

01170

Control basado en pasividad de un edificio

por

Cecilia Cornejo Romero

Tesis presentada para obtener el grado de

Maestra en Ingeniería Eléctrica

Campo disciplinario: Control

en el

Programa Maestría y Doctorado en Ingeniería  
de la

Universidad Nacional Autónoma de México

Dr. Luis Agustín Álvarez Icaza Longoria, Director de tesis

2004

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Índice general

Índice de figuras	II
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Modelo Hamiltoniano Controlado por Puerto</b>	<b>6</b>
2.1. Sistemas Pasivos . . . . .	7
2.2. Análisis de energía de las ecuaciones Euler Lagrange (EL) . . . . .	8
2.2.1. Ecuaciones Euler Lagrange . . . . .	9
2.2.2. Balance de energía . . . . .	9
2.3. Hamiltoniano . . . . .	10
2.4. Sistemas Hamiltonianos Controlados por Puerto (HCP) . . . . .	11
2.5. Modelo de una estructura civil . . . . .	13
2.5.1. Características del edificio . . . . .	13
2.5.2. Ecuaciones HCP para un edificio . . . . .	14
<b>3. Control Basado en Pasividad con Asignación de Interconexión y Amortiguamiento (CBP-AIA)</b>	<b>17</b>
3.1. Procedimiento de Diseño . . . . .	18
3.2. Diseño de un CBP-AIA para un estructura civil . . . . .	20
3.3. Verificación de las restricciones del CBP-AIA . . . . .	22
<b>4. Simulación numérica</b>	<b>29</b>
4.1. Amortiguador magneto-reológico . . . . .	29
4.2. Parámetros para las simulaciones . . . . .	31
4.3. Resultados de simulación . . . . .	35
<b>5. Conclusiones</b>	<b>42</b>

# Índice de figuras

2.1. Edificio de n pisos . . . . .	13
4.1. Diagrama del edificio con amortiguador magneto-reológico. . . . .	30
4.2. registro SCT-NS del 85, Cd.de Méx . . . . .	31
4.3. Transformada rápida de Fourier del sismo . . . . .	32
4.4. Acercamiento de la transformada rápida de Fourier del sismo . . . . .	33
4.5. Fuerza aplicada al edificio. . . . .	37
4.6. Voltaje aplicado al amortiguador magneto-reológico . . . . .	38
4.7. Desplazamiento del primer piso con control y sin control . . . . .	39
4.8. Desplazamiento del primer piso con control . . . . .	39
4.9. Desplazamiento del segundo piso con control y sin control . . . . .	40
4.10. Desplazamiento del segundo piso con control. . . . .	40
4.11. Desplazamiento del tercer piso con control y sin control . . . . .	41
4.12. Desplazamiento del tercer piso con control. . . . .	41

## Agradecimientos

Quiero agradecer de forma muy especial a mi adorado Angel Torres Piedra todo el apoyo y las palabras de aliento que siempre me ha brindado para seguir adelante. A mis hermanos Noé, Lilis, Ame, Anis, David, y Efra, todo su cariño y confianza. Así mismo a mis padres, Juano Romero Oliveros y Heliodoro Cornejo Cruz (†), sus consejos y atenciones, las cuales me han permitido concluir este proyecto de mi vida.

Así mismo, quiero agradecer al Dr. Luis Álvarez-Icaza Longoria todo el interés que siempre ha tenido en ayudarme a desarrollar y concluir mis estudios de maestría.

También quiero agradecer a mis compañeros de generación y del Instituto de Ingeniería de la UNAM, así como a mis profesores del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, toda la disposición que tuvieron cuando necesite de su ayuda.

De igual manera, quiero agradecer particularmente a la Coordinación de Automatización del Instituto de Ingeniería de la UNAM todas las facilidades otorgadas para el desarrollo de mis estudios de maestría.

Por último, quiero agradecer el apoyo económico que me brindó el CONACYT durante el primer semestre de mis estudios de maestría.

# Capítulo 1

## Introducción

La presencia de terremotos repercute de forma importante en la vida social y económica de los países que los sufren. Es por ello que surge la necesidad de crear estructuras civiles resistentes ante la presencia de sismos. Han surgido diversas investigaciones alrededor de este tema, que pueden centrarse en dos grupos principales:

- **Modificación de diseño y uso de materiales.** En este apartado se han creado materiales aplicados al diseño estructural que minimizan el efecto de movimientos sísmicos. Como una alternativa se proponen, por ejemplo, materiales deformables tales como aceros blandos o materiales tipo goma, que son colocados como esqueleto entre la base y la parte superior de la estructura, lo que produce un incremento en su periodo natural, que puede ayudar a minimizar los efectos causados por los terremotos (Symans, M. R. and Constantinou, A. C. 1997). Las desventajas que presentan este tipo de sistemas son que la reacción por parte de la construcción a diferentes tipos de excitación sísmica está limitada a la respuesta del material utilizado y que, en ocasiones tienen vida limitada, además de un incremento moderado en el costo de la obra.
- **Técnicas de control activo o semiactivo.** En busca de sistemas que permitan una reducción eficaz en los movimientos de los entrepisos de la estructura civil sin importar las características de la excitación sísmica a la que es sujeta, surgen los sistemas de protección sísmica que incorporan esquemas de control automático. A grandes rasgos pueden describirse como sistemas donde las señales sísmicas son sensadas y procesadas

en una computadora donde se aplica un algoritmo de control que genera señales de reacción que contrarrestan los efectos del terremoto de acuerdo a sus características específicas.

Dependiendo de las características del actuador, el sistema de control puede clasificarse en activo o semiactivo. Los sistemas de control activo modifican las propiedades dinámicas inerciales y en menor proporción, la rigidez de la estructura. La señal de control para contrarrestar el efecto del terremoto a través de dispositivos electro-mecánicos o electro-hidráulicos son alimentados por poderosas fuentes de potencia. La principal desventaja de este tipo de sistemas es que la cantidad de energía requerida es alta e indispensable durante la excitación sísmica, situación que no puede ser satisfecha generalmente cuando se presenta un terremoto.

Tras la evaluación de las ventajas y desventajas ofrecidas por los esquemas de control activo y la modificación al diseño estructural con el uso de diversos materiales, surge un sistema de control intermedio que proporciona la protección de la estructura civil de acuerdo a las características del terremoto pero sin requerir de grandes cantidades de energía. De esta forma se inicia el diseño de sistemas de control semiactivo, que buscan proteger globalmente la estructura por medio dispositivos que sufren deformación u ofrecen resistencia ante la presencia del movimiento en la estructura con un mínimo consumo de energía.

En este trabajo tesis se diseña un esquema de control basado en pasividad (CBP) (Ortega, R. and Spong, M. 1989) que se aplica a través de un amortiguador magneto-reológico conectado entre el suelo y el primer piso de un edificio de tres pisos, con el objetivo de reducir el desplazamiento de sus entrepisos cuando se presenta un sismo. El proyecto se lleva a cabo a nivel simulación, con un amortiguador y un edificio a escala. El terremoto aplicado es una versión escalada del sismo acontecido en septiembre de 1985 en la Ciudad de México.

Como dispositivo actuador para el control semiactivo se recurre al uso de un amortiguador magneto-reológico (Spencer, B.F. et al. 1990), ya que sus requerimientos de energía son mínimos y la resistencia que ofrece en comparación con mecanismos del mismo tipo es

de un orden de magnitud mayor. Además, no presenta variaciones en su comportamiento ante la presencia de cambios ambientales (Symans, M. R. and Constantinou, A. C. 1997). A continuación se presenta una descripción general del amortiguador magneto-reológico y se hace una comparación de sus características respecto a un amortiguador electroreológico, para evidenciar sus ventajas.

Los amortiguadores electro-reológicos presentan una alta sensibilidad ante impurezas en el fluido ya que al ejercer un campo eléctrico, si éste no es completamente dieléctrico se generan dipolos, que provocan una alteración en su funcionamiento así como cambios drásticos en la temperatura (Gavin, H. et al. 1996a). En el prototipo presentado por Gavin, H. et al. (1996b) los requerimientos de energía son  $3,34[KV]$  y  $15[mA]$  para desplazar  $0.2 [cm]$  el émbolo y generar una fuerza menor a  $60 [N]$ . En el caso de los amortiguadores magneto-reológicos la variación en el comportamiento del sistema debido a impurezas y temperatura es mínima. Además, los requerimientos de energía son menores; por ejemplo en el prototipo utilizado son de  $2,25[V]$  y  $0,75[A]$  con un desplazamiento menor a  $2 [cm]$  el cual proporciona a una fuerza de aproximadamente  $1500[N]$ . Por ello, los amortiguadores magneto-reológicos ofrecen un mejor comportamiento en condiciones de siniestro.

Los amortiguadores magneto-reológicos típicamente consisten en un cilindro que contiene un fluido (generalmente aceite) con pequeñas partículas electromagnéticas en suspensión. Al aplicar un campo electromagnético se provoca una polarización de las pequeñas partículas en la dirección del campo lo que hace que el fluido viscoso llegue a ser semi-sólido, con lo que aumenta la resistencia al desplazamiento del émbolo.

De los modelos desarrollados para describir la dinámica del amortiguador magneto-reológico, (Spencer, B.F. et al. 1996) recurre al modelo de fricción Bouc Wen, diseñado para dispositivos caracterizados por ciclos de histéresis. Dicho modelo permite describir correctamente el comportamiento del amortiguador, pero requiere el uso de nueve ecuaciones (cuatro principales y cinco secundarias). Además, las ecuaciones no pueden linealizarse en los parámetros, es decir, no pueden escribirse como el producto de un vector de parámetros del modelo y otro de variables medibles o determinables, situación que dificulta la identificación de parámetros. Por ello (Jiménez-Fabián, R. E. and Álvarez Icaza-Longoria, L. A. 2003) propone una modificación al modelo de fricción dinámica LuGre (Canudas, C. et al.

1995) para representar la dinámica del amortiguador con un menor número de ecuaciones y una estructura lineal en los parámetros que permite una fácil identificación de parámetros. Así, (Jiménez-Fabián, R. E. and Álvarez Icaza-Longoria, L. A. 2003) proporciona un modelo de dos ecuaciones que se emplea en la aplicación del esquema de control para este trabajo de tesis.

Respecto al diseño del esquema de control, este se desarrolla desde una perspectiva de pasividad, donde se visualiza al sistema y al esquema de control como bloques que intercambian energía y satisfacen el principio de balance de energía. El diseño del esquema de control se realiza por medio del control basado en pasividad que fue formalizado en (Ortega, R. and Spong, M. 1989) con una metodología de diseño para un controlador que proporciona un sistema pasivo en lazo cerrado y con una función de almacenamiento de energía deseada cuyo mínimo es el punto de equilibrio deseado.

