



01159

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO



PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO
EN INGENIERÍA

TRANSICIONES A SUPERFICIE LIBRE
EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRA EN INGENIERÍA CIVIL
PRESENTA

Nikte Norma Ocampo Guerrero

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Gilberto Sotelo Avila
Profesor Emérito

CIUDAD UNIVERSITARIA, D. F.
2005

m344168



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TRANSICIONES A SUPERFICIE LIBRE EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO

CONTENIDO

Capítulo 1. Aspectos generales

1.1	Concepto de transición.....	1
1.2	Transiciones en régimen subcrítico.....	5
1.3	Propósito del trabajo.....	6

Capítulo 2. Transiciones bruscas en canales rectangulares

2.1	Contracción brusca en un canal rectangular	
2.1.1	Aplicación de la ecuación del <i>momentum</i>	7
2.1.2	Pérdida de energía.....	11
2.2	Expansión brusca en un canal rectangular	
2.2.1	Aplicación de la ecuación del <i>momentum</i>	19
2.2.2	Pérdida de energía.....	22
2.2.3	Fenómeno de expansión dentro de una contracción.....	27

Capítulo 3. Pérdida de energía por contracción sobre un escalón ascendente después de un salto hidráulico

3.1	Aspectos generales.....	31
3.2	Coeficientes de pérdida.....	33
3.3	Aplicaciones.....	37

Capítulo 4. Transiciones graduales

4.1	Transiciones graduales en un canal rectangular.....	44
4.2	Transiciones graduales con otras formas de sección.....	47
4.3	Transiciones entre un canal y un acueducto	
4.3.1	Aspectos generales.....	50
4.3.2	Características del flujo en los extremos de la transición.....	51
4.3.3	Geometría de la transición y condiciones del flujo en su interior.....	62

Capítulo 5. Transiciones con otras estructuras

5.1	Transición entre un canal y un sifón invertido.....	79
5.2	Transiciones con dispositivos correctores.....	84

Conclusiones	89
---------------------------	----

Referencias	92
--------------------------	----

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

1.1. Sección típica de un canal.....	1
1.2. Acueductos para salvar bajos de la topografía en el trazo de un canal de conducción.....	2
1.3. Trazo de un canal de conducción con puente-canal y túnel.....	3
1.4. Sifón invertido en el cruce de un canal principal con un arroyo.....	4

CAPÍTULO 2

2.1. Contracción brusca con escalón ascendente en un canal rectangular.....	9
2.2. Variación del coeficiente k_c con relación al número de Froude para diferentes relaciones de b_2 / b_1 y $\Delta z / y_2$	18
2.3. Expansión brusca con escalón descendente en un canal rectangular.....	19
2.4. Contracción después del estrechamiento de un canal rectangular, según Lesbros y Escande (1940).....	28

CAPÍTULO 3

3.1. Control del salto hidráulico mediante escalón ascendente.....	31
3.2. Diagrama de Forster y Skrinde (1950).....	32
3.3. Correlación de F_1 y K_c	34
3.4. Diagrama de Forster y Skrinde derivado de la ecuación 3.6.....	35
3.5. Correlación de F_1 y k_c para cada $\Delta z / y_1$	36
3.6. Diagrama de Forster y Skrinde derivado de la correlación.....	37
3.7. Profundidad del escalón, según Sotelo (1961).....	39
3.8. Profundidad del escalón con el método propuesto.....	39
3.9. Profundidad del tanque.....	42

CAPÍTULO 4

4.1. Coeficientes de pérdida en transiciones bruscas y graduales, según Formica (1955).....	45
4.2. Coeficientes de pérdida en ensanchamientos graduales a régimen subcrítico en canales rectangulares, según Mathaei-Lewin, Domínguez (1974) y Formica (1955).....	46
4.3 Coeficiente de pérdida ϵ en expansiones graduales a régimen subcrítico en canales.....	47
4.4 Geometría y coeficientes de pérdida para transiciones entre dos canales.....	48
4.5 Diseño típico de un acueducto según Vittal y coautores (1993).....	51
4.6 Transiciones entre dos acueductos con flujo a superficie libre.....	52
4.7 Diagrama de energía específica para el flujo en un acueducto.....	58
4.8. Transición de entrada y salida de un acueducto. Geometría y simbología utilizadas.....	63
4.9 Geometría de la expansión del ejemplo 4.2.....	78

CAPÍTULO 5

5.1 Transiciones de entrada y salida de un sifón de pequeñas dimensiones, según USBR (1965).....	79
5.2. Transiciones de entrada y salida de un sifón de dimensiones importantes, según Hinds (1928).....	82
5.3. Ejemplo de la determinación de la pérdida de energía en un sifón invertido típico, de concreto monolítico.....	83
5.4. Transiciones con dispositivos correctores en obras de descarga, según Naudascher (1992).....	85
5.5 Comparación de los diseños en el ejemplo 5.1, según Rouse (1950).....	88

CAPÍTULO 1. ASPECTOS GENERALES

1.1 CONCEPTO DE TRANSICIÓN

Existe una buena cantidad de estructuras que operan a superficie libre cuyo diseño está íntimamente relacionado con cambios locales del flujo, ocasionados por modificaciones en la geometría de la sección o en su pendiente, para satisfacer requerimientos hidráulicos, topográficos o de tipo estructural.

Es el caso de las estructuras de transición que se utilizan en el diseño de canales de gran longitud. Estos necesitan modificar con frecuencia la forma y dimensiones de su sección y cambiar la dirección del trazo en planta o en elevación, para adaptarse a formas geométricas y estructurales más adecuadas al corte y relleno en laderas inclinadas, como se muestra en la figura 1.1. Es también el caso de los acueductos utilizados en laderas muy accidentadas o sobre bajos del terreno, como el que se muestra en la figura 1.2, de puentes-canal como en la figura 1.3 o bien de sifones invertidos para cruzar arroyos, como el de la figura 1.4

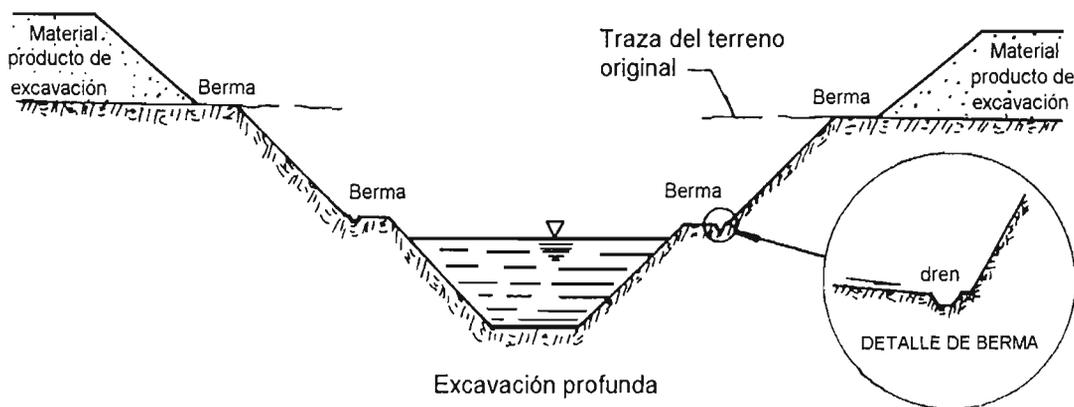
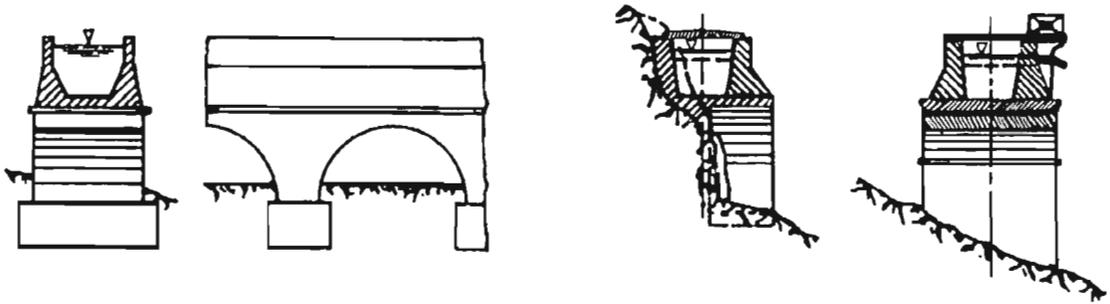
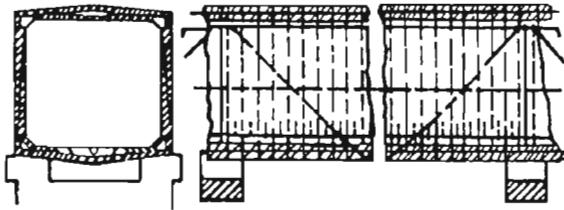


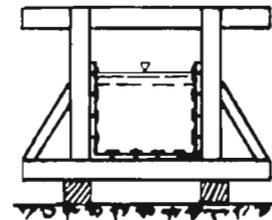
Figura 1.1. Sección típica de un canal.



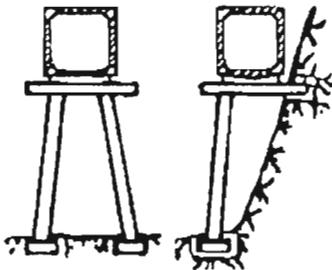
a) Acueducto abierto soportado por arcos



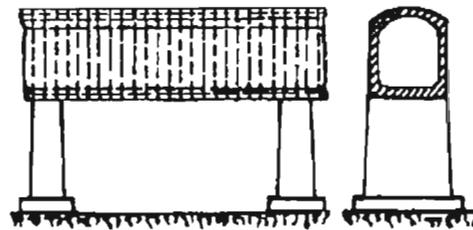
b) Detalle de un acueducto cerrado de concreto reforzado



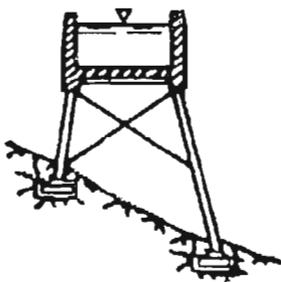
c) Acueducto abierto de madera



d) Acueducto cerrado de concreto reforzado sobre caballetes



e) Acueducto cerrado de concreto sobre pilas



f) Acueducto abierto de concreto reforzado sobre caballetes



g) Acueducto cerrado de acero sobre caballetes

Figura 1.2. Acueductos para salvar bajos de la topografía en el trazo de un canal de conducción.

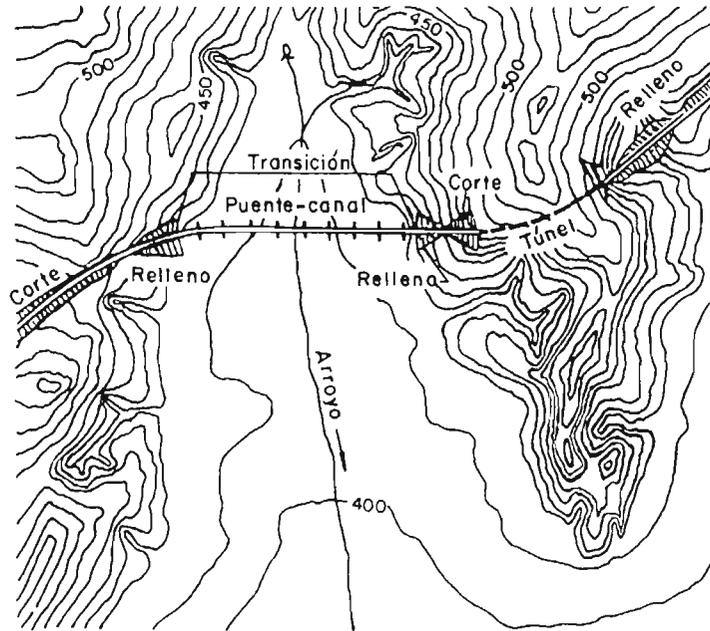


Figura 1.3. Trazo de un canal de conducción con puente-canal y túnel.

Los cambios en la sección o en el alineamiento de las paredes pueden ser de manera brusca o gradual; los graduales en tramos relativamente cortos, con el fin de producir la modificación continua de las condiciones del flujo, reducir las perturbaciones al mínimo, aminorar las pérdidas de energía. Además de los cambios en la sección, las transiciones se diseñan para introducir diferencias en los niveles de la plantilla, compensar los cambios de energía específica y las pérdidas.

La forma de la transición puede variar desde muros de cabeza rectos y normales al flujo, que producen contracciones o expansiones bruscas de la sección, hasta diseños más elaborados, como los que se usan para unir un canal con la entrada o salida de un acueducto, sifón o túnel, o los que tienen medidores tipo Parshall o similares empleados en el aforo de canales.

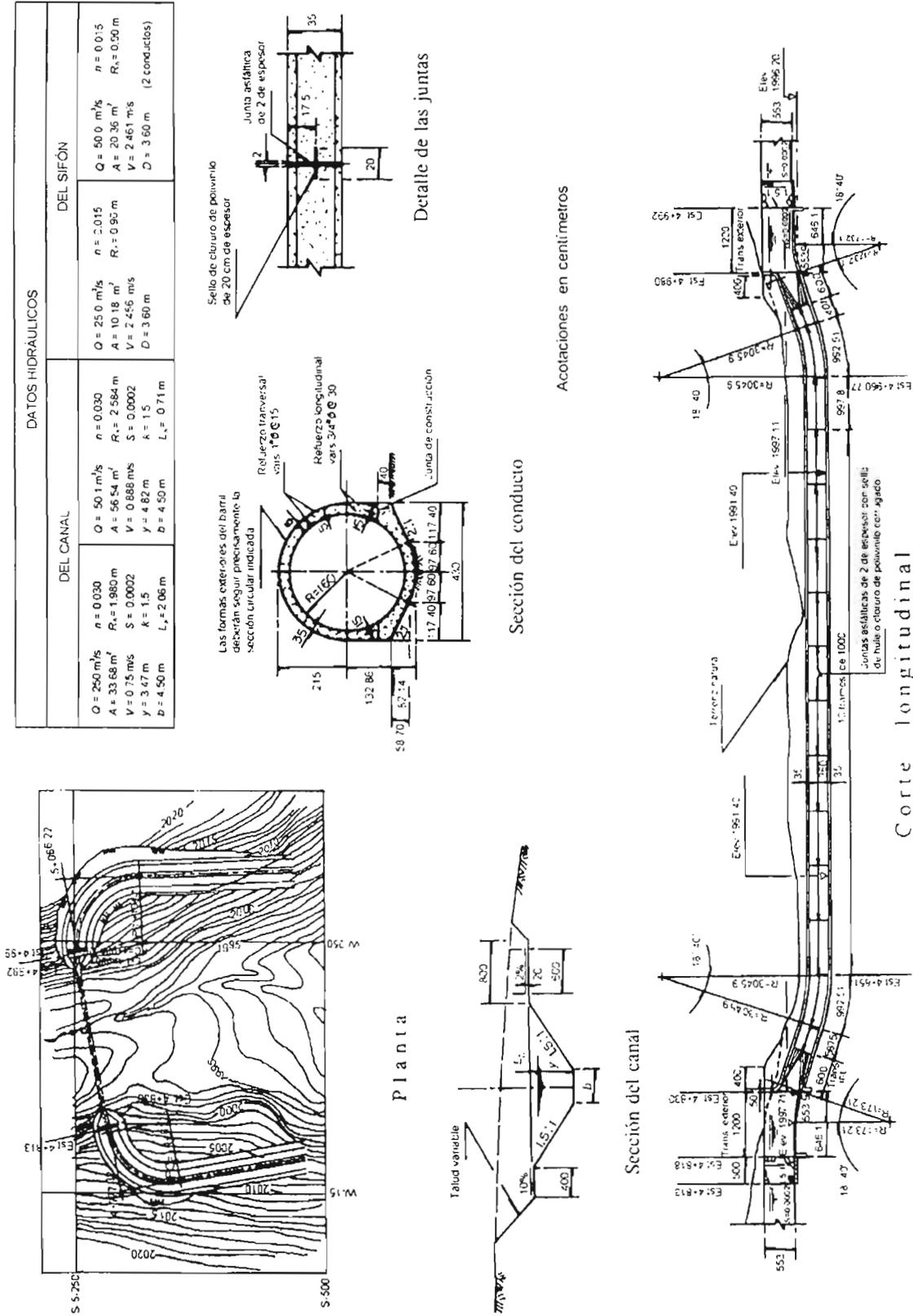


Figura 1.4 Sifón invertido en el cruce de un canal principal con un arroyo

1.2 TRANSICIONES EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO

En el diseño de las transiciones es necesario distinguir si en ellas se produce o no un cambio de régimen. En muchos casos el diseño y funcionamiento se ven afectados de manera importante por la presencia de fenómenos exclusivos de cada tipo de régimen. Cuando se mantiene el flujo subcrítico dentro de la transición, cualquier perturbación de la velocidad o del tirante puede transmitirse hacia aguas arriba; en el caso del flujo supercrítico únicamente aguas hacia abajo. Cuando hay cambio del flujo subcrítico a supercrítico se produce siempre una aceleración y una sección crítica, cuando se invierte el orden hay desaceleración y disipación de energía por la formación de un salto hidráulico.

En este trabajo sólo se tratan las transiciones en que el flujo es subcrítico y se mantiene a lo largo de ellas.

La pérdida no es tan importante en transiciones donde el flujo es supercrítico, pero sí lo es la formación de ondas estacionarias oblicuas y por ello el diseño está más dirigido a eliminar o disminuir la propagación de dichas perturbaciones más allá de la sección donde termina la estructura.

Conviene mencionar algunos aspectos sobre las secciones de control en un canal, ya que son las que tienen características que fijan una relación entre tirante y gasto en la zona próxima a la estructura. Dentro de esta definición quedan comprendidas algunas transiciones que siempre actúan como controles, como es el caso de los aforadores tipo Parshall. Otras pueden, en ciertos casos, actuar como controles cuando definen la relación gasto-tirante a través de su geometría y los niveles del agua en secciones estratégicas de las mismas. En este trabajo se analizan sólo las transiciones que no actúan como controles.

1.3 PROPÓSITO DEL TRABAJO

Las transiciones sirven para unir dos canales artificiales con secciones transversales de forma y dimensiones distintas. El cambio de sección puede ser disminuyendo o aumentando su área hidráulica de manera brusca o gradual, la que produce aumento o disminución de la velocidad del flujo pero conservando el mismo régimen subcrítico o supercrítico, antes y después de la transición. Cuando el área de la sección disminuye en la dirección del movimiento, la transición se conoce como contracción y cuando aumenta como expansión. El flujo en una contracción aumenta su velocidad, es decir, se acelera y en una expansión disminuye. En ambos casos se presentan turbulencias, separaciones y mezclado del flujo hacia zonas de velocidad diferente, lo que significa pérdidas internas de energía llamadas de conversión, que es necesario valorar y, en su caso, compensar mediante escalones bruscos o graduales en la zona de transición para evitar que afecte al flujo antes y después de ella. En general, la pérdida por conversión en una contracción es más pequeña que en una ampliación.

Las investigaciones teóricas sobre el flujo en transiciones se han realizado en casos sencillos de canal rectangular. Las experimentales se han efectuado con transiciones bruscas y graduales entre canales de distintas formas de sección.

El tratamiento teórico se basa en la aplicación de los principios de continuidad, energía y *momentum* y permite determinar el tirante antes de la transición, caso más común en la práctica, así como la magnitud de la pérdida de energía que se produce por la conversión de la velocidad. La pérdida por fricción se puede incluir en los desarrollos calculándola de la misma manera que en un flujo gradualmente variado, en el tramo en que se efectúan los cambios geométricos. Tiene poca importancia si se compara con la de conversión.

CAPÍTULO 2. TRANSICIONES BRUSCAS EN CANALES RECTANGULARES

2.1 CONTRACCIÓN BRUSCA EN UN CANAL RECTANGULAR

2.1.1 Aplicación de la ecuación de *momentum*.

El tratamiento teórico que aquí se expone se refiere a la reducción brusca en el ancho de un canal rectangular combinada con un ascenso, también brusco, del piso del canal (escalón positivo), ocurriendo ambos en la misma sección. En la figura 2.1 se muestran la geometría del canal, las secciones 1 y 2 para la aplicación de los principios mencionados y la intermedia i . Para ello se considera que:

- El canal es rectangular y de pendiente cero o muy pequeña, antes y después del escalón.
- El flujo es subcrítico en toda la transición.
- La fuerza de fricción producida en la distancia que separa las secciones 1 y 2 es muy pequeña y despreciable.

Sobre las dos caras laterales que se forman por el estrechamiento y sobre la cara frontal del escalón de ascenso en la sección i , se produce una fuerza P_i , debida a la presión hidrostática resultante del tirante y_i en las mismas, la cual es el único componente de la fuerza P_d utilizada en la ecuación del momentum

$$\frac{P_d}{g\rho} = \left(\frac{\beta}{g} \frac{Q^2}{A_2} + y'_{G2} A_2 \cos\theta \right) - \left(\frac{\beta}{g} \frac{Q^2}{A_1} + y'_{G1} A_1 \cos\theta \right)$$

Es decir, la ecuación del momentum entre las secciones 1 y 2 se convierten en:

$$\frac{Q^2}{g b_1 y_1} + \frac{1}{2} b_1 y_1^2 = \frac{Q^2}{g b_2 y_2} + \frac{1}{2} b_2 y_2^2 + \frac{P_i}{g\rho} \quad (2.1)$$

Al considerar distribución hidrostática de la presión con el tirante y_i , la fuerza P_i es menor que la real y se calcula en dos partes. La primera corresponde a las dos caras

laterales verticales que resultan de la reducción en el ancho $(b_1 - b_2)$, desde la superficie libre al piso del canal; la segunda corresponde a la cara vertical del escalón con ancho b_2 y altura Δz .

Por tanto, resulta

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_i} \frac{P_i}{g\rho} &= \frac{1}{2} (b_1 - b_2) y_i^2 + b_2 \left(y_i - \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta z \\ \frac{1}{C_i} \frac{P_i}{g\rho} &= \frac{1}{2} (b_1 - b_2) y_i^2 + \frac{1}{2} b_2 (2 y_i - \Delta z) \Delta z \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde C_i es un coeficiente de corrección de la fuerza P_i , próximo a 1.

El tirante y_i es difícil de conocer si no se hacen experimentos o se establece alguna hipótesis para valorarlo que se corrige también por experimento. Si se considera $y_i = y_1$ y se sustituye $\frac{P_i}{g\rho}$ pasándola al lado izquierdo de la ecuación 2.1; se

obtiene:

$$\frac{Q^2}{g b_1 y_1} + \frac{1}{2} b_1 y_1^2 - \frac{1}{2} C_i (b_1 - b_2) y_1^2 - \frac{1}{2} C_i b_2 (2 y_1 - \Delta z) \Delta z = \frac{Q^2}{g b_2 y_2} + \frac{1}{2} b_2 y_2^2$$

o bien

$$\begin{aligned} \frac{Q^2}{g b_1 y_1} + \frac{1}{2} (1 - C_i) b_1 y_1^2 + \frac{1}{2} C_i b_2 y_1^2 - \frac{1}{2} C_i b_2 (2 y_1 - \Delta z) \Delta z = \\ = \frac{Q^2}{g b_2 y_2} + \frac{1}{2} b_2 y_2^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Al aceptar que $C_i \approx 1$, $(1 - C_i) \approx 0$ y al multiplicar por $\frac{2 b_1 y_1}{b_2^2 y_2^3}$, se obtiene

$$\frac{2 Q^2}{g b_2^2 y_2^3} + C_i \frac{b_1}{b_2} \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^3 - C_i \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2} \left(2 \frac{y_1}{y_2} - \frac{\Delta z}{y_2} \right) \frac{\Delta z}{y_2} = \frac{2 Q^2}{g b_2^2 y_2^3} \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2} + \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2}$$

O bien

$$\frac{2 Q^2}{g b_2^2 y_2^3} + C_i \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2} \left[\left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 - \left(2 \frac{y_1}{y_2} - \frac{\Delta z}{y_2} \right) \frac{\Delta z}{y_2} \right] = \left(\frac{2 Q^2}{g b_2^2 y_2^3} + 1 \right) \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2}$$

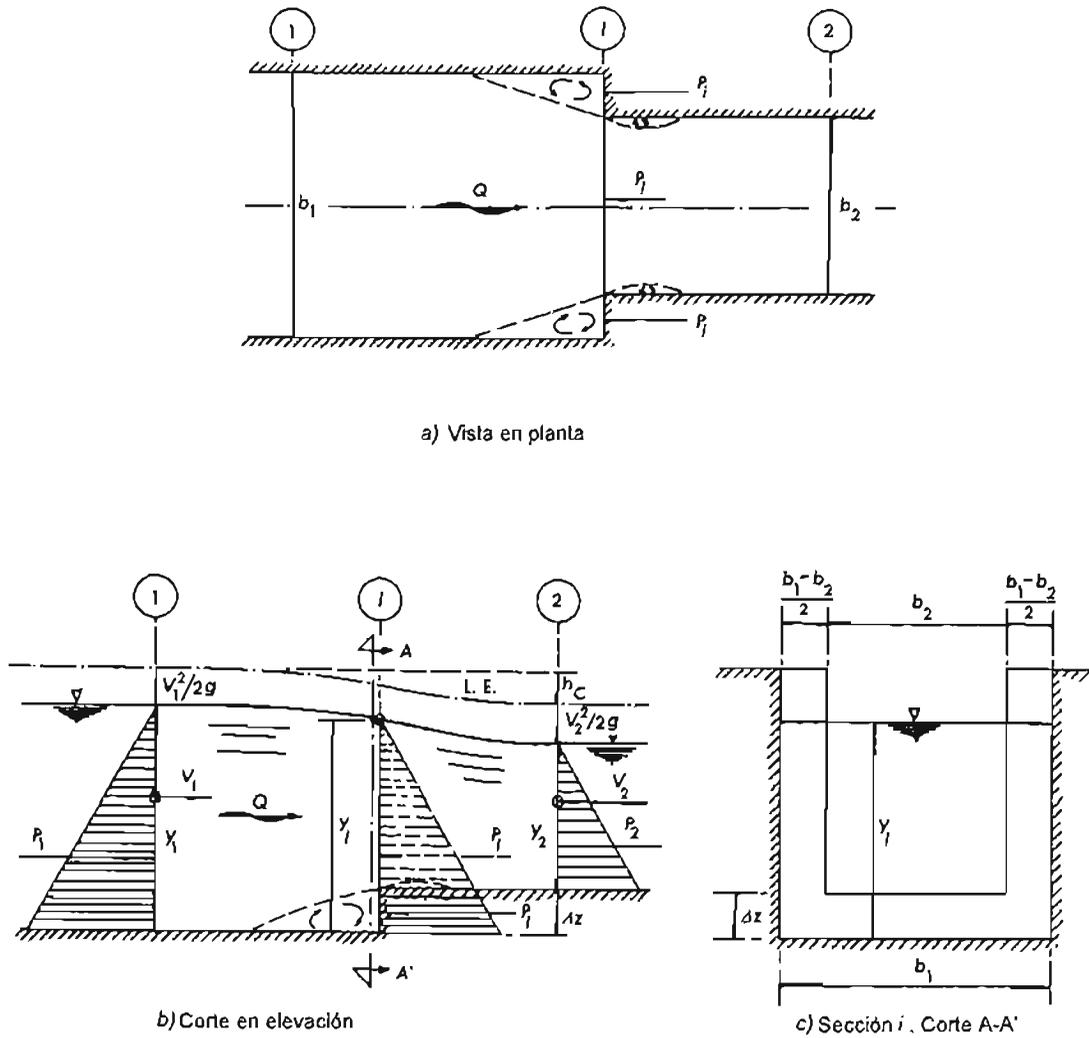


Figura 2.1. Contracción brusca con escalón ascendente en un canal rectangular

Con el número de Froude en la sección 2, $F_2 = \frac{Q}{b_2 y_2 \sqrt{g y_2}}$ y el desarrollo:

$$\left(\frac{y_1}{y_2} - \frac{\Delta z}{y_2} \right)^2 = \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 - \left(2 \frac{y_1}{y_2} - \frac{\Delta z}{y_2} \right) \frac{\Delta z}{y_2}, \text{ se obtiene}$$

$$2 F_2^2 + C_i \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2} \left(\frac{y_1}{y_2} - \frac{\Delta z}{y_2} \right)^2 = (2 F_2^2 + 1) \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2}$$

Resulta finalmente

$$\frac{y_1}{y_2} \left[2 F_2^2 + 1 - C_i \left(\frac{y_1}{y_2} - \frac{\Delta z}{y_2} \right)^2 \right] = 2 \frac{b_2}{b_1} F_2^2 \quad (2.4)$$

La ecuación 2.4 permite el cálculo de y_1 en términos de y_2 , F_2 y la geometría de la contracción. Cuando no cambia el ancho del canal pero existe escalón, es suficiente hacer $\frac{b_2}{b_1} = 1$ y cuando hay cambio en el ancho pero no existe escalón, basta hacer

$\frac{\Delta Z}{y_2} = 0$. El caso extremo de flujo crítico aguas abajo de la transición, $y_2 = y_c$,

($F_2 = 1$) es el límite para que se mantenga régimen subcrítico en toda ella.

