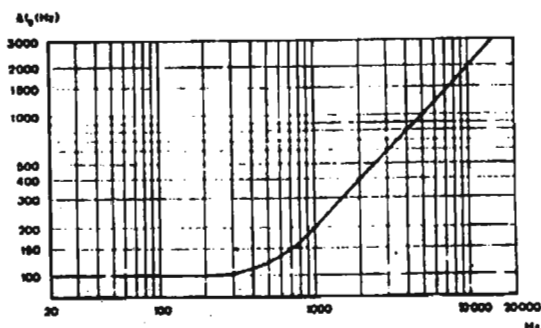


Figura 3-9. Ancho de bandas críticas en función de la frecuencia central de las mismas.

### 3.1.7. LA INTENSIDAD SUBJETIVA DE UN SONIDO O UN RUIDO.

Así como el umbral de audibilidad es una característica fisiológica cuya definición no es ambigua, ya que un sonido se percibe claramente o no se percibe, la intensidad subjetiva de un sonido es una magnitud cuya definición no es nada fácil. Por lo demás, esta definición no puede tener más sentido más que si se parte de la hipótesis de que dos sonidos o ruido de espectros distintos puedan dar origen a sensaciones comparables entre sí, lo que desde luego no es evidente. De todos modos, las experiencias de laboratorio llevadas a cabo desde hace muchos años muestran que tales comparaciones son posibles.

La intensidad subjetiva de un sonido (o ruido) queda definida de una manera relativa comparando la sensación causada por este sonido (o ruido) con la provocada por un sonido o ruido de referencia.

Si los dos dan la misma sensación de intensidad, se dice que el sonido estudiado y el de referencia tienen la misma intensidad subjetiva. Si el sonido estudiado parece dos veces más intenso que el sonido de referencia, se dice que su intensidad subjetiva es doble de la del sonido de referencia.

En la práctica se utilizan dos referencias:

- los sonidos puros de frecuencias 1000 Hz y el nivel de presión acústica ajustable;
- las bandas de ruido blanco centradas en los 1000 Hz, de anchura de 100 Hz y nivel de presión acústica ajustable.

Cuando un sonido o un ruido estudiado se compara con la primera de estas referencias, su intensidad subjetiva se denomina sonía. Con la segunda referencia, la intensidad subjetiva se denomina ruidosidad.

A una duplicación de la sonía de un sonido o de un ruido corresponde una duplicación de la sensación de intensidad experimentada.

La sonía de un sonido puro depende, para un individuo determinado, la intensidad física y de la frecuencia del sonido y de la posición del individuo con relación a las ondas sonoras. La figura 3-10, extraída de (3), da una familia de curvas isosónicas medias (promedio de un gran número de experiencias con distintas personas) en el caso de una audición de sonidos puros a base de ondas planas y procedentes del espacio frente al observador.

En el caso de una audición dentro de un campo acústico difuso, las curvas permanecen sensiblemente invariables. En este haz de curvas, la sonía de los sonidos queda expresada en fonos; el fon, por definición, es la intensidad subjetiva de un sonido puro de frecuencia 1000 Hz y nivel de intensidad igual a 40 dB. Estas curvas se indican a veces graduadas en fonos. El fon es la unidad de nivel de isosonía. Este es de x fonos cuando la sonía estudiada es igual a la de un sonido de frecuencia 1000 Hz y nivel de presión acústica x dB.

En la figura 3-11 se ha representado la relación existente entre la sonía de un sonido puro de frecuencia 1000 Hz y el nivel de intensidad de este sonido. Se observa que:

$$\text{Sonía} = K (I - I_0)^\alpha$$

Con  $\alpha = 0,3$

Aquí volvemos a encontrar una ley psicológica general (4) descubierta en numerosos laboratorios, la cual se dice que la sensación es proporcional a una potencia del estímulo:

$$\Psi = K (\varphi - \varphi_0)^\alpha$$

siendo el umbral por debajo del cual no se siente el estímulo. Esta ley se halla en contradicción con la de Weber-Fechner, la cual enuncia que la sensación es proporcional al logaritmo de la excitación:

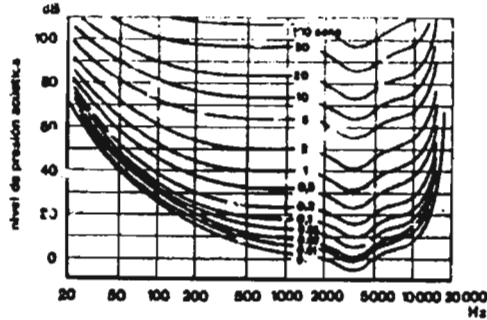


Figura 3-10. Curvas de igual sonía en el caso de ondas planas.

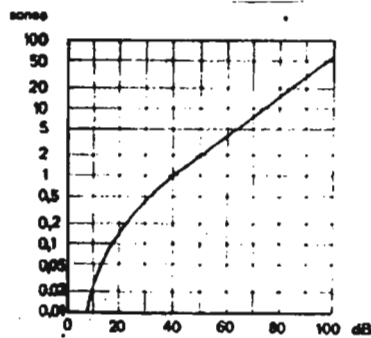


Figura 3-11. Relación entre la sonía y el nivel de presión acústica de un sonido puro de frecuencia 1000 Hz.

$$\Psi = k \log \phi$$

según esta última, un sonido de 50 dB debería oírse con la mitad de intensidad que otro de 100 dB, cuando en realidad da origen a una sensación que sólo alcanza el 3% de la sensación debida a un sonido de 100 dB.

A título de comparación digamos que el exponente para otras sensaciones es el siguiente

- luminosidad 0,33
- olfato (heptano) 0,6
- sabor (azúcar) 1,3
- frío (en el brazo) 1,0
- calor (en el brazo) 1,5
- esfuerzo vocal 1,1
- vibración de 60 Hz en el dedo 1,0
- vibración de 250 Hz en el dedo 0,6.
- corriente eléctricamente a través de un dedo 3,5

La sonía de un ruido con espectro continuo depende, para un individuo dado, del espectro del ruido y de la dirección de llegada de las sonoras. Se han desarrollado métodos que, a partir del conocimiento del espectro del ruido, permiten determinar su sonía para un individuo medio. En la recomendación I.S.O. R 532 (método de cálculo del nivel de isosonía) se describen de estos métodos. Uno de ellos, el más sencillo, deriva de la experiencia de S.S. Stevens. Consiste en descomponer el espectro del ruido en bandas con el ancho de una octava y en buscar la sonía de cada una de dichas bandas. Conocidas estas distintas sonías se deduce la del ruido completo añadiendo a la sonía de la octava más ruidosa 0,3 veces la suma de las sonías de las otras bandas. Este método sólo es válido para campos difusos. El segundo método, más perfeccionado, deriva de los trabajos de Awicker. Se aplica tanto a las ondas que llegan frontalmente como a un campo difuso, se basa en la utilización de un conjunto de gráficos que permiten determinar la sonía de cada banda de 1/3 de octava, teniendo siempre en cuenta los posibles efectos de enmascaramiento entre las distintas bandas. En el mercado se encuentra a la venta un aparato que, a base de este método, da directamente la sonía de un ruido.

Esto que acabamos de exponer a propósito de la sonía se aplica esencialmente a los ruidos de carácter estable. Si, por el contrario, se trata de ruidos por impulsos, los resultados pueden ser distintos: así, un impulso aislado de ruido blanco, de muy poca duración (menos de 100 ms), no tiene una sonía tan alta como el ruido blanco permanente del mismo nivel de intensidad. Para que la sonía sea la misma, es necesario aumentar el nivel de intensidad del impulso. La figura 3-12 (3) indica la cantidad de decibelios con que debe ser aumentado el citado nivel. se ve que dos impulsos de distinta duración tienen la misma sonía cuando la energía que contienen es la misma. Si en lugar de tratarse de un impulso aislado, éste se repite regularmente con cierta frecuencia  $f_r$  su sonía aumenta con  $f_r$ . Esto queda representado en la figura 3-13, en la que se ha indicado en cuánto se ha de aumentar el nivel de intensidad de los impulsos, con una duración supuesta de 1ms, para que su sonía sea la misma que la del ruido blanco permanente (3).

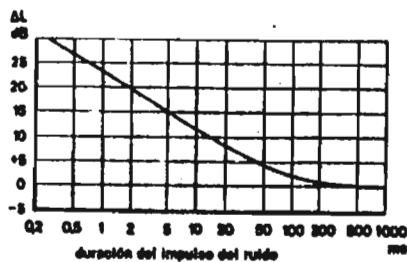


Figura 3-12. Diferencia de nivel que debe existir entre un impulso de ruido de duración variable y un ruido continuo para que las sonías sean las mismas.

Puede resultar de interés conocer la sonía de un impulso de presión, entendiéndose por éste una variación rápida de la presión atmosférica.

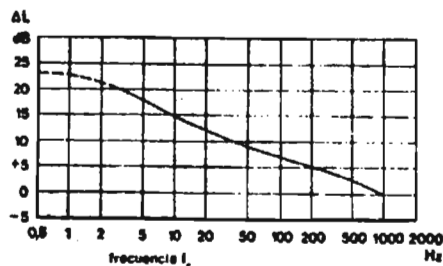


Figura 3-13. Diferencia de nivel que debe existir entre un impulso de ruido de 1 ms de duración repetido con la frecuencia  $f_r$ , y un ruido continuo, para que las sonías sean las mismas.

Zwicker ha demostrado que un impulso de este tipo engendra la misma sensación auditiva que un impulso de ruido blanco cuyo espectro fuese sensiblemente el mismo y cuya energía total fuese la misma.

La ruidosidad de un ruido con espectro continuo se expresa en noys, unidad inventada por Kryster y calcada del sono.

Las curvas de igual ruidosidad facilitadas por Kryster han sido modificadas varias veces; su última invención queda representada en la figura 3-14, estas curvas son validas para bandas de ruido de tipo de las bandas de octava.

La ruidosidad de un ruido de amplio espectro se obtiene a partir de la ruidosidad de cada una de las octavas componentes, como en el caso de la sonía.

Se denomina nivel de ruidosidad la cantidad  
 $L_{pn} = 40 + 33 \log N$   
 Expresión en la que N es la ruidosidad expresada en noys.

$L_{pn}$  = se expresa en PN dB, abreviatura de la expresión inglesa Perceived Noise decibel.

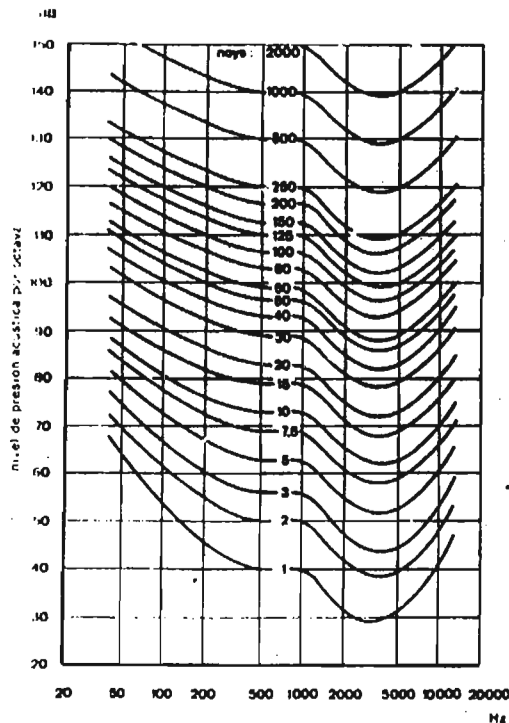


Figura 3-14. Curvas de igual ruidosidad (noys).

### 3.1.8. INTENSIDAD.

La presión sonora podría medirse sencillamente en unidades físicas, es decir, en atmósferas, en milímetros de mercurio, o dinas/cm<sup>2</sup> (microbar). Se ha generalizado, sin embargo, el no dar la presión sonora en unidades absolutas, sino como un coeficiente referido al umbral auditivo a 1000 Hz. El umbral auditivo, al que nos referiremos todavía a menudo, es el valor límite de la presión sonora para la cual se hace audible un sonido de determinada frecuencia. Esta presión límite ha sido fijada, según acuerdo internacional, en  $p_0 = 2 \times 10^{-4}$  microbar, que corresponde a una potencia sonora especificada de  $N_0 = 10^{-16}$  W/cm<sup>2</sup>. El umbral auditivo real a 1000 Hz es algo más bajo.

Utilizando este valor de referencia se deduce el nivel sonoro L, objetivamente medible, como sigue:

$$L = 20 \log p/p_0 = 10 \log N /N_0 \quad (\text{dB}) \quad (3-1)$$

En ésta, p es la presión sonora absoluta, y N la potencia sonora específica medida absolutamente. El dB (decibelio), llamado así del nombre del inventor del teléfono, no es una unidad en sentido estricto, pues no tiene dimensiones y se obtienen simplemente multiplicado por 20 el logaritmo de la relación de amplitudes. Este método, usual en la técnica de la comunicación, es aquí conveniente, porque el gran campo de sensibilidad del oído se aproxima a una medida logarítmica y porque la sensibilidad humana a la intensidad es aproximadamente proporcional al logaritmo de la presión sonora. Según la ecuación (3-1), la presión sonora para un nivel de 120 dB, es igual a 106 veces el valor del umbral acústico, o sea,  $p = 200$  microbar. Las presiones sonoras de esta magnitud son ya dolorosas para el oído humano, por lo que este nivel se le denomina <<umbral doloroso>>.

El tono de 1000 Hz, en cuyo umbral se basa la escala dB, es base al mismo tiempo, para la escala de intensidades, según convenio internacional. Como es posible valorar con un número una sensación subjetiva, se ha construido esta escala por comparación de intensidades. Afortunadamente se puede precisar muy exactamente si el ruido que se juzga es más alto o más bajo que el sonido de comparación. Las evaluaciones de distintas personas se diferencian muy poco entre sí. La escala de intensidades, cuya intensidad es el fonio, se ha definido así:

El valor numérico de la intensidad de un ruido cualquiera en fonios, es igual al valor numérico, en decibelios, del nivel sonoro medido objetivamente de un sonido de 1000 Hz, y que se haya percibido con la misma intensidad que el ruido.

En un sonido de 1000 Hz coinciden, por lo tanto, siempre según la definición, el número de fonios y el de decibelios. La definición anterior indica al mismo tiempo el procedimiento de medidas de la intensidad; lo que tiene que servir como base exclusiva, en todos los métodos de medida, es la comparación subjetiva de la intensidad, con un sonido de 1000 Hz de intensidad regulable (Barkhausen (4)).

Con este método de comparación, Fletcher y Munson (5) construyeron las curvas de la misma intensidad reproducidas en la figura 3-15. Estas curvas sólo son válidas para sonidos puros y dan una idea de la sensibilidad del oído humano en función de la frecuencia. Lo característico de esta familia de curvas es la gran disminución de la sensibilidad del oído al disminuir la frecuencia. La consecuencia de esto es que en los ruidos, que preferentemente contienen frecuencias bajas, la intensidad en fonios resulta considerablemente menor que el nivel sonoro medido en decibelios. Como se ve fácilmente, esta afirmación es válida ante todo para pequeñas intensidades, pues, mientras que el umbral auditivo crece muy rápidamente hacia las frecuencias bajas, la curva de 120 fonios (umbral doloroso) discurre casi horizontal.



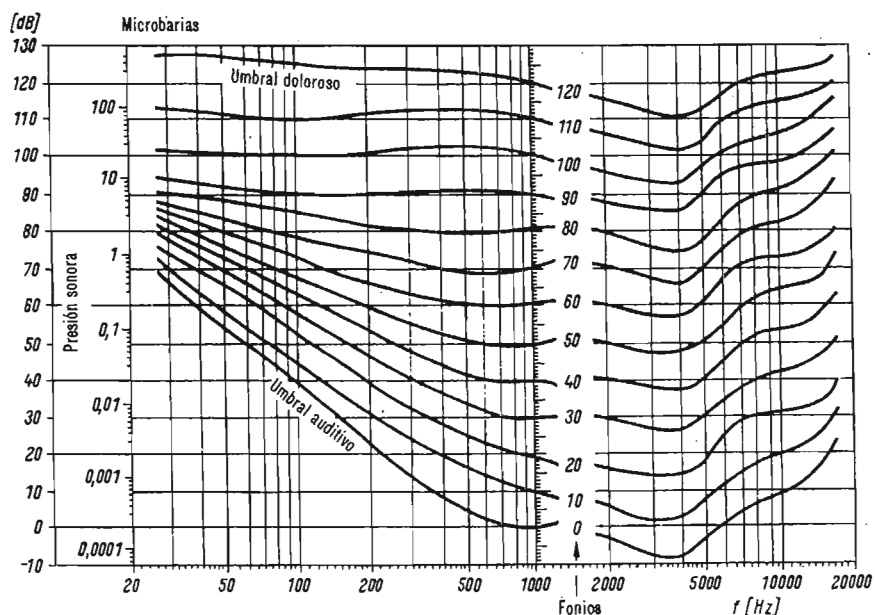


Figura 3-15. Curvas de la misma intensidad según Fletcher y Munson.

Medidas más recientes de las curvas de igual intensidad de Robinson y Dadson (6), dieron resultados discrepantes, sobre todo en la zona del umbral auditivo. Además, al modificar las condiciones de medida (ruidos de banda estrecha en lugar de sonidos puros; campo sonoro difuso en lugar de ondas planas, se producen diferencias que no pueden tratarse en el marco de esta tesis. Al lector que le interese, lo remitimos a una publicación comprendida de Zwicker (7).

La medida de la intensidad de cualquier clase de ruido, según el método comparativo establecido por la definición de la escala de fonios, es generalmente muy molesta y apenas realizable con ruidos de escasa duración o de intensidad fuertemente oscilante. Por este motivo, se han construido los llamados medidor de intensidad <<objetivo>>; éstos son aparatos de indicación directa, en los que la diferente sensibilidad del oído para diferentes frecuencias es tenida en cuenta por incorporación de filtros eléctricos. Naturalmente, con estos medidores de intensidad hay que contentarse con una forma simplificada de las curvas de igual intensidad. En Alemania, las curvas de evaluación simplificadas, junto con todas las prescripciones técnicas, están consignadas en la norma DIN 5045. Las tres curvas simplificadas reproducidas en la figura 3-16 sirven, según ésta, para los campos de intensidades de 0 a 30 fonios, de 30 a 60 y de 60 a 120. Internacionalmente la curva 2, de 30 a 60 fonios, corresponde a la escala A americana, y la curva 1, de 60 a 120 fonios, a la escala B (ASA Standard Z 24,3, 1944). La gran simplificación de las curvas acústicas sólo es admisible porque, en rigor, todo método de medida de intensidades <<objetivas>> es problemático. Las curvas de igual intensidad son válidas solamente para sonidos puros o ruidos de banda estrecha. Su utilización para medidas de ruidos de cualquier clase puede llevar a errores considerables, de los que hablaremos en el próximo capítulo. Se puede obtener, por consiguiente, con el medidor de intensidad objetivo una medida para la intensidad, pero, sin embargo, pueden aparecer diferencias considerables entre los valores calculados por medidas objetivas y los conseguidos por el método de comparación subjetivo. Los valores en fonios obtenidos con el medidor de intensidad DIN, según 5045, deben designarse para caracterizarlos, fonios DIN.

En esta situación se podría objetar que no tiene ningún sentido el realizar medidas de intensidad cuyos resultados no se tienen en cuenta, entre otras cosas, en determinaciones legales o en operaciones en que juegue un papel decisivo, y además según un método reconocido como inseguro. A esto puede oponerse que el medidor de intensidad objetivo es por ahora el único aparato de medida directa y, por consiguiente, debe de ser conservado. Una medida que adolezca de imperfección es siempre mejor que nada. Además, a favor del medidor de intensidad habla el hecho de que se puede utilizar muy bien para comparar ruidos de la misma clase, como por ejemplo, ruidos de automóviles. Los errores citados sólo aparecen cuando se tienen que comparar entre sí ruidos de una composición espectral muy diferente. Los dispositivos de medida incorporados en los medidores de intensidad DIN, según indica la figura 3-16, permiten que los aparatos puedan indicar el nivel sonoro en dB, o la intensidad en fonios DIN. De la diferencia entre ambos valores se pueden sacar ciertas conclusiones sobre la composición espectral del ruido medido, aunque en general esta información no es suficiente. Un análisis espectral más exacto, como por ejemplo, es necesario para el estudio de un espectro de líneas, exige por otra parte un aparato de mayor costo. Generalmente, como medida de compromiso, se realiza un análisis de octavas o de terceras, contiguas o solapadas. Como los filtros necesarios para ello son portátiles, estos análisis se pueden realizar en el mismo lugar. En análisis más exactos es imprescindible la grabación del ruido en una banda magnética para su análisis en el laboratorio.

Del resultado de un análisis de octavas o terceras no puede deducirse si el espectro medido es de líneas o continuo. Esta cuestión, sin embargo, es de importancia secundaria para la amortiguación de ruidos y, en caso necesario, puede deducirse conociendo la naturaleza del foco sonoro. El espectro de octava basta generalmente para juzgar la situación. La representación del espectro de octava o tercera debe realizarse uniendo los distintos puntos experimentales entre sí mediante líneas rectas, para indicar que se trata de una medida discontinua. El nivel sonoro, o la intensidad total, leídos sin filtro, debe darse siempre por separado.

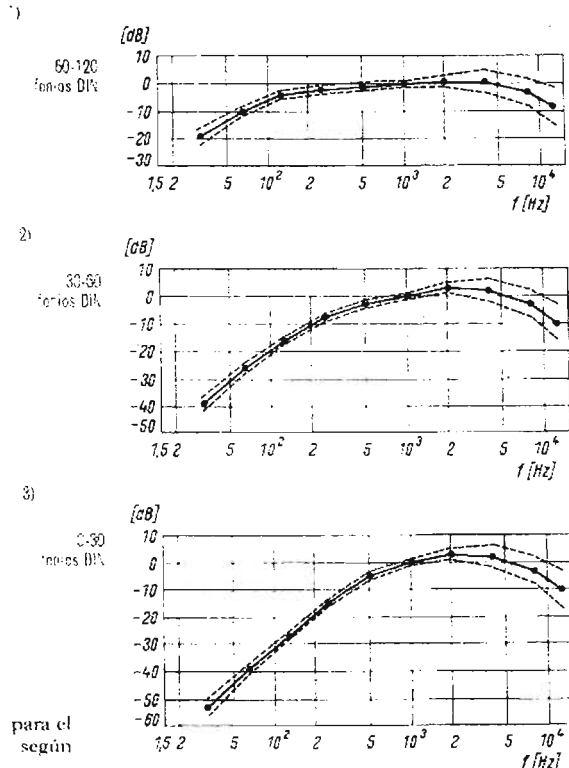


Figura 3-16. Curvas de valoración para el medidor de intensidades DIN, según norma DIN 5045.

Las medidas del nivel sonoro y de intensidad son medidas absolutas. Los aparatos para realizarlas tienen que estar, por lo tanto, perfectamente calibrados y el calibrado debe poderse controlar antes de cada medida. En los aparatos portátiles más simples basta con un control de tensión para el control calibrado. No obstante, si la medida debe tener fuerza probatoria, es imprescindible un control de calibrado –es decir, un calibrado con un foco sonoro de intensidad conocida – que incluya el micrófono. Para este fin se utilizan o los llamados focos sonoros de caída de bola, en los cuales se deja caer desde una determinada altura pequeñas bolas de acero sobre una membrana metálica, o generadores de sonido con altavoz especialmente estabilizados. En ambos casos para el calibrado se conectan juntos el foco sonoro y el micrófono de medida.

### 3.1.9. SONORIDAD.

En el párrafo anterior se ha mencionado que la determinación con el medidor de intensidades DIN, de sonidos y ruidos compuestos, implica ciertos errores. Estos errores dependen, ante todo, de un fenómeno que no ha sido citado hasta ahora; el efecto de enmascaramiento. A consecuencia de la percepción de un sonido, la sensibilidad del oído humano disminuye para los sonidos que tienen aproximadamente la misma frecuencia. Conociendo el proceso del oído interno se comprende que sea así. Como ya se expuso en el párrafo 3.1.3, la excitación producida por un tono hace vibrar no sólo una fibra, sino una zona de la membrana basal. Por lo tanto, se excitan más o menos todas las células nerviosas que se encuentran en esa zona, lo cual conduce forzosamente a que el umbral de excitación, para los estímulos que aparezcan luego, se eleve hasta el orden de magnitud de la excitación que exista en ese punto de la membrana basal. La pérdida de sensibilidad ocasionada así puede medirse por el mismo método con el que se determinaron las curvas de igual intensidad. En la figura 3-17 se reproducen dos curvas típicas de esta pérdida de sensibilidad. La curva de trazo continuo se refiere al enmascaramiento producido por un sonido puro de 400 Hz y la raya discontinua al enmascaramiento producido por un ruido de banda estrecha de análoga frecuencia media. La diferencia característica entre ambos casos estriba en que, en el caso del sonido puro, el enmascaramiento es menor en las proximidades de la frecuencia del tono enmascarante y de sus múltiplos enteros, ya que en estas zonas se producen resonancias entre ambos tonos, que facilitan la identificación del tono enmascarado.

Debido al efecto de enmascaramiento, para la intensidad con que se perciban un ruido compuesto de dos o más componentes es de importancia decisiva el que las frecuencias de éstos sean próximas o muy diferentes. En el primer caso, la intensidad suma resulta de la adición de energías. Dos tonos que tengan aproximadamente la misma frecuencia, o dos ruidos con el mismo espectro, dan juntos un nivel unos tres decibelios más alto, si sus niveles sonoros son iguales. A 100 Hz esto corresponde a un aumento de intensidad de unos tres fonios. Este aumento viene indicado perfectamente por el medidor de intensidad, ya que es completamente idóneo para la comparación de ruidos de la misma clase. Sin embargo, según lo anterior, si se unen dos tonos de frecuencia muy distintas para dar un sonido, tiene que resultar una elevación bastante mayor en la intensidad percibida, que el medidor de intensidad no puede tener en cuenta ya que, también en este caso, suma exclusivamente energías. Dos ruidos igualmente altos, que no se enmascaran entre sí, tienen que dar necesariamente una duplicación de la sensación de intensidad. ¿Qué es, pues, una duplicación de la sensación de intensidad? La escala fónica no da ninguna información para ello. Esta produce correctamente la dependencia de la frecuencia y la sensación auditiva, pero sus intervalos de intensidad no se ajustan a la sensación a causa de la vinculación arbitraria con el nivel sonoro a 1000 Hz. Además, la escala logarítmica no es apropiada para la adición de intensidades.

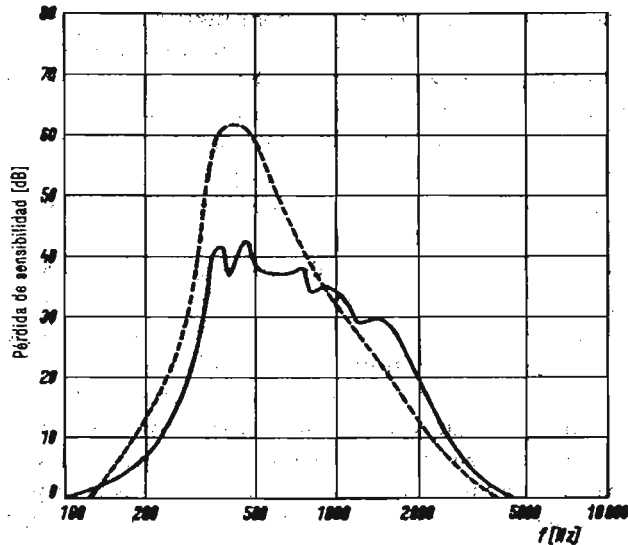


Figura 3-17. Efecto enmascarante. Pérdida de sensibilidad en dB al excitar con: \_\_\_\_\_ un sonido puro de 400 Hz; - - - - - una banda sonora estrecha de 400 Hz de frecuencia media. Nivel de la excitación 80 dB. (según Egan y Hake) (14).

El establecimiento de una escala de intensidades correcta es más difícil que la medida de curvas de igual intensidad, de la misma manera que es más fácil responder a la pregunta ¿Cuándo es el ruido A igualmente fuerte que el B?, que a la pregunta fundamental a la escala de intensidades ¿Cuándo es el ruido A el doble, o la mitad, de alto que el B?. Sin embargo, se vio que la inseguridad de los juicios individuales no es mayor que las variaciones que se producen utilizando ruidos de distintas clase. La escala subjetiva de intensidad determinada de este modo se llama escala de sonoridad y su unidad es el <<sonio>>. Para enlazar con la escala fónica se fijó arbitrariamente 1 sonio = 40 fonios. La curva 1 de la figura 3-18 es la curva de sonoridad obtenida por Fletcher y Munson (8). Según ella a una duplicación de la sonoridad corresponde un salto de 4 a 6 fonios, en las intensidades pequeñas, y de 8 a 10 fonios en las intensidades grandes.

Medidas más recientes de Zwicker, como las inscritas en las curvas 2 y 3, indican que, al menos en sonoridades medias y grandes, la curva de Fletcher y Munson puede sustituirse por la curva 4 recomendadas por ISO. Según ella la duplicación de sonoridad corresponde a un salto de 10 fonios.

Para el cálculo de intensidades de ruidos compuestos, tiene que fijarse la anchura de la zona de frecuencias en las que hay que efectuar la adición de energías, o qué separación mínima tiene que haber entre dos tonos para sumar sus sonoridades. La extensión de esta zona de frecuencias es naturalmente idéntica a la zona en la que aparece el enmascaramiento. Esta anchura de acoplamiento es aproximadamente de 1,3 mm en la membrana basal y corresponde a la escala de frecuencias del orden de una octava (v, también fig. 3-17). Por supuesto esto sólo es válido para la zona de frecuencias medias. La anchura de acoplamiento es mayor para las frecuencias bajas y altas. Es evidente que para la determinación de intensidades hay que utilizar filtros especiales (9,10); por otra parte, sería deseable el poder arreglarse con los filtros de tercera u octava que existen en la mayoría de los laboratorios. Esto es posible; solamente hay que tener presente en la adición determinadas reglas que no pueden tratarse aquí con detalle.

El cálculo de intensidades se realiza en principio como sigue: Con el aparato de intensidades DIN se mide la intensidad parcial en fonios para los distintos campos de filtro (tercera, octava). Por medio de la curva de sonoridad, figura 1-89, se transforma en sonios, se suman según las normas y se lee de nuevo en fonios en la curva de la figura 3-18.

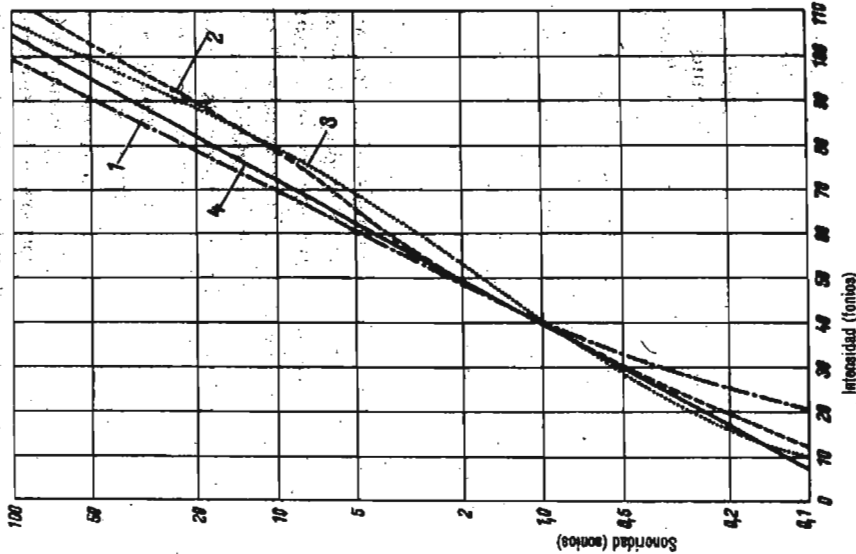


Figura 3-18. Curvas de sonoridad (relación entre fonios y sonios). Curva 1: según Fletcher y Munson (8). Curva 2: medida con tonos sinusoidales (7). Curva 3: medida con ruidos de banda ancha. Curva 4: recomendación de ISO.

En comparación con la medida de intensidades, según DIN 5045, la mejora en exactitud que ofrece este método es considerable. Sin embargo resulta tan complicado, que hasta ahora no ha podido utilizarse en aparatos de medida directa, por lo cual predomina todavía en la práctica la medida de intensidades por el método antiguo a pesar de sus desventajas.

### 3.1.10. TONO.

La frecuencia de una nota musical pura es una magnitud física perfectamente definida, y esta frecuencia produce un estímulo en una región perfectamente determinada de la membrana basilar. La sensación correspondiente a este estímulo se denomina tono de la nota.

Los términos frecuencia y tono se utilizan a menudo indistintamente, pero esta es una forma de expresión imprecisa. La frecuencia es un concepto que pertenece a la física, mientras que el tono es un concepto perteneciente a una rama de la ciencia conocida como sicofísica. Se trata del estudio de las respuestas de los órganos humanos de los sentidos a estímulos físicos y, como su nombre lo indica, implica entre otras cosas el juicio subjetivo del individuo. Por esta razón los resultados de la sicofísica carecen inevitablemente de la precisión tan característica de las ciencias exactas. El tono es una sensación subjetiva y, aunque está íntimamente relacionado con la frecuencia objetiva del estímulo físico, la relación no es en modo alguno sencilla. Consideremos, por ejemplo, el tono percibido al hacer sonar un diapasón. Al variar la distancia del diapasón al oído, con lo que varía la intensidad del sonido en el oído, se encuentra que varía también el tono de la nota escuchada, aunque la frecuencia del diapasón permanece constante. La importancia de la variación depende de cada observador pero, en todos los casos, el tono aumenta al aumentar la intensidad para frecuencias superiores de 3 kHz, mientras que disminuye al aumentar la intensidad para frecuencias inferiores a 2 kHz. Entre 2 kHz y 3 kHz no hay mucha variación del tono. No se ha encontrado una explicación realmente satisfactoria de este efecto.

Por razones que surgirán después, reduzcamos por el momento al estudio de los sonidos de intensidad moderada cuyas frecuencias varían entre 60 Hz y 1000 Hz, aproximadamente. Para tales sonidos, ¿dispone el oído humano de alguna escala natural de tonos? La respuesta es afirmativa, pues, con muy pocas excepciones, todo el mundo percibe la sensación de casi unísono producida cuando se hacen sonar a la vez dos notas cuyas frecuencias están en relación de 2/1. Este intervalo (se denomina a un cambio de tono) se llama una octava, y la aceptamos como base de nuestra edificación interior del sentido de tono. Al duplicar la frecuencia más alta se obtiene de nuevo una sensación agradable de casi unísono, al igual que si se divide por dos la frecuencia más baja. Tenemos así un intervalo de dos octavas cuando las frecuencias están en la relación de 4/1 = 22/1; de tres octavas cuando la relación es 8/1 = 23/1; etc; Los intervalos aumentan por la adición cuando la razón de frecuencias aumenta por multiplicación. Esto significa que el tono está relacionado logarítmicamente con la razón de frecuencias. Si designamos por  $x$  el intervalo en octavas, la correspondiente razón de frecuencias,  $f_2/f_1$ , está dada por

$$f_2/f_1 = 2^x$$

Una octava es un intervalo demasiado grande y los dividimos en unidades menores. La escala musical de la civilización occidental divide la octava en 12 intervalos iguales denominados semitonos, y la razón de frecuencias correspondiente a un intervalo  $S$  en semitonos es

$$f_2/f_1 = 2^{s/12},$$

Donde  $S = 12x$ . Dos notas con un intervalo de un semitono tienen entre sí una razón de frecuencias de  $2^{1/12}$ . Esta división de la octava en doce intervalos iguales de un semitono se conoce en la música como escala temperada. Se ha dicho a menudo que el sistema fue introducido por J. S. Bach, pero no es exacto; el sistema se utilizaba ya durante mucho tiempo antes de que él escribiese su Well-Tempered Clavier.

La gran ventaja de la escala temperada es que las doce notas están exactamente en las mismas condiciones. Esto significa que cualquiera de ellas puede elegirse como nota clave (do en la notación sol-fa) y, por tanto, es posible la modulación de una clave a otra. Las estructuras ricamente entretejidas de armónicos a que nos tienen acostumbrados las obras de los grandes compositores serían totalmente imposibles sin la escala temperada. Para comprender lo que los músicos tenían que luchar antes de inventarse la escala temperada, consideremos la escala musical conocida como natural.

Esta escala se dedujo reconociendo que los intervalos correspondientes a las razones de frecuencia  $3/2$  (denominada quinta) y  $5/4$  (llamada tercera mayor) eran particularmente agradables, y basando la escala musical en ellos y en la octava. El resultado fue una división de la octava en 21 intervalos desiguales. La tabla 1.40 da las frecuencias y los intervalos para todas las notas de ambas escalas. Se ha incluido la notación musical en la hipótesis de que la nota clave es C, a la que se le ha dado por comodidad la frecuencia unidad. Las ocho notas de la primera columna de la izquierda en la tabla 1.40 sin sostenidos (#) ni bemoles (b), unidos a ellas, forman la escala diatónica usual (do, re, mi, fa, sol, la, si, do) cuando se tocan solamente las teclas blancas del piano. La característica más sorprendente de la escala natural es la presencia de dos notas de frecuencias diferentes entre notas sucesivas de la escala diatónica. Así, por ejemplo, entre C y D hay a la vez C# y db. Ahora bien, entre las teclas blancas C y D de un piano sólo hay una tecla negra, que funciona a la vez como C# y como Db. Así no se puede tocar en la escala natural en un piano; si afinamos la tecla negra a la frecuencia de la C# en la escala normal, está separada 0,41 semitono de Db. El compromiso de la escala temperada fue afinarla de modo que esa nota esté 0,29 semitono más alta que C# y 0,12 semitono más baja que Db. Si deseásemos tocar el piano en la escala natural tendríamos que intercalar nuevas teclas negras adicionales por octava, y aun cuando hubiésemos hecho eso, sólo podríamos tocar música en la clave de C. Esto se debe a que no tendríamos ya intervalos iguales. Cualquier tipo de armonía complicada sería completamente imposible, ya que no podríamos modular entre claves diferentes. Por esta razón es evidente que la escala temperada ofrece el único sistema factible para instrumentos tales como el piano o el clarinete, en los cuales los elementos que producen el sonido tienen longitud fija. De hecho, los únicos instrumentos que pueden tocar música escrita en la escala natural son los instrumentos de cuerda de la familia del violín, el trombón y la voz humana y sólo si no están tocando junto con instrumentos afinados en la escala temperada. La cuestión no es tan grave como pudiera parecer, pues sólo un oído sumamente entrenado puede descubrir alguna diferencia entre las dos escalas.

Tabla 1.40

Nota	Escala natural		Escala temperada	
	Frecuencia	Semitonos	Frecuencia	Semitonos
C	1	0	1	0
Cz	25/24	0.71	2 1/2	1
Db	16/15	1.12		
D	9/8	2.04	2 1/6	2
Dz	75/64	2.75	2 1/4	3
Eb	6/5	3.16		
E	5/4	3.86	2 1/3	4
Ez	12.5/96	4.57	No hay nota	
Fb	32/25	4.27		
F	4/3	4.98	2 5/12	5
Fz	45/32	5.90	2 1/2	6
Gb	36/25	6.31		
G	3/2	7.02	2 7/12	7
Gz	25/16	7.73	2 2/3	8
Ab	8/5	8.14		
A	5/3	8.84	2 3/4	9
Az	225/128	9.77	2 5/6	10
Bb	9/5	10.18		
B	15/8	10.88	2 11/12	11
Bz	125/64	11.59	No hay nota	
Cb	48/25	11.29		
C	2	12.00	2	12

En la escala temperada aparecen escritas las notaciones Ez, Fb, Bz, Cb, pero las notas coinciden, respectivamente, con las notas de la escala diatónica F, E, C, B.

Volvamos atrás y consideremos por qué hemos restringido nuestro estudio del tono a sonidos de intensidad moderada en el intervalo de las frecuencias comprendidas entre 60 y 1000 Hz, que representa un intervalo de un cuarto de octava. Hemos de insistir en la condición de intensidad moderada por la razón, ya dicha, de que el tono varía con la intensidad. Dos notas de frecuencias 125 Hz y 250 Hz, por ejemplo, no darán la sensación que reconocemos como octava si sus intensidades son muy distintas. Una segunda razón es que la sensación que llamamos octava no se produce duplicando la frecuencia si ésta es bastante alta. Para elevadas frecuencias, una razón de 2/1 suena más que una octava. Esto nos obliga a admitir que la escala de 12 semitonos = 1 octava introducida anteriormente es realmente una escala de frecuencias y no una verdadera escala de tonos. De ordinario no nos damos cuenta de esta singular característica del tono porque los instrumentos musicales se afinan subjetivamente, y no con un criterio riguroso de razón de frecuencias. El afinador no ajusta la razón de frecuencias hasta alcanzar un valor calculado teóricamente, sino hasta que el intervalo musical le suena bien. Aunque la correlación entre frecuencia y tono no es lineal, existe una correlación lineal entre tono y distancia, a lo largo de la membrana basilar, para la cual tiene lugar el estímulo.

### 3.1.11. TIMBRE.

Si un violín, un piano, un clarinete y un órgano tocan la misma nota musical, no tenemos dificultad en reconocer de qué instrumento se trata, incluso si todos suenan con igual fuerza. La característica de las diferentes notas que nos permite distinguirlas es su timbre.

Nos limitaremos en esta sección a sonidos musicales ya que son mucho más sencillos que los no musicales, pero los principios generales establecidos tienen aplicación universal

El timbre de un sonido musical depende de dos factores principales: (i) el modo como el sonido se produzca y desaparezca. Y (ii) del número e intensidad relativa de los sobretonos existentes en la onda sonora que llega al oído.

(i ) Volvamos a nuestros cuatro instrumentos musicales. El violín, la nota se inicia tirando del arco sobre la cuerda. Esto arrastra la cuerda lateralmente que la fuerza elástica recuperadora vence el rozamiento y la cuerda se suelta. Como el arco continúa moviéndose, la cuerda es arrastrada de nuevo lateralmente, y se suelta una vez más. Esta secuencia de arrastres y desprendimientos prosigue, suministrando continuamente energía al arco a la cuerda para producir un tono prolongado. A partir del instante en que el arco toca por primera vez la cuerda y durante un corto tiempo, el oído es consciente de una creación de sonido, antes de oír la nota continua. Esta creación se denomina inicio transitorio y es característico del sistema arco-cuerda. Para un piano, el caso es muy distinto. El inicio transitorio es muy corto, ya que la nota empieza con un violento golpe sobre la cuerda, y el sonido comienza inmediatamente a desaparecer sin ningún sonido continuo posible. Tanto el clarinete como el órgano producen una nota estable ya que en ambos se suministra continuamente energía al sistema. Pero sus inicios transitorios son diferentes. La naturaleza de los inicios transitorios afecta muy acusadamente al timbre de una nota musical. Así, por ejemplo, los inicios transitorios de un violín y un violoncelo son muy análogos, como cabía esperar. Sin embargo, si se registra el sonido del violín en una cinta magnetofónica, y se oye la cinta más lentamente, de modo que el tono se reduzca en octava y media, el resultado no es análogo al del sonido del violoncelo como pudiera esperar. La lentitud ha triplicado la duración del inicio transitorio, y este cambio afecta materialmente al timbre. Del mismo modo, si oímos lentamente el registro del sonido de un piano, la súbita producción y gradual desaparición, son sustituidas por una producción gradual y una desaparición brusca. El efecto es muy sorprendente. A parte de la brusca terminación de las notas, el piano suena como un órgano.



(ii ) Como estudiamos en la sección anterior. Cuando una cuerda tensa o un tubo son puestos en vibración, el sonido que producen es una mezcla de muchos de los sobretonos del sistema. El timbre de una nota musical depende decisivamente de los sobretonos presentes y de sus amplitudes relativas. Los sobretonos importantes serán armónicos, pero alguno de ellos tendrán una frecuencia no relacionada de un modo sencillo con la fundamental. Esto se cumple particularmente en el piano la fig.3-19. muestra como varían las amplitudes de los sobretonos para nuestros cuatro instrumentos musicales. Tales diagramas se denominan espectogramas.

Mediante el uso de magnetófonos es posible reproducir la nota continua de varios instrumentos sin los inicios transitorios. Cuando, por ejemplo, se hace esto con el oboe el foco no se identifica fácilmente como un oboe, y es posible confundirlo con un violín. Los inicios transitorios de un sonido y sus formas de desaparición (cuando son importantes) constituyen elementos esenciales para juzgar su timbre.

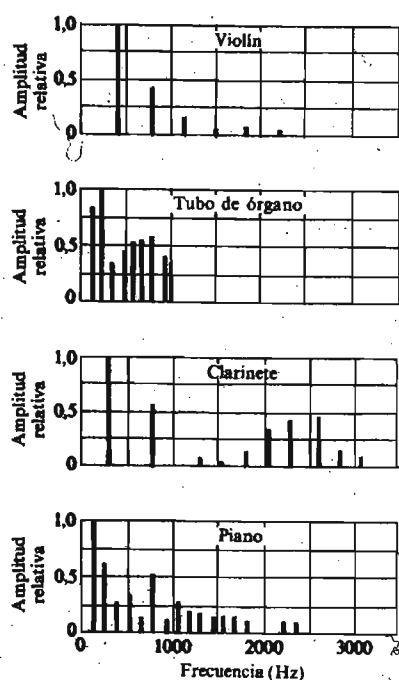


Figura 3-19. Espectogramas de algunos instrumentos musicales. (Cortesía del Dr. Harvey Fletcher).

### 3.1.12. DEFECTOS DEL OÍDO Y SU CORRECCIÓN.

Todos los tipos de imperfecciones de la audición pueden dividirse en dos clases. En la primera, el efecto se debe quizá a la obstrucción del canal auditivo por cerumen acumulado o por residuos de una enfermedad tal como eczema. También puede deberse a una enfermedad del oído medio tal como otosclerosis, en la que un crecimiento anormal del hueso que rodea a la ventana oval hace que el sistema de palancas de los huesecillos quede agarrotado, impidiendo que el sonido pueda llegar al oído interno. Estos defectos se clasifican como sordera conductora. Cuando la lesión o la dolencia se encuentra más allá de la ventana oval, el efecto se incluye bajo las denominaciones de sordera perceptiva, sordera coclear y sordera nerviosa. La sordera conductora afecta por igual a todas las frecuencias, mientras que la perceptiva depende a menudo mucho de la frecuencia. Esta dependencia de la frecuencia modifica el timbre de cualquier sonido ya que se modifican las amplitudes relativas de los sobretonos, y en casos graves ello puede hacer difícil seguir la conversación.

Mientras que la correlación de la sordera conductora debida a una acumulación de cerumen o de otro material es muy fácil de tratar por su simple eliminación, los defectos del oído medio son cuestión mucho más seria. La inflamación del oído medio fue en tiempos la causa principal de la sordera conductora, particularmente en los niños, pero los modernos fármacos antibióticos han eliminado virtualmente esta amenaza. Sin embargo, cuando la inflamación se ha hecho crónica, es a veces necesario intervenir quirúrgicamente. Un peligro particular es la mastoiditis, que se produce cuando la infección se propaga al mastoide. La cirugía de mastoides tiene una historia larga (figura 3-20) pero, afortunadamente, es rara hoy.



Figura 3-20. Grabado del siglo XVI de Lucas van Leyden de un cirujano realizando lo que parece ser una operación de mastoides. (Cortesía de la Galería Nacional de Arte, colección Rosenwald).

Actualmente el caso más importante de sordera conductora es la otosclerosis. Consiste en una enfermedad progresiva en la cual un crecimiento esponjoso próximo a la base del estribo (el tercer miembro de la cadena de huesecillos) se endurece paulatinamente y transforma en hueso, inmovilizando el estribo, con lo que se deteriora gravemente su capacidad de transmitir vibraciones al oído interno. Existen dos técnicas quirúrgicas distintas para el tratamiento de la otosclerosis. En la primera conocida como movilización del estribo, (estapedectomía) éste es liberado de su crecimiento córneo, eliminado y remplazado por un sustituto de plástico. Si el estribo no puede ser liberado existe otro procedimiento denominado fenestración. En esta técnica se eliminan el martillo y el yunque y se efectúa un enlace directo entre el oído externo y uno de los conductores semicirculares (figura 3-21), puesto que la cadena de huesecillos es cortocircuitada, no puede recuperarse por completo la audición normal.

A diferencia de la sordera conductora, la sordera perceptiva no puede tratarse quirúrgicamente. El que la sufre tiene que recurrir a un audífono complementario en casos graves por el entrenamiento de lectura en los labios. Naturalmente mucha gente que padece sordera conductora también utiliza estas ayudas. En los modernos audífonos transistorizados, la energía sonora incidente es transformada en energía eléctrica es amplificada después y la señal amplificada convertida de nuevo en sonido. No es fácil en modo alguno construir un audífono realmente satisfactorio, ya que la amplificación producida es función de la frecuencia, y esto puede dar lugar a una distorsión considerable del timbre del sonido recibido.

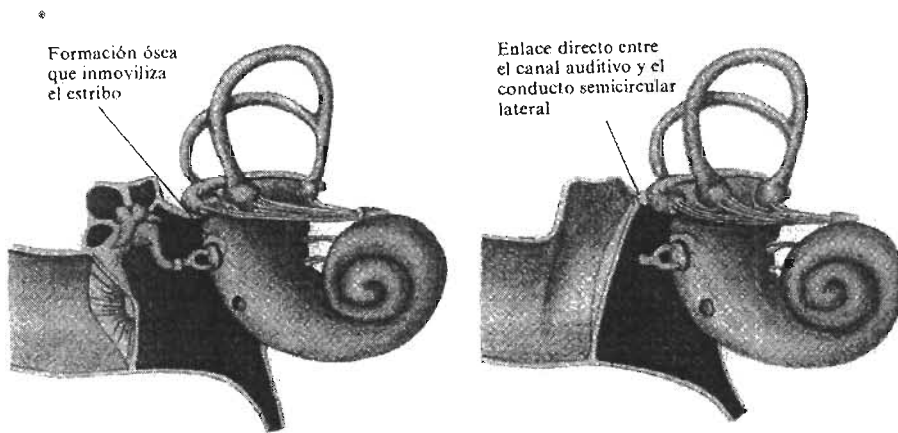
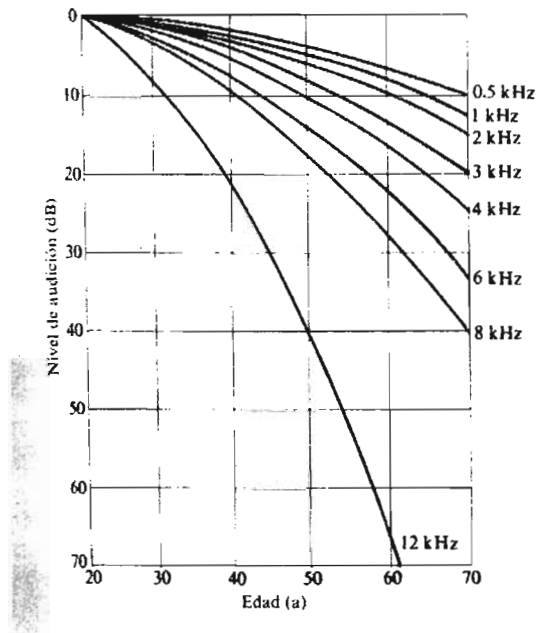
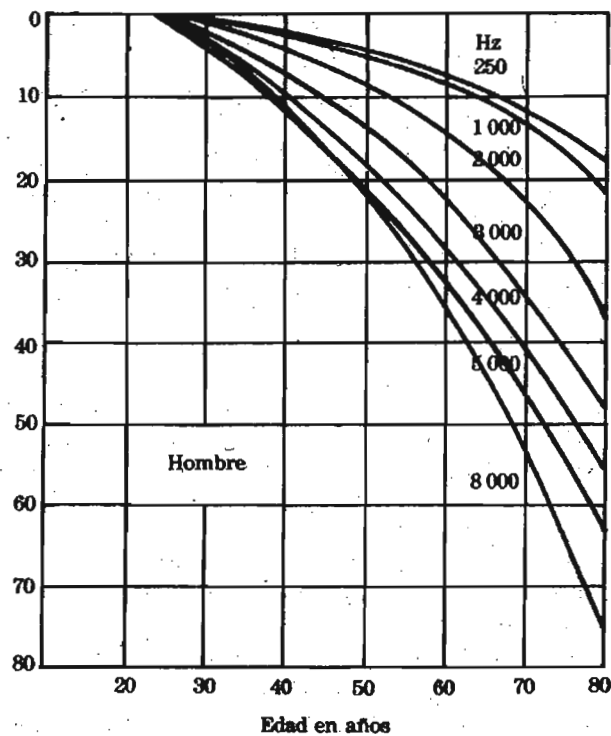


Figura 3-21. Fundamento de la operación de fenestración.

