



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

MODELACION MATEMATICA DEL MEZCLADO
EN HORNOS - OLLA AGITADOS CON GAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO QUIMICO METALURGICO

P R E S E N T A :

INOCENCIO HUGO NAVA RAMOS



MEXICO, D.F.



EXAMENES PROFESIONALES
FACULTAD DE QUIMICA

2005

0350261



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).


El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado Asignado:

PRESIDENTE:	Profr. Eusebio Cándido Atlatenco Tlapanco
VOCAL:	Profr. José Alejandro García Hinojosa
SECRETARIO:	Profr. Marco Aurelio Ramírez Argáez
1er. Suplente:	Profr. Carlos González Rivera
2do. Suplente:	Profr. Adrián Manuel Amaro Villeda

Sitio donde se desarrolló el tema:

Edificio "D" de la facultad de Química, UNAM

Asesor del tema: Dr. Marco Aurelio Ramírez Argáez 

Sustentante: Inocencio Hugo Nava Ramos



Agradecimientos

A mamá:

Porque eres lo más grande que tengo, por tu apoyo y confianza en mí, por enfrentarte a tantas cosas para que esto se realizara, tus esfuerzos no fueron vanos.

A Natalia :

Por tu gran amor, comprensión e invaluable apoyo en todo momento.
для тебя моя красивая и любимая девушка

A mis hermanos Rosario, Alba, Isidro, Jesús, Noemí, Carlos, Arturo y Aline:

Por los buenos momentos que junto a ustedes he pasado, a pesar de todo.

A mis sobrinas Fany, Sharon, Alondra, Cynthia y Navila:

Porque ustedes son de lo más hermoso que tiene la familia.

A mi sobrino Luis Héctor:

Por ser de lo más amado que tengo.

A Jaime Ortega:

Por tu amistad, paciencia y enorme ayuda, ya que sin ella no hubiera aprendido mucho de lo que sé hoy.

A la familia Muñoz Reyna:

Por tantos años de amistad y por abrirme las puertas de su hogar.

A la familia Gutiérrez Granados:

Por ser también parte de ustedes.

A David, Mayra, Pável, Esteban, Mónica, Sandra, Carlos (POS), Adriana, Christian, Mauricio, Alfredo, Blanca, Ángel, Antonio (MIB), Ángel (Huerta), Javier, Roberto (maldad), Pablo (Mestas), Ariel (Rey), Yanis y demás miembros del EE.

Por ser mi segunda familia y compartir tantas experiencias, tantas discusiones pero sobre todo por estar unidos en el EE por tanto tiempo.

A Edith:

Por la confianza que depositaste en mí y ser una verdadera amiga.

A Gaby, Claudia (juanchis), Ivett, Ruth y Antonio:

Por su apoyo, amistad, compañerismo y tolerancia.

A Oscar y Bárbara:

Por tantos buenos ratos de charla en el laboratorio de simulación y por demostrarme su gran valía.

A Arturo O., Jorge R., Elizabeth, Claudia, Alma, Ailed y tantos otros buenos compañeros de metalurgia y la facultad.

A Roberto Mota, Miguel Ángel, Fernando y demás miembros de la Real Fuerza Ebria: Ojalá pronto nos volvamos a reunir como siempre había sido.

A Carolina, Estela y Sonia:

Por su naciente amistad.

Al Dr. Enrique Geffroy:

Por brindarme la oportunidad de trabajar con usted y abrirme las puertas del IIM.

A mis profesores de la facultad, especialmente a los Doctores Martín Rivera y Antonio Barrera:

Por su apoyo en mi aprendizaje y por saber escucharme fuera de las aulas.

Al Dr. Marco Aurelio Ramírez:

Por su increíble paciencia hacia mí, por su conocimiento compartido, como profesor de asignatura y como asesor.

Al Dr. Carlos González Rivera:

Por su confianza al darme la oportunidad de trabajar en el proyecto de IMSALUM.

A la UNAM y especialmente a la Facultad de Química:

Por la gran cantidad de personas valiosas que por ellas han pasado.

A lo vivido en los años 99-2000:

Por la enorme fuente de aprendizaje y enriquecimiento personal que significó. Porque sigo llevando lo que he sido.

Наталья Трынкина:

Спасибо за тебою дружбу

Al Maestro Miguel Reyes:

Por sus valiosas enseñanzas.

A los “Tuches” de la prepa 9, Janet Huitrón, Janeth Hdz., Pilar, Pablo y Susana:

Por lo que en ese periodo vivimos juntos, que la vida les sonría donde sea que se encuentren.

Al proyecto PAPIIT IN118105:

Por las facilidades otorgadas para la realización de este trabajo.

Por último, y no menos importante... A mí mismo.

Esta tesis está dedicada con mucho cariño a la memoria del Profesor Alejandro Gutiérrez Laguna.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Perfil económico de la producción de acero en México	1
1.2. La producción de acero	2
1.2.1. Ruta integrada	2
1.2.2. Ruta no integrada	4
1.3. Metalurgia de olla	4
1.4. Mezclado	6
1.5. Justificación	7
1.6. Objetivos	8
2. Antecedentes de la modelación matemática de ollas agitadas con gas	10
2.1. Modelos Físicos	11
2.2. Modelos matemáticos	12
2.3. Estudios combinados	16
3. Modelo matemático	19
3.1. Suposiciones simplificadoras	19
3.2. Ecuaciones gobernantes	20
3.2.1. Ecuación de continuidad	20
3.2.2. Conservación de momentum para cada fase	21
3.2.3. Ecuación de conservación de especies químicas	22

3.2.4. Ecuaciones del modelo de turbulencia $K - \epsilon$	22
3.3. Condiciones de frontera	25
3.4. Propiedades físicas y de transporte	27
4. Metodología	28
4.1. Equipo utilizado	28
4.2. Breve descripción del método numérico de volumen de control	28
4.3. Software utilizado	29
4.3.1. Función de $Q1$	30
4.3.2. Función del archivo <i>Ground.for</i>	30
4.3.3. Descripción del <i>Satellite</i>	30
4.3.4. Descripción del <i>Earth</i>	30
4.3.5. Descripción del <i>Photon</i>	31
4.3.6. Funciones de los archivos <i>result</i> y <i>phi</i>	31
4.4. Validación	31
4.4.1. Validación para campos de flujo	32
4.4.2. Validación para los tiempos de mezclado	33
4.5. Corridas en computadora	34
5. Resultados	37
5.1. Efecto del flujo de gas	37
5.1.1. Patrones de flujo	37
5.1.2. Contornos de fracción de volumen de gas	38
5.1.3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta	39
5.1.4. Tiempo de mezclado	39
5.2. Efecto de la posición de inyección	42
5.2.1. Patrones de flujo	42
5.2.2. Contornos de fracción de volumen de gas	43

5.2.3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta	43
5.2.4. Tiempos de mezclado	45
5.3. Efecto del tamaño de burbuja	45
5.3.1. Patrones de flujo	45
5.3.2. Contornos de fracción de volumen de gas	46
5.3.3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta	46
5.3.4. Tiempos de mezclado	49
5.4. Efecto del número de tapones	49
5.4.1. Patrones de flujo	49
5.4.2. Contornos de fracción de volumen de gas	50
5.4.3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta	52
5.4.4. Tiempos de mezclado	54
6. Análisis de resultados	55
6.1. Discusión de resultados	55
6.1.1. Efectos del flujo de gas	55
6.1.2. Efecto de la posición de inyección	58
6.1.3. Efecto del tamaño de burbuja	60
6.1.4. Efecto del número de tapones	61
6.2. Correlación obtenida	64
6.3. Comparación con otras correlaciones	66
7. Conclusiones	69
Notación del modelo	71
Bibliografía	74

Índice de figuras

1.1. Esquema de un alto horno.	3
1.2. Esquema de un horno-olla.	5
3.1. Esquema del sistema empleado.	26
4.1. Campo de flujo experimental obtenido por Oeters y Mietz [2] con inyección de 1 l/s a 2/3 del radio.	32
4.2. Campo de flujo obtenido por nuestro modelo a las mismas condiciones que el de Oeters y Mietz.	32
4.3. Campo de flujo experimental de la pluma de gas obtenido por Oeters y Xie [16] con inyección de 0.5 l/s de gas a 1/2 del radio.	33
4.4. Campo de flujo obtenido por nuestro modelo a las mismas condiciones que el de Oeters y Xie.	33
4.5. Comparación de tiempos de mezclado entre las mediciones de Oeters [2] y predichas por el modelo en el punto de medición superior.	34
4.6. Comparación de tiempos de mezclado entre las mediciones de Oeters [2] y predichas por el modelo en el punto de medición inferior.	35
5.1. Patrones de flujo en planos longitudinales. A)0.675 l/s B)0.564 l/s, C)0.453 l/s, D)0.339 L/s, E)0.225 l/s	38

5.2. Patrones de flujo en planos transversales. A)0.675 l/s B)0.564 l/s, C)0.453 l/s, D)0.339 L/s, E)0.225 l/s 39

5.3. Contornos de fracción de volumen de gas A) 0.675 l/s, B)0.573 l/s, C) 0.453 l/s, D) 0.339 l/s, E) 0.225 l/s 40

5.4. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales, A) 0.675 l/s, B)0.573 l/s, C) 0.453 l/s, D) 0.339 l/s, E) 0.225 l/s 40

5.5. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos transversales: A) 0.675 l/s, B)0.573 l/s, C) 0.453 l/s, D) 0.339 l/s, E) 0.225 l/s 41

5.6. Efecto del flujo de gas sobre el tiempo de mezclado (en segundos). 41

5.7. Patrones de flujo en planos longitudinales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio. 42

5.8. Patrones de flujo en planos transversales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio. 43

5.9. Contornos de fracción de volumen de gas en planos longitudinales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio. 44

5.10. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio. 44

5.11. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos transversales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio. 45

5.12. Efecto de la posición de inyección sobre el tiempo de mezclado. 46

5.13. Patrones de flujo en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m 47

5.14. Patrones de flujo en planos transversales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m 47

5.15. Contornos de fracción de volumen de gas en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m 48

5.16. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m 48

5.17. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos transversales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m 49

5.18. Tiempos de mezclado conseguidos al variar el diámetro de burbuja. 50

5.19. Patrones de flujo en planos longitudinales obtenidos al variar el número de tapones colocados a 2/3 del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones, D) Otra vista del caso de tres tapones. 51

5.20. Patrones de flujo en planos transversales obtenidos al variar el número de tapones colocados a 2/3 del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones, D) Otra vista del caso de tres tapones. 51

5.21. Contornos de fracción de volumen de gas en planos longitudinales obtenidos al variar el número de tapones colocados a 2/3 del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones. 52

5.22. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales obtenidos al variar el número de tapones colocados a 2/3 del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones en el plano de simetría D) tres tapones en los planos que contienen a los dos tapones no vistos en C). 53

5.23. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos transversales obtenidos al variar el número de tapones colocados a 2/3 del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones. 53

5.24. Efecto del número de tapones sobre el tiempo de mezclado. 54

6.1. Campos de flujo obtenidos en los casos extremos de la inyección de gas en la planos longitudinales, A)Flujo máximo de 0.675 l/s, B)Flujo mínimo de 0.225 l/s 55

6.2. Fracciones de gas obtenidas en los casos extremos de la inyección de gas en la planos longitudinales, A)Flujo máximo de 0.675 l/s, B)Flujo mínimo de 0.225 l/s 56

6.3. Viscosidades cinemáticas turbulentas obtenidas en los casos extremos de la inyección de gas en la planos longitudinales, A)Flujo máximo de 0.675 l/s, B)Flujo mínimo de 0.225 l/s 57

6.4. Campos de flujo longitudinales obtenidos en los casos de inyección de gas: A)a 2/3 del radio, B)a 1/3 del radio. 58

6.5. Fracciones volumétricas de gas en planos longitudinales obtenidos en los casos de inyección de gas: A)a 2/3 del radio, B)a 1/3 del radio. 58

6.6. Viscosidades cinemáticas turbulentas obtenidas en los casos de inyección de gas: A)a 2/3 del radio, B)a 1/3 del radio. 59

6.7. Campos de flujo en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja A)0.015 m, B)0.001 m. 60

6.8. Fracciones volumétricas de gas en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja A)0.015 m, B)0.001 m.	60
6.9. Viscosidades cinemáticas turbulentas en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja A)0.015 m, B)0.001 m.	61
6.10. Campos de flujo en el plano de simetría longitudinal obtenidos en los casos de inyección con A)un tapón, B)Tres tapones	62
6.11. Fracciones volumétricas de gas obtenidas en los casos de inyección con A)Tres tapones, B)Un tapón	62
6.12. Viscosidades cinemáticas turbulentas obtenidas en los casos de inyección con A)un tapón, B)Tres tapones	63
6.13. Dispersión de la correlación obtenida, el eje y corresponde a los tiempos de mezclado calculados directamente del modelo, en tanto que el eje x corresponde a los tiempos de mezclado calculados con la correlación. Las unidades en ambos ejes son segundos.	66
6.14. Comparación de las correlaciones de este trabajo con las de Nakanishi y Themelis.	68

Índice de tablas

2.1. Correlaciones para el tiempo de mezclado obtenidas con modelos físicos.	13
2.2. Estructura de los distintos tipos de modelos matemáticos.	14
3.1. Valores de las constantes usadas en el modelo.	23
3.2. Valores de las condiciones de frontera del modelo.	27
3.3. Propiedades del agua y del aire usadas en el modelo.	27
4.1. Condiciones de las simulaciones efectuadas	36
6.1. Valores de cada una de las variables de los casos analizados.	65
6.2. Relaciones usadas para la comparación de los tiempos de mezclado, Q flujo de gas, T_l temperatura del líquido (298 K), W peso en toneladas, L nivel del líquido en la olla.	67
6.3. Tiempos de mezclado en segundos obtenidos con tres correlaciones distintas para los mismos flujos de gas inyectados.	67
6.4. Comparación de los exponentes del flujo de gas entre varias correlaciones.	68

Capítulo 1

Introducción

1.1. Perfil económico de la producción de acero en México

Nuestro país cuenta con una industria siderúrgica que genera un total de 52 500 fuentes de empleos directos y 550 000 indirectos. Esta industria es la primera consumidora de electricidad y gas natural al consumir el 7% de la producción nacional de electricidad y 21.9% de la producción de gas natural y ocupa el 9.8% de la capacidad de carga de Ferrocarriles Nacionales.

En los últimos 4 años la producción anual de acero ha permanecido constante en 18.9 millones de toneladas y con una utilización de la capacidad instalada total del 80.2%. Por otro lado, las inversiones en el sector se ubicaron hasta el año de 1998 en unos 7 402 millones de dólares para fortalecer y modernizar su capacidad productiva, orientándose hacia la consolidación de su capacidad competitiva. En el periodo 1999-2002, el sector mantuvo su programa de inversiones en modernización y ampliaciones para ubicarse en 1 360 millones de dólares.

Por estos datos, podemos ubicar a la industria siderúrgica como una industria importante en el ámbito económico nacional.

1.2. La producción de acero

El primer paso para lograr la transformación masiva del arrabio en acero lo dió el inglés Henry Bessemer en 1856. La idea de Bessemer era simple: eliminar las impurezas del arrabio líquido y reducir su contenido de carbono mediante la inyección de aire en un reactor llamado convertidor que transforma al arrabio en acero. Se trata de una especie de crisol, donde se inyecta aire soplado desde la parte inferior, que a su paso a través del arrabio líquido logra la oxidación de carbono. Así, el contenido de carbono se reduce del 4 o 5 por ciento a alrededor de un 0.5 por ciento en peso. Además, el oxígeno reacciona con las impurezas del arrabio produciendo escoria que sube y flota en la superficie del acero líquido.

1.2.1. Ruta integrada

Esta ruta integrada parte de la extracción de mineral de hierro hasta la generación de productos semiterminados (lámina, perfiles, alambros, varilla, etc.). El proceso se puede dividir en dos grandes etapas. La primera consiste en transformar el mineral de hierro de las minas en arrabio y el segundo en convertir el arrabio en acero. En un alto horno, cuyo esquema se presenta en la figura 1.1, se logra la transformación del mineral de hierro en arrabio. Este tipo de horno es el que tienen actualmente la Siderúrgica Lázaro Cárdenas-Las Truchas, en la costa del Pacífico de Michoacán; Altos Hornos de México, en Coahuila; y el que tenía la Fundidora de Monterrey que cerró hace algunos años. También este tipo de hornos fueron los que, abatidos por las recientes sacudidas tecnológicas, cayeron dinamitados a principios de 1986 en la Bethlehem Steel Corporation de Pennsylvania, USA.

En el alto horno, el aire caliente sirve para producir la combustión del coque y para elevar la temperatura. El oxígeno del aire se combina con el carbono para producir el monóxido de carbono que, a su vez, reacciona y reduce al óxido de hierro para producir hierro y dióxido de carbono. Al salir del alto horno, los gases producidos por la reacción del aire caliente con el coque y el mineral de hierro no están totalmente quemados. Es común, que una cuarta parte de la mezcla de gases salientes sea monóxido de carbono. Este gas todavía puede quemarse,

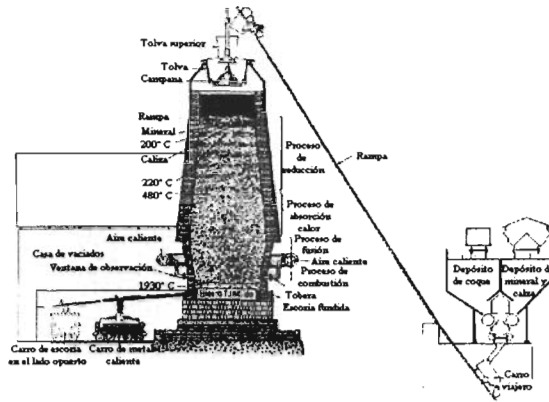


Figura 1.1: Esquema de un alto horno.

es decir, oxidarse, y el calor producido es aprovechable en el calentamiento del soplo del aire que entra. Con esto se logra además un beneficio para el ambiente al reducir las emisiones de monóxido de carbono.