Cuando se conocen las condiciones del flujo aguas arriba de la transición y se desea calcular y_2 se sigue un desarrollo similar que empieza aceptando $C_i \approx 1$, después se

multiplica la ecuación 2.3 por $\frac{2y_2}{b_2 y_2}$ y se obtiene:

$$2 \frac{b_1}{b_2} \frac{Q^2}{g b_1^2 y_1^3} \frac{y_2}{y_1} + C_i \frac{y_2}{y_1} - C_i \frac{y_2}{y_1} \left(2 - \frac{\Delta Z}{y_1} \right) \frac{\Delta Z}{y_1} = 2 \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 \frac{Q^2}{g b_1^2 y_1^3} + \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^3$$

Siendo F_1 el número de Froude antes de la transición, resulta

$$2 \frac{b_1}{b_2} F_1^2 \frac{y_2}{y_1} + C_i \frac{y_2}{y_1} \left(1 - \frac{\Delta Z}{y_1} \right)^2 = 2 \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 F_1^2 + \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^3$$

O bien

$$\frac{y_2}{y_1} \left[2 \frac{b_1}{b_2} F_1^2 + C_i \left(1 - \frac{\Delta Z}{y_1} \right)^2 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] = 2 \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 F_1^2 \quad (2.5)$$

expresión que permite el cálculo inverso antes propuesto. Las ecuaciones 2.4 y 2.5, proceden del mismo principio del *momentum*, ecuación 2.1, pero la ecuación 2.5 puede no tener solución, ya que el tirante decrece en la dirección en que se efectúa el cálculo y el tirante en la sección 2 es mayor o igual al tirante crítico de la misma sección 2, es decir, $y_2 \geq y_{c2}$. Las ecuaciones 2.4 y 2.5 son en rigor aplicables aun cuando el flujo en la sección 2, o en ambas secciones, fuese supercrítico, pero en ese caso otras serían las hipótesis y otro el valor del coeficiente C_i . Éste corrige la suposición de que

$y_i = y_1$, así como el efecto de las separaciones del flujo en las aristas marcadas en la figura 2.1.

Los resultados de los experimentos de Domínguez (1974) mostraron congruencia con los que se obtienen de las ecuaciones 2.4 o 2.5, llegando a concluir el valor $C_i = 0.95$ (cercano a 1) para el coeficiente de corrección de la fuerza P_1 .

2.1.2 Pérdida de energía

Una vez que se conocen las condiciones del flujo antes y después de la contracción, la pérdida local se obtiene de la ecuación de la energía, aplicada desde la sección 1 hasta la 2 en la forma

$$h_C = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} - \left(\Delta z + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) \quad (2.6)$$

La pérdida de energía en la contracción y, en general, en cualquier transición, suele expresarse mediante la ecuación conocida de Hinds, que es

$$h_C = k_C \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \right) \quad (2.7)$$

También se llega a obtener la expresión convencional

$$h_C = K_C \frac{V_2^2}{2g} \quad (2.8)$$

donde k_C y K_C son coeficientes de pérdida obtenidos experimentalmente al medir las variables características del flujo antes y después de la transición de las ecuaciones 2.6 a 2.8.

Las ecuaciones 2.7 y 2.8 se utilizan junto con las ecuaciones de la energía cuando no es posible aplicar el principio del momentum por la dificultad de determinar las fuerzas sobre las paredes y fondo de la transición.

Ejemplo 2.1.

Un canal rectangular conduce $1.8 \text{ m}^3/\text{s}$ y se reduce bruscamente su ancho de 3 a 2 m en una sección en la que hay también un escalón ascendente de altura $\Delta z = 0.25 \text{ m}$.

- Calcular el tirante y_1 antes de la contracción y la pérdida local, cuando después de la contracción se presentan los valores $y_2 = 0.6 \text{ m}$ o $y_2 = y_c$
- Determinar el tirante y_2 después de la contracción cuando $y_1 = 0.96 \text{ m}$.
- Obtener la altura necesaria del escalón si se desea mantener constantemente el ancho de 3 m para el valor $y_2 = 0.6 \text{ m}$ y el y_1 que resulte en el inciso a).
- ¿Cuál debe ser el ancho b_2 si se desea eliminar el escalón para $y_2 = y_c$ y el valor de y_1 que resulte en el inciso a).

Solución

- Para $y_2 = 0.6 \text{ m}$. El gasto unitario antes y después de la contracción es

$$q_1 = \frac{1.8}{3} = 0.6 \text{ m}^2/\text{s}; \quad q_2 = \frac{1.8}{2} = 0.9 \text{ m}^2/\text{s}.$$

La velocidad del flujo aguas abajo y el número de Froude valen:

$$V_2 = \frac{0.9}{0.6} = 1.5 \text{ m/s}; \quad F_2 = \frac{1.5}{\sqrt{9.81(0.6)}} = 0.6183$$

También:
$$\frac{\Delta z}{y_2} = \frac{0.25}{0.6} = 0.4167$$

Dos de los términos de la ecuación 2.4 resultan:

$$2 \frac{b_2}{b_1} F_2^2 = 2 \frac{2}{3} (0.6183)^2 = 0.5097; \quad 2 F_2^2 + 1 = 1.7645$$

Por tanto, la ecuación 2.4 es:
$$\frac{y_1}{y_2} \left[1.7645 - 0.95 \left(\frac{y_1}{y_2} - 0.4167 \right)^2 \right] = 0.5097$$

Cuya solución vale $\frac{y_1}{y_2} = 1.6549$; por tanto, $y_1 = 1.6549(0.6) = 0.9929 \text{ m}$;

$$V_1 = \frac{0.6}{0.9929} = 0.6043 \text{ m/s}; \quad \frac{V_1^2}{2g} = 0.0186 \text{ m. También, } \frac{V_2^2}{2g} = 0.1147 \text{ m}$$

De la ecuación 2.6 se obtiene

$$h_c = 0.9929 + 0.0186 - (0.25 + 0.6 + 0.1147) = 0.0468 \text{ m}$$

y de las ecuaciones 2.7 y 2.8 los coeficientes de pérdida valen

$$k_c = \frac{h_c}{\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \right)} = \frac{0.0468}{0.1147 - 0.0186} = 0.4875$$

$$K_c = \frac{h_c}{V_2^2 / 2g} = \frac{0.0468}{0.1147} = 0.4084$$

Para $y_2 = y_c$, éste vale $y_2 = y_c = \left[\frac{(0.9)^2}{9.81} \right]^{1/3} = 0.4355 \text{ m};$

$$V_2 = \frac{0.9}{0.4355} = 2.0668 \text{ m/s}; \quad \frac{V_2^2}{2g} = 0.2177 \text{ m}; \quad F_2 = 1; \quad \frac{\Delta z}{y_2} = 0.5741;$$

$$2F_2^2 + 1 = 3; \quad \frac{2b_2 F_2^2}{b_1} = 1.3333 \text{ y de la ecuación 2.4}$$

$$\frac{y_1}{y_2} \left[3 - 0.95 \left(\frac{y_1}{y_2} - 0.5741 \right)^2 \right] = 1.3333, \text{ cuya solución es } \frac{y_1}{y_2} = 2.15757; \text{ es}$$

decir, $y_1 = 0.9395 \text{ m}; V_1 = 0.6386 \text{ m/s}; \frac{V_1^2}{2g} = 0.0208 \text{ m}$ y de la ecuación 2.6

$$h_c = 0.9395 + 0.0208 - (0.25 + 0.4355 + 0.2177) = 0.0571 \text{ m}$$

De las ecuaciones 2.7 y 2.8 los coeficientes de pérdida valen

$$k_c = \frac{0.0571}{0.2177 - 0.0208} = 0.29 \qquad K_c = \frac{0.0571}{0.2177} = 0.2623$$

Solución

b) Con $y_1 = 0.96 \text{ m}; V_1 = \frac{0.6}{0.96} = 0.625 \text{ m/s}; \frac{V_1^2}{2g} = 0.0199 \text{ m};$

$$F_1 = \frac{0.625}{\sqrt{9.81(0.96)}} = 0.2036; \quad \frac{\Delta z}{y_1} = \frac{0.25}{0.96} = 0.26042; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{2}$$

De la ecuación 2.5 resulta

$$\frac{y_2}{y_1} \left[2 \frac{3}{2} (0.2036)^2 + 0.95 (1 - 0.26042)^2 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] = 2 \left(\frac{3}{2} \right)^2 (0.20366)^2$$

$$\text{Haciendo operaciones se obtiene } \frac{y_2}{y_1} \left[0.64406 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] = 0.18665$$

Cuya solución en régimen subcrítico es $\frac{y_2}{y_1} = 0.5546$, por tanto, $y_2 = 0.5323$ m;

$$V_2 = \frac{0.9}{0.5323} = 1.6908 \text{ m/s}; \quad \frac{V_2^2}{2g} = 0.1457 \text{ m.}$$

De la ecuación 2.6 $h_c = 0.96 + 0.0199 - (0.25 + 0.5323 + 0.1457) = 0.0519$ m

y de las ecuaciones 2.6 y 2.7

$$k_c = \frac{0.0519}{0.1457 - 0.0199} = 0.4126 \quad K_c = \frac{0.0519}{0.1457} = 0.3562$$

Obsérvese que para $y_1 < 0.9395$ m, obtenido en el inciso a, no habría solución ni para $y_2 < y_c$

Solución

c) Para $\frac{b_2}{b_1} = 1$, $y_2 = 0.6$ m; $F_2 = 0.6183$; $y_1 = 0.9929$ m; $\frac{y_1}{y_2} = 1.6549$, la

ecuación 2.4 se convierte en

$$1.6549 \left[1.382263 - .95 \left(1.6549 - \frac{\Delta z}{y_2} \right)^2 \right] = 0.76453$$

$$\text{O bien } \left(1.6549 - \frac{\Delta z}{y_2} \right)^2 = \frac{1}{0.95} \left[1.382263 - \frac{0.7645}{1.6549} \right] = 0.96872$$

$$\frac{\Delta z}{y_2} = 0.67066; \quad \Delta z = 0.67066(0.6) = 0.4024 \text{ m}$$

Solución

d) Con $F_2 = 1$, $\frac{\Delta z}{y_2} = 0$, la ecuación 2.4 se convierte en

$$\frac{1}{2} \frac{y_1}{y_2} \left[3 - C_1 \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right] = \frac{b_2}{b_1} \quad (a)$$

donde y_2 debe ser el crítico: $y_2 = \left(\frac{q_2^2}{g} \right)^{1/3}$.

La solución es por iteraciones y se presenta a continuación sólo la final. Se supone

$$b_2 = 1.2906 \text{ m}; \quad \frac{b_2}{b_1} = \frac{1.2906}{3} = 0.4302; \quad q_2 = 1.3949 \text{ m}^2/\text{s};$$

$$y_2 = \left[\frac{(1.3947)^2}{9.81} \right]^{1/3} = 0.5831 \text{ m}; \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{0.9395}{.5831} = 1.6111 \text{ y de la ecuación a:}$$

$$\frac{b_2}{b_1} = 0.4302, \text{ igual al supuesto. Por tanto, } b_2 \text{ debe ser } 1.2906 \text{ m.}$$

Se puede obtener de manera general el coeficiente de pérdida por contracción si se aplica el principio de la energía entre las secciones 1 y 2 de la figura 2.1:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \Delta z + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_C \quad (2.9)$$

$$\text{donde: } h_C = k_C \left(\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right)$$

dividiendo a la ecuación 2.9 entre y_2 y despejando a k_C , se tiene:

$$k_C = \left(\frac{y_1}{y_2} + \frac{V_1^2}{2g y_2} - \frac{\Delta z}{y_2} - \frac{y_2}{y_2} - \frac{V_2^2}{2g y_2} \right) \frac{1}{\left(\frac{V_2^2}{2g y_2} - \frac{V_1^2}{2g y_2} \right)} \quad (2.10)$$

De la ecuación de continuidad: $V_1 y_1 = V_2 y_2$ se tiene:

$$\frac{V_1^2}{2g y_2} = \frac{F_2^2}{2} \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \quad (2.11)$$

$$\frac{V_2^2}{2g y_2} = \frac{F_2^2}{2} \quad (2.12)$$

La ecuación 2.10 puede escribirse:

$$k_C = \frac{\frac{y_1}{y_2} + \frac{F_2^2}{2} \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 - \left(\frac{\Delta z}{y_2} + 1 + \frac{F_2^2}{2} \right)}{\frac{F_2^2}{2} \left[1 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \right]} \quad (2.13)$$

Se propusieron valores de b_2/b_1 y $\Delta z/y_2$ fijos, se fue variando F_2 en el intervalo subcrítico y se obtuvieron y_1/y_2 con la ecuación 2.4 para $C_i=0.95$ y k_C con la ecuación 2.13.

Tabla 2.1. Cálculos para la obtención del coeficiente k_C a partir de la ecuación 2.13

$b_2/b_1 = 0.5$				$b_2/b_1 = 0.75$				$b_2/b_1 = 1$			
$\Delta z/y_2$	F_2	y_1/y_2	k_C	$\Delta z/y_2$	F_2	y_1/y_2	k_C	$\Delta z/y_2$	F_2	y_1/y_2	k_C
0	0.40	1.1127	0.765	0	0.40	1.0744	0.814	0.25	0.40	1.3145	0.915
0	0.50	1.1630	0.600	0	0.50	1.1054	0.562	0.25	0.50	1.3390	0.610
0	0.60	1.2252	0.501	0	0.60	1.1466	0.424	0.25	0.60	1.3716	0.442
0	0.70	1.2987	0.431	0	0.70	1.1998	0.338	0.25	0.70	1.4140	0.339
0	0.75	1.3397	0.403	0	0.75	1.2312	0.307	0.25	0.75	1.4391	0.300
0	0.80	1.3831	0.377	0	0.80	1.2655	0.279	0.25	0.80	1.4673	0.268
0	0.85	1.4288	0.353	0	0.85	1.3031	0.255	0.25	0.85	1.4985	0.240
0	0.90	1.4766	0.329	0	0.90	1.3440	0.233	0.25	0.90	1.5327	0.215
0	0.95	1.5265	0.307	0	0.95	1.3877	0.214	0.25	0.95	1.5702	0.194
0	1.00	1.5783	0.286	0	1.00	1.4342	0.195	0.25	1.00	1.6104	0.173
0.25	0.30	1.3322	1.127	0.25	0.30	1.3148	1.134	0.5	0.35	1.5707	0.940
0.25	0.35	1.3523	0.935	0.25	0.35	1.3294	0.901	0.5	0.40	1.5849	0.763
0.25	0.50	1.4311	0.650	0.25	0.50	1.3878	0.557	0.5	0.50	1.6198	0.549
0.25	0.60	1.4977	0.549	0.25	0.60	1.4399	0.447	0.5	0.60	1.6641	0.427
0.25	0.65	1.5354	0.511	0.25	0.65	1.4699	0.408	0.5	0.65	1.6898	0.383
0.25	0.70	1.5755	0.477	0.25	0.70	1.5030	0.375	0.5	0.70	1.7182	0.347
0.25	0.75	1.6178	0.446	0.25	0.75	1.5382	0.344	0.5	0.75	1.7487	0.314
0.25	0.80	1.6623	0.417	0.25	0.80	1.5762	0.318	0.5	0.80	1.7822	0.287
0.25	0.85	1.7086	0.389	0.25	0.85	1.6166	0.293	0.5	0.85	1.8178	0.261
0.25	0.90	1.7576	0.364	0.25	0.90	1.6597	0.271	0.5	0.90	1.8562	0.239
0.25	0.95	1.8079	0.339	0.25	0.95	1.7054	0.251	0.5	0.95	1.8967	0.218
0.25	1.00	1.8600	0.315	0.25	1.00	1.7523	0.230	0.5	1.00	1.9396	0.198
0.5	0.35	1.8092	0.974	0.5	0.35	1.5904	0.897	0.5	0.35	1.5707	0.940
0.5	0.40	1.8342	0.851	0.5	0.40	1.6102	0.759	0.5	0.40	1.5849	0.763
0.5	0.45	1.8622	0.762	0.5	0.45	1.6331	0.666	0.5	0.45	1.6012	0.638
0.5	0.50	1.8931	0.693	0.5	0.50	1.6580	0.589	0.5	0.50	1.6198	0.549
0.5	0.55	1.9268	0.637	0.5	0.55	1.6858	0.532	0.5	0.55	1.6406	0.479
0.5	0.60	1.9631	0.590	0.5	0.60	1.7163	0.485	0.5	0.60	1.6641	0.427
0.5	0.65	1.8021	0.549	0.5	0.65	1.7490	0.444	0.5	0.65	1.6898	0.383
0.5	0.70	1.8434	0.513	0.5	0.70	1.7847	0.411	0.5	0.70	1.7182	0.347
0.5	0.75	1.8867	0.479	0.5	0.75	1.8222	0.379	0.5	0.75	1.7487	0.314
0.5	0.80	1.9320	0.447	0.5	0.80	1.8629	0.354	0.5	0.80	1.7822	0.287
0.5	0.85	1.9799	0.419	0.5	0.85	1.9054	0.328	0.5	0.85	1.8178	0.261
0.5	0.90	2.0289	0.390	0.5	0.90	1.9498	0.304	0.5	0.90	1.8562	0.239
0.5	0.95	2.0798	0.364	0.5	0.95	1.9961	0.280	0.5	0.95	1.8967	0.218
0.5	1.00	2.1322	0.338	0.5	1.00	2.0445	0.258	0.5	1.00	1.9396	0.198
0.75	0.40	1.8903	0.886	0.75	0.40	1.8700	0.787	0.75	0.35	1.8315	0.897
0.75	0.45	1.9196	0.797	0.75	0.45	1.8947	0.694	0.75	0.40	1.8488	0.745
0.75	0.50	1.9517	0.727	0.75	0.50	1.9220	0.623	0.75	0.45	1.8684	0.639
0.75	0.55	1.9868	0.670	0.75	0.55	1.9520	0.567	0.75	0.50	1.8904	0.560
0.75	0.60	2.0241	0.622	0.75	0.60	1.9845	0.520	0.75	0.55	1.9150	0.500
0.75	0.65	2.0640	0.579	0.75	0.65	2.0195	0.480	0.75	0.60	1.9417	0.450
0.75	0.70	2.1062	0.541	0.75	0.70	2.0569	0.445	0.75	0.65	1.9716	0.412
0.75	0.75	2.1506	0.506	0.75	0.75	2.0964	0.413	0.75	0.70	2.0025	0.373
0.75	0.80	2.1969	0.473	0.75	0.80	2.1383	0.384	0.75	0.75	2.0366	0.343
0.75	0.85	2.2449	0.442	0.75	0.85	2.1821	0.356	0.75	0.80	2.0729	0.315
0.75	0.90	2.2948	0.412	0.75	0.90	2.2278	0.330	0.75	0.85	2.1112	0.289
0.75	0.95	2.3462	0.384	0.75	0.95	2.2751	0.305	0.75	0.90	2.1512	0.263
0.75	1.00	2.3990	0.357	0.75	1.00	2.3244	0.282	0.75	0.95	2.1943	0.243
								0.75	1.00	2.2392	0.222

Se han obtenido algunos diagramas adimensionales que relacionan las variables $\frac{\Delta z}{y_2}$,

$\frac{b_2}{b_1}$, F_2 y el coeficiente k_C . En ellos se observa que k_C varía de manera más

importante con F_2 , que con $\frac{\Delta z}{y_2}$.

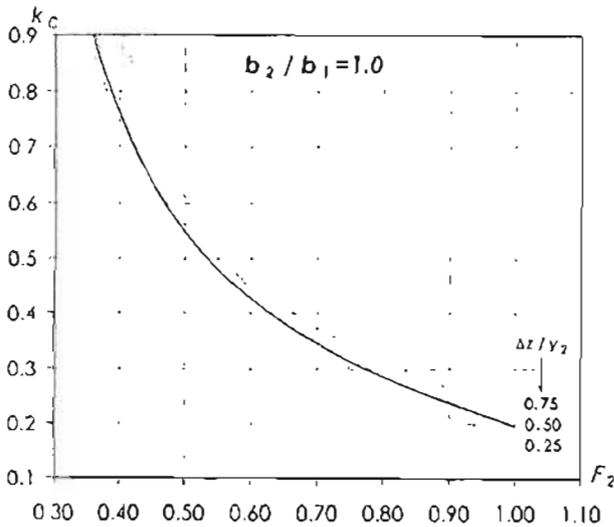
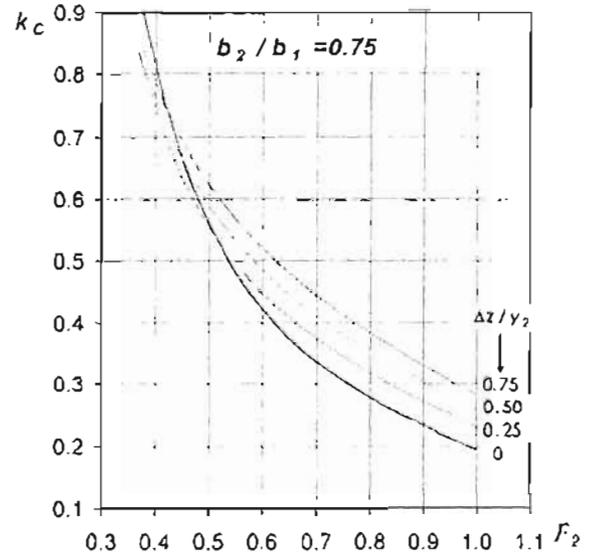
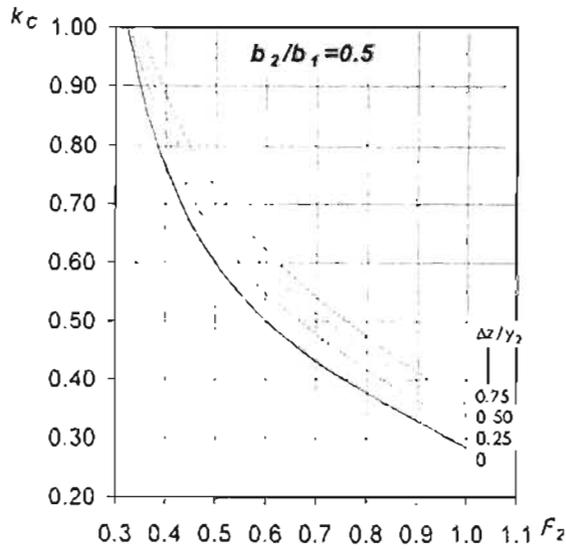


Figura 2.2. Variación del coeficiente k_C con relación al número de Froude para diferentes relaciones de b_2 / b_1 y $\Delta z / y_2$

2.2 EXPANSIÓN BRUSCA EN UN CANAL RECTANGULAR

2.2.1 Aplicación de la ecuación del momentum

El tratamiento teórico se hace con las mismas hipótesis de la contracción. La fuerza P_1 se dirige en el sentido del flujo y se calcula con la ecuación 2.2 pero se considera el mismo nivel del agua antes y sobre el escalón, es decir $y_1 = y_1 + \Delta z$ (figura 2.3); además se intercambian los anchos b_1 y b_2 .

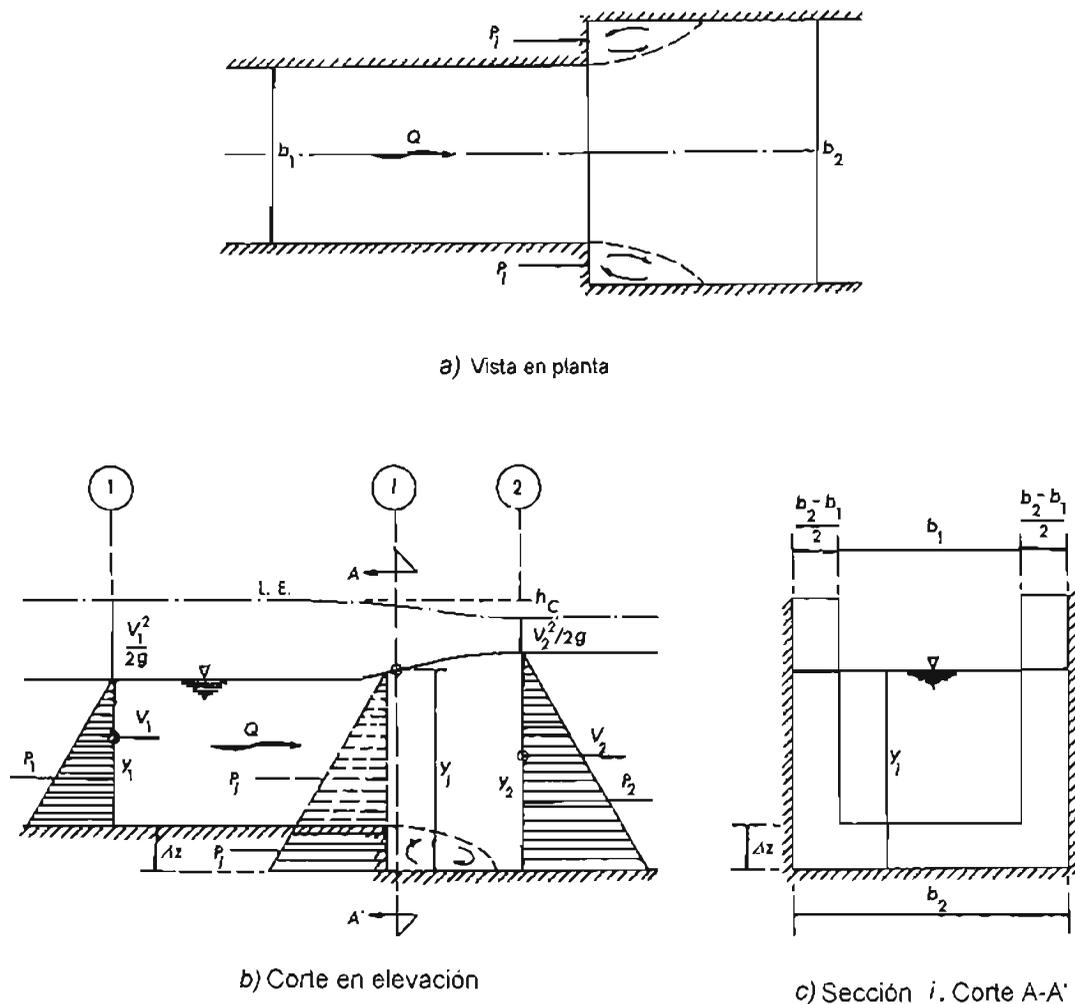


Figura 2.3 Expansión brusca con escalón descendente en un canal rectangular

Es decir
$$\frac{P_i}{g\rho} = \frac{1}{2}(b_2 - b_1)(y_1 + \Delta z)^2 + b_1 \left(y_1 + \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta z$$

$$\frac{P_i}{g\rho} = \frac{1}{2}(b_2 - b_1)(y_1 + \Delta z)^2 + \frac{1}{2} b_1 (2 y_1 + \Delta z) \Delta z$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la 2.1 pero ahora con signo negativo, al ordenar los términos resulta

$$\frac{Q^2}{g b_1 y_1} + \frac{1}{2} b_1 y_1^2 + \frac{1}{2}(b_2 - b_1)(y_1 + \Delta z)^2 + \frac{1}{2} b_1 (2 y_1 \Delta z + \Delta z^2) =$$

$$= \frac{Q^2}{g b_2 y_2} + \frac{1}{2} b_2 y_2^2$$

Al simplificar y multiplicar por $\frac{2y_1}{b_2 y_2^3}$

$$\frac{2 Q^2}{g b_2^2 y_2^3} \frac{b_2}{b_1} + \frac{y_1}{y_2} \left(\frac{y_1}{y_2} + \frac{\Delta z}{y_2} \right)^2 = \frac{2 Q^2}{g b_2^2 y_2^3} \frac{y_1}{y_2} + \frac{y_1}{y_2} \quad (2.14)$$

Pero $\frac{Q^2}{g b_2^2 y_2^3} = F_2$, donde F_2 es el número de Froude después de la expansión,

que la sustituir y factorizar $\frac{y_1}{y_2}$ se obtiene

$$\frac{y_1}{y_2} \left[2 F_2^2 + 1 - \left(\frac{y_1}{y_2} + \frac{\Delta z}{y_2} \right)^2 \right] = 2 \frac{b_2}{b_1} F_2^2 \quad (2.15)$$

que es la ecuación equivalente a la 2.4 pero sin la corrección C_i .