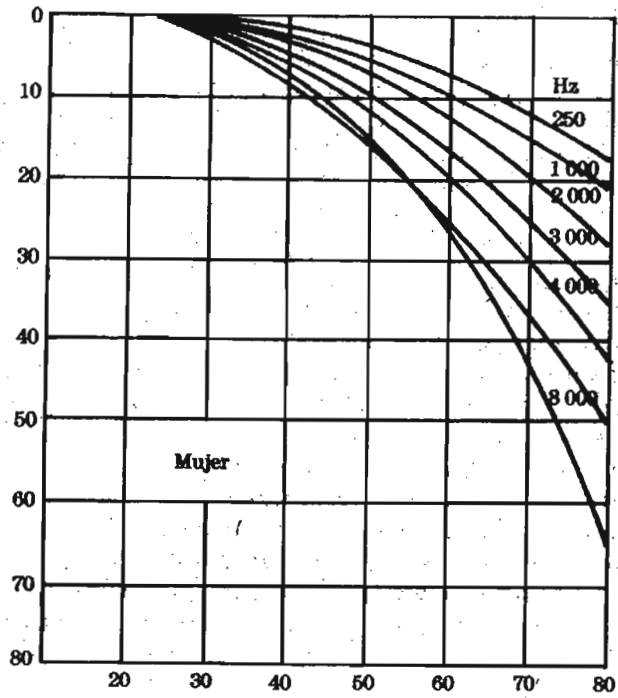
La causa más frecuente del deterioro de la audición es principalmente el proceso de envejecimiento que es una característica inevitable de todas las formas de vida. El efecto se conoce como presbiacusia, y se manifiesta por un empeoramiento progresivo de la capacidad de oír frecuencias altas. La tendencia general de este deterioro queda ilustrado en la figura 3-22. En este diagrama la presencia se mide en decibeles por debajo de lo normal. Así, por ejemplo, para una persona a la edad de 70 años se ha representado que tiene un nivel de audición de 40 dB para un tono puro de frecuencia 8 kHz. Esto significa que, si el nivel de intensidad es tal que una persona joven media (edad entre 15 y 24 años) de audición normal puede detectar justamente el tono, este nivel ha de aumentarse en 40 dB para que pueda percibirlo una persona media de 70 años. Curvas como las de la figura 3-22 no son fáciles de obtener, porque es difícil separar el efecto de la edad de los efectos de exposición a ruidos que ha tenido la persona ensayada durante su vida de trabajo. Como se estudia en la sección siguiente, la exposición continuada a ruidos da lugar también a un empeoramiento de la audición en relación con la frecuencia. Por esta razón los trabajos de experimentación sobre presbiacusia han de hacerse en poblaciones rurales e, incluso en este caso, es preferible utilizar la población femenina a la masculina, ya que esta última ha estado sometida normalmente a ruidos mayores en el curso de su trabajo, o en su servicio militar. El efecto de disparo de armas cortas sobre el oído es muy considerable y cualquier hombre que hubiera estado expuesto a ello sería completamente inadecuado como sujeto de experimentación.



Figuras 3-22. Curvas que relacionan el nivel de audición con la edad.



Curvas para hombres.



Curvas para mujeres.

### 3.1.13. POLUCIÓN POR RUIDOS.

Ruido es cualquier sonido indeseable, y una de las características perturbadoras de nuestra moderna civilización urbana es su cada vez mayor estrépito, y la dificultad de obtener paz y silencio. El efecto más evidente del ruido es la irritación y la molestia que produce. La familia de la casa contigua que celebra a menudo fiestas nocturnas ruidosas, el bebé del piso de arriba que nunca se cansa de gritar, las radios de transistores aturdiéndole en lo que usted pensaba iba ser una gira campestre tranquila, el estruendo del tráfico cerca de su casa, el cierre de golpe de las puertas de los automóviles en las altas horas de la madrugada, son ejemplos, entre otros innumerables, el problema general de la polución por ruidos. Ello procede de la necesidad de vivir juntos en estrecha proximidad, y de que la tecnología ha hecho que los equipos que producen ruidos sean parte esencial de nuestras vidas. Por mucho que nos quejemos de este estrépito, no podríamos imaginar la vida sin el automóvil, y las amas de casa han llegado a depender enteramente de sus accesorios de cocina convirtiéndola en la habitación más ruidosa de muchas casas. El más molesto es el triturador de basura que puede producir un nivel de intensidad de más de 100 dB cuando quebranta desperdicios duros, como huesos.

Un efecto de ruido de fondo urbano es que los habitantes de una ciudad se sienten de ordinario bastante incómodos cuando se les transporta a un ambiente tranquilo, y encuentran difícil dormir en medios que están libres del estruendo de la ciudad. De hecho, cuando se construyen nuevos edificios para oficinas, con normas acústicas de gran calidad, los ingenieros hacen a veces deliberadamente ruidoso el sistema de ventilación para que los empleados se sientan más cómodos.

El tipo de ruido de que hemos estado tratando no causa ningún daño al oído, aunque ha sugerido a menudo que puede producir graves perjuicios psicológicos. Pero el ruido industrial es otra cuestión, y aquí hay amplia evidencia experimental del permanente deterioro de la audición que puede resultar de la exposición a un ruido excesivo. La figura 3-23 muestra los datos obtenidos en una población femenina de tejedoras de yute con dedicación continua y prolongada, sin vacaciones ni interrupciones por servicio militar, y expuestas a un ruido que había permanecido constante desde la década de los años 1890. La figura 3-24 representa el espectro de frecuencias de los telares, responsables del deterioro de la audición. El hecho más sorprendente de la figura 3-23 es la caída muy pronunciada en las proximidades de 4 kHz. Esto no parece adaptarse en modo alguno al espectro de frecuencias, en el que se ve que el ruido máximo está en proximidad de 1 kHz. Este <<corte en 4 kHz>>, como se le denomina, es característico de todas las formas de deterioro de la audición producidas por exposición a cualquier tipo de sonido. Debe observarse particularmente que el corte es ya perceptible en la curva correspondiente a mujeres que habían estado empleadas menos de un año. No existe aún la explicación satisfactoria de este corte en 4 kHz. Resulta análogo en su aspecto general al encontrado en trabajadores de otras industrias; en efecto, al tipo de sordera resultante se le denomina a menudo oído de las calderas. Esta sordera industrial no se debe simplemente al nivel del ruido, sino que depende del tiempo de exposición y también del tipo de ruido. La Academia norteamericana de oftalmología y otolaringología ha establecido como máximo recomendado 85 dB y no más de 5 horas por día, pero muy a menudo se sobrepasa este máximo. Las mujeres descritas en la figura 3-23 habían trabajado una media de 40 horas semanales durante toda su vida, y el efecto general sobre ellas al finalizar su edad madura era un deterioro muy grave de su audición.

El ruido en la industria no es la única pérdida permanente de audición. Se sabe también que perjudican la audición dos formas de actividades de entretenimiento. La primera es disparar rifles y escopetas, para las que se han obtenido curvas del tipo analógico a las de la fig. 3-23, que muestran el característico corte en 4 kHz. Esta forma de deterioro está particularmente extendida en los Estados Unidos debido a que no hay ningún otro lugar de la Tierra donde exista una mayor proporción de población aficionada a esta clase de deporte. La segunda es escuchar música pop a niveles de intensidad de sonido tan elevados. Así, por ejemplo, niveles de más de 110 dB son muy frecuentes en algunos conciertos. Los principalmente afectados son los propios músicos, en parte, por que son de ordinario los que están más cerca de los altavoces, pero principalmente porque su tiempo de exposición es mucho mayor que el de una persona media que va a oírlos. Aunque no se ha realizado un estudio ampliamente fundamentado de tales músicos, no puede haber duda de que después de un año o dos de estar sometidos a estos niveles de ruido, sufrirán un deterioro de la audición. El asistente corriente a los conciertos no está, naturalmente, libre del peligro, pero el deterioro permanente es de hecho menor. Se precisa con urgencias más investigación sobre este aspecto de nuestra cultura contemporánea.

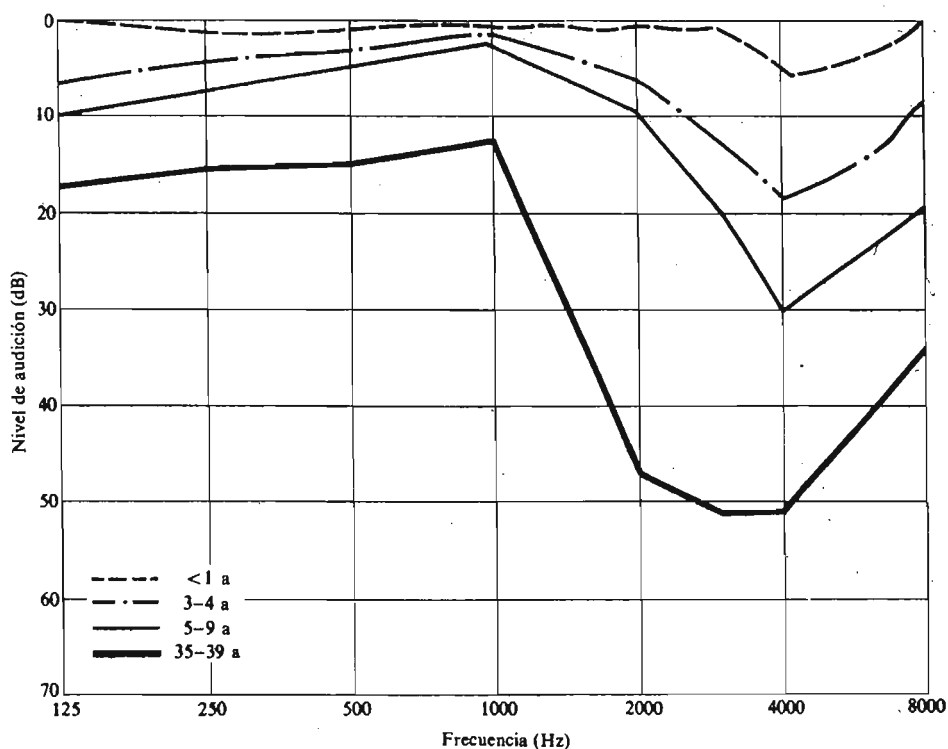


Figura 3-23. Variación de la pérdida de audición con la frecuencia para diferentes tiempos de sometimientos a ruidos. (Datos debidos a la cortesía del Dr. W. Taylor).

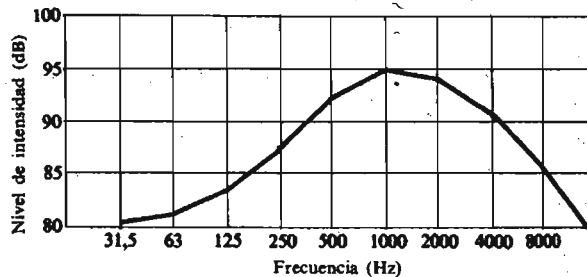


Figura 3-24. Espectro de frecuencias de talleres de yute. (Datos debidos a la cortesía del Dr. W. Taylor.)

Antes de terminar con la cuestión de la polución por ruidos, hemos de mencionar el efecto del ruido de los aviones. Los modernos jets, incluso con todo el equipo adaptado de supresión de ruido, son muy estrepitosos, produciendo unos 110 dB a una distancia de 500 m en toda su amplia banda de frecuencias comprende el ruido de alta frecuencia que es particularmente perjudicial. El problema del ruido de los aviones afecta a toda la comunidad, ya que el deseo de un cómodo transporte aéreo (que impone disponer de aeropuertos razonablemente próximos a los centros urbanos) está en pugna con el problema del ruido así creado. La gente que vive en la proximidad inmediata de los aeropuertos, particularmente los situados inmediatamente debajo de la trayectoria de vuelo, son especialmente vulnerables. Incluso si han llegado a acostumbrarse a vivir con el ruido, sufrirán casi con seguridad algún tipo de deterioro de la audición.

El problema de los aviones supersónicos es de tipo distinto, ya que la onda de choque producida por el avión al empujar su camino a través del aire a mayor velocidad que la del sonido se extiende en todas direcciones y produce dos <<estampidos>> distintos en su total trayectoria de vuelo. En los Estados Unidos se han realizado, en San Luis y en Oklahoma City, amplios ensayos sobre el efecto en la población de este estampido sónico. Aunque no encontraron efectos fisiológicos adversos, se registraron algunos daños en las estructuras de inmuebles, y las molestias a la población fueron considerables. Es significativo que no se habituaron a los estampidos y que se inquietasen y disgustasen cada vez mas a medida que continuaban las pruebas. Los estampidos son un tipo de sonido conocido como impulso sónico y el trabajo experimental sobre el efecto de tal ruido sobre la audición es escaso. Sabemos que cuando la intensidad es muy grande, como por ejemplo en la proximidad del disparo de un cañón de gran calibre, da lugar a una lesión permanente del oído. Pero se precisa más investigación para fijar el efecto de una exposición por largo tiempo a impulsos sónicos de intensidad más moderada.

#### 3.1.14. EL OÍDO DE LOS ANIMALES.

Nos hemos limitado en este tema al oído humano, pero el oído de otros seres muestra características de gran interés. Es posible explicar la complejidad de los oídos de los mamíferos por el hecho de que éstos han evolucionado a partir de sus antecesores acuáticos, y la complejidad es resultado de la difícil transición del mar a la tierra. Los insectos, por el contrario, han sido siempre seres terrestres, y sus oídos tienen una estructura maravillosamente sencilla. La figura 3-25 muestra en forma esquemática la estructura de un oído típico de insecto. El oído puede estar localizado en la parte media del cuerpo del insecto o incluso en las patas. El tímpano se halla expuesto directamente a la atmósfera y forma la pared exterior de una cavidad llena de aire. Los nervios auditivos van directamente desde el tímpano al cerebro pasando por la cavidad, sin todas las complicaciones del oído medio y del oído interno. A pesar de esta sencillez, el oído del insecto es muy eficiente y a menudo puede responder a frecuencias ultrasónicas. Los oídos de los saltamontes están situados en sus patas, justamente debajo de la articulación principal. Esta adaptación permite al insecto variar la distancia entre sus oídos, y mejorar su capacidad de localizar sonido.



Como ejemplo extremo de adaptación tenemos el caso de los murciélagos que tienen acoplado al oído un sistema de radar. Estas notables criaturas producen ondas sonoras ultrasónicas, con una frecuencia media de unos 50 kHz, que emiten por los hocicos en cortos pulsos, que son altamente dirigidos y poseen elevada intensidad. Esta intensidad es necesaria ya que los objetos que los murciélagos tratan de localizar son muy pequeños y sólo reflejan hacia sus oídos una proporción minúscula de la energía que llega a ellos. El pulso del sonido emitido parte con una frecuencia elevada (quizá 100 kHz) y baja a una frecuencia mucho menor, siendo posible que este cambio de frecuencia ayude al proceso de localización por eco. El eco reflejado es recogido por las orejas relativamente enormes, y el cerebro del murciélago puede procesar la información de modo que le diga, no sólo dónde está el objeto reflector, sino qué se trata. Así, puede distinguir entre un diminuto insecto, que es su presa natural, y un objeto no comestible del mismo tamaño. Ciertos murciélagos pueden incluso descubrir un insecto sobre la hoja de una planta. Esta capacidad de <<ver>> objetos tan pequeños depende evidentemente de que la onda sonora tiene una longitud de onda suficientemente corta. Para una frecuencia de 100 kHz la longitud de onda es de unos 3 mm. Si el murciélago utilizase frecuencias en el intervalo audible, no podría nunca operar como lo hace.

Marsopas, delfines y algunas ballenas utilizan también una técnica de eco de sonido para localizar obstáculos y para encontrar sus presas. Dado que son grandes mamíferos (la ballena azul alcanza una masa de 105 kg) y se mueve muy rápidamente, tiene un enorme momento lineal y, en consecuencia, necesitan bastante distancia para detenerse, por lo cual requieren la incorporación de un radar para evitar accidentes.

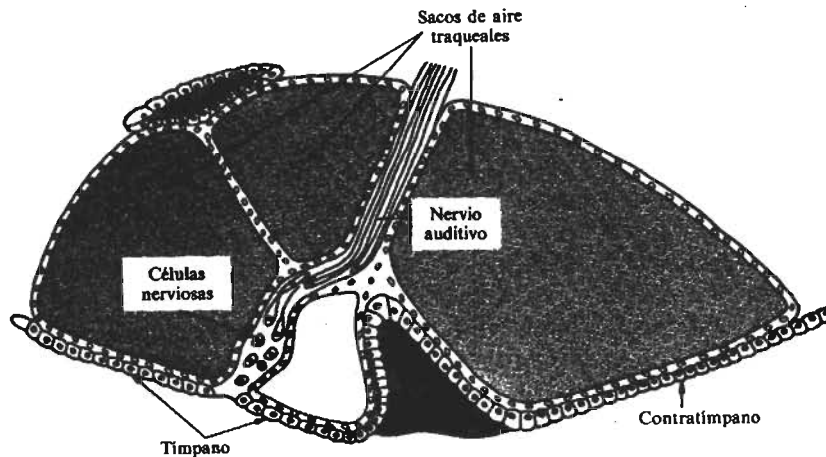


Figura 3-25. Sección del órgano timpánico de una polilla, situado en el metatórax. Sólo hay dos células sensitivas, pero existen además estructuras accesorias complejas cuya función no es conocida.

### 3.1.15. RESUMEN.

El oído humano responde a ondas sonoras que se propagan en el aire con un intervalo de frecuencias comprendido entre 20 y 20,000 Hz. Su respuesta depende notablemente de la frecuencia. El oído es responsable también del sentido de equilibrio. La capacidad de localizar aproximadamente un foco sonoro se basa en que el hombre tiene dos orejas. Las sensaciones psicológicas de tono y sonoridad no depende linealmente de las características físicas de frecuencia e intensidad.

El timbre de un sonido depende, a la vez, del número de intensidad relativa de los sobretonos presentes, y de la forma como el sonido se produce y desaparece.

La sordera es de dos tipos: sordera conductora, debida a un efecto del oído externo o del oído medio, y sordera perceptiva debido a un defecto del oído interno o de la trayectoria nerviosa al cerebro. La sordera conductora puede a veces ser mitigada quirúrgicamente, pero la sordera perceptiva sólo puede aliviarse parcialmente mediante el uso de audífonos. La sordera perceptiva es ocasionada por la edad y puede producirse también por su exposición excesiva a ruidos fuertes. La pérdida de la audición debida al ruido muestra un máximo para una frecuencia de unos 4000 Hz.

Los oídos de los insectos tienen una estructura mucho más sencilla que la de los mamíferos. En murciélagos, marsopas, delfines y ballenas, los oídos se utilizan como receptores de pulsos ultrasónicos emitidos por ellos mismos. Este sistema de radar acoplado les permite actuar con gran eficacia en la oscuridad.

### 3.2. PERCEPCION AUDITIVA

Son diversas las disciplinas relacionadas con el estudio del sonido. Así, la física aporta datos sobre el comportamiento del sonido. La psicología se preocupa de uno el sonido es percibido e interpretado por el hombre. La ingeniería de audio se dedica al diseño de equipos relacionados con el sonido, la música ofrece el sentido de la armonía, del equilibrio o de la imaginación... Cabe remitirse aquí a las palabras de Murray Schafer cuando afirma, comparando el universo sonoro con una de gran orquesta: "Todos los sonidos pertenecen a un campo continuo de posibilidades inserto en el dominio comprensivo de la música".

#### FISICA DEL SONIDO

La acústica nos enseña que los sonidos presentes en el medio se producen a partir de un punto, de un foco que provoca un cambio en la presión normal del aire. Las moléculas reaccionan unas con otras propagándose las perturbaciones de presión en todas las direcciones en forma de ondas.

Los estímulos sonoros recogidos por el pabellón auditivo, llegan hasta el tímpano, membrana muy sensible a las perturbaciones y pasan a la cadena de huesecillos, elemento de transmisión de las vibraciones hasta la cóclea, órgano que contiene las terminaciones nerviosas del nervio auditivo y que transforman las vibraciones sonoras en impulsos eléctricos que son transmitidos al cerebro. Este integra dichas sensaciones transformadas en percepciones reconocidas, analizadas, organizadas...

Se ha comprobado que en todas las culturas es común diferenciar el sonido en tres parámetros fundamentales: altura o tono, intensidad y timbre.

Desde el punto de vista de la física del sonido se establece una diferencia entre vibraciones o formas de onda periódica; además, se da una relación directa entre la percepción de la altura y un fenómeno físico: la frecuencia, que es el número de vibraciones que se producen por segundo. Al aumentar la frecuencia, aumenta la sensación de altura, percibiéndose un sonido más agudo.

El oído humano es sensible a frecuencias comprendidas entre 30 y 20.000 Herzios, existiendo un poder de discriminación de las variaciones de frecuencias que permite distinguir los sonidos en una escala de alturas. Hay una banda crítica dentro de la cual no se percibe un incremento o disminución en la frecuencia, pero a partir de un punto o umbral se percibe una variación de la altura.

Los sonidos del medio ( voces, sonidos naturales, ruidos, música...) tienen una cierta complejidad. No contienen un solo componente de frecuencia. Cuando decimos que un sonido tiene una frecuencia de 440 Hz no quiere decir que dicho sonido no tenga otros componentes de frecuencia. Un sonido puede descomponerse en una serie de componentes de frecuencia que, en el caso de los sonidos musicales, tienen unas relaciones armónicas entre ellos, es decir que son múltiplos de la frecuencia del primer armónico llamado fundamental. La energía de estos componentes es menor a medida que las frecuencias son mayores. Estos armónicos, con su fundamental, constituyen lo que se denomina espectro del sonido. El comportamiento en el tiempo de este contenido en frecuencia (espectro) determina en buena medida el timbre. El timbre es un concepto más musical que físico. Constituye, un atributo multidimensional no reductible a ninguno de sus parámetros que son físicos y no físicos, medibles y no medibles.

El otro parámetro del sonido es la intensidad sonora que está directamente ligado a la amplitud de la onda. La respuesta del oído a las variaciones de presión sonora es logarítmica (no lineal). El nivel de presión sonora se mide en decibelios, el logaritmo de la presión sonora medida con relación a un nivel de referencia que es el umbral mínimo de audición.

La percepción de la intensidad está influida por la frecuencia del sonido, existiendo una zona, entre 1000 y 4000 Herzios en la que el oído es muy sensible.

Para medir el nivel de presión sonora se utiliza el sonómetro, que mide en dB (A). La medida en dB (A) consiste en una curva de ponderación que tiene en cuenta esa mayor sensibilidad del oído a las frecuencias comprendidas entre 1 y 4 KHz.

Para el análisis del sonido suele recurrirse a registros gráficos que favorecen su estudio:

- \* Evolución de los niveles sonoros en el tiempo-gráficas Amplitud- Tiempo. Muestran las oscilaciones del nivel sonoro en un intervalo de tiempo determinado.
- \* Distribución estadística de frecuencias (espectro) de los sonidos - Gráficas Amplitud-Frecuencias.

En los análisis de las señales acústicas es importante conocer el nivel de ruido global de una fuente sonora y la distribución de energía sonora en el espectro de frecuencias que la componen.

Existen diversas maneras de representar gráficamente el espectro de un sonido. Sin embargo, una de las herramientas analíticas más utilizadas para determinar el espectro de una señal es la " transformada rápida de Fourier" (FFT)

Cualquier señal continua en el tiempo con un espectro de frecuencia de un ancho de banda determinado, puede representarse como una serie de muestras de la señal original o como una señal discreta en el tiempo (Shannon, 1949). Ello permite representar una señal acústica en forma digital.

El hecho de trabajar con muestras es lo que permite utilizar estas herramientas matemáticas antes señaladas -FFT- ya que reducen el número de cálculos requeridos. Además, el hecho de utilizar señales digitales resulta práctico ya que las señales pueden procesarse mediante los dispositivos utilizados en los ordenadores; así, cada muestra está representado por una palabra de determinado número de bits ( grupo de ceros y unos).

### 3.2.1. EL SONIDO EN SU CONTEXTO TEMPORAL.

En definitiva, este análisis permite que pasemos del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia identificando los componentes de la frecuencia que configuran una señal.

Adoptando un planteamiento cercano al de determinadas materias propias del mundo de la música, armonía y orquestación; la percepción musical se puede determinar como la configuración acústica contribuyendo a situar los sonidos en su concepto y darles una significación. Es decir, de esta situación de los sonidos en su contexto va a depender en buena medida cómo los oyentes dirigen su atención. Un sonido determinado sugiere un contexto específico. Por ejemplo: un golpe persuasivo, intenso y penetrante no suele provocar una sensación de reposo.

La teoría clásica sobre orquestación así como la psicología de la percepción o la moderna psicoacústica nos proporciona algunos conceptos y términos en nuestros propósitos de estudiar objetos sonoros.

Para Pierre Schaeffer (1966) un objeto sonoro es un sonido en que las partes contribuyentes están , perceptualmente , agrupadas fuertemente en una unidad definida. Así como algunas veces, una frase musical es más unitaria que una nota (un glissando de arpa, un cluster de piano o un frullato en la flauta). Una vez que un sonido capta nuestra atención, es caracterizado mentalmente y ello ayuda a que se fije en la memoria.

Esta caracterización parece que se acompaña de una ubicación del sonido entre dos polos opuestos:

Sonidos de altura definida/Sonidos de altura indefinida.

Sonido intenso/Ligero.

Alto/Bajo (Según el registro).

Rico/Vacío (Contenido espectral).

Corto/Largo (Según duración).

Estático/Variable.

Nos hemos fijado en los dos últimos que son los que se refieren a cómo la información sonora es presentada en el tiempo.

Siguiendo a A. Beklin (1988) hemos realizado una clasificación de los sonidos según su desarrollo en el tiempo, distinguiendo tres posibilidades:

\* Los sonidos persuasivos articulan el fluir del tiempo musical. Atraen nuestra atención y en música son útiles en momentos de alto relieve o puntuación.

\* Los sonidos estables tienen un papel distinto. Se trata de sonidos largos y estáticos que pasan a un segundo plano como ambiente de fondo o "background". Pueden proporcionar textura, dando un sentido de profundidad o de totalidad mientras algo es escuchado en primer plano (algo similar a lo que en música se denomina efecto pedal)

\* Finalmente los sonidos sostenidos pero que evolucionan suelen ser rápidamente caracterizados por el oyente estimándose dicha evaluación como pattern, progresión o como aleatorio. Sería algo así como los motivos melódicos o como las fórmulas rítmicas en la música.

### 3.2.2. EL MEDIO AMBIENTE SONORO.

Al estudiar el comportamiento del sonido y las relaciones que se establecen entre sonido, medio e individuo, adoptamos el término de paisaje sonoro (Sound scape). El término se refiere al medio ambiente de los sonidos en la forma es que es percibido y comprendido por el individuo o por la sociedad (M.R. Schafer, 1976; B. Truax, 1978).

Se establece así un paralelismo entre paisaje visual y paisaje sonoro ya que ambos se refieren a la información recibida por el hombre de su entorno.

Se trata de entender el sonido desde el punto de vista de la información, de la comunicación, de las interacciones existentes entre sonido, medio e individuos, ya que los sonidos existentes en el medio tienen infinidad de significaciones para una comunidad dada.

Cabe retomar aquí los conceptos de alta fidelidad y baja fidelidad de los ingenieros y técnicos de sonido aplicándolos a los sonidos del medio. Así, serían de alta fidelidad aquellos paisajes sonoros en los que los sonidos son escuchados con claridad con un horizonte acústico amplio, creando una interacción entre individuo y ambiente sonoro, mientras que baja fidelidad correspondería a aquellos ambientes sonoros que crean sentimientos de alineación o aislamiento al desconectar al individuo del medio, al no poder detectar señales sonoras.

### 3.2.3. LA PERCEPCION SONORA.

Nuestro sistema auditivo y nuestro sistema de percepción y de efectos en general, está adoptado funcionalmente a los estímulos producidos por la naturaleza. El desarrollo de dicho sistema auditivo se produjo, como adaptación al medio, merced a su capacidad para captar informaciones sutiles sobredicho medio, contribuyendo a la supervivencia de las especies. Se encuentra así una vocación primera del sistema auditivo cumpliendo como medio de protección o de alerta en situaciones de peligro o angustia. Esta vocación exigía un gran desarrollo o sutileza por parte del oído en situaciones de proximidad a la naturaleza.

Actualmente, sin embargo, en una época de mayor confort para el hombre puede constatarse una disminución del poder del oído.

Diversos autores (Febvre, 1968; Schafer, 1976) han descrito cómo determinados sentidos, muy especialmente el oído han ido perdiendo protagonismo a través de la historia, como dispositivo de captación de información sobre el entorno, siendo el sentido de la vista el que ha adquirido un papel predominante.

## SEGUNDA PARTE

### 3.2.4. FUNDAMENTOS Y DEFINICIONES DEL SONIDO.

El "sonido" es la sensación percibida por el oído como resultado de variaciones rápidas de la presión en el aire. En términos físicos, "sonido" es la vibración mecánica de un medio elástico gaseoso, líquido o sólido, a través del cual se transmite la energía, de un modo continuo, desde la fuente por ondas sonoras progresivas. Cada vez que un objeto vibra o se mueve, una pequeña parte de la energía relacionada con este proceso se pierde, siendo radiada al medio como sonido.

La mayor parte de la gente posee la idea intuitiva de lo que es una onda. Han visto las olas del mar rompiendo en la orilla o han observado las ondulaciones que se radian desde el punto donde una piedra golpea la superficie de una charca.

Las "ondas sonoras" son un tipo particular de la clase más general de ondas conocidas como ondas elásticas. Las ondas elásticas pueden producirse en un medio que posea las propiedades de masa y elasticidad. Si una partícula de este medio es desplazada de su posición de equilibrio, las fuerzas elásticas presentes tenderán a arrastrarlas a la posición original de la cual fue sacada por la perturbación

El término "partícula" de un medio designa un volumen lo suficientemente grande para contener millones de moléculas, de modo que pueda considerarse el fluido como continuo, pero lo bastante pequeño como para que las variables acústicas tales como presión, densidad y velocidad sean consideradas como constantes en ese volumen.

La partícula desplazada de su posición de equilibrio posee inercia y, por lo tanto al desplazarse golpea las partículas próximas, haciendo que éstas se muevan de forma idéntica a como lo hizo ella. Estas partículas próximas golpearán a sus vecinas y así sucesivamente, propagándose de este modo la perturbación a través del medio. La perturbación se propaga por medio de oscilaciones sucesivas de partículas elásticas próximas. Ninguna de las partículas se propaga con la onda, solamente la "energía" de la perturbación es la que se transmite. Las partículas únicamente oscilan una distancia infinitesimal alrededor de sus posiciones de equilibrio a lo largo de la dirección de propagación de la onda sonora como se ve en la figura 3-26.

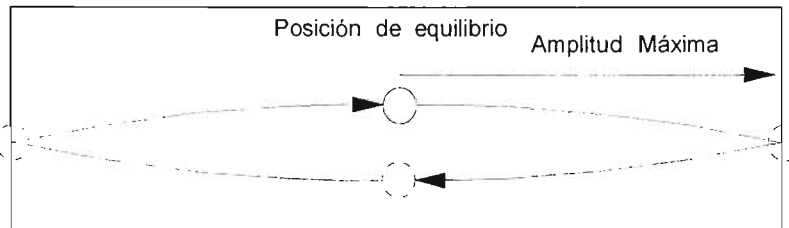


Figura. 3-26. Movimiento de las partículas durante un ciclo.

Existen varias analogías entre la propagación de la onda sonora y la propagación de las ondulaciones de la superficie de la charca ambas perturbaciones se alejan de sus orígenes respectivos a velocidad constante ambas se propagan por intercambio de energía y no hay transferencia neta de materia desde la fuente sonora, así como no hay flujo neto de agua en la charca. Hay, sin embargo, una diferencia importante, mientras las ondulaciones se propagan por "ondas transversales" - es decir, la velocidad de la partícula forma un ángulo recto con la dirección de propagación-, el sonido en el aire se propaga por "ondas longitudinales", la dirección de la velocidad coincide con la propagación.

### 3.2.5. VELOCIDAD DEL SONIDO.

El tiempo necesario para que el movimiento se propague de unas partículas a las próximas, por tanto la velocidad de propagación de la perturbación, depende de la masa y de la elasticidad del medio.

La elasticidad del aire se determina mediante experimentos, resultando una constante multiplicada por la presión atmosférica. Esta constante  $n$ , es la relación entre el calor específico del aire a presión constante y el calor específico a volumen constante. Para el margen de temperatura en el que se trabaja normalmente con sonido, esta relación es de 1.4. La "velocidad del sonido",  $c$ , en el aire está dada por

$$c = \sqrt{1.4 P_0 / \rho}$$

Donde  $P_0$  es la presión atmosférica (Pa) (Pascal) y  $\rho$  es la densidad del aire (kg m<sup>-3</sup>).

Suponiendo que el aire actúa como un gas ideal, se puede demostrar que la velocidad del sonido depende únicamente de la temperatura absoluta del aire, de acuerdo con la siguiente ecuación:

Donde  $t$  es la temperatura del aire (°C) y  $c$  es la velocidad del sonido (ms<sup>-1</sup>). En condiciones normales, la velocidad del sonido es aproximadamente 344m<sup>-1</sup> a 20 °C.

$$c = 332 \sqrt{1 + t/273}$$

### 3.2.6. FRECUENCIA DEL SONIDO.

Pensemos qué ocurre en el aire en las proximidades de la superficie de algún objeto vibrante, como por ejemplo, el diafragma de un altavoz, un pistón en un tubo, un diapasón. Cuando se mueve el objeto-en la figura 3-27 un pistón situado en uno de los extremos de un tubo vibrando sinusoidalmente-, el aire se comprime en sus proximidades y la compresión se propaga a lo largo del tubo con la velocidad del sonido.

Después de media oscilación, el pistón se moverá en dirección opuesta, lo que rarefacerá el aire propagándose la rarefacción a lo largo del tubo. La serie de compresiones y rarefacciones producidas por el movimiento del pistón constituirán una onda sonora cuya frecuencia está determinada por la velocidad de la oscilación del pistón. Cuando la oscilación se repite, se dice que el movimiento ha completado un ciclo. Al número de ciclos por segundo se le denomina "frecuencia"  $f$ . La unidad de la frecuencia es el Hertzio (Hz). 1 Hertzio= 1 ciclo por segundo. Al tiempo necesario para que se repita una oscilación se le conoce como "periodo",  $T$ .

La relación entre frecuencia y periodo es:

$$f = 1 / T$$

En la figura 3-27 podemos ver las relaciones entre las compresiones y rarefacciones y las variaciones de presión producidas por la vibración del pistón.

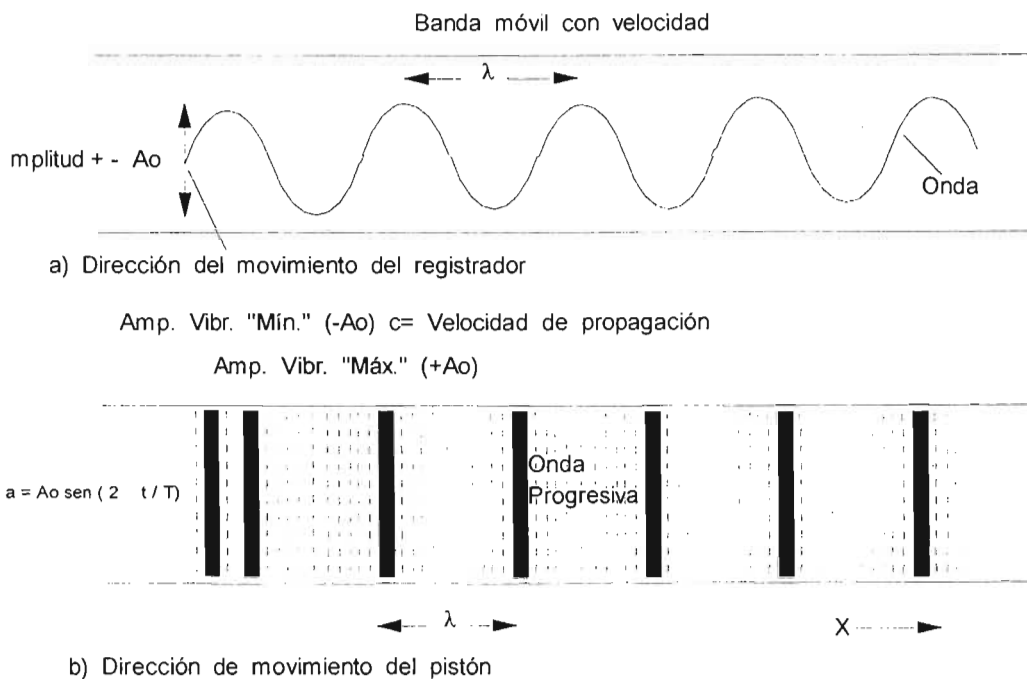


Figura 3-27. La transformación de vibraciones en ondas a) Registro de la variación de la presión producida. b) Vibración del pistón en el medio fluido.

A veces resulta conveniente expresar la frecuencia en términos de "frecuencia angular" (también llamada frecuencia circular o pulsación). Para una frecuencia de vibración,  $f$ , la frecuencia angular,  $w$ , correspondiente es:

$$w = 2 \pi f$$

Su unidad es el radián/segundo.



### 3.2.7. LONGITUD DE ONDA.

La "Longitud de onda",  $\lambda$ , es la distancia entre dos máximos de presión sucesivos o entre dos mínimos de presión sucesivos en una onda plana. La relación entre  $\lambda$ ,  $c$ ,  $T$  y  $F$  es:

$$\lambda = cT = c / f$$

La longitud de onda viene medida en metros.

El gráfico de la figura 3-28 relaciona la longitud de onda con la frecuencia para la velocidad del sonido en condiciones normales.

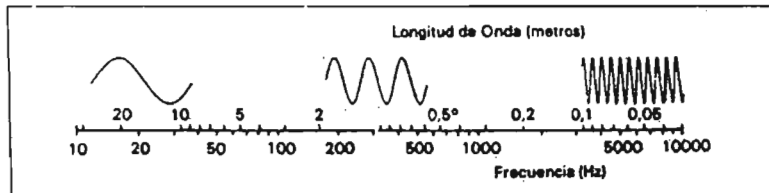


Figura 3-28. La longitud de onda en función de la frecuencia en el aire en condiciones normales.

### 3.2.8. ONDA PLANA.

Hemos tratado hasta aquí con la más simple de todas las ondas radiadas, la "onda plana", "onda progresiva", llamada así porque se propaga, alejándose de la fuente, en una única dirección; los frentes de onda se propagarán siempre paralelos unos a otros. Debido a que este tipo de onda no puede diseminarse en el medio, la única atenuación que sufrirá es la debida a las pérdidas por transmisión y dispersión producidas por turbulencias y gradientes de temperatura en el seno del medio en que se propagan. Aunque la magnitud de una onda sonora se puede determinar por diferentes caminos, generalmente el más conveniente es la medida de la "presión sonora" antes de cualquier otro parámetro, tales como desplazamiento o velocidad de la partícula, los cuales son extremadamente difíciles de medir en la práctica.

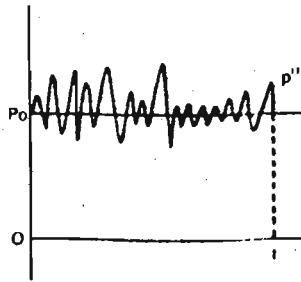
Estos parámetros son exigidos cuando las medidas se han de realizar en puntos muy próximos a la fuente sonora, en su "campo próximo". En esta zona, la velocidad de la partícula no tiene necesariamente la misma dirección que la de propagación de la onda; la presión sonora puede variar considerablemente para intervalos cortos, a lo largo de la dirección de propagación.

### PRESION SONORA.

Las variaciones de presión producidas por una onda sonora en su propagación a través del aire ("presión sonora") son muy pequeñas comparadas con la presión atmosférica ambiental y están superpuestas a éstas, como puede verse en la figura 3-29.

El sonido más tenue que un adulto joven puede detectar corresponde a una presión de 0.00002 Pa ( 1 Pascal = 1 Pa= 1 N/m<sup>2</sup> ; N= Newton), mientras que la presión atmosférica es de 10<sup>5</sup> Pa.

El concepto de presión sonora es extremadamente importante, ya que todas las cantidades que podrían usarse para caracterizar una fuente sonora es la más fácilmente medible.



Po = presión atmosférica, p''' = presión acústica.  
 Figura 3-29. Presión en un punto con presencia de sonido.

### 3.2.9. CARACTERÍSTICAS DE LAS SEÑALES SONORAS.

Todas las señales sonoras están caracterizadas por determinados parámetros físicos elementales que son relativamente sencillos de determinar para señales de amplitud y frecuencia fija, pero que se vuelven más complicados cuando las amplitudes y las frecuencias varían con el tiempo. Quizás la forma de onda sonora más simple sea el "tono" puro. Esta onda varía su amplitud de una manera sinusoidal, manteniendo constante la frecuencia, tal como puede apreciarse en la figura 3-30. El comportamiento con el tiempo se repite exactamente cada periodo T, correspondiente a la frecuencia que lo genera. Posee las características fundamentales que buscaremos en cualquier tipo de señal.

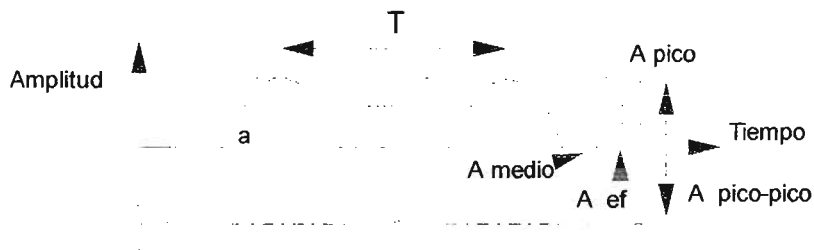


Figura 3-30. Señal sinusoidal en la que se ven las distintas amplitudes a medir.

La amplitud de una señal sinusoidal puede expresarse por cualquiera de las cantidades que se muestran en el dibujo, ya que todas ellas están relacionadas entre sí. Pero esta señal es un caso muy particular. El "valor eficaz" (o la raíz cuadrada del valor cuadrático medio, r.m.s.) de cualquier señal es proporcional a su contenido energético siendo, por tanto, una de las medidas de amplitud más importantes y más usadas. Se define del modo siguiente:

$$A_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int a^2(t) dt}$$

Donde T es el periodo de tiempo de frecuencia sobre el cual tiene lugar el promedio y a(t) es la amplitud instantánea.

Otras medidas de amplitud son:

$$A_{med} = \frac{1}{T} \int a(t) dt$$

Y la  $A_{pico}$ , que es la amplitud máxima alcanzada por la señal en el periodo de repetición. Para cualquier señal, una medida de su forma de onda puede indicarse por dos factores:

$$\text{Fact, Cresta, } F_c = A_{\text{pico}} / A_{\text{ef}}$$

$$\text{Fact, Forma, } F_f = A_{\text{ef}} / A_{\text{medio}}$$

Unicamente para una señal sinusoidal estos valores están relacionados de forma simple:

$$A_{\text{ef}} = \pi / \sqrt{2} A_{\text{medio}} = 1 / \sqrt{2} A_{\text{pico}}$$

Lo que nos conduce a que:

$$F_c = 1,414 (=3 \text{ dB}) \quad \text{Y} \quad F_f = 1,11 (= 1 \text{ dB})$$

Desafortunadamente, la mayor parte de los sonidos no son sinusoidales, dándose el caso a menudo, que tanto la amplitud como la frecuencia varían con el tiempo, no existiendo una relación matemática sencilla que ligue a  $A_{\text{ef}}$ ,  $A_{\text{medio}}$  y  $A_{\text{pico}}$  para estas señales complejas, pero no por ellos dejan de ser parámetros descriptores de la señal y que no se deban medir en algunas ocasiones; por ejemplo.  $A_{\text{pico}}$  es un factor importante a conocer cuando deseemos ver el comportamiento de un sistema para sonidos impulsivos.

Se ha comentado que, en general, los sonidos no son sinusoidales y que su amplitud y su frecuencia pueden variar con el tiempo. Un ejemplo de sonido aleatorio - el que realmente nos podemos encontrar en la práctica- puede verse representado en la figura 3-31. Si se observa, se ve claramente que no puede describirse por las tres magnitudes elementales: la amplitud máxima, la frecuencia y, cuando sea pertinente, la fase, ya que está compuesto por más de una frecuencia. Este sonido podemos considerarlo como una combinación, bastante compleja, de un gran número de sonidos sinusoidales superpuestos, (esto es en síntesis el concepto de Análisis de Fourier).

Un sonido sinusoidal puro que contenga una sola frecuencia puede representarse, en el dominio de la frecuencia, como una línea única, tal y como se ve en la figura 3-32. Si se hubieran superpuesto dos sonidos sinusoidales uno de ellos, por ejemplo, de una frecuencia tres veces superior a la del otro. obtendríamos el sonido periódico que aparece en la figura 3-33, el cual vendrá representado en el dominio de la frecuencia por dos líneas. El análisis de un sonido mucho más complejo pero aún periódico, tal como la onda cuadrada de la figura 3-34 proporciona un número infinito de líneas en el dominio de la frecuencia, situadas en los valores múltiples (armónicos) de la frecuencia de repetición de la señal. A estas representaciones en el dominio de la frecuencia es lo que se denomina espectro. El espectro de las señales mencionadas aquí está formado por líneas discretas relacionadas armónicamente, lo que indica que la señal analizada es periódica, es decir, sus valores se repiten a intervalos regulares y predecibles. Sin embargo, los sonidos que con más frecuencia escuchamos son aquellos que están formados por un gran número de componentes de frecuencia no relacionados armónicamente, llegando a formar un espectro continuo como el que aparece en la figura 3-35.

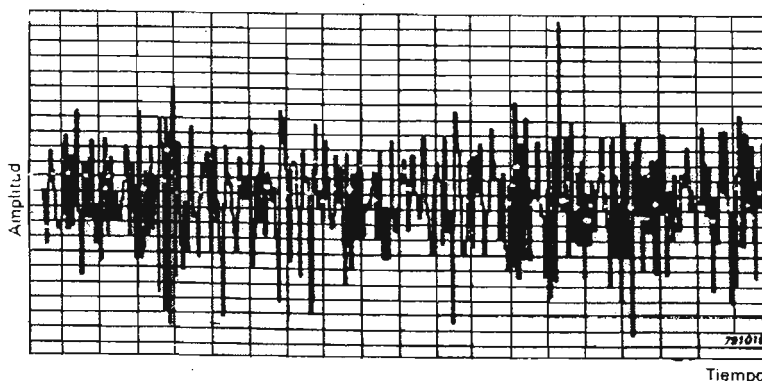


Figura 3-31. Ejemplo de sonido aleatorio,

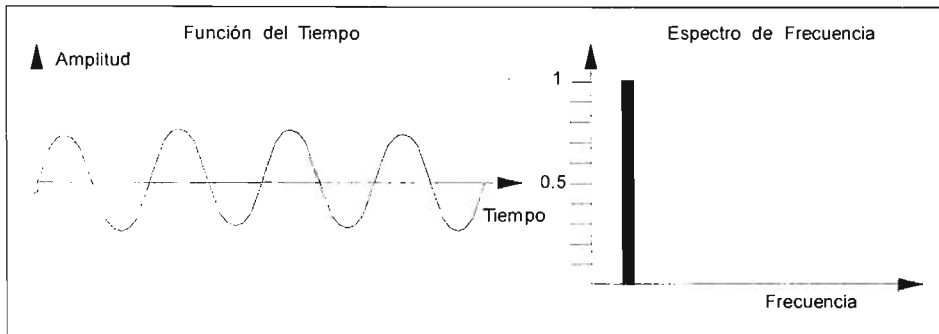


Figura 3-32. señal sonora formada por un tono puro y su espectro.

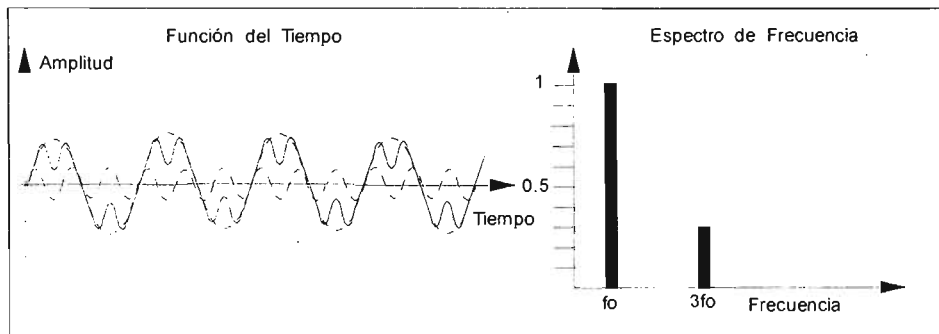


Figura 3-33. Señal sonora formada por dos tonos puros y su espectro.

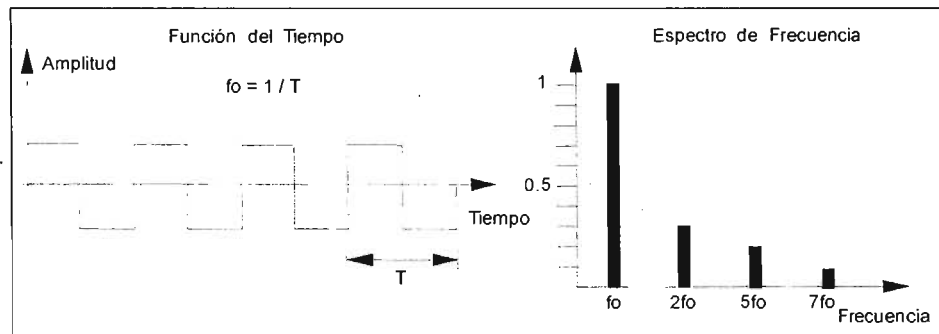


Figura 3-34. Señal sonora en forma de onda cuadrada (señal compleja presentando su espectro).

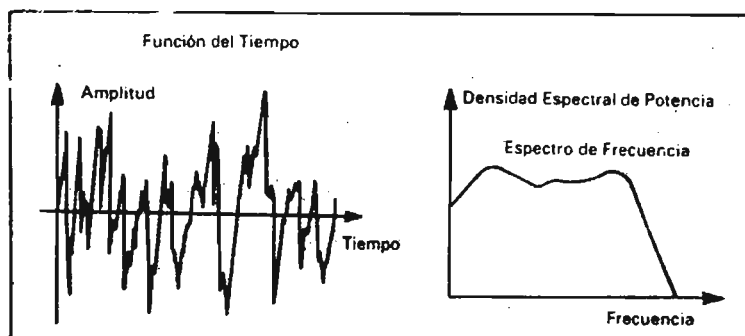


Figura 3-35. Señal sonora aleatoria (señal compleja no periódica) y su espectro.

### 3.2.10. POTENCIA SONORA.

Cualquier fuente de sonido está caracterizada por su potencia sonora. La potencia sonora es una propiedad física que va a depender únicamente de la fuente. Es un parámetro absoluto que se usa normalmente para valorar y comparar fuentes sonoras; para estos fines no se usa la presión sonora producida por la fuente ya que ésta va a depender de diversos factores extrínsecos a la fuente, como la distancia y orientación del receptor, los gradientes de velocidad y temperatura en el aire y el entorno mismo. Viene definida como la energía transferida en un determinado intervalo de tiempo dividida por la duración de dicho intervalo. El símbolo usado internacionalmente para designarles es  $P$  o  $Pa$ , pero a fin de no confundirla con la presión la designaremos por  $W$ . La unidad en que se mide es el Watio ( $W$ ).

### 3.2.11. INTENSIDAD SONORA.

La intensidad  $I$ , de una onda sonora, se define como el valor medio de la energía acústica que atraviesa una unidad de área en el campo sonoro (perpendicular a la dirección de prolongación de la onda si el campo no es difuso) en la unidad de tiempo. Dependiendo de cómo sea el campo sonoro, la expresión de la intensidad es diferente.

Para un campo libre en el cual la onda llega únicamente en la dirección de la fuente.

$$I = P^2_{ef} / \rho c$$

En un campo difuso, tal como el que nos encontramos en una cámara reverberante ideal, en la que la probabilidad de llegada de la onda sonora en una dirección determinada es igual a la de llegada en cualquier otra dirección, la intensidad neta en un punto es  $0$ . Sin embargo, la intensidad sonora que pasa a través de un plano de área unidad procedente de una cara solamente es:

$$I = P^2_{ef} / 4 \rho c$$

donde  $P^2_{ef}$  es la presión cuadrática media ( $pa$ ) y  $\rho$  es la densidad del aire ( $Kg\ m^3$ ).

### 3.2.12. ESCALAS PARA EL SONIDO. EL DECIBELIO.

Normalmente, en vez de la intensidad del campo sonoro, el parámetro que se mide es la presión del sonido; la cual viene expresada como fuerza por unidad de área es la presión del sonido; la cual viene expresada como fuerzas por unidad de área en unidades de Newton por metro cuadrado (Pascuales) en el sistema SI (Sistema Internacional). El Pascal ha sido adoptado internacionalmente como la unidad de presión, por lo que será la que usemos.

El método normal de medida de la presión en una escala lineal da lugar a determinados problemas cuando se relaciona con aplicaciones del oído humano. El sonido más tenue, de 1.000 Hz, que un promedio de personas jóvenes puede escuchar, se encuentra en torno a los 20UPa; se ha estandarizado este valor como el umbral de audición nominal para fines relacionados con las medidas del sonido. En el otro extremo de la escala, el umbral del dolor se produce a una presión sonora de aproximadamente 100 Pascales, lo que da en la relación con el nivel anterior una proporción de un millón a uno.

La aplicación directa de las escalas lineales en la medida de los sonidos conduciría al uso de números ingentes y difíciles de manejar. Por otra parte, el oído no responde a los estímulos de un modo lineal, haciéndolo logarítmicamente. Por estas razones es más práctico expresar los parámetros acústicos como una relación logarítmica de valor medio al valor normalizado.

