



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO



ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

“ACATLÁN”

“APLICACIÓN DE VECTORES  
AUTORREGRESIVOS COMO HERRAMIENTA  
ECONOMÉTRICA”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

ACTUARIO

PRESENTA

JOSÉ FRANCISCO LANDAVERDE FLORES

ASESOR: ACT. LUZ MARÍA LAVÍN ALANÍS

ACATLÁN, ESTADO DE MÉXICO. JUNIO DE 2004.





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mis padres por haber creído en mi y apoyarme  
incondicionalmente en esta etapa de mi vida.*

*A mis hermanos por estar siempre ahí.*

*A Maru por su apoyo y comprensión.*

*A Arturo, Connie y Víctor por su desinteresada ayuda.*

*A Luz María Lavín. y Mario Arriaga por  
su constante ayuda, paciencia y amistad.*

*A mis amigos por estar ahí.*

## ÍNDICE

Índice.....	3
Introducción.....	4
Capítulo I: Ámbitos de aplicación de Vectores Autorregresivos .....	8
1.1 Expectativas de Inflación, Riesgo País y Política Monetaria en México. ....	8
1.1.1 Implementación de una política restrictiva. ....	10
1.1.2 Importancia de las Expectativas en el Mecanismo de Transmisión. ...	12
1.2 La relación entre el riesgo país y el crecimiento económico en Argentina	15
1.3 Política Monetaria y Tasas de Interés: Experiencia Reciente para el Caso de México.....	20
1.3.1 Descomposición de la variable de política monetaria en sus componentes de “reacción” y “activo”.....	21
Capítulo II Modelos VAR.....	27
2.1 CONCEPTOS GENERALES .....	27
2.1.1 Series de Tiempo .....	27
2.1.2 Ruido Blanco .....	27
2.1.3 Operadores y polinomios de retraso.....	28
2.1.4 Estacionariedad.....	28
2.2 MODELOS ARMA .....	29
2.2.1 Modelos Autorregresivos .....	29
2.2.2 Modelos de Promedios Móviles .....	30
2.3 METODOLOGÍA VAR.....	30
2.4 IDENTIFICACIÓN DEL VAR.....	42
Capítulo III: Ejemplo práctico de aplicación de un modelo VAR.....	52
3.1 Transmisión Internacional de Movimientos en el Mercado de Capitales.....	52
3.1.1 Descripción de los datos.....	54
3.1.2 Resultados Empíricos.....	55
3.1.3 Conclusiones.....	62
3.2 Impacto del ciclo económico de Estados Unidos sobre las variables fundamentales de la economía mexicana. ....	63
3.2.1 Descripción de los datos.....	64
3.2.2 Resultados Empíricos del Modelo .....	67
3.2.3 Conclusiones.....	77
Conclusiones.....	78
Bibliografía.....	81

## INTRODUCCIÓN

La Comisión Cowles dedicada a la investigación económica estuvo ubicada en la ciudad de Chicago de 1939 a 1955. Durante este período, y especialmente en la década de los cuarenta, sus miembros establecieron los fundamentos de lo que ha sido llamada desde entonces econometría tradicional. Específicamente, las contribuciones más importantes de esta Comisión para la econometría se desarrollaron en sentido de defender el uso de la inferencia estadística en economía, así como la identificar, estimar y validar modelos econométricos a través de ecuaciones simultáneas.

Durante tres décadas los principios de econometría establecidos por la Comisión definían, en consenso, el marco de referencia de la profesión, es decir, la teoría y práctica de la econometría. Estos principios podrían ser resumidos en los siguientes puntos principales: (1) la imposición de restricciones en forma de valores nulos para coeficientes; y (2) especificaciones econométricas basadas en teorías económicas (por ejemplo, la previa clasificación de las variables en endógenas y exógenas). Específicamente en la esfera macroeconómica, Klein (1947) marca el punto de partida de la construcción de modelos macroeconómicos para su utilización potencial en los procesos de toma de decisiones de política económica. El tamaño de estos modelos se hizo progresivamente más grande, y fueron sistemáticamente utilizados para cuantificar el impacto macroeconómico de varios escenarios definidos en términos de patrones alternativos para las variables exógenas del modelo.

En la segunda mitad de la década de los setenta, Lucas y Sims escribieron artículos ahora clásicos cuestionando el uso y principios de la construcción básica de los modelos macroeconómicos tradicionales. Ambas críticas sobre la manera tradicional de modelar fueron tan profundas que, según estos autores, garantizaban el abandono de estas estrategias, lo cual marcó la pauta para el inicio de algunos procedimientos alternativos que corrigieran lo que ellos consideraban como aspectos inaceptables de la metodología tradicional. En efecto, estos artículos tuvieron mucha influencia en los Estados Unidos, dando inicio a programas de investigación defendidos por éstos autores.

La metodología Vectores Autorregresivos (VAR) desarrollada por Sims y presentada en un artículo publicado a principios de los años ochenta, critica de manera directa a los métodos de construcción de los modelos tradicionales, pues él consideraba que la validez de las restricciones utilizadas para obtener una interpretación estructural de algún fenómeno, adquiere particular importancia si se busca defender la existencia de una conexión entre la realidad y el modelo empleado para representarla.

Sims consideraba que la teoría macro-econométrica no justificaba las restricciones utilizadas para identificar los modelos tradicionales y, por lo tanto, se encontraban desprovistas de credibilidad en la mayoría de los casos. En realidad, las teorías capaces de probar restricciones inequívocas eran escasas en comparación con el número de variables y ecuaciones que generalmente se incluían en los modelos tradicionales. En particular, la mencionada exogeneidad de muchas de las variables era más ficticia que real.

Para ilustrar esta idea, se presenta el siguiente modelo econométrico que relaciona a las series X y Y:

$$\begin{aligned} X_t &= f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots; \delta_f) + \varepsilon_{xt} \\ Y_t &= g(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots; \delta_g) + \varepsilon_{yt} \end{aligned} \quad (I.1)$$

donde  $t$  indica tiempo,  $\varepsilon_{xt}$  y  $\varepsilon_{yt}$  son los errores del modelo,  $\delta_f$  y  $\delta_g$  son vectores de parámetros. Este modelo tiene un error de especificación, ya que existe una relación circular entre ambas series. Una práctica común para solucionar este problema, ha sido tratar a una de estas series como exógena; es decir, reducir (I.1) como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} X_t &= f(X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots; \delta_f) + \varepsilon_{xt} \\ Y_t &= g(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots; \delta_g) + \varepsilon_{yt} \end{aligned} \quad (I.2)$$

donde la serie  $\{X\}$  ha sido eliminada de la segunda ecuación bajo el supuesto de que los errores  $\varepsilon_{xt}$  y  $\varepsilon_{yt}$  son ortogonales.<sup>1</sup> Hay que reconocer que la exogeneidad de Y

---

<sup>1</sup> Implica que sean linealmente independientes.

asegura la identificación de las ecuaciones  $f$  y  $g$ , sin embargo es muy probable que este supuesto no esté garantizado ya que, posiblemente, las variables utilizadas para explicar a  $Y$ , se encuentran influenciadas por la trayectoria de  $X$ .

Asimismo, Sims argumenta que cuando la identificación de un modelo reside en bases tan frágiles, sus implicaciones acerca de las interrelaciones derivadas en la economía difícilmente pueden ser consideradas, de aquí que lo descalifique como un instrumento para el análisis empírico.

Actualmente para explicar un mismo fenómeno económico se han desarrollado un sin número de teorías para establecer las relaciones entre diversas variables económicas, sin embargo, dichas teorías basan sus resultados en supuestos y restricciones diferentes.

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar que sin establecer supuestos y restricciones teóricas a priori, es posible identificar las relaciones entre las variables económicas, por medio de Vectores Autorregresivos.

En este contexto y antes de entrar en los aspectos técnicos de un modelo VAR, en el Capítulo I se presentan algunos estudios económicos, que han sido analizados bajo la metodología mencionada. Esto nos permite visualizar cómo se puede explicar un fenómeno económico por medio de un modelo VAR sin que sea necesario profundizar en la especificación teórica del modelo, así como transmitir una visión general de los extensos campos de aplicación de esta metodología.

Por otra parte, el Capítulo II pretende familiarizar al lector con el marco teórico de la metodología de VAR, es decir conocer los supuestos y criterios existentes sobre la especificación y estimación de estos modelos.

Una vez presentada la visión general y determinado el marco teórico de los modelos VAR, en el Capítulo III se desarrollan dos aplicaciones de dicha metodología para el caso de México. En esta sección se presentan: (1) un modelo que explica la

transmisión internacional de movimiento en el mercado de capitales y (2) un modelo que explica la relación que tienen los ciclos económicos de México y Estados Unidos.

Por último, se presentan las conclusiones donde se analizan los resultados que se obtienen a partir de las estimaciones de los ejemplos prácticos y se resalta la importancia y las limitaciones que tiene la implementación de esta metodología para diversas aplicaciones de análisis.



## CAPÍTULO I: ÁMBITOS DE APLICACIÓN DE VECTORES AUTORREGRESIVOS

Como se menciona anteriormente este capítulo pretende proporcionar al lector una idea sobre las diferentes aplicaciones que se pueden realizar con esta metodología y, en particular, el uso de las diferentes herramientas que se pueden explotar para explicar diferentes fenómenos económicos, por lo que el presente capítulo está estructurado de la siguiente forma:

- En la primera sección se utilizan las funciones de impulso – respuesta<sup>2</sup> obtenidas del VAR para identificar el impacto que un cambio en la política monetaria tiene sobre la inflación. Un análisis de impulso – respuesta permite identificar los canales de transmisión de la política monetaria y de esta manera facilita a la autoridad monetaria el cumplimiento con los objetivos planteados.
- En la segunda sección por medio de funciones de impulso – respuesta y la causalidad de Granger se determina la relación de causalidad existente entre el riesgo país y la actividad económica de Argentina.
- Finalmente por medio de funciones de impulso – respuesta se analiza la efectividad de la política monetaria para afectar la estructura de tasas de interés en México.

### 1.1 Expectativas de Inflación, Riesgo País y Política Monetaria en México.

Este ejercicio fue realizado por Schwartz y Torres (2000) e ilustra la transmisión de la política monetaria a través de las tasas de interés y del tipo de cambio. Su principal objetivo es mostrar la importancia que tienen las expectativas de los agentes económicos, en particular las expectativas de inflación y el riesgo país, para comprender los efectos de la política monetaria en México.

En este caso, la metodología de Vectores Autorregresivos (VAR), permite identificar las variaciones realizadas por el Banco de México (BANXICO) en la postura de política monetaria y observar la respuesta de distintas variables macroeconómicas a

---

<sup>2</sup> El concepto de Funciones de Impulso-Respuesta se presenta a detalle en el Capítulo II

dichas modificaciones. Antes de utilizar la metodología VAR es conveniente establecer el marco teórico de referencia sobre el que se desarrolló este estudio.

BANXICO cuenta con la facultad de modificar la postura de política monetaria para hacer frente al surgimiento de presiones inflacionarias o para garantizar condiciones estables en los mercados financieros nacionales. Para conseguir lo anterior, el mecanismo de transmisión de la política monetaria se opera a través de la determinación diaria de un objetivo para el saldo acumulado<sup>3</sup> de las cuentas corrientes de la banca en el Instituto Central.

El análisis de los efectos que los cambios en la postura monetaria propician sobre las principales variables macroeconómicas se puede ilustrar a través del siguiente diagrama:

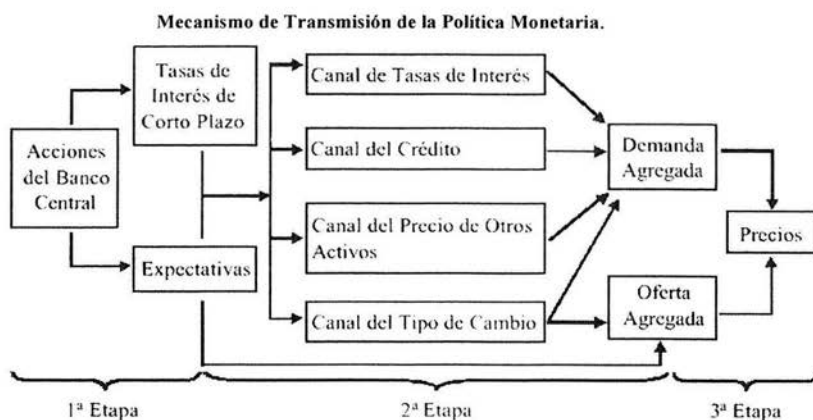


Diagrama 1.1

Fuente: Schwartz y Torres (2000)

La primera etapa del mecanismo de transmisión se refiere a los efectos que los cambios en la política monetaria tienen sobre las tasas de interés de corto plazo y las

<sup>3</sup> El anuncio del objetivo de saldos acumulados tiene como finalidad mandar una señal sobre la postura de política monetaria del BANXICO. Un objetivo de saldos acumulados negativo o "corto" se traduce en una señal de incremento en las tasas de interés para el mercado de dinero, un objetivo de saldos acumulados igual a cero implica neutralidad ante las tasas de interés y, finalmente, un objetivo de saldos acumulados positivo o "largo" implica una señal que induciría una caída en las tasas de interés.

expectativas de los agentes económicos. Asimismo, durante la segunda etapa los efectos de las tasas de interés y de las expectativas se transmiten a la oferta y demanda agregadas a través de varios canales. Por último, la etapa final se refiere a la interacción entre la oferta y la demanda agregadas y su resultado sobre los precios. Un exceso de demanda agregada (gasto) con relación a la oferta agregada (producción) propiciará que el nivel de precios aumente. En la medida en que los cambios en la demanda agregada vengán acompañados por variaciones equivalentes en la oferta agregada será posible mantener la estabilidad en el nivel general de precios. Por ello, BANXICO debe vigilar con atención la evolución de los mercados de manera que no se presenten desequilibrios que eventualmente se traduzcan en presiones inflacionarias.

De acuerdo con el mecanismo de transmisión expuesto anteriormente, resulta interesante determinar el efecto que tiene, sobre algunas variables macroeconómicas, la presencia de un choque sobre la política monetaria. Por lo que a continuación se presentan las implicaciones de tales escenarios.

#### **1.1.1 Implementación de una política restrictiva.**

Durante los últimos años BANXICO ha utilizado el “corto” para modificar la postura de política monetaria. De tal forma, este ejercicio consiste en analizar la respuesta de las diferentes variables a un incremento en el “corto”. La especificación del VAR es la siguiente:

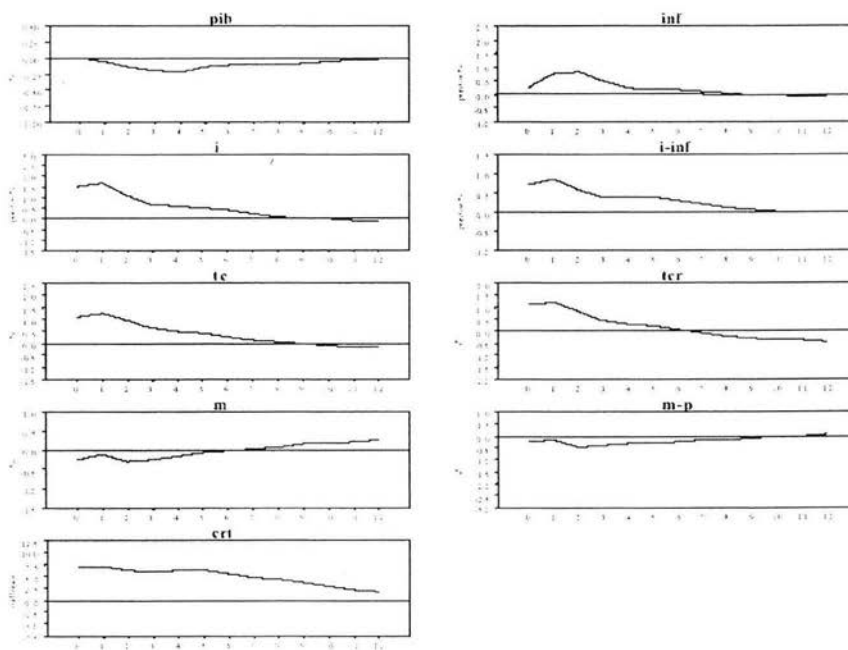
$$[pib, crt, i, m-p, tc, inf] \quad (1.1)$$

donde (*pib*) representa el logaritmo natural del producto interno bruto mensual; (*crt*) representa el promedio mensual del corto; (*i*) es el promedio mensual de la tasa nominal de “fondeo” de papel gubernamental; (*m-p*) representa el promedio mensual de la cantidad de billetes y monedas en poder del público expresado en términos reales; (*tc*) es el logaritmo natural del promedio mensual del tipo de cambio nominal e (*inf*) es la tasa de inflación mensual.

El hecho de incluir en el VAR al objetivo de saldos acumulados (*crt*) antes que la tasa de interés (*i*) y la cantidad de dinero (*m-p*) implica que la respuesta de estas dos últimas variables a un “corto” no se encuentra restringida; es decir, puede ser contemporánea. Sin embargo, este orden también implica que la respuesta de la autoridad monetaria a movimientos en el mercado de dinero (en tasas de interés o en la cantidad de dinero) se da por definición con un período de rezago.

Los resultados del ejercicio se presentan en la Gráfica 1.

### Respuesta a una Política Monetaria Restrictiva.



Gráfica 1

Fuente: Ibid.

En este caso la perturbación inicial es un incremento en el "corto" (*crt*) de aproximadamente 7 millones de pesos (equivalente a una desviación estándar). Se observa que la tasa de interés (*i*) aumenta aproximadamente 1.5 puntos porcentuales y que la tasa real (*i-inf*) lo hace en 0.75 puntos porcentuales. Asimismo, se observa que

la actividad económica (*pib*) tiende a disminuir, aunque dicho efecto no es estadísticamente significativo. Por otra parte, el hecho de observar que una vez dado el aumento en el “corto”, la inflación (*inf*) no disminuye, sino que se incrementa, y esto da lugar a cierta incongruencia en el análisis. Este tipo de respuesta no esperada en la tasa de inflación ya ha sido documentada en la literatura y se conoce como el “*price puzzle*”. El segundo resultado que llama la atención está relacionado con las respuestas del tipo de cambio nominal (*tc*) y real (*tr*). En ambos casos se observan depreciaciones, en lugar de apreciaciones como se esperaría después de un incremento en el “corto”. En la literatura económica también se ha documentado este resultado que se conoce como “*exchange rate puzzle*”.

El que la inflación y el tipo de cambio no respondan al incremento en el “corto” como se esperaba puede ser indicativo de que las perturbaciones en el “corto” no responden exclusivamente al cambio en la postura de política monetaria. Una posibilidad es que las perturbaciones identificadas no corresponden exclusivamente a las modificaciones realizadas sino que además contengan información acerca de otros fenómenos que afectan las expectativas de los agentes económicos.

#### 1.1.2 **Importancia de las Expectativas en el Mecanismo de Transmisión.**

Con base en los resultados de la sección anterior, en este apartado se presentan elementos que fortalecen la hipótesis de que las expectativas de los agentes económicos son un elemento clave en el mecanismo de transmisión de la política monetaria.

Una forma en la que se puede analizar el papel de las expectativas consiste en observar la respuesta de las diferentes variables después de un cambio en la postura de política monetaria manteniendo inalteradas a las expectativas. En este caso, si la respuesta de las variables es distinta a la presentada con anterioridad, se reforzaría la importancia de las expectativas dentro del mecanismo de transmisión.

Para modelar el comportamiento de las expectativas se consideran dos variables: las expectativas de inflación y el riesgo país<sup>4</sup>. Estas dos variables se incorporan en el análisis mediante su inserción en el modelo VAR estimado. El modelo utilizado es el siguiente:

$$[rp, \text{exin}, \text{pib}, \text{crt}, i, m-p, \text{tc}, \text{inf}] \quad (1.2)$$

donde (*rp*) representa el riesgo país y (*exin*) las expectativas de inflación para los siguientes doce meses.