La ecuación 2.15 permite el cálculo de y_1 en términos de y_2 , F_2 y la geometría de la contracción. Cuando no cambia el ancho del canal pero existe escalón, es suficiente hacer $\frac{b_2}{b_1} = 1$ y cuando hay cambio en el ancho pero no existe escalón, basta

hacer $\frac{\Delta z}{y_2} = 0$. El caso extremo del flujo crítico aguas abajo de la transición, $y_2 = y_c$,

($F_2 = 1$), es el límite para que se mantenga régimen subcrítico en toda ella.

Para determinar las condiciones del flujo después de la expansión, cuando se conocen las que hay antes de ella, se multiplica la ecuación 2.14 por $\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^4$ y se obtiene

$$\frac{2Q^2}{g b_1^2 y_1^3} \frac{b_1 y_2}{b_2 y_1} + \left(1 + \frac{\Delta z}{y_2}\right)^2 \frac{y_2}{y_1} = \frac{2Q^2}{g b_1^2 y_1^3} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3$$

Pero el número de Froude antes de la expansión es: $F_1 = \frac{Q}{b_1 y_1 \sqrt{g y_1}}$ y resulta

$$\frac{y_2}{y_1} \left[2 \frac{b_1}{b_2} F_1^2 + \left(1 + \frac{\Delta z}{y_1}\right)^2 - \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 \right] = 2 \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 F_1^2 \quad (2.16)$$

expresión que permite el cálculo inverso antes propuesto, donde ahora $y_2 > y_1$.

Es también importante conocer el límite hasta el cual se produce el tirante crítico y_{c1} , sobre el escalón, es decir cuando $y_1 = y_{c1}$. Para ello se debe cumplir la ecuación de continuidad entre las secciones crítica y la 2: $Q = \sqrt{g} b_1 y_{c1}^{3/2} = V_2 b_2 y_2$ y por tanto

$$y_1^3 = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 \frac{V_2}{g y_2} y_2^3 = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 F_2^2 y_2^3$$

Esto significa que el flujo crítico sobre el escalón ocurre cuando

$$\frac{y_1}{y_2} = \left(\frac{b_2}{b_1} F_2\right)^{2/3} \quad (2.17)$$

Dada una relación de ensanchamiento $\frac{b_2}{b_1}$, los valores de $\frac{y_1}{y_2}$ mayores que los

obtenidos de la ecuación 2.17 corresponden al flujo subcrítico antes de la transición y los menores al supercrítico. Hay flujo subcrítico siempre que $y_2 / y_1 > 1$, $F_1 < 1$ y supercrítico siempre que $y_2 / y_1 < 1$, $F_1 > 1$

Si en vez de aumentar la altura del escalón para producir flujo subcrítico antes del mismo, se desea calcular el ancho que debe haber antes de la ampliación, la incógnita

en la ecuación 2.15 es entonces $\frac{b_2}{b_1}$, ya que se conoce $\frac{y_2}{y_1}$ y $\frac{y_1}{y_2}$ se obtiene de la ecuación 2.17.

2.2.2 Pérdida de energía.

Una vez que se conoce y_1 y y_2 la pérdida por conversión se obtiene de la ecuación de energía entre las secciones 1 y 2, en la forma

$$h_e = \Delta z + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} - \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) \quad (2.18)$$

La ecuación 2.18 equivale a cambiar el signo de Δz en la ecuación 2.6

La pérdida se expresa también en la forma

$$h_e = k_e \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \right) \quad (2.19)$$

Donde k_e es un coeficiente de pérdida que se calcula después de conocer y_1 y h_e , o bien de manera directa mediante experimentos.

La ecuación de Borda-Carnot se propone también con frecuencia para calcular la pérdida en una expansión, pero en este caso, conviene verificar su conveniencia, lo cual puede hacerse de manera más sencilla si se considera que la altura del escalón es cero. De la ecuación 2.18 la pérdida de energía es

$$h_e = y_1 - y_2 + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} = y_1 - y_2 + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} + \frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g}$$

Por otra parte, la ecuación 2.14 se multiplica por $\frac{y_2^3}{y_1}$, y se convierte en

$$y_2^2 - \frac{2 Q^2 y_2}{g b_2 y_2 b_1 y_1} + \frac{2 Q^2 y_2}{g b_2^2 y_2^2} - y_1^2 = 0$$

que también es

$$y_2^2 - 2 \frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g} y_2 - y_1^2 = 0$$

Cuya solución resulta

$$y_2 = \frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g}\right)^2 + y_1^2}$$

de modo que

$$y_1 - y_2 = y_1 - \frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g} - \sqrt{\left(\frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g}\right)^2 + y_1^2}$$

Por tanto, la pérdida de energía h_e se convierte en

$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} + y_1 - \sqrt{\left(\frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g}\right)^2 + y_1^2}$$

Para que la ecuación de Borda-Carnot sea válida es necesario que

$$\left(\frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g}\right)^2 \ll y_1^2$$

o bien, que $\frac{V_1 V_2 - V_2^2}{g y_1} \ll 1$ lo cual ocurre con frecuencia. Se cumple también que

$V_2 = V_1 b_1 y_1 / b_2 y_2$ y por tanto

$$\frac{V_1^2}{g y_1} \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2} - \frac{V_1^2}{g y_1} \left(\frac{b_1 y_1}{b_2 y_2}\right)^2 \ll 1$$

$$\text{O bien } F_1^2 \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2} \left(1 - \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2}\right) \ll 1$$

Esta condición se satisface plenamente si $F_1 < 0.5$ y $\frac{b_1}{b_2} > 0.67$ y solo así es

aplicable la ecuación de Borda-Carnot.

Se ha demostrado experimentalmente que dicha ecuación conduce a resultados menores que los reales y suele corregirse en la forma

$$h_e = \varepsilon \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (2.20)$$

donde ε es el coeficiente de pérdida siempre mayor de uno.

Fouladi Nashta y Garde (1988) experimentaron ensanchamientos bruscos (sin escalón) en canales rectangulares con relaciones de expansión b_2 / b_1 comprendidas entre 1 y 3 y obtuvieron la expresión

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{b_1 y_1}{b_2 y_2} \right)^{-0.8} \quad (2.21)$$

con la cual se verifica que ε tiene siempre valores mayores de uno y cuando $\frac{b_1 y_1}{b_2 y_2}$ tiende a uno, ε puede alcanzar un valor hasta de cuatro.

Ejemplo 2.2

Un canal rectangular de 1 m de ancho conduce $1 \text{ m}^3/\text{s}$ y tiene un escalón descendente de altura Δz .

- Calcular el tirante antes del escalón cuando $\Delta z = 0.30 \text{ m}$, el tirante después del escalón es 1.00 m y no cambia el ancho el ancho del canal.
- Calcular y_2 cuando $\Delta z = 0.50 \text{ m}$, el tirante antes del escalón es $y_1 = 0.8174 \text{ m}$ y el ancho cambia de 1 a 2 m.
- Calcular la altura del escalón para que, con las condiciones de ancho y tirante después de la expansión del inciso anterior, se produzca flujo crítico antes de ella.
- Calcular el ancho antes del escalón para que con $\Delta z = 0.50 \text{ m}$, tirante $y_2 = 1.35 \text{ m}$ y ancho $b_2 = 2 \text{ m}$, se produzca flujo crítico antes de expansión.

Solución

- a) La velocidad del flujo después del escalón es $V_2=1$ m/s y el número de Froude vale

$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{9.81(1)}} = 0.31931 \text{ y } \frac{\Delta z}{y_2} = \frac{0.3}{1} = 0.3$$

La ecuación 2.15 resulta $\frac{y_1}{y_2} \left[1.038 - \left(\frac{y_1}{y_2} + 0.3 \right)^2 \right] = 0.203873$

cuya solución es $\frac{y_1}{y_2} = 0.6412$, es decir, $y_1 = 0.6412$ m; $V_1=1.5596$ m/s;

$$V_1^2/2g = 0.1239 \text{ m; } V_2=1 \text{ m/s; } V_2^2/2g = 0.0509.$$

De la ecuación 2.18

$$h_e = 0.30 + 0.6412 + 0.12397 - (1 + 0.05097) = 0.0142 \text{ m}$$

De las ecuaciones 2.19 y 2.20 se obtiene $k_e = \frac{0.0142}{0.12397 - 0.05097} = 0.19452$;

$$\varepsilon = \frac{19.62(0.0142)}{(1.5596 - 1)^2} = 0.8897$$

Aquí el valor de ε es menor de 1 pero se trata de un caso con escalón.

- b) Con $V_1 = \frac{1}{0.8174} = 1.2234$ m/s; $\frac{V_1^2}{2g} = 0.07628$ m; $F_1 = 0.43203$;

$$\frac{\Delta z}{y_1} = \frac{0.50}{0.8174} = 0.61117; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ y la ecuación 2.16 resulta}$$

$$\frac{y_2}{y_1} \left[2.78421 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] = 0.09332, \text{ cuya solución es } \frac{y_2}{y_1} = 1.65158, \text{ es decir}$$

$$y_2 = 1.35 \text{ m; } V_2 = 0.37037 \text{ m/s; } \frac{V_2^2}{2g} = 0.00699 \text{ m. De la ecuación 2.18}$$

$$h_e = 0.5 + 0.8174 + 0.07628 - (1.35 + 0.00699) = 0.03678 \text{ m}$$

Por tanto, de las ecuaciones 2.19 y 2.20

$$k_e = \frac{0.03678}{0.07628 - 0.00699} = 0.53081 ; \varepsilon = \frac{19.62(0.03678)}{(1.2234 - 0.37037)^2} = 0.9917$$

En este caso ε es prácticamente igual a 1.

c) Con $y_2 = 1.35$ m; $V_2 = 0.37037$ m/s; $\frac{V_2^2}{2g} = 0.007$; $F_2 = 0.101773$; $\frac{b_2}{b_1} = 2$.

De la ecuación 2.17 resulta $\frac{y_1}{y_2} = [2(0.101773)]^{2/3} = 0.34603$ de manera que el

tirante $y_1 = 0.46714$ m es el crítico antes de la ampliación; en efecto

$$y_{c1} = \left[\frac{1}{9.81} \right]^{1/3} = 0.46714 \text{ m}; V_1 = 2.1407 \text{ m/s}; \frac{V_1^2}{2g} = 0.23356 \text{ m};$$

$E_C = 0.7007$ m. Con estos valores, de la ecuación 2.15 se obtiene

$$0.34603 \left[2(0.101773)^2 + 1 - \left(0.34603 + \frac{\Delta z}{y_2} \right)^2 \right] = 2 \frac{2}{1} (0.101773)^2$$

Resulta $\frac{\Delta z}{y_2} = 0.60317$, es decir, $\Delta z = 0.8143$ m. De las ecuaciones 2.18 a 2.20

$$h_e = 0.8143 + 0.7007 - 1.357 = 0.158 \text{ m}; k_e = \frac{0.158}{0.23356 - 0.007} = 0.6973 ;$$

$$\varepsilon = \frac{19.62(0.158)}{(2.1407 - 0.37037)^2} = 0.9891$$

d) Para $y_2 = 1.35$ m, del inciso anterior $F_2 = 0.101773$; de la ecuación 2.17

$$\frac{y_1}{y_2} = \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^{2/3} (0.101773)^{2/3}, \text{ o bien}$$

$$\frac{b_2}{b_1} = 9.825789 \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^{3/2} \quad (\text{a})$$

Además con $\frac{\Delta z}{y_2} = \frac{0.5}{1.35} = 0.37037$, la ecuación 2.15 se convierte en

$$\frac{y_1}{y_2} \left[1.020715 - \left(\frac{y_1}{y_2} + 0.37037 \right)^2 \right] = 0.020715 \frac{b_2}{b_1} \quad (b)$$

donde se sustituye la ecuación (a)

$$\left(\frac{y_1}{y_2} \right)^{-1/2} \left[1.020715 - \left(\frac{y_1}{y_2} + 0.37037 \right)^2 \right] = 0.0203541$$

Cuya solución es $\frac{y_1}{y_2} = 0.5614$; $y_1 = 0.5614(1.35) = 0.75789 \text{ m}$.

De la ecuación (a): $\frac{b_2}{b_1} = 9.825789 (0.5614)^{3/2} = 4.133$

Por tanto $b_1 = \frac{2}{4.133} = 0.4839 \text{ m}$. En efecto, $q_1 = \frac{1}{0.4839} = 2.0665 \text{ m}^2/\text{s}$ y

$$y_{c2} = y_2 = \left[\frac{(2.0665)^2}{9.81} \right]^{1/3} = 0.75789, \text{ que es el valor ya obtenido con la}$$

ecuación (b).

2.2.3 Fenómeno de expansión dentro de una contracción

Como ocurre en los conductos a presión, se presenta un fenómeno local al producirse una contracción del flujo a la entrada del estrechamiento de un canal, seguido de una expansión del mismo, como se muestra en la figura 2.1. Es decir, la vena líquida se separa de la arista de entrada al canal más angosto de un estrechamiento brusco formándose una contracción de magnitud δ en cada lado, que reduce el ancho en 2δ de modo que el de la sección contracta es $b' = b_2 - 2\delta$. Esto se traduce en una reducción del tirante al valor $y' < y_2$ para producir después una expansión que cambia el área de la sección de $b' y'$ a $b_2 y_2$.

Para conocer la magnitud de las contracciones, Domínguez propuso utilizar los resultados experimentales de Lesbros y Escande (1940) que se resumen en la figura

2.4, donde se observa que δ es relativamente grande. Esto puede significar que y' alcance el valor del tirante crítico haciéndolo independiente de y_2 . En cambio, y_1 es siempre función de y' . Se trata pues del problema de una contracción primero y de una expansión después. Además de δ , la figura 2.4 permite conocer el tirante y' .

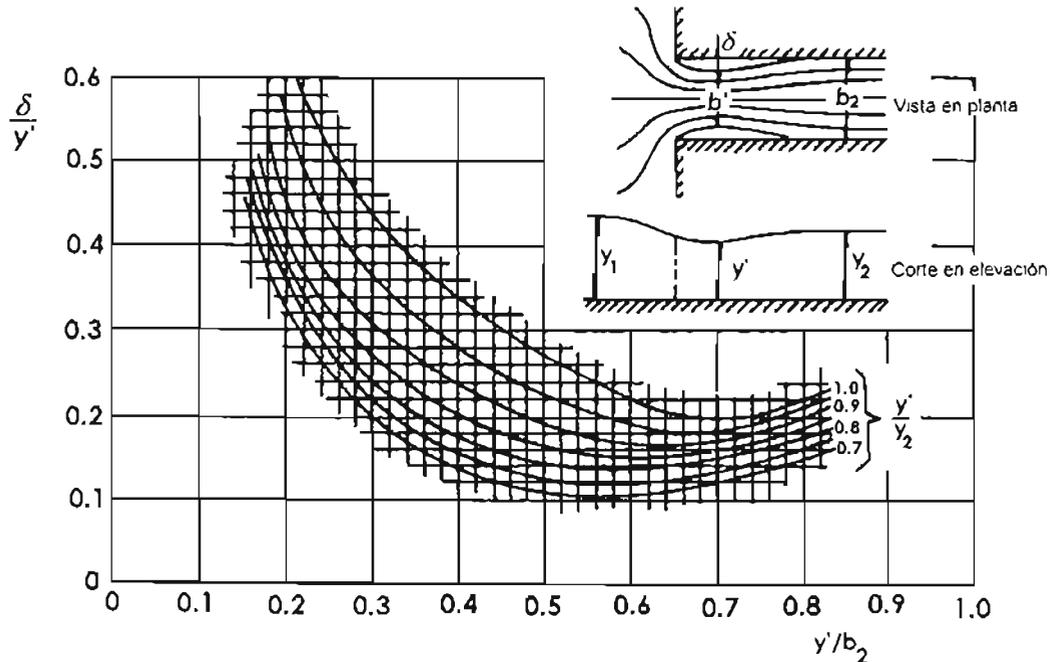


Figura 2.4 Contracción después del estrechamiento de un canal rectangular, según Lesbros y Escande (1940)

Ejemplo 2.3

Un canal rectangular de 4 m de ancho se estrecha bruscamente a 2 m y conduce un gasto de $3 \text{ m}^3/\text{s}$ con un tirante de 0.80 m después de la contracción. Calcular el tirante que ocurre antes de la contracción y el que se produce en la sección contracta después de ella.

Solución

Con $q_2 = 3 / 2 = 1.5 \text{ m}^2/\text{s}$; $y_2 = 0.8\text{m}$; $V_2 = 1.875 \text{ m/s}$, siendo

$$F_2 = \frac{1.875}{\sqrt{9.81(0.8)}} = 0.6693 \quad \text{y} \quad \frac{b_2}{b_1} = \frac{2}{4} = 0.5.$$

De la ecuación 2.4 se obtiene $\frac{y_1}{y_2} = 1.2751$, es decir $y_1 = 1.0201\text{m}$

Como y_2 es relativamente pequeño, se presume que la contracción de la vena líquida después del estrechamiento pudiera producir un tirante igual al crítico en dicha sección. Para precisar esta posibilidad es necesario conocer el ancho efectivo b' en la sección contracta y después y' . Se puede calcular la energía específica antes de estrechamiento a partir de y_1 previamente calculado.

Para $q_1 = 3/4 = 0.75 \text{ m}^2/\text{s}$; $V_1 = 0.75/1.02 = 0.7352 \text{ m/s}$; $\frac{V_1^2}{2g} = 0.02755 \text{ m}$ y

$E_1 = 1.02 + 0.02755 = 1.04755 \text{ m}$. El tirante crítico en la sección contracta debe ser próximo a $\frac{2}{3}(1.04755) = 0.698 \text{ m}$, y con éste se pueden iniciar los tanteos. En

efecto, con $y' = 0.698 \text{ m}$; $\frac{y'}{b_2} = 0.3492$; $\frac{y'}{y_2} = 0.8725$. De la figura 2.3 $\frac{\delta}{y'} = 0.25$;

$\delta = 0.25(0.698) = 0.1745 \text{ m}$; $2\delta = 0.349 \text{ m}$;

$b' = 2 - 0.349 = 1.651 \text{ m}$; $\frac{b_2}{b'} = \frac{2}{1.651} = 1.211$

Con este valor y con $\frac{y_1}{y_2} = 1.2751$, se rebasa el límite de flujo subcrítico, es decir, en

la sección contracta se produce el flujo crítico. Se tendrá que hacer un cálculo de iteraciones bajo esta consideración.

Suponiendo $b' = 1.651 \text{ m}$, el gasto unitario en la sección contracta es $q' = 3/1.651 = 1.8171 \text{ m}^2/\text{s}$ y el tirante crítico en la misma sección es

$y'_c = \left[(1.8171)^2 / 9.81 \right]^{1/3} = 0.6956 \text{ m}$ que resulta casi igual a $y' = 0.698 \text{ m}$ supuesto al inicio del cálculo y no es necesaria una iteración adicional.

La energía específica mínima sería $\frac{3}{2}(0.6956) = 1.0434$ m, a la que corresponde un tirante antes del estrechamiento de 1.0156 m calculado en forma ordinaria. En efecto,

$$1.0156 + \frac{1}{19.62} \left(\frac{0.75}{1.0156} \right)^2 = 1.0434$$

dicho tirante es prácticamente igual al antes obtenido: $y_1 = 1.02$ m.

CAPÍTULO 3. PÉRDIDA DE ENERGÍA POR CONTRACCIÓN SOBRE UN ESCALÓN ASCENDENTE QUE CONTROLA A UN SALTO HIDRÁULICO

3.1 ASPECTOS GENERALES

El salto hidráulico puede ser controlado por escalones o umbrales de fondo con diversos diseños, cuya función es la de asegurar la formación del salto y controlar su posición bajo todas las condiciones de operación probables.

Las estructuras que permiten confinar el salto hidráulico en un espacio fijo se denominan tanques de amortiguación, figura 3.1. Los de sección trapecial son los más comunes en México ya que los taludes se ajustan al que resulte estable para el material en que se va a excavar el tanque, el cual es normalmente el que se encuentra en la proximidad de las márgenes del río. Además, el volumen de excavación se utiliza completamente para el tanque trapecial, ya que no necesita espacio adicional de excavación como el rectangular, ni moldes externos, ni tampoco compactación del material en los bordos.

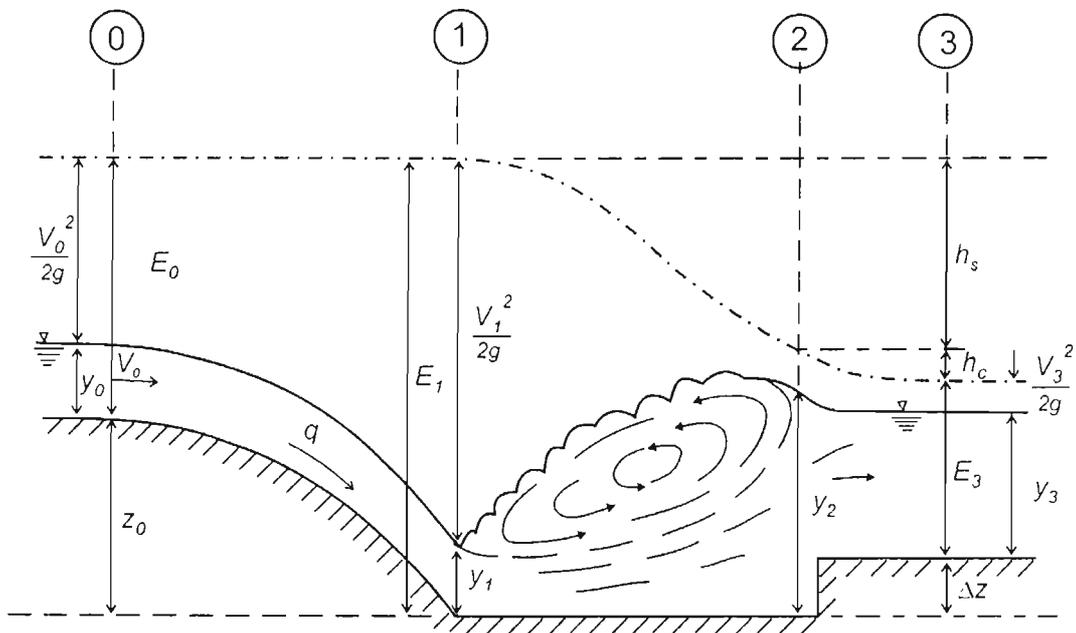


Figura 3.1. Control del salto hidráulico mediante escalón ascendente.

Forster y Skrinde (1950) investigaron experimentalmente el control del salto hidráulico en un canal rectangular mediante un escalón ascendente y sus resultados se presentan en la figura 3.2, en términos del número de Froude F_1 y las relaciones y_3/y_1 y $\Delta z/y_1$; ésta última identifica a las curvas. La consistencia de las relaciones fue verificada por un análisis teórico usando el principio del *momentum*.

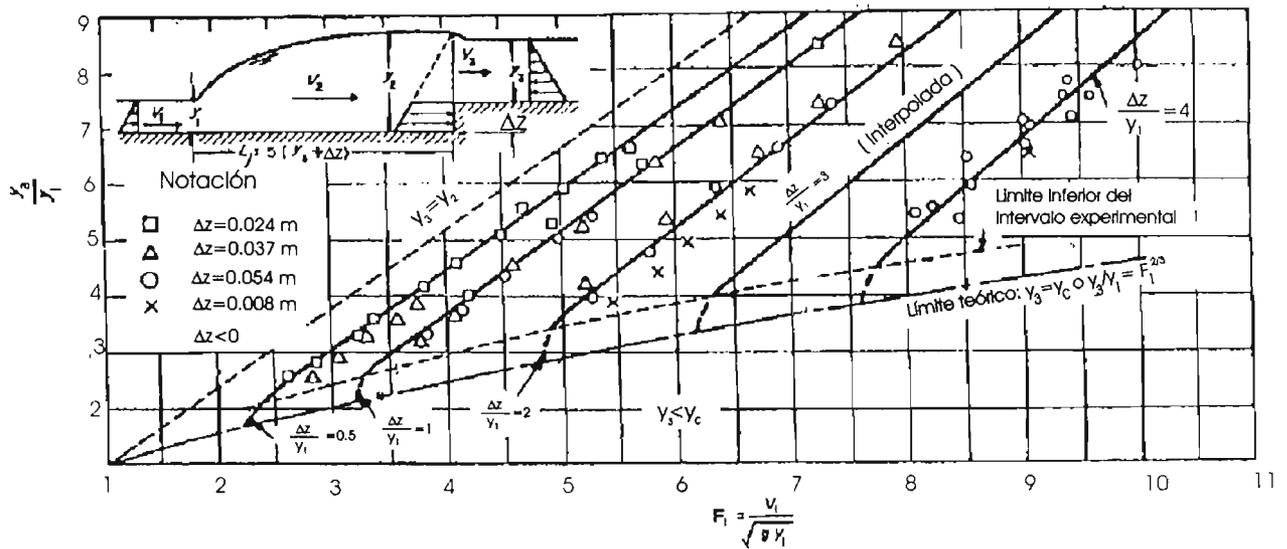


Figura 3.2. Diagrama de Forster y Skrinde (1950).

El diagrama presentado por Forster y Skrinde permite predecir el comportamiento del salto en un canal rectangular con escalón ascendente cuando se conocen: V_1 , y_1 , y_3 y Δz .

El diagrama se usa con propósitos de diseño para determinar Δz cuando V_1 , y_1 e y_3 son conocidos. Para ello, se define un punto $(F_1, y_3/y_1)$ para las condiciones de gasto máximo y el valor $\Delta z/y_1$ se determina por interpolación. Se repite este procedimiento con otros gastos dentro del intervalo esperado, para obtener el valor más grande de Δz que se requiera. El diseño resulta adecuado, ya que considera la pérdida por contracción debida al escalón.

Hager y Bretz (1986) desarrollaron diagramas similares al de Forster y Skrinde para el caso de saltos hidráulicos tipo A y tipo B, utilizando únicamente la teoría del *momentum*, y comparando los resultados con los experimentales de otros autores, donde se representan a los parámetros y_3/y_1 , F_1 y $\Delta z/y_1$. Los valores teóricos quedan del lado conservador, es decir, conducen a tirantes y_3 ligeramente mayores que los observados. Experimentaron con escalones positivos (ascendentes) y negativos (descendentes) con caras verticales e inclinadas a 45° y concluyeron que la inclinación no parece tener influencia en el comportamiento de los parámetros.

3.2 COEFICIENTES DE PÉRDIDA POR CONTRACCIÓN

A partir de los datos experimentales presentados en la figura 3.2, se puede determinar la pérdida por contracción debida al escalón en un canal rectangular, y es el principio de energía el más conveniente para este análisis pues aplicado entre las secciones 2 y 3 de la figura 3.1, permite involucrar la pérdida h_c debida al escalón, como sigue

$$y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = \Delta z + y_3 + \frac{V_3^2}{2g} + h_c \quad (3.1)$$

donde $h_c = K_C \frac{V_3^2}{2g}$, e implica tener que conocer y_2 y V_2 .

Si se despeja K_C de la ecuación 3.1 y se expresa en función de los parámetros F_1 , y_3/y_1 y $\Delta z/y_1$, cuyas relaciones se conocen de la figura 3.2, entonces se tiene

$$K_C = \left(\frac{y_2}{y_1} + \frac{V_2^2}{2g y_1} - \frac{\Delta z}{y_1} - \frac{y_3}{y_1} \right) \frac{1}{y_1 V_3^2/2g} - 1 \quad (3.2)$$

Por otra parte, del principio del *momentum*:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) \quad (3.3)$$

De la ecuación de continuidad: $V_1 y_1 = V_2 y_2 = V_3 y_3$ se tiene

$$\frac{V_2^2}{2g y_1} = \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \frac{F_1^2}{2} \quad (3.4)$$

$$\frac{V_3^2}{2g y_1} = \left(\frac{y_1}{y_3} \right)^2 \frac{F_1^2}{2} \quad (3.5)$$

En cada curva $\Delta z/y_1$ del diagrama de la figura 3.2, se pueden leer las diferentes coordenadas $(F_1, y_3/y_1)$ que sirven para determinar, a partir de la ecuación 3.2, un valor de K_C . Se leyeron en promedio 9 puntos de cada curva. Los resultados se pueden graficar en un plano (F_1, K_C) para cada valor constante de $\Delta z/y_1$, como se muestra en la figura 3.3.