Esto reduce los números a proporciones manejables y la unidad resultante, llamada el Bel. (En honor a Alexander Graham Bell). Se define como el logaritmo en base 10 (decimal) de la relación de dos potencias sonoras o dos intensidades; pero esta unidad se encontró, en la práctica, que era demasiado grande, por lo que se tomó como unidad la décima parte del Bell, el decibelio, el cual ha llegado a ser de uso general.

Como la intensidad acústica es proporcional, en el campo lejano, al cuadrado de la presión sonora, se definió para las medidas sonoras una escala conveniente que está dada por: Nivel de presión sonora.

$$L_p = 10 \log (P^2 / p_0) = 20 \log P / p_0$$

donde p es la presión sonora medida, p<sub>0</sub> es la presión sonora de referencia, normalmente 20 μPa y la palabra nivel se añade a presión sonora como una indicación de que el valor medido tiene un cierto nivel por encima de un valor de referencia definido previamente.

Cualquier medida se puede expresar en decibelios (dB), cualquiera que sean sus unidades mientras se cite el valor absoluto de referencia de la unidad usado en la relación logarítmica.

El uso de la escala logarítmica reduce el margen dinámico de la presión sonora de un millón a uno a un margen más manejable de niveles de presión sonora de 0 a 120 solamente. El 0 indica el umbral mínimo (usado como referencia) y 120 es aproximadamente el umbral de dolor. La figura 3-36 muestra algunos niveles típicos de presión sonora.

### 3.2.13. NIVEL DE POTENCIA SONORA.

La potencia sonora se mide también, generalmente, en decibelios debido al margen tan enorme de los valores que aparecen en el campo del sonido. El nivel de potencia sonora se define como diez veces el logaritmo en base 10 de la relación de la potencia de la fuente a la potencia de referencia tomada normalmente como 10<sup>-12</sup> vatios. Matemáticamente esto puede expresarse como Nivel de potencia Sonora.

$$L_w = 10 \log W / W_0$$

donde w es la potencia emitida por la fuente y W<sub>0</sub> es la potencia de referencia (10<sup>-12</sup> W).

En la figura 3-37 aparecen algunas potencias aproximadas emitidas por fuentes musicales y de ruido. Y en la figura 3-36 aparecen algunas presiones emitidas por diferentes fuentes.

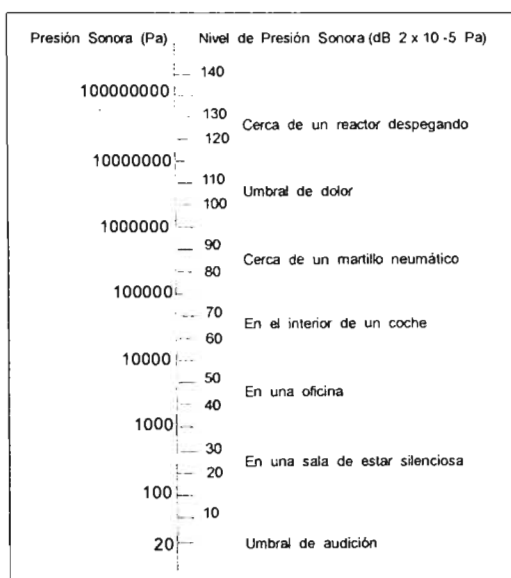


Figura 3-36. Algunos niveles típicos de presión sonora. Los números de la izquierda se multiplican por 1E-06, de arriba hacia abajo son 100, 10, 1, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001 y 0.00002.

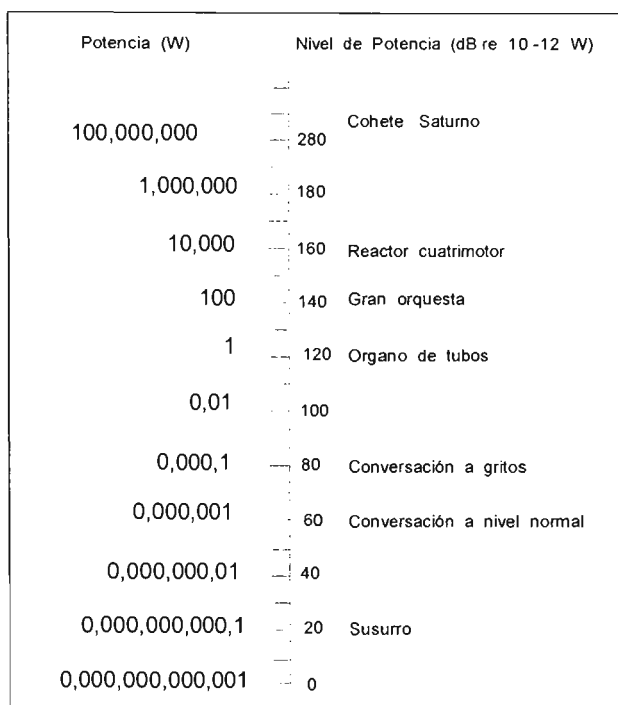


Figura 3-37. Algunos niveles típicos de potencia sonora.

### 3.2.14. NIVEL DE INTENSIDAD.

El nivel de intensidad  $L_1$ , de un sonido cuya intensidad es  $I$ , está definido por:

$$L_1 = 10 \log (I / I_0)$$

donde  $L_1$  está expresada en decibelios e  $I_0$  es la intensidad de referencia normalizada a  $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ .

### 3.2.15. FUENTES SONORAS TEORICAS Y PRACTICAS.

La variedad de fuentes sonoras que podemos encontrar en el campo del sonido y del ruido, es muy grande, por ejemplo: los altavoces, la voz, los instrumentos musicales, las máquinas, etc... Se ha mencionado al ruido dentro del campo del sonido por ser uno de los agentes que más problemas puede presentar en el momento de efectuar una grabación, diseñar un sistema de megafonía o radiodifundir una obra musical.

Debido a que las características y los diagramas de directividad del sonido generado por las fuentes reales puedan variar considerablemente, describir cada tipo de fuentes en términos teóricos sería tedioso y complicado. Afortunadamente, muchas fuentes sonoras pueden considerarse con un buen grado de precisión, como una combinación de varias fuentes teóricas ideales tales como el monopolo o el dipolo.

### 3.2.16. MONOPOLO O FUENTE SONORA PUNTUAL.

El tipo más sencillo de fuente sonora que genera ondas acústicas esféricas (las producidas por una fuente sonora que radia energía sonora igual en todas las direcciones) es una esfera pulsante. Figura 3-38.

Debido a la simetría producirá ondas esféricas armónicas en el medio al que radia si éste es homogéneo e isotrópico. Multitud de fuentes reales se comportan, al menos en una primera aproximación, como un monopolo, siempre que sus dimensiones sean pequeñas comparadas con la longitud de onda del sonido radiado.

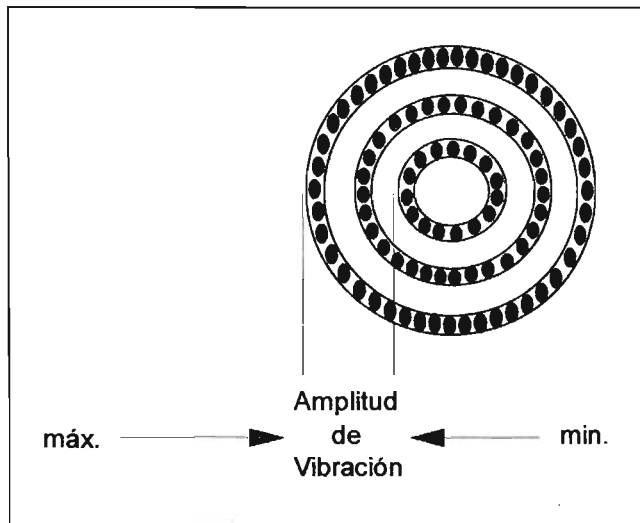


Figura 3-38. potencias típicas emitidas por fuentes musicales y de ruido.

A medida que la distancia a la fuente aumente, aumenta el área sobre la cual la energía emitida se dispersa (figura. 3-39). Como consecuencia de lo cual la intensidad sonora resultante se reduce.

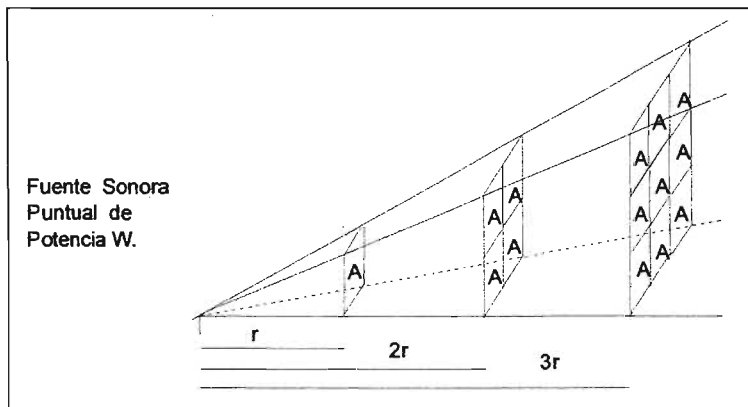


Figura 3-39. Fuente mono-polo esfera pulsante.

Para un monopolo radiando ondas esféricas armónicas la intensidad sonora es:

$$I = W / 4 \pi r^2$$

donde I es la intensidad sonora ( $W m^2$ )  
W es la potencia sonora (W)  
r es la distancia al monopolo (m).



Tomando logaritmos decimales y usando la relación entre intensidad sonora y presión sonora tenemos:

$$L_p = L_w - 20 \log (r) - 10 \log (4 \pi )$$

$$L_p = L_w - 20 \log (r) - 11 \text{ dB}$$

donde  $L_p$  es el nivel de presión sonora referido a  $2 \times 10^{-5}$  Pa.

$L_w$  es el nivel de potencia sonora referido a  $10^{-12}$  W.

$r$  es la distancia a la fuente sonora en metros.

Por tanto, para una radiación esférica,  $L_p$  decrece  $20 \log (2) = 6$  dB cada vez que se duplica la distancia a la fuente. A este resultado se le conoce como la ley inversa del cuadrado o ley de la divergencia. Esta ley se usará sobre todo en las grandes instalaciones megafónicas cuando se desee conocer el nivel de presión sonora en un punto determinado.

La intensidad  $I$  de las ondas sonoras producidas por una fuente monopolo es:

$$I = P^2_{ef} / \rho c$$

De esta expresión, y de las ecuaciones vistas anteriormente, podemos concluir que tanto la presión eficaz al cuadrado como la intensidad decrecen cuando nos alejamos de la fuente y que lo hacen en una cantidad proporcional al cuadrado de la distancia. Expresando tanto la presión como la intensidad en decibelios, la disminución de 6 dB al duplicar la distancia es común para ambos.

Hemos considerado la esfera pulsando (monopolo) como una esfera de radio muy pequeño, al cual vamos a llamar "a", que vibra sinusoidalmente (armónicamente). Las partículas de aire próximas a la esfera vibrarán con la misma velocidad que la superficie de ésta, existiendo un flujo de aire en un sentido y en otro. En el estudio teórico de las fuentes sonoras, se suele utilizar la velocidad volumétrica  $u$ , sobre una superficie y que se define como: Velocidad del flujo de volumen a través de esa superficie, y sus unidades son metro cúbico por segundo. Para una esfera pulsante esta velocidad volumétrica suele designarse como "fortaleza de la fuente"  $Q$ , la cual se define como el producto del área de la esfera y el valor eficaz de la amplitud de la velocidad de la superficie  $v$ . Esto es:

$$Q = 4 \pi a^2 v$$

N.B. Las cantidades  $Q$ ,  $p$ ,  $v$ , deben ser todas del mismo tipo, todas de pico o todas eficaces.

Para una esfera pulsante de radio medio  $a$  y pulsando con una frecuencia  $f$ , tal que  $ka < 1$  radián, la potencia sonora radiada por una fuente es:

$$W = \rho c k^2 Q^2 / 4 \pi$$

donde  $k = 2 \pi f/c$  es el número de onda ( $\text{rad m}^{-1}$ )

$c$  es la velocidad del sonido ( $\text{m s}^{-1}$ )

$\rho$  es la densidad del aire ( $\text{kg m}^{-3}$ )

$r$  es la distancia desde la fuente (m)

$Q$  es la fortaleza de la fuente ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ).

Probablemente, la fuente real más simple que se comporta como un monopolo es un altavoz montado en un recinto absorbente adecuado y situado en un espacio libre. Cuando la longitud de onda de sonido producido es mucho mayor que las dimensiones de la fuente, es decir, cuando  $ka < 1$ , la presión sonora medida a distancias de la fuente sonora tales que  $r < a$ , se ha encontrado que es la misma para todas las fuentes de igual fortaleza a pesar de la forma que tenga la superficie radiante.

### 3.3. INFLUENCIA DEL MEDIO AMBIENTE EN INSTALACIONES AL AIRE LIBRE.

Durante la etapa de diseño tuvieron que superar no pocos problemas acústicos, planteados por toda clase de factores, desde los árboles hasta la nieve derretida.

Como situación obvia se escogió "estando en un punto", Sin embargo, en instalaciones al aire libre, la influencia del medio ambiente plantea muchos problemas adicionales. Por ejemplo, la humedad relativa del aire puede producir atenuación del sonido, especialmente en altas frecuencias. Los vientos tienen un efecto imprevisible en la difusión del sonido, pueden perderse palabras o frases enteras, según las fuerzas de las ráfagas. La distribución del sonido se ve afectada también por los árboles y arbustos, la nieve blanda y también por la cantidad de espectadores presentes. Las condiciones meteorológicas también influyen. En el caso del gradiente positivo de temperatura, la temperatura del aire es mayor cerca del suelo y disminuye con la altura. En consecuencia las ondas sonoras sufren una refracción curvándose hacia arriba, con lo que su alcance es muy limitado."

Estos son algunos de los comentarios a propósito de la complejidad y de las dificultades salvadas por los ingenieros de Phines Austria para el establecimiento de un sistema sonoro que cubriese la pista artificial de esquí construida en Innsbruck, Austria, para los juegos Olímpicos de Invierno de 1976. A la vista de los comentarios, se ve la necesidad de estudiar con todo detalle el comportamiento del sonido al aire libre, cosa que realizaremos a continuación.

#### 3.3.1. PROPAGACION DEL SONIDO AL AIRE LIBRE.

Teniendo en cuenta los comentarios anteriores, se ve que en la propagación del sonido al aire libre no se produce únicamente una reducción en la intensidad debida a la distancia, decrecimiento proporcional a  $1/r^2$  para una distancia  $r$  a la fuente en el caso de una fuente sonora puntual o  $1/r$  en el caso de una fuente lineal, lo que equivale a una atenuación de 6 dB (esférica) y 3 dB (cilíndrica) cada vez que se duplica la distancia a la fuente, sino que se constata un decrecimiento más rápido del indicado por las leyes anteriores, sobre todo a medida que la frecuencia aumenta. La razón de que todo esto se produzca es que el medio en el cual se propagan las ondas sonoras no es ni homogéneo ni estable. El conocimiento preciso de las ondas sonoras al aire libre se hace difícil debido a que se carece de los datos necesarios micrometeorológicos sobre los cuales efectuar los cálculos. Los gradientes de velocidad y temperatura alteran la dirección de la onda, las turbulencias la distorsionan y la viscosidad produce absorción. Este último efecto es mucho mayor para las altas frecuencias que para las bajas, por lo que la atmósfera tiende a actuar. Además, la mayor parte de las medidas y la escucha se hacen cerca del plano del suelo donde la gente se sitúa y donde se ha de recibir el sonido. Por esta razón, la reflexión y la absorción del suelo bajo el camino entre la fuente y el receptor es muy importante y debe ser tenido en cuenta como una materia de estudio cuando se considera la transmisión del sonido al aire libre.

Resumiendo todo lo anterior, si queremos conocer qué nivel alcanza el sonido en un punto distante, los factores a tener en cuenta para determinarlos son los siguientes:

- 1) Disminución del nivel por divergencia, debido a la dispersión de la energía del sonido.
- 2) Absorción atmosférica.
- 3) La reflexión y la difracción por obstáculos sólidos.
- 4) La refracción y la formación de sombras por gradiente de temperatura.
- 5) La refracción y la formación de sombras por gradiente de viento.
- 6) La niebla.

### 3.3.2. DISMINUCION POR DIVERGENCIA.

Como ya se ha comentado, el sonido se reduce cuando se aleja de la fuente, haciéndolo con una disminución de 6 ó 3 dB cada vez que se duplica la distancia a dicha fuente, según que la fuente sonora sea puntual o lineal (simétrica, esférica o cilíndrica). Cualquier fuente sonora de sonido no direccional se puede considerar puntual si el punto en el que se mide la intensidad está situado a una distancia relativamente grande en comparación con el tamaño de la fuente. La fuente puntual equivalente puede situarse, en este caso, en el centro del objeto emisor del sonido.

Según los datos que se disponga se pueden usar dos procedimientos para obtener el nivel de presión sonora  $L_p$ , en dB, a una distancia  $r$  de una fuente.

a) Si se conoce el nivel de potencia sonora de la fuente,  $L_w$ , el nivel de presión sonora a cualquier distancia de una fuente no direccional situada en un espacio abierto viene dado por la expresión:

$$L_p = L_w - 20 \log r - 7,9 \text{ dB}$$

siendo  $r$  la distancia medida en metros.

Si la fuente está en el suelo se puede obtener una expresión similar añadiendo 3 dB para tener en cuenta la reflexión del suelo.

b) Si lo que se conoce es el nivel de presión sonora  $L_x$ , en dB, a una distancia  $r_x$ , el nivel  $L_p$  a la distancia  $r$  es:

$$L_p = L_x - 20 \log r / r_x \text{ dB}$$

$r$  y  $r_x$  han de estar medidos en la misma dirección respecto a la fuente sonora.

### 3.3.3. ABSORCION ATMOSFERICA.

Mientras que los infrasonidos se pueden propagar a distancias considerables (las perturbaciones de longitud de onda muy grande, provenientes de explosiones nucleares o volcánicas, pueden ser percibidas en varios continentes) los ultrasonidos de longitud de onda corta, se absorben en algunos metros o incluso en algunos centímetros. En la zona audible, los sonidos medios y los agudos sufrirán una atenuación notable mientras que los graves se prolongarán algunos centenares de metros. Este comportamiento con la frecuencia no parece reflejado en las expresiones del aparato anterior; por tanto, a las expresiones dadas habrá que introducirles algún factor adicional que nos cuantifique este comportamiento no uniforme con la frecuencia.

La diferencia de decibelios de los niveles de presión sonora, en dos puntos situados a una distancia  $r_x$  y  $r$ , se tiene en cuenta únicamente la divergencia:

$$L = L_x - L_p = 20 \log r / r_x \text{ dB}$$

En atmósfera homogénea y sin viento, la diferencia de los niveles sonoros vendrá dado por:

$$L = 20 \log r / r_x + 4,34 m ( r - r_x ) \text{ dB}$$

Donde  $m$  es un coeficiente de proporcionalidad cuya dimensión es inversa a una distancia.

El coeficiente de atenuación nos da una idea de lo que se atenúa la onda sonora al propagarse. Su valor es  $m = 4,34$  m. Está dado generalmente en decibelios por metro o, para la propagación al aire libre, en dB por 100 metros, en razón de lo reducido de este coeficiente para cortas distancias, a las frecuencias audibles.

### 3.3.4. COEFICIENTE DE ATENUACION.

El primer término de la expresión  $\Delta L'$  proporciona la atenuación por divergencia, el segundo, la atenuación molecular, que es proporcional al camino recorrido. El coeficiente  $\alpha$  (o m) depende de la frecuencia, la temperatura y de la humedad del aire. Los primeros estudios teóricos de la absorción, hacían intervenir la viscosidad y algunos otros efectos, siendo esta absorción llamada "clásica" inferior a la observada en el aire llamada "anormal". Esta absorción ha sido explicada por el equilibrio interno entre moléculas en reposo y moléculas en vibración. El intercambio de energía se realiza con un cierto retardo, y por tanto, con irreversibilidad. Mientras que la absorción "clásica" varía con  $f$ , y poco con la temperatura, la absorción molecular varía con  $f$  y depende mucho de la temperatura y de la humedad del aire.

El coeficiente  $\alpha$  es la suma de varios términos:

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_m + \alpha_e$$

Siendo  $\alpha_c$  la absorción "clásica",  $\alpha_m$  la absorción molecular y  $\alpha_e$  la absorción excedentaria.

a) La absorción clásica  $\alpha_c$  varía con el cuadrado de la frecuencia, y para los diferentes coeficientes termodinámicos depende poco de la temperatura y de la presión media. Es generalmente despreciable para los sonidos audibles a distancias no demasiado grandes, pero llega a ser estable a las frecuencias elevadas en razón de su variación de acuerdo con  $f^2$ .

La expresión clásica de esta absorción viene dada por la gráfica de la figura 3-40, y, para su cálculo numérico rápido por la aproximación:

$$\alpha_c = (120 - f/1.000)^2 \cdot 10^{-4}$$

en dB por 100 m, Siendo  $\theta$  la temperatura en  $^{\circ}\text{C}$  y  $f$  la frecuencia en Hz.

En los cálculos por ordenadas puede usarse una expresión más precisa como la dada por la norma ISO:

$$\log \alpha_c = 2,05 \log (f/1.000) - 1,1394 \times 10^{-3} \theta - 1,191684$$

( $\alpha_c$ , en dB/100 m,  $f$  en Hz,  $\theta$  en  $^{\circ}\text{C}$ ).

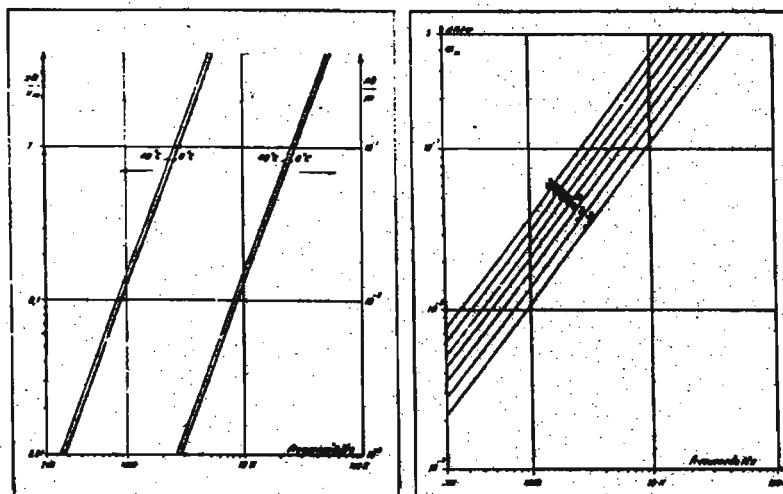


Figura 3-40. Absorción del sonido en el aire. Absorción Clásica. Figura 3-41. Absorción de sonido en el aire. Absorción molecular máxima en función de la frecuencia y de la temperatura.

b) El valor de  $\alpha_c$  es siempre muy inferior al observado (salvo para los ultrasonidos). La diferencia fue llamada "absorción anormal", y está justificada por los "tiempos de relajación" en los cambios de energía entre moléculas, principalmente entre las de oxígeno y vapor de agua.

En el aire, y para las frecuencias audibles, el valor máximo de la absorción molecular  $\alpha_m$  está dado en función de la frecuencia por la gráfica de la figura 3-41 y aproximadamente, para un cálculo rápido por:

$$\alpha_m = 27 \times 10^{-4} \times f \text{ (dB/100 m)}$$

donde  $f$  está en Hz y a una temperatura de 20 °C.

El valor más exacto dado, como anteriormente, por la norma es:  
 $\log \alpha_m = \log f + 8,43 \cdot 10^{-3} \theta - 2,7555 \text{ (dB/100 m)}$   
 $f$  en Hz y  $\theta$  en °C.

Este valor máximo se alcanza para valores correspondientes de la frecuencia  $f$  y de la humedad del aire  $h_m$  en g/m<sup>3</sup> dados por (ver figura. 3-42):

$$f_m = 1.010h^2m$$

permitiendo calcular la humedad a la cual se va a producir la máxima absorción de una frecuencia determinada, o inversamente, para una determinada humedad cuál será la frecuencia más absorbida.

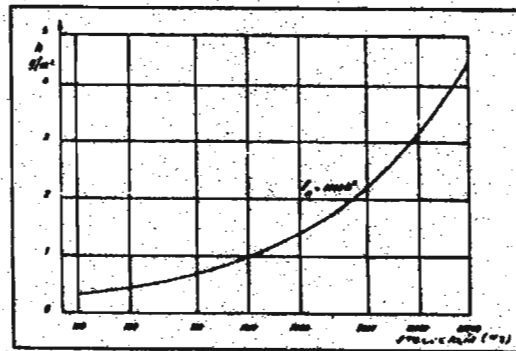


Figura 3-42. Absorción molecular. Frecuencia del máximo de absorción en función de la humedad en g/m<sup>3</sup>.

El grado higrométrico de un ambiente se da bajo la forma de tablas de humedad relativa H% para una temperatura fijada. La relación entre  $h$ ,  $H$  y la temperatura  $\theta$  esta dada en la figura 3-43.

Se puede calcular la absorción molecular  $\alpha_m$  a partir de la relación  $\alpha_m / \alpha_M$  expresada en función de la humedad del aire considerado y de la humedad que nos da el valor máximo de absorción alfa  $m$  (figura 3-44). Los valores numéricos están indicados en la norma AFNOR S 30-009. Estos gráficos y valores son los indicados para un tono puro. En el caso de análisis por bandas de octava o de 1/3 de octava.

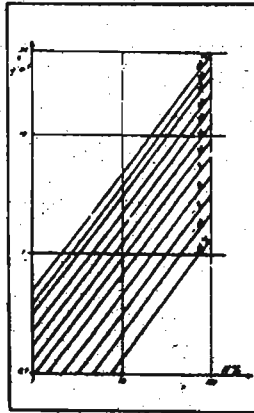


Figura 3-43. Relación entre la humedad absoluta ( $\text{g}/\text{m}^3$ ) y humedad relativa.

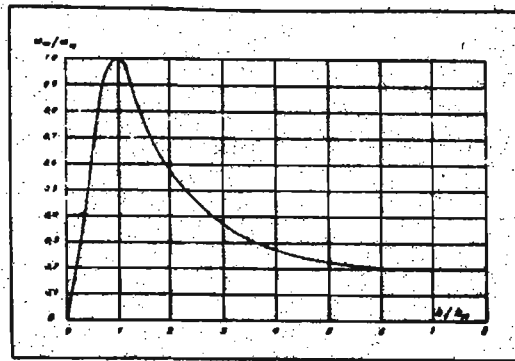


Figura 3-44. Absorción molecular  $m$  en función  $M$  y de la humedad  $h/hM=H/HM$ .

la atenuación media en la banda es la correspondiente a la frecuencia de la banda hasta los 4000 Hz inclusive.

Las normas AFNOR proporcionan tablas numéricas de la atenuación en función de  $f$ ,  $\theta$  y  $H$  para octavas y tercios de octava, siendo  $f$  la frecuencia central normalizada. Algunas de las curvas están trazadas a título de ejemplo en la figura 3-45.

Por otra parte, las curvas de la figura 3-46 dan, para un cálculo rápido, la atenuación total (la de divergencia y la atmosférica) en función de la distancia, de los niveles de ruido por octava para las condiciones atmosféricas de  $\theta = 15^\circ\text{C}$  y  $H = 50\%$ .

c) La atenuación atmosférica total es, en general, la suma de  $\alpha_c + \alpha_m$ . La experiencia muestra que no siempre se verifica. Se debe introducir en la expresión de alfa un término.  $\alpha_c$  llamado "atenuación excedentaria" que engloba numerosos efectos mal conocidos: no homogeneidad y turbulencia de la atmósfera, efectos del suelo y los vegetales, etc... La mayor parte de las veces el término  $\alpha_c$  (que puede ser positivo o negativo) es despreciable y estadísticamente su valor medio casi nulo, salvo los efectos del suelo y de las pantallas que se encaminarán con posterioridad.

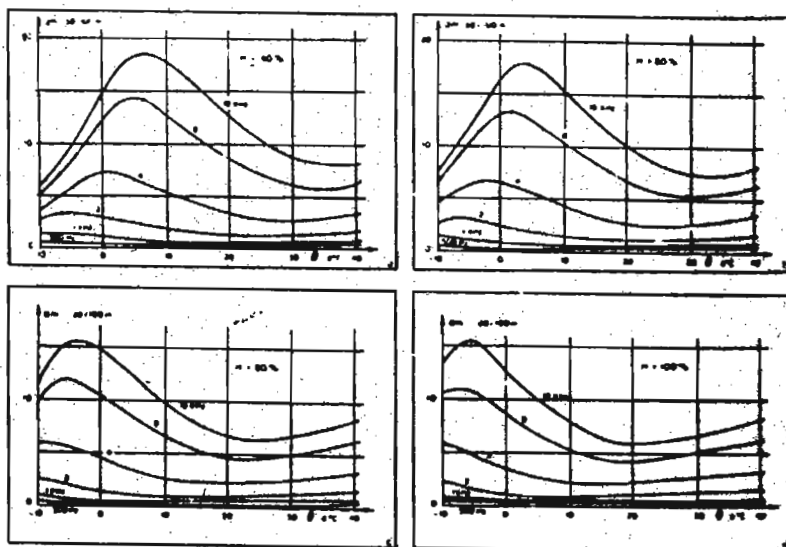


Figura 3-45. Ejemplos de la absorción atmosférica en dB/100 m para algunas bandas de octava en función de la temperatura, para valores de humedad de 50, 60, 80 y 100%.

Otro de los problemas ya enunciados que tendríamos, si se quería conocer el nivel que alcanzaba el sonido en puntos distantes de la fuente sonora, era la presencia de obstáculos sólidos en el camino a recorrer por el sonido desde el emisor al receptor.

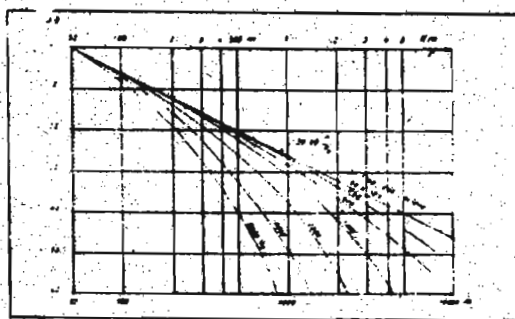


Figura. 3-46. Atenuación total (divergencia = atmosférica) niveles por octavas. Fuente puntual 15 °C H O 50%.

### 3.3.5. REFLEXION Y DIFRACCION POR OBSTACULOS SOLIDOS.

Cuando en el punto de observación no se ve la fuente de sonido, sea porque se encuentre en un desmonte o porque los edificios o accidentes del terreno la ocultan, debe añadirse al amortiguamiento producido por la absorción atmosférica, un amortiguamiento por difracción. El estudio de un modo riguroso de la propagación del sonido, en medios en los que esta propagación se encuentra parcialmente obstruida por obstáculos, requiere un conocimiento bastante profundo de la naturaleza física de las ondas sonoras. Sin embargo, en la mayoría de los casos de importancia práctica, podemos encontrar una respuesta aproximada, aunque perfectamente útil al problema, mediante el uso de suposiciones de carácter general acerca de la naturaleza de las ondas; estas suposiciones se basan en el principio de Huygens, el cual nos dice que cuando los puntos de una superficie arbitraria son alcanzados por un frente de onda, se convierten en centros emisores de ondas secundarias; la envolvente geométrica de esas ondas en un instante posterior representa la posición instantánea del nuevo frente de onda. Consideremos la propagación libre de una onda esférica que procede de una fuente sonora puntual O, en un instante dado, que podemos tomar arbitrariamente,  $t = 0$ , el frente de onda ha alcanzado la superficie S (figura. 3-47)

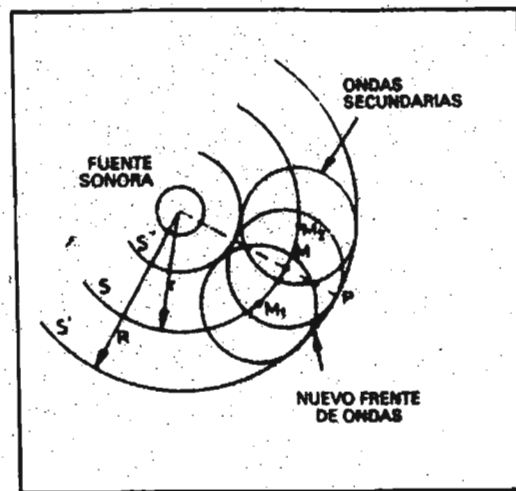


Figura 3-47. Formación de los frentes de onda.

Los puntos de S actuarán ahora como fuentes sonoras secundarias. En un instante posterior  $t = t_1$ , los frentes de onda secundarios forman una familia de esferas cuya envolvente geométrica consiste en dos esferas  $S'$  y  $S''$  de radios  $R_1 = r + ct_1$  y  $R_2 = r - ct_1$ . El volumen que hay entre ambas es la región del espacio en que las ondas sonoras se superponen.

En una capa de espesor reducida, de tras de la superficie  $S'$ , la superposición de las ondas secundarias da lugar a una perturbación equivalentes a la onda primaria en el instante  $t_1$ . Aparentemente debería aparecer una perturbación en una capa adyacente a  $S''$  pero allí no ocurre la cancelación exacta de las partes positivas y negativas de los frentes de onda secundarios.

Vemos que ocurre cuando las ondas sonoras encuentran un obstáculo en su propagación. Dependiendo de la longitud de onda del sonido en relación con el tamaño del obstáculo, podemos tener dos casos generales:



a) Cuando el obstáculo es pequeño frente a la longitud de onda, la onda pasa alrededor como si no existiese, originando una pequeñísima región de sombra sonora (figura. 3-48a)

b) Si la frecuencia de la onda sonora es alta y, por tanto, su longitud de onda corta y reducida frente a la dimensión del obstáculo, la región de sombra sonora que se forma es bastante grande (figura. 3-48b)

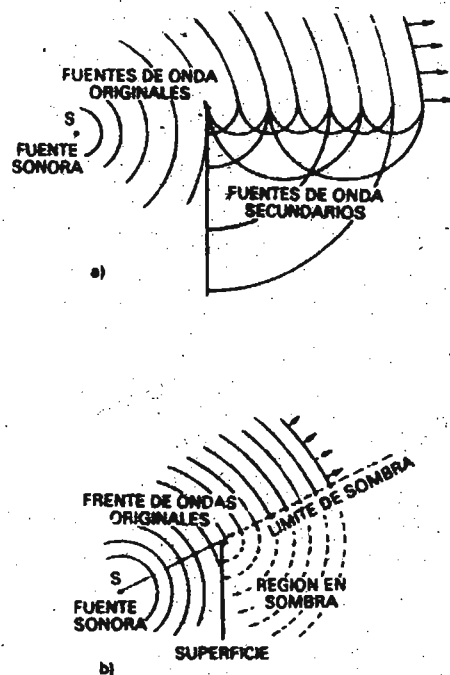


Figura 3-48. Efecto de la difracción. a) bajas frecuencias. b) altas frecuencias.

Ciertos problemas de acústica son más sencillos de resolver si suponemos que las fuentes de sonido emiten "rayos sonoros", los cuales se propagan en la misma manera que los rayos luminosos. Se puede demostrar que en un su medio isótropo los rayos sonoros son curvas perpendiculares a las superficies de onda. Si además, el medio es homogéneo, estas curvas son líneas rectas (figura 3-49)

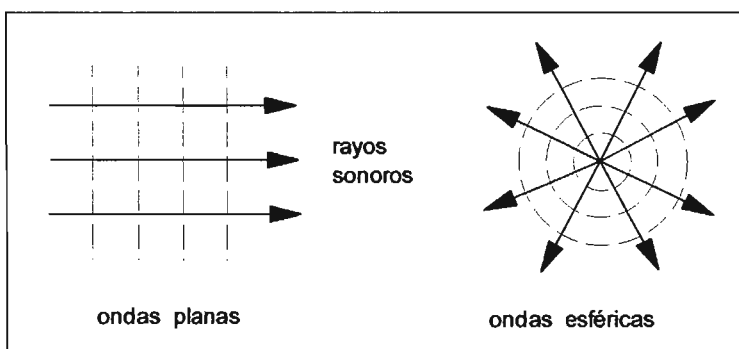


Figura. 3-49. Ejemplos de rayos sonoros en un medio homogéneo.

Volviendo a nuestro problema, consideremos un muro vertical y una fuente de sonido lejana, a la izquierda del muro, figura 3-50, y de altura igual al extremo superior del muro. Si tuviéramos únicamente en cuenta la propagación de los rayos sonoros, éstos, o bien pasan por encima del muro sin ser perturbados o quedan detenidos por el muro, por lo que la zona rayada de la figura sería sombra acústica y en teoría el sonido no llegaría a ella. La aplicación del principio formulado anteriormente me permite calcular la presión acústica en el punto A, la cual vendrá dada por la expresión:

$$p_a = j k/S p / 4\pi \int e^{-jkr} / r \cos \varphi dS$$

donde  $p$  es la presión acústica en la vertical del muro. Observando el segundo miembro de la igualdad, se ve que todos los puntos situados en la vertical del muro no contribuyen de idéntica forma a la formación de  $p_a$ . Los que más contribuyen a la formación de la presión sonora son esencialmente aquéllos para los cuales el recorrido desde la fuente sonora al punto de observación A, es el más corto (con un marco de  $\lambda / 4$ ) prácticamente el sonido que llega a A proviene de una pequeña posición de la parte superior del muro, que se comporta como una fuente sonora secundaria.

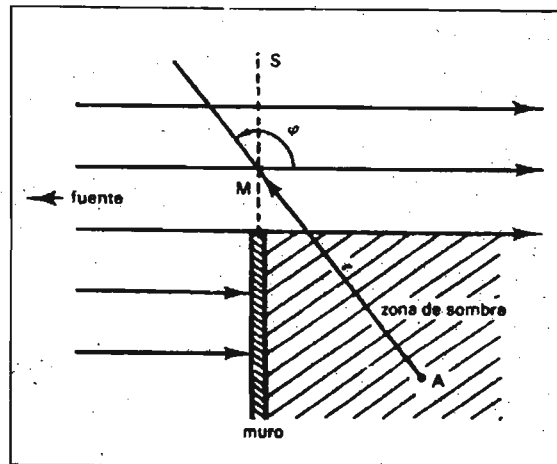


Figura 3-50. Difracción del sonido de un muro.

Este problema ha sido tratado en un gran número de publicaciones. En las más recientes se recomienda la utilización como parámetro para la valoración del amortiguamiento por difracción en el punto R (figura. 3-51), la cantidad  $N = 2 \delta / \lambda$  donde  $\lambda$  es la longitud de onda del sonido y  $\delta$  la diferencia entre el camino acústico más corto que va de S a R y la distancia en línea recta que separa estos dos puntos,

$$\delta = a + b - d$$

Según algunos artículos, el amortiguamiento por difracción es entonces:

$$\Delta L = 13 + 10 \log N \text{ dB}$$

para valores de N mucho mayores que la unidad, siendo el límite superior de  $\Delta L$  24 dB.

Cuando el valor de N es 0,  $\Delta L$  se reduce a 6 dB.

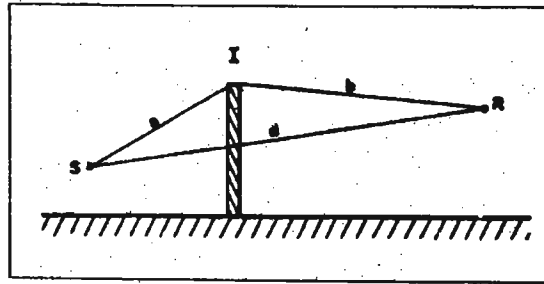


Figura 3-51. Sección perpendicular de la pantalla.

Una representación de la variación de  $\Delta L$  con  $N$  aparece en la figura 3-52.

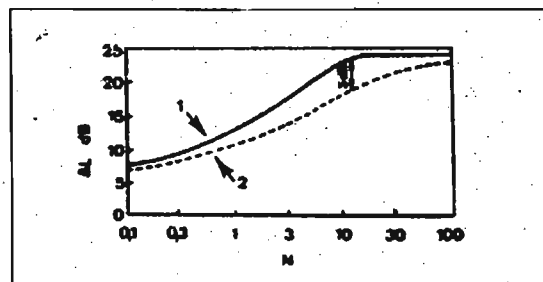


Figura 3-52. Amortiguamiento debido a la presencia de una pantalla 1) Fuente de sonido puntual.  
2) Fuente de sonido lineal.

Cuando los puntos S y R no se encuentran en el mismo plano perpendicular al obstáculo, el camino más corto es aquél para el que SI y RI forman el mismo ángulo con la arista del obstáculo. Una construcción geométrica simple, figura 3-53, permite localizar fácilmente el punto I. En este caso, el amortiguamiento indicado más arriba sólo es exacto cuando S y R se hayan situados demasiado cerca de la pantalla; en caso contrario, se ha de utilizar otra expresión más compleja.

Una fuente de sonido, tal como una columna sonora, no produce sonido de una única frecuencia, sino que produce sonido de un espectro bastante amplio. Para calcular el amortiguamiento del nivel de presión sonora y global, es preciso, pues, realizar los cálculos vistos precedentemente para una de las bandas de frecuencias (octava o tercios de octava) que cubren el espectro. Para cada una de estas bandas puede usarse, si la fuente es puntual, la curva 1 de la figura 1.28. Si tomamos como ejemplo la banda de 1.000 Hz tendríamos que:

$$N = 2 \delta / \lambda = 2 \delta / c/f = 2 \delta / 0,34 = \delta / 0,17150 \text{ dB}$$

Si se tratase de una situación de S y R como aparece en la figura 3-54 en la que la columna S se encuentra sobre el suelo, a 4 metros de una pantalla indefinida de 4 metros de altura, y el punto de observación R a 1,5 metros de altura y 20 de la pantalla, tendríamos:

$$a = 16 + 16 = 5,66 \text{ m}$$

$$b = 2,5^2 + 400 = 406 = 20,15 \text{ m}$$

$$d = 1,5^2 + 24^2 = 24,04 \text{ m}$$

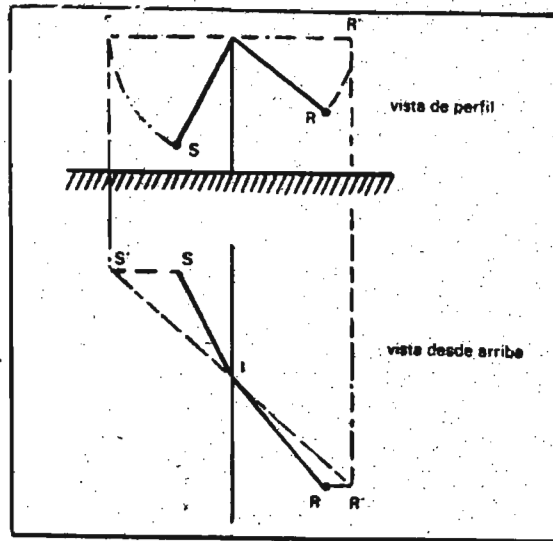


Figura 3-53. Construcción geométrica para determinar el camino acústico más corto de S a R.

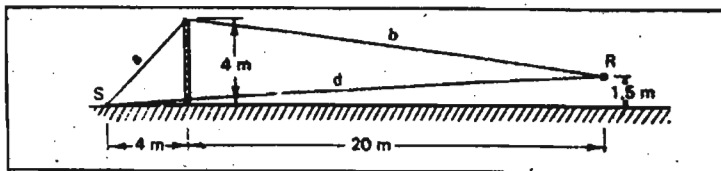


Figura 3-54. Ejemplo de situación de fuente, pantalla y receptor. siendo por tanto  $\delta$ .

$$\delta = 20,15 + 5,66 - 24,04 = 1,77 \text{ m}$$

$$N = 1,77 / 0,17 = 10,4$$

$$\Delta L = 13 + 10 \log 10,4 = 23,18 \text{ dB}$$

Si en campo libre, o en cámara anecoica, la fuente sonora a 1 metro nos daba 85 dB de nivel de presión sonora; L en el punto R sería

$$L = 85 - 20 \log 24,04 / 1 - 23,18 = 32,20 \text{ dB}$$

A veces, es más rápido utilizar el gráfico de la figura 3-55 que utiliza dos parámetros:

- \* La altura efectiva de la pantalla: distancia de 1 a SR, en múltiplos de longitud de onda =  $h / \lambda$ .
- \* El ángulo gama SI e IR.

Los resultados obtenidos son sensiblemente los mismos para

$$h = 11,3 \quad \varphi = 52^\circ$$

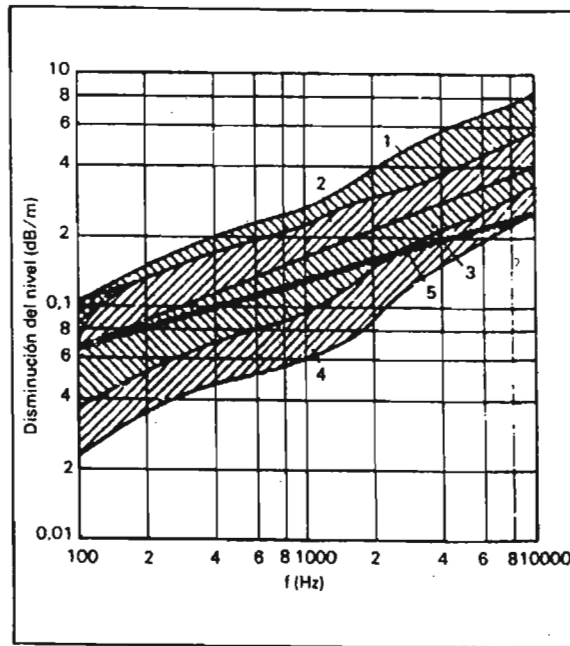


Figura 3-56. Amortiguación adicional del sonido en la jungla. Zona 1: con muchas hojas, visibilidad unos 6 m, impenetrable sin medios auxiliares, Zona 2: con muchas hojas visibilidad unos 15 m, difícil de penetrar. Zona 3 con muchas hojas, visibilidad unos 30 m, paso entorpecido. Zona 4: con bastantes hojas, visibilidad unos 60 m, paso poco entorpecido. Zona 5: monte bajo con pocas hojas ramas grandes, visibilidad unos 90 m, paso bien practicable.

Ya hemos visto que el sonido viaja con una velocidad mayor en el aire caliente que en el frío. Por tanto, deducimos que si la temperatura disminuye, cuando nos alejamos de la superficie terrestre, la velocidad del sonido también disminuye, experimentando una refracción las ondas sonoras al alejarse de la tierra. Para una mayor facilidad de estudio del fenómeno, vamos a suponer una atmósfera formada por capas paralelas separadas por planos (por ejemplo, horizontales) y caracterizados cada uno por la velocidad del sonido  $c$ . Cuando una onda incide sobre la superficie de separación de los medios diferentes (no olvidemos que  $c$  varía de una capa a otra), parte de la onda se refleja y parte pasa al segundo medio. El paso de parte de la onda de un medio a otro va acompañado de un cambio en la dirección del frente de onda. El cambio de dirección de la onda cuando pasa a través de dos medios diferentes, llamado "refracción", se muestra en la figura 3-57. Sea un elemento  $A_1B_1$ , de un frente de onda que alcanza el plano de separación por el punto  $A_1$ , en el instante  $t=0$ , al cabo de un tiempo  $dt$  que tarde el extremo  $B_1$  del frente de onda en alcanzar  $B_2$ , la excitación producida por  $A_1$ , se encontrará en  $A_2$  (recordemos el principio de Huygens-Fresnel), siendo el nuevo frente de onda  $A_1A_2 = c_2dt$  y  $B_1B_2 = c_1dt$ . Se deduce de estos triángulos rectángulos:

$$A_1B_2 = c_1 dt / \text{sen } i_1 = c_2 dt / \text{sen } i_2$$

Lo mismo sucederá en cada travesía del plano ( $n, n + 1$ ), y si las capas del aire las consideramos infinitamente pequeñas,  $c$  e  $i$ , serán dos funciones de  $z$  (la altura), la relación  $c(z)/\text{sen}(i)$  permanecerá invariable; la inversa ( $1/c$ ) de la velocidad del sonido juega en acústica el mismo papel que el índice de refracción en óptica.

veamos qué ocurre con el camino de propagación del sonido en las tres situaciones de temperatura que se reflejan en la figura 3-58). En una atmósfera normal, la temperatura decrece con la altura, tal como aparece en la figura 3-59a; el rayo sonoro que sube al penetrar en capa de temperatura inferior, sufre una reducción en su velocidad de propagación y se refracta alejándose de la superficie de contacto de las dos capas. El resultado es que, en ausencia de viento, los rayos se curvan de un modo continuo alejándose de la superficie de la tierra, como se muestra en la figura 3-59a, formándose una zona de sombra que comienza a una distancia de la fuente que depende de la proporción del gradiente de temperatura.

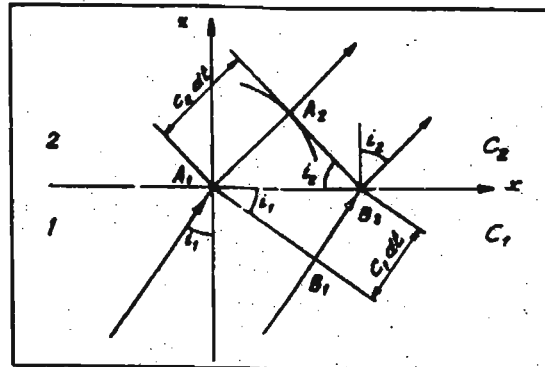


Figura 3-57. Refracción del sonido en la atmósfera estratificada Variación de la velocidad del sonido en la altitud z.

A veces, sin embargo, el gradiente de temperatura cerca del suelo es positivo, es decir, la temperatura aumenta con la altura, hasta un punto donde se invierte, continuando con un decrecimiento normal (figura. 3-59b). Esta situación se denomina inversión de temperatura y produce efectos opuestos a los descritos anteriormente

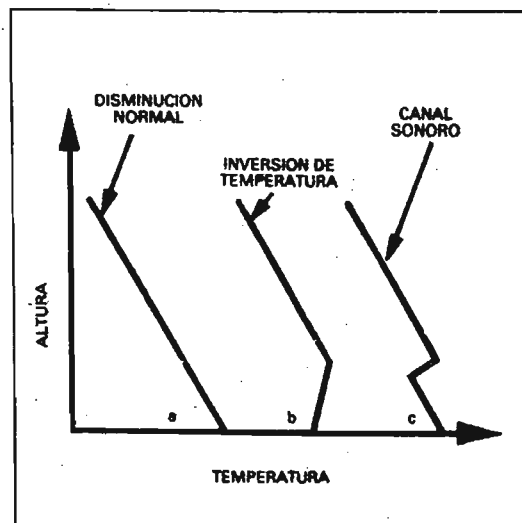


Figura 3-58. Gradientes de temperatura atmosférica típicos.

para un decrecimiento de temperatura normal. Un rayo sonoro será refractado, hacia abajo, hacia el suelo, a medida que progresa a través de las capas más calientes de aire, reforzando el campo sonoro alrededor de la fuente y como muestra la figura 3-59b no se formarán regiones de sombra.

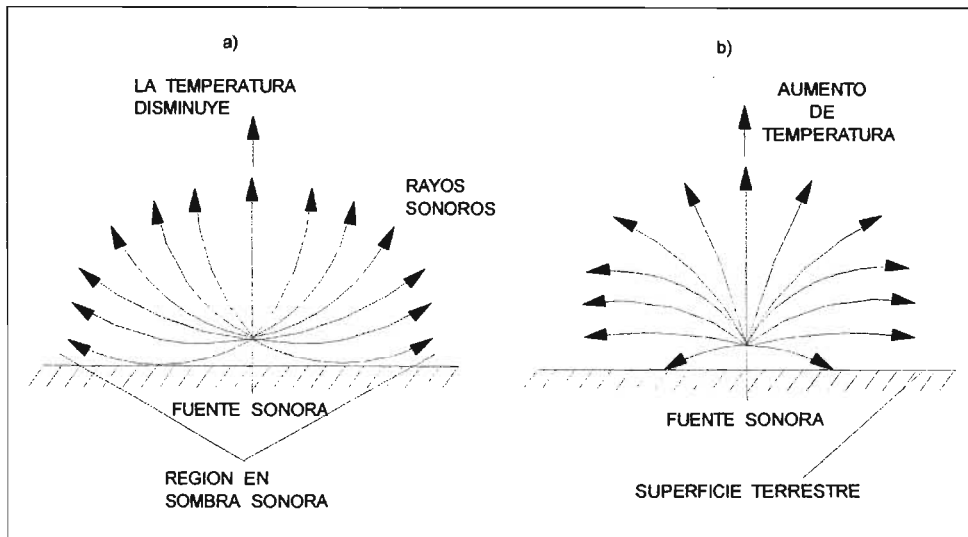


Figura 3-59. Refracción del sonido en una atmósfera con a) un gradiente de temperatura normal. b) un gradiente de temperatura inverso.

Un doble gradiente como el que parece en la figura 3-58c se presenta muy raras veces, pero puede atrapar ondas sonoras con ligera inclinación en la capa de inversión y canalizadas entonces a lo largo de distancias considerables con muy baja atenuación.