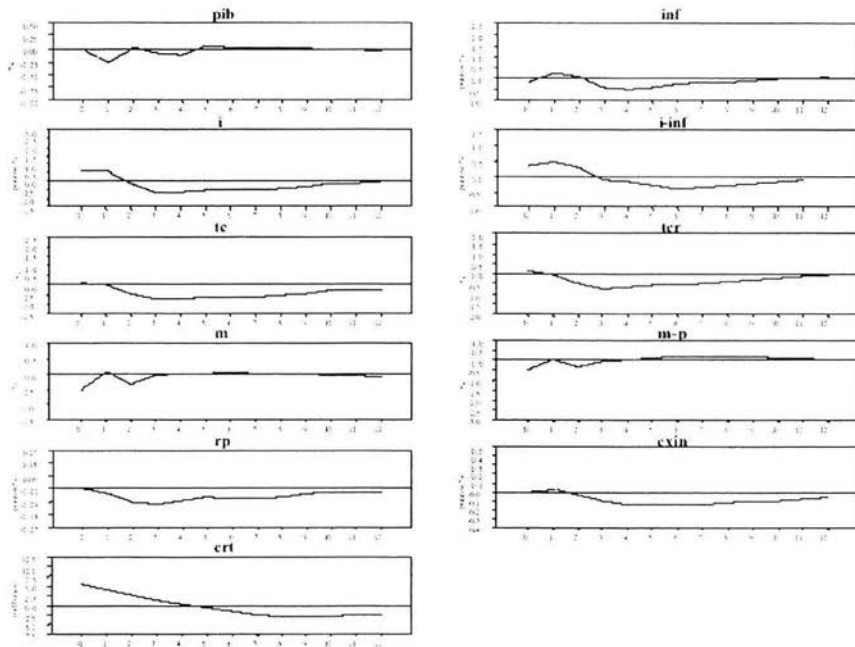
Utilizando esta nueva especificación del VAR se “controla” por el riesgo país y las expectativas de inflación. Dicho de otra manera, en el momento en que se da la perturbación al “corto” tanto el riesgo país como las expectativas de inflación permanecen sin cambio. Esto ocurre por el hecho de que en el orden del VAR estas dos últimas variables se encuentran antes que el corto. No obstante, una vez que ha transcurrido un período el riesgo país y las expectativas de inflación pueden reaccionar a los efectos de la perturbación realizada.

Los resultados del modelo (1.2) se presentan en la Gráfica 2.

---

<sup>4</sup> El riesgo país se definió como el promedio mensual de la diferencia entre el rendimiento del Bono del Gobierno Mexicano a 30 años y el rendimiento del Bono del Tesoro de Estados Unidos a 30 años.

**Respuesta a una Política Monetaria Restrictiva incorporando Riesgo País y Expectativas de Inflación**



Gráfica 2

Fuente: Ibid.

Se observa que después de un incremento en el "corto" (*crt*) de aproximadamente 6 millones de pesos (equivalente a una desviación estándar) se presenta una menor actividad económica (*pib*) y un incremento estadísticamente significativo de aproximadamente 60 puntos base en la tasa de interés nominal (*i*) y de 40 puntos en la tasa de interés real (*i-inf*). Asimismo, ya no se registra una depreciación del tipo de cambio. Por el contrario, al "controlar" por estas dos variables tanto el tipo de cambio nominal (*tc*) como el real (*tcr*) muestran una ligera apreciación. Esto sugiere que el "exchange rate puzzle" encontrado anteriormente podría explicarse por el riesgo país y las expectativas de inflación.

Además, se observa que la inflación (*inf*) ya no presenta el incremento inicial y que a partir del tercer período su reducción es estadísticamente significativa y de aproximadamente 0.5 puntos porcentuales. Dicho de otra manera, utilizando esta

última especificación del VAR ya no se encuentra evidencia del “price puzzle” y los resultados de un cambio en la postura de política monetaria son congruentes con las relaciones teóricas acerca del mecanismo de transmisión de la política monetaria.

Por otra parte, también se observa que modificaciones del “corto” afectan favorablemente a la percepción del riesgo país (rp) y a las expectativas de inflación (exin) puesto que ambas variables presentan una reducción estadísticamente significativa. Más aún, es interesante observar que después de aproximadamente cuatro períodos se observa una reducción estadísticamente significativa en la tasa de interés real (i-inf).

Este primer caso muestra que utilizar Vectores Autorregresivos proporciona flexibilidad para incorporar variables adicionales al análisis y de esta manera obtener resultados parciales de la relación existente entre las variables utilizadas, así cómo identificar como cambia el mecanismo de transmisión entre ellas.

## 1.2 La relación entre el riesgo país y el crecimiento económico en Argentina <sup>5</sup>

Como se mencionó con anterioridad, el uso de vectores autorregresivos en el análisis económico tiene una amplia variedad de campos de aplicación, en esta sección se presenta un enfoque que trata de determinar, utilizando VAR, la relación de causalidad existente entre el riesgo país y la actividad económica de Argentina.

Para resolver este problema se planteó el siguiente modelo VAR, que relaciona al Producto Interno Bruto (variable de crecimiento) con el diferencial del *Floating Rate Bond* (FRB, variable representativa del riesgo país en Argentina), expresando ambas variables en logaritmos, LPIB y LFRB, respectivamente:

$$\begin{aligned} LPIB_t &= \alpha_0 + \alpha_1 LPIB_{t-1} + \alpha_2 LPIB_{t-2} + \dots + \gamma_0 LFRB_t + \gamma_1 LFRB_{t-1} + \gamma_2 LFRB_{t-2} + \dots + \varepsilon_t \\ LFRB_t &= \beta_0 + \beta_1 LFRB_{t-1} + \beta_2 LFRB_{t-2} + \dots + \phi_0 LPIB_t + \phi_1 LPIB_{t-1} + \phi_2 LPIB_{t-2} + \dots + \nu_t \end{aligned} \quad (1.3)$$

<sup>5</sup> Trabajo presentado por José Luis Maia y Mercedes Kweitel. (2000).



Como se menciona en la introducción para realizar la estimación de los coeficientes de la ecuación (1.3) es necesario hacer el planteamiento en forma reducida para evitar las referencias circulares. En el caso en que los rezagos óptimos fueran dos, la expresión de la forma reducida sería la siguiente:

$$\begin{aligned} LPIB_t &= \delta_0 + \delta_1 LPIB_{t-1} + \delta_2 LPIB_{t-2} + \delta_3 LFRB_{t-1} + \delta_4 LFRB_{t-2} + \eta_t \\ LFRB_t &= \varphi_0 + \varphi_1 LFRB_{t-1} + \varphi_2 LFRB_{t-2} + \varphi_3 LPIB_{t-1} + \varphi_4 LPIB_{t-2} + \mu_t \end{aligned} \quad (1.4)$$

Para que la expresión (1.4) sea realmente un VAR deben agregarse algunas condiciones. En primer lugar, las variables, LPIB y LFRB, sobre las que realiza la estimación del modelo deben ser estacionarias<sup>6</sup>. En segundo lugar, ambos errores,  $\eta$  y  $\mu$ , deben ser ruido blanco<sup>7</sup>, y no deben estar relacionados entre sí. En tercer lugar, para que sea posible hacer inferencia estadística, es necesario haber trabajado con una muestra “grande”, esto implica al menos unas 60 observaciones<sup>8</sup> para cada variable del modelo.

En este estudio fue necesario realizar una transformación diferencia en ambas variables para garantizar que sean estacionarias (TPIB y TFRB) y conociendo el número óptimo de rezagos se procedió a la aplicación de la prueba de causalidad de Granger<sup>9</sup>. Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

**Prueba de Causalidad de Granger**

Muestra: 1992:4 2000:1			
Rezagos: 1			
Hipótesis Nula	Observaciones	Estadístico F	Probabilidad
TPIB no causa a TFRB	27	0.01573	0.90124
TFRB no causa a TPIB	27	10.1646	0.00395

Tabla 1

Fuente: Maía y Kweitel (2000).

Puede observarse que la prueba no rechaza la hipótesis nula de que “la serie TPIB no causa en el sentido de Granger a la serie TFRB”. En cambio sí rechaza, al 1% de

<sup>6</sup> La definición de estacionariedad se presenta a detalle en el siguiente capítulo

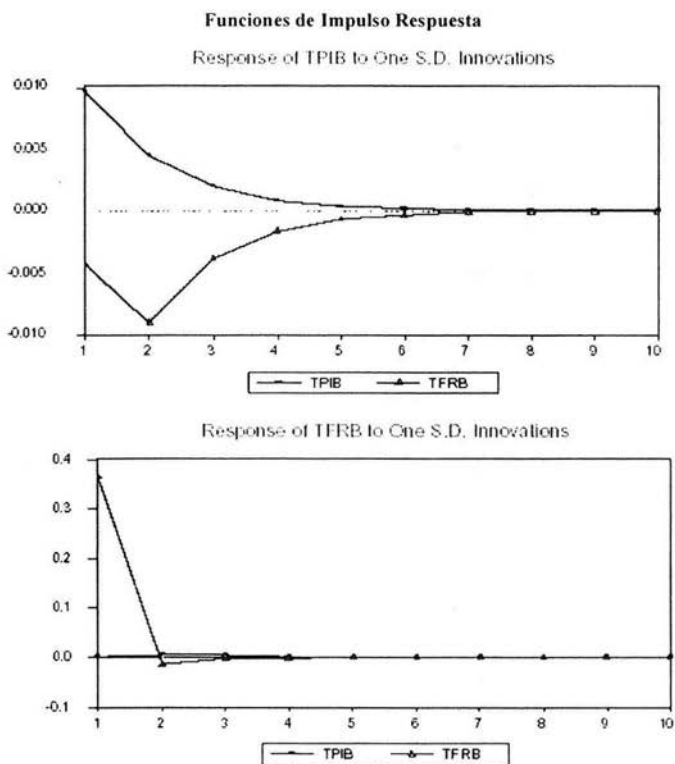
<sup>7</sup> La definición de ruido blanco se encuentra en el siguiente capítulo.

<sup>8</sup> El número de observaciones puede variar según la especificación del modelo.

<sup>9</sup> El concepto de causalidad de Granger se presenta en el siguiente capítulo.

significancia, la hipótesis nula de que “la serie TFRB no causa en el sentido de Granger a la serie TPIB”, aceptando la hipótesis alternativa de que “la serie TFRB sí causa en el sentido de Granger a la serie TPIB”.

Por otra parte, para visualizar el comportamiento de las series en respuesta a choques aleatorios en los errores de ambas ecuaciones se estimaron las funciones de impulso-respuesta, cuyos resultados se presentan en la Gráfica 3.



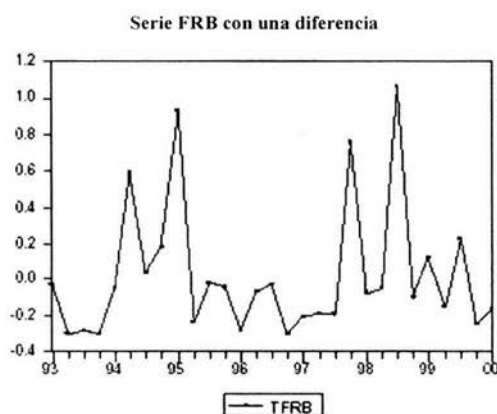
Gráfica 3

Fuente Ibid.

Como puede observarse la aplicación de un choque aleatorio de una desviación estándar en la variación del FRB provoca que el PIB caiga durante los primeros cuatro trimestres posteriores, luego el efecto se va extinguiendo rápidamente. Esta función

impulso-respuesta nos da una medida de la influencia de la prima de riesgo sobre el ciclo económico.

Las crisis soportadas por la economía Argentina en los años noventa pueden replicarse a través de los efectos sobre el PIB provocados por el aumento en las primas de riesgo. En la Gráfica 4 se observa cómo los picos representan las variaciones en la prima de riesgo que provocaron las crisis de la devaluación mexicana en el primer trimestre de 1995, la crisis asiática en el tercer trimestre de 1997 y la crisis rusa en el tercer trimestre de 1998.



Gráfica 4

Fuente Ibid.

Cabe aclarar que el orden del choque aleatorio en los errores en la función impulso-respuesta se eligió teniendo en cuenta el resultado obtenido en el análisis de causalidad efectuado anteriormente. Esta elección no resulta trivial, dado que el orden elegido requiere una justificación. En este caso, ¿por qué la tasa de variación del FRB no responde ante una variación en la tasa de cambio del PIB? A priori no habría razón para que ello suceda. Sin embargo, los autores consideraron que en Argentina hay razones por las cuales el PIB no afecta la prima de riesgo. El PIB del período corriente se conoce con rezago, casi tres meses después de terminado el período. Al mismo tiempo a los analistas privados les resulta muy difícil realizar buenas estimaciones, entre otras causas porque hay un problema de información, generado por la falta de

reputación en la generación de estadísticas, por parte del Estado. La confusión es de tal orden que a las demoras se suman dudas respecto de la calidad de la información pública.

Por último se estimó la descomposición de la varianza, presentada en la tabla 2.

**Descomposición de la Varianza**

<b>De TPIB</b>			
<b>Periodo</b>	<b>Error Estándar</b>	<b>TFRB</b>	<b>TPIB</b>
1	0.365875	16.63678	83.36322
2	0.366233	47.20383	52.79617
3	0.366272	49.84149	50.15851
4	0.36628	50.29082	49.70918
5	0.366281	50.37367	49.62633
6	0.366282	50.38917	49.61083
7	0.366282	50.39207	49.60793
8	0.366282	50.39262	49.60738
9	0.366282	50.39272	49.60728
10	0.366282	50.39274	49.60726
<b>De TFRB</b>			
<b>Periodo</b>	<b>Error Estándar</b>	<b>TFRB</b>	<b>TPIB</b>
1	0.010496	100	0
2	0.014505	99.97595	0.024045
3	0.015121	99.97166	0.028344
4	0.015233	99.97085	0.029151
5	0.015255	99.9707	0.029303
6	0.015258	99.97067	0.029331
7	0.015259	99.97066	0.029337
8	0.015259	99.97066	0.029338
9	0.015259	99.97066	0.029338
10	0.015259	99.97066	0.029338

Orden: TFRB TPIB

*Tabla 2*

Fuente: Ibid

Se observa que mientras la serie de la variación del FRB explica casi la totalidad de su propia varianza del error de predicción, la serie de la variación del PIB explica solamente el 50% de su propia varianza del error de predicción.

Vale la pena destacar que este modelo VAR permite mostrar que no es necesario incorporar una gran cantidad de variables para contar con una buena interpretación y

estimación de un fenómeno económico pues en este caso los autores incorporan tan solo dos variables macroeconómicas para establecer la relación de causalidad existente entre el crecimiento económico y el riesgo país, esto obedece a que el riesgo país explica el 50% de la variabilidad en el crecimiento Asimismo incorpora un concepto de gran utilidad en esta metodología como es la causalidad de Granger que permite determinar el orden en el cual se deben estimar las funciones impulso – respuesta.

### **1.3 Política Monetaria y Tasas de Interés: Experiencia Reciente para el Caso de México<sup>10</sup>.**

El propósito del trabajo fue analizar la efectividad de la política monetaria para afectar la estructura de tasas de interés. No obstante, debido a que las tasas de interés reaccionan ante diversos factores y acontecimientos, no se puede atribuir su comportamiento exclusivamente a las decisiones de política monetaria.

Por ello, es necesario descomponer el efecto de un cambio en la política monetaria en dos efectos: (1) cuando BANXICO reacciona ante acontecimientos que han dado lugar por sí mismos a incrementos en las tasas de interés, a lo que se denomina efecto “reacción” y (2) cuando BANXICO decide modificar su postura monetaria ante eventos o circunstancias que no han sido descontados por los mercados a satisfacción del Instituto Central, a lo que se denomina como política monetaria “activa”.

Los autores utilizaron la técnica econométrica de Vectores Autorregresivos concluyendo que existe evidencia que sustenta el hecho de que en los últimos años, la política monetaria en México ha tenido principalmente un componente “activo”.

De esta forma, establecieron que un cambio en la postura de política monetaria puede deberse a: (i) una respuesta o “reacción” del Banco Central ante eventos internos o externos fácilmente observables por el público y con posibles impactos inflacionarios, de los cuales puede esperarse que por sí mismos induzcan incrementos en las tasas de interés, y (ii) a una decisión por parte del Instituto Central de modificar su postura de

---

<sup>10</sup> Díaz de León y Green Ham (2002).

política monetaria, en respuesta a presiones inflacionarias que no hayan sido previamente descontadas por el mercado a satisfacción del Instituto Central.

Para descomponer movimientos en el “corto” en su efecto “reacción” y su componente “activo” se utilizó la metodología basada en la técnica econométrica de Vectores Autorregresivos (VAR) y, en particular, en las llamadas funciones impulso-respuesta.

### **1.3.1 Descomposición de la variable de política monetaria en sus componentes de “reacción” y “activo”.**

Con la finalidad de facilitar la exposición del análisis empírico, primero se describen las variables que se utilizaron en la estimación del VAR. Dichas variables se pueden dividir en tres categorías: (1) variables que buscan capturar el efecto “reacción”; (2) variables de política monetaria y (3) variables que caracterizan la estructura de tasas de interés. Se supone que para el caso de los mercados mexicanos, las variables que pueden capturar el efecto “reacción” son: (a) el tipo de cambio spot venta (TC); (b) el rendimiento del Bono Global 2026, como variable que refleja el riesgo país (BG2026); (c) las expectativas de inflación publicadas por Infósel para los siguientes 12 meses (EXPINF) y (d) la tasa de interés del Bono del Tesoro de E.U.A. a 30 años (TB30). Como variable de política monetaria se utiliza el “corto”. Finalmente, la tercera categoría la integran las variables que caracterizan la estructura de tasas de interés, compuesta por las tasas de interés de los CETES del mercado primario a 28 (C28), 91 (C91), 182 (C182) y 364 (C364) días.

Como ya se menciona, el objetivo consistió en analizar el impacto de una ampliación en el “corto” (política monetaria restrictiva) sobre la estructura de tasas de interés, descontando el efecto “reacción” sobre dichas tasas. Para lo anterior, se utilizaron las funciones impulso-respuesta de las tasas de interés a sus distintos plazos ante una perturbación en la variable de política monetaria. Es importante señalar que la identificación de dichas funciones requiere establecer un orden para las variables incluidas en el VAR, el cual en este caso está asociado con el grado de exogeneidad de las variables entre sí.

De esta forma, el orden entre las variables del VAR utilizado es:

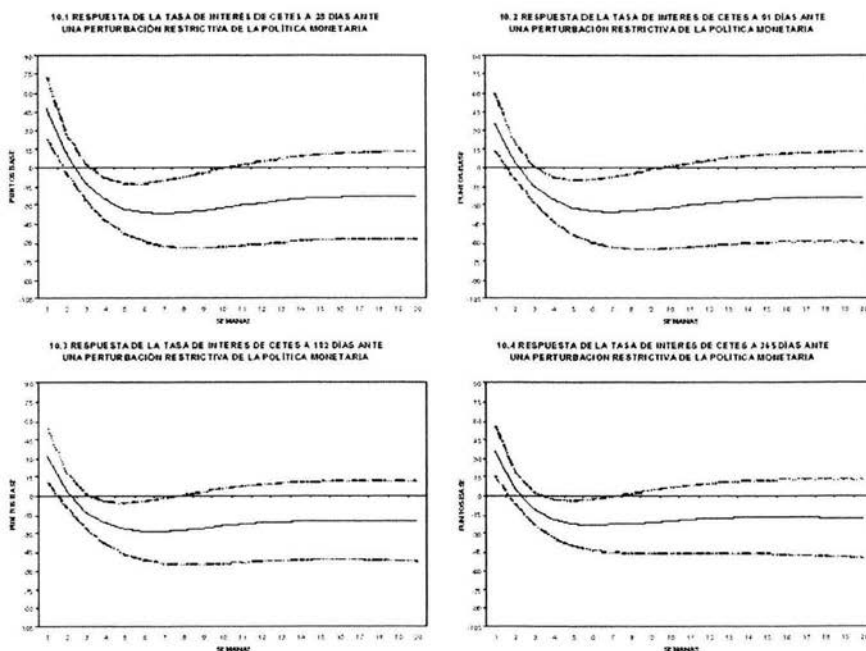
$$TB30 - BG2026 - TC - EXPINF - CORTO - CETESI \quad (1.5)$$

Donde  $i = 28, 91, 182$  y  $364$ .