Originalmente, la técnica de control basada en pasividad es un procedimiento similar al diseño basado en Lyapunov, donde se selecciona una función de almacenamiento de energía y a partir de ella se diseña un esquema de control que asegura estabilidad. Esta técnica ha tenido diversas aplicaciones, como se puede ver en Ortega et al. (1998). Posteriormente, se inicia el desarrollo de un esquema de control que permita manipular el comportamiento de los elementos disipativos de energía (Ortega R., Schaft A., Maschke B., and Escobar G. 1999) para ayudar a la estabilización del sistema. Es en este punto donde se presentan los inicios del CBP con asignación de interconexión y amortiguamiento, el cual sugiere que, con base en las propiedades físicas del sistema, se analice cuáles serían la interconexión y amortiguamiento que permitirían llevar al sistema al equilibrio deseado. A partir de ello, se propone una función de almacenamiento de energía, cuyo mínimo es el punto de equilibrio deseado. Existen varias ventajas en el uso de sistemas pasivos para el desarrollo de esquemas de control como son que aseguran estabilidad en el sentido de Lyapunov (Khalil 1996) y que la interconexión de sistemas pasivos en configuración de retroalimentación proporciona un sistema resultante que conserva las propiedades de pasividad (Slotine 1991). Además, los sistemas pasivos son óptimos desde el punto de vista de energía y robustos a variaciones en los parámetros del modelo (Ortega, R. et al. 2001).

El enfoque que se utiliza para el diseño del esquema de control en el presente trabajo es el CBP con asignación de interconexión y amortiguamiento (AIA). El objetivo es proponer una forma de interconexión y de disipación de los elementos que constituyen al sistema para que este llegue al equilibrio deseado. Un elemento de importancia en la técnica de AIA es que se basa en el comportamiento real de los sistemas y a partir de este propone los elementos para formular la ley de control.

En una forma general, los pasos que se siguen al emplear esta técnica son:

1. Expresar la dinámica del sistema en ecuaciones HCP
2. Proponer una función de almacenamiento de energía deseada, cuyo mínimo sea el punto de equilibrio del sistema.
3. Expresar al sistema deseado en ecuaciones HCP

Para cumplir la segunda condición de las tres mencionadas arriba, se debe resolver una ecuación diferencial parcial. Para esto Ortega et al. (2002) proponen una metodología para obtener una solución que cae dentro del conjunto de posibles soluciones de dicha ecuación diferencial parcial y que asegura la estabilidad del sistema.

El resto de este trabajo se organiza como sigue. En el capítulo dos se exponen las propiedades de los sistemas pasivos, se explican el origen y características de los sistemas HCP y se desarrolla el modelo de la estructura civil bajo esta técnica. En el tercer capítulo se describe la metodología de asignación de interconexión y amortiguamiento (AIA) y los requisitos necesarios para su aplicación, mismos que se comprueban formalmente para el modelo de la estructura civil. En el capítulo cuatro se presentan los resultados de diversas simulaciones numéricas que utilizan la ley de control formulada en los capítulos anteriores y que suponen que el actuador es un amortiguador magneto-reológico. En el último capítulo se recopilan las ventajas y desventajas del uso de esta técnica y se comenta sobre el trabajo por realizar.

## Capítulo 2

# Modelo Hamiltoniano Controlado por Puerto

En este capítulo se desarrollan las ecuaciones de los sistemas Hamiltonianos controlados por puerto (HCP) y se aplican al modelo de un edificio. Como primer punto, se definen los mapeos entrada-salida pasivos. En seguida, se enuncian las ecuaciones de Euler Lagrange (EL), que modelan sistemas dinámicos a través del planteamiento de coordenadas generalizadas y una perspectiva de energía. Al aplicar una transformación de Legendre a las ecuaciones de EL, se generan las ecuaciones hamiltonianas. Finalmente, a partir de la selección de variables de puerto sobre estas últimas ecuaciones, se generan las ecuaciones para un sistema Hamiltoniano controlado por puerto.

Los sistemas HCP heredan las propiedades de energía de los sistemas Hamiltonianos y las bondades para el control de la teoría de puertos de sistemas eléctricos. Analíticamente, las ecuaciones HCP agrupan de forma bien definida la interconexión de los elementos que constituyen el sistema, la disipación y las entradas del sistema. Por estas razones los sistemas HCP representan una alternativa atractiva en la aplicación de técnicas de control pasivo.

La parte final del capítulo se refiere al desarrollo del modelo de un edificio como un sistema HCP.

## 2.1. Sistemas Pasivos

Los sistemas pasivos se analizan desde una perspectiva de energía, cuya tesis fundamental establece que un sistema no puede almacenar más energía que la suministrada. En el caso que el sistema estuviese formado por elementos que almacenan y disipan energía, la energía almacenada y disipada no podrá ser mayor a la suministrada.

Formalmente un sistema pasivo se define como:

**Definición 1** *Sea un sistema de la forma*

$$\dot{s} = f(s, u), \quad (2.1)$$

$$y = h(s, u), \quad (2.2)$$

donde

$$f(s, u) : R^n \times R^m \rightarrow R^n \quad \text{con} \quad f(0, 0) = 0,$$

$$h(s, u) : R^n \times R^m \rightarrow R^m \quad \text{con} \quad h(0, 0) = 0,$$

donde  $u$  y  $y$  se denominan entrada y como salida del sistema, respectivamente.

Se dice que el sistema dinámico es pasivo si existe una función  $H(s)$  positiva definida y continuamente diferenciable (llamada función de almacenamiento de energía) tal que

$$u^T(s)y(s) \geq \frac{\partial H(s)}{\partial s} f(s, u) + g(s), \quad (2.3)$$

donde

$u^T y$ : representa la potencia suministrada o sustraída,

$g(s)$ : función no negativa, que captura los efectos de disipación de energía,

que asegura las siguientes propiedades.

1. La energía en el sistema sin la presencia de control,  $u = 0$ , es no incremental,  $H[s(t)] \leq H[s(0)]$ ; además, ante la presencia de disipación,  $g(s) > 0$ , es decreciente,  $H[s(t)] < H[s(0)]$  y el sistema se estabiliza en el punto energía mínima.
2. Si  $H(s)$  es positiva, se tiene que

$$-\int_0^t u^T(s)y(s)ds < H[s(0)] < \infty, \quad (2.4)$$

*esto es, la cantidad total de energía que puede ser extraída de un sistema pasivo es acotada.*

Al evaluar estos resultados bajo la perspectiva de estabilidad de Lyapunov se observa que

$$H(s) > 0, \quad (2.5)$$

$$\dot{H}(s) \leq 0, \quad (2.6)$$

esto es, la función de almacenamiento de energía es positiva definida y su derivada es negativa semidefinida y es, por tanto, una función de Lyapunov. De acuerdo con Khalil (1996) estas condiciones definen el equilibrio  $s = 0$  como estable. Entonces se puede asegurar que todo sistema pasivo tiene un equilibrio estable en el sentido de Lyapunov.

Además, la interconexión de bloques pasivos en configuración paralelo y retroalimentación genera un sistema que conserva las propiedades pasivas (Slotine 1991). Por último la utilización de sistemas pasivos asegura que el sistema sea óptimo desde un punto de vista de energía y robusto ante la presencia de perturbaciones (Ortega, R. et al. 2001).

Las propiedades que presentan los sistemas pasivos son atractivas para el control, ya que si se logra describir a la planta como un sistema pasivo y se propone el sistema de control como un bloque pasivo, su interconexión en retroalimentación proporcionará un sistema en lazo cerrado también pasivo y que, por consecuencia, heredará las propiedades benéficas de estos sistemas, muy en especial, la de estabilidad en el sentido de Lyapunov.

## **2.2. Análisis de energía de las ecuaciones Euler Lagrange (EL)**

Las técnicas para obtener el modelo dinámico de un sistema físico pueden agruparse en dos corrientes principales, la primera que puede llamarse clásica, donde se analiza la dinámica de cada elemento del sistema de acuerdo a las leyes que lo rigen y luego se agrupan en una ley de conjunto que describe la dinámica del sistema completo. La segunda alternativa es por medio de las ecuaciones Euler-Lagrange (EL), donde se analiza la interconexión de los elementos que constituyen el sistema por medio del Lagrangiano generado a partir de la energía cinética y potencial del sistema. Debido a que la construcción del esquema de

control se desarrolla desde un punto de vista de energía, se recurre al uso de las ecuaciones EL.

### 2.2.1. Ecuaciones Euler Lagrange

Las ecuaciones Euler Lagrange para un sistema dinámico se pueden expresar como

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = Q, \quad (2.7)$$

$$Q = -\frac{\partial F}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) + Q_\zeta + u, \quad (2.8)$$

donde

$Q$ : fuerzas externas que actúan en el sistema,

$q = (q_1, \dots, q_n)$ : coordenadas generalizadas del sistema con  $n$  grados de libertad,

$F(\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T R \dot{q}$ : función de disipación de Rayleigh, con  $R = R^T \geq 0$  y diagonal,

$Q_\zeta$ : perturbaciones externas,

$u$ : entrada de control,

$L(q, \dot{q})$ : Lagrangiano del sistema.

El Lagrangiano  $L(q, \dot{q})$  está dado por:

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q), \quad (2.9)$$

con

$T(q, \dot{q})$ : energía cinética,

$V(q)$ : energía potencial.

### 2.2.2. Balance de energía

En este punto se presenta el desarrollo propuesto por Ortega et al. (1998) para mostrar las propiedades de pasividad en los sistemas modelados por medio de ecuaciones Euler Lagrange. Se justifica así porque es más práctico modelar los sistemas por ecuaciones EL cuando se busca diseñar un control basado en pasividad. Considere la derivada total del Lagrangiano con respecto al tiempo, esto es

$$\frac{dL(q, \dot{q})}{dt} = \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} \right) \frac{dq}{dt} + \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) \frac{d\dot{q}}{dt}. \quad (2.10)$$

Al despejar  $\partial L(q, \dot{q})/\partial q$  de la Ec. (2.7) se tiene

$$\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - Q. \quad (2.11)$$

Al multiplicar la Ec. (2.11) por la derivada de  $q$  con respecto al tiempo y al sustituir en la Ec. (2.10), la ecuación resultante es

$$\frac{dL(q, \dot{q})}{dt} = \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) \frac{d\dot{q}}{dt} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) \dot{q} - \dot{q}Q. \quad (2.12)$$

Al reagrupar términos se tiene

$$\frac{d}{dt} \left[ \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) \dot{q} - L(q, \dot{q}) \right] = \dot{q} \left( u - \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \right). \quad (2.13)$$

El término entre paréntesis del lado derecho de la Ec. (2.13) es la energía total del sistema, esto es

$$\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \dot{q} - L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) + V(q) \triangleq H(q, \dot{q}). \quad (2.14)$$

Entonces al integrar la Ec. (2.13) en el periodo  $[0, T]$  se tiene

$$\underbrace{H[q(T), \dot{q}(T)] - H[q(0), \dot{q}(0)]}_{\text{energía-almacenada}} + \underbrace{\int_0^T \dot{q}^T \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} ds}_{\text{energía-disipada}} = \underbrace{\int_0^T \dot{q}^T u ds}_{\text{fuente-de-energía}}. \quad (2.15)$$

En la Ec. (2.15) se muestra el balance de energía de un sistema cuya dinámica está expresada en ecuaciones EL. De este balance se observa que el sistema es pasivo ya que la energía almacenada y disipada es igual a la energía suministrada por la fuente.

### 2.3. Hamiltoniano

A partir de las ecuaciones EL y de la transformación de Legendre  $H = p\dot{q} - L$  con  $p(q, \dot{q})$  se generan las ecuaciones Hamiltonianas, descritas en las nuevas coordenadas  $(q, p)$  en lugar de  $(q, \dot{q})$  de las ecuaciones EL. De esta forma el sistema en ecuaciones Hamiltonianas es representado por ecuaciones diferenciales de primer orden, donde  $q$  representa las coordenadas generalizadas y  $p$  los momentos generalizados del sistema. A su vez  $p$  se define como  $p = \partial L/\partial \dot{q}$ .