### 3.3.7. LA REFRACCION Y LA FORMACION DE SOBRAS POR GRADIENTE DE VIENTO.

Indiquemos en primer lugar que un viento constante para cualquier altitud no cambiaría nada la propagación del sonido en la atmósfera homogénea. Pero el viento es siempre variable y, con la altitud en particular, decrece generalmente cuando se aproxima al suelo. Debido a que el aire es viscoso y la velocidad de las moléculas en el suelo debe ser cero, las capas más próximas a la tierra sufrirán el efecto de la velocidad nula de ésta y la velocidad del viento en ellas irá decreciendo hasta anularse. esta región de velocidad variable será como mucho de varios centenares de metros, pero es lo suficientemente espesa para que pueda afectar a nuestras medidas. Cuando una onda sonora tropieza con una capa de aire que tiene diferente velocidad que aquella de la que procede, la dirección de propagación de la onda cambia, tal y como aparece representado por los rayos y las construcciones verticales de la figura 3-59. Esto es, la velocidad del sonido no depende únicamente del medio en el que se propaga, sino que cualquier movimiento de este medio. Si el sonido tiene una componente en la misma dirección que el viento, el rayo que representa la velocidad de propagación se refracta hacia la superficie de separación de las dos regiones con velocidades diferentes cuando penetra en la región de más alta velocidad, o se aleja de dicha superficie de separación cuando entra en una región de velocidad más reducida. Los efectos se invierten si la dirección de propagación del sonido se opone a la del viento.

Aunque hemos considerado la parte más baja de la atmósfera como una serie de capas discretas con velocidades fijas, en realidad se trata de una zona en la que la velocidad cambia de un modo continuo con la altitud. Debido a esto, los rayos sufrirán la refracción de un modo continuo al desplazarse en la atmósfera. El efecto total es, en lo que concierne a un observador en el suelo, que los rayos se inclinarán hacia la tierra en la dirección del viento y se elevarán en la dirección opuesta al viento (figura. 3-60). Se obtendrá, por tanto, un refuerzo en el sonido escuchado por los oyentes situados en la dirección del viento y una zona de sombra en los oyentes situados en la dirección opuesta. Las atenuaciones en la zona de sombra pueden ser superiores a 30 dB, aunque el refuerzo sonoro se produce en la dirección opuesta de la fuente es normalmente mucho menor.

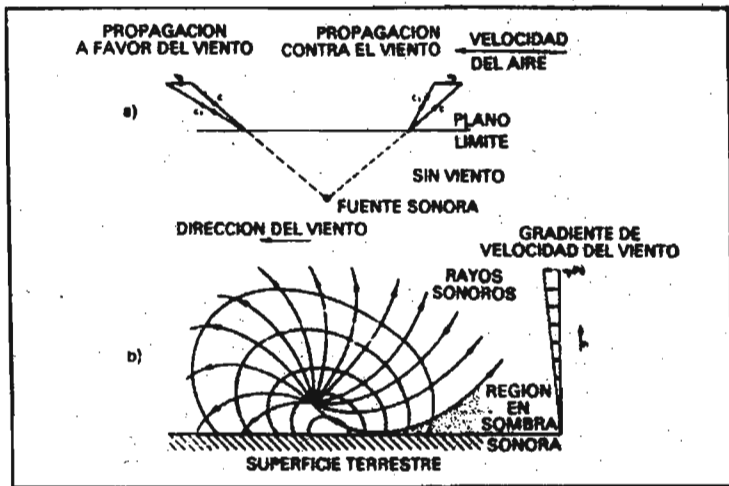


Figura. 3-60. Propagación del sonido a través del plano de separación entre capas con diferentes velocidades. b) Refracción del sonido debido al gradiente de velocidad.

## LA NIEBLA

El nivel de presión sonora en un punto alejado de una fuente sonora es inferior en un día de niebla que en un día despejado. Si la niebla no se presenta en forma de bancos, vamos a tener una ausencia casi total de viento y una homogeneidad en la temperatura, lo que hace que no haya zonas de sombra sonora.



## CAPITULO 4

# SIMULACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DEL SONIDO EN UN RECINTO AL AIRE LIBRE

#### 4.1. RECINTOS AL AIRE LIBRE.

En esta clase de locales el problema acústico se reduce a conseguir la necesaria intensidad que posibilite la normal audición.

En ocasiones no obstante la existencia de paredes o edificios contiguos pueden ocasionar efectos de eco. En el caso de que se haga uso de toldos para guarecer al público, puede incluso contarse con un principio de reverberación.

La proximidad de una fuente de ruidos afectará mucho a la audición, dado el débil o nulo aislamiento que es posible realizar. Un nivel de ruidos de 40 decibelios es el máximo tolerable.

El viento afecta notablemente la audición. En un ambiente de calma se obtiene una inteligibilidad del 75 % a lo largo del contorno exterior de la figura 4-1. Con un viento de 30 a 40 km hora se reduce en casi un 50 % la distancia de captación para conseguir la misma inteligibilidad (contorno interior de dicha figura)

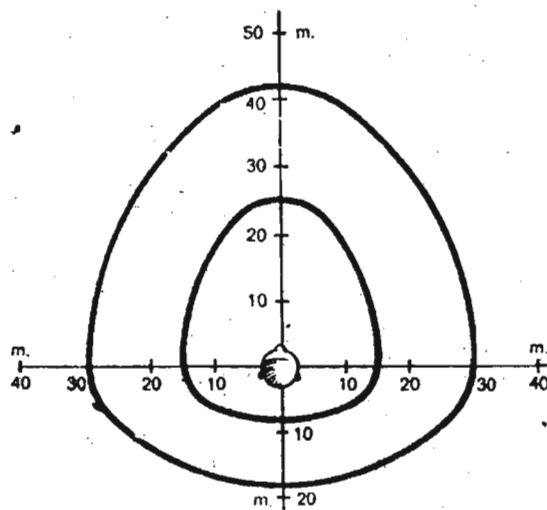


Figura 4-1. En ambiente de calma, la audición a lo largo del contorno exterior proporciona una inteligibilidad del 75%. Si sopla un viento de 30 a 40 km por hora, para obtener la misma inteligibilidad la escucha se ha de realizar a lo largo del entorno interior. Según Kundsen y Harris.

La humedad relativa influye en la mayor o menor atenuación que sufren los agudos en su propagación. Un clima seco atenuará más que uno húmedo.

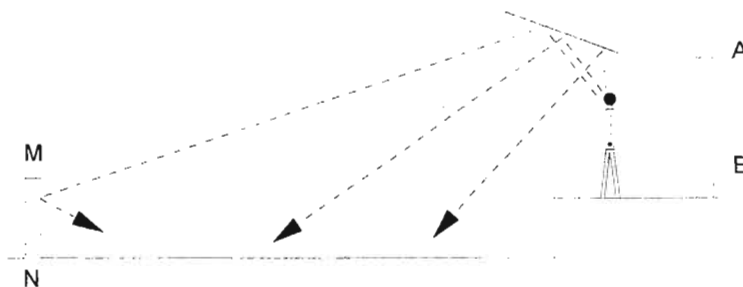


Figura 4-2. Muro de fondo MN, es aprovechable para reforzar la audición.

La primera circunstancia a considerar será, por lo tanto, las características ambientales del lugar de emplazamiento; nivel de ruidos, importancia de los vientos y grado de humedad.

Arbolados y setos constituyen elementos protectores para el ruido e incluso para los vientos suaves.

Para reforzar la intensidad de emisión será fundamental el recurso de un tornavoz sobre el lugar de radiación (fig. 4-2), cuya función puede quedar completada por una parte posterior AB. Igualmente, el muro del fondo MN puede ser aprovechable para reforzar la audición en la parte posterior, pero se comprobará que no ocasione reflexiones indeseables.

El uso de conchas (fig. 4-3) es de mayor efectividad, pero resultan incompatibles con los espectáculos teatrales, reservándose su aplicación a las orquestas.

El refuerzo megafónico es lo más generalizado en esta clase de recintos.

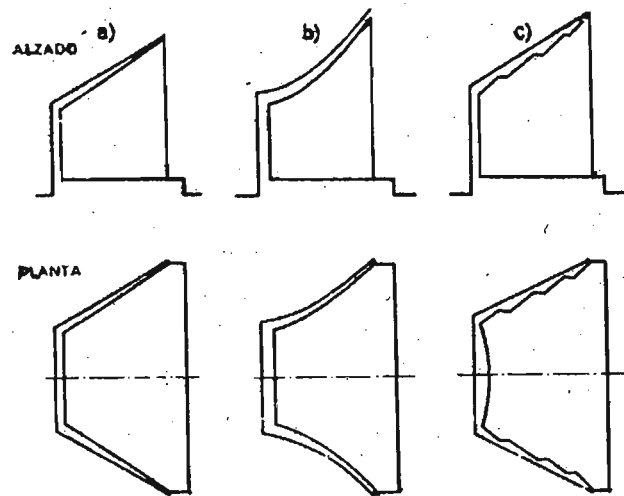


Figura 4-3. Diversos tipos de conchas: a) cónica; b) exponencial; c) dentada con pared de fondo convexa.

La acústica gráfica es el único cálculo susceptible de aplicar. El método de Lyon y el cálculo de la superposición de reflexiones sucesivas permitirán prever los niveles que se alcanzarán.

En un ambiente tranquilo, más bien húmedo y con vientos inferiores a los 10 km por hora, puede conseguirse, sin recurso megafónico una representación teatral satisfactoriamente audible hasta para unas 600 personas, si se toman las oportunas precauciones. Así, el escenario de fondo podría ser un panel liso y reflectante, y mejor aún, un tornavoz sobre la escena.

La disposición ideal consistirá en enmarcar el escenario por tres planos reflectantes debidamente inclinados, y posteriormente un muro de fondo (fig. 4-4)

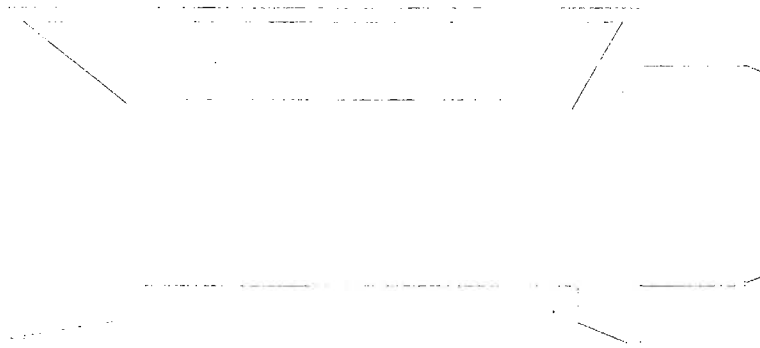


Figura 4-4. Escenario por tres planos reflectantes debidamente inclinados y un muro de fondo.

Pero normalmente resulta más sencillo utilizar el recurso megafónico. La instalación coincide con lo expuesto para los teatros de prosa, pero la calidad a conseguir será inferior por la necesaria utilización de altavoces de buen rendimiento.

Será conveniente que dicha instalación sea de tipo estereofónico.

Conciertos al aire libre.

La considerable potencia sonora que alcanza una orquesta, unido a una mayor posibilidad de reforzar su emisión, permite la realización de conciertos en condiciones aceptables para gran número de asistentes.

Elemento fundamental para una conveniente radiación sonora lo constituye la <<concha>>. La de tipo más sencillo está formada por un muro vertical del que nace el tornavoz; unos muros laterales divergentes incrementarán su eficacia (fig. 4-3). La inclinación del tornavoz corresponderá a la mayor o menor distancia que se haya de alcanzar; la divergencia de los laterales determinará la amplitud de la radiación.

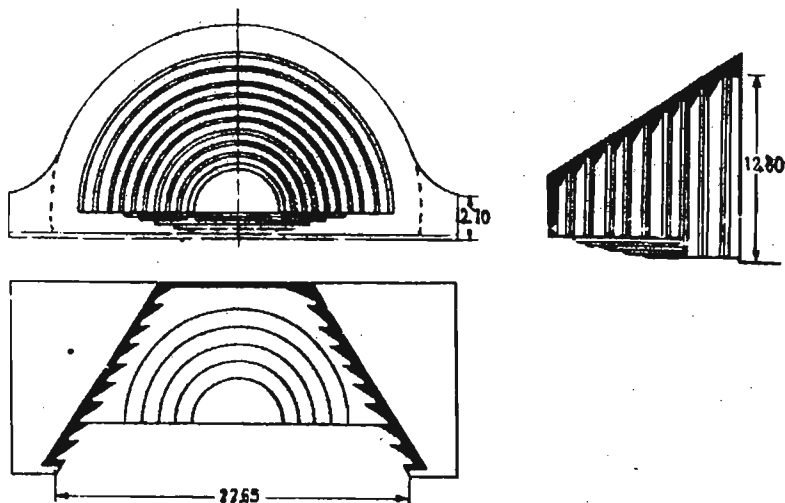


Figura. 4-5. Recinto al aire libre. Concha del Hollywood Bowl.

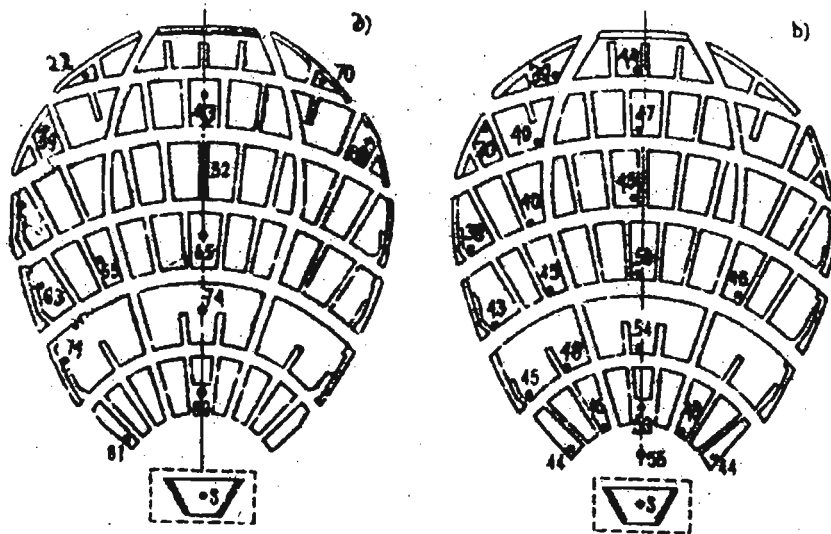


Figura 4-6. Planta del conjunto de Hollywood Bowl. En a) porcentajes de inteligibilidad obtenidos situándose el orador en S; en b) niveles sonoros conseguidos.

Una variante de esta disposición consiste en sustituir las superficies planas de los laterales por superficies de directriz exponencial y generatriz recta (fig. 4-3 b)

Si estas superficies lisas son sustituidas por una serie de planos (figura 4-3 c), las reflexiones podrán ser más convenientes dirigidas.

Si el suelo consiste en un estrado de madera con una altura superior a los 20 cm, actuará como caja resonante mejorando la emisión.

Un ejemplo clásico en esta clase de construcciones lo constituye el Hollywood Bowl.

La concha (fig. 4-5) es del tipo de la figura 4-3 c, cuyos planos se repiten de una manera uniforme. Emplazada al pie de una ladera, el graderío goza de una acusada pendiente muy oportuna para la recepción del flujo sonoro. Las medidas extremas del conjunto son 165 m de longitud por 130 de anchura, con una capacidad para 22 500 oyentes.

Situando un orador S en el centro de la concha se realizaron los correspondientes ensayos de inteligibilidad y mediciones del nivel sonoro. Los porcentajes de inteligibilidad resultante son los consignados en la figura 4-6 a; la asimetría que se observa es debida a la proximidad de una importante vía de comunicación, cuyo ruido actúa de sonido enmascarante.

Los niveles alcanzados en los distintos puntos se indican en la figura 4-6 b, manifestándose claramente la efectividad intensificadora de la concha, que hace posible alcanzar a los 160 m un nivel de 44 decibelios. En la figura 4-7 se ha trazado la gráfica del decrecimiento sonoro resultante al aplicar los valores axiales de la figura 4-6 b; la línea discontinua representa el decrecimiento teórico que a partir de los 18 m sufriría la misma intensidad de emisión sin la intervención de ningún elemento reflectante.

Una forma innovadora la constituye la concha piramidal (fig. 4-8) recientemente utilizada, con excelente resultado, en el parque Gruga de Essen (Alemania).

En el auditorio al aire libre del Conservatorio Nacional de México (fig. 4-9), del arquitecto Mario Pani, se ha recurrido a la construcción de un panel reflectante que responde a la aplicación del método de Lyon.

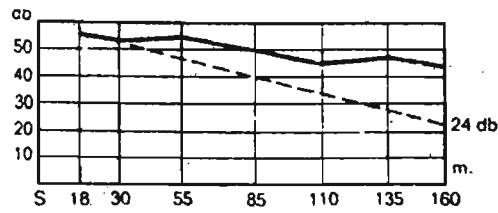


Figura 4-7. Gráfica de decrecimiento sonoro resultante.

La superficie quieta del agua constituye también un excelente plano reflectante. Su coeficiente de absorción es de 0,01 para las frecuencias bajas y medias y de 0,02 para las altas. El recurso de emplazar la orquesta en el extremo de un estanque (figura. 4-10), además de su atractivo visual, es de gran eficacia acústica; como en el teatro griego, los oyentes reciben las reflexiones que se verifican en la superficie del agua, que actúa como pódium. Un muro liso tras la orquesta refuerza convenientemente la emisión, y si la plataforma sobre la cual se halla es una barcaza, ésta hará las veces de caja resonante.

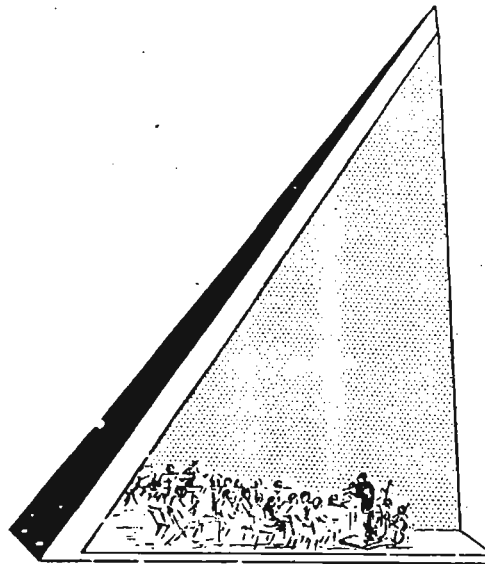


Figura 4-8. Concha del parque Gruga de Essen (Alemania).

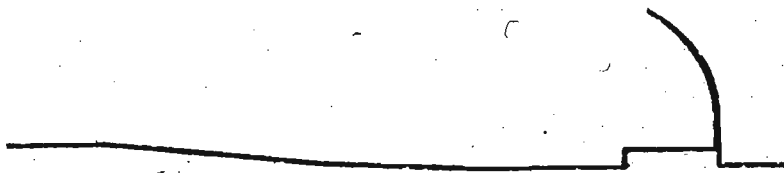


Figura 4-9. Sección longitudinal del auditorio al aire libre del Conservatorio Nacional de México. Arquitecto: M. Pani.

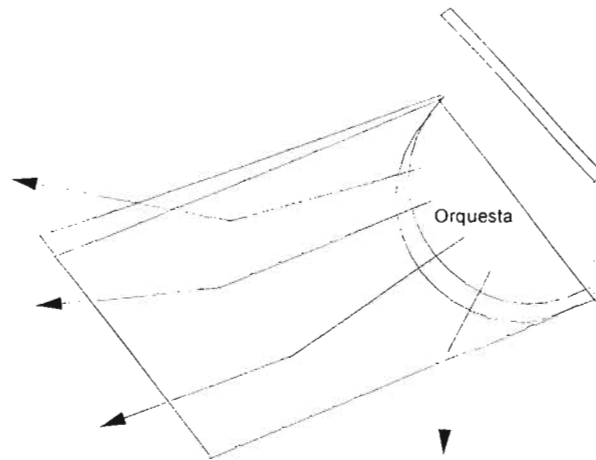


Figura 4-10. Recinto para interpretaciones musicales.

Otro característico lugar para interpretaciones musicales al aire libre son los quioscos. En este caso el medio más eficaz para obtener las convenientes reflexiones será dotar al quiosco de un techo liso y reflectante (fig. 4-11). También resulta útil disponer en la parte superior y de forma alternada unos planos reflectantes convenientemente inclinados. En la figura 4-11 se ha supuesto una planta hexagonal, que corresponde a la disposición de tres planos.

#### Motocines.

Las grandes dimensiones que se precisan para estacionar los automóviles (el motocine Barajas de Madrid tiene más de 200 m de largo) hacen que se descarte la sonorización desde la pantalla. La potencia sonora para alcanzar el extremo opuesto resultaría ensordecedora para los próximos; además, a los 200 m, el defasamiento entre la imagen y sonido es inaceptable y desde el punto de vista económico, el gasto del funcionamiento sería muy elevado.

La instalación de una serie de altavoces suspendidos, distribuidos por todo el espacio, supone una solución muy deficiente; una aglomeración de automóviles no es una masa absorbente, sino reflectante por lo que el sonido radiado por los altavoces es sometido a multitud de reflexiones, traduciéndose en un acusado enmascaramiento.

Además, para los espectadores, instalados en el interior de los automóviles, la recepción se dificulta por la obstaculización que suponen los de alrededor. Los ruidos motivados por la maniobra de los coches es un inconveniente más.

Para suprimir estas dificultades se recurre actualmente a la instalación de altavoces individuales. Junto al lugar previsto para el aparcamiento para cada automóvil, un poste soporta un altavoz que se descuelga y se introduce en el interior del automóvil, regulándose su potencia a voluntad. De esta forma se consigue una audición aislada que ni las maniobras de los automóviles vecinos pueden perturbar.

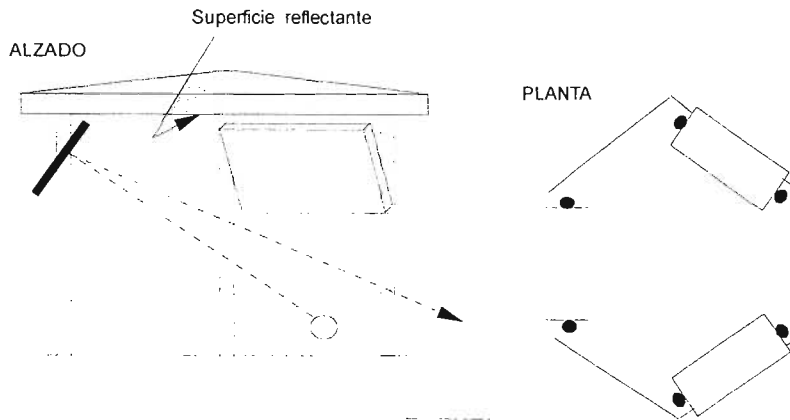


Figura 4-11. Quiosco. En este caso el medio más eficaz para obtener las convenientes reflexiones será dotar al quiosco de un techo liso y reflectante.

Para el fácil manejo de estos altavoces, su tamaño no puede ser grande, de manera que la poca dimensión de su diámetro no permite la reproducción de los graves; la audición del dialogo será pues correcta, pero no la parte musical.

La salida del amplificador puede regularse al número de altavoces que se usen, ajustando su potencia a la suma de los altavoces.

#### Cines de verano.

El emplazamiento corriente de estos cines son los solares céntricos por lo que generalmente se hallan rodeados de edificios, cuyas fachadas, y especialmente las medianeras inmediatas totalmente lisas, pueden ocasionar inconvenientes reflexiones. Un tanteo en la inclinación de los altavoces será lo más práctico para soslayar este inconveniente.

La pantalla se resuelve comúnmente con una pared enlucida y pintada de blanco, lo cual obliga a situar los altavoces de forma lateral a la misma.

Para aislar el elevado ruido ocasionado por el tráfico urbano, el vallado es totalmente insuficiente. Si sobre el mismo se colocan paneles altos (dedicados normalmente a la publicidad), se mejora ligeramente el problema.



#### 4.2. COMO REALIZAR EL CÁLCULO DE LA POTENCIA NECESARIA PARA UNA SONORIZACIÓN.

No es muy difícil averiguar qué potencia debe radiar cada uno de los <<puntos sonoros>> de una instalación. En primer lugar, debe elegirse el altavoz o caja acústica a instalar. Con ello podremos saber cuál es su sensibilidad (recordemos que este parámetro daba el nivel de presión acústica, SPL, medido en decibelios a un metro de distancia del altavoz cuando a éste se le suministraba una potencia de un W). Como lo muestra la figura 4-12.

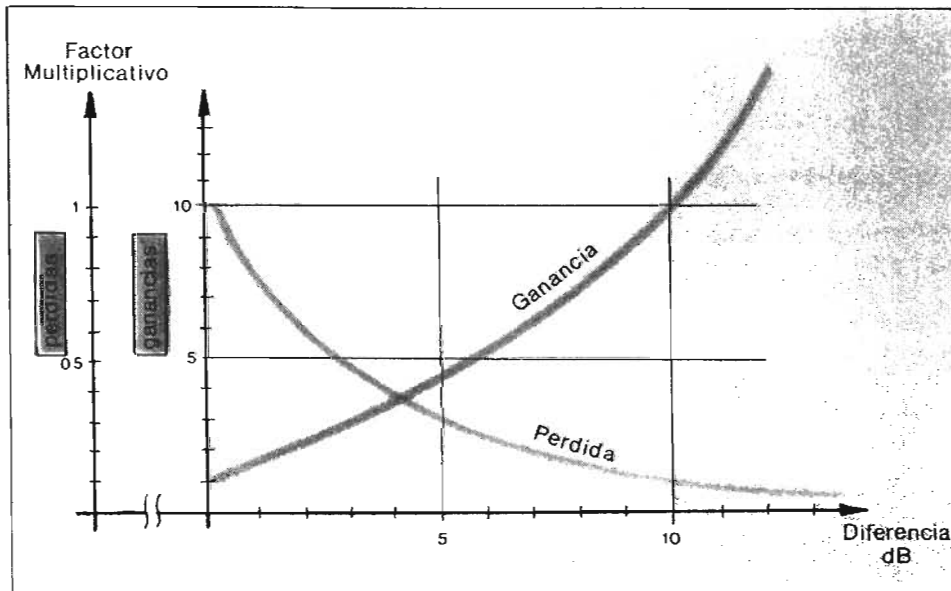


Figura 4-12. Aquí se da la potencia a radiar por un altavoz o caja en función de la pérdida o ganancia que necesite obtenerse respecto de la potencia normalizada de un W.

Pongamos que sea uno de tipo medio, de sensibilidad 85 dB.

A continuación averiguamos la altura del techo (pongamos 3,5 metros) y si las personas receptoras de la ambientación sonora van a estar preferentemente sentadas o de pie, pues la distancia entre el altavoz y oídos será distinta en un caso y otro. Cuando van a estar de pie, la distancia del oído al suelo suele estar comprendida entre 1,5 m y 1,7 metros, mientras que si permanecen sentadas, dicha distancia es de 1 a 1,2 metros. Consideremos que, en este ejemplo, van a estar en pie (altura 1,5 metros); por tanto la distancia entre altavoz y oídos será como mínimo de 2 metros. Para alturas de techo grandes, puede no tenerse en cuenta la posición de las personas.

De uno de los gráficos adjuntos puede calcularse la pérdida de nivel sonoro que supone el alejamiento entre la fuente y receptor sonoros (figura 4-13), que en este caso (2 metros) es de 6 dB; por lo tanto, la presión acústica que da el altavoz quedará reducida a 79 dB ( $85-6=79$  dB). Esta sería la presión acústica obtenida en la vertical del altavoz.

Dentro del radio de acción del altavoz (que también se da otro gráfico adjunto, figura 4-14) puede considerarse una pérdida adicional de 4 dB, debido a un mayor alejamiento físico y a la pérdida de direccionalidad del altavoz; así, la presión sonora queda en 75 dB ( $79-4=75$  dB), que se obtendrá entregando una potencia eléctrica de un W al altavoz.

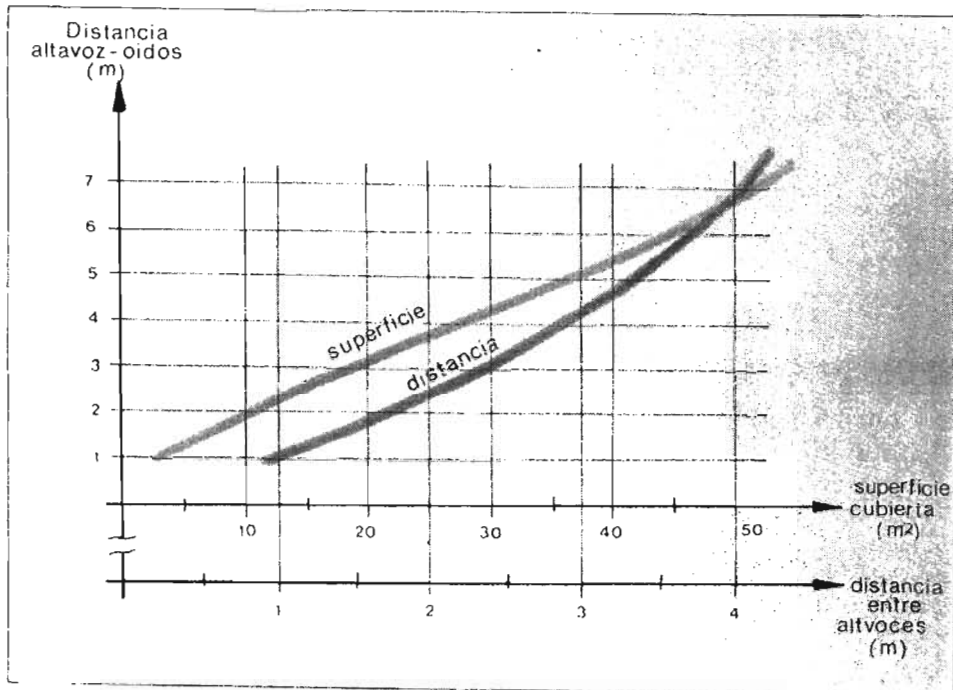


Figura 4-13. Aquí se da la superficie cubierta por un altavoz, y la distancia entre altavoces contiguos en función de la distancia entre altavoz (situado en el techo) y los oídos de las personas preceptoras del sonido que aquellos radiarán.

Ahora debe determinarse el nivel medio del ruido ambiente que va a existir en el local a sonorizar. Se dan algunos ejemplos de ambientes típicos, con sus correspondientes niveles sonoros (tabla 4.1). Pongamos que, en nuestro caso, se trata de una oficina algo ruidosa (nivel de ruido 60 dB), y permitamos que el fondo sonoro medio esté, al menos, unos 6 dB por encima del ruido ambiente; necesitaremos del orden de los 66 o 67 dB.

Como el nivel obtenido con un W en el altavoz es de 75 dB, aún debemos perder unos 8 dB para llegar a los 67 dB que nos hacen falta. Estos decibeles se <<pierden>> entregando al altavoz una potencia eléctrica inferior a un W (si necesitáramos <<ganar>> decibelios, tendríamos que aumentar la potencia entregada al altavoz), cuyo valor puede saberse consultando en unas tablas adjuntas; es nuestro caso, serán unos 0,17 W.

Con esto ya hemos averiguado qué potencia eléctrica debe entregársele a cada altavoz. Si la instalación se ha hecho con el criterio de centralización de potencia, habrá que multiplicar 0,17 W por el número de altavoces. Si la potencia se descentraliza, cada punto deberá radiar esos 0,17 W. Debe tenerse en cuenta que estos niveles son medios, por lo que siempre es conveniente disponer de mayor cantidad de potencia como reserva en caso necesario.

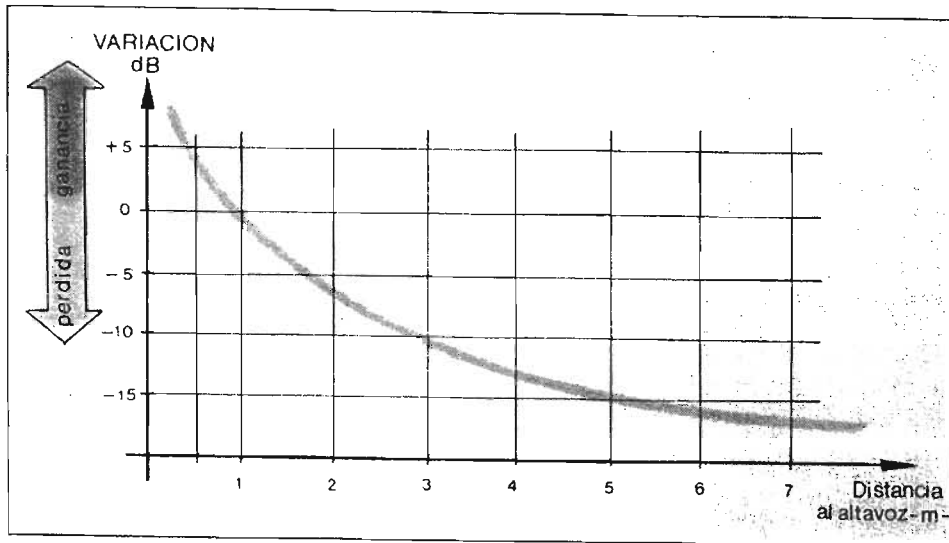


Figura 4-14. Variación de la sensibilidad de un altavoz o caja (dB SPL) cuando se mide a distancias distintas de un m.

DB SPL	SITUACIONES TÍPICAS
130	Umbral de dolor
120	Avión a reacción despegando
110	Taller de caldería en pleno funcionamiento
100	Tren metropolitano entrando en una estación
90	Tráfico muy denso
80	Camión grande o autobús (promedio)
70	Automóvil, turismo (promedio)
60	Grandes almacenes
50	Oficina media
40	Oficina tranquila
30	Zona residencial tranquila
20	Cuchicheo, suspiro
10	Zona residencial muy tranquila, de noche
0	Umbral de percepción.

Tabla 4.1. Ejemplos de ambientes típicos con sus correspondientes niveles sonoros.

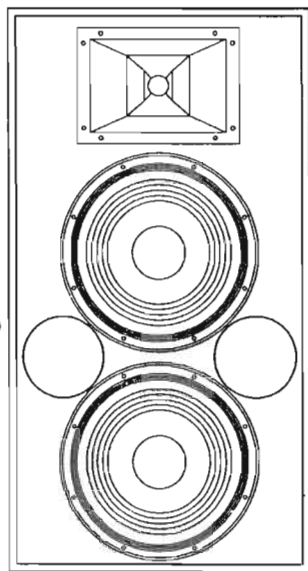
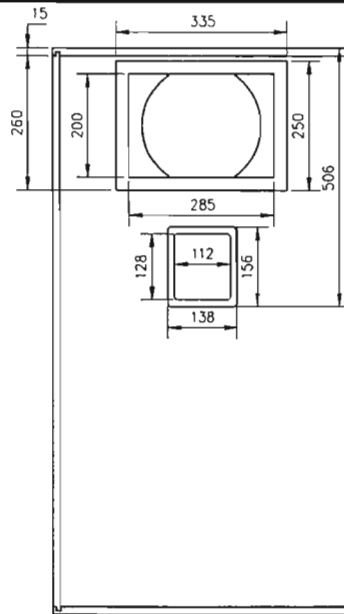
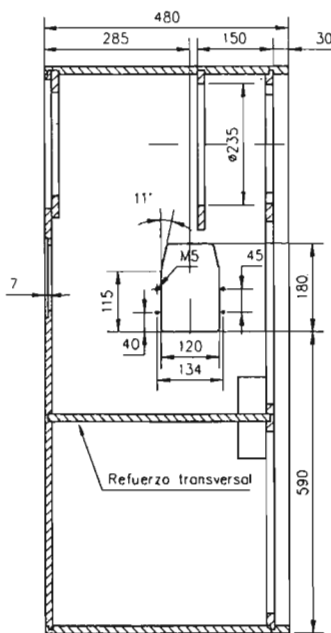
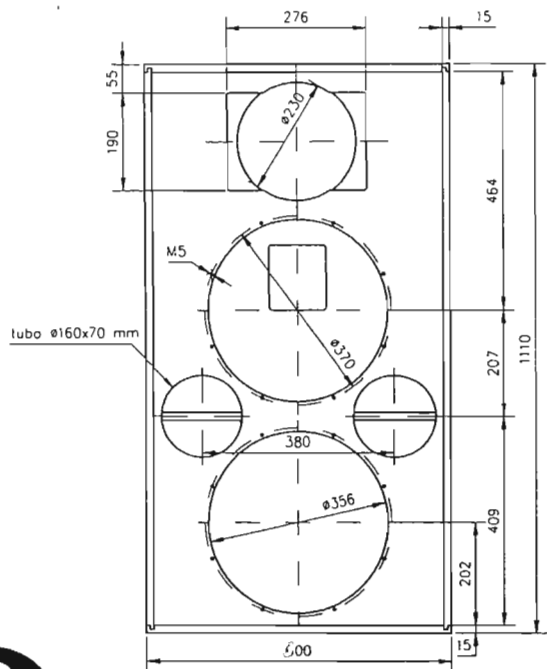
#### 4.3 ELECCIÓN DE BOCINA, DIBUJOS Y GRÁFICAS.

Las dos páginas siguientes con número 6 y 7, las clasificaremos como figura 4-16 y 4-17 con número de página 199 y 200, respectivamente.

La figura 4-16. Muestra el Tipo de material utilizado, los componentes, tornillos, la colocación de las bocinas y las medidas de las mismas, así como el tamaño del baffle.

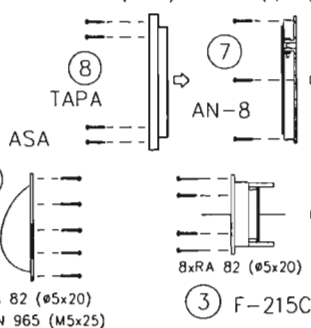
La figura 4-17. Muestra las especificaciones de las bocinas, las gráficas de frecuencia contra nivel de presión sonora, la gráfica de frecuencia contra impedancia.

Para nuestro estudio determinamos que tenga un nivel de presión sonora de 110 dB a 1 m de distancia, esto se logra aumentando la potencia a la bocina.



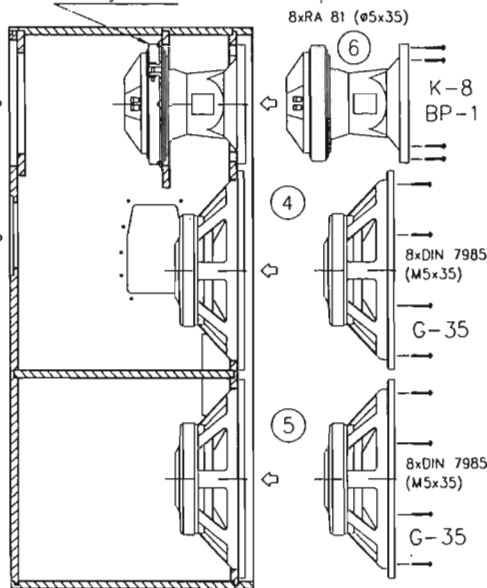
ASA  
 6xRA 82 (ø5x20)  
 4xDIN 965 (M5x25)

10xRA 82 (ø4x35) 6xRA 81 (ø5x20)

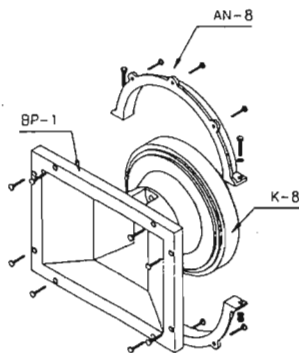
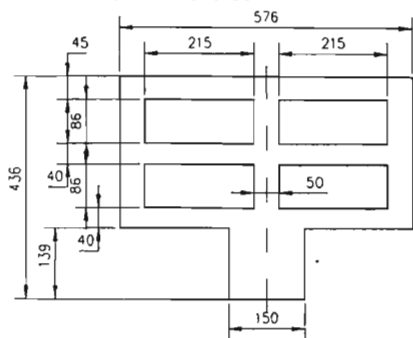


CONEXIONADO FILTRO F-215C		
COMPONENTE	COLOR	POLARIDAD
G-35	ROJO	+
	NEGRO	-
K-8	AZUL	+
	NEGRO	-

AN-8 girado 30°



Refuerzo transversal



MONTAJE MADERA (tablero contrachapado multicapa de 15mm)

TIPO	EN	PARA
Mecho 7x8	trasonera	costados, sobre y bajo
	costados y frente	sobre y bajo
Regata 8x8.5	costados, sobre y bajo	trasonera
	sobre y bajo	costados, frente y trasonera
Regata 16x8.5	costados	frente
	costados y sobre	soporte AN-8
	costados, frente y trasonera	refuerzo transversal

MONTAJE COMPONENTES

ORDEN	COMPONENTE	N° PIEZAS	TORNILLOS
1-2	Asa D.A.S.	2	8xDIN 965 (M5x25) 12xRA 82 (ø5x20)
3	Filtro pasivo F-215C	1	8xRA 82 (ø5x20)
4-5	Allavaz 15° G-35	2	16xDIN 7985 (M5x35)
6	Motor + Difusor (K-8 + BP-1)	1	8xRA 81 (ø5x35)
7	Ara de Sujeción AN-8	1	6xRA 81 (ø5x20)
8	Tapo trasero	1	10xRA 82 (ø4x35)

PROPOWER KITS  
 PK-215

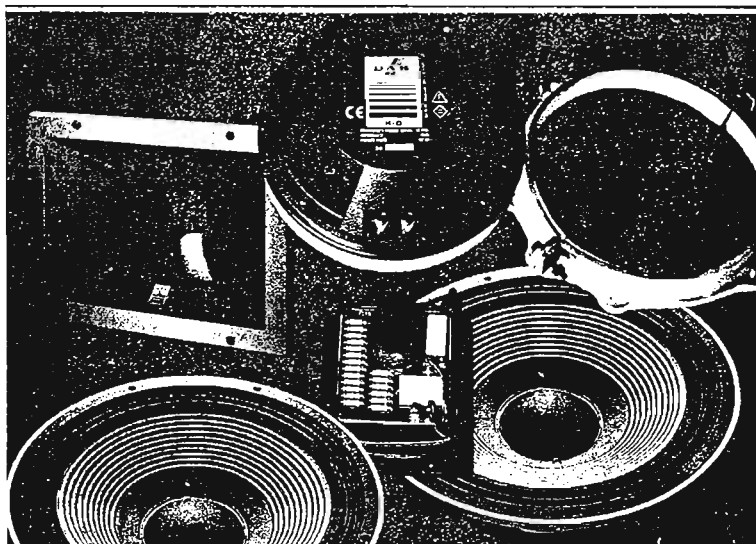


D.A.S. AUDIO S.A.  
 POLIGONO INDUSTRIAL FUENTE DEL JARRO  
 C/ ISLAS BALEARES 24  
 46988 PATERNA (VALENCIA) TEL. +34-6-134 02 06  
 SPAIN FAX +34-6-134 06 07

ISO 128



FECHA : Julio 96



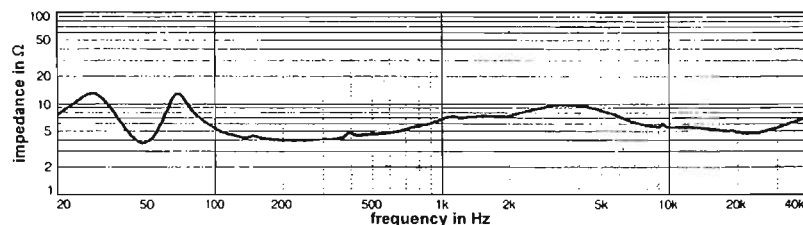
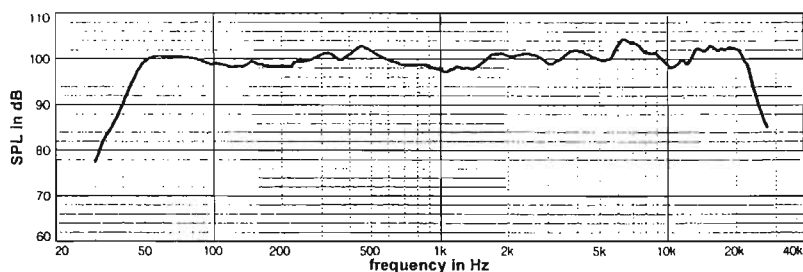
## COMPONENTES

ALTAVOZ	(2)G-35
MOTOR DE COMPRESIÓN	K-8
DIFUSOR	BP-1
FILTRO PASIVO	F-215C
ANILLO SUJECIÓN	AN-8

EL KIT PROPOWER 215 PERMITE CONSTRUIR UN RECINTO QUE UTILIZA DOS ALTAVOCES DE GRAVES DE 15" Y UN MOTOR DE COMPRESIÓN CON MEMBRANA DE TITANIO DE 4" (BOCA DE 2").

ESTE CLÁSICO DEL REFUERZO DE SONIDO SE PUEDE PILOTAR EN FULL RANGE (DISPONE DE SU FILTRO PASIVO), BI-AMPLIFICADO O INCLUSO TRI-AMPLIFICADO, CON LA AYUDA DE UN SUB-GRAVE COMO LA CAJA SUB-218 Y UN CONTROLADOR ELECTRÓNICO TIPO D.A.S. CT-4. TANTO PARA SU USO EN DIRECTO COMO PARA GRANDES INSTALACIONES, EL PK-215 OFRECE UN RENDIMIENTO IMPRESIONANTE, RAZÓN DE SU ÉXITO MUNDIAL.

\*PARA COMPLETAR UN EQUIPO DE PA CON SUB UTILIZAR EL PROPOWER KIT 218 CON CORTE ACTIVO A 160HZ.



## ESPECIFICACIONES

Potencia RMS (Promedio) <sup>A</sup> :	1000 W
Potencia de Programa <sup>B</sup> :	2000 W
Picos de Potencia <sup>C</sup> :	>4000 W
Respuesta en Frecuencia:	40 Hz - 20 kHz
Impedancia Nominal:	4 Ω
Impedancia Mínima <sup>D</sup> :	3.9 Ω
Sensibilidad en el eje 1 W/1 m:	100 dB SPL
Ancho de haz a -6 dB <sup>E</sup> :	85° Horizontal x 50° Vertical
Material del recinto:	Contrachapado multicapa 15mm
Transductores / Repuestos:	Bass: 2 x G-35 /GM G-35 HF: K-8 /GM K-8
Conector de entrada:	2 x Speakon NL4FC en paralelo
Conexión:	Bass: (+1, -1) HF: (+2, -2)
Dimensiones (Al x An x P):	111 x 60 x 48 cm (44 x 24 x 19 in)

<sup>A</sup> Basado en el test AES de 2 horas empleando una señal de ruido rosa limitada en banda con 6 dB de factor de cresta.

<sup>B</sup> Convencionalmente 3 dB mayor de la medida de potencia RMS.

<sup>C</sup> Corresponde a las crestas de la señal del test <sup>A</sup>.

<sup>D</sup> En la práctica la impedancia del cable y el conector debe ser añadida a los valores de impedancia indicados.

<sup>E</sup> Promedio de medidas en tercios de octava.

**PROPOWER KIT 215**

#### 4.4. SELECCIÓN Y UBICACIÓN DEL RECINTO CON DIMENSIONES.

Una de las primeras consideraciones para seleccionar el lugar, es el ruido ambiente del lugar en donde se ubicara el recinto al aire libre siendo este ruido de 70 dB (obtenido de la tabla 4.1). Por lo tanto se selecciono al parque del pueblo ubicado en el municipio de ciudad Nezahualcoyotl. En el apéndice A al final del mismo se encuentra el mapa para localizar el lugar.

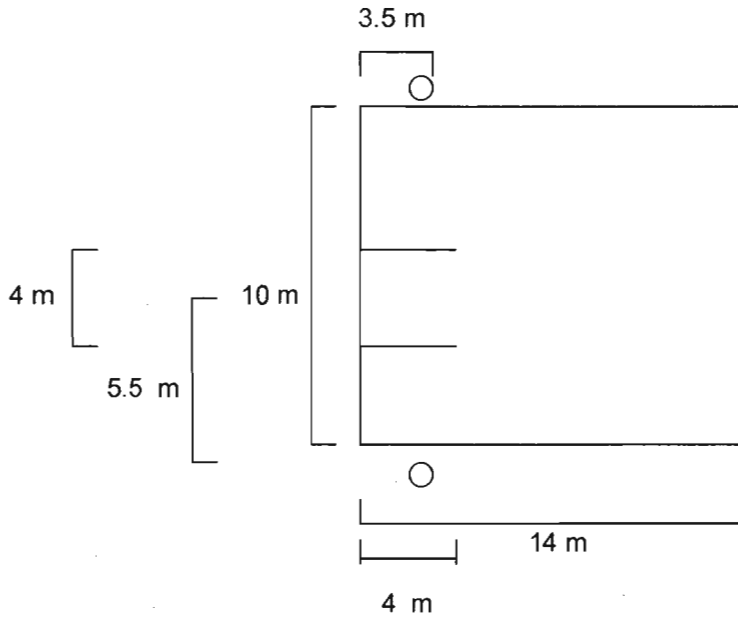


Figura 4-18. Vista desde arriba, mostrando las dimensiones del lugar.

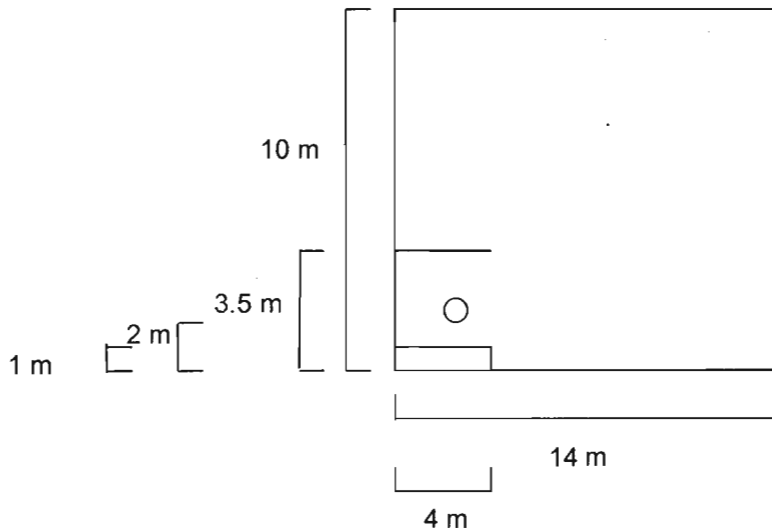


Figura 4-19. Vista horizontal, mostrando las dimensiones del lugar.

Las dimensiones en este caso el área son  $100 \text{ m}^2$  como lo muestra la figura 4-18. El escenario esta a la izquierda con un área de  $16 \text{ m}^2$ , las bocinas las colocamos a 5.5 metros a los costados y del fondo del escenario a 3.5 metros al frente, dándoles un ángulo de  $70^\circ$  y  $-70^\circ$  dirigidos hacia el área a sonorizar, las bocinas se representan por medio de los círculos. Y la figura 4-19 muestra el escenario a la izquierda en la parte inferior, las bocinas las colocamos a 2.0 metros de altura y daremos un ángulo de  $-40^\circ$ . El área efectiva a sonorizar son  $70 \text{ m}^2$ .

4.5. TABLAS METEOROLOGICAS.

H/M	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anua
01Z	18	19	20	22	21	19	19	19	19	18	17	17	19
02Z	17	18	19	20	19	17	18	18	18	17	15	16	18
03Z	16	17	18	19	18	17	17	18	17	16	14	15	17
04Z	15	16	17	18	18	17	16	17	16	15	14	14	16
05Z	14	15	16	17	17	16	16	17	16	14	13	14	15
06Z	13	14	15	17	16	16	15	16	15	14	12	13	15
07Z	11	12	14	16	16	16	15	16	15	13	12	12	14
08Z	10	12	13	15	15	15	15	15	15	12	11	11	13
09Z	9	10	12	14	14	15	14	15	14	11	10	10	12
10Z	8	10	11	13	13	14	14	14	14	11	9	9	12
11Z	7	9	10	12	12	14	13	13	13	11	8	8	11
12Z	6	8	9	12	12	14	13	13	13	11	8	8	11
13Z	6	8	9	11	13	14	13	14	13	10	8	7	11
14Z	7	9	10	14	14	15	15	14	14	12	9	8	12
15Z	9	11	14	16	16	17	16	16	16	14	11	10	14
16Z	12	14	17	19	18	18	18	18	17	16	14	13	16
17Z	15	17	19	21	20	19	19	20	19	18	16	16	18
18Z	17	19	21	23	22	21	21	21	20	19	18	18	20
19Z	19	21	23	25	23	22	22	22	21	21	20	19	22
20Z	20	22	24	26	25	23	23	23	22	21	21	20	23
21Z	21	22	25	26	25	23	23	24	22	22	21	21	23
22Z	22	23	25	27	25	22	22	23	22	21	21	21	23
23Z	22	22	24	27	24	22	21	22	21	20	20	20	22
24Z	20	21	23	25	23	20	19	21	20	19	18	19	21

TMX	26	26	29	32	29	27	26	27	26	28	25	25	32
TPM	22	23	25	27	25	24	23	24	23	22	22	21	23
TPR	14	15	17	19	18	18	17	18	17	16	14	14	16
TPM	6	7	9	11	12	14	13	13	13	10	7	7	10
TMI	1	2	3	8	7	11	11	10	8	3	3	3	1

TABLA 4.2. LAT 19° 26'07'' LON 099° 04'20'' ELEV 2237.5m HORARIO DE OPERACIÓN 24 HORAS TEMPERATURA °C. ( PROMEDIOS HORARIOS MENSUALES Y ANUALES - EXTREMOS MENSUALES Y ANUAL)

TABLA. CLIMATOLOGICA DE AERÓDROMO. AÑO 2001.