Un ajuste del comportamiento de estos parámetros permitió determinar que K_C es independiente de Δz y función sólo del número de Froude de la sección 1, de acuerdo con la ecuación.

$$K_C = 0.0024 F_1^2 + 0.0894 F_1 - 0.1069 \quad (3.6)$$

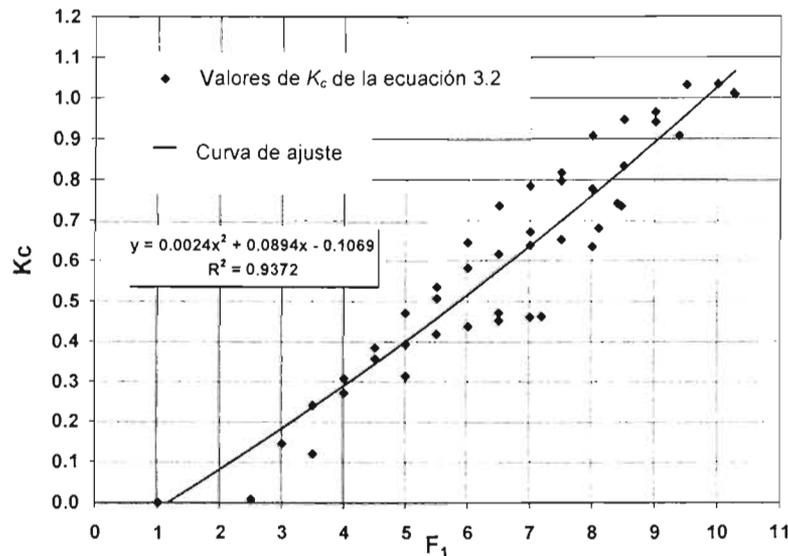


Figura 3.3. Correlación de F_1 y K_C .

La consistencia de este resultado se comprobó utilizando la ecuación 3.6 para obtener el diagrama de Forster y Skrinde en sentido inverso, como lo muestra la figura 3.4, no encontrando gran diferencia en los resultados. Por tanto la ecuación 3.6 es válida para valores de F_1 dentro del intervalo experimental mostrado por Forster y Skrinde. Para valores de F_1 entre 2 y 10, el coeficiente K_C oscila entre 0.0815 y 1.0271.

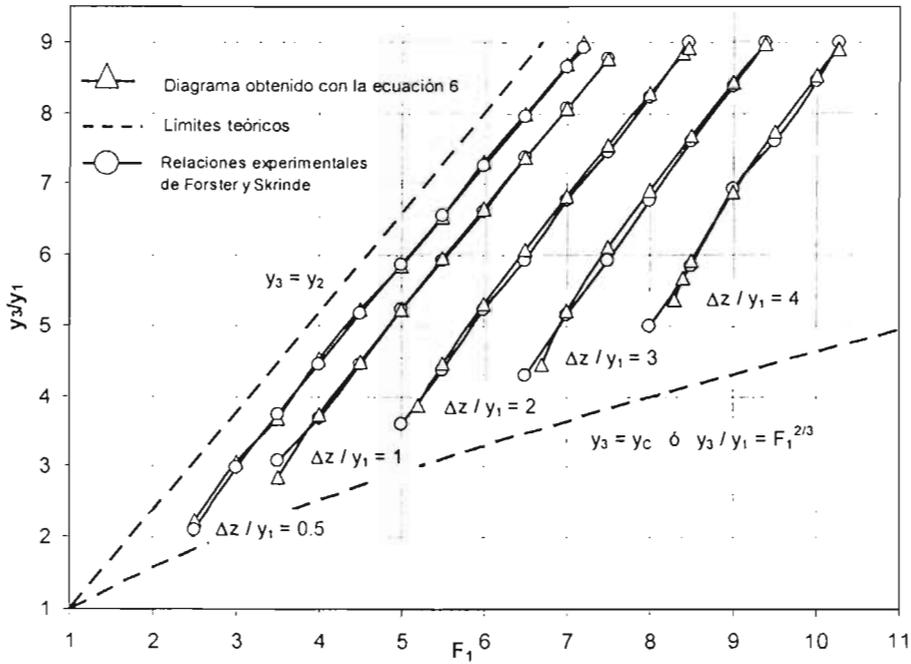


Figura 3.4. Diagrama de Forster y Skrinde derivado de la ecuación 3.6.

Pérdida de energía debida al escalón, según la ecuación de Hinds

Se puede realizar un planteamiento similar pero con la ecuación de Hinds para conocer la pérdida h_c debida al escalón, esto es:

$$h_c = k_c \left(\frac{V_3^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) \tag{3.7}$$

por lo que la ecuación 3.1 se escribe:

$$y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = \Delta z + y_3 + \frac{V_3^2}{2g} + k_c \left(\frac{V_3^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) \tag{3.8}$$

Al expresar la ecuación 3.7 en términos de los parámetros adimensionales del diagrama de Forster y Skrinde y despejando a k_c se tiene:

$$k_c = \left(\frac{y_2}{y_1} + \frac{V_2^2}{2g y_1} - \frac{\Delta z}{y_1} - \frac{y_3}{y_1} - \frac{V_3^2}{2g y_1} \right) \frac{2g y_1}{V_3^2 - V_2^2} \quad (3.9)$$

Por otra parte, de la ecuación del salto hidráulico para sección rectangular:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) \quad (3.10)$$

De la ecuación de continuidad: $V_1 y_1 = V_2 y_2 = V_3 y_3$, se tiene

$$\frac{V_2^2}{2g y_1} = \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \frac{F_1^2}{2} \quad (3.11)$$

$$\frac{V_3^2}{2g y_1} = \left(\frac{y_1}{y_3} \right)^2 \frac{F_1^2}{2} \quad (3.12)$$

En cada curva $\Delta z/y_1$ del diagrama de la figura 3.2, se pueden leer las diferentes coordenadas $(F_1, y_3/y_1)$, que sirven para determinar, a partir de la ecuación 3.9, un valor de k_c . Se leyeron en promedio 9 coordenadas en cada curva. Los resultados se pueden graficar en un plano (F_1, k_c) para cada valor constante de $\Delta z/y_1$, (figura 3.5).

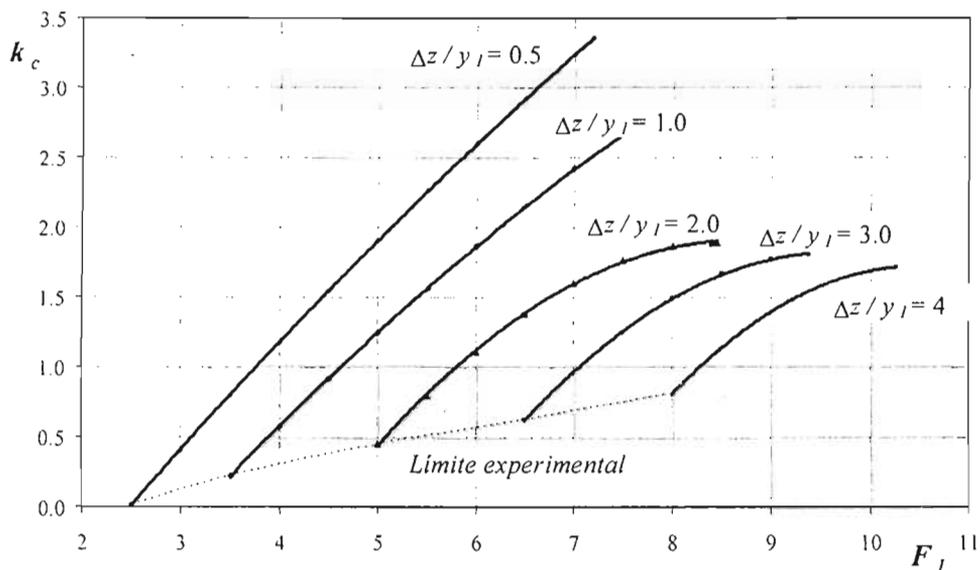


Figura 3.5. Correlación de F_1 y k_c para cada $\Delta z/y_1$

Las ecuaciones de correlación de las curvas de la figura 3.5 son:

$$\text{Para } \Delta z/y_1 = 0.5 \quad k_c = -0.0201 F_1^2 + 0.9096 F_1 - 2.1382 \quad (3.13a)$$

$$\text{Para } \Delta z/y_1 = 1.0 \quad k_c = -0.0301 F_1^2 + 0.944 F_1 - 2.7197 \quad (3.13b)$$

$$\text{Para } \Delta z/y_1 = 2.0 \quad k_c = -0.1062 F_1^2 + 1.8539 F_1 - 6.1761 \quad (3.13c)$$

$$\text{Para } \Delta z/y_1 = 3.0 \quad k_c = -0.1193 F_1^2 + 2.3102 F_1 - 9.3615 \quad (3.13d)$$

$$\text{Para } \Delta z/y_1 = 4.0 \quad k_c = -0.1482 F_1^2 + 3.1091 F_1 - 14.581 \quad (3.13e)$$

La consistencia de estos desarrollos se comprobó utilizando las ecuaciones 3.13 para obtener el diagrama de Forster y Skrinde en sentido inverso, como lo muestra la figura 3.6, no encontrando gran diferencia en los resultados. Por tanto, las ecuaciones 3.13 son válidas para valores de F_1 dentro del intervalo experimental mostrado en la figura 3.6 para cada relación $\Delta z/y_1$.

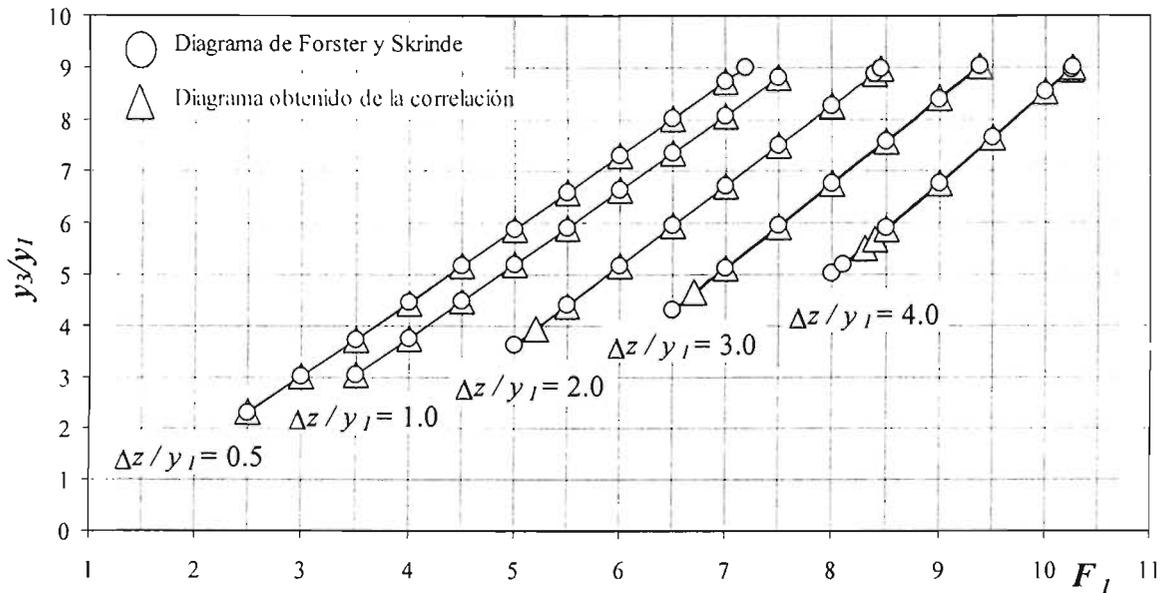


Figura 3.6. Diagrama de Forster y Skrinde derivado de la correlación.

3.3 APLICACIONES

Conocer la pérdida por contracción debida al escalón que controla al salto hidráulico, permite aplicarla inmediatamente para el diseño de tanques de amortiguación.

En lo que se refiere a los criterios existentes para el diseño de tanques de amortiguación con escalón ascendente, éstos son de tipo experimental y sólo para la sección rectangular, lo cual crea una restricción en su empleo para otras geometrías.

Sotelo (1961) presentó un método para el diseño de tanques de amortiguación de sección trapezoidal, donde incluye el cálculo de la rápida, el perfil de la caída y la profundidad del tanque. El método no incluye el efecto de la pérdida por contracción, es decir, el nivel de energía en las secciones 2 y 3 es el mismo. Se puede seguir el mismo método siempre que se considere la pérdida por contracción dentro del escalón en el cálculo de Δz .

La figura 3.7 ayuda a explicar el método propuesto por Sotelo (1961). Suponiendo fijas las condiciones que prevalecen en el canal alimentado por la rápida y que no haya pérdida en el escalón, el salto hidráulico ocurre en aquella sección en la que la línea de energía de los conjugados mayores (I) tiene una elevación igual a la línea de energía del canal de salida o desfogue (II). Esto ocurre en el punto D y al nivel del punto E debe estar el fondo del tanque.

En la propuesta que a continuación se presenta, se sugiere incluir la pérdida de energía debida al escalón utilizando el coeficiente K_C que se obtuvo con el diagrama de Forster y Skrinde y dado por la ecuación 3.6 o utilizando el coeficiente k_c dado por las ecuaciones 3.13.

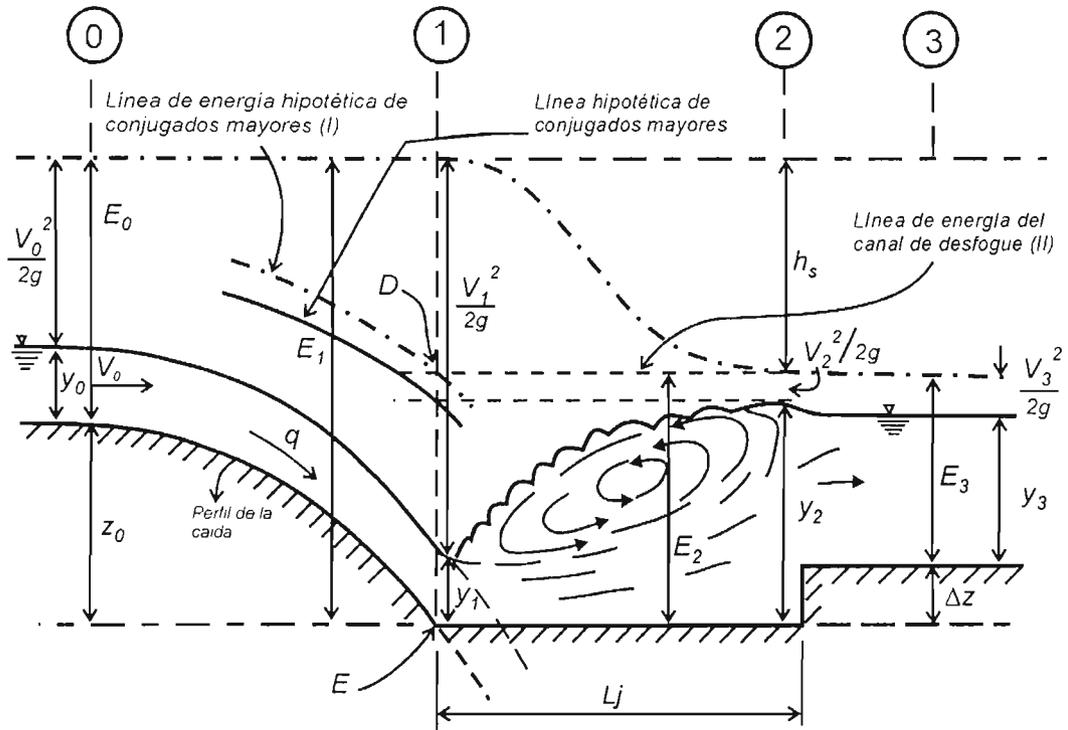


Figura 3.7. Profundidad del escalón, según Sotelo (1961).

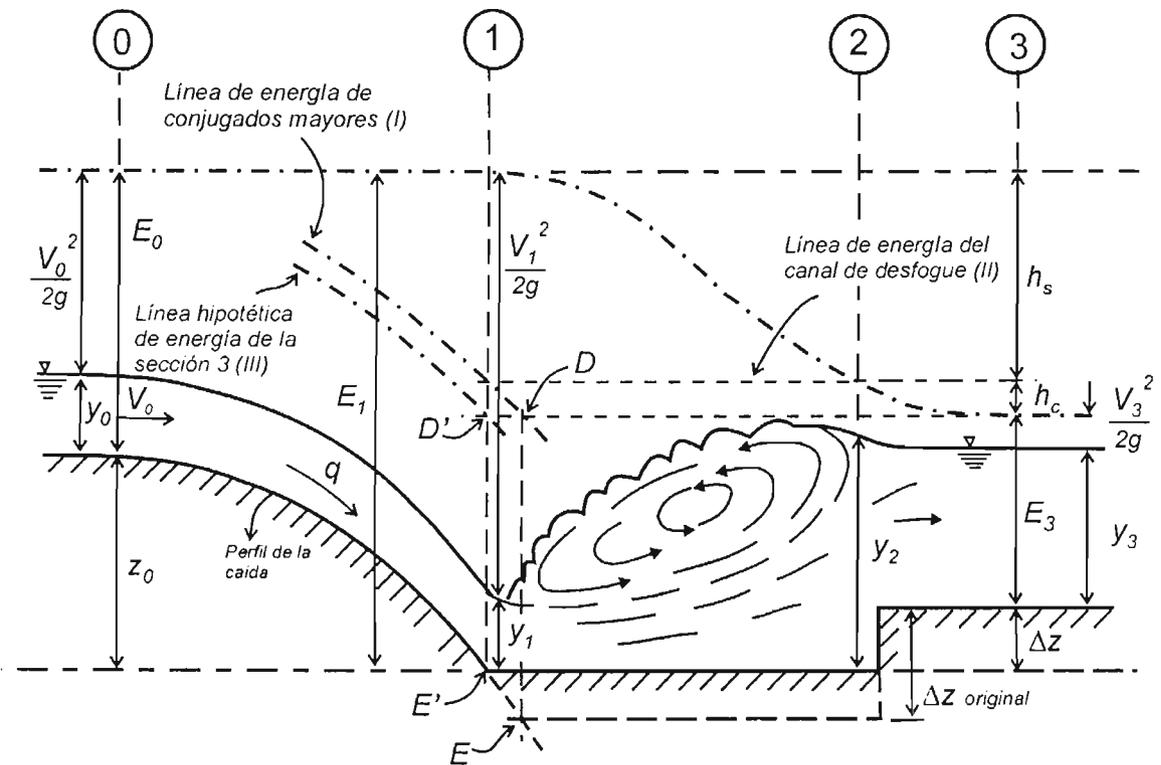


Figura 3.8. Profundidad del escalón con el método propuesto.

La inclusión de dicha pérdida complementa el método y se puede hacer restando a la línea de conjugados mayores (I) el correspondiente valor h_c , con lo cual se obtiene una línea hipotética de energía de los posibles tirantes en la sección 3 (III), ver figura 3.8, y se debe obtener el punto D' que corresponde al nivel donde se igualan la energía de la sección 3 con la que requiere el flujo del canal de salida. Esto supone que el punto D' quede un poco hacia la izquierda del punto D original del método anterior, por lo tanto, el punto E' queda por arriba del original E, dando como resultado una profundidad del escalón Δz menor que la original. Con ello se satisface el sistema de ecuaciones siguiente

Ecuación de la energía entre las secciones 0 y 1

$$z_0 + y_0 + \frac{V_0^2}{2g} = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + h_f$$

Relación de tirantes conjugados para la sección trapecial:

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^4 + \left(\frac{5}{2}t_1 + 1\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + \frac{5}{2}t_1 + 1\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + t_1 - \frac{3F_{M1}^2}{t_1 + 1}\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right) - 3F_{M1}^2 = 0$$

Ecuación de la energía entre las secciones 2 y 3

$$y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = \Delta z + y_3 + \frac{V_3^2}{2g}(1 + K_C)$$

O bien si se usa el criterio de Hinds

$$y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = \Delta z + y_3 + \frac{V_3^2}{2g} + k_c \left(\frac{V_3^2 - V_2^2}{2g} \right)$$

Para fines comparativos entre ambos métodos, se tomará el ejemplo presentado por Sotelo (1961), donde no se incluye la pérdida por fricción en la caída y se calculó una profundidad Δz de 4.5 m.

Los datos son:

gasto de diseño $Q_d = 254 \text{ m}^3/\text{s}$,
ancho canal de la rápida 6.00 m,
pendiente de la rápida 0.025,
talud k_1 0.5,
elevación sección de control 2558.08 msnm,
estación de la sección de control 0+090 m,
estación al iniciar la caída 0+220 m,
elevación del fondo del canal de salida 2550 msnm,
elevación del tirante en el río para Q_d : 2554.2 msnm,
talud del canal de salida k_2 1.5,
ancho del canal de salida 6.5 m,
tirante crítico en la rápida 4.91 m,
elevación del gradiente de energía en el canal de salida: 2555.338 msnm.

Al aplicar el método de Sotelo (1961), se obtuvo lo siguiente:

estación al finalizar la caída 0+232.40 m y
elevación del fondo del tanque de amortiguación 2545.5 msnm.

Al aplicar el método propuesto se obtiene la correspondiente pérdida de energía h_c cuyo valor se restó al gradiente de energía de conjugados mayores (III)

En la figura 3.9 se presenta de forma gráfica, mediante las intersecciones necesarias, la obtención de la estación al finalizar la caída es 0+232.16. Aplicando K_C para la obtención de h_c la nueva elevación del fondo del tanque es 2545.85 msnm, 0.35m menos profundo. Los cálculos se presentan en la tabla 3.1.

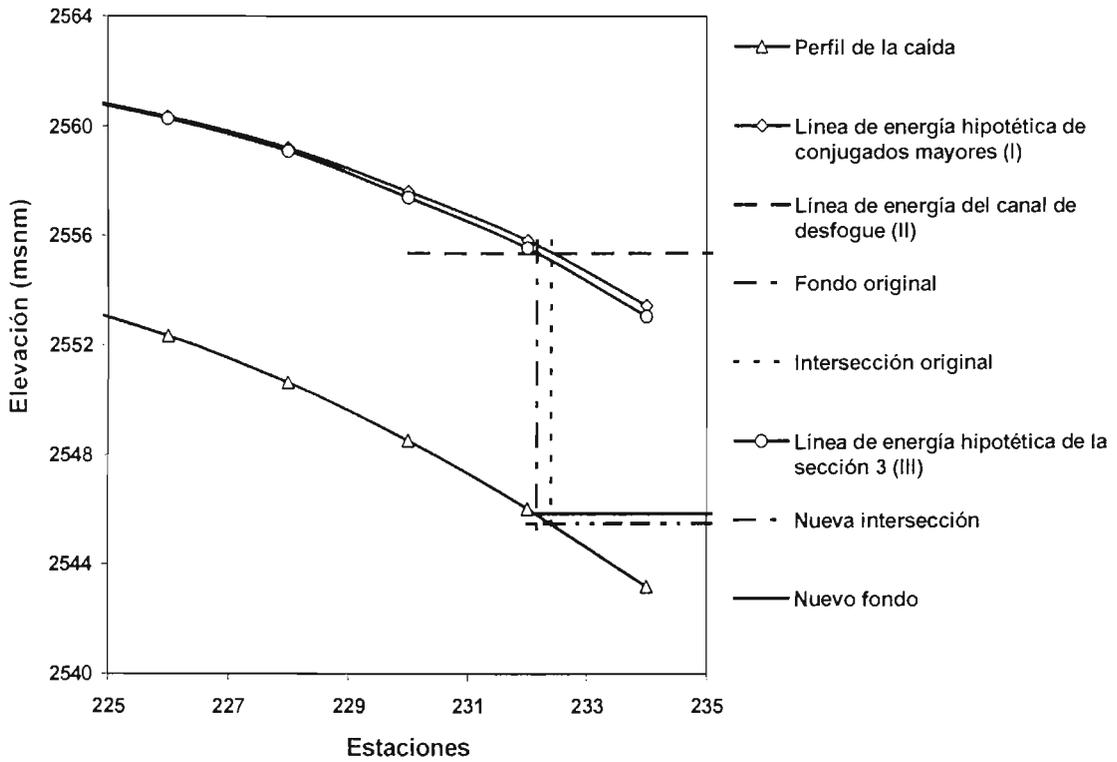


Figura 3.9. Profundidad del tanque.

Tabla 3.1. Cálculo de la profundidad del tanque.

Estaciones	Conjugados menores (d)	Area A	Ancho Sup. Libre T	Velocidad en la sección. 1	No de Froude en la sección 1	Coefficiente de contracción (ecuación 6)	Línea hipotética de energía de conjugados mayores (I)	Velocidad del canal de salida	Pérdida h_c del escalón	Línea de energía hipotética de la sección 3 (III)
m	m	m ²	m	m/s		k_c	msnm	m/s	m	msnm
0+220	3.565	27.74	9.57	9.15	1.716	0.0536	2562.101	4.725	0.061	2562.040
0+221	3.520	27.32	9.52	9.30	1.753	0.0572	2561.999	4.725	0.065	2561.934
0+222	3.417	26.34	9.42	9.64	1.841	0.0658	2561.827	4.725	0.075	2561.752
0+224	3.128	23.66	9.13	10.74	2.129	0.0943	2561.210	4.725	0.107	2561.103
0+226	2.828	20.97	8.83	12.11	2.510	0.1326	2560.356	4.725	0.151	2560.205
0+228	2.620	19.15	8.62	13.26	2.841	0.1664	2559.216	4.725	0.189	2559.027
0+230	2.330	16.69	8.33	15.21	3.431	0.2281	2557.620	4.725	0.260	2557.360
0+232	2.130	15.05	8.13	16.88	3.961	0.2849	2555.828	4.725	0.324	2555.504
0+234	1.930	13.44	7.93	18.90	4.634	0.3589	2553.440	4.725	0.408	2553.032

Si se utiliza el criterio de Hinds para obtener la pérdida por contracción, el cálculo se puede realizar una vez conocido el número de Froude de los posibles conjugados menores y la elevación de la línea hipotética de energía de los conjugados mayores (I), se obtendrá la relación $\Delta z/y_1$ para cada posible profundidad del tanque, con la cual se define un punto en el diagrama de la figura 3.5. Si el punto cae en alguna de las líneas definidas por $\Delta z/y_1$ se usará la ecuación de correlación correspondiente. Si el punto cae entre dos líneas, el valor de k_c se puede interpolar entre ellas. Si la pérdida de energía se calcula con la expresión de Hinds usando las ecuaciones de correlación aquí presentadas, nuevamente se obtendrá una profundidad menor.

Sotelo y Ocampo (2004) presentaron el ejemplo correspondiente para el mismo tanque amortiguador donde también se obtuvo una altura menor del escalón. Debido a que los puntos resultantes en la gráfica de Forster se encuentran cerca del crítico y condiciones de igualdad con el crítico no pueden ser leídos por falta de información en esa zona, se tuvo que disminuir la elevación del fondo del canal de salida y quedando una altura menor del escalón para evitar dicha situación.

La aplicación de la ecuación 3.6 o de las ecuaciones 3.13 permite conocer el factor de la pérdida por contracción provocada por un escalón ascendente que controla el salto hidráulico. La inclusión de la pérdida resulta favorable en el diseño de tanques de amortiguación, ya que reduce la altura del escalón y con ello la profundidad de la excavación. Se considera aceptable aplicarlas a tanques trapeciales, en general muy anchos, pequeño talud y poco profundos.

La presentación de los resultados se hizo en forma gráfica para un mejor entendimiento, pero la inclusión de las ecuaciones permite su sistematización con la computadora. La pérdida obtenida puede generalizarse para otras formas de sección con un planteamiento similar.

CAPÍTULO 4. TRANSICIONES GRADUALES

4.1 TRANSICIONES GRADUALES EN CANAL RECTANGULAR

Formica (1955) realizó series de experimentos con las distintas formas de transición en canales rectangulares mostradas en la figura 4.1, con el propósito de analizar el comportamiento del perfil del flujo subcrítico y de la línea de energía (con ello, la pérdida). Encontró que el valor de α (coeficiente de energía cinética) es muy próximo a uno después de los estrechamientos, pero generalmente mayor de uno después de los ensanchamientos, lo que indica que el flujo en una expansión se difunde de modo irregular. También se observó que la pérdida en estrechamientos bruscos es generalmente mayor que en los ensanchamientos bruscos, lo cual se atribuye a que el flujo en los primeros se contrae al principio y después se expande. Esto trae consigo un proceso de conversión de energía potencial a cinética, seguido inmediatamente por otro de reconversión de energía cinética a potencial con el cual se recupera mucho menos energía que en la expansión brusca.