Los convertidores de arrabio en acero ya no son como los de Bessemer y sus contemporáneos, conocidos generalmente por sus iniciales en inglés, los convertidores BOF (basic oxygen furnace) logran la refinación del arrabio empleando la misma idea de Bessemer para eliminar las impurezas y el exceso de carbono por oxidación, además de aprovechar el calor de la oxidación como fuente de energía para mantener líquido al metal. En lugar del soplo de aire que utilizaba Bessemer, en los BOF la oxidación se hace directamente con oxígeno inyectado generalmente por encima del baño.

Todo parece indicar que el alto horno está viviendo su ocaso. La competencia ha forzado a las plantas acereras integradas a crecer, a buscar la producción en gran escala. Su tamaño, ahora con capacidad de producir de 5000 a 10000 toneladas de arrabio por día, las ha hecho muy vulnerables. Estas plantas no pueden detener su operación so pena de sufrir enormes pérdidas económicas o daños irreversibles. En forma sumamente onerosa han tenido que enfrentar problemas de liquidez financiera, de abastecimiento confiable de materias primas y de continuidad

en la relación laboral. El suministro de coque también se constituye como un problema mayor. Durante más de 250 años la industria siderúrgica ha consumido cantidades colosales de carbón mineral. Naturalmente, los mejores yacimientos de carbón se han agotado, el coque es ahora escaso, caro y de baja calidad.

1.2.2. Ruta no integrada

Un competidor implacable de las grandes plantas integradas (que parten del mineral de hierro y terminan con productos acabados de acero) ha surgido de los miles de millones de toneladas de acero que ellas mismas han producido. La chatarra es hoy una materia prima nada despreciable para la fabricación de acero, que suele aprovecharse en plantas pequeñas conocidas como mini acerías, donde la chatarra se funde en hornos de arco eléctrico. Técnicamente, su sistema de operación es muy sencillo. La materia prima se consigue con un buen proveedor de chatarra capaz de asegurar un suministro regular. Esto no es nada fácil porque las fuentes de chatarra son muy irregulares. Un buen chatarrero debe además distinguir entre los distintos tipos de chatarra disponible. La chatarra de primera es aquella, que viene en trozos chicos en relación con el tamaño del horno, de buen grosor con pocos elementos indeseables como el cinc de los galvanizados, por ejemplo. Las piezas de acero grandes no son tan atractivas para los chatarreros porque su manejo es difícil y porque dejan mucho espacio vacío entre una y otra pieza. Del método de producción de acero, pasamos al proceso de refinación en el horno olla.

1.3. Metalurgia de olla

La manufactura primaria del acero se lleva a cabo en convertidores (BOF) o en hornos de arco eléctrico. Estos hornos se usan sólo para la fusión y producción de acero Líquido, mientras que todos los demás objetivos metalúrgicos, tales como la desoxidación, adición de aleantes, homogeneización química y térmica del acero, purgado y ajuste de temperatura se llevan a cabo en la olla. Un objetivo común que se persigue dentro de todas las variantes de la metalurgia de olla es el de mejorar la limpieza del acero líquido. La limpieza se basa en producir acero

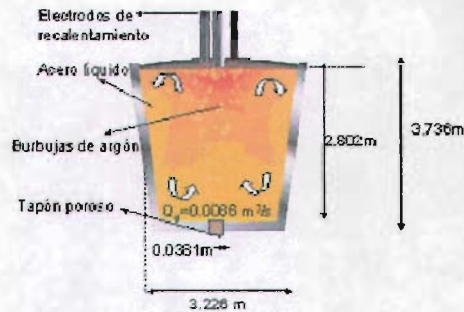


Figura 1.2: Esquema de un horno-olla.

libre de inclusiones no metálicas y con bajas cantidades de elementos residuales nocivos a las propiedades mecánicas del acero. Debido a que muchas inclusiones en los aceros son óxidos o sulfuros es necesario, para la producción de aceros limpios, reducir el contenido de azufre y oxígeno tanto como sea posible.

Los objetivos que persigue la refinación secundaria son:

- Control de gases: La eliminación de los gases disueltos en el baño de acero, siendo primordial disminuir la concentración de hidrógeno y oxígeno.
- Obtener bajos contenidos de azufre (por debajo del 0.010%).
- Microlimpieza, esto es, la remoción de inclusiones no metálicas indeseables, principalmente óxidos y sulfuros.
- Control de la morfología de las inclusiones, debido a que no es posible quitar los óxidos completamente. Este paso permite cambiar la morfología de dichas impurezas para obtener un acero terminado con propiedades mecánicas adecuadas.

Dado que en estos fenómenos interviene el transporte de masa, el baño se agita mediante la inyección de argón, un gas insoluble e inerte en el acero, con lo que los mecanismos de transporte se aceleran. Un parámetro comúnmente usado para medir la eficiencia de la agitación en este reactor metalúrgico es el tiempo de mezclado, definido como el tiempo requerido para alcanzar

un $\pm 5\%$ de la concentración de equilibrio del soluto, siendo lo óptimo alcanzar tal requerimiento en el menor tiempo posible.

1.4. Mezclado

La eficiencia intrínseca de muchas operaciones químicas en la refinación de acero, están íntimamente relacionadas con el fenómeno de mezclado. El mezclado promueve las reacciones al atraer a los reactantes hacia los sitios de reacción (intercara metal-escoria, intercara gas-metal), también influye en mejorar y lograr la uniformidad en la concentración de solutos y de la temperatura.

La relación entre el mezclado con una cinética alta durante la reacción es importante tanto en los sistemas homogéneos como en los heterogéneos. El problema representa dos aspectos superpuestos: uno lo constituye el *estado de segregación*; es decir, si la mezcla se efectúa a escala microscópica o macroscópica, y el otro lo constituye precisamente el *tiempo de mezclado*, o el tiempo en el que tarda en efectuarse la mezcla.

Considerando en primer término el estado de segregación del fluido, podemos considerar que un líquido se puede comportar de dos maneras distintas: una es como lo imaginamos normalmente, es decir, moléculas individuales moviéndose libremente en su seno y chocando e intermezclándose unas con otras. A este líquido se le denomina *microfluido*. En la segunda forma, el líquido lo constituyen pequeños paquetes conteniendo gran cantidad de moléculas. A este tipo se le denomina *macrofluido*. Cualquier fluido cuyo comportamiento se ubique entre los dos anteriores se denomina *parcialmente segregado*, por lo que un microfluido no presenta segregación alguna y un macrofluido está segregado completamente. Un fluido real presenta un grado mayor o menor de segregación de acuerdo con sus propiedades y con el tipo de mezcla que se esté efectuando.

En cuanto al régimen de flujo, sabemos que existen claras diferencias entre las características del flujo laminar y del turbulento. En la capa límite laminar, el movimiento del fluido es altamente ordenado y es posible identificar las líneas de flujo a lo largo de las cuales se mueven

las partículas. El movimiento de un fluido a lo largo de una línea de flujo se caracteriza por sus componentes de velocidad. Como hay un componente de la velocidad en la dirección normal a la superficie, éste contribuirá de manera significativa a las transferencias de momentum, energía o masa a través de la capa límite. En cambio, el movimiento del fluido en una capa límite turbulenta es altamente irregular y se caracteriza por fluctuaciones temporales de la velocidad. Estas fluctuaciones aumentan la transferencia de momentum, energía y especies y, por consiguiente, aumenta la fricción de la superficie así como la transferencia de masa y energía por convección. La mezcla del fluido que resulta de las fluctuaciones produce espesores de la capa límite turbulenta más grandes y perfiles en la capa límite (velocidad, temperatura y concentración) más planos que en el flujo laminar.

El grado de segregación afecta esencialmente a la mezcla a nivel molecular, mientras que el tiempo de mezclado se afecta por el tipo de régimen de flujo global a través del recipiente.

1.5. Justificación

En el mundo globalizado actual, donde las fronteras económicas se han borrado, solo aquellos productos que cumplan con las especificaciones de calidad a un menor costo y cuidando el medio ambiente serán colocados en los mercados. Es decir, las empresas competitivas sobrevivirán y aquellas no competitivas desaparecerán. La industria del acero es un ejemplo de cómo la alta competencia ha modificado los niveles de producción en los distintos países. En México, la industria ha perdido competitividad y muchas de las plantas nacionales han quebrado o han sido absorbidas por grandes empresas globales. La principal razón es su baja competitividad, que se ve reflejada en productos de bajo nivel agregado, altos costos de producción asociados a elevados consumos energéticos, etc.. Una manera de incrementar la competitividad de las empresas es desarrollar ciencia y tecnologías propias, basadas en principios rigurosos que gobiernan los procesos de fabricación de acero. Particularmente, la metalurgia secundaria del acero juega un papel fundamental en la calidad final del acero por lo que se requiere de su control y optimización, ya que es la etapa en donde se eliminan inclusiones no metálicas así como elementos

residuales nocivos (se desulfura y desoxida) para las propiedades mecánicas y físicas del acero, se homogeniza química y térmicamente al acero, y se ajusta la composición química. Sin embargo, el control y optimización de la refinación del acero es muy complejo, ya que las condiciones agresivas de operación (temperaturas mayores a 1550°C y opacidad visual) hacen prácticamente imposible medir directamente las características fundamentales del proceso, tales como temperatura, energías de agitación, patrones de flujo, mezclado etc., siendo el único control real la medición de la composición química en un punto del baño. Es por esto que la ingeniería de procesos a través de las técnicas de modelación física y matemática se han convertido en herramientas de análisis de procesos muy populares para investigar a detalle la fenomenología que ocurre en la olla. Modelos físicos isotérmicos basados en agua y aire para simular la inyección de argón en acero se han construido siguiendo criterios de similitud geométrica, cinemática y dinámica para visualizar la fluidinámica en estas ollas agitadas con gas. También la modelación matemática en computadora empleando códigos que desarrollan cálculos complejos de flujo de fluidos bifásicos sirven para este propósito y son complementados con modelos físicos que sirven para validar a los matemáticos. Son estas las razones que nos motivan a realizar modelación matemática de ollas agitadas con gas, siendo en esta tesis la modelación de un modelo físico agua-aire a 1/6 de una olla industrial, la cual se construirá en fecha próxima como parte de un proyecto académico integral que trata de estudiar fenómenos tales como el mezclado y la remoción de inclusiones que han sido poco abordados en la literatura especializada. Particularmente, el estudio del mezclado ha recibido atención en años recientes, enfocándose en el concepto de tiempo de mezclado, aplicado como una representación del estado de agitación, y por tanto, en las operaciones del horno olla, un índice de la eficiencia del proceso de refinación.

1.6. Objetivos

El principal objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo matemático riguroso que simule el sistema bifásico de una olla agitada con gas para un modelo físico agua-aire. El modelo matemático se constituye como una herramienta en el análisis del proceso, para lo cual se toma

al tiempo de mezclado como un parámetro que indica la eficiencia de la refinación, ya que un buen mezclado está asociado a una elevada cinética de reacciones metal-escoria.

En particular, este análisis del proceso busca entender el efecto de algunas variables del proceso y de diseño sobre el mezclado. Entonces los siguientes objetivos particulares se pueden plantear:

1. Establecer el efecto del flujo de gas sobre el mezclado en ollas agitadas con gas por el fondo.
2. Establecer el efecto de la posición del tapón de inyección en el fondo sobre el mezclado en ollas agitadas con gas.
3. Establecer el efecto del número de tapones empleado para la inyección de gas sobre el mezclado en ollas agitadas con gas.
4. Establecer el efecto del diámetro de las burbujas sobre el mezclado en ollas agitadas con gas por el fondo.

Capítulo 2

Antecedentes de la modelación matemática de ollas agitadas con gas

Un modelo en el ámbito ingenieril lo podemos definir como *una representación de un sistema físico real que se puede usar para predecir el comportamiento del sistema en algún aspecto deseado*. El sistema físico para el que se hacen las predicciones se denomina *prototipo*. Esta definición aplica tanto para los modelos de tipo físico y los modelos de tipo matemático. En la primera categoría, la representación se lleva a cabo en base a la elaboración de un modelo a escala, parecido al prototipo pero de diferente tamaño, cuidando que se cumplan ciertos criterios que se mencionarán posteriormente. Dentro de la segunda categoría de modelos, el estudio se efectúa en base al objetivo del modelo y la definición del problema, lo que le da el nivel de complejidad al mismo. La representación recae en una o en un conjunto de ecuaciones algebraicas o diferenciales que definen el comportamiento del sistema. Éstas ecuaciones son obtenidas en base al aplicar las ecuaciones fundamentales de transporte y conservación, pero también están muy extendidos los modelos que incorporan ecuaciones empíricas obtenidas de modelos físicos, y su uso se justifica cuando es grande la complejidad de los sistemas.

Los diversos modelos que se han aplicado a sistemas líquidos con inyección de gas los podemos clasificar en tres categorías, de acuerdo con la excelente revisión que hicieron Mazumdar y

Guthrie [1] las cuales son:

- Modelos físicos
- Modelos matemáticos
- Estudios mixtos de modelos físicos y matemático

2.1. Modelos Físicos de ollas agitadas con gas

En los últimos 20 años se han hecho numerosos intentos para comprender la fenomenología de la inyección de gases dentro de la olla de refinación de acero y poder así mismo optimizar el proceso reduciendo el tiempo de mezclado (tiempo en el cual todo el baño llega a condiciones de equilibrio). La inyección del gas tiene como objetivos:

- Eliminar gradientes de concentración de solutos.
- Homogenizar la temperatura de todo el baño.
- Acelerar los intercambios metal-escoria.
- Promover la flotación de inclusiones no metálicas hacia la escoria.

En estas investigaciones se han estudiado varios fenómenos como la geometría de la pluma, mezclado del baño líquido y transferencia de calor.

Debido a la opacidad de los sistemas industriales y a las altas temperaturas del proceso, no es cosa sencilla realizar mediciones directamente de planta, para simular dicho sistema se han recurrido a modelos a escala con agua y aire, si es bifásico, o agua, aire y aceite, en los modelos trifásicos, donde estos componentes representan al acero, gas argón y escoria respectivamente.

Lo principal de un modelo físico es que se deben satisfacer algunos requerimientos, bien llamados *criterios de similitud*, de lo contrario el modelo no simularía de manera adecuada lo que sucede en la planta real. Los criterios de similitud que estos modelos deben satisfacer son:

- Similitud geométrica: Relación de dimensiones significativas entre dos sistemas es la misma.
- Similitud cinemática: Si en los sistemas geoméricamente similares, las velocidades en los mismos puntos se relacionan de acuerdo a $\left(\frac{v_x}{v_y}\right)_{modelo} = \left(\frac{v_x}{v_y}\right)_{prototipo}$ y $\left(\frac{v_x}{v_z}\right)_{modelo} =$

$\left(\frac{v_x}{v_z}\right)_{\text{prototipo}}$ (siendo v_x , v_y , y v_z los componentes de las velocidades en dichas direcciones), por ejemplo.

- Similitud dinámica: Si en sistemas geoméricamente similares, aquellos parámetros que representan las relaciones de las fuerzas pertinentes a la situación son iguales, se cumple la similitud dinámica. Por supuesto que esta condición requerirá que entre dos sistemas dinámicamente similares, los números adimensionales pertinentes sean iguales.
- Similitud térmica: La temperatura adimensional debe ser igual.

En nuestro objeto de estudio (mezclado de ollas), las investigaciones ejecutadas hasta ahora han arrojado resultados para diversas variables del proceso en relación al tiempo y la energía de mezclado a través de correlaciones empíricas. En la Tabla 2.1 apreciamos las correlaciones empíricas obtenidas para el tiempo de mezclado. En dicha tabla H es la altura de la olla, D es su diámetro, R es su radio, Q_g es el flujo de gas, ϵ_m es la razón de la energía potencial a la entrada y ν_c es la viscosidad cinemática del líquido.

Las diferentes correlaciones encontradas para el tiempo de mezclado que se aprecian de la Tabla 2.1, son consecuencia de los diferentes flujos de gas empleados, así como de las diversas geometrías de los recipientes y configuraciones de los tapones. Los tiempos de mezclado además fueron medidos con diferentes técnicas experimentales y se aplicaron disímiles criterios para establecer el tiempo de mezclado.

2.2. Modelos matemáticos de ollas agitadas con gas

Se han hecho extensos estudios numéricos sobre varios aspectos de las operaciones de refinación; por ejemplo, la hidrodinámica, transferencia de calor, de masa y turbulencia. Los modelos hidrodinámicos se han llevado a cabo usando tres distintas técnicas numéricas, que son:

- La formulación de densidad variable de una fase quasi-simple.
- Método bifásico lagrangiano-euleriano.
- Método bifásico euleriano.