H/M	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
01Z	0	2	1	3	7	10	10	5	11	4	2	0	55
02Z	1	1	1	3	5	9	8	4	9	0	1	0	42
03Z	1	0	1	2	3	7	7	4	7	0	1	0	33
04Z	0	0	0	2	2	3	2	3	4	1	1	0	18
05Z	1	0	0	1	4	7	2	1	3	0	1	0	20
06Z	0	0	1	1	1	3	3	1	3	1	0	0	14
07Z	0	0	1	1	1	2	0	0	5	2	0	0	12
08Z	0	0	0	0	1	2	2	1	3	1	0	0	10
09Z	0	0	0	1	1	1	1	1	3	0	0	0	8
10Z	0	0	0	1	2	1	0	3	2	0	0	0	9
11Z	0	0	0	2	2	1	0	2	1	0	0	0	8
12Z	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	0	0	3
13Z	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	2
14Z	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
15Z	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
16Z	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2
17Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19Z	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
20Z	0	0	0	0	1	2	1	2	0	1	0	0	7
21Z	0	1	0	0	1	2	5	3	5	2	0	0	19
22Z	0	1	0	4	4	6	8	7	8	4	2	0	44
23Z	0	2	1	3	6	8	8	9	10	7	2	1	57
24Z	0	2	2	5	7	6	12	6	12	7	2	0	61

NÚMERO DE CUENTAS

Total	3	9	8	30	53	70	70	55	86	31	12	1	428
-------	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	---	-----

TABLA 4.3. LAT 19° 26'07'' LON 099° 04'20'' ELEV 2237.5 m HORARIO DE OPERACIÓN 24 HORAS No. DE INFORMES METEOROLÓGICOS HORARIOS CON REPORTE DE PRECIPITACIÓN (TOTALES) (CON VALORES DZ, RA, TS, SH, GS Y GR)

TABLA CLIMATOLÓGICA DE AERODROMO, AÑO 2001.



H/M	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
01Z	33	33	26	31	42	57	59	57	64	53	45	42	45
02Z	38	36	28	37	47	64	64	61	66	55	51	46	49
03Z	40	38	32	39	49	66	68	65	69	58	56	50	53
04Z	43	40	34	42	52	69	72	66	72	62	59	53	55
05Z	46	43	36	44	56	71	73	68	75	65	62	55	58
06Z	49	46	38	46	58	74	77	70	75	67	63	58	60
07Z	54	51	43	48	57	74	78	72	76	72	66	62	63
08Z	58	54	45	50	62	74	80	75	77	74	69	66	65
09Z	62	58	50	54	67	75	81	78	80	76	71	69	68
10Z	65	60	52	59	70	75	83	78	80	78	74	72	71
11Z	67	63	53	61	75	77	85	81	83	78	79	76	73
12Z	70	66	57	61	74	78	85	82	83	78	80	78	74
13Z	70	68	60	62	73	35	84	81	83	81	80	78	75
14Z	71	65	54	56	67	72	80	79	79	78	78	79	72
15Z	63	58	45	49	59	66	72	71	73	68	69	71	64
16Z	53	50	36	42	50	58	65	64	65	59	59	59	55
17Z	45	43	29	36	42	52	57	57	60	51	49	50	48
18Z	37	36	23	30	25	45	50	50	53	46	41	43	41
19Z	31	30	20	25	31	39	45	45	49	40	35	36	36
20Z	28	26	18	21	29	39	43	40	47	38	31	32	33
21Z	26	24	17	19	27	38	42	40	46	37	30	29	31
22Z	24	24	17	21	28	41	48	44	48	40	30	31	33
23Z	25	26	18	23	31	48	49	47	54	41	32	32	36
24Z	28	29	21	27	36	53	54	51	58	46	38	37	40

HRM	93	100	87	93	93	93	93	93	93	93	100	100	100
HRP	74	70	61	67	80	82	88	85	87	85	84	83	79
HRP	47	45	35	41	51	62	66	64	67	60	56	54	54
HRP	22	22	15	18	25	33	38	37	42	33	28	27	28
HRM	11	11	10	10	10	15	25	20	20	13	14	17	10

TABLA 4.4. LAT 19° 26'07'' LON 099° 04'20'' ELEV 2237.5m HORARIO DE OPERACIÓN 24 HORAS HUMEDAD RELATIVA EN % ( PROMEDIOS HORARIOS MENSUALES Y ANUALES – EXTREMOS MENSUALES Y ANUAL)

TABLA CLIMATOLOGICA DE AERODROMO, AÑO 2001.

H/M	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
01Z	3028	3026	3021	3026	3027	3027	3030	3031	3026	3032	3031	3027	3028
02Z	3031	3029	3024	3029	3029	3030	3032	3034	3029	3036	3034	3030	3031
03Z	3033	3032	3026	3032	3032	3033	3035	3036	3032	3038	3036	3032	3033
04Z	3036	3034	3029	3034	3034	3035	3037	3039	3034	3040	3038	3034	3035
05Z	3036	3035	3030	3036	3036	3036	3038	3039	3035	3041	3038	3034	3036
06Z	3036	3035	3030	3036	3036	3037	3039	3040	3034	3041	3038	3034	3036
07Z	3036	3035	3030	3035	3055	3035	3038	3039	3033	3040	3037	3034	3036
08Z	3035	3034	3028	3034	3033	3034	3037	3037	3032	3039	3026	3033	3034
09Z	3034	3033	3028	3033	3032	3033	3035	3036	3031	3037	3035	3032	3033
10Z	3033	3033	3027	3032	3031	3032	3035	3036	3030	3037	3035	3032	3033
11Z	3034	3033	3027	3032	3032	3033	3035	3036	3029	3037	3035	3032	3033
12Z	3034	3033	3028	3033	3033	3033	3036	3038	3032	3038	3036	3032	3034
13Z	3036	3035	3030	3035	3034	3035	3037	3037	3033	3039	3036	3034	3035
14Z	3038	3037	3032	3037	3035	3037	3038	3040	3034	3040	3039	3036	3037
15Z	3040	3038	3033	3038	3036	3038	3038	3041	3035	3042	3041	3037	3038
16Z	3040	3039	3033	3038	3036	3036	3039	3041	3035	3042	3041	3038	3038
17Z	3040	3038	3032	3037	3035	3036	3038	3040	3035	3042	3040	3037	3038
18Z	3038	3036	3029	3035	3033	3035	3036	3037	3033	3039	3037	3034	3035
19Z	3034	3032	3026	3032	3030	3032	3034	3035	3030	3036	3034	3030	3032
20Z	3029	3029	3022	3029	3027	3029	3032	3033	3027	3032	3030	3027	3029
21Z	3027	3025	3019	3025	3025	3027	3030	3030	3024	3030	3028	3024	3026
22Z	3025	3023	3018	3023	3023	3025	3028	3028	3023	3029	3026	3024	3025
23Z	3025	3023	3017	3022	3022	3024	3027	3028	3023	3029	3026	3024	3024
24Z	3026	3025	3018	3023	3024	3025	3028	3029	3024	3031	3028	3025	3026

QNM	3053	3051	3053	3049	3051	3051	3048	3051	3042	3056	3056	3051	3056
QNP	3041	3040	3033	3039	3038	3039	3040	3042	3036	3044	3042	3039	3039
QNR	3034	3032	3027	3032	3031	3032	3035	3036	3031	3037	3035	3032	3033
QNP	3024	3022	3016	3022	3021	3022	3027	3026	3021	3027	3024	3022	3023
QNM	3012	3012	3006	3010	3009	3000	3021	2991	2993	3012	2989	3003	2989

TABLA 4.5. LAT 19° 26'07'' LON 099° 04'20'' ELEV 2237.5m HORARIO DE OPERACIÓN 24 HORAS QNH (PROMEDIOS HORARIOS MENSUALES Y ANUALES – EXTREMOS MENSUALES Y ANUAL). QNH EN CENTÉSIMAS DE PULGADA (in) DE MERCURIO.

TABLA CLIMATOLOGICA DE AERODROMO, AÑO 2001.

H/M	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
01Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
02Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
03Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
04Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
05Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
06Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
07Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
08Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
09Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10Z	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
11Z	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	4
12Z	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	5
13Z	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	7
14Z	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	7
15Z	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3
16Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Total	8	5	0	0	0	0	0	0	0	0	7	8	28
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

TABLA 4.6. LAT 19° 26'07" LON 099° 04'20" ELEV 2237.5 m HORARIO DE OPERACIÓN 24 HORAS No. DE INFORMES METEOROLOGICOS HORARIO CON REPORTE DE NIEBLA (TOTALES)

TABLA CLIMATOLOGICA DE AERODROMO, AÑO 2001.

TABLAS CLIMATOLOGICAS DE AERODROMO, AÑO 2001.

	Enero					Febrero			
Dir in	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30kt	Dir in	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30kt
N	14	1	0	0	N	23	3	1	0
NNE	32	1	1	0	NNE	42	4	1	0
NE	99	1	0	0	NE	81	1	0	0
ENE	136	0	0	0	ENE	122	0	0	0
E	76	2	0	0	E	64	5	1	0
ESE	59	7	0	0	ESE	34	5	0	0
SE	35	6	1	0	SE	21	4	0	0
SSE	37	5	0	0	SSE	15	4	3	0
S	28	9	2	0	S	17	3	2	0
SSW	8	1	1	0	SSW	10	0	0	0
SW	6	0	0	0	SW	14	1	0	0
WSW	15	1	0	0	WSW	14	0	0	0
W	35	0	0	0	W	39	0	1	0
WNW	26	0	0	0	WNW	35	3	0	0
NW	18	0	0	0	NW	15	1	1	0
NNW	22	1	0	0	NNW	41	5	2	0
CAL	190				CAL	156			
	836	35	5	0		743	39	12	0

TABLA 4.7. No MENSUAL DE INFORMES METEOROLÓGICOS CON DIRECCIÓN DEL VIENTO EN DIFERENTES RANGOS EN m/s.

	Marzo					Abril			
Dir in	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt	Dir in	2 a 12	13 a 20	21 a 30	> 30 kt
N	10	5	1	1	N	33	11	0	0
NNE	28	8	1	0	NNE	51	16	4	0
NE	81	1	0	0	NE	113	12	3	1
ENE	83	2	0	0	ENE	100	2	0	2
E	49	2	0	0	E	45	6	0	0
ESE	39	7	0	0	ESE	31	9	1	0
SE	41	11	0	1	SE	22	5	2	0
SSE	33	31	1	0	SSE	18	8	1	0
S	40	25	4	0	S	14	7	0	0
SSW	14	6	1	0	SSW	6	1	0	0
SW	25	11	2	1	SW	10	1	1	0
WSW	18	16	6	0	WSW	11	0	0	0
W	41	13	3	0	W	28	2	0	0
WNW	16	2	0	0	WNW	28	2	0	0
NW	19	2	0	0	NW	17	2	0	0
NNW	26	3	1	0	NNW	61	19	3	0
CAL	146				CAL	145			
	709	145	20	3		733	103	15	3

TABLA 4.8. No MENSUAL DE INFORMES METEOROLÓGICOS CON DIRECCIÓN DEL VIENTO EN DIFERENTES RANGOS. EN m/s.

TABLAS CLIMATOLÓGICAS DE AERODROMO, AÑO 2001.

Dir in	Mayo				Dir in	Junio			
	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt		2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt
N	30	16	2	1	N	32	5	2	0
NNE	6	35	5	0	NNE	38	18	2	0
NE	91	10	0	0	NE	57	8	1	0
ENE	99	3	0	0	ENE	81	7	2	0
E	68	6	0	0	E	73	7	3	0
ESE	31	3	0	0	ESE	44	8	0	0
SE	17	1	0	0	SE	23	6	0	0
SSE	19	4	0	0	SSE	24	2	0	0
S	21	8	1	0	S	18	2	1	0
SSW	15	0	0	0	SSW	13	0	0	0
SW	16	0	0	0	SW	10	2	0	0
WSW	12	3	0	0	WSW	30	0	0	0
W	39	3	1	0	W	52	1	2	0
WNW	27	6	2	0	WNW	44	1	0	0
NW	36	3	1	1	NW	22	2	0	0
NNW	63	9	3	0	NNW	70	9	1	0
CAL	134				CAL	203			
	724	110	15	2		834	78	14	0

TABLA 4.9. No MENSUAL DE INFORMES METEOROLÓGICOS CON DIRECCIÓN DEL VIENTO EN DIFERENTES RANGOS. EN m/s.

Dir in	Julio				Dir in	Agosto			
	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt		2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt
N	24	5	1	0	N	59	21	5	1
NNE	45	7	2	0	NNE	50	15	7	0
NE	78	8	1	0	NE	89	9	2	0
ENE	91	1	0	0	ENE	117	1	0	0
E	77	3	0	0	E	83	5	0	0
ESE	35	6	0	0	ESE	37	4	1	0
SE	26	8	1	1	SE	15	3	0	0
SSE	15	3	2	1	SSE	13	0	0	0
S	31	5	2	1	S	9	1	0	0
SSW	23	4	0	0	SSW	6	0	0	1
SW	33	0	0	0	SW	16	1	0	0
WSW	29	1	1	0	WSW	18	2	0	0
W	70	2	0	1	W	69	3	0	0
WNW	36	4	0	0	WNW	57	4	2	0
NW	25	1	0	0	NW	43	1	1	0
NNW	47	8	0	0	NNW	59	12	1	0
CAL	202				CAL	106			
	887	66	10	4		846	82	19	2

TABLA 4.10. No MENSUAL DE INFORMES METEOROLÓGICOS CON DIRECCIÓN DEL VIENTO EN DIFERENTES RANGOS. EN m/s.

TABLAS CLIMATOLOGICAS DE AERODROMO, AÑO 2001.

Septiembre					Octubre				
Dir in	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt	Dir in	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt
N	51	13	1	0	N	21	9	1	0
NNE	60	17	3	0	NNE	52	4	0	0
NE	81	10	3	1	NE	85	2	0	0
ENE	103	4	0	0	ENE	114	2	0	0
E	65	6	0	1	E	69	3	0	0
ESE	41	4	2	0	ESE	23	4	0	0
SE	19	3	2	0	SE	14	0	0	0
SSE	9	2	0	0	SSE	11	2	0	0
S	22	2	0	0	S	18	3	0	0
SSW	5	1	1	0	SSW	4	1	0	0
SW	9	0	0	0	SW	7	1	0	0
WSW	14	0	0	0	WSW	10	0	1	0
W	50	1	1	0	W	47	1	0	0
WNW	45	0	0	0	WNW	71	4	0	0
NW	33	0	0	0	NW	49	2	0	0
NNW	94	14	1	0	NNW	121	21	3	0
CAL	124				CAL	141			
	825	77	14	2		857	59	5	0

TABLA 4.11. No MENSUAL DE INFORMES METEOROLÓGICOS CON DIRECCIÓN DEL VIENTO EN DIFERENTES RANGOS. EN m/s.

Noviembre					Diciembre				
Dir in	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt	Dir in	2 a 12	13 a 20	21 a 30	>30 kt
N	19	6	2	0	N	13	1	0	0
NNE	49	3	1	0	NNE	31	2	0	0
NE	88	1	0	0	NE	118	1	0	0
ENE	121	0	0	0	ENE	160	0	0	0
E	53	3	1	0	E	80	3	0	0
ESE	33	6	2	0	ESE	53	8	1	0
SE	25	5	0	0	SE	44	4	1	0
SSE	14	1	0	0	SSE	26	4	0	0
S	17	4	0	0	S	32	15	2	0
SSW	8	1	0	0	SSW	15	0	0	0
SW	9	0	0	0	SW	12	1	0	0
WSW	9	2	0	0	WSW	10	1	3	0
W	38	0	0	0	W	33	0	1	0
WNW	41	1	0	0	WNW	21	1	0	0
NW	32	2	0	0	NW	12	0	0	0
NNW	68	10	4	0	NNW	17	3	0	0
CAL	206				CAL	200			
	830	45	10	0		877	44	8	0

TABLA 4.12. No MENSUAL DE INFORMES METEOROLÓGICOS CON DIRECCIÓN DEL VIENTO EN DIFERENTES RANGOS. EN m/s.

Año 1992	Precipitación mensual (mm)					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	36.3	16.7	4.5	16.0	82.5	40.0	265.4		137.4	97.5			
San Juan de Aragón	35.2	17.8	7.9	13.0	81.4	41.5	123.3	169.5	167.2	92.9	100.8		
Estación	Precipitación mensual (mm)					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	43.1	14.1	14.5	10.5	72.4	50.6	136.2	152.4	119.0	77.5	91.7	0.0	782.0
Chalco		18.1	10.8	9.6		26.8	95.2	221.8	105.8	84.0			
Chapingo	61.2	16.1	17.6	16.4	76.7	30.4	173.3	89.3	164.2	61.2	0.0	0.0	706.4
Chimalhuacan													
Km 27+250	31.2	30.0	2.4	11.4	86.5	39.3	42.4		110.5	42.7	113.6		
Lago Nabor Carrillo	39.0	9.5	20.1	22.9	59.9	64.6	106.1	99.9	95.2	102.3	46.4	1.5	667.4
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl	39.1	10.4	12.2	17.9	111.2	100.4	230	162.1		299.1	140	3.0	
Texcoco													

TABLA 4.13. Año 1992. Precipitación mensual (mm). Estación respectiva.

Año 1992	Temperatura máxima en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	26.5	30.0	31.0	30.0	30.0	32.0	30.0		28.0	27.0			
San Juan de Aragón	25.5	31.0	31.0	30.5	30.5	31.5	29.5	27.0	27.5	27.5	26.5		
Estación	Temperatura máxima en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	25.5	28.5	30.5	30.5	28.0	32.0	32.0	30.0	29.0	28.0	26.0	25.0	32.0
Chalco		19.5	26.0	26.0		25.0	24.5	23.5	23.5	23.0			
Chapingo	26.5	29.5	32.0	31.0	30.5	31.5	28.5	27.0	27.5	27.5	26.5	26.5	32.0
Chimalhuacan													
Km 27+250		28.0	29.0	28.0	26.0	29.0	29.0	28.0					
Lago Nabor Carrillo	24.0	28.0	29.0	27.0	26.0	29.0	27.0	26.0	26.0	26.0	27.0	25.0	29.0
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco	25.0		29.5	30.0									

TABLA 4.14. Año 1992. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 1992	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	4.0	1.0	5.5	7.0	8.5	9.0	8.5		7.0	5.0			
San Juan de Aragón	4.5	0.0	6.0	6.5	8.5	8.5	8.5	10.0	7.0	5.5	4.0		
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	1.0	-5.0	3.0	4.0	5.5	5.5	8.0	7.0	8.0	2.5	2.0	-2.5	-5.0
Chalco		-1.0	10.0	9.0		6.0	8.0	9.5	7.0	6.5			
Chapingo	2.5	-1.5	4.0	5.0	7.5	7.0	8.5	9.0	8.0	4.0	2.5	0.0	-1.5
Chimalhuacan													
Km 27+250	-1.0	-4.0	2.0	5.0	5.0	6.0	11.0		6.0	1.0	0.0		
Lago Nabor Carrillo	1.0	-4.0	3.0	4.0	6.0	4.0	7.0	8.0	7.0	3.0	2.0	-3.0	-4.0
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco	-5.0		3.0	3.0									

TABLA 4.15. Año 1992. Temperaturas mínimas en °C.. Estación respectiva.

Año 1992	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	14.0	15.3	18.7	18.3	17.9	19.6	18.2		17.9	16.4			
San Juan de Aragón	13.9	19.5	18.6	18.0	17.8	19.6	18.3	18.5	17.9	16.6	15.4		
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	13.0	13.5	17.0	16.9	17.4	19.4	18.7	18.3	17.9	16.0	14.8	12.7	16.3
Chalco		10.3	18.4	17.1		15.5	16.1	16.3	16.1	14.0			
Chapingo	14.4	14.9	18.1	18.0	18.5	19.5	18.2	18.1	17.7	16.5	14.5	13.3	16.8
Chimalhuacan													
Km 27+250	13.0	12.9	16.7	16.4	16.3	18.4	18.6		16.1	14.5	13.4		
Lago Nabor Carrillo	12.0	12.7	16.0	15.8	16.6	18.3	17.0	17.1	16.4	15.3	13.8	13.1	15.3
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco	11.1		15.2	16.2									

TABLA 4.16. Año 1992. Temperaturas medias en °C.. Estación respectiva.



Estación: Chapingo México. Año 1992. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	66.0	80.0	52.0	67.0		81.0	78.0	82.0	79.0	67.0	78.0	62.0
2	70.0	78.0	57.0			78.0	80.0	82.0	79.0	74.0	80.0	64.0
3	69.0	80.0	60.0		53.0	71.0	72.0	81.0	72.0	85.0		66.0
4	66.0	37.0	61.0		56.0	81.0	77.0	83.0	70.0	82.0		64.0
5	66.0	43.0	53.0	57.0	78.0	83.0	69.0	76.0	75.0	95.0		66.0
6	70.0	51.0	47.0	47.0	82.0	83.0	61.0	84.0	69.0	82.0		62.0
7	65.0	49.0	53.0	65.0	74.0	74.0	61.0	72.0	75.0	80.0		59.0
8	60.0	44.0	56.0	69.0	69.0	73.0	76.0	64.0	75.0	87.0		65.0
9	65.0	60.0	59.0	65.0	62.0	74.0	78.0	78.0	73.0	80.0		64.0
10	69.0	60.0	62.0	61.0	72.0	83.0	68.0	84.0	78.0	70.0	82.0	55.0
11	65.0	58.0	68.0		73.0	84.0	82.0	87.0	79.0	82.0	77.0	49.0
12	61.0	58.0	58.0		64.0	71.0	77.0		77.0	85.0	85.0	53.0
13		60.0	73.0		71.0	57.0	80.0	75.0	78.0	83.0	84.0	63.0
14		59.0	61.0	72.0	81.0	47.0	86.0	70.0	82.0	84.0	88.0	59.0
15	64.0	57.0	59.0	65.0	66.0	62.0	91.0	79.0	83.0	82.0	83.0	80.0
16	80.0	55.0	55.0	65.0	71.0	92.0	87.0	87.0	89.0	72.0		82.0
17	79.0		56.0			61.0		91.0	79.0	79.0		75.0
18	74.0	54.0	52.0			60.0	93.0	80.0		88.0		73.0
19	75.0	69.0	55.0		66.0	64.0		78.0		78.0		67.0
20	75.0	67.0	74.0		62.0	63.0	80.0	77.0				62.0
21	64.0	64.0	63.0	39.0	64.0	58.0	79.0	74.0	66.0	84.0		58.0
22	67.0	75.0	60.0	43.0	73.0	57.0	69.0	69.0	85.0	74.0	59.0	61.0
23	64.0	76.0	64.0	54.0	66.0	59.0	78.0	76.0	85.0	82.0	62.0	66.0
24	74.0	50.0	61.0	65.0	57.0	55.0	78.0	73.0	88.0	84.0	57.0	70.0
25	86.0	47.0	63.0	73.0	75.0	55.0	78.0	83.0	89.0	73.0	63.0	69.0
26	89.0	59.0	74.0	75.0	77.0	59.0	85.0	83.0	89.0		73.0	70.0
27	68.0	59.0	69.0	67.0	79.0	64.0	84.0	77.0	81.0		72.0	67.0
28	76.0	56.0	59.0	65.0	76.0	71.0	83.0	77.0	88.0		68.0	
29	91.0	59.0			80.0	74.0	79.0	78.0	81.0		65.0	
30	76.0				85.0	69.0	74.0	72.0	68.0		69.0	
31	90.0		73.0		78.0		82.0	70.0		77.0		

TABLA 4.17. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: Chapingo México. Año 1992

Estación: San Juan de Aragón D.F. Año 1992. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1			57.0	46.0	56.0	38.0	42.0	41.0	41.0	57.0	34.0	45.0
2			60.0	54.0	49.0	43.0	42.0	39.0	44.0	58.0	30.0	48.0
3			53.0	59.0	57.0	45.0	46.0	42.0	53.0	51.0	26.0	40.0
4	35.0	73.0	52.0	54.0	52.0	36.0	39.0	38.0	54.0	39.0	33.0	43.0
5	43.0	62.0	59.0	58.0	39.0	40.0	47.0	44.0	45.0	39.0	33.0	45.0
6	40.0	59.0	59.0	59.0	39.0	40.0	52.0	36.0	51.0	43.0	26.0	42.0
7	37.0	62.0	58.0	51.0	44.0	45.0	49.0	46.0	42.0	39.0	24.0	45.0
8	33.0	65.0	56.0	49.0	51.0	44.0	42.0	51.0	44.0	37.0	27.0	42.0
9	37.0	0	54.0	55.0	50.0	43.0	36.0	43.0	46.0	46.0	32.0	43.0
10	34.0		53.0	59.0	42.0	40.0	42.0	38.0	46.0	51.0	30.0	56.0
11	35.0	55.0	48.0	60.0	45.0	39.0	43.0	40.0	47.0	42.0	33.0	56.0
12	36.0	53.0	54.0	59.0	50.0	48.0	45.0	43.0	43.0	37.0	32.0	50.0
13	26.0	52.0	46.0	52.0	43.0	55.0	40.0	45.0	43.0	37.0	31.0	42.0
14	34.0	51.0	54.0	44.0	35.0	61.0	35.0	49.0	38.0	37.0	27.0	
15	35.0	55.0	56.0	50.0	41.0	54.0	35.0	43.0	38.0	43.0	31.0	
16	41.0	55.0	58.0	48.0	38.0	53.0	41.0	34.0	36.0	43.0	35.0	
17	36.0	60.0	55.0	60.0	48.0	54.0	44.0	37.0	43.0	40.0	38.0	
18	36.0	57.0	61.0	71.0	48.0	54.0	41.0	38.0	43.0	37.0	36.0	
19	40.0	48.0	57.0	71.0	50.0	50.0	41.0	41.0	44.0	43.0	39.0	
20	41.0	45.0	48.0	69.0	47.0	50.0	45.0	44.0	44.0	38.0	40.0	
21	33.0	50.0	51.0	64.0	48.0	56.0	48.0	48.0	51.0	41.0	42.0	
22	32.0	41.0	56.0	63.0	51.0	55.0	46.0	50.0	43.0	48.0	45.0	
23	31.0	42.0	52.0	57.0	53.0	59.0	44.0	46.0	38.0	42.0	45.0	
24	31.0	59.0	58.0	49.0	58.0	60.0	41.0	42.0	34.0	38.0	45.0	
25	26.0	60.0	50.0	45.0	44.0	60.0	43.0	38.0	34.0	49.0	43.0	
26	12.0	54.0	44.0	40.0	38.0	60.0	41.0	39.0	35.0	50.0	35.0	
27	23.0	55.0	49.0	47.0	38.0	57.0	39.0	43.0	39.0	53.0	38.0	
28	32.0	58.0	56.0	52.0	42.0	51.0	38.0	43.0	38.0	50.0	41.0	
29	25.0	56.0	57.0	64.0	42.0	44.0	38.0	49.0	42.0	37.0	43.0	
30	18.0		48.0	68.0	38.0	49.0	44.0	51.0	49.0	36.0	43.0	
31			38.0		41.0		42.0	43.0		38.0		

TABLA 4.18. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: San Juan de Aragón D.F. Año 1992.

Año 1993	Precipitación mensual en mm					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250		8.0	8.5	47.9	9.2	170.3	128.9	56.2	87.2	26.5	12.5		
San Juan de Aragón		27.1	4.9	46.5	7.0	187.6	130.3	60.5	84.3	49.0	8.1		
Estación	Precipitación mensual en mm					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo				32.4	13.0	126.9	89.2	62.5	78.0	60.5	6.5	0.0	
Chalco	0.0	1.9	3.2		18.4	183.5	112.4	58.8			0.8		
Chapingo	5.3	11.6	10.2	32.1	30.5	11.3	123.8	89.9	116.8	1.1	8.7	0.0	541.3
Chimalhuacan													
Km 27+250	14.6		0.2	0.0	15.6	67.2	66.1	67.7	91.2	12.8	0.5		
Lago Nabor Carrillo	4.0	7.5	7.0	26.0	7.5	135.0	98.0	40.0	77.0	39.0	10.5	0.0	457.8
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl			11.5	32.5	21.8	130.6	125.0	70.9	91.5		5.3	0.0	
Texcoco													

TABLA 4.19. Año 1993. Precipitación mensual (mm). Estación respectiva.

Año. 1993	Temperatura máxima en °C.					Distrito federal							
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250		29.5	30.5	31.0	30.5	33.5	27.0	27.5	29.0	30.5	28.5		
San Juan de Aragón		30.0	31.0	31.5	30.5	34.5	28.5	28.0	27.5	30.5	28.5		
Estación	Temperatura máxima en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo				31.0	30.0	32.0	28.0	26.0	26.0	28.0	27.0	28.0	
Chalco	23.5	23.5	25.0		24.0	25.0	24.5	24.0			18.0		
Chapingo	27.5	31.0	30.0	31.5	31.0	34.0	28.5	27.5	26.5	29.5	29.0	29.5	34.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	25.5		27.0	30.0	29.0	30.0	27.5	27.0	26.5	27.0	27.0		
Lago Nabor Carrillo	27.0	27.0	28.0	29.0	30.0	30.0	27.0	27.0	26.0	28.0	26.0	28.0	30.0
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.20. Año 1993. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 1993	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250		3.0	4.5	7.5	7.5	9.5	10.0	10.0	10.5	7.0	4.0		
San Juan de Aragón		2.5	4.5	7.0	7.0	10.0	10.0	10.0	10.5	7.0	3.0		
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo				4.0	5.0	5.0	8.0	9.0	9.0	3.0	-3.0	-4.0	
Chalco	-1.0	1.5	3.0		7.0	6.5	6.0	9.0		-0.5			
Chapingo	1.5	2.0	3.0	5.5	5.0	7.5	9.0	9.0	9.5	6.0	2.5	1.0	1.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	-2.0		2.0	4.0	4.0	4.0	7.0	7.0	7.5	7.0	-2.0		
Lago Nabor Carrillo	0.0	-2.0	1.0	4.0	4.0	5.0	8.0	9.0	9.0	4.0	-3.0	-4.0	-4.0
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.21. Año 1993. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 1993	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250		16.3	17.3	19.1	19.2	19.7	18.2	18.5	18.0	17.9	17.0		
San Juan de Aragón		16.2	17.2	19.0	19.2	19.8	18.8	18.8	18.2	18.2	16.8		
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo				18.7	18.3	18.6	18.1	17.8	16.8	16.3	14.6	12.6	
Chalco	11.6	11.9	17.2		16.5	14.9	15.4	16.5			9.0		
Chapingo	14.9	16.0	16.9	19.0	19.2	19.1	18.5	18.1	17.4	17.5	16.5	14.9	17.3
Chimalhuacan													
Km 27+250	14.4		15.4	16.5	16.2	16.6	17.0	17.2	16.3	16.9	15.2		
Lago Nabor Carrillo	13.1	13.9	14.4	17.2	17.2	17.5	17.5	17.4	17.1	16.0	14.5	12.6	15.7
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.22. Año 1993. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.

Estación: Chapingo México. Año 1993. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	69.0	61.0		50.0	61.0	58.0	65.0	21.0	12.0	5.0	25.0	40.0
2	66.0	73.0		48.0	46.0	50.0	85.0	26.0	13.0	0.0	19.0	30.0
3	61.0	67.0		53.0	61.0	40.0	89.0	21.0	12.0	0.0	21.0	34.0
4	63.0	62.0		54.0	54.0	37.0	87.0	17.0	16.0	22.0	32.0	30.0
5	60.0	64.0			48.0	43.0	49.0	17.0	16.0	20.0	28.0	25.0
6	64.0	73.0		52.0	54.0	73.0	14.0	15.0	12.0	24.0	25.0	32.0
7	62.0	75.0		55.0	66.0	57.0	14.0	14.0	21.0	27.0	27.0	29.0
8	50.0	72.0		50.0	60.0	75.0	12.0	22.0	23.0	31.0	29.0	35.0
9	54.0	49.0	59.0	61.0	68.0	78.0	13.0		20.0	28.0	28.0	38.0
10	59.0	47.0	55.0	54.0	68.0	88.0	14.0		16.0	29.0	26.0	37.0
11	58.0	48.0	58.0	53.0	61.0	83.0	14.0		13.0	28.0	29.0	29.0
12	62.0	51.0	43.0		61.0	87.0	23.0		20.0	30.0		29.0
13	64.0	61.0	60.0		72.0	75.0	22.0		20.0	37.0		33.0
14	65.0	51.0	52.0		73.0		26.0		24.0	38.0		29.0
15	63.0	73.0	37.0		57.0		24.0		20.0	36.0		28.0
16	61.0	86.0	34.0		46.0		19.0		21.0	34.0	21.0	32.0
17	62.0	79.0	46.0		48.0		23.0		23.0	33.0	25.0	33.0
18	62.0	79.0	49.0		48.0		17.0		18.0	33.0	26.0	29.0
19	58.0	88.0	50.0		52.0		15.0		20.0	27.0	39.0	36.0
20	57.0	95.0	66.0	53.0	59.0		16.0		3.0	30.0	37.0	38.0
21	62.0	85.0	60.0	77.0	67.0		16.0		6.0	26.0	32.0	39.0
22	74.0	48.0	48.0	79.0	62.0	86.0	24.0		9.0	22.0	27.0	44.0
23	74.0	52.0	49.0	60.0	60.0	90.0	27.0		13.0	21.0	29.0	39.0
24	72.0	54.0	48.0	50.0	68.0	91.0	22.0		17.0	22.0	39.0	34.0
25	54.0	46.0	45.0	47.0	66.0	81.0	28.0		15.0	22.0	32.0	27.0
26	67.0	50.0	44.0	54.0	78.0	77.0	26.0		14.0	24.0	28.0	26.0
27	49.0	61.0	43.0	63.0	65.0		17.0		19.0	17.0	29.0	36.0
28	43.0	55.0	42.0	61.0	60.0		17.0		16.0	23.0	25.0	43.0
29	57.0		41.0	60.0	62.0	89.0	20.0		15.0	20.0	33.0	37.0
30	67.0		40.0	59.0	58.0	73.0	25.0		12.0	21.0	40.0	27.0
31	63.0		41.0		51.0		26.0	19.0		24.0		30.0

TABLA 4.23. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: Chapingo México. Año 1993.

Estación: San Juan de Aragón D.F. Año 1993. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1		44.0	54.0	58.0	52.0	51.0	32.0	37.0	37.0	41.0	43.0	42.0
2		42.0	48.0	51.0	56.0	45.0	39.0	38.0	35.0	37.0	34.0	41.0
3		39.0	45.0	54.0	49.0	49.0	27.0	45.0	35.0	40.0	40.0	49.0
4		41.0	49.0	54.0	44.0	45.0	26.0	41.0	41.0	44.0	46.0	43.0
5		45.0	33.0	56.0	52.0	33.0	23.0	39.0	41.0	36.0	46.0	50.0
6		58.0	45.0	51.0	61.0	40.0	27.0	43.0	38.0	37.0	44.0	49.0
7		58.0	52.0	52.0	47.0	32.0	27.0	44.0	32.0	37.0	38.0	50.0
8		54.0	52.0	49.0	50.0	56.0	29.0	39.0	33.0	45.0	42.0	43.0
9		43.0	48.0	54.0	44.0	59.0	36.0	37.0	31.0	45.0	45.0	46.0
10		33.0	46.0	59.0	40.0	48.0	32.0	33.0	39.0	49.0	39.0	45.0
11		36.0	38.0	64.0	41.0	40.0	37.0	42.0	45.0	50.0	42.0	42.0
12		54.0	59.0	61.0	52.0	35.0	39.0	44.0	42.0	49.0	40.0	41.0
13		54.0	60.0	47.0	43.0	38.0	26.0	38.0	38.0	49.0	36.0	42.0
14		49.0	54.0	54.0	55.0	42.0	29.0	34.0	30.0	45.0	38.0	47.0
15		47.0	51.0	54.0	58.0	32.0	30.0	33.0	30.0	48.0	41.0	43.0
16	42.0	51.0	58.0	52.0	54.0	33.0	35.0	33.0	36.0	41.0	42.0	41.0
17	43.0	53.0	43.0	52.0	49.0	36.0	35.0	37.0	23.0	37.0	43.0	
18	42.0	61.0	50.0	29.0	42.0	29.0	35.0	30.0	26.0	33.0	40.0	
19	46.0	53.0	53.0	30.0	51.0	23.0	40.0	30.0	26.0	48.0	41.0	
20	48.0	49.0	51.0	53.0	47.0	23.0	37.0	38.0	28.0	45.0	44.0	
21	43.0	50.0	50.0	59.0	48.0	28.0	36.0	36.0	38.0	48.0	50.0	
22	47.0	56.0	59.0	49.0	42.0	38.0	35.0	39.0	35.0	40.0	50.0	
23	41.0	55.0	49.0	49.0	39.0	37.0	44.0	37.0	36.0	40.0	49.0	
24	53.0	53.0	37.0	43.0	36.0	29.0	32.0	33.0	34.0	32.0	47.0	
25	53.0	50.0	48.0	44.0	38.0	29.0	34.0	36.0	32.0	36.0	44.0	
26	35.0	50.0	61.0	46.0	49.0	26.0	39.0	46.0	37.0	37.0	49.0	
27	34.0	53.0	63.0	51.0	55.0	27.0	42.0	38.0	30.0	33.0	57.0	
28	38.0	63.0	55.0	51.0	57.0	31.0	40.0	30.0	35.0	35.0	56.0	
29	45.0		49.0	56.0	51.0	33.0	47.0	26.0	33.0	36.0	44.0	
30	35.0		53.0	48.0	59.0	37.0	44.0	33.0	33.0	33.0	42.0	
31	36.0		57.0		64.0		38.0	37.0		38.0		

TABLA 4.24. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: San Juan de Aragón D.F.. Año 1993.

Año 1994	Precipitación mensual en mm												Distrito federal	
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual	
Aeropuerto														
Col. Agrícola Oriental														
Colonia Moctezuma														
Km 6+250	3.8	INAP	3.8	36.8	12.8	140.4	146.4	120.1	120.3	24.1	5.6	0.0		
San Juan de Aragón	8.8	0.0	5.8	38.5	19.3	158.2	129.6	134.6	120.3	39.0	7.0	6.4		
Estación	Precipitación mensual en mm												Estado de México	Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo														
Chalco	INAP	INAP	1.1	38.5	64.8	111.9	80.9	115.9	81.9	31.6	0.0	3.6		
Chapingo	8.5	4.0	INAP	40.9	48.2	113.9	157.7	147.2	40.6	48.9	0.0	17.5	622.4	
Chimalhuacan														
Km 27+250	21.4	0.0	1.5	18.5	62.0	37.7	170.9	111.1	88.5	55.6	2.6			
Lago Nabor Carrillo	15.1	2.0	3.0	26.2	55.0	117.5	244.5	77.3	41.0	68.9	16.5	22.5	689.0	
Los Reyes La Paz														
Nezahualcoyotl	18.0	0.0	3.5	23.1	40.0	90.0	70.7	60.5	88.5	94.1	2.1	3.0	494.4	
Texcoco														

TABLA 4.25. Año 1994. Precipitación mensual en mm. Estación respectiva.

Año. 1994	Temperatura máxima en °C.												Distrito federal	
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual	
Aeropuerto														
Col. Agrícola Oriental														
Colonia Moctezuma														
Km 6+250	29.0	29.5	33.5	34.0	34.5	31.5	27.5	26.5	27.5	29.5	31.0	29.0	34.5	
San Juan de Aragón	29.0	29.5	33.5	33.5	33.5	61.5	28.5	27.0	27.5	29.0	29.5	27.0	33.5	
Estación	Temperatura máxima en °C.												Estado de México	
Centro de Lago Nabor Carrillo														
Chalco	20.5	23.0	26.0	26.0	24.5	25.0	24.0	24.0	23.0	23.5	25.0	23.0	26.0	
Chapingo	29.0	30.5	33.0	33.5	34.5	30.5	28.0	27.0	28.5	29.5	30.0	29.0	34.0	
Chimalhuacan														
Km 27+250	28.0	27.0	29.0	29.0	27.0	27.0	27.0	25.0	25.0	27.0	27.0		29.0	
Lago Nabor Carrillo	27.0	26.0	30.0	31.0	30.0	28.0	26.0	25.0	28.0	27.0	28.0	25.0	31.0	
Los Reyes La Paz														
Nezahualcoyotl														
Texcoco														

TABLA 4.26. Año 1994. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 1994	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	4.5	4.5	5.5	8.5	9.0	9.5	8.0	9.5	6.5	7.0	5.0	6.0	4.5
San Juan de Aragón	4.5	4.0	5.0	8.0	8.5	9.5	8.5	10.0	7.5	7.0	5.0	5.5	4.0
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	1.0	5.0	8.0	6.0	6.5	6.0	5.0	6.0	3.0	2.0	-1.5	-0.5	-1.5
Chapingo	-1.5	3.0	4.0	6.0	7.0	7.5	7.5	9.0	4.5	5.0	3.0	4.0	-1.5
Chimalhuacan													
Km 27+250	-6.5	1.0	5.0	4.0	4.0	6.0	6.0	8.0	4.0	5.0	1.0		-6.5
Lago Nabor Carrillo	-5.0	1.0	2.0	4.0	6.0	5.0	7.0	8.0	4.0	4.0	1.5	-4.0	-5.0
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.27. Año 1994. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 1994	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	16.1	17.2	19.4	19.5	21.0	19.3	18.2	18.1	17.6	18.6	17.8	7.7	17.5
San Juan de Aragón	15.4	17.2	19.1	19.3	20.7	19.3	18.6	18.1	18.2	18.2	16.6	14.9	18.0
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	10.3	14.3	16.9	16.0	15.7	15.3	15.3	15.1	13.7	13.2	11.0	4.6	13.5
Chapingo	14.9	17.1	19.2	19.4	20.4	18.9	18.1	18.1	17.5	19.7	17.0	16.5	18.1
Chimalhuacan													
Km 27+250	12.4	14.6	16.9	16.8	16.5	17.1	16.8	16.4	17.5	16.3	15.4		
Lago Nabor Carrillo	12.4	14.5	15.9	16.7	18.2	17.3	16.8	13.8	16.3	16.2	14.4	14.0	15.5
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.28. Año 1994. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.



Año 1995	Precipitación mensual en mm					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	0.0	5.0	10.4	6.5	86.4	117.2	109.6	179.2	60.9	46.3	60.1	48.6	730.2
San Juan de Aragón	22.4	4.2	13.8	13.3	86.1	118.7	89.2	148.3	75.4	29.4	47.6	54.1	702.5
Estación	Precipitación mensual en mm					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	20.8	3.3		16.0	53.4	150.6	67.6	130.5	33.3	8.8	25.7	30.1	
Chapingo	30.2	0.5	5.5	11.3		90.1	59.7	158.4	51.5	68.9	34.0	49.6	
Chimalhuacan													
Km 27+250	0.0	0.0	8.8	13.1	23.9	79.8	64.8	175.5	69.8	54.1	26.2	6.5	522.7
Lago Nabor Carrillo	27.5	6.0	15.0	8.0	31.7	63.1	75.6	146.2	51.6	30.9	29.8	54.8	545.2
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl	22.5	2.0	9.9	11.0									
Texcoco													

TABLA 4.29. Año 1995. Precipitación mensual en mm. Estación respectiva.

Año. 1995	Temperatura máxima en °C.					Distrito federal							
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	28.0	31.0	34.0	34.5	34.0	34.0	29.0	29.5	28.5	29.0	28.0	27.5	34.5
San Juan de Aragón	25.5	31.0	33.0	34.0	33.5	32.5	28.0	28.5	28.0	28.5	27.5	26.0	34.0
Estación	Temperatura máxima en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	22.0	25.0	27.0	25.0	24.5	24.0	24.5	24.0	24.5	25.0	24.0	23.5	27.0
Chapingo	29.0	31.5	34.5	34.0	35.0	32.5	29.0	30.0	30.0	30.0	29.0	27.5	35.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	27.0	26.0	30.0	30.0	30.0	29.5	26.0	26.0	26.0	26.5	26.0	23.0	30.0
Lago Nabor Carrillo	26.0	28.0	30.0	30.5	31.0	30.0	27.0	26.5	27.0	27.0	26.0	27.0	31.0
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.30. Año 1995. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 1995	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	2.0	4.5	3.0	7.0	9.5	9.0	9.5	8.5	7.0	2.0	0.6	2.0	0.6
San Juan de Aragón	2.0	4.5	3.0	7.5	10.0	9.0	10.0	10.5	7.5	2.5	0.5	2.5	0.5
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	-2.0	-2.0	-2.0	7.5	7.5	7.0	5.0	6.0	3.0	1.0	2.0	-3.5	-3.5
Chapingo	1.5	4.0	1.5	7.5	11.5	7.0	9.0	9.5	5.5	2.0	0.0	1.0	0.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	-4.0	-1.0	3.0	6.0	6.0	7.0	6.5	8.0	9.0	1.0	-2.0	-4.0	-4.0
Lago Nabor Carrillo	0.0	0.0	0.0	4.0	9.5	10.0	8.0	9.0	7.0	-2.0	-2.0	0.0	-2.0
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.31. Año 1995. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 1995	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	8.5	16.4	18.5	20.6	21.8	20.5	18.2	18.5	18.4	17.0	16.3	14.1	17.4
San Juan de Aragón	14.9	16.0	18.2	20.1	23.5	20.6	18.7	18.6	18.7	17.0	16.0	13.8	18.0
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco		12.7	14.6	16.4	16.2	14.9	5.4	15.0	15.2	14.4	14.3	11.4	
Chapingo	15.6	16.6	18.7	20.4	21.6	20.2	18.3	18.6	18.6	16.9	14.2	14.6	17.9
Chimalhuacan													
Km 27+250	12.2	12.9	16.6	18.5	18.5	18.1	16.1		17.2	14.8	13.7	10.3	
Lago Nabor Carrillo	13.0	13.8	15.5	17.2	19.6	19.0	17.4	17.6	17.9	14.3	11.4	8.5	15.4
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.32. Año 1995. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.

Año 1996	Precipitación mensual (mm)					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	0.0	1.0	1.4	22.6	10.2	89.9	131.5	96.8	114.3	24.2	0.0	17.4	509.3
San Juan de Aragón	0.0	1.7	2.5	22.0	16.3	106.6	116.4	88.8	88.9	25.2	0.0	23.2	491.6
Estación	Precipitación mensual (mm)					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	0.0	0.8	3.3	36.4	38.6	72.8	101.1	106.0	91.2	31.9	0.0	17.6	499.7
Chalco	0.0	0.0	2.1	6.7	20.1	49.9	63.0	69.0	86.3	30.4	0.0	0.0	327.5
Chapingo	0.0	0.0	8.0	29.3	17.3	51.8	136.3	109.9	133.8	22.6	0.0	15.2	524.2
Chimalhuacan													
Km 27+250	0.0	0.0	0.3	26.4	40.0	39.7	101.7	97.9	98.2	42.0	0.0	1.0	447.2
Lago Nabor Carrillo	0.0	1.5	1.0	47.9	33.2	58.3	81.4	82.0	90.0	29.2	0.0	23.3	447.8
Los Reyes La Paz					22.6	60.8	65.5	69.2	62.8	24.6	0.0	14.4	
Nezahualcoyotl	0.0	1.5	3.3	39.0	8.2	114.1	81.7	192.4	156.8	130.2	0.0	17.4	744.6
Texcoco													

TABLA 4.33. Año 1996. Precipitación mensual en mm. Estación respectiva.

Año. 1996	Temperatura máxima en °C.					Distrito federal							
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	27.0	30.0	30.0	31.0	32.5	28.5	28.5	28.0	27.5	28.5	28.0	26.5	32.5
San Juan de Aragón	26.5	29.5	31.0	31.0	32.5	30.5	28.5	28.0	28.5	28.5	28.0	26.0	32.5
Estación	Temperatura máxima en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	25.0	27.0	28.0	29.0	30.0	28.0	28.0	26.5	26.5	27.5	28.0	25.0	30.0-
Chalco	22.0	22.5	24.0	25.5	25.5	24.5	25.0	25.0	25.0	22.5	22.0	22.5	25.5
Chapingo	29.0	31.0	32.0	32.0	33.0	30.0	29.5	28.0	29.0	30.0	30.5	29.0	33.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	23.0	25.5	26.5	27.0	30.0	29.5	30.0	24.0	24.0	26.5	27.0	23.5	30.0
Lago Nabor Carrillo	25.0	27.0	29.5	30.0	31.0	28.0	27.0	27.0	27.0	27.0	27.0	25.0	31.0
Los Reyes La Paz													
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.34. Año 1996. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 1996	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	-4.0	0.0	2.5	8.5	10.5	10.0	10.0	11.0	11.5	7.0	1.5	4.0	-4.0
San Juan de Aragón	-2.0	1.0	0.5	6.5	9.5	9.5	10.0	11.0	11.0	6.0	1.0	2.5	-2.0
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	-5.0	-4.0	-5.0	4.0	6.0	8.0	9.0	9.0	9.0	4.0	-4.0	-3.0	-5.0
Chalco	-2.5	1.5	4.5	5.0	7.0	7.0	6.0	6.0	6.0	3.0	-1.0	-1.5	-2.5
Chapingo	-2.0	0.0	0.5	5.0	7.5	8.0	9.0	10.0	10.0	5.0	-2.5	2.0	-2.5
Chimalhuacan													
Km 27+250	0.0	-3.0	4.0	4.0	4.0	7.5	7.0	8.0	9.0	4.0	5.0	-2.0	-3.0
Lago Nabor Carrillo	-5.5	-3.5	-4.0	3.5	6.0	8.5	9.0	9.0	9.0	4.0	-4.5	-1.0	-5.5
Los Reyes La Paz					9.0	11.0	11.0	11.0	11.0	6.0	1.0	4.0	
Nezahual-Coyotl													
Texcoco													

TABLA 4.35. Año 1996. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 1996	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	13.1	15.9	17.4	19.2	21.2	19.1	19.0	18.6	19.2	17.6	15.5	14.5	17.5
San Juan de Aragón	12.9	15.4	17.4	19.0	21.0	19.4	19.1	18.6	19.7	17.4	14.7	13.8	17.4
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	11.5	13.2	14.5	16.6	18.4	17.7	17.7	17.1	17.9	15.7	13.0	12.4	15.5
Chalco	9.8	11.9	13.4	16.2	15.9	15.7	15.3	15.3	15.6	12.6	10.3	10.2	13.5
Chapingo	13.8	16.2	17.1	18.9	20.7	19.4	18.8	18.6	19.3	17.5	15.5	15.1	17.6
Chimalhuacan													
Km 27+250	9.8	12.7	14.5	15.5	16.7	19.0	18.7	16.1	16.6	16.4	12.4	12.8	15.1
Lago Nabor Carrillo	11.2	13.5	14.9	16.8	18.6	17.8	18.0	17.3	18.1	15.5	12.9	12.4	15.6
Los Reyes La Paz					20.4	18.8	19.1	18.2	18.9	17.4	15.8	15.0	
Nezahual-coyotl													
Texcoco													

TABLA 4.36. Año 1996. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.

Estación: Chapingo México. Año 1996. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1										10.0	29.0	
2										11.0	29.0	29.0
3										10.0		28.0
4										11.0		29.0
5										12.0		31.0
6										7.0		36.0
7										16.0		33.0
8										20.0		
9												
10												41.0
11										29.0		50.0
12										21.0	28.0	45.0
13												40.0
14												33.0
15										25.0		35.0
16										34.0		
17									21.0			32.0
18									21.0			38.0
19									16.0		43.0	17.0
20									24.0		42.0	14.0
21									17.0		44.0	22.0
22									15.0		47.0	30.0
23											37.0	
24											35.0	
25									21.0	20.0	31.0	
26									15.0		21.0	
27									13.0		24.0	
28									19.0			
29												
30												
31										27.0		31.0

TABLA 4.37. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: Chapingo México. Año 1996.