La pérdida de energía en el estrechamiento brusco (diseño I) se puede reducir de modo importante modificando la agudeza de las esquinas a la entrada del canal de menor ancho, como en los diseños II a IV. Al grado que las diferencias entre estos últimos son insignificantes.

La pérdida de energía en el ensanchamiento brusco (diseño 1) se puede reducir ampliando gradualmente el ancho del canal o disminuyendo el ángulo θ de divergencia de la pared (diseño 2), pero la ventaja puede ser nulificada por modificaciones como las de los diseños 6 a 8, ya que la longitud de la ampliación gradual del ancho en la expansión tiene un límite, más allá del cual el aumento en su eficacia es insignificante.

Formica propuso el cálculo de la pérdida en una contracción mediante la ecuación 2.8 aplicable a la brusca.

$$h_c = K \frac{V_2^2}{2g} \quad (4.1)$$

que es la convencional de una pérdida local, y para la expansión usó la ecuación de Borda –Carnot (ecuación 2.20)

$$h_e = \varepsilon \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (4.2)$$

donde V_1 y V_2 son las velocidades aguas arriba y aguas abajo, respectivamente, y K y ε los coeficiente de pérdida cuyos valores medios se muestran en la figura 4.1 para cada geometría.

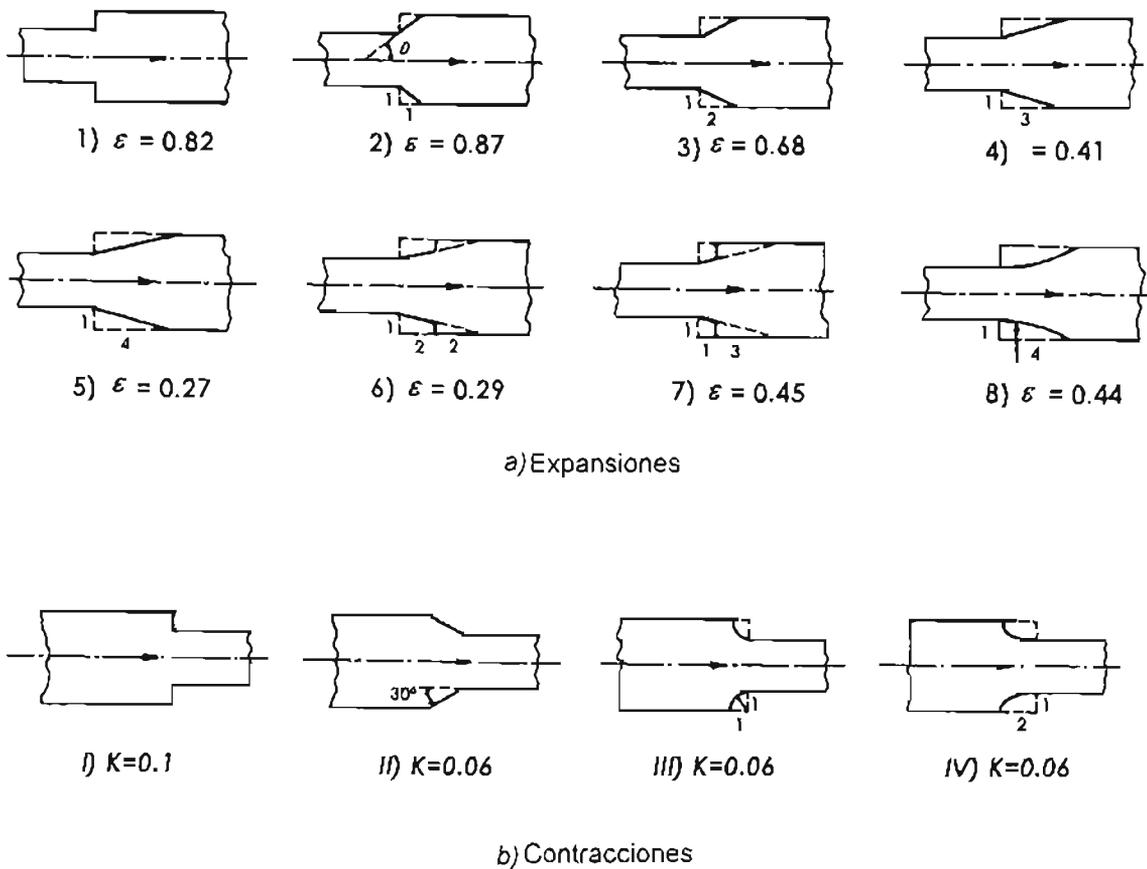


Figura 4.1. Coeficientes de pérdida en transiciones bruscas y graduales, según Formica (1955)

Los ensanchamientos graduales en canales rectangulares habían sido ya probados experimentalmente en Santiago de Chile por Mathaei y Lewin en 1932, Domínguez (1974), pero sus resultados fueron poco conocidos. Ellos encontraron aplicable la ecuación de Borda-Carnot, para la pérdida y que ε depende principalmente del ángulo θ con que se realiza el ensanchamiento y, en menor grado, de la relación de anchos b_2 / b_1 ; sus resultados se muestran en la figura 4.2. Para el ensanchamiento brusco obtuvieron $\varepsilon=1.0$ para los dos valores de b_2 / b_1 estudiados.

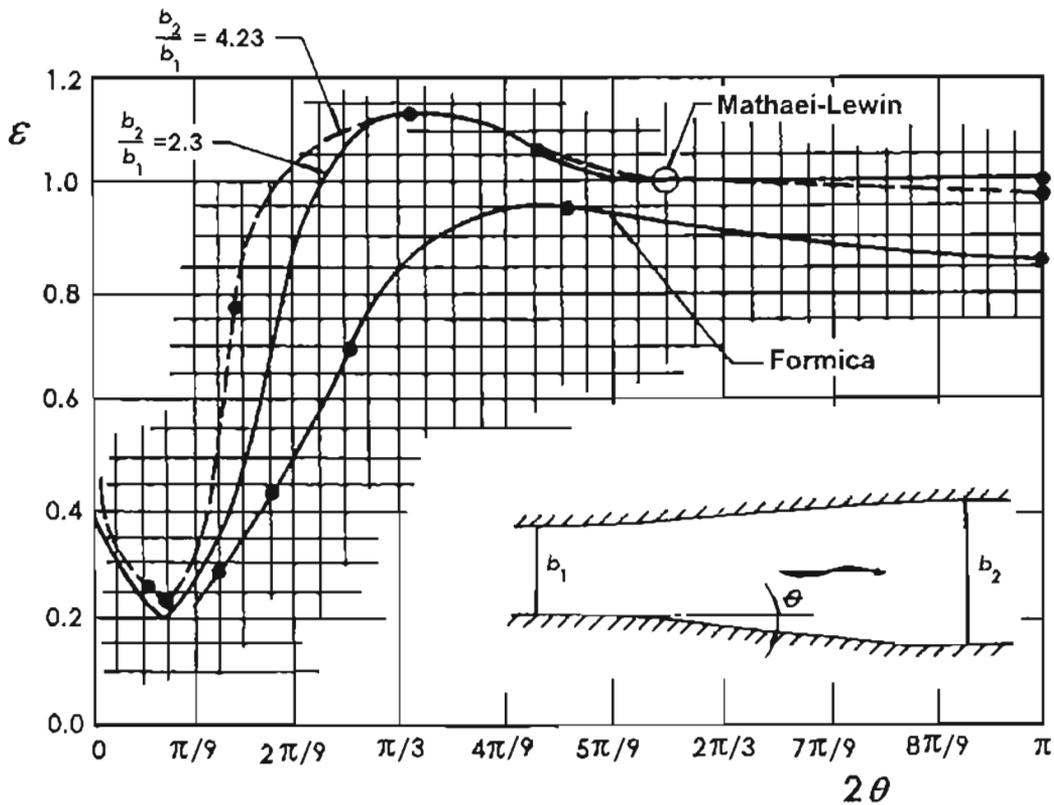


Figura 4.2. Coeficientes de pérdida en ensanchamientos graduales a régimen subcrítico en canales rectangulares, según Mathaei-Lewin, Domínguez (1974) y Formica (1955).

Con fines comparativos se dibujó en la misma figura la curva de los valores de ε obtenidos por Formica. A dicha curva no se puede adjudicar ningún valor de b_2 / b_1 ya que no se estudió dicha dependencia, pero ε llegó a alcanzar un máximo de 0.95,

observando tendencias de variación similar pero con discrepancias hasta del 50 por ciento para valores intermedios de θ

De acuerdo con los resultados de Mathaei-Lewin (figura 4.2) la expansión gradual de menor pérdida es para $\epsilon \cong 0.2$ y ángulo $2\theta = 15^\circ \cdot \left(\frac{\pi}{12}\right)$, que equivale a una relación de ampliación 1:7.6. Según Formica, la expansión de menor pérdida que probó fue para $\epsilon=0.27$ y una relación de anchos 1:4, equivalente a $2\theta = 28^\circ, 0.1556\pi$. Por su parte, Hinds (1928) recomendó el ángulo $2\theta = 25^\circ, (0.1389\pi)$. (1 : 4.5) como el óptimo para diseñar una expansión o una contracción gradual.

4.2 Transiciones graduales con otras formas de sección.

La variante de expansión gradual en un canal rectangular, mostrada en la figura 4.3a, elimina las aristas agudas al inicio y final del ensanchamiento brusco de la figura 2.3a. Esto se logra haciendo que la traza de la pared con el piso forme dos arcos que revierten y alabean su superficie. El ángulo de la expansión se considera el mismo de la transición recta, como lo señala la propia figura. Una explicación semejante habría para la expansión gradual de la figura 4.3b, pero el ángulo de expansión es con los anchos de superficie libre.

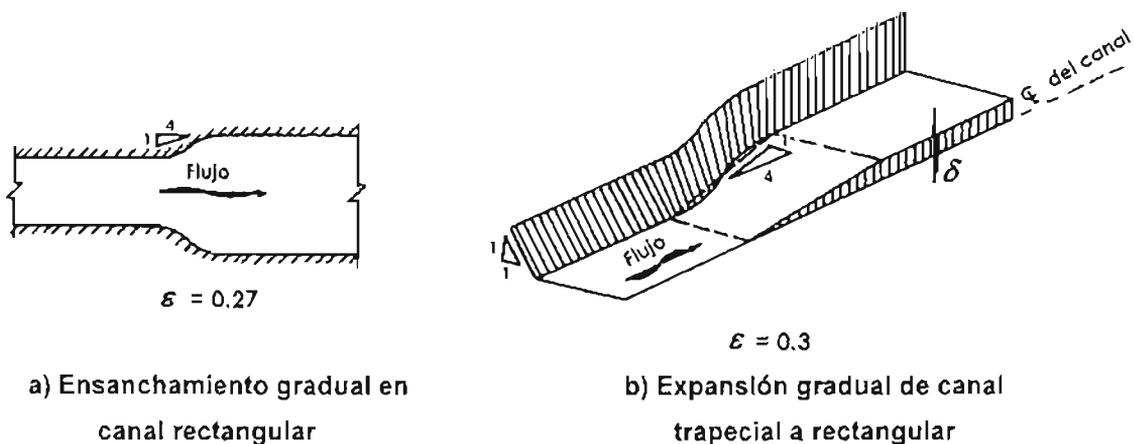
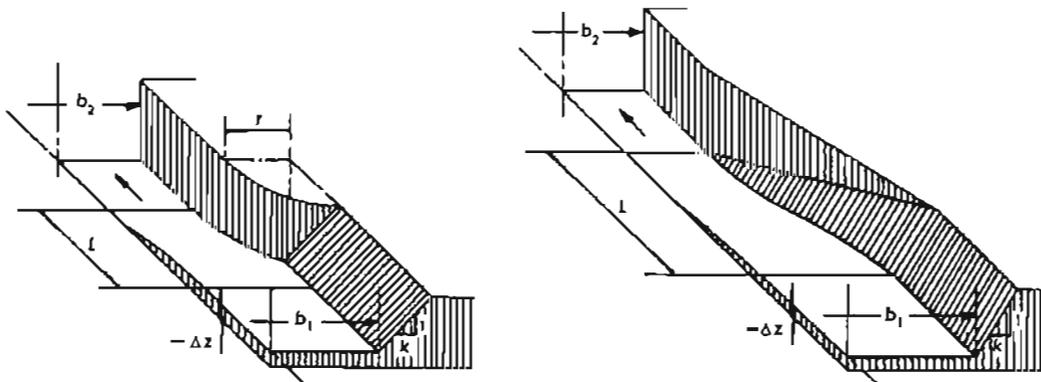


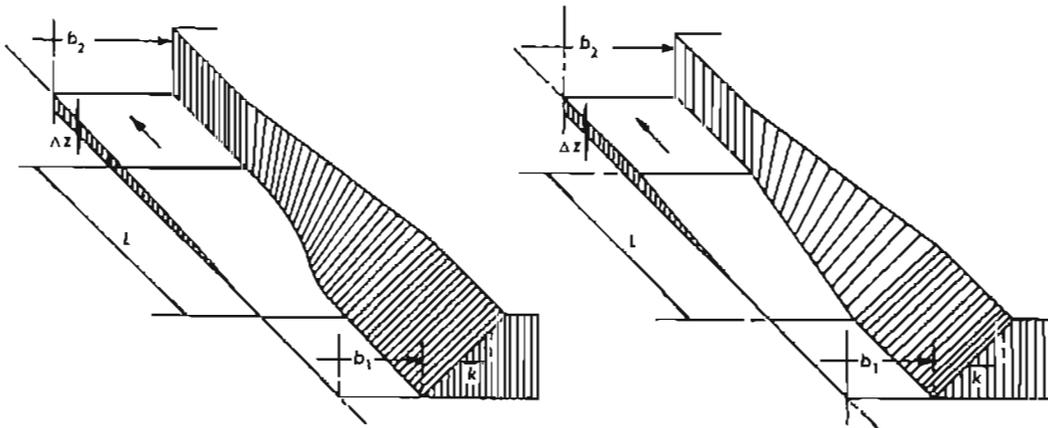
Figura 4.3 Coeficiente de pérdida ϵ en expansiones graduales a régimen subcrítico en canales.

En la figura 4.4 se presentan otras formas típicas de transición que pueden funcionar como contracciones o como expansiones, según se elija el sentido del flujo.



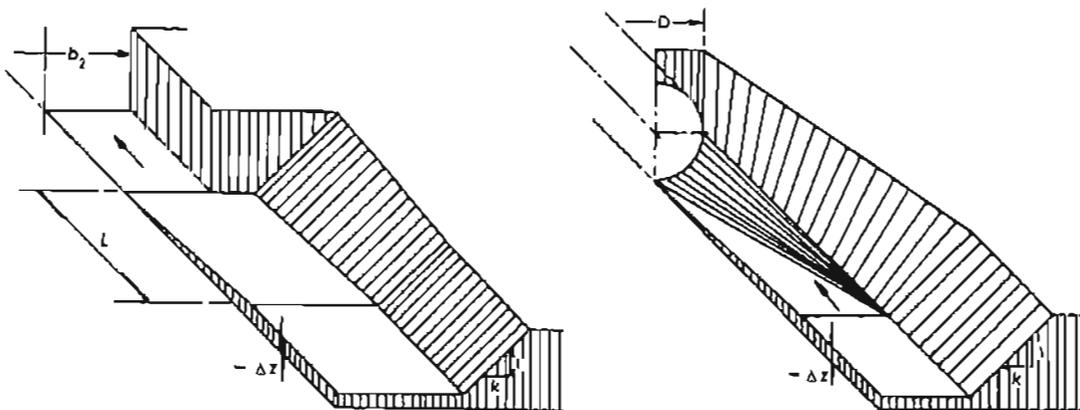
a) Cuadrante de cilindro; $k_c = 0.15, k_e = 0.25$

b) En cuña; $k_c = 0.30, k_e = 0.50$



c) Alabada curva; $k_c = 0.10 \text{ a } 0.12, k_e = 0.20$

d) Alabada recta; $k_c = 0.20, k_e = 0.30$



e) Brusca a rectángulo; $k_c = 0.30, k_e = 0.50$

f) Alabada recta; $k_c = 0.30, k_e = 0.40$

Figura 4.4 Geometría y coeficientes de pérdida para transiciones entre dos canales

La transición con base en un cuadrante de cilindro, mostrada en la figura 4.4 a fue desarrollada como sustituto de estructuras alabeadas más costosas. Consiste esencialmente de dos muros verticales de planta circular tangentes en un extremo a las paredes del acueducto y perpendiculares en el otro a los taludes del canal. El U.S. *Bureau of Reclamation* ha buscado también simplificaciones similares en la parte alta de los muros y en las intersecciones rectas entre muros alabeados y el piso, que sólo se permiten cuando no es necesario controlar la magnitud de las áreas hidráulicas y velocidades y no hay desarrollo excesivo de ondas y turbulencias.

Algunas recomendaciones de Hinds y Scobey para transiciones a superficie libre están basadas en numerosas observaciones de la práctica, pero que se pueden considerar todavía insuficientes. Aún así, se resumen a continuación.

- a) Las expansiones con base en un cuadrante de cilindro o de muros laterales con ángulos de inclinación de 30° respecto al eje del canal, permiten la recuperación de energía cinética hasta $2/3$ de la diferencia en las cargas de velocidad de las secciones extremas.
- b) Las expansiones en cuña y alabeadas producen recuperaciones del 80 al 90 por ciento de la diferencia en las cargas de velocidad, siempre que su longitud se obtenga de modo que la línea que conecta la traza de la superficie libre con las paredes del canal en las secciones inicial y final, forme un ángulo no mayor de 12.5° con el eje.
- c) Algunas previsiones se aconsejan para flujos cercanos al crítico.

Las estructuras de entrada de un embalse a un canal se consideran el caso límite de las contracciones y la descarga a embalses como el caso límite de las expansiones.

4.3 Transiciones entre un canal y un acueducto.

4.3.1 Aspectos generales.

Un acueducto o un sifón invertido son las estructuras que se utilizan para pasar el agua conducida por un canal de un lado a otro de un arroyo, río, barranca o depresión topográfica. El acueducto funciona a superficie libre y el sifón invertido a presión. Una alcantarilla conduce el agua de un lado a otro de un terraplén pero el flujo en su interior puede ser a presión o a superficie libre. Aquí se tratan sólo las transiciones entre dos conductos que funcionan a superficie libre.

El acueducto es un canal comúnmente rectangular de concreto reforzado, soportado por estribos y pilas cimentadas sobre el fondo del cauce que cruza y cuya plantilla queda por encima del nivel máximo de avenidas en dicho cauce. En la figura 4.5 se muestra un esquema de la estructura usada sobre grandes ríos, donde el ancho del acueducto es generalmente más pequeño que el del canal al que sirve y la unión entre ambos es mediante transiciones a la entrada y salida.

Transiciones graduales similares suelen utilizarse entre dos conductos abiertos o cerrados, de cualquier forma y geometría de sección, pero que funcionan a superficie libre. Es el caso de las estructuras de transición entre dos canales, entre un arroyo y una alcantarilla o entre un canal y un túnel. Cuando el flujo es del canal a un conducto (acueducto o túnel) ocurre normalmente una contracción, que también se conoce como transición de entrada. Cuando el flujo es de un conducto (acueducto o túnel) a otro canal de mayores dimensiones, ocurre una expansión, la cual se conoce como transición de salida.

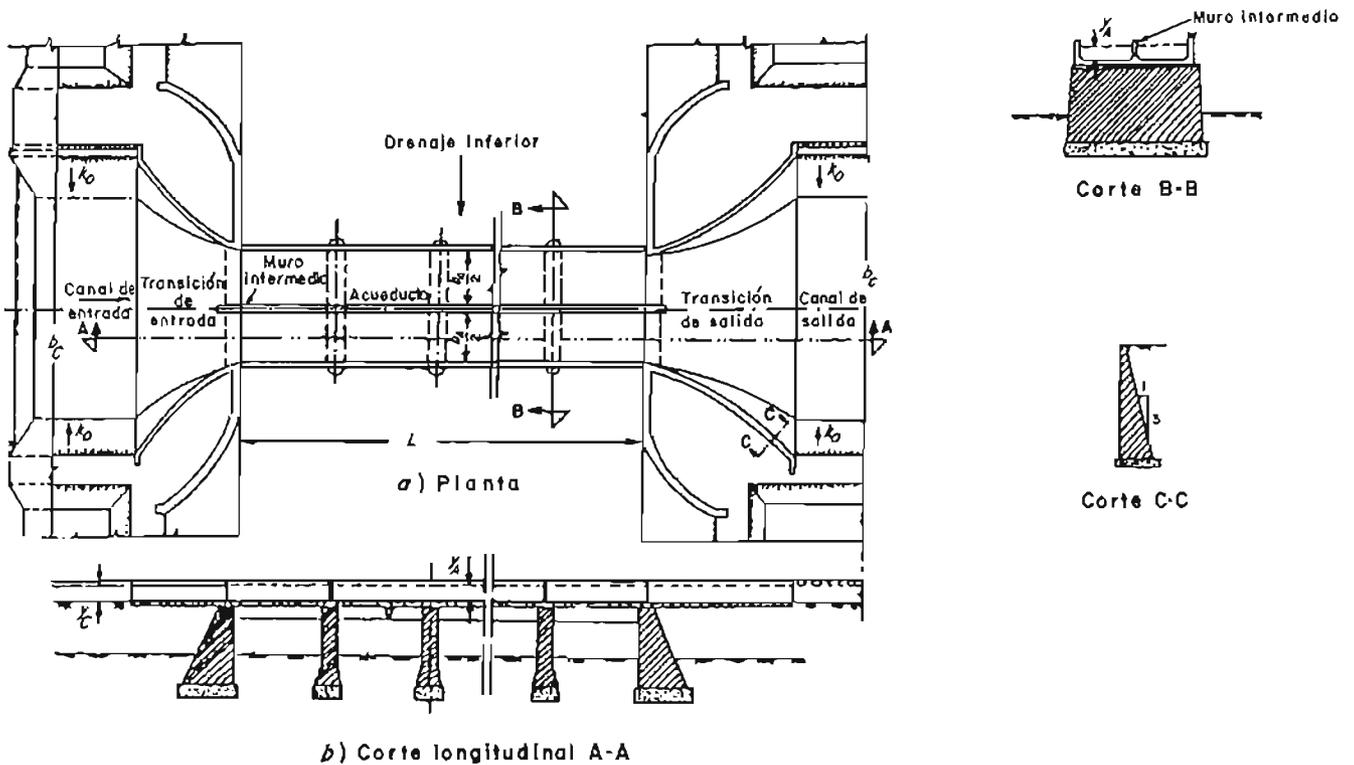


Figura 4.5 Diseño típico de un acueducto según Vittal y coautores (1993)

El diseño hidráulico de una transición gradual en el flujo subcrítico consta de dos partes. La primera consiste en la predicción de las condiciones del flujo en el acueducto antes o después de la transición, conocidas las dimensiones y condiciones del flujo en el canal y el desnivel del piso entre ambos. La segunda consiste en la determinación de la forma de las fronteras de la transición y de las condiciones del flujo en su interior

4.3.2 Características del flujo en los extremos de la transición

En el caso general, la transición ocurre simultáneamente en la dirección horizontal y vertical, la última en el nivel del piso, como se muestra en las figuras 4.6. Dicho nivel asciende en la contracción y se forma un escalón positivo, pero desciende en la expansión y se forma un escalón negativo.

Considerando la sección 1 en el canal al inicio de la contracción (figura 4.6a) y en la 2 en el acueducto al final de la misma, y además despreciable la pérdida de fricción entre ambas, la ecuación de energía aplicada entre las dos secciones resulta en cualquiera de las formas

$$E_C = \Delta z + E_A + h_c \quad (4.4a)$$

$$y_C + \frac{V_C^2}{2g} = \Delta z + y_A + \frac{V_A^2}{2g} + h_c \quad (4.4b)$$

donde Δz es la altura total del escalón, E la energía específica, h_c la pérdida por conversión en la transición de entrada y los subíndices A y C corresponden al acueducto y canal, respectivamente. De este modo, cuando se conocen E_C , Δz y h_c , la energía específica del flujo en el conducto aguas abajo es

$$E_A = E_C - \Delta z - h_c \quad (4.4c)$$

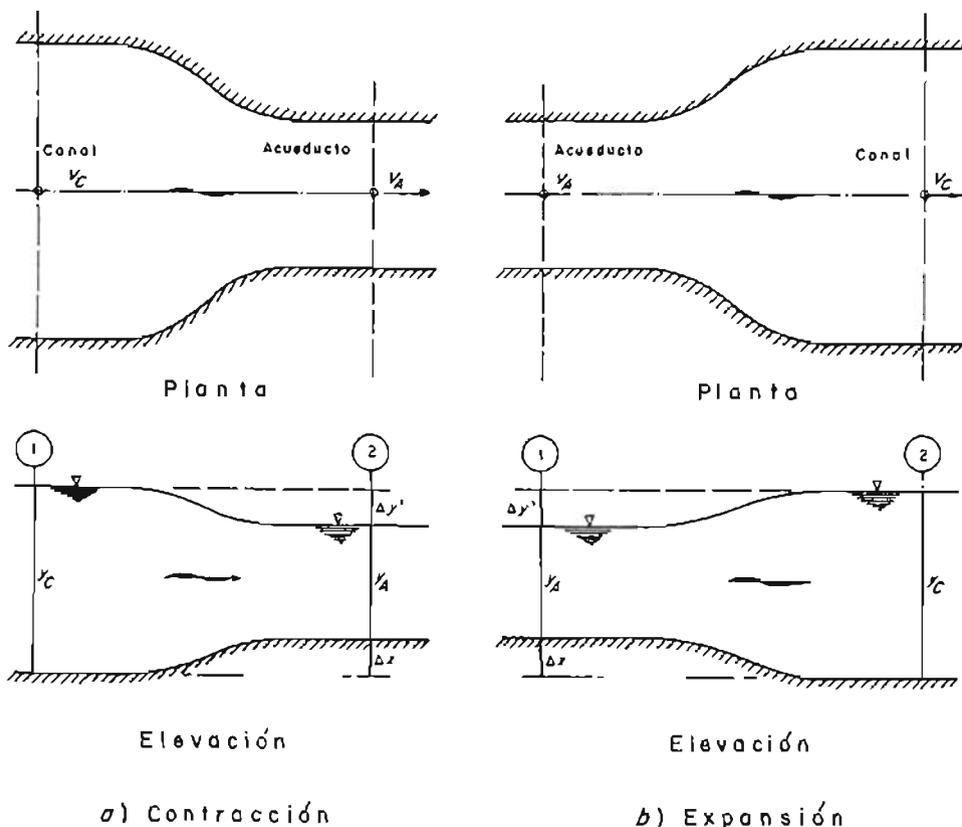


Figura 4.6 Transiciones entre dos acueductos con flujo a superficie libre

También se puede requerir

$$\Delta z = E_C - E_A - h_c \quad (4.4d)$$

La pérdida en la transición de entrada suele calcularse con la ecuación 2.7 propuesta por Hinds

$$h_c = k_c \left(\frac{V_A^2 - V_C^2}{2g} \right) \quad (4.5)$$

donde k_c es un coeficiente de pérdida obtenido experimentalmente. Al sustituir la ecuación 4.5 en la 4.1b, el desnivel de la superficie del agua entre la sección 1 y 2 es

$$\Delta y' = y_C - (\Delta z + y_A) = (1 - k_c) \left(\frac{V_A^2}{2g} - \frac{V_C^2}{2g} \right) \quad (4.6)$$

Puesto que V_A es siempre mayor que V_C y $k_c > 0$, de la ecuación anterior resulta que $\Delta y' < 0$, es decir, $y_C > (\Delta z + y_A)$. Esto significa que siempre ocurre un descenso de la superficie libre del agua en el sentido del flujo en la transición de entrada; su magnitud equivale a la diferencia entre las cargas de velocidad más la pérdida por conversión en la transición de entrada.

De la misma manera, la ecuación de energía aplicada entre las secciones 1 y 2 de la expansión (figura 4.6b) conduce a las formas

$$E_A = E_C - \Delta z + h_e \quad (4.7a)$$

$$y_A + \frac{V_A^2}{2g} = y_C + \frac{V_C^2}{2g} - \Delta z + h_e \quad (4.7b)$$

lo que equivale a cambiar el signo de la pérdida en la ecuación 4.4c.

En este caso, la pérdida por conversión en la transición de salida es

$$h_e = k_e \left(\frac{V_A^2 - V_C^2}{2g} \right) \quad (4.8)$$

y su sustitución de la ecuación 4.7b lleva a

$$\Delta y' = y_C - (\Delta z + y_A) = (1 - k_e) \left(\frac{V_A^2 - V_C^2}{2g} \right) \quad (4.9)$$

En transiciones de salida $V_A > V_C$, $\Delta y' > 0$, es decir, $y_C > (\Delta z + y_A)$. Esto significa que la disminución de la velocidad en el sentido del flujo produce un ascenso o sobreelevación de la superficie libre del agua, que se conoce como recuperación de energía cinética, se acompaña comúnmente de la pérdida por conversión correspondiente.