Investigador	Técnica de medición	Criterio de mezclado	Dimensiones de la olla y flujo de masa	Flujo de gas $\frac{m^3}{s}$	Correlación empírica
Nakanishi [17]	pH	Indefinido	$H = 0.465m$ $D = 0.42m; 64Kg$	0.015 a 0.06	$t_m = 800\epsilon_m^{-0.4}$
Asai [18]	Conductividad eléctrica	99%	$D = 0.405, 0.2$ y 0.10; $H/D=0.5$ a 1 De 0.4 a 52 Kg	De 0.10 a 0.90 para $D=0.405m$ y $H = 0.40m$	$t_m = 274\epsilon_m^{-0.33} H^{-1} R^{1.36}$
Mietz y Oeters [2]	Conductividad y colorímetro	95%	$H=1.0m, D=0.63m;$ 311 Kg	0.038 a 0.29	$t_m = C_i Q_g^{-\eta}$ Donde C_i y η son funciones del trazador y monitoreo
Themelis y Stapurewicz [1]	Foto celda	95%	$H=0.67$ a 1 m $D=0.66m;$ 310 kg	0.13 a 0.96	$t_m = 164\epsilon_m^{-0.39} H^{0.39}$
Krishnamurth y Ghosh [3]	Conductividad eléctrica	99.9%	$H=0.1$ a 0.45m $D=0.48m;$ 81 Kg. máx.	0.11 a 2.67	$t_m = C_i Q_g^{-\eta}$ Donde C_i y η son funciones del régimen de flujo y nivel de líquido
Mazumdar y Guthrie [4]	Conductividad eléctrica	95%	$H=0.5$ a 1.1m $D=1.12;$ 1000kg	0.012 a 0.06	$t_m = 37\epsilon_m^{-0.33} H^{-1} R^{1.66}$
Sinha y McNallan [1]	pH	97.7%	$H=0.48m$ $D=0.45m;$ 76kg	0.02 a 0.4	$t_m = 692\epsilon_m^{-0.89}$
Tatkasuka e Iguchi [5]	Conductividad eléctrica	95%	$H=0.4$ a 0.8m $D=0.125$ a 0.4m	0.0024 a 0.048	$t_m = 8.13 Q_g^{-0.39} H^{0.33} D^{1.27} \nu_c^{0.33}$
Iguchi y Tsujino [6]	Conductividad eléctrica	95%	$H=0.25$ a 0.39m $D=0.14$ a 0.25m	0.0024 a 0.048	$t_m = 1200 Q_g^{-0.47} H^{-1} D^{1.97} \nu_c^{0.47}$

Tabla 2.1: Correlaciones para el tiempo de mezclado obtenidas con modelos físicos.

En términos computacionales, el tipo quasi-simple es el más sencillo, en contraste con el modelo Euleriano bifásico, el cual conlleva a una mayor complejidad computacional. Prácticamente todas las simulaciones bifásicas se han efectuado con el software comercial PHOENICS, en donde se han acoplado los modelos hidrodinámicos con las ecuaciones de conservación de energía y masa, así como cálculos de mezclado. Hay que resaltar que los estudios abarcan diferentes modelos de turbulencia, desde los de una ecuación algebraica hasta los de dos ecuaciones diferenciales parciales.

Los modelos hidrodinámicos se han efectuado con cierta estructura, teniendo elementos en común pero con diversos rasgos distintivos. En la Tabla 2.2 se comentan algunos de los elementos comunes y rasgos particulares de diversos modelos matemáticos reportados en la literatura.

Categoría	Elementos comunes	Rasgos distintivos
Euleriano bifásico.	Continuidad en la fase líquida y ecuaciones de balance de momento.	Continuidad en la fase gaseosa y ecuaciones de conservación de momentum.
	+	
Lagrangiano bifásico.	Modelos de turbulencia.	Ecuación de trayectoria de burbuja.
	+	
Quasi-simple.	Condiciones de frontera apropiadas.	Modelos empíricos que dan las dimensiones de la pluma.

Tabla 2.2: Estructura de los distintos tipos de modelos matemáticos.

Como puede verse de la Tabla 2.2, la continuidad en la fase líquida y las ecuaciones de conservación de momento, los modelos de turbulencia, así como las condiciones de frontera, representan los elementos comunes. El problema involucra fuerzas inducidas por la inyección de gas (así como también fracciones volumínicas para formulaciones bifásicas) y posteriormente se necesitan otras entradas para cerrar el modelo. Para este fin, en las formulaciones de dos fluidos en un marco de referencia euleriano, un conjunto de ecuaciones diferenciales adicionales de conservación de masa y momentum para la fase gas tienen que ser acopladas al modelo; mientras que en la formulación lagrangiana bifásica se tiene que integrar una ecuación de trayectoria para describir el ascenso de las burbujas. En contraste, en la formulación quasi-simple un conjunto de relaciones auxiliares (en forma de ecuaciones algebraicas) junto con las dimensiones de la

pluma bifásica tienen que aplicarse.

Con referencia a las condiciones de frontera aplicadas a los modelos hidrodinámicos, se ha hecho una considerable idealización, particularmente en la proximidad de la superficie libre y en la posición de la boquilla de inyección de gas (para procedimientos de cálculo bifásicos). En las tres categorías de modelos, la superficie libre se asume esencialmente plana, ignorando las deformaciones producidas debidas al gas que escapa del baño a través de ella y también debidas a la misma agitación. Para los modelos bifásicos lagrangianos, la descripción del modo de la inyección de la fase gas es comúnmente empleada como una de las condiciones de frontera relevantes para las ecuaciones de trayectoria de las burbujas.

En la literatura se ha encontrado que al interior de la región de la pluma bifásica, y predominantemente en las cercanías de la superficie libre plana y del tapón de inyección, es donde los tres tipos de modelado producen diferencias en sus predicciones. Contrariamente, se sabe que los comportamientos encontrados para los flujos en zonas alejadas a estas áreas, corresponden de manera satisfactoria con las mediciones experimentales para los tres tipos de modelos.

Los procedimientos adoptados para modelar los fenómenos turbulentos pueden introducir incertidumbres en los resultados. Para aseverar esto último, se han investigado los modelos de viscosidad efectiva y los modelos de turbulencia en numerosos estudios numéricos. Los trabajos de Muzamdar y Guthrie [7] así como los de Grevet y colaboradores [8] indican que los flujos en ollas agitadas con gas son principalmente dominados por fuerzas inerciales más que por las fuerzas viscosas turbulentas. Se ha encontrado que los flujos dentro de las zonas bifásicas son altamente sensibles a los modelos de turbulencia empleados en el procedimiento de cálculo.

Los resultados computacionales de Mazumdar [9] indican que para obtener razonables predicciones de los fenómenos de flujo hay que involucrar tanto el modelo $K - \epsilon$ junto con términos fuente de turbulencia generadas por las burbujas, pero aún así se pueden encontrar diferencias entre lo medido y lo calculado sobre todo en la pluma bifásica, como lo parece indicar el trabajo de Irons y Sheng [10]. En contraste, considerables diferencias entre predicciones y mediciones de las cantidades de turbulencia (intensidad de turbulencia y energía cinética turbulenta) han

sido reportadas por Szekely, Grevet y El-Kaddah [8].

Pero a pesar de las inconsistencias asociadas al uso del modelo $K - \epsilon$, se pueden encontrar predicciones realistas para el transporte de energía y de masa, usándolo en conjunto con un procedimiento de cómputo de flujo turbulento, dado que estas cantidades no dependen directamente de la energía cinética turbulenta.

2.3. Estudios combinados de ollas agitadas con gas

Los modelos matemáticos en conjunto con modelos físicos apropiadamente escalados han constituido una razonable alternativa hacia un efectivo análisis del proceso. En el aspecto del mezclado en los sistemas de agitación de ollas, tenemos que en la parte numérica se han elaborado dos diferentes métodos desde el punto de vista conceptual: uno es el método de resolver la ecuación de conservación de especies y el segundo es el modelo del *tiempo de circulación*, en tanto que en la parte física se recurre a medidas de tiempo de mezclado en modelos de agua o en ollas industriales, aunque tales medidas se aplican con frecuencia con propósitos de validación del modelo matemático.

En presencia de un campo bidimensional de velocidades, la conservación de masa de un trazador inerte puede ser expresado en términos de coordenadas polares, por medio de la siguiente ecuación de difusión-convección turbulenta:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho m_i) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u m_i) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u m_i) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\tau \frac{\partial m_i}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\tau r \frac{\partial m_i}{\partial r} \right) \quad (2.3.1)$$

La difusividad turbulenta y la viscosidad cinemática turbulenta, convencionalmente se toman numéricamente iguales. Desde el punto de vista de ingeniería, la suposición de igualdad ha probado ser razonablemente adecuada para una gran variedad de flujos turbulentos. Los tiempos de mezclado pueden ser calculados con cierta facilidad si se aplican condiciones de frontera, parámetros de flujo y cantidades de turbulencia adecuadas a la ecuación (2.3.1). Este ha sido un método popularmente empleado que ha sido recurrido en numerosos trabajos de modelado.

Szekely [11] reportó una investigación teórica y experimental del fenómeno del mezclado en ollas industriales. Las velocidades de mezclado en tres diferentes tamaños de ollas fueron medidas para distintas condiciones de operación por monitoreo de la concentración de un trazador radiactivo en puntos localizados de una olla. En conjunto con el trabajo experimental, predijo los tiempos de mezclado al resolver la ecuación (2.3.1), a través de un modelo turbulento adimensional.

En una subsecuente investigación, El-Kaddah y Szekely [12] mejoraron su anterior modelo hidrodinámico, para predecir los campos de flujo turbulento en ollas industriales de 6 y 40 toneladas. Agrupando los parámetros de flujo ya calculados y las cantidades de turbulencia en la ecuación de conservación de especies (2.3.1), y usando relaciones de equilibrio termodinámico. Con este modelo la cinética de desulfuración fue bien calculada, como se demostró en las mediciones para realizar la validación. Estos estudios indican que los cálculos de mezclado pueden ser predichos adecuadamente a partir de ecuaciones de conservación.

Una alternativa al método anterior, lo constituye el modelo de *tiempo de circulación*, aplicado en primera instancia por Sano y Mori [13], el procedimiento de cálculo está basado esencialmente en el concepto de que el tiempo de circulación es proporcional al tiempo de mezclado. Por medio de un balance de energía (en estado estable, la rapidez de energía potencial suministrada por las burbujas al ascender a través del baño está balanceada por la energía debida a la turbulencia y las pérdidas por fricción en la interfase), Sano y Mori derivaron una expresión para estimar los tiempos de circulación en función de las variables de operación. Asumiendo que los tiempos de mezclado son tres veces el tiempo de circulación (equivalente a un grado de mezcla de $100\% \pm 5\%$), los tiempos de mezclado fueron calculados para ollas conteniendo hierro fundido y luego comparados con mediciones experimentales. Los resultados encontrados no ajustaron de manera satisfactoria a las mediciones experimentales.

Un método similar fué utilizado por Krishnamurthy [14]. Sobre la base de muchos datos experimentales derivados de estudios de modelos físicos de agua, este investigador sugirió que el número de circulación, (igual al tiempo de circulación sobre el de mezclado), en contraste a

lo propuesto por Sano y Mori, no es una constante y puede asumir un valor entre 2 y 12 (para cualquier grado de homogeneidad). Con esta consideración obtuvo predicciones satisfactorias al ser validadas, sin embargo, el modelo no toma en cuenta las altas temperaturas de las ollas industriales y para este caso los resultados fueron menos satisfactorios.

Mietz y Oeters [15] sugirieron que el flujo recirculante, la difusión turbulenta desde las zonas enriquecidas con trazador y el intercambio entre las zonas muertas y el volumen remanente son parámetros a considerar en la formulación de este tipo de modelos de cálculo de tiempos de mezclado.

Este tipo de modelos tiene la desventaja de estar sobre simplificados, aunque por medio del ajuste de parámetros clave en las ecuaciones del modelo, se puede aplicar para describir un particular conjunto de condiciones experimentales. Sin embargo, tales modelos empíricos presentan una utilidad limitada, ya que no pueden ser fácilmente extrapolados a otras configuraciones experimentales. Los conceptos aplicados en la formulación del modelo son fundamentalmente débiles, dado que no incorporan la física del fenómeno de mezclado, como el proceso de macro-mezcla por convección, difusión turbulenta y difusión molecular de manera adecuada.

Capítulo 3

Modelo matemático

3.1. Suposiciones simplificativas

Debido a que las ecuaciones que describen los sistemas físicos con frecuencia son muy complejos, todo modelo matemático debe hacer consideraciones o suposiciones para simplificar la complejidad matemática del mismo y hacer más sencilla su resolución numérica pero sin perder realismo. Nuestro modelo se desarrolló bajo las siguientes consideraciones:

- Superficie libre plana.
- Propiedades físicas constantes.
- Fluido Newtoniano. Representación de burbujas por esferas rígidas de dimensión constante a través de todo el fundido. Esta suposición es válida para líquidos de baja densidad (agua) con tapones porosos, pero no es buena suposición para líquidos de alta densidad e inyecciones con toberas. Sin embargo, se han hecho cálculos de sensibilidad de éste parámetro (tamaño de la burbuja), y se sabe que la expansión de la burbuja conforme asciende no es tan importante.
- La coalescencia y disgregación de burbujas no es tomada en cuenta.
- Turbulencia representada por el modelo $K - \epsilon$ en 3D. El modelo es aplicado únicamente a la fase líquida.
- Inyección asimétrica (fuera del centro) en 3D.

- Sistema de coordenadas polares cilíndricas (r, θ, z)
- Un coeficiente interfacial de fricción es usado para describir la fuerza de arrastre que ejerce el gas sobre el líquido.
- Estado estable.
- Estado inestable para el cálculo del tiempo de mezclado.

3.2. Ecuaciones gobernantes

En la elaboración de cualquier modelo matemático, debemos identificar los fenómenos que ocurren en nuestro sistema y aplicar las ecuaciones que describen dichos fenómenos, por lo que para el cálculo del tiempo de mezclado en la olla de refinación debemos contemplar los siguientes principios:

- Continuidad para cada fase involucrada.
- Conservación de momentum para cada fase.
- Conservación de especies químicas.
- Turbulencia.
- Condiciones a la frontera.

A continuación daremos la forma matemática de cada uno de estos fenómenos.

3.2.1. Ecuación de continuidad

Esta ecuación es en esencia la ecuación de conservación de la masa expresada en forma diferencial; la cual debe satisfacerse en todo punto. La ecuación se aplica a un fluido de una sola especie, así como también para mezclas en las que pueden tener lugar mecanismos de difusión y de dispersión turbulenta. En nuestro modelo, la forma que presenta la ecuación de continuidad es la siguiente:

$$\frac{\partial (R_i \rho_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (R_i \rho_i V) - \nabla \cdot (\rho_i D_t \nabla R_i) = 0 \quad (3.2.1)$$

El primer término es el transitorio, el segundo es el término de convección y el tercero se refiere a la dispersión de burbujas en el líquido debido a la turbulencia generada por su propio ascenso a lo largo de la olla. Este término no es común en la representación de la ecuación de continuidad, pero en flujos multifásicos es un término indispensable mediante el cual se explica la expansión de la pluma de gas desde la entrada hasta la superficie libre.

Se debe tomar en cuenta que se debe cumplir la relación:

$$R_l + R_g = 1 \quad (3.2.2)$$

En cualquier lugar dentro de la olla.

3.2.2. Conservación de momentum para cada fase

Las ecuaciones anteriores tienen en común de que se tratan de ecuaciones vectoriales, la ecuación de conservación de momentum es diferente, dado que se trata de una ecuación de tipo tensorial; esto significa que existe una ecuación para cada dirección en donde se requiera hacer el balance.

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} = -\nabla \bullet \rho V V + \nabla \bullet \tau + \rho \vec{F}_b - \nabla P - \vec{F}_f \quad (3.2.3)$$

La ecuación de conservación de momento para ambas fases está compuesta por un término transitorio (el de la izquierda), el primero de la derecha describe el transporte de momentum convectivo, el segundo se refiere al transporte de momentum viscoso. En éste término, τ representa al tensor de esfuerzos que para las dos fases son los esfuerzos newtonianos en coordenadas cilíndricas que se pueden encontrar en [22].

Hay que señalar que dado que el flujo es turbulento, en la fase líquida la viscosidad que aparece en los tensores de esfuerzos es la viscosidad efectiva, dada por:

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t \quad (3.2.4)$$

es decir, la suma de las viscosidades turbulenta y molecular. El tercer término de la ecuación es el término que promueve el ascenso de las burbujas (término boyante). El ascenso se da debido a la diferencia de densidades entre el gas y el líquido, siendo mucho menor la del gas, mientras que el cuarto término es la fuerza de presión por unidad de volumen. El último término representa al intercambio de momentum entre la fase gas que se está elevando por fuerzas boyantes y la fase líquida. Éste es el término más importante puesto que el arrastre que ejerce el gas sobre el líquido es lo que mueve y da agitación al baño de líquido. Se tiene que la magnitud de este término es igual en ambas fases pero con signos opuestos.

La fuerza de fricción se da por la siguiente ecuación:

$$\vec{F}_f = C_f (V_i - V_{of}) \quad (3.2.5)$$

3.2.3. Ecuación de conservación de especies químicas

Esta ecuación permite calcular el tiempo de mezclado, y se escribe como:

$$\frac{\partial (R_i \rho_i C)}{\partial t} + \nabla \bullet (R_i \rho_i V C) = \nabla (R_i D_{ef} \nabla C) \quad (3.2.6)$$

El primer término es el referido al estado transitorio, el segundo representa la dispersión convectiva y el último es la dispersión difusiva de soluto, el cual contiene una difusividad efectiva que también se puede representar a través de una contribución turbulenta sumada a la contribución molecular.

3.2.4. Ecuaciones del modelo de turbulencia $K - \epsilon$

El modelo $K - \epsilon$ corresponde a uno de los modelos de dos ecuaciones para describir la turbulencia. Dicho modelo fué usado para determinar el valor de la viscosidad turbulenta local. Las ecuaciones que lo constituyen son:

Ecuación de energía cinética turbulenta

$$\rho_l \frac{\partial K}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l V_l K) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_{ef}}{\sigma_K} \nabla K \right) + R_l \rho_l (G - \epsilon) \quad (3.2.7)$$

Ecuación de rapidez de disipación de energía

$$\rho_l \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\mu_{ef}}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon \right) + R_l \rho_l \frac{\epsilon}{K} (C_1 G - C_2 \epsilon) \quad (3.2.8)$$

En ambas ecuaciones G es un término fuente definido por:

$$G = \mu_t \left[\left(\frac{\partial V_{z,l}}{\partial r} + \frac{\partial V_{r,l}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{z,l}}{\partial \theta} + \frac{\partial V_{\theta,l}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r,l}}{\partial \theta} + \frac{\partial V_{\theta,l}}{\partial r} \right)^2 \right] + 2\mu_t \left[\left(\frac{\partial V_{z,l}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r,l}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r,l}}{\partial r} \right)^2 \right] \quad (3.2.9)$$

La viscosidad turbulenta es función de la energía cinética turbulenta y de la disipación de la energía cinética turbulenta, como se indica por la siguiente relación:

$$\mu_t = \frac{\rho C_\mu K^2}{\epsilon} \quad (3.2.10)$$

Los valores de las constantes se han determinado empíricamente y se emplearon los valores estándar mostrados en la Tabla 3.1.