Estación: San Juan de Aragón D.F. Año 1996. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1		33.0	33.0	39.0	82.0	87.0	91.0	95.0	97.0	85.0	66.0	
2		28.0	33.0	33.0	72.0	74.0	94.0	96.0	92.0	84.0	77.0	
3		28.0	30.0	27.0	81.0	70.0	96.0	91.0		87.0	83.0	
4		36.0	31.0	22.0	66.0	85.0	96.0	88.0		90.0	78.0	
5		34.0	34.0	24.0	55.0	89.0	95.0	94.0		89.0		
6		27.0	37.0	24.0	74.0	95.0	88.0	83.0		95.0		
7		28.0	39.0	28.0	87.0	82.0	97.0	89.0		87.0		
8		29.0	44.0	28.0	85.0	80.0	90.0	95.0	88.0	83.0		
9		34.0	56.0	31.0	77.0	88.0	82.0	99.0	78.0	82.0		
10		36.0	35.0	31.0	69.0	86.0	79.0	93.0	90.0	71.0		
11		40.0	23.0	31.0	75.0	86.0	81.0	90.0	83.0	68.0		
12		40.0	28.0	26.0	82.0	93.0	87.0	92.0	84.0	77.0		
13		39.0	31.0	22.0	71.0	85.0	91.0	84.0	84.0	80.0		
14		35.0	29.0	22.0	75.0	87.0	95.0	93.0	89.0	72.0		
15		34.0	31.0	35.0	79.0	97.0	84.0	95.0	82.0			
16		39.0	27.0	47.0	78.0	97.0	91.0	99.0				
17			23.0	40.0	84.0	95.0	95.0	91.0		56.0		
18			22.0	29.0	83.0	94.0	93.0	98.0	79.0	67.0		
19			39.0	27.0	78.0	94.0	91.0	86.0	81.0	81.0		
20		28.0	38.0	30.0	74.0	94.0	86.0	87.0	73.0	76.0		
21		21.0	48.0	28.0	67.0	89.0	94.0	97.0	84.0	81.0		
22		22.0	39.0	21.0	72.0	92.0	95.0	97.0	88.0	78.0		
23		27.0	28.0	39.0	78.0	88.0	91.0	100.0	89.0	83.0		
24		30.0	24.0	45.0	79.0	92.0	87.0	99.0	73.0	83.0		
25		32.0	28.0	37.0	77.0	96.0	81.0	98.0	79.0	84.0		
26		29.0	31.0	27.0	85.0	98.0	87.0	97.0	76.0	78.0		
27		29.0	30.0	20.0	90.0	93.0	93.0	96.0	78.0	76.0		
28		30.0	28.0	26.0	82.0	93.0	89.0	97.0	83.0	74.0		
29		35.0	25.0	65.0	89.0	100.0	89.0	93.0	84.0	77.0		
30	23.0		24.0	91.0	88.0	98.0	98.0	92.0	79.0	69.0		
31	27.0		29.0		92.0		97.0	90.0		74.0		

TABLA 4.38. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: San Juan de Aragón D.F. Año 1996

Año 1997	Precipitación mensual (mm)					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	0.0	0.0	23.8	53.7	58.7	80.9	163.9	71.4	70.4	28.0	1.0	4.1	555.9
San Juan de Aragón	0.0	0.0	44.8	69.0	53.8	64.4	117.2	112.2	39.0	22.2	0.5	4.4	527.5
Estación	Precipitación mensual (mm)					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	0.0	0.0	29.2	55.8	39.1	59.6	96.3	155.7	155.7	44.1	10.0	11.4	656.9
Chapingo	8.6	0.0	33.0	64.4	58.9	124.9	82.1	53.5	53.5	30.8	3.5	9.5	522.7
Chimalhuacan													
Km 27+250	0.0	0.0	44.5	46.5	59.6	137.0	103.3	76.8	22.2	25.6	0.0	3.7	519.0
Lago Nabor Carrillo	1.8	0.0	28.5	58.8	54.7	66.8	97.2	48.8	62.6	13.3	3.4	9.0	444.3
Los Reyes La Paz	0.0	0.0	18.5	61.7	27.4	59.8	91.4	57.4	36.2	19.0	4.5	9.9	385.8
Nezahualcoyotl	0.0	0.0	24.2	83.5	54.3	74.6	155.6	42.0	52.0	34.5	7.3	7.1	535.1
Texcoco													

TABLA 4.39. Año 1997. Precipitación mensual en mm. Estación respectiva.

Año. 1997	Temperatura máxima en °C.					Distrito federal							
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	26.0	29.5	31.5	28.5	29.0	30.5	28.0	27.0	27.0	28.0	26.0	26.5	31.5
San Juan de Aragón	24.5	29.5	32.0	31.5	31.5	33.0	30.5	30.0	29.0	28.0	26.0	25.0	33.0
Estación	Temperatura máxima en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	24.0	26.0	26.5	26.5	26.0	28.0	27.5	26.0	26.0	23.0	24.5	26.5	28.0
Chapingo	28.5	31.0	34.0	33.0	33.5	31.5	29.5	30.0	29.5	31.5	31.5	31.0	33.5
Chimalhuacan													
Km 27+250	24.5	26.0	27.0	27.5	26.5	27.5	26.5	27.0	27.0	28.0	26.5	26.0	28.0
Lago Nabor Carrillo	24.0	27.0	29.0	29.5	28.0	29.5	27.5	28.0	27.0	28.0	27.0	26.5	29.5
Los Reyes La Paz	28.0	28.0	32.0	30.0	30.0	31.0	30.0	29.0	29.0	30.0	31.0	31.0	32.0
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.40. Año 1997. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 1997	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	1.0	4.5	5.5	6.5	9.0	10.5	11.0	10.0	10.0	2.0	5.0	-1.0	-1.0
San Juan de Aragón	-1.0	3.5	6.0	6.0	8.5	10.0	10.5	10.0	10.0	1.0	5.0	-2.0	-21.0
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	-1.5	4.0	5.5	5.0	5.0	6.0	8.0	5.0	8.0	1.0	-1.0	-7.0	-7.0
Chapingo	-1.5	1.5	5.0	4.5	8.0	8.0	9.5	8.0	8.0	2.0	3.5	-2.5	-2.5
Chimalhuacan													
Km 27+250	-3.0	1.0	3.0	3.0	4.5	10.0	10.0	8.0	8.0	1.0	2.0	-4.0	-4.0
Lago Nabor Carrillo	-4.5	0.0	3.0	2.0	7.0	6.5	7.0	4.5	7.0	-1.0	1.0	-7.0	-7.0
Los Reyes La Paz	1.0	4.0	6.0	8.0	9.0	11.0	10.0	10.0	10.0	4.0	5.0	-1.0	-1.0
Nezahual-Coyotl													
Texcoco													

TABLA 4.41. Año 1997. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 1997	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	13.8	16.7	17.5	17.2	17.3	19.8	18.6	18.5	18.5	17.1	16.0	14.5	17.1
San Juan de Aragón	12.9	16.2	17.5	18.0	18.2	20.7	19.5	19.4	19.3	16.3	15.7	13.8	17.3
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo													
Chalco	10.5	14.6	16.5	16.0	15.2	17.6	17.6	16.0	16.0	12.4	12.8	11.8	14.8
Chapingo	14.6	16.9	18.2	19.0	19.1	20.2	19.2	19.0	19.0	17.9	17.4	16.1	18.1
Chimalhuacan													
Km 27+250	11.2	14.1	15.5	15.8	15.8	18.5	18.1	17.6	17.8	16.0	15.2	11.6	15.6
Lago Nabor Carrillo	11.5	14.0	15.7	16.8	17.0	17.9	17.4	16.5	16.9	15.4	14.0	11.9	15.4
Los Reyes La Paz	13.9	10.7	17.4	18.0	18.9	20.1	19.2	19.1	18.6	17.7	16.8	16.3	17.7
Nezahual-coyotl													
Texcoco													

TABLA 4.42. Año 1997. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.



Año 1998	Precipitación mensual (mm)					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	6.4	0.0	0.0	3.7	0.6	49.0	41.0	141.9	180.1	74.3	30.3	0.0	527.3
San Juan de Aragón	8.0	0.0	0.0	2.2	0.5	45.2	50.9	151.0	138.6	87.0	9.2	0.0	492.7
Estación	Precipitación mensual (mm)					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	7.0	0.0	0.0	2.8	0.0	93.0	59.4	124.3	177.4	62.9	6.8	0.0	533.6
Chalco	6.8	0.0	0.0	0.0	2.6	44.6	126.9	136.9	180.4	42.4	17.0	0.0	557.6
Chapingo	9.1	0.0	0.0	4.5	0.5	84.0	78.1	204.4	214.2	59.8	7.3	0.0	661.9
Chimalhuacan													
Km 27+250	14.9	0.0	0.0	0.0	0.0	71.8	44.9	95.1	189.2	56.8	0.0	0.0	473.3
Lago Nabor Carrillo	7.0	0.0	0.0	2.5	0.0	74.3	86.3	104.7	212.7	74.7	4.4	0.0	566.6
Los Reyes La Paz	3.0	0.0	0.0	2.8	0.0	65.4	50.2	103.8	258.7	46.9	0.0	0.0	530.8
Nezahualcoyotl	7.1	0.0	0.0	0.2	0.0	25.2	78.7	142.9	222.5	258.5	5.1	0.0	740.2
Texcoco													

TABLA 4.43. Año 1998. Precipitación mensual en mm. Estación respectiva.

Año. 1998	Temperatura máxima en °C.					Distrito federal							
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	25.0	27.0	31.5	32.0	34.0	31.0	28.0	27.5	24.0	24.0	25.0	25.5	34.0
San Juan de Aragón	26.0	26.5	33.0	35.0	36.0	33.0	30.5	29.0	26.5	26.5	26.5	24.5	36.0
Estación	Temperatura máxima en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	26.0	24.5	30.0	32.0	33.5	32.0	28.5	27.0	24.5	25.0	25.5	25.0	33.5
Chalco	24.0	24.0	28.0	28.5	28.0	28.0	27.5	26.0	23.5	22.5	23.0	21.5	28.5
Chapingo	30.0	33.5	34.0	36.5	37.5	35.0	30.5	29.0	28.5	30.0	30.5	29.0	37.5
Chimalhuacan													
Km 27+250	23.5	24.0	28.0	50.0	30.0	31.0	29.0	27.0	26.0	29.0	26.0	26.0	50.0
Lago Nabor Carrillo	24.0	25.0	31.0	33.0	34.0	32.0	29.5	26.5	29.0	24.0	25.5	24.0	34.0
Los Reyes La Paz	20.0	23.5	37.0	40.0	29.5	34.5	32.0	32.0	23.0	21.0	22.5	23.5	40.0
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.44. Año 1998. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 1998	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	1.0	0.0	3.5	8.5	8.5	11.5	11.0	11.0	8.0	8.0	5.0	3.5	0.0
San Juan de Aragón	2.0	-1.5	2.5	8.0	9.0	11.0	11.0	10.0	8.0	7.0	5.0	0.5	-1.5
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	-3.0	-5.0	-3.0	7.0	6.0	8.0	10.0	8.5	11.0	7.0	4.0	2.0	-5.0
Chalco	2.0	-2.0	-0.5	5.0	6.0	7.0	6.0	6.0	6.0	6.0	3.0	0.0	-2.0
Chapingo	1.0	-2.0	1.5	8.0	7.5	10.0	9.0	8.5	10.5	6.0	4.0	1.5	-2.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	-4.0	-5.0	-1.5	2.5	6.5	7.0	8.0	8.0	10.0	9.0	0.0	-2.0	-5.0
Lago Nabor Carrillo	-4.0	7.0	3.5	2.0	3.0	5.0	6.0	5.0	7.5	4.0	0.0	4.0	-4.0
Los Reyes La Paz	3.0	2.0	4.0	5.0	5.5	6.5	6.0	0.5	8.5	4.5	0.0	0.0	0.0
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.45. Año 1998. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 1998	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	12.9	13.7	17.6	20.5	21.3	20.9	19.1		17.5	15.9	15.9	13.1	
San Juan de Aragón	13.0	13.0	18.0	21.3	22.2	22.2	20.4	19.4	18.7	17.1	16.6	13.2	17.9
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	11.3	10.9	16.0	19.2	20.1	20.6	19.2	17.7	18.2	16.7	16.0	13.1	16.6
Chalco	10.7	10.7	16.2	17.5	16.8	16.4	15.7	15.2	14.7	13.6	13.3	10.7	14.3
Chapingo	14.5	16.1	18.7	21.7	22.4	22.4	19.9	19.6	19.4	17.7	17.6	14.8	18.7
Chimalhuacan													
Km 27+250	10.0	10.0	13.3	17.1	18.5	20.0	18.3	17.7	17.1	16.6	15.4	12.0	15.5
Lago Nabor Carrillo	10.5	10.5	16.1	16.9	18.4	18.7	16.9	16.3	16.3	14.2	13.6	10.2	14.9
Los Reyes La Paz	11.0	12.9	16.1	18.6	20.2	19.2	16.8	15.6	14.2	12.6	13.0	10.8	15.1
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.46. Año 1998. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.

Año 1999	Precipitación mensual (mm)					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	0.6	0.0	18.4	8.3	4.0	27.5	76.0	224.0	52.1	64.0			
San Juan de Aragón	1.2	0.0	149.0	11.1	3.6	36.2	66.1	200.1	42.4	58.6	2.2	4.8	575.3
Estación	Precipitación mensual (mm)					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	0.0	0.0	9.8	5.8	1.0	63.5	76.1	110.5	40.0	62.0	0.2	0.7	369.6
Chalco	0.0	0.0	2.0	16.2	7.0	62.2	128.1	176.1	77.3	52.9	0.0	0.0	521.8
Chapingo	0.0	1.9	3.9	10.8	5.4	65.9	125.6	145.3	65.6	89.9	8.8	6.0	529.1
Chimalhuacan													
Km 27+250	0.0	0.0	10.1	17.8	2.5	26.0	78.4	118.1	88.1	79.0	18.0	0.0	439.0
Lago Nabor Carrillo	0.0	0.0	9.0	3.9	1.4	92.7	90.9	127.7	51.2	66.1	1.0	0.5	444.4
Los Reyes La Paz	0.0	4.2	1.4	13.6	6.2	19.0	99.1	75.2	72.5	70.4	0.0	0.0	361.6
Nezahualcoyotl	0.0	0.0	0.2	1.1	14.0	104.5	372.2	401.0	240.0	108.5	1.0	0.0	1243.5
Texcoco													

TABLA 4.47. Año 1999. Precipitación mensual en mm. Estación respectiva.

Año. 1999	Temperatura máxima en °C.					Distrito federal							
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	26.0	25.0	27.5	31.5	31.0	28.5	26.0	26.0	25.0	23.0			
San Juan de Aragón	25.0	27.0	30.0	34.0	35.0	32.0	29.0	28.0	30.0	26.0	23.5	24.0	35.0
Estación	Temperatura máxima en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	25.0	26.5	29.0	32.0	31.0	30.0	27.5	28.0	27.0	24.5	24.0	24.0	32.0
Chalco	19.0	22.5	24.5	27.5	28.5	28.5	26.5	26.5	26.0	24.5	24.5	24.5	28.5
Chapingo	29.0	31.0	32.0	35.5	33.5	32.5	29.0	29.0	28.0	27.0	26.5	27.5	35.5
Chimalhuacan													
Km 27+250	23.0	26.0	27.0	29.0	29.5	29.0	27.0	27.5	26.5	26.0	25.0	22.0	29.5
Lago Nabor Carrillo	25.0	26.0	28.0	31.0	30.0	30.0	28.0	27.0	24.0	22.0	23.0	21.0	31.0
Los Reyes La Paz	29.0	29.0	29.0	34.0	31.0	29.5	28.0	23.5	26.5	30.0	31.5	33.0	34.0
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.48. Año 1999. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 1999	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	-2.0	1.0	5.0	6.0	8.0	11.0	9.0	11.0	7.5	1.5			
San Juan de Aragón	-2.5	0.0	5.0	7.0	8.0	9.0	8.0	10.5	7.0	1.5	-1.0	0.0	-2.5
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	-1.0	-1.0	2.0	5.0	5.0	7.0	8.0	10.0	5.0	0.0	-1.0	-1.0	-1.0
Chalco	-1.0	2.0	4.0	3.5	5.0	6.0	7.0	7.0	3.0	-4.0	-3.0	-4.5	-4.5
Chapingo	-0.5	-0.5	3.5	6.0	6.5	7.5	7.0	9.0	4.0	-1.5	-2.0	0.0	-2.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	-7.0	-1.0	1.0	4.0	3.0	6.0	6.0	8.0	8.0	-3.5	-3.0	-3.0	-7.0
Lago Nabor Carrillo	-5.5	-5.5	-2.0	-3.0	1.0	2.5	2.0	3.5	0.5	7.0	8.5	-7.0	-7.0
Los Reyes La Paz	0.0	1.0	6.0	9.0	9.0	11.0	8.0	7.5	4.0	1.0	0.0	0.5	0.0
Nezahual-Coyotl													
Texcoco													

TABLA 4.49. Año 1999. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 1999	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	12.5	14.5	17.0	19.5	19.8	19.6	17.5	18.0	16.4	14.6			
San Juan de Aragón	12.5	14.7	17.5	20.4	20.7	20.8	18.5	19.2	17.7	14.6	13.0	11.9	16.8
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	12.0	13.7	12.9	18.8	18.2	19.6	17.9	18.7	16.4	15.0	13.1	11.9	15.7
Chalco	9.6	11.9	14.5	16.5	17.8	17.9	16.2	17.0	14.4	14.4	11.6	12.7	14.5
Chapingo	14.2	16.4	18.2	20.6	21.0	20.7	18.4	18.6	17.3	15.7	14.1	13.0	17.3
Chimalhuacan													
Km 27+250	10.4	12.4	14.2	16.4	17.3	17.1	16.5	17.4	17.3	14.5	11.5	11.6	14.7
Lago Nabor Carrillo	9.6	10.7	13.6	16.0	16.8	17.2	14.8	14.6	12.2	10.5	8.3	7.0	12.6
Los Reyes La Paz	14.4	15.8	18.0	20.7	20.6	20.1	18.2	14.5	13.6	13.7	14.3	14.1	16.5
Nezahual-coyotl													
Texcoco													

TABLA 4.50. Año 1999. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.

Año 2000	Precipitación mensual en mm												Distrito federal	
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual	
Aeropuerto			8.1	14.5	56.2	172.4	78.2	194.0	62.2	22.8	6.8	2.7		
Col. Agrícola Oriental														
Colonia Moctezuma														
Km 6+250	0.0	2.0	18.2	16.8	70.2	208.0	101.6	142.0	43.6	41.0	4.2	1.4	649.0	
San Juan de Aragón	0.0	0.0	18.2	14.9	74.2	228.0	93.1	171.2	41.2	24.9	3.0	0.5	669.2	
Estación	Precipitación mensual en mm												Estado de México	Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	0.0	0.5	13.9	16.1	39.8	145.6	107.4	129.1	49.1	48.1	20.6	3.3	573.5	
Chalco	0.0	0.0				152.3	203.5	120.7	67.6	86.1	11.9	0.0		
Chapingo	0.0	0.0	21.3	13.5	77.5	148.5	81.0	164.0	83.5	27.0	6.0	6.0	628.3	
Chimalhuacan														
Km 27+250	0.0	0.0	18.4	2.1	68.9	102.3	53.1	124.6	63.3	2.4	37.5	4.5	477.1	
Lago Nabor Carrillo	0.0	0.0	8.8	30.4	85.9	167.1	58.1	168.7	37.3	51.6	19.9	2.7	630.5	
Los Reyes La Paz	0.0	0.0	1.5	6.5	66.6	117.8	41.0	94.0	36.9	53.1	1.5	0.0	418.9	
Nezahualcoyotl	0.0	0.0	7.0	0.0	10.6	187.8	158.3	234.5	77.5	95.6	29.5	0.0	800.8	
Texcoco														

TABLA 4.51. Año 2000. Precipitación mensual en mm. Estación respectiva.

Año. 2000	Temperatura máxima en °C.												Distrito federal	
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual	
Aeropuerto			29.4	31.1	29.6	27.4	27.9	26.2	27.0	26.9	27.1	25.5		
Col. Agrícola Oriental														
Colonia Moctezuma														
Km 6+250	21.5	27.0	29.0	30.0	29.0	27.0	28.0	25.0	27.0	25.5	26.5	23.0	30.0	
San Juan de Aragón	25.0	27.5	31.0	35.5	31.0	28.5	29.0	27.0	29.0	28.0	27.0	23.0	35.5	
Estación	Temperatura máxima en °C.												Estado de México	
Centro de Lago Nabor Carrillo	26.0	28.0	30.0	31.0	30.0	27.5	28.0	25.5	27.0	26.0	27.5	25.5	31.0	
Chalco	25.0	25.0				28.0	24.5	23.5	24.0	22.0	23.0	20.5		
Chapingo	28.5	31.0	32.0	33.5	33.0	31.0	28.5	27.0	28.5	31.0	30.5	28.5	33.5	
Chimalhuacan														
Km 27+250	22.0	23.5	25.0	27.0	27.0	28.0	26.0	27.0	27.0	26.0	26.0	24.0	28.0	
Lago Nabor Carrillo	22.0	25.0	32.5	31.5	30.5	29.0	28.0	26.5	28.0	27.0	28.0	25.5	32.5	
Los Reyes La Paz	34.0	38.0	36.0	37.0	30.0	38.0	38.0	26.0	28.0	27.0	27.5	25.0	38.0	
Nezahualcoyotl														
Texcoco														

TABLA 4.52. Año 2000. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.

Año 2000	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto			6.5	5.4	8.0	11.4	10.7	9.1	9.2	6.2	6.8	2.1	
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	1.5	1.0	6.0	7.0	8.0	10.0	10.0	8.0	8.0	6.0	6.0	1.5	1.0
San Juan de Aragón	1.0	1.0	6.0	6.5	7.5	11.0	10.0	8.0	8.5	5.5	6.0	1.0	1.0
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	-1.0	0.0	4.0	4.5	6.5	10.0	8.5	7.5	6.5	3.0	3.0	0.0	-1.0
Chalco	-4.0	-1.5				7.0	4.5	3.5	4.0	1.0	1.5	-1.5	
Chapingo	-1.0	-1.0	4.5	5.5	4.5	9.5	8.0	7.0	6.0	4.5	4.0	0.0	-1.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	-3.5	-2.5	1.0	2.5	4.5	9.0	9.0	8.0	8.5	-1.0	8.0	-2.5	-3.5
Lago Nabor Carrillo	-7.5	-7.0	-3.0	2.0	4.0	7.0	5.5	5.0	5.0	1.0	1.0	-2.0	-7.5
Los Reyes La Paz	0.0	1.0	5.0	6.0	8.0	10.0	8.5	8.5	8.0	6.0	6.0	2.5	0.0
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.53. Año 2000. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 2000	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto			18.0	18.3	18.8	19.4	19.3	17.7	18.1	16.6	17.0	13.8	
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	15.7	14.1	18.4	18.5	18.8	17.6	17.8	16.7	17.6	16.0	16.0	12.1	16.6
San Juan de Aragón	12.2	14.6	17.4	19.5	19.9	18.6	18.9	18.1	18.9	17.0	16.3	12.2	17.0
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	12.2	13.8	16.3	17.9	18.8	18.3	18.1	17.3	17.6	16.3	16.1	12.2	16.2
Chalco	11.6	12.7				15.9	15.1	13.2	13.4	11.9	12.3	8.7	
Chapingo	13.9	15.7	17.6	19.6	19.5	18.7	18.1	17.4	17.8	17.4	17.7	13.7	17.3
Chimalhuacan													
Km 27+250	9.9	11.6	12.6	15.3	16.8	18.0	18.7	17.8	17.9	17.5	17.8	11.6	15.5
Lago Nabor Carrillo	7.7	9.0	12.1	17.4	18.2	17.9	17.5	16.7	17.3	15.7	15.7	11.5	14.7
Los Reyes La Paz	14.6	16.8	18.5	20.4	19.4	19.5	20.1	17.5	18.2	16.9	16.8	13.0	17.6
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.54. Año 2000. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.

Estación: Aeropuerto int. D.F. Año 2000. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1			35.3	31.4	50.0	77.4	72.4	67.9	72.5	70.0	60.0	63.7
2			34.3	39.4	41.8	72.0	62.7	69.0	64.7	73.3	62.7	61.1
3			29.9	13.5	40.6	62.3	52.7	67.2	67.4	56.1	65.3	66.1
4			27.0	53.8	42.1	50.3	61.3	79.8	78.9	65.4	68.4	69.3
5			50.2	56.6	54.5	47.6	66.3	68.8	67.2	58.4	68.4	69.8
6			58.6	29.6	59.2	57.2	74.5	67.9	54.9	69.9	48.5	69.1
7			68.6	25.7	51.6	71.9	81.3	70.4	52.2	78.7	47.6	58.5
8			57.9	26.4	47.7	80.6	72.8	67.5	61.8	68.0	42.7	53.5
9			55.5	56.8	42.7	83.5	64.7	83.7	62.0	67.9	44.3	53.4
10			37.5	43.9	39.9	77.9	66.3	67.0	69.1	74.1	43.3	42.8
11			42.1	35.5	41.5	82.7	71.9	68.2	57.4	72.7	46.5	49.7
12			46.4	43.0	41.0	85.8	69.1	70.5	61.8	72.8	51.9	48.6
13			63.2	52.6	41.6	76.1	58.8	77.8	63.9	63.0	55.3	57.9
14			58.5	54.1	59.8	75.5	57.4	85.7	76.0	70.5	60.9	45.0
15			40.9	34.9	52.5	92.3	41.7	78.0	84.0	80.6	63.3	50.5
16			42.3	36.0	42.6	82.9	39.6	64.8	85.0	74.0	58.1	52.2
17			37.9	31.8	39.7	80.4	43.7	57.9	78.1	83.6	60.3	57.8
18			38.7	21.8	43.0	82.6	58.1	58.0	73.0	63.1	54.2	60.9
19			28.3	24.3	55.1	65.0	54.6	67.7	70.4	63.6	58.1	51.6
20			31.8	23.0	51.5	80.7	55.2	66.5	70.7	61.1	65.3	51.0
21			30.0	38.6	61.9	78.4	65.6	85.7	70.5	64.8	66.9	51.9
22			33.3	33.1	63.1	69.6	65.5	79.7	66.5	69.5	67.3	51.2
23			38.7	23.4	77.9	57.5	57.2	78.8	68.2	69.5	62.5	56.1
24			45.8	30.6	68.5	56.8	58.7	71.0	79.6	60.9	63.1	45.1
25			65.7	33.6	61.4	58.9	66.6	62.3	66.9	66.8	49.8	65.0
26			37.1	19.4	55.6	65.6	71.8	67.2	67.7	63.3	65.9	46.3
27			29.7	53.9	57.4	73.0	71.2	76.0	68.9	62.5	73.3	49.9
28			31.2	51.5	78.5	63.4	64.6	71.3	65.2	63.6	74.3	51.9
29			29.3	64.3	72.7	80.7	79.6	80.3	64.4	57.7	71.8	53.1
30			31.8	47.6	80.9	82.7	78.1	66.4	73.0	38.8	64.5	79.8
31			34.5		73.9		69.9	64.7		58.3		75.8

TABLA 4.55. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: Aeropuerto int. D.F. Año 2000.

Año 2001	Precipitación mensual (mm)					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto													
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	1.9	7.2	2.7	43.7	38.4	109.2	115.2	110.9	116.7	15.5	21.9	0.2	584.1
San Juan de Aragón	1.9	6.0	7.7	40.4	49.6	66.3	88.4	103.5	144.9	20.9	21.9	0.0	551.5
Estación	Precipitación mensual (mm)					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	4.3	0.3	5.1	29.1	57.0	73.0	64.1	88.4	112.1	43.2	8.2	1.9	486.7
Chalco	4.5	2.0	20.8	36.3	37.2	65.1	120.3	66.6	110.6	27.2	2.9	0.0	493.5
Chapingo	2.5	2.5	4.0	34.5	51.0	73.8	121.3	67.5	100.0	35.0	12.0	7.5	511.6
Chimalhuacan													
Km 27+250	12.5	1.4	5.1	32.2	96.1	85.2	110.4	100.4	79.2	18.7	0.0	0.0	541.2
Lago Nabor Carrillo	4.1	0.2	6.6	30.3	57.8	91.3	84.5	92.7	117.0	45.2	3.5	4.3	537.5
Los Reyes La Paz	4.5	3.0	6.5	1.3	124.9	72.0	174.6	99.5	112.6	30.1	0.7	10.0	639.7
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.56. Año 2001. Precipitación mensual en mm. Estación respectiva.

Año. 2001	Temperatura máxima en °C.					Distrito federal							
Estación.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto	25.7	26.7	29.3	31.8	30.8	28.3	26.7	28.8	27.3	27.5	26.3	26.5	31.8
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	25.5	25.0	29.0	31.0	30.0	27.0	27.0	28.0	25.5	26.0	24.5	24.0	31.0
San Juan de Aragón	26.5	27.5	31.5	34.5	32.5	29.5	28.0	30.0	28.5	28.0	25.5	25.0	34.5
Estación	Temperatura máxima en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	26.5	28.0	31.0	33.0	31.0	30.0	27.0	30.0	29.0	27.5	26.0	26.5	33.0
Chalco	25.0	26.0	27.0	28.5	29.0	27.0	26.0	26.5	25.5	25.5	22.5	22.5	29.0
Chapingo	29.0	30.0	33.0	35.0	32.5	29.5	27.5	30.0	28.0	29.0	30.0	28.0	35.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	22.0	23.0	24.0	29.0	29.0	29.0	28.0	27.0	26.0	27.0	25.0	23.0	29.0
Lago Nabor Carrillo	28.0	28.0	32.0	33.0	31.0	30.0	27.5	29.0	27.5	29.0	26.0	26.5	33.0
Los Reyes La Paz	25.0	26.0	28.5	32.0	32.5	31.5	30.0	32.0	29.5	30.5	29.0	29.5	32.5
Nezahualcoyotl													
Texcoco													

TABLA 4.57. Año 2001. Temperatura máxima en °C. Estación respectiva.



Año 2001	Temperaturas mínimas en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto	1.0	3.2	4.8	7.8	7.5	10.8	11.0	10.6	8.3	4.1	4.0	3.9	1.0
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	1.5	3.5	4.0	6.5	7.0	9.0	10.0	9.0	8.0	5.0	4.0	3.5	1.5
San Juan de Aragón	1.5	3.5	4.0	5.5	7.0	9.5	10.5	10.0	9.0	5.0	4.0	4.0	1.5
Estación	Temperaturas mínimas en °C.					Estado de México							Anual
Centro de Lago Nabor Carrillo	0.0	3.0	1.0	2.5	6.0	8.0	9.5	10.0	7.5	2.5	2.5	0.5	0.0
Chalco	-0.5	0.0	1.5	6.0	4.0	7.0	6.5	6.0	5.5	1.0	-1.5	-1.0	-1.5
Chapingo	1.0	2.5	3.0	5.5	5.5	8.0	9.0	8.0	6.0	2.0	3.0	3.5	1.0
Chimalhuacan													
Km 27+250	-2.5	-1.5	-1.5	1.5	3.5	8.0	7.0	7.0	5.0	3.0	3.0	1.0	-2.5
Lago Nabor Carrillo	-2.0	0.0	-1.0	2.5	3.0	5.5	8.0	8.0	5.0	0.0	1.0	0.0	-2.0
Los Reyes La Paz	1.5	3.0	4.5	9.0	7.5	9.5	11.0	10.5	8.5	5.0	5.0	5.0	1.5
Nezahual-Coyotl													
Texcoco													

TABLA 4.58. Año 2001. Temperaturas mínimas en °C. Estación respectiva.

Año 2001	Temperaturas medias en °C.					Distrito federal							
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto	14.3	15.5	17.3	19.2	18.6	18.1	17.7	18.3	17.6	16.2	14.6	14.6	16.8
Col. Agrícola Oriental													
Colonia Moctezuma													
Km 6+250	13.1	14.7	16.2	18.7	18.0	18.1	17.6	18.0	17.3	15.6	13.2	13.3	16.2
San Juan de Aragón	13.5	15.1	16.9	19.8	18.9	19.5	18.8	19.2	18.5	16.7	14.1	13.9	17.1
Estación	Temperaturas medias en °C.					Estado de México							
Centro de Lago Nabor Carrillo	13.6	14.7	15.9	18.3	18.2	19.0	18.6	18.7	17.9	15.9	13.9	13.7	16.5
Chalco	12.2	13.5	14.5	17.2	16.3	17.1	15.4	15.9	15.2	13.5	10.4	10.5	14.3
Chapingo	14.6	16.6	17.2	19.9	19.2	19.2	18.7	18.7	18.1	17.1	15.2	15.1	17.5
Chimalhuacan													
Km 27+250	9.7	11.3	11.8	15.2	16.9	18.7	17.9	17.3	17.0	15.8	15.0	13.0	15.0
Lago Nabor Carrillo	12.2	14.0	14.6	17.9	17.2	18.6	18.1	17.9	17.3	15.3	13.1	12.7	15.7
Los Reyes La Paz	13.3	14.2	16.7	18.2	18.9	19.7	19.2	19.9	19.2	17.7	16.5	16.8	17.5
Nezahual-coyotl													
Texcoco													

TABLA 4.59. Año 2001. Temperaturas medias en °C. Estación respectiva.

Estación: Chapingo México. Año 2001. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	S.D.	S.D.	37.0	19.0	46.0	22.0	43.0	45.0	44.0	34.0	32.0	23.0
2	S.D.	S.D.	37.0	22.0	30.0	23.0	45.0	34.0	44.0	28.0	29.0	25.0
3	S.D.	S.D.	58.0	28.0	30.0	24.0	69.0	34.0	45.0	29.0	22.0	25.0
4	S.D.	S.D.	16.0	28.0	28.0	24.0	69.0	35.0	55.0	29.0	23.0	34.0
5	S.D.	S.D.	19.0	18.0	28.0	S.D.	67.0	35.0	47.0	30.0	24.0	32.0
6	S.D.	S.D.	S.D.	20.0	29.0	S.D.	66.0	34.0	40.0	29.0	36.0	23.0
7	S.D.	S.D.	S.D.	21.0	23.0	S.D.	33.0	34.0	40.0	30.0	35.0	23.0
8	S.D.	S.D.	S.D.	22.0	35.0	S.D.	28.0	35.0	41.0	30.0	27.0	20.0
9	S.D.	S.D.	S.D.	23.0	39.0	S.D.	30.0	35.0	42.0	33.0	25.0	20.0
10	S.D.	S.D.	32.0	26.0	40.0	S.D.	40.0	36.0	51.0	24.0	25.0	20.0
11	S.D.	S.D.	S.D.	29.0	33.0	46.0	41.0	39.0	51.0	25.0	25.0	27.0
12	S.D.	S.D.	S.D.	29.0	34.0	49.0	42.0	40.0	59.0	25.0	25.0	26.0
13	S.D.	S.D.	29.0	24.0	38.0	46.0	27.0	41.0	55.0	26.0	22.0	24.0
14	S.D.	S.D.	31.0	25.0	40.0	46.0	27.0	47.0	48.0	28.0	23.0	22.0
15	S.D.	S.D.	32.0	24.0	46.0	45.0	30.0	40.0	49.0	30.0	23.0	24.0
16	S.D.	S.D.	29.0	18.0	30.0	46.0	30.0	42.0	50.0	39.0	23.0	25.0
17	S.D.	S.D.	31.0	19.0	27.0	40.0	34.0	44.0	39.0	40.0	24.0	25.0
18	S.D.	S.D.	35.0	22.0	21.0	37.0	34.0	40.0	33.0	40.0	24.0	32.0
19	S.D.	S.D.	30.0	24.0	23.0	46.0	28.0	23.0	34.0	37.0	25.0	31.0
20	S.D.	S.D.	28.0	25.0	23.0	46.0	46.0	19.0	34.0	27.0	27.0	34.0
21	S.D.	S.D.	23.0	26.0	24.0	45.0	49.0	20.0	23.0	18.0	29.0	34.0
22	S.D.	S.D.	19.0	26.0	32.0	47.0	49.0	21.0	23.0	19.0	30.0	34.0
23	S.D.	S.D.	20.0	26.0	35.0	42.0	49.0	27.0	24.0	27.0	32.0	27.0
24	S.D.	S.D.	22.0	30.0	37.0	42.0	46.0	30.0	24.0	23.0	20.0	26.0
25	S.D.	S.D.	25.0	30.0	46.0	44.0	42.0	31.0	36.0	23.0	17.0	59.0
26	S.D.	S.D.	32.0	30.0	25.0	52.0	42.0	34.0	37.0	19.0	17.0	23.0
27	S.D.	64.0	32.0	34.0	21.0	36.0	43.0	57.0	43.0	21.0	28.0	24.0
28	S.D.	37.0	27.0	35.0	21.0	38.0	45.0	57.0	43.02	23.0	26.0	24.0
29	S.D.		25.0	33.0	21.0	40.0	41.0	53.0	38.0	23.0	26.0	26.0
30	S.D.		25.0	34.0	21.0	41.0	44.0	40.0	38.	39.0	27.0	19.0
31	S.D.				22.0		44.0	44.0		32.0		21.0

TABLA 4.60. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: Chapingo México. Año 2001.

Estación: Aeropuerto int. D.F. Año 2001. Humedad relativa media diaria en por ciento												
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	66.62	56.62	61.31	29.12	59.96	60.47	74.45	61.15	64.12	59.03	65.54	49.14
2	72.02	48.22	56.34	24.22	69.95	59.08	75.72	56.71	74.17	71.32	67.72	63.14
3	65.63	68.03	52.07	26.13	58.53	56.59	80.13	63.49	65.04	72.64	62.70	65.13
4	66.75	69.56	44.59	30.44	44.95	55.59	82.65	65.56	72.03	66.14	69.58	68.33
5	60.19	70.01	56.92	21.60	40.06	58.71	72.19	73.40	67.19	66.71	76.46	63.36
6	53.58	66.70	57.65	21.59	40.26	58.97	64.52	72.41	69.40	73.14	71.05	61.83
7	42.16	47.63	41.91	23.57	63.69	72.97	61.74	64.96	76.20	73.55	62.06	66.41
8	60.02	46.02	46.88	28.59	58.88	55.29	68.67	71.67	75.97	69.39	66.34	58.85
9	57.49	43.12	42.35	33.65	67.74	64.29	72.42	71.59	68.97	64.68	59.81	66.12
10	73.44	48.10	50.46	38.48	58.50	60.33	78.06	66.85	72.96	58.61	63.62	58.31
11	67.19	70.95	32.03	35.44	61.36	60.98	74.29	70.32	81.25	71.85	67.12	53.56
12	60.29	49.75	29.77	30.13	77.14	68.95	78.87	79.52	76.36	74.51	63.64	44.19
13	51.72	47.24	32.35	29.04	76.28	65.81	66.57	70.95	73.26	72.08	62.01	46.59
14	51.92	41.58	34.10	56.92	70.00	68.79	69.35	67.58	74.53	73.36	69.02	46.19
15	43.59	39.65	27.38	44.86	62.25	71.85	65.68	66.78	73.47	76.84	64.43	49.11
16	40.08	43.99	31.24	39.04	54.51	65.52	69.33	74.81	64.96	66.25	61.53	55.79
17	49.99	60.57	25.47	46.63	41.07	56.12	74.56	78.93	62.56	72.59	73.77	57.16
18	50.97	67.09	26.10	52.29	31.01	60.14	64.46	63.63	72.19	69.47	70.91	52.55
19	48.37	50.91	50.59	58.63	29.52	62.88	65.81	51.67	71.32	57.46	67.79	57.26
20	60.76	45.62	74.73	52.66	44.65	77.79	80.30	54.69	62.25	48.01	66.59	71.01
21	53.13	36.09	22.05	43.19	44.43	74.92	76.91	59.89	57.82	47.67	62.73	69.83
22	51.65	28.57	27.25	63.92	56.53	S.D.	66.39	60.24	64.58	40.76	69.37	65.54
23	40.99	50.54	24.81	59.73	70.95	S.D.	64.59	62.25	75.09	54.83	51.44	53.32
24	43.13	52.29	27.07	60.96	76.53	S.D.	71.12	67.89	91.89	59.79	50.94	71.24
25	59.69	54.48	42.62	63.86	60.71	70.93	72.22	75.37	92.31	34.31	57.43	64.42
26	48.88	61.19	57.45	71.19	48.14	72.19	75.15	77.97	88.26	69.03	46.59	55.29
27	41.67	63.91	51.11	81.44	40.35	75.98	67.71	68.69	85.11	80.71	44.01	66.81
28	47.11	56.64	33.37	75.56	36.64	75.73	67.28	75.58	70.73	74.43	51.74	60.42
29	52.67		26.72	63.88	50.55	72.77	71.24	65.88	70.41	68.87	49.69	60.50
30	51.33		22.52	62.72	65.59	73.25	67.02	73.44	65.56	61.93	50.63	51.12
31	51.04		21.47		59.22		70.71	68.26		65.58	48.82	67.14

TABLA 4.61. Humedad relativa media diaria en por ciento. Estación: Aeropuerto int. D.F. Año 2001.

Año 1992. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Granjas Guadalupe México	S 2.0	S 1.9	S 2.0	S 2.0		N 2.2	N 1.9	N 2.0	N 2.1	N 1.9	N 1.6	N 1.6	
Tlahuac D.F.	SE 1.6	SE 1.8	SE 1.6	SE 1.9	NW 1.5	SE 1.6	SE 1.5	SE 1.5	W 1.5	W 1.3		SE 1.2	

TABLA 4.62. Año 1992. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 1993. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Granjas Guadalupe México	N 1.6	N 1.7	S 2.0	N 1.8	N 1.8	N 1.9	N 1.6	N 2.1	N 2.0	N 2.0	N 1.6	N 1.4	N 1.7
Tlahuac D.F.	SE 1.3	SE 1.5	S 1.8	SE 1.8	S 1.8	SE 1.6	SE 1.5	SE 1.5	W 1.6	SE 1.6	SE 1.4	SE 1.2	SE 1.5

TABLA 4.63. Año 1993. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 1994. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Granjas Guadalupe México	N 1.6	N 1.8	N 1.9	N 1.7	N 1.9	N 1.7	N 1.9	N 1.7	N 1.9	N 1.8	N 1.8	N 1.5	N 1.8
Tlahuac D.F.	SE 1.3	SE 1.6	SE 1.6	SE 1.6	SE 1.6	SE 1.5	W 1.4	W 1.5	W 1.4	SE 1.4	SE 1.4	SE 1.2	SE 1.5

TABLA 4.64. Año 1994. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 1995. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Granjas Guadalupe México	N 1.5	N 1.7	N 1.9	S 2.0	N 2.0	N 2.2	N 2.3	N 1.9	N 2.1	N 2.1	N 1.8	N 1.6	N 1.9
Tlahuac D.F.	S 1.5	S 1.4	S 1.6	S 1.9	SE 1.7	W 1.6	W 1.6	W 1.4	W 1.5	SE 1.6	W 1.4	SE 1.5	W 1.6

TABLA 4.65. Año 1995. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 1996. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Granjas Guadalupe México	N 1.6	N 1.8	S 2.1	N 2.1	N 2.2	N 2.2		N 2.0	N 1.3	N 1.4	N 1.8	N 1.3	
Tlahuac D.F.	SE 1.4	SE 1.4	S 1.9	W 1.9	E 1.7	W 1.7	W 1.6	W 1.6	W 1.5	W 1.5	SE 1.5	SE 1.2	W 1.6

TABLA 4.66. Año 1996. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 1997. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Granjas Guadalupe México	S 1.7	N 1.9	N 1.9	N 1.9	N 1.7	N 1.7	N 1.5	N 1.9	N 1.8	N 1.8	N 1.6	S 1.6	N 1.8
Tlahuac D.F.	SE 1.5	S 1.7	E 1.7	E 1.9	W 1.6	W 1.5	W 1.5	W 1.5	W 1.5	E 1.5	W 1.3	S 1.6	W 1.6

TABLA 4.67. Año 1997. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 1998. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Granjas Guadalupe México	S 1.5	S 1.7	S 2.1	S 2.0	E 2.0	N 2.1	N 2.3	N 2.2	N 1.2	N 1.2	N 1.6	N 1.3	N 1.8
Tlahuac D.F.	E 1.6	E 1.9	E 2.1	E 1.9	E 1.6	W 1.7	W 1.8	W 1.6	W 1.4	W 1.9	W 1.3	E 1.6	W 1.7

TABLA 4.68. Año 1998. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 1999. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Granjas Guadalupe México													
Tlahuac D.F.													

TABLA 4.69. Año 1999. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 2000. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto			SE 2.56	SE 3.1	SSE 2.9	SSE 2.6	SSE 2.8	SSE 2.8	SSE 3.2	SSE 2.7	SSE 2.5	SSE 2.4	
Tezontle			SSE 2.8	SSE 3.3	S 2.9	S 2.8	S 3.0	SSW 2.9	SSE 3.2	S 2.8	S 2.5	SSE 2.6	

TABLA 4.70. Año 2000. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

Año 2001. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo													
Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Aeropuerto	SSE 2.45	SSE 2.57	SSE 3.18	SSE 2.99	SSE 2.88	SSE 2.84	SSE 2.59	SSE 2.89	SSE 2.74	SSE 2.62	SSE 2.34	SSE 2.17	2.69
Tezontle	SSE 2.7	SEE 2.95	SEE 3.58	SEE 4.01	SEE 3.7	SSE 2.83	SSE 2.7	SSW 2.99	SSE 2.76	SSW 2.7	SSE 2.55	SSE 2.36	2.99

TABLA 4.71. Año 2001. Vientos dominantes y velocidad media del viento en el mes en metros por segundo. Estación respectiva.

#### 4.6. FORMULAS PARA EL COMPORTAMIENTO ACÚSTICO Y METEOROLÓGICO.

Para encontrar la velocidad del sonido y la densidad del aire.

$$C = (332) \sqrt{1 + t/273} \quad (\text{m/s}) \quad \text{Datos: } t = \text{Temperatura } (^{\circ}\text{C}),$$

C = velocidad del sonido

$$D = (1.4) P_o / C^2 \quad (\text{kg/m}^3)$$

Presión atmosférica ( $P_o$ ) =  $10^5$  Pa = 100000 pascuales.

Para encontrar la frecuencia, velocidad angular, longitud de onda,  
 $F = 1 / T$  (Hz). T = periodo (s), F = frecuencia (Hz)

$$W1 = 2 (3.141516) (F) \quad (\text{rad/s}). \quad W1 = \text{frecuencia angular}$$

$$L = (C) (T) = C / F \quad (\text{m}). \quad L = \text{longitud de onda}$$

Potencia sonora de referencia ( $W_o$ ) =  $10^{-12}$  W.

Presión Sonora de referencia ( $P_r$ ) = 20 Mpa = 0.00002 Pas,

Presión sonora = P (Páscales).

Potencia sonora = W (w).

Nivel de presión sonora en dB  $L_p = 20 \log (P/P_r)$ .

Nivel de potencia sonora en dB  $L_w = 10 \log (W/W_o)$

Monopolo o bocina.

$$I = W / (4) (3.141516) (r^2) \quad I = \text{intensidad Sonora, } W = \text{Potencia Sonora, } r \text{ es la distancia al monopolo (m).}$$

$$L_p = L_w - 20 \log (r) - 10 \log (4 \times 3.141516)$$

$L_p = L_w - 20 \log (r) - 11$  dB nivel de presión sonora referido  $2 \times 10^{-5}$ .,  $L_w$  = nivel de potencia sonora referido a  $10^{-12}$  W, r es la distancia a la fuente sonora en metros.

$$Q = (4) (3.141516) (a^2) (V) \quad r = \text{radio, } V = \text{Valor eficaz de la amplitud de la velocidad}$$

$$W = (D) (C) (K^2) (Q^2) / 4 (3.141516)$$

$$K = (2) (3.141516) (F) / C \quad K = \text{es el número de onda rad/m,}$$

Q = es la fortaleza de la fuente.

Disminución por divergencia.

Si se conoce el nivel de potencia sonora de la fuente  $L_w$  el nivel de presión sonora a cualquier distancia.

$$L_p = L_w - 20 \log (r) - 7.9 \text{ dB.}$$

Si se conoce el nivel de presión sonora  $L_x$ , en dB, a una distancia  $r_x$ , el nivel  $L_p$  a la distancia r es.

$$L_p = L_x - 20 \log (r / r_x) - 4 \text{ dB} \quad r \text{ y } r_x \text{ están medidas en la misma dirección. } 4 \text{ dB} = \text{directividad de bocina.}$$

Coefficiente de atenuación.

$$\log \alpha_c = 2.5 \log (f/1000) - (1.1394 \text{ E-}3 (T)) - 1.1916984$$

$\alpha_c$ , en dB/100 m f en Hz y T en  $^{\circ}\text{C}$ .

$$\log \alpha_m = \log f + (8.43 \text{ } 10^{-3} (T)) - 2.7555 \quad (\alpha_m, \text{ en dB/100 m, } f \text{ en Hz y } T \text{ en } ^{\circ}\text{C})$$

$$F_m = 1010 h^2$$

Permitiendo calcular la humedad a la cual se produce la máxima absorción de una frecuencia determinada, o inversamente para una determinada humedad cual será la frecuencia más absorbida.

La presión atmosférica a nivel del mar = 1 bar o sea  $P_0 = 10^5 \text{ Pa} = 100000 \text{ N/m}^2$  con una aceleración de la gravedad  $G = 9.81 \text{ m/s}^2$ , la masa del aire se puede calcular  $m = P/G = 100000 / 9.81 = 1.02 \times 10^4 \text{ kg}$ .

$R =$  es la constante específica del gas de aire seco dada por  $R = R^* / M$ . Al hacer  $P_0 = 100000$   
 $T =$  temperatura elegimos una temperatura igual a  $15^\circ \text{ C}$ , se convierten a grados Kelvin  $T = 273 + 15 = 288$ .

$R^* =$  constante universal de los gases =  $8314 \times 10^3 \text{ J kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

El coeficiente de aire seco es = 29

Para encontrar la densidad del aire según la fórmula es:

$$D = P_0 / R \times T$$

Sustituyendo valores  $D = 100000 / 286.689 \times 288 = 1.2111 \text{ kg/m}^3$

$m / D = h$  por lo tanto  $h = 10200 / 1.2 \text{ kg/m}^3 = 8421.79 = 8.42 \text{ km}$  esta es una altura hipotética.

Densidad del mercurio o deducida =  $1.1 \times 10^4$  por lo tanto  $h / d = 8.42 \text{ km} / 1.1 \times 10^4 = 0.765 \text{ m}$  de altura (es decir unas 30 pulgadas) que sería la altura de una hipotética <<atmósfera>> de mercurio en cuya base existiera una presión  $p = 1 \text{ bar}$ .

$P = G \times D \times H =$  la presión a cualquier altura o profundidad  $h$  en el interior de un fluido incompresible. Sustituyendo valores.

$$P = G \times D \times H = 9.81 \times 1.2111 \times 8420 = 100000 \text{ N/m}^2$$

Para encontrar la presión a una altura de 2237.5 m según la fórmula

$$DP = -G \times D \times DZ = -9.81 \times 1.211143186 \times 2237.5 = -26584.44154 \text{ N/m}^2$$

$$PP = 100000 - 26584.44154 = 73415.55846 \text{ N/m}^2$$

Para calcular la aceleración de la gravedad a una cierta latitud con la fórmula

$$G1 = 980.610 \times (1 - 0.002666 \times (\cos(2 \times O)) - 0.00000020 \times DZ)$$

Donde  $O =$  latitud del lugar = 19.25

$$DZ = \text{altura de la ciudad de México} = 2237.5 \text{ m}$$

Sustituyendo valores

$$G1 = 980.610 \times (1 - 0.002666 \times (\cos(2 \times 19.25)) - 0.00000020 \times 2237.5)$$

La declinación define la posición angular del Sol al mediodía solar, es decir, en el momento en que el Sol está más alto en el firmamento con respecto al plano del ecuador. En otras palabras, la declinación es un índice del alejamiento que experimenta el Sol hacia el norte o hacia el sur del Ecuador. Este parámetro, que depende del día del año, puede calcularse por la expresión

$$N = 23.45 \text{ sen } (360 \times 284 + I / 365)$$

Donde  $I =$  día a analizar

Por otra parte, el ángulo horario es igual a cero al mediodía solar adquiere un valor de  $15^\circ$  de longitud por cada hora, siendo positivo en las mañanas y negativo en las tardes. Así,  $w = +30$  a las 10:00, y  $w = -15$  a las 13:00.

Una vez determinados la latitud, la declinación y el ángulo horario, la altura y el acimut solares pueden calcularse fácilmente por medio de las siguientes relaciones trigonométricas:

Donde  $L =$  latitud,  $N =$  declinación,  $T =$  ángulo horario

$$\sin M = \cos L \cos N \cos T + \sin L \sin N$$

$O = \text{arc sin } M$  donde  $O$  es el ángulo altitud

$$\sin H = \cos N \sin T / \cos O$$

$U = \text{arc sin } H$  donde  $U$  es el ángulo acimut

#### 4.7. PROGRAMAS EN QBASIC Y SIMULACIÓN.

Con las tablas meteorológicas del punto 4.5. Se toman los datos de temperatura. Una manera de ayudarnos a encontrar los resultados es por medio de los programas, la función del programa llamado recto es calcular como se comporta el sonido al sustituirle los valores de presión atmosférica, la temperatura, el periodo del sonido, nivel de presión sonora y la distancia a la que haremos la simulación. A continuación escribimos el programa y explicamos que realiza. Debo mencionar que el estudio se realiza proponiendo las peores condiciones de temperatura, en nuestro caso serán la temperatura máxima extrema y mínima extrema. Según la estación elegida y el año respectivamente. Los resultados los presentamos en forma de tabla en el punto 4.8. Cálculos y resultados. Debo mencionar que desde este programa realizamos la simulación en el recinto en una forma numérica al obtener los resultados.

```
10 REM PROGRAMA RECTO.
15 PRINT " TECLEA LOS DATOS CORRESPONDIENTES "
20 INPUT " PRESION ATMOSFERICA EN PASCALES " ; P
30 INPUT " TEMPERATURA EN GRADOS CENTIGRADOS " ; T
40 INPUT " EL PERIODO T EN SEGUNDOS " ; T3
60 INPUT " NIVEL DE PRESION SONORA EN dB (SPL,LW) " ; N
70 INPUT " DISTANCIA EN METROS DESDE LA FUENTE " ; R
100 C = 332 X (SQR (1 + T/273))
110 D = ( 1.4 X P)/( C2 )
120 F = 1 / T3
130 H = 2 X 3.141516 X F
140 L = C / F
180 U= (LOG(F/1000) / (LOG(10)))
210 AL = (2.05 X U) - (1.1394 10-3 X T) - 1.1916984
220 AC = 10 AL
222 AR = (AC/100)X R
230 BL = (LOG ( F) / (LOG(10)) + (8.43 X 10-3 X T) - 2.7555
240 AM = 10 BL
242 AP= (AM/100) X R
246 HM= SQR(F /1010)
250 LP1 = N - (20 X (LOG (R/1)) / LOG(10)) ) - 4 - AR -AP
260 ES = LP1/10
270 EN = (10 ES) X (1E-12)
280 CC = LP1/20
290 CU= (10 C) X (0.00002)
340 PRINT
350 PRINT " PRESENTACIÓN DE RESULTADOS "
360 PRINT " VELOCIDAD DEL SONIDO= C " ; C
370 PRINT " DENSIDAD DEL AIRE=D " ; D
380 PRINT " FRECUENCIA=F " ; F
390 PRINT " FRECUENCIA ANGULAR=H " ; H
400 PRINT " LONGITUD DE ONDA=L " ; L
420 PRINT " NIVEL DE PRESION SONORA= LW " ; N
430 PRINT " LA DISTANCIA EN METROS=R " ; R
480 PRINT " ATENUACION AFAC A UN METRO=AR " ; AR
490 PRINT " ATENUACION ALFAM A UN METRO=AP " ; AP
500 PRINT " ABSORCION DE HUMEDAD=HM " ; HM
520 PRINT " NIVEL DE PRESION SONORA A 10 METROS=LP1 EN dB " ; LP1
530 PRINT " NUEVA POTENCIA SONORA= WAT " ; EN
540 PRINT " NUEVA PRESION SONORA=CU EN PASCALES " ; CU
570 END
```

COMANDO REM. Permite que se incluyan comentarios. Este comando no se ejecuta. Línea 10.