Una vez estimado el VAR anterior, se pueden obtener las funciones impulso-respuesta que permiten analizar el efecto de perturbaciones en el “corto” sobre la estructura de tasas de interés. De esta forma, al estimar las funciones impulso-respuesta antes mencionadas se estaría analizando la respuesta de la estructura de tasas de interés, ante una perturbación en el componente “activo” de la política monetaria.

La Gráfica 5 presenta las funciones impulso-respuesta para las tasas de interés a sus diferentes plazos ante una perturbación no esperada, de una desviación estándar, en el “corto”, controlando por las variables de “reacción”. Dicha desviación estándar es de aproximadamente 4.9 millones de pesos. Las funciones impulso-respuesta se obtuvieron a partir de la estimación del VAR, para un periodo de 20 semanas. Es importante recordar que en este caso la perturbación en el “corto” corresponde al componente de política monetaria “activa”.

## Funciones Impulso-Respuesta para las Tasas de Interés



Gráfica 5

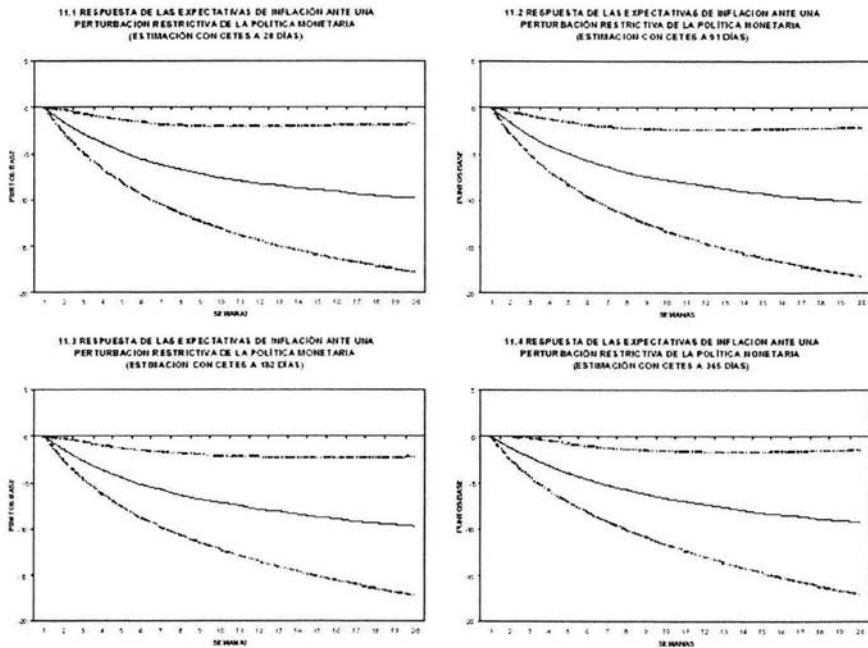
Fuente: Díaz de León y Greenham (2000).

Como se puede apreciar en la gráfica anterior, aún “controlando” por las variables del efecto “reacción”, una perturbación no esperada en el “corto”, continúa teniendo un efecto inicial positivo y estadísticamente significativo sobre las tasas de interés a sus diferentes plazos. Como se puede observar el efecto es mayor sobre las tasas de interés de menor plazo y disminuye con el paso del tiempo.

La Gráfica 6 presenta, para cada VAR estimado (entre paréntesis se señala el plazo de la tasa de interés utilizada), la respuesta de las expectativas de inflación ante una perturbación restrictiva de la política monetaria. Los resultados muestran que una política monetaria restrictiva “activa” reduce gradualmente y de manera permanente a las expectativas de inflación.



## Respuesta en las expectativas de inflación ante una perturbación restrictiva de la política monetaria



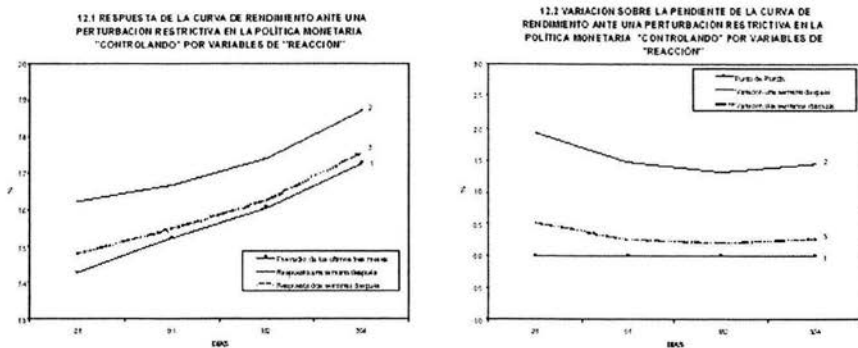
Gráfica 6

Fuente: Ibid.

Con base en los resultados obtenidos hasta ahora, se puede decir que una política monetaria restrictiva “activa” no sólo incide de manera directa sobre el mercado de dinero a través de mayores tasas de interés, sino también en las expectativas de inflación. El comportamiento de las expectativas de inflación es congruente con el de las tasas de interés, donde después de aproximadamente tres semanas se observa un ajuste a la baja que es estadísticamente significativo, llegando a niveles inferiores a los que tenían antes del anuncio del “corto” (ver Gráfica 5). Es decir, la mejoría en las expectativas de inflación después de un anuncio restrictivo conduce, gradualmente, a menores tasas de interés. Lo anterior refleja que las expectativas de inflación de los agentes económicos reaccionan de acuerdo con las intenciones del Banco Central.

Adicionalmente, la Gráfica 7 presenta la respuesta de la curva de rendimiento ante una perturbación restrictiva (“activa”) en la variable de política monetaria de 20 millones de pesos, “controlando” por las variables de “reacción”. En la Gráfica 7.1 la línea 1 corresponde al promedio de las tasas de interés para sus diferentes plazos durante el período del 25 de enero al 25 de abril de 2000. La línea 2 es la respuesta de la curva de rendimiento una semana después de la ampliación del “corto”, estimada a partir de las funciones impulso-respuesta de la Gráfica 5, pero para una perturbación en el “corto” de 20 millones de pesos. Finalmente, la línea 3 corresponde a la respuesta de la curva de rendimiento ante una política monetaria restrictiva después de dos semanas. Como se puede observar en la Gráfica 7.1, una política monetaria restrictiva “activa” tiene un efecto positivo sobre la curva de rendimiento, el cual va disminuyendo conforme pasa el tiempo y es mayor sobre las tasas de interés a menor plazo.

#### Respuestas ante una perturbación restrictiva en la política monetaria



Gráfica 7

Fuente: Ibid.

De las estimaciones realizadas a través del VAR los autores concluyeron lo siguiente:

- a) Una perturbación en la variable de política monetaria, tiene un efecto inicial positivo y estadísticamente significativo sobre las tasas de interés a sus diferentes plazos. Lo anterior implica que hay evidencia que prueba el hecho

de que en los últimos años la política monetaria en México ha tenido un componente “activo”.

- b) Los resultados muestran que el componente “activo” de una restricción monetaria reduce gradualmente y de manera permanente las expectativas de inflación. El comportamiento de las expectativas de inflación es congruente con el de las tasas de interés, ya que después de aproximadamente tres semanas se observa un ajuste a la baja en dichas tasas, estadísticamente significativo, llegando a niveles inferiores a los que se tenían antes del anuncio del “corto”. Lo anterior refleja que las expectativas de inflación de los agentes económicos reaccionan de acuerdo con las intenciones del Banco Central.
- c) El efecto de una restricción monetaria es mayor sobre las tasas de interés de menor plazo y disminuye con el paso del tiempo.
- d) Para las tasas de interés a todos sus plazos, el efecto de una ampliación en el “corto” es menor al “controlar” por las variables de “reacción”. Lo anterior, se debe a que una parte de la respuesta de las tasas de interés se explica por el efecto ya descontado por el mercado.

A pesar de que BANXICO instrumenta su política monetaria a través del envío de señales, y no interfiriendo directamente en la determinación de las tasas de interés, la evidencia encontrada en este trabajo permite afirmar que la política monetaria en México ha tenido en los últimos años un componente “activo”. Es decir, ha contribuido a inducir incrementos en las tasas de interés a sus diferentes plazos por encima del alza en tasas de interés que el mercado de dinero ha demandado.

Finalmente este tercer ámbito de aplicación permite resaltar la importancia de que no es necesario contar con un marco teórico establecido, ya que aún cuando los componentes del VAR son esencialmente los mismos que para el primer caso, en el primero se analiza el mecanismo de transmisión de la política monetaria a través de las tasas de interés y en este último se analiza el efecto que tiene en las tasas de interés la política monetaria.

En este capítulo se presenta la metodología de Vectores Autorregresivos, sin embargo es necesario conocer algunos conceptos generales de series de tiempo, ya que dicha metodología está basada en este tipo de modelos.

## 2.1 CONCEPTOS GENERALES

### 2.1.1 Series de Tiempo

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones numéricas de cierta variable que se registran con respecto al tiempo, este registro generalmente se efectúa a intervalos de tiempo fijos. Uno de los métodos más comunes para el análisis de una serie de tiempo es suponer dicha serie como la realización de un proceso estocástico.

Un proceso estocástico se define como una familia de variables aleatorias asociadas a un conjunto índice, con la propiedad de que dicho conjunto es finito o infinito numerable y con la condición que a cada índice le corresponda una y sólo una variable aleatoria, esto se denotará como  $\{Y_t | t \in T\}$  en donde  $T$  es el conjunto índice y  $Y_t$  es la variable aleatoria correspondiente al elemento  $t$  de  $T$ . Por lo tanto, al tomar conjuntamente las observaciones de la serie de tiempo,  $\{Y_t | t \in T_0\}$ , se obtendría una sucesión de observaciones generadas por un proceso estocástico discreto donde  $T$  se toma con respecto al tiempo y  $T_0 \subseteq T$ .

### 2.1.2 Ruido Blanco

Se dice que un proceso estocástico  $\{a_t\}$  es de ruido blanco si tiene media constante (generalmente igual a cero) y función de covarianzas dada por:

$$Cov(a_t, a_{t+k}) = \gamma_k = \begin{cases} \sigma^2 & \text{si } k = 0 \\ 0 & \text{si } k \neq 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Si la distribución del proceso  $\{a_t\}$  es normal entonces las variables de dicho proceso son independientes.

### 2.1.3 Operadores y polinomios de retraso

Para representar los modelos de series de tiempo de una manera más compacta es necesario el uso de operadores y polinomios de retraso.

El operador de retraso, al cual se denotará por B, se define mediante la relación  $BY_t = Y_{t-1}$  para toda t. Aplicando este operador sucesivamente se obtiene la expresión

$$B^k Y_t = Y_{t-k} \quad (2.2)$$

para  $k = 0, 1, 2, \dots$  y para toda t.

Cabe señalar que  $B^0 = I$ , donde I denota el operador identidad, por lo que  $B^0 Y_t = Y_t$ .

Otro operador de uso muy frecuente es el operador diferencia, denotado por  $\nabla$ , el cual se define por la expresión

$$\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (2.3)$$

dicho operador se relaciona con el operador de retraso de acuerdo a la expresión  $\nabla = (1 - B)$ .

Un polinomio de retraso se denota por  $G(B)Y_t$ , donde

$$G(B) = 1 - g_1 B - g_2 B^2 - \dots - g_k B^k = 1 - \sum_{j=1}^k g_j B^j \quad (2.4)$$

y los coeficientes  $g_1, \dots, g_k$  son constantes y k puede tomar valores de 1, 2, ...

### 2.1.4 Estacionariedad

Una serie de tiempo es estacionaria de primer orden si su valor esperado no depende del tiempo, es decir,  $E(Y_t) = \mu$  para  $t \in T$ . Asimismo, se dice que una serie de tiempo es estacionaria de segundo orden si la media, la varianza y la covarianza no dependen del tiempo, es decir, si:

- 1)  $E(Y_t) = \mu$  para  $t \in T$
- 2)  $Var(Y_t) = \gamma_0 < \infty$  para  $t \in T$
- 3)  $Cov(Y_t, Y_{t+k}) = \gamma_k$  para  $t \in T$  y  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Se dice que una serie de tiempo es estrictamente estacionaria si la función de densidad para un conjunto arbitrario de variables  $(Y_t, Y_{t+1}, \dots, Y_{t+m})$  es invariante respecto a los desplazamientos en el tiempo, es decir, si se cumple

$$f(Y_t, Y_{t+1}, \dots, Y_{t+m}) = f(Y_{t+k}, Y_{t+k+1}, \dots, Y_{t+k+m}) \quad (2.5)$$

para  $t \in T$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  y  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

## 2.2 MODELOS ARMA

Dada una serie de tiempo estacionaria,  $\{W_t\}$ , se desearía encontrar un proceso estocástico estacionario capaz de generar dicha serie. Para ello se explicarán dos tipos de procesos, los autorregresivos (AR) y los de promedios móviles (MA).

### 2.2.1 Modelos Autorregresivos

El modelo autorregresivo de orden  $p$  se define como

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_p W_{t-p} + a_t \quad (2.6)$$

donde  $\phi_1, \dots, \phi_p$  son ponderaciones de los retrasos de la variable. Al hacer uso del polinomio de retraso, el modelo anterior se puede describir como  $(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i)W_t = \Phi(B)W_t = a_t$ . La condición de estacionariedad de segundo orden para un proceso AR(p) está dada a través de la ecuación característica asociada al proceso y se denota por

$$1 - \phi_1 x - \phi_2 x^2 - \dots + \phi_p x^p = 0 \quad (2.7)$$

El proceso AR(p) será estacionario si y sólo si las raíces de la ecuación anterior se encuentran fuera del círculo unitario.

### 2.2.2 Modelos de Promedios Móviles

La idea básica de estos modelos consiste en representar a un proceso estocástico  $\{W_t\}$ , como una suma finita ponderada de choques aleatorios independientes  $\{a_t\}$ , es decir

$$W_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t = \theta(B) a_t \quad (2.8)$$

Todo proceso MA es estacionario, pero se requiere que sea invertible con el objeto de que este sea identificado de manera única por su función de autocorrelación.

La condición de invertibilidad del proceso MA es que las raíces de la ecuación característica asociada con el proceso MA:  $\theta(x) = 1 - \theta_1 x - \theta_2 x^2 - \dots + \theta_q x^q = 0$  se encuentren fuera del círculo unitario.

## 2.3 METODOLOGÍA VAR.

Como se menciono anteriormente la metodología propuesta por Sims consiste tomar el mínimo de restricciones en la especificación de los modelos donde todas las variables de claro contenido económico son tratadas como endógenas.

Para ilustrar esta idea, se retoma el modelo econométrico que relaciona a las series X y Y:

$$\begin{aligned} X_t &= f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots; \delta_f) + \varepsilon_{xt} \\ Y_t &= g(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots; \delta_g) + \varepsilon_{yt} \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde  $t$  indica tiempo,  $\varepsilon_{xt}$  y  $\varepsilon_{yt}$  son los errores del modelo,  $\delta_f$  y  $\delta_g$  son vectores de parámetros. Como se mencionó anteriormente:

- a) Este modelo tiene un error de especificación, ya que existe una relación circular entre ambas series.
- b) Para solucionar este problema, se elimina la serie  $\{X\}$  de la segunda ecuación bajo el supuesto de que los errores  $\varepsilon_{xt}$  y  $\varepsilon_{yt}$  son ortogonales.<sup>11</sup> Al tratar a una de estas series como exógena; es decir, reducir (I.1) como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} X_t &= f(X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots; \delta_f) + \varepsilon_{xt} \\ Y_t &= g(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots; \delta_g) + \varepsilon_{yt} \end{aligned} \quad (2.10)$$

- c) Hay que reconocer que la exogeneidad de  $Y$  asegura la identificación de las ecuaciones, sin embargo es muy probable que este supuesto no esté garantizado ya que, posiblemente, las variables utilizadas para explicar a  $Y$ , se encuentran influenciadas por la trayectoria de  $X$ .

Los modelos resultantes son conocidos como Vectores Autorregresivos (VAR). Imponiendo la restricción en la expresión (2.9) de que no existan relaciones contemporáneas se tiene:

$$\begin{aligned} X_t &= f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots; \beta_f) + \varepsilon_{xt} \\ Y_t &= g(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots; \beta_g) + \varepsilon_{yt} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Sin embargo esta propuesta encontró obstáculos que finalmente se convirtieron en fuentes de discusión e investigación en las décadas de los ochenta y noventa. El primero fue la parametrización excesiva de los modelos VAR. El segundo, la falta de una propuesta específica de identificación, tal que los modelos VAR fueran modelos de forma reducida desprovistos de interpretación económica.

---

<sup>11</sup> Implica que sean linealmente independientes.



Actualmente, tanto el problema de grados de libertad como el problema de identificación han sido resueltos de manera relativamente satisfactoria, lo que ha contribuido a una difusión de la filosofía de los modelos VAR. Esta filosofía parte del conocimiento de que existe una extensiva incertidumbre acerca del mecanismo generador de los datos económicos observados. La consecuencia inmediata de este conocimiento es que una estrategia apropiada para modelar podría permitir que dicha incertidumbre fuera incorporada explícitamente dentro del proceso de especificación del modelo, para permitir un tratamiento objetivo y sistemático. Es precisamente esta idea la que garantiza la insistencia de parsimonia de las restricciones, de manera que al eliminar regularidades empíricamente relevantes puede ser atacada por medio de una posible y objetiva lectura de los datos económicos.

A continuación se presenta el desarrollo de la metodología del VAR presentada por Guerrero (1987).