Constante	C_1	C_2	C_3	σ_K	σ_ϵ	C_μ
Valor exp.	1.44	1.87	1.0	1.87	1.3	0.09

Tabla 3.1: Valores de las constantes usadas en el modelo.

El intercambio de momento entre las dos fases se toma en cuenta por diferentes fuerzas que aparecen en la interfase gas-líquido. Estas incluyen fuerzas de fricción en la interfase de ascenso, que en principio, son importantes para predecir la dispersión lateral o radial de la fase gaseosa. Las ecuaciones (3.2.11) y (3.2.12) nos dan la representación de dichas fuerzas de fricción.

$$\vec{F}_f = C_f (V_g - V_l) \quad (3.2.11)$$

y C_f es el coeficiente de fricción que depende del coeficiente de arrastre C_D .

$$C_f = \frac{0.75 C_D \rho_l R_t R_g V_{vol} V_{slip}}{D_p} \quad (3.2.12)$$

Se requieren varios parámetros empíricos para la formulación del modelo. Estos incluyen expresiones para el coeficiente de arrastre, C_D , y uno para el diámetro de burbuja, D_p . El coeficiente de arrastre para valores del número de Reynolds arriba de 1×10^3 está entre 2.3 y 3. Enseguida se exponen las correlaciones del coeficiente de arrastre y las del tamaño de burbuja usados en este trabajo, debido a su conocido buen desempeño en flujos promovidos por burbujeo.

Coeficiente de arrastre

Se usó la correlación empírica conocida como *modelo de arrastre de burbujas de agua sucia* obtenida por Kuo y Wallis [19] para calcular al coeficiente de arrastre en función del número de Re y del We:

$$C_D = \frac{16}{Re} \text{ Para } Re \leq 0.49$$

$$C_D = \frac{20.68}{Re} \text{ Para } 0.49 < Re < 100$$

$$C_D = \frac{6.3}{Re^{0.388}} \text{ Para } Re \ll 100$$

$$C_D = \frac{8}{3} \text{ Si } Re \gg 100 \text{ y } We > 8$$

$$C_D = \frac{We}{3} \text{ Si } Re \gg 100 \text{ y } Re > \frac{2065.1}{We^{2/3}}$$

Diámetro de burbuja

Para calcular el tamaño de burbuja se ha empleado la correlación empírica dada por Calderbank [20]:

$$D_p = 0.54 \left(Q_g d^{1/2} \right)^{0.289} \quad (3.2.13)$$

Donde d es el Diámetro de la boquilla, D_P es el Diámetro de burbuja, We es el número de Webber definido por:

$$We = \frac{D_P V_i \rho_l}{\sigma} \quad (3.2.14)$$

y finalmente Re es el número de Reynolds dado por:

$$Re = \frac{\rho_l D_P V_i}{\mu_l} \quad (3.2.15)$$

3.3. Condiciones de frontera

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales parciales y obtener la solución particular de nuestro problema se requiere el conocimiento de las condiciones de frontera para las derivadas espaciales, así como la condición inicial para derivadas temporales que representen adecuadamente la física del problema. En nuestro modelo tenemos que resolver ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden en tres dimensiones. En la Tabla 3.2 se resumen dichas condiciones de frontera. Las condiciones reflejan el hecho de que en las paredes existe la condición de no-deslizamiento y que no existe turbulencia ahí, mientras que en el tapón entra gas con un flujo conocido, y finalmente, en la superficie libre no hay corte con el aire y el gas deja el dominio o escapa a través de esta frontera.

Los valores del cuadro 3.2 marcados con asterisco(*), son obtenidos por el paquete de cómputo usando las funciones pared para representar capa laminar cerca de la pared.

Las fronteras del sistema se especifican en la figura 3.1.

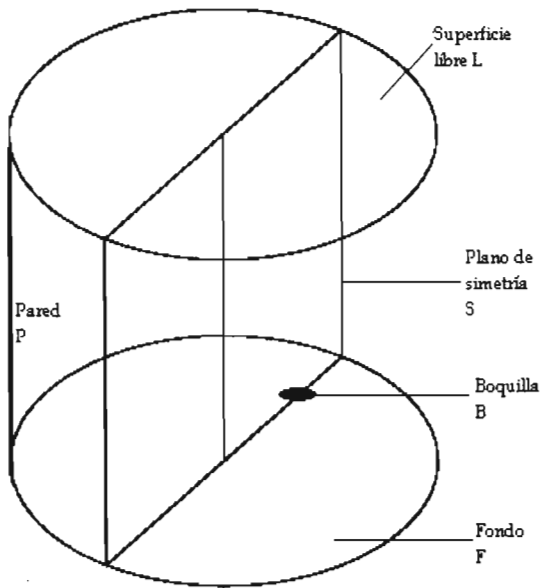


Figura 3.1: Esquema del sistema empleado.

Parámetro	Plano de simetría (S)	Pared del reactor (P)	Fondo del reactor (F)	Boquilla (B)	superficie libre (L)
$V_{\theta,l}$	0	0	0	0	0
$V_{\theta,g}$	0	0	0	0	$\frac{\partial V_{\theta,z}}{\partial z} = 0$
$V_{r,l}$	$\frac{\partial V_{r,l}}{\partial \theta} = 0$	0	0	0	$\frac{\partial V_{r,l}}{\partial z} = 0$
$V_{r,g}$	$\frac{\partial V_{r,g}}{\partial \theta} = 0$	0	0	0	0
$V_{z,l}$	$\frac{\partial V_{z,l}}{\partial \theta} = 0$	0	0	0	$V_{z,l} = 0$
$V_{z,g}$	$\frac{\partial V_{z,g}}{\partial \theta} = 0$	0	0	$V_{z,g,in}$	$\frac{\partial V_{z,g}}{\partial z} = 0$
K	$\frac{\partial K}{\partial \theta} = 0$	0*	0*	K_{in}	$\frac{\partial K}{\partial z} = 0$
ϵ	$\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} = 0$	0*	0*	ϵ_{in}	$\frac{\partial \epsilon}{\partial z} = 0$
R_l	$\frac{\partial R_l}{\partial \theta} = 0$	$\frac{\partial R_l}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial R_l}{\partial z} = 0$	0	0
R_g	$\frac{\partial R_g}{\partial \theta} = 0$	$\frac{\partial R_g}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial R_g}{\partial z} = 0$	1	$\frac{\partial R_g}{\partial z} = 0$

Tabla 3.2: Valores de las condiciones de frontera del modelo.

Componente	Densidad	Viscosidad dinámica	Viscosidad cinemática
Agua	1000 Kg/m^3	$993 \times 10^6 \text{ Kg/m} \cdot \text{s}$	$0.995 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$
Aire	1.169 Kg/m^3	$1.8464 \times 10^5 \text{ Kg/m} \cdot \text{s}$	$1.5689 \times 10^9 \text{ m}^2/\text{s}$

Tabla 3.3: Propiedades del agua y del aire usadas en el modelo.

3.4. Propiedades físicas y de transporte

En la Tabla 3.3 se muestran las propiedades físicas y de transporte del agua y del aire a 25°C, y en la figura 3.1 se muestran las características geométricas del sistema simulado. Las dimensiones son las siguientes: Diámetro de la olla: 0.5376 m, Profundidad o nivel del líquido: 0.4669 m, el radio del tapón o boquilla es de $6.35 \times 10^{-1.5}$ m.

Capítulo 4

Metodología

4.1. Equipo utilizado

El presente trabajo se realizó con una estación de trabajo Pentium 4 a 3.0 GHz con 1 GB de RAM, en la cual se encuentra instalada la versión 3.4 del paquete de cómputo comercial de flujo de fluidos llamado PHOENICS, mediante la que se implementó el modelo computacional a través del lenguaje de entrada de PHOENICS PIL (Phoenix Input Language) y a través de codificación en lenguaje Fortran 77.

4.2. Breve descripción del método numérico de volumen de control

PHOENICS está codificado en base al método numérico denominado *Volumen de Control*. En esta técnica el dominio de cálculo o sistema se divide en un número finito de pequeños volúmenes sin traslape, de tal manera que hay sólo un volumen de control rodeando a cada nodo. También el tiempo se divide o discretiza en pequeños segmentos. Todas las ecuaciones diferenciales de conservación que gobiernan al problema se integran sobre cada volumen. El resultado de tal integración es la transformación de un sistema de ecuaciones parciales a varios sistemas lineales de ecuaciones algebraicas, los cuales pueden resolverse por medio de técnicas numéricas iterativas. Cuando los sistemas lineales de ecuaciones de discretización son resueltos,

la solución consiste en obtener los valores de las variables dependientes en los nodos, es decir, en puntos discretos de las variables independientes (variables de posición o tiempo). La característica más atractiva de esta técnica es que la solución resultante implica la conservación integral de la cantidad conservada dentro del volumen de control y por lo tanto en todo el dominio.

El poder de la técnica radica en el hecho de que todas las ecuaciones de conservación pueden escribirse de una manera similar en su forma, y por lo tanto la técnica de resolución puede ser la misma sin importar el fenómeno de transporte a describir, es decir, la misma técnica sirve para resolver fenómenos de transferencia de calor, de carga eléctrica, de masa, de especies químicas y de momentum. La ecuación general de conservación tiene la siguiente forma general:

$$\nabla \cdot \Gamma \phi + S_\phi = \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \nabla \phi) \quad (4.2.1)$$

ϕ , Γ y S_ϕ son la variable dependiente general, el coeficiente difusivo de transporte general y el término fuente general respectivamente. Entonces, la generación de cada ecuación de transporte consiste en asignar valores adecuados de ϕ , Γ y S_ϕ . Por ejemplo, la ecuación de continuidad se obtiene asignando $\phi = 1$, $\Gamma = 0$ y $S_\phi = 0$, mientras que la ecuación de conservación de energía se logra deducir al poner $\phi = h$, $\Gamma = \frac{k}{C_p}$ y $S_f = S_h$. La ecuación representa un balance de ϕ , en donde se aprecian el término transitorio (o acumulación de ϕ), seguido del término de entradas netas por transporte convectivo de ϕ , el término de entradas netas de transporte de difusivo de ϕ , y el término fuente o generación de ϕ .

4.3. Software utilizado

Como se mencionó anteriormente, se usó el código comercial PHOENICS, el cual consta de tres programas principales (*Satellite*, *Earth* y *Photon*) y el usuario establece el problema a resolver a través de la manipulación de dos archivos importantes: Q1, Ground.for (escrito en FORTRAN 77) y visualiza la solución a través de otros dos archivos: *phi* y *result*.

4.3.1. Función de *Q1*

El Q1 es un archivo de texto que usa comandos del PIL (PHOENICS Input Language) y su función es servir de interfase entre el software y el usuario, ya que en ese archivo se define el problema físico a resolver, es decir, se establecen las ecuaciones gobernantes, las condiciones de frontera de las ecuaciones diferenciales, condiciones iniciales, la geometría empleada, la malla, propiedades de los materiales, parámetros numéricos así como también se eligen los modelos de turbulencia si acaso el problema lo requiere; en otras palabras, el Q1 es el lugar donde se alimenta la formulación matemática del fenómeno físico a resolver.

4.3.2. Función del archivo *Ground.for*

Como se mencionó antes, este es un archivo fuente de FORTRAN 77 (extensión .for). La existencia de este archivo se justifica ya que hay cierto tipo de condiciones de fronteras, propiedades de transporte o físicas, términos fuente, etc. que no pueden introducirse de manera natural en el Q1 de PHOENICS, esto es debido a que las condiciones manejadas en el Q1 son lineales (valores constantes o funciones muy simples), mientras que en el ground se pueden introducir no linealidades, y funciones complejas que ayudan a complementar al Q1 y le dan robustez y flexibilidad al paquete en su conjunto.

4.3.3. Descripción del *Satellite*

Este programa traduce el contenido del Q1 para generar un archivo útil por el programa solver (eardat), y además compila y detecta si existen errores de sintaxis en el archivo Q1.

4.3.4. Descripción del *Earth*

El programa Earth ejecuta los algoritmos numéricos que resolverán el juego de ecuaciones diferenciales parciales transformadas en ecuaciones lineales algebraicas utilizando el método de volumen de control, es decir, resuelve los sistemas resultantes con los métodos iterativos seleccionados por el usuario en Q1. Durante las iteraciones se muestran gráficas en pantalla

donde se puede apreciar si hay convergencia en todas las ecuaciones de conservación que se resuelven, es decir, si los residuales de las ecuaciones de conservación decrecen. En la última iteración Earth crea los archivos *result* y *phi* para salvar los resultados y que estos se puedan consultar de manera tabular o en forma gráfica.

4.3.5. Descripción del *Photon*

Este es un programa postprocesador de salida, mediante su uso se pueden visualizar de manera gráfica los resultados de los cálculos efectuados por Earth.

4.3.6. Funciones de los archivos *result* y *phi*

El *result* es un archivo de texto donde se guardan los resultados al final de una corrida en forma tabular, en donde se reportan los residuales o errores y los balances globales de las ecuaciones de conservación resueltas. Además, muestra toda la información que tradujo el satélite para earth. El *phi* es un archivo que contiene los resultados para ser utilizados por el programa *photon* con la finalidad de desplegarlos de manera gráfica.

4.4. Validación

Se puede confiar en las predicciones de un modelo matemático después de que ha pasado por el proceso de validación, que significa comprobar que las predicciones del modelo son físicamente válidas, es decir, corresponden con el fenómeno real tanto en tendencia como en orden de magnitud. Existen varias alternativas para validar un modelo. Los métodos actuales dependen fuertemente del sistema, del objetivo del modelo y de la posibilidad de conseguir información independiente para la validación, entre las existentes están la comparación del comportamiento del proceso con la del modelo, la comparación con otros modelos ya validados usando un problema en común y la confrontación directa con datos experimentales. En el presente caso se usaron las mediciones experimentales reportadas por Mietz y Oeters [2], quienes usaron un modelo de agua y aire de diámetro interno de 630 mm y una altura del baño de 580 mm. Y

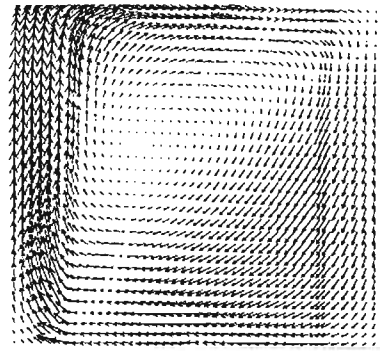
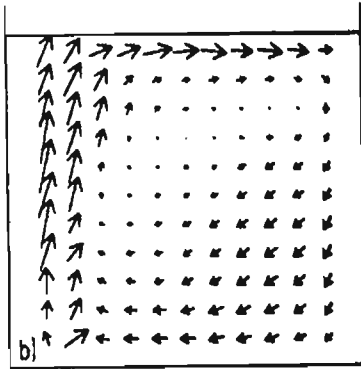


Figura 4.1: Campo de flujo experimental obtenido por Oeters y Mietz [2] con inyección de 1 l/s a $2/3$ del radio. Figura 4.2: Campo de flujo obtenido por nuestro modelo a las mismas condiciones que el de Oeters y Mietz.

por Xie y Oeters [16], cuyo modelo físico consistió de una aleación base bismuto ($\text{Sn} = 12.5\%$, $\text{Pb} = 25.0\%$, $\text{Bi} = 50\%$ y $\text{Cd} = 12.5\%$) y de bajo punto de fusión (70°C), conocida como *wood's metal*. Las dimensiones de la olla empleadas son de 400 mm de diámetro interno y una altura del baño de 370 mm. Las comparaciones que se presentan son con respecto a los campos de flujo y tiempos de mezclado.

4.4.1. Validación para campos de flujo

La Figura 4.1 presenta los patrones de flujo del líquido correspondiente a una inyección de 1 litro/s de gas por el fondo a través de un tapón colocado a $2/3$ del radio medido desde el centro a la pared, obtenido por Mietz y Oeters. Las mediciones experimentales (Figura 4.1) se efectuaron en el plano principal de la olla, el cual contiene al centro y al tapón, y el campo predicho por el modelo (Figura 4.2) corresponde al mismo plano. Como se puede apreciar en las figuras 4.1 y 4.2, el patrón y los valores de los vectores de velocidad son muy semejantes en ambas figuras, presentándose una sola recirculación en sentido de las manecillas del reloj con el ojo de recirculación localizado cerca del centro del sistema.

Las Figura 4.3 y 4.4 comparan patrones de flujo de la componente axial de la velocidad del líquido medidos por Xie y Oeters [16] y calculados con nuestro modelo, en una olla agitada con

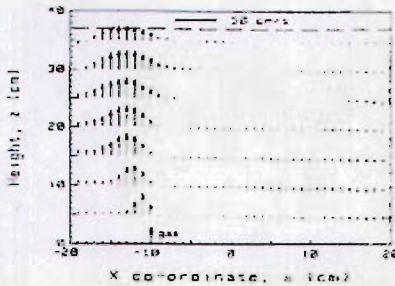


Figura 4.3: Campo de flujo experimental de la pluma de gas obtenido por Oeters y Xie [16] con inyección de 0.5 l/s de gas a 1/2 del radio.



Figura 4.4: Campo de flujo obtenido por nuestro modelo a las mismas condiciones que el de Oeters y Xie.

gas inyectado a través de un tapón localizado a 1/2 del radio y un flujo de gas de 0.5 l/s. Existe una gran semejanza entre los campos de velocidades medidos (Figura 4.3) y lo obtenido por nuestro modelo (Figura 4.4). Es de notar la ligera desviación de la pluma hacia la izquierda que coincide de manera notable en ambos casos. También es de destacar que en ambos casos la forma de la recirculación coinciden en intensidad y la posición del ojo de la recirculación también concuerda entre las predicciones y los experimentos.