COMANDO INPUT. Asigna la entrada de datos desde el teclado a una variable, en nuestro caso pide los valores que correspondan. Líneas 20-70.



De la líneas 100 a 290, se realizan las operaciones matemáticas. Con su variable respectiva.  
 COMANDO PRINT. Visualiza los datos en la pantalla. Con comentario a que resultado se refiere.  
 Líneas 350-540.  
 COMANDO END. Termina la ejecución del programa. Línea 570.

Para saber la declinación, el ángulo altitud, el ángulo azimut y las horas de sol. Se utiliza el Programa P2 de la calculadora. Los datos que proporcionaremos son el día a analizar, ángulo horario y la latitud del lugar. A continuación escribimos el programa y lo explicamos. Los resultados los presentamos en forma de tabla en el punto 4.8. Cálculos y resultados.

```

10 INPUT " EL DIA ANALIZAR " ; I
20 INPUT " LA LATITUD ES " ; L
30 INPUT " ANGULO HORARIO " ; T
40 X = ((( 284 + I ) / 365 ) X 360)
50 Z = SIN X
60 N = 23.45 X Z
70 M = COS L X COS N X COS T + SIN L X SIN N
80 O = ASN M
90 H = COS N X SIN T / COS O
100 U = ASN H
110 E = -1 X TAN L X TAN N
120 TD = (2/15) X ACS E
140 PRINT " LA DECLINACION " ; N
150 PRINT " EL SENO ES " ; M
160 PRINT " ANGULO ALTITUD " ; O
170 PRINT " EL 2 SENO ES " ; H
180 PRINT " ANGULO AZIMUT " ; U
190 PRINT " # DE HORAS DE SOL " ; TD
200 END

```

COMANDO INPUT. Asigna la entrada de datos desde el teclado a una variable, en nuestro caso pide los valores que correspondan. Líneas 10-30.

De las líneas 40 a 120, se realizan las operaciones matemáticas. Con su variable respectiva.

COMANDO PRINT. Visualiza los datos en la pantalla. Con comentario a que resultado se refiere. Líneas 140-190.

COMANDO END. Termina la ejecución del programa. Línea 200.

Para realizar la simulación en el recinto al aire libre, nos apoyamos en la acústica gráfica que es la proyección de los rayos sonoros. Esto lo logramos utilizando los siguientes programas con vista vertical y horizontal. Los rayos sonoros se muestran en diferentes ángulos por medio de una línea punteada esto lo podemos ver solamente cuando se ejecute el programa.

```

80 CLS
85 REM APARECIENDO LINEA, (VERTICAL, ARRIBA)
90 REM DX=1 Y DY=3, ANGULO DE -70 GRADOS, ARCHIVO HALL.BAS
100 SCREEN 1
110 COLOR 1, 0
120 LINE (0, 0) - (0, 190), 1 : LINE (300, 0) - (300, 190), 1
130 LINE (0, 0) - (300, 0), 1 : LINE (0, 190) - (300, 190), 1
140 LINE (10, 75) - ( 10, 115), 1 : LINE (10, 75) - (50, 75), 1
150 LINE (10, 115) - (50, 115), 1
152 LINE (65, 45) - (65, 145), 2 : LINE (65, 45) - (135, 45), 2
154 LINE (65, 145) - (135, 145), 2 : LINE (135, 45) - (135, 145), 2
160 X = 45: Y = 45
170 DX = 1 : DY = 3

```

```

300 REM CICLO
301 FOR N = 1 TO 36.
310 PSET (X, Y), 1
320 FOR J = 1 TO 800: NEXT J: REM DEMORA
330
340 REM CALCULAR NUEVA POSICIÓN
350 X = X + DX : Y = Y + DY
360 REM VER SI LLEGO A LA PARED
370 IF X>= 299 THEN X = 299: DX = - DX
380 IF X<= 1 THEN X = 1: DX = -DX
390 IF Y>= 189 THEN Y = 189: DY = -DY
400 IF Y<=1 THEN Y = 1: DY = -DY:
410 IF Y>= 75 AND Y<=115 AND X =10 THEN X = 10: DX = -DX
420 IF X>= 10 AND X<=50 AND Y =74 THEN Y = 74: DY = -DY
430 IF X>= 10 AND X<=50 AND Y =116 THEN Y = 116: DY = -DY
480 NEXT N
500 END

```

COMANDO CLS. Borra la pantalla de visualización. Línea 80.

COMANDO REM. Permite que se incluyan comentarios. Este comando no se ejecuta. Líneas 85-90, 300 y 340.

COMANDO SCREEN. Determina si la pantalla se va a utilizar para texto o para gráficos. En nuestro caso 1 indica modalidad de gráficos en media resolución. Línea 100.

COMANDO COLOR. Asigna los colores para el primer plano, el fondo y el borde de la pantalla. En nuestro caso 1 es el color azul y el 0 sería negro. Línea 110.

COMANDO LINE. Dibuja una línea o un cuadrilátero en la pantalla. En nuestro caso traza una línea desde el ultimo punto dibujado al indicado. Líneas 120-154.

En la línea 160 se determinan las coordenadas de inicio para la aparición de la línea en la pantalla.

En la línea 170 avance en coordenadas X y Y respectivamente..

En la línea 350 se determina la pendiente de la línea.

COMANDO FOR NEXT. Ejecuta las líneas de programas entre la sentencia FOR y la sentencia NEXT e incrementa la variable de control, comenzando por el valor inicial. La ejecución termina cuando el valor de la variable de control sobrepasa el valor final especificado. Línea 301-480 y 320 es velocidad de avance.

COMANDO PSET Y PRESET. Dibuja un punto en la pantalla en la posición indicada. Línea 310.

COMANDO IF THEN. Ejecuta la sentencia THEN o la sentencia GOTO al cumplirse la condición especificada. Líneas 370-430

COMANDO END. Termina la ejecución del programa. Línea 500. Los siguientes programas funcionan igual con algunos cambios en las líneas 170,301, 320,415 y 420.

```

80 CLS
85 REM APARECIENDO LINEA, (VERTICAL, ABAJO)
90 REM DX=14 Y DY=2, ANGULO DE -10 GRADOS, ARCHIVO BAAA.BAS
100 SCREEN 1
110 COLOR 1, 0
120 LINE (0, 0) - (0, 190), 1 : LINE (300, 0) - (300, 190), 1
130 LINE (0, 0) - (300, 0), 1 : LINE (0, 190) - (300, 190), 1
140 LINE (10, 75) - ( 10, 115), 1 : LINE (10, 75) - (50, 75), 1
150 LINE (10, 115) - (50, 115), 1
152 LINE (65, 45) - (65, 145), 2 : LINE (65, 45) - (135, 45), 2
154 LINE (65, 145) - (135, 145), 2 : LINE (135, 45) - (135, 145), 2
160 X = 45: Y= 145
170 DX = 14 : DY = 2
300 REM CICLO
301 FOR N = 1 TO 9.
310 PSET (X, Y), 1

```

```

320 FOR J = 1 TO 900: NEXT J: REM DEMORA
330
340 REM CALCULAR NUEVA POSICIÓN
350 X = X + DX : Y = Y + DY
360 REM VER SI LLEGO A LA PARED
370 IF X>= 299 THEN X = 299: DX = - DX
380 IF X<= 1 THEN X = 1: DX = -DX
390 IF Y>= 189 THEN Y = 189: DY = -DY
400 IF Y<=1 THEN Y = 1: DY = -DY:
410 IF Y>= 75 AND Y<=115 AND X =10 THEN X = 10: DX = -DX
420 IF X>= 10 AND X<=50 AND Y =74 THEN Y = 74: DY = -DY
430 IF X>= 10 AND X<=50 AND Y =116 THEN Y = 116: DY = -DY
480 NEXT N
500 END

```

```

80 CLS
90 REM DIBUJANDO CUADRADO, ARCHIVO CSI.BAS (HORIZONTAL)
95 REM DX=10 Y DY=3, ANGULO DE 16 GRADOS
100 SCREEN 1
110 COLOR 1, 0
120 LINE (0, 0) – (0, 190), 1 : LINE (300, 0) – (300, 190), 1
130 LINE (0, 0) – (300, 0), 1 : LINE (0, 190) – (300, 190), 1
140 LINE (10, 75) – ( 10, 115), 1 : LINE (10, 75) – (50, 75), 1
150 LINE (10, 115) – (50, 115), 1
152 LINE (65, 45) – (65, 145), 2 : LINE (65, 45) – (135, 45), 2
154 LINE (65, 145) – (135, 145), 2 : LINE (135, 45) – (135, 145), 2
160 X = 45: Y= 170
170 DX = 10 : DY = 3
300 REM CICLO
301 FOR N = 1 TO 15.
310 PSET (X, Y), 1
320 FOR J = 1 TO 900: NEXT J: REM DEMORA
330
340 REM CALCULAR NUEVA POSICIÓN
350 X = X + DX : Y = Y + DY
360 REM VER SI LLEGO A LA PARED
370 IF X>= 299 THEN X = 299: DX = - DX
380 IF X<= 1 THEN X = 1: DX = -DX
390 IF Y>= 189 THEN Y = 189: DY = -DY
400 IF Y<=1 THEN Y = 1: DY = -DY:
415 IF X>= 11 AND X<=50 AND Y =156 THEN Y = 156: DY = -DY
420 IF X>= 12 AND X<=49 AND Y =180 THEN Y = 180: DY = -DY
480 NEXT N
500 END

```

```

80 CLS
85 REM APARECIENDO LINEA, (HORIZONTAL)
90 REM DX=1 Y DY=0, ANGULO A CERO GRADOS, ARCHIVO DERR.BAS
100 SCREEN 1
110 COLOR 1, 0
120 LINE (0, 0) – (0, 190), 1 : LINE (300, 0) – (300, 190), 1
130 LINE (0, 0) – (300, 0), 1 : LINE (0, 190) – (300, 190), 1
140 LINE (10, 155) – ( 10, 190), 1 : LINE (10, 155) – (50, 155), 1
150 LINE (10, 180) – (50, 180), 1 : LINE (50,180)-(50,190),1

```

```

152 LINE (65, 165) - (135, 165), 2 : LINE (65, 189) - (135, 189), 2
154 LINE (65, 165) - (65, 189), 2 : LINE (135, 165) - (135, 189), 2
160 X = 45: Y= 170
170 DX = 1 : DY = 0
300 REM CICLO
301 FOR N = 1 TO 100.
310 PSET (X, Y), 1
320 FOR J = 1 TO 500: NEXT J: REM DEMORA
330
340 REM CALCULAR NUEVA POSICIÓN
350 X = X + DX : Y = Y + DY
360 REM VER SI LLEGO A LA PARED
370 IF X>= 299 THEN X = 299: DX = - DX
380 IF X<= 1 THEN X = 1: DX = -DX
390 IF Y>= 189 THEN Y = 189: DY = -DY
400 IF Y<=1 THEN Y = 1: DY = -DY:
415 IF Y>= 11 AND X<= 50 AND Y =156 THEN Y = 156: DY = -DY
420 IF X>= 12 AND X<=49 AND Y =180 THEN Y = 180: DY = -DY
480 NEXT N
500 END

```

```

80 CLS
90 REM DIBUJANDO CUADRADO ARCHIVO CI.BAS ( HORIZONTAL)
95 REM DX=30 Y DY=3, ANGULO DE 5 GRADOS
100 SCREEN 1
110 COLOR 1, 0
120 LINE (0, 0) - (0, 190), 1 : LINE (300, 0) - (300, 190), 1
130 LINE (0, 0) - (300, 0), 1 : LINE (0, 190) - (300, 190), 1
140 LINE (10, 75) - ( 10, 115), 1 : LINE (10, 75) - (50, 75), 1
150 LINE (10, 115) - (50, 115), 1
152 LINE (65, 165) - (135, 165), 2 : LINE (65, 189) - (135, 189), 2
154 LINE (65, 165) - (65, 189), 2 : LINE (135, 165) - (135, 189), 2
160 X = 45: Y= 170
170 DX = 30 : DY = 3
300 REM CICLO
301 FOR N = 1 TO 5.
310 PSET (X, Y), 1
320 FOR J = 1 TO 1300: NEXT J: REM DEMORA
330
340 REM CALCULAR NUEVA POSICIÓN
350 X = X + DX : Y = Y + DY
360 REM VER SI LLEGO A LA PARED
370 IF X>= 299 THEN X = 299: DX = - DX
380 IF X<= 1 THEN X = 1: DX = -DX
390 IF Y>= 189 THEN Y = 189: DY = -DY
400 IF Y<=1 THEN Y = 1: DY = -DY:
415 IF X>= 11 AND X<= 50 AND Y =156 THEN Y = 156: DY = -DY
420 IF X>= 12 AND X<=49 AND Y =180 THEN Y = 180: DY = -DY
480 NEXT N
490
500 END

```

#### 4.8. CÁLCULOS Y RESULTADOS.

Realizando cálculos con el programa recto

Datos:

PRESION ATMOSFERICA EN PASCALES = 100000  
TEMPERATURA EN GRADOS CENTÍGRADOS = 9.2 °C  
EL PERIODO T EN SEGUNDOS = 0.001  
NIVEL DE PRESION SONORA LW = 100 dB (N)  
DISTANCIA EN METROS DESDE LA FUENTE R = 2  
PRESENTACIÓN DE RESULTADOS  
VELOCIDAD DEL SONIDO C = 337.5477869 M/S  
DENSIDAD DEL AIRE=D 1.228732954 KG/M3  
FRECUENCIA= F 1000 Hz  
FRECUENCIA ANGULAR H = 6283.185307 R/S  
LONGITUD DE ONDA L = 0.3375477869 M  
NIVEL DE PRESION SONORA LW = 100 dB  
LA DISTANCIA EN METROS=R 2 m  
ATENUACIÓN AFAC A LOS METROS =AR 1.255593665E-03  
ATENUACIÓN ALFAM A LOS METROS =AP 4.198421097E-02  
ABSORCIÓN DE HUMEDAD = HM 0.9950371902  
LP1 EN dB ES = 89.93616028  
NUEVA POTENCIA SONORA= W 9.854078748E-04  
NUEVA PRESION SONORA=CU EN PASCALES 0.6278241391

Realizando cálculos con programa P2. los resultados los hemos presentado en una lista.

Datos:

EL DIA ANALIZAR = 141  
LA LATITUD ES = 24  
EL TIEMPO SOLAR ES = 30

Resultados:

LA DECLINACION = 20.13801482  
ANG ALTITUD = 61.98438383  
ANG AZIMUT = 88.02446378  
# D HORAS D SOL = 13.25286596

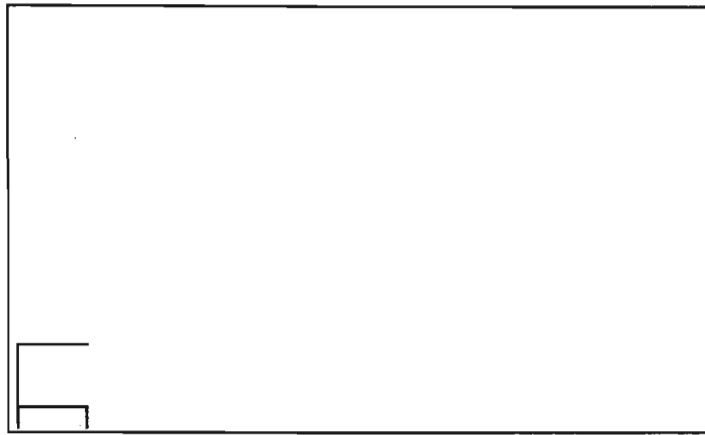


Figura 4.20. Muestra el dibujo que aparece en la pantalla de la computadora, mostrando tamaño en la pantalla y utilizando una escala de 10 pixeles es igual a un metro físico, la simulación se hace por medio de los rayos sonoros, que en nuestro caso lo representamos como una línea que aparece, cada línea tiene un ángulo de inclinación que en cada programa se indica. (vista horizontal). La figura se ve al ejecutarse el programa en la computadora.

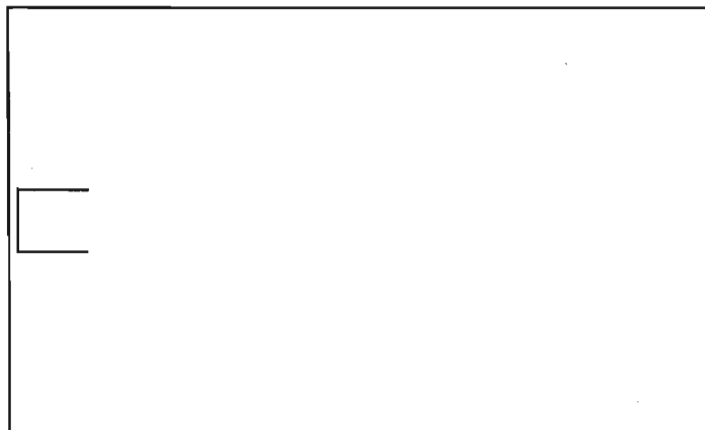


Figura 4-21. (Vista vertical), utilizando una escala con respecto a los pixeles de la pantalla, tratando de que estas no sean tan reducidas para que se muestre la simulación de los rayos sonoros en la pantalla. Debo mencionar que en la pantalla tenemos un determinado número de pixeles, por lo que se hicieron varios ensayos hasta obtener el tamaño óptimo es decir la escala, la posición de las bocinas son las coordenadas en cada programa respectivamente y las indicaciones son como en la figura 4.20. La figura se ve al ejecutarse el programa en la computadora.

Calculando las horas de Sol.

Año 2003. Análisis de asoleamiento, programa P2. Los datos son día, mes del año,  
 Coordenadas: Latitud 19° 25'00'' Longitud 99° 01'00'' Hora 8:00 am, ang horario 60.

DIA	MES	DECLINACIÓN	ALTITUD	AZIMUT	# DE HORAS DE SOL
1	1	-23.01163673	17.79425062	56.84159465	10.86274611
10	1	-22.03962456	18.29043699	56.72065093	10.9163573
20	1	-20.34185152	19.14732588	59.26819729	11.00814662
30	1	-18.04277769	20.2866973	61.38951896	11.12908781
31	1	-17.78227121	20.41420038	61.63181314	11.14257105
32	2	-17.51649546	20.5439367	61.87942163	11.1562838
41	(10) 2	-14.90088746	21.80145609	64.33902426	11.2890805
51	(20) 2	-11.57903665	23.34473465	67.52487702	11.45292675
59	(28) 2	-8.67004053	24.6422734	70.3748568	11.59300258
60	(1) 3	-8.293705066	24.80622167	70.74779016	11.61093965
69	(10) 3	-4.809700522	26.27876249	74.24759536	11.77549047
79	(20) 3	-0.8071867927	27.86261832	78.37606162	11.96241306
90	(31) 3	3.618541843	29.46628667	83.07776963	12.16872494
91	(1) 4	4.016824232	29.60248478	83.50793719	12.18735751
100	(10) 4	7.533773567	30.74350342	87.35632913	12.35294947
110	(20) 4	11.22630855	31.8163358	88.50911068	12.52993882
120	(30) 4	14.58699625	32.67419692	84.66694806	12.6952254
121	(1) 5	14.90088746	32.74832298	84.30444311	12.7109195
130	(10) 5	17.51649546	33.32492595	81.26101335	12.8437162
140	(20) 5	19.9282108	33.79004739	78.42117396	12.96982289
151	(31) 5	21.89848302	34.12132516	76.07959278	13.07592444
152	(1) 6	22.03962456	34.143348	75.91116768	13.0836427
161	(10) 6	23.01163673	34.28874942	74.74892986	13.13725389
171	(20) 6	23.44457137	34.34997269	74.23000468	13.16139824
181	(30) 6	23.18448949	34.31345575	74.54183555	13.14687357
182	(1) 7	23.12048412	34.30434791	76.61853436	13.14330841
191	(10) 7	22.23907905	34.1740772	75.67300861	13.09457798
201	(20) 7	20.63628618	33.91420117	77.58176811	13.00761189
212	(31) 7	18.17103077	33.45755671	80.49333582	12.87756593
213	(1) 8	17.91318797	33.40587351	80.79602842	12.86419962
222	(10) 8	15.36341658	32.85564404	83.76918912	12.73413465
232	(20) 8	12.10166307	32.05093619	87.5153858	12.57254594
243	(31) 8	8.104608734	30.91794378	87.98930821	12.38006142
244	(1) 9	7.724628909	30.80216877	87.56770583	12.36200546
253	(10) 9	4.215526436	29.66991439	83.72297977	12.19666036
263	(20) 9	0.201834075	28.24240994	79.4353301	12.00939786
273	(30) 9	-3.817824453	26.6824111	75.25982623	11.82195445
274	(1) 10	-4.215526434	26.52142229	74.85310931	11.80333964
283	(10) 10	-7.724628907	25.0523727	71.31359401	11.6379945
293	(20) 10	-11.40309498	23.42469111	67.69562639	11.4614791
304	(31) 10	-15.05618302	21.72779901	64.19181404	11.28129797
305	(1) 11	-15.36341658	21.58169514	63.9010205	11.26586535
314	(10) 11	-17.91318797	20.35016584	61.50999892	11.13580038
324	(20) 11	-20.2406829	19.19798148	59.36091335	11.01354641
334	(30) 11	-21.96986757	18.3258923	57.7839286	10.92017399
344	(10) 12	-23.04962764	17.77477712	56.80733712	10.8606341
354	(20) 12	-23.44804565	17.57019782	56.44851998	10.83840732
365	(31) 12	-23.085911	17.75617333	56.77462631	10.85861582

Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 1992, Estación: Centro de Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica = 100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 32 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
350.9188	1.1369	100	628.3185	3.5091	100	10	5.2703E-05	3.2678E-02	0.3146	75.9672	3.9511E-05	0.1257
350.9188	1.1369	1000	6283.1853	0.3509	100	10	5.9134E-03	0.3267	0.9950	75.6673	3.6874E-05	0.1214
350.9188	1.1369	10000	62831.853	3.5091E-02	100	10	0.6634	3.2678	3.1465	72.0686	1.6101E-05	8.0253E-02

Tabla 4.72. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 1992, Estación: Centro de Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica = 100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura -5 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
328.9456	1.2939	100	628.3185	3.2894	100	10	5.8076E-05	1.5934E-02	0.3146	75.9840	3.9664E-05	0.1259
328.9456	1.2939	1000	6283.1853	0.3289	100	10	6.5162E-03	0.1593	0.9950	75.8341	3.8318E-05	0.1238
328.9456	1.2939	10000	62831.853	3.2894E-02	100	10	0.7311	1.5934	3.1465	73.6753	2.3309E-05	9.6560E-02

Tabla 4.73. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.



Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 1993, Estación: Centro de Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 32 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora Db	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en db es =	Nueva potencia sonora w watos	Nueva presión sonora en pascales
350.9188	1.1368	100	628.3185	3.5091	100	10	5.2703E-05	3.2678E-02	0.3146	75.9672	3.9511E-05	0.1257
350.9188	1.1368	1000	6283.1853	0.3509	100	10	5.9134E-03	0.3267	0.9950	75.6673	3.6874E-05	0.1214
350.9188	1.1368	10000	62831.853	3.5091E-02	100	10	0.6634	3.2678	3.1465	72.0686	1.6101E-05	8.0253E-02

Tabla 4.74. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 1993, Estación: Centro de Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura -4 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora Db	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w watos	Nueva presión sonora en pascales
329.5587	1.2890	100	628.3185	3.2955	100	10	5.7924E-05	1.6247E-02	0.3146	75.9836	3.9961E-05	0.1259
329.5587	1.2890	1000	6283.1853	0.3295	100	10	6.4991E-03	0.1624	0.9950	75.8310	3.8291E-05	0.11237
329.5587	1.2890	10000	62831.853	3.2955E-02	100	10	0.7292	1.6247	3.1465	73.6460	2.3152E-05	0.6234E-02

Tabla 4.75. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 1994, Estación: Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 31 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
350.3430	1.1406	100	628.3185	3.5034	100	10	5.2842E-05	0.0320	0.3146	75.9678	3.9517E-05	0.1257
350.3430	1.1406	1000	6283.1853	0.3503	100	10	5.9289E-03	0.3205	0.9950	75.6735	3.6928E-05	0.1215
350.3430	1.1406	10000	62831.853	3.5034E-02	100	10	0.6652	3.2050	3.1465	72.1297	1.6329E-05	8.0819E-02

Tabla 4.76. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 1994, Estación: Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura -5 °C , Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
328.9456	1.2938	100	628.3185	3.2894	100	10	5.8076E-05	1.5934E-02	0.3146	75.9840	3.9664E-05	0.1259
328.9456	1.2938	1000	6283.1853	0.3289	100	10	6.5162E-03	0.1593	0.9950	75.8341	3.8318E-05	0.1238
328.9456	1.2938	10000	62831.853	3.2894E-02	100	10	0.7311	1.5934	3.1456	73.6753	2.3309E-05	9.6560E-02

Tabla 4.77. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 1995, Estación: Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 31 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
350.3430	1.1406	100	628.3185	3.5034	100	10	5.2842E-05	0.0320	0.3146	75.9678	3.9517E-05	0.1257
350.3430	1.1406	1000	6283.1853	0.3503	100	10	5.9289E-03	0.3205	0.9950	75.6735	3.6928E-05	0.1215
350.3430	1.1406	10000	62831.853	3.5034E-02	100	10	0.6652	3.2050	3.1465	72.1297	1.6329E-05	8.0819E-02

Tabla 4.78. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 1995, Estación: Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura -2 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
330.7816	1.2795	100	628.3185	3.3078	100	10	5.7620E-05	1.6890E-02	0.3146	75.9830	3.9655E-05	0.1259
330.7816	1.2795	1000	6283.1853	0.3307	100	10	6.4651E-03	0.1689	0.9950	75.8246	3.8235E-05	0.1236
330.7816	1.2795	10000	62831.85	3.3078E-02	100	10	0.7254	1.6890	3.1465	73.5855	2.2832E-05	9.5566E-02

Tabla 4.79. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 1996, Estación: Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 31 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
350.3430	1.1406	100	628.3185	3.5034	100	10	5.2842E-05	0.0320	0.3146	75.9678	3.9517E-05	0.1257
350.3430	1.1406	1000	6283.1853	0.3503	100	10	5.9289E-03	0.3205	0.9950	75.6735	3.6928E-05	0.1215
350.3430	1.1406	10000	62831.853	3.5034E-02	100	10	0.6652	3.2050	3.1465	72.1297	1.6329E-05	8.0819E-02

Tabla 4.80. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 1996, Estación: Lago Nabor Carrillo,

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura -5.5 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
328.6386	1.2962	100	628.3185	3.2863	100	10	5.8152E-05	1.5781E-02	0.3146	75.9841	3.9665E-05	0.1259
328.6386	1.2962	1000	6283.1853	0.3286	100	10	6.5248E-03	0.1578	0.9950	75.8356	3.8332E-05	0.1238
328.6386	1.2962	10000	62831.853	3.2863E-02	100	10	0.7320	1.5781	3.1465	73.6898	2.3387E-05	9.6720E-02

Tabla 4.81. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 1997, Estación: Los Reyes.

Presión atmosférica = 100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 32 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
350.9188	1.1368	100	628.3185	3.5091	100	10	5.2703E-05	3.2678E-02	0.3146	75.9672	3.9511E-05	0.1257
350.9188	1.1368	1000	6283.1853	0.3509	100	10	5.9134E-03	0.3267	0.9950	75.6673	3.6874E-05	0.1214
350.9188	1.1368	10000	62831.853	3.5091E-02	100	10	0.6634	3.2678	3.1465	72.0688	1.6101E-05	8.0253E-02

Tabla 4.82. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 1997, Estación: Los Reyes.

Presión atmosférica = 100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura –1 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c a	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
331.3913	1.2748	100	628.3185	3.3139	100	10	5.7469E-05	0.0172	0.3146	75.9827	3.9652E-05	0.1259
331.3913	1.2748	1000	6283.1853	0.3313	100	10	6.4482E-03	0.1722	0.9950	75.8213	3.8206E-05	0.1236
331.3913	1.2746	10000	62831.8530	3.3139E-02	100	10	0.7235	1.7221	3.1465	73.5543	2.2669E-05	9.5224E-02

Tabla 4.83. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 1998, Estación: Los Reyes la Paz.

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 40 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
355.4912	1.1078	100	628.3165	3.5549	100	10	5.1609E05	3.8168E-02	0.3146	75.9617	3.9461E-05	0.1256
355.4912	1.1078	1000	6283.1853	0.3554	100	10	5.7906E-03	0.3816	0.9950	75.6125	3.6412E-05	0.1206
355.4912	1.1078	10000	62831.853	0.0355	100	10	0.6497	3.8168	3.1465	71.5334	1.4234E-05	7.5457E-02

Tabla 4.84. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 1998, Estación: Los Reyes la Paz.

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 0.0 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
332	1.2701	100	628.3185	3.32	100	10	5.7319E-05	1.7559E-02	0.3146	75.9823	3.9649E-05	0.1259
332	1.2701	1000	6283.1853	0.332	100	10	6.4313E-03	0.1755	0.9950	75.8179	3.8176E-05	0.1235
332	1.2701	10000	62831.853	0.0332	100	10	0.7216	1.7559	3.1465	73.5224	2.2503E-05	9.4875E-02

Tabla 4.85. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 1999, Estación: Los Reyes.

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 34 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
352.0675	1.1294	100	628.3185	3.5206	100	10	5.2427E-05	3.3971E-02	0.3146	75.9659	3.9500E-05	0.1259
352.0675	1.1294	1000	6283.1853	0.3520	100	10	5.8825E-03	0.3397	0.9950	75.6543	3.6765E-05	0.1212
352.0675	1.1294	10000	62831.853	3.5206E-02	100	10	0.6600	3.3971	3.1465	71.9427	1.5641E-05	0.0790

Tabla 4.86. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 1999, Estación: Los Reyes.

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 0.0 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
332	1.2701	100	628.3185	3.32	100	10	5.7319E-05	1.7559E-02	0.3146	75.9823	3.9649E-05	0.1259
332	1.2701	1000	6283.1853	0.332	100	10	6.4313E-03	0.1755	0.9950	75.8179	3.8176E-05	0.1235
332	1.2701	10000	62831.853	0.0332	100	10	0.7216	1.7559	3.1465	73.5224	2.2503E-05	9.4875E-02

Tabla 4.87. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 2000, Estación: Los Reyes la Paz.

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 38 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
354.3536	1.1149	100	628.3185	3.5435	100	10	5.1880E-05	3.6714E-02	0.3146	75.9632	3.9475E-05	0.1256
354.3536	1.1149	1000	6283.1853	0.3543	100	10	5.8210E-03	0.3671	0.9950	75.6270	3.6534E-05	0.1208
354.3536	1.1149	10000	62831.853	0.0354	100	10	0.6531	3.6714	3.1465	71.6753	1.4707E-05	7.6700E-02

Tabla 4.88. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 2000, Estación: Los Reyes la Paz.

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 0.0 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascales
332	1.2701	100	628.3185	3.32	100	10	5.7319E-05	1.7559E-02	0.3146	75.9823	3.9649E-05	0.1259
332	1.2701	1000	6283.1853	0.332	100	10	6.4313E-03	0.1755	0.9950	75.8179	3.8176E-05	0.1235
332	1.2701	10000	62831.853	0.0332	100	10	0.7216	1.7559	3.1465	73.5224	2.2503E-05	9.4875E-02

Tabla 4.89. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.



Utilizando el programa recto.bas al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados..

Los datos son temperatura máxima. Año analizado 2001, Estación: Los Reyes la Paz.

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 32.5 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascuales
351.2063	1.1350	100	628.3185	3.5120	100	10	5.2634E-05	3.2997E-02	0.3146	75.9669	3.9508E-05	0.1257
351.2063	1.1350	1000	6283.1853	0.3512	100	10	5.9056E-03	0.3299	0.9950	75.6641	3.6847E-05	0.1214
351.2063	1.1350	10000	62831.853	3.5120E-02	100	10	0.6626	3.2997	3.1465	72.0376	1.5986E-05	7.9967E-02

Tabla 4.90. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

Los datos son temperatura mínima. Año analizado 2001, Estación: Los Reyes la Paz.

Presión atmosférica =100000 N/m<sup>2</sup>, Temperatura 1.5 °C, Onda en seg = 0.01 – 0.001- 0.0001, SPL = 100 DB, Distancia desde la fuente = 10 m

Velocidad del sonido en m/s	Densidad Kg/m <sup>3</sup>	Frecuencia (Hz)	Frecuencia Angular (rad/s)	Longitud de onda (m)	Nivel de presión sonora dB	Distancia (m)	Atenuación alfa c	Atenuación alfa m	Máxima absorción de humedad G/m <sup>3</sup>	Lp1 en Db es =	Nueva potencia sonora w	Nueva presión sonora en pascuales
332.9108	1.2632	100	628.3185	3.3291	100	10	5.7094E-05	1.8077E-02	0.3146	75.9818	3.9644E-05	0.1259
332.9108	1.2632	1000	6283.1853	0.3329	100	10	6.4060E-03	0.1807	0.9950	75.8128	3.8131E-05	0.1235
332.9108	1.2632	10000	62831.8530	3.3291E-02	100	10	0.7187	1.8077	3.1465	73.4734	2.2250E-05	9.4341E-02

Tabla 4.91. Al teclear los valores correspondientes se generan los siguientes resultados presentados en forma de tabla.

#### 4.9. PROPUESTA DE LOS MESES

##### LA TERMODINAMICA DE LA ATMÓSFERA.

1. La temperatura.- El calor y la luz de la atmósfera provienen de la radiación solar.

Los días despejados, en los que la depresión es menor, tienen una temperatura más alta, y los días nublados, en los que la depresión es mayor tienen una temperatura más baja.

La temperatura del día también depende del caldeoamiento de la tierra. La tierra se calienta de día, y aunque pierde calor por radiación se mantiene caliente durante el día, a causa de la radiación solar. Después de haber comenzado la noche, aun cuando no se recibe la energía solar, continúa la radiación de calor en la Tierra y está alcanza el mínimo en las últimas horas de la madrugada.

La temperatura más alta del día corresponde al mediodía y a las horas que siguen a éste, porque en ellas el calor de la insolación se suma al calor de la radiación que procede de la Tierra; y la temperatura más baja del día corresponde a las seis de la mañana, cuando la radiación de calor de la Tierra es muy pequeña.

En el verano, época del año en la que los rayos solares inciden perpendicularmente sobre la superficie terrestre, la temperatura es más alta que en invierno, cuando inciden oblicuamente.

En las regiones de gran elevación sobre la superficie el aire es menos denso, por lo cual absorbe menos calor y la temperatura es más baja que en las regiones de escasa elevación.

La curva de la inclinación y de la radiación de la tierra durante 24 horas en la época del equinoccio, según Trewartha

Las regiones de temperaturas más altas son las situadas entre los trópicos, porque en ellas los rayos solares inciden verticalmente o menos oblicuamente que en el resto de la Tierra. Y las regiones de temperaturas más bajas son las situadas entre los círculos polares y los polos respectivos, porque en ellas los rayos solares dejan de incidir durante seis meses y los otros seis meses en que inciden lo hacen muy oblicuamente. En las regiones intermedias, situadas entre los trópicos y los círculos polares, se suceden las estaciones, de las cuales el verano corresponde a la época de más alta temperatura y el invierno a la época de más baja temperatura.

Temperaturas medias normales del mes de enero.

Se consideran como zonas tropicales, desde el punto de vista climático, las regiones que tienen una temperatura media mensual, durante todos los meses del año, superior a 18 grados centígrados.

Se consideran como zonas polares, desde el punto de vista climático las regiones que tienen una temperatura media mensual, durante todos los meses, inferior a 10 grados centígrados.

Temperaturas medias normales del mes de Julio, según Pedro Carrasco

Entre las zonas tropicales y polares se encuentran las templadas en ambos hemisferios, y en el hemisferio norte una zona fría. Las zonas templadas se caracterizan porque la temperatura media del mes más frío es superior a 0 grados centígrados. Y la zona fría del hemisferio norte se caracteriza porque la temperatura media del mes más cálido es superior a 10 grados centígrados y la temperatura media del mes más frío es inferior a 0 grados centígrados.

2.- La presión.- La atmósfera es una mezcla de gases que rodea la superficie terrestre. Y aunque los gases tienen muy poco peso, ejercen presión sobre la superficie y sobre los cuerpos que se encuentran en la misma.

La presión atmosférica es muy diferente en los distintos lugares de la superficie terrestre. El factor que influye de un modo más directo en la presión atmosférica es la temperatura.

La atmósfera, como todos los cuerpos, se dilatan cuando aumenta la temperatura y se contrae cuando disminuye aquélla.

A la dilatación de la atmósfera corresponde una disminución de la presión y a la contracción de la atmósfera corresponde un aumento de la presión.

De aquí que a mayor temperatura menos presión, y a menor temperatura mayor presión.

La presión también se modifica con la altitud. Las capas inferiores con la altitud. Las capas inferiores de la atmósfera tienen que soportar el peso de las superiores y son más densas.

Por el contrario, las capas superiores no tienen que soportar el peso de las superiores y son menos densas.

La densidad también se modifica con la temperatura. El aire caliente es menos denso que el frío. Y la presencia o ausencia de vapor de agua determina una disminución o aumento de la densidad.

En consecuencia, a mayor altitud menor presión y a menor altitud mayor presión. Y como la densidad disminuye con la mayor temperatura y con la presencia de vapor de agua, y aumenta con la menor temperatura y con la ausencia de vapor de agua, estos fenómenos influyen, a su vez, en la presión atmosférica.

La presión equivale a una altura patrón de la columna de mercurio en el barómetro de 760 mm . a cero grados centígrados de temperatura, al nivel del mar y a los 45 grados de latitud geográfica.

La columna atmosférica ejerce una carga 1033,22 gramos por centímetro cuadrado de superficie. Y esta carga representa una presión (equivalente a los 760 milímetros de la columna de mercurio del barómetro) a 1.013,250 dinas.

La dina es igual a la fuerza que produce una aceleración de un centímetro por segundo en un gramo de masa.

Pero los meteorólogos, para evitar el empleo de un número tan grande han adoptado por unidad un múltiplo de la dina.

La baria vale un millón de dinas por centímetro cuadrado.

Y para evitar decimales pequeños, la presión atmosférica se expresa en la milibaria.

1013.2 milibarias (mb) es el equivalente de los 760 milímetros de la columna de mercurio a cero grados de temperatura al nivel del mar y a los 45 grados de latitud geográfica.

El estudio de la presión permite determinar las zonas de baja y de alta presión.

Las zonas de baja y alta presión tienen centros que sufren una constante traslación.

La traslación de los centros de baja y alta presión es uno de los fenómenos típicos de las zonas templadas, donde los mismos se mueven de oeste a este, es decir, en la dirección de los vientos contralisios.

Una vez que se han observado las presiones correspondientes a un día puede determinarse la presión media del día.

Sobre la base de las presiones medias diarias se determinan, utilizando los datos de diez años por lo menos, la presión media mensual y la presión media anual.

Es muy frecuente el empleo de la presión media mensual de enero como presión de invierno, y de la presión media mensual de julio, como presión de verano.

Por otro lado, el estudio de las distintas presiones observadas en un día que permite determinar la variación diaria de presión.

La diferencia de presión durante un día es de 2 a 4 milímetros en la zona tórrida, de alrededor de 1 milímetro en las zonas templadas y muy pequeña en las zonas polares.

Además, el estudio de las presiones medias diarias permite determinar la variación anual de la presión

La variación anual de la presión es menor en la zona tórrida, media en las zonas templadas y mayor en las zonas polares.

En las zonas secas es de mucha importancia la variación anual y diaria de la presión.

3.- Los Vientos.- Se llama al movimiento horizontal de las capas inferiores de la atmósfera.

Los movimientos horizontales de la atmósfera también reciben el nombre de advección.

Además de los movimientos advectivos, en la atmósfera se verifican movimientos verticales, que reciben el nombre de convección.

Los movimientos convectivos pueden ser ascendentes o descendentes. Las regiones de la superficie terrestre donde se verifican la convergencia o divergencias de masa de aire y los movimientos convectivos reciben el nombre de zonas de calma.

Los movimientos del aire se deben a la desigualdad de la presión atmosférica.

Según la ley de Stephenson la velocidad de los vientos está en razón directa a la diferencia de presiones de los puntos entre los cuales soplan.

4.- El anemómetro y el anemoscopio y la medición del viento.- El anemómetro es un instrumento que sirve para medir la velocidad del viento.

Y el anemoscopio, o veleta, es un instrumento que sirve para determinar la dirección, o rumbo en la rosa de los vientos, de los movimientos de la atmósfera.

Mediante estos instrumentos se miden, pues, la velocidad y la dirección del viento.

Los vientos se designan por la inicial del rumbo de donde provienen, excepto el oeste, que escribe W.

Así los vientos de los puntos cardinales son: norte (N), este (E), sur (S) y oeste (W).

Los vientos de los puntos intermedios son: noreste (NE), sureste (SE), suroeste (SW) y noroeste (NW).

Los vientos que soplan de las direcciones comprendidas entre el norte y el este se llaman vientos del primer cuadrante; los que soplan del este al sur son los del segundo cuadrante; los que soplan del sur al oeste son los del tercer cuadrante, y los que soplan del oeste al norte son los del cuarto cuadrante.

Debo mencionar que los factores que más afectan en el comportamiento del sonido son la temperatura, la humedad y el viento.

En este caso analizando las tablas que es donde están los datos meteorológicos vemos conveniente sonorizar en los meses de octubre, noviembre y diciembre. Esto es por lo siguiente:

Ya que hemos mencionado que los vientos que afectan al sonido y son vientos de más de 30 a 40 kilómetros por hora, convertidos a metros sobre segundo es 8.33 m/s y 11.11 m/s respectivamente por lo que en estos meses se tiene un viento menor al de otros meses en el año.

La temperatura es algo fría pero es soportable. Y si se realiza en evento en la tarde después de las 5:00 pm la temperatura no es del todo fría. Debo recordar que los datos extremos están en las horas de 6:00 am y 2:00 pm para la temperatura mínima y máxima extrema respectivamente.

Con respecto a la humedad analizando las tablas en estos meses no es tan húmedo el clima pero el problema lo solucionamos aplicándole al amplificador más tonos agudos para solucionar el problema si es necesario.

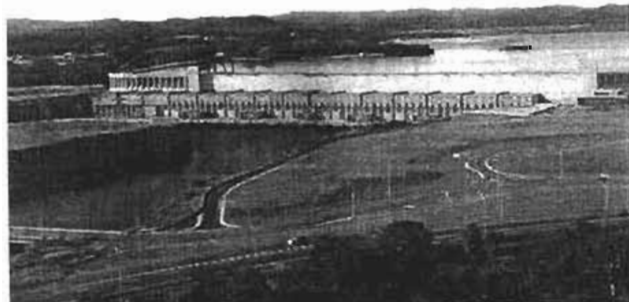
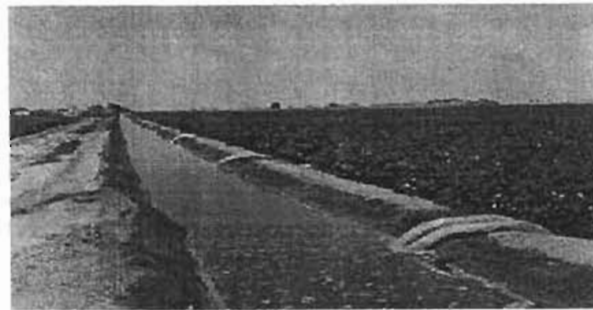
# APÉNDICE A

## DESCRIPCIÓN DE UNA ESTACIÓN METEOROLÓGICA

¿Por qué medir los elementos hidroclimáticos?

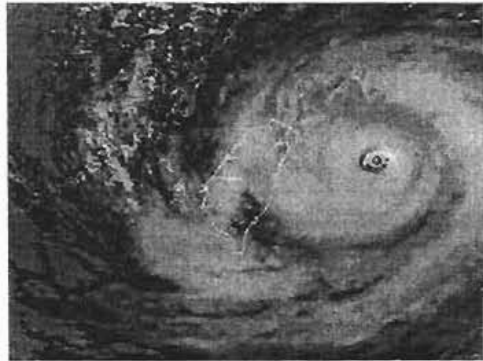
**LAS MEDICIONES HIDROCLIMÁTICAS CONTRIBUYEN A MEJORAR EL DESARROLLO SOCIO-ECONÓMICO DE LA COMUNIDAD, YA QUE AYUDAN A:**

- Contar con agua potable para consumo humano.
- Incrementar los rendimientos de los cultivos.
- Incrementar el desarrollo industrial en zonas determinadas.
- Prevenir enfermedades ocasionales por sequías ó inundaciones.
- Optimizar el uso de los recursos hídricos.
- Apoyar el diseño y construcción de carreteras, sistemas de drenaje urbano y agrícola, presas, etc.
- Proporcionar información para el turismo, transporte aéreo, marítimo, terrestre y generación de energía.



**LAS MEDICIONES HIDROCLIMÁTICAS CONTRIBUYEN A MEJORAR LA SEGURIDAD DE LOS CIUDADANOS Y LOS BIENES, YA QUE PERMITEN:**

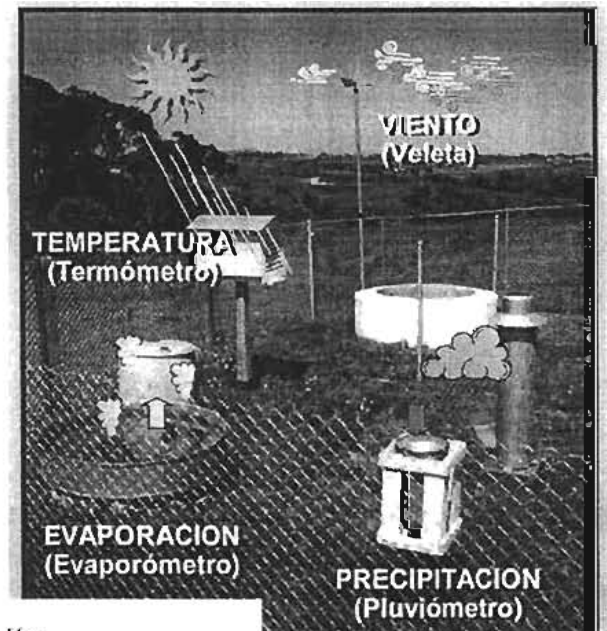
- Mejorar los sistemas de alertamiento sobre eventos meteorológicos e hidrológicos extremos.
- Desarrollar nuevos métodos de pronóstico para prevención de inundaciones.
- Prevenir a los sitios con riesgos ambientales.
- Contribuyen a mejorar la planeación de desarrollos urbanos, agrícolas, industriales y turísticos.



### Estaciones Climatológicas Convencionales

#### Estación Climatológica

Instrumentos colocados a la intemperie que permiten medir las variables meteorológicas, colocados en sitios estratégicos representativos de un área (o lugar)





Construcción :

- Instalada a la intemperie, de aproximadamente 4 x 4 metros.
- - Con cerca de protección
- - En un lugar plano, lo más horizontal posible
- Libre de obstáculos que:
  - impidan o desvíen la circulación del aire
  - reflejen calor
  - intercepten la lluvia

Elementos  
Climáticos

Instrumentos  
de medición

PRECIPITACIÓN

Pluviómetro  
y/o  
Pluviógrafo

TEMPERATURA

Termómetro  
"SIX"

EVAPORACION

Tanque  
Evaporómetro

VIENTO

Veleta o  
Anemoscopio

ESTADO DEL TIEMPO  
Y VISIBILIDAD

Observación

Precipitación.

¿Con qué medir la precipitación?

Pluviómetro

Aparato para medir la humedad que recibe la superficie de la tierra en forma de lluvia, nieve, rocío, granizo, etc.

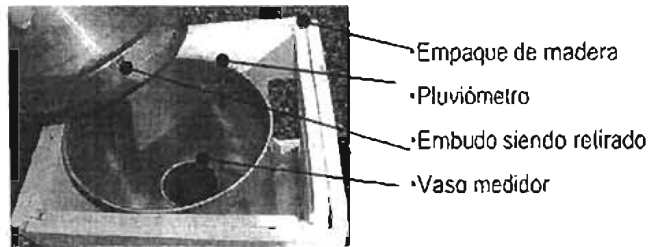
¿Cómo se utiliza?

Observando y midiendo la altura del agua recogida en un recipiente de tamaño conocido, con una regla especial de madera.

¿Cómo está hecho?

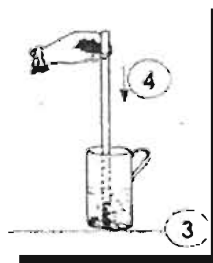
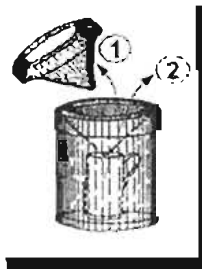
- Empaque del pluviómetro: caja de madera para protección contra el sol.
- Cuerpo del pluviómetro: depósito cilíndrico de acero inoxidable.
- Embudo receptor: diámetro de 22.6 cm.

- Vaso medidor: va dentro del depósito cilíndrico. Diámetro: 7.1 cm.
- Regla especial de madera: graduada de 30 cm.

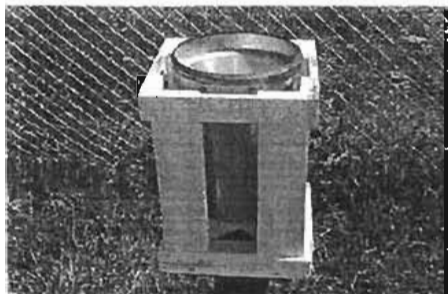


¿Cómo se mide la precipitación?  
Uso del Pluviómetro

1. Se retira el embudo receptor.
2. Se saca el vaso medidor cuidando de no derramar nada del agua que está en su interior.



- 3 Se coloca el vaso medidor sobre una superficie horizontal.
4. Se introduce la regla de madera verticalmente en el vaso medidor, hasta que llegue al fondo.



Montaje del pluviómetro en su empaque de madera.



Uso de la regla de madera para medir la altura de agua dentro del vaso medidor.

5. Se retira la regla y se observa hasta que la graduación llega a la parte mojada. Aquí se pueden ver dos ejemplos de la lectura, de la altura de precipitación de la regla.
6. Se hace la anotación de la precipitación en el formato.

Detalle

LATITUD _____		LONGITUD _____					
DIVISIÓN _____		MUNICIPIO _____					
DIAS	TERMÓMETRO AL ABRIGO			PLUVIÓMETRO	MICROMETRO		EVAPORACION
	AMBIENTE	MÁXIMA	MINIMA	LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	EN 24 Hrs. LECTURAS EN mm
				C	B	A	D
1					70.36		4.09
2				0.0	66.27		10.25
3				3.1	59.12		8.97
4				INAP	50.15	100.00	4.1
5				0.0	95.9		8.3
6				2.5	90.1		

7. Finalmente, se tira el agua del vaso medidor.

Nota: si el agua ha rebasado el borde del vaso medidor, debe hacerse la primera lectura, anotándola inmediatamente, luego se tira el agua del vaso medidor y éste se vuelve a llenar con el agua que quede en el pluviómetro (recipiente grande), para hacer una nueva lectura, y así sucesivamente hasta que se haya medido toda el agua. Al final, deberán sumarse todas las lecturas para anotar el total de lluvia en el formato.

### Temperatura

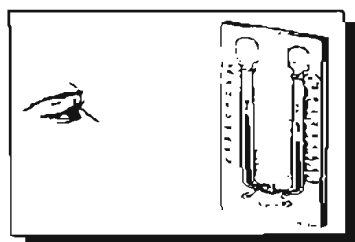
¿Con qué medir la temperatura?