Al definir el vector de estado  $(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n)$  la Ec. (2.7) puede ahora escribirse como un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden dadas por

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}(q, p), \quad (2.16)$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}(q, p) + Q, \quad (2.17)$$

con

$$H(q, p) = T(q, p) + V(q). \quad (2.18)$$

Las Ecs. (2.16) son llamadas ecuaciones Hamiltonianas de movimiento.  $H(q, p)$  es el Hamiltoniano, que representa la energía total del sistema, esto es, la suma de la energía cinética y potencial.

## 2.4. Sistemas Hamiltonianos Controlados por Puerto (HCP)

Los sistemas HCP son una conjugación de las propiedades de las ecuaciones de movimiento Hamiltonianas (que al generarse a partir de las ecuaciones EL heredan las propiedades de pasividad que se observan en la Ec. (2.15)) y las propiedades de control de la teoría de puertos de sistemas eléctricos. Los sistemas HCP se generan al escribir las ecuaciones de movimiento Hamiltonianas con una selección específica de sus entradas  $u$  y salidas  $y$ <sup>1</sup>. Así, las Ecs. (2.16) y (2.17) se escriben como

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{\partial H}{\partial p}(q, p), & (q, p) &= (q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n), & (2.19) \\ \dot{p} &= -\frac{\partial H}{\partial q}(q, p) + B(q)u, & u &\in R^m, \\ y &= B^T(q)\frac{\partial H}{\partial p}(q, p), & y &\in R^m, \end{aligned}$$

donde  $B(q)u$  denota las fuerzas generalizadas que resultan de proyectar, a través de  $B(q)$ , las entradas de control  $u \in R^m$  sobre las coordenadas generalizadas  $q$ . El espacio de estado en la Ec. (2.19), con coordenadas locales  $(q, p)$ , es conocido convencionalmente como espacio de fase. Si  $m < n$ , el sistema es sobreactuado y si  $m = n$  y la matriz  $B(q)$  es invertible,

<sup>1</sup>No se consideran perturbaciones externas.

entonces el sistema es completamente actuado. La elección de la salida  $y = B^T(q)\dot{q}$ , donde la presencia de la matriz  $B(q)^T$  en la salida permite proyectar estas sobre las coordenadas generalizadas, se hace para obtener el balance de energía dado por

$$\frac{dH}{dt}(q(t), p(t)) = u^T(t)y(t). \quad (2.20)$$

De forma matricial el arreglo en la Ec. (2.19) se escribe como

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial p}(q, p) \\ \frac{\partial H}{\partial q}(q, p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B(q)u \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

$$y = B^T(q) \frac{\partial H}{\partial p}(q, p).$$

La matriz de interconexión que se denota con  $J(s)$ , está definida por

$$J = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix}$$

y se puede definir el vector  $g(p, q)$  como

$$g(p, q) = \begin{bmatrix} 0 \\ B(q) \end{bmatrix}.$$

Cuando existen elementos disipativos en el sistema, estos se pueden agrupar en una matriz  $R(s)$ . Entonces, las Ecs. (2.21) se escriben en forma simplificada como

$$\dot{s} = [J(s) - R(s)] \frac{\partial H}{\partial s}(s) + g(s)u \quad (2.22)$$

$$y = g^T(s) \frac{\partial H}{\partial s} \quad (2.23)$$

Cuando se desea verificar si un sistema arbitrario está escrito como uno HCP, las matrices en la Ec. (2.22) deben tener las siguiente propiedades.

$J(s) = -J^T(s)$ : matriz antisimétrica de interconexión natural

$R(s) = R(s)^T \geq 0$ : matriz simétrica de amortiguamiento

$H(s)$ : función de almacenamiento de energía

$u, y \in R^m$ : variables de potencia de puerto.

## 2.5. Modelo de una estructura civil

El modelo de una estructura civil en régimen elástico presenta una estructura bien definida caracterizada como un sistema dinámico clásico de segundo orden (Paz 1997; Chopra 1995) con inercia, amortiguamiento y rigidez de acuerdo a los parámetros del sistema.

### 2.5.1. Características del edificio

El sistema a analizar es un edificio vertical de  $n$  pisos. Los pisos se consideran rígidos y la conexión entre ellos es mediante columnas que están representadas por elementos elásticos en paralelo con amortiguadores viscosos. La señal que perturba al sistema es la aceleración del suelo provocada por un movimiento sísmico. Gráficamente el sistema se presenta en la Fig. 2.1.

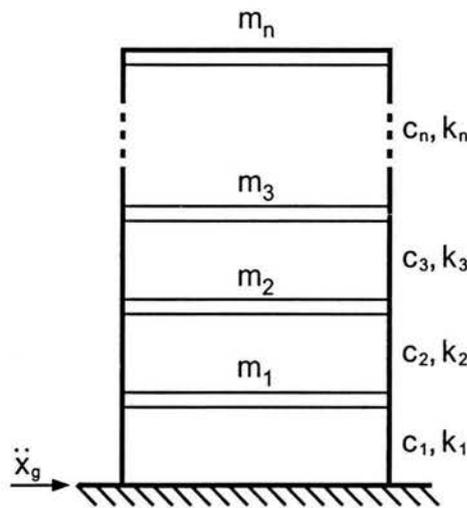


Figura 2.1: Edificio de  $n$  pisos

En la Fig. 2.1:

$m_i$ : masa del  $i$ -ésimo piso,

$c_i$ : coeficiente de amortiguamiento viscoso entre el piso  $i$  y el piso  $i - 1$ ,

$k_i$ : coeficiente de rigidez entre el piso  $i$  y el piso  $i - 1$ ,

$\ddot{x}_g$ : aceleración del terreno.

Al aplicar la segunda ley de Newton al edificio, la dinámica que se obtiene es

$$f_{mi} + f_{ci} + f_{ki} = M\ddot{x}_g. \quad (2.24)$$

La Ec. (2.24) en forma matricial tiene la forma

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -M\ddot{x}_g. \quad (2.25)$$

Las formas características de las matrices M, C y K son

$$M = M^T = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix} > 0, \quad (2.26)$$

$$C = C^T = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \dots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_n \end{bmatrix} \geq 0, \quad (2.27)$$

$$C = C^T = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_n \end{bmatrix} > 0. \quad (2.28)$$

La fuerza que provoca el movimiento del sismo está considerada en  $M\ddot{x}_g$

### 2.5.2. Ecuaciones HCP para un edificio

Una vez establecidas las características del sistema se inicia con el planteamiento del ecuaciones HCP para expresar la dinámica del sistema. Como un primer punto se proponen las variables de energía como:

$$q = x,$$

$$p = Mx,$$

donde

$x_i$ : desplazamiento del  $i$ -ésimo piso del edificio,

$\dot{x}_i$ : velocidad del  $i$ -ésimo piso del edificio,

$M$ : matriz de inercia conforme a la Ec. (2.26),

$q$ : posición generalizada,

$p$ : momento generalizado.

La función de energía, que corresponde con la energía total del sistema, es la suma de la energía cinética y potencial, esto es

$$H = \frac{1}{2}p^T M^{-1}p + \frac{1}{2}q^T Kq, \quad (2.29)$$

donde

$K$ : matriz de rigidez conforme a la Ec. (2.28).

Al obtener las derivadas parciales de la función de energía respecto a la posición y el momento generalizado se tiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial q} &= Kq, \\ \frac{\partial H}{\partial p} &= M^{-1}p. \end{aligned}$$

Entonces, al escribir la dinámica del sistema dado por la Ec. (2.25) en forma de ecuaciones HCP, según la forma en las Ecs. (2.22) se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} Kq \\ M^{-1}p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} \ddot{x}_g, \quad (2.30)$$

$$y = [0 \quad I] \begin{bmatrix} Kq \\ M^{-1}p \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

donde  $\beta_2(s)$  es la señal de control que actúa sobre el sistema,  $I$  representa una matriz identidad de dimension  $n \times n$  y  $C$  la matriz de amortiguamiento dada por la Ec. (2.27). De la Ec. (2.30), se observa que la matriz de interconexión y de amortiguamiento están dadas por las matrices

$$J(s) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix}, \quad R(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Además el bloque de control es

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2(s) \end{bmatrix}$$

y el sismo entra al sistema a través del bloque

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} \ddot{x}_g.$$

El objetivo de este capítulo ha sido cubierto al obtener el modelo dinámico del edificio por medio de ecuaciones HCP en las Ecs. (2.30) y (2.31). Este modelo se utiliza en el siguiente capítulo para construir un esquema de control bajo principios de pasividad que se aplicará al edificio considerando que el actuador es un amortiguador magneto-reológico.

## Capítulo 3

# Control Basado en Pasividad con Asignación de Interconexión y Amortiguamiento (CBP-AIA)

El control basado en pasividad (CBP) es una técnica que busca la estabilización de un sistema desde una perspectiva de balance y modulación de energía. Una extensión de este enfoque es la asignación de interconexión y amortiguamiento (AIA) donde el objetivo es explotar las propiedades de interconexión de los elementos que contribuyen a la estabilización del sistema e incrementar la disipación, de tal forma que se induzca al sistema a un punto de equilibrio deseado (Ortega, R. et al. 2001).

Si el sistema original tiene términos de interconexión y amortiguamiento  $J$  y  $R$ , respectivamente, la idea del CBP-AIA es encontrar una ley de control  $u = \beta(s)$  tal que el sistema en lazo cerrado tenga un comportamiento deseado dado por los términos de interconexión y amortiguamiento  $J_d$  y  $R_d$ , respectivamente. La relación entre los términos de disipación e interconexión de sistema real y el deseado del sistema se puede expresar como

$$R_d = R + R_a$$

y

$$J_d = J + J_a,$$

respectivamente. Así, la disipación del sistema en lazo cerrado,  $R_d$ , se obtiene al incrementar la disipación real del sistema,  $R$ , por la asignación de disipación,  $R_a$ . De la misma manera la interconexión del sistema deseado,  $J_d$ , está dada por la interconexión de sistema real,  $J$ , más la asignación de interconexión,  $J_a$ ).

La metodología puede describirse de la siguiente forma. Como un primer punto se expresa la dinámica del sistema en ecuaciones *HCP*. Después se propone una función de almacenamiento de energía deseada para el sistema en lazo cerrado,  $H_d(s)$ , cuyo mínimo esté en el punto de equilibrio deseado  $s_*$ . A continuación, se formula la dinámica del sistema en lazo cerrado en ecuaciones *HCP*. Para distinguir este sistema en lazo cerrado del sistema original, se adopta la notación  $HCP_d$  para denotar al sistema deseado en lazo cerrado. El siguiente paso consiste en asignar la interconexión y amortiguamiento,  $J_a$  y  $R_a$ , respectivamente. Cuando el diseñador tiene un conocimiento exhaustivo del sistema, puede proponer  $J_a$  y  $R_a$  de acuerdo a su experiencia y entonces seguir el procedimiento propuesto por Ortega et al. (2002) para generar la ley de control que permita estabilizar al sistema en el punto de equilibrio deseado. De no existir los elementos de información necesarios para proponer  $J_a$  y  $R_a$ , en Ortega et al. (2002) también se proponen procedimientos alternativos.