Sea  $W_t$  un vector (columna) k-variado de series de tiempo o sea  $W_t = \begin{bmatrix} W_{1t} \\ W_{2t} \\ \vdots \\ W_{kt} \end{bmatrix}$ , para el

cual se cuenta con  $t=1, \dots, N$  observaciones. Si  $G(B)$  denota a la matriz de polinomios de retraso

$$G(B) = \begin{bmatrix} g_{11}(B) & g_{12}(B) & \dots & g_{1k}(B) \\ g_{21}(B) & g_{22}(B) & \dots & g_{2k}(B) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ g_{k1}(B) & g_{k2}(B) & \dots & g_{kk}(B) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

con

$$g_{ij}(B) = g_{ij,1} + g_{ij,2}B + \dots + g_{ij,p}B^{p-1} \text{ para } i, j = 1, \dots, k \text{ y } p \geq 1 \quad (2.13)$$

en donde B denota al operador de retraso tal que  $BW_{i,t} = W_{i,t-1}$  para toda i, entonces se obtiene la expresión alternativa

$$\begin{aligned}
 G(B) = & \begin{pmatrix} g_{11,1} & g_{12,1} & \dots & g_{1k,1} & g_{11,p} & g_{12,p} & \dots & g_{1k,p} \\ g_{21,1} & g_{22,1} & \dots & g_{2k,1} & g_{21,p} & g_{22,p} & \dots & g_{2k,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{k1,1} & g_{k2,1} & \dots & g_{kk,1} & g_{k1,p} & g_{k2,p} & \dots & g_{kk,p} \end{pmatrix} B^{p-1} \\
 = & G_1 + \dots + G_p B^{p-1} \tag{2.14}
 \end{aligned}$$

Un vector autorregresivo viene a ser entonces un modelo que sirve para explicar el comportamiento de  $W_t$  y que admite la representación vectorial

$$W_t = G(B)W_{t-1} + D + a_t \tag{2.15}$$

en la cual, el hecho de que el vector  $W_{t-1}$  aparezca como regresor, indica que todas las variables del vector W son consideradas como potencialmente endógenas y explicadas por ellas mismas. D representa a un vector de factores deterministas, que comúnmente incluye a la constante y/o a variables artificiales para capturar los efectos estacionales. Además  $\{a_t\}$  denota a un proceso multivariado de ruido blanco normal con media cero, es decir  $\{a_1, a_2, \dots\}$  son vectores aleatorios independientes y con distribución normal multivariada  $N_k(0, \Sigma)$ , donde  $\Sigma$  es la matriz de varianza-covarianza

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1k} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{k1} & \sigma_{k2} & \dots & \sigma_k^2 \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

De hecho, la expresión (2.15) engloba un sistema de k ecuaciones del tipo

$$W_{i,t} = g_{i1}(B)W_{1,t-1} + \dots + g_{ik}(B)W_{k,t-1} + D_i + a_{it}$$

$$\begin{aligned}
&= g_{i,1}W_{i,t-1} + g_{i,2}W_{i,t-2} + \dots + g_{i,p}W_{i,t-p} + \\
&\quad \dots \\
&+ g_{ik,1}W_{k,t-1} + g_{ik,2}W_{k,t-2} + \dots + g_{ik,p}W_{k,t-p} + D_i + a_{it}
\end{aligned}$$

$$\text{para } i = 1, \dots, k \quad (2.17)$$

en donde se aprecia explícitamente que todas y cada una de las ecuaciones contiene el mismo conjunto de regresores.

Supóngase ahora que  $W_t$  tiene media cero y covarianza estacionaria, de tal manera que ni su media ni su función de autocovarianza dependen del tiempo; por el teorema de Wold (1954) se sabe que debe existir una descomposición lineal del proceso que sigue ( $W_t$ ) en la cual pueda representarse su parte no-determinista como un proceso de promedios móviles, así pues, de (2.15) se tiene que

$$\Phi(B)W_t = [I - G(B)B]W_t = D + a_t \quad (2.18)$$

y

$$W_t = \Phi^{-1}(B)D + \Phi^{-1}(B)a_t \quad (2.19)$$

de donde

$$M_t = W_t - \Phi^{-1}(B)D = \Phi^{-1}(B)a_t \quad (2.20)$$

expresión, esta última, que da origen a la representación de promedios móviles

$$M_t = \theta(B)a_t = (I + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots)a_t \quad (2.21)$$

para algunas matrices  $\theta_1, \theta_2, \dots$  que pueden ser obtenidas a partir de la relación

$$\theta(B)\Phi(B) = I \quad (2.22)$$

la cual conduce a tener (si se hace  $\theta_0 = I$  y  $\theta_j = 0$  para  $j < 0$ )

$$\theta_j = \theta_{j-1}G_1 + \dots + \theta_{j-p}G_p \quad \text{par } j = 1, 2, \dots \quad (2.23)$$

por ejemplo, si el orden del vector autorregresivo es  $p = 3$ , se tendra  $\Phi(B) = I - G(B)B = I - G_1B - G_2B^2 - G_3B^3$  y por lo tanto

$$\begin{aligned} I &= \theta(B)\Phi(B) \\ &= I - G_1B - G_2B^2 - G_3B^3 + \theta_1B - \theta_1G_2B^3 - \theta_1G_3B^4 + \theta_2B^2 - \dots \end{aligned}$$

implica que

$$\begin{aligned} \theta_1 &= G_1 \\ \theta_2 &= G_1^2 + G_2 \\ \theta_3 &= G_1^3 + G_2G_1 + G_1G_2 + G_3 \\ \theta_4 &= G_1^4 + G_2G_1^2 + G_1^2G_2 + G_3G_1 + G_1^2G_2 + G_2^2 + G_1G_3 \\ &\dots \end{aligned}$$

Una vez planteadas las ecuaciones (2.18) y (2.19) asociadas respectivamente con las representaciones autorregresiva y de promedios móviles, es natural concebir una representación mixta del tipo ARMA vectorial, así como se hace con las series univariadas. Aunque en teoría un modelo ARMA para series múltiples sería preferible para representar el comportamiento dinámico simultaneo de los elementos de  $W_t$ , en la práctica la construcción de tales modelos presenta todavía serias dificultades, tanto en la identificación del modelo como en su estimación y verificación de supuestos; por esta razón, los analistas econométricos interesados en el estudio de series de tiempo múltiples han preferido emplear el modelo (2.15), el cual podría pensarse que corresponde a una aproximación de un posible modelo ARMA vectorial, pero que puede construirse y analizarse más fácilmente que dicho modelo ARMA.

El método de estimación de los parámetros involucrados en el vector autorregresivo es el de máxima verosimilitud, para el cual se requiere de los supuestos de que

$\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  son independientes y distribuidos como normal multivariada, así la función de densidad conjunta de  $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  resulta ser

$$p(a_1, \dots, a_N) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{kN}{2}} \Sigma^{\frac{N}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i' \Sigma^{-1} a_i\right) \quad (2.24)$$

ahora bien, de (2.18) se tiene

$$\begin{aligned} a_i &= \Phi(B)W_i - D \\ &= W_i - G_1 W_{i-1} - \dots - G_p W_{i-p}^{-D} \end{aligned} \quad (2.25)$$

de tal manera que  $a_1, \dots, a_p$  no están definidos, puesto que no se cuenta con las observaciones de  $W_{1-p}, \dots, W_0$ . Por este motivo, conviene considerar a la densidad conjunta de  $\{a_1, \dots, a_N\}$ , en el supuesto de que  $W_{1-p}, \dots, W_0$  son valores fijos y conocidos; en este caso (2.25) define una transformación que permite obtener la distribución condicional de  $\{W_1, \dots, W_N | W_{1-p}, \dots, W_0\}$ , en donde el Jacobiano de la transformación es unitario, entonces se obtiene

$$p(W_1, \dots, W_N | W_{1-p}, \dots, W_0) = p(a_1, \dots, a_N) \quad (2.26)$$

Por lo tanto, la función de verosimilitud de  $\{G_1, \dots, G_p, D, \Sigma | W_{1-p}, \dots, W_0\}$  se obtiene como

$$\begin{aligned} L(G_1, \dots, G_p, D, \Sigma | W_{1-p}) &= p(W_{1-p}, \dots, W_N) \\ &= p(W_1, \dots, W_N | W_{1-p}, \dots, W_0) \bullet p(W_{1-p}, \dots, W_0) \\ &= p(a_1, \dots, a_N) \bullet p(W_{1-p}, \dots, W_0) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Para proceder a maximizar la función de verosimilitud (2.27) con respecto a los parámetros, se requiere conocer la densidad de  $\{W_{1-p}, \dots, W_0\}$ . En su lugar, se

acostumbra trabajar con una función de verosimilitud aproximada, que ignora dicha densidad, es decir, en la práctica se maximiza la función de log-verosimilitud aproximada

$$\log[p(a_1, \dots, a_N)] = -kN \frac{\log[2\pi]}{2} - \frac{N \log[\Sigma]}{2} - \sum_{i=1}^N \frac{a_i' \Sigma^{-1} a_i}{2} \quad (2.28)$$

esta función se maximiza respecto a  $\Sigma$  al hacer

$$\hat{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \frac{\hat{a}_i \hat{a}_i'}{N} \quad (2.29)$$

con

$$\hat{a}_t = W_t - \hat{G}_1 W_{t-1} - \dots - \hat{G}_p W_{t-p} - \hat{D}, \quad t = 1, \dots, N \quad (2.30)$$

de tal forma que el problema se reduce a maximizar

$$\log[p(\hat{a}_{p+1}, \dots, \hat{a}_N)] = -kN \frac{\log[2\pi]}{2} - \frac{N \log[\hat{\Sigma}]}{2} \quad (2.31)$$

lo cual se logra al minimizar  $\det(\hat{\Sigma})$  respecto a  $\hat{G}_1, \dots, \hat{G}_p, \hat{D}$ .

Como se hizo notar en la expresión (2.17), las ecuaciones para cada una de las variables contienen al mismo conjunto de regresores, por esta razón los estimadores eficientes que surjan de minimizar  $\det(\Sigma)$  serán idénticos a los que se obtienen por mínimos cuadrados ecuación por ecuación. En conclusión, el método que generalmente se aplica en la práctica es el de minimizar la suma de cuadrados de los residuales de cada ecuación por separado, lo cual es equivalente al método de máxima verosimilitud cuando se usa la función de verosimilitud aproximada (2.28). Sobre este aspecto, importa señalar que Litterman (1979) realizó diversos experimentos de simulación Monte Carlo, de los cuales concluye que el uso de la función de

verosimilitud aproximada en lugar de (2.27) no distorsiona notablemente los resultados y por ello se justifica su empleo en la práctica.

Como resultado de la estimación de un VAR se deben obtener desde luego, los coeficientes de regresión estimados y los errores estándar correspondientes a cada uno de dichos coeficientes; además, conviene calcular los estadísticos F que sirven para determinar la significación estadística de cada una de las variables (con todos sus retrasos), para explicar a la variable dependiente de la ecuación en turno. Estas pruebas F sirven para determinar posibles direcciones de causalidad, según la definición de causalidad dada por Granger (1969), que se verá más adelante.

En general, las ecuaciones estimadas que forman el VAR son difíciles de interpretar, pues intervienen demasiados coeficientes y no es razonable suponer que un cierto retraso de una variable se mueve mientras que los demás retrasos permanecen constantes, como es requerido para interpretar los coeficientes de una regresión. Por este motivo, es preferible hacer uso de la representación de promedios móviles correspondientes al VAR estimado, ya que así podrá observarse la respuesta del sistema de variables a una innovación (es decir, a un choque inesperado) en cualquiera de las variables consideradas; así pues, la respuesta de la variable  $i$  a una innovación unitaria en la variable  $m$ ,  $j$  periodos antes, viene dada por el elemento  $im$  de la matriz  $\theta_j$ . Tales respuestas, vistas como función de retrasos en el tiempo, es lo que se conoce como funciones de impulso-respuesta, a las cuales se hará mención en la siguiente sección; por lo pronto se presentará un algoritmo relativamente sencillo que permite obtener las matrices  $\theta_j$ ,  $j = 0, 1, \dots$ , de la representación de promedios móviles, asociada con la matriz de polinomios de retraso estimada  $G(B)$ .

Sea

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_j &= \hat{G}(B)\theta_{j-1,j} + \alpha_{j,j} \\ &= \hat{G}_1\hat{\theta}_{j-1,j} + \hat{G}_2\hat{\theta}_{j-2,j} + \dots + \hat{G}_p\hat{\theta}_{j-p,j} + \alpha_{j,j}\end{aligned}$$

para  $j = 0, 1, \dots$ , e  $i = 1, \dots, k$  (2.32)

donde  $\alpha_{0,i}$  es la  $i$ -ésima columna de la matriz identidad y  $\alpha_{j,i} = 0$  para  $j = 1, 2, \dots$ , e  $i = 1, \dots, k$ . Como verificación de que (2.32) en realidad sí genera la representación de promedios móviles, obsérvese que

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_{0,i} &= \alpha_{0,i} \\ \hat{\theta}_{1,i} &= \hat{G}_1 \hat{\theta}_{0,i} = \hat{G}_1 \alpha_{0,i} \\ \hat{\theta}_{2,i} &= \hat{G}_1 \hat{\theta}_{1,i} + \hat{G}_2 \hat{\theta}_{0,i} = (\hat{G}_1^2 + \hat{G}_2) \alpha_{0,i} \\ \hat{\theta}_{3,i} &= \hat{G}_1 \hat{\theta}_{2,i} + \hat{G}_2 \hat{\theta}_{1,i} + \hat{G}_3 \hat{\theta}_{0,i} \\ &= (\hat{G}_1^3 + \hat{G}_1 \hat{G}_2 + \hat{G}_2 \hat{G}_1 + \hat{G}_3) \alpha_{0,i}\end{aligned}$$

de donde se obtienen las matrices

$$\hat{\theta}_0 = I, \hat{\theta}_1 = \hat{G}_1, \hat{\theta}_2 = \hat{G}_1^2 + \hat{G}_2, \hat{\theta}_3 = \hat{G}_1^3 + \hat{G}_1 \hat{G}_2 + \hat{G}_2 \hat{G}_1 + \hat{G}_3, \dots$$

las cuales satisfacen la relación (2.23), como era requerido.

También conviene examinar las correlaciones contemporáneas entre los residuales de las diversas ecuaciones, con las cuales se forma de hecho un matriz de correlaciones; esto es, ya que se estimaron las ecuaciones se tiene

$$W_t = \hat{G}(B)W_{t-1} + \hat{D} + \hat{a}_t \quad (2.33)$$

en donde  $\hat{a}_t = (\hat{a}_{1t}, \dots, \hat{a}_{kt})'$  es el vector de residuales en el periodo  $t$ , además

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^N \hat{a}_{it} \hat{a}_{jt}}{N} \quad (2.34)$$

proporciona el elemento  $ij$ -ésimo de la matriz de varianza-covarianza estimada,  $\hat{\Sigma}$ . También se requiere la matriz de desviaciones estándar  $\delta$ , definida como la matriz diagonal de dimensión  $k$  cuyos elementos son precisamente las desviaciones estándar de las variables que aparecen en el sistema, es decir,



$$\delta = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_k) \quad (2.35)$$

la cual se estima simplemente sustituyendo a  $\hat{\sigma}_j$  por  $\sigma_j$  para  $j = 1, \dots, k$ . A partir de  $\hat{\Sigma}$  y de  $\hat{\delta}$  se estima la matriz de correlaciones contemporáneas como

$$r = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{12} & 1 & \dots & r_{2k} \\ & & \cdot & \cdot \\ r_{1k} & r_{2k} & \dots & 1 \end{bmatrix} = \hat{\delta}^{-1} \hat{\Sigma} \hat{\delta}^{-1} \quad (2.36)$$

en donde

$$r_{ij} = \frac{\hat{\sigma}_j}{\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j} \quad \text{para } i, j = 1, \dots, k \quad (2.37)$$

En lo que toca ya a la construcción de un vector autorregresivo, uno de los primeros aspectos que debe ser considerado es la forma en la cual se expresan las variables (en niveles, flujos, variaciones, proporciones, etc.), para esto conviene tener en mente que las series deben cumplir con el requisito de estacionariedad y además deben admitir una interpretación razonable; lograr ambas cosas en la práctica es sumamente difícil y por lo mismo quizá deberá sacrificarse algo de rigor estadístico para hacer que las variables ingresen al VAR con una expresión que permita interpretar los resultados posteriormente. A este respecto, recuérdese que muchas veces conviene expresar a las variables en logaritmos, ya que al tomar posteriormente una diferencia se obtiene como aproximación la tasa de crecimiento de la variable. En general, si el vector de variables observadas se denota por  $Z_t = (Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{kt})'$ , el vector de variables transformadas será denotado por

$$T(Z_t) = (T_1(Z_{1t}), T_2(Z_{2t}), \dots, T_k(Z_{kt}))' \quad (2.38)$$

en donde  $T_i(Z_{it})$  expresa cualquier transformación que se aplique a la serie  $Z_{it}$   $i = 1, \dots, k$  y que en particular puede ser una transformación potencia<sup>12</sup>. Tal transformación se puede elegir con el fin de estabilizar la varianza de cada una de las series por separado.

Para conseguir la estacionariedad es necesario también estabilizar el nivel de las series, para eso conviene entonces aplicar el operador diferencia un número apropiado de veces (lo cual equivale a eliminar una posible tendencia polinomial adaptiva) y esto conduce a obtener el vector

$$W_t = (W_{1t}, W_{2t}, \dots, W_{kt})' \text{ con } W_{it} = (1-B)^{d_i} T_i(Z_{i,t}), i = 1, \dots, k \quad (2.39)$$

nótese en esta expresión que se puede tener  $T_i(\cdot) \neq T_m(\cdot)$  y/o  $d_i \neq d_m$  para  $i \neq m$ . Otra manera que a veces se utiliza en la práctica para estabilizar el nivel, consiste en incluir una tendencia polinomial en el VAR, de tal forma que en la expresión (2.15) se tenga, por ejemplo  $D = D_t = \alpha + \beta t$  como vector de factores deterministas dependientes del tiempo. Adviértase también que en (2.39) no aparecen diferencias estacionales, desde luego que dichas diferencias si pueden incluirse, pero para evitar complicaciones con la interpretación de resultados, en la práctica se acostumbra sustituirlas por variables artificiales que pretenden capturar los efectos estacionales. Ahora bien, el aplicar transformaciones y estabilizar niveles comúnmente se realiza con las series consideradas individualmente y con ello quizá se logre la estacionariedad individual de cada serie  $\{W_{it}\}$ , pero debe notarse que, aunque bueno, eso no garantiza la estacionariedad de todo el vector de series  $\{W_t\}$ , puesto que no sólo las medias y las autocovarianzas deben ser independientes del tiempo, sino que las covarianzas cruzadas no deben depender de  $t$ .

Otro aspecto que debe mencionarse explícitamente es el de la selección del orden de la autorregresión ( $p$ ). Antes que nada, es recomendable tener en mente el hecho de que a mayor número de retrasos, mayor será la posibilidad de que se presente

<sup>12</sup> La transformación se puede elegir, según se indica en Guerrero (1983).

multicolinealidad en el modelo (lo cual tenderá a inflar las varianzas de los coeficientes autorregresivos), menor será el número de grados de libertad con que cuente (en un VAR para series mensuales con 6 variables, 4 retrasos, constante y variables artificiales para capturar los efectos estacionales, deben estimarse por cada ecuación 36 parámetros de regresión, más la varianza residual, lo cual requiere datos de al menos 4 años completos para conseguir solamente 11 grados de libertad) y desde luego, menos parsimonioso será el modelo resultante. Por otro lado, considérese también que si el valor de  $p$  es pequeño, se corre el riesgo de no conseguir una representación autorregresiva que sea razonablemente válida, ya sea como aproximación a la forma reducida de un modelo estructural subyacente o de un posible modelo ARMA vectorial. Desde el punto de vista estadístico, Tjostheim (1981) cita varios criterios que pudieran ser empleados para determinar el orden del VAR, dentro de ellos, uno relativamente simple y que produce estimaciones consistentes del “verdadero” orden (suponiendo que dicho orden exista) es el propuesto por Hannan y Quinn para modelos univariados y generalizado por Quinn (1980) a modelos de series múltiples. El criterio que debe minimizarse en función del valor de  $p$  es

$$HQ(p) = \log[\det \hat{\Sigma}] + 2pk^2 \log[\log(N)]/N \quad (2.40)$$

con  $\hat{\Sigma}$  dada por (2.34),  $k$  el número de variables y  $N$  el total de observaciones disponibles para el vector de series.

Conviene subrayar que el criterio (2.40) considera el ajuste simultáneo de las  $k$  ecuaciones que forman el VAR, por ello es factible que criterios para autorregresiones univariadas (por ejemplo el coeficiente de determinación ajustado por grados de libertad) conduzcan a otro tipo de especificaciones al nivel de cada una de las ecuaciones por separado. Asimismo, es de esperar que otros criterios, como podrían ser simulaciones en periodos postmuestra, conduzcan también a decisiones distintas de la que se obtiene con el uso de (2.40), en esos casos es responsabilidad del analista optar por la decisión que más convenga a los fines del modelo.