4.4.2. Validación para los tiempos de mezclado

Las Figuras 4.5 y 4.6 corresponden a mediciones y predicciones de la concentración adimensional (concentración de soluto entre concentración de equilibrio) en función del tiempo, obtenidos del trabajo de Mietz y Oeters [2]. La inyección en ambos casos es a 2/3 del radio, las mediciones para la Figura 4.6 se efectuaron en el extremo opuesto a la inyección de gas y en el fondo de la olla mientras que la adición del trazador se hizo dentro de la pluma de gas (tal y como se aprecia en la figura). Se nota una gran concordancia entre las concentraciones medidas y las arrojadas por el modelo matemático a un tiempo dado. En tanto que en la Figura 4.5 la medición se efectuó en el extremo opuesto de inyección y cerca de la superficie, y la inyección del trazador se hizo igual dentro de la pluma (ver Figura 4.5). Nuevamente, los comportamientos, tanto de las mediciones como del modelo coinciden de manera satisfactoria.

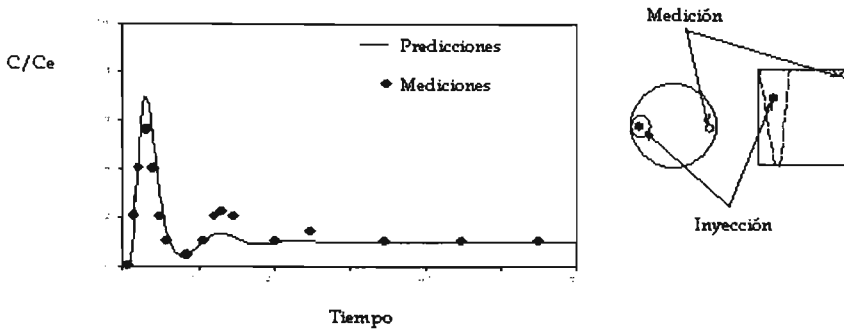


Figura 4.5: Comparación de tiempos de mezclado entre las mediciones de Oeters [2] y predichas por el modelo en el punto de medición superior.

En ambos casos se observa el carácter oscilatorio de la concentración, y aunque la frecuencia permanece constante (asociada al tiempo de recirculación o al tiempo que tarda un paquete de fluido en dar una vuelta entera para regresar al punto original) la amplitud disminuye en cada recirculación debido al mezclado de soluto. El mezclado total (el tiempo en el que se alcanza la composición de equilibrio) es a los 20 segundos de la inyección, siendo este tiempo coincidente tanto en los experimentos como en el modelo.

En términos generales, el modelo predice de manera convincente el comportamiento del sistema, por lo que se puede afirmar que se cuenta con un modelo robusto y confiable, capaz de ser utilizado para el objeto de este estudio.

4.5. Corridas en computadora

Como ya se ha establecido, uno de los principales objetivos de este trabajo es analizar el efecto de las variables de diseño y de proceso más importantes sobre el mezclado en ollas agitadas con gas. Es de interés práctico encontrar bajo qué condiciones de operación se obtienen los menores tiempos de mezclado a partir de las ecuaciones presentadas en el capítulo 3 y programadas con el PIL de PHOENICS en archivos Q1 y ground. Las variables de diseño y de operación que

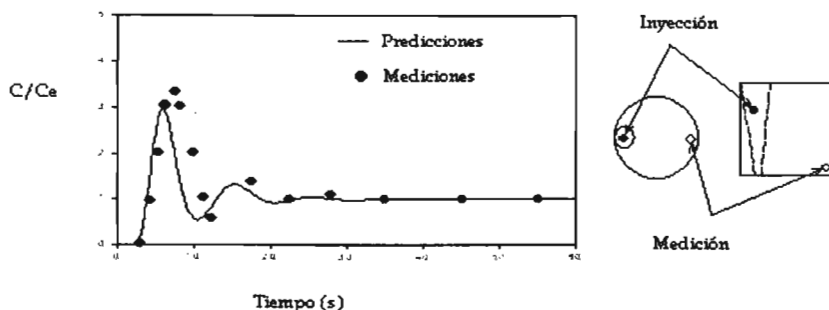


Figura 4.6: Comparación de tiempos de mezclado entre las mediciones de Oeters [2] y predichas por el modelo en el punto de medición inferior.

consideramos importantes son:

- Flujo de gas.
- Posición del tapón en el fondo.
- Número de tapones.
- Diámetro de burbujas.

Se hicieron simulaciones para estudiar el efecto de cada variable sobre el mezclado. Los niveles de cada uno de éstos parámetros o variables se aprecian en la Tabla 4.1.

Caso	Número de tapones	Posición del tapón	Flujo de gas ($\frac{L}{g}$)	Diámetro de burbuja (m)
1	1	a 1/3 del radio	0.675	0.005
2	1	a 1/3 del radio	0.564	0.005
3	1	a 1/3 del radio	0.453	0.005
4	1	a 1/3 del radio	0.339	0.005
5	1	a 1/3 del radio	0.225	0.005
6	1	a 1/2 del radio	0.453	0.005
7	1	a 2/3 del radio	0.453	0.005
8	2	a 2/3 del radio	0.453	0.005
9	3	a 2/3 del radio	0.453	0.005
10	1	a 1/3 del radio	0.453	0.001
11	1	a 1/3 del radio	0.453	0.0025
12	1	a 1/3 del radio	0.453	0.01
13	1	a 1/3 del radio	0.453	0.015

Tabla 4.1: Condiciones de las simulaciones efectuadas

El análisis lo efectuaremos sobre los resultados en la fracción volumétrica de gas (la pluma de gas), la viscosidad cinemática turbulenta y el campo de velocidades, los cuales indican la intensidad de mezclado alcanzado bajo las condiciones de operación de cada corrida.

Capítulo 5

Resultados

5.1. Efecto del flujo de gas

5.1.1. Patrones de flujo

El efecto del flujo de gas inyectado con un tapón colocada a $1/3$ del radio sobre el patrón de circulación de líquido puede apreciarse en las Figuras 5.1 y 5.2, las cuales representan planos longitudinales conteniendo al centro del reactor y al tapón (Figura 5.1); mientras que la Figura 5.2 presenta los patrones de flujo en tres planos transversales cerca del fondo al centro y cerca de la superficie libre. En la Figura 5.1 se aprecian los patrones de flujo del líquido que siguen la misma tendencia para todos los casos, es decir, existe una zona denominada de alta velocidad donde se forma la pluma de gas (región bifásica líquido-gas) en donde el líquido se mueve hacia arriba con una ligera desviación de la pluma de gas hacia la pared del reactor, como se vio en la validación del modelo, notándose que la deformación es mayor conforme se aumenta el flujo. El líquido que llega a la superficie libre se mueve radialmente sobre la superficie libre y luego baja al llegar a la pared y cuando llega al fondo se dirige radialmente hasta llegar al tapón completando el circuito de circulación en la manecillas del reloj. También se aprecia que la intensidad de agitación del líquido es mayor a mayor flujo de gas inyectado. La posición del ojo de recirculación tiene la misma posición para todos los casos, estando ubicada ésta a un

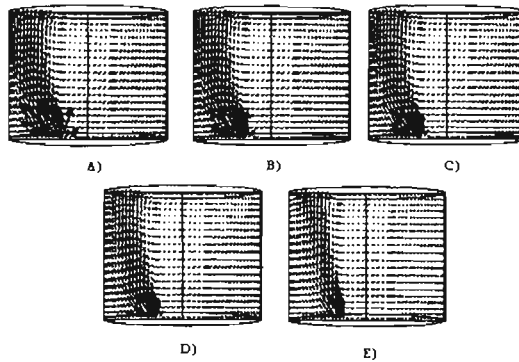


Figura 5.1: Patrones de flujo en planos longitudinales. A)0.675 l/s B)0.564 l/s, C)0.453 l/s, D)0.339 L/s, E)0.225 l/s

costado de la pluma y a poca distancia de la superficie libre, casi por arriba de la entrada de gas. Observamos poco movimiento del líquido en la parte central del fondo de la olla comparado con la zona de la pluma, pero se establece un solo circuito de recirculación en todos los casos.

En la figura 5.2 apreciamos el movimiento del fluido planos $r - \theta$, como en el caso anterior, la mayor intensidad de flujo corresponde a la obtenida con el mayor flujo inyectado, por lo que la intensidad de flujo es proporcional al flujo introducido. Es clara la agitación promovida en la superficie libre en todos los casos, concentrándose las mayores velocidades en la parte central de la olla, pero dicha agitación abarca mayor extensión de la superficie en tanto más grande es el flujo de gas inyectado.

5.1.2. Contornos de fracción de volumen de gas

En la Figura 5.3 se exhibe contornos de la fracción de volumen que ocupa el gas inyectado dentro del baño variando el flujo de gas desde 0.657 l/s a 0.225 l/s por un solo tapón localizado en el fondo a $1/3$ del radio, y se observa que la pluma de gas se va dispersando conforme asciende a través del líquido. Se aprecia el doblez de la pluma de gas que también se apreció en los patrones de flujo del líquido. Es apreciable el hecho de que aquí también se observa la desviación de la pluma a mayor entrada de gas. Además se ve que a mayor flujo de gas inyectado, la pluma

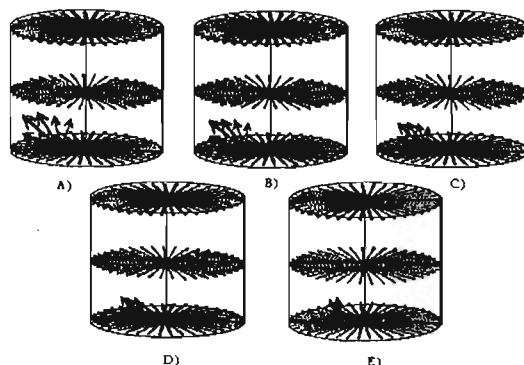


Figura 5.2: Patrones de flujo en planos transversales. A)0.675 l/s B)0.564 l/s, C)0.453 l/s, D)0.339 L/s, E)0.225 l/s

abarca mayor extensión del volumen.

5.1.3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta

La viscosidad cinemática turbulenta nos da idea de la cantidad de turbulencia presente en el baño. Contornos de esta viscosidad turbulenta se aprecian en la Figura 5.4 y 5.5 baño variando el flujo de gas desde 0.657 l/s a 0.225 l/s por un solo tapón localizado en el fondo a 1/3 del radio. El mayor grado de turbulencia se obtiene al mayor flujo, y va bajando conforme bajan los flujos de gas a la entrada. Es de notar el hecho de que la turbulencia se desplaza hacia arriba, cerca de la superficie libre, y al extremo opuesto de el tapón de inyección. En términos generales, la viscosidad cinemática turbulenta es muy baja en el fondo del reactor, salvo en la zona de inyección, donde es muy alta. Por lo que respecta a los planos de la Figura 5.5, se ve que la turbulencia crece conforme ascendemos en el nivel del reactor en cada flujo, y aumentan la turbulencia con un aumento de flujo de gas.

5.1.4. Tiempo de mezclado

De la Figura 5.6 vemos una tendencia clara con respecto al efecto del flujo de gas sobre el tiempo de mezclado, y es que al aumentar el flujo de gas se obtienen menores tiempos para

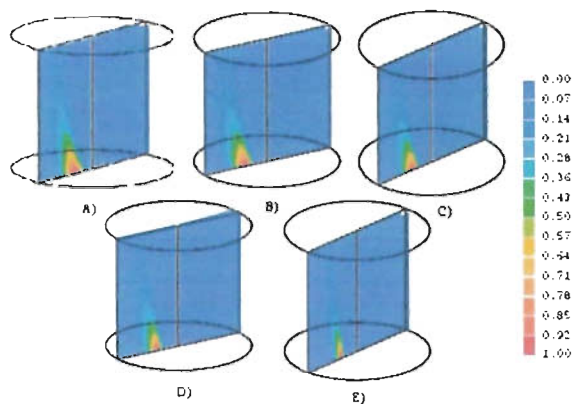


Figura 5.3: Contornos de fracción de volumen de gas A) 0.675 l/s, B) 0.573 l/s, C) 0.453 l/s, D) 0.339 l/s, E) 0.225 l/s

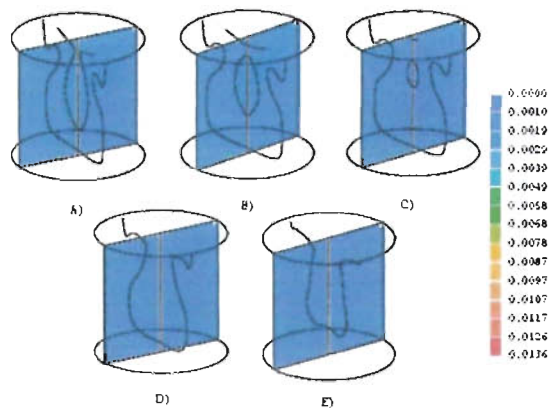


Figura 5.4: Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales, A) 0.675 l/s, B) 0.573 l/s, C) 0.453 l/s, D) 0.339 l/s, E) 0.225 l/s

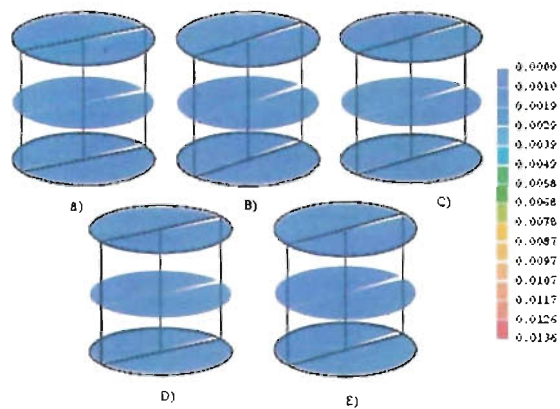


Figura 5.5: Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos transversales: A) 0.675 l/s, B) 0.573 l/s, C) 0.453 l/s, D) 0.339 l/s, E) 0.225 l/s

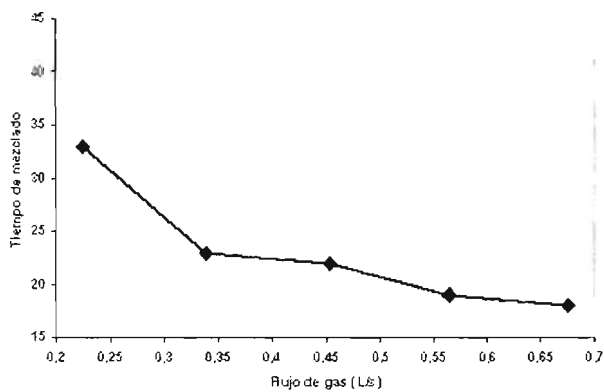


Figura 5.6: Efecto del flujo de gas sobre el tiempo de mezclado (en segundos).

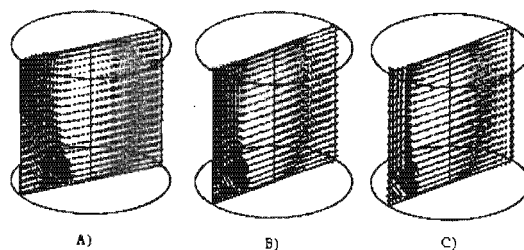


Figura 5.7: Patrones de flujo en planos longitudinales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio.

alcanzar la composición de equilibrio de soluto con el criterio del 95%. Podemos notar una tendencia de decadencia exponencial para el tiempo de mezclado en función del flujo de gas.

5.2. Efecto de la posición de inyección

5.2.1. Patrones de flujo

En la Figura 5.7 se observa la inyección de gas manteniendo el flujo de gas constante a 0.453 l/s con un tapón y variando la posición de inyección a 1/3 y a 1/2 y 2/3 del radio. Se aprecian patrones de flujo del líquido muy semejantes, mostrando una sola recirculación en el sentido de las manecillas del reloj (tal y como se describió en la sección 5.1.1). Se observa que conforme el tapón se acerca a la pared la pluma se dobla menos y se nota un alto rozamiento entre la pared y el fluido, siendo la pluma más ancha cuando se coloca el tapón a 1/3 del radio. La pluma más angosta se obtiene del caso de inyección a 2/3 del radio, donde a su vez la zona de recirculación es más amplia que en los otros casos, sin embargo, se puede apreciar con claridad que el circuito de recirculación abarca todas las secciones del reactor en el sentido de las manecillas del reactor para los tres casos analizados. Las velocidades más altas en el líquido se aprecian cuando la boquilla se acerca a la pared del reactor.

En la Figura 5.8 se aprecia la distribución de velocidades en tres planos, donde se nota que conforme alejamos la boquilla del centro, la intensidad de flujo se vuelve más grande hacia el

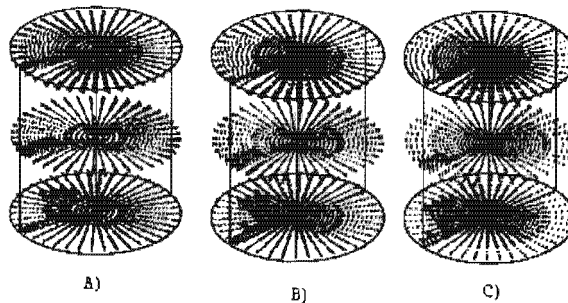


Figura 5.8: Patrones de flujo en planos transversales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio.

centro, siendo la mayor concentración de flujo en la superficie libre.

5.2.2. Contornos de fracción de volumen de gas

En la Figura 5.9 se aprecian contornos de la fracción de volumen que ocupa el gas dentro del reactor manteniendo el flujo de gas constante a 0.453 l/s con un tapón y variando la posición de inyección a 1/3 y a 1/2 y 2/3 del radio. Es de notar la inclinación de la pluma en los casos A) y B), si en el C) no hay inclinación puede deberse a que el gas choca con la pared del reactor evitando así dicha inclinación. Por supuesto que la mayor concentración de gas se da en la salida del gas y conforme se asciende por el baño dicha fracción va disminuyendo por la dispersión de la pluma.