### 3.1. Procedimiento de Diseño

Como un primer punto se muestra la dinámica deseada en lazo cerrado, el sistema  $HCP_d$ , que está descrita por la siguiente ecuación

$$\dot{s} = [J_d(s) - R_d(s)] \frac{\partial H_d}{\partial s}(s). \quad (3.1)$$

Los términos que constituyen la Ec. (3.1) satisfacen:

$J_d(s) = -J_d^T(s)$ : matriz antisimétrica de interconexión deseada,

$R_d(s) = R_d^T(s) \geq 0$ : matriz antisimétrica de interconexión deseada,

$H_d(s)$ : función de almacenamiento de energía deseada con mínimo en  $s_*$ ,

$s_*$ : punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado.

A partir de la dinámica de la planta descrita por la Ec. (2.22) y el sistema deseado en lazo cerrado, Ec. (3.1), y siguiendo la metodología propuesta por Ortega et al. (2002) se

generará la ley de control que estabiliza al sistema en el equilibrio deseado. La planta y la ley de control deben satisfacer algunas propiedades para realizar el diseño del CBP-AIA, que se describen en la siguiente proposición.

**Proposición 1** *Dados  $J(s, u)$ ,  $R(s)$ ,  $H(s)$ ,  $g(s, u)$  y el punto de equilibrio deseado a ser estabilizado  $s_* \in R^n$ , asuma que se pueden encontrar las funciones  $\beta(s)$ ,  $J_a(s)$ ,  $R_a(s)$  y el vector  $\kappa(s)$  que satisfacen:*

$$[J(s, \beta(s)) + J_a(s) - (R(s) + R_a(s))]\kappa(s) = -[J_a(s) - R_a(s)]\frac{\partial H_d}{\partial s}(s) \quad (3.2)$$

y tales que se cumplan las siguientes propiedades

i. *Preservación de estructura.-*

$$\begin{aligned} J_d(s) &= J(s, \beta(s)) + J_a(s) = -[J(s, \beta(s)) + J_a(s)]^T, \\ R_d(s) &= R(s) + R_a(s) = [R(s) + R_a(s)]^T \geq 0. \end{aligned}$$

ii. *Integrabilidad.- El vector  $\kappa(s)$  es el gradiente de una función escalar. Esto es*

$$\frac{\partial \kappa}{\partial s}(s) = \left[ \frac{\partial \kappa}{\partial s}(s) \right]^T. \quad (3.3)$$

iii. *Asignación de equilibrio.- El vector  $\kappa(s)$  evaluado en el punto de equilibrio  $s_*$  satisface*

$$\kappa(s_*) = -\frac{\partial H}{\partial s}(s_*). \quad (3.4)$$

iv. *Estabilidad de Lyapunov.- El Jacobiano de  $\kappa(s)$  evaluado en  $s_*$  satisface la cota*

$$\frac{\partial \kappa}{\partial s}(s) > -\frac{\partial^2 H}{\partial s^2}(s_*). \quad (3.5)$$

Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado que se obtiene al usar la ley de control  $u = \beta(s)$  tendrá la forma dada en la Ec. (3.1), donde la función de almacenamiento de energía  $H_d(s)$  satisface

$$H_d(s) = H(s) + H_a(s) \quad (3.6)$$

y

$$\frac{\partial H_a}{\partial s}(s) = \kappa(s) \quad (3.7)$$

Además, el punto de equilibrio  $s_*$  es un equilibrio estable local del sistema en lazo cerrado.  $s_*$  será asintóticamente estable si, adicionalmente, el conjunto invariante más grande bajo la dinámica de lazo cerrado contenido en

$$\left\{ s \in R^n \mid \left[ \frac{\partial H_d}{\partial s} \right]^T R_d \frac{\partial H_d}{\partial s}(s) = 0 \right\} \quad (3.8)$$

es igual a  $s_*$ . Un estimado del dominio de atracción está dado por el mayor conjunto de nivel acotado  $\{s \in R^n \mid H_d(s) \leq c\}$ .

La *Proposición 1* proporciona elementos conceptuales para diseñar un CBP-AIA. En forma constructiva se puede decir que se incorpora un término de interconexión y amortiguamiento al sistema original, dado por la Ec. (2.22) y se propone una función de energía deseada  $H_d(s)$ , con las características ya mencionadas. Estos elementos son tales que se asegura el sistema en la Ec. (3.1) tiene un equilibrio estable de lazo cerrado en el punto deseado.

Para un sistema en la forma dada por la Ec. (2.22), Ortega et al. (2002) postula que si se fijan  $J_a$  y  $R_a$ , entonces se debe buscar la solución de la siguiente ecuación en derivadas parciales (EDP)

$$g^\perp(s)[J(s) + J_a(s) - (R(s) + R_d(s))] \frac{\partial H_a(s)}{\partial s} = -g^\perp(s)[J_a(s) - R_a(s)] \frac{\partial H(s)}{\partial s} \quad (3.9)$$

en términos de  $H_a$ , donde  $g^\perp(s)$  es el aniquilador izquierdo de  $g(s)$ , esto es,  $g^\perp(s)g(s) = 0$ .

La Ec. (3.9) es una EDP lineal de la forma  $A(s) \frac{\partial H_a}{\partial s}(s) = b(s)$  que puede ser resuelta por diversos métodos. Al resolverla, se asegura que el sistema de lazo cerrado  $H_d(s)$  se estabiliza en el punto de equilibrio estable  $s_*$ . Una vez que se verifica la Ec. (3.9), la ley de control propuesta por Ortega et al. (2002) es

$$\beta(s) = [g^T(s)g(s)]^{-1} g^T(s)[J_d(s) - R_d(s)] \nabla H_d - f(s). \quad (3.10)$$

### 3.2. Diseño de un CBP-AIA para un estructura civil

En este apartado se aplica la técnica de CBP-AIA al edificio bajo análisis. Para este caso particular, se recurre al hecho que la dinámica de este sistema es ampliamente discutida en

la literatura y que muchas modificaciones en sus parámetros tienen un efecto previsible.

La AIA se realiza de la siguiente forma. Como primer punto se propuso preservar la estructura de interconexión de los elementos del sistema en la Fig. 2.1, pues se consideró importante preservar la estructura tridiagonal del sistema original. Así

$$J_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

En el caso de la asignación de amortiguamiento se plantea incorporar una matriz de amortiguamiento deseada  $C_d$ . De esta forma, la matriz de asignación de amortiguamiento está dada por

$$R_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_d - C \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

donde

$C$ : matriz de amortiguamiento del sistema real.

La función de almacenamiento de energía deseada se propone como un Hamiltoniano convencional, es decir, como la suma de energía cinética y potencial. A este respecto se decidió que no se modificaría la matriz de inercia original, pero que sí se introducirían modificaciones en la matriz de rigidez<sup>1</sup>. Así, la función de energía deseada es

$$H_d(q, p) = \frac{1}{2}p^T M^{-1}p + \frac{1}{2}q^T K_d q, \quad (3.13)$$

donde

$H_d(p, q)$ : función de energía deseada con mínimo en  $\min(H_d(p, q)) = (0, 0)$ ,

$K_d > 0$ : rigidez deseada.

Como  $M > 0$  y  $K_d > 0$  se asegura que  $H_d(p, q) > 0$  además el mínimo de la función  $H_d$  es el punto  $(0, 0)$ , lo que es deseable pues en este punto en que el edificio está en reposo.

De esta forma el sistema de lazo cerrado deseado en ecuaciones HCP para el edificio en estudio tiene la siguiente estructura

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_d \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} K_d q \\ M^{-1}p \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

<sup>1</sup>La razón para esta selección estriba en que cuando se realiza análisis modal se utilizan las matrices  $M^{-1} K$  y  $M^{-1} C$ , así que es suficiente con modificar dos de las tres matrices para conseguir cambios arbitrarios en el comportamiento modal. En este caso se optó por modificar  $K$  y  $C$ .

Una vez que se han planteado el sistema real y el deseado en ecuaciones HCP y se ha propuesto la función de energía deseada con mínimo en el punto de equilibrio deseado, es posible calcular la ley de control con la Ec. (3.10) para obtener

$$\beta(s) = \left[ \begin{array}{cc} 0 & \beta_2(s) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \beta_2(s) \end{array} \right]^{-1} \left[ \begin{array}{cc} 0 & \beta_2(s) \end{array} \right] \left\{ \left[ \begin{array}{cc} 0 & I \\ -I & -C_d \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} K_d q \\ M^{-1} p \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{cc} 0 & I \\ -I & -C \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} K q \\ M^{-1} p \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} 0 \\ I \end{array} \right] \ddot{x}_g \right\}, \quad (3.15)$$

que al desarrollar resulta ser

$$\beta(s) = \beta_2(s) = -(K_d - K)q - (C_d - C)M^{-1}p + I\ddot{x}_g. \quad (3.16)$$

Los siguientes pasos en la metodología consisten en verificar la *Proposición 1* y la Ec. (3.9), lo cual se realiza en la siguiente sección.

### 3.3. Verificación de las restricciones del CBP-AIA

#### Aniquilador izquierdo

Si se igualan las Ecs. (2.22) y (2.30) se sigue que

$$g(s) = \begin{bmatrix} g_1(s) \\ g_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2(s) \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Al desarrollar  $g^\perp(s)g(s) = 0$  se tiene

$$\left[ \begin{array}{cc} g_1(s)^\perp & g_2(s)^\perp \end{array} \right] \begin{bmatrix} g_1(s) \\ g_2(s) \end{bmatrix} = 0. \quad (3.18)$$

De las Ecs. (3.17) y (3.18) se sigue que

$$\left[ \begin{array}{cc} g_1(s)^\perp & g_2(s)^\perp \end{array} \right] \begin{bmatrix} 0 \\ g_2(s) \end{bmatrix} = 0. \quad (3.19)$$

De la Ec. (3.19), se concluye que  $g_1(s)^\perp = \star$  y  $g_2(s)^\perp = 0$ , donde  $\star$  indica un valor indistinto.

A continuación se desarrolla la Ec. (3.9), esto es,

$$\begin{aligned}
g^\perp(s)[J_d(s) - R_d(s)] \frac{\partial H_a(s)}{\partial s} &= -g^\perp(s)[J_a(s) - R_a(s)] \frac{\partial H(s)}{\partial s} \\
g^\perp(s)[J(s) - R(s) - (J_a(s) - R_a(s))] \frac{\partial H_a(s)}{\partial s} &= \\
&= -g^\perp(s) \left\{ [J_d(s) - R_d(s) - (J(s) - R(s))] \right\} \frac{\partial H(s)}{\partial s} \\
g^\perp(s)[J_d(s) - R_d(s)] \frac{\partial H_d(s)}{\partial s} &= g^\perp(s)[J(s) - R(s)] \frac{\partial H(s)}{\partial s}.
\end{aligned}$$

Al evaluar se tiene que

$$\begin{bmatrix} g_1(s)^\perp & g_2(s)^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_d}{\partial p} \\ -\frac{\partial H_d}{\partial q} - C_d \frac{\partial H_d}{\partial p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(s)^\perp & g_2(s)^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial p} \\ -\frac{\partial H}{\partial q} - C_d \frac{\partial H}{\partial p} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Si se desarrollan las derivadas parciales y se toma el primer producto de ambos lados se obtiene

$$g_1(s)^\perp M^{-1}p = g_1(s)^\perp M^{-1}p, \quad (3.21)$$

de donde se observa que la igualdad en la Ec. (3.21) se cumple para cualquier valor de  $g_1^\perp$ .