Cuando se desea incluir la parte de pérdida que corresponde a la fricción, ésta se calcula igual que en un flujo gradualmente variado, es decir

$$h_f = \left(\frac{S_{fA} + S_{fC}}{2} \right) L \quad (4.10)$$

donde S_{fA} y S_{fC} son las pendientes de fricción en las secciones del acueducto y del canal y L la longitud de la transición. Debe sumarse a la pérdida por conversión.

En la figura 4.4 se presentan los valores de los coeficientes k_c y k_e para las transiciones mostradas, según que funcionen como de entrada o salida de acuerdo con el sentido del flujo, es decir, que se trate de una contracción o una expansión.

Para conocer las características del flujo en el conducto y su posible influencia en el canal, es común analizar la transición de entrada. Para ello se utilizan las ecuaciones 4.4 a 4.8 pudiendo presentarse tres tipos de problemas, a saber:

1. Determinar la dimensión mínima que debe tener el conducto para que ocurra flujo crítico en su interior con energía específica disponible, y predecir las características de dicho flujo. La dimensión así obtenida se llama crítica para el desnivel $\Delta z = \Delta z_c$ (también crítico) preestablecido.

La energía específica en el conducto para la contracción y expansión:

$$E_A = y_{Ac} + \frac{Q^2}{2g A_{Ac}^2},$$

se sustituye en las ecuaciones 4.4c y 4.6a, donde las variables con subíndice c corresponden al estado crítico en el conducto. La solución de la ecuación resultante, junto con la condición de estado crítico, proporcionan la dimensión del conducto y el tirante y_{Ac} .

2. Predecir las características del flujo en el conducto y su influencia en el canal, si la hay, cuando se conoce la dimensión del primero (mayor que la crítica) Es decir, se sabe que $\Delta z < \Delta z_c$ y que el área A_A del conducto es mayor que la crítica.

Las ecuaciones 4.4 y 4.5 se aplican directamente a la contracción y se obtiene el tirante y la velocidad en el conducto.

3. Predecir las características del flujo en el conducto y su influencia en el canal cuando la dimensión del primero es menor que la crítica, es decir, cuando se produce un estrangulamiento. Se conoce $\Delta z > \Delta z_c$ y A_A del conducto es menor que la crítica.

En contracciones y expansiones E_A se convierte en la energía específica crítica para la dimensión que tiene el conducto. La del canal, que es

$$E_C = y'_c + \frac{Q^2}{2g A'_c{}^2}$$

se sustituye en la ecuación 4.4a o 4.7a, donde y'_c y A'_c son el tirante y el área alterada del flujo en el canal por efecto del estrangulamiento, ya que en ambos casos se modifica su energía específica original. La solución en la expansión es en régimen supercrítico, después hay un salto hidráulico para continuar con la energía específica original en el canal. Estas condiciones del flujo deben evitarse y para ello, el valor de E_C en el canal (sin alteraciones) se sustituye en la ecuación 4.7a para calcular el valor de Δz necesario.

La solución de los problemas enunciados se basa en el principio de energía y la metodología general fue presentada por Sotelo (2001) (capítulo 3.6) para las formas de sección más comunes.

Cuando se procede con la metodología de la solución general, se tiene la alternativa de utilizar computadora en los cálculos. La solución se torna más complicada en el caso de secciones no rectangulares y muchas veces conviene el entendimiento previo del problema mediante una serie de diagramas de energía específica-tirante para distintas dimensiones del conducto, que cubran un intervalo importante del gasto o de la energía específica.

Ejemplo 4.1

Se plantea aquí el ejemplo 3.12 propuesto por Sotelo (2001) sobre la transición de entrada de un canal trapecial al conducto circular de una alcantarilla pero incluyendo ahora la pérdida de energía.

Los datos del canal son: $b=1.50$ m, $k=1$, $y=1.50$ m, $Q=5.625$ m³/s. Determinar el diámetro mínimo del conducto que no altera las condiciones del flujo en el canal cuando $\Delta z = 0$.

Solución.

Se trata de un problema tipo 1 en una transición horizontal ($\Delta z = 0$). La velocidad de flujo en el canal resultó $V_c = 1.25$ m/s y su energía específica $E_c = 1.58$ m cuando ocurre que $E_c = E_c$ en el conducto.

La solución en el ejemplo propuesto por Sotelo (2001) fue $D_c = 2.09$ m, para $y_c = 1.153$ m y $V_c = 2.9095$ m/s, sin considerar la pérdida local de energía.

Se elige una forma como la mostrada en la figura 4.4f, para la cual $k_c = 0.30$. De la ecuación 4.15

$$h_c = 0.30 \left[\frac{(2.9095)^2 - (1.25)^2}{19.62} \right] = 0.1055 \text{ m}$$

Si se desea incluir la pérdida por fricción es necesario determinar la longitud de la transición con los criterios que se exponen posteriormente. Por ahora se considera que $L=5.50$ m para efectos de comparación, y que la transición está revestida ($n=0.015$). Para el canal, $A_c = 4.50 \text{ m}^2$, $R_{hc} = 0.7836$ m.

Para el conducto, $y_c / D_c = 0.55$ y $R_{hc} = 0.5536$ m. Por tanto

$$S_{fC} = \left[\frac{1.25 (0.015)}{(0.7836)^{2/3}} \right]^2 = 0.00048664 \quad y$$

$$S_{fA} = \left[\frac{2.9095 (0.015)}{(0.5536)^{2/3}} \right]^2 = 0.00419$$

De la ecuación 4.10, la pérdida por fricción resulta

$$h_f = \left(\frac{0.000486664 + 0.00419}{2} \right) 5.5 = 0.0129 \text{ m}$$

Que es sólo 12 por ciento de la pérdida por conversión y por esta razón, casi nunca se considera. La pérdida total resulta $h_t = 0.1184$ m. De la ecuación 4.4c se obtiene

$$E_A = E_C - h_t = 1.58 - 0.1184 = 1.4616 \text{ m}$$

de la ecuación 3.66 Sotelo (2001)

$$Q_{c'} = \frac{Q}{\sqrt{g} E_c^{5/2}} = \frac{5.625}{\sqrt{9.81} (1.4616)^{2.5}} = 0.6954$$

Con este valor, en la figura 3.18 (Sotelo 2001) se lee $K_2=0.57$; y siendo $K_2=E_c/D_c$, el diámetro del conducto resulta

$$D_c = \frac{E_c}{K_2} = \frac{1.4616}{0.57} = 2.5642 \text{ m}$$

con el cual, de la ecuación 3.64 Sotelo (2001) se obtiene

$$Q_c = \frac{Q}{\sqrt{g} D^2 \sqrt{E_A}} = \frac{5.625}{\sqrt{9.81} (2.5642)^2 \sqrt{1.4616}} = 0.2259$$

Siendo $K_2=0.57$, de la figura 3.17 $y_c=0.74$, es decir $y_c = y$. $E_A=1.082$ m.

El procedimiento debe reiterarse hasta encontrar los valores finales.

Sotelo (2001) en el ejemplo 3.11 expuso la solución de un problema tipo 3.

Sólo resta aclarar algunos aspectos del problema 2, que es el más frecuente en la práctica, casi siempre relacionado con la selección del ancho b_A del acueducto rectangular y el desnivel Δz .

En la figura 4.7 se muestra la curva de energía específica C_0 del canal de aproximación, donde el punto A representa las condiciones conocidas del flujo en el mismo; también se presentan las curvas C_1, C_2, C_3 etcétera para distintos anchos b_A del acueducto.

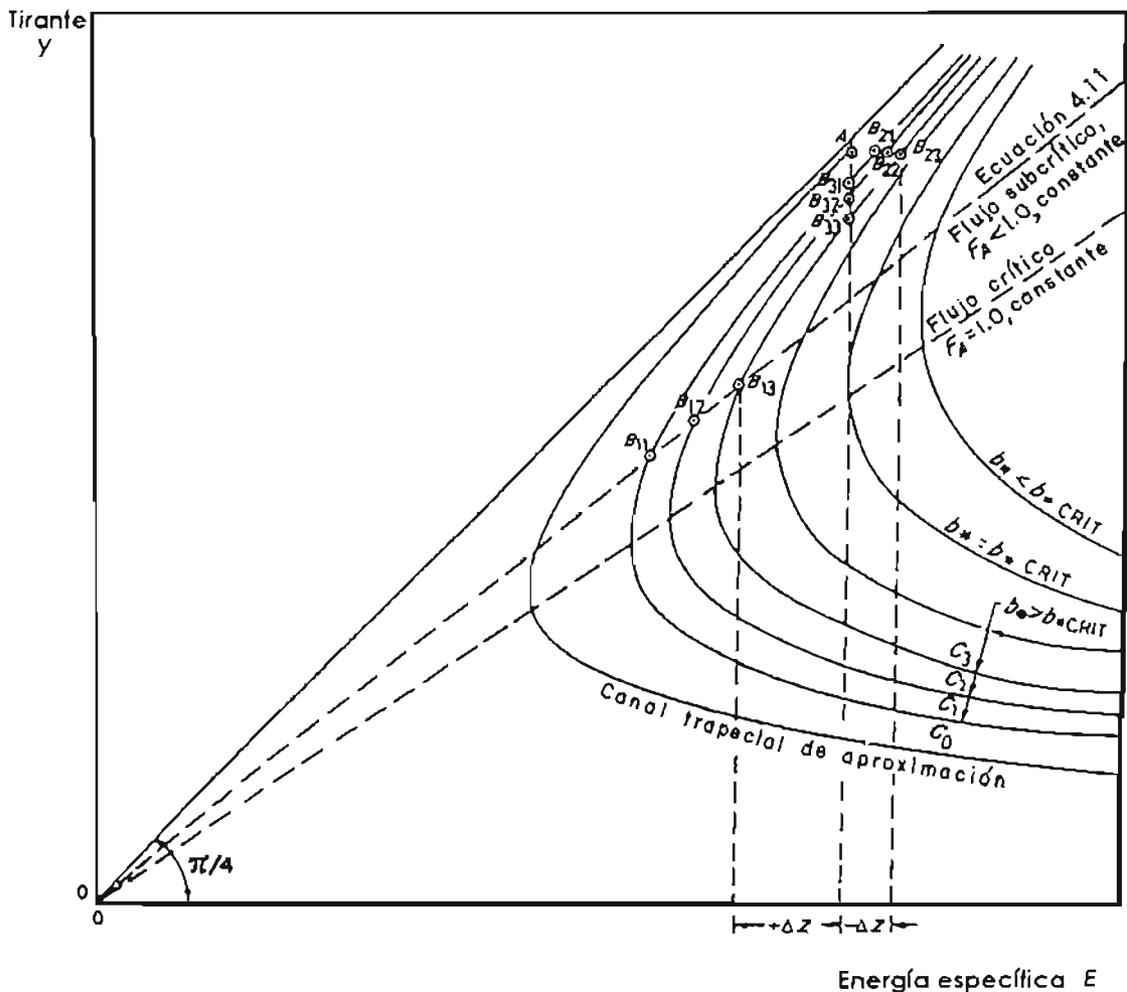


Figura 4.7 Diagrama de energía específica para el flujo en un acueducto

En la figura es fácil comprobar que si $\pm \Delta z$ se elige previamente, hay distintos valores del ancho del acueducto que satisfacen la ecuación de la energía. Cuando también se

elige dicho ancho, la solución es única y equivale a elegir un valor del número de Froude en el acueducto, como se demuestra a continuación.

La energía específica del flujo en el acueducto se escribe también en la forma

$$E_A = y_A \left(1 + \frac{F_A^2}{2} \right) \quad (4.11)$$

donde y_A es el tirante F_A y el número de Froude en el mismo. Cuando se selecciona un valor conocido de $F_A < 1$ la representación gráfica de la ecuación 4.11 en el diagrama E - y es una recta que pasa por el origen, cuyos puntos de intersección B_{12} , B_{13} , con curvas C_1 , C_2 y C_3 representan las condiciones del flujo en el acueducto, para los anchos considerados en dichas curvas y el número de Froude seleccionado. Dichas condiciones se pueden lograr aumentando o disminuyendo el desnivel $\pm \Delta z$ entre las plantillas del canal y de entrada al acueducto; es decir, no existe solución única para el ancho del acueducto cuando sólo se prescribe un valor del número de Froude del flujo en el mismo, a menos que también se elija a Δz .

Cuando se emplea el criterio de tirante en el acueducto igual al del canal (tirante constante), F_A no conserva un valor constante, los puntos de intersección B_{21} , B_{22} y B_{23} de una línea horizontal (y =constante) con las curvas representan varias soluciones para distintos valores de Δz . Por último, con el criterio de igual energía específica en canal y acueducto ($E_A = E_C$, $F_A \neq$ constante), los puntos de intersección B_{31} , B_{32} , B_{33} , de una línea vertical ($\Delta z = 0$) con las curvas representan también varias soluciones.

Para efectuar el diseño y análisis económico del acueducto es necesario conocer las condiciones del flujo en el mismo, su nivel respecto del que tiene el canal, la pérdida total de energía y su ancho b_A . Éste se puede también expresar por la relación que tiene con el ancho de plantilla en el canal b_C , es decir, $b_* = b_A / b_C$. Dichas condiciones se pueden obtener siguiendo alguno de los criterios de diseño antes mencionados, de acuerdo con la metodología que se presenta a continuación.

a) *Criterio seleccionando el número de Froude en el acueducto.*

Además del número del Froude, se selecciona también el ancho del acueducto. Por definición de número de Froude: $V_A = F_A \sqrt{g y_A}$ y de la ecuación de continuidad,

$$y_A = \frac{Q}{V_A b_A} = \frac{Q}{F_A \sqrt{g y_A} b_A}$$

por tanto, al despejar
$$y_A = \left(\frac{Q}{F_A \sqrt{g} b_A} \right)^{2/3} \quad (4.12)$$

que permite calcular el tirante y con éste la velocidad del flujo en el acueducto. Su energía específica se obtiene de la ecuación 4.11 y la pérdida de energía de la 4.5.

Finalmente la sobrelevación o caída $\pm \Delta z$ en el acueducto se obtiene de la ecuación 4.4d y es la necesaria para lograr el número de Froude deseado.

Según este esquema de diseño, el punto A en la figura 4.7 queda generalmente a la derecha de los puntos B_{11} , B_{12} y B_{13} y el valor de Δz es positivo (ascendente). Esto significa que la plantilla en la entrada del acueducto queda encima de la del canal en el intervalo práctico de relaciones $b_* = b_A / b_C < 1$. Cuando el piso del canal queda próximo al nivel máximo del agua en el cauce de drenaje que pasa debajo del acueducto, la sobrelevación Δz que debe darse sitúa a la plantilla del acueducto claramente por encima de dicho nivel. El acueducto en estas condiciones es una estructura menos costosa que un sifón invertido.

b) *Criterio de tirante constante.*

Se acepta que el tirante en el acueducto sea el mismo del canal; esto es, $y_A = y_C$. Con este esquema, la velocidad del agua en el acueducto es $V_A = Q / b_A y_C$ y su energía

específica $E_A = y_C + \frac{Q^2}{2g b_A^2 y_C^2}$ y el desnivel Δz se obtiene de la ecuación 4.4d.

Debido a que los puntos en la figura 4.7 siempre quedan a la derecha del A, la plantilla del acueducto según este esquema resulta siempre con un nivel inferior al del canal para cualquier relación b_c entre los anchos. Debido también a que las velocidades del flujo en el acueducto y las transiciones son comparativamente bajas con respecto a las de otros esquemas, la pérdida de energía en el total de la estructura es también la más pequeña.

c) *Criterio de energía específica constante*

Se acepta en el acueducto la misma energía específica del canal ($E_A = E_C$), de modo que se cumple que

$$E_C = y_A + \frac{Q^2}{2g b_A^2 y_A^2}$$

o bien

$$y_A^2 (E_C - y_A) = \frac{Q^2}{2g b_A^2} \quad (4.13)$$

con la cual se obtiene y_A . El lado derecho de esta ecuación depende de b_A . Si $b_{A\text{crit}}$ representa el ancho crítico en el acueducto, para $b_A < b_{A\text{crit}}$ la línea vertical que pasa por el punto A en la figura 4.7 no interseca a la curva de energía específica correspondiente y no existe solución de la ecuación 4.13. La solución existe sólo si $b_A \geq b_{A\text{crit}}$, en cuyo caso, de la ecuación 4.4d resulta $\Delta z = -h_c$, es decir, el desnivel Δz sirve para compensar la pérdida en la contracción.

Debido a que el piso del acueducto queda debajo del piso del canal, el desnivel $\Delta z = -h_c$. Este esquema de diseño no propicia depósito de sedimento en el acueducto.

Vittal N. y coautores (1993) propusieron soluciones a los tres distintos criterios mencionados con base en parámetros adimensionales, para la misma transición de entrada.

4.3.3 Geometría de la transición y condiciones del flujo en su interior.

La segunda parte en el diseño de una transición gradual consiste en seleccionar la forma que debe tener, diseñar su geometría y predecir las condiciones del flujo en su interior. Un buen diseño debe lograr los propósitos de producir una modificación gradual y continua del perfil del flujo, evitar una pérdida excesiva de energía, eliminar ondas estacionarias y otras turbulencias, y proporcionar seguridad a la propia transición. La geometría puede variar desde un diseño simplificado con base en trazos rectos o superficies planas, a otro más complicado con base en arcos de doble curvatura y superficies alabeadas, de mejor funcionamiento pero también de mayor costo y dificultades constructivas.

El flujo en una contracción o transición de entrada se acelera y cualquier diseño que sea gradual y continuo es preferible. Por el contrario, el flujo en una expansión o transición de salida pierde velocidad y conviene recuperar energía cinética mediante un diseño más cuidadoso. Esto explica porqué se ha puesto siempre mayor énfasis en el diseño de expansiones.

Antes de plantear las técnicas que existen para el diseño geométrico de una transición, se mencionan en seguida las ecuaciones básicas que intervienen. Para ello, se consideran conocidos la longitud de la transición, el desnivel Δz entre los dos extremos y las condiciones del flujo antes y después de la misma.

En la figura 4.8 se presenta la geometría de las transiciones de entrada y salida de un acueducto, donde aparece la simbología utilizada. Para una serie de condiciones conocidas a la entrada y salida de una expansión, la elevación de la superficie libre, la velocidad en distintas secciones y la pérdida de energía dentro de la transición dependen de tres condiciones geométricas de frontera que son:

$$b = f_1(x) \quad (4.14)$$

$$\Delta z = f_2(x) \quad (4.15)$$

$$k = f_3(x) \quad (4.16)$$

donde

- b ancho de la sección x en el tramo de transición
- Δz cambio en la elevación del piso desde el inicio de la expansión hasta la sección x
- k talud en la sección x
- x distancia longitudinal medida desde el inicio de la expansión.

La relación entre el tirante y , la velocidad V del flujo en la sección x y el gasto Q está dada por la ecuación de continuidad

$$Q = (b + k y) y V \quad (4.17)$$

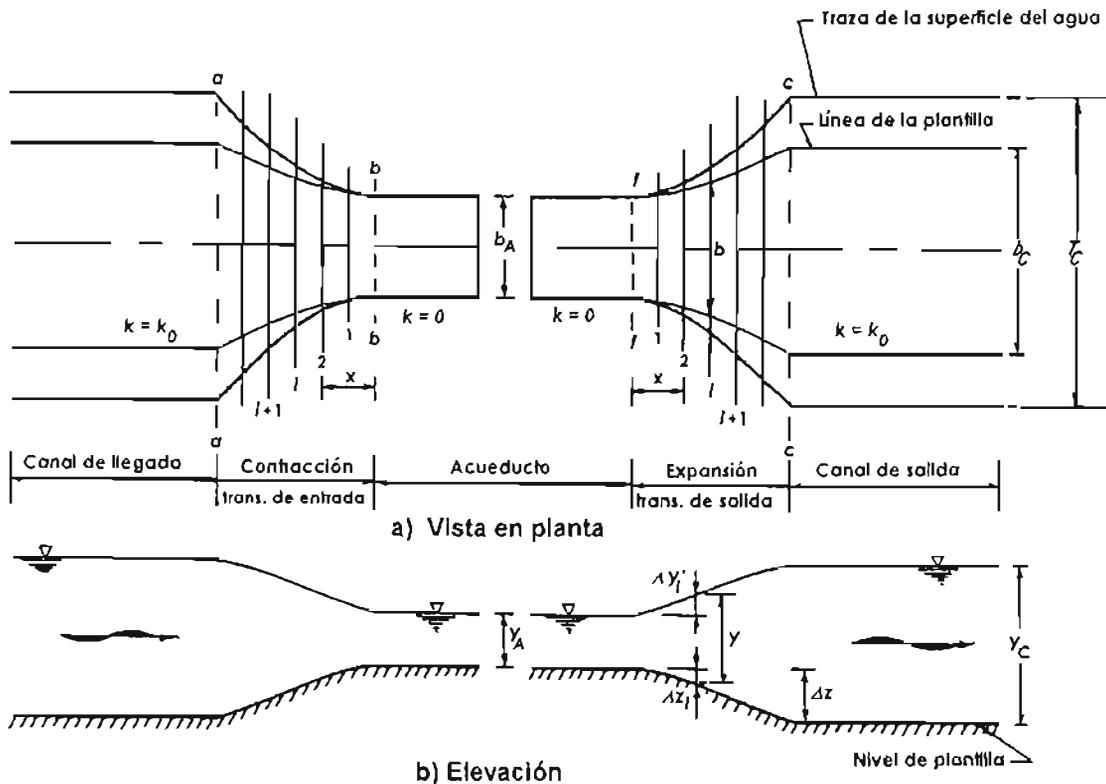


Figura 4.8. Transición de entrada y salida de un acueducto. Geometría y simbología utilizadas.

Se aplica la ecuación de energía entre las secciones i e $i+1$ de la transición de salida, con el plano de referencia al nivel de la sección $x=0$, y se obtiene:

$$-\Delta z_i + (\Delta z_i + y_A + \Delta y'_i) + \frac{V_i^2}{2g} = -\Delta z_{i+1} + (\Delta z_{i+1} + y_A + \Delta y'_{i+1}) + \frac{V_{i+1}^2}{2g} + h_{e,i,i+1} \quad (4.18)$$

donde

- y_A tirante en acueducto al inicio de la expansión
- Δz_i desnivel entre el piso del acueducto y el de la sección i
- $\Delta y'_i$ desnivel entre la superficie libre en el acueducto y el de la sección i
- V_i velocidad del agua en la sección i
- $h_{e,i,i+1}$ pérdida de energía entre las secciones i e $i+1$

con interpretaciones similares para la sección $i+1$.

En la ecuación 4.18 el signo Δz_i obedece a que la posición del plano de referencia coincide con el piso del acueducto; el desnivel del agua $\Delta y'_i$ es también positivo porque la superficie libre en la expansión es más alta que el acueducto. Las cantidades entre paréntesis son los tirantes en la sección correspondiente, de modo que la ecuación mencionada se expresa en la forma

$$E_{i+1} = E_i + \Delta z_{i,i+1} - h_{e,i,i+1} \quad (4.19)$$

donde E es la energía específica y

$$\Delta z_{i,i+1} = \Delta z_{i+1} - \Delta z_i \quad (4.20)$$

Después de definir la geometría de la expansión mediante las ecuaciones 4.14 a 4.16, y conocer la condición de flujo (tirante y velocidad) a la entrada de la transición o del subtramo, la que corresponde a la salida de la transición o al final del subtramo se puede valorar resolviendo las ecuaciones 4.17 y 4.18 a 4.19 de modo simultáneo.

Debido a que dichas ecuaciones contienen tres incógnitas, a saber: y , V y h_e , se necesita una tercera ecuación para la pérdida por conversión, como la propuesta por Hinds (ecuaciones 4.5 y 4.8) para la expansión escrita en la forma

$$h_{e,i,i+1} = k_e \left(\frac{V_i^2 - V_{i+1}^2}{2g} \right) = k_e \Delta h_v \quad (4.21)$$

Es importante mencionar que la obtención de las variables en una sección $i + 1$ a partir de los valores en la i (aguas arriba) no viola la premisa de que el cálculo en flujo subcrítico debe realizarse en dirección contraria al flujo. En efecto, las características en el acueducto (aguas arriba) se obtienen previamente a partir de la que hay en el canal (aguas abajo), quedando fijas en las dos fronteras.

Un tratamiento similar se sigue la para la contracción, respetándose el sentido del cálculo contrario al flujo.

Hay algunas técnicas que se pueden usar para diseñar la geometría de una expansión. Un buen diseño es el que tiene la pérdida mínima de energía, acorde con la conveniencia del proyecto y construcción. Los métodos más conocidos se deben a Hinds (1928), Mitra (1940), Chaturvedi (1963) y Vittal-Chiranjeevi (1983), los cuales se exponen brevemente a continuación:

- *Método de Hinds*

Es el más conocido y empleado desde 1928 en que fue publicado. Establece que el ángulo de 12.5° es el máximo óptimo entre el eje del canal y la línea que une los niveles de la superficie del agua en las secciones inicial y final de la transición. Ángulos mayores inducen ondas superficiales y mayor turbulencia. Ángulos menores incrementan innecesariamente la longitud y con ella el costo. Por tanto, la longitud de la transición se obtiene de la ecuación

$$L = \frac{T_C - b_A}{2 \tan 12.5^\circ} \quad (4.22)$$

donde b_A es el ancho del acueducto y T_C el ancho de la superficie libre en el canal.

La aplicación del método al diseño de una expansión se inicia estableciendo a priori el perfil teórico deseable de la superficie libre en ella, mediante una ecuación del tipo

$$\Delta y'_i = f_4(x)$$

donde $\Delta y'_i$ es el ascenso de la superficie libre, figura 4.8 Esta se ajusta a una curva compuesta a base de dos parábolas que revierten con un punto de inflexión a la mitad de la longitud, iniciando y terminando tangencialmente a la superficie del agua en ambos extremos de la transición. La ecuación de la parábola es

$$\Delta y'_i = C_1 x^2 \quad (4.23)$$

donde C_1 es un coeficiente constante. En este caso, x se mide hacia la derecha de la sección $f-f$ en la figura 4.8 para la primera parábola, y hacia la izquierda de la sección $c-c$ para la segunda parábola.

Se adopta también una caída de la plantilla de forma lineal con x , es decir

$$\Delta z_i = C_2 x \quad (4.24)$$

donde C_2 es otro coeficiente constante.

La longitud de la expansión se subdivide en N subtramos mediante las secciones transversales 1-1, 2-2, etc. (figura 4.8) en las cuales se calcula el tirante mediante las ecuaciones 4.23 y 4.24.

A cada sección se asigna también una ley de variación de los valores de k (entre cero y k_0), donde k_0 es el talud del canal. El cambio Δh_v de la carga de velocidad entre dos secciones contiguas se obtiene a partir de la función explícita que describe el perfil de la superficie libre (ecuación 4.23) y la que resulta al sustituir la ecuación 4.21 en la 4.19 y simplificar, en la forma

$$\Delta h_v = \frac{\Delta y_{i+1} - \Delta y_i}{1 - k_e} \quad (4.25)$$

La pérdida total por conversión, así como la que ocurre entre las secciones intermedias, se calcula a partir de la ecuación 4.21, utilizando los valores de Δh_v antes calculados. Es decir, la pérdida de energía en el subtramo de i a $i+1$ es:

$$h_{e i, i+1} = \frac{k_e (\Delta y_{i+1} - \Delta y_i)}{1 - k_e} \quad (4.26)$$

Al sustituir esta ecuación en la 4.21 se obtiene la velocidad del flujo en la sección $i+1$ y con ella, el ancho de la plantilla a partir de la ecuación 4.17.

Con el método se inician los cálculos para el primer subtramo y se continúan en el sentido del flujo. Si la variación del ancho de la plantilla resultante no es uniforme y continua, los cálculos se repiten con una nueva serie de valores modificados de k y continúan hasta que se alcance el objetivo. Esto lo hace invariablemente tedioso, ya que consume mucho tiempo. En muchos libros de texto aparece el ejemplo clásico de transición presentado por Hinds (1928) y por eso no se da aquí mayor explicación.