5.2.3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta

En las Figuras 5.10 y 5.11 se aprecian los contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales y transversales respectivamente. Tenemos zonas de mayor turbulencia dentro de la zona de recirculación reveladas por los perfiles de velocidad, pero notamos que en el caso de inyección a 2/3 la zona de turbulencia es más pequeña que en los otros dos casos y, éstos a su vez, son muy similares, pero algo mayor en el caso B). En tanto que en los planos transversales, para los tres casos, las zonas más turbulentas se encuentran a menores

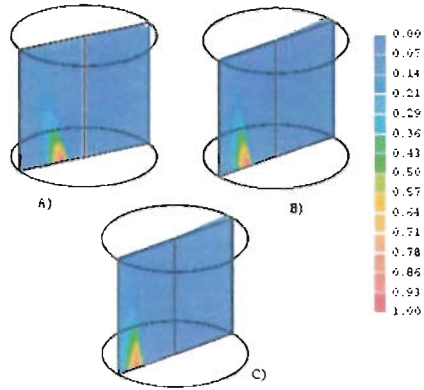


Figura 5.9: Contornos de fracción de volumen de gas en planos longitudinales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio.

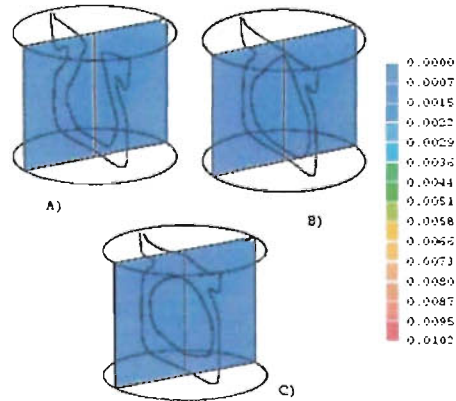


Figura 5.10: Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio.

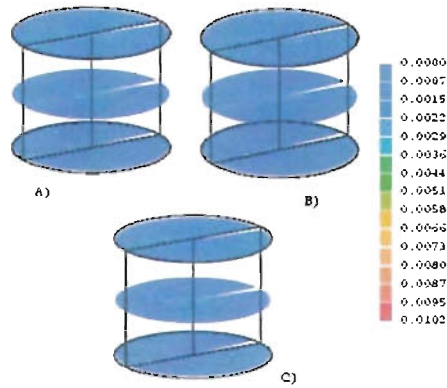


Figura 5.11: Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos transversales al variar la posición de inyección manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón. A) a 1/3 del radio, B) a 1/2 del radio, C) a 2/3 del radio.

profundidades dentro del baño, y una superficie libre cargada de mucha turbulencia, generándose una mayor concentración en la inyección a 1/2 del radio.

5.2.4. Tiempos de mezclado

De los resultados obtenidos de las simulaciones y graficados en la figura 5.12, se observa una pequeña tendencia en la que el tiempo de mezclado se reduce si la posición del tapón se aleja del centro del reactor.

5.3. Efecto del tamaño de burbuja

5.3.1. Patrones de flujo

Al variar el diámetro de la burbuja desde 0.015m hasta 0.001 m manteniendo el flujo de gas constante de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/2 del radio, obteniéndose los perfiles de velocidad de las Figuras 5.13, en planos longitudinales y de la 5.14, en planos transversales. Se observan patrones de flujo muy similares, pero es a menores diámetros en donde parece haber

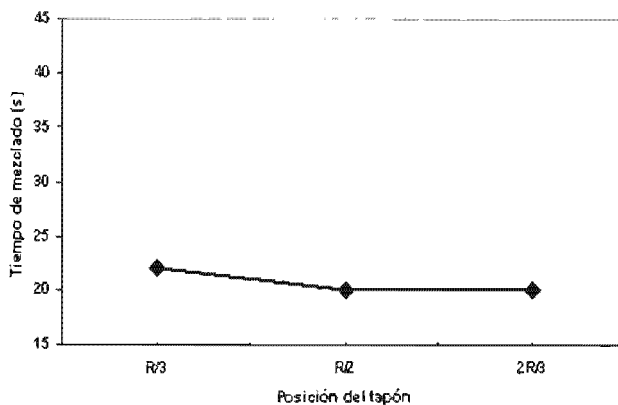


Figura 5.12: Efecto de la posición de inyección sobre el tiempo de mezclado.

mayor intensidad en el flujo del líquido, pero con ojos de recirculación casi idénticos, por lo que no apreciamos mucha variabilidad en los patrones de flujo del líquido al cambiar el diámetro de burbuja de gas.

5.3.2. Contornos de fracción de volumen de gas

De la Figura 5.15 observamos que las plumas de gas son muy semejantes en todos los casos, pero a mayor diámetro existe una menor fracción de gas dentro del baño, en tanto que en el caso de menor diámetro, la extensión o dispersión de la pluma es ligeramente más grande que en los casos restantes.

5.3.3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta

En la Figura 5.16 vemos cómo se comporta la viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales que contienen al tapón y al centro del reactor. La variación de la turbulencia para los casos intermedios de diámetro de burbuja es casi inapreciable, pero en los casos extremos (diámetro menor y mayor) se nota una mayor variabilidad, siendo en el de menor diámetro donde se presenta mayor turbulencia.

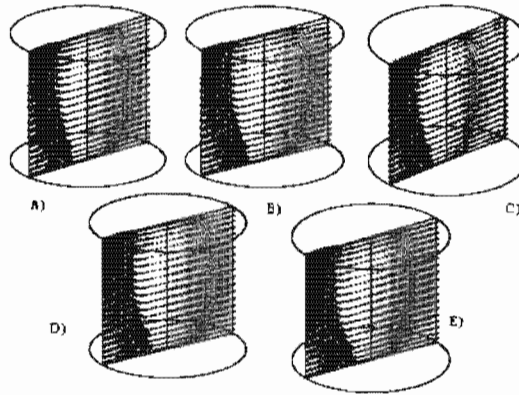


Figura 5.13: Patrones de flujo en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m

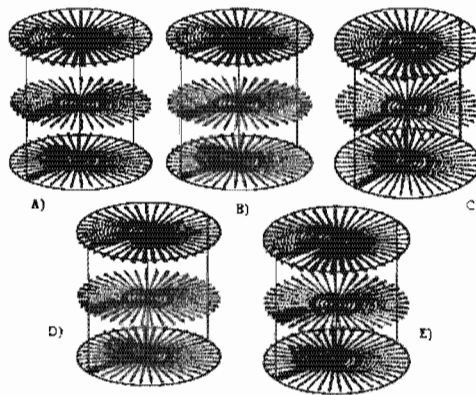


Figura 5.14: Patrones de flujo en planos transversales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m

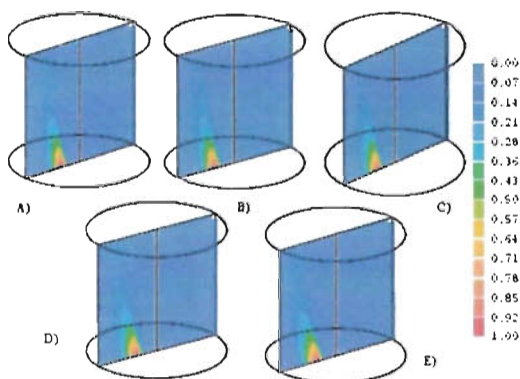


Figura 5.15: Contornos de fracción de volumen de gas en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m

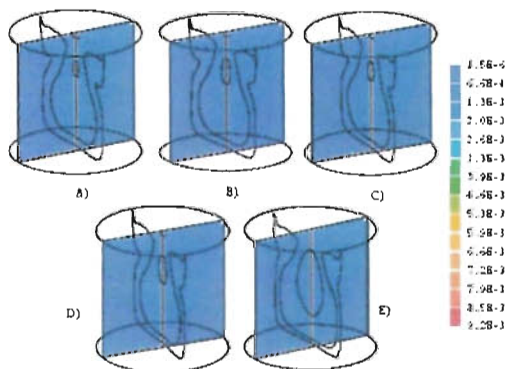


Figura 5.16: Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m

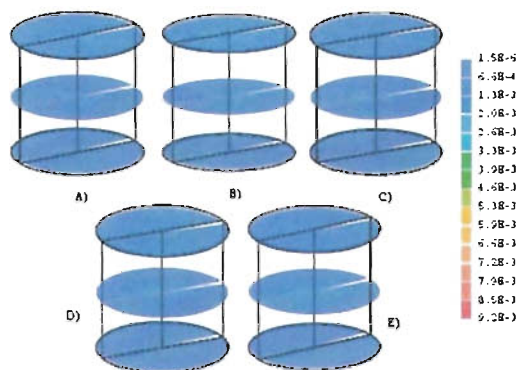


Figura 5.17: Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos transversales obtenidos al variar el diámetro de burbuja manteniendo el flujo de gas de 0.453 l/s con un solo tapón localizado a 1/3 del radio. A) 0.015 m, B) 0.01 m, C) 0.005 m, D) 0.0025, E) 0.001 m

En los planos transversales, en tanto, el comportamiento de la turbulencia con el diámetro es muy semejante ya que la variabilidad sólo aprecia en los casos extremos (diámetro menor y mayor), es decir, vemos que la viscosidad turbulenta es poco sensible a la variación del diámetro de burbuja.

5.3.4. Tiempos de mezclado

De la evidencia arrojada de este trabajo, no podemos concluir que se consiga una tendencia al variar el diámetro de la burbuja de gas sobre el tiempo de mezclado.

5.4. Efecto del número de tapones

5.4.1. Patrones de flujo

En la Figura 5.19 se presentan los patrones de flujo en planos $r\theta$ en donde se varió el número de tapones colocados a 1/3 del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. En dicha figura se observa que por cada tapón en el sistema tenemos un ojo de recirculación, es decir, en el caso de un tapón hay un solo ojo de recirculación que tiene el sentido de las manecillas del reloj y abarca

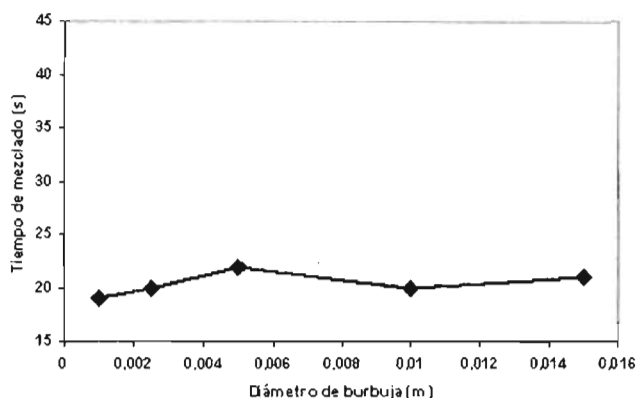


Figura 5.18: Tiempos de mezclado conseguidos al variar el diámetro de burbuja.

casi la totalidad del reactor; en el de dos tapones hay dos ojos que se encuentran a la misma altura dentro del recipiente, pero ambas recirculaciones solo abarcan la mitad del reactor y en el fondo se aprecian zonas muertas. En el caso de tres tapones se presentan tres recirculaciones que chocan en el centro del reactor. pero las intensidades del movimiento no se concentran en el centro al aumentar el número de tapones, ver figura 5.20. Es notorio que las recirculaciones se confinan a ciertas secciones de la olla. De la figura 5.19 D) notamos un comportamiento similar al del caso de dos tapones, pero con intensidades de flujo más pequeñas debido al menor flujo de gas que pasa por ellos.

5.4.2. Contornos de fracción de volumen de gas

En la Figura 5.21 se presentan los contornos de fracción de volumen del gas variando el número de tapones colocados a $1/3$ del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. En el caso de un solo tapón notamos una pluma muy grande que choca con la pared lateral del reactor. Dicho comportamiento se puede predecir de los patrones de flujo. Las plumas generadas en el caso de dos tapones aparecen sin doblarse al interior del reactor y se aprecian como espejo la una de la otra. Estas plumas son menores a la del caso de un tapón porque al pasar el mismo flujo de gas

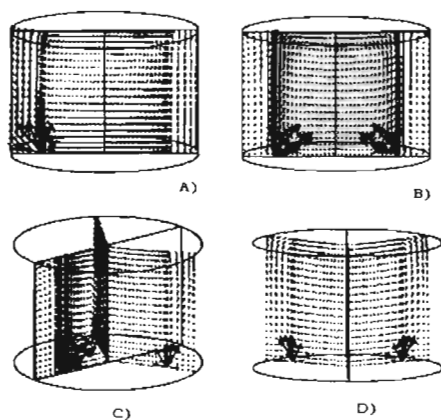


Figura 5.19: Patrones de flujo en planos longitudinales obtenidos al variar el número de tapones colocados a $2/3$ del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones, D) Otra vista del caso de tres tapones.

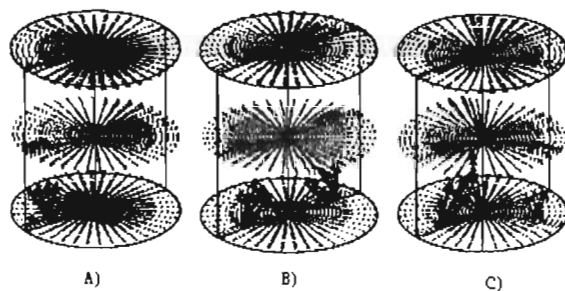


Figura 5.20: Patrones de flujo en planos transversales obtenidos al variar el número de tapones colocados a $2/3$ del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones, D) Otra vista del caso de tres tapones.

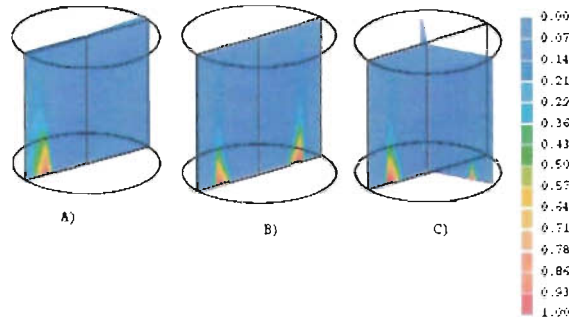


Figura 5.21: Contornos de fracción de volumen de gas en planos longitudinales obtenidos al variar el número de tapones colocados a $2/3$ del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones.

por dos tapones el flujo de gas en cada tapón se reduce.

5.4.3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta

Las Figuras 5.22 y 5.23 corresponden a los contornos de viscosidad cinemática turbulenta variando el número de tapones colocados a $1/3$ del radio y con un flujo total de gas de 0.453 l/s. La Figura 5.22 corresponde a cortes longitudinales del reactor en el plano de simetría para un tapón (A), dos tapones (B) y tres tapones (C), en tanto que la Figura 5.22 (D) contiene los planos correspondientes a los otros tapones que no se aprecian en 5.22 (C). En el primer caso con un tapón se observa que la viscosidad cinemática turbulenta es sumamente pequeña comparada con los otros casos. En el caso de dos tapones la turbulencia es muy alta en el centro del reactor y en la pequeña zona cercana a la salida de los tapones. En el cálculo correspondiente a tres tapones, se ve que la turbulencia generada es muy grande y está contenida en un mayor volumen del reactor, sin embargo, la turbulencia se nota muy pequeña en el fondo del reactor y crece conforme aumenta el nivel. Esto se puede distinguir de la Figura 5.23, siendo el caso de tres tapones el que presenta la mayor turbulencia.

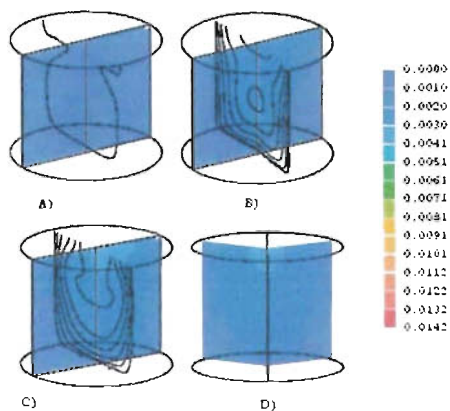


Figura 5.22: Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos longitudinales obtenidos al variar el número de tapones colocados a $2/3$ del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones en el plano de simetría D) tres tapones en los planos que contienen a los dos tapones no vistos en C).

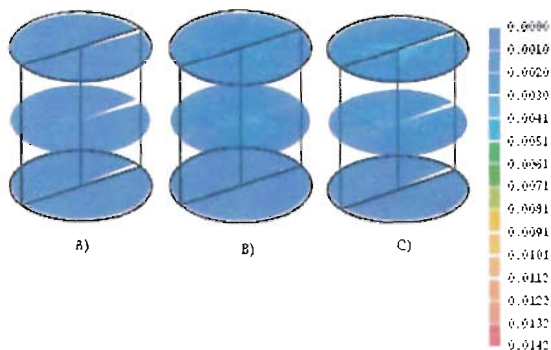


Figura 5.23: Contornos de viscosidad cinemática turbulenta en planos transversales obtenidos al variar el número de tapones colocados a $2/3$ del radio con un flujo de gas de 0.453 l/s. A) un tapón, B) 2 tapones, C) tres tapones.

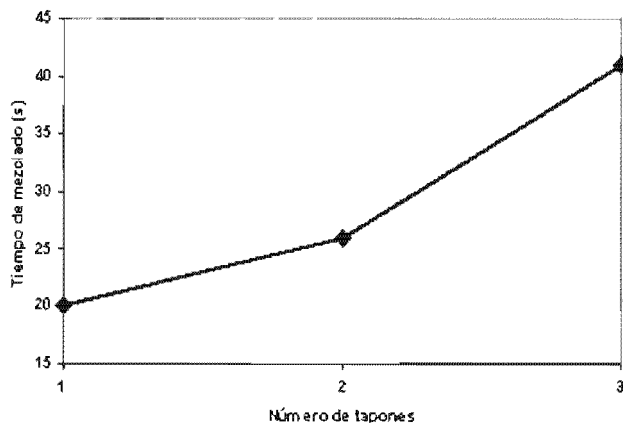


Figura 5.24: Efecto del número de tapones sobre el tiempo de mezclado.