## 2.4 IDENTIFICACIÓN DEL VAR.

Una vez que se ha construido un vector autorregresivo, es factible utilizarlo para, entre otras cosas, esclarecer los canales de transmisión que siguen los efectos de las variables que aparecen en el VAR, lo cual puede lograrse mediante lo que se conoce como un análisis de causalidad, complementado con el análisis de las funciones de impulso-respuesta; otra utilidad, que puede considerarse como tradicional, es la que se refiere a pronóstico.

El problema del pronóstico se refiere básicamente a estimar el valor futuro del vector de series, a partir de las observaciones  $W_1, \dots, W_N$  y de una representación VAR razonablemente válida. Sea  $\hat{W}_N(h)$  el pronóstico puntual de  $W_{N+h}$  a partir del origen  $N$  ( $h$  periodos hacia delante), de tal forma que  $W_{N+h} - \hat{W}_N(h)$  representa el error de pronóstico respectivo. El criterio de optimalidad que se emplea para determinar el “mejor” pronóstico, es el de **error cuadrático medio** mínimo, el cual conduce, como en el caso univariado, al empleo de la esperanza condicional para obtener  $\hat{W}_N(h)$ ; es decir, una vez que se tiene estimada la expresión (2.15) y haciendo caso omiso de las variaciones aleatorias a que están sujetos los estimadores  $\hat{G}_1, \dots, \hat{G}_p, \hat{D}$ , se obtiene.

$$\begin{aligned} \hat{W}_N(h) &= E_N(W_{N+h}) \\ &= \hat{G}_1 E_N(W_{N+h-1}) + \dots + \hat{G}_p E_N(W_{N+h-p}) + \hat{D} + E_N(a_{N+h}) \end{aligned} \quad (2.41)$$

donde, para  $h = 1, 2, \dots$ , se tiene

$$E_N(W_{N+h}) = E(W_{N+h} | W_N, W_{N-1}, \dots) \text{ y } E_N(a_{N+h}) = 0 \quad (2.42)$$

así que el pronóstico óptimo se comporta de acuerdo con la ecuación en diferencia

$$\hat{W}_N(h) = \hat{G}(B)\hat{W}_N(h-1) + \hat{D}, \text{ para } h = 1, 2, \dots$$

$$\text{con } \hat{W}_N(j) = W_{N+j} \text{ con } j \leq 0. \quad (2.43)$$

La expresión (2.43) permite obtener los pronósticos en forma recursiva y muestra además que los primeros  $p$  pronósticos  $W_N(1), \dots, W_N(p)$  están completamente determinados por las últimas observaciones  $W_{N-p+1}, \dots, W_N$ . En términos de la representación de promedios móviles se tiene que

$$W_{N+h} = a_{N+h} + \theta_1 a_{N+h-1} + \dots + \theta_{h-1} a_N + \dots + \theta(B)D$$

por lo tanto, el error de pronóstico viene dado por

$$\begin{aligned} W_{N+h} - \hat{W}_N(h) &= a_{N+h} + \theta_1 a_{N+h-1} + \dots + \theta_{h-1} a_N + 1 \\ &= \sum \theta_j \Sigma \theta_j' \end{aligned} \quad (2.44)$$

a partir de (2.43), (2.44) y el supuesto de distribución normal para  $a$ , podrían deducirse entonces regiones de confianza simultáneas para los valores futuros  $W$ , así como intervalos de confianza individual para cada  $W_{i,N+h}$ ,  $i = 1, \dots, k$  y  $h = 1, 2, \dots$ . Además, los pronósticos de  $\{Z_t\}$  pueden obtenerse a partir de los pronósticos de  $\{W_t\}$ .

En lo que toca al análisis de causalidad, conviene señalar que la definición de causalidad que se emplea en la práctica es la que proporcionó Granger (1969) y que se ha dado en llamar precisamente "causalidad de Granger". Dicha definición ha sido objetada porque deja a un lado las explicaciones teóricas que se puedan tener sobre las relaciones entre variables y se basa exclusivamente en la información provista por las series que se estudian; además, la idea que está detrás de la definición es que lo que ocurre primero no puede tener como causa algo que ocurre después, es decir, lo que Granger define es en esencia una **causalidad temporal y empírica**. Estas dos críticas que se le hacen a la definición de Granger, podrían ser empleadas también como argumentos a favor de su empleo para verificar la existencia de causalidad con

datos del tipo series de tiempo, ya que de hecho esta definición puede operacionalizarse de manera directa.

De acuerdo con Granger y en pocas palabras, una serie de tiempo  $\{W_{1,t}\}$  es causada por la serie  $\{W_{k,t}\}$  si el pronóstico de  $W_{1,t+1}$  es más preciso (tiene menor varianza) al incluir la información histórica de  $W_{k,t}$  que si no se incluye dicha información (y en ambos casos se utiliza la información histórica de  $\{W_{1,t}, W_{2,t}, \dots, W_{k-1,t}\}$ ).

A partir de un proceso de series múltiples que tenga covarianza estacionaria y que admita la presentación autorregresiva (2.15), el problema de probar si la serie  $\{W_{k,t}\}$ , digamos causa a la serie  $\{W_{1,t}\}$ , equivale a probar la hipótesis de que el polinomio de retraso  $g_{1k}(B)$  es igual a cero, como podría apreciarse en la relación (2.17) para  $i = 1$ , ya que dicho polinomio es el que se asocia con la información  $W_k$ . Entonces, la hipótesis de no causalidad de  $W_{k,t}$ , a  $W_{1,t}$ , equivaldría a la hipótesis nula

$$H_0 : g_{1k,1} = \dots = g_{1k,p} = 0 \quad (2.45)$$

la cual puede probarse mediante una prueba F del tipo convencional en análisis de regresión múltiple. La validez de esta prueba, sin embargo, no es del todo clara como se verá a continuación: supóngase que se desea probar causalidad de  $W_2$  a  $W_1$ , en este caso se estudiaría la ecuación

$$W_{1,t} = g_{11}(B)W_{1,t-1} + g_{12}(B)W_{2,t-1} + \dots + g_{1k}(B)W_{k,t-1} + D_1 + a_{1,t} \quad (2.46)$$

sin embargo, en la construcción del VAR no solamente esta ecuación sino en particular la siguiente, también tuvo que haberse estimado

$$W_{2,t} = g_{21}(B)W_{1,t-1} + g_{22}(B)W_{2,t-1} + \dots + g_{2k}(B)W_{k,t-1} + D_2 + a_{2,t} \quad (2.47)$$

así pues, si se sustituye (2.47) en (2.46), se tiene

$$\begin{aligned}
W_{1,t} = & [g_{11}(B) + g_{12}(B)g_{21}(B)B]W_{1,t-1} + g_{12}(B)g_{22}(B)W_{2,t-1} + \dots + \\
& [g_{1k}(B) + g_{12}(B)g_{2k}(B)B]W_{k,t-1} + g_{12}(B)D_2 + D_1 + \quad (2.48) \\
& g_{12}(B)a_{2,t-1} + a_{1,t-1}
\end{aligned}$$

está última expresión muestra que aparecen simultáneamente  $W_{2,t-1}$  y  $a_{2,t-1}$ , es decir, la variable  $W_2$  estará correlacionada con el error; por este motivo la prueba  $F$  proporcionará resultados inexactos, que deberán verse con mucha reserva y básicamente como guías para análisis posteriores.

Debe tenerse en mente además, que si la hipótesis (2.45) no es rechazada, la causalidad (temporal) de  $W_k$  a  $W_1$  puede ser ocasionada por una correlación no descubierta de  $W_k$  y  $W_1$  con una variable omitida, que podría ser el eslabón o la causa de ambas. Asimismo, recuérdese que para que exista causalidad se debe tener cierta precedencia temporal, de tal forma que no debería existir la causalidad contemporánea o instantánea, sin embargo ésta se presenta en la práctica con frecuencia, debido fundamentalmente a los métodos de recolección de la información. Respecto a este último punto, Sims (1980) sugiere estudiar la matriz de correlaciones contemporáneas (2.36); dicha matriz no permite identificar causalidad a menos que se tengan como apoyo algunas condiciones impuestas a priori, esto se debe al hecho de que si, por ejemplo,  $r_{12}$  fuese positiva y grande, no se sabría si esto es porque los residuales de  $W_1$  crecen de manera autónoma y hacen crecer a los residuales de  $W_2$  o si son los residuales de  $W_2$  los que inducen el cambio; el problema radica entonces en la existencia de esas correlaciones contemporáneas y, para resolverlo, Sims sugiere examinar tentativamente diversos ordenamientos causales de las variables en estudio, para lo cual pueden utilizarse como guía los resultados de las pruebas  $F$ . Debe señalarse que Sims prefiere referirse a pruebas de exogeneidad más que causalidad ya que considera este término más apropiado y porque permite señalar graduaciones de mayor o menor intensidad en la exogeneidad; de hecho Sims (1972) estableció que la variable  $W_1$  es exógena con respecto a  $W_2, \dots, W_k$  si y sólo si  $W_2, \dots, W_k$  no causan a  $W_1$ .

Nótese que la causalidad se prueba ente las series del vector  $W$ , pero en realidad se desea obtener conclusiones acerca del vector  $Z$ ; por este motivo debe cuidarse que la transformación  $T(\cdot)$  que se haya empleado (como se describe en (2.38)) admita inverso y que, de preferencia, el grado de diferenciación (ecuación (2.39)) sea el mismo para todas las series, ya que así la causalidad de  $W_i$  a  $W_j$  se mantienen de  $Z_i$  a  $Z_j$ , para  $i, j = 1, \dots, k$ .

Supóngase que un ordenamiento es  $W_{1t} \Rightarrow W_{2t} \Rightarrow \dots \Rightarrow W_{kt}$ , de tal manera que  $W_{1t}$  resulta ser exógena y los residuales asociados con ella son autónomos (denótese como  $e_{1t}$ ); en este caso, los residuales de  $W_{2t}$ , es decir  $a_{2t}$ , estarán correlacionados sólo con  $a_{1t}$  y al cancelar dicha correlación se obtienen ahora unos nuevos residuales  $e_{2t}$  ortogonales a  $e_{1t}$ ; lo mismo se hace entonces con los residuales  $a_{3t}$  que se ortogonalizan respecto a  $e_{1t}$  y  $e_{2t}$ , y dan por resultado  $e_{3t}$ ; de esta manera se continúa y se obtiene un nuevo conjunto de residuales  $\{e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{kt}\}$  ortogonales entre sí. Lo que se sugiere es utilizar un proceso de ortogonalización que permita pasar de los residuales  $\{a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{kt}\}$  a los residuales ortogonales  $\{e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{kt}\}$  mediante las relaciones (válidas para  $t = 1, \dots, N$ )

$$\begin{aligned}
 e_{1t} &= \hat{a}_{1t} \\
 e_{2t} &= \hat{a}_{2t} - u_{2,1}e_{1t} \\
 &\vdots \\
 e_{kt} &= \hat{a}_{kt} - u_{k,1}e_{1t} - \dots - u_{k,k-1}e_{k-1,t}
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

en donde

$$u_{jt} = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{a}_{it} e_{jt}}{\sum_{i=1}^N e_{jt}^2} \quad \text{para } i = 2, \dots, k \text{ y } j = 1, \dots, i-1 \tag{2.50}$$

En términos matriciales, las relaciones (2.49) definen una transformación del tipo



$$\hat{a}_i = Ue_i \text{ con } \text{Var}(\hat{a}_i) = U\text{Var}(e_i)U' = \Sigma \quad (2.51)$$

de tal forma que

$$e_i = U^{-1}\hat{a}_i \text{ con } E(e_i) = 0 \quad (2.52)$$

y

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_i) &= E(e_i e_i') \\ &= E[\text{diag}(e_{1i}^2, e_{2i}^2, \dots, e_{ki}^2)] \\ &= \text{diag}[E(e_{1i}^2), E(e_{2i}^2), \dots, E(e_{ki}^2)] \\ &= \text{diag}[\text{Var}(e_{1i}^2), \text{Var}(e_{2i}^2), \dots, \text{Var}(e_{ki}^2)] \\ &= U^{-1}\Sigma U^{-1} \end{aligned} \quad (2.53)$$

Para poder estimar esta matriz de varianza-covarianza se requiere usar  $\hat{\Sigma}$  (definida por (2.34)) y obtener la matriz  $U^{-1}$ , que viene dada, en este caso particular del ordenamiento (2.49), por

$$\begin{aligned} U^{-1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ u_{2,1} & 1 & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \\ u_{k,1} & u_{k,2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -u_{2,1} & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -u_{3,1} + u_{3,2}u_{2,1} & -u_{3,2} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -u_{4,1} + u_{4,2}u_{4,3}u_{3,1} - u_{4,3}u_{3,2}u_{2,1} & -u_{4,2} + u_{4,3}u_{3,2} & -u_{4,3} & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Al probar diversos ordenamientos puede verse la sensibilidad de los resultados y deducir de esta manera qué tanto influye el ordenamiento impuesto en las variables,

desde luego, el ordenamiento no tendrá efecto prácticamente si los residuales originales presentan correlaciones muy cercanas a cero (lo cual se reflejaría en que las  $u$ 's de (2.50) sean prácticamente iguales a cero).

Una vez ortogonalizados los residuales, la representación de promedios móviles (2.21) puede describirse en términos de residuales ortogonales, dando por resultado

$$W_t - \hat{\theta}(B)D = \hat{\theta}(B)\hat{a}_t = \hat{\theta}(B)Ue_t \quad (2.55)$$

recuérdese que esta representación de promedios móviles genera las funciones de impulso-respuesta para  $W_t$  y las matrices  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  adquieren entonces el nombre de multiplicadores dinámicos, ya que transmiten las respuestas (actuales y subsecuentes) de las variables, a choques en cualquiera de los elementos de  $a$  y equivalentemente, las matrices  $\hat{\theta}_1 U, \hat{\theta}_2 U, \dots$  serán los multiplicadores dinámicos que transmiten las respuestas a choques en  $e$ .

Debido a las posiblemente distintas unidades de las variables empleadas, la interpretación de un choque inesperado de tamaño unitario en alguna de ellas se complica y por esta razón se acostumbra generar versiones a escala de las funciones de impulso-respuesta que muestren las respuestas de todo el sistema de variables, a un choque con magnitud de una desviación estándar, de tal manera que en lugar de trabajar directamente con las  $\hat{\theta}_i$ 's de (2.55) se trabaja con

$$\hat{M}_t = \hat{\theta}_t \delta \quad (2.56)$$

Es importante advertir que no es de esperar que los choques aleatorios ocurran de manera independiente y por el contrario, la matriz (2.36) indica cuáles choques se dan simultáneamente. Ahora bien, los patrones dinámicos marcados por las funciones de impulso-respuesta están afectados por variaciones muestrales y, para determinar la significación estadística de tales patrones, dado que se desconocen sus distribuciones de probabilidades, podría utilizarse el método de Monte Carlo (para generar diversas realizaciones de tales patrones) como lo hace Fischer (1982), sin embargo este

procedimiento es muy costoso por el tiempo de cómputo que requiere. Otra manera de visualizar, aunque sea de manera burda, los posibles efectos significativos de tales patrones dinámicos, es mediante la comparación directa de los efectos contra la matriz de desviaciones estándar  $\delta$  de (2.35); a este respecto, Fischer (1981) atribuye el siguiente argumento a Sims: “como no se usaron estadísticos t o pruebas de significación como guía, en la búsqueda de un modelo apropiado para usarse, los cocientes de coeficientes entre desviaciones estándar, con valores menores a los niveles convencionales de significación resultan ser de interés”, por este motivo conviene subrayar de alguna manera como importantes a los cocientes que excedan los valores 0.5, 1.0 y 2.0.

Por otro lado, la importancia de los efectos mostrados por las funciones de impulso-respuesta, se puede medir de manera alternativa mediante lo que se conoce como descomposición de la varianza del pronóstico h-periodos hacia adelante. Esta descomposición sirve para obtener proporciones de varianza que sean atribuibles a choques inesperados (o innovaciones) en cada variable del VAR, de hecho lo que se tiene es lo siguiente: el error de pronóstico de  $W_t$ , dada la información hasta  $t-h$  viene a ser

$$\begin{aligned} W_t - \hat{W}_{t-h}(h) &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_{h-1} a_{t-h+1} \\ &= Ue_t - \theta_1 Ue_{t-1} - \theta_2 Ue_{t-2} - \dots - \theta_{h-1} Ue_{t-h+1} \end{aligned} \quad (2.57)$$

con varianza

$$\begin{aligned} Var(W_t - \hat{W}_{t-h}(h)) &= \sum_{m=0}^{h-1} \theta_m U \Sigma U' \theta_m' \\ &= \sum_{m=0}^{h-1} C_m \Sigma C_m' \end{aligned} \quad (2.58)$$

con  $C_m = \theta_m U$  para  $m = 1, 2, \dots, h-1$  y  $C_0 = U$ .

Si  $C_{m,ij}$  denota al elemento  $ij$ -ésimo de la matriz  $C_m$ , entonces la varianza del error de pronóstico  $h$ -periodos hacia adelante, de la variable  $i$ -ésima, está dada por

$$\sum_{m=0}^{h-1} (C_{m,i1}^2 \sigma_1^2 + \dots + C_{m,ik}^2 \sigma_k^2) \quad (2.59)$$

por lo tanto, la proporción de varianza atribuible a innovaciones ortogonales en la variable  $j$ , digamos, se obtiene al dividir a  $\sum_{m=0}^{h-1} C_{m,ij}^2 \sigma_j^2$  entre la expresión (2.59).

Debido a que las matrices  $C_1, \dots, C_{h-1}$  dependen de la ortogonalización (2.49), para cada distinto ordenamiento que se tenga, la matriz  $U$  de (2.51) será distinta y se obtendrá también una diferente descomposición de la varianza del pronóstico. El examen de estas descomposiciones de varianza permite observar niveles de exogeneidad de las variables en estudio ya que, mientras más exógena sea una variable, una mayor proporción de la varianza de su pronóstico será atribuible a innovaciones en ella misma, para diferentes horizontes ( $h$ ) en consideración.

Es importante hacer notar también que los resultados de las pruebas de causalidad y las relaciones dinámicas en general, no son invariantes a la agregación temporal de series, como lo demuestran Tiao y Wei (1976) y, por ejemplo relaciones de causalidad unidireccional en series mensuales pueden transformarse en retroalimentaciones cuando se consideran series trimestrales; así pues, la unidad temporal de observación de las series resulta ser de importancia y deberá tomarse una decisión acerca de cuál será la que se utilice desde el inicio del estudio, dependiendo básicamente de la disponibilidad de que dos estudios en donde aparezcan las mismas variables, pero con discrepantes. Por estas razones, conviene hacer explícitas las definiciones de variables, sus métodos de agregación, sus unidades temporales de observación y sus fuentes de información.

### *CAPÍTULO III: EJEMPLO PRÁCTICO DE APLICACIÓN DE UN MODELO VAR*

De la introducción podrá recordarse que en la actualidad no resulta sorprendente el hecho de que en algunos campos del conocimiento humano no se posea un enfoque único para explicar la gran variedad de relaciones existentes en la vida cotidiana. Por lo que, en particular, los diferentes campos de la teoría económica y financiera no se han visto exentos del desarrollo de una diversidad de teorías que reflejan el punto de vista de gran cantidad de autores pertenecientes a diferentes escuelas y corrientes del pensamiento.

Por ello, en este trabajo se presenta un enfoque para modelar las relaciones existentes entre algunas variables sin utilizar una base teórica estructural a través del análisis de vectores autorregresivos (VAR) ya que no incorpora ningún conjunto de restricciones de exclusión necesarias para la identificación y estimación de un modelo estructural.