Para el otro término, donde interviene  $g_2^\perp$ , se tiene

$$g_2(s)^\perp [-K_d q - C_d M^{-1}p] = g_1(s)^\perp [-Kq - CM^{-1}p]. \quad (3.22)$$

De la Ec. (3.22) se observa que no existe un valor  $g_2(s)^\perp$  diferente de cero que satisfaga la igualdad. Se observa entonces que estos dos resultados son congruentes con lo obtenido en la Ec. (3.19), por lo que los términos  $J_a$  y  $R_a$  propuestos garantizan la existencia de una solución para la Ec. (3.9).

### Ecuación (3.2) en la *Proposición 1*

Antes de comprobar las condiciones en la *Proposición 1* se resuelven las Ecs. (3.6)-(3.7)

$$\begin{aligned}
H_d(p, q) &= \frac{1}{2}q^T K_d q + \frac{1}{2}p^T M^{-1}p, \\
H(p, q) &= \frac{1}{2}q^T K q + \frac{1}{2}p^T M^{-1}p, \\
H_a(p, q) &= \frac{1}{2}q^T (K_d - K)q.
\end{aligned}$$

De esta forma se relacionan la función de almacenamiento de energía deseada  $H_d(p, q)$ , la función de almacenamiento de energía del sistema real  $H(p, q)$  y la función de asignada almacenamiento de energía ( $H_a(p, q)$ ).

Para obtener el valor de  $\kappa(s)$  a partir de la Ec. (3.7) se tiene

$$\kappa(s) = \frac{\partial H_a(s)}{\partial s} = \left[ \frac{\partial H_a(q,p)}{\partial q} \quad \frac{\partial H_a(q,p)}{\partial p} \right], \quad (3.23)$$

$$\kappa(s) = [\kappa_1 \quad \kappa_2] = [(K_d - K)q \quad 0]. \quad (3.24)$$

De la Ec. (3.24) se observa que  $\kappa_1$  sólo es función de  $q$  y  $\kappa_2 = 0$ .

Al desarrollar la Ec. (3.2) se obtiene

$$\begin{aligned} [J(s, \beta(s)) + J_a - (R(s) + R_a(s))]\kappa(s) &= -[J_a(s) - R_a(s)]\frac{\partial H_d}{\partial s}(s), \\ [J_d(s) - R_d]\kappa(s) &= -[\{J_d - R_d\} - \{J(s) - R(s)\}]\frac{\partial H}{\partial s}(s) + g(s, \beta(s)), \\ [J_d(s) - R_d] \left[ \kappa(s) + \frac{\partial H}{\partial s}(s) \right] &= [J(s) - R(s)]\frac{\partial H}{\partial s} + g(s, \beta(s)). \end{aligned} \quad (3.25)$$

Si se sustituyen los parámetros del modelo en la Ec. (3.25) se llega a

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & -C_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_1(s) + \frac{\partial H}{\partial q} \\ \kappa_2(s) + \frac{\partial H}{\partial p} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial q} \\ \frac{\partial H}{\partial p} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} \ddot{x}_g + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2(s) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Al operar la Ec. (3.26), el primer renglón está dado por

$$\kappa_2(s) + \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{\partial H}{\partial p}. \quad (3.27)$$

Para que la Ec. (3.27) sea válida es necesario que

$$\kappa_2(s) = 0. \quad (3.28)$$

El segundo renglón de la Ec. (3.26) está dado por

$$-\kappa_1(s) - \frac{\partial H}{\partial q} - C_d \kappa_2(s) - C_d \frac{\partial H}{\partial p} = -\frac{\partial H}{\partial q} - C \frac{\partial H}{\partial p} - I \ddot{x}_g + \beta_2(s). \quad (3.29)$$

**Falta página**

**N°** 25

Para el amortiguamiento deseado se tiene que

$$R_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_d - C \end{bmatrix}.$$

Entonces la disipación deseada está dada por

$$R_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_d \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

### Integrabilidad

Al evaluar la integrabilidad dada por la Ec. (3.3) con el modelo de la estructura civil se tiene

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \kappa_1(q,p)}{\partial q} & \frac{\partial \kappa_1(q,p)}{\partial p} \\ \frac{\partial \kappa_2(q,p)}{\partial q} & \frac{\partial \kappa_2(q,p)}{\partial p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \kappa_1(q,p)}{\partial q} & \frac{\partial \kappa_2(q,p)}{\partial q} \\ \frac{\partial \kappa_1(q,p)}{\partial p} & \frac{\partial \kappa_2(q,p)}{\partial p} \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

De la igualdad en la Ec. (3.37), se observa que los elementos (1, 1) y (2, 2) de ambas matrices son idénticos, pero que los elementos (1, 2) y (2, 1) difieren. Por ello, se requiere encontrar cuales son las restricciones que permitan hacer que los términos (1, 2) y (2, 1) satisfagan la Ec. (3.37). Al igualar el elemento (1, 2) de ambos lados de la igualdad en la Ec. (3.37) se tiene

$$\frac{\partial \kappa_1(q,p)}{\partial p} = \frac{\partial \kappa_2(q,p)}{\partial q}. \quad (3.38)$$

De la Ec. eqrefigual se observa que:

1. Si  $\kappa_1$  es función únicamente de la variable  $q$  esto es  $\kappa_1(q)$ ,
2. Si  $\kappa_2$  es función únicamente de la variable  $p$  esto es  $\kappa_2(p)$ ,

se asegura que los elementos (1, 2) de las matrices de la Ec. (3.37) son iguales. Si se aplican estas mismas condiciones a los elementos (2,1) de la Ec. (3.37), la igualdad dada por la Ec. (3.37) se cumple.

Ahora si se revisa el valor del vector  $\kappa$  obtenido en (3.24), se observa que cumple con las condiciones de integrabilidad.

### Asignación de equilibrio

Para aplicar la Ec. (3.4) al sistema en estudio se requiere  $\kappa(s)$  dada por la Ec. (3.24), obtener la derivada parcial de la función de almacenamiento de energía (2.29) con respecto a  $s = (q, p)$  y, por último, evaluar en el punto de equilibrio de equilibrio  $s_* = (0, 0)$ .

Primero se obtiene la derivada parcial, que es

$$\frac{\partial H}{\partial s} = \begin{bmatrix} -Kq \\ -M^{-1}p \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

Al sustituir las Ecs. (3.24) y (3.39) en la Ec. (3.4) se tiene

$$\begin{bmatrix} (K_d - K)q \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Kq \\ -M^{-1}p \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

Al evaluar la Ec. (3.40) en el equilibrio dado por  $s_* = (p, q) = (0, 0)$  se llega a

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

De la identidad en la Ec. (3.41) se asegura que se cumple la asignación de equilibrio dada por la Ec. (3.4).

### Estabilidad de Lyapunov

Al aplicar al modelo del edificio la Ec. (3.5) se tiene que los términos en ambos lados de la desigualdad son

$$\frac{\partial \kappa}{\partial s}(s) = \begin{bmatrix} (K_d - K) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial s^2}(s_*) = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M^{-1} \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$

Al obtener el determinante de las Ecs. (3.42) y (3.43) y sustituirlo en la Ec. (3.5) se llega a

$$0 > -KM^{-1} \quad (3.44)$$

□

La condición en la desigualdad (3.44) se satisface debido a que  $K > 0$  y  $M^{-1} > 0$ .

De esta forma, se han comprobado la Ec. (3.9) y la *Proposición 1* de forma satisfactoria. Con ello se asegura que a partir de la asignación de interconexión y amortiguamiento propuesta en las Ecs.(3.11) y (3.12), así como la función de almacenamiento de energía deseada  $H_d(s)$  en la Ec. (3.13), se genera una ley de control  $\beta_2(s)$ , dada por la Ec. (3.10) que conjuntamente con los elementos mencionados anteriormente garantiza la estabilización del sistema en el punto de equilibrio deseado.

## Capítulo 4

# Simulación numérica

En este capítulo se describen las simulaciones numéricas realizadas para probar la ley de control desarrollada por CBP-AIA en el capítulo anterior. Este capítulo incluye tres secciones; la primera describe un modelo para un amortiguador magneto-reológico desarrollado en Jiménez, R. (2002); la segunda contiene los parámetros del edificio seleccionado para las simulaciones y la tercera presenta los resultados obtenidos en estas.

### 4.1. Amortiguador magneto-reológico

La ley de control presentada en el capítulo anterior no considera ningún actuador en particular. Como se mencionó en la introducción, el actuador que se usará para propósitos de simulación es un amortiguador magneto-reológico. Se considera que el amortiguador se conecta entre el suelo y el primer piso del edificio como se muestra en la Fig. (4.1). El modelo del amortiguador desarrollado en Jiménez, R. (2002) es de la forma

$$f = \sigma_0 z v + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x} \quad (4.1)$$

$$\dot{z} = \dot{x} - \sigma_0 a_0 |\dot{x}| z (1 + a_1 v) \quad (4.2)$$

donde

$z$ : variable interna del modelo,

$\dot{x}$ : velocidad relativa en los extremos del amortiguador,

$a_0, a_1, \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$ : constantes del modelo.

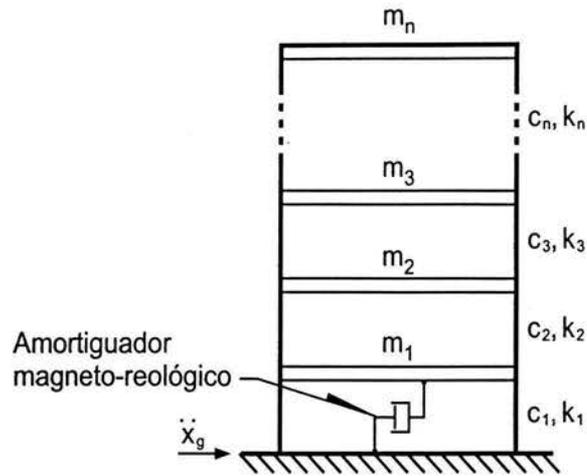


Figura 4.1: Diagrama del edificio con amortiguador magneto-reológico.

Los valores para los parámetros del modelo, también tomados de (Jiménez, R. 2002), se presentan en la Tabla (4.1).

Cuadro 4.1: Constantes para el amortiguador

Cte	Valor
$a_0$	$0,003 [(V \cdot s^2)/(Kg \cdot m)]$
$a_1$	$-0,1444 [V^{-1}]$
$\sigma_0$	$1059300 [Kg/(V \cdot s^2)]$
$\sigma_1$	$5800 [Kg/s]$
$\sigma_2$	$2300 [Kg/s]$

Para aplicar la señal de control a la estructura civil a través del amortiguador magneto-reológico se manipula el modelo de las Ecs. (4.1) y (4.2) para obtener una función de la diferencia de potencial requerida para mantener el edificio en la posición de equilibrio. Este potencial está limitado a un intervalo de 0 a 2,5 [V], pues este es el rango en el cual opera el prototipo simulado.

El procedimiento es el siguiente:

- Despejar  $z$  de la Ec. (4.2) en equilibrio, esto es

$$z = \frac{1}{\sigma_0 a_0 (1 + a_1 v) \text{sign}(x)} \quad (4.3)$$

- Sustituir las Ecs. (4.3) y (4.2) en la Ec. (4.1) y despejar  $v$  para obtener

$$v = \frac{f - \sigma_2 \dot{x}}{\dot{x} - a_0 a_1 f |\dot{x}| + a_0 a_1 \sigma_2 \dot{x} |\dot{x}|}. \quad (4.4)$$

En la Ec. (4.4) la diferencia de potencial queda en función de la velocidad y la fuerza, variables que se asume están disponibles en la simulación.