Como se deduce de la exposición anterior, el perfil de la superficie libre se impone y después se determina la geometría de las fronteras que lo producen. Vittal N. y Chiranjeevi V. (1983) hicieron las siguientes objeciones a este planeamiento:

1. Debido a que las funciones que describen el perfil de la superficie libre del agua y la elevación del fondo son, por definición, uniformes y continuas, el ancho de la transición debiera ser también una función uniforme y continua, ya que los valores de k en la ecuación 4.16 se estiman de una función también uniforme y continua. En la tabla 4.1 se resume un buen número de relaciones para estimar la relación k / k_0 que facilitan la selección de los valores de k . Por tanto, satisfechas todas las condiciones no debiera ser necesario rectificar los cálculos.
2. Aún cuando se alcance una variación del ancho de plantilla continua y uniforme, no hay garantía de eliminar la separación del flujo, turbulencia y pérdidas de energía elevadas, éstas normalmente asociadas a dichos fenómenos.
3. La ecuación 4.21 se aplica a los N subtramos en que se divide la transición y la suma de las pérdidas parciales es igual a la total

$$h_e = \sum h_{e,i,i+1} = k_e \frac{(V_A^2 - V_C^2)}{2g} \quad (4.27)$$

Es decir, la pérdida de energía en la transición es función sólo de las condiciones en la entrada y salida; la geometría de la transición no tiene efecto sobre dicha pérdida. Esto es absurdo y muestra una de las debilidades del método de diseño.

Tabla 4.1 Ecuaciones para la variación de taludes en transiciones alabeadas, recomendadas para el método de Hinds, según Vittal y Chiranjeevi (1983).

Ecuación	Límites de aplicación
$\frac{k}{k_0} = \frac{x}{L}$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 1$
$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{x}{L}\right)^{1/2}$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 1$
$\frac{k}{k_0} = 1 - \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 1$
$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{x}{L}\right)^2$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 1$
$\frac{k}{k_0} = 0.5 - 2\left(0.5 - \frac{x}{L}\right)^2$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 0.5$
$\frac{k}{k_0} = 0.5 + 2\left(\frac{x}{L} - 0.5\right)^2$	$0.5 \leq \frac{x}{L} \leq 1$
$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{x}{2L}\right)^{1/2}$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 0.5$
$\frac{k}{k_0} = 1 - \left[0.5\left(1 - \frac{x}{L}\right)\right]^{1/2}$	$0.5 \leq \frac{x}{L} \leq 1$
$\frac{k}{k_0} = 0.5 - \left(0.25 - \frac{x}{2L}\right)^{1/2}$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 0.5$
$\frac{k}{k_0} = 0.5 + \left(\frac{x}{2L} - 0.25\right)^{1/2}$	$0.5 \leq \frac{x}{L} \leq 1$
$\frac{k}{k_0} = 2\left(\frac{x}{L}\right)^2$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 0.5$
$\frac{k}{k_0} = 1 - 2\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$	$0.5 \leq \frac{x}{L} \leq 1$
$\frac{k}{k_0} = \frac{x/L}{\left[(1-x/L)(T_A/b_A) + (x/L)\right] \left[(1-x/L)(b_C/b_A) + (x/L)\right]}$	$0 \leq \frac{x}{L} \leq 1$

En las ecuaciones: b_A ancho del acueducto; b_C ancho del canal; L longitud de la transición; T_C ancho de la superficie libre en el canal de salida; x distancia a la sección (figura 4.8).

- *Método de Mitra*

Con base en la premisa de flujo a tirante constante, es decir, $y_i = y_A = y_C$ y la de una variación lineal de la velocidad del flujo a lo largo de la transición, Mitra (1940), derivó una ecuación de tipo hiperbólico para determinar el ancho de la plantilla en la expansión que une un canal rectangular y un acueducto, también rectangular, y originó el nombre de *expansión hiperbólica*. La ecuación es:

$$b = \frac{b_C b_A L}{L b_C - (b_C - b_A) x} \quad (4.28)$$

donde:

- b_C ancho del canal
- b_A ancho del acueducto
- L longitud de la transición
- x distancia desde el inicio de la transición.

Mitra consideró arbitrariamente que $L = 2(b_C - b_A)$. Aunque el análisis lo hizo originalmente para la transición entre dos canales rectangulares, algunas instituciones en La India aplican también la ecuación 4.28 para diseñar la expansión en una combinación de rectangular-trapecial, en la forma

$$T = \frac{T_C b_A L}{L T_C - (T_C - b_A) x} \quad (4.29)$$

donde:

- T ancho de la superficie libre en la sección x .
- T_C ancho de la superficie libre en el canal de salida.

- *Método de Chaturvedi.*

Este autor analizó únicamente la expansión entre dos canales rectangulares con la misma premisa de tirante constante del método de Mitra y dio un tratamiento general sobre bases matemáticas tratando el flujo como bidimensional. Con base en una

comprobación experimental, Chaturvedi (1963) recomendó la ecuación de una parábola cúbica

$$\frac{x}{L} = \frac{1 - \left(\frac{b_A}{b}\right)^{3/2}}{1 - \frac{b_A}{b_C}} \quad (4.30)$$

para obtener el ancho b en cada sección x , con el cual se alcanzan las condiciones óptimas del flujo y el máximo porcentaje de recuperación de energía para cualquier condición de régimen subcrítico en expansión. También consideró que la longitud de la transición es

$$L = 2.5 (b_C - b_A) \quad (4.31)$$

Tanto en el método de Mitra como en el de Chaturvedi, el fondo del acueducto tiene que ubicarse debajo del que tiene el canal para alcanzar el tirante constante, lo cual no siempre es práctico. Por ejemplo, al bajar el fondo del acueducto se reduce el claro libre para el paso del drenaje inferior, al grado que su nivel de plantilla queda a veces debajo del nivel del agua más elevado que se alcanza con el caudal máximo de drenaje. Con ello la estructura puede resultar más costosa.

- *Método de Vittal y Chiranjeevi*

El planteamiento consiste en seleccionar primero las fronteras adecuadas y predecir después el perfil de la superficie libre resultante, es decir, lo contrario del método de Hinds. Vittal y Chiranjeevi (1983) examinaron varios criterios para diseñar una expansión entre un acueducto y un canal y desarrollaron una metodología que aseguran, es superior a las antes presentadas.

a) *Diseño de la expansión.* De acuerdo con bases teóricas y experimentales, los autores sugieren las ecuaciones de diseño que a continuación se exponen:

Ancho de plantilla

$$\frac{b - b_A}{b_C - b_A} = \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^a \right] \frac{x}{L} \quad (4.32)$$

Siendo

$$a = 0.80 - 0.26\sqrt{k_0} \quad (4.33)$$

$$L = 2.35(b_C - b_A) + 1.65k_0 y_C \quad (4.34)$$

donde

- b ancho de plantilla en la transición.
- b_A ancho del acueducto.
- b_C ancho del canal
- k_0 talud del canal
- x distancia a la sección desde el inicio de la transición
- y_C tirante en el canal
- L Longitud total de la transición

Variación del talud

$$\frac{k}{k_0} = 1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^{1/2} \quad (4.35)$$

El cambio del talud con esta ecuación es gradual al principio de la transición, donde la velocidad del flujo es grande, y después más brusco en la parte final donde la velocidad es más pequeña.

Perfil del fondo según la ecuación

$$\Delta z_{i,i+1} = \frac{\Delta z}{L} (x_{i+1} - x_i) \quad (4.36)$$

donde Δz es el cambio total en la elevación del fondo de la transición.

Es importante mencionar que los conceptos teóricos del método consideran la premisa de minimizar tanto la pérdida de energía como la separación del flujo en el campo de expansión del mismo. Además, el método se puede usar en esquemas

de diseño basados en los conceptos de tirante constante-energía específica variable.

Los autores recomiendan la misma ecuación 4.21 de Hinds para la pérdida en la expansión y el valor $k_e = 0.3$, igual al propuesto en la figura 4.4 d.

Es interesante mencionar que Fouladi Nashta y Garde (1988) proponen geometrías de expansión similares a las dadas por la ecuación 4.32. Con ellas obtuvieron la ecuación 2.21 para el coeficiente de pérdida ϵ , pero sólo manejaron ensanchamientos sin escalón.

- b) *Diseño de la contracción.* El flujo en este caso se acelera y cualquier forma de transición que sea gradual y continua debe servir para dicho propósito.

La forma geométrica desarrollada para la expansión sirve para la contracción, pero la longitud de esta última puede ser bastante menor que la obtenida en la ecuación 4.34. Los autores no sugieren ningún valor adecuado para dicha longitud pero indican que una vez elegida, los cálculos se efectúan con las mismas ecuaciones, pero la distancia x se mide en dirección aguas arriba de la sección $b-b$ en la figura 4.8, hasta la $a-a$.

Se usa la misma ecuación 4.21 para la pérdida ($k_e = 0.20$), pero las ecuaciones 4.19 y 4.20 cambian a las formas:

$$E_{i+1} = E_i + \Delta z_{i,i+1} + h_{c,i,i+1} \quad (4.37)$$

$$\Delta z_{i,i+1} = \Delta z_i - \Delta z_{i+1} \quad (4.38)$$

Es muy importante mencionar que la ocurrencia de un salto hidráulico en una transición es objetable, ya que obstaculiza el flujo y consume energía útil. Cuando el perfil del flujo queda próximo al de la línea de tirante crítico, la omisión de la pérdida de energía conduce a resultados más seguros para eliminar el salto hidráulico, Hinds (1928).

Cuando los tirantes son menores de 3.70 m el libre bordo en la transición se diseña siguiendo los mismos criterios usados para el canal que se une al acueducto y que fueron expuestos por Sotelo (2001) en el capítulo 7 de diseño de canales. Se debe tener un mayor cuidado en el diseño del libre bordo cuando los tirantes sean mayores de 3.70 m.

Puede haber una distribución irregular de la velocidad en las expansiones y producirse asimetría del flujo, lo que a su vez puede causar socavación en sitios de concentración de la velocidad. Estos deben protegerse cuando la transición se diseñe en canales erosionables.

Ejemplo 4.2

Un acueducto rectangular de 15 m de ancho descarga un caudal de $357 \text{ m}^3/\text{s}$ a un canal trapecial cuya plantilla se encuentra 0.50 m abajo del nivel que tiene la del acueducto. El canal tiene 23 m de ancho, talud $k_0 = 2$ y conduce el gasto con tirante normal de 6.70 m. Diseñar la geometría de la transición de salida (expansión) para unir las dos conducciones, utilizando el método de Vittal-Chiranjeevi de acuerdo con los esquemas: a) tirante variable-energía específica variable; b) energía específica constante; c) tirante constante, los dos últimos con $\Delta z \neq 0.5 \text{ m}$.

Los datos corresponden al acueducto Gomti en La India y fueron usados por Vittal y Chiranjeevi (1983).

Solución a)

Para el tirante normal $y_C = 6.70 \text{ m}$, la velocidad y energía específica del flujo en el canal son $V_C = 1.4638 \text{ m/s}$ y $E_C = 6.8092 \text{ m}$.

Paso 1. Debido a que se seleccionó $\Delta z = 0.50 \text{ m}$, es necesario determinar las condiciones del flujo en el acueducto mediante la ecuación de energía 4.6

$$E_A = E_C - \Delta z + h_e$$

Puesto que el cálculo de la pérdida h_θ requiere el valor de la velocidad V_A en el acueducto, dicha pérdida se considera nula en primera instancia, de modo que

$$E_A = 6.8092 - 0.50 = 6.3092$$

Para la sección rectangular, de la ecuación 3.54, Sotelo 2001

$$Q_c = \frac{Q}{\sqrt{g} b E_A^{3/2}} = \frac{357}{\sqrt{9.81} (15)(6.3092)^{3/2}} = 0.4795$$

por tanto

$$y_c \cdot \sqrt{2(1 - y_c)} = 0.4795$$

ecuación que se satisface con $y_c = 0.8352$, es decir

$$y_A = 0.8352 (6.8092) = 5.2694$$

Siendo $q_A = 357 / 15 = 23.8 \text{ m}^2/\text{s}$, resulta: $V_A = 23.8 / 5.2694 = 4.5166 \text{ m/s}$.

Con el valor $k_\theta = 0.3$ en la ecuación 4.7, la pérdida total en la expansión resulta

$$h_\theta = 0.3 \left[\frac{(4.5166)^2 - (1.4638)^2}{19.62} \right] = 0.2792 \text{ m}$$

Por tanto, el nuevo valor es

$$E_A = 6.8092 - 0.5 + 0.2792 = 6.5884 \text{ m}$$

El nuevo de y_A se obtiene de la misma manera que antes, o bien por solución directa de la ecuación de energía específica

$$6.5884 = y_A + \frac{(23.8)^2}{19.62 y_A^2} = y_A + \frac{28.87}{y_A^2}$$

que, por iteraciones, resulta: $y_A = 5.7 \text{ m}$; $V_A = 4.1754 \text{ m/s}$. El nuevo valor de la pérdida es de $h_\theta = 0.2338 \text{ m}$, con el cual $E_A = 6.543 \text{ m}$. Los valores finales después de varias iteraciones son: $y_A = 5.6415 \text{ m}$; $V_A = 4.2188 \text{ m/s}$; $h_\theta = 0.2394 \text{ m}$; $E_A = 6.5486 \text{ m}$.

Paso 2. De la ecuación 4.34, la longitud de la transición es

$$L = 2.35 (23 - 15) + 1.65 (2)(6.7) = 40.91 \cong 41 \text{ m}$$

La cual se divide en 9 subtramos de 4 m cada uno y el décimo de 5 m.

Paso 3. El ancho de la plantilla en transición se obtiene de la ecuación 4.32,

donde: $a = 0.80 - 0.26\sqrt{2} = 0.4323$

de manera que la 4.32 se convierte en: $b = (b_C - b_A) \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^a \right] \frac{x}{L} + b_A$

$$b = (23 - 15) \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^{0.4323} \right] \frac{x}{L} + 15$$

Es decir, el ancho de plantilla en cada sección se calcula de la ecuación

$$b = 8 \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^{0.4323} \right] \frac{x}{L} + 15$$

Por ejemplo, si se considera la sección 5 a $x = 20$ m, su ancho vale

$$b = 8 \left[1 - \left(1 - \frac{20}{41} \right)^{0.4323} \right] \frac{20}{41} + 15 = 15.98 \text{ m}$$

Paso 4. De la ecuación 4.35, el talud es $k = 2 - 2 \left(1 - \frac{x}{L} \right)^{1/2}$

Para la sección 5 $k = 2 - 2 \left(1 - \frac{20}{41} \right)^{1/2} = 0.569$

Paso 5. El desnivel de la plantilla es las diferentes secciones se obtiene de la ecuación 4.36, en la forma

$$\Delta z_x = \frac{\Delta z}{L} x = \frac{0.5}{41} x$$

$$\Delta z_x = 0.0122 x$$

$$\Delta z_{i, i+1} = 0.0122 (x_{i+1} - x_i)$$

Para la sección 5

$$\Delta z_5 = 0.0122 (20) = 0.2439 \cong 0.244 \text{ m}$$

de modo que

$$\Delta z_{4-5} = 0.0122 (20 - 16) = 0.049 \text{ m}$$

Paso 6. El tirante en cada sección se calcula de la ecuación de energía aplicada a secciones sucesivas (ecuación 4.19)

$$E_{i+1} = y_{i+1} + \frac{Q^2}{2g(b + k y_{i+1})^2 y_{i+1}^2} = E_i + \Delta z_{i,i+1} - h_{e,i,i+1}$$

donde $h_{e,i,i+1}$ se obtiene de la ecuación 4.21

$$h_{e,i,i+1} = k_e \left(\frac{V_i^2 - V_{i+1}^2}{2g} \right)$$

Como en el paso uno, la pérdida h_e tiene que ser también eliminada en primera instancia para calcular valores aproximados de y_{i+1} usando la ecuación 3.57 de Vittal (Sotelo 2001) y su solución en canales trapeciales, revisando después los valores para incluir el término de pérdida.

Por ejemplo, de cálculos precedentes en la sección 4 de la transición $y_4 = 6.1065$ m, $V_4 = 3.1989$ m/s, $E_4 = 6.6280$ m, por tanto

$$y_5 + \frac{(357)^2}{2g(15.98 + 0.569 y_5)^2 y_5^2} = E_4 + \Delta z_{4-5} - h_e = 6.6768 - h_e$$

Después de varias iteraciones resulta $y_5 = 6.2108$ m; $V_5 = 2.9456$ m/s; $E_5 = 6.653$ m; $h_{e4-5} \cong 0.0238$ m; siendo ahora $E_5 = 6.6768 - 0.0238 = 6.653$ m; $y_5 = 6.2108$ m.

Los resultados obtenidos en las distintas secciones se presentan en la tabla 4.2 y corresponden a la solución de acuerdo al planteamiento de un esquema tirante variable-energía específica variable. En la figura 4.9 se muestra un esquema de la expansión.

Solución b)

El esquema de energía específica constante significa que la del canal sea la misma en cualquier sección de la transición. Por ejemplo, en la 5 se debe cumplir que

$$E_5 = y_5 + \frac{Q^2}{2g(b_5 + k_5 y_5)^2 y_5^2} = E_C = 6.8092 \text{ m}$$

la cual se satisface para $y_5 = 6.3968$ m; $V_5 = 2.8445$ m/s. De cálculos precedentes efectuados para la sección a: $y_4 = 6.3288$ m; $V_4 = 3.0702$ m/s, por tanto

$$\Delta z_{4,5} = h_{e4,5} = 0.0204 \text{ m}; \Delta z_5 = \sum h_e = 0.1161$$

En la misma tabla 4.2 se muestran los cálculos para todas las secciones.

Solución c)

En el esquema de tirante constante se cumple que: $y_1 = y_5 = y_C = 6.7 \text{ m}$; $V_5 = 2.6921 \text{ m/s}$; $E_5 = 7.0694 \text{ m}$. De los cálculos previos $y_A = y_C = y_4 = 6.7 \text{ m}$; por tanto $V_A = 3.5522 \text{ m/s}$; $E_A = 7.3431 \text{ m}$, $V_4 = 2.8747 \text{ m/s}$; $E_4 = 7.1212 \text{ m}$; $h_{e4,5} = 0.0155 \text{ m}$, $\sum h_e = 0.0821 \text{ m}$.

$$\Delta z_5 = E_A - E_5 - \sum h_e = 7.3431 - 7.0694 - 0.0821 = 0.1916 \text{ m}$$

En la tabla 4.2 se muestran los restantes cálculos.

Tabla 4.2 Cálculos relativos al diseño de la expansión en el ejemplo 4.2

Sección	x, en m	b, en m	k	Esquema de energía variable-tirante			Esquema de energía específica constante		Esquema de tirante constante	
				+ Δz, en m	h _e , en m	y, en m	y, en m	Δz, en m	y, en m	- Δz, en m
f - f	0	15.000	0.000	0.000	0.031	5.641	6.01	0.000	6.7	0.000
1	4	15.034	0.100	0.049	0.030	5.763	6.095	0.025	6.7	0.039
2	8	15.14	0.206	0.098	0.028	5.883	6.177	0.050	6.7	0.079
3	12	15.326	0.318	0.146	0.026	5.997	6.256	0.074	6.7	0.118
4	16	15.601	0.438	0.195	0.024	6.106	6.329	0.096	6.7	0.155
5	20	15.980	0.569	0.244	0.021	6.211	6.397	0.116	6.7	0.192
6	24	16.482	0.712	0.293	0.019	6.309	6.459	0.135	6.7	0.226
7	28	17.138	0.874	0.341	0.017	6.403	6.516	0.152	6.7	0.258
8	32	18.002	1.063	0.390	0.016	6.493	6.568	0.167	6.7	0.290
9	36	19.196	1.302	0.439	0.026	6.579	6.617	0.182	6.7	0.310
c - c	41	23.000	2.000	0.500	—	6.700	6.700	0.207	6.7	0.374

$$\sum h_e = 0.239$$

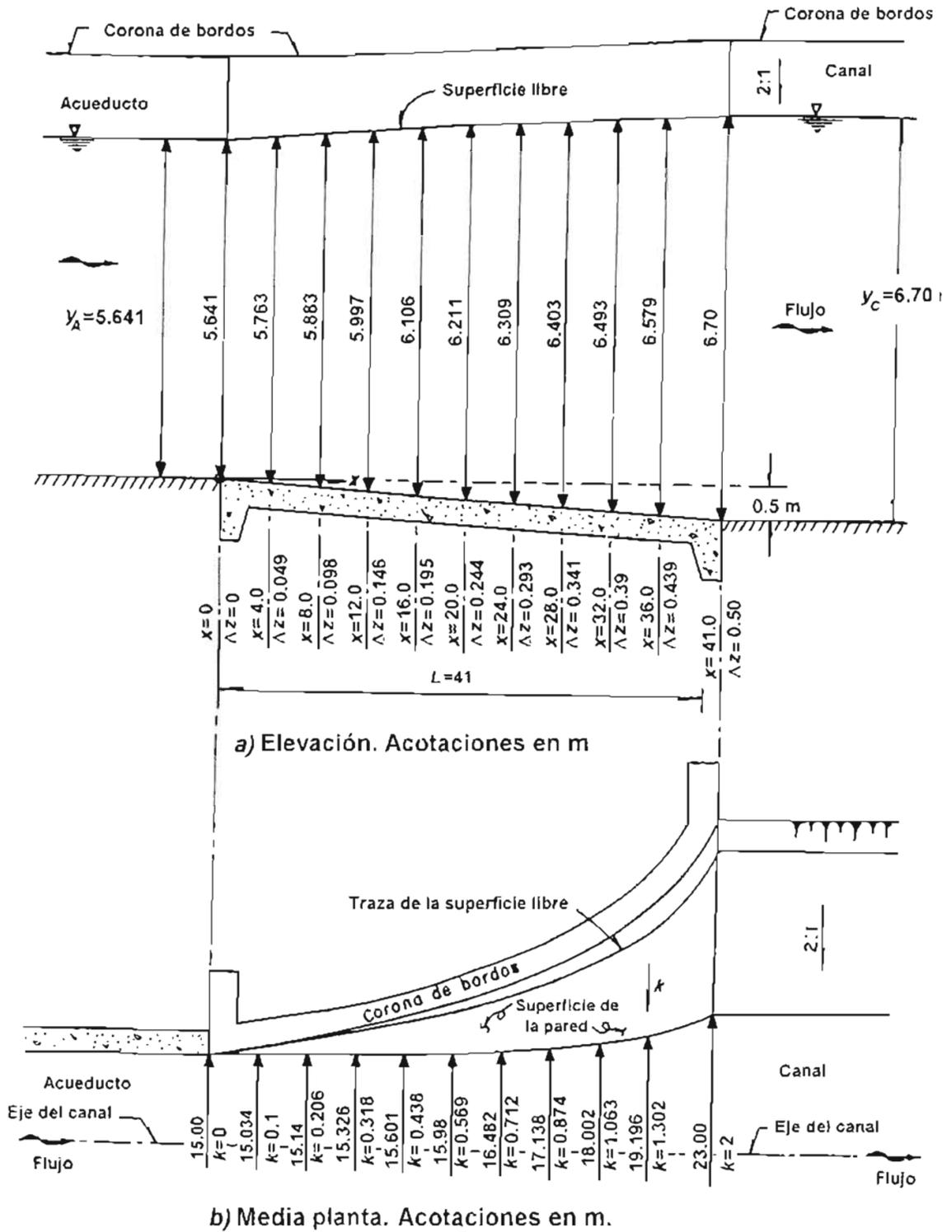
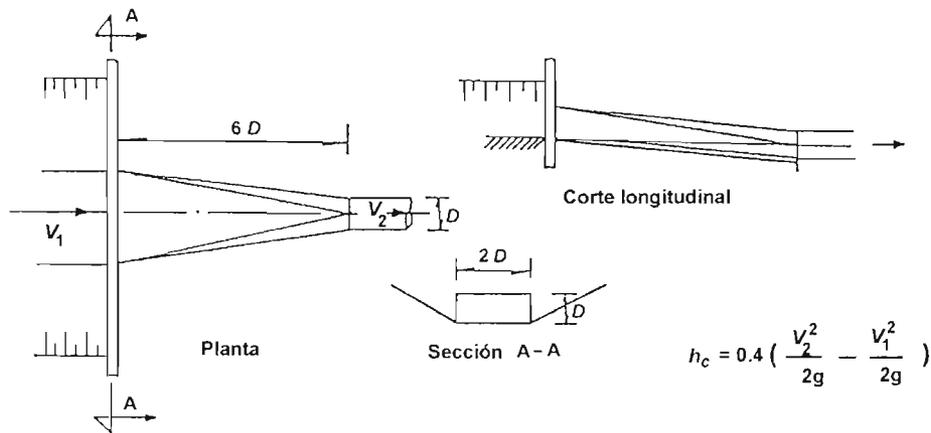


Figura 4.9 Geometría de la expansión del ejemplo 4.2

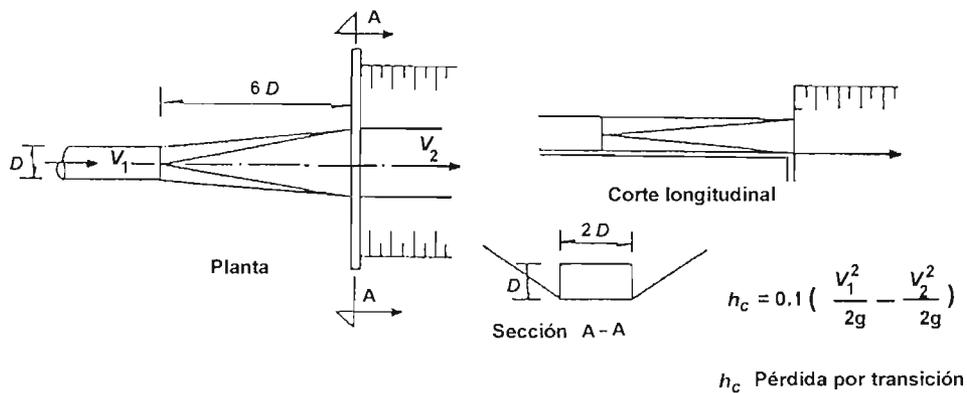
CAPÍTULO 5. TRANSICIONES GRADUALES CON OTRAS GEOMETRÍAS

5.1 TRANSICIÓN GRADUAL ENTRE UN CANAL Y UN SIFÓN INVERTIDO

En la figura 5.1 se muestra el diseño típico de transiciones de entrada y salida de un sifón a un canal de dimensiones pequeñas, de acuerdo con el criterio desarrollado por *U.S. Bureau of Reclamation* (1965) para los casos en que no se requieren diseños muy elaborados. Vale la pena destacar lo reducido de la pérdida por salida, y que cambios razonables en el ángulo de divergencia de las paredes, en la pendiente de la transición o en el desnivel de la caída, tienen poco efecto sobre la pérdida de energía.



a) Transición de canal trapecial a tubo



b) Transición de tubo a canal trapecial

Figura 5.1 Transiciones de entrada y salida de un sifón de pequeñas dimensiones, según USBR (1965)

En la figura 5.2 se muestran diseños similares cuando las estructuras son de mayor importancia. En este caso, el procedimiento de diseño es igual al de las transiciones entre canal y acueducto, pero en algunos aspectos se deben atender las recomendaciones de *U.S. Bureau of Reclamation* (1965) que se mencionan a continuación:

1. La clave superior del sifón en la transición de entrada es deseable que quede ligeramente debajo de la superficie libre del agua en condiciones normales de operación. Esta práctica hace mínima la posible reducción en la capacidad del sifón causada por arrastre de aire a su interior. La profundidad de sumergencia de la clave se conoce como *sello hidráulico* y su magnitud recomendable debe ser entre un mínimo de $1.1\Delta h_v$ y un máximo igual al que resulte mayor de los valores $1.5\Delta h_v$ ó 0.46 m, donde Δh_v es el cambio en carga de velocidad. El sello mínimo en una transición bien diseñada permite que el flujo alcance a tocar la clave superior del sifón; valores mayores que el máximo proporcionan un sello suficiente por encima de la clave. La magnitud adecuada del sello hidráulico depende de la pendiente y tamaño del barril en el sifón. Es frecuente que en un barril largo e inclinado necesite de un sello más grande. En el diseño ilustrado en la figura 5.2 se proporcionó uno de 0.46 m.

Se debe también considerar que el sello hidráulico puede volver impráctica la construcción rigurosa del diseño resultante de los cálculos hidráulicos en el extremo final de la transición. Cuando sea el caso, la elevación calculada del fondo se puede alterar arbitrariamente en una distancia corta aguas arriba del muro de cabecera en la entrada, de acuerdo con las necesidades prácticas. En el diseño ilustrado en la figura 5.2, los cálculos hidráulicos se efectuaron hasta el extremo final de la transición; el piso del conducto más allá de dicho final se extendió como una superficie tersa hasta el piso del sifón.