Por lo tanto, en este trabajo se desarrollaran las siguientes aplicaciones relevantes enfocadas a analizar:

- ✓ La transmisión internacional de movimientos en el mercado de capitales, y
- ✓ El impacto del ciclo económico de Estados Unidos sobre las variables fundamentales de la economía mexicana.

#### **3.1 Transmisión Internacional de Movimientos en el Mercado de Capitales**

En 1968 Grubel expuso los beneficios de diversificar internacionalmente un portafolio, a partir de esto se han hecho diversos estudios basados en métodos empíricos, en los que generalmente se ha encontrado correlación entre los rendimientos de los mercados, y que existen factores de las diversas economías locales que juegan un papel importante en el proceso de la generación de rendimientos.

El minucioso análisis de los movimientos en los mercados internacionales en los recientes años, ha sugerido que existe un importante grado de interdependencia entre los mercados internacionales.

El objetivo del presente estudio es proveer un análisis con especial énfasis en el mecanismo de transmisión de los movimientos de los mercados internacionales. Específicamente, este estudio busca responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué tanto puede explicar los movimientos de un mercado nacional, la innovación en otros mercados?
- ¿Ocasiona el índice del mercado de capitales de Estados Unidos influencia en otros mercados?, ¿Existen algunos mercados cuyos movimientos son causados principalmente por otros mercados?
- ¿Qué tan rápido se transmiten los movimientos de un mercado a otro?

Para poder responder a estas preguntas, se consideró un sistema de Vectores Autoregresivos con 6 mercados, utilizando sus rendimientos diarios para el período del 3 de junio de 1996 hasta el 15 de junio del 2002. Los mercados incluidos en el presente estudio son: México, Estados Unidos, Reino Unido, Chile y Japón. La metodología de análisis de Vectores Autoregresivos (VAR), estima un sistema de ecuaciones reducido e irrestricto, que tiene un conjunto de retrasos de las variables dependientes para cada ecuación como regresores. El VAR en consecuencia estima un sistema de ecuaciones simultaneas dinámicas que se encuentra libre de restricciones a priori, sobre la estructura de las relaciones. Dado que ninguna restricción es impuesta sobre la relación estructural sobre las variables, el VAR puede ser visto como una aproximación flexible de la forma reducida del modelo adecuado, pero desconocido, de la actual estructura económica.

Una vez que el VAR ha sido estimado, podemos encontrar las respuestas dinámicas de cada uno de los mercados estudiados a innovaciones que ocurran en un mercado en particular. Así mismo las funciones de impulso-respuesta permitirán medir la importancia relativa de cada mercado para generar variaciones no esperadas de los rendimientos hacia un mercado particular y, en consecuencia establecer un ordenamiento causal entre los diferentes mercados accionarios.

Los resultados encontrados indican que una cantidad sustancial de interacciones multilaterales existe entre los diferentes mercados, como era de esperarse el mercado accionario de Estados Unidos es el que tiene mayor influencia sobre los mercados en el mundo. Innovaciones en el mercado estadounidense son rápidamente transmitidos a otros mercados bajo un patrón claramente reconocido mientras que ningún mercado extranjero puede explicar significativamente los movimientos originados en el mercado estadounidense. Este rápido mecanismo de transmisión de un movimiento en el mercado de Estados Unidos, hacia los otros mercados, soporta la idea de que existen mercados internacionales con información eficiente.

### 3.1.1 Descripción de los datos.

Los datos utilizados en el presente estudio consisten en series de tiempo diarias, con el valor de los índices al momento del cierre del mercado, en términos de la moneda oficial de cada país, el número de observaciones para cada serie fue de 1,575. Estas series fueron transformadas a tasas de rendimiento diarios, para poder ser utilizados en la estimación del VAR. Existe un error potencial en la estimación de un modelo VAR con los índices, debido a la no estacionalidad de las series, sin embargo este problema se elimina al utilizar la serie transformada. En la Tabla 3, se presentan algunas estadísticas descriptivas de las series transformadas, como rendimiento diario.

**Estadísticas Descriptivas**<sup>13</sup>

	IPC	IGPA	DOWJONES	BOVESPA	NIKKEI	FTSE100
Media	0.0970%	0.0039%	0.0079%	0.0465%	0.0019%	-0.0602%
Máximo	3.3333%	1.3859%	3.0563%	6.6008%	4.6905%	2.5107%
Mínimo	-3.0617%	-1.0624%	-2.9306%	-4.3807%	-2.5604%	-3.0023%
Std. Dev.	1.1071%	0.4206%	1.0694%	1.8864%	1.2346%	0.9693%

*Tabla 3*

Fuente: Estimaciones Propias.

Dado que los mercados accionarios de cada país generalmente operan en diferentes zonas horarias, con diferentes horas de apertura y cierre, las tasas de rendimiento se tomaron según el día calendario en el que se generaron. Con el objeto de interpretar los resultados empíricos mostrados en el siguiente apartado, es importante conocer la

relación entre las horas de apertura de un mercado con respecto a los demás, en una escala real de tiempo. Esta información se presenta en la Tabla 4, que muestra la hora de apertura y cierre de cada mercado en el horario del mercado accionario más grande del mundo ubicado en Nueva York.

**Tiempo de apertura y cierre de los mercados bajo estudio.**

Mercado	Apertura	Cierre
Estados Unidos	9:00 a.m.	3:00 p.m.
Japón	8:00 p.m.	1:00 a.m.
México	9:30 a.m.	3:30 p.m.
Brasil	9:00 a.m.	3:00 p.m.
Chile	9:30 a.m.	3:30 p.m.
Reino Unido	4:30 a.m.	10:30 a.m.

*Tabla 4*

### 3.1.2 Resultados Empíricos.

En este estudio, el número apropiado de retrasos fue elegido conforme al criterio de Akaike. Se estimó el criterio de Akaike para diversos retrasos, desde 1 día y hasta 15 días, el menor resultado del criterio de Akaike, nos indica el número de retrasos óptimos a utilizar en el modelo, con base en los resultados que se muestran en la Tabla 5, el número de retrasos adoptado en el VAR, es de dos retrasos, es importante destacar que aún cuando se espera que existan relaciones entre los rendimientos de un índice específico con los rendimientos observados del resto de los índices a periodos mayores a 2, se observó que al utilizar mas de dos retrasos, los coeficientes estimados no son estadísticamente distintos de cero.

<sup>13</sup> Las series se presentan conforme a la abreviación utilizada en cada país, para el presente estudio se tiene que el IPC corresponde a México, el IGPA a Chile, el DOWJONES a Estados Unidos, el NIKKEI a Japón y el FTSE100 al Reino Unido.



#### Criterio de Akaike

Retrasos	AIC
1	-36.504
2	-36.522
3	-36.509
4	-36.495
5	-36.489
6	-36.485
7	-36.463
8	-36.449
9	-36.426
10	-36.409
11	-36.397
12	-36.373
13	-36.346
14	-36.322
15	-36.303

Tabla 5.

En la Tabla 6 se muestra que las correlaciones contemporáneas de los residuales correspondientes a la estimación de las 6 series, estos residuales o innovaciones representan rendimientos del mercado de capitales anormales que no fueron predecidos a partir de la base de que toda la información reflejada en el pasado regresa. Las correlaciones contemporáneas de los residuales del rendimiento estimado, reflejan el grado en el cual la nueva información que produce un rendimiento anormal en un mercado es compartida por otros mercados en el mismo día de calendario. La Tabla 6 muestra que en general las correlaciones contemporáneas entre los mercados de una misma región, tienden a ser mayores que las correlaciones entre regiones, tal es el caso de la correlación observada para el DOWJONES, IPC y BOVESPA.

Este patrón de correlaciones contemporáneas es consistente con lo que se espera de la estructura de la diferencia por zona horaria entre mercados. El patrón de correlación también podría reflejar el grado de integración económica entre países como se observa entre el FTSE100 y el DOWJONES, esto es porque mientras más integradas estén dos economías los movimientos del mercado accionario de un país serán correlacionados al del otro país.

En línea con las observaciones hechas anteriormente se tiene que la correlación entre Estados Unidos y Japón es muy baja. La relativamente alta correlación observada entre Estados Unidos y el Reino Unido puede reflejar al menos en parte el hecho de que ambos mercados operan simultáneamente, por media hora antes de que el mercado del Reino Unido cierre. Para recapitular, una correlación del mercado extranjero con Estados Unidos tiende a ser menor mientras más lejano esté el mercado de Estados Unidos, tanto en la distancia por la zona horaria como en la interdependencia económica. Este patrón particular de correlación contemporánea sugiere que el Mercado de Estados Unidos ejerce influencia en otros mercados, si el mercado Americano fuese influenciado digamos por el mercado Japonés el cual cierra antes de que el mercado Americano abra, entonces el mercado Americano podría responder al desarrollo Japonés en el mismo día. Esto podría resultar en una correlación contemporánea mayor entre los dos mercados

**Correlaciones contemporáneas entre los resultados**

	DOW JONES	FTSE100	NIKKEI	IPC	BOVESPA	IGPA
DOW JONES	1.000	0.413	0.097	0.532	0.461	0.345
FTSE100	0.413	1.000	0.176	0.380	0.349	0.344
NIKKEI	0.097	0.176	1.000	0.083	0.089	0.095
IPC	0.532	0.380	0.083	1.000	0.577	0.422
BOVESPA	0.461	0.349	0.089	0.577	1.000	0.442
IGPA	0.345	0.344	0.095	0.422	0.442	1.000

*Tabla 6*

La Tabla 7, nos proporciona la descomposición al momento en que se da un rendimiento anormal, a los cinco días y a los diez días. Esta tabla puede ser vista como un resumen útil para identificar los principales canales de influencia del sistema dinámico en los 6 mercados accionarios analizados.

Los resultados en la Tabla 7, también indican que el mercado accionario de Estados Unidos es el que tiene mayor influencia de los mercados analizados.

Mientras ningún mercado foráneo puede explicar por sí mismo ni el 1% del la varianza del error del mercado Americano, Estados Unidos explica aproximadamente el 28% de la varianza del error del mercado Mexicano, el 23% para el caso del Reino Unido y el 21% para Brasil.

El análisis de la descomposición de la varianza de los errores, nos sugiere el orden de causalidad entre las series consideradas en el presente estudio, como se mencionó anteriormente el DOWJONES es el que tiene mayor influencia en la varianza de los errores del resto de los índices, posteriormente tenemos al FTSE100, NIKKEI, IPC, BOVESPA y por último el IGPA.

**Descomposición de la varianza de los errores**

	Horizonte (en días)	DOW JONES	FTSE100	NIKKEI	IPC	BOVESPA	IGPA	FM <sup>14</sup>
DOW JONES	0	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	99.018	0.840	0.010	0.036	0.008	0.089	0.982
	10	99.017	0.840	0.010	0.036	0.008	0.089	0.983
FTSE100	0	17.031	82.969	0.000	0.000	0.000	0.000	17.031
	5	23.630	74.042	0.828	0.316	0.909	0.274	25.958
	10	23.631	74.042	0.828	0.316	0.909	0.274	25.958
NIKKEI	0	0.941	2.218	96.841	0.000	0.000	0.000	3.159
	5	10.578	5.754	81.998	1.262	0.268	0.139	18.002
	10	10.578	5.754	81.998	1.262	0.268	0.139	18.002
IPC	0	28.251	3.094	0.003	68.653	0.000	0.000	31.347
	5	28.438	3.297	0.034	68.001	0.208	0.022	31.999
	10	28.438	3.297	0.034	68.001	0.208	0.022	31.999
BOVESPA	0	21.288	3.038	0.033	13.206	62.434	0.000	37.566
	5	21.590	3.172	0.086	13.205	61.862	0.086	38.138
	10	21.590	3.172	0.086	13.205	61.861	0.086	38.139
IGPA	0	11.919	4.916	0.085	5.795	3.893	73.392	26.608
	5	13.514	4.600	0.091	7.580	3.934	70.281	29.719
	10	13.514	4.600	0.091	7.581	3.935	70.280	29.720

*Tabla 7*

Para obtener un panorama adicional del mecanismo de transmisión internacional de movimiento en el mercado accionario, ahora examinamos el patrón de respuestas dinámicas en cada uno de los 6 mercados, ante innovaciones en algún mercado específico, simulando respuestas en la estimación del modelo VAR. La Tabla 8 nos

<sup>14</sup> Cada resultado en la última columna FM, de la Tabla denota el porcentaje de varianza de los errores de pronóstico, es explicado por colectivamente por los mercados foráneos.

muestra la función de impulso-respuesta normalizada, para cada uno de los mercados con un choque positivo de una desviación estándar, en el mercado de Estados Unidos.

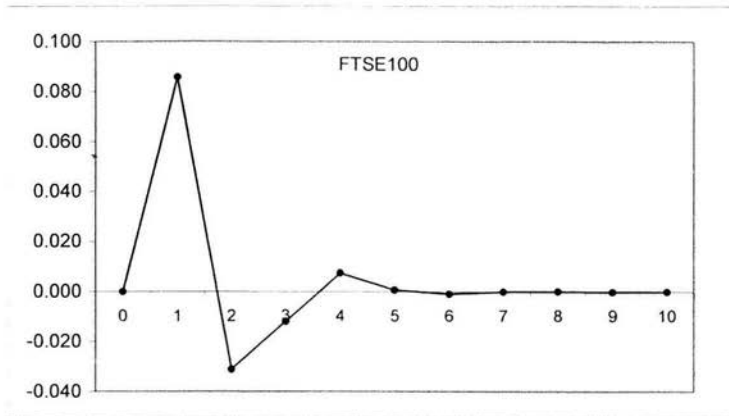
En la tabla 8, se observa que el FTSE100 es el índice que reacciona con mayor fuerza, ante un choque en el DOWJONES. El IPC y el BOVESPA, a pesar de estar altamente correlacionados con el mercado Americano, no presentan un efecto muy fuerte en el primer día después del choque, ya que se espera que el efecto se dé en el mismo día, es decir en el día cero, sin embargo para el IPC, se observa que dos días después de que se observara un rendimiento anormal en el mercado Americano tendría un fuerte impacto sobre el mercado mexicano y en el tercero y cuarto día después en el mercado brasileño, el NIKKEI muestra movimientos en los siguientes tres días aún de una magnitud no muy significativa. Finalmente el IGPA se puede decir que prácticamente no responde ante el DOWJONES, y esto obedece a que es un mercado pequeño que tiene poca interacción con el mercado Americano.

**Funciones de impulso-respuesta a un choque aleatorio en el Dow Jones**

i-ésimo día	Impulso respuesta en DOWJONES					
	DOWJONES	FTSE100	NIKKEI	IPC	BOVESPA	IGPA
1	0.01306	0.08576	0.00730	-0.00093	-0.00195	0.00034
2	-0.06130	-0.03108	-0.00488	0.01863	-0.00031	0.00006
3	-0.00637	-0.01184	0.00498	0.00284	-0.00751	-0.00001
4	0.00191	0.00738	-0.00006	-0.00153	0.00376	0.00003
5	0.00245	0.00073	-0.00108	-0.00037	0.00199	0.00001
6	0.00015	-0.00093	0.00026	0.00044	-0.00063	0.00000
7	-0.00038	0.00007	0.00016	0.00023	-0.00019	0.00000
8	0.00004	0.00010	-0.00005	0.00000	0.00014	0.00000
9	0.00007	-0.00001	-0.00001	-0.00001	0.00004	0.00000
10	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	-0.00001	0.00000

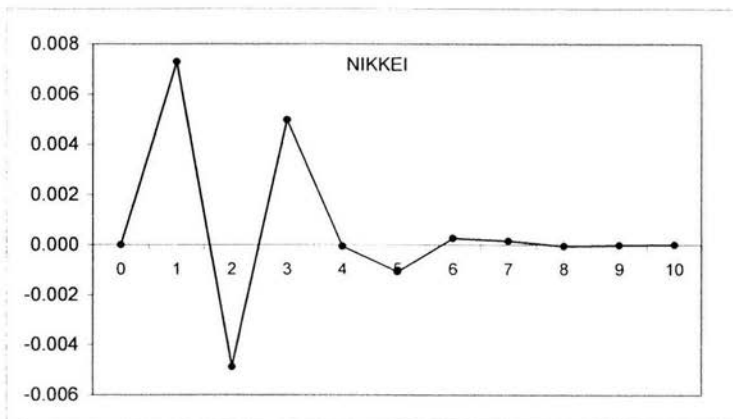
*Tabla 8*

A continuación se presentan las gráficas de las funciones de impulso respuesta, con los valores presentados en la Tabla 8.



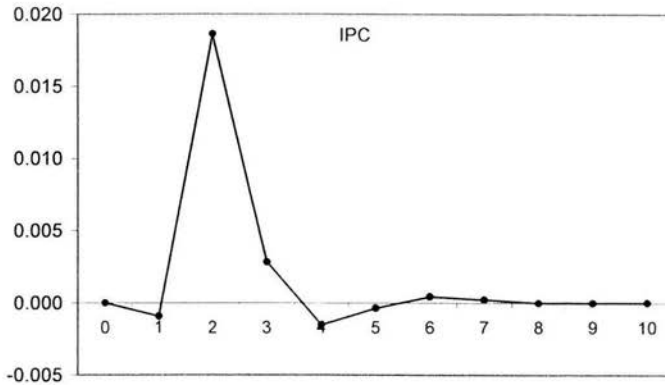
Gráfica 8

En la grafica 8 se muestra que ante un choque positivo de una desviación estándar en el Dow Jones, el FTSE100 tiene una reacción positiva en el primer periodo, misma que es seguida por una caída moderada regresando a su nivel normal después de 4 días.



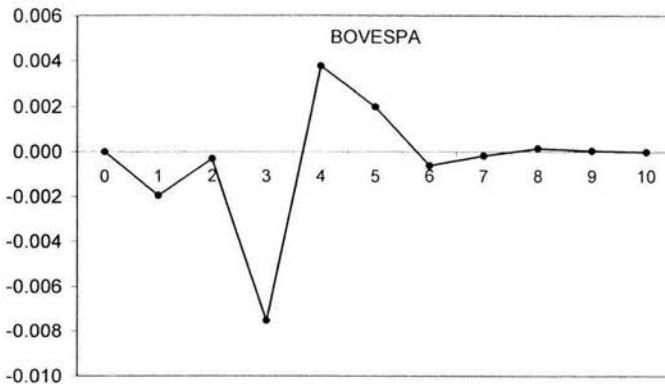
Gráfica 9.

En el caso del NIKKEI los movimientos son mas abruptos e inestables, es decir un movimiento en el Dow Jones provoca volatilidad en el NIKKEI durante los siguientes 3 días.



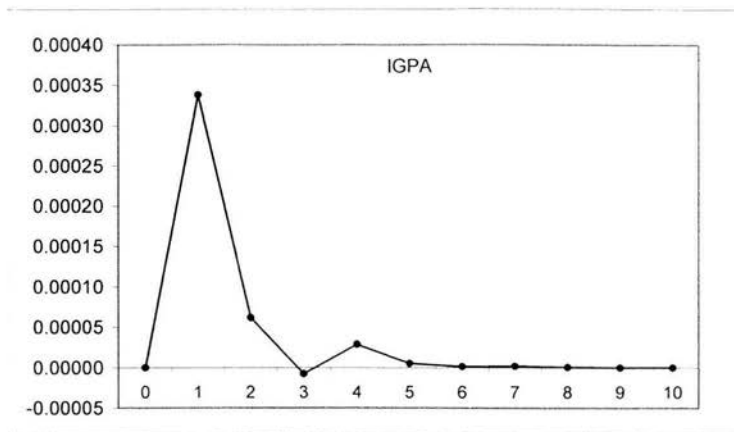
Gráfica 10.