## 4.2. Parámetros para las simulaciones

Para la simulación numérica del edificio bajo el efecto de un sismo, se aplica el registro SCT-NS del terremoto acontecido en México el 19 de septiembre de 1985, cuyo acelerograma se muestra en la Fig. (4.2), escalado de acuerdo al edificio de tres pisos presentado en Dyke, S.J. et al. (1996) y el amortiguador magneto-reológico de Álvarez, L. and Jiménez, R. (2002). Un dato importante en el control de estructuras civiles es el conocimiento de la frecuencia

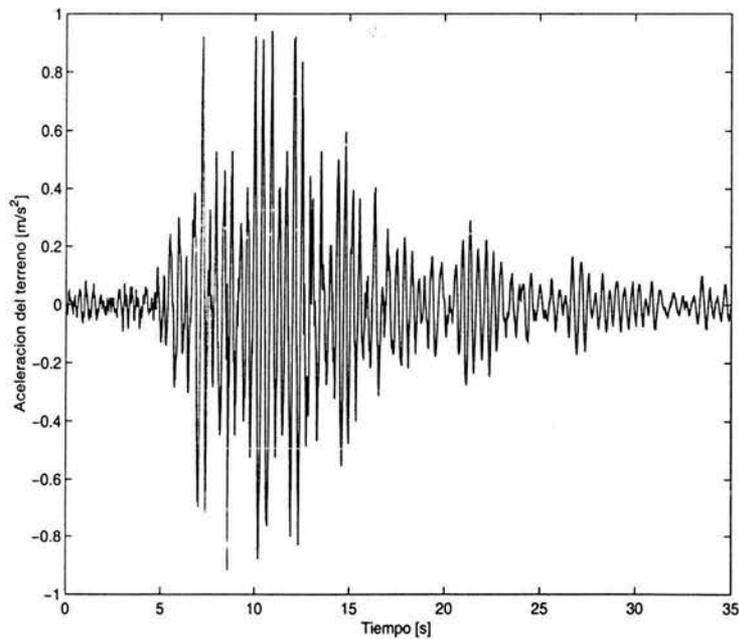


Figura 4.2: registro SCT-NS del 85, Cd.de Méx

natural de la estructura civil y la frecuencia dominante del suelo ya que, cuando estas son similares, se pueden presentar efectos resonantes que implican movimientos grandes en la

estructura. Debido a ello, se busca obtener información de la frecuencia dominante del suelo en el registro SCT-NS del terremoto del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México. Si se obtiene la transformada rápida de Fourier (FFT) de este registro, se obtiene el espectro de potencia que se muestra en la Fig. 4.3.

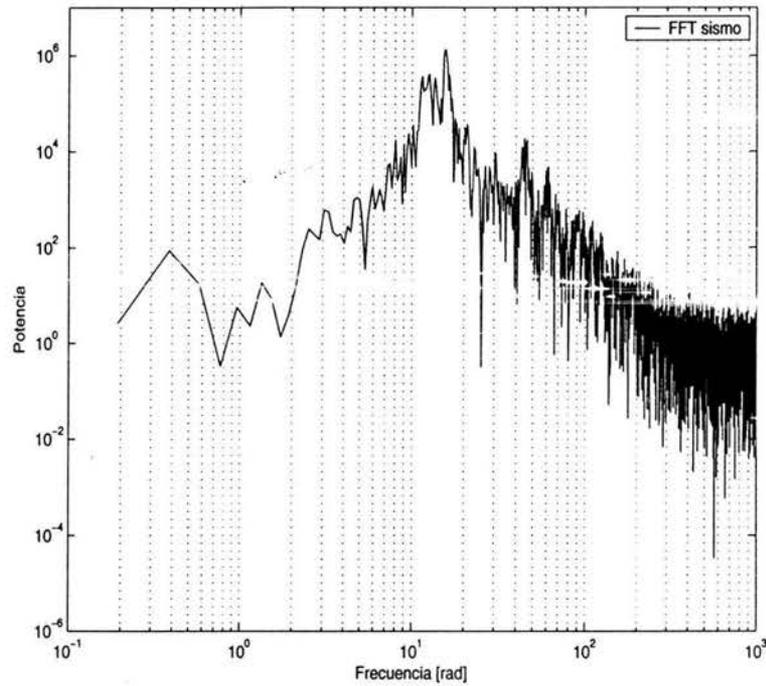


Figura 4.3: Transformada rápida de Fourier del sismo

En la Fig. 4.3 se observa que la frecuencia dominante se encuentra en el intervalo de  $[10, 20][rad/s]$ . Para obtener un dato más preciso se realiza un acercamiento, que se observa en la Fig. 4.4, donde se observa que la frecuencia dominante se ubica entre  $[10^{1,19}, 10^{1,21}][rad/s]$ , que para fines práctico se toma como  $10^{1,19}[rad/s] = 15,4882[rad/s]$ , es decir, la frecuencia dominante del sismo se ubica en  $2,4650[Hz]$ .

Para las simulaciones se utilizó un prototipo de un edificio de tres pisos reportado por Symans, M. R. and Constantinou, A. C. (1997). Sus matrices de inercia, amortiguamiento

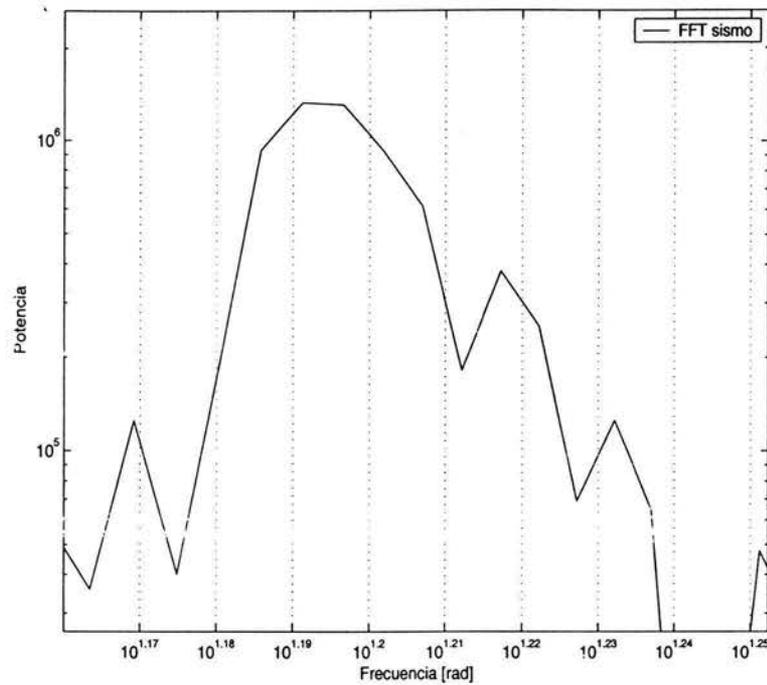


Figura 4.4: Acercamiento de la transformada rápida de Fourier del sismo

y rigidez se presentan a continuación

$$M = \begin{bmatrix} 98,3 & 0 & 0 \\ 0 & 98,3 & 0 \\ 0 & 0 & 98,3 \end{bmatrix} [Kg], \quad C = \begin{bmatrix} 175 & -50 & 0 \\ -50 & 100 & -50 \\ 0 & -50 & 50 \end{bmatrix} \left[ \frac{N \cdot s}{m} \right],$$

$$K = 10^5 \begin{bmatrix} 12 & -6,84 & 0 \\ -6,84 & 13,7 & -6,84 \\ 0 & -6,84 & 6,84 \end{bmatrix} \left[ \frac{N}{m} \right]. \quad (4.5)$$

Las frecuencias naturales de este edificio son:

$$\omega_1 = 34[rad/s], \quad \omega_2 = 99[rad/s], \quad \omega_3 = 149[rad/s], \quad (4.6)$$

que se obtienen a partir de los valores característicos de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -M^{-1}K & M^{-1}C \end{bmatrix}.$$

Con el conocimiento de las frecuencias naturales del sistema real y del sismo se buscará que en la ley de control de CBP-AIA los valores deseados de las frecuencias naturales para el sistema en lazo cerrado no se encuentren cerca de la frecuencia principal del sismo.

Al sustituir los parámetros de rigidez, amortiguamiento e inercia en la Ec. (4.5), en la Ec. (2.30), se obtiene las ecuaciones HCP que representan la dinámica de la planta y que son

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{p}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -175 & 50 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 50 & -100 & 50 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 50 & -50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12x10^5 p_1 - 6,84x10^5 p_2 \\ -6,84x10^5 p_1 + 13,7x10^5 p_2 - 6,84x10^5 p_3 \\ -6,84x10^5 p_2 + 6,84x10^5 p_3 \\ \frac{1}{98,3} q_1 \\ \frac{1}{98,3} q_2 \\ \frac{1}{98,3} q_3 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -98,3 \\ -98,3 \\ -98,3 \end{bmatrix} \ddot{x}_g. \quad (4.7)$$

En la Ec. (4.7) se comprueba que el amortiguador sólo está conectado entre el suelo y el primer piso  $g(s) = [000100]$ , es decir, que el sistema es sub-actuado. Por esta razón, parece ser claro que el efecto de la ley de control será más directo en el primer y segundo pisos. Este hecho será más evidente cuando se calcule, un poco más adelante, el valor de la ley de control en este caso.

Como se mencionó en el capítulo anterior, para el sistema deseado en lazo cerrado la matriz de inercia será igual que la del sistema original. Las matrices de rigidez y amortiguamiento cambian en sus parámetros pero preservan la misma estructura, como se observa a

continuación

$$C_d = \begin{bmatrix} C_{11d} & C_{12d} & 0 \\ C_{12d} & C_{22d} & C_{23d} \\ 0 & C_{23d} & C_{33d} \end{bmatrix}, K_d = \begin{bmatrix} K_{11d} & K_{12d} & 0 \\ K_{12d} & K_{22d} & K_{23d} \\ 0 & K_{23d} & K_{33d} \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Al sustituir las matrices en las Ec. (4.8) en el sistema de lazo cerrado deseado en ecuaciones HCP descrito por la Ec. (3.1) se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{p}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & C_{11d} & C_{12d} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & C_{12d} & C_{22d} & C_{23d} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & C_{23d} & C_{33d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{11d}p_1 + K_{12d}p_2 \\ K_{12d}p_1 + K_{22d}p_2 + K_{23d}p_3 \\ K_{23d}p_2 + K_{33d}p_3 \\ \frac{1}{m_1}q_1 \\ \frac{1}{m_2}q_2 \\ \frac{1}{m_3}q_3 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Una vez descrita la planta por medio de ecuaciones HCP, Ec. (4.7), y de la misma forma el sistema de lazo cerrado HCP<sub>d</sub>, Ec. (4.9), se genera la ley de control al sustituir la Ec. (4.7) en la Ec. (3.10). Una vez realizados los cálculos respectivos, la ley de CBP-AIA de la Ec. (3.10) es

$$\beta_2(s) = -[(K_{11d} - K_{11})x_1 + (K_{12d} - K_{12})x_2 + (C_{11d} - C_{11})\dot{x}_1 + (C_{12d} - C_{12})\dot{x}_2]. \quad (4.10)$$

En la ley de CBP-AIA descrita por la Ec. (4.10) se observa que los únicos parámetros que intervienen son los del piso uno y dos. Se realizaron otras simulaciones con matrices  $K_d$  y  $C_d$  que no preservaban la estructura original; los resultados obtenidos no fueron mejores que los obtenidos al preservar dicha estructura.