La entrada a sifones largos no llega a quedar sellada en ciertos casos, pudiendo ocurrir un salto hidráulico en el barril del sifón y condiciones de operación desfavorables.

2. Una vez seleccionada la magnitud del sello se calcula la velocidad en el muro de cabecera, y la caída total de la superficie del agua se toma como $1.1\Delta h_v$, despreciando la pérdida por fricción. El mejor perfil del flujo se supone tangente a la superficie libre en el canal al inicio de la transición, pasando a través del punto en el arreglo del muro de cabecera de acuerdo con los cálculos hidráulicos antes expuestos. No existe información suficiente para determinar la mejor forma del perfil del flujo. En el diseño ilustrado se utilizó el método de Hinds antes expuesto, que asume una parábola sencilla para dicho perfil.
3. En el diseño de la estructura de salida, el ascenso teórico de la superficie del agua desde el muro de cabecera hasta el extremo de la transición (despreciando la pérdida por recuperación) debe ser igual al cambio en carga de velocidad Δh_v . El perfil del flujo en el diseño ilustrado se ajustó a una parábola sencilla.
4. La inclinación del fondo en la estructura de salida no necesita ser tangente a la inclinación del conducto cerrado en el muro de cabecera, como ocurre en la entrada, a menos que la velocidad en el sifón sea grande y la inclinación de la transición pronunciada.

En los cálculos hidráulicos del sifón se deben incluir las pérdidas locales que se producen en un conducto a presión de la manera convencional. En la figura 5.3 se ilustra el procedimiento típico para el sifón cuya geometría se muestra, donde también se incluyen las pérdidas en las transiciones que quedan en su interior.

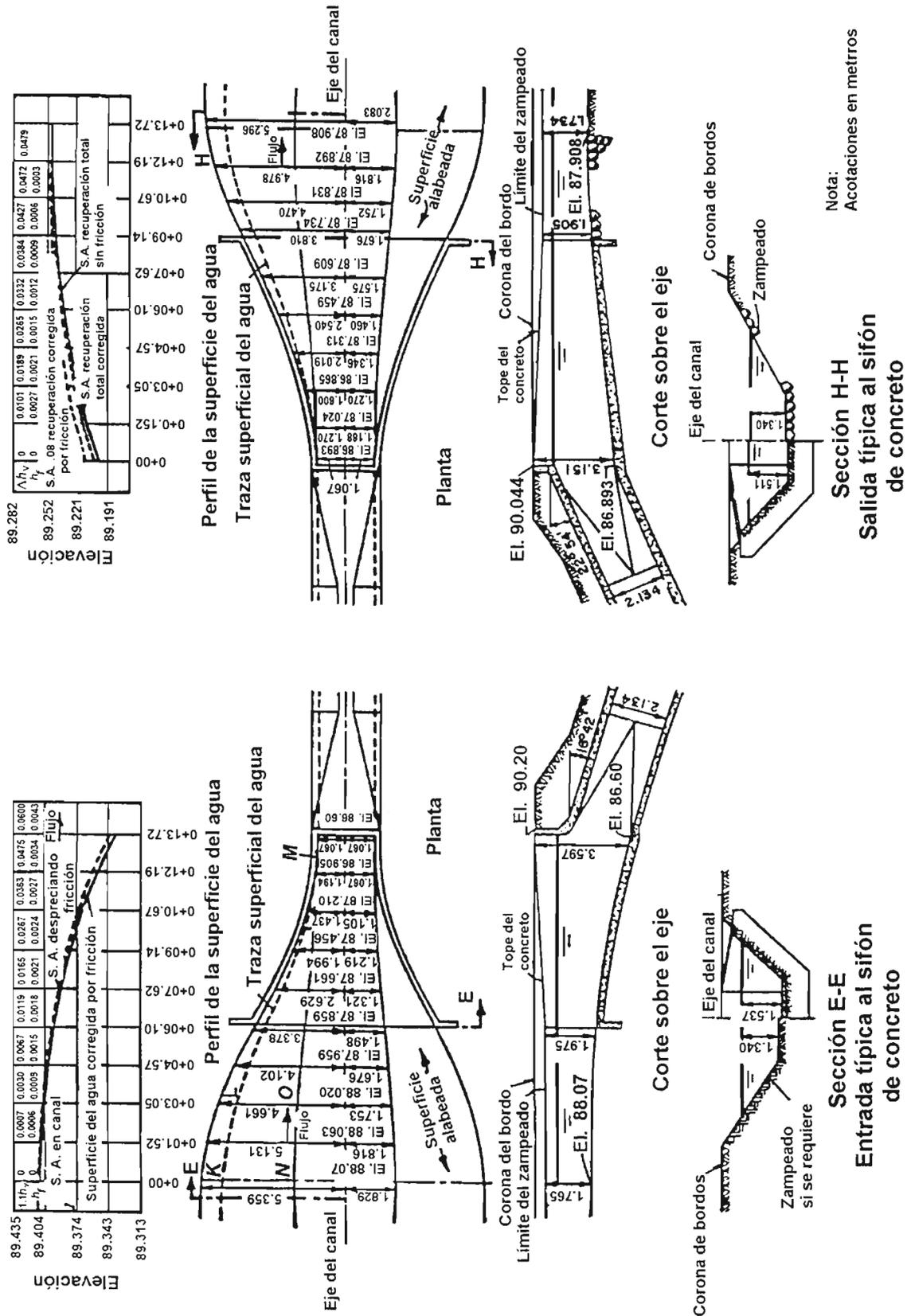
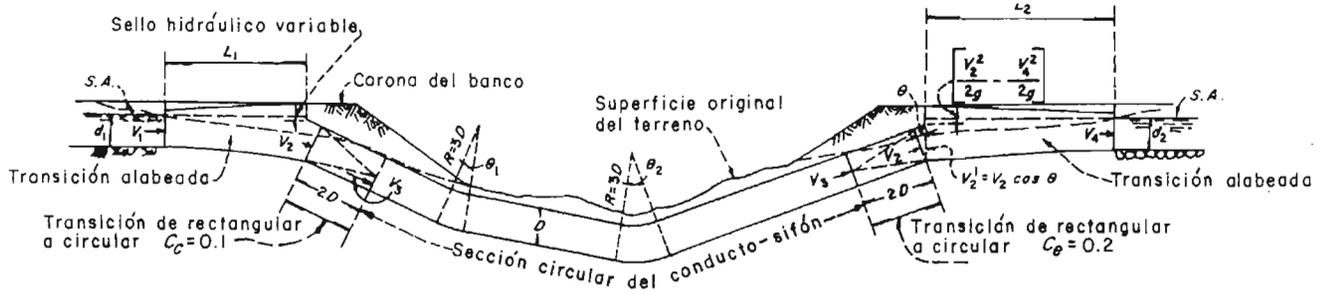


Figura 5.2. Transiciones de entrada y salida de un sifón de dimensiones importantes, según Hinds, (1928)



TRANSICIÓN DE ENTRADA O DE SALIDA, QUE LIGAN CON EL CANAL

CORTE LONGITUDINAL

CONDUCTO DEL SIFÓN DE SECCION CIRCULAR

Ancho del talud de la base = 7.62 m Taludes laterales = 1.5:1
 $d_1 = d_2 = 3.05$
 $Q = 28.32 \text{ m}^3/\text{s}$
 $A = 37.16 \text{ m}^2$
 $V_1 = V_4 = 0.76 \text{ m/s}; \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_4^2}{2g} = 0.029 \text{ m}$
 $R_h = 1.996 \text{ m}$
 $n = 0.014$
 $S = 0.00005$

Abertura cuadrada de las transiciones cubiertas
 Tamaño = $3.35 \text{ m} \times 3.35 \text{ m}$
 $Q = 28.32 \text{ m}^3/\text{s}$
 $A = 11.24 \text{ m}^2$
 $V_2 = 2.52 \text{ m/s}; \frac{V_2^2}{2g} = 0.323 \text{ m}$
 $R_h = 0.838 \text{ m}$
 $n = 0.014$
 $S = 0.00157$

Diámetro $0.335 \text{ m}^3/\text{s}$
 $Q = 28.32 \text{ m}^3/\text{s}$
 $A = 8.83 \text{ m}^2$
 $V_3 = 3.21 \text{ m/s};$
 $\frac{V_3^2}{2g} = 0.524 \text{ m}$
 $R_h = 0.838 \text{ m}$
 $n = 0.013$ (colado en moldes de acero o equivalente)
 $S = 0.00255$

CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS DE ENERGÍA

Transición de entrada descubierta (fricción)	$= 13.71 L_1 \left(\frac{0.00005 + 0.00157}{2} \right)$	=0.011
Transición de salida descubierta (contracción)	$= * 0.1 \left[0.323 \left(\frac{V_2^2}{2g} \right) - 0.029 \left(\frac{V_1^2}{2g} \right) \right]$	=0.029
Transición de entrada descubierta (contracción)	$= 0.1 \left[0.524 \left(\frac{V_3^2}{2g} \right) - 0.323 \left(\frac{V_2^2}{2g} \right) \right]$	=0.020
Transiciones cubiertas (fricción)	$= 2 \times 6.70 \left(\frac{0.00157 + 0.00255}{2} \right)$	=0.028
Conducto circular (fricción)	$= 48.77 \times 0.0022$	=0.107
Curva en el conducto $\theta_1 = \pi / 12$	$= ** 0.027 \times 0.524 \left(\frac{V_3^2}{2g} \right)$	=0.014
Curva en el conducto $\theta_2 = \pi / 6$	$= ** 0.058 \times 0.524 \left(\frac{V_3^2}{2g} \right)$	=0.030
Transición de salida cubierta (expansión)	$= 0.2 \left[0.524 \left(\frac{V_3^2}{2g} \right) - 0.323 \left(\frac{V_2^2}{2g} \right) \right]$	=0.040
Transición de salida descubierta (expansión)	$= * 0.2 \left[0.323 \left(\frac{V_2^2}{2g} \right) - 0.029 \left(\frac{V_4^2}{2g} \right) \right]$	=0.059
Transición de salida descubierta (fricción)	$= 1.829 L_2 \left(\frac{0.00005 + 0.00157}{2} \right)$	=0.015
Pérdida total (gradiente de energía)		=0.353
Agregar 10% ± para capacidad excedente		=0.035
Pérdida total requerida		=0.388

(*) El coeficiente que se usa para calcular la pérdida de energía en la transición descubierta debe estar de acuerdo con el tipo de transición seleccionada

(**) véase volumen 1

Figura 5.3. Ejemplo de la determinación de la pérdida de energía en un sifón invertido típico, de concreto monolítico.

5.2 Transiciones con dispositivos correctores.

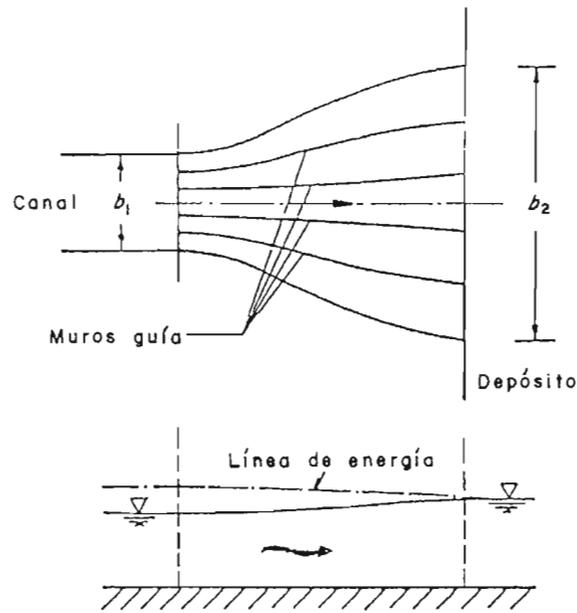
El cálculo de la longitud de una expansión mediante la ecuación 4.22 se basa normalmente en el criterio de Hinds de considerar un ángulo medio de 12.5° de la pared respecto del eje de la transición antes de la propuesta por Vittal y Chiranjeevi.

Según Rouse (1950) un ángulo de expansión respecto del eje de un poco menos de 4° garantiza la no separación del flujo, pero genera transiciones más largas. Para acortarlas, dicho autor propuso la utilización de muros verticales divisorios, con ángulos de expansión de 3.5° , que guían y controlan localmente la separación, reducen la pérdida y longitud al mínimo, y recuperan la mayor energía cinética posible. Los muros guía deben ser por pares a ambos lados del eje de una transición simétrica, ya que uno colocado sobre dicho eje tiene poca influencia en el comportamiento del flujo. La disposición del conjunto obedece finalmente al principio de máxima recuperación de energía y se presenta en la figura 5.4a. En el ejemplo 5.1 se aclaran los detalles del diseño.

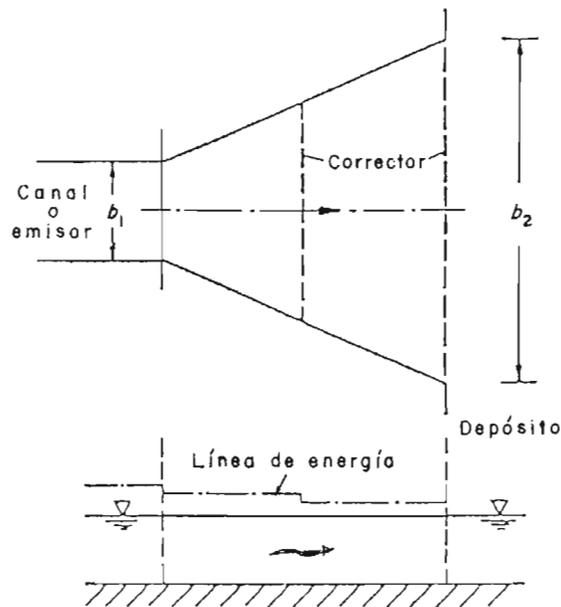
Los experimentos realizados por Vittal y Chiranjeevi condujeron a la ecuación 4.34, que reduce bastante la longitud de la expansión respecto de la obtenida con el criterio de Hinds, sin la intervención de muros guía y siguiendo el principio de recuperación máxima de energía (pérdida mínima)

La complejidad de un diseño con base en muros correctores sólo se justifica en grandes obras, siempre que produzcan mejores condiciones de funcionamiento y que el costo agregado se compense con una mayor reducción en la longitud de la transición, sobre todo cuando hay condiciones desfavorables de cimentación.

De la misma manera que la entrada del agua de un embalse a un canal es el caso límite de las contracciones, la desembocadura de un canal o galería a un gran depósito o a un embalse es el caso límite de la expansiones, ambas en régimen subcrítico, y se pueden aplicar los mismos principios de diseño.



a) Recuperación máxima de energía



b) Distribución de la velocidad con mayor regularidad en la sección final.

Figura 5.4. Transiciones con dispositivos correctores en obras de descarga, según Naudascher (1992).

Por ejemplo, la pérdida por salida se puede minimar mediante una expansión gradual del canal antes de la sección final de descarga (figura 5.4b) que reduce al mismo tiempo la tendencia a producir corrientes indeseables en el embalse. Sin embargo, una obra de ese tipo no es la práctica común, debido a la economía relativa que tienen las terminaciones bruscas, donde la pérdida por salida es igual a la carga de velocidad en la sección final. Por otra parte, la superficie libre en la descarga se mantiene casi tersa cuando el tirante en la sección mencionada es bastante mayor que el crítico, pero llegan a ocurrir ondulaciones en la superficie que se acentúan en la medida que el tirante se aproxima al crítico.

Además, en las obras de descarga de canales o emisores se presenta el problema de lograr una distribución de la velocidad lo más uniforme posible y al mismo tiempo evitar que se rebase una velocidad máxima prescrita en algún sitio de la sección final. El mismo problema ocurre en el diseño de difusores en un túnel de viento, donde la solución consiste en una rejilla correctora. Usando el mismo principio en la descarga de un canal, Naudascher (1992) propone corregir la distribución irregular de la velocidad mediante pilas verticales de sección cuadrada, próximas entre sí, ubicadas en los sitios señalados en la figura 5.4 b.

El comportamiento del dispositivo que se elija en cada sección debe ser de modo que la suma de las pérdidas de energía en la transición sea cuando más igual a la energía disponible en la sección de descarga.

Ejemplo 5.1.

Es necesario diseñar una expansión de un canal rectangular revestido a uno trapecial no revestido. El último entrega el agua a una planta hidroeléctrica y su diseño se ve afectado por factores económicos de potencia generada, construcción y mantenimiento, que implican los valores mínimos posibles de pérdida de energía, longitud de transición y socavación en el canal, respectivamente. El ancho y tirante en la sección rectangular son de 6 m. Determinar la longitud de la expansión con y sin muros separadores.

Solución.

Según el criterio de Hinds, la longitud de una expansión alabeada se obtiene a partir de las condiciones geométricas mostradas en la figura 5.5a, en la forma:

$$L = \frac{42 - 6}{2 \tan 12.5^\circ} = 81.19 \text{ m}$$

Según el criterio de Vittal y Chiranjeevi (ecuación 4.34), la longitud es:

$$L = 2.35 (18 - 6) + 1.65 (2) (6) = 48 \text{ m}$$

Si se utilizan 4 muros-guía con ángulos de 3.5° de expansión respecto del eje del canal se obtiene un arreglo como se muestra en la figura 5.5b con

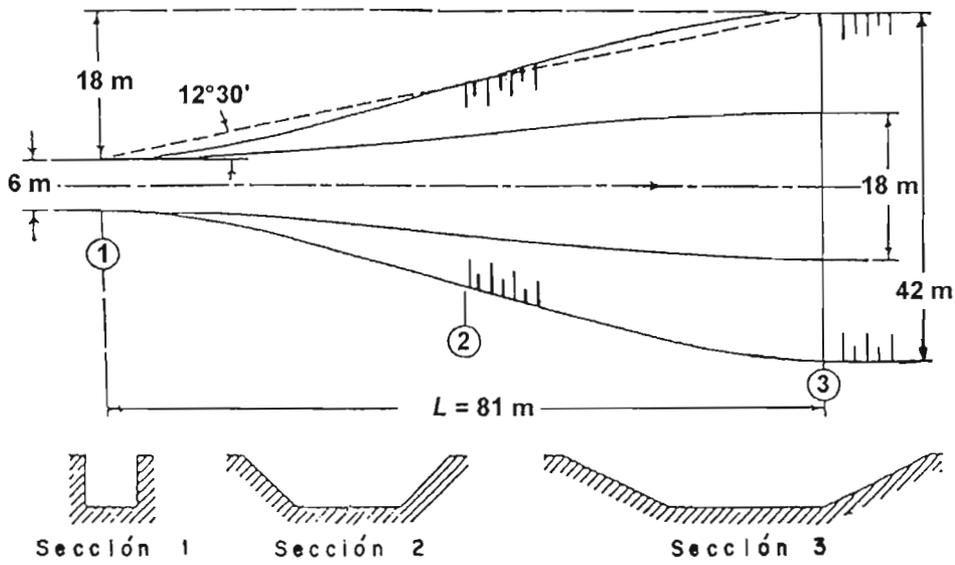
$$(18 / 3 - 6 / 5) / 2 = 2.4 \text{ m, su longitud}$$

$$L = \frac{2.4}{\tan 3.5^\circ} = 39.24 \text{ m}$$

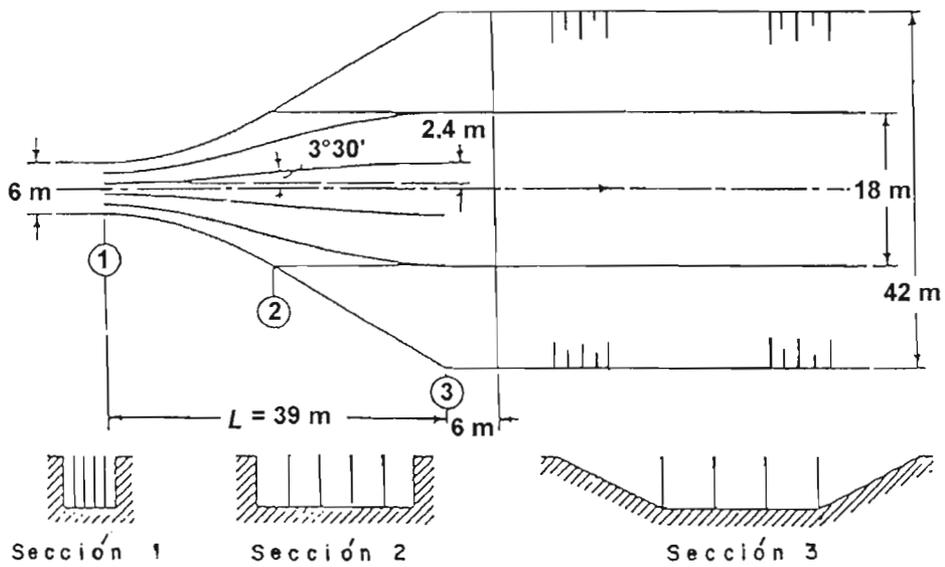
que es sólo 18% menor que la de Vittal-Chiranjeevi.

Los muros correctores deben tener un espesor de 0.30 m a 0.45 m por razones estructurales y es evidente que un aumento en el número de ellos reduce en forma importante la sección inicial sin disminuir mucho la longitud de la transición. Por el contrario, un menor número de muros produce un incremento considerable de la longitud. En este caso, se eligió un total de cuatro, siendo siempre conveniente un revestimiento adicional del orden de 6 m más allá del extremo final de los muros correctores para proteger el fondo.

La eficacia de los muros correctores encontrada experimentalmente por Rouse (1950) fue mejor que de la transición alabeada convencional. De hecho, la longitud de 81 m en la última no fue suficiente para evitar la separación, siendo la velocidad local máxima en la sección final del orden de 2.5 veces la media calculada contra 1.1 veces la medida en el caso del diseño con base en muros correctores.



a) Diseño estándar



b) Diseño con muros guía

Figura 5.5 Comparación de los diseños en el ejemplo 5.1, según Rouse (1950)

CONCLUSIONES

Se ha presentado un análisis de las transiciones que no actúan como controles, en las cuales el flujo es subcrítico y se mantiene a lo largo de ellas. Este análisis incluye ejemplos numéricos de transiciones para unir canales artificiales con secciones transversales de forma y dimensiones distintas, para lo cual se presentaron las investigaciones teóricas y experimentales que se han hecho al respecto.

El tratamiento teórico del flujo en las transiciones se basó en la aplicación de los principios de continuidad, energía y *momentum*, los cuales permitieron determinar el tirante antes de la transición así como la magnitud de la pérdida de energía que se produce por la conversión de la velocidad, elemento muy importante en este tipo de obras.

En los ejemplos propuestos se aplicaron los principios mencionados para cuantificar las características del flujo en la transición y determinar la forma de las secciones de estudio.

En lo referente a los coeficientes de pérdida en transiciones bruscas, algunos de ellos fueron obtenidos especialmente para este trabajo. Es el caso del coeficiente k_C de pérdida debido a una contracción brusca en canal rectangular, cuando la pérdida se evalúa con la ecuación de Hinds, tabla 2.1 y figura 2.2.

También se obtuvieron los coeficientes por contracción sobre un escalón ascendente que controla a un salto hidráulico en canal rectangular, ecuaciones 3.6 y 3.13. Como aplicación inmediata se sugirió el diseño de tanques de amortiguación en sección trapecial. Cabe señalar que esta investigación se presentó en forma de ponencia en congresos nacionales e internacionales como parte de los Trabajos de Investigación I y II contemplados en el programa de maestría. Uno de estos trabajos recibió por parte del

Colegio de Ingenieros Civiles de México el Premio José A. Cuevas al mejor artículo técnico del año 2002, Sotelo y Ocampo (2002).

En cuanto a las transiciones graduales se presentó el estudio de los coeficientes de pérdida y de las recomendaciones sobre el diseño de su geometría.

Se presentó el diseño de transiciones graduales entre acueductos con flujo a superficie libre. El diseño hidráulico de la transición gradual en régimen subcrítico consistió en predecir las condiciones del flujo en el acueducto antes y después de la transición y determinar la forma de las fronteras de la transición y de las condiciones del flujo en su interior. Al analizar las características del flujo en el conducto y su posible influencia en el canal, se determinó que son tres los diferentes tipos de problemas que pueden presentarse y la solución de éstos se trató en el subcapítulo 4.3.2.

Se mostraron algunos criterios existentes para el diseño geométrico de las transiciones graduales, sobre la base de que un buen diseño es el que tiene la pérdida mínima de energía acorde con la conveniencia del proyecto y su construcción.

Se presentó el caso del diseño de una transición gradual entre un canal y un sifón invertido.

La longitud de las transiciones es un aspecto importante a considerar en el diseño, por lo que se ha propuesto la utilización de muros verticales divisorios que guían y controlan localmente la separación del flujo y reducen la pérdida y la longitud al mínimo, logrando una distribución de la velocidad lo más uniforme posible.

Se mostró que la utilización de estos muros debe hacerse siempre y cuando se produzcan mejores condiciones de funcionamiento y que el costo agregado se compense con una mayor reducción de la longitud de la transición, sobre todo cuando hay condiciones desfavorables de cimentación.

El trabajo en general puede ser considerado como material de consulta para el ingeniero civil cuando se requiere diseñar este tipo de obras hidráulicas, a su vez puede ser aprovechado por los profesores como material didáctico en asignaturas que contemplan temas de obras hidráulicas, canales, captaciones y conducciones, pues se ofrecen ejemplos de apoyo que ilustren al alumno.

REFERENCIAS

1. Chaturvedi R. S. "Expansive subcritical flow in open channel transitions", Journal of Institution of Engineers, civil Engineering Division, India, volumen 43, mayo 1963.
2. Domínguez F. J. "Hidráulica", Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Editorial Universitaria, Cuarta Edición, 1974.
3. Formica G. "Esperienze preliminari sulle perdite di carico nei canali dovute a cambiamenti di sezione" L'Energia elettrica, Milán, volumen 32, número 7, julio 1955.
4. Forster J. W. y Skrinde R. A. "Control of the Hydraulic jump by sills", Transactions of the American Society of Civil Engineers, volumen 115, páginas 973 a987, 1950.
5. Fouladi Nashta C., Garde R. J. "Subcritical flow in rigid-bed open channel expansions", Journal of Hydraulic Research, International Association for Hydraulic Research, volumen 26, número 1, 1988.
6. Hager W. H. y Bretz N. V. "Hydraulic jump at positive and negative steps", Journal of Hydraulic Research, International Association for Hydraulic Research, volumen 24, número 4, 1986
7. Hinds J. "The hydraulic design of flume and siphon transitions", Transactions of the American Society of Civil Engineers, volumen 92, páginas 1423 a1459, 1928.
8. Lesbros y Escande, "Recherches sur l'écoulement de l'eau a l'entrée d'un canal d'ouvert", G Civil, memoria presentada a la Academia de Ciencias de París, 2 y 9 de marzo de 1940.
9. Mitra A. C. "Uttar Pradesh P. W. D. "Irrigation Manual", número 9, 1940

-
10. Naudascher E. "Hydraulik der Gerinne und Gerinne bauwerke" segunda edición, Springer Verlag, Viena y Nueva York, 1992.
 11. Rouse H. "Engineering Hydraulics" John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1950.
 12. Simmons Jr. W. P. "Hydraulic design of transitions of small canals", Engineering Monograph, número 33, U.S. Department of Interior, Bureau of Reclamation. Denver Co., 1965.
 13. Sotelo A. G. "Cálculo de tanques de amortiguación de sección trapecial", Revista Ingeniería Hidráulica en México, número 1, volumen XV, México, enero 1961.
 14. Sotelo A. G. "Hidráulica de canales", México, UNAM, Facultad de Ingeniería, 2001.
 15. Sotelo A. G. y Ocampo G. N. "Pérdida de energía en un escalón ascendente después de un salto hidráulico", Memorias del XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, del Comité Regional Latinoamericano de la Asociación Internacional de Investigaciones e Ingeniería Hidráulica (IAHR), Brasil, 2004.
 16. Sotelo A. G. y Ocampo G. N. "Un método de diseño de tanques de amortiguación en sección trapecial", Memorias del XX Congreso Latinoamericano de Hidráulica, del Comité Regional Latinoamericano de la Asociación Internacional de Investigaciones e Ingeniería Hidráulica (IAHR), Cuba, 2002.
 17. Vittal N., Al-Muttair F., Abu-Sharekh M. S. "Hydraulic design of flume acueducts" American Society of Civil Engineers, Journal of Hydraulic Engineering, volumen 119, número 2, páginas 284 a 289, febrero 1993.
 18. Vittal N., Chiranjeevi V. V. "Open channel transitions: Rotational method of design" American Society of Civil Engineers, Journal of Hydraulic Engineering, volumen 109, número 1, páginas 99 a 115, enero 1983.