En la grafica 10 se observa que la reacción del IPC es fuerte sin embargo esta retrasada 2 días y solo al segundo día se ve afectado el nivel normal del IPC ante movimientos en el Dow Jones.



Gráfica 11.

Como se mencionó con anterioridad el orden en el que se afectan las series, mismo que es determinado por su orden de causalidad, se va reduciendo y es por eso que el efecto en el BOVESPA se tiene hasta el tercer período, no teniendo una magnitud significativa y regresando rápidamente a su nivel original.



Grafica 12.

En conclusión los resultados obtenidos muestran que la mayoría de las respuestas son completadas a lo mas en 3 días del choque, el patrón de las respuestas del modelo VAR estimado, parece ser consistente con la teoría de información eficiente en los mercados internacionales, esto implica que sería difícil obtener ganancias anormales invirtiendo en un mercado particular basándose en el desarrollo observado en otros mercados.

### 3.1.3 Conclusiones.

En este estudio las 6 series de tiempo del rendimiento diario de mercado, fueron interpretadas vía, análisis de Vectores Autorregresivos VAR, para obtener señales en la estructura interdependiente de los índices observados; se dio especial énfasis en entender el mecanismo de transmisión de efectos entre los mercados de los diferentes países, ya que no existe ninguna otra restricción, el análisis del VAR nos permite localizar los principales canales de transmisión vía respuestas simuladas.

Ya que los mercados accionarios operan en diversos tiempos por la zona horaria, con el resultado de que las observaciones no son sincronizadas, se examinó cuidadosamente la estructura de diferencias de tiempo y se tomó en consideración explícitamente su implicación para interpretar resultados empíricos del análisis VAR. Nuestra evidencia indica que una cantidad substancial de interdependencia entre los

mercados internacionales. También se encontró evidencia fuerte de que los mercados no tienen una influencia fuerte sobre el mercado Americano y sin embargo el mercado Americano tiene influencia sobre el resto de los mercados analizados, es decir el mercado de Estados Unidos es independiente del resto de los mercados en gran medida, pero es causal del resto de los mercados.

### **3.2 Impacto del ciclo económico de Estados Unidos sobre las variables fundamentales de la economía mexicana.**

En los últimos años la participación del sector externo en la economía mexicana ha aumentado considerablemente por lo que resulta interesante realizar un análisis de VAR para estimar funciones de impulso–respuesta que describan la reacción de algunas de las variables macroeconómicas de México ante fluctuaciones en el ciclo económico de Estados Unidos.

Antes que nada vale la pena mencionar lo que establece la definición clásica de los ciclos económicos<sup>15</sup>: *“los ciclos económicos son una forma de fluctuación que se encuentra en la actividad económica agregada de las naciones: un ciclo consiste en expansiones que ocurren al mismo tiempo en múltiples actividades económicas, seguidas de recesiones de igual modo generales, contracciones y recuperaciones que se funden con la fase expansiva del ciclo siguiente, esta secuencia de cambios es recurrente, pero no periódica; en su duración, los ciclos económicos varían desde algo más de un año hasta diez o doce años; no son divisibles en ciclos más cortos de similar carácter cuyas amplitudes se aproximen a la propia”*.

Asimismo, con el fin de determinar la relación existente entre las variables seleccionadas con el ciclo económico de Estados Unidos se establece la siguiente clasificación según el tipo de movimiento que presentan:

- Variables procíclicas son las que tienden a subir durante las expansiones económicas y a caer durante las contracciones económicas.
- Variables contracíclicas tienden a crecer durante las caídas y a caer durante las expansiones.

---

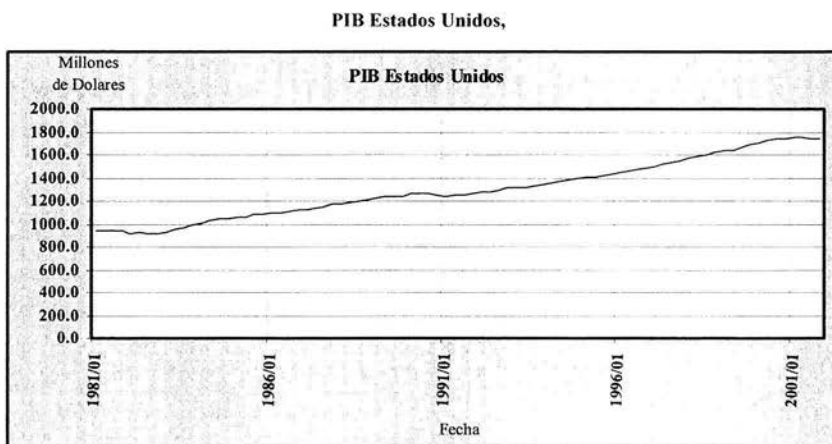
<sup>15</sup> Burns, Arthur and Mitchell, W., “Measuring Business Cycles”, National Bureau of Economic Research, New York, 1946.



- Variables acíclicas no se mueven en concordancia con el ciclo económico.

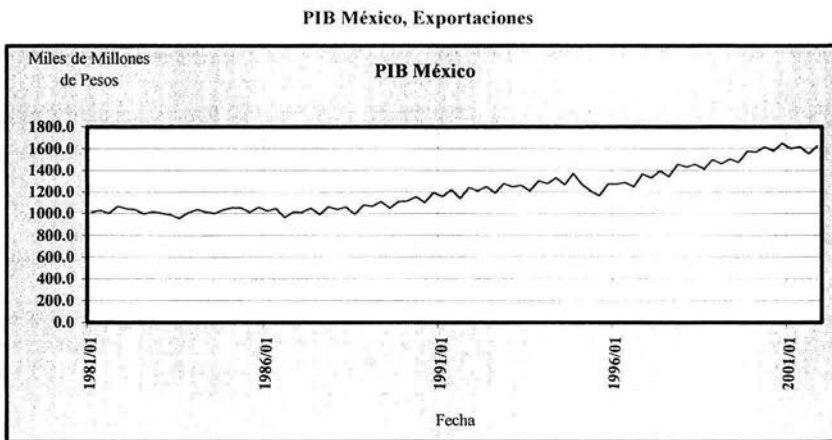
### 3.2.1 Descripción de los datos

En la gráfica 13, 14, 15, 16 y 17 se pueden observar, respectivamente, el comportamiento histórico del Producto Interno Bruto en México y Estados Unidos, Exportaciones e Importaciones en México y Tipo de Cambio para periodos trimestrales del 1981: I al 2001: IV.



*Gráfica 13*

Fuente: Informes Anuales de BANXICO.

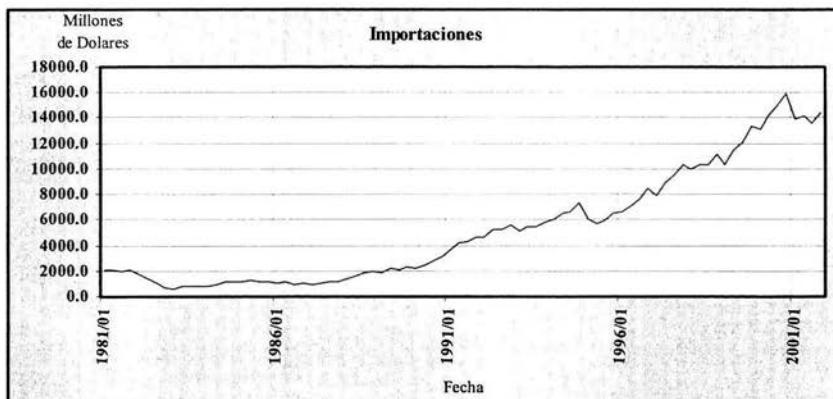


*Gráfica 14*

Fuente: Informes Anuales de BANXICO.

En las gráficas 13 y 14 se observa que existe una correlación entre el Producto Interno Bruto de Estados Unidos y México, también se observa que existe una fuerte estacionalidad en los datos observados para México.

### Importaciones y Tipo de cambio nominal



Gráfica 15

Fuente: Informes Anuales de BANXICO.

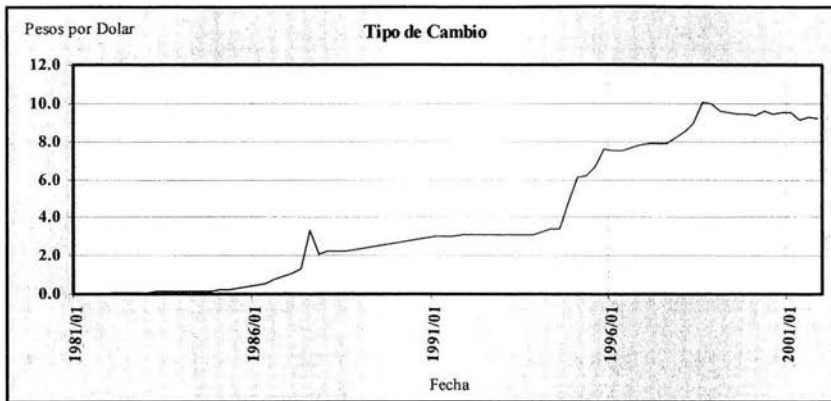
### Exportaciones



Gráfica 16

Fuente: Informes Anuales de BANXICO.

### Tipo de Cambio



Gráfica 17

Fuente: Informes Anuales de BANXICO.

Por lo que respecta al total de exportaciones e importaciones se observa una fuerte correlación, en el caso del tipo de cambio se podría concluir de las gráficas que existe una correlación en la tendencia aunque de menor magnitud, con el objeto de enriquecer el análisis de estas variables en la tabla 9 se presenta la descripción de las variables utilizadas y en la tabla 10 se presentan algunos datos estadísticos.

**Descripción de las variables utilizadas**

Notación	Descripción	Periodo	Agregación
PIBEU	Producto Interno Bruto de Estados Unidos	1981:I – 2001:IV	Trimestral
PIBMEX	Producto Interno Bruto de México	1981:I – 2001:IV	Trimestral
X	Exportaciones	1981:I – 2001:IV	Trimestral
M	Importaciones	1981:I – 2001:IV	Trimestral
E	Tipo de cambio	1981:I – 2001:IV	Promedio trimestral

Tabla 9

Fuente: BANXICO.

### Estadísticas Descriptivas

	PIB México	PIB EUA	Exportaciones	Importaciones	Tipo de cambio
Media	1,213	1,298	5,091	5,226	3.991
Máximo	1,650	1,751	14,748	15,961	10.075
Mínimo	956	921	1,233	598	0.024
Std. Desv.	199	250	4,096	4,429	3.501

Tabla 10

Las estadísticas descriptivas muestran que estas series de tiempo han tenido un gran movimiento, sin embargo es importante observar que existe una correlación estrecha entre las variables seleccionadas como se muestra en la tabla 11, lo que nos permite determinar si las variaciones existentes en el PIBEU tienen efectos sobre las variables fundamentales en México, para lo cual se realizó un análisis de VAR que nos permita verificar dicha hipótesis.

### Matriz de correlación

	PIBEU	PIBMEX	X	M	E
PIBEU	1	0.948030	0.965987	0.937963	0.922445
PIBMEX	0.948030	1	0.935478	0.986366	0.960055
X	0.965987	0.935478	1	0.949406	0.951003
M	0.937963	0.986366	0.949406	1	0.984260
E	0.922445	0.960055	0.951003	0.984260	1

Tabla 11

Fuente: Estimaciones propias.

Debido a que en la aplicación de esta técnica los resultados de las pruebas de causalidad varían con la agregación temporal de las series, resulta importante hacer explícitas las definiciones de las variables así como sus métodos de agregación, por lo que en la Tabla 9 se presenta una descripción de las series utilizadas:

### 3.2.2 Resultados Empíricos del Modelo

Como se menciona en el capítulo anterior la identificación del orden (p) del VAR tiene un papel importante, tanto en la interpretación del modelo, la capacidad explicativa de este así como de los grados de libertad alcanzados por el modelo, para

el presente caso se aplico el criterio definido por Hannan y Quinn, los resultados de esta prueba se muestran en la tabla 12.

**Número de retrasos apropiados para el modelo**

PI	P2	$\chi^2$	g.l.	Nivel de significancia
2	1	34.039634	25	0.1070634
3	2	41.994881	25	0.01799559
4	3	42.168448	25	0.01723781
5	4	35.24003	25	0.08394867
6	5	18.256706	25	0.8313011
7	6	20.245179	25	0.73384879
8	7	31.761099	25	0.16504131
9	8	55.949646	25	0.00036891
10	9	41.907601	25	0.01838804
11	10	64.932879	25	0.00002115

*Tabla 12*

Fuente: Estimaciones Propias

De los resultados presentados en la tabla 12 se concluye que la diferencia entre tomar 5 y 6 retrasos no es significativa, mientras que todas las anteriores si lo son, razón suficiente para determinar que el orden del presente VAR debe ser 5. Es importante destacar que se aplico una transformación exponencial que minimiza el coeficiente de variación de cada una de las series, adicionalmente se aplico diferencia regular a las series transformadas que para este caso resulto el número de diferencias apropiado para estabilizar el nivel de cada serie.

A partir del modelo VAR estimado se determino cual es la correlación contemporánea entre los residuales como se muestra en la tabla 13

**Correlaciones contemporáneas entre los residuales**

	PIBEEUU	TCAMBIO	EXPORTA	IMPORTA	PIBMEX
PIBEEUU	1.0000	-0.0917	-0.0277	0.2692	0.0574
TCAMBIO	-0.0917	1.0000	-0.1719	-0.2641	-0.1174
EXPORTA	-0.0277	-0.1719	1.0000	0.3148	0.3246
IMPORTA	0.2692	-0.2641	0.3148	1.0000	0.3492
PIBMEX	0.0574	-0.1174	0.3246	0.3492	1.0000

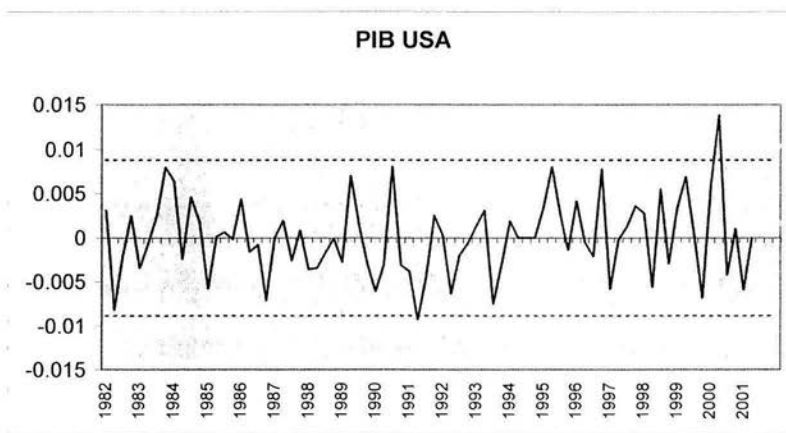
*Tabla 13*

Fuente: Estimaciones Propias

Como consecuencia de la transformación aplicada a las series, la correlación presentada en el cuadro 13 se refiere a los residuales de los rendimientos en las series, es decir a la información no capturada por el modelo, es deseable que estas correlaciones sean cercanas a cero, esto puede lograrse mediante aumentando el orden del modelo o agregando alguna variable que tenga alguna relación de causalidad con las series anteriores, sin embargo para el presente modelo no solo es deseable estimar los efectos entre las variables consideradas y aumentar el orden del modelo no tenia relevancia estadística.

A continuación se presentan las graficas de los residuales y la relación de dos desviaciones estandar, esto nos permite dimensionar los movimientos de cada una de las series que no son explicados por el modelo.

**Residuales de la serie PIB de Estados Unidos transformada**

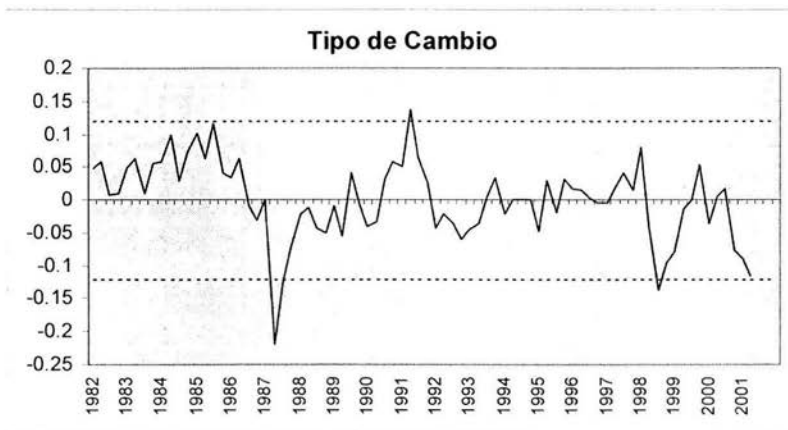


*Gráfica 18*

Fuente: Estimaciones Propias

Consideramos que no existen datos aberrantes en la muestra, y que la los errores tiene varianza constante, lo cual pudiera ser un supuesto importante en caso de extrapolar la serie observada, sin embargo para efectos prácticos es muy útil para el análisis de los mecanismo de transmisión de efectos.

### Residuales de la serie Tipo de Cambio transformada

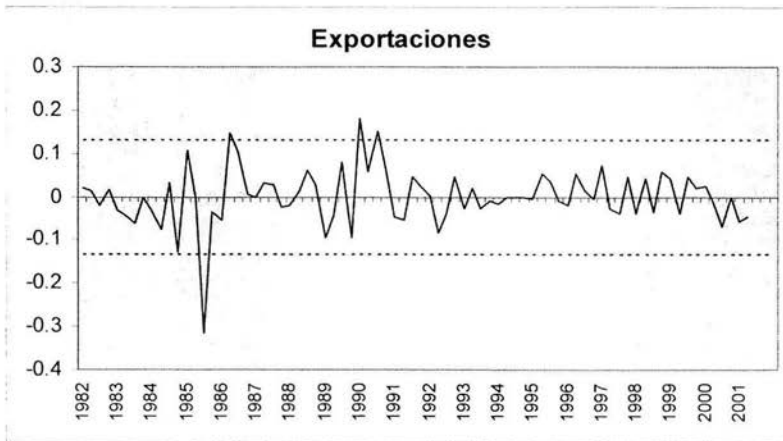


Gráfica 19

Fuente: Estimaciones Propias

A diferencia del PIB de Estados Unidos el tipo de cambio presenta datos aberrantes aún cuando en el modelo se incorporaron variables deterministas (variables dummy) que permiten un análisis de intervención para el tercer trimestre de 1987 y del cuarto trimestre de 1994 al segundo trimestre de 1995, momentos que se consideraron atípicos por lo que los coeficientes de dichas variables deterministas son significativamente distintos de cero. Para efectos de interpretación de transmisión de efectos no tiene gran relevancia que la varianza de los errores no sea constante.