### 4.3. Resultados de simulación

En las secciones anteriores se han presentados todos los elementos necesarios para realizar las simulaciones numéricas: el modelo del amortiguador magneto-reológico, los parámetros reales y deseados para el edificio y los cálculos necesarios para generar la ley de CBP-AIA para un edificio excitado sísmicamente. Se describen ahora el resto de las condiciones de las simulaciones.

Las simulaciones numéricas se realizaron con el paquete de simulación Simulink de Matlab versión 6.3 con una duración de treinta y cinco segundos y un tiempo de muestreo de un milisegundo. Para efectos de simulación, se supuso que todo el estado estaba disponible y que se medía la aceleración del terreno. La intención en todas las simulaciones fue la de incrementar el amortiguamiento del sistema, a través del incremento en la magnitud de la matriz de amortiguamiento del sistema nominal, y la de incrementar las frecuencias naturales del edificio bajo control, con relación a las del sistema nominal.

La Tabla 4.2 describe los resultados de las simulaciones más representativas.

Cuadro 4.2: Resumen de resultados

Sim. No.	Fuerza [N]	Voltaje [V]	Desplazamiento			Red. de $x_i$ [%]	Valores característicos
			Piso	S/control	C/control		
1	620	1.49	$x_1$	0.17	0.0016	99.06	$-40,73 \pm 136,78$
			$x_2$	0.26	0.0700	73.08	$-40,67 \pm 197,52$
			$x_3$	0.31	0.1100	64.52	$-40,68 \pm 299,77$
2	590	0.7	$x_1$	0.17	0.0135	92.06	$-0,08 \pm 78,13$
			$x_2$	0.26	0.0800	69.23	$-0,16 \pm 110,49$
			$x_3$	0.31	0.1220	60.65	$-0,12 \pm 95,69$
3	2000	2.5	$x_1$	0.17	0.0130	92.35	$-1,58 \pm 442,78$
			$x_2$	0.26	0.0800	69.23	$-0,82 \pm 313,64$
			$x_3$	0.31	0.1200	61.29	$-1,16 \pm 380,84$
4	600	1.17	$x_1$	0.17	0.0110	93.53	$-14,31 \pm 139,56$
			$x_2$	0.26	0.0810	68.85	$-12,01 \pm 128,98$
			$x_3$	0.31	0.1230	60.32	$-9,29 \pm -115,16$

Al analizar los resultados presentados en la Tabla 4.2, se observa que la mayor reducción en desplazamiento de los cuatro casos es del 99% en la simulación (1) para el primer piso. El requerimiento máximo de voltaje es de 1,49 [V], que puede ser proporcionado por el amortiguador prototipo sin ningún problema, ya que este tiene un intervalo de operación de 0 a 2,5 [V]. Este resultado se obtiene al proponer un aumento en los parámetros de amortiguamiento de dos órdenes de magnitud, además de que dos de las tres frecuencias naturales deseadas se encuentran alejadas de las frecuencias naturales del sistema real.

En el caso (3) de la Tabla 4.2 también obtiene una reducción considerable en el desplazamiento de los pisos, pero los requerimientos de voltaje están en el límite del dispositivo

de control. Esto parece deberse a que se propusieron frecuencia naturales deseadas muy grandes.

El menor requerimiento de energía en la Tabla 4.2 ocurre en el caso (2); la desventaja que ofrece este caso es que las frecuencias naturales deseadas están cerca de las de la planta y esto podría provocar resonancia al sistema.

A continuación se presentan los resultados obtenidos en la simulación (1) de la Tabla (4.2).

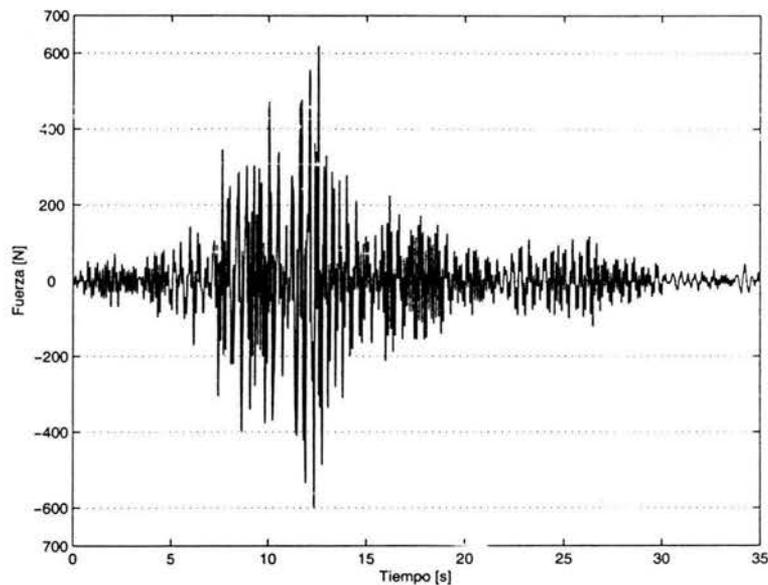


Figura 4.5: Fuerza aplicada al edificio.

En la Fig. (4.5) se observa la fuerza ejercida por el amortiguador magneto-reológico y en la Fig. (4.6) el voltaje requerido por el amortiguador para estabilizar al edificio sujeto a un sismo.

En la Fig. (4.7) se hace una comparación entre el desplazamiento que sufre el edificio en el primer piso sin control (línea punteada) y con control (línea sólida). De acuerdo con la Fig. 4.7 y la Tabla 4.2, se observa que la reducción en el desplazamiento es mayor al 99%. En la Fig. (4.8) se presenta con mayor detalle el desplazamiento del primer piso del edificio con control.

En la Fig (4.9) se presenta una comparación en el desplazamiento que sufre el segundo

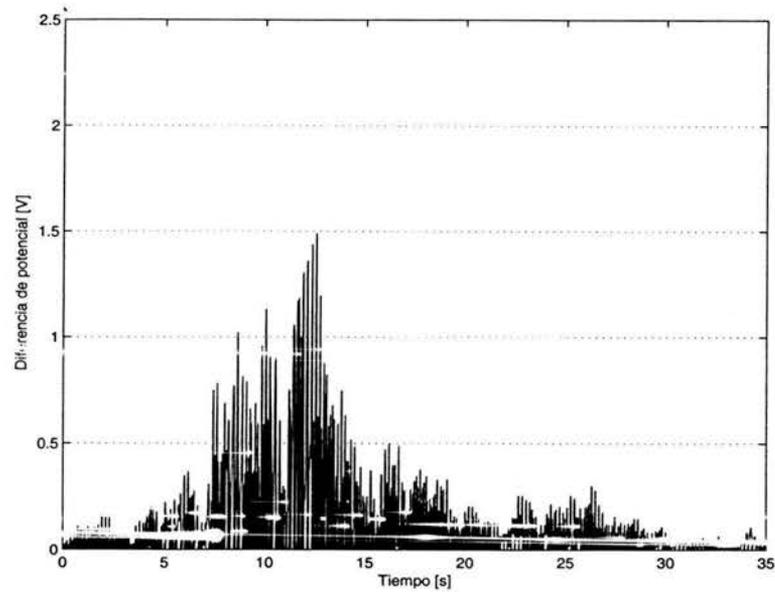


Figura 4.6: Voltaje aplicado al amortiguador magneto-reológico

piso al ser perturbado por un sismo sin control (línea punteada) y con control (línea sólida). En el caso del segundo piso, se observa en la Fig. (4.9) y la Tabla (4.2) que la reducción en el desplazamiento es mayor al 70 %, satisfactoria pero menor a la obtenida para el primer piso. Para tener una mejor apreciación del desplazamiento del segundo piso con control se presenta la Fig. (4.10).

En la Fig. (4.11) se presenta una comparación entre el desplazamiento sin control (línea punteada) y con control (línea sólida) que sufre el tercer piso cuando se presenta un sismo. Al observar la Fig. (4.11) y la Tabla 4.2 se nota que la reducción del desplazamiento está alrededor de 64 %. Por último, se presenta en la Fig. (4.12) el desplazamiento del tercer piso con control.