5.4.4. Tiempos de mezclado

El comportamiento del tiempo de mezclado es interesante, debido a que la tendencia es que entre más tapones se integren al reactor, los tiempos de mezclado aumentan, ya que a pesar de que se genere más turbulencia con mayor número de tapones, los efectos de mezclado se atenúan al no favorecerse el transporte convectivo del soluto en todo el reactor, sino que las recirculaciones se confinan en una sección de la olla.

Capítulo 6

Análisis de resultados

6.1. Discusión de resultados

6.1.1. Efectos del flujo de gas

Patrones de flujo

Una de las consecuencias de inyectar burbujas de gas por el fondo de un fundido, es que debido a la diferencia de densidades entre el gas (poco denso) y el líquido (denso) se genera una enorme fuerza boyante o de flotación sobre el gas, la cual promueve el ascenso vertical de éste a través del líquido. El líquido adyacente a las burbujas es arrastrado por éstas, es decir, se transfiere cantidad de movimiento desde el gas hacia el líquido y de esta manera se promueve

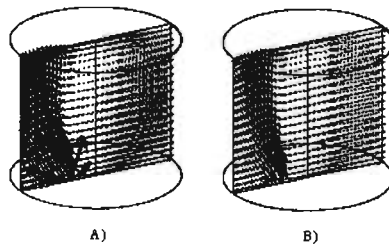


Figura 6.1: Campos de flujo obtenidos en los casos extremos de la inyección de gas en la planos longitudinales, A)Flujo máximo de 0.675 l/s, B)Flujo mínimo de 0.225 l/s

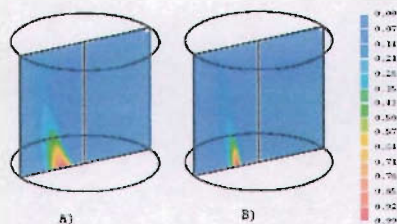


Figura 6.2: Fracciones de gas obtenidas en los casos extremos de la inyección de gas en la planos longitudinales, A)Flujo máximo de 0.675 l/s, B)Flujo mínimo de 0.225 l/s

la agitación del fundido. Cuando la inyección es excéntrica como en los casos de las Figuras 5.1, 5.2 y 6.1, el líquido se mueve axialmente hacia arriba en la zona bifásica que se conoce como pluma y una vez que llega a la superficie libre, se desvía y se dirige radialmente hasta que este líquido alcanza la pared lateral y vuelve a moverse axialmente hacia abajo. Cuando el líquido alcanza el fondo de la olla se vuelve a desviar radialmente hasta alcanzar nuevamente la pluma de gas y de esta manera se establece el patrón de flujo recirculatorio que cubre todo el reactor en sentido de las manecillas del reloj, tal y como se aprecia en las Figuras 5.1 y 6.1. A mayor flujo de gas, mayor número de burbujas y entonces mayor es el tamaño de la pluma, lo que trae en consecuencia que el gas arrastre a mayor volumen de líquido aumentando la recirculación.

Pluma de gas

La pluma de gas es la zona en donde coexisten ambas fases (gas y líquido). La forma de la pluma se determina por el caudal de gas, por la dispersión de burbujas radialmente conforme ascienden a través del líquido y por el intercambio de momentum con el líquido que está circulando. Entonces, en los casos de la Figuras 5.3 y 6.2, se ve que a mayor flujo de gas la pluma es más ancha por haber mayor cantidad de burbujas y la forma de la pluma se debe a la inercia del líquido que circula y choca con la pluma de gas de derecha a izquierda y que la dobla hacia la pared, siendo mayor el doblar a mayor flujo de gas, ya que el fluido circula con mayor intensidad o inercia.

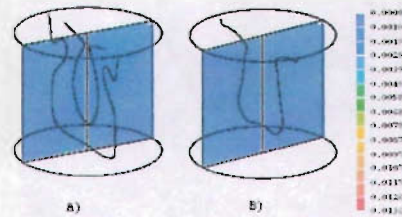


Figura 6.3: Viscosidades cinemáticas turbulentas obtenidas en los casos extremos de la inyección de gas en los planos longitudinales, A) Flujo máximo de 0.675 l/s, B) Flujo mínimo de 0.225 l/s

Turbulencia

En cuanto a la turbulencia, esta incrementa a mayor número de Reynolds, es decir cuando el caudal de gas aumenta se genera mayor inercia circulatoria en el líquido y en consecuencia habrá mayor grado de turbulencia. Además, la sola presencia de burbujas crea turbulencia en el líquido, por lo que a mayor flujo de gas, mayor es la pluma y la turbulencia aumenta (Figuras 5.4, 5.5 y 6.3).

Mezclado

El mezclado de un soluto en un solvente líquido es la consecuencia acoplada de dos fenómenos:

1. la circulación convectiva de fluido y
2. la turbulencia.

La primera ayuda a transportar al soluto rápidamente a través de todo el reactor y la segunda ayuda a dispersar lateralmente al soluto. Las dos condiciones (turbulencia y circulación) son indispensables para lograr un rápido mezclado. Entonces, aumentando el flujo de gas se incrementa tanto la circulación como la turbulencia, por lo que a mayor flujo de gas se obtiene menor tiempo de mezclado (Figura 5.6).

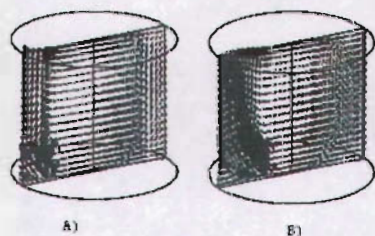


Figura 6.4: Campos de flujo longitudinales obtenidos en los casos de inyección de gas: A) a $2/3$ del radio, B) a $1/3$ del radio.

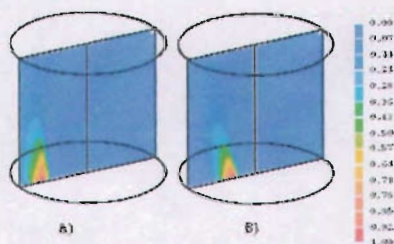


Figura 6.5: Fracciones volumétricas de gas en planos longitudinales obtenidos en los casos de inyección de gas: A) a $2/3$ del radio, B) a $1/3$ del radio.

6.1.2. Efecto de la posición de inyección

Patrones de flujo

Conforme se aleja el tapón de inyección del centro se mejora la circulación del fluido, debido a que la forma de la pluma se va haciendo más vertical y el arrastre del gas al líquido es más eficiente, mejorando la agitación (ver Figuras 5.7, 5.8 y 6.4).

Pluma de gas

La pluma de gas se va enderezando (menos doblez) conforme se aleja el tapón del centro, ya que la pared lateral mantiene la pluma vertical, aunque puede asegurarse que la pluma de gas al estar en íntimo contacto con la pared pierde cantidad de movimiento (ver Figuras 5.9 y 6.5).

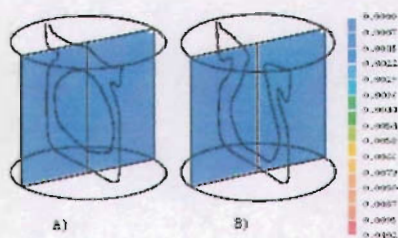


Figura 6.6: Viscosidades cinemáticas turbulentas obtenidas en los casos de inyección de gas: A) a 2/3 del radio, B) a 1/3 del radio.

Turbulencia

Las estructuras turbulentas son poco sensibles a la posición del tapón (ver Figuras 5.10, 5.11 y 6.6), sin embargo, se genera ligeramente más turbulencia cuando el tapón se va acercando al centro de la olla, debido a que la pluma se dobla libremente y está en medio del reactor, mientras que cuando la inyección está lejos del centro la pluma se expande menos y está cerca de la pared, la cual es una zona de poca turbulencia, ya que allí predominan las fuerzas viscosas sobre las de inercia.

Mezclado

Ya se ha mencionado que el mezclado depende tanto de la circulación convectiva como de la turbulencia, y en este caso, el alejamiento del tapón del centro mejora la circulación pero empeora la turbulencia, es decir, promueve efectos contrarios para el mezclado que se contrarrestan pero al final prevalece el efecto de la circulación, por lo que al alejar el tapón del centro mejora ligeramente el mezclado (ver Figura 5.12).

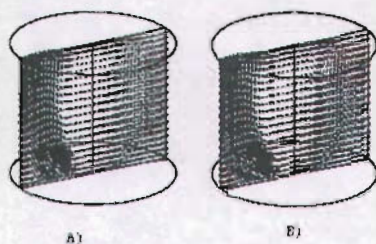


Figura 6.7: Campos de flujo en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja A)0.015 m, B)0.001 m.

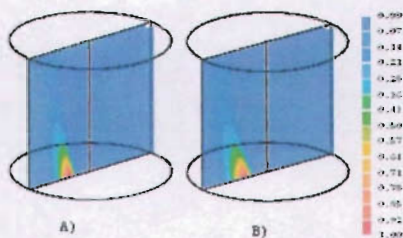


Figura 6.8: Fracciones volumétricas de gas en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja A)0.015 m, B)0.001 m.

6.1.3. Efecto del tamaño de burbuja

Patrones de flujo

Los patrones de flujo resultaron ser muy poco sensibles al tamaño de la burbuja, siendo ligeramente más intensos con burbujas pequeñas. Las burbujas pequeñas (con un caudal de gas constante) promueven mayor área superficial por unidad de volumen, por lo que habrá más arrastre de líquido, pero al mismo tiempo menores tamaños de burbujas presentan menores fuerzas boyantes o de flotación, ya que estas fuerzas actúan sobre todo el volumen de la burbuja. Estos dos efectos contrarios presumiblemente se contrarrestan y al final eliminan la sensibilidad de los patrones de flujo con el tamaño de burbujas (ver Figuras 5.13, 5.14 y 6.7).

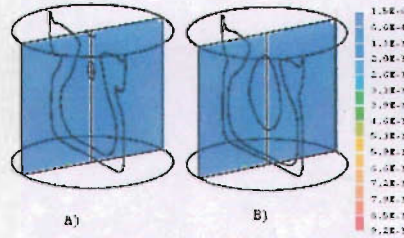


Figura 6.9: Viscosidades cinemáticas turbulentas en planos longitudinales obtenidos al variar el diámetro de burbuja A)0.015 m, B)0.001 m.

Pluma de gas

Casi no varía la forma y tamaño de la pluma con el tamaño de las burbujas, es decir, el tamaño de la pluma depende del caudal de gas y no del tamaño de la burbuja (ver Figura 5.15 y 6.8).

Turbulencia

La turbulencia tampoco se ve afectado por el tamaño de la burbuja (ver Figuras 5.16, 5.17 y 6.9) por las razones ya explicadas.

Mezclado

Como ya se ha dicho, el mezclado depende de la circulación y de la turbulencia y al no presentarse sensibilidad de estos dos fenómenos con el tamaño de burbuja, se obtuvieron tiempos de mezclado muy semejantes para cualquier tamaño de burbuja (ver Figura 5.18).

6.1.4. Efecto del número de tapones

Patrones de flujo

Los patrones de flujo son muy dependientes del número de tapones, ya que se genera un número de recirculaciones igual al del número de tapones usados y dichas recirculaciones abarcan

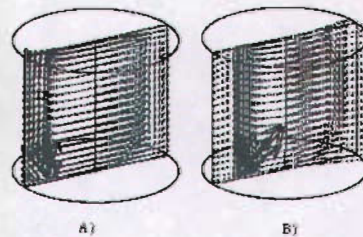


Figura 6.10: Campos de flujo en el plano de simetría longitudinal obtenidos en los casos de inyección con A) un tapón, B) Tres tapones

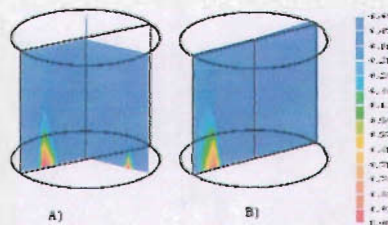


Figura 6.11: Fracciones volumétricas de gas obtenidas en los casos de inyección con A) Tres tapones, B) Un tapón

una fracción del volumen del líquido igual al recíproco del número de tapones ($1/NT$). Los patrones de flujo con 2 y 3 tapones se establecen ya que el líquido arrastrado por distintas plumas asociadas a tapones separados simétricamente 180° y 120° respectivamente chocan en un punto intermedio a los dos tapones estableciendo circuitos separados de circulación (ver Figuras 5.19, 5.20 y 6.10).

Pluma de gas

Las plumas de gas formadas son igual al número de tapones en uso. Las plumas de gas decrecen al aumentar el número de tapones y mantener el caudal total de gas constante, ya que por cada tapón sale menos gas. Además, las plumas con 2 y 3 tapones se hacen más verticales que con un solo tapón, ya que el efecto de plumas vecinas y circuitos de circulación aislados

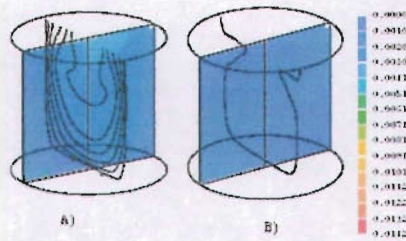


Figura 6.12: Viscosidades cinemáticas turbulentas obtenidas en los casos de inyección con A) un tapón, B) Tres tapones

evitan que el líquido ejerza gran inercia sobre la plumas y consecuentemente estas no se doblen (ver Figuras 5.21 y 6.11).

Turbulencia

La turbulencia también es muy sensible al número de tapones. Los choques de las recirculaciones (para dos y tres tapones) generan mucha turbulencia, es decir, al aumentar el número de tapones aumenta la turbulencia en la olla (ver Figuras 5.22, 5.23 y 6.12).

Mezclado

El aumento en el número de tapones incrementa la turbulencia pero restringe enormemente la circulación de líquido por todo el reactor al formar circuitos de circulación aislados. Siendo el mezclado dependiente de la circulación y de la turbulencia, se tiene nuevamente un efecto contrario con el incremento en el número de tapones, ya que por un lado se incrementa la turbulencia pero por otro se empeora notablemente la circulación convectiva. Este último evento influye más en el mezclado y por ello al aumentar el número de tapones aumentan los tiempos de mezclado (ver Figura 5.24).

6.2. Correlación obtenida del tiempo de mezclado

Con el propósito de resumir elegantemente el conocimiento obtenido en cuanto al efecto de las variables analizadas sobre el tiempo de mezclado, se propone obtener una correlación entre la variable dependiente (tiempo de mezclado) y las variables independientes (número de tapones, flujo de gas, tamaño de burbuja y posición del tapón). De las simulaciones efectuadas se obtuvo una correlación que indica la variación del tiempo de mezclado en función de las principales variables exploradas, es decir, flujo de gas, posición del tapón, tamaño de burbuja y número de tapones. En la Tabla 6.1 se presentan los valores numéricos de cada variable en cada simulación y del tiempo de mezclado obtenido. La correlación propuesta debe tener la forma:

$$y = \beta_0 x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \dots x_n^{\beta_n} \epsilon \quad (6.2.1)$$

donde β_0 es el coeficiente y $\beta_1, \beta_2, \beta_n$ son los exponentes de cada variable x_i y ϵ es el error de la regresión.

Si se saca el logaritmo natural de todos estos valores se genera una ecuación multilineal de la forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + \epsilon \quad (6.2.2)$$

Con los datos de la Tabla 6.1 se puede realizar una regresión lineal multivariable para obtener los valores de todos los coeficientes y del error de la ecuación (6.2.2).

Entonces realizando la regresión multilineal se pudo obtener una ecuación que correlaciona el tiempo de mezclado con todas las variables analizadas en esta tesis. La correlación encontrada fue:

$$t_m = 13.091468 NT^{0.620} P^{-0.119} D_P^{0.033} Q^{-0.549} \quad (6.2.3)$$

En donde t_m es el tiempo de mezclado en s; NT es el número de tapones en la olla; P es

Corrida	Número de tapones	Posición del tapón (m)	Flujo de gas ($\frac{l}{s}$)	Diámetro de burbuja (m)	Tiempo de Mezclado (s)
1	1	0.0896	0.675	0.005	18
2	1	0.0896	0.564	0.005	19
3	1	0.0896	0.453	0.005	22
4	1	0.0896	0.339	0.005	23
5	1	0.0896	0.225	0.005	33
6	1	0.1344	0.453	0.005	20
7	1	0.1792	0.453	0.005	20
8	2	0.1792	0.453	0.005	26
9	3	0.1792	0.453	0.005	41
10	1	0.0896	0.453	0.001	19
11	1	0.0896	0.453	0.0025	20
12	1	0.0896	0.453	0.01	20
13	1	0.0896	0.453	0.015	21

Tabla 6.1: Valores de cada una de las variables de los casos analizados.

la posición del tapón medida del centro de la olla a las paredes, en m; D_P es el diámetro de la burbuja, en m; y Q es el flujo de gas inyectado a la olla, en l/s. El coeficiente 13.091468 es el producto de los exponenciales de ϵ y β_0 .

De los exponentes obtenidos podemos inferir que el tiempo de mezclado es fuertemente dependiente del flujo de gas (varía inversamente proporcional a él) y del número de tapones (varía proporcionalmente al número de tapones). Por otro lado, los parámetros que menos influyen sobre el tiempo de mezclado son la posición de inyección, el cual tiende a disminuir ligeramente el valor del tiempo de mezclado, y el diámetro de la burbuja de gas que casi no tiene efecto en los tiempos de mezclado, debido a su exponente con valor cercano a cero.

Se puede efectuar un análisis de dispersión al graficar los tiempos de mezclado obtenidos directamente de la correlación con los calculados de las corridas, lo cual se hace en la Figura 6.1. En dicha figura se puede apreciar que existe poca dispersión entre los tiempos de mezclado calculados con la correlación (6.2.3) y los tiempos de mezclado obtenidos con las corridas computacionales, por lo que existe una tendencia en los resultados y podemos decir que la correlación propuesta tiene validez.