### Residuales de la serie Exportaciones transformada

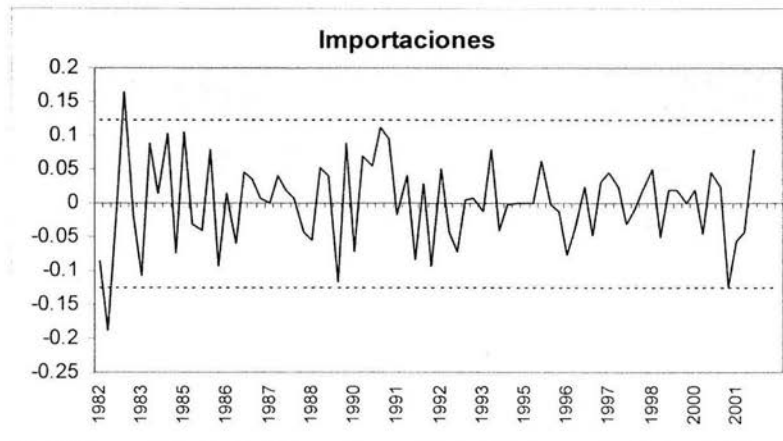


Gráfica 20

Fuente: Estimaciones Propias

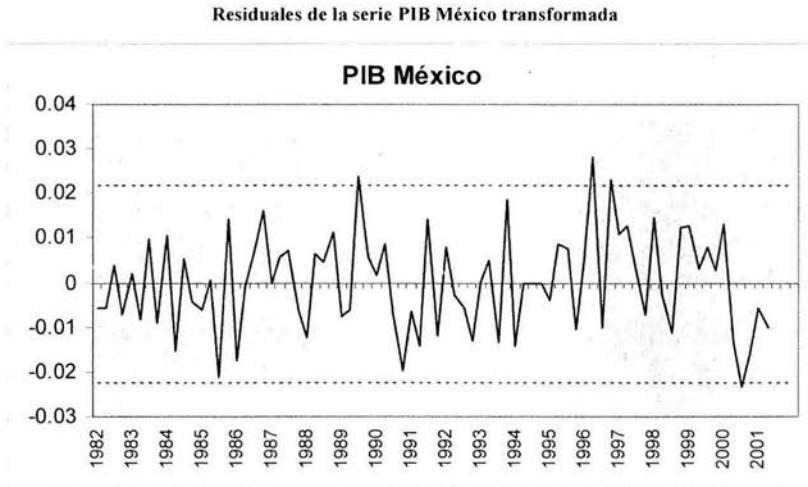
En la gráfica de los residuales de la estimación de las Exportaciones se observa que a partir de 1995 la varianza es relativamente constante, lo cual puede obedecer a que la estimación del modelo puede estarse ajustando de mejor forma para este periodo, sumado a que ha existido menor variabilidad en esta serie.

### Residuales de la serie Importaciones transformada





Fuente: Estimaciones Propias



Gráfica 22

Fuente: Estimaciones Propias

En el caso del PIB de México aparentemente la varianza es constante como en el caso del PIB de Estados Unidos, solo que la magnitud de cada desviación es mucho mayor y esto se debe a que aún cuando es comportamiento a sido creciente este no ha sido constante, esto se corrobora con la estacionalidad mostrada en la serie.

Una vez encontrado el modelo, podemos interpretar uno de los principales resultados dado por la descomposición de la varianza, este resultado nos permite determinar cual de las series analizadas tiene mayor influencia, así como determinar en el modelo cual es el orden de causalidad, como se muestra en la tabla 14 el cambio en el PIB de Estados Unidos es el factor que tiene mayor poder explicativo de la varibilidad de las series contenidas en el modelo VAR, posteriormente se encuentra el Tipo de Cambio, explicando el 99.158% de su variabilidad en un trimestre, las Exportaciones a un

trimestre son explicadas por sí solas en el 96.855%, las Importaciones y el PIB de México el 78.867% y 82.678% respectivamente.

#### Descomposición de la Varianza

	Horizonte (en trimestres)	PIBEEUU	TCAMBIO	EXPORTA	IMPORTA	PIBMEX	E.R. <sup>16</sup>
PIBEEUU	1	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	84.434	0.791	7.404	7.142	0.229	15.566
	6	75.046	1.894	12.133	7.671	3.255	24.954
	9	71.753	1.958	15.385	7.805	3.099	28.247
TCAMBIO	1	0.842	99.158	0.000	0.000	0.000	0.842
	3	2.233	88.514	4.486	4.643	0.124	11.486
	6	2.098	65.735	26.535	4.444	1.189	34.265
	9	3.796	62.492	26.999	4.646	2.067	37.508
EXPORTA	1	0.077	3.068	96.855	0.000	0.000	3.145
	3	1.403	5.391	90.408	1.051	1.748	9.592
	6	6.492	4.791	77.205	7.606	3.907	22.795
	9	6.865	4.930	76.533	7.458	4.213	23.467
IMPORTA	1	7.249	5.781	8.102	78.867	0.000	21.133
	3	6.982	13.190	8.189	71.627	0.012	28.373
	6	10.347	12.472	14.163	60.575	2.443	39.425
	9	10.547	12.866	15.912	57.960	2.714	42.040
PIBMEX	1	0.330	1.269	9.696	6.028	82.678	17.322
	3	0.983	5.898	11.797	9.817	71.505	28.495
	6	2.616	5.892	24.516	11.905	55.070	44.930
	9	2.831	6.228	27.374	14.170	49.397	50.603

Tabla 14

Fuente: Estimaciones Propias

Adicionalmente se presenta el análisis del mecanismo de transmisión de efectos que es determinado por el presente modelo VAR, como se menciona en el capítulo 2 este análisis es posible gracias a las funciones de impulso-respuesta que consiste en analizar la reacción de las variables ante un choque de una desviación estándar, en el incremento del PIB de Estados Unidos que como se analizó previamente es la serie

<sup>16</sup> Cada resultado en la última columna E.R. de la tabla 14 denota el porcentaje de varianza de los errores de pronóstico, que es explicado colectivamente por el conjunto de variables definidas en el modelo VAR.

que presenta mayor influencia en el modelo VAR, los resultados de estas reacciones se presentan en la tabla 15.

**Funciones de impulso-respuesta a un choque en el incremento del PIB de Estados Unidos**

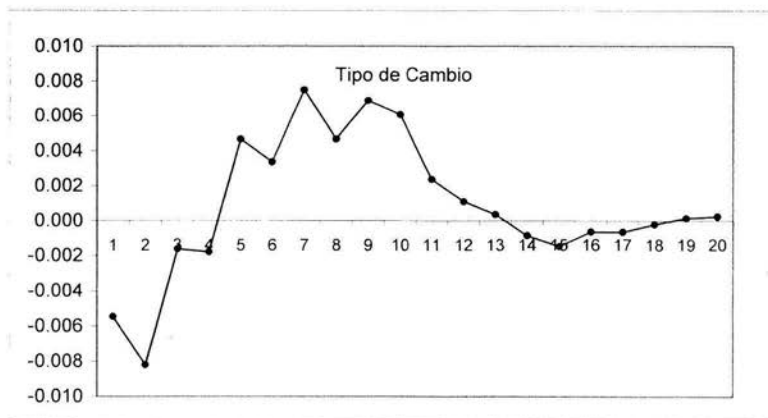
i-ésimo trimestre depués del choque	Impulso respuesta en PIBEEUU				
	PIBEEUU	TCAMBIO	EXPORTA	IMPORTA	PIBMEX
1	0.00439	-0.00546	-0.00182	0.01671	0.00063
2	0.00130	-0.00821	-0.00578	0.00813	0.00068
3	0.00157	-0.00162	-0.00541	-0.00287	0.00076
4	0.00135	-0.00177	-0.00541	0.01091	0.00155
5	0.00029	0.00466	-0.01504	-0.01252	-0.00132
6	-0.00022	0.00337	-0.00223	0.00190	0.00031
7	0.00008	0.00752	0.00218	-0.00089	-0.00082
8	-0.00035	0.00467	-0.00417	-0.00650	-0.00071
9	-0.00049	0.00690	0.00264	-0.00119	0.00013
10	0.00002	0.00607	0.00255	-0.00117	-0.00032

Tabla 15

Fuente: Estimaciones Propias

En la tabla 15 se muestra que aún 10 trimestres después el efecto del impacto solo ha desaparecido para el PIB de Estados Unidos, en el caso de las Exportaciones e Importaciones el efecto va disminuyendo y en mayor medida en el PIB de México, dicho efecto puede analizarse de mejor manera mediante las siguientes graficas que nos muestran para los siguientes 20 trimestres como se comportan estas reacciones.

**Respuesta del Tipo de cambio ante un choque en el PIB de Estados Unidos**

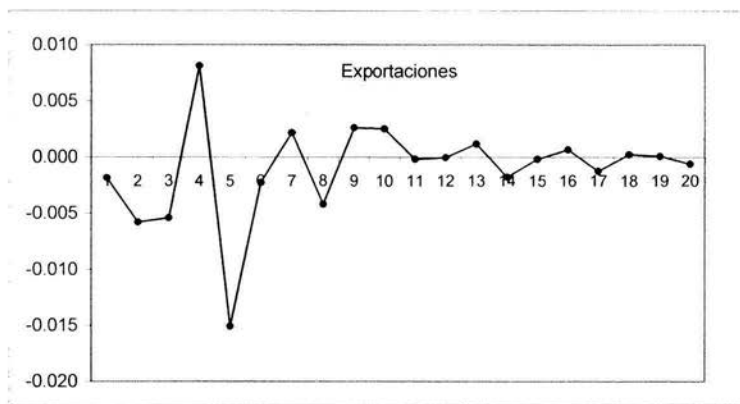


Gráfica 23

Fuente: Estimaciones Propias

En la Gráfica 23 se observa que en los siguientes dos trimestres existe una baja en el tipo de cambio, seguido por un periodo de aumento estabilizando en su nivel original hasta después de 13 trimestres, esto puede obedecer principalmente a la volatilidad de la variable y que un efecto diferente al observado rompe radicalmente con el nivel en el que la serie es estacionaria.

**Respuesta de las Exportaciones ante un choque en el PIB de Estados Unidos**

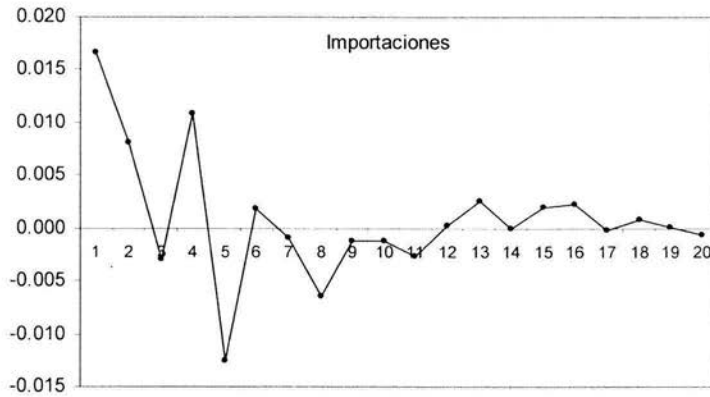


*Gráfica 24*

Fuente: Estimaciones Propias

Las exportaciones sin embargo no reflejan una reacción inmediata, ya el mayor impacto se observa 4 y trimestres después, aún cuando se muestran desviaciones en el nivel de la variable en otros trimestres estos no son significativos.

### Respuesta de las Importaciones ante un choque en el PIB de Estados Unidos

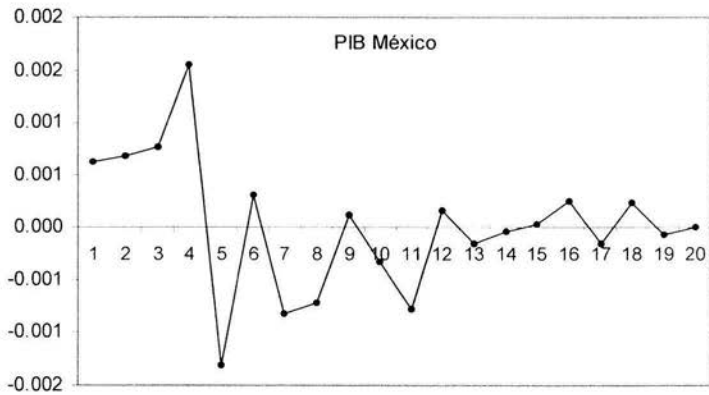


Gráfica 25

Fuente: Estimaciones Propias

El monto de las importaciones presenta un gran impacto positivo a partir del primer trimestre, el efecto perdura durante 4 a 6 trimestres, después se observan desviaciones que ya nos son significativas.

### Respuesta de PIB de México ante un choque en el PIB de Estados Unidos



Gráfica 26

Fuente: Estimaciones propias

El PIB de México igual que las Exportaciones reflejan su mayor efecto en el cuarto y quinto trimestre, los efectos disminuyen paulatinamente sin embargo un efecto significativo se observa aún 8 trimestres después, esta es una variable que es altamente sensible a los movimientos en el PIB de Estados Unidos.

### 3.2.3 Conclusiones

En conclusión un análisis de Vectores Autorregresivos nos permite identificar el impacto que tiene la variación en el Producto Interno Bruto de Estados Unidos sobre las variables domesticas PIB, Exportaciones, Importaciones y Tipo de Cambio, este análisis nos permitió observar que el efecto mas fuerte se observa en las importaciones y en el PIB de México, por otra parte se observa que los cambios que presenta el PIB de México no influyen en el PIB de Estados Unidos, esta afirmación en particular se conoce aún sin aplicar un análisis de esta naturaleza, sin embargo conocer la magnitud y el tiempo en el que se dan los efectos de transmisión entre estas variables resulta muy útil en ejercicios de planeación para empresas exportadoras, importadoras o cuyo crecimiento este ligado fuertemente al crecimiento del país.

## CONCLUSIONES

El campo de aplicaciones de la metodología de Vectores Autorregresivos es muy amplia, gracias a la flexibilidad que le brinda ser un método empírico y con esto evitar las restricciones establecidas en un modelo basado en la teoría económica, las diferentes aplicaciones presentadas en el presente trabajo, nos permite confirmar esto.

Recapitulando hay que recordar que el principal objetivo del presente trabajo es mostrar que es posible identificar relaciones entre diferentes variables económicas, sin establecer supuestos y restricciones teóricas a priori sin perder confiabilidad estadística e interpretación de estas relaciones encontradas, para dar un ejemplo claro de esto en el Capítulo I, se presentan tres modelos económicos; en el primero se destaca la importancia de las expectativas de los agentes económicos en el mecanismo de transmisión de la política monetaria, este caso nos permite ver que la metodología de Vectores Autorregresivos tiene la flexibilidad de incorporar nuevas variables a un modelo, también nos permite controlar el orden en el que estas variables se incorporan en el mecanismo de transmisión, en el segundo caso de aplicación se presenta cual es la relación entre el riesgo país y el crecimiento económico en Argentina, este modelo fue desarrollado solo con dos variables que son el Producto Interno Bruto y el riesgo país, una de las razones por las que los autores de este modelo no incluyen otras variables explicativas es la falta de información confiables, sin embargo los resultados obtenidos del modelo tienen una interpretación clara, se concluye la variación en el riesgo país explica el 50% de la variabilidad observada en el incremento del Producto Interno Bruto mismo que no tiene efectos sobre el riesgo país, esto nos permite apreciar que aún cuando el número de variables incorporadas al modelo de Vectores Autorregresivos no sea grande los resultados pueden ser relevantes, por último se presenta un estudio realizado en el Banco de México que busca analizar la efectividad de la política monetaria para afectar la estructura de tasas de interés, para lo cual los autores descomponen la variable política monetaria en componentes de “reacción” y “activo”, una vez separados estos componentes el modelo de Vectores Autorregresivos incluye las variables tipo de cambio, rendimiento del bono global 2026, expectativas de inflación, tasa de interés del bono del tesoro de EUA a 30 años, el corto, y las tasas de cetes del mercado primario a 28, 91, 182 y 364 días, la

estimación del modelo de Vectores Autorregresivos permitió corroborar que la política monetaria tiene un efecto estadísticamente significativo sobre la estructura de tasas de interés, dejando en claro que la política monetaria en México para los últimos años ha tenido un componente activo, sin embargo la diversidad de estos modelos no se limita solo a verificar esta situación si no que al observar el componente activo de la política monetaria reduce gradualmente y de manera permanente las expectativas de inflación, adicionalmente se concluye del análisis que el efecto de una restricción monetaria tiene efectos diferenciados para los diferentes plazos de tasas de interés.

Estos resultados permiten corroborar que no es necesario contar con un marco teórico establecido para obtener resultados estadísticamente significativos, cabe destacar que los componentes de VAR del primer y tercer modelo presentados en el Capítulo I, son esencialmente los mismos, sin embargo la forma de utilizar la metodología nos permite realizar análisis en diversos sentidos obteniendo resultados confiables y un mayor conocimiento de la forma en la que interactúan las variables inmersas en la economía.

Finalmente en el Capítulo III se presentan dos aplicaciones adicionales desarrolladas durante el presente trabajo de investigación, que sin contar con una base teórica estructural es posible conocer en el primer caso el mecanismo de transmisión internacional de movimientos en el mercado de capitales, este modelo puede considerarse que no solo no se basa en alguna base teórica, si no que prueba que no todos los mercados son eficientes por lo tanto no son independientes, este estudio nos permite afirmar que la variación del índice Dow Jones, no depende del desempeño de los diversos mercados incluidos en el estudio, en contra parte se muestra evidencia significativa de que el desempeño del mercado norteamericano tiene influencia sobre el resto de los mercados, también es posible priorizar en función de la magnitud de influencia cual es el orden en el que estos efectos son transmitidos por los mercados, esta información pudiera ser relevante para diversos inversionistas y analistas de mercados accionarios en cada uno de los países incluidos en el modelo VAR.

Por último se presenta una aplicación de un modelo VAR, utilizado para identificar el mecanismo de transmisión e influencia que tienen entre el PIB de Estados Unidos, el



tipo de cambio, las exportaciones, las importaciones y el PIB de México, los resultados obtenidos tienen un valor importante para aquellas empresas que se ven afectadas por alguna de estas variables y tiene una administración activa, es decir basan sus decisiones en cambios observados en las variables macroeconómicas y en las expectativas. El valor agregado que este tipo de modelos genera a una empresa o a un proyecto de inversión se ve beneficiado por la accesibilidad de la metodología que permite contar con resultados confiables sin contar con una base teórica del modelo a plantear, sin descuidar algunas pruebas de causalidad como se menciona en el Capítulo II.

La facilidad de contar con modelos que nos permitan interpretar la relación existente entre las variables económicas existentes es una herramienta muy poderosa, y el campo de aplicación es tan amplio que es difícil enumerarlo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Borondo Carlos  
2000 "International Trasmision of Monetary Shocks with Interest Rate Rules", *Universidad de Valladolid, España* 2-33
- Cheol S. Eun, Sangdal Shim  
1989 "International Transmission of Stock Market Movements", *University of Washington School of Business Administration*
- Granger, C.W.J.  
1969 "Investigating Causal Relations by Econometric Models an Cross-Spectral Methods" *Econometrica*, 37 p 424-438
- Greene, W.  
*Ecomometric Analysis*, 4<sup>th</sup> edition, Prentice Hall, New York.
- Grubel, H.  
"Internationally Diversified Portfolios: Welfare Gains and Capital Flows", *American Economic Review*, 58 (Dec. 1968), 1299-1314.
- Guerrero Víctor M.  
1987 "Los vectores autorregresivos como herramienta de análisis econométrico", *Banco de México* 64 1-27
- Hamilton, James D.  
1994, "Time Series Analysis", Princeton University Press
- Klein, L. R. (1947).  
"The Use of Econometric Models as a Guide to Economic Policy", *Econometrica*, vol. 15, nº 2, 111-151.
- Litterman, Robert B.  
1984 "Specifying vector autorregressions for macroeconomic forecasting", *Federal Reserve Bank of Minneapolis*, report 92
- Lucas, R. E. (1976).  
"Econometric Policy Evaluation: A Critique", *C a r n e g i e - Rochester Conferences on Public Policy*, vol. 1, 19-46.
- Quinn, B.G.  
1980 "Order Determination for a Multivariate Autoregression", *Journal of the Royal Statistical Society*. 42 p 182-185
- Schwartz Moisés J., Torres Alberto.  
2000 "Expectativas de Inflación, Riesgo País y Política Monetaria en México", *Banco de México* 2000-06

Sims, C.A.  
1972 "Money, Income, and Causality", *The American Economic Review* 62  
540-552

Sims, C.A.  
1980 "Macroeconomics an Reality", *Econometrica* 48 1-48

Torres, Alberto  
2000 "Estabilidad en variables nominales y el ciclo económico: el caso  
México", Banco de México 2000-3