Termómetro tipo "Six"

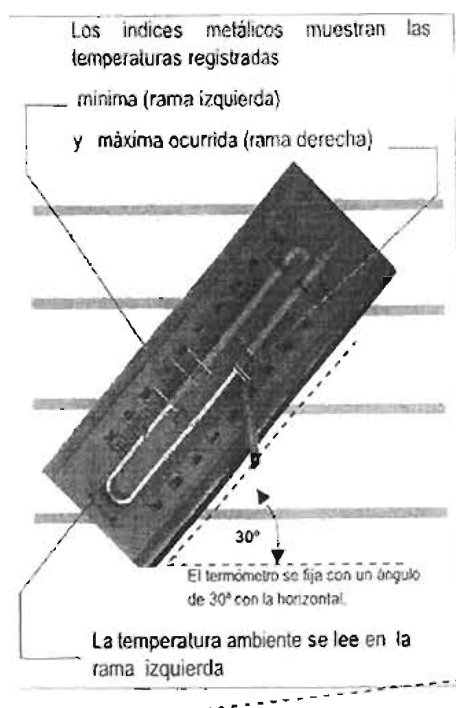
Aparato que mide las temperaturas mínima, máxima y ambiente con una columna de mercurio y dos índices metálicos sobre una escala en grados Celsius.

Configuración:

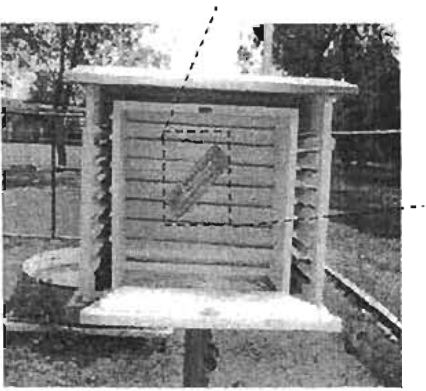
- Instalado dentro del abrigo
- Abrigo de madera: para protección contra el sol
- Imán: para llevar los índices de nuevo al mercurio



Posición del ojo humano con respecto al termómetro.



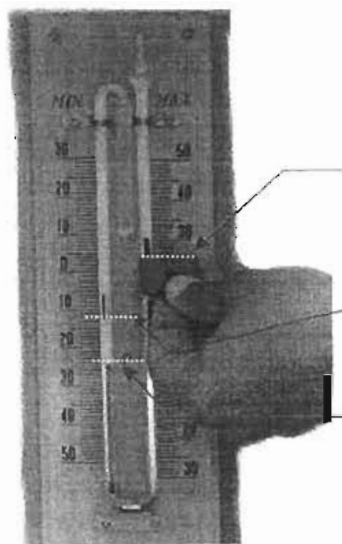
Montaje del termómetro en su abrigo o caseta de madera. Techo doble y paredes de persianas para que el aire circule desde todas direcciones.



¿Cómo se mide la temperatura?

#### Uso del Termómetro

1. Se hace la lectura de la temperatura máxima en la rama derecha del termómetro, en el extremo del índice más cercano al mercurio. Aunque la temperatura máxima ocurre entre las 2 y las 4 de la tarde del día anterior a la observación. Ejemplo: A= 25.0 o
2. Se procede a hacer la lectura de la temperatura mínima, en el índice de la rama izquierda, también en su extremo más cercano al mercurio. Este valor (B) corresponde a la mínima de la misma fecha de la observación. Ejemplo: 13 oC



3. La lectura de la temperatura ambiente se hace en la rama izquierda del termómetro, en el extremo de la columna de mercurio. El valor leído ( C ) corresponde a la temperatura del aire a la hora de la observación, Ejemplo: C= 24 oC
4. Por último, se usa el iman para llevar los índices nuevamente a estar en contacto con el mercurio.

Detalle

LATITUD _____		LONGITUD _____					
DIVISIÓN _____		MUNICIPIO _____					
DIAS	TERMÓMETRO AL ABRIGO			PLUVIÓMETRO	MICROMETRO		EVAPORACIÓN
	AMBIENTE	MÁXIMA	MINIMA	LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	EN 24 Hrs. LECTURAS EN mm
				C	B	A	D
1					70.36		4.09
2				0.0	66.27		10.25
3				3.1	59.12		8.97
4				INAP	50.15	100.00	4.1
5				0.0	95.9		8.3
6				2.5	90.1		

Nota: La graduación del termómetro SIX está generalmente en grados Celsius, en la llamada escala Centígrada. La lectura debe hacerse apreciando hasta el medio grado. Debe tenerse el cuidado de colocar la línea de vista al mismo nivel del índice o de la columna de mercurio, para lograr la mayor precisión posible. Debe también evitarse tocar el termómetro antes de la lectura acercarse demasiado a él, pues se le puede transmitir el calor del cuerpo.

Evaporación

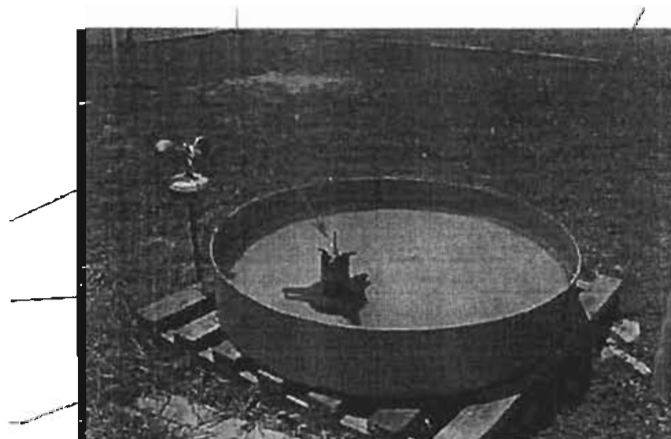
¿Con qué medir la evaporación?

Tanque Evaporómetro

Aparato para medir la evaporación del agua con ajuste en lagos, presas, etc, al medir el descenso del nivel de agua entre dos observaciones

Colocada preferentemente en una parrilla de madera a 10 cm del suelo.

Agua limpia (sin hojas, basura, etc) siempre a un nivel abajo del borde del tanque (mínimo unos 5 cm) para evitar derrame por lluvias.

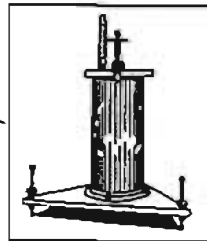
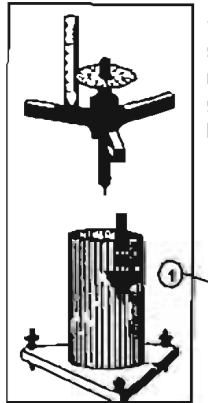


¿Cómo se mide la Evaporación?

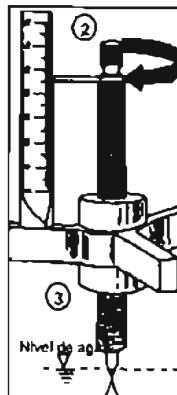
Uso del tornillo Micrométrico

(se encuentra dentro del tanque Evaporómetro)

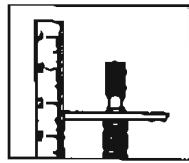
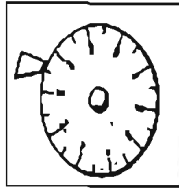
1. Se coloca el tornillo sobre el cilindro de reposo, apoyándolo en sus brazos sobre el borde del cilindrico.



2. Se gira muy lentamente el tornillo, de modo que su punta se acerque a la superficie del agua.



3. Se detiene el tornillo en el preciso momento en que la punta logra tocar el agua, cuando coincide con su imagen reflejada en la superficie.
4. La lectura en milímetros se hará tomando el valor que alcanza el borde afilado del disco del tornillo sobre la regla. A esa lectura se suman las centésimas de milimetro que se leen sobre el disco, tomando como referencia la arista de la regla. El total se anota inmediatamente en el formato (valor B).



5. Cálculo de evaporación sin añadir agua al tanque

La evaporación para el día 1 (D1) se calcula restando la lectura del tornillo micrometrico del día 1 (B1) menos la lectura para el día 2 (B2), en caso de precipitación. La evaporación del día 2 (D2), sera la resta de la lectura del día 2 (B2) menos la lectura del día 3 (B3) más la precipitación del día 3 (C3).

Ejemplo de llenado de formato:

- B1 – B2 + C2 = D1
- B2 – B3 + C3 = D2
- B3 – B4 + C4 = D3
- A4 – B5 + C5 = D4
- B5 – B6 + C6 = D5
- Etc....

LATITUD _____			LONGITUD _____				
DIVISIÓN _____			MUNICIPIO _____				
DIAS	TERMÓMETRO AL ABRIGO			PLUVIÓMETRO LECTURAS EN mm	MICROMETRO		EVAPORACION EN 24 Hrs. LECTURAS EN mm
	AMBIENTE	MAXIMA	MINIMA		LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	
				C	B	A	D
1					70.36		4.09
2				0.0	66.27		10.25
3				3.1	59.12		8.97
4				INAP	50.15	100.00	4.1
5				0.0	95.9		8.3
6				2.5	90.1		

6. Por último, debe añadirse agua al tanque si el nivel ha descendido mucho, o retirarse agua del tanque si el nivel está muy cerca del borde. En cualquier caso, se hace una nueva lectura (A) con el tornillo micrométrico y se anota en la planilla. Ese valor se utilizará en la siguiente observación tal como se utilizo el valor de (B9).

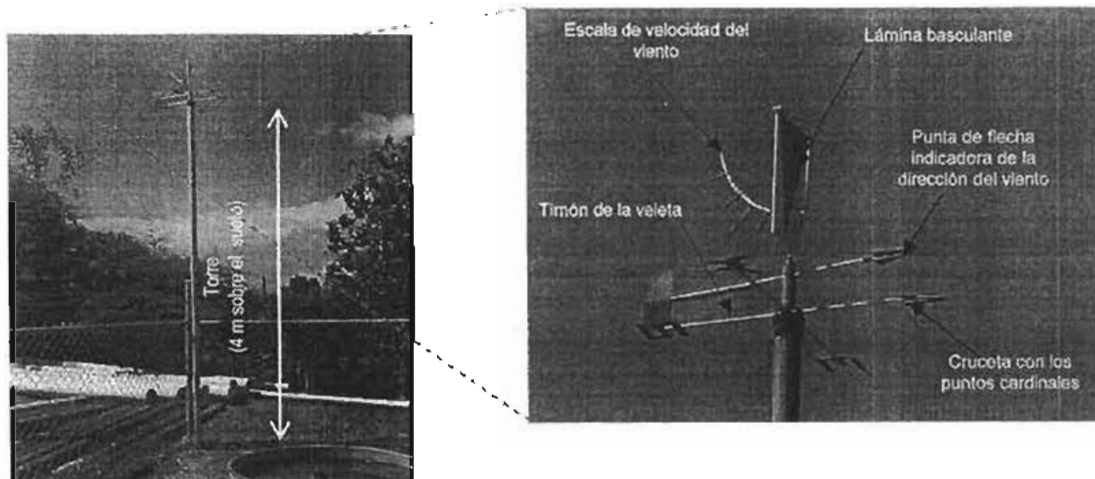
Viento

¿Con qué observar el viento?

Veleta o Anemoscopio



Indica la dirección donde viene el viento. Consta de barra con timón y punta de flecha que gira en un eje vertical sobre una cruz con los puntos cardinales, la punta de flecha indica la dirección de donde proviene el viento. La velocidad es indicada por medio de una lamina metálica plana que bascula en un eje horizontal por la fuerza del empuje del aire.

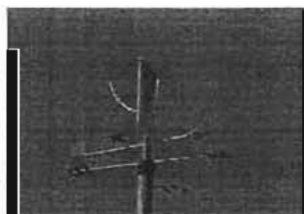


¿Cómo se observa el viento?

1. Los puntos cardinales que definen la dirección del viento tienen nombres y símbolos (letras) específicos que deben respetarse en cualquier anotación meteorológica, como se indica en la tabla que aquí se muestra

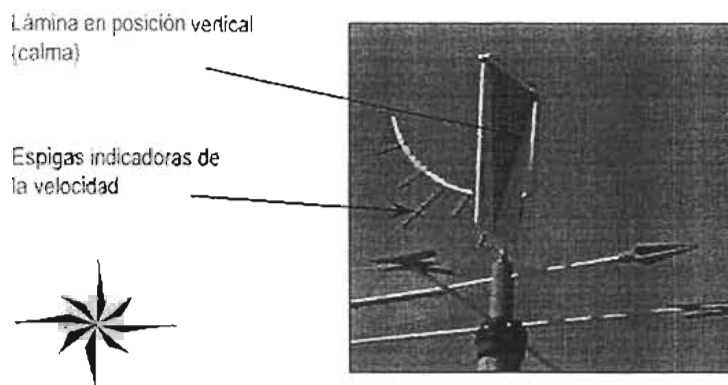
Letra de registro	Nombre asignado	Dirección que señala la punta de la veleta
N	Norte	Norte
NE	Noreste	Entre Norte y Este
E	Este	Este (Oriente)
SE	Sureste	Entre Sur y Este
S	Sur	Sur
SW	Suroeste	Entre Sur y Oeste
W	Oeste	Oeste (poniente)
NW	Noroeste	Entre Norte y Oeste

2. La observación de la dirección del viento debe hacerse directamente desde debajo de la veleta, anotando el punto cardinal en el cual se ubica la punta de la flecha. Si no sopla viento, se reporta calma, sin ninguna dirección.



Veleta señalando viento del Norte(N).

3. La velocidad del viento se lee la escala de la veleta, de acuerdo a la espiga de dicha escala que la lámina basculante alcance a elevarse por efecto del viento. Existen laminas de distintos tamaños, por lo cual debe contarse con los valores de velocidad específicos para el modelo de veleta



Nota: Para definir el viento se definen dos aspectos del mismo: Dirección e Intensidad.

-La dirección se define como el punto cardinal desde donde sopla el viento.

La intensidad es la velocidad del viento en un determinado tiempo dada en kilómetros/hora, metros/segundo o nudos.

4. Cuando no se dispone de lámina basculante, se recurre al uso de la escala de Beaufort, que permite estimar la velocidad a partir de la observación de ciertos indicadores del entorno.




Número Beaufort	Símbolo en el registro	Término descriptivo	Velocidad en:		Características para estimar la velocidad
			Km/h	Nudos	
0		Calma	< 1	< 1	El humo sube vertical
1		Brisa ligera (Ventolina)	1-5	1-3	La dirección del viento está indicada por el movimiento del humo. La veleta no se mueve.
2		Suave	6 - 11	4 - 6	Se mueve la veleta. El viento se siente en la cara. Se mueven las hojas de los árboles.
3		Leve	12 - 19	7 - 10	El viento agita las hojas y ramas pequeñas. Despliega banderitas pequeñas.
4		Moderada	20 - 28	11 - 16	El viento mueve ramas pequeñas. Levanta polvo y papeles sueltos.
5		Regular	29 - 38	17 - 21	Se mecen los árboles pequeños. Se producen olas pequeñas en estanques y lagunas.
6		Fuerte	39 - 49	22 - 27	Se mueven ramas grandes. Silban los cables telegráficos. Dificultad para abrir los paraguas.
7		Muy fuerte	50 - 61	28 - 33	Se mueve todo el follaje de los árboles. Se siente incomodidad al caminar en contra del viento.
8		Temporal	62 - 74	34 - 40	Se rompen ramas delgadas de los árboles. Es casi imposible avanzar contra el viento.
9		Temporal fuerte	75 - 88	46 - 55	Se dañan salientes de edificios (chimeneas, tejas, etc.)
10		Temporal muy fuerte	89 - 102	56 - 63	Rara vez ocurre tierra adentro. Árboles arrancados. Daños considerables en edificios.
11		Tempestad	103 - 117	64 o más	Rara vez ocurre. Los daños o destrozos son generales.
12		Huracán	118 o más		

Estado del tiempo y visibilidad.

¿Cómo se determina el estado del tiempo y la visibilidad?



1. El estado del cielo se refiere a la cantidad de nubes presentes. Para las observaciones diarias se establecen tres estados posibles, resumidos en la tabla de abajo:

Símbolo	Término	Descripción
	Despejado	No hay nubes o su cantidad no cubre más de la tercera parte del cielo
	Medio Nublado	La cantidad de nubes cubre entre una y dos terceras partes del cielo
	Nublado	Más de dos terceras partes del cielo están cubiertas de nubes

2. La descripción del estado del tiempo es un indicativo más específico de las condiciones atmosféricas en el lugar y el momento de la observación. También se hace una descripción del tiempo en las pasadas 24 horas, para lo cual deben hacerse observaciones regulares cada cierto número de horas en el transcurso del día. Los términos que se acostumbra usar dan en la siguiente tabla:

Término	Descripción
Lluvioso	Si está lloviendo
Neblinoso	Si hay niebla
Ventoso	Si esta soplando viento y éste es algo fuerte
Caluroso	Si se experimenta calor
Bochornoso	Si domina calma y se siente fuerte calor
Templado	Si la temperatura es moderada y agradable
Frío	Si se experimenta frío
Fresco	Si experimenta frío moderado
Calinoso	Si predomina la calina

3. Por último, se describe con un código la visibilidad horizontal, en términos de la distancia a la cual pueden reconocerse los objetos o, durante la noche, se puede ver una luz de intensidad conocida. Nuevamente se resumen los criterios en una tabla de fácil visualización:

Término	Los objetos no son visibles a más de..	Numero (codigo) para anotación
Niebla muy densa	50 m	0
Niebla densa	200 m	1
Visibilidad muy mala	500 m	2
Visibilidad mala	1,000 m	3
Visibilidad muy escasa	2,000 m	4
Visibilidad escasa	4,000 m	5
Visibilidad regular	10,000 m	6
Visibilidad buena	20,000 m	7
Visibilidad muy buena	50,000 m	8
Visibilidad excelente	Más de 50 Km	9

## DESCRIPCIÓN DE ESTACIONES PLUVIOGRAFICAS

NOMBRE DE LA ESTACIÓN: SAN JUAN DE ARAGON, D.F.

### UBICACIÓN

Se encuentra instalada en el campamento Isidro L. Fabela, en San Juan de Aragón dentro de la Delegación Gustavo A. Madero, D.F.

### ACCESO

Por la avenida Ing. Eduardo Molina, hacia el Norte, hasta encontrar con la avenida Talismán, por la que se prosigue con dirección al Oriente hasta el campamento de referencia.

COORDENADAS            Latitud N: 19° 27' 55''            Longitud WG: 99° 04' 45''

ALTITUD                    2,240 msnm, determinada con altímetro.

### INSTRUMENTACIÓN METEOROLÓGICA

Cuenta con pluviógrafo "Krasa" con registro para un día, pluviómetro, termómetro, evaporómetro, higrómetrografo "Lambrecht" con registro para 8 días y veleta.

### DEPENDENCIA

Es controlada por la Gerencia Regional de Aguas del Valle de México de la Comisión Nacional del Agua.

### PERIODO DE INFORMACIÓN.

Se dispone de información desde el 17 de julio de 1970 a la fecha. En el 2001 no se dispuso de datos del higrómetrografo.

NOMBRE DE LA ESTACIÓN:        KM 6+250 GRAN CANAL, D.F.

### UBICACIÓN

Se encuentra situada a la altura del km 6+250 del Gran Canal del desagüe, sobre la margen izquierda 200 m aguas abajo del puente sobre el que cruza la avenida San Juan de Aragón y 10 m aguas arriba de la estación hidrométrica km 6+250, dentro de la Delegación Gustavo A. Madero, D.F.

### ACCESO

Partiendo del cruce de las avenidas Ferrocarril Hidalgo y San Juan de Aragón se transita hacia el Oriente de esta última 1 km aproximadamente, para llegar al cruce con el Gran Canal de Desagüe, y continuando a pie 200 m hacia aguas abajo del Puente se llega a la estación.

COORDENADAS            Latitud N: 19° 28' 36''            Longitud WG: 99° 05' 29''

ALTITUD:                    2,238 msnm, obtenida con altímetro.

### INSTRUMENTACIÓN METEOROLÓGICA

Consta de un pluviógrafo "Lambrecht" de registro diario, pluviómetro, termómetro tipo "Six" evaporómetro y veleta.

### DEPENDENCIA

Es controlada por la Gerencia Regional de Aguas del Valle de México de la Comisión Nacional del Agua.

### PERIODO DE INFORMACIÓN

Se cuenta con información desde el 7 de mayo de 1958 a la fecha. En el año 2001 se dispuso de datos pluviómetro, termómetro, evaporómetro y pluviógrafo.

NOMBRE DE LA ESTACIÓN: KM 27+250 GRAN CANAL, MEX. (Automatizada)

#### UBICACIÓN

Se encuentra localizada en km 27+250 del gran canal del desagüe, a unos 250 m aguas abajo de la planta de bombeo y a 4 km al Noroeste de San Cristóbal Ecatepec, dentro del municipio del mismo nombre.

#### ACCESO

Siguiendo por la avenida de los Insurgentes Norte, hasta llegar a Indios Verdes se prosigue por la carretera libre a Pachuca unos 10 km hasta llegar al "Puente de Fierro". Se desvía hacia la derecha unos 250 m aproximadamente para llegar al sitio.

COORDENADAS            Latitud N: 19° 38' 25''            Longitud WG: 99° 03' 14''

ALTITUD                    2,450 msnm.

#### INSTRUMENTACIÓN METEOROLÓGICA

Consta de pluviógrafo "Lambrecht" de registro diario, pluviómetro, termómetro tipo "Six" y evaporómetro.

#### DEPENDENCIA

Es controlada por la Gerencia Regional de Aguas del Valle de México de la Comisión Nacional del Agua.

#### PERIODO DE INFORMACIÓN

Se encuentra con datos de 1974 a la fecha. Durante el 2001 se dispuso de datos de pluviógrafo, termómetro y evaporómetro; el pluviógrafo en tiempo real no operó.

La estación automatizada fue instalada en 1998, cuenta con información pluviométrica en tiempo real, envía sus datos al Puesto Central ubicado en las oficinas centrales de la Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica, localizado en Av. Viaducto Piedad No. 507 Col. Granjas México. Dentro de la red telemétrica de lluvia en tiempo real, la estación tiene asignado el número 71 "km 27+250".

El equipo se encuentra en el traspalio de la casa del aforador de la margen izquierda.

NOMBRE DE LA ESTACIÓN: LAGO NABOR CARRILLO, MEX.

#### UBICACIÓN

Se localiza al oriente del área Metropolitana en las inmediaciones de la reserva ecológica del lago de Texcoco, municipio de Texcoco, Estado de México.

#### ACCESO

Con origen en la colonia Ciudad Lago del municipio de Nezahualcoyotl, con dirección al oriente se transitan 4 km por la autopista Peñón-Texcoco, tras este recorrido se continúa a la derecha 700 m, para llegar al sitio de la estación.

COORDENADAS            Latitud N: 19° 28' 11''            Longitud WG: 98° 59' 10''

ALTITUD:                    2,235 msnm. Obtenida con altímetro

#### INSTRUMENTACIÓN METEOROLÓGICA

Se dispone de pluviógrafo "Rossbach" con registro diario pluviómetro, termómetro tipo "Six" y evaporómetro.



#### DEPENDENCIA

Es controlada por la Gerencia Regional de Aguas del Valle de México de la Comisión Nacional del Agua.

#### PERIODO DE INFORMACIÓN

Se cuenta con registro a partir de marzo de 1967, el higr{otermografo no funciona.

#### NOMBRE DE LA ESTACIÓN:

CHAPINGO, MEX. (Automatizada)

#### UBICACIÓN

La estación climatológica se encuentra situada frente a la estación hidrométrica Chapingo, sobre la margen izquierda, en la parte sur de la Universidad Autónoma Chapingo, en el municipio de Texcoco del Estado de México.

#### ACCESO

Con origen en el minicipio de Texcoco, Méx, se toma el camino pavimentado que con dirección al Sur y un breve recorrido de 3 km conduce al sitio de la estación.

#### COORDENADAS

Latitud N: 19° 29'09''

Longitud WG: 98° 53'05''

#### ALTITUD

2,250 msnm, obtenida con altímetro.

#### INSTRUMENTACIÓN METEOROLÓGICA

Se dispone para observaciones de pluviógrafo "R. Fuess, con registro para un día, higr{otermografo Wilh Lambrecht", pluviómetro, termómetro "Six", evaporómetro y veleta.

#### DEPENDENCIA

Es controlada por la Gerencia Regional de Aguas del Valle de México de la Comisión Nacional del Agua.

#### PERIODO DE INFORMACIÓN

Se cuenta con información desde junio de 1959 a la fecha. Para el año 2001 solo se tuvieron datos del pluviómetro, termómetro, evapor{ometro e higr{ografo. La estación en tiempo real no operó.

La estación cuenta con información pluviométrica en tiempo real, envía sus datos al Puesto Central ubicado en las oficinas centrales de la Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica, localizado en Av. Viaducto Piedad No. 507 Col. Granjas México; dentro de la red telemétrica de lluvia en tiempo real, la estación tiene asignado el número 64 "Chapingo". El equipo se encuentra ubicado en el patio de la casa del aforador.

#### NOMBRE DE LA ESTACIÓN:

SAN LUCAS CHALCO, MEX. (Automatizada)

#### UBICACIÓN

Se encuentra ubicada en la margen derecha del río de la Compañía junto a la estación hidrométrica San Lucas de Chalco en el Estado de México.

#### ACCESO

Con origen en la Cd. de México se parte hacia el oriente por la avenida Ignacio Zaragoza hasta entroncar con la carretera federal de cuota que conduce a la Cd. de Puebla; en esta se prosigue por el carril lateral el que con un recorrido de 20 km conduce a la población de Chalco, Méx.

#### COORDENADAS

Latitud N: 19° 17'18''

Longitud WG: 98° 52'34''



ALTITUD 2240 msnm, obtenida con la carta topográfica del INEGI.

#### INSTRUMENTACIÓN METEOROLÓGICA

Cuenta con pluviógrafo "Rossbach" con registro para un día, así como termómetro tipo "Six", evaporómetro y pluviómetro.

#### DEPENDENCIA

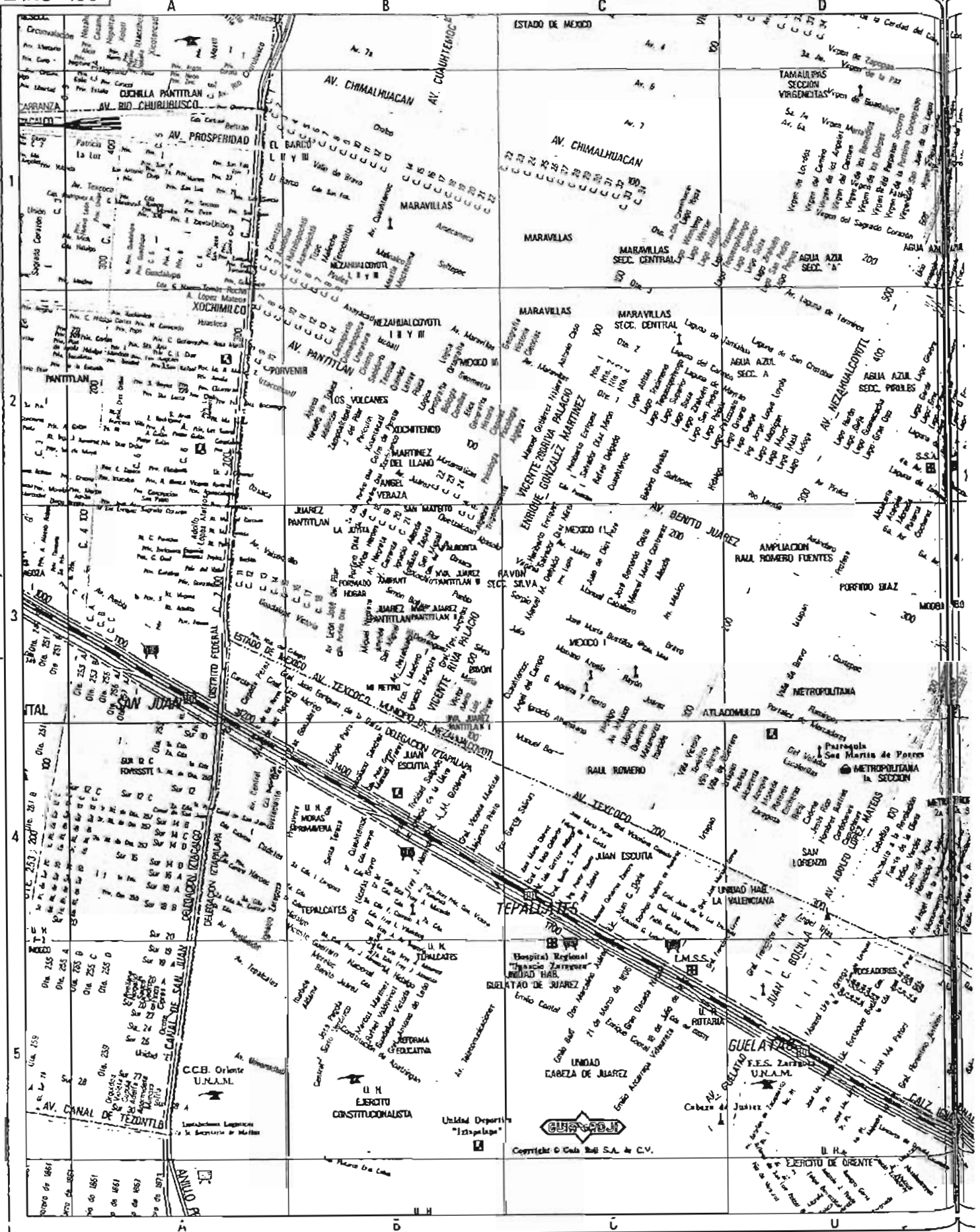
Es controlada por la Gerencia Regional de Aguas del Valle de México de la Comisión Nacional del Agua.

#### PERIODO DE INFORMACIÓN

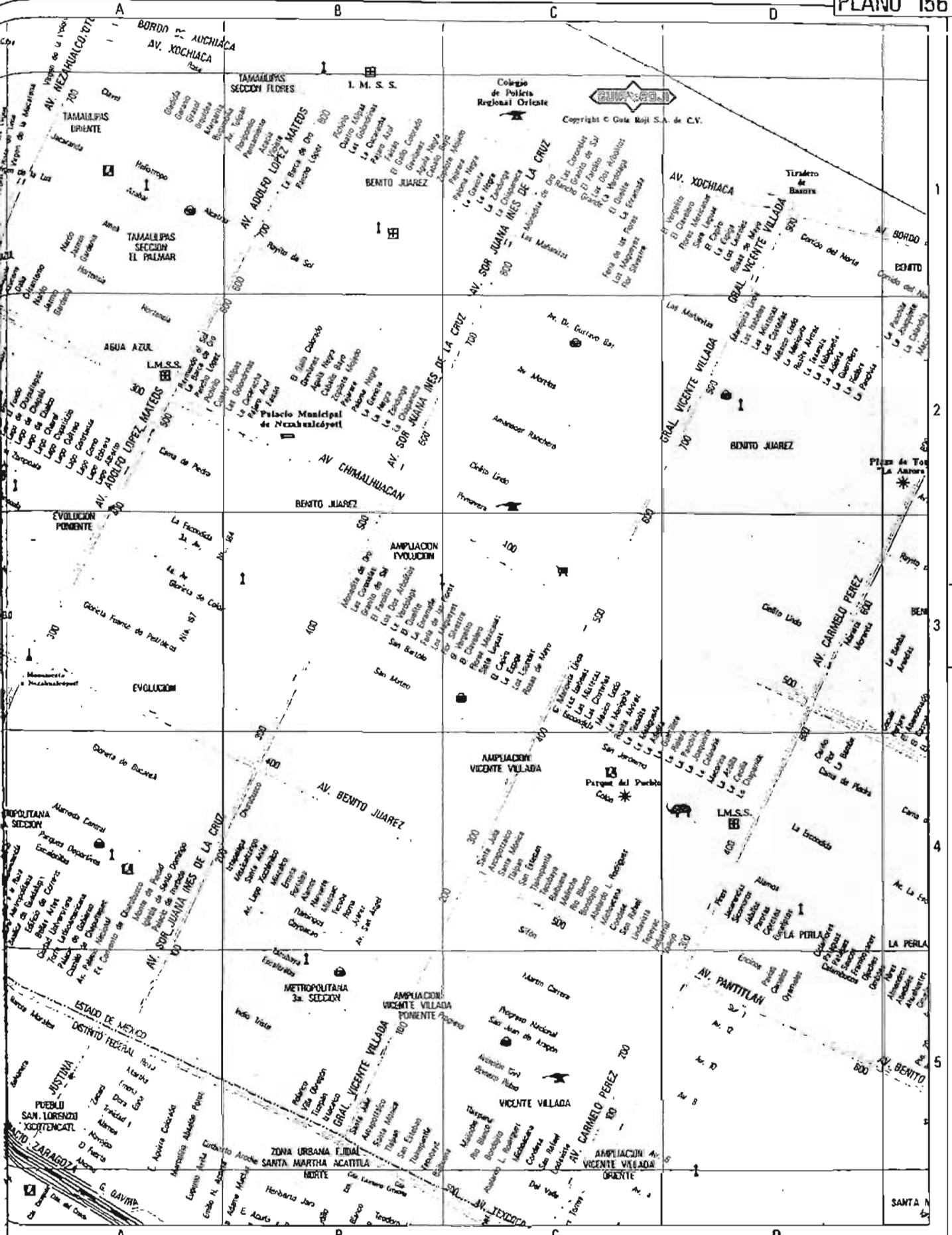
Se dispone de registros gráficos de intensidades de lluvia a partir de marzo de 1982 a la fecha. En el 2001 no operó el evaporómetro. La transmisión en tiempo real no operó.

La estación cuenta con información pluviométrica en tiempo real, envía sus datos al Puesto Central ubicado en las oficinas centrales de la Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica, localizado en Av. Viaducto Piedad No. 507 Col. Granjas México; dentro de la red telemétrica de lluvia en tiempo real, la estación tiene asignado el número 67 "Chalco". El equipo se encuentra ubicado dentro de la casa del aforador.

Las dos siguientes paginas, muestran dos mapas de ciudad Nezahualcoyotl, estos mapas nos ayudan a localizar el lugar propuesto que es el Parque del Pueblo. Se asignaran como paginas 284 y 285 respectivamente.



PL 154



APÉNDICE B

FORMULARIO

FORMULAS.

$$a = -cx \quad (1-1)$$

$$F = -kx \quad (1-2)$$

$$a = -k/m x \quad (1-3)$$

$$a_0 = -v_0^2 / R \quad (1-4)$$

$$a = -v_0^2 / R^2 x \quad (1-5)$$

$$T = 2\pi R / v_0 \quad (1-6)$$

$$a = -4\pi^2 / T^2 x \quad (1-7)$$

$$a = -4\pi^2 f^2 x \quad (1-7a)$$

$$a = -w^2 x \quad (1-7b)$$

$$T = 2\pi \sqrt{-x/a} \quad (1-8)$$

$$T = 2\pi / \sqrt{c} \quad (1-9)$$

$$T = 2\pi \sqrt{m/k} \quad (1-10)$$

$$f = 1/T \quad (1-11)$$

$$f = \sqrt{c} / 2\pi \quad (1-12)$$

$$f = 1/2\pi \sqrt{k/m} \quad (1-13)$$

$$v = 2\pi / T \sqrt{R^2 - X^2} \quad (1-14)$$

$$v = 2\pi f \sqrt{R^2 - X^2} \quad (1-15)$$

$$x = R \cos \theta \quad (1-16)$$

$$\theta = \omega t \quad (1-17)$$

$$x = R \cos \omega t \quad (1-18)$$

$$T = 2\pi / \omega \quad (1-19)$$

$$x = R \cos 2\pi / T (t) \quad (1-20)$$

$$x = R \cos 2 \pi f t \quad (1-21)$$

$$v = -v_0 \sin \theta \quad (1-22)$$

$$v = -v_0 \sin \omega t \quad (1-22a)$$

$$v = -v \sin 2 \pi / T \quad (1-22b)$$

$$v_0 = \omega R \quad (1-23a)$$

$$v_0 = 2 \pi / T R \quad (1-23b)$$

$$v_0 = 2 \pi f R \quad (1-23c)$$

$$a = -4 \pi^2 f^2 R \cos 2 \pi f t \quad (1-24)$$

$$F = -mg / L x \quad (1-25)$$

$$a = -g / L (x) \quad (1-26)$$

$$T = 2 \pi \sqrt{L/g} \quad (1-27)$$

$$\alpha = -c\theta \quad (1-28)$$

$$\tau = -K \theta \quad (1-29)$$

$$\alpha = -K / l (\theta) \quad (1-30)$$

$$c = K / l \quad (1-31)$$

$$T = 2 \pi \sqrt{l / K} \quad (1-32)$$

$$\alpha = -Mgh / l \sin \theta \quad (1-33)$$

$$\alpha = -Mgh / l \theta \quad (1-34)$$

$$T = 2 \pi \sqrt{l / Mgh} \quad (1-35)$$

$$L = l / Mh \quad (1-36)$$

$$\epsilon_p = 1/2 kx^2 \quad (6-18)$$

$$\epsilon = 1/2 mv^2 + 1/2 kx^2 \quad (1-37)$$

$$1/2 kR^2 = 1/2 mv^2 + 1/2 kx^2 \quad (1-39)$$

$$v = (R^2 - x^2)^{1/2} \sqrt{k/m} \quad (1-40)$$

$$1/2 mv^2 + 1/2 kx^2 = E \text{ (constante)} \quad (1-40 \text{ a})$$

$$v^2 = k/m (A^2 - x^2) \quad (1-41)$$

$$v_{\max} = V = \pm \sqrt{k/m} A \quad (1-42)$$

$$x = A \cos \theta = A \cos \omega t \quad (1-43)$$

$$x = A \cos 2 \pi t/T \quad (1-44)$$

$$f = 1/T = \omega / 2 \pi \quad (1-45)$$

$$v = -V \sin \omega t = -\omega A \sin \omega t \quad (1-46)$$

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad (1-47)$$

$$a = -\omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 A \cos \omega t, \quad (1-48)$$

$$a = -\omega^2 x \quad (1-49)$$

$$y = A \sin (\omega t + \gamma) \quad (1-50)$$

$$v = \omega A \cos(\omega t + \gamma) \quad (1-51)$$

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \gamma) \quad (1-52)$$

$$T = 2 \pi / \omega = 2 \pi \sqrt{l/g} \quad (1-53)$$

$$V = \lambda / T$$

$$F = 1 / T$$

$$V = f \lambda$$

$$f / f^* = l^* / l$$

$$f / f^* = d^* / d$$

$$f / f^* = F / F^*$$

$$f / f^* = D^* / D$$

$$\lambda = 4l$$

$$\lambda = 4(l + 0.4d)$$

$$\lambda = 2l$$

$$\lambda = 2(l + 0.8d)$$

$$F = \frac{1}{2} (f_i + f_h)$$

$$v = \sqrt{\text{tensión / masa por unidad de área.}}$$

$$w = 2Gh \quad (a)$$

$$(m_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 + \dots) (\text{teta f} - \text{teta i}) \quad (b)$$

$$E = mv^2 / 2$$

$$U = Q + w \quad (2-1)$$

$$w = p A ds = p dV \quad (2-2)$$

$$w = (Q_1 - Q_2)J \quad (2-3)$$

$$F \Delta t = 2 mv \quad (I)$$

$$F = 2 mv / \Delta t \quad (II)$$

$$p = m' / v \quad (III)$$

$$2mv / \Delta t \times Nl v \Delta t / 6 = Nlmv^2 / 3 \quad (IV);$$

$$p = Nlmv^2 / 3 \quad (2-4)$$

$$pV = m'v^2 / 3 \quad (2-4)'$$

$$p = 2/3 Nl mv^2 / 2 \quad (2-4)''$$

$$pV = nRT$$

$$pV = m'v^2 / 3;$$

$$m'v^2 / 3 = nRT$$

$$v = \sqrt{3nRT / m'} \quad (2-4)'''$$

$$v = \sqrt{3p / p} \quad (2-5)$$

$$p = p R^* / M \times T, \quad (2-6)$$

$$p_1 = m_1 / V \times R^* / M_1 \times T, \quad (2-7)$$

$$p_2 = m_2 / V \times R^* / M_2 \times T. \quad (2-8)$$

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{m_1 / M_1 + m_2 / M_2 + \dots} \quad (2-9)$$

$$p = p / RT \quad (2-10)$$



$$p = g \rho h \quad (2-11)$$

$$dp = -g \rho dz \quad (2-12)$$

$$dp / p = -gM / R^* T \times dz \quad (2-13)$$

$$dp / p = -gdz / R T \quad (2-14)$$

$$p(z) = p_0 \exp(-gz/RT) \quad (2-15)$$

$$\Delta Z = Z_2 - Z_1 = RT/g \ln(p_1 / p_2) \quad (2-16)$$

$$\Delta Z = RT/g \Delta p/p \quad (2-17)$$

$$f.g.p. = -1/\rho \cdot p/n \quad (2-18)$$

$$f.g.p. \approx -g \cdot dZ/dn \quad (2-19)$$

$$r = \rho_v / \rho_d \quad (2-20)$$

$$p = \rho R^* / M_m \times T \quad (2-21)$$

$$e = \rho_v R / M_v \times T \quad (2-22)$$

$$p - e = \rho_d R^* / M_d \times T \quad (2-23)$$

$$r = M_v / M_d \times e / p - e \quad (2-24)$$

$$r = 5/8 \times e/p \quad (2-25)$$

$$\rho = \rho_v + \rho_d \quad (2-26)$$

$$M_m = M_d(1 - 3/5 \times r) \quad (2-27)$$

$$\rho = p / RT \times (1 - 3/5 \times r) \quad (2-28)$$

$$\rho = p/RTv \quad (2-29)$$

$$e = ew(T_d) \quad (2-30)$$

$$U = e/ew(T) \times 100\% \quad (2-31)$$

$$U = ew(T_d) / ew(T) \times 100\% \quad (2-41)$$

$$Lv(rw - r) = cp(T - Tw) + rcpv(T - Tw) \quad (2-33)$$

$$r = rw - cp / Lv(T - Tw) \quad (2-34)$$

$$e = ew - Ap(T - Tw) \quad (2-35)$$

$$e = ew' - A' p(T - Tw') \quad (2-36)$$

$$du/dz = A \times 1/z \quad (2-37)$$

$$u(z) = A \ln z + B, \quad (2-38)$$

$$\dot{u} = l \{ du/dz \}. \quad (2-39)$$

$$\tau = \rho u' w' \quad (2-40)$$

$$\tau = \rho u_x'^2. \quad (2-41)$$

$$u' = w' = u_x, \quad (2-42)$$

$$l = kz \quad (2-43)$$

$$du/dz = u_x / kz, \quad (2-44)$$

$$u(z) = u_x / k \ln z + B. \quad (2-45)$$

$$u(z) = u_x / k \ln (z/z_0), \quad (2-46)$$

$$\ln z = k/u_x u(z) + \ln z_0 \quad (2-47)$$

$$\tau = \rho u^2(z) C_D(z), \quad (2-48)$$

$$C_D(z) = (u_x / u(z))^2 \quad (2-49)$$

$$Z_{\max} = X/40 \quad (2-50)$$

$$\text{resistencia} = \text{diferencia de potencial/corriente} \quad (2-51)$$

$$\langle\langle \text{resistencia} \rangle\rangle = \langle\langle \text{diferencia de potencial} \rangle\rangle / \langle\langle \text{flujo} \rangle\rangle \quad (2-52)$$

$$r_D(z) = u(z) / u_x^2 \quad (2-53)$$

$$r_D(z) = 1 / u(z) C_D(z) \quad (2-63)$$

$$r_H(z) = \rho c_p (T_0 - T(z)) / H \quad (2-55)$$

$$r_v(z) = P / 8/5 P \times (e_0 - e(z)) / E \quad (2-56)$$

$$H = \rho c_p (T(z_1) - T(z_2)) / r_H(z_1, z_2) \quad (2-57)$$

$$E = P / 8/5 P \times (e(z_1) - e(z_2)) / r_v(z_1, z_2) \quad (2-58)$$

$$r_H(z_1, z_2) = r_v(z_1, z_2) = r_D(z_1, z_2) \quad (2-59)$$

$$r_D(z_1, z_2) = u(z_2) - u(z_1) / u_x^2 \quad (2-60)$$

$$u_x = k(u(z_2) - u(z_1)) / \ln(z_2/z_1) \quad (2-61)$$

$$x = u(z_1) / u(z_2) - u(z_1) = \ln(z_1/z_0) / \ln(z_2/z_1) \quad (2-62)$$

$$z_0 = z_1 / (z_2/z_1)^x \quad (2-63)$$

$$\langle E.C. \rangle_n = 1/2 \rho V l^2 \langle du/dz \rangle^2 \quad (2-64)$$

$$T.R. = 1/2 g(\rho_2 - \rho_1) (z_2 - z_1) V \quad (2-65)$$

$$\langle E.C. \rangle_b = 1/2 g(\rho_2 - \rho_1) (z_2 - z_1) V \quad (2-66)$$

$$\langle E.C. \rangle_b = - 1/2 \rho V l^2 \times g/T \times dT/dz \quad (2-67)$$

$$R_i = g/T \times dT/dz / \langle du/dz \rangle^2 \quad (2-68)$$

$$- 0,01 < R_i < 0,01 \quad (2-69)$$

$$R_i = 0,035 \Delta T \times \Delta z / \langle \Delta u \rangle^2 \quad (2-70)$$

$$C = \sqrt{1,4 P_0 / \rho}$$

$$C = 332 \sqrt{1 + v/273}$$

$$w = 2 \pi f$$

$$\lambda = cT = c / f$$

$$A_{ef} = \sqrt{1/T \int a^2(t) dt}$$

$$A_{med} = 1/T \int a(t) dt$$

$$\text{Fact, Cresta, } F_c = A_{pico} / A_{ef}$$

$$\text{Fact, Forma, } F_f = A_{ef} / A_{medio}$$

$$F_c = 1,4/4 (=3 \text{ dB})$$

$$F_f = 1,11 (= 1 \text{ dB})$$

$$I = P^2 e f / \rho c$$

$$I = P^2 e f / 4 \rho c$$

$$L_p = 10 \log (P^2 / p_0) = 20 \log P / p_0$$

$$L_w = 10 \log W / W_0$$

$$L_i = 10 \log (I / I_0)$$

$$I = W / 4 \pi r^2$$

$$I = P^2 e f / \rho c$$

$$Q = 4 \pi a^2 v$$

$$W = \rho c k^2 Q^2 / 4 \pi$$

$$L_p = L_w - 20 \log r - 7,9 \text{ dB}$$

$$L_p = L_x - 20 \log r / r_x \text{ dB}$$

$$L = L_x - L_p = 20 \log r / r_x \text{ dB}$$

$$L = 20 \log r / r_x + 4,34 \text{ m} (r - r_x) \text{ dB}$$

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_m + \alpha_e$$

$$f_m = 1.010 h^2 m$$

$$p_a = j k / S \rho / 4 \pi \int e^{-jkr} / r \cos \varphi dS$$

$$\delta = a + b - d$$

$$\Delta L = 13 + 10 \log N \text{ dB}$$

$$N = 2 \delta / \lambda = 2 \delta / c / f = 2 \delta / 0,34 = \delta / 0,17150 \text{ dB}$$

$$N = 23.45 \text{ sen} (360 \times 284 + 1 / 365)$$

Donde L = latitud , N = declinación, T = ángulo horario

$$\text{Sin } M = \cos L \cos N \cos T + \text{sen } L \text{ sen } N$$

O = arcsin M donde O es el ángulo altitud

$$\text{Sin } H = \cos N \text{ sen } T / \cos O$$

U = arcsin H donde U es el ángulo azimut

Para calcular la aceleración de la gravedad a una cierta latitud con la formula

$$G_1 = 980.610 \times (1 - 0.002666 \times (\text{COS}(2 \times O)) - 0.00000020 \times DZ)$$

Donde O = latitud del lugar = 19.25

$$DZ = \text{altura de la ciudad de México} = 2237.5 \text{ m}$$

## CONCLUSIÓN.

Debo mencionar que la presente tesis la pueden aplicar aquellas personas que se dediquen a sonorizar conferencias, representaciones teatrales, conciertos de música, etc.

Lógicamente la persona debe tener algunos conocimientos de varias disciplinas como lo son, las matemáticas, la física, la anatomía, la electrónica, la meteorología, para que pueda realizar un proyecto lo más cercano a la realidad y obtener los mejores resultados tanto del equipo utilizado como las dimensiones a sonorizar. Algunos datos que son precisos obtener son los climáticos o datos de una estación meteorológica sería lo mejor. Ya que con ellos se pueden realizar un sin número de estudios que nos ayudarían a obtener un mayor confort del lugar. Si nosotros elegimos estar en un lugar muy frío o muy caliente, con seguridad sabríamos como sería el comportamiento del sonido en su propagación y que distancia máxima podemos cubrir.

Con ello se puede disfrutar la música o la voz lo mejor posible, claro no queremos sonorizar cuando estamos a temperaturas extremas tanto frías como calientes, el equipo puede responder muy bien pero las personas estarían un cuanto tanto incomodas con dichas temperaturas.

Para aquellas personas aficionadas a la electrónica no deja de ser interesante el tener información semejante ya que ello les ayudaría a tener una mayor comprensión del sonido en el aire y todos los factores que intervienen en su propagación.

Habiendo calculado los valores correspondientes del sonido nos damos cuenta que el sonido se comporta mejor, En un ambiente tranquilo, más bien húmedo y con vientos inferiores a los 10 km por hora, puede conseguirse una representación teatral satisfactoriamente audible en un área determinada a sonorizar. Y revisando las tablas por inspección deducimos los meses en el año que el clima tiene estas características.

Debo mencionar que a las instituciones que se visitaron y que son Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México, Centro Meteorológico Nacional y la Comisión Nacional del Agua. Cada institución recaba sus propios datos meteorológicos. Para obtener estos datos se realizó lo siguiente:

Se investigo los nombres de las personas que son encargadas del área de meteorología.

Por lo que se hicieron tres visitas obviamente en cada institución existe un departamento y una oficina que se encarga de esta información, la gerencia o subgerencia.

Ya sabiendo los nombres se realiza una carta dirigida de la escuela hacia la institución mencionando para que se utilizaran estos datos y en particular de que zona se requieren. Siendo aprobada la petición se canaliza a cada departamento para recopilar la información. En nuestro caso son datos de la zona oriente de la ciudad de México. Y los datos tienen un costo, por un año de información y una estación es de alrededor de \$400.00 pesos, Imagínense conseguir datos por 10 años y siete estaciones nada más hagan cuentas, para aquellas personas que piensan que conseguir esta información es fácil.

Considerando que en este trabajo de tesis se logro obtener afortunadamente conseguir los datos meteorológicos que son los más difíciles de obtener, en especial los de años más recientes. Por lo que sí se logro y con ello se realizaron los cálculos para obtener los resultados y poder realizar el estudio de la propagación del sonido en un recinto al aire libre, con medidas acústicas y meteorológicas y realizar el estudio con datos reales.

Con esto llegamos a la demostración de dicho marco teórico, llegando a resultados obtenidos de datos reales, con los programas que se elaboraron se pueden modificar los datos para realizar los cálculos en cualquier lugar que se requiera analizar, obviamente también se puede modificar los programas.

Recordando que este análisis solamente sirve en recintos al aire libre.

## BIBLIOGRAFÍA

FUNDAMENTOS DE FÍSICA  
AUTOR. HENRY SEMAT.  
EDITORIAL INTERAMERICANA S.A.

FÍSICA GENERAL  
AUTOR. FREDERICK J. BUECHE  
EDITORIAL MC GRAW HILL.

FÍSICA MODERNA  
AUTORES. JOHN E. WILLIAMS, FREDERICK E TRINKLEN, H CLARK METCALFE  
EDITORIAL MC GRAW HILL.

FÍSICA GENERAL CURSO COMPLETO  
AUTOR. SALVADOR MOSQUEIRA R  
EDITORIAL PATRIA S.A.

FÍSICA PARA CIENCIAS DE LA VIDA Y DE LA SALUD  
AUTORES. SIMON G.G. MACDONALD Y DESMOND M. BURS  
EDITORIAL FONDO EDUCATIVO INTERAMERICANO S.A.

METEOROLOGÍA BÁSICA  
AUTOR. D.H. MCINTOSH. UNIVERSIDAD DE EDIMBURGO  
EDITORIAL. UNIVERSIDAD DE EDIMBURGO.

LA ACÚSTICA EN LA CONSTRUCCIÓN  
AUTOR. ROBERT JOSSE  
EDITORIAL GUSTAVO GILI

FÍSICA Y TÉCNICA DE LA LUCHA CONTRA EL RUIDO  
AUTOR. GUNTHER KURTZE  
EDITORIAL URMO

SONIDO PROFESIONAL  
AUTOR. CLEMENTE TRIBALDOS BARAJAS  
EDITORIAL PARANINFO S.A.

COMPENDIO PRÁCTICO DE ACÚSTICA  
AUTOR. JOSÉ PÉREZ MIÑANA  
EDITORIAL LABOR S.A.

GRAN ENCICLOPEDIA DE LA ELECTRÓNICA  
EDITORIAL EDICIONES NUEVA LENTE. TOMO 2.

ARME USTED MISMO SUS PROPIOS BAFLES  
D.A.S. AUDIO S.A. VOLUMEN 1. PRO POWER KITS

ENERGÍA SOLAR FUNDAMENTOS Y APLICACIONES FOTOTERMICAS  
AUTOR. JOSE A. MANRIQUE

PROGRAMACIÓN BÁSICA  
AUTOR. JOHN WILEY Y SONS  
EDITORIAL LIMUSA.