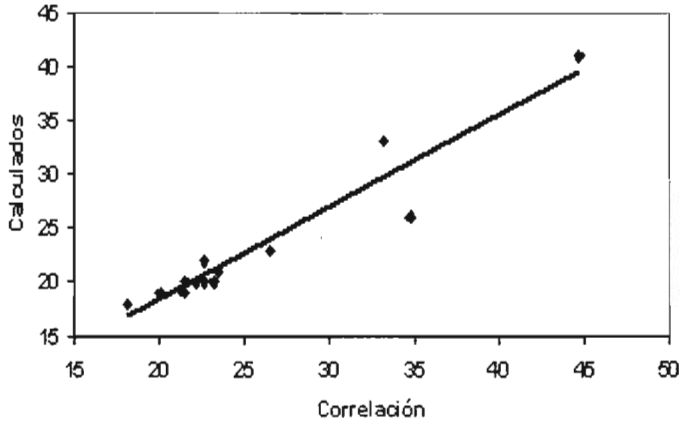


Figura 6.13: Dispersión de la correlación obtenida, el eje y corresponde a los tiempos de mezclado calculados directamente del modelo, en tanto que el eje x corresponde a los tiempos de mezclado calculados con la correlación. Las unidades en ambos ejes son segundos.

6.3. Comparación con otras correlaciones

En la Figura 6.14 se comparan los resultados arrojados por las simulaciones hechas con nuestro modelo con otras correlaciones reportadas en la literatura en cuanto a la variación del tiempo de mezclado con el flujo de gas. Se observa que para las mismas condiciones de operación, las tendencias de nuestros datos con las correlaciones de Themelis y Nakanishi son iguales, es decir, los tiempos de mezclado decaen con el flujo de gas, pero los valores de los tiempos son distintos. De hecho, las dos correlaciones predicen mayores tiempos de mezclado que los reportados en este trabajo, pero la correlación de Themelis casi coincide con nuestros datos mientras que el modelo de Nakanishi predice valores demasiado altos del tiempo de mezclado respecto a nuestro modelo. Sin embargo, se puede afirmar que al coincidir nuestras predicciones con las obtenidas con la correlación de Themelis (experimental) robustece y valida nuestro modelo. En la Tabla 6.2 se muestran las relaciones usadas para calcular los tiempos de mezclado con las correlaciones de Nakanishi y de Themelis, hay que aclarar que las unidades empleadas

Relación	Nakanishi	Themelis
Energía potencial del gas de entrada (ϵ_m)	$\frac{0.0285Q T_i}{W} \log \left(1 + \frac{L}{148} \right)$	$\frac{752QT_i}{W} \ln \left(1 + \frac{L}{10.34} \right)$
Correlación del Tiempo de mezclado	$t_m = 800\epsilon_m^{-0.4}$	$t_m = 164\epsilon_m^{-0.39} L^{0.39}$

Tabla 6.2: Relaciones usadas para la comparación de los tiempos de mezclado, Q flujo de gas, T_i temperatura del líquido (298 K), W peso en toneladas, L nivel del líquido en la olla.

Flujos de gas inyectados (L/s)	Nakanishi	Themelis	Tesis
0.675	73.83	24.33	18.17
0.564	79.33	26.10	20.05
0.453	86.60	28.43	22.62
0.339	97.24	31.83	26.52
0.225	114.57	37.35	33.21

Tabla 6.3: Tiempos de mezclado en segundos obtenidos con tres correlaciones distintas para los mismos flujos de gas inyectados.

son para Nakanishi Q en L/s y L en cm, en tanto que para Themelis Q en m^3/s y L en m. En la tabla 6.3 se presentan los valores numéricos obtenidos con dichas fórmulas.

Finalmente, comparando el exponente al que se eleva el flujo de gas en nuestra correlación con reportes de la literatura, como se puede notar de la Tabla 6.3, el valor de dicho exponente se encuentra en el rango de -0.89 y -0.25, reportados por Themelis y Gosh respectivamente, pero aunque el rango es grande, nuestro coeficiente se encuentra a poca distancia de los datos por Tatkasuka, Tsujino, Pan y Asai. Dadas las tendencias en los tiempos de mezclado y la magnitud de nuestro exponente del flujo de gas inyectado, podemos afirmar que nuestras predicciones cuentan con un buen grado de confiabilidad.

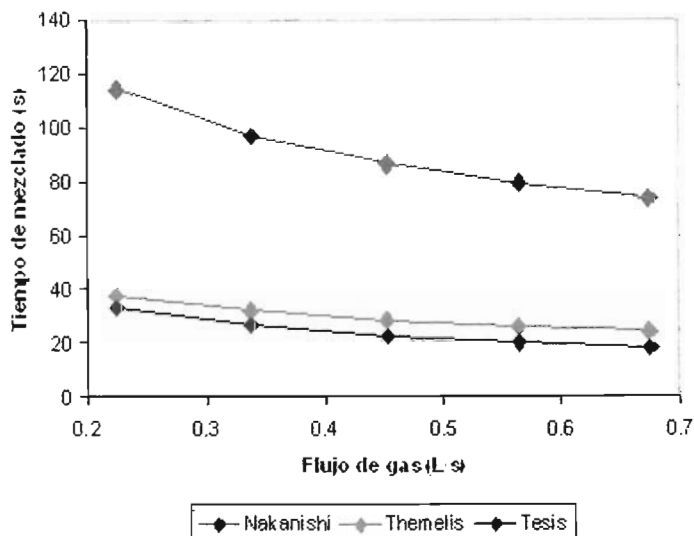


Figura 6.14: Comparación de las correlaciones de este trabajo con las de Nakanishi y Themelis.

Autor	Exponente de Q	Tipo de modelo
Gosh [3]	-0.25	Físico de agua y aire
Tsjino [6]	-0.47	Físico de agua y aire
Tatkasuka e Iguchi [5]	-0.47	Físico de agua y aire
Pan [21]	-0.47	Físico de agua y aire
Mazumdar y Guthrie [1]	-0.89	Físico de agua y aire
Nakanishi [17]	-0.33	Físico de agua y aire
Asai [18]	-0.4	Físico de agua y aire
Sinha [1]	-0.33	Físico de agua y aire
Themelis [1]	-0.89	Físico de agua y aire
Tesis	-0.549	Matemático

Tabla 6.4: Comparación de los exponentes del flujo de gas entre varias correlaciones.

Capítulo 7

Conclusiones

En este trabajo se analizó el mezclado en ollas agitadas con gas a partir de un modelo matemático fundamental bifásico euleriano-euleriano simulando un sistema agua-aire (un modelo físico de una olla de acero). El modelo bifásico se basó en resolver tanto para la fase gas como para la líquida las ecuaciones de conservación de momentum, de masa y el modelo de turbulencia $k - \epsilon$ usando la técnica numérica de volumen de control implementado en el código comercial PHOENICS 3.4. Específicamente se estudió el efecto de las siguientes variables:

1. flujo de gas inyectado (Q).
2. posición del tapón de inyección (P).
3. número de tapones de inyección (NT) y
4. diámetro de burbuja de gas, sobre el tiempo de mezclado (D_P).

De los resultados se encontró la siguiente correlación:

$$t_m = 13.091468NT^{0.620}P^{-0.119}D_P^{0.033}Q^{-0.549} \quad (7.0.1)$$

Cuyas relaciones con el tiempo de mezclado se enumeran a continuación:

1. El tiempo de mezclado muestra una fuerte dependencia con el flujo de gas, siendo dicha relación inversamente proporcional ($t_m \propto 1/Q^{0.495}$). Debido a que a mayor flujo de gas obtenemos mayor intensidad en la recirculación del líquido, favoreciendo el transporte tanto

turbulento como convectivo del soluto a todo el reactor, disminuyendo el tiempo de mezclado.

2. El tiempo de mezclado muestra una ligera dependencia con la posición de inyección, siendo inversamente proporcional ($t_m \propto 1/P^{0.119}$). Dado que conforme nos alejamos del centro se obtiene menor turbulencia pero mejoramos la circulación favoreciendo la convección, que es el factor que tiene mayor incidencia sobre el mezclado.
3. El tiempo de mezclado casi no es dependiente del tamaño de burbuja ($t_m \propto D_p^{0.033}$). Al no influir de manera determinante sobre la turbulencia y la convección. Aunque el comportamiento de la correlación obtenida de este trabajo nos indica que a menor diámetro de burbuja se tiene menor tiempo de mezclado.
4. El tiempo de mezclado muestra una fuerte dependencia con el número de tapones empleados, siendo esta directamente proporcional ($t_m \propto NT^{0.620}$). Esto es debido que aunque se tiene una mayor turbulencia al aumentar el número de tapones, las recirculaciones se confinan a secciones de la olla inhibiendo el transporte convectivo del soluto, por lo que al aumentar el número de tapones aumenta el tiempo de mezclado.

De los exponentes de las variables se observa que el número de tapones es la que más influye en el tiempo de mezclado (aumentando el número de tapones aumenta el tiempo de mezclado), seguido por el flujo de gas (aumentando el flujo de gas el tiempo de mezclado disminuye), luego le sigue la posición del tapón de inyección (entre más alejado del centro se coloca al tapón menor es el tiempo de mezclado), y finalmente, el diámetro de burbuja casi no afecta al tiempo de mezclado.

Notación del modelo

Símbolo	Significado	Unidad
C	Concentración del trazador.	(Kg/m^3)
C_1	Constante del modelo de turbulencia.	Adimensional
C_2	Constante del modelo de turbulencia.	Adimensional
C_3	Constante del modelo de turbulencia.	Adimensional
C_D	Coefficiente de arrastre.	Adimensional
C_f	Coefficiente de fricción interfacial.	(Kg/s)
C_μ	Constante del modelo de turbulencia.	Adimensional
d	Diámetro de la tobera.	(cm)
D_t	Coefficiente de dispersión.	(m^2/s)
D_{ef}	Difusividad de masa efectiva.	$(Kg/m \cdot s)$
D_P	Diámetro de burbuja.	(m)
\vec{F}_b	Fuerza de cuerpo.	(N/Kg)
\vec{F}_f	Fuerza de fricción por unidad de volumen.	(N/m^3)
K	Energía cinética turbulenta.	(J/Kg)
P	Presión.	(N/m^2)
Q_g	Flujo de gas inyectado.	(m^3/s)
r	Coordenada radial.	(m)

Símbolo	Significado	Unidad
Re	Número de Reynolds.	Adimensional
R_i	Fracción volumétrica de la fase i .	Adimensional
R_g	Fracción volumétrica del gas.	Adimensional
R_l	Fracción volumétrica del líquido.	Adimensional
t	Tiempo.	(s)
t_m	Tiempo de mezclado.	(s)
V	Vector de velocidades.	(m/s)
V_i	Vector de velocidades de la fase i .	(m/s)
V_{of}	Velocidad de la otra fase.	(m/s)
VV	Diádica (tensor de orden 2).	(m ² /s ²)
$V_{\theta,l}$	Velocidad en la dirección angular del líquido.	(m/s)
$V_{r,l}$	Velocidad en la dirección radial del líquido.	(m/s)
$V_{z,l}$	Velocidad en la dirección axial del líquido.	(m/s)
$V_{\theta,g}$	Velocidad en la dirección angular del gas.	(m/s)
$V_{r,g}$	Velocidad en la dirección radial del gas.	(m/s)
$V_{z,g}$	Velocidad en la dirección axial del gas.	(m/s)
V_g	Velocidad del gas.	(m/s)
V_l	Velocidad del líquido.	(m/s)
V_{stip}	Velocidad de desplazamiento.	(m/s)
V_{vol}	Volumen de la celda.	m ³
We	Número de Webber.	Adimensional
z	Coordenada axial.	(m)

Símbolos griegos

Símbolo	Significado	Unidad
ϵ	Disipación de energía cinética turbulenta.	$(J/s \cdot Kg)$
ϵ_m	Razón de energía potencial a la entrada.	$(Watts/ton)$
μ	Viscosidad molecular.	$(Kg/m \cdot s)$
μ_t	Viscosidad turbulenta.	$(Kg/m \cdot s)$
μ_{ef}	Viscosidad efectiva.	$(Kg/m \cdot s)$
θ	Coordenada angular.	(m)
ρ	Densidad del medio.	(Kg/m^3)
ρ_i	Densidad de la fase i.	(Kg/m^3)
ρ_l	Densidad del líquido.	(Kg/m^3)
σ_K	Constante del modelo de turbulencia.	Adimensional
σ_ϵ	Constante del modelo de turbulencia.	Adimensional
τ	Tensor de esfuerzos.	(N/m^2)

Bibliografía

Artículos

- [1] Dipak Mazumdar and Roderick I. L. Guthrie. *The physical and mathematical modeling of gas stirred ladle systems*, ISIJ International, Vol 35, No. 1, 1995.
- [2] J. Mietz and F. Oeters. *Flow Field and Mixing Eccentric Gas Stirring*, Steel Research, No. 9, Vol 60, 1989.
- [3] G. G. Krishna Murthy, S. P. Mehrotra and A. Ghosh. *Experimental Investigation of Mixing Phenomena in Gas Stirred Liquid Bath*, Metallurgical Transactions B, Vol 19B, 1988.
- [4] Dipak Mazumdar and Roderick I. L. Guthrie. *Mixing Models for Gas Stirred Metallurgical Reactors*, Metallurgical Transactions B, Vol 17B, 1986.
- [5] Y. Tatkasuka and M. Iguchi. *Effect of Swirl Motion on Mixing Time in Water Bath Agitated by Upward Gas Injection*, ISIJ International, Vol 41, No. 2, 2001.
- [6] M. Iguchi, K. Nakamura and R. Tsujino. *Mixing Time and Fluid Flow Phenomena in Liquids of Varying Kinematic Viscosities Agitated by Bottom Gas Injection*, Metallurgical Transactions B, Vol 29B, 1998.
- [7] Dipak Mazumdar and Roderick I. L. Guthrie. *Hydrodynamic Modeling of Some Gas Injection Procedures in Ladle Metallurgy Operations*, Metall. Trans. Vol 16B, 1985.
- [8] J. Szekely, J. H. Grevet and N. El-Kaddah. *Flow Phenomena in Argon Stirred Ladles Room Temperature Measurements and Analysis*, Int. J Heat and Mass Transfer, 25, 1982.

- [9] D. Mazumdar, R. I. L. Guthrie and Y. Sahai. *On mathematical models and numerical solutions of gas stirred ladle systems*, Appl. Math. Model., 17, 1993.
- [10] Y. Sheng, and G. A. Irons. *Measurements of the Internal Structure of Gas-Liquid Plumes*, Metall. Trans. 23B, 1992.
- [11] J. Szekely, T. Lehner and C. W. Shang. *Flow Phenomena, Mixing and Mass Transfer in Argon Stirred Ladles*, Ironmaking Steelmaking, Vol. 6, 1979.
- [12] N. El-Kaddah and J. Szekely. *Mathematical Model for Desulphurization Kinetics in Argon-Stirred Ladles*, Ironmaking Steelmaking Vol 8, 1981.
- [13] M. Sano and K. Mori. *Fluid Flow and Mixing Characteristics in a Gas-Stirred Molten Metal Bath* Trans. Iron Steel Inst. Jpn., 23, 1983.
- [14] G. G. Krishna Murthy, S. P. Mehrotra and A. Ghosh. *Mathematical Modeling of Mixing Phenomena in Gas Stirred Liquid Bath*, Metall. Trans., 20B, 1989.
- [15] J. Mietz and F. Oeters. *Mixing Theories Gas-Stirred Melts*. Steel Res., Vol. 58, 1987.
- [16] Y. Xie and F. Oeters. *Measurements of Bubble Plume Behaviour and Flow Velocity in Gas Stirred Liquid Wood's Metal with an Eccentric Nozzle Position*, Steel Research, Vol 65, No. 8, 1994.
- [17] K. Nakanishi, T. Fuji and J. Zsekely, Ironmaking steelmaking, Vol. 2, No. 3, 1975.
- [18] S. Asai, T. Okomato and J. C. He. Trans. Iron Steel Inst. Jpn., Vol 23, 1983.
- [19] J. T. Kuo and G. B. Wallis. *Flow of Bubbles Through Nozzles*, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 14, No. 5, 1988.
- [20] P. H. Calderbank. *Mechanics and Mass Transfer of Single Bubbles in Free Rise Through Some Newtonian and Non-Newtonian Liquids* Chem. Eng. Vol. 25, No. 2, 1970.

- [21] Y. Pan, D. Guo and J. Ma. *Mixing Time and Fluid Flow Pattern of Composition Adjustment by Scaled Argon Bubling with Ladles of Large Height/Diameter Ratio*. ISIJ International, Vol. 34, No. 10, 1994.

Libros

- [22] R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot. *Fenómenos de Transporte*, Reverté, 1a. Edición, 1998.
- [23] J. Szekely, N. J. Themelis. *Rate Phenomena in Process Metallurgy*, Wiley Interscience, 1971.
- [24] D. R. Poirier, G. H. Geiger. *Transport Phenomena in Materials Processing*, TMS, 1994.
- [25] Suhas V. Patankar. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Taylor and Francis, 1980.
- [26] Octave Levenspiel. *Ingeniería de las Reacciones Químicas*, Reverté, 2a. Edición, 1998.
- [27] J. R. Welty, C. E. Wicks, R. E. Wilson. *Fundamentos de Transferencia de Momento, Calor y Masa*, Reverté, 2a. Edición, 2000.
- [28] K. Hangos, I. Cameron. *Process Modelling and Model Analysis*, Academic Press, 2001.
- [29] F. P. Incropera, D. P. DeWitt. *Fundamentos de Transferencia de Calor*, Pearson Educación, 4a. Edición, 1999.
- [30] J. Baldyga, J. Bourne. *Turbulent Mixing and Chemical Reactions*, John Wiley and Sons, 1999.
- [31] W. M. Kays, M. E. Crawford, B. Weigand. *Convective Heat and Mass Transfer*, 4th. Edition, McGraw-Hill Higher Education, 2005.