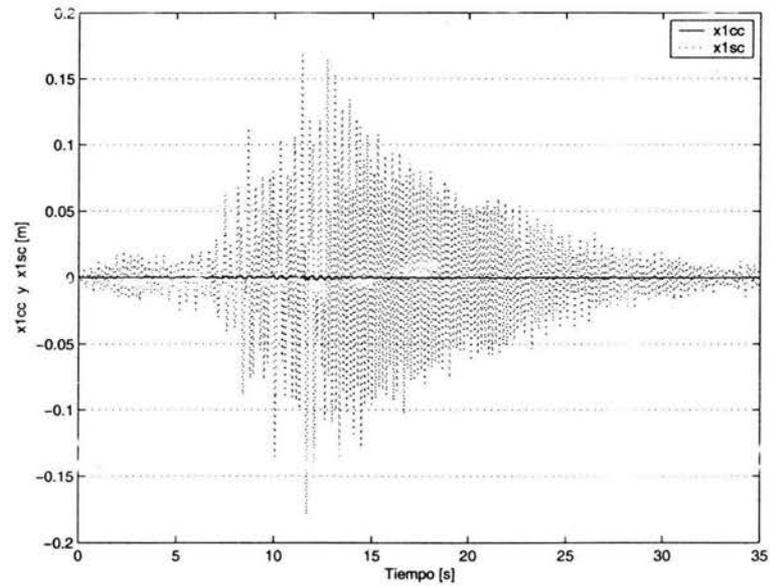


Figura 4.7: Desplazamiento del primer piso con control y sin control

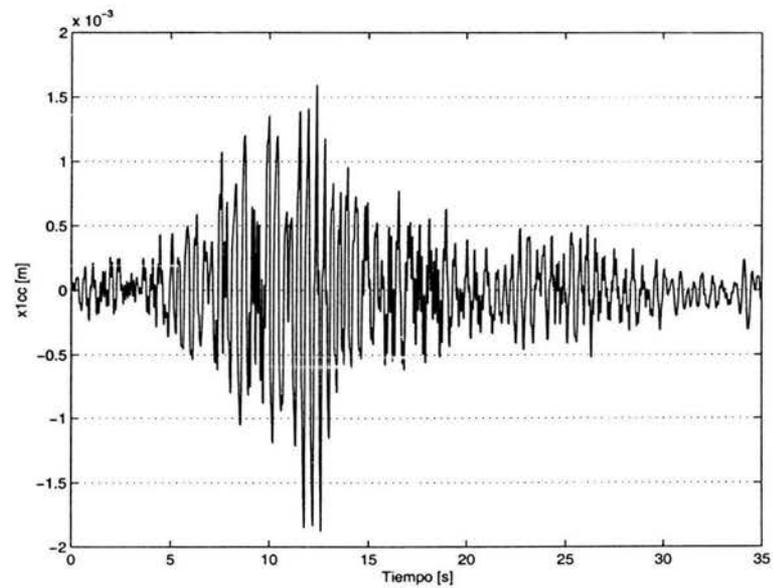


Figura 4.8: Desplazamiento del primer piso con control

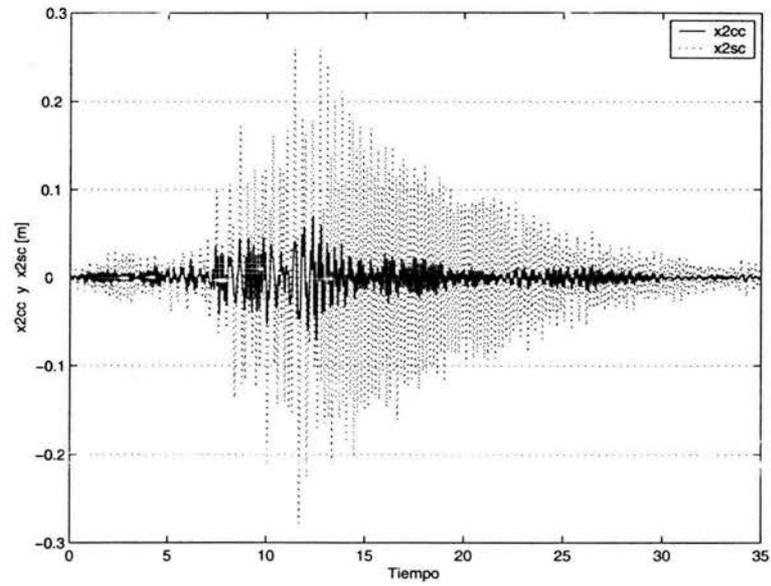


Figura 4.9: Desplazamiento del segundo piso con control y sin control

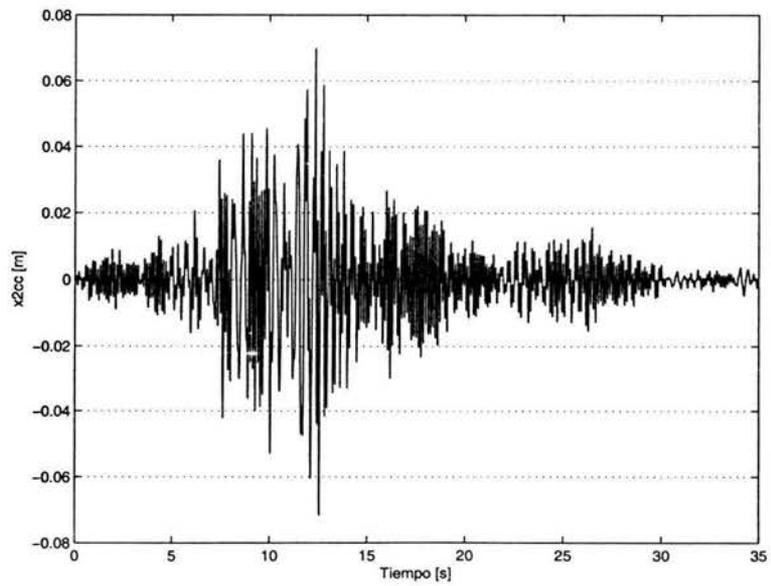


Figura 4.10: Desplazamiento del segundo piso con control.

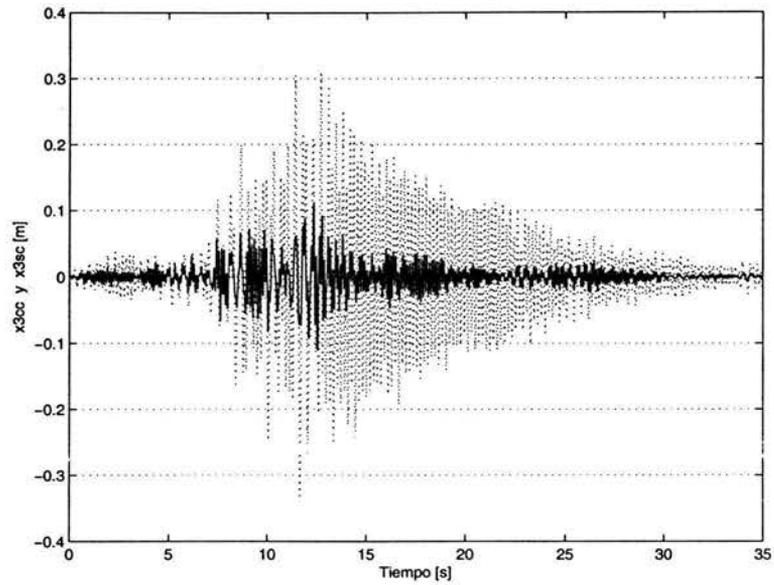


Figura 4.11: Desplazamiento del tercer piso con control y sin control

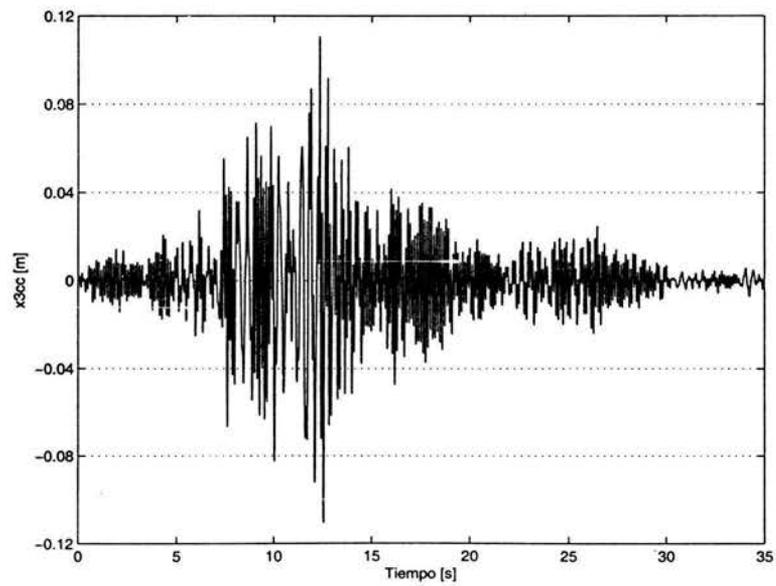


Figura 4.12: Desplazamiento del tercer piso con control.

## Capítulo 5

# Conclusiones

En este trabajo se aplicó la metodología de control basado en pasividad por asignación de interconexión y amortiguamiento (CBP-AIA) propuesta por Ortega et al. (2002) al control de un edificio sujeto a excitación sísmica. Para hacerlo, en primer término se hizo una breve revisión de esta teoría. A partir de ella, se desarrolló el modelo del edificio y el del su comportamiento deseado en lazo cerrado por medio de ecuaciones Hamiltonianas Controladas por Puerto (HCP), lo que permitió modelar estos sistemas desde una perspectiva de energía, con las bondades que ofrece la teoría de puertos y explotar la propiedad de que la interconexión de sistemas HCP proporciona un nuevo sistema HCP.

Una vez que se expresaron los sistemas en lazo abierto y cerrado en esta representación, se desarrolló una ley de control por CBP-AIA. Se verificó después que todas las condiciones analíticas para la existencia de dicha ley de control fuesen satisfechas para la combinación modelo HCP del edificio y los términos de asignación de interconexión y amortiguamiento propuestos. Esta verificación se refirió tanto a las condiciones de existencia de un operador aniquilador, como a garantizar que el sistema de lazo cerrado satisficiera propiedades de preservación de estructura, integrabilidad, asignación de equilibrio y estabilidad de Lyapunov. La ley de control que se obtuvo como resultado final garantiza que la función de energía deseada propuesta tiene un equilibrio estable en el punto deseado, en este caso el que representa al edificio en reposo.

Se realizaron simulaciones sobre un edificio de tres pisos, donde se utilizó un amor-

tiguador magneto-reológico colocado entre el suelo y el primer piso como actuador. Los parámetros para el edificio y el amortiguador se obtuvieron de la literatura. Se probaron diversas estrategias para asignar la interconexión, amortiguamiento y energía del sistema. Los resultados presentados correspondieron con el caso en que se preservó la matriz de inercias, se asignaron arbitrariamente las matrices de rigidez y amortiguamiento y se preservó la interconexión y estructura del sistema original.

Los resultados obtenidos son muy alentadores pues en las simulaciones se observaron importantes reducciones en los desplazamientos de todos los pisos del edificio bajo ensaye, comparados con el caso de respuesta libre. Las reducciones fueron del orden del 99 % para el primer piso, 70 % para el segundo y 60 % para el tercero. En todos los casos se utilizó como señal de excitación sísmica un acelerógrama registrado durante el sismo de septiembre de 1985 en la Cd. de México en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes.

En trabajos futuros se debe buscar reducir en mayor medida el desplazamiento de los últimos pisos del edificio, sin agregar un mayor número de amortiguadores magneto-reológicos. También es necesario incorporar el modelo del amortiguador magneto-reológico en el contexto de sistemas HCP.

## Referencias

- Álvarez, L. and Jiménez, R. (2002). Control semiactivo de estructuras con amortiguadores magneto-reológicos. In *Memorias del Congreso Latinoamericano de Control Automático CLCA2002, Guadalajara, Jalisco, México.*
- Canudas, C., Olsson, H., Åstrom, K. J., and Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control* 40(3), pp. 419–425.
- Chopra, A. (1995). Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Dyke, S.J., Spencer, B.F., Sain, M.K., and Carlson, J.D. (1996). Modelling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. *Smart Materials and Structures* 5(5), pp. 565–575.
- Gavin, H., Hanson, R., and Filisco, F. (1996b). Electrorheological dampers, part 2: analisis and design. *Journal of Applied Mechanics* 63(5), pp. 676–682.
- Gavin, H., Hanson, R., and Filisco, F. (1996a). Electrorheological dampers, part 1: analisis and design. *Journal of Applied Mechanics* 63(5), pp. 669–675.
- Jiménez-Fabián, R. E. and Álvarez Icaza-Longoria, L. A. (2003). Identificación en tiempo real de amortiguadores magneto-reológicos. *Ingeniería. Investigación y Tecnología IV(2)*, pp. 109–118.
- Jiménez, R. (2002). Control semiactivo de estructuras civiles utilizando amortiguadores magneto-reológicos. Master's thesis, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

- Khalil, H. K. (1996). *Nonlinear Systems (2a ed.)*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Ortega, R., A. Loría, P. Nicklasson, and H. Sira-Ramírez (1998). *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Great Britain: Springer.
- Ortega, R., A. van der Schaft, M. Bernhard, and G. Escobar (2002). *Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems*. *Automatica* 38(4), pp. 585–596.
- Ortega R., Schaft A., Maschke B., and Escobar G. (1999). Energy-shaping of port-controlled hamiltonian systems by interconnection. In *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision & Control, Phoenix, Arizona USA*, Volume 2, pp. 1646–1651.
- Ortega, R. and Spong, M. (1989). Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial. *Automatica* 25(6), pp. 877–888.
- Ortega, R., van der Schaft, A. J., Mareels, I., and Maschke B. (2001). *Putting energy back in control*. *Control Systems Magazine, IEEE* 21(2), pp. 18–33.
- Paz, M. (1997). *Structural Dynamics: theory and computation (4a ed.)*. Nueva York, NY: Chapman & Hall, International Thomson Publishing.
- Slotine, J. E. (1991). *Applied nonlinear control*. New Jersey: Prentice Hall.
- Spencer, B.F., Dyke, S.J., Sain, M.K., and Carlson, J.D. (1996). Phenomenological model of a magnetorheological damper. *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 123(3), pp. 230–238.
- Symans, M. R. and Constantinou, A. C. (1997). *Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review*. *Engineering Structures* 21(6), pp. 469–487.